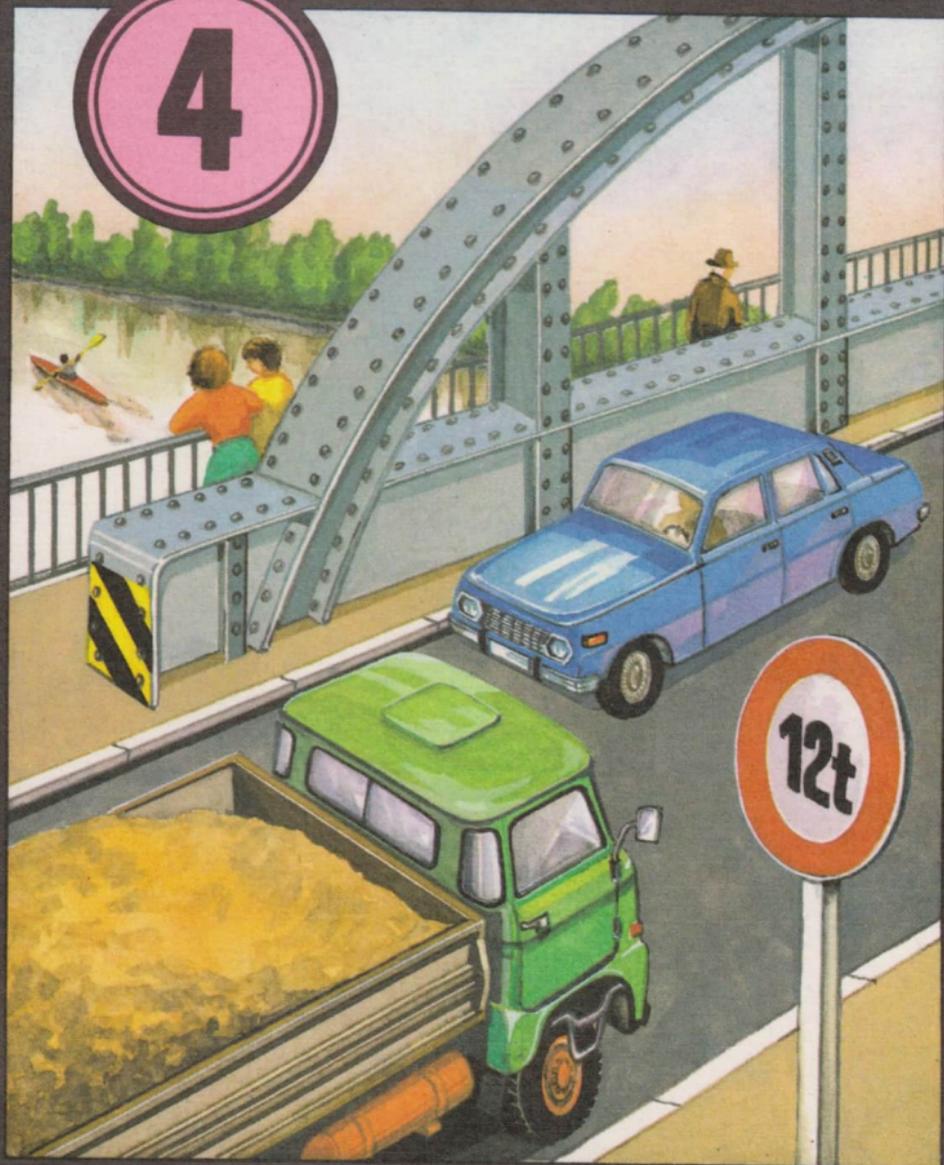


Mathematik

4



Hinweise zur Arbeit mit diesem Buch

Am Anfang des Buches findest du ein Inhaltsverzeichnis. Der Lehrstoff ist in die Kapitel A, B, und C gegliedert. Die Kapitel sind wiederum in kleinere, numerierte Abschnitte (Lerneinheiten) unterteilt.

Besondere Zeichen machen kenntlich

- Beispiele, die dir zeigen, wie du arbeiten kannst,
- Aufträge, die du selbst lösen sollst,
- ▶ Merkstoff.

Beispiele, Aufträge und Merkstoff sind numeriert. Diese Numerierungen sind jeweils durch ein Kapitel fortlaufend geführt.

Aufgaben, die durch einen Stern gekennzeichnet sind, sind etwas schwieriger als die anderen Aufgaben.

Aufgaben mit einer schwarzen Nummer enthalten meist weiter zurückliegenden und oft recht einfachen Stoff, den du aber immer wieder benötigst.

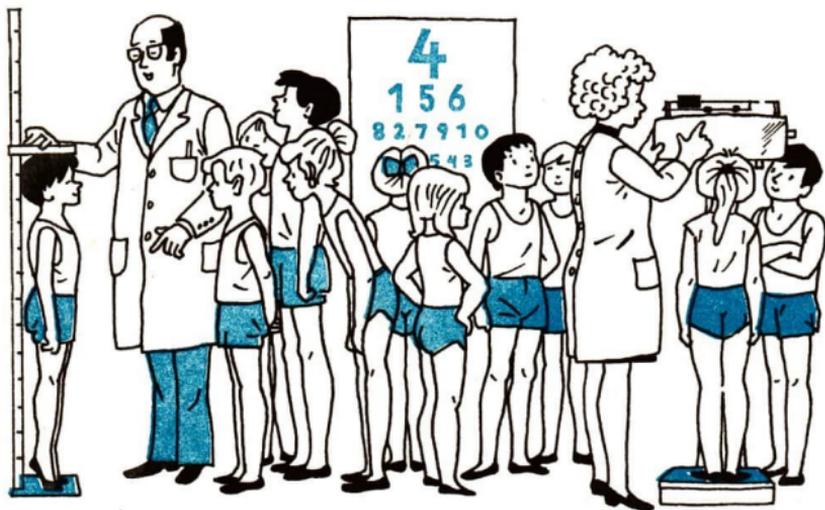
Mathematik

Lehrbuch für Klasse 4

Volk und Wissen

Volkseigener Verlag Berlin

1984



Autorenkollektiv: Dr. Manfred Dennert, Dr. Günter Lorenz (Kollektivleiter),
Dr. Werner Tietz, Prof. Dr. sc. Artur Wolf

Dieses Buch wurde unter Verwendung von Materialien, die gemeinsam von den Autoren sowie von Ingeborg Birth, Prof. Dr. Rudolf Bittner, Dr. Sieghild Eiserbeck, Erika Geißler, Dr. Dietmar Müller und der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften der Deutschen Demokratischen Republik erarbeitet worden sind, entwickelt.

Gutachter und Berater: Barbara Beng, Dr. Christa Dürr,
Anneliese Eschrich, Hannelore Gerlich, Ingrid Hecht, Jutta Herbrich,
Hannelore Marko, Heidi Müller, Dr. Siegfried Schneider, Brigitte Seibt

Vom Ministerium für Volksbildung der Deutschen Demokratischen Republik als Schulbuch bestätigt.



© Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1982

4. Auflage . Ausgabe 1982

Lizenz-Nr. 203/1000/83 (DN 00 04 08-4) P 48/83, VWV 1/84

LSV 0681

Redaktion: Ingrid Fabian, Karlheinz Martin

Zeichnungen: Waltraud Schmidt

Illustrationen: Harri Förster

Einband: Manfred Behrend

Typografische Gestaltung: Atelier vwv, Karl-Heinz Bergmann

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden

Schrift: 10/12 p Gill Mono

Redaktionsschluß: 15. Februar 1984

Bestell-Nr. 730 898 5

Schulpreis DDR: 1,80

Inhalt

A

Die natürlichen Zahlen

1	Die Stellentafel	5
2	Zehnerpotenzen und ihre Vielfachen	8
3	Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen	11
4	Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000	14
5	Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen bis 1 000 000	16
6	Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000.	19
7	Einheiten der Länge	22
8	Kommaschreibweise bei Längenangaben	25
9	Sachaufgaben mit Längenangaben	28
10	Gleichungen und Ungleichungen	31
11	Die natürlichen Zahlen über 1000000	33
12	Römische Ziffern	37
13	Einheiten der Masse	38
14	Reihenfolge der natürlichen Zahlen	42
15	Größenvergleich mehrerer Zahlen.	44
16	Einheiten der Zeit	46
17	Gleichungen mit Produkten	50
18	Schätzen und Messen	51
19	Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl	54
20	Runden natürlicher Zahlen	57
21	Überschlagen von Produkten	60
22	Überschlagen von Quotienten	62
23	Streckendiagramme	64
24	Kennzeichnen von Punkten in der Ebene	70
25	Maßstäbe	72

B

Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen

1	Addition und Subtraktion	79
2	Eigenschaften von Addition und Subtraktion	83
3	Textaufgaben und Gleichungen	87
4	Schriftliches Addieren	88
5	Schriftliches Subtrahieren	92
6	Aufgaben mit mehreren Summanden oder Subtrahenden	95

7	Multiplikation	100
8	Eigenschaften der Multiplikation	103
9	Tabellen bei Sachaufgaben	106
10	Distributivgesetz	109
11	Schriftliches Multiplizieren	111
12	Planen bei Sachaufgaben	113
13	Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen	116
14	Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen	119
15	Schließen beim Lösen von Sachaufgaben	122
16	Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen	124
17	Division	129
18	Teilbarkeit natürlicher Zahlen	133
19	Division mit Rest	136
20	Schriftliches Dividieren; Divisor einstellig	138
21	Divisionsaufgaben mit Größen	142
22	Berechnen des Durchschnitts	143
23	Dividieren mit Näherungswerten	146
24	Schriftliches Dividieren; Divisor ist Vielfaches von 10.	149
25	Schriftliches Dividieren; Divisor ist eine zweistellige Zahl	151
26	Schriftliches Dividieren; Divisor ist drei- oder vierstellig	155



Geometrie

1	Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden	163
2	Gegenseitige Lage zweier Geraden	165
3	Strahlen	168
4	Strecken, Verlängern von Strecken	170
5	Abtragen von Strecken	173
6	Vergleichen von Strecken	175
7	Ebenen und Halbebenen	178
8	Gerichtete Strecken	180
9	Verschieben eines Gegenstandes	185
10	Original und Bild bei Verschiebungen	186
11	Verschiebungen und Verschiebungspfeile	190
12	Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen	193
13	Eigenschaften von Verschiebungen	195
14	Weitere Eigenschaften von Verschiebungen	199
15	Bilder von Figuren bei Verschiebungen	202

A Die natürlichen Zahlen



Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000

1 Die Stellentafel

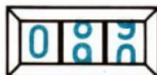
In einem Betrieb wird ein Schreiben vervielfältigt. Das Gerät dafür hat ein Zählwerk. An ihm kann man die Zahl der fertiggestellten Blätter ablesen:



Sechs Blätter sind fertiggestellt.



Das zehnte Blatt wird abgezogen.



Das neunzigste Blatt wird abgezogen.



Das einhundertste Blatt wird abgezogen.

- 1 Wieviel Blätter kann das Zählwerk höchstens zählen?
- 2 Beschreibe, was geschieht, nachdem in den letzten beiden Stellen je eine 9 stand!

Wir wissen: Jede Zahl kann durch eine **Ziffer** oder durch ein **Zahlwort** bezeichnet werden. Wenn wir jemandem schriftlich eine Zahl mitteilen wollen, schreiben wir meist eine Ziffer. Entweder ist das selbst eine der **Grundziffern** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 oder sie ist aus mehreren Grundziffern zusammengesetzt, zum Beispiel 324.

Beim Sprechen bezeichnen wir eine Zahl durch ihr Zahlwort. Manchmal muß man dieses Zahlwort aber auch aufschreiben. Das ist zum Beispiel beim Ausfüllen eines Schecks oder einer Zahlkarte der Fall (Bild 1)



Bild 1

Natürliche Zahlen bis 10000 können wir bereits als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen schreiben.

$$\begin{aligned} \blacksquare 1 \quad a) \quad 3\,758 &= 3\,000 + 700 + 50 + 8 \\ &= 3 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1 \\ &= 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1 \end{aligned}$$

Stellentafel:

1 000	100	10	1
3	7	5	8

$$\begin{aligned} b) \quad 7\,409 &= 7\,000 + 400 + 0 + 9 \\ &= 7 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1 \\ &= 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1 \end{aligned}$$

Stellentafel:

1 000	100	10	1
7	4	0	9

Diese Summen haben die Form

$$d \cdot 1\,000 + c \cdot 100 + b \cdot 10 + a \cdot 1$$

oder

$$d \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + b \cdot 10 + a \cdot 1.$$

- 3 a) Welche der Zahlen a , b , c , d kann 0 sein?
 b) Für a , b , c , d wird nie eine Zahl gebraucht, die größer als 9 ist. Warum?

Auch das Nullfache einer Zehnerpotenz ist ein Vielfaches dieser Zehnerpotenz. Das Nullfache jeder Zehnerpotenz ist gleich 0.

■ 2 $0 \cdot 100 = 0$; $0 \cdot 10^3 = 0$

Aufgaben

- Schreib folgende Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen!
 a) 735, 601, 4 573, 2 998, 517, 26 b) 672, 708, 930, 6, 3 777, 5 066
- Wieviel zweistellige und wieviel dreistellige Zahlen gibt es?

3. Schreib die folgenden Zahlen in der Form $d \cdot 1\,000 + c \cdot 100 + b \cdot 10 + a \cdot 1!$ ($a, b, c, d < 10$)
8 351, 1 902, 4 723, 6 450, 3 016, 522
Beispiel: $2\,345 = 2 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
4. a) Wieviel dreistellige Zahlen kannst du mit den Grundziffern 3, 8, 5 bilden, ohne daß eine Grundziffer mehrfach auftritt? Schreib sie auf!
b) Bilde alle zweistelligen Zahlen mit den Grundziffern 3, 8, 5!
c) Ordne die Zahlen aus a) und b) jeweils nach zunehmender Größe!
5. Schreib als Zahlwörter! 63, 36, 425, 501, 780
- 6.* a) Ute denkt sich eine dreistellige Zahl: $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c \cdot 1$ ($a, b, c < 10$). a ist doppelt so groß wie b , und b ist doppelt so groß wie c . Welche Zahl kann das sein?
b) Jens denkt sich auch eine dreistellige Zahl. Bei ihm ist b dreimal so groß wie a , und c ist dreimal so groß wie b .
7. Trage in eine Stellentafel ein!
a) 728, 3 999, 3 009, 1 100, 27, 2 011, 2
b) 2 461, 648, 49, 3 009, 9 909, 1 000, 1
c) Ordne die Zahlen aus a) und b) jeweils nach zunehmender Größe!
8. Heike will ein Paar Schuhe aus der Reparatur abholen. Unterwegs hat sie den Annahmeschein verloren. Von der Nummer auf diesem Schein weiß sie nur: Es waren zwei zweistellige Zahlen. Die erste dieser Zahlen war doppelt so groß wie die zweite. Am weitesten rechts stand die Grundziffer 3. Welche Nummern können auf Heikes Schein gestanden haben?
9. Bilde alle dreistelligen Zahlen, die nur die Grundziffern 4 oder 9 enthalten! Ordne sie nach abnehmender Größe!
10. Setze an Stelle der Sternchen a) die Grundziffer 1, b) die Grundziffer 7!
 $24*$, $2*4$, $*24$
Ordne die entstandenen Zahlen jedesmal nach zunehmender Größe!

1. a) $23 + 8$, $19 + 5$, $7 + 44$, $88 + 8$, $6 + 54$
b) $12 - 9$, $36 - 8$, $71 - 4$, $5 - 62$, $23 - 7$
c) $4 \cdot 8$, $6 \cdot 7$, $3 \cdot 9$, $8 \cdot 6$, $7 \cdot 8$
d) $24 : 4$, $35 : 5$, $63 : 9$, $56 : 7$, $54 : 6$
2. Berechne
a) den vierten Teil von 20,
b) das Fünffache von 15,
c) das Zehnfache von 1 000!
3. Berechne
a) das Doppelte von 45,
b) den neunten Teil von 81,
c) das Achtfache von 102!

4. Entscheide jedesmal, ob du mündlich oder schriftlich rechnest!
- | | | | |
|-------------------|----------------|------------------|------------------|
| a) $2\,324 + 162$ | b) $629 - 325$ | c) $232 \cdot 2$ | d) $203 \cdot 3$ |
| $3\,100 + 700$ | $871 - 588$ | $121 \cdot 6$ | $426 \cdot 5$ |
| $679 + 120$ | $4\,351 - 222$ | $278 \cdot 3$ | $801 \cdot 7$ |
5. Führe nur eine Überschlagsrechnung aus!
- | | | | |
|------------------|------------------|---------------------|------------------|
| a) $324 \cdot 4$ | b) $523 \cdot 6$ | c) $3\,921 \cdot 2$ | d) $473 \cdot 5$ |
| $758 \cdot 3$ | $1\,203 \cdot 4$ | $589 \cdot 3$ | $2\,128 \cdot 3$ |
6. Welche der Zahlen 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 18, 20, 25 sind
- | | |
|---------------------|--|
| a) durch 5 teilbar, | c) durch 5 und auch durch 2 teilbar, |
| b) durch 2 teilbar, | d) zwar durch 5, aber nicht durch 2 teilbar, |
| | e) nicht durch 5 und auch nicht durch 2 teilbar? |
7. Ordne die folgenden Flüsse nach ihrer Länge!
- | | | |
|--------------|--------------|----------------|
| Havel 341 km | Saale 427 km | Spree 398 km |
| Mulde 252 km | Oder 912 km | Unstrut 188 km |
8. a) Wieviel Meter sind 7 km, 4 km, 8 km?
 b) Wieviel Zentimeter sind 3 m, 12 m, 35 m?
 c) Wieviel Millimeter sind 6 cm, 31 cm, 205 cm?
9. Gib die Längen in Metern an!
- | | |
|----------------------------------|-------------------------------|
| a) 400 cm, 3 200 cm, 50 dm, 7 km | b) 8 km, 14 km, 65 dm, 400 mm |
|----------------------------------|-------------------------------|

2 Zehnerpotenzen und ihre Vielfachen

Wir kennen bereits die Zehnerpotenzen 10, 100, 1 000, 10 000 und haben auch schon die kürzere Schreibweise 10^2 , 10^3 , 10^4 benutzt.

Viele Zählgeräte müssen weiter als bis 10 000 zählen, zum Beispiel ein Kilometerzähler im Auto.

- 4 Zähle, bei 10 000 beginnend, um elf Zahlen weiter!

Wir können schneller als durch Weiterzählen zu größeren Zahlen gelangen. Dazu multiplizieren wir Zehnerpotenzen, bei $10\,000 = 10^4$ beginnend, fortlaufend mit 10:

$$10\,000 \cdot 10 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5 = 100\,000 \quad (\text{einhunderttausend})$$

$$100\,000 \cdot 10 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6 = 1\,000\,000 \quad (\text{eine Million})$$

- 5 Vergleiche die Anzahl der Nullen bei den Zehnerpotenzen mit den hochgestellten Ziffern in der Kurzschreibweise!

- ▶ 1 Das Zehnfache einer Zehnerpotenz ist gleich der nächstgrößeren Zehnerpotenz.

- 6 Dividiere, bei 1 000 000 beginnend, fortlaufend durch 10!

- 2 Der zehnte Teil einer Zehnerpotenz ist gleich der nächstkleineren Zehnerpotenz.

- 7 Rechne die folgenden Vielfachen von Zehnerpotenzen aus!

a) $7 \cdot 10$	b) $6 \cdot 100$	c) $8 \cdot 10^3$
$3 \cdot 10$	$0 \cdot 10^2$	$2 \cdot 1 000$
$10 \cdot 10$	$10 \cdot 100$	$10 \cdot 1 000$

Die Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5 werden genauso gebildet, wie wir es bereits für Zehnerpotenzen bis 10^3 kennen.

$$1 \cdot 10 000 = 1 \cdot 10^4 = 10 000$$

zehntausend

$$2 \cdot 10 000 = 2 \cdot 10^4 = 20 000$$

zwanzigttausend

⋮

$$10 \cdot 10 000 = 10 \cdot 10^4 = 100 000$$

einhunderttausend

$$1 \cdot 100 000 = 1 \cdot 10^5 = 100 000$$

einhunderttausend

$$2 \cdot 100 000 = 2 \cdot 10^5 = 200 000$$

zweihunderttausend

⋮

$$10 \cdot 100 000 = 10 \cdot 10^5 = 1 000 000$$

eine Million

Aufgaben

1. Bilde von den Zehnerpotenzen 10 000 und 100 000
 a) das Dreifache, b) das Siebenfache, c) das Vierfache,
 d) das Zehnfache und lies die erhaltenen Zahlen!

2. Schreib die Ergebnisse in Kurzform!

a) $10 \cdot 10$, $10 \cdot 10^2$, $10^4 \cdot 10$, $100 \cdot 1 000$, $10^3 \cdot 100$, $10^2 \cdot 10^4$

b) $10^2 : 10$, $10 : 10$, $1 000 : 10$, $10^4 : 10$, $10 000 : 10^2$, $10^6 : 10^3$

Beispiel: $10 \cdot 10^3 = 10^4$

3. Ergänze die Tabelle und lies die eingetragenen Zahlen!

a	$a \cdot 10^3$	$a \cdot 10^4$	$a \cdot 10^5$
1			
2		$2 \cdot 10^4 = 20 000$	
0			
9	9 000		

4. Vergleiche jeweils die beiden Zahlen nach ihrer Größe! Begründe!
- a) $3 \cdot 10^4$ und $5 \cdot 10^4$ b) $4 \cdot 10^5$ und $0 \cdot 10^5$ c) $2 \cdot 10^2$ und $8 \cdot 10^2$
 $7 \cdot 10^3$ und $1 \cdot 10^3$ $0 \cdot 10^6$ und $1 \cdot 10^6$ $6 \cdot 10^4$ und $7 \cdot 10^4$
5. Vergleiche jeweils die beiden Zahlen! Begründe!
- a) $8 \cdot 10^3$ und $4 \cdot 10^2$ b) $8 \cdot 10^3$ und $8 \cdot 10^5$ c) $0 \cdot 10^5$ und $8 \cdot 10^5$
 $6 \cdot 10^4$ und $7 \cdot 10^5$ $0 \cdot 10^3$ und $0 \cdot 10^6$ $7 \cdot 10^6$ und $1 \cdot 10^5$
 $3 \cdot 10^3$ und $0 \cdot 10^6$ $4 \cdot 10^4$ und $3 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^4$ und $3 \cdot 10^5$
 $9 \cdot 10$ und $1 \cdot 10^2$ $5 \cdot 10^3$ und $9 \cdot 10^2$ $0 \cdot 10^5$ und $9 \cdot 10$
6. Welche Vielfachen von 100 000 erfüllen folgende Ungleichungen?
- a) $200\,000 < x < 700\,000$ b) $500\,000 > a > 200\,000$
 $100\,000 < x < 200\,000$ $900\,000 > a > 800\,000$
 $400\,000 < x < 600\,000$ $1\,000\,000 > a > 100\,000$
7. Ordne folgende Zehnerpotenzen nach ihrer Größe! Beginne mit der größten!
 100 , 10^4 , 10 , 10^3 , $100\,000$, 10^6
8. Ordne folgende Zahlen! Beginne mit der kleinsten!
- a) $70\,000$, $40\,000$, $60\,000$, $10\,000$ c) $900\,000$, $400\,000$, $1\,000\,000$, $300\,000$
b) $100\,000$, $800\,000$, $500\,000$, $200\,000$ d) $8\,000$, $90\,000$, $40\,000$, 800 , $50\,000$
9. a) Ein Automat verpackt je 10 000 Bauteile in einen Karton. Wieviel Bauteile sind in 7 Kartons?
b) In eine Kiste werden immer 10 solcher Kartons gepackt. Wieviel Bauteile enthalten 5 Kisten?
10. Mit einer Maschine können in 8 Stunden für 10 000 M Waren hergestellt werden. Die Maschine soll im 3-Schicht-System voll ausgelastet werden. Für wieviel Mark werden dann an einem Tag Waren hergestellt?

1. a) $15 + 8$, $26 + 43$, $38 + 46$, $59 + 14$, $67 - 24$
b) $302 + 17$, $510 + 84$, $63 + 204$, $77 + 120$, $258 - 28$
2. Berechne das Produkt der Zahlen 350 und 10 und vergrößere es um 500!
3. Vermindere 3 000 um das Produkt der Zahlen 50 und 8!
4. Wieviel muß du zum Dreifachen von 100 addieren, damit du 1 000 erhältst?
5. Rechne schriftlich! Überschlage!
- a) $3\,827 \cdot 2$ b) $2\,363 \cdot 4$ c) $1\,709 \cdot 2$ d) $4\,970 \cdot 2$
 $2\,542 \cdot 3$ $1\,280 \cdot 3$ $2\,050 \cdot 4$ $3\,008 \cdot 3$
6. Von 1 630 kg Obst werden 250 kg an eine Großküche geliefert. Das andere Obst wird an 6 Verkaufsstellen gleichmäßig verteilt. Wieviel Kilogramm Obst erhält jede Verkaufsstelle?

7.

a	b	a · b	a + b
4	7		
9	8		
14	10		
36	20		
47	100		

8.

b	5 · b - 20
7	
8	
	25
20	
120	



3 Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen

Mit den Vielfachen von 1, 10, 100, 1 000 können wir bereits rechnen.

- 3 a) $6\,000 + 2\,000 = 8\,000$; denn $6 + 2 = 8$
 b) $2\,000 \cdot 3 = 6\,000$; denn $2 \cdot 3 = 6$

Wir dürfen wie im Beispiel 3 rechnen; denn es gilt:

- a) $6\,000 + 2\,000 = 6 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 1\,000 = (6 + 2) \cdot 1\,000 = 8 \cdot 1\,000 = 8\,000$
 b) $2\,000 \cdot 3 = 3 \cdot 2\,000 = 3 \cdot 2 \cdot 1\,000 = 6 \cdot 1\,000 = 6\,000$

Mit den Vielfachen der Zehnerpotenzen 10 000 und 100 000 wird genauso gerechnet wie im Beispiel 3.

- 8 Berechne wie im Beispiel 3!
 a) $50\,000 + 40\,000$ b) $800\,000 - 500\,000$
 c) $900\,000 - 300\,000$ d) $200\,000 \cdot 4$ e) $80\,000 : 4$

Aufgaben

- a) $6\,000 + 2\,000$ b) $2\,000 - 8\,000$ c) $40\,000 + 20\,000$
 $70\,000 + 30\,000$ $60\,000 + 30\,000$ $700\,000 - 300\,000$
 $500\,000 - 200\,000$ $400\,000 - 400\,000$ $90\,000 - 200\,000$
 $60\,000 + 10\,000$ $60\,000 + 40\,000$ $1\,000\,000 - 700\,000$
- a) $6\,000 + 200$ b) $5\,000 - 300$ c) $500\,000 + 8\,000$
 $70\,000 - 8\,000$ $70\,000 - 900$ $90\,000 - 200\,000$
 $200\,000 + 40\,000$ $40\,000 + 5\,000$ $490\,000 + 10\,000$
- Gib zwei (ein Paar) Vielfache von 10 000 an, deren Summe 70 000 ist!
Beispiel: (20 000; 50 000)
- Gib einige Paare von Vielfachen von 100 000 an, deren Summe 500 000 ist!
Beispiel: (0; 500 000)
- Gib alle Paare von Vielfachen von 10^5 an, deren Summe 900 000 ist!

14. a) $200 \cdot 4$ b) $300\,000 \cdot 3$ c) $600 : 3$ d) $700\,000 : 1$
 $3\,000 \cdot 2$ $30\,000 \cdot 10$ $4\,000 : 2$ $400\,000 : 10$
 $40\,000 \cdot 1$ $50\,000 \cdot 0$ $80\,000 : 4$ $0 : 7$

15. Gib alle Zahlen x an, die die Gleichungen bzw. Ungleichungen erfüllen!

- a) $400 \cdot x = 2\,000$ b) $400 \cdot x < 2\,000$ c) $600 : x = 200$
 $20\,000 \cdot x = 80\,000$ $300\,000 \cdot x < 700\,000$ $1\,000 : x = 500$
 $200\,000 \cdot x = 0$ $70\,000 \cdot x < 70\,000$ $30\,000 : x = 30\,000$
 $100\,000 \cdot x = 100\,000$ $500\,000 \cdot x < 300\,000$ $80\,000 : x = 40\,000$
 $0 \cdot x = 20\,000$ $60\,000 \cdot x < 1$ $0 : x = 70\,000$

Beispiele: a) $400 \cdot x = 2\,000$; $x = 5$ b) $400 \cdot x < 2\,000$; $x = 0, 1, 2, 3, 4$

16. Wieviel Kilometer müssen sie noch zurücklegen, bis sie „Millionäre“ sind?
 Ein Pilot der Interflug flog schon 300 000 km,
 ein Lokomotivführer hat schon 600 000 km zurückgelegt,
 ein Lastkraftwagenfahrer fuhr bisher 50 000 km.



1. a) Wieviel Meter sind 9 km, 400 cm, 700 cm, 30 dm?
 b) Wieviel Zentimeter sind 6 m, 23 m, 8 dm, 50 mm, 710 mm?
2. Dividiere 75 durch 5 und addiere zu dem Quotienten die Zahl 87!
3. Der Dividend ist die Summe der Zahlen 493 und 617, der Divisor ist die Zahl 10. Berechne den Quotienten!
4. Wenn man 10 000 durch 4 dividiert und dann eine Zahl x subtrahiert, erhält man 2 000. Welche Zahl x ist zu subtrahieren?
5. a) $7 \cdot 2 + x = 32$ b) $102 \cdot 5 - x = 602$ c) $x - 100 \cdot 12 = 400$
 $7 \cdot 5 - x = 0$ $a + 3 \cdot 9 = 41$ $r + 14 \cdot 10 < 150$
 $16 \cdot 3 + x = 48$ $b - 4 \cdot 9 = 12$ $a + 1\,040 < 1\,110$
6. a) $750 < x < 759$ b) $270 < x \cdot 10 < 320$
 $1\,412 < x < 1\,414$ $470 < x \cdot 10 < 480$
 $7\,040 < x < 7\,041$ $2\,700 < x \cdot 100 < 3\,200$
7. Für ein Fenster benötigt man 4 Scheiben.
 a) Wieviel solcher Fenster können mit 230 Scheiben verglast werden?
 b) Wieviel Scheiben bleiben übrig?
8. Rechne schriftlich und überprüfe die Ergebnisse durch Multiplikation!
 a) $576 : 4$ b) $903 : 7$ c) $7\,864 : 4$ d) $2\,007 : 3$
 $870 : 5$ $976 : 8$ $7\,952 : 2$ $1\,796 : 4$

4 Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000

Wir wissen bereits, wie man die Zahlen zwischen den Vielfachen von 10, 100, 1 000 bilden kann.

- 4 Bilden einer Zahl zwischen 6 000 und 7 000:

$$6\,000 + 324 = 6\,324$$

$$6 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 6\,324$$

$$6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 6\,324$$

Stellentafel:

10^3	10^2	10	1
6	3	2	4

Beim Bilden einer Zahl zwischen den Vielfachen von 10 000 oder zwischen den Vielfachen von 100 000 verfahren wir genauso wie im Beispiel 4.

- 5 a) Bilden einer Zahl zwischen 40 000 und 50 000:

$$40\,000 + 3\,628 = 43\,628$$

$$4 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 = 43\,628$$

$$4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 8 \cdot 1 = 43\,628$$

Stellentafel:

10^4	10^3	10^2	10	1
4	3	6	2	8

Zahlwort: dreiundvierzigtausendsechshundertachtundzwanzig

- b) Bilden einer Zahl zwischen 300 000 und 400 000:

$$300\,000 + 2\,189 = 302\,189$$

$$3 \cdot 100\,000 + 0 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 1 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1 = 302\,189$$

$$3 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1 = 302\,189$$

Stellentafel:

10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
3	0	2	1	8	9

Zahlwort: dreihundertzweitausendeinhundertneunundachtzig

Wie die natürlichen Zahlen bis 10 000 können wir auch die natürlichen Zahlen bis zu einer Million in Summanden zerlegen. Dabei sollen die Summanden wieder Vielfache von Zehnerpotenzen sein.

- 6 $481\,057 = 4 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10\,000 + 1 \cdot 1\,000 + 0 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$
 $= 4 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1$

Stellentafel:

10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
4	8	1	0	5	7

Aufgaben



1. Schreib als Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen!
Benutze die Kurzform!
- | | | | | | | | |
|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|
| a) | 26 467 | b) | 99 009 | c) | 15 091 | d) | 30 463 |
| | 30 851 | | 111 101 | | 51 901 | | 102 307 |
| | 808 080 | | 400 000 | | 360 020 | | 506 005 |
2. Schreib die zugehörigen Ziffern und lies sie!
- a) $9 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 8 \cdot 1$
 $4 \cdot 100\,000 + 2 \cdot 10\,000 + 0 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10$
 $6 \cdot 100\,000 + 4 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 1$
- b) $3 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1$
 $7 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10$
 $2 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 6 \cdot 1$
3. Schreib die kleinste und die größte fünfstellige Zahl
a) als Ziffer, b) als Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen!
4. Trage in eine Stellentafel ein!
fünfundzwanzigtausenddreihundertdreizehn
sechsdreißigtausendvierhundertzehn
vierhundertfünftausendeinundneunzig
5. Schreib als Zahlwörter!
- | | |
|---------|---------------------------------|
| 40 005 | 6. Schreib als Ziffer! |
| 304 070 | dreihundertfünfzehn |
| 18 254 | achttausendsechshundertvierzehn |
| 23 002 | neunzehntausendzweihundertvier |
| | siebzigttausendsiebzig |
- 7.* Bilde dreistellige Zahlen mit den Grundziffern 1, 2 und 3!
a) Keine der Grundziffern darf mehrfach auftreten.
b) Jede Grundziffer kann mehrfach auftreten (z. B. 223, 111).
c) Finde alle 27 Möglichkeiten zu b)!
8. Gib jeweils Vorgänger und Nachfolger an und lies diese!
a) 3 099, 3 990, 3 999, 40 909, 49 010
b) 999 999, 70 010, 70 001, 300 000, 623 000
9. Schreib die folgenden Zahlen in eine Stellentafel!
Im Jahre 1979 gab es bei den Kinder- und Jugendpartakiaden der Kreise etwa eine Million Teilnehmer. Davon waren sechshundertfünfundneunzigtausend-siebenhundert Sportler unter 14 Jahre alt.
In den Sommersportarten kämpften neunhundertdreundsiebzigttausend und in den Wintersportarten achtundfünfzigtausendachthundert Kinder und Jugendliche.
Vor 10 Jahren waren es insgesamt rund vierhundertachtundachtzigtausendfünf-

hundert Teilnehmer, davon bei den Sommersportarten vierhundertdreiundsechzigtausend und bei den Wintersportarten fünfundzwanzigtausendfünfhundert.

- Ein Kleingärtner erntete in seinem Garten 36 kg Sauerkirschen, 18 kg Stachelbeeren und 27 kg Johannisbeeren. Den dritten Teil dieses Obstes verarbeitete er zu Saft.
Wieviel Kilogramm Obst wurden zu Saft verarbeitet?
- Bilde zu der Gleichung $6 \cdot 10 + 4 = x$
a) eine Textaufgabe, b) eine Sachaufgabe!
- Gib in Mark an! 134 Pf, 167 Pf, 110 Pf, 209 Pf, 1 025 Pf
- Gib die Ergebnisse zuerst in Pfennig und dann in Mark an!
a) $94 \text{ Pf} + 8 \text{ Pf}$ b) $75 \text{ Pf} + 25 \text{ Pf}$ c) $2,40 \text{ M} - 1,80 \text{ M}$
 $899 \text{ Pf} + 64 \text{ Pf}$ $488 \text{ Pf} + 212 \text{ Pf}$ $5,25 \text{ M} - 0,65 \text{ M}$
 $793 \text{ Pf} + 107 \text{ Pf}$ $3\ 509 \text{ Pf} + 511 \text{ Pf}$ $1,92 \text{ M} - 0,98 \text{ M}$
- Täglich werden 300 m Rohrleitung verlegt. Wieviel Meter Rohrleitung sind in 20 Arbeitstagen fertig?
- Eine Wandergruppe braucht für 10 km Weg 2 Stunden. Sie war noch weitere 4 Stunden unterwegs. (Bild 2)
Welchen Weg legt sie zurück? (Die Pausen wurden nicht berücksichtigt.)

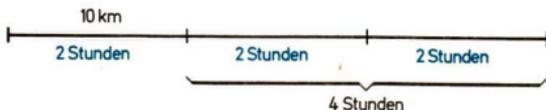


Bild 2

- a) $5 \cdot 7 + 7$ b) $8 + 4 \cdot 6$ c) $48 : 8 + 26$ d) $4 \cdot 5 + 6 \cdot 9$
 $6 \cdot 7 - 9$ $12 - 3 \cdot 8$ $34 - 63 : 9$ $7 \cdot 4 - 72 : 8$

5 Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen bis 1 000 000

Wir können bereits Zahlen bis 10 000 vergleichen und ordnen.

Wir wissen: Zwei Zahlen werden zunächst nach der Anzahl ihrer Stellen verglichen. Von zwei Zahlen mit **unterschiedlicher** Stellenzahl ist diejenige kleiner, die die geringere Stellenzahl besitzt.

Zahlen mit **gleicher** Stellenzahl haben wir verglichen, indem wir von links beginnend die Faktoren der jeweils gleichen Zehnerpotenzen miteinander verglichen haben.

In gleicher Weise können wir auch Zahlen bis 1 000 000 vergleichen und ordnen.

- 9 Vergleiche die Zahlen und begründe deine Feststellung!
 a) 999 und 1 001 b) 2 300 und 12 700 c) 90 000 und 900

- 7 Es sollen zwei Zahlen verglichen werden.
- | | | |
|--|--|--|
| a) 2 748 und 3 515
2 748 < 3 515;
denn 2 < 3 | b) 2 853 und 2 734
2 853 > 2 734;
denn 8 > 7 | c) 25 318 und 25 463
25 318 < 25 463;
denn 3 < 4 |
|--|--|--|

Der erste auftretende Unterschied läßt erkennen, welche Zahl die kleinere ist. Beim Ordnen mehrerer Zahlen ist es zweckmäßig, diese zuerst nach der Anzahl der Stellen zu gruppieren. Danach ordnet man die Zahlen in jeder Gruppe nach den Faktoren der Zehnerpotenzen.

Aufgaben

- Vergleiche folgende Zahlen!
 a) 4 756 und 397 600 b) 493 567 und 492 578 c) 69 374 und 69 396
- Ordne folgende Zahlen nach der Größe! Beginne mit der kleinsten!
 587, 432, 67, 589, 41, 553
- Ordne folgende Zahlen! Beginne mit der kleinsten!
 583 745, 30 560, 30 650, 571 800, 576, 870, 6 784, 4 395
- Ordne die folgenden Zahlen nach der Größe! Beginne mit der größten!
 675 800, 400 870, 60 563, 65 063, 675 801, 400 810
- Bilde aus den gegebenen Grundziffern jeweils die Ziffer der kleinstmöglichen und der größtmöglichen Zahl!
 a) 6, 3, 9, 8, 2 b) 1, 4, 7, 5, 6 c) 7, 2, 4, 5, 3
- Bei folgenden Zahlen sind Grundziffern unleserlich geworden und durch Sternchen ersetzt. Versuche, diese Zahlen trotzdem miteinander zu vergleichen!
 a) 5 *** und 4 *** b) 9 ** und 1 *** c) **** und * 99
 63 *** und 67 *** **** 0 und 87 ** 1 ** 1 und * 99 *
- Ulf denkt sich eine Zahl, deren Ziffer mit 5 endet. Sie ist größer als 300 und kleiner als 312. Wie heißt sie?
- Gib alle vierstelligen Zahlen an, die größer als 9 981 sind und als letzte Grundziffer die 1 haben!
- Welche Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?
 a) $62\,075 < x < 62\,083$ b) $385\,000 < x < 385\,001$
 c) $245\,730 < x < 245\,735$ d) $37\,099 < x < 37\,111$

10. Wieviel Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?

Gib jeweils die kleinste und die größte von ihnen an!

a) $10 < y < 20$

b) $40 < a < 50$

$700 < y < 800$

$200 < a < 300$

$24\,315 < y < 25\,315$

$63\,421 < a < 64\,421$

Beispiel: $10 < y < 20$; alle Zahlen von 11 bis 19. Das sind neun Zahlen.

11. Zwischen welchen Vielfachen von 10 000 liegen folgende Zahlen?

64 367, 30 012, 10 001, 40 108, 92 400

12. Gib an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind! Begründe!

a) $37\,656 < 38\,656$; $49\,764 > 51\,101$

b) Jede vierstellige Zahl ist größer als 1 000.

c) Jede vierstellige Zahl ist größer als jede dreistellige Zahl.

d) Es gibt eine fünfstellige Zahl, deren Ziffer aus fünf gleichen Grundziffern besteht.

e) Es gibt eine fünfstellige Zahl, die größer als 99 999 ist.

Bemerkung: Wenn wir sagen „es gibt eine Zahl ...“, schließen wir nicht aus, daß es auch mehrere sein können.

1. a) Vermindere um 1 345!

3 450, 1 343, 7 260, 789,

- b) Subtrahiere 2 456 von

4 523, 2 453, 2 456, 5 867!

2. a) $4 \cdot 9 + 11$

$4 \cdot (9 + 11)$

$4 \cdot 9 - 11$

$4 \cdot (9 - 11)$

- b) $55 + 5 \cdot 7$

$(55 + 5) \cdot 7$

$55 - 5 \cdot 7$

$(55 - 5) \cdot 7$

- c) $36 : 4 + 32$

$36 : (4 + 32)$

$74 - 54 : 9$

$(74 - 54) : 9$

3. Bilde die Summe und die Differenz der folgenden Zahlen!

- a) 834 und 577

3 245 und 682

- b) 5 044 und 4 044

1 732 und 1 732

- c) 4 233 und 766

4 067 und 4 066

4. Gib in Metern an! 123 cm, 745 cm, 406 cm, 8 km, 14 dm

5. Gib die Ergebnisse zuerst in Zentimetern und dann in Metern an!

a) $93\text{ cm} + 8\text{ cm}$

$398\text{ cm} + 17\text{ cm}$

b) $2\,341\text{ cm} + 408\text{ cm}$

$99\text{ cm} + 4\text{ cm}$

c) $544\text{ cm} + 66\text{ cm}$

$4\,604\text{ cm} - 608\text{ cm}$

6. Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind!

a) Wenn der Minuend so groß ist wie der Subtrahend, ist die Subtraktion ausführbar.

b) Zu zwei Zahlen a und b gibt es nur eine einzige Summe; aber zu einer Summe gibt es nicht nur ein Paar von Summanden.

c) Wenn man zur größten vierstelligen Zahl die kleinste einstellige Zahl addiert, erhält man eine vierstellige Zahl.

6 Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1 000 000



Mit den natürlichen Zahlen bis zu einer Million rechnen wir genauso wie bis 10 000.

Wir wissen: $5\,300 + 2\,100 = 7\,400$; denn es ist $53 + 21 = 74$. Ebenso ist die Summe $530\,000 + 210\,000$ zu berechnen.

- 8 $530\,000 + 210\,000 = 740\,000$
- 10 Ermittle entsprechend!
a) $85\,000 - 17\,000$ b) $230\,000 \cdot 3$ c) $48\,000 : 6$

Sind in einer Aufgabe mehrere Rechenoperationen auszuführen, so muß ihre Reihenfolge beachtet werden.

- ▶ 3
- Was in Klammern steht, ist zuerst auszurechnen.
Wenn keine Klammern stehen,
erst multiplizieren oder dividieren,
dann addieren oder subtrahieren!
(„Punktrechnung geht vor Strichrechnung“!)

- 9 a) $240\,000 + 35\,000 \cdot 3 = 240\,000 + 105\,000 = 345\,000$
b) $7 \cdot (126\,000 - 24\,000) = 7 \cdot 102\,000 = 714\,000$
c) $15\,000 : 5 + 7\,000 \cdot 8 = 3\,000 + 56\,000 = 59\,000$
d) $(17\,000 + 13\,000) : 6 = 30\,000 : 6 = 5\,000$

Wenn in einer Aufgabe nur Multiplikation oder Division ohne Klammer vorkommen, rechnen wir „von links nach rechts“.

- 10 a) $24 \cdot 2 \cdot 4 = 48 \cdot 4 = 192$ b) $24 \cdot 2 : 4 = 48 : 4 = 12$
c) $24 : 2 : 4 = 12 : 4 = 3$ d) $24 : 2 \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48$

Aufgaben

1. a) $220\,000 + 600\,000$ b) $510\,000 - 200\,000$ c) $81\,000 + 100\,000$
 $510\,000 + 63\,000$ $500\,000 - 430\,000$ $360\,000 - 640\,000$
2. a) $2 \cdot 100\,000 + 1$ b) $7 \cdot 100\,000 + 34$ c) $3 \cdot 100\,000 + 5\,704$
 $9 \cdot 100\,000 + 576$ $4 \cdot 100\,000 + 3\,004$ $4 \cdot 100\,000 + 30\,678$
3. Kontrolliere deine Ergebnisse, indem du zur berechneten Differenz den Subtrahenden addierst!
a) $58\,000 - 20\,000$ b) $365\,000 - 46\,000$ c) $871\,370 - 71\,370$
 $570\,000 - 280\,000$ $520\,000 - 580\,000$ $36\,068 - 1\,068$

Beispiel: $738 - 300 = 438$; Kontrolle: $438 + 300 = 738$

4. a) $220\,000 + 4\,000$ b) $570\,000 - 90\,000$ c) $100\,000 + 900\,000$
 $703\,000 - 3\,000$ $40\,000 + 210\,000$ $320\,000 - 400\,000$

5. Ergänze die Tabellen!

a)

a	b	a + b
72 000	24 000	
	160 000	200 000
53 000	17 000	
74 200		75 000
66 500	300	

b)

u	v	u - v
430 000	20 000	
	30 000	240 000
800 000		500 000
	42 000	190 000
572 000		580 000

6. a) $500 \cdot 7$ b) $4\,700 \cdot 4$ 7. a) $8\,100 \cdot 5$ b) $51\,000 \cdot 9$
 $340 \cdot 2$ $4\,800 \cdot 0$ $12\,300 \cdot 2$ $60\,000 \cdot 9$
 $1\,200 \cdot 4$ $5\,500 \cdot 6$ $32\,000 \cdot 2$ $120\,000 \cdot 7$

8. Kontrolliere deine Ergebnisse durch Multiplikation!

- a) $36\,000 : 3$ b) $55\,000 : 5$ c) $30\,001 : 2$ d) $720\,000 : 9$
 $63\,000 : 9$ $72\,000 : 8$ $27\,000 : 3$ $21\,700 : 7$
 $42\,000 : 2$ $66\,000 : 0$ $52\,000 : 4$ $666\,667 : 6$

9. a)

a	b	a · b
30 000	7	
25 000	4	
43 000	2	
33 333	3	

b)

x	y	x · y
	5	50 000
	3	33 000
2		44 000
8		32 000

10. a)

u	v	u : v
96 000	8	
120 000	4	
370 000	0	
160 000	5	

b)

s	t	s : t
	6	50 000
700 000		140 000
	4	32 000
31 000		62 000

11. Berechne und vergleiche jedesmal die Ergebnisse!

- a) $3 + 5 \cdot 4$ und $(3 + 5) \cdot 4$ b) $6 - 2 \cdot 3$ und $(6 - 2) \cdot 3$
c) $107\,000 + 3\,000 \cdot 5$ und $(107\,000 + 3\,000) \cdot 5$
d) $35\,000 + 14\,000 : 7$ und $(35\,000 + 14\,000) : 7$

12. Berechne und vergleiche jedesmal die Ergebnisse!

- a) $4 \cdot 9 : 3$ und $4 \cdot (9 : 3)$ b) $160 : 20 : 5$ und $160 \cdot (20 : 5)$
c) $28 : 7 \cdot 4$ und $28 : (7 \cdot 4)$ d) $3\,200 : (8 \cdot 2)$ und $3\,200 : 8 \cdot 2$

13. a)

a	b	c	$a + b \cdot c$	$(a + b) \cdot c$
33 000	17 000	3		
39 000	28 000	2		
25 000	8 000	0		

b)

a	b	c	$a - b \cdot c$	$(a - b) \cdot c$
33 000	17 000	3		
39 000	28 000	2		
25 000	8 000	0		

14.

a	b	c	$a - b : c$	$(a - b) : c$
48 000	12 000	6		
49 000	28 000	7		
15 000	75 000	5		

15. Eine Arbeiterin des Halbleiterwerkes Frankfurt/Oder erhöhte durch bessere Ausnutzung ihrer Arbeitszeit ihre Leistung in 6 Monaten von 45 000 Bauteilen auf 51 000.
Wieviel Bauteile mehr kann sie im gesamten Planjahr herstellen, wenn ihre Leistung gleich bleibt?
16. Der eine Summand ist das Dreifache von 120 000, die Summe ist 780 000. Wie groß ist der andere Summand?
17. Der Minuend ist der fünfte Teil von 545 000, der Subtrahend ist 28 000. Die Differenz ist zu berechnen.

1. Rechne schriftlich! Führe vorher eine Überschlagsrechnung aus!
- a) $312 \cdot 3$ b) $2\,401 \cdot 4$ c) $826 : 2$ d) $372 : 3$
 $424 \cdot 4$ $3\,456 \cdot 2$ $1\,284 : 4$ $736 : 4$
2. Gib als Summe einer fünf- und einer sechsstelligen Zahl an!
- a) 470 000 b) 530 000 c) 732 497 d) 105 430
3. Gib als Produkt einer fünf- und einer einstelligen Zahl an!
- a) 60 000 b) 33 000 c) 84 000 d) 36 000
4. Gib zwei Zahlen an, deren Summe
- a) 60 000, b) 80 500, c) 30 450 ist!
5. a) $1\,435 : 5 + 487$ b) $3\,472 + 874 : 2$ c) $9\,252 : 6 - 1\,218$
 $8\,754 : 3 - 1\,735$ $2\,437 - 3\,425 : 5$ $5\,229 - 6\,937 : 7$

7 Einheiten der Länge

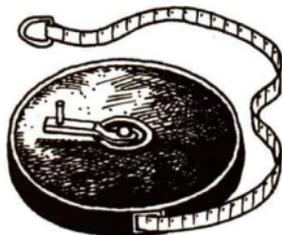
Wir kennen schon die Längeneinheiten. Es sind dies

das Millimeter	mm	
das Zentimeter	cm	$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$
das Dezimeter	dm	$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$
das Meter	m	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$
das Kilometer	km	$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$

Das System der Längeneinheiten ist nach Zehnerpotenzen aufgebaut. Grundeinheit ist **das Meter**.

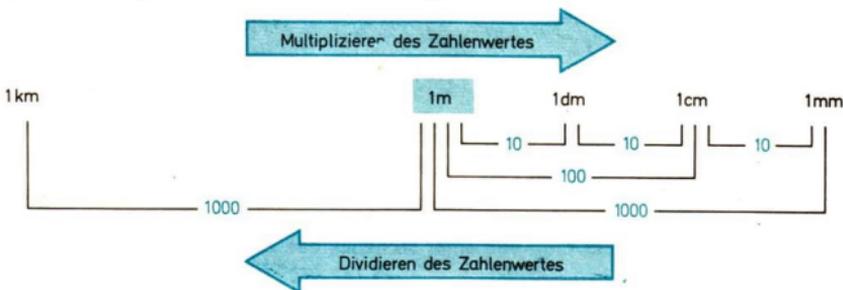
Kleinere Einheiten sind **das Dezimeter, das Zentimeter, das Millimeter**.

Als größere Einheit kennen wir **das Kilometer**.



- 11
 - a) Schätze die Länge des Klassenzimmers, die Breite eines Fensters, einer Tür, der Tafel, die Länge und die Breite deines Zeigefingers!
 - b) Wie lang ist etwa ein PKW, Typ Trabant?
 - c) Miß die Länge und Breite deines Mathematikheftes!
- 12
 - a) Nenne Gegenstände, die ungefähr 10 cm, 50 cm, 1 m lang sind!
 - b) Gib Entfernungen an, die ungefähr 100 m, 1 km, 5 km betragen!

Umrechnungen der Einheiten der Länge



Beachte beim Umrechnen:

▶ 4

Rechnet man in eine **kleinere** Einheit um, so erhält man einen **größeren** Zahlenwert.

Rechnet man in eine **größere** Einheit um, so erhält man einen **kleineren** Zahlenwert.

- 11 a) $5 \text{ dm} = 50 \text{ cm} = 500 \text{ mm}$
 $17 \text{ m} = 170 \text{ dm} = 1\,700 \text{ cm} = 17\,000 \text{ mm}$
 $4 \text{ km} = 4\,000 \text{ m} = 40\,000 \text{ dm} = 400\,000 \text{ cm}$
- b) $200 \text{ mm} = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$
 $8\,000 \text{ mm} = 800 \text{ cm} = 80 \text{ dm} = 8 \text{ m}$
 $6\,000 \text{ m} = 6 \text{ km}$
 $200\,000 \text{ cm} = 20\,000 \text{ dm} = 2\,000 \text{ m} = 2 \text{ km}$
- 13 Ermittle die Umrechnungszahlen und gib die Operationen an!
 Umrechnung von
- a) Metern in Zentimeter b) Metern in Kilometer
 c) Millimetern in Meter d) Dezimetern in Millimeter

Längen müssen häufig miteinander verglichen werden. Sind die Längen dabei in verschiedenen Einheiten angegeben, so ist es oft zweckmäßig, sie erst auf eine gemeinsame Einheit umzurechnen. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten.

- 12 a) Es sollen $8\,000 \text{ m}$ mit $2\,000 \text{ m}$ verglichen werden.
 $8\,000 \text{ m} > 2\,000 \text{ m}$; denn $8\,000 > 2\,000$
- b) Es sollen 300 cm mit 7 m verglichen werden.

Wir rechnen um:

$$300 \text{ cm} = 3 \text{ m} \quad \text{oder} \quad 7 \text{ m} = 700 \text{ cm}$$

Wir vergleichen:

$$3 \text{ m} < 7 \text{ m} \quad \text{oder} \quad 300 \text{ cm} < 700 \text{ cm}$$

(denn $3 < 7$) (denn $300 < 700$)

Wir schreiben als Ergebnis:

$$\underline{\underline{300 \text{ cm} < 7 \text{ m}}}$$

- 14 Vergleiche auf eine zweckmäßige Weise! Begründe dein Vorgehen!
- a) 27 m und $30\,000 \text{ cm}$ b) 35 cm und 286 mm
 c) 97 km und $112\,000 \text{ m}$ d) 84 m und $6\,265 \text{ cm}$

Aufgaben

1. Rechne in Zentimeter um! 2. Rechne in Millimeter um!
- a) 4 m , 6 m , 10 m a) 4 cm , 9 cm , 12 cm
 b) 9 m , 5 m , 14 m b) 28 cm , 6 cm , 39 cm
3. Rechne in Meter um!
- a) 3 km , 8 km , 10 km b) 30 km , 4 km , 17 km
4. a) Rechne in die nächstkleinere Einheit um!
 4 km , 80 cm , 25 m
- b) Rechne in die nächstgrößere Einheit um!
 $5\,000 \text{ m}$, 700 cm , $32\,000 \text{ m}$

5. Rechne in Zentimeter um!

- a) 80 mm b) 100 mm
10 mm 1 200 mm
400 mm 12 000 mm

- c) 15 m d) 1 000 mm
40 m 1 m
820 m 6 dm

6. Gib in Millimetern an!

- a) 1 cm b) 45 cm
8 cm 3 m
19 cm 24 m

7. Gib in Metern an!

- a) 30 dm b) 700 dm
2 000 mm 9 000 mm
1 100 cm 400 cm

8. Ergänze die Tabelle!

m	cm	mm
25		
	500	
		38 000
	3 000	

9. Ergänze die Tabelle!

km	m	cm
	2 700	
6		
		420 000
	9 200	

10. Vergleiche folgende Längen!

- a) 3 km und 4 000 m b) 700 mm und 5 dm
c) 300 m und 4 km d) 70 cm und 400 mm
e) 8 000 mm und 8 m f) 10 m und 900 cm

11. Vergleiche folgende Längen!

- a) 18 km und 20 000 m b) 78 cm und 530 mm
c) 762 m und 1 km d) 988 mm und 7 dm
e) 25 m und 2 582 mm f) 87 m und 8 765 cm

12. Berechne!

- a) $234 \text{ cm} + 26 \text{ cm}$ b) $25 \text{ m} + 600 \text{ cm}$
 $2 700 \text{ cm} + 14 \text{ m}$ $1 340 \text{ m} + 85 \text{ m}$
 $1 650 \text{ km} - 250 \text{ km}$ $12 000 \text{ m} - 6 \text{ km}$

13. a) $300 \text{ cm} \cdot 4$ b) $4 000 \text{ mm} : 8$ c) $16 200 \text{ km} : 4$
 $5 100 \text{ km} \cdot 2$ $4 000 \text{ mm} \cdot 8$ $3 600 \text{ cm} : 12$
 $1 200 \text{ m} : 3$ $10 000 \text{ m} \cdot 17$ $5 300 \text{ m} \cdot 3$

14. Wieviel Bahnen muß ein Schwimmer in einem 400-m-Wettbewerb zurücklegen, wenn das Schwimmbecken eine Länge von 50 m hat?

15. Die Aschenbahn eines Schulsportplatzes hat eine Länge von 400 m. Sie führt um den Innenraum herum.

- a) Wieviel Runden müssen bei einem 800-m-Lauf gelaufen werden?
b) In einem anderen Laufwettbewerb müssen die Läufer den Innenraum 7mal umlaufen und noch weitere 200 m zurücklegen. Wie lang ist die Laufstrecke?



1. Gib den zehnten Teil an!
- a) 5 M b) 4 cm c) 4 dm
 3 kg 80 g 4 400
 7 dt 6 km 10
2. Gib das Fünzigfache an!
- a) 5 M b) 40 cm c) 40 dm
 30 kg 80 g 3 400
 7 dt 60 m 0
3. a) Wieviel Sekunden sind 5 min, 7 min, 10 min, 12 min? b) Wieviel Stunden sind 120 min, 540 min, 360 min, 420 min?
4. 450 t Rüben sind zur Zuckerfabrik zu transportieren. Wieviel LKW-Ladungen zu je 5 t sind notwendig?
5. Erläutere die Reihenfolge beim Rechnen! Bilde anschließend zu jeder Gleichung eine Sachaufgabe! a) $8 + 4 \cdot 6 = x$ b) $(3 + 12) : 5 = x$

8 Kommaschreibweise bei Längenangaben

Manchmal erfolgt eine einzige Längenangabe mit zwei verschiedenen Längeneinheiten. Solche Angaben können wir auf die kleinere der beiden Einheiten umrechnen.

- 13 a) $5 \text{ dm } 6 \text{ cm} = 50 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 56 \text{ cm}$ b) $9 \text{ km } 85 \text{ m} = 9\,000 \text{ m} + 85 \text{ m} = 9\,085 \text{ m}$
- 15 a) Rechne wie im Beispiel 13 in die kleinere Einheit um!
 12 cm 8 mm; 7 dm 30 mm; 5 m 70 cm; 2 km 750 m
- b) Bei zwei Angaben von a) kannst du auch leicht in eine andere Einheit umrechnen. Führe diese Umrechnungen aus!

Längenangaben mit zwei verschiedenen Einheiten können auch anders vereinfacht werden. Man verwendet die Kommaschreibweise, die wir schon kennen.

- 14 a) $7 \text{ m } 83 \text{ cm} = 700 \text{ cm} + 83 \text{ cm} = 783 \text{ cm}$;
 Man schreibt: **7,83 m** Man liest: 7 Meter 83 Zentimeter, kurz: 7 Meter 83
- b) $4 \text{ m } 2 \text{ cm} = 400 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 402 \text{ cm}$;
 Man schreibt: **4,02 m** Man liest: 4 Meter 2
Aber: 4,20 m liest man: 4 Meter 20
- c) $17 \text{ km } 350 \text{ m} = 17\,000 \text{ m} + 350 \text{ m} = 17\,350 \text{ m}$
 Man schreibt: **17,350 km** Man liest: 17 Kilometer 350 Meter
- d) $9 \text{ km } 75 \text{ m} = 9\,000 \text{ m} + 75 \text{ m} = 9\,075 \text{ m}$;
 Man schreibt: **9,075 km** Man liest: 9 Kilometer 75 Meter
- 16 Lies folgende Angaben! Sprich das Komma nicht mit!
- a) 6,13 m; 10,01 m; 6,06 m; b) 8,18 m; 1,01 m; 20,20 m;
 22,234 km; 12,001 km 100,100 km; 0,100 km

Beachte:

5

Vor dem Komma steht der Zahlenwert für die größere, hinter dem Komma der Zahlenwert für die kleinere der beiden Einheiten.

Die folgende Übersicht zeigt einige Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen.

Mit einer Einheit	Kommaschreibweise	Mit zwei Einheiten
513 cm	5,13 m	5 m 13 cm
6 cm	0,06 m	—
8 420 m	8,420 km	8 km 420 m
13 003 m	13,003 km	13 km 3 m
28 mm	2,8 cm	2 cm 8 mm

Die Schreibweise mit zwei Einheiten ist wenig gebräuchlich.

17 Schreib folgende Längenangaben mit Komma!

5 cm 4 mm; 13 cm 2 mm; 2 cm 7 mm; 24 m 875 mm;

8 m 3 cm; 5 m 26 cm; 7 cm

Umgekehrt können wir auch von der Kommaschreibweise zur Angabe mit verschiedenen Einheiten übergehen.

15 a) $6,83 \text{ m} = 6 \text{ m } 83 \text{ cm}$

b) $35,08 \text{ m} = 35 \text{ m } 8 \text{ cm}$

c) $35,789 \text{ km} = 35 \text{ km } 789 \text{ m}$

d) $2,050 \text{ km} = 2 \text{ km } 50 \text{ m}$

Auf Schildern und Wegweisern liest man solche Angaben wie:

0,5 km; 8,5 km; 13,2 km.

Das sind kürzere Schreibweisen für 0,500 km; 8,500 km; 13,200 km.

Aufgaben

1. Gib in Zentimetern an!

- a) 80 m b) 3 m 70 cm
78 m 19 m 20 cm
139 m 4 m 5 cm

2. Gib in Metern an!

- a) 5 km b) 2 km 325 m
12 km 8 km 75 m
37 km 8 km 5 m

3. Schreibe mit Komma, lies als Angabe mit zwei Einheiten!

- a) 4 750 m b) 1 200 cm c) 35 500 cm d) 1 008 m
8 075 m 3 420 cm 222 mm 26 cm

4. Rechne die Längenangaben jeweils in die kleinere Einheit um!

- a) 3 cm 7 mm b) 4 m 35 cm c) 5 km 350 m
1 cm 8 mm 7 m 3 cm 7 km 48 m
9 cm 1 mm 12 m 75 cm 9 km 5 m

5. Rechne in die nächstgrößere Einheit um!

- | | | | |
|-------------|-------------|-----------|------------|
| a) 25 000 m | b) 2 380 cm | c) 350 mm | d) 8 020 m |
| 3 450 m | 375 cm | 100 mm | 406 cm |
| 260 m | 26 cm | 20 mm | 3 mm |
| 100 m | 1 cm | 1 mm | 45 cm |

6. Gib in der nächstkleineren Einheit an!

- | | | | |
|-------------|-------------|------------|------------|
| a) 2,200 km | b) 0,625 km | c) 23,5 cm | d) 20,1 cm |
| 12,630 km | 0,100 km | 200,2 cm | 2,1 cm |

7. Schreib mit Komma!

- | | | |
|--------------|---------------|---------------|
| a) 4 m 25 cm | b) 12 km 31 m | c) 12 m 38 cm |
| 13 m 8 cm | 7 km 400 m | 7 m 6 cm |
| 64 m 70 cm | 20 km 5 m | 8 km 50 m |

8. Lies mit zwei Längeneinheiten!

- | | | | |
|-----------|--------------|------------|-------------|
| a) 2,65 m | b) 15,250 km | c) 28,70 m | d) 83,50 dm |
| 13,20 m | 6,075 km | 6,350 km | 7,880 km |
| 35,09 m | 23,500 km | 19,600 km | 92,50 m |

9. Vergleiche folgende Längen!

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| a) 48 m und 4 890 cm | b) 56 km und 5 637 m |
| c) 3,075 km und 3 080 m | d) 46 m 80 cm und 46,09 m |
| e) 17 km 30 m und 17,300 km | f) 7,50 m und 7 m 5 cm |

10. Drei Mädchen haben je einen Schal gestrickt. Annes Schal ist 0,92 m lang, Carolas Schal ist 0,72 m lang, und Christines Schal hat eine Länge von 84 cm. Vergleiche die Länge der drei Schals und gib an, welches Mädchen den kürzesten und welches den längsten Schal gestrickt hat!

11. Berechne!

- | | |
|--|--|
| a) $7,50 \text{ m} + 2,50 \text{ m}$ | d) $32,5 \text{ cm} - 4,5 \text{ cm}$ |
| b) $23,5 \text{ cm} + 8,6 \text{ cm}$ | e) $4 \text{ m } 20 \text{ cm} - 3 \text{ m } 85 \text{ cm}$ |
| c) $4,326 \text{ km} + 4,200 \text{ km}$ | f) $21 \text{ cm } 5 \text{ mm} - 10 \text{ cm } 7 \text{ mm}$ |

Beispiel: $3,80 \text{ m} + 2,56 \text{ m} = 6,36 \text{ m}$ oder $380 \text{ cm} + 256 \text{ cm} = 636 \text{ cm}$

Rechne:

$3,80 \text{ m}$		380 cm
$+ 2,56 \text{ m}$	oder	$+ 256 \text{ cm}$
<hr style="border-top: 1px solid black;"/>		<hr style="border-top: 1px solid black;"/>
$6,36 \text{ m}$		636 cm
<hr style="border-top: 3px double black;"/>		<hr style="border-top: 3px double black;"/>

12. Berechne!

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $8,4 \text{ m} - 60 \text{ cm}$ | b) $9 \text{ dm} + 4 \text{ cm}$ | c) $24,60 \text{ m} + 90 \text{ cm}$ |
| $3,500 \text{ km} - 700 \text{ m}$ | $0,800 \text{ km} + 500 \text{ m}$ | $9,2 \text{ dm} - 18 \text{ cm}$ |
| $12,4 \text{ cm} - 7 \text{ mm}$ | $4,7 \text{ cm} + 5 \text{ mm}$ | $32,70 \text{ m} - 800 \text{ cm}$ |

1. a) $a = 7 \cdot 6$ b) $9 \cdot 6 = a$ c) $a = 18 : 6$ d) $x = 24 : 6$
 $b = a - 24$ $a - 24 = x$ $b = a + 35$ $y = x + 19$

2. Ergänze die Tabellen!

a)

x	y	x:y
56	7	
110	11	
2 000		20
	100	40
402		1

b)

u	v	7 · u	v:9
17	81		
	909	140	
9			21
102	73		
		0	1

3. a) $972 : 3 + 346 : 2$ b) $4\ 285 : 5 + 2\ 107 : 7$ c) $8\ 324 : 2 - 9\ 608 : 4$
 $948 : 4 - 372 : 3$ $6\ 738 : 3 - 2\ 850 : 5$ $875 : 5 + 618 : 6$

9 Sachaufgaben mit Längenangaben

Für viele Sachaufgaben ist eine **Skizze** ein gutes Hilfsmittel, um die Lösungsschritte zu finden. Folgende Aufgabe soll gelöst werden:

Auf einem Straßenabschnitt von 6 km Länge werden neue Gleise für die Straßenbahn gelegt. Der dritte Teil der Strecke ist bereits fertig. Täglich werden 400 m verlegt. In wieviel Tagen ist der Rest der Strecke verlegt? (Bild 3)

Skizze:



Bild 3

- 18 Überlege, welche Arbeit die Gleisbauarbeiter noch zu leisten haben! Berechne dazu die Länge der Reststrecke!

Da die Tagesleistung in Metern angegeben ist, ist es zweckmäßig, die Länge der Reststrecke auch in Metern anzugeben.

- 19 a) Gib die Länge der Reststrecke in Metern an!
 b) Berechne die Anzahl der für die Reststrecke benötigten Tage! (Beachte dabei, daß 1 Tag für 400 m benötigt wird!)
 c) Überprüfe dein Ergebnis am Aufgabentext und schreib einen Antwortsatz!

Das Lösen vieler Aufgaben wird auch durch **Tabellen** erleichtert.

- 16 Zum Befestigen einer Uferkante wurden 100 Randsteine zu je 80 cm und 70 zu je 1 m Länge aneinandergelagt. Wieviel Meter Uferkante wurden befestigt?

Wir fertigen eine Tabelle an:

Länge eines Randsteins	Anzahl der Randsteine	Gesamtlänge
80 cm	100	$100 \cdot 80$ cm
1 m	70	$70 \cdot 1$ m

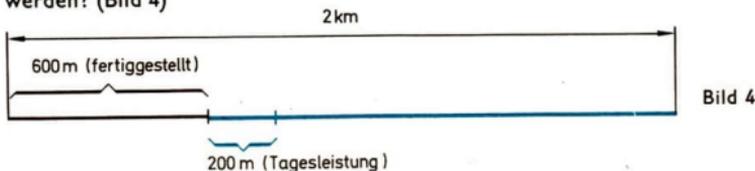
$$100 \cdot 80 \text{ cm} = 8\,000 \text{ cm} = 80 \text{ m} \quad 70 \cdot 1 \text{ m} = 70 \text{ m}$$

$$\text{Länge der Uferkante: } 80 \text{ m} + 70 \text{ m} = \underline{\underline{150 \text{ m}}}$$

Antwortsatz: Es wurden 150 m Uferkante befestigt.

Aufgaben

1. Ein Weg von 2 km Länge wird mit einer Schwarzdecke befestigt. 600 m sind bereits fertig. Wieviel Tage werden noch benötigt, wenn täglich 200 m befestigt werden? (Bild 4)



2. Auf einer Strecke von 6 km Länge werden Rohre verlegt. Die Hälfte der Strecke ist bereits geschafft. Wieviel Tage sind für die andere Hälfte noch notwendig, wenn täglich eine Strecke von 500 m geschafft wird?
3. Entlang einer geradlinig verlaufenden Straße stehen Telegrafentangen in regelmäßigen Abständen. Vom ersten bis zum fünften Mast beträgt die Entfernung 200 m.
Wie lang ist die Strecke vom ersten bis zum zehnten Mast?
4. Eine Brikettfabrik hat drei Schornsteine. Der erste ist 23 m hoch, der zweite um 25 cm höher und der dritte noch 65 cm höher. Was kommt 'raus'?
5. Die Elbe führt Hochwasser. Deshalb können die größeren Schiffe nicht mehr durch eine Brücke fahren. Die Durchfahrthöhe beträgt nur noch 2,70 m, die Schiffe benötigen aber mindestens 4,60 m.
- a) Um wieviel Zentimeter muß das Wasser mindestens sinken, damit die Schiffe wieder fahren können?
- b) Jemand schlägt vor, das Flußbett unter der Brücke 2 m tiefer auszubaggern. Was sagst du dazu?

6. Im Hafen wird der Anstrich eines Schiffes ausgebessert. Ein Matrose steht auf einer Strickleiter, die über Bord hängt. Die Strickleiter hat 12 Sprossen mit jeweils 35 cm langen Zwischenräumen.
- Wie lang ist die Strickleiter von der ersten bis zur letzten Sprosse?
 - Der Matrose steht auf der letzten Sprosse, 30 cm über der Wasseroberfläche. Bei Flut steigt das Wasser um 2 m. Wieviel Sprossen muß er höher klettern, um trockene Füße zu behalten?

1. a) $184 \cdot 5$ b) $325 \cdot 8$ c) $274 \cdot 3$ d) $1\,348 \cdot 6$
 $257 \cdot 7$ $1\,603 \cdot 5$ $1\,025 \cdot 6$ $1\,094 \cdot 1$
 $2\,918 \cdot 33$ $1\,829 \cdot 1$ $4\,046 \cdot 0$ $4\,749 \cdot 4$

2. Bilde die Summe aus dem Produkt der Zahlen 45 und 6 und der Zahl 130!
3. Subtrahiere vom Quotienten der Zahlen 705 und 3 die Zahl 70!

Zusammenfassung

Längenangaben									
<p>1. Es gibt mehrere Möglichkeiten, Längen anzugeben. Wir benötigen hauptsächlich</p> <ul style="list-style-type: none"> - Angaben in einer Einheit, - Angaben in Kommaschreibweise. 	<p>16 340 m ; 276 cm ; 34 mm 16,340 km ; 2,76 m ; 3,4 cm</p>								
<p>2. Längenangaben mit Komma liest man im allgemeinen als Angaben mit zwei Einheiten.</p>	<p>16,300 km lies: 16 Kilometer 300 Meter 6,72 m lies: 6 Meter 72 Zentimeter (hier auch kürzer: 6 Meter 72)</p>								
<p>3. Jede Längenangabe besteht aus Zahlenwert und Einheit.</p>	<p>16 340 m  Zahlenwert Einheit</p>								
<p>4. Von der Grundeinheit Meter sind abgeleitet:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="padding-right: 20px;">Dezimeter („dezi“ bedeutet 10. Teil)</td> <td>10 dm = 1 m</td> </tr> <tr> <td>Zentimeter („zenti“ bedeutet 100. Teil)</td> <td>100 cm = 1 m</td> </tr> <tr> <td>Millimeter („milli“ bedeutet 1 000. Teil)</td> <td>1 000 mm = 1 m</td> </tr> <tr> <td>Kilometer („kilo“ bedeutet 1 000faches)</td> <td>1 km = 1 000 m</td> </tr> </table>		Dezimeter („dezi“ bedeutet 10. Teil)	10 dm = 1 m	Zentimeter („zenti“ bedeutet 100. Teil)	100 cm = 1 m	Millimeter („milli“ bedeutet 1 000. Teil)	1 000 mm = 1 m	Kilometer („kilo“ bedeutet 1 000faches)	1 km = 1 000 m
Dezimeter („dezi“ bedeutet 10. Teil)	10 dm = 1 m								
Zentimeter („zenti“ bedeutet 100. Teil)	100 cm = 1 m								
Millimeter („milli“ bedeutet 1 000. Teil)	1 000 mm = 1 m								
Kilometer („kilo“ bedeutet 1 000faches)	1 km = 1 000 m								

10 Gleichungen und Ungleichungen



Seit dem ersten Schuljahr *kennen wir* Gleichungen und Ungleichungen:

$$425 + 105 = 530 \quad \text{ist eine wahre Aussage.}$$

$$1\,020 \cdot 3 = 3\,090 \quad \text{ist eine falsche Aussage.}$$

$$500 < 670 - 70 \quad \text{ist eine wahre Aussage.}$$

- 20 Nenne selbst derartige einfache Gleichungen und Ungleichungen!
- 21 Stelle fest, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind!
 - a) $316 + 24 = 340$
 - b) $4\,200 - 100 = 4\,300$
 - c) $649 \cdot 2 = 1\,296$
 - d) $8\,400 : 4 > 2\,000$
 - e) $7\text{ m} + 24\text{ cm} = 724\text{ cm}$
 - f) $3\text{ km} + 80\text{ m} = 380\text{ m}$

Auch Gleichungen und Ungleichungen anderer Art *kennen wir schon*.

$$(1) x + 800 = 7\,200$$

$$(2) 5 \cdot a = 29$$

$$(3) 0 \cdot y = 0$$

$$(4) 4\,000 + x < 4\,010$$

$$(5) 300 - x > 300$$

- 22 Stelle fest, welche der Gleichungen bzw. Ungleichungen (1) bis (5) lösbar sind und welche nicht! Gib im Fall der Lösbarkeit die Lösungen an!

Setzen wir die Lösungen einer Gleichung oder Ungleichung in diese für a , b , x , y , ... ein, so erhalten wir wahre Aussagen. Wir sagen: Die Lösungen *erfüllen* die betreffende Gleichung oder Ungleichung.

Man kann in eine Gleichung oder Ungleichung verschiedene Zahlen einsetzen und so probieren, ob die Gleichung oder Ungleichung erfüllt wird. Oft ist das aber sehr umständlich. Deshalb überlegen wir besser wie in folgendem Beispiel.

- 17 Die Gleichung $z - 50 = 560$ ist zu lösen.
Wir suchen also eine Zahl z , von der wir 50 subtrahieren müssen, um 560 zu erhalten.
Wir überlegen:
Die gesuchte Zahl ist größer als 560, und zwar um 50:
$$z = 560 + 50$$
$$z = 610$$

Die Zahl 610 ist eine Lösung der Gleichung $z - 50 = 560$;
denn $610 - 50 = 560$ ist eine wahre Aussage.
- 23 Warum ist keine andere Zahl als 610 Lösung der Gleichung im Beispiel 17?
- 24 a) Ermittle alle Zahlen a , die die Ungleichung $14 + a < 21$ erfüllen!
b) Welchen der folgenden Ungleichungen kann man sofort ansehen, daß sie *keine* Lösung haben? Begründe!
 - (1) $35 - x > 82$;
 - (2) $62 \cdot x > 300$;
 - (3) $50 : x > 100$
 - (4) $3\,600 + x < 3\,000$;
 - (5) $x : 12 < 10$;
 - (6) $7 \cdot x < 5$

Aufgaben

1. Welche Zahlen erfüllen folgende Gleichungen?

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $540 + x = 700$ | b) $670 - x = 500$ |
| $5\,400 + x = 7\,000$ | $6\,700 - x = 5\,000$ |
| $54\,000 + x = 70\,000$ | $67\,000 - x = 50\,000$ |
| $540\,000 + x = 700\,000$ | $670\,000 - x = 500\,000$ |

2. Löse folgende Gleichungen!

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $70\,000 \cdot x = 420\,000$ | b) $x \cdot 53\,000 = 106\,000$ |
| c) $9 \cdot x = 63\,000$ | d) $x \cdot 8 = 560\,000$ |
| e) $72\,000 : x = 9\,000$ | f) $360\,000 : x = 90\,000$ |
| g) $x : 2 = 120\,000$ | h) $x : 3 = 208\,000$ |

3. Welche Vielfachen von 10 000 erfüllen die Ungleichungen?

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $40\,000 + x < 90\,000$ | b) $20\,000 > x - 30\,000$ |
| c) $x \cdot 3 < 80\,000$ | d) $x : 2 < 20\,000$ |

4.* Gib an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind! Begründe dein Urteil!

- | | |
|---|---|
| a) Es gibt eine natürliche Zahl a , für die gilt
$30\,000 \cdot a < 90\,000$. | b) Es gibt eine natürliche Zahl b , für die gilt
$50\,000 \cdot b < 10\,000$. |
| c) Für alle natürlichen Zahlen c gilt
$350\,000 + c > 300\,000$. | d) Für alle natürlichen Zahlen d gilt
$70\,000 + d > 70\,000$. |

- | | |
|---|--|
| 5.* a) Welche Vielfachen von 10 000 erfüllen die Ungleichung
$20\,000 + x < 50\,000$
und die Ungleichung
$70\,000 - x < 60\,000$? | b) Welche Vielfachen von 100 000 erfüllen die Ungleichung
$300\,000 + a < 900\,000$
und die Ungleichung
$800\,000 - a < 600\,000$? |
|---|--|

6. a) Gilt für die Zahl x die Ungleichung $2\,100 < 1\,300 + x$?

x	700	3 000	1 200	5 500	400	800	3 700	900
	nein							

b) Erfüllt s die Ungleichung $5\,400 > 8\,900 - s$?

s	3 200	6 200	900	3 500	4 700	3 100	5 400	8 900
	nein							

c) Gilt für die Zahl c die Ungleichung $c : 2 < 5\,000$?

c	3 000	16 000	10 000	0	22 000	4 200	6 842
	ja						

7. Gib an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind! Begründe dein Urteil!
- Es gibt eine natürliche Zahl a , für die gilt $a + 30\,000 = 70\,000$.
 - Es gibt eine natürliche Zahl c , für die gilt $700\,000 - c = 230\,000$.
 - Es gibt nur eine natürliche Zahl d , für die gilt $d + 81\,998 < 82\,000$.
 - Es gibt eine natürliche Zahl e , für die gilt $70\,000 \cdot e = 210\,003$.
 - Es gibt eine natürliche Zahl f , für die gilt $812\,346 \cdot f = 0$.
 - Es gibt eine natürliche Zahl g , für die gilt $40\,000 : g = 80\,000$.

1. Ergänze die folgende Tabelle!

a	b	c	$a \cdot b + c$	$a \cdot c - b$	$a \cdot (b + c)$
3	0	10			
5	7	9			
1	9	1			
8	1	15			
11	9	0			
9	15	6			

2. Überprüfe die Ergebnisse!

a) $80\,400 - 3\,000 = 80\,100$
 $39\,200 + 800 = 47\,200$
 $109\,000 + 1\,000 = 110\,000$

b) $5\,000 - 10\,000 = 5\,000$
 $3\,000 + 90\,700 = 91\,000$
 $740\,000 - 70\,000 = 670\,000$

3. Herr Lehmann und Herr Berger bezahlen für die Instandsetzung ihrer Kraftwagen gleich viel. Bei Herrn Lehmanns Wagen kosteten die benötigten Ersatzteile 350 M, bei Herrn Berger 280 M. Bei welchem Wagen waren die Kosten für die Reparaturarbeiten höher?

Die Folge der natürlichen Zahlen

11 Die natürlichen Zahlen über 1 000 000

Wir haben bisher die Stellentafel bis zur Zehnerpotenz 10^6 aufgebaut. Damit können wir alle natürlichen Zahlen bis zu einer Million ($1\,000\,000 = 10^6$) darstellen. Mit diesen Zahlen können wir aber nicht alle Größenangaben, wie sie in der Wissenschaft oder der Technik vorkommen, aufschreiben. So ist zum Beispiel die Entfernung zwischen der Erde und der Sonne viel größer als $1\,000\,000$ km.

Deshalb bilden wir durch schrittweise Multiplikation mit 10 wie in Lerneinheit 2 (S. 8) weitere Zehnerpotenzen:

$$10^6 \cdot 10 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^7 = 10\,000\,000$$

(zehn Millionen)

$$10^7 \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 10^8 = 100\,000\,000$$

(einhundert Millionen)

$$10^8 \cdot 10 = 10 \cdot 10 = 10^9 = 1\,000\,000\,000$$

(eine Milliarde)

So können wir immer weiter fortfahren. Wir erhalten

$$10^9 \cdot 10 = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$$

(zehn Milliarden)

$$10^{10} \cdot 10 = 10^{11} = 100\,000\,000\,000$$

(einhundert Milliarden)

$$10^{11} \cdot 10 = 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$$

(eine Billion)

So ist die Stellentafel beliebig weit nach links fortzusetzen.

- 25 Vergleiche die hochgestellte Ziffer in den Zehnerpotenzen und die Anzahl der Nullen in der ausgeschriebenen Ziffer! Was stellst du fest?

Ein Teil der Stellentafel sieht dann folgendermaßen aus:

... Bil- lionen		Milliarden			Millionen			Tausend					
...	10^{12}	10^{11}	10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
			1	9	7	3	4	0	8	5	3	0	6

In dieser Stellentafel sind bereits Grundziffern eingetragen.

- 26 Schreib die Zahl in der Stellentafel als Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen!

Um leichter lesen zu können, faßt man bei größeren Zahlen die Grundziffern von rechts nach links zu Dreierblöcken zusammen. Zwischen diesen Blöcken läßt man einen größeren Abstand.

18

19 734 085 306												
Milliarden			Millionen			Tausend						

wird gelesen:

neunzehn Milliarden

siebenhundertvierunddreißig Millionen

fünfundachtzigtausenddreihundertsechs

- 27 a) Schreib und lies die Zahl, die sich ergibt, wenn man im Beispiel 18 die Nullen wegläßt!
 b) Nur Jahreszahlen werden anders gesprochen. Was ist daran anders?

- 28 Schreib folgende Zahlen in eine Stellentafel!
- a) 4 391 300 018 b) fünfhundertachtundvierzig Millionen
- c) $3 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^8 + 9 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$

Wie wir wissen, ist in der Zifferndarstellung einer Zahl jeder Stelle ein bestimmter Stellenwert zugeordnet.

Bei 19 734 085 306 gehört zur „8“ der Stellenwert $10^4 = 10\,000$; die „8“ zeigt also $8 \cdot 10\,000$ an. Zur ersten „3“ von rechts gehört der Stellenwert $10^2 = 100$; diese „3“ zeigt also $3 \cdot 100$ an. Zur zweiten „3“ von rechts gehört aber der Stellenwert $10^7 = 10\,000\,000$; diese „3“ zeigt deshalb $3 \cdot 10\,000\,000$ an.

Deshalb heißt unsere Zahlenschreibweise **Stellenwertsystem** oder **Positionssystem**. Weil sie außerdem auf den Potenzen von 10 aufgebaut ist und „zehn“ griechisch „deka“ heißt, spricht man von einem **dekadischen** System. Manchmal sagt man auch „Dezimalsystem“ nach dem lateinischen Wort für „zehn“.

- 6 Wir schreiben unsere Zahlen im **dekadischen Positionssystem**.

Aufgaben

- Lies folgende Ziffern! 26 300 000, 102 465 000, 2 000 000 000, 4 000 201
- Schreib als Ziffer und lies!
 - $3 \cdot 10^9 + 0 \cdot 10^8 + 7 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
 - $6 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
 - $7 \cdot 10^9 + 3 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^2 + 6 \cdot 1$
 - $4 \cdot 10^9 + 3 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 5 \cdot 1$
 - $3 \cdot 10^8 + 6 \cdot 10^2$
- Ergänze die Tabelle!

$a - 1$	78 921 344			
a		565 329 818		1 000 000 000
$a + 1$			7 600 000 001	

- Trag in eine Stellentafel ein!
 - zweiundvierzig Millionen siebenhundertachtunddreißigtausendzweihundertvier
 - sechs Milliarden fünf Millionen sechshunderttausendsieben
 - sieben Billionen achthundertneun Milliarden vierhundsiebzehn Millionen fünfhundertsiebenundzwanzigtausendzweihundertdreißig

5. Ergänze die Tabelle!

a	a:10	a:100	a:1 000
20 600 000			
75 000			
32 000 000			
9 000			
9 470 000			

6. Addiere zu 100 000 000!

- a) 50 000 000 b) 12 000 000
 20 000 000 74 000 000

7. Addiere zu 5 000 000!

- a) 804 000 b) 164 500
 309 000 352 300

8. Addiere zu 30 000 000!

- a) 3 670 b) 13 600
 824 901
 89 12

9. Addiere zu 7 000 000!

- a) 3 000 000 b) 5 000 000
 12 000 000 18 000 000
 26 000 000 31 700 000

10. Subtrahiere von 100 000 000!

- a) 20 000 000 b) 50 000 000
 30 000 000 25 000 000
 85 000 000 63 000 000

11. Subtrahiere von 80 000 000!

- a) 20 000 000 b) 37 000 000
 8 000 000 12 000 000
 43 000 000 54 000 000

12. Welche Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?

- a) $5\,789\,345 < a < 5\,789\,351$ c) $85\,030\,402 > c > 85\,030\,397$
 b) $785\,600\,378 < b < 785\,600\,382$ d) $9\,002\,002 > d > 9\,001\,997$

13. Welche Vielfachen von 100 000 erfüllen die folgenden Ungleichungen?

- a) $231\,560 < e < 945\,700$ b) $897\,345 > g > 356\,432$

1. a) Wieviel Gramm sind 4 kg, 6 kg, 43 kg, 270 kg?
 b) Wieviel Kilogramm sind 6 t, 28 t, 3 dt, 12 dt, 5 000 g, 7 000 g?
 c) Wieviel Dezitonnen sind 2 t, 8 t, 700 kg, 1 600 kg, 5 300 kg, 2 000 kg?
 d) Wieviel Tonnen sind 9 000 kg, 15 000 kg, 40 dt, 130 dt, 240 dt?

2. Ergänze die Tabellen!

a)

c	d	Ist c durch d teilbar?
28	4	
42	5	
162	3	

b)

u	v	u:v
495	3	
1 576	2	
	5	27

3. Ordne folgende Längenangaben der Größe nach!

4 km, 5 042 m, 104 dm, 4 004 m, 7 000 mm

4. Gib in Millimetern an!

- a) 4 m 225 mm b) 6 m 874 mm c) 3 m 709 mm d) 9 m 70 mm
 6 m 44 mm 7 m 80 mm 2 m 8 mm 1 m 5 mm

5. Verwandle in Meter!

- a) 8 km 423 m b) 13 km 809 m c) 14 km 44 m d) 2 km 430 m
 3 km 57 m 9 km 61 m 17 km 9 m 7 km 8 m

12 Römische Ziffern

Vor etwa 2 000 Jahren gab es rings um das Mittelmeer einen mächtigen Staat, dessen Hauptstadt Rom war. Dieser Staat wurde das „Römische Reich“ genannt. Die Römer verwendeten zur Darstellung von natürlichen Zahlen sieben Ziffern, die auch heute noch an manchen Gebäuden zu sehen sind.



M	D	C	L	X	V	I
1 000	500	100	50	10	5	1

Im Gegensatz zum Positionssystem zeigt jedes Zeichen immer dieselbe Zahl an, ganz gleich, wo es steht. Beim Hintereinanderschreiben, von links nach rechts fortschreitend zu kleineren Zahlen, werden diese Zahlen addiert. Deshalb nennt man eine solche Zahlenschreibweise ein **Additionssystem**.

I		1	VI	$5 + 1$	6	XI	$10 + 1$	11
II	$1 + 1$	2	VII	$5 + 1 + 1$	7	XII	$10 + 1 + 1$	12
III	$1 + 1 + 1$	3	VIII	$5 + 1 + 1 + 1$	8	XIII	$10 + 1 + 1 + 1$	13
IV	$5 - 1$	4	IX	$10 - 1$	9	XIV	$10 + (5 - 1)$	14
V		5	X		10	XV	$10 + 5$	15

- 29 Manchmal muß auch subtrahiert werden. Vergleiche die Zeichen für die Zahlen 4 und 6 und für die Zahlen 9 und 11! Was stellst du fest?

Will man die Zahl 95 mit römischen Ziffern darstellen, schreibt man zunächst XC ($90 = 100 - 10$) und dann XCV ($90 + 5 = 95$).

- 19 Darstellung größerer Zahlen mit römischen Ziffern:

$$\text{MDLVI} = 1\,000 + 500 + 50 + 5 + 1 = 1\,556$$

$$\text{DCCCXXIII} = 500 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 823$$

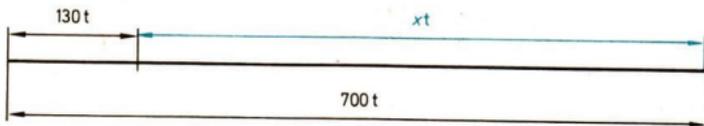
$$\text{CMLXXIV} = 1\,000 - 100 + 50 + 10 + 10 + 5 - 1 = 974$$

Diese Beispiele lassen erkennen, daß ein solches Additionssystem nicht so vorteilhaft ist wie ein Positionssystem. Wenn man rechnen will, zeigt sich dies noch deutlicher.

Aufgaben

- Lies die folgenden Bezeichnungen!
 X. Parteitag der SED
 VIII. Pädagogischer Kongreß der DDR
 XXXII. Jahrestag der DDR
 Spiele der XXII. Olympiade in Moskau
 XXVI. Parteitag der Kommunistischen Partei der Sowjetunion
- An einigen Gebäuden in Berlin finden wir Jahreszahlen:
 Museum für Deutsche Geschichte MDCCVI
 Deutsche Staatsoper MDCCXLIII
 Deutsche Staatsbibliothek MCMXIII
 Schreib die Jahreszahlen im dekadischen Positionssystem!
- Am Gebäude der Nationalgalerie in Berlin lesen wir MDCCCLXXI. Vor wieviel Jahren ist es erbaut worden?

- a) $2\,400 + 5 \cdot 60$ b) $7\,400 + 4\,000 : 8$ c) $(270 + 30) \cdot 9$
 $3\,800 - 7 \cdot 50$ $6\,900 - 3\,600 : 9$ $6 \cdot (740 + 60)$
 $8 \cdot 300 + 6\,100$ $5\,400 : 6 - 1\,000$ $8 \cdot (1\,100 - 200)$
- Bilde zu folgender Skizze eine Sachaufgabe!



- Bilde zu folgender Gleichung eine Sachaufgabe! $40 + 3 \cdot 12 = x$

13 Einheiten der Masse

Wir kennen bereits folgende Masseinheiten:

das Gramm	g	
das Kilogramm	kg	$1\text{ kg} = 1\,000\text{ g}$
die Dezitonne	dt	$1\text{ dt} = 100\text{ kg} = 100\,000\text{ g}$
die Tonne	t	$1\text{ t} = 10\text{ dt} = 1\,000\text{ kg} = 1\,000\,000\text{ g}$

- 30 a) Wäge einen Apfel, einen Eßlöffel, eine mit Wasser gefüllte Tasse, ein Stück Seife, dich selbst!

- b) Schätze die Masse eines mit Wasser gefüllten Eimers, deines Mathematikbuchs, eines Fahrrades, eines Fünfmärkstückes!
- c) Gib Gegenstände an, deren Masse ungefähr 100 g, 2 kg, 10 kg beträgt!

A

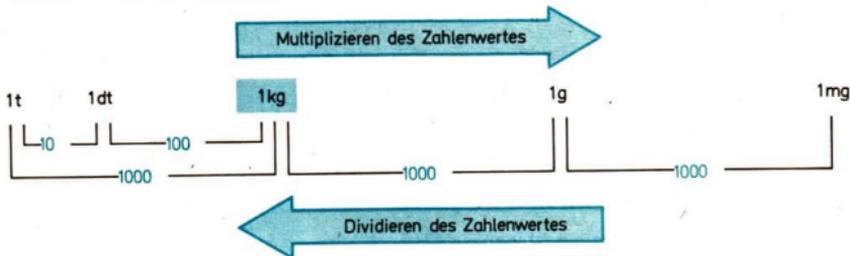
Wie bei den Längeneinheiten ist auch das System der Masseinheiten nach Zehnerpotenzen aufgebaut. Grundeinheit ist das Kilogramm, das 1 000fache von einem Gramm.

Größere Einheiten sind die Dezitonne und die Tonne. Hinzu kommt noch als wesentlich kleinere Einheit der tausendste Teil des Gramms, das **Milligramm** (mg). Diese Einheit benötigt zum Beispiel der Apotheker für genaue Wägungen beim Herstellen von Medikamenten.



$$1 \text{ g} = 1\,000 \text{ mg}$$

Umrechnen der Einheiten der Masse



- 20 a) $5 \text{ kg} = 5\,000 \text{ g} = 5\,000\,000 \text{ mg}$
 $17 \text{ t} = 170 \text{ dt} = 17\,000 \text{ kg}$
- b) $80\,000\,000 \text{ mg} = 80\,000 \text{ g} = 80 \text{ kg}$
 $9\,000 \text{ kg} = 90 \text{ dt} = 9 \text{ t}$
- 31 a) Vergleiche die Umrechnungszahlen bei Tonne — Dezitonne und Meter — Dezimeter! Erkläre!
- b) Kai sagt: „Ich habe eine ganze Millitonne Äpfel gegessen.“ Was meint er?
- c) Was bedeutet wohl in einem Plan die Angabe, daß etwa 60 kt (Kilotonnen) Obst erzeugt werden sollen?



Auch Massen müssen häufig miteinander verglichen werden. Dazu ist es zweckmäßig, die Masseangaben auf eine gemeinsame Einheit umzurechnen.

- 21 Es sollen 20 t mit 5 000 kg verglichen werden.

Umrechnen:

$$20 \text{ t} = 20\,000 \text{ kg} \text{ oder } 5\,000 \text{ kg} = 5 \text{ t}$$

Vergleichen:

$$20\,000 \text{ kg} > 5\,000 \text{ kg} \text{ oder } 20 \text{ t} > 5 \text{ t}$$

Ergebnis:

$$\underline{\underline{20 \text{ t} > 5\,000 \text{ kg}}}$$

- 32 Vergleiche!

a) 27 dt und 5 200 kg

b) 13 g und 8 250 mg

Kann man auch hier jedesmal wie in Beispiel 21 auf zwei verschiedene Arten vorgehen? Begründe deine Antwort!

Massenangaben mit zwei verschiedenen Einheiten können vereinfacht werden. Solche Angaben können wir auf die kleinere Einheit umrechnen. Wir können auch die Kommaschreibweise mit der größeren Einheit verwenden.

- 33 a) Lies mit zwei verschiedenen Einheiten! 8,250 kg; 45,070 t; 1,200 g
b) Gib 2,500 t in Tonnen und Dezitonnen und auch in Tonnen und Kilogramm an!

Es gibt drei Möglichkeiten, die Masse von Körpern anzugeben:

In einer Einheit	In Kommaschreibweise	In zwei Einheiten
3 040 g	3,040 kg	3 kg 40 g
17 120 kg	17,120 t	17 t 120 kg

Die Angabe in zwei Einheiten ist wenig gebräuchlich.

Aufgaben

1. Rechne in Milligramm um!

a) 3 g, 6 g, 8 g 2. Rechne in Gramm um!

b) 10 g, 50 g, 100 g a) 7 000 mg, 10 000 mg

b) 53 000 mg, 65 000 mg
3. Rechne in Milligramm um!

a) 2 g 300 mg b) 5 g 750 mg c) 3 g 200 mg d) 12 g 350 mg
4. Vitamine sind lebenswichtig. Entnimm der folgenden Aufstellung, wieviel Milligramm Vitamin C in je 100 g der folgenden Gemüse- oder Obstsorten enthalten sind! Berechne, wieviel Milligramm Vitamin C je 300 g dieser Nahrungsmittel enthalten!

Kartoffeln 11 mg	Weißkohl 40 mg
Spinat 55 mg	Äpfel 8 mg
Blumenkohl 60 mg	Zitronen 50 mg
Tomaten 25 mg	Schwarze Johannisbeere 140 mg

5. Rechne in die nächstkleinere Einheit um! 4 kg, 12 t, 35 g, 8 dt
6. Rechne in die nächstgrößere Einheit um!
8 000 mg, 700 kg, 400 dt, 40 000 g
7. Wieviel Gramm sind
a) 40 kg 580 g b) 2,070 kg c) 10 kg 60 g d) 3,005 kg?
8. Schreib mit Komma!
a) 3 t 4 dt b) 26 kg 650 g c) 25 t 30 kg d) 800 t 9 dt
9. Rechne in Kilogramm um! 5,275 t; 3,200 t; 9,810 t; 9,019 t

10. Ergänze die Tabelle!

t	dt	kg
	30	
15		

11. Ergänze die Tabelle!

kg	g	mg
	5 000	
2		

12. Lies als Kilogramm! 8,462 t; 3,590 t; 4,806 t; 3,063 t
13. Schreib in zwei Einheiten! 4,252 t; 18,002 t; 8,500 kg; 83,725 g
14. Gib in Kommaschreibweise an! Verwende die nächstgrößere Einheit!
7 235 g, 6 000 g, 345 dt, 12 dt, 3 500 mg
15. Gib in zwei Einheiten an! 4 200 g, 345 dt, 1 050 mg, 4 500 mg, 1 002 g
16. Vergleiche!
a) 3 kg und 6 000 g
500 kg und 7 dt
5 000 mg und 9 g
13 dt und 1 300 kg
b) 3,520 t und 3 250 kg
4,200 kg und 4 200 g
2 800 mg und 3,500 g
25 t und 200 dt
17. a) 112 kg + 24 kg
1 560 kg + 2 300 kg
850 kg - 350 kg
b) 250 g + 150 g
1 800 g + 1 200 g
2 000 g - 1 500 g

18. Stelle jeweils selbst eine Frage und rechne!

- a) In einem Steinsalzbergwerk wurden 85 000 kg Salz mehr gefördert, als der Plan vorsah.
Der Plan sah 1 000 t vor.
- b) Ein Kleingärtner brachte 27 kg Erdbeeren zur Aufkaufstelle, ein anderer 9 500 g weniger.



19. Ist das wahr? Begründe dein Urteil!
- Fünf Körbe mit je drei Kilogramm Pflaumen sind schwerer als drei Körbe mit je fünf Kilogramm Birnen.
 - Eine Kiste mit 1 dt Eisenspänen ist schwerer als eine ebensolche Kiste mit 100 kg Holzspänen.

1. Ergänze die Tabellen!

a)

a	b	a · b
	30	210
6	40	
7		280
	60	420
9		2 700
	600	5 400

b)

c	d	c : d
800	4	
280		70
5 400		600
1 200	4	
	24	1
	7	300

2. a) $428 \cdot 3 + 563$
 $2\,316 \cdot 2 - 801$
 $1\,435 : 5 + 487$
 $2\,436 : 6 - 606$
- b) $5\,229 - 1\,111 \cdot 2$
 $8\,232 + 476 \cdot 0$
 $3\,472 + 874 : 2$
 $2\,437 - 3\,425 : 5$
3. Berechne zu jeder Zahlenfolge fünf weitere Zahlen!
- a) Beginne die Zahlenfolge mit 112! Multipliziere stets mit 20!
- b) Beginne die Zahlenfolge mit 106! Multipliziere stets mit 10!
4. Ein Radfahrer legt in einer Stunde 18 km zurück.
 Wieviel Kilometer kann er in 6 (8, 4, 3) Stunden zurücklegen?

14 Reihenfolge der natürlichen Zahlen

Personen oder Gegenstände kann man auf verschiedene Weise ordnen.

- 34 a) Frage die Mitschüler deiner Sitzreihe nach ihrem Geburtstag und nach ihrer Körpergröße! Ordne sie alphabetisch nach ihrem Familiennamen, nach ihrem Geburtsdatum, nach ihrer Körpergröße!
- b) Ermittle in jeder Ordnung von a) den ersten Schüler und seinen Nachfolger!

Wenn wir die natürlichen Zahlen durch die Kleiner-Beziehung ($<$) ordnen, erhalten wir ihre natürliche Reihenfolge:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...



7

Die Zahl, die auf a unmittelbar folgt, heißt **Nachfolger** von a .
Die Zahl, die a unmittelbar vorangeht, heißt **Vorgänger** von a .



35

Gib den Nachfolger von 1 099 und den Vorgänger von 30 000 an!



8

Bei der natürlichen Reihenfolge ist der Nachfolger der Zahl n stets die Zahl $n + 1$.



36

- Beschreibe, wie man entsprechend den Vorgänger von n erhält!
- Gib eine Zahl an, die keinen Vorgänger hat! Welche Bedingung muß also bei **a)** für n gestellt werden?
- Gibt es noch weitere natürliche Zahlen, die keinen Vorgänger haben? Gibt es natürliche Zahlen, die keinen Nachfolger haben?



37

Gibt es natürliche Zahlen, die mehrere Nachfolger haben?
Gibt es natürliche Zahlen, die mehrere Vorgänger haben?

Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger, und keine natürliche Zahl hat mehrere Nachfolger. Wir sagen:

Jede natürliche Zahl hat **genau einen** Nachfolger. 0 hat keinen Vorgänger. Jede andere natürliche Zahl hat genau einen Vorgänger.

Aufgaben

- Gib zu den folgenden Zahlen jeweils den Nachfolger und den Vorgänger an!
16 899, 600 000, 999 999, 10 000 000
- Gib folgende Zahlen an!
 - Nachfolger des Nachfolgers von 129
 - Vorgänger des Vorgängers von 15 000
 - Nachfolger des Vorgängers von 76 831
- * Gib jedesmal den Nachfolger und den Vorgänger an!
Welche Bedingung muß dabei jeweils die Zahl z erfüllen?
a) $z + 1$ **b)** $z + 2$ **c)** $z - 1$ **d)** $z - 2$
- * Wieviel Zahlen liegen zwischen
 - dem Nachfolger von 3 und dem Vorgänger von 28?
 - dem Vorgänger von 3 und dem Nachfolger von 28?
 - dem Vorgänger und dem Nachfolger von 3?

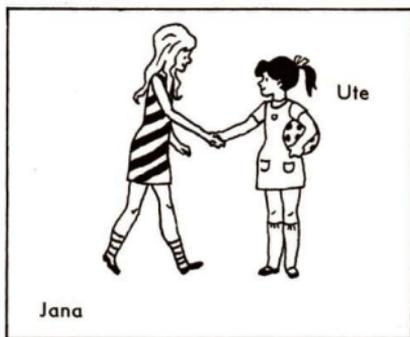
5. a) Addiere zum Nachfolger von x den Vorgänger von y !
 b) Addiere zum Vorgänger von x den Nachfolger von y !

x	38	80	11	63	7	0	0
y	15	20	9	0	15	90	0

6. a) Michael sagt: „Ich denke mir eine Zahl. Sie ist der Vorgänger der kleinsten Zahl, die mit sechs gleichen Grundziffern geschrieben wird.“ Welche Zahl ist das?
 b) Petra sagt: „Ich denke mir eine Zahl. Sie ist der Nachfolger der größten Zahl, die mit fünf gleichen Grundziffern geschrieben wird.“ Ist diese Zahl durch 1 000 teilbar? Begründe!

1. Schreib mit Klammern! Rechne mündlich!
 a) Multipliziere 9 mit der Summe aus 35 und 10!
 b) Subtrahiere 65 vom Produkt aus 15 und 5!
 c) Addiere 21 zum Quotienten aus 63 und 7!
2. Rechne in die nächstkleinere Einheit um!
 a) 5 h b) 10 km c) 6 h d) 8 Jahre e) 4 t f) 10 t
 3 dm 45 m 3 d 7 Wochen 8 dt 10 kg
 7 cm 20 cm 7 min 16 d 4 g 25 dt
 8 m 17 dm 4 h 3 h 8 t 62 g
3. Ein chemischer Betrieb stellte 2 350 kg Farbstoffe mehr her, als der Plan vorsah. Es waren 100 t geplant. Stelle selbst eine Frage und rechne!

15 Größenvergleich mehrerer Zahlen



- 38 Wer ist größer – Reni oder Jana? Begründe!

So wie beim Größenvergleich der Kinder im Auftrag 38 gilt auch für alle natürlichen Zahlen a , b , c :

A

► 9 Wenn $a < b$ und $b < c$, so $a < c$.

- 39 In einem Gespräch erfährst du, daß Dietmar kleiner als Erich und Jörg kleiner als Heinz ist. Erich und Heinz sind gleich groß. Ist die Behauptung, daß Dietmar und Jörg auch gleich groß sein müssen, richtig?
Fertige eine Skizze an, in der du die Körpergrößen durch Strecken veranschaulichst!

Aufgaben

- Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach!
a) 225 493, 99 899, 6 357, 1 700 638, 35 992 001, 225 393
b) 1 234 567, 2 134 567, 3 214 567, 1 234 576, 1 234 675
c) 7 030, 7 300, 7 303, 7 333, 7 003, 7 330, 7 033
- Für die Zahlen x , y , z gelten die folgenden Ungleichungen. Versuche, die drei Zahlen nach wachsender Größe zu ordnen!
a) $x < y$; $y < z$ b) $y < x$; $y > z$ c) $x < y$; $x < z$
- Bei einigen der folgenden Zahlen sind Grundziffern unleserlich geworden und durch * ersetzt. Versuche, diese Zahlen dennoch der Größe nach zu ordnen!
a) 2**37**; 3**7**; 1*91***; 9*****
b) 2*76*; 2*75*; *2*76*; 2*7**
c) 1*3; 3**1; **94*
- Der BFC Dynamo gewann ein Punktspiel gegen den FC Rot-Weiß Erfurt mit 3:0. Der FC Rot-Weiß Erfurt schlug den FC Carl Zeiss Jena mit 1:0. Wer gewann im Spiel BFC Dynamo gegen FC Carl Zeiss Jena?
- Norbert hat drei Geschwister. Er ist jünger als Günter, aber älter als Marina. Günter ist jünger als Barbara. Stelle eine Liste der Kinder nach ihrem Alter auf!

-
- a) Subtrahiere von 1 000!
367, 184, 2 453, 845 b) Subtrahiere von 10 000!
7 384, 6 547, 8 005, 482
 - Ordne nach zunehmender Länge!
10 200 m; 14 km; 800 000 dm; 4,358 km; 90 000 dm
 - Ordne nach kleiner werdender Masse! 2 000 g, 4 dt, 28 kg, 50 500 g, 320 kg

4. a) $150 \text{ min} : 3$
 $280 \text{ min} : 70$
 $3\,600 \text{ g} : 90$
- b) $180 \text{ min} : 6$
 $40 \text{ s} : 2$
 $4\,500 \text{ km} : 5$
- c) $420 \text{ min} : 70$
 $5\,400 \text{ kg} : 90$
 $6\,400 \text{ m} : 8$
5. a) $(3\,425 + 346) \cdot 2$
 $(1\,536 - 852) \cdot 4$
 $(2\,413 - 876) \cdot 5$
 $(2\,500 + 500) : 2$
- b) $428 \cdot 7 - 342 \cdot 4$
 $876 \cdot 9 + 730 \cdot 8$
 $368 \cdot 1 - 342 \cdot 5$
 $867 \cdot 6 + 594 \cdot 0$

16 Einheiten der Zeit

Wir kennen schon die Zeiteinheiten. Es sind dies:

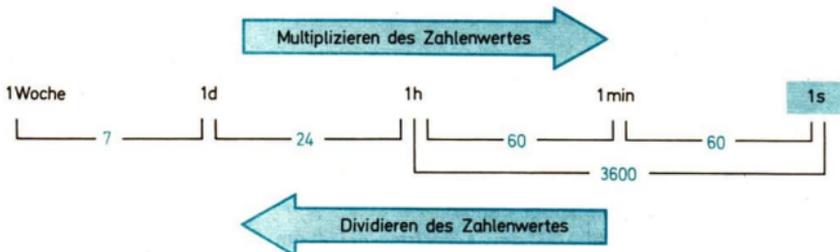
die Sekunde	s	
die Minute	min	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
die Stunde	h	$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$
der Tag	d	$1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
die Woche		$1 \text{ Woche} = 7 \text{ d}$
der Monat		$1 \text{ Monat} = 30 \text{ (oder } 31, 28, 29) \text{ d}$
das Jahr		$1 \text{ Jahr} = 12 \text{ Monate} = 365 \text{ (oder } 366) \text{ d}$

Das System unserer Zeiteinheiten ist **nicht** nach Zehnerpotenzen aufgebaut. Grundeinheit ist **die Sekunde**.



- 40 a) Nenne Zeiteinheiten, die größer als ein Tag sind!
 b) Gib die Monate eines Jahres mit der Zahl ihrer Tage an!
 c) Wieviel Wochen hat ein Jahr?

Umrechnen der Einheiten der Zeit



- 41 a) Wieviel Minuten hat ein Tag?
 b) Für den vierten Teil einer Stunde sagt man kurz „Viertelstunde“. Wieviel Minuten sind das?
 c) Torsten sagt: „In der Schule dauert jede Stunde nur eine Dreiviertelstunde.“ Wie ist das zu verstehen?

- 22 Es ist 7.35 Uhr. Wie spät ist es in 80 min?
 Wir können wie folgt rechnen: $80 \text{ min} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$
 Wir zählen erst um eine volle Stunde weiter: 7.35 Uhr — 8.35 Uhr
 Nun zählen wir noch um 20 min weiter: 8.35 Uhr — 8.55 Uhr

- 42 Erläutere, wie man die Aufgabe aus Beispiel 22 anders lösen kann, indem man zuerst bis zur vollen Stunde ergänzt!

Nicht nur die Monate sind unterschiedlich lang. Auch die Jahre haben nicht immer die gleiche Anzahl von Tagen. Ein normales Jahr hat 365 Tage. Im **Schaltjahr** hat der Monat Februar 29 Tage und damit auch das Jahr einen Tag mehr.

Zur Vereinfachung von Rechnungen wird häufig festgesetzt:

$$1 \text{ Monat} = 30 \text{ d}$$

$$1 \text{ Jahr} = 360 \text{ d}$$

Bei Bewegungen spielen Zeit- und Längenangaben eine Rolle.

- 23 Zwei Radfahrer fahren gleichzeitig vom Bahnhof auf einer geradlinig verlaufenden Straße in entgegengesetzte Richtungen. Der eine legt 20 km je Stunde zurück, der andere 16 km je Stunde. Wie weit sind sie nach einer Viertelstunde voneinander entfernt?

Auch hier hilft beim Lösen eine Skizze, in die wir möglichst alle Angaben eintragen (Bild 5). Dabei ist zu beachten, wieviel Minuten eine Stunde und wieviel Minuten demnach eine Viertelstunde hat.

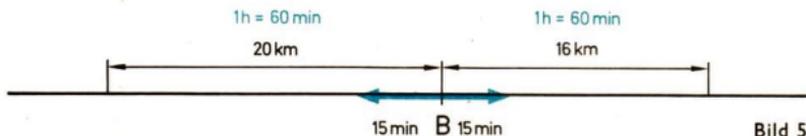


Bild 5

- 43 Berechne zunächst die Teilstrecken und dann die Gesamtstrecke! Schreib diese Ergebnisse ebenfalls in die Skizze und bilde einen Antwortsatz!

Es gibt drei Aufgabentypen beim Rechnen mit Zeitangaben:

Gegeben:	Gesucht:
<p>Anfangszeitpunkt, Zeitdauer</p> <p>Beispiel: 7.14 Uhr 6 h</p> <p>Rechnung: $7 \text{ h } 14 \text{ min} + 6 \text{ h} = 13 \text{ h } 14 \text{ min}$</p>	<p>Endzeitpunkt</p> <p>13.14 Uhr</p>

Gegeben:	Gesucht:
Anfangszeitpunkt, Endzeitpunkt <i>Beispiel:</i> 9.38 Uhr 15.52 Uhr <i>Rechnung:</i> 15 h 52 min — 9 h 38 min = 6 h 14 min	Zeitdauer 6 h 14 min

Gegeben:	Gesucht:
Zeitdauer, Endzeitpunkt <i>Beispiel:</i> 6 h 30 min 17.45 Uhr <i>Rechnung:</i> 17 h 45 min — 6 h 30 min = 11 h 15 min	Anfangszeitpunkt 11.15 Uhr

Aufgaben

1. Rechne in Minuten um!
 - a) 120 s
 - b) 240 s
 - c) 2 h
 - 360 s
 - 900 s
 - 6 h
 - 3 h
 - 5 h
 - 0 h
2. Rechne in Sekunden um!
 - a) 3 min
 - b) 5 min
 - c) 2 h
 - 8 min
 - 7 min
 - 5 h
 - 10 min
 - 4 min
 - 3 h
3. Gib in Stunden an!
 - a) 600 min, 3 600 s, 540 min
 - b) 240 min, 7 200 s, 0 s
4. Gib in Monaten an!
 - a) 4 Jahre, 60 Tage, 9 Jahre
 - b) 7 Jahre, 180 Tage, 270 Tage
5.
 - a) Es ist jetzt 9.00 Uhr.
Wie spät ist es in 25 min; 3 h 15 min; 5 h 50 min; 70 min?
 - b) Es ist jetzt 12.25 Uhr.
Wie spät ist es in 2 h 15 min; 130 min; 3 h 40 min; 95 min?
 - c) Es ist jetzt 16.15 Uhr.
Wie spät war es vor 22 min; 3 h 15 min; 76 min; 8 h?
6.
 - a) Es ist jetzt 11.00 Uhr.
Wieviel Zeit vergeht bis 11.20 Uhr; 11.45 Uhr; 12.15 Uhr; 15.40 Uhr; 13.12 Uhr?
 - b) Es ist jetzt 9.15 Uhr.
Wieviel Zeit vergeht bis 9.45 Uhr; 9.32 Uhr; 17.05 Uhr; 14.08 Uhr?
7. Es ist jetzt 17.35 Uhr.
Wieviel Zeit ist vergangen seit 11.10 Uhr; 9.25 Uhr; 14.40 Uhr; 12.38 Uhr?
8. Wieviel Arbeitsstunden können für die Produktion täglich zusätzlich gewonnen werden, wenn in einem Betrieb mit einer Belegschaft von 400 Arbeitern jeder durch bessere Arbeitsorganisation bei Arbeitsbeginn nur zwei Minuten gewinnt?

9. Die Zeitung meldet die Gesamtmannschaftswertung nach der 4. Etappe der Bulgarienrundfahrt:
1. Bulgarien 39 h 52 min 3 s
 2. DDR 39 h 55 min 12 s
 3. UdSSR 39 h 58 min 12 s
- Berechne die Rückstände!
10. Ein Fußballspiel beginnt um 15.00 Uhr. Wann ist es beendet, wenn die Halbzeitpause 10 Minuten dauert?
- 11.* Nach der Schulordnung müssen bei 6 Unterrichtsstunden mindestens 70 min Pausenzeit vorgesehen werden, und keine Pause darf kürzer als 10 min sein.
- a) An der Goethe-Oberschule beginnt die erste Unterrichtsstunde um 7.50 Uhr. Wann endet die sechste Stunde frühestens?
 - b) Die Thälmann-Oberschule beginnt schon um 7.45 Uhr mit dem Unterricht. Carsten hat einen Schulweg von 10 Minuten. Wann muß er spätestens das Haus verlassen, wenn sein Unterricht mit der zweiten Stunde beginnt?
12. Wieviel Zeit hat Frau Lange zum Umsteigen, wenn ihr Zug auf dem Umsteigebahnhof um 13.57 Uhr ankommen soll, aber 7 min Verspätung hat, und der Zug, mit dem sie weiterfahren will, um 14.13 Uhr abfahren soll?
13. Ein Rasthaus ist von zwei Bezirksstädten genau gleich weit entfernt. Zwei Kraftfahrer fahren von dort gleichzeitig in entgegengesetzten Fahrtrichtungen zu den Bezirksstädten. Der eine fährt 70 km je Stunde, der andere nur 60 km je Stunde. Welcher hat den weiteren Weg zum Zielort?
- 14.* Jens und Klaus fahren mit dem Fahrrad gleichzeitig von einem Ort ab. Jens legt je Stunde 24 km zurück, Klaus 20 km.
Wieviel Kilometer muß Klaus nach 3 h noch fahren, um dorthin zu kommen, wo Jens zu diesem Zeitpunkt schon ist?

1. a) $(2\,349 + 3\,786) : 5$ b) $944 : 8 + 834 : 2$ c) $(6\,789 - 4\,318) : 7$
 $(4\,873 - 2\,194) : 3$ $776 : 2 - 792 : 6$ $4\,285 \cdot 3 + 296 \cdot 7$
 $(3\,452 + 2\,116) \cdot 4$ $924 \cdot 2 - 471 : 3$ $2\,367 : 1 - 9\,864 : 2$
2. Welche der folgenden Zahlen sind
- a) Vielfache von 10?
10, 705, 750, 70 050
 - b) Vielfache von 100?
7 500, 75 000, 70 000, 7 050
3. Wandle das Ergebnis in die nächstgrößere Einheit um!
- a) $80\text{ cm} \cdot 5$ b) $300\text{ g} \cdot 7$ c) $20\text{ s} \cdot 9$ d) $125\text{ m} \cdot 8$
 $700\text{ cm} \cdot 6$ $800\text{ g} \cdot 5$ $15\text{ s} \cdot 8$ $256\text{ mm} \cdot 5$
 $500\text{ m} \cdot 4$ $900\text{ kg} \cdot 8$ $40\text{ min} \cdot 3$ $435\text{ cm} \cdot 6$

17 Gleichungen mit Produkten

- 44 Vervollständige die Tabelle und nenne alle Fälle, in denen das Produkt $a \cdot b$ gleich 0 ist!

a	9	0	3	5	1 700	6	8		0
b	15	17		21	0	7 000		3 800	0
$a \cdot b$			24				0		

- 45 Gib Zahlen x an, die die folgenden Gleichungen erfüllen!

a) $x \cdot 37 = 0$

b) $0 \cdot x = 5$

c) $0 \cdot x = 0$

- ▶ 10

Wenn in einem Produkt mindestens ein Faktor gleich 0 ist, so ist das Produkt gleich 0.

Wenn ein Produkt gleich 0 ist,

so ist mindestens ein Faktor dieses Produkts gleich 0.

- 46 Gib Zahlen x und y an, die die Gleichungen erfüllen!

a) $x \cdot y = 24$

b) $x \cdot y = 17$

c) $x \cdot y = 0$

d) $x \cdot y = 9$

- 24 Es sind *alle* Zahlenpaare $(m; n)$ gesucht, für die gilt: $m \cdot n = 20$
Damit wir keine Zahl vergessen, legen wir eine Tabelle an:

m	Gleichung	n
$m = 0$	$0 \cdot n = 20$	nicht möglich
$m = 1$	$1 \cdot n = 20$	$n = 20$
$m = 2$	$2 \cdot n = 20$	$n = 10$
$m = 3$	$3 \cdot n = 20$	nicht möglich
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

- 47 Im Beispiel 24 haben wir bisher die Zahlenpaare $(1; 20)$ und $(2; 10)$ erhalten.
Setze die Tabelle fort und gib auch die restlichen Paare an!

Wir brauchen die Tabelle nicht immer vollständig auszufüllen. Das wäre besonders bei größeren Zahlen viel zu umständlich. Wichtig ist aber, daß wir alle Möglichkeiten durchdenken und keine auslassen.

Aufgaben

1. Berechne die Produkte!

a) $(7 + 3) \cdot (19 + 8)$

b) $(12 - 4) \cdot (20 - 4)$

c) $(57 + 3) \cdot (20 - 12)$

$(8 - 8) \cdot (12 + 9)$

$(30 - 20) \cdot (14 + 5)$

$(6 + 14) \cdot (30 - 30)$

2. Löse die folgenden Gleichungen!

a) $5 \cdot x = 35\ 000$

$x \cdot 9 = 630\ 000$

$x \cdot 0 = 900\ 000$

b) $x \cdot 32\ 000 = 64\ 000$

$17 \cdot x = 34\ 000$

$1 \cdot x = 93\ 867$

c) $x \cdot 7 = 560\ 000$

$0 \cdot x = 47\ 536$

$x \cdot 51\ 000 = 153\ 000$

3. Gib für jede der folgenden Gleichungen *mindestens* zwei Paare von Zahlen an, die sie erfüllen!

a) $x \cdot y = 15$

$x \cdot y = 88$

$x \cdot y = 11$

b) $m \cdot n = 56$

$m \cdot n = 0$

$m \cdot n = 29$

4. Gib für jede der folgenden Gleichungen *alle* Paare von Zahlen an, die sie erfüllen!

a) $x \cdot y = 12$

$x \cdot y = 13$

$x \cdot y = 25$

b) $x \cdot y = 30$

$x \cdot y = 31$

$x \cdot y = 49$

1. Welche Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?

Nenne jeweils die kleinste und die größte Zahl!

a) $x + 4 < 10$

b) $7 > 13 - x$

c) $50 < x - 4 < 48$

d) $x - 25 < 30$

e) $13 < x + 8 < 21$

f) $19 > 8 + x > 14$

2. Subtrahiere 75 Pf von

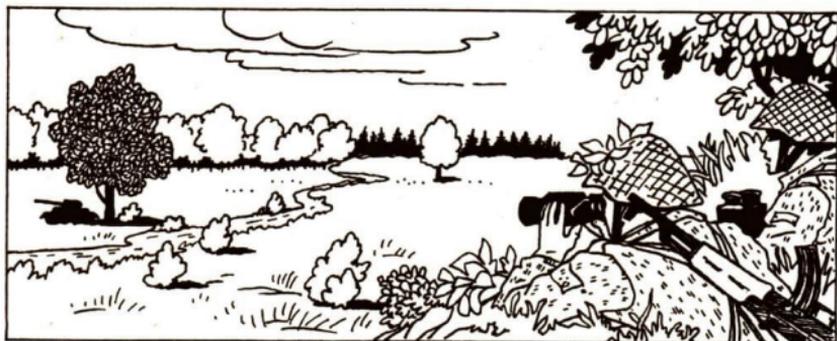
6,34 M; 81,40 M; 47,04 M; 18,06 M!

3. Subtrahiere 64 cm von

7,26 m; 25,80 m; 63,02 m; 74,10 m!

Näherungswerte

18 Schätzen und Messen



Häufig müssen Längen von Gegenständen oder Entfernungen zwischen zwei Orten wenigstens ungefähr bestimmt werden, ohne daß Längenmeßgeräte benutzt werden. Solche Längenangaben werden durch **Schätzen** gewonnen.

- 48 Schätze
- die Entfernung zwischen zwei Straßenleuchten (-bäumen),
 - die Länge und die Breite eines Fußballfeldes,
 - die Länge deines Klassenzimmers,
 - die Breite deines Mathematiklehrbuches,
 - deine Schrittlänge,
 - den Durchmesser eines Pfennigs!
- Wähle jedesmal selbst eine geeignete Längeneinheit!
- 49 Schätze die Masse
- deiner Schultasche,
 - eines Päckchens Tafelkreide,
 - deines Mathematikbuches,
 - eines PKW Wartburg!
- Wähle selbst eine jeweils geeignete Masseinheit!

- 50 Schätze die Zeitdauer
- eines Atemzuges (Ein- und Ausatmen),
 - des Klingelzeichens zum Stundenbeginn,
 - eines Spazierganges von 3 km Länge!
- Wähle selbst eine jeweils geeignete Zeiteinheit!

Durch Schätzen werden Größenangaben nur angenähert bestimmt. Wir erhalten dabei **Näherungswerte** für die Größenangaben.

- 51
- Wieviel „ganze Meter“ beträgt die Länge des Klassenzimmers?
 - Miß die Länge des Klassenzimmers mit einem Meßband und gib die Länge in Zentimetern an!

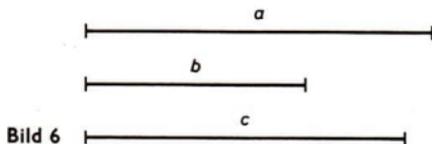
Wenn man Messungen mehrfach wiederholt, stellt man Abweichungen zwischen den einzelnen Meßergebnissen fest.

- 52 Begründe, warum es nicht sinnvoll ist, die Länge des Klassenzimmers in Millimetern anzugeben!

Auch beim **Messen** von Längen mit Hilfe von Meßinstrumenten erhält man Näherungswerte.

▶ 11 Mit dem Zeichen „ \approx “ anstelle des Gleichheitszeichens macht man deutlich, daß es sich um einen Näherungswert handelt.
Sprich: „ist angenähert“!

- 25 Längenangaben in Zentimetern für die Strecken in Bild 6:
 $a \approx 5$ cm; $b \approx 3$ cm;
 $c \approx 5$ cm



Wie genau man Näherungswerte angibt, hängt von ihrem Verwendungszweck ab. Streckenlängen für geometrische Zeichnungen müssen im allgemeinen auf Millimeter genau angegeben werden. Dagegen ist es gar nicht möglich, zum Beispiel die Entfernung zwischen zwei Städten auf Meter genau anzugeben. Hier genügt meist die Angabe eines Näherungswertes in Kilometern.

- 53 Überlege, welche der folgenden Angaben eine nicht vorhandene Genauigkeit vortäuschen!

In welcher Einheit könnte man dann jeweils einen sinnvollen Näherungswert angeben?

- Der Aschberg ist 93 586 cm hoch.
- Ein A4-Blatt ist 297 mm lang.
- Die Entfernung Berlin–Dresden beträgt 180 500 m.
- Ein PKW Trabant wiegt leer 615 320 g.
- Eine Unterrichtsstunde dauert 2 700 s.



Aufgaben

- Miß die Seitenlängen eures Wohnzimmers und gib sie in Zentimetern an! Gib einen weiteren Näherungswert für diese Längen in Metern an!
- Miß die Kanten deines Mathematikbuches und gib sie in Millimetern an! Gib einen weiteren Näherungswert für diese Längen in Zentimetern an!

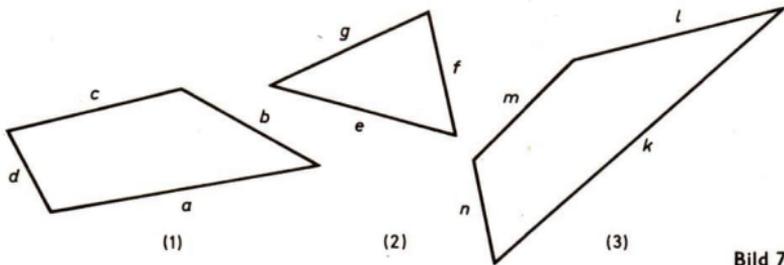


Bild 7

- Miß die Seiten der Figuren in Bild 7 in Millimetern! Gib Näherungswerte in Zentimetern an!

- | | | | | |
|----|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 1. | a) $(5 + 3) \cdot 8$ | b) $7 \cdot (5 + 4)$ | c) $5 \cdot 5 + 40$ | d) $6 \cdot 7 + 20$ |
| | $7 - 2 \cdot 2$ | $48 \cdot 2 - 96$ | $7 \cdot 8 - 30$ | $85 - 17 \cdot 5$ |
| | $(5 - 1) \cdot 6$ | $8 \cdot (5 - 1)$ | $64 + 4 \cdot 5$ | $9 \cdot 8 - 71$ |
| | $9 + 4 \cdot 7$ | $14 - 3 \cdot 0$ | $92 - 5 \cdot 6$ | $25 + 0 \cdot 6$ |

2.

a	Ist a Lösung der Gleichung?	Bilde eine andere Gleichung, für die a Lösung ist!
7	$14 \cdot a = 98$	
20	$400 : 20 = a$	
30	$67 + a = 100$	
10	$120 - a = 130$	

3. Für welche Zahlen x gelten folgende Ungleichungen?

a) $50\,897 < x < 50\,903$

b) $84\,000 < 100 \cdot x < 84\,400$

c) $68\,999 < x < 69\,004$

d) $70\,000 < 100 \cdot x < 70\,300$

19 Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl

Wir haben schon natürliche Zahlen an einem Strahl veranschaulicht. Dabei wird dem Anfangspunkt des Strahls die Zahl 0 zugeordnet. In untereinander gleich großen Abständen ordnen wir dann weiteren Punkten des Strahls die in der natürlichen Ordnung folgenden Zahlen zu. (Bild 8)

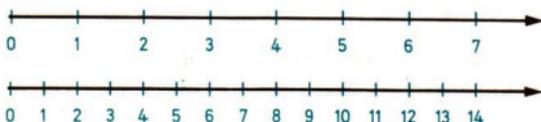


Bild 8

Einen solchen Strahl nennt man **Zahlenstrahl**. Der Abstand zweier Punkte, die zu aufeinander folgenden Zahlen gehören, heißt die **Einheit** auf dem Zahlenstrahl. Aus Platzgründen muß man häufig die Einheit sehr klein wählen. Oftmals kann man nicht alle Ziffern fortlaufend an den Zahlenstrahl schreiben und die zugehörigen Punkte markieren (Bild 9).



Bild 9

Ein Zahlenstrahl braucht nicht von links nach rechts gerichtet zu sein. Wir können zum Beispiel Zahlenstrahlen auch von unten nach oben gerichtet zeichnen.

- 54 Stell die Zahlen von 0 bis 50 in deinem Heft auf einem von unten nach oben gerichteten Zahlenstrahl dar!
Überlege vorher, wie groß du die Einheit wählen mußst, damit alle diese Zahlen auf den Zahlenstrahl passen!
- 55 a) Übertrage die Zahlenstrahlen aus Bild 10 in dein Heft, setze sie um weitere 6 Punkte mit angegebenem Abstand fort und bezeichne die Punkte!

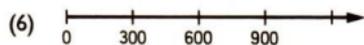
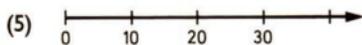
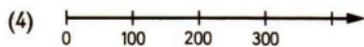
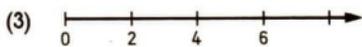
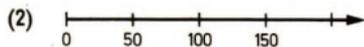
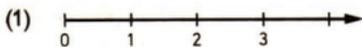


Bild 10

- b) Überlege, wie groß die Einheit bei (1), (3) und (5) jeweils ist! (Abstand der markierten Punkte: 1 cm.)

Mitunter braucht man zur Veranschaulichung von Zahlen den Anfang des Zahlenstrahls nicht mitzuzeichnen.

- 26 Es sollen die Zahlen, die die Ungleichung $73 < x < 82$ erfüllen, veranschaulicht werden.
Bild 11 zeigt das Ergebnis.



Bild 11

Wir können auf einem Zahlenstrahl die Folge der natürlichen Zahlen beliebig weit darstellen, wenn wir nur die Einheit genügend klein oder die Zeichenfläche genügend groß wählen.

Jeder natürlichen Zahl kann also auf einem Zahlenstrahl ein Punkt zugeordnet werden. Nach der Zeichenvorschrift für einen Zahlenstrahl wird jeder natürlichen Zahl aber auch **nur ein** Punkt zugeordnet. Wir sagen:

- 12 Jeder natürlichen Zahl ist auf dem Zahlenstrahl **genau ein** Punkt zugeordnet.

Aufgaben

1. Stelle die Zahlen, die die folgenden Ungleichungen erfüllen, jeweils auf einem Zahlenstrahl dar!

a) $x > 15$

c) $x < 21$

e) $x > 0$

g) $x < 1$

b) $x > 215$

d) $x < 1\,200$

f) $x > 1\,000$

h) $x < 22$

Beispiele: $x > 5$



$x < 601$



2. Nenne jeweils die kleinste und die größte der Zahlen, die folgende Ungleichungen erfüllen, und stelle dann *alle* Lösungen auf einem Zahlenstrahl dar! Wähle eine geeignete Einheit!

a) $23 < x < 30$

b) $90 < a < 103$

c) $169 < s < 251$

d) $119 < x < 201$

e) $29 < a < 71$

f) $899 < s < 1201$

3. Wieviel Einheiten beträgt der Abstand zwischen den beiden Zahlen auf dem Zahlenstrahl?

10 und 19, 83 und 64, 301 und 298, 510 und 720

4. Veranschauliche an einem Zahlenstrahl

a) alle Zahlen bis 25, die durch 3 teilbar sind,

b) alle Zahlen, die die Ungleichung $30 < x < 70$ erfüllen und die durch 5 teilbar sind,

c) einige Zahlen, für die $x < 25$ gilt und die durch 4 teilbar sind,

d) einige Zahlen, die Vielfache von 100 sind und für die $198 < x < 602$ gilt,

e) alle Zahlen zwischen 64 und 72, die durch 8 teilbar sind!

5. Gib Ungleichungen an, die nur von den blauen Zahlen erfüllt werden!



6. Gib Ungleichungen an, die nur von den Zahlen aus dem farbigen Abschnitt des Zahlenstrahls erfüllt werden.



1. Wieviel Millimeter sind

a) 4 m; 3 m 45 cm; 38 cm?

b) 10 m; 3 m 46 cm; 105 cm?

c) 5 cm; 97 cm; 25 cm 4 mm?

2. Wieviel Minuten sind

a) 5 h; 3 h 20 min; 360 s?

b) 10 h; 3 h 7 min; 480 s?

c) 2 h; 8 h 16 min; 720 s?

3. Schreib mit Komma!

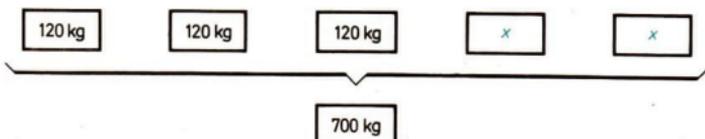
a) 17 t 360 kg
800 t 9 dt

b) 26 km 650 m
12 km 10 m

c) 4 m 26 cm
7 t 50 kg

d) 25 t 30 kg
9 m 8 cm

4. Bilde Gleichungen zu folgender Skizze und rechne!





Herr Schneider fährt einen „Trabant“. Nach dem Tanken schreibt er stets den Stand des Kilometerzählers auf. Es ist bequemer und genügt für seine Zwecke, wenn er dafür einen Näherungswert wählt.

Es gilt:

$$8\ 420 < 8\ 423 < 8\ 430$$

Die zu 8 423 benachbarten Vielfachen von 10 sind 8 420 und 8 430.



- 56 a) Welchem Vielfachen von 10 liegt 8 423 am nächsten?
 b) Gib zu folgenden Zahlen jeweils das am nächsten gelegene Vielfache von 10 an!
 7 482, 3 719, 8 006, 384, 5 497

Wenn wir von einer Zahl zum nächstgelegenen Vielfachen von 10 übergehen, so sagen wir: Wir **runden** diese Zahl auf Vielfache von 10. Dabei erhalten wir einen Näherungswert. Ist dieser Näherungswert **größer** als die gegebene Zahl, so haben wir **aufgerundet**.

Ist dieser Näherungswert **kleiner** als die gegebene Zahl, so haben wir **abgerundet**. Herr Schneider rundet 8 423 ab und notiert als Näherungswert 8 420.

- 57 a) Welche Zahlen aus dem Auftrag 56 b) werden aufgerundet? Welche werden abgerundet?
 b) Bei welchem Kilometerstand kann Herr Schneider voriges Mal getankt haben, wenn er 8 160 notiert hat?

Endet die Ziffer einer Zahl auf „5“, so liegt diese Zahl von beiden benachbarten Zehner Vielfachen gleich weit entfernt. In diesem Fall runden wir *auf*. (Bild 12)

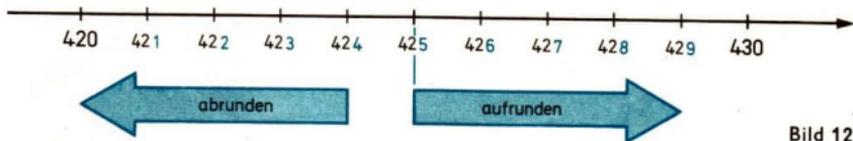


Bild 12

- 27
- | | |
|--|---------------------------|
| a) 424 wird auf 420 abgerundet: | $424 \approx 420$ |
| b) 435 wird auf 440 aufgerundet: | $435 \approx 440$ |
| c) 57 817 wird auf 57 820 aufgerundet: | $57\,817 \approx 57\,820$ |
| d) 6 703 wird auf 6 700 abgerundet: | $6\,703 \approx 6\,700$ |

Off genügt es, Vielfache von 100, 1 000, 10 000 usw. als Näherungswerte anzugeben. Dabei gehen wir von der gegebenen Zahl zum nächstgelegenen Vielfachen von 100, 1 000, 10 000 usw. über.

Wie beim Runden auf Vielfache von 10 werden die „in der Mitte“ liegenden Zahlen wieder aufgerundet. (Bild 13)

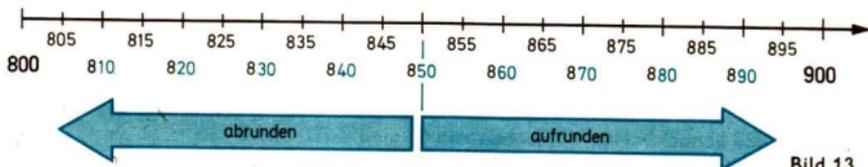


Bild 13

- 28 23 472 ist auf ein Vielfaches von 100, auf ein Vielfaches von 1000 und auf ein Vielfaches von 10 000 zu runden:
- (1) $23\,472 \approx 23\,500$ (aufgerundet wegen $7 > 4$)
 - (2) $23\,472 \approx 23\,000$ (abgerundet wegen $4 < 5$)
 - (3) $23\,472 \approx 20\,000$ (abgerundet wegen $3 < 5$)

Der Unterschied zwischen der gegebenen Zahl und der gerundeten Zahl heißt **Rundungsfehler**.

Beachte den folgenden Sonderfall!

408 697 soll auf ein Vielfaches von 10 gerundet werden:

$$408\,697 \approx 408\,700$$

Man erhält also ein Vielfaches von 100.

- 58 Gib Beispiele an, bei denen man Vielfache von 1 000 oder 10 000 erhält, obwohl man nur auf Vielfache von 10 rundet!

Aufgaben

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. Runde auf Vielfache von 10! | 2. Runde auf Vielfache von 10! |
| a) 3 512, 4 548, 80, 791, 3 | a) 6 748, 2 963, 90, 23 945, 20 |
| b) 18 567, 7 565, 2 114, 1 004 | b) 8 003, 45 308, 99 975, 700 |

3. Runde auf Vielfache von 10!
 a) 375, 845, 51 226 b) 435, 2 454, 15 c) 325, 2 107, 995
4. Runde auf Vielfache von 100!
 a) 1 850, 74 730, 29 950 b) 150, 3 250, 7 090 c) 7 720, 50, 7 852
5. Runde auf Vielfache von 100!
 a) 382, 29, 3 045, 7 295
 b) 2, 5 613, 8 005, 1 996
6. Runde auf Vielfache von 100!
 a) 628, 284, 71, 4 650
 b) 573, 42, 7 981, 3 050
7. Runde auf Vielfache von 1 000!
 a) 3 827 b) 8 178 c) 3 290 d) 6 702
 693 12 53 468 125
 23 500 17 499 38 516 41 500
8. Runde auf Vielfache von a) 10, b) 100, c) 1 000!
 27 385, 86 501, 755, 120 638, 293
9. Die Zahlen 6 248, 6 473, 1 157, 1 929, 8 035, 4 145 sollen auf Vielfache von 10 (von 100) gerundet werden. Wie groß ist jeweils der Rundungsfehler?
10. Nenne alle Zahlen, die bei Rundung auf Vielfache von 10 den Näherungswert a) 6 250, b) 6 240 ergeben!
 Nenne jeweils die größte und die kleinste dieser Zahlen!
11. Thomas hat sich eine Zahl gedacht. Er verrät uns das seiner Zahl am nächsten gelegene Vielfache von 10, nämlich 3 140. Außerdem sagt er uns noch, daß der Rundungsfehler kleiner als 4 ist. Kannst du die gedachte Zahl bestimmen?
12. Runde auf Zentimeter!
 a) 2,6 cm b) 12,3 cm c) 27,8 cm d) 36,2 cm
 18,2 cm 9,9 cm 15,5 cm 6,5 cm
 37 mm 45 mm 52 mm 3 mm
13. Runde auf Meter!
 a) 23,12 m b) 7,7 m
 48,85 m 2,5 m
 765 cm 651 cm
14. Runde auf Kilogramm!
 a) 2,075 kg b) 7,6 kg
 5,750 kg 13,5 kg
 12 500 g 7 480 g
15. a) Nenne die kleinste und die größte Streckenlänge in Millimetern, die beim Runden auf Zentimeter 12 cm ergibt!
 b) Nenne die kleinste und die größte Streckenlänge in Dezimetern, die beim Runden auf Meter 37 m ergibt!
- 16.* Runde auf Minuten!
 a) 3 min 24 s b) 5 min 57 s
 6 min 58 s 8 min 7 s
 2 min 36 s 12 min 45 s
 65 s 170 s
- 17.* Runde auf Stunden!
 a) 1 h 14 min b) 4 h 9 min
 6 h 50 min 5 h 35 min
 3 h 40 min 2 h 30 min
 135 min 230 min

18. Einwohnerzahlen einiger Städte am 31. 12. 1979:
- | | | | |
|----------|---------|-------------|---------|
| Bautzen | 47 757 | Görlitz | 81 527 |
| Dessau | 101 411 | Halle/Saale | 232 297 |
| Eisenach | 50 226 | Magdeburg | 288 303 |
| Erfurt | 210 135 | Rostock | 228 445 |
- Runde auf Näherungswerte, die du für sinnvoll hältst!

1. a) $30 \cdot 8$ b) $180 : 3$ c) $211 \cdot 4$ d) $208 : 2$
 $7 \cdot 600$ $5\ 400 : 6$ $5 \cdot 703$ $816 : 4$
 $500 \cdot 9$ $630 : 7$ $3 \cdot 612$ $2\ 035 : 5$
2. Ordne der Größe nach!
 1 014, 10 040, 10^4 , 10 000, 10^3 , 999, 9 009
3. Gib zwei Zahlen an, die größer sind als 1 000 und teilbar
 a) durch 2, b) durch 4, c) durch 7!
4. Nenne fünf Zahlen, die beim Dividieren durch 100 den Rest 4 (17, 23, 95) lassen!
5. a) Ist 5 400 teilbar durch 2 (4, 6, 7, 9)? b) Ist 3 200 teilbar durch 4 (5, 6, 8)?

21 Überschlagen von Produkten

Die Schüler der Klasse 6a werden an einer Demonstration teilnehmen. Dafür wollen sie sieben Transparente anfertigen. Für jedes benötigen sie 4,40 m Leisten. Wegen des Abfalls ist die Gesamtlänge der benötigten Leisten nur **ungefähr** auszurechnen. Sie brauchen nur einen **Überschlag** zu machen.

- 29 Genaue Gesamtlänge: $4,40 \text{ m} \cdot 7$
 Überschlag: Wir ersetzen 4,40 durch die für die Rechnung einfachere Zahl 5 und überschlagen:
 $5 \text{ m} \cdot 7 = 35 \text{ m}$
 Es werden 35 m Leisten gekauft.
- 59 Runde 4,40 m auf Meter! Erläutere, warum man trotzdem beim Überschlag im Beispiel 29 nicht die Zahl 4 benutzt!

Ein Überschlag ermöglicht ein leichtes Rechnen im Kopf. Beim Überschlagen müssen nicht immer die Rundungsregeln angewendet werden.

Ein Überschlag liefert einen Näherungswert für das Ergebnis.

Durch Vergleichen mit dem Ergebnis eines Überschlages kann man das Ergebnis der ausführlichen Rechnung kontrollieren.

- 30 Petra hat gerechnet: $92 \cdot 3 = 186$

Überschlag: $100 \cdot 3 = 300$

Die Abweichung ist sehr groß. Das Ergebnis ist gewiß falsch.

- 60 a) Berechne das Produkt aus Beispiel 30 fehlerfrei! Welchen Fehler hat Petra gemacht?
 b) Überschlage mit dem auf ein Vielfaches von 10 gerundeten Wert für 92! Wärsst du auch bei diesem Überschlag auf den Fehler aufmerksam geworden? Welcher Überschlag ist günstiger?

Es ist sehr zweckmäßig, einen Überschlag **vor** der genauen Rechnung zu machen. Damit kann man auch manchmal unnötiges Rechnen vermeiden.

Aufgaben

1. Überschlage zunächst mit Vielfachen von 100! Berechne dann die Produkte und vergleiche mit dem Überschlag!

a) $5 \cdot 792$

b) $847 \cdot 3$

c) $9 \cdot 375$

d) $6 \cdot 897$

$4 \cdot 639$

$191 \cdot 7$

$4 \cdot 272$

$511 \cdot 7$

$3 \cdot 212$

$508 \cdot 9$

$2 \cdot 679$

$5 \cdot 715$

2. Gib Näherungswerte an für das

a) Dreifache von 476, 8 245, 20 456; b) Fünffache von 316, 4 724, 12 408!

3. Ergänze die Tabellen!

a)

a	Näherungswert für $a \cdot 45\,751$
3	
7	
2	
6	

b)

b	Näherungswert für $b \cdot 75\,698$
5	
9	
4	
8	

1. a) $43 + 7 \cdot 11$ b) $72 + 81 : 9$ c) $(5 \cdot 9 + 15) : 6$
 $69 - 4 \cdot 15$ $114 - 42 : 7$ $(4 \cdot 7 - 28) : 3$
 $260 + 12 \cdot 3$ $(9 + 47) : 8$ $(27 + 3 \cdot 6) : 5$
 $150 - 25 \cdot 4$ $(73 - 37) : 4$ $(17 - 72 : 8) : 4$

2. Löse folgende Gleichungen!

a) $u - 600 = 1\,800$

$460 + b = 960$

$r \cdot 5 = 70$

$60 : s = 20$

b) $m + 1\,200 = 4\,800$

$n - 3\,400 = 1\,500$

$23 \cdot d = 460$

$f \cdot 62 = 0$

3. Bilde Gleichungen, die die Lösung 12, 200, 460, 800, 2 400 haben!
4. a) $9 \cdot 65 \text{ kg}$ b) $8 \cdot 37 \text{ kg}$ c) $6 \cdot 83 \text{ Pf}$ d) $7 \cdot 38 \text{ cm}$
 $6 \cdot 18 \text{ kg}$ $8 \cdot 900 \text{ M}$ $6 \cdot 78 \text{ kg}$ $100 \cdot 340 \text{ g}$
5. Bestimme je fünf Zahlen, die beim Dividieren
a) durch 5 den Rest 4 lassen, b) durch 10 den Rest 7 lassen,
c) durch 3 den Rest 2 lassen, d) durch 2 den Rest 1 lassen,
e) durch 100 den Rest 38 lassen, f) durch 7 den Rest 5 lassen!
6. Berechne die Differenz, deren Minuend der Quotient der Zahlen 7 500 und 3 ist und deren Subtrahend 800 ist!

22 Überschlagen von Quotienten

Auch beim Überschlagen von Quotienten wählt man die Näherungswerte der gegebenen Zahlen so, daß man leicht im Kopf rechnen kann. Dabei ist am wichtigsten, daß eine lösbare Divisionsaufgabe entsteht. Deshalb wird der Näherungswert meist nicht nach den Rundungsregeln gebildet.

- 31 Aufgabe: a) $3\ 024 : 7$ b) $3\ 426 : 6$
Überschlag: $2\ 800 : 7 = 400$ $3\ 000 : 6 = 500$
 $3\ 024 : 7 \approx 400$ $3\ 426 : 6 \approx 500$

Manchmal läßt sich ein Überschlag besonders leicht ausführen, wenn man auch den Divisor etwas abändert.

- 61 Die Divisionsaufgabe lautet: $6\ 642 : 9$.
Ermittle die Ergebnisse der Überschläge
 $6\ 300 : 9$, $7\ 200 : 9$, $6\ 000 : 10$, $7\ 000 : 10$!
Löse danach die Divisionsaufgabe und vergleiche!

Auch wenn der Divisor zweistellig ist, können wir einen Überschlag ausführen.

- 32 Aufgabe: a) $120 : 19$ b) $2\ 300 : 74$
Überschlag: $120 : 20 = 6$ $2\ 400 : 80 = 30$ oder $2\ 100 : 70 = 30$
 $120 : 19 \approx 6$ $2\ 300 : 74 \approx 30$ $2\ 300 : 74 \approx 30$

Aufgaben

1. Führe erst einen Überschlag durch, dann dividiere und vergleiche!
- a) $531 : 3$ b) $8\ 154 : 6$ c) $984 : 6$ d) $4\ 830 : 7$
 $265 : 5$ $1\ 456 : 7$ $13\ 458 : 6$ $351\ 472 : 8$
 $784 : 8$ $3\ 528 : 9$ $45\ 705 : 5$ $177\ 828 : 6$

2. Gib Näherungswerte an für
 a) den dritten Teil von 462; 56 235, b) den vierten Teil von 456; 735 819!
3. Ergänze die Tabelle!

a	2	3	5	6	8
Näherungswert für 32 456 : a					

4. Bei a) bis d) werden zu einer Divisionsaufgabe Aufgaben mit Näherungswerten als Überschlüsse vorgeschlagen. Welche davon sind nicht als Überschlüsse geeignet? Begründe! Führe dann selbst einen zweckmäßigen Überschlag durch und berechne den gesuchten Quotienten!

	a)	b)	c)	d)
Divisionsaufgabe	4 782 : 3	5 814 : 6	6 328 : 8	1 281 : 7
Überschlüsse 1)	4 500 : 3	6 000 : 6	6 400 : 8	1 000 : 7
2)	5 000 : 3	5 000 : 6	6 000 : 8	1 400 : 7
3)	4 800 : 3	5 400 : 6	6 240 : 8	1 200 : 8
4)	4 000 : 3	5 500 : 5	7 000 : 10	1 330 : 7

5. Führe einen Überschlag aus!

a) $123 : 18$
 $475 : 24$

b) $896 : 11$
 $9 740 : 59$

c) $3 060 : 22$
 $7 140 : 78$

1. Ergänze die Tabellen!

a)

m	n	m + n	m · n
17	25		
	100	136	
400			4 400
		96	0
	1	1 040	

b)

x	y	$4 \cdot x - 2 \cdot y$	$4 \cdot (x - 2 \cdot y)$
8	4		
5	7		
15	5		
70	20		
48	16		

2. Löse folgende Ungleichungen!

a) $755 + e < 782$
 $9 793 - e > 9 787$
 $6 064 - x > 6 059$
 $7 767 + b < 7 769$

b) $869 + c < 873$
 $6 063 - c > 6 061$
 $82 - a > 77$
 $4 765 + d < 4 768$

3. Schreib als Mark!
703 Pf, 400 Pf, 48 Pf, 6 Pf, 20 Pf, 506 Pf, 99 Pf
4. Bilde eine Zahlenfolge mit sechs Zahlen!
a) Beginne mit 1 000!
Subtrahiere stets 53!
- b) Beginne mit 1 100!
Addiere stets 667!

Zusammenfassung

Näherungswerte	
<p>Näherungswerte erhalten wir</p> <p>1. beim Schätzen : Wir bekommen Größen (Länge, Masse, Zeitdauer) <i>ungefähr</i>. Auch Messen liefert stets nur Näherungswerte.</p>	
<p>2. beim Runden :</p> <p>Wir gehen von einer gegebenen Zahl nach den Rundungsregeln zu einem Vielfachen von 10, 100, 1 000, ... über.</p>	<p>$7\ 826 \approx 7\ 830$ (Aufrunden) $7\ 826 \approx 7\ 800$ (Abrunden) $7\ 826 \approx 8\ 000$ (Aufrunden)</p>
<p>3. beim Überschlagen :</p> <p>Wir ersetzen gegebene Zahlen durch solche, mit denen wir leicht im Kopf rechnen können.</p>	<p>$217 \cdot 8 \approx 200 \cdot 8 = 1\ 600$ $567 : 9 \approx 540 : 9 = 60$ $567 : 9 \approx 600 : 10 = 60$ $3\ 480 : 68 \approx 3\ 500 : 70 = 50$</p>

Streckendiagramme; Maßstab

23 Streckendiagramme

Zur Veranschaulichung von Anzahlen und Größenangaben zeichnet man häufig Strecken. Dabei entspricht die Länge der gezeichneten Strecke der jeweiligen Zahlenangabe, die veranschaulicht werden soll.

Eine solche anschauliche Darstellung heißt **Streckendiagramm**.

- 33 Damit Schüler und Eltern wissen, wie die Klassenarbeit insgesamt ausgefallen ist, teilt ihnen Frau Schröder das Ergebnis in Form einer Tabelle mit:

Zensur	1	2	3	4	5
Anzahl der Schüler	7	10	8	3	1

Ein anschauliches Bild von der Zensurenverteilung gewinnt man, wenn man ein Streckendiagramm anfertigt. Im Bild 14 sind die Zensuren an eine waagerechte Gerade geschrieben. Senkrecht zu ihr sind die Strecken gezeichnet, die die Anzahl der Schüler veranschaulichen. Dabei ist für einen Schüler immer eine senkrechte Strecke von der Länge eines Kästchens gezeichnet worden. Wir sagen: Die Länge eines Kästchens ist die **Einheit** für die Strecken.

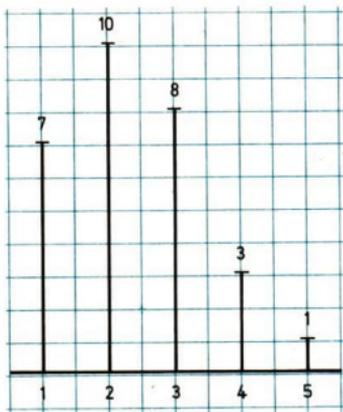


Bild 14

- 62 Miß die Länge eines Kästchens und gib danach die Einheit aus Bild 14 in Millimetern an!

Beachte: Die Einheit muß für alle Strecken des Diagramms gleich groß sein. Die Einheit muß so gewählt werden, daß das Diagramm auf die Zeichenfläche paßt. Die Angabe der Einheit ist besonders wichtig, wenn man das Diagramm auf glattweißem Papier zeichnet.

- 34 An einem Sommertag wurde mehrmals die Temperatur gemessen.

Zeitpunkt	6.00 Uhr	9.00 Uhr	12.00 Uhr	15.00 Uhr	18.00 Uhr	21.00 Uhr
Temperatur	17 °C	21 °C	26 °C	28 °C	24 °C	19 °C

Wir veranschaulichen die Temperaturen durch Streckenlängen und wählen für 1 °C als Einheit 1 mm. (Bild 15)

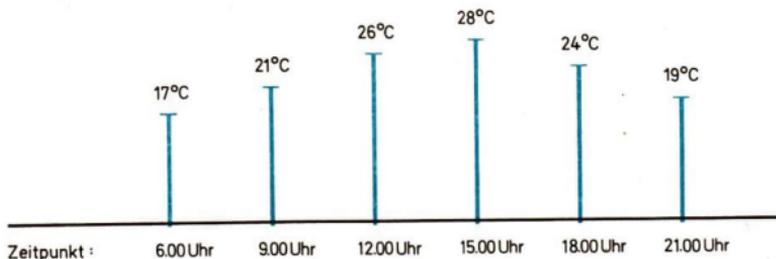
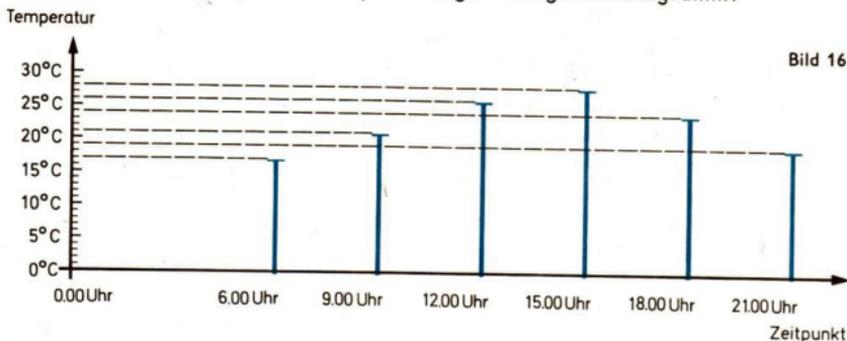


Bild 15

Um nicht über jede Strecke die zugeordnete Zahl schreiben zu müssen, ergänzt man das Streckendiagramm häufig durch einen senkrechten Strahl, an den die Zahlenangaben geschrieben werden. Statt der waagerechten Geraden wird dann manchmal auch ein Strahl gezeichnet.

Die Temperaturmessungen aus Beispiel 34 ergeben folgendes Diagramm:



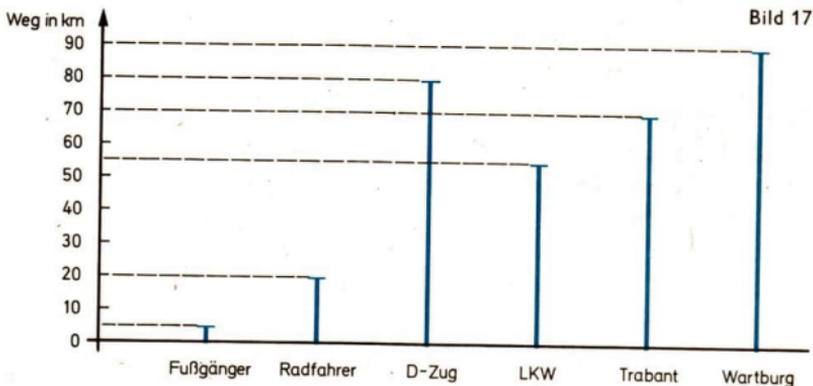
Die gestrichelten Linien erleichtern das Ablesen der Zahlenangaben.

Es gibt auch Diagramme, in denen die waagerechte Gerade statt mit Zahlen mit anderen Angaben beschriftet ist.

- 35 In einer Stunde werden folgende Wege zurückgelegt.

Fußgänger 5 km	D-Zug 80 km	PKW Trabant 70 km
Radfahrer 20 km	LKW 55 km	PKW Wartburg 90 km

Wir wählen die Einheit so, daß 1 mm Streckenlänge einem Weg von 2 km entspricht. (Bild 17)



Häufig können wir die Zahlenangaben nicht genau genug als Streckenlängen zeichnen. Dann runden wir alle Zahlenangaben auf Vielfache der gleichen Zehnerpotenz. Die Streckenlängen für die Zehnerpotenzen 1, 10, 100 usw. müssen wir so wählen, daß auch noch die Strecke für die größte Zahlenangabe auf das Blatt paßt.

- 36 Für die folgende Tabelle, die die Anzahl der Schiffe unserer Handelsflotte zeigt, ist ein Streckendiagramm anzufertigen.

Jahr	1956	1959	1963	1968	1972	1975	1977	1979
Anzahl der Handelsschiffe	17	33	97	162	194	198	200	194

Wir wählen die Einheit so, daß 2 Schiffen eine Strecke von 1 mm Länge entspricht. Die Strecke, die 1 Schiff entspricht, also die Einheit, ist dann ein halbes Millimeter lang. (Bild 18)

Anzahl der Handelsschiffe

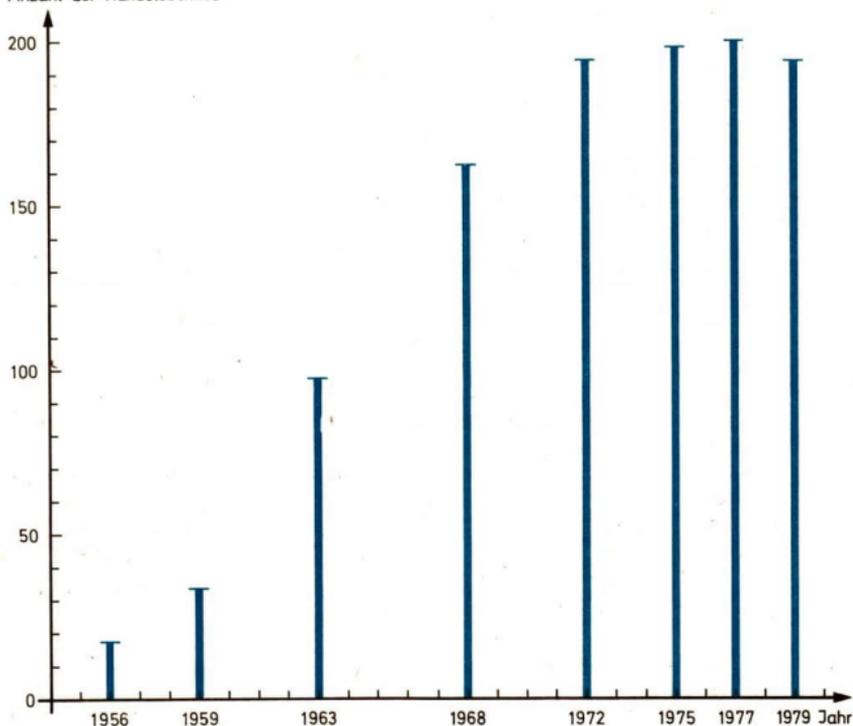


Bild 18

- 63
- Wie hoch wäre das Diagramm geworden, wenn im Beispiel 36 als Einheit 1 mm (1 cm) gewählt worden wäre?
 - Runde die Zahlenangaben im Beispiel 36 auf Vielfache von 10 und vergleiche mit den Streckenlängen im Diagramm! Erkläre die geringen Abweichungen!
 - Erläutere, warum der Abstand zwischen den senkrechten Strecken im Bild 18 unterschiedlich groß gewählt wurde!

Beachte bei der Anfertigung eines Streckendiagramms folgende Teilschritte!

1. Suche die kleinste und die größte Zahl, die dargestellt werden sollen!
2. Runde alle Zahlen auf Vielfache derselben Zehnerpotenz!
3. Wähle die Einheit für diese Zehnerpotenz so, daß das Diagramm auf dein Zeichenblatt paßt!
4. Zeichne den Strahl, auf dem die Strecken senkrecht stehen sollen, und lege ihre Anfangspunkte fest!
Beachte den Abstand der Anfangspunkte voneinander und den Platzbedarf für die Beschriftung!
5. Berechne die Streckenlängen und zeichne die Strecken!
6. Beschrifte das Diagramm!

Aufgaben

1. Viele Werktätige wurden für ihre Verdienste mit dem Titel „Aktivist der sozialistischen Arbeit“ ausgezeichnet. Die Tabelle zeigt für einige Jahre die Anzahl der Aktivisten in einer Abteilung eines volkseigenen Betriebes.

Jahr	1977	1978	1979	1980
Anzahl der Aktivisten	8	6	12	9

Fertige ein Streckendiagramm an! Wähle dabei als Einheit die Höhe eines Rechenkästchens!

2. Einige Klassen der Bertolt-Brecht-Oberschule wollen die Ergebnisse ihrer Altstoffsammlung an der Wandzeitung darstellen:

Klasse	3a	3b	3c	4a	4b	4c
Betrag	35 M	21 M	49 M	63 M	78 M	43 M

Runde die Zahlen auf Vielfache von 10 und stelle je 10 M durch eine Strecke von 1 cm Länge dar!

3. Das durchschnittliche Arbeitseinkommen pro Monat in der Industrie erhöhte sich wie folgt:

Jahr	1955	1960	1965	1970	1975	1979
Einkommen	459 M	575 M	655 M	768 M	893 M	1 020 M

Runde auf Vielfache von 10 und stelle je 100 M durch eine Strecke von 1 cm Länge dar!

4. Lies die ungefähre Höhe folgender Berge aus dem Diagramm ab (Bild 19)! Dabei wurden je 200 m durch eine Strecke von 1 cm Länge dargestellt.

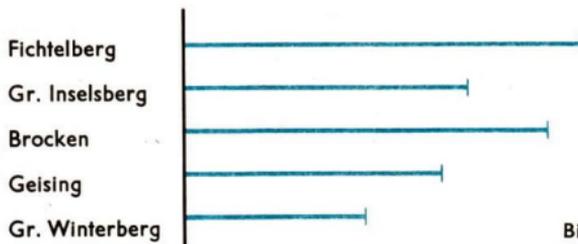


Bild 19

5. Ordne die Bezirke der DDR nach der Zahl (gerundet) ihrer Einwohner (Angaben von 1979)!

Berlin	1 140 300	Leipzig	1 417 200
Cottbus	882 900	Magdeburg	1 271 300
Dresden	1 811 800	Neubrandenburg	622 600
Erfurt	1 250 600	Potsdam	1 116 800
Frankfurt	702 000	Rostock	883 600
Gera	739 600	Schwerin	589 300
Halle	1 841 400	Suhl	548 000
Karl-Marx-Stadt	1 937 300		

Welcher Bezirk hat die größte (kleinste) Einwohnerzahl?

Welche Bezirke weisen geringe Unterschiede in ihren Einwohnerzahlen auf? Runde die Einwohnerzahlen auf Vielfache von 10^4 !

Zeichne mit diesen Angaben ein Streckendiagramm!

- 6.* In der DDR erkrankten im Jahre 1953 noch 2 652 Menschen an Kinderlähmung. 1957 waren es nur noch 1601. Die Zahl der Erkrankungen sank weiter von 960 Fällen im Jahre 1959 auf 131 im Jahre 1960. In den Jahren 1961 und 1962 gab es je 3 Erkrankungen. Seitdem ist diese Krankheit nicht mehr aufgetreten. Zeichne diese Angaben in ein Streckendiagramm! Wähle selbst eine zweckmäßige Einheit!

1. Zeichne ein Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = 5,0 \text{ cm}$ und $\overline{BC} = 3,0 \text{ cm}$!
2. Zeichne ein Quadrat $EFGH$ mit der Seitenlänge $4,5 \text{ cm}$!
3. Berechne die Differenzen und überprüfe durch Addition!

a) $5\,374 - 2\,641$	b) $7\,082 - 1\,551$	c) $5\,354 - 1\,844$
$47 - 82$	$1\,870 - 950$	$906 - 75$
$849 - 265$	$375 - 524$	$2\,365 - 2\,365$
4. Wieviel Zentimeter sind $3 \text{ m } 35 \text{ cm}$, $7 \text{ m } 26 \text{ cm}$, $6 \text{ m } 4 \text{ cm}$, $12 \text{ m } 13 \text{ cm}$? Schreib die Ergebnisse auch in Metern!

24 Kennzeichnen von Punkten in der Ebene

Wir haben schon Zahlen an Zahlenstrahlen mit festgelegter Einheit veranschaulicht. Dabei wird durch Angabe **einer** natürlichen Zahl genau ein Punkt des Zahlenstrahls gekennzeichnet. Wir können auch Punkte in einer Ebene kennzeichnen. Dazu benötigen wir **zwei** Angaben.

- 37 Bild 20 zeigt ein Dame Brett.
Die Stellung des weißen Steins beschreiben wir durch die beiden Angaben d und 6 , kurz: $(d; 6)$.
Der schwarze Stein hat die Stellung $(g; 3)$.

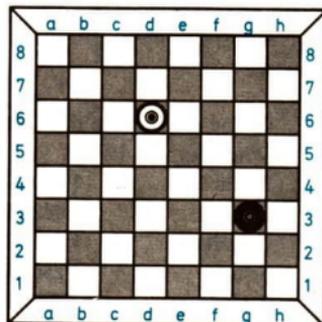


Bild 20

- 64 Geh von der linken unteren Ecke eines karierten Papierblattes aus
a) 6 Kästchenlängen nach rechts und dann 8 Kästchenlängen nach oben,
b) 8 Kästchenlängen nach rechts und dann 6 Kästchenlängen nach oben!
Markiere jeweils den erreichten Punkt!

Mit Hilfe **zweier** Zahlenstrahlen kann man Zahlenpaare veranschaulichen. Dazu zeichnen wir zwei senkrecht aufeinander stehende Zahlenstrahlen wie im Bild 21 und schreiben an diese zur Unterscheidung die Buchstaben x und y .

Zwei solche Zahlenstrahlen nennen wir ein **Koordinatensystem**.

- 38 Es soll das Zahlenpaar $(2; 5)$ dargestellt werden.

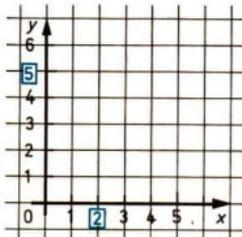


Bild 21

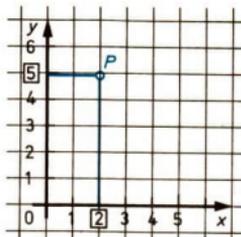


Bild 22

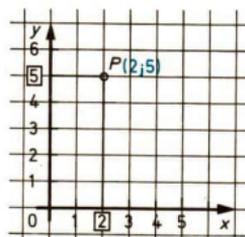


Bild 23

Auf dem x -Strahl suchen wir die erste Zahl des Paares, also die Zahl 2, und auf dem y -Strahl die zweite Zahl des Paares, also die Zahl 5 (Bild 21). Von den gefundenen Zahlen ausgehend, zeichnen wir parallel zu den Zahlenstrahlen Geraden. Sie schneiden einander in einem Punkt P (Bild 22). Der Punkt P gehört zu dem Zahlenpaar $(2; 5)$. Wir sagen auch: **Der Punkt P wird durch das Zahlenpaar $(2; 5)$ gekennzeichnet.** Wir schreiben: $P(2; 5)$ (Bild 23).

- 65 Begründe, warum die im Beispiel 38 festgelegte Reihenfolge der Zahlen im gegebenen Zahlenpaar nicht vertauscht werden darf!

- 13 Ein Zahlenpaar, in dem die beiden Zahlen nicht vertauscht werden dürfen, heißt **geordnetes** Zahlenpaar.

- 66 Stelle die geordneten Zahlenpaare $(3; 6)$, $(6; 3)$, $(0; 4)$, $(4; 0)$, $(0; 0)$ in ein und derselben Zeichnung dar!

- 39 Es soll das zum Punkt P im Bild 24 gehörende Zahlenpaar gefunden werden.

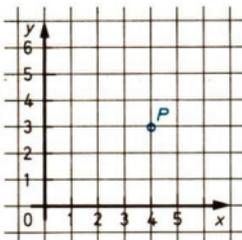


Bild 24

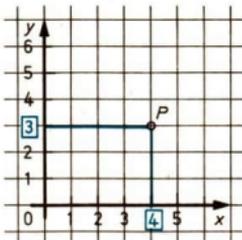


Bild 25

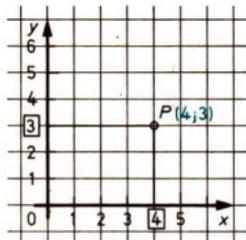


Bild 26

- 67 Beschreibe an den Bildern 24, 25, 26, wie man das zum Punkt P gehörende Zahlenpaar finden kann!

- 68 Bestimme die den Punkten im Bild 27 zugeordneten Zahlenpaare!

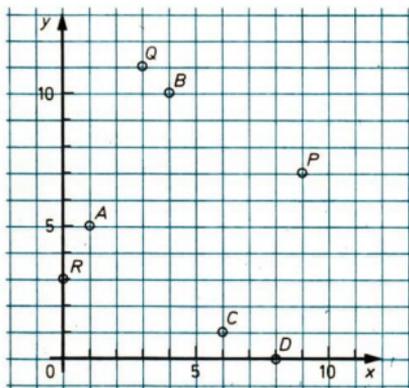


Bild 27

Aufgaben

- Beim Geländespiel erhält eine Gruppe von Spähern den Auftrag, vom Eckpunkt eines rechteckigen Waldstücks aus 350 m am Waldrand entlang und dann senkrecht zu dieser Richtung 450 m in den Wald zu gehen. Stelle den Punkt, den sie erreichen sollen, in einem Koordinatensystem dar!
- Stelle die geordneten Zahlenpaare in einem Koordinatensystem dar!
 - $(3; 1)$, $(4; 5)$, $(0; 3)$, $(6; 6)$, $(2; 0)$, $(5; 2)$
 - $(30; 40)$, $(10; 60)$, $(50; 0)$, $(20; 20)$, $(40; 10)$

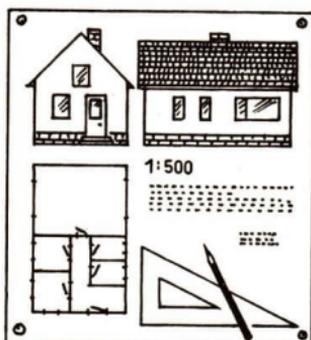
- Bilde alle möglichen Zerlegungen der Zahl 8 in zwei Summanden x und y ($8 = x + y$)! Veranschauliche dann alle geordneten Zahlenpaare $(x; y)$ in einem Koordinatensystem!
- Bilde alle möglichen Zerlegungen der Zahl 12 in zwei Faktoren x und y ($12 = x \cdot y$)! Veranschauliche dann alle geordneten Zahlenpaare $(x; y)$ in einem Koordinatensystem!
- Sabine hat bei Temperaturmessungen folgende Tabelle erhalten:

x (Nummer der Messung)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y (Temperatur in °C)	11	13	9	6	9	8	12	13	11	12

Stelle die geordneten Paare $(x; y)$ in einem Koordinatensystem dar!

- $(4 \cdot 10) : 5$
 $4 \cdot (10 : 5)$
 $3 \cdot 80 : 4$
 - $(3 \cdot 8) : 4$
 $3 \cdot (8 : 4)$
 $10 \cdot 40 : 5$
 - $20 \cdot 6 : 5$
 $(20 : 5) \cdot 6$
 $70 \cdot 8 : 7$
 - $2 \cdot 90 : 3$
 $3 \cdot 80 : 4$
 $44 \cdot 3 : 4$

25 Maßstäbe



Bei der Abbildung von Gegenständen aus der Natur oder der Technik können diese meist nicht in ihrer wahren Größe dargestellt werden. So muß zum Beispiel ein kleines Insekt stark vergrößert abgebildet werden, damit man Einzelheiten erkennen kann.

Dagegen gibt die Fotografie oder die Zeichnung eines Hauses dieses bedeutend kleiner als in Wirklichkeit wieder. Auch bei einigen Streckendiagrammen haben wir die wirkliche Länge von Strecken im Diagramm verkleinert gezeichnet.

Bild 28 zeigt eine schematische Übersicht über einige Buslinien des VEB Kraftverkehr Potsdam. In ihm sind die wirklichen Entfernungen – wir sagen „Originalentfernungen“ – verkleinert dargestellt. Dabei ist für 1 km im Original eine Strecke von 1 cm Länge im Bild gezeichnet.

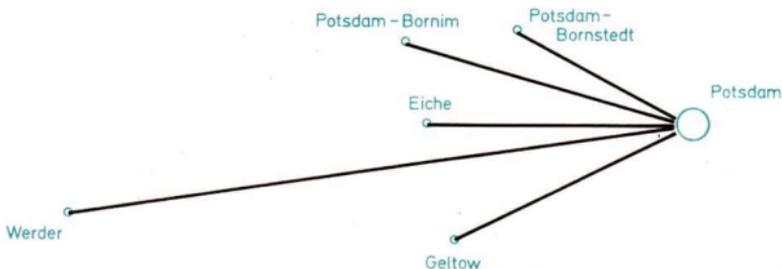


Bild 28

- 69 Ermittle die Streckenlängen aus Bild 28 und ergänze die Tabelle!

Von Potsdam nach	Bild	Original
Geltow Werder usw.	4 cm	4 km

Fertige dann ein Streckendiagramm an, in dem 1 cm als Einheit für 1 km Länge im Original gewählt ist!

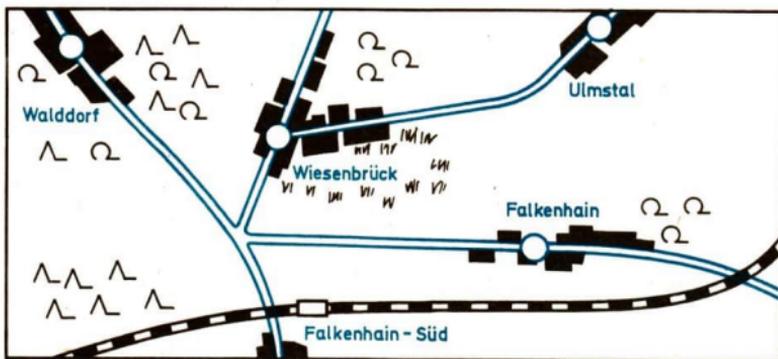
Besonders wichtige verkleinerte Darstellungen sind die Landkarten. Um aus ihnen die Entfernungen in der Natur ablesen zu können, muß angegeben sein, wie stark die Verkleinerung ist.

- 14 Das Maß der Verkleinerung in einer Landkarte oder in einem Diagramm heißt **Maßstab** der Karte oder des Diagramms.

- 40 Beim Maßstab 1 : 100 000 (lies: eins zu einhunderttausend) überlegt man so: 1 cm im Bild (auf der Karte) entspricht 100 000 cm (also 1 km) in der Natur.

Maßstab	Strecke		Beispiele
	im Bild	im Original	
1 : 100	1 cm	100 cm = 1 m	Raumpläne Gebäudepläne Stadtpläne Landkarten
1 : 1 000	1 cm	1 000 cm = 10 m	
1 : 10 000	1 cm	10 000 cm = 100 m	
1 : 100 000	1 cm	100 000 cm = 1 000 m = 1 km	

- 70 Welcher Maßstab in der Tabelle auf Seite 73 gibt die stärkste Verkleinerung, welcher die schwächste Verkleinerung an?
- 41 Bild 29 zeigt eine Karte im Maßstab 1 : 100 000. Es soll die Entfernung von Ulmstal nach Wiesenbrück ermittelt werden.
 Lösung: Man mißt auf der Karte den Abstand von Ortsmitte zu Ortsmitte und erhält etwa 5 cm. Im Original sind das $5 \cdot 100\,000$ cm, also 5 km.
 Antwort: Ulmstal ist von Wiesenbrück etwa 5 km entfernt.



- 71 Ermittle folgende Entfernungen!
 a) Walddorf – Bahnhof Falkenhain-Süd
 b) Falkenhain – Walddorf
 c) Walddorf – Wiesenbrück

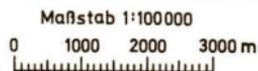
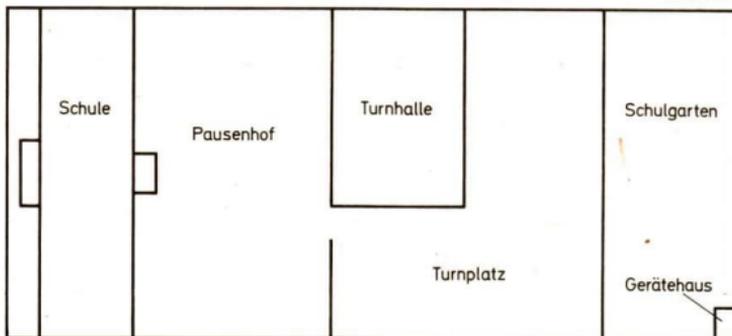


Bild 29

- 42 Bild 30 zeigt die Karte eines Schulgrundstücks im Maßstab 1 : 1 000. Es soll die Länge des Schulgebäudes ermittelt werden.
 Auf der Karte mißt man 5 cm. Im Original sind das $5 \cdot 1\,000$ cm, also 50 m.
 Antwort: Das Schulgebäude ist 50 m lang.

Bild 30



- 43 Bild 31 zeigt den Grundriß eines Pionerraumes im Maßstab 1 : 100. Es soll die Breite dieses Raumes ermittelt werden. In der Zeichnung mißt man 6 cm. Im Original sind das $6 \cdot 100$ cm, also 6 m.
Antwort: Der Pionerraum ist 6 m breit.

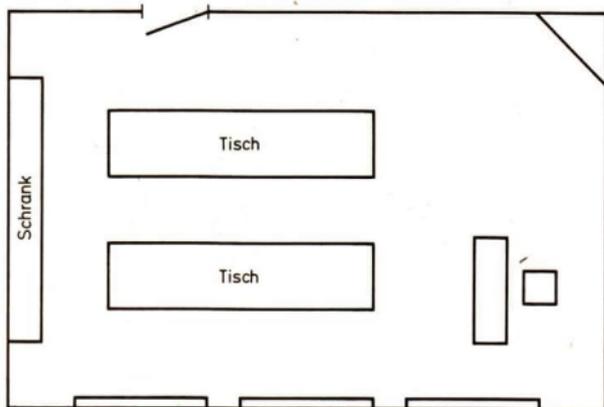


Bild 31

- 72 Ermittle folgende Maße aus dem Pionerraum (Bild 31)!
- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) Länge des Raumes | b) Länge des Schrankes |
| c) Länge eines Tisches | d) Breite der Tür |

Aufgaben

- Wieviel Kilometer entsprechen den folgenden auf einer Karte im Maßstab 1 : 100 000 gemessenen Strecken im Original?

a) 1 cm	b) 1 mm	c) 12 mm	d) 10 cm	e) 4 mm
5 cm	8 mm	35 cm	5 mm	2,3 cm
- Der Schulbus fährt von Ulmstal über Wiesenbrück nach Walddorf und zurück (Bild 29). Wie lang ist die durchfahrene Strecke?
- Einwohner von Ulmstal fahren täglich mit dem Bus über Wiesenbrück nach Falkenhain zur Arbeit (Bild 29). Wieviel Kilometer legen sie a) an einem Tag, b) in einer Woche (fünf Arbeitstage) zurück?
- Zeichne den Grundriß eines Klassenzimmers im Maßstab 1 : 100! Es ist rechteckig, 9,50 m lang und 6,80 m breit.
- Ein rechteckiges Brett ist 1,80 m breit und 6,90 m lang.
 - Stelle es im Maßstab 1 : 100 dar!
 - Es soll in drei gleich große Teile geteilt werden. Nimm eine solche Teilung auf deiner Zeichnung vor!

6. Wie lang sind die Strecken im Original, wenn sie auf einer Zeichnung im Maßstab 1 : 100 als Strecken von 7 cm; 12 cm; 5,3 cm; 8 mm; 1,4 cm; 5 mm Länge dargestellt sind?
7. Wie lang sind Strecken im Original, wenn sie auf einer Zeichnung im Maßstab 1 : 1 000 als Strecken von 4 cm; 8 cm; 12 cm; 4,3 cm; 9 mm; 7,2 cm Länge dargestellt sind?
8. Fülle die Tabelle aus!

Original	Bild	Maßstab	Original	Bild
25 m		1 : 100		6 cm
3 km		1 : 10 000		2 cm
17 km		1 : 100 000		4,5 cm

1. Ermittle den Rechnungsbetrag!

Nr. der Ware	Einzelpreis	Anzahl	Preis
1	483 M	3	
2	876 M	4	
3	242 M	7	
4	248 M	6	
Rechnungsbetrag:			

2. a) s sei 7 254, 894, 9 438, 588.
Errechne die Quotienten $s : 2$, $s : 3$, $s : 6!$
- b) t sei 4 752, 864, 8 772, 792.
Berechne die Produkte $t \cdot 3$, $4 \cdot t$, $t \cdot 6!$
3. a) $(7\,000 - 2\,200) : 6$ b) $(3\,200 + 1\,600) : 8$ c) $6\,000 - 3\,600 : 9$
 $7\,000 + 4\,000 : 8$ $4\,200 : 7 - 400$ $(5\,000 - 2\,600) : 4$
 $(6\,000 - 1\,800) : 6$ $3\,200 : 4 + 1\,200$ $7\,000 + 3\,000 : 5$

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

1. Arnim verreist in den Ferien für mehrere Wochen. Er hat 26 M Taschengeld zur Verfügung. Dieses Geld will er sich so einteilen, daß er in jeder Woche gleich viel Geld ausgibt, aber trotzdem 5 Mark übrig behält. Wieviel Mark kann er pro Woche verbrauchen, und wieviel Wochen verreist er?

2. Bauteile für Elektrogeräte werden in Kisten verschickt.
- a) In jeder Kiste liegen 3 Schichten übereinander. Jede Schicht enthält 100 Teile.
8 Kisten werden verschickt.
- b) 17 Kisten werden verschickt. Jede Kiste enthält 6 Schichten übereinander.
Jede Schicht enthält 10 Teile.

Wieviel Bauteile werden jeweils verschickt?

3.

r	s	r + s
33 000	17 000	
57 000	13 700	
23 200	28 000	
47 600	300	
960 000	40 000	

4.

x	y	x - y
820 000	370 000	
150 000	15 000	
530 000	531 000	
47 000	18 000	
300 000	299 999	

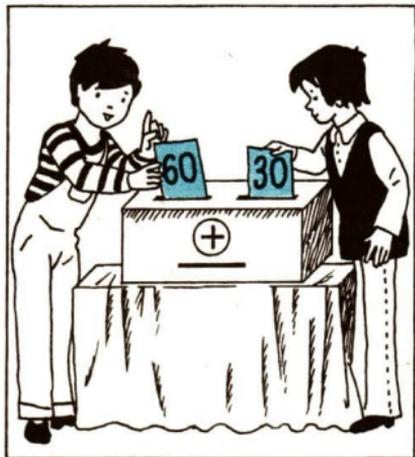
5. Suche die Fehler! Wer findet alle?

x	y	z	$x + y - z$	$2 \cdot x + y$	$2 \cdot z - y$	$2 \cdot (z - y)$
4	3	7	0	11	10	8
6	0	8	2	12	0	16
1	7	14	n. l.	9	21	1
3	9	1	11	15	n. l.	27
12	4	0	0	28	4	n. l.
0	1	7	6	8	13	12
9	10	15	4	28	20	10

6. Aus einem Holzbrettchen von 60 cm Länge und 15 cm Breite sollen 12 kleine Bretter von 15 cm Länge und 5 cm Breite gesägt werden. Wieviel Schnitte sind höchstens auszuführen?
7. Welche Zahlen erfüllen folgende Gleichungen?
- a) $32\,000 - x = 30\,000$ b) $580\,000 + x = 600\,000$
 c) $700\,000 - x = 640\,000$ d) $43\,000 - x = 42\,999$
 e) $40\,020 + x = 40\,000$ f) $200\,800 + x = 201\,000$
 g) $180\,200 + x = 181\,000$ h) $70\,000 - x = 72\,000$
8. Subtrahiere von 500
- a) den Nachfolger von 9, 7, 0, 13, 25,
 b) den Vorgänger von 8, 1, 0, 21, 60!
9. Fünf Schüler einer Klasse treffen sich zu einer Radwanderung. Als erster ist Thomas am Treffpunkt. Jürgen kommt, als Klaus und Dieter schon da sind. Dieter trifft vor Ingo, aber später als Klaus ein. Als Ingo kommt, sieht er Jürgen schon am Treffpunkt stehen.
 In welcher Reihenfolge treffen die fünf Schüler ein?

10. Zu einer Klassenfahrt treffen sich alle Schüler eine halbe Stunde vor Abfahrt des Zuges auf dem Bahnhof. Der Zug fährt 8.15 Uhr ab und trifft 11.45 Uhr am Zielort ein. Bis zum Wanderquartier muß man 15 min laufen.
- Wie lange dauert die Zugfahrt?
 - Wie lange ist Ronald insgesamt mindestens unterwegs, wenn er 20 min braucht, um den Bahnhof zu erreichen?
11. Die Straßenbahn zum Bahnhof fährt vom Platz des Friedens ab 6.00 Uhr in Abständen von 8 min. Bis zum Bahnhof braucht man 12 min Fahrzeit. Wann muß man spätestens vom Platz des Friedens abfahren, um einen Zug um 6.41 Uhr zu erreichen, falls man
- schon eine Fahrkarte hat,
 - 10 min Wartezeit am Fahrkartenschalter einplanen muß?
12. Ein Wanderer legt 5 km je Stunde zurück, ein anderer 6 km. Beide verlassen gleichzeitig das FDGB-Heim, aber in einander entgegengesetzten Richtungen. Wie lang ist die Strecke, die nach anderthalb Stunden zwischen ihnen liegt?
13. Der höchste Berg Europas ist der Mont Blanc. Er ist 4 810 m hoch. Der höchste Berg in der Sowjetunion, der Pik Kommunismus, ist 7 495 m hoch. Der höchste Berg der Welt, der Tschomolungma im Himalaja, ist 8 848 m hoch.
- Stelle die Höhe der Berge in einem Streckendiagramm dar! Runde dazu in geeigneter Weise!
 - Um wieviel Meter ist der Pik Kommunismus höher als der Mont Blanc?
 - Um wieviel Meter ist der Tschomolungma höher als der Mont Blanc?
14. Setze für y in den folgenden Gleichungen der Reihe nach die Zahlen 0, 2, 5, 9 ein! Welche Zahlen erfüllen die Gleichungen?
- | | | |
|---------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $3 \cdot y = 27$ | b) $y + 2 = 2 + y$ | c) $y + y = 18$ |
| d) $180 : y = 90$ | e) $y + y = y \cdot y$ | f) $2 \cdot y = 15 - y$ |
15. Am Giebel eines Hauses ist die Jahreszahl MDCCIX angegeben. Gegenüber steht ein Gebäude mit einer Wetterfahne, in der die Jahreszahl 1804 zu erkennen ist. Welches Gebäude ist älter?
16. Beate springt weiter als Karin, wird aber von Cornelia übertroffen. Doris springt nicht so weit wie Cornelia, aber weiter als Beate. Angelika springt weiter als Cornelia.
Ordne die Mädchen nach ihren Leistungen im Weitsprung!

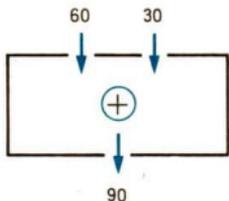
B Die vier Grundrechenoperationen



Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

1 Addition und Subtraktion

Schüler einer Klasse 3 spielen Rechenautomat. Verdeckt wie hinter einer Puppenspielbühne sitzt Steffen. Er addiert die Zahlen, die Arndt und Bernd auf Zetteln „eingeben“. Die Summe gibt er auf einem Zettel heraus.



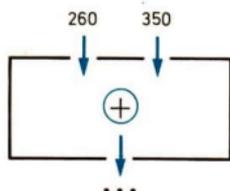
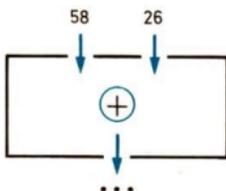
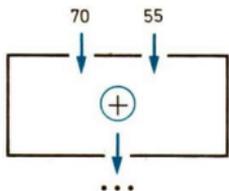
$$60 + 30 = 90$$

90 ist die **Summe** von 60 und 30.

60 + 30 ist eine **Summe**,

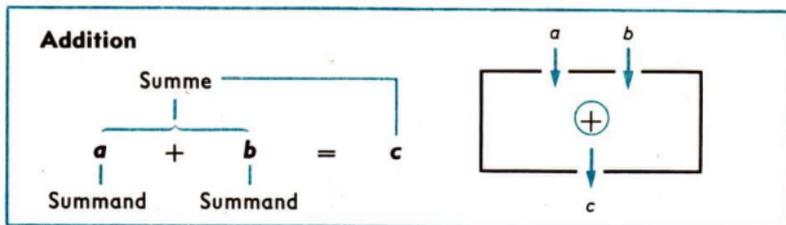
60 und 30 sind ihre **Summanden**.

- 1 Ordne jedem Paar von Summanden die entsprechende Summe zu!



Wir wissen schon:

▶ 1



● 2

Errechne für jedes geordnete Paar $(a; b)$ die Summe!

a) $(30; 80)$

b) $(500; 600)$

c) $(46; 23)$

d) $(2\ 400; 900)$

e) $(360; 70)$

f) $(4\ 000; 7\ 000)$

g) $(20\ 000; 3\ 600)$

● 3

Im Bild 1 kennzeichnet ein Pfeil eine Zuordnung durch die Addition.

a) Welche Pfeile könnten noch eingezeichnet werden?

b) Wenn von jedem Paar links ein Pfeil ausgehen soll, muß man rechts Zahlen ergänzen. Gib diese Zahlen an!

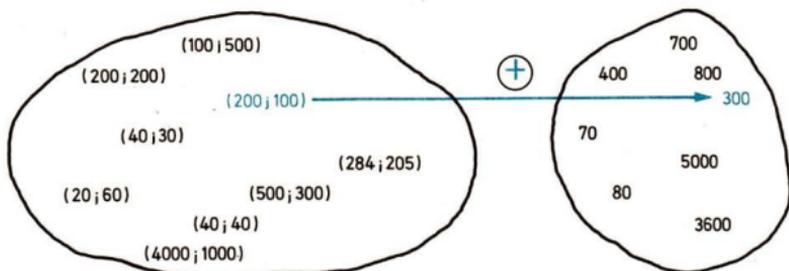
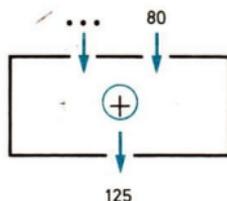
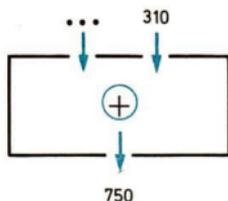
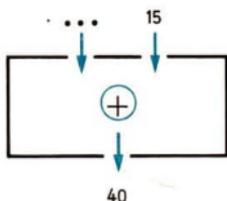


Bild 1

● 4

Gib für die folgenden Darstellungen den jeweils fehlenden Summanden an! Erkläre, wie du rechnest!



$$x + 15 = 40 \text{ ist gleichbedeutend mit } 40 - 15 = x$$

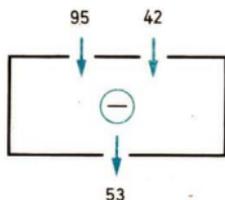
Der gesuchte Summand ist die Differenz aus der Summe und dem bekannten Summanden.

Wir wissen, daß wir diesen Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion zur Kontrolle nutzen können.

- 1 $40 - 15 = 25$; denn $25 + 15 = 40$

- 2 Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition.

Beim Spiel kann Steffen im Rechenautomaten auch den Auftrag erhalten, die Differenz der eingegebenen Zahlen zu berechnen. Dann subtrahiert der „Automat“.



$95 - 42 = 53$
 53 ist die **Differenz** von 95 und 42.
 $95 - 42$ ist eine **Differenz**,
 95 ist der **Minuend** und 42 der **Subtrahend**.

Wir wissen schon:

3 **Subtraktion**

Differenz

$a - b = c$

Minuend Subtrahend

- 5 Betrachte in den folgenden geordneten Zahlenpaaren die erste Zahl als Minuend und die zweite als Subtrahend!

Errechne jeweils die Differenz!

- a) (70; 20) b) (840; 300) c) (3 000; 3 000) d) (20 000; 180)
 e) (130; 80) f) (520; 160) g) (4 600; 2 900) h) (19 000; 1)

Aufgaben

1. Überprüfe deine Ergebnisse durch Addieren!

- a) $67 - 47$ b) $94 - 94$ c) $860 - 1$ d) $806 - 302$
 e) $760 - 240$ f) $320 - 150$ g) $2\,400 - 700$ h) $5\,300 - 2\,800$

2. a) $42 + 35$ b) $57 - 32$ c) $84 + 20$ d) $4\,600 - 1\,200$
 $800 + 170$ $760 - 210$ $97 - 36$ $2\,573 + 9$
 $463 + 0$ $820 - 390$ $0 + 820$ $6\,100 - 1$
 $7\,600 + 5\,300$ $2\,750 - 0$ $7\,850 - 1$ $14\,000 - 8\,300$

3. Welche Zahlen erfüllen folgende Gleichungen?

a) $x + 42 = 55$ b) $64 + y = 287$ c) $350 + z = 1\ 870$
 $x + 56 = 83$ $230 + y = 670$ $z + 0 = 9\ 685$
 $x + 94 = 132$ $149 + y = 149$ $4\ 320 + z = 8\ 330$

4. Errechne die Differenzen! Überprüfe durch Addition!

a) $160 - 80$ b) $4\ 800 - 3\ 200$ c) $45\ 000 - 23\ 000$ d) $46\ 000 - 23\ 000$
 $720 - 40$ $6\ 500 - 2\ 700$ $62\ 000 - 62\ 000$ $5\ 000 - 2\ 500$
 $350 - 70$ $8\ 300 - 3\ 600$ $71\ 000 - 1$ $16\ 000 - 15\ 409$

5. Schreib als Gleichung oder Ungleichung! Ermittle Lösungen!

- a) Die Summe der Zahlen a und b ist gleich 5.
 b) Die Summe der Zahlen x und y ist kleiner als 20.
 c) Die Differenz der Zahlen c und d ist größer als 43.
 d) Die Zahl s ist um 3 größer als 7.
 e) Die Zahl t ist um 4 kleiner als 19.

6. Betrachte die Zahlen jedes geordneten Paares zunächst als Summanden, gib die jeweilige Summe an!

Betrachte dann die erste Zahl als Minuend und die zweite als Subtrahend, gib die jeweilige Differenz an!

a) (70; 20) b) (630; 20) c) (3 400; 900) d) (8 752; 49)
 (351; 351) (5 700; 300) (7 281; 0) (4 637; 237)

7. Vervollständige die Tabellen!

a)

a	b	$a + b$
72	38	
560	340	
420		890
	87	150

b)

r	s	$r - s$
85	62	
172	28	
	36	202
	270	410

c)

x	y	$x - y$
230	160	
580	95	
640		605
820		370

8. Löse die folgenden Gleichungen!

a) $70 + a = 92$ b) $400 - a = 630$ c) $c - 40 = 125$
 $96 - b = 30$ $780 - b = 400$ $c + 120 = 460$
 $3\ 100 + a = 5\ 000$ $1\ 650 - b = 900$ $c - 300 = 800$

9. Welche Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?

Gib einige davon an, dabei jeweils die größte!

a) $20 + x < 130$ b) $580 - x > 250$ c) $z - 80 < 10$
 $300 + x < 812$ $960 - x > 958$ $z - 230 < 770$
 $7\ 200 + x < 7\ 201$ $2\ 240 - x > 1\ 800$ $z - 400 < 675$

2 Eigenschaften von Addition und Subtraktion

- 6 (1 870; 350), (6 800; 6 800), (530; 0), (75; 250)
- Betrachte die Zahlen dieser Paare als Summanden! Berechne die Summe!
 - Betrachte von den Zahlen dieser Paare die erste als Minuend und die zweite als Subtrahend! Ermittle dann die Differenz!
 - Bilde eine Additionsaufgabe, die nicht lösbar ist!
 - Bilde eine Subtraktionsaufgabe, die nicht lösbar ist!

▶ 4 Die Addition natürlicher Zahlen ist stets ausführbar.
Die Subtraktion natürlicher Zahlen ist nur ausführbar, wenn der Minuend nicht kleiner ist als der Subtrahend.

- 7
- Gib mehrere Zahlenpaare $(a; b)$ an, für die $a + b = 7$ ist!
 - Wieviel Zahlenpaare $(a; b)$ gibt es, für die $a + b = 4$ ist?
 - Gib mehrere Zahlenpaare $(a; b)$ an, für die $a + b = 20$ ist!

Wir wissen bereits: Zu zwei natürlichen Zahlen gibt es genau eine Summe, aber man kann natürliche Zahlen auf verschiedene Weisen als Summen darstellen:

..., $27 = 5 + 22$, $27 = 6 + 21$, $27 = 7 + 20$, ...

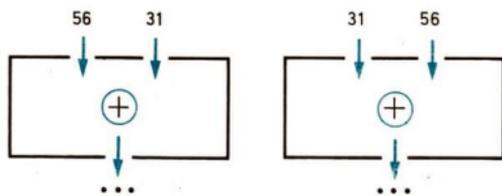
- 8
- Gib einige Zahlenpaare $(a; b)$ an, für die $a - b = 5$ gilt! Kannst du sagen, wieviel solcher Zahlenpaare es gibt?
 - Überlege wie bei **a)** für $c - d = 200$!
 - Welche Zahlen sind $247 - 83$ als Ergebnis zuzuordnen?
137, 264, 164, 163

Wir wissen bereits: Wenn die Subtraktion ausführbar ist, dann gibt es genau eine Differenz. Jedoch kann man jede natürliche Zahl auf verschiedene Weisen als Differenz schreiben.

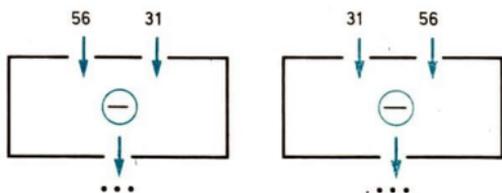
- 9
- Schreib 360 als Summe zweier natürlicher Zahlen!
Der erste (zweite) Summand soll auch 360 sein.
 - Schreib 240 als Differenz zweier natürlicher Zahlen!
Der Minuend (Subtrahend) soll auch 240 sein.
 - Berechne!
 $5 + 0$, $0 + 7$, $6 - 0$
 $357 + 0$, $0 + 548$, $403 - 0$

▶ 5 Für alle natürlichen Zahlen a gilt:
 $a + 0 = a$, $0 + a = a$, $a - 0 = a$

- 10 Steffen im Rechenautomaten weiß nicht mehr, welcher Zettel links und welcher rechts eingegeben wurde. Kann er trotzdem die Summe richtig berechnen?



Wie ist es, wenn Steffen nicht addieren, sondern subtrahieren will?



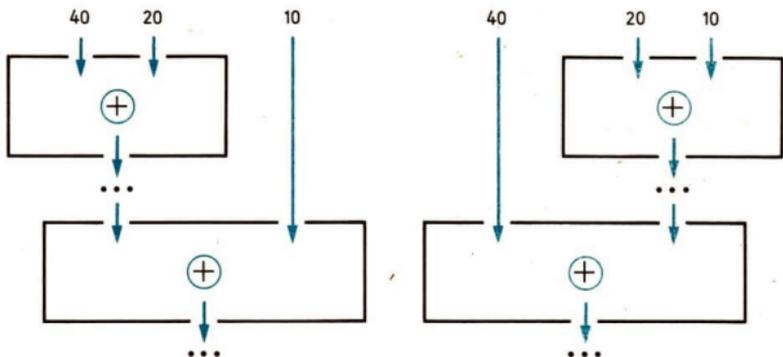
Wir wissen schon: Wenn man die Summanden **vertauscht**, errechnet man die gleiche Summe.

6 Kommutativgesetz der Addition

Für alle natürlichen Zahlen a und b gilt: $a + b = b + a$

Für die Subtraktion gilt kein Kommutativgesetz. Minuend und Subtrahend dürfen im allgemeinen nicht vertauscht werden. (Deshalb haben sie auch verschiedene Namen.)
 $a - b = b - a$ gilt nur für $a = b$.

- 11 Vergleiche beide Abbildungen und beschreibe, wie die Aufgabe $40 + 20 + 10$ jeweils gerechnet wird!



$$40 + 20 + 10 = (40 + 20) + 10$$

$$40 + 20 + 10 = 40 + (20 + 10)$$

Man kann Summanden beliebig **zusammenfassen**.

Assoziativgesetz der AdditionFür alle natürlichen Zahlen a , b und c gilt: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Kommutativgesetz und Assoziativgesetz werden beim Addieren angewendet.

- 12 a) Versuche, bei folgenden Aufgaben vorteilhaft zu rechnen!
- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| $27 + 15 + 25$ | $96 + 75 + 4$ | $38 + 16 + 12$ |
| $83 + 18 + 22$ | $109 + 11 + 43$ | $490 + 30 + 10$ |
- b) Erkläre bei folgenden Aufgaben die Anwendung des Assoziativgesetzes!
- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| $25 + 34 = 25 + (30 + 4)$ | $95 + 8 = 95 + (5 + 3)$ |
| $= (25 + 30) + 4$ | $= (95 + 5) + 3$ |
| $= \dots$ | $= \dots$ |
- c) Vergleiche auch die folgenden Rechenwege!
- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| $46 + 29 = 46 + (20 + 9)$ | $46 + 29 = 46 + (30 - 1)$ |
| $= \dots$ | $= \dots$ |

Aufgaben

1. a) $576 + 0$ b) $428 - 0$ c) $608 + 92$ d) $507 - 507$
 $307 + 307$ $0 - 81$ $3\,500 - 1$ $4\,783 - 0$
 $0 + 53$ $281 - 281$ $4\,099 + 1$ $0 - 374$

2. Vervollständige die Tabellen!

a)

x	y	x + y	x - y
743	80		
5 700	900		
8 300	8 300		
48	95		
576	0		
50		82	

b)

m	n	m + n	m - n
640		800	
1 100		1 100	
90			25
203		605	
460			280
250			300

3. Gib jeweils fünf geordnete Zahlenpaare an, denen folgende Zahlen

a) als Summe, b) als Differenz zugeordnet sind!

200, 73, 36, 837, 0, 2 350, 1

4. Vervollständige die Tabelle! Vergleiche in jeder Zeile die Ergebnisse!

a	b	a + b	b + a	a - b	b - a
3 740	80				
3 040	7 300				
460	6 007				

5. Vervollständige die Tabelle!

a	b	$a + b$	$b + a$	$a - b$	$b - a$
230		390			
608	520		810		
		500		108	

6. Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründe!

- Für alle natürlichen Zahlen a gilt $593 + a = a + 593$.
- Es gibt eine natürliche Zahl b , für die gilt $7 + b = 7 - b$.
- Für alle natürlichen Zahlen c gilt $80 + c > 80$.
- Es gibt eine natürliche Zahl d , für die gilt $30 - d = 30$.
- Es gibt eine natürliche Zahl e , für die gilt $e - 70 = 70$.

7. Vervollständige die Tabelle!

a	b	c	$a + b$	$b + c$	$(a + b) + c$	$a + (b + c)$
720	180	2 030				
423		300	1 430			
850	305			325		
	480		600	1 000		
240	300					750

8. Erläutere bei jeder Aufgabe deinen Rechenweg!

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| a) $374 + 7 + 13$ | b) $540 + 60 + 30$ | c) $67 + 89 + 11$ |
| $538 + 12 + 36$ | $540 + 80 + 20$ | $45 + 317 + 15$ |
| $273 + 193 + 7$ | $83 + 47 + 53$ | $6 + 328 + 34$ |

9. Rechne möglichst vorteilhaft!

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) $62 - 35 + 18$ | b) $92 - 12 - 35$ | c) $107 - 29 - 17$ |
| $27 + 45 - 17$ | $56 - (23 + 16)$ | $82 - 17 - 15$ |
| $75 - 15 + 33$ | $54 - 18 - 12$ | $93 - 66 - 14$ |
| $42 - 31 - 11$ | $62 - 39 - 21$ | $74 - (18 + 34)$ |

- | | | | |
|----------------|----------------|-------------------|-----------------|
| 1. a) $17 - 3$ | b) $520 + 380$ | 2. a) $7 \cdot 8$ | b) $7 \cdot 18$ |
| $28 + 6$ | $780 - 260$ | $9 \cdot 3$ | $9 \cdot 23$ |
| $47 - 9$ | $560 + 380$ | $36 : 4$ | $420 : 6$ |
| $38 + 7$ | $520 - 360$ | $54 : 9$ | $880 : 4$ |

3. a) $57 + 38 + 2$, $94 - 36 - 7$ b) $930 - 240 + 180$, $860 + 90 - 340$

3 Textaufgaben und Gleichungen

Eine Textaufgabe lautet:

Dividiere die Differenz der Zahlen 9 870 und 3 450 durch 3!

Wir überlegen und planen:

$$\begin{array}{ll} \text{Differenz von 9 870 und 3 450} & 9\,870 - 3\,450 = d \\ \text{Dividieren der Differenz durch 3} & d : 3 = x \end{array}$$

Wir rechnen: $9\,870 - 3\,450 = 6\,420$ $6\,420 : 3 = 2\,140$

- **13** a) Überprüfe, ob richtig subtrahiert und dividiert wurde!
Nenne das Ergebnis der Aufgabe!
- b) Man kann den Lösungsweg auch anders aufschreiben.
Heinz schreibt: $9\,870 - 3\,450 : 3$ Ute schreibt: $(9\,870 - 3\,450) : 3$
Wessen Schreibweise ist richtig? Begründe deine Antwort! Berechne auch die Zahl, die man bei falscher Schreibweise erhält!

- **2** **Aufgabe:** Wenn man zu dem Produkt von 46 und 5 eine Zahl a addiert, ist das Ergebnis 350. Wie groß ist die Zahl a ?

Planen der Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{Produkt von 46 und 5} & 46 \cdot 5 \\ \text{Addieren einer Zahl } a & 46 \cdot 5 + a \\ \text{Ergebnis 350} & 46 \cdot 5 + a = 350 \end{array}$$

Wir erhalten eine Gleichung.

$$\begin{array}{ll} \text{Lösen der Gleichung (schrittweise):} & 46 \cdot 5 + a = 350 \\ & 230 + a = 350 \\ & a = 120 \end{array}$$

Überprüfen der Lösung an der Aufgabe:

Das Produkt von 46 und 5 ist 230.

Addiert man dazu 120, so erhält man tatsächlich 350.

Antwortsatz: Die gesuchte Zahl ist 120.

Im Beispiel 2 haben wir für das Lösen einer Textaufgabe eine Gleichung aufgestellt. Umgekehrt ist es beim Lösen einer Gleichung oft zweckmäßig, ihren Inhalt durch Worte richtig zu erfassen.

- **3** Zu lösen ist die Gleichung: $x - 23 = 56$

Wir können überlegen:

Gesucht ist eine Zahl x . Wenn man von ihr 23 subtrahiert, erhält man 56.

Die Zahl x muß also um 23 größer sein als 56:

$$x = 56 + 23$$

$$x = 79$$

Wir kontrollieren:

$$79 - 23 = 56$$

Also ist 79 Lösung der Gleichung:

$$\underline{\underline{x = 79}}$$

Aufgaben

1. Addiere zu dem Produkt der Zahlen 45 und 6 die Zahl 1 340!
2. Multipliziere die Summe der Zahlen 985 und 674 mit 4!
3. Berechne das Fünffache der Differenz von 836 und 487!
4. Berechne das Produkt, wenn der erste Faktor 7 ist und der zweite Faktor durch Addition der Zahlen 1 503 und 67 entsteht!
5. Berechne das Produkt von 250 und 10! Subtrahiere davon eine solche Zahl, daß du 2 000 erhältst! Welche Zahl mußt du subtrahieren?
6. Welche Zahl muß man zum Produkt der Zahlen 37 und 5 addieren, um 150 zu erhalten?
7. Addiere zum vierten Teil der Zahl 840 eine solche Zahl, daß du 500 erhältst! Welche Zahl mußt du addieren?
8. a) $25 + x = 28$
 $345 + x = 379$
 $x + 92 = 58$
 $x + 2\,570 = 2\,598$
- b) $x - 18 = 40$
 $x - 200 = 382$
 $745 - x = 605$
 $230 - x = 500$
- c) $x \cdot 3 = 24$
 $10 \cdot x = 897$
 $560 : x = 70$
 $x : 2 = 17$

4 Schriftliches Addieren

- 14 Berechne $5\,315 + 864 + 2\,607$!

Bei Aufgaben mit solchen Zahlen addieren wir schriftlich.
Das können wir schon.

So berechnen wir $683 + 745$ folgendermaßen:

	Man rechnet:	Übertrag:	Man schreibt:
683	$5 + 3 = 8$		8
+ 745	$4 + 8 = 12$	1	2
<u>1 428</u>	$1 + 7 + 6 = 14$	1	4
			1

Beim schriftlichen Verfahren wendet man verschiedene Gesetze an, die wir schon kennen. $683 + 745$ heißt

$$(6 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3) + (7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5),$$

und statt dessen rechnet man eigentlich

$$(5 + 3) + (4 + 8) \cdot 10 + (7 + 6) \cdot 100.$$

Beachten muß man das genaue Untereinanderschreiben und die Überträge.

Von den Rechengesetzen kann man auch Gebrauch machen, wenn man das Ergebnis überprüft. So kann man einmal „von unten nach oben“ und dann noch einmal zur Kontrolle „von oben nach unten“ addieren.

7	6	1	1
	8	6	7
2	0	5	6
+	2	8	3
<hr/>			
	.	.	7

↑ 17 usw.
16
9
3

↓ 1
8
14
17 usw.

- 15 a) Führe die Rechnung zu Ende!
b) Wer sicher rechnen kann, darf die einzelnen Summanden auch anders zusammenfassen: 10, 16, 17
Was ist dabei vorteilhaft?

Man kann nicht nur mit Zahlen, sondern auch mit Größen rechnen. Beim Addieren von Größen müssen wir auf gleiche Einheiten achten. Dann brauchen wir nur die Zahlenwerte zu addieren.

- 4 a) Zu berechnen ist $736 \text{ dm} + 583 \text{ cm}$.

$$\begin{aligned} 736 \text{ dm} + 583 \text{ cm} \\ = 7360 \text{ cm} + 583 \text{ cm} \\ = 7943 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$736 \text{ dm} = 7360 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 7360 \\ + 583 \\ \hline 7943 \end{array}$$

- b) Aufgabe: $63 \text{ kg } 752 \text{ g} + 775 \text{ kg } 488 \text{ g}$

$$\begin{array}{r} 63 \text{ kg } 752 \text{ g} \\ + 775 \text{ kg } 488 \text{ g} \\ \hline 838 \text{ kg } 1240 \text{ g} \\ = 839 \text{ kg } 240 \text{ g} \end{array}$$

- c) Aufgabe: $7 \text{ t } 276 \text{ kg} + 937 \text{ kg}$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ t } 276 \text{ kg} \\ + 937 \text{ kg} \\ \hline 8 \text{ t } 213 \text{ kg} \end{array}$$

- 16 a) Gib das Ergebnis von Beispiel 4a) in Metern an (Kommaschreibweise)!
b) Vergleiche die Rechnung im Beispiel 4b) mit der in 4c)!
c) Die Aufgaben im Beispiel 4b) und 4c) kann man auch rechnen, wenn man die Summanden mit nur einer Einheit angibt. Führe die Rechnung in dieser Weise aus!

Aufgaben

1. a) $\begin{array}{r} 18357 \\ + 23529 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 57648 \\ + 20804 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 97647 \\ + 83528 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 315482 \\ + 803627 \\ \hline \end{array}$
2. a) $5263 + 7863$ b) $13863 + 6757$ c) $578603 + 835401$
d) $180305 + 5007$ e) $37025 + 180030$ f) $6738 + 870300$

3. a)	10 127	b)	576 047	c)	307 506	d)	56 813
	20 080		318 308		67 008		704 806
	43 516		504 073		6 304		6 008
	<u>+ 48 340</u>		<u>+ 784 800</u>		<u>+ 503 008</u>		<u>+ 15 374</u>

4. a)	72 831 + 84 006 + 24 207 + 45 003 + 37 814	b)	356 + 80
c)	870 013 + 3 407 + 43 003 + 503 826	d)	402 + 72 + 5
e)	315 816 + 53 006 + 4 705 + 813 283	f)	840 - 230

5. a)	587 m + 4 970 cm	b)	235 cm + 867 mm
c)	283 kg + 6 850 g	d)	85 t + 12 350 kg

6. a)	365 t 878 kg	b)	45 g 835 mg
	<u>+ 76 t 855 kg</u>		<u>+ 420 g 540 mg</u>

c)	516 cm 7 mm	d)	18 km 354 m
	<u>+ 318 cm 2 mm</u>		<u>+ 24 km 216 m</u>

7. Die Aufgaben a) bis d) haben eine Besonderheit. Du erkennst diese an den Ergebnissen.

Ergänze die fehlenden Ziffern in den Aufgaben e) bis h) entsprechend!

a)	8 647	b)	56 789	c)	17 854	d)	52 358
	<u>+ 1 352</u>		<u>+ 43 211</u>		<u>+ 4 368</u>		<u>+ 3 197</u>

e)	9 376	f)	2 816	g)	4 692	h)	7 543
	<u>+</u>						
 1	 4	 7	

- 8.* Ergänze die fehlenden Ziffern!

a)	3 152	b)	c)	7 243	d)	15 .36
	<u>+</u>		<u>+ 1 654</u>		<u>+ 8..</u>		<u>+ 6 2..</u>
	9 687		4 289		. . 27		.. 879

9. Der Großhandel liefert an Verkaufsstellen, Gaststätten und Werkküchen Gemüse. Entnimm der folgenden Tabelle die Angaben in Kilogramm und ermittle die fehlenden Zahlen!

Gemüseart	Verkaufsstellen	Gaststätten	Werkküchen	insgesamt
Möhren	7 350	6 840	10 345	
Weißkohl	12 475	2 355	4 669	
Rotkohl	6 225	13 620	2 456	
Bohnen	4 347	9 246	8 050	
Erbsen	860	2 375	676	
Spinat	1 455	346	1 060	
zusammen				

10. Bei den folgenden Additionsaufgaben kannst du unter vier Ergebnissen das richtige auswählen; es ist immer dabei. Die falschen Ergebnisse sind zu erkennen, ohne die ganze Addition auszuführen! Erläutere, woran du sie erkennst!



Aufgabe	Ergebnis zur Auswahl
a) $1\ 426 + 2\ 708$	4 137; 5 134; 4 124; 4 134
b) $6\ 928 + 7\ 117$	4 045; 13 046; 14 045; 10 045
c) $2\ 394 + 8\ 967$	11 365; 21 361; 11 361; 12 301
d) $8\ 532 + 7\ 406$	16 948; 15 938; 15 900; 9 938

- 11.* a) Berechne die Summe der Zahlen 5 843, 73 857, 63 078, 87 413 und 386!
 b) Der erste Summand einer Additionsaufgabe ist 7 426, der zweite ist doppelt so groß wie 5 012. Berechne die Summe!
 c) Der eine Summand einer Additionsaufgabe ist 19 709, der andere ist der vierte Teil von 80 032. Rechne!
 d) Die Differenz ist 538 400 und der Subtrahend 83 450. Berechne den Minuenden!
12. Ein Fleischwarenkombinat verarbeitete 16 570 kg Fleisch. Das waren 350 kg weniger, als es Wurstwaren herstellte. Wieviel Kilogramm Wurstwaren wurden hergestellt?
13. Ein Backwarenkombinat lieferte insgesamt 12 340 t Weizengebäck, darunter 6 450 t Brötchen. Das waren 3 450 t Weizengebäck weniger, als Gebäck aus Roggen hergestellt wurde. Wieviel Gebäck aus Roggenmehl wurde hergestellt?

1. Berechne
- den fünften Teil von 125,
 - das Vierfache von 15,
 - das Zehnfache von 0,
 - den neunten Teil von 2 700!
2. Berechne
- das Dreifache von 170,
 - die Hälfte von 300,
 - das Vierfache von 250,
 - den dritten Teil von 80!
3. Welche der Zahlen 20, 23, 25, 28, 30, 45, 56, 61, 70 sind
- durch 2 teilbar,
 - durch 5 teilbar,
 - durch 2 und durch 5 teilbar,
 - durch 2 und nicht durch 5 teilbar,
 - weder durch 2 noch durch 5 teilbar?
4. Wieviel Minuten sind 360 s, 480 s, 540 s, 180 s, 600 s?
5. Wieviel Tonnen sind 70 dt, 180 dt, 300 dt, 560 dt?

5 Schriftliches Subtrahieren

Bei einer Zählung wohnten im Bezirk Erfurt 1 250 607 Menschen, davon in der Bezirksstadt 201 826. Um zu berechnen, wieviel Einwohner des Bezirks nicht in der Bezirksstadt wohnten, kann man subtrahieren:

$$1\ 250\ 607 - 201\ 826$$

Bei solchen Zahlen rechnet man meist schriftlich.

Das können wir schon:

1	2	5	0	6	0	7
-	2	0	1	8	2	6
						7
						8
						7
						1

Man rechnet:

$$\begin{aligned} 6 + 1 &= 7 \\ 2 + 8 &= 10 \\ 1 + 8 + 7 &= 16 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Übertrag:

1
1

Man schreibt:

1
8
7
⋮

Das Ergebnis kann man überprüfen, indem man Differenz und Subtrahend addiert. Die so errechnete Summe vergleicht man mit dem Minuenden.

- 17 Vervollständige die Rechnung und überprüfe!
Sprich das Ergebnis in einem Antwortsatz aus!

Auch bei Gleichungen, in denen große Zahlen auftreten, kann man schriftliche Verfahren verwenden. Das geschieht in einer Nebenrechnung.

- 5 Zu lösen ist die Gleichung $438 + x = 3\ 206$.
Ein Summand ist gesucht. Die Umkehrung der Addition ist die Subtraktion. Deshalb erhalten wir den gesuchten Summanden durch Subtraktion des anderen Summanden von der Summe:

$$x = 3\ 206 - 438$$

Nebenrechnung:

3 206
- 438
2 768

Kontrolle: $438 + 2\ 768 = 3\ 206$

Lösung der Gleichung: $x = \underline{\underline{2\ 768}}$

- 18 a) Löse die Gleichung $x - 2\ 860 = 5\ 327$! (Vergleiche dazu Beispiel 3, S. 87!)
b) Heidi behauptet: „Ich brauche keine Nebenrechnung. Ich kann schriftlich addieren und subtrahieren, ohne die Zahlen untereinanderzuschreiben.“
Versuche das auch! Erkläre, worauf dabei besonders zu achten ist!
Warum ist das Rechnen mit untereinander geschriebenen Zahlen einfacher?



Aufgaben



1. a)
$$\begin{array}{r} 37\ 657 \\ - 12\ 235 \\ \hline \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 65\ 826 \\ - 43\ 214 \\ \hline \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 87\ 748 \\ - 63\ 516 \\ \hline \end{array}$$
 d)
$$\begin{array}{r} 56\ 584 \\ - 74\ 372 \\ \hline \end{array}$$
2. a)
$$\begin{array}{r} 397 \\ - 259 \\ \hline \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 382 \\ - 968 \\ \hline \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 643 \\ - 391 \\ \hline \end{array}$$
 d)
$$\begin{array}{r} 771 \\ - 435 \\ \hline \end{array}$$
 e)
$$\begin{array}{r} 1\ 346 \\ - 853 \\ \hline \end{array}$$
3. a) $805 - 283$ b) $2\ 000 - 306$ c) $2\ 300 - 1\ 176$ d) $2\ 003 - 79$
e) $607 - 56$ f) $709 - 156$ g) $906 - 36$ h) $40\ 004 - 28\ 001$
4. In den folgenden Rechnungen stecken Fehler. Versuche, sie schnell zu finden!
- a)
$$\begin{array}{r} 4\ 328 \\ - 2\ 937 \\ \hline 1\ 411 \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 3\ 703 \\ - 5\ 408 \\ \hline 2\ 295 \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 7\ 005 \\ - 4\ 236 \\ \hline 2\ 869 \end{array}$$
 d)
$$\begin{array}{r} 6\ 328 \\ - 497 \\ \hline 1\ 358 \end{array}$$
 e)
$$\begin{array}{r} 4\ 158 \\ - 6\ 999 \\ \hline 7\ 159 \end{array}$$
5. a) $457 + x = 1\ 860$ b) $245 + y = 4\ 760$
c) $z + 3\ 676 = 4\ 500$ d) $x + 8\ 470 = 3\ 706$
e) $a + 10\ 308 = 40\ 050$ f) $b + 846 = 3\ 507$
6. a) $18\ 704 + a = 22\ 008$ b) $8\ 780 + x = 6\ 348$
c) $c + 567 = 307\ 500$ d) $z + 340 = 742$
7. Gib die Ergebnisse bei a) auch in Tonnen, bei b) auch in Dezitonnen an!
- a) $8\ 867\ \text{kg} - 4\ 325\ \text{kg}$ b) $8\ 472\ \text{kg} - 3\ 315\ \text{kg}$
 $7\ 884\ \text{kg} - 9\ 961\ \text{kg}$ c) $6\ 840\ \text{kg} - 340\ \text{kg}$
 $4\ 736\ \text{kg} - 46\ \text{kg}$ d) $7\ 934\ \text{kg} - 4\ 152\ \text{kg}$
8. a)
$$\begin{array}{r} 8,45\ \text{M} \\ - 2,67\ \text{M} \\ \hline \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 6,39\ \text{M} \\ - 4,76\ \text{M} \\ \hline \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 7,87\ \text{M} \\ - 3,58\ \text{M} \\ \hline \end{array}$$
 d)
$$\begin{array}{r} 6,54\ \text{M} \\ - 2,73\ \text{M} \\ \hline \end{array}$$
9. a) $5,84\ \text{m} - 3,45\ \text{m}$ b) $9,86\ \text{m} - 2,17\ \text{m}$
 $8,56\ \text{m} - 4,71\ \text{m}$ c) $6,74\ \text{m} - 26\ \text{cm}$
10. a)
$$\begin{array}{r} 678\ 391 \\ - 524\ 602 \\ \hline \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 356\ 223 \\ - 138\ 574 \\ \hline \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 120\ 004 \\ - 47\ 519 \\ \hline \end{array}$$
11. a) $385,46\ \text{M} - 157,28\ \text{M}$ b) $3\ 469,45\ \text{M} - 1\ 638,26\ \text{M}$
c) $15\ 649,35\ \text{M} - 3\ 837,29\ \text{M}$ d) $6\ 783,15\ \text{M} - 1\ 256,05\ \text{M}$
12. a)
$$\begin{array}{r} 375\ \text{km}\ 849\ \text{m} \\ - 117\ \text{km}\ 228\ \text{m} \\ \hline \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 843\ \text{m}\ 76\ \text{cm} \\ - 124\ \text{m}\ 9\ \text{cm} \\ \hline \end{array}$$
 c)
$$\begin{array}{r} 884\ \text{kg}\ 753\ \text{g} \\ - 278\ \text{kg}\ 216\ \text{g} \\ \hline \end{array}$$
13. a) $x + 5\ 738 = 18\ 345$ b) $z - 4\ 783 = 3\ 860$
c) $50\ 784 + a = 75\ 575$ d) $27\ 836 - c = 17\ 806$
e) $11\ 913 - x = 105\ 704$
14. a) $y + 3\ 748 = 21\ 247$ b) $x - 7\ 047 = 32$
c) $84\ 462 + b = 42\ 243$ d) $48\ 238 - x = 25\ 370$
e) $18\ 003 - z = 5\ 995$

15. a) Gesucht ist die Differenz von 267 342 und 185 985.
 b) In einer Subtraktionsaufgabe ist der Minuend 76 204. Der Subtrahend ist das Vierfache von 309. Wie groß ist die Differenz?
16. a) Ein Summand in einer Additionsaufgabe ist 53 780, die Summe ist 103 000. Der andere Summand ist zu ermitteln.
 b) Wenn man von einer Zahl z die Zahl 85 813 subtrahiert, erhält man als Differenz 473 815. Wie groß ist die Zahl z ?
 c) Der Minuend in einer Subtraktionsaufgabe ist 206 000. Als Differenz ergibt sich 87 563. Wie groß ist der Subtrahend?
17. Zwei gleichartige Sessel und eine Liege kosten zusammen 1 455 M. Wieviel kostet jeder Sessel, wenn die Liege 683 M kostet?
18. Für drei gleichartige Autoreifen und einen Schlauch werden zusammen 420,50 M bezahlt. Wie teuer ist ein Reifen, wenn der Schlauch 18,50 M kostet?
19. Herr Müller hat ein Sparkonto mit 3 342,78 M. Er hebt 125 M ab. Wieviel Geld bleibt auf dem Konto?
20. Herr Förster zahlt auf sein Sparkonto 235 M ein. Danach hat er ein Guthaben von 4 461,32 M. Wie groß war es vor der Einzahlung?

21.* Ersetze das Zeichen * jeweils durch die richtige Grundziffer!

a)
$$\begin{array}{r} **4*4 \\ - 913* \\ \hline 6*51 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} *206* \\ - 18**5 \\ \hline 2*347 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 8*6*3 \\ - 17581 \\ \hline *5*6* \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} *93*2 \\ - 25*6* \\ \hline 2*515 \end{array}$$

1. Welche Vielfachen von 100 000 erfüllen folgende Ungleichungen?
- a) $300\,000 < x < 800\,000$
 $100\,000 < x < 200\,000$
 $100\,000 < x < 200\,001$
 $90\,000 < x < 500\,000$
- b) $401\,000 < z < 600\,300$
 $40\,050 < z < 150\,000$
 $800\,000 < z < 500\,000$
 $1\,000\,000 < z < 300\,000$
2. $6 + x = 9$, $7 + x = 8$, $5 + x = 7$, $1 + x = 4$, $2 + x = 8$
3. a) $7 + x = 13$, $5 + x = 14$, $6 + x = 12$, $9 + x = 18$, $8 + x = 15$
 b) $15 + x = 23$, $28 + x = 33$, $19 + x = 26$, $35 + x = 42$, $28 + x = 34$
4. Gib an, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind! Begründe!
- a) Für alle natürlichen Zahlen x gilt $x - x = 0$.
 b) Es gibt eine natürliche Zahl z , für die gilt $78 - z = 78$.
 c) Für alle natürlichen Zahlen n gilt $n + 2 > n$.
 d) Es gibt nur eine natürliche Zahl n , für die gilt $n + 2 < 7$.

6 Aufgaben mit mehreren Summanden oder Subtrahenden



- a) Im Bus sind 19 Fahrgäste.
- b) 7 Personen steigen aus, 4 Personen steigen ein.
- c) 8 Personen steigen aus, 9 Personen steigen ein.

d)

- 19 a) Wieviel Fahrgäste befördert der Bus im Bild d)?
 b) Berechne $27 + 3 - 5 + 8 - 4$,
 $14 - 7 + 11 - 6 + 3$!

In Kopfrechenübungen haben wir schon oft solche Aufgaben wie im Auftrag 19b) gelöst. Dabei haben wir eigentlich immer in der Reihenfolge gerechnet, in der die Aufgabe gestellt wurde. Liegt die Aufgabe schriftlich vor, findet man auch andere Lösungswege.

Ilona hat beim Auftrag 19 a) so gerechnet: $19 - 7 + 4 - 8 + 9 = \dots$

Bernd ist so vorgegangen: $19 + 4 + 9 - 7 - 8 = \dots$

- 20 Vergleiche die Lösungswege von Ilona und Bernd miteinander und mit deinem eigenen Vorgehen! Vergleiche die Ergebnisse!

Wir wissen bereits: Bei Aufgaben mit mehreren Summanden kann man die Reihenfolge beliebig ändern.

So rechnen wir statt $27 + 45 + 13 = 72 + 13 = 85$
 besser $27 + 13 + 45 = 40 + 45 = 85$.

Assoziativgesetz und Kommutativgesetz der Addition gestatten dieses Vorgehen:

$$(27 + 45) + 13 = 27 + (45 + 13) = 27 + (13 + 45) = (27 + 13) + 45$$

Auch wenn Subtrahenden auftreten, darf man die Reihenfolge beim Rechnen verändern. Warum dies erlaubt ist, werden wir erst später lernen. Sogar bei Aufgaben, die in der ursprünglichen Reihenfolge **nicht lösbar** sind, kann man so manchmal eine lösbar Aufgabe erhalten: $18 - 21 + 5$ ist nicht lösbar wegen $21 > 18$,

$$18 + 5 - 21 = 23 - 21 = 2.$$

- 21 Vergleiche jedesmal die Aufgaben und ihre Ergebnisse!

a) $37 - 45 + 22 - 7$	b) $24 - 51 - 6 + 19$	c) $48 - 23 - 12$
$37 + 22 - 45 - 7$	$24 + 19 - 51 - 6$	$48 - 12 - 23$
$37 - 7 + 22 - 45$	$24 + 19 - 6 - 51$	$48 - (23 - 12)$
		$48 - (23 + 12)$

Statt nacheinander mehrmals zu subtrahieren, kann man auch die Summe der Subtrahenden ermitteln und diese Summe subtrahieren:

- 8: Für alle natürlichen Zahlen a, b, c gilt
 $a - b - c = a - (b + c)$,
 wenn a nicht kleiner als $b + c$ ist.

- 22 a) Rechne möglichst vorteilhaft! Begründe dein Vorgehen!
 $34 - 9 - 11 + 6$; $58 - 14 - 23 - 17$; $73 - (13 + 24)$
 b) Rechne schriftlich! $348 - 127 + 58 - 69 + 106$
 Wieviel Teilaufgaben mußt du lösen, wenn du in der angegebenen Reihenfolge rechnest? Gib andere Lösungswege an!

Offt ist es beim schriftlichen Rechnen am zweckmäßigsten, alle Subtrahenden zu einer Summe zusammenzufassen.

- 6 Zu berechnen ist $537 - 168 + 258 - 73 + 41$

Zweckmäßiger Lösungsweg:

$$\begin{array}{r} 537 \\ + 258 \quad 168 \quad 836 \\ + 41 \quad + 73 \quad - 241 \\ \hline 836 \quad 241 \quad \underline{\underline{595}} \end{array}$$

Möglich ist auch:

$$\begin{array}{r} 537 \\ + 258 \quad 836 \quad 668 \\ + 41 \quad - 168 \quad - 73 \\ \hline 836 \quad \underline{\underline{668}} \quad \underline{\underline{595}} \end{array}$$

- 23 Gib jedesmal die Teilaufgaben an, die du rechnest!
 a) $1\,374 + 295 - 817 - 93 + 144$ c) $578 + 144 - 87 + 155$
 b) $431 - 167 + 53 - 215$ d) $1\,476 - 377 - 114 - 239$

- 7 Aufgabe: $4\,215 - 1\,473 - 984$

$$\begin{array}{r} \text{Rechnung:} \quad 1\,473 \quad 4\,215 \\ \quad \quad \quad + 984 \quad - 2\,457 \\ \hline \quad \quad \quad 2\,457 \quad \underline{\underline{1\,758}} \end{array}$$

Das Subtrahieren mehrerer Subtrahenden kann man auch in einem einzigen Schritt ausführen. Man braucht sie dann nicht gesondert zu addieren. Allerdings muß man häufiger Überträge beachten als sonst beim Subtrahieren. Außerdem können diese Überträge auch größer als 1 sein.

4	2	1	5
-	1	4	7
-		9	8
1	7	5	8

Man rechnet:

$$\begin{array}{l} 4 + 3 = 7; \quad 7 + 8 = 15 \\ 1 + 8 + 7 = 16; \quad 16 + 5 = 21 \\ 2 + 9 + 4 = 15; \quad 15 + 7 = 22 \\ 2 + 1 = 3; \quad 3 + 1 = 4 \end{array}$$

Übertrag: Man schreibt:

1	8
2	5
2	7
	1

Bei Aufgaben mit mehreren Subtrahenden ist es besonders vorteilhaft, vorher durch einen Überschlag zu überlegen, ob die Subtraktion ausführbar ist.

B

- 24 Bei welchen Aufgaben kannst du sofort feststellen, daß sie nicht lösbar sind?

a) $30\,817 - 27\,685 - 11\,319$ c) $46\,236 - 22\,350 - 18\,329 - 3\,765$
b) $7\,342 - 1\,682 - 2\,795 - 2\,678$ d) $21\,319 - 817 - 18\,329 - 3\,765$

Versuche, die übrigen Rechnungen auszuführen, und kontrolliere deine Ergebnisse durch Addition!

Aufgaben

1. $12 + 8 - 7 - 3$ 2. $93 - 48 + 15$ 3. $100 - 60 + 30$
 $14 - 6 + 3 - 5$ $84 + 17 - 24$ $400 - (200 + 100)$
 $8 + 4 - (7 + 1)$ $60 - 14 - 16$ $200 - 100 - 300$
 $19 - 2 + 7 - 8$ $18 - 21 + 6$ $400 - 70 + 30$
4. $230 - 70 + 560$ 5. $96 + 15 - 36 + 12$
 $480 - 510 + 120$ $83 - (13 + 24) + 34$
 $640 - (140 + 250)$ $64 - 48 + 17 - 33$
 $720 - 510 + 140 - 460$ $42 - 22 - 38 + 25$
6. a) $5\,706 + 908 - 240 + 390$ 7. a) $782 - 493 + 1\,069 - 77$
b) $4\,650 - 473 + 728 - 468$ b) $351 + 248 - 780 + 299$
c) $6\,999 - 785 - 644 + 321$ c) $144 + 637 - 473 - 355$
8. a) $687 - 314 + 121$ 9. a) $975 + 237 - 532$
b) $589 - 243 - 132$ b) $744 - 221 - 301$
c) $699 - 271 + 310$ c) $397 - 222 - 241$
10. a) Subtrahiere von der Summe der Zahlen 8 357, 6 487 und 5 407 die Zahl 3 870!
b) Addiere zur Differenz der Zahlen 80 730 und 70 707 die Zahl 5 050!
11. a) $35\,864 - 13\,275 + 11\,312$ 12. a) $54\,186 - 14\,354 - 15\,221$
b) $39\,000 - 13\,333 - 27\,660$ b) $23\,785 - 18\,145 - 7\,609$
c) $12\,843 - 8\,125 - 3\,913$ c) $33\,196 - 48\,217 + 20\,304$
13. a) $1\,893 - 624 - 907 - 80$ b) $9\,990 - 888 - 7\,777 - 66$
c) $1\,000 - 413 - 259 - 528$ d) $7\,856 - 3\,344 - 27 - 986$
- 14.* Rechne „in einem Schritt“!
a) $38\,471 - 1\,297 - 13\,240 - 3\,823$
b) $52\,935 - 12\,362 - 5\,706 - 23\,056$
c) $94\,343 - 47\,241 - 36\,983 - 10\,119$
15. a) $19,64\text{ M} - 2,71\text{ M} - 5,35\text{ M}$ 16. a) $97,24\text{ M} - 15,60\text{ M} - 52,03\text{ M}$
b) $50,50\text{ M} - 17,83\text{ M} + 18,60\text{ M}$ b) $43,40\text{ M} - 50,50\text{ M} + 8,80\text{ M}$

17. a) $364 \text{ m } 78 \text{ cm} - 88 \text{ m } 45 \text{ cm} + 104 \text{ m } 17 \text{ cm}$
 b) $548 \text{ m } 34 \text{ cm} - 72 \text{ m } 52 \text{ cm} - 138 \text{ m } 5 \text{ cm}$
18. Subtrahiere von 100 M!
 a) $19,25 \text{ M} + 50,53 \text{ M}$ b) $65,28 \text{ M} + 23,37 \text{ M} + 17,63 \text{ M}$
19. Subtrahiere von 58 t!
 a) $16 \text{ t } 342 \text{ kg} + 35 \text{ t } 424 \text{ kg}$ b) $3 \text{ t } 560 \text{ kg} + 30 \text{ t } 468 \text{ kg}$
20. Subtrahiere von 50 m!
 a) $32,65 \text{ m} + 6,24 \text{ m}$ b) $17,85 \text{ m} + 25,14 \text{ m} + 0,87 \text{ m}$
21. Subtrahiere von 408 m!
 a) $90 \text{ m } 87 \text{ cm} - 15 \text{ m } 6 \text{ cm}$ b) $130 \text{ m } 97 \text{ cm} + 9 \text{ m } 8 \text{ cm}$
22. a) $x - (3\,258 - 1\,926) = 537$ b) $(348 + 2\,693) + y = 3\,417$
 c) $z + (7\,426 - 2\,839) = 4\,587$ d) $829 + w + 1\,395 = 2\,225$
23. a) $x + 782 + 395 = 1\,205$ b) $y - 835 - 642 = 526$
 c) $z + 1\,050 - 418 = 226$ d) $t + 403 - 295 = 1\,600$
- 24.* Die Summe von drei Zahlen ist 757 000. Die zweite Zahl ist 100 000, die dritte ist viermal so groß wie die zweite. Wie heißt die erste Zahl?
- 25.* Der Minuend ist 400 808. Der erste Subtrahend ist 10 000, der zweite ist zwölfmal so groß wie der erste und der dritte ist um 18 420 größer als der erste. Berechne die Differenz!
26. Eine GPG will 23 450 kg Tomaten liefern. Um ihren Vertrag zu erfüllen, lieferte sie zunächst 9 860 kg und dann 8 470 kg. Wieviel Kilogramm Tomaten muß sie noch abliefern?
27. Die Beete einer Parkanlage sollen mit weißen, blauen und gelben Stiefmütterchen bepflanzt werden. Insgesamt werden 1 200 Pflanzen benötigt.
 a) Wieviel blaue Stiefmütterchen braucht man noch, wenn bereits 545 weiße und 665 gelbe Stiefmütterchen zur Verfügung stehen?
 b) Wieviel Stiefmütterchen von jeder Sorte werden benötigt, wenn man die Farben gleichmäßig berücksichtigen will?
28. In einer Schule sind 287 Mädchen und 308 Jungen. Davon haben 193 die Schwimmprüfung der Stufe II und 201 die der Stufe I abgelegt. Berechne, wieviel Schüler keine dieser Prüfungen abgelegt haben!
29. Von 658 Schülern erhielten bei Schwimmprüfungen 234 Schüler die Stufe III, 112 Schüler die Stufe II und der Rest die Stufe I zuerkannt. Berechne, wieviel Schülern die Stufe I zuerkannt wurde!
30. Die vier vierten Klassen einer Schule möchten mindestens 150 M auf das Solidaritätskonto einzahlen. Bisher spendeten die Klassen folgende Beträge: 48,75 M; 37,50 M; 76,85 M; 52,30 M. Stelle selbst eine Frage und rechne!

Addition	
Summand Summand $\begin{array}{c} \quad \\ a \quad + \quad b \\ \hline \text{Summe} \end{array} = \begin{array}{c} \\ c \\ \text{Summe} \end{array}$	$2 + 8 = 10$ $2 + 8$ ist eine Summe, 2 und 8 sind ihre Summanden. Die Summe von 2 und 8 ist 10.
Die Addition natürlicher Zahlen ist stets ausführbar.	
Kommutativgesetz der Addition Für alle natürlichen Zahlen a und b gilt: $a + b = b + a$	$5 + 8 = 8 + 5$
Assoziativgesetz der Addition Für alle natürlichen Zahlen a , b und c gilt: $(a + b) + c = a + (b + c)$	$(7 + 11) + 9 = 7 + (11 + 9)$ $18 + 9 = 7 + 20$
Subtraktion (Umkehrung der Addition)	
Minuend Subtrahend $\begin{array}{c} \quad \\ a \quad - \quad b \\ \hline \text{Differenz} \end{array} = \begin{array}{c} \\ c \\ \text{Differenz} \end{array} \quad (c + b = a)$	$80 - 17$ ist eine Differenz, 80 ihr Minuend, 17 ihr Subtrahend. Die Differenz von 80 und 17 ist 63.
Die Subtraktion natürlicher Zahlen ist nur ausführbar, wenn der Minuend nicht kleiner als der Subtrahend ist.	$12 - 4 = 8$ $12 - 12 = 0$ $12 - 14$ n. l.
Für jede natürliche Zahl gilt: $a + 0 = 0 + a = a$ $a - 0 = a$ $a - a = 0$	$7 + 0 = 0 + 7 = 7$ $45 - 0 = 45$ $128 - 128 = 0$

Bei mehreren Summanden oder Subtrahenden kann die Reihenfolge vertauscht werden.
Statt mehrere Zahlen zu subtrahieren, kann man die Summe dieser Zahlen subtrahieren.

$$\begin{aligned} & 55 - 18 - 23 + 34 \\ & = 55 - 18 + 34 - 23 \\ & = 55 + 34 - 18 - 23 \\ & = 55 + 34 - (18 + 23) \\ & = 89 - 41 = 48 \end{aligned}$$

Beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren ist zu beachten:

1. Richtiges **Untereinander-schreiben**
2. **Überträge**
3. **Kontrolle**
4. **Ausführbarkeit der Subtraktion**

$\begin{array}{r} 4\ 632 \\ + 21\ 785 \\ \hline 26\ 417 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 124 \\ - 4\ 381 \\ \hline 1\ 743 \end{array}$
$\begin{array}{r} 4\ 632 \\ + 21\ 785 \\ \hline 26\ 417 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 381 \\ + 1\ 743 \\ \hline 6\ 124 \end{array}$
	$\begin{array}{r} 6\ 124 \\ - 8\ 381 \\ \hline \text{n. l.} \end{array}$

Multiplikation natürlicher Zahlen

7 Multiplikation

Kai zählt Flaschen in einem Kasten.

5 Flaschen in einer Reihe,

6 Reihen.

Er rechnet

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$$

und sagt: „30 Flaschen sind im Kasten.“

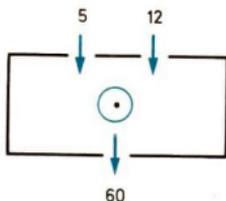
Wir können das kürzer schreiben und schneller rechnen:

$$5 \cdot 6 = 30$$



- 25 Auch die Anzahl der Flaschen in 4 solchen Kästen kann man durch Addieren oder Multiplizieren ermitteln. Was ist einfacher? Wie groß ist diese Anzahl?

Für die Multiplikation kann auch ein „Rechenautomat“ gezeichnet werden.

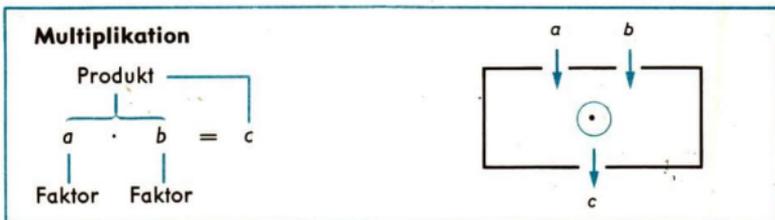


$5 \cdot 12 = 60$
60 ist das **Produkt** von 5 und 12.
 $5 \cdot 12$ ist ein **Produkt**,
5 und 12 sind seine **Faktoren**.

Wir wissen schon:

B

► 9



- 26 Errechne für jedes Paar $(a; b)$ das Produkt $a \cdot b$!

a) $(5; 8)$, $(7; 12)$, $(30; 5)$, $(7; 27)$, $(8; 93)$
b) $(50; 20)$, $(300; 2)$, $(600; 8)$, $(200; 70)$, $(3\ 000; 9)$

- 27 Im Bild 2 kennzeichnet ein Pfeil eine Zuordnung durch die Multiplikation.

a) Welche Pfeile könnten noch eingezeichnet werden?
b) Wenn von jedem Paar links ein Pfeil ausgehen soll, muß man rechts Zahlen ergänzen. Gib solche Zahlen an!

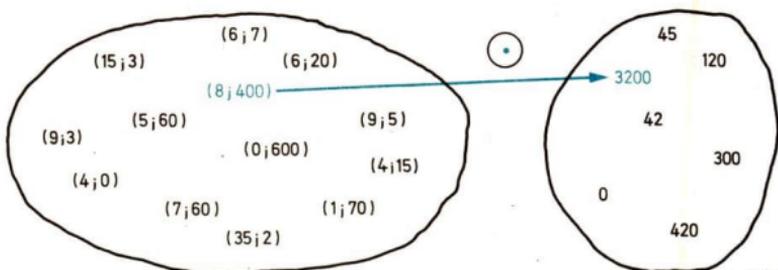


Bild 2

- 28 a) Gib jeweils vier Zahlenpaare an, denen die folgenden Zahlen als Produkt zugeordnet sind!

12, 35, 40, 18, 0, 24, 30, 200

b) Gib jeweils *alle* Zahlenpaare an, denen die folgenden Zahlen als Produkt zugeordnet sind!

6, 7, 9, 10, 8, 1, 15, 18, 47, 49

- 29 Errechne folgende Produkte!

$43 \cdot 1$, $1 \cdot 517$, $76 \cdot 0$, $0 \cdot 425$, $1 \cdot 1$, $0 \cdot 1$

► 10

Zu zwei natürlichen Zahlen a und b gibt es genau ein Produkt $a \cdot b$.
Jede Zahl $a > 1$ läßt sich mehrfach als Produkt schreiben.

Für jede natürliche Zahl a gilt

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a \quad \text{und} \quad 0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$$

Zu der Zahl 12 gehören die folgenden geordneten Zahlenpaare $(x; y)$, für die $x \cdot y = 12$ gilt:

$(1; 12)$, $(2; 6)$, $(3; 4)$, $(4; 3)$,
 $(6; 2)$, $(12; 1)$.

Im Bild 3 sind diese Zahlenpaare als Punkte in einem Koordinatensystem dargestellt.

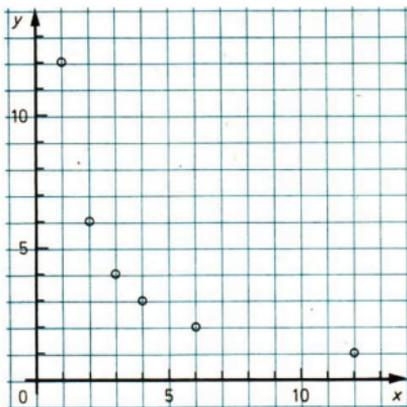


Bild 3

- 30 Vervollständige folgende Sätze:
 „Wenn bei gleichbleibendem Produkt ein Faktor größer gewählt wird, so ...“
 „Wenn in einem Produkt ein Faktor gleich bleibt und der andere größer gewählt wird, so ...“

Aufgaben

1. a) $7 \cdot 6\,000$ b) $45 \cdot 3$ c) $3\,600 \cdot 2$ d) $52 \cdot 2$
 $420 \cdot 3$ $62 \cdot 8$ $5 \cdot 703$ $36 \cdot 8$
 $1 \cdot 3\,859$ $6 \cdot 73$ $5\,070 \cdot 3$ $9 \cdot 48$
 $4 \cdot 905$ $4 \cdot 91$ $0 \cdot 628$ $7 \cdot 77$
2. Gib jeweils mehrere geordnete Zahlenpaare $(a; b)$ an, für die $a \cdot b = z$ ist! Zeichne sie in ein Koordinatensystem ein!
 a) $z = 20$ b) $z = 16$ c) $z = 17$ d) $z = 25$ e) $z = 24$
3. Gib Zahlen x und y an, die folgende Gleichungen erfüllen!
 a) $x \cdot y = 28$ b) $x \cdot y = 36$ c) $x \cdot 3 = y \cdot 6$ d) $4 \cdot x = 10 \cdot y$

4. Ergänze die Tabellen!

a)

a	b	a · b
8	13	
	9	54
7		77
		120

b)

x	y	x · y
85	0	
	78	780
		72
0		813

c)

m	n	m · n
12	11	
1		397
		53
	5	24

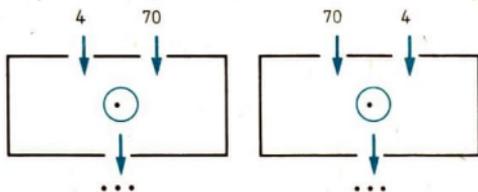
5. Gib Zahlen x an, die folgende Gleichungen erfüllen!
- a) $x \cdot 65 = 650$ b) $8 \cdot x = 56$ c) $17 \cdot x = 0$ d) $0 \cdot x = 98$
 e) $x \cdot 200 = 1\,600$ f) $x \cdot 1 = 840$ g) $0 \cdot x = 0$ h) $103 \cdot x = 309$

- 6.* Gib alle Zahlen z an, die folgende Ungleichungen erfüllen!
- a) $5 \cdot 7 + z < 3 \cdot 13$ b) $9 \cdot 8 + z < 7 \cdot 11$ c) $z + 4 \cdot 12 < 7 \cdot 7$
 d) $83 \cdot 0 + z < 5 \cdot 1$ e) $25 \cdot 5 + z < 43 \cdot 3$ f) $0 \cdot 93 + z < 97 \cdot 0$
7. Wie groß ist jeweils das Produkt?
- a) Ein Faktor eines Produkts ist 700, der andere ist doppelt so groß wie 3.
 b) In einem Produkt ist ein Faktor 230, der andere ist der vierte Teil von 20.
8. a) $5 \cdot 300$, $7 \cdot 600$, $9 \cdot 800$ b) $5 \cdot 4\,000$, $7 \cdot 5\,000$, $9 \cdot 7\,000$
 c) $6 \cdot 28$, $7 \cdot 49$, $9 \cdot 72$ d) $3 \cdot 240$, $4 \cdot 870$, $4 \cdot 380$

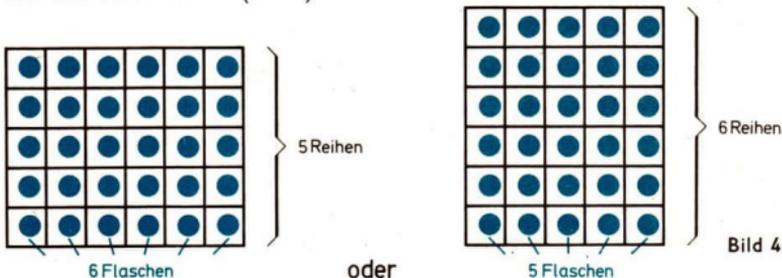
1. $7 \cdot 4 + 3 \cdot 9$ 2. $473 \cdot 9$ 3. $497 \cdot 7 + 1\,374$
 $9 \cdot 8 - 7 \cdot 6$ $586 \cdot 7$ $3 \cdot (421 + 972)$
 $64 : 8 + 81 : 9$ $896 : 2$ $8\,032 : 4 - 400$
 $80 : 4 - 78 : 6$ $945 : 3$ $982 - 1\,056 : 8$

8 Eigenschaften der Multiplikation

- 31 Berechne die Produkte für die „Rechenautomaten“. Beim Vergleich fällt etwas auf, was du schon gelernt hast. Sprich es allgemein in Worten aus!



Erkläre es am Beispiel der Flaschen im Kasten (Bild 4)!

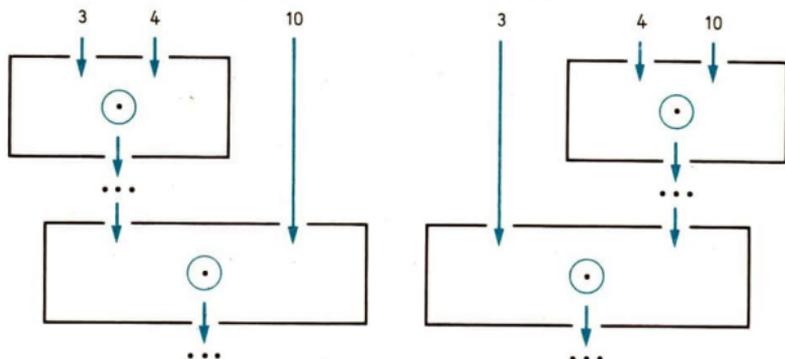


11

Kommutativgesetz der Multiplikation

Für alle natürlichen Zahlen a und b gilt: $a \cdot b = b \cdot a$

- 32 Ergänze die Produkte! Sprich dann zu den Rechenwegen!



▶ 12

Assoziativgesetz der Multiplikation

Für alle natürlichen Zahlen a , b und c gilt: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Bei Aufgaben wie $7 \cdot 3\,000$ und $37 \cdot 2 \cdot 5$ nutzt man das Assoziativgesetz, um Aufgaben zu erhalten, die günstig zu rechnen sind:

$$\begin{aligned} \text{a) } 7 \cdot 3\,000 &= 7 \cdot (3 \cdot 1\,000) \\ &= (7 \cdot 3) \cdot 1\,000 \\ &= 21 \cdot 1\,000 \\ &= 21\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 37 \cdot 2 \cdot 5 &= 37 \cdot (2 \cdot 5) \\ &= 37 \cdot 10 \\ &= 370 \end{aligned}$$

Off ist es sinnvoll, Kommutativ- und Assoziativgesetz in einer Aufgabe anzuwenden.

- 33 Errechne die Produkte! a) $5 \cdot 28$ b) $4 \cdot 25 \cdot 3$ c) $4 \cdot 7 \cdot 5$
Erkläre, wie du gerechnet hast und welche Vorteile du genutzt hast!

Wenn mehr als drei Faktoren in einer Aufgabe auftreten, kann man ebenfalls die Reihenfolge verändern und Faktoren beliebig zusammenfassen. Vor allem Aufgaben wie $60 \cdot 70$, $300 \cdot 400$ und ähnliche lassen sich so leichter lösen.

$$\begin{aligned} 700 \cdot 60 &= 7 \cdot 100 \cdot 6 \cdot 10 \\ &= (7 \cdot 6) \cdot (100 \cdot 10) \\ &= 42 \cdot 1\,000 \\ &= 42\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 2 &= (4 \cdot 25) \cdot (3 \cdot 2) \\ &= 100 \cdot 6 \\ &= 600 \end{aligned}$$

Wenn eine Größe als Faktor auftritt, rechnet man mit dem Zahlenwert und versteht das Produkt mit der entsprechenden Einheit:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 300 \text{ m} &= (2 \cdot 300) \text{ m} \\ &= 600 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot 60 \text{ t} &= (4 \cdot 60) \text{ t} \\ &= 240 \text{ t} \end{aligned}$$

Meist schreibt man kürzer ohne Klammern.

■ 8 a) $4 \cdot 100 \text{ kg} = 400 \text{ kg}$

b) $3 \cdot 40 \text{ min} = 120 \text{ min}$

Aufgaben



1. Nutze Gesetze der Multiplikation für vorteilhaftes Rechnen!

- a) $4 \cdot 5 \cdot 7$ b) $3 \cdot 8 \cdot 5$ c) $3 \cdot 25 \cdot 8$ d) $5 \cdot 25 \cdot 4$
 $4 \cdot 25 \cdot 3$ $15 \cdot 4 \cdot 8$ $5 \cdot 19 \cdot 20$ $26 \cdot 7 \cdot 0$
 $8 \cdot 7 \cdot 5$ $13 \cdot 5 \cdot 20$ $7 \cdot 12 \cdot 5$ $18 \cdot 9 \cdot 5$

2. a) $50 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3$, $2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4$, $250 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$
 b) $30 \cdot 900$, $400 \cdot 800$, $50 \cdot 7\,000$, $600 \cdot 200$

3. $5 \cdot 27$, $38 \cdot 7$, $8 \cdot 72$, $63 \cdot 4$, $3 \cdot 39$, $6 \cdot 81$

4. a) $60 \cdot 20$ b) $600 \cdot 300$ c) $500 \cdot 2\,000$ d) $30 \cdot 40\,000$
 $200 \cdot 40$ $700 \cdot 80$ $8\,000 \cdot 4\,000$ $3\,000 \cdot 900$
 $50 \cdot 3\,000$ $400 \cdot 500$ $6\,000 \cdot 400$ $7\,000 \cdot 90\,000$

5. a) $3 \cdot 60 \text{ kg}$ b) $130 \text{ m} \cdot 5$ c) $400 \cdot 70 \text{ dt}$ d) $5 \text{ min} \cdot 14$

6. Ergänze die Tabelle!

a	b	c	$a \cdot b$	$b \cdot c$	$a \cdot c$	$a \cdot b \cdot c$
7	6	8				
8	7	25				
	4	7	8			
		5		15	60	
6			66			660
	4			20		180

7. a) $7 \cdot 8 \cdot 3$, $5 \cdot 7 \cdot 2$, $6 \cdot 9 \cdot 1$ b) $3 \cdot 1 \cdot 7$, $48 \cdot 3 \cdot 0$, $1 \cdot 15 \cdot 3$

8. Löse folgende Gleichungen!

- a) $2 \cdot 12 \cdot x = 120$ b) $y \cdot 3 \cdot 11 = 99$ c) $4 \cdot x \cdot 5 = 180$
 d) $5 \cdot x \cdot 7 = 350$ e) $4 \cdot 15 \cdot u = 60$ f) $v \cdot 7 \cdot 93 = 0$

9. Löse folgende Gleichungen!

- a) $200 \cdot x = 8\,000$ b) $70 \cdot z = 2\,800$ c) $300 \cdot x = 12\,000$
 d) $y \cdot 50 = 4\,500$ e) $w \cdot 400 = 32\,000$ f) $x \cdot 60 = 42\,000$

Setze zwischen die Produkte das zutreffende der drei Zeichen $<$, $=$, $>$! Du brauchst die Produkte dazu nicht auszurechnen.

10. a) $7 \cdot 19 \dots 3 \cdot 19$ b) $5 \cdot 26 \dots 26 \cdot 7$
 c) $11 \cdot 13 \dots 13 \cdot 11$ d) $297 \cdot 0 \dots 1 \cdot 123$
 e) $4 \cdot 5 \cdot 7 \dots 7 \cdot 4 \cdot 5$
- 11.* a) $60 \cdot 50 \dots 4 \cdot 500$
 b) $900 \cdot 70 \dots 11 \cdot 7\,000$
 c) $4\,000 \cdot 60 \dots 600 \cdot 400$
 d) $50 \cdot 3 \cdot 6 \dots 30 \cdot 5 \cdot 9$
 e) $25 \cdot 3 \cdot 8 \dots 4 \cdot 50 \cdot 3$

12. Ein Weg wird mit 120 Reihen Platten zu je 7 Stück belegt. Braucht man mehr, weniger oder ebensoviel Platten für
- a) 14 Reihen mit je 60 Platten, b) 40 Reihen mit je 20 Platten,
c) 7 Reihen mit je 125 Platten, d) 6 Reihen mit je 120 Platten?
13. Gib die errechneten Produkte möglichst auch in einer größeren Einheit an!
- | | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $60 \cdot 800 \text{ kg}$ | b) $40 \cdot 80 \text{ cm}$ | c) $50 \cdot 12 \text{ min}$ | d) $800 \text{ mm} \cdot 90$ |
| $500 \text{ g} \cdot 40$ | $600 \cdot 30 \text{ mm}$ | $30 \cdot 80 \text{ s}$ | $50 \text{ dt} \cdot 700$ |
| $300 \text{ dt} \cdot 30$ | $200 \text{ m} \cdot 70$ | $400 \text{ s} \cdot 90$ | $300 \cdot 600 \text{ cm}$ |
| $700 \cdot 900 \text{ kg}$ | $400 \text{ dm} \cdot 600$ | $600 \text{ min} \cdot 20$ | $400 \cdot 15 \text{ s}$ |
| $2\,000 \cdot 5\,000 \text{ g}$ | $250 \cdot 400 \text{ cm}$ | $30 \cdot 40 \text{ h}$ | $1\,100 \text{ m} \cdot 500$ |
14. Je 6 Geräte werden in einem Behälter verpackt. 7 Reihen mit je 15 Behältern stehen zum Transport bereit. Wieviel Geräte werden versandt?
15. Für ein Schauturnen stellen sich die Turner in 9 Blöcken auf. In jedem Block gibt es 8 Reihen mit je 25 Turnern. Wieviel Turner nehmen am Schauturnen teil?



1. Vergleiche und ordne!
- a) 250 cm, 13 dm, 3 m 25 cm, 800 mm, 20 mm, 2 cm
b) $27 \cdot 4$, $52 \cdot 6$, $81 \cdot 3$, $17 \cdot 0$, $14 \cdot 9$, $21 \cdot 5$
2. Runde auf Kilogramm!
- 3,085 kg; 5,750 kg; 1 380 g; 14 500 g

9 Tabellen bei Sachaufgaben

Schüler einer vierten Klasse lösen folgende Aufgabe:

Eine Reisegruppe besteht aus 16 Personen. Dabei sind doppelt soviel Frauen wie Männer; die übrigen sind Kinder. Wieviel Kinder reisen mit?

Lothar behauptet: „Es sind 3 Männer, 6 Frauen und 7 Kinder.“

Margitta meint: „Es sind nur 4 Kinder“.

- 34 a) Wer hat recht, Lothar oder Margitta?
b) Können es auch 10 Kinder (3 Kinder) sein?

Bei solchen Aufgaben kann eine Tabelle helfen, alle Lösungen zu finden:

Männer m	Frauen $f = 2 \cdot m$	Kinder k	insgesamt $m + f + k$
1	2	13	16
2	4	10	16
\vdots	\vdots	\vdots	16

- 35 Vervollständige die Tabelle, und gib alle Lösungen für die Aufgabe an!

Tabellen sind nicht nur nützlich, wenn eine Aufgabe mehrere Lösungen hat.

- 9 **Aufgabe:** Die vierten Klassen der Goethe-Oberschule rechnen ihre Solidaritätsspende ab. Klasse 4a spendet 123 M, Klasse 4b hat 42 M weniger. Klasse 4c rechnet doppelt soviel ab wie Klasse 4a.

Wie hoch ist die Solidaritätsspende der vierten Klassen?

Planen der Lösung mit einer Tabelle:

Kl. 4a: a	Kl. 4b: b	Kl. 4c: c	Gesucht:
123 M	42 M weniger als a	zweimal soviel wie a	$a + b + c$
123 M	$123 \text{ M} - 42 \text{ M}$	$123 \text{ M} \cdot 2$	

Berechnen des Ergebnisses:

$$\begin{aligned} & 123 \\ 123 - 42 &= 81 \\ 123 \cdot 2 &= \underline{246} \\ & 450 \end{aligned}$$

Antwortsatz: Die Solidaritätsspende der vierten Klassen beträgt 450 M.

Aufgaben

- In einem Bus befinden sich 16 Personen. Es sind dreimal soviel Frauen wie Männer. Die übrigen sind Kinder. Wieviel Männer, Frauen und Kinder könnten das sein?
- Wieviel Geldstücke zu 1 Pf, 5 Pf und 10 Pf können auf dem Tisch liegen, wenn es doppelt soviel 5 Pf-Stücke wie 1 Pf-Stücke und insgesamt 12 Geldstücke sind?
- Frau Schreiber bindet Blumensträuße. Jeder Strauß enthält 30 Astern, und zwar weiße, blaue, rote und gelbe. Es sind doppelt soviel rote und dreimal soviel blaue Astern wie weiße. Wieviel gelbe Astern enthält ein Strauß?

4. Am Sportfest der Jahn-Oberschule nahmen aus den vierten Klassen 42 Schüler teil. Aus den dritten Klassen haben 7 Schüler mehr und aus den fünften Klassen 9 Schüler weniger als aus den vierten Klassen teilgenommen. Wieviel Schüler aus den dritten, vierten und fünften Klassen nahmen insgesamt am Sportfest teil?
5. Für die fünften Klassen der Heine-Oberschule werden Fahrkarten für einen Klassenausflug gekauft. Klasse 5a bezahlt 147 M, Klasse 5b bezahlt 59 M weniger. Für Klasse 5c und Klasse 5d werden je 28 M mehr bezahlt als für Klasse 5a. Wieviel Fahrgeld wurde für alle vier Klassen insgesamt ausgegeben?
6. Die drei Kinder einer Familie sparen für ihren Ferienaufenthalt. Marlen hat bereits 67 M, Torsten 23 M weniger und Ulrike 16 M weniger als Marlen gespart. Wieviel Geld haben die drei Kinder zusammen gespart?
- 7.* Klaus kauft Hefte für je 10 Pf und Bleistifte für je 15 Pf. Er bezahlt 1 M. Wieviel Hefte und wieviel Bleistifte kann er gekauft haben?
- 8.* 60 Liter Weinessig sollen in Kanister abgefüllt werden. Es sind Kanister für 20 l und solche für 5 l vorhanden. Welche Möglichkeiten für das Abfüllen gibt es?
- 9.* 40 kg Äpfel sollen in Körbe geschüttet werden. Es stehen Körbe zu 5 kg und zu 10 kg zur Verfügung. Wie kann das Obst auf die Körbe verteilt werden?

1. a) $87 + 23$ b) $123 - 33$ c) $3\,600 - 280$ d) $80\,000 - 40\,200$
 $93 + 45$ $116 - 57$ $4\,200 + 280$ $50\,000 - 30\,800$
 $78 + 67$ $107 - 48$ $7\,300 + 160$ $40\,000 + 6\,800$
 $45 + 18$ $93 - 46$ $5\,700 - 520$ $30\,000 + 17\,003$
2. a) $7 \cdot 18$ b) $25 : 5$ c) $45 \cdot 6$ d) $20 \cdot 70$ e) $240 : 40$
 $9 \cdot 23$ $75 : 5$ $54 \cdot 7$ $80 \cdot 60$ $320 : 80$
 $6 \cdot 42$ $36 : 6$ $65 \cdot 9$ $90 \cdot 70$ $420 : 60$
3. Erläutere jedesmal, wie du vorgehst!
a) $200 \cdot 3 + 157$ b) $5 \cdot 70 - 48$ c) $62 + 8 \cdot 40$
d) $(43 + 7) \cdot 60$ e) $9 \cdot (45 - 5)$ f) $360 - 20 \cdot 8$
4. Berechne und vergleiche die Ergebnisse!
a) $(60 + 20) \cdot 4$ und $60 + 20 \cdot 4$ b) $(90 - 20) \cdot 3$ und $90 - 20 \cdot 3$
5. Runde auf Vielfache von 100!
26 387, 86 501, 955, 7 850, 6 666, 34 899, 301
6. Runde auf Vielfache der jeweils größten Zehnerpotenz!
3 779, 48 235, 55 800, 55 200, 450, 451

10 Distributivgesetz



Eine Großküche bereitet täglich 2 000 Mittagessen für Schulen und 7 000 für Betriebe. Wieviel Mittagessen werden in dieser Küche von Montag bis Freitag hergestellt?

Irene plant die Rechnung, indem sie überlegt, wieviel Mittagessen in einer Woche für Schulen und wieviel für Betriebe bereitet werden. Sie will rechnen:

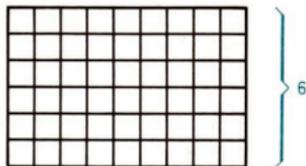
$$2\,000 \cdot 5 + 7\,000 \cdot 5$$

Ulf überlegt zuerst, wieviel Mittagessen täglich bereitet werden. Er will rechnen:

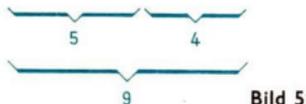
$$(2\,000 + 7\,000) \cdot 5$$

- 36 Führe jede Rechnung zu Ende!
Welchen Weg hältst du für den günstigeren?

Irene plante so, daß zwei Produkte zu addieren waren, Ulf so, daß eine Summe zu multiplizieren war.



- 37 Berechne $(5 + 4) \cdot 6$ und $5 \cdot 6 + 4 \cdot 6$!
Vergleiche die Ergebnisse und erkläre am Bild 5!



Wir wissen bereits: Wenn eine Summe mit einer Zahl multipliziert wird, gibt es zwei Möglichkeiten für die Rechnung:

Man berechnet zuerst die Summe und multipliziert dann.

Man multipliziert zuerst jeden Summanden und addiert dann die Produkte.

$$\begin{aligned} (20 + 30) \cdot 4 &= 50 \cdot 4 \\ &= 200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (20 + 30) \cdot 4 &= 20 \cdot 4 + 30 \cdot 4 \\ &= 80 + 120 \\ &= 200 \end{aligned}$$



13

Distributivgesetz

Für alle natürlichen Zahlen a , b und c gilt: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

- 38 a) Begründe, warum man auch $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ schreiben darf!
b) Versuche, auch $(8 - 5) \cdot 7$ auf zweifache Weise zu berechnen!
Formuliere ein entsprechendes Gesetz für Multiplikation und Subtraktion!
Welchen Zusatz muß man dabei machen?
Denke an Aufgaben wie $(12 - 20) \cdot 9$!

Vom Distributivgesetz haben wir schon oft beim mündlichen Rechnen Gebrauch gemacht:

$$\begin{aligned} 27 \cdot 6 &= (20 + 7) \cdot 6 \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \cdot 340 &= 8 \cdot (300 + 40) \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \cdot 13 &= 7 \cdot (10 + 3) \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\,200 \cdot 4 &= (3\,000 + 200) \cdot 4 \\ &= \dots \end{aligned}$$

- 39 a) Vervollständige die Rechnungen!
 b) Beschreibe, wie du bei den folgenden Aufgaben rechnest!
 $13 \cdot 4$, $28 \cdot 4$, $7 \cdot 16$, $190 \cdot 6$, $5 \cdot 430$, $7 \cdot 3\,800$, $6\,200 \cdot 3$

Aufgaben

1. Vervollständige die Tabellen!

a)

a	b	c	$a \cdot c$	$b \cdot c$	$(a + b) \cdot c$
10	7	9			
3	20	5			
9	20		36		
8		7		280	

b)

x	y	z	$y + z$	$x \cdot y + x \cdot z$
5	7	30		
3	20	6		
6		3	33	
4	90		92	

2. a) $9 \cdot (27 + 3)$, $(5 + 8) \cdot 3$, $(45 + 15) \cdot 6$, $7 \cdot (82 + 9)$
 b) $(32 - 2) \cdot 5$, $4 \cdot (18 - 3)$, $(90 - 7) \cdot 7$, $8 \cdot (40 - 4)$
3. Löse folgende Gleichungen!
 a) $48 \cdot x = 40 \cdot 7 + 8 \cdot 7$ b) $y \cdot (962 + 38) = 0$
4. a) $16 \cdot 7$ b) $240 \cdot 3$ c) $8 \cdot 29$ 5. a) $21 \cdot 3$ b) $560 \cdot 3$ c) $6 \cdot 49$
 $25 \cdot 3$ $620 \cdot 7$ $2 \cdot 78$ $37 \cdot 2$ $170 \cdot 6$ $3 \cdot 58$
 $19 \cdot 8$ $180 \cdot 2$ $3 \cdot 59$ $44 \cdot 8$ $420 \cdot 8$ $4 \cdot 39$
 $24 \cdot 4$ $330 \cdot 6$ $7 \cdot 18$ $75 \cdot 4$ $240 \cdot 5$ $5 \cdot 68$
6. a) $7 \cdot 50 + 3$, $8 + 20 \cdot 6$ b) $3 \cdot 200 + 80$, $70 + 400 \cdot 7$
- 7.* a) Addiere die Produkte der Zahlen 5 und 7 und der Zahlen 20 und 7!
 Multipliziere dann die Summe der Zahlen 5 und 20 mit 7!
 b) Berechne die Summe der Produkte von 18 und 3 und von 23 und 3!
 Berechne dann das Produkt aus der Summe von 18 und 23 und der Zahl 3!

1. Berechne:
 a) den fünften Teil von 125!
 b) das Vierfache von 15!
 c) das Zehnfache von 0!
 d) den neunten Teil von 2 700!
2. Berechne:
 a) das Dreifache von 170!
 b) die Hälfte von 300!
 c) das Vierfache von 250!
 d) den dritten Teil von 8!

11 Schriftliches Multiplizieren



In der Bücherei einer Schule waren anfangs 623 Bücher. Im Laufe einiger Jahre wurden weitere Bücher aufgenommen. Jetzt sind es doppelt soviel. Wieviel Bücher sind in der Bücherei?

Rita schreibt nichts auf. Sie rechnet so:

$$\begin{aligned} 623 \cdot 2 &= (600 + 20 + 3) \cdot 2 \\ &= 1\,200 + 40 + 6 \\ &= 1\,246 \end{aligned}$$

Torsten rechnet schriftlich. Er wendet das in Klasse 3 erlernte Verfahren an.

$$\begin{array}{r} 623 \cdot 2 \\ \hline 1\,246 \\ \hline \hline \end{array}$$

- 40 a) Vergleiche die Rechnung von Rita mit der von Torsten!
b) Beantworte die Frage der Aufgabe!

Beim schriftlichen Multiplizieren muß man besonders auf den Übertrag achten. Deshalb beginnt man mit dem Multiplizieren rechts:

$4\,827 \cdot 6$	Man rechnet:	Übertrag:	Man schreibt:
$\dots 62$	$6 \cdot 7 = 42$	4	2
	$6 \cdot 2 = 12, 12 + 4 = 16$	1	6
	⋮		

- 41 a) Vervollständige die Rechnung!
b) Berechne schriftlich $3\,796 \cdot 5!$
Überschlage zunächst das Ergebnis!

Ist ein Faktor eine Größe, so ist auch das Produkt eine Größe. Bei Angaben in Kommaschreibweise wandeln wir vor dem Multiplizieren in die kleinere Einheit um.

9. Frau Kramer kauft für ihre Tochter Karin 3 m bunten Stoff, je Meter zu 7,75 M, und ein halbes Meter Silastikstoff, je Meter zu 29,00 M. Schreibe die Rechnung aus!
10. Der Buchbestand einer Bücherei hat sich im Laufe von 10 Jahren verdreifacht, die Zahl der Kinderbücher hat sich vervierfacht. Die Bücherei hatte vorher 43 578 Bücher, davon 16 825 Kinderbücher. Bilde sinnvolle Aufgaben und löse sie!
- 11.* Ersetze in den folgenden Aufgaben die Zeichen * durch passende Grundziffern!
- a) $\begin{array}{r} 8\ 318 \cdot * \\ \hline 16\ *** \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 8** \cdot 9 \\ \hline *389 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 7\ 6*8 \cdot 4 \\ \hline **\ 47* \end{array}$ d) $\begin{array}{r} * *06 \cdot * \\ \hline 64\ 442 \end{array}$
- e) $\begin{array}{r} 4\ 8*3 \cdot 8 \\ \hline **\ 82* \end{array}$ f) $\begin{array}{r} **27 \cdot * \\ \hline 6\ 6*5 \end{array}$ g) $\begin{array}{r} 2 *74 \cdot * \\ \hline *2\ 4*4 \end{array}$ h) $\begin{array}{r} 5\ 62* \cdot * \\ \hline 16\ **7 \end{array}$

1. a) $36 : 9$, $49 : 7$, $63 : 9$, $42 : 6$, $32 : 4$, $54 : 6$
 b) $7 \cdot 80$, $3 \cdot 40$, $9 \cdot 60$, $4 \cdot 70$, $5 \cdot 30$, $8 \cdot 50$
2. Ergänze die Tabelle!

Maßstab	Strecke im Bild	Strecke im Original
1 : 100 000	5 cm	
1 : 100 000	54 cm	
1 : 100 000		8 km 300 m
1 : 1 000	3 cm	
1 : 1 000		65 m

12 Planen bei Sachaufgaben

Die Klasse 4a unternimmt eine Fahrt. 28 Schüler nehmen teil, jeder zahlt 4 M. Außerdem erhält die Klasse 175 M von der Patenbrigade.

Ulrike und Thilo möchten ausrechnen, wieviel Geld insgesamt zur Verfügung steht. Ulrike notiert kurz:

$$28 \text{ Schüler, jeder } 4 \text{ M; dazu } 175 \text{ M}$$

$$28 \cdot 4 \text{ M} + 175 \text{ M}$$

Thilo bildet zwei Gleichungen, um den Lösungsweg zu planen:

$$28 \cdot 4 = x$$

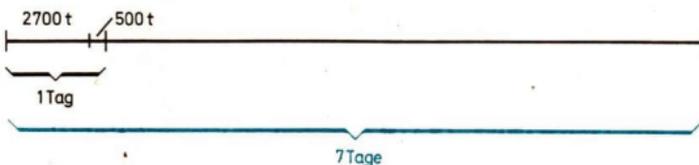
$$x + 175 = y$$

- 42 a) Berechne, wieviel Geld der Klasse 4a insgesamt zur Verfügung steht!
Überschlage vorher das Ergebnis!
Sprich das Ergebnis in einem Antwortsatz aus!
- b) In der Klasse 4b nehmen 26 Schüler an einer Klassenfahrt teil. Hier zahlt jeder Teilnehmer 5 M. Außerdem gibt die Patenbrigade für jeden Teilnehmer 4 M.
Berechne auch hier den Gesamtbetrag!

Wir wissen schon, daß bei manchen Aufgaben eine Skizze oder eine Tabelle nützlich sein können. Sie helfen, den Lösungsweg zu planen.

- 11 In einem Betrieb des Tagebaus wurden täglich 2 700 t Rohbraunkohle gefördert. Es soll erreicht werden, daß täglich 500 t mehr gefördert werden. Wieviel Tonnen Rohbraunkohle müssen dann in 7 Tagen gefördert werden?

Planen der Lösung:



in 1 Tag:

$$2700 \text{ t} + 500 \text{ t} = b$$

Überschlag: $b \approx 3000 \text{ t}$;

Berechnen des Ergebnisses:

$$2700 \text{ t} + 500 \text{ t} = 3200 \text{ t}$$

in 7 Tagen:

$$b \cdot 7 = w$$

$$w \approx 3000 \text{ t} \cdot 7 = 21000 \text{ t}$$

$$3200 \text{ t} \cdot 7 = \underline{\underline{22400 \text{ t}}}$$

- 43 a) Überprüfe die Rechnung im Beispiel 11!
Gib dann einen Antwortsatz an!
- b) Wie könnte man den Lösungsweg mit einer einzigen Gleichung planen?

Beim Lösen von Sachaufgaben haben wir eigentlich immer vier Schritte beachtet:

- | | |
|--|--|
| Was weiß ich und was soll ich berechnen? | (1) Erfassen des Gegebenen und des Gesuchten |
| Wie kann ich rechnen? | (2) Planen des (Rechen-) Weges |
| Welches Ergebnis errechne ich? | (3) Ausführen der Rechnung |
| Ist das Ergebnis richtig ? | (4) Kontrollieren, Antworten |

Aufgaben

1. Die Zeitung „Neues Deutschland“ kostet monatlich 3,50 M, die „Trommel“ 0,40 M und die „Junge Welt“ 2,70 M.
Wieviel muß Familie Schmidt in einem halben Jahr für diese Zeitungen bezahlen?

- 2.* 7 Studenten sind als Helfer im Ferienlager. Jeder betreut eine Gruppe von 9 Pionieren. Für einen Ausflug erhalten sie für jeden Pionier 2,80 M Fahrgeld und für jede Gruppe 48 M für Verpflegung. Für jeden Helfer werden 6,80 M zur Verfügung gestellt.
- a) Wieviel Geld kann eine Gruppe mit dem Betreuer verbrauchen?
 b) Wieviel Geld wurde für diesen Ausflug bereitgestellt?
3. Eine Pioniergruppe lieferte 148 Flaschen zu je 10 Pf, Schrott zu 9,80 M und Zeitungen ab. Die Sammlung dieser Sekundärrohstoffe brachte insgesamt 37,10 M ein. Wieviel Geld erhielten die Pioniere für Zeitungen?
4. Aus dem Schulgarten hatten Schüler 48,55 M durch Gemüseverkauf eingenommen. Davon erhielten sie für Bohnen 28,40 M, für 9 kg Rhabarber je Kilogramm 65 Pf und den Rest für Kohlrabi. Wieviel Geld erhielten sie für den Verkauf von Kohlrabi?
5. Der Leiter einer Sportgruppe zahlt für 8 Teilnehmer einer Fahrt je 3,20 M Fahrgeld, für die gesamte Übernachtung 12 M, und der Rest steht für die Verpflegung zur Verfügung. Er hat 150 M abzurechnen. Wieviel Geld darf er für die Verpflegung ausgeben?
6. Von einem Betrieb wurden wöchentlich 450 m Straße gebaut. Eine Leistungssteigerung führt dazu, daß wöchentlich 70 m mehr fertig werden. Wieviel Meter Straße können jetzt in 8 Wochen gebaut werden?
- 7.* Beim Sportfest belegten die Schüler der Gagarin-Oberschule insgesamt 27 erste und zweite Plätze. Die Schüler der Jahn-Oberschule erreichten auch soviel erste, aber nur die Hälfte der zweiten Plätze, insgesamt 19. Wieviel erste und wieviel zweite Plätze belegten die Schüler jeder Schule?

1. Überprüfe und berichtige gegebenenfalls!

a) $45 \text{ dm} = 450 \text{ mm}$	b) $350 : 7 = 50$	c) $351 : 3 - 10 = 127$
$180 \text{ min} = 3 \text{ h}$	$107 \cdot 8 = 863$	$180 : 2 + 50 = 40$
$360 \text{ min} = 5 \text{ h}$	$804 : 4 = 21$	$19 \cdot 7 + 27 = 108$

2. Löse die Gleichungen!

a) $7 \cdot (x - 5) = 0$	b) $(x + 3) \cdot (x - 2) = 0$
$8 \cdot (7 - x) = 0$	$(x - 9) \cdot x = 0$

3. a) $8 \cdot 17$	b) $540 - 70$	c) $5 \cdot 320$	d) $2\,400 : 6$
$57 + 36$	$72 : 3$	$740 - 200$	$840 - 300$
$310 - 80$	$650 + 220$	$320 : 4$	$7 \cdot 25$
$68 : 4$	$9 \cdot 73$	$560 + 2$	$87 + 12$

13 Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen

- 44 a) Berechne $7 \cdot 100$, $237 \cdot 10$, $45 \cdot 1\,000$, $23 \cdot 100$, $58 \cdot 10$, $241 \cdot 1\,000$!
 Gib die Regel für das Multiplizieren mit 10, 100, 1 000, ... an!
 b) Berechne $6 \cdot 800$, $9 \cdot 7\,000$, $4 \cdot 30$, $2 \cdot 50$, $7 \cdot 2\,000$, $5 \cdot 400$!
 Beschreibe den Lösungsweg und nenne das Gesetz, das angewendet wird!

In einem Betrieb werden für jeden der 628 Beschäftigten im Jahr 70 M für die Teilnahme an kulturellen Veranstaltungen zur Verfügung gestellt.

Wie hoch ist der Gesamtbetrag?

Um den Gesamtbetrag zu ermitteln, müssen wir rechnen:

$$628 \cdot 70$$

Auch hier wendet man das Assoziativgesetz der Multiplikation an.

$$628 \cdot 70 = 628 \cdot 7 \cdot 10$$

Das schriftliche Verfahren des Multiplizierens wird entsprechend erweitert:

- (1) Zuerst multipliziert man mit der einstelligen Zahl, als wäre die Null von 70 nicht vorhanden:
 (2) Danach multipliziert man mit 10, indem man die Null anfügt.
 Man schreibt:

$$\begin{array}{r} 628 \cdot 70 \\ \hline 4396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \cdot 70 \\ \hline 43960 \\ \hline \hline \end{array}$$

Der Betrieb stellt also insgesamt 43 960 M für die Teilnahme an kulturellen Veranstaltungen zur Verfügung.

Entsprechend verfährt man beim Multiplizieren mit Vielfachen von 100 und weiteren Zehnerpotenzen.

12

$$\begin{array}{r} 374 \cdot 8000 \\ \hline 2992000 \end{array}$$

Überschlag (mündlich):

$$400 \cdot 8\,000 = 3\,200\,000$$

- 45 Berechne $90 \cdot 65$, $200 \cdot 371$, $4\,000 \cdot 56$, $70\,000 \cdot 15$!
 Erläutere dein Vorgehen!

Aufgaben

1. a) $37 \cdot 80$ b) $94 \cdot 70$ c) $87 \cdot 40$ d) $90 \cdot 56$
 2. a) $246 \cdot 20$ b) $1\,352 \cdot 600$ 3. a) $2\,473 \cdot 20$ b) $3\,825 \cdot 400$
 c) $300 \cdot 127$ d) $40 \cdot 2\,170$ c) $500 \cdot 1\,422$ d) $80 \cdot 2\,615$
 4. a) $13\,789 \cdot 40$ b) $2\,376 \cdot 600$ c) $436 \cdot 7\,000$ d) $900 \cdot 1\,278$
 5. a) $428 \cdot 3\,000$ b) $7\,000 \cdot 316$ c) $9\,000 \cdot 204$
 d) $919 \cdot 40\,000$ e) $307 \cdot 200\,000$ f) $50\,000 \cdot 737$
 g) $828 \cdot 30 \cdot 70$ h) $40 \cdot 506 \cdot 200$ i) $800 \cdot 705 \cdot 300$

6. Bei einigen der folgenden Aufgaben sind Fehler unterlaufen. Manchmal kannst du die Fehler sofort erkennen.

Gib sie an und begründe! Die anderen Aufgaben rechne nach!

- a) $526 \cdot 30 = 157\ 800$ b) $791 \cdot 900 = 71\ 190$
 $800 \cdot 423 = 33\ 840$ $7\ 000 \cdot 327 = 3\ 289\ 000$
 $966 \cdot 600 = 4\ 796\ 000$ $50 \cdot 6\ 832 = 34\ 160$
 $846 \cdot 50 = 42\ 300$ $582 \cdot 800 = 466\ 500$
 $400 \cdot 6\ 811 = 272\ 440$ $600 \cdot 285 = 171\ 000$

7. Rechne, wenn es möglich ist, auch in eine größere Einheit um! (Denk auch an die Kommaschreibweise!)

- a) $25\text{ Pf} \cdot 80$ b) $87\text{ Pf} \cdot 50$ c) $6\ 360\text{ g} \cdot 50$ d) $40 \cdot 678\text{ t}$
 $156\text{ mm} \cdot 70$ $815\text{ m} \cdot 60$ $90 \cdot 246\text{ cm}$ $500 \cdot 48\text{ min}$
 $30 \cdot 583\text{ dm}$ $40 \cdot 275\text{ mg}$ $600 \cdot 365\text{ dt}$ $900 \cdot 832\text{ mg}$

8. a) $40,38\text{ M} \cdot 50$ b) $32,400\text{ kg} \cdot 40$ c) $65,85\text{ m} \cdot 60$
 $40 \cdot 73,45\text{ M}$ $50 \cdot 66,870\text{ kg}$ $20 \cdot 3,700\text{ km}$

9. Der fünfzigste Teil einer Strecke ist 980 m lang.
Wie lang ist die Strecke?
10. Der zwanzigste Teil einer Zahl ist 3 765.
Wie heißt die Zahl?

11. Löse die Gleichungen!

- a) $x : 30 = 8$ b) $x : 40 = 3$ c) $y : 500 = 8$
 $z : 90 = 38$ $m : 600 = 57$ $340 = a : 70$
 $287 = x : 80$ $z : 50 = 763$ $4\ 800 = x : 800$

12. Welche der folgenden Ungleichungen hat als Lösung auch 37 360?

- a) $x < 456 \cdot 30$ b) $x < 738 \cdot 500$ c) $x < 60 \cdot 896$
d) $y > 591 \cdot 40$ e) $y > 412 \cdot 90$ f) $y > 400 \cdot 82$

- 13.

a	b	c	a + b · c	(a + b) · c
513	35	80		
942	51	60		
817	17	400		
644	55	700		

14. In der DDR werden pro Kopf der Bevölkerung jährlich ungefähr 9 kg Fisch oder Fischerzeugnisse verbraucht. Wieviel Kilogramm dieser Nahrungsmittel sind das für einen Bezirk wie Cottbus (860 000 Einwohner)? Gib den Verbrauch auch in Tonnen an!
15. In der DDR werden pro Kopf der Bevölkerung rund 70 kg Obst im Jahr verbraucht. Wieviel Kilogramm Obst sind das für eine Großstadt wie Magdeburg (277 000 Einwohner)? Gib den Verbrauch auch in Tonnen an!

16. Durch Verwendung von Transportbehältern verringern sich die Verpackungskosten um etwa 50 M je Tonne. Außerdem können die Beförderungskosten um 30 M je Tonne sinken. Berechne die mögliche Einsparung bei einem Transport von 750 Tonnen Ladegut!
17. Berechne das Produkt aus 245 und der Summe von 147 und 453!
18. Welche Zahl wurde durch 573 dividiert, wenn als Quotient die Differenz von 583 und 283 errechnet wurde?



19. a) 1 kg Stieleichensamen enthält 200 bis 300 Eicheln. Wieviel Pflanzen kann man aus 45 kg Samen ziehen?
 b) Wie hoch ist eine Stieleiche nach 30 Jahren, wenn sie etwa 15 cm in jedem Jahr wächst?
20. a) 1 kg Rotbuchensamen enthält 4 000 bis 5 000 Samen. Wieviel Pflanzen kann man aus 7 kg Samen ziehen?
 b) Eine Rotbuche kann 900 Jahre alt werden. Wie alt können 24 Rotbuchen werden?
21. Weizenmehl wird in Tüten zu je 1 060 g, Reis in Tüten zu je 540 g, Spaghetti in Packungen zu je 395 g und Knäckebrot zu je 257 g abgepackt. Berechne, wieviel Kilogramm Lebensmittel in 300 Packungen jeder Sorte enthalten sind!

Löse folgende Gleichungen!

1. a) $200 + x = 700$ b) $400 - y = 300$ c) $40 + a = 40$
 d) $40 \cdot a = 40$ e) $z - 300 = 300$ f) $b - 8\,735 = 0$
2. a) $7 \cdot a = 56$ b) $4 \cdot m = 240$ c) $x \cdot y = 24$
 $8 \cdot b = 152$ $n \cdot 7 = 770$ $x \cdot y = 36$
 $6 \cdot d = 270$ $p \cdot 5 = 351$ $a \cdot b = 130$

3. Ergänze die Tabellen!

a)

a	Ist a teilbar durch		
	4	5	7
64	ja		
56			
170			
35			
7			

b)

c	c : 20	c : 5
80		
130		
160		
60		
220		

14 Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen

- 46 $4 \cdot 23$, $8 \cdot 12$, $93 \cdot 6$, $17 \cdot 5$, $7 \cdot 32$

Beschreibe den Rechenweg und gib das Gesetz an, das angewendet wird!

Auch beim schriftlichen Multiplizieren mit einem zweistelligen Faktor wird das Distributivgesetz angewendet: $1\,367 \cdot 43 = 1\,367 \cdot (40 + 3) = 1\,367 \cdot 40 + 1\,367 \cdot 3$

Es sind zwei Produkte zu berechnen, dann deren Summe.

(1) 1. Produkt	$1367 \cdot 40$	$\begin{array}{r} 1367 \\ \times 40 \\ \hline 54680 \end{array}$	Diese drei Schritte kann man zusammenfassen:
(2) 2. Produkt	$1367 \cdot 3$	$\begin{array}{r} 1367 \\ \times 3 \\ \hline 4101 \end{array}$	
(3) Summe der Produkte		$\begin{array}{r} 54680 \\ 4101 \\ \hline 58781 \end{array}$	

$\begin{array}{r} 1367 \cdot 43 \\ \hline 54680 \\ 4101 \\ \hline 58781 \end{array}$

- 47 Erläutere, warum man die 0 an der letzten Stelle des ersten Produkts nicht zu schreiben braucht!

Beim Multiplizieren mit einem zweistelligen Faktor ist die Kontrolle durch einen Überschlag wichtig, ebenso das sorgfältige Untereinanderschreiben.

Außerdem ist eine Kontrolle durch Nachrechnen zweckmäßig.

■ 13	$\begin{array}{ c c c c c } \hline 6 & 2 & 9 & \cdot & 5 & 8 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 5 & & \\ \hline & & 5 & 0 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 6 & 4 & 8 & 2 & \\ \hline \end{array}$	Überschlag: $600 \cdot 60 = 36\,000$
		Vergleich (mündlich): $36\,482 \approx 36\,000$

- 48 Überlege bei den folgenden Aufgaben vor dem Rechnen, welchen Faktor du rechts schreibst und „zerlegst“!

a) $378 \cdot 25$, $37 \cdot 426$, $85 \cdot 3\,741$ b) $58 \cdot 33$, $44 \cdot 26$, $24 \cdot 56$, $61 \cdot 73$

Beim Rechnen mit Größen kann man verschieden vorgehen.

■ 14	$6,85 \text{ m} \cdot 53$	Überschlag: $7 \text{ m} \cdot 50 = 350 \text{ m}$	
(1)	$6,85 \text{ m} = 685 \text{ cm}$	(2)	
	$\begin{array}{r} 685 \cdot 53 \\ \hline 3425 \\ 2055 \\ \hline 36305 \end{array}$		$\begin{array}{r} 3425 \\ 2055 \\ \hline 363,05 \text{ m} \\ \hline \hline \end{array}$
	$36\,305 \text{ cm} = \underline{\underline{363,05 \text{ m}}}$		Vergleich (mündlich): $363,05 \text{ m} \approx 350 \text{ m}$

Aufgaben

1. a) $35 \cdot 18$
 $72 \cdot 47$
 $65 \cdot 56$
- b) $44 \cdot 26$
 $54 \cdot 93$
 $75 \cdot 58$
- c) $29 \cdot 58$
 $50 \cdot 31$
 $82 \cdot 69$
- d) $87 \cdot 72$
 $32 \cdot 63$
 $27 \cdot 72$
2. a) $30 \cdot 87$
 $473 \cdot 82$
 $52 \cdot 6\,464$
- b) $55 \cdot 93$
 $6\,245 \cdot 67$
 $19 \cdot 2\,085$
- c) $31 \cdot 68$
 $872 \cdot 70$
 $47 \cdot 5\,423$
- d) $11 \cdot 593$
 $28 \cdot 670$
 $1\,832 \cdot 99$
3. Rechne die Ergebnisse in größere Einheiten um, wenn das möglich ist!
- a) $47 \text{ cm} \cdot 38$
 $79 \text{ cm} \cdot 7$
 $45 \cdot 646 \text{ cm}$
- b) $760 \text{ g} \cdot 38$
 $425 \text{ mg} \cdot 74$
 $32 \cdot 44 \text{ kg}$
- c) $521 \text{ Pf} \cdot 74$
 $839 \text{ Pf} \cdot 69$
 $6 \cdot 51 \text{ Pf}$
- d) $236 \text{ m} \cdot 65$
 $8 \cdot 57 \text{ cm}$
 $403 \cdot 72 \text{ g}$
4. a) $53 \cdot 8\,752$
 $1\,974 \cdot 75$
- b) $97 \cdot 3\,198$
 $4\,207 \cdot 18$
- c) $41 \cdot 7\,530$
 $8\,641 \cdot 52$
- d) $85 \cdot 1\,974$
 $4\,196 \cdot 17$
5. a) $63\,184 \cdot 39$
 $51 \cdot 85\,306$
- b) $17\,528 \cdot 73$
 $95 \cdot 39\,740$
- c) $51\,962 \cdot 27$
 $38 \cdot 62\,073$
- d) $72 \cdot 16\,417$
 $27\,528 \cdot 83$
6. a) Welche Aufgabe läßt sich leichter rechnen, $365 \cdot 25$ oder $365 \cdot 100 : 4$?
Warum haben beide Aufgaben dasselbe Ergebnis?
- b) Berechne $743 \cdot 25$, $25 \cdot 41$, $81 \cdot 25$, $3\,472 \cdot 25!$
7. a) Welche Aufgabe läßt sich leichter rechnen, $65 \cdot 99$ oder $65 \cdot 100 - 65$?
Warum haben beide Aufgaben dasselbe Ergebnis?
- b) Berechne $71 \cdot 99$, $24 \cdot 99$, $99 \cdot 52$, $98 \cdot 130!$
8. Suche einfache Lösungswege für folgende Aufgaben:
- a) $75 \cdot 50$
- b) $83 \cdot 500$
- c) $25 \cdot 99$
- 9.* Silke hat gelernt, wie man bei manchen Aufgaben eine Zeile einsparen kann:
- $$\begin{array}{r} 237 \cdot 16 \\ 1422 \\ \hline 3792 \end{array}$$
- Rechne die folgenden Aufgaben auch so!
- a) $453 \cdot 12$
- b) $344 \cdot 15$
- c) $8\,073 \cdot 11$
- d) $13 \cdot 2\,803$
10. Beachte: Von den folgenden Aufgaben kann man einige rasch im Kopf lösen.
- a) $3\,018 \cdot 20$
 $697 \cdot 47$
 $60 \cdot 4\,051$
- b) $25 \cdot 25$
 $93 \cdot 415$
 $923 \cdot 30$
- c) $108 \cdot 41$
 $25 \cdot 48$
 $99 \cdot 260$
- d) $45 \cdot 69$
 $50 \cdot 726$
 $7\,070 \cdot 11$
11. Einige der Gleichungen sind falsch. Manchmal kannst du das sofort erkennen. Gib diese Gleichungen an und begründe! Bei den anderen rechne nach!
- a) $69 \cdot 23 = 1\,287$
 $247 \cdot 62 = 18\,314$
 $71 \cdot 456 = 32\,376$
- b) $95 \cdot 53 = 5\,036$
 $498 \cdot 26 = 12\,948$
 $17 \cdot 5\,206 = 880\,502$
- c) $34 \cdot 76 = 5\,284$
 $3\,006 \cdot 25 = 85\,150$
 $1\,122 \cdot 44 = 49\,368$

12. Gib jeweils 5 Zahlen an, die die Ungleichung erfüllen!
- a) $873 \cdot 25 < x < 873 \cdot 26$ b) $57 \cdot 203 < y < 58 \cdot 203$
 c) $61 \cdot 27 > z > 59 \cdot 27$ d) $43 \cdot 508 < w < 43 \cdot 509$
 e) $48 \cdot 273 < m < 482 \cdot 73$ f) $126 \cdot 53 < n < 12 \cdot 653$
13. Bei einer Klassenarbeit wurden folgende Aufgaben gestellt:
 (1) $568 \cdot 83$ (2) $89 \cdot 837$, (3) $428 \cdot 73$, (4) $91 \cdot 781$, (5) $627 \cdot 42$
 Es wurden folgende Ergebnisse ermittelt:
 31 244, 47 144, 71 071, 74 493, 26 334
 Welches Ergebnis gehört zu welcher Aufgabe?
14. a) $3\,785 + 415 \cdot 20$ b) $14 \cdot 17 + 26 \cdot 44$ c) $(4\,127 + 314) \cdot 53$
 $983 \cdot 7 - 1\,317$ $31 \cdot (823 - 457)$ $53\,600 - 48 \cdot 25$
15. a) $6,50 \text{ M} \cdot 24$ b) $7,60 \text{ m} \cdot 13$ c) $2,470 \text{ kg} \cdot 42$ d) $42 \cdot 4,18 \text{ dt}$
 $4,38 \text{ M} \cdot 18$ $28 \cdot 8,35 \text{ m}$ $45 \cdot 7,415 \text{ kg}$ $58 \cdot 5,07 \text{ dt}$
 $26 \cdot 1,05 \text{ M}$ $7,06 \text{ m} \cdot 53$ $3,050 \text{ kg} \cdot 38$ $9,70 \text{ dt} \cdot 16$
16. Gib das Ergebnis auch in Kommaschreibweise mit der größtmöglichen Einheit an!
- a) $537 \text{ m} \cdot 24$ b) $48 \text{ mm} \cdot 68$ c) $92 \cdot 82 \text{ kg}$ d) $719 \text{ m} \cdot 46$
 $628 \text{ cm} \cdot 35$ $79 \cdot 19 \text{ km}$ $73 \text{ g} \cdot 18$ $257 \text{ cm} \cdot 57$
17. Im Laufe eines Monats wurden einer Kaufhalle 12 375 Kartons mit je 6 Eiern und 25 850 Kartons mit je 12 Eiern geliefert.
 Berechne die Gesamtzahl der gelieferten Eier!
18. Die folgende Aufzählung gibt den Erzeugerpreis für jeweils eine Dezitonne an:
 Roggen 40 M, Futterhafer 38 M, Weizen 35 M. Berechne den Gesamterlös für
 2 480 dt Roggen, 1 267 t Futterhafer und 4 150 dt Weizen!
19. Subtrahiere von 3 182 100 das Produkt der Zahlen 56 823 und 56!
 Um wieviel ist die Differenz größer als 10?
- 20.* Berechne das Produkt der Zahlen 57 823 und 18 und subtrahiere davon das Produkt der Zahlen 28 310 und 36!
- 21.* Ersetze die Zeichen * so durch Grundziffern, daß die Rechnungen stimmen!
- | | | | | |
|---|---|---|--|--|
| a) $57 \cdot 6^*$ | b) $95 \cdot 3^*$ | c) $4^* \cdot 36$ | d) $263 \cdot 7^*$ | e) $728 \cdot 4^*$ |
| $\begin{array}{r} 34^* \\ **4 \\ \hline **** \end{array}$ | $\begin{array}{r} 1^*0 \\ *** \\ \hline **** \end{array}$ | $\begin{array}{r} 1^{**} \\ **6 \\ \hline **** \end{array}$ | $\begin{array}{r} **6 \\ **6 \\ \hline **** \end{array}$ | $\begin{array}{r} **** \\ 2^{***} \\ \hline ****4 \end{array}$ |

1. a) $63 : 9$ b) $78 : 2$ c) $81 : 3$ d) $95 : 5$
 $240 : 40$ $350 : 7$ $720 : 80$ $1\,800 : 20$

2. a) $3 \cdot x = 18$ b) $7 \cdot x = 56$ c) $5 \cdot a = 75$
 $6 \cdot y = 66$ $w \cdot 9 = 369$ $8 \cdot b = 2\,648$
 $4 \cdot x = 48$ $2 \cdot u = 1\,264$ $c \cdot 7 = 3\,501$
 $z \cdot 5 = 90$ $3 \cdot z = 250$ $d \cdot 4 = 5\,472$

3. Schreib als Gleichung oder Ungleichung! Gib dafür Lösungen an!
 a) Die Summe der Zahlen a und b ist gleich 120.
 b) Die Differenz der Zahlen c und d ist kleiner als 2 222.
 c) Die Zahl 5 831 ist um e größer als 2 831.
 d) Die Summe aus der Zahl f und ihrem Sechsfachen ist 3 192.
 e) Der zwanzigste Teil einer Zahl ist 2 013.

15 Schließen beim Lösen von Sachaufgaben



In einem Betrieb ist ein neues Verfahren entwickelt worden, nach dem Teppiche auf Maschinen gewirkt werden. Im Monat Januar werden in einer Stunde auf 2 Maschinen 10 Teppiche hergestellt. Im Februar werden bereits 6 derartige Maschinen eingesetzt. Wieviel Teppiche lassen sich damit in einer Stunde fertigen?

Das Lösen dieser Aufgabe kann in zwei Schritten erfolgen:

$$2 \text{ Maschinen} \xrightarrow{\substack{\text{3mal soviel;} \\ \text{denn } 3 \cdot 2 = 6}} 6 \text{ Maschinen}$$

also:

$$10 \text{ Teppiche} \xrightarrow{\text{auch 3mal soviel}} 30 \text{ Teppiche;} \\ \text{denn } 10 \cdot 3 = 30$$

- (1) Wir überlegen, wievielmals soviel Maschinen im Februar eingesetzt werden.
 (2) Wir schließen daraus, wievielmals soviel Teppiche hergestellt werden.

Man kann diese Überlegungen auch kürzer schreiben, etwa so:

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ Maschinen} & \xrightarrow[3\text{mal}]{\text{soviel}} & 6 \text{ Maschinen} \\ 10 \text{ Teppiche} & & 30 \text{ Teppiche} \end{array}$$

Im Monat Februar können in einer Stunde 30 Teppiche hergestellt werden.

Man muß allerdings gut aufpassen. Manche Aufgaben sehen zunächst so aus, als ob man sie durch Schließen lösen könne, und dabei ist das gar nicht so. Unter den folgenden beiden Aufgaben ist eine von dieser Art:

1. Lars erhält jeden Monat 8 M Taschengeld und spart davon stets 2 M. Sein älterer Bruder Wilfried bekommt 24 M Taschengeld monatlich. Wieviel spart er davon?
 2. Für 6 kg Linsen bezahlt man 12 M. Wieviel muß man für 2 kg bezahlen?
- 49 a) Welche der beiden Aufgaben läßt sich nicht durch Schließen lösen? Ist sie überhaupt lösbar?
- b) Löse die andere Aufgabe! Was ist bei ihr anders als bei der Aufgabe mit den Teppichen?

Wir merken uns: Das Schließen kann auf ein Vielfaches oder einen Teil einer Zahl erfolgen.

Aufgaben

1. In einer Fabrik werden in 2 Stunden 304 Füller produziert. Wieviel Füller können in 8 Stunden hergestellt werden?
2. Frau Kramer bezahlt für 3 m Stoff 51,60 M. Frau Günther kaufte 6 m Stoff derselben Art. Wieviel Mark bezahlte sie?
3. Aus 30 g Blütennektar entstehen 10 g Bienenhonig. Wieviel Gramm Blütennektar sind für 1 kg Bienenhonig notwendig?
4. 8 Kinder der Klasse 4a brauchen 12 min für ihren Schulweg. Wie lange brauchen 4 Kinder der Klasse 2b, die ebensoweit von der Schule entfernt wohnen?
5. Eine Maschine A stellt 60 Einzelteile her, eine Maschine B stellt in derselben Zeit 40 Einzelteile her. Wieviel Einzelteile hat die Maschine A in der Zeit hergestellt, in welcher die Maschine B 360 Einzelteile fertigt?
6. Ein halbes Mischbrot kostet 35 Pf. Der neunjährige Olaf kauft aber ein und ein halbes Mischbrot. Rechne!
7. 3 Eier kochen 5 min. Wie lange kochen 6 Eier?
8. Eine Packung mit 12 Eiern (Sorte A) kostet 4,68 M. Wieviel kostet eine Packung mit 6 Eiern?

9. In einem Brutschrank können gleichzeitig 3 000 Eier in 21 Tagen ausgebrütet werden.
- Wieviel Eier können in demselben Brutschrank in 7 Tagen ausgebrütet werden?
 - Wieviel Tage sind nötig, um in diesem Brutschrank 9 000 Eier auszubrüten?
 - Wieviel Eier kann man in 6 solchen Brutschränken in 21 Tagen ausbrüten?
10. Durch sparsame Fahrweise kann der Fahrer eines Lastzuges den Verbrauch um 7 Liter Kraftstoff je 100 km Fahrt senken.
Wieviel Liter könnten eingespart werden, wenn im Monat 4 500 km zu fahren sind?
11. An einer Straße stehen Telegrafmasten in regelmäßigen Abständen. Vom 1. Mast bis zum 4. Mast sind es 150 m. Wie weit ist es vom 1. bis zum 8. Mast?
-

1. a) Wieviel Sekunden sind
8 min, 5 min, 12 min, 15 min, 30 min, 6 min?
- b) Wieviel Minuten sind
300 s, 60 s, 240 s, 30 s, 420 s, 540 s?
- c) Wieviel Stunden sind
180 min, 420 min, 540 min, 120 min, 150 min, 315 min?
2. a) Berechne den 10. Teil von
270 mm, 6 kg, 3 dt, 1 h, 30 min, 2,50 M!
- b) Berechne den 100. Teil von
200 g, 2 t, 20 kg, 50 cm, 5 m, 5 km!
3. a) 150 min : 3 b) 180 min : 6 c) 3 m : 6 d) 2 cm : 5
 280 min : 70 840 s : 2 1 kg : 2 3 m : 50
 3 600 g : 90 4 500 km : 5 4 km : 8 4 min : 60
 4 200 m : 60 560 cm : 80 1 min : 20 9 kg : 6

16 Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen

Mit mehrstelligen Zahlen kann man wie mit zweistelligen multiplizieren:

$$532 \cdot 27 = 532 \cdot (20 + 7)$$

$$532 \cdot 416 = 532 \cdot (400 + 10 + 6)$$

- 50 a) Welches Gesetz wird angewendet?
 b) Berechne beide Produkte!
 c) Überschlage auch die Produkte! Vergleiche!

Beim schriftlichen Verfahren werden die einzelnen Schritte miteinander verbunden:

		$532 \cdot 416$
$532 \cdot 400$	1. Produkt	<u>212 800</u>
$532 \cdot 10$	2. Produkt	5 320
$532 \cdot 6$	3. Produkt	<u>3 192</u>
Summe der Produkte		<u>221 312</u>

B

- 51 Welche Nullen brauchen nicht geschrieben zu werden. Warum?

15

3	4	8	5	·	2	3	7	3			
					6	9	7	0			
					1	0	4	5	5		
					2	4	3	9	5		
					1	0	4	5	5		
					8	2	6	9	9	0	5

Überschlag:

$$3\ 000 \cdot 2\ 000 = 6\ 000\ 000$$

Vergleich (mündlich):

$$8\ 269\ 905 \approx 6\ 000\ 000$$

- 52 Im Beispiel 15 ist gezeigt, wie man zwei vierstellige Zahlen multipliziert.

a) Rechne nach!

b) Für den Überschlag kann man auch von den Rundungsregeln abweichen und andere Näherungszahlen wählen, hier z. B. $4\ 000 \cdot 2\ 000$ oder $3\ 000 \cdot 3\ 000$. Rechne! Vergleiche! Erkläre!

c) Welcher Vorteil ergab sich daraus, daß der Faktor 2 373 rechts stand?

Gib für die folgenden Produkte eine vorteilhafte Anordnung der Faktoren an! $722 \cdot 456$, $345 \cdot 666$, $526 \cdot 78\ 534$. Begründe!

Es ist günstig, wenn man die einzelnen Produkte rechts genau unter den entsprechenden Stellen des zweiten Faktors beginnt. Dann ist man sicher, daß man sie richtig anordnet und keine Teilmultiplikationen vergißt.

- 53 a) Welche der folgenden Schreibweisen bei der Aufgabe $408 \cdot 726$ scheint dir am zweckmäßigsten? Begründe!

$$(1) \begin{array}{r} 408 \cdot 726 \\ \underline{2856} \\ 816 \\ \underline{2448} \\ \underline{296208} \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} 726 \cdot 408 \\ \underline{2904} \\ 000 \\ 5808 \\ \underline{296208} \end{array}$$

$$(3) \begin{array}{r} 726 \cdot 408 \\ \underline{29040} \\ 5808 \\ \underline{296208} \end{array}$$

b) Berechne möglichst zweckmäßig:

$$803 \cdot 238; \quad 564 \cdot 380; \quad 808 \cdot 209; \quad 2\ 006 \cdot 374!$$

Man kann also (wenn in einem Faktor die Grundziffer 0 vorkommt) Platz und Arbeit beim Schreiben sparen. Auch beim Auftreten der Grundziffer 1 ist das möglich, doch muß man dann die Zwischenprodukte anders anordnen.

So schreibt man bei der Aufgabe $127 \cdot 325$

statt	$\begin{array}{r} 325 \\ \times 127 \\ \hline 2275 \\ 650 \\ \hline 41275 \end{array}$	besser	$\begin{array}{r} 325 \\ \times 127 \\ \hline 650 \\ 2275 \\ \hline 41275 \end{array}$
-------	--	--------	--

- 54 a) Erkläre die Anordnung der Zwischenprodukte!
b) Versuche, folgende Produkte möglichst platzsparend zu berechnen!
(1) $238 \cdot 123$ (2) $564 \cdot 321$ (3) $613 \cdot 874$ (4) $1167 \cdot 936$

Aufgaben

1. a) $378 \cdot 214$ b) $220 \cdot 498$ c) $666 \cdot 387$ d) $169 \cdot 473$
 $536 \cdot 327$ $913 \cdot 642$ $45 \cdot 208$ $303 \cdot 255$
2. a) $6758 \cdot 372$ b) $5863 \cdot 421$ c) $246 \cdot 3579$ d) $7888 \cdot 369$
 $289 \cdot 8075$ $3063 \cdot 735$ $468 \cdot 5107$ $805 \cdot 3006$
3. a) $57006 \cdot 876$ b) $91550 \cdot 412$ c) $806 \cdot 35994$ d) $4 \cdot 3105$
 $298 \cdot 79338$ $634 \cdot 13772$ $278 \cdot 48003$ $2222 \cdot 634$
4. a) $731 \cdot 5608$ b) $5608 \cdot 736$ c) $732 \cdot 5612$ d) $757 \cdot 4618$

Diese vier Aufgaben haben folgende Ergebnisse:

3495826 ; 4099448 ; 4107984 ; 4127488

Ordne jeder Aufgabe das richtige Ergebnis zu!

Versuche, es vor dem ausführlichen Nachrechnen zu finden und erläutere!

5. a) $4836 \cdot 1234$ b) $2418 \cdot 2468$ c) $1209 \cdot 4936$
 d) $7263 \cdot 2345$ e) $2421 \cdot 7035$ f) $807 \cdot 21105$

Die Ergebnisse zu diesen sechs Aufgaben findest du unter den folgenden acht

Zahlen. Wähle für jede Aufgabe das richtige Ergebnis aus! Begründe!

9731854 ; 5967624 ; 5873168 ; 73560475 ;
 18031750 ; 2378504 ; 17031735 ; 12635145

6. Überlege vor dem Rechnen, welche Schreibweise du anwenden willst!
a) $654 \cdot 193$, $159 \cdot 843$, $729 \cdot 316$, $508 \cdot 221$
b) $756 \cdot 308$, $678 \cdot 280$, $923 \cdot 408$, $456 \cdot 560$
7. a) Um wieviel ist $857 \cdot 3916$ kleiner als $848 \cdot 3916$?
b) Um wieviel ist $536 \cdot 4028$ größer als $512 \cdot 4028$?
c) Um wieviel unterscheiden sich $792 \cdot 5360$ und $792 \cdot 5102$?
d) Gib die Differenz von $846 \cdot 2311$ und $423 \cdot 4622$ an!
e) Berechne die Summe der Produkte $567 \cdot 3456$ und $891 \cdot 7892$!
f) Addiere zum Produkt $234 \cdot 3456$ das Produkt $567 \cdot 7892$!

- 8.* Gib jeweils fünf Zahlen an, die die folgenden Ungleichungen erfüllen! Versuche, möglichst mit einer einzigen Produktberechnung auszukommen! Begründe!
- a) $258 \cdot 1\,109 < x < 259 \cdot 1\,109$ b) $783 \cdot 119 < y < 783 \cdot 121$
 c) $542 \cdot 370 > z > 540 \cdot 370$ d) $293 \cdot 624 > w > 292 \cdot 624$
9. a) $(7 + 35) \cdot 24$ b) $124 - 3 \cdot 9$ c) $123 \cdot 18 + 245$ d) $28 \cdot 27 + 64 \cdot 63$
 $(15 + 42) \cdot 28$ $2\,834 - 27 \cdot 13$ $351 \cdot 27 - 84$ $49 \cdot 53 - 43 \cdot 38$
 $(82 + 46) \cdot 37$ $6\,015 + 28 \cdot 63$ $516 \cdot 42 + 3\,560$ $47 \cdot 91 + 18 \cdot 23$
 $(85 - 43) \cdot 93$ $1\,781 + 32 \cdot 45$ $213 \cdot 87 - 357$ $53 \cdot 67 - 27 \cdot 33$
10. a) $567 \cdot 5\,935 + 46\,783$ 11. a) $834 \cdot 2\,562 - 35\,608$
 b) $845\,624 + 6\,745 \cdot 356$ b) $879\,246 - 456 \cdot 78$
 c) $(346 + 128) \cdot 7\,009$ c) $546 \cdot (9\,514 - 903)$
12. a) Addiere zum Produkt von 529 und 627 die Zahl 84 567!
 b) Addiere das Produkt von 804 und 333 zu der Zahl 7 294!
 c) Subtrahiere von dem Produkt der Zahlen 618 und 34 die Zahl 562!
13. a) Der erste Summand ist die größte sechsstellige Zahl. Der zweite Summand ist das Produkt aus 567 834 und der Zahl 0. Berechne die Summe!
 b) Ein Faktor eines Produkts ist 9 867 543. Der andere ist die Differenz der Zahl 543 210 und ihres Vorgängers. Wie groß ist das Produkt?
 c) In einer Differenz ist der Minuend 76 213, der Subtrahend ist das Produkt von 548 und 392. Was kannst du über diese Differenz aussagen?
 d) Wie groß ist die Summe, wenn der eine Summand 1 360 und der andere das 51fache dieser Zahl ist?
14. Pro Kopf der Bevölkerung werden in der DDR jährlich etwa verbraucht: 88 kg Fleisch und Fleischerzeugnisse, 15 kg Butter, 58 kg Weizenmehl, 32 kg Roggenmehl, 98 kg Gemüse, 41 kg Zucker und Zuckererzeugnisse. Wieviel Tonnen der genannten Lebensmittel müssen für eine Stadt mit 239 000 Einwohnern zur Verfügung stehen?
- 15.* Untersuche, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind!
- a) Wenn man eine zweistellige Zahl mit einer zweistelligen multipliziert, erhält man stets eine vierstellige Zahl.
 b) Wenn man 6 420 mit 135 multipliziert, erhält man dasselbe, wie wenn man 3 210 mit 270 multipliziert.
 c) Wenn man eine Zahl a mit einer Zahl b multipliziert, erhält man stets das gleiche, als wenn man die Hälfte von a mit dem Doppelten von b multipliziert.
 d) Wenn man die Summe von 682 und 315 mit 7 multipliziert, erhält man mehr, als wenn man 682 mit 7 multipliziert und dann 315 addiert.
 e) Wenn man die Summe zweier Zahlen a und b mit c multipliziert, erhält man stets mehr, als wenn man a mit c multipliziert und dann b addiert.

1. a)

a	b	a + b
700	1 200	
13 000		17 000
	2 000	8 006
9 999		9 000

b)

x	y	x - y
550	150	
600		100
1 800		2 000
	80	320

Zusammenfassung

Multiplikation	
<p>Faktor Faktor</p> $\begin{array}{c} \quad \\ a \cdot b = c \\ \quad \\ \text{Produkt} \quad \text{Produkt} \end{array}$	<p>2 · 4 ist ein Produkt, 2 und 4 sind seine Faktoren. Das Produkt von 2 und 4 ist 8.</p>
Die Multiplikation natürlicher Zahlen ist stets ausführbar.	
<p>Für jede natürliche Zahl a gilt:</p> $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$19 \cdot 0 = 0 \cdot 19 = 0$ $23 \cdot 1 = 1 \cdot 23 = 23$
<p>Kommutativgesetz der Multiplikation</p> <p>Für alle natürlichen a und b gilt:</p> $a \cdot b = b \cdot a$	$7 \cdot 12 = 12 \cdot 7$
<p>Assoziativgesetz der Multiplikation</p> <p>Für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt:</p> $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(7 \cdot 2) \cdot 5 = 7 \cdot (2 \cdot 5)$ $14 \cdot 5 = 7 \cdot 10$
<p>Distributivgesetz</p> <p>Für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt:</p> $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	$(6 + 11) \cdot 8 = 6 \cdot 8 + 11 \cdot 8$ $17 \cdot 8 = 48 + 88$

Beachte beim mündlichen Multiplizieren:

1. **Darstellen** eines Faktors als Summe bzw. Differenz
2. **Multiplizieren** der Summe bzw. Differenz mit dem anderen Faktor
3. **Addieren** bzw. **Subtrahieren** der Zwischenergebnisse
4. **Kontrolle** durch Nachrechnen

$$\begin{aligned}
 27 \cdot 6 &= (20 + 7) \cdot 6 & 27 \cdot 6 &= (30 - 3) \cdot 6 \\
 &= 20 \cdot 6 + 7 \cdot 6 & &= 30 \cdot 6 - 3 \cdot 6 \\
 &= 120 + 42 & &= 180 - 18 \\
 &= 162 & &= 162
 \end{aligned}$$

Beachte beim schriftlichen Multiplizieren:

1. **Überschlag**
2. Zweckmäßige **Reihenfolge** der Faktoren
3. Richtiges Untereinanderschreiben der **Zwischenergebnisse**
4. **Kontrolle** durch Vergleich mit dem Überschlag und **Nachrechnen**

$$\begin{array}{r}
 328 \cdot 47 \\
 \hline
 1312 \\
 2296 \\
 \hline
 15416
 \end{array}$$

Überschlag (mündlich):
 $300 \cdot 50 = 15\,000$
 Vergleich (mündlich):
 $15\,416 \approx 15\,000$

Division natürlicher Zahlen

17 Division



Zur Reinigung auf dem Schulgelände werden 24 Schüler in 4 Gruppen eingeteilt.

Ralf und Katrin überlegen, wieviel Schüler in einer Gruppe sind.

Ralf geht so vor: $4 \cdot x = 24$; $x = 6$ Katrin rechnet: $24 : 4 = 6$

Beide rechnen richtig, denn $4 \cdot x = 24$ ist gleichbedeutend mit $x = 24 : 4$.

Der gesuchte Faktor ist der Quotient aus dem Produkt und dem bekannten Faktor.

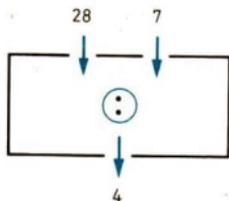
14

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

Diesen Zusammenhang haben wir auch schon bei Begründungen genutzt.

16 $560 : 7 = 80$, denn $80 \cdot 7 = 560$

Auch für die Division kann man einen „Rechenautomaten“ zeichnen:



$$28 : 7 = 4$$

4 ist der **Quotient** von 28 und 7.

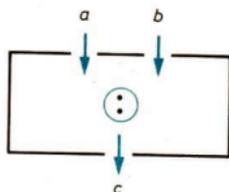
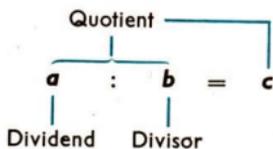
28 : 7 ist ein **Quotient**,

28 ist der **Dividend**, 7 ist der **Divisor**.

Wir wissen schon:

15

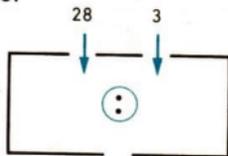
Division



- 55 Gib Lösungen der folgenden Gleichungen an!
Schreib jedesmal die zugehörige Divisionsaufgabe!

a) $2 \cdot x = 18$ b) $8 \cdot y = 35$ c) $z \cdot 15 = 30$

Die Division $a : b$ ist nicht für alle natürlichen Zahlen a, b ausführbar.



Kein Ergebnis

Zu einem geordneten Zahlenpaar $(a; b)$ gehört niemals mehr als ein Quotient c . Aber man kann jede Zahl auf verschiedene Weise als Quotient angeben:

$$5 = 20 : 4, \quad 5 = 200 : 40, \quad 5 = 35 : 7$$

- 56 a) Löse die Gleichungen! Was fällt dir auf?
 $x \cdot 1 = 17$, $1 \cdot y = 193$, $z \cdot 1 = 0$, $s = 75 : 1$, $2 \ 307 : 1 = t$
- b) Löse die Gleichungen! $m \cdot 0 = 29$, $n \cdot 0 = 0$
Was kannst du über die Aufgaben $29 : 0$ und $0 : 0$ sagen?
- c) Löse die Gleichungen! $v \cdot 76 = 76$, $w \cdot 58 = 0$
Was kannst du über die Aufgaben $76 : 76$ und $0 : 58$ sagen?

▶ 16

Für jede natürliche Zahl a gilt: $a : 1 = a$

Die Division durch 0 ist nicht möglich.

Für jede Zahl $a \neq 0$ gilt: $a : a = 1$ und $0 : a = 0$

● 57 Rechne, vergleiche, antworte!

a) $35 : 7$, $7 : 35$, $240 : 6$, $6 : 240$

Gilt bei der Division ein Kommutativgesetz?

b) $(72 : 12) : 3$, $72 : (12 : 3)$; $(240 : 8) : 3$, $240 : (8 : 3)$

Gilt bei der Division ein Assoziativgesetz?

● 58 Rechne und vergleiche!

a) $(30 + 12) : 3$ und $30 : 3 + 12 : 3$

c) $(35 + 7) : 6$ und $35 : 6 + 7 : 6$

b) $(50 - 15) : 5$ und $50 : 5 - 15 : 5$

d) $(16 - 48) : 8$ und $16 : 8 - 48 : 8$

Aufgaben

1. Überprüfe die Ergebnisse durch Multiplikation!

$240 : 6$, $78 : 6$, $420 : 6$, $1\ 800 : 600$, $4\ 800 : 60$

2. a) $56 : 7$ b) $48 : 6$ c) $36 : 9$ d) $64 : 8$ e) $72 : 9$
 $59 : 7$ $45 : 6$ $39 : 9$ $68 : 8$ $79 : 9$

3. a) $600 : 3$ b) $500 : 5$ c) $40\ 000 : 5$ d) $900\ 000 : 9$
 $80\ 000 : 4$ $60\ 000 : 2$ $200 : 4$ $100\ 000 : 5$
 $700\ 000 : 1$ $80\ 000 : 0$ $8\ 000 : 2$ $1\ 400 : 2$

4. a) $36\ 000 : 3$ b) $72\ 000 : 8$ c) $4\ 200 : 6$ d) $33\ 000 : 3$
 $63\ 000 : 9$ $560\ 000 : 7$ $52\ 000 : 4$ $5\ 100 : 1$
 $350 : 50$ $360 : 90$ $4\ 100 : 100$ $30 : 90$
 $20 : 30$ $540 : 90$ $70 : 70$ $8\ 000 : 400$
 $0 : 70$ $60 : 600$ $500 : 50$ $70 : 0$

5. Berechne

a) den vierten Teil von 120,
 das Doppelte von 65,
 die Hälfte von 2 386,
 den sechsten Teil von 4 518!b) den neunten Teil von 72,
 den dritten Teil von 852,
 das Siebenfache von 362,
 den fünften Teil von 825!

6. Beachte, daß nicht jede der folgenden Aufgaben durch Division zu lösen ist! Überlege jedesmal vorher, ob das Ergebnis eine natürliche Zahl ist oder ob auch eine Einheit auftritt!

a) Ein Liter (l) Kraftstoff kostet 1,50 M. Wieviel Liter Kraftstoff kann man für 30 M tanken?

b) Eine Schrankwand besteht aus 90 cm breiten Teilen. Wieviel Teile kann man an eine 4,50 m lange Wand stellen?

- c) Aus einer Rolle Tapete kann man 4 „Bahnen“ schneiden. Die Tapete ist 54 cm breit. Wie breit ist die Wandfläche, die man mit einer Rolle tapezieren kann?
- d) Bei einem Geländespiel werden 68 Schüler in vier gleich große Gruppen aufgeteilt. Wieviel Schüler gehören zu jeder Gruppe?
- e) Für einen Anzug benötigt man 3 m Stoff. Wieviel Anzüge kann man aus 63 m Stoff anfertigen?
- f) Ein Wanderer legt in einer Stunde 5 km zurück. Wie weit kommt er in 3 h?
- g) Für einen leichten Tortenboden werden 120 g Mehl und 2 Eier benötigt. Wieviel Mehl braucht man für 4 Tortenböden? Wieviel Tortenböden kann man mit 10 Eiern backen?
7. Gib jedesmal die zugehörige Gleichung der Division an und löse die Gleichungen!
- a) $3 \cdot x = 15$ b) $n \cdot 4 = 17$ c) $3 \cdot y = 240$ d) $z \cdot 70 = 280$
8. Gib jedesmal die zugehörige Gleichung der Multiplikation an und löse die Gleichungen!
- a) $a = 39 : 3$ b) $b = 250 : 5$ c) $c = 13 : 13$ d) $d = 27 : 1$
 e) $e = 35 : 70$ f) $f = 0 : 12$ g) $g = 0 : 0$ h) $h = 5 : 0$
9. a) $60 \cdot x = 240$ b) $y \cdot 20 = 140$ c) $z : 40 = 7$
 $x \cdot 70 = 420$ $40 \cdot y = 2\,400$ $z : 50 = 60$
 $3 \cdot x = 2\,100$ $30 \cdot y = 100$ $800 : z = 80$
10. Gib jedesmal die zugehörige Gleichung der Multiplikation an und löse die Gleichungen!
- a) $a = 600 : 20$ b) $b = 720 : 80$ c) $c = 350 : 70$ d) $d = 3\,600 : 90$
11. a) $6 \cdot 12 : 8$ b) $60 : 3 \cdot 4$ c) $80 : 2 : 2$ d) $80 : (2 : 2)$
 e) $4 \cdot (42 : 7)$ f) $60 : (3 \cdot 4)$ g) $140 : (10 : 2)$ h) $140 : 10 : 2$
- 12.* Einige der folgenden Gleichungen sind falsch, weil Klammern vergessen wurden. Ergänze die fehlenden Klammern!
- a) $600 : 20 : 3 = 10$ b) $560 : 80 : 2 = 14$ c) $1\,000 : 25 : 4 = 10$
 d) $8\,000 : 22 : 11 = 4\,000$ e) $300 : 10 \cdot 5 = 150$ f) $480 : 400 : 5 = 6$
- 13.* Einige der folgenden Gleichungen sind falsch, weil Klammern gesetzt wurden. Überprüfe und berichtige!
- a) $900 : (9 : 4) = 25$ b) $500 : (50 : 10) = 100$ c) $144 : (12 : 3) = 4$
 d) $4\,000 : (20 : 2) = 400$ e) $420 : (20 \cdot 3) = 63$ f) $120 : (20 : 3) = 2$
14. a) $15 : 5 + 17$ b) $26 : 2 - 5$ c) $150 + 60 : 3$ d) $40 - 28 : 7$
 e) $46 + 31 : 9$ f) $59 - 81 : 9$ g) $13 - 100 : 4$ h) $69 - 43 : 6$
15. a) $(28 + 12) : 4$ b) $(25 + 75) : 5$ c) $(49 + 10) : 7$
 d) $(600 + 9) : 3$ e) $(41 + 23) : 8$ f) $560 : (3 + 4)$

16. a) $(72 - 45) : 9$ b) $(49 - 13) : 6$ c) $(32 - 25) : 7$
 d) $(77 - 99) : 11$ e) $(64 - 50) : 8$ f) $800 : (34 - 14)$
17. Rechne mündlich! Zerlege den Dividenden dazu in zwei Summanden!
 a) $165 : 5$ b) $2\,430 : 3$ c) $15\,450 : 5$ d) $250\,300 : 5$
 $192 : 3$ $5\,150 : 5$ $12\,360 : 6$ $210\,280 : 7$
 $154 : 7$ $3\,720 : 6$ $18\,270 : 9$ $630\,180 : 9$
18. a) Der Dividend ist 720, der Divisor ist doppelt so groß wie 30. Wie groß ist der Quotient?
 b) In einem Quotienten ist der Dividend 350, der Divisor ist der 5. Teil von 25. Wie groß ist der Quotient?
 c) Wie groß ist ein Quotient, wenn der Dividend dreimal so groß ist wie der Divisor?
 d) Wie groß ist ein Quotient, wenn der Divisor halb so groß ist wie der Dividend?

- | | | | | |
|-----------------|--------------|---------------------|-------------|------------------|
| 1. $52 \cdot 7$ | 2. $57 + 38$ | 3. $4\,800 \cdot 3$ | 4. $38 : 6$ | 5. $80 \cdot 70$ |
| $63 \cdot 8$ | $95 - 67$ | $2\,700 \cdot 2$ | $45 : 7$ | $60 \cdot 20$ |
| $74 \cdot 9$ | $83 - 48$ | $5\,100 \cdot 4$ | $35 : 4$ | $40 \cdot 50$ |
| $85 \cdot 3$ | $72 + 19$ | $4\,700 \cdot 5$ | $50 : 7$ | $20 \cdot 40$ |
| $96 \cdot 4$ | $61 - 27$ | $7\,200 \cdot 6$ | $60 : 9$ | $30 \cdot 30$ |

18 Teilbarkeit natürlicher Zahlen

Axel sagt: „3 Flaschen Limonade kosten 1 M.“ Beate meint, daß das gewiß nicht stimmen kann.

Es gibt keine natürliche Zahl n mit $3 \cdot n = 100$.

$$3 \cdot 33 < 100 < 3 \cdot 34$$

Man sagt auch: 100 ist kein Vielfaches von 3. Dafür gibt es noch weitere Sprechweisen.

■ 17 a) $28 = 4 \cdot 7$

28 ist **Vielfaches** von 4.

4 ist **Teiler** von 28.

28 ist **teilbar** durch 4.

Deshalb ist die Division $28 : 4$ ausführbar: $28 : 4 = 7$

b) $4 \cdot 6 < 27 < 4 \cdot 7$

27 ist **kein Vielfaches** von 4.

4 ist **kein Teiler** von 27.

27 ist **nicht teilbar** durch 4.

Für 4 ist Teiler von 28 schreibt man kurz $4 \mid 28$.

- 59 Überprüfe auf Teilbarkeit! Sprich zu den Aufgaben wie im Beispiel 17!

a	b	a b	Begründung
2	18	ja	$18 = 2 \cdot 9$
2	47	nein	$2 \cdot 23 < 47 < 2 \cdot 24$
5	75		
3	26		
17	17		
8	58		
1	43		
4	0		

Wir wissen bereits, daß wir die Teilbarkeit durch 2, 5, 10 und 100 sehr leicht feststellen können.

- Alle Zahlen, deren Ziffern auf **0, 2, 4, 6** oder **8** enden, sind **durch 2 teilbar**.
Alle anderen Zahlen sind nicht durch 2 teilbar.
- Alle Zahlen, deren Ziffern auf **0** oder **5** enden, sind **durch 5 teilbar**.
Alle anderen Zahlen sind nicht durch 5 teilbar.
- Alle Zahlen, deren Ziffern auf **0** enden, sind **durch 10 teilbar**.
Alle anderen Zahlen sind nicht durch 10 teilbar.
- Alle Zahlen, deren Ziffern auf **00** enden, sind **durch 100 teilbar**.
Alle anderen Zahlen sind nicht durch 100 teilbar.

Auf folgendem Zahlenstrahl sind Zahlen gekennzeichnet, die durch 3 teilbar sind.



Vielfache ein und derselben Zahl ergeben Punkte in stets gleichen Abständen.

- 18 Die Zahl 17 ist als Summe darzustellen. Dabei soll der eine Summand das nächstkleinere Vielfache von 5 sein.
Lösung: 17 liegt zwischen $15 = 5 \cdot 3$ und $20 = 5 \cdot 4$. Es ist $17 = 5 \cdot 3 + 2$.
- 60 a) Stelle 48 als Summe dar! Der eine Summand soll das nächstkleinere Vielfache von 7 sein.
b) Stelle 48 als Differenz dar! Der Minuend soll das nächstgrößere Vielfache von 7 sein.

Aufgaben

1. Sind die folgenden Zahlen durch 2 (3, 4, 5, 6, 7) teilbar? Begründe!
10, 17, 24, 35, 48, 60, 75, 84

2. Bestimme alle einstelligen Zahlen, die Teiler von 360 (36, 480, 48, 240, 24) sind!
3. Gib bei **a)** bis **d)** an, ob der Auftrag ausführbar ist! Begründe!
a) 25 Autos sollen gleichmäßig auf 4 Güterwagen verteilt werden.
b) 55 Pflanzen sollen in 5 Reihen mit jeweils gleich viel Pflanzen gesetzt werden.
c) 125 M sollen in 4 gleich großen Beträgen ausgezahlt werden.
d) Eine 5 m lange Leiste soll in 3 gleich große Stücke zersägt werden.
4. Nenne alle Teiler von 10 (18, 21, 24, 29)!
5. **a)** Nenne Zahlen, die durch 11 teilbar sind!
b) Gib Zahlen an, die Vielfache von 11 sind!
c) Nenne Zahlen, die nicht durch 9 teilbar sind!
d) Gib Zahlen an, die Teiler von 42 sind!
e) Gib zweistellige Zahlen an, die Vielfache von 8 sind!
6. Fülle die Lücken so aus, daß jeweils eine wahre Aussage entsteht!
a) 38 ist teilbar durch ... **b)** 30 ist ein Teiler von ...
c) 90 ist Vielfaches von ... **d)** ... ist teilbar durch 10
e) ... ist ein Teiler von 17 **f)** 0 ist ein Vielfaches von ...
7. Vervollständige die Tabelle!

n	$2 n$	$3 n$	$5 n$	$6 n$	$10 n$	$15 n$
a) 12	ja		nein			
b) 20						
c) 45						
d) 52						
e) 53						

- 8.* Gegeben sind die Zahlen 26, 38, 40, 42, 64.
 Gib an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind!
a) Alle angegebenen Zahlen sind durch 2 teilbar.
b) Alle angegebenen Zahlen sind durch 3 teilbar.
9. Gib an, ob die folgenden Zahlen durch 2 (5, 10, 100) teilbar sind! Begründe!
 364, 8700, 685, 2 930, 4 831, 3 670 000, 8 118, 5 555
10. Nenne zu jeder Zahl die benachbarten Vielfachen von 3 (5, 6, 7, 9)!
a) 16 **b)** 26 **c)** 4 **d)** 8 **e)** 41 **f)** 59
11. Schreib die Zahlen als Summe!
 Ein Summand soll das nächstkleinere Vielfache von 2 (4, 6, 7) sein!
a) 15 **b)** 29 **c)** 5 **d)** 37 **e)** 43
12. Schreib die Zahlen als Differenz!
 Der Minuend soll das nächstgrößere Vielfache von 5 (7, 8, 9) sein!
a) 12 **b)** 19 **c)** 6 **d)** 26 **e)** 31

19 Division mit Rest

Ulf hat 1 M und möchte sich Streuselkuchen kaufen. Ein Stück kostet 30 Pf. Er will wissen, wieviel er für sein Geld bekommt. Martin ulkt: „Diese Frage führt auf die Divisionsaufgabe $100 : 30$, und die ist nicht lösbar. Demnach bekommst du überhaupt keinen Streuselkuchen.“

Viele Fragen führen zwar auf unlösbare Divisionsaufgaben, sind aber doch vernünftig zu beantworten. Hier hilft die Division mit Rest, die wir schon aus Klasse 3 kennen.

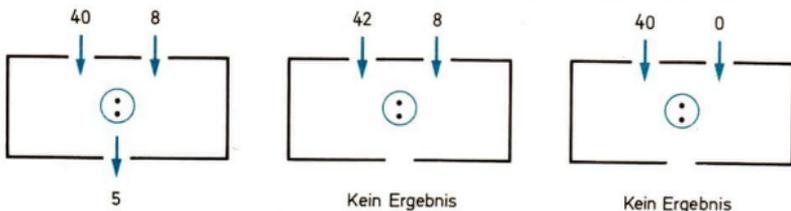
Man schreibt:

$$\text{a) } 56 : 6 \text{ n. l.} \quad \text{oder} \quad \text{b) } \overline{56 : 6 = 9} \quad \text{oder} \quad \text{c) } 56 : 6 = 9 \text{ Rest } 2$$

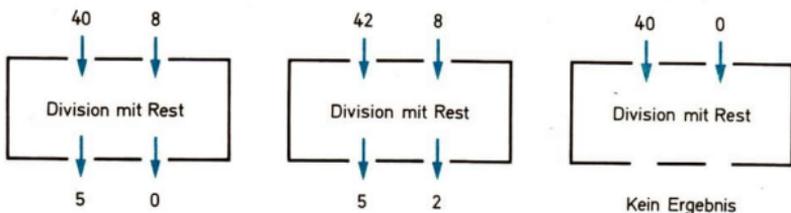
$$56 = 6 \cdot 9 + 2 \qquad \qquad \qquad \text{Rest } 2$$

- 61 Erkläre, wie du rechnest, um die Zahlen 9 und 2 zu ermitteln!

Wir wissen: Die Division $a : b$ liefert als Ergebnis eine natürliche Zahl. Sie ist aber nicht für alle geordneten Paare $(a; b)$ ausführbar. a muß ein Vielfaches von b sein.



Bei der Division mit Rest gehört zu jedem geordneten Paar $(a; b)$ ein Ergebnis, sofern nicht $b = 0$ ist. Dieses Ergebnis ist aber selbst ein geordnetes Zahlenpaar.



Dabei ist die zweite Zahl, der Rest, stets kleiner als der Divisor b . (Wenn die Division $a : b$ ausführbar ist, ist der Rest 0.)

- 62 a) Bei der Division mit Rest hat Frank für $54 : 8$ errechnet 5 Rest 14.
Gerlind schrieb: $54 : 8 \text{ n. l.}, 54 = 8 \cdot 7 - 2$
Was ist falsch? Korrigiere!
- b) Mit einer Büchse Farbe kann man 3 Türen streichen.
Wieviel Büchsen muß man für das Streichen von 8 Türen kaufen?
Was fällt dir auf, wenn du die Antwort mit dem Ergebnis von $8 : 3$ bei der Division mit Rest vergleichst?

Wenn bei den Aufgaben 1. und 2. die Division nicht ausführbar ist, so wende die Division mit Rest an! Schreib jedesmal auch die Gleichung, in der der Dividend als Summe dargestellt ist!

1. a) $22 : 3$ b) $45 : 8$ c) $28 : 6$ d) $92 : 10$ e) $405 : 8$
 $16 : 5$ $45 : 9$ $32 : 10$ $81 : 2$ $47 : 6$
 $18 : 2$ $89 : 11$ $17 : 16$ $902 : 3$ $2\ 007 : 10$
 $3 : 7$ $42 : 42$ $600 : 3$ $0 : 7$ $59 : 11$

2. a) $5 : 4$ b) $30 : 20$ c) $98 : 100$ d) $830 : 83$ e) $641 : 8$
 $4 : 5$ $7 : 46$ $100 : 98$ $7\ 206 : 9$ $893 : 893$
 $207 : 2$ $183 : 18$ $403 : 5$ $4\ 807 : 6$ $259 : 25$

3. a) Bestimme fünf Zahlen, die bei der Division durch 3 den Rest 2 ergeben!
Beispiele: $8 = 3 \cdot 2 + 2$, $14 = 3 \cdot 4 + 2$
 b) Bestimme drei Zahlen, die bei Division durch 5 (7, 4, 9) den Rest 3 ergeben!
 c) Gib zwei dreistellige Zahlen an, die bei der Division durch 2 (5, 10, 100) den Rest 1 ergeben!

- 4.* Die folgenden Zahlenpaare wurden als Ergebnis bei Aufgaben der Division mit Rest ermittelt. Gib zu jedem Zahlenpaar jeweils drei Gleichungen wie folgt an!

(5; 2) $37 = 7 \cdot 5 + 2$, $22 = 4 \cdot 5 + 2$, ...

Schreib auch in folgender Form!

$37 : 7 = 5 \text{ Rest } 2$, $22 : 4 = 5 \text{ Rest } 2$, ...

- a) (4; 2) b) (9; 2) c) (8; 7) d) (6; 3) e) (3; 1)
 f) (7; 5) g) (8; 2) h) (5; 3) i) (9; 0) k) (11; 4)

5. a) 80 Bäume sollen in 7 gleich langen Reihen gepflanzt werden. Wieviel Bäume kommen in jede Reihe?
 b) Ein Bücherregal ist innen 80 cm breit. Wieviel 6 cm dicke Bücher haben nebeneinander darin Platz?
 c) Ein 25 m langer Zaun soll erneuert werden. Wieviel Zaunfelder von je 2 m Länge sind dafür zu beschaffen?
6. a) 35 gleich große Kisten sind zu transportieren. Bei einer Fahrt können 8 Kisten geladen werden.
 Wieviel Fahrten sind nötig?
 b) 35 M sind für den Kauf von Blumen vorhanden. 1 Strauß kostet 8 M.
 Wieviel Sträuße können gekauft werden?
 c) Bilde zwei Aufgaben wie a) und b) mit den Zahlen 44 und 7!
7. Gib für die folgenden Zahlen jeweils die benachbarten Vielfachen von 10 (20, 30) an!
 a) 47 b) 59 c) 135 d) 162 e) 246 f) 13 g) 199

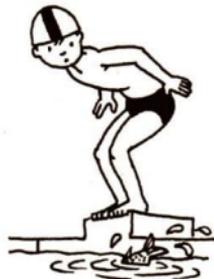
8. Gesucht sind die benachbarten Vielfachen von 40 (60, 80)!
 a) 75 b) 93 c) 162 d) 217 e) 328 f) 52 g) 186
9. Gesucht sind die benachbarten Vielfachen von 50 (70, 90)!
 a) 83 b) 173 c) 256 d) 403 e) 582 f) 297 g) 611
10. Schreib die Zahlen als Summe! Der eine Summand soll das nächstkleinere Vielfache von 20 (30, 40) sein.
 a) 50 b) 153 c) 211 d) 110 e) 74 f) 196 g) 17
11. Schreib die Zahlen als Summe! Der eine Summand soll das nächstkleinere Vielfache von 50 (60, 80) sein.
 a) 210 b) 170 c) 308 d) 410 e) 78 f) 512 g) 634
12. Schreib die Zahlen als Summe! Der eine Summand soll das nächstkleinere Vielfache von 70 (90, 100) sein.
 a) 420 b) 213 c) 777 d) 528 e) 619

20 Schriftliches Dividieren; Divisor einstellig

- 63 Bei einer Schwimmprüfung ist der sechste Teil von 222 Schülern in der Lage, die Stufe III nachzuweisen.
 Wieviel Schüler sind Schwimmer der Stufe III?

Schon in Klasse 3 haben wir gelernt, solche Aufgaben durch schriftliches Dividieren zu lösen. Der Dividend wird dabei als Summe dargestellt; dann werden die Summanden einzeln dividiert:

$$\begin{aligned} 376 : 8 &= (320 + 56) : 8 \\ &= 320 : 8 + 56 : 8 \\ &= 40 + 7 \\ &= 47 \end{aligned}$$



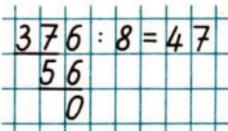
- 64 a) Überprüfe das Ergebnis durch Multiplizieren!
 b) Warum ist die Zerlegung $376 = 300 + 70 + 6$ für das Dividieren ungeeignet?

Die für das schriftliche Dividieren zweckmäßige Zerlegung in Summanden liefert die Division mit Rest.

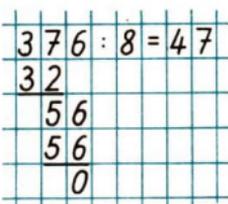
Bei so einfachen Divisoren wie 8 können wir die Reste im Kopf behalten. Deshalb haben wir schon in Klasse 3 nur geschrieben:

$$\boxed{376} : 8 = \boxed{47}$$

Schreibt man die Reste mit auf, so wird deutlich, wie man gerechnet hat:

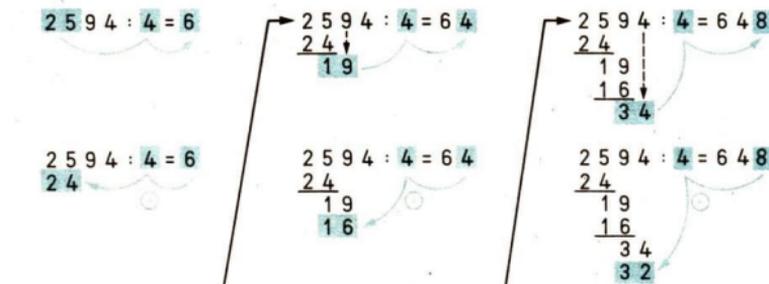
	Man rechnet:	Man schreibt	
	$37 : 8 = 4 \text{ Rest } 5$	unter dem Dividenden: 5 (als Rest) 6 (als nächste Stelle des Dividenden)	im Ergebnis: 4 7
	$56 : 8 = 7 \text{ Rest } 0$	0 (als Rest)	

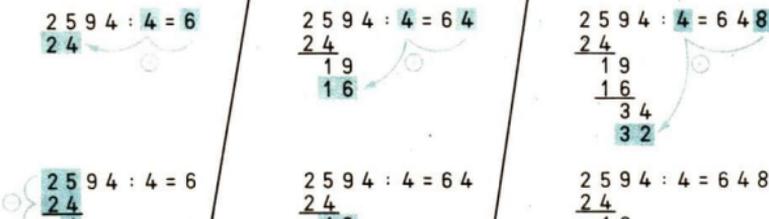
Beim Dividieren durch größere Zahlen muß man oft auch die Reste schon schriftlich ermitteln. Das ergibt dann eine noch ausführlichere Schreibweise:

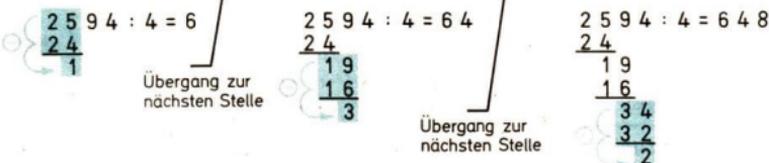
	Man rechnet:	Man schreibt	
	$37 : 8 = 4 \text{ Rest } 5$; denn $8 \cdot 4 = 32$ $32 + 5 = 37$	unter dem Dividenden: 32 (als Produkt) 5 (als Rest) 6 (als nächste Stelle des Dividenden)	im Ergebnis: 4 7
	$56 : 8 = 7 \text{ Rest } 0$; denn $8 \cdot 7 = 56$ $56 + 0 = 56$	56 (als Produkt) 0 (als Rest)	

Zu Beginn muß man beim schriftlichen Dividieren den ersten Teildividenden bestimmen. Bei $376 : 8$ ist dieser Teildividend 37.

Danach werden immer die gleichen Schritte gegangen. So entsteht bei der Aufgabe $2594 : 4$ die ausführliche Schreibweise folgendermaßen:

(1) 

(2) 

(3) 

Übergang zur nächsten Stelle

Übergang zur nächsten Stelle

Es ist nützlich, vor dem Rechnen den Quotienten zu überschlagen. Wenn man den Überschlag über der Aufgabe notiert, fällt der Vergleich mit dem errechneten Quotienten besonders leicht.

19 a) Aufgabe: $3\ 256 : 8$

$$\begin{array}{r} \ddot{u} : 3\ 2\ 0\ 0 : 8 = 4\ 0\ 0 \\ 3\ 2\ 5\ 6 : 8 = \underline{\underline{4\ 0\ 7}} \\ \underline{3\ 2} \\ 0\ 5 \\ \underline{0} \\ 5\ 6 \\ \underline{5\ 6} \\ 0 \end{array}$$

Kontrolle:
 $\begin{array}{r} 407 \cdot 8 \\ \hline 3256 \end{array}$

b) Aufgabe: $13\ 851 : 6$

$$\begin{array}{r} \ddot{u} : 1\ 2\ 0\ 0\ 0 : 6 = 2\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 3\ 8\ 5\ 1 : 6 = \underline{\underline{2\ 3\ 0\ 8}} \\ \underline{1\ 2} \\ 1\ 8 \\ \underline{1\ 8} \\ 0\ 5 \\ \underline{0} \\ 5\ 1 \\ \underline{4\ 8} \\ \text{Rest } \underline{\underline{3}} \end{array}$$

Kontrolle:
 $\begin{array}{r} 2308 \cdot 6 \\ \hline 13848 \\ + \quad 3 \\ \hline 13851 \end{array}$

Der Überschlag macht die Kontrolle nicht überflüssig. Bei Aufgaben, in denen sich ein Rest ergibt, ist dieser bei der Kontrolle zu berücksichtigen.

Aufgaben

1. a) $3\ 192 : 7$ b) $2\ 536 : 2$ c) $3\ 136 : 8$ d) $3\ 095 : 5$ e) $3\ 654 : 6$
 $4\ 430 : 5$ $2\ 688 : 4$ $2\ 484 : 9$ $7\ 791 : 3$ $5\ 180 : 4$

2. a) $4\ 487 : 4$ b) $6\ 686 : 6$ c) $8\ 706 : 2$ d) $8\ 243 : 3$ e) $6\ 495 : 5$
 $7\ 779 : 7$ $9\ 568 : 4$ $9\ 556 : 8$ $7\ 826 : 9$ $7\ 235 : 4$

3. Wo siehst du sofort, daß ein Rest entsteht?

a) $1\ 785 : 5$ b) $7\ 976 : 3$ c) $9\ 372 : 2$ d) $8\ 435 : 7$ e) $3\ 047 : 5$
 $1\ 465 : 2$ $4\ 260 : 5$ $3\ 583 : 4$ $2\ 976 : 8$ $2\ 793 : 6$

4. Unter den folgenden vier Angaben sind drei falsch. Woran kannst du sie sofort erkennen? Stelle sie richtig und erkläre, wie die Fehler entstanden sein könnten!

a) $2\ 032 : 4 = 58$ b) $2\ 142 : 7 = 36$ c) $828 : 9 = 92$ d) $5\ 624 : 8 = 73$

5. Dividiere der Reihe nach durch 2, 3, 4, 5, 6 und 8!

a) 4 362 b) 3 585 c) 4 026 d) 531 e) 2 439 f) 1 524 g) 2 006

6. a)

785	565	3 465	6 265	305	20 685	: 5
504	4 062	5 466	516	666	7 002	: 6

7. Dividiere der Reihe nach durch 6, 7, 8 und 9!

- a) 9 842 b) 7 434 c) 2 765 d) 3 984 e) 5 352

Gib bei den Aufgaben 8. und 9. stets an, ob der Dividend durch den Divisor teilbar ist oder nicht! Wo kannst du es vor dem Rechnen entscheiden?

8. a) $66\,664 : 4$ b) $67\,835 : 5$ c) $26\,181 : 3$ d) $47\,849 : 1$

$72\,726 : 6$ $58\,749 : 7$ $55\,413 : 9$ $38\,792 : 4$

$93\,271 : 2$ $67\,365 : 8$ $12\,348 : 0$ $88\,657 : 5$

9. a) $71\,002 : 5$ b) $55\,612 : 2$ c) $5\,674 : 8$ d) $83\,632 : 4$

$16\,032 : 2$ $248\,077 : 3$ $490\,162 : 5$ $50\,197 : 6$

$114\,540 : 3$ $51\,387 : 9$ $399\,056 : 7$ $322\,035 : 7$

10. Dividiere durch 3! 342, 631, 8 824, 7 674, 6 813, 397 414, 4 556 004

11. Dividiere durch 8! 384, 7 482, 6 946, 15 746, 9 672, 556, 3 870 256

12. Löse folgende Gleichungen!

a) $5 \cdot x = 7\,305$ b) $7 \cdot u = 6\,258$ c) $a \cdot 2 = 9\,580$ d) $5 \cdot p = 7\,681$

$2 \cdot y = 4\,035$ $v \cdot 9 = 5\,147$ $b : 2 = 9\,580$ $q \cdot 1 = 8\,734$

$z \cdot 6 = 8\,778$ $w \cdot 6 = 2\,814$ $7 \cdot d = 1\,795$ $r : 7 = 5\,637$

$s : 4 = 2\,109$ $0 \cdot x = 1\,111$ $e : 3 = 3\,333$ $s \cdot 8 = 2\,432$

13. Vervollständige die Tabellen!

a)

a	b	a : b
3 945	5	
2 499	7	
5 616	9	
2 043	3	

b)

c	d	c : d
	6	783
2 268	7	
	8	262
2 356	4	

c)

e	f	e : f
4 774	2	
	5	423
2 568	6	
	9	195

14. In drei Stunden zählt man in einer Ausstellung 1 835 Besucher. Wieviel Besucher kann man für die nächste halbe Stunde erwarten, wenn der Andrang etwa gleich bleibt?

15. Jeder dritte Einwohner der DDR betreibt regelmäßig Sport. Die DDR hat etwa 16 800 000 Einwohner. Wieviel Einwohner treiben regelmäßig Sport?

1. $2\,784 + 38\,795 + 5\,843$
 $3\,895 + 49\,856 + 6\,952$
 $4\,906 + 50\,967 + 7\,063$

2. $5\,017 + 61\,078 + 8\,174$
 $6\,128 + 72\,189 + 9\,285$
 $7\,239 + 83\,290 + 3\,396$

3. $5\,384 \cdot 7$, $43\,847 \cdot 6$, $6\,495 \cdot 8$, $54\,958 \cdot 5$, $32\,736 \cdot 5$

4. $836 \cdot 27$, $925 \cdot 36$, $136 \cdot 27$, $247 \cdot 18$, $358 \cdot 97$

5. a) $18 \cdot 7$, $36 : 2$, $19 \cdot 6$, $87 : 3$

b) $540 \cdot 2$, $960 : 4$, $540 : 60$, $410 \cdot 3$

21 Divisionsaufgaben mit Größen

- 20 Ein Schulgebäude soll geschmückt werden. Es sollen 3 m lange rote Fahnen genäht werden. 84 m roter Stoff stehen zur Verfügung. Wieviel Fahnen können angefertigt werden?

Lösungsplanung: $y \cdot 3 \text{ m} = 84 \text{ m}$; $y = 84 : 3$

Überschlag: $90 : 3 = 30$

Rechnung: $84 : 3 = 28$

Vergleich mit dem

Überschlag: $28 \approx 30$ Kontrolle: $\frac{28 \cdot 3}{84}$

Lösung: $y = 28$

Antwort: 28 Fahnen können genäht werden.

- 65 a) Für blaue Fahnen stehen 8,40 m Stoff zur Verfügung. Es sollen drei gleich lange Fahnen angefertigt werden.
Wieviel Meter Stoff können für jede Fahne verwendet werden?
b) Vergleiche das Ergebnis von a) mit dem im Beispiel 20!
Worin siehst du den wesentlichen Unterschied?

Beim Dividieren rechnet man mit Zahlen. Bei Sachaufgaben werden diese Zahlen oft aus Größenangaben entnommen. Manchmal trifft dies nur für den Dividend zu. Dann ist auch die als Quotient errechnete Zahl Zahlenwert einer Größe:

$$8,40 \text{ m} : 3 = 2,80 \text{ m} \quad 2 \text{ kg} : 5 = 2 \text{ 000 g} : 5 = 400 \text{ g}$$

Aufgaben

- a) 287 min : 7
375 h : 5
756 s : 4
 - b) 3 532 m : 4
4 950 km : 6
13 525 cm : 5
 - c) 21 426 g : 6
55 454 kg : 7
84 920 g : 8
 - d) 9 872 M : 2
71 631 g : 7
29 781 m : 9
- a) 3,84 M : 2
3,05 M : 5
33,66 M : 9
19,26 M : 2
 - b) 9,44 m : 8
85,20 m : 4
30,05 m : 5
9,81 m : 9
 - c) 3,732 km : 3
2,511 km : 9
16,348 km : 2
8,035 km : 5
 - d) 9,552 kg : 8
7,350 kg : 5
9,954 kg : 9
25,050 kg : 6
- a) 13 M : 2
6 M : 8
5 M : 4
 - b) 17 kg : 2
9 kg : 6
6 kg : 8
 - c) 3 m : 6
5 m : 4
7 km : 8
 - d) 4 min : 3
15 min : 9
11 h : 6
4. Für einen Anzug wurden 3 m Stoff gekauft und dafür 168,30 M bezahlt. Wie teuer war 1 m Stoff?
5. Für ein Kleid wurden 3 m Stoff gekauft, 1 m kostet 6,45 M. Rechne!

6. Für eine Gardine werden 4 m Stoff benötigt. Wieviel Gardinen kann man aus 23 m Stoff nähen?
7. Eine Konservenfabrik übernimmt den dritten Teil („ein Drittel“) der Erdbeer-ernte einer LPG. Diese erntete insgesamt 2 175 kg. Rechne!
8. Eine Obstsafteerei übernimmt 715 kg Fallobst einer GPG. Das ist der fünfte Teil des Fallobstes, das aufgelesen wurde.
9. Ein Liter Trinkvollmilch enthält etwa 25 g Fett. Wieviel Fett enthält ein Viertel-liter Milch?
10. Der Mond hat einen Durchmesser von 3 476 km. Welchen Durchmesser hat der Halbmond?
11. Ursels Anorak kostet 41,45 M. Vaters Anorak ist viermal so teuer. Wieviel kosten beide Anoraks zusammen?

1. Berechne den 10. Teil von 380 g, 270 mm, 6 kg, 3 dt, 1 h, 30 min, 2,50 m!
2. Berechne den 100. Teil von 4 700 s, 200 kg, 20 kg, 500 m, 5 cm, 5 km!
3. Berechne den 5. Teil von
 - a) 45 g, 50 s, 70 cm, 120 kg, 300 min, 145 mm!
 - b) 7 kg, 3 m, 2 h, 3 min, 2 cm, 8 dm, 4 t!

22 Berechnen des Durchschnitts

- 66 Schüler der Wilhelm-Pieck-Oberschule bringen Altstoffe zur Sammelstelle. Bild 6 zeigt, wieviel Flaschen Anke, Ines und Jens mitgebracht haben.



- a) Wieviel Flaschen haben die drei Kinder einzeln und insgesamt mitgebracht?
- b) Verteile die Flaschen so auf die drei Kinder, daß die Gesamtzahl gleich bleibt, aber jedem Kind die gleiche Anzahl zugeordnet ist. Wieviel Flaschen gehören dann jedem der drei Kinder?
- c) Wie hättest du diese Anzahl errechnen können?
Warum muß sie zwischen 9 und 14 liegen?

Durch das Umverteilen der Flaschen oder durch Rechnen konnte im Auftrag 66 ermittelt werden, wieviel Flaschen jedes der drei Kinder **durchschnittlich** (oder **im Durchschnitt**) mitgebracht hat.

- 67 Eine Wetterstation registriert in vier aufeinanderfolgenden Jahren im Monat August die Anzahl der „Sommertage“. (Das sind Tage, an denen die Temperatur mindestens auf 25 °C steigt.)

Jahr	1978	1979	1980	1981
Sommertage im August	21	17	11	15

- a) Zeichne ein Streckendiagramm! (Wähle einen geeigneten Maßstab!)
 b) Wieviel Sommertage gab es in diesen vier Jahren durchschnittlich im Monat August?
 Zeichne auch für diesen Wert eine Strecke in dein Diagramm und vergleiche mit den Strecken für die einzelnen Jahre!

- 21 Eine Wetterstation mißt in fünf aufeinanderfolgenden Jahren folgende Niederschlagshöhen im Monat Juli:

Jahr	1977	1978	1979	1980	1981
Niederschlag in mm	72	87	79	98	55

Wieviel Millimeter betrug die durchschnittliche Niederschlagshöhe im Juli dieser fünf Jahre?

Lösungsplanung:

Wieviel Millimeter Niederschlag fielen in den fünf Jahren zusammen?

$$72 \text{ mm} + 87 \text{ mm} + 79 \text{ mm} + 98 \text{ mm} + 55 \text{ mm} = x \text{ mm}$$

Wieviel Millimeter fielen in jedem Jahr durchschnittlich?

$$x \text{ mm} : 5 = y \text{ mm}$$

Abschätzen des Ergebnisses: $55 < y < 98$

Rechnung: $72 \quad 391 : 5 = 78 \text{ Rest } 1$

87

79

98

+ 55

391

Kontrolle: $78 \cdot 5$

390

+ 1

391

Lösung: $y \approx 78$

Antwort: Im Juli dieser fünf Jahre fielen durchschnittlich etwa 78 mm Niederschlag.

- 68 a) Vergleiche mit dem Ergebnis des Abschätzens!
- b) Bei einer Niederschlagshöhe von 58 mm im Juli 1981 hätte die Rechnung $394 : 5 = 78 \text{ Rest } 4$ ergeben. Welche Antwort hättest du dann gegeben?

▶ 17

Den **Durchschnitt** berechnet man, indem man die Summe der Einzelangaben durch die Anzahl der Angaben dividiert.

- 69 a) Norbert erzählt: „In der vorigen Woche habe ich jeden Tag durchschnittlich eine halbe Stunde Hausaufgaben gemacht. Am Freitag habe ich allein 4 Stunden über meinen Mathematikaufgaben gegessen.“
Was sagst du dazu?
- b) Die Meteorologen geben für den Monat Juli durchschnittlich 85 mm Niederschlag an. Vergleiche mit dem Ergebnis im Beispiel 21!
Kann da auch etwas nicht stimmen?

Aufgaben

1. In einem Hühnerstall wurden an 7 Tagen der Reihe nach 525, 615, 498, 582, 601, 590 und 565 Eier gelegt.
Wieviel Eier wurden durchschnittlich an einem Tag gelegt?
 2. In einer Familie verdienen Vater 680 M, Mutter 788 M und die älteste Tochter 475 M.
 - a) Wieviel Geld steht für jede Person des fünfköpfigen Haushalts durchschnittlich zur Verfügung?
 - b) Wieviel Geld erhalten die drei Verdienere im Durchschnitt?
 3. Eine motorisierte Einheit der Nationalen Volksarmee legte in einer Übung in 6 Stunden 408 km zurück. Wieviel Kilometer fuhr die Einheit durchschnittlich in einer Stunde?
 4. An 3 Kartoffelsortiermaschinen werden durchschnittlich 360 t Kartoffeln täglich sortiert. Es werden 2 solche Kartoffelsortiermaschinen aufgestellt. Rechne!
 5. Für ein Mittagessen kauft Mutter 600 g Fisch für 4 Portionen. Wieviel Gramm Fisch hätte sie für 7 gleich große Portionen kaufen müssen?
-
1. a) Der Minuend ist der 6. Teil von 7 386, der Subtrahend ist zu berechnen, die Differenz ist 900.
 - b) Wenn man 90 mit einer Zahl n multipliziert und dann 1 subtrahiert, erhält man 809. Mit welcher Zahl n wurde multipliziert?

23 Dividieren mit Näherungswerten

Wenn größere Zahlen zu dividieren sind, muß man gut mit Näherungswerten umgehen können. Das beginnt mit dem Überschlag für die gesamte Divisionsaufgabe. Dafür wählen wir solche Divisionen durch Vielfache von 10 oder 100, bei denen wir mündlich rechnen können.

- 70 Ermittle die Ergebnisse und begründe mit der Multiplikation!
Vergleiche jedesmal die Aufgaben und ihre Ergebnisse!
- a) $6 : 3$, $60 : 30$, $600 : 300$ b) $80 : 2$, $800 : 20$, $8\ 000 : 200$
c) $12 : 4$, $120 : 40$, $1\ 200 : 400$ d) $420 : 6$, $4\ 200 : 60$, $42\ 000 : 600$
- Was hast du erkannt? Sprich es als Regel aus!

Bei ausführbaren Divisionen durch Vielfache von 10 oder 100 kann man sich das Dividieren durch „Wegstreichen von Nullen“ erleichtern. Am Ende ist eigentlich nur noch eine Grundaufgabe zu lösen.

So führt bei $7\ 623 : 21$ der Überschlag $8\ 000 : 20$ auf die Grundaufgabe $8 : 2 = 4$.
Denn es ist $8\ 000 : 20 = 800 : 2 = 400$ wegen $400 \cdot 2 = 800$.

- 22 a) Für $36\ 298 : 73$ ist ein Überschlag anzufertigen.
Lösung: $35\ 000 : 70 = 3\ 500 : 7 = 500$
b) Der Quotient $47\ 358 : 56$ ist zu überschlagen.
Lösung: $48\ 000 : 60 = 800$.

Wir wissen bereits, daß beim schriftlichen Dividieren mehrere Teildivisionen auftreten. Bei der Aufgabe $7\ 623 : 21$ ist als erste Teildivision $76 : 21$ auszuführen. Als bloßen Überschlag würde man für $76 : 21$ gewiß $80 : 20 = 8 : 2 = 4$ wählen. Für das schriftliche Dividieren liefert dieser Überschlag aber einen zu großen Wert, weil $21 \cdot 4 = 84 > 76$ ist. Hier ist $60 : 20 = 6 : 2 = 3$ besser, denn $21 \cdot 3 = 63$ ist für 76 das nächstkleinere Vielfache von 21.

Häufig ist folgendes Vorgehen günstig:

- 23 Eine Divisionsaufgabe lautet $592 : 82$.
Für 592 ist das nächstkleinere Vielfache von 82 zu ermitteln:
1. Runden des Divisors auf ein Vielfaches von 10 $82 \approx 80$
 2. Wahl eines möglichst großen Vielfachen des Divisors, das kleiner ist als der Dividend $80, \dots, 480, 560, 640, \dots$
 $560 < 592 < 640$
 3. Berechnen des Quotienten der Näherungswerte $560 : 80 = 7$

Die Multiplikation $82 \cdot 7 = 574$ zeigt, daß man damit wirklich das zu 592 nächstkleinere Vielfache von 82 erhalten hat.

(Das nächste Vielfache von 82 ist $82 \cdot 8 = 656 > 592$.)

- 71 Ermittle ebenso Näherungswerte für die folgenden Quotienten!
Überzeuge dich jedesmal durch Multiplikation, ob du zum Dividenden das nächstkleinere Vielfache des Divisors erhalten hast!
- a) 117 : 22 b) 253 : 48 c) 79 : 13 d) 228 : 39
e) 134 : 31 f) 262 : 62 g) 183 : 25 h) 103 : 12

Nicht immer erhält man bei einem Vorgehen wie im Beispiel 23 sofort das nächstkleinere Vielfache des Divisors zum Dividenden. Manchmal muß man noch korrigieren.

- 24 Eine Divisionsaufgabe lautet $362 : 73$.
Zu 362 ist das nächstkleinere Vielfache von 73 gesucht.
 $350 : 70 = 5$, aber $73 \cdot 5 = 365 > 362$.
Ergebnis: Zu 362 ist $73 \cdot 4 = 292$ das nächstkleinere Vielfache von 73.

- 72 Ermittle für die Divisionsaufgabe $473 : 56$ das nächstkleinere Vielfache des Divisors zum Dividenden!

Aufgaben

1. a) 540 : 60 b) 560 : 70 c) 1 800 : 20 d) 1 500 : 300
720 : 80 3 200 : 40 2 400 : 600 2 800 : 70
360 : 40 2 500 : 50 2 400 : 80 48 000 : 800
270 : 30 450 : 90 280 : 40 4 200 : 60
4 200 : 70 7 200 : 800 35 000 : 500 540 000 : 900

2. Überschlage die Quotienten!
- a) 314 : 38 b) 1 286 : 23 c) 9 615 : 16 d) 4 372 : 103
1 763 : 29 1 709 : 42 2 508 : 27 1 681 : 515
641 : 72 5 912 : 18 46 115 : 93 18 903 : 382
4 328 : 56 24 840 : 51 13 093 : 68 64 199 : 291
2 854 : 13 3 653 : 84 2 836 : 45 50 087 : 824

3. Ermittle für die folgenden Divisionsaufgaben $a : b$ jedesmal zu a das nächstkleinere Vielfache von b !

Beispiel: $247 : 80$, $80 \cdot 3 = 240$ (denn $80 \cdot 3 < 247$, aber $247 < 80 \cdot 4$).

- a) 292 : 40 b) 520 : 70 c) 248 : 30 d) 174 : 20 e) 1 314 : 200
216 : 50 192 : 30 295 : 80 341 : 40 3 890 : 500
453 : 60 526 : 80 839 : 90 444 : 90 1 972 : 600

4. Schreib für die folgenden Divisionsaufgaben $a : b$ jedesmal a als Summe! Dabei soll der erste Summand das nächstkleinere Vielfache von b sein.

Beispiel: $382 : 70$, $a = 70 \cdot 5 + 32$

- a) 181 : 20 b) 314 : 40 c) 518 : 60 d) 588 : 80 e) 1 990 : 300
469 : 60 263 : 30 325 : 90 536 : 90 2 541 : 600
743 : 80 678 : 70 419 : 50 320 : 70 3 081 : 400

Ermittle in den Aufgaben 5. und 6. für die Divisionsaufgaben $a : b$ jedesmal zu a das nächstkleinere Vielfache von b !

Beispiel: $123 : 14$, $14 \cdot 8 = 112$ (denn $14 \cdot 8 < 123$, aber $123 < 14 \cdot 9$)

5. a) $140 : 18$ b) $150 : 26$ c) $192 : 23$ d) $234 : 32$ e) $165 : 36$
 $270 : 28$ $217 : 45$ $481 : 57$ $381 : 64$ $85 : 93$
 $178 : 41$ $645 : 67$ $461 : 93$ $587 : 87$ $192 : 23$
 $67 : 12$ $536 : 82$ $306 : 84$ $290 : 36$ $93 : 14$
 $195 : 76$ $150 : 34$ $126 : 18$ $111 : 12$ $290 : 48$
6. a) $283 : 29$ b) $322 : 38$ c) $180 : 53$ d) $381 : 42$ e) $743 : 79$
 $474 : 63$ $735 : 82$ $429 : 72$ $481 : 85$ $616 : 63$
 $457 : 88$ $425 : 65$ $428 : 56$ $130 : 16$ $813 : 95$
 $457 : 53$ $210 : 24$ $90 : 13$ $378 : 54$ $387 : 55$
 $238 : 75$ $826 : 92$ $238 : 75$ $132 : 24$ $369 : 46$

7. An einer Großveranstaltung nehmen 135 Schüler der Brecht-Oberschule teil. Die 4 500 Teilnehmer dieser Veranstaltung werden mit Autobussen befördert. Jeder Bus hat 28 Sitzplätze.

- a) Wieviel Autobusse werden bereits von den Schülern der Brecht-Oberschule voll besetzt?
 b) Wieviel Plätze benötigt die Brecht-Oberschule außerdem noch in einem weiteren Autobus?



8. 310 Personen wollen mit der Seilbahn auf einen 1 200 m hohen Berg fahren. Die Seilbahnkabine faßt 42 Fahrgäste.
 a) Wieviel Fahrten muß die Seilbahn dazu mit voll besetzter Kabine machen?
 b) Wieviel Plätze bleiben dann bei der nächsten Fahrt leer?

1. a) $578 \cdot 3$, $876 \cdot 7$, $634 \cdot 5$, $876 \cdot 9$ 2. a) $4\ 873$ b) $8\ 763$
 b) $513 \cdot 58$, $613 \cdot 27$, $817 \cdot 36$, $542 \cdot 47$ $\quad - 1\ 576$ $\quad - 4\ 729$

24 Schriftliches Dividieren; Divisor ist Vielfaches von 10



- 73 Dividiere mit Rest $750 : 20$ und $75 : 2!$
Vergleiche die Ergebnisse! Was stellst du fest?

Wir wissen, daß wir uns das Dividieren durch Vielfache von 10 erleichtern können. Wenn der Dividend auch ein Vielfaches von 10 ist, können wir „Nullen wegstreichen“. Ist jedoch die Division nicht ausführbar, so erhält man auf diese Weise nicht den richtigen Rest. Bei Aufgaben wie $753 : 20$ ist ein „Wegstreichen von Nullen“ ohnehin unmöglich. Hier hilft schriftliches Dividieren. Es verläuft eigentlich genauso wie bei einstelligen Divisoren:

Aufgabe: $753 : 20$ Überschlag: $800 : 20 = 80 : 2 = 40$

Rechnung in den Schritten, die wir schon kennen:

(1)	Bestimmen des Dividenden	} der Teil- rechnung	75		$\rightarrow 153$
	Überschlagen des Quotienten		$75 : 20 \approx 3$		$153 : 20 \approx 7$
(2)	Multiplizieren des Teilergebnisses mit dem Divisor		$20 \cdot 3 = 60$		$20 \cdot 7 = 140$
(3)	Subtrahieren des Produkts vom Dividenden der Teilrechnung		$75 - 60 = 15$		$153 - 140 = 13$

Diese Teilschritte sind so oft auszuführen, bis die letzte Stelle im Dividenden berücksichtigt ist.

- 74 a) Nenne das Ergebnis und vergleiche es mit dem Überschlag! Kontrolliere durch Multiplikation und vergiß dabei nicht den Rest!
b) Für den Gesamtüberschlag wurde $753 : 20 \approx 800 : 20 = 40$ gewählt, für die Bestimmung des Teilquotienten aber $75 : 20 \approx 3$. Erkläre!

Das folgende Beispiel zeigt die Schreibweise.

- 25 Aufgabe: $753 : 20$

Vergleich (mündlich):

$$37 \approx 40$$

Kontrolle:

$$\begin{array}{r} 37 \cdot 20 \\ \hline 740 \\ + 13 \\ \hline 753 \end{array}$$

\ddot{u}	800	$: 20 = 40$
	753	$: 20 = \underline{37}$
	60	
	153	
	140	
	<u>Rest 13</u>	

Wenn der Dividend einer Teilrechnung kleiner ist als der Divisor, darf man nicht vergessen, das Zwischenergebnis „0“ zu notieren.

- 26 Aufgabe: $4\ 312 : 40$

$$\begin{array}{r} 4312 : 40 = 107 \\ \underline{40} \\ 31 \\ \underline{0} \\ 312 \\ \underline{280} \\ \text{Rest } \underline{\underline{32}} \end{array}$$

Überschlag: $4\ 000 : 40 = 100$

Vergleich (mündlich): $107 \approx 100$

Kontrolle: $107 \cdot 40$

$$\begin{array}{r} 107 \cdot 40 \\ \underline{4\ 280} \\ + \quad 32 \\ \underline{\underline{4\ 312}} \end{array}$$

Besonders muß man aufpassen, wenn man Platz sparen und kürzer schreiben will:

$$\begin{array}{r} 4312 : 40 = 107 \\ \underline{40} \\ 312 \\ \underline{280} \\ \text{Rest } \underline{\underline{32}} \end{array}$$

- 75 Erläutere an dem folgenden falschen Ergebnis die Bedeutung eines Überschlages und ermittle das richtige Ergebnis! $32\ 741 : 80 = 49$ Rest 21

Aufgaben

1. a) $480 : 20$ b) $2\ 300 : 50$ c) $8\ 760 : 40$ d) $3\ 540 : 30$ e) $2\ 830 : 60$

$720 : 40$ $7\ 820 : 20$ $4\ 180 : 20$ $3\ 830 : 40$ $7\ 630 : 70$

$640 : 30$ $5\ 670 : 30$ $9\ 270 : 50$ $5\ 820 : 70$ $3\ 880 : 90$

$810 : 50$ $1\ 890 : 70$ $3\ 180 : 60$ $6\ 628 : 80$ $8\ 217 : 50$

$960 : 60$ $4\ 480 : 80$ $5\ 430 : 90$ $7\ 385 : 60$ $9\ 123 : 30$

2. a) $3\ 570 : 30$ b) $3\ 810 : 60$ c) $3\ 870 : 80$ d) $9\ 060 : 30$

$32\ 820 : 20$ $12\ 280 : 40$ $72\ 450 : 90$ $56\ 090 : 70$

$65\ 030 : 40$ $26\ 970 : 50$ $61\ 003 : 60$ $83\ 005 : 20$

$12\ 300 : 60$ $31\ 840 : 80$ $92\ 763 : 40$ $59\ 512 : 90$

3. Löse folgende Gleichungen!

a) $x \cdot 70 = 560$ b) $a \cdot 30 = 2\ 550$ c) $3\ 870 = u \cdot 90$ d) $40 \cdot x = 660$

$80 \cdot y = 960$ $50 \cdot b = 6\ 550$ $3\ 280 = v \cdot 80$ $d \cdot 80 = 8\ 160$

$30 \cdot z = 720$ $c \cdot 60 = 8\ 790$ $6\ 360 = 60 \cdot w$ $4\ 350 = 70 \cdot x$

4. 35 kg Kräutertee werden in Tüten zu je 20 g Tee abgefüllt. Wieviel Tüten werden gefüllt?
5. Zum Versand werden Konservengläser zu je 20 Stück in Kartons verpackt. Es sind 960 Gläser zu verpacken, die Hälfte davon enthält je 350 g Süßkirschen. Wieviel Kartons Süßkirschen müssen verpackt werden?

25 Schriftliches Dividieren; Divisor ist eine zweistellige Zahl



Ist der Divisor zweistellig, aber kein Vielfaches von 10, so verläuft das schriftliche Dividieren genauso.

Aufgabe: $1\,798 : 31$

Überschlag: $1\,800 : 30 = 60$

Rechnung in den gleichen Schritten wie bei Vielfachen von 10:

(1) { (2) { (3) {	Bestimmen des Dividenden	} der Teil- rechnung	179	→ 248
	Überschlagen des Quotienten		$150 : 30 = 5$ $(150 = 30 \cdot 5)$	$240 : 30 = 8$ $(240 = 30 \cdot 8)$
	Multiplizieren des Teilergebnisses mit dem Divisor		$31 \cdot 5 = 155$	$31 \cdot 8 = 248$
Subtrahieren des Produkts vom Dividenden der Teilrechnung	$179 - 155 = 24$	$248 - 248 = 0$		

Das folgende Beispiel zeigt die Schreibweise, die so entsteht.

27 Aufgabe: $1\,798 : 31$

Ü:	1	8	0	0	:	3	0	=	6	0
	1	7	9	8	:	3	1	=	5	8
	1	5	5							
		2	4	8						
		2	4	8						
				0						

Vergleich (mündlich):

$$58 \approx 60$$

Kontrolle:

$$\begin{array}{r} 58 \cdot 31 \\ \hline 174 \\ 58 \\ \hline 1798 \end{array}$$

Wenn der Divisor kein Vielfaches von 10 ist, machen die Teilrechnungen mehr Mühe. Außerdem findet man manchmal nicht gleich das richtige Teilergebnis. Das merkt man spätestens nach dem Subtrahieren [Teilschritt (3)] und kann dann sofort korrigieren:

28 a) Aufgabe: $7\,958 : 23$

$$\begin{array}{r} 7958 : 23 = 35 \\ \underline{69} \\ 105 \\ \underline{115} \\ 92 \\ \underline{138} \\ 138 \\ \underline{} 0 \end{array}$$

Überschlag: $6\,000 : 20 = 300$

Vergleich (mündlich): $346 \approx 300$

Kontrolle: $346 \cdot 23$

$$\begin{array}{r} 692 \\ 1038 \\ \hline 7958 \end{array}$$

b) Aufgabe: $10\,950 : 28$

$$\begin{array}{r}
 10950 : 28 = \overline{38} \\
 \underline{84} \\
 255 \\
 \underline{224} \\
 31 \\
 \underline{252} \\
 30 \\
 \underline{28} \\
 \text{Rest } 2
 \end{array}$$

Überschlag: $9\,000 : 30 = 300$

Vergleich (mündlich): $391 \approx 300$

$$\begin{array}{r}
 \text{Kontrolle: } 391 \cdot 28 \\
 \underline{782} \\
 3128 \\
 \underline{10948} \\
 + 2 \\
 \hline
 10950
 \end{array}$$

Aus dem Beispiel 28 ist ersichtlich:

- Nach dem Teilschritt „(2) Multiplizieren“ darf das Produkt nicht größer sein als der Dividend der Teilrechnung. Wenn es größer ist, muß der Quotient kleiner gewählt werden.
- Nach dem Teilschritt „(3) Subtrahieren“ muß die Differenz kleiner sein als der Divisor. Ist das nicht der Fall, muß der Quotient größer gewählt werden.

Aufgaben

- a) $168 : 12$ b) $288 : 16$ c) $306 : 18$ d) $976 : 61$ e) $200 : 14$
 $187 : 11$ $189 : 17$ $336 : 21$ $777 : 47$ $396 : 18$
 $208 : 13$ $342 : 19$ $420 : 23$ $944 : 52$ $465 : 33$
 $250 : 15$ $270 : 14$ $546 : 39$ $855 : 32$ $863 : 76$
- a) $1\,027 : 79$ b) $2\,150 : 86$ c) $2\,498 : 58$ d) $1\,809 : 27$
 $1\,365 : 91$ $2\,412 : 56$ $5\,762 : 67$ $2\,555 : 38$
 $1\,216 : 76$ $1\,516 : 36$ $6\,308 : 83$ $3\,688 : 49$
 $2\,498 : 48$ $2\,678 : 62$ $5\,467 : 58$ $4\,472 : 52$
- a) $9\,492 : 12$ b) $8\,096 : 32$ c) $25\,992 : 72$ d) $13\,018 : 46$
 $6\,580 : 18$ $15\,120 : 48$ $36\,500 : 79$ $38\,776 : 74$
 $10\,584 : 14$ $32\,701 : 53$ $36\,668 : 89$ $28\,208 : 86$
 $12\,474 : 22$ $33\,579 : 39$ $29\,478 : 34$ $34\,074 : 54$

4.

5 340	3 810	4 170	4 590	5 620	:	30
11 352	15 308	8 061	17 888	10 295	:	43

- 740 Flaschen Obstsaft werden in 37 Kästen geliefert. Wieviel Flaschen enthält ein Kasten?
- In einer Sendung Obstsaft sind jeweils 25 Flaschen in einem Kasten. Von insgesamt 1 050 Flaschen enthält die Hälfte Kirschsaff. Wieviel Kästen enthalten Kirschsaff?

7. Kohl wird zu 12 Stück in eine Kiste gepackt. Ein Helfer packt 936 Köpfe Blumenkohl und 57 Kisten Weißkohl.

Wieviel Kisten füllt er insgesamt? Wieviel Köpfe Kohl verpackt er?

- 8.* a) Statt $13\ 675 : 25$ lösen gute Rechner die Aufgabe $(13\ 675 \cdot 4) : 100$. Rechne auch beide Aufgaben, vergleiche und erkläre!
 b) Untersuche an folgenden Aufgaben, ob man beim Dividieren durch 25 immer so verfahren kann! (1) $22\ 325 : 25$ (2) $14\ 650 : 25$ (3) $9\ 715 : 25$

9. Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Wenn du es sofort entscheiden und begründen kannst, brauchst du nicht erst die Division zu beginnen.

- a) $26 \mid 3\ 877$ b) $35 \mid 12\ 683$ c) $17 \mid 5\ 508$ d) $24 \mid 7\ 654$
 e) $25 \mid 81\ 200$ f) $46 \mid 14\ 306$ g) $68 \mid 6\ 277$ h) $37 \mid 11\ 211$

10. a) $3\ 060 : 18$ b) $8\ 262 : 27$ c) $7\ 684 : 24$ d) $5\ 670 : 54$
 $3\ 348 : 31$ $9\ 520 : 34$ $7\ 452 : 69$ $5\ 935 : 37$
 $7\ 430 : 72$ $8\ 210 : 65$ $8\ 550 : 75$ $9\ 340 : 46$

11. a) $16\ 330 : 23$ b) $26\ 631 : 33$ c) $20\ 225 : 25$ d) $19\ 836 : 57$
 $25\ 914 : 42$ $27\ 840 : 87$ $45\ 264 : 73$ $33\ 328 : 16$
 $49\ 976 : 83$ $34\ 775 : 66$ $21\ 112 : 14$ $72\ 168 : 24$

12. a) 7 min : 60
8 h : 30
14 m : 20
6 m : 12
 b) 762,00 M : 15
191,52 M : 24
157,85 m : 55
35,10 m : 75
 c) 386 km : 40
720,850 km : 65
681 kg : 75
601,800 kg : 85

13. Löse folgende Gleichungen!

- a) $70 \cdot x = 560$ b) $28 \cdot a = 9\ 100$ c) $s \cdot 64 = 5\ 312$
 $y \cdot 30 = 912$ $71 \cdot b = 16\ 756$ $84 \cdot u = 25\ 704$
 $w : 38 = 53$ $c \cdot 57 = 22\ 971$ $3\ 500 : v = 50$

14. Stelle die Teilbarkeit fest! Begründe!

a)

a	b	a b
3	27	$3 \mid 27$
12	48	$12 \mid 48$
20	246	$20 \nmid 246$
70	280	$70 \mid 280$
31	868	$31 \nmid 868$

b)

x	y	x y
3	125	$3 \nmid 125$
11	121	$11 \mid 121$
30	360	$30 \mid 360$
23	690	$23 \nmid 690$
45	812	$45 \nmid 812$

15. Vervollständige die Tabellen! Begründe!

a)

a	$7 \mid a$	$40 \mid a$
4 123	$7 \nmid 4\ 123$	$40 \nmid 4\ 123$
3 374	$7 \nmid 3\ 374$	$40 \nmid 3\ 374$
2 320	$7 \nmid 2\ 320$	$40 \mid 2\ 320$

b)

b	$30 \mid b$	$73 \mid b$
3 285	$30 \mid 3\ 285$	$73 \nmid 3\ 285$
5 329	$30 \nmid 5\ 329$	$73 \nmid 5\ 329$
2 010	$30 \mid 2\ 010$	$73 \nmid 2\ 010$

16. Die folgenden Tabellen enthalten einige Fehler. Korrigiere!

a)

a	$a : 73$
8 979	123
20 075	273
22 995	317

b)

b	$b : 52$
4 628	89
7 384	145
11 076	213

c)

c	$c : 87$
4 872	58
11 658	134
4 959	59

17. Vervollständige die Tabellen!

a)

d	$d \cdot 40$
561	
	30 120
127	

b)

e	$e \cdot 47$
	2 444
316	
	1 974

c)

f	$f \cdot 64$
178	
	4 992
243	

- 18.* a) Wenn man eine Zahl n mit 43 multipliziert und zu diesem Produkt 198 addiert, erhält man 800.
Berechne die Zahl n !
- b) Subtrahiert man von einer Zahl p die Zahl 30 und multipliziert die Differenz mit 21, so erhält man 1 470.
Ermittle die Zahl p !

19. Am 1. Mai soll in Reihen zu 12 angetreten werden. Wieviel Reihen bilden die Werk-tätigen eines Betriebes, in dem 1 176 Beschäftigte sind, wenn 48 Werk-tätige nicht teilnehmen können?

20. Für einen Kongreß stehen Busse mit je 36 Sitzplätzen zur Verfügung. Wieviel Busse werden benötigt, um die 3 500 Teilnehmer zu befördern, wenn 740 Teilnehmer eigene Fahrzeuge benutzen?

21. Kann man folgende Vorhaben verwirklichen? Begründe!

- a) 975 Glühlampen sind in Kartons zu je 24 Glühlampen zu verpacken.
b) 1 680 Taschentücher sind in Kartons zu je 12 Stück zu versenden.

22. Gelatine zu Speise-zwecken wird in Päckchen zu je 15 g abgefüllt. Jedes Päckchen kostet 17 Pf. Wieviel solcher Päckchen können aus einer Masse von 90 kg abgepackt werden?

23. Ein Päckchen Soßenpulver kostet 15 Pf und enthält 17 g Pulver. In eine Abfüllmaschine werden 42 kg Soßenpulver geschüttet. Wieviel Päckchen Soßenpulver können hergestellt werden?

24. a) Eine GPG erntete an 5 Tagen von 92 Birnbäumen 10 850 kg Birnen.
Wieviel Kilogramm Birnen erntete sie durchschnittlich von einem Baum?
- b) Von einem Apfelbaum kann man durchschnittlich 40 kg Äpfel ernten.
Eine GPG erntete 8 500 kg. Wieviel Apfelbäume wurden etwa abgeerntet?
- c) Von einem Kirschbaum kann man durchschnittlich 25 kg Kirschen ernten.
Welchen Ertrag kann man von 84 Kirschbäumen erwarten?

1. $309 : 3 = 43$
 $157 + 46 : 2$
 $(102 + 378) : 6$
 $7 \cdot 15 + 100 : 4$
2. $1\,000 : 8 = 5 \cdot 5$
 $(49 + 1) \cdot (121 - 3 \cdot 7)$
 $517 - 135 : 5$
 $42 : 7 + 94$
3. $(592 - 52) : 9$
 $756 : 7 - 54 \cdot 2$
 $16 \cdot 4 + 6 \cdot 6$
 $2\,000 : (3 \cdot 3 + 31)$

26 Schriftliches Dividieren; Divisor ist drei- oder vierstellig

Wenn man das Dividieren durch zweistellige Zahlen gut beherrscht, dann hat man eigentlich auch bei drei- oder vierstelligen Divisoren keine Schwierigkeiten. Nachfolgend sind einige Aufgaben einander gegenübergestellt, bei denen zunächst der Divisor Vielfaches von 10, 100 oder 1 000 ist.

29 a) Aufgabe: $69\,543 : 20$

$$\text{Überschlag: } 60\,000 : 20 = 3\,000$$

$$69543 : 20 = 3\,477$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \underline{95} \\ 80 \\ \underline{154} \\ 140 \\ \underline{143} \\ 140 \\ \underline{\text{Rest } 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Kontrolle:} \\ 3\,477 \cdot 20 \\ \hline 69\,540 \\ + \quad 3 \\ \hline 69\,543 \end{array}$$

b) Aufgabe: $69\,543 : 200$

$$\text{Überschlag: } 60\,000 : 200 = 300$$

$$69543 : 200 = 347$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ \underline{954} \\ 800 \\ \underline{1543} \\ 1400 \\ \underline{\text{Rest } 143} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Kontrolle:} \\ 347 \cdot 200 \\ \hline 69\,400 \\ + \quad 143 \\ \hline 69\,543 \end{array}$$

c) Aufgabe: $69\,543 : 2\,000$

$$69543 : 2\,000 = 34$$

$$\begin{array}{r} 6000 \\ \underline{9543} \\ 8000 \\ \underline{\text{Rest } 1543} \end{array}$$

$$\text{Überschlag: } 60\,000 : 2\,000 = 30$$

$$\text{Kontrolle:}$$

$$\begin{array}{r} 34 \cdot 2\,000 \\ \hline 68\,000 \\ + \quad 1\,543 \\ \hline 69\,543 \end{array}$$

76 Vergleiche die Rechnungen im Beispiel 29

- bei den Überschlägen,
- bei den Teildivisionen und den dazugehörigen Multiplikationen und Subtraktionen,
- bei der Kontrolle!

Beschreibe Unterschiede und Gemeinsamkeiten!

■ 30 a) Aufgabe: 87 885 : 31

Überschlag: $90\ 000 : 30 = 3\ 000$

$87885 : 31 = 2\ 835$

62

258

248

108

93

155

155

0

Kontrolle:

$2835 \cdot 31$

8505

2835

87885

b) Aufgabe: 87 885 : 315

Überschlag: $90\ 000 : 300 = 300$

$87885 : 315 = 279$

630

2488

2205

2835

2835

0

Kontrolle:

$279 \cdot 315$

837

279

1395

87885

c) Aufgabe: 87 885 : 3 152

Überschlag: $90\ 000 : 3\ 000 = 30$

$87885 : 3\ 152 = 27$

6304

24845

22064

Rest 2781

Kontrolle:

$3152 \cdot 27$

6304

22064

85104

+ 2781

87885

Aufgaben

1. a) $212\ 800 : 400$

$50\ 408 : 800$

b) $180\ 600 : 700$

$364\ 860 : 400$

c) $168\ 000 : 3\ 000$

$461\ 000 : 5\ 000$

2. a) $281\ 200 : 400$

$261\ 060 : 600$

b) $174\ 302 : 2\ 000$

$326\ 700 : 3\ 000$

c) $574\ 080 : 7\ 000$

$744\ 068 : 9\ 000$

3. a) $940\ 080 : 210$

d) $1\ 831\ 280 : 220$

g) $4\ 109\ 130 : 890$

b) $730\ 950 : 150$

e) $1\ 657\ 260 : 310$

h) $325\ 860 : 560$

c) $517\ 310 : 170$

f) $3\ 193\ 140 : 380$

i) $526\ 750 : 640$

4. a) $2\ 091 : 123$

d) $3\ 421 : 311$

g) $134\ 145 : 813$

b) $7\ 412 : 218$

e) $5\ 094 : 442$

h) $14\ 987 : 486$

c) $15\ 340 : 295$

f) $4\ 680 : 312$

i) $554\ 980 : 691$

5. a) $40\ 664 : 184$

d) $85\ 695 : 985$

g) $134\ 145 : 813$

b) $13\ 930 : 398$

e) $314\ 704 : 712$

h) $149\ 202 : 486$

c) $39\ 597 : 591$

f) $105\ 960 : 921$

i) $554\ 985 : 691$

6. a) $523,800\ t : 600$

d) $166,950\ kg : 450$

g) $2\ 015,490\ g : 381$

b) $386,00\ m : 400$

e) $720,850\ km : 650$

h) $3\ 754,93\ M : 811$

c) $688,500\ km : 900$

f) $766,85\ M : 245$

i) $3\ 175,38\ m : 767$

7. a) Junge Erbsen werden in Gläsern zu je 580 g Inhalt konserviert. Wieviel Gläser kann man mit 98 kg jungen Erbsen füllen?
 b) Bohnen werden in Gläsern mit 550 g Inhalt verkauft. Wieviel Gläser erhält man, wenn 825 kg Bohnen verarbeitet werden?
- 8.* Ein Mastschwein von 68 kg soll bis auf 110 kg gefüttert werden. Wieviel Tage muß es noch gefüttert werden, wenn es täglich etwa 600 g zunimmt?
9. a) $830\,400 : 1\,200$ b) $621\,000 : 1\,500$ c) $629\,200 : 1\,700$
 d) $2\,783\,800 : 3\,100$ e) $2\,941\,800 : 2\,200$ f) $4\,294\,000 : 3\,800$
 g) $8\,122\,400 : 5\,200$ h) $5\,207\,700 : 8\,900$ i) $4\,365\,200 : 5\,600$
10. a) $534\,264 : 2\,712$ b) $227\,418 : 3\,921$ c) $356\,367 : 4\,813$
 d) $347\,706 : 7\,398$ e) $512\,719 : 8\,591$ f) $940\,320 : 9\,795$
11. Löse folgende Gleichungen:
 a) $120 \cdot x = 7\,200$ b) $720 \cdot c = 54\,720$ c) $67\,973 = 101 \cdot t$
 $240 \cdot y = 8\,880$ $890 \cdot n = 88\,110$ $157\,473 = 201 \cdot k$

Zusammenfassung

Division (Umkehrung der Multiplikation)	
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> Dividend a </div> <div style="text-align: center;"> Divisor b </div> <div style="text-align: center;"> $:$ </div> <div style="text-align: center;"> $=$ </div> <div style="text-align: center;"> c </div> <div style="text-align: center;"> $(c \cdot b = a)$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> Quotient </div> <div style="text-align: center;"> Quotient </div> </div>	<p>$42 : 7$ ist ein Quotient, 42 sein Dividend, 7 sein Divisor. Der Quotient von 42 und 7 ist 6.</p>
<p>Bei $a : b$ bestehen zwei Möglichkeiten:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Division ist ausführbar (b ist Vielfaches von a) • Division ist nicht ausführbar. <p>Bei der „Division mit Rest“ erhält man ein geordnetes Zahlenpaar. Der Rest ist stets kleiner als der Divisor.</p>	<p>$72 : 6 = 12$</p> <p>$72 : 5$ n. l.</p> <p>$72 : 5 = 14$ Rest 2 $(72 = 5 \cdot 14 + 2)$</p>
<p>Für alle natürlichen Zahlen a gilt:</p> <p>$a : 1 = a$ $0 : a = 0$; wenn $a > 0$ $a : a = 1$</p> <p>Division durch 0 ist nicht möglich.</p>	<p>$45 : 1 = 45$ $0 : 17 = 0$ $18 : 18 = 1$ $26 : 0$ n. l.</p>

- Wenn die Division ausführbar ist,
- kann das Dividieren durch Vielfache von 10 oder 100 vereinfacht werden,
 - dürfen Summen und Differenzen gliedweise dividiert werden.

$$4\,500 : 900 = 450 : 90 \\ = 45 : 9 = 5$$

$$(600 + 21) : 3 = 600 : 3 + 21 : 3 \\ = 200 + 7 = 207$$

Beachte beim schriftlichen Dividieren:

1. Überschlag
2. Teilergebnisse auch durch Überschläge ermitteln
3. Nullen im Quotienten nicht vergessen
4. Kontrolle durch Multiplikation, dabei Rest beachten

$$\ddot{U}.: 25\,726 : 63 \approx 24\,000 : 60 = 400$$

$$25\,726 : 63 = 408$$

252

52

0

526

504

Rest 22

$$\text{Vergleich: } 408 \approx 400$$

$$\text{Kontrolle: } 408 \cdot 63$$

2448

1224

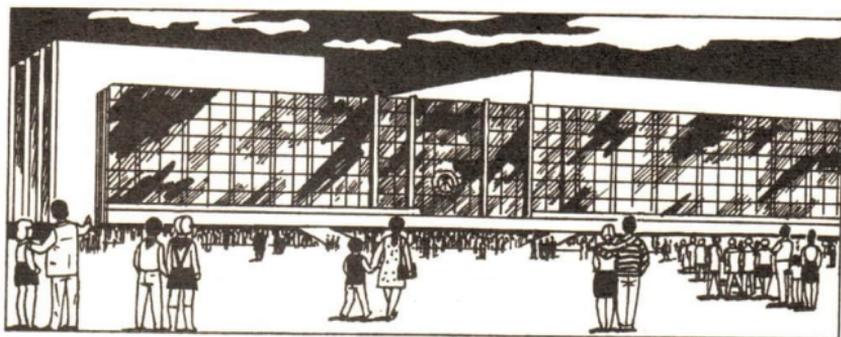
25704

+ 22

25726

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

Palast der Republik — Haus des Volkes



1. Der Palast der Republik am Marx-Engels-Platz in Berlin ist (ohne Balkone) 85 m breit. Seine Länge beträgt 10 m mehr als das Doppelte der Breite, seine Höhe 4 m mehr als ein Drittel der Breite (gerundet). Berechne Länge und Höhe!

2. Trotz der gewaltigen Ausmaße war die Bauzeit sehr kurz:
 Beginn der Ausschachtungsarbeiten 13. 8. 1973
 Grundsteinlegung durch Erich Honecker 2. 11. 1973
 Richtfest 18. 11. 1974
 Fertigstellung 23. 4. 1976

- a) Wieviel Monate lagen jeweils zwischen diesen Terminen?
 b) Wieviel Monate betrug die Bauzeit insgesamt?

Bild 7



3. Im Plenarsaal tagt die Volkskammer unserer Republik.
 a) Dieser Saal hat 541 Plätze im Parkett für Abgeordnete und Präsidium sowie 246 Plätze im Rang für Gäste und Journalisten.

Wieviel Personen bietet er insgesamt Platz?

- b) Bild 7 zeigt den Grundriß des Plenarsaals im Maßstab 1 : 1 000.
 Wie lang und wie breit ist der Plenarsaal?

4. Im „Großen Saal“ finden politische, kulturelle und wissenschaftliche Veranstaltungen statt. Hier läßt sich durch umfangreiche technische Einrichtungen das Platzangebot stark verändern („variieren“, daher auch „Variante“).

Variante Nr.		1/1 R	2/2 R	3/3 R	4/4 R	5/5 R	6
Plätze	ohne Rang	3 208	2 360	1 750	1 768	1 140	1 008
	mit Rang	4 442	3 822	2 818	2 442	1 814	—

- a) Berechne bei Variante 1 R bis 5 R die Zahl der Rangplätze!
 b) Ordne die 11 Varianten nach der Zahl der Plätze!
 Zeichne ein Streckendiagramm!

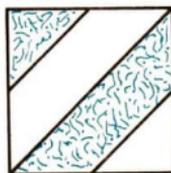
5. Im 2. Geschoß haben „Spreerestaurant“ und „Lindenrestaurant“ je 220 Plätze, das „Palastrestaurant“ 294 Plätze.

- a) Wieviel Plätze stehen dort insgesamt zur Verfügung?
 b) Im Sommer kommen noch 120 Terrassenplätze im Freien hinzu. Wie groß ist dann das Platzangebot für Gäste?

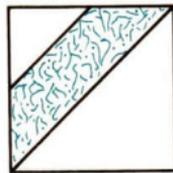
6. Der Raum im 2. Geschoß, in dem man Gemälde bedeutender Maler der DDR betrachten kann, ist mit quadratischen Marmorplatten ausgelegt. Es sind 46 Reihen mit je 94 solcher Platten.

- a) Wieviel Platten sind das insgesamt?
 b) Jede Platte hat 90 cm Seitenlänge. Berechne Länge und Breite des Raumes!

- c) Manche Platten enthalten eingelegte Teile (Bild 8). Welcher Teil der Gesamtfläche ist bei (1) farbig gestaltet?



(1)



(2)

Bild 8

- d) Im 2. Geschöß stehen flache Holzpodeste in Form gleichseitiger Dreiecke mit 70 cm Seitenlänge. Aus ihnen stellt man zum Beispiel eine Spielfläche für ein Orchester zusammen. Erläutere, wie man aus diesen Dreiecken ein Trapez oder ein Sechseck zusammenstellen kann. Wieviel Dreiecke braucht man mindestens dazu?

7. Im 4. Geschöß stehen Tische mit trapezförmiger Platte. Bild 9 zeigt eine solche Tischplatte im Maßstab 1 : 40.

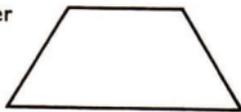


Bild 9

- a) Ermittle die Maße der Platte!
 b) Wieviel solcher Tische benötigt man, um daraus einen größeren sechseckigen Tisch zusammenzustellen?
 c) Kann man auch einen quadratischen Tisch (mit quadratischem „Loch“ in der Mitte) erhalten? Probleme mit ausgeschnittenen Papierstücken! Erläutere!

Aus seinen Fehlern muß man lernen

In den folgenden Aufgaben stecken verschiedene Fehler. Suche sie und berichtige! Überlege jedesmal auch, wie wohl die Fehler entstanden sind und wie man sie hätte vermeiden können!

8. a) $5\,762 + 7\,345 = 13\,007$ b) $67\,526 + 33\,797 = 100\,313$
 c) $7\,585 + 5\,389 = 11\,973$ d) $932 + 4\,056 + 18\,783 = 31\,871$
 e) $2\,407 + 6\,098 = 8\,145$ f) $28\,369 + 7\,485 + 5\,608 = 41\,452$
9. a) $18\,501 - 5\,725 = 13\,768$ b) $5\,728 - 2\,963 = 3\,766$
 c) $37\,384 - 42\,562 = 14\,822$ d) $6\,217 - 395 - 2\,874 = 3\,048$
 e) $40\,537 - 6\,978 = 34\,441$ f) $12\,103 - 8\,726 - 3\,982 = 1\,395$
10. a) $5\,784 \cdot 9 = 51\,356$ b) $7\,986 \cdot 5 = 39\,900$ c) $9\,813 \cdot 6 = 58\,978$
 d) $576 \cdot 37 = 21\,232$ e) $408 \cdot 49 = 19\,982$ f) $729 \cdot 63 = 44\,827$
11. a) $39\,945 : 7 = 50\,135$ b) $252\,649 : 9 = 2\,872$
 c) $14\,688 : 48 = 36$ d) $19\,587 : 53 = 370$ Rest 37
 e) $32\,200 : 67 = 48$ Rest 40 f) $42\,380 : 74 = 5\,612$ Rest 52
12. a) $712 + 26 \cdot 3 = 2\,214$ b) $5 \cdot (78 - 40) = 350$
 c) $640 - 56 : 8 = 73$ d) $(516 + 84) : 12 = 50$
 e) $240 : 3 \cdot 2 = 40$ f) $7\,500 : 50 : 10 = 1\,500$

Was wir in der Zeitung lesen

13. Wie die Zeitschrift „Horizont“ mitteilt, gab es von 1886 bis 1968 im Nordatlantik 667 Wirbelstürme. 395 von ihnen erreichten Orkanstärke. Mit wieviel Wirbelstürmen kann durchschnittlich pro Jahr gerechnet werden?

14. Am Donnerstag, dem 31. März 1977, war unter dem Bild eines Neugeborenen in der Zeitung „Junge Welt“ zu lesen: Seit Montag zählt die ČSSR 15 Millionen Einwohner. Wieviel Einwohner hatte die ČSSR wohl am 27. März 1977?
- 15.* „Neues Deutschland“ berichtet, daß ein Schreitbagger aus dem Braunkohlenkombinat Bitterfeld in 29 Tagen 15 km zurücklegte. Einige Zeit vorher konnten wir lesen, daß sich ein solcher Bagger stündlich um etwa 100 m fortbewegen kann. Vergleiche beide Angaben! Erkläre!
- 16.* Von einem seltenen Sportereignis, einem 100-km-Lauf, lesen wir in der „Jungen Welt“. Der Sieger benötigte für die Strecke 7 h 45 min 15 s.
- Wie lange brauchte er etwa durchschnittlich für 1 km?
 - Welche Strecke durchlief er etwa pro Stunde?
 - Wir lesen, daß der Zieleinlauf gegen 15.15 Uhr erfolgte. Wann wurde der Lauf etwa gestartet?

Verschiedene Aufgaben

17. Beachte bei den folgenden Aufgaben stets **Überschlag und Kontrolle!**

a) 1 215 : 27	b) 2 470 : 38	c) 2 254 : 49	d) 4 457 : 51
1 794 : 78	3 738 : 89	5 187 : 91	1 068 : 12
2 798 : 62	3 149 : 73	4 381 : 84	5 105 : 95

18. Löse folgende Gleichungen!

a) $448 + x = 1\ 860$	b) $8\ 312 - y = 2\ 315$	c) $z - 4\ 783 = 3\ 864$
$x + 816 = 1\ 424$	$875 - y = 1\ 212$	$z - 520 = 834$
d) $16 \cdot a = 1\ 392$	e) $2\ 014 : 38 = x$	f) $a : 45 = 28$
$a \cdot 67 = 3\ 886$	$5\ 607 : 89 = x$	$4 : a = 5$

19. Ermittle die Fehler in den folgenden Tabellen! Korrigiere!

a)

a	a : 63
7 749	123
17 073	273
19 845	317

b)

b	b : 42
3 780	89
6 006	145
8 946	213

c)

c	c : 87
4 785	58
11 658	134
5 307	59

20. Vervollständige die Tabellen!

a)

e	e · 27
316	2 457
	1 971

b)

f	f + 1 564
178	
243	4 992

c)

g	g - 586
2 312	
473	928

Interessantes und Merkwürdiges — Raten, Knobeln und Zauberei

21. Berechne $37 \cdot 3!$! Gib danach möglichst schnell folgende Produkte an: $37 \cdot 6$, $37 \cdot 24$, $37 \cdot 33$, $37 \cdot 037 \cdot 18$, $3 \cdot 737 \cdot 9$, $37 \cdot 037 \cdot 27$, $3 \cdot 737 \cdot 15$, $373 \cdot 737 \cdot 12!$
22. a) Vergleiche die Ergebnisse folgender Aufgaben, bei denen die gleichen Zahlen durch verschiedene Operationen verknüpft werden:
 (1) $10 \cdot 9 - 8 \cdot 7$ und $10 + 9 + 8 + 7$
 (2) $27 \cdot 26 - 25 \cdot 24$ und $27 + 26 + 25 + 24!$
 b) Versuche das Gleiche auch mit den Zahlen von 41 bis 44, von 72 bis 75, von 83 bis 86 und von 56 bis 59!
 c) Geh auch einmal von dem Ergebnis aus! Welche Zahlen mußt du wählen, wenn sich 22 (26, 38, 54, 70) ergeben soll?
23. Bei einem „Zauberquadrat“ ergibt die Addition aller Zahlen in einer Zeile, einer Spalte oder auf einer schrägen Linie von einer Ecke zur anderen immer dieselbe Summe (hier 18).

7	1	10
9	6	3
2	11	5

- a) Überprüfe, ob folgende Quadrate Zauberquadrate sind!

8	9	4
3	7	11
10	5	6

22	10	13
11	20	10
10	13	20

32	37	30
31	33	35
36	29	34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

8	25	23	7	2
22	12	17	10	4
5	11	13	15	21
6	16	9	14	20
24	1	3	19	18

- b) Trage in folgende Quadrate selbst die fehlenden Zahlen ein, so daß Zauberquadrate entstehen!

	7	6
	5	
4		8

4	14	
	10	
	6	

32		23
	28	
		24

17	30		
28	23	25	
	27	21	
	18	19	32

30	51	34	47	
43	39			31
36	32		48	44
49		28	41	37
42				

- 24.* In den folgenden Aufgaben bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Grundziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Grundziffern. Außerdem darf keine Ziffer mit 0 beginnen. Versuche für a) bis c) Lösungen zu finden! Begründe, warum es für d) keine Lösung geben kann!

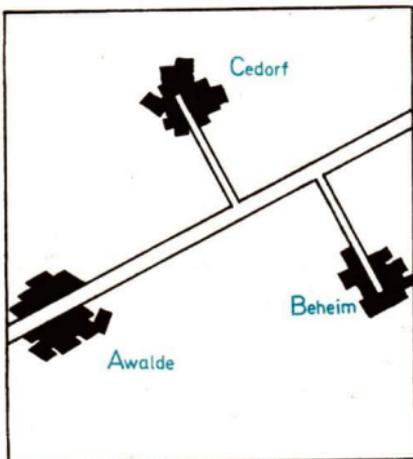
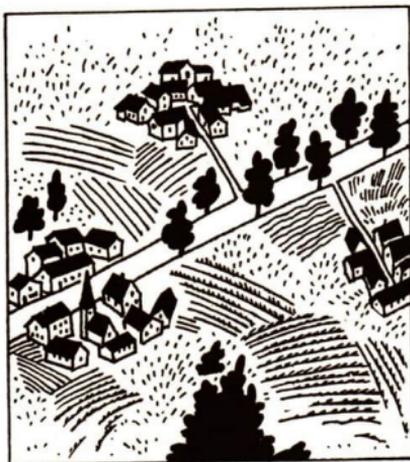
$$\begin{array}{r} \text{a) H U H N} \\ + \text{H A H N} \\ \hline \text{E I E R} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) V I E R} \\ + \text{E I N S} \\ \hline \text{F U E N F} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) K A T E R} \\ + \text{K A T Z E} \\ \hline \text{T I E R E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) M A U S} \\ + \text{M A U S} \\ \hline \text{M Ä U S E} \end{array}$$

Geometrie



Grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen

1 Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden

Das Bild oben zeigt die gegenseitige Lage dreier Orte und einer Hauptstraße.

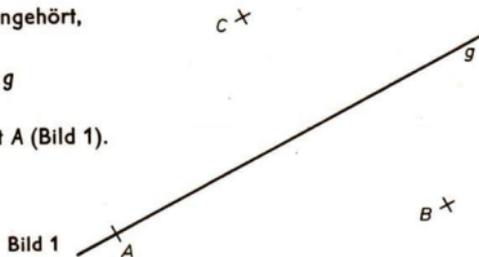
- 1 Beschreibe die Lage der Orte Awaalde, Beheim und Cedorf zur Hauptstraße!

Vereinfachend können wir in einer Skizze die Hauptstraße als **Gerade** und die Orte als **Punkte** zeichnen (Bild 1). Wir wissen, daß Punkte mit großen und Geraden mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden.

Wenn ein Punkt A einer Geraden g angehört, so sagen wir *bekanntlich*:

Der Punkt A **liegt auf** der Geraden g
oder

die Gerade g **geht durch** den Punkt A (Bild 1).



- 2 a) Zeichne eine Gerade g und einen Punkt P , der auf g liegt!
b) Zeichne einen Punkt Q und eine Gerade h , die nicht durch Q geht!

Im Bild 2 sind mehrere Geraden gezeichnet, die durch den Punkt P gehen. Die drei Kreise im Bild 3 gehen alle durch die beiden Punkte A und B.

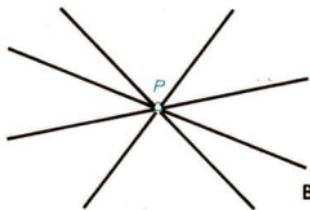


Bild 2

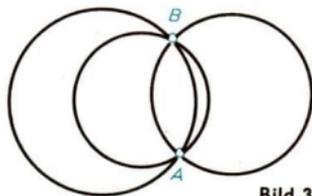


Bild 3

- 3 Zeichne zwei Punkte A und B! Zeichne Geraden, die durch A und B gehen! Wieviel derartige Geraden gibt es?

Zwei Punkte lassen sich stets nur durch eine einzige Gerade verbinden. Wir bezeichnen die Gerade, die zwei Punkte A und B verbindet, auch mit AB oder BA.

Die Gerade PQ im Bild 4 verbindet die Punkte P und Q.



Gerade PQ
 $g = PQ = QP$

Bild 4

Zu einer Geraden gehören unendlich viele Punkte. Von einer Geraden können wir immer nur einen Teil zeichnen.

Aufgaben

- Im Gelände soll eine gerade Linie abgesteckt werden. Wieviel Fluchtstäbe benötigt man mindestens dazu?
- Zeichne zwei Punkte A und B! Zeichne mehrere „Wellenlinien“ durch sie! Wieviel Wellenlinien kann man zeichnen, die durch A und B gehen?
- Im Bild 5 sind eine Gerade g und mehrere Punkte gezeichnet.
 - Welche Punkte liegen auf g?
 - Durch welche Punkte geht die Gerade g nicht?
- Zeichne eine Gerade g und Punkte A, B, C, D, E so, daß die folgenden Bedingungen erfüllt sind!

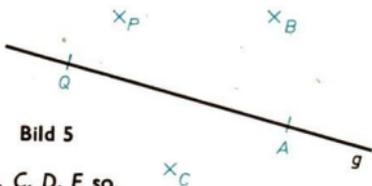


Bild 5

Geht g durch ... ?	A	B	C	D	E
	nein	ja	nein	ja	ja

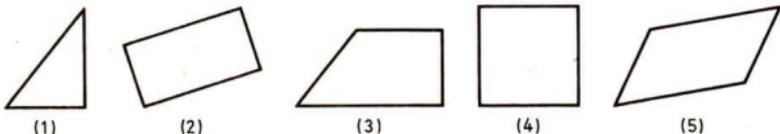
5. Lege zwei Punkte A, B fest! Zeichne die Gerade g, die durch A und B geht!

 - Zeichne eine Gerade h, die durch B geht! Kann $h = g$ sein?
 - Zeichne eine Gerade l, die entweder durch A oder durch B geht! Kann $l = g$ sein?

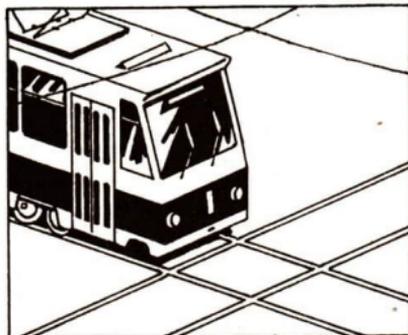
6. Lege zwei Punkte A und B fest!
- Zeichne eine Gerade g , die weder durch A noch durch B geht!
 - Zeichne eine Gerade h , die durch B, aber nicht durch A geht! Kann $h = g$ sein?
7.
 - Zeichne mit der LÖSCHABLONE die Punkte A (7), B (8), C (9), D (10), E (1)!
 - Zeichne alle Geraden, die durch je zwei gezeichnete Punkte gehen!
 - Gib für jeden der Punkte die Anzahl der durch ihn gezeichneten Geraden an! Für A gibt es beispielsweise zwei solcher Geraden.

1. Welche der folgenden Figuren im Bild 6 nennt man
 - Quadrat, b) Rechteck, c) Parallelogramm, d) Trapez?

Bild 6



2 Gegenseitige Lage zweier Geraden



g und h schneiden einander

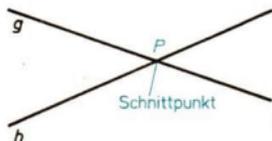


Bild 7

Die Geraden g und h im Bild 7 haben den Punkt P gemeinsam.



g und h sind zueinander parallel



Bild 8

Die Geraden g und h im Bild 8 haben keinen gemeinsamen Punkt.

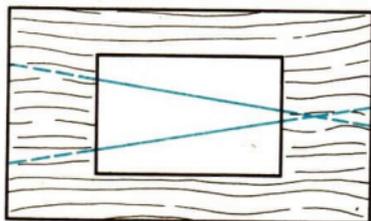


Bild 9

Der Schnittpunkt zweier Geraden kann auch außerhalb des Zeichenblattes liegen (Bild 9).

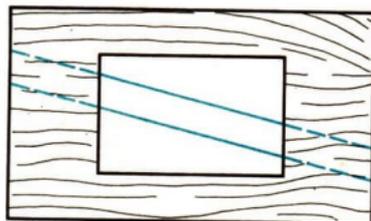


Bild 10

Zwei zueinander parallele Geraden schneiden einander auch außerhalb des Zeichenblattes nicht (Bild 10).

Ist g parallel zu h , so schreiben wir kurz: $g \parallel h$

Wir sagen dann auch: g ist eine Parallele zu h oder h ist eine Parallele zu g .

- 4 Zeige an Gegenständen aus deinem Klassenzimmer Kanten, die
- einander schneiden,
 - parallel zueinander verlaufen,
 - weder parallel zueinander sind noch einander schneiden!

Bei Geraden, die einander schneiden, kann man zwei Fälle unterscheiden (Bild 11).

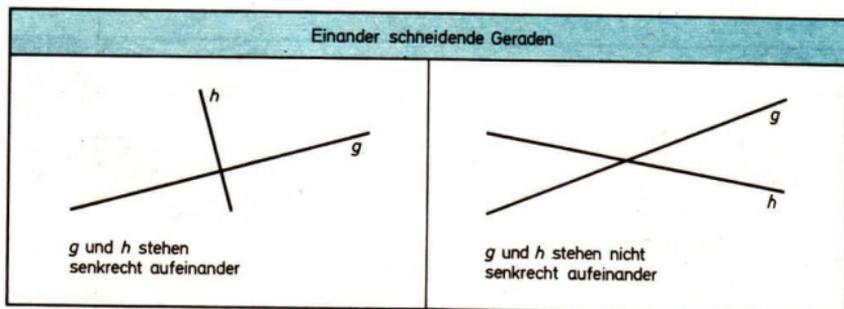


Bild 11

Stehen g und h senkrecht aufeinander, so schreiben wir: $g \perp h$.

Wir sagen dazu auch: g ist eine Senkrechte zu h oder h ist eine Senkrechte zu g .

Aufgaben

- Lege zwei Punkte A und B fest! Zeichne die Gerade AB !
Zeichne eine Gerade h , die AB im Punkt A schneidet!
- Lege drei Punkte A , B und C fest! Zeichne die Gerade AB !
Zeichne durch den Punkt C die Parallele zur Geraden AB !
- Kennzeichne drei Punkte A , B und C ! Zeichne die Gerade AB !
Zeichne durch den Punkt C die Senkrechte zur Geraden AB !



4. Überprüfe mit zwei Zeichendreiecken, ob die Geraden g und h in den Bildern 12 bzw. 13 parallel zueinander sind!

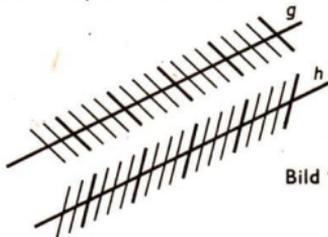


Bild 12

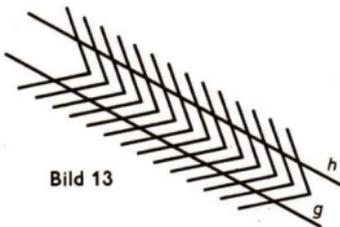


Bild 13

5. Zeichne eine Gerade g und einen Punkt P , der nicht auf g liegt!
 a) Zeichne durch P die Senkrechte zu g !
 b) Zeichne durch P die Parallele zu g !
 c) Zeichne durch P eine Gerade, die g schneidet, aber nicht senkrecht auf g steht!

6. Zeichne zwei Geraden g und h , die senkrecht aufeinander stehen!
 Bezeichne ihren Schnittpunkt mit A !
 Zeichne auf g einen weiteren Punkt B und auf h einen weiteren Punkt C ! Zeichne ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D !

7. Ergänze für das Rechteck $ABCD$ im Bild 14 die folgende Tabelle mit „ja“ oder „nein“!

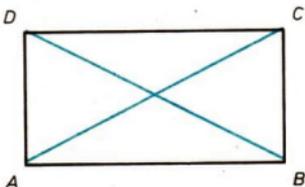


Bild 14

$AB \parallel DC?$	
$AB \parallel AD?$	
Schneiden AB und AC einander?	
$AB \perp AC?$	

8. Zeichne zwei Geraden g und h , die einander schneiden!
 Bezeichne ihren Schnittpunkt mit A !
 Lege auf g einen weiteren Punkt B fest!
 Markiere auf h einen weiteren Punkt C !
 Ergänze Punkt D so, daß A, B, C, D die Eckpunkte eines Parallelogrammes sind!
 Zeichne das Parallelogramm!

- 9.* Zeichne vier Geraden so, daß alle neun Punkte im Bild 15 auf diesen Geraden liegen. Keine der Geraden soll zu einer anderen parallel sein.

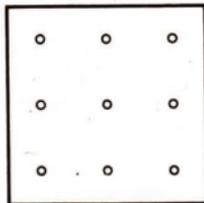


Bild 15

10. a) Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (7), B (9), C (1), D (14)!
- b) Zeichne die Gerade AB und die Gerade CD! Wie liegen AB und CD zueinander?
- c) Zeichne durch C und D die Parallelen zu AB!
- d) Zeichne durch A und B die Parallelen zu CD!
- 11.* Es sind zwei Geraden gegeben, die einander schneiden. Kann man eine dritte Gerade so zeichnen, daß es insgesamt z Schnittpunkte gibt?
- a) $z = 3$ b) $z = 2$ c) $z = 1$ d) $z > 3$

1. Wie heißt ein Viereck, bei dem zwei gegenüberliegende Seiten parallel zueinander sind?
2. Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt M !
Ergänze die Zeichnung durch drei zueinander parallele Sehnen, von denen eine durch M geht!
- a) Wie heißt die Sehne durch M ? b) Wie heißt jede Hälfte dieser Sehne?

3 Strahlen



E C A O B D F

Bild 16

Bild 16 zeigt zwei Mannschaften beim Tauziehen. Wir denken uns das Tau als eine Gerade. Die Schüler, die am Tauziehen beteiligt sind, bezeichnen wir mit A, B usw. Der Punkt O im Bild 16 ist mit einem Fähnchen gekennzeichnet.

- 5 a) Nenne zwei Schüler, die auf derselben Seite von O stehen!
- b) Nenne zwei Schüler, die auf verschiedenen Seiten von O stehen!

Jeder Punkt O einer Geraden g zerlegt g in zwei Strahlen.



Bild 17

Der Punkt O im Bild 17 gehört zur Geraden g . Es ist der gemeinsame Anfangspunkt der Strahlen k und l . Zum Strahl k gehören der Punkt O und alle Punkte der Geraden g , die mit B auf derselben Seite von O liegen.

Auch von einem Strahl können wir nur einen Teil zeichnen.

- 6 a) Nenne Punkte, die im Bild 17 zum Strahl k gehören!
b) Nenne Punkte, die im Bild 17 zum Strahl l gehören!

Aufgaben

1. Zeichne eine Gerade g ! Markiere auf g einen Punkt O !
Zeichne von O aus einen Teil der Geraden mit Farbstift nach! Bezeichne den farbig gezeichneten Strahl!
2. Lege einen Punkt A fest!
Zeichne je zwei Strahlen mit dem Anfangspunkt A , die
 - a) auf ein und derselben Geraden liegen,
 - b) auf verschiedenen Geraden liegen,
 - c) auf Geraden liegen, die zueinander senkrecht stehen!
3. Zeichne einen Strahl p mit dem Anfangspunkt A !
Markiere auf p einen weiteren Punkt B !
Zeichne einen Punkt C , der nicht auf der Geraden AB liegt!
Zeichne von C aus einen Strahl, der zu p parallel ist!
4. Lege Punkte A und B fest! Zeichne einen Strahl s mit dem Anfangspunkt A !
Zeichne einen Strahl t mit dem Anfangspunkt B , der zu s parallel verläuft!
5. Lege einen Punkt P fest! Zeichne zwei Strahlen p und q mit dem Anfangspunkt P , die senkrecht aufeinander stehen! Bezeichne auf p einen weiteren Punkt mit A und auf q einen weiteren Punkt mit B !
Zeichne durch A die Parallele zu q und durch B die Parallele zu p ! Bezeichne den Schnittpunkt der Parallelen mit Q ! Was für ein Viereck ist $PAQB$?
6. Zeichne eine Gerade g ! Bezeichne auf g drei Punkte mit A , B und C !
Zeichne von A , B , C aus drei Strahlen, die parallel zueinander verlaufen!
7. Lege drei Punkte A , B und C fest, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen! Zeichne von diesen Punkten aus drei Strahlen, die parallel zueinander verlaufen!

8. Gib für Bild 18 (Bild 19) Punkte an, die
 a) auf derselben Seite von O liegen!
 b) auf verschiedenen Seiten von O liegen!

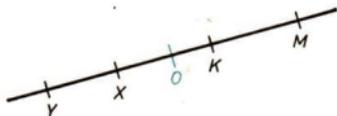


Bild 18

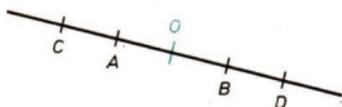


Bild 19

9. Der Strahl k im Bild 20 hat den Anfangspunkt A und geht durch E . Ergänze die folgende Tabelle mit „ja“ oder „nein“!

Gehört der Punkt ... zum Strahl k ?				
A	B	C	D	E
ja				

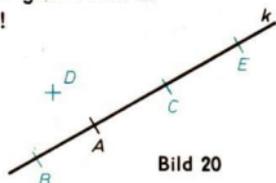


Bild 20

1. Zeichne mit der Lochschablone das Viereck $ABCD$ mit $A(14)$, $B(15)$, $C(10)$ und $D(8)$! Ist $ABCD$ ein Parallelogramm?

4 Strecken, Verlängern von Strecken



Bild 21

Sind A und B die Endpunkte einer Strecke (Bild 21), so bezeichnen wir diese Strecke mit \overline{AB} . Im Bild 21 ergeben die Strecken \overline{AC} und \overline{CB} zusammen die Strecke \overline{AB} . Von C sagen wir: C liegt zwischen A und B .

7. Zeichne eine Gerade g ! Lege auf g eine Strecke \overline{PQ} fest!
 a) Zeichne einen Punkt R , der zwischen P und Q liegt!
 b) Zeichne auf g einen Punkt S , der nicht zwischen P und Q liegt!
 c) Wie liegen Q , R und S zueinander?

Die Strecke \overline{AB} (Bild 21) ist ein Teil der Geraden AB und auch des Strahls mit dem Anfangspunkt A , der durch B geht. Soll für Bild 22 der Schnittpunkt der Geraden AB und CD ermittelt werden, so verlängern wir die gezeichneten Strecken \overline{AB} und \overline{CD} .

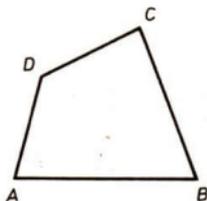


Bild 22



Verlängern einer Strecke \overline{AB}	
Gegeben: Strecke \overline{AB}	
Verlängern von \overline{AB} über A hinaus	
Verlängern von \overline{AB} über B hinaus	
Verlängern von \overline{AB} über A und über B hinaus	

Bild 23

- 8 Wie würdest du die Strecken \overline{AB} und \overline{CD} aus Bild 22 verlängern, um den Schnittpunkt der Geraden AB und CD zu ermitteln?
- 9 Wie würdest du den Schnittpunkt der Geraden AD und BC im Bild 22 ermitteln?

Aufgaben

- Zeichne eine 8 cm lange Strecke \overline{AB} ! Markiere einen Punkt C , der zwischen A und B liegt!
Welche Längen haben die Strecken \overline{AB} , \overline{AC} und \overline{BC} ?
Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Längen der Strecken?
- Zeichne mit der Lochschablone die Punkte $P(9)$, $Q(15)$ und $T(10)$!
Zeichne die Strecke \overline{PQ} und ermittle ihre Länge!
Zeichne eine Strecke \overline{TS} , die parallel zur Strecke \overline{PQ} ist!
- Lege eine Gerade g und auf ihr eine Strecke \overline{AB} fest!
Zeichne durch A beziehungsweise B Geraden h und i , die senkrecht auf g stehen! Beschreibe, wie die Geraden h und i zueinander liegen!
- Auf einer Geraden liegen drei Punkte A , B und C . Wieviel Verbindungsstrecken werden durch diese drei Punkte bestimmt?
 - Auf einer Geraden liegen vier Punkte A , B , C und D . Wieviel Verbindungsstrecken werden durch diese vier Punkte bestimmt?

5. Im Bild 24 ist s der Strahl mit dem Anfangspunkt B , der durch C geht. Ergänze die Tabelle durch „ja“ oder „nein!“

Gehört der Punkt ... zu ...?	\overline{BC}	\overline{AD}	s	\overline{AD}
A	nein			
B				
C				
D				
E				

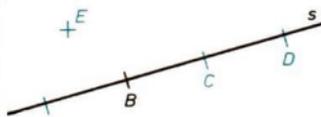


Bild 24

6. Gib zu Bild 25 alle Strecken an, die durch die Schnittpunkte A, B, C, D bestimmt sind!

7. a) Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 2 cm !
 b) Schätze die Länge von \overline{AC} und überprüfe deine Schätzung durch Messung!
 c) Verlängere \overline{AC} über C hinaus um 3 cm !
 d) Verlängere \overline{AC} über A hinaus um 4 cm !
 e) Um wieviel Zentimeter wurde die Strecke \overline{AC} insgesamt verlängert?

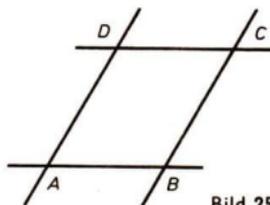


Bild 25

8. a) Zeichne ein Viereck $ABCD$! Verwende die Punkte $A(1), B(8), C(12)$ und $D(2)$ der Lochschablone!
 b) Ermittle den Schnittpunkt S der Geraden \overline{AB} und \overline{CD} !
 c) Bestimme die Längen der Strecken $\overline{AS}, \overline{SC}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{SD}$ und \overline{BD} !

- 9.* Im Bild 26 ist der Plan eines Grundstücks angegeben. Das Grundstück ist eingezäunt und soll vergrößert werden. Dazu wird der Zaunteil \overline{AB} über B hinaus bis zum Zaunteil \overline{ED} verlängert.

- a) Um wieviel Meter muß \overline{AB} verlängert werden?
 b) Wieviel Meter Zaun bleiben nach der Verlängerung übrig, wenn die wegfallenden Zaunteile für den neuen Zaunteil verwendet werden?

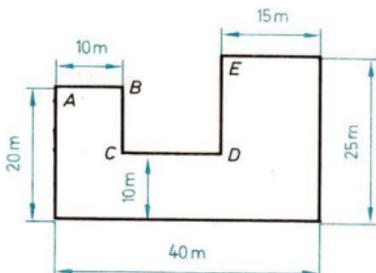


Bild 26

- 10.* Wir können zwei beliebige Punkte des Achtecks (Bild 27) durch eine Strecke verbinden. Einige dieser Strecken sind gestrichelt eingezeichnet worden. Was für eine Figur wird durch alle derartigen Strecken ausgefüllt?

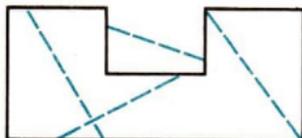
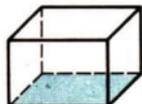


Bild 27



(1)



(2)



(3)



(4)



(5)

Bild 28

1. Welche der im Bild 28 dargestellten Körper heißen
a) Würfel, b) Quader, c) Pyramide, d) Kegel, e) Zylinder?

5 Abtragen von Strecken

Ist eine Strecke \overline{AB} gegeben, so kann sie auf einem Strahl k von dessen Anfangspunkt C aus **abgetragen** werden.

1 Abtragen von \overline{AB} auf k (von C aus)

Gegeben	Konstruktion

Bild 29

Konstruktionsbeschreibung (zum Bild 29):

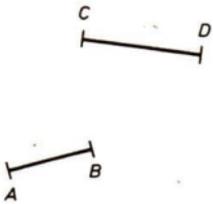
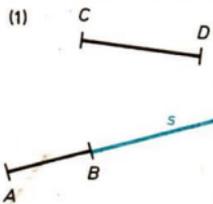
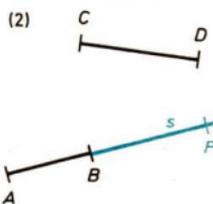
- Wir zeichnen einen Kreis mit dem Mittelpunkt C und dem Radius \overline{AB} .
- Wir bezeichnen den Schnittpunkt des Kreises mit dem Strahl k mit D . \overline{CD} ist Lösung.

Bei der Konstruktion muß nicht der ganze Kreis gezeichnet werden.

- 10 a) Zeichne eine Strecke \overline{PQ} und einen Strahl h mit dem Anfangspunkt R ! Trage \overline{PQ} auf h von R aus ab!
- b) Zeichne eine Gerade g und einen Punkt E auf g ! Zeichne eine Strecke \overline{AB} und trage diese von E aus auf g ab! Erläutere, warum sich zwei Lösungen ergeben!

Wenn wir eine Strecke um eine andere verlängern, tragen wir auch Strecken ab.

- 2 Die Strecke \overline{AB} soll über B hinaus um \overline{CD} verlängert werden.

Gegeben	Konstruktion	
	(1) 	(2) 

Konstruktionsbeschreibung (zum Bild 30):

Bild 30

(1) Wir verlängern \overline{AB} über B hinaus.

(2) Wir tragen die Strecke \overline{CD} auf dem von B aus gezeichneten Strahl s ab und erhalten P .

Die Strecke \overline{AP} ist Lösung.

Wird \overline{AB} über B hinaus um die Strecke \overline{CD} verlängert, so sagt man auch: \overline{CD} wird in B an \overline{AB} angetragen.

Aufgaben

1. Lege vier Punkte A , B , C und D fest!
 Zeichne den Strahl h mit dem Anfangspunkt C , der durch D geht!
 Trage \overline{AB} auf h von C aus ab!
2. Zeichne drei Punkte A , B und C , die auf ein und derselben Geraden liegen!
 Zeichne eine Strecke \overline{PQ} !
 Zeichne von A , B und C aus Strahlen, die parallel zueinander verlaufen!
 Trage \overline{PQ} auf den Strahlen von ihren Anfangspunkten aus ab!
3. Zeichne drei Punkte A , B und C , die nicht auf ein und derselben Geraden liegen!
 Zeichne eine Strecke \overline{PQ} !
 Zeichne von A , B und C aus Strahlen, die parallel zueinander verlaufen!
 Trage \overline{PQ} auf diesen Strahlen von ihren Anfangspunkten aus ab!
4. Zeichne zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt, die zueinander senkrecht sind!
 Trage eine Strecke von 3 cm Länge auf diesen Strahlen vom Anfangspunkt aus ab!
 Ergänze die Figur zu einem Rechteck! Was für ein Rechteck erhältst du?
5. Zeichne zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt, die nicht auf einer Geraden liegen!
 Trage eine Strecke von 4 cm Länge auf diesen Strahlen vom Anfangspunkt aus ab!
 Ergänze die Figur zu einem Parallelogramm! Wann erhältst du ein Rechteck?

6. Zeichne einen Strahl h mit dem Anfangspunkt A und eine Strecke \overline{PQ} ! Trage \overline{PQ} von A aus auf h dreimal nacheinander ab!
7. Zeichne zwei Strecken \overline{AB} und \overline{CD} !
- a) Trage \overline{CD} in B an \overline{AB} an! b) Trage \overline{CD} in A an \overline{AB} an!
 c) Trage \overline{AB} in C an \overline{CD} an! d) Trage \overline{AB} in D an \overline{CD} an!
8. Zeichne zwei Strecken \overline{AB} und \overline{CD} ! Trage die eine an die andere Strecke an! Wieviel Möglichkeiten gibt es?
9. Zeichne eine Strecke \overline{AB} von 5 cm Länge und eine Strecke \overline{CD} von 2 cm Länge!
- a) Verlängere \overline{AB} über B hinaus um \overline{CD} !
 b) Verlängere \overline{CD} über C hinaus um 4 cm!
 c) Verlängere \overline{CD} über D hinaus um sich selbst!
10. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (14), B (15), C (10) und D (8) und das Rechteck $ABCD$!
- a) Ermittle die Differenz der Seitenlängen in Millimeter!
 b) Verlängere die kürzeren Seiten des Rechtecks so, daß ein Quadrat entsteht!
11. Wähle eine Gerade PQ !
- a) Zeichne eine Strecke \overline{PR} auf PQ , die eine Länge von 30 mm hat! Wieviel Möglichkeiten gibt es?
 b) Zeichne eine 45 mm lange Strecke \overline{PT} auf dem Strahl mit dem Anfangspunkt P , der durch Q geht! Wieviel Möglichkeiten gibt es?

6 Vergleichen von Strecken

Zwei Strecken können entweder gleich lang oder verschieden lang sein.

- 11 a) Zeige an Gegenständen aus dem Klassenzimmer zwei Strecken, die etwa gleich lang sind!
- b) Du hast kein Zentimetermaß. Wie kannst du trotzdem prüfen, ob zwei Strecken gleich lang sind oder nicht?
- c) Sind die Strecken \overline{KL} und \overline{MN} im Bild 31 gleich lang? Beantworte die Frage zunächst nach Augenmaß und dann erst durch Messung!

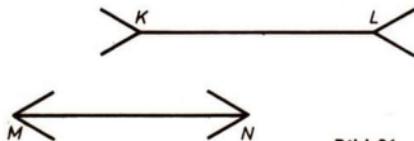
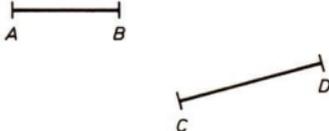
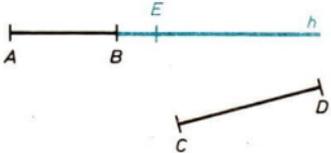


Bild 31

Strecken kann man nach Augenmaß, durch Messen oder Abtragen vergleichen.

3 Vergleich der Strecken \overline{AB} und \overline{CD} durch Abtragen

Gegeben	Lösung
	 <p>Ergebnis: $\overline{AB} < \overline{CD}$</p>

Lösung (zum Bild 32):

Bild 32

- (1) Wir zeichnen von A aus den Strahl h durch B.
- (2) \overline{CD} tragen wir auf h von A aus ab und erhalten den Punkt E. B liegt zwischen A und E. Deshalb ist die Strecke \overline{AB} kürzer als die Strecke \overline{CD} .

- 12 Man kann die Strecken auch vergleichen, indem man \overline{AB} abträgt. Beschreibe!

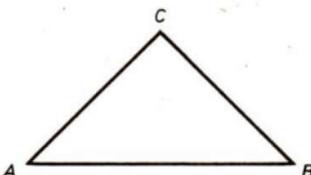
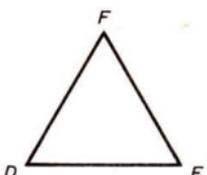
Beim Streckenvergleich verwendet man Kurzschreibweisen.

\overline{AB} ist kürzer als \overline{CD} : $\overline{AB} < \overline{CD}$

\overline{AB} und \overline{CD} sind gleich lang: $\overline{AB} = \overline{CD}$

\overline{AB} ist länger als \overline{CD} : $\overline{AB} > \overline{CD}$

- 13 a) Erläutere, wie man das im Beispiel 3 beschriebene Verfahren vereinfachen kann, indem man den Punkt E gar nicht zeichnet!
- b) Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (13), B (14) und C (5)! Zeichne das Dreieck ABC! Vergleiche die Seiten \overline{AB} und \overline{AC} miteinander! Vergleiche die Seiten \overline{AC} und \overline{BC} miteinander! Schreibe die Seiten nach ihrer Länge geordnet auf! Beginne mit der kürzesten Seite!
- c) Verfahre wie bei b) für A (13), B (14), C (4)!

Gleichschenklige Dreiecke	
 <p>Dreieck ABC ist gleichschenklig, aber nicht gleichseitig.</p>	 <p>Dreieck DEF ist gleichseitig und damit auch gleichschenklig.</p>

Dreiecke, in denen zwei Seiten gleich lang sind, nennt man **gleichschenklige Dreiecke**.

Gleichschenklige Dreiecke, in denen alle drei Seiten gleich lang sind, nennt man **gleichseitige Dreiecke**.

Aufgaben

1. Zeichne folgende Strecken!

- a) $\overline{AB} = 3,0 \text{ cm}$ b) $\overline{CD} = 55 \text{ mm}$ c) $\overline{PQ} = 4,2 \text{ cm}$ d) $\overline{RT} = 75 \text{ mm}$

2. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (7), B (14), C (4) und D (12)!

a) Vergleiche \overline{AB} und \overline{CD}
(zunächst nach Augenmaß)!

b) Vervollständige die Tabelle mit „ja“ oder „nein“!

$\overline{AB} < \overline{CD}?$	$\overline{AB} = \overline{CD}?$	$\overline{AB} > \overline{CD}?$

3. Der Punkt M im Bild 33 ist Mittelpunkt des gezeichneten Kreises. \overline{CM} steht senkrecht auf \overline{AB} .

Vergleiche die Strecken und ergänze passend „<“, „=“ oder „>“!

- a) $\overline{AM} \dots \overline{MC}$ b) $\overline{AC} \dots \overline{BC}$
c) $\overline{AC} \dots \overline{MC}$ d) $\overline{AB} \dots \overline{AC}$

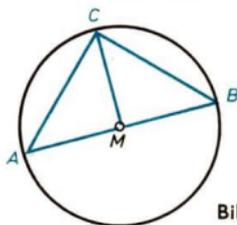


Bild 33

4. a) Dieter ist kleiner als Erhard und größer als Cornelia. Beate ist größer als Anja und kleiner als Cornelia. Ordne nach der Größe!

b) \overline{AB} ist länger als \overline{CD} und kürzer als \overline{EF} .

\overline{GH} ist kürzer als \overline{CD} .

\overline{PQ} ist länger als \overline{EF} .

Ordne nach der Größe! Beginne mit der längsten Strecke!

5. Zeichne zwei Strecken \overline{AB} und \overline{CD} ! Trage \overline{CD} an \overline{AB} an!

Zeichne eine Strecke, die doppelt so lang ist wie die beiden Strecken zusammen!

6. a) Ermittle die Spannweite deiner linken Hand in Zentimeter! Schätze die Länge der Kante deines Schultisches und überprüfe das Ergebnis mit deiner Handspannweite! Wie groß ist der Fehler deiner Schätzung in Zentimetern?

b) Als Vergleichsmaße zum Schätzen von Streckenlängen können Schrittlänge oder Schuhlänge verwendet werden. Nenne weitere derartige Vergleichsmaße!

7. a) Schätze die Länge deines Klassenzimmers!

Welche Möglichkeiten gibt es, das Ergebnis der Schätzung zu überprüfen?

b) Nenne Vergleichsmaße für Schätzungen von Streckenlängen im Gelände!
(Beispiel: Abstand zweier Masten der Hochspannungsleitung)

8. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck PQR ! Beschreibe dein Vorgehen!
9. Zeichne ein Quadrat $ABCD$! Beschreibe, wie du dabei vorgehst!
- 10.* Überprüfe, ob die Tabellen richtig ausgefüllt sein können!

Gilt ... < ...?		
	\overline{AB}	\overline{CD}
\overline{AB}	nein	ja
\overline{CD}	nein	nein

Gilt ... = ...?		
	\overline{AB}	\overline{CD}
\overline{AB}	ja	ja
\overline{CD}	nein	ja

1. Zeichne einen Punkt M und den Kreis um M mit dem Radius 3 cm!
Zeichne in diesen Kreis einen Durchmesser ein, und bezeichne seine Endpunkte mit A und C ! Zeichne eine Gerade g durch M mit $g \perp AC$! Benenne die Schnittpunkte von g und dem Kreis mit B und D ! Zeichne das Viereck $ABCD$!
Was für ein Viereck erhältst du?
2. Zeichne einen Punkt M und den Kreis um M mit dem Radius 4 cm!
Zeichne durch M zwei Geraden g und h !
Was für ein Viereck bestimmen die Schnittpunkte der Geraden mit dem Kreis?

7 Ebenen und Halbebenen

Die Spielfläche beim Tischtennis ist eine ebene Fläche.

- 14 a) Welche Flächen der Gegenstände im Bild 34 sind eben? Welche Flächen sind nicht eben?
b) Nenne weitere Beispiele für ebene Flächen!
c) Nenne weitere Beispiele für Flächen, die nicht eben sind!



Bild 34

Wir haben gelernt: Eine Strecke ist ein Teil einer Geraden. Ebenso ist ein Dreieck ein Teil einer Ebene (Bild 35).



Bild 35

Sind A , B und C drei Punkte einer Ebene, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen, so sprechen wir von der Ebene ABC . Beim Zeichnen spricht man auch von der Zeichenebene.

- 15 Zeichne eine Gerade g und zwei Punkte A und B , die nicht auf g liegen!
Beschreibe die Lage der Punkte A und B zur Geraden g !

Jede Gerade einer Ebene zerlegt diese Ebene in zwei **Halbebenen**.

- 4 In der Ebene ABC im Bild 36 liegt die Gerade g . Sie zerlegt die Ebene in zwei **Halbebenen**. Der Punkt A liegt in der einen von g bestimmten Halbebene, B und C liegen in der anderen.

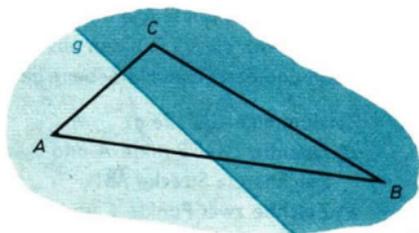


Bild 36

- 16 Formuliere folgende Aussagen mit anderen Worten!

- Die Punkte A und B im Bild 37 liegen auf verschiedenen Seiten der Geraden g .
- Die Punkte B und C im Bild 37 liegen bezüglich der Geraden g in derselben Halbebene.

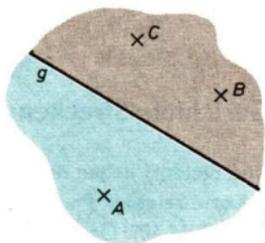


Bild 37

Aufgaben

- Bild 38 zeigt einen Würfel.
 - Welche Eckpunkte des Würfels gehören zur Ebene ABF ?
Welche Eckpunkte des Würfels gehören nicht zur Ebene ABF ?
 - Welche Eckpunkte des Würfels gehören zur Ebene BCF , welche gehören nicht zu ihr?
 - * Welche Eckpunkte des Würfels gehören zur Ebene BDH , welche gehören nicht zu ihr?
- Das Spielfeld im Bild 39 enthält eine Mittellinie.
 - Welche Spieler stehen mit A (mit P) auf derselben Seite der Mittellinie?
 - Nenne zwei Spieler, die auf verschiedenen Seiten der Mittellinie stehen!

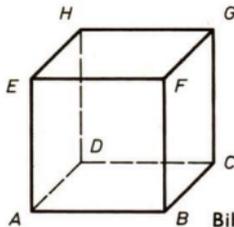


Bild 38

- Zeichne eine Gerade g und zwei Punkte A und B , die auf derselben Seite von g liegen!

Zeichne einen Punkt C , der bezüglich g in der anderen Halbebene liegt!

- Zeichne eine Gerade g und zwei Punkte A und B , die bezüglich g in verschiedenen Halbebenen liegen!
Zeichne einen Punkt C , der mit A auf derselben Seite von g liegt!

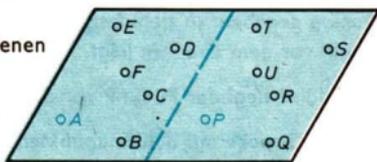


Bild 39



5. Zeichne eine Gerade g ! Bezeichne auf g drei Punkte mit P , Q und R ! Zeichne von diesen Punkten aus Strahlen, die zueinander parallel sind und bezüglich g in derselben Halbebene liegen!
6. Zeichne drei Punkte A , B und C , die nicht auf ein und derselben Geraden liegen! Zeichne von diesen Punkten aus Strahlen, die zueinander parallel verlaufen und in ein und derselben Halbebene bezüglich AB liegen!
7. Zeichne eine Gerade g !
 - a) Zeichne zwei Punkte A und B , die auf verschiedenen Seiten von g liegen! Zeichne die Strecke \overline{AB} !
 - b) Zeichne zwei Punkte C und D , die auf derselben Seite von g liegen! Zeichne die Strecke \overline{CD} !
 Vergleiche die Lage der Strecken \overline{AB} und \overline{CD} zur Geraden g !

8 Gerichtete Strecken

Adorf und Bieldorf liegen an der Nitze. Auf der Karte zeigt ein Pfeil, wie die Nitze fließt (Bild 40). Das ist für Wasserwanderer wichtig.

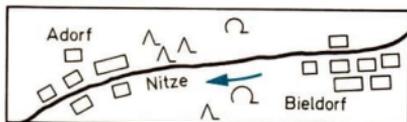


Bild 40

Um eine Strecke mit den Endpunkten A und B zu zeichnen, hat man zwei Möglichkeiten:

1. Man zeichnet von A nach B .
2. Man zeichnet von B nach A .

Im Bild 41 ist eine der beiden Möglichkeiten ausgewählt und durch eine Pfeilspitze gekennzeichnet worden. Man sagt dann: **Die Strecke ist gerichtet.**



Bild 41

Sind auf einer gerichteten Strecke zwei Punkte gegeben, so steht fest, welcher Punkt vor dem anderen liegt.

Im Bild 42 liegt der Punkt P vor dem Punkt Q .

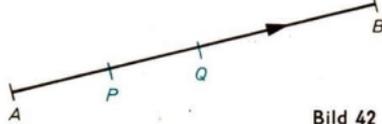


Bild 42

Ist eine Strecke mit den Endpunkten A und B so gerichtet, daß der Punkt A vor dem Punkt B liegt, so bezeichnen wir die gerichtete Strecke mit \vec{AB} .

17. Lege zwei Punkte P und Q fest!
 - a) Zeichne die gerichtete Strecke \vec{PQ} ! Welcher Punkt liegt vor dem anderen?
 - b) Zeichne \vec{QP} ! Welcher Punkt liegt vor dem anderen? Wähle für die Pfeilspitzen verschiedene Farben!

Auch Geraden können gerichtet werden. Auf der Geraden g im Bild 43 sind zwei Punkte A und B gegeben. Wir legen durch eine Pfeilspitze fest, daß A vor B liegen soll. Wir haben die Gerade gerichtet.

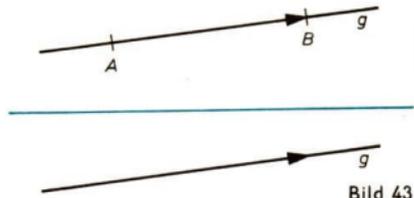
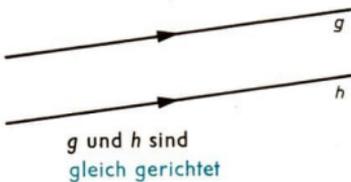


Bild 43

Sind zueinander parallele Geraden g und h gerichtet, so gibt es zwei Möglichkeiten:



Dieselben Redeweisen verwendet man bei gerichteten Strecken.

- 5 Im Bild 44 sind \vec{AB} und \vec{EF} gleich gerichtet. \vec{AB} und \vec{CD} sind entgegengesetzt gerichtet. \vec{AB} und \vec{PQ} sind nicht parallel zueinander. Sie sind deshalb weder gleich gerichtet noch entgegengesetzt gerichtet.

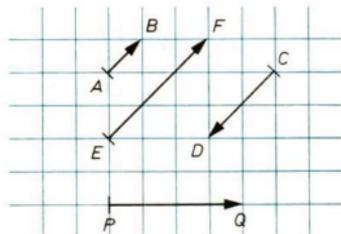
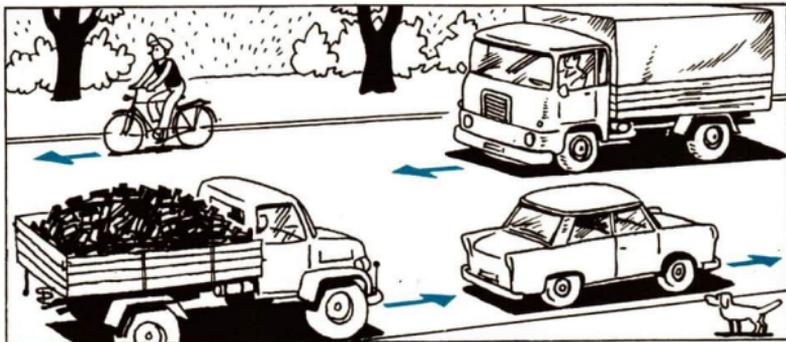


Bild 44

- 18 Im Bild 45 sind die Fahrtrichtungen durch Pfeile (gerichtete Strecken) gekennzeichnet.
- Welche Pfeile sind gleich gerichtet?
 - Welche Pfeile sind entgegengesetzt gerichtet?

Bild 45



Aufgaben

1. Zeichne eine gerichtete Strecke \vec{AB} !
Bezeichne zwei weitere Punkte dieser gerichteten Strecke so mit C und D , daß C vor B und D vor C liegt!
2. Zeichne ein Rechteck $ABCD$!
Zeichne auf den Seiten des Rechtecks Pfeilspitzen so ein, daß gegenüberliegende Seiten gleich gerichtet sind!
3. Zeichne ein Parallelogramm $ABCD$!
Zeichne auf den Seiten des Parallelogramms Pfeilspitzen so ein, daß gegenüberliegende Seiten entgegengesetzt gerichtet sind!
4. Zeichne eine Gerade g und auf ihr zwei Punkte A und B !
Zeichne durch A eine Gerade h ! Zeichne durch B die Parallele k zu h !
Wähle auf h einen Punkt C und auf k einen Punkt D so, daß \vec{AC} und \vec{BD} gleich gerichtet sind!
5. Zeichne drei Punkte A , B und C , die Eckpunkte eines Dreiecks sind! Zeichne gerichtete Strecken \vec{AD} , \vec{BE} und \vec{CF} , die gleich gerichtet sind!
6. Zeichne eine gerichtete Strecke \vec{AB} und einen Punkt C außerhalb von AB !
a) Zeichne \vec{CD} so, daß \vec{AB} und \vec{CD} gleich gerichtet sind!
b) Zeichne \vec{PQ} so, daß \vec{AB} und \vec{PQ} entgegengesetzt gerichtet sind!

1. Zeichne eine Strecke \overline{PQ} , die 8 cm lang ist!
Markiere einen Punkt A auf PQ , der 10 cm von P entfernt ist!
2. Welche der Punkte des abgebildeten Körpers (Bild 46) liegen in der angegebenen Ebene?
a) ABC b) ABF
3. Welche der Punkte des abgebildeten Körpers (Bild 47) liegen in der angegebenen Ebene?
a) ABC b) ABF
c) KLM d) ACE

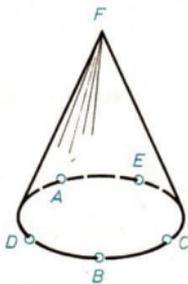


Bild 46

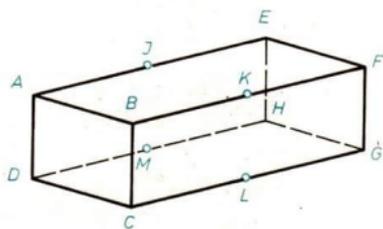
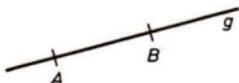
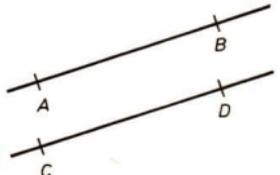
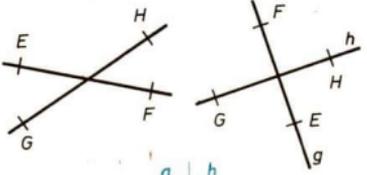
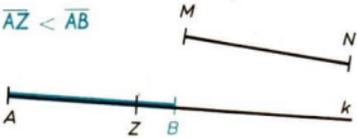
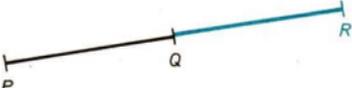
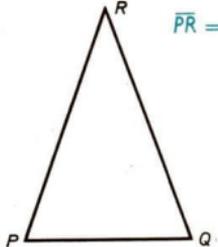
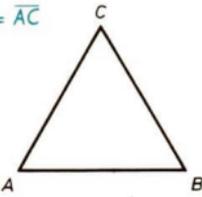
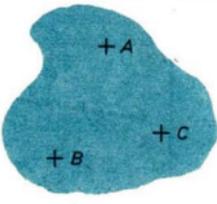
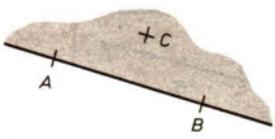
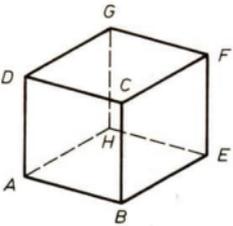
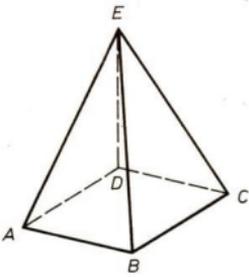
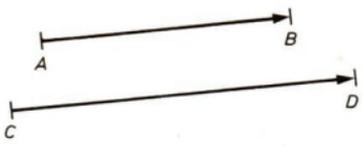


Bild 47

Zusammenfassung



Gerade g	Strahl s	Strecke a
 <p>$g = \overline{AB}$</p>		 <p>$a = \overline{EF}$</p>
AB und CD sind zueinander parallel	EF und GH schneiden einander	
 <p>$AB \parallel CD$</p>	 <p>$g \perp h$ g ist senkrecht zu h</p>	
Abtragen von \overline{MN} auf k von A aus ergibt \overline{AZ}	\overline{PQ} ist über Q hinaus um sich selbst verlängert worden	
 <p>$\overline{AZ} < \overline{AB}$</p> <p>$(\overline{AZ}$ ist kürzer als \overline{AB}, also auch kürzer als \overline{MN})</p>	 <p>$\overline{PQ} = \overline{QR}$ $\overline{PR} > \overline{PQ}$ (\overline{PQ} und \overline{QR} sind gleich lang) (\overline{PR} ist länger als \overline{PQ})</p>	
Dreieck PQR ist gleichschenkelig, aber nicht gleichseitig	Dreieck ABC ist gleichschenkelig und sogar gleichseitig	
 <p>$\overline{PR} = \overline{QR}$</p>	 <p>$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$</p>	

Ebene ABC	Halbebene der Geraden AB
	
<p>D gehört zur Ebene ABC, E gehört nicht zur Ebene ABC</p>	<p>D gehört nicht zur Ebene ABE, C gehört zur Ebene ABD</p>
	
<p>Die gerichteten Strecken \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{CD} sind gleich gerichtet</p>	<p>Die gerichteten Geraden g und h sind entgegengesetzt gerichtet</p>
	

Verschiebung

9 Verschieben eines Gegenstandes

Wir wissen, wie man zueinander parallele Geraden zeichnen kann: Man verschiebt ein Zeichendreieck längs einer Linealkante oder längs der Kante eines zweiten Zeichendreiecks (Bild 48)!

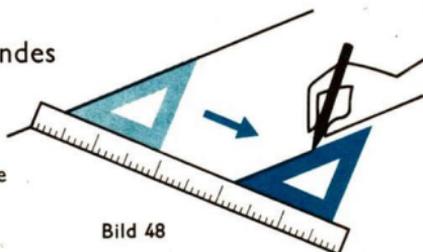
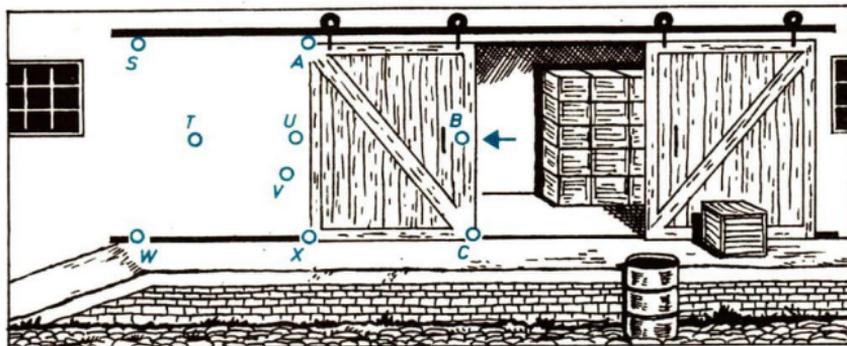


Bild 48

- 19 Was für einen Weg legt irgendein Punkt des Zeichendreiecks beim Verschieben zurück?
Warum muß man das Lineal gut festhalten?

Bild 49



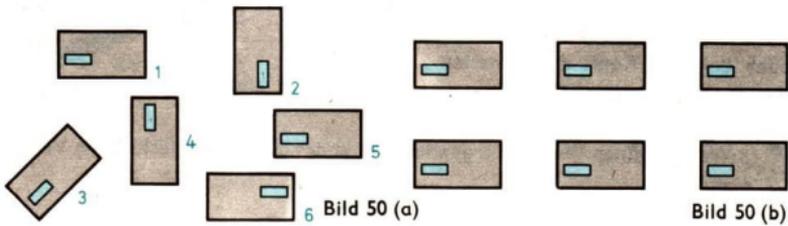
- 20 a) Bild 49 zeigt das Schiebetor eines Güterschuppens. Ein Flügel ist geöffnet. Auf dem anderen sind die Punkte A, B, C markiert. Auch der andere wird geöffnet. Dabei kommt A an die Stelle S.
Wo befinden sich dann die Punkte B und C?
- b) Beschreibe, wie sich alle Punkte des Torflügels beim Öffnen oder Schließen bewegen!

Beim **Verschieben eines Gegenstandes** bewegen sich alle Punkte des Gegenstandes auf gleich gerichteten Geraden gleich weit.

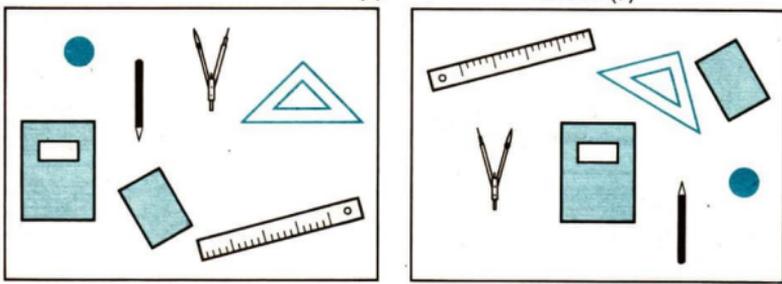
- 21 a) Bei welchen der folgenden Gegenstände erfolgt auch ein solches Verschieben?
- Fensterflügel beim Schließen
 - Karteikasten beim Öffnen
 - Wagen einer Schreibmaschine beim Schreiben
 - Kurbel eines Bleistiftanspitzers beim Spitzen
- b) Nenne selbst weitere Beispiele für das Verschieben eines Gegenstandes!

Aufgaben

1. Bild 50 zeigt in der Draufsicht quaderförmige Kisten auf einem Fabrikhof vor dem Aufräumen (a) und nach dem Aufräumen (b). Welche der Kisten 1 bis 6 kann man allein durch Verschieben (also ohne zu drehen) in die neue Lage gebracht haben?

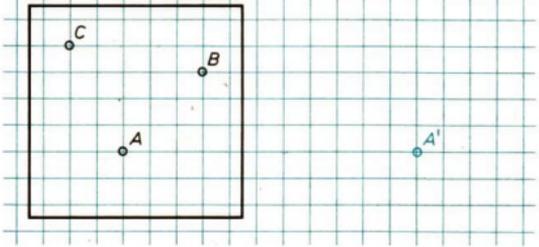


2. Bild 51 (a) zeigt verschiedene Gegenstände auf einem Tisch. Gib alle Gegenstände an, die man durch Verschieben in eine Lage bringen kann, wie sie Bild 51 (b) zeigt!



10 Original und Bild bei Verschiebungen

- 22 Carsten zeichnet zweimal mit der Lochschablone drei Punkte A, B, C. Vor dem zweiten Zeichnen verschiebt er die Schablone aus der Stellung, die Bild 52 zeigt, nach rechts.



Den Punkt A zeichnet er dann an der Stelle A'. Wo muß Carsten demnach B und C zeichnen?

Bild 52

Durch das Verschieben der Lochschablone haben wir im Auftrag 22 zum Punkt A der Zeichenebene einen Punkt A' gefunden, zum Punkt B einen Punkt B' und zum Punkt C einen Punkt C'. Bei Verschiebungen in der Mathematik betrachtet man wie im Bild 53 nur die Punkte der Zeichenebene (ohne Lochschablone oder einen ähnlichen Gegenstand, der verschoben wird). Man sagt dann:

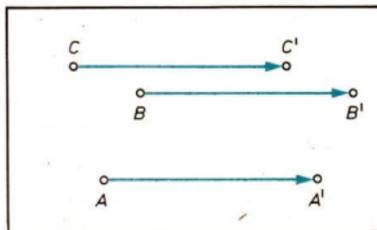


Bild 53

► 1

A' ist das **Bild** von A bei der Verschiebung v.
A ist das **Original** von A' bei der Verschiebung v.

● 23

- Welche Punkte im Bild 54 können als Bildpunkte von B und C mit B' und C' bezeichnet werden?
- Wo liegt der Bildpunkt D' von D bei dieser Verschiebung?
- Wo liegt der Originalpunkt G von G' bei dieser Verschiebung?

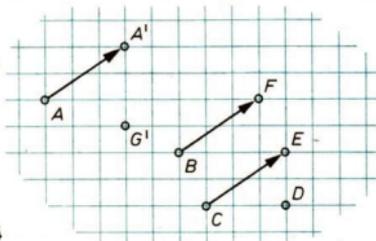


Bild 54

Alle durch die Paare (A; A'), (B; B'), ... festgelegten gerichteten Strecken sind bei ein und derselben Verschiebung v gleich gerichtet und gleich lang. Solche **Verschiebungspfeile** kann man von **jedem Punkt** der Zeichenebene aus zeichnen.

● 24

- Bei einer Verschiebung v ist D das Bild des Punktes A (Bild 55).
- Gib die Bildpunkte von B und C bei der Verschiebung v an!
 - Nenne die Originalpunkte von E und G!
 - Wo liegen das Bild des Punktes E und das Original von H bei der Verschiebung v?
 - Wo liegt der Bildpunkt von D?

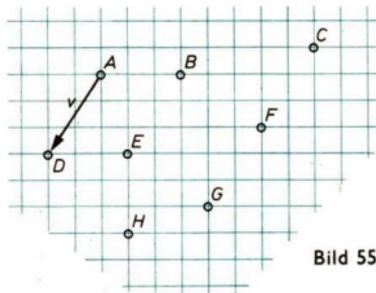


Bild 55

Wo liegt der Originalpunkt von A? Nenne weitere Punkte, zu denen die Bildpunkte oder Originalpunkte im Bild 55 nicht benannt sind!

► 2

Bei jeder Verschiebung gilt:
Jeder Punkt der Ebene hat genau einen Bildpunkt.
Zu jedem Punkt der Ebene gehört genau ein Originalpunkt.

Aufgaben

- Gib die Punkte im Bild 56 durch Zahlenpaare an!
 - Bei einer Verschiebung v ist A' das Bild von A . Gib (wenn möglich) für die Punkte B bis H die Bildpunkte B' bis H' bei der Verschiebung v durch Zahlenpaare an!
 - Welche Bildpunkte kannst du so nicht angeben? Wie könnte man hier vorgehen?

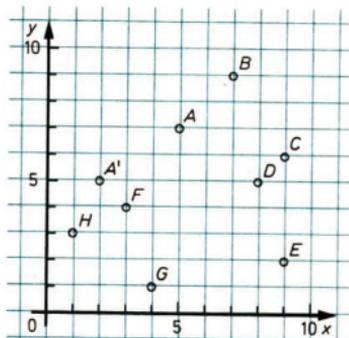


Bild 56

- Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(3; 2)$, $B(2; 3)$, $C(6; 0)$, $D(0; 4)$ und $A'(7; 5)$ ein!
 - Das Bild von A bei einer Verschiebung ist A' . Zeichne die Bilder B' , C' , D' bei dieser Verschiebung ein! Gib sie ebenfalls durch Zahlenpaare an!
- Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(2; 4)$, $B(0; 6)$, $C(6; 7)$, $D(3; 1)$ und $A'(5; 3)$ ein!
 - Bei einer Verschiebung v hat A als Bild den Punkt A' . Zeichne die Bilder B' , C' , D' der Punkte B , C , D bei der Verschiebung v ein! Gib auch sie durch Zahlenpaare an!
- Vervollständige für Bild 57 die Tabellen a) bis c)!

a)

Orig.	A	C	E		
Bild	B			H	L

b)

Orig.	C	A	F		
Bild	G			H	L

c)

Orig.	E	F	B		
Bild	K			M	H

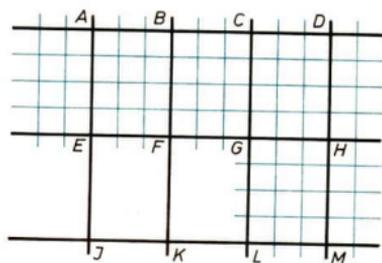


Bild 57

- Ergänze für Bild 58 die Tabellen a) bis c)! Ist der betreffende Punkt nicht benannt, so beschreibe seine Lage!

a)

Orig.	K	L	H		
Bild	F			E	C

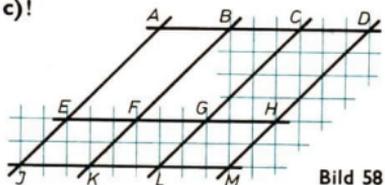


Bild 58

b)

Orig.	D	A	H		
Bild	H			G	M

c)

Orig.	E	G	K		
Bild	B			C	H

6. Im Bild 59 ist A' das Bild von A bei einer Verschiebung v . Sind für diese Verschiebung v die Aussagen **a)** bis **f)** wahr?

- a)** $(3; 1)$ hat als Bildpunkt den Punkt $(6; 3)$.
b) $(5; 2)$ ist der Originalpunkt von $(8; 4)$.
c) $(5; 9)$ ist das Bild von $(3; 6)$.
d) Der Bildpunkt von $(4; 0)$ ist $(7; 2)$.
e) $(0; 6)$ hat als Original den Punkt $(3; 8)$.
f) Zum Punkt $(9; 9)$ gehört als Bildpunkt $(12; 11)$.

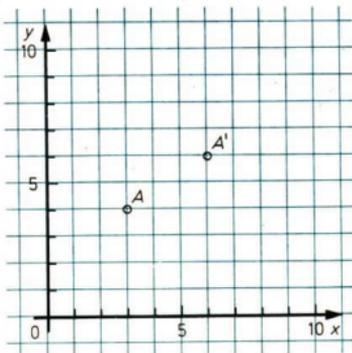


Bild 59

7. Zeichne die Punkte $B(8; 4)$ und $B'(3; 3)$! Sind die Aussagen **a)** bis **f)** wahr für die Verschiebung, bei der B' Bildpunkt von B ist?

- a)** $(5; 8)$ ist Bild von $(10; 9)$.
b) $(7; 6)$ ist Originalpunkt von $(2; 7)$.
c) $(4; 2)$ ist Bildpunkt von $(9; 3)$ und Originalpunkt von $(0; 1)$.
d) $(7; 7)$ ist Bildpunkt von $(12; 8)$ und Original von $(2; 6)$.
e) $(0; 0)$ ist Bildpunkt von $(1; 5)$ oder $(5; 1)$.
f) $(3; 2)$ ist Bild von $(8; 3)$ und $(4; 7)$.

- 8.* Die sieben Kreise im Bild 60 haben alle den gleichen Radius. Vervollständige die Tabellen

- a)** bis **d)** für jeweils ein und dieselbe Verschiebung!

a)

Orig.	M	C	F		
Bild	A			C	E

b)

Orig.	B	M	A		
Bild	M			D	N

c)

Orig.	D	C		A	
Bild	E		D		I

d)

Orig.	L	E		M	
Bild	K		H		M

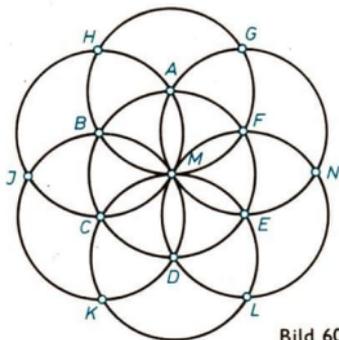


Bild 60

- Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(1; 2)$, $B(1; 5)$, $C(4; 4)$, $D(5; 2)$, $E(6; 7)$, $F(7; 4)$!
Setze das zutreffende der drei Zeichen $<$, $=$, $>$ ein!
 a) $\overline{AB} \dots \overline{AD}$ b) $\overline{AB} \dots \overline{CF}$ c) $\overline{CD} \dots \overline{BD}$
 d) $\overline{BE} \dots \overline{DF}$ e) $\overline{CD} \dots \overline{BC}$ f) $\overline{AC} \dots \overline{CE}$
- Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(2; 3)$, $B(4; 1)$, $C(4; 5)$, $D(6; 3)$, $E(7; 3)$, $F(7; 8)$! Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?
 a) Die Gerade AC geht durch F . b) Punkt D liegt auf der Geraden AE .
 c) Punkt D liegt zwischen C und E . d) Die Gerade BD ist parallel zu CF .
 e) Die Gerade CE steht senkrecht auf der Geraden AF .

11 Verschiebungen und Verschiebungspfeile

Im Bild 61 ist von einer Verschiebung v ein Verschiebungspfeil \vec{CF} eingezeichnet. Zu v gehören aber noch andere Verschiebungspfeile, zum Beispiel \vec{IL} .

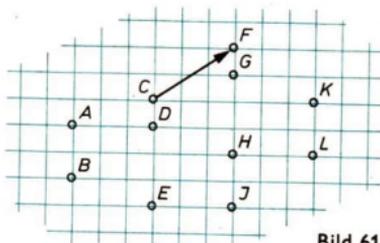


Bild 61

- 25 Gib zum Bild 61 möglichst viele Pfeile an, die zwei bezeichnete Punkte verbinden und zur gleichen Verschiebung v wie \vec{CF} gehören!

- 3 Pfeile der gleichen Verschiebung sind **gleich gerichtet**. Pfeile der gleichen Verschiebung haben **gleiche Länge**. Sie heißt **Verschiebungsweite**.

- 26 Bild 62 zeigt verschiedene Verschiebungspfeile.
- Welche Verschiebungspfeile sind parallel zu \vec{AB} ?
 - Welche Verschiebungspfeile sind gleich gerichtet mit \vec{AB} ?
 - Welche Verschiebungspfeile haben die gleiche Länge wie \vec{AB} ?

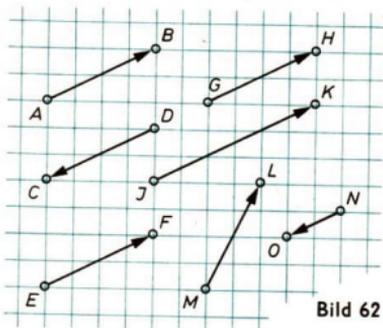


Bild 62

- d) Welche Verschiebungspfeile gehören zur gleichen Verschiebung wie \vec{AB} ?
 e) Wieviel verschiedene Verschiebungen sind im Bild 62 dargestellt?

Jede Verschiebung v wird durch ein einziges Paar (Originalpunkt; Bildpunkt) festgelegt. Das können wir zur Bezeichnung nutzen: Gehört zum Beispiel der Verschiebungspfeil \vec{AB} zu v , so sprechen wir kurz von der Verschiebung \vec{AB} .

- 27 Gib für die Verschiebung v im Bild 63 verschiedene Bezeichnungen an!

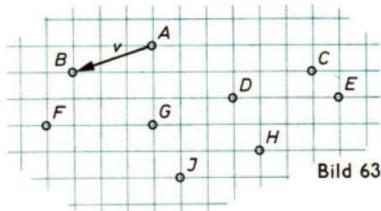


Bild 63

Aufgaben

1. Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) die Punkte $A(2; 0)$, $B(5; 0)$, $C(2; 6)$, $D(5; 4)$, $E(8; 4)$ und die Verschiebungspfeile \vec{AB} ; \vec{AC} ; \vec{AD} ; \vec{BD} ; \vec{BE} ; \vec{DC} ; \vec{ED} !
- a) Ermittle für diese Verschiebungspfeile die Verschiebungsweiten! (Bei einigen brauchst du nicht zu messen!)
- b) Welche dieser Verschiebungspfeile sind gleich gerichtet?
- c) Welche dieser Verschiebungspfeile gehören zur gleichen Verschiebung?
2. Betrachte Bild 64!

Trage „ja“ oder „nein“ in die Tabelle ein, je nachdem, ob die Angabe zutrifft oder nicht!

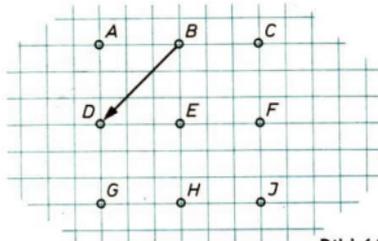


Bild 64

	\vec{CE}	\vec{GE}	\vec{EH}	\vec{AE}	\vec{FH}	\vec{FB}	\vec{IA}	\vec{CG}
parallel zu \vec{BD}								
gleich gerichtet mit \vec{BD}								
gleiche Länge wie \vec{BD}								
gleiche Verschiebung wie \vec{BD}								

Vergleiche die Eintragungen in der letzten Zeile mit denen darüber!

3. Nenne zu Bild 65 unter a) bis d) möglichst mehrere Verschiebungspfeile, auf die das Verlangte zutrifft!
- Sie sind parallel zu \vec{AB} .
 - Sie sind gleich gerichtet mit \vec{AB} .
 - Sie haben die gleiche Länge wie \vec{AB} .
 - Sie gehören zur gleichen Verschiebung wie \vec{AB} .

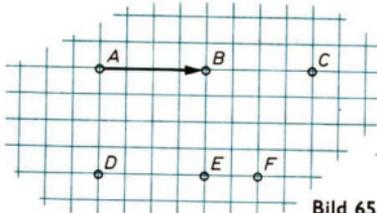


Bild 65

4. Im Bild 66 sind alle Strecken \overline{AB} , \overline{BC} , ..., \overline{MA} gleich lang, und je zwei sind zueinander senkrecht oder parallel.
- Nenne alle Verschiebungspfeile, die sich mit Hilfe der Punkte A bis M angeben lassen und die zur gleichen Verschiebung gehören wie \vec{AB} !
 - Löse die gleiche Aufgabe für \vec{MB} !

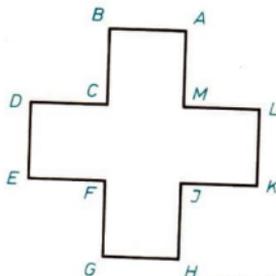


Bild 66

5. Gib die Bildpunkte von D bei den folgenden Verschiebungen durch Zahlenpaare an (Bild 67)!
- $u = \vec{AB}$
 - $v = \vec{AC}$
 - $w = \vec{BA}$
 - $x = \vec{CB}$

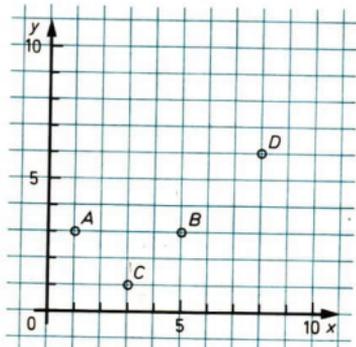


Bild 67

6. Die Figur im Bild 68 besteht aus gleichseitigen Dreiecken. Gib die genannte Verschiebung noch durch zwei andere Pfeile an!
- \vec{BC}
 - \vec{AB}
 - \vec{FC}
 - \vec{EA}
 - \vec{CK}
 - \vec{DF}

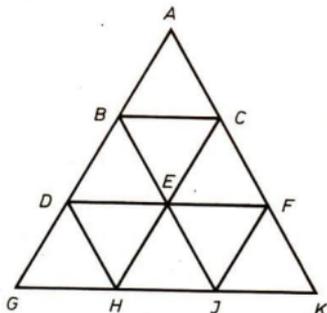


Bild 68

7. Ergänze die folgenden Angaben zu Bild 69!
- Der Bildpunkt von B bei der Verschiebung u ist ...
 - Der Bildpunkt von A bei der Verschiebung v ist ...
 - Bei der Verschiebung u hat E den Bildpunkt ...



- d) Bei der Verschiebung w hat E das Bild ...
 e) Bei der Verschiebung v hat B den Originalpunkt ...
 f) Das Original von F bei der Verschiebung v ist ...

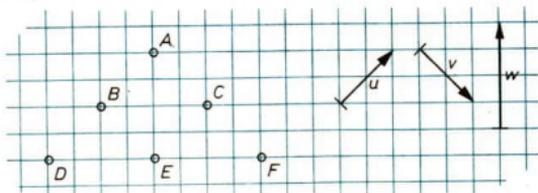


Bild 69

12 Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen

Auf kariertem Papier oder in einem Koordinatensystem können wir leicht Bilder von Punkten bei einer Verschiebung zeichnen. Es geht aber auch anders:

- 6 Gegeben sind eine Verschiebung \vec{AB} und ein Punkt C , der nicht auf der Geraden AB liegt. Gesucht ist der Bildpunkt von C .

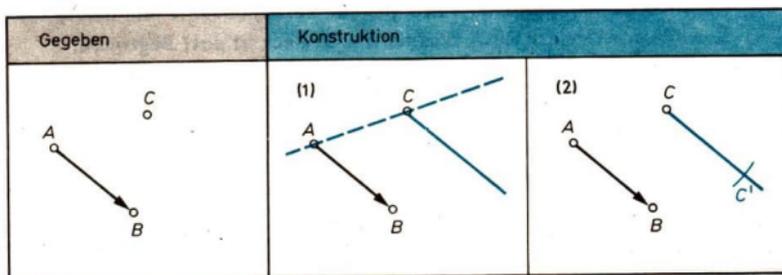


Bild 70

Konstruktionsbeschreibung (zu Bild 70):

- Wir zeichnen von C aus einen zu AB parallelen Strahl.
(Das geschieht nach der Seite der Geraden AC , auf der B liegt.)
- Wir tragen auf diesem Strahl von C aus die Strecke \overline{AB} ab.
(Wir tragen also die Verschiebungsweite ab.)
- Wir erhalten den Bildpunkt C' von C .

- 28 a) Wie gehst du vor, wenn C auf der Geraden AB liegt?
 b) Wie ermittelt man bei der gleichen Verschiebung das Original von C (also den Punkt, für den C Bildpunkt ist)?

Aufgaben

- Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (8), B (6) und C (2)!
 Konstruiere das Bild von A bei der Verschiebung \vec{BC} !

2. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte $P(2)$, $Q(10)$ und $R(11)$!
Ermittle die Verschiebungsweite der Verschiebung v , bei der Q Bild von P ist!
Konstruiere Bild und Original von R bei der Verschiebung v !
3. Zeichne ein Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ und $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$!
a) Wie groß ist die Verschiebungsweite der Verschiebung $v = \vec{AC}$?
b) Konstruiere das Bild von B bei der Verschiebung v !
c) Konstruiere das Original von D bei der Verschiebung v !
4. Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$!
Zeichne außerhalb des Quadrates einen Verschiebungspfeil \vec{PQ} , der gleich gerichtet mit \vec{AB} und 5 cm lang ist!
a) Konstruiere das Bild von C bei der Verschiebung \vec{PQ} !
b) Ermittle das Original von D bei der Verschiebung \vec{PQ} !
5. Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) die Punkte $A(1; 3)$, $B(1; 7)$, $M(3; 0)$, $N(6; 2)$!
Zeichne für eine Verschiebung v einen Verschiebungspfeil, der gleich gerichtet mit \vec{MN} und 4 cm lang ist!
Konstruiere den Bildpunkt von A bei der Verschiebung v und nenne ihn C !
Zeichne das Dreieck ABC ! Was für ein Dreieck ist das? Begründe!
6. Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) die Punkte $A(1; 3)$, $B(6; 1)$, $C(2; 0)$ und $D(4; 2)$!
 v soll eine Verschiebung mit der Verschiebungsweite 2 cm sein, deren Verschiebungspfeile mit \vec{CD} gleich gerichtet sind.
Konstruiere die Bildpunkte A' und B' von A und B bei der Verschiebung v !
Verbinde die Punkte A, A', B, B' so miteinander, daß ein Parallelogramm entsteht!
7. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte $A(1)$, $B(14)$, $C(10)$ und $D(11)$!
Konstruiere die Bilder A' und B' der Punkte A und B bei der Verschiebung \vec{CD} !
Zeichne die Strecken \overline{AB} , $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ und $\overline{A'B'}$! Ist $ABB'A'$ ein Parallelogramm?
8. Zeichne mit einer Lochschablone die Punkte $A(2)$, $B(6)$, $P(1)$ und $Q(8)$!
Konstruiere die Bildpunkte A' und B' der Punkte A und B bei der Verschiebung \vec{PQ} !
Zeichne die Strecken \overline{AB} , $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ und $\overline{A'B'}$! Was für ein Viereck ist $AA'B'B$?
-
1. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $P(3; 2)$ und $Q(5; 4)$!
a) Gib einen weiteren Punkt R so an, daß das Dreieck PQR gleichschenkelig ist!
b) Gib zwei weitere Punkte R und S so an, daß das Viereck $PQRS$ ein Trapez (Parallelogramm, Rechteck, Quadrat) ist!

2. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(2; 3)$ und $B(6; 3)$!
- Gib einen weiteren Punkt C durch seine Koordinaten so an, daß das Dreieck ABC gleichschenkelig ist!
 - Gib zwei weitere Punkte C und D durch ihre Koordinaten so an, daß das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm (Rechteck, Quadrat) ist!

13 Eigenschaften von Verschiebungen

Bei Verschiebungen betrachtet man nicht nur die Bilder einzelner Punkte. Oft geht es um die Bilder aller Punkte einer geometrischen Figur, also um das Bild einer Menge von Punkten. Was erhält man zum Beispiel, wenn man zu allen Punkten eines Dreiecks die Bildpunkte ermittelt?

Wenn man einen Gegenstand verschiebt, ändert sich selbstverständlich an dem Gegenstand nichts; er liegt nur an einem anderen Ort. Wie ist das aber bei der mathematischen Verschiebung? Dort bewegt sich ja nichts, sondern die Bildpunkte werden einzeln nach einer bestimmten Vorschrift ermittelt.

Wir betrachten zunächst besonders einfache Mengen von Punkten, nämlich Strecken, Strahlen und Geraden. Die dabei erkannten Eigenschaften werden uns später bei komplizierteren Figuren nützlich sein.

- 29 Im Bild 71 liegt zwischen A und B der Punkt C . Für die Verschiebung v sind A' , B' , C' die Bildpunkte von A , B , C .

- Beschreibe die Lage von C' zu A' und B' !

Was läßt sich über die Bilder anderer Punkte der Strecke \overline{AB} sagen?

- Vergleiche die Längen der Strecken \overline{AB} und $\overline{A'B'}$!

Wie liegen diese Strecken zueinander?

Die Bilder aller Punkte einer Strecke \overline{AB} bei einer Verschiebung bilden wieder eine Strecke, das Bild $\overline{A'B'}$ der Strecke \overline{AB} . Dabei sind \overline{AB} und $\overline{A'B'}$ gleich lang und zueinander parallel.

Ebenso erhält man bei einer beliebigen Geraden g als Bild wieder eine Gerade, das Bild g' der Geraden g (Bild 72). g und g' sind zueinander parallel. Entsprechendes gilt für Strahlen.

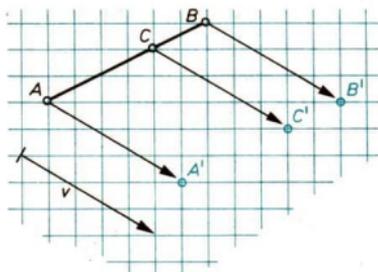


Bild 71

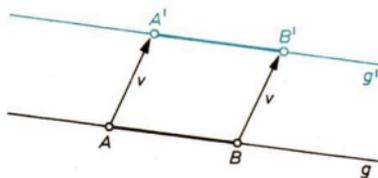


Bild 72

- 30 Welches Bild hat eine Gerade g bei einer Verschiebung, deren Verschiebungs-
pfeile parallel zu g sind?

4

Für jede Verschiebung gilt:

(1) Jede Gerade hat als Bild wieder eine Gerade.

(Das Bild von $g = AB$ ist $g' = A'B'$.)

Original- und Bildgerade sind zueinander parallel ($g \parallel g'$).

(2) Jede Strecke hat als Bild eine Strecke gleicher Länge.

(Das Bild von \overline{AB} ist $\overline{A'B'}$; $\overline{AB} = \overline{A'B'}$.)

7

Gegeben ist das Rechteck $ABCD$ (Bild 73).

Zu ermitteln ist das Bild der Strecke \overline{AD}

bei

a) der Verschiebung \vec{AB} ,

b) der Verschiebung \vec{AC} .

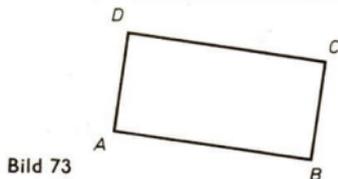


Bild 73

Lösung zu a): Bei der Verschiebung \vec{AB} hat der Punkt A als Bildpunkt den Punkt B. Bei der gleichen Verschiebung hat D den Bildpunkt C, denn die Seite \overline{DC} im Rechteck ist parallel zu \overline{AB} und ebenso lang. Also ist \overline{BC} das Bild von \overline{AD} .

Lösung zu b): Bei der Verschiebung \vec{AC} hat A den Punkt C als Bildpunkt. Wegen Eigenschaft (2) erhält man den Bildpunkt D' von D folgendermaßen:

Man verlängert \overline{BC} über C hinaus um die Strecke \overline{AD} ($= \overline{BC}$) (Bild 74). Die Strecke $\overline{CD'}$ ist das gesuchte Bild der Strecke \overline{AD} .

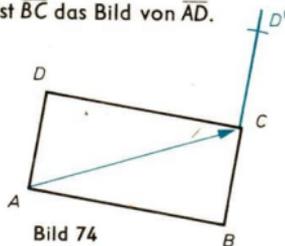


Bild 74

- 31 Erläutere, wie man das Bild der Strecke \overline{AC} bei der Verschiebung \vec{AB} erhält!

Ist das Bild einer Geraden g bei einer Verschiebung v zu ermitteln, so wählt man einen beliebigen Punkt P auf g und konstruiert dessen Bild bei der Verschiebung v .

Gegeben	Konstruktion	
	<p>(1)</p>	<p>(2)</p>

Danach führt man die gleiche Konstruktion für einen weiteren Punkt Q von g aus.

- 32 a) Wie kann man dann die Gerade g' erhalten?
 b) Statt den Bildpunkt von Q zu konstruieren, kann man auch eine der Eigenschaften der Verschiebungen (Merksatz 4) ausnutzen, um g' zu erhalten.
 Wie muß man dann vorgehen? Welcher Weg scheint dir günstiger?

Aufgaben

1. Gib diejenigen Geraden im Bild 75 an, die gewiß *nicht* Bild der Geraden g bei irgendeiner Verschiebung sein können! Begründe deine Antwort!

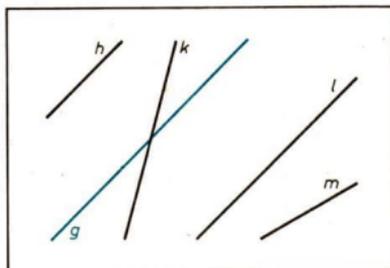


Bild 75

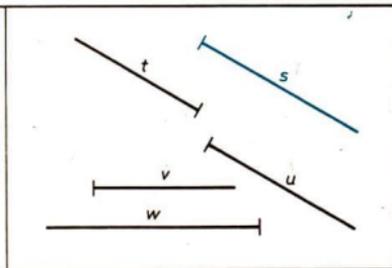


Bild 76

2. Nenne diejenigen Strahlen im Bild 76, die gewiß *nicht* Bild des Strahls s bei irgendeiner Verschiebung sein können! Begründe!

3. Nenne diejenigen Strecken im Bild 77, die offenbar *nicht* Bild der Strecke \overline{AB} bei einer Verschiebung sein können! Begründe!

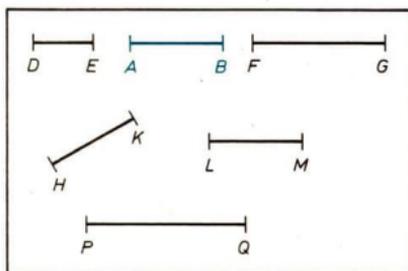
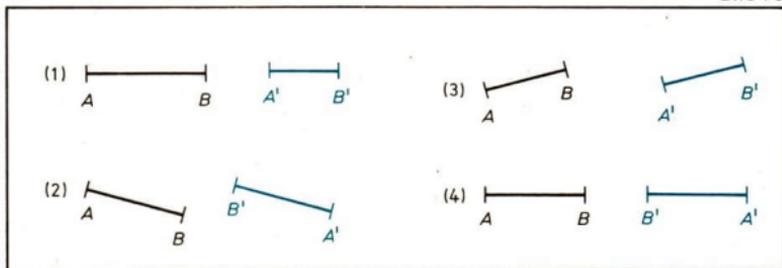


Bild 77

4. Bild 78 enthält bei (1) bis (4) Strecken \overline{AB} und $\overline{A'B'}$. Wo kann $\overline{A'B'}$ sicherlich *nicht* Bild von \overline{AB} bei einer Verschiebung v sein, bei der A' Bildpunkt von A und B' Bildpunkt von B ist? Begründe!

Bild 78



5. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (1), B (8), C (9), D (3) und E (6)!
- Konstruiere das Bild von \overline{AC} bei der Verschiebung \vec{DE} !
 - Konstruiere das Bild von BD bei der Verschiebung \vec{AC} !
6. Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 4 cm! Ermittle folgende Bilder von Strecken und Geraden!
(Benenne entsprechende Punkte wie im Beispiel 7b!)
- Bild der Strecke \overline{AB} bei der Verschiebung \vec{BC}
 - Bild der Geraden AD bei der Verschiebung \vec{AC}
 - Bild der Strecke \overline{AC} bei der Verschiebung \vec{CB}
7. Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge 3 cm!
Zeichne die Bilder der Geraden AC und BD bei den Verschiebungen \vec{AB} und \vec{BA} ! Was für eine Figur entsteht?
Was für eine Figur würde entstehen, wenn $ABCD$ ein Rechteck mit verschiedenen langen Seiten (zum Beispiel $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm) wäre?
8. Zeichne ein Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = 5$ cm und $\overline{BC} = 3$ cm! Konstruiere das Bild der Strecke \overline{DC} bei einer Verschiebung v , deren Verschiebungspeile 4 cm lang und gleich gerichtet mit \vec{AC} sind!
9. Gib mit Hilfe der Punkte A bis G im Bild 79 eine Verschiebung an, bei der gilt:
- Strecke \overline{BE} ist Bild von \overline{AD}
 - Strecke \overline{AB} ist Bild von \overline{EF}
 - Strecke \overline{AD} ist Original der Strecke \overline{DG}
 - Gerade g ist Bild der Geraden h
 - Gerade s ist Original von t
 - Gerade r ist Bild von sich selbst

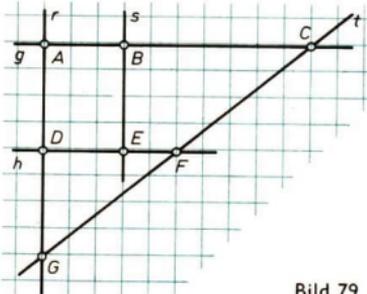


Bild 79

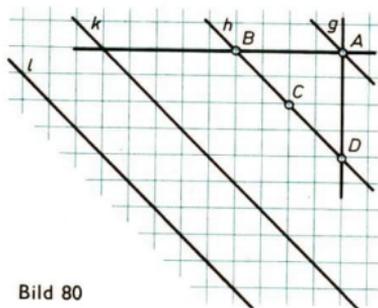


Bild 80

- 10.* Von einer Verschiebung v ist bekannt, daß die Gerade h Bild von g ist (Bild 80).
- Welches Bild hat die Gerade k bei der Verschiebung v ?
 - Kann die Gerade AB bei der Verschiebung v sich selbst als Bild haben?
 - Kann \overline{BC} bei der Verschiebung v als Bild \overline{CD} haben?
 - Wo muß der Bildpunkt von A bei der Verschiebung v liegen?
 - Wo liegt der Bildpunkt von A, wenn außerdem die Verschiebungsweite von v 16 mm beträgt?



- Zeichne ein Rechteck, dessen Seiten 5 cm und 12 cm lang sind! Wieviel Quadratcentimeter enthält dieses Rechteck?
 - Wie breit ist ein Rechteck, das 42 Quadratcentimeter enthält und 7 cm lang ist?
- Zeichne eine Strecke $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$!
 Zeichne einen Kreis um A mit dem Radius 5 cm!
 Zeichne einen Kreis um B mit dem Radius 5 cm!
 Bezeichne die Schnittpunkte der beiden Kreise mit C und D!
 Verbinde A und B mit C! Was für ein Dreieck ist ABC?
- Nenne gleichschenklige Dreiecke und gleichseitige Dreiecke (Bild 81).

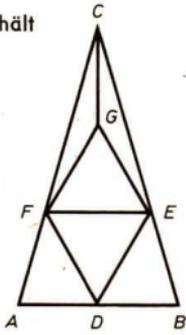


Bild 81

14 Weitere Eigenschaften von Verschiebungen

- Bei welchen Verschiebungen im Bild 82 ist die Gerade h das Bild von g?
 - Bei welchen Verschiebungen ist umgekehrt die Gerade g das Bild von h?

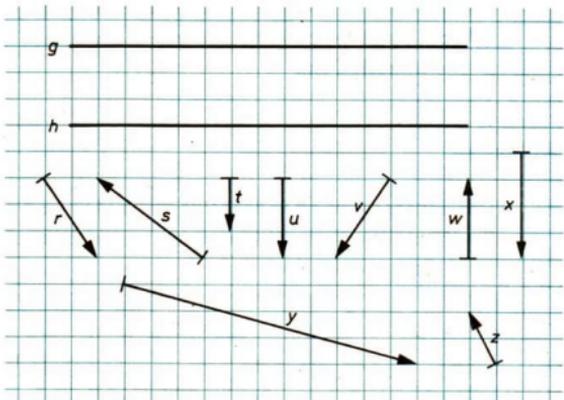


Bild 82

Bei zwei zueinander parallelen Geraden g und h kann man stets eine Gerade als Bild der anderen bei verschiedenen Verschiebungen betrachten. Eine von diesen Verschiebungen hat die kürzeste Verschiebungsweite. Im Bild 83 ist das die Verschiebung \overline{AB} . Dabei steht AB senkrecht auf g und h. Die Verschiebungsweite ist dann gleich dem

Abstand der beiden Parallelen.

Bei den Verschiebungen \overrightarrow{CD} und \overrightarrow{PQ} ist die Verschiebungsweite größer als der Abstand der Parallelen g und h.

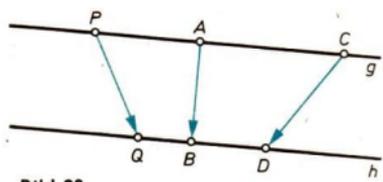
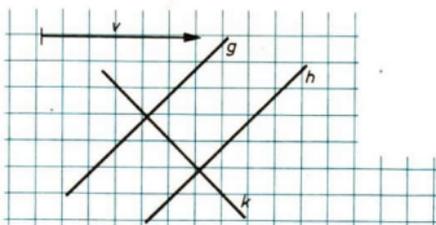


Bild 83

- 34 a) Wie liegen die Geraden g , h und k im Bild 84 zueinander?
 b) Beschreibe die Bilder von g , h und k bei der Verschiebung v !



Wie liegen die Bildgeraden g' , h' und k' zueinander?

Bild 84

5

Für jede Verschiebung gilt:

- (3) Sind zwei Geraden zueinander parallel, so sind auch ihre Bildgeraden zueinander parallel.
 (4) Stehen zwei Geraden aufeinander senkrecht, so stehen auch ihre Bildgeraden aufeinander senkrecht.

- 35 Begründe, daß auch folgende Aussage über zueinander parallele Geraden g und h und ihre Bildgeraden g' und h' für jede Verschiebung zutrifft:
 „Wenn g und h einen Abstand von 5 cm haben, dann beträgt der Abstand von g' und h' auch 5 cm.“

Aufgaben

1. Die Geraden g und h in der Mitte von Bild 85 sind zueinander parallel. Entscheide für (1) bis (4): Kann g' Bild von g und h' Bild von h bei einer Verschiebung v sein? Begründe!

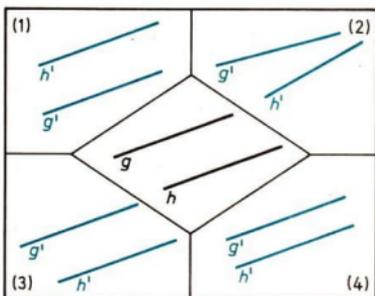


Bild 85

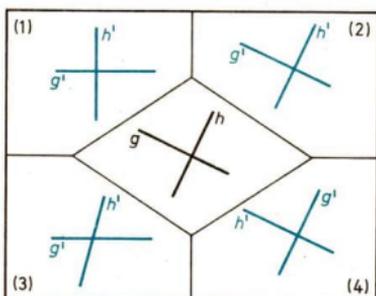


Bild 86

2. Die Geraden g und h in der Mitte von Bild 86 stehen aufeinander senkrecht. Entscheide für (1) bis (4): Kann g' Bild von g und h' Bild von h bei ein und derselben Verschiebung sein? Begründe!



3. Zeichne zwei einander parallele Geraden mit den beiden Längskanten deines Lineals! Betrachte die eine als das Bild der anderen bei einer Verschiebung! Wie groß ist mindestens die Verschiebungsweite?
4. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (1), B (2) und C (9)! Zeichne die Gerade $g = AB$ und die Gerade h , die g in B schneidet und auf ihr senkrecht steht! Zeichne die Bilder von g und h bei der Verschiebung \vec{BC} !
5. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (7), B (1) und C (8)! Zeichne die Gerade $g = AB$ und die Parallele h zu g durch C! Ermittle die Bilder von g und h bei der Verschiebung \vec{AC} ! Beschreibe die fertige Zeichnung!
6. Miß den Abstand von g und h im Bild 87! Bild 87
Gibt es eine Verschiebung, bei der h das Bild von g ist und
a) die eine Verschiebungsweite von 1 cm hat?
b) die eine Verschiebungsweite von 2 cm hat?
c) deren Verschiebungsweite nicht länger als 5 cm ist?
d) deren Verschiebungsweite kürzer als 5 mm ist?
e) deren Verschiebungsweite größer als 20 cm ist?
- 
7. Trifft die Aussage über Punkte A, B, C und ihre Bildpunkte A', B', C' für jede Verschiebung zu?
a) Ist \overline{AB} länger als \overline{AC} , so ist auch $\overline{A'B'}$ > $\overline{A'C'}$.
b) Wenn $\overline{AB} = 2$ cm und $\overline{BC} = 3$ cm ist, dann ist $\overline{A'C'} = 5$ cm.
- 8.* Untersuche, ob auch folgende Aussage über drei zueinander parallele Geraden g , h und k und ihre Bildgeraden g' , h' und k' für jede Verschiebung zutrifft: „Wenn g und h einen Abstand von 3 cm voneinander haben und h und k den Abstand 7 cm voneinander haben, dann haben g' und k' den Abstand 10 cm voneinander.“

-
1. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (1), B (4), C (9), D (5)! Zeichne die Geraden AB, AC, BC und CD! Ist ABCD ein Trapez?
2. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte A (10; 5), B (3; 8), C (3; 4) sowie die Geraden AB und BC! Zeichne die Parallele zu AB durch C und die Parallele zu BC durch A! Bezeichne den Schnittpunkt dieser Parallelen mit D! Gib D durch ein Zahlenpaar an! Was ist ABCD für ein Viereck?

15 Bilder von Figuren bei Verschiebungen

Strecken, Strahlen und Geraden sind auch Figuren, allerdings sehr einfache. Ihre Bilder haben wir bereits betrachtet und dabei wichtige Eigenschaften von Verschiebungen kennengelernt. Deshalb wissen wir auch über die Bilder anderer Figuren Bescheid.

- 36 Ermittle das Bild des Dreiecks ABC bei der Verschiebung v (Bild 88)! (Nenne die Bildpunkte von B und C entsprechend B' und C' !)
Was für eine Figur erhältst du? Vergleiche sie mit dem Original!

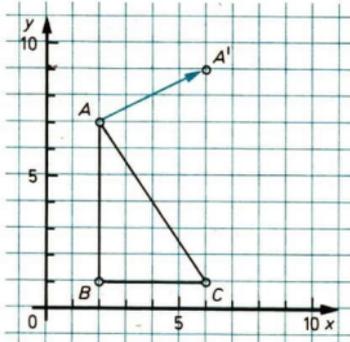


Bild 88

Wir wissen: Bei jeder Verschiebung haben Strecken als Bilder wieder Strecken gleicher Länge, die außerdem parallel zu den Originalen sind. Auch die Seiten eines Dreiecks sind Strecken. Deshalb ist das Bild eines Dreiecks stets wieder ein Dreieck, und die Seiten des Bilddreiecks sind ebenso lang wie die entsprechenden des Originaldreiecks.

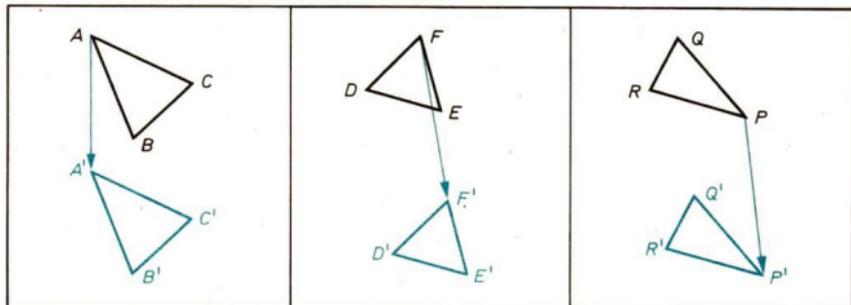


Bild 89

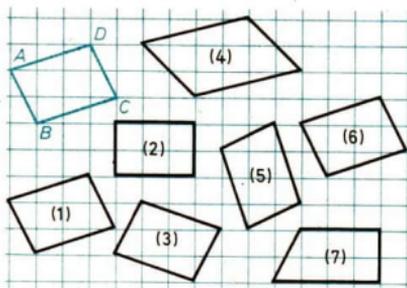
Gleichschenklige Dreiecke (ABC und DEF in Bild 89) haben als Bilder wieder gleichschenklige Dreiecke ($A'B'C'$ und $D'E'F'$). Ist das Dreieck sogar gleichseitig (DEF), so ist sein Bilddreieck ebenfalls gleichseitig ($D'E'F'$).

Ist ein Dreieck nicht gleichschenklige (PQR), so ist sein Bilddreieck auch nicht gleichschenklige.

- 37 Ist das Viereck (1) in Bild 90 Bild des Parallelogramms $ABCD$ bei einer Verschiebung? Beantworte die gleiche Frage für (2) bis (7)! Begründe deine Entscheidungen!

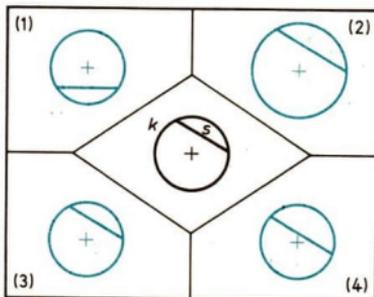
Ein Kreis hat bei einer Verschiebung als Bild wieder einen Kreis mit dem gleichen Radius.

Bild 90



- 38 Bild 91 zeigt in der Mitte einen Kreis k mit der Sehne s . Welche der Figuren (1) bis (4) können nicht Bilder von k und s bei einer Verschiebung sein? Begründe deine Antworten!

Bild 91



Das Bild eines Dreiecks bei einer Verschiebung kann man folgendermaßen konstruieren:

Man konstruiert die Bilder der Eckpunkte und verbindet sie zum Bilddreieck. Dabei ist die Reihenfolge der Schritte günstig, wie sie Bild 92 zeigt:

Gegeben	Konstruktion		

Bild 92

- 39 Führe eine solche Konstruktion aus und beschreibe dein Vorgehen! (Wähle beispielsweise für das Dreieck ABC die Punkte $A(5)$, $B(15)$, $C(10)$ und für die Verschiebung \vec{PQ} die Punkte $P(8)$, $Q(7)$ der Lochsablone!)

Man kann aber auch die Tatsache ausnutzen, daß Strecken als Bilder Strecken haben, die zur Originalstrecke parallel und ebenso lang wie diese sind.

- 8 Es ist das Bild eines Dreiecks ABC bei einer Verschiebung v zu konstruieren.

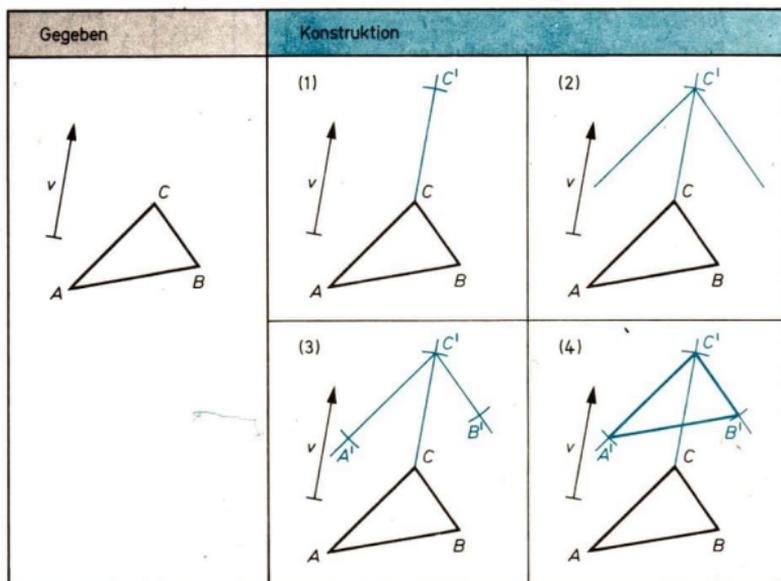


Bild 93

Konstruktionsbeschreibung (zu Bild 93):

- (1) Wir konstruieren für einen Eckpunkt den Bildpunkt, z. B. das Bild C' von C .
- (2) Wir zeichnen von C' aus Strahlen, die parallel zu CA bzw. CB sind.
(Dies geschieht nach der Seite der Geraden CC' , auf der A bzw. B liegt.)
- (3) Auf ihnen tragen wir von C' aus die Strecken $\overline{C'A}$ und $\overline{C'B}$ ab und erhalten die Punkte A' und B' .
- (4) Wir verbinden A' und B' miteinander.
 $A'B'C'$ ist das gesuchte Bilddreieck.

Das Wichtigste an einer solchen Zeichnung sind das Originaldreieck ABC und das Bilddreieck $A'B'C'$. Deshalb werden sie (mit weichem Bleistift) etwas stärker gezeichnet. Alle anderen Linien bleiben ganz dünn gezeichnet.

- 40 Wie kannst du in den Schritten (3) und (4) im Beispiel 8 noch anders vorgehen, wenn du nur einmal eine Seite des Originaldreiecks abtragen willst?

Auch beim Konstruieren der Bilder von Vierecken können wir unterschiedlich vorgehen. Wir können zu jedem Eckpunkt gesondert seinen Bildpunkt konstruieren. Wir können aber auch Eigenschaften der Verschiebungen bei der Konstruktion ausnutzen.

- 41 Zeichne mit der Lochschablone das Trapez $ABCD$ mit den Eckpunkten $A(8)$, $B(10)$, $C(2)$ und $D(1)$!
- a) Konstruiere das Bild des Trapezes bei einer Verschiebung v ! v soll die Verschiebungsweite 7 cm haben, und die Verschiebungspfeile von v sollen mit \vec{CB} gleich gerichtet sein.
- b) Erläutere verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen!

Aufgaben

1. Welche der Dreiecke (1) bis (4) in Bild 94 können offenbar *nicht* Bilder des Dreiecks ABC bei einer Verschiebung sein? Begründe deine Antworten!

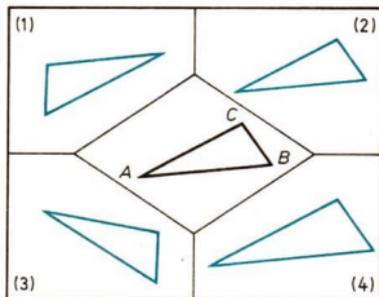


Bild 94

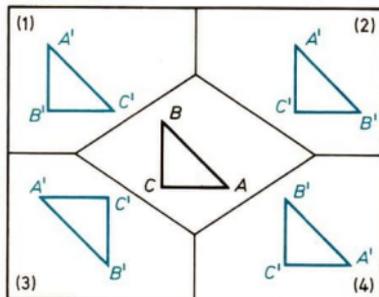


Bild 95

2. Das Dreieck ABC in der Mitte von Bild 95 ist gleichschenkelig. Welche der Dreiecke (1) bis (4) können gewiß *nicht* Bilder dieses Dreiecks bei einer Verschiebung v sein, wenn A' Bildpunkt von A , B' Bild von B und C' Bild von C ist?
3. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte $A(17)$, $B(18)$, $C(9)$, $P(23)$, $Q(21)$! Konstruiere das Bild des Dreiecks ABC bei der Verschiebung \vec{PQ} !
4. Zeichne mit der Lochschablone das Dreieck ABC mit $A(14)$, $B(17)$ und $C(15)$! Konstruiere sein Bild bei der Verschiebung, bei der (18) Bild von (19) ist!
5. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte $A(4)$, $B(12)$, $C(6)$ und $D(13)$! Konstruiere das Bild des Dreiecks ABC bei der Verschiebung, bei der D das Bild von A ist!
6. Die Eckpunkte eines Dreiecks ABC seien die Punkte (7), (8) und (4) der Lochschablone. Konstruiere das Bild dieses Dreiecks bei einer Verschiebung, bei der die Gerade AC sich selbst als Bild hat und die Verschiebungsweite 6 cm beträgt! Wieviel solcher Verschiebungen gibt es?
7. Treffen die Aussagen für jede Verschiebung zu? Begründe!
- a) Das Bild eines gleichseitigen Dreiecks ist stets ein gleichschenkliges Dreieck.
- b) Das Bild eines gleichschenkligen Dreiecks ist stets ein gleichseitiges Dreieck.

8. Treffen die Aussagen **a)** bis **d)** für jede Verschiebung zu? Begründe!
- Das Bild eines Rechtecks ist stets ein Rechteck.
 - Das Bild eines Parallelogramms ist stets ein Parallelogramm.
 - Das Bild eines Parallelogramms ist stets ein Rechteck.
 - Das Bild eines Quadrats ist stets ein Rechteck.
9. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (2), B (5), C (10), D (6), P (9) und Q (14)!
- Was für ein Viereck ist ABCD? Konstruiere sein Bild bei der Verschiebung \vec{PQ} !
10. Zeichne ein Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 5$ cm und $\overline{BC} = 8$ cm!
Ermittle seine Bilder bei den Verschiebungen \vec{AB} , \vec{AC} und \vec{AD} !

Zusammenfassung

Verschiebung $v = \vec{PP'}$

P Originalpunkt P' Bildpunkt

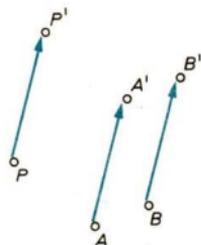
Alle Verschiebungspfeile

$\vec{PP'}$, $\vec{AA'}$, $\vec{BB'}$, ... von v sind

gleich lang und gleich gerichtet.

Zu jedem Punkt der Ebene gehört genau ein Bildpunkt.

Zu jedem Punkt der Ebene gehört genau ein Originalpunkt.



Eigenschaften von Verschiebungen

Original

Gerade $k = AB$

Strecke \overline{AB}

Geraden g, h
mit $g \parallel h$

Geraden g, k
mit $g \perp k$

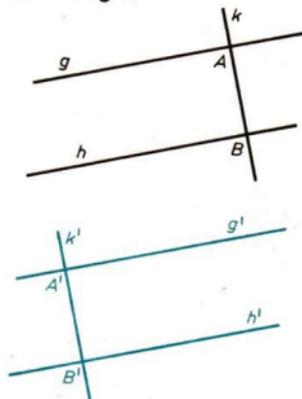
Bild

Gerade $k' = A'B'$
dabei ist $k' \parallel k$

Strecke $\overline{A'B'}$
dabei ist $\overline{A'B'} = \overline{AB}$
und $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$

Geraden g', h'
mit $g' \parallel h'$

Geraden g', k'
mit $g' \perp k'$



Aufgaben zur Übung und Wiederholung



- Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(2; 4)$, $B(8; 4)$, $C(4; 2)$, $D(0; 0)$, $E(2; 0)$ und $F(6; 0)$!

 - Zeichne alle Verbindungsgeraden, und gib ihre Anzahl an!
 - Welche dieser Geraden sind parallel zueinander?
 - Welche der Geraden sind zueinander senkrecht?
 - Bezeichne den Schnittpunkt der Geraden CE und AB mit G , und gib ihn durch ein Zahlenpaar an!
- Zeichne die Punkte $A(2; 3)$, $B(4; 6)$ und $C(6; 2)$ in ein Koordinatensystem! Zeichne einen weiteren Punkt D so, daß \vec{CD} und \vec{AB} gleich gerichtet sind und dieselbe Länge haben! Gib D durch ein Zahlenpaar an!
- Zeichne ein Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ und $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$! Verlängere \overline{AD} über D hinaus um 3 cm , und bezeichne den erhaltenen Punkt mit E !

Konstruiere den Bildpunkt D' von D bei der Verschiebung \vec{AC} ! Verbinde D' mit C und mit E ! Was für ein Viereck ist $ABD'E$?
- Zeichne mit der Lochschablone das Dreieck ABC mit den Eckpunkten $A(10)$, $B(15)$ und $C(16)$!

Konstruiere das Bild $A'B'C'$ dieses Dreiecks bei der Verschiebung \vec{BA} !

Konstruiere dann das Bild des Dreiecks $A'B'C'$ bei der Verschiebung \vec{BC} und bezeichne es mit $A''B''C''$!

Gibt es eine Verschiebung, bei der Dreieck $A''B''C''$ Bild des Dreiecks ABC ist?

5. Bild 96 zeigt ein Schachbrett.

- a) Jedes Feld hat eine Seitenlänge von 4 cm .

Wie groß ist die Seitenlänge des Schachbrettes (ohne Rand)?

Wie groß ist die Verschiebungsweite bei der Verschiebung, bei der f 2 als Bild f 5 hat?

- b) Karins Schachbrett ist 40 cm breit (ohne Rand). Wie groß ist die Seitenlänge eines Feldes? Wie groß ist die Verschiebungsweite der Verschiebung, bei der b 5 das Bild von h 5 ist?

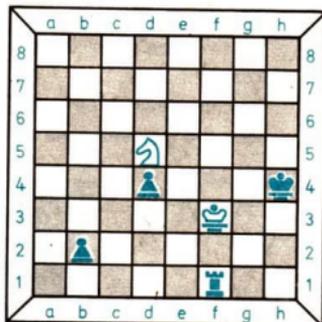


Bild 96

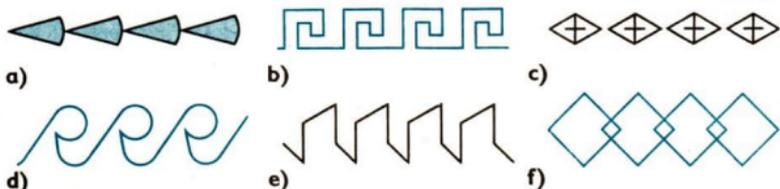
- Zeichne dir selbst ein Schachbrett; wähle als Seitenlänge eines Feldes 2 cm !

 - Wie groß ist die Verschiebungsweite, wenn c 7 das Bild von c 2 ist?
 - Miß die Verschiebungsweite, wenn f 7 das Bild von b 3 ist!
 - Miß die Verschiebungsweite, wenn g 4 das Bild von e 5 ist!

7. Bild 97 zeigt verschiedene Friese oder Ornamente. Ein solches Schmuckband kann man sich entstanden denken durch fortlaufende Verschiebung einer Grundfigur in einer Richtung.

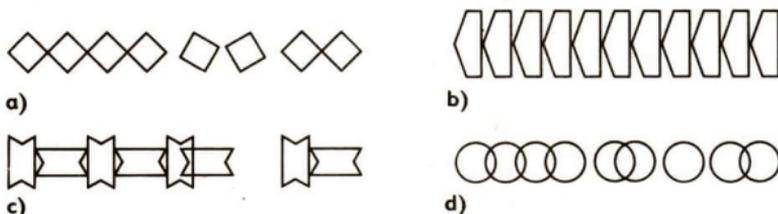
Zeichne jeweils eine solche (möglichst kleine) Grundfigur heraus, oder beschreibe sie! Entwirf auch selbst solche Schmuckbänder! Du kannst sie auch mit einem Kartoffelstempel herstellen.

Bild 97



8. Sabine zeichnet Schmuckbänder mit Hilfe von Schablonen. Wo hat sie bei den Schmuckbändern a) bis d) in Bild 98 etwas falsch gemacht?

Bild 98



9. Denkt man sich die Quadrateinteilung eines Schachbrettes unbegrenzt fortgesetzt, so kann man die ganze Ebene mit Quadraten überdecken, „parkettieren“. Solche Parkettierungen sind auch mit anderen Figuren möglich. Bild 99 zeigt verschiedene Parkettierungen, die man sich durch fortlaufendes Verschieben einer Grundfigur in verschiedenen Richtungen entstanden denken kann.

Zeichne jeweils eine solche (möglichst kleine) Grundfigur heraus, oder beschreibe sie! Versuche auch, selbst solche Parkettierungen zu entwerfen!

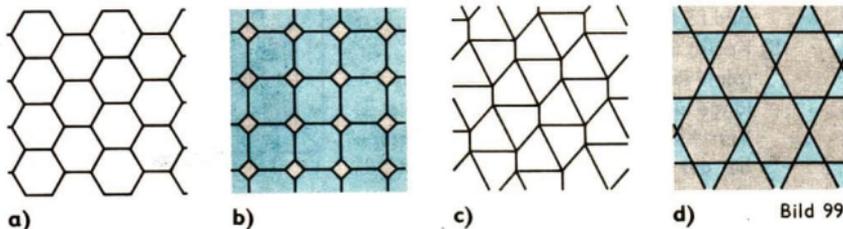


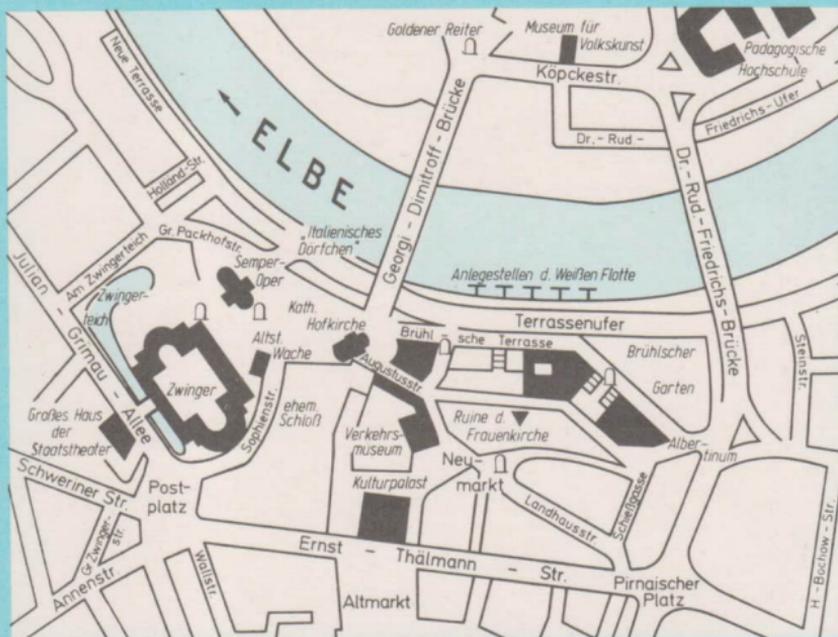
Bild 99

Bildnachweis:

3. Umschlagseite (Sonnenuhr) — Staatlicher Mathematisch-Physikalischer Salon, Dresden



Sonnenuhr von Johann Willebrand, Augsburg, um 1720. Diese Sonnenuhr konnte auch auf Reisen verwendet werden.



Ausschnitt aus dem Stadtplan von Dresden im Maßstab 1:10000

Kurzwort: 000408 Lehrb. Mathe KI4
Schulpreis DDR: 1,80