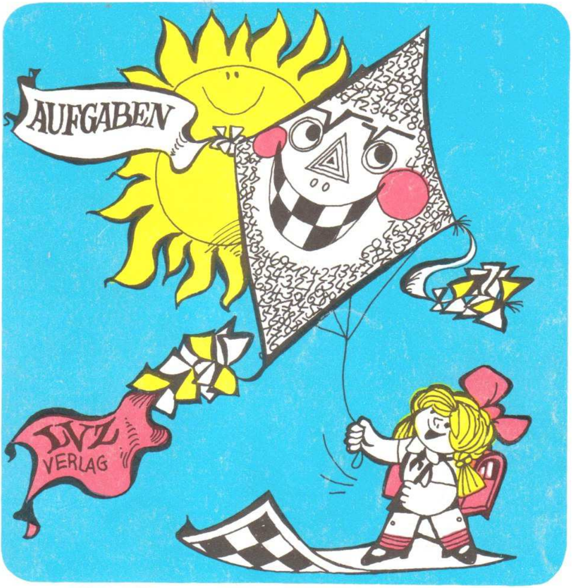
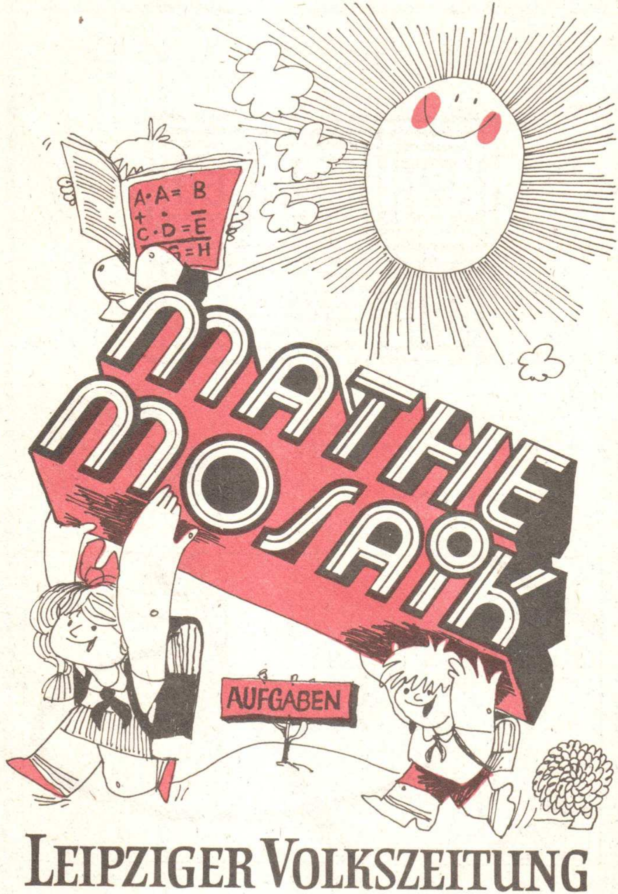
LEIPZIGER VOLKSZEITUNG



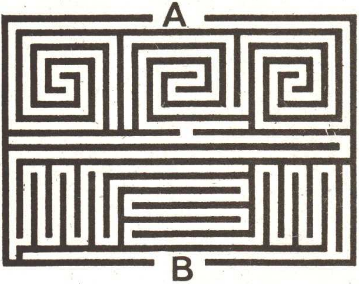
MATHE MOSAIK

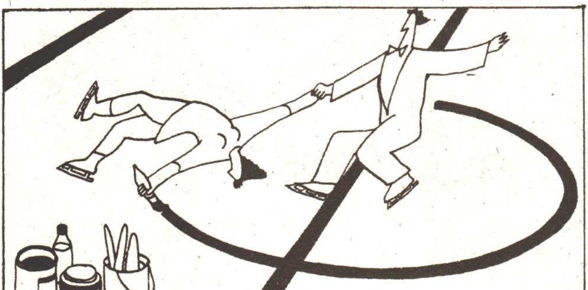


LEIPZIGER VOLKSZEITUNG

Irrgarten

2





3

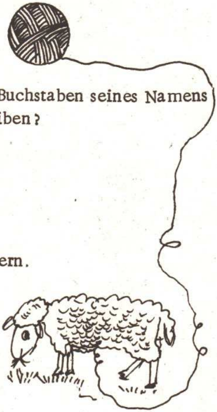
$1 = -1 + \sqrt{9} + 7 - 8$

Kl. 5

Wissenstoto I

1. Von 1380 Schafen erhält man 5kg Wolle je Schaf und von 128 Schafen 6kg Wolle je Schaf. Beim Waschen verliert die Wolle den dritten Teil ihrer Masse.
Die Schäferei erhält insgesamt

☐ kg Wolle.



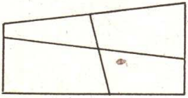
2. Wieviel Möglichkeiten hat Uwe, die Buchstaben seines Namens in allen möglichen Reihenfolgen zu schreiben?

Es gibt 6 Möglichkeiten.

3. Ersetze die Buchstaben durch Ziffern!
Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern.

$$\begin{array}{lcl} AAA \cdot A & = & BBB \\ - & & - \\ CCC \cdot A & = & DDD \\ \hline FFF \cdot A & = & 333 \end{array}$$

4. Wieviel Vierecke erkennst du in dieser Zeichnung?



Es sind ☐ Vierecke.

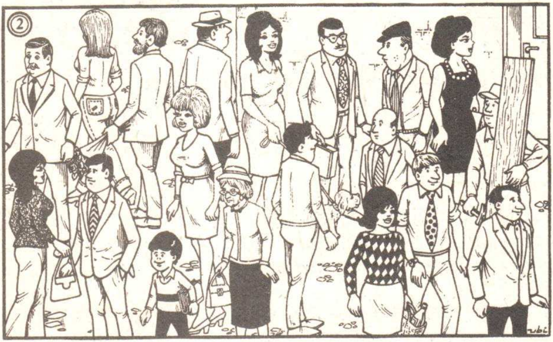
5. Ordne! (Schreibe die kleinste Menge zuerst!)

1700 cm	4 km	165 dm	9070 m

< < <

Wer hat was gekauft?

Die Szene auf dem unteren Bild spielt sich etwas später ab als die auf dem oberen. Unterdessen haben einige Personen etwas gekauft. Wer hat was gekauft?



5	$2 = 1^9 - 7 + 8$	Kl. 5

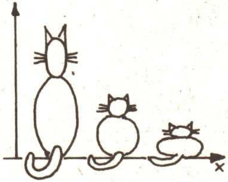
Wissenstoto II

6. Setze die Vielfachen der Zahl 3 von 3 bis 27 so in die Figur ein, daß in jeder (waagerechten) Zeile, in jeder (senkrechten) Spalte und in jeder der beiden Diagonalen die Summen gleich sind!

6		
		24

7. Vervollständige die Tabelle!

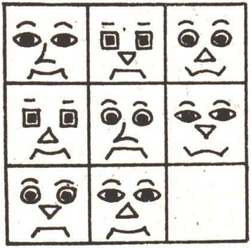
a	b	x	x = a - b
10	4	6	ja
6	4	10	
20	20	1	
112	45		ja

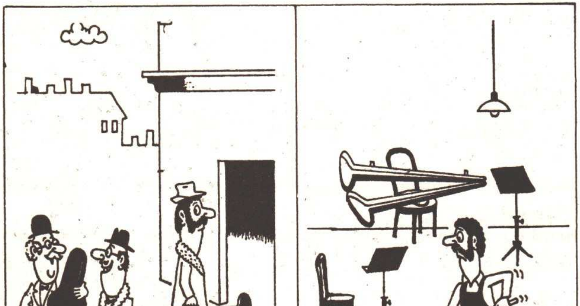


Wertetabelle

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	Summe
richtig:								
falsch:								

Name Vorname Klasse Schule





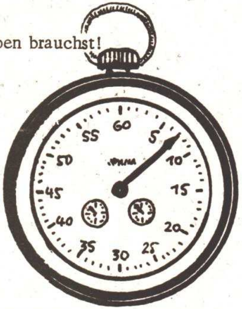
7

$3 = 1 + (9 + 7) : 8$

Kl. 5

Teststrecke

Stelle fest, wie lange du zur Lösung der Aufgaben brauchst!



1. Vervollständige die Tabelle!

a	a ist Teiler von						
	2	4	5	10	25	100	200
1	X						
2		X					
5					X		
10							

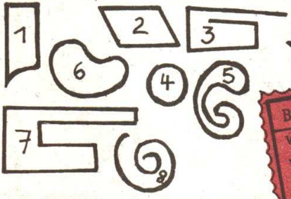
2. Vereinfache die folgenden Brüche durch Kürzen so weit wie möglich!

a) $\frac{3}{6}$ b) $\frac{10}{15}$ c) $\frac{8}{12}$ d) $\frac{25}{100}$

3. Berechne!

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ c) $760:10$ d) $7 \cdot 8$ e) $17 + 15$ f) $22 \cdot 10$

4. Welche der angegebenen Figuren besitzen einen Flächeninhalt?



Benötigte Zeit	Wertung
weniger als 2 Min.	ausgezeichnet
weniger als 3 Min.	sehr gut
weniger als 4 Min.	gut

Gedächtnisprobe

8

Sieh dir die Zeichnungen eine Minute lang aufmerksam an. Decke dann die oberen Bilder ab und schraffiere die Einzelheiten in den unteren Bildern, die deiner Meinung nach in den oberen Bildern schwarz sind!

9

4 = 19-7-8

Kl. 5

Aufgaben aus Freundesland (UdSSR)

1. Um zu ermitteln, wie schwer ein Maiskolben von einem Versuchsfeld ist, haben sowjetische Pioniere mehrere Kolben gewogen. Der größte war 850g, drei Kolben waren je 640g und zwei Kolben je 460g schwer.
Wieviel Gramm war ein Maiskolben durchschnittlich schwer?

Ein Maiskolben war durchschnittlich ☐ g schwer.

2. Der erste sowjetische künstliche Erdtrabant hat die Erde 1400 mal umkreist. Bei jeder Erdumkreisung ist er durchschnittlich 42 860 km geflogen.
Wieviel Kilometer ist Sputnik I insgesamt geflogen?

Sputnik I ist ☐ km geflogen.

3. Welche Zahl bedeutet jeder Buchstabe, wenn folgendes bekannt ist?

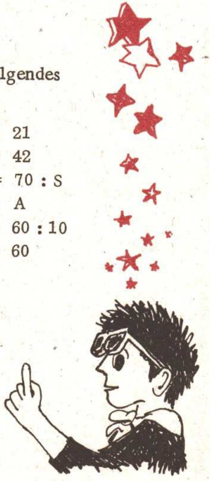
M	O	S	K	A	U

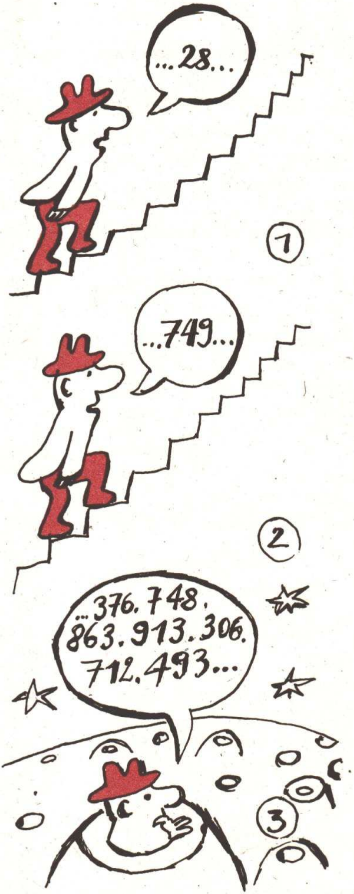
$$O + S + K = 21$$
$$S \cdot K = 42$$
$$A + K = 70 : S$$
$$M : O = A$$
$$K = 60 : 10$$
$$M + O + S + K + A + U = 60$$

4. Welche geraden natürlichen Zahlen n erfüllen die Ungleichungen?

$11 < 3n + 3 < 22$ n = { }

$17 < n : 3 < 21$ n = { }




...28...
1
...749...
2
...376.748.
863.913.306.
712.493...
3

11

$5=\sqrt{1+9+7+8}$

Kl. 6

1, 2, 3 - Logelei

1. Setze für das Zeichen ✳ Ziffern ein, so daß wahre Aussagen entstehen! Dabei kann das Zeichen ✳ verschiedene Ziffern bedeuten.

```
4042 : 8✳ = 4✳
✳✳✳
 60✳
 ✳✳✳
   0
```

```
   7✳929
+   87✳✳
   85722
-   ✳✳✳5
   81087
===========
```

△○ − ○△ = △

Gleiche Zeichen bedeuten gleiche Ziffern.

2. Setze in den folgenden Beispielen für ✳ Operationszeichen so ein, daß jeweils eine wahre Aussage entsteht!
Für alle natürlichen Zahlen x gilt:

$x \ast 0 = 0$
$0 \ast x = x$
$x \ast 1 = x$
$x \ast x \geqq x$

3. 13✳ · 7✳ = 1✳✳✳✳
Es sollen alle Sternchen so durch Ziffern ersetzt werden, daß alle drei Zahlen auf die gleiche Ziffer enden und daß beim Ergebnis an der Zehnerstelle die gleiche Ziffer steht wie an der Hunderterstelle.

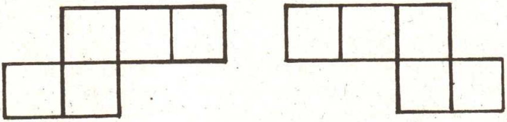
3	+		−		=7
×	●	+	●	×	●
	×		:		=3
−	●	−	●	+	●
	+		−		=6
=2	●	=4	●	=7	●

4a. 4b.

$$\begin{array}{ccccccc}
\square & + & \square & - & \square & = & 5 \\
+ & & - & & + & & \\
\square & - & \square & + & \square & = & 8 \\
- & & + & & - & & \\
\square & + & \square & - & \square & = & 7 \\
\hline
=\boxed{5} & & =\square & & =\square & &
\end{array}$$

Immer 20 12

		6	9	2		
	5	2	3	1	2	
4	6	3	1	5	3	2
8	1	7	5	5	3	7
	5	6	1	8	1	
		4	3	2		



Die oben abgebildete Figur ist in sechs Teile zu zerschneiden. Diese Teile aus jeweils zwei plus drei bzw. drei plus zwei Kästchen (Beispiele siehe Abbildung) müssen stets die Quersumme 20 ergeben.

13

$6 = 1\cdot(-9)+7+8$

Kl. 6

Mitgemacht - scharf nachgedacht

1. Berechne die Fläche und den Umfang eines Rechtecks mit den in der Tabelle angegebenen Werten!

a	1	5	10
b	10	5	1
A			
u			

2. Setze die richtigen Zeichen!

$\boxed{+}\boxed{-}$

$2 \;\square\; 4 \;\square\; 1 = 7$

$9 \;\square\; 2 \;\square\; 3 = 10$

$\boxed{<}\boxed{>}\boxed{=}$

$28 \;\square\; 15 + 13$

$63 - 20 \;\square\; 63 - 30$

$(7 + 8) - 5 \;\square\; 7 + (8 - 5)$

$8 + 8 + 8 + 8 \;\square\; 8 \cdot 5$

3. Vervollständige!

$1 = 3 - 3 : 3 - 3 : 3$

$2 = \square$

$3 = \square$

$4 = 3 + 33 : 33$

$5 = \square$

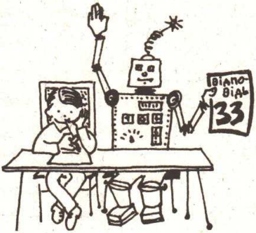
$6 = \square$

$7 = (33 - 3) : 3 - 3$

$8 = \square$

$9 = \square$

$10 = 3 + 3 + 3 + 3 : 3$



4. Für welche Zahlen x gelten die folgenden Ungleichungen?

$4898 < x < 4901$ $\quad x \in \{\qquad\}$

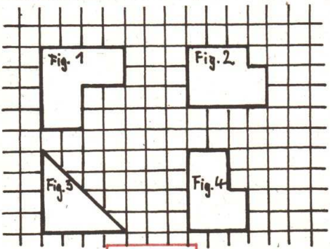
$7002 > x > 6997$ $\quad x \in \{\qquad\}$

5. Ersetze die Buchstaben durch Ziffern, so daß eine richtige Additionsaufgabe entsteht! Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern!

$$\begin{array}{r} A\;B\;C \\ +\quad C\;C \\ \hline A\;A\;B \end{array}$$

Moskauer Kinder spielen

Wieviel Flächeneinheiten hat jede der vier Figuren?



Figur 1 hat ______ Flächeneinheiten,
Figur 2 hat ______ Flächeneinheiten,
Figur 3 hat ______ Flächeneinheiten,
Figur 4 hat ______ Flächeneinheiten.

15 | $7 = 1 - 9 + 7 + 8$ | Kl. 6

Scherze und Rätsel unter Freunden

Als Dieters großer Bruder Peter vom Bau der "Drushba"-Trasse zum Urlaub nach Hause kam, hatte er viel zu berichten: von harter Arbeit und kniffligen Problemen, aber auch von freundschaftlichen Begegnungen und heiteren Stunden. Besonderen Spaß machten den Kindern verschiedene Geschichten, die Peter von seinem Freund Kolja erzählte. Der steckt voller Scherze und Rätsel, und in manchen Situationen fand er verblüffende Lösungen.
Hier einige Kostproben:

1. "Es ist", sagt Kolja, "meiner Eltern Kind, aber weder mein Bruder noch meine Schwester. Errätst du, wer das ist, spendiert dir dieses Wesen ein leckeres Moroschnoje."

2. Eines Tages besuchte Peter Kolja zu Hause. Der stellte ihm eine Frau vor: "Das ist die Tochter der Schwiegermutter von meines Bruders Vater." Hättest du gleich gewußt, um wen es sich handelt?

3. Natürlich war für den Gast - das läßt sich im Freundesland keine Familie nehmen! - der Tisch reich gedeckt. Unter anderem stand dort in der Mitte ein Teller mit fünf Portionen Kaviar. Fünf Personen saßen beieinander. "Aber eine Portion", bestimmte Kolja, "muß auf dem Teller bleiben!" Ging einer leer aus?

4. "Während eines kalten Winters", erzählte Kolja, "suchten wir - zwei Väter und zwei Söhne - in einem Hotel Quartier. Leider waren nur drei Betten frei. Dennoch schlief jeder allein in einem Bett." Wieso?

17

8 = (1 − 9) · (7 − 8)

Kl. 6/7

Wissenstoto I

1. Jeder der 32 Pioniere der Klasse 7a sammelte durchschnittlich vier Flaschen und 5,8 kg Altpapier. Für eine Flasche erhielten sie o,o5 M und für 1 kg Altpapier o,15 M. Die Klasse 7b sammelte Altstoffe für insgesamt 28.-M.
Reicht das Geld für die gemeinsame Zugfahrt beider Klassen zum Wandertag, die 59,10 M kosten wird?

Antwort:

2. Vervollständige die folgende Tabelle!

Bruch	erweiterter Bruch	Erweiterungszahl
$\frac{7}{13}$		7
$\frac{17}{20}$	$\frac{51}{60}$	
	$\frac{50}{90}$	10
$\frac{4}{7}$		13

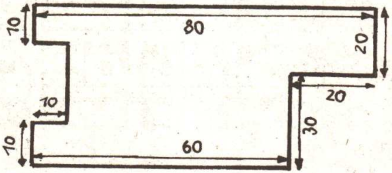
3. Wieviel Dreiecke und wieviel Trapeze erkennst du in dieser Figur?

Es sind Dreiecke

und Trapeze

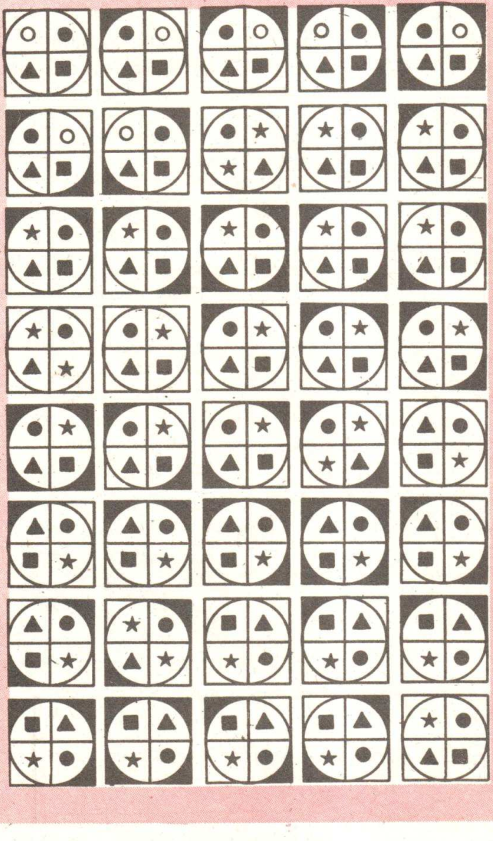
4. Berechne den Inhalt des Flächenstücks, das ihr hier abgebildet seht!

A = mm²



Gleich oder ungleich

Zwei der 40 Bilder sind ganz gleich! Welche?



19	9 = 1 + 9 + 7 − 8	Kl. 6/7

Wissenstoto II

5. Ersetze die Buchstaben durch Ziffern, so daß richtig gelöste Gleichungen entstehen!

$$
\begin{array}{rcl}
5600 - p & = & 4500 \\
p + r & = & 3900 \\
r : 20 & = & z \\
\hline
10\,000 - r - p - 5960 & = & z
\end{array}
$$

p =	r =	z =

6. Ersetze die Zeichen durch Ziffern!
Gleiche Zeichen bedeuten gleiche Ziffern.

$$
\begin{array}{ccccc}
\triangle\triangle & + & \bigcirc & = & \bigcirc\bigtriangledown\bigtriangledown \\
- & & + & & - \\
\triangle\square & - & \square\triangle & = & \triangle \\
\hline
\bigcirc & + & \triangle\bigtriangledown & = & \triangle\bigcirc
\end{array}
$$

○ =
△ =
▽ =
□ =

7. A und B haben zusammen 10 M
A und C zusammen 19 M
B und C zusammen 23 M
in ihren Geldbörsen. Wieviel Mark hat jeder bei sich?

A = M	B = M	C = M

8. Welche natürlichen Zahlen erfüllen nachfolgende Ungleichungen?

$6x < 19$ — L = {

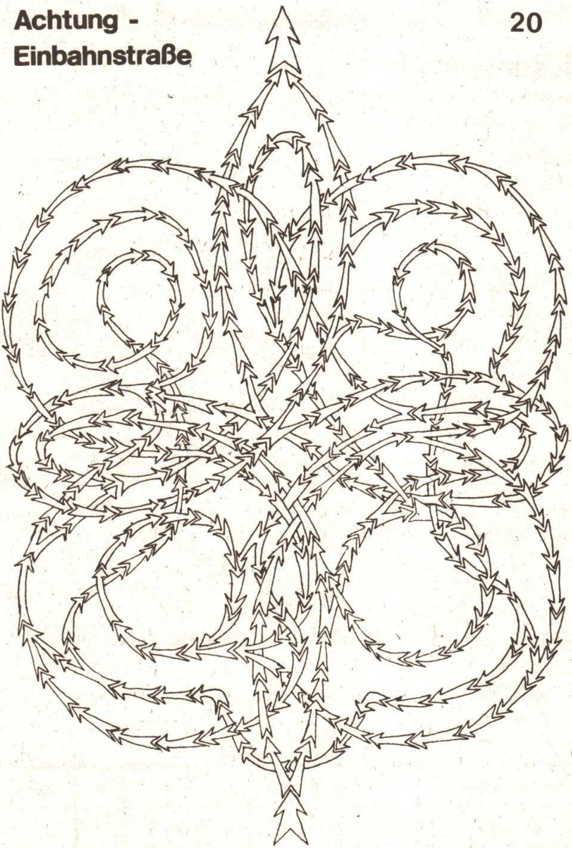
$x + 18 > 29$ — L = {

$30 < x + 7 \leqq 34$ — L = {

$50 \leqq 7x - 2 \leqq 54$ — L = {

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	zus.
richtig:									
falsch:									

Achtung - Einbahnstraße



21	$10=(1+9)\cdot(-7+8)$	Kl. 7

Aufgaben aus Freundesland (UdSSR)

1. Die Multispektralkamera MKF- 6 von Sojus 22 fotografierte bei jeder Aufnahme ein Gebiet von 115 km Breite und 165 km Länge. Das entsprechende Bild ist 55 mm breit und 88 mm lang.
Berechne die Fläche des Geländes in km^2 und die Fläche des Bildes in cm^2:

Die Fläche des Geländes beträgt $\boxed{}$ km^2, die des Bildes $\boxed{}$ cm^2.

2. Die BAM wird nach ihrer Fertigstellung von Taischet bis nach Sowjetskaja Gawan am Stillen Ozean eine Länge von 4500 km haben. Sie ist als zweigleisige Strecke vorgesehen.
Wieviel Tonnen Stahl werden benötigt, wenn ein Meter Schiene eine Masse von rund 50 kg hat?

Es werden $\boxed{}$ t Stahl benötigt.

3. Setze in die Zeichenreihe

$$1 \;\boxed{}\; 2 \;\boxed{}\; 3 \;\boxed{}\; 4 \;\boxed{}\; 5$$

anstelle der Quadrate Operationszeichen so ein, daß der entstandene Term die Zahl 100 bezeichnet! Es können noch zusätzlich Klammern gesetzt werden.

4. Im Jahre 1980 wird die Sowjetunion 805 Mill. t Kohle fördern. Diese Fördermenge ist um 11,5 Mill. t kleiner als das Dreiundzwanzigfache der Fördermenge von 1928, also der Fördermange vor Beginn des ersten Fünfjahrplanes der Sowjetunion.
Wieviel Millionen Tonnen Kohle wurden 1928 in der Sowjetunion gefördert?

1928 wurden in der Sowjetunion $\boxed{}$ Mill. Tonnen Kohle gefördert.

5. Eine Legierung besteht zu drei Teilen aus Kupfer und zu zwei Teilen aus Zinn, wobei 34,2 g Kupfer mehr als Zinn vorhanden sind.

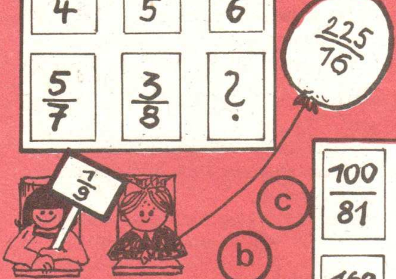
Wieviel Kupfer und wieviel Zinn sind in der Legierung?

Magische Dominosteine

Welche Lösung gehört wohin ?

a

$\frac{11}{4}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{8}$	?

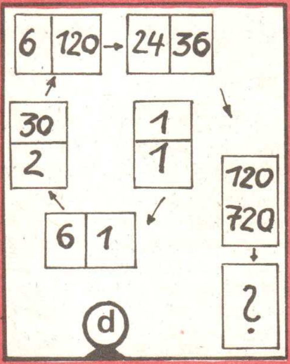


c

$\frac{100}{81}$	$\frac{121}{64}$	$\frac{144}{49}$
$\frac{169}{36}$	$\frac{196}{25}$	?

b

$\frac{12}{-10}$	$\frac{9}{-7}$	$\frac{7}{-5}$
$\frac{4}{-2}$	$\frac{2}{0}$	$\frac{-1}{3}$
$\frac{-3}{5}$	$\frac{-6}{8}$	?



23 | 11 = 1+9−7+8 | Kl.7

Gute Grundkenntnisse gefragt!

Aufgaben aus Abschlußprüfungen, z. T. leicht bearbeitet bzw. gekürzt - Viel Freude und Erfolg!

1. In einem Dreieck ist der größte Winkel dreimal so groß wie der kleinste und der andere Winkel zweimal so groß wie der kleinste. Bestimme die Größe der Winkel! Begründe dein Ergebnis!

2. Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck mit beliebiger Seitenlänge a, und zeichne eine Höhe h ein!

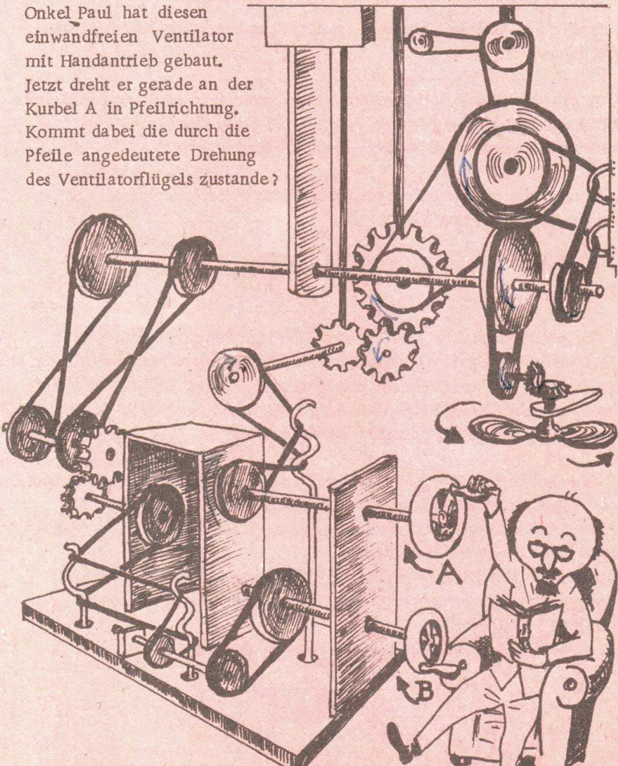
3. Bestimme x durch Konstruktion! $6{,}3 : 4{,}5 = 4{,}2 : x$
Errechne x!

4. Zwei Klassen planen eine Ferienwanderung. Für gute Leistungen im polytechnischen Unterricht erhalten sie dazu von ihrem Patenbetrieb 360 M. Dieser Betrag soll entsprechend der Schüleranzahl auf beide Klassen aufgeteilt werden. In der einen Klasse sind 26, in der anderen 22 Schüler. Berechne den Teilbetrag, den jede Klasse erhält!

5. Die Großküche eines Kraftwerkes gab täglich 600 Gerichte mit Kartoffeln aus, wobei für jedes Gericht 250 g Kartoffeln benötigt wurden.
Wieviel Tonnen Kartoffeln mußten eingelagert werden, wenn der Vorrat für 30 Tage genau reichen sollte?
Entsprechend den Beschlüssen des VIII. Parteitages der SED werden zur besseren Versorgung der Werktätigen in der Nachtschicht täglich 150 Portionen bereitgestellt.
Für wieviel Tage würde der gleiche Vorrat nun reichen?

Der komische Ventilator 24

Onkel Paul hat diesen einwandfreien Ventilator mit Handantrieb gebaut. Jetzt dreht er gerade an der Kurbel A in Pfeilrichtung. Kommt dabei die durch die Pfeile angedeutete Drehung des Ventilatorflügels zustande?



$12=\sqrt{1\cdot 9+7}+8$

Prozentrechnung

1977/1

Im Jahre 1975 wurden aus dem Staatshaushalt der DDR 5,6 Milliarden Mark für das Bildungswesen ausgegeben. Im Jahre 1976 wurden dafür 0,6 Milliarden Mark mehr bereitgestellt.

a) Wieviel Milliarden Mark wurden im Jahre 1976 bereitgestellt?

b) Auf wieviel Prozent konnten die Ausgaben für das Bildungswesen im Jahre 1976 gegenüber 1975 erhöht werden?

c) Stellt die Ausgaben der beiden Jahre in einem Diagramm dar, und beschriftet dieses!

1976/1

Im Volkswirtschaftsplan der DDR wurden im Jahre 1975 für Investitionen insgesamt 39,6 Milliarden Mark vorgesehen, davon 18,9 Milliarden Mark für Investitionen in der Industrie.

a) Berechne, wieviel Prozent der Investitionen für die Industrie bereitgestellt wurden!

b) Der Gesamtbetrag von 39,6 Milliarden Mark für 1975 stellt gegenüber dem von 1974 aufgewendeten Betrag eine Steigerung auf 104,4% dar. Berechne, wieviel Milliarden Mark die Investitionen im Jahre 1974 betrugen!

1975/1

Im Jahre 1973 wurden im Rahmen des Wohnungsbauprogramms in der DDR 80 700 Neubauwohnungen geschaffen.

a) Davon wurden 60% an Arbeiterfamilien vergeben. Wieviel Wohnungen waren das?

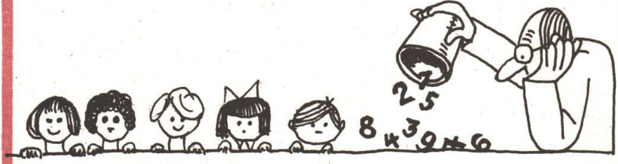
b) Im Jahre 1972 wurden 69 500 Neubauwohnungen geschaffen. Berechne, um wieviel Prozent die Anzahl der 1973 gebauten Wohnungen höher lag als die der 1972 gebauten!

1974/6a

Berechne 17% von 83!

Eine große Familie 26

Ein Junge hat ebensoviel Schwestern wie Brüder, seine Schwestern aber haben nur halb so viel Schwestern wie Brüder.
Wieviele Brüder und Schwestern gibt es nun in dieser Familie insgesamt?



Nachgedacht und mitgemacht I

1977/6a

a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 4{,}85$ m!

b) Berechnen Sie x! $\quad x = \dfrac{4{,}8 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^2}$

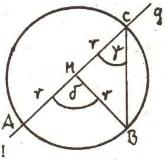
1976/6

Es seien

b) x der absolute Betrag von (-7)
y die entgegengesetzte Zahl zu $(+2{,}4)$
z das Reziproke von $\frac{2}{5}$.

c) Ermitteln Sie n in $n = \log_3 27$!

d) In der Skizze sei $\gamma = 41°$. Ermitteln Sie δ !



1976/7.2

Gegeben ist eine natürliche Zahl n ($n \neq 0$).

a) Schreiben Sie in allgemeiner Form die der Zahl n unmittelbar vorangehende natürliche Zahl (Vorgänger) und die unmittelbar folgende natürliche Zahl (Nachfolger) auf!

b) In einem speziellen Fall sei das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger von n die Zahl 483. Berechnen Sie n mit Hilfe einer Gleichung!

c) Geben Sie alle natürlichen Zahlen zwischen 300 und 400 an, die sich ebenfalls als Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer natürlichen Zahl darstellen lassen!

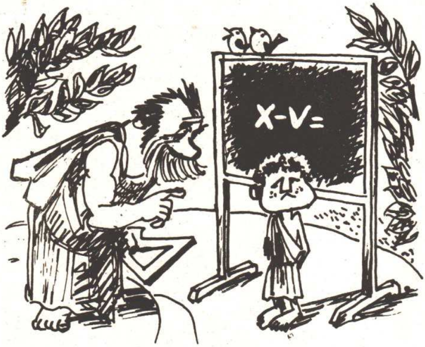
1975/6b

Schreiben Sie die Zahlen 628 000 000 und 0,0037 in der Darstellung mit abgetrennten Zehnerpotenzen, d. h. in der Form $a \cdot 10^n$! Dabei soll der Faktor a jeweils zwischen 1 und 10 liegen.

Zahlen gesucht

In den folgenden Redensarten kommt jeweils eine Zahl vor, die ihr einsetzen sollt.
Wer es richtig gemacht hat und dann die Zahlen addiert, erhält die Summe 1038.

1. Er tut so, als ob er nicht bis ☐ zählen könnte.
2. Das ☐ Rad am Wagen:
3. Nun schlägt's aber ☐
4. Ei, der ☐
5. Er wartet bis ☐ nach ☐

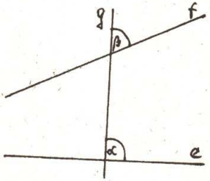


$14 = -1^9 + 7 + 8$

Kl. 8

Nachgedacht und mitgemacht II

d) Nebenstehende Skizze zeigt zwei beliebige Geraden e und f, die von einer Geraden g geschnitten werden. Wie müssen die Geraden e und f zueinander liegen, damit die Winkel α und β kongruent sind?



1974/2

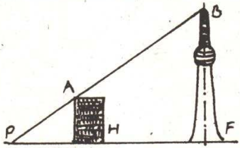
Im Stadtzentrum Berlins erscheint von einem Punkt P aus der Fernsehturm hinter dem Hotel "Stadt Berlin" so, daß die Punkte A, P und B auf einer Geraden liegen (siehe Skizze).

Die Längen der Strecken betragen näherungsweise:

$\overline{PH} = 200\,m$

$\overline{PF} = 600\,m$

$\overline{FB} = 360\,m$



a) Ermitteln Sie durch eine Zeichnung im Maßstab 1 : 10 000 die Höhe $\overline{HA}$ des Hotels! Geben Sie das Ergebnis in Metern an!

b) Ermitteln Sie die Höhe des Hotels auch rechnerisch! Formulieren Sie einen Antwortsatz!

1974/6

Ordnen Sie die Zahlen 1,2525...; 1,25000 und $1{,}2\overline{5}$ nach der Größe! Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl!

1973/5a

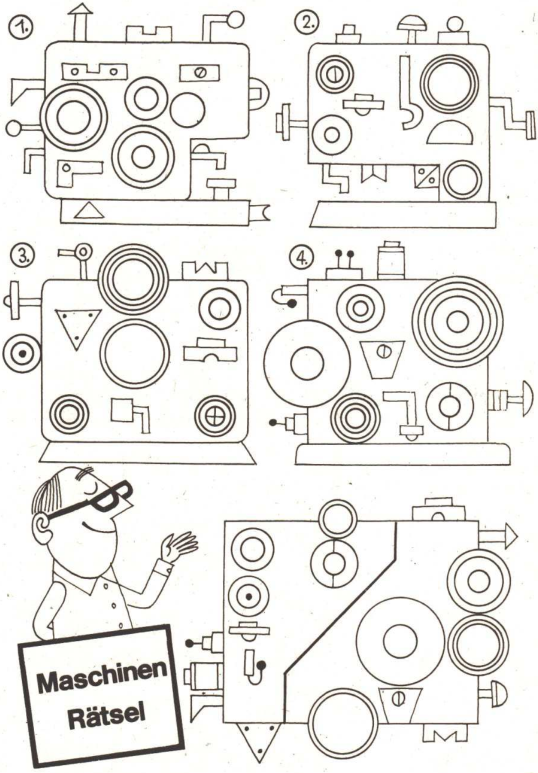
Berechnen Sie den Flächeninhalt eines Kreisringes mit den Durchmessern $d_1 = 4{,}5$ cm und $d_2 = 3{,}8$ cm!

1972/6c

Das Produkt aus der Differenz zweier verschiedener Zahlen und einer dritten Zahl sei gleich x. Geben Sie diesen mathematischen Sachverhalt in Form einer Gleichung mit Hilfe von Variablen an!

Ein einfallsreicher Maschineningenieur stellt aus Einzelteilen von vier alten Maschinen eine neue fünfte Maschine her (Siehe Zeichnung unten!)
Wieviel Teile von jeder der vier alten verwendete er?

30



Ein wenig Stereometrie

1976/7.1

Kohlenreserven werden in Halden gelagert. Aus Gründen des Brandschutzes hat eine solche Halde angenähert die Form eines geraden Pyramidenstumpfes mit quadratischer Grundfläche. Seine Abmessungen sind:

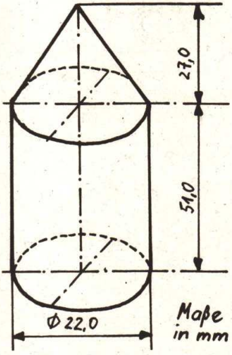
Seitenlänge der Grundfläche	$a_1 = 19,0\,\text{m}$
Höhe des Pyramidenstumpfes	$h = 4,5\,\text{m}$
Winkel zwischen Seitenfläche und Grundfläche	$\alpha = 45^\circ$

b) Berechnen Sie die Seitenlänge a_2 der Deckfläche!

c) Berechnen Sie das Volumen dieses Pyramidenstumpfes! (Keine Näherungsformel.)

1975/4

Ein Werkstück besteht aus einem zylinderförmigen und einem kegelförmigen Teil. (siehe Skizze)



a) Berechnen Sie sein Volumen, und geben Sie es in Kubikzentimetern an!

b) Das Werkstück ist aus Stahl gefertigt ($\varrho = 7,80 \frac{g}{cm^3}$).
Berechnen Sie die Masse dieses Werkstückes!

1973/7.3

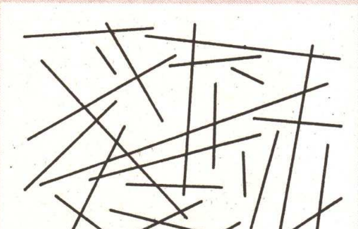
Ein zylinderförmiges Werkstück aus Stahl ($d = h = 75\,\text{mm}$, $\varrho = 7,8 \frac{g}{cm^3}$) wird so bearbeitet, daß daraus eine Kugel entsteht, die den gleichen Durchmesser wie der Zylinder hat. Berechnen Sie die Masse des Abfalls, der bei dieser Bearbeitung entsteht! Geben Sie die Masse in Gramm an!

"Eine Aufgabe für Vati, eine für Mutti,...!"

Parallel

Parallel

Nur zwei Geraden sind parallel zueinander. Wer findet sie?



33 | $16 = 1 \cdot (9-7) \cdot 8$ | Kl. 8/9

Termumformungen - Termwertberechnungen

1977/6d

Formen Sie die Gleichung $V = \frac{a^2 h}{3}$ $(h \neq 0)$ nach der Variablen a um!

1976/6a

Formen Sie folgende Gleichung nach r um! $A = \frac{abc}{4r}$ $(r \neq 0;\ A \neq 0)$

1975/6a

Vereinfachen Sie den Term $(m^2 n^5)^3$ so weit wie möglich!

1974/6b

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich!

$$\sqrt[3]{a^6 b^9} \qquad (a \geqq 0;\ b \geqq 0;\ a, b \in P)$$

1973/5d

Geben Sie den Wert für die Variable a an, für den der Term $\frac{5}{6 - 3a}$ nicht definiert ist! (Antwortsatz!)

1972/6d

Formen Sie die Gleichung für das Volumen des Kegels $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ nach der Variablen r um!

1971/6b

Formen Sie die folgende Gleichung nach a um!

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

1970/6c

Vereinfachen Sie die folgende Summe so weit wie möglich!

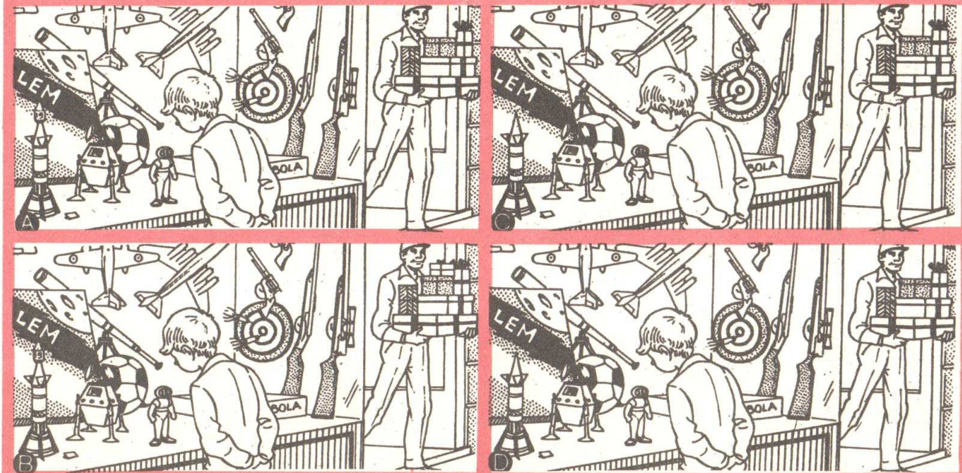
$$3m\,(m + 0{,}6n - 4n^2) + (m - 5n)^2$$

1969/5c

Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $5\sqrt{k^2} - \sqrt{49\,k^2}$ $(k \geqq 0,\ k$ reell$)$!

Vor dem Spielwarengeschäft

Eines der vier Bilder ist komplett, die anderen drei zeigen je eine Phase vor der Vollendung. In welcher Reihenfolge müßten die Bilder stehen?



35	$17 = -1 + \sqrt{9} + 7 + 8$	Kl.8/9

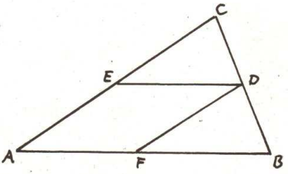
Beweise und Herleitungen I

1977/5

Im Dreieck ABC sei D der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Ferner gelte $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$ und $\overline{FD} \parallel \overline{AC}$ (siehe Skizze!).

a) Beweisen Sie unter Benutzung eines Kongruenzsatzes, daß die Dreiecke FBD und EDC einander kongruent sind!

b) Was folgt aus der Kongruenz der Dreiecke FBD und EDC für ihre Flächeninhalte?



1976/4

Gegeben sei ein Trapez ABCD mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ schneiden einander im Punkt S.

a) Zeichnen Sie ein solches Trapez und seine Diagonalen!

b) Beweisen Sie, daß die Dreiecke ABS und CDS einander ähnlich sind!

c) Welche weitere Aussage können Sie über die Dreiecke ABS und CDS treffen, wenn das Trapez ABCD ein Parallelogramm ist?

1970/4

Zeichnen Sie ein beliebiges Dreieck ABC!
Legen Sie auf $\overline{AB}$ zwischen den Punkten A und B einen Punkt D fest! Zeichnen Sie durch D die Parallele zu $\overline{AC}$; den Schnittpunkt $\overline{BC}$ nennen Sie E!
Beweisen Sie, daß die Dreiecke $\triangle$ ABC und $\triangle$ DBE einander ähnlich sind!

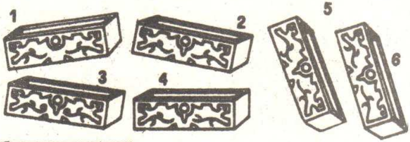
1968/7.1

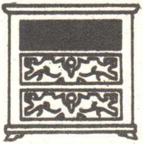
In einem Quadrat ABCD ist M der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$ und N der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$.

a) Zeichnen Sie die Figur!

b) Beweisen Sie, daß die Strecken $\overline{AM}$ und $\overline{BN}$ die gleiche Länge haben!

Wo ist der richtige Kasten?

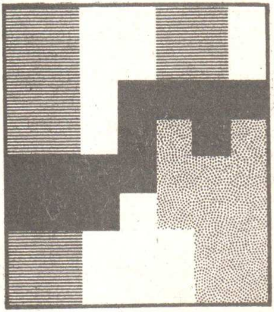




Welcher Kasten paßt in den Schrank hinein und hat das gleiche Muster wie die beiden anderen Kommodenkästen?

Augenmaßprobe

Das nebenstehende Rechteck ist in Gebiete unterschiedlicher Schraffur geteilt. Welches dieser Gebiet umfaßt die größte Fläche?



37 | 18= 19+7−8 | Kl. 8/9

Beweise und Herleitungen II

1974/7.3

Beweisen Sie folgenden Satz!

Wenn von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen die kleinste Zahl gerade ist, dann ist das Produkt dieser Zahlen durch 4 teilbar.

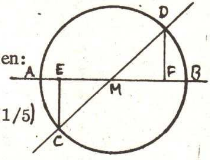
1973/6

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit folgenden Stücken:

$\overline{AB} = c = 5{,}0$ cm

$\overline{BC} = a = 3{,}5$ cm

$\sphericalangle ABC = \beta = 90^\circ$



(Zu 1971/5)

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!

b) Zeichnen Sie durch die Eckpunkte A und C die Parallelen zu den Gegenseiten! Ihr Schnittpunkt sei D. Es entsteht das Rechteck ABCD. Fällen Sie vom Mittelpunkt S der Strecke $\overline{AC}$ das Lot auf $\overline{AB}$! Sein Fußpunkt sei E.

c) Beweisen Sie, daß das Dreieck AES dem Dreieck ACD ähnlich ist! (Geben Sie den dabei benutzten Ähnlichkeitssatz an!)

1972/7.1

Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Die Summe von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 5 teilbar.

b) Wenn die kleinste von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen gerade ist, dann ist deren Summe auch durch 2 teilbar.

1971/5

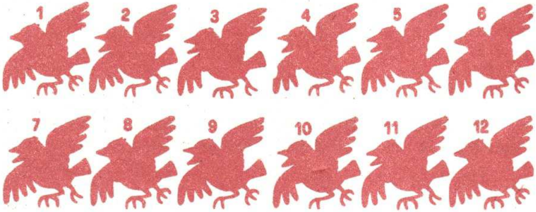
Durch den Mittelpunkt M eines Kreises verlaufen zwei Geraden, die miteinander einen spitzen Winkel bilden. Sie schneiden den Kreis in den Punkten A und B bzw. C und D. Von C und D sind die Lote auf die durch A und B verlaufende Gerade gefällt. Die Fußpunkte der Lote seien E und F.

a) Beweisen Sie, daß die Dreiecke MEC und MFD kongruent sind! Benutzen Sie dabei einen der Kongruenzsätze!

Vogeljagd

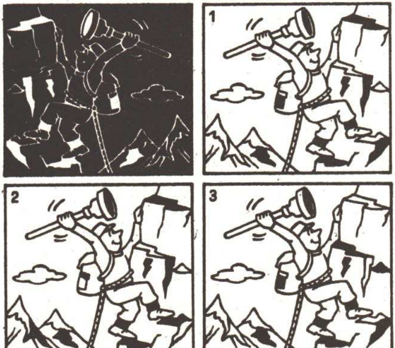
Suche aus Schattenbildern 1 bis 12 die der weißen Vögel A, B und C heraus!

38



Bergsteiger

Zu welcher der drei Zeichnungen ist die links stehende das negative Spiegelbild?



Ungleichungen I

1977/2

Gegeben ist die Ungleichung $12 - x > 3\,(1 + x) + 3 \qquad (x \in P)$.

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

b) Geben Sie drei gebrochene Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

c) Geben Sie durch Aufzählen alle natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

1976

Keine Aufgabe dieses Typs.

1975/7.1

Gegeben ist die Ungleichung $2x - (8 - x) < 8\,(2x + 3) - 5x \qquad (x \in P)$.

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

b) L sei die Lösungsmenge der gegebenen Ungleichung, Geben Sie für jede der sechs Zahlen,

$8; \quad 3; \quad 0; \quad -\frac{1}{2}; \quad -4; \quad 5{,}2$

an, ob sie zur Lösungsmenge L gehört oder nicht!

1974/5

Gegeben sind die folgenden Ungleichungen:

(1) $5x + < x + 25 \qquad (x \in P)$

(2) $12x - (x - 1) > 5x + 13 \qquad (x \in P)$

a) Lösen Sie die Ungleichung (1)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!

b) Lösen Sie die Ungleichung (2)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die einstellige natürliche Zahlen sind!

c) Die unter a) angegebenen natürlichen Zahlen bilden die Menge M_1, die unter b) angegebenen natürlichen Zahlen bilden die Menge M_2. Geben Sie den Durchschnitt von M_1 und M_2 durch Aufzählen der Elemente an! (Proben werden nicht verlangt.)

1973/2

Gegeben ist die Ungleichung $7\,(3x - 2) < 3x + 22 \qquad x \in P$.

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

Guter Fang!

Zwischen den beiden Bildern gibt es 12 kleine Unterschiede. Vergleiche, und suche wo sie stecken!

Ungleichungen II

b) Geben Sie die Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!

1972/7. 3

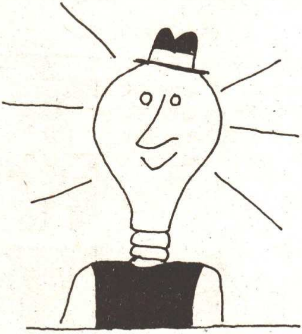
Gegeben ist die lineare Ungleichung

$$\frac{8(2x+1)}{5} < 3x+2$$

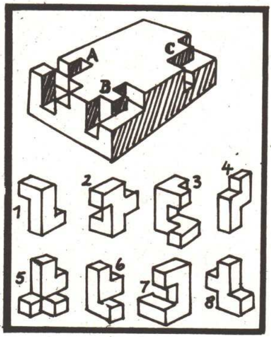
a) Lösen Sie diese Ungleichung im Bereich der reellen Zahlen!

b) Geben Sie folgende Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente an:

1. Die Lösungsmenge L_1 obiger Ungleichung im Bereich der natürlichen Zahlen;
2. Die Lösungsmenge L_2 obiger Ungleichung im Bereich der ganzen Zahlen mit $-4 < x < 1$;
3. Die Menge M aller Elemente, die sowohl in L_1 als auch in L_2 vorkommen!



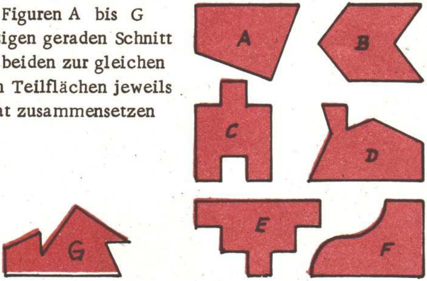
Baumeister



Ihr seht auf der Zeichnung links acht Einzelteile. Welche Teile von ihnen gehören wo hinein?

Ein gerader Schnitt

Zerschneide die Figuren A bis G durch einen einzigen geraden Schnitt so, daß sich die beiden zur gleichen Figur gehörenden Teilflächen jeweils zu einem Quadrat zusammensetzen lassen!



$21 = 1 \cdot (\sqrt{9})! + 7 + 8$

Lineare Funktionen und Gleichungsysteme I

1977/7.1

Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & y = 3x + 3 \\ \text{II.} & y = -x + 7 \end{array} \qquad (x \in P)$$

a) Lösen Sie dieses System rechnerisch! Führen Sie die Probe durch!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar (Koordinateneinheit: 1 cm)!

c) Der Schnittpunkt der beiden Graphen sei S. Der eine Graph schneidet die x-Achse im Punkt Q, der andere Graph schneidet die x-Achse im Punkt R. Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks QRS (in Quadratzentimeter)!

1975/3

Gegeben sind die linearen Funktionen mit den Gleichungen

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & y = 3x - 2 \\ \text{II.} & x + y = 4 \end{array} \qquad (x \in P)$$

a) Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben rechtwinkligen Koordinatensystem graphisch dar, und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes ihrer Graphen an!

b) Betrachten Sie die beiden gegebenen Gleichungen als Gleichungssystem, und lösen Sie es rechnerisch!

1974/6d

Durch die Gleichung $y = 3x - 1$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Gerade g. Geben Sie die Gleichung einer anderen Funktion an, deren Graph parallel zu der Geraden g verläuft!

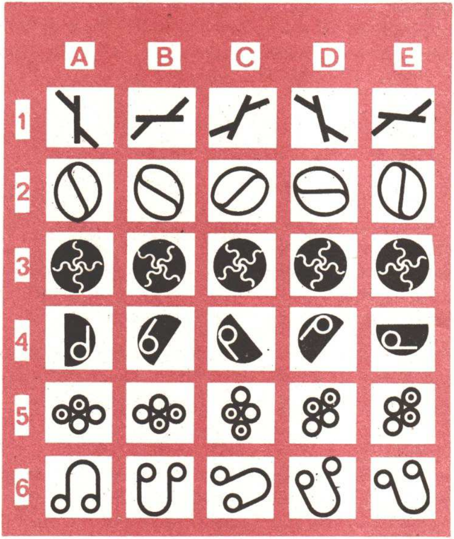
1971/4

Zur optimalen Auslastung des Transportraumes bei der Beförderung von Speisekartoffeln werden durch die Deutsche Reichsbahn Zielzüge eingesetzt. In einem solchen Zug laufen zwei Wagentypen mit einer Ladefähigkeit von 20t bzw. 24t Speisekartoffeln. Der Zug besteht aus 33 Waggons. Er befördert insgesamt 720 t Speisekartoffeln.
Berechnen Sie wieviel Waggons des jeweiligen Typs in diesem Zielzug eingesetzt sind.

Ich hab's, Du auch?

44

In jeder der waagerechten Reihen ist die gleiche Abbildung dargestellt, nur verdreht, bis auf eine. Erratet die Ausnahmen in den einzelnen waagerechten Reihen!



$22 = 1 + (\sqrt{9})! + 7 + 8$

Lineare Funktionen und Gleichungsysteme II

1973/7.1

a) Zeichnen Sie die Punkte A (-4; 1) und B (0; 3) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

b) Zeichnen Sie durch diese beiden Punkte die Gerade g! Geben Sie die Gleichung der durch g dargestellten Funktion an!

c) Spiegeln Sie die Gerade g an der Abszissenachse, und bezeichen Sie das Spiegelbild mit g' !

d) Berechnen Sie den spitzen Winkel, den die beiden Geraden g' und g einschließen!

1972/1

Gesucht sind zwei Zahlen. Ihre Summe ist 4. Wird das Dreifache der einen Zahl um das Doppelte der anderen Zahl vermindert, so erhält man 52. Berechnen Sie die beiden Zahlen! Führen Sie die Probe durch!

1971/3

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x$; (x reell).

a) Berechnen Sie für diese Funktion die zu den angegebenen x-Werten gehörenden y-Werte!

x	-4	+1	+3
y			

Übertragen Sie die Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!

b) Zeichnen Sie den Graph g_1 dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

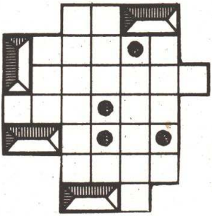
c) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die parallel zu g_1 verläuft und durch den Punkt P_1 (0; -3) geht! Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!

d) Spiegeln Sie die Gerade g_2 an der y-Achse, und zeichnen Sie das Spiegelbild !

Tempo – Tempo

Addiere alle auf diesem Bild aufgezeichneten Zahlen! Zu welchem Ergebnis kommst du? Vergleiche mit der Stoppuhr, wer von deinen Freunden der schnellere ist!

Richtig aufgeteilt



Unterteile die vorliegende Fläche in vier flächengleiche (nicht formgleiche) Teile. Jede Teilfläche soll einen Punkt und ein Rechteck enthalten!

47	$23 = -1 + 9 + 7 + 8$	Kl. 9/10

Quadratische Funktionen und Gleichungen I

1977/4

Gegeben sind zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ mit den Gleichnungen

(1) $f(x) = y = 2x + 1$

(2) $g(x) = y = x^2 + 2x - 3$ $\quad (x \in P)$.

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion $f(x)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

b) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion $f(x)$!

c) Der Graph der Funktion $g(x)$ ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel in das bei Teil a) verwendete Koordinatensystem!

d) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion $g(x)$!

e) Die Graphen der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2. Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte an!

1976/3

a) Durch die Gleichung $y = x^2 - 6x + 5$ $(x \in P)$ ist eine Funktion bestimmt.
- Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!
- Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an!
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion mindestens im Intervall $0 \leqq x \leqq 6$!

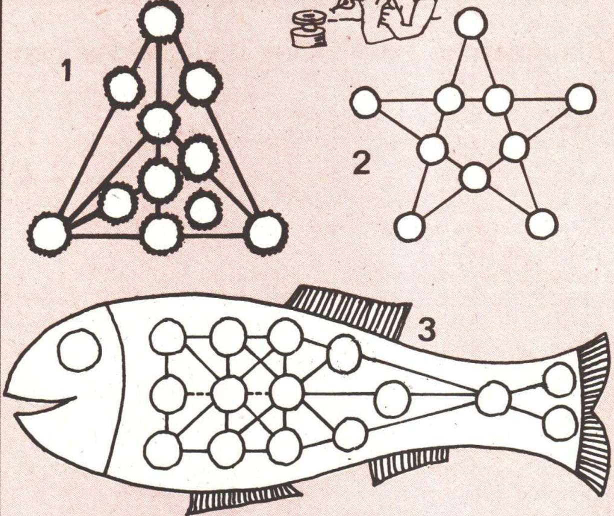
b) Durch die Gleichung $y = x^2 - 6x + q$ $(x, q \in P)$ sind Funktionen gegeben.
Ermitteln Sie alle reellen Zahlen q, die man in die Funktionsgleichung einsetzen kann, so daß die damit bestimmten Funktionen keine Nullstellen haben!

1975/7.2

Durch $y = \frac{1}{x^2}$ $(x \in P;\ x \neq 0)$ ist eine Funktion gegeben.

a) Berechnen Sie deren Funktionswerte y für die in der Tabelle vorgegebenen Argumente x ! (Doppelbrüche sind in gemeine Brüche umzuformen.)
(Übertragen Sie diese Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt! s. nächste Seite)

Zahlenmagie



1. Die Zahlen 4 bis 13 sind so in die kleinen Kreise einzutragen, daß die Summe aller Zahlen auf jeder Geraden 34 beträgt.

2. Trage in die Kreise des Sternes natürliche Zahlen ein, so daß die Summe der Zahlen auf jeder Geraden 24 beträgt. Jede Zahl soll dabei nur einmal auftreten.

3. Die Zahlen von 1 bis 16 sind so in die Kreise einzutragen, daß die Summe der Zahlen auf jeder Geraden (auch auf der gestrichelten Geraden) jeweils 33 beträgt.

$23 = -1 + 9 + 7 + 8$

Kl. 9/10

Quadratische Funktionen und Gleichungen II

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	+2	$+\frac{5}{2}$
y							

x	2	3	-1	
y				125

(Zu 1973/5b)

b) Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

c) Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graphen der Funktion $y = x^2 \quad (x \in P)$!

d) Geben Sie die Koordinaten derjenigen Punkte an, die sowohl zum Graphen der Funktion $y = \frac{1}{x^2}$ als auch zu dem der Funktion $y = x^2$ gehören!

1974/1

Durch die Gleichung $y = x^2 - 2$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Parabel.

a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

b) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes an, und zeichen Sie die Parabel!

c) Verschieben Sie die Parabel so, daß ihr Scheitelpunkt die Koordinaten $x_S = 0$, $y_S = 3$ hat! (Zeichnen Sie die verschobene Parabel in dasselbe Koordinatensystem, das Sie bei der Teilaufgabe b) benutzt haben!)

d) Geben Sie die Gleichung der Funktion an, deren Graph durch die Verschiebung entstanden ist!

1973/5b

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $y = x^3$; $x \in P$.
Berechnen Sie für diese Funktion die in der Tabelle fehlenden Werte!

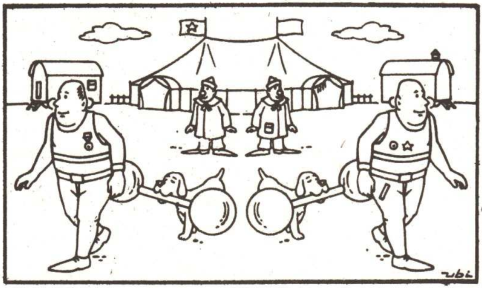
1971/6c

Gegeben ist die Gleichung $x^2 + 4x + q = 0$.

Ermitteln Sie die Lösungen dieser Gleichung für q = 3! Geben Sie für q eine solche Zahl an, daß die Gleichung eine Doppellösung (zweifache reelle Lösung) hat!

Attraktion

50



Die beiden Seiten des Bildes stimmen in allen Einzelheiten überein, nur haben einzelne kleine Dinge ihren Platz gewechselt.
Welche Einzelheiten sind vertauscht?

51

$24 = (1 + 9 - 7) \cdot 8$

Kl. 9/10

sin cos tan cot

1977/6c

Ermitteln Sie alle Winkel x im Intervall $0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$, für die gilt: $\sin x = 0{,}7071$!

1976/7.3

a) Durch die Gleichung $y = \frac{3}{2} \sin 2x$ ($x \in P$) ist eine Winkelfunktion gegeben.

- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion genau im Intervall $-\pi \leqq x \leqq \pi$, und
- geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an! Wo ist sie !?

b) In der nachfolgenden Abbildung ist eine Winkelfunktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx$ $(a, b, x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 2\pi$ dargestellt. Wie lautet die Gleichung in diesem speziellen Fall?

c) Gegeben sei der Term $\frac{1}{1 - \sin x}$ ($x \in P$).

Für welchen Wert von x $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ ist dieser Term nicht definiert?

1975/6c

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $y = \sin \frac{1}{2} x$ $(x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 4\pi$!

1974/7.1

Gegeben sind Funktionen durch die folgenden Gleichungen:

$y = \sin x$, $y = 2 \sin x$, $y = \sin 2x$

a) Zeichnen Sie die Graphen dieser Funktion im Intervall $0 \leqq x \leqq 2\pi$! Benutzen Sie dabei ein und dasselbe rechtwinklige Koordinatensystem, und kennzeichen Sie jeden Graph durch die entsprechende Gleichung!

b) Geben Sie für $y = 2 \sin x$ alle im angegebenen Intervall auftretenden Nullstellen an!

c) Geben Sie für $y = \sin 2x$ die kleinste Periode an!

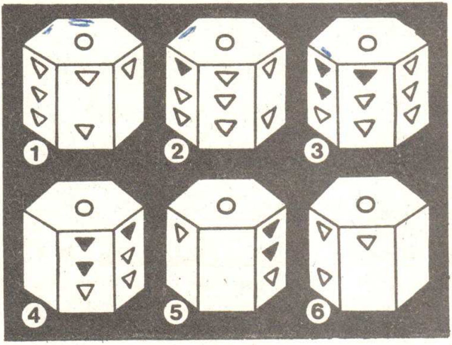
1973/5c

Skizzieren Sie den Graph der Funktion mit der Gleichung

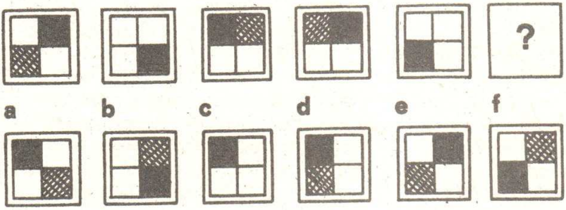
$y = 2 \sin x$ $\quad x \in P$, im Intervall $0 \leqq x \leqq 3\pi$!

Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!

Ein wenig Logik



Alle sechs Bilder stellen das gleiche Prisma dar, jedesmal aber in einer anderen Lage. Jede der sechs Seiten enthält ein anderes Muster, auf den Bildern 4, 5 und 6 fehlen aber jeweils die Muster einer Seite. Ergänze sie aufgrund der Kenntnisse über die Seiten des Prismas, die man aus den Bildern 1 bis 3 gewinnen kann!



Welche geometrische Figur muß an Stelle des Fragezeichens stehen?

53	25 = 1 + 9 + 7 + 8	Kl. 9/10

Trigonometrie I

1977/3a)

Ein Vermessungstrupp hat die Länge einer unzugänglichen Strecke $\overline{AB}$ trigonometrisch zu bestimmen. Er ermittelt folgende Meßwerte:

$\overline{AC} = b = 72{,}8$ m,

$\overline{BC} = a = 45{,}0$ m,

$\sphericalangle BCA = \gamma = 77{,}0^\circ$. (siehe Skizze).

a) Berechnen Sie $\overline{AB}$ auf Grund dieser Meßwerte!

b) Auf die gleiche Weise wurde von drei Gruppen einer Klasse 10 die Länge der Strecke $\overline{AB}$ bestimmt. Sie fanden für $\overline{AB}$ folgende Werte:

Gruppe 1: 73,4 m

Gruppe 2: 76,4 m

Gruppe 3: 77,3 m.

Berechnen Sie den Mittelwert (arithmetisches Mittel) dieser drei Werte!

c) Um wieviel Meter weicht dieser Mittelwert von dem Wert für $\overline{AB}$ ab, der unter a) berechnet wurde?

1976/2

Von einem Dreieck ABC sind gegeben:

$\overline{AB} = c = 4{,}6$ cm

$\overline{AC} = b = 8{,}7$ cm

$\sphericalangle CAB = \beta = 108{,}2^\circ$

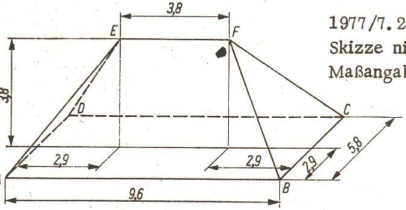
a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC!

b) Berechnen Sie die Größe der Winkel $\gamma = \sphericalangle ABC$ und $\alpha = \sphericalangle BAC$!

c) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC} = a$!

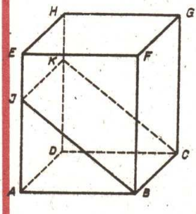
1972/3

Am 17. November 1970 landete die sowjetische Station Luna 17 auf dem Mond. Sie setzte das erste automatische Mondfahrzeug "Lunochod 1" auf dem Erdtrabanten ab. Das sowjetische Mondfahrzeug fuhr zuerst von der Landestelle A nach einem Punkt B und legte dabei 82m zurück. In B drehte es um $91{,}2^\circ$ und fuhr 96m bis zum Haltepunkt C. Die Wege sind als geradlinig anzunehmen (siehe Skizze). Berechnen Sie die Entfernung des Mondmobils von seiner Landestelle (Strecke $\overline{AC}$)!

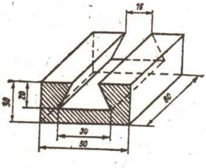


1977/7.2
Skizze nicht maßstäblich,
Maßangaben in Meter.

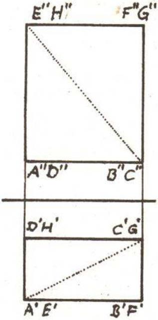
1973/7.3
Skizze nicht
maßstäblich



1974/7.2
Skizze nicht maßstäblich,
Maßangaben in Millimeter.



1975/7.3



$26 = 1(\sqrt{9}+7)+\frac{8^2}{4}$

Darstellende Geometrie

1977/7.2.

Die Skizze zeigt des Schrägbild eines Walmdaches.

a) Stellen Sie das Walmdach in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1:100 dar!

b) Konstruieren Sie im Maßstab 1:100 die wahre Größe und Gestalt einer dreieckigen Seitenfläche dieses Walmdaches!

1975/7.3.

Die Skizze zeigt einen Körper in senkrechter Zweitafelprojektion. Die punktierten Linien stellen eine seiner Raumdiagonalen dar.

a) Stellen Sie diesen Körper in Kavalierperspektive dar, und bezeichnen Sie alle Eckpunkte!

b) Zeichnen Sie die vorgegebene Raumdiagonale ein!

c) Berechnen Sie die Länge dieser Raumdiagonalen!

Dabei sind:
$\overline{AB} = 6,5$ cm
$\overline{BC} = 4,2$ cm
$\overline{BF} = 8,2$ cm

1974/7.2.

Die Skizze zeigt das Schrägbild eines Werkstückes.

a) Stellen Sie das Werkstück in einer senkrechten Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar! (Benennen der Eckpunkte ist nicht erforderlich.)

b) Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche!

1973/7.2.

Gegeben ist ein gerades Prisma ABCDEFGH mit quadratischer Grundfläche, das von einer Ebene in den Punkten I, B, C, K geschnitten wird (siehe Skizze).

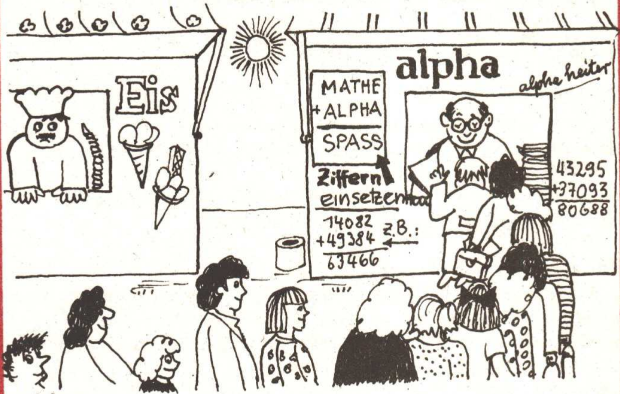
a) Stellen Sie das Prisma einschließlich der Schnittfigur in Zweitafelprojektion dar!

b) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{IB}$ der Schnittfigur!

c) Zeichnen Sie die Schnittfigur in wahrer Größe!

$\overline{AB} = \overline{BC} = 5,0$ cm
$\overline{AE} = \overline{DH} = 6,0$ cm
$\overline{AI} = \overline{DK} = 4,0$ cm

Wer alpha liest, kann auch beta sagen! 56



alpha

Mathematische Zeitschrift für Schüler der Klassen 4 bis 10/12. Umfang 24 Seiten, Format A4, erscheint sechsmal jährlich, Preis pro Heft o,50 M. Zu bestellen bei jedem Postamt, Best.-Nr. 31 059.

alpha

gibt Anleitung für Unterricht und Freizeit (Arithmetik, Algebra, Geometrie, Geschichte der Mathematik, Unterhaltungsmathematik)

alpha

bietet zahlreiche Aufgaben und ausführliche Lösungen aus dem In- und Ausland

alpha

veröffentlicht alle Aufgaben (und Lösungen) der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

alpha

zeigt die vielfältigen Verbindungen zu den Naturwissenschaften und der gesellschaftlichen Praxis und organisiert Wettbewerbe für die Klassenstufen 5 bis 10/12 (Pro Heft gehen ca. 25 000 Lösungen ein).

57 | $27 = (1+\sqrt{9}) \cdot 7 - 8^0$ | Kl. 9/10

Trigonometrie II

1974/3

Drei Kreise berühren einander von außen. Ihre Mittelpunkte A, B, und C sind Eckpunkte eines Dreiecks (siehe Skizze).

Der Radius des Kreises um A sei $r_1 = 3,0$ cm.

Der Radius des Kreises um B sei $r_2 = 4,0$ cm.

Der Radius des Kreises um C sei $r_3 = 2,0$ cm.

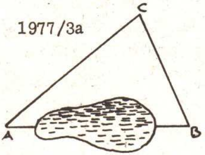
a) Ermitteln Sie die Längen der Seiten $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ und $\overline{AC} = b$ des Dreiecks!

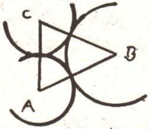
b) Berechnen Sie den Winkel ABC!

c) Berechnen Sie den Winkel ACB $= \gamma$!

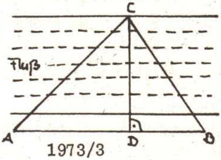
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

1977/3a





1974/3



1973/3

1973/3

Während der Hans-Beimler-Wettkämpfe erhält eine Gruppe den Auftrag, die Breite eines Flusses zu ermitteln. Dazu steckt sie eine Strecke $\overline{AB}$ ab, die im Abstand von 5,0m parallel zum Ufer verläuft.

Von den Punkten A und B aus peilt die Gruppe einen unmittelbar am anderen Ufer liegenden Orientierungspunkt C an (siehe Skizze).

Es werden folgende Werte ermittelt:

$$\overline{AB} = 45,0 \text{ m}$$
$$\sphericalangle BAC = 42,5^\circ$$
$$\sphericalangle ABC = 67,3^\circ$$

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BC}$!

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CD}$!

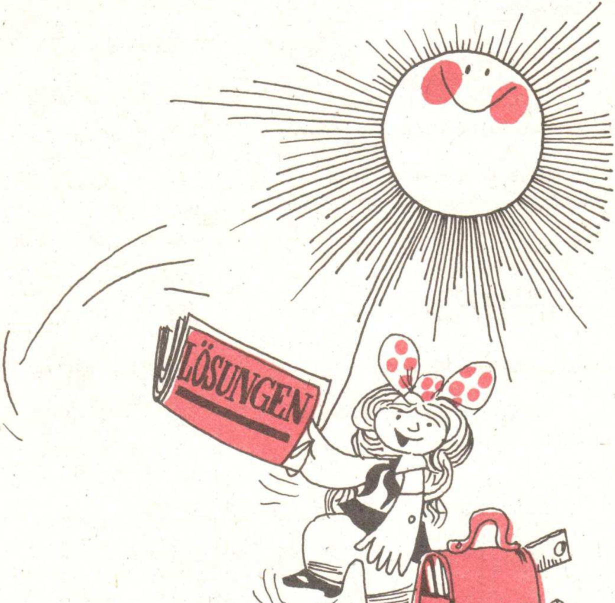
c) Berechnen Sie die Breite des Flusses! (Ergebnis auf volle Meter runden!)

Idee, Gestaltung und thematische Zusammenstellung der Aufgaben: StR Joh. Lehmann, Verd. Lehrer des Volkes, Leipzig; Leiter des alpha-Clubs der John-Schehr-OS Leipzig/Chefredakteur der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha".
Vorliegende Vignetten wurden aus der Dokumentation "alpha-heiter" der J.-Schehr-OS Leipzig entnommen. Sie erschienen u. a. im Eulenspiegel, NBI, DLZ Wochenpost, LVZ, Urania-Magazin, Füles (Budapest) u. a.
Typografische Gestaltung: B. Radestock
Umschlag: J. Jordan
Druck: Druckerei Fortschritt Erfurt
Liz. - Nr. LVZ Nr. 107 Preis: 2.-M

Hinweis: Einige Lösungen wurden gekürzt geboten, um eine möglichst große Zahl von Aufgaben der Abschlußprüfungen der Klasse 10 zu veröffentlichen. Aus Platzgründen wurden einige Abbildungen als kleinformatige Skizzen dargestellt.

Seit 18 Jahren erscheint im Verlag Leipziger Volkszeitung die traditionelle Mathe - LVZ. Am 13. Dezember 1978 erscheint die neue Ausgabe unter dem Titel: Mathe - international.

LEIPZIGER VOLKSZEITUNG



MATHE MOSAIK

Wissenstoto

1. $1380 \cdot 5\,kg + 128 \cdot 6\,kg = 7668\,kg$
$7668\,kg : 3 = 2556\,kg$
$7668\,kg - 2556\,kg = 5112\,kg$
Die Schäferei erhält 5112 kg Wolle.

2. Es gibt sechs Möglichkeiten:
UWE; UEW; WEU; WUE; EUW; EWU.

3.
$$\begin{array}{rcl} 333 \cdot 3 & = & 999 \\ - & & - \\ 222 \cdot 3 & = & 666 \\ \hline 111 \cdot 3 & = & 333 \end{array}$$

4. Es sind neun Vierecke.

5. $1650\,cm < 1700\,cm < 400\,000\,cm < 907\,000\,cm$.

6.

6	27	12
21	15	9
18	3	24

7. f
f
67

Teststrecke

1.

	2	4	5	10	25	100	200
1	×	×	×	×	×	×	×
2	×	×		×		×	×
5			×	×	×	×	×
10				×		×	×

2. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{1}{4}$.

3. a) 1; b) $\frac{3}{4}$; c) 76; d) 56;
e) 32; f) 220.

4. 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7.

Logelei

1.
$$\begin{array}{l} 4042 : 86 = 47 \\ \underline{344} \\ \;\;602 \\ \;\;\underline{602} \\ \;\;\;\;\;0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76929 \\ + \;\; 8793 \\ \hline 85722 \\ - \;\; 4635 \\ \hline 81087 \end{array}$$

$\triangle = 9$ $\bigcirc = 8$; $98 - 89 = 9$

2. $x \cdot 0 = 0$
$0 + x = x$
$x \cdot 1 = x$ $\quad x : 1 = x$
$x + x \geqq x$ $\quad x \cdot x \geqq x$

3. $136 \cdot 76 = 10\,336$

4a)
$$\begin{array}{ccccccccc} 3 & + & 6 & - & 2 & = & 7 \\ \times & & + & & \times & & \\ 2 & \times & 3 & : & 2 & = & 3 \\ - & & - & & + & & \\ 4 & + & 5 & - & 3 & = & 6 \\ =2 & & =4 & & =7 & & \end{array}$$

z.B.

b)
$$\begin{array}{ccccccccc} 7 & + & 3 & - & 5 & = & 5 \\ + & & - & & + & & \\ 6 & - & 2 & + & 4 & = & 8 \\ - & & + & & - & & \\ 8 & + & 5 & - & 6 & = & 7 \\ \hline =5 & & =6 & & =3 & & \end{array}$$

3

Lösungen

Kl. 5/6

Aufgaben aus Freundesland

1. $\frac{850 + 3 \cdot 640 + 2 \cdot 460}{6}$ g

$= 615$ g

Der Maiskolben war durchschnittlich 615 g schwer.

2. 42860 km · 1400 = 60004000 km
Der Sputnik ist 60 004 000 km geflogen.

3. K = 6   O = 8
S = 7   M = 32
A = 4   U = 3

4. L = {4 ; 6}
L = {54 ; 60}

Mitgemacht - scharf nachgedacht

1.

A	$10\ cm^2$	$25\ cm^2$	$10\ cm^2$
u	22 cm	20 cm	22 cm

2. 2 + 4 + 1 = 7
9 - 2 + 3 = 10
=; >; => =; <.

3. 2 = 3 - 33 : 33
3 = 3 + 3 + 3 - 3 - 3
5 = 3 + 3 : 3 + 3 : 3
6 = (3 · 3 + 3 · 3) : 3
8 = 3 + 3 + 3 - 3 : 3
9 = 3 + 3 + 3 + 3 - 3

4. $x \in \{4899 ; 4900\}$
$x \in \{7001; 7000; 6999; 6998\}$

5. z. B.

$$\begin{array}{r} 321 \\ +\ 11 \\ \hline 332 \end{array}$$

Scherze und Rätsel

1. Es ist Kolja.

2. Es ist die Mutter oder die Tante.

3. Die 5. Person bekommt mit der 5. Portion auch noch den Teller.

4. Es waren Großvater, Vater, Sohn.

Wissenstoto

1. 32 · 4 · 0,05 = 6,40
32 · 5,8 · 0,15 = 27,84

6,40 + 27,84 + 28 = 62,24
Das Geld reicht, denn die Pioniere sammelten für 62,24 M.

2.

-	$\frac{49}{91}$	-
-	-	3
$\frac{5}{9}$	-	-
-	$\frac{52}{91}$	-

3. Es sind 8 Dreiecke und 13 Trapeze.

Lösungen

4. $80(20+30) - (10 \cdot 30 - 20 \cdot 30)$
$= 3100$
Die Fläche beträgt $A = 3100\,\text{mm}^2$.

5. $p = 1100$; $r = 2800$; $z = 140$.

6. ○ = 1 ; △ = 9 ;
▽ = 0 ; □ = 8 .

7.
$$\begin{aligned} A + B + C + A + B + C &= 52 \\ 2(A + B + C) &= 52 \\ A + B + C &= 26 \\ A &= 3 \\ B &= 7 \\ C &= 16 \end{aligned}$$

A hatte 3 M, B hatte 7 M und C hatte 16 M bei sich.

8. $L = \{0; 1; 2; 3\}$
$L = \{12; 13; 14 \ldots\}$
$L = \{24; 25; 26; 27\}$
$L = \{8\}$

Aufgaben aus Freundesland

1. $115\,\text{km} \cdot 165\,\text{km} = 18\,975\,\text{km}^2$.
$55\,\text{mm} \cdot 88\,\text{mm} = 4840\,\text{mm}^2$
$= 48{,}4\,\text{cm}^2$
Die Fläche des Geländes beträgt $18975\,\text{km}^2$, die des Bildes $48{,}4\,\text{cm}^2$

2. $4\,500\,000\,\text{m} \cdot 4 \cdot 0{,}05\,\frac{\text{t}}{\text{m}}$
$= 900\,000\,\text{t}$
Es werden 900 000 t Stahl benötigt.

3. $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$

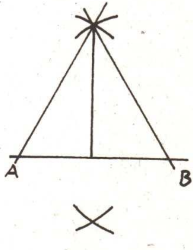
4.
$$\begin{aligned} 805 - 11{,}5 &= 23 \cdot x \\ x &= 34{,}5 \end{aligned}$$
1928 wurden 34,5 Mill. t Kohle gefördert.

5. Kupfer: $(x + 34{,}2)$;
Zinn: x
$$\begin{aligned} 3 : 2 &= (x + 34{,}2) : x \\ 3x &= 2(x + 34{,}2) \\ x &= 68{,}4 \end{aligned}$$
In der Legierung sind 102,6 g Kupfer und 68,4 g Zinn.

Grundkenntnisse

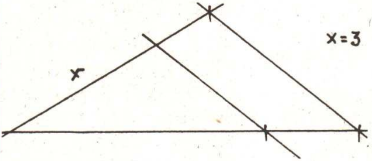
1.
$$\begin{aligned} \alpha + 2\alpha + 3\alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$
Die drei Winkel sind 30°, 60° und 90°.

2.

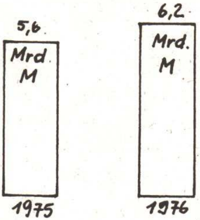


3.
$$\begin{aligned} 6{,}3 : 4{,}5 &= 4{,}2 : x \\ x &= 3 \end{aligned}$$

5 | **Lösungen** | Kl. 7



c)



4. $26 : 22 = x : (360 - x)$

$$22x = 26 \cdot (360 - x)$$
$$x = 195$$

Die Klassen erhalten die Teilbeträge 195 M und 165 M,

5. $600 \cdot 0,25\,kg \cdot 30 = 4500\,kg = 4,5\,t$

Es mußten 4,5 t eingelagert werden.

$$\frac{4\,500\,000}{750 \cdot 250} = 24$$

Der Vorrat würde für 24 Tage ausreichen.

Prozentrechnung

1977/1

a) $5,6 + 0,6 = 6,2$

1976 wurden 6,2 Mrd. Mark bereitgestellt.

b) $5,6 : 6,2 = 100 : x$

$$x \approx 110,7$$

Die Ausgaben wurden auf 110,7% erhöht.

1976/1

a) $39,6 : 18,9 = 100 : x$

$$x \approx 47,7$$

Für die Industrie werden 47,7 % bereitgestellt.

b) $x : 39,6 = 100 : 104,4$

$$x \approx 37,9$$

Die Investitionen betrugen 1974 37,9 Mrd. Mark.

1975/1

a) $80\,700 : x = 100 : 60$

$$x = 48\,420$$

Es waren 48 420 Wohnungen.

b) $69\,500 : 80\,700 = 100 : x$

$$x \approx 116,1$$

$$116,1 - 100 = 16,1$$

Die Anzahl war um 16,1% höher.

1974/6a

$83 : x = 100 : 17$

$$x \approx 14,1$$

Nachgedacht- und mitgemacht!

1977/6

a) $u = \pi d$

$u = 3{,}14 \cdot 4{,}85$

$u \approx 15{,}2$

$A = \frac{\pi}{4} d^2$

$A = \frac{3{,}14 \cdot 4{,}85^2}{4}$

$A \approx 18{,}5$

Der Umfang beträgt 15,2 m, der Flächeninhalt 18,5 m^2.

b) $x = 3000$

1976/6

b) $x = 7$; $y = -2{,}4$; $z = \frac{5}{2}$.

c) $n = 3$; denn $3^3 = 27$

d) $\delta = 2\gamma$; $\delta = 82^\circ$ (Zentriwinkel)

1976/7.2

a) $n - 1$; $n + 1$

b) $(n - 1)(n + 1) = 483$

$n^2 - 1 = 483$

$n^2 = 484$

$n = \pm\sqrt{484}$

$n_1 = 22$

entfällt $n_2 = -22$

c) $300 < n^2 - 1 < 400$

$301 < n^2 < 401$

$300 < m < 400$

$n = 18;\ 19;\ 20$

$m = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$

$m_1 = 323$ denn $17 \cdot 19 = 323$

$m_2 = 360$ " $18 \cdot 20 = 360$

$m_3 = 399$ " $19 \cdot 21 = 399$

1975/6

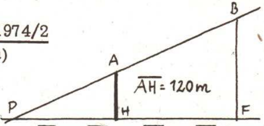
b) $628\,000\,000 = 6{,}28 \cdot 10^8$

$0{,}0037 = 3{,}7 \cdot 10^{-3}$

d) Die Geraden e und f müssen parallel laufen.

1974/2

a)



b) $\overline{PF} : \overline{PH} = \overline{BF} : \overline{AH}$

$\overline{AH} = \frac{\overline{PH} \cdot \overline{BF}}{\overline{PF}}$

$\overline{AH} = \frac{200 \cdot 360}{600} = 120$

Die Höhe des Hotels beträgt 120 m.

1974/6c

$1{,}2500 < 1{,}2525 < 1{,}2\overline{5}$

1973/5a

$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)$

$A = \frac{3{,}14}{4}(4{,}5^2 - 3{,}8^2)$

$A \approx 4{,}56$

Der Flächeninhalt des Kreisringes beträgt 4,56 cm^2.

1972/6c

$(a - b) \cdot c = x$

Termumformungen

1977/6d $a = \sqrt{\frac{V \cdot 3}{h}}$

1976/6a $r = \frac{abc}{4A}$

1975/6a $m^6 \quad n^{15}$

1974/6b $a^2 \quad b^3$

1973/5d
$$6 - 3a \neq 0$$
$$3a \neq 6$$
$$a \neq 2$$

Der Term für $a = 2$ nicht definiert.

1972/6d $r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

1971/6b $a = \frac{2A}{h} - c = \frac{2A - hc}{h}$

1970/6c

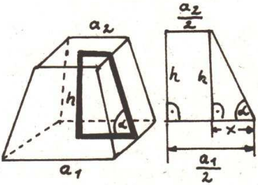
$3m^2 + 1{,}8\,mn - 12\,mn^2 + m^2 - 10\,mn + 25\,n^2$
$= 4m^2 - 8{,}2\,mn - 12\,mn^2 + 25\,n^2$
$= (2m - 5n)^2 + mn\,(1{,}8 - 12n)$

1969/5c

$5k - 7k = -2k$

Stereometrie

1976/7.1.



b) Wegen $\alpha = 45°$ gilt $x = h$.

$$\frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2} - h$$

$$a_2 = a_1 - 2h$$

$$a_2 = 19{,}0 - 4{,}5$$

$$a_2 = 14{,}5$$

Die Seitenlänge der Deckfläche beträgt 14,5 m.

c)

$$V = \frac{h}{3}\left(A_G + \sqrt{A_G\ A_D} + A_D\right)$$

$$V = \frac{h}{3}\left(a_1^2 + a_1\ a_2 + a^2\right)$$

$$V = \frac{4{,}5}{3}\left(19^2 + 19 \cdot 14{,}5 + 14{,}5^2\right)$$

$$V = 1270{,}125$$

Das Volumen des Pyramidenstumpfes beträgt 1270 m^3.

1975/4

a) $V = V_Z + V_K \quad V_Z = \frac{\pi d^2}{4} h_1$

$V = \frac{\pi d^2}{4}(h_1 - \frac{h_2}{3})$

$V_K = \frac{\pi d^2}{12} h_2$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}2^2}{4}(5{,}1 - 0{,}9)$

$V \approx 15{,}96$

Das Volumen des Werkstückes beträgt $15{,}96\ cm^3$.

b) $m = V \cdot \varrho$

$m = 15{,}96\ cm^3 \frac{7{,}80\ g}{cm^3}$

$m \approx 124{,}5\ g$

Die Masse beträgt 124,5 g.

1973/7.3

$V = V_Z - V_K \quad V_Z = \frac{\pi d^3}{4} \quad h = d$

$V = \frac{\pi d^3}{4} - \frac{\pi d^3}{6} \quad V_K = \frac{\pi d^3}{6}$

$V = \frac{\pi d^3}{12}$

$V = \frac{3{,}14 \cdot 7{,}5^3}{12} \approx 110{,}4$

$m = V \cdot \varrho = 110{,}4\,cm^3 \cdot 7{,}8 \frac{g}{cm^3}$

≈ 861 g.

Der Abfall hat eine Masse von 861 g.

Beweise und Herleitungen

1977/5

a) Voraussetzung: s. Aufgabe und Skizze

Behauptung: $\triangle FBD \cong \triangle EDC$

Beweis: Es gilt:

$\overline{CD} \cong \overline{DB}$ (Halbierung von $\overline{CB}$),

$\sphericalangle DCE \cong \sphericalangle BDF$ (Stufenwinkel),

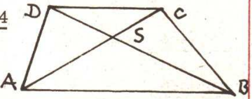
$\sphericalangle EDC \cong \sphericalangle FBD$ (Stufenwinkel).

Daraus folgt: $\triangle FBD \cong \triangle EDC$, nach dem Kongruenzsatz wsw, w. z. b. w.

b) Kongruente Dreiecke sind flächengleich.

1976/4

a)



b) Vorauss.: s. Aufg. u. Zeichn.

Behauptg.: $\triangle ABS \sim \triangle CDS$

Beweis: Es gilt

$\sphericalangle DSC \cong \sphericalangle BSA$ (Scheitelwinkel)

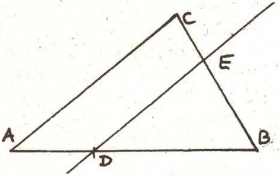
$\sphericalangle ACD \cong \sphericalangle CAB$ (Wechselwinkel).

Daraus folgt $\triangle ABC \sim \triangle CDS$ nach dem Hauptähnlichkeitssatz, w. z. b. w.

c) Wenn das Trapez ABCD zu einem Parallelogramm wird, sind die Dreiecke ABS und CDS kongruent. ($\overline{DS} \cong \overline{AB}$)

9	Lösungen	Kl.8/9

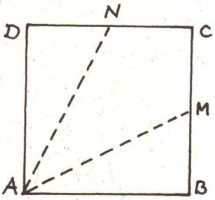
1970/4



Vorauss.: s. Aufg. u. Skizze
Behauptg.: $\triangle ABC \sim \triangle DBE$
Beweis: Es gilt:
$\measuredangle DBE$ haben beide Dreiecke gemeinsam, $\measuredangle CAD \cong \measuredangle EDB$ (Stufenwinkel).
Daraus folgt nach dem Hauptähnlichkeitssatz
$\triangle ABC \sim \triangle DBE$, w. z. b. w.

1968/7.1

a)



b) Vorauss.: s. Aufg. und Skizze
Behaupt.: $\overline{AN} \cong \overline{AM}$
Beweis: Es gilt:

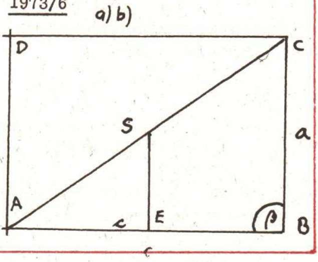
$\measuredangle ADN \cong \measuredangle ABM = 90^\circ$
(Winkel im Quadrat)
$\overline{AD} \cong \overline{AB}$ (Quadratseite)
$\overline{DN} \cong \overline{MB}$ (Halbe Quadratseite)
Daraus folgt, $\triangle ABM \cong \triangle AND$ nach dem Kongruenzsatz sws. Draus ergibt sich die Kongruenz der dritten Seite, also $\overline{AN} \cong \overline{AM}$, w. z. b. w.

1974/7.3

Drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen haben die Form n, n + 1, n + 2 und deren Produkt ist dann
$P = n \cdot (n+1)(n+2)$. (1)

Die kleinste ist dann die natürliche Zahl n, und da sie eine gerade Zahl sein soll, gilt $n = 2 \cdot m$, wobei m irgendeine natürliche Zahl ist. In (1) eingesetzt, findet man
$P = 2m\ (2m+1)\ (2m+2)$
$P = 2m\ (2m+1) \cdot 2 \cdot (m+1)$
$P = 4 \cdot m\ (2m+1)\ (m+1)$.
Daraus folgt, das Produkt P ist durch vier teilbar.

1973/6 a) b)



c) Vorauss.: s. Aufg. u. Skizze
Behauptg.: $\triangle AES \sim \triangle ACD$
Beweis: es gilt:
$\sphericalangle AES \cong \sphericalangle CDA = 90^\circ$
(Winkel des Lotes am Fußpunkt E, bzw. Winkel im Rechteck ABCD),
$\sphericalangle SAE \cong \sphericalangle SCD$ (Wechselwink.)
Daraus folgt nach dem Hauptähnlichkeitssatz $\triangle AES \sim \triangle ACD$, w. z. b. w.

1972/7.1

a) Fünf beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen haben die Form
$n,\ n+1,\ n+2,\ n+3,\ n+4,$
und deren Summe ist dann
$S = n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$
$S = 5n + 10$
$S = 5(n + 2)$
Daraus folgt, die Summe S ist durch 5 teilbar, w. z. b. w.

b) Die kleinste dieser Zahlen ist n. Da sie gerade sein soll, gilt $n = 2m$
$S = 5(n + 2)$
$S = 5(2m + 2)$
$S = 5 \cdot 2\ (m + 1)$
Daraus folgt, daß die Summe auch noch durch zwei teilbar ist

1971/5

a) Vorauss.: s. Aufgabe u. Skizze
Behauptg.: $\triangle MEC \cong \triangle MFD$
Beweis: es gilt:
$\sphericalangle CME \cong \sphericalangle DMF$ (Scheitelwink.)
$\sphericalangle MEC \cong \sphericalangle MFD = 90^\circ$
(Winkel am Fußpunkt der Lote)
$\overline{CM} \cong \overline{MD}$
(Radien des Kreises).
Daraus folgt, $\triangle MEC \cong \triangle MFD$ nach dem Kongruenzsatz wws, w. z. b. w.

Ungleichungen

1977/2

a) $12 - x > 3(1 + x) + 3$
$6 > 4x$
$x < \frac{3}{2}$
$L = \{x < \frac{1}{2};\ x \in P\}$

b) z. B. $L_1 = \{\frac{1}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{4}{3}\}$

c) $L_2 = \{0; 1\}$

1975/2

a) $2x - (8 - x) < 8(2x + 3) - 5x$
$-32 < 8x$
$x > -4$
$L = \{x > -4;\ x \in P\}$

b) $x = -\frac{1}{2};\ 0;\ 3;\ 5,2.$
$x \neq -8;\ -4.$

1974/5

a) $5x + 5 < x + 25$
$x < 5$
$L = \{x < 5;\ x \in P\}$
$L_1 = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

b) $12x - (x - 1) > 5x + 13$
$6x > 12$
$x > 2$

$L = \{x > 2;\ x \in P\}$

$L_1 = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

c) $M_1 = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

$M_2 = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9;\}$

$M_1 \cap M_2 = \{3; 4\}$

1973/2

a) $7(3x - 2) < 3x + 22$

$18x < 36$

$x < 2$

$L = \{x < 2;\ x \in P\}$

b) $L_1 = \{0; 1\}$

1972/7.3

a) $\frac{8(2x+1)}{5} < 3x + 2$

$16x + 8 < 15x + 10$

$x < 2$

$L = \{x < 2;\ x \in P\}$

b) 1. $L_1 = \{0; 1\}$

2. $L_2 = \{-3; -2; -1; 0\}$

3. $M = L_1 \cap L_2 = \{0\}$

Lineare Funktionen........

1977/7.1

a) $y = 3x + 3$ $\quad y = 3 + 3$

$y = -x + 7$ $\quad y = 6$

$3x + 3 = -x + 7$

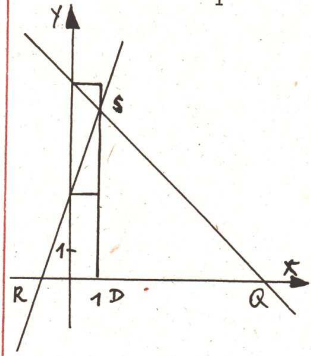
$x = 1$

Probe: $6 = 3 + 3$ $\quad 6 = -1 + 7$

$6 = 6$ $\quad 6 = 6$

b) $y = 3x + 3$ $\quad m = \frac{3}{1};\ n = 3$

$y = -x + 7$ $\quad m = \frac{-1}{1};\ n = 7$



c) $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $\quad \overline{RQ} = c = 8\,cm$

$\overline{DS} = h_c = 6\,cm$

$A = \frac{8 \cdot 6}{2}$

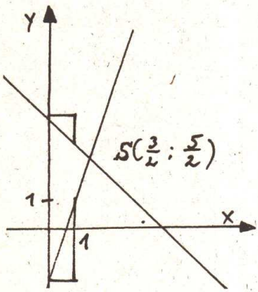
$A = 24$

Das Dreieck QRS hat einen Flächeninhalt von $24\ cm^2$.

1975/3

a) $y = 3x - 2$ $\quad m = \frac{3}{1};\ n = -2$

$y = -x + 4$ $\quad m = \frac{-1}{1};\ n = 4$



b) $y = 3x - 2$

$$\begin{array}{l} x + y = 4 \\ \hline x + 3x - 2 = 4 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$$

$y = 3x - 2$

$y = \frac{5}{2}$

Probe:

$\frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{4}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2}$

$\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$ $\qquad$ $\frac{8}{2} = \frac{8}{2}$

1974/6d

$y = 3x - 1$

z. B. $y = 3x$

$y = 3x + 1$ u. ä.

1971/4

$$\begin{array}{ll} x + y = 33 & y = 33 - x \\ 20x + 24y = 720 & y = 15 \\ \hline 20x + 24(33 - x) = 720 & \\ x = 18 & \end{array}$$

Es waren 18 Wagen zu 20 t und 15 Wagen zu 24 t.

Probe:

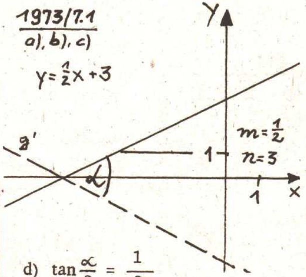
$18 + 15 = 33$ $\qquad$ $360 + 360 = 720$

$33 = 33$ $\qquad$ $720 = 720$

1973/7.1

a), b), c)

$y = \frac{1}{2}x + 3$



d) $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = 26{,}6°$

$\alpha = 53{,}2°$

1972/1

$$\begin{array}{ll} x + y = 4 & y = 4 - x \\ 3x - 2y = 52 & y = -8 \\ \hline 3x - 2(4 - x) = 52 & \\ x = 12 & \end{array}$$

Die beiden Zahlen heißen
12 und -8

Probe: $12 + (-8) = 4$
$4 = 4$

$36-(-16) = 52$
$52 = 52$

1971/3

a)

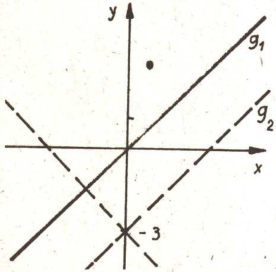
x	- 4	+ 1	+3
y	- 2	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$

b), c), d)

$y = \frac{1}{2}x \quad m = \frac{1}{2}\,;\ n = 0$

$m = \frac{1}{2}\,;\ n = -3$

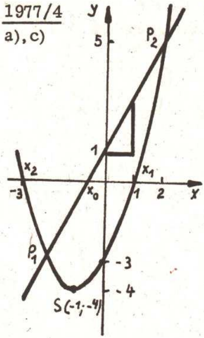
$y = \frac{1}{2}x - 3$



Quadratische Funktionen.....

1977/4

a), c)



b) $2x + 1 = 0$

$x = -\frac{1}{2}$

Nullstelle $x_0 = -\frac{1}{2}$

c) $y = x^2 + 2x - 3$

$y = (x+1)^2 - 4$

Scheitelpunktkoordinaten S (-1; -4)

d) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$x_{1;2} = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$

$x_1 = 1$

$x_2 = -3$

Die Nullstellen der Funktion g (x) sind $x_1 = 1$ und $x_2 = -3$.

e) $P_1\ (-2\,;\ -3)\ ;\ P_2\ (2\,;\ 5)$

1976/3

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

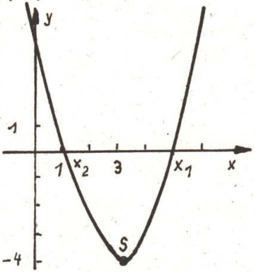
$$x_{1;2} = +3 \pm \sqrt{3^2 - 5}$$
$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 1$$

Die Nullstellen sind $x_1 = 5$; $x_2 = 1$

$y = x^2 - 6x + 5$

$y = (x - 3)^2 - 4$

Die Scheitelpunktskoordinaten sind $S(3; -4)$



b) $y = x^2 - 6x + q$

Die Gleichung $x^2 - 6x + q = 0$ hat nur dann keine Lösungen im Bereich der reellen Zahlen, wenn die Diskriminante kleiner als Null ist.

$D = \frac{p^2}{4} - q < 0 \qquad p = -6$

$9 - q < 0$

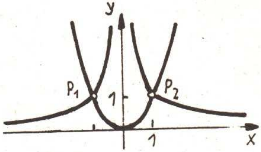
$q > 9$

Für $q > 9$ gibt es keine Nullstellen in den Funktionen $y = x^2 - 6x + q$.

1975/7.2

a)

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	+2	$+\frac{5}{2}$
y	$+\frac{1}{4}$	+1	+2	+2	+1	$+\frac{1}{4}$	$+\frac{4}{25}$



d) P_1 (-1; +1), P_2 (+1 +1)

1974/1

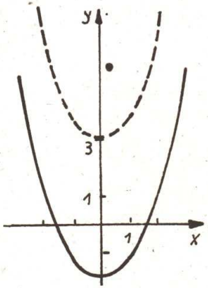
a) $x^2 - 2 = 0$

$$x^2 = 2$$
$$x = \sqrt{2}$$
$$x_{1;2} = \pm 1{,}41$$

b) $y = x^2 - 2$

Scheitelpunktskoordinaten S (0; -2)

c)



d) $y = x^2 + 3$

1973/5b

x	2	3	-1	5
y	8	27	-1	125

1971/6c

$q = 3 \qquad x^2 + 4x + 3 = 0$

$x_{1;2} = -2 \pm \sqrt{(+2)^2 - 3}$

$x_1 = -1$

$x_2 = -3$

Die Diskriminante $\frac{p^2}{4} - q$ muß gleich Null sein.

$\frac{p^2}{4} - q = 0 \qquad p = 4$

$4 - q = 0$

$q = 4$

Für $x^2 + 4x + 4$ hat die Gleichung eine Doppellösung.

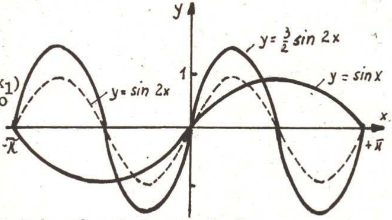
1977/6c

$\sin x = 0{,}7071$

$x_1 = 45^\circ$

$\sin x_2 = \sin (180^\circ - x_1)$

$x_2 = 180^\circ - 45 = 135^\circ$



1976/7.3

Verkürzen der Abstände zwischen den den Schnittpunkten mit der Abszissenachse um $\frac{\pi}{2}$ LE.
Streckung der Kurve um $k = \frac{3}{2}$.
Wertebereich $-\frac{3}{2} \leqq y \leqq +\frac{3}{2}$ ($y \in P$)

b) $k = a = 3$

$y = 3 \sin x$

c) $1 - \sin x = 0$

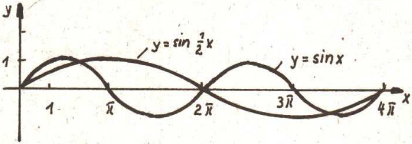
$\sin x = 1$

$x_1 = \frac{\pi}{2}$

$x_2 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

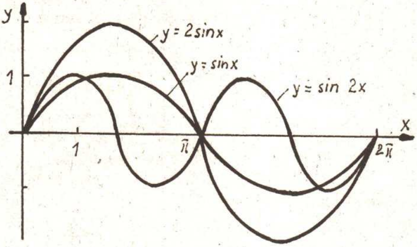
Der Term ist für $x = \frac{\pi}{2}$ nicht definiert.

1975/6c



1974/7.1

a)

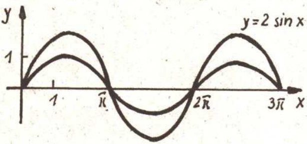


b) Nullstellen $(0;\ \pi;\ 2\pi)$

c) Kleinste Periode π

1973/5c

Wertebereich $-2 \leq y \leq +2$
$(y \in P)$



Trigonometrie

1977/3

a)
$\overline{AB} = c$; $\cos 77^o = 0,2250$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$

$c^2 = 45^2 + 72,8^2 - 2\cdot 45\cdot 72,8\cdot\cos 77^o$

$c = \sqrt{5850,6}$

$c \approx 76,5$

Die Strecke $\overline{AB}$ ist 76,5 m lang.

b) $A = \dfrac{a_1 + a_2 + a_3}{n}$

$A = \dfrac{73,4 + 76,4 + 77,3}{3}$

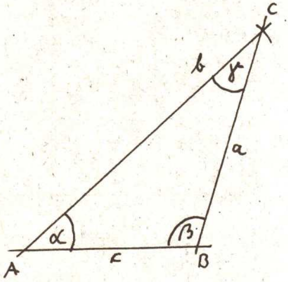
$A = 75,7$

Der Mittelwert beträgt 75,7 m

c) 76,5 m − 75,7 m = 0,8 m
Der Mittelwert weicht um o,8 m ab.

1976/2

a)



b) $\sin\beta : \sin\gamma = b : c$

$\sin\gamma = \dfrac{c\cdot\sin\beta}{b}$

$\sin\gamma = \dfrac{4,6\cdot\sin 108,2^o}{8,7}$

$\sin\gamma \approx 0,5023$

$\gamma_1 = 30,2^o$

$\gamma_2 = 149,8^o$ entfällt

wegen $\beta = 108,2^o$!

$\sin 108,2^o$
$= \sin(180 - 108,2^o)$
$= \sin 71,8^o$
$= 0,9500$

$\alpha = 180^o - (\beta + \gamma)$

$\alpha = 180^o - (108,2^o + 30,2^o)$

$\alpha = 41,6^o$

Die Größe des Winkels γ beträgt $30,2^o$ und des Winkels α $41,6^o$.

c) $a : b = \sin\alpha : \sin\beta$

$a = \dfrac{b\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}$

$a = \dfrac{8,7\cdot\sin 41,6^o}{\sin 108,2^o}$

$\sin 41,6^o = 0,6639$

$a \approx 6,08 \approx 6,1$

Die Länge der Seite $\overline{BC} = a$ beträgt 6,1 cm.

1972/3

$\overline{AB} = c;\ \overline{BC} = a;\ \overline{AC} = b$

$\sphericalangle ABC = \beta = 180^\circ - 91,2^\circ = 88,8^\circ$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$

$b^2 = 96^2 + 82^2 - 2 \cdot 96 \cdot 82 \cos 88,8^\circ$

$b^2 = 15611 \qquad \cos 88,8^\circ = 0,0209$

$b \approx 125$

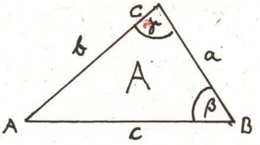
Die Entfernung des Mondmobils beträgt 125 m.

1974/3

a) $a = r_2 + r_3 = 6$ cm

$b = r_1 + r_3 = 5$ cm

$c = r_1 + r_2 = 7$ cm



$\sphericalangle ABC = \beta$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$

$2ac \cdot \cos\beta = a^2 + c^2 - b^2$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}$$

$\cos\beta \approx 0,7143$

$\beta_1 \approx 44,4^\circ$

$\beta_2 = 360^\circ - 44,4^\circ$ entfällt

Die Größe des Winkels ABC beträgt $44,4^\circ$.

c) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab} \qquad \sphericalangle ACB = \gamma$$

$\cos\gamma \approx 0,2$

$\gamma_1 \approx 78,5^\circ$

$\gamma_2 = 360^\circ - 78,5^\circ$ entfällt

Die Größe des Winkels ACB beträgt $78,5^\circ$.

d) $A = \frac{1}{2}\, ab \cdot \sin\gamma$

$$A = \frac{6 \cdot 5 \cdot \sin 78,5}{2}$$

$\sin 78,5 = 0,9799$

$A \approx 14,7$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt $14,7\ cm^2$.

1973/3

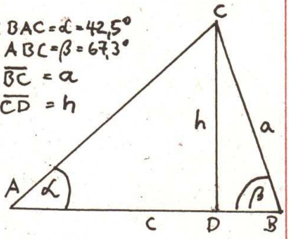
a)

$\sphericalangle BAC = \alpha = 42,5^\circ$

$\sphericalangle ABC = \beta = 67,3^\circ$

$\overline{BC} = a$

$\overline{CD} = h$



$a : c = \sin\alpha : \sin\gamma$

$$a = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$a = \frac{45 \cdot \sin 42{,}5^\circ}{\sin 70{,}2^\circ}$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 70{,}2^\circ$

$a \approx 32{,}3$

Die Länge der Strecke $\overline{BC}$ beträgt 32,3 m.

b) $\sin\beta = \frac{h}{a}$

$h = a \cdot \sin\beta$

$h = 32{,}3 \cdot \sin 67{,}3^\circ$

$\sin 67{,}3^\circ = 0{,}9225$

$h \approx 29{,}8$

Die Länge der Strecke $\overline{CD}$ beträgt 29,8 m.

c) $29{,}8\,m \approx 30\,m$

$30\,m - 5\,m = 25\,m$

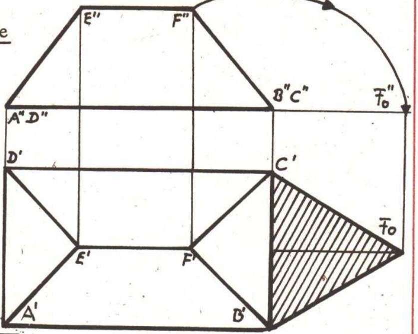
Die Breite des Flusses beträgt 25 m.

Darstellende Geometrie

1977/7.2

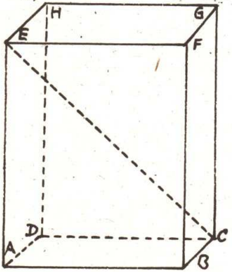
a)

b)



1975/7.3

a)



b) $e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$e = \sqrt{6{,}5^2 + 4{,}2^2 + 8{,}2^2}$

$e \approx 11{,}28 \approx 11{,}3$

Die Länge der Raumdiagonalen beträgt 11,3 cm.

$\overline{AB} = a$

$\overline{BC} = b$

$\overline{BF} = c$

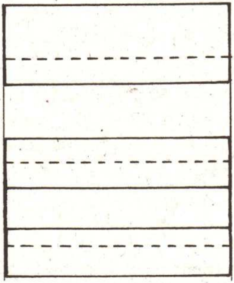
20

Lösungen

Kl. 9/10

1974/7.2

a)



b) $A = A_R - A_T$

$A = 1500 - 460$

$A = 1040$

$A_R = ab$ (Rechteck)

$A_R = 50 \cdot 30$

$A_R = 1500$

$A_T = \frac{a + c}{2} \cdot h$ (Trapez)

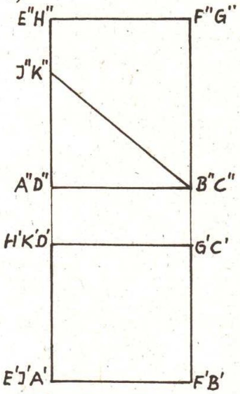
$A_T = \frac{30 + 16}{2} \cdot 20$

$A_T = 460$

Die schraffierte Fläche hat einen Inhalt von 1040 mm^2.

1973/7.2

a)



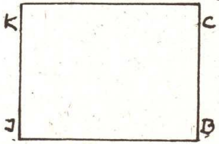
b) $\overline{IB}^2 = \overline{AJ}^2 + \overline{AB}^2$

$\overline{IB}^2 = 4^2 + 5^2$

$\overline{IB} = \sqrt{41}$

$\overline{IB} \approx 6,4$

Die Seite $\overline{IB}$ ist 6,4 cm lang.

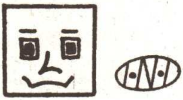


c) $\overline{IB} = 6,4$ cm

$\overline{BC} = 5,0$ cm

S. 4.: Mädchen mit Jeans-Hosen: Schuhe; Frau mit Hund: Hundeleine; Frau mit karierter Bluse: Getränke; Frau mit schwarzem Kleid: Halskette; alte Dame: Hut; kleiner Junge: Buch; Mann mit Bart: Blumen; Mann mit schwarzer Mütze: Krawatte; Mann mit Brett: Oberhemd; junger Mann mit Schlips: Armbanduhr.

S. 6.:



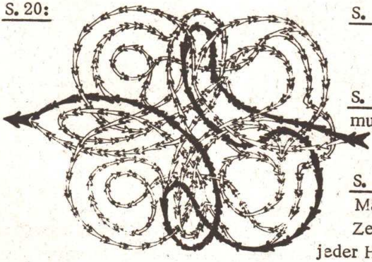
S. 12:

		6	9	2		
	5	2	3	1	2	
4	6	3	1	5	3	2
8	1	7	5	5	3	7
	5	6	1	8	1	
		4	3	2		

S. 14: $F_3 < F_4 < F_2 < F_1$
$8 < 10 < 11 < 12$

S. 18: Das vierte Bild in der zweiten Zeile, das letzte Bild in der fünften Spalte stimmen überein.

S. 20:



S. 22: a) $\frac{1}{9}$; b) $\frac{8}{10}$; c) $\frac{225}{16}$

d) $\frac{720}{720}$

S. 24: Nein, Onkel Paul mußte die Kurbel B in der Pfeilrichtung drehen.

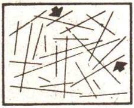
S. 26: 4 Jungen und 3 Mädchen.

Zehn Finger hab ich, an jeder Hand fünf und zwanzig an Händen und Füßen.

S. 28: Die lauten: 3; 5; 13; 1000; 12.

S. 30: Von der ersten vier, von der zweiten ebenfalls vier, von der dritten fünf, von der vierten aber sechs.

S. 32:



S. 34: Reihenfolge: D, C, A, B.
Bei D fehlt ein Päckchen in der Hand des Mannes; ein Pfeil sowie die Kabine an der Spitze des Raumschiffes. Auf C die Kabine und das Päckchen, auf dem Bild A fehlt aber nur noch das Päckchen.

S. 36: Der Kasten mit der Nr. 2. Die größte Fläche umfaßt das linierte Gebiet, die nächst größere das weiße, das schwarze ist das kleinste Gebiet.

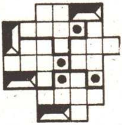
S. 38: A - 9; B - 11; C - 6. Zur Zeichnung drei!

S. 40:

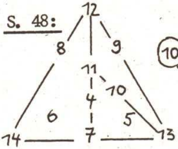
S. 42: A - 5; B - 7; C - 1

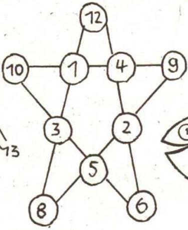
S. 44: 1 - C; 2 - E; 3 - D; 4 - B; 5 - D; 6 - E.

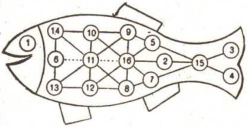
S. 46:



S. 48:







S. 50: Haar des Gewichthebers; Fransen am Eingang des Zeltes; Stern auf der Fahne; Orden auf der Brust des Artisten; Ordensband; Wagenschornstein; Wagentür; Hosentasche des Artisten; Wagenfenster; Manteltasche des Clowns.

S. 52: An Stelle des Fragezeichens gehört a.
Die Bilder zwei und drei entstehen, wie man beim genauen Hinsehen bemerkt, durch Drehung des Prismas in Gegenuhrzeigersinn aus der vorangehenden Abbildungslage. Da (Bild 1) die weißen Dreiecke auf den Seiten jeweils um eins zunehmen und da (Bild 3) das offenbar auch für die schwarzen Dreiecke gilt, fehlen auf Bild vier für die sechste Seite drei schwarze Dreiecke. Das ist auch das Muster der fehlenden Seite auf den beiden anderen Bildchen.