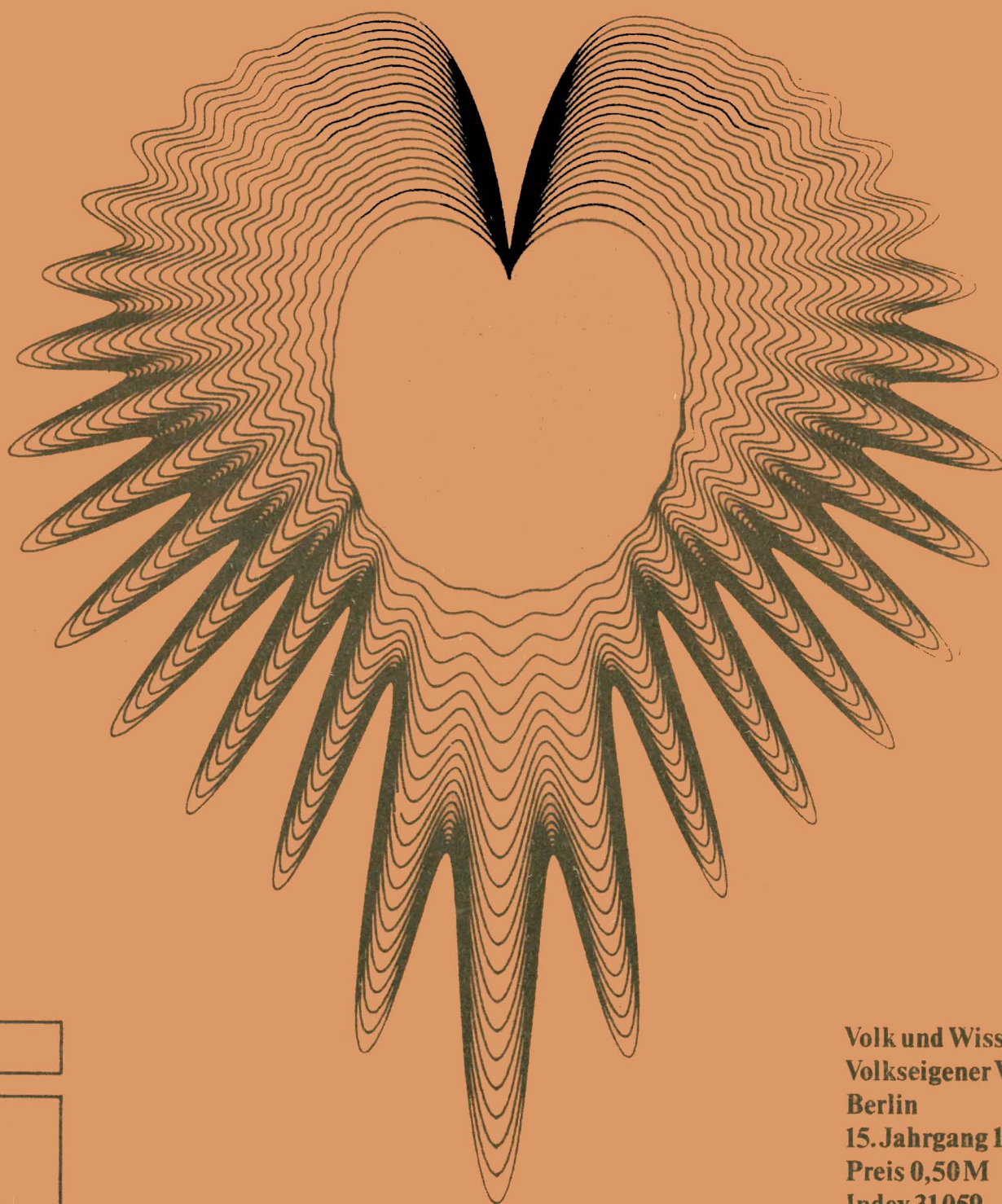


**Mathematische
Schülerzeitschrift**

alpha



6

**Volk und Wissen
Volkseigener Verlag
Berlin
15. Jahrgang 1981
Preis 0,50 M
Index 31059**

Redaktionskollegium: Prof. Dr. sc. techn. G. Clemens (Leipzig); Oberlehrer Dr. W. Fregin (Leipzig); Dozent Dr. rer. nat. J. Gronitz (Karl-Marx-Stadt); Dozent Dr. rer. nat. R. Hofmann (Leipzig); Nationalpreisträger H. Kästner (Leipzig); Studienrat H.-J. Kerber (Neustrelitz); Oberlehrer Ing. K. Koch (Schmalkalden); Oberstudienrat J. Lehmann, Verdienter Lehrer des Volkes (Leipzig); Oberlehrer Prof. Dr. sc. phil. H. Lohse (Leipzig); Oberlehrer H. Pätzold (Waren/Müritz); Dr. sc. rer. nat. E. Quaisser (Potsdam); Dozent Dr. sc. nat. P. Schreiber (Greifswald); Dozent Dr. sc. nat. E. Schröder (Dresden); Oberstudienrat G. Schulze (Herzberg/Elster); Dr. W. Stoye (Berlin); W. Träger (Döbeln); Prof. Dr. sc. paed. W. Walsch (Halle); FDJ-Aktiv der Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig (Ltg. Dr. C.-P. Helmholz)

Redaktion:

OStR J. Lehmann, VLdV (Chefredakteur)
 Anschrift der Redaktion:
 Redaktion *alpha* · 7027 Leipzig · Postfach 14
 Anschrift des Verlags:
 Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
 1080 Berlin, Krausenstraße 50 · Tel. 20430
 Veröffentlicht unter Lizenznummer 1545 des
 Presseamtes beim Vorsitzenden des Minister-
 rates der Deutschen Demokratischen Repu-
 blik.

Postscheckkonto: Berlin 132626. Erschei-
 nungsweise: zweimonatlich, Einzelheft
 1,50 M, Sonderpreis für die DDR 0,50 M,
 im Abonnement zweimonatlich 1,- M, Son-
 derpreis für die DDR 0,50 M.

Bestellungen werden in der DDR vom Buch-
 handel und der Deutschen Post entgegen-
 genommen.

Der Bezug für die Bundesrepublik Deutsch-
 land und Berlin(West) erfolgt über den Buch-
 handel; für das sozialistische Ausland über
 das jeweilige Postzeitungsvertriebsamt und
 für alle übrigen Länder über: Buchexport
 Volkseigener Außenhandelsbetrieb der DDR
 7010 Leipzig, Leninstr. 16.

Fotos: Wochenpost (S. 123); Bild der *Mona
 Lisa*, Louvre Paris (S. 121); W. Uborewitsch-
 Borowski, Moskau (S. 123); Briefstempel,
 zur Verfügung gestellt von W. Moldenhauer,
 Eisenach (S. 125); M. Baliachmetowa, Mos-
 kau (S. 126); K.-H. Guckuk, Leipzig (S. 127);
 Vignetten O. Sperling, Berlin (S. 130/131);
 Vignette aus Krokodil, Moskau (S. 132);
 H. Büttner, Berlin (S. 134); ADN (S. 132,
 S. 136).

Titelblatt: W. Fahr, Berlin

Typographie: H. Tracksdorf, Leipzig



Gesamtherstellung: INTERDRUCK
 Graphischer Großbetrieb Leipzig – III/18/97
 AN (EDV) 128–ISSN 0002–6395
 Redaktionsschluß: 1. Juli 1981



Mathematische Schülerzeitschrift

Inhalt

- 121 **Mona Lisa und Fibonacci [9]***
 Dipl.-Math. Hannu Korhonen, Universität Helsinki
 für *alpha* bearbeitet von Dr. E. Schröder, Dresden
- 123 **Der Zauberwürfel [5]**
 Ungarn: Ein Spielzeug macht von sich reden
- 123 **Eine Aufgabe von Prof. Dr. J. Havrda [6]**
 Karls-Universität Prag
- 124 **Was tun, wenn die Formelsammlung nicht mehr helfen kann? [8]**
 Lösungsverfahren statt Lösungsformel, Teil 1
 Prof. Dr. I. O. Kerner, Sektion Mathematik/Geographie der Pädagogischen Hoch-
 schule Karl Friedrich Wander, Dresden
- 125 **Für den Briefmarkenfreund [8] Richard Dedekind**
 Dr. P. Schreiber, Sektion Mathematik der E.-M.-Arndt-Universität Greifswald
- 126 **Computer für die Westentasche**
 H. Hirschfeld, aus *Guter Rat* 1/81
- 127 **Ehrendoktorwürde für Luis Massera [5]**
- 128 **AGs im Blickpunkt [7]**
 Dr. H. König, Sektion Mathematik der TH Karl-Marx-Stadt
- 129 **aufgepaßt · nachgedacht · mitgemacht**
 Adam-Ries-Wettbewerb im Bezirk Karl-Marx-Stadt
 Dr. H. König, TH Karl-Marx-Stadt
- 130 **Lohntüte ohne Tarnkappe [5]**
 Prof. Dr. Kuno Brocke, aus *Frösi* 3/81
- 131 **Rätselkette: Von A bis Z [7]**
 Dr. R. Mildner, Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig
- 132 **Wer löst mit? *alpha*-Wettbewerb [5]**
 Wettbewerbsaufgaben Mathematik, Physik, Chemie
- 135 ***alpha*-Wettbewerb 1980/81 [5]**
 Kollektive Beteiligung, Statistik
- 136 **Mikroelektronik – eine Sache von Tausenden? [7]**
 W. Wiener, aus *technikus* 3/81
- 137 **Schriftliche Abschlußprüfung 1980/81 [8]**
 Fach Mathematik, Klasse 10
- 138 **In freien Stunden · *alpha*-heiter [5]**
 Zusammenstellung: J. Lehmann, Leipzig/H. Pätzold, Waren/Müritz
- 140 **Lösungen [5]**
- 143 **XXI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR [5]**
 Aufgaben und Lösungen der Kreisolympiade (18. 11. 1981)

III.-U.-Seite: Perspektiven (Bilddokumentation) [5]

IV.-U.-Seite: Spaß für freie Stunden [5]

Knobeleyen aus einem sowjetischen Unterhaltungsbuch

* bedeutet: Artikel bzw. Aufgaben ab der angegebenen Klassenstufe geeignet

Mona Lisa und Fibonacci

Leonardo von Pisa, auch Fibonacci genannt, war ein italienischer Mathematiker. Er lebte im Mittelalter, etwa von 1180 bis 1240. Den Namen Fibonacci verbinden wir mit der Zahlenfolge

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Die Folge beginnt mit den Zahlen 0 und 1. Die darauf folgenden Zahlen werden nach dem allgemeinen Bildungsgesetz

$$a_{n+1} = a_{n-1} + a_n \quad (1)$$

berechnet.

Leonardo da Vinci war ein berühmter italienischer Maler, Bildhauer und Kunsttheoretiker. Er lebte von 1452 bis 1519, also an der Wende vom Mittelalter zu Neuzeit. Sein populärstes Bildwerk ist die „Mona Lisa“.

Welche Gemeinsamkeit verbindet Leonardo von Pisa und Leonardo da Vinci außer ihrem gemeinsamen Vornamen miteinander?

Der Goldene Schnitt (sectio aurea)

Noch vor zehn Jahren wurde an unseren Gymnasien in Finnland im Fach Geometrie der „Goldene Schnitt“ behandelt.

Zugang: Eine Strecke $\overline{AB}$ werde von einem Punkt X derart geteilt, daß für die Längen der Streckenabschnitte die Proportion

$$\frac{m(\overline{XB})}{m(\overline{AX})} = \frac{m(\overline{AX})}{m(\overline{AB})} \quad (2)$$



gilt. Mit $m(\overline{AB}) = a$ und $m(\overline{AX}) = x$ führt dies auf die Proportion

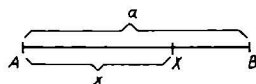
$$\frac{a-x}{x} = \frac{x}{a} \quad (\text{vgl. Bild 1}).$$

Hinweis zur Symbolik:

$\overline{AB}$ Strecke mit den Endpunkten A, B
 $m(\overline{AB})$ vorzeichenbehaftete Länge der gerichteten Strecke $\overline{AB}$

Es gilt: $m(\overline{AB}) = -m(\overline{BA})$

Bild 1



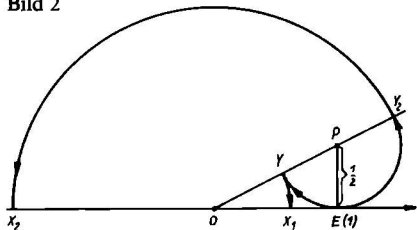
Daraus resultiert die quadratische Gleichung $x^2 + ax - a^2 = 0$. (3)

Wir betrachten zunächst nur die positive Wurzel der Gleichung (3).

$$x_1 = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1) \quad (4)$$

Zur konstruktiven Auswertung des Ergebnisses (4) identifizieren wir A mit dem Ursprung O der Zahlengeraden, B mit dem Endpunkt E der Einheitsstrecke. Der zum Wert x_1 gehörige Teilungspunkt X_1 hat dann die Koordinate $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ auf der Zahlengeraden. Errichtet man in E ein Lot der Länge $l = 1/2$, so ergibt sich der Endpunkt P (Bild 2).

Bild 2



Die Länge der Verbindung $\overline{OP}$ ist dann $m(\overline{OP}) = \sqrt{5}/2$. Durch Subtraktion der Länge $m(\overline{EP})$ erhält man auf $\overline{OP}$ den Teilungspunkt Y_1 . Führt man diesen mittels Zirkelschlag um O auf den Zahlenstrahl, ergibt sich der Teilungspunkt X_1 . Wie leicht einzusehen, ist X_1 ein innerer Teilungspunkt der Strecke $\overline{OE}$.

Auch die negative Wurzel von Gleichung (3)

$$x_2 = -\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) \quad (5)$$

läßt am Zahlenstrahl eine geometrische Interpretation zu. Trägt man auf $\overline{OP}$ über P hinaus die Länge $m(\overline{EP}) = 1/2$ ab, ergibt sich der Punkt Y_2 . Führt man diesen mittels Zirkelschlag um O auf die negative Seite des Zahlenstrahles, erhält man den zweiten Teilungspunkt X_2 . Dieser Punkt teilt die Strecke $\overline{OE}$ äußerlich nach dem Goldenen Schnitt. Wir stellen nochmals heraus:

Beim Goldenen Schnitt (stetige Teilung einer Strecke) stehen die Längen des kleineren zum größeren Streckenabschnitt im Verhältnis $(\sqrt{5} - 1):2$. (6)

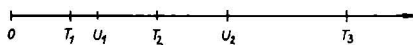
Eine Erweiterung des Goldenen Schnittes

Im folgenden ersetzen wir auf dem Zahlenstrahl X_1 durch T_1 und E durch U_1 . Trägt man die Strecke $\overline{OT_1}$ von U_1 in positiver Richtung ab, ergibt sich der Punkt T_2 . Dann gilt nach den bisherigen Ergebnissen

$$\begin{aligned} \frac{m(\overline{OU_1})}{m(\overline{OT_2})} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{aligned}$$

Nach (6) teilt U_1 die Strecke $\overline{OT_2}$ im Goldenen Schnitt, wobei $\overline{OU_1}$ den größeren Streckenabschnitt bildet. (Bild 3)

Bild 3



Das Verfahren läßt sich fortsetzen, indem man die Länge $m(\overline{OU_1})$ von T_2 im positiven Sinne abträgt. Man erhält U_2 , und es besteht die Proportion

$$\frac{m(\overline{OT_2})}{m(\overline{OU_2})} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

Bei Weiterführung der Konstruktion gelangt man zu der allgemeinen Beziehung

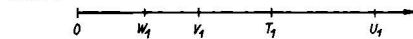
$$\frac{m(\overline{OT_i})}{m(\overline{OU_{i+1}})} = \frac{m(\overline{OU_i})}{m(\overline{OT_{i+1}})} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad (7)$$

($i = 1, 2, 3, \dots$).

Auch im umgekehrten Sinne ist das Verfahren anwendbar. Trägt man die Länge $m(\overline{T_1U_1})$ von O aus in positiver Richtung auf dem Zahlenstrahl ab, erhält man den Teilungspunkt V_1 , und es gilt

$$\frac{m(\overline{V_1T_1})}{m(\overline{OV_1})} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad (\text{vgl. Bild 4}).$$

Bild 4



Trägt man $m(\overline{V_1T_1})$ von O aus im positiven Sinne auf dem Zahlenstrahl ab, erhält man den Teilungspunkt W_1 , und es gilt

$$\frac{m(\overline{W_1V_1})}{m(\overline{OW_1})} = \frac{m(\overline{V_1T_1})}{m(\overline{OV_1})}.$$

Die Teilungsregel nach dem Goldenen Schnitt findet in vielen geometrischen Konstruktionen Anwendung. In Bild 5 sei M der Mittelpunkt eines regelmäßigen Zehnecks und $m(\overline{AB}) = s_{10}$ die Länge einer Zehneckseite. Das Dreieck MAB ist gleichschenkelig. Für die Größe des Scheitelwinkels gilt $\mu = 36^\circ$ und für die Basiswinkel $\alpha = \beta = 72^\circ$. Die Winkelhalbierende von $\angle MAB$ schneidet $\overline{MB}$ in C . Auf Grund der sich ergebenden Winkelbeziehungen sind die Dreiecke $\triangle MAC$ und $\triangle BCA$ gleichschenkelig mit den Punkten C bzw. A als Scheitel. Daher gilt

$$\begin{aligned} m(\overline{AB}) = m(\overline{AC}) = m(\overline{MC}) &= s_{10} \text{ und} \\ m(\overline{BC}) &= r - s_{10}. \end{aligned}$$

Ferner besteht wegen der Ähnlichkeit $\triangle(MAB) \approx \triangle(ABC)$ die Proportion

$$\frac{r}{s_{10}} = \frac{s_{10}}{r - s_{10}}.$$

Daraus resultiert die quadratische Gleichung $s_{10}^2 + rs_{10} - r^2 = 0$ (8)

Für s_{10} ist nur die positive Wurzel der Gleichung (8) verwertbar, also

$$s_{10} = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1).$$

Bild 5

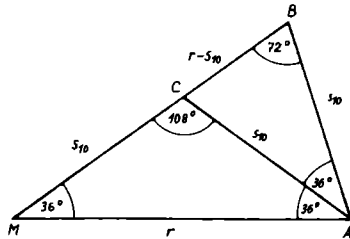
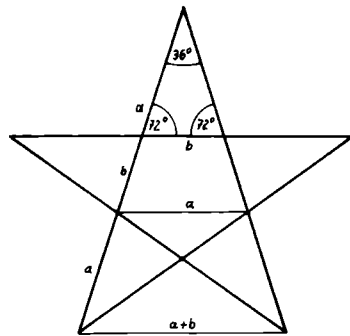


Bild 6



Wegen $s_{10} : r = (\sqrt{5} - 1) : 2$ kann der Satz gefolgert werden:

Die Zehneckseite teilt den Radius des Umkreises nach dem Goldenen Schnitt, wobei die Zehneckseite den größeren Streckenabschnitt bildet.

Auch am Pentagramm tritt dieses Teilverhältnis in verschiedenen Zusammenhängen auf. Zum Beispiel ist aus Bild 6 leicht abzulesen:

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{a+b} = \frac{a+b}{2a+b} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Ferner gilt:

Im regelmäßigen Fünfeck wird die Diagonale von der Fünfeckseite nach dem Goldenen Schnitt geteilt, wobei die Fünfeckseite den größeren Streckenabschnitt bildet.

Aus Bild 7 folgt wegen der Parallelität der Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{BC}$ sowie der Ähnlichkeitsbeziehung $\triangle(ABC) \approx \triangle(DEA)$ die Proportion

$$d : s_5 = s_5 : d - s_5. \quad (9)$$

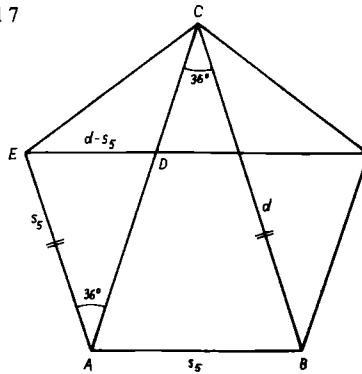
Hieraus resultiert über eine quadratische Gleichung der Gestalt von (3) die Teilungsregel

$$s_5 : d = (\sqrt{5} - 1) : 2. \quad (10)$$

Da der Goldene Schnitt mit Zirkel und Lineal ausführbar ist, kann auch das regelmäßige Zehneck und Fünfeck mit diesen Mitteln exakt konstruiert werden.

Stehen bei einem Rechteck die Seiten im Verhältnis $(\sqrt{5} - 1) : 2$, so läßt sich eine Folge von Rechtecken mit gleichem Seitenverhältnis

Bild 7



nach der in Bild (8) vorgegebenen Weise darin einzeichnen. Diese ineinandergeschachtelte Rechteckfolge bietet das Gerüst für eine Spirale, die man auch in der Natur vorfindet (vgl. Bild 9). Das Gehäuse einer Schnecke, aber auch die Anordnung der Stempel in einem Korbblütler (z. B. Sonnenblume) lassen einen solchen Aufbau von Spiralen erkennen.

Bild 8

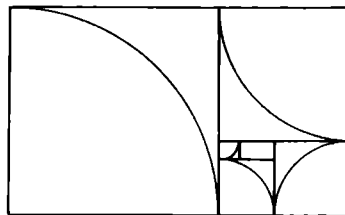
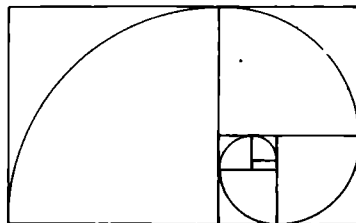


Bild 9



Die Verhältnisse der Fibonacci-Zahlen

Bildet man von je zwei aufeinanderfolgenden Fibonacci-Zahlen a_n und a_{n+1} das Verhältnis

$$z_n = \frac{a_n}{a_{n+1}}, \text{ so erhält man die sogenannte}$$

Lamén-Folge:

$$0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 8 \ 13 \ 21 \ 34 \dots$$

Stellt man die Zahlen der Folge (z_n) in einem Säulendiagramm auf Millimeterpapier graphisch dar, so ist zu bemerken, daß die Längen der Säulen um einen gewissen Wert hin- und herpendeln. Die Beträge der Abweichungen von diesem zunächst noch hypothetischen Wert werden mit wachsendem n immer kleiner. Wir fragen nach dem Wert, den z_n annimmt, wenn n über alle Grenzen wächst. Wir suchen also den Wert

$$K = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n. \quad (11)$$

Zunächst gilt nach Definition und nach (1):

$$z_n = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{a_n}{a_n + a_{n-1}} = \frac{1}{1 + \frac{a_{n-1}}{a_n}}. \quad (12)$$

Ferner ist festzuhalten:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n-1}}{a_n} = K. \quad (13)$$

Nach (12) und (13) gilt daher $K = \frac{1}{1+K}$.

Hierfür kann man weiter schreiben:

$$K^2 + K - 1 = 0. \quad (14)$$

Wegen $K > 0$ folgt aus (14) für den gesuchten Grenzwert die eindeutige Lösung

$$K = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (15)$$

Der Grenzwert K stimmt überein mit der Länge des größeren Teiles der nach dem Goldenen Schnitt zerlegten Einheitsstrecke. Die Lamén-Folge nähert sich diesem Grenzwert alternierend. Damit haben wir aufgezeigt, wie sich Leonardo von Pisa mit dem Goldenen Schnitt in Verbindung bringen läßt.

Die Beschäftigung mit dem Teilungsprinzip nach dem Goldenen Schnitt kann in der Menschheitsgeschichte weit zurück verfolgt werden. Bereits Euklids berühmte „Elemente“ (um 300 v. d. Z.) enthalten die Aufgabenstellung, eine Strecke $\overline{AB}$ der Länge a innerlich durch einen Punkt X so zu teilen, daß für die Längen $a-x$ und x der Teilstrecken $\overline{AX}$ bzw. $\overline{XB}$ die Gleichung

$$x^2 = a(a-x)$$

erfüllt ist. In der Zeit der Renaissance verfaßte der italienische Mathematiker Paciolo (1445 bis 1517) zu diesem Gegenstand eine Schrift mit dem Titel „De divina proportione“ 1509. Wegen seiner ästhetischen Wirkung nahmen sich die Maler und Architekten vor allem in der Renaissancezeit dieses Teilungsprinzips an. So teilt der Turm am Alten Rathaus zu Leipzig die zum Marktplatz weisende Längsfront des Hauses genau nach dem Goldenen Schnitt.

Auch an Gemälden aus der Zeit der Renaissance ist aus der Anordnung der dargestellten Objekte und deren Größenverhältnissen in Höhe und Breite dieses Teilungsprinzip vielfach ablesbar. Leonardo da Vinci als repräsentativer Vertreter dieser Zeit hat sich des Goldenen Schnittes in seinen Kunstwerken bewußt bedient. Als Beispiel hierfür möge das Bildwerk „Mona Lisa“ angeführt werden. So läßt sich über Jahrhunderte hinweg ein Bogen von Leonardo von Pisa zu Leonardo da Vinci spannen.

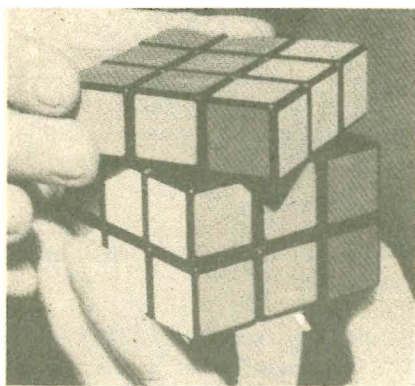
Hannu Korhonen

Von Eberhard Schröder frei bearbeitet nach einem Aufsatz aus dem Finnischen mit dem Titel „Mona Lisa ja Fibonacci“. Mathematische Schülerzeitschrift „Funktio“, Helsinki

Der Zauberwürfel

**Ungarn:
Ein Spielzeug macht von sich
reden**

Der „bűvös kocka“ oder Zauberwürfel ist neuerdings nicht nur in Ungarn liebstes Spielzeug. Er hat seinen Siegeszug weit über die Grenzen des Landes angetreten. Ernő Rubik, Professor an der Budapester Hochschule für angewandte Kunst, wollte eigentlich nur das räumliche Vorstellungsvermögen seiner Studenten erweitern, als er den aus 26 farbigen Kleinwürfeln zusammengesetzten Kubus konstruierte. Doch inzwischen wird nun von Millionen versucht, die kleinen Würfel durch vielerlei Drehungen wieder in die ursprüngliche Lage zu versetzen, nachdem durch wenige Verschiebungen die Farben völlig durcheinandergebracht worden sind.



Besteht aus 26 Klein-Quadern: 5,5 Zentimeter lang, breit und hoch ist der bunte „bűvös kocka“. Durch Drehungen um drei Achsen ist er zu verändern, bis jede Fläche nur eine Farbe hat.

Zuerst waren es Wissenschaftler, die der geniale Einfall faszinierte, als ungarische Kollegen den Zauberwürfel 1978 auf dem Internationalen Mathematiker-Kongreß in Helsinki vorstellten. Der britische Mathematiker David Singmaster errechnete zum Beispiel, daß mehr als 43 Trillionen verschiedene Farbkombinationen möglich wären.

Nach dem Auftauchen des Zauberwürfels entstanden in Ungarn Clubs, die untereinander Wettbewerbe austragen. Es wurden Lösungsschemen entwickelt, die schrittweise zeigen, welche Drehungen vorgenommen werden müssen, um jedes Würfelchen wieder an seinen richtigen Platz zu bringen. Natürlich

gibt es auch Könner, die – fast ohne hinzusehen – nur wenige Drehungen vornehmen, um jede Farbe passend einzuordnen. Anfänger sind jedoch schon glücklich, wenn es ihnen gelingt, wenigstens eine Seite des Würfels wieder in die ursprüngliche Lage zu versetzen.

Im Budapester Kulturzentrum wird gegenwärtig der beste Würfel-Dreher der Hauptstadt gesucht. Die stufenweisen Ausscheidungen nach der Stoppuhr finden im Beisein einer fachmännischen Jury statt. Noch in diesem Frühsommer soll eine Landesmeisterschaft im Würfel-Drehen ausgetragen werden, und für die Sommerferien 1982 denkt man angesichts der Würfel-Begeisterung von Schülern und Studenten sogar an eine Weltmeisterschaft.

Die Wiege des „bűvös kocka“, der das alles zuwege gebracht hat, steht in den Werkstätten der Industriegenossenschaft Politechnika, deren Zentrale sich in Buda befindet. János Nemcsók (51), Vorsitzender und Mitbegründer dieser Genossenschaft des Spielzeughandwerks, berichtete, wie es dazu kam: „Ende 1976 schickte das Spielzeugunternehmen Trial den Professor Rubik zu uns. Wir sollten uns seine Erfindung einmal ansehen, ob sich die Sache lohne. Als ich den Würfel in die Hand nahm, packte mich sofort Erregung. Ich brachte ihn zu unserem Chefingenieur Manczúr, der die phantastischen Möglichkeiten ebenfalls gleich erkannte. Wir beschlossen auf der Stelle, die zur Produktion nötigen Anlagen anzuschaffen.“

Die Genossenschaftler bauten in Handarbeit sieben Maschinen. Sie reichten bald nicht aus, die Fülle der eingehenden Aufträge zu bewältigen. „Für Weihnachten 1977 bestellte Trial fünftausend Würfel, doch wir konnten zwölftausend auf den Markt bringen. Die Ungarn sind ein phantasiebegabtes Volk, und so waren unsere Zauberwürfel im Nu verkauft, wurden im Handumdrehen zur Mangelware. Im folgenden Jahr lieferten wir dem Binnenhandel 45000 Stück, 1979 die vierfache Anzahl, und im vergangenen Jahr wurde die Millionengrenze überschritten. Und auch das war noch zu wenig!“ Die Genossenschaft wird weitere Maschinen anschaffen müssen, um die Wünsche des unaufhörlich wachsenden Heeres der Freunde dieses genialen Würfel-Spiels befriedigen zu können.

„Beredter als Zahlen aber ist“, meinte János Nemcsók, „daß neuerdings der Würfel auf der Liste der Schmuggler steht. Unsere Zöllner fragen daher jetzt regelmäßig: ‚Wie viele Zauberwürfel haben Sie bei sich?‘“

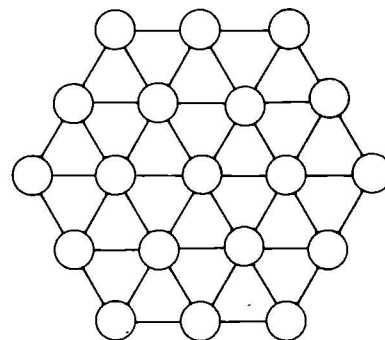
Professor Ernő Rubik, der Erfinder des bunten Zauberwürfels, ruht sich indessen auf seinen Lorbeeren nicht aus. Er tüftelt, wie man unlängst hörte, bereits an einem anderen Spielzeug, das logisches Denken und räumliches Vorstellungsvermögen fördert.

A. Havas

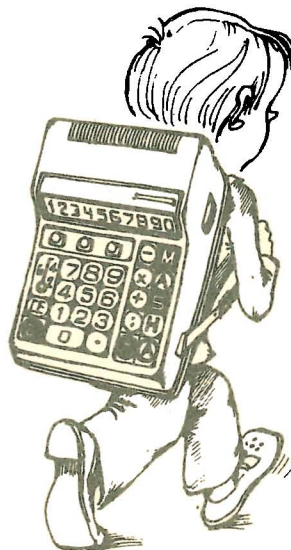
Eine Aufgabe von Prof. Dr. J. Havrda

Karls-Universität Prag

▲2178▲ Man verteile die Zahlen 1 bis 19 so in die 19 Felder des *magischen Sechsecks*, daß in jeder der 15 Reihen die Summe der dort stehenden Zahlen gleich, nämlich gleich 38 ist. Diese Aufgabe (und ihre Lösung) teilte Prof. Havlíček, Prag, beim Kolloquium über *konstruktive Geometrie*, das am 23./24.10. 1980 an der Technischen Universität Dresden



stattfand mit. Wie viele weitere Lösungen zu der auf S. 142 veröffentlichten Lösung können durch Drehungen und Spiegelungen gewonnen werden? Darüber hinaus konnten bisher auch mit Computerhilfe noch keine weiteren Lösungen gefunden werden. Es konnte aber auch nicht bewiesen werden, daß es keine weiteren Lösungen gibt. (Mitgeteilt von unserem Red.-Mitglied Dr. P. Schreiber)



Was tun, wenn die Formelsammlung nicht mehr helfen kann?

Lösungsverfahren statt Lösungsformel Teil 1

Für viele mathematische Aufgaben oder Probleme gibt es Lösungsformeln. Eine Auswahl davon lernt ihr im Mathematikunterricht kennen, z. B. die Lösungsformel für quadratische Gleichungen

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\{x_1, x_2\} = \left\{ -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \right\}.$$

Solche Formeln zeigen besonders deutlich den funktionellen Zusammenhang zwischen den speziellen eine Aufgabe charakterisierenden Zahlen (den Aufgabenparametern, im Beispiel p und q) und den gesuchten Lösungen (im Beispiel x_1 und x_2). In mathematischer Schreibweise:

$$x_i = f_i(p, q) \quad i \in \{1, 2\}$$

(das sind zwei Formeln oder Funktionen, da der Index 1 oder 2 sein kann; in der ersten Formel heißt die Funktion

$$f_1(p, q) = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

und in der zweiten

$$f_2(p, q) = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

Solche funktionellen Zusammenhänge werden in der Schule besonders gepflegt und herausgehoben.

Wie ihr aber auch wißt, gibt es zahlreiche Probleme – nun sind sogar außermathematische dabei –, für deren Lösung es keine Formel, sondern ein Verfahren, d. h. eine Arbeitsvorschrift (wir sagen einen „Algorithmus“), gibt. In der Mathematik gehören dazu alle geometrischen Konstruktionsaufgaben, aber auch viele arithmetische – z. B. das Bestimmen des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen. Diese Aufgabe und ihre Lösung habt ihr auch in der Schule kennengelernt. Es ist der sogenannte Euklidische Algorithmus. Er war demnach bereits im Altertum, im klassischen Griechenland vor rund 2000 Jahren, bekannt. Seht einmal im Schulbuch (Welche Klasse? Erinnert ihr Euch?) nach!

Ein Algorithmus ist ganz allgemein eine Arbeitsvorschrift. So sind beispielsweise Kochrezepte, Gebrauchsanweisungen und Bauanleitungen eigentlich schon Algorithmen. Der Mathematiker verlangt aber unter anderem von einem Algorithmus, daß er in seiner

Anwendung keinerlei Unklarheit läßt, daß er für seine Aufgabenklasse immer eine Lösung liefert und dazu auch nur endlich viele (manchmal allerdings leider sehr viele) Arbeitsschritte benötigt. Obwohl also Algorithmen im Mathematikstoff der Schule vorkommen und behandelt werden, ist ihre Rolle dabei verglichen mit ihrer gegenwärtigen Bedeutung doch viel zu klein. Für Computer oder elektronische Rechenautomaten (Datenverarbeitungsanlagen: EDVA) kann man nämlich Formeln nicht direkt verwenden. Man muß ihnen die Form einer Arbeitsvorschrift, eben eines Algorithmus, geben.

Ich will euch nun mit einigen einfachen Algorithmen bekannt machen. Es sind eigentlich keine Lösungsalgorithmen für irgendwelche Aufgaben, aber ihr Verhalten ist mathematisch interessant. Einer von ihnen beinhaltet sogar eine bisher noch nicht bewiesene Vermutung. Es ist eine vom Verständnis her ganz einfache Tatsache, und trotzdem ist noch keinem Mathematiker ein Beweis gelungen.

1. Der „3A + 1“-Algorithmus

A sei eine natürliche Zahl. Notiere sie!

1. Falls $A = 1$, so beende die Arbeit, andernfalls gehe über zu Schritt 2!

2. Falls A gerade, bilde ein neues $A := A/2$, notiere es, und gehe über zu Schritt 1! Falls A nicht gerade, gehe über zu Schritt 3! (Das Zeichen „:=“ heißt „Ergibtzeichen“. Es drückt einen dynamischen Sachverhalt aus. Ein neues A (links) wird aus dem alten A (rechts) berechnet.)

3. Falls A ungerade, bilde ein neues $A := 3A + 1$, notiere es, und gehe über zu Schritt 1!

Führe dies für $A = 3, 11, 40$ aus!

Kommst du immer zu einem Ende der Arbeit?

Wieviel verschiedene A mußt du in diesen Beispielen bilden? Was beobachtest du, wenn die Endevorschrift im Schritt 1 gestrichen wird?

Laß die Vorschrift „ A ist natürliche Zahl“ fallen, und nimm auch „ganze Zahlen“ als zulässig an! Führe die Vorschrift für $A = -80, -108, -3$ aus! Was ist jetzt zu beobachten?

Wenn du einen Taschenrechner hast, eventuell sogar einen programmierbaren, kommst du schneller voran. Aber es geht auch mit Papier und Bleistift.

(Im nächsten Heft werden mit der Lösung auch interessante Informationen über größere empirische Untersuchungen dieses Algorithmus gegeben, und außerdem wird auf die offene Frage des gesicherten Abbruchs für natürliche Zahlen verwiesen. Das ist das oben genannte noch nicht gelöste Problem.)

2. Eine Funktion zur Erzeugung von Primzahlen?

Bilde die Folge der ganzzahligen Glieder aus der Folge

$$a_n = \sqrt{24n + 1} \quad n = 1, 2, 3, \dots!$$

Gib die ersten 10 Glieder an!

Was vermutest du? Kannst du deine Vermutung beweisen?

3. Drei Anweisungen

Gegeben sind zwei Kästchen A und B , in welchen die Zahlen a und b mit Bleistift notiert sind. Wenn in den folgenden Summen oder Differenzen die Kästchennamen A oder B genannt werden, soll mit den Kästcheninhalten gerechnet werden.

1. Bilde $A + B$ und notiere dies in A (altes A dort ausradieren)!

2. Bilde $A - B$ und notiere dies in B !

3. Bilde $A - B$ und notiere dies in A !

Welche Wirkung ist dadurch entstanden?

4. Eine Zahlenfolge

1. Beginne mit einer durch 3 teilbaren natürlichen Zahl A !

2. Notiere A !

3. Falls $A = 153$, beende die Arbeit!

4. Bilde ein neues A als Summe der 3. Potenzen der Ziffern von A (in der Dezimaldarstellung), und gehe zu Schritt 2!

Warum soll man wohl bei 153 aufhören?

Führe die Vorschrift für $A = 9$ durch! Wieviel A -Werte sind zu notieren?

Gibt es ein größtes A , das im Schritt 4 vergrößert wird?

Wie könnte man die Vermutung beweisen, daß die Vorschrift immer bei 153 endet?

Laß die Bedingung fallen, daß A eine durch 3 teilbare Zahl ist! Gibt es Zahlen, welche sich im Schritt 4 nicht ändern?

5. Eine Funktion, die selbst wieder zu ihrer Definition verwendet wird

Solche Funktionen nennt man „rekursiv definiert“ (von lat. *recurro* = zurücklaufen, zurückführen).

Die Aufgabe ist im Gegensatz zu Nr. 1 bis Nr. 4 für Schüler der oberen Klassen, even-

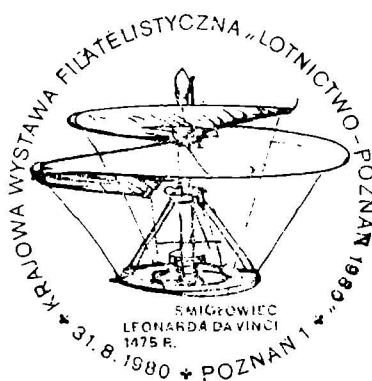
tuell nur 11. und 12. Klasse, gedacht. Aber die Kenntnisse der 8. Klasse genügen eigentlich. Trotzdem wird euch die gedankliche Arbeit dabei schwierig vorkommen, eben weil solche mathematische Denkweise in der Schule kaum trainiert wird. Sogar manche unserer Studenten haben dabei einige Hürden zu überwinden.

1. Die Argumente der Funktion f sind nur natürliche Zahlen n .
2. Wenn $n > 100$, dann ist $n - 10$ der Wert der Funktion: $f(n) = n - 10$.
3. Wenn $n \leq 100$, dann erhält man den Wert, indem man diese Definition auf $n + 11$ anwendet und auf das Ergebnis noch einmal: $f(n) = f(f(n + 11))$.

Welche Werte liefert f für $n = 101, 100, 99, \dots, 1$?

Es kommt etwas ganz Interessantes heraus. Ich werde euch im nächsten Heft die Lösungen und (wie ich meine) dazu ganz verblüffende und interessante Informationen geben.

I. O. Kerner



LEONARDO DA VINCI

wurde am 15. 4. 1452 in Anchiano bei Vinci geboren. Er gilt als der genialste Künstler der Renaissance. Uns ist er als Maler (sein bedeutendstes Bild dürfte die *Mona Lisa* sein), Bildhauer und Baumeister bekannt. Auf ca. 110 Briefmarken wird er mit seinen Werken geehrt. In der Mathematik beschäftigte er sich mit der Ermittlung inhaltsgleicher Figuren und Körper, der Konstruktion regulärer Vielecke, verschiedenen speziellen Kurven und quadrierbaren Kreisbogenzweicken (sogenannten Mönchen). Er schuf ein Gerät zur maßstabsgerechten Vergrößerung und Verkleinerung von Zeichnungen und ein anderes zum Zeichnen von Parabeln. Als Kuriosum sei vermerkt, daß er als Linkshänder von rechts nach links geschrieben hat, wodurch seine Handschriften nur schwer lesbar sind.

Der abgebildete Sonderstempel aus Poznań (1980) zeigt eine Flugmaschine, die von ihm konstruiert worden war. Am 2. 5. 1519 starb der bedeutende Künstler in Cloux bei Amboise.

W. Moldenhauer



Richard Dedekind



Bis heute zählt es international noch zu den sehr seltenen Ereignissen, daß ein Mathematiker, dessen Schaffenszeit innerhalb der letzten 120 Jahre liegt und der zudem eine ausgeprägt theoretische Richtung der Mathematik pflegte, eine solche philatelistische Würdigung erfährt, wie sie in diesem Jahr *Richard Dedekind* anlässlich seines 150. Geburtstages bei uns zuteil wurde.

Dedekind wurde als Sohn eines hohen Beamten am 6. 10. 1831 in Braunschweig geboren, wo er auch den größten Teil seines Lebens verbrachte und am 12. 2. 1916 starb. Er gehört zu jenen Mathematikern, die in der Zeit etwa zwischen 1870 und 1917 eine grundlegende Umwälzung der allgemeinen Auffassungen von Wesen und Inhalt der Mathematik herbeiführten. Während die Mathematiker der vorhergehenden Jahrhunderte sich als Naturwissenschaftler fühlten, tatsächlich oft zugleich bedeutende Astronomen oder Physiker waren und die Mathematik in enger Wechselwirkung mit ihren Anwendungen vor allem in die Breite entwickelten, war um die Mitte des vorigen Jahrhunderts ein Bedürfnis nach übergreifenden, vereinheitlichenden Begriffen, Gesichtspunkten und Methoden herangereift, durch die die Mathematik aus ihrer Zersplitterung herausgeführt, wieder überschaubar und lehrbar gemacht werden könnte.

Zugleich entwickelte sich das Bedürfnis nach logisch einwandfreien Definitionen bisher als anschaulich klar angesehener Begriffe und nach dem Beweis auch scheinbar selbstverständlicher Sachverhalte auf der Grundlage solcher Definitionen. Hauptergebnisse dieser Umwälzung waren Mengenlehre und mengentheoretische Durchdringung der gesamten Mathematik, deren strukturelle

Auffassung und ein neues, strengeres Verhältnis zu ihrem deduktiven Charakter.

Eine 1887 erschienene Schrift Dedekinds trägt den programmatischen, bewußt provokatorischen Titel „Was sind und was sollen die Zahlen?“ Hier wurde gezeigt, wie man den Begriff und alle Eigenschaften der natürlichen Zahlen, insbesondere Anordnung und Rechenoperationen, aus mengentheoretischen Grundvorstellungen herleiten kann. In dieser Schrift formulierte Dedekind seine berühmte (dem Sinne nach allerdings schon bei Galilei (1564 bis 1642) und Bolzano (1781 bis 1848) vorhandene Erkenntnis:

Eine Menge M ist genau dann endlich, wenn sie sich nicht eindeutig auf eine echte Teilmenge von M abbilden läßt.

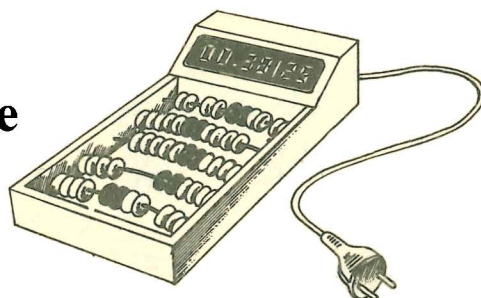
Dies kann man benutzen, um den Begriff der endlichen Menge zu definieren und auf dieser Grundlage (selbstverständlich erscheinende) Sätze wie *Jede Teilmenge einer endlichen Menge ist endlich* oder *Ist M endlich, so auch $M \cup \{x\}$ exakt zu beweisen*. In einer anderen Schrift *Stetigkeit und Irrationalzahlen* (1872) präziserte Dedekind mit Hilfe des von ihm eingeführten Begriffs des („Dedekindschen“) Schnittes jene *mysteriöse* Stetigkeit bzw. Lückenlosigkeit, durch die sich die Menge der reellen Zahlen von jedem ihrer arithmetisch sinnvollen Teil-Zahlen-Bereiche unterscheidet. Der Begriff des Dedekindschen Schnittes kann sowohl dazu dienen, ausgehend vom Bereich der rationalen Zahlen, den Bereich der reellen Zahlen mengentheoretisch-genetisch zu erzeugen, als auch dazu, den Bereich der reellen Zahlen axiomatisch zu charakterisieren.

Die auf der Briefmarke wiedergegebene Formel nimmt Bezug auf eine dritte große Leistung Dedekinds. In der von ihm gemeinsam mit E. Kummer (1810 bis 1893) begründeten *Idealtheorie*, einem Zweig der Strukturalgebra, wird u. a. der Sachverhalt, daß sich jede von 0 verschiedene natürliche Zahl eindeutig als Produkt von Primzahlen darstellen läßt, auf sehr allgemeine Zusammenhänge übertragen. Auf Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden, doch seien zwei elementare Denkanstöße mit auf den Weg gegeben: Was wird aus dem erwähnten Sachverhalt, wenn man ihn auf den Bereich der ganzen Zahlen beziehen möchte? Und gibt es nicht auch im Bereich der Polynome so etwas wie unzerlegbare Faktoren?

P. Schreiber

Lipsia-Katalog-Nr. 2394: 25 Pfennig; Katalogwert gestempelt und ungestempelt jeweils 1,75 M; Entwurf Gerard Stauf, Leipzig; Offsetdruck; gezähnt 13 : 12 $\frac{1}{2}$; Bogen zu 50 Stück; Maße: 43,0 mm + 25,5 mm, Querformat; Auflage 2000000.

Computer für die Westentasche



Im Angebot des Elektronik-Fachhandels befinden sich zwei interessante Varianten einer neuen Taschenrechner-Generation.

Flach, sehr leicht, modernes Design, gut lesbare Anzeige sind Attribute, die neben moderner elektronischer Technik die Mikrotaschenrechner MR 410 und MR 411 des VEB Kombinat Mikroelektronik auszeichnen. Im Modell MR 411 ist zusätzlich eine Quarzuhr mit Wecker, Stoppuhr und Kalender integriert. Die Weckprogrammierung ermöglicht sekundengenaue Alarmauslösung auf jede volle Minute. Der eingebaute Summer schaltet sich für etwa 10 Sekunden mit einem relativ leisen, aber durchdringenden und kaum überhörbaren Ton zu der festgelegten Zeit ein. Der Alarm ertönt unabhängig, ob der MR 411 auf Rechen-, Uhren- oder Zeitstoppbetrieb geschaltet ist.

Die Digitaluhr besitzt ein 12-Stunden-Display mit Anzeige für die erste Tageshälfte (00.00 bis 12.00 Uhr/AM) und die zweite Tageshälfte (12.00 bis 24.00 Uhr/PM), das Datum, den Wochentag sowie des Sekunden-taktes.

Die monatliche Zeitabweichung bleibt unter ± 20 Sekunden.

Mit den runden Setztasten der Quarzuhr lassen sich verschiedene Betriebsarten der Stoppuhr wie Additionsstoppen und Splitbetrieb ausführen. Die Meßgenauigkeit beträgt $\frac{1}{10}$ Sekunde, und die Stoppzeiten können

bis zu 10 Stunden dauern.

Die LCD-Anzeigeeinheit mißt 45 mal 15 mm. Diese Größe ermöglicht sogar das Ablesen aus einiger Entfernung, so daß sich der MR 411 auch als Tisch- oder Regaluhr auf einem geeigneten Halter benutzen läßt. Die Stromversorgung der Quarzuhr und des Rechners erfolgen aus zwei Silberoxyd-knopfzellen vom Typ SR 44.

Der Energieverbrauch liegt im Vergleich zu den bisher bekannten Taschenrechnern mit Lumineszenzdiodenanzeige, deren Leuchtanzeige man bei hellem Licht schlecht ablesen konnte, extrem niedrig. Diesen Nachteil besitzen die neuen Taschenrechner nicht. Durch Flüssigkeitskristallanzeige und die energiesparende Konzeption der inneren Elektronik wird den Batterien z. B. beim MR 411 nur noch eine Leistung von 0,00006 VA entnommen. Um sich davon eine Vorstellung zu machen, sei gesagt, daß ein kleines Ta-

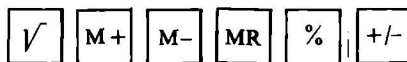
schenlämpchen (3,5 V/0,2 A) 11666mal mehr Energie verbraucht oder umgekehrt mit dem Energiebedarf einer Taschenlampe sich etwa 11000 Rechner betreiben ließen.

Ein einziger Batteriesatz reicht laut Werksangaben für 10000 Betriebsstunden. Das bedeutet ununterbrochener Betrieb von mindestens 400 Tagen. Ein Anschluß des Rechners an ein Netzgerät erübrigt sich, da die Silberoxydbatterien über einen langen Zeitraum die Einsatzbereitschaft des Rechners garantieren. Beim Betätigen einer Eingabetaste des Rechenteils schaltet sich der MR 411 automatisch von Zeitanzeige auf Rechenbetrieb um. Ebenso erscheint nach ca. 15 Minuten automatisch nach der letzten Rechenoperation wieder die Uhrzeit auf dem Display, wenn das Einschalten der Digitaluhr vergessen wurde. Tonband-, Film- und Fotoamateure, Sportler, Technologen und alle diejenigen, die exakte Zeitabläufe messen müssen, finden im elektronischen Chronographen des MR 411 eine willkommene Hilfe. Die einzelnen Zahlen im Anzeigefeld bilden sich aus je sieben kleinen Segmenten. In unterschiedlichen Kombinationen geschieht damit die Darstellung der Ziffern 0 und 1 bis 9.

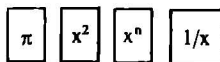
Eine Kontrollrechnung, die gleichzeitig zur Überprüfung des Rechners, der Batterie und der Anzeige dient, zeigt anschaulich das Prinzip der 7-Segmente-Darstellung.

Zu diesem Zweck wird 7,2 mit 12345679 multipliziert. Bei einwandfrei arbeitendem Rechner muß das Ergebnis 88888888 lauten. Die rechtsbündige Anzeige mit Nullen-Unterdrückung macht die Ergebnisse leichter überschaubar.

Zusätzliche Funktionstasten



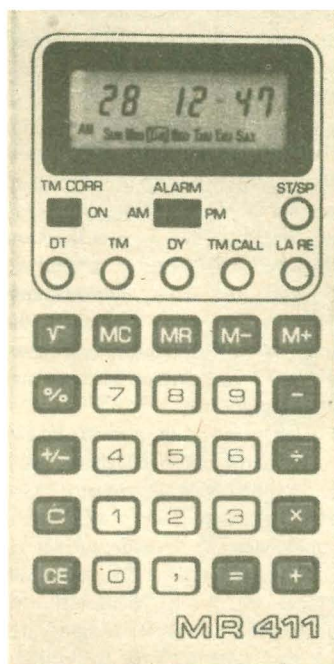
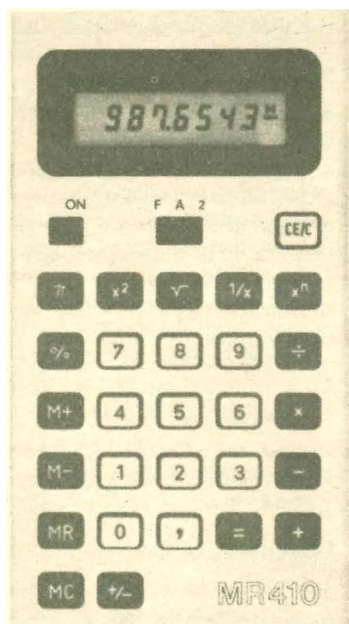
bringen bedeutende Rechenvorteile gegenüber einfachen Rechnern. Der Mikrorechner MR 410 ist außerdem noch mit den Funktionstasten



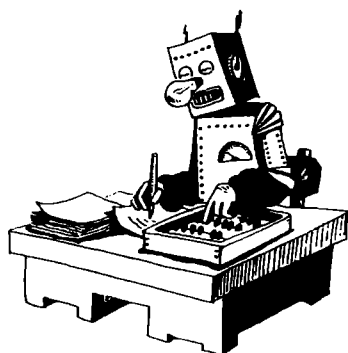
sowie einer Festkommaanzeige (auf 2 Stellen) ausgestattet.

Die Funktionstasten beider Rechner sind gut bedienbar, und die farblich unterschiedlichen Eingabe- und Operationstasten erhöhen die Übersicht. Eine Doppelbelegung der Tasten vermied der Produzent. Klug eingesetzt, bewältigen die Rechner auch komplizierte mathematische Aufgaben. Sie vermögen wesentlich mehr zu leisten, als man auf den ersten Blick vermutet.

Voraussetzungen bleiben natürlich mathematische Grundkenntnisse und ein gewissenhaftes Studium der informativen Betriebsanleitung. Allen Benutzern sei empfohlen, die



darin aufgeführten Rechenbeispiele nachzurechnen. Erst Routine im Umgang ermöglicht, das Gerät optimal einzusetzen.



Was die Rechner sonst noch können

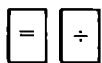
Die Taschenrechner der MR 410 und MR 411 besitzen einen Speicher. Er gestattet bei umfangreichen Rechnungen, Zwischenergebnisse oder konstante Werte aufzubewahren. Durch

die Taste **MR** können die betreffenden

Werte aus dem addierenden oder subtrahierenden Speicher jederzeit abgerufen werden. Der Speicher reduziert den Rechenaufwand erheblich.

Die Berechnung von Kehrwerten bei Rechnern ohne die Funktionstaste

$\frac{1}{x}$ geschieht einfach nach Zahleneingabe durch Betätigung der Operationstasten



Wird eine Operationstaste versehentlich wechselt, d. h. statt der Taste für Multiplikation die für die Addition betätigt, braucht man die Rechnung nicht zu wiederholen, wenn man nach der falschen Taste anschließend die richtige drückt. Eingabeerleichterungen bedeuten, daß z. B. bei dem Wert 0,3480000 die letzten vier Nullen nicht getastet zu werden brauchen.

Soll eine vierte Wurzel aus einer Zahl berechnet werden, so ist die Funktionstaste



zweimal zu drücken. Wird die achte Wurzel aus einer Zahl gesucht, muß die Taste mit dem Wurzelzeichen dreimal betätigt werden.

Der Umgang will gelernt sein

Die Programmierung des Rechners erfolgt anders, als man die Aufgabe ausspricht. Beispielsweise sagt man „Wurzel aus 16“, den Rechner programmiert man aber zuerst mit dem Wert 16 und betätigt dann erst die Wurzelstaste.

Rechnet man die folgende Aufgabe

$$x = 7 + 8 \cdot \sqrt[4]{4 + 6 : 3 - 5^2}$$

in der Reihenfolge wie sie formuliert ist, kann die Rechnung zu einem falschen Ergebnis führen. Die Vorrangregel besagt:

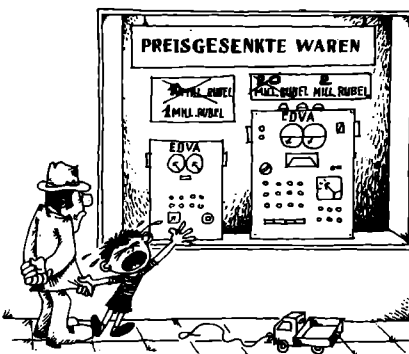
Rechenoperationen der dritten Stufe (Potenzieren, Radizieren) sind vor Rechenoperationen der zweiten Stufe (Multiplizieren, Dividieren) und diese wiederum vor Rechenoperationen der ersten Stufe (Addieren, Subtrahieren) auszuführen.

Rechenungenauigkeiten entstehen, wenn die 8stellige Anzeige überfordert wird, z. B.

$$x = 0,00113 \cdot 0,00268.$$

Die Zahlen mit den gleichen Dezimalen, auch so in den Rechner eingetastet, und miteinander multipliziert, ergeben das aufgerundete Ergebnis 0,000003. Durch Überlegungen gelangt man bei vielen Aufgaben zu einem logischen Rechenweg und vermeidet Ungenauigkeiten. Bei dem vorliegenden Beispiel rechnet man genauer, wenn die Aufgabe anders formuliert wird, z. B.

$$113 \cdot 268 \cdot 10^{-10} = 30284 \cdot 10^{-10}$$



Elektronische Taschenrechner sind Präzisionsgeräte

Vor Schlag, Stoß und starken Erschütterungen sind sie in jedem Fall zu schützen. Das „Gehirn“ eines Rechners besteht aus einem hochintegrierten Schaltkreis. In diesem Schaltkreis befinden sich auf einer Fläche, nicht größer als dieser gedruckte Buchstabe M, einige zehntausend elektronische Bauelemente. Mikroskopisch hauchfeine „Drahtwürchen“ verbinden das Innere des Schaltkreises mit den äußeren Kontakten, und diese wiederum sind durch dünne Leiterbahnen auf einer Kunststoffolie mit den Bedienungs- und Anzeigeelementen verbunden.

Hohe Luftfeuchtigkeit bedeutet Oxydationsgefahr für die empfindliche Elektronik. Staub, besonders feiner Sand beeinträchtigen die mechanischen Funktionen. Kältegrade unter -10°C und Temperaturen über $+50^{\circ}\text{C}$ vermögen die Flüssigkeitskristallanzeige und die Elektronik außer Betrieb zu setzen. Stärkere magnetische und elektrische Felder in der Nähe von Lautsprechern, Transformatoren oder Starkstromleitungen wirken sich ebenfalls nachteilig aus. Ebenso sollte man Taschenrechner keiner Röntgenstrahlung (z. B. bei Gepäckkontrollen auf Flughäfen) aus-

setzen. Besonders die aus extrem dünnen Glasschichten bestehende LCD-Anzeige ist vor jeglichem Druck zu bewahren.

Organische Lösungsmittel wie Alkohole, Benzin, Farb- oder Nitroverdünnungen sind in der Lage, den Taschenrechner zu zerstören. Zum Reinigen eignet sich am besten ein weiches trockenes oder leicht angefeuchtetes faserfreies Tuch.

Der MR 410 und MR 411 zeichnen sich durch hohe Betriebssicherheit und lange Lebensdauer aus. Sollte trotzdem ein Mangel auftreten, verschulden möglicherweise oxydierte Batterien den Fehler. Oft hilft es bereits, die Miniaturbatterie mit einem rauen, aber trockenen Tuch zu polieren und vorsichtig die Metallkontakte im Rechner zu reinigen.

Im beruflichen Alltag, beim Studium und auch in der Freizeit verkürzen und erleichtern die modernen elektronischen Rechenhilfsmittel die teilweise unproduktiven Zahlenrechnungen wie Addition, Subtraktion, Division, Multiplikation, Wurzel-, Potenz- und Prozentrechnungen. Die elektronischen Taschenrechner MR 410 und MR 411 vermögen mit ihren erweiterten Rechenmöglichkeiten in vielen Bereichen zur Rationalisierung und Intensivierung der geistigen Arbeit beizutragen.

H. Hirschfeld

Wer noch mehr über Taschenrechner wissen möchte, dem empfehlen wir aus der Bibliothek von

Kreul, Hans: *Was kann mein elektronischer Taschenrechner?*

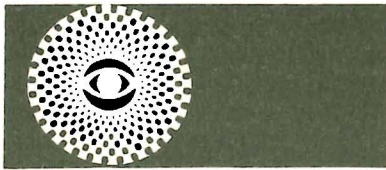
VEB Fachbuchverlag, Leipzig

Ehrendoktorwürde für Luis Massera

Mit der Ehrendoktorwürde der Universität von Nizza wurde der uruguayische Mathematiker Prof. José Luis Massera geehrt. Der Patriot schmachtet seit Oktober 1975 in einem Kerker Uruguays. Die Universitäten von Rom und der DDR-Hauptstadt hatten ihn bereits zum Dr. h. c. erklärt.

In der Laudatio an der Alma mater in Nizza wurden die großen Verdienste José Luis Masseras bei der Entwicklung der heutigen mathematischen Schule Uruguays sowie die von ihm erzielten Resultate auf dem Gebiet der qualitativen Theorie der Differentialgleichungen hervorgehoben. Es wurde auch betont, daß Prof. Massera ein standhafter, stets für seine politischen Ideale eintretender Patriot sei.

Seit 1941 ist Massera Mitglied der KP Uruguays; einige Jahre später wurde er Mitglied des Zentralkomitees. Viele Jahre vertrat er die Werktätigen im uruguayischen Parlament. José Luis Massera, den Sträfling im Militärgefängnis von „Libertad“, freizukämpfen, ist Aufgabe aller fortschrittlichen Menschen.



ARBEITS- GEMEINSCHAFTEN IM BLICKPUNKT

Sektion Mathematik der THK unterstützt die außerunterrichtliche Tätigkeit im Bezirk Karl-Marx-Stadt

Im Jahre 1974 hat unser Bezirkskomitee für die *Olympiaden Junger Mathematiker* damit begonnen, in enger Zusammenarbeit mit der Sektion Mathematik der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt (THK) die Förderung junger Talente im Bezirk neu zu organisieren. Im gleichen Jahr wurde das Jugendobjekt *Mathematische Schülerzirkel* an unserer Sektion gegründet. Über beides wollen wir hier kurz berichten.

Leistungsstarke Schüler aus der Stadt Karl-Marx-Stadt können sich in die *Kreis-Arbeitsgemeinschaften* delegieren lassen, die wöchentlich im Mathematikzentrum des Pionierhauses *Juri Gagarin* durchgeführt werden. Für die inhaltliche Gestaltung der Zirkel in zehn Arbeitsgemeinschaften der Klassen 6 bis 10 sind Mitarbeiter unserer Sektion verantwortlich. Sie betreuen dabei 16 bis 18 Mitglieder der Arbeitsgruppe 1 des genannten Jugendobjekts. Dieser Arbeitsgruppe gehören Mathematiklehrerstudenten aus dem 2. und 3. Studienjahr an, die unter Anleitung die Zirkel durchführen. Die Studenten sind

mit viel Freude bei dieser Arbeit; die Aufnahme ins Jugendobjekt ist für sie eine Auszeichnung. Einige von ihnen können auch ihre Diplomarbeit auf diesem Gebiet schreiben. Auf diese Weise wurden Aufgabensammlungen sowie Vorbereitungen auf solche Zirkel ausgearbeitet und erprobt.

Für 200 Schüler unseres Bezirks besteht die Möglichkeit, in den *Korrespondenzzirkel Mathematik* für die Klassenstufen 7 bis 11/12 delegiert zu werden. Sie haben in sieben Serien pro Jahr jeweils fünf Aufgaben zu lösen. Neben Musterlösungen erhalten sie umfangreiches Material zugesandt, das ihnen helfen soll, ihre Kenntnisse und Fähigkeiten auf mathematischem Gebiet zu verbessern. Dabei bemühen wir uns, diesen Korrespondenzzirkel als eine Art von *Fernkurs im Problemlösen* aufzubauen.

Die Korrektur der Schülerlösungen für Klasse 8 bis 12 wird von acht Mitgliedern der Arbeitsgruppe 2 unseres Jugendobjekts durchgeführt. Dies sind ehemalige Teilnehmer an DDR-Olympiaden, die zur Zeit unsere Spezialklasse Mathematik besuchen oder die an unserer Sektion Mathematik studieren.

Diese erfolgreichen Olympioniken sind stets gern bereit, ihr Wissen und Können bei der Unterstützung der außerunterrichtlichen Tätigkeit einzusetzen.

Für etwa 60 Schüler unseres Bezirks besteht zusätzlich die Möglichkeit, an den einwöchigen *Spezialistenlagern* für die Klassen 7, 8, 9, 10 sowie 11/12 teilzunehmen. Neben harter Arbeit – es sind außer dem Selbststudium in jeder Klassenstufe 20 Stunden Vorlesungen und Seminare zu absolvieren – gibt es auch viel Spaß bei einer sinnvollen Freizeitgestaltung. Daß unsere Schüler immer wieder gern zu diesen Spezialistenlagern kommen, zeigt uns, daß sie mit Freude bei der Sache sind.

Ihr werdet schon bemerkt haben, daß unser Fördersystem mit einer systematischen Aus-

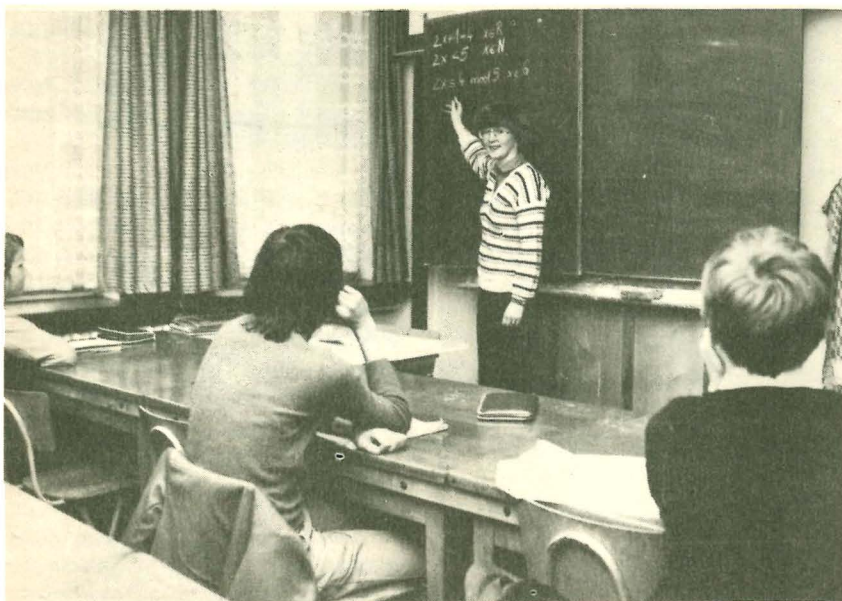
wahl der leistungsstärksten Schüler verbunden ist. Dabei bemühen wir uns so vorzugehen, daß diejenigen Schüler, die den Sprung zur jeweils nächst höheren Form der Förderung nicht schaffen, den Spaß an der Beschäftigung mit der Mathematik nicht verlieren. Erwähnenswert ist hierbei die gute Zusammenarbeit zwischen dem Bezirkskomitee OJM, dem Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit und unserer Sektion Mathematik.

Die höchste Form der Förderung wird in unseren *Bezirks-Arbeitsgemeinschaften* durchgeführt. Für jeweils etwa 12 Schüler der Klassen 9/10 sowie 11/12 findet an der THK alle vierzehn Tage eine zweistündige Veranstaltung statt. Im Spezialistenlager für Klasse 8 werden 4 bis 6 Schüler für die Bezirks-AG ausgewählt. Sie verpflichten sich, im kommenden Schuljahr als Frühstarter in Klasse 10 zu starten. Ferner werden alle Teilnehmer an der DDR-Olympiade in die Bezirks-AG aufgenommen. Seit einem Jahr sind wir dabei, für etwa vier unserer leistungsstärksten Schüler zusätzlich eine *individuelle Förderung* einzurichten. Sie werden von ehemaligen Teilnehmern an der Internationalen Mathematik-Olympiade (IMO) in Form von Konsultationen zusätzlich betreut.

Diese Unterstützung der außerunterrichtlichen Tätigkeit bringt für einige Mitarbeiter unserer Sektion einen beträchtlichen Arbeitsaufwand mit sich. Neben dem Ausarbeiten der Materialien für den Korrespondenzzirkel sind jedes Jahr rund 900 Stunden Lehrveranstaltungen vor Schülern zu halten. Natürlich freuen wir uns, daß wir auf diese Weise mit dazu beigetragen haben, die Leistungen unserer Schüler bei Mathematik-Olympiaden deutlich sichtbar zu steigern. (Nach einem 13. Platz bei der XIII. DDR-Olympiade konnten wir in den vergangenen vier Jahren stets vordere Plätze in der inoffiziellen Bezirkswertung erreichen.)

Unser Ziel besteht aber nicht nur darin, mathematisch begabte Schüler zu entdecken und systematisch zu fördern. Wir wollen darüber hinaus erreichen, daß möglichst viele dieser Schüler sich bei ihrer Studien- und Berufswahl der Mathematik oder einer mathematisch orientierten Disziplin zuwenden. Und auch hier können wir bereits auf recht erfreuliche Erfolge verweisen. In wachsendem Maße kommen solche von uns betreuten Schüler in unsere Spezialklasse Mathematik und nehmen anschließend ein Mathematikstudium auf. Schüler, die aus Spaß an der Mathematik viele Stunden ihrer Freizeit mit oft recht harter Arbeit verbrachten, finden so zu einem Beruf, der sie befriedigt und ausfüllt. Und aus ihren Reihen kommen dann wiederum diejenigen Mitarbeiter unserer Sektion, die aus Freude an der Sache einen Teil ihrer Zeit der Förderung junger Talente in unserem Bezirk widmen.

H. König





Adam-Ries-Wettbewerb im Bezirk Karl-Marx-Stadt

Am 10. und 11.2.1981 fand in der *Adam-Ries-Oberschule* in Annaberg-Buchholz der erste Adam-Ries-Wettbewerb statt. Jeder der 26 Kreise unseres Bezirks konnte eine aus drei Schülern der Klasse 5 bestehende Mannschaft melden. Die 76 angereisten Schüler hatten in 150 Minuten drei Aufgaben zu lösen.

Den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben hatten wir so hoch gewählt, daß wir erwarteten, daß im Durchschnitt nur etwa die Hälfte der erreichbaren Punkte erzielt werden würden. Die Wettbewerbsteilnehmer haben unsere Erwartungen übertroffen. Sie erreichten 57% der erreichbaren Punkte.

Mit 68 von 90 möglichen Punkten erreichte die Mannschaft aus Karl-Marx-Stadt/Land das beste Ergebnis. Sie erhielt den von unserem Bezirksschulrat gestifteten *Adam-Ries-Ehrenpreis*. Für die erfolgreichsten Teilnehmer gab es ebenfalls Preise, Urkunden und Medaillen.

Natürlich gab es neben der mathematischen Arbeit auch viel Spaß bei der Freizeitgestal-

tung: Der *Frohnauer Hammer* wurde besucht; ein Zauberer verblüffte durch gekonnte Tricks; bei einem lustigen Knobelwettbewerb gab es kleine Sachpreise zu gewinnen; in einer Bastelstraße konnte man sich kleine Andenken herstellen; ein sehr interessanter Vortrag machte mit Leben und Werk des Rechenmeisters Adam Ries aus Annaberg bekannt. Wohl alle Teilnehmer waren einer Meinung: Diese beiden Tage waren ein großes Erlebnis; man war stolz, dabeigewesen zu sein.

Der *Adam-Ries-Wettbewerb* soll zu einer Tradition in unserem Bezirk werden. Wir hoffen, daß er zu einer Belebung der außerunterrichtlichen Arbeit in unseren Kreisen beiträgt und außerdem hilft, junge Talente frühzeitig zu entdecken und zu fördern. Die erfolgreichsten Teilnehmer dieses ersten Wettbewerbs beginnen sich bereits auf einen Frühstart in Klassenstufe 7 bei der XXI. Olympiade Junger Mathematiker vorzubereiten.

Abschließend wollen wir euch noch die Aufgaben dieses Wettbewerbs mitteilen. Viel Spaß beim Knobeln!

H. König

Aufgaben

▲ 1▲ Im Schulgarten stecken Schüler auf einem 8 m² großen Beet als Saatgut Erbsen, und zwar so dicht, wie dies auf großen Flächen üblich ist. Der Ernteertrag dieses Beetes betrug das Fünfeinfache des Saatgutes. Wieviel kg Erbsen ernteten die Schüler von diesem Beet, wenn für eine 1 ha große Fläche 2 dt Erbsen als Saatgut üblich sind?

▲ 2▲ Schüler einer Klasse 5 unterhielten sich im Mathematikzirkel über den bei der Olympiade so erfolgreichen DDR-Rudervierer ohne Steuermann. Egon kam dazu und

fragte, wie die vier Sportler heißen und in welcher Reihenfolge sie im Boot sitzen. Er erhielt folgende Auskunft:

(1) Die vier Sportler haben die Vornamen Andreas, Jürgen, Siegfried und Stefan; ihre Nachnamen lauten Brietzke, Decker, Semmler und Thiele.

(2) Andreas sitzt unmittelbar hinter Siegfried und unmittelbar vor Semmler.

(3) Thiele sitzt unmittelbar hinter dem Sportler, dessen Vor- und Nachname den gleichen Anfangsbuchstaben hat.

Egon überlegt eine Weile und sagt dann: „Diese Informationen reichen noch nicht aus!“ Daraufhin erhält er noch folgende Auskunft:

(4) Andreas sitzt hinter Brietzke.

a) Weise nach, daß sich aus diesen vier Aussagen die Namen und die Reihenfolge eindeutig ermitteln lassen!

b) Weise nach, daß Egon mit seiner Meinung recht hatte, daß sich allein aus den Aussagen (1), (2) und (3) die Namen und die Reihenfolge nicht eindeutig ermitteln lassen!

c) Ersetze die Aussage (4) so durch eine andere Aussage (4a), daß sich dann aus (1), (2), (3) und (4a) Namen und Reihenfolgen wieder eindeutig ermitteln lassen!

▲ 3▲ Uwe, Hans und Horst haben sich an einem Knobelnachmittag mit der Lösung des folgenden Kryptogramms beschäftigt:

$$\begin{array}{r} 6 \ 4 \ 6 : \quad \square \ 9 = \quad \square \ \square \\ - \quad \quad \quad \cdot \quad \quad \quad + \\ 1 \ \square \ \square - \quad 2 \ 0 = \quad \square \ 0 \\ \hline \square \ \square \ \square - \square \ \square \ \square = \square \ \square \ 0 \end{array}$$

Sie versuchen, in jedes leere Kästchen eine solche Ziffer einzusetzen, daß die drei waagerechten und die drei senkrechten Aufgaben richtig gelöst sind.

Uwe stellt fest: „Dieses Kryptogramm besitzt genau eine Lösung. Diese Lösung läßt sich auch dann noch eindeutig bestimmen, wenn die ‚1‘ in der zweiten Zeile nicht mit eingetragen ist.“

Hans ergänzt: „Diese Lösung läßt sich sogar dann noch eindeutig ermitteln, wenn außer der ‚1‘ auch noch die ‚2‘ nicht eingetragen ist.“

Horst meint: „Stünde dagegen an der Stelle der ‚2‘ eine ‚3‘ oder eine noch größere Ziffer, dann hätte dieses Kryptogramm keine Lösung.“

Untersuche, ob alle drei Jungen recht hatten! Löse das Kryptogramm!



Wandzeitung, angefertigt von der Arbeitsgemeinschaft „Foto“ der Station Junger Techniker und Naturforscher Annaberg

Lohntüte ohne Tarnkappe

Jeder von uns, ob groß oder klein, Arbeiter oder Pionier, besitzt eine unsichtbare Lohntüte.

Sichtbar ist die Lohntüte, die deine Eltern in jedem Monat erhalten. Aus dieser kommt auch dein Taschengeld. Unsichtbar sichtbar ist die zweite Lohntüte. Ein sozialistisches Wunder, eine Errungenschaft, die deine Eltern und alle Werktätigen durch ihre gute Arbeit selbst geschaffen haben. Aus dieser Tüte werden Waren und Leistungen für dich und jeden Bürger unserer sozialistischen Gesellschaft bezahlt.

Das Geld kommt aus den gesellschaftlichen Konsumtionsfonds des sozialistischen Staates, der volkseigenen Betriebe und der gewerkschaftlichen Sozialversicherung.

So gibt es viele Dinge tatsächlich umsonst, oder sie sind billig zu kaufen.

So kannst du Sachen verbrauchen und Leistungen nutzen, ohne daß sie durch dich voll oder überhaupt bezahlt werden.

Brot, Mehl, Wurst, Fleisch, Zucker, Kartoffeln, Eier, Obst, Gemüse haben seit Jahren unverändert niedrige stabile Preise, weil hier Zuschüsse aus der unsichtbaren Lohntüte gezahlt werden! Das geschieht auch für deine Kinderkleidung und Kinderschuhe. Wenn du mit dem Bus, der Straßenbahn oder der Eisenbahn fährst, reist du fast umsonst, denn den überwiegenden Teil des Fahrgeldes zahlt der Staat aus dem gesellschaftlichen Konsumtionsfonds. Natürlich muß viel gearbeitet werden, damit du zur Schule, Lehrlinge zur Betriebsberufsschule und Studenten zur Universität gehen können. Auch wenn du aktiv Sport treibst, Medikamente brauchst, zur Poliklinik oder ins Krankenhaus mußt, um gesund zu werden, niemals hast du in unserem Land dafür etwas zu zahlen.

Eine Neubauwohnung kostet etwa 50 000,- Mark. Die Pflege und Erhaltung älterer Wohnhäuser ist sehr teuer. Dennoch sind in der DDR die Mieten weitaus niedriger als in den kapitalistischen Ländern.

Diese und viele andere Leistungen, wie Plätze in Kinderkrippen, Kindergärten, Betriebsferienlager, aber auch in Theatern, Kinos und auf Sportplätzen werden überwiegend aus Mitteln des Staates, der Arbeitsstellen deiner Eltern oder der gewerkschaftlichen Sozialversicherung bezahlt.

So sieht also die immer voller werdende Lohntüte ohne Tarnkappe aus. Gute Arbeit lohnt sich!

Zeig mal, daß du etwas weißt! Schätze mal!

K. Brocke

Erkunde die richtige Lösung! Wenn du dich richtig entscheidest, ergeben die Buchstaben in den Kreisen hintereinander gelesen einen Satz.

(aus: Frösi 1/81)



Wie hoch sind die Zuschüsse des Staates für die niedrigen Preise der Grundnahrungsmittel, die du monatlich verbrauchst?

Die staatlichen monatlichen Zuschüsse für euren Verbrauch an Kinderkleidung, Schuhen, Briketts, Strom und Gas betragen...

Wieviel Mark erhältst du aus unsichtbaren Lohntüten für Fahrten mit dem Bus, der Straßenbahn oder Eisenbahn?

Wieviel Mark zahlt unsere sozialistische Gesellschaft für deinen Schulbesuch in jedem Monat?

Wie hoch ist der Betrag, der monatlich für dein Schulessen vom sozialistischen Staat hinzugezahlt wird?

Wieviel Schulkinder in der DDR aus kinderreichen Familien erhalten kostenlos täglich ein Mittagessen und einen Viertelliter Milch?

Wieviel Mark werden aus der unsichtbaren Lohntüte für einen Krippenplatz jeden Monat gezahlt?

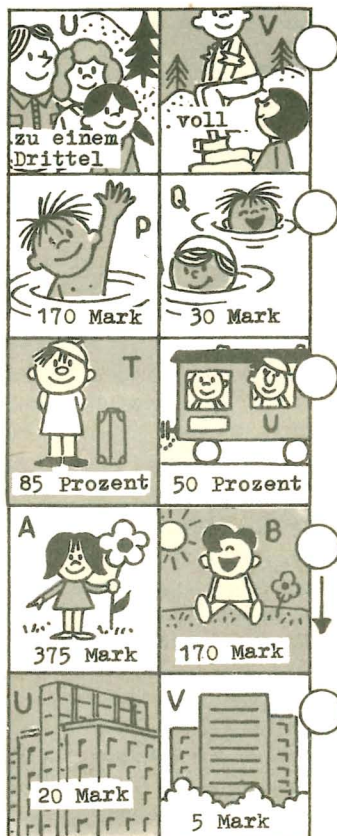
Wie hoch ist der Kostenanteil der Eltern für einen Krippenplatz?

Wieviel Mark werden aus der unsichtbaren Tüte für einen Kindergartenplatz bezahlt?

Wieviel Mark werden monatlich aus der gleichen Tüte von einer vierköpfigen Familie für den Besuch von Theatern, Kinos, Museen, Tierparks oder von Sportveranstaltungen in Anspruch genommen?

Schätze mal, wieviel Fernsehzuschauer und Rundfunkhörer als Rentner keine Gebühren zahlen müssen!

Wie hoch ist der Zuschuß aus den gesellschaftlichen Fonds für eine Ferienreise vom FDGB?



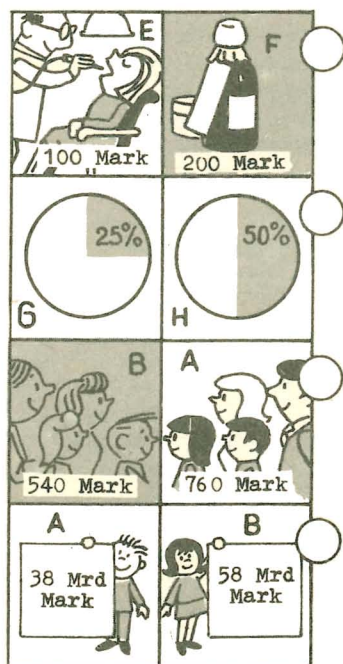
In welcher Höhe beteiligen sich z. B. auch deine Eltern, wenn sie eine FDGB-Reise in Anspruch nehmen?

Wie hoch ist der Zuschuß für dich bei einer FDGB-Ferienreise?

Wie hoch ist der Zuschuß für ein Kind bei einer FDGB-Reise der Eltern?

Wie hoch sind die Zuschüsse für einen Platz in einem Betriebsferienlager für euch?

Die durchschnittliche Miete für die Mehrzahl der Haushalte unserer Republik für eine 3-Raum-Wohnung beträgt 87,- Mark. Was meinst du, zahlt der Staat zur Sicherung dieser niedrigen Miete hinzu?

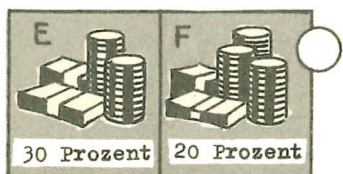


Schätze mal, für wieviel Mark jährlich kostenlos Arzneien, Heil- und Hilfsmittel im Durchschnitt an jeden Bürger der DDR ausgegeben werden!

Wie hoch ist der Anteil der Mitgliederbeiträge an den Einnahmen der Sozialversicherung?

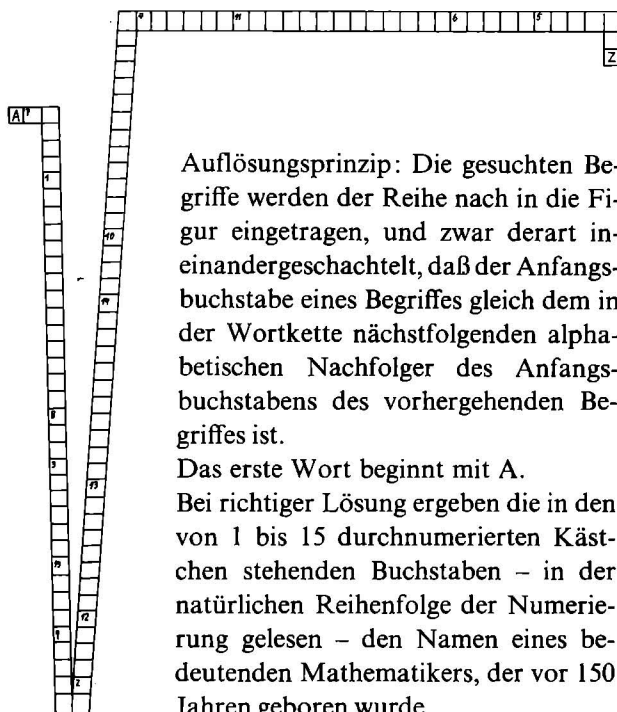
Wieviel zahlte der Staat 1980 insgesamt in jedem Monat aus der zweiten Lohnstufe für eine vierköpfige Familie?

Wieviel Milliarden Mark stellt der sozialistische Staat zusätzlich zu den Löhnen und Prämien für die Verbesserung der Arbeits- und Lebensbedingungen 1981 zur Verfügung?



Wie hoch ist der Anteil des unentgeltlichen Verbrauchs an Konsumgütern und Leistungen aller Arbeiter- und Angestelltenhaushalte der DDR?

Rätselkette: Von A bis Z



Auflösungsprinzip: Die gesuchten Begriffe werden der Reihe nach in die Figur eingetragen, und zwar derart ineinandergeschachtelt, daß der Anfangsbuchstabe eines Begriffes gleich dem in der Wortkette nächstfolgenden alphabetischen Nachfolger des Anfangsbuchstabens des vorhergehenden Begriffes ist.

Das erste Wort beginnt mit A.

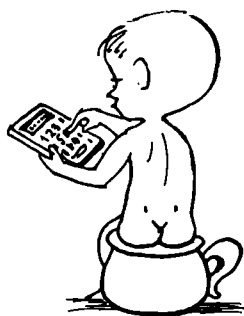
Bei richtiger Lösung ergeben die in den von 1 bis 15 durchnummerierten Kästchen stehenden Buchstaben – in der natürlichen Reihenfolge der Nummerierung gelesen – den Namen eines bedeutenden Mathematikers, der vor 150 Jahren geboren wurde.

Die gesuchten Begriffe haben folgende Bedeutung: Umstandswort (lat.) / der nach dem Umpflügen ruhende Acker / monumentales altägyptisches Bauwerk / Erdwall an Flußufern und Meeresküsten / Hochfläche am Nordwestrand des Thüringer Beckens / Standort militärischer Einheiten während eines Manövers / Sinneswahrnehmung / Meeresbewohner / russischer Männervorname / sowjetischer Flugzeugtyp / Sammelbezeichnung für die natürlich vorkommenden Gemische chloridischer und sulfatischer Verbindungen des Kaliums und Magnesiums / Grenzwert / Hafenstadt an der Nordostküste Siziliens / Kurzzeichen vor Maßeinheiten / Berg in Griechenland / Teilgebiet auf Landkarten / geometrische Figur / sehr zu empfehlen / Gewebeart / Niederschlag / Abkürzung für *ultraviolett* / bedeutender deutscher Arzt und Wissenschaftler (1821 bis 1902) / Figur eines früher handelsüblichen Zimmerbarometers / eine der Trockenheit angepaßte Pflanze / chemische Verbindung eines Metalls (Ordnungszahl 39) / Stadt im Süden des Bezirks Halle

R. Mildner

Wer löst mit? alpha-Wettbewerb

Letzter Einsendetermin: 8. März 1982



Wettbewerbsbedingungen

1. Am Wettbewerb können sich alle *alpha*-Leser beteiligen.
2. Einsendungen sind unter Angabe von Name, Vorname, Privatanschrift (Postleitzahl nicht vergessen!), Schule und Schuljahr (bei Erwachsenen Alter und Beruf) zu richten an

Redaktion *alpha*

7027 Leipzig, Postfach 14.

Mathematik

Ma5 ■2151 Peter kauft für seine Modell-eisenbahn Personenwagen zu 5,50 M, Güterwagen zu 5,95 M und Doppelstockwagen zu je 19,70 M das Stück, und zwar von jeder Sorte wenigstens einen Wagen. Insgesamt gibt er 42,15 M dafür aus.

Wieviel Personen-, Güter- bzw. Doppelstockwagen will Peter anschaffen?

Schüler C. Janke, Ilmenau, Kl. 7

Ma5 ■2152 Anke bittet ihren Vater, aus einem 1 m langen Draht das Kantenmodell eines Würfels herzustellen. Der Vater kommt ihrer Bitte nach. Er schneidet den Draht in gleich lange Stücke, die er dann in den Eckpunkten des Drahtmodells des Würfels zusammenlötet. Es bleiben 4 cm Draht übrig. Welche Kantenlänge hat das so gefertigte Drahtmodell eines Würfels?

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma5 ■2153 Zeichne fünf beliebig große Quadrate, die aus genau a) 6, b) 7, c) 8, d) 9, e) 10 kleineren Quadraten zusammengesetzt sind! (Hinweis: Die kleineren Quadrate dürfen verschieden groß sein. Nutze Karopapier für deine Überlegungen!)

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma5 ■2154 Drei Zimmer einer Wohnung werden renoviert. Für das erste Zimmer werden 7 Rollen Tapete zum Preis von 8,60 M je Rolle benötigt. Für das zweite Zimmer wird eine Rolle mehr als für das erste Zimmer benötigt. Die Tapete für das zweite Zimmer kostet je Rolle 36 Pf weniger als die für das erste Zimmer. Für das dritte Zimmer reichen 5 Rollen Tapete. Der Preis der Tapete für alle drei Zimmer zusammen beträgt 180,12 M. Wieviel Mark kostet eine Rolle Tapete, die für das dritte Zimmer verwendet wurde?

Schülerin Kristina Thude, Bürgel

Ma5 ■2155 Hans sagt zu Peter: „Wenn du von der Summe der ersten zwanzig ungeraden natürlichen Zahlen die Summe der ersten zehn ungeraden natürlichen Zahlen subtrahierst, so ist diese Differenz gleich der zehnfachen Anzahl der Schüler meiner Klasse. Wieviel Schüler gehören meiner Klasse an?“

Schülerin Elke Goraus, Zwickau

Ma5 ■2156 Berechne x aus der Gleichung $x = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + 13 + 14 - \dots + 301 + 302$

durch geschicktes Umstellen der Glieder der rechten Seite der Gleichung!

Sch.

Ma6 ■2157 Welche natürliche Zahl n mit $n < 400$ läßt bei Division durch 2, 3, 5 bzw. 7 jeweils den Rest 1?

Schüler Jens Weber, Karl-Marx-Stadt

Ma6 ■2158 Ermittle alle zweistelligen Primzahlen mit der Quersumme 7, die zu geraden natürlichen Zahlen werden, wenn man ihre Ziffern vertauscht.

Schüler Sebastian Horbach,

Karl-Marx-Stadt

Ma6 ■2159 Thomas hat doppelt soviel Freunde wie Freundinnen. Hätte er zwei Freunde und zwei Freundinnen weniger, so wären es viermal soviel Freunde wie Freundinnen. Wieviel Freunde bzw. Freundinnen hat Thomas?

Schülerin Claudia Popien, Magdeburg,

Kl. 8

Ma6 ■2160 Als Peter morgens das erste Mal auf seine Armbanduhr schaut, steht der kleine Zeiger genau in der Mitte zwischen den Ziffern 6 und 7 des Zifferblattes. Als Peter am gleichen Vormittag, aber etwas später erneut auf seine Armbanduhr schaut, hat der große Zeiger genau $\frac{5}{12}$ seiner Kreisbewegung

zur vollen Stunde ausgeführt, und der kleine

3. Alle Wettbewerbsaufgaben sind im System der Aufgabe fortlaufend numeriert. Der üblichen Nummer ist ein Ma (Mathematik), Ph (Physik) oder Ch (Chemie) und eine Ziffer, z. B. 7, vorgesetzt (d. h. für 7. Klasse geeignet).

4. Von den Teilnehmern sind nur die Aufgaben seiner oder einer höheren Klassenstufe einzusenden. Schüler der Klassenstufen 11/12 und Erwachsene lösen die Aufgaben, welche mit Ma 10/12, Ph 10/12 oder Ch 10/12 gekennzeichnet sind.

5. Für jede Lösung ist ein gesondertes Blatt zu verwenden, Format A4 (210 mm x 297 mm) (siehe Muster), denn jede Aufgabe wird für sich, d. h. in einem Zug, korrigiert.

6. Teilnehmer, die eine vorbildliche oder gute (d. h. vollständige und richtige) Lösung (nicht nur Antwortsatz oder Ergebnis) eingegast haben, erhalten von der Redaktion eine Antwortkarte mit dem Prädikat „sehr gut gelöst“, „gut gelöst“ oder „gelöst“. Schüler, welche nur einen Schlußsatz zu einer Aufgabe einsenden, die vorgegebene Form nicht beachten, unübersichtlich oder unsauber arbeiten, erhalten eine rote Karte mit dem Vermerk „nicht gelöst“.

Letzter Einsendetermin wird jeweils bekanntgegeben. Der Jahreswettbewerb 1981/82 läuft von Heft 5/1981 bis Heft 2/82. Zwischen dem 1. und 10. September 1982 sind alle durch Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/81 bis 2/82 erworbenen Karten geschlossen an die Redaktion einzusenden. Eingesandte Antwortkarten werden nur dann zurückgeschickt, wenn ein Rückumschlag mit ausreichender Frankatur beiliegt.

Die Preisträger und die Namen von Kollektiven, die sich am Wettbewerb beteiligen, werden in Heft 6/82 veröffentlicht. Wer mindestens 10 Antwortkarten (durch die Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/81 bis 2/82) erhalten hat und diese einsendet, erhält eine Anerkennungsurkunde und ein Abzeichen (in grüner Farbe). Schüler, die bereits zwei Anerkennungsurkunden besitzen und diese mit den Antwortkarten des Wettbewerbs 1981/82 einsenden, erhalten das *alpha*-Abzeichen in Gold (und die Urkunden zurück). Wir bitten darauf zu achten, daß alle Postsendungen richtig frankiert sind und daß die Postleitzahl des Absenders nicht vergessen wird.

Redaktion *alpha*

Thies Luther, 2600 Güstrow, Wendersstr 22		Ma 7 ■ 1369
Kersting-OS, Klasse 7		
30	150	
Prädikat:		
Lösung:		

Zeiger steht zwischen den Ziffern 9 und 10 des Zifferblattes. Welcher Zeitunterschied besteht zwischen den beiden Zeitpunkten, an denen Peter auf seine Armbanduhr schaute?

Schüler Uwe Lippmann, Karl-Marx-Stadt

Ma6 ■2161 Die Halbierende des Winkels $\angle CAB$ eines Dreiecks ABC schneide die Mittelsenkrechte der Seite AB im Punkte E , und es sei M der Mittelpunkt der Seite AB . Es habe AB die Länge 6 cm, BC die Länge 7 cm und EM die Länge 2 cm. Es ist ein Dreieck ABC zu konstruieren, das die genannten Bedingungen erfüllt.

Schüler Andreas Israel, Karl-Marx-Stadt

Ma7 ■2162 Auf einem Parkplatz sind insgesamt 30 Kraftfahrzeuge, die zusammen 100 Räder haben, abgestellt, und zwar Personenkraftwagen und Motorräder. Wieviel Personenkraftwagen bzw. Motorräder sind auf diesem Parkplatz abgestellt?

Schülerin Claudia Popien, Magdeburg, Kl. 8

Ma7 ■2163 Das Lebensalter einer Mutter (in ganzen Zahlen) verhält sich zu dem ihrer Tochter wie 7 : 3. Die Mutter ist 32 Jahre älter als die Tochter. Wie alt sind Mutter und Tochter?

Schülerin Claudia Popien, Magdeburg, Kl. 8

Ma7 ■2164 Bestimme das Produkt $a \cdot b \cdot c$ aus den drei natürlichen Zahlen a , b und c , für die $a+b=67$, $a+c=33$ und $b+c=58$ gilt!

Schülerin Karin Graf, Plauen, Kl. 6

Ma7 ■2165 An die Wandtafeln A , B und C sind jeweils genau 12 Vierecke gezeichnet. Die Wandtafel A enthält genau 8 Quadrate, genau 10 Parallelogramme, genau 11 Trapeze und genau 10 Drachenvierecke. Die Wandtafel B enthält genau 1 Quadrat, genau 4 Parallelogramme, genau 11 Trapeze und genau 6 Drachenvierecke. Die Wandtafel C enthält genau 5 Quadrate, genau 6 Parallelogramme, genau 11 Trapeze und genau 6 Drachenvierecke. Untersuche, welche dieser drei Angaben mit Sicherheit falsch ist und welche richtig sein könnten!

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma8 ■2166 Es ist folgender Satz zu beweisen:

Wenn die Differenz zweier reeller Zahlen gleich 1 ist, so ist die Differenz ihrer Quadrate gleich der Summe der beiden Zahlen.

Dr. G. Hesse, Radebeul

Ma8 ■2167 Es ist folgender Satz zu beweisen:

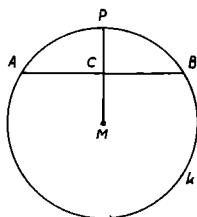
Wenn die Summe zweier natürlicher Zahlen durch 10 teilbar ist, so ist die Differenz ihrer Quadrate durch 20 teilbar.

Dr. G. Hesse, Radebeul

Ma8 ■2168 In dem abgebildeten Kreis k mit dem Mittelpunkt M habe die Sehne AB

die Länge 8 cm. Der Radius MP steht senkrecht auf AB ; die Strecke CP sei 3 cm lang. Zu errechnen ist der Flächeninhalt des Kreises k .

Sch.



Ma8 ■2169 Es ist die kleinste durch 7 teilbare Zahl zu bestimmen, die bei Division durch 2, 3, 5 bzw. 11 jeweils den Rest 1 läßt.

Schüler Jörg Uhlig, Crimmitschau

Ma9 ■2170 Ein regelmäßiges Fünfeck habe die Seitenlänge $a=4$ cm. Es ist die Länge einer seiner Diagonalen zu berechnen.

Sch.

Ma9 ■2171 Welche der beiden Zahlen 27^{400} und 54^{200} ist die kleinere von beiden?

Sch.

Ma9 ■2172 Das Quadrat einer ungeraden Zahl sei z .

Es ist nachzuweisen, daß der Vorgänger von z stets durch 4 teilbar ist, der Nachfolger von z niemals durch 4 teilbar ist.

StR H.-J. Kerber, Neustrelitz

Ma9 ■2173 Es sind alle vierstelligen Zahlen x zu ermitteln, für die gilt:

1) Die aus der ersten und dritten Ziffer gebildete Zahl ist das Doppelte der Zahl, die durch die zweite Ziffer dargestellt wird.

2) Das Produkt der Ziffern dieser Zahl ist eine Kubikzahl.

Andreas Fittke, z. Zt. Soldat

Ma10/12 ■2174 Man ermittle alle Lösungen des Kryptogramms

$$\begin{array}{r} a \ b \\ + \ c \ d \\ \hline a \ e \ a \end{array}$$

so, daß die Zahl, welche durch $a \ b \ c \ d$ dargestellt wird, maximal ist.

Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

Andreas Fittke, z. Zt. Soldat

Ma10/12 ■2175 Für die Größen α , β und γ der Innenwinkel eines Dreiecks gelte $\alpha < \beta < \gamma$. Es ist nachzuweisen, daß dann auch $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} < \frac{1}{8}$ gilt!

Sch.

Ma10/12 ■2176 Für die Seitenlängen a , b und c eines Dreiecks ABC gelte $2c - b = 2\sqrt{a^2 - \frac{3}{4}b^2}$.

Man untersuche, ob dadurch der von den Seiten mit den Längen b und c eingeschlossene Winkel der Größe α eindeutig bestimmt ist!

Schüler Thorsten Eidner, Zeulenroda, Kl. 10

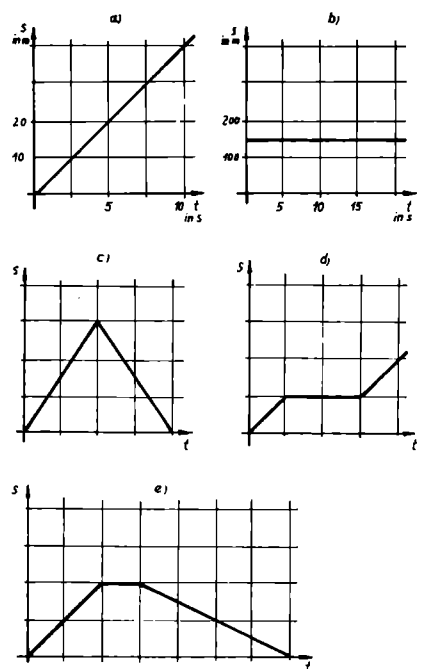
Ma10/12 ■2177 Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks sei 2 cm länger als die längere Kathete, und diese sei wiederum

2 cm länger als die kürzere Kathete. Wie lang sind die Dreiecksseiten? Wie groß sind die den Katheten gegenüberliegenden Innenwinkel?

Steffen Lausch, Grimma, Elektromechanikerlehrling

Physik

Ph6 ■106 In den folgenden Diagrammen sind verschiedene Bewegungen dargestellt. Was sagen die Kurven über die Bewegung der Körper aus?



Ph7 ■107 Eine Diesellokomotive besitzt eine Leistung von 1690 kW. Mit welcher Geschwindigkeit könnte sie eine Steigung von 1 : 100 befahren, wenn die Gewichtskraft des Zuges einschließlich der Diesellokomotive 12000 kN (1 223 Mp) beträgt?

(Die Reibungswiderstände und andere Energieverluste sollen dabei unberücksichtigt bleiben.)



Ph8 ■ 108 Ein Topf aus Stahlblech wird mit 3 Litern Wasser gefüllt und auf eine Temperatur von -10°C abgekühlt. Danach wird der Topf auf einen Gaskocher gesetzt, das Eis zum Schmelzen gebracht und das entstandene Wasser auf $+90^{\circ}\text{C}$ erwärmt. Vom Aufsetzen auf die Gasflamme bis zum Erreichen der Temperatur von $+90^{\circ}\text{C}$ wurde eine Zeit von 45 Minuten ermittelt. Der Gaskocher verbraucht in einer Stunde $0,30\text{ m}^3$ Gas. Das Gas hat einen Heizwert von $H=15922\text{ kJ/m}^3$ ($3800\frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$). Der Topf hat eine Masse von $2,77\text{ kg}$. Die spezifische Wärmekapazität ist für

Eis $c_E=2,095\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}\left(0,5\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}\right),$

Stahl $c_T=0,4609\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}\left(0,11\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}\right),$

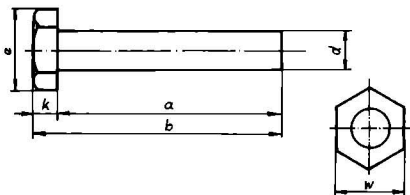
Wasser $c_W=4,19\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}\left(1\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{grd}}\right).$

Die Schmelzwärme für Eis beträgt

$q=333,94\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\left(79,7\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right).$

Wieviel Prozent der in Form von Gas zugeführten Wärmemenge wurden für die Erwärmung des gefrorenen Wassers auf die angegebene Temperatur einschließlich des Topfes ausgenutzt? Ing. A. Körner, Leipzig

Ph9 ■ 109 Auf einem Schraubensystem werden aus Sechskant-Stabstahl Sechskant-schrauben gemäß Skizze hergestellt.



Die Schrauben werden von der Stange gearbeitet, d. h., von der im Automaten eingespannten Sechskantstange wird auf der Länge a der Gewindedurchmesser gedreht, das Gewinde geschnitten und die Schraube am Kopf mit der Länge b von der Stange abgestochen. Dann schiebt der Automat die Stange selbsttätig um eine Schraubenlänge vor, und die Arbeitsgänge wiederholen sich.

a) Wieviel Schrauben der angegebenen Größe lassen sich aus einer Menge von 74 Tonnen Sechskant-Stabstahl herstellen, wenn jede Stange 5 Meter lang ist, zum Einspannen in den Automaten eine Länge von mindestens 30 Millimeter benötigt wird und der Absteckmeißel eine Breite von 2 Millimetern hat?
b) Wie groß ist der bei der angegebenen Einsatzmasse von 74 Tonnen auftretende Materialverlust absolut in kg und in Prozent? (Die geringen Abfälle beim Gewindeschneiden an Material sollen unberücksichtigt bleiben.)

An Maßen sind gegeben:

$a=60\text{ mm}$ $d=10\text{ mm}$

$k=7\text{ mm}$ $w=17\text{ mm}$

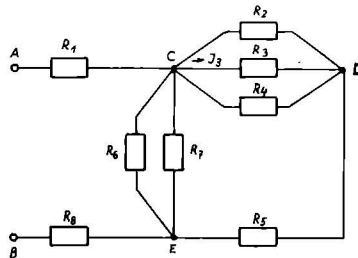
$\rho=7,85\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ (Dichte von Stahl)

Ing. A. Körner, Leipzig

Ph10/12 ■ 110 Von dem folgenden vermaschten Stromkreis sind der Gesamt-widerstand, die Gesamtstromstärke, die Spannung U_2 zwischen C und D und die Stromstärke I_3 zu berechnen.

Die Widerstände betragen $R_1=10\Omega$, $R_2=60\Omega$, $R_3=30\Omega$, $R_4=30\Omega$, $R_5=8\Omega$, $R_6=10\Omega$, $R_7=10\Omega$, $R_8=6\Omega$, und die Spannung zwischen A und B beträgt $U=60\text{ V}$.

Steffen Lausch, Grimma, BS Borsdorf



Chemie

Ch7 ■ 85 Zur Herstellung von Roheisen wird Eisenerz eingesetzt, welches 38% Roheisenstein (Fe_2O_3) enthält. Bei der Verarbeitung treten 2% Verlust ein. Wieviel Kilogramm Roheisen läßt sich aus 1 t Erz herstellen?

Ch8 ■ 86 Aluminium wird großtechnisch durch Schmelzflußelektrolyse gewonnen. Als Ausgangsstoff dient Bauxit, das zu 63% aus Aluminiumoxid besteht. Bei diesem Vorgang wird Aluminiumoxid in seine elementaren Bestandteile zerlegt. Bevor das Bauxit elektrolysiert wird, wird es gereinigt, so daß nur 70% Aluminiumoxid zerlegt werden.

a) Wieviel Kilogramm Aluminium lassen sich aus 2 t Bauxit herstellen, wenn die vollständige Menge Aluminiumoxid zerlegt wird?
b) Wieviel Kilogramm Aluminium gewinnt man aus 2 t Bauxit, nachdem die Reinigung erfolgte?

Ch9 ■ 87 Aus 6 g einer 20%igen Salzsäure sollen die Chloridionen restlos mit einer 3%igen Silbernitratlösung ausgefällt werden. Wieviel Gramm Silbernitrat müssen eingesetzt werden?

Ch10/12 ■ 88 110 g Brom soll aus folgenden Ausgangsstoffen hergestellt werden:

a) reines Kaliumbromid,
b) Braunstein mit einem Gehalt von 95% Mangan (IV)-oxid,
c) 42%iger Schwefelsäure (Dichter der Schwefelsäure beträgt $1,32\text{ g}\cdot\text{ml}^{-1}$). Im Reaktionsgemisch soll kein Bromid übrigbleiben.

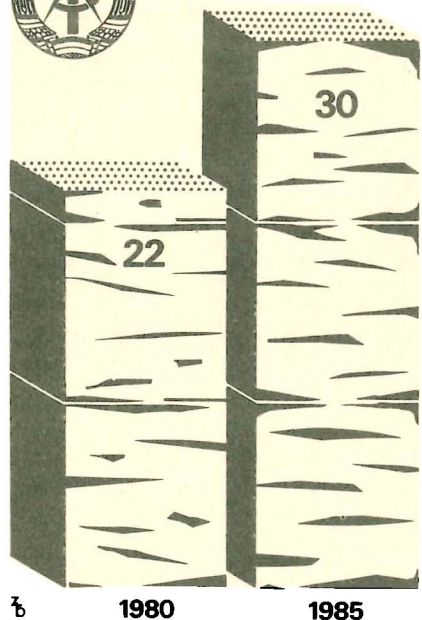
a) Wieviel Gramm der Ausgangsstoffe Ka-

liumbromid und Braunstein müssen zur Reaktion gebracht werden?

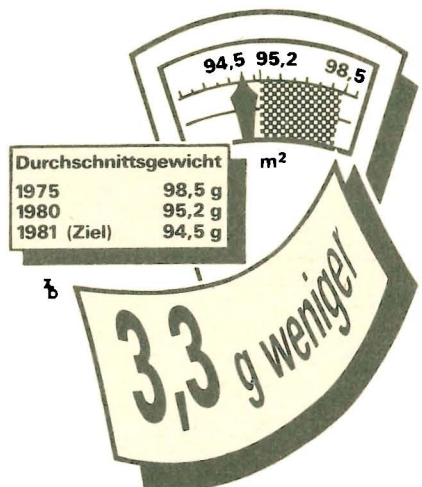
b) Wieviel Milliliter 42%ige Schwefelsäure müssen eingesetzt werden?

Verwertung von Sekundärrohstoffen

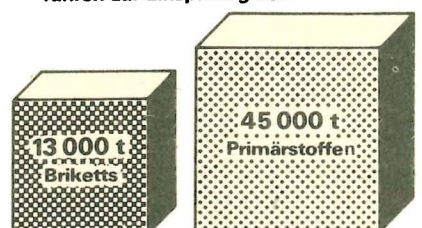
in Millionen Tonnen



Leichteres Papier



...je m^2 im Durchschnitt aller Sortimente führen zur Einsparung von



alpha-Wettbewerb 1980/81

Preisträger

Beatrice List, Altenburg; Uwe Döbler, Arnstadt; Ulrike Eck, Asbach; Regina Suchert, Bad Gottleuba; Tilo Schaarschmidt, Bad Lauchstädt; Olaf Schmidt, Bad Liebenstein; Christiane Böttger, Bad Salzungen; Ulrich Züllicke, Bergwitz; Bernd Trappe, Ines Wippermann, Uta Bernau, R.-Birk Schulze, Jörg Albert, Karen Berg, alle Berlin; André Lorenz, Jens Baumann, beide Bernsbach; Alice Kraneis, Bernburg; Annerose Schmidt, Bleicherode; Kay Mengel, Lars Kliesche, beide Dahme; Manuela Perlwitz, Dellien; Harald Röhrig, Dingelstädt; Bernd Miethig, Birgit Rahn, Ullrich Hartung, alle Dresden; Birgit Burkhardt, Eisenach; Jörg Simon, Engelsdorf; Lutz Küch, Erlau; Ulrich Wenschuh, Falkenstein; Thomas Scheibe, Ferdinandshof; Ulf Winkler, Frankenberg; Giso Strohecker, Frankfurt; Dorothee Heidrich, Freiberg; Ingmar Hellhoff, Friedersdorf; Siebert Kurtz, Friedrichsrode; Tina Söll, Friesau; Karsten Seliger, Greiz; Beate Thomas, Halle; Mathias Schädlich, Simone Pötzsch, Heike Reichelt, alle Hammerbrücke; Clemens Unger, Hasselfelde; Silke Umbreit, Ilmenau; Steffi Gebauer, Jena; Michael Hoppe, Gert Reifarth, beide Karl-Marx-Stadt; Ute Studzinski, Kietz; Torsten Schütze, Klettenberg; Guido Siegel, Leinefelde; Torsten Tok, Jens-Peter Hrapia, Uwe Werner, alle Leipzig; Sandra Fabian, Liederstädt; Marion Reinhardt, Löbau; Gunnar Knödel, Uwe Iben, Claudia Popien, alle Magdeburg; Torsten Orloff, Martinroda; Götz Großmann, Meiningen; Andreas Hübler, Mittelbach; Thomas Kitzmann, Reimo Zimmermann, beide Möhlau.

Kollektive Beteiligung

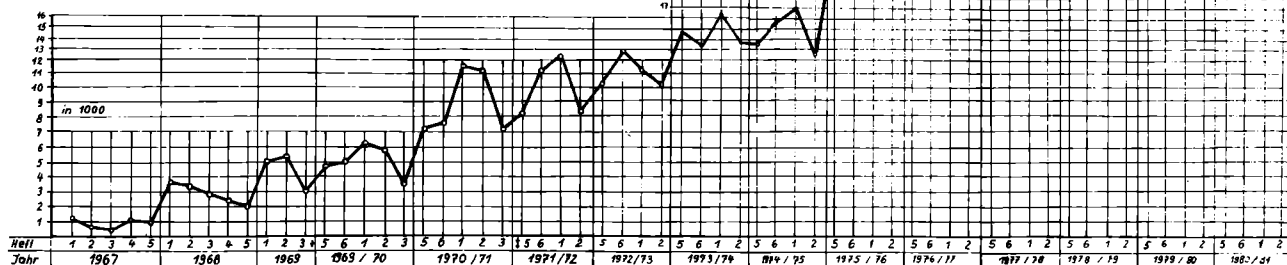
Pablo-Neruda-OS, Ahlbeck; OS Fritz Weineck, Alsleben; Haus der JP, Altenburg; Maxim-Gorki-OS, Kreisklub Junger Math., beide Altentreptow; W.-Pieck-OS, Altenweddingen; OS German Titow, Arnshausen; OS Asbach; POS VIII Arnstadt; OS Bad Bibra; S.-Rädel-OS, Bad Gottleuba; R.-Schwarz-OS, Bad Liebenstein; M.-Poser-OS, Bad Salzungen; OS H. Beimler, Bärenklau; OSK M.-Stein-Schule, Berka; 39. OS E. Schönhaar, 26. OS W. Dubinin, beide Berlin; OS A. Becker, Berlingerode; OS E. Thälmann, OS Fr. Mehning, beide Bernburg; OS E. Weinert, Berka; OS C. Zetkin, Bischofferode; OS O. Buchwitz, Bischofswerda; EOS M. Planck, OS Fr. Schiller, beide Bleicherode; OS Fr. Weineck, Blumberg; OS Blumenthal; H.-Hahn-OS, Boizenburg; Dinter-OS, Borna;

OS W. Komarow, Boxberg; OS Breitenworbis; W.-Seelenbinder-OS, OS H. Beimler, beide Breitenworbis; OS Brehme; Dr.-Th.-Neubauer-OS Brotterode; OS Burkau; W.-Estel-OS, Buttlar; M.-Poser-OS, Bürgel; P.-Neruda-OS, Britz; Sonderschule f. Körperbehinderte, Station Jg. Naturf. u. Techniker, beide Cottbus; Th.-Müntzer-OS, Cochlstedt; H.-Zille OS, Demmin; II. OS, Dessau; OS Deutschendorfer; OS Diesdorf; OS Makarenko, Dingelstädt; M.-Curie-OS, Dohna; OS K. Bürger, Dobbberin; OS Domersleben; OS Dorfchemnitz; 123. OS, Pionierpalast Klub Jg. Math., 96. OS, alle Dresden; Fr.-Wolf-OS, Ebersdorf; W.-Pieck-OS, Kreisklub Jg. Math., Eberswalde; W.-Pieck-OS, Eichhof; 9. OS Geschw. Scholl, Eisenach; OS Fr. Heckert, Kreisklub Math., J.-Schehr-OS, alle Eisleben; N.-Ostrowski-OS, Eggersdorf; OS H. Grundig, Ellrich; E.-Weinert-OS, Empfertshausen; H.-Joachim-OS, Espenhain; OS Geschw.-Scholl, Falkensee; Th.-Müntzer-OS, Fambach; B.-Brecht-OS, Floh; 19. OS, Frankfurt; OS Frauensee; OS Friedburg; OS Fr. Krüger, Friedland; H.-Heine-OS, Gadebusch; Friedensschule, Gartz; R.-Arnstadt-OS, Geisa; J.-Gagarin-OS, Geithain; E.-Hartsch-OS, Gersdorf; F.-J.-Curie-OS, Götzke; OS Gohrau; W.-Pieck-OS, Golßen; Kreisklub Jg. Math., Gräfenhainichen; E.-Thälmann-OS, K.-Krull-OS, beide Greifswald; OS W. Seelenbinder, Gröden; III. OS, Gröditz; Cl.-Zetkin-OS, Groitzsch; Lessingschule, Großpostwitz; OS Großboddungen; OS Kl. Gottwald, Großbrückerswalde; OS Großschänau; Dr.-S.-Allende-OS, Großweitzschen; J.-Gagarin-OS, Grünhain; Diesterweg-OS, Guben; Haus d. JP Hagenow-Land; M.-Gorki-OS, Hainichen; OS Diesterweg, OS f. Körperbehinderte, beide Halle; W.-Koenen-OS, AG Math. Block 222/6, beide Halle-Neustadt; Station Jg. Naturf. u. Techniker, Halberstadt; OS Harzgerode; Pestalozzi-OS, Havelberg; OS Hammerbrücke; Schule der DSF, Heiligengrabe; OS Th. Müntzer, Herrmannsdorf; 2. OS Fr. Engels, Herzberg; OS Hillersleben; A.-Becker-OS, Hirschfeld; Goethe-OS Ilsenburg; G.-Ewald-OS, Ivenack; A.-Becker-OS, Jatznick; Schule b. d. Botschaft d. DDR, Kairo (Ägypten); Fr.-Engels-Schule, Kalttenordheim; OS A. Becker, Kamsdorf; Cl.-Zetkin-OS, Kandelin; H.-Beimler-OS, Karbow; E.-Schneller-OS, E.-Thälmann-OS, Tschaikowski-OS, W.-Fricke-OS, Pionierhaus J. Gagarin, alle Karl-Marx-Stadt; OS Cl. Zetkin, Kaulsdorf; C.-Bobach-OS, Karl-Marx-Stadt; EOS Kleinmachnow; OS Th. Müntzer, Klettenberg; H.-Matern-OS, Kietz; OS Könitz; PH W. Ratke, Math. Zirkel Kl. 6 und Bachschule, Köthen; OS Küllstedt; Cl.-Zetkin-OS, L.-Fürnberg-OS, beide Laage; alpha-Club der OS Latdorf; OS Lauscha/Ernstthal; OS Lauterbach; Dr.-S.-Allende-OS, K.-Liebknecht-OS, EOS, alle Leinefelde; OS W. Pieck, Lichte; EOS A. Becker, A.-Diesterweg-OS, beide Lobenstein; Pestalozzi-OS, Konsultationsgruppe Math., Löbau; OS W. Wallstab, Löderburg; OS Lössau; E.-Weinert-OS, Loitz; Station Jg. Naturf. u. Techniker, OS Karl Marx, beide Lübz; Lenin-OS, Magdeburg; G.-Eisler-OS, Martinroda; Geschw.-

Scholl-OS, Meyenburg; Fr.-Heckert-OS, Milkau; OS Mittelherwigsdorf; OS Mittelstille; OS Naundorf; Lessingschule Neukirch; OS O. Grotewohl, Neukloster; OS Neundorf; Goethe-OS, Neupertershain; W.-Seelenbinder-OS, Neverin; Dr.-Th.-Neubauer-Schule, Niederorschel; W.-Pieck-OS, Niederwiesa; OS J. Gagarin, EOS W. v. Humboldt, beide Nordhausen; OS E. Weinert, Oberschöna; W.-Seelenbinder-OS, Oechsen; Pestalozzi-OS, Oschatz; OS Osternienburg; H.-Matern-OS, Osterwieck; O.-Grotewohl-OS, Pappenheim; Station Jg. Naturf. u. Techniker, Parchim; OS Pe. Ben; OS III Geschw. Scholl, Perleberg; OS Dr. Th. Neubauer, Pfaffschwende; OS Plessa; A.-Becker-OS, Prenzlau; Goetheschule II, OS O. Grotewohl, beide Pritzwalk; Station Jg. Naturf. u. Techniker, Pritzwalk; OS Fr. Plura, Putlitz; OS E. Rietschel, Pulsnitz; OS Quitzöbel; Dr.-Th.-Neubauer-OS, Rackwitz; OS H. Matern, Pestalozzi-OS, beide Radebeul; Dr.-Th.-Neubauer-OS, Raguhn; Geschw.-Scholl-Schule, Rathenow; J.-Gagarin-OS, Ribnitz; Spezialschule Fr. Engels, Riesa; J.-Curie-OS, Röbel; J.-Curie-OS, Ronneburg; Ziolkowski-OS, Rossdorf; 34. OS, Haus der JP, beide Rostock; W.-Pieck-OS, Rotta; S. Kosmodemjanskaja OS, Rotterode; OS Rüdnitz; OS Saal; OS II, Saalfeld; W.-Pieck-OS, Kreis-AG Math. Kl. 5, beide Sangerhausen; M.-Gorki-OS, Schkölen; Station Jg. Techniker u. Naturf., OS J. G. Seume, OS K. Marx, OS H. Danz, 4. OS, OS G. Dimitroff, alle Schmalkalden; OS Schneidlingen; OS H. Matern, Schernberg; Haus der JP W. Sonneberg, Schönebeck; OS H. Beimler, Schönhäuser; OS Kuba Schule d. DSF, Schorssow; OS Fr. Engels, Schwallungen; J.-R.-Becher-OS, Schwerin; E.-Thälmann-OS, M.-May-OS, beide Sebnitz; OS W. Seelenbinder, Sitzendorf; A.-Hennecke-OS, Senftenberg; OS Sohland; OS W. Pieck, Sondershausen; K.-Marx-OS, OS A. Becker, K.-Liebknecht-OS, alle Spremberg; OS Stadtlangsfeld; O.-Grotewohl-OS, Dr.-S.-Allende-OS, beide Stralsund; 12. OS Dr. R. Sorge, Suhl; EOS K. Marx, Tangerhütte; OS E. Schneller, Taubenheim; OS Teistungen; OS K. Niederkirchner, Teterow; Fr.-Mehring-OS, Tiefenort; E.-Schneller-OS, Töplitz; OS W. Pieck, Trusetal; A.-Nitz-OS, Goetheschule, beide Ueckermünde; H.-Beimler-OS, Unterbreizbach; OS Untermaßfeld; OS J. G. Seume, Vacha; OS Vitte, OS Vitzenburg; EOS J. Fučík, Waldheim; Goetheschule, Waren; Sprachheiloberschule Weimar; E.-Thälmann-OS, Weinböhla; Benditz-OS, Weißenfels; Kreisklub Jg. Math., Weißwasser; OS L. Fürnberg, Wegeleben; OS Wernshausen; OS O. Grotewohl, Westerengel; Cl.-Zetkin-OS, Wiehe; H.-Rau-OS, Wildau; alpha-Kollektiv, Wingerode; Ditteschule, Wilkau-Haßlau; OS Fr. Engels, OS IV, EOS, Station Jg. Techniker u. Naturf., alle Wittstock; OS H. Heine, Wörmitz; Dr.-Th.-Neubauer-OS, Wolmirstedt; OS Fr. Gießner, Wolfleben; Math.-Lager des Kreises Worbis; OS Th. Müntzer, Wulfen; H.-Eisler-OS, Wusterhusen; OS Zahna; P.-Lamberg-OS, Zehdenick; BBS Robotron, Zella-Mehlis; Lutherschule, Zella-Mehlis; OS M. Lenk, Zepnick; 9. OS, EOS, beide Zittau.

Entwicklung des alpha-Wettbewerbs (absolut)

*umgestellt von Kalenderjahr auf Schuljahr
**ab 1971/72 nur noch 4 Wettbewerbe pro Jahr



Mikroelektronik — eine Sache von Tausenden?

Die Mikroelektronik ist doch eine sehr komplizierte technische Angelegenheit. Ist es nicht übertrieben, wenn gesagt wird, daß für ihre Anwendung überall Verantwortung getragen werden muß? Das fragt Bernd Büchel aus Leipzig.

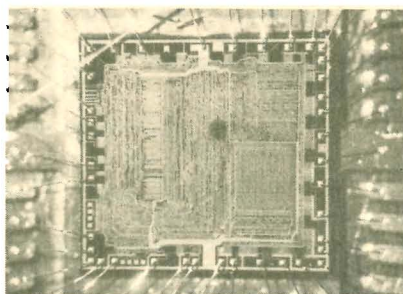
Die Mikroelektronik ist kein Wundermittel, das selbsttätig irgendein Problem löst. Aber sie ist ein hochwirksames Instrument für die Vertiefung der Intensivierung, das alle Bereiche der Volkswirtschaft verpflichtet, eigene Entwicklungsarbeit zu leisten, eigene Konzeptionen zu erarbeiten, wie diese neue Technik mit höchstem Nutzeffekt eingesetzt werden soll. Dafür tragen die Generaldirektoren der Kombinate die Hauptverantwortung. Aber gefordert, das ist keineswegs übertrieben, sind die Überlegungen, Entschlüsse und Haltungen von Millionen Werktätigen. Schon heute haben Uhrmacher in Ruhla umgelernt und beherrschen das Herstellen, Einbauen und Prüfen von Mikroelektronik. Technologen vertauschen die Arbeit mit herkömmlichen Arbeitsplan-Stammkarten gegen den Bildschirmarbeitsplatz. Fahrkartenverkäuferinnen gehen mit der elektronischen Schreibmaschine und dem Bildschirm um. Binnen kurzem werden es viele Tausende Werktätige sein, an die neue berufliche Anforderungen gestellt werden. Aber auch mit der Aneignung von Wissen und Fähigkeiten ist die nötige Einstellung zur Mikroelektronik nicht erschöpft. Auch die vollkommenste elektronische Lösung kann nämlich eines nicht: mangelhafte Organisation z. B. in Ordnung bringen oder ökonomisch ineffektive technische Konzeptionen ausbügeln. Damit der Mikroelektronikeinsatz einen möglichst hohen Wirkungsgrad erreicht, müssen sich Leiter aller Ebenen mit ihren Kollektiven Gedanken machen und Initiativen ergreifen. Dabei müssen auch subjektive Hemmnisse aus dem Weg geräumt werden. Wer meint, man könne erst richtig mit der Arbeit beginnen, wenn die allerneuesten Bauelemente, die gegenwärtig in der Welt erprobt werden, in der DDR ausreichend zur Verfügung stehen, der verzögert den Prozeß des Lernens und des Sammelns von Erfahrungen. Denn „Anwendung — das ist alles andere als Passivität“, sagte Erich Honecker in seiner Geraer Rede.

Es gilt also, Zug um Zug alle Voraussetzungen dafür zu schaffen, daß die Konzeptionen zur Anwendung der Mikroelektronik ständig vervollkommen und ohne Zeitverlust in die Tat umgesetzt werden.

W. Wiesner



Jugendliche im VEB Robotron Elektronik Dresden bei der Montage einer Zentraleinheit für den Rechner R-40



Blick durch ein Mikroskop auf das „Herz eines hochintegrierten Schaltkreises“ (im Vergleich dazu — links oben — ein Haar)

Mikro-ABC

Bauelement:

Elementares Bauelement ist der sogenannte Chip, der ein integrierter Schaltkreis von zahlreichen ihm „eingepflanzten“ Transistoren, Dioden usw. ist.

Chip:

Aus künstlichen Siliziumkristallen geschnittene Scheibchen, in das gezielt Fremdatome „eingepflanzt“ und durch den nach bestimmtem Muster aufgedampften Metallfilm zur gewünschten Schaltung verbunden werden.

Dimension:

Ein Chip hat eine Fläche von 4 bis 40 Quadratmillimetern, je nachdem, wieviel Funktionen, wie Dioden usw., ihm „eingepflanzt“ wurden (siehe Integrationsgrad).

Fremdatome:

Die in Siliziumscheiben „eingepflanzten“ Atome anderer Elemente, die als Transistoren, Dioden, Kondensatoren usw. funktionieren.

Integrationsgrad:

Er wird bestimmt durch die Zahl der einem Chip „eingepflanzten“ Funktionen. Niedri-

ger Integrationsgrad: bis 100 Funktionen, mittlerer Grad: 100 bis 1000, hochintegriert: 1000 bis 100000, sehr hoch integriert: mehr als 100000.

Jobkiller:

Im Kapitalismus häufig für Mikroelektronik-Technik verwendeter Begriff. Betont, daß die Anwendung dieser Technik unter Profitbedingungen meist Arbeitslosigkeit zur Folge hat.

Konsumgüter:

Neben der Anwendung für Informationsübertragung, in der Rechentechnik, zur Steuerung von Verarbeitungsmaschinen und im Transportwesen wird Elektronik immer mehr auch bei Konsumgütern angewendet, erhöht deren Leistung, Zuverlässigkeit, Bedienungskomfort und mindert den Wartungsaufwand.

Mikroprozessor:

Ein spezieller integrierter Schaltkreis, der die wesentlichsten Operationen der Rechen- und Steuereinheit einer elektronischen Rechanlage verwirklicht. Weltweit werden 90 Arten angeboten.

Nanosekunde:

Maß für die Schaltzeiten, die bei integrierten Schaltkreisen auftreten. Sie ist der tausendste Teil einer Millionstelsekunde.

Operation:

Mikroprozessoren können arithmetische und logische Operationen mit vorgegebenen Daten auf der Grundlage eines Programms ausführen. Das sind die qualitativen Merkmale einer Rechanlage.

Preis:

Ein traditionelles elektronisches Funktionselement kostete 1958 10 Mark, ein mikroelektronisches 1970 nur 10 Pfennig und heute einen Zehntelpfennig.

Reinheitsgrad:

Das verwendete Silizium darf nur eine verschwindend geringe Zahl von Fremdatomen enthalten. Vergleichsweise dürfte sich in einem Zug mit 4000 Waggons Briketts nur eine falsche Preßkohle befinden.

Silizium:

Ein Halbmetall, von den in der Erdrinde vertretenen chemischen Elementen das zweithäufigste, das in der Natur vor allem als Quarz und Quarzsand vorkommt.

Variabilität:

Mikroprozessorensysteme, aufgebaut aus dem Prozessor und wenigen Ergänzungsbausteinen mit ebenfalls hohem Integrationsgrad (siehe dort) lassen sich durch den Austausch von Bausteinen neuen Aufgaben anpassen.

Zeitgewinn:

In der DDR-Wirtschaft sollen in den nächsten Jahren 25 Prozent der geplanten Produktionssteigerung auf Mikroelektronik beruhen. Das heißt, weit über 100 Millionen Arbeitsstunden im Jahr einzusparen.

(Entnommen aus „Tribüne“)

Schriftliche Abschlußprüfung

Fach Mathematik Klasse 10 Schuljahr 1980/81

Pflichtaufgaben

1. Im Jahr 1975 standen in der DDR 715000 Hortplätze zur Verfügung; 1980 waren es 760000 Hortplätze.

a) Wieviel Hortplätze gab es im Jahr 1980 mehr als im Jahr 1975?

b) Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Anzahl der Hortplätze gegenüber 1975 erhöht wurde!

c) Stellen Sie die Anzahl der Hortplätze im Jahr 1975 und die der Hortplätze im Jahr 1980 in einem Diagramm dar!

2. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem!

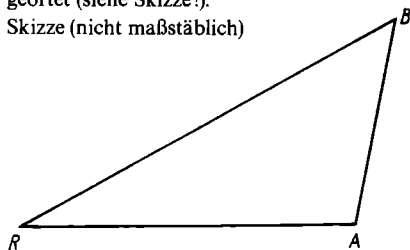
$$(1) \quad 2x + y = 10 \quad (x, y \in P)$$

$$(2) \quad 6x + 2y = 34$$

(Führen Sie eine Probe durch!)

3. Von einer Radarstation R in Rostock-Warnemünde wurden zwei Schiffe A und B geortet (siehe Skizze!).

Skizze (nicht maßstäblich)



Dabei wurden ermittelt:

$$RA = 9,5 \text{ m}$$

$$RB = 11,5 \text{ m}$$

$$\angle ARB = 26,0^\circ$$

a) Ermitteln Sie zeichnerisch die Entfernung AB der Schiffe voneinander! Geben Sie diese Entfernung unter Verwendung der Einheit „Seemeile“ an!

b) Ermitteln Sie AB auch rechnerisch!

c) Rechnen Sie diese Entfernung in Kilometer um ($1 \text{ sm} = 1,852 \text{ km}$)!

4. Durch die Gleichung

$$y = x^2 - 8x + 12 \quad (x \in P)$$

ist eine Funktion gegeben.

a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

b) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel.

Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!

c) Zeichnen Sie diese Parabel mindestens im Intervall $1 \leq x \leq 7$!

5. Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis AB . Der Mittelpunkt des Schenkels BC sei D , der Mittelpunkt des Schenkels AC sei E .

a) Fertigen Sie hierzu eine Skizze an, und verbinden Sie A mit D und B mit E !

b) Beweisen Sie, daß die Dreiecke ABD und BAE zueinander kongruent sind!

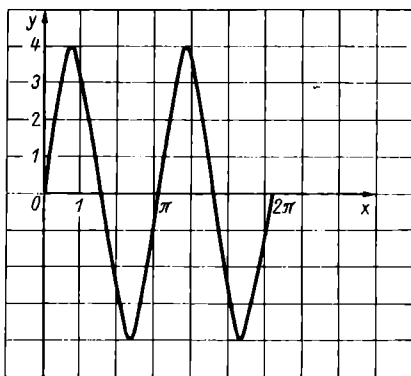
6. a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 5,35 \text{ m}$!

b) Gegeben ist die Gleichung

$$10x = \frac{1}{1000} \quad (x \in P).$$

Ermitteln Sie x !

c) In der Abbildung ist eine Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx$ ($a, b, x \in P$) im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ dargestellt. Geben Sie für diese Funktion a und b an!



d) Formen Sie die folgende Gleichung nach h um!

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad (r \neq 0)$$

Wahlaufgaben

Von den folgenden Aufgaben 7.1., 7.2. und 7.3. brauchen Sie nur eine zu lösen.

7.1. In einem VEB ist ein Bauteil in großer Stückzahl zu bearbeiten.

a) Für 200 dieser Bauteile entstehen Kosten von 2600 Mark. Berechnen Sie daraus die Kosten für die Bearbeitung eines solchen Teiles!

b) Ein Neuerervorschlag sieht den Einbau einer Vorrichtung vor. Dadurch können die Kosten für die Bearbeitung eines Teiles auf 9,00 Mark gesenkt werden. Es entstehen aber einmalige Kosten von 250,00 M für den Einbau der Vorrichtung.

– Wieviel Mark werden bei der Bearbeitung eines Teiles eingespart, wenn die Vorrichtung eingebaut ist?

– Berechnen Sie die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung und die Bearbeitung von 200 solcher Teile nach dem Neuerervorschlag!

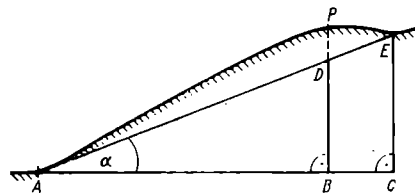
c) Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung

und die Bearbeitung von 200 solcher Teile geringer sind als die Kosten im Fall a)!

d) Wieviel Teile müssen mindestens bearbeitet werden, damit die erzielte Einsparung größer ist als die einmaligen Kosten für den Einbau der Vorrichtung?

7.2. In bergigem Gelände wird eine Straße von A nach E projiziert. Sie soll gleichmäßig ansteigen.

(Die Skizze zeigt einen Geländeschnitt.)



Skizze (nicht maßstäblich)

Bekannt sind: $AC = 180 \text{ m}$

$$CE = 20 \text{ m}$$

$$AB = 162 \text{ m}$$

$$BP = 21 \text{ m}$$

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke BD !

b) Wieviel Meter liegt der Punkt D der projizierten Straße unter dem Geländepunkt P ?

c) Berechnen Sie die Größe des Anstiegswinkels α !

d) Die Steigung einer Straße ist das Verhältnis von Höhenunterschied h zur zugehörigen Straßenlänge l . Sie wird gewöhnlich in Prozent angegeben und nach der Formel

$$s = \frac{h}{l} \cdot 100\% \text{ berechnet.}$$

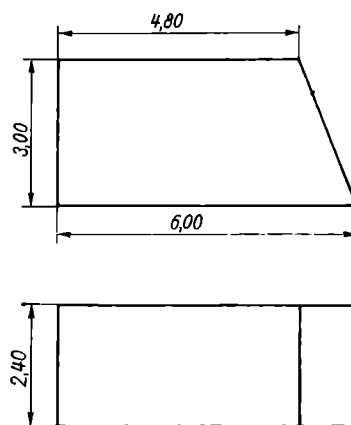
Berechnen Sie die Steigung s dieser Straße!

7.3. In der nachfolgenden Zeichnung ist ein Betonkörper, der die Form eines vierseitigen Prismas hat, in Grund- und Aufriß dargestellt.

a) Stellen Sie dieses Prisma in Kavalierperspektive im Maßstab 1 : 100 dar!

b) Die Vorderansicht des Betonkörpers ist ein Trapez. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt!

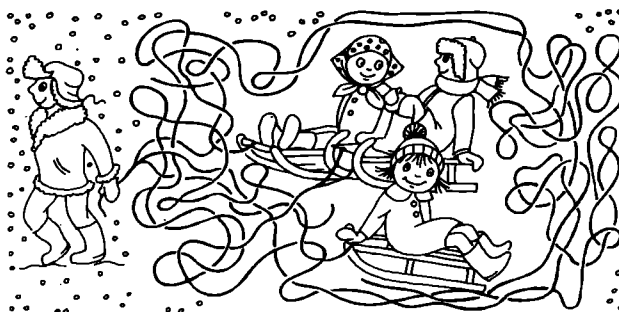
c) Berechnen Sie das Volumen des Betonkörpers!



(Maßangaben in Meter)

In freien Stunden alpha-heiter

Schlittenpartie
Wen zieht er denn eigentlich?



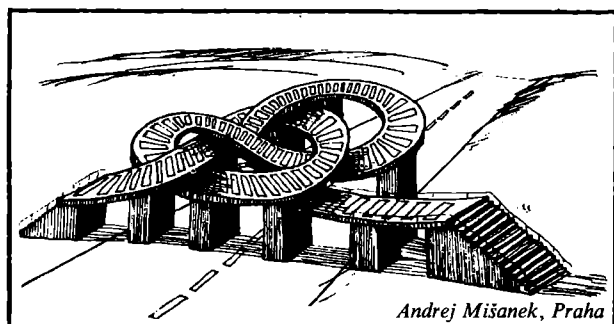
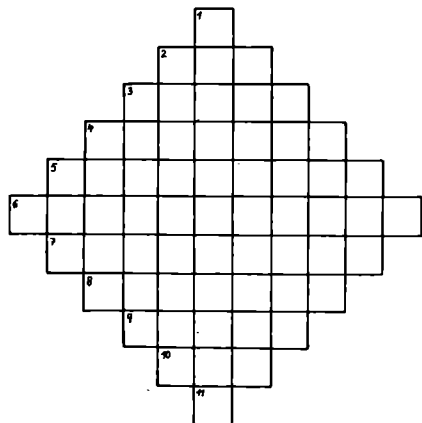
Füllrätsel

In die waagerechten Reihen der Figur sind Wörter folgender Bedeutung einzutragen:

1. Symbol für Meter
2. Zeichen für Sinus
3. Einheit der Länge
4. Entfernung zweier Punkte
5. Teilgebiet der Mathematik
6. Fester Punkt, der bei der Ortsdefinition des Kreises auftritt
7. Feste Gerade, die bei der Ortsdefinition der Parabel auftritt
8. Eine Winkelfunktion
9. Geometrischer Grundbegriff mit nur Längenausdehnung
10. Zeichen für Limes
11. Eine transzendente Zahl

Bei richtiger Lösung ergeben die Buchstaben in der Senkrechten von 1. bis 11. einen Begriff aus der Geometrie.

Dipl.-Lehrer/Ing. D. Völzke, Greifswald



Symmetrische Gleichungen

In der Gleichung $AR \cdot ON = NO \cdot RA$ sind die Buchstaben so durch Ziffern von 1 bis 9 zu ersetzen, daß wahre Aussagen entstehen. Innerhalb einer Gleichung bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, aber nicht notwendigerweise verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern. Außerdem sollen in jeder Gleichung mindestens drei verschiedene Grundziffern vorkommen, Fälle wie z. B. $22 \cdot 55 = 55 \cdot 22$ also ausgeschlossen bleiben.

Zur Erleichterung ist jeweils der 1. Faktor schon vorgegeben

$AR \cdot ON = NO \cdot RA$	$23 \cdot \quad =$
$12 \cdot 42 = 24 \cdot 21$	$23 \cdot \quad =$
$12 \cdot 63 = \quad \cdot \quad$	$24 \cdot \quad =$
$12 \cdot \quad = \quad \cdot \quad$	$24 \cdot \quad =$
$13 \cdot \quad = \quad \cdot \quad$	$26 \cdot \quad =$
$13 \cdot \quad = \quad \cdot \quad$	$34 \cdot \quad =$
$14 \cdot \quad = \quad \cdot \quad$	$36 \cdot \quad =$

OL Ing. K. Koch, Schmalkalden

Heitere Geometrie

Zeichne in ein rechtwinkliges Koordinatensystem folgende Kreise ein, die den Gleichungen genügen!

1. $x^2 + y^2 = 81$
2. $x^2 + y^2 = 4$
3. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$
4. $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 4$
5. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1$
6. $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 1$
7. $x^2 + y^2 = 49$ für $-6,5 \leq x \leq +6,5$
8. $x^2 + (y - 5)^2 = 100$ für $-6,5 \leq x \leq +6,5$

Bestimme die Schnittpunkte (A und B) des Kreises $x^2 + y^2 = 81$ (Gleichung 1)

mit der Geraden

$$y = -\frac{x}{3} + 8!$$

Fixiere den Punkt P mit den Koordinaten

$$x_P = +4,5,$$

$$y_P = +13,5!$$

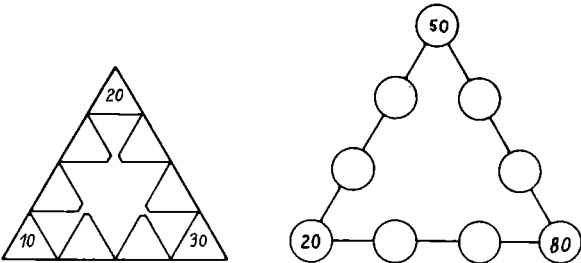
Verbinde die Punkte A, B, P miteinander!

Ing. A. Körner, Leipzig

Magische Dreiecke

Trage jeweils die Zahlen 10, 20, 30, . . . , 90 so in die Dreiecke ein, daß auf der linken Figur die Summe der Zahlen auf jeder Seite 170 und auf der rechten Figur die Summe 200 beträgt!

aus einem bulgarischen Unterhaltungsbuch (Sofia 78)



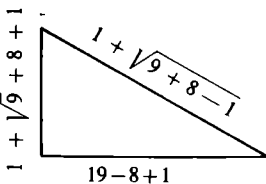
Zahlenzauber um die Jahre 1981 und 1982

Rückschau

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - 9 + 8^1 \\ 1 &= 1 + 9 - 8 - 1 \\ 2 &= 1 + 9 - 8^1 \\ 3 &= \sqrt{1^9 + 8^1} \\ 4 &= \sqrt{-1 + 9 + 8^1} \\ 5 &= -1 - \sqrt{9} + \sqrt{8^1} \\ 6 &= 1 \cdot \sqrt{9} + \sqrt{8 + 1} \\ 7 &= 1 - \sqrt{9} + \sqrt{8^1} \\ 8 &= 1^9 + 8 - 1 \\ 9 &= 1^9 + 8^1 \\ 10 &= 19 - 8 - 1 \end{aligned}$$

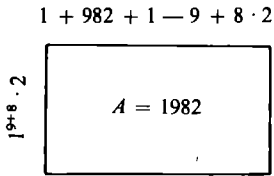
Ausblick

$$\begin{aligned} 0 &= 1 + 9 - 8 - 2 \\ 1 &= -1 \cdot 9 + 8 + 2 \\ 2 &= 1 - 9 + 8 + 2 \\ 3 &= \sqrt{19 - 8 - 2} \\ 4 &= (1 + 9 - 8)^2 \\ 5 &= \sqrt{19 + 8 - 2} \\ 6 &= \sqrt{-1 + 9 + 8 + 2} \\ 7 &= -1 (\sqrt{9} - 8 - 2) \\ 8 &= 1 - 9 + 8 \cdot 2 \\ 9 &= (1 + 9 + 8) : 2 \\ 10 &= 1 \cdot \sqrt{98 + 2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= 19 + 8 \cdot 1 + 1 + 9 - 8 + 1FE \\ u &= 19 + 8 \cdot 1 + 1 + 9 - 1 - 1FE \end{aligned}$$

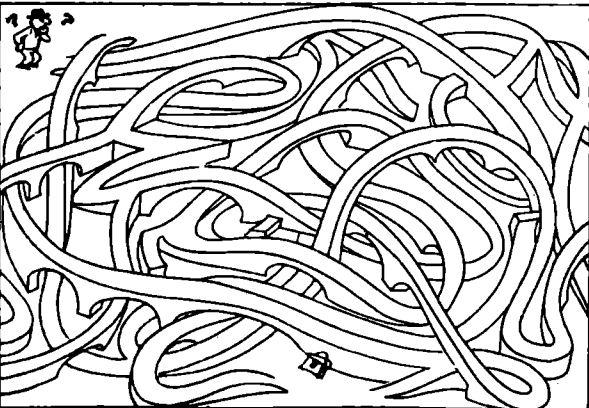
Die Zaubereien stammen aus der Feder von Rainer Bauer, Mittweida (Kl. 12),
Udo Retzlaff, Rostock (Kl. 12), Andreas Fittke, Berlin (z. Zt. Soldat)



Irrgarten

Wie kommt der Fußgänger zu seiner am Wegrande liegenden Aktentasche?

aus: Troll, Berlin

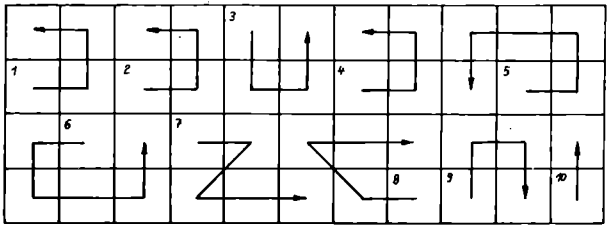


Mathematische Begriffe gesucht

Den Streckenzügen entsprechend sind 10 Wörter der nachfolgend angegebenen Bedeutung einzutragen. Die beiden mittleren Zeilen ergeben drei miteinander eng verwandte mathematische Begriffe.

1. Zusammenstellung zweier Elemente; 2. mehrdimensionales Gebilde; 3. Eigenschaft bestimmter Flächen; 4. Eigenschaft einer bestimmten Menge; 5. Zeichen-
gerät; 6. Teil der Pyramide; 7. Ungeheuer der griechischen Sage, dem, wenn man ihm n Köpfe abschlug, $2n$ neue wuchsen; 8. schottischer Gelehrter, der sich um die Einführung der Logarithmen verdient gemacht hat; 9. norwegischer Mathematiker; 10. Abkürzung für Milliliter

OSrR K.-H. Lehmann, VLdV, Berlin



Legespiel

Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge $s=10\text{ cm}$ (auf Pappe) entsprechend folgender Anleitung!

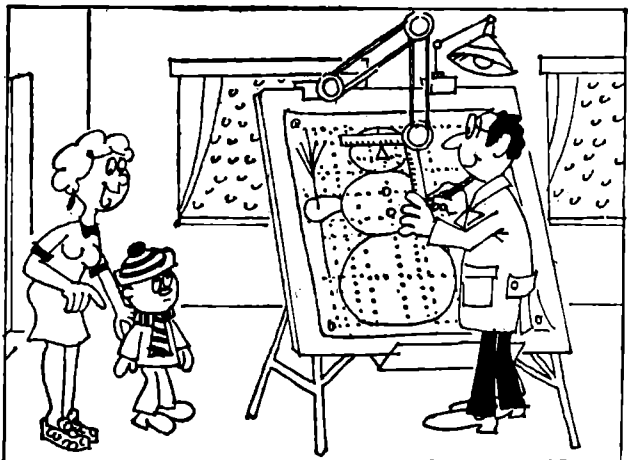
Durch Verbinden des Punktes A mit dem Punkt E erhält man die Strecke b . Schlage um den Punkt C einen Kreis mit dem Radius $r=1,61s$! Einer der Schnittpunkte mit der Strecke b sei G . Trage vom Punkt B bzw. D eine beliebige Zirkelspanne $s_1 < s$ ab! Der Schnittpunkt mit der Strecke $\overline{AB}$ sei H und der mit der Strecke $\overline{DE}$ sei J . Fülle von H bzw. J jeweils das Lot auf die Strecke $\overline{CG}$! Die Fußpunkte der Lote seien K bzw. L .

Lege die so entstandenen fünf Teilfiguren dann so aneinander, daß ein Quadrat entsteht!

Mathematikfachlehrer G. Scholz, Königs Wusterhausen

Vati geht gleich mit, du kennst ihn doch. Ohne Projektierung baut er nichts.

Zschoche, Halle



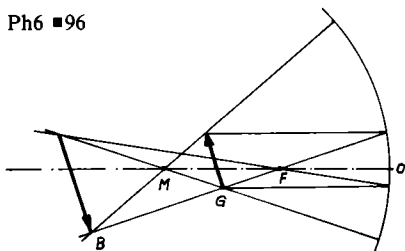
Lösungen



Lösungen zum alpha-Wettbewerb Heft 2/81:

Ergebnisse zum Physik- und Chemiewettbewerb

Ph6 ■96



Ph7 ■97 a) Die Strömungsgeschwindigkeit im Sammelkanal beträgt $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. b) Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt $1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ph8 ■98 Die Fahrraddynamo-Lampe bleibt dunkel, da durch sie nur 0,11 A statt 0,5 A fließen. Die Glühlampe brennt etwas dunkler, da durch sie nur 0,1129 A statt 0,1136 A fließen.

Ph9 ■99 Die Dampferanlage darf nicht mehr als 8 km von der Stadt entfernt sein.

Ph10/12 ■100 Die Kräfte am Trag- bzw. Zugseil sind 35,2 kN bzw. 10,5 kN.

Ch7 ■77 a) Im Jahre 1975 wurden 31 Mio m² Foto-Kino-Film produziert.

b) Die produzierte Menge entspricht 31 km² Film.

c) Die Länge des Bandes beträgt 31 000 km.

Ch8 ■78 448 000 m³ Äthin werden als Ausgangsstoff benötigt, um 1250 t Vinylchlorid herzustellen.

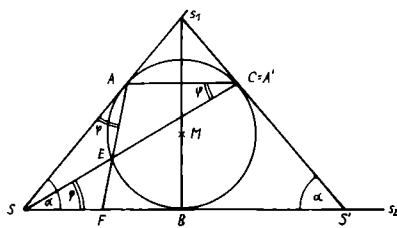
Ch9 ■79 a) 33000 t Soda müssen von der chemischen Industrie für die Produktion von 30 Mio m² Fensterglas bereitgestellt werden.

b) 1650 Waggon sind von der Deutschen Reichsbahn für den Transport der Soda zu planen.

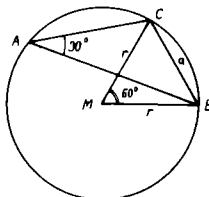
Ch10/12 ■80 0,0809 g Hydrodinom reduzieren das belichtete Halogenid vollständig zu Silber.

Lösungen zu: Alles dreht sich um den Kreis Heft 5/81

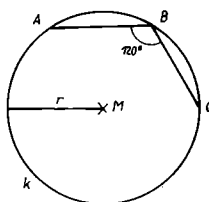
▲1▲ Wir spiegeln S und A an der Geraden BM als Symmetrieachse. Das Bild von S sei S'; das Bild von A sei A'. Da die Symmetrieachse senkrecht auf AC steht, fällt A' mit C zusammen. Aus SF || AC folgt $\angle CSS' = \angle ECA$. Da ein Sehnen-Tangenten-Winkel gleich seinem zugehörigen Peripheriewinkel ist, gilt ferner $\angle FAS = \angle ECA$ und folglich auch $\angle FAS = \angle CSS'$. Die Dreiecke $\triangle SFA$ und $\triangle CSS'$ sind somit ähnlich. Folglich gilt $\overline{SA} : \overline{SF} = \overline{SS'} : \overline{CS'}$. Wegen $\overline{SA} = \overline{SB}$ und $\overline{SB} = \overline{BS'}$ und $\overline{CS'} = \overline{BS'}$ erhalten wir daraus $\overline{SB} : \overline{SF} = (\overline{2 \cdot SB}) : \overline{SB} = 2 : 1$, also $\overline{SF} = \frac{1}{2} \cdot \overline{SB}$.



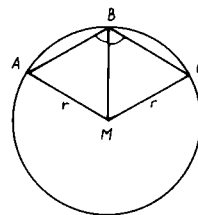
▲2▲ Der Zentriwinkel $\angle BMC$ ist doppelt so groß wie der Peripheriewinkel $\angle BAC$, also $\angle BMC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$. Aus $\overline{MB} = \overline{MC} = r$ folgt weiter $\angle MBC = \angle MCB$
 $= \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$. Das Dreieck BCM ist somit gleichwinklig, also auch gleichseitig, und es gilt $\overline{BC} = \overline{BM} = r$.



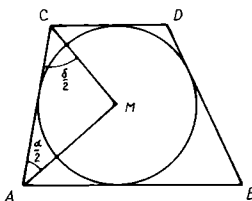
▲3▲ Aus $\overline{AM} = \overline{BM} = r$ und $\overline{BM} = \overline{CM} = r$ und $\overline{AB} = \overline{BC}$ folgt $\triangle ABM \cong \triangle BCM$. Deshalb gilt $\angle ABM = \angle CBM = 120^\circ : 2 = 60^\circ$. Aus $\overline{AB} = \overline{BM}$ folgt weiter $\angle MAB = \angle ABM = 60^\circ$, also auch $\angle AMB = 60^\circ$. Aus der Gleichwinkligkeit des Dreiecks ABM folgt $\overline{AB} = \overline{AM} = r$.



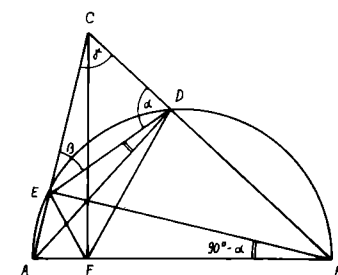
▲4▲ Der Berührungsradius $\overline{MA}$ steht senkrecht auf der Tangente t, deshalb gilt $\overline{AM} \parallel \overline{BC}$. Es sei Winkel $\angle CBA = \Phi$. Nun gilt aber $\angle CBA = \angle MAB = \Phi$ als Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen. Aus $\overline{MA} = \overline{MB} = r$ folgt weiter $\angle MAB = \angle MBA = \Phi$. Deshalb gilt $\angle CBA = \angle MBA = \Phi$, d. h. die Gerade AB halbiert den Winkel $\angle CBM$.



▲5▲ Aus $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ folgt $\alpha + \delta = 180^\circ$, also $\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\delta = 90^\circ$. Nun liegt der Mittelpunkt M des Kreises k sowohl auf der Winkelhalbierenden von α als auch von δ , d. h. $\angle MAD = \frac{1}{2}\alpha$ und $\angle MDA = \frac{1}{2}\delta$. Im Dreieck AMD gilt $\angle AMD + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\delta = 180^\circ$, also $\angle AMD = 90^\circ$. Analog dazu gilt $\angle BMC = 90^\circ$.



▲6▲ Wir zeichnen den Halbkreis über $\overline{AB}$ als Durchmesser, er geht nach dem Satz des Thales durch die Fußpunkte D und E der Höhen h_a und h_b . Im rechtwinkligen Dreieck ABE gilt $\angle ABE = 90^\circ - \alpha$. Aus der Gleichheit der Peripheriewinkel $\angle ADE = \angle ABE$ folgt $\angle ADE = 90^\circ - \alpha$, folglich auch $\angle CDE = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$. Im Dreieck EDC muß somit der dritte Innenwinkel $\angle CED = \beta$ sein. Analog dazu gilt $\angle BFD = \gamma$ und $\angle BDF = \alpha$. Daraus folgt $\angle ADF = 90^\circ - \alpha$, also $\angle ADE = \angle ADF$, d. h. DA halbiert den Winkel $\angle EDF$. Analog dazu läßt sich nachweisen, daß auch die beiden anderen Höhen des Dreiecks ABC Winkelhalbierende im Dreieck DEF sind.

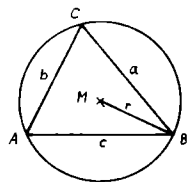


▲7▲ Aus einer quadratischen Platte läßt sich nur dann eine kreisförmige Scheibe ausschneiden, wenn $d \leq a$ gilt. Aus $d \leq 51$ und $51 < 53 \leq a$ folgt $d < a$. Die Aufgabe (1) ist stets lösbar.

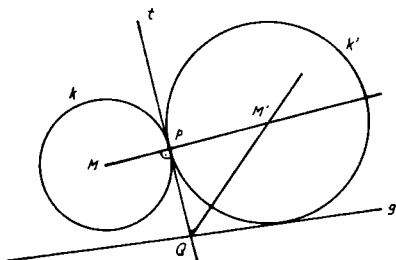
Die Aufgabe (2) ist nur dann lösbar, wenn $54 \leq a \leq 55$ oder wenn $52 \leq d \leq 53$ gilt.

▲8▲ Es sei $a + b + c = 2s$. Für den halben Umfang des Dreiecks ABC gilt $s = \frac{abc}{4r}$ (siehe Tafelwerk) bzw. $r = \frac{abc}{4s}$. Durch Einsetzen er-

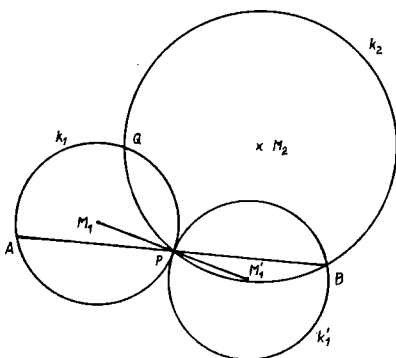
halten wir $r = \frac{abc}{2(a+b+c)}$. Wegen $a < 3$ cm, $b < 3$ cm und $c < 3$ cm gilt somit auch $r < \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{2(3+3+3)}$ cm bzw. $r < \frac{3}{2}$ cm. Daraus folgt wegen $A = \pi r^2$ schließlich $A < \frac{9}{4} \pi \text{ cm}^2$, und wir erhalten das Intervall $0 < A < 3\pi$ als Lösung.



▲ 9 ▲ Da sich k und k' in P berühren, ist die in P an k zu konstruierende Tangente t gemeinsame Tangente beider Kreise. Die Tangente t schneide die Gerade g in Q . Da der Kreis k' sowohl t als auch g berühren soll, liegt sein Mittelpunkt M' auf der Winkelhalbierenden des Winkels zwischen t und g , außerdem auf der Geraden MP .



▲ 10 ▲ Wir drehen den Kreis k_1 um den Punkt P als Drehzentrum um einen Drehwinkel von 180° . Das Bild k'_1 von k_1 schneide den Kreis k_2 außer im Punkt P noch in B . Die Gerade BP schneide k_1 in A . Dann gilt auf Grund der Konstruktion und der vorliegenden Symmetrieeigenschaften (Punktspiegelung an P) $AP = BP$.



Lösungen zu: Aufgaben aus der Praxis, Heft 5/81

▲ 1 ▲ $W_k = E : E_L = 133,6 : 110 = 1,215$; denn es gilt $x : 11 = 1000000 : 1$, $x = 11000000 \text{ cm} = 110 \text{ km}$. Der Windungskoeffizient dieser Eisenbahnstrecke beträgt 1,215.

▲ 2 ▲ $s = s_1 + s_2 = 140 \text{ m} + 3038 \text{ m} = 3178 \text{ m}$;
 $t = \frac{s}{v} = \frac{3,178}{80} \text{ h} = \frac{3,178 \cdot 60}{80} \text{ min} \approx 2,38 \text{ min}$.
In etwa 2,38 min durchfährt ein 140 m langer Zug bei der mittleren Geschwindigkeit von $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ den Brandleite-Tunnel.

▲ 3 ▲ $v = v_1 + v_2 = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$;
 $s = s_1 + s_2 = 150 \text{ m} + 120 \text{ m} = 270 \text{ m} = 0,27 \text{ km}$;
 $t = \frac{s}{v} = \frac{0,27}{140} \text{ h} = \frac{60 \cdot 60 \cdot 0,27}{140} \text{ s} \approx 6,94 \text{ s}$.
In rund 7 Sekunden sind die sich begegnenden Züge aneinander vorbeigefahren.

▲ 4 ▲ a) $\tan \alpha = \frac{h}{35} \approx 0,285$; $\alpha = 163^\circ$.
 $F = m \cdot a$, $F = F_H - F_R$,
 $m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$,
 $a = g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot g \cdot \cos \alpha$,
 $a = g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$,
 $a = 9,8 \cdot (\sin 1,63^\circ - 0,004 \cdot \cos 1,63^\circ) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 0,235 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
Der Waggon hat eine Beschleunigung von $0,235 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
b) $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 0,235 \cdot 46} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 4,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Der Waggon verläßt die Ablaufstrecke mit einer Endgeschwindigkeit von $4,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) $t = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 46}{4,65} \text{ s} \approx 19,78 \text{ s}$
Der Waggon durchläuft die Ablaufstrecke in rund 20 Sekunden.

d) $W_{\text{kin}} = W_{\text{Reib}}$;
 $s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos \alpha} = \frac{4,65^2}{2 \cdot 0,004 \cdot 9,8 \cdot \cos 1,63^\circ} \text{ m}$
 $s \approx 275,5 \text{ m}$.

Der Waggon legt anschließend einen Weg von 275,5 m ohne Abbremsung zurück.

▲ 5 ▲ a) $Uw = \frac{P}{b} = \frac{136500}{35000} d \approx 3,9 d$
Die durchschnittliche Umlaufzeit an einem Tag betrug 3,9 Tage.

b) $b_1 = \frac{P}{Uw_1} = \frac{136500 \text{ Wg}}{3,85 \text{ d}} = 35455 \frac{\text{Wg}}{\text{d}}$,
 $b_2 = \frac{P}{Uw_2} = \frac{136500 \text{ Wg}}{3,75 \text{ d}} = 36400 \frac{\text{Wg}}{\text{d}}$,

Mehrbeladung:
 $(36400 - 35455) \frac{\text{Wg}}{\text{d}} = 945 \frac{\text{Wg}}{\text{d}}$ pro Tag,

Jährliche Mehrbeladung:
 $365 \cdot 945 \text{ Wg} = 344925 \text{ Wg}$.
Bei der vorgesehenen Senkung der Wagenumlaufzeit könnten jährlich 344925 Waggon mehr beladen werden.

c) $945 \cdot 19,2 \frac{\text{t}}{\text{d}} = 18144 \frac{\text{t}}{\text{d}}$
Es könnten 18144 Tonnen pro Tag an Gütern mehr transportiert werden.

▲ 6 ▲ a) Preis für Hinfahrt:
2 Erwachsene: $74 \cdot 0,08 \text{ M} = 5,92 \text{ M}$, gerundet 12,00 M
2 Eilzugzuschläge für Erwachsene 3,00 M
1 Kind: (Halber Fahrpreis) 3,00 M
Eilzugzuschlag für ein Kind 0,75 M
18,75 M

Hin- und Rückfahrt 37,50 M
b) Hin- und Rückfahrt:
2 Erwachsene $\frac{2}{3} \cdot 24,00 \text{ M} = 16,00 \text{ M}$
2 Eilzugzuschläge für Erwachsene 6,00 M
Eilzugzuschlag für ein Kind 1,50 M
Fahrpreis für ein Kind 4,00 M
27,50 M

Bei Benutzung von Sonntagsrückfahrkarten hätte diese Familie 10,00 M einsparen können.

Lösung zur Visitenkarte: Facharbeiter für Eisenbahntechnik

Lösungen der Aufgaben von Tilo Schaarschmidt, Heft 5/81

▲ 1 ▲ Sei $q = n^2$ eine der gesuchten Quadratzahlen. Für den Vorgänger gilt $n^2 - 1 = (n-1) \cdot (n+1)$. Soll dieser eine Primzahl sein, muß einer der Faktoren gleich 1 sein. Aus $n+1=1$ erhält man $n^2 - 1 = -1$, das ist aber keine Primzahl. $n-1=1$ liefert $n^2 - 1 = 3$, also eine Primzahl. Damit liefert $n=2$ die einzige Lösung; 4 ist die einzige Quadratzahl, deren Vorgänger eine Primzahl ist.

▲ 2 ▲ Die Anzahl der 10-Pf-, 20-Pf- und 50-Pf-Stücke sei x , y bzw. z . Dann gilt $x + y + z = 15$ (insgesamt 15 Geldstücke), $0,1x + 0,2y + 0,5z = 4,6$ (insgesamt 4,60 Mark), $2x + 20y + 5z = 105$ (insgesamt 105 Mark).

Subtrahiert man die erste Gleichung vom Zehnfachen der zweiten Gleichung bzw. das Doppelte der ersten Gleichung von der dritten, so erhält man:

$y + 4z = 31$ und $18y + 3z = 75$.
Multipliziert man die letzte Gleichung mit $\frac{4}{3}$

und zieht dann die vorletzte Gleichung ab, so folgt

$23y = 69$, also $y = 3$.
Setzt man das in eine der beiden vorletzten Gleichungen ein, so folgt $z = 7$.
Setzt man das wiederum in eine der drei ersten Gleichungen ein, so folgt schließlich $x = 5$.

Rolf hatte also fünf 10-Pf-Stücke, drei 20-Pf-Stücke und sieben 50-Pf-Stücke.

▲ 3 ▲ Die drei natürlichen Zahlen seien $n-1$, n und $n+1$. $n-1$ und $n+1$ sind beides gerade Zahlen und haben die Differenz 2, also ist eine von ihnen durch 4 teilbar, ihr Produkt ist dann durch 8 teilbar. Da n ein Vielfaches von 3 ist, ist das Produkt $(n-1) \cdot n \cdot (n+1)$ durch $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ teilbar, das Produkt der Kuben also sogar durch $24^3 = 13824$.

▲ 4 ▲ a) Es gilt $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \cos 2\alpha + \sin 2\alpha$.
Damit bleibt die Gleichung $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = \sqrt{2}$ zu lösen. Quadrieren liefert

$$2\sin 2\alpha \cos 2\alpha + 1 = 2, \text{ d. h.}$$

$$\sin 4\alpha = 1.$$

Wegen $0 \leq 4\alpha \leq 1440^\circ$ hat die letzte Gleichung die Lösungen $4\alpha = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k = 0, 1, 2, 3$, also $\alpha_1 = 22,5^\circ, \alpha_2 = 112,5^\circ, \alpha_3 = 202,5^\circ, \alpha_4 = 292,5^\circ$.

Es muß aber $\sin 2\alpha > 0, \cos 2\alpha > 0$ gelten, damit entfallen α_2 und α_4 als Lösungen.

Eine Probe bestätigt, daß α_1 und α_3 tatsächlich Lösungen sind.

b) Die gleichen Umformungen wie unter a) würden zu der Ungleichung

$$\sin 4\alpha > 1$$

führen. Diese hat aber keine Lösung, da für alle Winkel x gilt $-1 \leq \sin x \leq 1$.

▲ 5 ▲ Reinausbeute auf der 1. Fläche:

$$0,817 \cdot \frac{10,85 \text{ kg}}{0,00139 \text{ ha}} = 63,77 \frac{\text{dt}}{\text{ha}};$$

Ertrag auf der 2. Fläche:

$$\frac{1}{0,86} \cdot 63,77 \frac{\text{dt}}{\text{ha}} = 74,15 \frac{\text{dt}}{\text{ha}}.$$

Es wurden $74,15 \frac{\text{dt}}{\text{ha}}$ geerntet.

▲ 6 ▲ Verhältnisgleichung

$$25,72\% \triangleq 180 \text{ kg}$$

$$100\% = x \text{ kg}$$

$$\text{d. h. } x = \frac{180}{0,2572} = 699,8$$

Man muß also etwa 700 kg Dünger ausbringen.

▲ 7 ▲ Der Erfinder verlangt

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{64} = 2^{64} - 1$$

$\approx 1,8447 \cdot 10^{19}$ Körner. Diese würden

$$1,8447 \cdot 10^{19} \cdot \frac{0,0422 \text{ kg}}{10^3} = 7,7845 \cdot 10^{19} \text{ kg}$$

ergeben.

Damit hat der Erfinder etwa

$$\frac{7,7845 \cdot 10^{11} \text{ t}}{9,6 \cdot 10^6 \text{ t}} = 81088$$

DDR-Jahresernten gefordert.

Wir danken dem Forschungsstudenten Uwe Quasthoff, Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig (ehem. IMO-Teilnehmer), für die Auswahl der Aufgaben, die Bearbeitung der Aufgaben und Lösungen, d. Red.

Lösung zu:

Eine Aufgabe von Prof. Dr. J. Havrda,

Seite 123

▲ 2178 ▲

	18	11	9	
	17	1	6	14
3	7		5	8
	19	2	4	13
	16	12	10	

Lösung zu: Rätselkette, Seite 131

Auflösung: Adverb / Brache / Cheopspyramide / Deich / Eichsfeld / Feldlager / Geruch / Hai / Ilja / JAK / Kali / Limes / Messina / nano / Olymp / Planquadrat / Quadrat / ratsam / Samt / Tau / UV / Virchow / Wetterhexe / Xerophyt / Yttriumsalz / Zeitz. Lösungswort: Richard Dedekind.

Lösungen zu: alpha-heiter

Füllrätsel

1. m, 2. sin, 3. Meter, 4. Abstand, 5. Geometrie, 6. Mittelpunkt, 7. Leitlinie, 8. Kosinus, 9. Linie, 10. lim, 11. e. Lösungswort: Mittellinie

Symmetrische Gleichungen

$$(10 \cdot A + R) \cdot (10 \cdot O + N) = (10 \cdot N + O) \cdot (10 \cdot R + A)$$

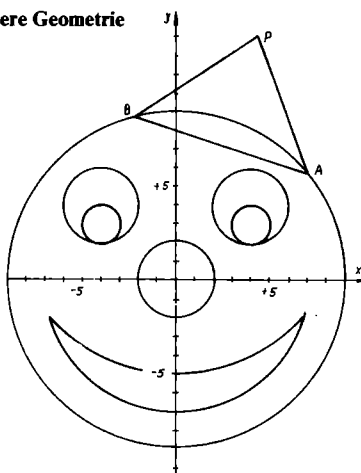
Nach dem Ausmultiplizieren und Zusammenfassen ergibt sich:

$$A \cdot O = R \cdot N.$$

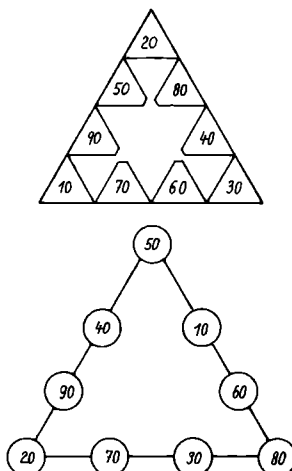
Diese Gleichung liefert insgesamt 13 Lösungen:

$$\begin{array}{ll} 12 \cdot 42 = 24 \cdot 21 & 14 \cdot 82 = 28 \cdot 41 \\ 12 \cdot 63 = 36 \cdot 21 & 23 \cdot 64 = 46 \cdot 32 \\ 12 \cdot 84 = 48 \cdot 21 & 23 \cdot 96 = 69 \cdot 32 \\ 13 \cdot 62 = 26 \cdot 31 & 24 \cdot 63 = 36 \cdot 42 \\ 13 \cdot 93 = 39 \cdot 31 & 24 \cdot 84 = 48 \cdot 42 \\ & 26 \cdot 93 = 39 \cdot 62 \\ & 34 \cdot 86 = 68 \cdot 43 \\ & 36 \cdot 84 = 48 \cdot 63 \end{array}$$

Heitere Geometrie



Magische Dreiecke



Mathematische Begriffe gesucht

R - A - M - U - E - N - R - E - A - E - N
P - A - R - A - B - E - L - E - L - L - I
P - S - E - H - Y - P - E - R - B - E - L
I - T - Z - D - R - A - E - N - A - L - M

Lösungen zu: Spaß in freien Stunden

Zwölf Figuren

1, 3; 1, 3; 2, 4.

Dominospiel

Als erstes schreiben wir unter Berücksichtigung der Tatsache, daß Marina jünger als Galja, aber älter als ihre Partnerin ist, auf, daß die Partnerin Marinas nicht Galja ist. Weiter wissen wir, daß Lena älter ist als die zwei Mädchen, die gegen sie spielen. Folglich kann Marina nicht ihre Partnerin sein. Marina spielt also mit Alla und Galja mit Lena. Jetzt wird es auch leichter, die Mädchen dem Alter nach einzuordnen. Lena ist älter als Marina und älter als Alla. Und Marina ist älter als ihre Partnerin. Andererseits ist Galja älter als Marina. Folglich ist Alla die jüngste, ihr folgt Marina. Und da das jüngste Mädchen und Galja zusammen älter sind als Lena und Marina (vergessen wir nicht, daß Marina älter als Alla ist), wird klar, daß Galja die älteste ist.

Die Zahl 6. Es sind alle Zahlen, die an den Enden der langen Pfeile angeordnet sind, zu summieren. Davon ist die Summe der Zahlen abzuziehen, die an den Enden der kurzen Pfeile angeordnet sind.

Drei Würfel

$$a - 1, b - 5, c - 0.$$

In zwei Minuten gelöst

129 Würfel. 15 Würfel sind entnommen worden.

Die große Familie

Es ist am bequemsten, diese Aufgabe vom Ende her „aufzurollen“. Selbstverständlich ist, daß derjenige, der sowohl Weißkraut als auch Möhren und Erbsen gern ißt, auch Kraut und Erbsen, Erbsen und Möhren sowie Kraut und Möhren liebt. Im übrigen macht die Lösung keine Arbeit. Wegen der Anschaulichkeit wird die Antwort in Tabellenform gegeben.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weißkrautliebhaber	0	0	0	0	0	0				
Möhrenliebhaber				0	0	0	0			
Erbsenliebhaber			0	0	0			0	0	
Insgesamt muß die Familie	10									

Quader gegen Würfel

Der Quader wiegt genauso viel wie drei Würfel.

Wer spricht mit wem?

Tamara mit Ilonka, Jan mit Tom, Galina mit Anja, Uwe mit Beate; Susi weckt Katrin.

Lohntüte ohne Tarnkappe

Weiter Kurs Hauptaufgabe

Welcher Beruf?

Heft 5/81, III. U.-Seite: Facharbeiter für Eisenbahntechnik

XXI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

Aufgaben und Lösungen der Kreisolympiade (18. 11. 1981)



Olympiadeklasse 5

1. Ein Behälter, der mit Sonnenblumenöl gefüllt ist, wiegt 17 kg 500 g. Der leere Behälter würde 2 kg 700 g wiegen.

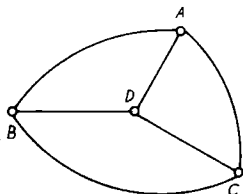
a) Wieviel Liter Öl befinden sich in dem Behälter, wenn 1 Liter Sonnenblumenöl 925 g wiegt?

b) Für den Ladenverkauf wird das Öl in Flaschen zu 400 g abgefüllt. Wieviel Flaschen lassen sich mit dem im Behälter befindlichen Öl füllen?

Lösung: a) Wegen $17500 - 2700 = 14800$ sind 14 kg 800 g Sonnenblumenöl im Behälter. Aus $14800 : 925 = 16$ erhält man, daß sich 16 Liter Sonnenblumenöl im Behälter befinden.

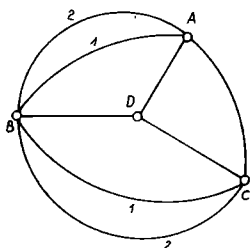
b) Wegen $14800 : 400 = 37$ lassen sich 37 Flaschen mit der im Behälter vorhandenen Ölmenge füllen.

2. Die vier Springbrunnen A, B, C, D eines Parkes sind so durch Wege verbunden, wie es das Bild zeigt. Ein Spaziergänger möchte so durch den Park gehen, daß er jeden dieser Wege genau einmal durchläuft. Ein solcher Spaziergang soll bei einem beliebigen Brunnen beginnen und bei einem beliebigen Brunnen (nicht unbedingt bei demselben) enden.



a) Untersuche, ob ein derartiger Spaziergang möglich ist!

b) Später wurde noch ein weiterer Weg zwischen B und A und ein weiterer Weg zwischen B und C angelegt, wie das Bild zeigt. Untersuche, ob es danach möglich ist, einen Spaziergang der gewünschten Art zu machen!



Hinweis: Lautet bei a) oder b) die Antwort, daß ein derartiger Spaziergang nicht möglich ist, so beweise, warum nicht! Lautet die Antwort aber, daß er möglich ist, so gib einen solchen Spaziergang an!

Lösung: a) Angenommen, ein Spaziergang der genannten Art wäre möglich, dann gäbe es unter den vier Springbrunnen A, B, C, D einen, der nicht Ausgangspunkt und nicht Endpunkt des Spaziergangs wäre. Zu diesem Springbrunnen käme man bei dem Spaziergang auf einem der drei Wege, die von ihm wie von jedem der vier Brunnen abgehen; auf einem zweiten Weg müßte man ihn wieder verlassen. Es verbleibt ein dritter Weg zu diesem Springbrunnen, und dieser Weg müßte während des Spaziergangs ebenfalls durchlaufen werden und somit entweder zum betrachteten Springbrunnen hin oder von ihm weg führen. Es gäbe dann aber keinen vierten Weg, auf dem man wieder von diesem Springbrunnen weg oder vorher zu ihm hinkommen könnte, d. h., der Springbrunnen wäre doch End- oder Anfangspunkt des Spaziergangs. Damit ist die Annahme, es gäbe einen derartigen Spaziergang, zu einem Widerspruch geführt. Sie muß also falsch sein, d. h., es gibt in diesem Fall keinen Spaziergang der genannten Art.

b) Ein möglicher Spaziergang nach dem Einrichten der beiden weiteren Verbindungswege ist z. B.

$B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$.

3. Vier Schüler mit den Familiennamen Erdborn, Freimuth, König und Meyer haben die Vornamen Alfred, Martin, Norbert und Torsten (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge). Sie treffen sich auf der Geburtstagsfeier ihres Mitschülers Franz Neubert. Außer ihnen nahmen keine weiteren Personen an dieser Feier teil. Es ist bekannt:

(1) Als ersten Gast konnte Franz seinen Mitschüler Meyer begrüßen, als zweiten Norbert und danach Erdborn und später Martin.

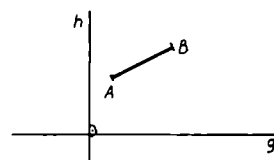
(2) Jeder Gast brachte genau ein Geschenk mit: Meyer hatte ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Martin einen Strauß Rosen und König ein Buch mitgebracht.

Wie heißen die vier Schüler mit ihren Vor- und Familiennamen?

Lösung: Meyer heißt nach (1) weder Norbert noch Martin. Nach (2) heißt er auch nicht Alfred. Daher gilt: Meyer heißt Torsten. König heißt folglich nicht Torsten. Nach (2) heißt er auch weder Alfred noch Martin. Hieraus folgt: König heißt Norbert. Erdborn heißt demnach weder Torsten noch Norbert. Nach (1) heißt er auch nicht Martin. Somit ergibt sich: Erdborn heißt Alfred. Es verbleibt nun noch: Freimuth heißt Martin. Damit sind alle zusammengehörigen Vor- und Familiennamen (eindeutig) ermittelt.

4. Auf dem Arbeitsblatt sind zwei Geraden g, h und eine Strecke AB gegeben.

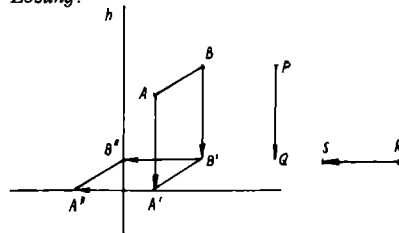
Konstruiere einen Verschiebungspfeil $\vec{PQ}$ parallel zu h und danach einen Verschiebungspfeil $\vec{RS}$ parallel zu g , und zwar so, daß folgendes gilt:



Wenn man die Strecke AB durch die Verschiebung $\vec{PQ}$ in die Strecke $A'B'$ überführt und diese danach durch die Verschiebung $\vec{RS}$ in die Strecke $A''B''$, so liegt A'' auf g und B'' auf h .

Eine Beschreibung und Begründung der Konstruktion wird nicht verlangt.

Lösung:



Olympiadeklasse 6

1. Ein Güterzug fährt von einer Station A (Kilometer 0) zu einer Station B (Kilometer 60). Beim Kilometer 15 hält der Zug 30 Minuten lang; in der übrigen Zeit fährt er mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde. Um 9.30 Uhr fährt der Zug in A ab.

Lege eine Tabelle an, aus der zu ersehen ist, bei welchem Kilometer sich der Zug zu den Uhrzeiten alle 10 Minuten nach der Abfahrt (9.40 Uhr, 9.50 Uhr, 10.00 Uhr usw.) befindet! Begründe diese Kilometerangaben!

Lösung: Bei der Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde legt der Zug jeweils in 10 Minuten ein Sechstel der Strecke 45 km zurück, das sind (wegen $45 : 6 = 7\frac{1}{2}$) jeweils $7\frac{1}{2}$ km.

Berücksichtigt man noch die Wartezeit, so ergibt sich folgende Tabelle:

Uhrzeit:	9.40	9.50	10.00	10.10	10.20	10.30	10.40	10.50	11.00	11.10	11.20
km	$7\frac{1}{2}$	15	15	15	15	$22\frac{1}{2}$	30	$37\frac{1}{2}$	45	$52\frac{1}{2}$	60

2. Fritz findet in einem alten Lehrbuch in einer Aufgabe fünfstelligen natürlichen Zahlen abgedruckt. Bei einer dieser Zahlen sind die an der Einer- und die an der Zehnerstelle stehenden Ziffern nicht mehr lesbar. Wenn man für diese beiden unlesbaren Ziffern jeweils ein Sternchen (*) setzt, dann hat die Zahl die Form $418 * *$.

Außerdem meint Fritz, aus dem Aufgabentext entnehmen zu können, daß sich die fünfstelligen Zahl ohne Rest sowohl durch 6 als auch durch 7 und durch 9 teilen läßt.

Untersuche, ob es eine fünfstelligen Zahl gibt, die als die betreffende Zahl in dem Lehrbuch gestanden haben könnte und alle genannten Teilbarkeitseigenschaften hat! Nenne diese Zahl! Gibt es außer ihr noch andere derartige Zahlen?

Lösung: Angenommen, es gibt eine solche Zahl. Dann folgt: Die Zahl ist durch 6 teilbar, also gerade; ihre Einerziffer lautet mit hin 0, 2, 4, 6 oder 8. Die Zahl ist ferner durch 9 teilbar; dasselbe gilt folglich für ihre Quersumme. Diese ist um $4+1+8$, d. h. um 13 größer als die Summe aus ihrer Zehner- und ihrer Einerziffer. Setzt man der Reihe nach für die Einerziffer 0, 2, 4, 6, 8, dann ergibt sich für die Zehnerziffer jeweils der in der folgenden Tabelle angegebene Wert:

Einerziffer	Summe aus 13 und der Einerziffer	Zehnerziffer
0	13	5
2	15	3
4	17	1
6	19	8
8	21	6

Also kann die gesuchte Zahl nur eine der Zahlen 41850, 41832, 41814, 41886, 41868 sein. Von diesen ist nur 41832 durch 7 teilbar.

Daher kann nur diese Zahl an der angegebenen Stelle im Lehrbuch gestanden haben; denn sie hat als einzige alle verlangten Teilbarkeitseigenschaften und ist von der Form $418 * *$, wie in der Aufgabe angegeben.

3. Im Laufe eines Jahres ist in einem Möbelwerk die Zahl der hergestellten Tische monatlich um 10 angewachsen. Im Laufe des ganzen Jahres wurden 1920 Tische hergestellt.

a) Wieviel Tische wurden im Monat Juni hergestellt?

b) Wieviel Tische wurden im Monat Dezember hergestellt?

Lösung: In dem Betrieb wurden im Februar 10, im März 20, ..., im Juni 50, ..., im Dezember 110 Tische mehr hergestellt als im Monat Januar. Wegen

$$10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 = 660$$

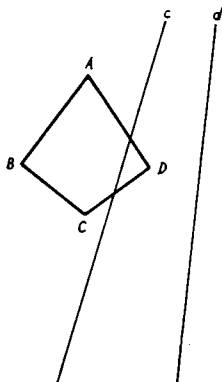
sind das insgesamt 660 Tische mehr, als wenn die Produktionssteigerung nicht erfolgt wäre, d. h. in allen 12 Monaten gleich viele Tische hergestellt worden wären, ebenso viele wie im Januar.

Wegen $1920 - 660 = 1260$ und $1260 : 12 = 105$ wurden im Januar somit 105 Tische produziert.

a) Aus $105 + 50 = 155$ folgt, daß im Juni 155 Tische angefertigt wurden.

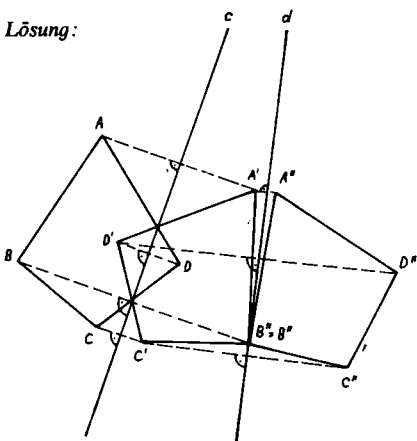
b) Wegen $105 + 110 = 215$ wurden im Dezember 215 Tische hergestellt.

4. Spiegele die Figur $ABCD$ auf dem Arbeitsblatt nacheinander an den gegebenen Geraden c und d !



Eine Beschreibung der Konstruktion ist nicht erforderlich.

Lösung:



Olympiadeklasse 7

1. a) Ein rechteckiges Flurstück ist durch einen Weg in zwei rechteckige Felder geteilt. Die Länge des Flurstücks, parallel zu diesem Weg gemessen, beträgt 105 m. Die Breite des ersten Teilfeldes beträgt 270 m, die des zweiten Teilfeldes 180 m.

Der Weg ist 3 m breit.

Ermittle den Flächeninhalt des ersten Teilfeldes und den des zweiten Teilfeldes!

b) Das gesamte Flurstück wird nun zu einem großen Feld zusammengelegt, indem der Weg mit umgepflügt wird.

Ermittle den Flächeninhalt des so entstehenden großen Feldes!

c) Ermittle, wieviel Meter Draht für einen elektrischen Weidezaun gebraucht werden, wenn dieses Gesamtfeld vollständig mit zwei Drähten umspannt werden soll! Dabei sollen Durchgänge und Befestigung des Drahtes dadurch berücksichtigt werden, daß der doppelte Umfang um ein Hundertstel erhöht wird. (Es ist auf volle Meter zu runden.)

Hinweis zu a) und b): Die Flächeninhalte sind in Hektar anzugeben, auf zwei Dezimalstellen gerundet.

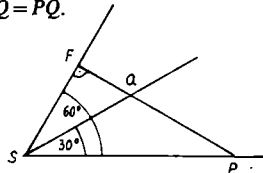
Lösung: a) Das erste Teilfeld hat die Länge 105 m und die Breite 270 m, wegen $105 \cdot 270 = 28350$ also den Flächeninhalt 28350 m^2 , d. h. in der angegebenen Weise gerundet 2,84 ha. Das zweite Teilfeld hat die Länge 105 m und die Breite 180 m, wegen $105 \cdot 180 = 18900$ also den Flächeninhalt 18900 m^2 , d. h. 1,89 ha.

b) Das gesamte Flurstück hat die Länge 105 m und wegen $270 + 3 + 180 = 453$ die Breite 453 m, wegen $105 \cdot 453 = 47565$ also den Flächeninhalt 47565 m^2 , d. h. gerundet 4,76 ha. (Man kann auch so rechnen: Der Weg hat wegen $105 \cdot 3 = 315$ gerundet den Flächeninhalt 0,03 ha. Wegen $2,84 + 0,03 + 1,89 = 4,76$ ergibt sich so der Flächeninhalt 4,76 ha.)

c) Das gesamte Flurstück hat wegen $2 \cdot (105 + 453) = 2 \cdot 558 = 1116$ den Umfang 1116 m. Für den Zaun werden wegen $2 \cdot 1116 = 2232$ und wegen $2232 : 100 = 22,32$ sowie $2232 + 22,32 = 2254,32$ daher gerundet 2254 m Draht gebraucht.

2. Gegeben sei ein Winkel mit dem Scheitelpunkt S und der Größe 60° . Auf einem seiner Schenkel liege ein Punkt P . Von P sei das Lot auf den anderen Schenkel gefällt. Der Schnittpunkt dieses Lotes mit der Halbierenden des gegebenen Winkels heiße Q . Beweise, daß Q auf der Mittelsenkrechten der Strecke SP liegt!

Lösung: Der Fußpunkt des Lotes von P auf den anderen Schenkel sei F . Nach Voraussetzung ist $\angle FSP = 60^\circ$ und $\angle PFS = 90^\circ$; wegen des Winkelsummensatzes, angewandt auf das Dreieck SPF , folgt $\angle SPF = 30^\circ$. Außerdem ist nach Voraussetzung $\angle QSP = 30^\circ$; also ist das Dreieck SPQ gleichschenkelig mit $SQ = PQ$.

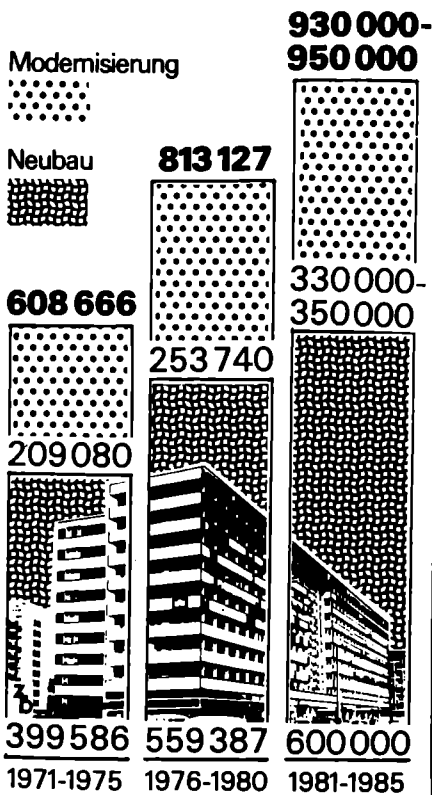


Folglich ist Q ein Punkt der Mittelsenkrechten von SP , w. z. b. w.

3. Ermittle alle Paare $(a; b)$ natürlicher Zahlen a und b mit $0 < a < b$, deren größter gemeinsamer Teiler 15 und deren Produkt 7875 ist!

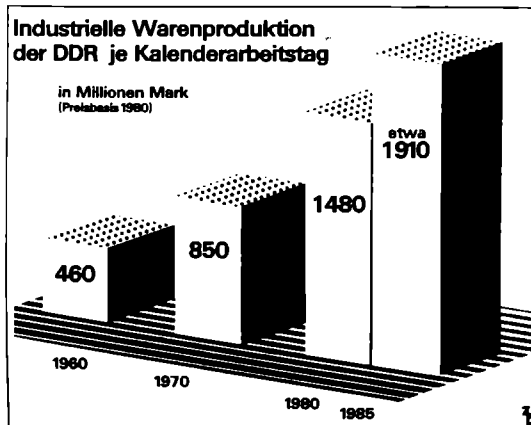
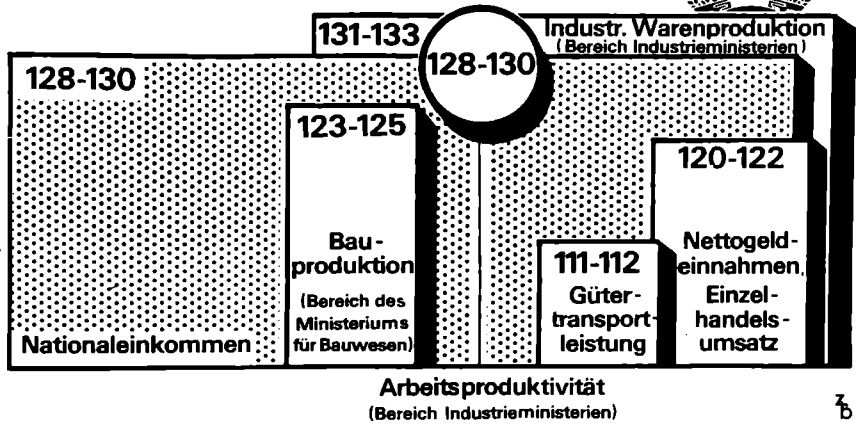
Fortsetzung in alpha 1/82

WOHNUNGSBAU- PROGRAMM DER DDR



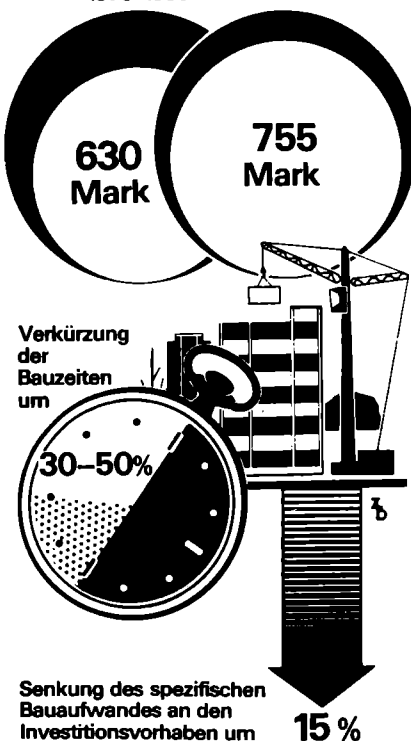
Entwicklung der Volkswirtschaft 1981 bis 1985

Zuwachs in Prozent



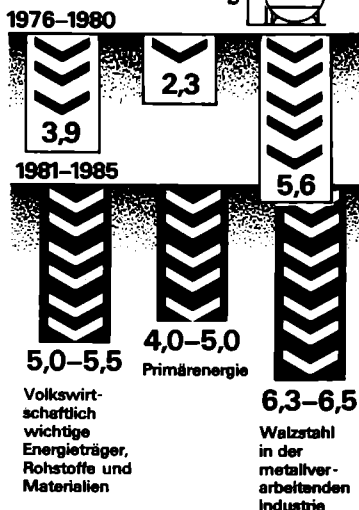
Neue Maßstäbe der Investitionspolitik

Warenproduktionszuwachs
je 1000 Mark eingesetzte Investitionen
1976-1980 1981-1985



MATERIAL- UND ENERGIEÖKONOMIE

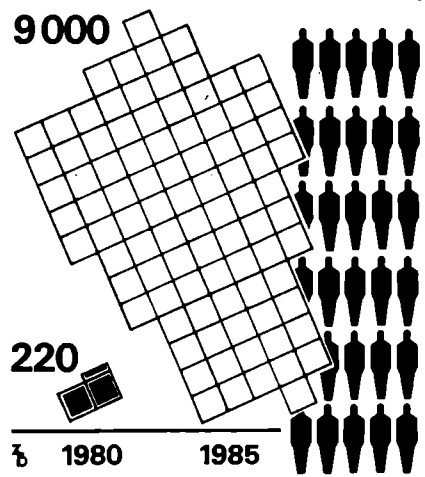
Senkungsraten des spezifischen Verbrauchs durchschnittlich pro Jahr in Prozent



Perspektiven

Bis 1985 Einsatz von 9 000
INDUSTRIEROBOTERN

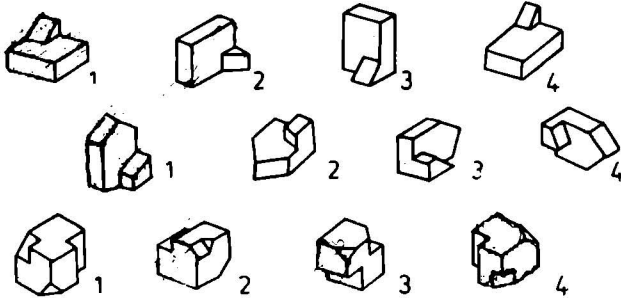
≈ Leistungsvermögen von
25 000 - 30 000
Produktionsarbeitern



Spaß für freie Stunden

Zwölf Figuren

In jeder der Reihen sind zwei Figuren gleich. Finde diese!



Aufregender Spaziergang

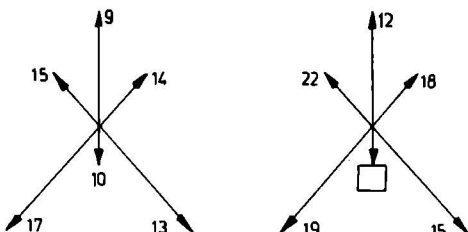
Sieben Erwachsene haben in dieser turbulenten Menge ihre Kinder verloren. Hilf ihnen, sie wiederzufinden! Dabei raten wir dir, nach gemeinsamen Merkmalen zu suchen: gleiche Muster auf den Schals, Pullovern, gleiche Abzeichen und ähnliches.



Dominospiel

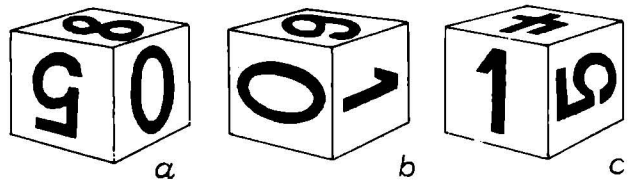
Alla, Galja, Lena und Marina spielen Domino.
Marina ist jünger als Galja.
Lena ist älter als jede ihrer Gegnerinnen.
Marina ist älter als ihre Partnerin.
Alla und Galja sind zusammen älter als Lena und Marina zusammen.
Wer hat mit wem gespielt? Wie sind die Mädchen dem Alter nach zu ordnen?

Auf dem Schema unten fehlt eine Zahl. Sie ist durch ein Quadrat ersetzt. Welche Zahl setzt du dort ein?



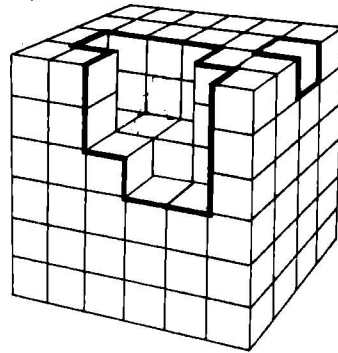
Drei Würfel

Auf den sichtbaren Flächen des Würfels sind die Ziffern 0, 1, 4, 5, 6, 8 aufgetragen. Der Zeichner hat ihn in drei Stellungen gezeichnet. Sage nun, welche Ziffer sich in jeder der drei Positionen auf der unteren, verdeckten Fläche befindet!



In zwei Minuten gelöst

1. Wie viele Würfel sind hier aufgebaut?
2. Wie viele Würfel sind herausgenommen?

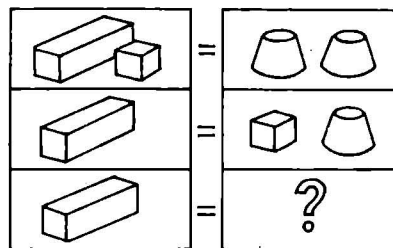


Die große Familie

Eine Familie hat viele Kinder. Sieben von ihnen essen gern Weißkraut, sechs Möhren, fünf Erbsen. Vier mögen besonders Weißkraut und Möhren, drei Weißkraut und Erbsen, zwei Möhren und Erbsen. Einer ißt alles gern. Wie viele Kinder hat die Familie?

Quader gegen Würfel

Wieviele Würfel müssen auf die Waage, um den Quader aufzuwiegen?



Diese Aufgaben entnahmen wir dem sowjetischen Unterhaltungsbuch. Es enthält 217 Rätsel, Spiele und Denkaufgaben.

Autorenkollektiv

Spaß in freien Stunden

191 Seiten, zahlreiche Bilder Preis 11,80 M

Bestell-Nr. 6724450

Verlag MIR, Moskau/Verlag für die Frau, Leipzig