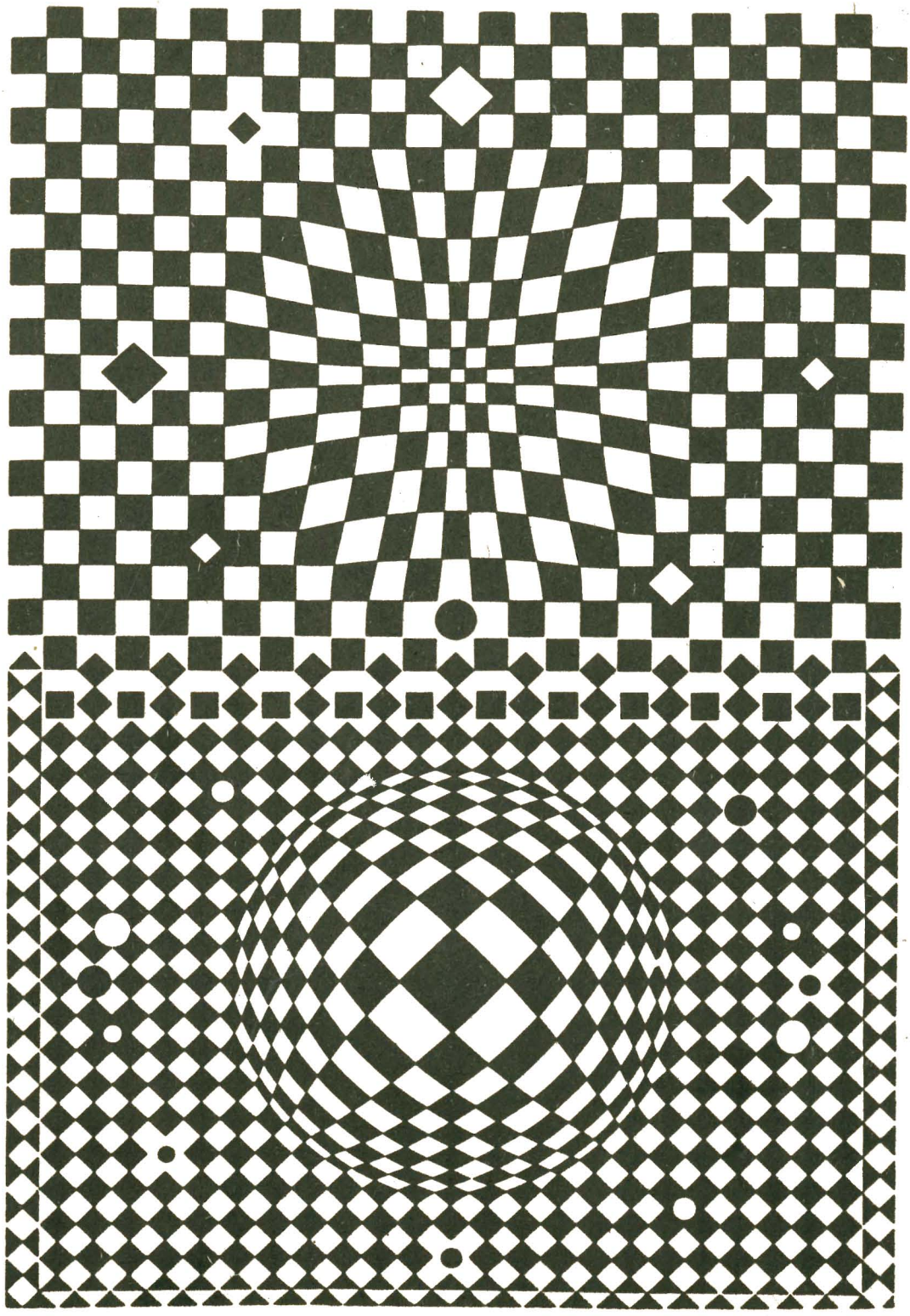
Mathematische Schülerzeitschrift

alpha



2

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag
Berlin
15. Jahrgang 1981
Preis 0,50 M
Index 31059

Redaktionskollegium:
Prof. Dr.-Ing. habil. G. Clemens (Leipzig); Dozent Dr. J. Gronitz (Karl-Marx-Stadt); Dozent Dr. R. Hofmann (Leipzig); Nationalpreisträger H. Kästner (Leipzig); Oberlehrer K. Krüger, Verdienter Lehrer des Volkes (Bad Doberan); Studienrat J. Lehmann, Verdienter Lehrer des Volkes (Leipzig); Oberlehrer Dozent Dr. H. Lohse (Leipzig); Nationalpreisträger Oberstudienrat Dr. R. Lüders (Berlin); Oberlehrer H. Pätzold (Waren/Müritz); Prof. Dr. habil. U. Pirl (Berlin); Dozent Dr. E. Schröder (Dresden); Oberstudienrat G. Schulze (Herzberg/Elster); Oberlehrer Dr. H. Schulze (Leipzig); Dr. W. Stoye (Berlin); W. Träger (Döbeln); Prof. Dr. habil. W. Walsch (Halle), Verdienter Lehrer des Volkes
Redaktion:
StR J. Lehmann, VLdV (Chefredakteur)
Anschrift der Redaktion:
Redaktion *alpha* · 7027 Leipzig · Postfach 14
Anschrift des Verlags:
Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin 1080 Berlin, Krausenstraße 50 · Tel. 20430
Veröffentlicht unter Lizenznummer 1545 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik.
Postscheckkonto: Berlin 132626. Erscheinungsweise: zweimonatlich, Einzelheft 0,50 M, Sonderpreis für die DDR 0,50 M, im Abonnement zweimonatlich 1,– M, Sonderpreis für die DDR 0,50 M.
Bestellungen werden in der DDR vom Buchhandel und der Deutschen Post entgegengenommen.
Der Bezug für die Bundesrepublik Deutschland und Berlin(West) erfolgt über den Buchhandel; für das sozialistische Ausland über das jeweilige Postzeitungsvertriebsamt und für alle übrigen Länder über: Buchexport Volkseigener Außenhandelsbetrieb der DDR 7010 Leipzig, Leninstr. 16.

Fotos: Archiv: Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig, R. Mildner (S. 28, 29); Archiv: W. Thieme, Karl-Marx-Stadt (S. 31); aus: H. Stengel/R. F. Müller: *Die Wortspielwiese* (S. 33, III. U.-Seite); Eigenfoto (S. 35); Iwan Ilijew, Sofia (S. 36); Jesch, Beograd (S. 38); Wochenpost (S. 38); Füles, Budapest (S. 43).
Titelblatt: W. Fahr, Berlin
Typographie: H. Tracksdorf, Leipzig

Gesamtherstellung: INTERDRUCK
Graphischer Großbetrieb Leipzig – III/18/97
AN (EDV) 128–ISSN 0002–6395
Redaktionsschluß: 18. Dezember 1980

alpha
Mathematische Schülerzeitschrift

Inhalt

25 Vom „Turmabstand", vom „Eisenbahnabstand" und von anderen „Abständen" [9]*
Dr. P. Göthner, Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig

27 *alpha* stellt vor: Dr. H.-D. Gronau [5]
Sektion Mathematik der Wilhelm-Pieck-Universität Rostock

28 *Im Blickpunkt:* Erster Mathematiker-Kongreß der DDR · 1981 in Leipzig [5]
Dr. R. Mildner, Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig

30 Temperaturkoeffizient oder additive Temperaturkonstante? [11]
Prof. Dr.-Ing. K. Gola, Sektion Elektroautomatisierungstechnik der Ingenieurhochschule Zwickau

31 Ingenieurhochschule Zwickau – Stätte praxisverbundenen Studiums [7]
Bereich Publikation der IH Zwickau

33 *Für Briefmarkenfreunde:* Benjamin Banneker [5]
Dr. P. Schreiber, E.-Moritz-Arndt-Universität Greifswald

34 aufgepaßt – nachgedacht – mitgemacht [5]
speziell für Klasse 5/7
Nachdenken und sicheres Rechnen gefragt –
Über das Lösen von Sachaufgaben
Dr. K. Reichhold, Sektion Mathematik der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt

35 Eine Aufgabe von Prof. Dr. Wladimir Mazja [9]
Universität Leningrad

36 Wer löst mit? *alpha*-Wettbewerb [5]
Wettbewerbsaufgaben Mathematik · Physik · Chemie

39 Neu im Verlag Volk und Wissen:
Leseprobe aus J. Lehmann: *2 mal 2 plus Spaß dabei* [4]

40 In freien Stunden · *alpha*-heiter [5]
Zusammenstellung: J. Lehmann, Leipzig

42 XX. Olympiade *Junger Mathematiker* der DDR [5]
Aufgaben der Kreisolympiade

44 Lösungen [5]

47 *alpha*-Wettbewerb – Abzeichen in Gold

IV. *U.-Seite:* Denksport
Unterhaltungsmathematik aus: *Pionierkalender 1981*
Dr. M. Rehm, Sektion Mathematik der Humboldt-Universität zu Berlin

* bedeutet: Artikel bzw. Aufgaben ab der angegebenen Klassenstufe geeignet

Vom „Turmabstand“, vom „Eisenbahnabstand“ und von anderen „Abständen“

Als ich kürzlich meinen Winterurlaub im Krkonoše in der ČSSR verbrachte, plante ich eine Skiwanderung von Rokytnice zur Sněžka. Auf meine Frage nach der Entfernung antwortete mir mein Gastgeber, daß man im Winter mit mehr als 30 km rechnen müßte, im Sommer dagegen sei die Entfernung etwa 25 km. Sonderbar! Also gibt es in diesem Gebirge einen *Sommerabstand* und einen *Winterabstand* zwischen zwei Orten.

Als wir abends am Schachbrett saßen, fiel mir auf, daß es auch hier voneinander verschiedene *Abstände* zwischen zwei Feldern gibt, etwa einen *Turmabstand*, einen *Damenabstand* oder auch einen *Springerabstand*. So muß ein Turm mindestens 7 Felder überstreichen, um vom Feld B 7 zum Feld G 5 zu gelangen, eine Dame benötigt nur 5 Felder, ein Springer dagegen 6.

Die Auskunft meines Gastgebers und meine Überlegungen am Schachbrett veranlaßten mich, über gemeinsame Eigenschaften der verschiedenartigen *Abstände* nachzudenken:

Zunächst benötigt man einen *Raum*, d. h., eine nicht leere Menge, deren Elemente *Punkte* heißen sollen, zwischen denen *Entfernungen* festzulegen sind. Solche Punkte eines Raumes können z. B. die Felder eines Schachbrettes sein. Eine Entfernung zwischen zwei Punkten ist stets eine nichtnegative reelle Zahl.

Zu den Punkten P und Q gehört sicher genau dann die Zahl Null, wenn $P=Q$ gilt (Bedingung (1): „Nur wer zu Hause bleibt, hat die Entfernung Null zu bewältigen.“) Außerdem wird die Entfernung zwischen dem Punkt P und dem Punkt Q mit der Entfernung zwischen den Punkten Q und P übereinstimmen (Bedingung (2): „Hinweg gleich Rückweg“). Schließlich wird ein Weg von P nach Q höchstens länger, wenn ein *Umweg* über den Punkt S vorgenommen wird (Bedingung (3): „Ein Umweg ist nie kürzer“).

Durchdenkt man sich diesen Sachverhalt, so stellt man fest:

Ein Abstand ist offenbar eine Funktion mit speziellen Eigenschaften; sie besitzt zwei voneinander unabhängige Argumente, ihr Definitionsbereich ist die Menge aller geordneten Paare von Punkten eines Raumes, ihr Wertebereich eine (nicht notwendig echte) Teilmenge der nichtnegativen reellen Zahlen.

Welche reelle Zahl nun zwei Punkten eines Raumes als *Entfernung* zugeordnet wird, hängt davon ab, welche spezielle Abstandsfunktion man betrachtet; alle diese Funktionen müssen jedoch die drei oben genannten Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllen.

In mathematischen Nachschlagewerken findet man eine Definition des Abstandsbegriffes, die unsere Vorüberlegungen widerspiegelt:

Es sei R eine nicht leere Menge. Ein Abstand auf R ist eine Funktion ϱ, die jedem geordneten Paar von Elementen P_i, P_j aus R eine nichtnegative reelle Zahl $\varrho(P_i;P_j)$ so zuordnet, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

Für alle P_i, P_j, $P_k \in R$ gilt:

(1) $\varrho(P_i;P_j)=0$ genau dann, wenn $P_i=P_j$

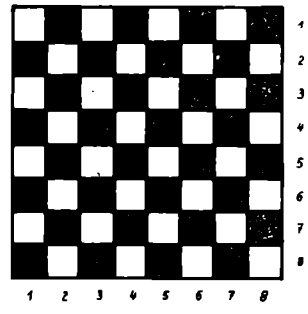
(2) $\varrho(P_i;P_j)=\varrho(P_j;P_i)$

(3) $\varrho(P_i;P_j)\leqq\varrho(P_i;P_k)+\varrho(P_k;P_j)$

$(R;\varrho)$ heißt *metrischer Raum*, seine Elemente heißen *Punkte*. Die Bedingung (3) wird *Dreiecksungleichung* genannt, wie euch sicher einleuchten wird.

Im Schachbrettbeispiel besteht der Raum R_S aus 64 Punkten, die – entgegen der üblichen Weise – mit $P_{ij}\,(i=1;\ldots;8;j=1;\ldots;8)$ bezeichnet werden sollen. Dabei ist z. B. $P_{2,7}$ das Feld in der 2. Zeile und der 7. Spalte des Schachbrettes (vgl. Bild 1).

Bild 1



Wird ein Turm vom Feld P_{23} zum Feld P_{47} gezogen, so überstreicht er $|2-4|+|3-7|$ Felder des Schachbrettes. Die Funktion

$\varrho_T(P_{ij};P_{ks})=|i-k+|j-s|$

kann als *Turmabstand* im Sinne unserer Definition aufgefaßt werden, wenn nachgewiesen werden kann, daß sie die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt. Dies ist jedoch nicht schwierig:

Zunächst gilt $|i-k|+|j-s|\geqq 0$; d. h., der Wertebereich von ϱ_T enthält nur nichtnegative Zahlen.

Um (1) nachzuweisen, wird gezeigt:

1. Gilt $P_{ij}=P_{ks}$, d. h., $i=k$ und $j=s$, so ist $\varrho(P_{ij};P_{ks})=|i-k|+|j-s|=|0|+|0|=0$.

2. Gilt $\varrho_T(P_{ij};P_{ks})=|i-k|+|j-s|=0$, so muß sowohl $|i-k|=0$ als auch $|j-s|=0$ gelten. Hieraus folgt aber $i=k$ und $j=s$, also $P_{ij}=P_{ks}$.

Die Bedingung (2) ist erfüllt wegen

$\varrho_T(P_{ij};P_{ks})=|i-k|+|j-s|=|k-i|+|s-j|=\varrho_T(P_{ks};P_{ij})$.

Schließlich gilt für ϱ_T auch die Dreiecksungleichung (3):

$\varrho_T(P_{ij};P_{ks})+\varrho_T(P_{ks};P_{rt})=|i-k|+|j-s|+|k-r|+|s-t|\geqq|i-k+k-r|+|j-s+s-t|=|i-r|+|j-t|=\varrho_T(P_{ij};P_{rt})$.

Also bildet $(R_S;\varrho_T)$ einen Raum mit Abstand, einen metrischen Raum (Beispiel 1).

Da sich eine Dame wahlweise längs der Zeilen, der Spalten und der Diagonalen des Schachbrettes bewegen kann, ist die Abstandsfunktion für den *Damenabstand* durch

$\varrho_D(P_{ij};P_{ks})=\max(|i-k|;|j-s|)$

festgelegt. Will nämlich eine Dame z. B. von P_{23} zum Punkt P_{58} gelangen, so bewegt sie sich auf der zweiten Zeile (wie ein Turm) zunächst zum Punkt P_{25} und überstreicht dabei $|2-2|+|3-5|=2$ Felder. Danach zieht sie auf einer Diagonalen von P_{25} nach P_{58} und überstreicht dabei die drei Felder P_{36}; P_{47} und P_{58}; also ist $\varrho_D(P_{25}P_{58})=5$, dem Maximum der Beträge $|2-5|$ und $|3-8|$.

Offenbar besitzt auch die Funktion ϱ_D nur nichtnegative Funktionswerte.

Daß die Bedingungen (1), (2) und (3) durch ϱ_D erfüllt sind, läßt sich leicht zeigen. Versucht es einmal!

Damit bildet auch $(R_S;\varrho_D)$ einen metrischen Raum (Beispiel 2). Auf derselben Menge kann also auf verschiedene Weise ein Abstand definiert werden.

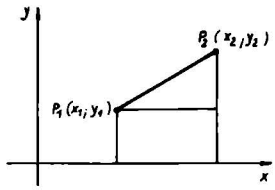
In der Menge R_S auch einen *Läuferabstand* festzulegen, ist nicht möglich, da sich ein Läufer stets entweder nur auf weißen oder nur auf schwarzen Feldern bewegen kann. Dem Punktepaar $(P_{11};P_{12})$ könnte damit keine reelle Zahl als *Entfernung* zugeordnet werden. Ihr könnt jedoch einmal versuchen, einen *Läuferabstand* in der Menge aller schwarzen Felder, also auf einer Teilmenge von R_S, zu beschreiben.

Ein Springer ist in der Lage, von jedem Feld eines Schachbrettes zu jedem beliebigen anderen zu gelangen. Um von P_{11} nach P_{12} zu kommen, müßte er 6 Felder überstreichen, zieht man ihn von P_{11} nach P_{24}, so würde er dagegen nur 4 Felder berühren. Damit läge – bezogen auf einen Springerabstand – der Punkt P_{24} dem Punkt P_{11} erstaunlicherweise näher als der Punkt P_{12}. Wollte man wie beim *Turmabstand* oder beim *Damenabstand* einen *Springerabstand* durch eine Gleichung

beschreiben, so würde man schnell auf Schwierigkeiten stoßen, da z. B. die Springerentfernungen von P_{ij} nach $P_{i+1\,j+1}$ in der Mitte des Schachbrettes kleiner sind als an seinem Rande; verlassen darf ja der Springer das Schachbrett nicht. Aber auch im Falle eines Schachbrettes mit unendlich vielen Zeilen und Spalten läßt sich ein Springerabstand nicht durch genau eine Gleichung festlegen. Ihr könnt ja einmal versuchen, einige Entfernungen anzugeben.
Neben den beiden Abstandsfunktionen ϱ_T und ϱ_D auf dem Schachbrett R_S wollen wir weitere Beispiele suchen.

Beispiel 3: Jedem Punkt P_1 einer Ebene kann man mit Hilfe eines Koordinatensystems umkehrbar eindeutig ein geordnetes Paar reeller Zahlen $(x_1; y_1)$ zuordnen (Bild 2). Die Menge R_2 der geordneten Paare reeller Zahlen wird zum metrischen Raum, wenn man auf ihr mit
$\varrho_2(P_i;P_j)=\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}$
eine Abstandsfunktion einführt.
Offenbar gilt $\varrho_2(P_i;P_j)\geqq 0$. (Warum?)

Bild 2



Aus $P_i=P_j$ folgt $x_i=x_j$ und $y_i=y_j$ und somit $\varrho_2(P_i;P_j)=\sqrt{0^2+0^2}=0$;
umgekehrt kann $\varrho_2(P_i;P_j)$ nur dann gleich Null sein, wenn $x_i=x_j$ und $y_i=y_j$ gilt (Begründung?). Damit ist (1) erfüllt. Wegen
$(x_i-x_j)^2=(x_j-x_i)^2$ und $(y_i-y_j)^2=(y_j-y_i)^2$
gilt (2).
Schließlich bestätigt man die Gültigkeit von (3) durch Nachrechnen. Dies ist relativ aufwendig; man hat zu zeigen, daß

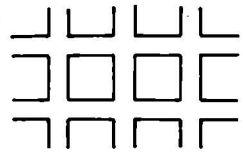
$$\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2} \leqq \sqrt{(x_i-x_k)^2+(y_i-y_k)^2}+\sqrt{(x_k-x_j)^2+(y_k-y_j)^2}$$

gilt.
Wer sich die notwendige Ausdauer zutraut, wird die Aufgabe jedoch sicher bewältigen.

Beispiel 4: Betrachtet man einen dreidimensionalen Raum R_3 statt einer Ebene R_2, so hat jeder Punkt $P_i \in R_3$ ein geordnetes Tripel reeller Zahlen als Koordinaten. Eine Abstandsfunktion kann durch
$\varrho_3(P_i;P_j)=\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2}$
festgelegt werden.

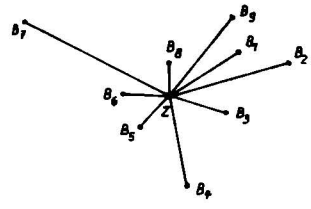
Beispiel 5: In dem gitterförmig angelegten Straßennetz einer Großstadt fahren Straßenbahnen, die Haltestellen an jeder Kreuzung besitzen. Legt man in das Straßennetz ein Koordinatensystem, so daß der Ursprung auf einer Kreuzung liegt und die Achsen mit zwei orthogonal zueinander verlaufenden Straßen zusammenfallen, so kann jedem Kreuzungspunkt P_{ij} ein Koordinatenpaar $(i;j)$ zugeordnet werden. Mit
$\varrho_S(P_{ij};P_{ks})=|i-k|+|j-s|$ ist ein *Straßenbahnabstand* definiert, der die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt (Bild 3).

Bild 3



Beispiel 6: Ein interessantes Beispiel für einen metrischen Raum ist eine Menge von Bahnhöfen mit einem *Eisenbahnabstand*. Die Bahnhöfe $B_1, B_2, \ldots, B_n$ seien mit einem Zentralbahnhof Z sternförmig durch Strecken der Längen $S_1, S_2, \ldots, S_n$ verbunden (Bild 4). Der *Eisenbahnabstand* ϱ_E zwischen den Bahnhöfen B_i und B_j ist die Summe der Streckenlängen S_i und S_j, d. h., $\varrho_E(B_i;B_j)=S_i+S_j$ und $\varrho_E(B_i;Z)=\varrho_E(Z;B_i)=S_i$. Man zeigt leicht, daß auch der Eisenbahnabstand die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt.

Bild 4



Beispiel 7: Es sei $R_M=\{a, b, c, \ldots\}$ eine beliebige nichtleere Menge. Man kann auf R_M auf sehr einfache Weise eine Abstandsfunktion ϱ_M definieren, indem man festlegt:
$\varrho_M(a;b)=1$, falls $a\neq b$ und
$\varrho_M(a;b)=0$, falls $a=b$ für bel. Elem. $a;b\in R_M$.
Man zeige, daß $(R_M;\varrho_M)$ einen metrischen Raum bildet, indem man nachweist: ϱ_M erfüllt die Bedingungen (1), (2) und (3).

Spricht man von der Umgebung einer Stadt, der Umgebung eines Sees, der Umgebung eines Wohnhauses, so haben die meisten Menschen eine gewisse Vorstellung. Genau können sie allerdings nicht sagen, wo die Umgebung eines Hauses endet. Besser weiß man sicher schon Bescheid, wenn man von der 2-km-Umgebung eines Hauses spricht.
Wir wollen in metrischen Räumen Umgebungen (genauer: ε-Umgebungen) von Punkten einführen. Wir nutzen dazu den Abstandsbegriff und definieren:
Die ε-Umgebung eines Punktes P_i ist die Menge aller Punkte P_j, für die gilt:
$\varrho(P_i;P_j)<\varepsilon$. ($\varepsilon$ ist eine positive reelle Zahl.)
In Bild 5 ist die $\frac{1}{2}$-Umgebung des Punktes $P_1 \in R_2$ (vgl. Beispiel 3) bezüglich der Abstandsfunktion ϱ_2 dargestellt. Sie besteht aus genau den Punkten, die im Inneren eines Kreises mit dem Radius der Länge $r=\frac{1}{2}$ und dem Punkt $P_1(1;1)$ als Mittelpunkt liegen.

Bild 5

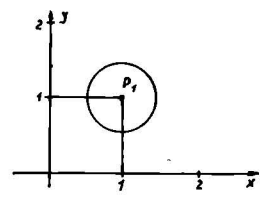
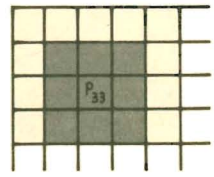


Bild 6 zeigt die 2-Umgebung des Punktes $P_{33} \in R_S$ bezogen auf die Abstandsfunktion ϱ_D (Beispiel 2).
Die 1-Umgebung von P_{33} würde dagegen nur den Punkt P_{33} selbst enthalten.

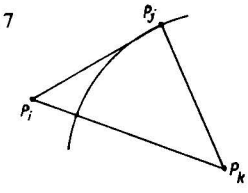
Bild 6



Wie müßte man eine 2-Umgebung von P_{33} bezüglich des *Turmabstandes* ϱ_T veranschaulichen?

In R_M (Beispiel 7) gehört zur 1-Umgebung von a nur der Punkt a selbst, in der 2-Umgebung von a liegen dagegen alle Punkte der Menge R_M, desgleichen natürlich in der 1,1-Umgebung von a. Interessant sind die Umgebungen von Punkten bezüglich des *Eisenbahnabstandes* im Beispiel 6. Es ist durchaus möglich, daß B_5, B_6 und B_8 in einer 100-km-Umgebung von B_1 liegen, nicht dagegen die Punkte B_2 und B_9, obwohl sie anschaulich Nachbarorte von B_1 zu sein scheinen (Bild 4).
Wird in einer Ebene unserer Anschauung durch drei Punkte P_i, P_j und P_k ein Dreieck aufgespannt, so scheint klar zu sein, daß die Länge einer Dreieckseite stets größer ist als der Betrag der Differenz der beiden anderen (Bild 7). Läßt man noch zu, daß die drei Punkte auf einer Geraden liegen können, so gilt – ausgedrückt mit Hilfe einer Abstandsfunktion – offenbar sogar
$\varrho(P_i;P_j)\geqq|\varrho(P_i;P_k)-\varrho(P_k;P_j)|$. (*)

Bild 7



Unsere Betrachtungen im Zusammenhang mit dem Umgebungsbegriff zeigen jedoch, daß anschauliche Vorstellungen nicht notwendig ein richtiges Bild von den tatsächlichen Zusammenhängen vermitteln müssen. Man kann deshalb die Frage aufwerfen, ob es überhaupt Abstandsfunktionen gibt, für welche die Ungleichung (*) gilt. Um etwa zu prüfen, ob die Abstandsfunktion ϱ_2 (Beispiel 3) die Ungleichung (*) erfüllt, müßte man zeigen, daß für beliebige reelle Zahlen x_i, x_j, x_k, y_i, y_j, y_k die Beziehung

$$\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2} \geqq \left|\sqrt{(x_i-x_k)^2+(y_i-y_k)^2}-\sqrt{(x_j-x_k)^2+(y_j-y_k)^2}\right|$$

gilt.

Es ist zu vermuten, daß dabei der Rechenaufwand keinesfalls geringer wird als beim Nachweis der Bedingung (3).

Wir wählen deshalb einen anderen Weg, indem wir versuchen, die Ungleichung (*) lediglich unter Nutzung der Bedingungen (1), (2) und (3) abzuleiten. Dies ist nun nicht besonders aufwendig:

(*) hat die Form $a \geqq |b-c|$. Um die Allgemeingültigkeit einer solchen Betragsungleichung nachzuweisen, muß man zeigen:

$a \geqq |b-c| = b-c$, falls $b-c \geqq 0$ und

$a \geqq |b-c| = -(b-c) = c-b$,

falls $b-c<0$.

Aus $\varrho(P_i;P_k) \leqq \varrho(P_i;P_j)+\varrho(P_j;P_k)$ (Bedingung 3) folgt

$\varrho(P_i;P_j) \geqq \varrho(P_i;P_k)-\varrho(P_j;P_k)$

und unter Nutzung von (2)

$\varrho(P_i;P_j) \geqq \varrho(P_i;P_k)-\varrho(P_k;P_j)$. (I)

Setzt man nochmals die Dreiecksungleichung (3) in der Form

$\varrho(P_k;P_j) \leqq \varrho(P_k;P_i)+\varrho(P_i;P_j)$ an, so erhält man – wieder unter Nutzung von (2) –

$\varrho(P_i;P_j) \geqq \varrho(P_k;P_j)-\varrho(P_i;P_k)$. (II)

Aus (I) und (II) folgt (*).

Durch die gewählte Vorgehensweise wird nun nicht etwa nur Rechenaufwand vermieden. Da die Ungleichung (*) lediglich unter Nutzung der Bedingungen (1), (2) und (3), die von jeder speziellen Abstandsfunktion erfüllt werden, bewiesen wurde, gilt sie sofort für jede nur denkbare Abstandsfunktion, für den *Turmabstand* also ebenso wie für den *Eisenbahnabstand*. Damit deutet sich an, daß es sinnvoll ist, eine allgemeine Charakterisierung des Abstandsbegriffes vorzunehmen.

Ihr könnt euch dies noch an einem zweiten Beispiel bewußt machen, indem ihr – ebenfalls nur unter Nutzung der Bedingungen (1), (2) und (3) – zu beweisen versucht, daß für beliebige Punkte P_i, P_j, P_k, P_r und für jede beliebige Abstandsfunktion ϱ eines metrischen Raumes $(R;\varrho)$ die *Viereckungleichung* $|\varrho(P_i;P_j)-\varrho(P_k;P_r)| \leqq \varrho(P_i;P_k)+\varrho(P_j;P_r)$, die ihr ebenfalls anschaulich deuten könnt, erfüllt ist.

P. Göthner

alpha stellt vor: Dr. Hans-Dietrich Gronau

Sektion Mathematik
der Wilhelm-Pieck-Universität Rostock

Zwanzig Jahre *Olympiaden Junger Mathematiker* – ein schönes Jubiläum auch für mich, da ich seit Beginn mit den Olympiaden verbunden bin. Ich möchte diese Gelegenheit nutzen, um etwas über meinen mathematischen Entwicklungsweg zu berichten. Ein erster Höhepunkt war für mich ein 3. Platz bei der Kreisolympiade in Neustrelitz 1963 (II. OJM) in der Klassenstufe 6.

Dieser Erfolg war Ansporn, mich ausgiebiger mit der Mathematik zu beschäftigen. Hierbei wurde ich durch meinen damaligen Mathematiklehrer, Herrn Wiele (III. POS Neustrelitz), unterstützt. Durch Erfolge bei weiteren Olympiaden wurde ich 1965 in den *Bezirksklub Junger Mathematiker* Neubrandenburg aufgenommen. Dieses Ereignis war für meine weitere Entwicklung äußerst wichtig. Durch die monatlichen Bezirksklub-Zusammenkünfte, Ferienlehrgänge und Korrespondenzzirkel wurde die eigene Beschäftigung mit der Mathematik in systematische Bahnen gelenkt und intensiviert. Meine damaligen Mentoren, Herr StR Kerber, Herr Kempcke und Herr OL Pätzold, verstanden es ausgezeichnet, nicht nur wichtiges Wissen zu vermitteln, sondern auch das Interesse und die Begeisterung für die Mathematik zu mehren. Als sehr nützlich erwiesen sich in dieser Zeit auch die Aufgabenwettbewerbe von *Wissenschaft und Fortschritt* und ab 1967 von *alpha* und *Wurzel*.

Erste Olympiade-Erfolge ließen auch nicht lange auf sich warten. Ein zweiter Höhepunkt war eine Anerkennungsurkunde bei der DDR-Olympiade 1966 (V. OJM), bei der ich als Schüler der Klasse 9 in der Klassenstufe 10 startete.

Ebenfalls 1965 wurde ich in die Mathematik-Klasse der EOS *Friedrich Engels* Neubrandenburg delegiert. Obwohl wir dort keinen speziellen Lehrplan hatten, war der Unterricht durch die Konzentration von mathematisch interessierten Schülern und unter der sehr guten Anleitung unseres Mathematiklehrers, Herrn Geist, besonders effektiv, das seinen äußeren Ausdruck in Erfolgen bei Olympiaden und im (meist Mathematik-) Studium fand.

Während dieser EOS-Zeit erhielt ich eine Ausbildung als *Technischer Rechner*. 1969 legte ich mein Abitur ab. Ein dritter Höhepunkt bei den Olympiaden war schließlich ein 3. Preis bei der XI. Internationalen Mathematik-Olympiade 1969 in der SR Rumänien.

Seitdem bin ich in verschiedenen Formen mit der Olympiadebewegung verbunden. So betreue ich drei Schüler des Bezirkes Neubrandenburg, leite einen Mathematikklub im Pionierhaus Rostock und beteiligte mich an IMO-Vorbereitungslehrgängen. Auf meine ehemaligen Schüler, die IMO-Preisträger wurden, Jürgen Roßmann (1973), Helmut Roßmann (1973, 1974, 1975) und Uwe Szyszka (1979), bin ich besonders stolz. Neben dem Einsatz als Korrektor bzw. Koordinator bei Kreis-, Bezirks- und DDR-Olympiaden bin ich Mitautor des zentralen Korrespondenzzirkels und der periodischen Aufgabensammlung *IMO-Übungsaufgaben*. Von 1969 bis 1973 studierte ich Mathematik an der Wilhelm-Pieck-Universität Rostock und bin seit 1973 wissenschaftlicher Assistent an der dortigen Sektion Mathematik.

Neben den Aufgaben in der Ausbildung, in der ich hauptsächlich mit Lehrerstudenten Mathematik/Physik und Studenten der Sektionen *Technische Elektronik und Schiffstechnik* in den Fächern Algebra und Analysis arbeite, treibe ich Forschungen zur Kombinatorik und Graphentheorie. Mein Interesse gilt insbesondere Extremal-Problemen. In den letzten Jahren haben sich viele derartige Fragestellungen in den verschiedenen Gebieten der Mathematik ergeben. Durch diese Motivation erlebt die Theorie der Extremal-Probleme einen starken Aufschwung.

Mit einer Arbeit hierzu promovierte ich im Juni 1978. Meine Dissertation wurde auf der *Zentralen Leistungsschau der Studenten und Jungen Wissenschaftler* 1979 in Leipzig ausgestellt. Meine Forschungsergebnisse wurden im Dezember 1979 als *Hervorragende wissenschaftliche Leistung* anerkannt. Um einen kleinen Einblick in diese Probleme zu vermitteln, möchte ich folgende Aufgabe stellen:

▲2120▲ Bei einer Abiturfeier stellte eine Gruppe ehemaliger *Junger Mathematiker* fest, daß sie in den vergangenen n Jahren jährlich an den Bezirksolympiaden teilgenommen hatten und daß keine 2 unter ihnen existieren, so daß der eine nur dann Preisträger war, wenn es der andere auch war.

Wie viele Personen umfaßt diese Gruppe höchstens?

a) Schüler der 5. und 6. Klasse versuchen, diese Aufgabe für $n=2$ und $n=3$ zu lösen!

b) Schüler der 7. und 8. Klasse versuchen, diese Aufgabe für $n=2$, $n=3$, $n=4$ und $n=5$ zu lösen!

c) Alle anderen Schüler versuchen, die Aufgabe für alle $n \leqq 6$ und allgemein, für jede natürliche Zahl $n \geqq 2$, zu lösen!

Die *Wortspiel*wiese

Im Blickpunkt: Erster Mathematiker-Kongreß der DDR 1981 in Leipzig

Liebe Freunde!

In der Zeit vom 28. 9. bis 2. 10. 1981 – im Jahr des X. Parteitages der SED und wenige Tage vor dem 32. Jahrestag der Gründung der DDR – wird an der Karl-Marx-Universität Leipzig (KMU) ein für unsere mathematische Wissenschaft bedeutendes Ereignis stattfinden: Der erste Mathematiker-Kongreß der DDR.

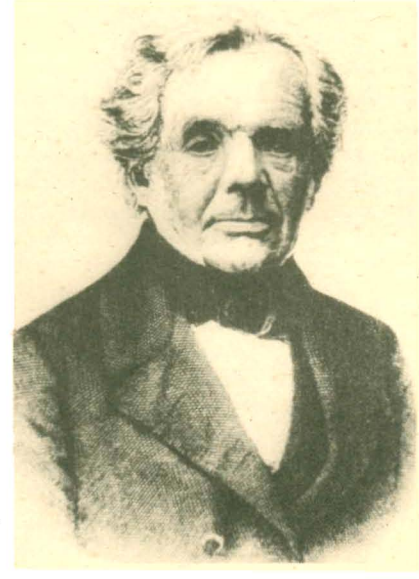
Er wird veranstaltet von der *Mathematischen Gesellschaft der DDR* (MGDDR) gemeinsam mit der Sektion Mathematik der KMU, welche 1981 den 100. Jahrestag der Gründung des *Mathematischen Seminars* an der Leipziger Universität begeht, und stellt eine Fortsetzung der bisher durchgeführten Wissenschaftlichen Haupttagungen der MGDDR dar. Der Kongreß wird geleitet von Prof. Dr. W. Engel, dem Vorsitzenden der MGDDR und Direktor der Sektion Mathematik der Wilhelm-Pieck-Universität Rostock. Der örtliche Tagungsleiter ist Prof. Dr. H. Schumann, der Direktor der Sektion Mathematik der KMU.

Ein nationaler Kongreß stellt für die Weiterentwicklung eines Wissenschaftsgebietes und dessen praktische Nutzbarmachung immer einen besonderen Höhepunkt dar. Am Mathematiker-Kongreß in Leipzig werden Fachwissenschaftler von unseren Universitäten, Hoch- und Fachschulen, Mathematiker und Ingenieure aus vielen Bereichen unserer sozialistischen Volkswirtschaft, Mathematiklehrer von unseren Oberschulen, Gäste aus staatlichen und gesellschaftlichen Bereichen, aber auch Mathematiker aus den uns befreundeten sozialistischen Bruderländern sowie aus einigen kapitalistischen Staaten teilnehmen. In Plenarvorträgen sowie in disziplinär angelegten Übersichts- und Spezialvorträgen werden die Teilnehmer des Kongresses den bisher erreichten Entwicklungsstand und die Entwicklungstendenzen der Mathematik einschätzen, sie werden die neuesten mathematischen Forschungsergebnisse und deren Anwendungsmöglichkeiten in der Mathematik selbst, in den Naturwissenschaften und in der Volkswirtschaft vorstellen und diskutieren, sie werden über die Anforderungen an eine moderne Mathematikausbildung für Schüler und Studenten beraten und dabei gewonnene Erfahrungen austauschen.

Beispielsweise wird sich eine Diskussionsrunde mit „Methoden zur Förderung mathematischer Talente" beschäftigen.

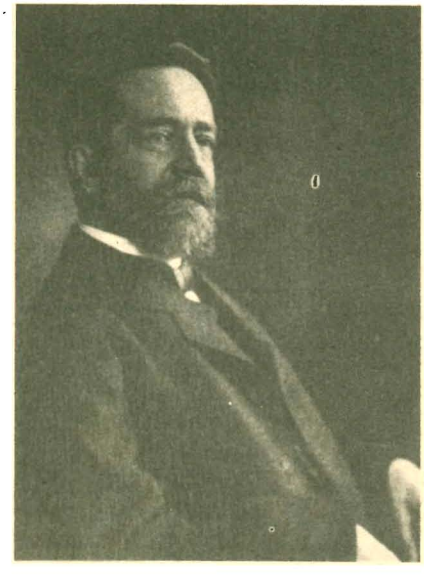
Veranstaltet vom *Wissenschaftlichen Beirat für Mathematik* beim Ministerium für Hoch- und Fachschulwesen, der MGDDR und dem Zentralrat der FDJ, wird am Vorabend des Mathematiker-Kongresses, am 25. und 26. 9. 1981, die 3. Zentrale Wissenschaftliche Studentenkonferenz Mathematik an der KMU stattfinden. Wie schon bei den vorangegangenen beiden Studentenkonferenzen dieser Art (1977 und 1979 in Leipzig) werden Mathematik- und Mathematiklehrer-Studenten sowie auf dem Gebiet der Mathematik arbeitende junge Wissenschaftler der Universitäten und Hochschulen unserer Republik Ergebnisse ihrer wissenschaftlichen Arbeit vorstellen und diskutieren, die sie in Jugendobjekten und Studentenzirkeln, bei der Lösung von Aufgabenstellungen in Betriebs- bzw. Schulpraktika oder bei der Erfüllung von Forschungsaufgaben im Rahmen von Jahres- und Diplomarbeiten bzw. Dissertationen erzielt haben. Die besten Arbeiten werden durch eine Jury ausgewählt und mit Reisen, Geld- und Buchprämien ausgezeichnet. Erstmalig werden an dieser Studentenkonferenz auch ausländische Studentenvertreter teilnehmen, nämlich je zwei Studenten aus Leningrad, Kiew, Wrocław, Sofia und Olomouc. Spezifisch wird sein, daß die besten Exponate der Studentenkonferenz zum Mathematiker-Kongreß ausgestellt werden, und einige von ihnen können mit der Ehrennadel der MGDDR besonders gewürdigt werden und auf dem Mathematiker-Kongreß zum Vortrag gelangen.

Daß für den Mathematiker-Kongreß das Jahr 1981 und als Tagungsort gerade Leipzig ausgewählt wurden, hat seine besondere Bewandtnis: Vor 100 Jahren nämlich, im Jahre 1881, wurde an der Universität Leipzig ein Mathematisches Seminar gegründet, aus dem später das Mathematische Institut und schließlich die 1969 gegründete heutige Sektion Mathematik der KMU hervorgegangen sind. Initiator der Gründung des Mathematischen Seminars und zugleich sein erster Direktor war der Mathematiker *Felix Klein* (1849 bis 1925), der euch sicher von der Geometrie her – insbesondere durch sein Erlanger Programm – bekannt ist. Die Mathematik in Leipzig, die seit der Gründung der Leipziger Universität im Jahre 1409 bis zur Zeit um 1881 u. a. durch solch bekannte Mathematiker wie *Regiomontanus* (1436 bis 1476), *Johannes Widmann* (1460 bis ?), *Georg Rhaeticus* (1514 bis 1576), *Gottfried Heinsius* (1709 bis 1769), *Abraham Gotthelf Kästner* (1719 bis 1800), *Karl Friedrich Hindenburg* (1739 bis 1808), *Karl Brandan Mollweide* (1774 bis 1825), *August Ferdinand Möbius* (1790 bis 1868) und *Hermann Hankel* (1839 bis 1873) mitgeprägt wurde, erlebte durch die Gründung des Mathematischen Seminars einen neuen Aufschwung. Auch der Mitbegründer der Differential- und Integralrechnung, *Gottfried Wilhelm Leibniz*, studierte 1661 bis 1663 in Leipzig. Zu den bedeutendsten Mathematikern, die in den vergangenen 100 Jahren in Leipzig gewirkt haben, gehören *Wilhelm Scheibner* (1826 bis 1908), *Carl Neumann* (1832 bis 1925), *Adolph Mayer* (1839 bis 1908), der Norweger *Sophus Lie* (1842 bis 1899), *Felix Hausdorff* (1868 bis 1942), *Otto Hölder* (1859 bis 1937), *Karl Rohn* (1855 bis 1920), *Gustav Herglotz* (1881 bis 1953), *Paul Koebe* (1882 bis 1945), *Wilhelm Blaschke* (1885 bis 1962), *Leon Lichtenstein* (1878 bis 1933) und der holländische Mathematiker *B. L. van der Waerden* (geb. 1903). Mathematische Begriffe, wie Mollweidesche



August Ferdinand Möbius

Felix Klein



Formeln, Möbiussches Band, Hankelsches Permanenzprinzip, Neumannsche Potentialfunktion, Liesche Gruppe, Hausdorffsches Trennungsaxiom, Höldersche Ungleichung – um nur einige zu nennen –, erinnern an ihr mathematisches Schaffen. Als Pioniere, die das wissenschaftliche Leben und den Studienbetrieb am Mathematischen Institut nach der Zerschlagung des Hitlerfaschismus 1945 wieder in Gang gebracht haben, sind vor allem die Mathematiker *Ernst Hölder* (geb. 1901), *Erich Kähler* (geb. 1906), *Walter Schnee* (1885 bis 1958) und *Herbert Beckert* zu nennen. NPT Prof. Dr. *Herbert Beckert* war viele Jahre Direktor des Mathematischen Institutes; seit 1969 ist er stellvertretender Direktor für Forschung der Sektion Mathematik der KMU. Viele seiner Schüler sind heute Mathematikprofessoren oder -dozenten an der KMU bzw. an anderen wissenschaftlichen Einrichtungen unserer Republik. Einige Wissenschaftler unserer Sektion haben die Geschichte der Mathematik in Leipzig in einer „Festschrift zum 100. Jahrestag der Gründung des Mathematischen Seminars an der Universität Leipzig" aufgeschrieben, die zum Mathematiker-Kongreß 1981 im Deutschen Verlag der Wissenschaften Berlin erscheinen soll. Auch wurde an der Sektion Mathematik ein Traditionskabinett eingerichtet, das in dem nach vier inhaltlichen Schwerpunkten „Tradition und Neubeginn", „Studienvorbereitung – Studienverlauf – Studienergebnisse", „Forschung heute" und „Gesellschaftliche Wirksamkeit" gegliederten Rundgang ein plastisches Bild über Entwicklung und Leistungsfähigkeit der Sektion Mathematik vermittelt. Ein Besuch, auch für euch, liebe Freunde, lohnt sich bestimmt.

Herbert Beckert

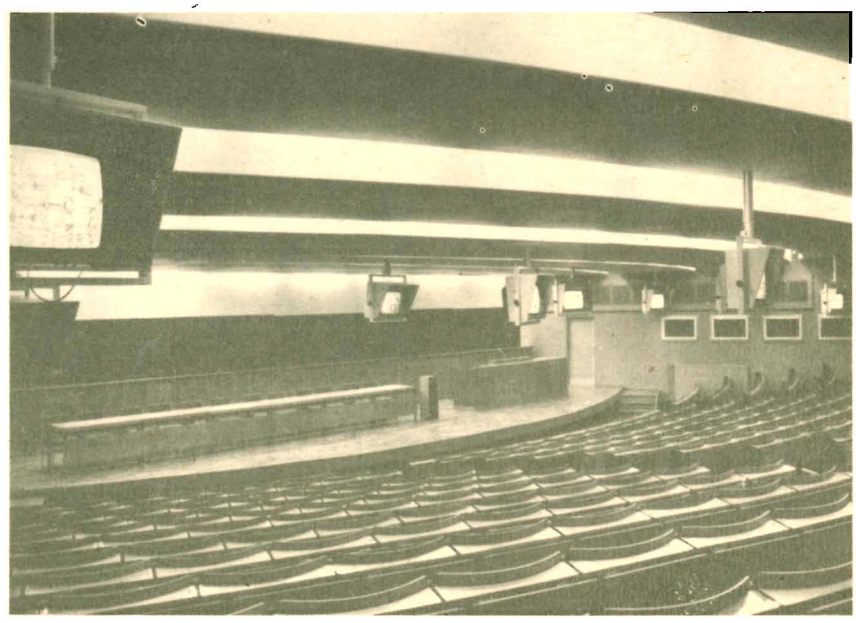
Der Eröffnungsvortrag zum Mathematiker-Kongreß wird dem Leipziger Jubiläum gewidmet sein; ebenso wird das wissenschaftliche Programm des Kongresses stark auf das historisch gewachsene, breite und anwendungsorientierte Forschungsprofil der Leipziger Mathematiksektion orientiert sein, in dem die *Analysis* eine dominierende Stellung einnimmt. Somit wird der Mathematiker-Kongreß der DDR in Leipzig nicht nur einen wesentlichen Beitrag zur Weiterentwicklung unserer schönen Wissenschaft Mathematik und ihrer praktischen Anwendung zum Wohle unserer sozialistischen Gesellschaft leisten, sondern auch zur Pflege fortschrittlicher Traditionen beitragen.

Liebe junge Freunde! Sicher, ihr könnt noch nicht am Mathematiker-Kongreß teilnehmen. Doch sollte euch dieses Ereignis Ansporn sein, euch im schulischen Mathematikunterricht, in Mathematikzirkeln, in mathematischen Schülergesellschaften, bei den Mathematikolympiaden und in eurer Freizeit noch intensiver mit der von euch geliebten Mathematik zu beschäftigen, um vielleicht später einmal selbst ein Mathematikstudium aufzunehmen und danach als Wissenschaftler an unseren Universitäten, Hoch- und Fachschulen, als Mathematiker in der Industrie oder anderen gesellschaftlichen Bereichen oder aber als Mathematiklehrer an unseren Schulen tätig zu sein. Wir wünschen euch dabei viel Erfolg!

R. Mildner

Leibniz-Denkmal vor dem Universitätshochhaus

Moderne Lehrstätte im neuen Hörsaalgebäude der Karl-Marx-Universität Leipzig

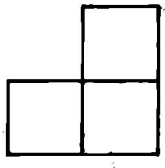


B. L. van der Waerden

Eine Aufgabengruppe

zusammengestellt aus Anlaß des 1. Mathematiker-Kongresses der DDR von Prof. Dr. Horst Schumann, *Direktor der Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig* und Dr. R. Mildner, *Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig*

Ma 5 ▪2100 Zerlegt die aus drei Quadraten gleicher Seitenlänge bestehende ebene Figur (siehe Bild) in 4 deckungsgleiche Teilfiguren!



Ma 6 ▪2100 Eine Kompanie A der NVA marschiert um 14.30 Uhr einer 26 km entfernten Kompanie B mit einer Marschgeschwindigkeit von $6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ entgegen. Die Kompanie B bricht um 14.45 Uhr in Richtung von A mit einer Marschgeschwindigkeit von $8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf. Wann begegnen sich beide Kompanien?

Ma 7 ▪2100 Gegeben sei ein nichtgleichseitiges Parallelogramm $ABCD$. Beweise, daß die Schnittpunkte der Winkelhalbierenden dieses Parallelogramms die Eckpunkte eines Rechtecks sind!

Ma 8 ▪2100 Konstruiert ein bei C rechtwinkliges Dreieck ABC aus den Strecken $AC=b$ und $d=c-a$. Dabei seien $c=AB$ und $a=BC$. Begründet und beschreibt die Konstruktion!

Ma 9 ▪2100 Ein Betriebslabor hat Flaschen mit jeweils 1 kg 14%iger, 11%iger und 9%iger Schwefelsäurelösung im Lager, und zwar jede in ausreichender Anzahl. Wie viele Flaschen einer jeden von diesen Lösungen muß eine Laborantin mischen, damit sie 30 kg 12%ige Schwefelsäurelösung erhält, wobei sie Lösungen aller drei Arten verwenden soll. Man gebe alle Möglichkeiten an!

Ma 10/12 ▪2100 Von den positiven ganzen Zahlen $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{100}$ sei bekannt, daß $a_1 > a_0$, $a_2 = 3a_1 - 2a_0$, $a_3 = 3a_2 - 2a_1$, $\ldots$, $a_{100} = 3a_{99} - 2a_{98}$ ist. Man beweise, daß dann $a_{100} > 2^{99}$ gilt!

Temperaturkoeffizient oder additive Temperaturkonstante?

In vielen Aufgaben der Physik und der Technik muß die Temperaturabhängigkeit physikalischer Größen (z. B. Länge, Volumen, elektrischer Widerstand, Druck, u. a. m.) bei der Lösung einer gegebenen Aufgabe berücksichtigt werden. Im allgemeinen ist diese Abhängigkeit nichtlinear. Eine verallgemeinerte Zustandsgröße $z=f(T)$, T absolute Temperatur, kann um einen Bezugswert $z_0=f(T=T_0)$ in eine Taylorreihe entwickelt werden:

$$z=z_0+\frac{\partial f}{\partial T}\bigg|_{T_0}\cdot\Delta T+\frac{\partial^2 f}{\partial T^2}\bigg|_{T_0}\cdot(\Delta T)^2+\frac{\partial^3 f}{\partial T^3}\bigg|_{T_0}\cdot(\Delta T)^3+\ldots \quad (1)$$

mit

$$\Delta T=T-T_0. \quad (2)$$

Die durch die partiellen Ableitungen entstehenden Koeffizienten werden als linearer, quadratischer, kubischer (usw.) Temperaturkoeffizient in der Formel (3)

$$z=z_0\cdot[1+\alpha\cdot\Delta T+\beta\cdot(\Delta T)^2+\gamma\cdot(\Delta T)^3+\ldots]$$

berücksichtigt und unter Bezug auf $\vartheta_0=20\,^\circ\text{C}$, d. h. $T_0=293{,}16\,\text{K}$, in einschlägigen Tabellenwerken angegeben. Der Temperaturkoeffizient ist eine Materialkenngröße.

In den weitaus meisten Fällen ist es zulässig, die Taylorreihe nach dem linearen Term abzubrechen. Zum Beispiel ist im Intervall $-200\,^\circ\text{C}\leqq\vartheta\leqq+200\,^\circ\text{C}$ der maximale Fehler für den Widerstand metallischer Leiter kleiner als 2,6%. Gleichung (3) vereinfacht sich somit auf die allgemein bekannte Formel

$$z=z_0\cdot(1+\alpha\cdot\Delta T)=z_0\cdot[1+\alpha\cdot(T-T_0)]. \quad (4)$$

Dieser Beziehung haftet jedoch der Nachteil an, daß bei formaler Anwendung auf Probleme, bei denen der Wert der Zustandsgröße bei einer tieferen als der Bezugstemperatur zu berechnen ist, ein erheblicher Fehler entsteht.

Beispiel: Gegeben sei der Widerstand eines metallischen Leiters $R=132\,\Omega$ bei einer Temperatur $\vartheta=100\,^\circ\text{C}$ und der Temperaturkoeffizient des Widerstandes

$$\alpha_R=4\cdot10^{-3}\,\frac{\Omega}{\Omega\cdot\text{K}},$$

gesucht sei der Widerstand bei $\vartheta=20\,^\circ\text{C}$.

Ausgehend von Gleichung (4) ergibt sich bei formaler Anwendung

$$\begin{aligned}R_{20}&=R_{100}\cdot(1+\alpha_R\Delta T)\\&=132\Omega\cdot\left(1-4\cdot10^{-3}\,\frac{\Omega}{\Omega\text{K}}\cdot80\,\text{K}\right)\\&=132\cdot(1-0{,}32)\Omega\\&=89{,}76\Omega.\end{aligned}$$

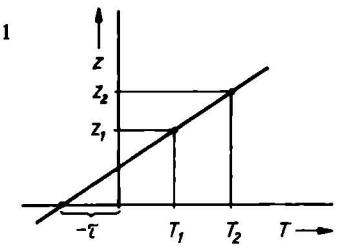
Wird Gleichung (4) jedoch richtig angewandt, so gilt

$$\begin{aligned}R_{100}&=R_{20}\cdot(1+\alpha_R\Delta T)\\R_{20}&=\frac{R_{100}}{1+\alpha_R\Delta T}\\&=\frac{132\Omega}{1+4\cdot10^{-3}\,\frac{\Omega}{\Omega\text{K}}\cdot80\,\text{K}}\\&=\frac{132\Omega}{1{,}32}\\&=100\Omega.\end{aligned}$$

Der Fehler ist also beim obigen Beispiel größer als 10%. Bedeutend günstiger ist es, von der Form der Geradengleichung durch zwei Punkte auszugehen [1]. Die Situation ist in Bild 1 dargestellt. Hierfür gilt

$$\frac{z-z_1}{z_2-z_1}=\frac{T-T_1}{T_2-T_1}. \quad (5)$$

Bild 1



Zur Gleichung einer Geraden durch zwei Punkte

Rückt man den Punkt (T_1, z_1) soweit nach links, daß er auf der Abszisse liegt, so wird $T_1=-\tau$, $z_1=0$. Der Punkt (T_2, z_2) kann dann mit dem Bezugspunkt (T_0, z_0) identifiziert werden.

Gleichung (5) geht über in

$$\frac{z}{z_0}=\frac{T+\tau}{T_0+\tau}. \quad (6)$$

Die Größe τ ist die additive Temperaturkonstante und, genau wie der Temperaturkoeffizient α in Gleichung (4), eine Materialkenngröße. Nur ist der prinzipielle, oben gezeigte Nachteil der Gleichung (4) jetzt beseitigt, weil Gleichung (6) symmetrisch ist.

Es soll noch untersucht werden, ob bei gegebenem Temperaturkoeffizienten α die Temperaturkonstante τ auch als bekannt angesehen werden kann. Dazu sind die Gleichungen (4) und (6) zu vergleichen.

Es ergibt sich

$$\frac{z}{z_0}=1+\alpha\cdot(T-T_0)=\frac{T+\tau}{T_0+\tau}, \quad (7)$$

hieraus folgt

$$(T_0+\tau)\cdot[1+\alpha\cdot(T-T_0)]=T+\tau,$$

$$\tau\cdot[1+\alpha\cdot(T-T_0)]-\tau=T-T_0\cdot[1+\alpha\cdot(T-T_0)],$$

$$\tau\cdot\alpha\cdot(T-T_0)=(T-T_0)\cdot(1-\alpha\cdot T_0),$$

$$\tau=\frac{1}{\alpha}-T_0. \qquad (8)$$

Bei gegebenem Temperaturkoeffizienten kann die Temperaturkonstante berechnet werden. Ihr konkreter Wert hängt jedoch davon ab, ob die Temperatur in K oder in °C angegeben wird.

Es wäre wünschenswert, wenn die Werkstoffkennwerttabellen, in denen mittlere Temperaturkoeffizienten α angegeben sind, um die Angabe der Temperaturkonstanten τ ergänzt würden, da dann durch Anwendung von Gleichung (6) auf die Berechnung der Temperaturabhängigkeit einer physikalischen Größe die mit Gleichung (4) eventuell auftretenden Schwierigkeiten beseitigt sind. *K. Gola*

Schulferien 1981/82

Herbstferien

1. Ferientag Sonnabend, 17. 10. 1981
1. Unterrichtstag Montag, 26. 10. 1981

Ferien zum Jahreswechsel

1. Ferientag Mittwoch, 23. 12. 1981
1. Unterrichtstag Montag, 4. 1. 1982

Winterferien

1. Ferientag Sonnabend, 6. 2. 1982
1. Unterrichtstag Montag, 1. 3. 1982
Unterrichtsfreier Tag Sonnabend, 10. 4. 1982

Frühjahrsferien

1. Ferientag Sonnabend, 8. 5. 1982
1. Unterrichtstag Montag, 17. 5. 1982
Unterrichtsfreier Tag Sonnabend, 29. 5. 1982

Sommerferien

1. Ferientag Sonnabend, 3. 7. 1982
1. Unterrichtstag Mittwoch, 1. 9. 1982

Ingenieurhochschule Zwickau

Stätte praxisverbundenen Studiums

Am 1. September 1969 öffnete die *Ingenieurhochschule* Zwickau ihre Pforten. Seitdem profilierte sich die Ingenieurhochschule zu einer anerkannten sozialistischen Bildungs- und Forschungsstätte. Hauptaufgabe der IH ist die kommunistische Erziehung und wissenschaftlich fundierte Ausbildung praxisorientierter Diplomingenieure und Diplomingenieurökonomen auf den Gebieten der Technologie der metallverarbeitenden Industrie, der Kraftfahrzeugtechnik, der Elektroautomatisierungstechnik und der Sozialistischen Betriebswirtschaft. Ziel aller erfahrenen Pädagogen und praxisbewährten Hochschullehrer ist es, der sozialistischen Praxis Absolventen zur Verfügung zu stellen, die bereit und befähigt sind, Aufgaben in der Volkswirtschaft der DDR mit guter Qualität und Effektivität zu lösen, dem wissenschaftlich-technischen Fortschritt zum Durchbruch zu verhelfen und wissenschaftlich-technische Erkenntnisse unverzüglich produktiv wirksam zu machen.

Sehr vielgestaltig ist das Leben an der IH Zwickau. Es reicht vom intensiven Studium über die gesellschaftliche Tätigkeit bis zur aktiven Teilnahme am künstlerisch-kulturellen Leben.

Studienbewerber an der IH müssen einen der gewählten Studienrichtung entsprechenden Beruf und die Hochschulreife nachweisen. Befähigte Facharbeiter können über eine Delegierung ihrer Betriebe die Hochschulreife an der IH erlangen. Günstige Bewerbungs- und Studienmöglichkeiten werden Berufssoldaten und Soldaten auf Zeit der Reserve der bewaffneten Kräfte auf der Grundlage der Reservistenordnung geboten.

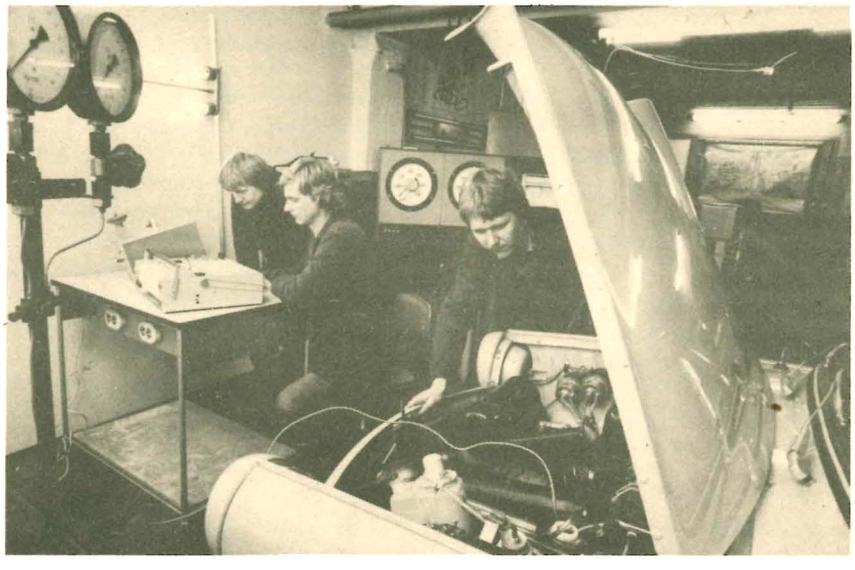
Das Studium an der IH Zwickau dauert vier Jahre. Im 6. bzw. 7. Semester erhalten die Studenten eine berufspraktische Ausbildung in der sozialistischen Industrie, die der Vorbereitung auf den künftigen Einsatz in der Praxis dient. Im 8. Semester wird die Vertiefungsrichtung weitergeführt und die Diplomarbeit angefertigt. Dabei sind rund 80 Prozent der vorgegebenen Diplomthemen aus den Plänen *Wissenschaft und Technik* abgeleitet und werden so unmittelbar produktionswirksam. Besonders befähigte Absolventen können über ein Forschungsstudium den zweiten akademischen Grad eines Dr.-Ing. oder Dr. oec. erwerben.

Liebe junge Leser! Um euch einen weiteren Einblick in das Ausbildungsgeschehen an der IH Zwickau zu vermitteln, möchten wir euch die vier Sektionen mit ihrem Ausbildungsgeschehen näher vorstellen:

Sektion Technologie der metallverarbeitenden Industrie

Fachrichtung: Fertigungsmittelentwicklung (FME)

In der Fachrichtung FME der Sektion Technologie werden Diplomingenieure ausgebildet, welche Geräte und Einrichtungen zur



64 Prozent der Forschungskapazität der Ingenieurhochschule Zwickau sind für Aufträge aus Kombinaten und Betrieben vertraglich gebunden. Die Studenten werden frühzeitig auf ihre spätere Tätigkeit als Ingenieure und Technologen vorbereitet, wo hohes theoretisches Wissen, z. B. auf dem Gebiet der Mathematik, und praktisches Können gleichermaßen gefragt sind. Zur praxisnahen Ausbildung an der Sektion Kraftfahrzeugtechnik der Ingenieurhochschule zählen beispielsweise auch Bremskraftmessungen am PKW Trabant.

Die Studenten haben mit ihren Untersuchungen konkrete Forschungsaufträge zu erfüllen

Handhabung von Werkstücken an den Arbeitsplätzen sowie Rationalisierungsmittel entwickeln. Die Bedeutung des Rationalisierungsmittelbaus wird im Hinblick auf die komplexe Automatisierung der Produktion weiter wachsen. Geht es doch darum, die Arbeitsproduktivität besonders durch die Intensivierung der Produktion zu verbessern und die Werktätigen mehr und mehr von gesundheitsschädigender, schwerer körperlicher und monotoner Tätigkeit frei zu machen.

Die Fachausbildung erfolgt auf folgenden Gebieten: Spanende, schneidende und umformende Werkzeugmaschinen – Grundlagen der Fertigungsmittelkonstruktion – Automatisierung der Fertigungsmittelkonstruktion – Automatisierung der Fertigungsmittel und Montage – Hydro- und Pneumostatik – Entwerfen von Vorrichtungen, Rationalisierungsmittel und deren Steuerungen – Werkzeugmaschinenpraktikum – Fertigungsverfahren einschließlich Wärmebehandlung – Fertigungsprozeßgestaltung – Qualitätssicherung und Fertigungsmeßtechnik.

Fachrichtung Fertigungsprozeßgestaltung (FPG)

Die Fachrichtung FPG bildet Diplomingenieure aus, welche als Organisatoren des betrieblichen Fertigungsprozesses entscheidend auf die Optimierung der Produktion einwirken. Der künftige Fertigungsprozeßgestalter ist zur sachkundigen Untersuchung und Festlegung optimaler Kenngrößen
– des Einsatzes von Rohteilen – der Reihenfolge des Fertigungsprozeßablaufes – des Einsatzes von Maschinen, Werkzeugen und Hilfsmitteln – der Einhaltung der Arbeitswerte und – für die Sicherung der Qualität der Erzeugnisse und die Stabilität der Fertigung zu befähigen.

Zur rationellen Lösung dieser Probleme stehen dem FP-Gestalter die EDV und modern gestaltete Technologenarbeitsplätze zur Verfügung.

Ein weiteres wichtiges Arbeitsgebiet des FP-Gestalters ist die technologische Einsatzvorbereitung automatischer Werkzeugmaschinen und Produktionsausrüstungen.

Spezieller Inhalt der Fachausbildung:

Für seine künftige Tätigkeit wird der FP-Gestalter auf folgenden Gebieten ausgebildet:

– Fertigungsverfahren (Umformtechnik, Umform- und Zerteiltechnik, Abtrenntechnik, Fügetechnik, Oberflächentechnik, Wärmebehandlung und Plastverarbeitung) – Methoden und Theorien der Fertigungsprozeßgestaltung und Automatisierung technologischer Prozesse – Fertigungsmittel (Einsatzbereiche und Ausführungsformen von Werkzeugmaschinen, Konstruktionslehre, Fertigungsmittelkonstruktion, Automatisierung von Fertigungsmitteln) – Qualitätssicherung und Fertigungsmeßtechnik – technologische Betriebsprojektierung, Arbeits- und Fertigungsorganisation – Anwendung und Einsatz von EDV zur Optimierung technologischer Prozesse sowie zur Rationalisierung der Ingenieurtätigkeit.

Absolventeneinsatz: Der Einsatz der Absolventen dieser Fachrichtung kann in der technologischen Fertigungsvorbereitung allgemein und für spezielle Verfahren, in der technologischen Entwicklung, der operativen Produktionsbetreuung sowie in der Leitung, Überwachung und Kontrolle technologischer Prozesse erfolgen.

Fachrichtung: Betriebsgestaltung

Die Fachrichtung Betriebsgestaltung bildet Diplomingenieure aus für die Rekonstruktion, Projektierung und Einrichtung von Fertigungszellen und -bereichen sowie kompletten Produktionsbetrieben der metallverarbeitenden Industrie. Die Betriebsgestalter beherrschen die funktionellen Zusammenhänge des betrieblichen Reproduktionsprozesses, die Anwendung grundlegender Gestaltungsregeln, Methoden und Verfahrensweisen der Projektierung bzw. Rekonstruktion bestehender Fertigungsstätten.

Charakteristisch für diese Tätigkeit ist der Einsatz mathematischer Methoden und der EDV zur Optimierung und Rationalisierung dieser Tätigkeit.

Die Fachausbildung erfolgt auf folgenden Gebieten: – Grundlagen der technologischen Betriebsprojektierung – Technologische Projektierung spezieller Fertigungsstätten – Projektierung von Transport- und Lagerprozessen – Investitionsvorbereitung und -durchführung – Anwendung der EDV in der technologischen Betriebsprojektierung – Zuverlässigkeit und Instandhaltung von Betriebssystemen – Projektierung von Anlagenteilen – Projektierungspraktikum

Einsatzmöglichkeiten der Absolventen:

In der technologischen Planung, als Betriebsingenieur zur Vorbereitung, Steuerung und Überwachung der Produktion sowie in Ingenieurbüros für Rationalisierung und Projektierung.

Sektion Kraftfahrzeugtechnik

Fachrichtung Kraftfahrzeugtechnik

Das Kraftfahrzeug ist ein hochwertiges Produktions- und Konsumtionsmittel, das ständig an Bedeutung gewinnt. Der Inhalt der Ausbildung besteht in folgendem:

– Produktionsvorbereitung (Entwicklung, Erprobung, Fertigung) von Kraftfahrzeugen, Verbrennungsmotoren und Zubehör – Kraft- und Schmierstoffe – Kraftfahrttheorie – Mensch – Kraftfahrzeug – Verkehr (Umweltschutz bezüglich Luftreinhaltung und Geräuschminderung sowie Entwicklungstendenzen, menschengerechte Gestaltung von Kraftfahrzeugen, Anforderung an die Verkehrsgestaltung) – Karosseriebau – Kfz-Elektrik – Antriebs- und Bremsentechnik – Kfz-Fahrwerke – Betrieb und Instandhaltung von Kraftfahrzeugen – Dynamik der Kolbenmaschinen und Maschinendynamik – Betriebsfestigkeit – Strömungstechnik, Ölhydraulik und Pneumatik – Meßtechnik

Einsatzmöglichkeiten der Absolventen in:

– Kfz-Entwicklung und Herstellung – Güterkraftwagen, Autobus-, Anhängerbau – Traktoren-, Landmaschinenbau der Zubehörindustrie – Entwicklungs- und Produktionsstellen für Sonderfahrzeuge aller Wirtschaftszweige.

Sektion Elektroautomatisierungstechnik

Das Ziel in der Ausbildung in der Fachrichtung Elektrotechnik besteht in folgendem:

An der Sektion EAT werden Diplomingenieure der Fachstudienrichtung *Elektrotechnik* für die Entwicklung, Projektierung und Instandhaltung von Rationalisierungseinrichtungen und Energieanlagen ausgebildet. Automatisierungsprobleme in diskontinuierlichen technologischen Prozessen sind nur unter komplexer Anwendung der Elektrotechnik/Elektronik/Mikroelektronik zu lösen. Die Konstruktion elektronischer Automatisierungsrichtungen, z. B. die Entwicklung von Manipulatoren (Industrierobotern) trägt zur Steigerung der Arbeitsproduktivität bei und befreit die Werktätigen von schwerer körperlicher, gesundheitsschädlicher und monotoner Arbeit. Die Automatisierung von Prüf- und Meßprozessen hilft Arbeitskräfte einzusparen und die Qualität der Erzeugnisse zu verbessern.

Hochschulabsolventen der Sektion beeinflussen in der betrieblichen Praxis wesentlich die rationelle Energieverwendung durch die entsprechende konstruktive Auslegung von Elektromaschinen und -anlagen.

Inhaltliche Ausbildung:

Die Grundlagenausbildung leitet sich ab aus dem Grundstudienplan für das Elektroingenieurwesen.

Die darauf aufbauende Fachausbildung wird gewährleistet durch folgende Fachgebiete:

– Bauelemente, Baugruppen und Grundschaltungen der Elektronik – Geräte und Anlagen der Informationstechnik (einschließlich der Mikroelektronik) – Elektrische Maschinen – Elektronische Anlagen und Geräte – Leistungselektronik – Elektromotorische Antriebe und Antriebsregelungen – Steuerungsanlagen – Regelungssysteme

Einsatzmöglichkeiten der Absolventen:

Haupteinsatzgebiete sind: Rationalisierungsbetriebe im Bereich der gesamten Volkswirtschaft – Rationalisierungsbereiche auf Betriebsebene – Konstruktionsabteilungen für die Entwicklung von elektronischen und steuerungstechnischen Anlagen – Forschungszentrum für die Anwendungsforschung auf technologischem Gebiet – Ingenierbüros für die Projektierung von Rationalisierungs- und Energieanlagen – Abteilungen

zur Betriebsüberwachung und Instandhaltung von Rationalisierungs- und Energieanlagen.

Sektion Sozialistische Betriebswirtschaft

Die Ausbildung erfolgt in den Fachrichtungen

- Ingenieurökonomie des Maschinenbaus
- Ingenieurökonomie der elektrotechnischen und elektronischen Industrie

Der *Sozialistischen Betriebswirtschaft* obliegen die Leitung, Planung, Organisation, Kontrolle und Analyse der Phasen des Reproduktionsprozesses der Kombinate und Betriebe.

Diesen Funktionen ist das Ausbildungsprofil der Sektion SBW kongruent.

Das Ausbildungsziel besteht in der Ausbildung von Diplomingenieurökonomen der o.g. Fachrichtungen, welche mit soliden betriebswirtschaftlichen und technisch-technologischen Grundkenntnissen ausgestattet in der Lage sind, die ökonomischen Prozesse in der Einheit von Politik, Ökonomie und Technik zu beherrschen.

Die Ausbildung dauert 4 Jahre. Sie erfolgt vor allem in den Lehrgebieten:

- Marxismus-Leninismus unter besonderer Berücksichtigung der Politischen Ökonomie des Kapitalismus und des Sozialismus
- Mathematik für Ökonomen
- Technisch-technologische Grundlagen (Werkstofftechnik, Konstruktion, Elektronik, technische Grundlagen)
- Sozialistische Volkswirtschaftslehre und sozialistisches Recht
- Kybernetik, EDV-Org. und -programmierung

sowie in der Sozialistischen Betriebswirtschaftslehre und ihren Teilgebieten.

Der Einsatz der Absolventen erfolgt vorwiegend in:

den Direktoraten für Ökonomie, Beschaffung und Absatz, Kader, Bildung, Arbeit – dem Bereich Hauptbuchhaltung sowie in der Forschung, Entwicklung, Technik und Fertigung in den Betrieben, Kombinaten und Forschungseinrichtungen.

Liebe junge Freunde! Wie ihr gesehen habt, sind alle Fachrichtungen an der IH Zwickau aufs engste mit der Mathematik verbunden. Sie trägt durch ihre konkrete Anwendung dazu bei, Arbeitszeit einzusparen, den spezifischen Materialverbrauch zu senken und durch die Anwendung fortschrittlicher Technologien die Arbeitsproduktivität zu steigern und dabei die Arbeits- und Lebensbedingungen der Werktätigen zu verbessern. Dazu möchten wir euch abschließend ein Beispiel nennen. Zur praxisverbundenen Ausbildung der Studenten gehört neben der Mitarbeit in den SRKB der Hochschule u.a. die Lösung von interessanten Aufgaben der MMM. An einem solchen MMM-Exponat arbeitete der Student Egon Dietz aus der Seminargruppe T 1771 mit. Egon war Mitglied eines Jugendkollektivs, dem junge Facharbeiter und Ingenieure des VEB Sachsenring sowie Studenten der Ingenieurhochschule angehörten. Sie beschäftigten sich mit der Vorbereitung des Einsatzes des Beschickungsroboters IR 3P im Bereich der Getriebefertigung des VEB Sachsenring. Bereits im Juni vergangenen Jahres beschickte der IR 3P zwei Zahnradstoßmaschinen mit Teilen und bringt eine Fertigungseinsparung von 1000 Stunden pro Jahr. Zu seiner Mitarbeit am Jugendobjekt erklärte uns Egon Dietz: „Ich arbeitete am Aufbau des Schaltschrankes für den Roboter mit. Einfach war diese Arbeit nicht. Doch gerade, weil sie Probleme in sich barg und sie einen ganzen Mann verlangt, liebe ich diese Arbeit. Die Mitarbeit an der Lösung volkswirtschaftlicher Schwerpunktaufgaben, wie der Fertigungszeitsenkung, durch den Einsatz neuester Technik, begeisterte alle Mitglieder des Jugendkollektivs. Das war ein wertvoller Beitrag, uns auf unseren künftigen Einsatz in der sozialistischen Produktion vorbereiten zu helfen.

Doch ohne die Kenntnisse der Mathematik wäre diese Mitarbeit an den Aufgaben der sozialistischen Rationalisierung nicht denkbar gewesen. Ich kann nur allen jungen Freunden empfehlen, sich mit der Mathematik umfassend zu beschäftigen."

B. Gronwald

Benjamin Banneker

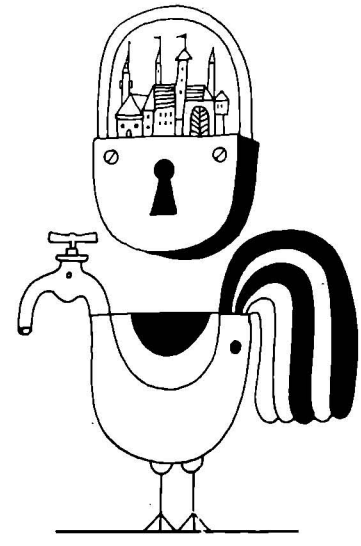
1980 erschien in den USA eine Gedenkmarke für den afroamerikanischen Astronomen, Geodäten und Mathematiker *Benjamin Banneker* (1731 bis 1806). Diesen Namen wird man selbst in sehr speziellen Nachschlagewerken zur Geschichte der Mathematik vergeblich suchen, denn dort sind im allgemeinen nur Personen erwähnt, die einen schöpferischen Beitrag zur Weiterentwicklung der Mathematik geleistet haben. Für solche Leistungen fehlten allerdings in den USA bis zum Ende des 19. Jahrhunderts die gesellschaftlichen Voraussetzungen. Unter den relativ wenigen Persönlichkeiten der US-amerikanischen Geschichte, die mit dem mathematischen Wissen ihrer Zeit überdurchschnittlich vertraut waren und es anzuwenden verstanden, nimmt *Banneker* als erster farbiger Vertreter der mathematischen Wissenschaften einen besonderen Platz ein. Der frühzeitige Kontakt mit der einflußreichen Quäkerfamilie *Ellicot*, die seine seltene Begabung erkannte und förderte, ermöglichte es dem Sklavensohn, ganz auf sich gestellt, anhand von Büchern in die Mechanik, Astronomie und Mathematik einzudringen.

1791 trat *Banneker* in einem in die amerikanische Geschichte eingegangenen Brief an *Thomas Jefferson* (1743 bis 1826), den Verfasser der Unabhängigkeitserklärung und späteren US-Präsidenten, für die Rechte seiner schwarzen Brüder ein. Der Brief wurde zusammen mit einem Exemplar des ersten von *Banneker* erarbeiteten astronomischen Jahrbuchs übergeben. Derartige Jahrbücher, die sich damals großer Beliebtheit erfreuten, verfaßte *Banneker* noch viele Jahre lang. Er wirkte auch an der Vermessung des Columbia-Districts mit, worauf das Markenbild Bezug nimmt.

Die Geschichtsschreibung der Wissenschaften bemühte sich in den vergangenen Jahrzehnten mit zunehmendem Erfolg, ihren Gegenstand nicht mehr nur als Geschichte von wissenschaftlichen Begriffen, Problemen und erfolgreichen Forschern, sondern als gesellschaftlichen Prozeß zu erfassen und darzustellen. In einer so verstandenen Geschichte der Mathematik müssen und werden auch Männer wie *Benjamin Banneker* ihren gebührenden Platz finden.

P. Schreiber

Gleich und gleich und doch verschieden



Nachdenken und sicheres Rechnen gefragt

Über das Lösen von Sachaufgaben

Macht es euch Freude, wenn ihr knobeln könnt, wenn ihr über ein kniffliges Problem nachdenkt, wenn ihr die Lösung einer schwierigen Aufgabe gefunden habt? Ja! Dann gehört ihr zu den vielen Menschen, denen Denken eines der größten Vergnügen ist. So betrachtet, kann man die Beschäftigung mit der Mathematik als eine reizvolle Sache, vielleicht als ein schönes Hobby ansehen. Die Mathematik dient aber nicht vordergründig dazu, uns die Freude des Denkens, die Freude über die großartige Logik eines gefundenen Lösungsweges zu ermöglichen. Vor allem dient die Mathematik dazu, unser aller Leben zu erleichtern und zu verbessern. Das wird durch die Anwendungen der Mathematik erreicht. Im täglichen Leben, bei der Arbeit in der Industrie und Landwirtschaft, im Handel und Transportwesen – überall wird die Mathematik angewendet und gebraucht. Kein Weltraumschiff könnte um die Erde kreisen, wenn nicht ein entsprechend hoher Stand der mathematischen Wissenschaft vorhanden wäre! Wer Sachaufgaben löst, kann sich schon jetzt darin üben, praktische Probleme mit Hilfe der Mathematik zu bewältigen. Auch das kann ein schöner Erfolg sein und Freude und Befriedigung bringen, wenn man ein schwieriges Problem aus der Praxis durch Anwendung seiner mathematischen Kenntnisse gelöst hat. Die folgenden Aufgaben für die Klassen 5 bis 7 sollen Angebote für euch sein, eure mathematischen Kenntnisse anzuwenden. Wer denkt und rechnet mit?

Aufgaben

Klasse 5

▲1▲ Um eine Dachrinne zu befestigen, müssen Rinnenhalter angebracht werden.
Wieviel solcher Rinnenhalter werden benötigt, um eine 9,50 m lange Dachrinne zu befestigen, wenn die äußeren Halter je 0,25 m eingerückt werden und der Abstand der Rinnenhalter höchstens 0,75 m betragen darf?
Lösungshinweise:

a) mit Hilfe einer maßstäblichen Zeichnung

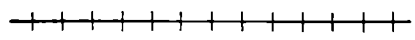


Bild 1

b) durch Rechnung (Bild 2)

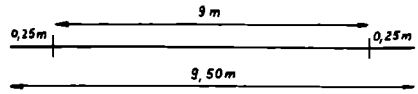


Bild 2

Tabelle:

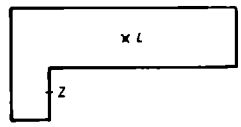
Anzahl d. Abstände	1	2	3		x
Entfernung in cm	75	150	225	...	900

(Solche Tabellen sind ein nützliches Hilfsmittel, um die in der Aufgabe enthaltenen Zusammenhänge aufzudecken!)
Lösungsansatz:
$75 \cdot x = 900$ (Die in der Tabelle untenstehenden Zahlen ergeben sich aus den darüberstehenden durch Multiplikation mit 75.)
$x = 12$
Auswertung des gefundenen Ergebnisses:
Die Anzahl der Halter ist um 1 größer, da der linke (oder rechte) äußere Halter noch dazugerechnet werden muß.
Antwort: Man benötigt 13 Rinnenhalter.

▲2▲ Zum Verlegen einer Lichtleitung in einem Stallgebäude benötigt man Feuchtraumkabel, das mit Halteschellen an Wand bzw. Decke befestigt wird.
Wieviel Halteschellen werden benötigt, wenn 14,50 m Kabel zu befestigen sind, die beiden äußeren Schellen jeweils 0,20 m eingerückt werden und der Abstand der Schellen höchstens 0,60 m betragen soll?

▲3▲ In einem Kellergang, dessen Grundriß im Maßstab 1 : 200 angegeben ist, wird eine Deckenbeleuchtung angebracht. Dazu muß von der Anschlußstelle des Zählers (Z) ein Feuchtraumkabel bis zur anzubringenden Kellerleuchte (L) verlegt werden, das mit Halteschellen an Wand bzw. Decke befestigt wird. Die Anschlußstelle für das Kabel im Zähler (Z) befindet sich 1,30 m über dem Fußboden. Der Kellerraum ist 2,10 m hoch.

Bild 3



a) Wieviel Meter Feuchtraumkabel werden benötigt, wenn das Kabel stets parallel zu den Begrenzungslinien des Raumes verlegt und dabei der kürzeste Weg gewählt wird?
b) Wie groß ist der durchschnittliche Abstand der Halteschellen zu wählen, wenn insgesamt 15 Schellen zur Verfügung stehen und die beiden äußeren Schellen 20 cm von Z bzw. L entfernt anzubringen sind? (Bild 3)

▲4▲ Ein 2,80 m hohes Wohnzimmer mit dem abgebildeten Grundriß (Bild 4) soll tapeziert werden. Im Zimmer befinden sich zwei 1,40 m breite und 1,50 m hohe Fenster, die 80 cm über dem Fußboden beginnen, und eine 1,20 m breite und 2 m hohe Tür.

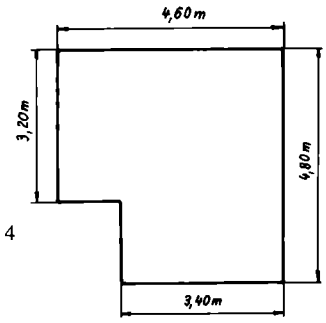


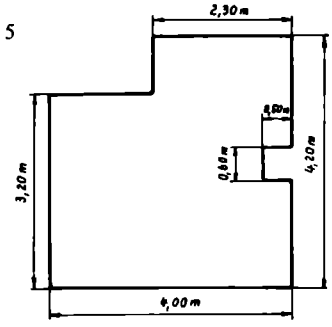
Bild 4

Wieviel Tapetenrollen von 10 m Länge und 0,50 m Breite müssen eingekauft werden? (Dabei sollen auf den Tapetenbahnen von 0,50 m Breite und 2,80 m Höhe nicht zwei Tapetenstücke aneinandergesetzt werden!)

Klasse 6

▲1▲ Zum Streichen von 20 m² Fußboden sind 5 kg Vorstreichfarbe erforderlich.
Welche Menge wird zum Streichen eines Fußbodens benötigt, dessen Grundriß durch das folgende Bild gegeben ist? (Bild 5)

Bild 5



Lösungshinweise:
a) Fußbodenfläche:

$A = A_1 + A_2 - A_3$
$A = 2{,}30\text{ m} \cdot 1\text{ m} + 3{,}20\text{ m} \cdot 4\text{ m}$
$\quad - 0{,}50\text{ m} \cdot 0{,}60\text{ m}$
$A = 14{,}8\text{ m}^2$

b) Farbmenge: Tabelle

Fläche in m²	20	14,8		1
Farbmenge in kg	5	x	...	y

(Tabellen über den Zusammenhang von zwei Größen sind oft ein nützliches Hilfsmittel für das Finden des Ansatzes.)
Mathematischer Ansatz:
1. Wenn man wüßte, wieviel kg Farbe (y) für 1 m² Fußboden benötigt würde, könnte man die Farbmenge berechnen (Ergänzung der Tabelle durch die letzte Spalte).

$y = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ (Schließen auf die „Einheit")
$x = 14{,}8 \cdot \frac{1}{4} = 3{,}7$

2. Über Verhältnisgleichungen (direkte Proportionalität):

$$20:5=14{,}8:x$$

Antwort: Man braucht 3,7 kg Farbe.

▲2▲ Bei der Instandsetzung einer Altbauwohnung ist in einem Zimmer mit nachstehendem Grundriß im Maßstab 1:200 die Dielung zu erneuern.

a) Wieviel Quadratmeter Fußbodenbretter werden verbraucht, wenn man für 1 m² Fußbodenfläche wegen Verschnitts 1,15 m² rechnen muß?

b) Wieviel Meter Kehrleiste sind erforderlich, wenn das Zimmer eine 1,20 m breite Tür (keine Kehrleiste) besitzt und man für einen Meter 5 cm Verschnitt hinzufügen muß?

c) Wieviel Kilogramm Nägel werden benötigt, wenn man für 1 m² Fußbodenbelag 0,11 kg und für 1 m Kehrleiste 10 g rechnet? (Bild 6)

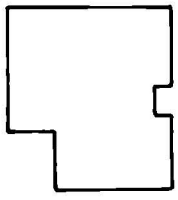


Bild 6

▲3▲ Der im folgenden Grundriß (Maßstab 1:200) dargestellte Raum (2,80 m hoch) wird vorgerichtet (Bild 7). Dazu ist ein alter einschichtiger Tapetenbelag zu entfernen, Decken und Wände sind mit Makulatur zu streichen und zu tapezieren.

Errechne die Lohnkosten dafür entsprechend folgender Tabelle (Fenster- und Türflächen werden mitgerechnet!):

Leistung	Kosten für 1 m²
Alte Tapete entfernen	0,28 M
Makulatur streichen	0,26 M
Wandtapezierung	0,83 M
Deckentapezierung	1,12 M

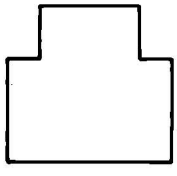


Bild 7

Klasse 7

▲1▲ Für eine Frischwasserleitung ist ein Rohrgraben mit dem im Bild dargestellten Profil und einer Länge von 1,85 km auszuheben.

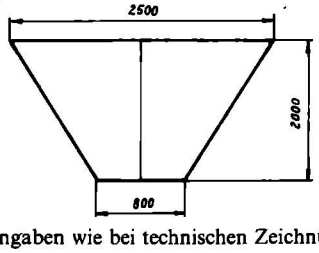


Bild 8

(Maßangaben wie bei technischen Zeichnungen üblich in mm)

In wieviel Stunden wird der Graben mit einem Grabenbagger ausgehoben, wenn in einer Stunde 41 m³ ausgehoben werden? (Bild 8)

Lösungshinweise:

a) Volumen des auszubaggernden Grabens:

Formeln:

$$V_P = A_G \cdot h_P \qquad \text{(Prisma)}$$

$$A_G = \frac{a+c}{2} \cdot h_T \qquad \text{(Trapez)}$$

geg.: $a = 0{,}8$ m
$c = 2{,}5$ m
$h_T = 2{,}0$ m
$h_P = 1850{,}0$ m
$V_P = 6105$ m³

b) Zeit für die Ausbaggerung:

Tabelle:

Zeit in Stunden	1	2	...	x
ausgebaggerte Erde in m³	41	82		V_P

(Solche Tabellen, die den Zusammenhang von zwei „Größen" betreffen, sind ein nützliches Hilfsmittel für das Suchen eines Ansatzes.)

Mathematischer Ansatz:

$$x \cdot 41 = V_P$$

(die Zahlen der unteren Zeile ergeben sich aus den darüberstehenden durch Multiplikation mit 41)

$$x = 6105:41$$

$$x \approx 149$$

Antwort: In etwa 149 Stunden ist der Graben ausgebaggert.

▲2▲ An beiden Uferseiten eines Flusses wird zum Hochwasserschutz auf einer Flußlänge von 3,2 km ein Damm aufgeschüttet, dessen Querschnitt im Maßstab 1:100 abgebildet ist. Die zur Aufschüttung notwendige Erde wird im Zweischichtbetrieb von 9 Kippern angefahren, von denen jeder eine Ladefähigkeit von 4,1 m³ hat. Pro Schicht kann jeder Kipper 15mal Erde anliefern.

Wieviel Tage müssen die Kipper im Einsatz sein? Dabei muß noch beachtet werden, daß 25% mehr Erde anzuliefern sind, weil die Erde beim Aufschütten des Dammes zusammenrutscht (Bild 9).

Bild 9

▲3▲ Bei der Einrichtung eines HO-Selbstbedienungsladens muß eine Decke, die im Maßstab 1:500 in dem folgenden Bild wiedergegeben ist, abgeputzt werden. Für die vorgesehene Putzdicke von 20 mm auf Holzwolle-Leichtbauplatten ist für jeden Quadratmeter mit 24 l Mörtel zu rechnen.

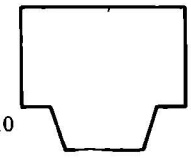


Bild 10

Wieviel Liter Mörtel sind bereitzustellen? (Bild 10)

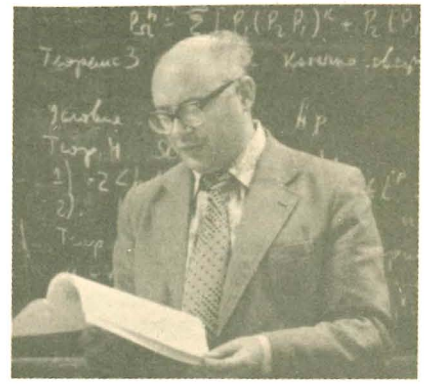
Eine Aufgabe von Prof. Dr. Wladimir Mazja

Wissenschaftliches Forschungsinstitut für Mathematik und Mechanik der Universität Leningrad

▲2091▲ Für jede natürliche Zahl n finde man die größte Zahl c_n, so daß für beliebige positive Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_n$ mit $a_1 \geqq a_2 \geqq \ldots \geqq a_n > 0$ gilt:

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n \geqq c_n \cdot \max_{1 \leqq k \leqq n} (k \cdot a_k). \qquad (*)$$

Zu einem späteren Zeitpunkt werde ich euch die Lösung dieser Aufgabe und dazu noch einige Verallgemeinerungen nennen.



In der Reihe *Teubner-Texte zur Mathematik* erschienen von Prof. Dr. Mazja bisher: *Einbettungssätze für Soboljewsche Räume, Teil I und II.*

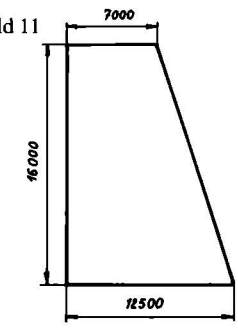
Beide Monographien wenden sich an Mathematiker, Physiker und Studenten dieser Fachrichtungen.

▲4▲ Ein Werkhof (siehe Bild) erhielt einen neuen Belag. Als Normzeit für 1 m² neuen Belag gilt eine Zeit von 0,56 Stunden.

a) Wieviel Stunden stehen für die Arbeit zur Verfügung?

b) In wieviel Stunden wurde die Arbeit beendet, wenn die Normerfüllung 118,5% betrug? (Bild 11)

Bild 11



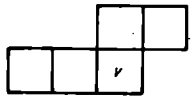
K. Reichold

Wer löst mit? alpha-Wettbewerb

Letzter Einsendetermin: 12. Juni 1981

Mathematik

Ma 5 ■2092 Martin sollte das Netz eines Würfels zeichnen.



Er begann so, wie aus dem Bild ersichtlich. Wie muß Martin weiterzeichnen? Es gibt genau vier verschiedene Möglichkeiten, um ein vollständiges Würfelnetz zu erhalten. Zeichne sie, und trage in die Quadratflächen die Buchstaben *h, r, l, o, u* ein, die zum Ausdruck bringen, welche Quadratfläche den Würfel nach dem Falten hinten, rechts, links, oben bzw. unten begrenzt! Der Buchstabe *v* (vorn) ist bereits eingetragen.

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

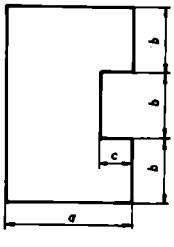
Ma 5 ■2093 Bilde aus den Grundziffern 5, 6, 7, 8 und 9 fünfstellige Ziffern für ungerade natürliche Zahlen! Grundziffern für aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sollen dabei nicht nebeneinander stehen.

a) Die so dargestellte Zahl soll möglichst klein, aber nicht kleiner als 69000 sein.

b) Die so dargestellte Zahl soll möglichst groß, aber nicht größer als 70000 sein.

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma 5 ■2094 Das Bild zeigt die 1275 m² große Fläche eines Schulgartens, der mit Maschendraht eingezäunt werden soll. Wieviel laufende Meter Maschendraht sind anzuschaffen, wenn die Breite *a* des Schulgartens 30 m beträgt und *a* sechsmal so lang ist wie die der Zeichnung zu entnehmende Strecke *c*?



Studentin Marion Staskowiak, PH Köthen

Ma 5 ■2095 Axel, Bert und Jan haben jeder genau ein Hobby. Jeder von ihnen sammelt entweder Briefmarken oder Ansichtskarten oder Abzeichen. Von ihnen wissen wir:

(1) Axel und der Sammler von Ansichtskarten kennen sich aus einem Kinderferienlager.

(2) Jan sammelt keine Ansichtskarten; er ist älter als der Abzeichensammler.

Welches Hobby betreibt jeder dieser drei Jungen?

Studentin Marion Staskowiak, PH Köthen

Ma 5 ■2096 Es sind alle zweistelligen ungeraden natürlichen Zahlen *a* und *b* zu ermitteln, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Die Zahlen *a* sind dreimal so groß wie die Zahlen *b*.

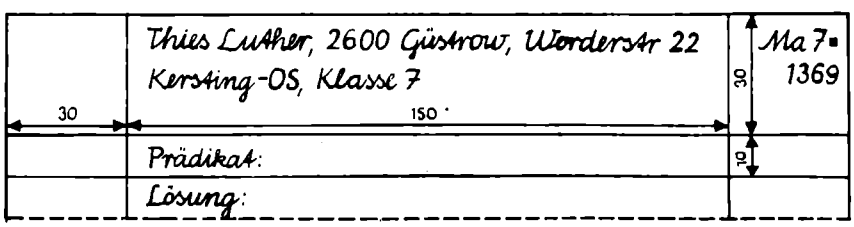
(2) Die Zahlen *b* sind Vielfache von 5.

Studentin Marion Staskowiak, PH Köthen

Ma 5 ■2097 Drei Mannschaften *A, B* und *C* mit je sechs Spielern führten einen Wurfballwettbewerb durch. Sie warfen mit kleinen Bällen auf gestapelte leere Konservendosen. Jeder Spieler der Mannschaft *A* traf genau drei Dosen. Die Mannschaften *A* und *C* brachten es zusammen auf 41 Dosen. Zwei Mannschaften erzielten gleich viel Treffer. Die Summe der Anzahl der Treffer aller drei Mannschaften ist eine Primzahl. Wie viele Treffer erzielte jeder dieser drei Mannschaften?

Schüler Bernd Gliwa, Staßfurt

Ma 5 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)



Wettbewerbsbedingungen

1. Am Wettbewerb können sich alle *alpha*-Leser beteiligen.

2. Einsendungen sind unter Angabe von Name, Vorname, Privatanschrift (Postleitzahl nicht vergessen!), Schule und Schuljahr (bei Erwachsenen Alter und Beruf) zu richten an

Redaktion alpha
7027 Leipzig, Postfach 14.

3. Alle Wettbewerbsaufgaben sind im System der Aufgabe fortlaufend numeriert. Der üblichen Nummer ist ein Ma (Mathematik), Ph (Physik) oder Ch (Chemie) und eine Ziffer, z. B. 7, vorgesetzt (d. h. für 7. Klasse geeignet).

4. Von den Teilnehmern sind nur die Aufgaben seiner oder einer höheren Klassenstufe einzusenden. Schüler der Klassenstufen 11/12 und Erwachsene lösen die Aufgaben, welche mit Ma 10/12, Ph 10/12 oder Ch 10/12 gekennzeichnet sind.

5. Für jede Lösung ist ein gesondertes Blatt zu verwenden, Format A4 (210 mm × 297 mm) (siehe Muster), denn jede Aufgabe wird für sich, d. h. in einem Zug, korrigiert.

6. Teilnehmer, die eine vorbildliche oder gute (d. h. vollständige und richtige) Lösung (nicht nur Antwortsatz oder Ergebnis) eingesandt haben, erhalten von der Redaktion eine Antwortkarte mit dem Prädikat „sehr gut gelöst", „gut gelöst" oder „gelöst". Schüler, welche nur einen Schlußsatz zu einer Aufgabe einsenden, die vorgegebene Form nicht beachten, unübersichtlich oder unsauber arbeiten, erhalten eine rote Karte mit dem Vermerk „nicht gelöst".

Letzter Einsendetermin wird jeweils bekanntgegeben. Der Jahreswettbewerb 1980/81 läuft von Heft 5/80 bis Heft 2/81. Zwischen dem 1. und 10. September 1981 sind alle durch Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/80 bis 2/81 erworbenen Karten geschlossen an die Redaktion einzusenden. Eingesandte Antwortkarten werden nur dann zurückgesandt, wenn ein Rückumschlag mit ausreichender Frankatur beiliegt.

Die Preisträger und die Namen von Kollektiven, die sich am Wettbewerb beteiligen, werden in Heft 6/81 veröffentlicht. Wer mindestens 10 Antwortkarten (durch die Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/80 bis 2/81) erhalten hat und diese einsendet, erhält eine Anerkennungsurkunde und ein Abzeichen (in grüner Farbe). Schüler, die bereits zwei Anerkennungsurkunden besitzen und diese mit den Antwortkarten des Wettbewerbs 1980/81 einsenden, erhalten das *alpha*-Abzeichen in Gold (und die Urkunden zurück). Wir bitten darauf zu achten, daß alle Postsendungen richtig frankiert sind und daß die Postleitzahl des Absenders nicht vergessen wird.

Redaktion *alpha*

Ma 6 ■2098 An einer Klassenarbeit im Fach Mathematik waren 25 Schüler beteiligt. Kein Schüler erhielt die Note 5. Es erhielten doppelt so viel Schüler die Note 1 wie die Note 4. Es erhielten dreimal so viel Schüler die Note 3 wie die Note 1. Einige Schüler erhielten die Note 2. Der erreichte Klassendurchschnitt ergab 2,48. Wieviel Schüler erhielten die Note 1, 2, 3 bzw. 4?

Schülerin Regina Pahling, Uchtspringe

Ma 6 ■2099 Bei einem 100-m-Lauf, an dem 7 Schülerinnen beteiligt waren, wurden folgende Ergebnisse erzielt:

(1) Dorothea erreichte 1,5 s vor Simone das Ziel.
(2) Anette erreichte 0,8 s vor Simone das Ziel.
(3) Andrea erreichte die Ziellinie 2 s später als Anette.
(4) Jana kam 0,1 s vor Dorothea im Ziel an.
(5) Silvia verfehlte die Zeit von Jana um nur 0,4 s.
(6) Simone kam 0,2 s später als Daniela im Ziel an.

Addiert man die Laufzeiten aller 7 Schülerinnen, so erhält man 104,4 s. Wieviel Sekunden benötigte jede dieser Schülerinnen zum Durchlaufen der 100-m-Strecke?

Schülerin Petra Hahn, Nordhausen

Ma 6 ■2101 Auf wieviel Nullen endet die Ziffer, die das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis 50 darstellt?

Schüler Rainer Wichmann, Weimar

Ma 6 ■2102 Die Summanden der Summe

$$\overline{JC}+\overline{JJ}+\overline{PZ}+\overline{JSS}+\overline{CS}+\overline{C}+\overline{ZX}+\overline{JA}+\overline{BX}+\overline{BAT}=\overline{RRP}$$

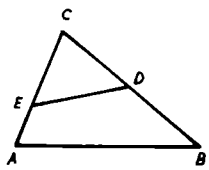
stellen natürliche Zahlen in dekadischer Schreibweise dar.

Dabei sind A, C, T und Z einstellige Primzahlen mit $C<Z<A<T$; $\overline{JJ}$ ist ebenfalls Primzahl. Die den Buchstaben B und R entsprechenden einstelligen natürlichen Zahlen sind durch 3 teilbar. Ferner gilt $\overline{S}<\overline{A}$. Für gleiche Buchstaben sind gleiche Ziffern, für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern zu setzen. Welche natürlichen Zahlen erfüllen die vorgegebene Gleichung?

Schülerin Kerstin Graf, Plauen (Kl. 7)

Ma 6 ■2103 Das Bild stellt ein Dreieck ABC dar. Ein innerer Punkt D der Seite $\overline{BC}$ wurde mit einem inneren Punkt E der Seite $\overline{AC}$ verbunden. Es ist nachzuweisen, daß der Umfang des Dreiecks ABC größer ist als der Umfang des Vierecks $ABDE$!

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz



Ma 6 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)

Ma 7 ■2104 Zeichne ein gleichseitiges Dreieck ABC mit seinen drei Höhen $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ und $\overline{CF}$! Zeichne durch A die Parallele zu $\overline{CF}$, durch B die Parallele zu $\overline{AD}$, durch C die Parallele zu $\overline{BE}$! Diese drei Parallelen mögen sich in den Punkten G, H und K schneiden. Beweise, daß das Dreieck GHK ebenfalls gleichseitig ist! *StR H.-J. Kerber, Neustrelitz*

Ma 7 ■2105 Welche geordneten Tripel natürlicher Zahlen $[a,b,c]$ erfüllen zugleich die beiden Gleichungen

$a\cdot b+8=c$ und $a+b+c=100$?

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma 7 ■2106 Welche natürlichen Zahlen n erfüllen die Ungleichungen

$987654321\cdot 98765432<n<98765432\cdot 987654323$? *StR H.-J. Kerber, Neustrelitz*

Ma 7 ■2107 Wie viele dreistellige natürliche Zahlen gibt es, die in der dekadischen Darstellung die Form $\overline{abc}$ haben und für die $a+b=c$ gilt? *StR H.-J. Kerber, Neustrelitz*

Ma 7 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)

Ma 8 ■2108 Gesucht sind zwei aufeinanderfolgende Quadratzahlen, deren Differenz 33 beträgt. *Schüler Thomas Strobel, Berlin*

Ma 8 ■2109 Gesucht sind alle geordneten Paare $[a;b]$ zweistelliger natürlicher Zahlen a und b mit folgenden Eigenschaften:

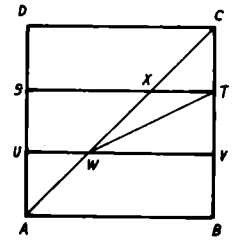
(1) $a=4b$ und
(2) das geometrische Mittel der Quersummen von a und b beträgt 8.

Schüler Jörg Hamann, Rostock (Kl. 9)

Ma 8 ■2110 Gegeben sei das abgebildete Quadrat $ABCD$. Ferner gilt:

$\overline{AU}\cong\overline{US}\cong\overline{SD}$ und $\overline{UV}\parallel\overline{AB}\parallel\overline{ST}$.

Den wievielten Teil des Flächeninhalts des Quadrates $ABCD$ nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks WTX ein?



Schüler Tilo Schaarschmidt, Bad Lauchstädt (Kl. 7)

Ma 8 ■2111 Gegeben sei ein gleichschenkliges Trapez $ABCD$ mit den Längen a bzw. b der parallelen Seiten $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$, der Schenkellänge b und der Länge d einer Diagonalen. Es ist nachzuweisen, daß in diesem Falle $d^2+b^2+a\cdot c$ gilt! *Sch.*

Ma 8 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)

Ma 9 ■2112 Gesucht sind zwei natürliche Zahlen a und b, die folgenden Bedingungen genügen:

(1) Die Summe ihrer Kuben beträgt 26048,
(2) ihr arithmetisches Mittel ist 22.

Schülerin Uta Boldt, Burg Stargard (Kl. 8)

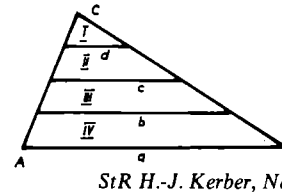
Ma 9 ■2113 Es ist nachzuweisen, daß der Term

$$n^3+(n+1)^3+(n+2)^3$$

für jede natürliche Zahl n durch 9 teilbar ist!

Sch.

Ma 9 ■2114 Die Fläche des abgebildeten Dreiecks ABC wird durch drei Strecken, die parallel zu $\overline{AB}$ sind, in vier Teilflächen zerlegt, die jeweils die gleiche Höhe haben. Diese Teilflächen wurden mit I, II, III bzw. IV bezeichnet. Welche zwei Teilflächen nehmen zusammen die halbe Dreiecksfläche ein?



StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma 9 ■2115 Es ist ein Dreieck ABC aus den Längen $h_a=4$ cm, $h_b=5$ cm, $h_c=6$ cm der Dreieckshöhen $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ zu konstruieren. Die Konstruktion ist zu begründen!

Schüler Bernd Stammler, Halle-Neustadt

Ma 9 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)

Ma 10/12 ■2116 Es ist ohne Benutzung eines Tafelwerkes zu untersuchen, ob die Summe $\sqrt{1979}+\sqrt{1980}$ gleich der Summe $\sqrt{1978}+\sqrt{1981}$ oder kleiner bzw. größer als diese Summe ist! *Sch.*

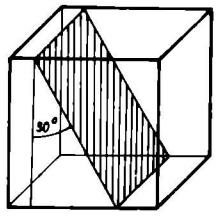
Ma 10/12 ■2117 Die Länge a der Seite $\overline{BC}$ eines Dreiecks ABC beträgt 39 m; die Summe $b+c$ der Längen der Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{AB}$ beträgt 66 m. Der von den Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ eingeschlossene Winkel hat eine Größe von 60°. Zu berechnen sind die Längen der Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$. *Mathematikfachlehrer G. Stolz, Königs Wusterhausen*

Ma 10/12 ■2118 In einem gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AC}$ liegt ein Punkt D, so daß gilt: $\overline{AD}\cong\overline{BD}\cong\overline{CD}$. Die Länge von $\overline{AD}$ beträgt 4 cm und die Größe des von $\overline{AD}$ und $\overline{BD}$ eingeschlossenen Winkels 100°. Es ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC zu berechnen.

Schüler Manfred Häußler, Westgreußen (Kl. 12)

Ma 10/12 ■2119 Gegeben sei ein Würfel mit einer Kantenlänge von 5 cm. Durch den Würfel wird ein Schnitt so geführt, wie das

Bild zeigt. Um wieviel Quadratzentimeter wächst der Inhalt der rechteckigen Schnittfläche, wenn der spitze Neigungswinkel der Schnittfläche gegen die Grundfläche um 10° verkleinert wird? (Bild nicht maßgerecht!)

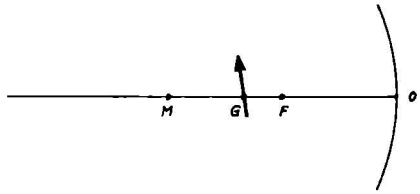


Schülerin Claudia Popien, Magdeburg (Kl. 8)

Ma 10/12 ■2100 Sonderwettbewerb aus Anlaß des 1. Mathematikerkongresses der DDR (siehe Seite 30)

Physik

Ph 6 ■96 Konstruiere am Hohlspiegel das Bild des gezeichneten Pfeiles! Dabei ist $\overline{FO} = 3$ cm und $\overline{GF} = 1$ cm.

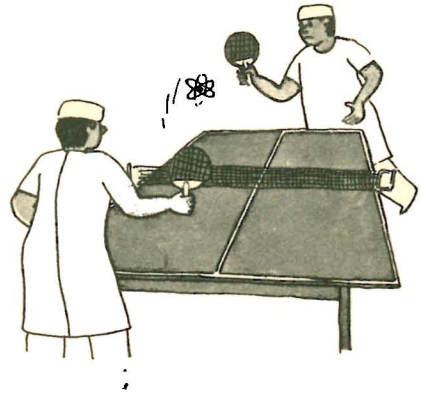


Ph 7 ■97 In einer chemischen Syntheseanlage werden von drei Kolbenpumpen jeweils verschiedene Substanzen in eine gemeinsame Sammelleitung gedrückt.
Dabei drückt innerhalb einer Sekunde
Pumpe Nr. 1 16 cm^3, Pumpe Nr. 2 16 cm^3, Pumpe Nr. 3 128 cm^3
Fördervolumen in die Leitung.
Die gemeinsame Sammelleitung habe einen Querschnitt von 80 mm^2.
a) Berechne die Strömungsgeschwindigkeit in der Sammelleitung!
b) Wie verändert sich die Strömungsgeschwindigkeit, wenn der Querschnitt der Sammelleitung auf 100 mm^2 vergrößert wird?

Ing. A. Körner, Leipzig

Ph 8 ■98 Eine Glühlampe (220 V, 25 W) wird mit einer Fahrrad-Dynamo-Lampe (6 V, 0,5 A) in Reihe geschaltet. Dann wird aus der Steckdose die Netzspannung von 220 V an die Enden der Reihe gelegt. Was geschieht?

A. Schatz, Leipzig

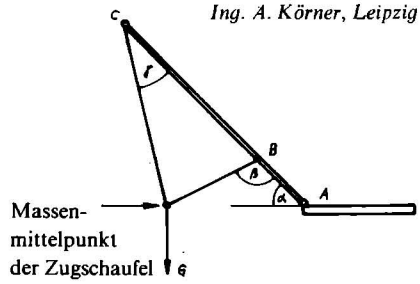


Ph 9 ■99 Eine Stadt liegt an einem Fluß. Oberhalb der Stadt entsteht am Fluß ein Naherholungszentrum.
In welcher Entfernung von der Stadt sollte die Dampferanlegestelle des Erholungsgebietes gebaut werden, damit die reine Fahrzeit des Dampfers von der Stadt zu dieser Stelle und zurück nicht länger als $1\frac{1}{2}$ h dauert?
Die Geschwindigkeit des Dampfers sei 12 $km \cdot h^{-1}$, die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses sei 4 $km \cdot h^{-1}$.

Schüler Steffen Lausch, Grimma (Kl. 10)

Ph 10/12 ■100 Am Ausleger eines Baggers mit Zugschaufelausrüstung hängt die Zugschaufel kurz vor dem Entleeren am Trag- und Zugseil, wie es in dem Bild dargestellt ist. Das Tragseil läuft über den Punkt *C*, das Zugseil über den Punkt *B*. Die Zugschaufel hat mit Inhalt eine Gesamtmasse von 4000 kg. Der Ausleger ist gegenüber der Horizontalen um den Winkel α geneigt. Es seien $\alpha = 45°$, $\beta = 105°$ und $\gamma = 30°$. Gesucht sind die Kräfte am Trag- und Zugseil.

Ing. A. Körner, Leipzig

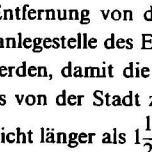


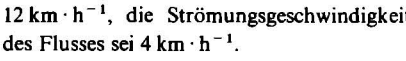
Chemie

Ch 7 ■77 Der VEB ORWO produzierte im Jahre 1975 22 Mio m^2 Foto-Kino-Film (schwarzweiß). Bis 1981 soll die Produktion um 40% gesteigert werden.
a) Wieviel Mio m^2 werden 1981 produziert?
b) Wieviel km^2 sind das?
c) Wie lang (km) würde ein Band von 1 m Breite sein, welches man durch Aneinanderlegen des 1981 hergestellten Filmmaterials erhielte?

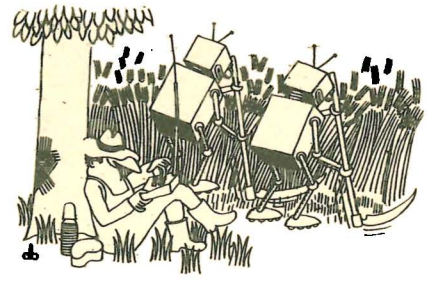
Ch 8 ■78 Im VEB Kombinat Chemische Werke Buna wird PVC aus Vinylchlorid hergestellt. Wieviel Kubikmeter Äthin werden zur Herstellung von 1250 t Vinylchlorid benötigt?

Ch 9 ■79 Die Glasindustrie unserer Republik produzierte 1979 etwa 30 Mio m^2 (150000 t) Fensterglas. Ausgangsstoff für die Glasindustrie ist Soda.
a) Wieviel Tonnen Soda müssen für die Produktion von 30 Mio m^2 Fensterglas von der chemischen Industrie erzeugt werden? (Fensterglas enthält 13% Natriumoxid, das aus dem Natriumkarbonat stammt.)
b) Welchen Transportraum hat die Deutsche Reichsbahn bereitzustellen, wenn in einem Waggon 20 t Soda transportiert werden können?

Ch 10/12 ■80 Als wirksame Substanz im fotografischen Entwickler dient meist Hydrochinon  . Es reduziert in alkalischer Lösung Silberhalogenide zu metallischem Silber nach folgender Gleichung:



Dabei geht das Hydrochinon in das Chinon (O= =O) über. In der Emulsion eines Filmstreifens befinden sich 0,5 g Silberhalogenid. Bei der Belichtung wurden 55,3% „befähigt", Silberkeime auszubilden. Wieviel Gramm Hydrochinon reduzieren das Halogenid vollständig zu Silber?



Rätsel

Seltener Besuch

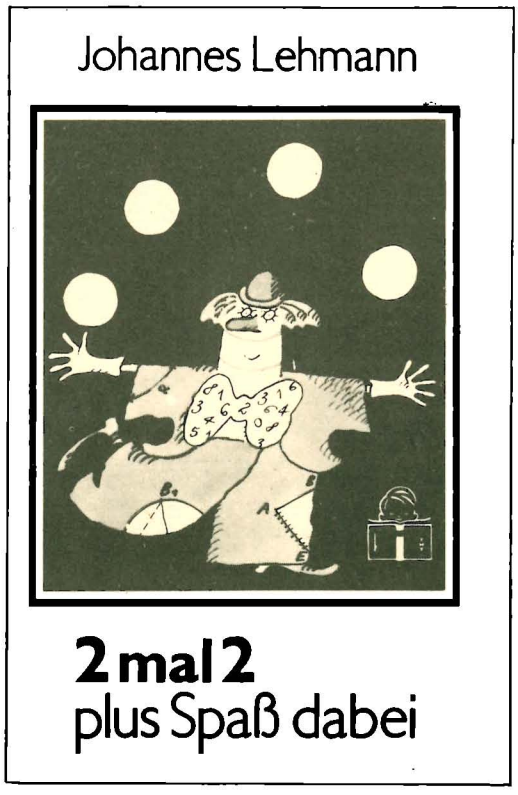
Ein Bruder ist's von vielen Brüdern,
In allen ihnen völlig gleich,
Ein nötig Glied von vielen Gliedern
In eines großen Vaters Reich;
Jedoch erblickt man ihn nur selten,
Fast wie ein eingeschobnes Kind:
Die andern lassen ihn nur gelten
Da, wo sie unvermögend sind.

J. W. von Goethe

Für das Rätsel, das Goethe für die zweite Aufführung von Schillers „Turandot" beisteuerte, gab Schiller folgende Lösung:

Der Sohn, der seinen vielen Brüdern
In allen völlig gleicht
Und dennoch nur in ihren Gliedern
Wie eingeschoben sie umschleicht –
Was gleicht sich wie ein Tag dem Tage?
Es ist der Schalttag, den du meinst.

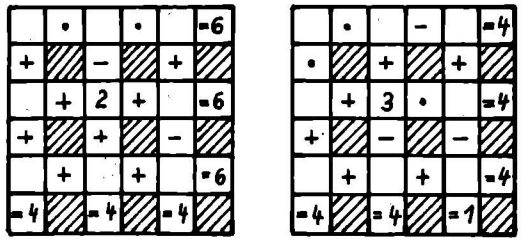
Neu im Verlag Volk und Wissen:



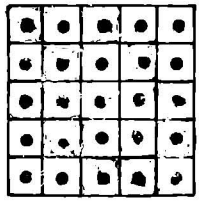
Für Schüler der unteren Klassen; 80 Seiten, 158 Abb.
Pappband, DDR 2,60 M, Ausland 5,90 M,
Bestell-Nr. 707 437 3, Kurzwort: 00 1721 Mal 2 plus Spaß
Mathematische Schülerbücherei, Band 100

Leseprobe: 1, 2, 3 – Knobelei **Klasse 4**

1. Setze einstellige Zahlen so ein, daß sowohl waagerecht als auch senkrecht richtig gelöste Aufgaben entstehen!



2. Von den 25 Spielmarken sind 10 so wegzunehmen, daß in jeder Zeile, jeder Spalte und in jeder Diagonalen nur noch drei Spielmarken verbleiben.



3. Ute ist jetzt 10 Jahre jünger als ihr Bruder Jan. In einem Jahr wird Jan dreimal so alt wie Ute sein. Wie alt sind Ute und Jan?

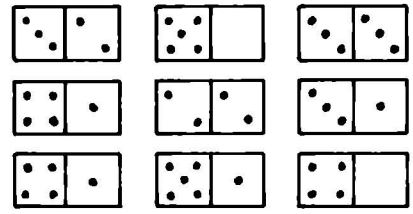
4. Klaus (K), Inge (I), Peter (P) und Uschi (U) sollen an einem Staffellauf teilnehmen.
Wieviel Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge, in der sie laufen können?

5. Unten an einer schönen Linden
war gar ein kleiner Wurm zu finden.
Der kroch hinauf mit aller Macht,
acht Ellen richtig bei der Nacht,
und alle Tage kroch er wieder
vier Ellen dran hernieder.
Zwölf Nächte trieb er dieses Spiel,
bis daß er von der Spitze fiel,
am Morgen in die Pfütze,
und kühlt sich ab von seiner Hitze.
Mein Schüler, sage ohne Scheu,
wie hoch dieselbe Linde sei.

Adam Ries (1550)

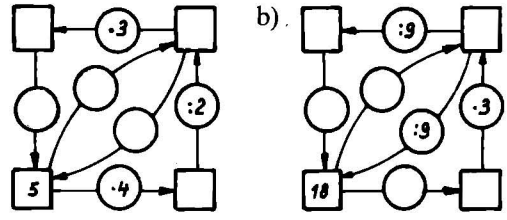
6. Gerd baute einen Turm, indem er gleich große Würfel übereinanderstellte. Von oben und allen Seiten waren genau 33 Quadrate zu sehen.
Aus wieviel Würfeln bestand dieser Turm?

7. Verschiebe diese neun Dominosteine so, daß die Summe der Augen auf den Dominosteinen in allen waagerechten und senkrechten Reihen stets 15 beträgt!



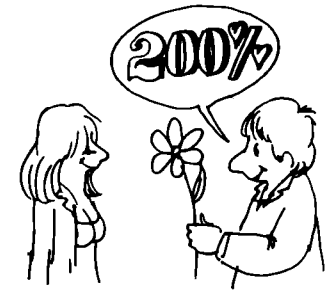
8. Vervollständige!

a) b)



In freien Stunden · alpha-heiter

Mathematik international



Nekra, Moskau

Magisches Quadrat

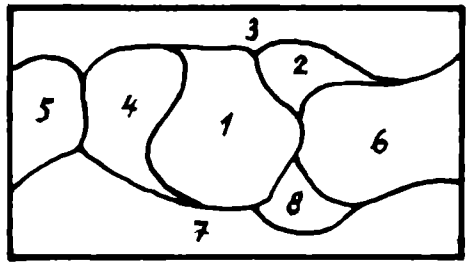
In dem großen Quadrat ist ein vierreihiges magisches Quadrat versteckt, in dessen senkrechten, waagerechten und diagonalen Reihen die Summe jeweils 34 beträgt. Wo? *Füles, Budapest*

5	12	21	6	7	30	2	11	9	7
13	4	8	3	15	2	6	1	22	5
1	10	2	7	1	15	14	4	17	3
17	5	4	11	12	6	7	9	2	12
4	3	6	15	8	10	11	5	14	9
20	7	15	4	13	3	2	16	2	8
9	3	16	8	2	12	4	7	10	6
1	4	7	15	8	2	3	11	9	5
14	11	3	6	5	4	13	16	1	7
13	5	2	11	12	1	5	4	17	12

Färbung einer Landkarte

Das Bild zeigt acht Länder; es seien (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8) die Namen dieser Länder. Wie können wir diese Landkarte mit den vier Farben Rot, Blau, Gelb und Grau farbig gestalten, so daß für jedes Paar benachbarter Länder die Färbungen verschieden sind?

H. Steinhaus (†), Wroclaw



Silbenrätsel

Aus den Silben a, a, a, an, bruch, by, der, der, di, dop, e, e, go, i, in, kos, le, na, null, me, ok, pel, punkt, ri, rith, schew, ta, te, tik, tsche, va sind acht Wörter zusammenzustellen, die folgende Bedeutung haben:

1. Teilgebiet der Mathematik, das die verschiedenen Zahlenarten und ihre Rechengesetze behandelt,
2. Verbindungsstrecke zweier nichtbenachbarter Ecken eines Vielecks,
3. Gemeiner Bruch, dessen Zähler und Nenner selbst wieder Brüche sind.
4. Ein regelmäßiges Polyeder (Zwanzigflächner),
5. Russischer Mathematiker (1821 bis 1894),
6. Funktion, Zahl oder Eigenschaft, die bei Abbildungen unverändert bleibt,
7. Ein regelmäßiger Polyeder (Achtflächner),
8. Ein bestimmter Punkt auf der Zahlengeraden.

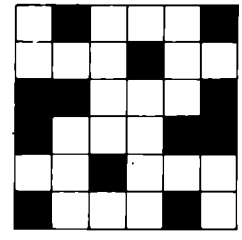
Die ersten und letzten Buchstaben der Lösungswörter, beide von oben nach unten gelesen, ergeben die Namen zweier Begriffe aus der Mathematik.

Th. Scholl, Berlin

Kreuzzahlrätsel

Fülle das Diagramm mit unterschiedlichen zwei-, drei- und vierstelligen Quadratzahlen aus! Keine von ihnen darf mit Null beginnen.

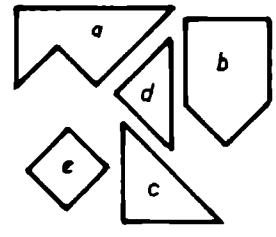
N. Yoshigahara, Tokic



Legespiel

Übertrage die fünf geometrischen Figuren auf Transparentpapier, und schneide sie aus! Vier von ihnen, aber auch alle fünf, lassen sich jeweils zu einem Quadrat zusammensetzen.

Matematički List, Beograd



Lustige Zahlenspielerei

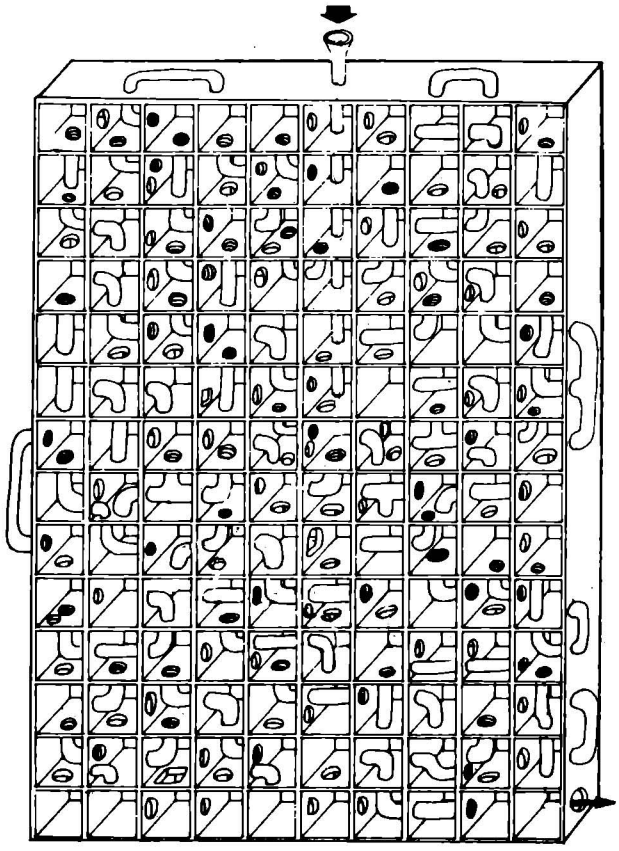
Man nehme viermal die Ziffer 7 und bilde unter Verwendung der vier Rechenzeichen Aufgaben, deren Ergebnis 2, 3, 5, ..., 10 lautet, z. B.

$$1 = \frac{77}{77}; \quad 4 = \frac{77}{7} - 7;$$

B. Amgalan, Ulan-Bator

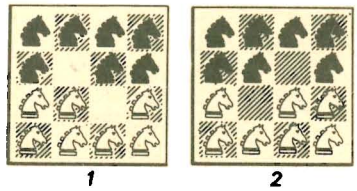
Labyrinth

Ist es möglich, diesen aus Röhren bestehenden Irrgarten zu durchfahren? Wie? *P. Berloquin, Paris*



Rösselsprung

Wie viele Züge sind notwendig, um Stellung 2 aus Stellung 1 zu erzeugen? *Quant, Moskau*



Kryptarithmetik

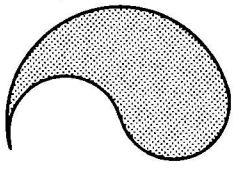
PLUS	MATHE	MINUS
PLUS	MATHE	MINUS
MATHE	HOBBY	HOBBY

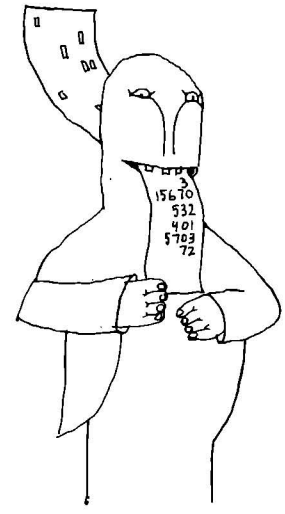
J. Pěnčik, Praha

Denksport

Die dargestellte Figur wird von drei Halbkreisen begrenzt. Sie soll in zwei kongruente Teile zerlegt werden. Kannst du das?

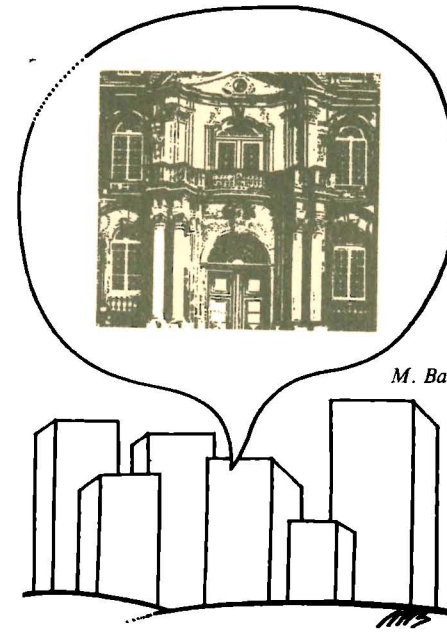
Pythagoras, Groningen





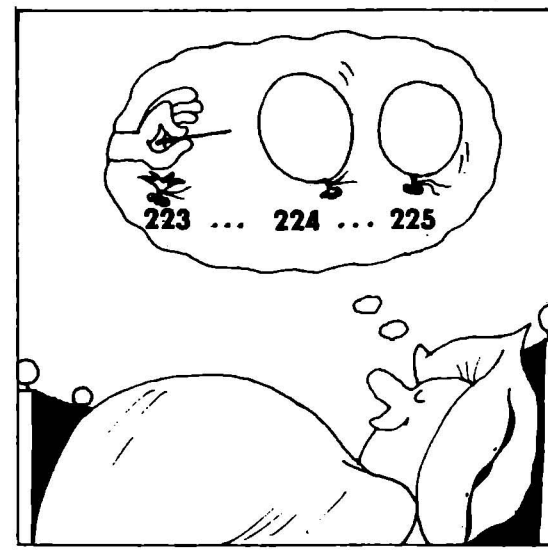
Tomi Ungerer, Kanada

B. Spelnikowa, Rjasan



M. Bachraty, Praha

L. Beutlich, Berlin



XX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

Aufgaben der Kreisolympiade

Olympiadeklasse 5

1. Zwei Geschwister erhielten im September zusammen 6 Mark für abgelieferte Altstoffe. Im Oktober erhielten sie zusammen 13 Mark. Im November bekamen sie 2 Mark weniger als in den beiden vorigen Monaten zusammen.
Ein Drittel ihres in den drei Monaten erzielten Gesamterlöses spendeten sie für die Solidarität, ein weiteres Drittel des Gesamterlöses legten sie in ihre gemeinsame Ferienkasse. Den Rest teilten sie sich zu gleichen Teilen zum persönlichen Gebrauch.
Ermittle den Betrag, den damit jeder der beiden für sich persönlich erhielt!

2. Bei einem Einkauf wurde der Preis von 170 Mark mit genau 12 Geldscheinen bezahlt. Jeder dieser Geldscheine war ein 10-Mark-Schein oder ein 20-Mark-Schein.
Ermittle die Anzahl der 10-Mark-Scheine und die der 20-Mark-Scheine, die zum Bezahlen der angegebenen Summe verwendet wurden!

3. Fritz will auf einer Geraden vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge angeordnet zeichnen. Dabei sollen folgende Bedingungen erfüllt werden:
(1) Die Länge der Strecke AD soll 15 cm betragen.
(2) Die Strecke BC soll um 3 cm länger sein als die Strecke AB.
(3) Die Strecke CD soll doppelt so lang sein wie die Strecke AC.
Untersuche, ob diese Bedingungen erfüllbar sind! Wenn dies der Fall ist, so ermittle alle diejenigen Längenangaben für die Strecken AB, BC und CD, durch die diese Bedingungen erfüllt werden!

4. Ein Mathematiklehrer, ein Physiklehrer und ein Deutschlehrer treffen sich auf einer Tagung. Sie heißen Meyer, Peters und Siewert. (Die Reihenfolge der Familiennamen braucht nicht mit der Reihenfolge der Berufe übereinzustimmen.)
Im Gespräch stellen sie fest, daß einer von ihnen mit Vornamen Otmar, ein anderer Kurt und der dritte Karl heißt und daß einer in Leipzig, einer in Suhl und einer in Schwerin wohnt. Ferner wissen wir:
(1) Herr Meyer erzählt dem Physiklehrer, daß er den Mathematiklehrer in Leipzig besucht habe.
(2) Darauf erwidert ihm Herr Peters: „Das weiß ich schon, Kurt."
(3) Karl hatte ihm nämlich berichtet, daß er Besuch aus Suhl gehabt habe.
In diesem Gespräch ist nur von diesen drei Personen die Rede. Ordne jedem Familiennamen den zugehörigen Vornamen, Wohnort und Beruf zu!

Olympiadeklasse 6

1. Ein Flugzeug, das mit konstanter (gleichbleibender) Geschwindigkeit von A nach B fliegt, war um 10.05 Uhr noch 2100 km, um 11.20 Uhr nur noch 600 km von B entfernt. Um welche Zeit wird es in B eintreffen, wenn es mit der bisherigen Geschwindigkeit weiterfliegt?

2. Ein leeres quaderförmiges Wasserbecken ist 22 m lang, 6 m breit und 2 m tief. Beim Füllen des Beckens fließen in jeder Minute 900 l Wasser in das Becken.
Nach welcher Zeit ist das Becken bis zu einer Höhe von genau 1,50 m gefüllt? Wir nehmen an, daß der Boden des Wasserbeckens genau waagerecht ist.

3. Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen z, für die $1000 \leqq z \leqq 1700$ gilt und die durch 9, 12 und 14 teilbar sind!

4. Vier Schüler, je einer aus der Klasse 5a, 5b, 6a, 6b, unterhalten sich über die Zeitschriften, die sie regelmäßig lesen. Die Schüler heißen Fred, Gerd, Hans und Ingo mit Vornamen. Wie sich herausstellt, liest jeder von ihnen genau eine der beiden Zeitschriften „alpha" bzw. „Frösi" regelmäßig. Ferner werden folgende Angaben gemacht:
(1) Der Schüler aus der Klasse 5b liest nicht die Zeitschrift „alpha".
(2) Hans und außer ihm der Schüler der Klasse 5a lesen die Zeitschrift „alpha" regelmäßig.
(3) Fred und außer ihm der Schüler der Klasse 6b lesen die Zeitschrift „Frösi" regelmäßig. Gerd dagegen nicht.
(4) Der Schüler der Klasse 6a, der Schüler der Klasse 5b und außer diesen beiden noch Gerd wurden von Ingo zum Geburtstag eingeladen.
Gesucht ist eine Zuordnung, durch die beschrieben wird, welcher der vier Schüler welche Klasse besucht und welche der beiden Zeitschriften er regelmäßig liest.
Untersuche, ob es eine solche Zuordnung gibt, die alle Angaben (1), (2), (3), (4) erfüllt, und ob sie durch diese Angaben eindeutig festgelegt ist! Wenn dies der Fall ist, dann gib diese Zuordnung an!

Olympiadeklasse 7

1. Auf einer internationalen Mathematikerversammlung werden Vorträge in russischer, englischer, deutscher, französischer und ungarischer Sprache gehalten. Ferner wissen wir:
(1) Diejenigen Tagungsteilnehmer, die sowohl die russische als auch die französische Sprache verstehen, verstehen außerdem auch alle Englisch.
(2) Diejenigen Teilnehmer, die Ungarisch verstehen, verstehen auch Französisch und Deutsch.
Untersuche, ob diejenigen Tagungsteilnehmer, die sowohl Ungarisch als auch Russisch verstehen, zum Verstehen einer der Vortragssprachen einen Dolmetscher brauchen!

2. Von einem Dreieck wird gefordert: Die Maßzahlen der in cm gemessenen Seitenlängen a, b, c sollen natürliche Zahlen sein, die Seitenlänge a soll genau 36% des Umfangs u betragen, die Seitenlänge b genau 48% des Umfangs.
a) Untersuche, ob es unter diesen Bedingungen ein Dreieck gibt, dessen Umfang $u = 25$ cm ist! Wenn dies der Fall ist, so gib seine Seitenlängen an!
b) Untersuche, ob es unter den genannten Bedingungen auch ein Dreieck gibt, dessen Umfang $u > 25$ cm ist! Wenn dies der Fall ist, so gib seine Seitenlängen an!
c) Ermittle alle diejenigen Längen u, die kleiner als 100 cm sind und als Umfang eines Dreiecks auftreten können, dessen Seitenlängen die gestellten Forderungen erfüllen! Ermittle zu jedem dieser Werte u jeweils die Seitenlängen eines solchen Dreiecks!

3. Jens sagt: „Ich denke mir zwei natürliche Zahlen. Ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV) beträgt 51975, ihr größter gemeinsamer Teiler (ggT) ist 45. Eine der beiden Zahlen lautet 4725."
Stelle fest, ob es genau eine natürliche Zahl gibt, die nach diesen Angaben die zweite von Jens gedachte Zahl sein kann! Trifft das zu, so ermittle diese zweite Zahl!

4. a) Beweise den folgenden Satz:
Wenn ein spitzwinkliges Dreieck ABC gleichschenklig mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ ist, dann haben die von A und B ausgehenden Höhen gleiche Länge.
b) Beweise die folgende Umkehrung dieses Satzes:

Wenn in einem spitzwinkligen Dreieck ABC die von A und B ausgehenden Höhen gleiche Länge haben, dann ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit $\overline{AC}=\overline{BC}$.

Olympiadeklasse 8

1. Herr Schäfer hatte sich zwei Hunde gekauft. Er mußte sie aber bald wieder verkaufen. Dabei erhielt er für jeden Hund 180 Mark. Wie Herr Schäfer feststellte, hatte er damit an dem einen Hund 20% von dessen früherem Kaufpreis dazugewonnen, während er den anderen Hund mit 20% Verlust von dessen früherem Kaufpreis weiterverkauft hatte.
Untersuche, ob sich hiernach für Herrn Schäfer insgesamt beim Verkauf beider Hunde ein Gewinn oder ein Verlust gegenüber dem gesamten früheren Kaufpreis ergeben hat! Wenn dies der Fall ist, so ermittle, wieviel der Gewinn bzw. Verlust beträgt!

2. Ermittle alle Paare $(a;b)$ natürlicher Zahlen mit $a<b$, die folgende Eigenschaften besitzen:
Die Summe der Zahlen a und b beträgt 192. Der größte gemeinsame Teiler der Zahlen a und b ist 24.

3. Gegeben sei ein Halbkreis mit dem Durchmesser AB und dem Mittelpunkt M. Ferner seien P und Q zwei von A und B und voneinander verschiedene Punkte auf diesem Halbkreis. Die in P und Q auf der Geraden durch P und Q errichteten Senkrechten mögen AB in R bzw. in S schneiden.
Beweise, daß dann $\overline{RM}=\overline{SM}$ gilt!

4. Von einem Dreieck ABC und einer Geraden g werde vorausgesetzt:
(1) Es gilt $\overline{AB}=\overline{AC}$.
(2) Die Gerade g schneidet die Strecke BC in einem Punkt P, die Strecke AC in einem Punkt E und die Verlängerung der Strecke BA über A hinaus in einem Punkt D.
(3) Es gilt $\overline{CE}=\overline{CF}$.
(4) Der Winkel $\sphericalangle EDA$ hat die Größe 18°.
Ermittle aus diesen Voraussetzungen die Größe α des Winkels $\sphericalangle ABC$, die Größe β des Winkels $\sphericalangle EFC$ sowie die Größe γ des Winkels $\sphericalangle CAB$!

Olympiadeklasse 9

1. Ermitteln Sie die größte Primzahl p, für die ein Tripel (a,b,c) von natürlichen Zahlen a, b und c so existiert, daß $(a+p)(b+p)(c+p)=1980$ gilt!
Ermitteln Sie zu dieser Primzahl p alle verschiedenen zugehörigen Tripel (a,b,c) mit der genannten Eigenschaft!

2. a) Nennen Sie zwei verschiedene ganze Zahlen x, die die Ungleichung

$$\frac{x+3}{x-1}<0$$

erfüllen, und bestätigen Sie das Erfülltsein dieser Ungleichung für die von Ihnen genannten Zahlen!
b) Ermitteln Sie die Menge aller derjenigen reellen Zahlen x, die diese Ungleichung erfüllen!

3. Von zwei Kreisen k_1 und k_2 seien die Radien r_1 bzw. r_2 gegeben, wobei $r_1>r_2$ gelte. Weiterhin sei vorausgesetzt, daß sich beide Kreise von außen berühren, also genau eine gemeinsame innere Tangente besitzen. Diese innere Tangente schneide die eine gemeinsame äußere Tangente beider Kreise in P und die andere gemeinsame Tangente in Q.
Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen aus r_1 und r_2 die Länge $\overline{PQ}$!

4. a) Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen $n\geq 3$, für die die folgende Aussage gilt!
„Jedes Prisma, das ein konvexes n-Eck als Grundfläche hat, hat genau $20n$ Diagonalen."
b) Ermitteln Sie für jedes Prisma, für das die in a) genannte Aussage gilt, die Anzahl der Flächendiagonalen und die der Raumdiagonalen!
Hinweis: Ein n-Eck heißt genau dann konvex, wenn jeder seiner Innenwinkel kleiner als 180° ist.

Olympiadeklasse 10

1. Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen n, für die die Zahl

$$1+4\cdot 9^{2n}$$

eine Primzahl ist!

2. Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Kathetenlängen $\overline{BC}=4$ cm und $\overline{AC}=3$ cm. Der Kreis um C mit dem Radius $\overline{AC}$ schneide AB außer in A noch in einem Punkt P_1, der Kreis um B mit dem Radius $\overline{BP_1}$ schneide BC in einem Punkt P_2 zwischen B und C, der Kreis um C mit dem Radius $\overline{CP_2}$ schneide AC in einem Punkt P_3 zwischen A und C.
Berechnen Sie das Verhältnis $\overline{AP_3}:\overline{CP_3}$!

3. Ermitteln Sie die größte natürliche Zahl n, für die ein Tripel (a,b,c) natürlicher Zahlen so existiert, daß
$(a+n)(b+n)(c+n)=1980$ gilt!
Ermitteln Sie zu dieser Zahl n alle verschiedenen zugehörigen Tripel (a,b,c) mit der genannten Eigenschaft!

4. Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen z mit $0<z<1$, die zu ihrem Reziproken addiert mindestens 4 ergeben!

Olympiadeklassen 11/12

1. Für jedes $n=1, 2, 3, \ldots$ sei

$$a_n=\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k.$$

Ferner seien I_1, I_2, I_3 und I_4 die abgeschlossenen Intervalle

$I_1=\langle 1;2\rangle$,
$I_2=\langle 0{,}53;0{,}531\rangle$,
$I_3=\langle 0{,}509;0{,}51\rangle$,
$I_4=\langle 0{,}4;0{,}5\rangle$.

Man untersuche für jedes dieser Intervalle, ob in ihm Glieder der Zahlenfolge (a_n) liegen. Ist dies der Fall, so ermittle man jeweils die Indizes n aller Glieder a_n in dem betreffenden Intervall.

2. Man ermittle alle diejenigen positiven reellen Zahlen k, für die die Zahlen

$$a=\frac{2k}{k+1},\ b=\frac{k+1}{2},\ c=\sqrt{k}$$

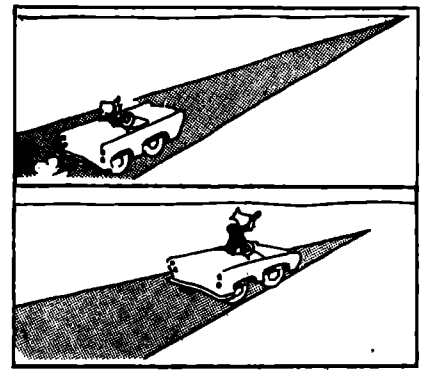
die Maßzahlen der (mit gleicher Maßeinheit gemessenen) Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks sind.

3. An einem Fußballturnier nahmen n Mannschaften teil. Jede Mannschaft spielte dabei gegen jede andere Mannschaft genau einmal. Die jeweils siegreiche Mannschaft erhielt 2 Punkte, die unterlegene Mannschaft keinen Punkt, und bei unentschiedenem Ausgang erhielten beide Mannschaften je einen Punkt. Nach Abschluß des Turniers wurden die Mannschaften auf die Plätze 1, 2, ..., n der Abschlußtabelle nach fallender Gesamtpunktzahl gesetzt. (Bei Punktgleichheit wurden dazu weitere Unterscheidungskriterien genutzt.)
Man ermittle die größtmögliche Zahl, die in allen (nach diesen Regeln) möglichen Turnieren als Punktdifferenz zwischen zwei in der Abschlußtabelle unmittelbar benachbarten Mannschaften auftreten kann.

4. Man untersuche, ob es ein Polynom

$$p(x)=a_0+a_1x+\ldots+a_nx^n$$

mit ganzzahligen Koeffizienten $a_0, a_1, \ldots, a_n$ gibt, das
a) für drei ganzzahlige paarweise voneinander verschiedene Werte von x den Wert 1 und für einen weiteren ganzzahligen Wert von x den Wert 30 annimmt;
b) für vier ganzzahlige paarweise voneinander verschiedene Werte von x den Wert 1 und für einen weiteren ganzzahligen Wert von x den Wert 30 annimmt.
Bejahendenfalls gebe man im Falle a) bzw. im Falle b) ein solches Polynom an.



Lösungen

Nachdenken und sicheres Rechnen gefragt

Klasse 5

▲2▲ 25

▲3▲ a) ≈4,00 m b) ≈26 cm

▲4▲ 10 Rollen

Klasse 6

▲2▲ a) ≈20,6 m² b) ≈18,5 m c) ≈2,2 kg

▲3▲ ≈88,50 M

Klasse 7

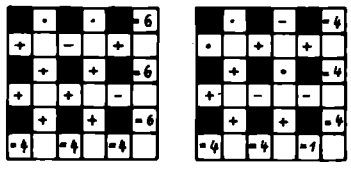
▲2▲ 7 Tage

▲3▲ ≈2100 Liter

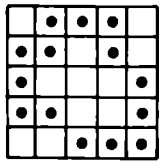
▲4▲ a) 87,5 Stunden b) 73,8 Stunden

Lösungen zu: 2 mal 2 plus Spaß dabei

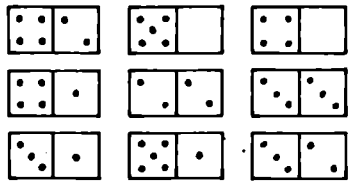
1.



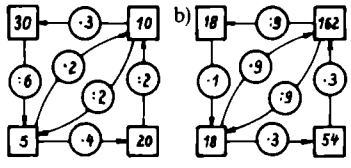
2.



3. Ute ist 4 Jahre und Jan ist 14 Jahre alt.
4. Für die Reihenfolge gibt es 24 Möglichkeiten.
5. Die Linde ist 52 Ellen hoch.
6. Der Turm bestand aus 8 Würfeln.
7.



8. a) b)



Lösungen zu: In freien Stunden · alpha-heiter

Magisches Quadrat

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

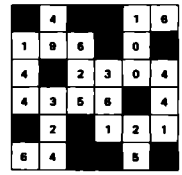
Färbung einer Landkarte

Wir bezeichnen die vier Farben mit *a*, *b*, *c*, *d* und färben zuerst das Gebiet 1 mit *a* und 2 mit *b*. Da 6 ein Nachbar von 1 und 2 ist, erhält dieses Gebiet die Farbe *c*. Die Länder 4 und 6 haben keine gemeinsame Grenze; wir können für 4 also auch *c* wählen. Da 5 und 1 getrennt liegen, können wir 5 mit *a* färben. Das Gebiet 3 ist ein Nachbar von 1, 2, 4, 5, 6; für dieses Gebiet bliebt uns nur die Farbe *d*. Zum Schluß färben wir 7 noch mit *b* und 8 mit *d* und haben so unsere Aufgabe gelöst.

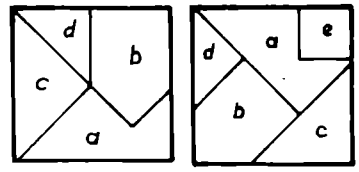
Silbenrätsel

1. Arithmetik; 2. Diagonale; 3. Doppelbruch; 4. Ikosaeder; 5. Tschebyschew; 6. Invariante; 7. Oktaeder; 8. Nullpunkt
(Addition, Kehrwert)

Kreuzzahlrätsel



Legespiel



Lustige Zahlenspielerei

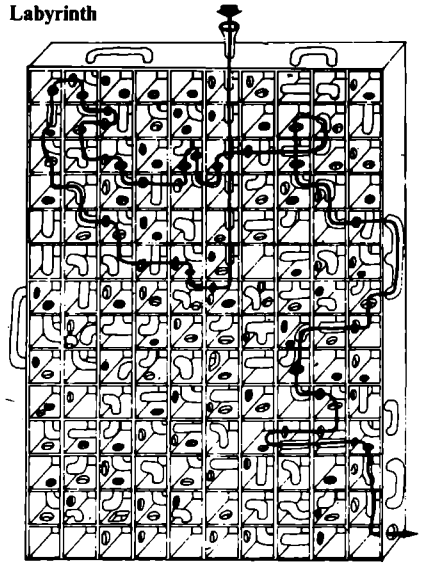
$1=\frac{77}{77}$; $2=\frac{7}{7}+\frac{7}{7}$; $3=\frac{7+7+7}{7}$; $4=\frac{77}{7}-7$;

$5=7-\frac{7+7}{7}$; $6=\frac{7\cdot 7-7}{7}$; $7=7-\frac{7-7}{7}$;

$8=\frac{7+7\cdot 7}{7}$; $9=7+\frac{7+7}{7}$; $10=\frac{77-7}{7}$

$9352+9352=18704$; $17832+17832=35664$
oder
$41385+41385=82770$; $47831+47831=95662$

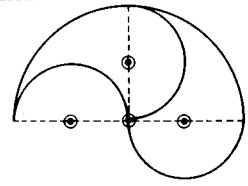
Labyrinth



Rösselsprung

Wer sendet die Lösung an
Redaktion *alpha*, 7027 Leipzig, PSF 14,
Kennwort: Rösselsprung?

Kryptarithmetik



Lösungen zu: Denksport

1. Es waren Großvater, Vater und Sohn.
2. Man kann $4\cdot 3\cdot 2=24$ verschiedene Fußballdresse zusammenstellen.
3. Dirk ist der älteste, Jörg der jüngste von den dreien.
4. Der König hat 15 Pferde bestellt.
5. Aus den 5 Kisten wurden $5\cdot 60=300$ Äpfel entnommen.
Diese Anzahl entspricht dem Inhalt von 3 Kisten, da anzahlmäßig der Inhalt von zwei Kisten übrigbleibt. Also waren in jeder Kiste 100 Äpfel.
6. Die sechs Gewürzfläschchen kosten zusammen 15 Mark und der Gewürzständer 3 Mark. Jedes Fläschchen kostet also 2,50 M.
7. Das ergibt einen großen Heuhaufen.
8. Wenn die drei nicht bummeln, benötigen sie auch nur 10 Minuten.
9. 50 (Die ersten beiden Zahlen jeder Reihe werden addiert und die erste zur Summe noch einmal addiert.)
10. R; ARBEIT (Rückwärts lesen!)
11. 81 (Die jeweils nächste Zahl wird errechnet, indem die vorherige mit 3 multipliziert wird.)
12. Wer etwa die Hälfte richtig hat, ist schon ganz gut.

Lösungen zum alpha-Wettbewerb,
Heft 5/80 (Fortsetzung):

Ma 7 ■ 2008

Monat	Monatslänge in Tagen	Bestimmung der Reste bei Division durch 7
Januar	31	$31=4\cdot 7+3$
Februar	28	$28+3=31=4\cdot 7+3$
März	31	$31+3=34=4\cdot 7+6$
April	30	$30+6=36=5\cdot 7+1$
Mai	31	$31+1=32=4\cdot 7+4$
Juni	30	$30+4=34=4\cdot 7+6$
Juli	31	$31+6=37=5\cdot 7+2$
August	31	$31+2=33=4\cdot 7+5$
September	30	$30+5=35=5\cdot 7+0$
Oktober	31	$31+0=31=4\cdot 7+3$
November	30	$30+3=33=4\cdot 7+5$
Dezember	31	$31+5=36=5\cdot 7+1$

In den 12 Monaten tritt bei Division durch 7 jeder mögliche Rest (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) mit Sicherheit auf. In einem Schaltjahr (Februar

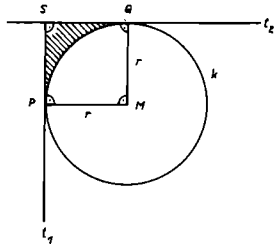
mit 29 Tagen) erhöhen sich die Reste für die folgenden Monate ab März jeweils um 1. Auch in diesem Fall tritt jeder mögliche Rest mindestens einmal auf. Nun repräsentiert aber jeder der möglichen Reste jeweils genau einen Wochentag, d. h., es gibt mindestens einen „Freitag, den 13." jährlich. Daraus geht ferner hervor, daß jede beliebige Kombination von Tageszahl und Wochentag in jedem Jahr mindestens einmal auftritt.

Ma 7 ■2009 Da die Berührungsradien $\overline{MP}$ und $\overline{MQ}$ senkrecht auf t_1 und t_2 stehen, ist das Viereck $PMQS$ ein Quadrat. Es sei A_x der zu bestimmende Flächeninhalt; dann gilt

$$A_x = r^2 - \frac{1}{4}\pi r^2 = r^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right),$$

$$A_x = 9\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\text{cm}^2 \approx 9 \cdot 0{,}2146\,\text{cm}^2$$

$$\approx 1{,}9\,\text{cm}^2.$$



Ma 7 ■2010 Aus $ab+8=c$ und $91<a+b+c<94$ folgt durch Einsetzen $91<a+b+ab+8<94$,

$$84<a+ab+b+1<87,$$
$$84<a(b+1)+(b+1)<87,$$
$$84<(a+1)(b+1)<87.$$

Deshalb gilt $(a+1)(b+1)=85$ oder $(a+1)(b+1)=86$.

Wir nehmen eine Fallunterscheidung vor.

Es sei $(a+1)(b+1)=85=1\cdot 5\cdot 17$.

Wenn $a=0$, so $b=84$ und $c=8$;
wenn $a=4$, so $b=16$ und $c=72$;
wenn $a=16$, so $b=4$ und $c=72$;
wenn $a=84$, so $b=0$ und $c=8$.

Es sei $(a+1)(b+1)=86=1\cdot 2\cdot 43$.

Wenn $a=0$, so $b=85$ und $c=8$;
wenn $a=1$, so $b=42$ und $c=50$;
wenn $a=42$, so $b=1$ und $c=50$;
wenn $a=85$, so $b=0$ und $c=8$.

Die geordneten Tripel $[0,84,8]$, $[4,16,72]$, $[16,4,72]$, $[84,0,8]$, $[0,85,8]$, $[1,42,50]$, $[42,1,50]$, $[85,0,8]$ erfüllen die gestellten Bedingungen.

Ma 7 ■2011 Die zweistellige natürliche Zahl läßt sich darstellen durch $z_1=10a+b$, die dreistellige natürliche Zahl durch $z_2=100a+10x+b$ mit $1\leqq a\leqq 9$, $0\leqq x\leqq 9$ und $0\leqq b\leqq 9$.

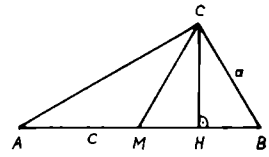
Nun gilt $13z_1=z_2$,

$$13(10a+b)=100a+10x+b,$$
$$130a+13b=100a+10x+b,$$
$$10x=30a+12b,$$
$$x=3a+b+\frac{b}{5}.$$

Für $b=0$ erhalten wir $x=3a$, also $a=1$ oder $a=2$ oder $a=3$. Für $b=5$ erhalten wir $x=3a+6$, also $a=1$.

Es existieren genau vier solche Zahlen; sie lauten 10, 20, 30 und 15; für diese Zahlen gilt $130=13\cdot 10$, $260=13\cdot 20$, $390=13\cdot 30$, $195=13\cdot 15$.

Ma 8 ■2012 Es sei M der Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$. Bezeichnet man die Länge der Seite $\overline{AB}$ mit c und die Länge der Seite $\overline{BC}$ mit a, so gilt $c=2a$ nach Aufgabenstellung. Nach Konstruktion gilt $\overline{MB}\cong\overline{BC}$.



Daraus folgt: Dreieck MBC ist gleichschenklig. Wegen $\sphericalangle MBC=60°$ folgt: Dreieck MBC ist gleichseitig. Der Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks MBC beträgt $A_1=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$.

Die Dreiecke AMC und MBC sind flächengleich, da sie gleich lange Grundlinien ($\overline{AM}=\overline{MB}$) und die gemeinsame Höhe $\overline{CH}$ besitzen. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt somit

$$A=2\cdot A_1=2\cdot\frac{a^2}{4}\sqrt{3}=\frac{a^2}{2}\sqrt{3}.$$

Ma 8 ■2013 Da die Ziffern 0 und 2 nicht in der Telefonnummer vorkommen und da alle zweistelligen Primzahlen ungerade Zahlen sind, enthält die Telefonnummer nur die Ziffern 1, 3, 7 oder 9. Da die zweite Ziffer eine Quadratzahl darstellt, kann die zweite Ziffer 1 oder 9 sein.

Da keine zwei gleichen Ziffern aufeinanderfolgen, lautet die erste Ziffer 1, die zweite 9.

Wegen $3^2=9$ lautet die vierte Ziffer 3.

Die dritte Ziffer heißt 7, da 97 die einzige Primzahl ist, die zwischen 90 und 99 liegt.

Aus $7=3+x+y$ folgt $x=1$ und $y=3$, da keine zwei gleichen Ziffern aufeinanderfolgen.

Die Telefonnummer lautet 19 73 13.

Ma 8 ■2014 Nach Voraussetzung gilt $7\mid n_1-n_2$. Dann gilt auch $7\mid k(n_1-n_2)$ für alle natürlichen Zahlen k, also auch für $k=n_1+n_2$. Daraus folgt

$$7\mid(n_1+n_2)(n_1-n_2),$$
$$7\mid {n_1}^2-{n_2}^2, \text{ q.e.d.}$$

Ma 8 ■2015 1. Möglichkeit: Die Zahlen n und n' enthalten die gleichen Ziffern, wenn auch in verschiedener Reihenfolge.

n und n' haben folglich die gleiche Quersumme; sie lassen also bei Division durch 9 den gleichen Rest. Daraus folgt, daß der Rest von $n-n'$ oder $n'-n$ bei der Division durch 9 stets 0 beträgt; d. h. die Differenzen sind stets durch 9 teilbar, w.z.b.w.

2. Möglichkeit: Jede natürliche Zahl n läßt sich zerlegen in

$$n=9k+r\ (k,r\in N).$$

Es gilt also

$$n=9k+r \quad\text{und}$$
$$n'=9j+r \quad\text{mit } k,j,r\in N.$$

Nun gilt

$$n-n'=9k-9j=9(k-j),$$
$$n'-n=9j-9k=9(j-k).$$

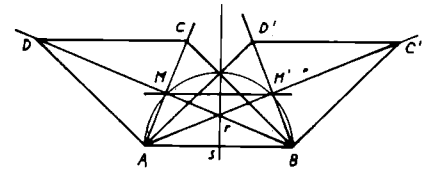
Die Differenzen $n-n'$ und $n'-n$ sind also stets durch 9 teilbar, w.z.b.w.

Ma 9 ■2016 Im Rhombus stehen die Diagonalen aufeinander senkrecht und halbieren einander. Ihr Schnittpunkt M ist Mittelpunkt des einbeschriebenen Kreises.

Da die Diagonalen den Rhombus in vier kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegen, konstruieren wir zunächst ein solches Teildreieck.

Wir zeichnen eine Seite $\overline{AB}$ des Rhombus und über $\overline{AB}$ den Thaleskreis. Zu $\overline{AB}$ zeichnen wir die Parallele im Abstand $r<\frac{s}{2}$, die den Thaleskreis in M und M' schneidet.

Wir verbinden A und B mit M, verlängern $\overline{AM}$ und $\overline{BM}$ je um sich selbst und erhalten die Punkte C und D. $ABCD$ ist der gesuchte Rhombus.



$\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ stehen senkrecht aufeinander (Thaleskreis!). $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ halbieren einander (nach Konstruktion!).

Für den Radius des einbeschriebenen Kreises gilt $r<\frac{s}{2}$, da die Parallele zu $\overline{AB}$ im Abstand $r<\frac{s}{2}$ gezeichnet wurde. Führt man die Konstruktion mit dem Punkt M' aus, so ist der Rhombus $ABC'D'$ kongruent zum Rhombus $ABCD$ und ist das Bild des Rhombus $ABCD$ bei Spiegelung an der Mittelsenkrechten auf $\overline{AB}$.

Ma 9 ■2017 Der Beweis erfolgt mit vollständiger Fallunterscheidung:

1. Fall: Es sei a eine durch 5 teilbare Zahl, etwa $5n$. Dann gilt $a^2=25n^2$; d. h. a^2 ist durch 5 teilbar.

2. Fall: Die Zahl a lasse bei Division durch 5 den Rest 1. Dann gilt $a=5n+1$; $a^2=(5n+1)^2$; $a^2=25n^2+10n+1$; d. h. a^2 läßt bei Division durch 5 den Rest 1.

3. Fall: Die Zahl a lasse bei Division durch 5 den Rest 2. Dann gilt $a=5n+2$; $a^2=(5n+2)^2$; $a^2=25n^2+20n+4$; d. h. a^2 läßt bei Division durch 5 den Rest 4.

4. Fall: Die Zahl a lasse bei Division durch 5 den Rest 3. Dann gilt $a=5n+3$; $a^2=(5n+3)^2$; $a^2=25n^2+30n+9$; d. h. a^2 läßt bei Division durch 5 den Rest 4.

5. Fall: Die Zahl a lasse bei Division durch 5 den Rest 4. Dann gilt $a=5n+4$; $a^2=(5n+4)^2$; $a^2=25n^2+40n+16$; d. h. a^2 läßt bei Division durch 5 den Rest 1, q.e.d.

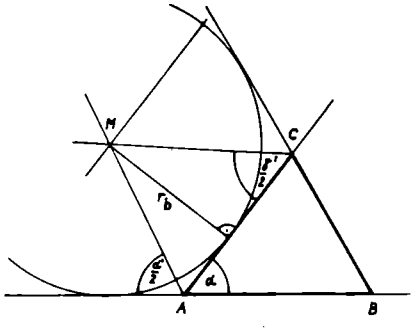
Ma 9 ■2018 Jede Primzahl, die größer als 2 ist, läßt bei Division durch 4 entweder den Rest 1 oder den Rest 3. Die Quadrate der

Primzahlen lassen bei Division durch 4 dann entweder den Rest 1^2 oder 3^2.

$3^2=9$ läßt bei Division durch 4 den Rest 1; damit ergibt sich stets der Rest 1. Die Summe der Quadrate von vier beliebigen Primzahlen läßt unter o.a. Bedingung den Rest $1+1+1+1=4$; d. h., die Summe ist durch 4 teilbar, q.e.d.

Ma 9 ■2019
$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{225}\right)=\left[1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\cdot\left[1^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left[1^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]\cdot\ldots\cdot\left[1^2-\left(\frac{1}{15}\right)^2\right]$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{15}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{15}\right)$$
$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{15}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{15}\right)$$
$$=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot14}{2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot15}\cdot\frac{3\cdot4\cdot5\cdot\ldots\cdot16}{2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot15}$$
$$=\frac{1}{15}\cdot\frac{16}{2}=\frac{8}{15}$$

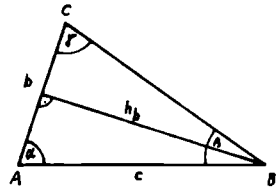
Ma 10/12 ■2020 Man zeichnet die Seite $\overline{AC}$ mit der Länge b. Dann trägt man an $\overline{AC}$ in A den Winkel BAC der Größe α an. Da der Mittelpunkt des Ankreises eines Dreiecks der Schnittpunkt der Halbierenden der Außenwinkel ist, konstruiert man die Halbierende von α'. Die Parallele zu $\overline{AC}$ im Abstand r_b schneidet die Halbierende von α' im Mittelpunkt des Ankreises. Die Gerade CM halbiert den Außenwinkel der Größe γ'.



Man verdoppelt den Winkel $\sphericalangle ACM$. Der freie Schenkel des Winkels der Größe γ' schneidet den freien Schenkel des Winkels der Größe α in B.

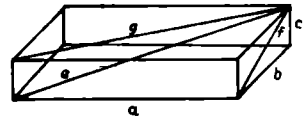
Ma 10/12 ■2021 Für die Summe der ersten n Quadratzahlen gilt
$$s_n=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$
Die Anzahl der Schüler dieser Klasse sei x. Nach den Bedingungen der Aufgabe gilt dann
$$10x=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6\cdot10}+13.$$
Da n die Anzahl der Summanden bezeichnet, gilt nun
$$10x=\frac{20\cdot21\cdot41}{6\cdot10}+13,$$
$$10x=287+13,$$
$$10x=300,$$
$$x=30.$$
In diese Klasse gehen 30 Schüler.

Ma 10/12 ■2022 Skizze nicht maßstäblich.



$\sin\alpha=\frac{15}{c}$, also $c=\frac{15}{\sin\alpha}$; $b:c=\sin\beta:\sin\gamma$,
also $b=\frac{c\cdot\sin\beta}{\sin\gamma}=\frac{15\cdot\sin\beta}{\sin\alpha\cdot\sin\gamma}$;
$$A=\frac{1}{2}\cdot b\cdot h_b=\frac{225\cdot\sin\beta}{2\sin\alpha\cdot\sin\gamma}\approx117.$$
Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt rund 117 cm^2.

Ma 10/12 ■2023 Skizze nicht maßstäblich
Kantenmodell



Für die Länge der Raumdiagonalen gilt
$$e^2=a^2+b^2+c^2. \quad (1)$$
Nach dem Satz des Pythagoras gilt bezüglich obigem Bild
$$c^2=f^2-b^2 \quad (2)$$
und
$$a^2=g^2-b^2. \quad (3)$$
Setzt man (2) und (3) in (1) ein, so erhält man
$$e^2=g^2-b^2+b^2+f^2-b^2 \text{ bzw.}$$
$$e^2=g^2+f^2-b^2 \text{ bzw.}$$
$$b^2=g^2+f^2-e^2 \quad (4)$$
$$b=\sqrt{225\text{ cm}^2+145\text{ cm}^2-289\text{ cm}^2},$$
$$b=\sqrt{81\text{ cm}^2},$$
$$b=9\text{ cm}.$$
Nach (2) gilt
$$c=\sqrt{145\text{ cm}^2-81\text{ cm}^2},$$
$$c=\sqrt{64\text{ cm}^2},$$
$$c=8\text{ cm}.$$
Nach (3) gilt $a=\sqrt{225\text{ cm}^2-81\text{ cm}^2}$,
$a=12$ cm. Somit beträgt das Volumen des Quaders $V=a\cdot b\cdot c$, $V=864\text{ cm}^3$.

Ph 6 ■81
Geg.: $a=44$ mm; $a_1=43$ mm;
$a_2=45$ mm;
Ges.: V; V_1; V_2
a) Das Volumen berechnet man nach der Formel $V=a^3$. Es gilt also für den kleinsten Wert $V_1=a_1^3=43^3\text{ mm}^3=79507\text{ mm}^3$, und für den größten Wert $V_2=a_2^3=45^3\text{ mm}^3=91125\text{ mm}^3$.
b) Das Volumen für den gemessenen Wert ist dann
$V=a^3=44^3\text{ mm}^3=85184\text{ mm}^3$.
Der Durchschnittswert von V_1 und V_2 ergibt sich dann nach
$$\frac{79507+91125}{2}\text{ mm}^3=85316\text{ mm}^3.$$
Die Differenz zum Durchschnittswert ist dann
$$85316\text{ mm}^3-85184\text{ mm}^3=132\text{ mm}^3.$$

Ph 7 ■82
Geg.: $v_1=300000\frac{\text{km}}{\text{s}}=300000000\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v_2=340\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$s_1=1600\text{ km}=1600000\text{ m}$
$s_2=40\text{ m}$
$s_3=3\text{ m}$
Ges.: Zeit für den Fernsehzuschauer t_1
Zeit für den Zuhörer t_2
In beiden Fällen rechnet man mit der Formel $s=vt$ und löst nach t auf. Es gilt also für den Fernsehzuschauer
$$t_1=\frac{s_1}{v_1}+\frac{s_3}{v_2}=\frac{1600000\text{ m s}}{300000000\text{ m}}+\frac{3\text{ m s}}{340\text{ m}}\approx0{,}014\text{ s}.$$
Für den Zuhörer ist
$$t_2=\frac{s_2}{v_2}=\frac{40\text{ m s}}{340\text{ m}}\approx0{,}118\text{ s}.$$
Nun ist die Differenz beider Zeiten $0{,}118\text{ s}-0{,}014\text{ s}=0{,}104$ s. Der Fernsehzuschauer in Berlin hört die Musik rd. 0,1 s früher als der Zuhörer in Moskau.

Ph 8 ■83
Geg.: $d_1=30$ cm; $v_1=1{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
$d_2=30$ cm; $v_2=2{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
$d_3=50$ cm; $v_3=1{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
$d_4=68$ cm; $v_4=1{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$;
$h=50\text{ cm}=0{,}5\text{ m}$;
$b=1{,}25$ m.
Ges.: Strömungsgeschwindigkeit v
Die Strömungsgeschwindigkeit v im Kanal berechnet man nach
$$v=\frac{V_{ges}}{A_K}. \quad (1)$$
Dabei sind V_{ges} die gesamte Abfluß- bzw. Zuflußmenge und A_k der Strömungsquerschnitt. A_k errechnet man mit
$$A_k=h\cdot b. \quad (2)$$
Die gesamte Zuflußmenge ist dann
$$V_{ges}=V_1+V_2+V_3+V_4. \quad (3)$$
Die Durchflußmengen V_i ($i=1, 2, 3, 4$) sind dann
$V_i=A_i\cdot v_i$ mit $i=1, 2, 3, 4$ und $A=\frac{\pi}{4}\cdot d^2$, also
$$V_i=\frac{\pi}{4}\cdot d_i^2\cdot v_i. \quad (4)$$
Setzt man (4) in (3) ein, erhält man
$$V_{ges}=\frac{\pi}{4}(d_1^2v_1+d_2^2v_2+d_3^2v_3+d_4^2v_4). \quad (5)$$
Nun werden (5) und (2) in (1) eingesetzt, und es ergibt sich schließlich
$$v=\frac{\frac{\pi}{4}(d_1^2v_1+d_2^2v_2+d_3^2v_3+d_4^2v_4)}{h\cdot b},$$
$$v=\frac{\frac{3{,}14}{4}(3^2\cdot15+3^2\cdot25+5^2\cdot18+6{,}8^2\cdot10)\frac{\text{dm}^3}{\text{s}}}{12{,}5\text{ dm}\cdot5\text{ dm}}$$
$$v\approx16\frac{\text{dm}}{\text{s}},\quad v=1{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$
Die Strömungsgeschwindigkeit am Ablaufkanal beträgt $1{,}6\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ph 9 ■84 Der Abstand der Einspeisungspunkte beträgt 8990 m.

Ph 10/12 ■85 Die Ergebnisse sind

n	2	5	10	50
h in km	2640	7870	13800	38700
n	100	1000	1000000	
h in km	57300	195000	6360000	

Ch 7 ■65 In der Legierung sind enthalten: rund 302 kg Kupfer, rund 151 kg Zink und rund 128 kg Nickel.

Ch 8 ■66 a) Kalkstickstoff setzt sich aus 50% Kalzium, 15% Kohlenstoff und 35% Stickstoff zusammen.
b) 48400 t Kalkstickstoff entsprechen der im Jahre 1970 gebundenen Menge Stickstoff.

Ch 9 ■67 Es müssen 6263 kg Kalkstein und 1253 kg Sand zur Reaktion gebracht werden.

Ch 10/12 ■68 3,8 kg 8,2%ige Salzsäure müssen zum Verdünnen zugesetzt werden.

Lösung zu: Eine Aufgabe von Dr. W. Burmeister, Heft 1/81:

▲2054▲ Um die gesonderte Untersuchung von Schaltjahren zu vermeiden, beschränken wir uns auf die Monate März bis Dezember. Wegen $1 \leqq k \leqq 30$ kommt in jedem dieser Monate der k-te Tag wirklich vor. Angenommen, der k-te März ist Montag. Offenbar ist dann der

k-te April: Donnerstag (="Montag+3"),
k-te Mai: Sonnabend (="Montag+5"),
k-te Juni: Dienstag (="Montag+1"),
k-te Juli: Donnerstag (="Montag+3"),
k-te Aug.: Sonntag (="Montag+6"),
k-te Sept.: Mittwoch (="Montag+2"),
k-te Okt.: Freitag (="Montag+4")
usw.

Offenbar kommen in dieser Reihe alle sieben Wochentage vor. Sollte nun der k-te März nicht Montag, sondern ein anderer Wochentag sein, so verschieben sich natürlich alle anderen Tage entsprechend, die angegebene Ziffernreihe 3, 5, 1, 3, 6, 2, 4, 0, 2 (für April bis Dezember) bleibt jedoch unverändert. Infolgedessen kommen auch hier alle sieben Wochentage, speziell auch der Sonntag, vor, und die Behauptung ist bewiesen.

Beispiel: In einem Jahr fällt der 8. März auf Freitag. Wann ist der 8. ein Sonntag?

Antwort (Sonntag = Freitag + 2): Im September und im Dezember.

Bemerkung: Die behauptete Aussage ist falsch, wenn $k = 31$ ist. Der Leser überzeuge sich selbst davon und vergesse dabei nicht, den Monat Januar zu betrachten.

alpha-Wettbewerb

Abzeichen in Gold

Für fünfjährige Teilnahme

Frank Baumgart, Aschersleben; Knut Rommel, Bad Liebenstein; Margret Detsch, Bad Salzungen; Kirsten Rechner, Baruth; Sabine Mantel, Marc Schewe, Jürgen Pommerening, alle Berlin; Henry Fischer, Bitterfeld; Stefanie Löffler, Blankenfelde; Tilman Völzke, Böhlen; Frank Blinkrei, Brita Hoffmann, Heike Hoffmann, alle Boizenburg; Stefanie Begau, Breitenworbis; Irene Palm, Brieselang; Uta Boldt, Burg Stargard; Christine Pompe, Axel Harnath, Stefan Jakubaschk, Royald Lenk, alle Cottbus; Ralf-Torsten Scheel, Dahmen; Petra Sarodnick, Dallgow; Thomas Claus, Demitz-Thumitz; Thomas Richter, Dietlas; Ruth Backhaus, Dingelstädt; Gabriele Sprotte, Döbeln; Helga Loos, Dörfel; Manuela Schwenke, Dohna; Kathrin Wustmann, Stefan Gärtner, Michaela Woelk, Birgit Wittwer, Jochen Lattermann, Asja Nürnberger, Ulf Riechen, Stefan Edelmann, Jörg Hempelt, alle Dresden; Siegfried Obst, Reinhard Weißnicht, beide Eberswalde; Birgit Rößler, Petra Patz, Marlies Patz, alle Eisenach; Steffen Much, Peter Schlag, beide Eisenberg; Thomas Pigorsch, Eisleben; Susanne und Matthias Schreiber, Elsterwerda; Heike Heber, Erfurt; Reinhard Walter, Finsterwalde; Elke Jahn, Freiberg; Carla Müller, Cornelia Voigt, beide Friedeburg; Matthias Bauer, Genthin; Urte Conrad, Gielow; Torsten Siebert, Görlitz; Kerstin Schneider, Goßwitz; Thomas Silz, Gräfenhainichen; Wilfried Schleinitz, Greifswald; Klaus Siemoneit, Grimmen; Grit Möckel, Grünbach; Götz Kluttig, Guben; Petra Brandstädter, Güstrow; Volker Kunert, Halle; Günter Schielinsky, Roger Fischl, beide Halle-Neustadt; René Geipel, Hartha; Bärbel Päßler, Kerstin Wickner, Katrin Ullmann, Frank Eberlein, Heinz Wickner, alle Hermannsdorf; Thomas Jez, Herzberg; Jens Fiebig, Höhnstedt; Frank Thümmler, Horka; Rigobert Hupach, Hüpstedt; Martin Arnold, Ilmenau; Marion Endrigkeit, Jessen; Frank Hübler, Holger Leonhardt, Holger Friedrich, Ralph Gruber, Andreas Berner, alle Karl-Marx-Stadt; Axel Schüler, Kleinmachnow; Antje Schlosser, Klingenthal; Andreas Kardos, Köthen; Joachim Braun, Koßdorf; Ralf Häntsch, Köthen; Frank Batschon, Krauschwitz; Andreas Ludwig, Kreuzbruch; Grit Heyde, Latdorf; Barbara Surma, Dagmar Schunck, Gerald Pfitzenreuter, Rainer Nolte, Ute Hausmann, Meike Pfützenreuter, Jörg Drechsel, alle Leinefelde; Lutz Lämmer, Leipzig; Heike Nowara, Uwe Lautenschläger, beide Lössau; Birgit Arndt, Loitz; Ute Fischer, Lübbenau; Carola Höhn, Matthias Neundorf, beide Meiningen; Peter Kürbis, Meißen; Uwe Würker, Mülsen; Dieter Seifert, Pinnau; Karsten Milek, Sigurd Assing, Axel Schulz, Georg und Thomas Schreckenbach, alle Potsdam; Jens Uhlemann, Prausitz; Tim Planke, Premnitz; Katrin Arnhold, Radebeul; Lutz Hübschmann, Raschau; Katrin Lippuner, Rheinsberg; Ulrich Zeitzmann, Ribnitz; Manfred und Ina Hille, Uwe Mattutat, alle Riesa; Ines Dalisda, Sabine Heinze, Anett Becker, Kirsten Kowalewski, Christiane Woithe, Klaus Vilbrandt, Sylke Giese, Anette Müller, Ulrike Martin, alle Rostock; Sigrid Schröter, Martina Rühl, beide Schladitz; Beate Rein, Michael Gerth, Gabi Rein, Bernd Winkelmann, Dieter Grebner, Mathias Brandt, Christine Mangold, Katrin Röder, Manuela Recknagel, alle Schmalkalden; Markus Wolf, Schönbach; Gunnar Jeschke, Schwarzheide; Jens Gläßer, Seiffen; Michael Hruschka, Senftenberg; Veiko Recknagel, Silke Köllmann, Anka Wilhelm, Stefan Schüler, Sören Holland-Cunz, alle Steinbach-Hallenberg; Ekkehard Breuer, Stendal; Thomas Merten, Stralsund; Klaus Pfeiffer, Taubach; Holger Nörenberg, Antje Wulf, beide Teltow; Christine Mohr, Teterow; Birgit Schmidt, Weißwasser; Manfred Petzelis, Wendisch-Rietz; Carmen Rauscher, Wilkau-Haßlau; Ralph Nemitz, Wittenförden; Guido Köhnke, Wittstock; Rolf Heubner, Wolfen; Steffen Klimpel, Uwe Eix, beide Wolgast; Claudia Groh, Wüstenbrand; Karl Oertel, Zeitz; Uwe Müller, Thorsten Eidner, beide Zeulenroda; Kerstin Hoffmann, Gabriele Schubert, Michael Mönch, Ingrid Soblik, Olaf Kretschmar, Gerald Sommer, alle Zittau; Birgit Schenke, Norbert Welzel, beide Zschornewitz; Norbert Schlosser, Uta Escher, beide Zwickau; Veit-Thomas Meyen, Grimmen; Antje Meyer, Krautheim

Für vierjährige Teilnahme

Michael Elte, Ahlum; Sven und Jens Fache, Altenburg; Roland Hesse, Bad Blankenburg; Maike Jorzyk, Bad Kleinen; Markus Kostrzewa, Bad Liebenstein; Marei Hellmann, Bad Salzungen; Esther Goroncy, Bahrendorf; Silke Rechner, Baruth; Martin Gröger, Michael Krüger, Katrin Prescher, Christiane Preuß, Sven Bienioschek, alle Berlin; Heidrun Sourell, Bernau; Mike Groß, Bernsbach; Andreas Jock, Blankenfelde; Heike Engling, Boizenburg; Thomas Streich, Marlis Schröder, beide Brandenburg; Uta Heiland, Breitenbach; Guido Siegel, Breitenworbis; Ralf Lohmann, Burgstädt; Sylvia Burgemann, Britz; Cornelia Kopte, Callenberg; Uwe Schütze, Camin; Christian Kunze, Karsten Mittag, Roland Damm, alle Cottbus; Andreas Mann, Cunersdorf; Frank Sarodnick, Dallgow; Ulrich Schuster, Demitz-Thumitz; Georg Kirchner, Dermbach; Sabine Rindermann, Mario Dette, Hanna Baumgarten, Simone Marks, Petra Bülow; Astrid Schunck, alle Dingelstädt; Henry Jahn, Dippoldiswalde; Ronald Meyer, Dörfel; Mario Jäpel, Dohna; Titus Ziegler, Maja Oelschlägel, Stefan Franze, André Pohlers, Grit Kammer, Werner Kirsch, Rainer Schültke, Karsten Zosel, Brigitte Rotter, Cathrin Engel, Christine Kirsch, Ute Schulze, Heike Lauter, Lutz Lauter, alle Dresden; Hardy Kutzscher, Dürrenhofe; Christine Frei, Ebeleben; Uwe Wollert, Edderitz; Ralf Arnold, Olaf Hein, beide Eisenach; Andree Josiek, Eisenhüttenstadt; Frank Stefan, Katrin Schröter, Astrid Kafka, alle Eisleben; Elvira Stallbohm, Eldena; Angela Wolter, Elster; Kati Kremmer, Floh; Regine Stottmeister, Fockendorf; Antje Hollstein, Frankfurt; Birgit Voigtmann, Freiberg; Jörg Schaarschmidt, Fürstenwalde; Jens Franke, Gera; Marion Meyer, Goldbeck; Torsten Knaust, Gossa; Sylvia Döring, Gotha; Marco Silz, Mike Pfeiffer, beide Gräfenhainichen; Frank Creutzburg, Gransee; Martin Herrmann, Karsten Schulz, Frank-Michael Wegner, Britta und Achmed Schulz, Rita Döhner, alle Greifswald; Steffen Lausch, Jörn Wintsche, beide Grimma; Bettina Weser, Großenhain; Kirsten Schlegel, Grünhain; Michael Schulze, Anke Misch, beide Halberstadt; Matthias Schünemann, Frank Siebert, beide Halle; Cordelia Krippner, Kerstin Frank, beide Hammerbrücke; Holger Hartmann, Hartmannsdorf; Gerd Schmalz, Haynsburg; Frank Pampe, Heinrichsort; Sabine Trommler, Ingo Wickner, beide Hermannsdorf; Steffen Frigge, Herzberg; Axel Herbst, Hohendodeleben; Uwe Rahn, Hohenstein-E.; Hagen Fritsch, Hosena; Claus Janke, Ilmenau; Peter Dittmar, Kaltennordheim; Eske Röhrich, Ricarda Ramm, Frank Kutzschebach, alle Karl-Marx-Stadt; Felix und Anita Baitalow, Kasan (UdSSR); Birgit Sandhop, Kasne-

vitz; Martina Albrecht, Christine Matthä, Anita Meyer, Steffen Niebergall, alle Kieselbach; Bernd Schmutzler, Kirchberg; Birgit Plewe, Kleinmachnow; Gert Wendland, Kleinwolmirsdorf; Karla Behrendt, Corinna Matzdorff, beide Klietz; Christoph Hübel, Königsee; Ines Reichert, Königs Wusterhausen; Elke Willek, Kriebitzsch; Vera Montag, Küllstedt; Jens-Uwe Eigenwillig, Lauchhammer; Carola Reimann, Carola Pfützenreuter, Ilona Mehnert, Carmen Schwabs, Gudrun Genzel, alle Leinefelde; Heike Scherf, Leisnig; Uta Hubrig, Leipzig; Heiko Schinke, Stefan Hähnel, beide Leuna; AG Math. der OS W. Pieck (Kl. 8 b), Lichte; Doris Grünler, Ralf Schmidt, Ingo Göll, alle Lössau; Karl-Heinz Gora, Lohsa; Jenny Pelzer, Lübars; Sabine Gerlach, Lübs; Beate Krause, Menteroda; Danny Zeutzschel, Merseburg; Jürgen Welz, Meyenburg; Michael Simang, Mittelherwigsdorf; Olaf Wender, Mühlhausen; Jörg Schmidt, Heidi Teidge, Ina Prescher, alle Neubrandenburg; Andrea Weber, Neukirch; Holger Alsguth, Neuseddin; Jutta Reißmann, Niesky; Kerstin Paul, Nordhausen; Andrea Friedrich, Nünchritz; Thomas Heidrich, Oberlungwitz; Dietmar Hennig, Olbersdorf; Kerstin und Petra Köbke, Oranienburg; Sabine Oestreich, Oschersleben; Margit Möllhoff, Piesau; Steffen Gottschlich, Gudrun Zirnstein, beide Pirna; Manuela Krause, Plauen; Torsten Kühn, Potsdam; Iljana Planke, Premnitz; Karl-Heinz Fandrey, Prenzlau; Dirk Lobbes, Pritzerbe; Frank Unger, Rackwitz; Tobias Mahlow, Radebeul; Frank Berndt, Radeburg; Carsten Stiehl, Jörg Stiehl, Radewege; Andreas Korb, Raschau; Kristian Lauritzen, Reichenberg; Silke Gubick, Anke Wagner, beide Röbel; Ines Gülden, Roitzsch; Evelin Neumann, Jürgen Schmalisch, beide Rotta; Gitta Schöne, Falk von Seck, Mathias Slosarek, alle Rostock; Claudia Lieske, Elke Miemel, Simone Voigt, alle Saalfeld; Ronald Bojarski, Saßnitz; Karola Klitsch, Scharlibbe; Holger Laube, Schlotheim; Thomas Simon, Steffen Abicht, Gerhard Fräbel, Birgit Nößler, Sybille Heuer, Ines Döll, Jens Recknagel, Christoph Notnagel, Bert Ilgen, alle Schmalkalden; Sylke Lüder, Schönborn; Liane Pappe, Angela Böttcher, Heike Beutel, alle Schönfeld; Thomas Tiedtke, Schorssow; Kerstin Freitag, Schwarzheide; Margret Vinatzer, Tim Harrison, beide Schwaz (Österreich); Thomas Bienek, Schwepnitz; Jens Hoffmann, Sebnitz; Andreas Prpic, Volker Leutheuser, Thomas Vorndran, alle Sonneberg; Ralf-Birger Häfner, Sabine Dziatzko, Corina Kaiser, Marion Hausdörfer, Petra Schmidt, Dirk Walther, Steffi Bahner, Markus Heckert, Katrin Pfannschmidt, Stefan Kührt, Thomas Weinert, Dirk Wilhelm, Hagen Kiehm, Andre Bartsch, alle Steinbach-Hallenberg; Ramona Löser, Stendal; Stephan Meyerhöfer, Strasburg; Gabriele Müller, Tangerhütte; Sabine Scheller, Teltow, Toralf Heene, Teterow; Ellen Fleischauer, Trebra; Olaf Rude, Trebsen; Falk Winter, Uhyst; Silke Raßmann, Annette Stephan, beide Unterbreizbach; Reiner Burkhart, Voigtsdorf; Regine Katzy, Meike Dallüge, Birgit Lorenz, alle Waren; Jens Ackermann, Wasungen; Jens Köhler, Weida; Hartmut Boettcher, Dorothee Gebuhr, Marco Götz, alle Weimar; Beate Hentschke, Ines Hoffmann, Sylvia Feige, alle Weißwasser; Gundula Lenz, Wismar; Steffen Noack, Klaus Krügel, beide Wittenberg; Marion Reek, Birgit Zapke, Britta Spyra, Monika Schüppschek, Susanne Grubbert, Christine Koch, Birgit Keller, Doreen Badge, Kerstin Häntschke, Petra Zander, Andreas Klappstein, alle Wittstock; Bernd Frank, Wolgast; Kerstin Vinke, Zarnewanz; Dietmar Polster, Zeithain; Uwe Pallas, Zella-Mehlis; Christina Voß, Liane Solcknick, beide Zepernick; Jörg Wenzel, Zeulenroda; Hilmar Lorenz, Karsten Amthor, beide Zittau

Für dreijährige Teilnahme

Arndt Löber, Ahrenshoop; Thomas Andermann, Altenburg; Rainer Vorbau, Dirk Strohner, Andreas Koch, Steffen Kowalski, Detlev Ender, Olaf Engelke, alle Altentreptow; Frank Schönherr, Anklam; Eckhard Heinrich, Aschersleben; Ines Rothenberg, Artern; Katrin Arndt, Heike Dittmar, Angelika Heilgeist, Nicole Heilgeist, Heike Himmel, Simone Jung, Rowena Rein, Sabine Weisheit, Beate Zimmer, Frank Cramer, Mario Martin, Anke Blumenauer, alle Asbach; André Deckert, Bautzen; Karin Gröger, Holger Neye, Kerstin Kantiem, Daniel Hammer, Thomas Strobel, Udo Bellack, Andris Möller, Berit Kleinbauer, René Damm, alle Berlin; Dagmar Reschke, Bernau; Katrin Hintz, Beate Weber, beide Bernburg; Peter Rößler, Bischofswerda; Kai Fischer, Bitterfeld; Andre Schmidt, Boizenburg; Ines Schönberg, Kerstin Westphal, Heike Fischer, alle Borna; Torsten Scherat, Blankenfelde; Marlis Schröder, Brandenburg; Gitta Rodenwald, Lars Friedel, beide Bürgel; Göran Sterzik, Buttelstedt; Katrin Sylvester, Bad Dürrenberg; Silke Schröder, Bad Kleinen; Heike Eckhardt, Johannes Wien, beide Bad Liebenstein; Constanze Zingler, Bettina Scharenweber, Simone Schultke, Andrea Brunsch, Caterina Zingler, Beate Brönner, Shila Patzer, alle Bärenklau; Christine Rauscher, Bautzen; Manuela Winges, Bad Liebenstein; Jens Bienioschek, Karin Leonhardt, Christiane Ritter, Uwe Zybell, Torsten Zepp, Susanne Krüger, Ulf Rothkirch, Silke Rothkirch, Anne-Rose Lück, Cornelia Frick, alle Berlin; Gabriele Dietrich, Ronny Franz, Florian Schreiber, alle Bernsbach; Sylvia Weiß, Birgit Lampson, beide Blumberg; Annette Kebsch, Böhlen; Heike Sievers, Boizenburg; Kati Hielscher, Dirk Jerxen, beide Borna; Jens Richter, Bernsbach; Tamara Wenig, Ulrike Höfig, Sabine Neumann, Christine Fischer, Sabine Leyh, Heike Füssel, alle Breitungen; Gerhard Henning, Frank Hebestreit, Jens Przybilla, Susanne Kraska, alle Breitenworbis; Andrea Burgemann, Simone Huwe, beide Britz; Silke und Iris Degen, Brottewitz; Birgit Müller, Bürgel; Anette Fussy, Andrea Fischer, beide Burkau; Harald Schiffhauer, Buttlar; Heike Köhler, Callenberg; Roland Herrig, Coswig; Iris Dähn, Daniela Syrbe, Thomas Exner, Peter Strempel, Iris Freitag, Karsten Kehler, Christian Harnath, Uta Bolz, Jeannette Lange, Andreas Heinze, Frank Techen, alle Cottbus; Stefan Klinzing, Creuzburg; Falk-Uwe Koppelt, Crostau; Ulf und Jörn Fache, Culitzsch; Brita Henning, Dambeck; Holger Schmidt, Demmin; Katrin und Dieter Horn, Wolfgang Tenor, alle Dessau; Angela Bransch, Deutschenbora; Lioba Degenhardt, Marion Beil, Heike Förster, Thomas Strecker, Heike Rosenthal, Heike Arnold, Beate Meinhardt, alle Dingelstädt; Kai-Uwe Walter, Döbeln; Mario Fiedler, Dörfel; Olaf Jenkner, Dorfchemnitz; Horst Schulze, Jörg Dehnert, Heiko Ringel, Christoph Metzner, Thomas Scholze, Horst Seidel, Michael Goldberg, Astrid Roll, Christian Donath, Annegret Wustmann, Martin Bismark, Heinz Moll, Kerstin Urban, Britta Schumacher, Jens Danzer, Beatrice Reifenstein, Ernst-Achim Schmidt, Pedro Thiele, Ines Lauter, Susann Piry, Gerald Eichler, alle Dresden; Peter Kallenbach, Claudia Pleyer, Monika Ziegler, alle Eisenach; Annette Wöhner, Eilenburg; Marion Valtin, Eberswalde; Bernd Leifheit, Eigenrieden; Una Heinecke, Gabriele Wehrsdorfer, beide Eisenberg; Andrea Schaaf, Kerstin Franz, beide Eisleben; Holger Graf, Stefan Nitzsche, Enrico Dietrich, alle Elsterwerda; Jörg Klingohr, Kerstin Heer, Ines Mittelbach, Thomas Hecker, Lars Mönch, alle Erfurt; Manuela Hellbach, Ernstthal; Bianka Uhlig, Falken; Thomas Müller, Jens Wackernagel, beide Falkenberg; Mathias Eger, Gabi Gubitz, Thomas Weiß, Heidi Kahlheys, Cornelia Kreher, Michael Riedel, Stefan Voigt, Ramona Ritzmann, alle Floh; Karsten Meißner, Katrin Meißner, beide Forst; Martin Gocht, Frankenberg; Annett Helbig, Frankfurt (O.); Ines Becker, Olaf Drewning, beide Freiberg; Karsten Thon, Freyburg; Cordula Meißner, Steffen Hilmer, Jan Böhm, Mathias Gerlach, Annett Frankowski, Karsten Knauth, alle Friedeburg; Gabi Reinhardt, Friedersdorf; Heiko Mißfeldt, Gammelin; Jan-Martin Hertzsch, Geringswalde; Sylvia Zander, Geisa; Susanne Löffler, Görlitz; Ingolf Thurm, Gößnitz; Veit Manig, Gorden; Bärbel Kolodzik, Golm; Katrin Köhler, Gossa; Lutz Pietsch, Glauschnitz; Holger Stoffel, Grabow; Christian Röhl, Gräfenhainichen; Olaf Becken, Ulrike Brandenburg, beide Greifswald; Ines Schicker, Greiz; Ingolf Hintzsche, Gremmin; Frank Hering, Grieben; Thomas Wedekind, Uwe Werner, beide Grimma; Babett Maulhardt, Helen Stock, beide Großbodungen; Uwe Winkler, Großenhain; Annette Kipka, Großörner; Steffen Werner, Thomas Freudenberg, Steffen Rammer, Timo Freudenberg, alle Großröhrsdorf; Bianca Potthoff, Groß Wüstenfelde; Heiko Motz, Grünhain; Peter Meusel, Guben; Torsten Kirchner, Günstedt; Gunnar Müller, Güstrow; Mathias Reissig, Katrin Friedrich, Petra Mänche, Stefan Schleiff, Eckhard Schröter, alle Halle; Albrecht Stammler, Annett Eichner, Andreas Löffler, alle Halle-Neustadt; Jens Strobel, Hammerbrücke; Bianka Zeh, Heimersgrün; Kerstin Singer, Herlasgrün; Ulrich Baumann, Herold; Nicola Hofmeister, Herzberg; Bernd Müller, Heyerode; Andrea Bauer, Helbra; Hannelore Schwarzwald, Hohenmölsen; Grit Bauer, Hohenstein-E.; Verena Wegner, Jörg Götze, Marion Kühnast, Heidrun Schmidt, Andrea Strauch, Thomas Weber, Thomas Benusch, alle Hoyerswerda; Michael Kaufhold, Hüpstedt; Jens Amling, Ilmenau; Gabi Missal, Insel; Martin Jaekel, Detlef Ritter, Gunter Ritter, Susanne Valentini, alle Jena; Kai-Uwe Scherer, Jessen; Bärbel Modes, Johanngeorgenstadt; Antje Rudolph, Kämmeritz; Olaf Brandt, Udo Müller, Dirk Fleischmann, alle Kaltennordheim; Ralph Buckisch, Steffen Herpich, beide Kamsdorf; Andreas Paukert, Karbow; Ute Rosenkranz, Evelyn Gläser, Thomas Freygang, Annett Werth, Heike Nimmrich, Brit de Luca, Claudia Schwantes, Kay Hesse, Hendrik Pönisch, Tobias Plank, Cornelia Scharf, Angelika Scharf, Tanja Mittag, Jens Siewert, Katrin Richter, alle Karl-Marx-Stadt; Silvia Kriesche, Klausa; Silvana Böhmert, Axel Dübler, beide Klausdorf; Iris Molzahn, Norbert Neumann, beide Kleinmachnow; Thomas Senger, Klosterfelde; Sonnfried Lätsch, Edith Löffler, beide Königshain; Steffi Hasse, Köckenitzsch; Rainer Tauscher, Körbitz; Udo Fromm, Koßdorf; Thomas Gängler, Kraupa; Uta Sauer, Krossen; Jens Zosel, Laage; Andreas Helbig, Langenleuba-N.; Karsten Rieger, Ingolf Raabe, beide Langengrassau; Frank Herzog, Langenwolschendorf; Sabine Mersiowsky, Langewiesen; Heike Philipp, Lauenstein; Manuela Hellbach, René Kirchner, Petra Seibt, Matthias Heller, alle Lauscha; Solveig Woitek, Rena Dette, Sabine Hartung, Manuela Grimm, Marietta Grimm, Richard Hillebrand, Rosina Strickstrock, alle Leinefelde; Wilfried Wolf, Thorsten Lill, Tim Schneider, Dirk Hönicke, Gisela Engel, Michael Rammelt, Jan Klemm, Ralf Laue, Vera Wilhelm, Petra Polster, Max Pohl, Andreas Eifler, Evelyn Sauerzapf, alle Leipzig; Holger Schinke, Leuna; Silke Sontag, Lichte; Sybille und Claudia Seifert, Lichtenberg; Axel Stelzner, Lichtentanne; Monika Mayr, Linz (Österreich); Mathias Springwald, Elvira Sapora, Angela Süssig, Judith Jaenecke, alle Löderburg; Andre Kerl, Lössau; Ute und Antje Rosenbohm, Sybille Hinze, alle Löwenberg; Wolfgang Maaß, Lommatzsch; Klaus Mohnke, Ramona Struck, beide Lübbenau; Jörg Ladendorf, Lübtheen; Katrin Lange, Ludwigsfelde; Andrea Fischer, Lunow; Volker Fett, Ines Skibinski, Peter Zienicke, alle Magdeburg; Erika Schubert, Malchin; Angela Zschöper, Maltitz; Maik Niebling, Mariengast; Andreas Berger, Markritz; Gerd Eckstein, Mehltheuer; Monika Möller, Steffen Hirn, beide Mellenbach; Bettina Heß, Mengersgereuth-H.; Lutz Harnos, Kay Peters, beide Merseburg; Hagen Haberland, Mesekenhagen; Jens Schumacher, Metschow; Andre Wiegand, Mittelschmalkalden; Torsten Berger, Möhlau; Katrin Noack, Mühlberg; Detlef-Sven Saar, Mühlhausen; Lutz Peter, Mühltroff;

Joachim Günnel, Muldenberg; Jörg Fiebig, Mülsen; Babett Panwitz, Mühlbeck; Ute Krampitz, Mengersgereuth-H.; Ines Knick, Nauen; Matthias Haupt, Nerchau; Thorsten Weis, Netzebrand; Ralf Krause, Michael Glockenstein, Michael Münzner, Mario Marinitsch, alle Neubrandenburg; Uwe Knispel, Neuburxdorf; Anett Kopas, André Ewert, Jens Wilhelm, Micaela Ewert, alle Neuhaus; Bettina Richter, Neukirch; Ulf Geyer, Neumark; Uwe Weßollek, Neundorf; Uta Melchior, Neuruppin; Eva Hartmann, Neustadt; Kerstin Sonnenburg, Dietmar Beyer, beide Neustrelitz; Matthias Körner, Niederorschel; Heike Engelhardt, Niedersachswerfen; Timo Kaiser, Niederschmalkalden; Bettina Hirselandt, Volker Franke, Petra Hahn, alle Nordhausen; Andy Marr, Oberschönau; Frank Hennig, Olbersdorf; Olaf Winkler, Oschatz; Jörn Herrmann, Oschersleben; Beate Michael, Kerstin Schönwald, Steffen Köhler, Matthias Kusmierek, Sabine Wettig, Grit Scheumann, Steffi Winter, Silke Böhm, Heike Schulze, Simone Mißloch, alle Osternienburg; Frank Dellit, Pappenheim; Jörg Stahnke, Pasewalk; Birgit Seifert, Pinnau; Mike Butter, Pirna; Jörg Stark, Plauen; Heike Lohde, Kerstin Fischer, beide Plessa; Iris Bernhardt, Podelwitz; Andreas Denecke, Poggendorf; Steffen Hoffmann, Potsdam; Anke Rheinsberg, Friedemann Domke, Susanne Planke, alle Premnitz; André Köhler, Prenzlau; Annett Schmidt, Rackwitz; Antje Hertzschuch, Radebeul; Peter Wenke, Radibor; Sabine Ehrlich, Rechlin; Ute Zahn, Reichenbach; Kirsten Lauritzen, Reichenberg; Elmar Hoell, Ribnitz; Kirstin Tägener, Rietz; Andreas Puls, Röbel; Thomas König, Dirk Heim, Antje Philipp, Heike Baumann, Heike Schmidt, Viola Rexhäuser, Uta Götz, Ralf Pasch, Rene Welsch, Frank Fritschek, Ole Albrecht, Henry Unkart, Silvia Kirchner, Jens Wiedemann, Günther Siebenhaar, alle Roßdorf; Olaf Römer, Birgitt Schild, beide Roßlau; Ralf Heidenreich, Roßleben; Bärbel Kroll, Sylke Pohl, Torsten Haß, Ulf Schlieker, Grit Maciejewski, Lutz Andrews, Gerald Stibbe, Petra Henke, Bodo Barthels, Beate Barthels, Birgit Kroll, alle Rostock; Bodo Bricks, Sabine Pfeffer, beide Saalfeld; Steffen Beck, Frank Schneevoigt, beide Salzwedel; Jens Richter, Schkölen, Christiane Gaudigs, Schkölen; Dan Mandel, Schköna; Carmen Meikies, Schlagsdorf; Gabi Storch, Karin Semm, Heike Lochner, Felizia Huland, Jan Hoffmann, Christian Semm, Andre Wagner, alle Schmalkalden; Annette Eisenbrandt, Schnellmannshausen; Sabine Schüler, Schöna; Heike Schulz, Schönefeld; Axel Delan, Schwarzheide; Heiko Schulz, Schwedt; Carola Paetow, Schwerin; Peter Joschenak, Helga Huber, Schwaz (Österreich); Sören Funck, Sellin; Michael Galetzka, Senftenberg; Regina Weiche, Silbersdorf; Sabine Rahner, Frank Zöllner, Ralf Rogler, Jens Philipp, alle Sondershausen; Birgit Götz, Sonneberg; Heidrun Unger, Spittwitz; Karsten Geißler, St. Egidien; Andreas Kirchner, Rainer Schwäblein, Ulrike Marr, Peter Lehmann, Kerstin Häfner, Mirjam Endler, Barbara Willing, Ralf Häfner, Sabine Büttner, Katrin Genzler, Kay-Uwe Weber, Susanne Oschmann, Thomas Klemmer, Ina Holland-Moritz, Karin Reinhardt, Birgit Schröder, Dagmar Rothämel, Corina Faßler, Andre Selimg, Simone Elbel, Susanne Holland-Cunz, Doreen Wahl, Ramona Holland-Nell, alle Steinbach-Hallenberg; Christian Wiegand, Steinheid; Cordula Gottwald, Stendal; Anke, Heike und Erhard Zilinske, Marga Goltz, alle Stralsund; Mathias Rausch, Straupitz; Harald Kube, Stützerbach; Silvia Pfannschmidt, Jörg Sauerbrei, Stefan Kleiner, Susanne Walter, alle Suhl; Nicole Gößner, Syrau; Thomas Wenzel, Gabriele Neumann, Kerstin Witte, alle Tangerhütte; Angela Schröder, Tautenhain; Thomas Hantel, Jacqueline Drews, Brigitta Müller, alle Teterow; Birgit Martin, Thiemendorf; Joachim Krug, Steffen Weber, Uta Bittorf, alle Tiefenort; Thomas Bergmann, Torgau; Dolores Foth, Kathrin Gädke, beide Torgelow; Karola Bloch, Annett Appelt, Grit Rebert, alle Trebbichau; Ray Langlotz, Ralf Gössinger, Ole Glänzer, alle Unterbreizbach; Dirk Schaub, Uwe Landsiedel, Sibylle Kraft, Stefan Eisenschmidt, alle Vacha; Heike Schulz, Dirk Wenzlaff, beide Vitte; Michael Vogt, Völkershausen; Beate Winter, Vorderhagen; Gisbert Thiere, Wallhausen; Anke Dittmar, Susanne Anschütz, Regina Frindt, Udo Michallik, Irene Michallik, alle Waren; Thomas Harz, Margret Boettcher, Ulf Greiner-Mai, Stefan Thäter, Dirk Lehmann, alle Weimar; Timo Backofen, Weischlitz; Rita Nordmann, Weißenborn-L.; Barbara Schütze, Weißenfels; Anke Lebsa, Weißwasser; Claudia Viehweg, Wiesenburg; Elisabeth Schubbert, Jürgen Kaufmann, beide Wingerode; Bernd Kahl, Wismar; Thomas Peuker, Toralf Schröder, Jörg Angelmann, Steffen Pietz, Katrin Demin, Bernd Salewski, Mario Senst, Karsten Busse, alle Wittenberg; Irene Zoll, Wittenberge; Frank Zapke, Uwe Tefs, Thomas Priebus, alle Wittstock; Maike Weiss, Kerstin Jung, beide Wöbbelin; Claudia Bock, Angela Böhme, beide Wolfen; Petra Herzmann, Astrid Keller, beide Wolgast; Maria Geburzky, Worbis; Udo Riedel, Zeitz; Uwe Scheffler, Erika Schreiber, Kerstin Barthelmes, alle Zella-Mehlis; Dietmar Hennig, Annegret Linke, Thomas Pilz, Ralph Paulsen, Birgit Erdmann, Heide Hilse, alle Zittau; Romi Riedel, Zollschwitz; Mathias Goltzsche, Zschopau; Antje Henke, Zschorgula; Elke Goraus, Zwickau

Eine Aufgabe – verschiedene Lösungen

Im Heft 1/1980 veröffentlichten wir folgende Aufgabe:

Ma7 ■1950 In einem FDGB-Ferienheim befinden sich 41 Urlauber, die in 2-Bett- und 3-Bett-Zimmern untergebracht sind. Das Ferienheim verfügt über mehr als vier, aber weniger als zehn 2-Bett-Zimmer. Alle Betten sind belegt. Über wieviel 2-Bett- bzw. 3-Bett-Zimmer verfügt dieses Ferienheim?

Im Heft 4/1980 veröffentlichten wir dazu eine Lösung:

Angenommen, es sind a 2-Bett- und b 3-Bett-Zimmer; dann gilt $2a+3b=41$ bzw. $3b=39+2-2a$; also $b=13-\frac{2}{3}\cdot(a-1)$ mit $4<a<10$.

Nur für $a=7$ wird $b=13-\frac{2}{3}\cdot 6=9$ ganzzahlig.

Das Ferienheim verfügt somit über sieben 2-Bett- und neun 3-Bett-Zimmer. Probe: $7\cdot 2+9\cdot 3=41$.

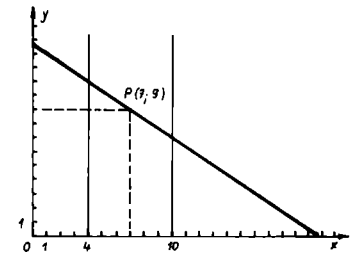
Wir stellen nun die Lösung von Gunnar Bittersmann aus Bernau vor, der Schüler der Klasse 7R II der Carl-Fugger-Oberschule ist.

Gunnar löste diese Aufgabe graphisch wie folgt:

Es sei x die Anzahl der 2-Bett- und y die Anzahl der 3-Bett-Zimmer; dann gilt $2x+3y=41$ mit $4<x<10$. Für $x_1=0$ erhalte ich $y_1=13\frac{2}{3}$; für $y_2=0$ erhalte ich $x_2=20\frac{1}{2}$. Die Koordinaten der Punkte

$$\left(0;13\tfrac{2}{3}\right) \text{ und } \left(20\tfrac{1}{2};\,0\right)$$

legen eine Gerade fest. Von der Geraden kommen aber nur Punkte zwischen $x=4$ und $x=10$ in Frage. Nur für $x=7$ erhält man eine ganzzahlige Lösung $y=9$. In diesem Ferienheim gibt es sieben 2-Bett- und neun 3-Bett-Zimmer.



Wir stellen nun die Lösung von Olaf Kasper aus Berlin vor, der Schüler der Klasse 7b der Eugen-Schönhaar-Oberschule ist.

Olaf löste diese Aufgabe wie folgt:

Das FDGB-Ferienheim verfüge über x 2-Bett- und y 3-Bett-Zimmer; dann gilt $2x+3y=41$ mit $4<x<10$.

Für $x=5$ erhält man $3y=31$, also keine ganzzahlige Lösung;

für $x=6$ erhält man $3y=29$, also keine ganzzahlige Lösung;

für $x=7$ erhält man $3y=27$, also $y=9$;

für $x=8$ erhält man $3y=25$, also keine ganzzahlige Lösung;

für $x=9$ erhält man $3y=23$, also keine ganzzahlige Lösung.

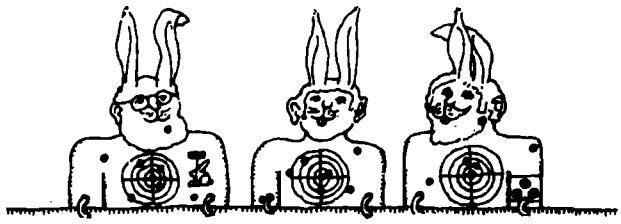
Somit existiert genau eine Lösung. Das FDGB-Ferienheim verfügt über sieben 2-Bett- und neun 3-Bett-Zimmer.

Die *Wort*s*piel*w*ie*s*e*

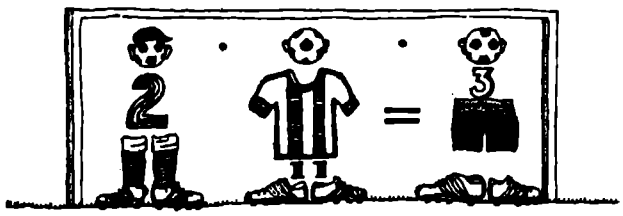
TURM KREUZ KREUZ TONNEL

Denksport

Unterhaltungsmathematik aus: Pionierkalender 1981



1. Zwei Väter und zwei Söhne schießen drei Hasen. Jeder schießt einen. Wie ist das möglich?



2. In einem Sportgeschäft kann man Fußballjerseys in vier Farben, Hosen in drei Farben und Stutzen in zwei Farben kaufen. Wieviel verschiedene Fußballdresse kann man hieraus zusammenstellen?

3. Dirk ist doppelt so alt, wie Jörg sein wird, wenn Ralf so alt ist wie Dirk heute. Wer von den dreien ist der älteste, wer der jüngste?

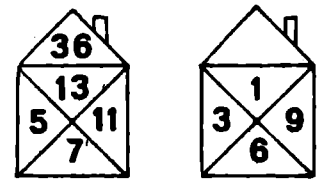
4. Ein Postmeister wurde einmal gefragt, wieviel Pferde der König zum Wechseln auf der Poststation bestellt habe. Er sagte: „Mit der Hälfte der bestellten Pferde und einem halben fährt der König selbst. Mit der Hälfte des Restes und einem halben fährt der Minister. Mit der Hälfte des verbleibenden Restes und einem halben fahren die Diener. Das übrigbleibende letzte Pferd benutzt der Vorreiter."
Wieviel Pferde hat der König bestellt?

5. Fünf Kisten enthalten je die gleiche Anzahl Äpfel. Wenn man jeder Kiste 60 Äpfel entnimmt, bleiben in den Kisten insgesamt soviel Äpfel übrig, wie vorher in zwei Kisten waren. Wieviel Äpfel waren anfangs in jeder Kiste?

6. Ein Gewürzständer mit 6 Fläschchen (von jeweils gleichem Preis) kostet 18 Mark. Die 6 Fläschchen kosten 12 Mark mehr als der Ständer.
Wieviel Mark kostet der Gewürzständer und wieviel jedes Gewürzfläschchen?

7. Fünf Heuhaufen und sieben Heuhaufen werden zusammengefahren.
Wieviel Heuhaufen ergibt das?

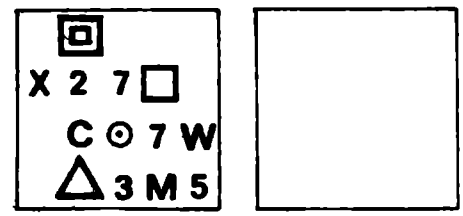
8. Tom, Jirka und Ilka benötigen für den Weg vom Bahnhof zur Schule zehn Minuten, wenn sie jeweils allein gehen. Wieviel Minuten benötigen sie, wenn sie gemeinsam gehen?



9. Welche Zahl gehört in den leeren Hausgiebel?

10. Setze den fehlenden Buchstaben in das leere Feld und versuche, das richtige Wort zu erkennen, das sich ergibt!

11. Welche Zahl ist in das leere Feld einzusetzen?



12. Sieh dir das Bild 30 Sekunden an, verdecke es dann! Versuche, ohne noch einmal nachzuschauen, in das leere Feld die Buchstaben, Zahlen und Symbole einzutragen, möglichst auch ungefähr an der richtigen Stelle, die du dir gemerkt hast! *M. Rehm*