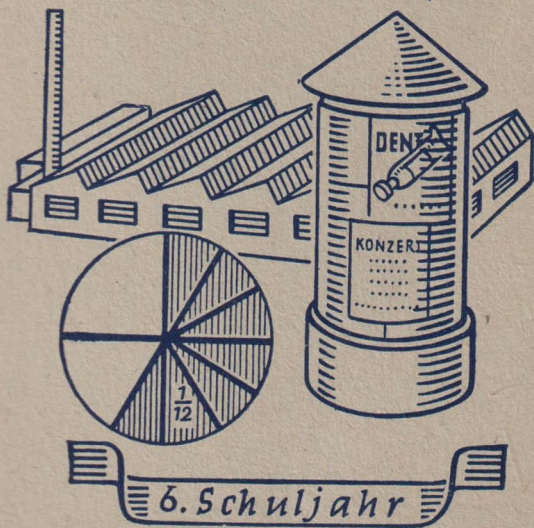


ZAHL UND FORM



ZAHL UND FORM

Rechnen und Mathematik für die Grundschule

6. Schuljahr

Mit 79 Abbildungen

ARBEITSGEMEINSCHAFT

VOLK UND WISSEN
VERLAGS GMBH

B.G. TEUBNER
VERLAGSGESELLSCHAFT

BERLIN - LEIPZIG

1947

Herausgegeben von Hans Sturhann, Berlin

Best.-Nr. 2017 • Preis RM —,80

Satz: (M 109) B. G. Teubner, Leipzig C1, Poststr. 3 — A 497

Druck: (D 01) Sachsenverlag, Druckerei- und Verlags-Gesellschaft mbH,
Dresden N 23, Riesaer Straße 32 — 24 68

Lit.-Nr. 23

Inhaltsverzeichnis

A. Teilbarkeit der Zahlen

1. Kapitel: Die Teilbarkeit	5
§ 1. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen	5
§ 2. Teilbarkeitsregeln	6
2. Kapitel: Der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache	8
§ 3. Der größte gemeinsame Teiler	8
§ 4. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache	10

B. Die Grundrechenarten mit Brüchen

3. Kapitel: Addieren und Subtrahieren	12
§ 5. Ein Jahr des Aufbaues / Gleichnamigmachen der Brüche	12
§ 6. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche	15
§ 7. Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche	17
4. Kapitel: Multiplizieren und Dividieren	22
§ 8. Multiplizieren eines Bruches mit einer ganzen Zahl	22
§ 9. Dividieren eines Bruches durch eine ganze Zahl	24
§ 10. Multiplizieren eines Bruches mit einem Bruch	27
§ 11. Dividieren eines Bruches durch einen Bruch	30
§ 12. Vermischte Aufgaben aus Sachgebieten	32

C. Das Rechnen mit Zehnerbrüchen

5. Kapitel: Die Grundrechenarten mit Zehnerbrüchen	35
§ 13. Addieren und Subtrahieren von Zehnerbrüchen	35
§ 14. Multiplizieren von Zehnerbrüchen	39
§ 15. Dividieren von Zehnerbrüchen	43
6. Kapitel: Zehnerbruch und gemeiner Bruch	47
§ 16. Verwandlung gemeiner Brüche in Zehnerbrüche und umgekehrt	47
§ 17. Aufgaben aus Sachgebieten	50

D. Dreisatzaufgaben

7. Kapitel: Aufgaben mit geradem Verhältnis	51
§ 18. Das gerade Verhältnis	51
§ 19. Verwendung des Bruchstriches im Rechnen	53
§ 20. Dreisatz mit geradem Verhältnis	54
8. Kapitel: Aufgaben mit umgekehrtem Verhältnis	56
§ 21. Das umgekehrte Verhältnis	56
§ 22. Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis	57

E. Körper mit krummen Flächen und Kanten; Drehungen

9. Kapitel: Walze, Kreis und Ellipse.....	60
§ 23. Säulen	60
§ 24. Rundsäule	62
§ 25. Kreis und Ellipse	63
10. Kapitel: Der Winkel und seine Messung.....	68
§ 26. Entstehung und Arten der Winkel	68
§ 27. Der Kompaß	71

F. Pyramide, Kegel und Kugel

11. Kapitel: Pyramide und Dreieck.....	73
§ 28. Die Pyramide	73
§ 29. Alte und neue Bauten / Vom Dreieck	76
12. Kapitel: Pyramidenstumpf und Trapez	79
§ 30. Der Pyramidenstumpf	79
§ 31. Das Trapez	81
13. Kapitel: Kegel, Kegelsumpf und Kugel	83
§ 32. Der Kegel	83
§ 33. Der Kegelsumpf	85
§ 34. Die Kugel	88

A. Teilbarkeit der Zahlen

1. Kapitel: Die Teilbarkeit

§ 1. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen

Zu einem Gesellschaftsspiel gehören 60 Spielmarken. Unter wieviel Mitspieler lassen sie sich gleichmäßig verteilen? Eine Spielmarke geht verloren. Wie steht es nun mit der Verteilung? Während 60 durch 2, 3, 4, 5 und 6 usw. ohne Rest geteilt werden kann, ist 59 nur durch 1 und durch sich selbst teilbar.

Eine Schule erhält 24 Bücher, die auf verschiedene Klassen gleichmäßig verteilt werden sollen. Auf wieviel Klassen läßt sich die Verteilung durchführen? Unter den 24 Büchern sind 5 Bilderbücher, die an einen Kindergarten weitergegeben werden. Warum läßt sich der Rest nicht mehr gleichmäßig verteilen?

24 läßt sich durch eine ganze Reihe von Zahlen teilen; 19 kann dagegen nur durch 1 oder durch sich selbst geteilt werden.

Zahlen, die sich nur durch 1 und durch sich selbst teilen lassen, heißen **Primzahlen**. Zahlen, die durch andere Zahlen geteilt werden können, heißen **zusammengesetzte Zahlen**.

$24 = 3 \cdot 8$. Man nennt die Faktoren 3 und 8 Teiler von 24. 8 kann man weiter zerlegen: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, und $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; man ordnet aber die Faktoren nach der Größe und schreibt $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$; 2 und 3 sind **Primzahlen**, 24 ist nun in **Primfaktoren** zerlegt.

Beispiele für das Zerlegen größerer Zahlen:

1. $72 = 2 \cdot 36$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 18$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$

2. $90 = 2 \cdot 45$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 15$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Aufgaben

- Schreibe kürzer: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $3 \cdot 3 \cdot 3$, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$, $4 \cdot 4$, $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$, $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$, $10 \cdot 10 \cdot 10$, $30 \cdot 30$, $50 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 50$!
- Welchen Wert haben folgende Potenzen: 2^3 , 5^2 , 3^2 , 5^3 , 8^3 , 10^4 , 2^5 , 7^3 ?

3. Unterscheide $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ und $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$! Schreibe beides kürzer!
4. Um wieviel ist 3^6 größer als $3 \cdot 6$?
5. a) Zerlege die Zahlen 1 bis 20 in ihre Primfaktoren!
b) Stelle die Primzahlen aus der Reihe von 1 bis 20 zusammen!
6. Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren: 25, 27, 42, 45, 48, 54, 64, 72, 81, 100!
7. a) Bestimme die Primzahlen in der Zahlenreihe von 1 bis 100!
Anleitung: Beginne mit 2 und schreibe die ungeraden Zahlen von 3 bis 9 in die erste Zeile, darunter die ungeraden Zahlen von 11 bis 19 usw. Warum lassen wir die geraden Zahlen fort? Streiche von 3 ausgehend jede dritte Zahl fort. Welcher Teiler ist allen gestrichenen Zahlen gemeinsam? Wo findest du alle durch 5 teilbaren Zahlen? Streiche sie mit Ausnahme der 5! Streiche schließlich von 7 ausgehend jede siebente Zahl. Welche Eigenschaften haben diese Zahlen? Die Zahlen, die durch 11 oder größere Primzahlen teilbar sind, sind schon gestrichen, denn sie enthalten außer 11 einen Teiler, der kleiner ist als 10, sind also Vielfache einer der Zahlen 2 bis 9. Alle Vielfachen der Zahlen 2 bis 9 sind aber schon gestrichen. Durch die Streichungen ist die Folge der natürlichen Zahlen von 1 bis 100 so durchlöchert worden, daß nur die Primzahlen stehenblieben. Nach dem Griechen, der das Verfahren zum erstenmal anwendete, bezeichnet man es als Sieb des Eratosthenes.
b) Überlege, bis zu welcher Primzahl als Teiler du die Streichungen durchführen mußt, wenn du die Primzahlen bis 400 bestimmen willst!
8. Bestimme die Primfaktoren folgender Zahlen: 90, 126, 198, 240, 440, 504, 625, 720!

§ 2. Teilbarkeitsregeln

Zerlege 249 in Primfaktoren! Nur geübte Rechner werden sofort einen Teiler erkennen. Woran erkennst du, ob eine Zahl durch 2 teilbar ist? Schreibe die Fünferreihe hin! Woran erkennst du, ob eine Zahl durch 5 teilbar ist?

Schwieriger ist die Teilbarkeit durch 3 zu erkennen. Wir untersuchen, ob 4782 durch 3 teilbar ist:

$$\begin{array}{r} 4782 = 4000 + 700 + 80 + 2 \\ 4000 = 4 \cdot 999 + 4 \\ 700 = 7 \cdot 99 + 7 \\ 80 = 8 \cdot 9 + 8 \\ 2 \qquad \qquad \qquad 2 \end{array}$$

Die Produkte mit den Neunerzahlen sind durch 3 teilbar. Vergleiche die Reste mit den Ziffern der Zahl! Zähle die Reste zusammen und teile die Summe durch 3!

Man nennt die Summe aus den Ziffern einer Zahl ihre Quersumme. Die Quersumme von 4 782 ist durch 3 teilbar, also ist auch 4782 durch 3 teilbar.

Teilbarkeitsregeln

Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn die letzte Ziffer eine 2, 4, 6, 8 oder 0 ist.

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 oder eine 5 ist.

Aufgaben

1. Untersuche die Teilbarkeit durch 2 für die folgenden Zahlen:

- a) 25 036 b) 19 747 c) 8 300 d) 63 528 e) 36 009
f) 53 044 g) 18 672 h) 528 320 i) 10 001 k) 2 003!

2. Untersuche die Teilbarkeit durch 5 für die folgenden Zahlen:

- a) 17 375 b) 39 706 c) 48 250 d) 97 874 e) 66 555
f) 125 973 g) 306 025 h) 2 458 i) 16 625 k) 874 252
l) 90 125 m) 21 850 n) 45 377 o) 8 255 p) 72 065!

3. Untersuche die Teilbarkeit durch 3 für die folgenden Zahlen:

- a) 81 45 72 87 69 84 51
b) 192 477 984 655 261 321 462
c) 1263 4992 9792 7929 4521 2745 8117!

4. Was gilt für die Teilbarkeit durch 3, wenn man die Reihenfolge der Ziffern einer Zahl vertauscht, z. B. aus 2478 die Zahl 4287 bildet?

5. Zerlege folgende Zahlen in Primfaktoren:

- a) 24 75 54 70 36 96 105 144 117 147
b) 112 120 108 175 160 135 126 225 231 273
c) 94 216 192 400 288 240 500 210 207 357!

6. Durch welche Zahlen sind ohne Rest teilbar:

- a) 96 b) 120 c) 252 d) 360 e) 432 f) 675 g) 1440!

2. Kapitel: Der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache

§ 3. Der größte gemeinsame Teiler

Für den Werkunterricht einer Klasse sind für 28 Schüler nur 21 Zangen vorhanden. Wolfgang schlägt vor, das Werkzeug auf 7 Schülergruppen zu verteilen, dann erhalten je 4 Jungen 3 Zangen zum Gebrauch. Schüler und Zangen sind nicht ohne Grund in 7 Gruppen geteilt worden; denn 7 ist ein gemeinschaftliches Maß oder ein gemeinsamer Teiler von 28 und 21.

Für den Nadelarbeitsunterricht einer Klasse von 24 Mädchen sind nur 18 Scheren vorhanden. Erna schlägt vor, 2 Gruppen mit je 12 Mädchen und 9 Scheren zu bilden. Gertrud findet die Gruppen zu groß und teilt Mädel und Scheren durch 3. Wieviel Mädel und wieviel Scheren sind dann in einer Gruppe? Inge will die Gruppen so klein wie möglich machen. Sie sucht den größten gemeinsamen Teiler für die Anzahl der Mädel und die Anzahl der Scheren, das ist 6. Wieviel Mädel und wieviel Scheren gehören dann in eine Gruppe?

Vielfach haben Zahlen mehrere gemeinschaftliche Teiler. Welche gemeinschaftlichen Teiler haben 36 und 48? 12 wird ihr größtes gemeinschaftliches Maß oder ihr größter gemeinsamer Teiler genannt.

Der größte gemeinsame Teiler mehrerer Zahlen ist die größte Zahl, durch die sich jede der gegebenen Zahlen teilen läßt.

Beispiele für das Aufsuchen des größten gemeinsamen Teilers.

Um den größten gemeinsamen Teiler zu finden, zerlegt man die Zahlen in Primfaktoren.

1. 96 und 120

$$96 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3}$$

$$120 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$$

$$\text{g. g. T. ist } \underline{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24}$$

2. 72, 108 und 360

$$72 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$$

$$108 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$$

$$360 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$$

$$\text{g. g. T. ist } \underline{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36}$$

Der größte gemeinsame Teiler setzt sich aus denjenigen Primfaktoren zusammen, die beiden Zahlen gemeinsam sind, jeder so oft genommen, wie er in beiden Zahlen vorkommt; diese sind daher unterstrichen.

Aufgaben

1. Welches ist der größte gemeinsame Teiler folgender Zahlen:

- a) 6 und 9 b) 14 und 20 c) 12 und 72 d) 48 und 72 e) 88 und 121
- | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|------------|
| 10 „ 12 | 18 „ 27 | 48 „ 64 | 90 „ 105 | 75 „ 125 |
| 10 „ 15 | 25 „ 40 | 50 „ 75 | 65 „ 78 | 39 „ 104 |
| 12 „ 18 | 36 „ 45 | 54 „ 63 | 72 „ 96 | 80 „ 112 |
| 12 „ 20 | 30 „ 42 | 54 „ 72 | 42 „ 65 | 96 „ 168 |
| 15 „ 25 | 32 „ 48 | 56 „ 84 | 85 „ 102 | 120 „ 225? |

2. Bestimme den größten gemeinsamen Teiler zu

- | | | |
|-----------------|------------------|-------------------|
| a) 9, 15 und 18 | b) 27, 45 und 63 | c) 27, 81 und 126 |
| 8, 12 „ 20 | 30, 45 „ 75 | 54, 90 „ 144 |
| 15, 20 „ 30 | 33, 55 „ 88 | 75, 125 „ 225 |
| 12, 18 „ 30 | 48, 64 „ 112 | 38, 76 „ 133 |
| 24, 32 „ 40 | 45, 90 „ 105 | 120, 480 „ 540 |
| 24, 36 „ 60 | 55, 66 „ 99 | 88, 132 „ 66 |
| 15, 18 „ 30 | 35, 42 „ 56 | 360, 72 „ 108 |
| 12, 16 „ 28 | 42, 48 „ 60 | 69, 104 „ 230! |

3. Welches ist der größte gemeinsame Teiler der Zahlen

- | | | |
|----------------|----------------|-----------------|
| a) 120 und 180 | b) 250 und 350 | c) 750 und 1000 |
| 140 „ 210 | 540 „ 480 | 1250 „ 3000 |
| 240 „ 320 | 360 „ 540 | 1800 „ 2520 |
| 180 „ 270 | 240 „ 400 | 1680 „ 2560 |
| 280 „ 350 | 630 „ 360 | 4800 „ 6720? |

4. Zerlege Zähler und Nenner folgender Brüche in Primfaktoren und kürze so weit wie möglich; gib jedesmal die Kürzungszahl an!
Welcher Teiler von Zähler und Nenner ist die größte Kürzungszahl?

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\frac{20}{30}, \frac{50}{70}, \frac{80}{90}, \frac{90}{100}$ | b) $\frac{10}{12}, \frac{16}{24}, \frac{45}{54}, \frac{16}{36}$ | c) $\frac{18}{24}, \frac{45}{60}, \frac{27}{36}, \frac{72}{81}$ |
| d) $\frac{24}{36}, \frac{32}{48}, \frac{50}{75}, \frac{30}{75}$ | e) $\frac{35}{63}, \frac{42}{56}, \frac{26}{39}, \frac{28}{42}$ | f) $\frac{34}{51}, \frac{33}{45}, \frac{38}{95}, \frac{44}{99}$ |

§ 4. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache

Auf einem Kreuzbahnhof der Berliner Schnellbahn kommen die Züge der ersten Strecke in 8-Minuten-Abständen an, die der kreuzenden Strecke in 12-Minuten-Abständen. Mittags 12 Uhr kreuzten sich zwei Züge, wann geschieht es zum erstenmal wieder? Wie oft geschieht es in 10 Stunden?

Anleitung: Bilde die Reihe der 8! Schreibe darunter die Zahlen der Zwölferreihe so, daß die Zahlen, die in beiden Reihen vorkommen, untereinanderstehen! Welche Zahlen sind gemeinschaftliche Vielfache? Wie heißt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 8 und 12?

An einer Straßenbahnkreuzung fährt die eine Linie in Abständen von 10 Minuten, die andere in Abständen von 15 Minuten. Morgens um 5 Uhr begegnen sie sich an der Kreuzung. In welchen Zeitabständen wiederholt sich die Begegnung? Suche wie oben gemeinschaftliche Vielfache von 10 und 15 und bestimme das kleinste!

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zweier oder mehrerer Zahlen ist die kleinste Zahl, die die gegebenen Zahlen als Teiler enthält.

Beispiele für das Aufsuchen des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen:

1. 24 und 36

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{k. g. V. ist } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$$

Warum muß das gesuchte k. g. V. dreimal den Primfaktor 2 und zweimal den Primfaktor 3 enthalten?

Beachte: Das k. g. V. muß alle Primfaktoren der ersten Zahl und alle Primfaktoren der zweiten Zahl enthalten, so oft sie in einer der Zahlen höchstens vorkommen.

2. 15, 40 und 48

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\text{k. g. V. ist } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 240$$

Welche Primfaktoren muß das k. g. V. von 15, 40 und 48 enthalten? Wie oft muß jeder dieser Primfaktoren vorkommen?

Aufgaben

1. Bestimme das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen

a) 4 und 12 7 und 35 18 und 90 35 und 105 37 und 111
125 und 875

b) 3, 7 und 21 5, 15 und 75 8, 125 und 1000 16, 48 und 96
17, 51 und 102 3, 54 und 108 21, 93 und 155 29, 87 und 145

1. c) 4 und 5 9 und 13 5 und 16 7 und 14 15 und 4 15 und 23
 12 „ 13 19 „ 14 7 „ 125 12 „ 37 7 „ 19 13 „ 25
- d) 24 und 27 14 und 35 12 und 39 15 und 36 16 und 36 18 und 30
 21 „ 35 25 „ 35 27 „ 36 28 „ 35 30 „ 36 32 „ 36
 35 „ 40 12 „ 40 16 „ 44 18 „ 48 20 „ 45 21 „ 49
 24 „ 42 27 „ 45 28 „ 42 30 „ 48 32 „ 40 36 „ 45
 40 „ 45 42 „ 49 45 „ 50 21 „ 56 75 „ 125 74 „ 111
2. a) 5, 7 und 35 7, 8 und 56 9, 10 und 30 8, 24 und 30
 9, 12 „ 18 6, 9 „ 21 6, 8 „ 10 12, 16 „ 20
- b) 15, 20 „ 30 12, 18 „ 24 16, 18 „ 28 15, 21 „ 24
 25, 30 „ 40 24, 32 „ 56 27, 36 „ 54 40, 48 „ 72
- c) 28, 35 „ 49 15, 40 „ 48 24, 32 „ 60 54, 27 „ 81
 88, 64 „ 40 36, 48 „ 84 64, 40 „ 25 36, 54 „ 64
3. a) 24, 36 und 48 b) 24, 36 und 60 c) 30, 45 und 75
 d) 95, 38 „ 57 e) 21, 56 „ 35 f) 63, 18 „ 81
 g) 91, 52 „ 78 h) 35, 95 „ 85 i) 120, 180 „ 300
 k) 960, 800 „ 480 l) 210, 120 „ 150 m) 540, 360 „ 900!

B. Die Grundrechenarten mit Brüchen

3. Kapitel: Addieren und Subtrahieren

§ 5. Ein Jahr des Aufbaues / Gleichnamigmachen der Brüche

Ein Land erweiterte

die Anbauflächen für Wintergetreide	um rd.	$\frac{1}{6}$
„ „ „ Ölfrüchte	„ „	$\frac{8}{2}$
„ „ „ Sommergetreide	„ „	$\frac{11}{20}$
„ „ „ Kartoffeln	„ „	$\frac{21}{20}$
„ „ „ Zuckerrüben	„ „	$\frac{66}{25}$
„ „ „ Gemüse	„ „	$\frac{11}{10}$

Für welche Frucht wurde die Anbaufläche am meisten vergrößert? Warum kann man die Frage nicht unmittelbar entscheiden? Nur die gleichnamigen Brüche $\frac{11}{20}$ und $\frac{21}{20}$ kann man miteinander vergleichen. Daß $\frac{66}{25}$ der größte dieser Brüche ist, kannst du auch auf den ersten Blick erkennen, woran nämlich? Schwieriger ist es schon mit $\frac{11}{10}$ und $\frac{21}{20}$. Ihre Nenner sind verschieden; man nennt die Brüche daher **ungleichnamig**. Sie werden **gleichnamig**, wenn man $\frac{11}{10}$ mit 2 erweitert. Welche der gegebenen Brüche lassen sich auch auf den Nenner 20 bringen? Schwieriger ist es schon, einen gemeinsamen Nenner für $\frac{21}{20}$ und $\frac{66}{25}$ zu suchen. Brauchbar wäre $20 \cdot 25 = 500$, aber auch schon 100 ist möglich. Warum wird man 100 sogar vorziehen? Warum gibt es keinen Nenner, der noch besser geeignet ist? Man bezeichnet 100 als **Hauptnenner** für die Brüche $\frac{21}{20}$ und $\frac{66}{25}$. Wie muß man vorgehen, um den Hauptnenner zweier Brüche zu bestimmen? Bringe die Brüche des Beispiels auf den Nenner 100 und vergleiche sie!

In einer Provinz wurden die Kohlenerzeugung um $\frac{19}{10}$, der Wert der industriellen Erzeugung um $\frac{89}{6}$, die Zahl der industriellen Betriebe um $\frac{20}{3}$, die Zahl der darin beschäftigten Arbeiter um $\frac{17}{8}$ gesteigert. Ordne die Brüche nach der Größe!

Schüler Fritz findet sofort die Reihenfolge $\frac{89}{6}$, $\frac{20}{3}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{19}{10}$. Wie er dazu kam, wirst du gleich erkennen, wenn du die unechten Brüche in gemischte Zahlen

verwandelt. Der gründliche Peter bestimmt noch den Hauptnenner; er ist 30. Dann werden:

$$\frac{39}{5} = 7\frac{4}{5} = 7\frac{24}{30}; \quad \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} = 6\frac{20}{30}; \quad \frac{17}{8} = 5\frac{2}{8} = 5\frac{20}{80}; \quad \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10} = 1\frac{27}{30}.$$

Brüche mit gleichen Nennern heißen gleichnamige Brüche, Brüche mit verschiedenen Nennern heißen ungleichnamige Brüche.

Ungleichnamige Brüche werden gleichnamig gemacht, indem man sie auf den Hauptnenner erweitert. Er ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Nenner.

Beispiel: Mache folgende Brüche gleichnamig: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{15}$. Es brauchen nur die Nenner 6, 8 und 15 zerlegt zu werden.

Zerlegung	Erweiterungszahl	erweiterter Bruch
3	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$	$\frac{2}{3} \xrightarrow{40} \frac{80}{120}$
5	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$	$\frac{4}{5} \xrightarrow{24} \frac{96}{120}$
$6 = 2 \cdot 3$	$2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$	$\frac{1}{6} \xrightarrow{20} \frac{20}{120}$
$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$3 \cdot 5 = 15$	$\frac{5}{8} \xrightarrow{15} \frac{75}{120}$
$15 = 3 \cdot 5$	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$\frac{7}{15} \xrightarrow{8} \frac{56}{120}$

Hauptnenner: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

Beachte: Streicht man von den Primfaktoren des Hauptnenners die Primfaktoren eines der gegebenen Nenner, so erhält man die Primfaktoren der zugehörigen Erweiterungszahl.

Mache gleichnamig

Aufgaben

1. a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}$ b) $\frac{8}{5}, \frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{8}, \frac{3}{7}$ d) $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}$ e) $\frac{8}{9}, \frac{5}{6}$ f) $\frac{4}{5}, \frac{2}{8}$
- $\frac{1}{4}, \frac{1}{7}$ $\frac{5}{8}, \frac{2}{5}$ $\frac{8}{11}, \frac{5}{11}$ $\frac{7}{10}, \frac{4}{8}$ $\frac{11}{15}, \frac{9}{20}$ $\frac{5}{12}, \frac{4}{16}$
- $\frac{2}{8}, \frac{1}{4}$ $\frac{7}{9}, \frac{8}{4}$ $\frac{4}{7}, \frac{9}{10}$ $\frac{5}{9}, \frac{5}{6}$ $\frac{7}{12}, \frac{11}{15}$ $\frac{8}{4}, \frac{4}{11}$
- $\frac{5}{6}, \frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}, \frac{4}{7}$ $\frac{5}{12}, \frac{4}{5}$ $\frac{7}{8}, \frac{11}{12}$ $\frac{9}{14}, \frac{8}{21}$ $\frac{7}{15}, \frac{9}{20}$
2. a) $\frac{8}{15}, \frac{21}{25}$ b) $\frac{17}{24}, \frac{5}{36}$ c) $\frac{5}{18}, \frac{23}{27}$ d) $\frac{1}{16}, \frac{17}{24}$ e) $\frac{8}{15}, \frac{12}{35}$ f) $\frac{11}{12}, \frac{5}{18}$
- $\frac{7}{18}, \frac{5}{24}$ $\frac{19}{24}, \frac{23}{82}$ $\frac{19}{21}, \frac{25}{28}$ $\frac{19}{80}, \frac{23}{50}$ $\frac{10}{82}, \frac{28}{40}$ $\frac{5}{14}, \frac{9}{35}$
- $\frac{19}{80}, \frac{27}{40}$ $\frac{8}{26}, \frac{7}{30}$ $\frac{8}{45}, \frac{19}{30}$ $\frac{45}{49}, \frac{17}{21}$ $\frac{39}{50}, \frac{54}{75}$ $\frac{8}{27}, \frac{18}{45}$

$$\begin{aligned} 3. a) \quad & \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6} \\ & \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{12} \\ & \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6} \\ & \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad & \frac{1}{2}, \frac{2}{7}, \frac{2}{3} \\ & \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6} \\ & \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{7}{9} \\ & \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad & \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12} \\ & \frac{5}{8}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9} \\ & \frac{4}{5}, \frac{7}{15}, \frac{19}{20} \\ & \frac{8}{15}, \frac{9}{25}, \frac{19}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad & \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{8}{9} \\ & \frac{7}{12}, \frac{9}{16}, \frac{19}{24} \\ & \frac{14}{15}, \frac{11}{18}, \frac{23}{30} \\ & \frac{19}{24}, \frac{7}{30}, \frac{31}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. a) \quad & \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8} \\ & \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{10} \\ & \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad & \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{11}{12} \\ & \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3}, \frac{9}{20} \\ & \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{11}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad & \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{8}{4}, \frac{8}{15} \\ & \frac{3}{7}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{19}{20} \\ & \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{8}{21}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. a) \quad & \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{5}{12} \\ & \frac{1}{6}, \frac{17}{20}, \frac{5}{18} \\ & \frac{11}{12}, \frac{9}{16}, \frac{5}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad & \frac{11}{24}, \frac{19}{32}, \frac{18}{16} \\ & \frac{11}{30}, \frac{19}{45}, \frac{14}{25} \\ & \frac{23}{25}, \frac{21}{22}, \frac{19}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad & \frac{7}{15}, \frac{19}{24}, \frac{29}{30} \\ & \frac{18}{25}, \frac{11}{30}, \frac{29}{50} \\ & \frac{17}{18}, \frac{11}{24}, \frac{23}{36} \end{aligned}$$

6. Ordne die folgenden Brüche nach der Größe:

$$\begin{aligned} a) \quad & \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12} \quad b) \quad \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{10}, \frac{11}{30} \quad c) \quad \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{19}{24}, \frac{5}{6} \\ d) \quad & \frac{2}{15}, \frac{4}{9}, \frac{7}{18}, \frac{7}{10}, \frac{9}{20} \quad e) \quad \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{18}, \frac{19}{30}, \frac{18}{15} \quad f) \quad \frac{5}{9}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{11}{15}, \frac{16}{21} \end{aligned}$$

7. In einem Teil Deutschlands wurde die Anbaufläche für Kartoffeln um $\frac{1}{5}$, die Gemüseanbaufläche um $\frac{1}{3}$ der Fläche des Vorjahres vergrößert. Mache die Brüche gleichnamig!

8. Die folgende Übersicht zeigt, welche Anteile der verschiedenen Feldfrüchte in zwei aufeinanderfolgenden Jahren auf das gesamte Ackerland einer Dorfgemeinde entfielen.

Bruchteile des gesamten Ackerlandes

	1. Jahr	2. Jahr
1. Getreide	$\frac{14}{25}$	$\frac{1}{2}$
2. Hülsenfrüchte und Lupinen	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{20}$
3. Hackfrüchte	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$
4. Gras, Klee	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{100}$

Der Rest entfällt auf Ölfrüchte.

Vergleiche die nebeneinanderstehenden Brüche!

9. Die Hörer der Berliner Volkshochschulen setzten sich zu $\frac{9}{20}$ aus Angestellten, zu $\frac{1}{6}$ aus Hausfrauen und berufslosen Jugendlichen, zu $\frac{1}{5}$ aus Arbeitern und zu $\frac{3}{20}$ aus Angehörigen geistiger und freier Berufe zusammen.

§ 6. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

Fritz holt für die Mutter $\frac{3}{8}$ kg Malzkaffee und für die Nachbarin $\frac{1}{8}$ kg. Wieviel kg erhält er im ganzen? Veranschauliche die Aufgabe an einem Streifen und am Zahlenstrahl.

Erna kauft $\frac{3}{4}$ kg Spinat und $1\frac{1}{4}$ kg Weißkohl. Wieviel Gemüse hat sie erhalten? Veranschauliche!

Die Mutter kauft $\frac{7}{10}$ m Band und verbraucht $\frac{3}{10}$ m (Bild 1). Sie behält $\frac{7}{10}$ m $-$ $\frac{3}{10}$ m.



Bild 1

Ein Kleinsiedler bestellt $\frac{3}{5}$ seines Gartens mit Kartoffeln, $\frac{1}{5}$ mit Zuckerrüben; wieviel verbleibt für Gemüse?

Man addiert gleichnamige Brüche, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

Man subtrahiert gleichnamige Brüche voneinander, indem man die Zähler voneinander subtrahiert und den Nenner beibehält.

Beispiele:

$$1. \frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11} = \frac{8}{11}$$

$$3. \frac{9}{13} - \frac{4}{13} = \frac{9-4}{13} = \frac{5}{13}$$

$$2. \frac{4}{15} + \frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4+7+1}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$4. \frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{11-5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Bei gemischten Zahlen werden erst die Ganzen, dann die Brüche addiert oder subtrahiert, gegebenenfalls muß man ein Ganzes umwandeln („borgen“).

$$5. 2\frac{5}{9} + 4\frac{2}{9} + 5\frac{7}{9} = 11 + \frac{5+2+7}{9} = 11 + \frac{14}{9} = 11 + 1\frac{5}{9} = 12\frac{5}{9}$$

$$6. 8\frac{1}{15} + \frac{8}{15} + 21\frac{11}{15} = 29 + \frac{1+8+11}{15} = 29 + \frac{20}{15} = 29 + 1\frac{4}{3} = 30\frac{1}{3}$$

$$7. 9\frac{10}{11} - 6\frac{7}{11} = 3\frac{10-7}{11} = 3\frac{3}{11}$$

$$8. 17\frac{2}{7} - 13\frac{4}{7} = 16\frac{9}{7} - 13\frac{4}{7} = 3\frac{9-4}{7} = 3\frac{5}{7}$$

Aufgaben

1. a) $\frac{7}{16} + \frac{5}{16}$ b) $\frac{8}{21} + \frac{10}{21}$ c) $\frac{9}{20} + \frac{7}{20}$ d) $\frac{11}{28} + \frac{13}{28}$ e) $\frac{5}{18} + \frac{7}{18}$
 f) $\frac{13}{24} + \frac{5}{24}$ g) $\frac{16}{45} + \frac{19}{45}$ h) $\frac{17}{36} + \frac{13}{36}$ i) $\frac{5}{32} + \frac{19}{32}$ k) $\frac{29}{56} + \frac{13}{56}$
 2. a) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$ b) $\frac{9}{18} + \frac{8}{18}$ c) $\frac{11}{14} + \frac{9}{14}$ d) $\frac{8}{15} + \frac{11}{15}$ e) $\frac{17}{20} + \frac{13}{20}$
 f) $\frac{26}{45} + \frac{28}{45}$ g) $\frac{17}{39} + \frac{25}{39}$ h) $\frac{46}{55} + \frac{34}{55}$ i) $\frac{29}{49} + \frac{48}{49}$ k) $\frac{61}{63} + \frac{41}{63}$
 3. a) $7\frac{2}{8} + \frac{1}{8}$ b) $6\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ c) $24\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ d) $8\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$
 e) $5\frac{2}{8} + \frac{2}{8}$ f) $6\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ g) $7\frac{4}{9} + \frac{8}{9}$ h) $9\frac{6}{11} + \frac{9}{11}$
 4. a) $17\frac{7}{16} + 2\frac{1}{16}$ b) $3\frac{16}{39} + 5\frac{5}{39}$ c) $4\frac{13}{66} + 6\frac{23}{66}$ d) $1\frac{28}{86} + 8\frac{27}{86}$
 e) $15\frac{19}{90} + 5\frac{53}{90}$ f) $18\frac{13}{24} + 35\frac{7}{24}$ g) $56\frac{17}{40} + 19\frac{11}{40}$ h) $27\frac{19}{42} + 26\frac{6}{42}$
 5. a) $\frac{8}{18} + 9\frac{7}{18} + 2\frac{11}{18}$ b) $5\frac{23}{39} + 7\frac{23}{39} + \frac{23}{39}$ c) $\frac{43}{91} + 3\frac{37}{91} + 8\frac{24}{91}$

6. Subtrahiere von den Brüchen der Aufgabe 1 a) bis k) jeweils den kleineren vom größeren!

7. a) $5\frac{11}{18} - 2\frac{7}{18}$ b) $12\frac{15}{16} - 2\frac{7}{16}$ c) $7\frac{13}{16} - 4\frac{4}{16}$ d) $9\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12}$
 e) $11\frac{17}{18} - 4\frac{5}{18}$ f) $8\frac{19}{21} - 6\frac{5}{21}$ g) $23\frac{21}{32} - 7\frac{5}{32}$ h) $19\frac{25}{28} - 9\frac{17}{28}$
 i) $15\frac{17}{24} - 10\frac{11}{24}$ k) $13\frac{21}{26} - 6\frac{7}{26}$ l) $6\frac{23}{27} - 4\frac{4}{27}$ m) $25\frac{29}{36} - 5\frac{13}{36}$
 8. a) $4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$ b) $7\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$ c) $6\frac{5}{9} - 5\frac{8}{9}$ d) $9\frac{10}{27} - 5\frac{20}{27}$
 e) $10\frac{8}{18} - 4\frac{7}{18}$ f) $45\frac{5}{18} - 11\frac{7}{18}$ g) $9\frac{7}{10} - 3\frac{9}{10}$ h) $15\frac{11}{24} - 5\frac{17}{24}$
 9. a) $6\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}$ b) $3\frac{5}{12} - 1\frac{7}{12}$ c) $22\frac{25}{41} - 13\frac{38}{41}$ d) $19\frac{5}{19} - 7\frac{9}{19}$
 e) $25\frac{8}{10} - 5\frac{7}{10}$ f) $15\frac{11}{36} - 14\frac{17}{36}$ g) $54\frac{13}{32} - 27\frac{17}{32}$ h) $68\frac{13}{21} - 17\frac{20}{21}$

Aus dem Schulleben

10. An unserem Wandertag brachen wir um 7 Uhr auf, $\frac{1}{4}$ Std. mußten wir zum Bahnhof gehen, nach $\frac{1}{4}$ Std. fuhr der Zug ab, nach $1\frac{1}{4}$ Std. stiegen wir aus, wanderten 3 Stunden, ruhten und spielten $1\frac{1}{4}$ Std., wanderten dann noch $2\frac{1}{4}$ Std. und fuhren nach $\frac{1}{4}$ Std. Wartezeit

$\frac{3}{4}$ Std., bis wir wieder in unserem Heimatort anlangten. Wieviel Stunden waren wir unterwegs?

11. Der Schulgarten ist $34\frac{2}{5}$ m lang und $28\frac{3}{6}$ m breit. Wieviel m Zaun ist für die Umzäunung erforderlich?

Verschiedenes

12. Fritz sammelt in vier aufeinanderfolgenden Tagen $3\frac{1}{5}$ kg, $2\frac{5}{8}$ kg, $1\frac{1}{8}$ kg und $2\frac{3}{8}$ kg Kastanien. Wieviel kg sammelte er?
13. Karl ist $11\frac{1}{4}$ Jahre alt, seine Schwester ist $2\frac{3}{4}$ Jahre jünger. Wie alt ist die Schwester?
14. Von einem Ballen Kleiderstoff, der $60\frac{4}{5}$ m lang ist, verkauft ein Geschäft in einer Woche: $8\frac{3}{5}$ m, $7\frac{4}{5}$ m, $4\frac{1}{5}$ m, $12\frac{2}{8}$ m, $6\frac{4}{6}$ m und $5\frac{2}{5}$ m. Wieviel m Stoff bleiben vom Ballen übrig?

§ 7. Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Die Mutter kauft $\frac{3}{4}$ kg Graupen und für das Nesthäkchen $\frac{1}{8}$ kg Grieß. Wieviel kg Nahrungsmittel sind das zusammen? Warum kann man die Aufgabe $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ nicht so leicht lösen wie die Aufgabe $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$? Durch welche Umformung der Viertel wird das Zusammenzählen möglich?

Bild 2 zeigt, wie man $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$ nach Umformung der Brüche zusammenzählt. Entwirf entsprechende Zeichnungen für die Aufgaben $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$; $2\frac{1}{3} + \frac{3}{10}$!

Die Mutter verbraucht von $\frac{3}{4}$ m Leinen zum

Ausbessern $\frac{3}{5}$ m. Wieviel behält sie übrig? Löse die Aufgabe durch eine Zeichnung! (Teile eine ganze Strecke in so viele Teile, wie der Hauptnenner angibt!) Entwirf entsprechende Zeichnungen für die Aufgaben $\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$; $\frac{5}{8} - \frac{1}{3}$; $1\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$!

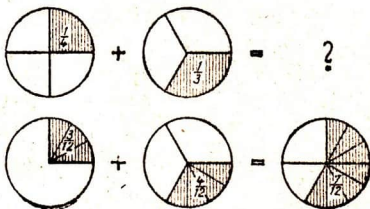


Bild 2

Ungleichnamige Brüche macht man vor dem Addieren oder Subtrahieren gleichnamig.

Beispiele (Bestimmung des Hauptnenners s. § 5):

$$1. \frac{3}{8} + \frac{2}{5} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{9+10}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$$

$$2. 8\frac{4}{5} + 5\frac{6}{5} = 13 + \frac{8+9}{10} = 13\frac{17}{10} = 14\frac{7}{10}$$

	Hauptnenner 60 Erweiterungszahl	Erweiterter Zähler
$3\frac{1}{4}$	15	15
$+ 5\frac{7}{10}$	6	42
$+ 2\frac{5}{12}$	5	25
$+ 9\frac{8}{15}$	4	32
19		$\frac{114}{60} = 1\frac{54}{60} = 1\frac{9}{10}$
$20\frac{9}{10}$		

$$4. \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{10-9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$5. 3\frac{1}{5} - 2\frac{2}{5} = 3\frac{3}{15} - \frac{10}{15} = 2\frac{13}{15} - \frac{10}{15} = 2\frac{3}{15}$$

Aufgaben

1. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5} + \frac{4}{15}$ c) $\frac{5}{8} + \frac{1}{24}$ d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ e) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6}$ f) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$
- $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$ $\frac{7}{9} + \frac{5}{18}$ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$ $\frac{4}{7} + \frac{2}{3}$ $\frac{5}{8} + \frac{7}{10}$
- $\frac{4}{5} + \frac{1}{10}$ $\frac{2}{3} + \frac{7}{9}$ $\frac{1}{6} + \frac{19}{24}$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ $\frac{5}{9} + \frac{3}{4}$ $\frac{9}{11} + \frac{3}{5}$
- $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ $\frac{4}{5} + \frac{9}{30}$ $\frac{4}{6} + \frac{17}{30}$ $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ $\frac{7}{8} + \frac{2}{3}$ $\frac{7}{8} + \frac{4}{7}$
- $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ $\frac{3}{4} + \frac{7}{12}$ $\frac{8}{15} + \frac{23}{60}$ $\frac{1}{6} + \frac{2}{7}$ $\frac{9}{10} + \frac{5}{7}$ $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$
2. a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{9}{10} + \frac{11}{12}$ c) $\frac{11}{15} + \frac{9}{25}$ d) $\frac{8}{9} + \frac{7}{8}$ e) $\frac{2}{3} + \frac{5}{19}$ f) $\frac{5}{8} + \frac{7}{20}$
- $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$ $\frac{4}{9} + \frac{7}{15}$ $\frac{13}{28} + \frac{8}{25}$ $\frac{7}{10} + \frac{29}{50}$ $\frac{19}{24} + \frac{25}{36}$ $\frac{11}{15} + \frac{21}{25}$
- $\frac{6}{8} + \frac{7}{16}$ $\frac{11}{18} + \frac{5}{12}$ $\frac{11}{12} + \frac{11}{16}$ $\frac{11}{20} + \frac{17}{35}$ $\frac{4}{5} + \frac{8}{17}$ $\frac{5}{8} + \frac{11}{12}$
- $\frac{11}{12} + \frac{5}{8}$ $\frac{5}{24} + \frac{9}{16}$ $\frac{17}{20} + \frac{7}{12}$ $\frac{13}{25} + \frac{57}{100}$ $\frac{17}{30} + \frac{11}{45}$ $\frac{23}{24} + \frac{7}{9}$
- $\frac{4}{25} + \frac{3}{10}$ $\frac{8}{24} + \frac{11}{16}$ $\frac{11}{56} + \frac{8}{9}$ $\frac{5}{8} + \frac{13}{16}$ $\frac{15}{26} + \frac{17}{39}$ $\frac{13}{22} + \frac{19}{24}$

3. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{7}$ d) $\frac{7}{10} + \frac{9}{14} + \frac{2}{7}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4}$ $\frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{7}{8}$ $\frac{3}{8} + \frac{7}{12} + \frac{11}{20}$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$ $\frac{9}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ $\frac{3}{8} + \frac{9}{11} + \frac{1}{4}$ $\frac{11}{15} + \frac{17}{36} + \frac{8}{21}$

$\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$ $\frac{3}{6} + \frac{2}{7} + \frac{7}{10}$ $\frac{5}{12} + \frac{4}{9} + \frac{3}{8}$ $\frac{11}{24} + \frac{19}{32} + \frac{27}{40}$

4. a) $1\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ b) $1\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$ c) $4\frac{3}{10} + 5\frac{5}{12}$ d) $17\frac{11}{20} + 15\frac{9}{35}$

$4\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ $4\frac{3}{5} + 3\frac{1}{8}$ $15\frac{9}{10} + 12\frac{3}{8}$ $8\frac{14}{15} + 38\frac{7}{24}$

$9\frac{1}{2} + \frac{5}{6}$ $7\frac{2}{9} + 5\frac{4}{5}$ $3\frac{1}{2} + 15\frac{7}{15}$ $29\frac{9}{10} + 24\frac{53}{100}$

$12\frac{3}{8} + \frac{4}{5}$ $10\frac{5}{8} + 5\frac{5}{6}$ $35\frac{13}{14} + 18\frac{19}{21}$ $35\frac{19}{48} + 19\frac{17}{60}$

$15\frac{9}{10} + \frac{75}{100}$ $20\frac{5}{7} + 18\frac{5}{9}$ $51\frac{8}{9} + 38\frac{13}{15}$ $19\frac{13}{16} + 83\frac{29}{40}$

5. a) $4\frac{1}{2}$ b) $7\frac{3}{8}$ c) $3\frac{3}{4}$ d) $5\frac{5}{12}$ e) $38\frac{9}{25}$ f) $15\frac{5}{7}$ g) $18\frac{4}{5}$

$+ 3\frac{3}{4}$ $+ 29\frac{5}{12}$ $+ 15\frac{9}{10}$ $+ 9\frac{3}{8}$ $+ 5\frac{7}{10}$ $+ \frac{19}{21}$ $+ 9\frac{13}{20}$

$+ 9\frac{2}{5}$ $+ 4\frac{5}{6}$ $+ 33\frac{11}{15}$ $+ 27\frac{2}{3}$ $+ 65\frac{11}{16}$ $+ 8\frac{34}{35}$ $+ 12\frac{7}{8}$

$+ 2\frac{1}{10}$ $+ 36\frac{3}{4}$ $+ 8\frac{4}{5}$ $+ 18\frac{11}{20}$ $+ 12\frac{7}{8}$ $+ 5\frac{17}{20}$ $+ 46\frac{11}{15}$

$+ 8\frac{9}{20}$ $+ 9\frac{1}{2}$ $+ 29\frac{13}{20}$ $+ 49\frac{5}{8}$ $+ 9\frac{19}{30}$ $+ 12\frac{3}{4}$ $+ 23\frac{19}{24}$

6. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{7}{15} + \frac{9}{20} + \frac{5}{8} + \frac{9}{10}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8}$

c) $\frac{4}{5} + \frac{3}{10} + \frac{5}{12} + \frac{19}{30} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{8} + \frac{11}{20} + \frac{1}{4} + \frac{17}{24} + \frac{5}{6} + \frac{3}{5}$

e) $\frac{4}{7} + \frac{1}{6} + \frac{9}{14} + \frac{5}{12} + \frac{16}{21} + \frac{1}{3} + \frac{7}{8}$ f) $\frac{11}{45} + \frac{7}{12} + \frac{19}{30} + \frac{3}{10} + \frac{5}{6} + \frac{13}{15}$

g) $\frac{5}{16} + \frac{5}{8} + \frac{31}{48} + \frac{8}{16} + \frac{3}{5} + \frac{11}{12} + \frac{11}{24}$ h) $\frac{17}{20} + \frac{37}{50} + \frac{19}{25} + \frac{61}{100} + \frac{5}{8} + \frac{27}{40}$

7. a) $25\frac{3}{4} + 18\frac{5}{8} + 133\frac{7}{9} + 58\frac{11}{12} + 225\frac{11}{15}$

b) $34\frac{7}{10} + 14\frac{5}{7} + 59\frac{4}{5} + 16\frac{3}{4} + 186\frac{13}{14}$

c) $55\frac{19}{40} + 138\frac{17}{25} + 249\frac{3}{4} + 67\frac{9}{10} + 39\frac{41}{50} + 349\frac{7}{8}$

8. a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{5}{12}$ c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{8} - \frac{4}{9}$ f) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$

$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ $\frac{14}{15} - \frac{3}{5}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$ $\frac{8}{9} - \frac{3}{4}$ $\frac{9}{10} - \frac{4}{15}$

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ $\frac{19}{24} - \frac{5}{8}$ $\frac{1}{9} - \frac{1}{10}$ $\frac{4}{5} - \frac{3}{8}$ $\frac{11}{12} - \frac{4}{5}$ $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

$\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ $\frac{3}{5} - \frac{9}{20}$ $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$ $\frac{5}{8} - \frac{3}{5}$ $\frac{5}{6} - \frac{7}{11}$ $\frac{7}{12} - \frac{7}{16}$

$\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$ $\frac{31}{45} - \frac{7}{15}$ $\frac{3}{7} - \frac{1}{3}$ $\frac{9}{10} - \frac{2}{3}$ $\frac{13}{20} - \frac{8}{13}$ $\frac{13}{18} - \frac{11}{24}$

9. a) $\frac{9}{10} - \frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{9} - \frac{3}{16}$ c) $\frac{19}{20} - \frac{11}{20}$ d) $\frac{15}{28} - \frac{11}{21}$ e) $\frac{19}{25} - \frac{22}{45}$ f) $\frac{17}{30} - \frac{13}{25}$

$\frac{7}{15} - \frac{7}{18}$ $\frac{8}{11} - \frac{5}{7}$ $\frac{5}{8} - \frac{7}{36}$ $\frac{15}{16} - \frac{9}{20}$ $\frac{37}{60} - \frac{8}{45}$ $\frac{11}{15} - \frac{9}{25}$

$\frac{19}{20} - \frac{13}{15}$ $\frac{15}{17} - \frac{3}{4}$ $\frac{7}{10} - \frac{9}{23}$ $\frac{9}{10} - \frac{11}{32}$ $\frac{15}{26} - \frac{17}{39}$ $\frac{19}{30} - \frac{11}{18}$

$\frac{8}{15} - \frac{7}{20}$ $\frac{10}{11} - \frac{9}{10}$ $\frac{8}{13} - \frac{4}{11}$ $\frac{23}{24} - \frac{13}{30}$ $\frac{43}{48} - \frac{23}{36}$ $\frac{49}{60} - \frac{13}{24}$

10. a) $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ b) $2\frac{1}{3} - \frac{4}{9}$ c) $4\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}$ d) $12\frac{2}{5} - 8\frac{4}{7}$ e) $8\frac{11}{12} - 5\frac{5}{8}$

$4\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$ $4\frac{3}{8} - \frac{7}{10}$ $5\frac{3}{5} - 2\frac{7}{8}$ $25\frac{4}{9} - 14\frac{11}{16}$ $15\frac{11}{20} - 10\frac{22}{25}$

$2\frac{2}{5} - \frac{7}{10}$ $12\frac{5}{9} - \frac{8}{15}$ $9\frac{3}{10} - 4\frac{7}{15}$ $33\frac{11}{40} - 20\frac{18}{25}$ $12\frac{5}{8} - 5\frac{7}{12}$

$5\frac{1}{9} - \frac{1}{8}$ $18\frac{7}{20} - \frac{19}{30}$ $8\frac{7}{12} - 3\frac{3}{9}$ $41\frac{9}{11} - 38\frac{7}{8}$ $18\frac{7}{15} - 5\frac{5}{12}$

$6\frac{1}{6} - \frac{2}{5}$ $34\frac{5}{18} - \frac{7}{12}$ $11\frac{5}{8} - 7\frac{4}{7}$ $94\frac{16}{25} - 68\frac{17}{20}$ $56\frac{5}{18} - 29\frac{19}{30}$

11. a) $212\frac{4}{5}$ b) $531\frac{11}{32}$ c) $681\frac{11}{15}$ d) $1039\frac{5}{18}$ e) $3451\frac{23}{35}$ f) $2138\frac{14}{25}$

$- 89\frac{3}{8}$ $- 248\frac{17}{24}$ $- 474\frac{17}{20}$ $- 679\frac{17}{24}$ $- 1868\frac{44}{45}$ $- 1654\frac{29}{40}$

12. a) $16\frac{3}{5} - 10\frac{5}{12} + 4\frac{4}{15} - 8\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4}$

Lösung
von 12a):

	Hauptnenner 60 Erweiterungszahl	Erweiterter Zähler
$16\frac{3}{5}$	12	36
$- 10\frac{5}{12}$	5	- 25
$+ 4\frac{4}{15}$	4	+ 16
$- 8\frac{5}{6}$	10	- 50
$+ 3\frac{3}{4}$	15	+ 45
5		22

$$5\frac{22}{60} = 5\frac{11}{30}$$

12. b) $13\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2} - 12\frac{5}{8} + 6\frac{5}{9} - 4\frac{7}{12}$ c) $7\frac{2}{3} + 4\frac{5}{16} - 8\frac{7}{12} + 2\frac{3}{8} - 2\frac{5}{24}$
 d) $20\frac{4}{5} - 8\frac{9}{20} - 7\frac{3}{4} + 15\frac{17}{60} + 9\frac{11}{16}$ e) $14\frac{4}{9} - 8\frac{7}{24} - 3\frac{5}{8} + 7\frac{7}{18} - 5\frac{11}{12}$
 f) $5\frac{5}{7} + 13\frac{3}{4} + 9\frac{13}{20} - 6\frac{4}{5} - 11\frac{9}{14}$ g) $15\frac{4}{5} + 3\frac{3}{4} - 9\frac{7}{10} - 3\frac{19}{20} + 8\frac{7}{25}$
 h) $9\frac{7}{10} + 25\frac{3}{8} - 4\frac{7}{12} - 8\frac{5}{9} + 18\frac{5}{6}$ i) $31\frac{2}{3} + 13\frac{1}{4} - 19\frac{2}{5} + 23\frac{3}{4} - 17\frac{1}{10}$
13. a) $(5\frac{3}{4} + 3\frac{5}{6}) - (2\frac{2}{5} + 4\frac{5}{8})$ Anleitung: $= 8\frac{9+10}{12} - 6\frac{16+25}{40}$
 b) $(17\frac{5}{18} + 11\frac{11}{24}) - (13\frac{5}{8} + 4\frac{8}{9})$ c) $(12\frac{9}{16} - 5\frac{1}{6}) - (8\frac{7}{8} - 5\frac{5}{12})$
 d) $(4\frac{11}{18} + 5\frac{3}{4}) - (8\frac{7}{9} - 3\frac{11}{12})$ e) $(18\frac{4}{15} - 7\frac{3}{4}) - (11\frac{5}{12} - 6\frac{13}{20})$
 f) $(24\frac{3}{4} - 13\frac{5}{9}) - (18\frac{7}{8} - 10\frac{2}{3})$ g) $(76\frac{2}{3} - 19\frac{1}{5}) - (25\frac{4}{9} + 18\frac{1}{6})$

Vom Schulgarten

14. Im Schulgarten sollen 3 Beete mit Kohl bepflanzt werden; zum ersten Beet braucht man $1\frac{1}{4}$ Schock, zum zweiten $\frac{4}{5}$ Schock und zum dritten $\frac{2}{3}$ Schock. Wieviel Schock Kohlpflanzen sind erforderlich?
15. Werner erntet auf seinem Erbsenbeet $2\frac{1}{2}$ kg, Karl $3\frac{1}{8}$ kg Schoten. Wieviel kg erntet Karl mehr als Werner?
16. An Tomaten werden auf einem gemeinsamen Beet an 3 aufeinanderfolgenden Tagen geerntet: $2\frac{1}{2}$ kg, $2\frac{3}{10}$ kg und $1\frac{4}{5}$ kg. Wieviel kg sind das zusammen?
17. Zum Nachdenken. Ein Araber hinterließ seinen 3 Söhnen bei seinem Tode 23 Kamele. Er hatte in seinem Testament bestimmt, daß sein jüngster Sohn die Hälfte, der mittlere ein Drittel und der älteste ein Achtel aller Kamele bekommen sollte. Die Söhne sahen keine Möglichkeit, die Teilung vorzunehmen. Sie klagten ihre Not einem alten, aber armen Nachbarn. Er sagte: „Ich will euch mein einziges Kamel geben, dann habt ihr 24 und könnt teilen.“ Jetzt nahm sich der älteste 3 Kamele, der jüngste 12 und der mittlere 8, so wie es der Vater bestimmt hatte. Also blieb ein Kamel übrig, das sie dem Nachbarn wiedergaben. Was sagst du hierzu? Warum konnte die Teilung zunächst nicht aufgehen? Vergleiche die Bruchteile, die jeder vom Erbteil bekommen sollte, mit denen, die er wirklich bekommen hat!

4. Kapitel: Multiplizieren und Dividieren

§ 8. Multiplizieren eines Bruches mit einer ganzen Zahl

Der Futterverbrauch eines Kükens beträgt im ersten Monat etwa $\frac{2}{5}$ kg. Müller hat 9 Küken. Wieviel Futter braucht er im ersten Monat? Durchrechnet:

$$9 \cdot \frac{2}{5} \text{ kg} = \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} \\ = \frac{18}{5} \text{ kg} = 3 \frac{3}{5} \text{ kg}.$$

Im zweiten Monat verbraucht jedes Küken $\frac{4}{5}$ kg, das ergibt für 9 Küken

$$9 \cdot \frac{4}{5} \text{ kg} = \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} \\ = \frac{9 \cdot 4}{5} \text{ kg} = \frac{36}{5} \text{ kg} = 7 \frac{1}{5} \text{ kg}.$$

Müllers Nachbar hat 10 Küken. Er braucht im ersten Monat $10 \cdot \frac{2}{5}$ kg

$$= \frac{10 \cdot 2}{5} \text{ kg} = \frac{2 \cdot 2}{1} \text{ kg} = 4 \text{ kg}.$$

Im zweiten Monat braucht er $10 \cdot \frac{4}{5} \text{ kg} = \frac{10 \cdot 4}{5} \text{ kg} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4 \cdot 2}{1} \text{ kg} = 8 \text{ kg}$ Hühnerfutter.

Man nimmt einen Bruch mit einer ganzen Zahl mal, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner unverändert läßt. Vor dem Ausrechnen wird soweit wie möglich gekürzt.

1. Beispiel: $8 \cdot \frac{7}{15} = \frac{8 \cdot 7}{15} = \frac{56}{15} = 3 \frac{11}{15}$

2. Beispiel: $21 \cdot \frac{9}{14} = \frac{21 \cdot 9}{14} = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$

3. Beispiel: $3 \cdot 5 \frac{1}{2} = 3 \cdot 5 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 15 + 1 \frac{1}{2} = 16 \frac{1}{2}$
 oder: $3 \cdot \frac{11}{2} = \frac{3 \cdot 11}{2} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2}$

Aufgaben

1. Vervielfache $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{11}{36}$, $\frac{13}{24}$

a) mit 2 b) mit 4 c) mit 5 d) mit 7 e) mit 9 f) mit 10!

2. a) $3 \cdot \frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{13}, \frac{3}{17}, \frac{4}{19}, \frac{3}{20}, \frac{6}{25}, \frac{7}{26}, \frac{5}{27}, \frac{11}{38}, \frac{13}{50}$

b) $5 \cdot \frac{2}{11}, \frac{3}{17}, \frac{4}{21}, \frac{3}{23}, \frac{5}{27}, \frac{4}{33}, \frac{7}{39}, \frac{5}{43}, \frac{8}{51}, \frac{12}{67}, \frac{14}{81}$

c) $8 \cdot \frac{5}{7}, \frac{4}{9}, \frac{8}{11}, \frac{9}{13}, \frac{4}{15}, \frac{7}{19}, \frac{5}{21}, \frac{8}{25}, \frac{9}{35}, \frac{15}{37}, \frac{11}{39}$

d) $12 \cdot \frac{7}{8}, \frac{5}{9}, \frac{11}{18}, \frac{13}{16}, \frac{9}{14}, \frac{9}{10}, \frac{7}{36}, \frac{10}{21}, \frac{11}{24}, \frac{10}{27}, \frac{7}{30}$

3. a) $30 \cdot \frac{14}{15}$ b) $45 \cdot \frac{5}{9}$ c) $33 \cdot \frac{10}{11}$ d) $63 \cdot \frac{7}{9}$ e) $24 \cdot \frac{11}{12}$ f) $35 \cdot \frac{8}{15}$
 g) $49 \cdot \frac{6}{7}$ h) $28 \cdot \frac{13}{14}$ i) $60 \cdot \frac{11}{12}$ k) $51 \cdot \frac{16}{17}$ l) $80 \cdot \frac{2}{5}$ m) $65 \cdot \frac{9}{20}$

4. a) $\frac{3}{25} \cdot 5$ b) $\frac{5}{8} \cdot 4$ c) $\frac{11}{20} \cdot 5$ d) $\frac{20}{21} \cdot 7$ e) $\frac{5}{102} \cdot 17$ f) $\frac{17}{80} \cdot 6$
 g) $\frac{7}{99} \cdot 15$ h) $\frac{15}{133} \cdot 7$ i) $\frac{5}{108} \cdot 18$ k) $\frac{6}{91} \cdot 13$ l) $\frac{9}{121} \cdot 11$ m) $\frac{13}{48} \cdot 12$

5. a) $\frac{7}{9} \cdot 39$ b) $\frac{9}{16} \cdot 24$ c) $\frac{17}{20} \cdot 30$ d) $\frac{3}{14} \cdot 21$ e) $\frac{7}{18} \cdot 24$ f) $\frac{17}{24} \cdot 30$
 g) $\frac{20}{27} \cdot 24$ h) $\frac{9}{14} \cdot 36$ i) $\frac{7}{18} \cdot 22$ k) $\frac{7}{16} \cdot 34$ l) $\frac{13}{66} \cdot 36$ m) $\frac{33}{42} \cdot 56$
 n) $\frac{61}{87} \cdot 54$ o) $\frac{7}{15} \cdot 25$ p) $\frac{17}{21} \cdot 49$ q) $\frac{8}{9} \cdot 42$ r) $\frac{9}{64} \cdot 28$ s) $\frac{11}{15} \cdot 35$

6. a) $15 \frac{4}{7} \cdot 4$ b) $12 \frac{3}{5} \cdot 12$ c) $5 \frac{7}{11} \cdot 9$ d) $2 \frac{7}{19} \cdot 17$ e) $10 \frac{5}{9} \cdot 8$
 f) $6 \frac{5}{12} \cdot 7$ g) $7 \frac{11}{14} \cdot 9$ h) $15 \frac{8}{17} \cdot 8$ i) $13 \frac{13}{19} \cdot 7$ k) $7 \frac{18}{25} \cdot 7$
 l) $3 \frac{7}{12} \cdot 13$ m) $6 \frac{11}{19} \cdot 15$ n) $4 \frac{11}{14} \cdot 15$ o) $3 \frac{17}{25} \cdot 11$ p) $5 \frac{13}{20} \cdot 11$

7. a) $17 \frac{2}{3} \cdot 3$ b) $14 \frac{4}{5} \cdot 5$ c) $15 \frac{6}{7} \cdot 7$ d) $5 \frac{11}{13} \cdot 13$ e) $5 \frac{3}{17} \cdot 17$
 f) $17 \frac{3}{8} \cdot 40$ g) $3 \frac{2}{7} \cdot 14$ h) $7 \frac{2}{5} \cdot 20$ i) $5 \frac{3}{7} \cdot 21$ k) $4 \frac{5}{6} \cdot 18$
 l) $17 \frac{2}{15} \cdot 3$ m) $24 \frac{7}{30} \cdot 4$ n) $18 \frac{7}{45} \cdot 5$ o) $14 \frac{6}{49} \cdot 7$ p) $19 \frac{18}{56} \cdot 4$

8. a) $4 \frac{5}{6} \cdot 9$ b) $3 \frac{9}{16} \cdot 24$ c) $5 \frac{7}{12} \cdot 18$ d) $7 \frac{7}{9} \cdot 15$ e) $6 \frac{4}{9} \cdot 21$
 f) $5 \frac{7}{8} \cdot 14$ g) $19 \frac{3}{8} \cdot 10$ h) $10 \frac{11}{18} \cdot 20$ i) $8 \frac{7}{10} \cdot 15$ k) $12 \frac{5}{8} \cdot 12$
 l) $6 \frac{12}{13} \cdot 7$ m) $5 \frac{14}{15} \cdot 12$ n) $7 \frac{15}{16} \cdot 20$ o) $4 \frac{11}{12} \cdot 18$ p) $5 \frac{11}{12} \cdot 16$

9. Bestimme von $3 \frac{4}{5}$, $5 \frac{5}{6}$, $7 \frac{7}{12}$, $4 \frac{8}{15}$, $9 \frac{11}{16}$, $5 \frac{11}{18}$, $3 \frac{7}{24}$, $6 \frac{9}{13}$, $13 \frac{16}{21}$

- a) das Vierfache b) das Sechsfache c) das Siebenfache
 d) das Neunfache e) das Zwölffache f) das Dreißigfache!

10. Eine Maschine verbraucht in einer Stunde $\frac{3}{10}$ l Schmieröl. Wieviel Liter werden in 3, 4, 5, 7, 9, 10 Stunden verbraucht?

11. Eine Zündholzschachtel ist $5 \frac{1}{5}$ cm lang, $3 \frac{1}{2}$ cm breit und $1 \frac{1}{10}$ cm hoch. Lege 15 Schachteln aneinander, nebeneinander, aufeinander!

12. Spare an Schreibpapier! Bei Durchsicht der Hefte einer Klasse von 32 Jungen zeigt sich, daß mit dem Papier arg gewirtschaftet worden ist. Eine Aufstellung ergibt, daß im Durchschnitt 6 Seiten eines jeden Heftes (mit 32 Seiten), also $\frac{3}{16}$ des Heftes, freigelassen oder verschmiert wurden. a) Wie groß ist hierdurch der an Schreib-

papier entstandene Verlust? Wie groß ist der Geldschaden? (1 Heft kostet 15 Rpf.) b) Wieviel Schreibhefte würden unter gleichen Verhältnissen in einer Schule mit 8 Klassen, 15 Klassen, 32 Klassen (mit je 32 Schülern) verlorengehen? Wieviel Geld würde dann verschleudert werden?

13. Ein fauler Apfel verdirbt den anderen! Familie M. erntete aus ihrem Garten einen dz Äpfel, den sie in ihrem Keller unterbrachte. Infolge ungenügender Lüftung und schlechter Lagerung wurden $6\frac{1}{4}$ kg Äpfel ungenießbar. a) Wieviel dz Äpfel müßten in einer Stadt, die rund 1500 Haushaltungen zählt, weggeworfen werden, wenn überall so schlecht aufgepaßt würde? b) Welcher Geldverlust würde dann entstehen, wenn man als Preis für 1 dz Äpfel 52 RM ansetzte?

§ 9. Dividieren eines Bruches durch eine ganze Zahl

Heinz und Ursel nehmen an einer Schulwanderung teil. Die Mutter kauft ein Brot und überlegt, wieviel sie ihnen mitgeben kann. $\frac{1}{5}$ behält sie für

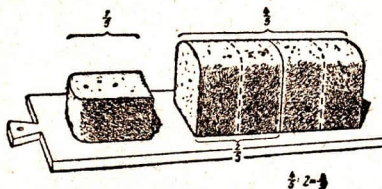


Bild 3

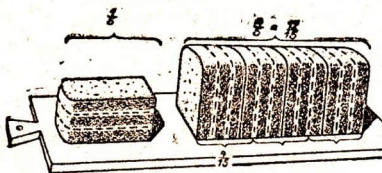


Bild 4

den Vater und für sich selbst zurück. Wieviel Fünftel bekommt jedes der Kinder mit? (Bild 3.)

Das zurückbehaltene Fünftel teilt sie mit dem Vater; wieviel bekommt jeder? Zeichne! Welcher Teil des Bruches ist im Ergebnis verändert?

Was aber sollte die Mutter tun, wenn sie $\frac{4}{5}$ Brot unter 3 Kinder hätte verteilen müssen? Bild 4 zeigt, daß sie jedes Fünftel erst in 3 gleiche Teile teilt, im ganzen also $\frac{12}{15}$ erhält und nun jedem Kind 4 davon gibt:

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{4}{5} : 3 = \left(\frac{12}{15} : 3\right) = \frac{4}{15}$$

Wie hast du diesmal den Zähler verändert und wie den Nenner? Du rechnest daher kürzer: $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5 \cdot 3} = \frac{4}{15}$.

Bild 5a zeigt, wie man die Lösung der Aufgabe $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{15}$ auch anders finden kann:

Willst du die Aufgabe $\frac{4}{5} : 6$ lösen, so teile $\frac{4}{5}$ erst durch 2 und dann durch 3 (Bild 5b)! Du findest

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5}; \quad \frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{15}; \quad \text{also } \frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5 \cdot 6} = \frac{2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}.$$

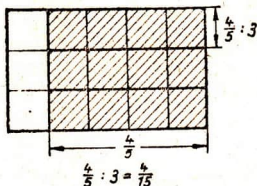


Bild 5a

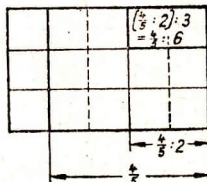


Bild 5b

Man teilt einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man entweder den Zähler durch die ganze Zahl teilt und den Nenner unverändert läßt, oder den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert und den Zähler unverändert läßt.

Vor dem Ausrechnen kürzt man soweit wie möglich.

Veranschaulichung s. Bild 6.

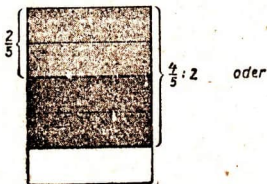


Bild 6a

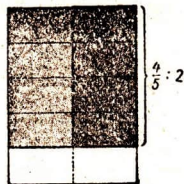


Bild 6b

Beispiele: a) $\frac{8}{25} : 4 = \frac{2}{25}$

b) $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$

c) $1\frac{5}{6} : 6 = \frac{11}{6} : 6 = \frac{11}{36}$

d) $12\frac{2}{5} : 5 = (10 + 2\frac{2}{5}) : 5 = 2 + \frac{12}{25} = 2\frac{12}{25}$

oder: $\frac{62}{5} : 5 = \frac{62}{5 \cdot 5} = \frac{62}{25} = 2\frac{12}{25}$

Aufgaben

- | | | | |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. a) $\frac{8}{9} : 2$ | b) $\frac{12}{13} : 3$ | c) $\frac{18}{25} : 6$ | d) $\frac{27}{28} : 9$ |
| e) $\frac{48}{5} : 12$ | f) $\frac{75}{6} : 15$ | g) $\frac{57}{10} : 19$ | h) $\frac{125}{13} : 25$ |
| i) $\frac{63}{10} : 7$ | k) $\frac{114}{25} : 6$ | l) $\frac{144}{15} : 18$ | m) $\frac{156}{17} : 13$ |
| n) $\frac{120}{7} : 20$ | o) $\frac{96}{19} : 8$ | p) $\frac{112}{75} : 4$ | q) $\frac{115}{44} : 5$ |
| 2. a) $\frac{1}{2} : 5$ | b) $\frac{2}{3} : 3$ | c) $\frac{3}{4} : 5$ | d) $\frac{1}{6} : 4$ |
| e) $\frac{2}{9} : 5$ | f) $\frac{3}{5} : 8$ | g) $\frac{5}{8} : 9$ | h) $\frac{11}{12} : 9$ |
| i) $\frac{5}{7} : 2$ | k) $\frac{3}{8} : 4$ | l) $\frac{11}{14} : 9$ | m) $\frac{5}{9} : 8$ |
| n) $\frac{7}{8} : 4$ | o) $\frac{5}{12} : 6$ | p) $\frac{5}{13} : 11$ | q) $\frac{7}{8} : 5$ |
| 3. a) $\frac{4}{5} : 12$ | b) $\frac{5}{9} : 15$ | c) $\frac{7}{9} : 21$ | d) $\frac{9}{10} : 6$ |
| e) $\frac{5}{12} : 15$ | f) $\frac{14}{5} : 12$ | g) $\frac{9}{12} : 15$ | h) $\frac{18}{25} : 27$ |
| i) $\frac{21}{4} : 14$ | k) $\frac{18}{19} : 27$ | l) $\frac{10}{7} : 24$ | m) $\frac{21}{5} : 49$ |
| n) $\frac{27}{2} : 36$ | o) $\frac{16}{5} : 56$ | p) $\frac{36}{7} : 54$ | q) $\frac{35}{4} : 25$ |
| 4. a) $\frac{24}{5} : 36$ | b) $\frac{35}{9} : 49$ | c) $\frac{36}{7} : 48$ | d) $\frac{39}{4} : 65$ |
| e) $\frac{26}{7} : 39$ | f) $\frac{4}{5} : 16$ | g) $\frac{5}{7} : 35$ | h) $\frac{33}{5} : 44$ |
| i) $\frac{18}{7} : 45$ | k) $\frac{16}{5} : 64$ | l) $\frac{50}{9} : 75$ | m) $\frac{56}{3} : 70$ |
| n) $\frac{5}{7} : 20$ | o) $\frac{17}{8} : 34$ | p) $\frac{12}{5} : 16$ | q) $\frac{9}{7} : 42$ |
| r) $\frac{6}{7} : 33$ | s) $\frac{3}{8} : 24$ | t) $\frac{66}{19} : 99$ | u) $\frac{6}{5} : 14$ |
| v) $\frac{60}{7} : 16$ | w) $\frac{28}{3} : 42$ | x) $\frac{15}{10} : 10$ | y) $\frac{19}{11} : 38$ |
| 5. a) $3\frac{4}{5} : 5$ | b) $3\frac{3}{7} : 8$ | c) $4\frac{4}{5} : 6$ | d) $5\frac{1}{4} : 7$ |
| e) $3\frac{6}{7} : 9$ | f) $3\frac{5}{9} : 4$ | g) $6\frac{6}{11} : 8$ | h) $3\frac{4}{15} : 7$ |
| i) $4\frac{7}{12} : 5$ | k) $2\frac{2}{9} : 5$ | l) $5\frac{5}{6} : 7$ | m) $5\frac{1}{4} : 7$ |
| n) $5\frac{1}{11} : 14$ | o) $11\frac{5}{9} : 13$ | p) $7\frac{1}{8} : 19$ | q) $10\frac{2}{7} : 12$ |
| 6. a) $7\frac{1}{4} : 58$ | b) $5\frac{2}{3} : 68$ | c) $2\frac{1}{2} : 15$ | d) $6\frac{1}{4} : 20$ |
| e) $3\frac{3}{4} : 45$ | f) $7\frac{3}{5} : 57$ | g) $8\frac{1}{4} : 44$ | h) $5\frac{5}{9} : 70$ |
| i) $5\frac{5}{8} : 27$ | k) $10\frac{4}{5} : 72$ | l) $12\frac{2}{3} : 95$ | m) $16\frac{2}{3} : 40$ |
| n) $14\frac{2}{7} : 75$ | o) $11\frac{1}{9} : 60$ | p) $8\frac{1}{3} : 25$ | q) $6\frac{3}{4} : 18$ |

7. a) $29\frac{3}{8} : 5$ b) $43\frac{3}{7} : 4$ c) $69\frac{7}{8} : 13$ d) $100\frac{4}{5} : 18$
 e) $87\frac{1}{9} : 16$ f) $68\frac{1}{3} : 5$ g) $75\frac{1}{9} : 4$ h) $90\frac{5}{6} : 5$
 8. a) $72\frac{1}{3} : 14$ b) $50\frac{2}{5} : 16$ c) $92\frac{6}{7} : 15$ d) $68\frac{2}{5} : 18$
 e) $80\frac{2}{5} : 24$ f) $53\frac{3}{4} : 25$ g) $79\frac{1}{3} : 28$ h) $73\frac{3}{5} : 32$
 i) $98\frac{5}{14} : 24$ k) $125\frac{5}{8} : 60$ l) $258\frac{1}{11} : 51$ m) $110\frac{2}{5} : 96$

9. a) Aus 5 kg Blaubeeren erhält man durch Pressen $3\frac{1}{2}$ l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 1 kg?
 b) Aus 10 kg Johannisbeeren erhält man durch Pressen $6\frac{2}{3}$ l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 5 kg?
 c) Aus 5 kg Stachelbeeren erhält man $3\frac{3}{4}$ l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 1 kg?
 10. Auf einer Ferienwanderung legt eine Wandergruppe in vier aufeinanderfolgenden Tagen zurück: $22\frac{7}{10}$ km; $19\frac{9}{10}$ km; $24\frac{1}{10}$ km; $20\frac{1}{10}$ km. Berechne die durchschnittliche Tagesleistung!

§ 10. Multiplizieren eines Bruches mit einem Bruch

Hermann hat in seiner kleinen Werkstatt Bretter, die $\frac{3}{5}$ m lang sind. Er baut eine Kiste, die so lang wird wie ein Brett; die Höhe soll $\frac{1}{4}$ mal so groß

und die Breite $\frac{3}{4}$ mal so groß werden. Wie wird er sich beim Zurechtschneiden der Bretter helfen, wenn er das Metermaß nicht zur Hand hat? (Augenmaß, Stab oder Schnur!)

Bild 7 veranschaulicht, wie die beiden Aufgaben $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$ und $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$ zu lösen sind. Aus der Zeichnung ersiehst du:

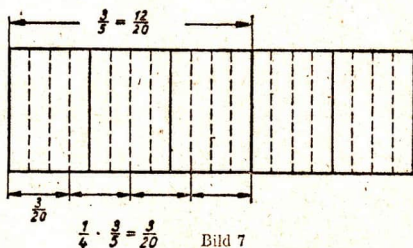


Bild 7

$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$ bedeutet $\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{5}$ oder 1 mal den 4. Teil von $\frac{3}{5}$,
 oder 1 mal den 4. Teil von $\frac{12}{20}$,

das sind $\frac{3}{20}$; also $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{3}{20}$.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$ bedeutet $\frac{3}{4}$ von $\frac{3}{5}$ oder 3 mal den 4. Teil von $\frac{3}{5}$;

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{20} \cdot 3 \right) = \frac{9}{20}.$$

Zu einer Mädchenschürze braucht die Mutter $\frac{3}{4}$ m Stoff, zur Jungenschürze nur $\frac{2}{3}$ mal soviel.

$$\frac{1}{3} \text{ von } \frac{3}{4} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}, \quad \frac{2}{3} \text{ von } \frac{3}{4} \text{ m} = \frac{2}{4} \text{ m} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Ein Bruch wird mit einem Bruch malgenommen, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner malnimmt. (Vor dem Malnehmen, wenn möglich, kürzen.)

Beispiele: a) $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 4} = \frac{15}{32}$

b) $\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{12 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{7}{15}$

c) $3 \frac{5}{9} \cdot 1 \frac{7}{8} = \frac{32}{9} \cdot \frac{15}{8} = \frac{32 \cdot 15}{9 \cdot 8} = \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$

Aufgaben

1. a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9}$ b) $\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{6}$ c) $\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{7}$ d) $\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{13} \cdot \frac{3}{7}$ f) $\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{16}$
 g) $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{15}$ h) $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13}$ i) $\frac{2}{7} \cdot \frac{6}{19}$ k) $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{11}$ l) $\frac{11}{16} \cdot \frac{5}{7}$ m) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{11}$
 n) $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9}$ o) $\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{5}$ p) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$ q) $\frac{5}{7} \cdot \frac{6}{11}$ r) $\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{11}$ s) $\frac{3}{5} \cdot \frac{11}{17}$

2. Wiederhole § 1 Aufg. 1 bis 4 und berechne:

a) $(\frac{3}{4})^2$ b) $(\frac{5}{6})^2$ c) $(\frac{4}{9})^2$ d) $(\frac{7}{8})^2$ e) $(\frac{11}{15})^2$ f) $(\frac{10}{17})^2$

3. a) $2 \frac{1}{3} \cdot 3 \frac{1}{2}$ b) $2 \frac{3}{5} \cdot 3 \frac{2}{3}$ c) $4 \frac{2}{5} \cdot 1 \frac{1}{3}$ d) $3 \frac{3}{4} \cdot 4 \frac{1}{2}$
 e) $3 \frac{4}{5} \cdot 2 \frac{3}{4}$ f) $6 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{2}{5}$ g) $5 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{2}{3}$ h) $4 \frac{3}{4} \cdot 3 \frac{1}{2}$

4. a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8}$ b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13}$ c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{12}$ d) $\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{25}$ e) $\frac{7}{12} \cdot \frac{36}{37}$ f) $\frac{5}{17} \cdot \frac{51}{59}$
 g) $\frac{9}{12} \cdot \frac{39}{40}$ h) $\frac{57}{59} \cdot \frac{2}{19}$ i) $\frac{4}{21} \cdot \frac{63}{65}$ k) $\frac{38}{39} \cdot \frac{5}{19}$ l) $\frac{28}{29} \cdot \frac{5}{14}$ m) $\frac{6}{11} \cdot \frac{77}{84}$

5. a) $1 \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ b) $1 \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}$ c) $2 \frac{3}{8} \cdot \frac{17}{19}$ d) $2 \frac{4}{9} \cdot \frac{13}{22}$ e) $3 \frac{9}{10} \cdot \frac{31}{59}$
 f) $3 \frac{7}{11} \cdot \frac{39}{40}$ g) $4 \frac{7}{8} \cdot \frac{37}{59}$ h) $6 \frac{5}{12} \cdot \frac{61}{77}$ i) $7 \frac{9}{13} \cdot \frac{67}{100}$ k) $9 \frac{4}{15} \cdot \frac{137}{139}$

6. a) $\frac{3}{8} \cdot 3\frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{9} \cdot 6\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{7} \cdot 5\frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{8} \cdot 3\frac{3}{7}$ e) $\frac{4}{9} \cdot 1\frac{5}{13}$

f) $\frac{7}{12} \cdot 4\frac{4}{5}$ g) $\frac{3}{16} \cdot 2\frac{2}{23}$ h) $\frac{10}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$ i) $\frac{2}{25} \cdot 16\frac{2}{3}$ k) $\frac{7}{72} \cdot 13\frac{7}{11}$

7. a) $\frac{5}{24} \cdot 5\frac{1}{3}$ b) $\frac{11}{12} \cdot 3\frac{3}{5}$ c) $9\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{21}$ d) $2\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{15}$ e) $\frac{1}{15} \cdot 2\frac{1}{13}$

f) $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{12}$ g) $3\frac{3}{4} \cdot \frac{11}{30}$ h) $\frac{5}{24} \cdot 2\frac{2}{17}$ i) $5\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{40}$ k) $\frac{5}{12} \cdot 4\frac{4}{5}$

8. a) $8\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{5}$ b) $2\frac{7}{10} \cdot 1\frac{1}{9}$ c) $5\frac{5}{8} \cdot 1\frac{7}{9}$ d) $6\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5}$ e) $5\frac{5}{6} \cdot 1\frac{5}{7}$

f) $4\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{12}$ g) $16\frac{2}{3} \cdot 1\frac{7}{10}$ h) $6\frac{1}{4} \cdot 3\frac{3}{5}$ i) $4\frac{4}{16} \cdot 3\frac{1}{2}$ k) $5\frac{5}{12} \cdot 2\frac{2}{15}$

9. a) $\frac{21}{38} \cdot \frac{19}{49}$ b) $\frac{33}{34} \cdot \frac{17}{22}$ c) $\frac{16}{45} \cdot \frac{55}{64}$ d) $\frac{41}{45} \cdot \frac{6}{41}$

e) $\frac{42}{55} \cdot \frac{33}{70}$ f) $\frac{45}{56} \cdot \frac{14}{75}$ g) $\frac{28}{51} \cdot \frac{34}{49}$ h) $\frac{39}{80} \cdot \frac{49}{65}$

10. a) $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{9}$ b) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{8}$ c) $1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{8}$

d) $1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$ e) $1\frac{19}{21} \cdot 2\frac{11}{12} \cdot 5\frac{2}{5}$ f) $5\frac{4}{7} \cdot 4\frac{1}{26} \cdot 4\frac{2}{45}$

g) $3\frac{2}{25} \cdot 2\frac{3}{11} \cdot 6\frac{8}{35}$ h) $5\frac{5}{18} \cdot 7\frac{11}{19} \cdot 4\frac{5}{24}$ i) $4\frac{3}{13} \cdot 1\frac{7}{11} \cdot 2\frac{8}{9}$

11. Das Hinterrad eines Fahrrades hat einen Umfang von $2\frac{2}{5}$ m. Welche Wege hat der Radfahrer bei 1000, 4500, 7500 Umdrehungen seines Hinterrades zurückgelegt?

Aus der Landwirtschaft

12. a) Ein Bauer erntete durchschnittlich auf 1 ha $160\frac{3}{4}$ dz Kartoffeln bzw. $412\frac{2}{5}$ dz Runkelrüben. Wieviel RM. brachte ihm seine Kartoffel- und Rübenenernte ein, wenn er $5\frac{3}{5}$ ha mit Kartoffeln und $8\frac{3}{4}$ ha mit Rüben bestellt hatte und 1 dz Kartoffeln mit $4\frac{1}{2}$ RM, 1 dz Rüben mit $2\frac{4}{5}$ RM bezahlt wurde?

- b) Ein Bauer will $6\frac{3}{4}$ ha mit Roggen und $3\frac{1}{3}$ ha mit Weizen bestellen; aussäen will er beidemal je ha $1\frac{3}{5}$ dz. Er rechnet auf den 12fachen Ertrag beim Roggen und auf den 16fachen beim Weizen und als Verkaufspreis je dz auf $16\frac{4}{5}$ RM beim Roggen und auf $19\frac{1}{4}$ RM beim Weizen. Wie hoch veranschlagt er den Erlös?

13. Ein Bauer sät $6\frac{1}{3}$ dz Weizen und erntet $18\frac{4}{9}$ mal soviel.

14. Ein Bauer hat $8\frac{1}{2}$ ha mit Roggen, $4\frac{3}{4}$ ha mit Weizen, $2\frac{3}{5}$ ha mit Gerste, $3\frac{1}{2}$ ha mit Hafer und $1\frac{1}{4}$ ha mit Lein bestellt. Er erntet je ha $16\frac{3}{5}$ dz Roggen, $22\frac{3}{5}$ dz Weizen, $17\frac{1}{2}$ dz Gerste, $16\frac{3}{10}$ dz Hafer und $7\frac{3}{25}$ dz Lein.

a) Wie groß wären die Ernteerträge der einzelnen Sorten?

b) Welchen Wert hat die Ernte, wenn 1 dz Roggen $17\frac{1}{5}$ RM, 1 dz Weizen $20\frac{3}{5}$ RM, ein dz Gerste $18\frac{1}{2}$ RM, 1 dz Hafer $19\frac{1}{5}$ RM und 1 dz Leinsamen 43 RM bringen?

§ 11. Dividieren eines Bruches durch einen Bruch

Eine Wäschennäherin hat noch einen Vorrat von 8 m Achselband. Für ein Paar Träger rechnet sie $\frac{4}{5}$ m; wieviel Paar kann sie herstellen?

Du rechnest: Wie oft sind $\frac{4}{5}$ m in 8 m enthalten? $8 \text{ m} = \frac{40}{5} \text{ m}$, $\frac{4}{5}$ m sind in $\frac{40}{5}$ m so oft wie 4 m in 40 m, also 10mal, enthalten. Schreibt man die Aufgabe als Divisionsaufgabe, dann erhält man

$$8 : \frac{4}{5} = \frac{8 \cdot 5}{5} : \frac{4}{5} = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{1} = 10.$$

Für ein Paar Kinderträger kommt man mit $\frac{3}{5}$ m Band aus; wieviel Paar können aus 8 m hergestellt werden?

$$8 : \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot 5}{5} : \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot 5}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3};$$

man erhält also 13 Paar und einen Rest von $\frac{1}{5}$ m. Vergleiche in beiden Beispielen die fett gedruckten Posten! In was für eine Aufgabe wird die Divisionsaufgabe jedesmal verwandelt? Was wird aus dem Zähler und was aus dem Nenner des Divisors? Man nennt $\frac{5}{3}$ den Kehrwert von $\frac{3}{5}$. Welches ist der Kehrwert von $\frac{1}{5}$?

Du holst im Krug $1\frac{1}{2}$ l Bier. Wie oft kann der Vater ein Glas, das $\frac{1}{4}$ l faßt, damit füllen?

Du rechnest: Wie oft ist $\frac{1}{5}$ l in $1\frac{1}{2}$ l enthalten? Mache die beiden Brüche gleichnamig! Wie oft sind $\frac{2}{10}$ l in $\frac{15}{10}$ l oder wie oft ist 2 in 15 enthalten? Du erhältst das Ergebnis $7\frac{1}{2}$ mal. Der Vater kann also das Glas $7\frac{1}{2}$ mal füllen.

Man kann diese Enthaltenseinsaufgabe auch als Divisionsaufgabe schreiben und erhält: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$. Du rechnest:

$\frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} : \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 5}$ oder $3 \cdot 5 : 2 \cdot 1$; diese Divisionsaufgabe schreibt man in Bruchform und erhält $\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 7\frac{1}{2}$.

Wieder ist aus dem Dividieren ein Multiplizieren geworden; der Divisor $\frac{1}{6}$ wird zum Faktor $\frac{5}{1}$.

Man teilt durch einen Bruch, indem man mit seinem Kehrwert multipliziert.
(Wenn möglich, kürzt man vorher!)

Beispiele: a) $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{15}{12} = 1 \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4} : \frac{9}{10} = \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$

c) $2 \frac{4}{5} : 2 \frac{1}{10} = \frac{14}{5} : \frac{21}{10} = \frac{14 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{7 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$

Aufgaben

1. Gib die Kehrwerte folgender Brüche und gemischter Zahlen an:

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{6}{11}, \frac{5}{3}, \frac{9}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, 3 \frac{1}{2}, 5 \frac{1}{4}, 7 \frac{1}{3}$

Wie oft sind enthalten

2. a) $\frac{2}{7}$ in $\frac{6}{7}$

b) $\frac{7}{45}$ in $\frac{28}{45}$

c) $\frac{6}{53}$ in $\frac{30}{53}$

d) $\frac{12}{97}$ in $\frac{72}{97}$

e) $\frac{8}{17}$ in $\frac{16}{17}$

f) $\frac{15}{19}$ in $\frac{60}{19}$

g) $\frac{21}{34}$ in $\frac{42}{34}$

h) $\frac{16}{55}$ in $\frac{48}{55}$

3. a) $\frac{3}{4}$ in $3 \frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{5}$ in $6 \frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{6}$ in $9 \frac{1}{6}$

d) $\frac{7}{9}$ in $5 \frac{4}{9}$

e) $\frac{12}{13}$ in $11 \frac{1}{13}$

f) $\frac{17}{25}$ in $11 \frac{14}{25}$

g) $2 \frac{4}{5}$ in $19 \frac{3}{5}$

h) $2 \frac{4}{7}$ in $10 \frac{2}{7}$?

4. a) $3 : \frac{4}{5}$

b) $2 : \frac{3}{8}$

c) $5 : \frac{3}{4}$

d) $7 : \frac{5}{6}$

e) $4 : \frac{2}{3}$

f) $9 : \frac{7}{5}$

g) $8 : \frac{7}{9}$

h) $10 : \frac{5}{12}$

i) $6 : \frac{7}{15}$

k) $12 : \frac{4}{9}$

l) $11 : \frac{5}{8}$

m) $14 : \frac{8}{9}$

n) $13 : \frac{1}{2}$

o) $18 : \frac{15}{16}$

p) $15 : \frac{9}{10}$

q) $16 : \frac{14}{15}$

r) $20 : \frac{16}{21}$

s) $15 : \frac{9}{11}$

t) $10 : \frac{7}{9}$

u) $25 : \frac{5}{12}$

5. a) $1 \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

b) $\frac{6}{7} : 5 \frac{1}{7}$

c) $2 \frac{5}{11} : \frac{9}{11}$

d) $\frac{1}{4} : 17 \frac{3}{4}$

e) $4 \frac{4}{5} : \frac{4}{5}$

f) $5 \frac{4}{9} : \frac{7}{9}$

g) $2 \frac{14}{17} : \frac{16}{17}$

h) $5 \frac{5}{16} : \frac{5}{16}$

i) $3 \frac{7}{27} : \frac{4}{27}$

k) $4 \frac{8}{19} : \frac{14}{19}$

6. a) $1 \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{2}$

b) $5 \frac{1}{3} : 1 \frac{1}{3}$

c) $3 \frac{1}{5} : 1 \frac{3}{5}$

d) $1 \frac{4}{9} : 2 \frac{7}{9}$

e) $6 \frac{2}{3} : 1 \frac{2}{3}$

f) $12 \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{2}$

g) $22 \frac{1}{2} : 2 \frac{1}{2}$

h) $37 \frac{1}{2} : 7 \frac{1}{2}$

i) $15 \frac{3}{4} : 2 \frac{1}{4}$

k) $2 \frac{3}{5} : 18 \frac{1}{5}$

7. a) $\frac{7}{12} : \frac{5}{6}$ b) $\frac{8}{15} : \frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{39} : \frac{9}{13}$ d) $\frac{3}{4} : \frac{5}{12}$ e) $\frac{5}{9} : \frac{7}{18}$
 f) $\frac{12}{13} : \frac{6}{7}$ g) $\frac{59}{90} : \frac{5}{8}$ h) $\frac{19}{40} : \frac{3}{10}$ i) $\frac{11}{23} : \frac{3}{7}$ k) $\frac{9}{16} : \frac{3}{8}$
 l) $\frac{15}{28} : \frac{5}{7}$ m) $\frac{2}{3} : \frac{8}{27}$ n) $\frac{40}{69} : \frac{8}{9}$ o) $\frac{15}{56} : \frac{3}{8}$ p) $\frac{5}{6} : \frac{25}{12}$
8. a) $5 : \frac{4}{9}$ b) $2 : \frac{11}{12}$ c) $1 : \frac{7}{15}$ d) $8 : \frac{4}{5}$ e) $7 : \frac{9}{20}$
 f) $6 : \frac{7}{10}$ g) $9 : \frac{5}{16}$ h) $10 : \frac{8}{15}$ i) $12 : \frac{7}{8}$ k) $15 : \frac{21}{23}$
9. a) $2\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ b) $1\frac{4}{9} : \frac{1}{5}$ c) $4\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ d) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ e) $3\frac{1}{2} : \frac{7}{10}$
 f) $3\frac{1}{3} : \frac{10}{21}$ g) $3\frac{1}{5} : \frac{4}{7}$ h) $8\frac{4}{5} : \frac{11}{15}$ i) $10\frac{2}{3} : \frac{16}{17}$ k) $2\frac{1}{12} : \frac{5}{9}$
10. a) $\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{9} : 1\frac{2}{8}$ d) $\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{2} : 2\frac{3}{7}$
 f) $\frac{5}{8} : 3\frac{1}{3}$ g) $\frac{9}{20} : 1\frac{3}{5}$ h) $\frac{3}{7} : 2\frac{4}{5}$ i) $\frac{7}{48} : 2\frac{11}{12}$ k) $\frac{65}{75} : 2\frac{14}{25}$
11. a) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$ b) $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$ c) $1\frac{2}{7} : 1\frac{1}{2}$ d) $1\frac{1}{9} : 1\frac{1}{4}$ e) $1\frac{1}{10} : 1\frac{5}{6}$
 f) $1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{6}$ g) $1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3}$ h) $1\frac{1}{7} : 1\frac{1}{4}$ i) $1\frac{1}{14} : 1\frac{1}{7}$ k) $3\frac{3}{3} : 1\frac{1}{2}$
12. a) $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}$ b) $2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{10}$ c) $3\frac{1}{3} : 3\frac{1}{6}$ d) $4\frac{2}{7} : 1\frac{1}{2}$ e) $7\frac{1}{9} : 1\frac{1}{8}$
 f) $3\frac{3}{5} : 3\frac{3}{4}$ g) $4\frac{1}{5} : 1\frac{2}{3}$ h) $4\frac{1}{6} : 1\frac{3}{8}$ i) $7\frac{1}{2} : 3\frac{4}{7}$ k) $12\frac{1}{2} : 3\frac{1}{8}$
13. Biergläser sind verschieden groß. An ihrem Rande liest du als Eichzahl: $\frac{3}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{20}$ oder $\frac{1}{2}$ l. Wieviel Glas jeder Sorte lassen sich aus a) einer Tonne, b) einer Vierteltonne, c) einem Faß mit $37\frac{1}{2}$ l Bier zapfen (1 Tonne Bier = 1 hl)?

§ 12. Vermischte Aufgaben aus Sachgebieten

Kleidung und Wäsche

1. Tuchverkauf. a) 5 Ballen Tuch messen $13\frac{3}{4}$ m, $25\frac{1}{2}$ m, $38\frac{3}{5}$ m, $25\frac{7}{10}$ m und $29\frac{9}{20}$ m. Wieviel m sind es insgesamt?
 b) Von einem Stück Tuch, das 17 m lang ist, werden für drei Anzüge $3\frac{1}{4}$ m, $4\frac{2}{5}$ m, $3\frac{7}{20}$ m abgeschnitten. Welcher Rest bleibt übrig?
 c) Ein Stück Kleiderstoff mit $27\frac{3}{4}$ m. Davon wird Stoff zu fünf Kleidern von gleicher Größe, je Kleid $4\frac{4}{5}$ m, abgeschnitten.
Rest!

2. Stoffverbrauch. Zu einem Anzug sind $3\frac{2}{5}$ m Stoff nötig.
 - a) Schneidermeister F. bestellt Stoff zu drei (7, 9) Anzügen.
 - b) Wieviel Anzüge kann er aus einem Ballen von $34\frac{1}{2}$ m (26 m, $41\frac{3}{4}$ m) anfertigen?
3. Kaufmann N. läßt 560 Herrenhemden und 276 Damenhemden nähen. Zu einem Herrenhemd sind $3\frac{3}{4}$ m und zu einem Damenhemd $2\frac{3}{5}$ m Hemdenstoff nötig.
4. Drei Ballen Tuch mit je $30\frac{4}{5}$ m ($30\frac{1}{3}$ m, $32\frac{2}{3}$ m, $33\frac{3}{5}$ m) reichen zur Anfertigung von 28 Anzügen aus. Wieviel m kommen auf einen Anzug?
5. Eine Näherin verarbeitet 216 m Hemdenstoff, $\frac{1}{3}$ davon zu Herrenhemden, $\frac{1}{4}$ zu Damenhemden und den Rest zu Kinderhemden. Sie braucht zu einem Herrenhemd $3\frac{3}{5}$ m, zu einem Damenhemd $2\frac{1}{4}$ m und zu einem Kinderhemd $1\frac{1}{2}$ m. Wieviel Hemden jeder Art gibt es?

Vom Radfahren

6. Eine Jungenklasse fährt zu Rad in den Harz (250 km).
 - a) Sie fährt 3 Tage, jeden Tag 7 Stunden.
 - b) Die Jungen wollten eigentlich in 1 Std. durchschnittlich 14 km weit kommen.
 - c) Wie oft muß ein Junge auf dieser Fahrt auf die Pedale treten, wenn er mit seinem Rade bei einer Kurbeldrehung $4\frac{4}{5}$ m vorwärts kommt? (1 Kurbeldrehung = 2 Tritte.)
7. Du stellst beim Radfahren fest, daß du 1 km in 4 Min. (3 Min. 45 Sek., 3 Min. 30 Sek., 3 Min. 20 Sek., 3 Min. 12 Sek.) fährst.
 - a) Wieviel km legst du in 1 Std. zurück? (Verwandle die Sekunden in Bruchteile der Minuten, dann schließe!)
 - b) In welcher Zeit schaffst du 12 (19, 28, 39) km?

Im Hausgarten

8. Ein Garten hat eine Fläche von $12\frac{24}{25}$ a. Ein Drittel der Fläche ist mit Obstbäumen bestanden, die Hälfte nimmt eine Rasenfläche ein, der Rest ist Gemüseland, das in 28 Beete aufgeteilt ist. Wieviel qm mißt ein Beet, wenn von den Wegen abgesehen wird?

9. a) Wieviel qm mißt der Garten der Aufgabe 8?
b) Er ist 48 m lang.
10. An beiden Längsseiten des Gartens werden Beerensträucher mit $1\frac{1}{4}$ ($1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$) m Abstand in 2 Reihen gepflanzt. Wieviel Sträucher müssen beschafft werden?
11. Herr F. kann von 29 Stachelbeersträuchern durchschnittlich je $2\frac{1}{2}$ kg und von 23 Johannisbeersträuchern je $3\frac{3}{4}$ kg Beeren pflücken. Auf dem Wochenmarkt kosten $\frac{1}{2}$ kg Stachelbeeren 18 Rpf. und $\frac{1}{2}$ kg Johannisbeeren 16 Rpf. Rechne!
12. Ein Fäßchen Johannisbeerwein enthält $21\frac{3}{4}$ l; der Wein wird in $\frac{3}{4}$ -l-Flaschen abgefüllt.
13. Von 5 Pflaumenbäumen werden 274 kg Pflaumen geerntet und gedörst. Dabei verlieren sie $\frac{5}{8}$ ihres Gewichtes. Welchen Wert haben die gedörsten Pflaumen, wenn 1 kg Dörrobst im Geschäft mit $\frac{4}{5}$ RM verkauft wird?

Die Mutter sorgt für den Haushalt

14. Die Mutter näht aus $9\frac{3}{5}$ m Nessel 1 Dtz. Windeln. Wieviel m verbraucht sie zu einer Windel?
15. Bei drei Gardinen von gleicher Größe sollen die Fransen erneuert werden. Die Mutter hat $3\frac{9}{10}$ m Fransen zur Verfügung. Wieviel m kann sie für eine Gardine verwenden?
16. In sechs Kopfkissen sollen $5\frac{2}{5}$ m Spitze eingesetzt werden. Wieviel m kommen auf jedes Kopfkissen?
17. Die Mutter hat ein Stück Leinen von $1\frac{4}{5}$ m Breite, aus dem sie Handtücher nähen will. Sie überlegt, ob sie daraus vier oder fünf Stück nähen soll. Wie breit wird in jedem Fall das Handtuch?

C. Das Rechnen mit Zehnerbrüchen

5. Kapitel: Die Grundrechenarten mit Zehnerbrüchen

§ 13. Addieren und Subtrahieren von Zehnerbrüchen

Im Wirtschaftsbuch der Mutter findest du für eine Woche folgende Eintragungen: Brot 1,76 RM, Milch 0,98 RM, Gemüse 1,85 RM, Essig 0,60 RM, Salz 0,28 RM, Mehl 0,72 RM, Seife 1,44 RM, Streichhölzer 0,30 RM, Bohnen 0,44 RM, Zucker 1,90 RM.

Rechne aus, wieviel RM die Mutter verbraucht hat! Denke an den Stellenwert der Ziffern und zähle erst die Hundertstel, dann die Zehntel und dann die Ganzen zusammen. Setze **Komma unter Komma!**

In einer Ferienwoche sammelt Fritz mit seinen Geschwistern Blaubeeren. Sie bringen es am Montag auf 2,75 kg, am Dienstag auf 1,125 kg, am Mittwoch auf 2,625 kg, am Donnerstag auf 3,5 kg, am Freitag auf 3 kg und am Sonnabend auf 2,5 kg. Wieviel kg Blaubeeren kann die Mutter einkochen? Du mußt die Brüche gleichnamig machen und hast zu rechnen:

$$\begin{array}{r}
 2,750 \text{ kg} \\
 + 1,125 \text{ „} \\
 + 2,625 \text{ „} \\
 + 3,500 \text{ „} \\
 + 3,000 \text{ „} \\
 + 2,500 \text{ „} \\
 \hline
 15,500 \text{ kg}
 \end{array}$$

Zehnerbrüche werden vor dem Zusammenzählen oder Abziehen gleichnamig gemacht.

Für das schriftliche Rechnen gilt die Rechenregel: Beim Zusammenzählen oder Abziehen von Zehnerbrüchen setze Komma unter Komma!

Aufgaben

- | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|-----------------|
| 1. a) $0,7 + 0,2$ | b) $0,38 + 0,27$ | c) $1,36 + 0,58$ | d) $0,7 + 0,03$ |
| $0,9 + 0,6$ | $0,48 + 0,34$ | $0,48 + 2,37$ | $0,45 + 0,5$ |
| $1,3 + 0,9$ | $0,83 + 0,26$ | $3,66 + 0,89$ | $0,87 + 0,2$ |
| $2,4 + 1,6$ | $0,85 + 0,47$ | $2,76 + 1,45$ | $1,8 + 0,78$ |
| $3,7 + 5,8$ | $0,74 + 0,88$ | $4,98 + 3,75$ | $2,24 + 1,7$ |

1. e) $0,4 + 0,137$ f) $0,08 + 0,149\ 4$ g) $0,008 + 0,000\ 468$
 $0,384 + 0,26$ $3,7 + 0,548\ 96$ $5,473\ 2 + 1,876\ 59$
 $1,8 + 0,325$ $7,453 + 0,094\ 6$ $2,746\ 395 + 8,89$
 $2,545 + 1,7$ $4,085\ 3 + 1,874$ $1,732\ 38 + 8,9$
 $1,48 + 1,375$ $1,49 + 3,467\ 48$ $0,539 + 0,954\ 673$

2. a) $2 - 0,6$ b) $0,8 - 0,5$ c) $0,56 - 0,29$ d) $0,4 - 0,2$
 $1 - 0,37$ $1,2 - 0,7$ $0,93 - 0,56$ $0,87 - 0,7$
 $3 - 0,536$ $1,6 - 0,9$ $1,03 - 0,84$ $0,9 - 0,09$
 $10 - 2,5$ $3,4 - 2,8$ $3,67 - 1,38$ $0,98 - 0,8$
 $8 - 1,45$ $6,1 - 4,4$ $4,55 - 2,85$ $2,2 - 1,85$

e) $0,5 - 0,365$ f) $0,008 - 0,000\ 8$ g) $0,009 - 0,000\ 465$
 $0,835 - 0,7$ $0,57 - 0,009\ 47$ $4,2 - 2,578\ 7$
 $0,945 - 0,83$ $5,2394 - 2,84$ $1,494\ 26 - 0,053$
 $0,07 - 0,039$ $3,1 - 1,356\ 7$ $8,75 - 0,000\ 875$
 $1,2 - 0,835$ $2,456 - 0,008\ 5$ $2,000\ 59 - 1,000\ 4$

3. Zähle bei a) bis h) die untereinanderstehenden Zahlen zusammen!

a) $13,75$ b) $0,82$ c) $21,87$ d) $679,1$
 $7,96$ $37,98$ $0,8$ $31,49$
 $337,7$ $2,1$ $713,2$ $62,5$
 $63,9$ $341,9$ $16,71$ $3,91$
 $7,28$ 17 $91,84$ $0,81$
 $891,3$ $19,8$ $432,6$ $2,01$

e) $271,6$ f) $2,123$ g) $23,456$ h) $3,469\ 5$
 $12,38$ $64,81$ $137,92$ $0,530\ 48$
 $0,133$ 312 $0,642\ 1$ $36,89$
 $7,6$ $46,18$ $28,76$ $5,346\ 748$
 $2,673$ $81,2$ $3,451$ $544,989$
 $0,216\ 4$ $0,431$ $610,98$ $16,49$

i) $98,13 + 2467,3 + 259,83 + 1,297 + 74,86 + 915,35$

k) $134,2 + 9,68 + 21,793 + 541,6 + 83,794 + 460,83$

l) $37,94 + 0,2 + 6,315 + 468,374 + 14,91 + 2,301\ 6$

m) $173,8 + 427,31 + 1453,6 + 64,29 + 4,87 + 0,13$

4. g) h) i) k)
- a) $7\,964,87 + 46\,417,4 + 54\,371,2 + 3,810\,28$
- b) $396,421 + 98,23 + 10,318\,6 + 12,3$
- c) $0,384 + 0,373 + 8,279 + 1\,624,37$
- d) $45,639\,4 + 621,9 + 3,097\,86 + 0,214\,13$
- e) $0,19 + 2\,572,48 + 93\,120,3 + 16,3$
- f) $45\,687,3 + 36,5 + 45,642 + 78\,152,9$
5. a) $97,16 - 35,68$ b) $68,48 - 39,76$ c) $83,75 - 54,81$ d) $79,83 - 6,95$
- e) $34,76 - 33,45$ f) $135,76 - 98,39$ g) $566,39 - 119,45$ h) $4176,29 - 375,40$
- i) $7\,166,44 - 562,78$ k) $1\,529,68 - 1\,237,79$ l) $71\,894,36 - 372,98$ m) $31\,968,75 - 2\,375,89$
- n) $64\,538,93 - 32\,956,48$ o) $46\,398,38 - 2\,979,75$ p) $63\,786,45 - 4\,879,33$ q) $51\,639,21 - 8\,951,76$
6. a) $128,45 - 79,375$ b) $91,6 - 68,278\,3$ c) $40,374 - 18,98$ d) $130 - 98,736$
- e) $102,1 - 88,703\,6$ f) $220 - 187,35$ g) $151,27 - 136,780\,6$ h) $80,102\,6 - 59,697$
7. a) $9,38 - 7,876$ b) $21,6 - 18,765\,2$ c) $72 - 58,39$
- d) $121 - 86,270\,9$ e) $172,345 - 97,38$ f) $200,1 - 186,773\,5$
8. a) $25,95 - 11,14 - 2,19 - 6,75 - 3,67$ b) $58,79 - 9,67 - 6,45 - 8,96 - 5,51$ c) $45,34 - 6,91 - 1,02 - 9,55 - 4,01$ d) $95,76 - 5,93 - 4,59 - 7,38 - 2,19$
- e) $9,854 - 3,005 - 4,2 - 0,030 - 1,109 - 0,51$ f) $5,987\,3 - 3,251 - 0,847\,4 - 0,362 - 0,506 - 0,020\,9$ g) $523 - 97,37 - 25,7 - 57,94 - 1,99 - 40$ h) $790 - 1,317 - 29,379 - 59,517 - 699,1 - 0,607$

8. i)	82,364	k)	541,23	l)	582,4	m)	200
	— 16,57		— 89,076		— 135,674		— 68,45
	— 9,830 6		— 119,980 5		— 209,83		— 37,294
	— 23,9		— 97,8		— 77,806 5		— 9,876 5
	— 18,769		— 109,654		— 8,7		— 54,9
	— 0,847 6		— 67,308 6		— 112,836		— 16,726

9. a) $10,23 \text{ a} + 9,87 \text{ a} + 63,80 \text{ a} + 321,98 \text{ a} + 40,09 \text{ a}$
 b) $267,10 \text{ RM} + 390,30 \text{ RM} + 78,50 \text{ RM} + 97,70 \text{ RM} + 132,90 \text{ RM}$
 c) $5,25 \text{ m} + 28,46 \text{ m} + 111,88 \text{ m} + 236,72 \text{ m} + 27,13 \text{ m}$
 d) $0,98 \text{ hl} + 8,76 \text{ hl} + 13,13 \text{ hl} + 217,43 \text{ hl} + 1,02 \text{ hl}$
 e) $45,7 \text{ cm} + 997,6 \text{ cm} + 414,9 \text{ cm} + 0,3 \text{ cm} + 71,4 \text{ cm}$

10. a) $93,52 \text{ RM} - 87,47 \text{ RM}$ b) $319,35 \text{ RM} - 297,98 \text{ RM}$
 c) $46,39 \text{ RM} - 39,72 \text{ RM}$ d) $14,21 \text{ hl} - 11,02 \text{ hl}$
 e) $216,77 \text{ ha} - 0,99 \text{ ha}$ f) $1891,375 \text{ km} - 92,842 \text{ km}$
 g) $102,152 \text{ kg} - 98,067 \text{ kg}$ h) $425,183 \text{ cbm} - 36,298 \text{ cbm}$

11. a) $9 \text{ RM } 10 \text{ Rpf.} + 7 \text{ RM } 20 \text{ Rpf.} + 8 \text{ RM } 40 \text{ Rpf.} + 5 \text{ Rpf.} + 10 \text{ Rpf.}$
 b) $12 \text{ hl } 30 \text{ l} + 8 \text{ hl } 75 \text{ l} + 3 \text{ l} + 2 \text{ hl } 7 \text{ l} + 3 \text{ hl } 20 \text{ l}$
 c) $50 \text{ km } 135 \text{ m} + 4 \text{ km } 5 \text{ m} + 3 \text{ km } 500 \text{ m} + 20 \text{ m}$
 d) $8 \text{ m } 40 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 25 \text{ m } 55 \text{ cm} + 4 \text{ m } 36 \text{ cm}$
 e) $12 \text{ kg } 625 \text{ g} + 13 \text{ kg } 5 \text{ g} + 8 \text{ kg } 370 \text{ g} + 3 \text{ g}$
 f) $8 \text{ cm } 2 \text{ mm} + 1 \text{ cm } 8 \text{ mm} + 5 \text{ mm} + 15 \text{ cm } 4 \text{ mm}$
 g) $3 \text{ RM } 5 \text{ Rpf.} + 29 \text{ RM } 30 \text{ Rpf.} + 427 \text{ RM } 17 \text{ Rpf.} + 99 \text{ RM } 65 \text{ Rpf.}$
 h) $3 \text{ km } 273 \text{ m } 49 \text{ cm} + 5 \text{ km } 70 \text{ m } 77 \text{ cm} + 89 \text{ m}$

12. a) $1113 \text{ RM } 25 \text{ Rpf.} - 556 \text{ RM } 33 \text{ Rpf.}$ b) $87 \text{ kg } 540 \text{ g} - 15 \text{ kg } 867 \text{ g}$
 c) $1 \text{ km } 3 \text{ m} - 775 \text{ m}$ d) $45 \text{ hl } 55 \text{ l} - 21 \text{ hl } 24 \text{ l}$
 e) $8 \text{ m } 36 \text{ cm} - 7 \text{ m } 78 \text{ cm}$ f) $12 \text{ m } 9 \text{ cm} - 4 \text{ m } 15 \text{ cm } 7 \text{ mm}$

13. a) $13,568 + 1,432 - 4,729 - 0,625 - 5,321$
 b) $0,745 6 + 6,537 + 3,597 6 - 0,53 + 36,51$
 c) $17,561 8 + 13,831 5 - 0,261 3 + 8,765 - 1,85$
 d) $133,576 - 16,118 + 20,469 8 + 21,865 - 18,390 8$
 e) $866,11 + 533,225 - 800,294 - 431,985 - 88,143$

14. Berechne die Wohnfläche einer 3-Zimmer-Wohnung, wenn die Zimmer 18,75 qm, 16,45 qm, 15,4 qm, der Flur 8,65 qm, die Küche 11,4 qm und das Bad 7,75 qm groß sind!

Beim Kaufmann

15. Ein Kaufmann erhält ein Faß mit 50 kg Marmelade und verkauft davon an 3 aufeinanderfolgenden Tagen 12,25 kg, 15,1 kg und 18,215 kg. Wieviel kg bleiben für den 4. Tag übrig?

16. Ein Kaufmann erhält eine Warensendung in vier Kisten.

Rohgewicht:

1. 19,435 kg 2. 23,860 kg 3. 21,470 kg 4. 18,230 kg

Verpackung:

- 2,950 kg 4,190 kg 3,850 kg 2,850 kg

a) Wieviel kg Ware (Reingewicht) enthält jede Kiste?

b) Über wieviel kg lautet die Rechnung?

17. Berechne Gewinn oder Verlust bei folgenden Geschäften:

Selbstkostenpreis:

- a) 214,35 RM b) 728,45 RM c) 917,20 RM d) 1834,50 RM

Verkaufspreis:

- 252,80 RM 892,50 RM 844,35 RM 2270,25 RM

18. Ein Kaufmann erhielt an einem Tag folgende Rechnungsbeträge zugestellt: 39,45 RM, 127,80 RM, 58,25 RM, 375,90 RM, 89,30 RM und 546,75 RM. Er beglich folgende Rechnungen: 45,50 RM, 267,32 RM, 86,48 RM, 176,50 RM und 487,48 RM. Um wieviel RM waren die Einnahmen größer als die Ausgaben?

§ 14. Multiplizieren von Zehnerbrüchen

Ein Einmacheglas faßt 0,5 l. Die Mutter füllt 7 solcher Gläser. Wieviel l hat sie in die Gläser gefüllt? Du rechnest $7 \cdot 0,5 \text{ l} = 7 \cdot \frac{5}{10} \text{ l} = \frac{35}{10} \text{ l} = 3,5 \text{ l}$. Rechne die Aufgabe $0,3 \cdot 0,09$! Du erhältst

$$0,3 \cdot 0,09 = \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{100} = \frac{3 \cdot 9}{10 \cdot 100} = \frac{27}{1000} = 0,027.$$

Ein Gummiring zum Verschließen von Einmachegläsern kostet 0,15 RM. Wieviel kosten 10 Ringe und wieviel 100?

Du rechnest: $10 \cdot 0,15 \text{ RM} = 1,5 \text{ RM}$
 $100 \cdot 0,15 \text{ RM} = 15 \text{ RM}$

Beim Malnehmen von Zehnerbrüchen rechnet man wie mit ganzen Zahlen, also zunächst, ohne das Komma zu beachten. Dann zählt man die Stellen, die die Faktoren zusammen hinter dem Komma besitzen, und streicht ebenso viele im Ergebnis von rechts nach links ab.
 Man nimmt Zehnerbrüche mit 10, 100, 1000 usw. (Zehnerpotenzen) mal, indem man das Komma 1, 2, 8 usw. Stellen nach rechts rückt.

Beispiele:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 24,91 \\ \cdot 6,3 \\ \hline 14946 \\ 7473 \\ \hline 156,933 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{b) } 8,4937 \cdot 10 & = & 84,937 \\ 8,4937 \cdot 100 & = & 849,37 \\ 8,4937 \cdot 1000 & = & 8493,7 \\ 8,4937 \cdot 10\,000 & = & 84\,937 \end{array}$$

Aufgaben

1. a) $3 \cdot 0,9$ b) $6 \cdot 0,4$ c) $3 \cdot 0,15$ d) $7 \cdot 0,08$
 e) $8 \cdot 0,012$ f) $6 \cdot 1,2$ g) $9 \cdot 1,5$ h) $4 \cdot 1,7$
 i) $5 \cdot 1,25$ k) $3 \cdot 3,4$ l) $4 \cdot 0,0018$ m) $5 \cdot 1,03$
 n) $2 \cdot 12,6$ o) $8 \cdot 0,21$ p) $9 \cdot 0,016$ q) $7 \cdot 0,32$

2. Nimm mal mit 10 (100, 1000, 10 000):

- a) 0,783 b) 0,5645 c) 0,352 98 d) 0,16 e) 0,4
 f) 0,391 g) 16,349 h) 5,827 i) 126,31 k) 91,258 03
 l) 6,670 81 m) 55,328 n) 146,34 o) 19,19 p) 10,3
 q) 25,67 r) 48,321 s) 100,001 t) 203,08 u) 0,04761

3. a) $8,5 \cdot 3$ b) $7,9 \cdot 4$ c) $9,8 \cdot 7$ d) $4,5 \cdot 9$
 e) $0,63 \cdot 7$ f) $0,37 \cdot 9$ g) $0,89 \cdot 6$ h) $0,57 \cdot 8$
 i) $0,047 \cdot 9$ k) $0,036 \cdot 5$ l) $0,088 \cdot 6$ m) $0,023 \cdot 7$
 n) $0,78 \cdot 90$ o) $0,462 \cdot 300$ p) $0,085 \cdot 120$ q) $0,0234 \cdot 5000$

4. a) $37 \cdot 0,6$ b) $62 \cdot 0,8$ c) $29 \cdot 0,4$ d) $75 \cdot 0,5$
 e) $54 \cdot 0,09$ f) $81 \cdot 0,12$ g) $93 \cdot 0,07$ h) $46 \cdot 0,11$
 i) $135 \cdot 0,003$ k) $68 \cdot 0,008$ l) $99 \cdot 0,013$ m) $561 \cdot 0,002$
 n) $320 \cdot 0,25$ o) $1500 \cdot 0,011$ p) $9750 \cdot 0,2$ q) $5000 \cdot 0,71$

5. a) $83,39 \cdot 8$ b) $4,026 \cdot 5$ c) $900,5 \cdot 3$ d) $67,69 \cdot 4$
 e) $3,1978 \cdot 7$ f) $0,0236 \cdot 9$ g) $0,576 \cdot 38 \cdot 9$ h) $1,372 \cdot 46 \cdot 20$

6. a) $2,24 \text{ RM} \cdot 7$, 15, 24, 37, 48, 60 b) $1,718 \text{ km} \cdot 8$, 12, 18, 35, 57
 c) $0,525 \text{ kg} \cdot 6$, 13, 28, 45, 72 d) $0,68 \text{ hl} \cdot 4$, 23, 31, 49, 63
 e) $2,58 \text{ ha} \cdot 3$, 8, 14, 17, 25 f) $2,568 \text{ t} \cdot 9$, 13, 18, 21, 29
 g) $7,35 \text{ a} \cdot 8$, 15, 19, 40, 54 h) $0,8857 \text{ qkm} \cdot 3$, 8, 12, 14, 25
 i) $4,95 \text{ m} \cdot 12$, 17, 26, 32, 45 k) $18,35 \text{ qcm} \cdot 6$, 11, 20, 45, 100
 l) $2,4076 \text{ qm} \cdot 4$, 10, 25, 34, 70 m) $6,78 \text{ dz} \cdot 5$, 13, 38, 75, 90
7. a) $38,48 \text{ hl} \cdot 54$, 87, 235 b) $84,64 \text{ RM} \cdot 48$, 96, 287
 c) $97,01 \text{ a} \cdot 72$, 128, 549 d) $117,28 \text{ dz} \cdot 9$, 48, 96
 e) $78,625 \text{ kg} \cdot 95$, 234, 657 f) $18,438 \text{ t} \cdot 25$, 648, 1000
 g) $16,8325 \text{ qm} \cdot 84$, 186, 500 h) $78,96 \text{ ha} \cdot 74$, 238, 650
 i) $238,45 \text{ RM} \cdot 84$, 365, 2450 k) $438,50 \text{ m} \cdot 75$, 87, 576
 l) $58,388 \text{ km} \cdot 38$, 69, 125 m) $348,875 \text{ cbm} \cdot 84$, 235, 800
8. a) $0,9 \cdot 0,6$ b) $0,8 \cdot 0,12$ c) $0,7 \cdot 0,09$
 d) $0,18 \cdot 0,4$ e) $0,6 \cdot 0,024$ f) $0,045 \cdot 0,07$
 g) $0,025 \cdot 0,005$ h) $0,0135 \cdot 0,06$ i) $3,5 \cdot 0,4$
 k) $0,9 \cdot 4,8$ l) $8,7 \cdot 0,04$ m) $0,09 \cdot 9,6$
 n) $0,09 \cdot 1,8$ o) $7,5 \cdot 0,08$ p) $4,1 \cdot 0,005$
 q) $0,008 \cdot 5,8$ r) $9,3 \cdot 0,52$ s) $8,7 \cdot 4,9$
9. a) $0,18 \cdot 0,6$ b) $0,9 \cdot 0,25$ c) $0,7 \cdot 0,95$
 d) $0,58 \cdot 0,8$ e) $0,5 \cdot 0,096$ f) $0,4 \cdot 0,037$
 g) $0,089 \cdot 0,7$ h) $0,065 \cdot 0,05$ i) $0,95 \cdot 0,09$
 k) $0,12 \cdot 0,015$ l) $0,084 \cdot 0,009$ m) $0,15 \cdot 0,074$
10. a) $3,5 \cdot 1,2$ b) $1,8 \cdot 1,3$ c) $2,5 \cdot 2,4$ d) $1,7 \cdot 1,5$
 e) $1,6 \cdot 0,11$ f) $0,28 \cdot 1,4$ g) $1,8 \cdot 0,18$ h) $2,4 \cdot 0,17$
 i) $2,1 \cdot 1,5$ k) $0,17 \cdot 1,7$ l) $4,8 \cdot 0,13$ m) $1,3 \cdot 1,6$
11. a) $0,31 \cdot 1,4$ b) $1,5 \cdot 0,15$ c) $7,6 \cdot 0,012$ d) $9,8 \cdot 0,011$
 e) $0,32 \cdot 7,5$ f) $0,25 \cdot 6,4$ g) $2,8 \cdot 0,025$ h) $5,6 \cdot 0,025$
 i) $0,038 \cdot 0,012$ k) $0,098 \cdot 0,07$ l) $0,076 \cdot 0,009$ m) $8,7 \cdot 0,006$
12. a) $0,48 \cdot 0,57$ b) $7,85 \cdot 0,32$ c) $4,346 \cdot 0,87$
 d) $6,9 \cdot 0,094$ e) $16,94 \cdot 7,3$ f) $74,056 \cdot 9,5$
 g) $17,48 \cdot 0,095$ h) $425,36 \cdot 4,7$ i) $85,9 \cdot 6,09$
 k) $92,473 \cdot 7,35$ l) $234,26 \cdot 7,4$ m) $5248,25 \cdot 0,34$

13. a) $83,39 \cdot 0,9$ b) $4,026 \cdot 0,6$ c) $900,5 \cdot 0,07$
 d) $676,9 \cdot 0,004$ e) $3,1978 \cdot 0,3$ f) $0,02369 \cdot 0,5$
 g) $576,38 \cdot 0,0008$ h) $73,4836 \cdot 0,5$ i) $0,0125 \cdot 80$
14. a) $0,17 \cdot 3,8 \cdot 5,7$ b) $112 \cdot 6,6 \cdot 0,07$
 c) $0,11 \cdot 5,7 \cdot 21,2$ d) $19,2 \cdot 0,8 \cdot 1,02$
 e) $11,2 \cdot 0,05 \cdot 37$ f) $0,18 \cdot 20,5 \cdot 0,6$
 g) $99,9 \cdot 0,9 \cdot 9,9$ h) $21,3 \cdot 0,3 \cdot 16$
 i) $0,09 \cdot 17,1 \cdot 55$ k) $23 \cdot 2,3 \cdot 0,23$
15. Runde die Ergebnisse auf die erforderliche Stellenzahl ab!
- a) $9,38 \text{ RM} \cdot 7,8$ b) $16,439 \text{ km} \cdot 9,64$ c) $48,39 \text{ hl} \cdot 18,9$
 d) $4,956 \text{ kg} \cdot 5,78$ e) $435,94 \text{ dz} \cdot 7,35$ f) $9,49 \text{ ha} \cdot 3,489$
 g) $54,692 \text{ m}^3 \cdot 22,8$ h) $9,489 \text{ t} \cdot 0,78$ i) $394,97 \text{ m}^3 \cdot 5,328$
 k) $0,459 \text{ kg} \cdot 7,89$ l) $386,94 \text{ RM} \cdot 87,96$ m) $18,96 \text{ cm}^3 \cdot 0,794$
16. a) $24,168 \cdot 200$ b) $469,73 \cdot 8000$ c) $0,753 \cdot 3400$
 d) $3,946 \cdot 39\,000$ e) $6,9 \cdot 8400$ f) $4,7856 \cdot 856\,000$

Flächen- und Körperberechnungen

17. Ein Bauernhof ist 23,70 m breit und 65,75 m lang, der anschließende Garten ist ebenso breit und 48,6 m lang. Gib die Größe der Flächen in a an!
18. Ein Grundstück von 38,75 m Länge und 19,45 m Breite wird verkauft: 1 m² kostet 3,80 RM.
19. In einer Wohnung sollen die Fußböden mit Linoleum belegt werden. Es messen: das Wohnzimmer 5,4 m · 4,75 m; das Schlafzimmer 6,25 m · 4,75 m und die Küche 3,8 m · 3,24 m. Wie hoch sind die Kosten, wenn 1 m² Linoleum 2,95 RM kostet?
20. Die Kante eines Würfels aus Stahl mißt 12,5 cm. Wie schwer ist er, wenn 1 cm 7,9 g wiegt?
21. Ein Quader aus Marmor hat folgende Maße: 2,30 m · 1,45 m · 95 cm. Berechne sein Gewicht! 1 cm Marmor wiegt 2,7 g.
22. Ein Schulzimmer ist 8,45 m lang, 6,80 m breit und 3,64 m hoch. In ihm sitzen 28 Jungen; wieviel m³ Luft kommen auf jeden?

23. Kleingarten. Jemand kauft ein rechteckiges Stück Ackerland von 34,70 m Länge und 21,8 m Breite, um sich einen Garten daraus zu machen. Er muß für 1 qm 1,50 RM bezahlen.

a) Berechne Größe und Preis des Gartenlandes!

b) Der Garten wird mit einem Drahtzaun umgeben, von dem 1 m 0,50 RM kostet. Wieviel m Drahtzaun sind nötig, und wieviel RM zahlt man dafür?

c) Der Zaun bekommt Halt und Stütze durch 16 Betonpfosten, 1 Pfosten kostet 3,75 RM; für das Heranschaffen des Zaunes und der Pfosten sind 6,50 RM zu zahlen. An der Aufstellung des Zaunes und der Pfosten arbeiten ein Schlossergeselle mit einem Lehrling 2 Tage zu je 8 Stunden; eine Gesellenstunde wird mit 1,15 RM und eine Lehrlingsstunde mit 0,40 RM berechnet. Rechne aus, welche Summe diese Kosten ergeben!

d) Berechne die Gesamtkosten für die Errichtung des Zaunes!

§ 15. Dividieren von Zehnerbrüchen

Ein Radfahrer legt in 4 Std. a) 50,4 km b) 53,8 km zurück. Wieviel km ist er durchschnittlich in einer Stunde gefahren?

Du rechnest: a) $50,4 \text{ km} : 4 = 50 \frac{4}{10} \text{ km} : 4 = \frac{504}{10} \text{ km} : 4 = \frac{504 : 4}{10} = \frac{126}{10} \text{ km} = 12,6 \text{ km}$, b) $53,8 \text{ km} : 4 = \frac{538}{10} \text{ km} : 4 = \frac{5380}{100} \text{ km} : 4 = \frac{1345}{100} \text{ km} = 13,45 \text{ km}$.

Versuche nun in den beiden vorangehenden Beispielen den Umweg über die gemeinen Brüche zu vermeiden!

$$25,6 : 10 = \frac{256}{10} : 10 = \frac{256}{100} = 2,56;$$

$$25,6 : 100 = \frac{256}{10} : 100 = \frac{256}{1000} = 0,256.$$

Vergleiche die Ergebnisse mit den zu teilenden Zahlen und beachte die veränderte Stellung des Kommas!

$$3 : 0,5 = 3 : \frac{5}{10} = 3 \cdot \frac{10}{5} = \frac{30}{5} = 30 : 5 = \underline{6}$$

$$9,36 : 2,4 = 9,36 : \frac{24}{10} = 9,36 \cdot \frac{10}{24} = 93,6 : 24 = \underline{3,9}$$

$$9,36 : 0,24 = 9,36 : \frac{24}{100} = 9,36 \cdot \frac{100}{24} = 936 : 24 = \underline{39}$$

Man teilt einen Zehnerbruch durch eine ganze Zahl, indem man beim Überschreiten des Kommas auch im Ergebnis ein Komma setzt.

Man teilt eine Zahl durch einen Zehnerbruch, in dem man Dividend und Divisor mit derjenigen Zehnerpotenz (10, 100, 1000...) multipliziert, die den Divisor ganzzahlig macht, und dann teilt (Erweitern).

Man teilt einen Zehnerbruch durch 10, 100, 1000 usw. (Zehnerpotenzen), indem man das Komma um 1, 2, 3 usw. Stellen nach links rückt.

Aufgaben

1. a) $9,1 : 13$ b) $0,95 : 19$ c) $1,35 : 15$ d) $0,144 : 12$
 e) $12,8 : 16$ f) $0,225 : 25$ g) $0,64 : 16$ h) $1,17 : 13$
 i) $1,54 : 14$ k) $0,084 : 12$ l) $13,6 : 17$ m) $0,216 : 24$
2. a) $0,28 : 4$ b) $2,36 : 4$ c) $5,792 : 8$ d) $8,316 : 4$
 e) $5,895 : 9$ f) $1,652 : 7$ g) $4,0579 : 7$ h) $0,059427 : 9$
 i) $6,3 : 5$ k) $7,246 : 5$ l) $0,5924 : 5$ m) $0,6258 : 5$
 n) $14,6 : 4$ o) $1,35 : 4$ p) $9,504 : 3$ q) $0,18764 : 4$
 r) $91,25 : 8$ s) $57,123 : 8$ t) $4,9567 : 8$ u) $0,88025 : 8$
3. Teile durch 10 (100, 1000, 10 000):
- a) 5 734,5 b) 930,21 c) 684,34 d) 12 487,6
 e) 90 345,38 f) 82 163,459 g) 13,4 h) 16,17
 i) 28,537 k) 6,2 l) 9,173 m) 0,3
 n) 0,18 o) 0,613 p) 0,004 q) 0,103
 r) 0,000 156 s) 0,0703 t) 0,145 u) 2,0761
4. a) $112,68 : 18$ $40,32 : 24$ $6,501 : 27$ $91,35 : 29$
 b) $76,88 : 31$ $171,99 : 39$ $12,152 : 42$ $2,1168 : 48$
 c) $6,2 : 25$ $9,5 : 16$ $38,24 : 32$ $57,168 : 64$
 d) $105,3 : 45$ $8,61 : 56$ $248,16 : 75$ $73 : 25$
 e) $373 : 25$ $301 : 16$ $17 : 64$ $2914 : 50$
5. a) $73,35 : 225$ b) $305,36 : 347$ c) $983,5 : 562$
 d) $1066,8 : 635$ e) $573,3 : 728$ f) $17,303 : 968$
 g) $1 : 125$ h) $3 : 128$ i) $111 : 625$

6. a) $36 : 0,4$ b) $64 : 0,8$ c) $85 : 0,5$ d) $72 : 0,6$
 e) $84 : 0,7$ f) $76 : 0,4$ g) $96 : 1,6$ h) $68 : 1,7$
 i) $90 : 1,5$ k) $65 : 1,3$ l) $90 : 1,8$ m) $125 : 2,5$

7. a) $87\,342 : 0,6$ b) $473,920 : 0,08$ c) $58\,671 : 0,009$
 d) $11,528 : 0,2$ e) $587,49 : 0,3$ f) $6,978\,5 : 0,05$
 g) $74,936 : 0,04$ h) $53,988 : 0,006$ i) $52,325 : 0,7$

8. a) $0,569\,874 : 2$ b) $437,568\,9 : 3$ c) $9348,75 : 5$
 d) $94\,738,74 : 6$ e) $0,038\,456\,6 : 7$ f) $537,649\,6 : 8$
 g) $0,006\,873\,57 : 9$ h) $56\,793\,480 : 0,2$ i) $761\,952 : 0,03$
 k) $8\,745\,835 : 0,005$ l) $3\,749\,585 : 0,07$ m) $5\,597\,838 : 0,000\,9$
 n) $793,547\,6 : 0,02$ o) $76\,432,64 : 0,4$ p) $293,8476 : 0,006$

9. a) $0,144 : 0,9$ b) $2,58 : 0,6$ c) $13,6 : 0,018$
 d) $0,084 : 0,12$ e) $0,175 : 2,5$ f) $0,112 : 1,4$
 g) $16,8 : 0,24$ h) $0,135 : 0,45$ i) $0,96 : 1,6$
 k) $0,57 : 1,9$ l) $2,07 : 0,023$ m) $1,04 : 2,6$

10. a) $2,64 : 2,4$ b) $15,3 : 0,17$ c) $0,305 : 6,1$
 d) $0,546 : 0,42$ e) $1,33 : 1,9$ f) $0,148 : 7,4$
 g) $1,92 : 1,2$ h) $0,154 : 0,22$ i) $7,56 : 5,4$
 k) $0,364 : 0,28$ l) $27,2 : 0,16$ m) $0,078\,2 : 0,34$

11. a) $0,005 : 2$ b) $0,02 : 8$ c) $0,009 : 6$
 d) $0,0035 : 14$ e) $0,12 : 16$ f) $0,006 : 25$
 g) $345 : 0,015$ h) $720 : 0,001\,8$ i) $133 : 0,019$
 k) $600 : 0,24$ l) $2000 : 0,25$ m) $1350 : 0,45$

12. a) $219,45\,\text{m} : 57$ b) $241,08\,\text{hl} : 84$ c) $262,35\,\text{hl} : 53$
 d) $409,92\,\text{RM} : 42$ e) $1215,95\,\text{RM} : 83$ f) $287,25\,\text{RM} : 38$
 g) $246,895\,\text{kg} : 67$ h) $349,848\,\text{kg} : 86$ i) $630,176\,\text{kg} : 94$
 k) $314,57\,\text{dz} : 83$ l) $844,87\,\text{dz} : 97$ m) $711,58\,\text{dz} : 94$
 n) $353,925\,\text{t} : 143$ o) $367,664\,\text{t} : 176$ p) $170,01\,\text{ha} : 197$
 q) $317,184\,\text{cbm} : 354$ r) $2309,624\,\text{cbm} : 536$

12. a) 182,646 cbm : 417 t) 447,285 2 qm : 182
 u) 1 310,531 2 qm : 352 v) 1 358,156 6 qm : 479
 w) 15 895,76 ha : 652 x) 6 538,68 ha : 738
 y) 7 494,16 ha : 829 z) 3 807,33 qkm : 537

13. Bringe beide Zahlen auf dieselbe Benennung und führe die Rechnung mit den Maßzahlen durch! Wie oft sind enthalten

a) 9 m	in 1,161 km	in 0,792 km	in 1,008 km
b) 13 Rpf.	„ 6,24 RM	„ 4,29 RM	„ 15,21 RM
c) 18 g	„ 0,342 kg	„ 0,504 kg	„ 0,738 kg
d) 37 l	„ 3,33 hl	„ 5,55 hl	„ 9,99 hl
e) 46 qm	„ 1,476 6 ha	„ 2,447 2 ha	„ 5,464 8 ha
f) 93 kg	„ 157,17 dz	„ 435,24 dz	„ 833,21 dz
g) 2,16 m	in 1 740,96 m	h) 2,68 m	in 45,56 m
i) 0,357 cbm	„ 2,856 cbm	k) 0,443 cbm	„ 34,997 cbm
l) 0,568 t	„ 35,216 t	m) 0,729 t	„ 39,366 t
n) 7,94 a	„ 365,24 a	o) 8,52 a	„ 161,88 a
p) 8,64 qkm	„ 1 183,68 qkm	q) 9,19 qkm	„ 2 086,13 qkm
r) 0,123 4qm	„ 3,578 6 qm	s) 0,275 3 qm	„ 14,590 9 qm?

14. Gemüseerträge. Man erntete in einer Großgärtnerei

auf 1,25 ha Gemüseland	457,5 dz Weißkraut
„ 0,75 „ „	184,5 „ Rotkraut
„ 3,5 „ „	638,05 „ Blumenkohl
„ 4,65 „ „	292,95 „ junge Pflückerbsen
„ 2,45 „ „	215,6 „ junge Pflückbohnen
„ 5,8 „ „	1427,96 „ Zwiebeln
„ 1,75 „ „	507,5 „ Möhren und Karotten
„ 0,5 „ „	21,05 „ Erdbeeren

Berechne die durchschnittlichen Ernteerträge für 1 ha!

15. Ein Bauer erntet auf 10 ha 192 dz Roggen, auf 2 ha 46 dz Weizen, auf 1,5 ha 31,5 dz Gerste und auf 50 a 11,5 dz Hafer. Wie groß ist der Ertrag der Getreideernte je ha?

6. Kapitel: Zehnerbruch und gemeiner Bruch

§ 16. Verwandlung gemeiner Brüche in Zehnerbrüche und umgekehrt

Die Mutter kauft $\frac{1}{8}$ kg Pilzmehl. Wieviel g sind das? Schreibe die Zahl als Zehnerbruch mit der Benennung kg! Wie diesen kann man viele gemeine Brüche als Zehnerbrüche schreiben.

Verwandle $\frac{3}{8}$ in einen Zehnerbruch! $\frac{3}{8}$ bedeutet 3 : 8. Du rechnest:

$$3 : 8 = 0,375$$

$$\begin{array}{r} \underline{30} \\ 60 \\ \underline{\quad} \\ 40 \end{array}$$

Verwandle in gleicher Weise in einen Zehnerbruch $\frac{1}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{21}$! Die Teilung läßt sich nicht zu Ende führen. Man nennt Zehnerbrüche, die bei solchen Teilaufgaben entstehen, **unendliche Zehnerbrüche**. Die Zehnerbrüche, mit denen du bisher gerechnet hast, heißen **endliche Zehnerbrüche**.

Man verwandelt einen gemeinen Bruch in einen Zehnerbruch, indem man den Zähler des gemeinen Bruches durch seinen Nenner teilt.

Jeder Zehnerbruch kann als gemeiner Bruch geschrieben werden, dabei bilden seine ohne das Komma geschriebenen Ziffern den Zähler und die Zehnerpotenz der letzten Stelle den Nenner.

Ein Zehnerbruch, bei dem regelmäßig (periodisch) nach dem Komma die gleichen Ziffern oder Zifferngruppen wiederkehren, heißt **periodischer Zehnerbruch**. Stehen zwischen Komma und Periode noch Ziffern, die sich nicht wiederholen, so spricht man von **Vorziffern**.

Beispiele: 1. Verwandle $\frac{7}{22}$ in einen Zehnerbruch!

$$\begin{array}{r} \frac{7}{22} = 7 : 22 = \underline{0,318...} \\ 70 \\ 40 \\ 180 \\ 4 \end{array}$$

Der Strich über der 18 und die folgenden Punkte besagen, daß bei weiterem Teilen diese Ziffernfolge immer wiederkehrt.

2. Verwandle 0,144 in einen gemeinen Bruch!

$$0,144 = \frac{144}{1000} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{18}{125}$$

Aufgaben

1. Verwandle in Zehnerbrüche folgende gemeine Brüche:

- a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{20}, \frac{1}{50}$
 b) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{20}, \frac{9}{25}, \frac{17}{25}, \frac{23}{50}, \frac{39}{50}$
 c) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{3}{40}, \frac{17}{40}, \frac{73}{125}$
 d) $\frac{5}{16}, \frac{11}{32}, \frac{37}{64}, \frac{11}{128}, \frac{99}{125}, \frac{23}{80}, \frac{81}{625}, \frac{10}{1250}!$

2. Verwandle in Zehnerbrüche folgende gemeine Brüche (rechne bis zur Wiederkehr der Periode):

- a) $\frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{2}{8}, \frac{2}{7}, \frac{5}{9}$
 b) $\frac{5}{27}, \frac{22}{27}, \frac{12}{38}, \frac{7}{33}, \frac{9}{37}, \frac{13}{37}, \frac{12}{41}, \frac{21}{41}$
 c) $\frac{25}{81}, \frac{73}{81}, \frac{10}{21}, \frac{3}{11}, \frac{7}{11}, \frac{4}{13}, \frac{7}{13}$
 d) $\frac{11}{28}, \frac{13}{28}, \frac{9}{44}, \frac{29}{44}, \frac{9}{52}, \frac{11}{14}, \frac{12}{34}, \frac{23}{54}!$

3. Verwandle in einen Zehnerbruch bis Hunderttausendstel:

- a) $\frac{5}{21}$ b) $\frac{13}{21}$ c) $\frac{17}{23}$ d) $\frac{22}{23}$ e) $\frac{12}{29}$ f) $\frac{18}{31}$ g) $\frac{12}{39}$ h) $\frac{25}{39}$ i) $\frac{19}{26}$ k) $\frac{8}{65}!$

4. Verwandle in einen Zehnerbruch bis zur Wiederkehr der Periode:

- a) $\frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{13}{18}, \frac{17}{18}$ b) $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$
 c) $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{30}, \frac{11}{30}, \frac{17}{30}$ d) $\frac{2}{15}, \frac{8}{15}, \frac{11}{15}, \frac{13}{15}, \frac{14}{15}$
 e) $\frac{5}{22}, \frac{13}{22}, \frac{17}{22}, \frac{3}{38}, \frac{25}{38}, \frac{9}{44}, \frac{19}{44}, \frac{25}{44}$
 f) $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}, \frac{11}{24}, \frac{19}{24}, \frac{7}{48}, \frac{23}{48}, \frac{35}{48}$ g) $\frac{13}{60}, \frac{29}{60}, \frac{37}{60}, \frac{31}{90}, \frac{47}{90}, \frac{57}{90}!$

5. Verwandle in einen Zehnerbruch und runde dann sinngemäß ab:

- a) $1\frac{1}{8}$ RM b) $1\frac{1}{12}$ RM c) $2\frac{1}{6}$ RM d) $6\frac{5}{6}$ kg e) $3\frac{7}{11}$ m²
 f) $\frac{3}{7}$ m g) $2\frac{3}{18}$ m³ h) $\frac{23}{24}$ km i) $\frac{37}{45}$ t k) $8\frac{61}{72}$ ha!

6. Schreibe folgende Zehnerbrüche als gemeine Brüche und kürze soweit wie möglich:

- a) 0,50; 0,25; 0,75; 0,4; 0,6; 0,35; 0,48; 0,05; 0,85
 b) 0,125; 0,675; 0,18; 0,655; 0,405 5; 0,932; 0,855; 0,175; 0,625

Verwandlung gemeiner Brüche in Zehnerbrüche und umgekehrt 49

6. c) 0,127 5; 0,245; 0,64; 0,984; 0,52; 0,464; 0,125 2; 0,288; 0,324
 d) 0,428 6; 0,031 2; 0,852 5; 0,006 4; 0,972 0; 0,482 75; 0,945;
 0,387 51

7. a) $\frac{3}{7} + 0,7$ b) $4\frac{1}{2} + 3,68$ c) $0,9 + \frac{2}{3}$ d) $12\frac{5}{7} + 4,5$
 $0,6 + \frac{2}{5}$ $2,439 + \frac{3}{8}$ $1,7 + \frac{5}{6}$ $3\frac{5}{9} + 8,436$
 $1,9 + \frac{7}{25}$ $9\frac{11}{50} + 2,6$ $3\frac{2}{3} + 0,89$ $0,39 + \frac{11}{18}$
 $2,75 + \frac{5}{8}$ $0,476 + \frac{17}{20}$ $3\frac{7}{12} + 1,9$ $8,474 + 5\frac{17}{80}$

Rechne mit Zehnerbrüchen und runde in dieser und in den folgenden Aufgaben das Ergebnis auf 3 Stellen hinterm Komma ab!

8. a) $0,9 - \frac{4}{5}$ b) $0,97 - \frac{14}{25}$ c) $5\frac{1}{3} - 0,79$ d) $1,381 - \frac{2}{3}$
 $\frac{11}{20} - 0,39$ $2,887 - \frac{39}{50}$ $7\frac{7}{9} - 4,8$ $5\frac{11}{12} - 2,69$
 $0,89 - \frac{3}{4}$ $6\frac{1}{2} - 3,456$ $10,75 - 8\frac{11}{12}$ $9\frac{4}{11} - 6,9$
 $\frac{19}{25} - 0,7$ $7\frac{3}{4} - 2,89$ $3,29 - 2\frac{5}{6}$ $4,359 - 2\frac{5}{7}$

9. a) $\frac{3}{4} \cdot 0,21$ b) $4,31 \cdot 3\frac{1}{8}$ c) $3,2 \cdot 1\frac{1}{3}$ d) $2\frac{5}{7} \cdot 8,4$
 $0,412 \cdot \frac{9}{20}$ $6,924 \cdot 3\frac{2}{5}$ $4\frac{5}{6} \cdot 0,78$ $3\frac{11}{12} \cdot 5,45$
 $8\frac{4}{5} \cdot 0,49$ $6,48 \cdot 2\frac{3}{5}$ $5\frac{5}{9} \cdot 3,7$ $2,87 \cdot 3\frac{5}{12}$

10. a) $0,84 : \frac{2}{5}$ b) $2,56 : \frac{16}{25}$ c) $1\frac{4}{9} : 0,7$ d) $19\frac{5}{7} : 2,8$
 $3,825 : \frac{1}{2}$ $5\frac{13}{20} : 0,625$ $6,6 : \frac{2}{3}$ $3,9 : 1\frac{5}{12}$
 $8\frac{3}{4} : 0,45$ $2\frac{3}{4} : 3,51$ $0,665 : \frac{7}{9}$ $8\frac{17}{80} : 5,25$

11. a) $(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}) \cdot 0,7$ b) $16\frac{5}{8} - (3,25 + 1,9)$ c) $14\frac{3}{8} \cdot (2,6 + 4\frac{3}{4})$
 d) $(6\frac{1}{4} - 3,9) \cdot 0,79$ e) $27,5 : (16\frac{7}{10} - 3,58)$
 f) $(12\frac{5}{8} + 16,75) \cdot (1,343 - \frac{11}{20})$ g) $(6,85 + 3\frac{2}{3}) \cdot (4,17 - \frac{1}{2})$
 h) $(9\frac{5}{6} - 7,38) : (4,65 - 2\frac{11}{12})$

12. a) $16,64 \text{ m} + 1\frac{3}{4} \text{ m} + 67 \text{ cm} + 15\frac{1}{8} \text{ m} + 2,09 \text{ m} + 4\frac{17}{20} \text{ m} + \frac{1}{6} \text{ m} + 9,73 \text{ m}$
 b) $7,585 \text{ km} + 2\frac{18}{25} \text{ km} + \frac{5}{8} \text{ km} + 1\frac{7}{12} \text{ km} + 67 \text{ m} + 3\frac{1}{6} \text{ km} + 4 \text{ km} + 5\frac{5}{7} \text{ km}$
 c) $120\frac{3}{4} \text{ RM} - 16,98 \text{ RM} - 12 \text{ Rpt.} - 31\frac{7}{8} \text{ RM} - 44\frac{4}{5} \text{ RM} - 17 \text{ RM}$
 $- 8\frac{11}{12} \text{ RM}$

§ 17. Aufgaben aus Sachgebieten

1. a) 1 kg Malzkaffee kostet 0,85 RM; wie teuer sind 0,125; 0,5; 1,750; 3,250 kg?
 - b) 1 kg Zucker kostete 0,78 RM; wie teuer sind 0,5; 1,125; 3,8; 4,75 kg?
 - c) 1 dz Kartoffeln kostet 7,20 RM; wie teuer sind 0,75; 1,5; 7,8; 21,9 dz?
 - d) 1 kg Spinat kostet 0,38 RM; wie teuer sind 0,5; 2,75; 7; 11; 15 kg?
2. a) 9 kg Mehl kosten 4,32 RM; wie teuer ist 1 kg?
 - b) 15,25 kg Erbsen kosten 13,42 RM; wieviel kostet 1 kg?
 - c) 7,125 kg Salz kosten 2,38 RM; wie teuer ist 1 kg?
 - d) 12,75 kg Mohrrüben kosten 6,39 RM; wie teuer ist 1 kg?

Aus der Landwirtschaft

3. Ein Bauer bewirtschaftet eine Ackerfläche von 4,5 ha Land wie folgt:

a) $\frac{1}{4}$ bestellt er mit Kartoffeln, $\frac{2}{3}$ mit Roggen, $\frac{1}{6}$ mit Raps, $\frac{1}{10}$ mit Zuckerrüben und den Rest mit Grünfutter.

- b) Die Ernteerträge sind:

Kartoffeln..... 125 dz/ha

Roggen 15 dz/ha

Raps 11 dz/ha

Zuckerrüben... 300 dz/ha

Welche Ernten erzielt der Bauer?

- c) Mäht er seinen Roggen mit der Sense, so schafft er $\frac{1}{2}$ ha je Tag. Wieviel Tage braucht er?

- d) Beim Getreidemähen beträgt der Arbeitsaufwand bis zum Aufstellen der Stiegen (Garben) mit der Sense etwa 70 Std. je ha, mit Mähbinder nur etwa 4 Std. je ha. Wieviel Arbeitsstunden hat der Bauer auf seinem Roggenfeld bei der Ernte zu leisten?

D. Dreisatzaufgaben

7. Kapitel: Aufgaben mit geradem Verhältnis

§ 18. Das gerade Verhältnis

Betrachte Bild 8 und vergleiche die Zahl der Münzen links und rechts! Erkläre! Das Wievielfache beträgt der Preis, wenn man 2, 3, 4... mal so viel kauft? Den wievielten Teil des Preises bezahlt man, wenn man den 2., 3., 4.... Teil der Menge kauft?

Beim Bau einer Mauer schichtet ein Maurer in 1 Std. 3 Reihen Ziegelsteine und baut dadurch die Mauer 18 cm höher. Um wieviel cm baut er sie in 2, 3, 4... Stunden höher? Trage die Ergebnisse in eine Wertetafel ein!

Man sagt, Arbeitszeit und Mauerhöhe ändern sich im gleichen Verhältnis. In Bild 9a und b ist die Abhängigkeit der Mauerhöhe von der Arbeitszeit durch Zeichnung veranschaulicht. Auf was für einer Linie liegen in Bild 9b die Endpunkte der einzelnen senkrechten

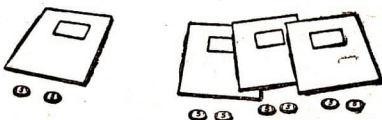


Bild 8

Wertetafel

Zeit des Bauens	Höhe der Mauer
1 Std.	18 cm
2 "	36 "
3 "	"
"	"
"	"

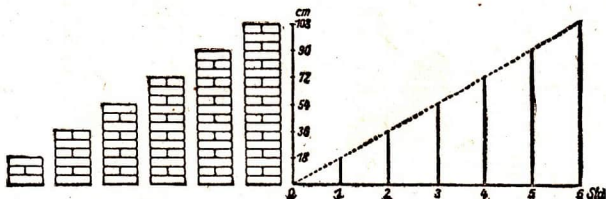


Bild 9a

Bild 9b

Strecken, die die jeweilige Höhe der Mauer angeben? Man sagt daher auch, Arbeitszeit und Mauerhöhe stehen in **geradem Verhältnis** zueinander. Lies an dieser Schaulinie ab, wie hoch z. B. die Mauer nach $3\frac{1}{2}$ Stunden Arbeit ist und wieviel Stunden nötig waren, um sie z. B. 45 cm hoch zu bauen!

Zwei Größen stehen im geraden Verhältnis zueinander, wenn beim Vervielfachen (Tellen) der einen die andere ebenso oft vervielfacht (geteilt) werden muß.

Aufgaben

1. Ergänze die folgenden Sätze:

- a) Wenn 3 mal soviel eingekauft wird, so ist der Preis mal so hoch.
- b) Wenn jemand nur die halbe Zeit arbeitet, so ist sein Verdienst
- c) Wenn nur $\frac{3}{4}$ eines Feldes bebaut werden, dann ist der Ertrag

- 2. Wie ändert sich die Lohnsumme, wenn die Betriebsleitung Arbeiter mit gleichem Stundenlohn a) einstellen, b) entlassen muß?
- 3. Was kannst du über den Fahrpreis bei der Eisenbahn sagen a) für eine längere, b) für eine kürzere Bahnfahrt?
- 4. Suche selbst solche Beziehungen unter Verwendung von je mehr,, in gleichem Maße mehr, und je weniger,, in gleichem Maße weniger.

Vom Hausbau

- 5. Ein rechteckiges Grundstück von 22,5 m Breite und 18,9 m Länge soll eingezäunt werden. 1 m Zaun kostet 2,60 RM.
- 6. Zum Ausmauern des Kellers wurden 12 000 Ziegelsteine angefahren. 1000 Ziegelsteine kosten 36,75 RM.
- 7. Es sind 169,32 qm Fußboden zu legen. 1 qm kostet 2,75 RM.
- 8. Für insgesamt 150 m Fußleisten wurden 63 RM bezahlt. Berechne den Preis für 1 m!
- 9. Für 27,25 qm Türanstrich wurden 49,05 RM bezahlt.

§ 19. Verwendung des Bruchstriches im Rechnen

Rechne $48 \cdot 35 : 68 : (85 \cdot 63)$! Berechne den Inhalt der Klammer zuerst, dann erhältst du sehr große Zahlen. Ersetzt du aber den Doppelpunkt durch einen Bruchstrich, dann kannst du die Klammer auch fortlassen. Vorstehende Aufgabe schreibst du mit Hilfe des Bruchstriches:

$$\frac{48 \cdot 35 \cdot 68}{85 \cdot 63}$$

Durch Kürzen erhältst du $\frac{16 \cdot 4}{3} = 21\frac{1}{3}$.

Durch die Schreibweise zusammengesetzter Divisionsaufgaben mit Bruchstrich verwandelst du die Aufgabe in einen Bruch, dessen Zähler und Nenner aus mehreren Faktoren bestehen. Du bist vom Rechnen mit Brüchen her gewöhnt, daß Zähler und Nenner eines Bruches stets ganze Zahlen sind. Achte auch beim Rechnen mit Hilfe des Bruchstriches darauf, daß über und unter dem Bruchstrich nur ganze Zahlen stehen; du erleichterst dir das Rechnen und vermeidest viele Fehler!

Beispiele: $1. 26 \cdot 49 : 42 = \frac{26 \cdot 49}{42} = \frac{2 \cdot 7}{3} \cdot \frac{13 \cdot 7}{2} = \frac{91}{3} = 30\frac{1}{3}$

$$2. 24 \cdot 56 \cdot 35 : (12 \cdot 21) = \frac{24 \cdot 56 \cdot 35}{12 \cdot 21} = \frac{12 \cdot 7}{1 \cdot 3} \cdot \frac{2 \cdot 8 \cdot 35}{1 \cdot 3} = \frac{560}{3} = 186\frac{2}{3}$$

$$3. 8\frac{1}{5} \cdot 14 : 2\frac{1}{3} = \frac{\frac{41}{5} \cdot 14}{\frac{7}{3}} = \frac{41 \cdot 14 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{7}{5 \cdot 1} \cdot \frac{41 \cdot 2 \cdot 3}{5} = \frac{246}{5} = 49\frac{1}{5}$$

$$4. 25,6 \cdot 18 : (12 \cdot 0,84) = \frac{256 \cdot 18 \cdot 100}{10 \cdot 12 \cdot 84} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10}{7} \cdot \frac{32 \cdot 10}{7} = 45\frac{5}{7}$$

Aufgaben

1. Löse folgende Aufgaben mit Hilfe des Bruchstriches!

- a) $196 \cdot 35 : 105$ b) $64 \cdot 85 : 51$ c) $48 \cdot 27 \cdot 7 : 63$
 d) $56 \cdot 65 \cdot 24 : (39 \cdot 32)$ e) $128 \cdot 25 \cdot 42 : (96 \cdot 14 \cdot 10)$
 f) $22 \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 36 : (45 \cdot 2\frac{1}{5})$ g) $680 \cdot 4\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} : (102 \cdot 1\frac{2}{3})$
 h) $275 \cdot 3,5 : (175 : 0,44)$ i) $3,68 \cdot 2,5 \cdot 12 : (4,6 \cdot 12,5)$
 k) $160 \cdot 6\frac{2}{3} \cdot 3,5 : (4\frac{1}{6} \cdot 12,6)$ l) $14\frac{2}{7} \cdot 0,36 \cdot 12\frac{1}{2} : (5,25 \cdot 1\frac{7}{9})$

2. Richte, wenn nötig, folgende Aufgaben für das Rechnen mit dem Bruchstrich ein und löse sie dann!

- a) $\frac{45 \cdot 116}{72}$ b) $\frac{256 \cdot 38 \cdot 15}{95 \cdot 48}$ c) $\frac{325 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 25}{52 \cdot 70 \cdot 48}$ d) $\frac{19,04 \cdot 1,2}{4,08}$
 e) $\frac{2106 \cdot 0,8}{26 \cdot 0,09}$ f) $\frac{3,6 \cdot 12,25}{7,5 \cdot 2,8}$ g) $\frac{24 \cdot 5\frac{5}{9}}{8\frac{1}{3}}$ h) $\frac{4\frac{2}{7} \cdot 2\frac{4}{5}}{6 \cdot \frac{3}{8}}$
 i) $\frac{16 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{5}{12}}{8\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{9} \cdot \frac{5}{6}}$ k) $\frac{17,55 \cdot 18 \cdot 5\frac{2}{3}}{18\frac{1}{2} \cdot 22,1}$ l) $\frac{750 \cdot 3,5 \cdot 1\frac{1}{6}}{2,45 \cdot 3\frac{1}{8} \cdot 40}$ m) $\frac{48,75}{\frac{1}{2} \cdot 0,5}$

§ 20. Dreisatz mit geradem Verhältnis

14 Rollen Tapeten, die man zum Tapezieren eines Zimmers braucht, kosten 11,90 RM. Wieviel RM kosten bei demselben Rollenpreis 11 Rollen, die man für ein zweites Zimmer nötig hat?

Drei Sätze führen dich zur Lösung:

14 Rollen kosten 11,90 RM;

1 Rolle kostet dann $11,90 \text{ RM} : 14 = 0,85 \text{ RM}$;

11 Rollen kosten $0,85 \text{ RM} \cdot 11 = 9,35 \text{ RM}$.

Darum nennt man Aufgaben dieser Art **Dreisatzaufgaben**.

Vor der Ausrechnung des genauen Ergebnisses stellst du durch Überschlag fest, daß 11 Rollen weniger als 14 Rollen kosten; denn wenn man weniger Ware kauft, hat man im gleichen Maße weniger Geld zu zahlen.

Beispiel: Aus 8 dz Leinsamen gewinnt man 95,2 l reines Öl.

a) Wieviel l Öl gewinnt man aus 5 dz?

b) Wieviel dz Leinsamen muß man verarbeiten, um 170 l Öl zu erhalten? Vor der Lösung einer Dreisatzaufgabe werden die Angaben der Aufgabe zu zwei knappen Sätzen, dem Ansatz, zusammengefaßt:

a) Ansatz: 8 dz liefern 95,2 l
5 dz „ ? l

Merke: Das, wonach gefragt wird, kommt zuletzt.

Lösung (mit Hilfe des Bruchstriches):

8 dz liefern 95,2 l = $\frac{952}{10}$ l.

1 dz liefert $\frac{952}{10 \cdot 8}$ l

5 dz liefern $\frac{952 \cdot 5}{10 \cdot 8}$ l = $\frac{5 \cdot 8}{2} \cdot \frac{119}{2}$ l = 59,5 l.

b) Ansatz: 95,2 l gewinnt man aus 8 dz
170 l „ „ „ ? „

Lösung: 95,2 l gewinnt man aus 8 dz.

1 l „ „ „ $\frac{8 \cdot 10}{952}$ dz

170 l „ „ „ $\frac{8 \cdot 10 \cdot 170}{952} = \frac{8 \cdot 17}{7} \text{ dz} = \underline{14\frac{2}{7} \text{ dz.}}$

Aufgaben

Handel und Gewerbe

1. a) In einer Landgemeinde werden für die Straßenreinigung vor einem Grundstück von 25 m Front im Monat 3,75 RM gezahlt; wieviel kostet die Reinigung vor einem Grundstück von 20; 23; 27; 31 m Front?

1. b) Ein Eigentümer zahlt im Monat für die Straßenreinigung 3,60; 4,20; 4,50; 4,95 RM; wie lang ist seine Straßenfront?
2. Ein Tapezierer hatte $87\frac{1}{2}$ kg Roßhaare für 402,50 RM gekauft und davon $37\frac{1}{2}$ kg zur Verarbeitung in Matratzen benutzt. Welchen Wert besaß der Rest?
3. a) 24,5 dz Preßkohlen kosten 58,80 RM. Wieviel RM kosten 18; 14,6; 32,8 dz?
b) Wieviel dz erhält man für 30; 67,20; 106,60 RM?
4. a) Ein Arbeiter verdient in $24\frac{1}{2}$ Tagen 112,70 RM; wieviel RM verdient er in 8; 12; 15; 20 Tagen?
b) Wieviel Tage muß er arbeiten, um 27,60; 41,40; 119,60 RM zu verdienen?
5. Ein Obsthändler hat 3 Körbe Äpfel von der gleichen Sorte verkauft. Der erste Korb enthielt 45 kg und kostete 18,90 RM, der zweite Korb enthielt 38 kg, und für den dritten Korb ließ er sich 14,30 RM zahlen. Wieviel RM kostete der 2. Korb, und wieviel kg Äpfel waren im 3. Korb?

Vom Kleingarten

6. Ein Kleingärtner kauft 7 Stachelbeersträucher zu 6,09 RM.
a) Sein Nachbar will 9 Sträucher derselben Sorte kaufen.
b) Sein Freund überlegt, wieviel Sträucher er für 13 RM kaufen kann. (Kürze sinngemäß ab!)
7. Ein Kleingärtner kauft außerdem 5 Johannisbeersträucher für 3,80 RM und 3 Pflsichbüsche für 11,25 RM.
a) Sein Nachbar will 4 Johannisbeersträucher und 6 Pflsichbüsche kaufen.
b) Herr Sch. will für Johannisbeersträucher nicht mehr als 5,— RM und für Pflsichbüsche höchstens 8,— RM ausgeben. Wieviel Sträucher und Büsche bekommt er für das Geld?
8. Ein Kleingärtner hat auf einer Fläche von 14 qm 37,5 kg Zuckerrüben geerntet, aus denen er 4,5 kg Sirup herstellt.
a) Sein Nachbar baut 12 qm mit Zuckerrüben an.
b) Ein Kleingärtner erzählt, daß er im letzten Jahr 8 kg Sirup aus eigener Ernte gewonnen hat. Wieviel Land bebaute er mit Rüben, wenn man den gleichen Ertrag annimmt wie oben?

8. Kapitel: Aufgaben mit umgekehrtem Verhältnis

§ 21. Das umgekehrte Verhältnis

Ein Vorrat von 24 dz Hafer ist zunächst für ein Pferd berechnet.

- a) Wieviel dz entfallen auf jedes Pferd, wenn der Vorrat auf 2, 3, 4, 5, ..., 8 Pferde verteilt werden soll?
- b) Wieviel dz Hafer auf jedes Pferd entfallen, hängt von der Anzahl der Pferde ab. Stelle diese Abhängigkeit in einer Übersicht zusammen (vgl. § 18)! Je größer die Anzahl der Pferde, desto weniger Hafer entfällt auf ein Pferd. Man sagt, die Anzahl der Pferde und der Hafervorrat je Pferd stehen im umgekehrten Verhältnis zueinander.

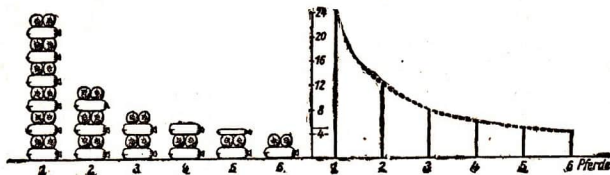


Bild 10

- c) In Bild 10 ist diese Abhängigkeit veranschaulicht. Wie ändert sich hier die jedem Pferd zukommende Menge Hafer, je größer die Anzahl der Pferde wird?
- d) Untersuche, ob auch in diesem Falle die Endpunkte der senkrechten Strecken, die die Anzahl der dz angeben, auf einer geraden Linie liegen!

Zwei Größen stehen im umgekehrten Verhältnis zueinander, wenn beim Verdoppeln, Verdreifachen oder Vervielfachen und so fort der einen die andere auf die Hälfte, ein Drittel oder ein Viertel und entsprechend weiter verkleinert wird.

Aufgaben

1. Ergänze folgende Sätze:

- a) Je mehr Personen von einem Vorrat leben, desto lange reicht er.

1. b) Je größer die Geschwindigkeit ist, desto Zeit wird gebraucht, um 1 m zurückzulegen.

c) Je mehr Arbeiter eine Arbeit verrichten, desto Zeit ist dazu nötig.

2. Ein Arbeiter braucht zum Errichten einer Mauer 16 Std.; wieviel Zeit brauchen 4 Arbeiter dazu?

3. Ein Wanderer, der in 1 Std. 5 km zurücklegt, ist nach 6 Std. am Ziel.

a) Welche Zeit braucht ein Radler, der 3 mal so schnell fährt?

b) Welche Geschwindigkeit hat ein Pferdefuhrwerk, das den Weg in 3 Std. schafft?

4. Ein rechteckiges Grundstück von 45 m Länge und 22 m Breite wird gegen ein gleich großes, doppelt so breites eingetauscht.

5. Auf einer Stadtbahnstrecke verkehren die Züge alle 30 Min.; dabei sind zwischen den Endpunkten der Strecke immer 2 Wagen unterwegs. Wieviel Wagen müßten bei 10-Minuten-Verkehr unterwegs sein?

6. Mäht man eine Wiese mit der Sense, so braucht man 12 Std. Ein Gespanngrasmäher schafft in dieser Zeit die $4\frac{1}{2}$ -fache Fläche, ein Schleppermähbalken sogar die 9fache Fläche. In welcher Zeit mähen diese Maschinen die Wiese?

§ 22. Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis

8 Schüler graben ein Beet des Schulgartens in $2\frac{1}{2}$ Std. um. a) In wieviel Stunden haben 5 Schüler die Arbeit geschafft? b) Wieviel Schüler müssen arbeiten, damit das Beet in 2 Stunden umgegraben ist? Du überlegst und findest, daß 5 Schüler mehr Stunden zur Arbeit gebrauchen als 8 Schüler; denn je weniger Arbeitskräfte an eine Arbeit herangehen, desto mehr Stunden Arbeitszeit sind zur Vollendung der Arbeit erforderlich.

Lösung vorstehender Aufgabe!

a) Ansatz: 8 Schüler graben $2\frac{1}{2}$ Std.

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & & & & & & 1 \\ & \text{„} & & \text{„} & & & \text{„} \end{array}$$

Lösung: 8 Schüler graben $\frac{8}{2}$ Std.

$$1 \quad \text{„} \quad \text{gräbt} \quad \frac{5 \cdot 8}{2} \quad \text{„}$$

$$5 \quad \text{„} \quad \text{graben} \quad \frac{5 \cdot 8}{2 \cdot 5} = 4 \text{ Std.}$$

b) Ansatz: In $2\frac{1}{2}$ Std. graben das Beet 8 Schüler

$$\begin{array}{ccccccc} \text{„} & 2 & & \text{„} & & \text{„} & & 1 & & \text{„} \end{array}$$

Lösung: In $2\frac{1}{2}$ Std. graben das Beet 8 Schüler

$$\begin{array}{ccccccc} \text{„} & 1 & & \text{„} & & \text{„} & & \frac{8 \cdot 5}{2} & & \text{„} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{„} & 2 & & \text{„} & & \text{„} & & \frac{8 \cdot 5}{2 \cdot 2} & & \text{„} \end{array} = \underline{10 \text{ Schüler}}$$

Aufgaben

Verschiedenes

1. Wird ein Vorrat an Abziehbildern gleichmäßig unter 8 Kinder verteilt, so erhält jedes Kind 27 Bilder. Wieviel Bilder erhält es, wenn diese unter 24 Kinder verteilt werden?
2. 6 Männer mähen ein Roggenfeld in 6 Std. Wieviel Männer sind nötig, wenn das Feld erst in 18 Std. gemäht zu werden braucht?
3. a) Pflanzte ein Gärtner die Pflanzen in einem Beet mit einem Abstand von 18 cm, wobei an den Rändern ein halber Abstand verbleibt, so gehen 56 Stück in eine Reihe. Wieviel Stück gehen in eine Reihe, wenn der Abstand der Pflanzen 24 cm beträgt?
b) Eine Straße soll an beiden Seiten mit Bäumen bepflanzt werden; man braucht 234 Bäume, wenn diese 8,40 m Entfernung voneinander haben und an den Enden der Straße ein halber Abstand verbleibt. Wieviel Bäume sind nötig, wenn ihre Entfernung voneinander 12,60 m betragen soll?
4. a) Jemand reicht auf einer Reise mit seinem Geld 12 Tage, wenn er täglich 5,50 RM ausgibt. Wieviel Tage reicht er, wenn er täglich 6; (4; 4,80) RM ausgibt?

4. b) Wieviel RM darf er jeden Tag ausgeben, wenn er 10; (15; 18) Tage reichen will?
5. Arbeitseinteilung a) Zum Ausschachten einer Baugrube beschäftigt eine Baufirma 15 Erdarbeiter, die die Arbeit in 8 Tagen vollenden. Wieviel Arbeiter muß sie beschäftigen, damit die Arbeit in 10; 6; 5 Tagen getan ist?
- b) In wieviel Tagen schaffen 6; 8; 10 Arbeiter die Arbeit?

Geschwindigkeiten

6. Ein Kraftwagen durchfährt eine Strecke bei 60 km Stundengeschwindigkeit in $1\frac{3}{4}$ Std. Wieviel Std. braucht ein anderer Kraftwagen zu dieser Strecke bei einer Stundengeschwindigkeit von 75, 84, 90 km?
7. Ein Wanderer, der durchschnittlich in 1 Std. $4\frac{1}{2}$ km zurücklegt, erreicht sein Wanderziel in 8 Std. In wieviel Std. würde a) ein Radfahrer mit einer Stundengeschwindigkeit von 16 km, b) ein Motorradfahrer mit einer Stundengeschwindigkeit von 54 km diese Strecke zurücklegen?

Vom Handwerk

8. Zum Anfertigen eines Kleides sind 5 m Stoff erforderlich, wenn er 75 cm breit liegt. Der Stoff ist aber in dieser Breite nicht mehr vorrätig, und man muß 90 cm breiten nehmen. Wieviel m Stoff muß man kaufen?
9. Zum Dielen eines Zimmers sind 35 Bretter von 32 cm Breite erforderlich. Wieviel Bretter von 28 cm Breite werden zu demselben Zweck gebraucht?
10. Von den Flachsfasern, die man von 1 ha Ackerland erntet, lassen sich 1260 m Handtuchstoff von 50 cm Breite herstellen. Wieviel m würde man erhalten, wenn der Stoff 60 cm breit sein soll?

E. Körper mit krummen Flächen und Kanten; Drehungen

9. Kapitel: Walze, Kreis und Ellipse

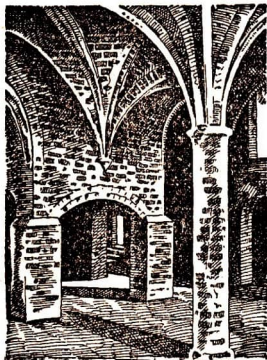


Bild 11

§ 23. Säulen

Bild 11 zeigt die Küche des Klosters Chorin. Wodurch unterscheidet sich die Säule im Vordergrund, die das Deckengewölbe trägt, von den beiden weiter hinten befindlichen Säulen, die den Kamin tragen? Unterscheide die kantigen Säulen von den runden!

Die Bilder 12 bis 14 zeigen dir kantige Säulen, die du in den Straßen der Großstadt finden kannst.

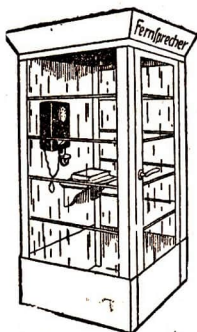


Bild 12

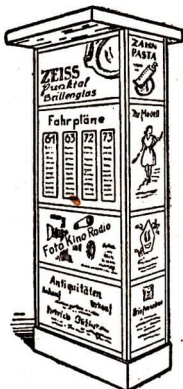


Bild 13

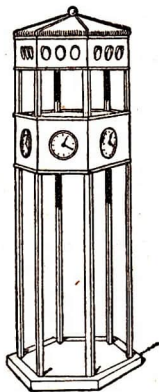


Bild 14

Bild 15 zeigt dir die mathematischen Modelle von kantigen Säulen. Zähle und beschreibe die Grund-, Deck- und Seitenflächen! Warum bezeichnet man sie auch als drei-, vier- und sechsseitige Säulen?

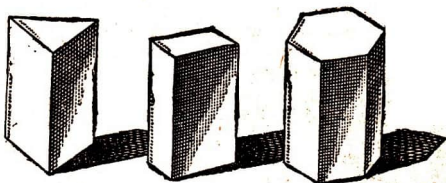


Bild 15

Jede Säule wird von einer Grundfläche, einer Deckfläche und mehreren Seitenflächen begrenzt. Grund- und Deckfläche sind gleiche Vielecke. Die Seitenflächen sind Rechtecke; sie bilden den Mantel der Säule.

Aufgaben

1. Nenne Gegenstände und Körperformen, die als Säulen bezeichnet werden können!
2. Forme aus Plastilina eine Rechteckssäule! Man nennt sie auch Quader.
3. Baue ein Hausmodell aus einem Quader und einer dazu passenden dreiseitigen Säule! Welche Kanten und Flächen verlaufen
a) waagrecht, b) senkrecht, c) schräg?
4. a) Forme aus Plastilina je eine drei-, vier- und sechsseitige Säule!
b) Zeichne für jede Säule den Mantel, schneide ihn aus und lege ihn um den entsprechenden Körper aus Plastilina!
5. Zeichne die Netze für je eine drei-, vier- und sechsseitige Säule von 8 cm Höhe, versieh sie mit Klebestreifen und stelle daraus Papiermodelle der Körper her!

§ 24. Rundsäule

Wo hast du außer an Gebäuden schon Rundsäulen gesehen? (Bild 16 und 17). Bild 18 zeigt dir das mathematische Modell einer Rundsäule. Beschreibe die Rundsäule!

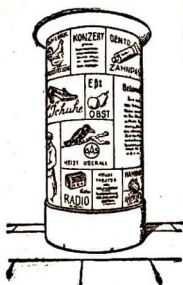


Bild 16



Bild 17



Bild 18

Die gleichen Grund- und Deckflächen der Rundsäule sind **Kreisflächen**, und die gekrümmte Fläche heißt **Mantel**. Ehe du den Mantel der Rundsäule zeichnen kannst, mußt du wissen, was für eine Fläche er darstellt. Die Art dieser Fläche erkennst du, wenn du beobachtest, welche Form ein Stück Papier hat, das in einem Laden von einer großen Rolle Einwickelpapiers abgerissen wird (Bild 19), wenn der Kaufmann sie einmal herumdreht.

Die Bilder 20 und 21 zeigen dir, wie eine Rundsäule gewälzt wird. In solchen Fällen nennt man die Rundsäule **Walze**. Rundsäule und Walze tragen gemeinsam den Namen **Zylinder**.¹⁾

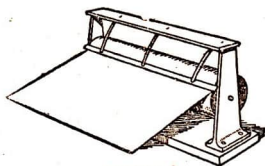


Bild 19

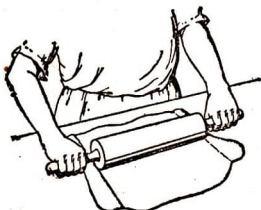


Bild 20

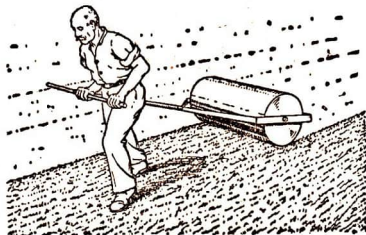


Bild 21

Die Rundsäule wird von zwei gleichgroßen Kreisflächen und einer gekrümmten Seitenfläche, dem Mantel, begrenzt. Der Mantel läßt sich zu einem Rechteck abrollen.

1) kylindein (gr.) = wälzen.

Aufgaben

1. Nenne walzenförmige Körper aus Küche und Haushalt und gib an, wie sie verwendet werden!
2. a) Stelle dir ein Walzenmodell aus Papier her! Was wirst du an Stelle von Klebefalzen verwenden (Bild 22)?
 b) Zeichne auf dem Mantel des Walzenmodells gerade Linien (Mantellinien), miß von einem Kreis bis zum anderen und vergleiche!
 c) Wie verlaufen die Mantellinien der Walze, wenn man sie mit einer ihrer Kreisflächen auf die waagerechte Tischplatte stellt?
3. Wenn du von dem Pappmodell der Walze eine der beiden Kreisflächen wegläßt, erhältst du ein zylindrisches Hohlgefäß
 a) Zähle solche zylinderförmigen Gefäße auf!
 b) Miß beim Litermaß deiner Mutter seine Höhe und den Durchmesser des Grundkreises!
4. Beschreibe Dampfkessel! Ein stehender zylindrischer Wasserkessel ist 1,80 m hoch und faßt 600 l. Wieviel Liter sind noch im Kessel, wenn man am Wasserstandsrohr folgende Höhen abliest:
 a) 90 cm b) 60 cm c) 45 cm d) 30 cm?
5. Wie unterscheidet sich ein Faß von einer Walze?
6. Eine kreisrunde Säule für Bekanntmachungen ist über dem Sockel 1,80 m hoch und hat einen Umfang von 4,50 m. Wie groß ist die Fläche, die man bekleben kann?
7. Miß den Umfang einer Anschlagssäule, schätze die Höhe und berechne die Fläche, die mit Anzeigen beklebt werden kann!



Bild 22

§ 25. Kreis und Ellipse

Forme aus Ton oder Plastilina eine Walze! Auch aus Kartoffeln kannst du leicht Walzen schneiden. Stelle die Walze mit einer ihrer Kreisflächen auf den Tisch!

Schneide den Körper senkrecht durch!

Schneide ihn waagerecht durch!

Schneide ihn schräg durch!

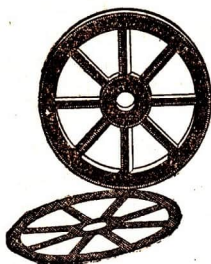


Bild 23

Wodurch unterscheidet sich die zuletzt erhaltene Schnittfläche von einer Kreisfläche? Umfahre die Schnittfläche mit einem Bleistift! Du erhältst eine Ellipse. Bild 23 zeigt, wie eine Ellipse auch als Schattenbild eines Kreises entsteht.

Wie der Gärtner eine Ellipse zeichnet, zeigt Bild 24. Der Punkt in der Mitte zwischen den beiden Pföcken heißt Mittelpunkt der Ellipse. Wie der Vater im Garten ein kreisrundes Beet anlegt, zeigt Bild 25. Beschreibe den Vorgang! Versuche in ähnlicher Weise mit einem Faden oder einem Streifen Pappe auf einem Blatt Papier einen Kreis zu zeichnen! Worauf ist hier zu achten? Leichter und genauer geschieht es mit einem Zirkel. Beschreibe ihn!

Der Punkt, in dem ein Zirkelfuß feststeht, wird zum **Mittelpunkt** des Kreises; der andere Zirkelfuß läuft einmal rund herum und zeichnet die **Kreislinie**. Wie weit ist danach jeder beliebige Punkt der Kreislinie vom Mittelpunkt entfernt?



Bild 24



Bild 25

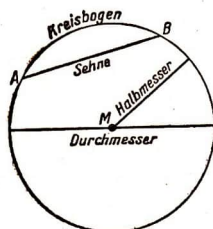


Bild 26

Die Strecke, die zwei Punkte des Kreisumfanges miteinander verbindet und durch den Mittelpunkt geht, heißt **Durchmesser** des Kreises. Er ist gleich dem doppelten Halbmesser. Die gerade Linie, die zwei Punkte des Kreisumfanges verbindet, nennt man **Sehne** (Bogensehne); ein Teil der Kreislinie heißt **Kreisbogen** (Bild 26). Das Hilfsmittel, mit dem du Kreise zeichnest, ist der Zirkel. Beschreibe, wie eine Torte geteilt wird! Läßt man dabei kein kreisförmiges Mittelstück zurück, so erhält man **Kreisausschnitte**.

Der Mittelpunkt eines Kreises ist von allen Punkten des Kreisumfanges gleich weit entfernt. Die Strecken, die diese Entfernungen darstellen, heißen Halbmesser. Der Kreisausschnitt wird von zwei Halbmessern und einem Kreisbogen begrenzt.

Die Ellipse ist das längliche und geschlossene Schattenbild des Kreises.

Aufgaben

1. Wie stellst du auf dem Spielplatz mit Hilfe eines Stabes einen Kreis her?
2. Zeichne mit dem Zirkel Kreise mit den Halbmessern: 3 cm; 4 cm; 5 cm; 2,4 cm; 3,6 cm; 1,8 cm!
3. Zeichne die Nummernscheibe eines Fernsprechers!
4. Zeichne einen Kreis mit einem Halbmesser von 1,8 cm und schneide ihn aus! Ziehe in ihm einen Durchmesser und zerschneide den Kreis längs des Durchmessers! Wie heißen die entstandenen Teile?
5. Zeichne einen Kreis mit einem Halbmesser von 4 cm und schneide ihn aus! Ziehe zwei Durchmesser und zerschneide an ihnen entlang die Kreisfläche! Vergleiche die entstandenen Kreisausschnitte!
6. a) Zeichne eine gerade Linie und stecke darauf im Abstand von 8 cm zwei Reißzwecken fest. Befestige an ihnen einen Faden von 10 cm Länge und zeichne mit seiner Hilfe eine Ellipse!
 b) Schneide die Ellipse aus und falte sie längs der zuerst gezeichneten geraden Linie, der Hauptachse, zusammen!
 c) Falte sie noch einmal so zusammen, daß die Hauptachse halbiert wird und beide Halbachsen aufeinanderliegen. Welchen Winkel bildet die zweite Faltlinie mit der ersten? Die zweite Faltlinie heißt Nebenachse der Ellipse.
 Wo schneiden die beiden Achsen einander?
 d) Was wird man unter einem Durchmesser der Ellipse verstehen?
7. Bestimme mit Hilfe eines Lineals und zweier Holzdreiecke den Durchmesser eines runden Bleistiftes, eines Geldstückes, eines Knopfes, einer Scheibe usf. (Bild 27)!

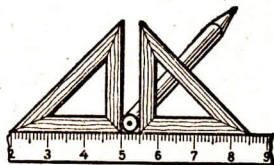


Bild 27

8. Schneide einen Kreis aus und teile ihn durch Falten in a) 4, b) 8 gleiche Kreisausschnitte!

9. a) Zeichne einen Kreis mit einem Halbmesser von 3 cm! Beschreibe um einen beliebigen Punkt der Kreislinie als Mittelpunkt einen Kreisbogen mit derselben Zirkelöffnung! Nimm einen der dadurch entstehenden Schnittpunkte als Mittelpunkt eines neuen Kreises derselben Größe usw. (Bild 28 Verzierung in Form einer Rose: Rosette)! Was beobachtest du? Wo kommen solche Verzierungen vor?



Bild 28

b) Verbinde die Spitzen der innerhalb des ersten Kreises entstandenen Rosette durch gerade Linien! Was für eine Figur wird durch diese Strecken gebildet (Bild 29)? Vergleiche die Längen der Strecken!

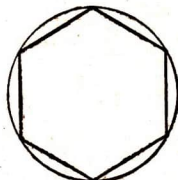


Bild 29

c) Zeichne den Querschnitt einer sechseckigen Bienenwabe unter Vermeidung aller überflüssigen Kreisbögen!



Bild 30

Der Kreis und seine Teile als Zierformen in der Baukunst

10. An romanischen Bauten findest du Formen, wie in den Bildern 30 und 31a und b gezeigt.

a) Zeichne die Formen in doppelter Größe!

b) Suche ähnliche Formen an Bauwerken deiner Heimat und zeichne sie!

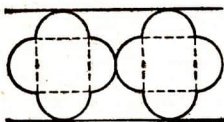


Bild 31a

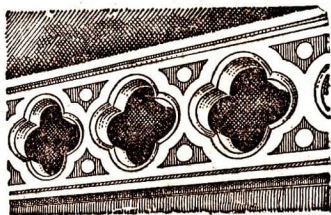


Bild 31b

11. Die Bilder 32a und b bis 35 a und b zeigen Formen, die du an gotischen Bauwerken finden kannst.

a) Zeichne die Muster in doppelter Größe in dein Heft!

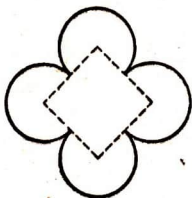


Bild 32a

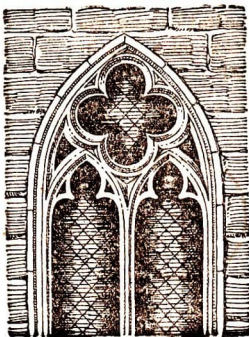


Bild 32b

Beim 3-teiligen Fischblasenmuster (Bild 35a) überlege, wie du die 6-blättrige Rosette benutzen kannst, um den Kreisumfang in 3 gleiche Teile zu teilen!

b) Suche ähnliche Formen an Bauwerken deiner Heimat und zeichne sie!



Bild 33a

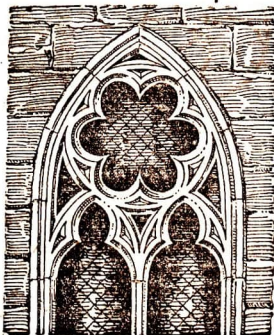


Bild 33b

12. Teile durch Probieren mit dem Zirkel einen Kreis in

- a) 5 b) 7
c) 9 gleiche Kreisausschnitte! Benenne die entstehenden Bruchteile!

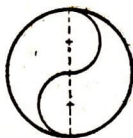


Bild 34a

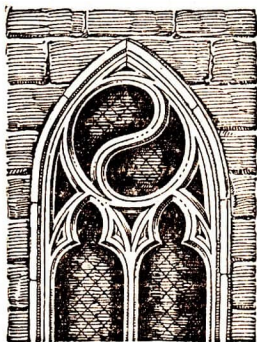


Bild 34b

Zeichne das regelmäßige Fünfeck, Siebeneck, Neuneck!

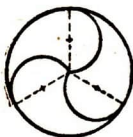


Bild 35a

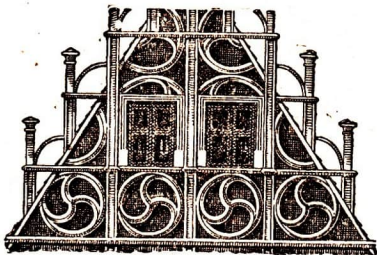


Bild 35b

10. Kapitel: Der Winkel und seine Messung

§ 26. Entstehung und Arten der Winkel

Von deinem Heimatort aus kannst du nach verschiedenen Richtungen wandern. Nach welchen Himmelsrichtungen laufen die Hauptstraßen? Beobachte kleinere oder größere Unterschiede in der Richtung zweier benachbarter Straßen!

Zwei gerade Linien, die von einem Punkt in verschiedener Richtung ausgehen (Strahlen), bilden einen Winkel. Der Ausgangspunkt der Strahlen heißt der

Scheitelpunkt des Winkels, die Strahlen nennt man seine **Schenkel**. Bild 36 zeigt, wie die Strahlen BA und BC vom Scheitelpunkt B ausgehen und einen Winkel bilden.

Das Zeichen für Winkel ist $\sphericalangle$. Bezeichnet man den Winkel mit drei großen Buchstaben, dann muß der Buchstabe, der den Scheitelpunkt bezeichnet, in der Mitte

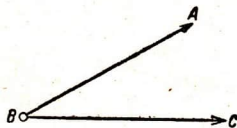


Bild 36

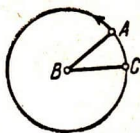


Bild 37

stehen. Man liest $\sphericalangle ABC$ oder $\sphericalangle CBA$. Oft bezeichnet man den Winkel mit kleinen griechischen Buchstaben, z. B. $\sphericalangle \alpha$, $\sphericalangle \beta$, $\sphericalangle \gamma$, $\sphericalangle \delta$ (α = Alpha, β = Beta, γ = Gamma, δ = Delta). Verbinde zwei Stäbe gelenkig miteinander wie die Zeiger einer Uhr! Halte einen Stab fest und bewege den anderen um den Drehpunkt, wie es Bild 37 andeutet! Welche Linie beschreibt der Punkt A bei einer Umdrehung? Je nach der Drehung ändert sich der Unterschied in der Richtung beider Strahlen, es entstehen verschiedene Winkel. Bild 38 gibt an, wie sie benannt werden.

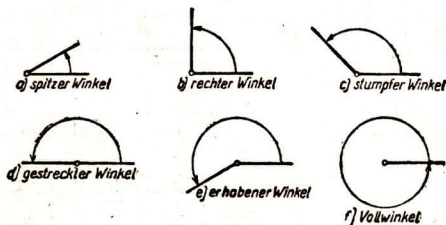


Bild 38

Vom Quadrat und Rechteck her kennst du den rechten Winkel. Vergleiche die verschiedenen Arten der Winkel mit ihm!

Beachte, daß der Richtungsunterschied nur von der Drehung abhängt; auf die Länge der Schenkel kommt es nicht an.

Bei vorgeschriebenen Richtungsänderungen, bei Messungen und beim Bauen reicht die Angabe, ob die Winkel spitz oder stumpf sind, nicht aus.

Um Winkel genau messen zu können, bestimmt man die Größe der Drehung mit Hilfe von Kreisbögen. Man teilt den Vollwinkel, also die ganze Kreislinie (Bild 38f), in 360 gleiche Teile oder **Grade**.

Der Grad ($^\circ$) wird in 60 Bogenminuten ($'$) und die Minute wird in 60 Bogensekunden ($''$) eingeteilt.

Bogenminuten und Zeitminuten sowie Bogensekunden und Zeitsekunden dürfen nicht miteinander verwechselt werden.

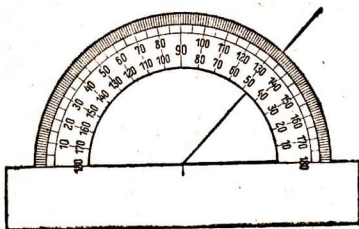


Bild 39

Wieviel Grad kommen demnach auf einen rechten Winkel, auf einen gestreckten? Zwischen welchen Gradzahlen liegen die spitzen Winkel, die stumpfen Winkel? Da meist Winkel unter 180° vorkommen, genügt für die Winkelmessung die Halbkreisteilung. Bild 39 zeigt, wie der Winkelmesser beschaffen ist und wie er benutzt wird.

Ein Winkel bezeichnet den Richtungsunterschied zweier Strahlen, die von einem Punkt ausgehen. Die beiden Strahlen heißen Schenkel, und ihr Ausgangspunkt heißt Scheitel des Winkels.

Ein Winkel wird durch einen Kreisbogen gemessen, den man um seinen Scheitel mit beliebig großem Halbmesser zeichnet.

Ein Winkel heißt spitz, wenn er kleiner als ein rechter, und stumpf, wenn er größer als ein rechter, aber kleiner als ein gestreckter Winkel ist (s. Bild 38).

Aufgaben

1. Wo kommen spitze, wo rechte, wo stumpfe Winkel vor? Führe je 5 Beispiele an!
2. Nenne Straßen deines Heimatortes, die miteinander a) einen spitzen, b) einen rechten, c) einen stumpfen Winkel bilden!
3. Die beiden Zeiger einer Uhr bilden alle möglichen Winkel miteinander.
 - a) Wieviel Grad legt der große Zeiger in einer Minute zurück? Wieviel in 7, 16, 29, 45, 59 Minuten?
 - b) Welche Winkel bilden beide Zeiger um 3 Uhr, 5 Uhr, 8 Uhr, 11 Uhr, 3 Uhr 30 Minuten, 7 Uhr 20 Minuten?
 - c) Wann bilden sie rechte, wann gestreckte Winkel?
4. Zeichne mit dem Winkelmesser Winkel von
 - a) 90° b) 45° c) 30° d) 70° e) 18° f) 100°
 - g) 135° h) 120° i) 170° k) 157° l) 270° m) 348°

5. Zeichne nach Augenmaß Winkel von a) 45° b) 30° c) 60° d) 75° und e) 160° ! Prüfe mit dem Winkelmesser, um wieviel du dich verschätzt hast!
6. Zeichne 5 spitze und 5 stumpfe Winkel! Schätze, wie groß sie sind, dann miß ihre Gradzahlen!
7. Zwei Winkel messen 48° und 34° . Zeichne sie! Zeichne mit dem Winkelmesser den Winkel, der a) die Summe, b) den Unterschied beider darstellt!

Rechnen mit Winkeln

8. Wieviel Bogen-Minuten sind $12^\circ 24'$; $36^\circ 47'$; $52^\circ 48'$; $85^\circ 6'$; $112^\circ 25'$; $136^\circ 55'$; $176^\circ 20'$?
9. Wieviel Sekunden sind $7' 24''$; $12' 16''$; $28' 3''$; $48' 32''$; $57' 45''$?
10. Schreibe als Zehnerbruch: $15^\circ 12'$; $34^\circ 15'$; $47^\circ 36'$; $72^\circ 45'$; $95^\circ 48'$; $124^\circ 20'$; $16^\circ 12'$; $28^\circ 18'$; $36^\circ 7'$; $52^\circ 47'$! Ordne diese Winkel nach spitzen und stumpfen Winkeln!
11. Erkläre: winklige Gassen; Winkelzüge machen; Winkeladvokat!

§ 27. Der Kompaß

Zum Zurechtfinden im Gelände dient ein kleines uhrähnliches Gerät, der Kompaß¹⁾. Über einer Windrose (Bild 40) kann sich eine Magnethnadel drehen, die in der Ruhelage ziemlich genau die Nord-Süd-Richtung angibt. Schneide einen Kreis aus und falte ihn so, daß eine Windrose entsteht! Gib an, wie der Kompaßkreis durch die Haupt-, Neben- und Zwischenstrahlen der Windrose geteilt wird und wieviel Grad die verschiedenen Winkel haben!

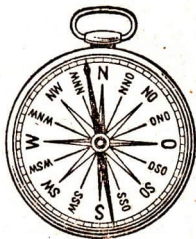


Bild 40

1) compasäre (lat.) cum = mit, passus = Schritt; „genau abmessen“.

Aufgaben

- Bestimme nach Bild 41, welche Winkel folgende Himmelsrichtungen miteinander bilden:
 - N und SO, b) NW und NO, c) SO und WSW, d) ONO und OSO, e) WSW und NW, f) S und NNO, g) OSO und WSW!
- Ein Ostwind dreht nach NNO. Wieviel Grad beträgt die Drehung?
 - Ein Schiff hat zunächst Südkurs und dreht dann um 45° nach Westen. Welchen Kurs fährt es jetzt?

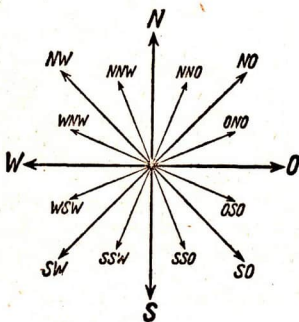


Bild 41

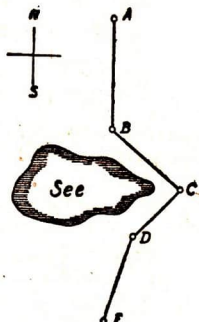


Bild 42

- Bild 42 gibt eine Wegskizze im Maßstab 1 : 100 000 wieder. Beschreibe den Weg von A über B, C und D nach E! Bestimme, wie die Richtung geändert wurde und wie groß die einzelnen Wegstrecken waren!
- Eine Schulklasse wandert zunächst 6 km nach O, dann 4 km nach NO und darauf 3 km nach N. Zeichne den Weg im Maßstab 1 : 100 000! Bestimme auch, in welcher Richtung der Ausgangsort vom Endpunkt der Wanderung liegt!
- Zeichne eine Wegskizze a) von deinem Schulweg, b) von eurer letzten Schulwanderung!
- Bestimme auf Wanderungen die NS-Richtung mit dem Kompaß! Lege die Wanderkarte so, daß ihre NS-Richtung mit der wirk-

lichen NS-Richtung zusammenfällt! Stelle nach der Karte fest, in welcher Richtung von deinem Standpunkt Ortschaften, Berge usw. liegen müssen! Miß auch auf der Karte die Winkel, die von den Richtungen zu diesen Punkten mit der NS-Richtung gebildet werden!

F. Pyramide, Kegel und Kugel

11. Kapitel: Pyramide und Dreieck

§ 23. Die Pyramide

Vor etwa 5000 Jahren bestatteten die Ägypter ihre Könige in Pyramiden, wie sie in Bild 43 zu sehen sind. Auch heute noch kannst du die Pyramidenform an Bauwerken finden, zumeist als Aufsatz an anderen Körpern (Türmen, Dächern, Denkmälern). Ein Beispiel zeigt Bild 44.

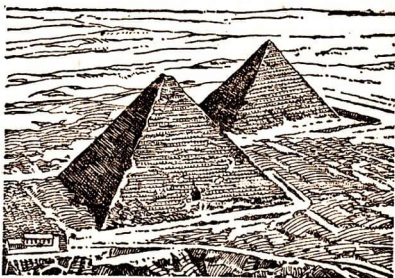


Bild 43

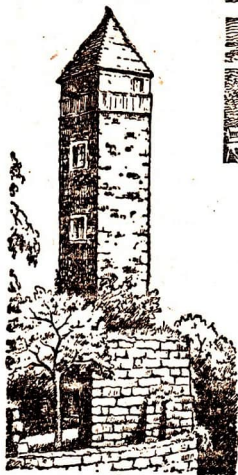


Bild 44

Bild 45 zeigt eine quadratische Pyramide¹⁾. Forme sie aus Plastilina oder schneide sie aus einer Kartoffel aus! Betrachte die Flächen, Kanten und Ecken! Vergleiche die Seitenflächen untereinander und mit der Grundfläche! Gib an, wie die Seitenflächen zur Grundfläche stehen, welche Richtung die Grundkanten, die Seitenkanten haben! Miß mit dem Winkelmesser die verschiedenen Winkel und vergleiche! Betrachte eine Seitenfläche



Bild 45

¹⁾ pyramis (griech. Fremdwort, wahrscheinlich aus dem Ägyptischen).

genau! Wieviel Kanten oder Seiten begrenzen das Dreieck? Vergleiche ihre Längen!

Man nennt Dreiecke mit zwei gleichen Seiten (sog. Schenkeln) gleichschenkl. Sind in einem Dreieck alle Seiten gleich, so heißt es gleichseitig.

Bild 46 zeigt drei verschiedene Pyramiden; warum werden sie als dreiseitige, vierseitige und sechsseitige Pyramiden bezeichnet?

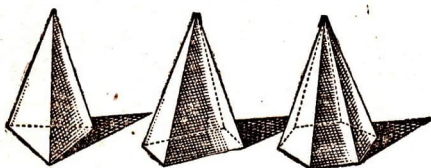


Bild 46

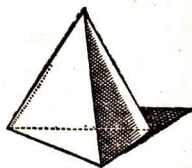


Bild 47

Pyramiden, deren Grund- und Seitenflächen gleichseitige Dreiecke sind, heißen regelmäßige Vierflächner oder regelmäßige Tetraeder (Bild 47).

Die quadratische Pyramide hat als Grundfläche ein Quadrat und als Seitenflächen gleichschenklige Dreiecke.
Das regelmäßige Tetraeder hat als Grund- und Seitenflächen gleichseitige Dreiecke.

Aufgaben

Zeichnen des gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecks

1. Zeichne mit Lineal und Zirkel ein gleichschenkliges Dreieck, wie es Bild 48 andeutet (Grundseite 6 cm, Schenkel 7 cm)!
2. Zeichne 6 gleichschenklige Dreiecke nebeneinander mit der Grundseite 4 cm und den Schenkeln a) 3 cm, b) 4 cm, c) 5 cm, d) 6 cm, e) 7 cm, f) 8 cm!

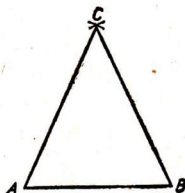


Bild 48

3. Zeichne die Dreiecke der Aufgabe 2 noch einmal so, daß alle auf derselben Grundlinie stehen! Wie liegen die Spitzen?
4. Zeichne wie in Bild 49 ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seiten a) 4 cm, b) 6 cm, c) 7,3 cm, d) 8,5 cm lang sind!

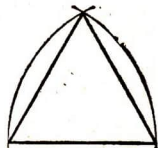


Bild 49

Modelle und Netze von Pyramiden

5. a) Zeichne das Netz einer quadratischen Pyramide mit 4 cm Grundkante und 6 cm Seitenkante! Beginne mit der Grundfläche und zeichne an jede Quadratseite eine Seitenfläche!
 - b) Zeichne ein zweites Mal das Netz der gleichen Pyramide so, daß die Seitenflächen immer eine Seitenkante gemeinsam haben!
 - c) Falte in beiden Fällen das Netz zum Modell! Wie geht es leichter?
 6. a) Wie groß ist die Summe aller Kanten der in Aufgabe 5 hergestellten Pyramide?
 - b) Miß mit dem Winkelmesser alle Winkel! Wieviel Winkel sind einander gleich?
 7. Stelle aus Stäben ein Kantengerüst einer quadratischen Pyramide her (Grundkante 9 cm, Seitenkante 16 cm)! Stelle es auf zwei nebeneinanderliegende Bücher, die eine Lücke lassen, und laß ein Lot von der Spitze in die Lücke hängen! Miß am Lot die Höhe der Pyramide!
- Anmerkung: Verwechsle nie die Höhe der Pyramide mit der Seitenkante!
8. Verfahre noch zweimal wie in Aufgabe 7, mache die Seitenkanten aber einmal 24 cm, das andere Mal 12 cm lang!
 - a) Stelle jedesmal die Höhe der Pyramide fest!
 - b) In welchem Falle verlaufen die Seitenkanten und Seitenflächen steiler?
 9. Eine quadratische Pyramide soll durch einen senkrechten Schnitt in spiegelgleiche Hälften zerlegt werden. Wie kann es geschehen (2 Lösungen)? Beschreibe die Teile!
 10. Stelle das Netz eines regelmäßigen Vierflächners aus einem großen gleichseitigen Dreieck durch geeignetes Falten her!



Bild 50

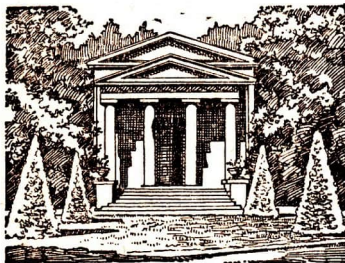


Bild 51

§ 29.

Alte und neue Bauten

Vom Dreieck

Zeichne nach Bild 50 die Giebelseiten zweier Fachwerkhäuser mit dem Fachwerkmuster in doppelter Größe in dein Heft!

Miß die Seiten und Winkel der Dreiecke!

Suche rechtwinklige Dreiecke!

An Tempeln des griechischen Altertums und auch an deutschen Bauwerken, die den griechischen nachgebildet wurden, findest du Giebel mit stumpfen Winkeln (Bild 51).

In bezug auf die Seiten sind Dreiecke entweder gleichseitig, gleichschenkelig oder ungleichseitig.

In bezug auf die Winkel sind Dreiecke entweder spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig (Bild 52).

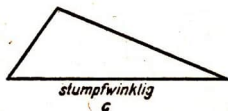
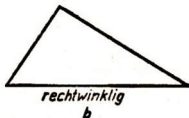


Bild 52

Wie die Seiten und Winkel im gleichschenkligen und im rechtwinkligen Dreieck bezeichnet werden, zeigen die Bilder 53 und 54.

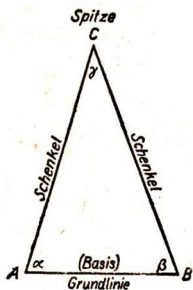


Bild 53

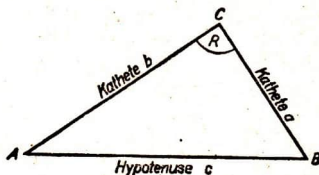


Bild 54

Aufgaben

1. Zeichne von den verschiedenen Arten der Dreiecke je eins!
2. Zeichne mit Lineal und Winkeldreieck ein rechtwinkliges Dreieck, in dem a) eine Kathete 3 cm, die andere 4 cm, b) beide Katheten 5 cm lang sind! Wie kann man das letzte Dreieck benennen?
3. Versuche, ein rechtwinkliges Dreieck a) mit 2, b) mit 3 rechten Winkeln zu zeichnen!
4. Ein gleichschenkliges Dreieck ist zu zeichnen, in dem a) die Grundseite 4 cm, die Schenkel 6 cm, b) die Grundseite 5,8 cm, die Schenkel 3,8 cm lang sind!
5. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Winkel an der Spitze a) 43° , b) 75° , c) 134° groß ist! Die Schenkel sollen jedesmal 4,8 cm lang sein. Beginne mit dem gegebenen Winkel!
6. Zeichne Giebel nach folgenden Angaben im Maßstab 1 : 200!

Winkel an der Spitze	50°	60°	75°	110°	130°
Schenkel	8 m	9,7 m	10 m	12 m	15 m

7. An Fabrikhallen findest du Sägedächer (Bild 55), deren Giebel oft rechtwinklige Dreiecke sind.

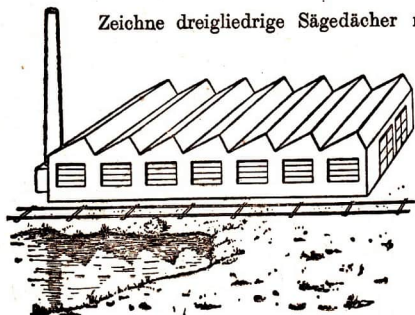


Bild 55

Zeichne dreigliedrige Sägedächer nach folgenden Angaben im Maßstab 1:100:

Lotseite a

4 m 3 m

3,5 m 5 m

Lotseite b

9 m 4,5 m

11 m 12 m

8. Fachwerkbauten sind oft durch Schnitzereien reich verziert. Bild 56a zeigt ein Muster einer solchen Schnitzerei, nämlich ein Sternachteck. Um es zu zeichnen, teile den Kreisumfang durch 4 Durchmesser als Hilfslinien in 8 gleiche Teile! Welchen Winkel müssen zwei benachbarte Durchmesser miteinander bilden? Zähle die Teilpunkte wie in Bild 56b und verbinde sie in der dadurch

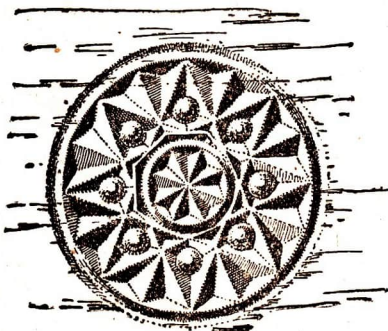


Bild 56a

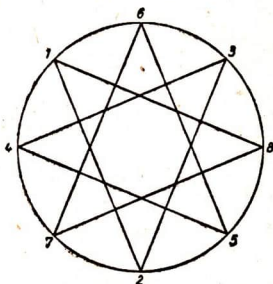


Bild 56b

festgelegten Reihenfolge miteinander! Suche in der Figur gleichschenkelig rechtwinklige Dreiecke und bezeichne ihre Ecken mit großen lateinischen Buchstaben!

9. Teile die Kreislinie durch Probieren in 5 gleiche Teile und zeichne ein Sternfünfeck! Was für Dreiecke treten dann auf?

12. Kapitel:

Pyramidenstumpf und Trapez

§ 30. Der Pyramidenstumpf

Zu welchem dir bekannten geometrischen Körper kannst du die Außenleuchte und den Tragkorb in Bild 57 ergänzen?

Forme eine quadratische Pyramide aus Plastilina oder aus einer Kartoffel! Stelle sie aufrecht auf den Tisch und schneide durch einen waagrecht geführten Schnitt die Spitze ab! Den Restkörper bezeichnet man als **Pyramidenstumpf** (Bild 58).

Grund- und Deckfläche des Pyramidenstumpfes nennt man **gleichlaufende** oder **parallele Flächen**. Sie bleiben gleichlaufend auch dann, wenn man den Körper auf eine schräge Unterlage stellt. In jeder Seitenfläche sind auch die waagerechten Kanten gleichlaufend oder parallel. Miß die Länge der Seitenkanten! Zu was für einer Figur kannst du jede Seitenfläche ergänzen? Man nennt die Seitenflächen **Trapeze**¹⁾; die gegenüberliegenden, gleichlangen, aber nicht gleichlaufenden Seiten sind seine Schenkel.

Umfahre eine Seitenfläche deines Pyramidenstumpfes mit dem Bleistift, schneide den Umriß aus und lege ihn nacheinander auf die übrigen Seitenflächen! Was beobachtest du? Man nennt die Seitenflächen daher **deckungsgleich**.



Bild 57

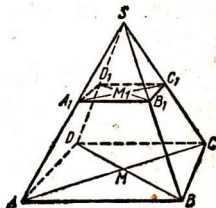


Bild 58

¹⁾ trapeza vom griech. tetrápera = Vierfuß,

Grund- und Deckfläche des quadratischen Pyramidenstumpfes sind gleichlaufende Quadrate von verschiedener Größe.
 Die Seitenflächen des regelmäßigen Pyramidenstumpfes sind deckungsgleiche Trapeze mit gleichlangen Schenkeln.
 Ein Trapez ist ein Viereck mit zwei gleichlaufenden Seiten.

Aufgaben

1. Nenne Körper, die die Form eines Pyramidenstumpfes haben!
2. a) Nimm das aus Plastilina oder aus einer Kartoffel gefertigte Modell eines Pyramidenstumpfes, lege es auf eine Seitenfläche und umfahre sie mit dem Bleistift! Drehe den Körper, ohne ihn vom Blatt abzuheben, um eine Seitenkante auf die nächste Seitenfläche, umfahre auch diese und fahre so fort, bis du die vier Seitenflächen oder den Mantel des Kegelstumpfes gezeichnet hast!

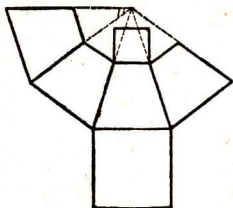


Bild 59

- b) Zeichne nun über einem Paar gleichlaufender Seiten die Quadrate! Du hast jetzt den Mantel des Körpers zum Netz ergänzt (Bild 59).
- c) Versieh das Netz mit Klebefalzen, schneide das erhaltene Modell des Kegelstumpfes aus, falte es passend und klebe es zum Körper zusammen!

3. Verfahre wie in Aufgabe 2, um a) einen kleinen Papierkorb, b) eine Papierlaterne von der Gestalt eines Pyramidenstumpfes herzustellen!

4. Stelle aus Stäbchen das Kantenmodell eines Pyramidenstumpfes her! Verbinde in den quadratischen Flächen je zwei nicht benachbarte Ecken durch eine Eckenstrecke (Bild 58)! Zwischen welchen Punkten kannst du die Höhe des Körpers messen?

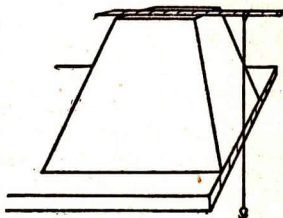


Bild 60

5. Stelle dein aus Plastilina oder einer Kartoffel geformtes Modell des Pyra-

midenstumpfes an die Tischkante! Lege dein Lineal auf die Deckfläche und miß mit Hilfe eines Lotes die Höhe des Körpers (Bild 60)!

6. Durchschneide das Modell des Pyramidenstumpfes durch ebene Schnitte, die a) waagerecht, b) senkrecht, c) schief geführt werden! Beschreibe jedesmal die Schnittfläche!

§ 31. Das Trapez

Suche an den Körpern in Bild 61 viereckige Flächen, bei denen ein Paar Seiten gleichlaufend ist!

Führe andere Beispiele dafür aus deiner Umgebung an! Schneide aus einem Papierstreifen durch Schnitte in verschiedener Richtung Trapeze aus!

Miß die Winkel und vergleiche sie!

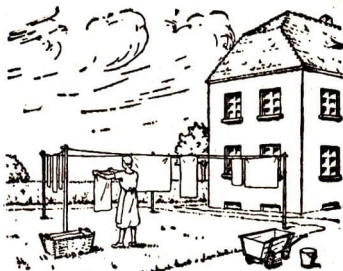


Bild 61

Die gleichlaufenden Seiten des Trapezes heißen Grundseiten, die anderen Schenkel (Bild 62a).

Das gleichschenklige Trapez hat gleich lange Schenkel und gleiche Winkel an jeder Grundseite (Bild 62b).

Das rechtwinklige Trapez hat zwei rechte Winkel (Bild 62c).

Aufgaben

1. Zeichne a) ein gleichschenkliges, b) ein rechtwinkliges, c) ein ungleichschenkliges-schiefwinkliges Trapez!
2. Zeichne ein gleichschenkliges Trapez und schneide es aus! Kniffe es zusammen wie in Bild 63a und falte es dann wieder auseinander (Bild 63b)!



Bild 62

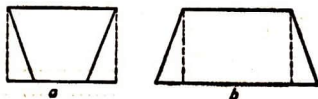


Bild 63

2. a) Was für Winkel bilden die Faltlinien mit den Grundlinien?
 b) Was für Figuren entstehen durch das Falten?
 c) Schneide die entstandenen Dreiecke ab und lege sie aufeinander!
 d) An welchen Linien kann man die Höhe des Trapezes messen?
3. Zeichne ein gleichschenkliges Trapez mit den Grundseiten 5 cm und 7 cm und mit einer Höhe von 4 cm!

Anleitung: Zeichne zunächst mit Hilfe des Zeichendreiecks ein Rechteck, wie du es in Aufgabe 2 durch Falten gewonnen hast! Wie lang muß dann die zweite Lotseite eines jeden der anzufügenden Dreiecke sein? Schreibe zum Schluß an Grundseiten und Höhe die gegebenen Längen!

4. In einer Stellmacherei werden Handwagen hergestellt, bei denen die trapezförmigen Einsätze folgende Maße haben:

	a)	b)	c)	d)
Obere Kante	90 cm	75 cm	60 cm	55 cm
Untere Kante	50 cm	45 cm	40 cm	45 cm
Höhe	50 cm	40 cm	30 cm	30 cm

Zeichne die Teile im Maßstab 1 : 10!

5. Ein Glaser erhält den Auftrag, eine neue Straße mit Laternen von der Form wie in Bild 57 auszustatten. Er wählt für den Beleuchtungskörper folgende Maße:

Kleine Grundseite	25 cm
Große Grundseite	35 cm
Höhe der Seitenfläche des Stumpfes	35 cm
Seitenkante der aufgesetzten Pyramide	20 cm

Zeichne das Netz des Beleuchtungskörpers, versieh es mit Klebefalten und füge es zum Modell zusammen!

6. Fertige Modelle für folgende Pyramidenstümpfe:

lange Grundkante	5 cm	6,5 cm	7 cm
kurze Grundkante	3 cm	4,0 cm	6 cm
Höhe der Seitenfläche	4 cm	5,0 cm	3 cm!

7. Dammbauten. Der Querschnitt durch einen Damm ist häufig ein gleichschenkliges Trapez. Bild 64 gibt die Bezeichnungen an. Stelle durch eine Zeichnung in geeignetem Maßstab die nicht gegebenen Größen fest, wenn bekannt sind: a) Dammsohle 13 m, Dammkrone 4 m, Dammhöhe 3,4 m, b) Dammsohle 15 m, Böschungslänge 6 m, Böschungswinkel 42°

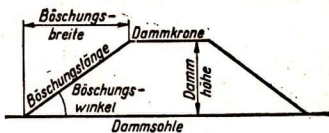


Bild 64

8. Graben. Gräben und Kanäle werden so angelegt, daß die Böschungslängen und -winkel gleich sind (Bild 65). Zeichne in geeignetem Maßstab den Querschnitt durch einen Graben nach folgenden Angaben und entnimm der Zeichnung die Größe der übrigen Stücke!
- a) Grabenbreite 5,4 m, Grabentiefe 2,6 m, Böschungslänge 3,2 m,
b) Grabensohle 3,2 m, Grabentiefe 2,2 m, Böschungswinkel 52° .

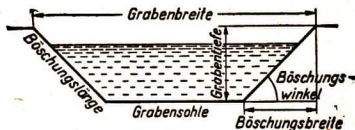


Bild 65

13. Kapitel: Kegel, Kegelstumpf und Kugel

§ 32. Der Kegel

Du hast im Frühjahr mit dem Kreisel auf der Straße gespielt (Bild 66). Diese Spielzeug hat die Gestalt eines

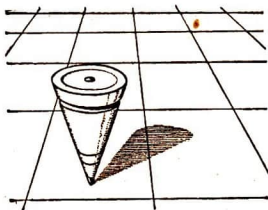


Bild 66

Kegels. Dieselbe Form hat auch die Zuckertüte der Schulanfänger. Wo hast du Körper dieser Form beobachtet? Schneide die Blumentüte (Bild 67) bis zur Spitze auf und breite das Papier auf dem Tisch aus! Welche Gestalt hat die Fläche?



Bild 67

Bild 68 zeigt dir das Netz des Kegels.

Der Kegel steht auf einer Kreisfläche.

Seine Seitenfläche (der Mantel) ist gekrümmt und endet in einer Spitze.

Der Mantel des Kegels läßt sich zu einem Kreisausschnitt abwickeln.

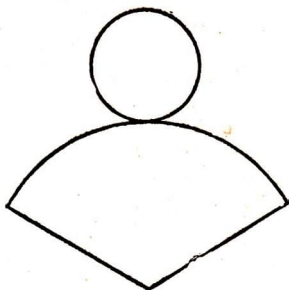


Bild 68

Aufgaben

1. Nenne Gegenstände, die die Form eines Kegels haben!
2. Forme einen Kegel aus Ton- oder Plastilina! Achte darauf, daß die Spitze senkrecht über der Mitte der Grundfläche liegt; sonst erhältst du statt eines aufrechten einen schiefen Kegel!
 - a) Lege das Lineal an den Mantel des Kegels und zeichne gerade Linien (Mantellinien)!
 - b) Vergleiche die Länge verschiedener Mantellinien!
 - c) Ermittle die Höhe des Kegels! (Denke an die Bestimmung ihrer Größe!)
 - d) Zerschneide den Kegel durch einen Schnitt, der senkrecht zur Grundfläche verläuft und durch die Spitze geht! Beschreibe die Schnittfläche und miß ihre Winkel!
3. Denke dir über einem Grundkreis verschieden hohe Kegel! Wie ändert sich die Richtung der Mantellinien? Bei welcher Körperform stehen sie senkrecht zur Grundfläche?
4. Zeichne einen Kreis von 10 cm Durchmesser und in ihm zwei beliebige Halbmesser! Zerschneide ihn längs der Halbmesser, versieh jeden der beiden Kreisausschnitte mit Klebefalzen und klebe jeden zum Kegelmantel zusammen! Stelle für jeden Mantel den Halbmesser des zugehörigen Grundkreises fest und vervollständige beide Mäntel zu Kegeln!

5. Stelle beide Kegel (Aufgabe 4) auf ihre Grundflächen und vergleiche
a) ihre Höhen, b) ihre Mantellinien, c) ihre Grundflächen! d) Fülle beide Kegel mit Sand und stelle fest, welcher den größeren Rauminhalt hat!

6. Klebe zwei Kegelmodelle, die gleiche Grundflächen haben, mit ihren Grundflächen aneinander! Beschreibe den Doppelkegel!

7. Ein runder Pfahl soll in den Boden eingeschlagen werden; wann geht es leichter? Aus welchen beiden Körpern kann man sich den mit einer Spitze versehenen Pfahl zusammengesetzt denken?

Führe andere Beispiele an, bei denen ein Kegel zweckmäßig die Spitze bildet!

8. Stelle ein Modell des in Bild 69 gezeigten Turmes her, beginne mit dem Dach!

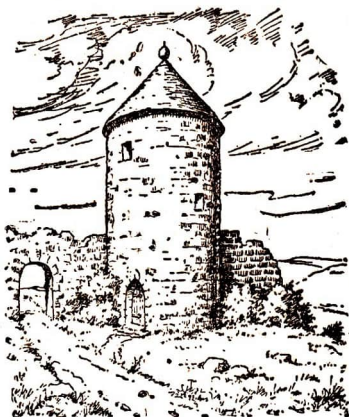


Bild 69

§ 33. Der Kegelstumpf

Zu welcher Körperform kannst du die Eimer in Bild 70 und den unteren Teil des Hyazinthenglases in Bild 67 ergänzen?

Forme einen Kegel aus Ton oder Plastilina, stelle den Kegel aufrecht auf den Tisch, fertige aus Papier seinen Mantel und lege ihn um den Körper! Schneide durch einen waagrecht geführten Schnitt die Spitze ab! Den Rest-



Bild 70

körper bezeichnet man als **Kegelstumpf** (Bild 71). Beschreibe Gestalt und Lage der Grund- und Deckfläche! Lege das Lineal



Bild 71

an die Mantelfläche des Restkörpers, zeichne eine gerade Linie (Mantellinie), schneide den Mantel längs der Linie auf und breite ihn in der Ebene aus (Bild 72)!

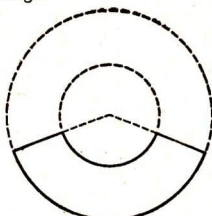


Bild 72

Grund- und Deckfläche des Kegelstumpfes sind gleichlaufende Kreisflächen verschiedener Größe.

Die Mantelfläche des Kegelstumpfes ist gekrümmt. Breitet man sie in der Ebene aus, dann erhält man einen Ausschnitt aus einem Kreisring.

Aufgaben

1. Nenne Körper, die die Form eines Kegelstumpfes haben!
2. Nimm die aus Ton oder Plastilina geformten Kegelstümpfe, stelle sie auf die Grundfläche und zerschneide sie a) durch senkrechte Schnitte, b) durch waagerechte Schnitte in verschiedener Höhe! Beschreibe die Schnittflächen!
3. Zeichne einen Kreisring und zerschneide ihn durch 2 zum Mittelpunkt des Kreises geführte Schnitte in 2 Teile! Füge jeden dieser Teile zum Mantel eines Kegelstumpfes zusammen! Stelle für jeden Mantel die Halbmesser der zugehörigen Grund- und Deckkreise fest, zeichne die Kreise, versieh sie mit Klebezacken und füge Mäntel und Kreisflächen zu Kegelstümpfen zusammen!
4. Stelle beide Kegelstümpfe auf ihre Grundflächen und vergleiche a) ihre Höhen, b) ihre Mantellinien, c) ihre Grundflächen! d) Klappe die Deckflächen wieder auf, fülle die Körper mit Sand und stelle mit Hilfe einer Waage oder eines Meßglases fest, welcher von beiden den größeren Rauminhalt hat!

5. Stelle einen Lampenschirm nach Bild 73 her!
6. Versuche eine Milchkanne nach Bild 74 aus Papier zu kleben! Beginne mit dem kegelstumpfförmigen Teil!
7. Stelle das Pappmodell einer kegelstumpfförmigen Reibesatte her (Bild 75), wie sie zum Einrühren des Kuchens verwendet wird!



Bild 73

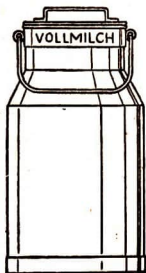


Bild 74



Bild 75

8. Sieh dir einen Trichter genau an, beschreibe seine beiden Teile und stelle ein Modell von ihm her!
9. Bei dem abgebildeten Meßtrichter für die Hausfrau (Bild 76) geben die Zahlen das Gewicht in Gramm an.
 - a) Bei der Teilung für Mehl kannst du 3 Teilstriche für 150 g, 200 g und 250 g erkennen. Warum ist der Abstand von 200 g bis 250 g kleiner als der von 150 g bis 200 g?



Bild 76

9. b) Wie unterscheiden sich die Teilungen unseres Meßtrichters von denen eines Meßzylinders?
- c) Warum fehlt wohl beim Meßtrichter die Kegelspitze?

§ 34. Die Kugel

Welche Form nehmen Seifenblasen an? Zu Weihnachten erfreuen wir uns an Kugeln, die aus Glas geblasen sind. Versuche, einen Gummiball in Papier einzuwickeln, ohne das Papier zu falten! Warum gelingt es nicht? Im Altertum galt die Kugel als das Sinnbild der Vollkommenheit und Ebenmäßigkeit. Warum wohl? Denke an das Aussehen der Kugel, ihre Krümmung, an die Zahl der Flächen, Kanten, Ecken! Schneide einen Halbkreis aus Pappe, befestige ihn längs des Durchmessers an einem Holzstäbchen, das du zwischen beiden Händen in schnelle Drehung versetzt! Was vermeinst du zu sehen? Was folgt daraus über die Entfernung der Punkte auf der Oberfläche der Kugel vom Mittelpunkt?

Alle Punkte einer Kugel sind von ihrem Mittelpunkt gleichweit entfernt. Die Oberfläche der Kugel ist gleichmäßig gekrümmt und weist weder Kanten noch Ecken auf.
Die Kugelfläche läßt sich nicht in eine ebene Fläche verbiegen.

Aufgaben

1. Stelle eine Kugel aus Ton oder Plastilina her und zerschneide sie durch beliebig geführte ebene Schnitte! Welche Form haben alle Schnittflächen?
2. Die Blase eines Fußballes ist meist aus 4 gleichen ebenen Teilen zusammengeklebt, die von zwei Kreisbogen begrenzt sind (Bild 77). Lege die zusammengefaltete Blase auf ein Blatt Papier, umfahre sie mit dem Bleistift und stelle 4 solcher Teile her! Versieh sie mit Klebezacken und versuche, sie zur Kugel zusammenzukleben!

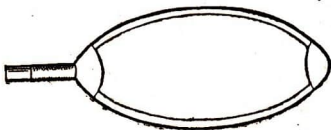


Bild 77

3. a) Wodurch kannst du erreichen, daß die Kugelgestalt besser herauskommt?
- b) Stelle dir aus Ton oder Plastilina eine Kugel von der Größe eines Apfels her!
- c) Zerschneide die Kugel durch zwei aufeinander senkrecht stehende, ebene Schnitte, die durch den Mittelpunkt der Kugel geführt werden! In wieviel Teile ist die Kugel dadurch zerlegt?
- d) Halbiere jeden dieser Teile durch einen ebenen Schnitt längs des Durchmessers!
- e) Lege um die gekrümmte Fläche eines solchen Teiles ein Stück Papier und umfahre den Rand des Kugelzweiecks mit dem Bleistift!
- f) Stelle 8 solcher Kugelzweiecke her, versieh sie mit Klebefalzen und füge sie zur Kugel zusammen!

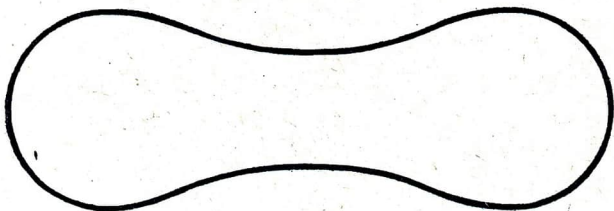


Bild 78

4. Tennisbälle sind nur aus 2 Teilen hergestellt, deren Gestalt Bild 78 zeigt. Schneide zwei solcher Teile aus Stoff, gib ringsherum für die Naht 2 mm zu und stelle einen Ball her!
5. Faust- und Fußbälle sind aus 12 Teilen zusammengesetzt (Bild 79). Lege ein Blatt festes Papier auf einen solchen Teil und zeichne ihn nach! Stelle aus 12 solchen Teilen ein Kugelmodell her!

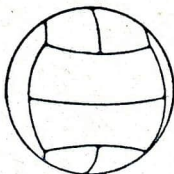


Bild 79

