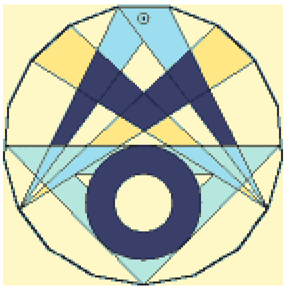
Mathematische Wettbewerbe

Mathematische Wettbewerbe besitzen schon eine lange Tradition. Der ungarische Kürtschak-Wettbewerb wird bereits seit 1894 durchgeführt.

Eötvös-Kürtschak-Wettbewerb 1894:

Aufgabe 1: Ist 2x+3y bei ganzzahligen Werten von x und y durch 17 ohne Rest teilbar, so ist auch 9x+5y bei denselben Werten von x und y durch 17 ohne Rest teilbar. Beweisen Sie die Richtigkeit dieser Behauptung!
Aufgabe 2: Es sind zwei Punkte P und Q innerhalb des Kreises K gegeben. Konstruieren Sie ein dem Kreis einbeschriebenes rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete durch P und dessen andere Kathete durch Q geht! Bei welcher Lage von P und Q ist diese Aufgabe unlösbar?
Aufgabe 3: Die Seiten eines Dreiecks bilden eine arithmetische Folge, deren Differenz d ist; die Fläche des Dreiecks beträgt F Flächeneinheiten. Wie groß sind die Seiten und Winkel des Dreiecks? Welche Werte erhalten Sie, wenn d = 1 und F = 6 beträgt?

In der UdSSR begannen die Städte Leningrad (1934) und Moskau (1935) mit den Mathematikolympiaden; den ersten vierstufigen Wettbewerb zwischen den Siegern aus den Sowjetrepubliken gab es 1959/60.
Mehrstufige Wettbewerbe besaßen zu diesem Zeitpunkt in Polen (seit 1949), in Bulgarien (seit 1950) und in der CSSR (seit 1951) bereits Tradition. Der Beginn der Mathematikolympiaden in Rumänien liegt bereits vor dem 2. Weltkrieg. In der DDR wurde 1961 mit den regelmäßigen Mathematikolympiaden begonnen.
In den USA gibt es seit 1950 einen in der Form eines Multiple-Choice-Tests durchgeführten Wettbewerb. In der früheren BRD wurde der Bundeswettbewerb Mathematik erst 1970 ausgeschrieben. Da der Bundeswettbewerb anders strukturiert ist als eine Mathematikolympiade, war die BRD bis 1990 das einzige europäische Land ohne landesweite Mathematikolympiade.



DDR-Mathematikolympiade, Deutsche Mathematikolympiade

Die Mathematik-Olympiade wurde Anfang der 60er Jahre in der DDR ins Leben gerufen. Es fanden Schul-, Kreis-, Bezirks- und DDR-Olympiaden statt. Der DDR-Ausscheid fand zunächst im März jeden Jahres in der Jugendhochschule „Wilhelm Pieck “ bei Berlin, später im Mai in Erfurt statt. Damit in engem Zusammenhang stehen die Mathematik-Spezialklassen in der DDR.
Vom Schuljahr 1962/1963 an konnten die 4 Runden etwa so wie heute durchgeführt werden. Die Olympiaden fanden ein breites öffentliches Interesse. Zeitungen, Rundfunk, Fernsehen und Wochenschau berichteten ausführlich über Aufgaben, Teilnehmer und das Rahmenprogramm der Wettbewerbe. Die Teilnehmerzahlen waren sehr hoch.
1966/67 wurden in der 1. Runde (Hausaufgaben) 987000 Teilnehmer registriert, das waren etwa 75% der zur Teilnahme berechtigten Schüler. Die Klausurwettbewerbe hatten 1966/67 in der 2. Runde (Kreisolympiade) 5000, in der 3. Runde (Bezirksolympiade) 2770 und in der 4. Runde (DDR-Olympiade) 240 Teilnehmer. Aus dem Kreis der Preisträger der 4. Runde wurden die 12 bis 14 Kandidaten für einen etwa 10-tägigen Vorbereitungskurs zur Internationalen Mathematik-Olympiade ausgewählt.
Im Jahre 1993 wurde eine Befragung von Teilnehmern der 4.Runde der DDR-Mathematik-Olympiade der Jahre 1963 bis 1973 durchgeführt. Von 357 Teilnehmern waren 201 Diplommathematiker oder Mathematiklehrer geworden sowie 140 Naturwissenschaftler und Ingenieure. Davon haben 194 zum Dr. rer . nat. oder Dr. paed. (Mathematik-Didaktik) promoviert, darunter hatten sich 52 habilitiert. 49 promovierten zum Dr.-Ing., von denen sich 5 habilitierten. 8 promovierten in anderen Disziplinen. 26 wurden zu Professoren berufen, 15 waren Dozenten.

Mathematikolympiade

Die Mathematik-Olympiaden sind ein vierstufiger Wettbewerb, der zur Förderung mathematisch interessierter Schülerinnen und Schüler der Klassen 5 bis 13 dient. Dieser Wettbewerb wird getragen vom Verein Mathematik-Olympiaden e. V.:
Adresse des Mathematik-Olympiaden e. V.:

Prof. Dr. Jürgen Prestin
Universität zu Lübeck, Institut für Mathematik
Ratzeburger Allee 160
23562 Lübeck
http://www.mathematik-olympiaden.de/

Die einzelnen Stufen des Wettbewerb sind:
1. Stufe: Schul-Olympiade
Diese Stufe findet noch nicht in Form einer Klausur statt. Vielmehr werden die Aufgaben- und Lösungstexte, für Schüler ab Klasse 5, an die Schulen versandt und können dort in unterschiedlicher Weise genutzt werden.

2. Stufe: Kreis- oder Regional-Olympiade
Die Aufgaben dieser Stufe werden in einer Klausur bearbeitet. Der Termin hierfür ist Anfang November. Ab dieser Stufe sind die Lösungstexte auch mit einer Punktebewertung versehen, um einen Vergleich der Leistungen zu ermöglichen.

3. Stufe: Landes-Olympiade
Es gilt sinngemäß dasselbe wie für die zweite Stufe, jedoch ist der Klausurtermin in der Regel Februar.

4. Stufe: Deutschland-Olympiade
Einmal im Jahr, im Mai, werden Schüler ab Klasse 8 aus ganz Deutschland von einem Bundesland zur vierten Stufe der Olympiaden eingeladen. Da die Aufgaben schon höhere Anforderungen stellen, ist es empfehlenswert, wenn die Teilnehmer bereits durch vorangehende Förderung und eigene Beschäftigung mit der Mathematik gute Fähigkeiten mitbringen und möglichst in den ersten drei Stufen Erfahrungen sammeln konnten.

Adam-Ries-Wettbewerb

Der Adam-Ries-Wettbewerb (ARW) wird für Schüler der Klassenstufe 5 seit 1981 durchgeführt. Er wurde als einstufiger Mannschaftswettbewerb des damaligen Bezirks Karl-Marx-Stadt konzipiert und hat in den nunmehr 21 Jahren wesentliche Veränderungen erfahren. So wurde z.B. anlässlich des 500. Geburtstages von Adam Ries im Jahre 1992 der Adam-Ries-Wettbewerb in den Ländern Bayern/Oberfranken, Thüringen und Sachsen ausgeschrieben, getragen von den Adam-Ries-Städten Staffelstein (Geburtsort von Ries), Erfurt (erste Wirkungsstätte als Rechenmeister) und Annaberg-Buchholz (Ort seiner langjährigen Arbeit als Rechenmeister). Derzeit wird der ARW als dreistufiger Wettbewerb der Bundesländer Bayern/Oberfranken, Thüringen und Sachsen unter Beteiligung von Tschechien in der dritten Stufe durchgeführt. Folgende organisatorische Strukturen liegen diesem Wettbewerb zugrunde:
1. Stufe ... Hausaufgaben auf Landesebene in Sachsen, Thüringen, Oberfranken unter Verantwortlichkeit der Schulen
1. Stufe - Teil 2 ... Klausurwettbewerb für die Teilnehmer am Teil 1 auf Landesebene unter Verantwortlichkeit der Schulen
2. Stufe ... Zentraler Klausurwettbewerb in zwei Teilen für je 50 ausgewählte Schüler der Klassenstufe 5 auf Landesebene
3. Stufe ... Zentraler Klausurwettbewerb in zwei Teilen für je 10 ausgewählte Schüler jedes der Länder Bayern/Oberfranken, Thüringen, Tschechien und Sachsen der Klassenstufe 5 in Annaberg-Buchholz (Vierländerwettbewerb)
Der Erfolg des Wettbewerb zeigt sich einerseits an der hohen Teilnehmerzahl, andererseits an den Erfolgen von Schülern bei weiterführenden Wettbewerben (z.B. 6 Preisträger bei der IMO). Im Freistaat Sachsen wird der Wettbewerb unter Trägerschaft des Adam-Ries-Bundes e.V. durchgeführt. Adam-Ries-Bund e.V., PF 100102, 09441 Annaberg-Buchholz; Tel.: 03733/429086

ABC-Mathematikolympiade

Die ABC-Mathematikolympiade wurde in der DDR ab 1963 jährlich für die Schüler der Klassen 1 bis 4 am Anfang des Schuljahrs durchgeführt. Ziel war es:
"Sie sollen bei den Schülern von der 1.Klasse an die Liebe zur Mathematik wecken, vorhandenes mathematisches Interesse weiter fördern, die Lust am mathematischen Denken und Knobeln entwickeln helfen und damit zu einer sinnvollen Freuzeitbeschäftigung beitragen." (Quelle: Alpha 1/1981)

Die Aufgaben der 1.Stufe wurden in der DDR-Kinderzeitschrift "ABC-Zeitung" veröffentlicht. Die erfolgreichsten Teilnehmer konnten in einer 2.Stufe die Besten ermitteln.
Allein 1980 erhielten 180170 Schüler die Urkunde für erfolgreiche Teilnahme, d.h. der größte Teil der Grundschüler nahm an diesem Wettbewerb teil.
Nach dem Anschluss der DDR an die BRD 1990 konnte die ABC-Mathematikolympiade nicht gerettet werden und wurde ersatzlos gestrichen.

Beispielaufgaben Klasse 4 (1.Stufe 1980)
2a) 307536 + 63001 + 286 + 4028
4) Wie groß ist die Summe, wenn der eine Summand 1360 und der andere das 50fache dieser Zahl ist?
Klasse 4 (2.Stufe 1980, Erfurt)
2) In Halle wurden im Jahre 1977 in jedem der etwa 210000 Haushalte 40 kg Altpapier an die Sammelstellen abgegeben. Eine Tonne Altpapier entspricht etwa dem Wert einer Kiefer von 80 Jahren. Wieviel Kiefern im Alter von 80 Jahren konnten durch das abgegebene Altpapier erhalten bleiben?

38. Bundesolympiade Mathematik 1999 in Rostock (2.-5. Mai)

39. Bundesolympiade Mathematik 2000 in Berlin (7.-10. Mai)

40. Bundesolympiade Mathematik 2001 in Magdeburg (13.-16. Mai)

41. Bundesolympiade Mathematik 2002 in Hamburg (5.-8. Mai)

42. Bundesolympiade Mathematik 2003 in Bremen (22.-25. Juni)

43. Bundesolympiade Mathematik 2004 in Essen

44. Bundesolympiade Mathematik 2005 in Saarbrücken

45. Bundesolympiade Mathematik 2006 in München

46.Bundesolympiade Mathematik 2007 in Karlsruhe

47.Bundesolympiade Mathematik 2008 in Dresden

48.Bundesolympiade Mathematik 2008 in Lübeck

49.Bundesolympiade Mathematik 2009 in Göttingen

34. Bundesolympiade Mathematik 1995 in Freiberg (7.-10. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Roland Voigt, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig, Sachsen
09 Daniel Polster, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
Martin Weidner, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
Torsten Brand, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig, Sachsen
Gerd Schiffel, Gymnasium Brand-Erbisdorf, Sachsen
Daniel Herden, Überruhr-Gymnasium Essen, Nordrhein-Westfalen
Martin Olbermann, Karolinengymnasium Frankenthal, Rheinland
10 Nico Düvelmeyer, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
Thomas Fischer, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
11 Bertram Felgenhauer, Gymnasium Dresden-Blasewitz, Sachsen
Robert Strich, Georg-Cantor-Gymnasium Halle, Sachsen-Anhalt
12 Ulrich Matthes, Gymnasium Dresden-Blasewitz, Sachsen
Arend Bayer, Gymnasium Sindelfingen, Baden-Württemberg
Gunther Vogel, Humboldt-Gymnasium Ulm, Baden-Württemberg

Insgesamt traten rund 176 Schülerinnen und Schüler zum mathematischen Wettbewerb an. Sachsen war mit 7 ersten Preisen unschlagbar wieder das erfolgreichste Bundesland.

35. Bundesolympiade Mathematik 1996 in Hamburg (12.-15. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

07 Sebastian Waschik, Gymnasium Grootmoor Hamburg (Frühstarter)
08 Andreas Birkefeld, Staatliches Gymnasium Leinfelde Thüringen
Claudia Leonhardt, Werner-Heisenberg-Gymnasium Chemnitz Sachsen
09 Julian Arndts, Goethe-Gymnasium Berlin
Bernd Bandemer, Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt Thüringen
10 Martin Weidner, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena Thüringen

11 Michael Hofmann, Gymnasium Dresden-Blasewitz Sachsen
Christian Saalfrank, Helmholtz-Gymnasium Potsdam Brandenburg
11 Nico Düvelmeyer, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz Sachsen
12 Björn Ruth, Gymnasium Osterode Niedersachsen
Stefan Ocke, Schiller-Gymnasium Bad Lausick Sachsen
Arend Beyer, Gymnasium in den Pfarrwiesen Sindelfingen Baden-Württemberg
Arne Laß, Eichenschule Schieeßel Niedersachsen
Insgesamt traten rund 200 Schülerinnen und Schüler aus allen 16 Bundesländern zum mathematischen Wettbewerb an. Sachsen war mit 4 ersten Preisen wieder das erfolgreichste Bundesland.
Zum ersten Mal wurde die Bundesrunde in einem westlichen Bundesland ausgetragen.

36. Bundesolympiade Mathematik 1997 in Essen (4.-7. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

07 Michael Döhler, Chr.-Graupner-Gymnasium Kirchberg Sachsen (Frühstarter)
08 Volker Schloßhauer, Humboldt-Gymnasium Greifswald Mecklenburg-Vorpommern
Thomas Matthews, Humboldt-Gymnasium Greifswald Mecklenburg-Vorpommern
09 Michael Klotz, Humboldtgymnasium Bad Homburg Hessen
Matthias Klotz, Humboldtgymnasium Bad Homburg Hessen
Jens Windelband, Hegel-Gymnasium Magdeburg Sachsen-Anhalt
10 Julian Arndts, Goethe-Gymnasium Berlin
Adrian Sauerbrey, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin
Roland Voigt, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig Sachsen
11 Daniel Herden, Luisenschule Essen Nordrhein-Westfalen
Christian Saalfrank, Helmholtz-Gymnasium Potsdam Brandenburg
12 Tobias Bahr, Scholl-Gymnasium Ulm Baden-Württemberg
Nico Düvelmeyer, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz Sachsen
13 Jörn Gollisch, Kreisgymnasium Halle Nordrhein-Westfalen
Insgesamt traten 192 Schülerinnen und Schüler aus allen 16 Bundesländern zum mathematischen Wettbewerb an. Sachsen war mit 3 ersten Preisen und 5 weiteren Preisen wieder das erfolgreichste Bundesland.

37. Bundesolympiade Mathematik 1998 in Potsdam (3.-6. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen
08 Michael Döhler, Chr.-Graupner-Gymnasium Kirchberg Sachsen
Volker Grabsch, Geschwister-Scholl-Gymnasium Fürstenwalde Brandenburg
09 Thomas Jäger, Winfriedschule Fulda Hessen
10 Michael Klotz, Humboldtgymnasium Bad Homburg Hessen
11 Roland Voigt, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig Sachsen
12 Martin Langer, Martin-Luther-Schule Marburg Hessen
Martin Olbermann, Karolinen-Gymnasium Frankenthal Rheinland
13 Torsten Schöneborn, Main-Taunus-Schule Hofheim Hessen
Frank Bauer, Hohenstaufen-Gymnasium Kaiserslautern Rheinland
Ronald Koch, Weinberg-Gymnasium Kleinmachnow Brandenburg
Dmitrij Sverdlov, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin
Insgesamt traten 151 Schülerinnen und Schüler aus allen 16 Bundesländern zum mathematischen Wettbewerb an. Hessen war mit 4 ersten Preisen das erfolgreichste Bundesland.

38. Bundesolympiade Mathematik 1999 in Rostock (2.-5. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen
08 Ralf Banisch, Burggymnasium Aken (Sachsen-Anhalt)
Peter Eberhard, Christian-Weise-Gymnasium Zittau (Sachsen)
Fabian Müller,
Bertha-von-Suttner-Oberschule Berlin-Reinickendorf (Berlin)
09 Cedric Effenberger
Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz (Sachsen)
Matthias Merkel, Max-Steenbeck-Gymnasium (Brandenburg)
10 Thomas Jäger, Winfriedschule Fulda (Hessen)
Lars Pätzold, Max-Steenbeck-Gymnasium Cottbus (Brandenburg)
Rudolf Polzer, Einhardschule Seligenstadt (Hessen)
11 Philipp Schapotschnikov, Karls-Gymnasium Stuttgart (Baden-Württemberg)
12 Daniel Herden, Luisenschule Essen (Nordrhein-Westfalen)
Julian Arndts, Goethe-Gymnasium Berlin-Wilmersdorf (Berlin)
In der Klassenstufe 9 wurde überraschenderweise kein 1.Preis vergeben, obwohl die erreichte Punktzahl genügt hätte.

39. Bundesolympiade Mathematik 2000 in Berlin (7.-10. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Toni Karge
Richard-Wossidlo-Gymnasium Waren (Mecklenburg-Vorpommern)
Benjamin Franz
Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg (Sachsen-Anhalt)
Martin Streckfuß, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin (Berlin)

09 Ralf Banisch Ralf, Landesschule Pforta Schulpforte (Sachsen-Anhalt)
Peter Eberhard, Christian-Weise-Gymnasium Zittau (Sachsen)
Martin Huschenbett,
Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt (Thüringen)

10 Volker Grabsch, Gauß-Gymnasium Frankfurt/Oder (Brandenburg)
Christian Reiher, Schyren-Gymnasium Pfaffenhofen (Bayern)

11 Philipp Lampe, Gymnasium Dionysianum Rheine (Nordrhein-Westfalen)
Thomas Jäger, Winfriedschule Fulda (Hessen)

12 Anne Bittig, Max-Steenbeck-Gymnasium Cottbus (Brandenburg)
Steffen Kessler, Georg-Büchner-Gymnasium Winnenden (Baden-Württemberg)
Christoph Kinne, Sophie-Barat-Schule Hamburg (Hamburg)

40. Bundesolympiade Mathematik 2001 in Magdeburg (13.-16. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Paul Hamacher
Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach (Nordrhein-Westfalen)
Lennart Meier, Ceciliengymnasium Bielefeld (Nordrhein-Westfalen)

09 Dirk Lorenz, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz (Sachsen)
Yves Radunz, Theodor-Fontane-Gymnasium Strausberg (Brandenburg)

10 Richard Bamler, Christoph-Probst-Gymnasium Gilching (Bayern)
Peter Eberhard, Christian-Weise-Gymnasium Zittau (Sachsen)
Michael Tyomkyn, Gymnasium Königsbrunn (Bayern)

11 Christian Reiher, Schyren-Gymnasium Pfaffenhofen (Bayern)

12 Thomas Jäger, Winfriedschule Fulda (Hessen)

41. Bundesolympiade Mathematik 2002 in Hamburg (5.-8. Mai)

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Urs Schönenberger, Gymnasium Höchstadt (Bayern)
Julia Steinberg, Gymnasium Eppendorf (Hamburg)
Simon Weißbach, Gymnasium Zschopau (Sachsen)

09 Darij Grinberg, Kant-Gymnasium Karlsruhe (Baden-Württemberg)
Lennart Meier, Ceciliengymnasium Bielefeld (Nordrhein-Westfalen)

10 Katrin Boxberger, Jugenddorf-Christophorus-Schule Rostock (Mecklenburg-Vorpommern)
Yves Radunz, Gymnasium Strausberg (Brandenburg)
Michail Shkolnikov, Gisela-Gymnasium München (Bayern)

11 Richard Bamler, Christoph-Probst-Gymnasium Gilching (Bayern)
Benjamin Matschke, Max-Steenbeck-Gymnasium Cottbus (Brandenburg)

12 Thomas Jäger, Winfriedschule Fulda (Hessen)
Christian Reiher, Schyren-Gymnasium Pfaffenhofen (Bayern)
Michael Tyomkyn, Gymnasium Königsbrunn (Bayern)

42. Bundesolympiade Mathematik 2003 in Bremen (22.-25. Juni)

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Stefan Günther, Gymnasium "Arnoldischule" Gotha (Thüringen)
Sebastian Banert, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz (Sachsen)
Martin Lüders,
Hermann-von-Helmholtz-Gymnasium Potsdam (Brandenburg)

09 Peter Scholze, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain (Berlin)

10 Paul Hamacher,
Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach (Nordrhein-Westfalen)
Igor Gotlibovych, Maria-Theresia-Gymnasium München (Bayern)

11 Christian Hercher, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena (Thüringen)

12 Christian Reiher, Schyren-Gymnasium Pfaffenhofen (Bayern)
Michael Tyomkyn, Gymnasium Königsbrunn (Bayern)
David Bauer, Samuel-von-Pufendorf-Gymnasium Flöha (Sachsen)
Peter Eberhard, Christian-Weise-Gymnasium Zittau (Sachsen)

43. Bundesolympiade Mathematik 2004 in Essen

Sieger in den Olympiadeklassen

08 Toni Heidenreich, Werner-Heisenberg-Gymnasium Riesa (Sachsen)

Peter Kleisinger
Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg (Sachsen-Anhalt)
09 Stefan Günther, Gymnasium "Arnoldischule" Gotha (Thüringen)
Marcus Hanzig,
Max-Steenbeck-Gymnasium Cottbus (Brandenburg)
10 Christian Sattler, Gymnasium Oberalster Hamburg (Hamburg)
Peter Scholze,
Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain (Berlin)
11 Moritz Rodenhausen, Gelehrtenschule Kiel (Schleswig-Holstein)
Paul Jonas Hamacher, Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach (Nordrhein-Westfalen)
Michael Motejat, Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg (Sachsen-Anhalt)
12 Sebastian Brandt, Gymnasium Neckargemünd (Baden-Württemberg)
Yves Radunz, Theodor-Fontane-Gymnasium Strausberg (Brandenburg)
Michael Sinsbeck, Burggymnasium Essen (Nordrhein-Westfalen)
Christopher Wulff, Gymnasium Bad Aibling (Bayern)

44. Bundesolympiade Mathematik 2005 in Saarbrücken

Sieger in den Olympiadeklassen
08 Bertram Arnold (Sachsen-Anhalt)
Lisa Hutschenreiter (Sachsen)
Lisa Sauermann (Sachsen), Frühstarter
09 Florentin Münch (Thüringen)
10 Stefan Günther (Thüringen)
11 Peter Scholze (Berlin) Matthias Ohst (Sachsen-Anhalt)
12 Darij Grinberg (Baden-Württemberg) Christian Sattler (Hamburg)
Unverständlicher Weise wurden in diesem Jahr keine Schulen der Preisträger veröffentlicht.

Länderwertung

Bundesland	1.	2.	3.
Sachsen	2	4	5
Thüringen	2	3	3
Sachsen-Anhalt	2	2	2
Baden-Würtemberg	1	1	1
Hamburg	1	1	1
Berlin	1	1	1

45. Bundesolympiade Mathematik 2006 in München

Sieger in den Olympiadeklassen
07 Lisa Sauermann,
Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden, Sachsen
08 Fabian Gundlach, Gymnasium Neubiberg, Bayern
Frank Nußbaum, Edith-Stein-Schule Erfurt, Thüringen
09 Christian Beck, Heinrich-von-Gagern-Gymnasium Frankfurt a. M., Hessen
Simon Buchholz, Pestalozzi-Gymnasium Unna, Nordrhein-W.
10 Georg Schröter, St. Benno-Gymnasium Dresden, Sachsen
11 Felix Kaschura, Lessing-Gymnasium Hoyerswerda, Sachsen
12 Peter Scholze, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin
13 Darij Grinberg, Kantgymnasium Karlsruhe, Baden-W.
Insgesamt traten 192 Schülerinnen und Schüler aus allen 16 Bundesländern zum mathematischen Wettbewerb an. Sachsen war erneut das erfolgreichste Bundesland.

46. Bundesolympiade Mathematik 2007 in Karlsruhe

Sieger in den Olympiadeklassen
08 Andrea Chlebikova, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig, Sachsen
Alexander Thomas, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
Daniel Papendorf, Gymnasium Korschenbroich, Nordrhein-Westfalen
09 Anna Puchert, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
Phi-Long Phan, Maria-Theresia-Gymnasium München, Bayern
10 Simon Buchholz, Pestalozzi-Gymnasium Unna, Nordrhein-Westfalen
11 Malte Lackmann, Klaus-Groth-Schule Neumünster, Schleswig-Holstein
12/13 Friedrich Feuerstein, Helmholtz-Gymnasium Heidelberg, Baden-Württemberg
Jessica Fintzen, Elsensee-Gymnasium Quickborn, Schleswig-Holstein
Marcus Hantzig, Max-Steenbeck Gymnasium Cottbus, Brandenburg
Martin Lüders, Max-Steenbeck Gymnasium Cottbus, Brandenburg
Peter Scholze, Heinrich-Hertz Oberschule, Berlin
Toman Stefan, Theodor-Fontane-Gymnasium Strausberg, Brandenburg
Matthias Ohst, Roland-Gymnasium Burg, Sachsen-Anhalt

47. Bundesolympiade Mathematik 2008 in Dresden

Vom 4. bis 7.Mai 2008 fand in Dresden die 47.Bundesolympiade der Mathematik statt. 175 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 nahmen teil. Erneut wurde die sächsische Mannschaft die erfolgreichste.
Übrigens wurde das 2008 vom Bundesministerium für Bildung und Forschung zum "Jahr der Mathematik" ausgerufen. Weder ARD noch ZDF, ganz zu schweigen von den Privatsendern, nahmen in irgendeiner Form Notiz von der Bundesolympiade!

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger	Gymnasium
08	David Schmidt	Städt. Stiftsgymnasium Xanten, Nordrhein-Westfalen
	Xianghui Zhong	Kippenberg-Gymnasium, Bremen
09	Christoph Standke	Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
	Alexander Thomas	Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
	Bach-Huy Tran	Couven-Gymnasium Aachen, Nordrhein-Westfalen
10	Aaron Puchert	Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
11	Bertram Niklas Arnold	Georg-Cantor-Gymnasium Halle, Sachsen-Anhalt
	Simon Buchholz	Pestalozzi-Gymnasium Unna, Nordrhein-Westfalen
	Lisa Sauermann	Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden, Sachsen
12/13	Karen Habermann	Felix-Klein-Gymnasium Göttingen, Niedersachsen
	Martin Lüders	Hermann-von-Helmholtz-Gymnasium Potsdam, Brandenburg
	Florentin Münch	Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
	Georg Schröter	St. Benno-Gymnasium Dresden, Sachsen

48. Bundesolympiade Mathematik 2009 in Lübeck

Vom 3. bis 6.Mai 2009 fand in Lübeck die 48.Bundesolympiade der Mathematik statt. 193 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 nahmen teil.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Robin Fritsch, Gymnasium Lehrte, Lehrte (NI)
08	Lucas Mann, Heinrich-Hertz-Gymnasium, Berlin (BE)
08	Deyang Sheng, Heinrich-Heine-Gymnasium, Oberhausen (NW)
09	Dominik Duda, Leibnizschule, Wiesbaden (HE)
09	David Schmidt, Städt. Stiftsgymnasium, Xanten (NW)
10	Michael Schubert, Europäische Schule, Karlsruhe (BW)
10	Christoph Standke, Johannes-Kepler-Gymnasium, Chemnitz (SN)
11	Jean-François Martin, Cité scolaire internationale Europole, Grenoble (XF)
11	Lisa Sauermann, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium, Dresden (SN)
12	Bertram Niklas Arnold, Georg-Cantor-Gymnasium, Halle (ST)
12	Jens Reinhold, Helmholtz-Gymnasium, Bielefeld (NW)
13	Martin Krebs, Jack-Steinberger-Gymnasium, Bad Kissingen (BY)

49. Bundesolympiade Mathematik 2010 in Göttingen

Vom 6. bis 9.Mai 2010 fand in Göttingen die 49.Bundesolympiade der Mathematik statt. 192 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 nahmen teil.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Mirko Speth, Collegium Josephinum Bonn, Nordrhein-Westfalen
08	Jonas Wolter, Detlefsengymnasium Glückstadt, Schleswig-Holstein
08	Christian Bernert, Gymnasium Adolfinum Bückeburg, Niedersachsen
09	Paul Pfeiffer, Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach, Nordrhein-Westfalen
09	Robin Fritsch, Gymnasium Lehrte, Niedersachsen
09	Franz Besold, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden, Sachsen
10	Marius Graeber, Gymnasium Hohenbaden Baden-Baden, Baden-Württemberg
10	Max Phillip Langhof, Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg, Sachsen-Anhalt
11	Michael Schubert, Europäische Schule Karlsruhe, Baden-Württemberg
12	Lisa Sauermann, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden, Sachsen
12	Achim Krause, Martin-Gerbert-Gymnasium Horb, Baden-Württemberg

50. Bundesolympiade Mathematik 2011 in Trier

Vom 8. bis 11.Mai 2011 fand in Trier die 50.Bundesolympiade der Mathematik statt. 192 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 nahmen teil.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Vincent Grande, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig, Sachsen

08	Christian Bernert, Gymnasium Adolfinum Bückeburg, Niedersachnsen
08	Jörn Stöhler, Ignaz-Kögler-Gymnasium Landsberg, Bayern
09	Richard Gräßler, Johannes-Kepler-Gymnasium Chemnitz, Sachsen
09	Jonas Wolter, Detlefsengymnasium Glückstadt, Schleswig-Holstein
09	Simone Zahn, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain, Berlin
09	Adrian Riekert, Johannes-Brahms-Schule Pinneberg, Hamburg
10	Johann Mattutat, Gymnasium am Tannenberg Grevesmühlen, Mecklenburg-Vorpommern
10	Robin Fritsch, Gymnasium Lehrte, Niedersachsen
11	Simon Puchert, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena, Thüringen
11	Dominik Duda, Leibnizschule Wiesbaden, Hessen
12	Lisa Sauermann, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden, Sachsen
12	Bernhard Reinke, Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium Bonn, Nordrhein-Westfalen

51. Bundesolympiade Mathematik 2012 in Frankfurt am Main

Vom 4. bis 7.Mai 2012 fand in Frankfurt am Main die 51.Bundesolympiade der Mathematik statt. 192 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 nahmen teil. Die Olympiade wurde vom Zentrum für Mathematik e.V. durchgeführt.
Problematisch war, dass, erstmals seit Jahren, die Organisation der Veranstaltung sehr zu wünschen übrig ließ.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Kaspar, Kasche, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena Thüringen
08	Nicholas, Schwab, Franz-Ludwig-von-Erthal-Gymnasium Lohr Bayern
08	Konrad von der Gönna, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena Thüringen
09	Christian Bernert, Gymnasium Adolfinum Bückeburg Niedersachsen
10	Lars Munser, Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg Sachsen-Anhalt
10	Adrian Riekert, Johannes-Brahms-Schule Pinneberg Hamburg
10	Simone Zahn, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain Berlin
11	Robin Fritsch, Gymnasium Lehrte Niedersachsen
11	Paul Pfeiffer, Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach Nordrhein-Westfalen
12	Dominik Duda, Leibnizschule Wiesbaden Hessen
12	Kevin Höllring, Städtisches Johannes-Scharrer-Gymnasium Nürnberg Bayern
12	Bernhard Reinke, Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium Bonn Nordrhein-Westfalen

52. Bundesolympiade Mathematik 2013 in Hamburg

Vom 5. bis 8.Mai 2013 fand in Hamburg die 52.Bundesolympiade der Mathematik statt. Die Olympiade wurde vom Zentrum für Mathematik e.V. durchgeführt.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Branko Juran, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain
08	Manfred Paul, Deutschhaus-Gymnasium Würzburg
08	Karl-Albrecht Hellig, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden
08	Sebastian Meyer, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden
09	Kaspar Kasche, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena
09	Urs Flock, Beethoven-Gymnasium Bonn
09	Ferdinand Wagner, Friedrich-Schiller-Gymnasium Leipzig
10	Christian Bernert, Gymnasium Adolfinum Bückeburg
10	Vincent Grande, Wilhelm-Ostwald-Gymnasium Leipzig
10	Max Aehle, Friedrich-Schiller-Gymnasium Marbach/Neckar
11	Lars Munser, Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg
12	David Schmidt, Städtisches Stiftsgymnasium Xanten
12	Paul Pfeiffer, Franz-Meyers-Gymnasium Mönchengladbach

53. Bundesolympiade Mathematik 2014 in Greifswald

Vom 13. bis 16.Juni 2014 fand in Greifswald die 53.Bundesolympiade der Mathematik statt. Die Olympiade wurde vom Zentrum für Mathematik e.V. durchgeführt.

Sieger in den Olympiadeklassen

Klasse	1.Preisträger
08	Marvin Randig, Karl-Friedrich-Schinkel-Gymnasium Neuruppin (BB)
08	Niels Behr, Rabanus-Maurus-Gymnasium Mainz (RP)
08	Raymond Chen, Leibnizschule Frankfurt/Main (HE)

09 Manfred Paul, Deutschhaus-Gymnasium Würzburg (BY)
09 Branko Juran, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain (BE)
09 Martin Drees, Dürer-Gymnasium Nürnberg (BY)
09 Christian Nöbel, Jugenddorf-Christophorusschule Königswinter (NW)
10 Ferdinand Wagner, Friedrich-Schiller-Gymnasium Leipzig (SN)
10 Tim Blödtner, Georg-Cantor-Gymnasium Halle (ST)
11 Pascal Hein, Auguste-Viktoria-Gymnasium Trier (RP)
11 Christian Bernert, Gymnasium Adolfinum Bückeburg (NI)
12 Matthias Paulsen, Gymnasium Miesbach (BY)
12 Lars Munser, Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg (ST)
http://mo2014-mv.de/

54. Bundesolympiade Mathematik 2015 in Cottbus

Vom 14. bis 17.Juni 2015 fand in Cottbus die 54.Bundesolympiade der Mathematik statt.

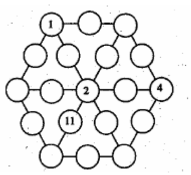
Sieger in den Olympiadeklassen

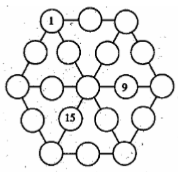
Klasse 1.Preisträger
08 Carla Brunner, Carl-Zeiss-Gymnasium Jena
Alexander Thiel, Michelsenschule Hildesheim
Jonas Walter, Gymnasium Reutershagen, Rostock
Zijian Wang, Helmholtz-Gymnasium Bielefeld
09 Christoph Börger, Gymnasium Wentorf
Benedikt Fröhlich, Johann-Andreas-Schmeller-Gymnasium Nabburg
10 Martin Drees, Dürer-Gymnasium Nürnberg
Branko Juran, Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain
Sebastian Meyer, Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden
Manfred Paul, Deutschhaus-Gymnasium Würzburg
11 Alexander Allin, Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt
Ferdinand Wagner, Friedrich-Schiller-Gymnasium Leipzig
12 Adrian Riekert, Johannes-Brahms-Schule Pinneberg
http://mo2015.de/

40. Mathematik-Olympiade Beispielaufgaben

1. Stufe (Schulrunde), Klasse 5 und 6

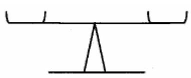
400511: Trage in die Kreise die Zahlen von 1 bis 19 ein. Dabei sollen die zwölf Summen der drei Zahlen in den Kreisen auf allen Sechseckseiten und auf allen Verbindungen von den Eckpunkten zum Mittelpunkt einen einheitlichen Wert haben.





a) Dieser Wert soll 22 betragen. b) Dieser Wert soll 23 betragen.

400512: Eine Aufgabe aus dem Rechenbuch von Adam Ries:
Item / Ein Hoffmeister verdinget einem Wirte 12 Pferde ein Jahr / mit solchem geding / er soll jedem die Wochen geben 2 scheffel Habern / 40 gebund Hew / und 10 gebund Stro / deß Habern gibt man ein Scheffel für 2 groschen / 20 bund Hew für 3 groschen / und 30 bund Stro für 6 groschen. Wie viel sind die Pferde schuldig?
In heutiger Sprache lautet diese Aufgabe etwa so: Ein Hofmeister verleiht einem Wirt 12 Pferde für ein Jahr mit folgender Bedingung: Er soll jedem Pferd pro Woche 2 Scheffel Hafer, 40 Bund Heu und 10 Bund Stroh geben. Für einen Scheffel Hafer muss man 2 Groschen geben, für 20 Bund Heu 3 Groschen und für 30 Bund Stroh 6 Groschen. Wie viel muss der Wirt für die Verpflegung der zwölf Pferde in der Leihzeit aufwenden?
400513: In den folgenden Kryptogrammen bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.
Finde für a), b) und c) jeweils eine Lösung und zeige, dass sie die einzige ist. Gib zu d) vier Lösungen an.
a) AB * AB = CAB b) AA * ABA = AAAA c) AB - BA = A d) VIER
+EINS
FUENF



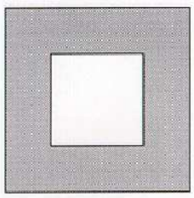
400514: Ein Händler auf einem fernöstlichen Basar hat einen Beutel mit 9 kg Nüssen. Jede Nuss wiegt zwei Gramm. Ein Kunde möchte 2 kg Nüsse kaufen. Natürlich könnte der Händler die Nüsse auszählen; das ist ihm aber zu mühsam. Also will er die Nussmenge auswiegen. Dazu verwendet er eine Balkenwaage. Allerdings hat er an Gewichtsstücken nur noch ein 200g-Stück und ein 50g-Stück.
a) Zeige, wie er diese gewünschte Menge mit vier Wägungen abwiegen kann!
b) Zeige, wie er diese gewünschte Menge sogar mit nur drei Wägungen abwiegen kann!

400613: a) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter a und b gekennzeichneten Leerstellen in 19a9b ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 36 teilbar ist?
b) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter c, d und e gekennzeichneten Leerstellen in c9d9e ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 45 teilbar ist?
c) Durch welche Ziffern können die durch die Platzhalter f und g gekennzeichneten Leerstellen in fgfgf ersetzt werden, damit die dabei entstehende fünfstellige Zahl durch 12 teilbar ist?
Gib jeweils alle Möglichkeiten an! Übrigens: Platzhalter, die mit verschiedenen Buchstaben benannt sind, müssen nicht unbedingt verschiedene Ziffern bedeuten.

400614: Wir spielen mit natürlichen Zahlen: - Wir nehmen eine natürliche Zahl kleiner als 100 und quadrieren sie.
- Dann nehmen wir die beiden letzten Ziffern der so entstandenen Zahl und quadrieren wieder.
- Dann nehmen wir die letzten beiden Ziffern der so entstandenen Zahl und quadrieren wieder ...
Ein Beispiel: 23 → (5)29 → (8)41 → (16)81 → (65)61 → (37)21 → (4)41
Die Zahlen 41, 81, 61 und 21 werden sich - in dieser Reihenfolge - immer wiederholen, sie bilden einen Zyklus. Da dieser Zyklus vier Zahlen enthält, sprechen wir von einem Zyklus der Länge 4. Wir fassen dabei einstellige Zahlen als zweistellige mit 0 als erster Ziffer auf. Auch wenn wir mit der 03 beginnen, laufen wir im oben angegebenen Zyklus: 03 → 09 → 81 ...
a) Was erhältst du, wenn du der Reihe nach mit den Zahlen 01; 02; 03; ..; 11; 12 beginnst?
b) Was kannst du entdecken? Schreibe deine Vermutungen auf und versuche, sie zu beweisen!

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 5

400521: Anke, Bastian und Clemens haben an einem Wettbewerb teilgenommen. Dabei hat Anke mehr Punkte erzielt als die beiden anderen Kinder, und Clemens hat weniger Punkte erreicht als die beiden anderen. Wenn man die Punktzahlen der drei Kinder miteinander multipliziert, ergibt sich das Produkt 120.
a) Wie viele Punkte können die Kinder erreicht haben? Gib alle Möglichkeiten an.
b) Es hat sich herausgestellt, dass der Punktabstand zwischen Anke und Bastian genau so groß ist wie der zwischen Bastian und Clemens. Gib alle Möglichkeiten der Punktverteilung an, für die auch dies zutrifft!



400522: Zerlege den abgebildeten Quadratring
a) durch zwei Geraden in vier gleichgroße Teilstücke
b) durch drei Geraden in sechs gleichgroße Teilstücke
c) durch vier Geraden in acht gleichgroße Teilstücke
d) durch sechs Geraden in zwölf gleichgroße Teilstücke
Das innere Quadrat hat dabei übrigens die halbe Kantenlänge des äußeren Quadrats.

400523: Vier Freunde sind begeisterte Ballspieler; von ihnen spielt je einer Fußball, Handball, Streetball und Tischtennis. Sie verbrachten eine Ferienwoche miteinander. An vier Abenden aßen sie gemeinsam am gleichen Tisch. - Benni saß immer am selben Platz, die anderen Plätze waren an jedem Abend anders besetzt.
- Am Montag hatte Gerrit den Streetballer zu seiner Rechten und den Handballer zu seiner Linken.
- Am Dienstag saß links neben Benni der Fußballer, und der andere Nachbar des Fußballers war Gerrit.
- Am Mittwoch hatte Hannes den Streetballer zur Rechten und den Fußballer zur Linken.
- Am Donnerstag saß links vom Tischtennisspieler der Handballer; gegenüber vom Handballer saß Daniel.
a) Wer spielte was? b) Gib die Sitzordnung am Donnerstag an!

400524: Zwei Räuber stahlen ein Gefäß mit 8 Litern wertvollen Balsams. Auf ihrer Flucht kauften sie von einem Händler zwei leere Kannen. In ihrem Versteck wollten sie den Balsam aufteilen, aber sie stellten zu ihrer Enttäuschung fest, dass ihre Kannen 3 Liter und 5 Liter fassten.
a) Gib an, wie es die beiden Räuber durch Umschütten schaffen konnten, dass sich in einem der drei Gefäß 6 Liter, in einem anderen 2 Liter Balsam befanden!
b) Wie konnten die Räuber es schließlich erreichen, die wertvolle Flüssigkeit gerecht zwischen sich aufteilen?

3. Stufe (Länderrunde), Klasse 5

400531: Herr und Frau Fünfstück haben die drei Kinder Jens, Kati und Sven. Über ihr Alter sagen die Fünfstücks folgendes:
Frau Fünfstück: "Mein Mann ist zwei Jahre älter als ich." Sven: "Meine kleine Schwester Kati ist zwei Jahre jünger als ich."
Jens: "Ich bin drei Jahre älter als Sven." Sven: "Und außerdem ist mein großer Bruder so alt wie Kati und ich zusammen."
Herr Fünfstück: "In drei Jahren bin ich viermal so alt wie Jens dann sein wird."
In wie vielen Jahren feiert Frau Fünfstück ihren fünfzigsten Geburtstag?

400532: Cornelia fragt Christian: "Kannst Du SEE quadrieren?" "Wie bitte??" fragt Christian und schüttelt den Kopf. "Pass auf, ich erkläre es dir," sagt Cornelia. "Wenn du SEE mit SEE multiplizierst, kommt MEINS heraus. Das ist eine jener Aufgaben, bei denen jeder Buchstabe für eine Ziffer steht." "Und ich soll herausfinden, welche Ziffer sich hinter welchem Buchstaben verbirgt - und was dann SEE und MEINS bedeuten", sagt Christian. Und genau das ist jetzt dein Problem!

400533: Adelheid, Burglinde, Christfriede, Dorothea und Edelgard kommen in ein Gartenlokal. Dort gibt es noch zwei freie Tische, einen mit zwei Plätzen an der Hecke und einen mit drei Plätzen mit einer guten Aussicht.
a) Auf wie viele verschiedene Möglichkeiten können sich die fünf Damen an die beiden Tische verteilen? (Es kommt dabei nicht auf die Sitzordnung an den Tischen, sondern nur auf die möglichen Zweier- und Dreiergruppen an.)
b) Leider können sich Burglinde und Dorothea nicht leiden und weigern sich daher, zusammen an einem Tisch zu sitzen. Wie viele Möglichkeiten gibt es unter dieser Voraussetzung?
c) Friederike kommt dazu und hat sich einen Stuhl mitgebracht, den sie an den Zweier-Tisch stellt. Die fünf Damen stehen auf, begrüßen Friederike und wollen sich wieder hinsetzen. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt für die sechs Damen, sich an die beiden immer noch verschiedenen Tische zu gruppieren? (Vergiss nicht die Abneigung von Dorothea und Burglinde!) Hinweis: Wenn du beispielsweise die Sitzordnung mit Burglinde und Edelgard am Zweier-Tisch beschreiben willst, so ist dies am besten durch "BE ACD" anzugeben.

400534: Fritz hat viele gleichgroße Würfel aus verschiedenen Metallen. Jeder Bleiwürfel wiegt 12 g, jeder Messingwürfel wiegt 6 g, jeder Aluminiumwürfel wiegt 3 g.
Er sagt sich jetzt: Ich will einen Bleiwürfel völlig mit einer Schicht von Messingwürfeln umschließen, so dass wieder ein (größerer) Würfel entsteht. a)Wie viele Messingwürfel braucht er?
Dann will Fritz diesen größeren Würfel mit einer Schicht von Aluminiumwürfeln umschließen, so dass wieder ein (nochmals größerer) Würfel entsteht. b) Wieviel wiegt nun sein Würfel-Bauwerk?

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 6

400621: Im Park gibt es ein rechteckiges Blumenbeet. Es ist 8 m lang und 18 m breit. Um dieses Beet herum soll ein rechteckiger Kiesweg angelegt werden, der 50 cm breit sein soll. Um 1m² Kiesweg anzulegen, braucht man 3 Säcke Kies.
a) Wie viele Säcke Kies werden gebraucht?
b) Ein weiteres rechteckiges Beet im Park hat zwar den gleichen Flächeninhalt, es ist aber genauso lang wie breit. Auch hier soll ein Kiesweg von 50 cm Breite angelegt werden, der das Beet umgibt. Wird für diesen Weg genausoviel oder mehr oder weniger Kies gebraucht als für das erste? Gib das Ergebnis in Sack Kies an!

400622: Mara liest ein Buch. a) An den ersten drei Tagen schafft sie pro Tag jeweils den zwölften Teil des Buches. Am Ende des dritten Tages ist sie auf Seite 72 unten. Wie viele Seiten hat das Buch?
b) Am fünften Tag hat sie ebenso viele Seiten gelesen wie am vierten Tag. Nach dem fünften Tag liegen noch halb so viele Seiten vor ihr, wie sie bisher schon gelesen hat. Wie viele Seiten hat sie in den ersten fünf Tagen gelesen?
c) Am siebenten Tag hat sie ebenso viele Seiten gelesen wie am vorigen Tag. Nach sieben Tagen fehlen ihr bis zum Schluss des Buches noch halb so viele Seiten wie sie am ersten Tag gelesen hat. Wie viele Seiten hat sie nach sieben Tagen gelesen?
d) An welchen Tagen war die Zahl der Seiten, die Mara gelesen hat, am größten?
Überzeuge dich zum Schluss, dass du richtig gerechnet hast!

400623: Ein alter Ackerwagen hat vorn und hinten unterschiedlich große Räder. Die Hinterräder haben einen Umfang von 4 Metern, die Vorderräder von 3,50 m.
a) Wie weit ist der Wagen gefahren, wenn sich die Vorderräder zwölfmal gedreht haben?
b) Der Bauer fährt abends vom Feld. Sein Heimweg beträgt 5600 m. Wie viele Umdrehungen haben die Hinterräder weniger gemacht als die Vorderräder?
c) Welchen Weg hat der Ackerwagen zurückgelegt, wenn die Vorderräder achtzig Umdrehungen mehr gemacht haben als die Hinterräder?

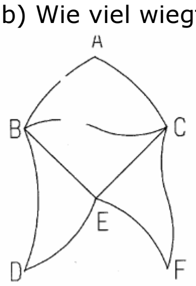
400624: Drei Räuber stahlen ein Gefäß mit 24 Litern wertvollen Balsams. Auf ihrer Flucht kauften sie von einem Händler drei leere Kannen. In ihrem Versteck wollten sie den Balsam aufteilen, aber sie stellten zu ihrer Enttäuschung fest, dass ihre Kannen 5 Liter, 11 Liter und 13 Liter fassten.
a) Gib an, wie es die Räuber durch Umschütten erreichen konnten, dass sich in einem der vier Gefäß 8 Liter Balsam befanden!
b) Wie konnten sie die wertvolle Flüssigkeit gerecht zwischen sich aufteilen, obwohl nur die vier Gefäße zur Verfügung standen?

3. Stufe (Länderrunde), Klasse 6

400631: Herr Siemssen hat drei Töchter, Frauke, Heinke und Wiebke. Er weiß, dass alle drei liebend gern Erdbeeren essen, und stellt ihnen deshalb eine Schüssel voller schöner Erdbeeren auf den Tisch. Auf einem Zettel schreibt er dazu, dass sich jede Tochter ein Drittel nehmen möge. Als Erste kommt Heinke. Sie liest den
Zettel, nimmt sich zunächst eine Erdbeere, da sich die Zahl der Erdbeeren nicht durch 3 teilen lässt, und dann ein Drittel der Erdbeeren. Als Zweite kommt Frauke. Sie glaubt, sie sei als erste gekommen, nimmt sich zunächst auch zwei Erdbeeren, da sich die Zahl der Erdbeeren wieder nicht durch 3 teilen lässt, und vom verbleibenden Rest wieder ein Drittel. Wiebke kommt als letzte, aber auch sie glaubt, als erste zu kommen. Deswegen nimmt auch sie zunächst zwei Erdbeeren - denn die Zahl der Erdbeeren lässt sich wieder nicht durch 3 teilen - und vom verbleibenden Rest wieder den dritten Teil.
Herr Siemssen schaut abends in die Schüssel und stellt zu seinem Erstaunen fest, dass immer noch zwanzig Erdbeeren in der Schüssel liegen, obwohl alle Töchter zu Hause sind. Wie viele Erdbeeren waren anfangs in der Schüssel?
Hinweis: Wenn du gezeigt hast, dass nur die von dir gefundene Anfangszahl wie im Text beschrieben zur Endzahl 20 führen kann, dann weise durch eine Probe nach, dass sie das wirklich tut! (Nur eine Probe zu machen, reicht allerdings nicht, solange nicht klar ist, ob es noch eine zweite Anfangszahl geben könnte, mit der die Probe ebenfalls gelingen würde.)

400632: Adelheid, Burglinde, Christfriede, Dorothea und Edelgard kommen in ein Gartenlokal. Dort gibt es noch zwei freie Tische, einen mit zwei Plätzen an der Hecke und einen mit drei Plätzen mit einer guten Aussicht.
a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die fünf Damen an diesen beiden Tischen Platz zu nehmen? (Es kommt dabei nicht auf die Sitzordnung an den Tischen, sondern nur auf die möglichen Zweier- und Dreiergruppen an.)
b) Leider können sich Burglinde und Dorothea nicht leiden und weigern sich daher, zusammen an einem Tisch zu sitzen. Wie viele Möglichkeiten gibt es unter dieser Voraussetzung?
c) Friederike kommt dazu und hat sich einen Stuhl mitgebracht. Die fünf Damen stehen auf, begrüßen Friederike und wollen sich wieder hinsetzen. Friederike kann ihren Stuhl übrigens sowohl an den Zweier-Tisch wie an den Dreier-Tisch stellen. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt für die sechs Damen, sich an den beiden verschiedenen Tischen zu gruppieren?
(Vergiss nicht die Abneigung von Dorothea und Burglinde!)
d) Friederike möchte eigentlich gern mit Burglinde an einem Tisch sitzen. Bei wie vielen der Möglichkeiten aus c) muss sie dazu mit einer Dame tauschen?
Hinweis: Wenn du beispielsweise die Sitzordnung mit Burglinde und Edelgard am Zweier-Tisch beschreiben willst, so ist dies am besten durch "BE ACD" anzugeben.

400633: Iris hat viele gleichgroße Plättchen aus verschiedenen Metallen. Die Form dieser Plättchen ist immer ein regelmäßiges Sechseck. Die Plättchen aus Blei wiegen jeweils 50 g, die aus Eisen jeweils 30 g und die aus Aluminium jeweils 10 g.
Sie legt um ein Bleiplättchen einen Ring aus Eisenplättchen. Darum legt sie einen Ring aus Aluminiumplättchen. Der nächste Ring ist wieder aus Blei, dann kommt wieder Eisen, dann Aluminium und so weiter bis zu einem neunten Ring (der wieder aus Bleiplättchen besteht).
a) Wie viele Plättchen werden für diese Anordnung insgesamt benötigt?
b) Wie viel wiegt die gesamte Anordnung der Plättchen, also des Mittelplättchens und der neun Ringe?



c) Iris überlegt: Wenn ich mit denselben Regeln weiterbauen würde, würde das Gewicht ja immer weiter anwachsen. Mit dem wievielten Ring würde das Gewicht der gesamten Anordnung den Wert von 30 Kilogramm zum ersten Mal überschreiten?

400634: Eine Aufgabe aus Triangulinien.
In diesem schönen Land gibt es sechs Orte A, B, C, D, E und F. Die Landkarte mit allen existierenden Straßen sieht so aus:
a) Der König wohnt in A, seine Gattin in F. Der König möchte seine Gattin besuchen. Dabei will er die vorhandenen Straßen benutzen, aber auf seinem Weg darf keine der Städte mehr als einmal vorkommen. Wie viele solcher Wege gibt es?
b) Infolge eines Erdrutsches kann die Straße C - E nicht befahren werden. (Vielleicht hat eine böse Fee den Erdrutsch verursacht.) Wie viele der Wege aus a) blieben noch übrig?

400635: Eine Druckerei hat zwei Druckmaschinen A und B. Für den Druck der Auflage eines Buches benötigt man 12 Tage, wenn man nur die Druckmaschine A einsetzt, hingegen 36 Tage, wenn man nur die Maschine B arbeiten lässt.
a) Wie lange dauert der Druck der Bücher, wenn man beide Maschinen gleichzeitig drucken lässt?
b) Da der Auftrag eilt, organisiert der Meister rechtzeitig eine dritte Druckmaschine C, die die gesamte Auflage in 18 Tagen drucken würde. Wie lange brauchen alle drei Maschinen zusammen für den Druckauftrag?
c) Wie viele Tage würde man zusätzlich sparen, wenn man zu den drei Maschinen A, B und C eine weitere Maschine nimmt, die - wie die Maschine C - die gesamte Au age in 18 Tagen drucken könnte?

400636: Ein Würfel hat die Kantenlänge 60 cm. Drei seiner Seitenflächen sind gefärbt, und zwar rot, blau und grün. Die drei farbigen Flächen stoßen in einer Ecke zusammen. Nun wird dreimal gesägt. Die Fläche, die beim Sägen entsteht, ist jedesmal eine ebene Fläche, die im Abstand 20 cm parallel zu einer der drei gefärbten Seitenflächen verläuft, beim ersten Mal parallel zur roten Fläche, beim zweiten Mal zur blauen und beim dritten Mal zur grünen Fläche. Jedesmal nach dem Sägen werden die entstandenen Teilkörper zusammengehalten, so dass sie beim nächsten Sägeschnitt alle weitergeteilt werden.
a) Beschreibe alle mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper! Welche Form haben sie? Wie lang sind sie jeweils, wie breit, wie hoch? Haben sie gefärbte Seitenflächen, und mit welchen Farben? Beschreibe die Gestalt und die gegenseitige Lage dieser gefärbten Seitenflächen der Teilkörper!
b) Wie groß ist die Summe der Oberflächen aller mit dem dritten Sägeschnitt entstandenen Teilkörper?
c) Friederike behauptet: Die Antwort auf diese Frage hängt nicht davon ab, in welchen Abständen von den gefärbten Seitenflächen (statt jedesmal 20 cm) man den Würfel durchgesägt hatte. Maximilian sagt: Doch, davon hängt die Antwort ab. Wer hat recht?

1. Stufe (Schulrunde), Klasse 7

400711: Ein Holzwürfel mit einer Kantenlänge von 30 cm soll in Würfel von 10 cm Kantenlänge zersägt werden.
a) Wie viele Schnitte muss man dabei ausführen? (Das Sägen "im Paket" soll nicht gestattet sein, d.h., ein Sägeschnitt darf jeweils an nur einem Körper ausgeführt werden.) b) Wie viele Würfel erhält man?

400712: Marion und Nicole sammeln farbige Tierfotos. Sie vergleichen die Anzahl der gesammelten Bilder und stellen fest: Zwei Drittel von Marions Fotos sind genauso viel wie drei Viertel von dem, was Nicole gesammelt hat.
Wie viele Fotos hat jedes der beiden Mädchen gesammelt, wenn beide zusammen mehr als 51, aber weniger als 85 Bilder besitzen?

400713: Gabi zerschneidet ein Quadrat mit dem Flächeninhalt von 49 cm² in 49 kleine Quadrate mit dem Flächeninhalt von 1 cm². Sie will unter Verwendung aller kleinen Quadrate genau drei Quadrate zusammenlegen.
Hinweis: Beim Zusammenlegen muss jedes dieser drei Quadrate vollständig ausgefüllt werden, und keines der 49 kleinen Quadrate darf ein anderes der kleinen Quadrate oder eine Teilfläche hiervon überdecken.
Welche Seitenlängen haben die drei so entstehenden Quadrate? Finde alle Möglichkeiten hierfür!

400714: Zu jeder sechsstelligen natürlichen Zahl n, deren Einerziffer von Null verschieden ist, kann man diejenige Zahl n′ bilden, die man erhält, indem man die Ziffern von n in umgekehrter Reihenfolge schreibt. Anschließend kann man die Zahl n + n′ berechnen.
a) Bilde einige Beispiele! Stelle fest, ob es eine Primzahl gibt, durch die alle Zahlen n + n′ deiner Beispiele teilbar sind! Äußere eine Vermutung! Versuche, deine Vermutung zu beweisen!

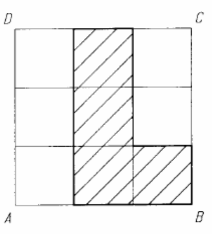


Abb. a

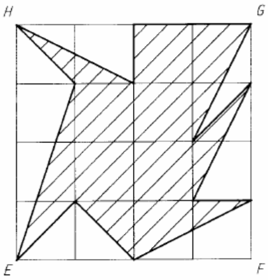


Abb. b

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 7

400721: Lisa, Maxi und Nicole machen beim Hochsprung den Sieg unter sich aus. ¨Über das Ergebnis des Wettkampfes erzählt Tom: "Lisa wurde nicht Erste. Nicole wurde nicht Zweite. Maxi wurde Zweite."
Es stellte sich aber heraus, dass von den drei Aussagen Toms genau eine richtig war. Welches der Mädchen gewann den Wettkampf, wenn außerdem bekannt ist, dass die genannten Mädchen unterschiedliche Höhen übersprangen?

400722: Unter n! (gelesen: n-Fakultät) versteht man das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n.
(Beispiele: 2! = 1 * 2 = 2; 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120. Sinngemäß wird auch 1! = 1 erklärt.)
a) Berechne die Werte der folgenden Terme: $T_1 = 6!+4!$ $T_2 = 6! - 4!$ $T_3 = 6! : 4!$
b) Es gibt eine natürliche Zahl k ≥ 2, für die die folgende Aussage A wahr ist:
A: Für alle natürlichen Zahlen n ≥ k hat der Wert des Terms T(n) = n! - (n - 1)! dieselbe Einerziffer.
Wie lautet die kleinste natürliche Zahl k , für die die Aussage A wahr ist? Wie lautet dann die in A genannte Einerziffer? Begründe deine Antworten!
c) Stelle für jede der folgenden Aussagen X und Y fest, ob sie wahr ist! Begründe deine Feststellungen!
X: Für jede natürliche Zahl n ≥ 2 ist n! durch (n - 1) teilbar.
Y: Für jede natürliche Zahl n ≥ 2 ist (n! - 1) eine ungerade, nicht durch 3 teilbare Zahl..

400723: a) Abb. a zeigt ein Quadrat ABCD, das aus 9 flächeninhaltsgleichen Teilquadraten besteht. Der Umfang der schraffierten Fläche betrage 50 cm. Ermittle unter diesen Voraussetzungen den Flächeninhalt der schraffierten Fläche!

b) Abb. b zeigt ein Quadrat EFGH, das aus 16 flächeninhaltsgleichen Teilquadraten besteht. Die Seitenlänge des Quadrates EFGH betrage a. Ermittle den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von a !

400724: Herr Schmidt will seinen Garten in Ordnung bringen. Er würde dazu 12 Stunden brauchen; das ist ihm zu viel. Deshalb bittet er seine Söhne Max und Philipp um Mithilfe. Wenn alle drei zusammen arbeiten, würden sie die Arbeit in 5 Stunden schaffen. Dabei sei angenommen, dass Philipp ebenso schnell arbeitet wie Max.

a) Schafft Max in einer Stunde mehr oder weniger als sein Vater oder ebenso viel? Begründe deine Antwort!

b) In welcher Zeit würden Max und Philipp zusammen die Arbeit ohne ihren Vater schaffen?

c) Alle drei beginnen zusammen mit der Arbeit. Max hört nach 2 Stunden auf, Philipp nach 4 Stunden. Wie lange muss Herr Schmidt noch allein arbeiten?

3. Stufe (Länderrunde), Klasse 7

400731: Nach vielen Jahren Flug zu einem entfernten Planeten übermittelte eine Sonde ein sensationelles Bild: Es zeigte nur Megaraupen und dreiköpfige Drachen und sonst keine anderen Tiere. Insgesamt konnten genau 26 Köpfe und 298 Beine festgestellt werden. Es wurde auch festgestellt, dass jede Megaraupe 40 Beine und einen Kopf hatte. Wie viele Beine hat demnach auf diesem Planeten ein dreiköpfiger Drache? Weise nach, dass die von dir ermittelte Lösung alle gestellten Bedingungen erfüllt!

400732: Es sei ABC ein Dreieck. Die Größe des Innenwinkels $\angle$ BAC sei mit α bezeichnet und es sei α = 72°. Auf der Seite AC liege ein Punkt D so, dass die Strecken AB, BD, CD die gleiche Länge haben. Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Dreieck ABC gleichschenklig ist!

400733: a) Zeichne 12 Punkte in einer Ebene so, dass es 5 Geraden g_6, g_5, g_4, g_3, g_2 gibt, die folgende Bedingungen erfüllen:

Auf g_6 liegen genau 6 der 12 Punkte; auf g_5 liegen genau 5 der 12 Punkte; auf g_4 liegen genau 4 der 12 Punkte; auf g_3 liegen genau 3 der 12 Punkte; auf g_2 liegen genau 2 der 12 Punkte.

b) Zeichne möglichst wenig Punkte so, dass es 8 Geraden g_9, g_8, ..., g_2 gibt, für die gilt: Auf g_n liegen genau n der gezeichneten Punkte (n = 2, 3, ..., 9). Nenne die Anzahl der gezeichneten Punkte!

400734: "Der Truthahn und die Ente wiegen zusammen 20 Pfund", sagte der Metzger. "Zufällig wiegt der Truthahn eine ganze Anzahl von Pfund. Die Ente ist leichter als der Truthahn, sie kostet aber pro Pfund 20 Pfennig mehr als der Truthahn."

Herr Schwarz kaufte diese Ente für 8,20 DM. Herr Braun zahlte für diesen Truthahn 29,60 DM.

Wie viel hat die Ente gewogen, wie viel der Truthahn? Weise nach, dass deine Lösung alle gegebenen Bedingungen erfüllt!

400735: Zwei Primzahlen p und q heißen Primzahlzwillinge, wenn für sie q = p + 2 gilt. Es seien p und q Primzahlzwillinge und es gelte p > 3. Beweise, dass dann die Summe aus p, q und der Zahl, die zwischen ihnen steht, stets durch 18 teilbar ist!

400736: Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei A. Über der Seite BC sei ein Quadrat mit dem Diagonalenschnittpunkt S so gezeichnet, dass das Dreieck ABC nicht überdeckt wird. Das Lot von S auf die Gerade AB habe den Fußpunkt D. Das Lot von S auf die Gerade AC habe den Fußpunkt E. Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Viereck ADSE stets ein Quadrat ist!

1. Stufe (Schulrunde), Klasse 8

400811: Marion und Nicole sammeln farbige Tierfotos. Sie vergleichen die Anzahl der gesammelten Bilder und stellen fest: Zwei Drittel von Marions Fotos sind genauso viel wie drei Viertel von dem, was Nicole gesammelt hat.

Wie viele Fotos hat jedes der beiden Mädchen gesammelt, wenn beide zusammen mehr als 51, aber weniger als 85 Bilder besitzen?

400812: Andreas, Martin und Robert starten gleichzeitig zum 400-m-Lauf. Als Andreas im Ziel war, hatte Martin noch genau 20 m zu laufen. Als Martin als zweiter Läufer das Ziel erreichte, blieben für Robert noch 20 m. Wie weit war Robert noch vom Ziel entfernt, als Andreas das Ziel erreichte? (Es sei angenommen, dass jeder der drei Genannten die gesamte Strecke mit konstanter Geschwindigkeit durchlief.)

400813: Es soll ein Dreieck ABC konstruiert werden, für das die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

(1) Die Seite BC hat die Länge a = 4 cm.

(2) Der Winkel $\angle$ CBA hat die Größe α = 60°.

(3) Die Summe der Längen b von AC und c von AB beträgt s = b + c = 9 cm.

a) Leite aus der Voraussetzung, ein Dreieck ABC erfülle (1), (2) und (3), eine weitere Bedingung oder weitere Bedingungen für die Punkte A; B und C her!

b) Leite aus (1), (2), (3) und den in a) gefundenen Bedingungen eine Konstruktion eines Dreiecks ABC her!
Beschreibe diese Konstruktion!
c) Beweise: Wenn ein Dreieck ABC nach der Beschreibung in b) konstruiert wurde, dann sind (1), (2) und (3) erfüllt!
Hinweis: Es ist auch möglich, zuerst eine Konstruktion anzugeben und nachträglich die in a) verlangte Bedingung (bzw. die verlangten Bedingungen) herzuleiten.

400814: a) Sven hat ein schlechtes Gedächtnis und kennt die Folge der Primzahlen nur bis zur Primzahl 31 auswendig. Er soll die Zahl 813841 in Primfaktoren zerlegen. Dazu steht ihm zwar ein Taschenrechner, aber keine Primzahltafel zur Verfügung. Wie kann Sven die gestellte Aufgabe lösen?
b) Sven hat am Lösen solcher Aufgaben Spaß gefunden. Er zerlegt die 813813, die 841841 und weitere sechsstellige Zahlen des Typs abcabc in Primfaktoren. Dabei kommt er zu einer Vermutung über Primzahlen, die Teiler von Zahlen dieses Typs sind. Formuliere eine solche Vermutung! Versuche, deine Vermutung zu beweisen!
Untersuche entsprechende Primzahl-Aussagen zu anderen speziellen Typen sechsstelliger Zahlen, etwa Zahlen des Typs abccba; ababab, oder abbabb! Hinweis: Die Schreibweise abcdef bezeichne hier die Zahl, die mit den Ziffern a; b; c; d; e; f in dieser Reihenfolge geschrieben wird.

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 8

400821: Herr Wolf gibt seinen drei Söhnen Andreas, Björn und Christian Taschengeld. Er hat dafür einen bestimmten Betrag zur Verfügung. Andreas bekommt ein Drittel dieses Betrages und noch 3 DM dazu; Björn erhält ein Drittel des verbleibenden Restes und noch 3 DM dazu; für Christian sind die restlichen 35DM bestimmt.
Wie viel Taschengeld hat der Vater insgesamt seinen drei Söhnen zugedacht? Wie viel Geld erhalten Andreas und Björn?
Überprüfe, dass durch die von dir ermittelten Beträge die im Aufgabentext verlangte Aufteilung des Gesamtbetrages vorliegt!

400822: Ria, Sarah und Tom spielen ein Spiel: Zu Anfang wählen sie drei ganze Zahlen a; b; c mit $a > b > c > 0$. Dann spielen sie mehrere Runden des Spiels; in jeder Runde gilt: Einer der drei wird Erster und bekommt a Punkte, ein anderer wird Zweiter und bekommt b Punkte, der dritte wird Letzter und bekommt c Punkte. Außerdem wird noch als bekannt vorausgesetzt: In der zweiten Runde hatte Sarah a Punkte bekommen; der Endstand lautete: Ria 20 Punkte, Sarah 10 Punkte, Tom 9 Punkte.
a) Weise nach, dass genau 3 Runden gespielt wurden!
b) Wer gewann die erste Runde?
c) Wie viele Punkte erzielte Tom in der letzten Runde?
Überprüfe auch, dass es eine Angabe möglicher Punktzahlen (der Spieler in den einzelnen Runden) gibt, bei der alle oben vorausgesetzten Punktverteilungs-Aussagen erfüllt werden!

400823: a) Über fünf Zahlen a; b; c; d; e werden die folgenden Aussagen (1) bis (8) vorausgesetzt:
(1) $a > e$, (2) $b < c$, (3) $c > e$, (4) $d < e$, (5) $a > b$, (6) $b < d$, (7) $c > a$, (8) $a > d$,
Ordne unter diesen Voraussetzungen die Zahlen der Größe nach! Zeige, dass man dieselbe Lösung erhalten kann, wenn man vier geeignete der Voraussetzungen nicht heranzieht!.
b) Über vier Zahlen m; n; o; p werden die folgenden Aussagen (1) bis (3) vorausgesetzt:
(1) $p > o$, (2) $m+n=o+p$, (3) $m+p < n+o$. Ordne unter diesen Voraussetzungen die Zahlen der Größe nach!

400824: Es soll ein Dreieck ABC konstruiert werden, für das die folgenden Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt sind:
(1) Für die Längen a; b; c der Seiten BC; CA, bzw. AB gilt $u = a + b + c = 10$ cm.
(2) Für die Größe α des Winkels $\angle BAC$ gilt $\alpha = 66°$.
(3) Für die Größe β des Winkels $\angle CBA$ gilt $\beta = 50°$.
a) Leite aus diesen Bedingungen weitere Aussagen her, die zu einer Konstruktion von ABC führen können!
b) Beschreibe eine so hergeleitete Konstruktion von ABC!
c) Beweise, dass umgekehrt gilt: Wenn ein Dreieck ABC nach deiner Beschreibung konstruiert wird, dann sind die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt. Hinweis: Die Reihenfolge der Teilaufgaben a), b), c) wird nicht vorgeschrieben. Du kannst also z.B. erst eine Konstruktionsbeschreibung geben, wie in b) verlangt, und a) später nachholen (d.h. den Beweis der Aussage: Wenn ein Dreieck ABC die Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt, dann kann es nach der Beschreibung aus b) konstruiert werden).

3. Stufe (Länderrunde), Klasse 8

400831: Herr Schmitz berichtet von einem Geschäft, in dem er in 30 Minuten genau die Hälfte seines Geldes ausgegeben hat. Er hatte anfangs nicht mehr als 175 DM bei sich. Verblüfft stellte er fest, dass er nach dem Geschäft den gleichen Betrag an Pfennig besaß wie vorher an Mark und den halben Betrag an Mark wie vorher an Pfennig. Wie viel Geld hat Herr Schmitz ausgegeben?

Weise nach, dass der ermittelte Betrag die gestellten Bedingungen erfüllt!

400832: Es sei ABC ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge a = 4cm. Gesucht sind alle Punkte P, die folgende Bedingung erfüllen: (1) P liegt auf der Mittelsenkrechten von AB.
(2) Die Summe der Abstände, die P von den Punkten B und C hat, ist so groß wie die Summe der Abstände, die A von den Punkten B und C hat.
a) Beschreibe, wie solche Punkte konstruiert werden können, und fertige eine Konstruktionszeichnung an!
b) Beweise: Wenn ein Punkt nach dieser Beschreibung konstruiert wird, dann erfüllt er die gestellten Bedingungen.

400833: a) Zeichne 12 Punkte in einer Ebene so, dass es 5 Geraden g_6, g_5, g_4, g_3, g_2 gibt, die folgende Bedingungen erfüllen:
Auf g_6 liegen genau 6 der 12 Punkte; auf g_5 liegen genau 5 der 12 Punkte; auf g_4 liegen genau 4 der 12 Punkte; auf g_3 liegen genau 3 der 12 Punkte und auf g_2 liegen genau 2 der 12 Punkte.
b) Wie viele Punkte muss man in einer Ebene mindestens zeichnen, so dass sich für n = 2, 3, 4, . . . , 8, 9 jeweils eine Gerade g_n zeichnen lässt, auf der genau n Punkte liegen?
Zeichne die von dir angegebene Anzahl von Punkten so, dass es 8 Geraden g_9, g_8, . . . , g_2 gibt, die die an sie gestellten Bedingungen erfüllen! Beweise, dass es keine kleinere als die von dir angegebene Anzahl von
Punkten gibt, die die gestellten Bedingungen erfüllen!

400834: Der Weg von Adorf nach Bedorf besteht ausschließlich aus Anstiegen und Gefällestrecken. Ein Radfahrer erreicht auf den Anstiegen eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 12 Kilometern pro Stunde, auf den Gefällestrecken von 20 Kilometern pro Stunde. Für den Weg von Adorf nach Bedorf benötigt er 2 Stunden und 6 Minuten, für den Rückweg 1 Stunde und 54 Minuten.
Ermittle aus diesen Angaben die Gesamtlänge des Weges sowie die Länge der Anstiege und die Länge der Gefällestrecken auf der Hinfahrt!

400835: Ermittle die Anzahl aller siebenstelligen Zahlen, die folgende Bedingungen (1) und (2) erfüllen:
(1) Die gesuchten Zahlen sind durch 15 teilbar.
(2) Jede der gesuchten Zahlen wird mit sieben aufeinanderfolgenden Ziffern aus der Folge 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 geschrieben, wobei diese dann in beliebiger Reihenfolge verwendet werden können.

400836: Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei A. Über der Seite BC sei ein Quadrat mit dem Diagonalenschnittpunkt S so gezeichnet, dass das Dreieck ABC nicht überdeckt wird. Das Lot von S auf die Gerade AB habe den Fußpunkt D. Das Lot von S auf die Gerade AC habe den Fußpunkt E. Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Viereck ADSE stets ein Quadrat ist!

4. Stufe (Bundesrunde), Klasse 8

400841: Beim Großen Preis von Schönheide wurde unter den Springreitern ein Stechen erforderlich, an dem nur noch Alex, Boris, Chris und Danny teilnahmen. Bei einem solchen Stechen erreicht jeder der vier Reiter genau eine Platznummer (Erster, Zweiter, Dritter, Vierter). Einige Fans machten Vorhersagen, etwas nebulös, wie sie es gewohnt waren. Sie sagten:
(1) Jede der vier Platznummern wird genau einmal erreicht.
(2) Wenn Alex nicht Erster wird, dann wird Chris Vierter.
(3) Und wenn Chris Dritter wird, dann wird Alex sogar Letzter.
(4) Nun, jedenfalls wird Alex, verglichen mit Danny, einen besseren Platz erreichen.
(5) Immerhin: Wenn Boris nicht Erster wird, dann wird Alex Dritter.
(6) Wenn Chris Zweiter wird, dann wird Danny gewiss nicht Vierter.
(7) Wenn Chris sogar Erster wird, dann wird Danny Zweiter.
(8) Wenn aber Danny nicht Zweiter wird, dann wird auch Boris nicht Zweiter.
Ein weiterer Fan, der das hörte, meinte: Wenn alle diese Vorhersagen wahr sind, dann gibt es ja höchstens eine Möglichkeit, wie sich die Plätze verteilen! Zeige, dass er Recht hat! Wie lautet diese Platzverteilung? Weise auch nach, dass in der Tat bei dieser Platzverteilung alle Vorhersagen (1) bis (8) wahr sind! Hinweis: Eine "Wenn – dann" - Aussage, in der die mit "Wenn" eingeleitete – und ohne dieses " Wenn" betrachtete – Aussage falsch ist, ist wahr.

400842: Es sei ABC ein Dreieck; die Längen der Seiten BC, AC, AB seien wie üblich mit a, b, c und die Größe des Winkels BAC mit α bezeichnet. Ferner sei r die Radiuslänge des Inkreises und F der Berührungspunkt des Inkreises mit AB.
Es ist zu beweisen, dass für alle Dreiecke ABC, die den gleichen Winkel BAC und den gleichen Inkreisradius besitzen, die Summe (b +c - a) konstant ist und dass (b + c – a)/2 die Länge der Strecke AF ist!

400843: Fritz hat für seine Geburtstagsgäste ein Spiel mit zwei Töpfen vorbereitet, deren Inhalt nicht eingesehen werden kann. In einem Topf T_1 sind genau drei rote Kugeln, in einem Topf T_2 genau drei

blaue. Manfred greift in beide Töpfe und holt je eine Kugel heraus. Er legt die Kugel aus T_1 in T_2 und die Kugel aus T_2 in T_1.
Jetzt ist Klaus an der Reihe. Jedem Topf entnimmt auch er eine Kugel, vertauscht sie wie vorher Manfred und legt sie zurück in die Töpfe. Schließlich führt Manfred den Vorgang ein drittes Mal aus.
Jetzt werden beide Töpfe ausgeschüttet, um festzustellen, welche Kugeln sich nunmehr in den Töpfen befinden. Sind 3 rote Kugeln in T_1, gewinnt Manfred das Spiel. Sind 3 blaue Kugeln in T_1, gewinnt Klaus. Sonst gewinnt niemand.
a) Untersuche, wer von den beiden die größeren Gewinnchancen hat!
b) Berechne die Gewinnchancen für beide!

400844: Peter würfelt viermal hintereinander mit einem Spielwürfel. Die dabei erzielten Augenzahlen sind 5, 2, 4, 3. Er notiert sie in dieser Reihenfolge und erhält so die Zahl 5243. Anschließend schreibt er die Augenzahlen der Unterseite der Würfel – also 2, 5, 3, 4 – in derselben Reihenfolge dahinter und erhält auf diese Weise die achtstellige Zahl 52432534. Er teilt diese achtstellige Zahl durch 1111, subtrahiert 7 und teilt das Ergebnis durch 9. Als Ergebnis erhält er die Zahl 5243, die der beschriebenen Anordnung der vier gewürfelten Augenzahlen entspricht.
Erhält Peter bei jeder beliebigen Kombination von vier Augenzahlen wieder die anfangs notierte vierstellige Zahl?
Hinweis: Jeder Spielwürfel ist so beschaffen, dass die Summe der Augenzahlen zweier gegenüberliegender Würfelflächen 7 beträgt.

400845: Es sei ABC ein Dreieck, in dem die Seite AB länger als die Seite BC ist. Die Größen der Innenwinkel bei A bzw. B seien wie üblich mit α bzw. β bezeichnet. Die Mittelsenkrechte m der Seite AC schneidet den Umkreis k des Dreiecks; derjenige Schnittpunkt, der auf derselben Seite der Geraden AC liegt wie der Punkt B, sei D genannt. Es sei ferner E der Fußpunkt des Lotes von D auf die Gerade AB.
a) Berechne die Größen der Innenwinkel des Dreiecks ABD in Abhängigkeit von α und β!
b) Beweise, dass für die Längen $|AE|$, $|EB|$, $|BC|$ der Strecken AE, EB bzw. BC die Gleichung $|AE| = |EB| + |BC|$ gilt!

400846: Uwe ist passionierter Schwimmer. Da er an einem breiten Fluss wohnt, nutzt er diesen zum Training. Dabei geht er folgendermaßen vor: Unter der Oberbrücke begibt er sich mit einem Ball ins Wasser, überlässt den Ball der Strömung und schwimmt selbst gegen den Strom. Nach 20 Minuten wendet er, schwimmt seinem Ball hinterher und holt ihn unter der Unterbrücke ein. Ermittle die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses, wenn bekannt ist, dass der Abstand zwischen beiden Brücken 2 km beträgt!
Bemerkung: Es wird angenommen, dass der Fluss stets mit gleichbleibender Geschwindigkeit fließt und auch den Ball stets mit dieser Geschwindigkeit mit sich führt. Ferner wird angenommen, dass Uwes Geschwindigkeit (größer als die Geschwindigkeit des Flusses) stets wie folgt beschrieben werden kann: Zu derjenigen Geschwindigkeit, die er in ruhendem Wasser erreichen würde, ist die Geschwindigkeit des Flusses zu addieren, wenn Uwe in Strömungsrichtung schwimmt; dagegen ist die Geschwindigkeit des Flusses zu subtrahieren, wenn Uwe gegen die Strömungsrichtung schwimmt.

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 9
400921: Wieviel Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von zwei natürlichen Zahlen so zu schreiben, dass der erste Faktor größer als der zweite ist?

400922: Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen e, zu denen eine natürliche Zahl f mit $e > f$ so existiert, so dass es einen ebenflächig begrenzten Körper (ein Polyeder) mit e Ecken und f Flächen gibt.

400923: Ermitteln Sie alle diejenigen vierstelligen Zahlen n, die den folgenden Bedingungen (1) bis (4) genügen!
(1) Keine Ziffer von n lautet 0.
(2) Keine zwei Ziffern von n sind gleich.
(3) Man denke sich irgend zwei verschiedenen Ziffern von n zu einer zweistelligen Zahl zusammengefasst. Die Summe aller auf diese Weise zu erhaltenden Zahlen beträgt 594.
(4) Dividiert man die Zahl n durch ihre Quersumme, so ist das Ergebnis das Siebzehnfache der letzten Ziffer von n.

400924: 4 Schüler A; B; C; D diskutieren über Seitenlängen und Winkelgrößen eines Vierecks.
A meint: Wenn in einem Viereck drei Seiten gleichlang und zwei Innenwinkel gleichgroß sind, dann sind auch die beiden anderen Innenwinkel gleichgroß.
B meint: Die Schussfolgerung von A gilt jedenfalls dann, wenn die beiden als einander gleichgroß vorausgesetzten Innenwinkel diejenigen beiden sind, die zwischen den drei einander gleichgroßen Seiten auftreten.
C meint: Die Schussfolgerung von A gilt jedenfalls dann, wenn die beiden als einander gleichgroß vorausgesetzten Innenwinkel einander gegenüber liegen.

D meint zu jeder der drei Aussagen von A; B; C: Wenn die dort gemachten Voraussetzungen gelten, dann hat das Viereck einen Umkreis. Untersuchen Sie für jede dieser 6 Meinungen, ob sie wahr ist!

3. Stufe (Landesrunde), Klasse 9

400931: Wenn zwei Personen einen Kuchen teilen sollen, so können sie das Prinzip "Der eine teilt, der andere wählt" anwenden. Dabei kann jeder der beiden mit dem Ergebnis zufrieden sein. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem ein Kuchen auf fünf Personen aufgeteilt werden kann, und begründen Sie, dass jeder mit dem Ergebnis zufrieden sein kann!

400932: Ermitteln Sie alle diejenigen Paare (x, y) natürlicher Zahlen x, y, für die $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ (1) gilt!

400933: Beweisen Sie: Wenn man in einer dreiseitigen Pyramide für jedes Paar windschiefer Kanten die Mittelpunkte dieser beiden Kanten miteinander verbindet, so haben die drei entstandenen Verbindungsstrecken einen gemeinsamen Punkt.
Hinweis: Zwei Strecken heißen windschief, wenn es keine Ebene gibt, der sie beide angehören.

400934: Gegeben sei ein Würfel W. Ermitteln Sie die Anzahl aller derjenigen Punkte P im Innern von W, die der folgenden Bedingung genügen: Es gibt eine Streckenlänge a so, dass die Lote von P auf die sechs Seitenflächen von W in irgendeiner einer Reihenfolge die Längen a, 2a, 3a, 4a, 5a und 6a haben.

400935: Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser AB seien drei Punkte C, D und E so gelegen, dass die Sehnen AC und CD einander gleichlang sind, der Punkt E dem Bogen von D nach B angehört und keine zwei dieser fünf Punkte miteinander zusammenfallen. Beweisen Sie, dass sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen AE und BC im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen CE und BD!

400936: (a) Über eine natürliche Zahl $z > 10$ sei vorausgesetzt, dass ihre letzte Ziffer eine 5 ist. Kann man aus dieser Voraussetzung eine Antwort auf die Frage herleiten, ob die drittletzte Ziffer der Zahl z^2 gerade oder ungerade ist?
(b) Über eine natürliche Zahl z sei vorausgesetzt, dass ihre letzten zwei Ziffern 55 lauten. Leiten Sie aus dieser Voraussetzung die Antwort auf die Frage her: Wie lautet die drittletzte Ziffer der Zahl z^2?

4. Stufe (Landesrunde), Klasse 9

400941: a) Beweisen Sie: Für jede natürliche Zahl a ist die Zahl a^2 entweder von der Form $4k$ oder von der Form $8k + 1$, wobei jeweils k eine natürliche Zahl ist.
b) Gibt es eine n-stellige Quadratzahl mit $n > 1$, die aus lauter gleichen Ziffern besteht?
Beweisen Sie Ihre Antwort!

400942: Ermitteln Sie alle diejenigen Paare (x, y) reeller Zahlen x, y, von denen das System der beiden Ungleichungen

$x^2 \leq (2000 y^2 + 2x - 1) / 2001 y^2 \leq (2000 x^2 - 2y - 1) / 2001$ erfüllt wird!

400943: a) Einem Kreis k sei ein Viereck ABCD einbeschrieben. Die Längen seiner Seiten AB, BC, CD, DA seien wie üblich in dieser Reihenfolge mit a, b, c, d bezeichnet. Ein zweites dem Kreis k einbeschriebenes Viereck A'B'C'D' habe ebenfalls a, b, c, d als Längen seiner Seiten, und zwar in einer beliebigen Reihenfolge (die sich also auch von der Reihenfolge A'B', B'C', C'D', D'A' unterscheiden kann). Beweisen Sie, dass es möglich ist, zwei Vierecke ABCD und A'B'C'D' so zu bilden, dass alle diese Voraussetzungen erfüllt werden und dass die beiden Vierecke nicht zueinander kongruent sind!
b) Beweisen Sie, dass je zwei Vierecke, die die in a) genannten Voraussetzungen erfüllen, zueinander flächengleich sind!

400944: a) Gegeben ist ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge a. Auf der Seite AB sei ein gleichseitiges Dreieck BAE nach auße n errichtet. Das Dreieck BAE "rollt" im positiven Drehsinn um das Quadrat derart, dass bei der ersten Bewegung das Dreieck eine Drehung um den Punkt B ausführt, bis Punkt E auf dem Punkt C liegt. Danach folgt eine gleichartige Drehung um C usw. Die Drehung wird so lange fortgesetzt, bis schließlich Punkt E auf seine Ausgangsposition gelangt ist. Wie lang ist der Weg, den Punkt E bei diesem "Rollen" zurückgelegt hat?
b) Auf der Seite AB werde jetzt ein gleichseitiges Dreieck ABI in das Innere des Quadrates gezeichnet. Das Dreieck ABI "rollt" nun innerhalb des Quadrates, bis der Punkt I erstmals wieder seinen ursprünglichen Platz erreicht hat. Wie lang ist der Weg, den Punkt I bei diesem "Rollen" zurückgelegt hat?

400945: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von drei natürlichen Zahlen zu schreiben? Dabei sollen auch Produktdarstellungen, die sich nur in der Reihenfolge der Faktoren unterscheiden, als voneinander verschieden gelten.

400946: Im Inneren eines Quadrates der Seitenlänge 12 cm seien 20 Punkte beliebig, aber so gewählt, dass keine drei auf derselben Geraden liegen. Beweisen Sie, dass es mindestens ein Dreieck gibt, dessen Ecken mit solchen Punkten übereinstimmen und dessen Flächeninhalt höchstens 8 cm² beträgt.

1. Stufe (Schulrunde), Klasse 9/10

400941: Beim Verteilen eines Kuchens an zwei Personen A, B kann man nach dem Prinzip "Der eine teilt, der andere wählt‟ vorgehen. Es besagt: A zerlegt den Kuchen so in zwei Teile, wie er es für befriedigend hält, und danach wählt B einen dieser Teile, so wie er diese Auswahl für befriedigend hält.
a) Nennen Sie eine Überlegung, warum bei jedem Vorgehen, das dieser Vorschrift folgt, die insgesamt entstandene Verteilung sogar für beide Personen als befriedigend angesehen werden kann!
b) Formulieren Sie eine entsprechende Vorschrift, um einen Kuchen an drei Personen zu verteilen, und nennen Sie eine Überlegung, warum hiernach das Ergebnis für jede der drei Personen als befriedigend angesehen werden kann!

401012: Eine Tafel Schokolade bildet ein Rechteck von 4 x 7 Stücken. Will man sie völlig in die 28 Einzelstücke zerbrechen, so kann man verschieden vorgehen. Zum Beispiel kann man zunächst durch sechs Brechungen 7 Schokoladenstreifen aus je 4 Stücken erzeugen. Um die Einzelstücke zu erhalten, muss man dann jeden dieser Streifen dreimal brechen. Insgesamt benötigt man also 6+3 * 7 = 27 Brechungen. Ist es möglich (ohne Schokoladenteile übereinander zu legen) durch geschickteres Brechen, mit weniger als 27 Brechungen auszukommen?

401013: Andi und Bernd unterhalten sich über Besonderheiten der Jahreszahl 2001. Andi behauptet, dass die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis 2001 durch 2001 teilbar ist. Nach einigem Nachdenken meint Bernd, dass dieses nicht ungewöhnlich ist. Es gebe sogar unendlich viele Zahlen n mit der Eigenschaft, dass die Summe von n aufeinander folgenden ganzen Zahlen durch n teilbar ist.
Beweisen Sie, dass die Behauptungen von Andi und Bernd richtig sind.
Lösung Die Summenformel kann als bekannt vorausgesetzt werden und lautet: $s_n = 1 + 2 + 3 + ::: + n = n/2\ (n+1)$. Damit ergibt sich $s_n / n = (n+1)/2$. Das bedeutet: wenn $(n+1)/2$ eine ganze Zahl ist, so ist die Summe aller
natürlichen Zahlen von 1 bis n durch n teilbar. Dies ist erfüllt, wenn n + 1 gerade, d.h. wenn n ungerade ist. Da 2001 eine ungerade Zahl ist, ist Andis Aussage richtig. Weiterhin kann man feststellen, dass es unendlich viele ungerade Zahlen gibt. Damit gibt es unendlich viele Zahlen, auf die Andis Aussage zutrifft, womit Bernds auch recht hat.

401014: Man denke sich alle Brüche mit dem Zähler 1, also Stammbrüche, und den Nennern 2^{10} ; $2^{10} + 1$; $2^{10} + 2$ bis zu dem Bruch (einschließlich) mit dem Nenner 2^{20} aufgeschrieben. a) Wie viele Stammbrüche sind das?
b) Beweisen Sie, dass die Summe dieser Stammbrüche größer als 5 ist!

401015: a) Gegeben ist ein regelmäßiges Fünfeck ABCDE mit der Seitenlänge a. Auf der Seite AB sei ein Quadrat BAFG nach außen errichtet. Das Quadrat "rollt" im positiven Drehsinn um das Fünfeck derart, dass bei der ersten Bewegung das Quadrat eine Drehung um den Punkt B ausführt, bis Punkt G auf dem Punkt C liegt. Danach folgt eine gleichartige Drehung um C usw.
Die Drehung wird so lange fortgesetzt, bis schließlich Punkt G auf die Position gelangt ist, in der Punkt F in der Ausgangslage war. Wie lang ist der Weg, den Punkt G bei diesem "Rollen" zurückgelegt hat.
b) Gegeben ist ein regelmäßiges Sechseck ABCDEF, auf dessen Seite AB sei ein Quadrat BAGH nach außen errichtet. Dieses Quadrat rolle in der unter a) beschriebenen Weise um das Sechseck. Ist es möglich, dass der
Punkt H in die Position gelangt, in der sich Punkt G in der Ausgangslage befand?

401016: Gegeben sei ein Quadrat mit der Seitenlänge 4 cm. Beweisen Sie, dass jedes Dreieck, dessen Ecken auf dem Rand dieses Quadrates liegen, einen Flächeninhalt hat, der höchstens 8 cm² beträgt.

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 10

401021: Wieviel Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von zwei natürlichen Zahlen so zu schreiben, dass der erste Faktor größer als der zweite ist?

401022: Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen e, zu denen eine natürliche Zahl f mit e >f so existiert, so dass es einen ebenflächig begrenzten Körper (ein Polyeder) mit e Ecken und f Flächen gibt.

401023: Beweisen Sie, dass gilt $1999^{1999} < (1999!)^2$ Hinweis: Mit 1999! ist dabei das Produkt aller natürlicher Zahlen von 1 bis 1999 bezeichnet.

401024: AB sei der Durchmesser eines Kreises k und t sei die Tangente in B an k. Ferner sei P sei ein beliebiger von B verschiedener Punkt der Tangente t, die Gerade AP schneide den Kreis k in einem weiteren Punkt C.
Beweisen Sie, dass dann gilt $|PA| * |AC| = |AB|^2$

3. Stufe (Landesrunde), Klasse 10

401031: Wenn zwei Personen einen Kuchen teilen sollen, so können sie das Prinzip ”Der eine teilt, der andere wählt” anwenden. Dabei kann jeder der beiden mit dem Ergebnis zufrieden sein. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem ein Kuchen auf fünf Personen aufgeteilt werden kann, und begründen Sie, dass jeder mit dem Ergebnis zufrieden sein kann!

401032: Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen x, die die Ungleichung $(\sqrt{x} - 0{,}5\,x) : (0{,}5\,\sqrt{x} - x) \leq 15\,\sqrt{x}$ erfüllen!

401033: Beweisen Sie: Wenn man in einer dreiseitigen Pyramide für jedes Paar windschiefer Kanten die Mittelpunkte dieser beiden Kanten miteinander verbindet, so haben die drei entstandenen Verbindungsstrecken einen gemeinsamen Punkt.
Hinweis: Zwei Strecken heißen windschief, wenn es keine Ebene gibt, der sie beide angehören.

401034: Gegeben sei ein Würfel W. Ermitteln Sie die Anzahl aller derjenigen Punkte P im Innern von W, die der folgenden Bedingung (*) genügen: (*) Es gibt eine Streckenlänge a so, dass die Lote von P auf die sechs Seitenflächen von W in irgendeiner einer Reihenfolge die Längen a, 2a, 3a, 4a, 5a und 6a haben.

401035: Auf dem Bogen eines Halbkreises mit dem Durchmesser AB seien drei Punkte C, D und E so gelegen, dass die Sehnen AC und CD einander gleichlang sind, der Punkt E dem Bogen von D nach B angehört und keine zwei dieser fünf Punkte miteinander zusammenfallen. Beweisen Sie, dass sich unter dieser Voraussetzung die Sehnen AE und BC im gleichen Winkel schneiden wie die Sehnen CE und BD!

401036: Beweisen Sie, dass es unendlich viele natürliche Zahlen gibt, deren Quadrat auf die Ziffernfolge . . . 54321 endet!

4. Stufe (Bundesrunde), Klasse 10

401041: a) Beweisen Sie: Für jede natürliche Zahl a ist die Zahl a^2 entweder von der Form 4k oder von der Form 8k + 1, wobei jeweils k eine natürliche Zahl ist.
b) Gibt es eine n-stellige Quadratzahl mit n > 1, die aus lauter gleichen Ziffern besteht? Beweisen Sie Ihre Antwort!

401042: Drei Schüler haben sich längere Zeit mit der Ungleichung $1/(n+1) + 1/(n+2) + \ldots + 1/n^2 > 10$, bei der auf der linken Seite als Nenner alle natürlichen Zahlen von n + 1 bis n^2 auftreten, befasst. Als sie sich wieder trafen, wurden von ihnen folgende Behauptungen aufgestellt:
A: "Diese Ungleichung ist für keine natürliche Zahl n wahr." B: "Es gibt natürliche Zahlen n, für die die Ungleichung gilt."
C: "Das stimmt, und zwar gibt es eine solche Zahl n zwischen 10002 und 10502." Welche dieser Behauptungen ist wahr, welche falsch?

401043: Gegeben sei ein Kreis mit dem Radius 1 und den Punkten Z, A und B auf seiner Peripherie; k sei der Kreisbogen von A bis B, der Z nicht enthält. Man konstruiere das Bild von k, welches entsteht, wenn man jeden Punkt P von k auf einen Punkt P' so abbildet, dass $|ZP| \cdot |ZP'| = 4$ gilt und P' auf dem von Z ausgehenden durch P gehenden Stahl liegt.

401044: a) Gegeben ist ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge a. Auf der Seite AB sei ein gleichseitiges Dreieck BAE nach a u ß e n errichtet. Das Dreieck BAE "rollt" im positiven Drehsinn um das Quadrat derart, dass bei der ersten Bewegung das Dreieck eine Drehung um den Punkt B ausführt, bis Punkt E auf dem Punkt C liegt. Danach folgt eine gleichartige Drehung um C usw. Die Drehung wird so lange fortgesetzt, bis schließlich Punkt E auf seine Ausgangsposition gelangt ist. Wie lang ist der Weg, den Punkt E bei diesem "Rollen" zurückgelegt hat?
b) Auf der Seite AB werde jetzt ein gleichseitiges Dreieck ABI in das Innere des Quadrates gezeichnet. Das Dreieck ABI "rollt" nun innerhalb des Quadrates, bis der Punkt I erstmals wieder seinen ursprünglichen Platz erreicht hat. Wie lang ist der Weg, den Punkt I bei diesem "Rollen" zurückgelegt hat?

401045: Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 2000 als Produkt von drei natürlichen Zahlen zu schreiben?
Dabei sollen auch Produktdarstellungen, die sich nur in der Reihenfolge der Faktoren unterscheiden, als voneinander verschieden gelten.

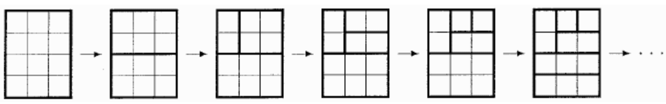
401046: Im Inneren eines Quadrates der Seitenlänge 12 cm seien 20 Punkte beliebig, aber so gewählt, dass keine drei auf derselben Geraden liegen. Beweisen Sie, dass es mindestens ein Dreieck gibt, dessen Ecken mit solchen Punkten übereinstimmen und dessen Flächeninhalt höchstens 8 cm^2 beträgt.

4. Stufe (Bundesrunde), Klasse 11-13

401141: Man bestimme alle reellen Zahlen q, für welche die Gleichung $x^4 - 40x^2 + q = 0$ vier reelle Nullstellen besitzt, die eine arithmetische Folge bilden.

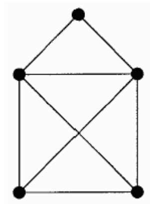
401142: Man bestimme die maximale Anzahl von Punkten, die in einem Rechteck mit den Seitenlängen 14 und 28 so untergebracht werden können, dass der Abstand zweier beliebiger dieser Punkte größer als 10 ist.

401143: Wiebke und Stefan spielen auf einem Blatt Kästchenpapier folgendes Spiel. Sie beginnen mit einem n Zeilen und m Spalten großen Rechteck und zerschneiden es abwechselnd Zug für Zug in kleinere Rechtecke. Ein zulässiger Zug von Stefan ist ein senkrechter Schnitt, der ein $n \times m$ Rechteck in ein $n \times k$ und ein $n \times (m-k)$ Rechteck zerlegt ($k = 1, 2, \ldots, m-1$). Wiebke dagegen darf nur waagerechte Schnitte machen. Also wird bei ihr ein $n \times m$ Rechteck zu einem $j \times m$ und einem $(n-j) \times m$ großen Rechteck ($j = 1, 2, \ldots, n-1$). Bei jedem Zug dürfen die beiden also ein Rechteck auswählen und es senkrecht bzw. waagerecht beliebig in zwei Teile schneiden.
Am Ende verliert derjenige, der keinen Schnitt mehr machen kann. Wenn also nur noch $j \times 1$ Rechtecke übrig sind, verliert Stefan, sind nur noch $1 \times k$ Rechtecke übrig, verliert Wiebke. Das Spiel wird jetzt mit einem 60×40 Rechteck begonnen.
a) Wer kann den Gewinn erzwingen, wenn Stefan anfängt?



b) Wer kann den Gewinn erzwingen, wenn Wiebke anfängt? Beispiel: Die Abbildung zeigt exemplarisch den Beginn eines Spiels mit einem 4×3 Rechteck, bei dem Wiebke den ersten Zug macht.

401144: Wie viele Möglichkeiten gibt es, das "Haus vom Nikolaus" (siehe Abbildung) zu zeichnen? Dabei darf der Stift nicht abgesetzt, keine Kante doppelt gezeichnet und nur an den markierten Ecken des Hauses die Richtung gewechselt werden.



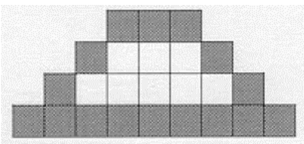
401145: Die Zahlenfolge (x_k) der Fibonacci-Zahlen ist durch $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ und die Bildungsvorschrift
$x_{k+2} = x_{k+1} + x_k$, $k = 1, 2, 3, \ldots$ gegeben.
a) Man beweise, dass es eine Fibonacci-Zahl gibt, die im dekadischen Positionssystem auf die Ziffer Neun endet.
b) Man untersuche, für welche n es Fibonacci-Zahlen gibt, deren letzte n Ziffern im dekadischen Positionssystem sämtlich Neunen sind.

401146: Die Punkte M, N, P und Q seien die Mittelpunkte der Kanten AB, AD, SC und SD der vierseitigen Pyramide SABCD mit der Grundfläche ABCD. Die Dreiecke Δ ABD und Δ BCD seien flächengleich. In welchem Verhältnis stehen die Volumina der Pyramiden SABCD und MNPQ zueinander?

1. Stufe (Schulrunde), Klasse 12 / 13

401311: Man ermittle zu jeder reellen Zahl a alle diejenigen Paare reeller Zahlen (x; y), die Lösungen des folgenden Gleichungssystems (1), (2) sind: $x^2 + y^2 = a$ (1) $x + y = a$ (2)

401312: Für einen mathematischen Wettbewerb zwischen zwei Klassen stellt die eine Klasse folgende Aufgabe: In unserer Klasse sind weniger als 30 Schüler, die aus genau sechs verschiedenen Orten A, B, C, D, E und F kommen. Für die Anzahl der aus einem Ort kommenden Schüler gelten folgende Aussagen:
(1) Aus A kommt genau ein Schüler.
(2) Aus B kommen mindestens die Hälfte, aber nicht mehr als 70% der Schüler.
(3) Aus C kommen genau 25% der Anzahl der Schüler aus B, das sind mehr als die Anzahl der Schüler aus E und weniger als die Anzahl der Schüler aus F.
(4) Aus D kommen zusammen mit der Anzahl der Schüler aus F genau 50% der Anzahl der Schüler aus B.
(5) Würde die Anzahl der Schüler aus E zur Anzahl der Schüler der Klasse addiert, so wären das doppelt so viel wie die Anzahl der Schüler aus B.
(6) Aus F kommen so viel Schüler wie aus A, D, E zusammen. Ermitteln Sie die Anzahl der Schüler aus den einzelnen Orten.



401313: Familie Schiefeck mag keine Rechtecke. Deshalb soll der neue Sitzplatz im Garten 'trapezförmig' angelegt werden (s. Abbildung). Dazu sollen quadratische Platten gleicher Größe in zwei Farben verwendet werden. Die dunklen Platten sollen einen äußeren Rand bilden. Im Baumarkt gibt es noch genau 50 dunkle Platten, die Familie Schiefeck alle kauft. Helle Platten sind genügend viele vorrätig. Wie viele helle Platten müssen gekauft werden, wenn die Fläche des Sitzplatzes möglichst groß werden soll?
401314: Im Raum seien zwei Kugeln mit dem Radius 1 gegeben, deren Mittelpunkte M_1, M_2 den Abstand 1 haben. Auf dem Schnittkreis der beiden Kugeln seien weiter zwei Punkte P, Q gegeben, die den Abstand 3 2 haben. Durch M_1, M_2 und P bzw. M_1, M_2 und Q ist jeweils eine Ebene bestimmt. Wie groß ist der kleinere Winkel zwischen diesen Ebenen?

2. Stufe (Regionalrunde), Klasse 12 / 13

401321: Man bestimme alle Paare (x; y) reeller Zahlen, die Lösungen des Gleichungssystems
$y - 8 = \sqrt{[(x + y + 8)/2]}$ (1) $y + 5 = \sqrt{(x + y/2 + 5}$ (1) sind.

401322: Man ermittle alle nichtnegativen ganzen Zahlen n, für die $9n + 1$ durch 365 teilbar ist.

401323: Gegeben ist ein Würfel mit der Kantenlänge a, dem eine Kugel mit Radius $a/2$ einbeschrieben ist. In die Würfelecken sollen kleinere Kugeln eingefügt werden, die jeweils die drei Flächen, die in der Ecke zusammenstoßen, und die große Kugel berühren. Wie groß ist der Radius der kleinen Kugeln?

401324: Der ganzzahlige Anteil einer reellen Zahl x ist diejenige ganze Zahl y, für die $y \le x < y + 1$ gilt. Der ganzzahlige Anteil von x wird mit [x] bezeichnet. Man beweise: Für jede nichtnegative ganze Zahl n gilt $[(\sqrt{n} + \sqrt{(n+1)})^2] = 4n + 1$.

3. Stufe (Länderrunde), Klasse 12 / 13

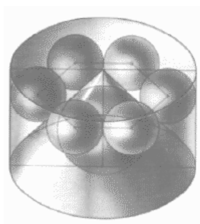
401331: Die Stadtverwaltung von Parakugel möchte einen neuen Brunnen bauen. Das Wasser strömt an einer Stelle A, die 4 Meter über dem Boden liegt, in waagerechter Richtung aus. Danach nimmt der Wasserstrahl die Form einer nach unten geöffneten Parabel an und trifft an einer Stelle S auf dem Boden auf, die 1 Meter von dem unterhalb A gelegenen Punkt P des Bodens entfernt ist. Der Brunnen soll mit einer Kugel geschmückt werden, die an der Stelle P auf dem Boden aufliegt. Welche Größe darf der Kugelradius haben, damit der Wasserstrahl nicht auf die Kugel trifft? Die Dicke des Wasserstrahls soll dabei vernachlässigt werden.

401332: Es sei a eine reelle Zahl. Man beweise, dass für die Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung
$x^2 + 4a x + a^2 = 1$ die Ungleichung $x_1^4 + x_2^4 \ge 2$ gilt.

401333: Eine ganze Zahl z wird "kuhl" genannt, wenn sie in Form einer endlichen Summe verschiedener Potenzen mit der Basis −2 und nichtnegativen ganzzahligen Exponenten darstellbar ist, wobei keine zwei der auftretenden Exponenten einander gleich sind. Beispielsweise sind die Zahlen z = 3 und z = 5 kuhl, denn es gilt $3 = (-2)^2 + (-2)^1 + (-2)^0$, $5 = (-2)^2 + (-2)^0$. Man beweise, dass jede von Null verschiedene ganze Zahl kuhl ist.

401334
Es sei (a_n) eine Zahlenfolge, für die die Differenz d aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Ferner seien die Folgen (s_n) und (S_n) durch $s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$, $S_n = s_1 + s_2 + \ldots + s_n$ definiert.
a) Man berechne das Anfangsglied a_1 und die Differenz d, wenn bekannt ist, dass $s_4 = 4$ und $S_4 = 15$ gilt.
b) Man beweise, dass für alle positiven ganzen Zahlen n die Gleichung $S_n = \frac{n(n+1)}{2}\left(a_1 + \frac{n-1}{3}d\right)$ gilt.

401335: Einem Zylinder ist ein gerader Kreiskegel so einbeschrieben, dass Zylinder und Kegel eine gemeinsame Grundfläche haben und die Spitze des Kegels der Mittelpunkt der Deckfläche des Zylinders ist. Weiterhin sei bekannt, dass von sechs gleichgroßen Kugeln jede den Kegel von außen, die Mantelfläche und die Deckfläche des Zylinders und genau zwei der anderen sechs Kugeln berührt (siehe Abbildung 1).
Man ermittle den Radius der Inkugel des Kegels in Abhängigkeit vom Radius R des Zylinders.



401336: Man bestimme alle Tripel (x; y; z) ganzer Zahlen, die das Gleichungssystem
$x + y^2 + z^2 = yz$ (1) $x^2 + y^3 + z^3 = 0$ (2) erfüllen.

4. Stufe (Bundesrunde), Klasse 12 / 13

401346: Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck. Der rechte Winkel liege bei A und der Innenwinkel bei B sei kleiner als der bei C. Die Tangente in A an den Umkreis k des Dreiecks schneide die Gerade BC in D. Der Spiegelpunkt von A an BC sei E. Außerdem sei X der Fußpunkt des Lotes von A auf BE und Y der Mittelpunkt von AX. Außer in B schneide die Gerade BY den Umkreis k in Z. Man beweise, dass die Gerade BD eine Tangente an den Umkreis des Dreiecks ADZ ist.

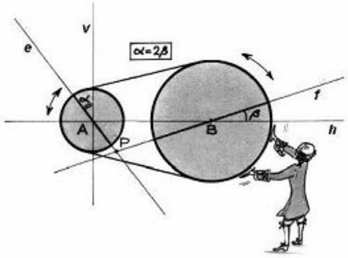
Mathematik ohne Grenzen, Mathématiques sans Frontières

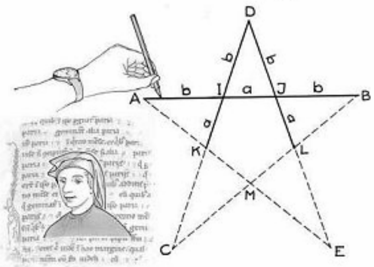
"Mathematik ohne Grenzen" ist ein internationaler Mathematik-Wettbewerb für die Klassenstufen 10 und 11.
Seit der Gründung des Wettbewerbes "Mathématiques sans Frontières" 1989 in Straßburg wuchs die Anzahl der teilnehmenden Schüler sowie der Länder, in denen der Wettbewerb angeboten wurde. An dem Wettbewerb nehmen Klassen als Team teil, weswegen es Aufgaben von verschiedenen Schwierigkeitsgraden gibt.

Der Wettbewerb wurde an der Akademie von Straßburg gegründet und 1989 das erste mal durchgeführt. Die Zahl der Teilnehmer nahm stark zu, sodass schon zwei Jahre nach Gründung

des Wettbewerbes 15000 Schüler teilnahmen. Bis 2002 wuchs die Zahl der teilnehmenden Schüler auf über 120000 an.
Auch die Anzahl der Länder, aus denen Schüler teilnahmen, wuchs stark an. 1993 waren es bereits 14 Länder, 2004 wurde der Wettbewerb in 17 Ländern angeboten.

Die Aufgaben werden zentral von einem Komitee in Straßburg gestellt. Die Auswertung und Preisverleihung wird hingegen regional durchgeführt. Regionen, die den Wettbewerb neu durchführen, werden oft von diesbezüglich erfahrerenen Regionen betreut.
Die Aufgaben sind für Schüler der 10. und 11. Klasse zugeschnitten. Da gesamte Klassen als Team antreten, gibt es Aufgaben in verschiedenen Schwierigkeitsgraden. So gibt es zum Beispiel praxisorientierte Konstruktions- und Bastelaufgaben, die auch Schüler ansprechen sollen, deren Leistungen in theoretischen Bereichen der Mathematik geringer ist.
Eine der Aufgaben ist in einer Fremdsprache formuliert und muss auch in der Fremdsprache gelöst werden.





Mathematik ohne Grenzen, Aufgabenbeispiele von 2007

Newtons Strophoide

Eine kleine und eine große Rolle sind über einen Treibriemen miteinander verbunden. Wenn sich die große Rolle einmal dreht, macht die kleine Rolle zwei Umdrehungen. Die Mittelpunkte A und B der Rollen liegen auf der Horizontalen h im Abstand 6 cm.
Die Geraden e und f gehen durch die Mittelpunkte A und B. Sie drehen sich synchron mit der jeweiligen Rolle, wobei e mit der Vertikalen v den Winkel α und f mit der Horizontalen den Winkel β einschließt. Der Schnittpunkt von e und f sei P.
Zu Beginn der Bewegung ist die Stellung von e vertikal und die von f horizontal. Zu jedem späteren Zeitpunkt ist der Winkel α doppelt so groß wie der Winkel β.
Zeichne die Geraden e und f in ausreichend vielen Positionen, und ermittle die Kurve, auf welcher sich der Punkt P bewegt.

Pentagramm

Folgende Konstruktionsbeschreibung: Nimm zwei ganze Zahlen a und b. Zeiche die Punkte A, I, J, B, D, K und L so ein, wie es in der Zeichnung angegeben ist. Durch Verlängern der Strecken DK und BL sowie von DL und AK erhält man die Eckpunkte C und E.
Leo stellt fest, dass der Stern mit a = 2 cm und b = 3 cm nicht sehr regelmäßig aussieht, da die Strecken KC und LE zu lang sind. Er versucht es erneut mit anderen ganzzahligen Werten für a und b, in der Hoffnung einen regelmäßigeren Stern zu erhalten.
Zeichne nach der Methode von Leonardo mit der Einheit 1 cm einen fünfzackigen Stern, der so regelmäßig wie möglich ist. Wie müssen die ganzzahligen Werte von a und b gewählt werden?

Fürther Mathematikolympiade

Die Fürther Mathematik-Olympiade (FüMO) ist ein seit 1992 jährlich in Bayern stattfindender Mathematikwettbewerb.
Diese Olympiade wendet sich an Realschüler und Gymnasiasten der Klassen 5 bis 8 und besteht aus zwei Hausaufgabenrunden.

Der Wettbewerb ist je nach Regierungsbezirk unterschiedlich organisiert. In Mittelfranken bestehen die Preise beispielsweise aus Buchgutscheinen, kleinen Sachpreisen und einer Einladung zum FüMO-Tag an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.
Die Preisträger in Niederbayern werden zu einem Wochenend-Seminar, ähnlich wie beim Landeswettbewerb Mathematik Bayern, eingeladen.

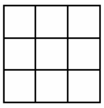
Die Erstellung der Aufgaben, Organisation und Korrekturen erfolgen ehrenamtlich. Die Preise werden durch Sponsoren und dem Verein Fürther Mathematik-Olympiade e.V. finanziert.
Die Fürther Mathematik-Olympiade hat nichts mit den bundesweiten Mathematik-Olympiaden zu tun. Allerdings besteht eine gelegentliche Zusammenarbeit.

Fünfte Fürther - Mathematik-Olympiade 1996

Klassenstufen 5 / 6

Aufgabe 1: Mr. Glovemaker steht vor einem Wäschekorb, in dem sich - völlig ungeordnet - 16 Paar weiße und 16 Paar schwarze Handschuhe befinden. Es ist vollkommen dunkel, Mr. Glovemaker kann aber durch Befühlen eines Handschuhs erkennen, ob es sich um einen linken oder rechten Handschuh handelt. Mr. Glovemaker benötigt dringend ein Paar passende Handschuhe.
Wie viele Handschuhe muss Mr. Glovemaker bei richtiger Auswahl *mindestens* mitnehmen,

damit sich darunter *mit Sicherheit* mindestens ein Paar *einfarbige* Handschuhe befindet? Die Antwort ist vollständig zu begründen.
Lösung: Mr. Glovemaker muss mindestens 17 linke und einen rechten Handschuh (oder umgekehrt) herausnehmen. Nimmt Mr. Glovemaker nur 16 linke (bzw. rechte) Handschuhe heraus, könnten diese im ungünstigsten Fall alle dieselbe Farbe haben. Nimmt er einen weiteren linken Handschuh heraus, so müssen sich unter den 17 ausgewählten linken Handschuhen mindestens zwei befinden, die verschiedene Farben haben. Deshalb genügt das Ziehen eines weiteren rechten (bzw. linken) Handschuhs, um ein Paar leichfarbige passende Handschuhe zu erhalten.



Aufgabe 2: In dem nebenstehenden 3 x 3-Quadrat-Gitter lassen sich insgesamt 14 Quadrate verschiedener Größe aufspüren, wenn man *alle* Quadrate betrachtet, die sich längs der Linien zeichnen lassen. Wie viele solcher Quadrate findet man in einem 8 x 8-Quadrat-Gitter? Die Antwort ist herzuleiten und zu begründen.
Lösung: Man zählt ab, wie viele 1 x 1-Quadrate, 2 x 2-Quadrate , ..., 8 x 8-Quadrate jeweils in dem 8 x 8 -Quadrat-Gitter enthalten sind:

	Anzahl waagerecht	Anzahl senkrecht	Anzahl gesamt
1 x 1	8	8	64
2 x 2	7	7	49
3 x 3	6	6	36
4 x 4	5	5	25
5 x 5	4	4	16
6 x 6	3	3	9
7 x 7	2	2	4
8 x 8	1	1	1
Summe			204

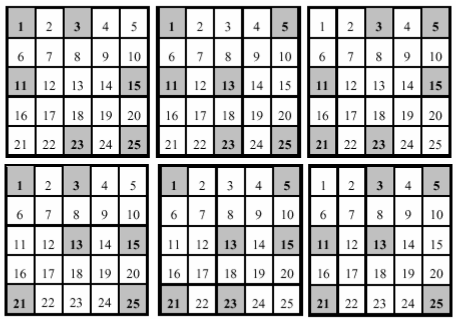
Man findet also 204 solcher Quadrate.

Aufgabe 3: Unter der *Quersumme* einer Zahl versteht man die Summe ihrer Ziffern, unter dem *Querprodukt* einer Zahl das Produkt ihrer Ziffern. So hat z.B. die Zahl 126 die Quersumme 1 + 2 + 6 = 9 und das Querprodukt $1 \cdot 2 \cdot 6 = 12$. Bestimme alle natürlichen Zahlen, die die Quersumme 12 und das Querprodukt 14 haben und außerdem noch durch 16 teilbar sind.
Lösung: $14 = 2 \cdot 7$, aber 2 + 7 = 9, nicht 12. Das Querprodukt muss um drei Faktoren 1 ergänzt werden: $14 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 7$, 1 + 1 +1 + 2 + 7 = 12. Die gesuchten Zahlen sind durch 16 teilbar, also gerade. Als Einerziffer kommt daher nur die 2 in Frage, nicht 1 oder 7. Von den vier Zahlen 71112, 17112, 11712 und 11172 ist nur **11712** durch 16 teilbar.

Aufgabe 4: Bei Einführung der Nahbereiche beim Telefonieren kamen Sanduhren in Mode, die auf den Zeittakt von 8 Minuten geeicht sind. Herr Geizhals scheute diese Ausgabe für eine neue Sanduhr, zumal er noch zwei alte besaß, von denen eine genau 7 Minuten, die andere genau 3 Minuten läuft. Leider waren die Markierungen für kleinere Zeitabschnitte auf den Uhren schon völlig unsichtbar. Konnte Herr Geizhals trotzdem mit Hilfe der beiden Uhren (ohne Anbringen von Markierungen) die Zeiträume 8 Minuten, 16 Minuten, 24 Minuten usw. messen? (Die Zeit für das Wenden bleibt unberücksichtigt.)
Lösung: Herr Geizhals kann die Zeiträume 8 min, 16 min, 24 min ... mit den beiden Uhren messen. Mit Beginn des Gespräches lässt er beide Uhren laufen. Ist die 3-Minuten-Uhr abgelaufen, wird sie umgedreht. Nach sechs Minuten ist sie das zweite Mal abgelaufen und wird nochmals umgedreht. Sobald nach einer weiteren Minute die 7-Minuten-Uhr abgelaufen ist, wird die 3-Minuten-Uhr erneut umgedreht und der Sand für eine Minute läuft wieder zurück. Nach acht Minuten befinden sich also beide Uhren wieder im Ausgangszustand. Für 16 min, 24 min,... wiederholt man den Vorgang.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Aufgabe 5: In dem nebenstehenden 5 x 5-Quadrat sind **sechs** Zahlen so anzukreuzen, dass danach in jeder (waagerechten) Zeile und in jeder (senkrechten) Spalte des Quadrats eine **gerade** Anzahl von Zahlen angekreuzt sind. Beachte: Null ist eine gerade Zahl.
Von 2400 möglichen Lösungen gibt es 48 Lösungen, bei denen drei aufeinanderfolgende Zahlen angekreuzt sind.
Gib eine solche Lösung (mit Überprüfung) an!
Untersuche, ob es Lösungen gibt, wenn man nur gerade Zahlen oder nur ungerade Zahlen ankreuzen darf. Falls es Lösungen gibt, sind alle Lösungen zu bestimmen, falls es keine Lösung gibt, ist dies zu begründen.
Lösung: Man kann zum Beispiel die Zahlen 4, 5, 6, 10, 11, 14 ankreuzen. Dabei sind in der 1., 2. und 3. Zeile und in der 1., 4. und 5. Spalte genau zwei Zahlen, in den restlichen Zeilen und Spalten keine Zahl angekreuzt. Darf man nur ungerade Zahlen ankreuzen, gibt es die folgenden sechs Lösungen:



Darf man nur gerade Zahlen ankreuzen, gibt es **keine** Lösung.

Nebenstehendes Schema enthält aber nur zwei Zeilen oder nur zwei Spalten (jeweils 2. und 4.) mit drei Zahlen. Deshalb gibt es keine Lösung.

	2		4	
6		8		10
	12		14	
16		18		20
	22		24	

Aufgabe 6: Zerlege die Zahl 279 so in neun Summanden, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:
(1) Alle Summanden sind natürliche Zahlen. (2) Ordnet man sie der Größe nach, so unterscheiden sie sich immer um die gleiche Zahl.
Bestimme alle möglichen Zerlegungen und begründe, warum es außer den von dir genannten keine weiteren Zerlegungen mit den beiden Eigenschaften geben kann.
Für eine Lösung benötigt man mindestens **drei** Zeilen (oder Spalten), in den sich jeweils **drei** Zahlen befinden.
Lösung: Man teilt 279 durch 9 und erhält als mittlere Zahl 31, die immer gleich sein muss, damit man auf der eine Seite etwas weg und auf der anderen Seite etwas dazutun kann.
Mögliche Zerlegungen sind:

279 = 31+31+31+31+31+31+31+31+31 (Unterschied 0)
279 = 27+28+29+30+31+32+33+34+35 (Unterschied 1)
279 = 23+25+27+29+31+33+35+37+39 (Unterschied 2)
279 = 19+22+25+28+31+34+37+40+43 (Unterschied 3)
279 = 15+19+23+27+31+35+39+43+47 (Unterschied 4)
279 = 11+16+21+26+31+36+41+46+51 (Unterschied 5)
279 = 7+13+19+25+31+37+43+49+55 (Unterschied 6)
279 = 3+10+17+24+31+38+45+52+59 (Unterschied 7)

Es gibt keine weiteren Zerlegungen, weil bei einem noch größeren Unterschied als 7 der erste Summand keine natürliche Zahl ist.

Klassenstufen 7 / 8

Aufgabe 1: Aus 77-prozentigem und 87-prozentigem Spiritus sollen durch Mischen 1000g eines 80-prozentigen Spiritus hergestellt werden. Ermittle die dafür benötigten Massen der beiden Spiritussorten, aus denen das Gemisch hergestellte werden soll.
Lösung: (I) $m_1 + m_2 = 1000g$ (II) $0,77 * m_1 + 0.87 * m_2 = 0,80 * 1000g$
(I) $\Rightarrow m_2 = 1000g - m_1$
in (II) $\Rightarrow 0,77 * m_1 + 870g - 0,87 * m_1 = 800g$; $\Rightarrow 70g = 0,10 * m_1 \Rightarrow m_1 = 700g$; $m_2 = 300g$

Aufgabe 2: Anton will zur Vorbereitung auf eine Mathematikprüfung eine bestimmte Anzahl von Aufgaben lösen. Auf die Frage, wie viele Aufgaben er schon gelöst habe, antwortet er: „Die Anzahl der gelösten Aufgaben ist um 31 größer als die Zahl der nicht gelösten Aufgaben. Addiert man zur Zahl der gelösten Aufgaben die doppelte Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so erhält man eine Zahl die kleiner als 100 ist. Addiert man aber zur Zahl der gelösten Aufgaben ein Drittel der Anzahl nicht gelösten Aufgaben, so ergibt sich eine ganze Zahl, die größer als 45 ist."
Ist durch die obigen Angaben die Zahl der Aufgaben, deren Lösung sich Anton vorgenommen hat, eindeutig bestimmt? Wenn ja, wie groß ist die Zahl? Wenn nein, welche Anzahlen an Aufgaben sind möglich?
Lösung: x = Anzahl der gelösten Aufgaben; y = Anzahl der ungelösten Aufgaben; n = Zahl der Aufgaben =x+y

(I) $x=y+31$ (II) $x+2y < 100$ (III) $x+y/3 > 45$
(IV) $y/3 \in N \Rightarrow y=3k$ mit $k \in N$; in (II) $9k < 69 \Rightarrow k \leq 7$ in (II) $4k > 14 \Rightarrow k > 3$

k	4	5	6	7
y	12	15	18	21
x	43	46	49	52
n	55	61	67	73

Aufgabe 3: Ermittle alle natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen: a) Die Zahl ist neunstellig.
b) Die aus der ersten, zweiten und dritten, bzw. aus der vierten, fünften und sechsten, bzw. aus der siebten, achten und neunten Ziffer gebildeten Zahlen verhalten sich wie 1:3:5 .
c) Die Zahl ist durch alle natürlichen Zahlen von 1 bis 10 einschließlich teilbar.
Lösung: x = abcdefghi = Zahl aus den Ziffern a, b, c, d, e, f mit $a \neq 0$ → analog y = abc = Zahl aus den Ziffern a,b,c → abc : def : ghi = 1 : 3 : 5 ; def = 3y < 1000 ; ghi = 5y < 1000
$x=1000000y+3000y+5y=1003005y=3*3*5*31*719y \Rightarrow$ Bedingung c) ist erfüllt, wenn y durch 8*7=56 teilbar ist $\Rightarrow y=56k$ mit $k \in N$ → $k=1 \Rightarrow y=56 \Rightarrow$ x nicht neunstellig → $k \geq 4 \Rightarrow y \geq 224 \Rightarrow ghi = 5y \geq 1120 > 1000$ Widerspruch zu ghi < 1000 $\Rightarrow k=2 \Rightarrow y=112 \Rightarrow x = 112336560$ und $k=3 \Rightarrow y=168 \Rightarrow x = 168504840$

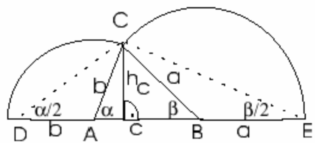
Aufgabe 4: Zeige: Die Zahl Z = (1996!) * (1/1 + 1/2 + 1/3 + ... 1/1996) ist durch 1997 teilbar!
Dabei bedeutet $1996! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1995 \cdot 1996$ = 1996 Fakultät
Lösung: $Z \in N$, weil beim Ausmultiplizieren nach dem Distributivgesetz jeweils nur ein Faktor aus 1996! herausgekürzt wird. Die Summe natürlicher Zahlen ist aber wieder eine natürliche Zahl Z = (1996!) * (1/1 + 1/2 + 1/3 + ... 1/1996) =

= (1996!) * ((1+1996)/(1*1996) + (2+1995)/(2*1995) + ... + (998+999)/(998*999)) =
= 1997 (1996!) * (1/(1*1996) + 1/(2*1995) + ... + 1/(998*999)) = 1997 * z
Der Term z hinter 1997 stellt eine natürliche Zahl dar, weil beim Ausmultiplizieren nach dem Distributivgesetz jeweils durch die beiden Nennerfaktoren gekürzt werden kann. Z : 1997 = z , d.h. 1997 / Z

Aufgabe 5: Berechne den Wert der Differenz *D* = 9081726351 · 9081726357 · 9081726360 · 9081726352 - 9081726353 · 9081726359 · 9081726358 · 9081726350 ohne die Zahlenwerte der beiden Produkte einzeln zu berechnen!
Lösung: n = 9081726354

$$D=(n-3)\cdot(n+3)\cdot(n+6)\cdot(n-2)-(n-1)\cdot(n+5)\cdot(n+4)\cdot(n-4)=$$
$$=(n^2-9)\cdot(n^2+4n-12)-(n^2+4n-5)\cdot(n^2-16)=$$
$$=n^4+4n^3-12n^2-9n^2-36n+108-n^4-4n^3+16n^2+64n+5n^2-80=$$
$$=28n+28=28\cdot(n+1);$$
$$D=9081726355\cdot 4\cdot 7=36326905420\cdot 7=254288337940;$$

Aufgabe 6: Konstruiere ein Dreieck, von dem die Summe s der Seiten, der Winkel α und die Höhe h_c gegeben sind (s = a + b + c = 11cm; h_c = 4cm; α = 80°). Begründe deine Konstruktion! (Planfigur; Konstruktionsbeschreibung; Konstruktion)



Lösung:
Konstruktionsplan:
1. Zeichne [DE] mit *DE* = *s*
2. Trage an [DA gegen den Uhrzeigersinn den Winkel α an und halbiere α
3. freier Schenkel α /2 $\cap$ Parallele p_1 zu DE im Abstand h_c = C
4. Parallele p_2 zum freien Schenkel α durch C $\cap$ DE = A
5. Verdopple den Winkel β/2 = $\angle$ CED zum Winkel β
6. Parallele p_3 zum freien Schenkel von β durch C $\cap$ DE = B

Klassenstufen 9 / 10

Aufgabe 1: Zehn aufeinanderfolgende natürliche Zahlen werden nebeneinander geschrieben. Darunter werden die selben Zahlen in einer beliebigen anderen Reihenfolge geschrieben. Dann wird jeweils der Unterschied zwischen zwei untereinander stehenden Zahlen gebildet. (Der Unterschied ist der Betrag der Differenz).

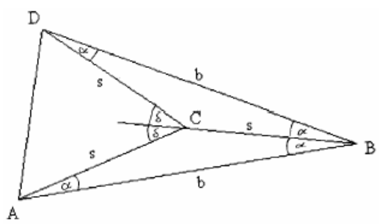
Beispiel:	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
	51	49	53	52	47	50	54	55	56	48
	4	1	4	2	4	2	1	1	1	8

Beweise, dass immer mindestens zwei der Unterschiede gleich sind.
Lösung: Annahme: Alle Unterschiede sind verschieden. Als Unterschiede kommen nur die zehn Zahlen 0 bis 9 in Frage. Da es zehn Unterschiede gibt, muss jeder Unterschied genau ein mal vorkommen. Die Summe aller Unterschiede beträgt dann 0+1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45. Wir betrachten neben den Unterschieden auch die vorzeichenbehafteten Differenzen. Im Beispiel:

47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
51	49	53	52	47	50	54	55	56	48
-4	-1	-4	-2	+4	+2	-1	-1	-1	+8
4	1	4	2	4	2	1	1	1	8

Die Summe der Differenzen ergibt null, da jede der zehn Zahlen genau ein mal als Subtrahend und ein mal als Minuend auftritt. Im Beispiel: (-4)+(-1)+(-4)+...+(+8) = (47-51) +(48-49) + (49-53) + ... +(56 - 48) = 47+48+...56 - (47+48+...56) = 0
Die Summe der Unterschiede entsteht aus der Summe der Differenzen durch Betrag-Bildung aus den einzelnen Summanden. Ersetzt man in einer Summe ganzer Zahlen einen Summanden durch seinen Betrag, so ändert sich der Wert der Summe um einen gerade Zahl (oder gar nicht). Somit muss sich sie Summe der Differenzen (null) von der Summe der Unterschiede (45) um eine gerade Zahl unterscheiden. Widerspruch!

Aufgabe 2: Beweise: Addiert man zum Produkt von vier aufeinander folgenden Zahlen die Zahl 1, so erhält man stets eine Quadratzahl, aber nie die vierte Potenz einer natürlichen Zahl.
Lösung: $n*(n+1)*(n+2)*(n+3)+1 = n^4 +6n^3 +11n^2 +6n+1$ Ansatz: $(n^2 + an + 1)^2 = n^4 + 2an^3 + (a^2 +2)n^2 + 2an + 1$
Koeffizienten-Vergleich liefert 2a = 6 und $a^2 + 2 = 11$ mit Lösung a = 3. Also gilt $n*(n+1)*(n+2)*(n+3)+1 = (n^2 + 3n + 1)^2$
Wäre n*(n+1)*(n+2)*(n+3)+1 eine vierte Potenz, so wäre $n^2 + 3n + 1$ ein Quadrat. Es gilt aber $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 < n^2 + 3n + 1 < n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$. D.h. $n^2 + 3n + 1$ liegt echt zwischen zwei aufeinander folgenden Quadratzahlen. *Anmerkung*: Die Aussage wird falsch, falls n=0. Der Aufgabentext hätte also präziser lauten sollen: Addiert man zum Produkt von vier aufeinanderfolgenden *natürlichen* Zahlen....



Aufgabe 3: Ein gleichschenkliges Dreieck mit Schenkeln der Länge s und einer Basis der Länge b besitzt Basiswinkel der Größe 15°. Ein zweites gleichschenkliges Dreieck hat die Basislänge s und die Schenkellänge b. Wie groß sind die Basiswinkel in diesem Dreieck?
Lösung: Sei Dreieck ABC wie in der Aufgabe beschrieben. Spiegelung von A an BC ergibt D. δ=30° (Außenwinkel in DABC). $\angle$DCA = 2*d = 2

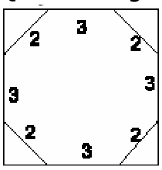
* 30° = 60°
ΔACD ist gleichschenklig mit Spitzen-Winkel 60° , somit gleichseitig. Also ist AD = s und ΔABD ist das gesuchte Dreieck mit Schenkellänge b und Basis s. $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 15° + 60° = 75°$

Aufgabe 4: In nebenstehendem Achteck ABCDEFGH gilt:

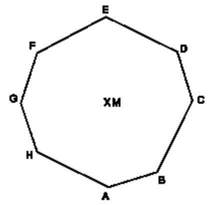
$AM = BM = CM = DM = EM = FM = GM = HM$

$AB = CD = FG = GH = 2\ BC = DE = EF = HA = 3$

Berechne seinen Flächeninhalt exakt und auf 4 Dezimalen genau.
Lösung: Die Strecken von den Ecken zum Umkreismittelpunkt teilen das Achteck in acht gleichschenklige Dreiecke, von denen je vier kongruent sind. Durch Umordnen dieser Dreiecke erreicht man folgende zum Quadrat ergänzbare Figur:



Die Seitenlänge des Quadrats beträgt $3 + 2 * 2/\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$. Der Flächeninhalt des Quadrats beträgt somit $(3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2}$. Die vier Dreiecke besitzen einen Inhalt von $4 * ½ * 2/\sqrt{2} * 2/\sqrt{2} = 4$. Der Flächeninhalt des Achtecks ergibt sich daher zu $13 + 12\sqrt{2} = 29{,}9706$.

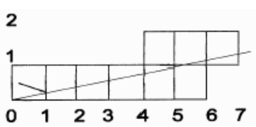


Aufgabe 5: Für welche natürlichen Zahlen n ist der Bruch $(n-3)/(n^2+2)$ kürzbar?
Lösung: Der Bruch ist kürzbar, wenn sein Kehrbruch kürzbar ist. Dieser lässt sich umformen (Ganze herausziehen): $(n^2+2)/(n-3) = (n^2-9+11)/(n-3) = n + 3 + 11/(n-3)$. Der Bruch ist genau dann kürzbar, wenn n-3 ein Vielfaches von 11 ist, d.h., n die Form $n = k*11+3$ hat (k sei dabei eine beliebige natürliche Zahl). Die kleinsten Werten von n sind 14, 25, 36, 47, 58,...

Aufgabe 6: Beweise: Für beliebige Zahlen $a \in R$ gilt: $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$
Lösung: $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2 \Leftrightarrow 3(1 + a^2 + a^4) - (1 + a + a^2)^2 \geq 0 \rightarrow$ Die linke Seite lässt sich umformen zu $2a^4 - 2a^3 - 2a + 2$. Faktorisierung ergibt $2(a-1)(a^3 - 1)$. Für a = 1 ergibt sich Null, für a ungleich 1 haben beide Klammern das gleiche Vorzeichen, also ist der Term positiv. Daraus folgt die Behauptung.

Klassenstufen 11

Aufgabe 1: Auf einer abgelegenen Insel leben 50 braune, 57 grüne, 62 gelbe und 68 rote Frösche. Immer, wenn sich *drei* Frösche unterschiedlicher Farbe begegnen, verwandeln sie sich in *zwei* Exemplare der vierten Farbe.
Irgendwann hat man festgestellt, dass *alle* verbliebenen Frösche der Insel gleiche Farbe haben. Man bestimme, wie viele Frösche noch maximal auf dem seltsamen Eiland leben, und welche Farbe sie haben!
Lösung: Wir nummerieren die Farben: braun: 1, grün: 2, gelb: 3, rot: 4. n_i sei die Anzahl der Frösche mit Farbe i, also z.B. anfänglich $n_1 = 50$. Wir vergleichen die Differenz zweier Anzahlen $n_i - n_k$ vor und nach einem Treffen (i <> k).
Fall 1: Farbe i wird neu gebildet. n_i wird um 2 erhöht, n_k um 1 verringert. n_i-n_k wächst um 3.
Fall 2: Farbe k wird neu gebildet. n_k wird um 2 erhöht, n_i um 1 verringert. n_i-n_k verringert sich um 3.
Fall 3: Weder Farbe i noch k wird neu gebildet. n_i und n_k werden um 1 verringert. n_i-n_k ändert sich nicht.
Bei jedem Treffen ändert sich also n_i-n_k um null oder drei. Gehören i und k zu ausgestorbenen Farben, so ist am Schluss $n_i - n_k = 0$. Die Anzahlen der drei ausgestorbenen Farben müssen sich ursprünglich um Vielfache von drei unterschieden haben. Bildet man die Differenzen der Zahlen 50, 57, 62 und 68, so sieht man leicht, dass nur die drei Zahlen 50, 62 und 68 durch drei teilbare Differenzen (nämlich 6, 12 und 18) haben. Demnach bleiben die grünen Frösche übrig.
Wie viele davon haben überlebt? Es sei b die Zahl der Treffen, bei denen zwei neue braune Frösche erschaffen worden sind. Entsprechend werden die Zahlen g (für grün), g′ (für gelb) und r definiert.
Da alle roten Frösche ausgestorben sind, muss gelten: $68 - (b + g + g') + 2r = 0$
Da alle gelben Frösche ausgestorben sind, muss gelten: $62 - (b + g + r) + 2g' = 0$
Da alle braunen Frösche ausgestorben sind, muss gelten: $50 - (r + g + g') + 2b = 0$
Es folgt: $b + g + g' + r = 68 + 3r = 62 + 3g' = 50 + 3b$
Da je Treffen ein Frosch *abhanden kommt,* sind zum Schluss noch $50+57+62+68 - (b+g+g'+r) = 237 - (68+3r) = 169 - 3r$ Frösche vorhanden. Es können mithin höchstens 169 Frösche übrig bleiben.
Wie kann man einsehen, dass der Wert 169 auch wirklich angenommen wird? Um die größte Zahl von Fröschen zu erschaffen, muss r = 0 sein. Aus (4) folgt: g′ = 2 ; b = 6 ; g = 60. Auf folgende Weise lassen sich nun 169 grüne Frösche erzeugen:
(50, 57, 62, 68) ---> (48, 55, 66, 66) (2 Paare gelber Frösche neu erzeugt)
(48, 55, 66, 66) ---> (60, 49, 60, 60) (6 Paare brauner Frösche neu erzeugt)
(60, 49, 60, 60) ---> (0, 169, 0, 0) (60 Paare grüner Frösche neu erzeugt)



Aufgabe 2: Ein quadratischer Billardtisch (Seitenlänge 1m) hat an jeder Ecke ein Loch. Eine Kugel wird (z.B. von der Ecke links unten aus) gestoßen. Sie trifft die rechte Bande in der Entfernung 19/96 m oberhalb der rechten Ecke. Die Kugel soll sich ideal (also ohne Energieverlust) bewegen. Wie viele Banden muss die Billardkugel treffen, bis sie erneut in eines der vier Löcher fällt?

Lösung: Die Kugel werde z.B. an der rechten Bande reflektiert. Wie denken uns den Billardtisch an seiner rechten Bande gespiegelt. Dann kann man sich vorstellen, dass sich die Kugel geradlinig weiter bewegt. Wir führen ein Koordinatensystem ein (Zeichnung): Die Kugel fällt in ein Loch, wenn sie erstmals einen Punkt mit ganzzahligen Koordinaten erreicht. An den folgenden Punkten trifft die Kugel jeweils die rechte (gespiegelte) Bande: (1; 19/96), (2; 2*19/96), (3, 3*19/96),...
Da 19 und 96 teilerfremd sind, liegt das erste Loch an der Stelle (96; 19), Auf ihrem Weg durch das Gitternetz hat die Kugel 95 senkrechte Linien und 18 waagerechte Linien überquert, d.h. sie ist 113-mal reflektiert worden.

Aufgabe 3: Die einhundert Zahlen 1, ½, 1/3, ..., 1/100 sind auf eine Tafel geschrieben. Man darf nun zwei dieser Zahlen a und b willkürlich wegwischen und durch die Zahl a + b + ab ersetzen. Dies geschieht insgesamt 99mal. Es bleibt schließlich noch eine Zahl an der Tafel stehen. Begründe, welche Zahl übrigbleibt !
Lösung: Die 100 Stammbrüche seien wie folgt nummeriert: a_1, a_2, ..., a_{100}. O.B.d.A. ersetzen wir das erste Paar a_1 , a_2 durch den Term $a_1 + a_2 + a_1 * a_2$. Wegen $1 + a_1 + a_2 + a_1 * a_2 - 1 = (1 + a_1) (1+ a_2) - 1$ ist der Term $a_1 + a_2 + a_1 * a_2$ äquivalent zum um 1 verminderten Produkt $(1 + a_1) (1+ a_2)$. Analog können wir nun die Zahlen $(1 + a_1) (1+ a_2) -1$ und a_3 ersetzen durch die Zahl $(1 + a_1) (1+ a_2) -1 + a_3 + a_3 [(1 + a_1) (1+ a_2) - 1] = (1 + a_1) (1+ a_2) - 1 + a_3 - a_3 + (1 + a_1) (1+ a_2) a_3 = (1 + a_1) (1+ a_2) (1+ a_3) -1$ (nach Vereinfachen und Ausklammern usw.). Offenbar erhalten wir auf diese Weise nach 99maliger Wiederholung die Zahl
$P = (1+ a_1) (1+ a_2) (1+ a_3) \dots (1+ a_{100}) - 1 = (1+1) (1+ 1/2) (1+ 1/3) \dots (1+ 1/100) -1 = 2 * 3/2 * 4/3 * \dots * 101/100 -1 = 101 - 1 = 100$.

Aufgabe 4: Gegeben ist die unendliche arithmetische Folge natürlicher Zahlen 1996, 1996+1·1997, 1996+2·1997, 1996+3·1997, ... *Zeig*e: Unendlich viele Glieder der Folge besitzen die selbe Quersumme.
Aufgabe 5: Die Seitenlängen a, b, c eines Dreiecks sind ganzzahlig. Die Länge einer Höhe des Dreiecks ist die Summe der Längen der beiden anderen Höhen. *Weise nach:* Der Term $a^2 + b^2 + c^2$ ist eine Quadratzahl.

Aufgabe 6: Ein Supermarkt hat eine hauseigene Fertigpizza im Angebot. Das Produkt wird in der Lokalzeitung beworben. Eine Auswertung der Anzeigenserie ergibt: Jedes Mal nach Abdruck der Werbung verdient das Unternehmen am folgenden Tag 300 DM; am darauffolgenden Tag und an allen weiteren Tagen wird jeweils der Tagesgewinn um 5 DM zurückgehen und zwar solange, bis er nur noch 200 DM beträgt. Die Geschäftsleitung möchte nun Sonderanzeigen schalten. Wie oft sollte sie in der Zeitung für ihre Pizzamarke werben lassen, damit der Tagesgewinn maximiert wird, wenn jede Anzeige 40 DM kostet?

Internationale Mathematikolympiade, IMO

Die Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) ist ein seit 1959 jährlich stattfindender mathematischer Wettbewerb für Schüler. Die 1. IMO fand 1959 in Rumänien mit 7 Ländern statt. Ursprünglich war der Wettbewerb für junge Mathematiker der sozialistischen Länder, in denen mathematische Talente intensiv gefördert wurden, gedacht.
Als erstes nichtsozialistisches Land nahm 1965 Finnland teil. Später folgten 1967 Großbritannien, Italien, Schweden und Frankreich, 1969 die Niederlande und Belgien, 1970 Österreich, 1974 die USA, 1975 Griechenland. Erst 1976 war die BRD bereit, auch Schüler zu diesem Wettkampf zu entsenden. Im Jahre 2005 wurde ein neuer Teilnehmerrekord erzielt. Aus 91 Staaten der Erde starteten Mannschaften. Damit ist die IMO der wichtigste mathematische Wettbewerb der Welt.

Jedes teilnehmende Land kann eine Mannschaft mit 6 Schülern entsenden (seit 1983; 1959-1981: 8 Schüler; 1982: 4 Schüler). In der Regel sind die Teilnehmer aus der höchsten Schulklasse. Besonders talentierte Schüler haben jedoch auch oft eine mehrfach erfolgreiche Teilnahme geschafft.
Viele der ehemaligen IMO-Teilnehmer haben sich später zu Top-Mathematikern entwickelt.
Die DDR beteiligte sich von 1959 bis 1990 an den IMOs, die BRD seit 1976. Seit 1991 gibt es eine gesamtdeutsche Mannschaft.
Die erfolgreichsten deutschen Starter sind:

Sauermann, Lisa	Deutschland	2007-2011	4 x Gold, 1 x Silber
Reiher, Christian	Deutschland	1999-2003	4 x Gold, 1 x Bronze
Burmeister, Wolfgang	DDR	1967-1971	3 x Gold, 2 x Silber, 2 Spezialpreise

Der Wettbewerb selbst besteht aus 2 Klausuren von je 4 1/2 Stunden an zwei aufeinanderfolgenden Tagen, in denen je 3 Aufgaben zu lösen sind. Jede Aufgabe wird mit einer Punktzahl von 0 bis 7 bewertet.
Die Aufgaben werden von den teilnehmenden Ländern eingereicht und von einer Jury ausgewählt. Danach werden diese Aufgaben in alle Sprachen der Teilnehmer übersetzt.
Der Weg in die deutsche Nationalmannschaft führt über die erfolgreiche Teilnahme an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiaden. Auch Teilnehmer des Bundeswettbewerbes werden berücksichtigt. Diese Kandidaten (etwa 130) schreiben 2 IMO-Auswahlklausuren. Die 16 Besten dieser Klausuren werden zu

Vorbereitungsseminaren eingeladen. Die 6 Besten der hier geschriebenen Klausuren bilden dann das Team.

IMO-Statistik

Die nachfolgende Tabelle enthält die statistischen Angaben der Internationalen Mathematikolympiaden; Jahr, Austragungsland und -ort, Teilnehmerzahl (T) und Anzahl der Länder (L) sowie das Land mit dem besten Ergebnis.

Nr.	Jahr	Land	Ort	L	T	Sieger
1	1959	Rumänien	Brasov	7	52	Rumänien
2	1960	Rumänien	Sinaia	5	39	CSSR
3	1961	Ungarn	Veszprem	6	48	Ungarn
4	1962	CSSR	Hluboka	7	56	Ungarn
5	1963	Polen	Wroclaw	8	64	UdSSR
6	1964	UdSSR	Moskau	9	72	UdSSR
7	1965	DDR	Berlin	10	80	UdSSR
8	1966	Bulgarien	Sofia	9	72	UdSSR
9	1967	Jugoslawien	Cetinje	13	99	UdSSR
10	1968	UdSSR	Moskau	12	96	DDR
11	1969	Rumänien	Bukarest	14	112	Ungarn
12	1970	Ungarn	Keszthely	14	112	Ungarn
13	1971	CSSR	Zilina	15	115	Ungarn
14	1972	Polen	Torun	14	107	UdSSR
15	1973	UdSSR	Moskau	16	125	UdSSR
16	1974	DDR	Erfurt	18	140	UdSSR
17	1975	Bulgarien	Burgas	17	135	Ungarn
18	1976	Österreich	Lienz	18	139	UdSSR
19	1977	Jugoslawien	Belgrad	21	155	USA
20	1978	Rumänien	Bukarest	17	132	Rumänien
21	1979	Großbritannien	London	23	166	UdSSR
22	1981	USA	Washington	27	185	USA
23	1982	Ungarn	Budapest	30	119	BRD
24	1983	Frankreich	Paris	32	186	BRD
25	1984	CSSR	Prag	34	192	UdSSR
26	1985	Finnland	Joutsa	38	209	Rumänien
27	1986	Polen	Warschau	37	210	UdSSR
28	1987	Kuba	Havanna	42	237	Rumänien
29	1988	Australien	Canberra	49	268	UdSSR
30	1989	BRD	Braunschweig	50	291	China
31	1990	China	Peking	54	308	China
32	1991	Schweden	Sigtuna	56	318	UdSSR
33	1992	Russland	Moskau	56	322	China
34	1993	Türkei	Istanbul	73	413	China
35	1994	Hong Kong	Hong Kong	69	385	USA
36	1995	Canada	Toronto	73	412	China
37	1996	Indien	Mumbai	75	424	Rumänien
38	1997	Argentinien	Mar del Plata	82	460	China
39	1998	Taiwan	Taipeh	76	419	Iran
40	1999	Rumänien	Bukarest	81	450	China, Russland
41	2000	Südkorea	Taejon	82	461	China
42	2001	USA	Washington	83	473	China
43	2002	Großbritannien	Glasgow	84	479	China
44	2003	Japan	Tokio	82	457	Bulgarien
45	2004	Griechenland	Athen	85	486	China
46	2005	Mexiko	Mérida	91	513	China
47	2006	Slowenien	Ljubljana	-	498	China
48	2007	Vietnam	Hanoi	93	520	Russland
49	2008	Spanien	Madrif	97	535	China
50	2009	Deutschland	Bremen	104	565	China
51	2010	Kasachstan	Astana	96	517	China
52	2011	Niederlande	Amsterdam	101	564	China
53	2012	Argentinien	Mar del Plata	100	548	Südkorea

Internationale Mathematikolympiade – Gesamtergebnis

	Gold	Silber	Bronze	Punkte		Gold	Silber	Bronze	Punkte
Russland	128	91	54	9376	Ungarn	72	125	75	9007
Rumänien	62	102	83	8647	Bulgarien	46	81	83	7765
Tschechien	13	70	104	6794	Polen	17	55	102	6178
Großbritannien	33	74	101	6145	USA	72	87	28	6118
Serbien	6	51	103	5442	DDR	26	62	60	5201
Vietnam	35	73	51	4678	Frankreich	20	41	75	4489
China	86	23	5	4109	Österreich	12	26	75	3823
Schweden	5	22	59	3691	Kanada	16	29	59	3074
Niederlande	2	19	45	3039	Australien	11	34	60	2996
Iran	25	52	25	2965	Israel	9	28	67	2767
Südkorea	25	43	25	2693	Mongolei	1	15	33	2531
BRD	23	29	25	2485	Japan	18	41	28	2356
Indien	8	46	36	2294	Türkei	4	26	54	2266
Finnland	1	4	42	2252	Deutschland	17	38	24	2220
Brasilien	7	11	46	2187	Taiwan	17	46	16	2177
Griechenland	0	14	41	2095	Ukraine	17	31	19	1969
Belgien	1	8	39	1938	Kolumbien	1	11	46	1928
Italien	2	8	50	1896	Hongkong	2	21	51	1884
Singapur	1	21	46	1817	Weißrussland	10	25	31	1726
Kuba	1	5	34	1700	Argentinien	3	14	38	1454
Thailand	1	14	33	1419	Slowakei	2	23	33	1412
Marokko	0	3	27	1382	Norwegen	1	9	24	1319
Kasachstan	7	10	24	1215	Spanien	0	2	17	1164
Neuseeland	1	4	27	1158	Mexiko	1	2	26	1117
Armenien	1	7	31	1103	Georgien	1	7	30	1102
Kroatien	0	4	34	1063	Südafrika	1	7	26	1039
Lettland	1	8	26	1035	Moldawien	3	9	22	957
Mazedonien	0	3	28	853	Estland	0	4	15	759
Litauen	0	3	14	757	Zypern	0	1	10	745
Schweiz	0	6	17	731	Dänemark	0	1	17	716
Irland	0	1	6	697	Tunesien	1	2	11	693
Indonesien	0	1	10	683	Island	0	1	7	655
Macao	0	1	10	648	Peru	0	2	18	629
Slowenien	0	2	13	623	Bosnien	0	2	19	621
Luxemburg	2	5	12	584	Aserbaidschan	0	2	9	516
Philippinen	0	1	6	507	Trinidad	0	0	3	493
Portugal	0	0	2	461	Usbekistan	0	2	9	412
Kirgisien	0	0	6	332	Algerien	0	1	2	330
Kuwait	0	0	1	287	Albanien	0	1	2	268
Venezuela	0	2	2	268	Malaysia	0	0	3	267
KVDR	0	4	5	235	Uruguay	0	0	1	227
Turkmenistan	0	0	5	212	Sri Lanka	0	0	3	182
Puerto Rico	0	1	1	107	Chile	0	1	0	104
Bahrein	0	0	0	85	Ecuador	0	0	1	65
Guatemala	0	0	0	59	Paraguay	0	0	0	52
Costa Rica	0	0	0	37	El Salvador	0	0	0	25
Mosambique	0	0	0	15	Bolivien	0	0	0	13
Nikaragua	0	0	0	13	Pakistan	0	0	0	11
Brunei	0	0	0	8	Saudi Arabien	0	0	0	7
Panama	0	0	0	7	Liechtenstein	0	0	0	4
Tadschikistan	0	0	0	3	Bangladesh	0	0	0	3

Deutsche IMO-Preisträger

I. IMO 1959, Brasov (Rumänien)

23.-31.Juli 1959, 7 Länder, 52 Teilnehmer
kein deutscher Preisträger

II. IMO 1960, Sinaia (Rumänien)

18.-25.Juli 1960, 5 Länder, 39 Teilnehmer
Sonderpreis Klaus Walter (DDR)

III. IMO 1961, Veszprém (Ungarn)
6.-16.Juli 1961, 6 Länder, 48 Teilnehmer
Bronze Thomas Görnitz (DDR)
Sonderpreis Heike Wenzel (DDR), Mary Schleifstein (DDR), Gerd Naß (DDR)

IV. IMO 1962, Ceske Budejovice (CSSR)
7.-15.Juli 1962, 7 Länder, 56 Teilnehmer
Silber Karl-Heinz Tetsch (DDR)

V. IMO 1963, Wroclaw (Polen)
5.-13.Juli 1963, 8 Länder, 64 Teilnehmer
Bronze Rolf-Günter Riedel (DDR), Uwe Kühler (DDR), Ulrich Schwarz (DDR)

VI. IMO 1964, Moskau (UdSSR)
30.Juni-10.Juli 1964, 9 Länder, 72 Teilnehmer
Silber Wolfgang Klamt (DDR)
Bronze Manfred Brandt (DDR), Monika Titze (DDR)

VII. IMO 1965, Berlin (DDR)
3.-13.Juli 1965, 10 Länder, 80 Teilnehmer
Silber Manfred Brandt (DDR), Wolfgang Klamt (DDR)
Bronze Peter Enskonatus (DDR), Walter Liepe (DDR), Otto Wilhelm (DDR)

VIII. IMO 1966, Sofia (Bulgarien)
3.-13.Juli 1966, 9 Länder, 72 Teilnehmer
Gold Peter Enskonatus (DDR), Walter Liepe (DDR), Josef Richardt (DDR)
Silber Stefan Heinrich (DDR), Gert Siebert (DDR), Reinhard Höppner (DDR)

IX. IMO 1967, Cetinje (Jugoslawien)
2.-13.Juli 1967, 13 Länder, 99 Teilnehmer
Gold Stefan Heinrich (DDR), Christoph Bandt (DDR), Reinhard Höppner (DDR)
Silber Gert Siebert (DDR), Ulrich Zähle (DDR), Wolfgang Burmeister (DDR)
Bronze Joachim Fritz (DDR)

X. IMO 1968, Moskau (UdSSR)
5.-18.Juli 1968, 12 Länder, 96 Teilnehmer
Gold Stefan Heinrich (DDR), Christoph Bandt (DDR), Ulrich Zähle (DDR), Jürgen Gärtner (DDR), Wolfgang Burmeister (DDR)
Silber Hans-Görg Roos (DDR), Joachim Fritz (DDR), Andreas Felgenhauer (DDR)

XI. IMO 1969, Bukarest (Rumänien)
5.-20.Juli 1969, 14 Länder, 112 Teilnehmer
Silber Jürgen Gärtner (DDR), Wolfgang Burmeister (DDR), Andreas Felgenhauer (DDR), Stefan Heinrich (DDR)
Bronze Hans-Dietrich Gronau (DDR), Jürgen Schefter (DDR), Klaus Neumann (DDR), Joachim Voigt (DDR)

XII. IMO 1970, Keszthely (Ungarn)
8.-22.Juli 1970, 14 Länder, 112 Teilnehmer
Gold Wolfgang Burmeister (DDR)
Silber Andreas Felgenhauer (DDR), Jürgen Schefter (DDR)
Bronze Olaf Böhme (DDR), Thomas Jentsch (DDR), Peter Oswald (DDR), Fredy Reimann (DDR)
Sonderpreis Wolfgang Burmeister (DDR), Olaf Böhme (DDR)

XIII. IMO 1971, Zilina (CSSR)
10.-21.Juli 1971, 15 Länder, 115 Teilnehmer
Gold Wolfgang Burmeister (DDR)
Silber Harald Englisch (DDR)
Bronze Arnulf Möbius (DDR), Thomas Jentsch (DDR), Reinhard Wobst (DDR), Gerhard Spens (DDR)
Sonderpreis Wolfgang Burmeister (DDR)

XIV. IMO 1972, Torun (Polen)
5.-17.Juli 1971, 14 Länder, 107 Teilnehmer
Gold Pawel Kröger (DDR)
Silber Harald Englisch (DDR), Olaf Böhme (DDR), Albrecht Heß (DDR)
Bronze Hans-Jürgen Fischer (DDR), Rainer Siegmund-Schultze (DDR), Gerd Weißenborn (DDR), Matthias Günther (DDR) , Sonderpreis Pawel Kröger (DDR)

XV. IMO 1973, Moskau (UdSSR)
Silber Elias Wegert (DDR), Albrecht Böttcher (DDR), Pawel Kröger (DDR)
Bronze Gerd Weißenborn (DDR), Reinhardt Schuster (DDR), Albrecht Heß (DDR), Jürgen Roßmann (DDR)

XVI. IMO 1974, Erfurt (DDR)
Silber Konrad Engel (DDR), Hans-Gert Gräbe (DDR), Helmut Roßmann (DDR), Ralph Lehmann (DDR), Uwe Quasthoff (DDR)
Bronze Reinhardt Schuster (DDR), Klaus Altmann (DDR)

XVII. IMO 1975, Burgas (Bulgarien)
Silber Klaus Altmann (DDR), Uwe Quasthoff (DDR), Harry Reimann (DDR), Ralph Lehmann (DDR)
Bronze Helmut Roßmann (DDR), Udo Matte (DDR), Uwe Risch (DDR), Michael Marczinek (DDR)

XVIII. IMO 1976, Lienz (Österreich)
Silber Michael Marczinek (DDR), Uwe Risch (DDR)
Bronze Klaus Brinckmann (DDR), Jens-Uwe Löbus (DDR), Friedhelm Schwieweck (DDR)

XIX. IMO 1977, Belgrad (Jugoslawien)
Gold Lutz Gärtner (DDR), Michael Marczinek (DDR), Jürgen Rathmann (BRD)
Silber Bernd Mulansky (DDR), Berthold Krüger (BRD)
Bronze Peter Dittrich (DDR), Martin Roller (BRD), Ralf Wehrmann (BRD), Tilman Schmidt (BRD), Helge Ritter (DDR)

XX. IMO 1978, Bukarest (Rumänien)
Gold Uwe Weselmann (BRD)
Bronze Ulrich Everling (BRD), Herbert Wingen (BRD), Martin Roller (BRD)
Eine DDR-Mannschaft nahm 1978 nicht teil.

XXI. IMO 1979, London (GB)
Silber Lutz Dietrich (DDR), Thomas Gundermann (DDR), Hartmut Maennel (BRD), Holger Eng (BRD), Thomas Volker (BRD), Hans-Dieter Foß (BRD), Hans Ranke (BRD), Reiner Zorn (BRD)
Bronze Uwe Szyska (DDR), Bodo Heise (DDR), Alexander Bartmann (BRD)

XXII. IMO 1981, Washington (USA)
Gold Martin Neschen (BRD), Günter Ziegler (BRD), Bernhard Raaf (BRD), Ortwin Gasper (BRD), Hartmut Maennel (BRD)
Silber Martin Kreuzer (BRD), Bernhard Leeb (BRD)
Bronze Michael Roth (BRD)
Die DDR-Mannschaft erhielt keine Einreise-Visa.

XXIII. IMO 1982, Budapest (Ungarn)
Gold Ralf Hortig (DDR), Bodo Heise (DDR), Bruno Haible (BRD), Michael Stoll (BRD)
Silber Jochen Lattermann (DDR), Bernhard Leeb (BRD), Bernhard Raaf (BRD)
Bronze Bernd Kirchheim (DDR)

XXIV. IMO 1983, Paris (Frankreich)
Gold Bernhard Leeb (BRD), Michael Stoll (BRD), Frank Wagner (BRD), Daniel Grieser (BRD)
Silber Bruno Haible (BRD)
Bronze Bernd Schmutzler (DDR), Ingo Witt (DDR), Jochen Lattermann (DDR), Klaus Mohnke (DDR), Axel Schüler (DDR)

XXV. IMO 1984, Prag (CSSR)
Gold Karin Gröger (DDR)
Silber Arnd Rösch (DDR), Ingo Witt (DDR), Bernhard Leeb (BRD), Arnfried Gebhardt (BRD)
Bronze Jörg Stahnke (DDR), Alexander Schmidt (DDR), Oliver Geupel (DDR), Colin Stahlke (BRD), Hagen von Eitzen (BRD), Eckhard Müller (BRD), Adreas Wacker (BRD)

26.Internationale Mathematikolympiade in Joutsa
Vom 29.Juni bis 11.Juli 1985 fand in Joutsa (Finnland) die 26.Internationale Mathematikolympiade statt. 38 Länder und 209 Schüler nahmen teil.
Es wurden 14 Goldmedaillen, 35 Silbermedaillen und 52 Bronzemedaillen vergeben. 2 Schüler, Géza Kós (Ungarn) und Daniel Tataru (SR Rumänien) erreichten die volle Punktzahl 42. Ulrich Meister aus der DDR war der beste deutsche Teilnehmer mit 32 Punkten.

Die deutschen Teilnehmer:

Gold Ulrich Meister (DDR), Hagen von Eitzen (BRD)
Silber Jörg Jahnel (DDR), Volker Brundisch (DDR), Eckhard Müller (BRD)
Bronze Angelika Drauschke (DDR), Ingo Warnke (DDR), Georg Hein (DDR), Peter Müller (BRD), Franz Merkl (BRD), Colin Stahlke (BRD), Martin Härterich (BRD)

27.Internationale Mathematikolympiade in Warschau

Vom 4. bis 15.Juli 1986 fand in Warschau (Polen) die 27.Internationale Mathematikolympiade statt. 37 Länder und 210 Schüler nahmen teil.
Es wurden 18 Goldmedaillen, 41 Silbermedaillen und 48 Bronzemedaillen vergeben. 3 Schüler, Wladimir Roganow, Stanislaw Smirnow (beide UdSSR) und Géza Kós (Ungarn) erreichten die volle Punktzahl 42. Jörg Jahnel aus der DDR war der beste deutsche Teilnehmer mit 41 Punkten.

Die deutschen Teilnehmer:
Gold Jörg Jahnel (DDR), Martin Härterich (BRD), Wieland Fischer (BRD)
Silber Stefan Günther (DDR), Matthias-Torsten Tok (DDR), Ingo Warnke (DDR), Georg Illies (BRD), Götz Wiesend (BRD), Eric Müller (BRD), Markus Lauer (BRD)
Bronze Gunter Döke (DDR), Harald Heidler (DDR)

28.Internationale Mathematikolympiade in Havanna

Vom 5. bis 16.Juli 1987 fand in Havanna (Kuba) die 28.Internationale Mathematikolympiade statt. 42 Länder und 237 Schüler nahmen teil.
Es wurden 22 Goldmedaillen, 42 Silbermedaillen und 46 Bronzemedaillen vergeben.

Die deutschen Teilnehmer:
Gold Frank Göring (DDR), Gerd Kunert (DDR), Martin Härterich (BRD), Thorsten Kleinjung (BRD), Jörg Eisfeld (BRD), Wolfgang Schwarz (BRD)
Silber Uta Hövel (DDR), Jörg Jahnel (DDR), Gunter Döge (DDR), Eric Müller (BRD), Markus Lauer (BRD)
Bronze Ingo Warnke (DDR)

29.Internationale Mathematikolympiade in Canberra

Vom 9. bis 21.Juli 1988 fand in Canberra (Australien) die 29.Internationale Mathematikolympiade statt. 49 Länder und 268 Schüler nahmen teil.
Es wurden 17 Goldmedaillen, 48 Silbermedaillen, 65 Bronzemedaillen und 33 ehrende Erwähnungen übergeben.
Die BRD wurde vierte, die DDR-Mannschaft erreichte den 7.Platz, obwohl sie nur mit 5 statt 6 Teilnehmern starten konnte.
Die erfolgreichsten Mannschaften waren

Platz	Land	Punktzahl
1	UdSSR	217
2	VR China	201
3	Rumänien	201

Die deutschen Teilnehmer:
Gold Andreas Siebert (DDR), Thorsten Kleinjung (BRD)
Silber Martin Welk (DDR), Dirk Liebscher (DDR), Gerard Zenker (DDR), Frank Göring (DDR), Martin Härterich (BRD), Eric Müller (BRD), Jörg Eisfeld (BRD), Jens Petersen (BRD)
Bronze Markus Lauer (BRD)

30.Internationale Mathematikolympiade in Braunschweig

Vom 13. bis 24.Juli 1989 fand in Braunschweig die 30.Internationale Mathematikolympiade statt. 50 Länder und 291 Schüler nahmen teil.
Insgesamt wurden 20 Goldmedaillen, 55 Silbermedaillen und 72 Bronzemedaillen vergeben. 10 Schüler erreichten die volle Punktzahl 42, darunter die drei Goldmedaillengewinner Andreas Siebert, Gerard Zenker und Frank Göring aus der DDR.
Die DDR-Mannschaft erreichte einen hervorragenden 4.Platz, die BRD wurde nur achte. Die erfolgreichsten Mannschaften waren

1	China	237	2	Rumänien	223
3	UdSSR	217	4	DDR	216

Die deutschen Teilnehmer:
Gold Andreas Siebert (DDR), Gerard Zenker (DDR), Frank Göring (DDR), Martin Härterich (BRD)
Silber Jan Fricke (DDR), André Pönitz (DDR), Jürgen Wolff (BRD), Andreas Gathmann (BRD), Jan Hendrik Schmidt (BRD)
Bronze Rüdiger Belch (DDR), Marten Fels (BRD), Markus Oswald (BRD)

31.Internationale Mathematikolympiade in Peking

Vom 7. bis 19.Juli 1990 fand in Peking die 31.Internationale Mathematikolympiade statt. 54 Länder und 308 Schüler nahmen teil. Die erfolgreichsten Mannschaften waren

Platz	Land	Punktzahl	Platz	Land	Punktzahl
1	VR China	230	2	UdSSR	193
3	USA	174	4	SR Rumänien	171
5	Frankreich	168	6	VR Ungarn	162
7	DDR	158	8	CSSR	153

Die DDR nahm zum letzten Mal mit einer selbstständigen Mannschaft teil. Dieser fehlten nur wenige Punkte zu einem Podestplatz. Die BRD erreichte nur einen enttäuschenden 12.Platz.
Die deutschen Teilnehmer:
Gold Thomas Mautsch (DDR)
Silber Ingrid Voigt (DDR), Jan Fricke (DDR), Torsten Ehrhardt (DDR), Jan Hendrik Schmidt (BRD), Bodo Laß (BRD)
Bronze Astrid Mirle (DDR), Rüdiger Belch (DDR), Markus Oswald (BRD), Thomas Gleim (BRD), Jan Kneißler (BRD), Markus Bisanz (BRD)

In diesem Jahr war die Spezialschule für Mathematik und Naturwissenschaften Karl-Marx-Stadt die erfolgreichste Schule der Welt!!!
Die IMO-Preisträger Torsten Ehrhardt und Rüdiger Belch waren aus dieser Schule. Darüber hinaus gewannen im selben Jahr Schüler der Spezialschule Karl-Marx-Stadt einen 1. und einen 2.Preis bei der Internationalen Physik-Olympiade in Groningen und einen 2.Preis bei der Internationalen Informatik-Olympiade in Minsk. Keine andere Schule der Welt erreichte jemals wieder 5 Preise in einem Jahr bei internationalen Olympiaden.

32.Internationale Mathematikolympiade in Sigtuna

Vom 12. bis 23.Juli 1991 fand in Sigtuna (Schweden) die 32.Internationale Mathematikolympiade statt. 56 Länder und 318 Schüler nahmen teil. Insgesamt wurden 20 Goldmedaillen, 51 Silbermedaillen und 84 Bronzemedaillen vergeben. 9 Schüler erreichten die volle Punktzahl 42. Erstmals startete eine gemeinsame deutsche Mannschaft.
Die erfolgreichsten Mannschaften waren

Platz	Land	Punktzahl
1	UdSSR	241
2	VR China	231
3	Rumänien	225

Die deutschen Teilnehmer:
Gold Norbert Hoffmann (41)
Silber Michael Dreher (38), Jakob Stix (38), Bodo Laß (36), Jan-Christoph Puchta (35), Martin Wiechert (34)

33.Internationale Mathematikolympiade in Moskau

Vom 10. bis 21.Juli 1992 fand in Moskau die 33.Internationale Mathematikolympiade statt. 56 Länder und 322 Schüler nahmen teil. Insgesamt wurden 26 Goldmedaillen, 56 Silbermedaillen und 87 Bronzemedaillen vergeben. 4 Schüler, Kai Shen, Baozhong Yang, Wei Luo (alle VR China) und Dmitri A. Arinken (UdSSR), erreichten die volle Punktzahl 42.
Die erfolgreichsten Mannschaften waren

Platz	Land	Punktzahl
1	China	240
2	USA	181
3	Rumänien	177

Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Silber Christoph Bergemann (31), Jakob Stix (30), Norbert Hoffmann (25), Stefan Schwarz (25)
Bronze Andreas Klein (19), Eike Lau (19)
Enttäuschend war für die deutsche Mannschaft, dass keine Goldmedaille gewonnen wurde und der beste Deutsche nur Platz 27 belegte.

34.Internationale Mathematikolympiade in Istanbul

Vom 13. bis 24.Juli 1993 fand in Istanbul die 34.Internationale Mathematikolympiade statt. 73 Länder und 412 Schüler nahmen teil. Insgesamt wurden 35 Goldmedaillen, 66 Silbermedaillen und 97 Bronzemedaillen vergeben. 2 Schüler, Hung-Wu Wu (Taiwan) und Hong Zhou (VR China), erreichten die volle Punktzahl 42.

Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Gold Jakob Stix, Martin Wiechert, Stefan Schwarz, Eike Lau
Silber Manuel Moos, Jan-Christoph Puchta
Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war gut. Vor allem am zweiten Tag gelang der Mannschaft ein sehr gutes Resultat, es wurden nur drei Punkte (von 126) abgegeben.
Aufgaben: http://webee.technion.ac.il/people/aditya/www.kalva.demon.co.uk/imo.html

35.Internationale Mathematikolympiade in Hongkong

Vom 8. bis 20.Juli 1994 fand in Hongkong die 35.Internationale Mathematikolympiade statt. 69 Länder und 385 Schüler nahmen teil.
Insgesamt wurden 30 Goldmedaillen, 64 Silbermedaillen und 98 Bronzemedaillen vergeben. 22 Schüler erreichten die volle Punktzahl 42.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Gold Arend Bayer
Silber Anja Wille, Tilo Eilebrecht
Bronze Andreas Klein, Gunther Vogel, Mark Weyer
Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war mit dem 11.Platz normal. Erfreulich war, dass die Schüler sämtlich eine Medaille gewannen. Da es ein sehr junges Team war, konnte ein ähnlich gutes Abschneiden wie 1993 nicht erwartet werden.
Sensationell war das Abschneiden des USA-Teams, jeder der 6 Schüler erhielt die Idealpunktzahl 42. Ein solches Ergebnis gab es in der IMO-Geschichte noch nicht!

36.Internationale Mathematikolympiade in Toronto

Vom 13. bis 25.Juli 1995 fand in Toronto die 36.Internationale Mathematikolympiade statt. 73 Länder und 412 Schüler nahmen teil.
Es wurden 30 Goldmedaillen, 71 Silbermedaillen, 100 Bronzemedaillen und 99 Anerkennungen vergeben.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Gold Gunther Vogel
Silber Arend Bayer, Bertram Felgenhauer, Julius Verrel
Bronze Nico Düvelmeyer
Teilnahme Alexander Lytchak
Das Ergebnis der deutschen Mannschaft entsprach den Erwartungen. Erstmals seit 1983 blieb ein deutscher Schüler ohne Medaille. Die deutsche Mannschaft erreichte in der inoffiziellen Länderwertung mit Platz 15 ihr bisher schwächstes Ergebnis. Mit 236 Punkten und 4 Goldmedaillen wurde China das erfolgreichste Land.

37.Internationale Mathematikolympiade in Mumbai (Bombay)

Vom 5. bis 17.Juli 1996 fand in Mumbai die 37.Internationale Mathematikolympiade statt. 75 Länder und 424 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Gold Arend Bayer, Gunther Vogel, Bertram Felgenhauer
Silber Thomas Richthammer
Bronze Julius Verrel
Teilnahme Robert Strich
Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war gut. Die drei Goldmedaillen sind ein großer Erfolg, wenn gleich insgesamt nur der 10.Platz erreicht wurde.
Die Organisatoren hatten große Probleme zu lösen. Im März 1996 wurde der Austragungsort geändert: von Neu Dehli nach Mumbai. Mit 187 Punkten und 4 Goldmedaillen wurde Rumänien das erfolgreichste Land.

38.Internationale Mathematikolympiade in Mar del Plata

Vom 18. bis 31.Juli 1997 fand in Mar del Plata (Argentinien) die 38.Internationale Mathematikolympiade statt. 82 Länder und 460 Schüler nahmen teil. Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:
Gold Armin Holschbach
Silber Ben Liese, Peter Wagner, Daniel Herden
Bronze Thomas Fischer, Tobias Bahr
Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war gut. Mit dem Platz 13 wurde das Ergebnis des letzten Jahres zwar nicht erreicht, aber jeder Schüler erzielte eine Medaille.
Mit 223 Punkten und 6 Goldmedaillen wurde China das erfolgreichste Land. Platz 2 für Ungarn und Platz 3 für den Iran verdeutlichen, dass in einigen Ländern sehr große Anstrengungen unternommen werden.

39.Internationale Mathematikolympiade in Taiwan

Vom 10. bis 21.Juli 1998 fand in Taipei (Taiwan) die 39.Internationale Mathematikolympiade statt. 76 Länder und 419 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Silber Martin Langer, Daniel Herden, Torsten Schöneborn
Bronze Benjamin Friedrich, Ulrich Derenthal
Teilnahme Eva Mierendorff

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft war nicht zufriedenstellend. Mit dem Platz 16 wurde das bisher schlechteste Gesamtresultat erreicht.
Das erfolgreichste Land der letzten Jahre, China, nahm aus politischen Gründen nicht teil. Sieger wurde Iran mit fünf Goldmedaillen. Dieses Ergebnis ist nicht so überraschend, da im Iran seit Jahren intensivste Anstrengungen auf mathematisch-naturwissenschaftlichem Gebiet unternommen werden.

40.Internationale Mathematikolympiade in Bukarest

Vom 10. bis 22.Juli 1999 fand in Bukarest die 40.Internationale Mathematikolympiade statt. 81 Länder und 450 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Silber Daniel Herden, Martin Olbermann
Bronze Julian Arndts, Thomas Jäger, Christian Reiher, Martin Langer

Der 17. Platz ist das schlechteste Abschneiden eines deutschen Teams bis zu diesem Zeitpunkt.
Mit jeweils 182 Punkten und 4 Goldmedaillen wurden Russland und China die erfolgreichsten Länder.

41.Internationale Mathematikolympiade in Taejon (Südkorea)

Vom 13. bis 25.Juli 2001 fand in Taejon die 41.Internationale Mathematikolympiade statt. 82 Länder und 461 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Gold Christian Reiher
Silber Thomas Jäger
Bronze Rudolf Polzer, Philipp Schapotschnikov
Teilnahme Jan Christoph Kinne, Hendrik Lönngren

Der 20. Platz ist das schlechteste Abschneiden eines deutschen Teams bis zu diesem Zeitpunkt. Erfreulich war, dass wieder eine Goldmedaille errungen wurde.
Mit 218 Punkten und 6 Goldmedaillen wurde China das erfolgreichste Land.

42.Internationale Mathematikolympiade in Washington

Vom 1. bis 14.Juli 2001 fand in Washington die 42.Internationale Mathematikolympiade statt. 83 Länder und 473 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Gold Christian Reiher
Silber Thomas Jäger, Hendrik Lönngren, Michael Tyomkyn
Bronze Philipp Lampe
Teilnahme Rudolf Polzer

Das Ergebnis war gut und mit dem 14.Platz in der Länderwertung konnte der Abwärtstrend gestoppt werden. Dem US-Amerikaner Reid Barton gelang als erstem Teilnehmer in der IMO-Geschichte der Gewinn der vierten Goldmedaille, in diesem Jahr bei seiner letzten Teilnahme sogar mit voller Punktzahl.
Insgesamt gab es in der IMO-Geschichte 21 Teilnehmer mit mindestens 3 Goldmedaillen.
Mit 225 Punkten und 6 Goldmedaillen wurde China erneut das erfolgreichste Land.

43.Internationale Mathematikolympiade in Glasgow

Vom 19. bis 30.Juli 2002 fand in Glasgow die 43.Internationale Mathematikolympiade statt. 84 Länder und 479 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Gold Christian Reiher, Thomas Jäger
Silber Michael Tyomkyn
Bronze Richard Bamler, Philipp Lampe
Teilnahme Rudolf Polzer

Hervorzuheben ist, dass alle Mitglieder sowohl der chinesischen als auch der russischen Mannschaft eine Goldmedaille errangen.

44.Internationale Mathematikolympiade in Tokio

Vom 7. bis 19.Juli 2003 fand in Tokio die 44.Internationale Mathematikolympiade statt. 82 Länder und 457 Schüler nahmen teil.
Die Ergebnisse der deutschen Mannschaft:

Gold Christian Reiher
Silber Richard Bamler, Michael Tyomkyn
Bronze Peter Eberhard
Teilnahme Alex Schreiber, Friedrich Feuerstein

Besonders hervorzuheben ist, dass Bulgarien erstmalig gewann. Dabei beeindruckt die erreichte Punktzahl von Bulgarien, die mehr als das Doppelte der deutschen Mannschaft beträgt.

45.Internationale Mathematikolympiade in Athen

45η Διεθσς Μαθηματικη Ολυμπιαδα

Vom 4. bis 18.Juli 2004 fand in Athen die 45.Internationale Mathematikolympiade statt. 85 Länder nahmen teil. Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Silber Darij Grinberg, Christian Sattler, Peter Scholze
Bronze Annika Heckel
Teilnahme Matthias Ohst, Michail Shkolnikov

Die deutsche Mannschaft errang Platz 25, das schlechteste Ergebnis aller Zeiten. Das inoffizielle Ländergebnis ist

Platz	Land	Punktzahl	Platz	Land	Punktzahl	Platz	Land	Punktzahl
1	China	220	2	USA	212	3	Rußland	205
4	Vietnam	196	5	Bulgarien	194	6	Taiwan	190
7	Ungarn	187	8	Japan	182	9	Iran	178
10	Rumänien	176	11	Ukraine	174	12	Südkorea	166

46.Internationale Mathematikolympiade in Mérida (Mexiko)

Vom 8. bis 19.Juli 2005 fand in Mérida die 46.Internationale Mathematikolympiade statt. 91 Länder nahmen teil. Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold Peter Scholze
Silber Darij Grinberg, Christian Sattler, Daniel Harrer
Bronze Georg Schönherr, Christopher Wulff

Insgesamt erreichte die deutsche Mannschaft den 12.Platz der Länderwertung und konnte den langjährigen Negativtrend stoppen.

Platz	Land	Punktzahl	Platz	Land	Punktzahl	Platz	Land	Punktzahl
1	China	220	2	USA	213	3	Rußland	212
4	Iran	201	5	Südkorea	200	6	Rumänien	191
7	Taiwan	190	8	Japan	188	9	Ukraine	181
9	Ungarn	181	11	Bulgarien	173	12	Deutschland	163

47.Internationale Mathematikolympiade in Ljubljana (Slowenien)

Im Juli 2006 fand in Ljubljana die 47.Internationale Mathematikolympiade statt.
Erneut stellte die Volksrepublik China die erfolgreichste Mannschaft.
Die deutsche Mannschaft konnte, nach Jahren der Enttäuschung, wieder an ehemalige Erfolge anknüpfen.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold Peter Scholze, Darij Grinberg, Christian Sattler, Georg Schönherr
Bronze Matthias Ohst, Daniel Harrer

Platz	Land	Punktzahl
1	China	214
2	Russland	174
3	Südkorea	170

48.Internationale Mathematikolympiade in Hanoi

Vom 19. bis 31.Juli 2007 fand in Hanoi (Vietnam) die 48.Internationale Mathematikolympiade statt.
In diesem Jahr war die russische Mannschaft die erfolgreichste. Nach einem kurzen Hoch im Vorjahr rutschte die deutsche Mannschaft wieder in der Länderwertung ab und wurde enttäuschend nur 15.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold Peter Scholze
Silber Friedrich Feuerstein, Georg Schröter, Lisa Sauermann
Bronze Stephan Neupert
Teilnahme Malte Lackmann

Hervorzuheben ist Peter Scholze von der Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin-Friedrichshain. Er errang seine 3.Goldmedaille.

Platz	Land	Punktzahl
1	Russland	184
2	VR China	181
3	Vietnam	168

49.Internationale Mathematikolympiade in Madrid

Vom 10. bis 22.Juli 2008 fand in Madrid (Spanien) die 49.Internationale Mathematikolympiade statt. Insgesamt traten 535 Teilnehmer aus 97

Staaten an.
Internet-Adresse http://www.imo-2008.es/index.html
In diesem Jahr war wieder die Mannschaft aus der VR China die erfolgreichste; alle russischen Teilnehmer gewannen eine Goldmedaille. Drei Starter: Xiaosheng Mu und Dongyi Wei aus der VR China und Alex Zhai aus den USA erreichten die volle Punktzahl von 42.
Die deutsche Mannschaft rutschte in der Länderwertung weiter ab und wurde enttäuschend nur 21. Dabei ist zu beachten, dass nur die erst 15jährige Lisa Sauermann aus Dresden eine Goldmedaille errang und so ein noch schlechteres Mannschaftsergebnis verhinderte.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold Lisa Sauermann
Silber Malte Lackmann, Georg Schröter
Bronze Jessica Fintzen, Florentin Münch, Philipp Weiß

Platz	**Land**	**Punktzahl**
1	VR China	217
2	Russland	199
3	USA	190

50.Internationale Mathematikolympiade in Bremen

Geradezu Erstaunliches konnte man im Juli 2009 erleben. Auf der Internet-Seite der Stadt Bremen wurde tatsächlich Werbung für die Internationale Mathematikolympiade gemacht. Überraschend ist dies, da ansonsten die deutschen Medien dieses bedeutende Ereignis vollständig ignorieren. Nachfolgend ein Auszug aus diesem Artikel:

"Highlights im Juli - 50. Internationale Mathematik-Olympiade
Vom 14. bis 21. Juli kommen Schülerdelegationen aus mehr als 100 Ländern der Erde nach Bremen.

Nach 1965 in Berlin, 1974 in Erfurt und 1989 in Braunschweig findet die Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) nun wieder in Deutschland statt. Es wird eine Jubiläumsolympiade. Ein Höhepunkt wird die Feier des 50-jährigen Jubiläums am 19.Juli im Musicaltheater sein.
Die 50.IMO wird am 21. Juli mit der Preisverleihung in der Glocke abgeschlossen.

Sechs Mathe-Genies für Deutschland
Deutschland wird von einer Schülerin und fünf Schülern bei der 50.IMO vertreten: Bertram Arnold (17) aus Sachsen-Anhalt, Christoph Kröner (19) aus Bayern, Malte Lackmann (18) aus Schleswig-Holstein, Martin Merker (18) aus Thüringen, Jens Reinhold (17) aus Nordrhein-Westfalen und Lisa Sauermann (16) aus Sachsen. …
Die Internationale Mathematik-Olympiade ist der bedeutendste mathematische Schülerwettbewerb auf internationaler Ebene und wird seit 1959 jährlich in einem anderen Gastland veranstaltet. …"

Vom 10. bis 22.Juli 2009 fand in Bremen die 50.Internationale Mathematikolympiade statt. Insgesamt traten 565 Teilnehmer aus 104 Staaten an.
In diesem Jahr war wieder die Mannschaft aus der VR China die erfolgreichste; alle chinesischen Teilnehmer gewannen eine Goldmedaille. Japan und Russland konnten je 5 Goldmedaillen erringen. Makoto Soejima (Japan) und Dongyi Wei (Volksrepublik China) erreichten die volle Punktzahl.
Die deutsche Mannschaft konnte sich wieder steigern und wurde in der Punktwertung 9. und in der Medaillenwertung 15. Erneut errang die erst 16jährige Lisa Sauermann aus Dresden eine Goldmedaille.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold Lisa Sauermann
Silber Jens Reinhold, Bertram Arnold, Martin Merker, Malte Lackmann
Bronze Christoph Kröner

Platz	**Land**	**Punktzahl**
1	VR China	221
2	Japan	212
3	Russland	203

51.Internationale Mathematikolympiade in Astana

Vom 6. bis 12.Juli 2010 wurde in Astana, der Hauptstadt Kasachstans, die 51.Internationale Mathematikolympiade durchgeführt. Insgesamt traten 517 Teilnehmer aus 96 Staaten an.
Internet-Adresse http://www.imo2010org.kz
In diesem Jahr war wieder die Mannschaft aus der VR China die erfolgreichste; alle chinesischen Teilnehmer gewannen eine Goldmedaille. Russland und Südkorea konnten je 4 Goldmedaillen erringen. Zipei Nie (Volksrepublik China) erreichte als einziger die volle Punktzahl.
Die deutsche Mannschaft konnte den 9.Platz der Punktwertung verteidigen, in der Medaillenwertung Platz 14. Erneut errang Lisa Sauermann aus Dresden die einzige Goldmedaille der deutschen Mannschaft. Sie hat damit schon 3 goldene und eine silberne Medaille.

Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold	Lisa Sauermann
Silber	Florian Schweiger, Fabian Gundlach, Jens Reinhold
Bronze	Michael Schubert, Simon Buchholz

Platz	Land	Punktzahl
1	VR China	197
2	Russland	169
3	USA	168

52.Internationale Mathematikolympiade in Amsterdam

2011 fand die 52.Internationale Mathematikolympiade in Amsterdam (Niederlande) vom 13.Juli bis 24.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 564 junge Mathematiker aus 101 Länder teil.
Es wurden 54 Goldmedaillen, 90 Silbermedaillen und 137 Bronzemedaillen vergeben.
Lisa Sauermann aus Dresden gewann erneut mit voller Punktezahl eine Goldmedaille; als einzige! Da Lisa in den vorhergehenden Jahren schon 3 Goldmedaillen und 1 Silbermedaille errang, ist sie nun der erfolgreichste Teilnehmer aller Zeiten und führt die "Hall of Fame" an.
Die deutsche Mannschaft wurde in der Länderpunktewertung 11., im Medaillenspiegel 16.

Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold	Lisa Sauermann
Silber	Achim Krause, Bernhard Reinke, Marius Graeber
Bronze	Michael Schubert, Florian Schweiger

Die Länderwertung gewann erneut die Volksrepublik China, gefolgt von den USA und Singapur.
Homepage: http://www.imo2011.nl/?pid=2&page=Home

53.Internationale Mathematikolympiade in Mar del Plata

2012 fand die 53.Internationale Mathematikolympiade in Mar del Plata (Argentinien) vom 4.Juli bis 16.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 548 junge Mathematiker aus 100 Ländern teil.
Es wurden 51 Goldmedaillen, 88 Silbermedaillen und 138 Bronzemedaillen vergeben.

Jeck Lim aus Singapur erreichte als einziger Teilnehmer volle Punktzahl. Nach vielen Siegen Chinas gewann dieses Jahr die südkoreanische Mannschaft.
Die deutsche Mannschaft wurde in der Länderpunktewertung nur 31., das schlechteste Ergebnis aller Zeiten!
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold	-
Silber	Dominik Duda (Platz 112), Kevin Höllring (112)
Bronze	Bernhard Reinke (163), David Schmidt (205), Simon Puchert (230)

Xianghui Zhong (317) erreichte mit 11 von 42 Punkten keine Medaille.
Homepage: http://oma.org.ar/imo2012/

54.Internationale Mathematikolympiade in Santa Marta

2013 fand die 54.Internationale Mathematikolympiade in Santa Marta (Kolumbien) vom 18.Juli bis 28.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 528 junge Mathematiker aus 97 Ländern teil.
Es wurden 45 Goldmedaillen, 92 Silbermedaillen und 141 Bronzemedaillen vergeben.
Der Abiturient des Belgrader Mathematik-Gymnasiums, Teodor von Burg, errang seine 4.Goldmedaille. Dank dieser wurde Teodor offiziell der weltweit beste junge Mathematiker aller Zeiten.
Bei allen Wettbewerben in Serbien und weltweit, an denen er in den letzten Jahren teilnahm, war er unbesiegbar und kam immer mit ersten Preisen zurück. An 113 Wettbewerben gewann er 132 Preise - 49 bei internationalen und 83 bei nationalen Turnieren.
Keinem Teilnehmer gelang es 42 Punkte zu erzielen. Yutao Liu aus China und Eunsoo Jee aus Südkorea waren die Besten mit 41 Punkten. Erneut gewann die chinesische Mannschaft die Länderwertung.
Die deutsche Mannschaft erreichte nur einen enttäuschenden 27.Platz in der Länderpunktewertung, in der Medaillenwertung 29.. Erneut konnte kein deutscher Teilnehmer eine Goldmedaille erringen.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:

Gold	-
Silber	Lars Munser (Platz 61), David Schmidt (117)

Bronze Paul Pfeiffer (138), Adrian Riekert (196), Christian Bernert (196), Jörn Stöhler (250)
Homepage: http://www.uan.edu.co/imo2013/en/

55.Internationale Mathematikolympiade in Kapstadt

2014 fand die 55.Internationale Mathematikolympiade in Kapstadt (Südafrika) vom 3.Juli bis 13.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 560 junge Mathematiker, darunter 56 junge Frauen, aus 101 Ländern teil.
Es wurden 49 Goldmedaillen, 113 Silbermedaillen und 133 Bronzemedaillen vergeben.
Drei Teilnehmern gelang es 42 Punkte zu erzielen; Alexander Gunning aus Australien, Jiyang Gao aus China und Po-Sheng Wu aus Twain. Erneut gewann die chinesische Mannschaft die Länderwertung.
Die deutsche Mannschaft erreichte nur einen 16.Platz in der Länderpunktewertung, in der Medaillenwertung 24.. Erneut konnte kein deutscher Teilnehmer eine Goldmedaille erringen.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:
Gold -
Silber Lars Munser (Platz 50), Matthias Paulsen (50), Vincent Grande (83), Adrian Riekert (95), Christian Bernert (109), Ferdinand Wagner (124)
Bronze -
Homepage: http://www.imo2014.org.za/

56.Internationale Mathematikolympiade in Chiang Mai

2015 fand die 56.Internationale Mathematikolympiade in Chiang Mai (Thailand) vom 4.Juli bis 16.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 577 junge Mathematiker, darunter 52 junge Frauen, aus 104 Ländern teil.
Es wurden 39 Goldmedaillen, 100 Silbermedaillen und 143 Bronzemedaillen vergeben.
Ein Teilnehmer gelang es 42 Punkte zu erzielen, Zhuo Qun Song aus Kanada. Die US-amerikanische Mannschaft gewann die Länderwertung.
Die deutsche Mannschaft erreichte nur einen 27.Platz in der Länderpunktewertung, in der Medaillenwertung 30.. Erneut konnte kein deutscher Teilnehmer eine Goldmedaille erringen, ein Deutscher erreichte nur 6 von 42 Punkten.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:
Gold -
Silber Adrian Riekert (Platz 40), Christian Bernert (88)
Bronze Sebastian Meyer (160), Jörn Stöhler (160), Ferdinand Wagner (183)
keine Medaille Nicolas Köcher (431)
Homepage: http://www.imo2015.org/

57.Internationale Mathematikolympiade in Hongkong

2016 fand die 57.Internationale Mathematikolympiade in Hongkong (China) vom 6.Juli bis 16.Juli statt. An dem Wettbewerb nahmen 602 junge Mathematiker, darunter 71 junge Frauen, aus 109 Ländern teil.
Es wurden 44 Goldmedaillen, 101 Silbermedaillen und 135 Bronzemedaillen vergeben.
Sechs Teilnehmern gelang es 42 Punkte zu erzielen, 3 aus Südkorea, 2 aus den USA und 1 aus China. Die US-amerikanische Mannschaft gewann die Länderwertung.
Die deutsche Mannschaft erreichte nur einen 19.Platz in der Länderpunktewertung, in der Medaillenwertung 25.. Erneut konnte kein deutscher Teilnehmer eine Goldmedaille erringen.
Die deutschen Teilnehmer erreichten folgende Ergebnisse:
Gold -
Silber Martin Drees (Platz 63), Sebastian Meyer (78), Ferdinand Wagner (114)
Bronze Manfred Paul (146), Branko Juran (184), Susanna Armbruster (253)
Homepage: http://www.imo2016.org/

Aufgaben der 34.IMO, Istanbul, Türkei 1993

Aufgabe 1

Es seien $n > 1$ eine ganze Zahl und $f(x) = x^n + 5 x^{n-1} + 3$.
Man beweise, dass $f(x)$ nicht als Produkt zweier Polynome dargestellt werden kann, wobei beide Polynome jeweils ausschließlich ganzzahlige Koeffizienten haben und vom Grad mindestens 1 sind !
(Irland)

Aufgabe 2

Gegeben seien ein spitzwinkliges Dreieck ABC und ein Punkt D innerhalb des Dreiecks, so dass $\angle ADB = \angle ACB + 90°$ und $AC \cdot BD = AD \cdot BC$ gilt.
a) Man berechne $[AB \cdot CD / (AC \cdot BD)]$!

b) Man beweise, dass die Tangenten an die Umkreise der Dreiecke ACD und BCD im Punkt C aufeinander senkrecht stehen ! (Großbritannien)

Aufgabe 3
Auf einem unendlichen Schachbrett wird folgendes Spiel gespielt: Zu Beginn sind n^2 Spielsteine auf dem Schachbrett in einem $(n \times n)$-Quadrat von benachbarten Feldern so angeordnet, dass auf jedem dieser Felder ein Spielstein liegt. Ein Zug in dem Spiel ist ein Sprung eines Spielsteines in horizontaler oder vertikaler Richtung über ein benachbartes belegtes Feld auf ein unmittelbar dahinter liegendes unbelegtes Feld. Der übersprungene Stein wird anschließend entfernt. Man bestimme diejenigen Werte von n, für welche das Spiel mit nur einem verbleibenden Spielstein beendet werden kann ! (Finnland)

Aufgabe 4
Sind P, Q und R drei Punkte einer Ebene, so bezeichnet man mit m(PQR) das Minimum der Längen der drei Höhen des Dreiecks PQR (wobei m(PQR) = 0, falls P, Q und R kollinear sind).
Gegeben seien die Punkte A, B und C in der Ebene. Man zeige, dass für jeden Punkte X in der Ebene gilt:
$m(ABC) \leq m(ABX) + m(AXC) + m(XBC)$. (Makedonien)

Aufgabe 5
Es sei $N = \{1,2,3, ...\}$. Man untersuche, ob es eine Funktion $f: N \to N$ gibt, mit $f(1) = 2$, $f(f(n)) = f(n) + n$ für alle $n \in N$ und $f(n) < f(n+1)$ für alle $n \in N$. (Deutschland)

Aufgabe 6
Es sei $n > 1$ eine ganze Zahl. Weiter seien n Lampen $L_0, L_1, \dots, L_{n-1}$ gegeben, die in einem Kreis angeordnet sind.
Jede Lampe ist entweder AN oder AUS. Eine Folge von Operationen $S_0, S_1, \dots, S_i, \dots$ wird ausgeführt.
Dabei beeinflußt die Operation S_j nur die Lampe L_j, alle anderen Lampen bleiben unverändert.
Die Operation S_j wird wie folgt definiert:
Falls L_{j-1} AN ist, so wird der Status von L_j verändert, d.h. aus AN wird AUS bzw. aus AUS wird AN.
Falls L_{j-1} AUS ist, so bleibt L_j unverändert.
Die Lampen sind modulo N angeordnet, d.h. $L_{-1} = L_{n-1}$, $L_0 = L_n$, $L_1 = L_{n+1}$, usw. Zu Beginn sind alle Lampen AN. Man beweise:
a) Es existiert eine positive ganze Zahl M(n), so dass nach M(n) Operationen alle Lampen wieder AN sind.
b) Falls n von der Form 2^k ist, so sind nach n^2-1 Operationen alle Lampen AN.
c) Falls n von der Form 2^{k+1} ist, so sind nach n^2-n+1 Operationen alle Lampen AN. (Niederlande)

Aufgaben der 35.IMO, Hongkong 1994

Aufgabe 1
Es seien m und n positive ganze Zahlen. Es seien weiter $a_1, a_2, \dots, a_m$ paarweise verschiedene Zahlen aus $\{1, 2, \dots, n\}$ mit folgender Eigenschaft:
Für jedes Paar (i,j) mit $1 \leq i \leq j \leq m$ und $a_i + a_j \leq n$ gibt es ein k mit $1 \leq k \leq m$, so dass $a_i + a_j = a_k$ ist.
Man zeige, dass $(a_1 + a_2 + \dots + a_m) / m \geq (n+1) / 2$ gilt ! (Frankreich)

Aufgabe 2
Gegeben sei ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit AB = AC. Es gelte weiter:
a) M ist der Mittelpunkt von BC und O liegt so auf der Geraden AM, dass OB auf AB senkrecht steht.
b) Q ist ein beliebiger Punkt auf der Strecke BC, verschieden von B und C.
c) E liegt auf der Geraden AB und F liegt auf der Geraden AC derart, dass E, Q und F auf einer Geraden liegen und verschieden sind. Man zeige: OQ steht dann und nur dann auf EF senkrecht, wenn QE = `QF ist. (Armenien-Australien)

Aufgabe 3
Für eine beliebige positive ganze Zahl k sei f(k) die Anzahl jener Elemente in der Menge $\{k+1, k+2, \dots, 2k\}$, deren Binärdarstellung genau drei Einsen enthält.
a) Man zeige: Zu jeder positiven ganzen Zahl m gibt es wenigstens eine positive ganze Zahl k, so dass f(k) = m ist.
b) Man bestimme alle positiven ganzen Zahlen m, für die es genau ein k mit f(k) = m gibt ! (Rumänien)

Aufgabe 4
Man bestimme alle geordneten Paare (m,n) von positiven ganzen Zahlen, so dass $(n^3+1)/(mn-1)$ eine ganze Zahl ist! (Australien)

Aufgabe 5
Es sei S die Menge aller reellen Zahlen, die größer als -1 sind. Man bestimme alle Funktionen $f: S \to S$, die folgende zwei Bedingungen erfüllen:
a) Für alle $x,y \in S$ gilt: $f(x + f(y) + x \cdot f(y)) = y + f(x) + y \cdot f(x)$
b) In jedem der Intervalle $-1 < x < 0$ und $x > 0$ ist $[f(x)/ x]$ streng monoton wachsend. (Großbritannien)

Aufgabe 6
Man zeige, dass es eine Menge A von positiven ganzen Zahlen mit folgender Eigenschaft gibt:
Zu jeder unendlichen Menge S von Primzahlen gibt es ein $k \geq 2$ und es existieren zwei positive ganze Zahlen $m \in A$ und $n \notin A$, so dass jede dieser beiden Zahlen ein Produkt aus k verschiedenen Elementen von S ist. (Finnland)

Aufgaben der 36.IMO, Toronto 1995

Aufgabe 1
Die vier verschiedenen Punkte A, B, C und D liegen in dieser Reihenfolge auf einer Geraden. Die Kreise mit den Durchmessern AC bzw. BD schneiden sich in den Punkten X und Y. Die Geraden XY und BC schneiden sich im Punkt Z. Es sei P ein von Z verschiedener Punkt auf der Geraden XY. Die Gerade CP schneidet den Kreis mit dem Durchmesser AC in den Punkten C und M; die Gerade BP schneidet den Kreis mit dem Durchmesser BD in den Punkten B und N. Man beweise, dass sich die Geraden AM, DN und XY in einem Punkt schneiden. (Bulgarien)

Aufgabe 2
Es seien a, b und c positive reelle Zahlen mit abc = 1. Man beweise: $1 / (a^3 (b+c)) + 1 / (b^3 (a+c)) + 1 / (c^3 (a+b)) \geq 3/2$. (Russland)

Aufgabe 3
Man bestimme alle natürlichen Zahlen n > 3, für die es n Punkte $A_1, A_2, \ldots, A_n$ in der Ebene sowie reelle Zahlen $r_1, r_2, \ldots, r_n$ gibt, so dass gilt:(i) Keine drei der Punkte $A_1, A_2, \ldots, A_n$ liegen auf einer Geraden;
(ii) Für jedes Tripel i, j, k ($1 \leq i < j < k \leq n$) hat das Dreieck $A_iA_jA_k$ den Flächeninhalt $r_i + r_j + r_k$. (Tschechien)

Aufgabe 4
Man bestimme den größten Wert von x_0, für den es eine Folge positiver reeller Zahlen $x_0, x_1, \ldots, x_{1995}$ mit den folgenden Eigenschaften gibt: (i) $x_0 = x_{1995}$; (ii) $x_{i-1} + [2 / x_{i-1}] = 2 x_i + [2 / x_i]$ für alle i = 1, 2, …, 1995. (Polen)

Aufgabe 5
Es sei ABCDEF ein konvexes Sechseck mit [AB] = [BC] = [CD], [DE] = [EF] = [FA] und < DCB = < AFE = 60°.
Es seien G und H zwei innere Punkte des Sechsecks mit < AGB = < DHE = 120°. Man beweise:
$AG + GB + GH + DH + HE \geq CF$. (Neuseeland)

Aufgabe 6
Es sei p eine ungerade Primzahl. Man bestimme die Anzahl aller Teilmengen A der Menge {1, 2, …, 2p}, für die gilt: (i) A hat genau p Elemente; (ii) Die Summe aller Elemente von A ist durch p teilbar. (Polen)

Aufgaben der 37.IMO, Mumbai 1996

Aufgabe 1
Es sei ABCD ein rechteckiges Spielbrett mit |AB| = 20 und |BC| = 12. Das Spielbrett wird in 20×12 Einheitsquadrate zerlegt. Es sei r eine positive ganze Zahl. Eine Münze kann von einem Quadrat zu einem anderen dann und nur dann bewegt werden, wenn der Abstand der Mittelpunkte der beiden Quadrate $\sqrt{r}$ ist.
Die Aufgabe ist es, eine Folge von Zügen zu finden, die die Münze vom Quadrat, das den Eckpunkt A enthält, zum Quadrat, das den Eckpunkt B enthält, führt. Man zeige, dass die Aufgabe nicht lösbar ist, wenn r durch 2 oder 3 teilbar ist! Man beweise, dass die Aufgabe gelöst werden kann, wenn r = 73 ist! Kann die Aufgabe gelöst werden, wenn r = 97 ist? (Finnland)

Aufgabe 2
Es sei P ein innerer Punkt des Dreiecks ABC mit < APB - < ACB = < APC - < ABC. Ferner seien D bzw. E die Inkreismittelpunkte der Dreiecke APB bzw. APC. Man zeige, dass sich AP, BD und CE in einem Punkt schneiden ! (Kanada)

Aufgabe 3
Es sei S = {0, 1, 2, 3, ...} die Menge der nicht-negativen ganzen Zahlen. Man bestimme alle Funktionen f, die auf S definiert und deren Werte aus S sind, so dass $f(m + f(n)) = f(f(m)) + f(n)$ für alle m,n aus S gilt. (Rumänien)

Aufgabe 4
Die positiven ganzen Zahlen a und b sind derart, dass die Zahlen 15a+16b und 16a-15b beide Quadrate von positiven ganzen Zahlen sind. Man bestimme den kleinsten möglichen Wert, den das Minimum dieser beiden Quadrate annehmen kann! (Rußland)

Aufgabe 5
Es sei ABCDEF ein konvexes Sechseck, so dass AB parallel zu ED, BC parallel zu FE und CD parallel zu AF sind. Ferner seien R_A, R_C bzw. R_E die Umkreisradien der Dreiecke FAB, BCD bzw. DEF, und es sei p der Umfang des Sechsecks. Man beweise: $R_A + R_C + R_E \geq p/2$ (Armenien)

Aufgabe 6
Es seien n, p, q positive ganze Zahlen mit $n > p+q$. Ferner seien $x_0, x_1, \ldots, x_n$ ganze Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen: $x_0 = x_n = 0$; für jede ganze Zahl i mit $1 \leq i \leq n$, ist entweder $x_i - x_{i-1} = p$ oder $x_i - x_{i-1} = -q$.
Man zeige, dass ein Paar (i,j) von Indizes mit $i < j$ und $(i,j) \neq (0,n)$ existiert, so dass $x_i = x_j$ ist! (Frankreich)

Aufgaben der 38.IMO, Mar del Plata 1997
Aufgabe 1
In der Ebene sind die Punkte mit ganzzahligen Koordinaten die Ecken von Einheitsquadraten. Die Quadrate sind abwechselnd schwarz und weiß gefärbt (wie auf einem Schachbrett). Zu jedem Paar positiver ganzer Zahlen m und n betrachte man ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Ecken ganzzahlige Koordinaten haben und dessen Katheten, die die Längen m und n haben, auf Quadratseiten liegen. Es seien S_1 die Gesamtfläche des schwarzen Teils und S_2 die Gesamtfläche des weißen Teils dieses Dreiecks.
Es sei $f(m,n) = | S_1 - S_2 |$
a) Man berechne f(m,n) für alle positiven ganzen Zahlen m und n, welche entweder beide gerade oder beide ungerade sind ! b) Man beweise, dass $f(m,n) \leq 1/2 \max\{m,n\}$ für alle m und n gilt!
c) Man zeige, dass es keine Konstante C gibt, so dass $f(m,n) < C$ für alle m und n gilt ! (Weißrussland)

Aufgabe 2
Es sei $\angle BAC$ der kleinste Winkel im Dreieck ABC. Die Punkte B und C teilen den Umkreis des Dreiecks in zwei Bögen. Es sei U ein innerer Punkt des Bogens zwischen B und C, der nicht A enthält. Die Mittelsenkrechten von AB und AC schneiden die Gerade AU in den Punkten V bzw. W. Die Geraden BV und CW schneiden sich in T. Man beweise $AU = TB + TC$ (Großbritannien)

Aufgabe 3
Es seien $x_1, x_2, \ldots, x_n$ reelle Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:
$| x_1 + x_2 + \ldots + x_n | = 1$ und $| x_i | \leq [(n+1)/2]$ für $i = 1, 2, \ldots, n$
Man zeige, dass eine Permutation $y_1, y_2, \ldots, y_n$ von $x_1, x_2, \ldots, x_n$ existiert, für die gilt: $| y_1 + 2 y_2 + \ldots + n y_n | \leq (n+1)/2$ (Russland)

Aufgabe 4
Eine $n \times n$ Matrix mit Einträgen aus der Menge $S = \{1, 2, \ldots, 2n-1\}$ heiße silberne Matrix, falls für jedes $i = 1, 2, \ldots, n$ die i-te Zeile und die i-te Spalte zusammen alle Elemente von S enthalten. Man zeige:
a) Es gibt keine silberne Matrix für n = 1997 b) Silberne Matrizen gibt es für unendlich viele Werte von n. (Iran)

Aufgabe 5
Man finde alle Paare (a,b) ganzer Zahlen mit $a, b \geq 1$, die folgende Gleichung erfüllen: $a^{b^2} = b^a$ (Tschechien)

Aufgabe 6
Für jede positive ganze Zahl n bezeichne f(n) die Anzahl der Möglichkeiten, n als Summe von Potenzen von 2 mit nichtnegativen ganzzahligen Exponenten darzustellen. Darstellungen, welche sich nur in der Reihenfolge der Summanden unterscheiden, werden als gleich betrachtet. Zum Beispiel ist f(4) = 4, da sich die Zahl 4 auf die folgenden vier Arten darstellen lässt: 4, 2+2, 2+1+1, 1+1+1+1. Man beweise, dass für jede ganze Zahl $n \geq 3$ gilt: $2^{n^2/4} < f(2^n) < 2^{n^2/2}$. (Litauen)

Aufgaben der 39.IMO, Taipeh 1998
Aufgabe 1
In einem konvexen Viereck ABCD stehen die Diagonalen AC und BD senkrecht aufeinander und die gegenüberliegenden Seiten AB und DC sind nicht parallel. Die Mittelsenkrechten von AB und DC schneiden sich im Punkt P innerhalb von ABCD. Man beweise: ABCD ist dann und nur dann ein Sehnenviereck, wenn die Dreiecke ABP und CDP gleichen Flächeninhalt haben. (Luxemburg)

Aufgabe 2
In einem Wettbewerb gibt es a Teilnehmer und b Preisrichter, wobei $b \geq 3$ eine ungerade ganze Zahl ist. Jeder Preisrichter beurteilt jeden Teilnehmer entweder mit ''bestanden'' oder mit ''durchgefallen''. Für die Zahl k gelte: Je zwei Preisrichter stimmen in ihren Urteilen bei höchstens k Teilnehmern überein. Man beweise: $k / a \geq (b-1) / 2b$ (Indien)

Aufgabe 3
Für jede positive ganze Zahl n bezeichne d(n) die Anzahl der positiven Teiler von n (einschließlich 1 und n). Man bestimme alle positiven ganzen Zahlen k, für die es ein n gibt, so dass gilt: $d(n^2) / d(n) = k$ (Weißrussland)

Aufgabe 4
Man bestimme alle Paare (a,b) positiver ganzer Zahlen, so dass $a^2 b + a + b$ durch $a b^2 + b + 7$ teilbar ist ! (Großbritannien)

Aufgabe 5
Es sei I der Inkreismittelpunkt des Dreiecks ABC. Die Berührungspunkte dieses Inkreises mit den Seiten BC, CA bzw. AB seien K, L bzw. M. Die Gerade durch B parallel zu MK schneidet die Geraden LM bzw. LK in den Punkten R bzw. S. Man beweise, dass < RIS ein spitzer Winkel ist ! (Ukraine)

Aufgabe 6
Man betrachte alle Funktionen f von der Menge N^+ der positiven ganzen Zahlen in sich, die $f(t^2 f(s)) = s(f(t))^2$
für alle $s,t \in N^+$ erfüllen. Man bestimme den kleinstmöglichen Wert von f(1998) ! (Bulgarien)

Aufgaben der 40.IMO, Bukarest 1999
Aufgabe 1
Man bestimme alle endlichen Mengen S von mindestens 3 Punkten in der Ebene, die die folgende Bedingung erfüllen: Für je zwei verschiedene Punkte A und B aus S ist die Mittelsenkrechte der Strecke AB eine Symmetrieachse von S. (Estland)

Aufgabe 2
Es sei n eine ganze Zahl mit $n \geq 2$. (a) Man bestimme die kleinste Konstante C, so dass die Ungleichung
Summe über $1 \leq i < j \leq n$ $[x_i x_j (x_i^2 + x_j^2)] \leq C$ * (Summe über $1 \leq i \leq n$ $[x_i]$ $)^4$
für alle $x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$ gilt ! (b) Wann gilt für diese Konstante C Gleichheit ? (Polen)

Aufgabe 3
Man betrachte eine quadratische $n{\cdot}n$-Tafel, wobei n eine gerade positive ganze Zahl ist. Die Tafel besteht aus n^2 Einheitsquadraten. Wir nennen zwei verschiedene Einheitsquadrate der Tafel benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite haben. N Einheitsquadrate werden in der Weise markiert, dass jedes Quadrat der Tafel (markiert oder nicht markiert) zu mindestens einem markierten Quadrat benachbart ist. Man bestimme den kleinstmöglichen Wert von N ! (Weißrußland)

Aufgabe 4
Man bestimme alle Paare (n,p) positiver ganzer Zahlen, so dass p eine Primzahl ist, $n \leq 2p$ und $(p-1)^n + 1$ durch n^{p-1} teilbar ist! (Taiwan)

Aufgabe 5
Zwei Kreise Γ_1 und Γ_2 liegen innerhalb des Kreises Γ und berühren Γ in den verschiedenen Punkten M bzw. N. Γ_1 geht durch den Mittelpunkt von Γ_2. Die Gerade durch die zwei Schnittpunkte von Γ_1 mit Γ_2 schneidet Γ in A und B. Die Geraden MA und MB schneiden Γ_1 in C bzw. D. Man beweise, dass CD Tangente an Γ_2 ist! (Russland)

Aufgabe 6
Man bestimme alle Funktionen $f: R \to R$, so dass $f(x - f(y)) = f(f(y)) + x f(y) + f(x) - 1$ für alle $x,y \in R$ gilt ! (Japan)

Aufgaben der 41.IMO, Taejon 2000
Aufgabe 1
Zwei Kreise Γ_1 und Γ_2 schneiden sich in den Punkten M und N. Sei l die gemeinsame Tangente an Γ_1 und Γ_2, welche dichter an M als an N liegt. Es berühre l die Kreise Γ_1 im Punkt A und Γ_2 in B.
Die Parallele zu l durch M schneide den Kreis Γ_1 ein zweites Mal in C und Γ_2 ein zweites Mal in D. Die Geraden CA und DB schneiden sich in E, die Geraden AN und CD schneiden sich in P und die Geraden BN und CD schneiden sich in Q. Man beweise: EP = EQ (Russland)

Aufgabe 2
Es seien a, b und c positive reelle Zahlen mit abc = 1. Man beweise: $(a - 1 + 1/b) (b - 1 + 1/c) (c - 1 + 1/a) \leq 1$ (USA)

Ausgabe 3
Es sei $n \geq 2$ eine positive ganze Zahl. Zu Beginn sitzen n Flöhe auf einer horizontalen Geraden, aber nicht alle im selben Punkt. Für eine positive reelle Zahl λ definieren wir einen Zug folgendermaßen:

Es werden zwei beliebige Flöhe ausgewählt, die sich in den Punkten A und B befinden, wobei A links von B liegt. Der Floh von A springt in den Punkt C auf der Geraden rechts von B mit $[BC]/[AB] = \lambda$.
Man bestimme alle Werte von λ, so dass für jeden Punkt M der Geraden und für jede Ausgangsposition der n Flöhe eine endliche Folge von Zügen existiert, die alle Flöhe in Positionen rechts von M bringt ! (Weißrussland)

Aufgabe 4
Ein Zauberer hat hundert Karten, nummeriert von 1 bis 100. Er legt sie in drei Schachteln, eine rote, eine weiße und eine blaue, so dass jede Schachtel mindestens eine Karte enthält. Ein Zuschauer wählt zwei dieser drei Schachteln, nimmt aus jeder davon je eine Karte heraus und gibt die Summe der Nummern dieser Karten bekannt. Anhand dieser Summe kann der Zauberer die Schachtel bestimmen, aus der keine Karte gezogen wurde. Auf wie viele Arten können die Karten in die Schachteln verteilt werden, so dass dieser Trick immer funktioniert? (Ungarn)

Aufgabe 5
Gibt es eine positive ganze Zahl n, so dass n durch genau 2000 paarweise verschiedene Primzahlen teilbar ist und 2^n+1 durch n teilbar ist? (Russland)

Aufgabe 6
Es seien AH_1, BH_2 und CH_3 die Höhen des spitzwinkligen Dreiecks ABC. Der Inkreis des Dreiecks ABC berührt die Seiten BC, CA bzw. AB in den Punkten T_1, T_2 bzw. T_3.
Die Geraden l_1, l_2 bzw. l_3 seien die Bilder der Geraden H_2H_3, H_3H_1 bzw. H_1H_2 bei der Spiegelung an den Geraden T_2T_3, T_3T_1 bzw. T_1T_2. Man beweise, dass l_1, l_2 und l_3 ein Dreieck erzeugen, dessen Eckpunkte auf dem Inkreis des Dreiecks ABC liegen! (Russland)

Aufgaben der 42.IMO, Washington 2001

Aufgabe 1
Es sei ABC ein spitzwinkliges Dreieck mit dem Umkreismittelpunkt O. P sei der Fußpunkt der Höhe von A auf BC. Ferner gelte $\angle BCA \geq \angle ABC + 30°$. Man beweise: $\angle CAB + \angle COP < 90°$ (Südkorea)

Aufgabe 2
Man beweise, dass $a/\sqrt{a^2+8bc} + b/\sqrt{b^2+8ca} + c/\sqrt{c^2+8ba} \geq 1$ für alle positiven reellen Zahlen a, b und c gilt ! (Südkorea)

Aufgabe 3
21 Mädchen und 21 Jungen nahmen an einem mathematischen Wettbewerb teil. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer löste höchstens 6 Aufgaben. Für jedes Mädchen und jeden Jungen gab es mindestens eine Aufgabe, die von diesen beiden gelöst wurde. Man beweise, dass es eine Aufgabe gab, die von mindestens 3 Mädchen und mindestens 3 Jungen gelöst wurde! (Deutschland)

Aufgabe 4
Es seien n eine ungerade ganze Zahl größer als 1 und $k_1, k_2, \ldots, k_n$ gegebene ganze Zahlen. Für jede der n! Permutationen $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ von 1, 2,..., n sei S(a) = Summe von i=1 bis n von $(k_i a_i)$.
Man beweise, dass es zwei Permutationen b und c mit $b \neq c$ gibt, so dass n! ein Teiler von S(b) - S(c) ist ! (Kanada)

Aufgabe 5
In einem Dreieck ABC seien AP die Winkelhalbierende von $\angle BAC$ und BQ die Winkelhalbierende von $\angle ABC$, wobei P auf BC und Q auf AC liegen. Es ist bekannt, dass $\angle BAC = 60°$ und AB + BP = AQ + QB gelten.
Welche Werte können die Winkel des Dreiecks ABC haben ? (Israel)

Aufgabe 6
Es seien a, b, c und d ganze Zahlen mit $a > b > c > d > 0$. Angenommen, es gelte

$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c).$$

Man beweise, dass ab + cd keine Primzahl ist! (Bulgarien)

IMO 2006 Aufgaben 1.Tag

Aufgabe 1
Es sei ABC ein Dreieck mit dem Inkreismittelpunkt I. Für einen Punkt P im Innern des Dreiecks gelte:

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

Man beweise: $AP \perp AI$, Gleichheit tritt genau dann ein, wenn P = I gilt.

Aufgabe 2
Gegeben sei ein regelmäßiges 2006-Eck P. Eine Diagonale von P heiße gut, wenn deren Endpunkte den Rand von P in zwei Teile

47th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD SLOVENIA 2006

设I为ΔABC的内心，P是ΔABC内部的一点， 满足

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

证明：$AP \geq AI$， 并说明等号成立的充分必要条件是$P = I$.

设P为正 2006 边形. 如果P的一条对角线的两端将P的边界分成两部分，每部分都包含P的奇数条边，那么该对角线称为“好边”. 规定P的每条边均为“好边”.
已知 2003 条在P内部不相交的对角线将P分割成若干三角形. 试问在这种分割之下，最多有多少个有两条“好边”的等腰三角形.

求最小的实数M， 使得对所有的实数a, b和c， 有

$$|ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2)| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2.$$

zerlegen, die jeweils aus einer ungeraden Anzahl von Seiten von P bestehen. Auch die Seiten von P heißen gut.
Nun werde P durch 2003 Diagonalen in Dreiecke zerlegt, wobei keine zwei Diagonalen einen Schnittpunkt im Innern von P haben. Man bestimme die maximale Anzahl von gleichschenkligen Dreiecken mit zwei guten Dreiecksseiten, die in einer solchen Zerlegung von P auftreten können.

Aufgabe 3
Man bestimme die kleinste reelle Zahl M, so dass für alle reellen Zahlen a, b und c die folgende Ungleichung gilt:
$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$

Aufgabe 4
Man bestimme alle Paare (x, y) ganzer Zahlen, welche die folgende Gleichung erfüllen:
$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

Aufgabe 5
Es sei P(x) ein Polynom vom Grad n mit ganzzahligen Koeffizienten und n > 1. Ferner sei k eine positive ganze Zahl. Wir betrachten das Polynom
$$Q(x) = P(P(. . . P(P(x)) . . .)),$$
wobei P genau k-mal auftritt.
Man beweise, dass höchstens n ganze Zahlen t mit Q(t) = t existieren.

Aufgabe 6
Gegeben sei ein konvexes Polygon P. Jeder Seite b von P wird das Maximum der Flächeninhalte jener Dreiecke zugeordnet, die in P liegen und die Seite b als eine ihrer Seiten haben.
Man beweise, dass die Summe der Flächeninhalte, die den Seiten von P zugeordnet wurden, mindestens doppelt so groß wie der Flächeninhalt von P ist.

IMO 2007 Aufgaben
Aufgabe 1
Gegeben seien eine positive ganze Zahl n und reelle Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Für jedes i ($1 \leq i \leq n$) sei
$$d_i = \max\{a_j: 1 \leq j \leq i\} - \min\{a_j: i \leq j \leq n\} \text{ und sei } d = \max\{d_i: 1 \leq i \leq n\}.$$
(a) Man beweise für beliebige reelle Zahlen $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$: $\max\{|x_i - a_i| : 1 \leq i \leq n\} \geq d/2$. (*)
(b) Man beweise, dass es reelle Zahlen $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$ gibt, die Gleichheit in (*) liefern.

Aufgabe 2
Gegeben seien fünf Punkte A, B, C, D und E, so dass ABCD ein Parallelogramm ist und BCED ein konvexes Sehnenviereck. Sei l eine Gerade durch A, welche die Strecke DC im inneren Punkt F und die Gerade BC in G schneidet. Ferner gelte EF = EG = EC. Man beweise, dass l die Winkelhalbierende von $\angle DAB$ ist.

Aufgabe 3
In einem mathematischen Wettbewerb sind einige Teilnehmende miteinander befreundet. Freundschaft beruhe auf Gegenseitigkeit. Eine Gruppe von Teilnehmenden heiße Clique, wenn je zwei von ihnen befreundet sind. (Insbesondere ist jede Gruppe von weniger als zwei Teilnehmenden eine Clique.)
Die Größe einer Clique ist die Anzahl ihrer Mitglieder. Die maximale Größe einer Clique in diesem Wettbewerb sei gerade. Man beweise, dass die Teilnehmenden so auf zwei Räume aufgeteilt werden können, dass die maximale Größe einer Clique in einem Raum gleich der maximalen Größe einer Clique im anderen Raum ist.

Aufgabe 4
Gegeben sei ein Dreieck ABC. Die Winkelhalbierende von $\angle BCA$ schneidet den Umkreis im Punkt R ($R \neq C$), die Mittelsenkrechte der Seite BC im Punkt P und die Mittelsenkrechte der Seite AC im Punkt Q. Der Mittelpunkt von BC sei K und der Mittelpunkt von AC sei L. Man beweise, dass die Dreiecke RPK und RQL den gleichen Flächeninhalt haben.

Aufgabe 5
Es seien a und b positive ganze Zahlen. Man beweise: Wenn 4ab - 1 ein Teiler von $(4a^2 - 1)^2$ ist, so gilt a = b.

Aufgabe 6
Es sei n eine positive ganze Zahl. Gegeben sei $S = \{(x, y, z): x, y, z \in \{0, 1, . . . , n\}, x + y + z > 0\}$ eine Menge von $(n + 1)^3 - 1$ Punkten des dreidimensionalen Raumes. Man bestimme die kleinstmögliche Anzahl von Ebenen, deren Vereinigung die Menge S umfasst, aber nicht den Punkt (0, 0, 0).

IMO 2008 Aufgaben

Aufgabe 1

Gegeben sei ein spitzwinkliges Dreieck ABC mit Höhenschnittpunkt H. Der Kreis durch H, dessen Zentrum der Mittelpunkt von BC ist, schneide BC in A_1 und A_2. Dementsprechend schneide der Kreis durch H, dessen Zentrum der Mittelpunkt von CA ist, CA in B_1 und B_2 und der Kreis durch H, dessen Zentrum der Mittelpunkt von AB ist, AB in C_1 und C_2. Man zeige, dass die Punkte A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 auf einem Kreis liegen.

Aufgabe 2

(a) Man zeige $x^2/(x - 1)^2 + y^2/(y - 1)^2 + z^2/(z - 1)^2 \geq 1$ (*)
für alle reellen Zahlen x, y, z, die ungleich 1 sind und für die xyz = 1 gilt.
(b) Man zeige, dass für unendlich viele Tripel rationaler Zahlen x, y, z, die ungleich 1 sind und für die xyz = 1 gilt, in (*) der Gleichheitsfall eintritt.

Aufgabe 3

Man beweise, dass es unendlich viele positive ganze Zahlen n gibt, für die n^2+1 einen Primfaktor größer als $2n + \sqrt{2n}$ besitzt.

Aufgabe 4

Man bestimme alle Funktionen f: $]0,\infty[\rightarrow]0,\infty[$ (d.h. f ist auf der Menge der positiven reellen Zahlen definiert und nimmt nur positive reelle Zahlen als Werte an), die

$$((f(w))^2+(f(x))^2) / (f(y^2) + f(z^2)) = (w^2 + x^2)/(y^2 + z^2)$$

für alle positiven reellen Zahlen w, x, y, z mit wx = yz erfüllen.

Aufgabe 5

Seien n und k positive ganze Zahlen mit $k \geq n$ und k - n gerade. Gegeben seien 2n Lampen, die von 1 bis 2n nummeriert sind. Jede Lampe ist entweder an oder aus, wobei anfangs alle Lampen aus sind. Man betrachte Folgen von Schritten: in jedem Schritt werde genau eine der Lampen umgeschaltet (von aus nach an oder von an nach aus).
Sei N die Anzahl solcher Folgen, die aus k Schritten bestehen und in dem Zustand enden, in dem die Lampen 1 bis n alle an und die Lampen n + 1 bis 2n alle aus sind.
Sei M die Anzahl solcher Folgen, die aus k Schritten bestehen und in dem Zustand enden, in dem die Lampen 1 bis n alle an und die Lampen n+1 bis 2n alle aus sind, bei denen aber keine der Lampen n + 1 bis 2n jemals umgeschaltet worden ist. Man bestimme das Verhältnis N/M.

IMO 2009 Aufgaben

Aufgabe 1

Es seien n und k positive ganze Zahlen mit $k \geq 2$. Ferner seien a_1, …, a_k paarweise verschiedene ganze Zahlen aus der Menge {1, …, n} derart, dass n die Zahl $a_i(a_{i+1} - 1)$ für jedes i = 1, …, k-1 teilt. Man zeige, dass dann n die Zahl $a_k (a_1 - 1)$ nicht teilt.

Aufgabe 2

Es sei ABC ein Dreieck mit Umkreismittelpunkt O. Es seien P und Q innere Punkte der Seiten CA und AB. Ferner seien K, L und M die Mittelpunkte der Strecken BP, CQ bzw. PQ. Der Kreis Γ gehe durch K, L und M. Die Gerade PQ sei Tangente an den Kreis Γ. Man zeige, dass |OP| = |OQ| gilt.

Aufgabe 3

Es sei s_1, s_2, s_3, … eine streng monoton wachsende Folge positiver ganzer Zahlen derart, dass die beiden Teilfolgen

s_{s1} , s_{s2} , s_{s3}, … und s_{s1+1}, s_{s2+1}, s_{s3+1}, …

jeweils arithmetische Folgen sind. Man zeige, dass s_1, s_2, s_3, … ebenfalls eine arithmetische Folge ist.

Aufgabe 4

Es sei ABC ein Dreieck mit |AB| = |AC|. Die Innenwinkelhalbierenden der Winkel BAC und CBA schneiden die Seiten BC und AC in den Punkten D bzw. E. Es sei K der Inkreismittelpunkt des Dreiecks ADC. Ferner sei $\angle$ BEK = 45°. Man bestimme alle möglichen Werte von $\angle$ BAC.

Aufgabe 5

Man bestimme alle Funktionen f, die auf der Menge der positiven ganzen Zahlen definiert sind und nur positive ganze Zahlen als Werte annehmen, so dass es für alle positiven ganzen Zahlen a und b ein nicht entartetes Dreieck mit Seitenlängen a, f(b) und f(b + f(a) - 1) gibt.

IMO 2010 Aufgaben

Aufgabe 1:

Man bestimme alle Funktionen f : R $\rightarrow$ R, so dass die Gleichung

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

für alle x, y $\in$ R gilt. Hierbei bezeichnet [z] die größte ganze Zahl, die nicht größer als z ist.

Aufgabe 2:
Das Dreieck ABC habe den Inkreismittelpunkt I und den Umkreis Γ. Die Gerade AI schneide Γ ein zweites Mal im Punkt D. Ferner seien E ein Punkt auf dem Bogen BDC und F ein Punkt auf der Seite BC mit

$\angle BAF = \angle CAE < 1/2 \angle BAC$.

Schließlich sei G der Mittelpunkt der Strecke IF. Man beweise, dass sich die Geraden DG und EI auf Γ schneiden.

Aufgabe 3:
Es sei N die Menge der positiven ganzen Zahlen. Man bestimme alle Funktionen $g : N \to N$, so dass die Zahl $(g(m) + n)(m + g(n))$
für alle $m, n \in N$ eine Quadratzahl ist.

Aufgabe 4:
Im Inneren des Dreiecks ABC liege der Punkt P. Die Geraden AP, BP und CP schneiden den Umkreis Γ von ABC jeweils ein zweites Mal in den Punkten K, L bzw. M. Die Tangente an Γ durch C schneide die Gerade AB in S. Es gelte $|SC| = |SP|$.
Man beweise $|MK| = |ML|$.

Aufgabe 5:
In jedem von sechs Behältern B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 und B_6 befindet sich zu Beginn genau eine Münze. Es gibt zwei Typen von erlaubten Operationen:
Typ 1:
Man wähle einen nichtleeren Behälter B_j mit $1 \leq j \leq 5$ aus. Man entferne eine Münze aus B_j und füge zum Behälter B_{j+1} zwei Münzen hinzu.
Typ 2:
Man wähle einen nichtleeren Behälter B_k mit $1 \leq k \leq 4$ aus. Man entferne eine Münze aus B_k und vertausche die Inhalte der (möglicherweise leeren) Behälter B_{k+1} und B_{k+2}.
Man entscheide, ob es eine endliche Folge von solchen Operationen gibt, nach deren Ausführung die ersten fünf Behälter B_1, B_2, B_3, B_4 und B_5 leer sind und der sechste Behälter B_6 genau

$2010^{20102010}$

Münzen enthält. (Man beachte: $a^{b^c} = a^{(b^c)}$)

Aufgabe 6:
Es sei a_1, a_2, a_3, … eine Folge positiver reeller Zahlen. Ferner sei s eine positive ganze Zahl, so dass

$a_n = \max \{ a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1 \}$

für alle $n > s$ gilt.
Man beweise, dass es positive ganze Zahlen N und l mit $l \leq s$ derart gibt, dass $a_n = a_l + a_{n-l}$
für alle $n \geq N$ gilt.

IMO 2011 Aufgaben

Aufgabe 1:
Für jede Menge $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ von vier paarweise verschiedenen positiven ganzen Zahlen, deren Summe $a_1+a_2+a_3+a_4$ mit s_A bezeichnet werde, sei n_A die Anzahl der Paare (i, j) mit $1 \leq i < j \leq 4$, für die $a_i + a_j$ die Zahl s_A teilt.
Bestimme unter all diesen Mengen A diejenigen, für die n_A maximal ist.

Aufgabe 2:
Sei S eine endliche Menge von mindestens zwei Punkten in der Ebene. Dabei wird angenommen, dass keine drei Punkte von S kollinear sind. Als Windmühle bezeichnen wir einen Prozess der folgenden Art.
Wir starten mit einer Geraden l, die genau einen Punkt $P \in S$ enthält.
Die Gerade l wird im Uhrzeigersinn um den Drehpunkt P so lange gedreht, bis sie zum ersten Mal auf einen weiteren Punkt aus S, der mit Q bezeichnet sei, trifft.
Die Gerade wird weiter im Uhrzeigersinn mit Q als neuem Drehpunkt gedreht, bis sie wieder auf einen Punkt aus S trifft. Dieser Prozess wird unbegrenzt fortgesetzt.
Man beweise, dass für geeignete Wahl eines Punktes $P \in S$ und einer Ausgangsgeraden l, die P enthält, die resultierende Windmühle jeden Punkt aus S unendlich oft als Drehpunkt hat.

Aufgabe 3:
Sei $f: R \to R$ eine Funktion, die die Bedingung $f(x + y) \leq yf(x) + f(f(x))$
für alle reellen Zahlen x und y erfüllt. Man beweise, dass $f(x) = 0$ für alle $x \leq 0$ gilt.

Aufgabe 4:
Sei $n > 0$ eine ganze Zahl. Gegeben seien eine Balkenwaage und n Gewichtsstücke mit den Gewichten 2^0, 2^1, …, 2^{n-1}.
Wir sollen jedes der n Gewichtsstücke, eines nach dem anderen, so auf die Waage legen, dass die rechte Schale zu keinem Zeitpunkt schwerer als die linke ist. In jedem Zug wählen wir ein Gewichtsstück aus,

das zu diesem Zeitpunkt noch nicht auf die Waage gelegt wurde und legen es entweder auf die linke oder die rechte Schale bis alle Gewichtsstücke verwendet worden sind.
Man bestimme die Anzahl derartiger Folgen mit n Zügen.

Aufgabe 5:
Sei f eine Funktion, die die Menge der ganzen Zahlen in die Menge der positiven ganzen Zahlen abbildet.
Für je zwei ganze Zahlen m und n sei die Differenz f(m) - f(n) durch f(m - n) teilbar.
Man beweise für alle ganzen Zahlen m, n mit $f(m) \leq f(n)$, dass f(n) durch f(m) teilbar ist.

Aufgabe 6:
Es seien ABC ein spitzwinkliges Dreieck mit dem Umkreis Γ und l eine Tangente an Γ. Ferner seien l_a, l_b und l_c die Geraden, die durch Spiegelungen von l an den Geraden BC, CA bzw. AB entstehen.
Man beweise, dass der Umkreis des Dreiecks, das von den Geraden l_a, l_b und l_c gebildet wird, den Kreis Γ berührt.

IMO 2012 Aufgaben

Aufgabe 1:
Zum Dreieck ABC sei J der Mittelpunkt des Ankreises, der dem Eckpunkt A gegenüber liegt. Dieser Ankreis berührt BC in M und AB und AC in K bzw. L.
Die Geraden LM und BJ schneiden sich in F und die Geraden KM und CJ schneiden sich in G. Es seien S der Schnittpunkt der Geraden AF und BC sowie T der Schnittpunkt der Geraden AG und BC.
Man beweise, dass M der Mittelpunkt von ST ist.

Aufgabe 2:
Es sei $n \geq 3$ eine ganze Zahl und es seien $a_2, \ldots, a_n$ positive reelle Zahlen, so dass $a_2a_3\cdot\ldots\cdot a_n = 1$ gilt. Man beweise: $(1 + a_2)^2(1 + a_3)^3 \cdot\ldots\cdot (1 + a_n)^n > n^n$.

Aufgabe 4:
Man bestimme alle Funktionen $f: Z \to Z$, so dass für alle ganzen Zahlen a, b, c mit $a + b + c = 0$ die folgende Gleichung gilt: $f(a)^2 + f(b)^2 + f(c)^2 = 2f(a)f(b) + 2f(b)f(c) + 2f(c)f(a)$.

Aufgabe 5:
Es seien ABC ein Dreieck mit $\angle BCA = 90°$ und D der Höhenfußpunkt der Höhe durch C. Sei X ein innerer Punkt der Strecke CD. Es bezeichne K den Punkt auf der Strecke AX für den |BK| = |BC| gilt.
Entsprechend bezeichne L den Punkt auf der Strecke BX für den |AL| = |AC| gilt. Schließlich bezeichne M den Schnittpunkt von AL und BK.
Man beweise: |MK| = |ML|.

IMO 2013 Aufgaben

Aufgabe 1
Man beweise: Für jedes Paar positiver ganzer Zahlen k und n existieren k positive ganze Zahlen $m_1,m_2,\ldots,m_k$ (nicht notwendigerweise verschieden), so dass
$1 + (2^k-1)/n = (1+1/m_1)(1+1/m_2) \ldots (1+1/m_k)$ gilt.

Aufgabe 2
Eine Konfiguration aus 4027 Punkten in der Ebene heißt kolumbianisch, wenn sie aus 2013 roten und 2014 blauen Punkten besteht, von denen keine drei Punkte auf einer Geraden liegen.
Durch das Einzeichnen einiger Geraden wird die Ebene in mehrere Regionen unterteilt. Eine Menge von Geraden heißt gut für eine kolumbianische Konfiguration, wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:
• Keine Gerade geht durch einen Punkt der Konfiguration.
• Keine Region enthält Punkte beider Farben.
Man bestimme den minimalen Wert von k, so dass es für jede kolumbianische Konfiguration von 4027 Punkten eine gute Menge von k Geraden gibt.

Aufgabe 3
Der A gegenüber liegende Ankreis des Dreiecks ABC berühre die Seite BC im Punkt A_1. Die Punkte B_1 auf der Seite CA und C_1 auf der Seite AB seien, unter Verwendung der B bzw. C gegenüber liegenden Ankreise, analog definiert. Man nehme an, dass der Umkreismittelpunkt des Dreiecks A1B1C1 auf dem Umkreis des Dreiecks ABC liegt.
Man beweise, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

Aufgabe 4
Es sei ABC ein spitzwinkliges Dreieck mit dem Höhenschnittpunkt H. Ferner sei W ein innerer Punkt der Strecke BC. Es bezeichnen M und N die Höhenfußpunkte von B bzw. C. Außerdem bezeichne w_1 den Umkreis von BWN und X den Punkt auf w_1, so dass WX ein Durchmesser von w_1 ist.

Analog bezeichne w_2 den Umkreis von CWM und Y den Punkt auf w_2, so dass WY ein Durchmesser von w_2 ist. Man beweise, dass die Punkte X, Y und H auf einer Geraden liegen.

IMO 2014 Aufgaben

Aufgabe 1
Es sei $a_0 < a_1 < a_2 < \ldots$ eine unendliche Folge positiver ganzer Zahlen. Man beweise, dass es genau eine ganze Zahl $n > 0$ gibt, für die $a_n < (a_0 + a_1 + \ldots + a_n)/n \leq a_{n+1}$ gilt.

Aufgabe 2
Es sei $n > 1$ eine ganze Zahl. Gegeben sei ein n x n Schachbrett bestehend aus n^2 Einheitsquadraten. Eine Konfiguration von n Türmen auf diesem Brett heiße friedlich, falls jede Zeile und jede Spalte genau einen Turm enthält.
Man bestimme die größte positive ganze Zahl k, sodass man für jede friedliche Konfiguration von n Türmen ein k x k Quadrat ohne einen Turm auf einem seiner k^2 Einheitsquadrate finden kann.

Aufgabe 3
Es sei ABCD ein konvexes Viereck mit $\angle ABC = \angle CDA = 90°$. Der Punkt H sei der Lotfußpunkt von A auf BD. Die Punkte S und T befinden sich so auf den Seiten AB bzw. AD, dass H im Inneren des Dreiecks SCT liegt und $\angle CHS$ - < $\angle CSB = 90°$, $\angle THC - \angle DTC = 90°$ gilt.
Man beweise, dass die Gerade BD eine Tangente an den Umkreis des Dreiecks TSH ist.

Aufgabe 4
Die Punkte P und Q liegen so auf der Seite BC eines spitzwinkligen Dreiecks ABC, dass $\angle PAB = \angle BCA$ und $\angle CAQ = \angle ABC$ gilt. Die Punkte M und N auf den Geraden AP bzw. AQ seien so gewählt, dass P der Mittelpunkt von AM ist und Q der Mittelpunkt von AN ist.
Man beweise, dass sich die Geraden BM und CN auf dem Umkreis des Dreiecks ABC schneiden.

Aufgabe 5
Für jede positive ganze Zahl n gibt die Bank von Kapstadt Münzen mit dem Wert 1/n heraus. Eine gewisse endliche Anzahl von Münzen (mit nicht notwendigerweise verschiedenen Werten) habe einen Gesamtwert von höchstens 99 + 1/2.
Man beweise, dass man diese Münzen in höchstens 100 Gruppen aufteilen kann, jede mit einem Gesamtwert von höchstens 1.

Känguru-Wettbewerb

Das Känguru der Mathematik ist ein Mathematikwettbewerb für alle Schülerinnen und Schüler, mit dem vor allem die Freude an der Beschäftigung mit Mathematik geweckt und unterstützt werden soll.
Das Känguru der Mathematik ist ein Multiple-choice-Wettbewerb mit vielfältigen Aufgaben zum Knobeln, zum Grübeln, zum Rechnen und zum Schätzen.
Das Känguru der Mathematik ist ein Wettstreit, bei dem es nur Gewinner gibt, denn alle Teilnehmer erhalten eine Urkunde mit den erreichten Punktzahlen und einen Erinnerungspreis - für die Besten gibt es Bücher, Spiele, Puzzles, T-Shirts und Reisen in ein internationales Mathe-Camp.

In ganz Europa werden am dritten Donnerstag im März Schülerinnen und Schüler der 3.-13. Klasse versuchen, bei 30 mathematischen Aufgaben aus fünf vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten die eine richtige herauszufinden.
Beginnend mit exakt 187 Teilnehmern im Jahre 1995 haben sich in Deutschland von Jahr zu Jahr mehr Schülerinnen und Schüler am Känguru der Mathematik beteiligt. Im Jahre 2002 waren es 155000, 2004 über 280000, die versuchten, in den zur Verfügung stehenden 75 Minuten so viel wie möglich Kreuze am richtigen Ort zu platzieren.
Kontakt:

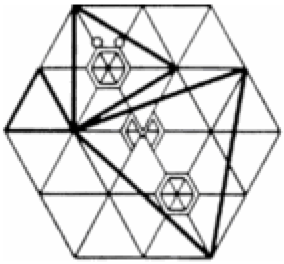
Mathematikwettbewerb Känguru e.V.
c/o Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Seit 1991 gibt es in Frankreich das "Kangourou des Mathématiques".
Die Idee für einen Wettstreit dieser Art allerdings kommt aus Australien.
Dort war 1978 der "Australian Mathematics Competition" ins Leben gerufen worden, an dem sich dann wenige Jahre später etwa 80% der Secondary Schools - und übrigens auch über 30000 Schüler aus 12 weiteren Staaten der Südpazifik-Region - beteiligten.

Zwei französische Mathematiklehrer waren von der Konzeption der australischen Mathematiker so angetan, dass sie den Wettbewerb nach Frankreich holten - und ihn zu Ehren der australischen Erfinder

"Kangourou des Mathematiques (Känguru der Mathematik)" tauften. Von Beginn an versuchten sie, auch hierin dem australischen Vorbild folgend, andere europäische Länder für die Teilnahme zu begeistern.

Im Sommer 1994 wurde der internationale Verein "Kangourou sans frontieres" mit Sitz in Paris gegründet, um die internationale Koordinierung, insbesondere die Vorbereitung der Aufgaben durch eine internationale Mathematikergruppe zu organisieren. Die Aufgaben sind in allen teilnehmenden Ländern im wesentlichen gleich, und werden überall am selben Tag bearbeitet. Im Reglement ist vereinbart, dass in jedem der Länder je Klassenstufengruppe bis zu fünf Aufgaben gegenüber den offiziell abgestimmten abgeändert bzw. ausgetauscht werden können, um der nationalen Spezifik der Lehrpläne Rechnung tragen zu können. Der Klausurtag jedoch ist einheitlich - der 3. Donnerstag im März. Ein Vergleich der Ergebnisse zwischen den Ländern erfolgt nicht.
In Deutschland beteiligen sich Schülerinnen und Schüler seit 1995 am Känguru-Wettbewerb. Bis 1999 wurde der Wettbewerb hier von der Arbeitsgruppe Känguru des Berliner Mathematikolympiade-Vereins organisiert. Am 12.11.1999 hat sich der Verein "Mathematikwettbewerb Känguru" e.V. gegründet und die Organisation übernommen.
Im Jahr 1998 wurden über 1,3 Millionen Teilnehmer in 21 europäischen Ländern erreicht, davon etwa 20000 in Deutschland. Im Jahr 2000 haben europaweit mehr als 1,7 Millionen, im Jahre 2001 ca. 2,2 Millionen Schülerinnen und Schüler am Känguru-Wettbewerb teilgenommen.
siehe auch http://www.mathkang.org/



Österreichische Mathematik Olympiade

Die österreichische Mathematikolympiade ist ein mathematischer Schülerwettbewerb. Durch die Mathematikolympiade soll hauptsächlich logisches Denken und Problemlösen gefördert werden.
Die österreichische Mathematikolympiade steht unter der Leitung von Gerd Baron und fand 2008 zum 39. Mal statt. 1970 fand die erste österreichische Mathematikolympiade statt und Österreich nahm zum ersten Mal bei der IMO teil.
Der Kurswettbewerb ist der erste Wettbewerb. Er dauert drei Stunden. Der Kurswettbewerb wird vom jeweiligen Kursleiter erstellt und korrigiert. Die besten Schüler nehmen am Gebietswettbewerb teil.
Der Gebietswettbewerb ist der erste Wettbewerb, der in ganz Österreich einheitlich abgehalten wird. Er findet an drei Orten gleichzeitig statt. Die drei Gebiete sind:

Österreich Ost: Wien, Niederösterreich, Burgenland
Österreich Süd: Steiermark, Kärnten
Österreich West: Oberösterreich, Salzburg, Tirol, Vorarlberg

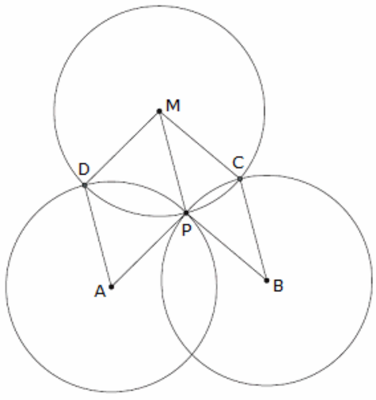
Für den Gebietswettbewerb erhalten die Schüler vier Aufgaben, für die sie vier Stunden Zeit haben.

Der Bundeswettbewerb findet in Raach am Hochgebirge statt. Er besteht aus zwei Teilen. Vor jedem Teil gibt es einen speziellen Vorbereitungskurs für alle Teilnehmer.
Der erste Teil des Bundeswettbewerbs - auch Zwischenwettbewerb genannt - dauert vier Stunden und 30 Minuten. Die Teilnehmer erhalten auch hier vier Aufgaben. Etwa die Hälfte qualifiziert sich für den zweiten Teil.
Der zweite Teil findet etwa zwei Wochen später statt. Der Wettbewerb dauert zwei Tage, an denen die Schüler für jeweils drei Aufgaben vier Stunden und 30 Minuten Zeit haben. Die besten sechs Teilnehmer qualifizieren sich für die internationale Mathematikolympiade, die nächsten sechs für die mitteleuropäische Mathematikolympiade. Vor dem Jahr 2007 gab es keine mitteleuropäische Mathematikolympiade. http://www.oemo.at/

Schweizer Mathematik-Olympiade

Die Schweizer Mathematik-Olympiade (SMO bzw. OSM für franz. Olympiad Suisse de Mathématique) ist der Schweizer Schülerwettbewerb im Bereich Mathematik für Schüler unter 20 Jahren, die noch kein Studium angefangen haben.
Sie wird seit 2004 jährlich vom Verein imosuisse organisiert, und ist in zwei Runden aufgebaut. Der Verein imosuisse stellt sich aus sechs Personen zusammen, der Präsident ist Daniel Sprecher.
In der Vorrunde lernen die Teilnehmer an zwei Treffen vier verschiedene Themen der Mathematik, die sie dann an der Vorrundenprüfung im Januar anwenden müssen.
Die 25 Besten qualifizieren sich für die Finalrunde, und lernen in einem Wochenendlager weitere Themen, die sie schlussendlich an der Finalprüfung anwenden müssen.

Die zwölf Besten werden am SMO-Tag an der ETH Zürich mit Medaillen ausgezeichnet. Ein sechsköpfiges Team aus den besten Teilnehmern bestehend, wird dann im Anschluss des SMO-Tages zusammengestellt, die dann an der Internationalen Mathematikolympiade teilnehmen können. Weitere sechs Teilnehmer können die Schweiz an der Mitteleuropäischen Mathematik-Olympiade vertreten.



Schweizer Mathematik-Olympiade, Aufgabenbeispiel

Aufgabe: Drei gleich große Kreise k1, k2, k3 schneiden sich nichttangential in einem Punkt P. Seien A und B die Mittelpunkte der Kreise k1 und k2. Sei D bzw. C der von P verschiedene Schnittpunkt von k3 mit k1 bzw. k2.
Zeige, dass ABCD ein Parallelogramm ist.

Lösung: Sei M der Mittelpunkt von k3 (siehe Abbildung). Man betrachte das Viereck PBCM.
Da die Kreise gleichen Radius haben, sind alle vier Seiten dieses Vierecks gleich lang. Folglich ist PBCM ein Rhombus und insbesondere ist BC parallel zu PM.
Analog kann gezeigt werden, dass AD parallel ist zu PM. Daraus folgt, dass AD parallel ist zu BC. Nach Voraussetzung sind diese beiden Strecken gleich lang und somit ist ABCD ein Parallelogramm.

Aufgabe: In einem Tennisturnier haben mehr als zwei Spieler teilgenommen. Dabei haben je zwei Spieler genau einmal gegeneinander gespielt, und jeder Spieler hat mindestens ein Match gewonnen.
Zeige, dass es drei Spieler A,B,C gibt, so dass A gegen B, B gegen C und C gegen A gewonnen hat.

Lösung: Wähle einen Spieler A, der unter allen Spielern die kleinste Anzahl Matches gewonnen hat. Seien U und V die Mengen der Spieler, gegen die A gewonnen bzw. verloren hat.
Nach Annahme sind U und V nicht leer. Hat ein Spieler B aus U gegen einen Spieler C aus V gewonnen, dann erfüllen A,B,C die Bedingungen der Aufgabe und man ist fertig.
Wenn alle Spieler aus U gegen alle Spieler aus V verloren haben, dann haben die Spieler in U aber allesamt weniger Matches gewonnen als A, ein Widerspruch zur Wahl von A.

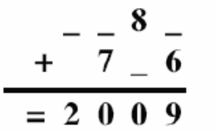
Internationale Mathematik- und Logikspielemeisterschaft

Die Internationalen Mathematik- und Logikspielmeisterschaften sind ein seit 1986 jährlich durchgeführter Mathematik- und Logikwettbewerb.
Der Wettbewerb wurde in Frankreich begründet. Traditionell nehmen vor allem Rätselfreunde aus französisch sprechenden Ländern teil. In der Deutschweiz werden die Ausscheidungen seit der 2007 durchgeführt.

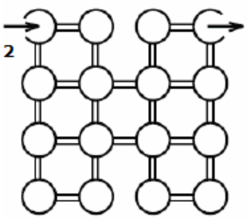
Der Wettbewerb richtet sich an ein breites Publikum und wird in acht verschiedenen Kategorien abgehalten. Sechs davon sind Schüler- und Studentenkategorien; Erwachsenen können in den Kategorien Grand Public oder Haute Compétition teilnehmen.
Die Lösung der Aufgaben erfordert elementare Mathematik und vor allen logisches Denken.

Die Halbfinale werden für die qualifizierten Teilnehmer im März an verschiedenen lokalen Zentren durchgeführt. In der Deutschweiz findet er an der ETH Zürich statt. Danach folgen die regionalen Finale im Mai. Das Schweizer Finale wird in Lausanne abgehalten.
Die besten Teilnehmer aller Länder können im Sommer im internationalen Finale um den Sieg in der jeweiligen Kategorie knobeln.
Lokaler Organisator des Wettbewerbs in der Schweiz für die regionalen Phasen ist der Schweizerischer Mathematikspieleverband (SMASV); Fédération Suisse des Jeux Mathématiques (FSJM). Der internationale Final in Paris wird vom Comité International des Jeux Mathématique (CIJM) organisiert.
Quelle: http://www.cijm.org/

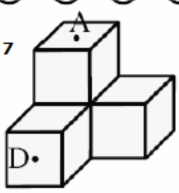
1



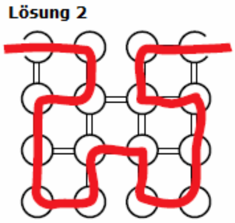
2



7



Lösung 2



23. Internationale Mathematik- und Logikspielemeisterschaft - Halbfinalaufgaben

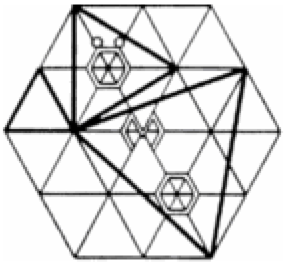
Aufgabe 1: DIE ADDITION DES JAHRES
Einige Ziffern der Addition sind verlorengegangen. Können Sie sie wiederfinden?
Lösung: 1283 + 726 = 2009

Aufgabe 2: LABYRINTH
Matthias betritt das Labyrinth durch den Raum links oben. Er soll es rechts oben verlassen, nachdem er alle Räume besucht hat. Er kann dabei gewisse der 22 Gänge benützen, soll aber nie umkehren noch zweimal denselben Saal betreten. Zeichnen Sie seine Bahn.

Aufgabe 4: MATHILDES KALENDER
An jedem Märzmorgen schreibt Mathilde den Tag des Monats auf, und dann beschreibt sie die Ziffern, aus denen diese Zahl besteht, auf folgende Weise:
Am 1. schreibt sie 1 -> 11 ("eine 1"); am 2. schreibt sie 2 -> 12 ("eine 2"), am 10. schreibt sie 10 -> 1110 ("eine 1 und eine 0"); am 11. schreibt sie 11 -> 21, etc.

An welchem Tag ist die Beschreibung der Zahl identisch mit der Zahl selbst?
Lösung: 22.März

Aufgabe 7: TOUR AUF WÜRFELN
Mimi der Floh startet bei D und möchte nach A gelangen. Sie springt von der Mitte eines Feldes in die Mitte eines angrenzenden Feldes, darf aber kein Feld zweimal besuchen. Sie springt auch nie auf ein Feld, das auf dem Bild nicht sichtbar ist.
Auf wie viele Arten kann Mimi von D nach A springen?
Bemerkung: Zwei Felder sind angrenzend, wenn sie eine gemeinsame Kante haben.
Lösung: 12 Möglichkeiten

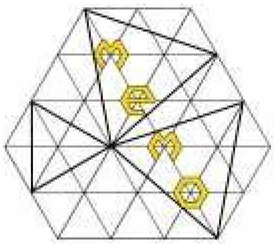


Österreichisch-Polnischer Mathematikwettbewerb

Der Österreichisch-Polnischer Mathematikwettbewerb (ÖPMW) war ein Mathematikwettbewerb zwischen Teilnehmern der Mathematikolympiade aus Österreich und Polen.
Er fand seit 1978 jährlich statt und wurde abwechselnd in Österreich und Polen ausgetragen. Teilnehmen durften in Österreich die Teilnehmer, welche beim Bundeswettbewerb der Österreichischen Mathematik Olympiade (ÖMO) Platz 7 bis 12 belegten, d.h. hinter den Teilnehmern der Internationalen Mathematik-Olympiade (IMO) platziert waren.

Der Wettbewerb bestand aus zwei 4,5 stündigen Einzelwettbewerben; bestehend aus jeweils drei Aufgaben; und einem 4 stündigen Gruppenwettbewerb in dem das österreichische Team gegen das polnische Team um die Lösung von 3 Aufgaben antrat.
Im Jahr 2007 wurde dieser Wettbewerb aufgelöst. Stattdessen gibt es nun die Mitteleuropäische Mathematik-Olympiade (MEMO).

Beispielaufgaben 1990:
1) Für wie viele natürliche Zahlen $n \leq N = 1990^{1990}$ gilt, dass n^2-1 zu N relativ prim sind.
2) Man zeige: Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt:
$$\sqrt{2\sqrt[3]{3\sqrt[4]{4 \ldots \sqrt[n]{n}}}} < 2$$
3) In einem konvexen Viereck ABCD (Innenwinkel < 180°) sei E der Diagonalenschnittpunkt. F_1, F_2 und F seien die Flächeninhalte von ABE, CDE und ABCD. Man zeige:
$$\sqrt{F_1} + \sqrt{F_2} \leq \sqrt{F}$$
Wann gilt Gleichheit?
4) Man bestimme alle rationalen Zahlen r, so dass alle Lösungen von
$$rx^2 + (r+1)x + (r-1) = 0$$
ganze Zahlen sind.
5) Das konvexe Fünfeck ABCDE sei einem Kreis eingeschrieben. Die Normalabstände von A zu den Trägergeraden von BC, CD und DE seien a, b bzw. c. Man bestimme in Abhängigkeit von a, b und c den Normalabstand von A zur Diagonale BE.



Mitteleuropäische Mathematik-Olympiade

Die Mitteleuropäische Mathematik-Olympiade oder auch kurz MEMO ist der Nachfolger des Österreichisch-Polnischen Mathematikwettbewerbs (ÖPMW) und ist ein staatenübergreifender Mathematikwettbewerb.
Die MEMO wurde 2007 erstmals in Österreich in Eisenstadt im Burgenland in Österreich abgehalten.
Teilgenommen haben die mitteleuropäischen Länder Kroatien, Österreich, Polen, die Schweiz, die Slowakei, Slowenien und Tschechien. Deutschland schickte, obwohl startberechtigt, lediglich einen Beobachter. Erst 2008 nahm Deutschland teil. Im Jahr 2008 war die MEMO in Olmütz in Tschechien, danach in Bielsko-Biala (Polen), Strecno (Slowakei), Varazdin (Kroatien) und 2mal in Veszprem (Ungarn).
Es gibt sowohl einen Einzel- und auch einen Mannschaftswettbewerb. Die bisherigen Sieger waren

2007 Einzel: Joanna Bogdanowicz, POL ; Jakub Ocwieja, POL
Mannschaft: Polen
2008 Einzel: Bertram Arnold, GER ; Andras Eles, HUN ; Daniel Nagy, HUN ; Jakub Ocwieja, POL ; Gergely Szucs, HUN
Mannschaft: Polen, Ungarn, Deutschland
2009 Einzel: Bertalan Bodor, HUN / Mannschaft: Polen
2010 Einzel: Kende Kalina, HUN / Mannschaft: Ungarn
2011 Einzel: Wojciech Nadara, POL / Mannschaft: Polen
2012 Einzel: Kamil Rychlewicz, POL / Mannschaft: Polen
2013 Einzel: Mark di Giovanni, Balint Homonnay, Balasz Maga (alle HUN) / Mannschaft: Polen

IMC - International Mathematics Competition for University Students

Dieser internationale Mathematikwettbewerb für Universitätsstudenten wurde 1994 von der Universität Warschau und dem University College London ins Leben gerufen.
Der Wettbewerb besteht aus 2 Aufgabenrunden von je 5 Stunden und 6 Aufgaben. Die Problemstellungen werden dabei vorwiegend aus Algebra, Analysis und Kombinatorik gewählt.
Austragungsorte: 2002 Warschau, Polen, 2003 Cluj-Napoca, Rumänien, 2004 Skopje, Mazedonien

Baltic Way Mathematical Team Contest

Der Baltic Way Mathematical Team Contest ist ein besonderer Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler: Er ist der einzige internationale Mannschaftswettbewerb in Mathematik – mit jeweils einem Team aus jedem Teilnehmerland.
Jedes Land stellt ein Team von fünf Schülerinnen und Schülern aus den letzten Schuljahren.
Das Team arbeitet zusammen: In einer Arbeitszeit von fünf Stunden müssen zwanzig Aufgaben aus den Bereichen Zahlentheorie, Funktionentheorie, Geometrie und Diskrete Mathematik vom Team gelöst werden.
Die drei besten Teams werden bei der Abschlussfeier besonders geehrt.
Das Anspruchsniveau der Aufgaben liegt hoch - allerdings unter dem der Internationalen Mathematik-Olympiade. Deswegen ist es für das Team besonders wichtig, die Zusammenarbeit bei der Verteilung der Aufgaben, bei der Ideenvermittlung und bei der Prüfung der Lösungen vorher geklärt und geübt zu haben, denn kein Teilnehmer kann in der Arbeitszeit mehr als vielleicht sechs Aufgaben lösen. Der Wettbewerb wurde 1990 zum ersten Mal durch die drei baltischen Staaten durchgeführt. In den folgenden Jahren kamen die skandinavischen Länder und Russland dazu.
Seit 1997 ist der „Ring um das Baltische Meer" durch die Teilnahme Deutschlands vollständig; damit sind die ständigen Teilnehmer: Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Island, Litauen, Lettland, Norwegen, Polen, Russland und Schweden. Der Wettbewerb findet jedes Jahr in einem anderen der Teilnehmerländer statt; 1997 war Dänemark mit Kopenhagen Gastgeber, 1998 Polen mit Warschau, 1999 Island mit Reykjavik, Jahr 2000 Norwegen mit Oslo, 2001 Deutschland mit Hamburg, 2002 Estland mit Tartu und 2003 Lettland mit Riga.

Baltic Way 2000 - Oslo, November 5, 2000

1. Let K be a point inside the triangle ABC. Let M and N be points such that M and K are on opposite sides of the line AB, and N and K are on opposite sides of the line BC. Assume that $\angle MAB = \angle MBA = \angle NBC = \angle NCB = \angle KAC = \angle KCA$. Show that MBNK is a parallelogram.
2. Given an isosceles triangle ABC with $\angle A = 90°$. Let M be the midpoint of AB. The line passing through A and perpendicular to CM intersects the side BC at P. Prove that $\angle AMC = 6$ BMP.
3. Given a triangle ABC with $\angle A = 90°$ and $AB \neq AC$. The points D, E, F lie on the sides BC, CA, AB, respectively, in such a way that AFDE is a square. Prove that the line BC, the line FE and the line tangent at the point A to the circumcircle of the triangle ABC intersect in one point.
4. Given a triangle ABC with $\angle A = 120°$. The points K and L lie on the sides AB and AC, respectively. Let BKP and CLQ be equilateral triangles constructed outside the triangle ABC. Prove that $PQ \geq \sqrt{3}/2\,(AB + AC)$.
5. Let ABC be a triangle such that $BC / (AB - BC) = (AB + BC) / AC$. Determine the ratio $\angle A : \angle C$.
6. Fredek runs a private hotel. He claims that whenever $n \geq 3$ guests visit the hotel, it is possible to select two guests that have equally many acquaintances among the other guests, and that also have a common acquaintance or a common unknown among the guests. For which values of n is Fredek right? (Acquaintance is a symmetric relation.)
7. In a 40 x 50 array of control buttons, each button has two states: on and off. By touching a button, its state and the states of all buttons in the same row and in the same column are switched. Prove that the array of control buttons may be altered from the all-on state to the all-on state by touching buttons successively, and determine the least number of touches needed to do so.
8. Fourteen friends met at a party. One of them, Fredek, wanted to go to bed early. He said goodbye to 10 of his friends, forgot about the remaining 3, and went to bed. After a while he returned to the party, said goodbye to 10 of his friends (not necessarily the same as before), and went to bed. Later Fredek came back a number of times, each time saying goodbye to exactly 10 of his friends, and then went back to bed. As soon as he had said goodbye to each of his friends at least once, he did not come back again. In the morning Fredek realised that he had said goodbye a di_erent number of times to each of his thirteen friends! What is the smallest possible number of times that Fredek returned to the party?
9. There is a frog jumping on a 2k x 2k chessboard, composed of unit squares. The frog's jumps are $\sqrt{(1 + k^2)}$ long and they carry the frog from the center of a square to the center of another square. Some m squares of the board are marked with an x, and all the squares into which the frog can jump from an x'd square (whether they carry an x or not) are marked with an o. There are n o'd squares. Prove that $n \geq m$.
10. Two positive integers are written on the blackboard. Initially, one of them is 2000 and the other is smaller than 2000. If the arithmetic mean m of the two numbers on the blackboard is an integer, the following operation is allowed: One of the two numbers is erased and replaced by m. Prove that this

operation cannot be performed more than ten times. Give an example where the operation is performed ten times.

11. A sequence of positive integers a_1, a_2, … is such that for each m and n the following holds: if m is a divisor of n and m < n, then a_m is a divisor of a_n and $a_m < a_n$. Find the least possible value of a2000.

12. Let x1, x_2, …, x_n be positive integers such that no one of them is an initial fragment of any other (for example, 12 is an initial fragment of <u>12</u>, <u>12</u>5 and <u>12</u>405). Prove that $1/x_1 + 1/x_2 + … + 1/x_n < 3$.

Baltic Way 2004 - Vilnius, 7.November 2004

1. Gegeben sei eine Folge a_1, a_2, a_3, … nichtnegativer reeller Zahlen, die die folgenden beiden Bedingungen für alle n = 1, 2, … erfüllen:

    1. $a_n + a_{2n} \geq 3n$,
    2. $a_{n+1} + n \leq 2 \sqrt{(a_n (n + 1))}$.

Zeigen Sie, dass die Ungleichung $a_n \geq n$ für alle $n \in N$ gilt. Geben Sie ein Beispiel für eine solche Folge an.

2. Es sei P(x) ein Polynom mit nichtnegativen Koeffizienten. Zeigen Sie:
Wenn $P(1/x) P(x) \geq 1$ für x = 1 gilt, dann gilt diese Ungleichung für alle positiven x.

3. Seien p, q, r positive reelle Zahlen sowie $n \in N$. Zeigen Sie: Wenn pqr = 1 gilt, dann auch
$$1/(p^n + q^n + 1) + 1/(q^n + r^n + 1) + 1/(r^n + p^n + 1) \leq 1$$

4. Es seien x_1, x_2, …, x_n reelle Zahlen und X ihr arithmetisches Mittel. Beweisen Sie: Es existiert eine positive ganze Zahl K, so dass das arithmetische Mittel der Zahlen in jeder der Listen $\{x_1, x_2, …, x_K\}$, $\{x_2, x_3, …, x_K\}$, $\{x_3, …, x_K\}$, …, $\{x_{K-1}, x_K\}$, $\{x_K\}$ nicht größer als X ist.

5. Bestimmen Sie den Wertebereich der für ganze Zahlen k definierten Funktion
$$f(k) = (k)_3 + (2k)_5 + (3k)_7 - 6k.$$
Hierbei bedeutet $(k)_{2n+1}$ dasjenige Vielfache von 2n + 1, das am dichtesten an k liegt.

6. Auf jede der sechs Seitenflächen eines Würfels wird eine positive ganze Zahl geschrieben. Für jede Ecke des Würfels berechnen wir das Produkt der Zahlen auf den drei angrenzenden Flächen. Die Summe dieser Produkte beträgt 1001. Welchen Wert hat die Summe der Zahlen auf den sechs Würfelflächen?

7. Bestimmen Sie alle Mengen X aus mindestens zwei positiven ganzen Zahlen, die die folgende Eigenschaft aufweisen:
Für je zwei Elemente $m, n \in X$ mit n > m gibt es ein $k \in X$ mit $n = mk^2$.

8. Sei f(x) ein nicht konstantes Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten. Zeigen Sie: Es gibt eine ganze Zahl n, so dass f(n) mindestens 2004 verschiedene Primfaktoren hat.

9. Gegeben sei eine Menge S aus n-1 natürlichen Zahlen ($n \geq 3$). In dieser Menge gibt es mindestens zwei Elemente, deren Differenz sich nicht durch n teilen lässt.
Beweisen Sie: Man kann unter diesen Voraussetzungen eine nichtleere Teilmenge von S derart wählen, dass die Summe ihrer Elemente durch n teilbar ist.

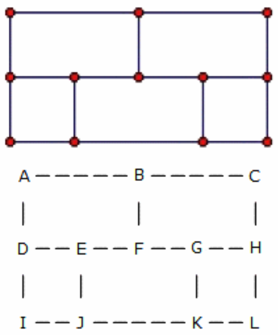
10. Gibt es eine unendliche Folge p_1, p_2, …, p_n, p_{n+1}, … von Primzahlen, so dass $|p_{n+1} - 2p_n| = 1$ für alle $n \in N$ gilt?

11. In genau Zelle eines m×n-Feldes steht anfänglich eine -1, in allen anderen Zellen eine +1. Ein Zug besteht darin, irgendeine Zelle mit dem Eintrag -1 auszuwählen, diese -1 durch eine 0 zu ersetzen und die Einträge in allen benachbarten Zellen mit -1 zu multiplizieren. Dabei heißen zwei Zellen benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite haben. Bestimmen Sie alle Paare (m, n), für die man, unabhängig von der Position der -1 am Anfang, durch eine endliche Folge solcher Züge erreichen kann, dass in allen Feldern 0 steht.

12. Jede von 2n verschiedenen Zahlen wird auf einen Zettel geschrieben. Die Zettel werden hintereinander gelegt. In einem Zug können wir entweder zwei beliebige Zettel vertauschen oder drei Zettel zyklisch vertauschen. (Zyklische Vertauschung von a, b, c bedeutet: a kommt an die Stelle von b, b an die Stelle von c und c an die Stelle von a.)
Welche Minimalzahl von Zügen garantiert,
dass man, unabhängig von der anfänglichen Anordnung, mit dieser Zahl von Zügen die Zahlen auf den Zetteln (aufsteigend) der Größe nach ordnen kann?

16. Durch einen Punkt P außerhalb eines gegebenen Kreises gehen eine Sekante und eine Tangente an den Kreis.

Die Sekante schneidet den Kreis in den Punkten A und B. Die Tangente berührt den Kreis im Punkt C, wobei die Punkte A,B und C auf derselben Seite der Geraden durch P und den Kreismittelpunkt liegen. Q sei der Fußpunkt des Lotes von C auf diese Gerade. Beweisen Sie, dass QC die Winkelhalbierende des Winkels AQB ist.



Sowjetische Allunions-Olympiade

Ausgewählte Aufgaben von 1961:

Problem 1

Given 12 vertices and 16 edges arranged as follows: Draw any curve which does not pass through any vertex. Prove that the curve cannot intersect each edge just once. Intersection means that the curve crosses the edge from one side to the
other. For example, a circle which had one of the edges as tangent would not intersect that edge.

Lösung

If a curve intersects the boundary of a region R (such as ABFED), then it moves from inside R to outside or vice versa. Hence if R has an odd number of edges (like ABFED) then a curve intersecting all of them just once must have one endpoint inside R. But there are four such regions (ABFED, BCHGF, EFGKJ and the outside of ABCHLKJID) and only two endpoints.
Note that we can easily intersect all edges but one. For example, start above AB, then cross successively AB, AD, DI, DE, EF, EJ, IJ, JK, GK, KL, HL, GH, CH, BC, FG.

Problem 2

Given a rectangle ABCD with AC length e and four circles centers A, B, C, D and radii a, b, c, d respectively, satisfying $a+c=b+d<e$. Prove you can inscribe a circle inside the quadrilateral whose sides are the two outer common tangents to the circles center A and C, and the two outer common tangents to the circles center B and D.

Lösung

Let O be the center of the rectangle. Let $r = (a+c)/2 = (b+d)/2$. The required circle has center O, radius r. Let an outer common tangent touch the circle center A at W, and the circle center C at X. Let P be the midpoint of WX, then OP is parallel to AW and CX and has length r, hence the circle center O touches AW at P. Similarly for the other common tangents.

British Mathematical Olympiad

Von 1965 bis 1980 wurde in Großbrittanien die Mathematik-Olympiade als British Mathematical Olympiad (BMO) durchgeführt.
Anfangs wurden 9-11 Aufgaben, später 5-6 gestellt. Ab 1972 gab es eine zweite Runde, die Further International Selection Test (FIST). Ab 1992 wurden beide unter dem Namen BMO zusammengefasst.

Aufgabenbeispiele der 1.BMO 1965

Aufgabe 1:
Sketch $f(x) = (x^2 + 1)/(x + 1)$. Find all points where $f'(x) = 0$ and describe the behaviour when x or f(x) is large.
Lösung: $x = -1$ and $x - 1$ are asymptotes. The curve has two branches in the two smaller sectors. The stationary points are at $x = \sqrt{2} - 1$ and $x = -\sqrt{2} - 1$.

Aufgabe 2:
X, at the centre a circular pond. Y, at the edge, cannot swim, but can run at speed 4v. X can run faster than 4v and can swim at speed v. Can X escape?
Lösung: Answer: yes. Let 4R be the radius. Let O be the centre of the pond, and C the circle centre O, radius 0.95R. X swims to C and then swims around C until Y is at the opposite side (with X, O, Y in a straight line in that order).
That is possible because the length of C is less than 1/4 of the perimeter of the pond. X then heads straight for the edge. X gets there first, because $3.05R < 4\pi R/4 = 3.14R$. X then runs directly away from Y to escape.

Aufgabe 3:
Show that $n^p - n$ is divisible by p for p = 3, 7, 13 and any integer n.
Lösung: This is a straightforward piece of bookwork. The result is true for any prime p.

Aufgabe 4:
What is the largest power of 10 dividing 100 x 99 x 98 x … x 1?
Lösung: Answer: 24. There are 20 multiples of 5: $1\cdot 5, 2\cdot 5, \dots, 20\cdot 5$. Of these 4 are multiples of 25: $1\cdot 25, 2\cdot 25, 3\cdot 25, 4\cdot 25$. None are multiples of 125. Hence the highest power of 5 dividing 100! is 24. The highest power of 2 is obviously higher.

Aufgabe 5:
Show that $n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$ is a square for $n = 1, 2, 3, \ldots$
Lösung: $n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1 = n^4 + 6n^3 + 11n2 + 6^2 + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$

Aufgabe 6:
The fractional part of a real is the real less the largest integer not exceeding it. Show that we can find n such that the fractional part of $(2 + \sqrt{2})^n > 0.999$.

Aufgabe 7:
What is the remainder on dividing $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$ by $x - 1$? By $x^2 - 1$?

Aufgabe 8:
For what real b can we find x satisfying: $x^2 + bx + 1 = x^2 + x + b = 0$?

Aufgabe 9:
Show that for any real, positive x, y, z, not all equal, we have: $(x + y)(y + z)(z + x) > 8 xyz$.

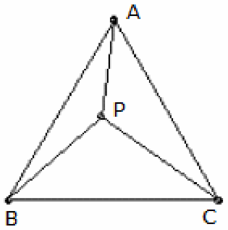
Aufgabe 10:
A chord length $\sqrt{3}$ divides a circle C into two arcs. R is the region bounded by the chord and the shorter arc. What is the largest area of rectangle than can be drawn in R?

Iberoamerican Mathematical Olympiads

Ausgewählte Aufgaben von 1985:

Problem A1

Find all integer solutions to: $a + b + c = 24$, $a^2 + b^2 + c^2 = 210$, $abc = 440$.
Lösung
$ab + bc + ca = ((a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2))/2 = 183$, so a, b, c are roots of the cubic $x^3 - 24x^2 + 183x - 440 = 0$. But it easily factorises as $(x - 5)(x - 8)(x - 11) = 0$, so the only solutions are permutations of (5, 8, 11).



Problem A2

P is a point inside the equilateral triangle ABC such that PA = 5, PB = 7, PC = 8. Find AB.
Lösung
Antwort: $\sqrt{129}$
Let the side length be x. Using the cosine formula, we have $\cos APB = (74 - x^2)/70$, $\cos APC = (89 - x^2)/80$, $\cos BPC = (113 - x^2)/112$. But $\cos BPC = \cos APC \cos BPC - \sin APC \sin BPC$, so $(113 - x^2)/112 = (74 - x^2)/79\ (89 - x^2)/80 - \sqrt{((1-(74 - x^2)^2/70^2)\ (1-(89 - x^2)^2/80^2))}$.
We isolate the square root term, then square. We multiply through by 2525649 and, after some simplification, we get

$$x^6 - 138x^4 + 1161x^2 = 0.$$

Hence $x = 0, \pm 3, \pm\sqrt{129}$. We discard de zero and negative solutions. x = 3 corresponds to a point P outside the triangle. So the unique solution for a point P inside the triangle is $x = \sqrt{129}$.

Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

Beispielaufgaben der 1.Zentralamerikanischen Mathematikolympiade:

Problem A1

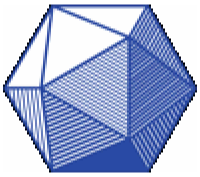
A, B, C, D, E each has a unique piece of news. They make a series of phone calls to each other. In each call, the caller tells the other party all the news he knows, but is not told anything by the other party. What is the minimum number of calls needed for all five people to know all five items of news? What is the minimum for n people?
Antwort: 8, eg BA, CA, DA, EA, AB, AC, AD, AE. 2n-2

Problem A2

Find a positive integer n with 1000 digits, none 0, such that we can group the digits into 500 pairs so that the sum of the products of the numbers in each pair divides n.
Antwort: 11…1 2112 2112 … 2112 (960 Einsen gefolgt von 10 mal 2112)

Problem B3

$S \in \{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$ is such that if m and n are distinct elements of S, then m+n does not belong to S. What is the largest possible number of elements in S?
Antwort: 501 ; {500, 501, …, 1000}



American Invitational Mathematics Examination (AIME)

1950 wurde in den USA der Wettbewerb "American High School Mathematics Examination (AHSME)" gestartet. Ursprünglich war dies ein Multiple-Choice-Test, der im Umkreis von New York durchgeführt wurde. Ab 1957 wurde der Test landesweit durchgeführt.
Seit dem Jahr 2000 gibt es gestaffelt für unterschiedliche Altersstufen 3 Wettbewerbe: AMC12 (American Mathematics Competitions 12) und AMC10, AMC8. 2002 nahmen am AMC12 immerhin 300000 Schüler in über 5000 Schulen teil.

Die Fragen der Tests waren im Allgemeinen relativ einfach und wurden 1983 nochmals vereinfacht. Zum Ausgleich für leistungsstärkere Schüler wurde der American Invitational Mathematics Examination (AIME) geschaffen.
In diesem Test steigt der Schwierigkeitsgrad von Aufgabe zu Aufgabe. Während in den ersten Fragen Grundwissen getestet wird, erreichen die letzten Fragen Olympiadeniveau.
Seit 2000 werden zwei Runden durchgeführt, jeweils im März/April und im Mai.

Aufgaben: 1st AIME 1983

1. x, y, z are real numbers greater than 1 and w is a positive real number. If $\log_x w = 24$, $\log_y w = 40$ and $\log_{xyz} w = 12$, find $\log_z w$.
2. Find the minimum value of $|x - p| + |x - 15| + |x - p - 15|$ for x in the range $p \le x \le 15$ where $0 < p < 15$.
3. Find the product of the real roots of the equation $x^2 + 18x + 30 = 2 \sqrt{x^2 + 18x + 45}$.
4. A and C lie on a circle center O with radius $\sqrt{50}$. The point B inside the circle is such that $\angle ABC = 90°$, $AB = 6$, $BC = 2$. Find OB.
5. w and z are complex numbers such that $w^2 + z^2 = 7$, $w^3 + z^3 = 10$. What is the largest possible real value of $w + z$?
6. What is the remainder on dividing $6^{83} + 8^{83}$ by 49?

Lösung: 1) 60, 2) 15, 3) 20, 4) $\sqrt{26}$, 5) 4, 6) 35

William Lowell Putnam Mathematical Competition, Putnam-Olympiade

Der William Lowell Putnam Mathematical Competition, kurz Putnam-Olympiade, ist einer der ältesten mathematischen Wettbewerbe.
Der Wettbewerb wurde 1927 von Elizabeth Lowell Putnam im Andenken an ihren Mann William Lowell Putnam ins Leben gerufen und richtet sich an College-Studenten der USA und Kanadas. Seit 1938 wird die Olympiade jährlich von der Mathematikervereinigung der USA durchgeführt.

Diese Olympiade ist ein Einzel- und Schulwettbewerb. Sowohl die besten Teilnehmer als auch das College mit dem höchsten Ergebnis werden prämiert. Die Preisgelder sind für einen mathematischen Wettbewerb sehr hoch. Die Studenten erhalten zwischen 250 und 2500 Dollar, die Schulen zwischen 5000 und 25000 Dollar. Der Wettbewerb findet immer am ersten Dezembersonnabend statt.

Das Anspruchsniveau ist relativ hoch. 2003 nahmen 3600 Studenten teil, von denen nur 28% mehr als 10 von 120(!) möglichen Punkten erreichten. Mit 42 Punkten gehörte man zu den besten 100.
Zu den besten Colleges der letzten Jahre gehörten Harvard, MIT, Caldech, Princeton und Toronto. Als erster Teilnehmer gewann Don Coppersmith (MIT) von 1968 bis 1971 vier Mal die Olympiade. Die der bekanntesten Gewinner des Wettbewerbes sind Richard P.Feynman (1939) und Elwyn R.Berlekamp (1961). Seit 1992 gibt es einen Sonderpreis für die erfolgreichste Teilnehmerin.
http://en.wikipedia.org/wiki/William_Lowell_Putnam_Mathematical_Competition

1.Putnam-Olympiade 1938

Problem A1:
A solid in Euclidean 3-space extends from $z = -h/2$ to $z = +h/2$ and the area of the section $z = k$ is a polynomial in k of degree at most 3. Show that the volume of the solid is $h(B + 4M + T)/6$, where B is the area of the bottom ($z = -h/2$), M is the area of the middle section ($z = 0$), and T is the area of the top ($z = h/2$). Derive the formulae for the volumes of a cone and a sphere.
Lösung:
Let the polynomial be $az^3 + bz^2 + cz + d$. Then the volume is $\int_{-h/2}^{h/2} (az^3 + bz^2 + cz + d)\, dz = bh^3/12 + dh$. But $B + T = bh^2/2 + 2d$, $M = d$, so $h(B + 4M + T)/6 = bh^3/12 + dh$, which proves the formula. For a sphere radius R, we have $h = 2R$, $B + T = 0$ and $M = \pi R^2$, so the formula gives $4/3\, \pi R^3$, as usual. For a cone height h, base area A, we have $B = A$, $T = 0$, $M = A/4$, so the volume is $hA/3$, as usual.

Problem A3:
A particle moves in the Euclidean plane. At time t (taking all real values) its coordinates are $x = t^3 - t$ and $y = t^4 + t$. Show that its velocity has a maximum at $t = 0$, and that its path has an inflection at $t = 0$.
Lösung:

The speed squared is $(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2 = 16t^6 + 9t^4 + 8t^3 - 6t^2 + 2$. Let this be f(t). We have $f'(t) = 12t(8t^4 + 3t^2 + 2t - 1)$.
So $f'(t) = 0$ at $t = 0$. Also for t small (positive or negative), $8t^4 + 3t^2 + 2t - 1$ is close to -1 and hence negative, so f'(t) is positive for t just less than 0 and negative for t just greater than 0. Hence f(t) has a maximum at t = 0. Hence the speed does also.
The gradient $dy/dx = (4t^3 + 1)/(3t^2 - 1)$. Let this be g(t). Then $g'(t) = 6t(2t^3 - 2t - 1)/(3t^2 - 1)^2$. Hence $g'(0) = 0$. Also g'(t) is positive for t just less than 0 and negative for t just greater than 0, so it is a point of inflection.

Problem A4:
A notch is cut in a cylindrical vertical tree trunk. The notch penetrates to the axis of the cylinder and is bounded by two half-planes. Each half-plane is bounded by a horizontal line passing through the axis of the cylinder. The angle between the two half-planes is θ. Prove that the volume of the notch is minimized (for given tree and θ) by taking the bounding planes at equal angles to the horizontal plane.
Lösung: We find the volume of the notch above the horizontal plane. Suppose that the upper bounding half-plane is at an angle ϕ to the horizontal. We may take the radius of the tree to be 1. A vertical section through the notch at a distance x from its widest extent is a right-angled triangle with base $\sqrt{(1 - x^2)}$ and area $1/2\ (1 - x^2) \tan \phi$. Hence the volume is $2/3 \tan \phi$.
So the total volume of the notch is $2/3 (\tan \phi + \tan(\theta-\phi))$. So we have to find the angle ϕ which minimises $\tan \phi + \tan(\theta-\phi)$. Differentiating, or otherwise, we easily find that the minimum is at $\phi/2$.

Problem A5:
(1) Find $\lim_{x\to \text{inf}} x^2/ex$.
(2) Find $\lim_{k\to 0} 1/k \ {}_0\int^k (1 + \sin 2x)^{1/x}\, dx$.
Lösung: (1) Let $f(x) = x^3e^{-x}$. Then $f'(x) = (3x^2 - x^3) e^{-x} < 0$ for $x > 3$. Hence $f(x) < f(3)$ for $x > 3$, so $x^2 e^{-x} < f(3)/x$ for $x > 3$. Hence $x^2 e^{-x}$ tends to zero.
(2) We use L'Hôpital's rule $\lim f(x)/g(x) = \lim f'(x)/g'(x)$. Applied to the expression given it gives $\lim (1 + \sin 2x)^{1/x}$. Write $(1 + \sin 2x)^{1/x} = \exp(1/x \ln(1 + \sin 2x))$. So apply the rule again to $1/x \ln (1 + \sin 2x)$ to get $2 \cos 2x/(1 + \sin 2x)$ which tends to 2.
Hence $(1 + \sin 2x)^{1/x}$ tends to e^2 and so does the original expression.

Problem A6:
A swimmer is standing at a corner of a square swimming pool. She swims at a fixed speed and runs at a fixed speed (possibly different). No time is taken entering or leaving the pool. What path should she follow to reach the opposite corner of the pool in the shortest possible time?

Lösung: Let k be the running speed divided by the swimming speed. For $k > \sqrt{2}$, the unique solution is to run round the outside. For $k < \sqrt{2}$, the unique solution is to swim direct. For $k = \sqrt{2}$ there is no unique solution. Run along a side to X, swim to Y equidistant from the corner between X and Y, then run from Y. The time taken is independent of X.

We may take the side of the square to be 1, the swimming speed to be 1 and the running speed to be k. Let the square be ABCD. Suppose the start is at A and the finish at C. Possible routes are (1) run to X on AB, swim to Y on BC, run to C, (2) run to X on AD, swim to Y on CD, run to C, (3) run to X on AB, swim to Y on CD, run to C. We start by considering case (1). Take BX to be x, BY to be y. Then the time taken is $(2 - x - y)/k + \sqrt{(x^2 + y^2)}$. Note that this includes the extreme cases of running all the way $(x = y = 0)$ and swimming all the way $(x = y = 1)$.

Now $(x - y)^2 \geq 0$, with equality iff $x = y$, so $(x + y)^2 \leq 2(x^2 + y^2)$ and hence $(x + y) \leq \sqrt{2} \sqrt{(x^2 + y^2)}$, with equality iff $x = y$. So if $k > \sqrt{2}$, then $(x + y) < k \sqrt{(x^2 + y^2)}$ and hence $2/k < (2 - x - y)/k + \sqrt{(x^2 + y^2)}$ unless $x = y = 0$ (when we have equality). Hence for $k > \sqrt{2}$, the unique solution is to run all the way.
If $k < \sqrt{2}$, then $(x + y) \leq \sqrt{2} \sqrt{(x^2 + y^2)}$ implies $\sqrt{2} (\sqrt{2} - \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq 2 - x - y$ and hence $k (\sqrt{2} - \sqrt{(x^2 + y^2)}) < 2 - x - y$ unless $x = y = 1$ (when we have equality). So $\sqrt{2} < (2 - x - y)/k + \sqrt{(x^2 + y^2)}$ unless $x = y = 1$. In other words, for $k < \sqrt{2}$ the unique solution is to swim all the way.
For $k = \sqrt{2}$ we have equality (in both the previous paragraphs) iff $x = y$. So any solution with $x = y$ is optimal in this case.

Asian Pacific Mathematical Olympiad
Die Asian Pacific Math Olympiad (APMO) wurde 1989 das erste Mal durchgeführt und sollte ursprünglich als mathematischer Wettkampf zwischen den asiatischen Staaten am Pazifischen Ozean durchgeführt werden. Mittlerweile nehmen auch verstärkt amerikanische Staaten teil. Die Olympiade findet immer im März statt.
Der Wettbewerb besteht aus fünf Aufgaben, die in 4 Stunden gelöst werden sollen. Je Land sind 10 offizielle Teilnehmer startberechtigt. Die Auswertung erfolgt innerhalb des jeweiligen Staates.

Als Preise kann jedes Land eine Auszeichnung in Gold, zwei in Silber, vier in Bronze und drei lobende Erwähnungen vergeben.
Teilnehmerländer:
Argentinien, Australien, Bangladesh, Kambodscha, Kanada, Chile, Kolumbien, Costa Rica, Ecuador, El Salvador, Hong Kong, Indonesien, Japan, Kasachstan, Südkorea, Kirgisien, Malaysia, Mexiko, Neuseeland, Pakistan, Panama, Peru, Philippinen, Puerto Rico, Qatar, Russland, Singapur, Sri Lanka, Taiwan, Tadschikistan, Thailand, Trinidad und Tobago, Turkmenistan, USA
Aufgabenbeispiele siehe

Aufgaben von 1st APMO 1989
Problem 1
a_i are positive reals. $s = a_1 + \dots + a_n$. Prove that for any integer $n > 1$ we have
$$(1 + a_1) \dots (1 + a_n) < 1 + s + s^2/2! + \dots + s^n/n!.$$
Solution
We use induction on n. For $n = 2$ the rhs is $1 + a_1 + a_2 + a_1a_2 + (a_1^2 + a_2^2)/2 >$ lhs.
Assume the result is true for n. We note that, by the binomial theorem, for s and t positive we have $s^{m+1} + (m+1) t s^m < (s + t)^{m+1}$, and hence $s^{m+1}/(m+1)! + t s^m/m! < (s + t)^{m+1}/(m+1)!$. Summing from $m = 1$ to $n+1$ we get
$(s + t) + (s^2/2! + t s/1!) + (s^3/3! + t s^2/2!) + \dots + (s^{n+1}/(n+1)! + t s^n/n!) < (s+ t) + (s + t)^2/2! + \dots + (s + t)^{n+1}/(n+1)!$.
Adding 1 to each side gives that $(1 + t)(1 + s + s^2/2! + \dots + s^n/n!) < (1 + (s+t) + \dots + (s+t)^{n+1}/(n+1)!$.
Finally putting $t = a_{n+1}$ and using the the result for n gives the result for n+1.

Problem 2
Prove that $5n^2 = 36a^2 + 18b^2 + 6c^2$ has no integer solutions except $a = b = c = n = 0$.
Solution
The rhs is divisible by 3, so 3 must divide n. So $5n^2 - 36a^2 - 18b^2$ is divisible by 9, so 3 must divide c. We can now divide out the factor 9 to get: $5m^2 = 4a^2 + 2b^2 + 6d^2$.
Now take m, a, b, d to be the solution with the smallest m, and consider residues mod 16. Squares = 0, 1, 4, or 9 mod 16. Clearly m is even so $5m^2 = 0$ or 4 mod 16.
Similarly, $4a^2 = 0$ or 4 mod 16. Hence $2b^2 + 6d^2 = 0$, 4 or 12 mod 16. But $2b^2 = 0$, 2 or 8 mod 16 and $6d^2 = 0$, 6 or 8 mod 16. Hence $2b^2 + 6d^2 = 0$, 2, 6, 8, 10 or 14 mod 16.
So it must be 0. So b and d are both even. So a cannot be even, otherwise m/2, a/2, b/2, d/2 would be a solution with smaller $m/2 < m$.
So we can divide out the factor 4 and get: 5k2 = a2 + 2e2 + 6f2 with a odd. Hence k is also odd. So $5k^2 - a^2 = 4$ or 12 mod 16. But we have just seen that $2e^2 + 6 f^2$ cannot be 4 or 12 mod 16. So there are no solutions.

Indische Mathematikolympiade INMO
Die indische Mathematikolympiade (Indian Mathematics Olympiad) wird von "Mathematics Today" organisiert. Der landesweite Wettbewerb läuft in zwei Stufen ab.
In der ersten Phase werden 25 Probleme in "Mathematics Today" veröffentlicht.
Für die Finalrunde werden die besten Teilnehmer aus allen Landesteilen zusammengefasst.
Die 100 erfolgreichsten erhalten neben Sach- und Geldpreisen eine langjährige Unterstützung in einer Mathematik-, Physik- oder Technikausbildung.
Einen sehr begehrten Wanderpokal erhält jeweils die Schule mit den besten Teilnehmern.
Neben der nationalen Olympiade gibt es Indien, auf Grund der riesigen Bevölkerungszahl, eine Unmenge von regionalen Mathematikwettbewerben.

Beispielaufgaben von 1995
1. ABC is an acute-angled triangle with $\angle A = 30o$. H is the orthocenter and M is the midpoint of BC. T is a point on HM such that HM = MT. Show that AT = 2 BC.
2. Show that there are infinitely many pairs (a,b) of coprime integers (which may be negative, but not zero) such that $x^2 + ax + b = 0$ and $x^2 + 2ax + b$ have integral roots.
3. Show that more 3 element subsets of {1, 2, 3, ... , 63} have sum greater than 95 than have sum less than 95.
4. ABC is a triangle with incircle K, radius r. A circle K', radius r', lies inside ABC and touches AB and AC and touches K externally. Show that $r'/r = \tan^2((\pi-A)/4)$.
5. $x_1, x_2, \dots, x_n$ are reals > 1 such that $|x_i - x_{i+1}| < 1$ for $i < n$. Show that
$$x_1/x_2 + x_2/x_3 + \dots + x_{n-1}/x_n + x_n/x_1 < 2n-1.$$
6. Find all primes p for which $(2^{p-1} - 1)/p$ is a square.

Beispielaufgaben INMO 1996:
1. Given any positive integer n, show that there are distinct positive integers a, b such that a + k divides b + k for k = 1, 2, ..., n.

If a, b are positive integers such that a + k divides b + k for all positive integers k, show that a = b.
2. C, C' are concentric circles with radii R, 3R respectively. Show that the orthocenter of any triangle inscribed in C must lie inside the circle C'.
Conversely, show that any point inside C' is the orthocenter of some circle inscribed in C.
3. Find reals a, b, c, d, e such that $3a = (b + c + d)^3$, $3b = (c + d + e)^3$, $3c = (d + e + a)^3$, $3d = (e + a + b)^3$, $3e = (a + b + c)^3$.
4. X is a set with n elements. Find the number of triples (A, B, C) such that A, B, C are subsets of X, A is a subset of B, and B is a proper subset of C.
5. The sequence $a_1, a_2, a_3, \ldots$ is defined by

$$a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 2.$$

Show that for any m, $a_m a_{m+1}$ is also a term of the sequence.
6. A 2n x 2n array has each entry 0 or 1. There are just 3n 0s. Show that it is possible to remove all the 0s by deleting n rows and n columns.

Beispielaufgaben INMO 1997:
1. ABCD is a parallelogram. A line through C does not pass through the interior of ABCD and meets the lines AB, AD at E, F respectively. Show that

$$AC^2 + CE\cdot CF = AB\cdot AE + AD\cdot AF.$$

2. Show that there do not exist positive integers m, n such that m/n + (n+1)/m = 4.
3. a, b, c are distinct reals such that a + 1/b = b + 1/c = c + 1/a = t for some real t. Show that t = -abc.
4. In a unit square, 100 segments are drawn from the center to the perimeter, dividing the square into 100 parts. If all parts have equal perimeter p, show that 1.4 < p < 1.5.
5. Find the number of 4 x 4 arrays with entries from {0, 1, 2, 3} such that the sum of each row is divisible by 4, and the sum of each column is divisible by 4.

Bundeswettbewerb Mathematik

Offizieller Werbetext: "Der Bundeswettbewerb Mathematik ist ein mathematischer Schülerwettbewerb für alle an Mathematik Interessierten. Er besteht aus zwei Hausaufgabenrunden und einer abschließenden dritten Runde, die aus einem mathematischen Fachgespräch besteht. Der Wettbewerb richtet sich an Schülerinnen und Schüler, die eine zur allgemeinen Hochschulreife führende Schule besuchen. Mit interessanten und anspruchsvollen Aufgaben möchte er sie anregen, sich eine Zeit lang intensiv mit Mathematik zu beschäftigen. Neben dem mathematischen Schulwissen muss man zur Teilnahme vor allem auch etwas Ausdauer mitbringen."
Anmerkung: Im Gegensatz zu der absolut objektiven Bundesolympiade Mathematik wird hier die Entscheidung über die Sieger durch eine subjektive Einschätzung während des abschließenden Kolloqiums getroffen. Die Sieger werden in die Förderung der Studienstiftung des deutschen Volkes aufgenommen. Erstaunlicher Weise erhalten die Bundessieger der Mathematikolympiade diese Förderung nicht!

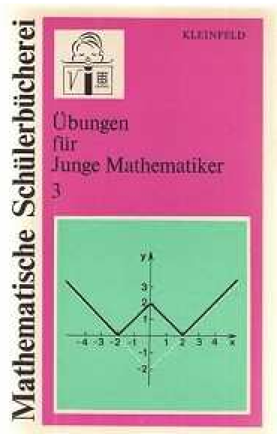
Bundeswettbewerb-Aufgaben 1.Stufe 2005

Aufgabe 1

Im Zentrum eines 2005×2005-Schachbretts liegt ein Spielwürfel, der in einer Folge von Zügen über das Brett bewegt werden soll. Ein Zug besteht dabei aus folgenden drei Schritten:
Man dreht den Würfel mit einer beliebigen Seite nach oben, schiebt dann den Würfel um die angezeigte Augenzahl nach rechts oder um die angezeigte Augenzahl nach links und schiebt anschließend den Würfel um die verdeckt liegende Augenzahl nach oben oder um die verdeckt liegende Augenzahl nach unten.
Das erreichte Feld ist das Ausgangsfeld für den nächsten Zug.
Welche Felder lassen sich durch eine endliche Folge derartiger Züge erreichen? Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Die ganze Zahl a habe die Eigenschaft, dass $3a$ in der Form $x^2 + 2y^2$ mit ganzen Zahlen x, y darstellbar ist. Man beweise, dass dann auch a in dieser Form darstellbar ist.



Aufgabe 3

Den Seiten a, b, c eines Dreiecks liegen die Winkel α, β, γ gegenüber. Es sei ferner $3\alpha + 2\beta = 180°$. Man beweise, dass dann $a^2 + bc = c^2$ ist.

Aufgabe 4

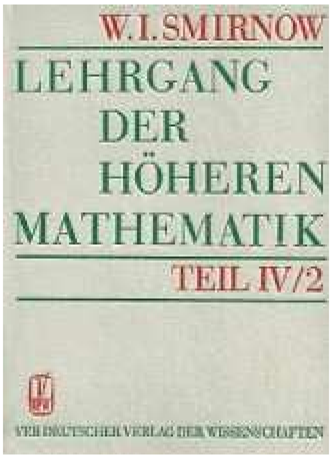
Für welche positiven ganzen Zahlen n kann man die n Zahlen 1, 2, 3, …, n so in einer Reihe anordnen, dass für je zwei beliebige Zahlen der Reihe ihr arithmetisches Mittel nicht irgendwo zwischen ihnen steht? Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Mathematische Schülerbücherei

Die Mathematische Schülerbücherei (MSB) war eine Buchreihe, die von 1965 bis 1990 in der DDR erschien.
Mehrere Verlage beteiligten sich, darunter der Deutsche Verlag der Wissenschaften Berlin, der Teubner Verlag Leipzig, der Volk und Wissen Verlag

Berlin, der Urania Verlag Leipzig und der Kinderbuchverlag Berlin. Koordiniert wurde die Arbeit von der "Arbeitsgemeinschaft Mathematische Schülerbücherei der Zentralen Kommission für Mathematik" beim Ministerium für Volksbildung der DDR.

Ziel der Reihe war die Vermittlung mathematischen Wissens an Schüler, Lehrlinge, Studenten und andere Interessenten. Dabei wurden allgemeine mathematische Grundlagen aber auch spezielle mathematische Teilbereiche behandelt.
Für diese Reihe wurden auch Bücher aus dem Russischen, Tschechischen, Ungarischen, Polnischen und Rumänischen übersetzt.
1990, nach dem Anschluss der DDR and die BRD, gab es für diese Reihe scheinbar keinen Bedarf mehr.



Hochschulbücher für Mathematik
"Hochschulbücher für Mathematik" war eine DDR-Buchreihe, die von 1953 bis 1990 im Deutschen Verlag der Wissenschaften Berlin herausgegeben wurde.
In der Reihe wurden Werke zu den Grundlagen der Mathematik und zu Spezialgebieten veröffentlicht. Autoren waren bedeutende Mathematiker der DDR und der anderen sozialistischen Staaten, u.a. aus der UdSSR, Polen, Ungarn und Rumänien. Zielgruppe waren Studenten und Wissenschaftler der Mathematik und angrenzender Wissenschaften.

Ab 1954 wurden zusätzlich eine Kleine Ergänzungsreihe veröffentlicht. Einige Bücher wurden auch in die Mathematische Schülerbücherei aufgenommen.
Nach 1990 wurde die Reihe ersatzlos eingestellt.

Die Wurzel, Mathematikzeitschrift
Mathematische Schülerzeitschriften sind in Deutschland eine Rarität! Es gibt aber wenige Ausnahmen.
Die Wurzel ist eine zehnmal jährlich erscheinende Zeitschrift für Mathematik.
Sie entspringt den in der DDR ab 1964 zweimal im Jahr stattfindenden Mathelagern. Diese wurden und werden auch heute noch von Studenten für Schüler, die sich besonders für Mathematik interessieren, organisiert. 1967 entstand dann auf Initiative von Hansgeorg Meißner an der Friedrich-Schiller-Universität in Jena die Schülerzeitschrift "Die Wurzel".
Nach dem Anschluss der DDR an die BRD wurde der gemeinnützige Wurzel e.V. gegründet, um das Fortbestehen der Zeitschrift zu sichern.

Anliegen des Vereins und der Zeitschrift ist es, ein möglichst großes Publikum mit einer Begeisterung für die Mathematik anzustecken, sowie insbesondere mathematisch interessierte Jugendliche zu fördern und die Kreativität zum Problemlösen zu wecken.
Die Wurzel richtet sich seit nunmehr über 300 Ausgaben an Schüler und Lehrer der gymnasialen Oberstufe, an Studenten, Professoren und alle mathematisch Interessierten. Die Wurzel enthält Artikel zu verschiedensten Teilgebieten der Mathematik, zu Mathematik-Olympiaden und anderen mathematischen Wettbewerben sowie beispielsweise Arbeiten aus dem Wettbewerb Jugend forscht.
Internet: http://www.wurzel.org/

Alpha - Mathematikzeitschrift
Die "Alpha" war eine mathematische Schülerzeitschrift vom Verlag "Volk und Wissen" in der DDR. Sie erschien 6 Mal im Jahr zu einem Preis von nur 0,50 M. Die erste Ausgabe erschien 1967. Bis 1987 wurde die Zeitschrift von Oberstudienrat Johannes Lehmann herausgegeben, danach von Gabriele Liebau.
Die in der sehr populären Zeitschrift veröffentlichten Artikel zu allen Fragen der elementaren Mathematik wurden von führenden Mathematikern, Studenten und Lehrern der DDR und der sozialistischen Staaten geschrieben. Ziel war es, das Interesse der Schüler für Mathematik zu vertiefen und deren Leistungen weiterzuentwickeln.
Neben rein mathematischen Beiträgen wurde auch Wert auf Mathematikgeschichte, mathematische Anwendungen, Knobeleien, mathematischen Humor und vor allem auf die Mathematikolympiaden gelegt.

Besonderen Stellenwert hatte der alpha-Wettbewerb.
Je Klassenstufe wurden etwa 6 Aufgaben aus den Bereichen Mathematik, Physik und Chemie (teilweise auch in Russisch, Englisch und Französisch) veröffentlicht. Teilnehmer konnten Aufgaben ihrer Klassenstufe oder darüberliegender Klassenstufen lösen. Erwachsene lösten Aufgaben der Klassenstufe 11/12.
Eingesandte Lösungen wurden mit "sehr gut gelöst", "gut gelöst" oder "gelöst" bewertet. Zum Wettbewerbsende werden alle Lösungskarten eingesandt, um das alpha-Abzeichen in Gold, Silber oder Bronze zu erhalten. In der Zeitschrift erschienen auch Listen über wieviele Jahre ein Schüler bereits erfolgreich am Wettbewerb teilgenommen hatte.

Nach dem Beitritt der DDR zur BRD wurde versucht, die Zeitschrift unter dem Titel "Alpha: Mathematik als Hobby" zu retten. Dies gelang nicht.

Monoid-Zeitschrift
Monoid ist eine mathematische Zeitschrift für Schüler und Lehrer.
Sie wurde 1980 von Martin Mettler gegründet und wird seit 2001 vom Fachbereich Mathematik der Johannes Gutenberg-Universität Mainz herausgegeben.
Die Wirkung der Zeitschrift ist lokal auf den Raum Mainz beschränkt.
In der Zeitschrift werden mathematische Probleme der Schulmathematik besprochen und ein Aufgabenwettbewerb durchgeführt.
http://www2.mathematik.uni-mainz.de/monoid/

Kwant, Quant
1970 wurde in der UdSSR die Zeitschrift Kwant (Quant) gegründet. Sie ist eine sehr populäre, wissenschaftliche Zeitschrift für Mathematik und Physik, die für Schüler, Studenten und Lehrer gedacht ist.
Die Zeitschrift überstand auch den Zusammenbruch der Sowjetunion und stellt heute weltweit eine Besonderheit dar.
In jedem Heft werden eine Vielzahl von Themen vorgestellt, wissenschaftlich exakt und dennoch in schülergerechter Form. Darüber hinaus finden sich in jeder Ausgabe Aufgaben und Übungen. In der nachfolgenden Ausgabe werden die dazugehörenden Lösungen veröffentlicht.
Die Zeitschrift und ihre Qualität sind so einmalig, dass sie sogar von der UNESCO ausgezeichnet wurde.
Viele Hefte der Zeitschrift (ab 1970) können kostenlos auf der offiziellen Seite herruntergeladen werden
http://kvant.mirror1.mccme.ru/

PISA-Studie 2000

Im Jahr 2000 wurde die erste internationale Studie zum Wissensstand der Schüler im Lesen, der Mathematik und den Naturwissenschaften veröffentlicht.
Diese Studie wurde unter dem Namen "Programme for International Student Assessment", kurz PISA, bekannt.
Insgesamt nahmen über 180000 Jugendliche aus 28 OECD-Staaten sowie aus Brasilien, Lettland, Liechtenstein und Russland teil. Die repräsentativen Stichproben wurden so ausgewählt, dass sie die Gesamtheit der 15-Jährigen, die sich in schulischer Ausbildung befinden, abbilden.
Alle Ergebnisse wurden gemittelt und der Durchschnitt mit 500 Punkten belegt.
Erreichte ein Land weniger als 500 Punkte, so lag es unter dem OECD-Durchschnitt. Für das Fach Mathematik ergab sich

Platz	Land	Punktwert			
1	Japan	557	2	Südkorea	547
3	Neuseeland	537	4	Finnland	536
5	Australien	533	6	Kanada	533
7	Schweiz	529	8	GB	529
9	Belgien	520	10	Frankreich	517
11	Österreich	515	12	Dänemark	514

Deutschland erreichte mit 490 Punkten einen katastrophalen 21.Platz! In der offiziellen Studie heißt es: "Im Bereich Mathematik sind in Deutschland unterdurchschnittliche Ergebnisse zu verzeichnen und die relativen Schwächen im unteren Leistungsbereich besonders ausgeprägt"

PISA-Studie 2008
Im Jahr 2008 wurde im Rahmen der internationalen TIMSS-Studie; PISA-Studie für Grundschulen; das Wissen der Grundschüler in Klasse 4 getestet. An der Grundschulstudie nahm Deutschland das erste Mal teil. Wieder wurden die Ergebnisse gemittelt und der Durchschnitt mit 500 Punkten belegt. Erreicht ein Land weniger als 500 Punkte, so liegt es unter dem OECD-Durchschnitt.

Mit 525 Punkten wurde Deutschland 12. Zum Jubeln gibt es aber keinerlei Grund.
Im Gegenteil: Viele der bisher in den PISA-Studien führenden Länder, wie Südkorea, Finnland, Frankreich, Neuseeland, Kanada, Belgien, usw. nahmen nicht teil, dafür aber Länder mit sehr mangelhaftem Bildungssystem. Damit sank der Durchschnitt erheblich und die Punktzahl Deutschlands wurde künstlich nach oben, über die 500 Punkte-Grenze, geschoben, obwohl in Wirklichkeit eine erschreckende Abnahme(!) zu verzeichnen ist.

Ergebnisse in Mathematik

Platz	Land	Punkte	Platz 1995

1.	Hong Kong	607	3.	2.	Singapur	599	1.
3.	Taiwan	576	-	4.	Japan	568	2.
5.	Kasachstan	549	-	6.	Russland	544	-
7.	England	541	12.	8.	Lettland	537	9.
9.	Niederlande	535	4.	10.	Litauen	530	-
11.	USA	529	8.	12.	Deutschland	525	-

Das katastrophale Ergebnis der PISA-Studie 2008 wurde auch auf die einzelnen Bundesländer aufgeschlüsselt. Dabei wurden Lesen und Textverständnis, Naturwissenschaften und Mathematik berücksichtigt. Die Daten basieren auf Ergebnissen aus dem Jahr 2006(!) und nicht wie oft angenommen auf 2008. Das Ergebnis für die Mathematik:

PISA Ergebnisse im Bereich Mathematik	2006	2003	2000
01. Sachsen	523	523	501
02. Bayern	522	533	516
03. Baden-Württemberg	516	512	512
04. Thüringen	509	510	493
05. Mecklenburg-Vorpommern	500	493	484
06. Brandenburg	500	492	472
07. Rheinland-Pfalz	500	493	488
08. Hessen	500	497	486
09. Sachsen-Anhalt	499	502	477
10. Saarland	498	498	487
11. Schleswig-Holstein	497	497	490
12. Berlin	495	488	—
13. Nordrhein-Westfalen	493	486	480
14. Niedersachsen	489	494	478
15. Hamburg	488	481	—
16. Bremen	478	471	452
Deutschland Durchschnitt der Bundesländer	504	503	490

Dabei ist zu berücksichtigen, dass die scheinbare Verbesserung nur dadurch zu Stande kommt, dass vor allem Länder mit schlechtem Bildungssystem teilnahmen und alle Ergebnisse auf einen Durchschnittswert von 500 Punkten umgerechnet werden.
Fazit: "Die Schüler in Sachsen spielen in einer Liga mit den Spitzenreitern Finnland, Kanada und Japan, die Schüler in Bremen eher auf dem Niveau von Mexiko und der Türkei."

Bildungsstudie 2013
Quelle MDR: "Ostdeutsche Schüler sind in Mathematik und in den Naturwissenschaften weitaus leistungsstärker als die meisten ihrer westdeutschen Altersgenossen. Das ergab ein neues Bundesländer-Ranking, das die Kultusministerkonferenz in Berlin vorgestellt wurde.

Sachsens Schüler haben in Mathe und Naturwissenschaften Nase vorn. Die Schüler aus Sachsen haben in Mathe, Biologie, Chemie und Physik deutschlandweit die Nase vorn. Knapp dahinter die Thüringer Schüler, die in allen Disziplinen auf Platz zwei liegen - bis auf Chemie, wo sie Rang drei kommen. Dort sind die Schüler aus Sachsen-Anhalt stärker: Sie belegen in Chemie bundesweit Platz zwei und in den anderen drei Fächern sind sie unter den besten Fünf."

Ergebnisse des Schulvergleichs Mathematik

Land	Punktzahl	Land	Punktzahl
Sachsen	536	Thüringen	521
Brandenburg	518	Bayern	517
Sachsen-Anhalt	513	Mecklenburg-Vorpommern	505
Rheinland-Pfalz	503	Schleswig-Holstein	502
Baden-Württemberg	500	Niedersachsen	495
Hessen	495	Saarland	489
Hamburg	489	Nordrhein-Westfalen	486
Berlin	479	Bremen	471

t-online.de: "In der DDR wurde auf Mathe mehr Wert gelegt"
Dass die Schüler in den östlichen Bundesländern besonders gut in Mathe, Physik, Chemie und Biologie abschneiden, wird auf die Fachlehrerausbildung zu DDR-Zeiten zurückgeführt.
Der Schulforscher Hans Anand Pant verweist darauf, dass Mathematik und Naturwissenschaften in der Schulen der ehemaligen DDR mit besonderer Aufmerksamkeit bedacht worden sei. Auch heute noch würden an den ostdeutschen Schulen in diesen Fächern mehr Unterrichtsstunden erteilt als im Westen. Der Großteil der heute in den neuen Ländern unterrichtenden Mathelehrer ist noch zu DDR-Zeiten ausgebildet worden."

PISA-Beispielaufgaben

Pizza

Eine Pizzeria bietet zwei runde Pizzas mit derselben Dicke in verschiedenen Größen an. Die kleinere hat einen Durchmesser von 30 cm und kostet 30 Zeds. Die größere hat einen Durchmesser von 40 cm und kostet 40 Zeds.
Beispielaufgabe 1: Bei welcher Pizza bekommt man mehr für sein Geld? Gib eine Begründung an.

Münzen

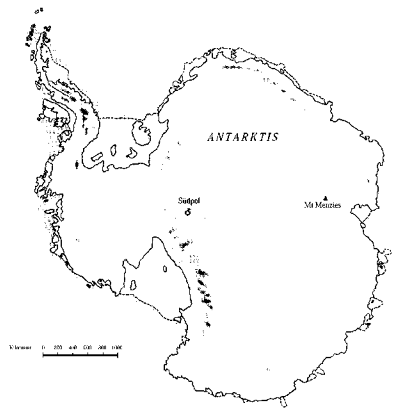
Du wirst beauftragt, einen neuen Satz von Münzen zu entwerfen. Alle Münzen sollen rund und silberfarbig sein, aber verschiedene Durchmesser haben. Forscher haben herausgefunden, dass ein idealer Satz von Münzen folgende Anforderungen erfüllt:
Der Durchmesser der Münzen sollte nicht kleiner als 15 mm und nicht größer als 45 mm sein. Ausgehend von einer Münze muss der Durchmesser der nächsten Münze mindestens 30 % größer sein. Die Prägemaschine kann nur Münzen herstellen, deren Durchmesser in Millimeter ganzzahlig ist (z.B. 17 mm sind zulässig, 17,3 mm nicht). Beispielaufgabe 2: Entwirf einen Satz von Münzen, der die oben genannten Anforderungen erfüllt. Beginne mit einer 15-Millimeter-Münze. Dein Satz sollte so viele Münzen wie möglich enthalten.

FLÄCHE EINES KONTINENTS

Hier siehst du eine Karte der Antarktis.

Frage:

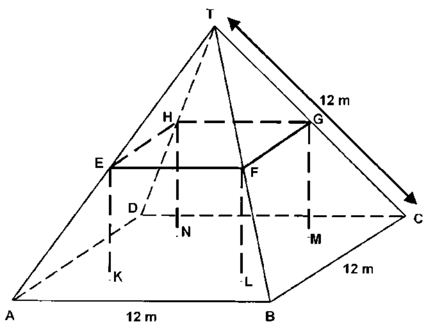
Schätze die Fläche der Antarktis, indem du den Maßstab auf der Karte benutzt.



Gib an, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist.
(Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir das bei deiner Schätzung hilft.)

BAUERNHÄUSER

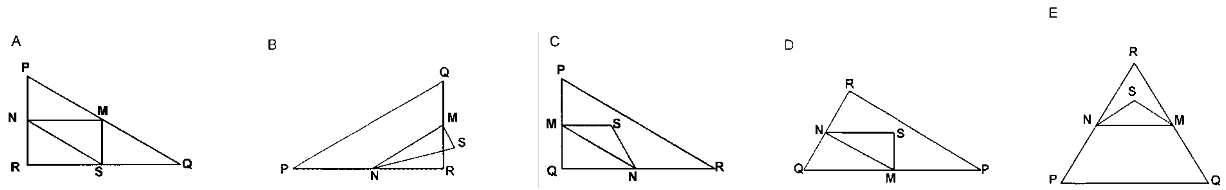
Hier siehst du ein Foto eines Bauernhauses mit pyramidenförmigem Dach.
Nachstehend siehst du das mathematische Modell mit den entsprechenden Maßen, das eine Schülerin vom Dach des Bauernhauses gezeichnet hat.
Der Boden des Dachgeschosses, in der Zeichnung ABCD, ist ein Quadrat.
Die Balken, die das Dach stützen, sind die Kanten eines Quaders (rechtwinkliges Prisma) EFGHKLMN.
E ist die Mitte von AT, F ist die Mitte von BT, G ist die Mitte von CT und H ist die Mitte von DT. Jede Kante der Pyramide in der Zeichnung misst 12 m.



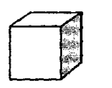
Frage 1: Berechne die Fläche des Dachgeschosses ABCD.
Die Fläche des Dachgeschosses ABCD = ... m^2
Frage 2: Berechne die Länge von EF, einer der horizontalen Kanten des Quaders. Die Länge von EF = ... m

DREIECKE

Frage 1: Kreise die Figur ein, die zur folgenden Beschreibung passt. Das Dreieck PQR ist rechtwinkelig mit rechtem Winkel an R. Die Strecke RQ ist kürzer als die Strecke PR. M ist Mittelpunkt der Strecke PQ und N ist Mittelpunkt der Strecke QR. S ist ein Punkt im Inneren des Dreiecks. Die Strecke MN ist länger als die Strecke MS.



BLÖCKE BAUEN


Kleiner Würfel

Susanne baut gerne Blöcke aus kleinen Würfeln, so wie in der folgenden Abbildung:
Susanne hat viele solcher kleinen Würfel. Sie verwendet Klebstoff, um die Würfel zu

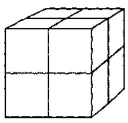


Abbildung A

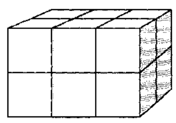


Abbildung B

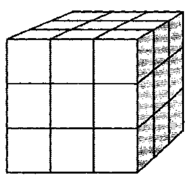
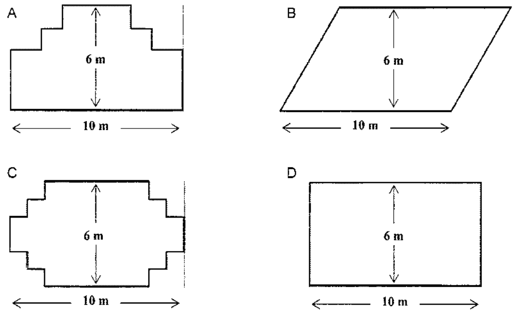


Abbildung C

Blöcken zusammenzufügen. Zuerst klebt Susanne acht dieser Würfel zusammen, um einen Block wie in Abbildung A zu bauen:
Dann baut Susanne massive Blöcke, wie sie in Abbildung B und Abbildung C dargestellt werden:
Frage 1: Wie viele kleine Würfel benötigt Susanne, um den Block von Abbildung B zu bauen?
Frage 2: Wie viele kleine Würfel benötigt Susanne, um den massiven Block von Abbildung C zu bauen?
Frage 3: Susanne bemerkt, dass sie mehr kleine Würfel verwendet hat, als sie wirklich benötigt hätte, um einen Block wie jenen in Abbildung C zu bauen. Sie bemerkt, dass sie kleine Würfel zu einem Block zusammenkleben hätte können, der aussieht wie in Abbildung C, aber innen hohl ist. Wie viele Würfel braucht sie mindestens, um einen Block zu bauen, der aussieht wie jener in Abbildung C, aber hohl ist?
Frage 4:
Nun möchte Susanne einen Block bauen, der aussieht wie ein massiver Block mit einer Länge von 6 kleinen Würfeln, einer Breite von 5 kleinen Würfeln und einer Höhe von 4 kleinen Würfeln. Sie möchte die kleinstmögliche Anzahl von Würfeln verwenden, indem sie im Inneren des Blocks möglichst viel Raum hohl lässt. Wie viele Würfel braucht Susanne mindestens, um diesen Block zu bauen?

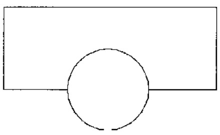


TISCHLER

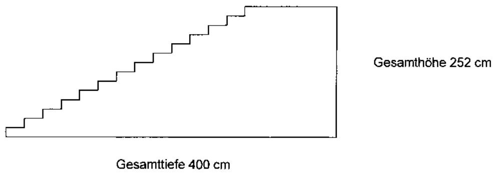
Frage 1: Ein Tischler hat 32 Laufmeter Holz und will damit ein Gartenbeet umranden. Er überlegt sich die folgenden Entwürfe für das Gartenbeet: Kann jeder Entwurf mit 32 Laufmetern Holz hergestellt werden? Kreise entweder „Ja" oder „Nein" ein.

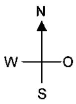
Gartenbeet-Entwurf	Mit diesem Entwurf: kann das Gartenbeet mit 32 Laufmetern Holz hergestellt werden?
Entwurf A	Ja / Nein
Entwurf B	Ja / Nein
Entwurf C	Ja / Nein
Entwurf D	Ja / Nein

TREPPE



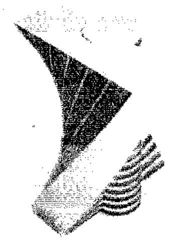
Frage 1: Die folgende Abbildung zeigt eine Treppe mit 14 Stufen und einer Gesamthöhe von 252 cm:
Wie hoch ist jede der 14 Stufen?



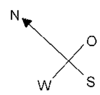


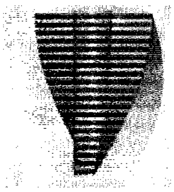
GEDREHTES GEBÄUDE

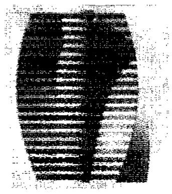
In der modernen Architektur haben Gebäude oft eine ungewöhnliche Gestalt. Das folgende Bild zeigt ein Computermodell eines „verdrehten Gebäudes" und einen Plan des Erdgeschosses. Die Himmelsrichtungen zeigen die Ausrichtung des Gebäudes an.



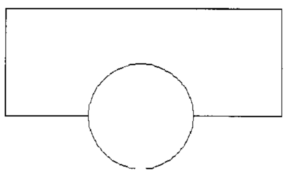
Im Erdgeschoss des Gebäudes befinden sich der Haupteingang und Räume für Geschäfte. Über dem Erdgeschoss sind 20 Stockwerke mit Apartments.
Der Plan jedes Stockwerks ist dem Plan des Erdgeschosses ähnlich, aber jedes hat eine leicht unterschiedliche Ausrichtung zum Stockwerk darunter. Der Zylinder enthält den Liftschacht und einen Treppenabsatz in jedem Stockwerk.




Seitenansicht 1


Seitenansicht 2

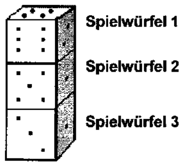
Frage 1:
Schätze die Gesamthöhe des Gebäudes in Metern.
Erkläre, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.
Die folgenden Bilder sind Seitenansichten des gedrehten Gebäudes:
Frage 2:
Von welcher Richtung ist Seitenansicht 1 gezeichnet worden?
A Von Norden. B Von Westen.
C Von Osten. D Von Süden.
Frage 3: Von welcher Richtung ist Seitenansicht 2 gezeichnet worden?
A Von Nord-West. B Von Nord-Ost.
C Von Süd-West. D Von Süd-Ost.



Frage 4:
Jedes Stockwerk mit Apartments hat, verglichen mit dem Erdgeschoss, eine gewisse „Verdrehung". Das oberste Geschoss (das 20. Geschoss über dem Erdgeschoss) steht im rechten Winkel zum Erdgeschoss. Die folgende Zeichnung stellt das Erdgeschoss dar. Zeichne in diese Abbildung den Plan des 10.

Stockwerks über dem Erdgeschoss ein und zeige die Lage dieses Stockwerks im Verhältnis zum Erdgeschoss.

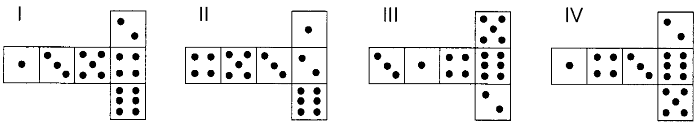
SPIELWÜRFEL



Rechts sind zwei Spielwürfel abgebildet. Spielwürfel sind besondere Würfel mit Augen auf den Würfelflächen, für die folgende Regel gilt:
Die Augensumme zweier gegenüberliegender Würfelflächen ist immer sieben.

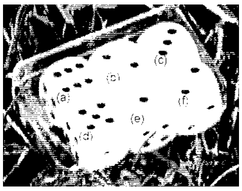
Frage 1:
Rechts siehst du drei Spielwürfel, die aufeinander liegen. Spielwürfel 1 zeigt oben vier Augen.
Wie viele Augen gibt es insgesamt auf den fünf horizontalen Würfelflächen, die du nicht sehen kannst (Unterseite von Spielwürfel 1 und Ober- und Unterseite von Spielwürfel 2 und 3)?

Frage 2:
Du kannst einen einfachen Spielwürfel durch das Schneiden, Falten und Zusammenkleben eines Kartons herstellen. Das kann auf viele Arten geschehen. Die folgende Skizze zeigt vier Vorlagen, die man verwenden kann, um Würfel mit Augen auf den Würfelflächen herzustellen.



Welche der folgenden Vorlagen kann so zusammengefaltet werden, dass ein Würfel entsteht, der die Regel erfüllt, dass die Augensumme von gegenüberliegenden Würfelflächen 7 ist? Kreise für jede Vorlage „Ja" oder „Nein" in der nachfolgenden Tabelle ein.

Vorlage	Erfüllt die Regel, dass die Augensumme von gegenüberliegenden Würfelflächen 7 ist?
I	Ja / Nein
II	Ja / Nein
III	Ja / Nein
IV	Ja / Nein



WÜRFEL

Frage 1: Auf diesem Foto siehst du sechs Würfel, bezeichnet mit (a) bis (f). Für alle Würfel gilt folgende Regel: Die Gesamtpunktezahl auf zwei sich gegenüberliegenden Seiten jedes Würfels beträgt immer sieben. Schreibe in jedes Feld die Anzahl der Punkte auf der **Unterseite** der Würfel entsprechend dem Foto.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

DAS BESTE AUTO

Ein Auto-Magazin verwendet ein Bewertungssystem, um neue Autos zu beurteilen und vergibt den Preis für das „Auto des Jahres" an das Auto mit der höchsten Gesamtpunktezahl. Fünf neue Autos werden bewertet und ihre Bewertungen werden in der Tabelle aufgelistet.

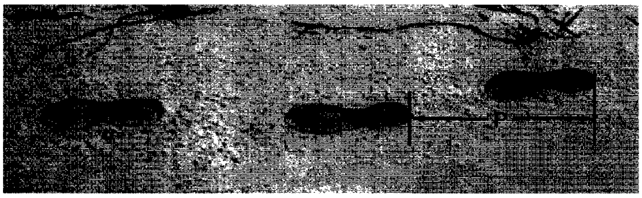
Auto	Sicherheitsmerkmale S	Benzinverbrauch B	Äußere Erscheinung Ä	Innenaus-stattung I
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Die Bewertungen werden folgendermaßen interpretiert: 3 Punkte = Ausgezeichnet, 2 Punkte = Gut, 1 Punkt = Mittelmäßig

Frage 1: Um die Gesamtpunktezahl für ein Auto zu berechnen, verwendet das Auto-Magazin folgende Formel, die eine gewichtete Summe der einzelnen Bewertungspunkte ist: Gesamtpunktezahl = (3 · S) + B + Ä + I
Berechne die Gesamtpunktezahl für das Auto „Ca". Schreib deine Antwort auf den Platz unterhalb.

Frage 2: Der Hersteller von Auto „Ca" fand, dass die Formel für die Gesamtpunktezahl nicht fair sei. Schreib eine Formel zur Berechnung der Gesamtpunktezahl auf, so dass das Auto „Ca" der Gewinner sein wird.
Deine Formel sollte jede der vier Variablen enthalten und du solltest deine Formel durch Einsetzen von positiven Zahlen in die vier Zwischenräume bei der folgenden Gleichung aufschreiben.
Gesamtpunktezahl = ……… · S + ……… · B + ……… · Ä + ……… · I .

GEHEN



Das Bild zeigt die Fußabdrücke eines gehenden Mannes.
Die Schrittlänge P entspricht dem Abstand zwischen den hintersten Punkten zweier aufeinander folgender Fußabdrücke.
Für Männer drückt die Formel n/p = 140 die ungefähre Beziehung zwischen *n* und P aus, wobei *n* = Anzahl der Schritte pro Minute und P = Schrittlänge in Metern

Frage 1:
Wenn die Formel auf Daniels Gangart zutrifft und er 70 Schritte pro Minute macht, wie viel beträgt dann seine Schrittlänge? Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

Frage 3: Bernhard weiß, dass seine Schrittlänge 0,80 Meter beträgt. Die Formel trifft auf Bernhards Gangart zu. Berechne Bernhards Gehgeschwindigkeit in Metern pro Minute und in Kilometern pro Stunde. Gib an, wie du zu deiner Antwort gekommen bist.

INTERNET CHAT

Mark (aus Sydney, Australien) und Hans (aus Berlin, Deutschland) kommunizieren oft durch chatten im Internet miteinander. Sie müssen zur selben Zeit ins Internet gehen, um chatten zu können. Um eine geeignete Zeit zum Chatten zu finden, schlug Mark in einer Zeitzonen – Tabelle nach und fand Folgendes:

Frage 1: Wenn es in Sydney 19:00 Uhr ist, wie spät ist es dann in Berlin?

Frage 2: Mark und Hans können zwischen 9:00 Uhr vormittags und 16:30 Uhr ihrer Ortszeit nicht chatten, da sie in die Schule gehen müssen. Auch von 23:00 Uhr bis 7:00 Uhr früh ihrer Ortszeit können sie nicht chatten, weil sie schlafen.
Zu welcher Zeit wäre es für Mark und Hans möglich zu chatten? Schreib die Ortszeiten in die Tabelle.

Ort	Zeit
Sydney	
Berlin	

HERZSCHLAG

Aus gesundheitlichen Gründen sollten die Menschen ihre Anstrengungen, zum Beispiel im Sport, begrenzen, um eine gewisse Herzfrequenz nicht zu überschreiten. Lange Zeit wurde der Zusammenhang zwischen der empfohlenen maximalen Herzfrequenz einer Person und dem Alter der Person durch die folgende Formel beschrieben:

Empfohlene maximale Herzfrequenz = 220 – Alter

Jüngste Untersuchungen haben gezeigt, dass diese Formel ein wenig verändert werden sollte. Die neue Formel lautet wie folgt:

Empfohlene maximale Herzfrequenz = 208 – (0,7· Alter)

Frage 1: In einem Zeitungsartikel hieß es: „Ein Ergebnis der Anwendung der neuen Formel an Stelle der alten ist, dass die empfohlene maximale Anzahl der Herzschläge pro Minute für junge Leute leicht abnimmt und für alte Leute leicht zunimmt."
Ab welchem Alter nimmt die empfohlene maximale Herzfrequenz durch die Einführung der neuen Formel zu? Gib deinen Lösungsweg an.

Frage 2: Die Formel *Empfohlene maximale Herzfrequenz = 208 – (0,7· Alter)* wird auch verwendet, um zu bestimmen, wann körperliches Training am wirksamsten ist. Untersuchungen haben gezeigt, dass körperliches Training am wirksamsten ist, wenn der Herzschlag bei 80% der empfohlenen maximalen Herzfrequenz liegt.
Schreib eine Formel für die Berechnung der Herzfrequenz für das wirksamste körperliche Training in Abhängigkeit vom Alter auf.

UNTERSTÜTZUNG FÜR DEN PRÄSIDENTEN

Frage 1: In Zedland wurden Meinungsumfragen durchgeführt, um die Unterstützung für den Präsidenten bei der kommenden Wahl herauszufinden. Vier Zeitungsherausgeber machten separate landesweite Umfragen. Die Ergebnisse der Umfragen durch die vier Zeitungen werden unten angegeben:

Zeitung 1: 36,5% (Umfrage durchgeführt am 6. Jänner, bei einer Stichprobe von 500 zufällig ausgewählten Stimmberechtigten)
Zeitung 2: 41,0% (Umfrage durchgeführt am 20. Jänner, bei einer Stichprobe von 500 zufällig ausgewählten Stimmberechtigten)
Zeitung 3: 39,0% (Umfrage durchgeführt am 20. Jänner, bei einer Stichprobe von 1000 zufällig ausgewählten Stimmberechtigten)
Zeitung 4: 44,5% (Umfrage durchgeführt am 20. Jänner, bei einer Stichprobe von 1000 Lesern, die angerufen haben, um zu sagen, wen sie wählen werden)

Das Ergebnis welcher Zeitung ist am ehesten geeignet, um die Unterstützung für den Präsidenten vorauszusagen, wenn die Wahl am 25. Jänner stattfindet? Gib zwei Gründe an, die deine Antwort unterstützen.

KINDERSCHUHE

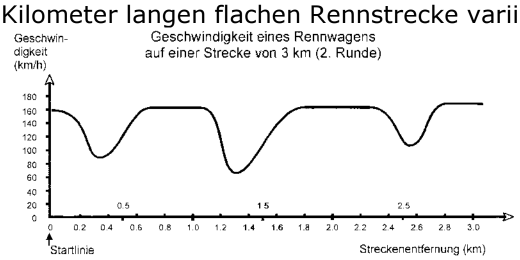
Die folgende Tabelle zeigt die für verschiedene Fußlängen empfohlenen Schuhgrößen in Zedland. Umrechnungstabelle für Kinderschuhgrößen in Zedland

Frage 1: Martinas Füße sind 163 mm lang. Verwende die Tabelle, um herauszufinden, welche der Zedland-Schuhgrößen Martina anprobieren sollte.

Von (in mm)	Bis (in mm)	Schuh größe
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

GESCHWINDIGKEIT EINES RENNWAGENS

Dieser Graph zeigt, wie die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen flachen Rennstrecke variiert.



Frage 1: Wie groß ist die ungefähre Entfernung von der Startlinie bis zum Beginn des längsten geraden Abschnitts der Rennstrecke?

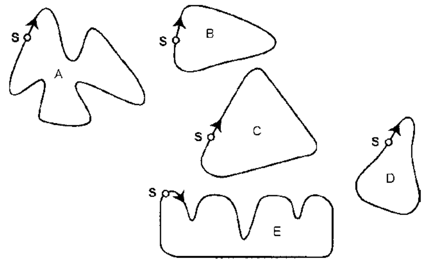
A 0,5 km B 1,5 km
C 2,3 km D 2,6 km

Frage 2: Wo wurde während der zweiten Runde die geringste Geschwindigkeit aufgezeichnet?

A an der Startlinie B bei etwa 0,8 km
C bei etwa 1,3 km D nach der halben Runde

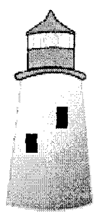
Frage 3: Was kannst du über die Geschwindigkeit des Wagens zwischen den Markierungen von 2,6 km und 2,8 km sagen?

A Die Geschwindigkeit des Wagens bleibt konstant.
B Die Geschwindigkeit des Wagens nimmt zu.
C Die Geschwindigkeit des Wagens nimmt ab.
D Die Geschwindigkeit des Wagens kann anhand des Graphen nicht bestimmt werden.



Frage 5: Hier siehst du Abbildungen von fünf Rennstrecken: Auf welcher dieser Rennstrecken fuhr der Wagen, sodass der am Anfang gezeigte Geschwindigkeitsgraph entstand?

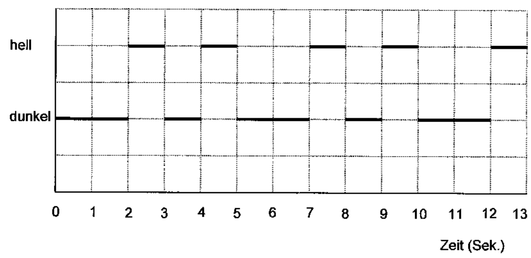
S: Startlinie



LEUCHTTURM

Leuchttürme sind Türme mit einem Signallicht an der Spitze. Leuchttürme helfen Schiffen, bei Nacht ihren Weg zu finden, wenn sie nahe der Küste fahren. Das Signallicht eines Leuchtturms sendet Lichtzeichen in einer regelmäßigen festgelegten Abfolge aus. Jeder Leuchtturm hat seine eigene Abfolge. Das folgende Diagramm zeigt die Abfolge der Signale eines bestimmten Leuchtturms. Helle und dunkle Phasen wechseln ab.

Die Abfolge ist regelmäßig. Nach einer bestimmten Zeit wiederholt sich die Abfolge. Die Dauer einer vollständigen Abfolge, bis sie sich wiederholt, wird eine Periode genannt. Wenn man die Periode einer Abfolge kennt, ist es leicht, das Diagramm für die nächsten Sekunden, Minuten oder sogar Stunden zu erweitern.

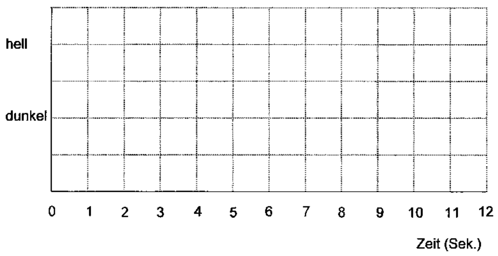


Frage 1: Welche der folgenden könnte die Periode dieses Leuchtturms sein?

A 2 Sekunden B 3 Sekunden
C 5 Sekunden D 12 Sekunden

Frage 2: Wie viele Sekunden lang sendet der Leuchtturm während einer Minute Lichtsignale?

A 4 B 12 C 20 D 24

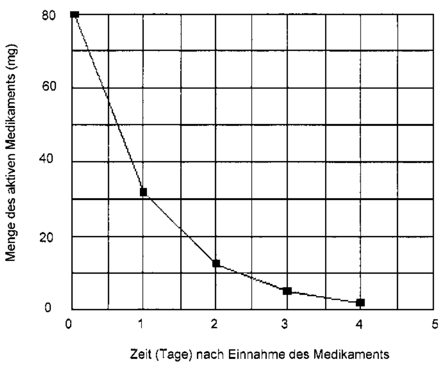


Frage 3: Zeichne in das folgende Diagramm den Graph einer möglichen Abfolge von Lichtsignalen eines Leuchtturms, der während einer Minute 30 Sekunden lang leuchten soll. Die Periode soll 6 Sekunden sein.

MEDIKAMENTEN – KONZENTRATION

Frage 1:
Im Krankenhaus erhält eine Frau eine Spritze mit Penizillin. Ihr Körper baut das Penizillin nach und nach ab, so dass eine Stunde nach der Spritze nur noch 60% des Penizillins aktiv sind. Dieser Ablauf setzt sich fort: Am Ende jeder Stunde sind nur 60% des Penizillins aktiv, das am Ende der vorhergehenden Stunde noch vorhanden war. Angenommen, die Frau erhält um 8:00 Uhr morgens eine Dosis von 300 Milligramm Penizillin. Vervollständige die folgende Tabelle, welche die Penizillinmenge anzeigt, die im Blut der Frau in einstündigen Zeitintervallen von 8:00 Uhr bis 11:00 aktiv ist.

Zeit	8:00	9:00	10:00	11:00
Penizillin (mg)	300			



Frage 2: Peter muss 80 mg eines Medikaments einnehmen, um seinen Blutdruck zu regulieren. Der folgende Graph zeigt die anfangs eingenommene Menge des Medikaments und die Menge, die nach einem, zwei, drei und vier Tagen in Peters Blut aktiv ist. Wie viel mg des Medikaments sind am Ende des ersten Tages aktiv?

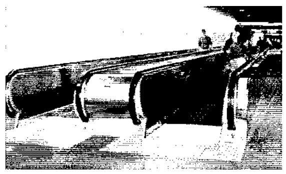
A 6 mg. B 12 mg. C 26 mg. D 32 mg.

Frage 3: Aus dem Graph der vorhergehenden Frage kann man ablesen, dass jeden Tag im Vergleich zum Vortag ungefähr derselbe Anteil des Medikaments in Peters Blut aktiv ist. Welche der folgenden Möglichkeiten entspricht ungefähr dem Prozentsatz des Medikaments, der am Ende jedes Tages im Vergleich zur Menge des Vortages aktiv ist?

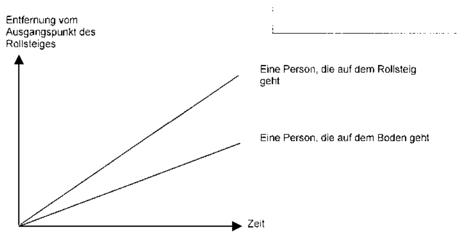
A 20% B 30% C 40% D 80%

ROLLSTEIG

Frage 1:
Rechts ist ein Foto von Rollsteigen.



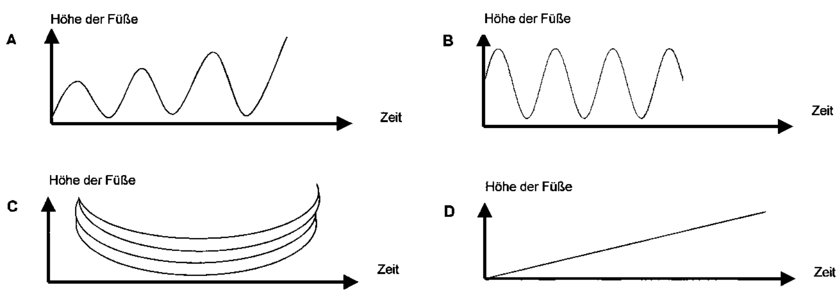
Der folgende Entfernungs-Zeit-Graph stellt einen Vergleich zwischen „auf dem Rollsteig gehen" und „auf dem Boden neben dem Rollsteig gehen" dar.



Angenommen, im obigen Graphen ist die Gehgeschwindigkeit für beide Personen ungefähr dieselbe. Zeichne in den Graphen eine Gerade ein, die die Entfernung in Abhängigkeit der Zeit darstellt, wenn eine Person auf dem Rollsteig stillsteht.

SCHAUKEL

Frage 1: Martin sitzt auf einer Schaukel. Er beginnt zu schaukeln. Er versucht, so hoch wie möglich zu schaukeln. Welches Diagramm beschreibt am besten die Höhe seiner Füße über dem Boden, während er schaukelt?



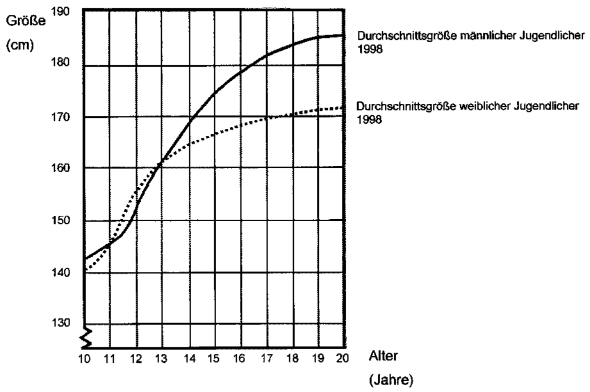
GRÖSSER WERDEN - JUGENDLICHE WERDEN GRÖSSER

Für 1998 ist die durchschnittliche Körpergröße sowohl männlicher als auch weiblicher Jugendlicher in den Niederlanden in folgendem Graphen dargestellt.

Frage 1: Seit 1980 hat die Durchschnittsgröße 20-jähriger Frauen um 2,3 cm auf 170,6 cm zugenommen. Was war die durchschnittliche Größe einer 20-jährigen Frau im Jahr 1980?

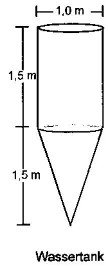
Frage 2: In welchem Lebensabschnitt sind laut Graphen Frauen durchschnittlich größer als ihre männlichen Altersgenossen?

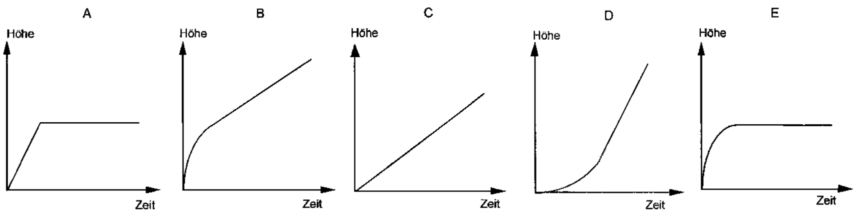
Frage 3: Erkläre anhand des Graphen, dass im Durchschnitt die Wachstumsrate für Mädchen über 12 Jahre abnimmt.



WASSERTANK

Frage 1:
Die nebenstehende Abbildung zeigt die Form und die Abmessungen eines Wassertanks.
Zu Beginn ist der Tank leer. Dann wird er mit der Geschwindigkeit von einem Liter pro Sekunde mit Wasser gefüllt.
Welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert?





BEZAHLUNG NACH FLÄCHE

Die Bewohner eines Gebäudes mit mehreren Wohnungen beschließen, das Gebäude zu kaufen. Sie legen ihr Geld so zusammen, dass jeder einen Betrag bezahlt, der proportional zur Größe seiner Wohnung ist. Zum Beispiel bezahlt ein Mann, dessen Wohnung ein Fünftel der Wohnfläche aller Wohnungen ausmacht, ein Fünftel des Gesamtpreises des Gebäudes.

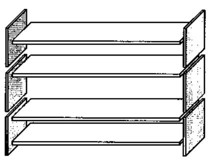
Frage 1: Kreise für jede der folgenden Aussagen „Richtig" oder „Falsch" ein.

Aussage	
Die Person, die in der größten Wohnung lebt, zahlt pro Quadratmeter ihrer Wohnung mehr als die Person, die in der kleinsten Wohnung lebt.	Richtig I Falsch
Wenn man die Flächen zweier Wohnungen und den Preis einer der beiden Wohnungen kennt, kann man den Preis der zweiten berechnen.	Richtig I Falsch
Wenn man den Preis des Gebäudes kennt und weiß, wie viel jeder Besitzer bezahlt, dann kann man die Gesamtfläche aller Wohnungen berechnen.	Richtig I Falsch
Wenn der Gesamtpreis des Gebäudes um 10% reduziert wäre, würde jeder Besitzer 10% weniger bezahlen.	Richtig I Falsch

Frage 2: Es gibt drei Wohnungen in diesem Gebäude. Die größte, Wohnung 1, hat eine Gesamtfläche von 95 m^2. Die Wohnungen 2 und 3 haben jeweils eine Fläche von 85 m^2 und 70 m^2. Der Verkaufspreis des Gebäudes beträgt 300 000 Zeds.
Wie viel soll der Besitzer von Wohnung 2 bezahlen? Gib deinen Lösungsweg an.

AUSWAHL

Frage 1: In einer Pizzeria kann man eine Basispizza mit zwei Belägen bekommen: Käse und Tomaten. Man kann sich auch seine eigene Pizza mit **zusätzlichen** Belägen zusammenstellen. Man kann aus vier verschiedenen zusätzlichen Belägen wählen: Oliven, Schinken, Pilze und Salami. Richard möchte eine Pizza mit zwei verschiedenen **zusätzlichen** Belägen bestellen. Zwischen wie vielen verschiedenen Kombinationen kann Richard wählen?



BÜCHERREGALE

Frage 1:
Um ein komplettes Bücherregal herzustellen, benötigt ein Tischler folgendes Zubehör:
4 lange Holzbretter, 6 kurze Holzbretter, 12 kleine Klammern, 2 große Klammern und 14 Schrauben.
Der Tischler hat 26 lange Holzbretter, 33 kurze Holzbretter, 200 kleine Klammern, 20 große Klammern und 510 Schrauben vorrätig. Wie viele komplette Bücherregale kann der Tischler herstellen?

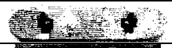
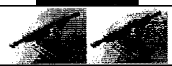
ROCKKONZERT

Frage 1: Bei einem Rockkonzert wurde ein rechteckiges Feld der Größe 100 m mal 50 m für die Zuhörer reserviert. Das Konzert war komplett ausverkauft und das Feld war voll mit stehenden Fans. Welche der folgenden Schätzungen über die gesamte Besucherzahl ist wahrscheinlich die beste?

A 2 000 B 5 000 C 20 000
D 50 000 E 100 000

SKATEBOARD

Erich ist ein großer Skateboard-Fan. Er besucht ein Geschäft namens SKATERS, um einige Preise zu erkunden.
In diesem Geschäft kann man ein komplettes Skateboard kaufen. Oder man kann das Brett, einen Satz von 4 Rädern, einen Satz von 2 Achsen und einen Satz Kleinteile kaufen und sein eigenes Skateboard zusammenstellen.
Die Preise für die Produkte des Geschäfts sind:

Produkt	**Preis in Zeds**	
Komplettes Skateboard	82 oder 84	
Brett	40, 60 oder 65	
Ein Satz von 4 Rädern	14 oder 36	
Ein Satz von 2 Achsen	16	
Ein Satz Kleinteile (Kugellager, Gummiauflagen, Schrauben und Muttern)	10 oder 20	

Frage 1: Erich möchte sein eigenes Skateboard zusammenstellen. Was ist der niedrigste Preis und was ist der höchste Preis für selbst zusammengestellte Skateboards in diesem Geschäft?

Frage 2: Das Geschäft bietet drei verschiedene Bretter, zwei verschiedene Sätze Räder und zwei verschiedene Sätze Kleinteile an. Es gibt nur eine Möglichkeit für den Satz von Achsen. Wie viele verschiedene Skateboards kann Erich zusammenbauen?

A 6 B 8 C 10 D 12

Frage 3:
Erich hat 120 Zeds zur Verfügung und möchte das teuerste Skateboard, das er sich leisten kann, kaufen.
Wie viel Geld kann sich Erich erlauben, für jeden der 4 Teile auszugeben? Schreib deine Antwort in die folgende Tabelle.

Teil	Betrag (Zeds)
Brett	
Räder	
Achsen	
Kleinteile	

RAUMFLUG

Die Raumstation Mir blieb 15 Jahre in der Umlaufbahn im All und umkreiste während ihrer Zeit im Weltraum die Erde etwa 86 500 Mal. Der längste Aufenthalt eines Kosmonauten in der Mir betrug ungefähr 680 Tage.

Frage 3: Die Mir umkreiste die Erde in einer Höhe von ungefähr 400 Kilometern. Der Durchmesser der Erde beträgt ungefähr 12 700 km und ihr Umfang ist ungefähr 40 000 km ($\pi \cdot 12700$) . Schätze die Gesamtstrecke, die die Mir während ihrer 86 500 Umkreisungen in der Umlaufbahn zurückgelegt hat. Runde deine Antwort auf die nächsten 10 Millionen.

WECHSELKURS

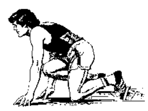
Mei-Ling aus Singapur wollte für 3 Monate als Austauschstudentin nach Südafrika gehen. Sie musste einige Singapur Dollar (SGD) in Südafrikanische Rand (ZAR) wechseln.

Frage 1: Mei-Ling fand folgenden Wechselkurs zwischen Singapur Dollar und Südafrikanischen Rand heraus: 1 SGD = 4,2 ZAR
Mei-Ling wechselte zu diesem Wechselkurs 3000 Singapur Dollar in Südafrikanische Rand. Wie viele Südafrikanische Rand hat Mei-Ling erhalten?

Frage 2: Bei ihrer Rückkehr nach Singapur 3 Monate später hatte Mei-Ling 3900 ZAR übrig. Sie wechselte diese in Singapur Dollar zurück, wobei sie bemerkte, dass sich der Wechselkurs geändert hatte: 1 SGD = 4,0 ZAR
Wie viele Singapur Dollar hat Mei-Ling erhalten?

Frage 3: Während dieser 3 Monate hat sich der Wechselkurs von 4,2 auf 4,0 ZAR pro SGD geändert. War es zum Vorteil von Mei-Ling, dass der Wechselkurs bei ihrer Rückkehr 4,0 ZAR statt 4,2 ZAR betrug, als sie ihre Südafrikanischen Rand in Singapur Dollar zurückwechselte? Erkläre deine Antwort.

REAKTIONSZEIT



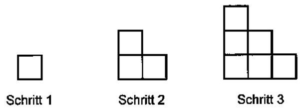
Bei einem Sprintwettbewerb ist die „Reaktionszeit" die Zeitspanne zwischen dem Startschuss und dem Augenblick, in dem der Athlet den Startblock verlässt. Die

„Endzeit" umfasst sowohl diese Reaktionszeit als auch die Laufzeit. Die folgende Tabelle stellt die Reaktionszeiten und die Endzeiten von 8 Läufern bei einem 100-Meter-Sprintrennen dar.

Bahn	Reaktionszeit (Sek.)	Endzeit (Sek.)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	Hat das Rennen nicht beendet
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

Frage 1: Identifiziere die Gewinner der Gold-, Silber- und Bronzemedaille dieses Rennens. Ergänze in der folgenden Tabelle die Nummern der Bahnen, die Reaktionszeiten und die Endzeiten der Medaillengewinner.

Medaille	Bahn	Reaktionszeit (Sek.)	Endzeit (Sek.)
GOLD			
SILBER			
BRONZE			

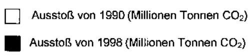


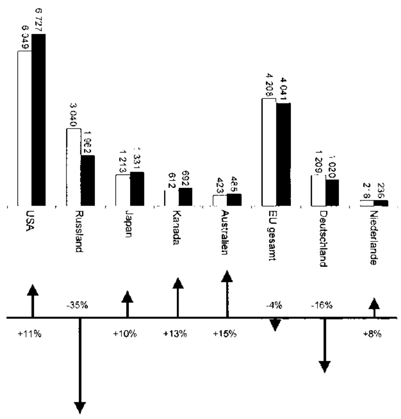
Frage 2: Bisher konnte kein Mensch auf den Startschuss in weniger als 0,110 Sekunden reagieren. Falls die aufgezeichnete Reaktionszeit eines Läufers weniger als 0,110 Sekunden beträgt, wird ein Fehlstart angenommen, weil der Läufer schon gestartet sein muss, bevor er den Schuss hörte. Wenn der Gewinner der Bronzemedaille eine kürzere Reaktionszeit hätte, hätte er dann eine Chance gehabt, die Silbermedaille zu gewinnen? Erkläre deine Antwort.

STUFENMUSTER

Frage 1: Robert baut ein Stufenmuster aus Quadraten. Hier sind die Schritte, die er ausführt.
Wie man sehen kann, verwendet er ein Quadrat für Schritt 1, drei Quadrate für Schritt 2 und sechs für Schritt 3. Wie viele Quadrate sollte er für den vierten Schritt verwenden?

VERRINGERN DER CO_2 – MENGE





Viele Wissenschafter befürchten, dass die Zunahme an $C0_2$ – Gas in unserer Atmosphäre Klimaveränderungen bewirkt. Das folgende Diagramm zeigt die Menge des $C0_2$–Ausstoßes von 1990 (helle Balken) für einige Länder (oder Regionen), die Menge des Ausstoßes von 1998 (dunkle Balken) und den Prozentsatz der Veränderung der Menge des Ausstoßes zwischen 1990 und 1998 (die Pfeile mit Prozentsätzen).
Frage 1: Aus dem Diagramm kann man ablesen, dass die Zunahme des $C0_2$-Ausstoßes in den USA von 1990 bis 1998 11 % betragen hat. Gib die Berechnung an, die zeigt, wie man die 11 % erhalten hat.
Frage 2: Manuela analysierte das Diagramm und behauptete, dass sie einen Fehler im Prozentsatz der Veränderung der Ausstoßmenge entdeckt hat: „Die prozentuelle Abnahme in Deutschland (16%) ist höher als die prozentuelle Abnahme in der gesamten Europäischen Union (EU gesamt, 4%). Das ist nicht möglich, weil Deutschland Teil der EU ist." Stimmst du mit Manuela überein, wenn sie sagt, dass das nicht möglich ist? Erkläre deine Antwort.
Frage 3: Manuela und Norbert diskutieren darüber, welches Land (oder welche Region) die größte Zunahme des $C0_2$-Ausstoßes hatte. Basierend auf dem Diagramm kamen beide zu einer anderen Schlussfolgerung. Gib zwei mögliche „richtige" Antworten auf diese Frage und erkläre, wie du diese Antworten erhalten kannst.

POSTGEBÜHREN

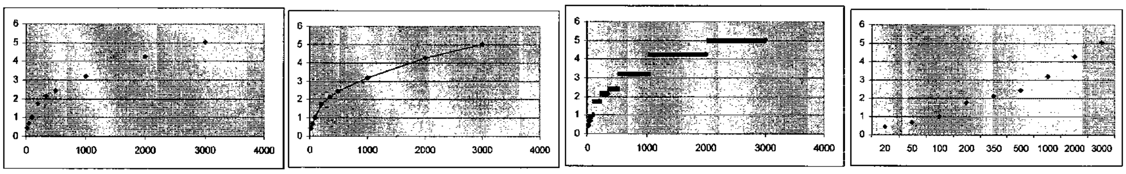
Die Postgebühren in Zedland beruhen auf dem Gewicht der Poststücke (auf das nächste Gramm gerundet), wie in der folgenden Tabelle gezeigt wird:

Gewicht (auf das nächste Gramm gerundet)	**Gebühr**
Bis zu 20 g	0,46 Zeds
21 g - 50 g	0,69 Zeds
51 g - 100 g	1,02 Zeds
101 g - 200 g	1,75 Zeds
201 g - 350 g	2,13 Zeds

351 g - 500 g	2,44 Zeds
501 g - 1000 g	3,20 Zeds
1001 g - 2000 g	4,27 Zeds
2001 g - 3000 g	5,03 Zeds

Frage 2: Jan möchte zwei Poststücke, die 40 Gramm beziehungsweise 80 Gramm wiegen, an einen Freund schicken.
Entscheide gemäß der Postgebühren in Zedland, ob es billiger ist, die zwei Gegenstände als ein Paket zu schicken, oder die zwei Gegenstände als zwei getrennte Pakete zu schicken. Schreib deine Kostenberechnungen für beide Fälle auf.
Frage 1: Welcher der folgenden Graphen veranschaulicht die Postgebühren in Zedland am besten? (Die horizontale Achse zeigt das Gewicht in Gramm und die senkrechte Achse zeigt die Gebühr in Zeds.)

A B C D

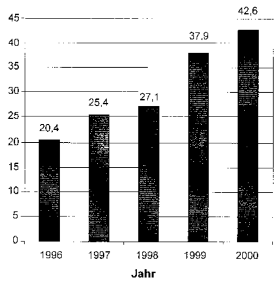


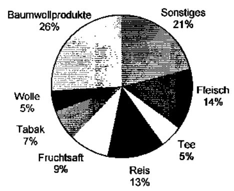
EXPORTE

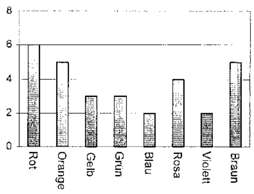
Die folgenden Grafiken zeigen Informationen über die Exporte aus Zedland, einem Land, das Zeds als Währung verwendet.
Frage 1: Was war der Gesamtwert (in Millionen Zeds) der Exporte aus Zedland im Jahr 1998?
Frage 2: Was war der Wert des Fruchtsafts, der im Jahr 2000 aus Zedland exportiert wurde?
A 1,8 Millionen Zeds B 2,3 Millionen Zeds C 2,4 Millionen Zeds D 3,4 Millionen Zeds
E 3,8 Millionen Zeds

Gesamt-Jahresexporte aus Zedland in Millionen Zeds, 1996-2000

Verteilung der Exporte aus Zedland im Jahr 2000







BUNTE ZUCKERL

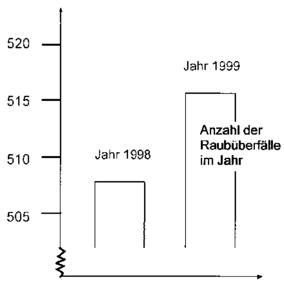
Frage 1:
Roberts Mutter lässt ihn ein Zuckerl aus einem Sackerl nehmen. Er kann die Zuckerl nicht sehen. Die Anzahl der Zuckerl jeder Farbe in dem Sackerl wird in der folgenden Grafik dargestellt.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Robert ein rotes Zuckerl erwischt?
A 10% B 20% C 25% D 50%

PHYSIKTESTS

Frage 1: An Manuelas Schule führt der Physiklehrer Tests durch, bei denen 100 Punkte zu erreichen sind. Manuela hat bei ihren ersten vier Physiktests durchschnittlich 60 Punkte erreicht. Beim fünften Test erreichte sie 80 Punkte. Was ist Manuelas Punktedurchschnitt in Physik nach allen fünf Tests?

RAUBÜBERFÄLLE

Frage 1: Ein Fernsehreporter zeigte folgende Grafik



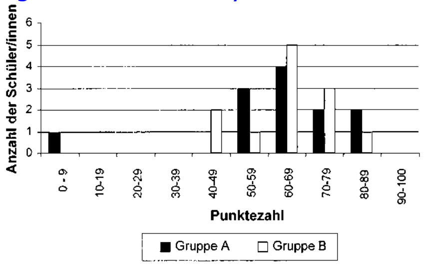
und sagte:
„Der Graph zeigt, dass die Anzahl der Raubüberfälle von 1998 bis 1999 stark zugenommen hat."
Hältst du die Aussage des Reporters für eine vernünftige Interpretation des Diagramms?
Begründe deine Antwort.

TESTERGEBNISSE

Frage 1: Das nachfolgende Diagramm zeigt die Ergebnisse eines Physiktests für zwei Gruppen, die als Gruppe A und Gruppe B bezeichnet werden. Die durchschnittliche Punktezahl von Gruppe A ist 62,0 und

der Durchschnitt für Gruppe B ist 64,5. Schüler/innen haben den Test bestanden, wenn ihre Punktezahl bei 50 oder darüber liegt.
Der Lehrer betrachtet das Diagramm und behauptet, dass Gruppe B beim Test besser abgeschnitten hat als Gruppe A.
Die Schüler/innen der Gruppe A sind mit ihrem Lehrer nicht einer Meinung. Sie versuchen den Lehrer zu überzeugen, dass Gruppe B nicht unbedingt besser abgeschnitten hat.
Gib ein mathematisches Argument an, das die Schüler/innen aus Gruppe A verwenden können, indem du das Diagramm verwendest.

Ergebnisse eines Physiktests



MÜLL

Frage 1: Als Hausaufgabe zum Thema Umwelt sammelten Schüler/innen Informationen über die Dauer des natürlichen Abbaus von verschiedenen Müllarten, die Leute wegwerfen:

Müllart	Dauer des natürlichen Abbaus
Bananenschalen	1-3 Jahre
Orangenschalen	1-3 Jahre
Kartonschachteln	0,5 Jahre
Kaugummi	20-25 Jahre
Zeitungen	Wenige Tage
Styroporbecher	Über 100 Jahre

Ein Schüler hat vor, diese Ergebnisse in einem Balkendiagramm darzustellen.
Gib **eine** Begründung an, warum ein Balkendiagramm zur Darstellung dieser Daten ungeeignet ist.

TISCHTENNISTURNIER

Frage 1: Thomas, Richard, Bernd und Daniel haben eine Übungsgruppe in einem Tischtennisklub gebildet. Jeder Spieler möchte einmal gegen jeden anderen Spieler spielen. Sie haben zwei Übungstische für diese Spiele reserviert. Vervollständige den folgenden Spielplan, indem du die Namen der Spieler jedes Spiels einträgst.

	Übungstisch 1	Übungstisch 2
Runde 1	Thomas - Richard	Bernd - Daniel
Runde 2		
Runde 3		

PISA-Show

Am Sonnabend, dem 25.10.2003, gab es zur besten Sendezeit in der ARD die "Pisa-Show".
Bemerkenswerter Weise - und das ist wirklich eine revolutionäre Neuerung [im bundesdeutschen Fernsehen] - gehörten zu den zu lösenden Problemen auch Aufgaben aus der Mathematik.
Das ist ein schöner Erfolg für das Fach, wohl erstmals wurde nicht nur nach Popstars, Opernarien und Jahreszahlen gefragt, sondern es waren Probleme zu lösen, bei denen für die Lösung neben einem gesunden Menschenverstand [auch einfachste] naturwissenschaftliche und mathematische Grundkenntnisse erforderlich waren.
Der Wermutstropfen: Auch zu einigen eigentlich sehr leichten Fragen gab es ziemlich viele falsche Antworten. Es ist halt noch viel zu tun.

Stiftung Rechnen

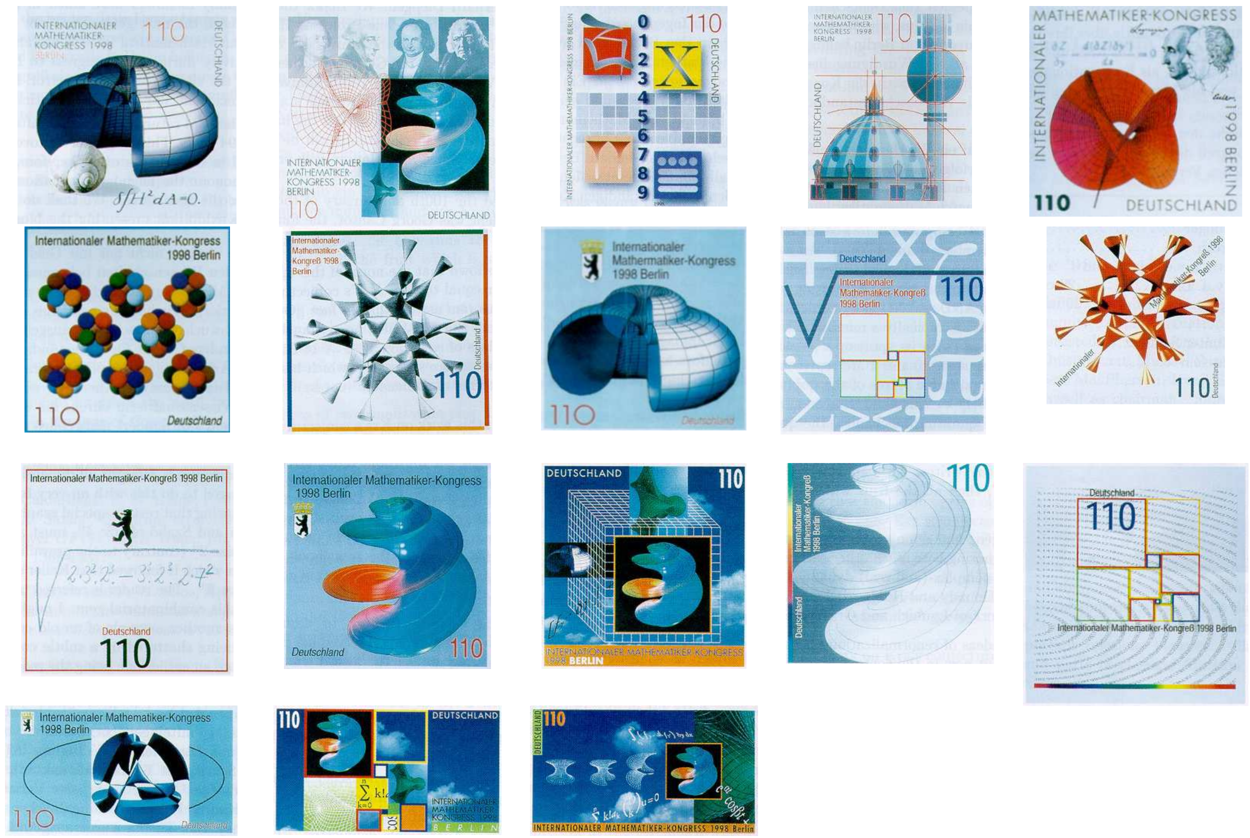
Stiftung Rechnen

Die Studie "Rechnen in Deutschland" war das erste Forschungsprojekt der Stiftung Rechnen.
Die repräsentative Untersuchung zur Situation des Rechnens in Deutschland wurde im Sommer 2009 durchgeführt. Die Studie geht der Frage nach, warum es so schlecht um die mathematische Bildung in Deutschland gestellt ist. Sie untersucht unter anderem die Einstellung der Deutschen zum Rechnen und zur Mathematik, die Förderung der mathematischen Bildung im Elternhaus sowie die Bedeutung, die Rechenkompetenz von der Bevölkerung beigemessen wird.
Kurzfassung der Ergebnisse:
Selbsteinschätzung und Rechenkompetenz klaffen auseinander
Schüler fühlen sich fit in Grundrechenarten: Ihre Fähigkeiten in den Grundrechenarten Addition, Subtraktion und Multiplikation benoten zwischen 80 und 90 Prozent der Schüler mit "gut" oder "sehr gut".
Bei Division, Bruch- und Prozentrechnung, Geometrie und Dreisatz lag die Selbsteinschätzung mit mindestens gutem Ergebnis bei 64%, 54%, 58% und 60%.
Dagegen spricht:
20% der Schüler wurden in ihrem letzten Jahreszeugnis im Fach Mathematik mit einer Vier oder schlechter benotet. Der Notendurchschnitt der Schülerschaft in Mathe ist 2,7 (befriedigend).

Erwachsene bewerten sich selbst mit einer Note 2,2. Zwischen 84 und 90 % der Befragten geben ihren eigenen Leistungen die Note "gut" bzw. "sehr gut".
Dagegen spricht:
63 % der Deutschen haben im Alltag bereits Situationen erlebt, bei denen sie mit ihren Rechenkompetenzen an Grenzen gestoßen sind. 30 % der Eltern haben Probleme beim Kontrollieren der Mathehausaufgaben ihrer Kinder.

Mathematikerkongress 1998

Briefmarkenentwürfe zum Mathematikerkongress 1998 in Berlin



Mathematische Begriffe

abhängige Variable	Größe, deren Werte aus einer Gleichung zu berechnen sind
absolut-rational	teilweise verwendete Bezeichnung für gebrochene Zahlen
Abundanz	oder Populationsdichte, Maß für die Verteilung der Individuen einer Population in einem bestimmten Raum
Abundanz (2)	Maß $A(n) = \sigma(n) - 2n$, wobei $\sigma(n)$ die Teilerfunktion ist. Eine Zahl mit $A(n) < 0$ ist defizient, mit = -1 fastperfekt, mit = 0 vollkommen, mit = 1 quasiperfekt und mit > 1 abundant
Addieren	hinzufügen, zusammenzählen
Affinität	Verwandtschaft zwischen einem ebenen Bild und dessen Abbildung auf eine andere Ebene durch Parallelprojektion
Aggregat	älterer, nicht mehr gebräuchlicher Begriff, für eine unendliche Menge; geht auf Cantor zurück
Ähnlichkeit	in der Geometrie Eigenschaft zweier Gebilde (Figur, Körper), die durch zentrische Streckung, Verschiebung, Drehung oder Spiegelung zur Deckung gebracht werde können
Algebraisch	die Lehre von den Gleichungen betreffend
algebraische Kurve	Kurve, die sich über den reellen Zahlen in Form f(x,y)=0 definieren lässt, wobei f(x,y) ein Polynom mit reell wertigen Koeffizienten ist
algebraischer Ausdruck	Term, der aus endlich vielen Variablen, algebraischen Zahlen unter Nutzung von Addition, Multiplikation und rationalen Potenzen zusammengesetzt wurde
algorithmisch	den Algorithmus betreffend, einem Schema folgend, formalisiert
Aliquant	nicht ohne Rest teilend
Aliquot	ohne Rest teilend
Aliquote	Zahl, die andere ohne Rest teilt
anallagmatische Fläche	eine Fläche, die bei einer Kreisinversion invariant ist, z.B. Kegel, Kugel, Torus

anallagmatische Kurve	eine Kurve, die bei einer Kreisinversion invariant ist (nach Moutard, 1854)
Analogieschluss	nicht zwingender, aber häufig angewendeter Schluss von der Ähnlichkeit zweier Dinge auf die Ähnlichkeit zweier anderer oder aller
Analysis	Zweig der Mathematik, der hauptsächlich Untersuchungen über Grenzwerte anstellt und die Infinitesimalrechnung nutzt. Begriff wurde erstmals von Euler 1748 in "Introductio in analysin infinitorum" verwendet
anaxial	nicht in Achsenrichtung, ungleichachsig angeordnet
Antinomie	Widerspruch innerhalb eines Satzes
antikommutativ	eine Operation * wird antikommutativ genannt, wenn für alle Elemente a, b die Gleichung a * b = - b * a gilt. Zum Beispiel ist das Vektorprodukt antikommutativ.
antiparallel	... in entgegengesetzter Richtung parallel verlaufend
Approximation	Näherungswert, angenäherte Darstellung einer Größe oder Funktion
äquidistant	gleich weit voneinander entfernt
Äquinoktium	Tagundnachgleiche
äquivalent	gleichwertig
Arithmetik	wörtlich: zum Zählen gehörend. Das Wort stammt von dem griechischen arithmetike, das die beiden Wörter arithmos (Zahl) und techne (Kunst) miteinander verbindet. Die Arithmetik umfasst die Kenntnisse der Zahlen und des Rechnens
arithmetisch	die Lehre vom Zählen und Rechnen mit Zahlen und Buchstaben betreffend
asymmetrisch	nicht symmetrisch, ungleichmäßig
asymptotisch	sich einer Kurve (Gerade) nähernd, ohne sie im Endlichen zu erreichen
asymptotische Annäherung	eine Funktion p(x) heißt asymptotische Annäherung von F(x), wenn $\lim_{x\to\infty}$ [F(x)-p(x)] = 0 ist
aufleiten	veraltete Bezeichnung für integrieren (der Begriff ist nicht mehr im "Duden" / "Deutsche Rechtschreibung" enthalten)
Aufleitung	... einer Funktion = Stammfunktion
Aufrunden	die letzte beinhaltende Ziffer wird um 1 erhöht, wenn die unmittelbar folgende Ziffer eine 5,6,7,8 oder 9 ist
Augenhöhe	da man sich an die Stelle des Projektionszentrums P das Auge eines Beobachters gesetzt denken kann, heißt der Abstand PP(0) der Grundebene die Augenhöhe
ausschließendes Ereignis	Ereignisse schließen einander aus oder sind unvereinbar, wenn bei einer Beobachtung nur eines von ihnen eintreten kann
Außenglieder	in jeder Proportion a : b = c : d ist das Produkt der Außenglieder gleich dem Produkt der Innenglieder, ad = bc. a und d ... Außenglieder
Ausgangszahl	bezeichnet die Zahl, die in eine Funktion eingesetzt wird, also das Argument (Definitionswert)
axial	auf ein Achse bezogen, symmetrisch angeordnet
Axiom oder Postulat	grundlegender Lehrsatz, der ohne Beweis einleuchted; Annahme als Grundlage eines wissenschaftlichen Systems
Axonometrie	ein besonderes Verfahren, Bilder eines Körpers durch Parallelprojektion auf einer einzigen Tafel zu gewinnen
Azimutale Zentralprojektion	bei der azimutalen Zentralprojektion wird die Projektionsebene als Tangentialebene an die Erdkugel aufgefasst; das Projektionszentrum ist der Kugelmittelpunkt. Berührungspunkt; in der Analysis, Algebra und Geometrie ein Punkt, an dem sich zwei Kurven berühren, d.h. ihre Koordinaten und 1.Ableitungen sind gleich
Beweis	ein Beweis besteht darin, eine mathematische Behauptung durch einfachste logische Schlüsse, die genügend oft durch die Anschauung oder Erfahrung unterstützt und nahegelegt werden, auf bereits bekannte Dinge zurückzuführen
Bezugssystem	ein in der Physik gebräuchliches Wort für Koordinatensystem
Bifurkation	Gabelung, Aufteilung in zwei Äste
bijektiv	eineindeutig
Binom	mathematischer Ausdruck mit zwei Gliedern, z.B. a+b
Biometrie	Péarson definierte die Biometrie als Lehre von der Anwendung mathematischer, insbesondere statistischer Methoden bei der Untersuchung der Mannigfaltigkeit der Lebewesen
biquadratisch	in die 4.Potenz erhoben
Brachistrone	eine Kurve auf der sich ein Körper unter der Einwirkung einer beschleunigenden Kraft (z.B. Gravitation) von einem Punkt zum anderen in kürzester Zeit bewegt
Breitenkreis	Breitenkreise sind Kleinkreise parallel zum Äquator. Ihr Abstand von ihm wird in Winkelgraden auf einem Meridian gemessen, und zwar vom Äquator auf beiden Seiten nördliche bzw. südliche Breite) von 0° bis 90°, bis zum Pol
Bruchstrich	der Bruchstrich verläuft bei einem Bruch waagerecht und tritt an die Stelle des Divisionszeichens

Bruttogewicht	(ital.: brutto = roh) ... das Gewicht einer Ware mit Verpackung
Chiffre	Ziffer, Zahl, Geheimzeichen
Cis-Funktion	abkürzende Schreibweise für $cis(\phi) = \cos(\phi) + i \sin(\phi)$ bei der trigonometrischen und Exponential-Darstellung komplexer Zahlen
dechiffrieren	entziffern, entschlüsseln
Deduktion	Ableitung des Besonderen aus dem Allgemeinen
Definition	Begriffsbestimmung
Definitionsgleichung	Gleichung, die einer Variablen einen Wert oder mathematischen Ausdruck zuordnet
dekadisch	griech. deka, zehn; man spricht von einem dekadischen Positionsystem, da das Zusammenfassen von Ziffern jeweils in Zehnergruppen erfolgt
Dekagon	Zehneck
Deltoid	Viereck aus zwei gleichschenkligen Dreiecke, Drachenviereck
dezimal	auf der Zahl 10 beruhend
Dezimalstelle	die Stellen nach dem Komma eines Dezimalbruchs heißen Dezimalen, auch Dezimalstellen
Dezimalzahl	eine Dezimalzahl ist eine im Dezimalsystem dargestellte Zahl. Mit Dezimalzahlen sind neben den natürlichen Zahlen auch alle Dezimalbrüche gemeint
diagonal	zwei nicht benachbarte Ecken eines Vielecks oder Vielflachs geradlinig verbindend
Diagonale	wird für die Eckpunkte eines Vierecks ein bestimmter Umlaufsinn festgelegt, so sind die Verbindungsstrecken nicht aufeinanderfolgender Punkte die Diagonalen des Vierecks
Diagramm	graphische Darstellung von zahlenmäßigen Abhängigkeiten zwischen zwei oder mehreren Größen
Dichtheit	ein Zahlenbereich Z ist bezüglich der erklärten Ordnungsrelation überall dicht, wenn es zu zwei beliebigen Zahlen n, m ($n < m$ und $n, m \in Z$) stets eine Zahl $x \in Z$ gibt, für die gilt: $n < x < m$
Differenzenrechnung	bildet die Grundlage für die Methoden der Interpolation und die darauf aufbauenden Verfahren zur numerischen Integration und zur Lösung von Differenzialgleichungen
digital	in Ziffern darstellbar; mittels Ziffern
Direktrix	senkrecht auf der Hauptachse eines Kegelschnittes stehende Gerade, die zur Definition des Kegelschnittes dienen kann
disjunkt	heißen zwei Mengen A und B, die keine gemeinsamen Elemente besitzen. Dies ist der Fall, wenn $A \cap B = \emptyset$, d.h. wenn ihre Durchschnittsmenge die leere Menge ist
disjunktiv	einander ausschließend, gegensätzlich
diskret	nicht zusammenhängend, vereinzelt, gesondert; unstetig, in endlichen Schritten
Distanz	die Entfernung zweier Punkte voneinander
dividieren	der Division unterziehen; teilen
Drehzylinder	je nach der Art der Grundfläche unterscheidet man verschiedene Arten von Zylindern. Ist die Grundfläche ein Kreis, so spricht man von einem Kreiszylinder. Der gerade Kreiszylinder wird auch Dreh- oder Rotationszylinder oder Walze genannt
Dreieckskette	Triangulationsnetze, deren Dreiecke sich zu einem Streifen anordnen, nennt man Dreiecksketten. Eine Dreieckskette längs eines Erdmeridians, eine Meridiansmessung, wird benutzt, um die Gestalt der Erde festzustellen
Dreifachspiegelung	eine Dreifachspiegelung an drei sich ebenfalls in einem Punkt schneidenden Geraden lässt sich durch eine einfache Geradenspiegelung ersetzen. Eine Dreifachspiegelung an drei parallelen Geraden lässt sich durch eine einfache Geradenspiegelung ersetzen
Dreikörperproblem	das Dreikörperproblem untersucht die Bewegung dreier sich gegenseitig anziehender Massen, z.B. die Sonne und zwei Planeten
dreistellige Zahlen	sind Zahlen, die in ihrer Darstellung drei Grundziffern benötigen, also alle Zahlen mit der Stellenzahl 3
Dualitätsprinzip	nach dem ebenen und dem räumlichen Dualitätsprinzip bleiben in der projektiven Geometrie Inzidenzaussagen richtig, wenn man die in ihnen vorkommenden Gebilde durch ihre dualen ersetzt
dyadisch	das Zweiersystem (Dualsystem) betreffend
Ebene	während in der Planimetrie die Ebene nur als zweidimensionaler Untersuchungsraum auftritt, wird sie in der Stereometrie zum Grundbaustein dreidimensionaler Gebilde, insbesondere sind die Begrenzungsflächen der geometrischen Körper oft Teile von Ebenen. Eine Ebene E im Raum entsteht, wenn eine Gerade g sich um einen Raumpunkt A dreht und dabei entlang einer zweiten Geraden gleitet, die nicht durch A geht

Ecke	im Raum: Punkt in dem drei oder mehrere ebene Flächen zusammentreffen in der Ebene: Punkt in dem zwei oder mehrere Geraden zusammentreffen
echt gebrochenrational	ist der Grad des Zählers einer Funktion kleiner als der ihres Nenners, ist die Funktion eine echt gebrochenrationale Funktion
Einheitskreis	der Einheitskreis ist der Kreis mit dem Radius r = 1 um den Koordinatenanfangspunkt
Einheitspunkt	der Einheitspunkt ist der Punkt mit den Koordinaten (1;1)
einstellige Zahlen	sind Zahlen, die in ihrer Darstellung eine Grundziffer benötigen, also alle Zahlen mit der Stellenzahl Eins
eliminieren	eine unbekannte Größe aus der Gleichung durch eine Rechnung entfernen
elliptisch	wie eine Ellipse
Entfernung	die Länge einer Strecke, d.i. die Entfernung zwischen ihren beiden Endpunkten, wird in der Planimetrie mit einem Maßstab gemessen, in der analytischen Geometrie soll sie aus den Koordinaten der Endpunkte bestimmt werden
Epizykel	veraltete Bezeichnung für Epizykloide
Evolvente	fixiert man ein Ende A eines Fadens im Punkt P eines konvexen Kurvenstücks C und legt den Faden gespannt an den Bogen, zieht danach das andere Fadenende B so von der Kurve weg, dass der Faden gespannt bleibt, dann beschreibt B eine Kurve, die Evolvente von C. Sonderfall: logarithmische Spirale ist zu sich selbst Evolvente
Enveloppe	... einhüllende Kurve
Ergebnis	die Zahl, der Term, der Ausdruck, das Gebilde, das bei einer Rechenaufgabe bzw. allgemeinen mathematischen Aufgabe als Lösung ermittelt wird
Exhautionsmethode	von Archimedes ("Methode der Erschöpfung"). Er entwickelte diese Methode, um den Flächeninhalt zu berechnen, der von einem Parabelstück und einer Sehne eingeschlossen wird. Die Methode bestand darin, die Fläche durch eine Folge von Flächen mit bekanntem Inhalt auszuschöpfen
Extrapolation	Schluss auf einen Sachverhalt, der außerhalb eines experimentell zugänglichen Bereiches liegt
Extremwert	Bereich einer mathematischen Funktion oder Kurve, in dem sie gegenüber ihrer Umgebung einen höchst- oder kleinstmöglichen Wert annimmt
Exzentrizität	das Abweichen vom, der Abstand zum Mittelpunkt
Faktorielle	eine andere Bezeichnung für n! (n Fakultät). Diese Begriffsbildung ist eine reine und unglückliche Übersetzung des englischen Fachwortes.
Faktorisierung	vollständige Zerlegung einer natürlichen Zahl in ihre Primfaktoren
Figur	Gebilde aus Linien und Flächen
Finanzmathematik	die mathematischen Grundlagen für Zins- und Zinseszinsrechnung, Tilgungsrechnung, Rechtenrechnung und Abschreibung
Fixpunkt	unveränderlicher Punkt, z.B. mit festen Koordinaten
Flächeninhalt	Flächeninhalt nennt man die Größe einer Fläche, die von einer geschlossenen Linie begrenzt wird
Flächenwinkel	die Winkel zwischen den Seitenflächen eines Körpers heißen Flächenwinkel
Fluchtpunkt	in einem perspektivischen Bild heißt ein unendlich ferner Punkt der Geraden Fluchtpunkt
Fluchtstrahl	der Strahl zwischen der Augenhöhe P und dem Fluchtpunkt heißt Fluchtstrahl
Formel	Rechensatz, "Buchstabengleichung", mathematische Rechenvorschrift. Der Begriff der Formel ist ein bisschen unscharf. Oft wird darunter ein Term verstanden, der irgendeine Größe durch andere Größen darstellt. Manchmal werden aber auch ganz allgemein mathematische Aussagen, in denen Terme vorkommen (wie z.B.Identitäten oder Termdarstellungen von Funktionen) als Formeln bezeichnet.
Funktion dritter Ordnung	auch kubische Funktion oder Funktion 3.Grades
Funktion erster Ordnung	ist eine Funktion, deren Termdarstellung ein Polynom erster Ordnung ist: $x \to k x + d$, wobei die Koeffizienten k ($\neq 0$) und d fest vorgegeben sind. Die Graphen dieser Funktionen sind Geraden. Funktionen erster Ordnung werden auch als lineare Funktionen bezeichnet
Funktion zweiter Ordnung	quadratische Funktion, ist eine Funktion, deren Termdarstellung ein Polynom zweiter Ordnung ist: $x \to a x^2 + b x + c$
Funktionsgleichung	eine Gleichung mit zwei Variablen
"Für alle"	Operator (Generalisator), wird durch das Symbol $\forall$ abgekürzt
"Für die gilt"	Operator, wird bei der Definition von Mengen durch das Symbol $\mid$ abgekürzt. Beispiel: $A = \{ x \mid x$ ist eine gerade Zahl größer als $10 \}$ wird gelesen als ''A ist die Menge aller x für die gilt: x ist eine gerade Zahl größer als 10''
Ganze Zahlen	sind jene reellen Zahlen, deren Dezimaldarstellung nach dem Komma abbricht (d.h. nur Nullen enthält): ..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,... Auf der Zahlengeraden bilden sie eine Abfolge von Punkten im Abstand 1, von 0 aus

	nach rechts und links gehend. Die Menge aller ganzen Zahlen wird mit Z bezeichnet. In der Menge der ganzen Zahlen ist die Subtraktion einen stets ausführbare Operation
ganzzahlig	Eigenschaft, einen Wert aus der Mengen der ganzen Zahlen zu besitzen
Gaußsche Ebene	die Darstellung der komplexen Zahlen in der Ebene
Gegenbeispiel	Jede mathematische Aussage ist falsch oder richtig. Eine Aussage über eine Menge von Objekten ist falsch, wenn sie für ein Objekt falsch ist. Ein solches Objekt nennt man Gegenbeispiel.
gemischtperiodisch	Dezimalbrüche heißen gemischtperiodisch, wenn sie zwischen dem Komma und dem Beginn der Periode noch weitere Ziffern haben. Gemischt periodische Dezimalbrüche entstehen immer, wenn der Nenner die Faktoren 2 oder 5 enthält
geometrisch	auf der Geometrie beruhend
Gerade	die unbegrenzte Verlängerung einer Strecke AB in beide Richtungen heißt Gerade
Geradenbündel	die Menge aller Geraden des Raumes, die einen und nur einen Punkt gemeinsam haben, bildet ein Geradenbündel
Geradenbüschel	ein Geradenbüschel erhält man, wenn man aus einem Geradenbündel nur diejenigen Geraden auswählt, die in einer gemeinsamen Ebene liegen
Gleichheitszeichen	das heute verwendete Gleichheitszeichen "=" ist von dem Engländer Robert Recorde vorgeschlagen worden. Den Vorschlag machte er in einem in Dialogform geschriebenen Lehrbuch der Algebra, betitelt mit "The Whetstone of Witte" (Wetzstein des Witzes), 1557. Recorde begründete den Vorschlag damit, dass nichts gleicher sei als ein Paar paralleler Linien
Gleichung dritter Ordnung	kubische Gleichung
Gleichung erster Ordnung	lineare Gleichung
Gleichung zweiter Ordnung	quadratische Gleichung
Gleichung, algebraische	in einer algebraischen Gleichung werden mit der oder den Unbekannten nur algebraische Rechenoperationen vorgenommen; sie werden addiert, subtrahiert, multipliziert, dividiert, potenziert oder radiziert
Gleichung, biquadratische	$x^4 + p x^2 + q = 0$; sie zeichnet sich dadurch aus, dass die Unbekannte nur mit geraden Potenzexponenten auftritt
Gleichung, diophantische	diophantische Gleichungen sind unbestimmte Gleichungen, die unter der Nebenbedingung zu lösen sind, dass nur ganzzahlige Lösungen gesucht sind
Goniometrie	Winkelmessung; Berechnung der trigonometrischen Funktionen von Winkelsummen aus den Funktionen der einzelnen Winkel
goniometrisch	die Goniometrie betreffend; auf ihr beruhend
Googol	die Zahl 10^{100}
Googolplex	die Zahl 10^{10100}
Graph	zeichnerische Darstellung von Elementen in zweistelligen Relationen (z.B. Funktionen und Kurven)
Grundmenge	Menge von Werten der Variablen einer Gleichung, in der Lösungen gesucht werden. Wird üblicherweise mit G bezeichnet. Da die Mathematik verschiedene Zahlenmengen kennt, stellt eine Gleichung nur dann ein wohldefiniertes mathematisches Problem dar, wenn festgelegt ist, aus welcher dieser Mengen Lösungen akzeptiert werden. Wird zu einer Gleichung keine Grundmenge angegeben, so wird üblicherweise angenommen, dass sie gleich der Menge der reellen Zahlen ist (d.h. G = R).
Häufigkeitspunkt	durch eine Intervallschachtelung wird ein Häufigkeitspunkt einer Menge erfasst. Der Name Häufigkeitspunkt deutet darauf hin, dass in jeder durch eine beliebig kleine, positive Zahl ε gekennzeichneten ε-Umgebung von ihm unendlich viele Punkte der Menge liegen. Jede beschränkte unendliche Menge hat mindestens einen Häufungspunkt
Histogramm	graphische Darstellung von Messwerten in Form nebeneinandergereihter Säulen, wobei die Höhe der einzelnen Säulen dem jeweiligen Messwert entspricht
Hochpunkt	eine Funktion hat einen Hochpunkt, wenn ihre erste Ableitung gleich Null ist, und ihre zweite Ableitung ungleich Null und negativ ist
Hochzahl	umgangssprachliche Bezeichnung des Exponenten einer Potenz
homogen	gleichartig, gleichmäßig zusammengesetzt
homogene Zahlen	Zahlen mit identischen Primfaktoren. z.B. 6 und 72
hyperbolisch	hyperbelartig, in Form einer Hyperbel
Hypotenuse	die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite eines Dreiecks

Hypothese	noch unbewiesene Annahme als Hilfsmittel für wissenschaftliche Erkenntnis
identische Funktion	jene Funktion, die jeden Wert der unabhängigen Variablen auf sich selbst abbildet: $x \rightarrow x$.
Identität	völlige Übereinstimmung, Gleichheit
implizit	einbegriffen, mit einbezogen
Induktion	Schlussfolgerung vom Besonderen, vom Einzelfall auf das Allgemeine
infinitesimal	ins Kleinste, unendlich Kleine gehend
Infinitesimalrechnung	Sammelbezeichnung für Differenzial- und Integralrechnung
inhomogen	heterogen, ungleich, verschiedenartig
injektiv	heißt eine Funktion $f : A \rightarrow B$, die jedes Element der Menge B höchstens einmal trifft. Eine solche Funktion heißt auch Injektion. Injektive Funktionen können dadurch charakterisiert werden, dass zwei verschiedene x-Werte immer auch verschiedene Funktionswerte haben.
inkongruent	nicht übereinstimmend, nicht deckungsgleich
Inkrement	kleiner Zuwachs einer Größe
Innenwinkel	je zwei Dreiecksseiten bilden einen Innenwinkel des Dreiecks
innere Funktion	als innere Funktion wird die Funktion bezeichnet, deren Argumentwerte Funktionswerte einer weiteren Funktion sind
Integralgeometrie	entwickelte sich aus Aufgaben über geometrische Wahrscheinlichkeiten. Wilhelm Blaschke und seine Schüler begründeten die Integralgeometrie als geometrische Disziplin. Die Integralgeometrie findet Anwendung in der Theorie der konvexen Körper
Integrand	die Größe f(x) des Integrals $\int f(x)\,dx$
integrieren	zu einem Ganzen bilden, das Integral lösen. Man integriert eine Funktion f(x), indem man sie "aufleitet", d.h. es wird eine Funktion F(x) gesucht, deren Ableitung der Funktion f(x) entspricht
interpolieren	einen Zwischenwert feststellen, einschieben
invariant	bei bestimmten Vorgängen unveränderlich bleibend
invers	entgegengesetzt
inverse Operation	zu jeder Operation gibt es eine entgegengesetzte Operation oder inverse Operation Addition - Subtraktion / Multiplikation - Division / Potenzieren - Radizieren / Logarithmieren - Exponieren
inverser Bruch	siehe Reziprokes
Inzidenz	von einer Inzidenz zwischen Punkt und einer Geraden spricht man, wenn der Punkt auf der Geraden liegt oder die Gerade durch den Punkt hindurchgeht
inzidiert	für "liegt auf" oder "geht durch" sagt man auch zusammenfassend "fällt zusammen mit" oder "inzidiert"
irrational	nicht rational, "mit dem Verstand nicht erfassbar"
isometrisch	maßstabsgerecht
isomorph	gleichstrukturiert
Kalkül	Berechnung; System von Regeln und Zeichen für mathematische Berechnungen und logische Ableitungen
Kante	auch Seitenkante; in der Stereometrie geradlinige Verbindungsstrecke zwischen den Eckpunkten eines Polyeders, d.h. Randlinie einer den Körper begrenzenden Seitenfläche
Katakaustik	wenn auf einen Kugelspiegel achsenparalleles Licht fällt, hüllen die reflektierenden Lichtstrahlen eine Brennfläche ein, deren Querschnitt Katakaustik genannt wird
Kathete	einer der beiden die Schenkel des rechten Winkels bildenden Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck
Kinetisches Maß	läss sich für Mengen zueinander kongruenter Figuren bestimmen, z.B. Bestimmung des Maßes aller der gleichseitigen Dreiecke mit der Seitelänge 1, die eine gegebene Figur betreffen. Das kinematische Maß wurde von Henri Poincaré eingeführt
koaxial	eine gemeinsame Achse habend
Kode	Schlüssel zum Übertragen von chiffrierten Texten in Klarschrift
Koeffizient	ein Faktor, der durch eine allgemeine oder bestimmte Zahl bezeichnet wird
Koeffizientenvergleich	durch den Koeffizientenvergleich bestimmt man die Koeffizienten eines Polynoms, z.B. bei der Partialbruchzerlegung und beim Lösen von Differenzialgleichungen
Komplement	Ergänzungsstück
komplex	zusammengesetzt, verwickelt, vielfältig
Komponente	Teile eines Ganzen
konform	eine Abbildung wird konform genannt, wenn die Winkel zwischen einander entsprechenden Kurven invariant bleiben
kongruent	übereinstimmend, deckungsgleich

konisch	kegelförmig, kegelstumpfförmig
konkurrente Geraden	sich in einem Punkt schneidende Geraden
Konnexität	ist eine Eigenschaft von Ordnungsrelationen: Für jedes m und n aus M gilt: m R n oder n R m oder n = m
konstant	beständig, unveränderlich, ihren Wert nicht ändernd
kontinuierliche Zufallsgröße	eine Zufallsgröße heißt kontinuierlich oder stetig, wenn sie in einem Intervall beliebig viele Werte annehmen kann
Kontinuum	eine Menge wird als Kontinuum bezeichnet, wenn die Menge aller Punkte des Intervalls von 0 bis 1 der Zahlengeraden der Bedingung $0 \leq x \leq 1$ genügt und nicht abzählbar ist
Konus	Kegel, Kegelstumpf
Koordinate	eine der Zahlen, mit denen man die Lage eines Punktes in der Ebene oder im Raum beschreibt
kopunktal	drei Geraden, die sich in einem Punkt schneiden, heißen kopunktal
Korrelation	Wechselbeziehung
kubisch	ein Term, eine Variable in der 3.Potenz, z.B. b^3, $(x-y)^3$
Kurve	gekrümmte Linie
Länge	die räumliche oder zeitliche Ausdehnung eines Objektes von einem zum anderen Ende, evtl. von Anfang bis zum Ende
Lemma	Annahme, Hilfssatz
Limes	Grenzwert
Lineal	schmales, rechteckiges oder gebogenes Gerät zum Ziehen von Linien
linkshändige Koordinatensysteme	während in der Geometrie gewöhnlich rechtshändige Koordinatensysteme verwendet werden, nutzt die Geodäsie linkshändige Koordinatensysteme, d.h. die Lage der x- und y-Koordinatenachsen ist vertauscht
Mächtigkeit	ist ein Begriff, mit dem die ''Größe'' einer Menge (insbesondere einer unendlichen Menge) geklärt werden soll. siehe gleichmächtig
Mantisse	die hinter dem Komma stehende Zahl (bei Logarithmen)
Metamathematik	Bereich der mathematischen Grundlagenforschung, mit der die Mathematik auf Widerspruchsfreiheit in sich selbst geprüft wird
Modell	Darstellung, mit der ein komplizierter Vorgang oder Zusammenhang erklärt werden soll; Musterstück, Beispiel
Monom	eingliedriger Term
monoton	eintönig, gleichbleibend
multiplizieren	malnehmen, vervielfachen
nautisches Dreieck	besteht aus den drei Ecken Gestirn G, Himmelspol PN und Zenit Z
Nettogewicht	(ital. netto = rein) ... Gewicht einer Ware ohne Verpackung
Nullmenge	die leere Menge oder Nullmenge besitzt kein Element, $\varnothing$
Nullstelle	... einer Funktion ist ein Wert der unabhängigen Variablen, deren zugehöriger Funktionswert Null ist. Anders ausgedrückt: "eine Stelle, an der die Funktion Null ist"
Numerale	Wort, das die Zahl der beteiligten Größen bezeichnet
numerieren	durchzählen und beziffern
numerisch	zahlenmäßig, der Zahl nach
Numerus	Zahl, zu der der Logarithmus gesucht wird
Oberfläche	in der Geometrie alle Flächen die einen Körper umgeben, auch die Seite eines Körpers, die man von außen sieht. Mitunter wird der Oberflächeninhalt kurz als Oberfläche bezeichnet
Operation	Ausführung einer Rechnung
Operator	Vorschrift, mit der auf eine mathematische Gleichung oder Funktion eingewirkt wird
Ordinale	Zahlwort, das die Stellung eines Dinges in einer Reihe angibt
orientierte Gerade	durch eine orientierte Gerade wird die x-y-Ebene in zwei Halbebenen zerlegt, von denen die als positiv gerechnet wird, die beim Durchlaufen der Geraden in dem durch die Orientierung vorgeschriebenen Sinne links von ihr liegt
orthogonal	rechtwinklig, senkrecht stehend
orthogonale Geraden	orthogonale Geraden bilden beim Schnitt miteinander rechte Winkel, sie stehen senkrecht aufeinander
orthogonale Trajektorien	orthogonale Trajektorien sind sich rechtwinklig schneidende Kurven
Ortslinie	Linie, auf der alle Punkte liegen, die eine bestimmte Bedingung efüllen
Palindrom	Wort, Satz oder Zahl, das, der oder die vorwärts und rückwärts gelesen werden kann
parabolisch	eine Parabel betreffend, in der Art einer Parabel
parallel	in der Parallele, in gleicher Richtung und gleichbleibendem Abstand zueinander verlaufend
parallelgleich	Zwei Strecken NM, PG sind parallelgleich, wenn: die Punkte N, M, P, G nicht auf

	der selben Geraden liegen und die Strecke NM parallel zur Strecke PG und die Strecke NP parallel zur Strecke MG ist
Parameter	unbestimmte Konstante einer Funktion, Gleichung, Kurve oder Fläche, von der die Funktion usw. abhängt und durch deren verschiedene Wahl sich die Gestalt der Funktion usw. ändert
Partialbruch	Bruch, dessen Nenner aus weiteren Brüchen besteht
Pentagon	Fünfeck
periodisch	in gleichen Abständen wiederkehrend
permutabel	vertauschbar, austauschbar
permutieren	die Reihenfolge einer Zusammenstellung ändern
perpendikular	senkrecht
Perspektive	Darstellung der Raumes und räumlicher Gegenstände auf einer ebenen Bildfläche mit räumlicher Wirkung
polar	zu den Polen gehörend, den Pol betreffend
polyedrisch	in der Art eines Polyeders
polygonal	in der Art eines Polygons, vieleckig
Polynomfunktion	ist eine Funktion, deren Termdarstellung ein Polynom ist
potenzieren	steigern, erhöhen, in die Potenz erheben, mit sich selbst multiplizieren
Prädikat	Glied eines logischen Urteils, das die Aussage über ein Subjekt enthält
Prämisse	Voraussetzung eines logischen Schlusses
Projektion	Abbildung räumlicher Gebilde auf die Ebene
projizieren	einen Körper auf einer Fläche zeichnerisch darstellen
Proportionale	Glied einer Verhältnisgleichung
Prozent	Hundertstel, Zeichen %, vom italieneschen per cento, d.h. pro 100
pythagoreisch	zu der Lehre des Pythagoras gehörend
quadratisch	ein Term, eine Variable in der 2.Potenz, z.B. a^2, $(x+y)^2$
quadratisches Glied	in der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung $Ax^2 + Bx + C = 0$ nennt man Ax^2 das quadratische Glied
Quadraturproblem	ist das Problem, den Inhalt einer durch eine Kurve begrenzten Fläche zu bestimmen. Aus diesem Problem entstand die Integralrechnung
Quadratwurzel	die Zahl b, deren 2.Potenz gleich a ist: $a = b^2$
Quadratzahl	natürliche Zahl der Form a^2
Quadrieren	eine Zahl wird durch Multiplikation mit sich selbst quadriert
radialsymmetrisch	Figuren heißen radialsymmetrisch oder strahligsymmetrisch, wenn sie durch Drehung um einen Winkel p um einen Punkt P zur Deckung gebracht werden können
Radius	Halbmesser eines Kreises oder einer Kugel
Radiusvektor	Verbindungslinie zwischen einem Punkt eines Kegelschnitts und seinem Brennpunkt
Radix	lat. Wurzel
Raumgerade	Gerade im R^3
Rechnen	Zahlen, Mengen, ... so miteinander in Verbindung bringen (zum Beispiel durch Addition, Multiplikation, usw.), dass neue Zahlen, Mengen, ... enstehen
reell	tatsächlich, wirklich
regelmäßig	im mathematischen Sinne genutzt als Ausdruck für gleichseitig (Vielecke), gleichflächig (Polyeder), gleichlaufend, gleichstrukturiert, ...
Resultat	Ergebnis einer Rechnung
reziprok	umgekehrt, (lat. auf derselben Bahn zurückkehrend)
Rhomboid	ungleichseitiges, schiefwinkliges Parallelogramm
Schaubild	in der schulischen Ausbildung mitunter verwendete Bezeichnung für eine graphische Darstellung
Scheitelpunkt	(auch Scheitel) Scheitelpunkte sind Kurvenpunkte, in denen die Krümmung ein Maximum oder ein Minimum besitzt. Die Ellipse hat z.B. die vier Scheitel, die Kurve des Logarithmus nur einen bei $P(1/\sqrt{2}\ ;\ -\ln 2\ /2)$
Schneckenlinie	siehe Spirale
Schnittpunkt	in der Analysis, Algebra und Geometrie ein Punkt, an dem sich zwei Gebilde schneiden, d.h. ihre Koordinaten sind gleich und die Gebilde verlaufen vor und nach dem Schnittpunkt (meist) unterschiedlich
Segment	Abschnitt, Teilstück, Kreisabschnitt, Kugelabschnitt
Sehnenrechnung	die antike Form der Trigonometrie, z.B. bei Ptolemäus. Statt wie heute mit den Bögen, rechnete man mit den Sehnen; der Zusammenhang zwischen beiden Verfahren wird am Einheitskreis sin a = AB/r = 1/2 AC = 1/2 ch vermittelt, wenn man mit ch (2 a) die zum Winkel 2 a gehörende Sehne AC bezeichnet
Sekante	Gerade, die eine Kurve schneidet
Sektor	Kreisausschnitt, Kugelausschnitt
sexagesimal	sechszigteilig, der sechszigste Teil
signifikant	bedeutsam, etwas anzeigen

Singularität	vereinzelte Erscheinung, Seltenheit, Besonderheit
Skalar	Größe, welche nur durch einen Zahlenwert gekennzeichnet ist (siehe auch Vektor)
Solstitium	Sonnenwende
Spannweite	die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert einer Datenreihe
Spezies	Grundrechenart
Sphäre	Kugel, manchmal auch Kreis
sphärisch	kugelförmig, auf der Oberfläche einer Kugel
Sphäroid	siehe Rotationsellipsoid
sphenoid	auch sphenoidal; keilförmig
Spirale	ebene, sich unendlich um einen Punkt windende Kurve, die sich immer weiter von diesem Punkt entfernt; Synonym: Schneckenlinie
Standard	Richt-, Eichmaß, Norm, Qualität
statistisch	die Statistik betreffend, auf ihr beruhend, mit Hilfe ihrer Gesetze
Steradiant	Maßeinheit des räumlichen Winkels
stochastisch	dem Zufall unterworfen, ihn betreffend, von ihm abhängig
Strecke	eine Strecke AB ist die Menge aller Punkte auf der kürzesten Verbindung von A nach B, einschließlich der Randpunkte A und B (Euklidische Geometrie)
Summation	Bildung einer Summe
summieren	eine Summe bilden von, zusammenzählen, vereinigen
Symmetrie	regelmäßige Anordnung der Teile einer Gesamtheit, so dass eine harmonische Gestalt entsteht. Das Symmetrieprinzip spielt auf vielen Gebieten nicht nur der Geometrie, der Physik, der Chemie, der Kristallographie und der Biologie, sondern auch der Ästhetik eine wichtige Rolle. In der Geometrie ist die Symmetrie ein Merkmal bestimmter ebener und räumlicher Formen
Symmetrieoperationen	unter Symmetrieoperationen versteht man Bewegungen, die eine symmetrische Figur mit sich selbst zur Deckung bringen. Die Symmetrieoperationen sind bezüglich eines gegebenen Punktes (Symmetriezentrum), einer Linie (Symmetrieachse) und einer Ebene (Symmetrieebene) definiert
Tara	(arab.-ital. = Abgang) ... Verpackung einer Ware (Bruttogewicht - Nettogewicht)
Topographie	wissenschaftliche Beschreibung und exakte Messung der Gestalt und Struktur der Erdoberfläche
topologisch	die Lehre von den stetigen Abbildungen, den räumlichen Strukturen und der Lage und der Anordnung von geometrischen Gebilden im Raum betreffend
transzendent	Objekt, Ausdruck, Term, ... der mindestens einen nicht-algebraischen Ausdruck enthält
Tripel	geordnete Menge von drei Elementen
Tupel	geordnete Menge endlich vieler Elemente (Anzahl n), z.B. n = 3 ... Tripel, n = 4 ... Quadrupel, ...
unabhängige Variable	Größe, die mit willkürlich gewählten Werten belegbar ist
Unbekannte	Platzhalter für dasjenige Element, dessen Wert durch Lösen einer Gleichung ermittelt werden soll. Unbekannte sind Variablen
unecht gebrochenrational	ist der Grad des Zählers einer Funktion dem des Nenners gleich oder größer als dieser, so ist eine Funktion unecht gebrochenrational
unechter Teiler	jede Zahl z ist durch 1 und sich selbst teilbar. 1 und z sind dann unechte Teiler
unendlich	übertrifft eine Variable x jede beliebige, noch so große Zahl z, so sagt man x wird unendlich groß und schreibt $x \to \infty$ oder $x = \infty$. Das Zeichen ∞ bedeutet aber keinesfalls einen bestimmten Zahlenwert, sondern stellt einen uneigentlichen Wert dar.
Untermenge	siehe Teilmenge
Ursprung	siehe Koordinatenursprung
vollständiges kubisches Polynom	kubisches Polynom, das sich in einen linearen und einen quadratischen Term zerlegen lässt; $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$; $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
Ziffernrechengerät	mechanische Rechenmaschine. In dem Zifferngerät werden den einzelnen Ziffern einer Zahl diskrete Stellungen gewisser Konstruktionselemente zugeordnet
Zirkel	ein Zeichengerät, ungefähr von der Form eines umgekehrten V, mit dem Kreise gezeichnet werden können
Zyklometrische Funktionen	sind Funktionen, die den im Bogenmaß gemessenen Winkel angeben, für den eine trigonometrische Funktion vorbestimmte Werte annimmt. Zyklometrische Funktionen oder Arkusfunktionen sind die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen
Zyklus	Zyklus = Kreislauf, regelmäßige Wiederkehr

Kalenderdaten

Januar

01 1611 Johannes Kepler beendet sein Werk "Dioptrik", 1748 † Johann Bernoulli, schweiz.Mathematiker, 1801 Giuseppo Piazzi entdeckt mit Ceres den ersten Planetoiden, 1862 † Michail W.Ostrogradski, russ.Mathematiker
02 1892 † George Airy, brit.Mathematiker, 1959 die UdSSR startet "Lunik 1", die erste Mondsonde
03 1927 † Carl Runge, Mathematiker, 1983 Apple stellt den Bürocomputer Lisa vor, der erstmals eine Maus besitzt
04 1643 * Isaac Newton, engl.Physiker, Astronom, 1752 † Gabriel Cramer, schweiz.Mathematiker
05 1838 * Camille Jordan, franz.Mathematiker
06 1918 † Georg Cantor, Mathematiker
07 1610 Galileo Galilei entdeckt die Jupitermonde Io, Europa und Ganymed; 1871 * Èmile Borel, franz.Mathematiker
08 1642 † Galileo Galilei, ital.Physiker
10 1833 † Adrien Marie Legendre, franz.Mathematiker
11 1787 Friedrich Wilhelm Herschel entdeckt die Uranusmonde Titania und Oberon, 1991 Game of Life-Primzahlgenerator wird veröffentlicht
12 1665 † Pierre de Fermat, franz.Mathematiker, 1909 † Hermann Minkowski, Mathematiker
13 1610 Galilei entdeckt den 4.Jupitermond Callisto, 1941 † Emanuel Lasker, Mathematiker und Schachweltmeister
14 1862 Lewis Carrol beendet sein "Alice im Wunderland", 1898 † Lewis Carrol, engl.Mathematiker und Schriftsteller, 1901 † Charles Hermite, franz.Mathematiker, 1978 † Kurt Gödel, Mathematiker
15 1704 * Johann Castillon, ital.Mathematiker, 1850 * Sofja Kowalewskaja, russ.Mathematikerin
17 1860 † Janos Bólyai, ungar.Mathematiker, 1911 † Sir Francis Galton, brit.Naturforscher
18 1856 * Luigi Bianchi, ital.Mathematiker
19 1799 † Maria Gaetana Agnesi, ital.Mathematikerin, 1912 * Leonid Kantorowitsch, sowjet.Mathematiker, Nobelpreisträger
20 1602 * Otto von Guericke, Physiker, 1922 † Camille Jordan, franz.Mathematiker
22 1775 * André Marie Ampère, franz.Mathematiker und Physiker, 1909 * Lew Landau, sojwt.Physiker, Nobelpreisträger, 1951 † Harald Bohr, dän.Mathematiker
23 1862 * David Hilbert, Mathematiker
25 1736 * Joseph de Lagrange, franz.Mathematiker, 1742 † Edmund Halley, engl.Astronom, 1870 * Nils Fabian Helge von Koch, schwed.Mathematiker
26 1630 † Henry Briggs, engl.Mathematiker, 1895 † Arthur Cayley, engl.Mathematiker
27 1832 * Lewis Carroll, engl.Mathematiker
28 1540 * Ludolf van Ceulen, Mathematiker
29 1700 * Daniel Bernoulli, schweiz.Mathematiker und Physiker, 1810 * Ernst Eduard Kummer, Mathematiker
31 1632 † Jost Bürgi, Mathematiker

Februar

01 1903 † George Gabriel Stokes, irisch.Physiker, 1972 Hewlett-Packard stellt den ersten wissenschaftlichen Taschenrechner vor
02 1522 * Ludovico Ferrari, ital.Mathematiker, 1704 † Guillaume F.A. l'Hospital, franz.Mathematiker, 1903 * Bartel van der Waerden, niederl.Mathematiker, 1970 † Bertrand Russell, brit.Mathematiker, zweifacher Nobelpreisträger
03 1956 † Émile Borel, franz.Mathematiker
08 411 * Proklos Diadochos, griech.Mathematiker, 1957 † Johann von Neumann, österr.Mathematiker
09 1775 * Farkas Bolyai, ungar.Mathematiker
10 1891 † Sofja Kowalewskaja, russ.Mathematikerin, 1911 * Mstislaw Keldysch, sowjet.Mathematiker
11 1650 † René Descartes, franz.Mathematiker
12 1804 † Immanuel Kant, Philosoph, 1916 † Richard Dedekind, Mathematiker
13 1805 * Peter G.Lejeune-Dirichlet, Mathematiker, 1882 * Tadeusz Banachiewicz, poln.Astronom und Mathematiker
14 1918 Russland führt den Gregorianischen Kalender ein, 1943 † David Hilbert, Mathematiker, 1994 in den USA wird offiziell das metrische System eingeführt (es hält sich niemand dran!)
15 1564 * Galileo Galilei, ital.Physiker, 1847 † Pierre Dandelin, franz.Mathematiker, 1861 * Alfred Whitehead, engl.Mathematiker
16 1822 * Sir Francis Galton, brit.Naturforscher
17 1600 † Giordano Bruno, ital.Naturphilosoph, 1874 † Lambert A.Quetelet, belg.Mathematiker, 1890 * Ronald A.Fisher, brit.Statistiker
18 1851 † Carl Gustav Jakob Jacobi, 1899 † Sophus Lie, norweg.Mathematiker, 1900 † Eugenio Beltrami, ital.Mathematiker
19 1473 * Nikolaus Kopernikus, poln.Astronom, 1897 † Karl Weierstraß, Mathematiker
22 1796 * Lambert A.J.Quetelet, belg.Mathematiker
23 1855 † Carl Friedrich Gauß, Mathematiker
24 1856 † Nikolai I.Lobatschewski, russ.Mathematiker

27 1735 † John Arbuthnot, schott.Mathematiker, 1881 * Luitzen E.J.Brouwer, niederl.Mathematiker
28 1552 * Jost Bürgi, Mathematiker
29 1860 * Hermann Hollerith, US-Ingenieur

März

01 1862 † Peter Barlow, brit.Mathematiker, 1917 die Türkei führt den Gregorianischen Kalender ein
02 1591 * Gérard Desargues, franz.Mathematiker
03 1845 * Georg Cantor, Mathematiker, 1898 * Emil Artin, Mathematiker
04 1822 * Jules Antoine Lissajous, franz.Mathematiker
05 1512 * Gerhard Mercator, belg.Geograph, 1827 † Pierre Simon de Laplace, franz.Mathematiker und Astronom
06 1787 * Joseph von Fraunhofer, Physiker
08 1900 * Howard Aiken, US-Mathematiker
11 1822 * Joseph Bertrand, franz.Mathematiker, 1924 † Nils Fabian Helge von Koch, schwed.Mathematiker,
12 1834 † Karl Wilhelm Feuerbach, Mathematiker, 1893 in Deutschland wird die Mitteleuropäische Zeit als Standardzeit eingeführt, 1898 † Johann Jakob Balmer, schweiz.Mathematiker
14 1879 * Albert Einstein, Physiker, 1882 * Waclaw Sierpínski, poln.Mathematiker, 1973 † Howard Aiken, US-Mathematiker
17 1782 † Daniel Bernoulli, schweiz.Mathematiker, 1846 † Friedrich Wilhelm Bessell, 1853 † Christian Doppler, österr.Physiker, 1962 † Wilhelm Blaschke, österr.Mathematiker
18 1690 * Christian Goldbach, Mathematiker, 1796 * Jakob Steiner, schweiz.Mathematiker, 1871 † Auguste de Morgan, engl.Mathematiker
19 1964 † Norbert Wiener, US-Mathematiker
21 476 * Aryabhata, ind.Mathematiker und Astronom, 1768 * Jean Baptiste Joseph Fourier, franz.Mathematiker, 1884 * Georg David Birkhoff, US-Mathematiker
22 1394 * Muhammad Taragaj Ulugh-Beg, usbek.Astronom und Mathematiker
23 1882 * Emmy Noether, Mathematikerin
27 1972 † Maurits Cornelis Escher, niederl.Graphiker
28 1749 * Pierre Simon Laplace, franz.Mathematiker
29 1896 * Wilhelm Ackermann, deutscher Mathematiker
30 1559 † Adam Ries, Rechenmeister, 1892 * Stefan Banach, poln.Mathematiker
31 1596 * René du Perron Descartes, franz.Mathematiker, 1727 † Isaac Newton, engl.Physiker, Astronom, 2003 † Donald Coxeter, Mathematiker

April

01 1863 † Jakob Steiner, schweiz.Mathematiker, 1895 * Alexander Craig Aitken, neuseel.Mathematiker, 1916 Bulgarien führt den Gregorianischen Kalender ein, 1939 † Ferdinand Lindemann, Mathematiker
03 1900 † Joseph Bertrand, franz.Mathematiker
04 1617 † John Neper, engl.Mathematiker, 1842 * Francois E.A.Lucas, franz.Mathematiker
06 1528 † Albrecht Dürer, Künstler, 1829 † Niels Henrik Abel, norweg.Mathematiker
07 1348 in Prag wird die erste deutsche Universität gegründet, 1986 † Leonid Kantorowitsch, sowjet.Mathematiker, Nobelpreisträger
09 1869 * Èlie Joseph Cartan, franz.Mathematiker
10 1813 † Joseph de Lagrange, franz.Mathematiker
11 1953 * Andrew Wiles, brit.Mathematiker
12 1794 * Pierre Dandelin, franz.Mathematiker
14 1629 * Christiaan Huygens, niederl.Physiker, 1935 † Emmy Noether, Mathematikerin
15 1452 * Leonardo da Vinci, ital.Universalgelehrter, 1707 * Leonhard Euler, schweiz.Mathematiker
16 1493 * Peter Apian, deutscher Mathematiker
17 485 † Proklos Diadochos, griech.Mathematiker, 1761 † Thomas Bayes, engl.Mathematiker
18 1955 † Albert Einstein, Physiker
20 1932 † Guiseppe Peano, ital.Mathematiker
21 1552 † Peter Apian, deutscher Mathematiker
22 1592 * Wilhelm Schickard, Mathematiker, 1724 * Immanuel Kant, Philosoph, 1887 * Harald Bohr, dän.Mathematiker
25 1744 † Anders Celsius, schwed.Astronom und Physiker, 1840 † Siméon Denis Poisson, franz.Mathematiker, 1849 * Felix Klein, Mathematiker, 1903 * Andrej N.Kolmogorow, sowjet.Mathematiker
26 1920 † Srinivasa Aiyangar Ramanujan, ind.Mathematiker, 1952 in Minden wird die größte nichtelektronische Rechenanlage Europas fertiggestellt
28 1906 * Kurt Gödel, Mathematiker
29 1667 * John Arbuthnot, schott.Mathematiker und Arzt, 1854 * Henri Poincaré, franz.Mathematiker und Physiker
30 1777 * Carl Friedrich Gauß, Mathematiker

Mai

01 1825 * Johann Jakob Balmer, schweiz.Mathematiker
02 1519 † Leonardo da Vinci, ital.Universalgelehrter

05 1859 † Peter G.Lejeune-Dirichlet, Mathematiker
06 1951 † Èlie Joseph Cartan, franz.Mathematiker
07 1896 * Pawel S.Alexandrow, russ.Mathematiker, 1925 in München wird das "Deutsche Museum" eröffnet
10 1746 * Gaspard Monge, franz.Mathematiker
11 1686 † Otto von Guericke, Physiker und Politiker
12 1003 † Gerbert von Aurillac, franz.Mathematiker und Papst
13 1750 * Lorenzo Mascheroni, ital.Mathematiker, 1753 * Lazare von Carnot, franz.Mathematiker
14 1863 * John Charles Fields, kanad.Mathematiker, 1893 † Ernst Eduard Kummer, Mathematiker
15 1812 † Louis Bertrand, schweiz.Mathematiker
16 1718 * Maria Gaetana Agnesi, ital.Mathematikerin, 1821 * Pafnuti L.Tschebyschow, russ.Mathematiker, 1830 † Jean Baptiste Joseph Fourier, franz.Mathematiker
18 1872 * Bertrand Arthur W.Russell, engl.Mathematiker, zweifacher Nobelpreisträger
20 1795 in Paris wird das Meter als gesetzliche Maßeinheit eingeführt
21 1471 * Albrecht Dürer, Künstler, 1686 † Otto von Guericke, Physiker, 1953 † Ernst Zermelo, Mathematiker
23 1857 † Augustin Louis Cauchy, franz.Mathematiker
24 1543 das Werk "De revolutionibus omnium coelestium" von Kopernikus erscheint
26 1667 * Abraham de Moivre, franz.Mathematiker
30 1800 * Karl Wilhelm Feuerbach, Mathematiker
31 1832 † Èvariste Galois, franz.Mathematiker, 1980 Rubik stellt seinen berühmten Würfel vor

Juni

06 1436 * Regiomontanus, Mathematiker und Astronom, 1857 * Alexander Ljapunow, russ.Mathematiker
07 1954 † Alan Mathison Turing, engl.Mathematiker
08 1625 * Gionvanni Domenico Cassini, ital.Astronom, 1695 † Christiaan Huygens, niederl.Physiker
11 1836 † André-Marie Ampére, franz.Physiker
12 1577 * Paul Guldin, schweiz.Mathematiker
13 1831 * James Clerk Maxwell, brit.Physiker, 1876 * William Sealy Gosset (Student), engl.Mathematiker
14 1736 * Charles Augustin de Coulomb, franz.Physiker, 1746 † Colin MacLaurin, engl.Mathematiker, 1856 * Andrej Andrejewitsch Markow, russ.Mathematiker, 1903 * Alonzo Church, US-Mathematiker, 1951 in Philadelphia wird der erste kommerzielle Computer UNIVAC 1 vorgestellt
17 1898 * Maurits Cornelis Escher, niederl.Graphiker
19 1623 * Blaise Pascal, franz.Physiker und Mathematiker
21 1781 * Siméon Denis Poisson, franz.Mathematiker, 1948 auf dem Mark I läuft das erste gespeicherte Computerprogramm der Welt
22 1633 Galilei schwört vor der Inquisition seine Lehren ab, 1864 * Hermann Minkowski, Mathematiker, 1925 † Felix Klein, Mathematiker
23 1912 * Alan Mathison Turing, engl.Mathematiker
24 1880 † Jules Antoine Lissajous, franz.Mathematiker, 1978 † Mstislaw Keldysch, sowjet.Mathematiker
27 1806 * Auguste de Morgan, engl.Mathematiker, 1831 † Sophie Germain, französische Mathematikerin
28 1875 * Henri Léon Lebesque, franz.Mathematiker, 1993 Andrew Wiles gibt den Beweis des Großen Satzes von Fermat bekannt

Juli

01 1646 * Gottfried Wilhelm Leibniz, Mathematiker, 1788 * Jean Victor Poncelet, franz.Mathematiker
06 1476 † Regiomontanus, Mathematiker und Astronom
08 1695 † Christiaan Huygens, niederl.Physiker und Astronom
10 1776 Gauß entdeckt einen Satz über Dreieckszahlen
14 1800 † Lorenzo Mascheroni, ital.Mathematiker
16 1819 * Siegfried Aronhold, Mathematiker
17 1912 † Henri Poincaré, franz.Mathematiker
20 1866 † Bernhard Riemann, Mathematiker, 1922 † Andrej Andrejewitsch Markow, russ.Mathematiker
22 1784 * Friedrich Wilhelm Bessell, Mathematiker
24 1856 * Émile Picard, franz.Mathematiker
25 1575 * Christoph Scheiner, Mathematiker und Astronom
26 1925 † Friedrich W.Gottlob Frege, Mathematiker, 1941 † Henri Léon Lebesque, franz.Mathematiker
27 1667 * Johann Bernoulli, schweiz.Mathematiker, 1801 * George Airy, brit.Mathematiker, 1844 † John Dalton, brit.Physiker und Chemiker, 1871 * Ernst Zermelo, Mathematiker
28 1818 † Gaspard Monge, franz.Mathematiker, 1955 * Gerd Faltings, Mathematiker
29 1962 † Ronald Fisher, brit.Statistiker
31 1704 * Gabriel Cramer, schweiz.Mathematiker

August

02 1823 † Lazare de Carnot, franz.Mathematiker
04 1805 * William Rowan Hamilton, irisch.Mathematiker
05 1540 * Joseph Julius Scaliger, franz.Philologe, 1802 * Niels Henrik Abel, norweg.Mathematiker, 1941 * Alexander K.Dewdney, kanad.Mathematiker
08 1902 * Paul Adrien Maurice Dirac, franz.Physiker
09 1932 † John Charles Fields, kanad.Mathematiker
11 1464 † Nikolaus von Kues, Astronom
13 1814 * Anders Angström, schwed.Physiker, 1819 * George Gabriel Stokes, irisch.Physiker, 1822 † Jean Robert Argand, franz.Mathematiker
16 1705 † Jakob Bernoulli, schweiz.Mathematiker, 1821 * Arthur Cayley, engl.Mathematiker
17 1601 * Pierre de Fermat, franz.Mathematiker
18 1685 * Brook Taylor, engl.Mathematiker
19 1662 † Blaise Pascal, franz.Physiker und Mathematiker, 1822 † Jean Baptiste Joseph Delambre, franz.Mathematiker
21 1789 * Augustin Louis Cauchy, franz.Mathematiker
24 79 † Plinius der Ältere, antiker Mathematiker (starb beim Vesusausbruch)
26 1728 * Johann Heinrich Lambert, Mathematiker
27 1858 * Guiseppe Peano, ital.Mathematiker
28 1867 * Maxime Bôcher, US-Mathematiker
30 1856 * Carl Runge, Mathematiker, 1871 * Ernest Rutherford, brit.Physiker, Nobelpreisträger
31 1945 † Stefan Banach, poln.Mathematiker

September

01 1648 † Marin Mersenne, franz.Mathematiker, 1910 * Pierre Bézier, franz.Mathematiker
02 1865 † William Rowan Hamilton, irisch.Mathematiker
04 973 * Ab ur-Raihan Mohammed al-Biruni, pers.Astronom und Physiker
07 1707 * Comte de Georges Louis Buffon, franz.Biologe
08 1588 * Marin Mersenne, franz.Mathematiker
12 1918 † Maxime Bôcher, US-Mathematiker, 1958 Texas Instruments führt die erste integrierte Schaltung vor
13 1885 * Wilhelm Blaschke, österr.Mathematiker
14 1712 † Gionvanni Domenico Cassini, ital.Astronom
17 1826 * Bernhard Riemann, Mathematiker, 1954 † Tadeusz Banachiewicz, poln.Mathematiker
18 1752 * Adrien Marie Legendre, franz.Mathematiker, 1783 † Leonhard Euler, schweiz.Mathematiker
19 1710 † Ole Römer, dän.Astronom
20 622 Beginn der islamischen Zeitrechnung (Flucht Mohammeds aus Mekka)
21 1908 Hermann Minkowski erklärt erstmals die Zeit als "vierte Dimension"
22 1791 * Michael Faraday, engl.Naturwissenschaftler, 1903 * Andrej Andrejewitsch Markow, der Jüngere, sowjet.Mathematiker
23 1657 † Joachim Jungius, Mathematiker
24 1501 * Geronimo Cardano, ital.Mathematiker, 1801 * Michail W.Ostrogradski, russ.Mathematiker, 1844 * Max Noether, Mathematiker
25 1644 * Ole Römer, dän.Astronom, 1777 † Johann Heinrich Lambert, Mathematiker
26 1868 † August Ferdinand Möbius, Mathematiker, 1878 * Feodossi Krassowski, sowjet.Mathematiker
27 1783 † Étienne Bézout, franz.Mathematiker
28 1698 * Pierre Louis Moreau de Maupertuis, franz.Naturwissenschaftler
29 1749 * Jean Baptiste Joseph Delambre, franz.Mathematiker
30 1891 * Otto Schmidt, sowjet.Astronom und Mathematiker

Oktober

01 1948 † Feodossi Krassowski, sowjet.Mathematiker, 1995 in Großbritannien wird das metrische System eingeführt
03 1731 * Louis Bertrand, schweiz.Mathematiker
04 1582 Papst Gregor XIII. verkündet die Kalenderreform
05 1781 * Bernard Bolzano, tschech.Mathematiker
06 1831 * Julius W.Richard Dedekind, Mathematiker
08 1942 * Sergej Tschaplygin, sowjet.Mathematiker
10 1687 * Nikolaus Bernoulli, schweiz.Mathematiker
13 1776 * Peter Barlow, brit.Mathematiker
15 1608 * Evangelista Torricelli, ital.Physiker
16 1937 † William Sealy Gosset (Student), engl.Mathematiker
17 1888 * Paul Bernays, schweiz.Mathematiker
18 1871 † Charles Babbage, brit.Mathematiker
19 1910 * Subrahmanyan Chanedrasekhar, ind.Astrophysiker, Nobelpreisträger
20 1632 * Sir Christopher Wren, engl.Mathematiker, 1891 * James Chadwick, engl.Physiker
21 1969 † Waclaw Sierpínski, poln.Mathematiker
22 1587 * Joachim Jungius, Mathematiker

24 1601 † Tycho Brahe, dän.Astronom, 1635 † Wilhelm Schickard, Mathematiker
25 1449 † Muhammad Taragaj Ulugh-Beg, usbek.Mathematiker, 1647 † Evangelista Torricelli, ital.Physiker, 1811 * Èvariste Galois, franz.Mathematiker
29 1783 † Jean le Rond D'Alembert, franz.Mathematiker
31 1815 * Karl Weierstraß, Mathematiker

November

02 1815 * George Boole, engl.Mathematiker
03 1643 † Paul Guldin, schweiz.Mathematiker, 1867 * Wilhelm Kutta, Mathematiker, 1891 † Francois E.A.Lucas, franz.Mathematiker, 1918 † Alexander Ljapunow, russ.Mathematiker, 1967 † Alexander Craig Aitken, neuseel.Mathematiker
08 1656 * Edmond Halley, engl.Astronom, 1848 * Friedrich W.Gottlob Frege, Mathematiker, 1914 * George Bernard Dantzig, engl.Mathematiker
09 1885 * Hermann Weyl, Mathematiker
11 1675 Gottfried Wilhelm von Leibniz veröffentlicht seine Differenzialrechnung
12 1944 † Georg David Birkhoff, US-Mathematiker
14 1716 † Gottfried Wilhelm Leibniz, Mathematiker
15 1630 † Johannes Kepler, Astronom und Mathematiker, 1738 * Friedrich Wilhelm Herschel, Astronom
16 1717 * Jean le Rond D'Alembert, franz.Mathematiker, 1835 * Eugenio Beltrami, ital.Mathematiker
17 1790 * August Ferdinand Möbius, Mathematiker
20 1602 * Otto von Guericke, Physiker, 1856 † Farkas Bolyai, ungar.Mathematiker, 1924 * Benoit Mandelbrot, poln.Mathematiker
21 1905 Einstein veröffentlicht seine berühmte Gleichung $E = mc^2$
25 1999 † Pierre Bézier, franz.Mathematiker
26 1894 * Norbert Wiener, US-Mathematiker
27 1701 * Anders Celsius, schwed.Astronom, 1754 † Abraham de Moivre, franz.Mathematiker
29 1759 † Nikolaus Bernoulli, schweiz.Mathematiker, 1800 in Paris wird das Meter offiziell als Längenmaß eingeführt, 1803 * Christian Doppler, österr.Physiker

Dezember

01 1764 † Christian Goldbach, Mathematiker, 1792 * Nikolai I.Lobatschewski, russ.Mathematiker
02 1594 † Gerhard Mercator, belg.Geograph, 1966 † Luitzen E.J.Brouwer, niederl.Mathematiker, 1970 Großbritannien führt wieder die Greenwich-Time ein
03 1647 † Francesco B.Cavalieri, ital.Mathematiker
05 1770 † James Stirling, engl.Mathematiker
08 1869 † George Boole, engl.Mathematiker, 1894 † Pafnuti L.Tschebyschow, russ.Mathematiker, 1955 † Hermann Weyl, Mathematiker
10 1804 * Carl Gustav Jakob Jacobi, Mathematiker
11 1941 † Émile Picard, franz.Mathematiker
13 1603 † Francois Vieta, franz.Mathematiker, 1887 * Georg Pólya, ungar.Mathematiker, 1921 † Max Noether, Mathematiker
14 1546 * Tycho Brahe, dän.Astronom, 1557 † Nicolo Tartaglia, ital.Mathematiker
15 1802 * Janos Bólyai, ungar.Mathematiker
17 1842 * Sophus Lie, norweg.Mathematiker
18 1848 † Bernard Bolzano, tschech.Mathematiker
20 1962 † Emil Artin, Mathematiker
22 1867 † Jean Victor Poncelet, franz.Mathematiker, 1887 * Srinivasa Aiyangar Ramanujan, ind.Mathematiker
24 1822 * Charles Hermite, franz.Mathematiker, 1868 * Emanuel Lasker, Mathematiker, 1962 † Wilhelm Ackermann, Mathematiker
25 1944 † Wilhelm Kutta, Mathematiker
26 1792 * Charles Babbage, engl.Mathematiker, 1937 * John Horton Conway, engl.Mathematiker
27 1571 * Johannes Kepler, Astronom und Mathematiker, 1654 * Jakob Bernoulli, schweiz.Mathematiker
28 1882 * Arthur Stanley Eddington, brit.Astronom, 1903 * Johann von Neumann, österr.Mathematiker
29 1731 † Brook Taylor, engl.Mathematiker
31 1610 † Ludolf van Ceulen, Mathematiker

Mathematik wird in verschiedenen Sprachen genannt ...

Afrikaans	wiskunde	Albanisch	matematika
Alemmanisch	mathématiques	Arabisch	رياضيات
Aragonesisch	matematicas	Armenisch	մաթեմատիկոս
Aseri	riyaziyyat	Asturisch	matemátiques
Baskisch	matematika	Bengali	gonit
Bosnisch	matematika	Bretonisch	matematik
Bulgarisch	математика	Catalanisch	matemàtiques
Cebuano	pangihap	Creek-Alabama	holtina
Dänisch	matematik	Deutsch	Mathematik
Elsässisch	mathématiques	Englisch	mathematics
Esperanto	matematiko	Estnisch	matemaatika
Faröisch	stjørnufrøði	Farsi-Persisch	رياضيات
Finnisch	matematiikka	Französisch	mathématiques
Friesisch	wiskunde	Gälisch	matamaitic
Galizisch	matemática	Griechisch	μαθηματικά
Haussa	hìsaabìì	Hawaiisch	makemakika
Hebräisch	mtmjyqh	Hindi	अंक शास्त्र
Hiragana	すうり	Holländisch	wiskunde
Ido	matematik	Indonesisch	matematika
Inguschedisch	hwisaab	Interlingua	mathematica
Isländisch	stærðfræði	Italienisch	matematica
Japanisch – Kanji	数理	Japanisch – Kana	すうがく
Japanisch phonetisch	suugaku	Kasachisch	есеп
Khmer	គណិតសាស្ត្រ	Koreanisch	수학
Korsisch	matematica	Kreolisch	matematik
Kroatisch	matematika	Lao	ຄະນິດສາດ
Latein	mathematica	Lettisch	matematika
Litauisch	matemātika	Mandarin	数学
Malaiisch	matematik	Maltesisch	matematka
Maori	tätai	Mongolisch	тооны шинжлэх ухаан
Norwegisch	matematikk	Papiamento	matemátika
Pinyin-Chinesisch	shu° xue^2	Polnisch	matematyka
Portugiesisch	matemática	Punjabi	ਗਣਿਤ ਵਿਦਿਆ
Rumänisch	matematică	Russisch	математика
Schottisch	matamataig	Schwedisch	matematik
Serbisch	математика	Slowakisch	matematika
Slowenisch	matematika	Spanisch	matemáticas
Suaheli	hisabati	Tatarisch	matematik
Thai	คณิตศาสตร์	Tokipona	sona nanpa
Tschechisch	matematika	Türkisch	matematik
Ukrainisch	математика	Ungarisch	matematika
Vietnamesisch	Toa’n Học	Walisisch	mathemateg
Weißrussisch	матэматыка		