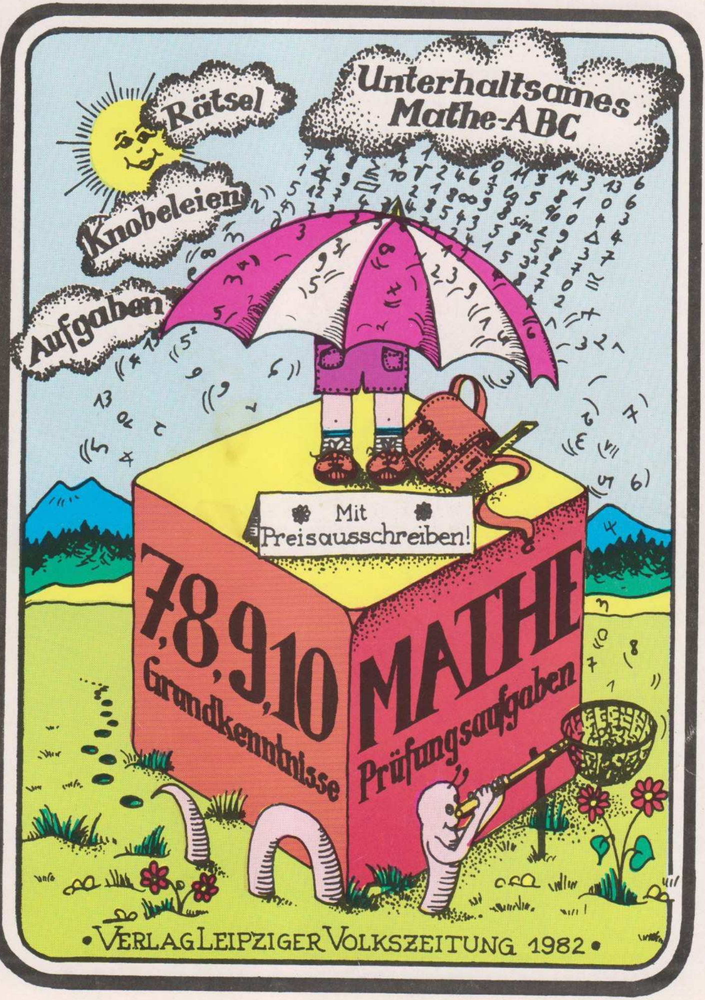

Unterhaltsames Mathe-ABC
Rätsel
Knobeleien
Aufgaben
Mit Preisausschreiben!
7,8,9,10
Grundkenntnisse
MATHE
Prüfungsaufgaben
• VERLAG LEIPZIGER VOLKSZEITUNG 1982 •

Unterhaltsames Mathe-ABC

7, 8, 9, 10... Mathe!

Prüfungsaufgaben – Grundkenntnisse
Knobeleien – Preisausschreiben

LEIPZIGER VOLKSZEITUNG
Verlag 1982
Preis: 2.– M

2 x 2 plus Spaß dabei

Klasse 1 Klasse 2

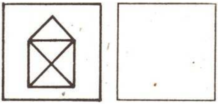
1. Die Kinder einer Wandergruppe wollen ihre Schneebälle mindestens 12 m weit werfen. Hans wirft doppelt so weit. Martinas Ball fliegt 21 m weit.
Hans wirft   Meter weit. Martina wirft ihren Ball
      Meter weiter als 12 Meter. (2 Punkte)

2. Knobel Knifflig denkt sich eine Zahl a und addiert 12. Das Ergebnis ist um 1 kleiner als 16.
Welche Zahl mußt du für a einsetzen?
a = (2 Punkte)

3. Setze die Zeichen „+" oder „−" richtig ein!

3 □ 4 □ 2 = 9
10 □ 10 □ 1 = 19
9 □ 10 □ 5 = 14 (3 Punkte)

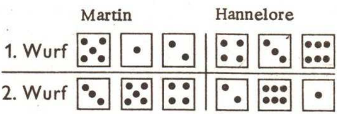
4. Zeichne diese Laterne in einem Zug! Wieviel Dreiecke enthält diese Figur?



Es sind   Dreiecke.

(2 Punkte)

5. Martin und Hannelore würfeln. Jeder hat drei Würfel. Stelle fest, wer mit zwei Würfen mehr Punkte erreicht hat und wieviel Punkte der eine mehr als der andere erreichte!



.... hat mehr Punkte erreicht.
.... hat ... Punkte mehr als .... erreicht. (3 Punkte)

6. Jutta hat Geburtstag heute,
da kommen viele kleine Leute:
Hans und Inge, Rolf und Klaus
und noch aus dem Nachbarhaus
drei von ihren Kameraden,
alle sind sie eingeladen.

Mutti bringt den Kaffee rein.
Wieviel Tassen müssen's für die Kinder sein?
Es müssen ... Tassen sein. (2 Punkte)

7. Setze alle fehlenden Zahlen ein!

a	b	a+b	12+a	a−b	a·b
8	6				
9		12			

(4 Punkte)

8. Setze die Zahlen 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3 so in das Quadrat ein, daß in jeder Zeile und Spalte die Zahlen 1, 2 und 3 nur je einmal vorkommen!

(3 Punkte)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8
Punkte								

Insgesamt ... Punkte

1, 2, 3 Knobelei

Klasse 1 Klasse 2

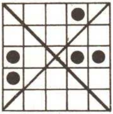
1. Vervollständige!

$4\bullet + \bullet 7 = 70 \qquad \bullet 8 - 71 = 2\bullet$

$\bullet 8 + 5\bullet = 95 \qquad 5\bullet - \bullet 8 = 0$

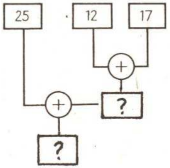
$8 \cdot \bullet = 2\bullet \qquad 3\bullet : \bullet = 7$

2. Die fünf Steine sind jeweils um ein Feld zu verschieben, so daß sich zum Schluß in jeder Zeile, Spalte und auf den beiden Diagonalen jeweils ein Stein befindet.

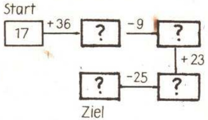


3. Setze anstelle der Fragezeichen die entsprechenden Zahlen!

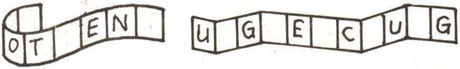
a)



b)



4. Die Buchstaben H, I, I, L, N, N, Q, T, U sind so einzusetzen, daß zwei mathematische Begriffe entstehen.



5. Setze für $\square$ jeweils das richtige Zeichen ein!

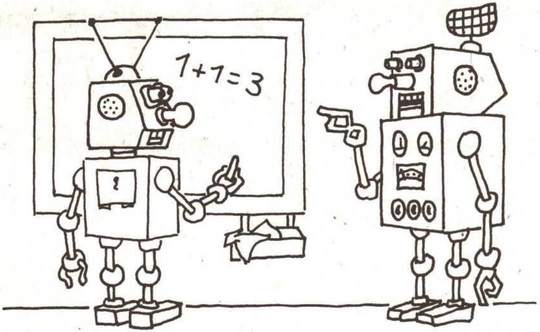
$2 \square 6 + 2 = 10 \qquad 8 \square 7 \square 1 = 14$

$20 \square 10 \square 1 = 11 \qquad 19 \square 3 \square 4 = 12$

$(70 - 21) : 7 \square 5 \qquad 5 \cdot (2 + 3) \square 25$

$43 - 18 : 6 \square 40 \qquad 7 \cdot 5 - 6 \square 30$

5



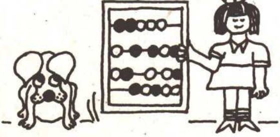
„Sage deinem Konstrukteur, daß ich gern einmal mit ihm sprechen möchte!"

x	y
Eingabe der Zahl x	Eingabe der Zahl y
multiplizieren mit 3	multiplizieren mit 5
5 addieren	6 subtrahieren
erhaltene Summe halbieren	Summe durch 3 dividieren

Ausgabe

13

Welche beiden Zahlen werden eingegeben?

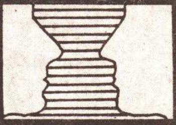


Knobel Kniffligś kleiner Pfiff

Wieviel Kugeln sind an Carolas Rechengerät?
Sind es mehr schwarze oder weiße Kugeln?
Zählt genau!

Lustige verzwickte Zaubereien

Klasse 3



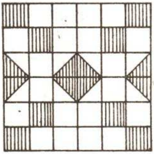
1. Lustige Verzwickte Zaubereien

a)		b)	
	30 + L = 40		L · V = Z
	40 : L = V		L + V = 10
	L · V = Z		L - V = 4
	Z : L + V = 8		L + V + Z = 31

2. Setze für □ jeweils ein Rechenzeichen (+, -, · oder :) so ein, daß eine wahre Aussage entsteht!

a)	35 □ 10 □ 7 = 52	e)	42 □ 42 = 1
b)	75 □ 25 □ 0 = 50	f)	(25 □ 15) □ 2 = 20
c)	(12 □ 1) □ (0 □ 19) = 0	g)	(8 □ 6) □ 2 = 1
d)	(1 □ 0) □ 1 = 0	h)	56 □ 17 □ 1 = 40

3. Vergleiche die Flächeninhalte der schraffierten und der weißen Quadrate!

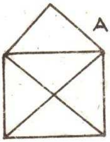


4. Peter fährt täglich sieben Minuten mit dem Schulbus zur Schule, Fred vier Minuten länger als Peter, Olaf sechs Minuten weniger als Fred. Der Bus fährt in einer Minute etwa 600 m.

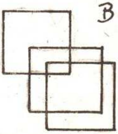
a) Wie lange muß jeder dieser drei Jungen bis zur Schule täglich fahren?

b) Wie weit sind die Bushaltestellen in den Wohnorten der drei Jungen von der Schule entfernt?

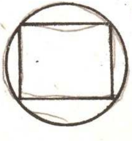
5. Zeichne diese Figuren in einem Zug, ohne den Bleistift vom Papier abzusetzen und ohne eine Linie zweimal zu zeichnen!



A



B



C

1.	2	4	6	8	10	12		
2.	29	26	23	20	17	14		
3.	1	2	4	8	16	32		
4.	17	17	15	15	13	13		
5.	12	14	13	15	14	16		
6.	1	4	9	16	25	36		
7.	25	24	22	21	19	18		
8.	5	6	9	10	13	14		

7. Jedes Quadrat ist durch eine Ziffer zu ersetzen!

$$
\begin{array}{ccccccccc}
10 & : & 2 & + & \square & = & 9 \\
+ & & + & & + & & + \\
14 & : & 2 & - & \square & = & 3 \\
+ & & + & & + & & + \\
\square\square & - & \square & - & 2 & = & 7 \\
\hline
36 & - & 7 & - & \square & = & \square
\end{array}
$$

6. Finde die Gesetzmäßigkeiten in der Anordnung der Zahlen jeder Reihe heraus, und leite daraus zwei weitere Zahlen ab!

8. Welche Zahlen mußt du für x, y, z, u und v einsetzen?

$125 + x = 148$; $126 : 3 = y$; $15 \cdot z = 75$; $u : v = 5$ $(0 < u < 40)$.

9. Hier sind nicht mehr alle Ziffern zu erkennen. Weißt du, wie sie heißen?

2✱ + ✱0 = 54

8 · = 1✱

33 : ✱ = ✱✱

10. Aus Anlaß der Leipziger Frühjahrsmesse wurden zwei Sondermarken herausgegebeh: die eine zu zehn Pfennig, die andere zu 25 Pfennig. Erik wollte für genau eine Mark solche Briefmarken kaufen.
War Eriks Wunsch zu erfüllen? Wenn ja, wie?

11. Suche drei kleine Quadrate (2 x 2 Felder), deren Summe 13 beträgt und ein magisches Quadrat (3 x 3 Felder) dessen Summe waagerecht, senkrecht und diagonal 15 beträgt!

5	2	8	1	6	5	3	1
1	4	3	5	7	1	6	4
8	3	4	9	2	2	3	2
2	4	3	1	5	8	2	6
7	1	5	8	2	3	5	1
5	2	7	5	1	9	1	4
1	9	1	2	5	4	6	3
3	2	4	5	2	3	5	1

Der Farbkauf

Frau Lehmann möchte vier gleich aussehende Dosen mit Farbe einkaufen.
Kann der Verkäufer ihren Wunsch erfüllen?

NUK Klasse 3

NBI

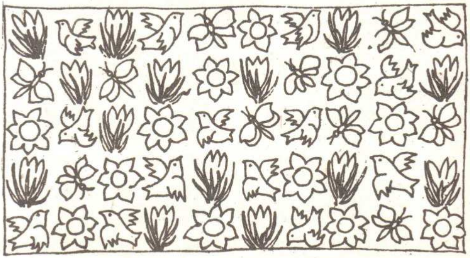
Die Neue Berliner Illustrierte bietet in jeder ihrer Ausgabe eine Kinderseite. Wir haben für euch einige lustige Knobeleien ausgewählt. Laßt euch regelmäßig die Kinderseite geben! Fertigt damit Wandzeitungen an! Legt euch eine Aufgabenkartei an und ihr habt für die Mathe-AG, den Pioniernachmittag oder für eure Freizeit im Freundeskreis jederzeit unterhaltsame Probleme bereit!

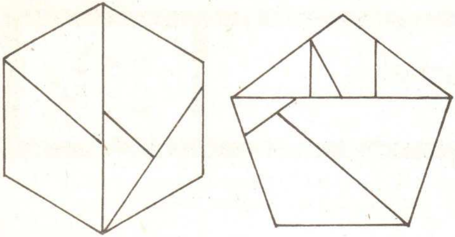
Da stimmt was nicht

1. Wie eine "Geschichte vom verkehrten Tag" mutet dieses Bild an. Sieben Fehler sollt ihr herausfinden. Sicherlich gelingt euch das ganz schnell.

Frühlingsboten

2. Sucht den Vogel, der unter einem Krokus, über einem Schmetterling, rechts von einer Sonnenblume und links von einem Krokus fliegt!

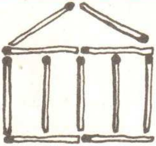




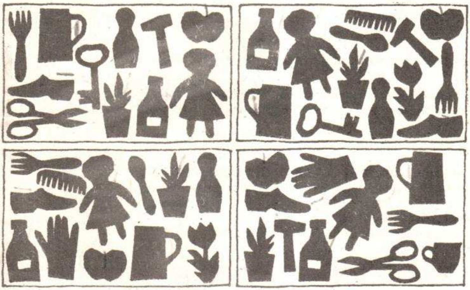
Zum Zusammensetzen

3. Fertigt euch diese beiden Figuren mit Transparentpapier an! Dann zerschneidet sie und versucht, sie wieder zu einem Fünf- und einem Sechseck zusammenzusetzen! Ihr werdet merken, daß das gar nicht so einfach ist.

Hölzchenspiel



4. Legt euch aus elf gleich langen Hölzchen eine Hausfassade wie in unserer Zeichnung! (Ihr könnt auch Streichhölzer nehmen, wenn sie abgebrannt sind.) Wenn man nun zwei Hölzchen umlegt, kann man elf Quadrate erhalten. Legt man vier Hölzchen um, entsteht sogar eine Figur, die 15 Quadrate enthält. Probiert einmal, ob ihr das schafft!



Gut aufgepaßt!

5. Seht euch die vier Bilder aufmerksam an, und findet möglichst schnell heraus, welche Gegenstände auf allen vier Kärtchen auftauchen! Einige sind nur auf zwei oder drei Bildern zu sehen. Fragt auch eure Freunde und stoppt mal die Zeit, die jeder braucht, um die Aufgabe zu lösen!

6. Laßt einen Freund mit zwei Würfeln trudeln und sagt ihm, daß ihr die geworfene Augenzahl beider Würfel ohne hinzusehen erraten werdet. Ihr fordert ihn auf: "Multipliziere die kleinere Augenzahl mit 2, addiere dann 5, multipliziere das Ergebnis mit 5, und zähle nun die größere geworfene Augenzahl dazu!" Das Resultat laßt ihr euch nennen. Nehmen wir an es sei 71. Ihr subtrahiert davon 25 und erhaltet 46: 4 Zehner und 6 Einer. Euer Freund hat also eine 4 und eine 6 gewürfelt. Gerechnet wurde wie folgt:

$4 \cdot 2 = 8$; $8 + 5 = 13$; $15 \cdot 5 = 65$; $65 + 6 = 71$. $71 - 25 = 46$.

Abschlußarbeit

Klasse 4

a < b
8 < 56

In der Klassenstufe 4 wurde im Jahre 1964 zum Abschluß des Schuljahres eine zentrale Arbeit geschrieben. Unseren Lesern empfehlen wir, die gestellten Probleme zu lösen.

Zentrale Kontrollarbeit — **Schuljahr 1963/64**
Fach Mathematik — **Klasse 4**

Reine Arbeitszeit: 45 Minuten

1. Multipliziere! 2093 · 63

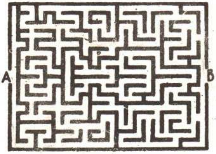
2. Ordne folgende Zahlen der Größe nach! (Beginne mit der größten Zahl!)
   80 472; 236 451; 2 364 510; 80 274

3. a) Wieviel Millimeter sind 53 cm?
   b) Wieviel Kilogramm sind 7 t?

4. Bilde aus $8<56$ Gleichungen, indem du ausgleichst
   a) durch Addition
   b) durch Subtraktion
   c) durch Multiplikation
   d) durch Division!

5. a) Zeichne ein Rechteck, das 36 mm breit und 48 mm lang ist!
   b) Zeichne in dieses Rechteck eine Diagonale (Verbindungsstrecke zweier gegenüberliegender Eckpunkte des Rechtecks)!
   c) Miß diese Diagonale und gib ihre Länge an!

6. 30 Pioniere der Klasse 4 halfen der Paten-LPG beim Nachlesen der Kartoffeln. Je zwei Pioniere bekamen einen Korb. Jeder Korb faßte 12 kg Kartoffeln. Die Pioniere füllten jeden Korb dreimal.
   Wieviel Kilogramm Kartoffeln sammelten sie?



Weg gesucht

Wer findet für Marie-Luise den Weg von A nach B?

Für Junge Mathematiker

Im Jahre 1979 sandte das Haus der Jungen Pioniere Greifswald an alle Schüler des Kreises folgende Knobelaufgaben mit dem Hinweis: Es ist wichtig, daß ihr mitmacht!

1. Zum Quotienten, der durch Division von 360 und 2 entsteht, ist das Produkt aus 120 und 3 zu addieren!
2. Klaus hatte fünf Zahlen zu addieren.
   Er führte seine Rechnung zunächst auf einem Zettel aus und schrieb sie dann in sein Heft.
   Dabei vergaß er einen Summanden; nun stand folgendes in seinem Heft:

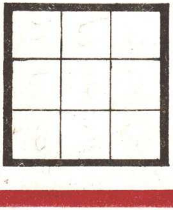
$$\begin{array}{r} 3\,459 \\ 2\,078 \\ 1\,097 \\ +\ \underline{8\,356} \\ \hline 29\,401 \\ \hline\hline \end{array}$$

   Die Summe ist richtig. Welchen Summanden hat er aber ausgelassen?
3. In einem HO-Bekleidungshaus kauften 3 Kunden von dem gleichen Stoff. Der erste kaufte 3 Meter, der zweite 5 Meter und der dritte 9 Meter. Der zweite Kunde bezahlte 30 M mehr als der erste.
   Wieviel Mark hatte jeder der drei Kunden zu zahlen?

Zum Lachen!.

"Was hast du denn in der letzten Mathe-Arbeit geschrieben, Karli?" "Was du dir schon lange im Tele-Lotto wünschst, Pappi, einen Fünfer!"

"Sagen Sie, Herr Ober, wieso kosten bei Ihnen zwei Spiegeleier mehr als zwei Rühreier?" "Ganz einfach, mein Herr, Spiegeleier kann man nachzählen!"



Überlegen!

In die abgebildeten 9 Felder sind die Zahlen 5, 6 und 7 so einzutragen, daß bei Addition senkrecht und waagerecht 18 erreicht werden!

Lustige Knobelei

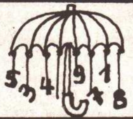
Welche Zahl bedeutet jeder Buchstabe, wenn folgendes bekannt ist:

$E = R : 40,$
$K = A \cdot 3,$
$R = K + A$
$A = 280 : 7$

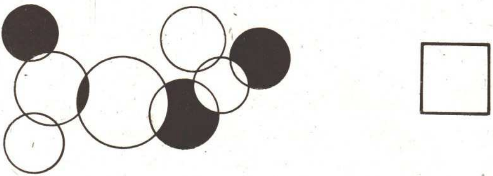
$E + R + I + K + A = 350$?

Spaß für freie Stunden

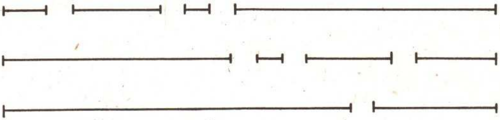
Klasse 4



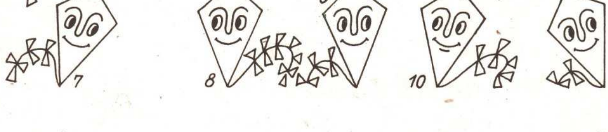
1. Kannst du mit einem Blick auf die Zeichnung feststellen, welcher der Kreise ganz genau in das Quadrat paßt?



2. Bestimme nach Augenmaß, wie lang (in Zentimetern) die hier gezeichneten Strecken sind! Erst dann miß mit dem Lineal nach!

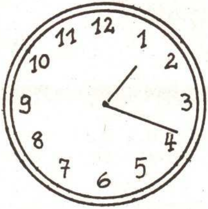


3. Zwei von den elf abgebildeten Drachen sind völlig gleich. Welche?



4. Eine Familie hat viele Kinder. Sieben von ihnen essen gern Weißkrauteintopf, sechs Möhren fünf Erbsen. Vier mögen besonders Weißkraut und Möhren, drei Weißkraut und Erbsen, zwei Möhren und Erbsen. Einer ißt alles gern. Wie viele Kinder hat die Familie?

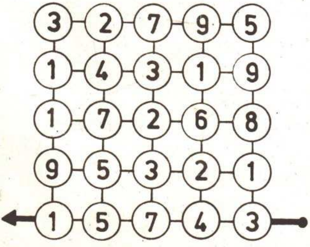
5. Teile das Ziffernblatt so in vier Teile, daß die Summe der Ziffern in jedem Teil 15 beträgt! Dabei können die zweistelligen Zahlen auch als einstellige Zahlen gelesen werden, z. B. die 12 als 1 und 2.



6. Wenn du innerhalb von zwei Minuten alle Fehler in diesen Aufgaben findest, ist deine Konzentrationsfähigkeit lobenswert.

3 + 12 = 15	4 + 18 = 22	16 + 8 = 23	12 − 7 = 5
13 + 3 = 10	16 − 5 = 11	16 + 9 = 28	19 − 6 = 13
16 − 9 = 7	7 + 7 = 23	15 + 9 = 25	16 + 6 = 22
12 − 6 = 6	14 − 8 = 6	19 + 5 = 24	14 + 9 = 23
15 − 2 = 13	18 − 4 = 12	14 − 9 = 5	11 + 4 = 14
15 + 5 = 10	14 + 6 = 20	7 + 18 = 25	16 + 4 = 22
5 + 17 = 22	15 − 8 = 7	6 + 15 = 22	13 − 4 = 9
13 − 2 = 11	12 − 9 = 3	18 − 7 = 13	16 − 2 = 13
15 − 4 = 11	2 + 11 = 13	5 + 13 = 18	12 + 9 = 21
12 + 4 = 16	18 − 8 = 10	13 − 5 = 8	6 + 8 = 15

7. Ausgangspunkt ist die rechte untere Ecke (mit der Zahl 3), Ziel die linke untere Ecke (mit der Zahl 1). Der Weg ist so zu wählen, daß die Summe der Zahlen, die in den Kreisen stehen, 45 beträgt.



Unser Buchtip:
Diese unterhaltsamen Aufgaben entnahmen wir dem folgenden Buch:
W. N. Bolchowitinow/B. I. Koltowoi/I. K. Lugowski
Spaß für freie Stunden
206 Rätsel, Spiele und Denkaufgaben
191 Seiten, zahlr. Abb. Preis 11,80 M
Verlag Mir, Moskau/Verlag für die Frau, Leipzig 1982

Abschlußarbeit

Klasse 5

In den Klassenstufen 5 bis 10 wurde im Jahr 1965 eine zentrale Abschlußarbeit geschrieben. Unseren Lesern empfehlen wir, in 45 Minuten diese sechs gestellten Probleme zu lösen.

Reine Arbeitszeit: 45 Minuten

1. Berechne 123 624 : 408!
   Schreibe den Überschlag vollständig auf und mache die Probe schriftlich!

2. Wie heißt die größte vierstellige natürliche Zahl, die mit Hilfe der Ziffern 4; 6; 7; 2 niedergeschrieben werden kann? (Jede Ziffer ist genau einmal zu verwenden.)
   Schreibe auf, was du dir dabei überlegt hast!

3. Welche beiden natürlichen Zahlen kannst du für x einsetzen, damit die Ungleichung
   $$75 < 11 \cdot x < 90$$
   erfüllt wird?
   Wie hast du die gesuchten Zahlen gefunden?

4. Pioniere aus den Klassen 4, 5 und 6 sammelten insgesamt 880 Flaschen.
   Die Pioniergruppe 4 sammelte davon den vierten Teil.
   Die Pioniergruppe 5 sammelte 85 Flaschen mehr als die Hälfte der von der Gruppe 4 gesammelten.
   Die Pioniergruppe 6 sammelte den Rest.
   Wieviel Flaschen sammelte jede der drei Pioniergruppen?

5. Löse die Subtraktionsaufgabe
   $$5{,}600\ \text{t} - 62\ \text{kg} - 5{,}07\ \text{dt}!$$
   Gib das Ergebnis
   a) in Kilogramm und
   b) in Tonnen an!

Freiwillige Zusatzaufgabe für diejenigen Schüler, die die Aufgaben 1 bis 5 gelöst haben.

Welche natürlichen Zahlen zwischen 31 und 43 sind teilbar

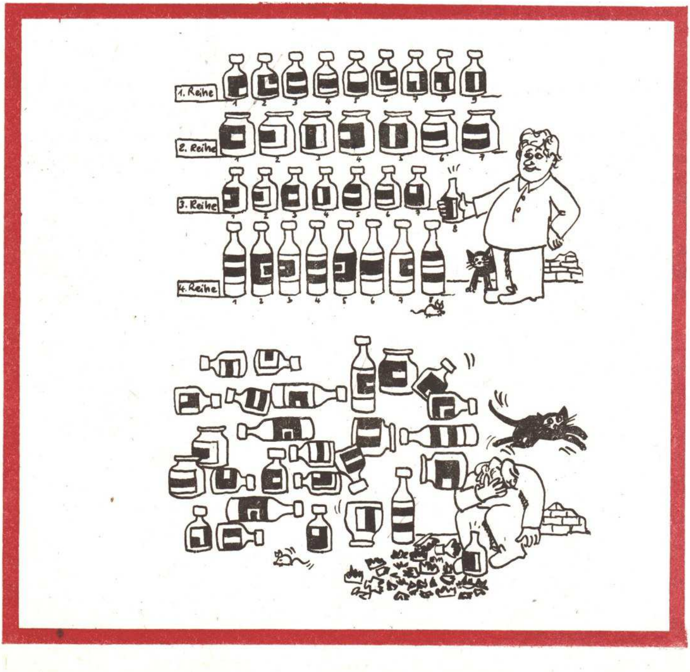
a) durch 2, aber nicht durch 3,
b) durch 2 und durch 3,
c) durch 2 oder durch 3 ?

Das Unglück im Keller

Wohlgeordnet im Regal aus Holz
stehn , zu Alberts großem Stolz,
in vier Reihen Gläser und auch Flaschen -
ein schöner Grund zum Naschen.

Kater Mohrle doch, o Graus,
interessiert nur eins - die Maus.
Und was dann passiert, Albert ist schockiert
und ganz blaß vor Schreck.
Maus und Kater sind schnell weg.

Stolz und Ordnung sind dahin,
Albert hat nur eins im Sinn:
"Was ging von meinem "Schatz" entzwei" ?
Helft ihm mal dabei!



Ein Blick in „alpha"

Klasse 5

In jedem Heft der mathematischen Schülerzeitschrift sind speziell für die Schüler der Klassen 5 bis 10 Aufgaben zusammengestellt. In vier Heften gibt es pro Klassenstufe je 6 Wettbewerbsaufgaben. Jährlich gehen über 90 000 Lösungen ein. Es gibt Urkunden und Abzeichen. Anbei einige interessante Wettbewerbsaufgaben aus "alpha":

1. Drei Zimmer einer Wohnung werden renoviert. Für das erste Zimmer werden sieben Rollen Tapete zum Preis von 8,60 M je Rolle benötigt. Für das zweite Zimmer wird eine Rolle mehr als für das erste Zimmer benötigt. Die Tapete für das zweite Zimmer kostet je Rolle 36 Pf weniger als die für das erste Zimmer. Für das dritte Zimmer reichen fünf Rollen Tapete. Der Preis der Tapete für alle drei Zimmer zusammen beträgt 180,12 M.
Wieviel Mark kostet eine Rolle Tapete, die für das dritte Zimmer verwendet wurde?
(Schülerin Kristina Thude, Bürgel)

2. Berechne das Produkt aus fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, deren Summe 25 beträgt!
(Schülerin Claudia Popien, Magdeburg)

3. Peter kauft für seine Modelleisenbahn Personenwagen zu 5,50 M, Güterwagen zu 5,95 M und Doppelstockwagen zu je 19,70 M das Stück, und zwar von jeder Sorte wenigstens einen Wagen. Insgesamt gibt er 42,15 M dafür aus.
Wieviel Personen-, Güter- bzw. Doppelstockwagen will Peter anschaffen?
(Schüler C. Janke, Ilmenau)

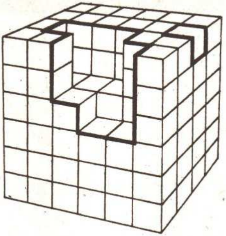
4. In dem Schema $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 = 100$ ist jedes der sieben Sternchen entweder durch ein Multiplikationszeichen ($\cdot$) oder durch ein Additionszeichen (+) so zu ersetzen, daß man eine wahre Gleichheitsaussage erhält. (Klammern dürfen nicht gesetzt werden.)
(StR H.-J. Kerber, Neustrelitz)

5. Anke bittet ihren Vater, aus einem 1m langen Draht das Kantenmodell eines Würfels herzustellen. Der Vater kommt ihrer Bitte nach. Er schneidet den Draht in gleich lange Stücke, die er dann in den Eckpunkten des Drahtmodells zusammenlötet. Es bleiben 4cm Draht übrig. Welche Kantenlänge hat das so gefertigte Drahtmodell eines Würfels?
(StR H.-J. Kerber, Neustrelitz)

„Nichts zu machen, Eure Hoheit - keine Leute, keine Leute!"

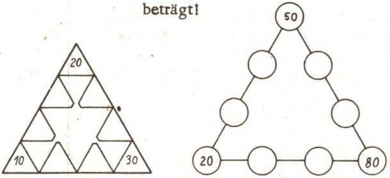
I. In zwei Minuten gelöst

1. Wieviel Würfel sind hier aufgebaut?
2. Wieviel Würfel sind herausgenommen?



II. Magische Dreiecke

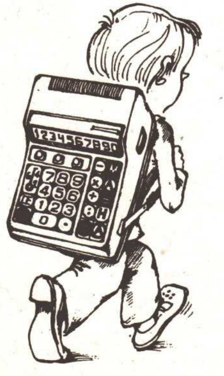
Trage jeweils die Zahlen 10, 20, 30, ..., 90 so in die Dreiecke ein, daß auf der der linken Figur die Summe der Zahlen jeder Seite 170 und auf der rechten Figur die Summe 200 beträgt!



(aus einem bulgarischen Unterhaltungsbuch, Sofia 78)

III. Unmögliches wird möglich!

PLUS + PLUS + PLUS MINUS	Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern, ungleiche Buchstaben ungleiche Ziffern. Wieviel Lösungen sind möglich? (Mathias Gärting, OS Gröbers, Saalkreis)



Unser Zeitschriftentip

alpha

"alpha" ist eine mathematische Schülerzeitschrift für die Klassen 5 bis 10, für die erweiterten Oberschulen, aber auch für interessierte Erwachsene.
Viele Schüler zählen bereits zu den ständigen Lesern. Um aber auch jene zu gewinnen, die "alpha" bisher noch nicht kennen, geben wir Bestellmöglichkeiten an:

alpha, Mathematische Schülerzeitschrift
Preis pro Heft 0,50 M
Abonnement zweimonatlich 0,50 M
zu bestellen bei jedem Postamt.
Best.-Nr.: Index 31059

Abschlußarbeit

Klasse 6

In der Klassenstufe 6 wurde im Jahre 1955 eine zentrale Arbeit zum Abschluß des Schuljahres geschrieben. Unseren Lesern empfehlen wir, die gestellten Probleme zu lösen.

1. Bestimme das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 42, 45, 63!

2. Berechne: $\frac{5}{6} - \frac{7}{18}$ 3. Berechne: $98\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$ 4. Wieviel ist $\frac{1}{5}$ von 3M ?

5. Ein Tischler fertigt für ein Zimmer Scheuerleisten an. Das Zimmer ist $4\frac{7}{10}$ m lang, $3\frac{3}{4}$ m breit. Wieviel m Leisten muß er für alle vier Seiten des Zimmers insgesamt anfertigen?

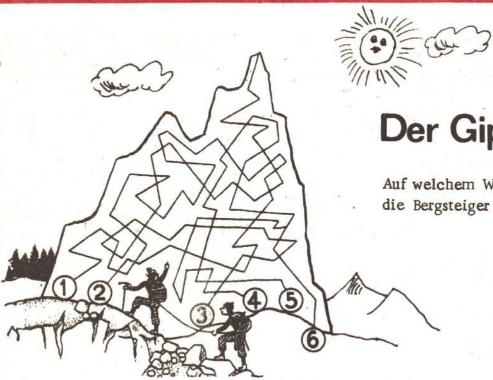
6. Eine Kuh gibt durchschnittlich $11\frac{3}{4}$ Liter Milch am Tag. Wieviel Liter gibt sie insgesamt im Monat Januar (31 Tage)?

7. Berechne: 23,35M · 9,75 Runde auf die übliche Stellenzahl!

8. Berechne: 2,596 : 0,11 9. Verwandle $\frac{7}{25}$ in einen Dezimalbruch!

10. Auf dem Güterbahnhof trifft für einen Kohlehändler ein Waggon mit 20 t Braunkohlenbriketts ein. Der Kohlehändler liefert davon sofort 2,4 t an einen Bäcker, 0,65 t an einen Haushalt und 8,5 t an einen Industriebetrieb. Den Rest fährt er nach seinem Lagerplatz. Wieviel t muß er nach seinem Lagerplatz fahren?

Achte darauf, daß du alle Ergebnisse durch Verwandlung und Kürzen auf die einfachste Form gebracht hast!



Der Gipfel

Auf welchem Wege erreichen die Bergsteiger den Gipfel ?

Sachaufgaben aus Mathematiklehrbüchern des Jahres 1945
(Volk und Wissen, Verlagsgesellschaft m. b. H., Berlin/Leipzig)

1. Ein Mann raucht an einem Tag 4 Zigarren.
Wieviel sind das a) in einer Woche ; b) in einem Jahr; c) während 30 Jahren ?

2. Ein Kaufmann hat für 1764 Mark Waren verkauft und davon den sechsten Teil verdient.
Wie groß war sein Verdienst ?

3. Ein Landmann braucht, um ein Feld mit Roggen zu besäen, 159 kg. Er erntet 2226 kg; wievielfältig war die Ernte ?

4. Eine Straße soll neu gepflastert werden. Sie ist 6 m breit und 780 m lang. Ein m^2 der Pflasterung kostet 5,50 Mark. Wie teuer wird die ganze Straße ?

5. Eine Lampe verbraucht in 10 Std. $\frac{1}{2}$ l Petroleum, wieviel cm^3 verbraucht sie
a) in einer Std.; b) an einem Abend, an dem sie sieben Stunden brennt ?
c) In einem Wintermonat brennen in einem Dorfwirtshaus am Abend und in der Nacht acht Lampen, und zwar $6\frac{1}{4}$ Std. lang.
Wieviel Petroleum haben alle im Monat zusammen verbraucht, und wieviel kostet das Petroleum ? (30 Tage, 1 l kostet 29 Pf)

6. Eine Handschuhfabrik verpackt in einer Kiste Handschuhe von der 1. Sorte $5\frac{1}{2}$ Dtzd., von der 2. Sorte $7\frac{3}{4}$ Dtzd., von der 3. Sorte $9\frac{5}{6}$ Dztd., von der 4. Sorte $4\frac{2}{3}$ Dtzd.
Wieviel Dtzd. und Stck. sind das im ganzen ?

7. Acht Mann mähen am ersten Tag fünf ha Sommergetreide; wieviel ha bringen in derselben Zeit 20 Mann fertig ?

Die Wunder

der

Rechenkunst.

Eine Zusammenstellung der räthselhaftesten, unglaublichsten und belustigendsten arithmetischen Kunstaufgaben.

Zur

Beförderung der geselligen Unterhaltung und des jugendlichen Nachdenkens.

Von

Joh. Christ. Schäfer.

Achte, verbesserte und vermehrte Auflage.

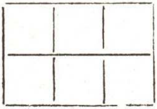
Weimar, 1857.

Druck und Verlag von Bernh. Friedr. Voigt.

Der Autor dieses unterhaltsamen Rechenbuches: Joh. Christ. Schäfer 1800 bis 1854, Bauer in der Gemeinde Illeben bei Bad Langensalza.

21. Die Sechsfelder-Figur.

Wo werden von folgender, mit Kreide auf den Tisch gezeichneter, Sechsfelder-Figur 5 Wände weggewischt, und zwar so, daß noch 3 gleichgroße Felder bleiben?



47. Der Gänserich und der Gänseschwarm.

Ein Gäns'rich watschelte in Ruh
In einem Erlgesträuche,
Da flog ein Gänseschwarm hinzu
Von einem nahen Teiche.
Der Gäns'rich sprach: „Ich grüß euch schön!
Fürwahr, ich bin verwundert,
Euch insgesammt allhier zu seh'n,
Ihr seid gewiß an Hundert!"
Ein kluges Gänschen d'rauf versetzt:
„Wird viel zu Hundert fehlen!
Du hast zu hoch die Zahl geschätzt,
D'rum magst du selbst nun zählen.
Verdopple uns're Zahl, dann sei
Die Hälfte noch gewonnen;
Ein Viertel und Du, Freund, dabei,
Wirst Hundert dann bekommen."
Das kluge Gänslein flog geschwind
Zu den verlass'nen Schaaren;
Du aber sage, liebes Kind,
Wieviel es Gänse waren?

31. Der glückliche Spieler.

Ein Spieler zählte eine Summe gewonnener Ducaten durch, die weniger als 400 beträgt; zählt er sie zu Zweien, Dreien, Fünfen und Sieben, so bleibt allemal einer; zählt er sie aber zu Zwölfen, so bleiben sieben übrig. Wie viel Ducaten hatte er gewonnen?

142. Wer von 30 Rechenpfennigen den letzten wegnimmt, hat gewonnen.

Wie werden 30 auf den Tisch gelegte Rechenpfennige mit noch Jemandem sämmtlich nach und nach so weggenommen, daß immer einer um den andern eine beliebige Anzahl, aber nicht über 6 Stück, nehmen darf, und man auf solche Weise zuletzt davon nimmt, indem der zuletzt Wegnehmende gewonnen hat?

5. Numerationsaufgabe
Wie schreibt man mit Ziffern zwölf Tausend zwölf Hundert und zwölf?

6. Der Müller und seine Katzen
Ein Müller ging in seine Mühle, die vier Winkel hatte. In jedem Winkel sah er 4 Säcke stehen: auf jedem Sack saßen 4 alte Katzen, und jede Katze hatte vier Junge bei sich.
Wie viel Füße waren jetzt in der Mühle?

7. Additionsaufgabe
Wer's sagt, wie viel's beträgt,
Wenn man zusammenlegt:
Eins, anderthalb und Zwei,
Zwei, drittehalb und drei,
Und noch eins mehr als sechs,
Acht und einhalb mehr als neun:
Der bestelle sich ein gut Glas Wein.

8. Das Weihnachtsgeschenk

Ein Vater hatte Äpfel und Nüsse, von jedem gleichviel Stück gekauft, um damit am Weihnachtsfeste seine Kinder zu beschenken. Jedem Kinde gab er erst 12 Äpfel und behielt 48 Stück übrig. Dann gab er auch jedem Kinde 15 Nüsse und behielt da 15 Stück übrig. Wieviel Äpfel und Nüsse hatte er gekauft, und wieviel Kinder hatte er?

9. Die künstliche Wegnahme
Ein Vater legte 36 Nüsse in ein Quadrat nachstehender Gestalt auf den Tisch und sagte zu seinem Sohne:" Kannst Du 6 Stück so wegnehmen, daß in jeder wag- und senkrechten Reihe eine gerade Anzahl Nüsse liegen bleiben, so sollen Dir die 6 Nüsse geschenkt sein. "
Der Sohn nahm hierauf auch wirklich auf die ausbedungene Weise 6 Stück davon: welche waren es wohl?

Lage der Nüsse?

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Blick auf den alten Bauernhof.
Die Nachfahren von J. Ch. Schäfer bewohnen ihn noch. Sie sind Angestellte in Betrieben von Bad Langensalza bzw. LPG-Mitglieder.

Unser Buchtip
Joh. Chr. Schäfer

Die Wunder der Rechenkunst (1857)
Eine Zusammenstellung von 154 unterhaltsamen Mathematikaufgaben mit Lösungen, geeignet ab Klasse 5.
240 Seiten, ca 45 Abb.
Bestell-Nr.:707 745 1 Preis: ca. 7.20 M
Dieser Titel, herausgegeben vom Chefredakteur der math. Schülerzeitschrift alpha, gesetzt in für alle Schüler lesbarer Schrift, erscheint Anfang 1983. Bestellungen nimmt jede Buchhandlung entgegen. In einem Anhang findet der Leser eine Auswahl von Lösungen aus heutiger Sicht.

Prozentrechnung %

1. In einem VEB ist ein Bauteil in großer Stückzahl zu bearbeiten.
a) Für 200 dieser Bauteile entstehen Kosten von 2600 Mark. Berechnen Sie daraus die Kosten für die Bearbeitung eines solchen Teiles!
b) Ein Neuerervorschlag sieht den Einbau einer Vorrichtung vor. Dadurch können die Kosten für die Bearbeitung eines Teiles auf 9,00 Mark gesenkt werden. Es entstehen aber einmalige Kosten in Höhe von 250,00 Mark für den Einbau der Vorrichtung.
- Wieviel Mark werden bei der Bearbeitung eines Teiles eingespart, wenn die Vorrichtung eingebaut ist
- Berechnen Sie die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung und die Bearbeitung von 200 solcher Teile nach dem Neuerervorschlag!

c) Berechnen Sie , um wieviel Prozent die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung und die Bearbeitung von 200 solcher Teile geringer sind als die Kosten im Fall a)!
d) Wieviel Teile müssen mindestens bearbeitet werden, damit die erzielte Einsparung größer ist als die einmaligen Kosten für den Einbau der Vorrichtung? (1981/7.1. Kl. 7)

2. Im Jahr 1975 standen in der DDR 715 000 Hortplätze zur Verfügung; 1980 waren es 760 000 Hortplätze.
a) Wieviel Hortplätze gab es im Jahr 1980 mehr als im Jahr 1975?
b) Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Anzahl der Hortplätze gegenüber 1975 erhöht wurde!
c) Stellen Sie die Anzahl der Hortplätze im Jahr 1975 und der Hortplätze im Jahr 1980 in einem Diagramm dar! (1981/1 Klasse 7)

3. In der sowjetischen Weltraumstation Salut 6 arbeiteten bisher drei Stammbesatzungen, die jeweils Weltrekorde im Langzeitflug aufstellten. Der Flug der ersten Stammbesatzung dauerte 96 Tage. Der Flug der zweiten Stammbesatzung, mit der auch unser Kosmonaut Sigmund Jähn zusammenarbeitete, dauerte 140 Tage.
a) Um wieviel Prozent überbot die zweite Stammbesatzung die Flugzeit der ersten?
b) Nach internationaler Festlegung muß die Dauer eines Weltraumfluges mindestens zehn Prozent über der bisherigen Rekordzeit liegen, um als neuer Weltrekord anerkannt zu werden. Nach wieviel Tagen ihres Fluges hatte die dritte Stammbesatzung diese Bedingung erfüllt? (1980/1 Kl. 7)

4. In der DDR wurden im ersten Halbjahr 1978 insgesamt 76 000 Wohnungen neu gebaut bzw. modernisiert. Von diesen fertiggestellten Wohnungen sind 48 900 Neubauwohnungen.
a) Wieviel Prozent der insgesamt fertiggestellten Wohnungen sind
  - Neubauwohnungen,
  - modernisierte Wohnungen?

b) 12,5 Prozent der Neubauwohnungen wurden als Eigenheime errichtet.
Berechnen Sie, wieviel Wohnungen das sind! (1979/1 Kl. 7)

5. Für die Modernisierung und Werterhaltung von Wohnungen werden Vollziegel und Hohlziegel verwendet.

a) Ein quaderförmiger Vollziegel hat folgende Abmessungen:

Länge: $l = 24,0$ cm, Breite $b = 11,5$ cm, Höhe $h = 7,1$ cm.

Die Dichte des Materials beträgt $\varrho = 1,80 \frac{g}{cm^3}$.

Berechnen Sie die Masse eines Vollziegels, und geben Sie diese in Kilogramm an!

b) Die Masse eines Hohlziegels beträgt 2,3 kg. Wieviel Prozent der Masse eines Vollziegels beträgt die Masse eines Hohlziegels?

c) Ein Lastkraftwagen kann mit 2500 Vollziegeln beladen werden. Wieviel Hohlziegel kann dieser LKW statt dessen laden, wenn die gleiche Masse transportiert werden soll?

(1978/5 Kl. 7)

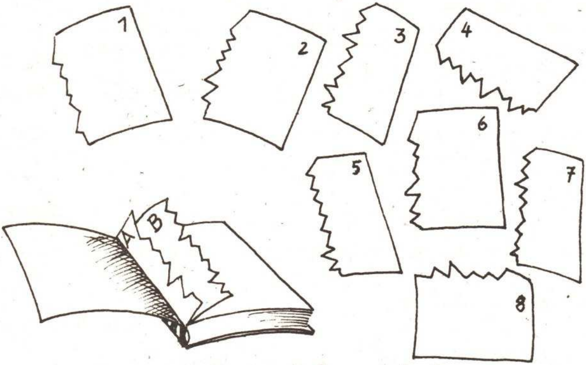
6. Im Jahre 1975 wurden aus dem Staatshaushalt der DDR 5,6 Milliarden Mark für das Bildungswesen ausgegeben. Im Jahre 1976 wurden dafür 0,6 Milliarden Mark mehr bereitgestellt.

a) Wieviel Milliarden Mark wurden im Jahre 1976 bereitgestellt?

b) Auf wieviel Prozent konnten die Ausgaben für das Bildungswesen im Jahre 1976 gegenüber 1975 erhöht werden?

c) Stellen Sie die Ausgaben in diesen beiden Jahren in einem Diagramm dar, und beschriften Sie dieses!

(1977/1 Kl. 7)



Das sollte nicht sein!

Ulli hat zwei Seiten aus seinem Heft gerissen.
Findet heraus, welche es sind!

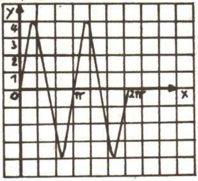
Arithmetik und Geometrie

30a / b - 2

1. a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 5{,}35$ m!

b) Gegeben ist die Gleichung $10^x = \frac{1}{1000}$ $(x \in P)$. Ermitteln Sie x!

c) In der Abbildung ist eine Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx$ $(a, b, x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 2\pi$ dargestellt. Geben Sie für diese Funktion a und b an!



d) Formen Sie die folgende Gleichung nach h um!

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad (r \neq 0)$$

(1981/6)

2. a) Gegeben ist die Ungleichung $3x < 9{,}6$ $(x \in P)$
- Lösen Sie diese Ungleichung!
- Geben Sie alle ungeraden natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

b) Zeichnen Sie eine beliebige Strecke $\overline{CD}$, und konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte dieser Strecke!

c) Gegeben ist $\cos x = 0{,}6782$ $(0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ)$. Geben Sie alle Lösungen im vorgebenen Intervall an!

d) Berechnen Sie x! $x = \frac{1{,}2 \cdot 10^7 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-2}}{3{,}6 \cdot 10^3}$ (1980/6)

3. a) Ordnen Sie die Zahlen $\sqrt{2}$; $1{,}4$; $1{,}\overline{4}$ der Größe nach! Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl!

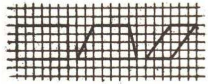
b) Lösen Sie die Gleichung $x^2 - 14x + 45 = 0$!

c) Gegeben ist der Term $4ab - 8ac$.
Berechnen Sie den Wert dieses Terms für $a = 2{,}5$; $b = 3{,}0$; $c = 1{,}5$! (1979/6)

4. Es seien $a = \frac{2}{5}$ und $b = \frac{3}{7}$. Berechnen Sie $a + b$ und $a : b$!

b) Für die Elemente x der Menge M gilt: $15 < x < 20$ $(x \in N)$.
- Geben Sie alle Elemente von M an!
- Geben Sie eine Teilmenge M_1 von M an, deren Elemente die Primzahlen sind!

c) Zeichnen Sie einen beliebigen Winkel α $(0^\circ < \alpha < 180^\circ)$! Konstruieren Sie die Winkelhalbierende dieses Winkels (mit Zirkel und Lineal)!



Figur A Figur B Figur C

d) Welche der gegebenen Figuren A, B, C sind Parallelogramme?

(1978/6)

5. a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 4{,}85$ m!

b) Berechnen Sie x! $x = \dfrac{4{,}8 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^2}$ (1977/6)

c) Ermitteln Sie alle Winkel x im Intervall $0^\circ \leqq x \leqq 180^\circ$, für die gilt: $\sin x = 0{,}7071$!

d) Formen Sie die Gleichung $V = \dfrac{a^2 h}{3}$ $(h \neq 0)$ nach der Variablen a um!

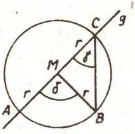
6. a) Formen Sie die folgende Gleichung nach r um! $A = \dfrac{abc}{4r}$ $(r \neq 0;\ A \neq 0)$

b) Es seien

x der absolute Betrag von (-7),

y die entgegengesetzte Zahl zu $(+2{,}4)$ und

z das Reziproke von $\dfrac{2}{5}$. Ermitteln Sie x, y und z!



c) Ermitteln Sie n in $n = \log_3 27$!

d) In der abgebildeten Skizze sei $\gamma = 41^\circ$.

Ermitteln Sie δ! (1976/6)

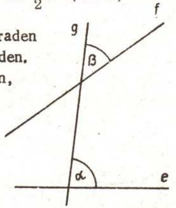
Skizze nicht maßgerecht

7. a) Vereinfachen Sie den Term $(m^2 n^5)^3$ so weit wie möglich!

b) Schreiben Sie die Zahlen 628 000 000 und 0,0037 in der Darstellung mit abgetrennten Zehnerpotenzen, d. h. in der Form $a \cdot 10^n$! Dabei soll der Faktor a jeweils zwischen 1 und 10 liegen.

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $y = \sin \frac{1}{2}x$ $(x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 4\pi$!

d) Nebenstehende Skizze zeigt zwei beliebige Geraden e und f, die von einer Geraden g geschnitten werden. Wie müssen die Geraden e und f zueinander liegen, damit die Winkel α und β kongruent sind?



(1975/6)

8. a) Berechnen Sie 17% von 83!

b) Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich! $\sqrt[3]{a^6 b^9}$ $(a \geqq 0;\quad b \geqq 0;\quad a, b \in P)$

c) Ordnen Sie die Zahlen 1,2525...; 1,2500 und $1{,}2\overline{5}$ nach der Größe! Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl!

d) Durch die Gleichung $y = 3x - 1$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Gerade g. Geben Sie die Gleichung einer anderen Funktion an, deren Graph parallel zu der Geraden g verläuft! (1974/6)

9. a) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines Kreisringes mit den Durchmessern $d_1 = 4{,}5$ cm und $d_2 = 3{,}8$ cm!

b) Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $y = x^3$; $(x \in P)$.

Berechnen Sie für diese Funktion die in der folgenden Tabelle fehlenden Werte! (Übertragen Sie die Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!)

x	2	3	-1	
y				125

c) Skizzieren Sie den Graph der Funktion mit der Gleichung $y = 2 \sin x$ $(x \in P)$, im Intervall $0 \leqq x \leqq 3\pi$! Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!
d) Geben Sie den Wert für die Variable a an, für den der Term

$\frac{5}{6 - 3a}$ nicht definiert ist! (Antwortsatz!) (1973/5)

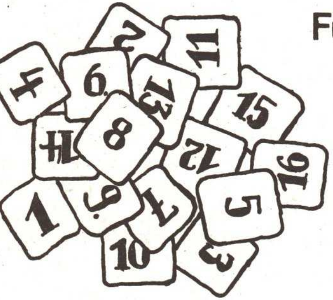
10. a) Berechnen Sie 12,5% von 528 ha!
b) Ermitteln Sie alle Winkel x im Intervall $0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ$, für die gilt: $\sin x = 0,6600$!
c) Das Produkt aus der Differenz zweier verschiedener Zahlen und einer dritten Zahl sei gleich x. Geben Sie diesen mathematischen Sachverhalt in Form einer Gleichung mit Hilfe von Variablen an!
d) Formen Sie die Gleichung für das Volumen des Kegels $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ nach der Variablen r um! (1972/6)

11. a) Ermitteln Sie für einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 21,2$ cm den Umfang und den Flächeninhalt!
b) Formen Sie folgende Gleichung nach a um! $A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$
c) Gegeben ist die Gleichung $x^2 + 4x + q = 0$.
Ermitteln Sie die Lösungen dieser Gleichung für $q = 3$! Geben Sie für q eine solche Zahl an, daß die Gleichung eine Doppellösung (zweifache reelle Lösung) hat! (1971/6)

12. a) Ermitteln Sie $\cos 120^\circ$! Bestimmen Sie x in $x = \log_5 125$!
Geben Sie $7 \cdot 10^{-3}$ als Dezimalbruch an!
b) Lösen Sie die folgende Gleichung nach r auf!

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $(r > 0)$ (1970/6)

c) Vereinfachen Sie die folgende Summe so weit wie möglich! $3m(m + 0,6n - 4n^2) + (m - 5n)^2$



Für Kartenfreunde

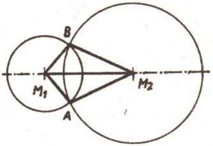
Fertigt kleine quadratische Karten mit den abgebildeten Zahlen und ordnet sie so zu einem Quadrat, daß sich senkrecht und waagerecht jeweils 34 bei einer Addition ergeben!

Beweise w.z.b.w.

1. Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB}$. Der Mittelpunkt des Schenkels $\overline{BC}$ sei D, der Mittelpunkt des Schenkels $\overline{AC}$ sei E.
a) Fertigen Sie hierzu eine Skizze an, und verbinden Sie A mit D und B mit E!
b) Beweisen Sie, daß die Dreiecke ABD und BAE zueinander kongruent sind!
(1981/5 Kl. 6/7)

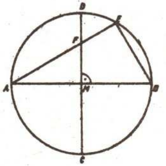
2. a) Für alle natürlichen Zahlen gilt folgende Aussage: "Wenn die kleinste von fünf aufeinanderfolgenden Zahlen gerade ist, so ist deren Summe durch 10 teilbar."
- Geben Sie mit Hilfe von Variablen fünf derartige Zahlen an!
- Beweisen Sie, daß obenstehende Aussage wahr ist!
b) Zeigen Sie, daß die folgende Aussage falsch ist! "Die Summe von fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist immer durch 10 teilbar!" (1980/5 Kl. 7)

3. Die Skizze zeigt zwei Kreise mit den Mittelpunkten M_1 und M_2, die einander in den Punkten A und B schneiden.



a) Beweisen Sie unter Benutzung eines Kongruenzsatzes, daß die Dreiecke M_1AM_2 und M_1BM_2 einander kongruent sind!
b) Was folgt aus der Kongruenz der Dreiecke M_1AM_2 und M_1BM_2 für die Winkel $\sphericalangle M_2AM_1$ und $\sphericalangle M_1BM_2$? (1979/5 Kl. 6/7)

4. In einem Kreis sind $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ zwei Durchmesser, die aufeinander senkrecht stehen (siehe Skizze!).



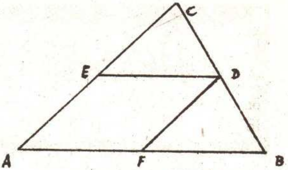
a) Begründen Sie, warum das Dreieck ABE rechtwinklig ist!
b) Im Viereck MBEF sei $\sphericalangle EBM = 70^\circ$. Berechnen Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle MFE$!
c) Beweisen Sie, daß die Dreicke ABE und AMF einander ähnlich sind!
(1978/7.2. Kl. 8)

5. a) n sei eine beliebige natürliche Zahl. Geben Sie mit Hilfe von n die nächsten beiden auf n folgenden natürlichen Zahlen an!
b) Beweisen Sie folgenden Satz! Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 3 teilbar. (1978/4 Kl. 7)

6. Im Dreieck ABC sei D der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Ferner gelte $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$ und $\overline{FD} \parallel \overline{AC}$ (siehe Skizze!).

a) Beweisen Sie unter Benutzung eines Kongruenzsatzes, daß die Dreiecke FBD und EDC einander kongruent sind!

b) Was folgt aus der Kongruenz der Dreiecke FBD und EDC für ihre Flächeninhalte?



(1977/5 Kl. 6/7)

7. Gegeben sei ein Trapez ABCD mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ schneiden einander im Punkt S.

a) Zeichnen Sie ein solches Trapez und seine Diagonalen!

b) Beweisen Sie, daß die Dreiecke ABS und CDS einander ähnlich sind!

c) Welche weitere Aussage können Sie über die Dreiecke ABS und CDS treffen, wenn das Trapez ABCD ein Parallelogramm ist? (1976/4 Kl. 8)

8. In einem gleichschenkligen Dreieck ABC sei $\overline{AC} \cong \overline{BC}$. Der Mittelpunkt der Seite $\overline{AC}$ sei D, der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$ sei E.

a) Zeichnen Sie diese Figur, und benennen Sie alle Punkte!

b) Zeichnen Sie das Lot von D auf $\overline{AB}$! Der Fußpunkt sei F.
Zeichnen Sie das Lot von E auf $\overline{AB}$! Der Fußpunkt sei G.

c) Beweisen Sie unter Verwendung eines Kongruenzsatzes, daß die Dreiecke AFD und BGE kongruent sind! (1975/5 K. 6/7)

9. Beweisen Sie folgenden Satz!
Wenn von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen die kleinste Zahl gerade ist, dann ist das Produkt dieser Zahlen durch 4 teilbar. (1974/7. 3 Kl. 9)

10. Durch den Mittelpunkt M eines Kreises verlaufen zwei Geraden g_1 und g_2, die nicht senkrecht aufeinander stehen. Die Gerade g_1 schneidet den Kreis in den Punkten A und B. Die Gerade g_2 schneidet den Kreis in den Punkten C und D. Verbindet man A mit C und B mit D, so entstehen die Dreiecke MAC und MBD.

a) Entwerfen Sie eine Skizze!

b) Beweisen Sie mit Hilfe eines Kongruenzsatzes, daß die Dreiecke MAC und MBD kongruent sind! (Geben Sie den dabei benutzten Kongruenzsatz an!) (1974/4 Kl. 6/7)

11. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit folgenden Stücken:
$\overline{AB} = c = 5{,}0\,\text{cm}$, $\overline{BC} = a = 3{,}5\,\text{cm}$, $\sphericalangle ABC = \beta = 90^\circ$.

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!

b) Zeichnen Sie durch die Eckpunkte A und C die Parallelen zu den Gegenseiten!
Ihr Schnittpunkt sei D. Es entsteht das Rechteck ABCD. Fällen Sie vom Mittelpunkt S der Strecke $\overline{AC}$ das Lot auf $\overline{AB}$! Sein Fußpunkt sei E.

c) Beweisen Sie, daß das Dreieck AES dem Dreieck ACD ähnlich ist!
(Geben Sie den dabei benutzten Ähnlichkeitssatz an!) (1973/6 Kl. 8)

12. Beweisen Sie folgende Aussagen!

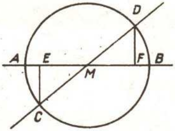
a) Die Summe von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 5 teilbar.

b) Wenn die kleinste von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen gerade ist, dann ist deren Summe auch durch 2 teilbar. (1972/7.1 Kl. 9)

13. Durch den Mittelpunkt M eines Kreises verlaufen zwei Geraden, die miteinander einen spitzen Winkel bilden. Sie schneiden den Kreis in den Punkten A und B bzw. C und D. Von C und D sind die Lote auf die durch A und B verlaufende Gerade gefällt. Die Fußpunkte der Lote seien E und F (siehe Skizze).

a) Beweisen Sie, daß die Dreiecke MEC und MFD kongruent sind! (Benutzen Sie dabei einen der Kongruenzsätze!)

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{ME}$ für $\overline{MC} = 13\,\text{cm}$ und $\overline{CE} = 5\,\text{cm}$!



(1971/5 Kl. 8)

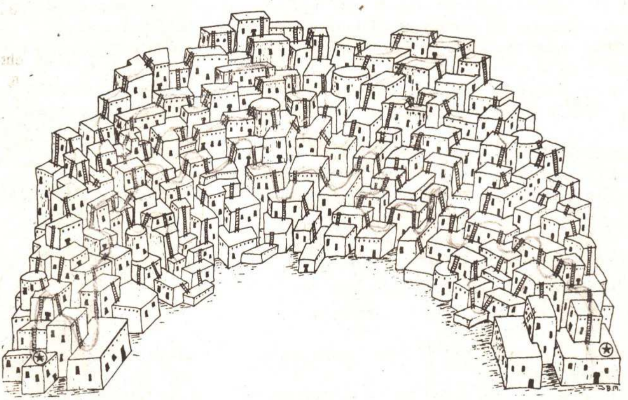
14. Zeichnen Sie ein beliebiges Dreieck ABC!

a) Legen Sie auf $\overline{AB}$ zwischen den Punkten A und B einen Punkt D fest! Zeichnen Sie durch D die Parallele zu $\overline{AC}$; den Schnittpunkt mit $\overline{BC}$ nennen Sie E! Beweisen Sie, daß die Dreiecke $\triangle$ ABC und $\triangle$ DBE einander ähnlich sind!

b) Gegeben ist eine 10 cm lange Strecke $\overline{RS}$. Teilen Sie $\overline{RS}$ durch Konstruktion im Verhältnis 5 : 2! Der Teilpunkt T soll zwischen R und S liegen. (1970/4 Kl. 8)

Geduldsspiel

Gesucht ist der Weg von einem Stern zum anderen.



Formale Gleichungen und Ungleichungen

$5x+5<x+25$

1. Gegeben sind die Ungleichungen

(1) $\frac{3(5x-8)}{2} < 5x-2 \quad (x \in P)$; (2) $15x - 3 < 14x + n \quad (n, x \in P)$.

a) Lösen Sie die Ungleichung (1)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!
b) Formen Sie die Ungleichung (2) nach x um!
c) Bestimmen Sie n so, daß die Ungleichung (2) die gleiche Lösungsmenge wie die Ungleichung (1) hat! (Proben werden nicht verlangt!) (1979/7.2 Kl. 8)

2. $(2x - 5) \cdot (x + 3) = 2x^2 - (3x - 4) + 9 \quad (x \in P)$
Lösen Sie diese Gleichung, und führen Sie die Probe durch!

3. Gegeben ist die Ungleichung $12 - x > 3(1 + x) + 3 \quad (x \in P)$.
a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)
b) Geben Sie drei gebrochene Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!
c) Geben Sie durch Aufzählen alle natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!
(1977/2 Kl. 8)

4. Gegeben ist eine natürliche Zahl n $(n \neq 0)$.
a) Schreiben Sie in allgemeiner Form die der Zahl n unmittelbar vorangehende natürliche Zahl (Vorgänger) und die unmittelbar folgende natürliche Zahl (Nachfolger) auf!
b) In einem speziellen Fall sei das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger von n die Zahl 483. Berechnen Sie mit Hilfe einer Gleichung n!
c) Geben Sie alle natürlichen Zahlen zwischen 300 und 400 an, die sich ebenfalls als Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer natürlichen Zahl darstellen lassen!
(1976/7.2 Kl. 9)

5. Gegeben ist die Ungleichung $2x - (8 - x) < 8(2x + 3) - 5x \quad (x \in P)$.
a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)
b) L sei die Lösungsmenge der gegebenen Ungleichung. Geben Sie für jede der sechs Zahlen

$$-8; \quad 3; \quad 0; \quad -\frac{1}{2}; \quad -4; \quad 5{,}2$$

an, ob sie zur Lösungsmenge L gehört oder nicht! (1975/7.1 Kl. 8)

6. Gegeben sind die folgenden Ungleichungen:
(1) $5x + 5 < x + 25 \quad (x \in P)$
(2) $12x - (x - 1) > 5x + 13 \quad (x \in P)$
a) Lösen Sie die Ungleichung (1)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!
b) Lösen Sie die Ungleichung (2)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die einstellige natürliche Zahlen sind!
c) Die unter a) angegebenen natürlichen Zahlen bilden die Menge M_1, die unter b) angege-

benen natürlichen Zahlen die Menge M_2. Geben Sie den Durchschnitt von M_1 und M_2 durch Aufzählen der Elemente an! (Probe wird nicht verlangt.) (1974/5 Kl. 9)

7. Gegeben ist die Ungleichung $7(3x - 2) < 3x + 22 \quad (x \in P)$.

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlang!)

b) Geben Sie die Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind! (1973/2 Kl. 8)

8. Gegeben ist die lineare Ungleichung $\frac{8(2x + 1)}{5} < 3x + 2$

a) Lösen Sie diese Ungleichung im Bereich der reellen Zahlen!

b) Geben Sie folgende Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente an:

1. Die Lösungsmenge L_1 obiger Ungleichung im Bereich der natürlichen Zahlen;
2. die Lösungsmenge L_2 obiger Ungleichung im Bereich der ganzen Zahlen mit $-4 < x < 1$;
3. die Menge M aller Elemente, die sowohl in L_1 als auch in L_2 vorkommen!

(1972/7.3 Kl. 8)

9. Gegeben ist die Gleichung $x^2 - ax + c = 0$ (a, c, x reell).

a) Geben Sie für diese Gleichung die Diskriminante an!

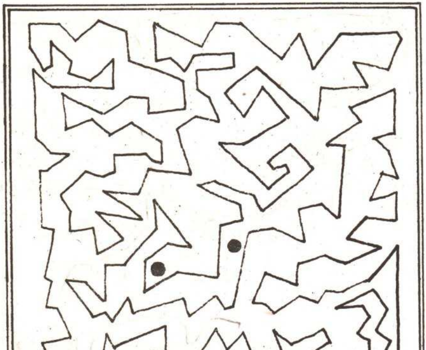
b) Geben Sie die Anzahl aller reellen Lösungen der Gleichung für folgende zwei Fälle an:

(1) $a = 0$ und $c = \frac{1}{5}$ (2) $c = \frac{a^2}{4}$

Begründen Sie Ihre Aussage mit Hilfe der Diskriminante! (1969/7.3 Kl. 9)

10. Zwei Zahlen a und b verhalten sich wie $5 : 6$. Addiert man zu jeder der beiden Zahlen 3, so verhalten sich die neu entstandenen Zahlen wie $7 : 8$. Ermitteln Sie a und b! (Probe!)

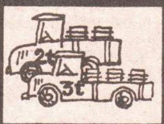
(1967/7.2 Kl. 7)



Gibt es einen Weg?

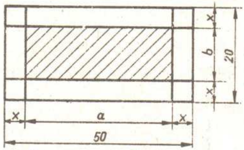
Kann man die beiden Punkte miteinander verbinden, ohne eine Linie zu kreuzen?

Angewandte Gleichungen und Ungleichungen



1. Ein Tieflader transportiert zu einer Baustelle zwei Arten von Deckenplatten, kurze und lange. Bei einer Beladung mit fünf langen Platten und neun kurzen Platten transportiert er insgesamt eine Masse von 40,0 t. Wenn er mit neun langen und drei kurzen Platten beladen ist, transportiert er 39,0 t.
Berechnen Sie die Masse einer langen und die einer kurzen Deckenplatte!
(Führen Sie die Probe durch!) (1976/5 Kl. 9)

2. Aus einem rechteckigen Blech mit den Seitenlängen 50 cm und 20 cm soll ein oben offener quaderförmiger Kasten entstehen. Dazu schneidet man an den vier Ecken Quadrate mit der Seitenlänge x cm heraus (siehe Skizze!). Das schraffierte Rechteck mit den Seitenlängen a cm und b cm ist die Grundfläche des Kastens.
a) Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche für $x = 1{,}5$!
b) Wie groß muß x sein, damit der Inhalt der Grundfläche $400\,\text{cm}^2$ beträgt?
Geben Sie für diesen Fall a und b an!



Maßangaben in Zentimeter
(Skizze nicht maßstäblich)

(1972/7.2 Kl. 9)

3. Zur optimalen Auslastung des Transportraumes bei der Beförderung von Speisekartoffeln werden durch die Deutsche Reichsbahn Zielzüge eingesetzt. In einem solchen Zug laufen zwei Wagentypen mit einer Ladefähigkeit von 20 t bzw. 24 t Speisekartoffeln. Der Zug besteht aus 33 Waggons. Er befördert insgesamt 720 t Speisekartoffeln.
Berechnen Sie, wieviel Waggons des jeweiligen Typs in diesem Zielzug eingesetzt sind!
(1971/4 Kl. 9)

4. Für die Bearbeitung von Werkstücken stehen zwei Drehmaschinen zur Verfügung. Die erste Maschine muß zur Bearbeitung 20 Minuten vorbereitet werden und stößt dann alle 14 Minuten ein Werkstück aus. Die zweite Maschine, sie ist moderner, muß 200 Minuten vorbereitet werden und stößt dann alle zwei Minuten ein Werkstück gleicher Art aus.
a) Wieviel Minuten werden bereits bei der Herstellung von 100 Werkstücken eingespart, wenn die modernere Maschine eingesetzt wird?
b) Bestimmen Sie diejenige Stückzahl, zu deren Herstellung beide Maschinen die gleiche Zeit benötigen! (1968/7.2 Kl. 7)

5. In einem Dreieck ist der größte Winkel dreimal so groß wie der kleinste und der andere Winkel zweimal so groß wie der kleinste. Die Seite, die dem größten Winkel gegenüberliegt, ist 4,8 cm lang.
a) Bestimmen Sie die Größe der Winkel! Begründen Sie Ihr Ergebnis!
b) Berechnen Sie die Länge der kleinsten Seite des Dreiecks! (1968/7.3 Kl. 8)

Formale Gleichungssysteme

$$2x + y = 10$$
$$6x + 2y = 34$$

1. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem!

(1) $2x + y = 10$
(2) $6x + 2y = 34$ $\quad (x,\ y \in P)$

(Führen Sie eine Probe durch!) (1981/2 Kl. 9)

2. Die Differenz zweier natürlicher Zahlen beträgt 6. Das Produkt dieser beiden Zahlen beträgt 216.
Ermitteln Sie diese beiden natürlichen Zahlen! (1973/4 Kl. 9)

3. Gesucht sind zwei Zahlen. Ihre Summe ist 4. Wird das Dreifache der einen Zahl um das Doppelte der anderen Zahl vermindert, so erhält man 52.
Berechnen Sie die beiden Zahlen! Führen Sie eine Probe durch! (1972/1 Kl. 9)

4. Berechnen Sie x und y aus dem folgenden linearen Gleichungssystem:

(I) $3ax + y = 7a$
(II) $ax + y = 3a$ $\quad$ (a reelle Zahl, $a \neq 0$)!

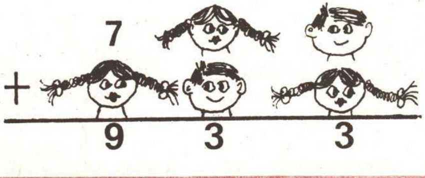
(schriftliche Probe!) (1968/3 Kl. 9)

5. a) Bestimmen Sie x und y aus dem Gleichungssystem

(I) $x + y = s$
(II) $x - y = t$

Machen Sie die Probe!
b) Setzen Sie $t = 6$! Für welche Werte von s hat dieses Gleichungssystem dann ganzzahlige Lösungen? (1965/4 Kl. 9)

Kryptarithmetik



Lineare Funktionen

$y = 3x - 2$

$x + y = 4$

1. Gegeben ist das Gleichungssystem

(1) $y = -x + 5$

(2) $3y = 4x - 6$

a) Lösen Sie dieses Gleichungssystem rechnerisch!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar!

c) Bezeichnen Sie den Schnittpunkt beider Graphen mit S! Geben Sie die Koordinaten von S an, und vergleichen Sie mit dem Ergebnis von a)! (1980/3 Kl. 9)

2. a) Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung 0 die Gerade g_1 mit der Gleichung $y = x$!

b) Tragen Sie in dasselbe Koordinatensystem die Punkte A (2; 2) und B (0; -2) ein, und zeichnen Sie die Gerade g_2, die durch diese Punkte verläuft!

c) Geben Sie für die Gerade g_2 die Gleichung der zugehörigen Funktion an!

d) Zeichnen Sie die Gerade g_3, die durch den Punkt C (0; -6) geht und parallel zu g_2 verläuft!

e) Wie groß ist der Streckungsfaktor k bei einer zentrischen Streckung mit dem Streckungszentrum 0, wenn $\overline{OC}$ die Bildstrecke von $\overline{OB}$ ist? (1979/7.3 Kl. 8)

3. Gegeben ist das Gleichungssystem

(I) $y = 3x + 3$

(II) $y = -x + 7$ $\quad (x \in P)$

a) Lösen Sie dieses System rechnerisch! Führen Sie eine Probe durch!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar. (Koordinateneinheit: 1 cm)!

c) Der Schnittpunkt der beiden Geraden sei S. Der eine Graph schneidet die x-Achse im Punkt Q, der andere Graph schneidet die x-Achse im Punkt R.
Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks QRS (in Quadratzentimeter)! (1977/7.1 Kl. 9)

4. Gegeben sind die linearen Funktionen mit den Gleichungen

(I) $y = 3x - 2$

(II) $x + y = 4$ $\quad (x \in P)$

a) Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben rechtwinkligen Koordinatensystem graphisch dar, und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes ihrer Graphen an!

b) Betrachten Sie die beiden gegebenen Gleichungen als Gleichungssystem, und lösen Sie es rechnerisch! (1975/3 Kl. 9)

5. a) Zeichnen Sie die Punkte A (-4; 1) und B (0; 3) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

b) Zeichnen Sie durch diese beiden Punkte die Gerade g! Geben Sie die Gleichung der durch g dargestellten Funktion an!

c) Spiegeln Sie die Gerade g an der Abzissenachse, und bezeichnen Sie das Spiegelbild mit g'!
d) Berechnen Sie den spitzen Winkel, den die beiden Geraden g'und g einschließen!

(1973/7.1 Kl.10)

6. Gegeben ist eine Funktion mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x$; (x reell).
a) Berechnen Sie für diese Funktion die zu den angegebenen x-Werten gehörenden y-Werte!

x	-4	+1	+3
y			

(Übertragen Sie diese Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!)

b) Zeichnen Sie den Graph g_1 dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!
c) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die parallel zu g_1 verläuft und durch den Punkt P_1 (0; -3) geht! Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!
d) Spiegeln Sie die Gerade g_2 an der y-Achse, und zeichnen Sie das Spiegelbild!

(1971/3 Kl.8)

7. Gegeben sind zwei Funktionen mit den Gleichungen

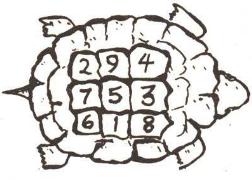
$g_1 \quad (x) = y = 2x$

und $g_2 \quad (x) = y = -x + 6$ (x reell).

a) Die Graphen dieser Funktion sind Geraden. Zeichnen Sie die zwei Geraden in ein rechtwinkliges Koordinatensystem! (Koordinateneinheit: 1 cm)
b) Die beiden Geraden schneiden die x-Achse in den Punkten P und Q. Geben Sie die Koordinaten der Punkte P und Q an!
c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der beiden Geraden!
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQS (in Quadratzentimetern)! (1970/2 Kl. 9)

Zahlenzauberei?

Das Bild unten zeigt eine Schildkröte mit einem magischen Quadrat. Es stammt aus dem alten China (2000 v. u. Z.). In das danebenstehende magische Quadrat sind die Zahlen -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 so einzutragen, daß die Summe waagerecht, senkrecht und diagonal stets 0 beträgt!



Quadratische Funktionen

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

1. Durch die Gleichung $y = x^2 - 8x + 12$ $(x \in P)$ ist eine Funktion gegeben.
a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!
b) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!
c) Zeichnen Sie diese Parabel mindestens im Intervall $1 \leqq x \leqq 7$! (1981/4 Kl. 9)

2. a) Durch $y = x^2 - 2$ $(x \in P)$ ist eine Funktion gegeben.
- Zeichnen Sie den Graph der Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mindestens im Intervall $-3 \leqq x \leqq +3$!
- Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S dieses Graphen an!
- Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!

b) Durch die Gleichung

$y = \frac{1}{2}x^2$ $(x \in P)$ ist eine weitere Funktion gegeben.
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem mindestens im Intervall $-3 \leqq x \leqq +3$!
- Berechnen Sie alle Werte x dieser Funktion , für die der Funktionswert $y = 4,5$ ist!

c) Die Graphen beider Funktionen schneiden einander in zwei Punkten. Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes an, der im IV. Quadranten liegt! (1980/7.1 Kl. 9)

3. a) Durch die Gleichung $y = x^2 - 2x - 4$ $(x \in P)$ ist ein Funktion gegeben.
- Berechnen Sie deren Nullstellen (rationelle Näherungswerte)!
- Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel! Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion!

b) Durch die Gleichung $y = -x^2$ $(x \in P)$
ist eine weitere Funktion gegeben.
Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem!

c) Die Graphen der beiden Funktionen schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2.
Geben Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte an! (1978/3 Kl. 9)

4. Gegeben sind zwei Funktionen f (x) und g (x) mit den Gleichungen

(1) $f(x) = y = 2x + 1$
(2) $g(x) = y = x^2 + 2x - 3$ $(x \in P)$.

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion f(x) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!
b) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f(x)!
c) Der Graph der Funktion g(x) ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel in das bei Teil a) verwendete Koordinatensystem!
d) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion g(x)!
e) Die Graphen der Funktionen f(x) und g(x) schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2.
Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte an! (1977/4 Kl. 9)

5. Durch $y = \frac{1}{x^2}$ $(x \in P);\ x \neq 0)$ ist eine Funktion gegeben.

a) Berechnen Sie deren Funktionswerte y für die in der Tabelle vorgegebenen Argumente x!
(Doppelbrüche sind in gemeine Brüche umzuformen.)
(Übertragen Sie diese Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!)

x	-2	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+1$	$+2$	$+\frac{5}{2}$
y						

b) Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

c) Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graphen der Funktion $y = x^2$ $(x \in P)$!

d) Geben Sie die Koordinaten derjenigen Punkte an, die sowohl zum Graphen der Funktion $y = \frac{1}{x^2}$ als auch zu dem der Funktion $y = x^2$ gehören! (1975/7. 2 Kl. 9)

6. Durch die Gleichung $y = x^2 - 2$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Parabel.

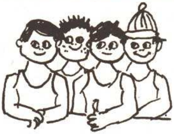
a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

b) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel!

c) Verschieben Sie die Parabel so, daß ihr Scheitelpunkt die Koordinaten $x_S = 0$, $y_S = 3$ hat! Zeichnen Sie die verschobene Parabel in dasselbe Koordinatensystem, das Sie bei Teilaufgabe b) benutzt haben!

d) Geben Sie die Gleichung der Funktion an, deren Graph durch die Verschiebung entstanden ist!
(1974/1 Kl. 9)

Spartakiade – Tip



Bei der Spartakiade steht der 100m - Lauf bevor.
Vier Freunde tippen den möglichen Sieger.
Sie sind sich einig darüber, daß der Sieger nur Klaus, Bernd oder Ralf sein kann.
Erhart sagt: "Klaus oder Ralf gewinnt."
Horst sagt: "Wenn Klaus Zweiter wird, gewinnt Bernd."
Achim sagt: "Wenn Klaus Dritter wird, dann gewinnt Ralf nicht."
Hans sagt: "Klaus oder Bernd wird Zweiter."

Welcher Einlauf muß eintreten, damit alle vier recht haben?

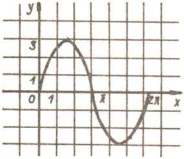
Trigonometrische Funktionen

$y = f(x) = \sin x$

1. a) Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Koordinatensystem den Graph der Funktion
$y = f(x) = \sin x \quad (x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 2\pi$!
b) Skizzieren Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graph der Funktion
$y = g(x) = 3 \cdot \sin 2x \quad (x \in P)$ mindestens im Intervall $0 \leqq x \leqq \pi$!
c) Geben Sie den Wertebereich der Funktion $y = g(x)$ an!
d) Geben Sie die kleinste Periode der Funktion $y = g(x)$ an! (1979/3 Kl. 10)

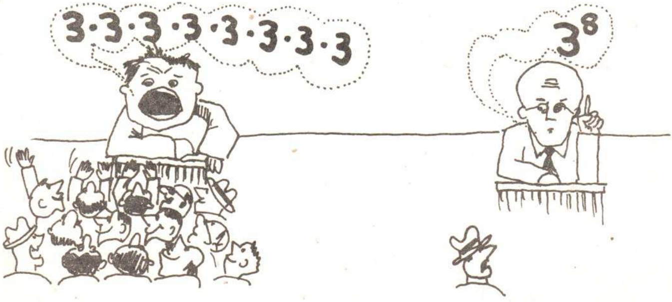
2. a) Durch die Gleichung $y = \frac{3}{2} \sin 2x \quad (x \in P)$ ist eine Winkelfunktion gegeben.
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion genau im Intervall $-\pi \leqq x \leqq \pi$, und
- geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!

b) In der Abbildung ist eine Winkelfunktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx \quad (a, b, x \in P)$ im Intervall $0 \leqq x \leqq 2\pi$ dargestellt.
Wie lautet die Gleichung in diesem speziellen Fall?



c) Gegeben sei der Term $\frac{1}{1 - \sin x} \quad (x \in P)$.
Für welchen Wert von x $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ ist dieser Term nicht definiert? (1976/7. 3 Kl. 10)

3. Gegeben sind Funktionen durch die folgenden Gleichungen:
$y = \sin x, \quad y = 2 \sin x, \quad y = \sin 2x.$
a) Zeichnen Sie die Graphen dieser Funktionen im Intervall $0 \leqq x \leqq 2$!
Benutzen Sie dabei ein und dasselbe rechtwinklige Koordinatensystem, und kennzeichnen Sie jeden Graph durch die entsprechende Gleichung!
b) Geben Sie für $y = 2 \sin x$ alle im angegebenen Intervall auftretenden Nullstellen an!
c) Geben Sie für $y = \sin 2x$ die kleinste Periode an! (1974/7.1 Kl. 10)



Abschlußprüfung 1981/82

Pflichtaufgaben

1. Ein LKW hat einen Normverbrauch von 25,0 l Kraftstoff auf 100 km.

   a) Berechnen Sie daraus den Kraftstoffverbrauch für eine monatliche Fahrstrecke von 8000 km!

   b) Durch eine kraftstoffsparende Fahrweise werden je 100 km durchschnittlich nur 23,8 l Kraftstoff verbraucht.
   Wieviel Liter Kraftstoff werden je 100 km eingespart?

   c) Wieviel Prozent Kraftstoff werden auf diese Weise eingespart?

   d) Wieviel Liter Kraftstoff können dadurch bei der monatlichen Fahrstrecke von 8000 km eingespart werden?

2. Eine Funktion ist gegeben durch

   $$y = \frac{1}{2}x - 3 \qquad (x \in P).$$

   a) Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion, und bezeichnen Sie ihn mit g_1 !

   b) Berechnen Sie die Nullstelle dieser Funktion!

   c) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die durch den Punkt P (0;2) geht und parallel zu g_1 verläuft!

   d) Die Gerade g_2 schneidet die x-Achse im Punkt Q.
   Geben Sie die Koordinaten von Q an!

   e) Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!

3. Von einem Dreieck ABC sind gegeben:

   $\overline{AB} = c = 8{,}7$ cm,
   $\overline{AC} = b = 9{,}6$ cm,
   $\overline{BC} = a = 7{,}1$ cm.

   a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!
   Messen Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle ACB = \gamma$,
   und geben Sie diesen Meßwert an!

   b) Berechnen Sie die Größe des Winkels γ

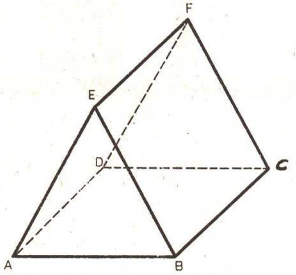
   c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

4. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem Winkel $\sphericalangle BAC = \alpha = 90°$.

   a) Zeichnen Sie ein solches Dreieck!
   Zeichnen Sie in dieses Dreieck die Höhe h_a ein!
   Bezeichnen Sie den Fußpunkt der Höhe mit D!

   b) Beweisen Sie, daß die Dreiecke ABC und ABD einander ähnlich sind!

5. Gegeben ist ein gerades Prisma ABCDEF (siehe Skizze!).



$\overline{AB} = \overline{DC} = 6{,}2$ cm
$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{EF} = 8{,}5$ cm
$\sphericalangle BAE = \sphericalangle EBA = 56°$

Skizze (nicht maßstäblich)

a) Stellen Sie das Prisma in senkrechter Zweitafelprojektion dar! Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Skizze!

b) Konstruieren Sie die Fläche BCFE in wahrer Größe und Gestalt!

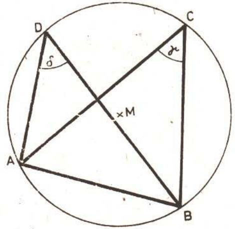
6. a) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit wie möglich!
$5a - (3a - 2b) + 2(4b - 5a) - 10b$

b) Gegeben ist der Term $\frac{30a}{b-2}$

— Berechnen Sie den Wert des Terms für $a = \frac{1}{2}$ und $b = 7$!

— Geben Sie denjenigen Wert von b an, für den der Term nicht definiert ist!

c) Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $x^2 - 6x = 0$ an!



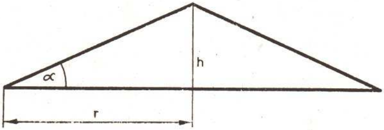
d) Die nebenstehende Skizze zeigt die Winkel γ und δ. Geben Sie die Größe von δ an, wenn $\gamma = 38°$ ist!

Skizze (nicht maßstäblich)

Wahlaufgaben

Von den folgenden Aufgaben 7.1., 7.2. und 7.3. brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

7.1. Auf einer Baustelle ist ein Kieshaufen in Form eines geraden Kreiskegels aufgeschüttet worden.
Er ist 4,0 m hoch und hat einen Schüttwinkel $\alpha = 30°$.
Die Skizze zeigt den Achsenschnitt eines solchen Kegels.



Skizze (nicht maßstäblich)

a) Berechnen Sie den Radius r der Grundfläche dieses Kegels!

b) Berechnen Sie das Volumen dieses Kegels!

c) Berechnen Sie die Masse des aufgeschütteten Kieses

$(\varrho = 2{,}2 \frac{t}{m^3})$!

d) Ein zweiter kegelförmiger Kieshaufen habe den gleichen Schüttwinkel, sei aber doppelt so hoch wie der erste.
In welchem Verhältnis stehen
— die Radien,
— die Volumen dieser beiden Kegel?

7.2. Während der Getreideernte wird neben dem Mähdrescher E 512 immer häufiger der leistungsfähigere Typ E 516 eingesetzt.

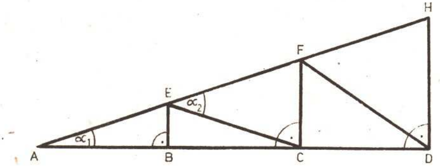
In der ersten Schicht ernteten 9 Mähdrescher vom Typ E 512 und 3 vom Typ E 516 zusammen eine Fläche von 180 ha ab.

In der zweiten Schicht ernteten 6 Mähdrescher vom Typ E 512 und 5 vom Typ E 516 unter sonst gleichen Bedingungen zusammen 192 ha ab.

a) Berechnen Sie
— Die Größe der Fläche, die von einem E 512 und
— die Größe der Fläche, die von einem E 516
unter diesen Bedingungen in einer Schicht abgeerntet wurde! (Probe!)

b) Wieviel Hektar könnte ein Mähdrescher E 516 in einer Schicht von 8 Stunden abernten, wenn er ohne Unterbrechung mit einer durchschnittlichen Arbeitsgeschwindigkeit von 7,0 $\frac{km}{h}$ fahren und seine volle Arbeitsbreite von 6 60 m ausnutzen würde?

7.3. Die Skizze zeigt das Konstruktionsschema eines Dachbinders.



Skizze (nicht maßstäblich)

$AB = BC = CD = 2{,}40$ m
$DH = 3{,}00$ m

a) Berechnen Sie die Längen der Strecken BE und CF!

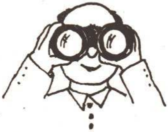
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke AH!

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels α_1 !

d) — Begründen Sie, daß das Dreieck ACE gleichschenklig ist!
— Begründen Sie, daß $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$ ist!

Zum Abschied!

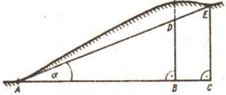
Wer sieht dem davon-
reitenden Reiter nach?



Trigonometrie

$\overline{RA} = 9{,}5\,\text{sm}$
$\overline{RB} = 11{,}5\,\text{sm}$
$\sphericalangle ARB = 26{,}0°$

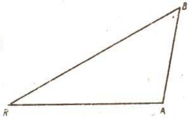
1. In bergigem Gelände wird eine Straße von A nach E projektiert. Sie soll gleichmäßig ansteigen. (Die Skizze zeigt einen Geländeschnitt.)
Bekannt sind: $\overline{AC} = 180\,\text{m}$, $\overline{CE} = 20\,\text{m}$, $\overline{AB} = 162\,\text{m}$, $\overline{BP} = 21\,\text{m}$.



(Skizze nicht maßstäblich)

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BD}$!
b) Wieviel Meter liegt der Punkt D der projektierten Straße unter dem Geländepunkt P?
c) Berechnen Sie die Größe des Anstiegswinkels α!
d) Die Steigung einer Straße ist das Verhältnis von Höhenunterschied h zur zugehörigen waagerechten Straßenlänge l. Sie wird gewöhnlich in Prozent angegeben und nach der Formel $s = \frac{h}{l} \cdot 100\,\%$ berechnet.
Berechnen Sie die Steigung dieser Straße! (1981/7.2 Kl. 10)

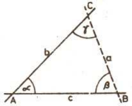
2. Von einer Radarstation R in Rostock - Warnemünde wurden zwei Schiffe A und B geortet. (siehe Skizze!). Dabei wurden ermittelt: $\overline{RA} = 9{,}5$ sm, $\overline{RB} = 11{,}5$ sm $\sphericalangle ARB = 26{,}0°$.
a) Ermitteln Sie zeichnerisch die Entfernung $\overline{AB}$ der Schiffe voneinander! Geben Sie diese Entfernung unter Verwendung der Einheit "Seemeile" an!
b) Ermitteln Sie $\overline{AB}$ auch rechnerisch!
c) Rechnen Sie diese Entfernung in Kilometer um ($1\,\text{sm} = 1{,}852\,\text{km}$)!



(Skizze nicht maßstäblich)

(1981/3 Kl. 10)

3. Zwei Straßen schneiden einander im Punkt A. Durch Punkt B auf der einen Straße wird eine Rohrleitung gelegt, welche die andere Straße im Punkt C schneidet (siehe Skizze!).
Bei der Vermessung wurden folgende Werte ermittelt:
$\overline{AB} = c = 4{,}7\,\text{km}$, $\sphericalangle BAC = \alpha = 35°$, $\sphericalangle CBA = \beta = 85°$.
a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC in einem geeigneten Maßstab!
c) Berechnen Sie die Länge a des Abschnitts $\overline{BC}$ der Rohrleitung!
b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle ACB = \beta$!
d) Um einen Näherungswert a_N für die Länge des Abschnitts $\overline{BC}$ zu erhalten, wurde für den Winkel $\sphericalangle CBA = \beta$ der Näherungswert $90°$ verwendet. Die Werte für $\overline{AB} = c$ und $\sphericalangle BAC = \alpha$ blieben unverändert. Berechnen Sie den Näherungswert a_N!
e) Geben Sie den absoluten Fehler $a_N - a$ an!



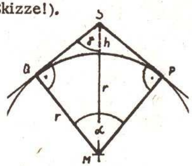
(Skizze nicht maßstäblich)

(1980/2 Kl.10)

4. Ein künstlicher Erdsatellit S führt eine Spezialkamera mit. Damit soll der von S aus sichtbare Teil der Erdoberfläche mit einer Aufnahme erfaßt werden (siehe Skizze!).

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MS}$!

b) Berechnen Sie im rechtwinkligen Dreieck MSQ die Größe des Winkels $\sphericalangle$ QSM $= \gamma$! Geben Sie die Größe des Aufnahmewinkels 2γ an!



c) Die Länge des zum Winkel α gehörenden Kreisbogens $b = \widehat{PQ}$ gibt die Entfernung zwischen den Punkten P und Q auf der Erdoberfläche an. Berechnen Sie diese Entfernung!

(Skizze nicht maßstäblich)
Erdradius $r = 6370$ km
Flughöhe $h = 320$ km
(1979/7.1 Kl. 10)

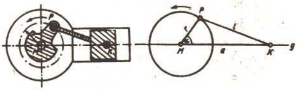
5. Von einem Dreieck ABC sind gegeben: $\overline{AB} = c = 8{,}5$ cm, $\overline{AC} = b = 7{,}2$ cm, $\sphericalangle BAC = \alpha = 48^\circ$.

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!

b) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC} = a$!

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC! (1979/2 Kl. 10)

6. Die Skizzen zeigen vereinfachte Darstellungen eines Kurbelgetriebes.



P bewegt sich auf dem Kreis um M mit $\overline{MP} = r$ (r konstant), und K bewegt sich auf der Geraden g (l konstant).

Es seien $\overline{MP} = r = 2{,}5$ cm und
$\overline{KP} = l = 6{,}5$ cm.

a) Zeichnen Sie das Dreieck MKP mit dem Winkel $\sphericalangle KMP = \alpha_1 = 90^\circ$, und berechnen Sie hierfür die Länge der Strecke $\overline{MK} = a_1$!

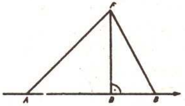
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MK} = a_2$ für den Winkel $\sphericalangle KMP = \alpha_2 = 180^\circ$!

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle KMP = \alpha_3$ $(0^\circ < \alpha_3 < 180^\circ)$ für $\overline{MK} = a_3 = 4{,}8$ cm! (1978/7.3. Kl. 10)

7. Ein Küstenwachboot der Volksmarine fährt auf einem Kurs, der als geradlinig angesehen werden kann. Zur Orientierung wurde von den Punkten A und B des Schiffsweges das Funkfeuer F angepeilt (siehe Skizze!). Dabei wurden ermittelt:

$\sphericalangle BAF = \alpha = 46{,}3^\circ$, $\sphericalangle FBA = \beta = 61{,}4^\circ$

$\overline{AB} = c = 14{,}6$ km. (Skizze nicht maßstäblich)



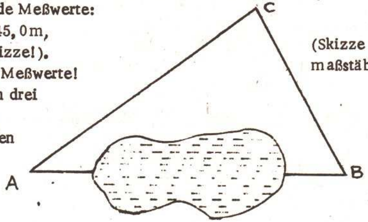
(Skizze nicht maßstäblich)

a) Berechnen Sie, in welcher Entfernung vom Funkfeuer F sich das Schiff im Punkt B befand!

b) Berechnen Sie die kürzeste Entfernung $\overline{DF}$, in der das Schiff am Funkfeuer vorbeigefahren ist!

(1978/2 Kl. 10)

8. a) Ein Vermessungstrupp hat die Länge einer unzugänglichen Strecke $\overline{AB}$ trigonometrisch zu bestimmen. Er ermittelt folgende Meßwerte:
$\overline{AC} = b = 72{,}8\,m$, $\overline{BC} = a = 45{,}0\,m$,
$\sphericalangle BCA = \gamma = 77{,}0^{\circ}$ (siehe Skizze!).
Berechnen Sie $\overline{AB}$ auf Grund dieser Meßwerte!

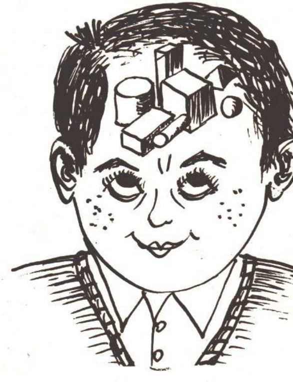


(Skizze nicht maßstäblich)

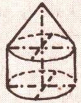
b) Auf die gleiche Weise wurde von drei Gruppen einer Klasse 10 die Länge der Strecke $\overline{AB}$ bestimmt. Sie fanden für $\overline{AB}$ folgende Werte:
Gruppe 1 : 73,4m,
Gruppe 2 : 76,4m,
Gruppe 3 : 77,3m.
Berechnen Sie den Mittelwert (arithmetisches Mittel) dieser drei Werte!
c) Um wieviel Meter weicht dieser Mittelwert von dem Wert für $\overline{AB}$ ab, der unter a) berechnet wurde?
(1977/3 Kl. 10)

9. Von einem Dreieck ABC sind gegeben:
$\overline{AB} = c = 4{,}6\,cm$, $\overline{AC} = b = 8{,}7\,cm$, $\sphericalangle CBA = \beta = 108{,}2^{\circ}$.
a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC!
b) Berechnen Sie die Größe der Winkel $\gamma = \sphericalangle ACB$ und $\alpha = \sphericalangle BAC$!
c) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC} = a$! (1976/2 Kl. 10)

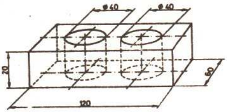
10. Von einem Dreieck ABC sind gegeben:
$\overline{AB} = c = 16{,}4\,cm$, $\overline{BC} = a = 19{,}0\,cm$ $\sphericalangle BAC = \alpha = 58{,}0^{\circ}$.
a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 2!
b) Berechnen Sie, wie groß die beiden anderen Innenwinkel sind!
c) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{AC} = b$ des gegebenen Dreiecks!



Stereometrie



1. Die Skizze zeigt ein quaderförmiges Werkstück mit zwei durchgehenden zylinderförmigen Bohrungen.



(Skizze nicht maßstäblich) Maßangaben in Millimeter

a) Berechnen Sie das Volumen des Werkstücks, und geben Sie es in Kubikzentimeter an!

b) Das Werkstück besteht aus Stahl ($\varrho = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$). Berechnen Sie seine Masse!

(1980/4 Kl. 7)

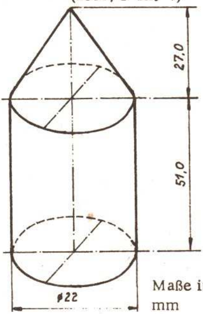
2. Ein Werkstück besteht aus einem zylinderförmigen und einem kegelförmigen Teil (siehe Skizze, nicht maßstäblich!).

a) Berechnen Sie sein Volumen, und geben Sie es in Kubikzentimetern an!

b) Das Werkstück ist aus Stahl ($\varrho = 7{,}80\ \frac{g}{cm^3}$) gefertigt.

Berechnen Sie die Masse des Werkstückes!

(1975/4 Kl. 8)



Maße in mm

3. Ein zylinderförmiges Werkstück aus Stahl ($d = h = 75\,mm$, $\varrho = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$) wird so bearbeitet, daß daraus eine Kugel entsteht, die den gleichen Durchmesser wie der Zylinder hat. Berechnen Sie die Masse des Abfalls, der bei dieser Bearbeitung entsteht! Geben Sie die Masse in Gramm an!

(1973/7. 3 Kl. 8)

4. In einem Chemiebetrieb stehen zylindrische Behälter mit 1,20 m Durchmesser und 2,00 m Höhe (Innenmaße).

Überprüfen Sie, ob ein solcher Behälter 3000 kg Natronlauge der Dichte $1{,}25\ \frac{g}{cm^3}$ fassen kann! (Begründen Sie Ihre Entscheidung!)

(1970/7.1 Kl. 7)

5. Eine Kugel mit einem Radius r wird von einer Ebene geschnitten. Diese Ebene hat den Abstand a vom Mittelpunkt M der Kugel.

a) Berechnen Sie für $r = 5{,}0\,cm$ und $a = 3{,}0\,cm$ das Volumen des kleineren Kugelabschnittes, der durch den Schnitt entsteht! Benutzen Sie die Formelsammlung der Zahlentafel!

b) Geben Sie den Radius r_1 der Schnittfläche an!

c) Ermitteln Sie den Inhalt der Schnittfläche!

(1969/7.1 Kl. 10)

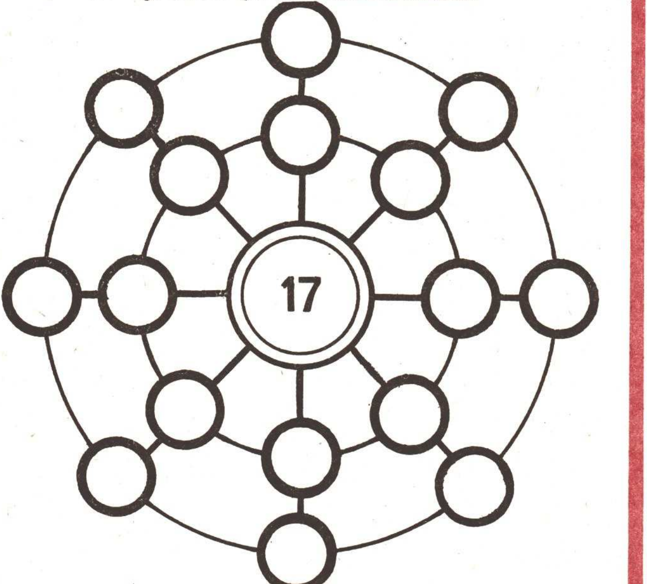
6. Ein gerader Pyramidenstumpf mit quadratischer Grund- und Deckfläche hat eine Körperhöhe von 4,5 cm. Eine Grundkante ist 8,0 cm lang, eine Kante der Deckfläche ist 4,0 cm lang.
a) Berechnen Sie das Volumen des Pyramidenstumpfes!
b) Stellen Sie den Körper im Grund-Aufriß-Verfahren dar! Alle Eckpunkte sind zu benennen!

(1968/6 Kl. 10)

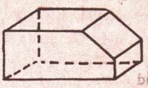
7. Ein rechteckiges Stück Blech mit den Seitenlängen a und b wird zu einem Rohr zusammengebogen, das die Form eines offenen, geraden Kreiszylinders hat. Die Länge des Rohrs sei b. Geben Sie das Volumen des zylinderförmigen Rohres an, wenn 2a = b ist! (1966/7.2 Kl. 7)

Zahlensuche

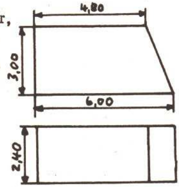
In die Felder sind die Zahlen 1 - 16 so einzutragen, daß die Addition auf allen Linien einchließlich des Mittelpunktes 51 ergibt. Dabei ist zu beachten, daß auch die Summen der beiden Kreise (abzüglich des Mittelpunktes 51 ergeben. Viel Spaß beim Knobeln und Rechnen!



Darstellende Geometrie



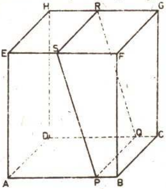
1. In der nebenstehenden Zeichnung ist ein Betonkörper, der die Form eines vierseitigen Prismas hat, in Grund- und Aufriß dargestellt.
a) Stellen Sie dieses Prisma in Kavalierperspektive im Maßstab 1 : 100 dar!
b) Die Vorderansicht des Betonkörpers ist ein Trapez. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt!
c) Berechnen Sie das Volumen des Betonkörpers!



(Maßangabe in Meter)

(1981/7.3 Kl. 8)

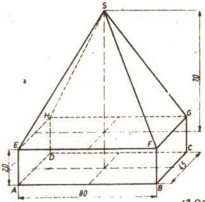
2. Gegeben ist ein Quader, der von einer Ebene in den Punkten P, Q, R, S geschnitten wird. (siehe Skizze) $\overline{AB} = \overline{BC} = 6{,}0$ cm, $\overline{AE} = 7{,}0$ cm
$\overline{AP} = \overline{DQ} = 5{,}0$ cm, $\overline{ES} = \overline{HR} = 2{,}0$ cm.
a) Stellen Sie den Quader einschließlich der Schnittfigur in senkrechter Zweitafelprojektion (auf unliniiertem Papier) dar!
b) Konstruieren Sie die Schnittfigur in wahrer Größe und Gestalt!
c) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{PS}$!



(Skizze nicht maßstäblich)

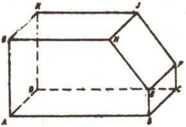
(1980/7.3 Kl. 8)

3. Ein Körper ist aus einem Quader und einer geraden Pyramide zusammengesetzt (siehe Skizze!).
a) Berechnen Sie das Volumen dieses zusammengesetzten Körpers!
b) Stellen Sie diesen Körper in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar!
Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Skizze!
Skizze nicht maßstäblich, Maßangaben in Zentimeter!



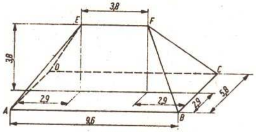
(1979/4 Kl.7)

4. Die Skizze zeigt ein Werkstück in Kavalierperspektive.
Die Maße des Werkstückes sind: $\overline{AB} = 11{,}0$ cm,
$\overline{AG} = 6{,}0$ cm, $\overline{BE} = 2{,}0$ cm, $\overline{GH} = 8{,}0$ cm,
$\overline{AD} = 6{,}0$ cm. (Skizze nicht maßgerecht)
a) Stellen Sie dieses Werkstück in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar!
Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Skizze!
b) Berechnen Sie die Länge der Kante $\overline{EH}$!
c) Berechnen Sie den Umfang des Fünfecks ABEHG!
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fünfecks!



(1978/7.1 Kl. 8)

5. Die Skizze zeigt das Schrägbild eines Walmdaches!
a) Stellen Sie das Walmdach in senkrechter Zweitafelprojektion dar, im Maßstab 1 :100! Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Skizze!
b) Konstruieren Sie im Maßstab 1 : 100 die wahre Größe und Gestalt einer dreieckigen Seitenfläche des Walmdaches!
(Skizze nicht maßstäblich, Maßangaben in Meter)

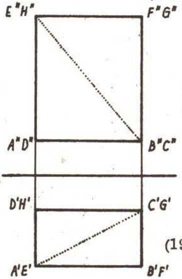


(1977/7. 2 Kl. 7)

6. Kohlereserven werden in Halden gelagert. Aus Gründen des Brandschutzes hat eine solche Halde angenähert die Form eines geraden Pyramidenstumpfes mit quadratischer Grundfläche. Seine Abmessungen sind: Seitenlänge der Grundfläche $a_1 = 19,0\,m$, Höhe des Pyramidenstumpfes $h = 4,5\,m$, Winkel zwischen Seitenfläche und Grundfläche $\alpha = 45^{\circ}$.
a) Stellen Sie diesen Pyramidenstumpf in senkrechter Zweitafelprojektion in einem geeigneten Maßstab dar! (Zeichnen Sie auf unliniiertem Papier!)

b) Berechnen Sie die Seitenlänge a_2 der Deckfläche!
c) Berechnen Sie das Volumen dieses Pyramidenstumpfes! (Hierbei ist die Verwendung der Näherungsformel unzulässig.)
(1976/7.1 Kl. 10)

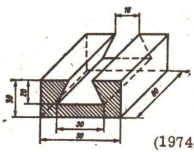
7. Die nebenstehende Skizze zeigt einen Körper in senkrechter Zweitafelprojektion.
Die punktierten Linien stellen eine seiner Raumdiagonalen dar.
Dabei sind $\overline{AB} = 6,5\,cm$, $\overline{BC} = 4,2\,cm$, $\overline{BF} = 8,2\,cm$.
(Skizze nicht maßstäblich)
a) Stellen Sie diesen Körper in Kavaliersperspektive dar, und bezeichnen Sie alle Eckpunkte!
b) Zeichnen Sie die vorgegebene Raumdiagonale ein!
c) Berechnen Sie die Länge dieser Raumdiagonalen!



(Skizze nicht maßstäblich)

(1975/7. 3 Kl. 8)

8. Die Skizze zeigt das Schrägbild eines Werkstückes.
a) Stellen Sie dieses Werkstück in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar! (Benennen der Eckpunkte ist nicht erforderlich.)
b) Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche!
(Skizze nicht maßstäblich, Angaben in Millimeter)



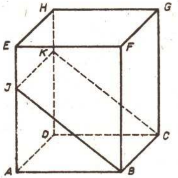
(1974/7. 2 Kl. 7)

9. Gegeben ist ein gerades Prisma ABCDEFGH mit quadratischer Grundfläche, das von einer Ebene in den Punkten I, B, C, K geschnitten wird (siehe Skizze).

$\overline{AB} = \overline{BC} = 5,0\,cm$
$\overline{AE} = \overline{DH} = 6,0\,cm$
$\overline{AI} = \overline{DK} = 4,0\,cm$

(Skizze nicht maßstäblich)

a) Stellen Sie das Prisma einschließlich der



Schnittfigur in Zweitafelprojektion dar!

b) Berechnen Sie die Länge der Seite IB der Schnittfigur!

c) Zeichnen Sie die Schnittfigur in wahrer Größe! 1973/7. 2 Kl. 8

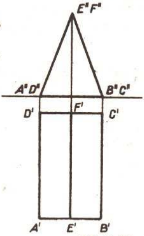
10. Die Skizze zeigt ein gerades Prisma in Grund- und Aufriß. Die Maße des Prismas sind: $\overline{AB} = a = 5{,}0\,\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{BE}\ s = 6{,}5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = l = 14{,}0\,\text{cm}$.

a) Stellen Sie diesen Körper in Kavaliersperspektive, d. h. in schräger Parallelprojektion mit $\alpha = 45^\circ$ und

$q = \frac{1}{2}$ dar!

b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt dieses Prismas!

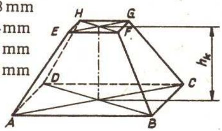
(Skizze nicht maßstäblich)



(1972/5 Kl. 8)

11. Die Skizze zeigt das Schrägbild eines geraden Pyramidenstumpfes mit rechteckiger Grund- und Deckfläche.

$\overline{AB}=\overline{CD}=72\,\text{mm}$
$\overline{BC}=\overline{AD}=48\,\text{mm}$
$\overline{EF}=\overline{GH}=24\,\text{mm}$
$\overline{FG}=\overline{EH}=16\,\text{mm}$
$h_k = 40\,\text{mm}$



a) Stellen Sie diesen Pyramidenstumpf im Grund- und Aufriß-Verfahren unter Verwendung der angegebenen Originalmaße dar! Legen Sie zweckmäßigerweise eine Grundkante parallel zur Rißachse!

b) Benennen Sie in beiden Rissen alle Eckpunkte!

c) Konstruieren Sie eine der Seitenflächen des Pyramidenstumpfes in wahrer Größe, und kennzeichnen Sie die wahre Länge einer Seitenkante des Pyramidenstumpfes! (1971/7. 3 Kl. 10)

12. Eine gerade Pyramide mit der Spitze S hat als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck ABCDEF mit einer Seitenlänge von 25 mm; die Körperhöhe beträgt 60 mm.

a) Stellen Sie den Körper im Grund-Aufriß-Verfahren dar! Benennen Sie die Bilder aller Eckpunkte der Pyramide!

b) Ermitteln Sie unter Verwendung Ihrer Zeichnung die wahre Länge einer Seitenkante, und kennzeichnen Sie diese Strecke farbig!

c) Berechnen Sie außerdem die wahre Länge dieser Seitenkante! (1970/7. 3 Kl. 8)

13. Eine gerade quadratische Pyramide hat eine Grundkante von 56 mm Länge und eine Körperhöhe von 72 mm Länge.

a) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide in Kubikzentimetern!

b) Stellen Sie die Pyramide im Grund-Aufriß-Verfahren dar! Legen Sie zweckmäßigerweise eine Grundkante parallel zur Rißachse!

c) Ermitteln Sie die wahre Länge einer Seitenkante entweder durch Konstruktion oder durch Rechnung, und geben Sie diese in Millimetern an! (1969/6 Kl. 8)

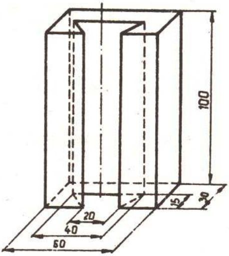
14. Ein gerader Kreiskegel ($r = 3{,}0\,\text{cm}$; $h = 6{,}0\,\text{cm}$) wird von einer Ebene parallel zur Grundfläche geschnitten. Der Abstand der Ebene von der Grundfläche des Kegels beträgt 2,0 cm.

a) Zeichnen Sie den so entstandenen Kegelstumpf im Grund-Aufriß-Verfahren im Maßstab 1:1!

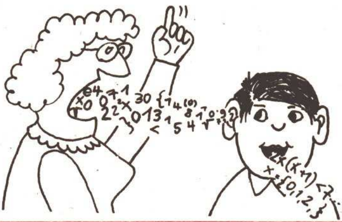
b) Berechnen Sie die Länge des Radius der Schnittfläche! (Vergleichen Sie auch mit der Zeichnung!)

c) Berechnen Sie das Volumen des Kegelstumpfes! (1967/6 Kl. 10)

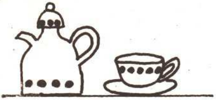
15. Skizze 2 zeigt den Schrägriß eines Maschinenteils (Schlittenführung).
a) Zeichnen Sie Grund- und Aufriß dieses Körpers im Maßstab 1 : 1 ! Benennen Sie in beiden Rissen alle Eckpunkte !
b) Berechnen Sie das Volumen des Maschinenteils!
(Skizze 2, Maßangabe in mm, nicht maßstäblich



1965/6 Kl. 7)

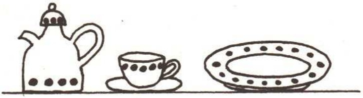


Platzwahl

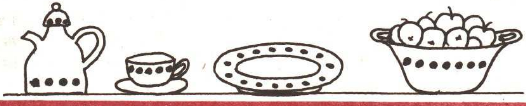


Wieviel Möglichkeiten der Anordnung dieser Gegenstände nebeneinander sind möglich?

=



=



=

Preisausschreiben

Liebe Mädchen und Jungen!

Die vorliegenden 20 Aufgaben wurden für Euch ausgewählt und nach Klassenstufen zusammengestellt. Für die Klassen 1 bis 6 werden damit Grundkenntnisse gefordert. Die Aufgaben der Klassenstufen 7 bis 10 sind Abschlußprüfungsarbeiten, Kl. 10, der Jahre 1954 bis 1963 entnommen. Schicke die Lösungen der Aufgaben Deiner Klassenstufe (oder höherer Klassenstufen) unter Angabe Deines Namens, Deines Alters und Deiner Adresse bis zum 1. Februar 1983 an die

LEIPZIGER VOLKSZEITUNG

7010 Leipzig
PSF 660, Kennwort Mathe-LVZ

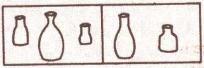
Viel Freude und Erfolg!

Klasse 1

1. Ordne zu!

6+3 5+4 5+3 4+3 1+8

2. Formuliere eine ganz kurze Rechengeschichte, und finde dazu die Additionsaufgabe!



Klasse 2

1. Ergänze die Tabelle!

a	e	a + e	a - e
35		47	
43	5		
75			55

2. Frau Schulze kauft für Petra einen Mantel für 72 M und einen Pullover für 27 M. Sie hat 100 M bei sich. Frau Lehmann kauft für Jürgen ein Hemd für 25 M und hat 60 M bei sich. Wieviel Mark behalten Frau Schulze und Frau Lehmann übrig?

Klasse 3

1. Setze die Zahlenfolgen fort!

94	103	112				
290	340	390				
625	595	565				
7200	6400	5600				

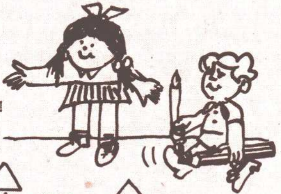
2. Die Klasse 3a erhielt für 40 Flaschen je 20 Pf und am nächsten Tag für Gläser noch einmal 5,20 M. Die 3b sammelte am ersten Tag für 15,00 M Flaschen und Gläser, am nächsten Tag nur den fünften Teil des Vortages. Wieviel Mark erbrachte die Sammelaktion beider Klassen zusammen?

Klasse 4

1. Vervollständige diese Tabelle!

a	b	x	x = a - b
10	4	6	ja
6	4	10	
20	20	1	
112	45		ja
45		12	nein
332	15		ja

2. Bei einem Preisausschreiben der Zeitschrift "Sputnik" konnten viele Pioniere Preise gewinnen. Der erste Preis war ein Betrag von 250 Mark. Der zweite Preis betrug 100 Mark weniger als der erste Preis. Der dritte Preis betrug die Hälfte des zweiten Preises. Außerdem wurden noch sieben Preise zu je 25 Mark vergeben.
Wieviel Mark wurden insgesamt verteilt?



Klasse 5

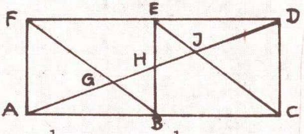
1. Gleiche Symbole bedeuten gleiche Zahlen. Ergänze!

$$\square \cdot \square = 289$$
$$\square \cdot 23 = \bigcirc$$
$$\bigcirc - 121 = \triangle$$
$$\triangle : 27 = \diamond$$
$$\diamond^2 = \square$$

2. Familie Lehmann bereitete sich auf eine Reise vor. Marie - Luise kaufte 24 Brötchen zu je 7 Pf und bezahlte außerdem für einen Napfkuchen 4,45 M. Vater fuhr zur Tankstelle und bezahlte dort 25,00 M. Die Hälfte dieses Betrages gab er noch für einige Ersatzteile im Spezialgeschäft aus. Mutter besorgte noch eine Leine von 500 cm Länge. Für einen Meter mußte sie 2,20 M bezahlen.
Wieviel Mark gab Familie Lehmann insgesamt vor Antritt der Reise aus?

Klasse 6

1. Wie viele Dreiecke sind im Bild dargestellt?



2. Im Vorgarten soll eine rechteckige Rasenfläche von $10\frac{1}{2}$ m Länge und $3\frac{1}{3}$ m Breite angelegt werden.
Wieviel kg Grassamen werden benötigt, wenn für 1 m^2 ungefähr $\frac{1}{50}$ kg Grassamen gebraucht werden?

Klasse 7

1. Länge und Breite eines Rechtecks verhalten sich wie 5 : 3. Der Umfang beträgt 48 cm.
Wie lang sind die Seiten?

2. Bei der Kartoffelernte erwartete man einen Hektarertrag von 240 dt. Das Feld hatte eine Fläche von 15 ha. Da der ausgestreute Stallmist nicht rechtzeitig untergepflügt wurde, trat eine Ertragsminderung von 7,5 % ein.
Berechne den Ernteverlust!

Klasse 8

1a) Zeichne den Grund- und Aufriß eines Gedenksteines in Form eines Würfels mit aufgesetzter Pyramide! (Würfelkante 125 cm; Pyramidenhöhe 250 cm; Maßstab 1 : 50)

b) Berechne die Masse des Gedenksteines! (Material Granit; Dichte 2,7 g/cm^3)

2. Zwei Rohrleitungen von 15 mm bzw. 25 mm lichter Weite (innerer Durchmesser) sollen durch ein einziges Rohr ersetzt werden. Der Querschnitt des neuen Rohres soll mindestens so groß sein wie die Summe der Querschnitte der beiden anderen Rohre. Dadurch soll gewährleistet werden, daß im neuen Rohr mindestens dieselbe Wassermenge wie in den beiden alten Rohren fließen kann.
Wie groß ist der Durchmesser des neuen Rohres?

Klasse 9

1. Lösen Sie folgende Gleichung, und machen Sie die Proben!

$$26 - (x + 3)^2 = (x - 1)^2$$

2. Beim Ausschachten einer Baugrube läuft die ausgehobene Erde über ein Förderband. Dadurch wird sie in Form eines Kegels auf der Baustelle gelagert. Zur Ermittlung der aufgeschütteten Erdmenge werden mit dem Bandmaß der Umfang des Grundkreises $u = 24{,}5$ m und die Mantellinie $s = 4{,}7$ m des Kegels gemessen.
Fertigen Sie eine Skizze des Kegels an, und berechnen Sie die Erdmenge!
Geben Sie die Zwischenergebnisse und das Endergebnis auf eine Dezimalstelle an!

Klasse 10

1. Ein Balken hat quadratischen Querschnitt. Die Diagonale des Querschnitts ist 5 cm länger als die Seite.
Berechnen Sie die Länge der Seite und die Länge der Diagonale!

2. Zwei Funkpeilstationen F_1 und F_2 der Nationalen Volksarmee liegen 12,80 km voneinander entfernt. Ein feindlicher Sender S wird von F_1 und F_2 aus angepeilt.
Der Winkel zwischen dem Peilstrahl von F_1 und der Standlinie $F_1 F_2$ beträgt $40{,}50^\circ$;
der Winkel zwischen dem Peilstrahl von F_2 und der Standlinie $F_1 F_2$ beträgt $106{,}30^\circ$.
a) Berechnen Sie die Entfernung des Senders von F_2!
b) Prüfen Sie das Ergebnis durch eine maßstabgerechte Zeichnung, und geben Sie den gewählten Maßstab an!

Kollektive Beteiligung am LVZ-Preisausschreiben 1981

Alle hier aufgeführten Kollektive erhielten eine Urkunde, ein Teil von ihnen eine Buchprämie: Fritz-Große-OS Altenburg; Maxim-Gorki-OS Altentreptow; H.-Matern-OS Annaberg-Buchholz; Mathe-AG H.-Heine-OS Antonsthal; OS German Titow, Arenshausen; E.-Thälmann-OS Bad Bibra; AG Mathe, Kl. 3, Magnus Poser OS Bad Salzungen; E.-Thälmann-OS Ballenstedt; OS Basdorf; S.-Allende-OS Beyendorf; Max-Stein-OS Berka v. d. H.; K.-Liebknecht-OS Blankenfelde; F.-Weineck-OS Blumberg; AG Jg. Math. OS Lilo Herrmann, Blumenhagen; Mathe-Zirkel, Kl. 6, L.-Reinhard-OS Boizenburg; Mathe-Zirkel, Kl. 4, Geschw.-Scholl-OS Brandenburg-Plaue; Hort d. E.-Schneller-OS Burgstädt; W.-Estel-OS Buttlar; St. Jg. Naturf. u. T. Prof. Dr. G. Hertz Calbe; W.-Pieck-OS Calbe; AG Mathe, Kl. 6, Schulkombinat Klingenberg; Klub Jg. Math. Cottbus Stadt; F.-Engels-OS Cottbus; W.-Pieck-OS Coswig; AG Jg. Math. N.-Ostrowski-OS Coswig; AG Mathe Unterstufe Dahme; Makarenko-OS Dingelstädt; Klub Jg. Math. Pionierpalast Dresden; S.-Rädel-OS Dresden; 118. OS Dresden; Kreisklub Mathe Eberswalde-Finow; F.-Wolf-OS Ebersdorf; Mathe-Klub, Kl. 4, 11. OS Eisenhüttenstadt; John-Schehr-OS Eisleben; H.-Gründig-OS Ellrich; O.-Hölzel-OS Falkenstein; OS Clara Zetkin Freiberg; K.-Marx-OS Freyburg; Hort d. E.-Thälmann-OS Freital; Lessing-OS Freital; Mathe-Zirkel OS Friedenshorst; AG Mathe H.-Heine-OS Gadebusch; Haus d. JP Gadebusch; E.-Hartsch-OS Gersdorf; H. Wusemann OS, Goldberg; R.-Luxemburg-OS Görlitz; Lessing-OS Greiz; Kreis-Klub Jg. Math. Gräfenhainichen; Kreisklub Jg. Math. Greiz; OS Grana; E.-Weinert OS Grimmen; A.-Becker-OS Gröben; Lenin-OS Gröbers; C.-Zetkin-OS Groitzsch; AG Mathe, Kl. 4/5, C.-Zetkin-OS Großenhain; Mathe-AG Großenschönau; H.-Matern-OS Groß Mühlingen; W.-Pieck-OS Hagenow; OS f. Körperbehinderte Halle; H.-Rau-OS Halle; 5. OS Halle-Neustadt; OS Hammerbrücke; OS Harra; B.-Gleisberg-OS Heidenau; J.-Gagarin-OS Heimburg; OS Hiddensee; OS Hillersleben; AG Mathe F.-Engels-OS Holzendorf; Mathe-Zirkel OS Horka; AG Mathe Kofke-OS Jeserig; N.-Ostrowski-OS Jüchsen; F.-Engels-OS Kaltennordheim; C.-Zetkin-OS Kandelin; Goethe-OS Karl-Marx-Stadt; AG Mathe Kl. 9/10, H.-Menzel-OS Karl-Marx-Stadt; W. Firl-OS Karl-Marx-Stadt; Karl-Marx-OS Kranichfeld; J.-Gagarin-OS Langenweddingen; alpha-Club d. R.-Breitscheid-OS Latdorf; Herder-OS Leipzig; Haus d. JP Leipzig-Nord; OS Leopoldshagen; AG Mathe, Kl. 5, E.-Schneller-OS Lichtenwalde; OS Liebstädt; OS W. Wallstab Löderburg; W.-Mehlhorn-OS Lugau; AG Mathe, Kl. 10 EOS Geschw. Scholl Magdeburg; St. Jg. Naturf. u. T. Magdeburg; AG Mathe, Kl. 5, R.-Luxemburg OS Markneukirchen; AG Mathe Unterstufe, R.-Luxemburg-OS Markneukirchen; H.-Matern-OS Mieste; OS Molschleben; Oberschulbereich Moritzburg; O.-Grotewohl-OS Naumburg; J.-Fučik-OS Naundorf; 19. OS Neubrandenburg; F.-Pzierynski-OS 2840 Neuhaus; H.-Beimler-OS Neuhofen; H.-Beimler-OS Neustrelitz; H.-Balzer-OS Niesky; J.-Gagarin-OS Nordhausen; Goethe-OS Oelsnitz; W. Karabkow-OS Ortrand; E.-Vogel-OS Oschatz; AG Mathe R.-Luxemburg-OS Osterburg; H.-Matern-OS Osterwieck; W.-Pieck-OS Osterwieck; Goethe-OS Parchim; Kreis Klub Mathe Parchim; OS Plaue; C.-Zetkin-OS Plauen; H.-Grundig-OS Possendorf; O.-Grotewohl-OS Pritzwalk; OS Pulsnitz; E.-Rietschel-OS Pulsnitz; Dr.-Th.-Neubauer-OS Rackwitz; Pestalozzi-OS Radebeul; Mathe-AG, Kl. 3; O.-Buchwitz-OS Radebeul; OS Rehna;

J.-Curie-OS Ronneburg; AG Math. Knobeleien Th.-Müntzer-OS Rosenburg; Ziolkowski-OS Roßdorf; W.-Pieck-OS Rotta; OS Rücknitz; W.-Pieck-OS Schlottwitz; OS Schneeberg III; R.-Hartmann-OS Schönberg; Lenin-OS Schönebeck; AG Mathe H.-Beimler-OS Schönhausen; E.-Schneller-OS Schöneiche; OS KuBa Schorssow; E.-Weinert-OS Schwedt; E.-Weinert-OS Schwerin; OS Schneidlingen; AG Mathe, Kl. 6, Schwanheide; E.-Thälmann-OS Schwerin-Lankow; J.-R.-Becher-OS Sondershausen; W.-Pieck-OS Sondershausen; OS Sonneborn; Stat. Jg. Naturf. u. T. Sternberg; J.-Gagarin-OS Straßburg; Schulhort Geschw. Scholl-OS Thalheim; F.-Mehring-OS Tiefenort; E.-Schneller-OS Töplitz; AG Jg. Math. A.-Einstein Torgelow; O.-Buchwitz-OS Tutow; A.-Nitz-OS Ueckermünde; E.-Welk-OS Ueckermünde; H.-Beimler-OS Unterbreizbach; H.-Lindner-OS Volkstedt; Goethe-OS Waren/Müritz; AG Mathe A.-Becker-OS Wechselburg; Mathe-Zirkel Weißwasser; OS Weißkeißel; O.-Grotewohl-OS Westerengel; alpha-Zirkel d. KKOS Wittenberg-Lutherstadt; W.-Pieck-OS Wittenburg; Stat. Jg. Naturf. u. T. Wittstock; H.-Heine-OS Wormlitz; OS F.-Gießner Woffleben; Dr.-Th.-Neubauer-OS Wolmirstedt; Th.-Müntzer-OS Wolfen; K.-Frechin-OS Zittau; OS Zörbig.

Folgende Wettbewerbsteilnehmer erhielten eine Urkunde und einen Buchpreis:
Konstanze Arndt, Leipzig; Mario Thiele, Stadtrodall; Vera Behrens, Apolda; Susanne Tschop, Dobrichau; Annett Pizzaja, Luckenwalde; Elvira Preisinger, Reichenbach; Heike Hönicke, Herzberg; Armin Singer, Teichwolframsdorf; Thomas Noack, Wilhelm-Pieck-Stadt Guben; Knut Bernick, Tangerhütte; Roland Müller, Radebeul; Katrin Schiefelbein; Dresden; Gunnar Thiem, Neuruppin; Michael Herrmann, Oberlichtenau; Ariane Zapp, Weimar; A.-K. Schubert, Dresden; Mike Riedel, Bernsbach; Sven Rudolph; Großröhrsdorf; Jörg Stark, Plauen; Romy Hollerung, Netzkau; Anett Thiele, Berlin; Ina Grigull, Greifswald; Ines Burkel, Meiningen, Ulrike Walter, Dresden; Barbara Schütze, Weißenfels; Asja Ebert, Bad Elster; Thomas Roigk, Hohenleipisch.

Eure LEIPZIGER VOLKSZEITUNG

Aus Leserbriefen ... **Aus Leserbriefen ...**

.... Als Mathe-AG, Kl. 3, bedanken wir uns herzlich für die viele Mühe bei der Gestaltung der schönen Knobelaufgaben.

K.-Liebknecht-OS Blankenfelde, Kr. Zossen

.... Die Schüler meiner Hortgruppe haben sich das erste Mal am LVZ-Preisausschreiben beteiligt. Sie haben ohne Hilfe die Aufgaben selbständig gelöst.

K. Sasse, Geschw.-Scholl-OS, Thalheim

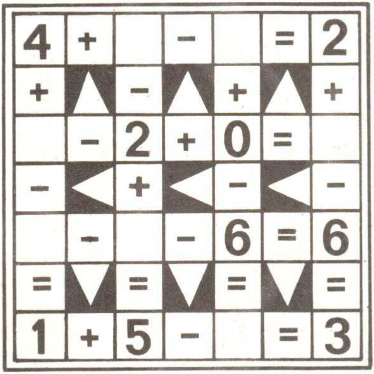
.... Alle Schüler der Unterstufe, die im Mathe-Club an der Schule arbeiten, haben begeistert am Preisausschreiben teilgenommen.... Mit der gesamten Mathe-LVZ arbeiten wir häufig.

H. Tuchard, E.-Weinert-OS, Grimmen

.... Mit Spannung haben wir auch dieses Mal auf das Preisausschreiben gewartet. Mit viel Begeisterung und Beharrlichkeit haben die Schüler die Aufgaben gelöst.

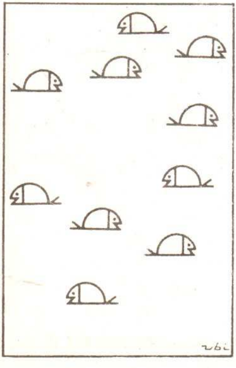
AG-Leiterin Liane Mann, H.-Heine-OS Antonsthal

Unterhaltungsmathematik - international -



Magisches Quadrat

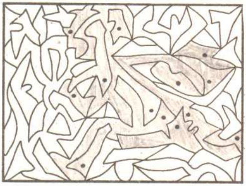
sowjetische Schülerzeitschrift, Minsk



Teilung

Teile das Feld durch 3 Gerade in 5 Felder mit je 2 Fischen!

Mathematika, Sofia

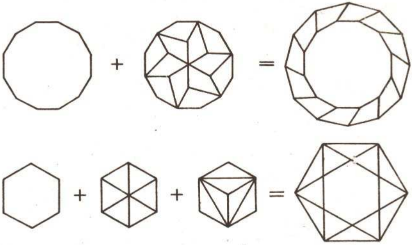


Suche

Was ist durch geschicktes Ausmalen der Felder in dem Bild zu erkennen?

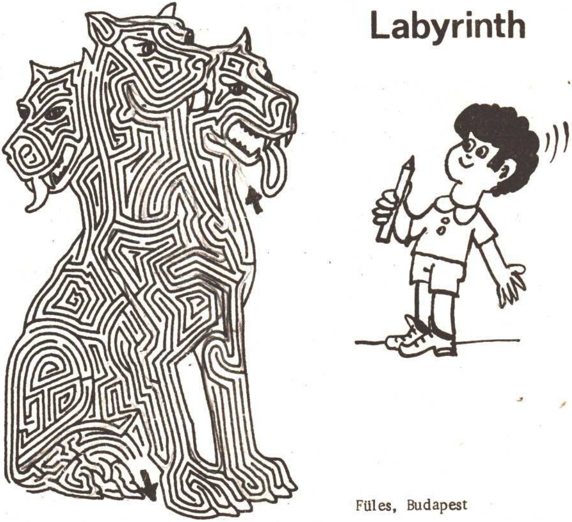
Troll, DDR

Mach's mal nach!



Pythagoras, Niederlande

Labyrinth



Füles, Budapest

Griechischer Denksport

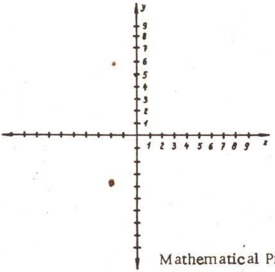
□ = △ + ○   (○ → 60)

○ + □ = △ + △ + △ + △ + △

▭ = □ + △

Eukleides, Athen

Winterliche Knobelei



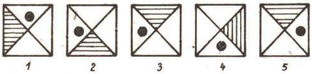
Zeichne die Punkte $P_1(0, -4)$, $P_2(4, -8)$, $P_3(4, -3)$, $P_4(10, 0)$, $P_5(4, 3)$, $P_6(4, 8)$, $P_7(0, 4)$, $P_8(-4, 8)$, $P_9(-4, 3)$, $P_{10}(-10, 0)$, $P_{11}(-4, -3)$, $P_{12}(-4, -8)$ und verbinde sie in der Reihenfolge $P_1P_2P_3 \ldots P_{11}P_{12}P_1$!

Mathematical Pie, London

Überlegen

a) Ersetze das Fragezeichen durch die richtige Zahl!

b) Welche der Figuren durchbricht eine bestimmte Gesetzmäßigkeit?



c) Welche Zahl verletzt eine bestimmte Gesetzmäßigkeit?

625 361 256 197 144

d) Bestimme die fehlenden Buchstaben!

D	H	L	
W	S	O	

Universität Addis Abeba, Äthiopien

An diesem Heft arbeiteten mit:
Oberstudienrat J. Lehmann, VLdV, Leiter des alpha-Clubs der John-Schehr-OS Leipzig/ Chefredakteur der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha"/ Idee und Gestaltung; H. Begander, Leipzig; Oberstudienrat Th. Scholl, Ministerium für Volksbildung, Berlin; J. Lehmann, Leipzig (Aufgabenzusammenstellung). Studienrat O. Schulze, Luckenwalde, stellte die Aufgaben der Abschlußprüfungen, Kl. 10 aus der Zeit vor 1965 zur Verfügung.

Typografische Gestaltung: B. Radestock (LVZ);
Druck: Druckerei Fortschritt, Erfurt
Lizenz - Nr.: LVZ Nr. 107 Preis 2,00 M

Die nächste Mathe - Broschüre erscheint April/Mai 1983 unter dem Titel: "Mathe und Technik".

Hinweis:

In den Klassen 1 bis 6 wurden jeweils einige anspruchsvolle Aufgaben für leistungsstarke Schüler eingebaut.
Einige Aufgaben können erst am Ende des jeweiligen Schuljahres gelöst werden.
Es ist zu empfehlen, zunächst Aufgaben aus niederen Klassenstufen zu lösen, um sich "warm zu laufen."
Um eine möglichst große Zahl von Aufgaben und Knobeleien zu bieten, wurden bei einem Teil der Lösungen Kürzungen vorgenommen. Proben und Skizzen wurden aus den gleichen Gründen nicht angegeben.

Unterhaltsames Mathe-ABC

7, 8, 9, 10... Mathe!

Prüfungsaufgaben – Grundkenntnisse
Knobeleien – Preisausschreiben

LEIPZIGER VOLKSZEITUNG
Verlag
1982

Lösungen

Klasse 1/2, Seite 2/3

Überprüfe deine Leistung: sehr gute Leistung: 21, 20 und 19 Punkte; gute Leistung: 18, 17, 16 und 15 Punkte.

1. Hans wirft 24 m weit. Martina wirft 9m weiter als 12 m.
2. Für a muß die Zahl 3 eingesetzt werden.
3. $3 + 4 + 2 = 9$
   $10 + 10 - 1 = 19$
   $9 + 10 - 5 = 14$
4.  Die Figur enthält 9 Dreiecke.
8.

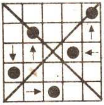
1	2	3
2	3	1
3	1	2

5. Hannelore hat mehr Punkte erreicht. Hannelore hat 2 Punkte mehr als Martin.
6. Es müssen 8 Tassen sein.
7.

a	b	a + b	12 + a	a - b	a · b
8	6	14	20	2	48
9	3	12	21	6	27

Klasse 1/2, Seite 4/5

1. $43 + 27 = 70$ $\quad 98 - 71 = 27$
   $38 + 57 = 95$ $\quad 58 - 58 = 0$
   $8 \cdot 3 = 24$ $\quad 35 : 5 = 7$

2. 

3. a) 29; 54
   b) 53; 44; 67; 42

4. Quotient, Ungleichung

5. $2 + 6 + 2 = 10$ $\quad 8 + 7 - 1 = 14$
   $20 - 10 + 1 = 11$ $\quad 19 - 3 - 4 = 12$
   $(70 - 21) : 7 > 5$ $\quad 5 \cdot (2 + 3) = 25$
   $43 - 18 : 6 = 40$ $\quad 7 \cdot 5 - 6 < 30$

Knobel Kniffligʼs kleiner Pfiff:

Es werden x = 7 und y = 9 eingegeben.

Es sind mehr weiße Kugeln.

Klasse 3, Seite 6/7

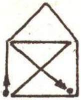
1. a) $30 + 10 = 40$; $40 : 10 = 4$; $4 \cdot 10 = 40$; $40 : 10 + 4 = 8$.
   b) $7 \cdot 3 = 21$; $7 + 3 = 10$; $7 - 3 = 4$; $7 + 3 + 21 = 31$.

2. a) $35 + 10 + 7 = 52$;
   b) $75 - 25 + 0 = 50$;
   c) $(12 + 1) \cdot (0 : 19) = 0$;
   d) $(1 \cdot 0) \cdot 1 = 0$;
   e) $42 : 42 = 1$
   f) $(25 - 15) \cdot 2 = 20$
   g) $(8 - 6) : 2 = 1$
   h) $56 - 17 + 1 = 40$

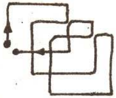
3. Das große Quadrat besteht aus 12 schraffierten und 24 weißen Quadraten, d. h., ein Drittel des großen wird von den kleinen schraffierten belegt.

4. a) 7 min + 4 min = 11 min;
11 min - 6 min = 5 min.
Peter fährt 7 min, Fred 11 min und Olaf 5 min.
b) 600 m · 7 = 4 200 m = 4 km 200 m, 600 m · 11 = 6 600 m = 6 km 600 m,
600 m · 5 = 3 000 m = 3 km.
Die Bushaltestellen sind 4 km 200 m, 6 km 600 m und 3 km entfernt.

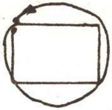
5.



A



B



C

6.

14	16
11	8
64	128
11	11
15	17
49	64
16	15
17	18

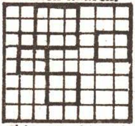
7.
$$\begin{array}{rcrcrcl} 10 & : & 2 & + & 4 & = & 9 \\ + & & + & & + & & + \\ 14 & : & 2 & - & 4 & = & 3 \\ + & & + & & + & & + \\ 12 & - & 3 & - & 2 & = & 7 \\ \hline 36 & - & 7 & - & 10 & = & 19 \end{array}$$

8. $x = 23$; $y = 42$; $z = 5$; $u = 35$; $v = 7$;
$u = 30$; $v = 6$; $u = 25$, $v = 5$; ... ; $u = 5$, $v = 1$.

9. $24 + 30 = 54$; $8 \cdot 2 = 16$; $33 : 3 = 11$.

10. $5 \cdot 10$ Pf $+ 2 \cdot 25$ Pf $= 100$ Pf;
$10 \cdot 10$ Pf $= 100$ Pf; $4 \cdot 25$ Pf $= 100$ Pf.
Erik kann sich 5 Stück 10-Pf-Briefmarken und 2 Stück 25-Pf-Briefmarken kaufen. Wenn er auf eine Sorte verzichten will, kann er sich 10 Stück 10-Pf-Briefmarken oder 4 Stück 25-Pf-Briefmarken kaufen.

11.



Der Farbkauf

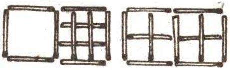
Ja. Folgende vier Dosen sind gleich: die 10. in der obersten Reihe, die 5. von links und die 3. von rechts in der 2. Reihe sowie die 3. von links in der 3. Reihe von oben.

Klasse 3, Seite 8/9

1. 1. Blätter am Baum; 2. Schneemann; 3. Esse; 4. Skier; 5. Skistöcke; 6. Schlittenkufen; 7. Schlitten.

2. In der dritten Reihe, der zweite von links.

4.



5. Auf allen vier Bildern sind Gabel, Krug, Herz, Schuh, Blumentopf, Flasche und Puppe zu finden.

6. Wenn a die eine und b die andere Augenzahl ist, dann gilt:

$$(a \cdot 2 + 5) \cdot 5 + b = 10a + b + 25; \quad 10a + b + 25 - 25 = 10a + b.$$

Klasse 4, Seite 10

1. $2093 \cdot 63 = 131\,859$ 2. $2\,364\,510 > 236\,451 > 80\,472 > 80\,274$

3. a) 53 cm = 530 mm; b) 7 t = 7 000 kg.

4. $8 + 48 = 56$; $8 = 56 - 48$; $8 \cdot 7 = 56$; $8 = 56 : 7$.

5. c) Die Diagonale ist 60 mm lang. 6. $30 : 2 = 15$; $15 \cdot 12 \cdot 3 = 540$.
Die Pioniere sammelten 540 kg Kartoffeln.

Klasse 4, Seite 11

1. $360 : 2 + 120 \cdot 3 = 540$ 2. $29\,401 - 14\,990 = 14\,411$ Der Summand heißt 14 411.

3. 5 m − 3 m = 2 m; 2 m kosten 30 M, also kostet 1 m 15 M.
$3 \cdot 15$ M = 45 M; $5 \cdot 15$ M = 75 M; $9 \cdot 15$ M = 135 M.

Der erste Kunde bezahlte 45 M, der zweite 75 M und der dritte 135 M.

Weg gesucht

Überlegen!

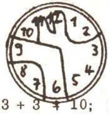
6	5	7
7	6	5
5	7	6

Lustige Knobelei

A = 40; K = 120; R = 160;
E = 4; I = 26.

Klasse 4, Seite 12/13

1. Rechts oben der weiße Kreis paßt in das Quadrat. 2. - 3. Die Drachen 5 und 9 sind deckungsgleich. 4. Insgesamt hat die Familie 10 Kinder

5. 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x	x	x	x	x	x	x				Weißkrautliebhaber
x			x	x	x		x	x		Möhrenliebhaber
x	x	x					x		x	Erbsenliebhaber

6. $13 + 3 \neq 10$; $15 + 5 \neq 10$; $12 - 4 \neq 16$; $7 + 7 \neq 23$; $18 - 4 \neq 12$; $16 + 8 \neq 23$; $16 + 9 \neq 28$; $15 + 9 \neq 25$; $6 + 15 \neq 22$; $18 - 7 \neq 13$; $11 + 4 \neq 14$; $16 + 4 \neq 22$; $16 - 2 \neq 13$; $6 + 8 \neq 15$. 14 Fehler haben sich eingeschlichen.

7. $3 + 4 + 2 + 3 + 5 + 7 + 4 + 2 + 3 + 1 + 1 + 9 + 1 = 45$

Klasse 5, Seite 14 /15

1. $123\,624 : 408 = 303$ 2. Die Zahl heißt 7 642. 3. $x_1 = 7$ und $x_2 = 8$, denn $7 \cdot 11 = 77$ und $8 \cdot 11 = 88$.

4. Gruppe 4: $880 : 4 = 220$
   Gruppe 5: $220 : 2 + 85 = 195$
   Gruppe 6: $880 - 220 - 195 = 465$

Die Gruppe 4 sammelte 220 Flaschen, Gruppe 5 sammelte 195 und Gruppe 6 465 Flaschen.

5. a) 5 600 kg - 62 kg - 507 kg = 5 031 kg; b) 5 031 kg = 5, 031 t

Zusatzaufgabe: c) 32; 33; 34; 36; 38; 39; 40; 42. b) 36; 42; a) 32; 34; 38; 40;

Das Unglück im Keller: 1. R.: 5; 2. R.: 7; 3. R.: 4; 4. R.: 6.

Klasse 5, Seite 16/17

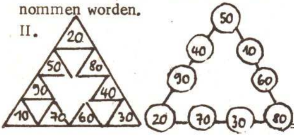
1. 180,12 M - 7 · 8,60 M - 8 · 8,24 M = 54 M; 54 M : 5 = 10,80 M.
Eine Rolle Tapete kostet 10,80 M.

2. $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 25$; $5n + 10 = 25$; $n = 3$. $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$

3. Peter kann nur einen Doppelstockwagen kaufen, da er sonst kein Geld für die übrigen Wagen hätte. Ihm verbleiben 42, 15 M - 19,70 M = 22,45 M. Den Betrag von 5 Pf in 22, 45 M kann er nur durch eine ungerade Zahl von Güterwagen erreichen. Da bei 3 Güterwagen der Rest für einen Personenwagen nicht reichen würde (22,45 M - 3 · 5,95 M = 4, 60 M), hat Peter noch 1 Güterwagen und 3 Personenwagen gekauft.

4. $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 7 \cdot 8 = 100$ 5. Aus 100 cm - 4 cm = 96 cm und 96 cm : 12 = 8 cm folgt, daß die Kantenlänge 8 cm beträgt.

I. 129 Würfel. 15 Würfel sind entnommen worden.

II. 

III. Es gibt 7 Lösungen:

8 950	9150	6250	9 450	6 450	4 650	7 950
8 950	9150	6250	9 450	6 450	4 650	7 950
8 950	9150	6250	9 450	6 450	4 650	7 950
26850	27 450	18750	28 350	19 350	13950	23850

Klasse 6, Seite 18

1. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
   $45 = 3^2 \cdot 5$
   $63 = 3^2 \cdot 7$
   $\text{kgV} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 630$

2. $\frac{5}{6} - \frac{7}{18} = \frac{15 - 7}{18} = \frac{4}{9}$

3. $98\frac{1}{3} : \frac{5}{6} = \frac{295 \cdot 6}{3 \cdot 5} = 118$

4. $3\,M \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}\,M = 0,60\,M$ 5. $4\frac{7}{10} \cdot 2 + 3\frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{47 \cdot 2}{10} + \frac{15 \cdot 2}{4} = 16\frac{9}{10}$

Der Tischler muß $16\frac{9}{10}$ m $= 16,9$ m Leisten anfertigen.

6. $11\frac{3}{4} \cdot 31 = \frac{47 \cdot 31}{4} = 364\frac{1}{4}$ Die Kuh gibt $364\frac{1}{4}$ l Milch.

7. $23,35\,M \cdot 9,75 = 227,6625\,M \approx 227,66\,M.$ 8. $2,596 : 0,11 = 23,6$

9. $7 : 25 = 0,28$ 10. $20t - 2,4t - 0,65t - 8,5t = 8,45t.$

Der Händler fährt 8,45 t auf den Lagerplatz.

Klasse 6, Seite 19

1. a) $4 \cdot 7 = 28$; b) $365 \cdot 4 = 1460$ c) $1460 \cdot 30 = 43800$

Es sind in einer Woche 28, in einem Jahr 1460 und in 30 Jahren 43800 Zigarren.

2. $1764\,M : 6 = 294\,M$ Der Verdienst betrug 294 M.

3. $2226\,kg : 159\,kg = 14$ Der Landmann erntete das 14fache.

4. $6 \cdot 780 \cdot 5,50 = 25740\,M$ Die Straße kostet 25740 M.

5. a) $\frac{1}{2}\,l : 10 = \frac{1}{20}\,l = 50\,cm^3$ b) $\frac{1}{20}\,l \cdot 7 = \frac{7}{20}\,l = 350\,cm^3$

Die Lampe verbraucht in einer Stunde $\frac{1}{20}\,l = 50\,cm^3$ und in sieben Stunden $\frac{7}{20}\,l = 350\,cm^3$.

c) $8 \cdot 6\frac{1}{4} \cdot 30 \cdot \frac{1}{20}\,l = 75\,l$; $75 \cdot 0,29\,M = 21,75\,M.$

Es wurden 75 l Petroleum verbraucht. Diese kosten 21,75 M.

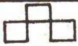
6. $5\frac{1}{2} + 7\frac{3}{4} + 9\frac{5}{6} + 4\frac{2}{3} = 25\frac{6+9+10+8}{12} = 27\frac{3}{4}$

Es sind $27\frac{3}{4}$ Dutzend bzw. 27 Dtzd. und 9 Stück.

7. $5 : x = 8 : 20$; $x = 12,5$ Es werden 12,5 ha gemäht.

Der Gipfel
Weg Nr. 3

Klasse 6, Seite 20/21

1.(21) 

2.(47) $2n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + 1 = 100$, $n = 36$. Es waren 36 Gänse.

3. (31) Das k. g. V. von 2, 3, 5 und 7 ist 210. Dann läßt 211 und ein Vielfaches davon den Rest 1. Da $211 : 12 = 17$ Rest 7 und nur $211 \cdot 1 = 211 < 400$ ist die Anzahl der Dukaten 211.

4. (142) Es gewinnt derjenige, der seinem Partner 7 Rechenpfennige oder Vielfache davon übrigläßt. Derjenige, der das Spiel beginnt, muß also 2 Rechenpfennige nehmen und gewinnr.

5. $12\,000 + 1\,200 + 12 = 13\,212$. 6. 2 Füße, denn die Katzen haben Pfoten.

7. $1 + 1\frac{1}{2} + 2 + 2 + 3\frac{1}{2} + 3 + 4 + 5\frac{1}{2} + 6 + 7 + 8 + 9\frac{1}{2} = 53$

8. Angenommen, es waren x Kinder, dann gilt $12x + 48 = 15x + 15$, also $x = 11$. Der Vater hatte 11 Kinder. Er hatte 180 Äpfel und ebensoviel Nüsse gekauft.

9. z. B.

```
O O O O O O
O O O O O O
O O O O O O
O O O O X X
O O O X X O
O O O X O X
```

S. 22/23 - Prozentrechnung

1. a) Die Kosten für ein Teil betragen 13 M. b) Es werden 4 M eingespart. Die Gesamtkosten betragen 2050 M.
c) Die Gesamtkosten sind um 21,2 % geringer. d) Es müssen mindestens 63 Teile sein.

2. a) 1980 gab es 45000 Hortplätze mehr. b) Die Anzahl der Hortplätze wurde um 6,3% erh.

3. a) Die zweite Stammbesatzung überbot die Flugzeit um 45,8 %.
b) Die Bedingung war nach 154 Tagen erfüllt.

4. a) Es sind 64,3% Neubauwohnungen und 35,7% modernisierte Wohnungen.
b) Es sind 6112 Eigenheime.

5. a) ($m = l \cdot b \cdot h \cdot \varrho$) Die Masse eines Vollziegels beträgt 3,5 kg. b) Ein Hohlziegel hat 65% der Masse eines Vollziegels. c) Der LKW kann 3833 Hohlziegel laden.

6. a) 1976 wurden 6,2 Mrd. Mark bereitgestellt. b) Die Ausgaben wurden auf 111% erhöht.

Das sollte nicht sein: A8; B3.

S. 24/26 - Arithmetik und Geometrie

1. a) $u = \pi \cdot d = 16{,}8\,m$; $A = \frac{\pi}{4} d^2 = 22{,}5\,m^2$; b) $x = -3$; c) $a = 4$; $b = 2$; d) $h = \frac{3V}{\pi r^2}$

2. a) $x < 3{,}2$; $L = \{1; 3\}$ c) $x_1 = 47{,}3^\circ$; $x_2 = 312{,}7^\circ$; d) 150.

3. a) $1{,}4 < \sqrt{2}$ $1{,}\overline{4}$; b) $x_1 = 9$; $x_2 = 5$; c) 0.

4. a) $\frac{29}{35}$; $\frac{14}{15}$; b) $M = \{16, 17, 18, 19\}$; $M_1 = \{17, 19\}$; d) A und C.

5. a) $u = \pi \cdot d = 15{,}2\,m$; $A = \frac{\pi}{4} d^2 = 18{,}5\,m^2$; b) $x = 3000$; c) $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 135^\circ$; d) $a = \sqrt{\frac{3V}{h}}$.

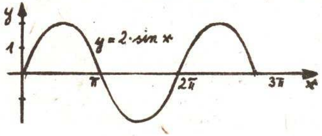
6. a) $r = \frac{abc}{4A}$; b) $x = 7$; $y = -2{,}4$; $z = \frac{5}{2}$; c) 3; d) $\delta = 82^\circ$.

7. a) $m^6 n^{15}$; b) $6{,}28 \cdot 10^8$; $3{,}7 \cdot 10^{-3}$; d) $e \parallel f$

Kartenfreunde

1	15	10	8
14	4	5	11
7	9	16	2
12	6	3	13

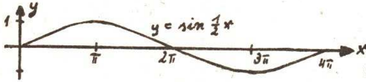
c)



8. a) 14,11; b) $a^2 b^3$; c) $1{,}2500 < 1{,}2525 < 1{,}2\overline{5}$; d) z. B. $y = 3x - 2$.

9. a) $A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = 4{,}6\,cm^2$;
b) $y = 8; 27; -1$; $x = 5$; d) $a = 2$.

c)



10. a) 66 ha; b) $x_1 = 41{,}3^\circ$ $x_2 = 138{,}7^\circ$; c) $(a - b) : c = x$; d) $r = \sqrt{\frac{3V}{h}}$.

11. a) $u = \pi \cdot d = 66{,}6\,cm$; $A = \frac{\pi}{4} d^2 = 352{,}8\,cm^2$; b) $a = \frac{2A}{h} - c = \frac{2A - hc}{h}$; c) $x_1 = -1$; $x_2 = -3$; $q = 4$.

12. a) $\cos 120^\circ = -0{,}5$; $x = 3$; 0,007; b) $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ c) $4m^2 - 12mn^2 - 8{,}2mn + 25n^2$

S. 27/29 - Beweise -

1. b) $\overline{AB} = \overline{AB}$ (gemeinsame Seite) $\sphericalangle EAB = \sphericalangle ABD$ (Basiswinkel im $\triangle ABC$)
$\overline{AE} = \overline{DB}$ (halbe Länge der Schenkel
Daraus folgt, daß die Dreiecke in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (sws), also gilt $\triangle ABD \cong \triangle ABE$, w. z. b. w.

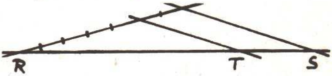
2. a) Für fünf aufeinanderfolgende natürliche Zahlen gilt, wenn $a \in N$ ist,
a; $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$. Wenn a eine gerade Zahl sein soll, gilt $a = 2n$ mit $n \in N$, also heißen fünf der verlangten Zahlen $2n$; $2n + 1$; $2n + 2$; $2n + 3$; $2n + 4$.
Nun ist $2n + 2n + 1 + 2n + 2 + 2n + 3 + 2n + 4 = 10n + 10$, und $10n + 10 = 10(n + 1)$.
D. h. aber, die Summe ist durch 10 teilbar.
b) $a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4 = 5a + 10$, $5a + 10 = 5(a + 2)$
Die Summe ist durch 5 und nicht durch 10 teilbar.
3. a) Die beiden Dreiecke stimmen in den drei Seiten überein. (sss)
$\overline{BM_2} = \overline{AM_2}$; $\overline{BM_1} = \overline{AM_1}$; $\overline{M_1M_2}$ gemeinsam $\triangle M_1AM_2 \cong \triangle M_1BM_2$, w. z. b. w.
b) Da kongruente Dreiecke auch in den Winkeln übereinstimmen, sind $\sphericalangle M_2AM_1$ und $\sphericalangle M_1BM_2$ gleich groß.
4. a) Nach dem Satz des Thales gilt $\sphericalangle BEA = 90^\circ$; denn $\overline{AB}$ ist der Durchmesser.
b) Die Winkelsumme im Viereck MBEF beträgt 360°. Dann ist
$\sphericalangle MFE = 360^\circ - \sphericalangle FMB - \sphericalangle MBE - \sphericalangle BEF$; $\sphericalangle MFE = 110^\circ$.
c) Nach dem Hauptähnlichkeitssatz stimmen beide Dreiecke in zwei Winkeln überein.
$\sphericalangle FAM$ haben sie gemeinsam. $\sphericalangle FMA = \sphericalangle AEB = 90^\circ$. $\triangle ABE \sim \triangle AMF$, w. z. b. w.
5. a) $n + 1$; $n + 2$ b) $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$, $3n + 3 = 3(n + 1)$
6. a) $\overline{CD} = \overline{DB}$ (Halbierung von $\overline{CB}$), $\sphericalangle DCE \cong \sphericalangle BDF$ (Stufenwinkel),
$\sphericalangle EDC \cong \sphericalangle FBD$ (Stufenwinkel). Daraus folgt: $\triangle FBD \cong \triangle EDC$ nach dem Kongruenzsatz wsw, w. z. b. w.
b) Kongruente Dreiecke sind flächengleich.

7. b) Es gilt $\sphericalangle DSC \cong \sphericalangle BSA$ (Scheitelwinkel); $\sphericalangle ACD \cong \sphericalangle CAB$ (Wechselwinkel).
Daraus folgt, $\triangle ABC \sim \triangle CDS$ nach dem Hauptähnlichkeitssatz, w. z. b. w.
c) Wenn das Trapez ABCD zu einem Parallelogramm wird, sind die Dreiecke ABS und CDS kongruent.
8. c) Die Dreiecke stimmen in zwei Winkeln und einer Seite überein (wws).
$\triangle AFD \cong \triangle BGE$, $\sphericalangle DFA = \sphericalangle EGB = 90^\circ$ (Lot), $\sphericalangle DAF = \sphericalangle EBG$ (Basiswinkel), $\overline{AD} = \overline{BE}$ (Mittelpunkt d. Schenkel). Daraus folgt $\triangle AFD \cong \triangle BGE$, w. z. b. w.
9. Drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen haben die Form n, $n + 1$, $n + 2$ und deren Produkt ist dann $P = n \cdot (n + 1)(n + 2)$. (1)
Die kleinste ist dann die natürliche Zahl n, und da sie eine gerade Zahl sein soll, gilt $n = 2 \cdot m$, wobei m irgendeine natürliche Zahl ist. In (1) eingesetzt, findet man
$P = 2m(2m + 1)(2m + 2)$, $P = 2m(2m + 1) \cdot 2 \cdot (m + 1)$, $P = 4 \cdot m(2m + 1)(m + 1)$.
Daraus folgt, das Produkt P ist durch 4 teilbar.
10. b) $\overline{AM} = \overline{MB}$ (Radius), $\overline{CM} = \overline{MD}$ (Radius), $\sphericalangle AMC = \sphericalangle DMB$ (Scheitelwinkel).
Daraus folgt, daß die Dreiecke in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (sws), also gilt $\triangle ACM \cong \triangle DMC$, w. z. b. w.
11. Es gilt: $\sphericalangle AES = \sphericalangle CDA = 90^\circ$ (Winkel des Lotes am Fußpunkt E, bzw. Winkel im Rechteck ABCD), $\sphericalangle SAE = \sphericalangle SCD$ (Wechselwinkel).
Daraus folgt nach dem Hauptähnlichkeitssatz $\triangle AES \sim \triangle ACD$, w. z. b. w.
12. a) Fünf beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen haben die Form
n, $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$, und deren Summe ist dann $s = n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$,
$S = 5n + 10$, $S = 5(n + 2)$. Daraus folgt, die Summe S ist durch 5 teilbar, w. z. b. w.
b) Die kleinste dieser Zahlen ist n. Da sie gerade sein soll, gilt $n = 2m$.
$S = 5(n + 2)$, $S = 5(2m + 2)$, $S = 5 \cdot 2(m + 1)$
Daraus folgt, daß die Summe auch noch durch 2 teilbar ist.

13. a) $\sphericalangle CME = \sphericalangle DMF$ (Scheitelwinkel), $\sphericalangle MEC = \sphericalangle MFD = 90^\circ$ (Winkel am Fußpunkt der Lote), $\overline{CM} = \overline{MD}$ (Radien des Kreises).
Daraus folgt, $\triangle MEC \cong \triangle MFD$ nach dem Kongruenzsatz wws, w. z. b. w.
b) $\overline{ME}^2 = \overline{MC}^2 - \overline{CE}^2$, $\overline{ME} = 12$. Die Strecke $\overline{ME}$ ist 12 cm lang.

14. a) $\sphericalangle DBE$ haben beide Dreiecke gemeinsam,
$\sphericalangle CAD = \sphericalangle EDB$ (Stufenwinkel).
Daraus folgt nach dem Hauptähnlichkeitssatz
$\triangle ABC \sim \triangle DBE$, w. z. b. w.

b)



S. 30/31 - Formale Gleichungen und Ungleichungen -

1. a) $3(5x - 8) < 2(5x - 2)$, $x < 4$ $\quad L = \{0, 1, 2, 3,\}$
b) $15x - 3 < 14x + n$, $\quad x < 3 + n$. Für $n = 1$ gilt dann $x < 4$.

2. $2x^2 + 6x - 5x - 15 = 2x^2 - 3x + 4 + 9$
$x = 7$

Gibt es einen Weg?
Nein

3. a) $12 - x > 3(1 + x) + 3$, $\quad 6 > 4x$, $\quad x < \frac{3}{2}$ $\quad L = \{x < \frac{3}{2};\ x \in P\}$
b) z. B. $L_1 = \{\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{4}{3}\}$ $\quad$ c) $L_2 = \{0; 1\}$

4. a) $n - 1$; $n + 1$ $\quad$ b) $(n - 1)(n + 1) = 483$, $n_1 = 22$, entfällt $n_2 = -22$
c) $300 < (n - 1)(n + 1) < 400$, $\quad 300 < n^2 - 1 < 400$, $\quad 301 < n^2 < 401$, $\quad 300 < m < 400$,
$n = 18; 19; 20$
$m = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1)$
$m_1 = 323$, denn $17 \cdot 19 = 323$
$m_2 = 360$, denn $18 \cdot 20 = 360$
$m_3 = 399$, denn $19 \cdot 21 = 399$

5. a) $-32 < 8x$
$x > -4$
b) $x = -\frac{1}{2}; 0; 3; 5; 2.$
$x \neq -8; -4.$

6. a) $x < 5$ $\quad L_1 = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ $\quad$ b) $6x > 12$, $x > 2$. $\quad L_2 = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$
c) $M_1 \cap M_2 = \{3; 4\}$

7. a) $x < 2$ $\quad$ b) $L_1 = \{0; 1\}$

8. a) $16x + 8 < 15x + 10$
$x < 2$
b) 1. $L_1 = \{0; 1\}$ $\quad$ 2. $L_2 = \{-3; -2; -1; 0\}$
3. $M = L_1 \cap L_2 = \{0\}$

9. a) $D = \dfrac{a^2 - 4c}{4}$

b) (1) $D = \dfrac{0 - 4 \cdot \frac{1}{5}}{4} = -\frac{1}{5} < 0$ (Keine reelle Lösung)

(2) $D = \dfrac{a^2 - 4 \cdot \frac{a^2}{4}}{4} = \dfrac{0}{4} = 0$ (Genau eine reelle Doppellösung)

10. Aus $a : b = 5 : 6$ folgt $b = \frac{6a}{5}$. Durch Einsetzen in $(a + 3) : (b + 3) = 7 : 8$ erhalten wir $(a + 3) : (\frac{6a}{5} + 3) = 7 : 8$, also $a = 7{,}5$ und $b = 9$.

S. 32 - Angewandte Gleichungen und Ungleichungen -

1. $5x + 9y = 40$ $x = 3{,}5$; $y = 2{,}5$.
   $9x + 3y = 39$ Die Masse einer langen Platte beträgt 3,5 t, einer kurzen 2,5 t.

2. a) $A = (50 - 2 \cdot 1{,}5)(20 - 2 \cdot 1{,}5)\ cm^2 = 799\ cm^2$.
Die Grundfläche beträgt 799 cm^2.
b) $(50 - 2x)(20 - 2x) = 400$, $x^2 - 35x + 150 = 0$; $x_1 = 5$; x_2 (entfällt)
Dann ist $a = 40$ cm und $b = 10$ cm.

3. $x + y = 33$ $x = 18$; $y = 15$.
   $20x + 24y = 720$ Es waren 18 Wagen zu 20 t und 15 Wagen zu 24 t.

4. a) $20 + 100 \cdot 14\times = 1420$; $1420 - 400 = 1020$
   $200 + 100 \cdot 2 = 400$;   Es wurden 1020 min eingespart.
b) $20 + 14 = 200 + 2x$
   $x = 15$ Es sind 15 Stück.

5. a) $\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180^\circ$
   $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $\gamma = 90^\circ$.
b) Aus $\alpha < \beta < \gamma$ folgt $a < b < c$.
In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Winkeln 30°, 60° und 90° ist die Hypotenuse doppelt so lang wie die kürzere Kathete. Deshalb ist $a = 4{,}8\ cm : 2 = 2{,}4\ cm$.

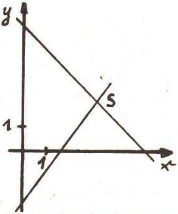
S. 33 - Formale Gleichungssysteme -

1. $x = 7$; $y = -4$; 2. $a = 18$; $b = 12$; 3. $x = 12$; $y = -8$; 4. $x = 2$; $y = a$;

5. a) $x = \frac{1}{2}(s + t)$; $y = \frac{1}{2}(s - t)$; b) s muß eine gerade ganze Zahl sein.

S. 34/35 - Lineare Funktionen -

1. a) $x = 3$; $y = 2$ b)

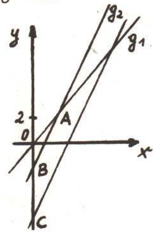


c) S (3; 2) Die Ergebnisse stimmen überein.

2. a) b) d).

Zahlenzauber:

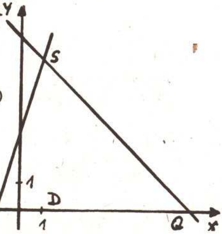
1	2	-3
-4	0	4
3	-2	-1



c) Die Funktion zur Gleichung g2 heißt
$y = f(x) = 2x - 2$.
e) $\overline{OC} = k \cdot \overline{OB}$
$6 = k \cdot 2$
$k = 3$

3. a) $x = 1$ $y = 6$

b)



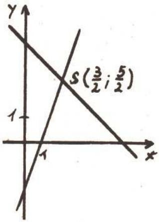
c) $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $\overline{RQ} = c = 8$ cm
$\overline{DS} = h_c = 6$ cm

$A = \frac{8 \cdot 6}{2}$

$A = 24$

Das Dreieck hat einen Flächeninhalt von 24 cm^2.

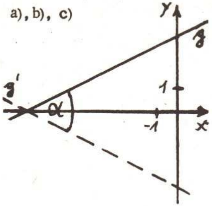
4. a)



b) $x = \frac{3}{2}$

$y = \frac{5}{2}$

5. a), b), c)



d) $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$

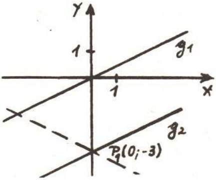
$\alpha = 53,2^{\circ}$

6. a)

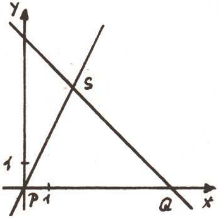
x	-4	+1	+3
y	-2	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$

b), c), d)

c) $y = \frac{1}{2}x - 3$



7. a)



b) P (0; 0); Q (6; 0),

c) $2x = -x + 6$, $x = 2$,

also $y = 4$; S (2; 4),

d) $A_{PQS} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4\,\text{cm}^2 = 12\,\text{cm}^2$

S. 36/37 - Quadratische Funktionen -

1. a) $x_1 = 6$

$x_2 = 2$

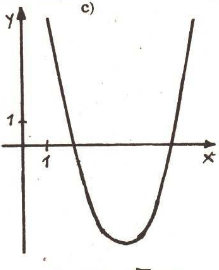
b) $y = x^2 - 8x + 12$

$y = x^2 - 8x + 16 - 4$

$y = (x - 4)^2 - 4$

S (4; -4)

c)

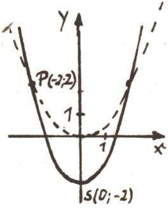


2. a) b) Wertebereich

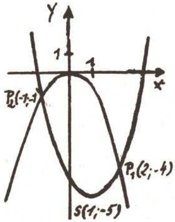
$-2 = y = \infty$

$x_1 = 3$

$x_2 = -3$



3. a) b)



$x_1 = 1 + \sqrt{5} \approx 3,2$

$x_2 = 1 - \sqrt{5} \approx -1,2$

Spartakiade Tip
Reihenfolge des
Einlaufs: ABC

c) $-x^2 = x^2 - 2x + 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

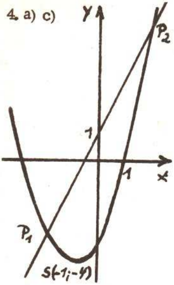
$x_1 = 2$

$x_2 = -1$

$y_1 = -4$

$y_2 = -1$

4. a) c)



b) $2x + 1 = 0$

$$x = -\frac{1}{2}$$

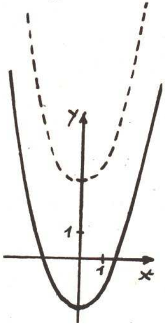
c) $y = x^2 + 2x - 3$
$y = (x + 1)^2 - 4$
$S(-1; -4)$

d) $x^2 + 2x - 3 = 0$
$x_1 = 1$
$x_2 = -3$

e) $P_1 \ (-2; -3)$; $P_2 \ (2; 5)$

6. a) $x^2 - 2 = 0$
$x_{1;2} = \pm 1,41$

c)



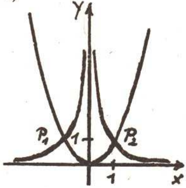
b) $y = x^2 - 2$; $S \ (0; -2)$

d) $y = x^2 + 3$

5. a)

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+1$	$+2$	$+\frac{5}{2}$
y	$+\frac{1}{4}$	$+1$	$+2$	$+2$	$+1$	$+\frac{1}{4}$	$+\frac{4}{25}$

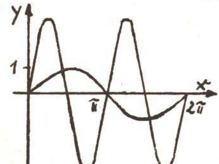
b) c)



d) $P_1 \ (-1; +1)$, $P_2 \ (+1; +1)$

S. 38 - Trigonometrische Funktionen -

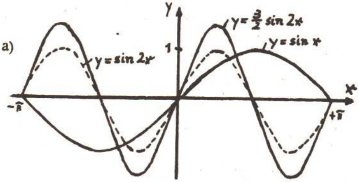
1. a) b)



c) Wertebereich ist $-3 \leqq y \leqq +3$.

d) Die kleinste Periode ist $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

2. a)



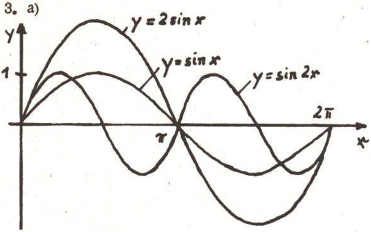
Wertebereich $-\frac{3}{2} \leqq y \leqq +\frac{3}{2}$ $(y \in P)$

b) $k = a = 3$, $y = 3 \sin x$

c) $1 - \sin x = 0$ $\quad x_1 = \frac{\pi}{2}$
$\sin x = 1$ $\quad x_2 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

Der Term ist für $x = \frac{\pi}{2}$ nicht definiert.

3. a)



b) Nullstellen $(0;\ \pi;\ \ 2\pi)$

c) Kleinste Periode π

S. 39/42 - Abschlußprüfungen 1982 -

1. a) $25 : x = 100 : 8000$

$x = 2000$

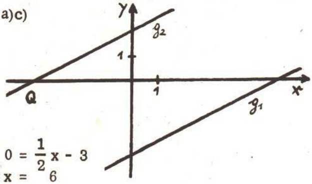
Der Kraftstoffverbrauch beträgt 2000 l.

c) $100 : p = 25 : 1,2$

$p = 4,8$

Es werden 4,8% an Kraftstoff eingespart.

2. a)c)



b) $0 = \frac{1}{2}x - 3$

$x = 6$

d) Q (-4; 0)

e) $y = \frac{1}{2}x + 2$

b) $25\,l - 23,8\,l = 1,2\,l$

Es werden 1,2 l Kraftstoff eingespart.

d) $100 : 4,8 = 2000 : P$

$P = 96$

Es können 96 l Kraftstoff eingespart werden.

3. a) $\gamma \approx 60,1^o$

b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

$$\cos\gamma = \frac{7,1^2 + 9,6^2 - 8,7^2}{2 \cdot 7,1 \cdot 9,6}$$

$\cos\gamma = 0,4906$

$\gamma_1 = 60,6^o$

$\gamma_2 = 360^o - 60,6^o$ (entfällt)

Die Größe des Winkels beträgt $60,6^o$

c) $$A_D = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2}$$

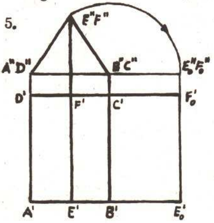
$$A_D = \frac{7,1\text{cm} \cdot 9,6\text{cm} \cdot \sin 60,6^o}{2}$$

$A_D = 30\ \text{cm}^2$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt $30\ \text{cm}^2$.

4. b) Nach dem Hauptähnlichkeitssatz stimmen die Dreiecke in 2 Winkeln überein. Beide haben einen rechten Winkel ($\sphericalangle$ BAC, $\sphericalangle$ BDA). Beide haben gemeinsam den $\sphericalangle\beta$. Also gilt $\triangle ABC \sim \triangle ABD$, w. z. b. w.

5.



$B'C'F_0'E_0'$ ist die Fläche BCFE in wahrer Größe und Gestalt.

6. a) $-8a$

b) $$\frac{30 \cdot \frac{1}{2}}{7-2} = 3$$

Für b = 2 ist der Term nicht definiert, da 2 - 2 = 0 ist.

c) $x_1 = 0$

$x_2 = 6$

d) $\gamma = \delta = 38^o$

Peripheriewinkel über der gleichen Sehne $\overline{AB}$.

7.1. a) $\tan\alpha = \frac{h}{r}$

$r = \frac{h}{\tan\alpha}$

$r \approx 6{,}9\ m$

Der Radius ist 6,9 m lang.

b) $V_k = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V_k \approx 201\ m^3$

Das Volumen beträgt $201\ m^3$.

c) $m = 201\ m^3 \cdot 2{,}2\ t/m^3$ $m = V \cdot \varrho$

$m \approx 440\ t$

Die Masse beträgt 440 t.

d) $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

$V_2 = \frac{1}{3}\pi (2r)^2 \cdot 2h$

$V_1 : V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h : \frac{1}{3}\pi 4r^2 \cdot 2h$

$V_1 : V_2 = 1 : 8$

$r_1 : r_2 = 1 : 2$

Die Radien stehen im Verhältnis 1 : 2, die Volumina 1 : 8.

7.2. a) Die Fläche vom E 512 sei x, die vom E 516 sei y, dann gelten die Gleichungen

$9x + 3y = 180$

$6x + 5y = 192$

$y = 24$

$x = 12$

Ein E 512 erntete 12 ha ab, ein E 516 24 ha.

b) $A_R = a \cdot b$

mit $a = 6{,}60\ m$

und $b = 8\ h \cdot 7000\ m/h$

$A_R = 369\,000\ m^2$

$A_R \approx 37\ ha$

Der Mähdrescher könnte 37 ha abernten.

7.3. a) $\overline{BE} : \overline{DH} = \overline{AB} : \overline{AD}$

$\overline{BE} = 1$

$\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{AB} : \overline{AC}$

$\overline{CF} = 2$

$\overline{BE}$ ist 1 cm, $\overline{CF} = 2$ cm.

b) $\overline{AH}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AH} = 7{,}8\ m$

$\overline{AH}$ ist 7,8 m lang.

c) $\sin\alpha_1 = \frac{\overline{HD}}{\overline{AH}}$

$\sin\alpha_1 = 0{,}3846$

$\alpha_1 = 22{,}6^\circ$

Der Winkel beträgt $\alpha_1 = 22{,}6^\circ$.

Zum Abschied: Eine Frau, Bild bitte umdrehen

d) $\triangle ABE \cong \triangle BCE$ (sws)

Der Außenwinkel ist die Summe der nicht anliegenden Innenwinkel. Da $\triangle ACE$ gleichschenklig, gilt $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$, w. z. b. w.

S. 43/45 - Trigonometrie -

1. a) $20 : \overline{BD} = 180 : 162$

$\overline{BD} = 18$

Die Strecke $\overline{BD}$ ist 18 m lang.

b) $\overline{BP} - \overline{BD} = 3m$

Der Punkt D liegt 3 m unter dem Punkt P.

c) $\tan\alpha = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} = 0{,}1111$

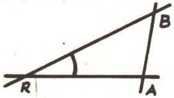
$\alpha = 6{,}3^\circ$

Der Anstiegswinkel beträgt $6{,}3^\circ$.

d) $s = \frac{20\ m}{180\ m} \cdot 100\,\% \approx 11{,}1\,\%$

Die Steigung der Straße ist 11,1 %.

2. a)



b) $\overline{AB}^2 = \overline{RA}^2 + \overline{RB}^2 - 2 \cdot \overline{RA} \cdot \overline{RB} \cdot \cos\sphericalangle ARB$

$\overline{AB} \approx 5{,}1$

c) $5{,}11 \cdot 1{,}852\ km$

$\approx 9{,}5\ km$

Die Entfernung zwischen A und B beträgt 5,1 sm bzw. 9,5 km.

3. b) $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$

$\gamma = 180^\circ - (35^\circ + 85^\circ) = 60^\circ$

c) $\sin\alpha : \sin\gamma = a : c$

$a = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$

$a = \frac{4{,}7\ km \cdot 0{,}5736}{0{,}8660} \approx 3{,}1\ km$

d) $\tan\alpha = \frac{a_N}{c}$

$a_N = c \cdot \tan\alpha$
$a_N = 4{,}7\ \text{km} \cdot \tan 35^0$
$a_N = 4{,}7\ \text{km} \cdot 0{,}7002 \quad 3{,}3\ \text{km}$
Der Näherungswert beträgt 3,3 km.

Der Abschnitt der Rohrleitung ist 3,1 km lang.
e) $a_N - a \approx 3{,}3\ \text{km} - 3{,}1\ \text{km}$
$= 0{,}2\ \text{km}$
Der absolute Fehler ist 0,2 km.

4. a) $\overline{MS} = r + h = 6370\ \text{km} + 320\ \text{km} = 6690\ \text{km}$
b) $\sin\gamma = \dfrac{r}{r+h} = \dfrac{6370\ \text{km}}{6690\ \text{km}} \approx 0{,}9522$
$\gamma_1 = 72{,}2^{\,0}$; γ_2 entfällt, da $0 \leqq \gamma \leqq 90^0$
$2\gamma = 144{,}4^0$

c) $\alpha : 360^0 = b : 2\pi r$
$b = \dfrac{\pi r \alpha}{180}$
$b = 3955{,}9\ \text{km}$
$\approx 3960\ \text{km}$
Die Strecke $\overline{MS}$ beträgt 6690 km, die Größe des Aufnahmewinkels $144{,}4^0$, und $\widehat{PQ}$ ist 3690 km.

$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{r}{r+h}$; $\cos\dfrac{\alpha}{2} \approx 0{,}9522$; $\dfrac{\alpha}{2} = 17{,}8^0$; $\alpha = 35{,}6^0$ (oder $\alpha = 90^0 - \gamma$
$\alpha = 90^0 - 72{,}2^0$
$= 35{,}6^0$)

5. b) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$
$a^2 = (7{,}2^2 + 8{,}5^2 - 2 \cdot 7{,}2 \cdot 8{,}5 \cdot \cos 48^{\,0})\ \text{cm}^2$
$a \approx 6{,}5\ \text{cm}$ Die Länge der Seite a beträgt 6,5 cm

c) $A = \dfrac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$
$A = \dfrac{7{,}2 \cdot 8{,}5 \cdot \sin 48^0}{2}\ \text{cm}^2$
$A \approx 23\ \text{cm}^2$
Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 23 cm².

6. a) $l^2 = r^2 + a_1^2$
$a_1^2 = l^2 - r^2$
$a_1^2 = 6{,}5^2\ \text{cm}^2 - 2{,}5^2\ \text{cm}^2$
$a_1 = 6\ \text{cm}$

b) $a_2 = l - r$
$a_2 = 6{,}5\ \text{cm} - 2{,}5\ \text{cm}$
$a_2 = 4\ \text{cm}$

c) $l^2 = r^2 + a_3^2 - 2ra_3\cos\alpha_3$
$\cos\alpha_3 = \dfrac{r^2 + a_3^2 - l^2}{2 \cdot r \cdot a_3}$
$\cos\alpha_3 = \dfrac{(2{,}5^2 + 4{,}8^2 - 6{,}5^2)\ \text{cm}^2}{2 \cdot 2{,}5 \cdot 4{,}8\ \text{cm}^2}$
$\cos\alpha_3 \approx -0{,}54 \quad \alpha_3 = 122{,}7^0$
Die Länge $a_1 = 6$ cm, die Länge $a_2 = 4$ cm und die Größe des Winkels $\alpha_3 = 122{,}7^0$.

7. a) $\gamma = 180^0 - (\alpha + \beta)$
$\gamma = 72{,}3^0$
$\sin\alpha : \sin\beta = \overline{BF} : c$
$\overline{BF} = \dfrac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$
$\overline{BF} = \dfrac{14{,}6 \cdot \sin 46{,}3^0}{\sin 72{,}3^0}\ \text{km}$
$\overline{BF} = 11{,}08\ \text{km} \approx 11{,}1\ \text{km}$
Das Schiff befindet sich 11,1 km vom Funkfeuer.

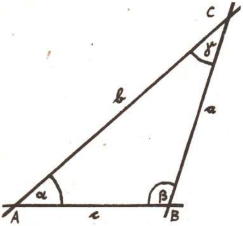
b) $\sin\beta = \dfrac{\overline{DF}}{\overline{BF}}$, $\overline{DF} = \overline{BF} \cdot \sin\beta$, $\overline{DF} = 11{,}08\ \text{km} \cdot \sin 61{,}4^0$, $\overline{DF} = 9{,}728\ \text{km} \approx 9{,}73\ \text{km}$

Die kürzeste Entfernung des Schiffes vom Funkfeuer beträgt 9,75 km.

8. a) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$
$c^2 = 45^2 + 72{,}8^2 - 2 \cdot 45 \cdot 72{,}8 \cdot \cos 77^0$
$c \approx 76{,}5$
Die Strecke $\overline{AB}$ ist 76,5 m lang.
c) $76{,}5 - 75{,}7 = 0{,}8$ m
Der Mittelwert weicht um 0,8 m ab.

b) $A = \dfrac{a_1 + a_2 + a_3}{n}$
$A = \dfrac{73{,}4 + 76{,}4 + 77{,}3}{3}$
$A = 75{,}7$
Der Mittelwert beträgt 75,7 m.

9. a)



b) $\sin\beta \;:\; \sin\gamma = b : c$

$\sin\gamma = \dfrac{c \cdot \sin\beta}{b}$

$\sin\gamma = \dfrac{4,6 \cdot \sin 108,2^{\circ}}{8,7}$ $\qquad$ $\sin 108,2^{\circ} = 0,9500$

$\sin\gamma \approx 0,5023$

$\gamma_1 = 30,2^{\circ}$

$\gamma_2 = 149,8^{0}$ (entfällt)

$\alpha = 180^{0} - (\beta + \gamma)$

$\alpha = 180^{0} - (108,2^{0} + 30,2^{0})$

$\alpha = 41,6^{\circ}$

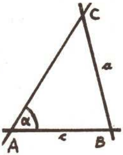
Die Größe des Winkels γ beträgt $30,2^{0}$ und des Winkels α $41,6^{0}$.

c) $a : b = \sin\alpha \;:\; \sin\beta$; $a = \dfrac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta}$

$a = \dfrac{8,7 \cdot \sin 41,6^{0}}{\sin 108,2^{0}}$ $\qquad$ $a \approx 6,08 \approx 6,1$

Die Länge der Seite $\overline{BC} = a$ beträgt 6,1 cm.

10. a)



b) $\sin\alpha \;:\; \sin\gamma = a : c$

$\sin\gamma = \dfrac{c \cdot \sin\alpha}{a}$

$\sin\gamma = \dfrac{16,4 \cdot \sin 58^{0}}{19}$

$\sin\gamma \approx 0,7320$

$\gamma_1 \approx 47^{0}$

$\gamma_2 \approx (180^{0} - 47^{0})$ entfällt

$\beta = 180 - (\alpha + \gamma)$

$\beta = 180 - (58^{0} + 47^{0})$

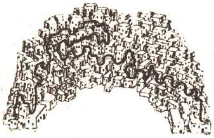
$\beta = 75^{0}$

c) $\sin\alpha \;:\; \sin\beta = a : b$

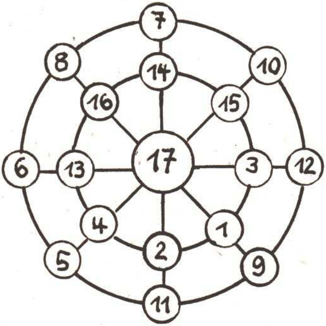
$b = \dfrac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$, $\qquad b = \dfrac{19 \cdot \sin 75^{0}}{\sin 58^{0}}$ cm, $\qquad b \approx 21,6$ cm

Die Seite b ist 21,6 cm lang.

Geduldspiel S. 29



Zahlensuche S. 47



Platzwahl S. 51

1. $1 \cdot 2 = 2$ Möglichkeiten
2. $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ Möglichkeiten
3. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ Möglichk.

S. 46/47 - Stereometrie -

1.a) $V_Q = 120\text{ mm} \cdot 60\text{ mm} \cdot 20\text{ mm} = 144\,000\text{ mm}^3 = 144\text{ cm}^3$ = Volumen des Quaders.

Das Volumen der Bohrung V_Z. $V_Z = \pi r^2 \cdot h$

$V_Z = 3{,}14 \cdot 20^2\text{mm}^2 \cdot 20\text{ mm} = 25\,120\text{ mm}^3 \approx 25\text{ cm}^3$

Das Volumen des Werkstückes V.

$V = V_Q - 2\,V_Z \quad V = 144\text{ cm}^3 - 2 \cdot 25{,}12\text{ cm}^3 = 93{,}76\text{ cm}^3$

Das Werkstück hat ein Volumen von $93{,}76\text{ cm}^3$.

b) $m = V \cdot \gamma \quad m = 93{,}76\text{ cm}^3 \cdot 7{,}8\text{ g/cm}^3 \quad m = 731{,}328\text{ g} \approx 731\text{ g}$.

Die Masse des Werkstückes beträgt 731 g.

2. a) $V = V_Z + V_K$

$$V = \frac{\pi d^2}{4}\left(h_1 + \frac{h_2}{3}\right)$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}2^2}{4}(5{,}1 + 0{,}9)\text{ cm}^3$$

$$V \approx 22{,}8\text{ cm}^3$$

Das Volumen des Werkstückes beträgt $22{,}8\text{ cm}^3$.

b) $m = V \cdot \varrho$

$m = 22{,}8\text{ cm}^3 \cdot 7{,}8\text{ g/cm}^3$

$m = 177{,}8\text{ g}$

Die Masse beträgt 177,8 g.

3. $V = V_Z - V_K$

$$V = \frac{\pi d^3}{4} - \frac{\pi d^3}{6}$$

$$V = \frac{\pi d^3}{12}$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 7{,}5^3}{12} \approx 110{,}4$$

$$m = V \cdot g = 110{,}4\text{ cm}^3 \cdot 7{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\approx 860\text{ g}.$$

Der Abfall hat eine Masse von 860 g.

4. $V = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2 \cdot h$

$m = V \cdot \varrho \approx 2826\text{ kg}$.

Wegen $2826 < 3000$ kann der Behälter nicht 3000 kg Natronlauge fassen.

5. a) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^2 \cdot (3r - h)$ und $h = r - a$;

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot (r - a)^2 \cdot (2r + a),$$

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot 2^2 \cdot 13\text{ cm}^3 \approx 69{,}3\text{ cm}^3.$$

b) $r_1^2 = r^2 - a^2 = 16\text{ cm}^2$;

$r_1 = 4\text{ cm}$.

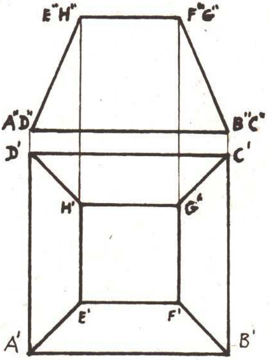
c) $A = \pi \cdot r_1^2 = 50{,}24\text{ cm}^2$

6. a) $V = \frac{h}{3} \cdot \left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}\right)$

$$V = \frac{4{,}5}{3} \cdot \left(8^2 + 4^2 + \sqrt{64 \cdot 16}\right)\text{ cm}^3$$

$$= 168\text{ cm}^3$$

b)

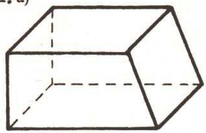


7. Aus $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ und $a = 2\pi r$ und $h = 2a$ folgt

$$V = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \cdot 2a = \frac{a^3}{2\pi}.$$

S. 48/51 - Darstellende Geometrie -

1. a)



b) $A_T = \frac{a + c}{2} \cdot h$

$A_T = \frac{6,00\text{m} + 4,8\text{ m}}{2} \cdot 3\text{m}$

$A_T = 16,2\text{ m}^2$

Die Fläche der Vorderansicht beträgt $16,2\text{ m}^2$.

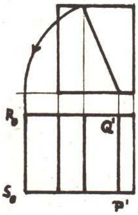
Der Betonkörper hat ein Volumen von $38,9\text{ m}^3$.

c) $V = A_T \cdot h$

$V = 16,2\text{ m}^2 \cdot 2,40\text{m}$

$V = 38,88\text{ m}^3 \approx 38,9\text{ m}^3$

2. a) b)



c) $\overline{PS}^2 = \overline{AE}^2 + (\overline{AP} - \overline{ES})^2$

$\overline{PS} \approx 7,6$

Die Strecke $\overline{PS}$ ist rd. 7,6 cm lang.

Die wahre Größe der Schnittfigur ist das Viereck $S_o P'Q'R_o$.

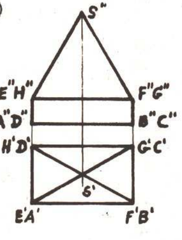
3. a) $V = V_{Quader} + V_{Pyramide}$

$V = abc + \frac{ab}{3} \cdot h$

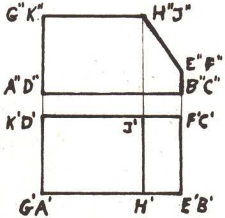
$V = 156\text{ cm}^3 \approx 160\text{ cm}^3$

Das Volumen des Körpers beträgt 160 cm^3.

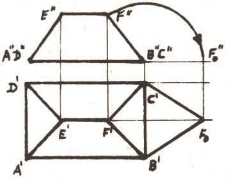
b)



4. a)



5.



b) $\overline{EH}^2 = (\overline{AB} - \overline{GH})^2 + (\overline{AG} - \overline{BE})^2$

$\overline{EH} = 5\text{ cm}$ Die Länge von $\overline{EH}$ beträgt 5 cm.

c) $u = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EH} + \overline{HG} + \overline{AG}$

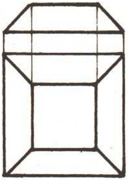
$u = 32\text{ cm}$ Der Umfang beträgt 32 cm.

d) $A = A_{Rechteck} + A_{Trapez}$

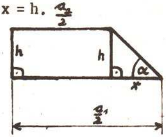
$A = \overline{GH} \cdot \overline{AG} + \frac{(\overline{AG} + \overline{BE})(\overline{AB} - \overline{GH})}{2}$

$A = 60\text{ cm}^2$ Der Flächeninhalt des Fünfecks beträgt 60cm^2.

6. a)



b) Wegen $\alpha = 45^0$ gilt $x = h$.



$$\frac{a_2}{2} = \frac{a_1}{2} - h$$

$$a_2 = a_1 - 2h$$

$$a_2 = 14,5$$

Die Seitenlänge der Deckfläche beträgt 14,5 m.

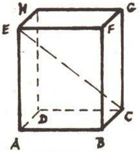
c) $V = \frac{h}{3}\,(A_G + \sqrt{A_G\ A_D} + A_D$

$$V = \frac{h}{3}\ (a_1^{\,2} + a_1\ a_2 + a^2)$$

$$V = 1270,125$$

Das Volumen des Pyramidenstumpfes beträgt $1270\,m^3$.

7. a) b)



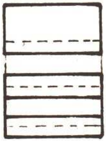
c) $e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$$e \approx 11,3$$

Die Länge der Raumdiagonalen beträgt 11,3 cm.

$\overline{AB} = a, \quad \overline{BC} = b, \quad \overline{BF} = c.$

8. a)



b) $A = A_R - A_T$, $A = 1500 - 4\ 0$, $A = 1040$

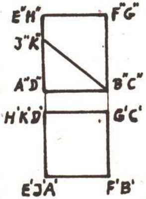
$A_R = ab$ (Rechteck), $A_R = 1500$

$$A_T = \frac{a + c}{2} \cdot h \quad \text{(Trapez)}$$

$$A_T = 460$$

Die schraffierte Fläche hat einen Inhalt von $1040\ mm^2$.

9. a)



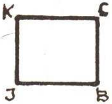
b) $\overline{IB}^2 = \overline{AJ}^2 + \overline{AB}^2$

$$\overline{IB}^2 = 4^2 + 5^2$$

$$\overline{IB} = \sqrt{41}$$

$$\overline{IB} \approx 6,4$$

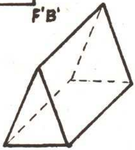
Die Seite $\overline{IB}$ ist 6,4 cm lang.



c) $\overline{IB} = 6,4$ cm

$\overline{BC} = 5,0$ cm

10. a)



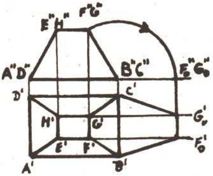
b) $A_o = a \cdot 1 + 2 \cdot s \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

$$A_o = 1 \cdot (a + 2s) + a \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4s^2 - a^2}$$

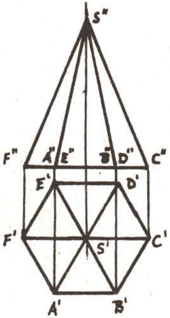
$$A_o = 940\ cm^2$$

11. a)b)c)

Die Seitenkante $\overline{BF}$ des Pyramidenstumpfes hat die wahre Länge $\overline{B' F'_0}$.



12. a)b)



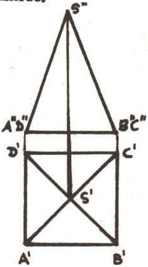
c) $s^2 = h^2 + a^2 = 60^2 + 25^2 = 4225;$
$s = 65$

Die Seitenkante der Pyramide ist 65 mm lang.

$\overline{C''S''}$ entspricht der wahren Länge einer Seitenkante der Pyramide.

13. a) $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5{,}6^2 \cdot 7{,}2\,\text{cm}^3$
$\approx 75{,}26\ \text{cm}^3$

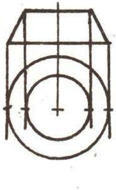
b)



c) $s^2 = (\frac{a}{2} \cdot \sqrt{2})^2 + h^2 = 2{,}8^2 \cdot 2 + 7{,}2^2$
$= 67{,}52; \quad s = 8{,}2.$

Die Seitenkante der Pyramide ist 82 mm lang.

14. a)



b) $\frac{x}{d} = \frac{h - 2}{2}; \quad \frac{x}{6} = \frac{4}{6}; \quad x = 4; \quad r_1 = 2$

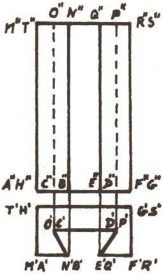
Der Radius der Schnittfläche hat die Länge 2 cm.

c) $V = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2),$

$V = \frac{\pi}{3} \cdot 2 \cdot (3^2 + 2^2 + 3 \cdot 2)\ \text{cm}^3$

$\approx 40\ \text{cm}^3$

15. a)



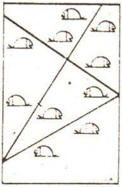
b) $V = (60 \cdot 30 - \frac{20 + 40}{2} \cdot 15) \cdot 100\ \text{mm}^3$
$= 135\,000\ \text{mm}^3$
$V = 135\ \text{cm}^3$

S. 57 bis 59

Magisches Quadrat:

$4 + 7 - 9 = 2$; $9 - 2 + 0 = 7$; $12 - 0 - 6 = 6$; $1 + 5 - 3 = 3$.

Teilung:



Suche:

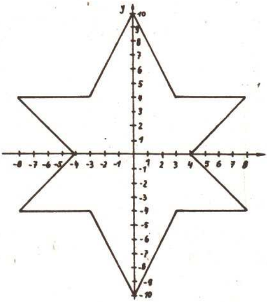
Griechischer Denksport:

$90 = 30 + 60$;

$60 + 90 = 30 + 30 + 30 + 30 + 30$;

$120 = 90 + 30$

Winterliche Knobelei:



Überlegen:

a) Zahl 52;

b) Figur 3;

c) Zahl 197;

d) P
K