

LVZ-Verlag
1981

INTERNATIONAL

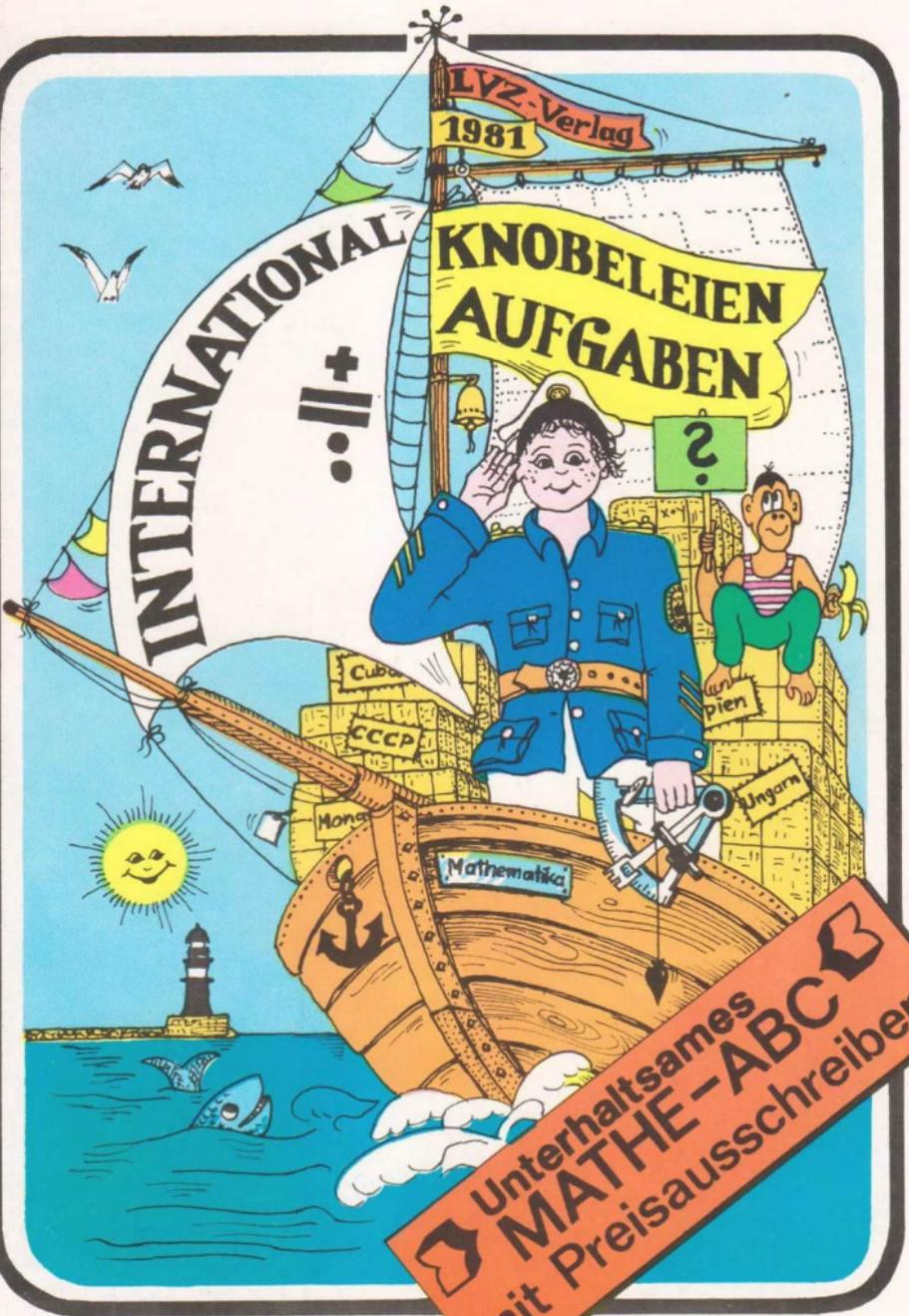
•||+

KNOBELEIEN
AUFGABEN

?

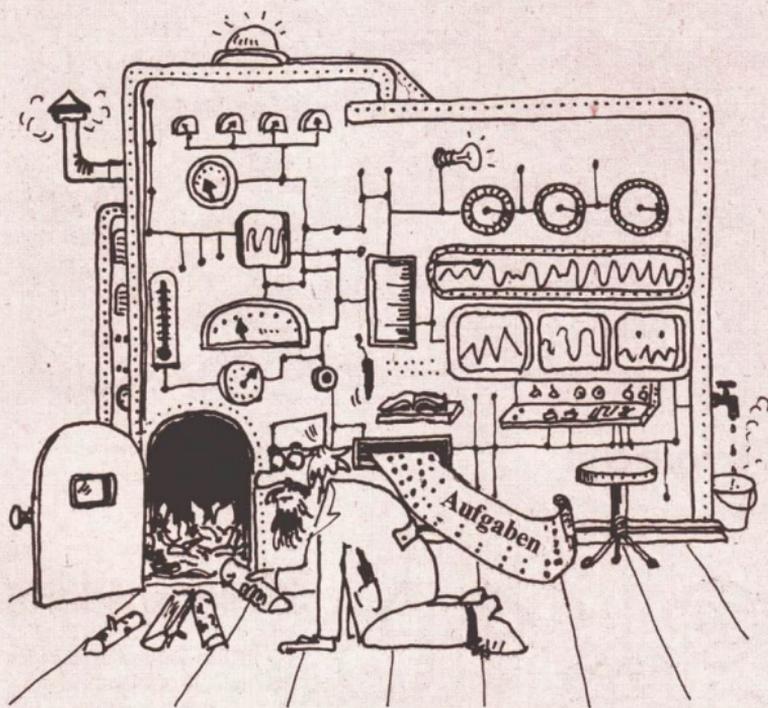
Cuba
CCCP
Hona
Mathematika
Jugarn
Lun
Pien

Unterhaltsames
MATHE-ABC
mit Preisausschreiben

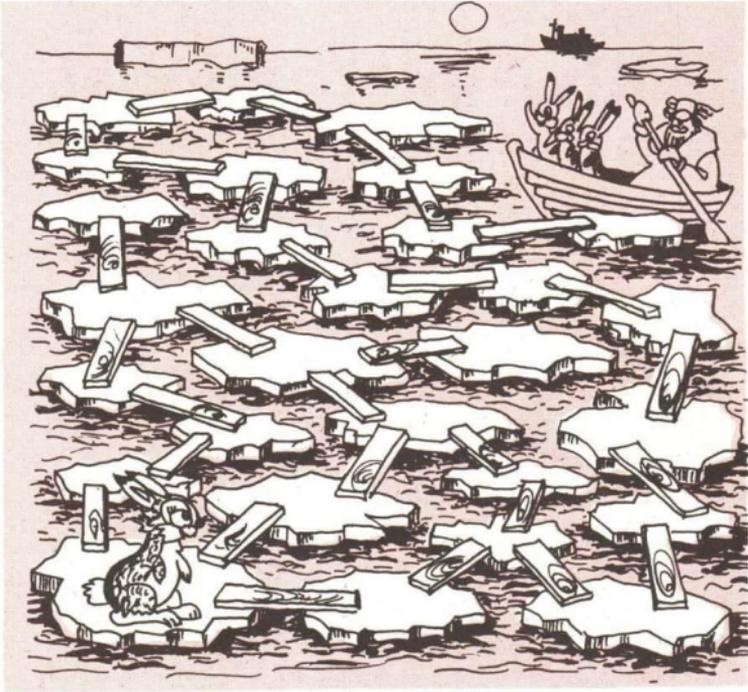


Mathe-International

Verlag Leipziger Volkszeitung 1981



"Er rechnet großartig und hat sogar durch einen Neuerervorschlag seinen Holzverbrauch gesenkt!"



Irrgarten

Drei Hasen wurden schon aus dem Eis gerettet.
Wie kommt das vierte Häschen in das Boot?



Zahlenspielerei

In den Zeichnungen haben
sich die Ziffern 1 bis 9
versteckt.
Findet sie heraus!



1. Rechne!



$$\square + \square = \square$$



Mongolei

2.

$$\square + \square \quad 5 + 4 \quad \square + \square$$



$$10 - \square \quad 15 - \square$$

$$\square + \square \quad \square - 5 \quad \square + \square$$

Tschechoslowakei

3.



Bilde Aufgaben und rechne so:

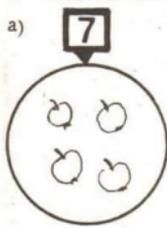
$$5 + 4 = 9; \quad 9 - 4 = 5!$$



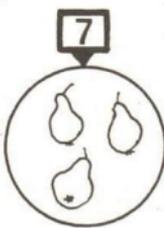
Ungarn

4. Wieviel fehlt?

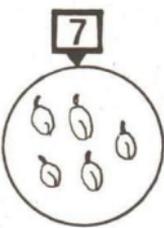
a)



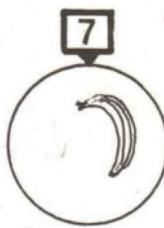
3



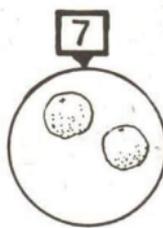
—



—



—



—

Österreich

Aus einem norwegischen Mathematikbuch

$$4 + 5 = 9$$

Denne reknemåten kallar vi addisjon.Tala 4 og 5 er ledd.Talet 9 er summen av 4 og 5.

$$5 + 4 = 9$$

ledd ledd sum

Ledd pluss ledd
er lik sum



Bildlogik

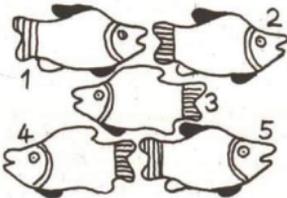


Betrachtet die jeweiligen Dreiergruppen!

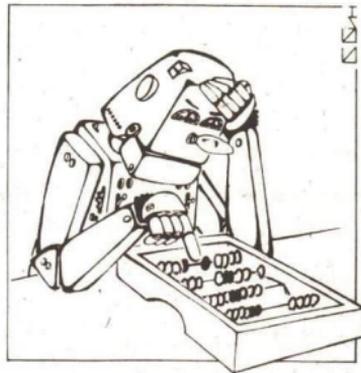
Findet dabei eine Logik in der Reihenfolge der Darstellungen!

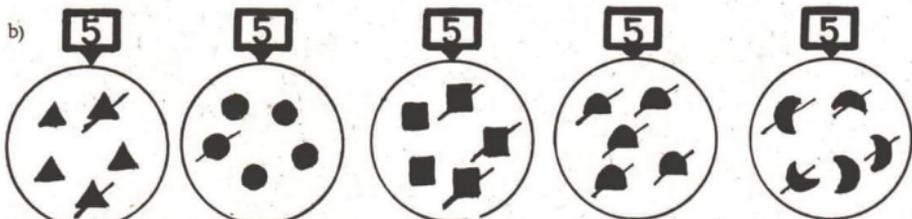
Frage: Wie muß das dritte Bild in der letzten Dreierreihe aussehen?

Verkehrter Fisch



Einer von diesen fünf Fischen
paßt nicht so recht zu den
vier übrigen - welcher ist es?



b) 

5 - 2 = 3

Wieviel bleibt übrig?

Österreich

5. 8 Personen sollen zu Mittag essen. Nadja deckt den Tisch und hat schon 6 Löffel und 4 Gabeln aufgelegt. Wieviel Löffel und wieviel Gabeln muß sie noch holen?

Sowjetunion

6.

Mongolei

7. Mutter kaufte 6m weißen und 3m roten Kattun. Wieviel Meter Kattun kaufte die Mutter zusammen?

Ägypten

8. Ein Zug fuhr mit 14 Waggons aus Hamburg ab. Auf einem Bahnhof wurden 4 Waggons abgehängt. Mit wieviel Waggons ist der Zug weitergefahren? Bundesrepublik Deutschland

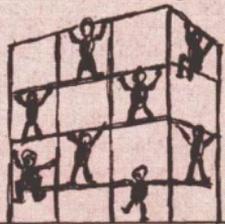
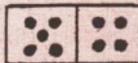
9. Peter soll nicht mehr als 7 kg nach Hause tragen. Die Mutter kauft 5 kg Kartoffeln, 2 kg Zwiebeln, 3 kg Tomaten und 1 kg Obst. Welche der eingekauften Waren könnte Peter nach Hause tragen?

Deutsche Demokratische Republik

Aus einem jugoslawischen Mathematikbuch

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
 radna bilježnica
 RAČUNAMO I MJERIMO 1

Ordne zu!



Zahlenmann



Michael hat einen lustigen Mann gezeichnet und dazu nur Zahlen verwendet. Addiert sie, dann wißt ihr, wie alt der Mann ist!

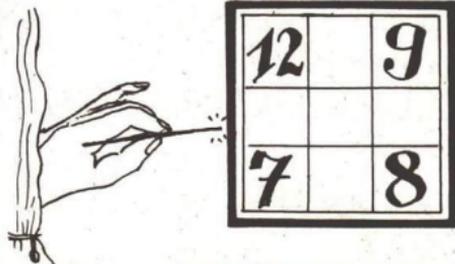


Zur Probe

Welcher Werfer trifft den Mittelpunkt?

Magisches Quadrat

Ergänzt die freien Felder durch Zahlen so, daß die Summe der waagerechten und senkrechten Reihen stets 30 beträgt!





1. a) $3 \cdot \square = 27$ b) $\square : 2 = 10$ c) $20 : \square = 4$ d) $\square \cdot 7 = 56$
 $2 \cdot \square = 14$ $\square : 6 = 3$ $18 : \square = 9$ $\square \cdot 8 = 48$
 $7 \cdot \square = 35$ $\square : 8 = 4$ $21 : \square = 7$ $\square \cdot 6 = 42$
 $5 \cdot \square = 45$ $\square : 3 = 9$ $40 : \square = 5$ $\square \cdot 9 = 63$

Polen

2.

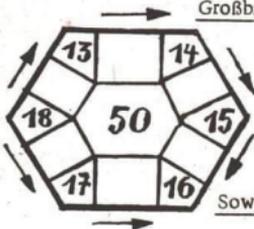
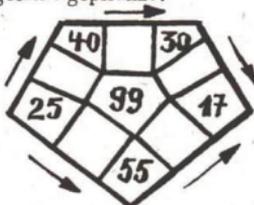
a	b	a · b	2a	3b	a + b	2a + 3b
1	2					
2	3					
3		15				
5				12		
7					15	
8	0					
10	10					

Jugoslawien

3. In einem Park werden 57 Lindenbäumchen und um 20 weniger Kastanienbäumchen gepflanzt. Wieviel Bäumchen wurden insgesamt gepflanzt?

Großbritannien

4. Setze ein und rechne!



Sowjetunion

5. Mihai hat 100 Lei. Davon bezahlt er in einem Geschäft mit drei Stück 5-Lei-Scheinen, zwei Stück 10-Lei-Scheinen und einem 50-Lei-Schein. Wieviel Lei bleiben ihm übrig?

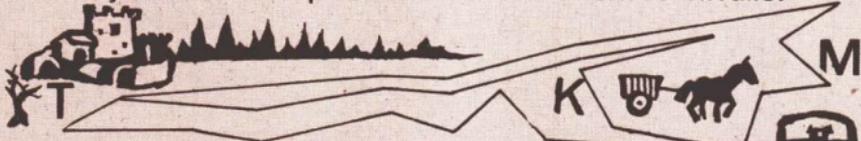
Rumänien

Aus einem finnischen Mathematikbuch

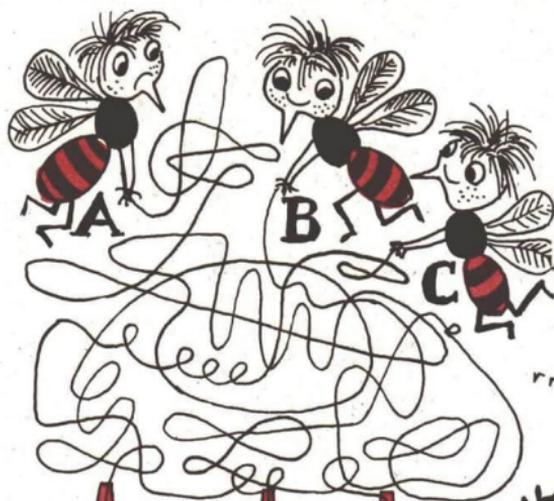
Satumaan linnasta johtaa aarten luo kolme tietä:

Tammikuja (= T), Metsäpolku (= M) ja Kärrytie (= K).

Mittaa jokaisen tien pituus. Merkitse tulokset viivalle.



Von der Burg bis zur Schatztruhe führen drei Wege: T, K und M.
Welcher ist der kürzeste?



Bienenfleiß

Welche Biene hat den meisten Honig gesammelt?



Für Knobler

Setzt die Zahlen eins, zwei, drei und vier in die Lücken ein!

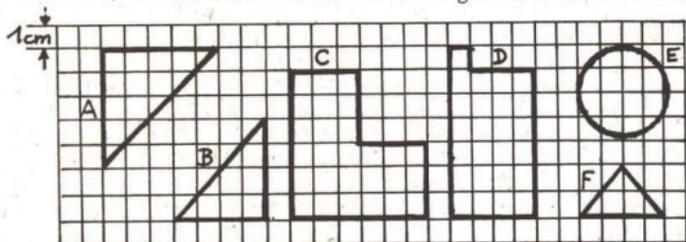
??

Rum se
Tannen g
Kle Adt
Kla stunde



6. Zähle aus, wieviel Quadratzentimeter die eingezeichneten Flächen haben!

Ungarn



7. 24 Pioniere teilen sich in drei Gruppen auf.
Wieviel Pioniere sind in jeder Gruppe?

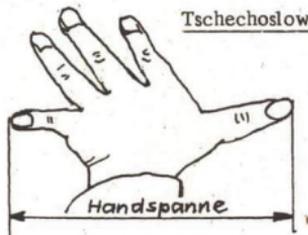
8. Wer hat die größere Handspanne,
du oder dein Freund?

a) Miß mit der Handspanne die Länge und Breite
des Wohnzimmermöbels!

Welche Maßzahl erhältst du und welche dein Freund?

b) Bernd mißt die Breite des Schrankes mit 12 Handspannen, Thomas mit 11.

Wer hat die kleinere Handspanne?



Tschechoslowakei

Bundesrepublik Deutschland

9. Toni wiegt 31 kg, Liese wiegt 25 kg, Otto wiegt 36 kg, und Resi wiegt 24 kg. Die Mutter sagt: "Ich bin doppelt so schwer wie Otto, Oma ist doppelt so schwer wie Toni. Der Vater ist dreimal so schwer wie Liese. Die kleine Schwester ist halb so schwer wie Resi. Resi ist viermal so schwer wie der kleinere Bruder". Rechne!

Österreich

10. Zum Bau einer Grünanlage kamen 26 Helfer. Als man sie in gleich große Brigaden einteilen wollte, blieb ein Helfer übrig. Wieviel Brigaden hatte man eingeteilt, und wieviel Helfer waren in jeder Brigade?

Deutsche Demokratische Republik

Aus einem dänischen Mathematikbuch

Du hast 100 Kronen. Kauf dafür drei Gegenstände!

Du har 100 kr. Køb tre ting.



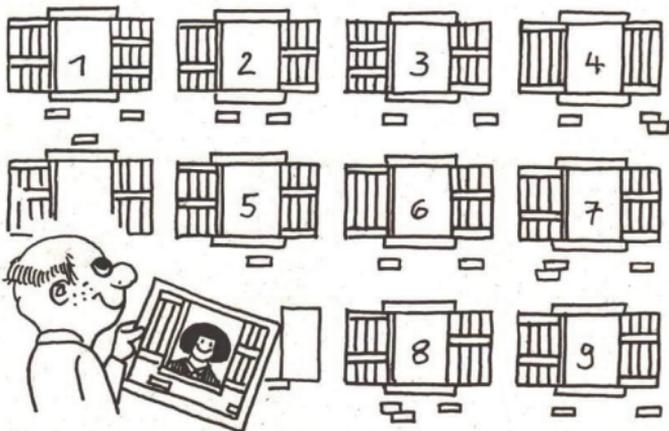
Verschlungenes

Na, das sieht ja tüchtig verfilzt aus! Ob jeder sein Spielzeug herausfindet? Und wer hat eigentlich den Hund an der Leine?



Augen auf!

An welchem Fenster hat Karin bei der Aufnahme des Fotos gestanden?



Mathe International Klassenstufe 3

1. Löse folgende Gleichungen!

- a) $3 \cdot x + 8 = 35$ b) $x : 8 + 6 = 10$ c) $5 \cdot a - 40 = 0$ d) $(x + 5) : 4 = 8$
 e) $(x - 7) \cdot 4 = 60$ f) $(x - 9) \cdot 7 = 56$

Polen

2.

•	8	6	12	15	21	25	50			
3								333		
5									85	
7										245

Bulgarien

3. a) Wie lange dauert es noch, bis der Expreszug nach Wien abfährt?
 b) Wie lange dauert es bis zur Abfahrt der anderen Züge?
 c) Wie lange dauert es bis zur Ankunft des Personenzuges aus Linz?
 d) Durch ein Unwetter hat der Zug aus Graz 45 Minuten Verspätung.
 Um welche Zeit ist mit seiner Ankunft zu rechnen?



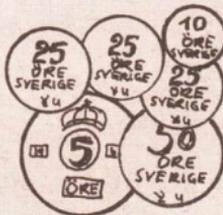
Österreich

4. Die Länge der Wolga beträgt 3 531 km. Sie ist um 561 km kürzer als der Jenissei, und der Jenissei ist um 2 222 km länger als der Don.
 Berechne die Längen von Jenissei und Don!

Sowjetunion

Aus einem schwedischen Lehrbuch Wieviel Öre sind das jeweils? (1 Krone = 100 Öre)

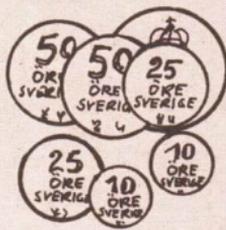
Hur många öre är det i varje ruta?



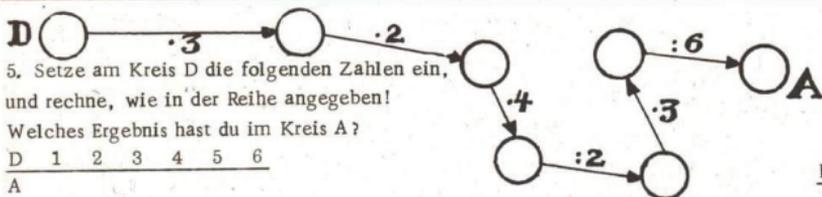
___ öre



___ öre



___ öre



Belgien

6. Die Entfernung von Brest nach Moskau beträgt 1 099 km, von Moskau nach Swerdlowsk 1 667 km, von Swerdlowsk nach Nowosibirsk 1 524 km und von Nowosibirsk nach Irkutsk 1 851 km.

Sowjetunion

Wie groß ist die Entfernung von Brest nach Irkutsk?

7. a) $111+112+113$ b) $222+223+224$ c) $421+142+122$ d) $333+444+111$
 $121+131+141$ $212+321+123$ $212+111+333$ $341+413+134$
 $111+211+312$ $311+113+133$ $555+111+232$ $344+422+122$

Rumänien

8. Als das Empire State Building in New Yorks Innenstadt gebaut wurde, war es das höchste Bauwerk der Welt. Es war rd. 1 500 Fuß hoch und hatte über 100 Etagen. Es gab über 60 Fahrstühle. Die Treppen vom Erdboden bis zur Spitze hatten 1 900 Stufen.

- a) Es gibt über 6 000 Fenster in diesem Gebäude, die von 100 Männern geputzt werden sollen. Wieviel Fenster muß jeder reinigen, wenn die Arbeit gleichmäßig verteilt wird?
- b) Wenn jeder der 60 Fahrstühle 12 Personen faßt, wieviel Leute können dann gleichzeitig die Fahrstühle benutzen?
- c) Es dauerte von Ende Juli 1950 bis Ende Dezember 1951, um den Fernsehmast auf die Spitze des Hauses zu setzen. Wieviel Monate waren dies?

USA

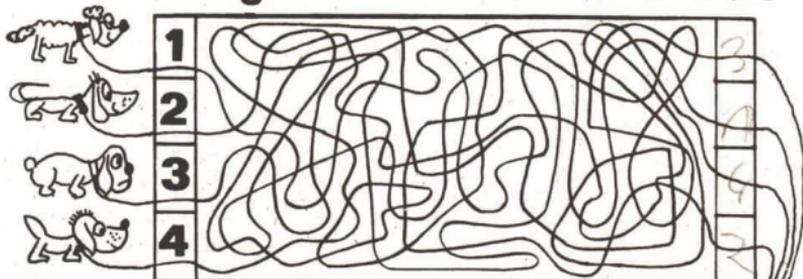
segments	AB	BC	CD	DE	EF	FG	HL
mesure en cm							

Mesure la longueur des segments donnés puis reporte les résultats trouvés dans le tableau.

Aus einem französischen Lehrbuch

Miß die Länge der einzelnen Teilstrecken, und trage die gefundenen Ergebnisse in die Tabelle ein!

Zur ungeteilten Aufmerksamkeit



Jetzt geht's rund! An welcher Leine hängt Bessie?
Verfolge mit den Augen (ohne Bleistiftilf) die
Leinen!

Trage am Ende jeder Leine die Nummer ein,
die an ihrem Anfang steht!



Gedächtnisübung

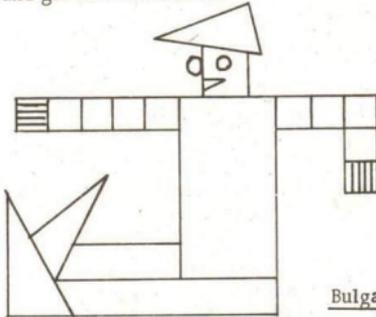


Betrachte aufmerksam die drei Schattenbilder!
Decke sie zu, und versuche, unter den vielen Uhren
die richtigen drei auszuwählen!
Sie müssen mit den Schattenbildern übereinstimmen.
Welche sind es?





1. Benenne alle geometrischen Figuren, und gib ihre Anzahl an!



Bulgarien

2. Löse die folgenden Gleichungen!

a) $21 \cdot x = 378$

b) $(36 \cdot 18) : x = 24$

$396 : x = 36$

$(408 : 34) \cdot x = 348$

$264 : x = 22$

$50 \cdot x = 328 - 178$

$81 \cdot x = 891$

$(658 - 233) : x = 25$

c) $12 \cdot x = 126 + 162$

$(496 + 131) : x = 19$

$70 \cdot x = 35 \cdot 6$

$17 \cdot x = 714 : 3$

Niederlande

3. Anlässlich des Festkonzertes zum XV. Parteitag der KPČ in Mladá Boleslav reisten 2000 Pioniere in 40 Autobussen an. In jedem Autobus waren fünf Erwachsene einschließlich des Fahrers.

Wieviel Leute waren zu dem Festkonzert angereist?

Tschechoslowakei

Aus einem polnischen Mathematikbuch

Addiere und ordne zu!

A

(586)

(312,501)

(275,481)

(342,529)

(,92)

(456,)

(,109)

(721,)

(685,228)

(379,)

(884,)

(,199)

(629,)

(359,471)

B

988

813

756

492

871

1000

913

144

914

971

642

830

954

Konzentriere dich!

Hier haben wir eingekauft, Kreise für je zehn Pfennig, Quadrate für je acht Pfennig, Rechtecke für je fünf Pfennig, Dreiecke für je drei Pfennig.

Erste Frage: Wieviel Kreise, Quadrate, Rechtecke und Dreiecke sind es?

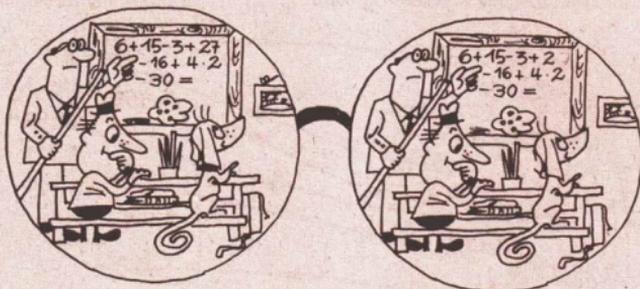
Zweite Frage: Wieviel Geld haben wir ausgegeben?

Kreise:	<input type="checkbox"/>
Quadrate:	<input type="checkbox"/>
Rechtecke:	<input type="checkbox"/>
Dreiecke:	<input type="checkbox"/>



Aufgepaßt!

Das linke Brillenglas ist stärker. Acht kleine Dinge sind rechts nicht mehr zu sehen!



Mathe International Klassenstufe 4

4. Der Fahrer eines Autobusses fährt die Strecke Prag-Mělník sechsmal am Tag. Nach dem Fahrplan fährt er die Strecke in 45 Minuten.

Wieviel Minuten ist der Autobus täglich unterwegs?

Tschechoslowakei

5. Vervollständige die magischen Quadrate, so daß die Summe der Zahlen in jeder Reihe, Spalte und Diagonalen immer gleich ist!

Mongolei

6	16		
	8		
			10

13			
	14		
			15

15	25	35	
20			

6. Ergänze die Tabelle!

x	127		192	341	5002	122		
y	94	1570			9245		9457	798
$8 \cdot x + y$		9546	4561			3322	21281	
$8 \cdot (x + y)$				4672				13792

Ungarn

7.

$$\begin{array}{r} 5 \square \square 8 \\ + 3 2 9 \square \\ \hline \square 0 0 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \square 3 \\ - 7 6 7 9 \\ \hline 1 6 7 \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \square 6 2 \\ - 3 \square \square \\ \hline 6 8 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square 7 8 \square \\ + 6 9 \square 4 \\ \hline 10 \square 9 0 \end{array}$$

Algerien

Aus einem österreichischen Mathematiklehrbuch

Die Karte zeigt die Bundesländer Österreichs, die Fläche der Bundesländer in km^2 .

a) Ordne die Bundesländer nach der Größe,

und beginne dabei mit dem größten!

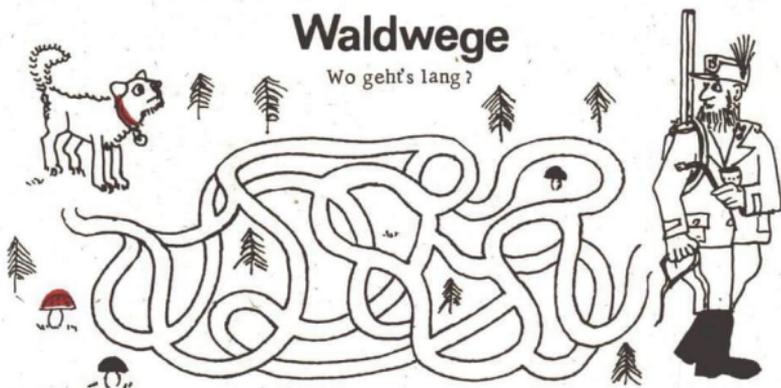
b) Rechne aus, wieviel km^2 das ganze

Bundesland Österreich hat!



Waldwege

Wo geht's lang?



Zahlentausch

Die Zahlen in dem Kreis sollen untereinander ausgetauscht werden, so daß die Summe der Zahlen in jedem Viertelbereich jeweils 29 ergibt.

Wer hat den richtigen Blick?





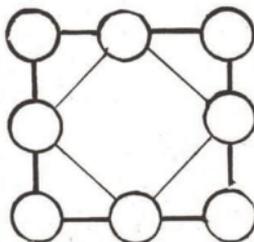
1. Ein Schüler schreibt 5,30 Stunden statt 5 h 30min. Wieviel Minuten beträgt der dadurch entstandene Fehler? Ungarn

2. Ein rechteckiger Obstgarten, der halb so breit wie lang ist, wird von einem 210m langen Zaun umgeben. Welchen Flächeninhalt besitzt dieser Obstgarten? Rumänien

3. Ali und Mahmud sammeln Guaven im Garten. Dabei sammelt Mahmud soviel Guaven wie die Summe aus dem Nachfolger der Anzahl der von Ali gesammelten Guaven und 7 Guaven. Zusammen sammelten sie 64 Guaven. Wieviel Guaven sammelte Ali und wieviel Mahmud? (Guave ist eine birnenartige Frucht.) Algerien

4. Drei Mädchen haben drei Bälle, einen roten, einen grünen und einen blauen. Von den folgenden drei Aussagen ist eine wahr, die beiden anderen sind falsch. Niederlande

- (1) Anja hat nicht den grünen Ball.
 (2) Birte hat nicht den blauen Ball.
 (3) Chrsta hat den grünen Ball.
 Welches Mädchen hat welchen Ball?



5. Trage die natürlichen Zahlen von 5 bis 12 so in die Kreisfelder ein, daß die Summe der vier Eckzahlen von beiden Quadraten gleich ist!

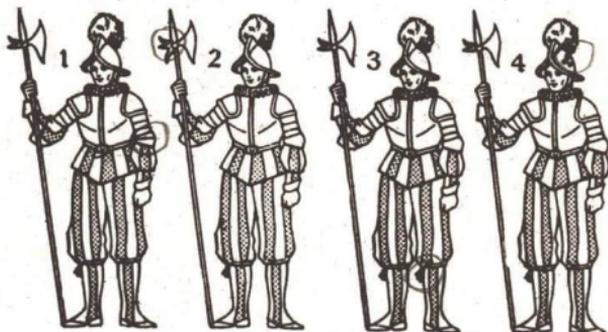
6. Von den 27 Schülern einer Klasse sind neun im Chor, sechs im Orchester, 14 in keinem von beiden. Wieviel Schüler sind a) im Chor und zugleich im Orchester, b) nur im Chor, c) nur im Orchester, d) nicht im Chor, e) nicht im Orchester? Sowjetunion

7. Jemand benötigt zum Auslegen des Fußbodens einer 2m breiten und 3,20m langen Küche genau 1000 Fliesen. Welche Kantenlänge hat jede dieser quadratischen Fliesen? (Die Fugen bleiben unberücksichtigt.) Island

Aus einem Schweizer Mathematikbuch

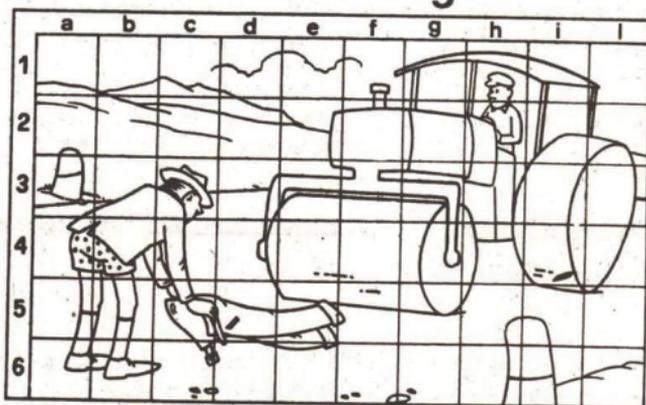
In den Freibergen wird das Regenwasser, das auf die Dächer fällt, gesammelt. Für das Dorf Saignelégier beträgt die mittlere jährliche Niederschlagsmenge 1345 mm. Berechne die jährliche Wassermenge, die vom Dach in die Zisterne eines Hauses fließt, das einen quadratischen Grundriß von 15 m Seite aufweist!

Genau hinsehen!



Wenn ihr die Zeichnungen genau betrachtet, so entdeckt ihr, daß sich jede durch irgendeine Kleinigkeit von der anderen unterscheidet.

Einfache Lösung

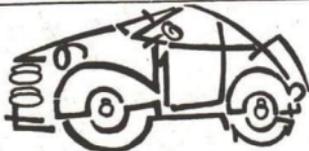


Bevor die Dampfwalze über die Hose rollt, sollt ihr mit Hilfe des Rasters angeben, welche Quadrate völlig übereinstimmen. Wieviel sind es?



8. Zu einer Familie gehören sieben Kinder. Jeder Junge hat doppelt soviel Schwestern wie Brüder. Wieviel Jungen bzw. Mädchen gehören zu dieser Familie? Bulgarien

9. Otto sagt: "Wenn ich neunmal so alt bin wie jetzt, fehlt mir zu 100 Jahren gerade noch mein jetziges Alter." Wie alt ist Otto heute? Schweiz



Addiere die einstelligen Zahlen des PKW, und du weißt, wieviel Kilometer je Stunde er fahren kann!

10. Werner zählt sein erspartes Geld nach und stellt fest, daß er 29 DM besitzt. In der Sparbüchse befinden sich nur Münzen zu 2 DM und 5 DM. Wieviel 2-DM-Münzen und 5-DM-Münzen könnte Werner haben? Bundesrepublik Deutschland

11. Eine Schulklasse mietet für eine Exkursion einen Autobus. Dafür muß jeder der 33 Schüler 20 Schilling bezahlen. Wieviel Schilling hat jeder der teilnehmenden Schüler zusätzlich zu bezahlen, wenn vor der Abfahrt drei Schüler erkranken und ihr Geld zurück erhalten? Österreich



12. Es wird mit zwei Spielwürfeln gewürfelt. Welche Augenzahlen (a, b) können mit den Spielwürfeln geworfen werden, wenn

- (1) die Summe der Augenzahlen 9 ist, (2) das Produkt der Augenzahlen größer als 10 ist, (3) sich die Summe der Augenzahlen durch 5 teilen läßt, (4) die Summe der Augenzahlen kleiner als 6 ist, (5) die Summe der Augenzahlen zwischen 4 und 8 liegt, (6) kein Würfel eine gerade Augenzahl zeigt, (7) die Differenz der Augenzahlen größer als 2 ist?

Deutsche Demokratische Republik

Aus einem mongolischen Mathematikbuch

Одны оронд $>$, $<$, $=$ тэмдгээс тохирохыг тавь

$$45 - (7 + 15) * 45 - 15 + 7 \quad 8.9 + 8 * 8.10$$

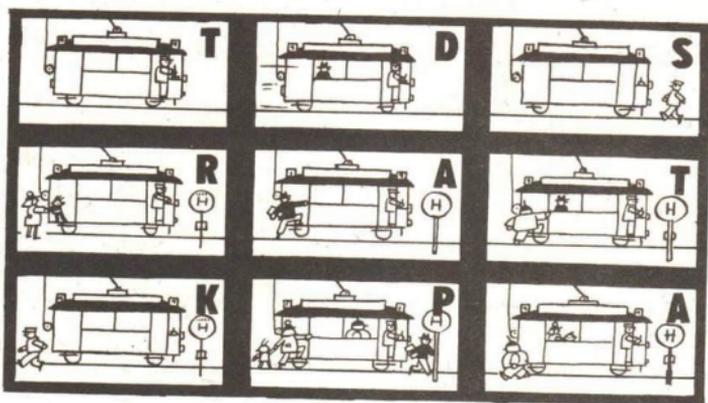
$$(74 + 18) - 9 * 74 - 9 - 18 \quad 9.5 - 5 * 9.4$$

$$a - (b + c) * a - b - c \quad 10.6 - 10 * 10.5$$

$$(c + b) - a * c - b - a \quad 7.6 - 6 * 7.7$$

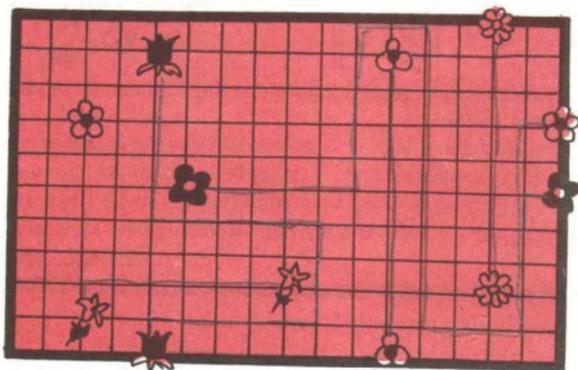


Endstelle



Straßenbahn-Kombination

Steigt ein, steigt aus,
und zieht die Stirne kraus!
So ergibt es keinen Sinn,
doch seht einmal genauer hin!
Der Name der Endstation ist in
den Buchstaben verborgen,
nur macht die Reihenfolge etwas Sorgen.



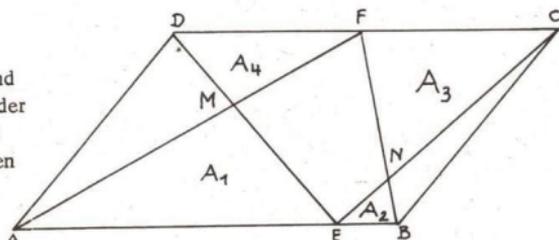
Geschickt verbinden!

Immer zwei gleiche Blumen sind durch eine Linie zu verbinden, ohne daß sich die Wege kreuzen. Und immer schön exakt an den gezeichneten Linien entlang!



1. Eine Badewanne kann in sechs Minuten gefüllt werden. Die Entleerung dauert zehn Minuten. Wann würde die Badewanne überlaufen, wenn jemand Wasser einlaufen läßt und gleichzeitig vergißt, den Abfluß zu schließen? Polen

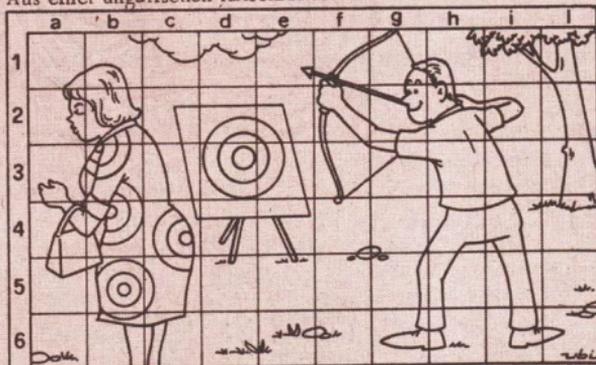
2. Ein beliebiger innerer Punkt E der Seite \overline{AB} des Parallelogramms ABCD wurde mit den Punkten C und D, ein beliebiger innerer Punkt F der Seite \overline{CD} mit den Punkten A und B verbunden. Die Verbindungsgeraden schneiden sich in den Punkten M und N. Es seien A_1, A_2, A_3, A_4 die Flächeninhalte der Dreiecke $\triangle AEM, \triangle EBN, \triangle CFN, \triangle FDM$. Es ist nachzuweisen, daß die Beziehung $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$ gilt! Niederlande



3. Eine Bäuerin verkauft Eier, im ganzen weniger als 400 Stück. "Wieviel Eier haben Sie?", wird sie gefragt. Sie antwortet: "Wenn ich die Anzahl durch 2 oder durch 3 oder durch 4 oder durch 5 oder durch 6 teile, bleibt jedesmal eins übrig. Wenn ich sie durch 7 teile, geht die Teilung auf." Wieviel Eier will die Bäuerin verkaufen? Jugoslawien

4. Wieviel vierstellige natürliche Zahlen lassen sich mit Hilfe der Ziffern 1, 2, 3 und 4 schreiben, wenn in jeder der Zahlen jede der zu verwendenden Ziffern genau einmal vorkommen soll? Schreibe alle diese Zahlen auf! Island

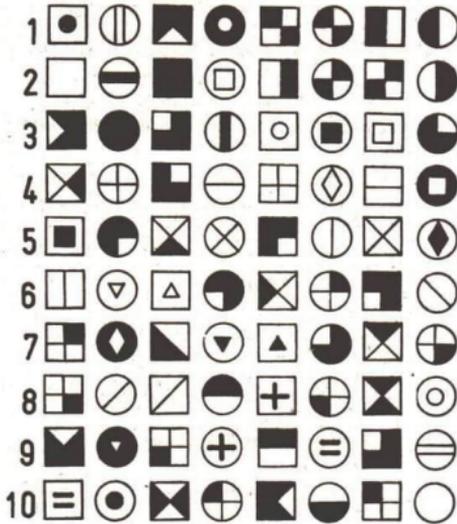
Aus einer ungarischen Rätselzeitschrift



Nemcsak a céltáblából van több egyforma a rajzon, hanem a négyzetháló mezőiből is. Vegye célba mindegyiket, és a koordináták segítségével határozza meg a teljesen egyformákat!

ITT
A
NYLAM!

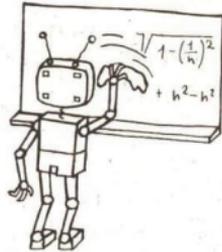
Welche drei
Quadrate sind
deckungsgleich?



Abstrakt

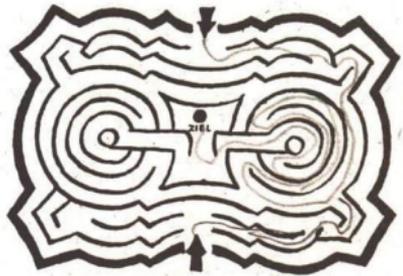
Zwei von den Bildern sind gleichförmig, und ihr Muster ist in der gleichen Richtung gezeichnet.

Welche sind die beiden?



Labyrinth

Nun lauf geschwind durch's Labyrinth!
Und sei gewandt mit dem Verstand!
Sind die Augen allein zu schwach,
hilf mit einem Bleistift nach!





5. Es ist zu untersuchen, ob die Summe der Brüche $\frac{5}{9}$ und $\frac{1}{4}$ kleiner oder größer als der Bruch $\frac{17}{19}$ ist!

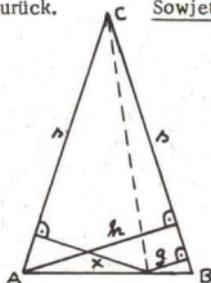
Bulgarien

6. Drei Matrosen verlassen gleichzeitig ihren Heimathafen. Der erste kehrt jeweils nach 15 Tagen, der zweite nach 18 Tagen und der dritte nach 60 Tagen zurück. Nach wieviel Tagen sehen sie sich wieder?

Sowjetunion

7. Beweise: Für jeden Punkt der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks ist die Summe der Abstände von den Schenkeln konstant, und zwar gleich der Höhe auf einem Schenkel.

Österreich



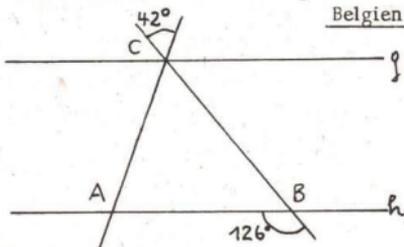
8. Ein Schüler braucht für die Hälfte seines Schulweges fünf Minuten mehr als für ein Drittel des Schulweges. Wieviel Zeit braucht er für den ganzen Schulweg?

Kuba

9. Wieviel Pfund Sterling erhält man für 2240 Fr (Belgische Franken), wenn 270 Fr denselben Wert wie 20 Gulden, 200 Gulden wie 54 Dollar, und 42 Dollar wie 15 Pfund Sterling haben?

Belgien

10. Die Geraden g und h der Abbildung verlaufen parallel zueinander. Es sind die Größen der Innenwinkel des Dreiecks ABC zu bestimmen!



Tschechoslowakei

Aus einem Mathematikbuch der Bundesrepublik Deutschland

Die alten Ägypter verwendeten beim Bruchrechnen nur Stammbrüche. Andere Bruchteile drückten sie als Summe von möglichst wenig Stammbrüchen aus, z. B. $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.
Drücke ebenso aus:

- a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{5}$
e) $\frac{5}{9}$ f) $\frac{11}{12}$ g) $\frac{17}{18}$ h) $\frac{31}{50}$





Schattenspiel

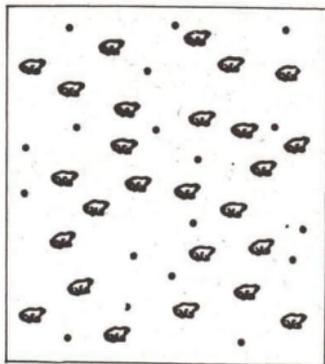


Welcher der mit Buchstaben bezeichneten Schatten ist mit dem richtigen Bild übereinstimmend?

Ein Dutzend Frösche!

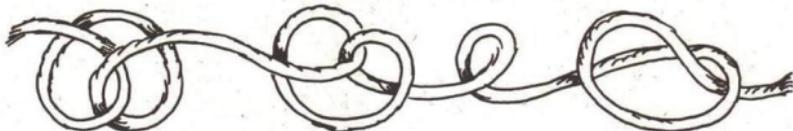
Man verbinde gewisse Punkte miteinander so, daß sechs Dreiecke mit jeweils zwei Fröschen innerhalb des Vierecks entstehen.

Welche zwölf Frösche können auf diese Weise gefangen werden?



Knoten - Knobelei

Wieviel Knoten bleiben, wenn an beiden Enden der Kordel gezogen wird?





11. Aus einem Kilogramm Milch bekommt man $\frac{4}{25}$ kg Sahne, und aus einem Kilogramm Sahne kann man $\frac{1}{4}$ kg Butter herstellen.
Wieviel Butter erhält man aus 1000 kg Milch?

Mongolei

12. Ein Tourist wurde auf der Hortobágy-Puszta von zwei Schäfern zum Essen eingeladen. Der eine Schäfer gab fünf Stück, der andere Schäfer drei Stück Schafskäse zur gemeinsamen Mahlzeit. Der Tourist bezahlte für seinen Anteil acht Forint. Wie teilen sich die beiden Schäfer die acht Forint gerecht?

Ungarn

13. Eine Menge besteht genau aus den vier Elementen "Schaf", "Ziege", "Huhn" und "Ente". Gib alle Mengen an, die sich aus je zwei dieser Elemente bilden lassen!

Algerien

14. Ein Gegenstand wiegt 388 g. Welche Wägestücke benötigst du?

Schreibe: $388\text{g} = 200\text{g} + 100\text{g} + 50\text{g} + 20\text{g} + 10\text{g} + 5\text{g} + 2\text{g} + 1\text{g}$

515g = ...



118g = ...



295g = ...

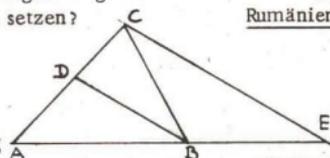


Frankreich

15. Ein dreieckiges Grundstück mit den Seitenlängen 156m, 204m und 276m wird mit Bäumen eingefaßt. In jede Ecke wird ein Baum gesetzt und die übrigen in gleichen Abständen möglichst weit auseinander. Wieviel Bäume sind insgesamt zu setzen?

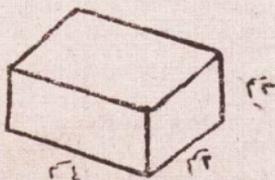
Rumänien

16. In dem abgebildeten Dreieck ABC wurde die Winkelhalbierende \overline{BD} des Winkels \sphericalangle ABC gezogen. Die Parallele zu \overline{BD} durch C schneidet die Gerade AB in E. Es ist nachzuweisen, daß das Dreieck BEC gleichschenkelig ist.



Finnland

Aus einem ägyptischen Mathematikbuch



الشكلُ المجاورُ يمثِّلُ متوازي مستطيلات، أبعاده موضحة في الشكل.

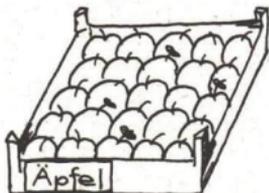
(أ) كم عدد أوجهه ؟

(ب) كم عدد رؤوسه ؟

(ج) كم عدد أحرفه ؟

(د) أوجد محيط قاعدته

(هـ) أوجد كذلك محيط كلٍّ من الوجهين الجانبيين .

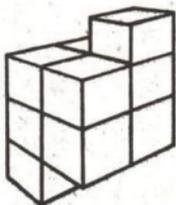
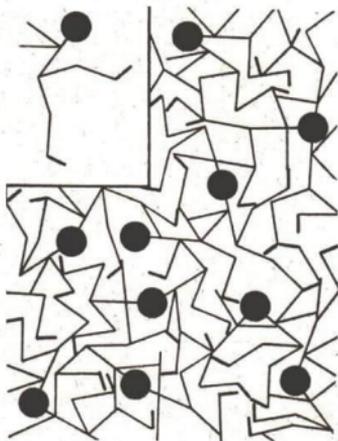


Die Apfelstiege

Zehn Äpfel sind so zu entfernen, daß sich in jeder Reihe (senkrecht und waagrecht) nur noch drei Äpfel befinden!

Viele kleine Leute

Wo kann man die in der linken oberen Ecke abgebildete Figur auf dem großen Bild wiederfinden?



Würfelbau

Dieser symmetrische Bau ist aus kleinen Würfeln hergestellt worden. Wieviel Würfel mußten dazu übereinandergestellt werden?



1. Der Bruch $\frac{24}{36}$ ist ein eigenartiger Kautz. Vertausche die Ziffern im Zähler und Nenner, oder streiche die erste oder die zweite Ziffer im Zähler und Nenner, er ändert seinen Wert nicht. Findest du noch weitere derartige Brüche?

Bulgarien

2. Zwischen Moskau und Brest liegen die Städte Smolensk und Minsk. Von Moskau bis Brest sind es 1100 km, von Smolensk bis Brest sind es 681 km. Die Entfernung von Minsk nach Smolensk beträgt 331 km. Wie groß ist die Entfernung von Moskau bis Minsk?



Sowjetunion

3. Ein Hotel hat zusammen 82 Ein- und Zweibettzimmer mit insgesamt 132 Betten. Über wieviel Ein- bzw. Zweibettzimmer verfügt dieses Hotel?

Österreich

4. In einem Dreieck verhalten sich die Größen der Innenwinkel wie 2 : 3 : 4. Es sind die Größen der Innenwinkel des Dreiecks zu bestimmen!

Griechenland

5. Von einer Geldsumme gab ich zuerst ein Viertel aus, dann ein Drittel des Restes, zuletzt die Hälfte des neuen Restes. Danach blieb mir noch eine Zwanzigkronennote übrig. Wie groß war anfangs die Summe des Geldes?

Tschechoslowakei

Aus einem griechischen Mathematikbuch

Κρυπταρίθμοι

Νά συμπληρωθοῦν τὰ κενὰ τετράγωνα μέ ψηφία ὥστε οἱ ἀριθμοὶ πού θά προκύψουν νά ἐπαληθεύουν τό πίνακα.

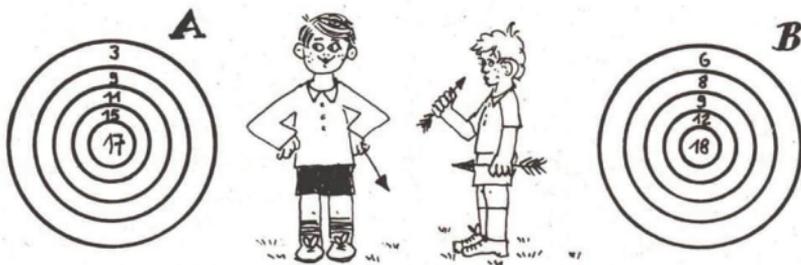
$$\begin{array}{|c|} \hline 8 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} : \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

Schiffbruch



Es ist kein Wunder, daß der Schiffbrüchige sich wundert.
 Er kann ja nicht merken, daß es sieben Abweichungen zwischen
 den beiden Bildern gibt.
 Wer kann ihm helfen?



An der Zielscheibe

Frank und Franz haben Zielscheibenwerfen geübt. Jeder war bemüht, seine eigene Zielscheibe zu treffen. Das ist ihnen auch gelungen, und zwar so, daß von den neun Würfeln jeder nur drei Kreise auf seiner Zielscheibe getroffen hat, aber jeweils dreimal. Franz hat dadurch 117 Punkte, Frank 123 Punkte erreichen können.

Welche Zielscheibe gehört Franz, welche Frank, und wie haben sie ihre Punkte erzielt?



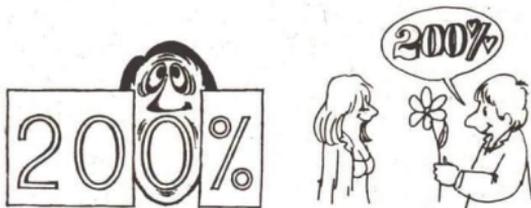
6. Auszug aus dem Fahrplan: D-Zug Hungaria

0km Praha Hauptbahnhof	14.04
225km Brno	17.12

Bestimme nach dem Fahrplan die durchschnittliche Geschwindigkeit des Hungaria! Ungarn

7. In einer Gesellschaft befanden sich um die Hälfte mehr Herren als Damen. Als sechs Herren weggingen und sechs Damen hinzukamen, waren es um die Hälfte mehr Damen als Herren.

Wieviel Damen und Herren befanden sich anfangs in dieser Gesellschaft? Jugoslawien



8. Beim Räuchern von Schinken rechnet man mit einem durchschnittlichen Gewichtsverlust von 12 Prozent. Welches war das Frischgewicht eines Schinkens, der geräuchert 9,25 kg wog?

Schweiz

Aus einem kubanischen Mathematikbuch

Para demostrar la fórmula relacionada con el contenido de área de un triángulo, el contenido de área de un triángulo ABC debe compararse con el contenido de un rectángulo DEFG.

Sea un lado del rectángulo igual a la paralela media del triángulo, el otro sea igual a la altura del mismo. Las figuras son "de igual descomposición" porque

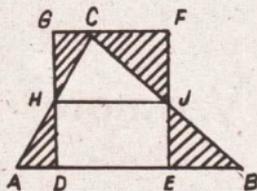
$$ABC = DEJCH + ADH + EBJ \text{ y}$$

$$DEFG = DEJCH + HCG + JFC \text{ y}$$

$$\triangle ADH \cong \triangle HCG, \text{ así}$$

$$\text{como } \triangle EBJ \cong \triangle JFC.$$

El contenido de área del rectángulo es $A = mh$, siendo m la longitud de la paralela media del triángulo.



Debido a que en el triángulo $m = \frac{g}{2}$, se cumple para el triángulo $A = \frac{1}{2} gh$



Löwenweg

Wer den Mut hat, soll es versuchen,
vom Maul des Löwen zu den Pfoten
zu marschieren!

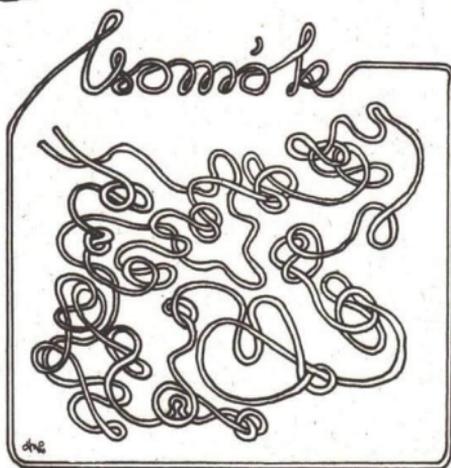
Welcher ist der richtige Weg?

Verknotet

Es scheint einen Knoten am anderen
auf dem Bild zu geben.

In Wirklichkeit sind es aber gar
nicht so viele.

Wieviel Knoten sind es?





9. Eine Lampe kostete anfangs 185 DM. Dieser Preis wurde zunächst um 8% erhöht, der neue Preis wiederum erhöht, diesmal um 5%. Herr Müller sagte: "Dann ist der Preis insgesamt um 13% gestiegen." Prüfe, ob Herr Müller recht hat!

Bundesrepublik Deutschland

10. Auf wieviel Nullen endet das Produkt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 125 \cdot 126$?

Rumänien



11. Gegeben sei ein spitzwinkliges Dreieck ABC. Es ist eine Parallele zu \overline{AB} , die \overline{AC} und \overline{BC} in den inneren Punkten D und E schneidet, derart zu konstruieren, daß $\overline{DE} = \overline{AD} + \overline{BE}$ gilt!

Frankreich

12. In einer Klasse sind 55% Jungen und 18 Mädchen. Wieviel Schüler sind in dieser Klasse?

Tansania

13. In einer Kleiderfabrik arbeiten 48 Näherinnen; das sind 32% der gesamten Belegschaft. Unter den Beschäftigten sind 18 Lehrlinge. Wieviel Prozent der Beschäftigten sind das?

Belgien

14. Welche zweistelligen natürlichen Zahlen mit der Zehnerziffer 3 sind kleiner als ihre vierfache Quersumme?

Deutsche Demokratische Republik

Aus einem japanischen Mathematikbuch

小数は分数になおすことができる。

小数と分数

例 1. $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

例 2. $\frac{3}{16} = 3 \div 16 = 0.1875$

④ 次の小数を分数になおせ。

- (1) 0.3 (2) 0.04 (3) 0.34 (4) 0.304

$\frac{6}{37} = 6 \div 37 = 0.1621\cdots \approx 0.16$

上の記号 \approx は、 $\frac{6}{37}$ と 0.16 とがほぼ等しいことを表わす。

⑤ 次の分数を小数になおせ。

(1) $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{5}{16}$

(4) $\frac{1}{20}$

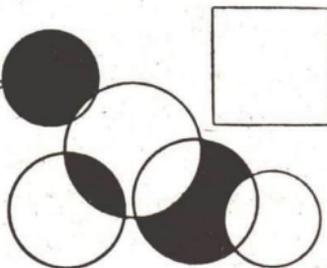
Erfinde!



Drei Angler besitzen gemeinsam ein Boot. Das wollen sie so an die Kette legen, daß es jeder, auch einzeln, benutzen kann. Sie haben drei Schlösser und zu jedem nur einen Schlüssel. Wie geht das?

Auf einen Blick

Habt ihr ein gutes Augenmaß? Versucht auf Anhieb zu bestimmen, welcher der fünf Kreise genau in das Quadrat hineinpaßt! Prüft anschließend das Ergebnis mit dem Meßstab!



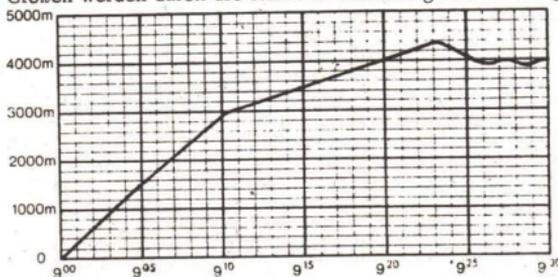
Kryptarithmetik

In jedem dieser arithmetischen Beispiele sind jeweils alle zehn Ziffern zu verwenden! Wer findet die Gleichungen?

$$\frac{9}{18} - \frac{267}{534} = 0; \quad \frac{3}{6} - \frac{79*}{15**} = 0; \quad \frac{*}{**} - \frac{293}{586} = 0; \quad \frac{3}{6} + \frac{***}{***} = 1^2$$



1. Die Kurve in der Abbildung wurde vom Höhenmesser eines Sportflugzeuges aufgezeichnet.
- Wie hoch war das Flugzeug um 9.05, 9.10, 9.15, 9.27 Uhr?
 - Wann erreichte es 1000m, 2000m, 4000m, die größte Höhe? Wie groß war diese?
 - Welche beiden Größen werden durch die Kurve in Beziehung zueinander gesetzt?



Sowjetunion

2. Es sei $z_1 = \overline{abcde}$ eine fünfstellige natürliche Zahl in dekadischer Schreibweise. Durch die umgekehrte Anordnung der Grundziffern erhält man $z_2 = \overline{edcba}$. Mit welchen Grundziffern sind die Buchstaben zu belegen, so daß sowohl z_1 als auch z_2 durch 275 teilbar sind? Ungarn
3. In einem Krug befinden sich sechs Liter Wasser mehr als in einem anderen. Gießt man aus dem ersten Krug soviel Liter in den zweiten, wie schon in diesem sind, dann aus dem zweiten zweiten soviel in den ersten, wie darin sind, und schließlich aus dem ersten soviel in den zweiten, wie dieser zuletzt enthielt, so ist die ganze Wassermenge auf die beiden Krüge gleichmäßig verteilt. Wieviel Liter Wasser enthält anfänglich jeder Krug? Dänemark
4. Der Umfang eines Quadrates ist um acht Zentimeter kürzer als der Umfang eines zweiten Quadrates. Die Differenz ihrer Flächeninhalte beträgt 36 cm^2 . Welchen Flächeninhalt besitzt jedes der beiden Quadrate? Schweiz

Aus einem vietnamesischen Lehrbuch

Bài 8/82 (lớp 10). Chứng minh điều kiện cần và đủ để một tam giác ABC là tam giác đều là

$$\begin{cases} 2a = b + c \\ 2\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C} \end{cases}$$

(a, b, c là các cạnh của tam giác).

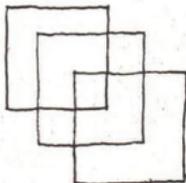
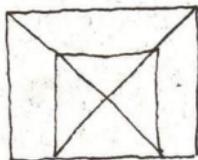
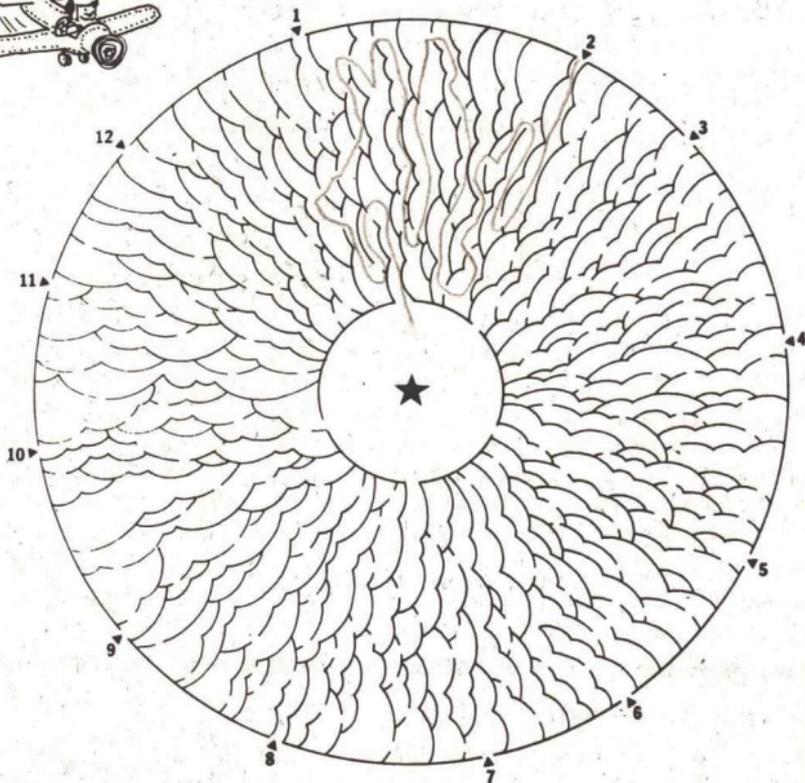
Vũ Đức Thứ (Nam Hà)

HỌC SINH TÌM TÒI





Von welchem nummerierten Startplatz aus muß man beginnen und zwischen den Wolken weiterfliegen, um den Stern in der Mitte sicher erreichen zu können?



Jede der Figuren läßt sich nachzeichnen, ohne Linien doppelt zu ziehen oder zu kreuzen!



5. Gegeben seien zwei konzentrische Kreise k_1 und k_2 mit dem Mittelpunkt M_1 und den Radien r_1 und r_2 mit $r_1 > r_2$. Ein dritter Kreis k_3 mit dem Mittelpunkt M_3 und dem Radius r_3 berührt k_1 von innen und k_2 von außen. Es ist das Verhältnis $r_1 : r_2$ für den Fall zu bestimmen, daß der Flächeninhalt des Kreisringes achtmal so groß ist wie der Flächeninhalt des Kreises k_3 .

Rumänien

6. Die Ausgangsstation der Drahtseilbahn auf der Lomnický štít (Lomnitzer Spitze) hat eine Höhe von 939m und die Endstation eine Höhe von 2634m über dem Meeresspiegel. Bei einem Maßstab von 1 : 75 000 ist die Seilbahn mit einer Länge von 78 mm auf der Karte eingezeichnet. Wie lang ist die Drahtseilbahn (Luftlinie)?

Tschechoslowakei



7. Die Cheops-Pyramide ist etwa 140m hoch, die Seitenlänge ihrer quadratischen Grundfläche beträgt rund 230m. Am Fuße der Cheops-Pyramide stehen zwei Kletterer. Der erste will vom Mittelpunkt M einer Grundkante geradlinig zur Spitze klettern, der zweite von einer Pyramidenecke aus. Um wieviel ist der Weg des zweiten Kletterers länger als der des ersten?

Ägypten

8. Für die Herstellung von Tuch mit einer Länge von 84m und einer Breite von 90cm benötigt man 28 kg Garn. Berechne, wieviel Meter Tuch derselben Qualität mit einer Breite von 80cm man aus 24 kg Garn herstellen kann!

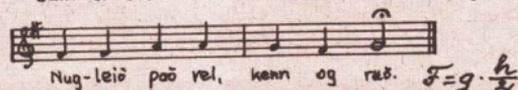
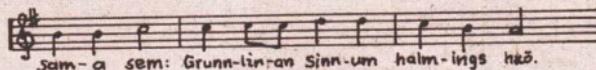
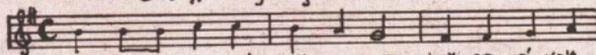
Bulgarien

9. Bestimme alle natürlichen Zahlen n , für welche $\frac{n+9}{n-9}$ eine positive ganze rationale Zahl ist!

Niederlande

Aus einem isländischen Mathematikbuch

124. Prihyrningurinn.



Liebe Mädchen und Jungen!

Die vorliegenden 20 Aufgaben wurden für Euch ausgewählt, übersetzt und nach Klassenstufen zusammengestellt. Je Klassenstufe sind zwei Aufgaben bereitgestellt. Schicke die Lösungen der Aufgaben Deiner Klassenstufe (oder höherer Klassenstufen) unter Angabe Deines Namens, Deines Alters und Deiner Adresse bis zum 1. Februar 1982 an die

Leipziger Volkszeitung Verlag

Abteilung Absatz

7010 Leipzig

PSF 660, Kennwort Mathe-LVZ

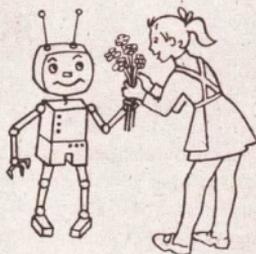
Viel Freude und Erfolg!

Klasse 1

1. Welche Zahlen sind in die leeren Kästchen zu setzen?

Jugoslawien

8	+		=	13
	-	6	=	2
	+	7	=	15
18	-		=	14
13	+		=	20



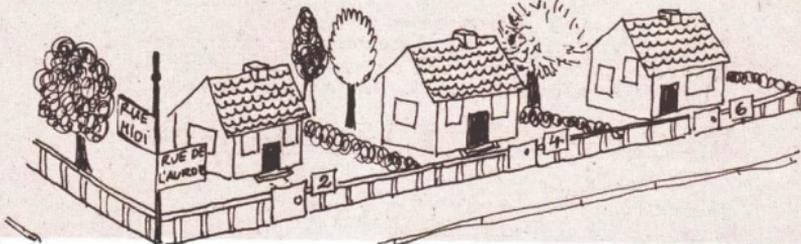
2. Bruno und Sophie wohnen mit ihren Eltern in der Rue de l'Aurore, Haus Nr. 2. In Nr. 4 wohnen Herr und Frau Duval mit ihren drei Kindern. Herr und Frau Dumont haben zwei Kinder; sie wohnen alle im Haus Nr. 6.

Trage die Angaben in die Tabelle ein!

	Nr. 2	Nr. 4	Nr. 6
Anzahl der Kinder			
Anzahl der Erwachsenen			

Wieviel Kinder und Erwachsene wohnen in der Rue de l'Aurore?

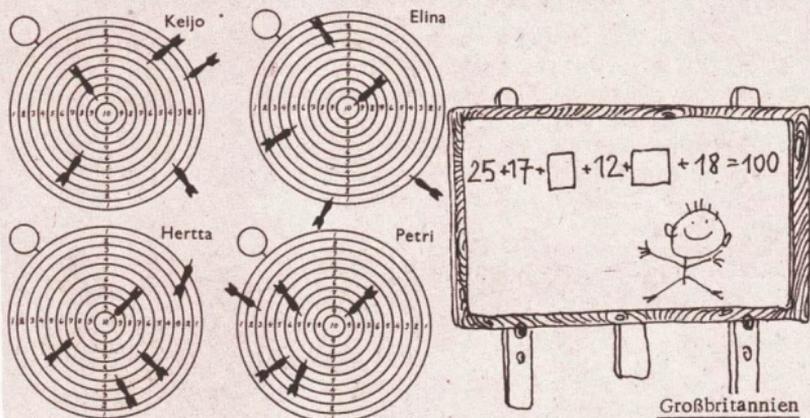
Frankreich



Klasse 2

1. Keijo, Elina, Hertta und Petri haben ein Wetschießen mit Pfeilen veranstaltet. Stelle die Reihenfolge fest, und bestimme den Besten!

Finnland



Großbritannien

2. An Stelle der Quadrate setzt Zahlen ein, wenn bekannt ist, daß sie gleich sind!

Klasse 3

1. Setze in die Kästchen das Zeichen $<$, $>$ oder $=$!

Belgien

a) $732 + 243$ $243 + 732$; $143 + 564$ $564 - 143$; $645 - 324$ $645 + 324$

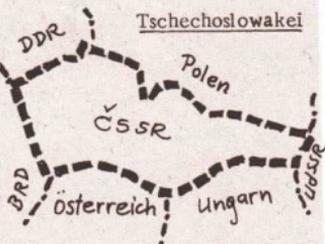
b) $475 - 397$ $125 + 21$; $675 + 375$ $925 + 175$; $48 + 162$ $52 + 148$

c) $531 + 344$ $431 + 444$; $531 + 344$ $751 + 123$; $1234 + 4321$ $7777 - 2222$

2. Die Länge der Grenzen der ČSSR mit den benachbarten Staaten beträgt:

Staaten	km
Deutsche Demokratische Republik (DDR)	459
Polen	1 391
Sowjetunion (UdSSR)	98
Ungarn	679
Österreich	570
Bundesrepublik Deutschland (BRD)	356

Wie lang ist die Grenze der ČSSR insgesamt?



Klasse 4

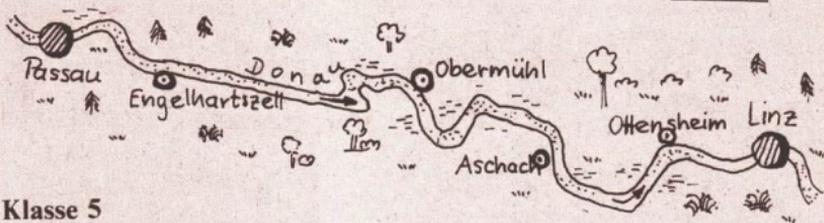
1. Von Sofia und von Burgas fahren sich zwei Freunde mit dem Auto entgegen. Beide starten zum gleichen Zeitpunkt an ihrem Ausgangsort. Der eine fährt im Durchschnitt 49 km je Stunde, der andere 51 km in jeder Stunde.

Wie weit ist Sofia von Burgas entfernt, wenn sie sich nach vier Stunden treffen?

Bulgarien

2. Ein Schiff fährt von Passau nach Linz. In Passau steigen 675 Personen ein. In Engelhartszell steigen 144 Personen aus und 247 Personen ein. In Obermühl steigen 255 Personen aus und 339 Personen ein. In Aschach steigen 42 Personen aus und 142 Personen ein. In Ottensheim steigen 422 Personen ein.

Wieviel Personen sind in Ottensheim ausgestiegen, wenn in Linz 1250 Personen angekommen sind?

Österreich

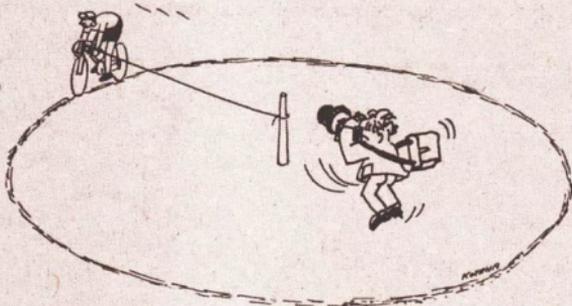
Klasse 5

1. Frau Roman hat in ihrem Keller zwei Sorten Äpfel eingelagert, und zwar 25 kg einer Sorte A, 36 kg einer Sorte B. Nach einiger Zeit entfernt Frau Roman die verdorbenen Äpfel; es sind fünf kg von der Sorte A, sechs kg von der Sorte B. Frau Roman meint: "Bei Sorte A sind fünf kg, bei Sorte B sind sechs kg verdorben. Also ist die Sorte A haltbarer als die Sorte B."

Ist diese Überlegung richtig?

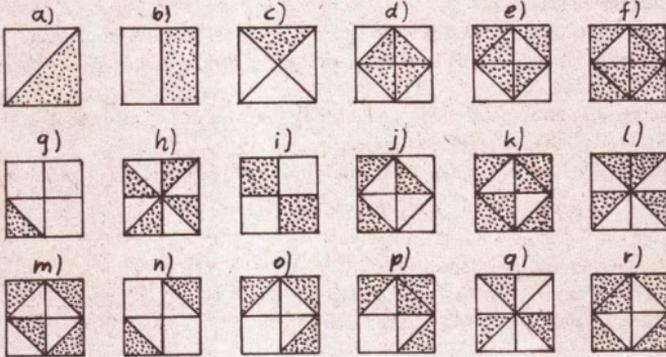
Rumänien

2. Auf einen Meter Schmalfilm kommen 256 Bilder. Bei der Vorführung des Filmes laufen pro Sekunde 16 Bilder ab. Wie lang ist ein Film mit einer Spieldauer von 16 Minuten?

Schweiz

Klasse 6

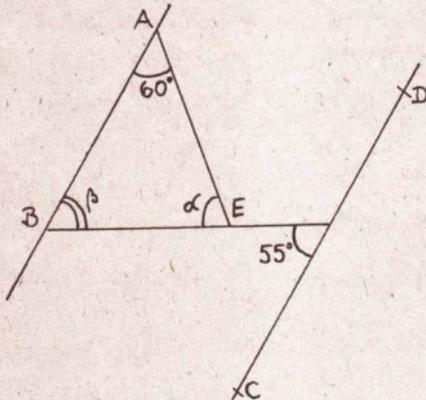
1. In den Figuren a bis r ist das Ganze durch je ein Quadrat dargestellt. Gib an, welcher Bruchteil des Ganzen jeweils punktiert gekennzeichnet ist!



Mongolei

2. Die Geraden AB und CD der Abbildung verlaufen parallel zueinander. Es sind die Größen α und β der Winkel \sphericalangle AEB und \sphericalangle ABE zu ermitteln!

Griechenland



Klasse 7

1. Ein Auto verläßt Mansoura (Bezirkshauptstadt) in Richtung Alexandria (größere Hafenstadt) mit einer Geschwindigkeit von 60km/h und erreicht Alexandria nach drei Stunden 20 Minuten.

Zur gleichen Zeit wie das erste Auto startete ein zweites Auto in Alexandria, um nach Mansoura zu fahren. Es benutzte die gleiche Straße und erreichte Mansoura nach fünf Stunden.

- Errechne die durchschnittliche Geschwindigkeit des zweiten Autos in km/h!
- Nach wieviel Stunden treffen sich die beiden Autos?
- Berechne die Entfernung des Treffpunktes der beiden Autos von Mansoura!

2. In die leeren Felder der abgebildeten Figur sind die fehlenden der Zahlen von 1 bis 16 so einzutragen, daß die Summe der Zahlen in sämtlichen Spalten, Zeilen und beiden Diagonalen jeweils gleich sind!

Ägypten

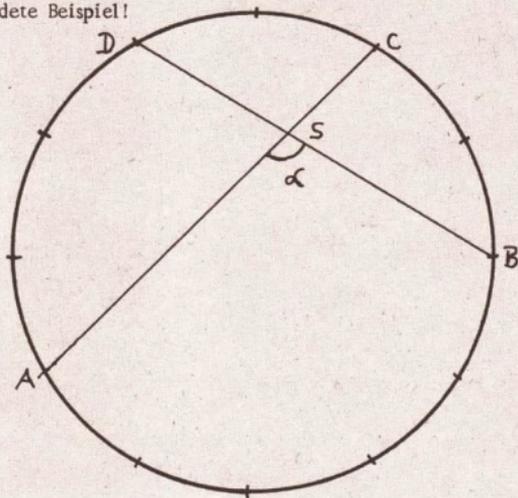
16	5		3
	4		
7	14		12
2			

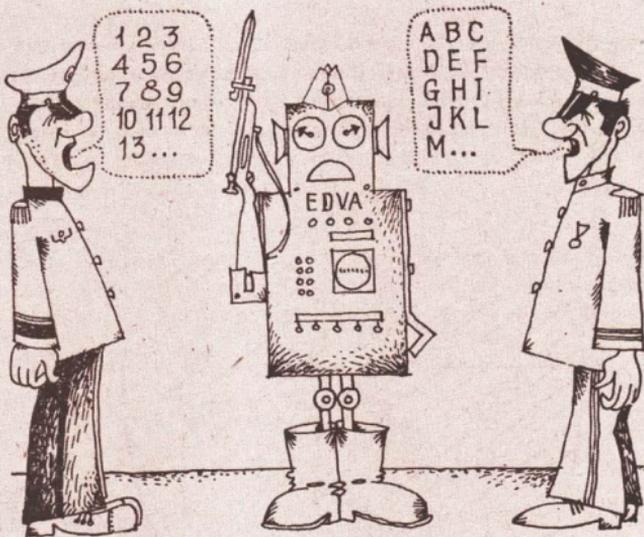
Vietnam

Klasse 8

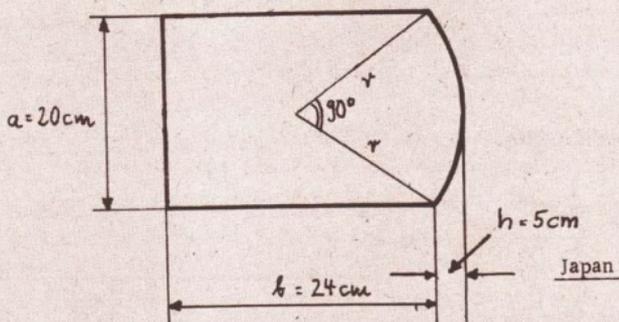
1. Ein Kreis ist, wie das Zifferblatt einer Uhr, in zwölf gleiche Teile unterteilt. Berechne die Größe α des Winkels $\sphericalangle ASB$ für das abgebildete Beispiel!

Ungarn



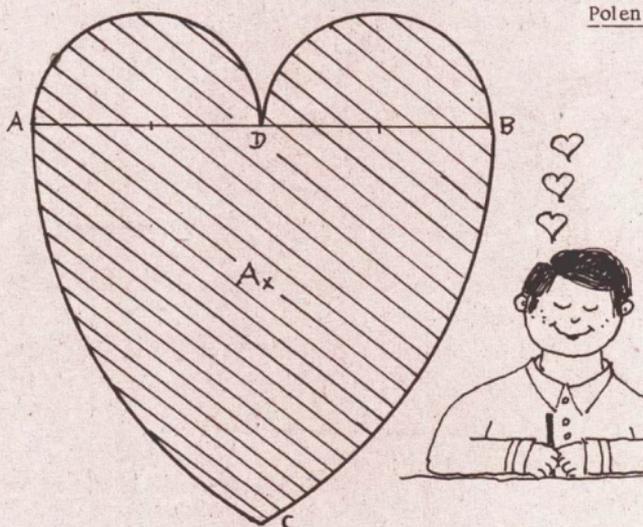


2, Es ist der Flächeninhalt des abgebildeten Werkstückes zu berechnen!



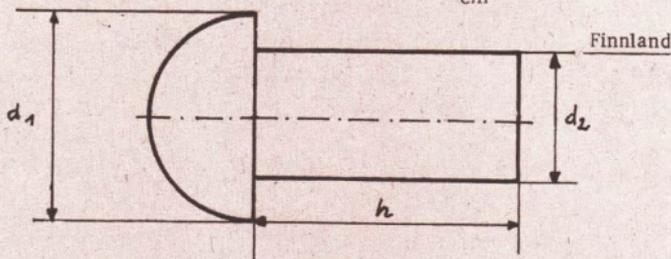
Klasse 9

1. Um die Endpunkte A und B einer Strecke \overline{AB} der Länge $a = 4\text{cm}$ wurden Kreisbogen gezeichnet, die sich in C schneiden. D ist Mittelpunkt von \overline{AB} . Über \overline{AD} und \overline{BD} als Durchmesser wurden Halbkreise gezeichnet. Der Flächeninhalt A_x der schraffiert dargestellten Fläche ist zu berechnen!



2. Wieviel Gramm wiegt der im Achsenschnitt dargestellte Niet, der sich aus einem Kreiszyylinder und einer Halbkugel zusammensetzt?

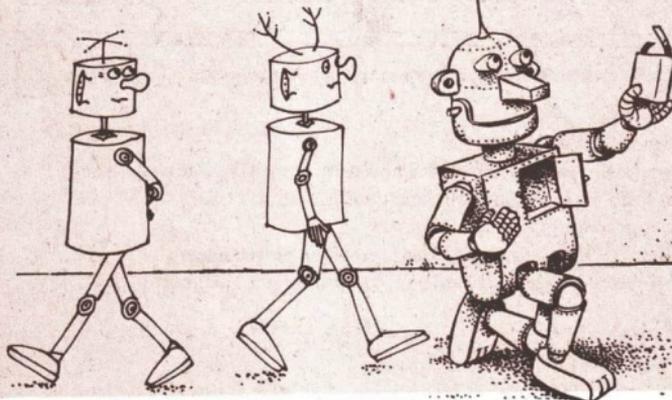
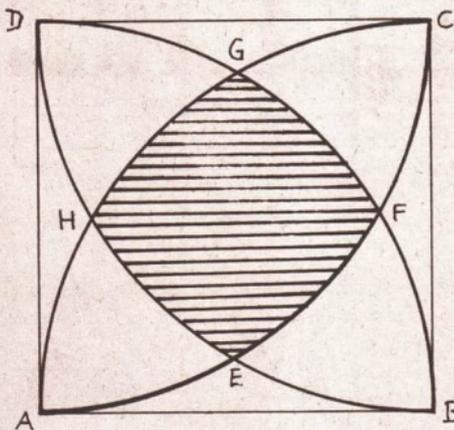
($d_1 = 20\text{mm}$, $d_2 = 10\text{mm}$, $h = 50\text{mm}$, $\rho = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



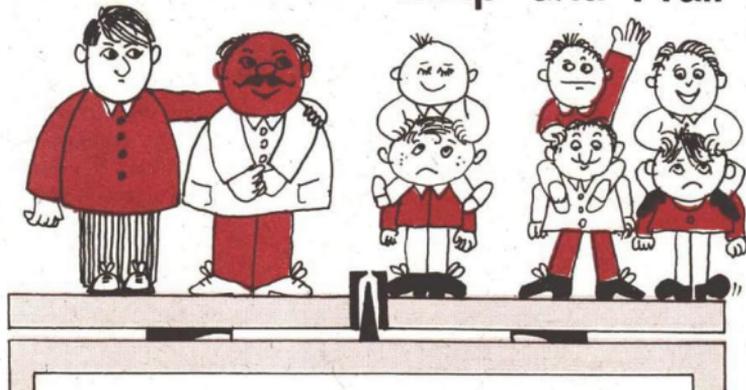
Klasse 10

1. In einem Parallelogramm $ABCD$ habe die Seite \overline{AB} die Länge $a = 56$ cm, die Diagonale \overline{AC} die Länge $e = 78$ cm, die Diagonale \overline{BD} die Länge $f = 50$ cm. Es ist der Umfang des Parallelogramms zu ermitteln! Sowjetunion

2. Um jeden Eckpunkt des abgebildeten Quadrats $ABCD$ mit der Seitenlänge a wurden im Innern des Quadrats Viertelkreise mit dem Radius a gezeichnet, die sich in den Punkten E, F, G, H schneiden. Wieviel Prozent des Flächeninhalts des Quadrates $ABCD$ beträgt der Flächeninhalt A_x des Kreisbogenvierecks $EFGH$? Niederlande



Jetzt: Zu Gast bei "Plump" und "Prall"



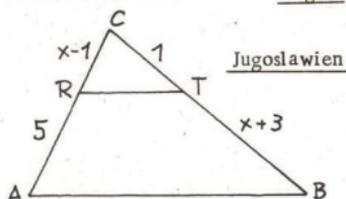
Man sieht es zwar nicht,
trotzdem haben Herr Plump und Herr Prall das gleiche Gewicht.
Auch ihre sechs Sprößlinge sind alle gleich schwer,
das erkennt man schon eher.

Ihr aber sollt aus den beiden Zeichnungen erkennen,
wieviel Gramm darf Herr Plump "sein eigen" nennen!



10. Fensterglas wird durch Zusammenschmelzen von Quarz, Kalk, Soda und Glaubersalz erhalten, und zwar nimmt man auf ein Gewichtsanteil Glaubersalz drei Teile Kalk, auf ein Teil Soda vier Teile Quarz, auf neun Teile Kalk 25 Teile Quarz. Wieviel Kilogramm von jedem dieser Bestandteile enthält eine 4,325 kg schwere Fensterscheibe? Belgien

11. In dem abgebildeten Dreieck ABC gilt $\overline{AB} \parallel \overline{RT}$. Mit Hilfe der angegebenen Maßzahlen ist x zu bestimmen. Um was für ein spezielles Dreieck handelt es sich?



12. Eine Straßenwalze hat einen Durchmesser von 1,2m und eine Breite von 1,8m. Wieviel Quadratmeter Straße ebnet die Maschinerie bei 20 Umdrehungen? Finnland

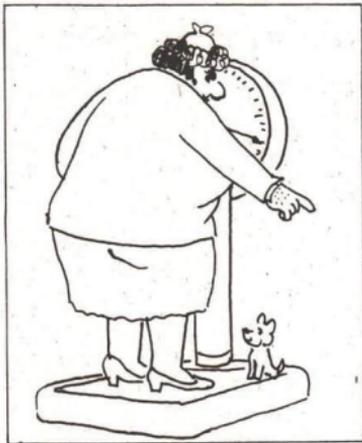
13. Welche zweistelligen natürlichen Zahlen mit der Zehnerziffer 7 sind größer als ihre sechsfache, aber kleiner als ihre siebenfache Quersumme? Frankreich

14. Der Flächeninhalt eines Trapezes beträgt 50cm^2 . Die Längen der beiden parallelen Seiten unterscheiden sich um fünf cm. Die Trapezhöhe ist gleich der Summe der Längen der beiden parallelen Seiten. Es ist die Länge der Mittellinie des Trapezes zu berechnen! Deutsche Demokratische Republik

Aus einem tschechischen Mathematikbuch

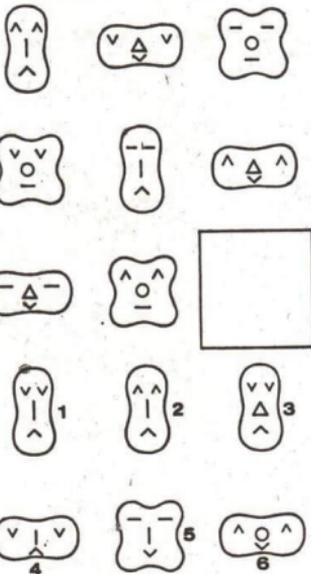
Vzdálenosti Trenčín—Ilava, Ilava—Povážská Bystrica a Povážská Bystrica—Žilina po silnici jsou v poměru 4 : 5 : 7,2.
Z Trenčína do Ilavy je 20 km. Jak daleko je z Trenčína do Žiliny?





Wer erkennt es ?

Welche der sechs Figuren gehört logischerweise in das freie Quadrat ?



Von Zeichnung zu Zeichnung....



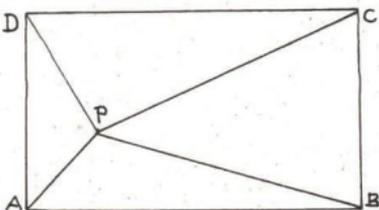
Ein Detail des Bildes A ist auf einem der anderen Bilder wiederzufinden. Ein Detail dieses letzteren Bildes findet man aber auf einem dritten wieder, usw. bis zum fünften Bild. In welcher Reihenfolge schließen sich die Bilder aneinander ?





1. Eine Dose mit Milchpulver hat die Form eines Zylinders mit dem inneren Radius $r = 5$ cm und der inneren Höhe $h = 14$ cm und kostet 12 Lei. Um gewöhnliche Milch zu erhalten, mischt man das Milchpulver mit einer Wassermenge, deren Volumen viermal so groß ist wie das Volumen des Milchpulvers. Wie teuer ist ein Liter solcher Milch? Rumänien

2. Ein innerer Punkt P des abgebildeten Rechtecks ABCD wurde mit allen vier Eckpunkten verbunden. Es ist nachzuweisen, daß $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ gilt! Jugoslawien

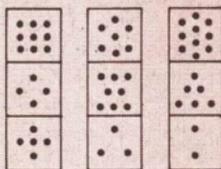


3. Ein Schiff fährt in vier Stunden 60 km donauaufwärts und legt denselben Weg bei gleicher Maschinenleistung donauabwärts in drei Stunden zurück. Welche Geschwindigkeit hätte das Schiff in stehendem Wasser, und welches ist die Geschwindigkeit des Wassers der Donau auf dieser Strecke? Bulgarien

4. In einem Rhombus ABCD, dessen Seite \overline{AB} die Länge a hat, dessen Diagonalen \overline{AC} und \overline{BD} die Längen e und f haben, ist a mittlere Proportionale zu e und f . Es sind die Längen e und f durch die Länge a auszudrücken. Tschechoslowakei

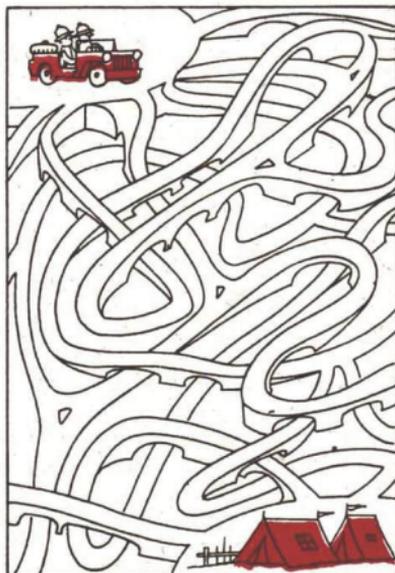
5. Die Diagonalen der Seitenflächen eines Quaders betragen 5 cm, $\sqrt{34}$ cm und $\sqrt{41}$ cm. Welches Volumen besitzt dieser Quader? Mongolei

Aus einem englischen Mathematikbuch



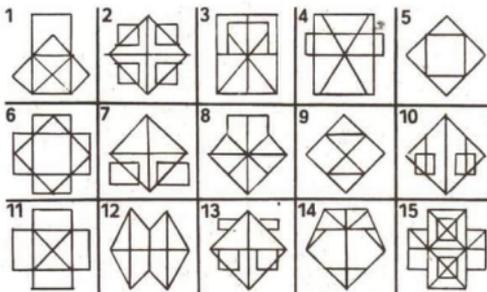
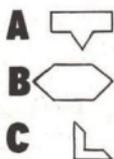
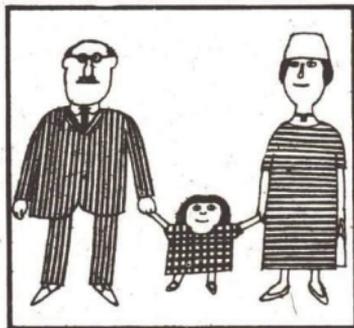
A Magic Square Jigsaw Puzzle
Find the totals of the three numbers represented on the three strips in Fig. 3. Show how to re-arrange the strips so that a Magic Square is formed.





Auf fremden Wegen

Wie kommen die
beiden Autofahrer
am besten zum
Zeltplatz?



Beobachte!



Unter Verwendung der Formen A, B und C sollen
Tapetenmuster entworfen werden. Dabei dürfen
Linien durch die Formen gehen. Hier sind die
Muster. Fünfmal allerdings ist gemogelt worden
und keine der drei Formen mit eingebaut.
In den richtigen steckt jeweils eine.
Suche die richtigen, und schreibe die
jeweiligen Buchstaben dazu!



6. Timo meint: "Es gilt $2^5 = 5^2$." Erja meint: " $2^5 \neq 2^2 + 2^3$."
 Hannu meint: "Es gilt $2^5 = 2^2 \cdot 2^3$." Ritva meint: " $5^2 = 3^2 + 2^2$."
 Wer von diesen vier Schülern hat recht?

Finnland

7. Sei A die Menge aller Algerier, B die Menge aller in Algerien wohnenden Menschen (es gibt viele Ausländer), C die Menge der in der Hauptstadt wohnenden Algerier und Ausländer und D die Menge der sich zur Zeit im Ausland aufhaltenden Algerier.
 Es ist ein Mengendiagramm anzufertigen!

Algerien

8. Es ist nachzuweisen, daß die Ungleichung $a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$ für alle positiven reellen Zahlen a und b erfüllt wird! Wann gilt das Gleichheitszeichen?

Belgien



9. Es ist nachzuweisen, daß in einem rechtwinkligen Dreieck ABC und der Hypotenuse \overline{AB} die Beziehung $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ gilt, wobei a und b die Längen der Katheten und h die Länge der Höhe zur Hypotenuse sind.

Frankreich

10. In einem Vortragsraum rechnet man acht m³ Luft je Person. Berechnen Sie, welche Ausmaße ein Vortragsraum haben muß, wenn er 60 Personen fassen soll und Länge, Breite und Höhe sich wie 5 : 4 : 3 verhalten!

Ungarn

Aus einem algerischen Lehrbuch

$$0 = (1 - h)(1 + h + h^2 + h^3 + h^4 + h^5 + h^6 + h^7 + h^8)$$

استخدم النتيجة لكي تبين أزواج الأعداد المتتالية

$$0 = (1 - h^9)(1 + h + h^2 + h^3 + h^4 + h^5 + h^6 + h^7 + h^8)$$

$$0 = (1 + h^9)(1 + h + h^2 + h^3 + h^4 + h^5 + h^6 + h^7 + h^8)$$

حيث لو يرض إلى اللوغاريتم الطبيعي . و



11. Die Punkte A, B, C, D, E und F teilen den Kreisumfang in sechs gleiche Teile. Wenn $\overline{AD} = 2$ ist, wie groß ist dann der Flächeninhalt des schraffierten Kreises?



Vietnam

12. Gegeben seien ein Parallelogramm mit den Seitenlängen $\sqrt{19}$ cm und $\frac{1}{6}\sqrt{2}$ cm sowie dem Winkel von der Größe

45° zwischen diesen Seiten und ein Quadrat

mit der Seitenlänge $\frac{3}{5}\sqrt{2}$ cm. Es ist zu untersuchen, was größer ist: Der Flächeninhalt des Parallelogramms oder der Flächeninhalt des Quadrates!

Sowjetunion



13. Beweisen Sie: Verbindet man die Mittelpunkte gegenüberliegender Seiten eines konvexen Vierecks, so halbieren die beiden Verbindungsstrecken einander.

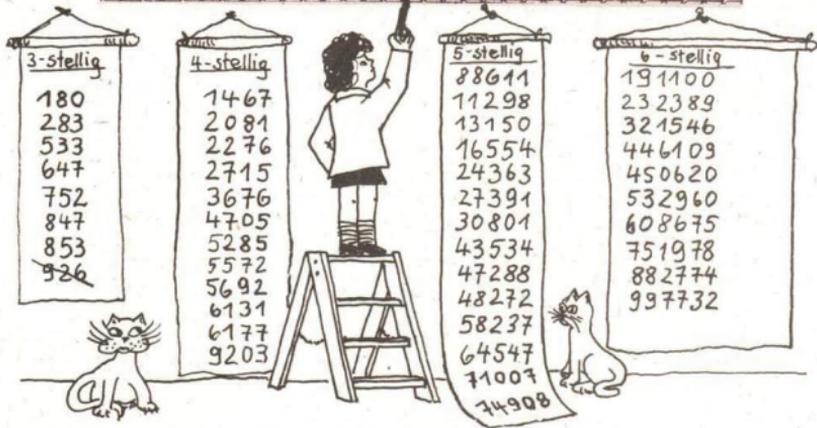
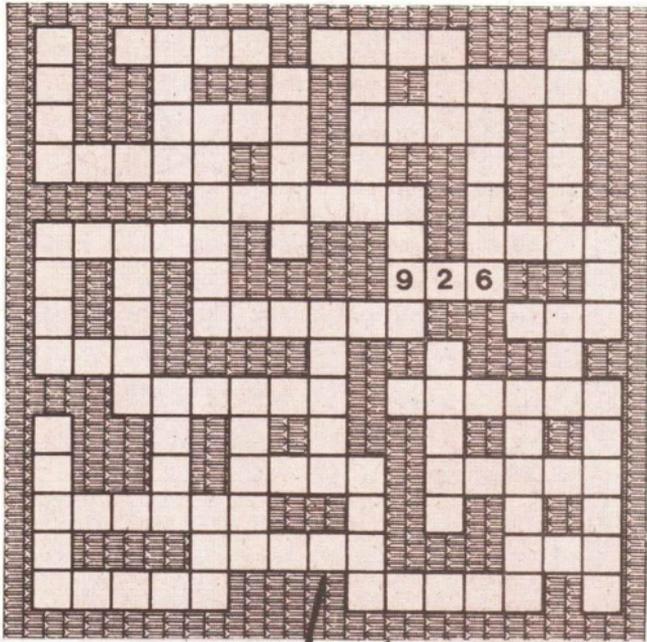
Österreich

Aus einem niederländischen Mathematikbuch

Opgaven.	Vragen.	Antwoorden.
$\sqrt{9^2}$	Uitwerken.	9
$\sqrt[3]{81}$	Uitwerken.	3
$\sqrt{(a+b)^2}$	Uitwerken.	$a+b$
$\sqrt[3]{3^6}$	Uitwerken.	3
$(a+bc)d$	Wat is dit?	Een produkt.
Een opgaande deling	Geef de formule.	$qb = p$
a is deelbaar door 3	Schrijf in formulevorm.	$u \cdot n = v$
a is deelbaar door b	Schrijf in formulevorm.	$u \cdot n = v$
$(a-b) - cd$	Schrijf in een andere vorm.	$a - b - cd$
$(16 \cdot 18 \cdot 14) : 2$	Uitwerken, steunend op een eigenschap.	$= (16 : 2) \cdot 18 \cdot 14 = 2016$

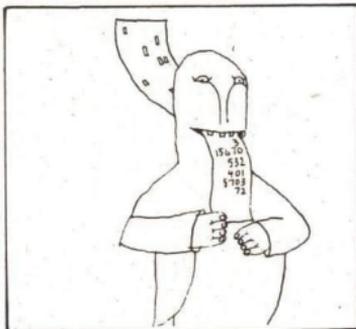
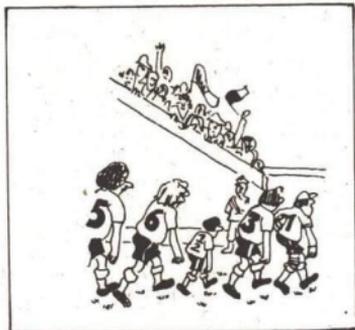
Mit voller Kraft heran!

Wie müssen die angegebenen Zahlen in die kleinen Quadrate richtig eingetragen werden?





1. Die folgenden beiden sprachlichen Formulierungen sind als Gleichungen zu schreiben:
- Addiert man zu einer Zahl x ihren zehnten Teil, quadriert man danach die erhaltene Summe, so erhält man die Zahl z .
 - Wenn man das Produkt aus a^2 , b und c durch die Quadratwurzel aus p dividiert, so erhält man als Ergebnis t .
 - Bestimmen Sie den Wert von t , wenn $a = 3$, $b = -4$, $c = 5$ und $p = 16$ ist (siehe b)! Tansania
2. Albert will die Geschwindigkeit der Rolltreppe einer Londoner Railway Station (Bahnhof) ermitteln. Er benötigt zehn Sekunden, um bis zur Hälfte gefahren zu werden, wo er sich umdreht und mit 2 m/s die Rolltreppe hinabläuft. Nach weiteren 30 s ist er wieder am Ausgangspunkt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Rolltreppe? Großbritannien



3. Die Fischkutter GISELA und ERNA sind $3,2\text{ km}$ voneinander entfernt. Von der GISELA aus sieht man die ERNA in Richtung $N 82^\circ O$. Die GISELA fährt geradlinig in Richtung $N 31^\circ O$; die ERNA fährt geradlinig in Richtung $N 37^\circ W$. Wie weit ist der Kreuzungspunkt K der beiden Kurse von den augenblicklichen Standorten entfernt? Belgien
4. Aus $\tan \alpha = 2$ sind die Werte für $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ zu berechnen! Polen
5. Gegeben sei eine Strecke \overline{AB} der Länge a . Es ist nur mit Hilfe von Lineal und Zirkel eine Strecke der Länge $a \cdot \sqrt{19}$ zu konstruieren! Frankreich

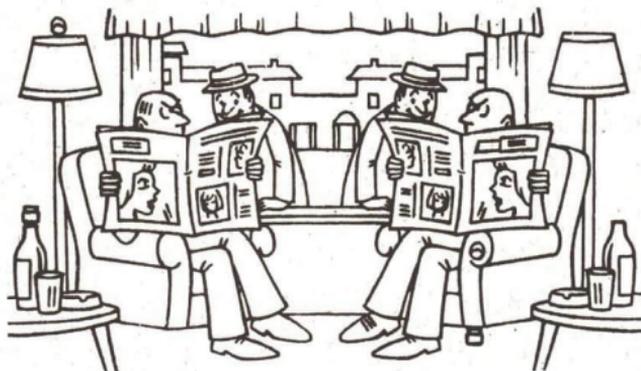
Aus einer rumänischen Schülerzeitschrift

*

3719. Ce valori poate lua cel mai mare divizor comun a trei numere al căror produs este egal cu 3000?

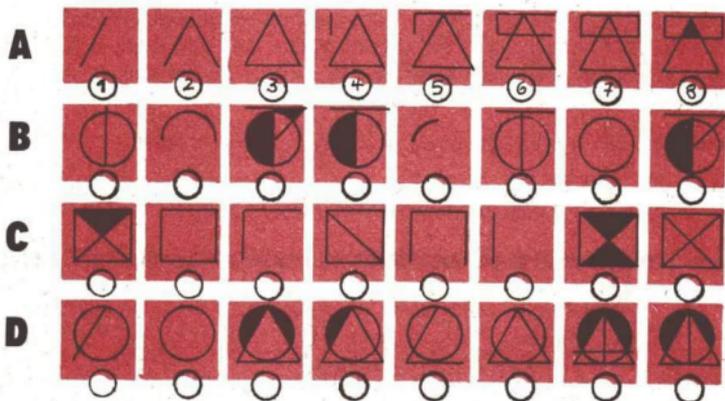
Nicht für die Öffentlichkeit !

Fünf kleine Einzelteile haben auf dem Spiegelbild ihren Platz gewechselt. Welche sind das?



Genau beobachten

Reihe A zeigt dir, wie die Figur 8 durch das Hinzufügen immer neuer Striche und Flächen entstanden ist. Erkunde diese Rangfolge auch bei den anderen Reihen! Wir haben hinterlistigerweise alles durcheinander gebracht. Nummeriere die Bilder!





6. Ergänzen Sie! $(\Delta + \square)^2 = a^2 + o + 9b^2$; $(\nabla + \Delta)^2 = 4x^2 - o + y^2$;
 $(\square - 4z)^2 = \Delta - 24z + o$; $(6x^2 + o)^2 = \nabla + 12x^2 + \Delta$

Sowjetunion

7. Ein Hubschrauber fliegt in 30m Höhe. Vom Hubschrauber aus werden die Ufer eines Flusses angepeilt und die Tiefenwinkel $\alpha = 25^\circ$ und $\beta = 60^\circ$ gemessen. Wie breit ist der Fluß?

Bulgarien

8. In einem Fluß liegt eine Insel. Ferenc möchte wissen, wie weit die Insel vom Flußufer entfernt ist. Dazu steckt er am Ufer eine 40m lange Strecke \overline{AB} ab. Mit einem Theodolit peilt er dann den dichtgelegensten Punkt C der Insel an; er mißt die Größe der Winkel $\sphericalangle CAB$ und $\sphericalangle CBA$ zu 62° und 51° . Bestimmen Sie die Entfernung der Insel vom Ufer! Ungarn

9. Es sind alle natürlichen Zahlen x, y, z zu bestimmen, die die Gleichung $xyz + xy + yz + xz + x + y + z = 1978$ erfüllen!

Bundesrepublik Deutschland

Aus einem sowjetischen Mathematikbuch

Кросснамбер

In каждую клетку надо вписать одну цифру (черные линии — границы чисел).

По горизонтали: А. Число с последовательно убывающими цифрами. Г. Степень некоторого числа. Д. Квадрат некоторого числа. Е. Число с последовательно возрастающими цифрами. З. Произведение трех последовательных чисел.

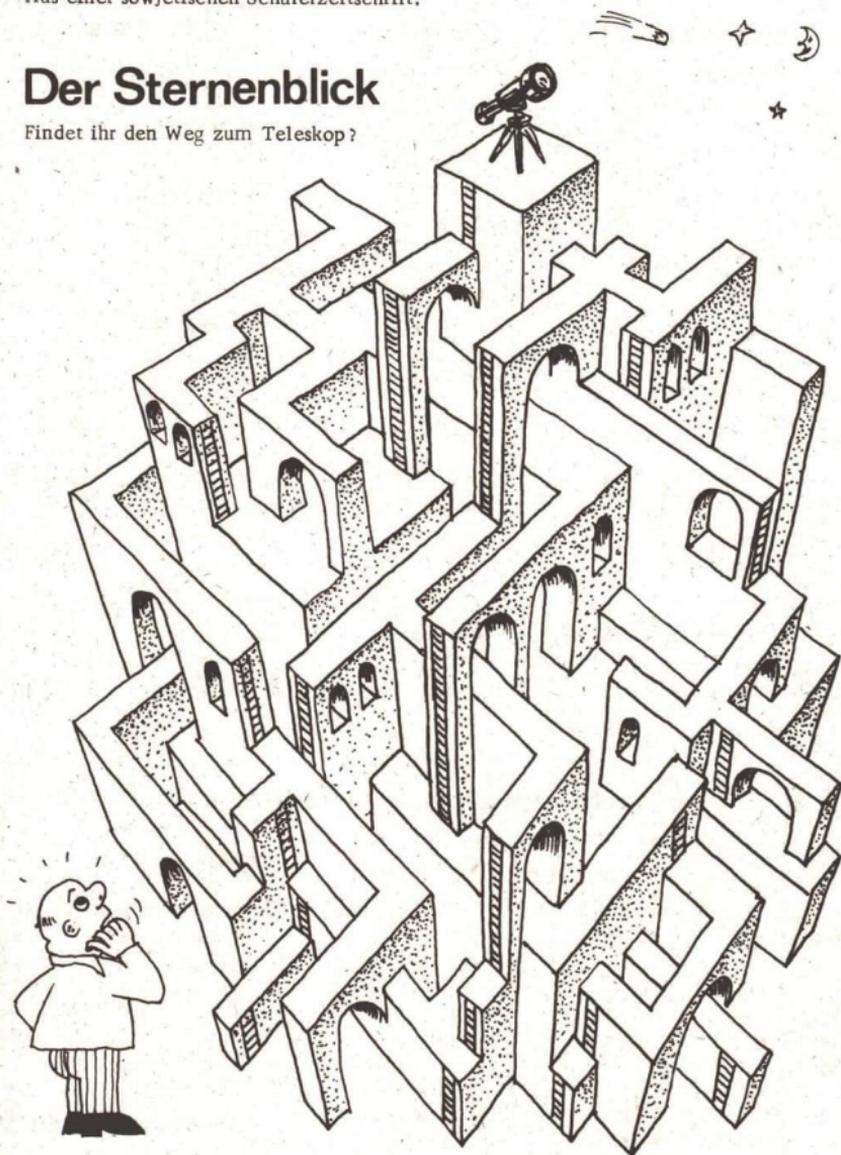
По вертикали: Б. Число, кратное 11. В. Нечетное число. Г. Куб некоторого числа. Д. Квадрат простого числа. Ж. Сумма пяти последовательных целых чисел.

А	Б		В
Г		Д	
Е			Ж
	З		

Aus einer sowjetischen Schülerzeitschrift:

Der Sternenblick

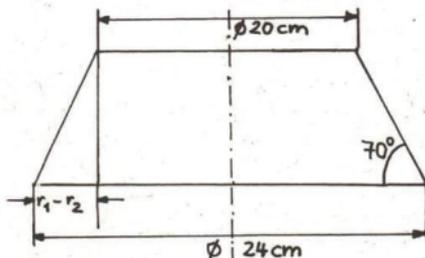
Findet ihr den Weg zum Teleskop?





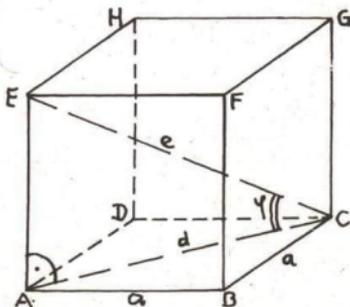
10. In einer algerischen Schule werden Klassenarbeiten und Prüfungsarbeiten mit "Zensuren" von 0 bis 20 bewertet (was unserem Punktsystem entspricht). Für die Zeugnisse werden die Durchschnittsnoten bis auf Hundertstel genau angegeben. Wieviel verschiedene "Zensuren" können danach auftreten? Algerien

11. Die Abbildung stellt den Achsenschnitt eines Kegelstumpfes dar. Welches Volumen besitzt dieser Kegelstumpf?



12. Weisen Sie die Gültigkeit der Ungleichung $\sin 1^\circ + \sin 4^\circ < \sin 2^\circ + \sin 3^\circ$ nach! Tschechoslowakei

13. Die Abbildung stellt einen Würfel ABCDEFGH mit der Kantenlänge a dar. Welche Größe hat der Winkel $\sphericalangle ACE$, den die Flächendiagonale \overline{AC} und die Raumdiagonale \overline{CE} einschließen?



Rumänien

Aus einem Mathematikbuch der Deutschen Demokratischen Republik

$$\begin{aligned} 4 & 4 & 4 & 4 & = & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & = & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & = & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & = & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & = & 5 \end{aligned}$$

Setzen Sie die Zeichen +, - bzw. : so ein,
daß richtig gelöste Aufgaben entstehen!
 $(4 + 4) \cdot (4 - 4) = 0;$

An dieser LVZ Mathe-Broschüre arbeiteten mit:

Oberstudienrat J. Lehmann, V. L. d. V., Leipzig (Idee und Gestaltung); Mathematikfachlehrer H. Begander (Leipzig); Oberstudienrat Th. Scholl (Berlin); J. Lehmann (Leipzig) Aufgaben und Lösungen.

Wir danken den zahlreichen Mathematikexperten des In- und Auslandes, die uns durch Überlassung von Literatur eine gute Arbeitsgrundlage schufen, diese Mathe-Broschüre zusammenzustellen.

Die Ländernamen wurden entsprechend des politisch - ökonomischen Handbuchs: "Länder der Erde", Verlag Die Wirtschaft Berlin, unter die Aufgaben gesetzt.

Aus Platzgründen wurde ein Teil der Lösungen leicht gekürzt.

In jedes Schuljahr sind einige anspruchsvolle Aufgaben - insbesondere für die außerunterrichtliche Arbeit oder als Arbeitsmaterial zur individuellen Förderung leistungsstarker Schüler - eingefügt. Die Lösung aller Aufgaben aus den jeweiligen Klassenstufen setzt die Kenntnis des Lehrstoffs des gesamten Schuljahres voraus.

Wir empfehlen daher, auf frühere Klassenstufen - auch im Sinne einer Wiederholung von Grundkenntnissen - zurückzugreifen.

Typografische Gestaltung: B. Radestock, LVZ

Veröffentlicht unter Liz.-Nr. 107 des Presseamtes der DDR

Druckerei: Fortschritt Erfurt

Preis: 2,- M

Die nächste unterhaltsame Mathebroschüre erscheint April 1982.



Mathe-International

Verlag Leipziger Volkszeitung 1981



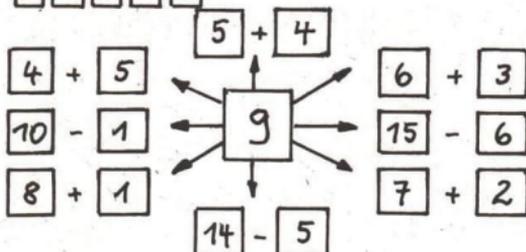
"Ich kann aber die Größe Deiner Rauchzeichen berechnen!"

Mathe International Lösungsteil

Seite 2 Irrgarten und Zahlenspielerien ohne Lösung

Seite 3 1. $\boxed{5} + \boxed{3} = \boxed{8}$

2. z. B.:



3. z. B.: $3 + 5 = 8$; $4 + 2 = 6$; $6 + 3 = 9$; $3 + 4 = 7$; $6 + 2 = 8$; $2 + 3 = 5$;
 $8 - 5 = 3$; $6 - 2 = 4$; $9 - 3 = 6$; $7 - 4 = 3$; $8 - 2 = 6$; $5 - 3 = 2$.

4. a) 3; 4; 2; 6; 5

Summand plus Summand ist gleich Summe.

Seite 4 Bildlogik: Das dritte Bild enthält einen schwarzen Hund und das kleine Männchen
 Verkehrter Fisch: Es ist Fisch Nr. 2.

Seite 5 4.b) 3; 4; 2; 0; 1

5. $8 - 6 = 2$ $8 - 4 = 4$ Nadja muß noch
 zwei Löffel und vier Gabeln holen.

6. $\boxed{5} - \boxed{2} = \boxed{3}$

7. $6 + 3 = 9$. Die Mutter kaufte neun Meter Kattun.

8. $14 - 4 = 10$. Der Zug ist mit zehn Waggons weitergefahren.

9. $5 + 2 = 7$; $3 + 2 < 7$; Peter könnte natürlich jede Ware ein-
 $5 + 1 < 7$; $3 + 1 < 7$; zeln tragen oder
 $3 + 2 + 1 < 7$; $2 + 1 < 7$. Kartoffel und Zwiebeln,
 Kartoffeln und Obst,
 Tomaten, Zwiebeln und Obst,
 Tomaten und Zwiebeln,
 Tomaten und Obst,
 Zwiebeln und Obst.

Wippe 9; Klettergerüst 8.

Seite 6 Zahlenmann: Der Mann ist 60
 Jahre alt.

Zur Probe: Werfer Nr. 7

Magisches Quadrat:

12	9	9
11	6	13
7	15	8

Seite 7 1a) 9; 7; 5; 9 b) 20; 18; 32; 27
 c) 5; 2; 3; 8 d) 8; 6; 7; 7

2.	a	b	a - b	2a	3b	a + b	2a + 3b
	1	2	2	2	6	3	8
	2	3	6	4	9	5	13
	3	5	15	6	15	8	21
	5	4	20	10	12	9	22
	7	8	56	14	24	15	38
	8	0	0	16	0	8	16
	10	10	100	20	30	20	50

3. $57 - 20 = 37$; $57 + 37 = 94$.

Es werden insgesamt 94 Bäum-
 chen gepflanzt.

5. $3 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 50 = 85$

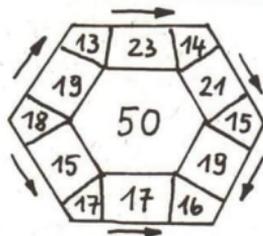
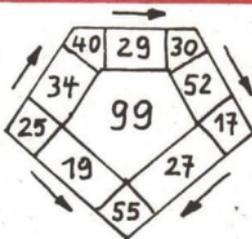
$100 - 85 = 15$.

Es bleiben 15 Lei übrig.

Der Weg T ist
 der kürzeste.

• Mathe International Lösungsteil •

4.



Seite 8 Bienenfleiß: Die Biene C hat den meisten Honig gesammelt.
Für Knobler: Rundreise, Tannenzweig, KleinStadt, Klavierstunde.

Seite 9 6. $A = 12,5\text{cm}^2$; $B = 8\text{cm}^2$; $C = 27\text{cm}^2$; $D = 25\text{cm}^2$; $E \approx 12,5\text{cm}^2$;
 $F = 4\text{cm}^2$.

7. $24 : 3 = 8$. In jeder Gruppe sind acht Pioniere. 8. a) entfällt;

b) Bernd hat die kleinere Handspanne.

9. $2 \cdot 36 = 72$; $2 \cdot 31 = 62$; $3 \cdot 25 = 75$; $24 : 2 = 12$; $24 : 4 = 6$.

Die Mutter wiegt 72kg, Oma 62kg, Vater 75kg, die Schwester 12 kg und der Bruder 6kg.

10. $26 - 1 = 25$; $25 = 5 \cdot 5$. Es waren 5 Brigaden mit je 5 Helfern.

z. B.: Zelt, Pfanne, Füllfederhalter; Schlittschuhstiefel, Maulschlüssel, Wecker; usw.

Seite 10 Verschlungenes: Andreas- Dampfper, Inona - Hund, Peter - Auto, Petra-Ente.
Augen auf! Karin hat am Fenster 6 gestanden.

Seite 11 1. a) $x = 9$ b) $x = 32$ c) $a = 8$ d) $x = 27$ e) $x = 22$ f) $x = 17$

2.

•	8	6	12	15	21	25	50	111	17	35
3	24	18	36	45	63	75	150	333	51	105
5	40	30	60	75	105	125	250	555	85	175
7	56	42	84	105	147	175	350	777	119	245

4. $3531 + 561 = 4092$;
 $4092 - 2222 = 1870$.

Die Länge des Jenissei beträgt 4092 km und die des Don 1870 km.

3. a) Es dauert noch 7 Minuten.

b) Es dauert noch 1 Stunde und 51 Minuten, 4 Stunden 48 Minuten. 7 Stunden 5 Min 9 Stunden 13 Minuten. d) Die Ankunft ist gegen 9.10 Uhr.

c) Es dauert noch 3 Stunden 32 Minuten.

140 Öre; 150 Öre; 175 Öre.

Seite 12 Märchenzoo

Seite 13 5.

D	1	2	3	4	5	6
A	6	12	18	24	30	36



• Mathe International Lösungsteil •

6. $1099 + 1667 + 1524 + 1851 = 6141$. Die Entfernung von Brest nach Irkutsk beträgt 6141 km.
7. a) 336; 393; 634 b) 669; 656; 557 c) 685; 656; 898 d) 888; 888; 888.
8. a) $6000 : 100 = 60$. Jeder Mann müßte 60 Fenster putzen.
 b) $60 \cdot 12 = 720$ Es können 720 Leute gleichzeitig die Fahrstühle benutzen.
 c) $12 + 5 = 17$. Es waren 17 Monate.

<input type="checkbox"/>	AB	BC	CD	DE	EF	FG	HL
	3cm	6,7cm	3cm	1cm	2cm	1cm	7,6cm

Seite 14 Zur ungeteilten Aufmerksamkeit: Lösung von oben nach unten 3, 1, 4, 2.
 Gedächtnisübung:



- Seite 15 1. Dreiecke 4; Rechtecke 11; Quadrate 8; Trapeze 3; Kreise 2.
 2. a) $x = 18$; $x = 11$; $x = 12$; $x = 11$ b) $x = 27$; $x = 29$; $x = 3$; $x = 17$
 c) $x = 24$; $x = 33$; $x = 3$; $x = 14$
 3. $2000 + 40 \cdot 5 = 2200$. Zum Festkonzert waren 2200 Leute angereist.

ohne Lösung.

Seite 16 Konzentriere dich! Es sind 25 Kreise, 10 Quadrate, 11 Rechtecke, 9 Dreiecke. Sie kosten insgesamt 412 Pfennig (4,12 M).

Aufgepaßt! 1. Brillenbügel, 2. Ärmelknopf, 3. Zahl sieben, 4. Bilderschnur, 5. Kreide, 6. Bleistift, 7. Haar vom Hund, 8. Halsband.

Seite 17 4. $6 \cdot 45 = 270$ Der Autobus ist täglich 270 Minuten unterwegs.

5.	<table border="1"><tr><td>6</td><td>16</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr><tr><td>14</td><td>0</td><td>10</td></tr></table>	6	16	2	4	8	12	14	0	10	<table border="1"><tr><td>13</td><td>18</td><td>11</td></tr><tr><td>12</td><td>14</td><td>16</td></tr><tr><td>17</td><td>10</td><td>15</td></tr></table>	13	18	11	12	14	16	17	10	15	<table border="1"><tr><td>40</td><td>5</td><td>30</td></tr><tr><td>15</td><td>25</td><td>35</td></tr><tr><td>20</td><td>45</td><td>10</td></tr></table>	40	5	30	15	25	35	20	45	10
6	16	2																												
4	8	12																												
14	0	10																												
13	18	11																												
12	14	16																												
17	10	15																												
40	5	30																												
15	25	35																												
20	45	10																												
	24	42	75																											

6.	x	127	997	192	341	5002	122	1478	926
	y	94	1570	3025	243	9245	2346	9457	798
	$8 \cdot x + y$	1110	9546	4561	2971	49261	3322	21281	8206
	$8 \cdot (x + y)$	1768	20536	25736	4672	113976	19744	87480	13792

7.	5718	9353	1062	3786
	+ 3291	- 7679	- 382	+ 6904
	9009	1674	680	10690

- a) Niederösterreich 19170 km^2 ; Steiermark 16386 km^2 ; Tirol 12648 km^2 ; Oberösterreich 11979 km^2 ; Kärnten 9533 km^2 ; Salzburg 7154 km^2 ; Burgenland 3965 km^2 ; Vorarlberg 2601 km^2 ; Wien 415 km^2 .
 b) Das Bundesland Österreich hat eine Fläche von 83851 km^2 .

• Mathe International Lösungsteil •

Seite 18 Waldwege: Ohne Lösung Zahlentausch: $5 + 10 + 12 + 2 = 29$

Seite 19 1. $5,30 \text{ h} = 5 \frac{3}{10} \text{ h} = 5 \text{ h } 18 \text{ min};$ $9 + 8 + 5 + 7 = 29$

$5 \text{ h } 30 \text{ min} - 5 \text{ h } 18 \text{ min} = 12 \text{ min.}$ $6 + 8 + 7 + 8 = 29$

Der Fehler beträgt 12 Minuten. $6 + 5 + 7 + 11 = 29$

2. Der halbe Umfang des Gartens beträgt 105m. Der Garten sei x Meter breit, also 2x Meter lang. Dann gilt $x + 2x = 105$, $x = 35$.

Für den Flächeninhalt erhalten wir somit $A = 35 \cdot 70 \text{ m}^2 = 2450 \text{ m}^2$.

3. Angenommen, die Zahl der von Ali gesammelten Guaven sei a, die der von Mahmud sei m, dann gilt:

$$a + m = 64 \qquad m = 28 + 1 + 7 \qquad \text{Ali sammelte 28 und}$$

$$m = a + 1 + 7 \qquad m = 36 \qquad \text{Mahmud 36 Guaven.}$$

$$a + a + 8 = 64$$

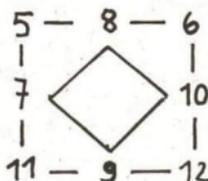
$$a = 28$$

4. Angenommen, Aussage (1) ist wahr; dann sind die Aussagen (2) und (3) falsch. Folglich hätte Anja entweder den roten oder den blauen Ball. Nun müsste aber Birte den blauen Ball, also Anja den roten und Christa den grünen Ball haben, was nicht möglich ist.

Angenommen, Aussage (2) ist wahr; dann sind die Aussagen (1) und (3) falsch. Folglich hätte Anja den grünen, Birte den roten und Christa den gelben Ball. Hier kommt es zu keinem Widerspruch.

Auch die Annahme, daß Aussage (3) wahr ist, führt zu einem Widerspruch. Folglich trifft nur die zweite Annahme zu.

5. $5 + 6 + 7 \dots + 11 + 12 = (5 + 12) + (6 + 11) + (7 + 10) + (8 + 9)$
 $= 17 \cdot 4 = 68; \quad 68 : 2 = 34$ Eine mögliche Lösung wäre:



6. $27 - 14 = 13$, Es gehören 13 Schüler dem Chor oder dem Orchester an. Wegen $9 + 6 = 15$ und $13 + 2 = 15$ gehören zwei Schüler zugleich dem Chor und dem Orchester an. Wegen $9 - 2 = 7$ gehören 7 Schüler nur dem Chor an. Wegen $6 - 2 = 4$ gehören 4 Schüler nur dem Orchester an. Wegen $27 - 7 = 20$ gehören 20 Schüler nicht zum Chor. Wegen $27 - 4 = 23$ gehören 23 Schüler nicht zum Orchester.

7. $2\text{m} \cdot 3,2\text{m} = 6,4\text{m}^2 = 64000 \text{ cm}^2$; $64000 \text{ cm}^2 : 1000 = 64 \text{ cm}^2$
 Eine Fliese hat eine Fläche von 64 cm^2 , also eine Kantenlänge von 8 cm.



$V = 1500 \text{ cm} \cdot 1500 \text{ cm} \cdot 134,5 \text{ cm}; \quad V = 302\,625\,000 \text{ cm}^3 \approx 302 \text{ m}^3$
 Die jährliche Wassermenge beträgt rd. 302 m^3 .

• Mathe International Lösungsteil •

1234, 1243, 1324, 1342, ..., 2134, ..., 3124, ..., 4123, ..., 4321.

21; 3c; 5i;

Seite 24 Abstrakt: Das dritte Bild in der dritten Reihe und das siebente Bild in der neunten Reihe haben das gleiche Muster.

Labyrinth: Ohne Lösung

Seite 25 5. $\frac{5}{9} + \frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 5 + 9 \cdot 1}{4 \cdot 9} = \frac{29}{36}$. Es gilt $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, wenn

$a \cdot d < b \cdot c$. Nun gilt $\frac{29}{36} < \frac{17}{19}$, denn $29 \cdot 19 < 36 \cdot 17$,

da $551 < 612$. Die Summe der beiden Brüche $\frac{5}{9}$ und $\frac{1}{4}$ ist somit kleiner als der Bruch $\frac{17}{19}$.

6. Das k. g. V. der Zahlen 15, 18 und 60 ist 180. Nach 180 Tagen, also nach 6 Monaten, sehen sich alle drei wieder.

7. Für den Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks ABC gilt $A = \frac{1}{2} \cdot s \cdot h$ und $A = \frac{1}{2} s x + \frac{1}{2} s y = \frac{1}{2} s (x + y)$. Daraus folgt $h = x + y$.

8. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$; $6 \cdot 5 = 30$ Der Schüler braucht für den ganzen Schulweg 30 Minuten.

9. $x = \frac{2240 \cdot 20 \cdot 54 \cdot 15}{270 \cdot 200 \cdot 42} = 16$ Für 2240 Fr erhält man 16 Pfund Sterling.

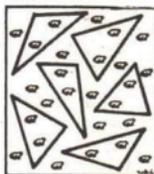
10. Der Winkel \sphericalangle ACB hat die Größe 42° (Scheitelwinkel). Der Winkel \sphericalangle ABC hat die Größe 54° (Nebenwinkel). Winkel \sphericalangle BAC hat somit die Größe $180^\circ - 42^\circ - 54^\circ = 84^\circ$.

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{18}$

f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$ h) $\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50}$

Seite 26 Schattenspiel: Der Schatten B ist mit dem Bild übereinstimmend.

Ein Dutzend Frösche:



Knoten-Knochelei: Es bleibt ein Knoten.

Seite 27 11. $\frac{4}{25} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{25}$; $1000 \cdot \frac{1}{25} = 40$.

Aus einem kg Milch erhält man $\frac{1}{25}$ kg Butter, aus 1000 kg Milch erhält man 40 kg Butter.

• Mathe International Lösungsteil •

12. Die beiden Schäfer und der Tourist aßen zusammen 8 Stück Käse, also jeder $\frac{8}{3}$ Stck. Der erste Schäfer gab dem Touristen da er selbst auch $\frac{8}{3}$ Stück Käse aß $\frac{7}{3}$ Stück, denn

$$\frac{5}{1} - \frac{8}{3} = \frac{7}{3} \quad \frac{3}{1} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}, \text{ der zweite gab } \frac{1}{3} \text{ Stück.}$$

Sie teilten sich also gerechterweise die 8 Forint im Verhältnis 7 : 1, d. h., der eine Schäfer erhält 7 Forint, der andere 1 Forint.

13. {SZ} {SH} {SE} {ZH} {ZE} {HE}

$$14. \quad 515g = 200g + 200g + 100g + 10g + 5g$$

$$118g = 100g + 10g + 5g + 2g + 1g$$

$$295g = 200g + 50g + 20g + 20g + 5g$$

15. Der g. g. T. der Zahlen 156, 204 und 276 ist 12. $(156 + 204 + 276) : 12 = 53$ Es sind insgesamt 53 Bäume zu setzen.

16. Der Winkel $\sphericalangle ABC$ habe die Größe β ; die Winkel $\sphericalangle ABD$ und $\sphericalangle CBD$ haben dann die Größe $\frac{1}{2}\beta$. Aus $BD \parallel EC$ folgt, Winkel $\sphericalangle BEC$ hat die Größe $\frac{1}{2}\beta$ (als

Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen), und Winkel $\sphericalangle BCE$ hat die Größe $\frac{1}{2}\beta$ (als Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen).

Aus $\sphericalangle BEC = \sphericalangle BCE$ folgt $\overline{BC} = \overline{BE}$, d. h., das Dreieck BEC ist gleichschenkl.



ohne Lösung

Seite 28

Apfelstiege



Viele kleine Leute: Die Figur ist in der Mitte des Bildes zu sehen, ihr Kopf ist der dritte Punkt von oben.

Würfelbau: Es mußten 10 Würfel übereinandergestellt werden.

Seite 29 1. Die zu ermittelnden weiteren Brüche dieser Art haben die Form $\frac{10a+b}{10c+d}$.

Für diese Brüche sollen gelten $\frac{10a+b}{10c+d} = \frac{10b+a}{10d+c} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Mit Hilfe dieses Zusammenhangs lassen sich weitere Brüche dieser Art bilden, z. B.:

$$\frac{12}{48} = \frac{21}{84} = \frac{1}{4} = \frac{4}{8};$$

$$\frac{46}{69} = \frac{64}{96} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}.$$

2. $1100 - 681 + 331 = 750$ Von Moskau bis Minsk sind es 750 km.

3. Es seien n Einbettzimmer, also $(82 - n)$ Zweibettzimmer; dann gilt

$$1 \cdot n + 2 \cdot (82 - n) = 132, \text{ also } n = 32.$$

Das Hotel verfügt über 32 Ein- und 50 Zweibettzimmer.

$$4. \quad 2 + 3 + 4 = 9; \quad 180^\circ : 9 = 20^\circ.$$

Die Größen der Innenwinkel des Dreiecks betragen 40° , 60° und 80° .

5. Die Summe des Geldes betrage x Kronen. Nach der ersten Geldausgabe verblieb ein Restbetrag von $x - \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x$ Kronen. Danach wurden weitere $\frac{3}{4}x \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x$ Kronen ausgegeben. Es verbleibt ein Restbetrag von $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x$ Kronen. Nun gilt $\frac{1}{2}x =$

• Mathe International Lösungsteil •

20 Kronen, also $x = 40$ Kronen. Anfangsbetrag die Summe des Geldes 40 Kronen.

	$8 + 24 - 12 = 20$
	$2 \cdot 7 + 17 = 31$
	$7 + 63 : 21 = 10$
	$17 + 94 - 50 = 61$

Seite 30 Schiffbruch:

1. Der Buchstabe L in London ist gewachsen.
2. Die obere Zacke auf der rechten Seite der Insel ist kleiner.
3. Ein Haar des Mannes ist gewachsen.
4. Der Arm des Mannes ist länger.
5. Die Wasseroberfläche hinter dem Schiff ist bewegter. (3 Punkte)
6. Die erste Stufe der Treppe ist breiter.
7. Links an der Insel fehlt eine Wellenlinie.

Zielscheibe: Franz gehört die Zielscheibe B und Frank die Zielscheibe A.

Franz hat $3 \cdot 18 + 3 \cdot 12 + 3 \cdot 9 = 117$ und

Frank hat $3 \cdot 17 + 3 \cdot 15 + 3 \cdot 9 = 123$ erzielt.

Seite 31 6. Für 225 km benötigt der Hungaria 3 Stunden 8 Minuten bzw. 188 Minuten, also $v = 71,8$ km/h.

7. Angenommen, es waren anfangs $2n$ Damen und $3n$ Herren; danach waren es $(2n + 6)$ Damen und $(3n - 6)$ Herren. Nun gilt $(2n + 6) : (3n - 6) = 3 : 2$. Daraus folgt $n = 6$. In dieser Gesellschaft befanden sich anfangs 12 Damen und 18 Herren.

$$8. \quad \begin{array}{l} 9,25 : (100 - 12) = x : 100 \\ 9,25 : 88 = x : 100 \end{array} \quad x = \frac{9,25 \cdot 100}{88} = \frac{925}{88} \approx 105,1.$$

Das Frischgewicht des Schinkens beträgt etwa 105,1 kg.



Lösung ab Zeile 5.

Seite 32

Löwenweg:

Verknotet: Es sind 6 Knoten.

Seite 33 9. $185 \cdot \frac{108}{100} \cdot \frac{105}{100}$ DM = 209,79 DM

Nach der zweiten Preiserhöhung kostete die Lampe 209,79 DM.

$$100 : x = 185 : 209,79, \quad x = \frac{100 \cdot 209,79}{185} = 113,4\%$$

Herr Müller irrt sich. Der Preis der Lampe ist insgesamt um 13,4% gestiegen.

10. Eine Zahl endet auf die Ziffer Null genau dann, wenn ihre Primfaktorenzerlegung das Produkt $2 \cdot 5$ enthält. Die Anzahl der Endnullen hängt also von der Anzahl der Primfaktorenpaare $2 \cdot 5$ ab. Wegen $2 < 5$ besitzt das zu untersuchende Produkt mehr Primfaktoren 2 als 5. Es genügt also, die Anzahl der Primfaktoren 5 zu bestimmen. Alle Vielfachen von 5 (5, 10, 15, ..., 125) enthalten wenigstens einen Faktor 5; das sind zusammen 25 Faktoren 5. Wegen $25 = 5 \cdot 5$,



• Mathe International Lösungsteil •

$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$, $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$, $100 = 4 \cdot 5 \cdot 5$, $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ kommen weitere 6 Faktoren 5 hinzu, Deshalb endet das gegebene Produkt auf 31 Nullen.

11. Wir halbieren die Winkelhalbierenden der Winkel $\sphericalangle CAB$ und $\sphericalangle CBA$; ihr Schnittpunkt sei F. Die Parallele zu \overline{AB} durch F erfüllt die gestellten Bedingungen. Als Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen gilt $\sphericalangle BAF = \sphericalangle DFA$. Ferner gilt $\sphericalangle DAF = \sphericalangle BAF$ nach Konstruktion. Daraus folgt $\sphericalangle DAF = \sphericalangle DFA$ und somit auch $\overline{AD} = \overline{DF}$. Analog dazu gilt $\overline{BE} = \overline{FE}$, also auch $\overline{DF} + \overline{FE} = \overline{AD} + \overline{BE}$ bzw. $\overline{DE} = \overline{AD} + \overline{BE}$.

$$12. \quad 100\% - 55\% = 45\% \\ 45 : 100 = 18 : x, \\ x = \frac{100 \cdot 18}{45} = 40.$$

Dieser Klasse gehören 40 Schüler an.

$$13. \quad x : 32 = 18 : 48, \quad x = \frac{18 \cdot 32}{48} = 12$$

Die Lehrlinge machen 12% der Belegschaft aus.

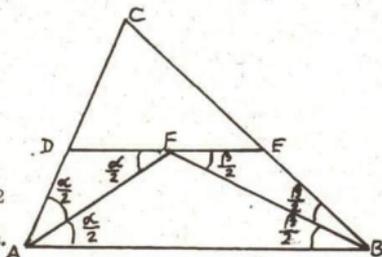
14. Die zweistellige Zahl sei $z = 30 + x$; ihre Quersumme beträgt $3 + x$.

Nun gilt $4 \cdot (3 + x) > 30 + x$, $3x > 18$, also $x > 6$.

Die Zahlen 37, 38 und 39 erfüllen die Bedingungen.

	1. (1) $\frac{3}{10}$	(2) $\frac{1}{25}$	(3) $\frac{17}{50}$	(4) $\frac{38}{125}$
--	-----------------------	--------------------	---------------------	----------------------

2. (1) 0,75	(2) 0,4	(3) 0,3125	(4) 0,05
-------------	---------	------------	----------



Seite 34

Erfinde:



Auf einen Blick: Es ist der Kreis links unten.

Kryptarithmetik: $\frac{3}{6} - \frac{792}{1584} = 0$; $\frac{7}{14} - \frac{293}{586} = 0$; $\frac{3}{6} + \frac{485}{970} = 1^2$

Seite 35 1. a) 1500m; 2900m; 3500m; 4000m;

b) 9.03; 9.07; 9.20; 9.23 Uhr (4400m);

c) Uhrzeit und Höhe über Grund

2. Wegen der Bedingungen der Aufgabenstellung lassen sich die gesuchten Zahlen durch \overline{abcba} darstellen. Nun gilt $275 = 25 \cdot 11$. Eine drei- und mehrstellige natürliche Zahl ist genau dann durch 25 teilbar, wenn sie auf die Ziffernfolge $\overline{00}$, $\overline{25}$, $\overline{50}$, $\overline{75}$, endet. Somit kommen die Zahlen $\overline{52c25}$ und $\overline{57c75}$ in Frage.

Nur für $c = 5$ ist die erste, für $c = 4$ die zweite Zahl durch 11 teilbar. Es existieren genau zwei solche Zahlen; sie lauten 52525 und 57475 .

3. Angenommen, anfangs befinden sich im ersten Krug $(n + 6)$ l Wasser, im zweiten n l Wasser. Nach dem ersten Umfüllen befinden sich im ersten Krug 6 l, im zweiten $2n$ l Wasser. Nach dem zweiten Umfüllen befinden sich im ersten Krug 12 l, im

• Mathe International Lösungsteil •

zweiten Krug $(2n - 6) l$ Wasser. Nach dem dritten Umfüllen befinden sich im ersten Krug $12 - (2n - 6) = 2(9 - n) l$ und im zweiten $2(2n - 6) l$ Wasser. Nun gilt $2(2n - 6) = 2(9 - n)$, $2n - 6 = 9 - n$, $3n = 15$, $n = 5$. Anfänglich enthielt der erste Krug $1 l$, der zweite $5 l$ Wasser.

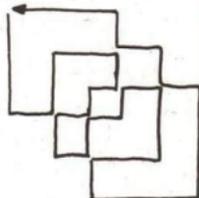
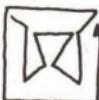
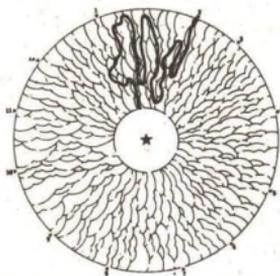
4. Es sei x die Länge des kleineren, also $(x + 8)$ die Länge des größeren Umfangs der Quadrate.

Dann gilt $\left(\frac{x+8}{4}\right)^2 - \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 36$, daraus folgt $a_1 = 8$ und $a_2 = 10$.

Die Quadrate haben einen Flächeninhalt von 64 cm^2 und von 100 cm^2 .

ohne Lösung

Seite 36



Seite 37

5. Für den Flächeninhalt des Kreisringes gilt $A_1 = \pi(r_1^2 - r_2^2)$; für den Flächeninhalt von k_3 gilt $A_2 = \pi \frac{1}{4} (r_1 - r_2)^2$. Ferner gilt

$$8 \cdot A_2 = A_1, \text{ also } 2 \cdot (r_1 - r_2)^2 = r_1^2 - r_2^2,$$

$$2 \cdot (r_1 - r_2)(r_1 - r_2) = (r_1 - r_2)(r_1 + r_2),$$

$$2 \cdot (r_1 - r_2) = r_1 + r_2,$$

$$2r_1 - 2r_2 = r_1 + r_2,$$

$$r_1 = 3r_2, \text{ also } r_1 : r_2 = 3 : 1$$

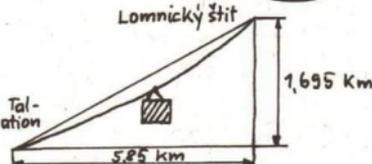
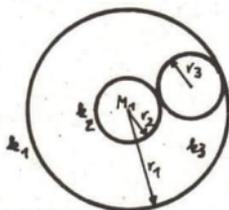
6. Der Höhenunterschied der Stationen beträgt 1695 m . Die auf der Karte eingezeichnete Länge entspricht bei dem Maßstab ($1 \text{ cm} = 0,75 \text{ km}$) $7,8 \cdot 0,75 = 5,85 \text{ km}$. Damit ist die

Luftlinie zwischen beiden Stationen nach dem Satz des Pythagoras $\sqrt{1,695^2 + 5,85^2} \approx 6,091 \text{ km}$

$$7. x = \sqrt{140^2 + 115^2} \approx 181; \quad y = \sqrt{181^2 + 115^2} \approx 214; \quad y - x = 33.$$

Der Weg des zweiten Kletterers ist um 33 m länger.

$$8. \frac{8400 \cdot 90 \cdot 24}{80 \cdot 28} = 8100 \quad \text{Es lassen sich aus } 24 \text{ kg Garn } 81 \text{ m Tuch von } 80 \text{ cm Breite herstellen.}$$



• Mathe International Lösungsteil •

9. Es gilt $\frac{n+9}{n-9} = 1 + \frac{18}{n-9}$. Für $n > 27$ wird
 $n-9 > 18$ und damit $\frac{18}{n-9} < 1$, also $\frac{n+9}{n-9}$

nicht ganzzahlig. Für $n=9$ ist $\frac{n+9}{n-9}$ nicht definiert. Für $n < 9$ wird $\frac{n+9}{n-9}$ negativ. Somit gilt

$10 \leq n \leq 27$. Nur für $n=10, 11, 12, 15, 18, 27$ erhalten wir die positiven rationalen Zahlen
 19, 10, 7, 4, 3, 2.

Musikalische Umsetzung der Berechnung der Dreiecksfläche.

Seite 46 Zu Gast bei Plump und Prall:

$30232 \cdot 3 = 90696$. Herr Plump wiegt 90696 Gramm.

Seite 47 Es gilt $g : k = 1 : 3 = 12 : 36$, $s : q = 1 : 4 = 25 : 100$, $k : q = 9 : 25 = 36 : 100$.
 10. Daraus folgt $g : k : s : q = 12 : 36 : 25 : 100$. Eine 4,325 kg schwere Fensterscheibe enthält somit 0,300 kg Glaubersalz, 0,900 kg Kalk, 0,625 kg Soda und 2,500 kg Quarz.

11. Nach dem Strahlensatz gilt $\frac{x-1}{5} = \frac{1}{x+3}$, also $x=2$.

Daraus folgt \overline{AC} und \overline{BC} haben beide die Länge 6 Einheiten, das heißt, das Dreieck ABC ist gleichschenkelig.

12. Eine Umdrehung ebnet eine Fläche, die gleich dem Zylindermantel der Walze ist, also $1,8 \cdot 1,2\pi$. Bei 20 Umdrehungen ist das gleich $135,6\text{m}^2$.

13. Es gilt

$70 + a > 6(7 + a)$ und $70 + a < 7(7 + a)$, $70 + a > 42 + 6a$ und $70 + a < 49 + 7a$,
 $5a < 28$ und $6a > 21$, $a < 5,6$ und $a > 3,5$. Daraus folgt $3,5 < a < 5,6$,
 also $a = 4$ oder $a = 5$. Die zu ermittelnden Zahlen lauten 74 und 75.

14. $\frac{1}{2}(a+c)h = 50$, $(a+c)h = 100$, $h = a+c$, folglich $h^2 = 100$, also $h = 10$. Daraus folgt weiter $a+c=10$ und $a-c=5$, also $2a=15$, $a=7,5$ und somit $b=2,5$. Also $m = \frac{1}{2}(a+c) = 5$.

Die Länge der Mittellinie des Trapezes beträgt 5 cm.

$4 : 5 : 7,2 = 20 : a : b$; $16,2 : x = 4 : 20$; $x = 81$

Von Trenčín nach Žilina sind es 81 km.

Seite 48 Wer kennt es? Es paßt die Nummer 1.

Von Zeichnung zu Zeichnung: A - E : der Tennisball - das Auge des Seemannes;

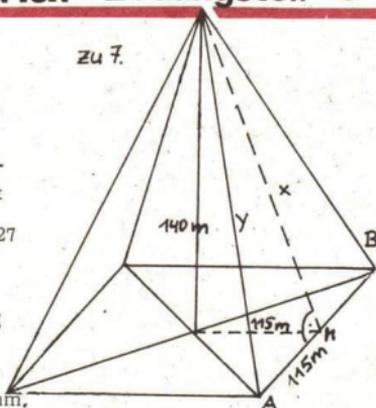
E - D : die Schleife auf der Mütze des Seemannes - die Zunge der Schlange;

D - B : die Krawatte des Musikers - das Blatt der Blume; B - C : die Schnalle auf

dem Gürtel des Mädchens - der Griff der Rolle des Malers.

Seite 49 $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 14 \text{ cm}^3 = 350\pi \text{ cm}^3$; $(350\pi + 4 \cdot 350\pi) \text{ cm}^3$
 $= 1750 \text{ cm}^3$; $x : 12 = 1000 : 1750\pi$,

zu 7.



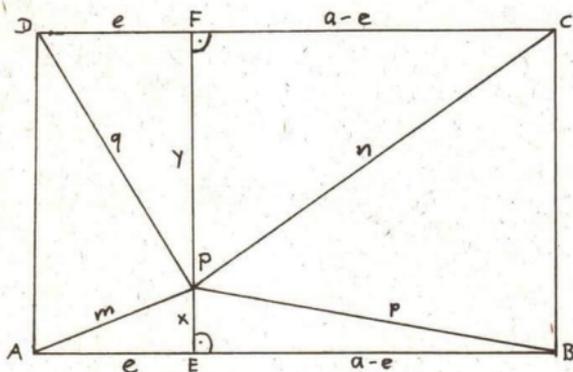
• Mathe International Lösungsteil •

$x = \frac{12000}{1750\pi} \approx 2,18$. Ein Liter Milch kostet 2,18 Lei.

2. Nach dem Satz des Pythagoras gilt für die der Zeichnung zu entnehmenden Längen

$$x^2 = m^2 - e^2 = p^2 - (a - e)^2 \text{ und } y^2 = q^2 - e^2 = n^2 - (a - e)^2,$$

$$m^2 = p^2 - a^2 + 2ae \text{ und } n^2 = q^2 + a^2 - 2ae, \text{ also } m^2 + n^2 = p^2 + q^2.$$



3. Es sei x die Eigengeschwindigkeit des Schiffes in stehendem Wasser und y die Geschwindigkeit des Wassers der Donau. Wegen $s = v \cdot t$ gilt $60 = 4(x - y)$; $60 = 3(x + y)$. Daraus folgt weiter $x - y = 15$; $x + y = 20$.

$2x = 35$, also $x = 17,5$ und $y = 2,5$. Die Eigengeschwindigkeit des Schiffes im stehenden Wasser beträgt 17,5 km/h; die Geschwindigkeit des Wassers der Donau beträgt 2,5 km/h.

4. Aus $e : a = a : f$ folgt $ef = a^2$, also $f = \frac{a^2}{e}$. Nach dem Satz des Pythagoras gilt $a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$, also $4a^2 = e^2 + f^2$. Durch Einsetzen erhalten wir

$$4a^2 = e^2 + \frac{a^4}{e^2}, \text{ also } e^4 - 4a^2 e^2 + a^4 = 0,$$

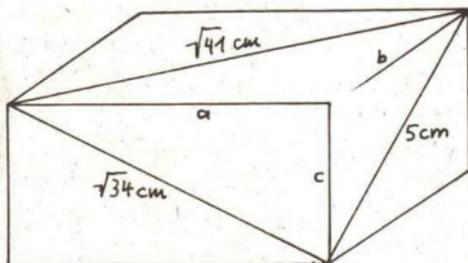
$$e^2 = 2a^2 + \sqrt{4a^4 - a^4} \text{ bzw. } f^2 = 2a^2 - \sqrt{4a^4 - a^4},$$

$$e^2 = 2a^2 + a^2\sqrt{3} \text{ und } f^2 = 2a^2 - a^2\sqrt{3}, \text{ e} = a(2 + \sqrt{3}) \text{ und } f = a(2 - \sqrt{3}).$$

5. Nach dem Satz des Pythagoras gilt

$a^2 + c^2 = 34$ und $a^2 + b^2 = 41$ und $b^2 + c^2 = 25$. Dieses Gleichungssystem hat die Lösung $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$. Das Volumen des Quaders beträgt somit $V = abc = 3 \cdot 4 \cdot 5 \text{ cm}^3 = 60 \text{ cm}^3$.

• Mathe International Lösungsteil •

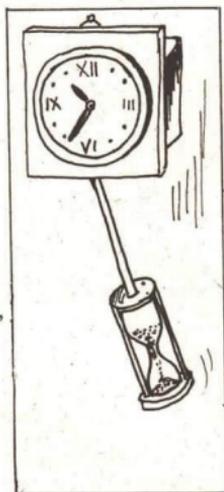


A Magic Square Jigsaw Puzzle

The total on each strip is 18, and their average is 6, which must be the number in the central cell.



9	2	7
4	6	8
5	10	3



Seite 50 Auf fremden Wegen: Ohne Lösung

Beobachte! B steckt in 1; C in 2; 3 ist falsch; A in 4; B in 5; B in 6; C in 7; 8 ist falsch; B steckt in 9; B in 10; 11 ist falsch; 12 ist falsch; 13 ist falsch; B steckt in 14; C in 15.

Seite 51

6. $2^5 = 32$, $5^2 = 25$, also $2^5 > 5^2$ (falsche Aussage).

$2^5 = 32$, $2^2 + 2^3 = 4 + 8 = 12$, also $2^5 \neq 2^2 + 2^3$ (wahre Aussage)

$2^2 \cdot 2^3 = 2^2 + 2^3 = 2^5$ (wahre Aussage).

$5^2 = 25$, $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$ (falsche Aussage).

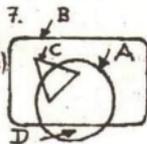
8. Wegen $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ gilt $a^3 + b^3 =$

$(a+b)[(a-b)^2 + ab]$. Da $(a-b)^2$ stets positiv ist, gilt $(a+b)[(a-b)^2 + ab] > (a+b)ab$ und folglich auch $a^3 + b^3 > ab(a+b)$.

9. Für den Flächeninhalt des Dreiecks gilt $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$; daraus folgt $ab = ch$. Durch äquivalentes Umformen erhalten wir

$a^2 b^2 = c^2 h^2$. Wegen $c^2 = a^2 + b^2$ gilt $a^2 b^2 = h^2 (a^2 + b^2)$, $a^2 b^2 = a^2 h^2 + b^2 h^2$.

Nach Division durch $a^2 b^2 h^2$ erhalten wir $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.



• Mathe International Lösungsteil •

10. Das Volumen des Raumes beträgt $V = 8\text{m}^3 \cdot 60 = 480\text{m}^3$. Nun ist nach $V = a \cdot b \cdot c$ das Volumen $480 = 5 \cdot x \cdot 4 \cdot x \cdot 3 \cdot x$, also $480 = 60 \cdot x^3$ und damit $x^3 = 8$ und $x = 2$. Die Ausmaße des Raumes sind dann:

Länge 10m, Breite 8m und Höhe 6m.

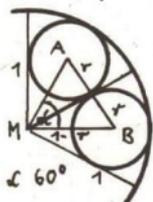
Seite 52

ohne Lösung

Beobachtungstest: Unter den 48 Stücken befinden sich nur 13 verschiedene. Am häufigsten ist die Kanne an der dritten Stelle auf dem obersten Bord vorhanden (6 mal), nur einmal die Vase mit zwei Henkeln auf dem vierten Bord an zweiter Stelle von rechts.

Kryptarithmetik: $1355 + 1019 + 2304 = 4678$

Seite 53



11. Da $\alpha = 60^\circ$ ist das Δ MBA gleichseitig. Deshalb gilt $2r = 1 - r$; $r = \frac{1}{3} E$.

$$A_k = \pi r^2; \quad A_k = 3,14 \cdot \frac{1}{9} E^2;$$

$A_k \approx 0,35 E^2$. Der Flächeninhalt des Kreises beträgt rd. $0,35 E^2$.

12. Da das rechtwinklige Dreieck AED gleichwinklig ist, ist es auch gleichschenkelig, und es es gilt $\overline{AE} = \overline{DE}$. Nach dem Satz des Pythagoras

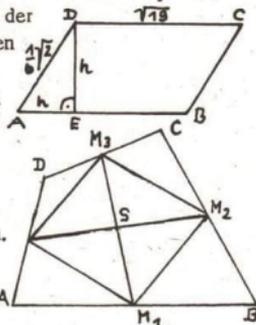
$$\text{gilt somit } h^2 + h^2 = \left(\frac{1}{6}\sqrt{2}\right)^2, \quad 2h^2 = \frac{2}{36}, \quad h^2 = \frac{1}{36}, \quad h = \frac{1}{6}.$$

Daraus folgt $A_p = \sqrt{19} \cdot \frac{1}{6} \text{ cm}^2$ und $A_Q = \left(\frac{3}{5}\sqrt{2}\right)^2 \text{ cm}^2 = \frac{18}{25} \text{ cm}^2$. Nun gilt

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ genau dann, wenn $a \cdot d < c \cdot b$ und wenn $x < y$, so $x^2 < y^2$.

Wegen $A_p^2 = \frac{19}{36}$ und $A_Q^2 = \frac{324}{625}$ und $19 \cdot 625 > 36 \cdot 324$ gilt $A_p > A_Q$.

13. Die Punkte M_1, M_2, M_3, M_4 seien die Mittelpunkte der Viereckseiten $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$. Die Verbindungsstrecken schneiden sich in S. Nach dem Strahlensatz gilt $\overline{DM_4} : \overline{DA} = \overline{M_3M_4} : \overline{CA} = 1 : 2$; folglich sind die Geraden M_3M_4 und CA parallel zueinander. Analog dazu gilt $M_1M_2 \parallel AC$, also $M_1M_2 \parallel M_3M_4$. Auf gleiche Weise läßt sich nachweisen, daß auch $M_1M_4 \parallel M_2M_3$ gilt. Das Viereck $M_1M_2M_3M_4$ ist somit ein Parallelogramm, in dem sich die Diagonalen $\overline{M_1M_3}$ und $\overline{M_2M_4}$ halbieren.



Seite 54 Mit voller Kraft heran! Zahlen nächste Seite!

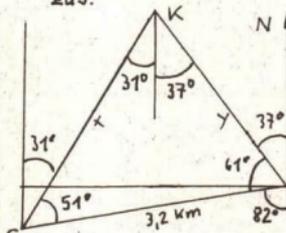
Seite 55 1. $(x + 0,1x)^2 = z$; a^2bc ; $\sqrt{p} = t$; $t = -45$

2. Die gesuchte Geschwindigkeit der Rolltreppe sei v . $3(v + 2) = v$ bzw. $v = 3\text{m/s}$.

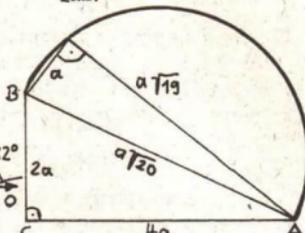
Mathe International Lösungsteil

6 5285 3676 . 5
 1 7 4 4 43534
 3 1467 5572 2
 16554 2 4 1 9
 608675 5 6
 27391 8 6 4705
 0 0 0 926 3
 8 8 997732 283
 180 1 8 4
 191100 882774
 4 2 1 0 6 5 5
 8 9 2276 13150
 232389 1 1 9 6
 7 5,8237 752
 24363 74908 0

Zu 3.



Zu 5.



$$3. \quad x = \frac{3,2 \cdot \sin 61^\circ}{\sin 68^\circ} \approx 3,0; \quad y = \frac{3,2 \cdot \sin 51^\circ}{\sin 68^\circ} \approx 2,7.$$

Der Kreuzungspunkt K ist von dem augenblicklichen Standort der ERNA etwa 2,7 km, von dem der GISELA etwa 3,0 km entfernt.

4. Wegen $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = 2$ gilt $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$. Wegen $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$
 $(2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$ gilt $5 \cos^2 \alpha = 1$, also
 $\cos \alpha = \frac{1}{5} \sqrt{5}$ und somit $\sin \alpha = \frac{2}{5} \sqrt{5}$.

5. Wir zeichnen ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Hypotenuse \overline{AB} , dessen Kathete \overline{BC} die Länge $2a$ und dessen Kathete \overline{AC} die Länge $4a$ hat. Über \overline{AB} als Durchmesser konstruieren wir einen Halbkreis. Um B schlagen wir mit dem Radius a einen Kreis, der den Halbkreis in D schneidet. Nach dem Satz des Pythagoras hat die Kathete \overline{AD} die Länge $a \cdot \sqrt{19}$.

Die $d = (a, b, c)$. Atunci $a = da_1, b = db_1, c = dc_1, a_1, b_1, c_1 \in \mathbb{N}$. Deoarece $abc = 3000$ rezultă că $d^3 a_1 b_1 c_1 = 3000$, adică d^3 este un divizor al lui $3 \cdot 2^3 \cdot 5^3$. Urmează că $d^3 \in \{1, 2^3, 5^3, 2^3 \cdot 5^3\}$, deci $d \in \{1, 2, 5, 10\}$.

Seite 56 Nicht für die Öffentlichkeit: 1. Flaschenkork - Sesselbein.

2. Lampenspitze - Sessellehne, 3. Haare des Lesenden - Schuh, 4. Ellenbogen - Tor im Hintergrund, 5. Dach des Hauses - Kopf der Zeitung.

Genau beobachten: Die richtigen Nummern lauten:

B: 4, 2, 8, 6, 1, 5, 3, 7; C: 7, 4, 2, 5, 3, 1, 8, 6; D: 2, 1, 6, 5, 3, 4, 8, 7.

Seite 57

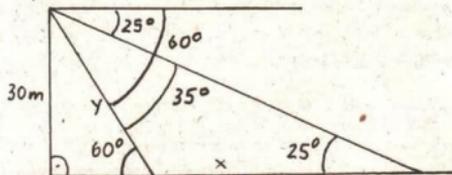
$$6. \quad (a + 3b)^2 = a^2 + 6ab + 9b^2; \quad (2x - y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2;$$

$$(3 - 4z)^2 = 9 - 24z + 16z^2; \quad (6x^2 + 1)^2 = 36x^4 + 12x^2 + 1.$$

$$7. \quad y = \frac{30}{\sin 60^\circ}; \quad x = \frac{y \cdot \sin 35^\circ}{\sin 25^\circ}$$

$$= \frac{30 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 25^\circ} \approx 47$$

Der Fluß ist etwa 47 m breit.



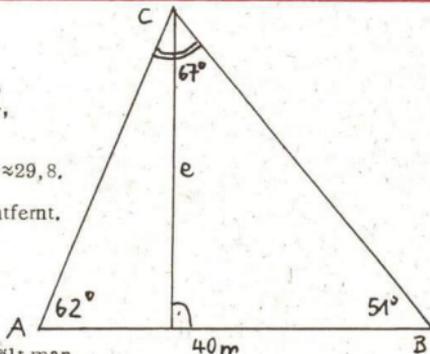
• Mathe International Lösungsteil •

8. Winkel $\angle ACB$ hat die Größe
 $180^\circ - 62^\circ - 51^\circ = 67^\circ$.

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin 51^\circ}{\sin 67^\circ}, \quad b = \frac{40 \cdot \sin 51^\circ}{\sin 67^\circ},$$

$$\frac{e}{b} = \sin 62^\circ, \quad e = \frac{40 \cdot \sin 51^\circ \cdot \sin 62^\circ}{\sin 67^\circ} \approx 29,8.$$

Die Insel ist rund 30 m vom Ufer entfernt.



9. Aus der gegebenen Gleichung erhält man
schrittweise durch äquivalentes Umformen

$$xyz + xy + yz + xz + x + y + z + 1 = 1978 \quad \cdot xy(z+1) + y(z+1) + x(z+1) + (z+1) = 1978,$$

$$y(z+1)(x+1) + (z+1)(x+1) = 1978,$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 2 \cdot 23 \cdot 43.$$

Folgende Zahlentripel (x, y, z) erfüllen die Gleichung: $(1, 22, 42), (1, 42, 22),$

$(22, 1, 42), (22, 42, 1), (42, 1, 22), (42, 22, 1).$



A	6	5	4	B	3
r	1	6	d	8	1
E	2	3	4	H	5
	5	3	2	1	0

Seite 58 Sternblick: Ohne Lösung

Seite 59 10. $20 \cdot 100 + 1 = 2001$ Es können 2001 Zensuren auftreten.

$$11. V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2); \quad h = (r_1 - r_2) \cdot \tan 70^\circ.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2 \cdot 2,747 \cdot (144 + 100 + 120) \text{ cm}^3 = 2096,64 \text{ cm}^3.$$

$$12. \sin 1^\circ + \sin 4^\circ = 2 \cdot \sin 2,5^\circ \cdot \cos 1,5^\circ, \quad \sin 2^\circ + \sin 3^\circ = 2 \cdot \sin 2,5^\circ \cdot \cos 0,5^\circ$$

$\cos 0,5^\circ > \cos 1,5^\circ$; folglich gilt die Ungleichung.

13. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras gilt

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2, \text{ also } d = a\sqrt{2}, \quad e^2 = a^2 + d^2 = 3a^2, \text{ also } e = a\sqrt{3}.$$

Nun gilt $\sin \varphi = a : (a\sqrt{3}) = 1 : \sqrt{3} = \frac{1}{3} \sqrt{3}$. Daraus folgt $\varphi \approx 35,24^\circ$.



z. B. $(4 : 4) \cdot (4 : 4) = 1; \quad (4 : 4) + (4 : 4) = 2;$

$(4 + 4 : 4) : 4 = 3; \quad 4 + (4 - 4) : 4 = 4; \quad (4 + 4 \cdot 4) : 4 = 5,$