

# LEHRBUCH DER MATHEMATIK

FÜR DIE GRUNDSCHULE

---

SECHSTES SCHULJAHR



VOLK UND WISSEN VERLAG · BERLIN / LEIPZIG

**LEHRBUCH  
DER  
MATHEMATIK**

**FÜR DIE GRUNDSCHULE**

**6. SCHULJAHR**

**Mit 85 Abbildungen**



**VOLK UND WISSEN VERLAG**

**BERLIN/LEIPZIG**

**1 9 5 0**

Herausgegeben von der Verlagsredaktion Mathematik unter Mitarbeit von  
Dr. Gustav Beyrodt und Erich Weis.

Bestell-Nr. 2043 0.90 DM br. (0.70 DM bei Lieferung durch die Schule) · 511.- 770. Tausend  
Lizenz Nr. 334 · 1000 51-I-34 51  
Satz: B.G.Teubner, Leipzig (M 109) — F 532  
Druck: Tribüne Druckerei III, Leipzig (M 316)

# I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

## A. Teilbarkeit der Zahlen

I. Die Teilbarkeit .....	5
1. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen .....	5
2. Teilbarkeitsregeln .....	6
II. Der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache .....	8
3. Der größte gemeinsame Teiler .....	8
4. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache .....	10

## B. Die Grundrechenarten mit Brüchen

III. Addieren und Subtrahieren .....	12
5. Gleichnamigmachen von Brüchen .....	12
6. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche .....	15
7. Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche .....	18
IV. Multiplizieren und Dividieren .....	23
8. Multiplizieren eines Bruches mit einer ganzen Zahl .....	23
9. Dividieren eines Bruches durch eine ganze Zahl .....	26
10. Multiplizieren eines Bruches mit einem Bruch .....	30
11. Dividieren eines Bruches durch einen Bruch .....	33
12. Angewandte Aufgaben .....	36

## C. Das Rechnen mit Dezimalbrüchen

V. Die Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen .....	38
13. Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen .....	38
14. Multiplizieren von Dezimalbrüchen .....	43
15. Dividieren von Dezimalbrüchen .....	47
VI. Dezimalbruch und gemeiner Bruch .....	51
16. Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt ..	51
17. Angewandte Aufgaben .....	55

## D. Dreisatzaufgaben

VII. Aufgaben mit direktem Verhältnis .....	57
18. Das direkte Verhältnis .....	57
19. Verwendung des Bruchstriches im Rechnen .....	58
20. Dreisatz mit direktem Verhältnis .....	59

VIII. Aufgaben mit indirektem Verhältnis .....	62
21. Das indirekte Verhältnis .....	62
22. Dreisatz mit indirektem Verhältnis .....	63
<b>E. Von Säulen; vom Winkel</b>	
IX. Säulen; Kreis und Ellipse .....	66
23. Säulen .....	66
24. Der Zylinder .....	68
25. Kreis und Ellipse .....	70
X. Der Winkel und sein Maß .....	77
26. Entstehung und Arten der Winkel .....	77
27. Der Kompaß .....	80
<b>F. Pyramide, Kegel und Kugel</b>	
XI. Pyramide und Dreieck .....	82
28. Die Pyramide .....	82
29. Dreiecke an alten und neuen Bauten .....	85
XII. Pyramidenstumpf und Trapez .....	90
30. Der Pyramidenstumpf .....	90
31. Das Trapez .....	92
XIII. Kegel, Kegelstumpf und Kugel .....	95
32. Der Kegel .....	95
33. Der Kegelstumpf .....	97
34. Die Kugel .....	99

# A. Teilbarkeit der Zahlen

## I. Die Teilbarkeit

### 1. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen

Durch welche Zahlen ist die Zahl 60 ohne Rest teilbar?

Beurteile die Teilbarkeit der Zahl 59!

Bestimme die Teilbarkeit der Zahlen 24 und 19!

Die Zahlen 60 und 24 sind durch mehrere Zahlen teilbar.

Die Zahlen 59 und 19 dagegen können nur durch 1 und sich selbst geteilt werden.

Zahlen, die sich nur durch 1 und durch sich selbst teilen lassen, heißen **Primzahlen**. Zahlen, die durch andere Zahlen ohne Rest geteilt werden können, heißen **zusammengesetzte Zahlen**.

$24 = 3 \cdot 8$ . Die Zahlen 3 und 8 sind Faktoren oder Teiler von 24; 8 kann man weiter zerlegen in  $2 \cdot 2 \cdot 2$  und somit  $24$  in  $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ . Ordnet man die Faktoren nach der Größe, so ist  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$  oder kürzer  $2^3 \cdot 3$ . Die Faktoren 2 und 3 sind **Primzahlen**. 24 ist in **Primfaktoren** zerlegt.

Beispiele für das Zerlegen größerer Zahlen:

1.  $72 = 2 \cdot 36$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 18$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

2.  $90 = 2 \cdot 45$

$90 = 2 \cdot 3 \cdot 15$

$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

### Aufgaben

1. Schreibe als Potenzen  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ,  $3 \cdot 3 \cdot 3$ ,  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ ,  $4 \cdot 4$ ,  $8 \cdot 8 \cdot 8$ ,  $8 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ ,  $10 \cdot 10 \cdot 10$ ,  $25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25$ ,  $30 \cdot 30!$

2. Welchen Wert haben folgende Potenzen:  $2^3$ ,  $5^2$ ,  $3^2$ ,  $5^3$ ,  $8^3$ ,  $10^4$ ,  $2^5$ ,  $7^3$ ,  $3^4$ ,  $4^3$ ,  $3^5$ ,  $7^2$ ,  $9^2$ ,  $9^3$ ,  $6^2$ ,  $2^6$ ,  $6^3$ ,  $3^6$ ,  $5^4$ ,  $4^3$ ?

3. Unterscheide  $4 + 4 + 4 + 4 + 4$  und  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4!$  Schreibe beides kürzer!

4. Um wieviel ist  $3^6$  größer als  $3 \cdot 6$ ?
5. a) Zerlege die Zahlen 1 bis 20 in ihre Primfaktoren!  
 b) Stelle die Primzahlen im Zahlenraum 1 bis 20 zusammen!
6. Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren: 25, 27, 42, 45, 48, 54, 64, 72, 81, 100!
7. a) Bestimme die Primzahlen im Zahlenraum 1 bis 100!  
 Anleitung: Beginne mit 2 und schreibe die ungeraden Zahlen von 3 bis 9 in die erste Zeile, darunter die ungeraden Zahlen von 11 bis 19 usw.! Warum lassen wir die geraden Zahlen weg? Streiche, von 3 ausgehend, jede dritte Zahl weg! Welcher Teiler ist allen gestrichenen Zahlen gemeinsam? Wo findet man alle durch 5 teilbaren Zahlen? Streiche sie mit Ausnahme der 5! Streiche schließlich von 7 ausgehend jede siebente Zahl, wobei bereits gestrichene Zahlen mitzuzählen sind! Welche Eigenschaften haben diese Zahlen? Die Zahlen, die durch 11 oder größere Primzahlen teilbar sind, wurden schon gestrichen, denn sie enthalten außer 11 einen Teiler, der kleiner als 10 ist, sind also Vielfache einer der Zahlen 2 bis 9. Alle in dem Zahlenraum vorkommenden Vielfachen der Zahlen 2 bis 9 sind bereits gestrichen. Durch die Streichungen ist die Folge der natürlichen Zahlen von 1 bis 100 so durchlöchert worden, daß nur die Primzahlen stehengeblieben sind. Nach dem Griechen, der das Verfahren zum erstenmal anwendete, bezeichnet man es als Sieb des Eratosthenes. (Eratosthenes lebte um 200 v. u. Z.)  
 b) Überlege, wie die Primzahlen bis 200 durch das Sieb des Eratosthenes zu bestimmen sind!  
 c) Bestimme die Primzahlen bis 400 auf dem gleichen Wege!
8. Bestimme die Primfaktoren folgender Zahlen: 36, 56, 91, 90, 105, 126, 152, 168, 198, 225, 240, 306, 440, 504, 625, 720!

## 2. Teilbarkeitsregeln

Zerlege 249 in Primfaktoren! Nur geübte Rechner werden sofort einen Teiler erkennen. Woran ist zu erkennen, ob eine Zahl ohne Rest durch 2 teilbar ist? Schreibe die Vielfachen von 5 der Größe nach auf! Woran erkennt man, ob eine Zahl ohne Rest durch 5 teilbar ist?

Um zu erkennen, ob eine Zahl, z. B. 4 782, durch 3 teilbar ist, zerlegt man sie.

Es ist  $4\,782 = 4\,000 + 700 + 80 + 2$  Die Produkte von 999, 99 und 9  
 $4\,000 = 4 \cdot 999 + 4$  sind durch 3 teilbar. Vergleiche die  
 $700 = 7 \cdot 99 + 7$  Reste mit der gegebenen Zahl!  
 $80 = 8 \cdot 9 + 8$  Zähle die Reste zusammen und  
 $2$  teile die Summe durch 3!

Die Summe aus den Ziffern einer Zahl heißt ihre **Quersumme**. Die Quersumme von 4 782 beträgt 21 und ist durch 3 teilbar.

Da die Zahlen 999, 99, und 9 auch durch 9 teilbar sind, ist eine ähnliche Regel für die Teilung durch 9 zu vermuten.

Es ist  $7\,524 = 7\,000 + 500 + 20 + 4$   
 $7\,000 = 7 \cdot 999 + 7$   
 $500 = 5 \cdot 99 + 5$   
 $20 = 2 \cdot 9 + 2$   
 $4$

Die Quersumme von 7 524 ist 18; sie ist durch 9 teilbar.

#### Teilbarkeitsregeln

Jede gerade Zahl ist durch 2 teilbar.

Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ihre beiden letzten Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden.

Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn ihre drei letzten Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden.

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Jede gerade Zahl, deren Quersumme durch 3 teilbar ist, ist durch 6 teilbar.

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

Jede Zahl, die mit 0 oder 5 endet, ist durch 5 teilbar.

#### Aufgaben

1. Untersuche, ob die folgenden Zahlen durch 2 teilbar sind:

- a) 25 036    b) 19 747    c) 8 300    d) 63 528    e) 36 009  
 f) 53 044    g) 18 672    h) 528 320    i) 10 001    k) 2 003!

2. Untersuche, ob die folgenden Zahlen durch 5 teilbar sind:

- a) 17 375    b) 39 706    c) 48 250    d) 97 874    e) 66 555  
 f) 125 973    g) 306 025    h) 2 458    i) 16 625    k) 874 252  
 l) 90 125    m) 21 850    n) 45 377    o) 8 255    p) 72 065!

3. Untersuche, ob die folgenden Zahlen durch 4 und 8 teilbar sind:

- a) 48    b) 42    c) 64    d) 24    e) 56  
 f) 4 032    g) 6 420    h) 7 952    i) 3 814    k) 9 534  
 l) 60 912    m) 73 718    n) 95 392    o) 24 598    p) 18 408!

4. Untersuche, ob die folgenden Zahlen durch 3, 6, 9 teilbar sind:

- |    |       |       |       |       |       |       |        |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| a) | 81    | 45    | 72    | 87    | 69    | 84    | 51     |
| b) | 192   | 477   | 984   | 655   | 261   | 321   | 462    |
| c) | 1 263 | 4 992 | 9 792 | 7 929 | 4 521 | 2 745 | 8 117! |

5. Was gilt für die Teilbarkeit durch 3 und 9, wenn man die Reihenfolge der Ziffern einer Zahl vertauscht, z. B. aus 2 475 die Zahl 4 257 bildet?

6. Zerlege folgende Zahlen in Primfaktoren:

- |    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| a) | 24  | 75  | 54  | 70  | 36  | 96  | 105 | 144 | 117 | 147  |
| b) | 112 | 120 | 108 | 175 | 160 | 135 | 126 | 225 | 231 | 273  |
| c) | 94  | 216 | 192 | 400 | 288 | 240 | 500 | 210 | 207 | 357! |

7. Durch welche Zahlen sind ohne Rest teilbar

- |    |       |    |       |    |       |    |       |    |       |    |       |    |        |
|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|--------|
| a) | 96    | b) | 120   | c) | 252   | d) | 360   | e) | 432   | f) | 675   | g) | 1440   |
| h) | 496   | i) | 832   | k) | 645   | l) | 920   | m) | 340   | n) | 475   | o) | 231    |
| p) | 4 518 | q) | 3 609 | r) | 4 500 | s) | 2 106 | t) | 7 455 | u) | 8 239 | v) | 9 864? |

## II. Der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache

### 3. Der größte gemeinsame Teiler

In einer Klasse von 42 Schülern stehen als Lesestoff 35 Bücher zur Verfügung. Je 6 Schüler erhalten 5 Bücher zur Benutzung.

Wie oft ist die 6 in 42 und wie oft ist die 5 in 35 enthalten?

Man nennt 7 ein gemeinschaftliches Maß oder einen gemeinsamen Teiler von 42 und 35.

Erhält eine Klasse von 36 Schülern 24 Bücher, so können verschiedene Gruppen zur gemeinsamen Benutzung der Bücher gebildet werden. Die kleinste Gruppe besteht aus 3 Schülern mit 2 Büchern. 36 und 24 haben mehrere gemeinsame Teiler. 12 ist ihr größtes gemeinschaftliches Maß oder ihr größter gemeinsamer Teiler.

Der größte gemeinsame Teiler (g.g.T.) mehrerer Zahlen ist die größte Zahl, durch die sich jede der gegebenen Zahlen teilen läßt.

Beispiele für das Aufsuchen des g. g. T.:

Um den g. g. T. zu finden, zerlegt man die Zahlen in Primfaktoren.

1. 96 und 120

$$\begin{aligned} 96 &= \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} = 2^5 \cdot 3 \\ 120 &= \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} = 2^3 \cdot \underline{3} \cdot 5 \\ \hline \text{g. g. T. ist } & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3 = \underline{\underline{24}} \end{aligned}$$

2. 72, 108 und 360

$$\begin{aligned} 72 &= \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} = 2^3 \cdot 3^2 \\ 108 &= \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} = 2^2 \cdot 3^3 \\ 360 &= \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} = 2^3 \cdot \underline{3}^2 \cdot 5 \\ \hline \text{g. g. T. ist } & 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2 = \underline{\underline{36}} \end{aligned}$$

Der g. g. T. setzt sich aus denjenigen Primfaktoren zusammen, die den gegebenen Zahlen gemeinsam sind. Diese Primfaktoren sind unterstrichen.

In der Potenzschreibweise unterstreicht man die niedrigste Potenz der Primfaktoren, die den gegebenen Zahlen gemeinsam sind.

### Aufgaben

1. Welches ist der größte gemeinsame Teiler folgender Zahlen:

a) 6 und 9	b) 14 und 20	c) 12 und 72	d) 48 und 72	e) 88 und 121
10    12    18	27    48	64    90	„ 105    75	125
10    15    25	40    50	75    65	78    39	104
12    18    36	45    54	63    72	96    80	112
12    20    30	42    54	72    52	„ 65    96	168
15    25    32	48    56	84    85	„ 102    120	225?

2. Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von

a) 9, 15 und 18	b) 27, 45 und 63	c) 27, 81 und 126
8, 12    20	30, 45    75	54, 90    144
15, 20    30	33, 55    88	75, 125    225
12, 18    30	48, 64    112	38, 76    133
24, 32    40	45, 90    105	120, 480    540
24, 36    60	55, 66    99	88, 132    66
15, 18    30	35, 42    56	360, 72    108
12, 16    „ 28	42, 48    60	69, 184    230!

3. Welches ist der größte gemeinsame Teiler der Zahlen

a) 120 und 180	b) 250 und 350	c) 750 und 1 000
140    210	540    480	1 250    3 000
240    320	360    540	1 800    2 520
180    270	240    400	1 680    2 560
280    350	630    360	4 800    6 720?

4. Zerlege Zähler und Nenner folgender Brüche in Primfaktoren und kürze soweit wie möglich; gib jedesmal den Kürzungsfaktor an! Welcher Teiler von Zähler und Nenner ist der größte Kürzungsfaktor!

$$\text{a) } \frac{20}{30}, \frac{50}{70}, \frac{80}{90}, \frac{90}{100}$$

$$\text{d) } \frac{24}{36}, \frac{32}{48}, \frac{15}{25}, \frac{30}{75}$$

$$\text{g) } \frac{21}{35}, \frac{16}{72}, \frac{27}{99}, \frac{28}{42}$$

$$\text{b) } \frac{10}{12}, \frac{18}{24}, \frac{45}{54}, \frac{16}{36}$$

$$\text{e) } \frac{35}{63}, \frac{42}{56}, \frac{26}{30}, \frac{28}{42}$$

$$\text{h) } \frac{34}{85}, \frac{33}{77}, \frac{15}{75}, \frac{22}{99}$$

$$\text{c) } \frac{18}{24}, \frac{45}{60}, \frac{27}{36}, \frac{72}{81}$$

$$\text{f) } \frac{34}{51}, \frac{36}{45}, \frac{38}{95}, \frac{44}{99}$$

$$\text{i) } \frac{36}{64}, \frac{28}{42}, \frac{45}{135}, \frac{60}{96}$$

#### 4. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache

An einer Straßenbahnkreuzung kommen die Straßenbahnen der ersten Strecke in 8-Minuten-Abständen an, die der kreuzenden Strecke in 12-Minuten-Abständen. Mittags um 12 Uhr kreuzten sich zwei Bahnen. Wann geschieht es zum erstenmal wieder? Wie oft geschieht es in 10 Stunden?

Schreibe die aufeinanderfolgenden Vielfachen der 8 der Größe nach und setze darunter die aufeinanderfolgenden Vielfachen von 12 so, daß gleiche Zahlen beider Zeilen untereinander stehen! Diese untereinander stehenden Zahlen sind **gemeinschaftliche Vielfache** von 8 und 12.

An einer Straßenbahnkreuzung fährt die eine Linie in Abständen von 10 Minuten, die andere in Abständen von 15 Minuten. Morgens um 5 Uhr begegnen sie sich an der Kreuzung. In welchen Zeitabständen wiederholt sich die Begegnung? Suche wie oben gemeinschaftliche Vielfache von 10 und 15 und bestimme das kleinste!

**Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache (k.g.V.) zweier oder mehrerer Zahlen ist die kleinste Zahl, die diese Zahlen als Teiler enthält.**

Beispiele für das Aufsuchen des k.g.V.:

1. 24 und 36

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{2^3} \cdot 3$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot \underline{3^2}$$

$$\text{k.g.V. ist } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{\underline{2^3 \cdot 3^2 = 72}}$$

Warum muß das gesuchte k.g.V. dreimal den Primfaktor 2 und zweimal den Primfaktor 3 enthalten?

Beachte: Das k.g.V. muß alle Primfaktoren der ersten Zahl und alle Primfaktoren der zweiten Zahl enthalten, und zwar jeden der Primfaktoren so oft, wie er in derjenigen Zahl vorkommt, die ihn in der höchsten Potenz enthält.

In der Potenzschreibweise unterstreicht man die höchste Potenz der in den gegebenen Zahlen enthaltenen Primfaktoren.

2. 51, 40 und 48

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$$

$$\text{k.g.V. ist } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{240}}$$

Welche Primfaktoren muß das k.g.V. von 15, 40 und 48 enthalten? Wie oft muß jeder dieser Primfaktoren vorkommen?

### Aufgaben

Bestimme das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen

1. a) 4 und 12    7 und 35    18 und 90    35 und 105    37 und 111

125 und 875    42 und 63    21 und 35    44 und 66

b) 3, 7 und 21    5, 15 und 75    8, 125 und 1 000    16, 48 und 96

17, 51 und 102    3, 54 und 108    31, 93 und 155    29, 87 und 145

c) 4 und 5    9 und 13    5 und 16    7 und 13    15 und 4

12    13    19    14    7    , 125    12    37    7    19

d) 24    27    14    35    12    39    15    36    16    36

21    35    25    35    27    36    28    35    30    36

35    40    12    40    16    44    18    48    20    45

~~2.~~ a) 5, 7 und 35    7, 8 und 56    9, 10 und 30    8, 24 und 30

9, 12    18    6, 9    21    6, 8    10    12, 16    20

b) ~~15~~, 20    ~~30~~ ~~12~~, 18    ~~24~~ ~~16~~, 18    ~~28~~ ~~15~~, 21    ~~24~~~~25~~, 30    ~~40~~ ~~24~~, 32    ~~56~~ 27, 36    54    40, 48    72

c) 28, 35    49    15, 40    48    24, 32    60    54, 27    81

88, 64    40    36, 48    84    64, 40    25    36, 54    64

3. a) 24, 36 und 48    b) 24, 36 und 60    ~~e)~~ 30, 45 und 75d) 95, 38    57    e) 21, 56    35    ~~f)~~ 63, 18    81g) 91, 52    78    h) 35, 95    85    ~~h)~~ 120, 180    300

4. a) 6, 8, 10 und 12

b) 6, 9, 12 und 15

c) 8, 10, 12    14

d) 9, 12, 18    24

e) 9, 15, 21    27

~~f)~~ 12, 15, 18    21

g) 12, 16, 20    24

~~h)~~ 12, 18, 24    305. ~~a)~~ 6, 8, 10, 12 und 14

b) 6, 10, 15, 21 und 25

~~b)~~ 9, 12, 15, 20    28

d) 10, 14, 18, 24    35

~~c)~~ 15, 27, 12, 9    30

f) 5, 16, 15, 8    10!

## B. Die Grundrechenarten mit Brüchen

### III. Addieren und Subtrahieren

#### 5. Gleichnamigmachen von Brüchen

Die Anbauflächen für verschiedene Saaten betragen im Durchschnitt der Jahre 1948/1950

für Wintergetreide in Mecklenburg	$\frac{3}{8}$ ,	in Sachsen-Anhalt	$\frac{2}{5}$ ,
„ Sommergetreide „	$\frac{1}{5}$ ,		$\frac{1}{5}$ ,
„ Kartoffeln	$\frac{3}{16}$ ,		$\frac{1}{8}$ ,
„ Zuckerrüben	$\frac{1}{24}$ ,		$\frac{1}{10}$

der gesamten landwirtschaftlichen Nutzflächen. Welches der beiden Länder hat für die angegebenen Fruchtarten den größeren Anteil an der landwirtschaftlichen Nutzfläche?

Beim Sommergetreide läßt sich die Frage sofort beantworten, bei den Zuckerrüben jedoch etwas schwerer. Warum? Stammbrüche kann man noch verhältnismäßig leicht vergleichen.

Schwieriger ist es bei den Vergleichszahlen für Kartoffeln und Wintergetreide. Die Zähler und die Nenner sind verschieden. Brüche mit verschiedenen Nennern nennt man **ungleichnamig**. Bei den Angaben über den Kartoffelanbau erhält man gleichnamige Brüche, wenn  $\frac{1}{8}$  mit 2 erweitert wird.  $\frac{3}{16}$  und  $\frac{2}{16}$  lassen sich miteinander vergleichen.

Für das Wintergetreide findet man aus  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{2}{5}$  die gleichnamigen Brüche  $\frac{15}{40}$  und  $\frac{16}{40}$ . Man bezeichnet 16 als **Hauptnenner** der Brüche  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{1}{8}$  und 40 als Hauptnenner der Brüche  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{2}{5}$ .

Wie muß man vorgehen, um den Hauptnenner zweier Brüche, etwa von  $\frac{3}{16}$  und  $\frac{1}{24}$ , zu finden? Es ergibt z. B.  $16 \cdot 24 = 384$ , aber auch 48 ist schon möglich. Warum wird man 48 vorziehen? 48 ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache, der kleinste unter den möglichen Nennern. Diesen gemeinsamen Nenner (48) bezeichnet man als den Hauptnenner der Brüche  $\frac{3}{16}$  und  $\frac{1}{24}$ .

Welches ist der Hauptnenner aller Brüche unseres Beispiels? Bringe alle Brüche auf den Nenner 240 und vergleiche sie!

In der chemischen Industrie der Länder der Deutschen Demokratischen Republik und Berlins stieg die Zahl der Beschäftigten vom April 1947 bis zum April 1949 um  $\frac{1}{20}$ , die Summe der ausgezahlten Löhne stieg um  $\frac{2}{5}$ , der Wert der Produktion um  $\frac{7}{10}$  und die Produktionsmenge je beschäftigte Person um  $\frac{13}{20}$ . Ordne diese Brüche der Größe nach!

Als Hauptnenner erkennt man die Zahl 20 und ordnet daher

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20}, \quad \frac{13}{20} = \frac{13}{20}, \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20}, \quad \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

**Brüche mit gleichen Nennern heißen gleichnamige Brüche, Brüche mit verschiedenen Nennern heißen ungleichnamige Brüche. Ungleichnamige Brüche werden gleichnamig gemacht, indem man sie auf den Hauptnenner erweitert. Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Nenner.**

Beispiel: Mache folgende Brüche gleichnamig:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{7}{15}$ ! Es brauchen nur die Nenner 6, 8 und 15 zerlegt zu werden. Warum nur diese?

Zerlegung	Erweiterungsfaktor	erweiterter Bruch
3	$2^3 \cdot 5 = 40$ $120 : 3 = 40$	$\frac{2}{3} = \frac{40}{120}$
5	$2^3 \cdot 3 = 24$ $120 : 5 = 24$	$\frac{4}{5} = \frac{96}{120}$
$6 = 2 \cdot 3$	$2^2 \cdot 5 = 20$ $120 : 6 = 20$	$\frac{1}{6} = \frac{20}{120}$
$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$	$3 \cdot 5 = 15$ $120 : 8 = 15$	$\frac{5}{8} = \frac{75}{120}$
$15 = 3 \cdot 5$	$2^3 = 8$ $120 : 15 = 8$	$\frac{7}{15} = \frac{56}{120}$

**Hauptnenner:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{120}}$**

Beachte: Streicht man von den Primfaktoren des Hauptnenners die Primfaktoren eines der gegebenen Nenner, so bleiben die Primfaktoren des zugehörigen Erweiterungsfaktors übrig.

Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man den Hauptnenner durch die gegebenen Nenner dividiert.

## Aufgaben

Mache gleichnamig

1. a)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$     b)  $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$     ~~c)  $\frac{5}{8}, \frac{3}{7}$~~     ~~d)  $\frac{5}{0}, \frac{7}{8}$~~     ~~e)  $\frac{8}{9}, \frac{5}{6}$~~     ~~f)  $\frac{4}{5}, \frac{7}{8}$~~

$\frac{1}{4}, \frac{1}{7}$      $\frac{5}{8}, \frac{2}{5}$      $\frac{8}{9}, \frac{5}{11}$      $\frac{7}{3}, \frac{3}{4}$      $\frac{11}{9}, \frac{9}{20}$      $\frac{5}{9}, \frac{9}{12}$

$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$      $\frac{7}{9}, \frac{3}{4}$      $\frac{4}{7}, \frac{9}{10}$      $\frac{5}{9}, \frac{5}{6}$      $\frac{7}{12}, \frac{11}{15}$      $\frac{3}{4}, \frac{4}{11}$

$\frac{5}{6}, \frac{4}{5}$      $\frac{5}{6}, \frac{4}{7}$      $\frac{5}{12}, \frac{4}{5}$      $\frac{7}{8}, \frac{11}{12}$      $\frac{9}{14}, \frac{8}{21}$      $\frac{7}{15}, \frac{9}{20}$

2. a)  $\frac{8}{15}, \frac{21}{25}$     ~~b)  $\frac{17}{24}, \frac{5}{36}$~~     ~~c)  $\frac{6}{18}, \frac{23}{27}$~~     ~~d)  $\frac{7}{16}, \frac{17}{24}$~~     ~~e)  $\frac{8}{15}, \frac{12}{35}$~~     ~~f)  $\frac{11}{12}, \frac{5}{18}$~~

$\frac{7}{18}, \frac{5}{24}$      $\frac{19}{24}, \frac{23}{32}$      $\frac{19}{21}, \frac{25}{28}$      $\frac{19}{30}, \frac{23}{50}$      $\frac{19}{32}, \frac{23}{40}$      $\frac{5}{14}, \frac{9}{35}$

$\frac{19}{30}, \frac{37}{40}$      $\frac{8}{25}, \frac{7}{30}$      $\frac{8}{45}, \frac{19}{30}$      $\frac{45}{49}, \frac{17}{21}$      $\frac{39}{50}, \frac{64}{76}$      $\frac{8}{27}, \frac{13}{45}$

3. a)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$     b)  $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{3}$     c)  $\frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}$     d)  $\frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{8}{9}$

$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{12}$      $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$      $\frac{5}{8}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}$      $\frac{7}{12}, \frac{9}{16}, \frac{19}{24}$

$\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{1}{6}$      $\frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{9}$      $\frac{4}{5}, \frac{7}{15}, \frac{10}{20}$      $\frac{14}{15}, \frac{11}{18}, \frac{23}{30}$

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}$      $\frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$      $\frac{8}{15}, \frac{9}{25}, \frac{10}{30}$      $\frac{19}{24}, \frac{7}{30}, \frac{31}{36}$

4. a)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$     ~~b)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{11}{12}$~~     ~~c)  $\frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{8}{15}$~~

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{10}$      $\frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{2}{3}, \frac{9}{20}$      $\frac{3}{7}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{19}{20}$

$\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$      $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{15}$      $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{21}{27}, \frac{8}{9}$

5. a)  $\frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{5}{12}$     b)  $\frac{11}{24}, \frac{19}{32}, \frac{13}{16}$     c)  $\frac{7}{15}, \frac{19}{24}, \frac{29}{30}$

$\frac{1}{6}, \frac{17}{20}, \frac{5}{18}$      $\frac{11}{30}, \frac{19}{45}, \frac{14}{25}$      $\frac{18}{25}, \frac{11}{30}, \frac{29}{50}$

$\frac{11}{12}, \frac{9}{16}, \frac{5}{18}$      $\frac{23}{25}, \frac{21}{22}, \frac{19}{20}$      $\frac{17}{18}, \frac{11}{24}, \frac{23}{36}$

6. Ordne die folgenden Brüche nach der Größe:

a)  $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}$     ~~b)  $\frac{7}{8}, \frac{3}{5}, \frac{5}{9}, \frac{3}{10}, \frac{11}{30}$~~     ~~c)  $\frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{7}{18}, \frac{19}{24}, \frac{5}{6}$~~

~~d)  $\frac{2}{15}, \frac{4}{9}, \frac{7}{18}, \frac{7}{10}, \frac{9}{20}$~~     ~~e)  $\frac{5}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{18}, \frac{19}{30}, \frac{13}{15}$~~     ~~f)  $\frac{5}{9}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{15}{15}, \frac{16}{21}$~~

g)  $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{3}$     h)  $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$     i)  $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}, \frac{7}{8}, \frac{1}{2}$

k)  $\frac{2}{5}, \frac{7}{9}, \frac{11}{15}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$     l)  $\frac{11}{21}, \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{2}{9}, \frac{1}{3}$     m)  $\frac{1}{2}, \frac{6}{11}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{3}$

7. a) Die Bauern in Kampehl (Kr. Ruppin) erreichten bei der Getreidernte des Jahres 1946 die Hektarerträge der Vorkriegszeit zu  $\frac{3}{5}$ , im Jahre 1947 zu  $\frac{13}{20}$ , im Jahre 1948 zu  $\frac{3}{4}$  und im Jahre 1949 zu  $\frac{17}{20}$ . Vergleiche die Angaben!

b) Beim Roggen betragen die durchschnittlichen Hektarerträge im Jahre 1946:  $\frac{16}{25}$ , im Jahre 1947:  $\frac{7}{10}$  und im Jahre 1948:  $\frac{17}{20}$  der Vorkriegserträge. Vergleiche!

### 6. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

In der Verteilungsstelle der Konsumgenossenschaft kauft die Mutter  $\frac{3}{8}$  kg Käse für sich und  $\frac{1}{8}$  kg für die Nachbarin. Wieviel kg Käse erhält sie im ganzen?

Veranschauliche die Aufgabe an einem Streifen und am Zahlenstrahl!

Auf dem Wochenmarkt werden am Verkaufsstand des KWU<sup>1)</sup>  $1\frac{1}{4}$  kg Spinat und  $2\frac{1}{4}$  kg Weißkraut gekauft. Berechne die Menge! Veranschauliche!

Von einem Vorrat von  $\frac{7}{10}$  m Band verbraucht eine Hausfrau  $\frac{3}{10}$  m (Abb. 1). Sie behält  $\frac{7}{10}$  m  $-$   $\frac{3}{10}$  m.



Abb. 1

Ein Gärtner bestellt  $\frac{3}{5}$  seines Gartens mit Kartoffeln,  $\frac{1}{5}$  mit Zuckerrüben; wieviel verbleibt für Gemüse?

Man addiert gleichnamige Brüche, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.  
 Man subtrahiert gleichnamige Brüche, indem man die Zähler subtrahiert und den Nenner beibehält.

Beispiele:

$$1. \frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11} = \frac{8}{11}$$

$$3. \frac{9}{13} - \frac{4}{13} = \frac{9-4}{13} = \frac{5}{13}$$

$$2. \frac{4}{15} + \frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4+7+1}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$4. \frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{11-5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

1) KWU ist die Abkürzung für Kommunal-(Kreis-)Wirtschafts-Unternehmen.

Bei gemischten Zahlen werden zuerst die Ganzen, dann die Brüche addiert oder subtrahiert, gegebenenfalls muß man ein Ganzes umwandeln.

$$5. 2\frac{5}{9} + 4\frac{2}{9} + 5\frac{7}{9} = 11 + \frac{5+2+7}{9} = 11 + \frac{14}{9} = 11 + 1\frac{5}{9} = \underline{\underline{12\frac{5}{9}}}$$

$$6. 8\frac{1}{15} + \frac{8}{15} + 21\frac{11}{15} = 29 + \frac{1+8+11}{15} = 29 + \frac{20}{15} = 29 + 1\frac{4}{3} = \underline{\underline{30\frac{1}{3}}}$$

$$7. 9\frac{10}{11} - 6\frac{7}{11} = 3 + \frac{10-7}{11} = \underline{\underline{3\frac{3}{11}}}$$

$$8. 17\frac{2}{7} - 13\frac{4}{7} = 16\frac{9}{7} - 13\frac{4}{7} = 3 + \frac{9-4}{7} = \underline{\underline{3\frac{5}{7}}}$$

Oder: Von  $13\frac{4}{7}$  bis 14 sind  $\frac{3}{7}$ , von 14 bis  $17\frac{2}{7}$  sind  $3\frac{2}{7}$ , also zusammen  $\underline{\underline{3\frac{5}{7}}}$

### Aufgaben

$$1. a) \frac{7}{16} + \frac{5}{16}$$

$$b) \frac{8}{21} + \frac{10}{21}$$

$$c) \frac{9}{20} + \frac{7}{20}$$

$$d) \frac{11}{28} + \frac{13}{28}$$

$$e) \frac{5}{18} + \frac{7}{18}$$

$$f) \frac{13}{24} + \frac{5}{24}$$

$$g) \frac{16}{45} + \frac{19}{45}$$

$$h) \frac{17}{36} + \frac{13}{36}$$

$$i) \frac{5}{32} + \frac{19}{32}$$

$$k) \frac{29}{56} + \frac{13}{56}$$

$$l) \frac{7}{25} + \frac{6}{25}$$

$$m) \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$$

$$n) \frac{19}{48} + \frac{23}{48}$$

$$o) \frac{5}{51} + \frac{8}{51}$$

$$p) \frac{8}{21} + \frac{5}{21}$$

$$q) \frac{9}{40} + \frac{11}{40}$$

$$r) \frac{15}{26} + \frac{3}{26}$$

$$s) \frac{7}{30} + \frac{11}{30}$$

$$t) \frac{5}{49} + \frac{24}{49}$$

$$u) \frac{8}{13} + \frac{3}{13}$$

$$2. a) \frac{4}{7} + \frac{5}{7}$$

$$b) \frac{9}{13} + \frac{8}{13}$$

$$c) \frac{11}{14} + \frac{9}{14}$$

$$d) \frac{8}{15} + \frac{11}{15}$$

$$e) \frac{17}{20} + \frac{13}{20}$$

$$f) \frac{26}{45} + \frac{28}{45}$$

$$g) \frac{17}{39} + \frac{25}{39}$$

$$h) \frac{46}{55} + \frac{34}{55}$$

$$i) \frac{29}{49} + \frac{48}{49}$$

$$k) \frac{61}{63} + \frac{41}{63}$$

$$l) \frac{8}{9} + \frac{7}{9}$$

$$m) \frac{11}{12} + \frac{7}{12}$$

$$n) \frac{21}{23} + \frac{6}{23}$$

$$o) \frac{19}{24} + \frac{11}{24}$$

$$p) \frac{17}{28} + \frac{9}{28}$$

$$q) \frac{23}{45} + \frac{17}{45}$$

$$r) \frac{29}{30} + \frac{11}{30}$$

$$s) \frac{23}{25} + \frac{12}{25}$$

$$t) \frac{9}{11} + \frac{7}{11}$$

$$u) \frac{43}{48} + \frac{23}{48}$$

$$3. a) 7\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$$

$$b) 6\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$c) 24\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$$

$$d) 8\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$$

$$e) 5\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$f) 6\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$$

$$g) 7\frac{4}{9} + \frac{8}{9}$$

$$h) 9\frac{6}{11} + \frac{1}{11}$$

$$i) 7\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$$

$$k) 8\frac{5}{9} + \frac{7}{9}$$

$$l) 3\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$$

$$m) 8\frac{9}{10} + \frac{7}{10}$$

$$n) 5\frac{8}{11} + \frac{7}{11}$$

$$o) 9\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$$

$$p) 5\frac{11}{18} + \frac{13}{18}$$

$$q) 6\frac{9}{20} + \frac{17}{20}$$

$$r) 3\frac{23}{30} + \frac{17}{30}$$

$$s) 4\frac{22}{25} + \frac{18}{25}$$

$$t) 5\frac{11}{15} + \frac{7}{15}$$

$$u) 7\frac{9}{11} + \frac{6}{11}$$

$$4. a) 17\frac{7}{16} + 2\frac{1}{16}$$

$$b) 3\frac{16}{39} + 5\frac{5}{39}$$

$$c) 4\frac{13}{66} + 6\frac{23}{66}$$

$$d) 1\frac{28}{85} + 8\frac{27}{85}$$

$$e) 15\frac{19}{90} + 5\frac{53}{90}$$

$$f) 18\frac{13}{24} + 35\frac{7}{24}$$

$$g) 56\frac{17}{40} + 19\frac{11}{40}$$

$$h) 27\frac{19}{42} + 26\frac{5}{42}$$

$$i) 6\frac{6}{25} + 7\frac{14}{25}$$

$$k) 3\frac{8}{9} + 5\frac{7}{9}$$

$$l) 9\frac{10}{17} + 8\frac{4}{17}$$

$$m) 6\frac{19}{20} + 6\frac{7}{20}$$

$$n) 4\frac{4}{15} + 3\frac{7}{15}$$

$$o) 18\frac{23}{30} + 72\frac{19}{30}$$

$$p) 25\frac{11}{12} + 38\frac{5}{12}$$

$$q) 46\frac{23}{42} + 23\frac{25}{42}$$

$$r) 67\frac{20}{39} + 12\frac{19}{39}$$

$$s) 48\frac{25}{28} + 11\frac{15}{28}$$

$$t) 32\frac{7}{18} + 17\frac{13}{18}$$

$$u) 51\frac{23}{30} + 48\frac{29}{30}$$

5. a)  $\frac{8}{15} + 9\frac{7}{15} + 2\frac{11}{15}$

b)  $5\frac{23}{39} + 7\frac{23}{39} + \frac{23}{39}$

c)  $\frac{43}{91} + 3\frac{37}{91} + 8\frac{24}{91}$

d)  $\frac{11}{42} + \frac{5}{42} + \frac{19}{42}$

e)  $\frac{5}{36} + \frac{20}{36} + \frac{7}{36}$

f)  $\frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24}$

g)  $\frac{27}{50} + \frac{11}{50} + \frac{17}{50}$

h)  $\frac{5}{63} + \frac{25}{63} + \frac{35}{63}$

i)  $\frac{39}{72} + \frac{13}{72} + \frac{25}{72}$

6. Subtrahiere von den Brüchen der Aufgaben 1a) bis u) jeweils den kleineren vom größeren!

7. a)  $5\frac{11}{13} - 2\frac{7}{13}$

b)  $12\frac{15}{16} - 2\frac{7}{16}$

c)  $7\frac{13}{15} - 4\frac{4}{15}$

d)  $9\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12}$

e)  $11\frac{17}{18} - 4\frac{5}{18}$

f)  $8\frac{19}{21} - 6\frac{5}{21}$

g)  $23\frac{21}{32} - 7\frac{5}{32}$

h)  $19\frac{25}{28} - 9\frac{17}{28}$

i)  $15\frac{17}{24} - 10\frac{11}{24}$

k)  $13\frac{21}{26} - 6\frac{7}{26}$

l)  $6\frac{22}{27} - 4\frac{4}{27}$

m)  $25\frac{29}{36} - 5\frac{13}{36}$

8. a)  $4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$

b)  $7\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$

c)  $6\frac{5}{9} - 5\frac{8}{9}$

d)  $9\frac{10}{27} - 5\frac{20}{27}$

e)  $10\frac{3}{13} - 4\frac{7}{13}$

f)  $45\frac{5}{12} - 11\frac{7}{12}$

g)  $9\frac{7}{10} - 3\frac{9}{10}$

h)  $15\frac{11}{24} - 5\frac{17}{24}$

i)  $15\frac{1}{6} - 7\frac{5}{6}$

k)  $29\frac{3}{8} - 16\frac{5}{8}$

l)  $46\frac{5}{9} - 15\frac{7}{9}$

m)  $68\frac{7}{15} - 27\frac{14}{15}$

9. a)  $6\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}$

b)  $3\frac{5}{12} - 1\frac{7}{12}$

c)  $22\frac{25}{41} - 13\frac{38}{41}$

d)  $19\frac{5}{19} - 7\frac{8}{19}$

e)  $25\frac{3}{10} - 5\frac{7}{10}$

f)  $15\frac{11}{36} - 14\frac{17}{36}$

g)  $54\frac{13}{32} - 27\frac{17}{32}$

h)  $68\frac{13}{21} - 17\frac{20}{21}$

i)  $29\frac{3}{10} - 18\frac{9}{10}$

k)  $46\frac{9}{20} - 25\frac{17}{20}$

l)  $69\frac{4}{25} - 43\frac{9}{25}$

m)  $98\frac{7}{40} - 84\frac{11}{40}$

10. An unserem Wandertag brachen wir um 7 Uhr auf,  $\frac{1}{4}$  Std. mußten wir zum Bahnhof gehen, nach  $\frac{1}{4}$  Std. fuhr der Zug ab, nach  $1\frac{1}{4}$  Std. stiegen wir aus, wanderten 3 Stunden, ruhten und spielten  $1\frac{1}{4}$  Std., wanderten dann noch  $2\frac{1}{4}$  Std. und fuhren nach  $\frac{1}{4}$  Std. Wartezeit  $\frac{3}{4}$  Std., bis wir wieder in unserem Heimatort anlangten. Wieviel Stunden waren wir unterwegs?

11. Der Schulgarten ist  $34\frac{2}{5}$  m lang und  $28\frac{3}{5}$  m breit. Wieviel m Zaun sind für die Umzäunung erforderlich?

12. Eine Klasse sammelte an vier aufeinanderfolgenden Tagen  $33\frac{1}{8}$  kg,  $32\frac{5}{8}$  kg,  $31\frac{1}{8}$  kg und  $32\frac{3}{8}$  kg Kastanien. Wieviel kg Kastanien sammelte sie?

13. Karl ist  $11\frac{1}{4}$  Jahre alt, seine Schwester ist  $2\frac{3}{4}$  Jahre jünger. Wie alt ist die Schwester?

14. Von einem Ballen Kleiderstoff von  $60\frac{4}{5}$  m Länge werden an den einzelnen Tagen einer Woche  $8\frac{3}{5}$  m,  $7\frac{4}{5}$  m,  $4\frac{1}{5}$  m,  $12\frac{2}{5}$  m,  $6\frac{4}{5}$  m und  $5\frac{2}{5}$  m verkauft. Wieviel m Stoff bleiben vom Ballen übrig?

### 7. Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Die Mutter kauft  $\frac{3}{4}$  kg Haferflocken und  $\frac{1}{8}$  kg Grieß. Wieviel kg Nahrungsmittel sind das zusammen? Warum kann man die Aufgabe  $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$  nicht so leicht lösen wie die Aufgabe  $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$ ? Durch welche Umformung der Viertel wird das Zusammenzählen möglich?

Abb. 2 zeigt, wie man  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{3}$  nach Umformung der Brüche zusammenzählt.

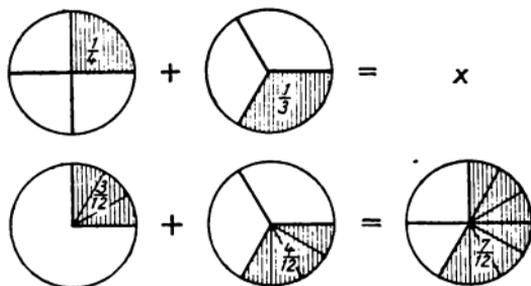


Abb. 2

Entwirf entsprechende Zeichnungen für die Aufgaben  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ;  $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ ;  $2\frac{1}{3} + \frac{3}{10}$ ! Die Mutter verbraucht von  $\frac{3}{4}$  m Stoff zum Ausbessern  $\frac{3}{5}$  m. Wieviel m behält sie übrig? Löse die Aufgabe durch eine Zeichnung! (Teile eine ganze Strecke in so viele Teile, wie der Hauptnenner angibt!) Entwirf entsprechende Zeichnungen für die Aufgaben  $\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$ ;  $\frac{5}{8} - \frac{1}{3}$ ;  $1\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ !

**Ungleichnamige Brüche macht man vor dem Addieren oder Subtrahieren gleichnamig.**

Beispiele (Bestimmung des Hauptnenners s. Abschn. 5)

$$1. \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{9+10}{15} = \frac{19}{15} = \underline{\underline{1\frac{4}{15}}}$$

$$2. 8\frac{4}{5} + 5\frac{9}{10} = 13 + \frac{8+9}{10} = 13\frac{17}{10} = \underline{\underline{14\frac{7}{10}}}$$

Aufgabe	Hauptnenner 60	
	Erweiterungs- faktor	Erweiterter Zähler
$3\frac{1}{4}$	15	15
$+ 5\frac{7}{10}$	6	42
$+ 2\frac{5}{12}$	5	25
$+ 9\frac{8}{15}$	4	32
$19$		$\frac{114}{60} = 1\frac{54}{60} = 1\frac{9}{10}$
$+ 1\frac{0}{10}$		
<u><u><math>20\frac{9}{10}</math></u></u>		

$$4. \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{10-9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$5. 3\frac{1}{5} - \frac{2}{3} = 3\frac{3}{15} - \frac{10}{15} = 2\frac{18}{15} - \frac{10}{15} = \underline{\underline{2\frac{8}{15}}}$$

$$\text{oder: } 3\frac{1}{5} - \frac{2}{3} = 2\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = 2\frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \underline{\underline{2\frac{8}{15}}}$$

### Aufgaben

1. a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$     b)  $\frac{3}{5} + \frac{4}{15}$     c)  $\frac{5}{8} + \frac{1}{24}$     d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$     e)  $\frac{3}{5} + \frac{1}{6}$     f)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$
- $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$      $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$      $\frac{7}{9} + \frac{5}{18}$      $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$      $\frac{4}{7} + \frac{2}{3}$      $\frac{5}{8} + \frac{7}{10}$
- $\frac{4}{5} + \frac{1}{10}$      $\frac{2}{3} + \frac{7}{9}$      $\frac{1}{6} + \frac{19}{24}$      $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$      $\frac{5}{9} + \frac{3}{4}$      $\frac{9}{11} + \frac{3}{5}$
- $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$      $\frac{4}{5} + \frac{9}{20}$      $\frac{4}{5} + \frac{17}{30}$      $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$      $\frac{7}{8} + \frac{2}{3}$      $\frac{4}{8} + \frac{4}{7}$
- $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$      $\frac{3}{4} + \frac{7}{12}$      $\frac{8}{15} + \frac{23}{60}$      $\frac{1}{6} + \frac{2}{7}$      $\frac{9}{10} + \frac{5}{7}$      $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
2. a)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$     b)  $\frac{9}{10} + \frac{11}{12}$     c)  $\frac{11}{15} + \frac{9}{25}$     d)  $\frac{8}{9} + \frac{7}{8}$     e)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{19}$     f)  $\frac{5}{8} + \frac{7}{20}$
- $\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$      $\frac{4}{9} + \frac{7}{15}$      $\frac{13}{28} + \frac{8}{25}$      $\frac{7}{10} + \frac{20}{50}$      $\frac{19}{24} + \frac{25}{36}$      $\frac{11}{15} + \frac{21}{25}$
- $\frac{5}{8} + \frac{7}{10}$      $\frac{11}{18} + \frac{5}{12}$      $\frac{11}{12} + \frac{11}{15}$      $\frac{11}{20} + \frac{17}{35}$      $\frac{4}{5} + \frac{8}{17}$      $\frac{5}{8} + \frac{11}{12}$
- $\frac{11}{12} + \frac{5}{8}$      $\frac{5}{24} + \frac{9}{16}$      $\frac{17}{20} + \frac{7}{12}$      $\frac{13}{25} + \frac{57}{100}$      $\frac{17}{30} + \frac{11}{45}$      $\frac{23}{24} + \frac{7}{9}$
- $\frac{4}{15} + \frac{3}{10}$      $\frac{8}{21} + \frac{11}{14}$      $\frac{11}{30} + \frac{8}{9}$      $\frac{5}{8} + \frac{13}{15}$      $\frac{15}{26} + \frac{17}{39}$      $\frac{13}{32} + \frac{19}{24}$

$$\begin{array}{llll}
 \text{3. a)} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & \text{b)} & \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} & \text{c)} & \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{7} & \text{d)} & \frac{7}{10} + \frac{9}{14} + \frac{2}{7} \\
 & \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} & & \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} & & \frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{7}{8} & & \frac{3}{8} + \frac{7}{12} + \frac{11}{20} \\
 & \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} & & \frac{9}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2} & & \frac{3}{8} + \frac{9}{11} + \frac{1}{4} & & \frac{11}{15} + \frac{17}{35} + \frac{8}{21} \\
 & \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} & & \frac{3}{5} + \frac{2}{7} + \frac{7}{10} & & \frac{5}{12} + \frac{4}{9} + \frac{3}{8} & & \frac{11}{24} + \frac{19}{32} + \frac{27}{40} \\
 & \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} & & \frac{9}{10} + \frac{7}{8} + \frac{4}{5} & & \frac{9}{24} + \frac{15}{36} + \frac{11}{12} & & \frac{19}{15} + \frac{18}{25} + \frac{4}{5}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 \text{4. a)} & 1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} & \text{b)} & 1\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} & \text{c)} & 4\frac{3}{10} + 5\frac{5}{12} & \text{d)} & 17\frac{11}{20} + 15\frac{9}{35} \\
 & 4\frac{3}{4} + \frac{5}{8} & & 4\frac{3}{5} + 3\frac{1}{3} & & 15\frac{9}{10} + 12\frac{3}{8} & & 8\frac{14}{15} + 38\frac{7}{24} \\
 & 9\frac{1}{2} + \frac{5}{6} & & 7\frac{2}{9} + 5\frac{4}{5} & & 3\frac{1}{2} + 15\frac{7}{15} & & 29\frac{9}{10} + 24\frac{53}{100} \\
 & 12\frac{3}{8} + \frac{4}{5} & & 10\frac{5}{8} + 5\frac{5}{6} & & 35\frac{13}{14} + 18\frac{19}{21} & & 35\frac{19}{48} + 19\frac{17}{60} \\
 & 15\frac{9}{10} + \frac{75}{100} & & 20\frac{5}{7} + 18\frac{5}{9} & & 51\frac{8}{9} + 38\frac{13}{15} & & 19\frac{13}{16} + 83\frac{39}{40}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllll}
 \text{5. a)} & 4\frac{1}{2} & \text{b)} & 7\frac{3}{8} & \text{c)} & 3\frac{3}{4} & \text{d)} & 5\frac{5}{12} & \text{e)} & 38\frac{9}{25} & \text{f)} & 15\frac{5}{7} & \text{g)} & 18\frac{4}{5} \\
 & + 3\frac{3}{4} & & + 29\frac{5}{12} & & + 15\frac{9}{10} & & + 9\frac{3}{8} & & + 5\frac{7}{10} & & + \frac{19}{21} & & + 9\frac{13}{20} \\
 & + 9\frac{2}{5} & & + 4\frac{5}{6} & & + 33\frac{11}{15} & & + 27\frac{2}{3} & & + 65\frac{11}{15} & & + 8\frac{34}{35} & & + 12\frac{7}{8} \\
 & + 2\frac{1}{10} & & + 36\frac{3}{4} & & + 8\frac{4}{5} & & + 18\frac{11}{20} & & + 12\frac{7}{8} & & + 5\frac{17}{20} & & + 46\frac{11}{15} \\
 & + 8\frac{9}{20} & & + 9\frac{1}{2} & & + 29\frac{13}{20} & & + 49\frac{5}{6} & & + 9\frac{19}{30} & & + 12\frac{3}{4} & & + 23\frac{19}{24}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{8. a)} & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{7}{15} + \frac{9}{20} + \frac{5}{8} + \frac{9}{10} \\
 \text{c)} & \frac{4}{5} + \frac{3}{10} + \frac{5}{12} + \frac{19}{30} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \\
 \text{e)} & \frac{4}{7} + \frac{1}{6} + \frac{9}{14} + \frac{5}{12} + \frac{16}{21} + \frac{1}{3} + \frac{7}{8} \\
 \text{g)} & \frac{5}{16} + \frac{5}{8} + \frac{31}{48} + \frac{8}{15} + \frac{3}{5} + \frac{11}{12} + \frac{11}{24} \\
 & \text{b)} & \frac{3}{4} + \frac{5}{9} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \\
 & \text{d)} & \frac{3}{8} + \frac{11}{20} + \frac{1}{4} + \frac{17}{24} + \frac{5}{6} + \frac{3}{5} \\
 & \text{f)} & \frac{11}{45} + \frac{7}{12} + \frac{19}{30} + \frac{3}{10} + \frac{5}{6} + \frac{13}{15} \\
 & \text{h)} & \frac{17}{20} + \frac{37}{50} + \frac{19}{25} + \frac{61}{100} + \frac{5}{8} + \frac{27}{40}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{7. a)} \quad 25\frac{3}{4} + 18\frac{5}{8} + 133\frac{7}{9} + 58\frac{11}{12} + 225\frac{11}{15} \\
 \text{b)} \quad 34\frac{7}{10} + 14\frac{5}{7} + 59\frac{4}{5} + 16\frac{3}{4} + 186\frac{13}{14} \\
 \text{c)} \quad 55\frac{19}{40} + 138\frac{17}{25} + 249\frac{3}{4} + 67\frac{9}{10} + 39\frac{41}{50} + 349\frac{7}{8}
 \end{array}$$

9. a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$     b)  $\frac{5}{6} - \frac{5}{12}$     c)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$     d)  $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$     e)  $\frac{7}{8} - \frac{4}{9}$     f)  $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$

$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$      $\frac{14}{15} - \frac{3}{5}$      $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$      $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$      $\frac{8}{9} - \frac{3}{4}$      $\frac{9}{10} - \frac{4}{15}$

$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$      $\frac{19}{24} - \frac{5}{8}$      $\frac{1}{9} - \frac{1}{10}$      $\frac{4}{5} - \frac{3}{8}$      $\frac{11}{12} - \frac{4}{5}$      $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

$\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$      $\frac{3}{5} - \frac{9}{20}$      $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$      $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$      $\frac{5}{6} - \frac{7}{11}$      $\frac{7}{12} - \frac{7}{10}$

$\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$      $\frac{31}{45} - \frac{7}{15}$      $\frac{3}{7} - \frac{1}{3}$      $\frac{9}{10} - \frac{2}{3}$      $\frac{13}{20} - \frac{8}{13}$      $\frac{13}{18} - \frac{11}{24}$

9. a)  $\frac{9}{10} - \frac{5}{12}$     b)  $\frac{5}{9} - \frac{3}{16}$     c)  $\frac{19}{30} - \frac{11}{20}$     d)  $\frac{15}{28} - \frac{11}{21}$     e)  $\frac{19}{25} - \frac{22}{45}$     f)  $\frac{17}{30} - \frac{13}{25}$

$\frac{7}{15} - \frac{7}{18}$      $\frac{8}{11} - \frac{5}{7}$      $\frac{5}{8} - \frac{7}{36}$      $\frac{15}{16} - \frac{9}{20}$      $\frac{37}{60} - \frac{8}{45}$      $\frac{11}{15} - \frac{9}{25}$

$\frac{19}{20} - \frac{13}{15}$      $\frac{15}{17} - \frac{3}{4}$      $\frac{7}{10} - \frac{9}{23}$      $\frac{9}{10} - \frac{11}{32}$      $\frac{15}{26} - \frac{17}{39}$      $\frac{19}{30} - \frac{11}{18}$

$\frac{8}{15} - \frac{7}{20}$      $\frac{10}{11} - \frac{9}{10}$      $\frac{8}{13} - \frac{4}{11}$      $\frac{23}{24} - \frac{13}{30}$      $\frac{43}{48} - \frac{23}{36}$      $\frac{49}{60} - \frac{13}{24}$

$\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$      $\frac{9}{10} - \frac{2}{15}$      $\frac{19}{20} - \frac{1}{4}$      $\frac{47}{48} - \frac{5}{16}$      $\frac{11}{12} - \frac{6}{11}$      $\frac{9}{11} - \frac{4}{7}$

10. a)  $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$     b)  $2\frac{1}{3} - \frac{4}{9}$     c)  $4\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}$     d)  $12\frac{2}{5} - 8\frac{4}{7}$     e)  $8\frac{11}{12} - 5\frac{5}{8}$

$4\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$      $4\frac{3}{8} - \frac{7}{10}$      $5\frac{3}{5} - 2\frac{7}{8}$      $25\frac{4}{9} - 14\frac{11}{16}$      $15\frac{11}{20} - 10\frac{22}{25}$

$2\frac{2}{5} - \frac{7}{10}$      $12\frac{5}{9} - \frac{8}{15}$      $9\frac{3}{10} - 4\frac{7}{15}$      $33\frac{11}{40} - 20\frac{18}{25}$      $12\frac{5}{8} - 5\frac{7}{12}$

$5\frac{1}{9} - \frac{1}{8}$      $18\frac{7}{20} - \frac{19}{30}$      $8\frac{7}{12} - 3\frac{8}{9}$      $41\frac{9}{11} - 38\frac{7}{8}$      $18\frac{7}{15} - 5\frac{5}{12}$

$6\frac{1}{6} - \frac{2}{5}$      $34\frac{5}{18} - \frac{7}{12}$      $11\frac{5}{8} - 7\frac{4}{7}$      $94\frac{16}{25} - 68\frac{17}{20}$      $56\frac{5}{18} - 29\frac{10}{30}$

11. a)  $212\frac{4}{5}$     b)  $531\frac{11}{32}$     c)  $681\frac{11}{15}$     d)  $1\,039\frac{5}{18}$     e)  $3\,451\frac{23}{35}$     f)  $2\,138\frac{14}{25}$

$- 89\frac{3}{8}$      $- 248\frac{17}{24}$      $- 474\frac{17}{20}$      $- 679\frac{17}{24}$      $- 1\,868\frac{44}{49}$      $- 1\,654\frac{29}{40}$

g)  $496\frac{3}{4}$     h)  $695\frac{17}{25}$     i)  $708\frac{7}{20}$     k)  $926\frac{17}{42}$     l)  $9\,866\frac{14}{15}$     m)  $6\,453\frac{2}{8}$

$- 121\frac{1}{2}$      $- 43\frac{4}{15}$      $- 534\frac{1}{15}$      $- 333\frac{2}{21}$      $- 2\,364\frac{2}{11}$      $- 1\,470\frac{2}{17}$

$$12. a) 16\frac{3}{5} - 10\frac{5}{12} + 4\frac{4}{15} - 8\frac{5}{6} + 3\frac{3}{4}$$

Lösung  
von 12a):

Aufgabe	Hauptnenner 60	
	Erweiterungs- faktor	Erweiterter Zähler
$16\frac{3}{5}$	12	36
$- 10\frac{5}{12}$	5	- 25
$+ 4\frac{4}{15}$	4	+ 16
$- 8\frac{5}{6}$	10	- 50
$+ 3\frac{3}{4}$	15	+ 45
$5\frac{22}{60}$		22
$+ \frac{22}{60}$		60
$5\frac{22}{60} = 5\frac{11}{30}$		

$$b) 13\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2} - 12\frac{5}{8} + 6\frac{5}{9} - 4\frac{7}{12} \quad e) 7\frac{2}{3} + 4\frac{5}{16} - 8\frac{7}{12} + 2\frac{3}{8} - 2\frac{5}{24}$$

$$d) 20\frac{4}{5} - 8\frac{9}{20} - 7\frac{3}{4} + 15\frac{17}{60} + 9\frac{11}{15} \quad e) 14\frac{4}{9} - 8\frac{7}{24} - 3\frac{5}{8} + 7\frac{7}{18} - 5\frac{11}{12}$$

$$\cancel{f) 5\frac{5}{7} + 13\frac{3}{4} + 9\frac{13}{20} - 6\frac{4}{5} - 11\frac{9}{14}} \quad \cancel{g) 15\frac{4}{5} + 3\frac{3}{4} - 9\frac{7}{10} - 3\frac{10}{20} + 8\frac{7}{25}}$$

$$\cancel{h) 9\frac{7}{10} + 25\frac{3}{8} - 4\frac{7}{12} - 8\frac{5}{9} + 18\frac{5}{6}} \quad \cancel{i) 81\frac{1}{2} + 13\frac{1}{4} - 19\frac{2}{5} + 23\frac{8}{9} - 17\frac{1}{10}}$$

$$13. a) (5\frac{3}{4} + 3\frac{5}{6}) - (2\frac{2}{5} + 4\frac{5}{8}) \quad \text{Anleitung: } = 8\frac{9+10}{12} - 6\frac{16+25}{40}$$

$$b) (17\frac{5}{18} + 11\frac{11}{24}) - (13\frac{5}{8} + 4\frac{8}{9}) \quad e) (12\frac{9}{16} - 5\frac{1}{6}) - (8\frac{7}{8} - 5\frac{5}{12})$$

$$\cancel{d) (4\frac{11}{18} + 5\frac{3}{4}) - (8\frac{7}{9} - 3\frac{11}{12})} \quad \cancel{f) (18\frac{4}{15} - 7\frac{3}{4}) - (11\frac{5}{12} - 6\frac{13}{20})}$$

$$f) (24\frac{3}{4} - 13\frac{5}{9}) - (18\frac{7}{8} - 10\frac{2}{3}) \quad g) (76\frac{2}{3} - 19\frac{1}{5}) - (25\frac{4}{9} + 18\frac{1}{6})$$

$$h) (46\frac{5}{6} - 3\frac{5}{7}) - (28\frac{6}{7} - 25\frac{2}{21}) \quad i) (65\frac{1}{2} - 16\frac{4}{5}) - (94\frac{3}{8} - 87\frac{3}{4})$$

14. Im Schulgarten sollen 3 Beete mit Kohl bepflanzt werden; zum ersten Beet braucht man  $1\frac{1}{4}$  Schock, zum zweiten  $\frac{4}{5}$  Schock und zum dritten  $\frac{2}{3}$  Schock Kohlpflanzen. Wieviel Schock Kohlpflanzen sind erforderlich?

15. Im Schulgarten werden von einem Beet  $12\frac{1}{2}$  kg Gurken geerntet. Ein anderes Beet in gleicher Größe liefert infolge besserer Düngung (mit Naturdung) einen Ertrag von  $18\frac{1}{4}$  kg Gurken. Wieviel kg beträgt der Unterschied?
16. An Tomaten werden auf einem Beet an 3 aufeinanderfolgenden Tagen geerntet:  $2\frac{1}{2}$  kg,  $2\frac{3}{10}$  kg und  $1\frac{4}{5}$  kg. Wieviel kg Tomaten sind das zusammen?
17. Zum Nachdenken. Ein Araber hinterließ seinen 3 Söhnen bei seinem Tode 23 Kamele. Er hatte in seinem Testament bestimmt, daß sein jüngster Sohn die Hälfte, der mittlere ein Drittel und der älteste ein Achtel aller Kamele bekommen sollte. Die Söhne sahen keine Möglichkeit einer solchen Teilung. Sie klagten ihre Not einem alten, aber armen Nachbarn. Er sagte: „Ich will euch mein einziges Kamel geben, dann habt ihr 24 und könnt teilen.“ Jetzt nahm sich der älteste 3 Kamele, der jüngste 12 und der mittlere 8, so wie es der Vater bestimmt hatte. Also blieb ein Kamel übrig, das sie dem Nachbarn wiedergaben. Was sagst du hierzu? Warum konnte die Teilung zunächst nicht aufgehen? Vergleiche die Bruchteile, die jeder vom Erbteil bekommen sollte, mit denen die er wirklich bekommen hat!

## IV. Multiplizieren und Dividieren

### 8. Multiplizieren eines Bruches mit einer ganzen Zahl

Der Futterbedarf eines Kückens beträgt im ersten Monat etwa  $\frac{2}{5}$  kg Trockenfutter. Wieviel Futter braucht man im ersten Monat für 9 Kücken?

$$\begin{aligned} 9 \cdot \frac{2}{5} \text{ kg} &= \frac{2}{5} \text{ kg} + \frac{2}{5} \text{ kg} \\ &= \frac{18}{5} \text{ kg} = 3\frac{3}{5} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Im zweiten Monat verbraucht jedes Kücken  $\frac{4}{5}$  kg Trockenfutter, das ergibt für 9 Kücken

$$\begin{aligned} 9 \cdot \frac{4}{5} \text{ kg} &= \frac{4}{5} \text{ kg} + \frac{4}{5} \text{ kg} \\ &= \frac{9 \cdot 4}{5} \text{ kg} = \frac{36}{5} \text{ kg} = \frac{36}{5} \text{ kg} = 7\frac{1}{5} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Der Nachbar hat 10 Kücken. Er braucht im ersten Monat

$$10 \cdot \frac{2}{5} \text{ kg} = \frac{10 \cdot 2}{5} \text{ kg} = \frac{2 \cdot 2}{1} \text{ kg} = 4 \text{ kg}.$$

Im zweiten Monat braucht er  $10 \cdot \frac{4}{5} \text{ kg} = \frac{10 \cdot 4}{5} \text{ kg} \stackrel{5}{=} \frac{2 \cdot 4}{1} \text{ kg} = 8 \text{ kg}$  Hühnerfutter.

Man multipliziert einen Bruch mit einer ganzen Zahl, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner unverändert läßt. Vor dem Ausrechnen wird, soweit wie möglich, gekürzt.

1. Beispiel:  $8 \cdot \frac{7}{15} = \frac{8 \cdot 7}{15} = \frac{56}{15} = \underline{\underline{3\frac{11}{15}}}$

2. Beispiel:  $21 \cdot \frac{9}{14} = \frac{21 \cdot 9}{14} \stackrel{7}{=} \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2} = \underline{\underline{13\frac{1}{2}}}$

3. Beispiel:  $3 \cdot 5\frac{1}{2} = 3 \cdot 5 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 15 + 1\frac{1}{2} = \underline{\underline{16\frac{1}{2}}}$

oder:  $3 \cdot \frac{11}{2} = \frac{3 \cdot 11}{2} = \frac{33}{2} = \underline{\underline{16\frac{1}{2}}}$

### Aufgaben

1. Multipliziere  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{11}{12}$ ,  $\frac{9}{20}$ ,  $\frac{7}{16}$ ,  $\frac{8}{11}$ ,  $\frac{13}{24}$ ,  $\frac{7}{15}$ ,  $\frac{11}{30}$ ,  $\frac{13}{24}$

a) mit 2    b) mit 4    c) mit 5    d) mit 7    e) mit 9    f) mit 10!

2. ~~a)~~  $3 \cdot (\frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{13}, \frac{3}{17}, \frac{4}{19}, \frac{3}{20}, \frac{6}{25}, \frac{7}{26}, \frac{4}{25}, \frac{11}{38}, \frac{13}{50})$

~~b)~~  $5 \cdot (\frac{2}{11}, \frac{3}{17}, \frac{4}{21}, \frac{3}{23}, \frac{5}{27}, \frac{4}{33}, \frac{7}{39}, \frac{5}{43}, \frac{8}{51}, \frac{12}{67}, \frac{14}{81})$

~~c)~~  $8 \cdot (\frac{5}{7}, \frac{4}{9}, \frac{8}{11}, \frac{9}{13}, \frac{4}{15}, \frac{7}{19}, \frac{5}{21}, \frac{8}{25}, \frac{9}{35}, \frac{15}{37}, \frac{11}{39})$

~~d)~~  $12 \cdot (\frac{7}{8}, \frac{5}{9}, \frac{11}{18}, \frac{13}{16}, \frac{9}{14}, \frac{9}{10}, \frac{7}{30}, \frac{10}{21}, \frac{11}{24}, \frac{10}{27}, \frac{7}{30})$

3. ~~a)~~  $30 \cdot \frac{14}{15}$     ~~b)~~  $45 \cdot \frac{5}{9}$     c)  $33 \cdot \frac{10}{11}$     ~~d)~~  $63 \cdot \frac{7}{9}$     e)  $24 \cdot \frac{11}{12}$     ~~f)~~  $35 \cdot \frac{8}{15}$

g)  $49 \cdot \frac{6}{7}$     h)  $28 \cdot \frac{13}{14}$     i)  $60 \cdot \frac{11}{12}$     k)  $51 \cdot \frac{16}{17}$     l)  $80 \cdot \frac{2}{5}$     m)  $65 \cdot \frac{9}{20}$

n)  $\frac{9}{10} \cdot 15$     o)  $\frac{5}{6} \cdot 12$     p)  $\frac{7}{8} \cdot 24$     q)  $\frac{14}{15} \cdot 30$     r)  $\frac{7}{12} \cdot 48$     s)  $\frac{9}{15} \cdot 15$

t)  $\frac{17}{20} \cdot 35$     u)  $\frac{8}{25} \cdot 45$     v)  $\frac{10}{27} \cdot 90$     w)  $\frac{16}{17} \cdot 51$     x)  $\frac{5}{16} \cdot 24$     y)  $\frac{8}{9} \cdot 33$

4. a)  $5 \cdot \frac{3}{25}$     b)  $4 \cdot \frac{5}{8}$     c)  $5 \cdot \frac{11}{20}$     d)  $7 \cdot \frac{20}{21}$     e)  $17 \cdot \frac{5}{102}$     f)  $6 \cdot \frac{17}{30}$

g)  $15 \cdot \frac{7}{90}$     h)  $7 \cdot \frac{15}{133}$     i)  $18 \cdot \frac{5}{108}$     k)  $13 \cdot \frac{6}{91}$     l)  $11 \cdot \frac{9}{121}$     m)  $12 \cdot \frac{13}{48}$

n)  $\frac{7}{12} \cdot 9$     o)  $\frac{14}{15} \cdot 12$     p)  $\frac{29}{60} \cdot 27$     q)  $\frac{15}{16} \cdot 12$     r)  $\frac{11}{18} \cdot 15$     s)  $\frac{23}{30} \cdot 25$

t)  $\frac{5}{42} \cdot 28$     u)  $\frac{17}{26} \cdot 13$     v)  $\frac{25}{78} \cdot 65$     w)  $\frac{13}{51} \cdot 34$     x)  $\frac{6}{55} \cdot 44$     y)  $\frac{19}{48} \cdot 36$

5. a)  $39 \cdot \frac{7}{9}$  b)  $24 \cdot \frac{9}{16}$  c)  $30 \cdot \frac{20}{20}$  d)  $21 \cdot \frac{3}{14}$  e)  $24 \cdot \frac{7}{18}$  f)  $30 \cdot \frac{17}{24}$   
~~g)  $24 \cdot \frac{22}{27}$  h)  $36 \cdot \frac{9}{14}$  i)  $22 \cdot \frac{7}{18}$  k)  $34 \cdot \frac{7}{16}$  l)  $36 \cdot \frac{13}{66}$  m)  $56 \cdot \frac{33}{42}$~~   
 n)  $\frac{61}{87} \cdot 54$  o)  $\frac{7}{15} \cdot 25$  p)  $\frac{17}{21} \cdot 49$  q)  $\frac{8}{9} \cdot 42$  r)  $\frac{9}{64} \cdot 28$  s)  $\frac{11}{15} \cdot 35$   
 t)  $\frac{7}{33} \cdot 55$  u)  $\frac{29}{81} \cdot 54$  v)  $\frac{15}{32} \cdot 24$  w)  $\frac{9}{49} \cdot 42$  x)  $\frac{13}{35} \cdot 25$  y)  $\frac{29}{80} \cdot 48$

6. a)  $4 \cdot 15 \frac{4}{7}$  b)  $12 \cdot 12 \frac{3}{5}$  c)  $9 \cdot 5 \frac{7}{11}$  d)  $17 \cdot 2 \frac{7}{10}$  e)  $8 \cdot 10 \frac{5}{9}$   
 f)  $7 \cdot 6 \frac{5}{12}$  g)  $9 \cdot 7 \frac{11}{14}$  h)  $8 \cdot 15 \frac{8}{15}$  i)  $7 \cdot 13 \frac{13}{19}$  k)  $7 \cdot 7 \frac{18}{25}$   
~~l)  $13 \cdot 3 \frac{7}{12}$  m)  $15 \cdot 6 \frac{14}{19}$  n)  $15 \cdot 4 \frac{11}{14}$  o)  $11 \cdot 3 \frac{17}{25}$  p)  $11 \cdot 5 \frac{13}{20}$~~   
 q)  $7 \frac{2}{3} \cdot 8$  r)  $6 \frac{2}{5} \cdot 13$  s)  $18 \frac{4}{7} \cdot 9$  t)  $5 \frac{5}{6} \cdot 11$  u)  $3 \frac{3}{8} \cdot 13$   
 v)  $19 \frac{5}{8} \cdot 5$  w)  $11 \frac{7}{12} \cdot 7$  x)  $20 \frac{9}{10} \cdot 9$  y)  $6 \frac{7}{9} \cdot 13$  z)  $8 \frac{5}{11} \cdot 24$

7. a)  $3 \cdot 17 \frac{2}{3}$  b)  $5 \cdot 14 \frac{4}{5}$  c)  $7 \cdot 15 \frac{6}{7}$  d)  $13 \cdot 5 \frac{11}{13}$  e)  $17 \cdot 5 \frac{3}{17}$   
 f)  $40 \cdot 17 \frac{3}{8}$  g)  $14 \cdot 3 \frac{2}{7}$  h)  $20 \cdot 7 \frac{2}{5}$  i)  $21 \cdot 5 \frac{3}{7}$  k)  $18 \cdot 4 \frac{5}{6}$   
 l)  $3 \cdot 17 \frac{2}{15}$  m)  $4 \cdot 24 \frac{7}{36}$  n)  $5 \cdot 18 \frac{7}{45}$  o)  $7 \cdot 14 \frac{6}{49}$  p)  $4 \cdot 19 \frac{16}{56}$   
 q)  $14 \frac{5}{8} \cdot 12$  r)  $3 \frac{7}{9} \cdot 6$  s)  $8 \frac{8}{15} \cdot 10$  t)  $8 \frac{3}{26} \cdot 13$  u)  $7 \frac{9}{18} \cdot 12$   
 v)  $9 \frac{9}{30} \cdot 20$  w)  $45 \frac{6}{7} \cdot 14$  x)  $23 \frac{11}{21} \cdot 14$  y)  $65 \frac{5}{6} \cdot 4$  z)  $28 \frac{9}{10} \cdot 15$

8. a)  $9 \cdot 4 \frac{5}{6}$  b)  $24 \cdot 3 \frac{9}{16}$  c)  $18 \cdot 5 \frac{7}{12}$  d)  $15 \cdot 7 \frac{7}{9}$  e)  $21 \cdot 6 \frac{4}{9}$   
 f)  $14 \cdot 5 \frac{7}{8}$  g)  $10 \cdot 19 \frac{3}{8}$  h)  $20 \cdot 10 \frac{11}{18}$  i)  $15 \cdot 8 \frac{7}{10}$  k)  $12 \cdot 12 \frac{5}{8}$   
~~l)  $7 \cdot 6 \frac{12}{13}$  m)  $12 \cdot 5 \frac{14}{15}$  n)  $20 \cdot 7 \frac{15}{16}$  o)  $18 \cdot 4 \frac{11}{12}$  p)  $16 \cdot 5 \frac{11}{12}$~~   
 q)  $6 \frac{5}{6} \cdot 9$  r)  $7 \frac{5}{8} \cdot 12$  s)  $23 \frac{14}{15} \cdot 10$  t)  $9 \frac{7}{24} \cdot 15$  u)  $\frac{23}{42} \cdot 35$   
~~v)  $21 \frac{3}{4} \cdot 14$  w)  $6 \frac{4}{17} \cdot 51$  x)  $8 \frac{8}{33} \cdot 22$  y)  $3 \frac{8}{49} \cdot 35$  z)  $6 \frac{4}{27} \cdot 18$~~

9. Bestimme von  $3 \frac{4}{5}$ ,  $5 \frac{5}{6}$ ,  $7 \frac{7}{12}$ ,  $4 \frac{8}{15}$ ,  $9 \frac{11}{16}$ ,  $5 \frac{11}{18}$ ,  $3 \frac{7}{24}$ ,  $6 \frac{9}{13}$ ,  $13 \frac{16}{21}$

- a) das Vierfache    ~~b) das Sechsfache~~    ~~c) das Siebenfache~~  
~~d) das Neunfache~~    e) das Zwölffache    f) das Dreißigfache!

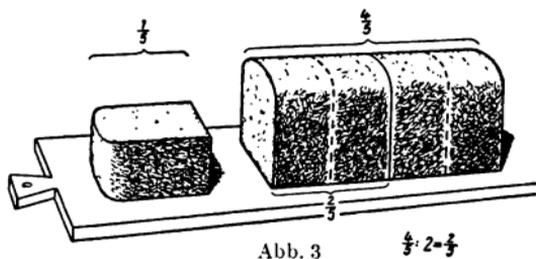
10. Eine Dampfmaschine verbraucht in einer Stunde  $\frac{3}{10}$  l Schmieröl. Wieviel Liter werden in 3, 4, 5, 7, 9, 10 Stunden verbraucht?

11. Eine Zündholzschachtel ist  $5 \frac{1}{5}$  cm lang,  $3 \frac{1}{2}$  cm breit und  $1 \frac{1}{10}$  cm hoch. Lege 15 Schachteln aneinander, nebeneinander, aufeinander!

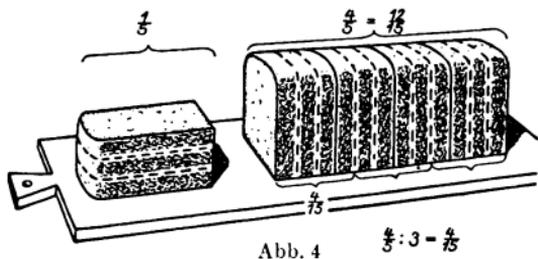
12. Bei Durchsicht der Hefte einer Klasse von 42 Schülern zeigt sich, daß das Papier nicht genügend ausgenutzt worden ist. Eine Aufstellung ergibt, daß im Durchschnitt  $3\frac{1}{3}$  Seiten eines jeden Heftes (mit 28 Seiten) frei gelassen wurden. a) Wieviel Seiten sind insgesamt von den Schülern nicht beschrieben worden? b) Welche Summe hätte gespart werden können, wenn diese Seiten ausgenutzt worden wären (1 Heft kostet 0,10 DM)? c) Berechne die Zahl der Schreibhefte, die in einer Schule mit 16 Klassen von je 42 Schülern unter gleichen Verhältnissen eingespart werden können? d) Berechne den eingesparten Geldbetrag?

### 9. Dividieren eines Bruches durch eine ganze Zahl

Zwei Geschwister nehmen an einer Schulwanderung teil. Von einem Brot schneidet die Mutter  $\frac{1}{5}$  ab und gibt den Kindern den Rest. Wieviel Fünftel sind dies zusammen, und wieviel Fünftel erhält jedes der Kinder (Abb. 3)?



Das zurückbehaltene Fünftel teilt sie mit dem Vater; wieviel bekommt jeder? Zeichne ein Schaubild! Welcher Bestandteil des Bruches ist im Ergebnis verändert?



Wie hätte die Mutter  $\frac{1}{5}$  Brot unter 3 Kinder verteilen müssen, wenn jedes Kind gleichviel erhalten soll? Abb. 4 zeigt, daß sie jedes Fünftel erst in 3 gleiche

Teile teilt, im ganzen also  $\frac{12}{15}$  erhält und nun jedem Kind 4 davon gibt :

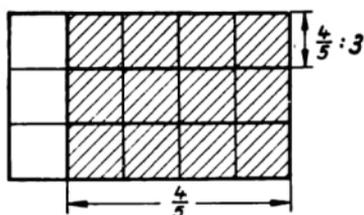
$$\frac{4}{5} \overset{3}{=} \frac{12}{15}$$

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{12}{15} : 3 = \frac{4}{15}$$

Wie ist diesmal der Zähler und wie der Nenner verändert ? Man rechnet daher kürzer:  $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5 \cdot 3} = \frac{4}{15}$

Abb. 5a zeigt, wie die Aufgabe  $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{15}$  auch anders gelöst werden kann. Soll man die Aufgabe  $\frac{4}{5} : 6$  lösen, so teilt man  $\frac{4}{5}$  erst durch 2 und dann durch 3 (Abb. 5b)! Man findet

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{2}{5} ; \quad \frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{15} ; \quad \text{also} \quad \frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5 \cdot 6} = \frac{2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$



$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{15}$$

Abb. 5a

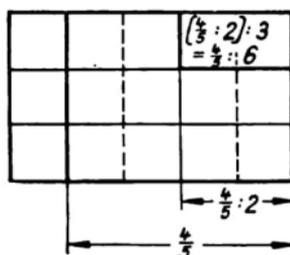


Abb. 5b

Man dividiert einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man entweder den Zähler durch die ganze Zahl dividiert und den Nenner unverändert läßt oder den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert und den Zähler unverändert läßt. Vor dem Ausrechnen kürzt man soweit wie möglich.

Die Lösung der Aufgabe  $\frac{4}{5} : 2$  veranschaulichen die Abb. 6a und 6b.

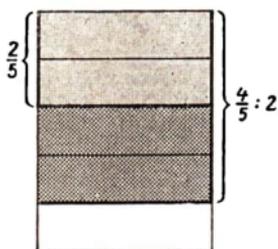


Abb. 6a

oder

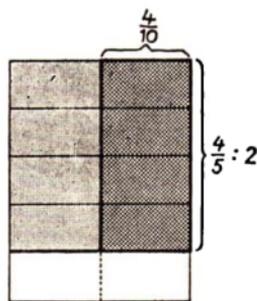


Abb. 6b

Beispiele: 1.  $\frac{8}{25} : 4 = \frac{2}{25}$       2.  $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$       3.  $1\frac{5}{6} : 6 = \frac{11}{6} : 6 = \frac{11}{36}$

4.  $12\frac{2}{5} : 5 = (10 + 2\frac{2}{5}) : 5 = 2 + \frac{12}{25} = 2\frac{12}{25}$

oder:  $= \frac{62}{5} : 5 = \frac{62}{5 \cdot 5} = \frac{62}{25} = 2\frac{12}{25}$

## Aufgaben

1. a)  $\frac{8}{9} : 2$       b)  $\frac{12}{13} : 3$       c)  $\frac{18}{25} : 6$       d)  $\frac{27}{28} : 9$   
 e)  $\frac{48}{5} : 12$       f)  $\frac{75}{6} : 15$       g)  $\frac{57}{10} : 19$       h)  $\frac{125}{13} : 25$   
 i)  $\frac{63}{10} : 7$       k)  $\frac{114}{25} : 6$       l)  $\frac{144}{15} : 18$       m)  $\frac{156}{17} : 13$   
 n)  $\frac{120}{7} : 20$       o)  $\frac{96}{19} : 8$       p)  $\frac{112}{75} : 4$       q)  $\frac{115}{44} : 5$   
 r)  $\frac{14}{15} : 7$       s)  $\frac{26}{27} : 13$       t)  $\frac{35}{39} : 7$       u)  $\frac{144}{15} : 12$   
 v)  $\frac{245}{32} : 5$       w)  $\frac{375}{12} : 25$       x)  $\frac{180}{17} : 60$       y)  $\frac{132}{19} : 11$

2. a)  $\frac{1}{2} : 5$       b)  $\frac{2}{3} : 3$       c)  $\frac{3}{4} : 5$       d)  $\frac{1}{6} : 4$   
 e)  $\frac{2}{9} : 5$       f)  $\frac{3}{5} : 8$       g)  $\frac{5}{8} : 9$       h)  $\frac{11}{12} : 9$   
 i)  $\frac{5}{7} : 2$       k)  $\frac{3}{8} : 4$       l)  $\frac{11}{14} : 9$       m)  $\frac{5}{9} : 8$   
 n)  $\frac{7}{8} : 4$       o)  $\frac{5}{12} : 6$       p)  $\frac{5}{13} : 11$       q)  $\frac{7}{8} : 5$   
 r)  $\frac{7}{9} : 8$       s)  $\frac{9}{10} : 5$       t)  $\frac{3}{7} : 4$       u)  $\frac{11}{12} : 9$   
 v)  $\frac{4}{13} : 7$       w)  $\frac{5}{8} : 11$       x)  $\frac{7}{12} : 3$       y)  $\frac{4}{5} : 7$

3. a)  $\frac{4}{5} : 12$       b)  $\frac{5}{9} : 15$       ~~e)~~  $\frac{7}{9} : 21$       ~~f)~~  $\frac{9}{10} : 6$   
~~g)~~  $\frac{5}{12} : 15$       ~~h)~~  $\frac{14}{5} : 12$       ~~i)~~  $\frac{9}{13} : 15$       ~~j)~~  $\frac{18}{25} : 27$   
 i)  $\frac{21}{4} : 14$       k)  $\frac{18}{19} : 27$       l)  $\frac{16}{7} : 24$       m)  $\frac{21}{5} : 49$   
 n)  $\frac{27}{2} : 36$       o)  $\frac{16}{5} : 56$       p)  $\frac{36}{7} : 54$       q)  $\frac{35}{4} : 25$   
~~r)~~  $\frac{5}{9} : 15$       ~~s)~~  $\frac{6}{7} : 18$       ~~t)~~  $\frac{9}{11} : 12$       ~~u)~~  $\frac{15}{16} : 25$   
~~v)~~  $\frac{38}{3} : 16$       ~~w)~~  $\frac{39}{8} : 26$       ~~x)~~  $\frac{56}{11} : 14$       ~~y)~~  $\frac{44}{57} : 33$

4. a)	$\frac{24}{5} : 36$	b)	$\frac{35}{9} : 49$	c)	$\frac{36}{7} : 48$	d)	$\frac{39}{4} : 65$
e)	$\frac{26}{7} : 39$	f)	$\frac{4}{5} : 16$	g)	$\frac{5}{7} : 35$	h)	$\frac{33}{5} : 44$
i)	$\frac{18}{7} : 45$	k)	$\frac{16}{5} : 64$	l)	$\frac{50}{9} : 75$	m)	$\frac{56}{3} : 70$
n)	$\frac{5}{7} : 20$	o)	$\frac{17}{8} : 34$	p)	$\frac{12}{5} : 16$	q)	$\frac{9}{7} : 42$
r)	$\frac{6}{7} : 33$	s)	$\frac{3}{8} : 24$	t)	$\frac{66}{19} : 99$	u)	$\frac{6}{5} : 14$
v)	$\frac{60}{7} : 16$	w)	$\frac{28}{3} : 42$	x)	$\frac{15}{14} : 10$	y)	$\frac{19}{11} : 38$

<del>5. a)</del>	<del><math>3\frac{3}{4} : 5</math></del>	b)	$3\frac{3}{7} : 8$	c)	$4\frac{4}{5} : 6$	d)	$5\frac{1}{4} : 7$
e)	$3\frac{6}{7} : 9$	f)	$3\frac{5}{9} : 4$	g)	$6\frac{6}{11} : 8$	h)	$3\frac{4}{15} : 7$
i)	$4\frac{7}{12} : 5$	k)	$2\frac{2}{9} : 5$	l)	$5\frac{5}{6} : 7$	m)	$5\frac{3}{5} : 7$
<del>n)</del>	<del><math>5\frac{1}{11} : 14</math></del>	<del>o)</del>	<del><math>11\frac{5}{9} : 13</math></del>	<del>p)</del>	<del><math>7\frac{1}{8} : 19</math></del>	<del>q)</del>	<del><math>10\frac{2}{7} : 12</math></del>
<del>r)</del>	<del><math>7\frac{1}{2} : 5</math></del>	<del>s)</del>	<del><math>8\frac{3}{4} : 7</math></del>	<del>t)</del>	<del><math>9\frac{9}{10} : 11</math></del>	<del>u)</del>	<del><math>4\frac{3}{8} : 7</math></del>
<del>v)</del>	<del><math>3\frac{1}{3} : 2</math></del>	<del>w)</del>	<del><math>5\frac{1}{11} : 8</math></del>	<del>x)</del>	<del><math>6\frac{1}{8} : 7</math></del>	<del>y)</del>	<del><math>4\frac{1}{11} : 9</math></del>

6. a)	$7\frac{1}{4} : 58$	b)	$5\frac{2}{3} : 68$	c)	$2\frac{1}{2} : 15$	d)	$6\frac{1}{4} : 20$
e)	$3\frac{3}{4} : 45$	f)	$7\frac{3}{5} : 57$	g)	$8\frac{1}{4} : 44$	h)	$5\frac{4}{9} : 70$
i)	$5\frac{5}{8} : 27$	k)	$10\frac{4}{5} : 72$	<del>l)</del>	<del><math>12\frac{2}{3} : 95</math></del>	m)	$16\frac{2}{3} : 40$
n)	$14\frac{2}{7} : 75$	o)	$11\frac{1}{9} : 60$	p)	$8\frac{1}{3} : 25$	q)	$6\frac{3}{4} : 18$
r)	$10\frac{1}{5} : 17$	s)	$1\frac{2}{13} : 5$	t)	$3\frac{1}{8} : 5$	u)	$7\frac{1}{7} : 10$
v)	$9\frac{1}{7} : 8$	w)	$6\frac{6}{7} : 8$	x)	$11\frac{1}{3} : 17$	y)	$5\frac{1}{5} : 13$

<del>7. a)</del>	<del><math>29\frac{3}{8} : 5</math></del>	b)	$43\frac{3}{7} : 4$	c)	$69\frac{7}{8} : 13$	d)	$100\frac{4}{5} : 18$
<del>e)</del>	<del><math>87\frac{1}{9} : 16</math></del>	<del>f)</del>	<del><math>68\frac{1}{3} : 5</math></del>	<del>g)</del>	<del><math>75\frac{1}{9} : 4</math></del>	<del>h)</del>	<del><math>90\frac{5}{6} : 5</math></del>

8. a)	$72\frac{1}{3} : 14$	b)	$50\frac{2}{5} : 16$	c)	$92\frac{6}{7} : 15$	d)	$68\frac{2}{5} : 18$
e)	$80\frac{2}{5} : 24$	f)	$53\frac{3}{4} : 25$	g)	$79\frac{1}{3} : 28$	h)	$73\frac{3}{5} : 32$
i)	$98\frac{5}{14} : 24$	k)	$125\frac{5}{8} : 60$	l)	$258\frac{1}{11} : 51$	m)	$110\frac{2}{5} : 96$

9. a) Aus 5 kg Blaubeeren erhält man durch Pressen  $3\frac{1}{2}$  l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 1 kg?
- b) Aus 10 kg Johannisbeeren erhält man durch Pressen  $6\frac{2}{3}$  l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 5 kg?
- c) Aus 5 kg Stachelbeeren erhält man  $3\frac{3}{4}$  l Saft; wieviel l Saft erhält man aus 1 kg?
10. Auf einer Ferienwanderung legt eine Wandergruppe in vier aufeinanderfolgenden Tagen zurück:  $22\frac{7}{10}$  km;  $19\frac{9}{10}$  km;  $24\frac{1}{10}$  km;  $20\frac{1}{10}$  km. Berechne die durchschnittliche Tagesleistung!

### 10. Multiplizieren eines Bruches mit einem Bruch

Von  $\frac{3}{5}$  l Öl wird  $\frac{1}{4}$  abgegeben. Es verbleiben  $\frac{3}{4}$ . Abb. 7 veranschaulicht, wie die beiden Aufgaben  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$  und  $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$  zu lösen sind. Aus der Abbildung erkennt man:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} &\text{ bedeutet } \frac{1}{4} \text{ von } \frac{3}{5} \\ &\text{ oder 1 mal den 4. Teil von } \frac{3}{5} \\ &\text{ oder 1 mal den 4. Teil von } \frac{12}{20} \\ &\text{ das sind } \frac{3}{20}; \text{ also } \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20} \\ \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} &\text{ bedeutet } \frac{3}{4} \text{ von } \frac{3}{5} \\ &\text{ oder 3 mal den 4. Teil von } \frac{3}{5}; \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} &= \frac{3}{20} \cdot 3 = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

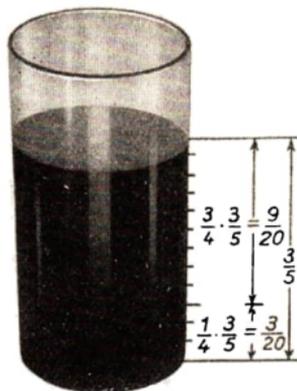


Abb. 7

Ein Bruch wird mit einem Bruch multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. (Vor dem Ausrechnen, wenn möglich, kürzen!)

Beispiele:

$$1. \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 4} = \frac{15}{32}$$

$$2. \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{12 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{7}{15}$$

$$3. 3\frac{5}{9} \cdot 1\frac{7}{8} = \frac{32}{9} \cdot \frac{15}{8} = \frac{32 \cdot 15}{9 \cdot 8} = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

## Aufgaben

1. a)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9}$     b)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{6}$     c)  $\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{7}$     d)  $\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4}$     e)  $\frac{2}{13} \cdot \frac{2}{7}$     f)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{15}$   
 g)  $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{15}$     h)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13}$     i)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{6}{19}$     k)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{11}$     l)  $\frac{11}{10} \cdot \frac{5}{7}$     m)  $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{11}$   
 n)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9}$     o)  $\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{5}$     p)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}$     q)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{6}{11}$     r)  $\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{11}$     s)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{11}{17}$   
 t)  $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2}$     u)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$     v)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7}$     w)  $\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{7}$     x)  $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{10}$     y)  $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5}$

2. Wiederhole Abschnitt 1 Aufgabe 1 bis 4 und berechne

a)  $(\frac{3}{4})^2$     b)  $(\frac{5}{6})^2$     c)  $(\frac{4}{9})^2$     d)  $(\frac{7}{8})^2$     e)  $(\frac{11}{15})^2$     f)  $(\frac{10}{17})^2$ !

Schätze in den folgenden Aufgaben zuerst das Ergebnis!

3. a)  $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{2}$     b)  $2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{2}{3}$     c)  $4\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3}$     d)  $3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{2}$   
 e)  $3\frac{4}{5} \cdot 2\frac{3}{4}$     f)  $6\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{5}$     g)  $5\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{3}$     h)  $4\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{2}$   
 i)  $3\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{5}$     k)  $7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4}$     l)  $6\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{2}$     m)  $2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{3}$   
 n)  $5\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{2}$     o)  $4\frac{2}{3} \cdot 4\frac{2}{5}$     p)  $8\frac{7}{9} \cdot 3\frac{1}{2}$     q)  $4\frac{4}{5} \cdot 4\frac{2}{7}$

4. a)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8}$     b)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13}$     c)  $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{12}$     d)  $\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{25}$     e)  $\frac{7}{12} \cdot \frac{36}{37}$     f)  $\frac{5}{17} \cdot \frac{15}{53}$   
 g)  $\frac{6}{13} \cdot \frac{39}{40}$     h)  $\frac{57}{59} \cdot \frac{2}{10}$     i)  $\frac{4}{21} \cdot \frac{63}{65}$     k)  $\frac{38}{39} \cdot \frac{5}{19}$     l)  $\frac{23}{29} \cdot \frac{5}{14}$     m)  $\frac{6}{11} \cdot \frac{77}{85}$   
 n)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$     o)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{15}$     p)  $\frac{9}{11} \cdot \frac{32}{45}$     q)  $\frac{26}{27} \cdot \frac{18}{39}$     r)  $\frac{25}{38} \cdot \frac{39}{50}$     s)  $\frac{28}{51} \cdot \frac{85}{96}$   
 t)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{15}$     u)  $\frac{18}{17} \cdot \frac{51}{64}$     v)  $\frac{9}{10} \cdot \frac{25}{27}$     w)  $\frac{11}{15} \cdot \frac{25}{44}$     x)  $\frac{22}{75} \cdot \frac{25}{33}$     y)  $\frac{12}{17} \cdot \frac{51}{84}$

5. a)  $1\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$     b)  $1\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7}$     c)  $2\frac{3}{8} \cdot \frac{17}{19}$     d)  $2\frac{4}{9} \cdot \frac{13}{22}$     e)  $3\frac{9}{10} \cdot \frac{31}{39}$   
 f)  $3\frac{7}{11} \cdot \frac{39}{40}$     g)  $4\frac{7}{8} \cdot \frac{37}{39}$     h)  $6\frac{5}{12} \cdot \frac{61}{77}$     i)  $7\frac{9}{13} \cdot \frac{67}{100}$     k)  $9\frac{4}{15} \cdot \frac{137}{139}$   
 l)  $7\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{15}$     m)  $6\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$     n)  $5\frac{1}{11} \cdot \frac{9}{14}$     o)  $9\frac{1}{7} \cdot \frac{19}{24}$     p)  $9\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{22}$

6. a)  $\frac{3}{8} \cdot 3\frac{1}{5}$     b)  $\frac{5}{9} \cdot 6\frac{3}{4}$     c)  $\frac{5}{7} \cdot 5\frac{1}{4}$     d)  $\frac{8}{8} \cdot 3\frac{3}{7}$     e)  $\frac{4}{9} \cdot 1\frac{5}{13}$   
 f)  $\frac{7}{12} \cdot 4\frac{4}{5}$     g)  $\frac{3}{16} \cdot 2\frac{2}{23}$     h)  $\frac{10}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$     i)  $\frac{2}{25} \cdot 16\frac{2}{3}$     k)  $\frac{7}{75} \cdot 13\frac{7}{11}$   
 l)  $\frac{8}{9} \cdot 4\frac{1}{2}$     m)  $\frac{8}{35} \cdot 6\frac{4}{11}$     n)  $\frac{6}{7} \cdot 4\frac{3}{8}$     o)  $\frac{10}{13} \cdot 5\frac{1}{5}$     p)  $\frac{9}{11} \cdot 7\frac{6}{7}$

7. a)  $\frac{5}{24} \cdot 5 \frac{1}{3}$     b)  $\frac{11}{12} \cdot 3 \frac{3}{5}$     c)  $9 \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{21}$     d)  $2 \frac{3}{11} \cdot \frac{4}{15}$     e)  $\frac{1}{18} \cdot 2 \frac{1}{13}$   
 f)  $2 \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{12}$     g)  $3 \frac{3}{4} \cdot \frac{11}{30}$     h)  $\frac{5}{24} \cdot 2 \frac{2}{17}$     i)  $5 \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{40}$     k)  $\frac{5}{12} \cdot 4 \frac{4}{5}$   
 l)  $6 \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{14}$     m)  $\frac{3}{14} \cdot 9 \frac{4}{5}$     n)  $8 \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{35}$     o)  $\frac{14}{25} \cdot 5 \frac{5}{6}$     p)  $11 \frac{1}{9} \cdot \frac{27}{40}$

8. a)  $8 \frac{1}{3} \cdot 1 \frac{4}{5}$     b)  $2 \frac{7}{10} \cdot 1 \frac{1}{9}$     c)  $5 \frac{5}{8} \cdot 1 \frac{7}{9}$     d)  $6 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{2}{5}$     e)  $5 \frac{5}{6} \cdot 1 \frac{5}{7}$   
 f)  $4 \frac{4}{5} \cdot 1 \frac{1}{12}$     g)  $16 \frac{2}{3} \cdot 1 \frac{7}{10}$     h)  $6 \frac{1}{4} \cdot 3 \frac{3}{5}$     i)  $4 \frac{4}{15} \cdot 3 \frac{1}{8}$     k)  $5 \frac{5}{12} \cdot 2 \frac{2}{15}$   
 l)  $6 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{1}{15}$     m)  $3 \frac{3}{8} \cdot 2 \frac{11}{12}$     n)  $5 \frac{5}{8} \cdot 2 \frac{7}{18}$     o)  $9 \frac{4}{5} \cdot 1 \frac{3}{7}$     p)  $10 \frac{2}{7} \cdot 4 \frac{3}{8}$

9. a)  $\frac{21}{38} \cdot \frac{19}{49}$     b)  $\frac{33}{34} \cdot \frac{17}{22}$     c)  $\frac{16}{45} \cdot \frac{55}{64}$     d)  $\frac{41}{45} \cdot \frac{6}{41}$   
 e)  $\frac{13}{25} \cdot \frac{15}{52}$     f)  $\frac{42}{55} \cdot \frac{33}{70}$     g)  $\frac{45}{56} \cdot \frac{14}{75}$     h)  $\frac{28}{51} \cdot \frac{34}{49}$   
 i)  $\frac{39}{32} \cdot \frac{48}{65}$     k)  $\frac{24}{35} \cdot \frac{55}{84}$     l)  $\frac{26}{45} \cdot \frac{35}{39}$     m)  $\frac{14}{17} \cdot \frac{34}{35}$   
 n)  $\frac{21}{44} \cdot \frac{22}{49}$     o)  $\frac{48}{65} \cdot \frac{13}{32}$     p)  $\frac{38}{49} \cdot \frac{91}{114}$     q)  $\frac{53}{80} \cdot \frac{40}{57}$   
 r)  $\frac{18}{85} \cdot \frac{51}{64}$     s)  $\frac{45}{91} \cdot \frac{26}{135}$     t)  $\frac{15}{16} \cdot \frac{20}{21}$     u)  $\frac{26}{45} \cdot \frac{63}{104}$

10. a)  $1 \frac{1}{3} \cdot 1 \frac{1}{5} \cdot 1 \frac{1}{9}$     b)  $2 \frac{1}{3} \cdot 1 \frac{2}{7} \cdot 1 \frac{1}{3}$     c)  $1 \frac{1}{6} \cdot 1 \frac{1}{8} \cdot 1 \frac{1}{3}$   
 d)  $1 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{3}{5} \cdot 2 \frac{1}{2}$     e)  $1 \frac{19}{21} \cdot 2 \frac{11}{12} \cdot 5 \frac{2}{5}$     f)  $5 \frac{4}{7} \cdot 4 \frac{1}{26} \cdot 4 \frac{2}{45}$   
 g)  $3 \frac{2}{25} \cdot 2 \frac{8}{11} \cdot 6 \frac{8}{35}$     h)  $5 \frac{5}{18} \cdot 7 \frac{11}{19} \cdot 4 \frac{5}{24}$     i)  $4 \frac{3}{13} \cdot 1 \frac{7}{11} \cdot 2 \frac{8}{9}$   
 k)  $4 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{9} \cdot 1 \frac{3}{4}$     l)  $5 \frac{5}{6} \cdot 1 \frac{1}{7} \cdot 2 \frac{1}{4}$     m)  $7 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{1}{5} \cdot 1 \frac{2}{3}$

11. Das Hinterrad eines Fahrrades hat einen Umfang von  $2 \frac{2}{5}$  m. Welche Entfernung hat der Radfahrer bei 1 000, 4 500, 7 500 Umdrehungen seines Hinterrades zurückgelegt?

12. a) In der Magdeburger Börde werden im Durchschnitt auf 1 ha  $175 \frac{3}{4}$  dz Kartoffeln bzw.  $412 \frac{2}{5}$  dz Futterrüben geerntet. Wie hoch ist die zu erwartende Ernte eines Neubauern, der  $1 \frac{3}{5}$  ha mit Kartoffeln und  $\frac{3}{4}$  ha mit Futterrüben bestellt hat?

b) Ein Bauer in der Goldenen Aue bestellt  $1 \frac{3}{4}$  ha mit Roggen und  $2 \frac{1}{3}$  ha mit Weizen. Je ha drillt er  $1 \frac{3}{5}$  dz Saatgut. Beim Roggen rechnet er mit dem 12fachen Ertrag, beim Weizen mit dem 16fachen. Auf wieviel dz Getreide schätzt er den Erntertrag?

13. Ein Bauer hat  $2\frac{1}{2}$  ha mit Roggen,  $1\frac{3}{4}$  ha mit Weizen,  $1\frac{3}{5}$  ha mit Gerste und  $1\frac{1}{2}$  ha mit Hafer bestellt. Er erntet je ha  $16\frac{3}{5}$  dz Roggen,  $22\frac{3}{5}$  dz Weizen,  $17\frac{1}{2}$  dz Gerste und  $16\frac{3}{10}$  dz Hafer. Wie groß waren die Ernteerträge der einzelnen Sorten?

### 11. Dividieren eines Bruches durch einen Bruch

Der volkseigene Betrieb Konfektion, Zweigwerk Auerbach, erhält Achselband in Längen von 8 m. Für ein Paar Träger werden  $\frac{4}{5}$  m benötigt. Wieviel Paar können aus einer Länge geschnitten werden?

Es ist zu rechnen, wie oft  $\frac{4}{5}$  m in 8 m enthalten ist. 8 m sind  $\frac{40}{5}$  m,  $\frac{4}{5}$  m sind in  $\frac{40}{5}$  m so oft wie 4 m in 40 m, also 10mal enthalten. Schreibt man die Aufgabe als Divisionsaufgabe, dann erhält man  $8 : \frac{4}{5}$ , durch Erweitern mit dem Nenner 5 des Divisors entsteht

$$(8 \cdot 5) : 4 = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{1} = \underline{\underline{10}}$$

Für ein Paar Kinderträger kommt man mit  $\frac{3}{5}$  m Band aus; wieviel Paar können aus 8 m hergestellt werden?

$$8 : \frac{3}{5} = (8 \cdot 5) : 3 = \frac{8 \cdot 5}{3} = \frac{40}{3} = \underline{\underline{13\frac{1}{3}}}$$

man erhält also 13 Paar und einen Rest von  $\frac{1}{5}$  m. In was für eine Aufgabe wird die Divisionsaufgabe jedesmal verwandelt? Was wird aus dem Zähler und was aus dem Nenner des Divisors? Man nennt  $\frac{5}{3}$  den reziproken Wert (Kehrwert) von  $\frac{3}{5}$ . Welches ist der reziproke Wert von  $\frac{1}{5}$ ?

Sonntags werden im Krug  $1\frac{1}{2}$  l Bier geholt. Wieviel Gläser, die  $\frac{1}{5}$  l fassen, können gefüllt werden?

Man rechnet: Wie oft ist  $\frac{1}{5}$  l in  $1\frac{1}{2}$  l enthalten? Mache die beiden Brüche gleichnamig! Wie oft sind  $\frac{2}{10}$  l in  $\frac{15}{10}$  l oder wie oft ist 2 in 15 enthalten? Das Ergebnis ist:  $7\frac{1}{2}$  mal. Es lassen sich  $7\frac{1}{2}$  Glas füllen.

Man kann diese Enthaltenseinsaufgabe auch als Divisionsaufgabe schreiben. Man erhält:  $1\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ . Man rechnet

$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 5}$  oder  $(3 \cdot 5) : (2 \cdot 1)$ . Diese Divisionsaufgabe schreibt man besser in Bruchform und erhält  $\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 7\frac{1}{2}$ .

Wieder ist aus dem Dividieren ein Multiplizieren geworden; der Divisor  $\frac{1}{5}$  wird zum Faktor  $\frac{5}{1}$ .

**Man dividiert einen Bruch durch einen Bruch, indem man ihn mit dem reziproken Wert (Kehrwert) des Divisors multipliziert. (Wenn möglich, kürzt man vor dem Ausrechnen!)**

Beispiele: 1.  $\frac{5}{6} : \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 3} = \frac{25}{18} = 1 \frac{7}{18}$

2.  $\frac{3}{4} : \frac{9}{10} = \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$

3.  $2 \frac{4}{5} : 2 \frac{1}{10} = \frac{14}{5} : \frac{21}{10} = \frac{14 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$

### Aufgaben

1. Gib die Kehrwerte folgender Brüche und gemischter Zahlen an:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{6}{11}, \frac{5}{3}, \frac{9}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, 3 \frac{1}{2}, 5 \frac{1}{4}, 7 \frac{1}{3}, 6 \frac{1}{2}, 9 \frac{1}{3}!$$

Wie oft sind enthalten

2. a)  $\frac{2}{7}$  in  $\frac{6}{7}$       b)  $\frac{7}{45}$  in  $\frac{28}{45}$       c)  $\frac{6}{53}$  in  $\frac{30}{53}$       d)  $\frac{12}{97}$  in  $\frac{72}{97}$   
 e)  $\frac{8}{17}$  in  $\frac{16}{17}$       f)  $\frac{15}{19}$  in  $\frac{60}{19}$       g)  $\frac{21}{34}$  in  $\frac{42}{34}$       h)  $\frac{16}{55}$  in  $\frac{48}{55}$

3. a)  $\frac{3}{4}$  in  $3 \frac{3}{4}$       b)  $\frac{4}{5}$  in  $6 \frac{2}{5}$       c)  $\frac{5}{6}$  in  $9 \frac{1}{6}$       d)  $\frac{7}{9}$  in  $5 \frac{4}{9}$   
 e)  $\frac{12}{13}$  in  $11 \frac{1}{13}$       f)  $\frac{17}{25}$  in  $11 \frac{14}{25}$       g)  $2 \frac{4}{5}$  in  $19 \frac{3}{5}$       h)  $2 \frac{4}{7}$  in  $10 \frac{2}{7}$ ?

Schätze in den folgenden Aufgaben zuerst das Ergebnis!

4. a)  $3 : \frac{4}{5}$       b)  $2 : \frac{3}{8}$       c)  $5 : \frac{3}{4}$       d)  $7 : \frac{5}{6}$       e)  $4 : \frac{2}{3}$   
 f)  $9 : \frac{7}{8}$       g)  $8 : \frac{7}{9}$       h)  $10 : \frac{5}{12}$       i)  $6 : \frac{7}{15}$       k)  $12 : \frac{4}{9}$   
 l)  $11 : \frac{5}{8}$       m)  $14 : \frac{8}{9}$       n)  $13 : \frac{1}{2}$       o)  $18 : \frac{15}{16}$       p)  $15 : \frac{9}{10}$   
 q)  $16 : \frac{14}{16}$       r)  $20 : \frac{16}{21}$       s)  $15 : \frac{9}{11}$       t)  $10 : \frac{7}{9}$       u)  $25 : \frac{5}{12}$

5. a)  $1 \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$       b)  $\frac{6}{7} : 5 \frac{1}{7}$       c)  $2 \frac{5}{11} : \frac{9}{11}$       d)  $\frac{1}{4} : 17 \frac{3}{4}$       e)  $4 \frac{4}{5} : \frac{4}{5}$   
 f)  $5 \frac{4}{9} : \frac{7}{9}$       g)  $2 \frac{14}{17} : \frac{16}{17}$       h)  $5 \frac{5}{16} : \frac{5}{16}$       i)  $3 \frac{7}{27} : \frac{4}{27}$       k)  $4 \frac{8}{19} : \frac{14}{19}$   
 l)  $3 \frac{3}{8} : \frac{5}{8}$       m)  $6 \frac{1}{4} : \frac{3}{4}$       n)  $10 \frac{4}{5} : \frac{3}{5}$       o)  $6 \frac{1}{12} : \frac{7}{12}$       p)  $3 \frac{11}{20} : \frac{9}{20}$

6. a)  $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$     b)  $5\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3}$     c)  $3\frac{1}{5} : 1\frac{3}{5}$     d)  $1\frac{4}{9} : 2\frac{7}{9}$     e)  $6\frac{2}{3} : 1\frac{2}{3}$   
 f)  $12\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$     g)  $22\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$     h)  $37\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$     i)  $15\frac{3}{4} : 2\frac{1}{4}$     k)  $2\frac{3}{5} : 18\frac{1}{5}$   
 l)  $3\frac{1}{8} : 1\frac{7}{8}$     m)  $5\frac{5}{6} : 1\frac{1}{6}$     n)  $8\frac{1}{3} : 3\frac{1}{3}$     o)  $15\frac{2}{5} : 2\frac{1}{5}$     p)  $20\frac{5}{8} : 3\frac{1}{8}$

7. a)  $\frac{7}{12} : \frac{5}{6}$     b)  $\frac{8}{15} : \frac{3}{5}$     c)  $\frac{4}{39} : \frac{9}{13}$     d)  $\frac{3}{4} : \frac{5}{12}$     e)  $\frac{5}{9} : \frac{7}{18}$   
 f)  $\frac{12}{13} : \frac{6}{7}$     g)  $\frac{59}{90} : \frac{5}{18}$     h)  $\frac{19}{40} : \frac{3}{16}$     i)  $\frac{11}{28} : \frac{3}{7}$     k)  $\frac{9}{16} : \frac{3}{8}$   
 l)  $\frac{15}{28} : \frac{5}{7}$     m)  $\frac{2}{3} : \frac{8}{27}$     n)  $\frac{40}{63} : \frac{8}{9}$     o)  $\frac{15}{56} : \frac{3}{8}$     p)  $\frac{5}{6} : \frac{25}{72}$

8. a)  $5 : \frac{4}{9}$     b)  $2 : \frac{11}{12}$     c)  $1 : \frac{7}{15}$     d)  $8 : \frac{4}{5}$     e)  $7 : \frac{9}{20}$   
 f)  $6 : \frac{7}{10}$     g)  $9 : \frac{5}{16}$     h)  $10 : \frac{8}{15}$     i)  $12 : \frac{7}{8}$     k)  $15 : \frac{21}{25}$   
 l)  $9 : \frac{2}{3}$     m)  $12 : \frac{3}{5}$     n)  $7 : \frac{5}{6}$     o)  $8 : \frac{7}{9}$     p)  $12 : \frac{11}{13}$

9. a)  $2\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$     b)  $1\frac{4}{9} : \frac{1}{6}$     c)  $4\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$     d)  $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$     e)  $3\frac{1}{2} : \frac{7}{10}$   
 f)  $3\frac{1}{3} : \frac{10}{21}$     g)  $3\frac{1}{5} : \frac{4}{7}$     h)  $8\frac{4}{5} : \frac{11}{15}$     i)  $10\frac{2}{3} : \frac{16}{17}$     k)  $2\frac{1}{12} : \frac{5}{9}$

10. a)  $\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2}$     b)  $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3}$     c)  $\frac{7}{9} : 1\frac{2}{3}$     d)  $\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}$     e)  $\frac{1}{2} : 2\frac{3}{7}$   
 f)  $\frac{5}{8} : 3\frac{1}{3}$     g)  $\frac{9}{20} : 1\frac{3}{5}$     h)  $\frac{3}{7} : 2\frac{4}{5}$     i)  $\frac{7}{48} : 2\frac{11}{12}$     k)  $\frac{65}{75} : 2\frac{14}{25}$

11. a)  $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$     b)  $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$     c)  $1\frac{2}{7} : 1\frac{1}{2}$     d)  $1\frac{1}{9} : 1\frac{1}{4}$     e)  $1\frac{1}{10} : 1\frac{5}{6}$   
 f)  $1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{6}$     g)  $1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$     h)  $1\frac{1}{7} : 1\frac{1}{4}$     i)  $1\frac{1}{14} : 1\frac{1}{7}$     k)  $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$

12. a)  $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}$     b)  $2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{10}$     c)  $3\frac{1}{3} : 3\frac{1}{6}$     d)  $4\frac{2}{7} : 1\frac{1}{2}$     e)  $7\frac{1}{9} : 1\frac{1}{3}$   
 f)  $3\frac{3}{5} : 3\frac{3}{4}$     g)  $4\frac{4}{5} : 1\frac{2}{3}$     h)  $4\frac{1}{6} : 1\frac{3}{8}$     i)  $7\frac{1}{2} : 3\frac{4}{7}$     k)  $12\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$

13. Biergläser sind verschieden groß. An ihrem oberen Rande ist der Inhalt des Glases unter oder hinter dem „Eichstrich“ eingätzt, nämlich:  $\frac{3}{20}$ ,  $\frac{5}{20}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{7}{20}$  oder  $\frac{1}{2}$  l. Wieviel Glas jeder Sorte lassen sich aus a) einer Tonne, b) einer Vierteltonne, c) einem Faß mit  $37\frac{1}{2}$  l Bier zapfen (1 Tonne Bier = 1 hl)?

## 12. Angewandte Aufgaben

1. a) 5 Stücke Herrenstoff haben eine Länge von  $13\frac{3}{4}$  m,  $25\frac{1}{2}$  m,  $38\frac{3}{5}$  m,  $25\frac{7}{10}$  m und  $29\frac{9}{20}$  m. Wieviel m sind es insgesamt?  
 b) Von einem Stück Tuch, das 17 m lang ist, werden für drei Anzüge  $3\frac{1}{4}$  m,  $4\frac{2}{5}$  m,  $3\frac{7}{20}$  m abgeschnitten. Welcher Rest bleibt übrig?  
 c) Ein Stück Kleiderstoff mißt  $27\frac{3}{4}$  m. Davon wird Stoff zu fünf Kleidern von gleicher Größe, je Kleid  $4\frac{4}{5}$  m, abgeschnitten. Wie groß ist der Rest?
2. Zu einem Anzug mittlerer Größe sind  $3\frac{1}{5}$  m Stoff erforderlich. Wieviel Anzüge kann das Kleiderwerk Wismar (VEB) aus einem Stück von a)  $34\frac{1}{2}$  m, b)  $41\frac{3}{4}$  m, c)  $36\frac{2}{3}$  m anfertigen?
3. Ein volkseigener Betrieb fertigt 5 600 Sporthemden und 7 750 Damenhemden. Zu einem Sporthemd werden  $3\frac{3}{4}$  m, zu einem Damenhemd  $2\frac{3}{5}$  m Hemdenstoff benötigt. Wie groß ist der Bedarf an Hemdenstoff?
- ~~4.~~ Drei Stücke Herrenstoff mit je  $80\frac{4}{5}$  m ( $80\frac{1}{3}$  m,  $82\frac{2}{3}$  m,  $83\frac{3}{5}$  m) reichen zur Anfertigung von 28 Anzügen aus. Wieviel m Stoff kommen auf einen Anzug?
5. Eine Näherin verarbeitet 216 m Hemdenstoff,  $\frac{1}{3}$  davon zu Herrenhemden,  $\frac{1}{4}$  zu Damenhemden und den Rest zu Kinderhemden. Sie braucht zu einem Herrenhemd  $3\frac{3}{5}$  m, zu einem Damenhemd  $2\frac{1}{4}$  m und zu einem Kinderhemd  $1\frac{1}{2}$  m. Wieviel Hemden jeder Art fertigt sie an?
6. Ein Radfahrer stellt fest, daß er 1 km in a) 4 Min., b) 3 Min. 45 Sek., c) 3 Min. 30 Sek., d) 3 Min. 20 Sek., e) 3 Min. 12 Sek. fährt. Wieviel km legt er in 1 Std. zurück? (Verwandle die Sekunden in Bruchteile der Minute, dann schließe!)
7. Die Entfernung von Halle nach Leipzig beträgt auf der Landstraße 36 km. Wie oft müßte man bei einem Fahrrad ohne Freilauf auf die Pedale treten, wenn man bei einer Kurbeldrehung (= 2 Tritte)  $4\frac{4}{5}$  m vorwärts kommt?

8. Ein Garten hat eine Fläche von  $12\frac{24}{25}$  a. Auf einem Drittel der Fläche stehen Obstbäume, auf der Hälfte wird Mais angebaut, und der Rest ist Gemüseland, das in 27 Beete aufgeteilt ist. Wieviel  $\text{m}^2$  mißt ein Beet, wenn von den Wegen abgesehen wird?
9. a) Wieviel  $\text{m}^2$  mißt der Garten der Aufgabe 8?  
b) Wie groß ist seine Breite, wenn er 48 m lang ist?
10. An den beiden Längsseiten des Gartens (Aufg. 9) werden Beeresträucher mit  $1\frac{1}{4}$  ( $1\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{3}{4}$ ) m Abstand gepflanzt. Wieviel Sträucher müssen für die 2 Reihen beschafft werden, wenn bis zu den Querseiten ein halber Abstand gerechnet wird?
11. Von 29 Stachelbeersträuchern werden durchschnittlich je  $2\frac{1}{2}$  kg und von 23 Johannisbeersträuchern je  $3\frac{3}{4}$  kg Beeren gepflückt. Wie groß ist die Ernte?
12. Von 5 Pflaumenbäumen werden 274 kg Pflaumen geerntet. Von 150 kg wird Pflaumenmus gekocht. Die Ausbeute beträgt  $\frac{3}{10}$  des Gewichtes der Pflaumen. Der Rest wird gedörrt. Dabei verlieren die Pflaumen  $\frac{5}{8}$  ihres Gewichtes. Wieviel kg Mus und wieviel kg Backpflaumen erhält man?
13. Aus  $9\frac{3}{5}$  m Windelmull soll 1 Dtzd. Windeln genäht werden. Wieviel m werden zu einer Windel gebraucht?
14. Bei drei Gardinen von gleicher Größe sollen die Fransen erneuert werden.  $3\frac{9}{10}$  m Fransen stehen zur Verfügung. Wieviel m Fransen können für eine Gardine verwendet werden?
15. In sechs Kopfkissen sollen  $5\frac{2}{5}$  m Spitze eingesetzt werden. Wieviel m Spitze kommen auf jedes Kopfkissen?
16. Aus einem Stück Leinen von  $1\frac{4}{5}$  m Breite sollen Handtücher genäht werden. Wie breit müssen die Streifen geschnitten werden, wenn das Stück 4 (5) Handtücher ergeben soll?

## C. Das Rechnen mit Dezimalbrüchen

### V. Die Grundrechenarten mit Dezimalbrüchen

#### 13. Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

In einem Haushalt werden ausgegeben für Brot 2,38 DM, Brötchen 0,27 DM, Gemüse 2,85 DM, Kartoffeln 1,80 DM, Essig 0,85 DM, Salz 0,28 DM, Nahrungsmittel 1,24 DM, Zucker 1,26 DM, Schlachtfett 0,65 DM, Butter 1,44 DM, Marmelade 0,81 DM. Rechne aus, wieviel DM verbraucht wurden! Denke an den Stellenwert der Ziffern und zähle erst die Hundertstel, dann die Zehntel und dann die Ganzen zusammen. Setze **Komma unter Komma!**

In einer Ferienwoche sammeln drei Geschwister Blaubeeren. Sie bringen es am Montag auf 2,75 kg, am Dienstag auf 1,125 kg, am Mittwoch auf 2,625 kg, am Donnerstag auf 3,5 kg, am Freitag auf 3 kg und am Sonnabend auf 2,5 kg. Wieviel kg Blaubeeren haben sie insgesamt nach Hause gebracht? Man schreibt die Brüche **gleichnamig** und rechnet:

$$\begin{array}{r} 2,750 \text{ kg} \\ + 1,125 \text{ ,,} \\ + 2,625 \text{ ,,} \\ + 3,500 \text{ ,,} \\ + 3,000 \text{ ,,} \\ + 2,500 \text{ ,,} \\ \hline 15,500 \text{ kg} \end{array}$$

**Dezimalbrüche werden vor dem Addieren oder Subtrahieren gleichnamig gemacht.**

**Für das schriftliche Rechnen gilt die Rechenregel: Beim Addieren oder Subtrahieren von Dezimalbrüchen setze Komma unter Komma!**

#### Aufgaben

- |                   |                  |                  |                 |
|-------------------|------------------|------------------|-----------------|
| 1. a) $0,7 + 0,2$ | b) $0,38 + 0,27$ | c) $1,36 + 0,58$ | d) $0,7 + 0,03$ |
| $0,9 + 0,6$       | $0,48 + 0,34$    | $0,48 + 2,37$    | $0,45 + 0,5$    |
| $1,3 + 0,9$       | $0,83 + 0,26$    | $3,66 + 0,89$    | $0,87 + 0,2$    |
| $2,4 + 1,6$       | $0,85 + 0,47$    | $2,76 + 1,45$    | $1,8 + 0,78$    |
| $3,7 + 5,8$       | $0,74 + 0,88$    | $4,98 + 3,75$    | $2,24 + 1,7$    |

e)	0,4 + 0,137	h)	0,08 + 0,149 4	g)	0,008 + 0,000 468
	0,384 + 0,26		3,7 + 0,548 96		5,473 2 + 1,876 59
	1,8 + 0,325		7,453 + 0,094 6		2,746 395 + 8,89
	2,545 + 1,7		4,085 3 + 1,874		1,732 38 + 8,9
	1,48 + 1,375		1,49 + 3,467 48		0,539 + 0,954 673

2. a)	2 - 0,6	b)	0,8 - 0,5	e)	0,56 - 0,29	d)	0,4 - 0,2
	1 - 0,37		1,2 - 0,7		0,93 - 0,56		0,87 - 0,7
	3 - 0,536		1,6 - 0,9		1,03 - 0,84		0,9 - 0,09
	10 - 2,5		3,4 - 2,8		3,67 - 1,38		0,98 - 0,8
	8 - 1,45		6,1 - 4,4		4,55 - 2,85		2,2 - 1,85

e)	0,5 - 0,365	f)	0,008 - 0,000 8	g)	0,009 - 0,000 465
	0,835 - 0,7		0,57 - 0,009 47		4,2 - 2,578 7
	0,945 - 0,83		5,239 4 - 2,84		1,494 26 - 0,053
	0,07 - 0,039		3,1 - 1,356 7		8,75 - 0,000 875
	1,2 - 0,835		2,456 - 0,008 5		2,000 59 - 1,000 4

3. Addiere bei a) bis h) die untereinanderstehenden Zahlen!

a)	13,75	b)	0,82	c)	21,87	h)	679,1
	7,96		37,98		0,8		31,49
	337,7		2,1		713,2		62,5
	63,9		341,9		16,71		3,91
	7,28		17		91,84		0,81
	891,3		19,8		432,6		2,01
e)	271,6	f)	2,123	g)	23,456	h)	3,469 5
	12,38		64,81		137,92		0,530 48
	0,133		312		0,642 1		36,89
	7,6		46,18		28,76		5,346 748
	2,673		81,2		3,451		544,989
	0,216 4		0,431		610,98		16,49

i)  $98,13 + 2\,467,3 + 259,83 + 1,297 + 74,86 + 915,35$

k)  $134,2 + 9,68 + 21,793 + 541,6 + 83,794 + 460,83$

l)  $37,94 + 0,2 + 6,315 + 468,374 + 14,91 + 2,301 6$

m)  $173,8 + 427,31 + 1\,453,6 + 64,29 + 4,87 + 0,13$

4.            g)                    h)                    i)                    k)
- a) 7 964,87 + 46 417,4 + 54 371,2 + 3,810 28
- b) 396,421 + 98,23 + 10,318 6 + 12,3
- c) 0,384 + 0,373 + 8,279 + 1 624,37
- d) 45,639 4 + 621,9 + 3,097 86 + 0,214 13
- e) 0,19 + 2 572,48 + 93 120,3 + 16,3
- f) 45 687,3 + 36,5 + 45,642 + 78 152,9
- 
5. a) 97,16            b) 68,48            c) 83,75            d) 79,83  
     — 35,68            — 39,76            — 54,81            — 6,95
- e) 34,76            f) 135,76            g) 566,39            h) 4 176,29  
     — 33,45            — 98,39            — 119,45            — 375,40
- i) 7 166,44            k) 1 529,68            l) 71 894,36            m) 31 968,75  
     — 562,78            — 1 237,79            — 372,98            — 2 375,89
- n) 64 538,93            o) 46 398,38            p) 63 786,45            q) 51 639,21  
     — 32 956,48            — 2 979,75            — 4 879,33            — 8 951,76
- 
6. a) 128,45            b) 91,6            c) 40,374            d) 130  
     — 79,375            — 68,278 3            — 18,98            — 98,736
- e) 102,1            f) 220            g) 151,27            h) 80,102 6  
     — 88,703 6            — 187,35            — 136,780 6            — 59,697
- 
7. a) 9,38 — 7,876            b) 21,6 — 18,765 2            e) 72 — 58,39
- d) 121 — 86,270 9            e) 172,345 — 97,38            f) 200,1 — 186,773 5
- g) 245 — 49,304            h) 956,08 — 340,097            i) 121,9 — 15,467 3
- 
8. a) 25,95            b) 58,79            c) 45,34            d) 95,76  
     — 11,14            — 9,67            — 6,91            — 5,93  
     — 2,19            — 6,45            — 1,02            — 4,59  
     — 6,75            — 8,96            — 9,55            — 7,38  
     — 3,67            — 5,51            — 4,01            — 2,19

<b>e)</b>	9,854	<b>f)</b>	5,987 3	<b>g)</b>	523	<b>h)</b>	790
	– 3,005		– 3,251		– 97,37		– 1,317
	– 4,2		– 0,847 4		– 25,7		– 29,379
	– 0,030		– 0,362		– 57,94		– 59,517
	– 1,109		– 0,506		– 1,99		– 699,1
	– 0,51		– 0,020 9		– 40		– 0,607

<b>i)</b>	82,364	<b>k)</b>	541,23	<b>l)</b>	582,4	<b>m)</b>	200
	– 16,57		– 89,076		– 135,674		– 68,45
	– 9,830 6		– 119,980 5		– 209,83		– 37,294
	– 23,9		– 97,8		– 77,806 5		– 9,876 5
	– 18,769		– 109,654		– 8,7		– 54,9
	– 0,847 6		– 67,308 6		– 112,836		– 16,726

**9. a)**  $10,23a + 9,87a + 63,80a + 321,98a + 40,09a$

**b)**  $267,10 \text{ DM} + 390,30 \text{ DM} + 78,50 \text{ DM} + 97,70 \text{ DM} + 132,90 \text{ DM}$

**c)**  $5,25 \text{ m} + 28,46 \text{ m} + 111,88 \text{ m} + 236,72 \text{ m} + 27,13 \text{ m}$

**d)**  $0,98 \text{ hl} + 8,76 \text{ hl} + 13,13 \text{ hl} + 217,43 \text{ hl} + 1,02 \text{ hl}$

**e)**  $45,7 \text{ cm} + 997,6 \text{ cm} + 414,9 \text{ cm} + 0,3 \text{ cm} + 71,4 \text{ cm}$

**10. a)**  $93,52 \text{ DM} - 87,47 \text{ DM}$

**b)**  $319,35 \text{ DM} - 297,98 \text{ DM}$

**e)**  $46,39 \text{ DM} - 39,72 \text{ DM}$

**d)**  $14,21 \text{ hl} - 11,02 \text{ hl}$

**e)**  $216,77 \text{ ha} - 0,99 \text{ ha}$

**f)**  $1\,891,375 \text{ km} - 92,842 \text{ km}$

**g)**  $102,152 \text{ kg} - 98,067 \text{ kg}$

**h)**  $425,183 \text{ m}^3 - 36,298 \text{ m}^3$

**11. a)**  $9 \text{ DM } 10 \text{ Pf} + 7 \text{ DM } 20 \text{ Pf} + 8 \text{ DM } 40 \text{ Pf} + 5 \text{ Pf} + 10 \text{ Pf}$

**b)**  $12 \text{ hl } 30 \text{ l} + 8 \text{ hl } 75 \text{ l} + 3 \text{ l} + 2 \text{ hl } 7 \text{ l} + 3 \text{ hl } 20 \text{ l}$

**c)**  $50 \text{ km } 135 \text{ m} + 4 \text{ km } 5 \text{ m} + 3 \text{ km } 500 \text{ m} + 20 \text{ m}$

**d)**  $8 \text{ m } 40 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 25 \text{ m } 55 \text{ cm} + 4 \text{ m } 36 \text{ cm}$

**e)**  $12 \text{ kg } 625 \text{ g} + 13 \text{ kg } 5 \text{ g} + 8 \text{ kg } 370 \text{ g} + 3 \text{ g}$

**f)**  $8 \text{ cm } 2 \text{ mm} + 1 \text{ cm } 8 \text{ mm} + 5 \text{ mm} + 15 \text{ cm } 4 \text{ mm}$

**g)**  $3 \text{ DM } 5 \text{ Pf} + 29 \text{ DM } 30 \text{ Pf} + 427 \text{ DM } 17 \text{ Pf} + 99 \text{ DM } 65 \text{ Pf}$

**h)**  $3 \text{ km } 273 \text{ m} + 5 \text{ km } 70 \text{ m} + 89 \text{ m} + 6 \text{ km } 6 \text{ m} + 516 \text{ cm}$

**12. a)**  $1\,113 \text{ DM } 25 \text{ Pf} - 556 \text{ DM } 33 \text{ Pf}$

**b)**  $87 \text{ kg } 540 \text{ g} - 15 \text{ kg } 867 \text{ g}$

**c)**  $1 \text{ km } 3 \text{ m} - 775 \text{ m}$

**d)**  $45 \text{ hl } 55 \text{ l} - 21 \text{ hl } 24 \text{ l}$

**e)**  $8 \text{ m } 36 \text{ cm} - 7 \text{ m } 78 \text{ cm}$

**f)**  $12 \text{ m } 9 \text{ cm} - 4 \text{ m } 15 \text{ cm } 7 \text{ mm}$

13. a) Addiere die Zahlen der Spalten a bis e!  
 b) Addiere die Zahlen der Zeilen I bis V!

	a	b	c	d	e
I	165,8	17,32	39,6	28,053	17,54
II	24,91	458,926	987,007	9 273,28	508,508 6
III	367,98	28,84	56,348 6	880,3	92,203
IV	74,555	623,75	234,591	91,456 7	648,947
V	13,62	15,6	10,8	46,893	93,567 8

14. Subtrahiere in den einzelnen Zeilen von jeder Zahl der Spalten a bis c jede Zahl der Spalten I bis III!

a	b	c	I	II	III
649,138 4	598,375	495,32	221,3	436,089	385,167
81,653	42,57	364,1	37,658	42,073	34,060 9
84,037	26,08	46,2	22,475	26,008	24,098
45,67	19,472 3	98,05	15,43	16,562 3	18,569
52,086	68,53	15,4	12,4	12,935	13,043 9

15. a)  $13,568 + 1,432 + 4,729 - 0,625 - 5,321 + 6,143$   
 b)  $0,745 6 + 6,537 + 3,597 6 - 0,53 + 36,51 + 3,092 8$   
 c)  $17,561 8 + 13,831 5 - 0,261 3 + 8,765 - 1,85 + 5,672$   
 d)  $133,576 - 16,118 + 20,469 8 + 21,865 - 18,390 8 + 3,5$   
 e)  $866,11 + 533,225 - 800,294 - 431,985 - 88,143 + 813$
16. Berechne die Wohnfläche einer 3-Zimmer-Wohnung, wenn die Zimmer  $18,75 \text{ m}^2$ ,  $16,45 \text{ m}^2$ ,  $15,4 \text{ m}^2$ , der Flur  $8,65 \text{ m}^2$ , die Küche  $11,4 \text{ m}^2$  und das Bad  $7,75 \text{ m}^2$  groß sind!
17. Eine Verteilungsstelle der Konsumgenossenschaft erhält eine Lieferung von  $150 \text{ kg}$  Marmelade und verkauft an drei aufeinanderfolgenden Tagen  $97,2 \text{ kg}$ ,  $32,4 \text{ kg}$  und  $17,4 \text{ kg}$ . Wie groß ist der Rest?

18. Eine Warensendung besteht aus vier Kisten.

Bruttogewicht:

a) 19,435 kg    b) 23,860 kg    c) 21,470 kg    d) 18,230 kg

Verpackung (Tara):

2,950 kg                  4,190 kg                  3,850 kg                  2,850 kg

Wieviel kg Ware (Nettogewicht) enthält jede Kiste?

19. Auf ein Monatseinkommen von

a) 214,— DM    b) 428,50 DM    c) 600,— DM    d) 834,— DM

entfallen an Lohnsteuern (Steuerklasse in Klammern gesetzt<sup>1)</sup>)

a) 14,50 DM (1)    b) 26,50 DM (4)    c) 102,50 DM (2)    d) 179,— DM (3)

und an SVK<sup>2)</sup>-Beiträgen

a) 21,40 DM    b) 42,85 DM    c) 60,— DM    d) 60,— DM

Welcher Betrag verbleibt nach Abzug der Steuern und der SVK-Beiträge?

20. Der Kassierer des KWU, Abt. Gaswerk, nahm in der Straße einer Siedlung folgende Beträge ein: 62,45 DM, 15,35 DM, 29,44 DM, 44,72 DM, 87,49 DM, 35,21 DM, 52,58 DM, 72,37 DM. Addiere die Beträge!

#### 14. Multiplizieren von Dezimalbrüchen

Ein Einmachglas faßt 0,5 l. Es werden 7 solcher Gläser gefüllt. Wieviel l enthalten die Gläser? Man rechnet  $7 \cdot 0,5 \text{ l} = 7 \cdot \frac{5}{10} \text{ l} = \frac{35}{10} \text{ l} = 3,5 \text{ l}$ .

Rechne die Aufgabe  $0,3 \cdot 0,09$ ! Dies ergibt

$$0,3 \cdot 0,09 = \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{100} = \frac{3 \cdot 9}{10 \cdot 100} = \frac{27}{1000} = 0,027$$

Ein Gummiring zum Verschließen von Einmachgläsern kostet 0,15 DM. Wieviel kosten 10 Ringe (100 Ringe)?

Man rechnet:  $10 \cdot 0,15 \text{ DM} = 1,5 \text{ DM}$

$$100 \cdot 0,15 \text{ DM} = 15 \text{ DM}$$

1) Die Steuerklasse ist abhängig vom Familienstand.

2) SVK heißt Sozialversicherungskasse.

Beim Multiplizieren von Dezimalbrüchen rechnet man wie mit ganzen Zahlen, ohne zunächst das Komma zu beachten. Dann zählt man zusammen, wieviel Stellen hinter dem Komma die Faktoren besitzen und setzt im Produkt das Komma so, daß hinter ihm diese Summe als Stellenzahl entsteht. Das Produkt hat so viele Stellen wie die Faktoren zusammen.

Man multipliziert Dezimalbrüche mit  $10 (= 10^1)$ ,  $100 (= 10^2)$ ,  $1000 (= 10^3)$  usw. (Zehnerpotenzen), indem man das Komma 1, 2, 3 usw. Stellen nach rechts rückt.

Beispiele:

$$1. \quad \begin{array}{r} 24,91 \cdot 6,3 \\ \hline 149\ 46 \\ \phantom{149} 7\ 473 \\ \hline 156,933 \end{array}$$

$$2. \quad 8,4937 \cdot 10 = 84,937$$

$$8,4937 \cdot 100 = 849,37$$

$$8,4937 \cdot 1000 = 8493,7$$

$$8,4937 \cdot 10\ 000 = 84\ 937$$

### Aufgaben

1. a)  $3 \cdot 0,9$       b)  $6 \cdot 0,4$       c)  $3 \cdot 0,15$       d)  $7 \cdot 0,08$   
 e)  $8 \cdot 0,012$       f)  $6 \cdot 1,2$       g)  $9 \cdot 1,5$       h)  $4 \cdot 1,7$   
 i)  $5 \cdot 1,25$       k)  $3 \cdot 3,4$       l)  $4 \cdot 0,001\ 8$       m)  $5 \cdot 1,03$   
 n)  $2 \cdot 12,6$       o)  $8 \cdot 0,21$       p)  $9 \cdot 0,016$       q)  $7 \cdot 0,32$

2. Multipliziere mit 10 (100, 1 000, 10 000)

- a) 0,783      b) 0,564 5      c) 0,352 98      d) 0,16      e) 0,4  
 f) 0,391      g) 16,349      h) 5,827      i) 126,31      k) 91,258 03  
 l) 6,670 81      m) 55,328      n) 146,34      o) 19,19      p) 10,3  
 q) 25,67      r) 48,321      s) 100,001      t) 203,08      u) 0,047 6!

3. a)  $8,5 \cdot 3$       b)  $7,9 \cdot 4$       c)  $9,8 \cdot 7$       d)  $4,5 \cdot 9$   
 e)  $0,63 \cdot 7$       f)  $0,37 \cdot 9$       g)  $0,89 \cdot 6$       h)  $0,57 \cdot 8$   
 i)  $0,047 \cdot 9$       k)  $0,036 \cdot 5$       l)  $0,088 \cdot 6$       m)  $0,023 \cdot 7$   
 n)  $0,78 \cdot 90$       o)  $0,462 \cdot 300$       p)  $0,085 \cdot 120$       q)  $0,023\ 4 \cdot 5\ 000$

4. a)  $37 \cdot 0,6$       b)  $62 \cdot 0,8$       c)  $29 \cdot 0,4$       d)  $75 \cdot 0,5$   
 e)  $54 \cdot 0,09$       f)  $81 \cdot 0,12$       g)  $93 \cdot 0,07$       h)  $46 \cdot 0,11$   
 i)  $135 \cdot 0,003$       k)  $68 \cdot 0,008$       l)  $99 \cdot 0,013$       m)  $561 \cdot 0,002$   
 n)  $320 \cdot 0,25$       o)  $1\ 500 \cdot 0,011$       p)  $9\ 750 \cdot 0,2$       q)  $5\ 000 \cdot 0,71$

5. a)  $83,39 \cdot 8$       b)  $4,026 \cdot 5$       c)  $900,5 \cdot 3$       d)  $67,69 \cdot 4$   
 e)  $3,197\ 8 \cdot 7$       f)  $0,023\ 6 \cdot 9$       g)  $0,576\ 38 \cdot 9$       h)  $1,372\ 46 \cdot 20$   
 i)  $2,347\ 8 \cdot 9$       k)  $15,347 \cdot 8$       l)  $19,208 \cdot 7$       m)  $5,094\ 76 \cdot 6$

6. a) 7, 15, 24, 37, 48, 60 · 2,24 DM    b) 8, 12, 18, 35, 57 · 1,718 km  
 e) 6, 13, 28, 45, 72 · 0,525 kg    d) 4, 23, 31, 49, 63 · 0,68 hl  
 e) 3, 8, 14, 17, 25 · 2,58 ha    f) 9, 13, 18, 21, 29 · 2,568 t  
 g) 8, 15, 19, 40, 54 · 7,35 a    h) 3, 8, 12, 14, 25 · 0,8857 km<sup>2</sup>  
 i) 12, 17, 26, 32, 45 · 4,95 m    k) 6, 11, 20, 45, 100 · 18,35 cm<sup>2</sup>  
 l) 4, 10, 25, 34, 70 · 2,4076 m<sup>2</sup>    m) 5, 13, 38, 75, 90 · 6,78 dz

7. a) 54, 87, 235 · 38,48 hl    b) 48, 96, 287 · 84,64 DM  
 e) 72, 128, 549 · 97,01 a    d) 9, 48, 96 · 117,28 dz  
 e) 95, 234, 657 · 78,625 kg    f) 25, 648, 1 000 · 18,438 t  
 g) 84, 186, 500 · 16,8325 m<sup>2</sup>    h) 74, 238, 650 · 78,96 ha  
 i) 84, 365, 2 450 · 238,45 DM    k) 75, 87, 576 · 438,50 m  
 l) 38, 69, 125 · 58,388 km    m) 84, 235, 800 · 348,875 m<sup>3</sup>

8. a) 0,9 · 0,6    b) 0,8 · 0,12    c) 0,7 · 0,09  
 d) 0,18 · 0,4    e) 0,6 · 0,024    f) 0,045 · 0,07  
 g) 0,025 · 0,005    h) 0,0135 · 0,06    i) 3,5 · 0,4  
 k) 0,9 · 4,8    l) 8,7 · 0,04    m) 0,09 · 9,6  
 n) 0,09 · 1,8    o) 7,5 · 0,08    p) 4,1 · 0,005  
 q) 0,008 · 5,8    r) 9,3 · 0,52    s) 8,7 · 4,9

9. a) 0,18 · 0,6    b) 0,9 · 0,25    c) 0,7 · 0,95  
 d) 0,58 · 0,8    e) 0,5 · 0,096    f) 0,4 · 0,037  
 g) 0,089 · 0,7    h) 0,065 · 0,05    i) 0,95 · 0,09  
 k) 0,12 · 0,015    l) 0,084 · 0,009    m) 0,15 · 0,074  
 n) 0,013 · 0,27    o) 0,032 · 0,016    p) 0,095 · 0,06

10. a) 3,5 · 1,2    b) 1,8 · 1,3    c) 2,5 · 2,4    d) 1,7 · 1,5  
 e) 1,6 · 0,11    f) 0,28 · 1,4    g) 1,8 · 0,18    h) 2,4 · 0,17  
 i) 2,1 · 1,5    k) 0,17 · 1,7    l) 4,8 · 0,13    m) 1,3 · 1,6  
 n) 6,4 · 1,1    o) 0,28 · 2,3    p) 7,8 · 0,03    q) 5,6 · 0,012

11. a) 0,31 · 1,4    b) 1,5 · 0,15    c) 7,6 · 0,012    d) 9,8 · 0,011  
 e) 0,32 · 7,5    f) 0,25 · 6,4    g) 2,8 · 0,025    h) 5,6 · 0,025  
 i) 0,038 · 0,012    k) 0,098 · 0,07    l) 0,076 · 0,009    m) 8,7 · 0,006  
 n) 0,46 · 0,048    o) 3,702 · 0,049    p) 5,56 · 0,708    q) 0,30303 · 0,09

12. a)  $0,48 \cdot 0,57$       b)  $7,85 \cdot 0,32$       c)  $4,346 \cdot 0,87$   
 d)  $6,9 \cdot 0,094$       e)  $16,94 \cdot 7,3$       f)  $74,056 \cdot 9,5$   
 g)  $17,48 \cdot 0,095$       h)  $425,36 \cdot 4,7$       i)  $85,9 \cdot 6,09$   
 k)  $92,473 \cdot 7,35$       l)  $234,26 \cdot 7,4$       m)  $5\,248,25 \cdot 0,34$   
 n)  $84,356 \cdot 5,08$       o)  $974,23 \cdot 6,42$       p)  $8\,234,04 \cdot 0,49$
13. a)  $83,39 \cdot 0,9$       b)  $4,026 \cdot 0,6$       c)  $900,5 \cdot 0,07$   
 d)  $676,9 \cdot 0,004$       e)  $3,197\,8 \cdot 0,3$       f)  $0,023\,69 \cdot 0,5$   
 g)  $576,38 \cdot 0,000\,8$       h)  $73,483\,6 \cdot 0,5$       i)  $0,012\,5 \cdot 80$   
 k)  $55,580\,7 \cdot 0,016$       l)  $43,802 \cdot 0,051$       m)  $66,082\,3 \cdot 0,047$
14. a)  $0,17 \cdot 3,8 \cdot 5,7$       b)  $112 \cdot 6,6 \cdot 0,07$   
 c)  $0,11 \cdot 5,7 \cdot 21,2$       d)  $19,2 \cdot 0,8 \cdot 1,02$   
 e)  $11,2 \cdot 0,05 \cdot 37$       f)  $0,13 \cdot 20,5 \cdot 0,6$   
 g)  $99,9 \cdot 0,9 \cdot 9,9$       h)  $21,3 \cdot 0,3 \cdot 16$   
 i)  $0,09 \cdot 17,1 \cdot 55$       k)  $23 \cdot 2,3 \cdot 0,23$
15. Runde die Ergebnisse auf die übliche Stellenzahl!
- a)  $7,8 \cdot 9,38$  DM      b)  $9,64 \cdot 16,439$  km      c)  $18,9 \cdot 48,39$  hl  
 d)  $5,78 \cdot 4,956$  kg      e)  $7,35 \cdot 435,94$  dz      f)  $3,489 \cdot 9,49$  ha  
 g)  $22,8 \cdot 54,692$  m<sup>3</sup>      h)  $0,78 \cdot 9,489$  t      i)  $5,328 \cdot 394,97$  m<sup>2</sup>  
 k)  $7,89 \cdot 0,459$  kg      l)  $87,96 \cdot 386,94$  DM      m)  $0,794 \cdot 18,96$  cm<sup>2</sup>

16. Multipliziere in den Zeilen I bis V die Zahlen der Spalten a bis c mit jeder Zahl der Spalten A bis C!

	a	b	c	A	B	C
I	55,9	123,84	2 345,06	1,2	50,05	0,0089
II	76,23	296,094	8 604,208	0,14	60,08	0,0074
III	49,568	158,3	3 957,072	2,4	72,03	0,025
IV	17,49	447,26	563,8906	0,016	40,8	0,00093
V	65,08	507,09	45,009	0,029	15,009	0,06

17. a)  $24,168 \cdot 200$       b)  $469,73 \cdot 8\,000$       c)  $0,753 \cdot 3\,400$   
 d)  $3,946 \cdot 39\,000$       e)  $6,9 \cdot 8\,400$       f)  $4,785\,6 \cdot 856\,000$

18. Ein Neubauernhof ist 23,70 m breit und 25,75 m lang, der anschließende Garten ist ebenso breit und 48,6 m lang. Gib die Größe der Flächen in a an!
19. Ein Grundstück von 38,75 m Länge und 19,45 m Breite wird verkauft; 1 m<sup>2</sup> kostet 3,80 DM.
20. In einer Wohnung sollen die Fußböden gestrichen werden. Es messen: das Wohnzimmer 5,4 m mal 4,75 m; das Schlafzimmer 6,25 m mal 4,75 m und die Küche 3,8 m mal 3,24 m. Wie hoch sind die Kosten, wenn 1 m<sup>2</sup> Fußboden zu streichen 1,45 DM kostet?
21. Die Kante eines Würfels aus Stahl mißt 12,5 cm. Wie schwer ist er, wenn 1 cm<sup>3</sup> Stahl 7,9 g wiegt?
22. Ein Travertinstein (Kalksteinart) in Rechkantform aus den Vogteier Steinbrüchen (bei Mühlhausen i. Th.) hat folgende Maße: 2,30 m, 1,45 m und 95 cm. 1 cm<sup>3</sup> Travertin wiegt 2,5 g. Berechne das Gewicht des Steines!
23. Ein Klassenzimmer ist 8,45 m lang, 6,80 m breit und 3,64 m hoch und hat 36 Sitzplätze. Wieviel m<sup>3</sup> Luft kommen auf jeden Schüler?
24. Aus dem Bodenfonds, der bei der Bodenreform gebildet wurde, hat ein Industriearbeiter ein rechteckiges Stück Ackerland von 21,80 m Breite und 74,40 m Länge als Gartenland erhalten. Berechne seine Fläche!

### 15. Dividieren von Dezimalbrüchen

Ein Radfahrer legte in 4 Std. a) 50,4 km b) 53,8 km zurück. Wieviel km ist er durchschnittlich in einer Stunde gefahren?

Man rechnet:

$$a) 50,4 \text{ km} : 4 = 50\frac{4}{10} \text{ km} : 4 = \frac{504}{10} \text{ km} : 4 = \frac{504 : 4}{10} \text{ km} = \frac{126}{10} \text{ km} = 12,6 \text{ km},$$

$$b) 53,8 \text{ km} : 4 = \frac{538}{10} \text{ km} : 4 = \frac{5380}{100} \text{ km} : 4 = \frac{1345}{100} \text{ km} = 13,45 \text{ km}.$$

Versuche in den beiden folgenden Beispielen den Umweg über die gemeinen Brüche zu vermeiden!

$$25,6 : 10 = \frac{256}{10} : 10 = \frac{256}{100} = 2,56$$

$$25,6 : 100 = \frac{256}{10} : 100 = \frac{256}{1000} = 0,256$$

Vergleiche die Ergebnisse mit den zu teilenden Zahlen und beachte die veränderte Stellung des Kommas!

$$3 : 0,5 = 3 \cdot \frac{5}{10} = 3 \cdot \frac{10}{5} = \frac{30}{5} = 30 : 5 = \underline{\underline{6}}$$

$$9,36 : 2,4 = 9,36 : \frac{24}{10} = 9,36 \cdot \frac{10}{24} = 93,6 : 24 = \underline{\underline{3,9}}$$

$$9,36 : 0,24 = 9,36 : \frac{24}{100} = 9,36 \cdot \frac{100}{24} = 936 : 24 = \underline{\underline{39}}$$

**Man dividiert einen Dezimalbruch durch eine ganze Zahl, indem man beim Überschreiten des Kommas auch im Ergebnis ein Komma setzt.**

**Man dividiert eine Zahl durch einen Dezimalbruch, indem man Dividend und Divisor mit derjenigen Zehnerpotenz (10, 100, 1000 ...) multipliziert, die den Divisor ganzzahlig macht (Erweitern), und dann dividiert.**

**Man dividiert einen Dezimalbruch durch 10, 100, 1000 usw. (Zehnerpotenzen), indem man das Komma um 1, 2, 3 usw. Stellen nach links rückt.**

### Aufgaben

1. a)  $9,1 : 13$       b)  $0,95 : 19$       c)  $1,35 : 15$       d)  $0,144 : 12$   
 e)  $12,8 : 16$       f)  $0,225 : 25$       g)  $0,64 : 16$       h)  $1,17 : 13$   
 i)  $1,54 : 14$       k)  $0,084 : 12$       l)  $13,6 : 17$       m)  $0,216 : 24$   
 n)  $1,69 : 13$       o)  $4,65 : 15$       p)  $5,61 : 11$       q)  $0,294 : 14$

2. a)  $0,28 : 4$       b)  $2,36 : 4$       c)  $5,792 : 8$       d)  $8,316 : 4$   
 e)  $5,895 : 9$       f)  $1,652 : 7$       g)  $4,0579 : 7$       h)  $0,059427 : 9$   
 i)  $6,3 : 5$       k)  $7,246 : 5$       l)  $0,5924 : 5$       m)  $0,6258 : 5$   
 n)  $14,6 : 4$       o)  $1,35 : 4$       p)  $9,504 : 3$       q)  $0,18764 : 4$   
 r)  $91,25 : 8$       s)  $57,123 : 8$       t)  $4,9567 : 8$       u)  $0,88025 : 8$

3. Dividiere durch 10 (100, 1 000, 10 000)

- a) 5 734,5      b) 930,21      c) 684,34      d) 12 487 6  
 e) 90 345,38      f) 82 163,459      g) 13,4      h) 16,17  
 i) 28,537      k) 6,2      l) 9,173      m) 0,3  
 n) 0,18      o) 0,613      p) 0,004      q) 0,103  
 r) 0,000 156      s) 0,070 3      t) 0,145      u) 2,076!

4. a)  $112,68 : 18$     b)  $40,32 : 24$     c)  $6,507 : 27$     d)  $91,35 : 29$   
 e)  $76,88 : 31$     f)  $171,99 : 39$     g)  $12,138 : 42$     h)  $2,1168 : 48$   
 i)  $6,2 : 25$     k)  $9,5 : 16$     l)  $38,24 : 32$     m)  $57,168 : 64$   
 n)  $105,3 : 45$     o)  $8,61 : 56$     p)  $248,16 : 75$     q)  $73 : 25$   
 r)  $373 : 25$     s)  $301 : 16$     t)  $17 : 64$     u)  $2914 : 50$

5. a)  $73,35 : 225$     b)  $305,36 : 347$     c)  $983,5 : 562$   
 d)  $1066,8 : 635$     e)  $575,12 : 728$     f)  $17,3272 : 968$   
 g)  $1 : 125$     h)  $3 : 125$     i)  $111 : 625$   
 k)  $4,05 : 225$     l)  $15,974 : 326$     m)  $49,47 : 51$

- ~~6.~~ a)  $36 : 0,4$     b)  $64 : 0,8$     c)  $85 : 0,5$     d)  $72 : 0,6$   
 e)  $84 : 0,7$     f)  $76 : 0,4$     g)  $96 : 1,6$     h)  $68 : 1,7$   
 i)  $90 : 1,5$     k)  $65 : 1,3$     l)  $90 : 1,8$     m)  $125 : 2,5$   
~~n)  $60 : 1,2$     ~~o)  $60 : 1,5$     ~~p)  $60 : 0,12$     ~~q)  $60 : 0,15$~~~~~~~~

7. a)  $87342 : 0,6$     b)  $473,920 : 0,08$     c)  $58671 : 0,009$   
 d)  $11,528 : 0,2$     e)  $587,49 : 0,3$     f)  $6,9785 : 0,05$   
 g)  $74,936 : 0,04$     h)  $53,988 : 0,006$     i)  $52,325 : 0,7$   
 k)  $5,608 : 0,08$     l)  $4,041 : 0,09$     m)  $10,101 : 0,003$

8. a)  $0,569874 : 2$     b)  $437,5689 : 3$     c)  $9348,75 : 5$   
 d)  $94738,74 : 6$     e)  $0,0384566 : 7$     f)  $537,6496 : 8$   
 g)  $0,00687357 : 9$     h)  $56793480 : 0,2$     i)  $761952 : 0,03$   
 k)  $8745835 : 0,005$     l)  $3749585 : 0,07$     m)  $5597838 : 0,0009$   
 n)  $793,5476 : 0,02$     o)  $7643264 : 0,4$     p)  $293,8476 : 0,006$

9. a)  $3,114 : 0,9$     b)  $2,58 : 0,6$     c)  $12,6 : 0,018$   
 d)  $0,084 : 0,12$     e)  $0,175 : 2,5$     f)  $0,112 : 1,4$   
 g)  $16,8 : 0,24$     h)  $0,135 : 0,45$     i)  $0,96 : 1,6$   
 k)  $0,57 : 1,9$     l)  $2,07 : 0,023$     m)  $1,04 : 2,6$

10. a)  $2,64 : 2,4$     b)  $15,3 : 0,17$     c)  $0,305 : 6,1$   
 d)  $0,546 : 0,42$     e)  $1,33 : 1,9$     f)  $0,148 : 7,4$   
 g)  $1,92 : 1,2$     h)  $0,154 : 0,22$     i)  $7,56 : 5,4$   
 k)  $0,364 : 0,28$     l)  $27,2 : 0,16$     m)  $0,068 : 0,34$

11. a)  $0,005 : 2$                       b)  $0,02 : 8$                       c)  $0,009 : 6$   
 d)  $0,0035 : 14$                       e)  $0,12 : 16$                       f)  $0,006 : 25$   
 g)  $345 : 0,015$                       h)  $720 : 0,0018$                       i)  $133 : 0,019$   
 k)  $600 : 0,24$                       l)  $2000 : 0,25$                       m)  $1350 : 0,45$
12. a)  $219,45 \text{ m} : 57$                       b)  $241,08 \text{ hl} : 84$                       c)  $262,35 \text{ hl} : 53$   
 d)  $409,92 \text{ DM} : 42$                       e)  $1215,95 \text{ DM} : 83$                       f)  $287,28 \text{ DM} : 38$   
 g)  $246,895 \text{ kg} : 67$                       h)  $349,848 \text{ kg} : 86$                       i)  $630,176 \text{ kg} : 94$   
 k)  $314,57 \text{ dz} : 83$                       l)  $844,87 \text{ dz} : 97$                       m)  $711,58 \text{ dz} : 94$   
 n)  $353,925 \text{ t} : 143$                       o)  $367,664 \text{ t} : 176$                       p)  $170,011 \text{ ha} : 197$   
 q)  $317,184 \text{ m}^3 : 354$                       r)  $2309,624 \text{ m}^3 : 536$   
 s)  $182,646 \text{ m}^3 : 417$                       t)  $447,2832 \text{ m}^2 : 182$   
 u)  $1310,5312 \text{ m}^2 : 352$                       v)  $1358,1566 \text{ m}^2 : 479$   
 w)  $15895,76 \text{ ha} : 652$                       x)  $6538,68 \text{ ha} : 738$   
 y)  $7494,16 \text{ ha} : 829$                       z)  $3807,33 \text{ km}^2 : 537$

13. Bringe beide Zahlen derselben Zeile auf die gleiche Benennung und stelle fest, wie oft die Maßzahl der ersten Spalte in den Maßzahlen der folgenden Spalten enthalten ist!

- |                         |                          |                          |                           |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) 9 m                  | in 1,161 km              | in 0,792 km              | in 1,008 km               |
| b) 13 Pf                | „ 6,24 DM                | „ 4,29 DM                | „ 15,21 DM                |
| c) 18 g                 | „ 0,342 kg               | „ 0,504 kg               | „ 0,738 kg                |
| d) 37 l                 | „ 3,33 hl                | „ 5,55 hl                | „ 9,99 hl                 |
| e) $46 \text{ m}^2$     | „ $1,4766 \text{ ha}$    | „ $2,4472 \text{ ha}$    | „ $5,4648 \text{ ha}$     |
| f) 93 kg                | „ 157,17 dz              | „ $435,24 \text{ dz}$    | „ 834,28 dz               |
| g) 2,16 m               | „ 1740,96 m              | h) 2,70 m                | „ 45,576 m                |
| i) $0,357 \text{ m}^3$  | „ $2,856 \text{ m}^3$    | k) $0,4641 \text{ m}^3$  | „ $573,075 \text{ m}^3$   |
| l) 0,568 t              | „ 35,216 t               | m) 0,710 t               | „ 39,192 t                |
| n) 7,94 a               | „ 365,24 a               | o) 8,5752 a              | „ 161,976 a               |
| p) $8,64 \text{ km}^2$  | „ $1183,68 \text{ km}^2$ | q) $9,072 \text{ km}^2$  | „ $2086,128 \text{ km}^2$ |
| r) $0,1234 \text{ m}^2$ | „ $3,5793 \text{ m}^2$   | s) $0,27552 \text{ m}^2$ | „ $14,5878 \text{ m}^2$   |

**14. Ein volkseigenes Gut erntet**

auf 1,25 ha Gemüseland	457,5 dz Weißkraut
0,75 „	184,5 „ Rotkraut
3,5 „	638,05 „ Blumenkohl
4,65 „	292,95 „ junge Pflückerbsen
2,45 „	215,6 „ junge Pflückbohnen
5,8 „	1 427,96 „ Zwiebeln
1,75 „	507,5 „ Möhren und Karotten
„ 0,5 „ „	21,05 „ Erdbeeren

Berechne die durchschnittlichen Ernteerträge für 1 ha!

**15. Ein Neubauer erntet auf 2,5 ha 48 dz Roggen, auf 2 ha 46 dz Weizen, auf 1,5 ha 31,5 dz Gerste und auf 50 a 11,5 dz Hafer. Wie groß ist der Ertrag der Getreideernte je ha?**

**VI. Dezimalbruch und gemeiner Bruch**

**16. Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt**

Es wird  $\frac{1}{8}$  kg Schlachtfett gekauft. Wieviel g sind das? Schreibe die Zahl als Dezimalbruch mit der Benennung kg! Wie diesen Bruch kann man viele gemeine Brüche als Dezimalbrüche schreiben.

Verwandle  $\frac{3}{8}$  in einen Dezimalbruch!

$\frac{3}{8}$  bedeutet 3 : 8. Man rechnet:

$$\begin{array}{r} 3 : 8 = 0,375 \\ \underline{30} \\ 60 \\ \underline{40} \end{array}$$

Verwandle in gleicher Weise  $\frac{3}{5}$ !

Man rechnet:

$$\begin{array}{r} 3 : 5 = 0,6 \\ \underline{30} \end{array}$$

Verwandle in gleicher Weise in einen Dezimalbruch  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{1}{7}$ ! Man rechnet:

$$\begin{array}{r} 1 : 3 = 0,33 \dots \\ \underline{10} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 : 9 = 0,44 \dots \\ \underline{40} \\ 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 : 7 = 0,142 \ 857 \dots \\ \underline{10} \\ 30 \\ \underline{20} \\ 60 \\ \underline{40} \\ 50 \\ \underline{10} \end{array}$$

Verwandle  $\frac{5}{12}$ ,  $\frac{7}{15}$  in einen Dezimalbruch! Man rechnet:

$$\begin{array}{r} 5 : 12 = 0,4166\dots \\ \underline{50} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 80 \\ \underline{80} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 : 15 = 0,466\dots \\ \underline{70} \\ 100 \\ \underline{100} \end{array}$$

Die Teilung läßt sich bei den letzten 5 Beispielen nicht zu Ende führen. Man nennt Dezimalbrüche, die bei solchen Teilungsaufgaben entstehen, **unendliche Dezimalbrüche**. Die Dezimalbrüche, mit denen bisher gerechnet wurde, heißen **endliche Dezimalbrüche**.

Verwandle 0,144 in einen gemeinen Bruch!

$$0,144 = \frac{144}{1\,000} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{18}{125}$$

Man verwandelt einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch, indem man den Zähler des gemeinen Bruches durch seinen Nenner dividiert.

Jeder endliche Dezimalbruch kann als gemeiner Bruch geschrieben werden. Dabei bildet die ohne das Komma geschriebene Ziffernfolge den Zähler und die Zehnerpotenz mit soviel Faktoren 10 den Nenner, wie Stellen hinter dem Komma stehen.

Ein Dezimalbruch, bei dem regelmäßig (periodisch) nach dem Komma die gleichen Ziffern oder Zifferngruppen wiederkehren, heißt **periodischer Dezimalbruch**. Stehen zwischen Komma und Periode noch Ziffern, die sich nicht wiederholen, so spricht man von **Vorziffern**.

Enthält der Nenner eines vollständig gekürzten Bruches nur Potenzen von 2 oder 5 oder von 2 und 5, so ergibt dieser Bruch einen **endlichen Dezimalbruch**.

Enthält der Nenner eines vollständig gekürzten Bruches nur andere Primfaktoren als 2 oder 5 oder 2 und 5, so ergibt dieser Bruch einen **rein periodischen Dezimalbruch**.

Enthält der Nenner eines vollständig gekürzten Bruches neben anderen Primfaktoren auch 2 oder 5 oder 2 und 5, so ergibt dieser Bruch einen **periodischen Dezimalbruch mit Vorziffern**. Ihre Anzahl ist gleich der höchsten Anzahl der vorkommenden Faktoren 2 oder 5.

Anmerkung: Die Periode wird durch Punkte hinter den angegebenen Ziffern oder durch einen Strich über der sich wiederholenden Ziffernfolge angedeutet.

## Aufgaben

1. Verwandle folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche:

- a)  $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{20}, \frac{1}{50}, \frac{1}{8}, \frac{1}{40}, \frac{1}{16}, \frac{1}{125}$   
 b)  $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{20}, \frac{9}{20}, \frac{11}{20}, \frac{19}{20}, \frac{9}{25}, \frac{17}{25}, \frac{23}{50}, \frac{39}{50}, \frac{47}{50}$   
 c)  $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{3}{40}, \frac{17}{40}, \frac{73}{125}, \frac{5}{16}, \frac{9}{32}, \frac{11}{80}$   
 d)  $\frac{5}{16}, \frac{11}{32}, \frac{37}{64}, \frac{11}{128}, \frac{99}{125}, \frac{23}{80}, \frac{81}{625}, \frac{10}{1250}, \frac{23}{40}, \frac{11}{256}$ !

2. Verwandle folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche (rechne bis zur Wiederkehr der Periode):

- a)  $\frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{9}, \frac{8}{13}, \frac{5}{7}, \frac{5}{11}, \frac{8}{11}$   
 b)  $\frac{5}{27}, \frac{22}{27}, \frac{12}{33}, \frac{7}{33}, \frac{9}{37}, \frac{13}{37}, \frac{12}{41}, \frac{21}{41}, \frac{25}{41}, \frac{27}{37}$   
 c)  $\frac{25}{81}, \frac{73}{81}, \frac{10}{21}, \frac{3}{11}, \frac{7}{11}, \frac{4}{13}, \frac{7}{13}, \frac{11}{27}, \frac{6}{13}, \frac{11}{37}$   
 d)  $\frac{15}{22}, \frac{13}{22}, \frac{9}{44}, \frac{29}{44}, \frac{9}{82}, \frac{11}{14}, \frac{12}{35}, \frac{23}{54}, \frac{7}{15}, \frac{11}{24}$ !

3. Verwandle in einen Dezimalbruch bis Hunderttausendstel

- a)  $\frac{5}{21}$    b)  $\frac{13}{21}$    c)  $\frac{17}{23}$    d)  $\frac{22}{23}$    e)  $\frac{12}{29}$    f)  $\frac{18}{31}$    g)  $\frac{12}{39}$    h)  $\frac{25}{39}$    i)  $\frac{19}{26}$    k)  $\frac{8}{65}$   
 l)  $\frac{5}{13}$    m)  $\frac{9}{14}$    n)  $\frac{15}{21}$    o)  $\frac{7}{39}$    p)  $\frac{9}{13}$    q)  $\frac{25}{29}$    r)  $\frac{30}{31}$    s)  $\frac{9}{17}$    t)  $\frac{4}{7}$    u)  $\frac{20}{21}$ !

4. Verwandle in einen Dezimalbruch bis zur Wiederkehr der Periode

- a)  $\frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{13}{18}, \frac{17}{18}$    b)  $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$   
 c)  $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{30}, \frac{11}{30}, \frac{17}{30}$    d)  $\frac{2}{15}, \frac{8}{15}, \frac{11}{15}, \frac{13}{15}, \frac{14}{15}$   
 e)  $\frac{5}{22}, \frac{13}{22}, \frac{17}{22}, \frac{8}{33}, \frac{25}{33}, \frac{9}{44}, \frac{19}{44}$    f)  $\frac{5}{36}, \frac{13}{36}, \frac{11}{24}, \frac{19}{24}, \frac{7}{48}, \frac{23}{48}, \frac{35}{48}$   
 g)  $\frac{13}{80}, \frac{29}{80}, \frac{37}{60}, \frac{31}{90}, \frac{47}{90}, \frac{67}{90}$    h)  $\frac{2}{37}, \frac{3}{37}, \frac{5}{37}, \frac{7}{37}, \frac{11}{37}$ !

5. Verwandle in einen Dezimalbruch und runde der Benennung entsprechend

- a)  $1\frac{1}{3}$  DM   b)  $1\frac{1}{12}$  DM   c)  $2\frac{1}{6}$  DM   d)  $6\frac{5}{6}$  kg   e)  $3\frac{7}{11}$  m<sup>2</sup>  
 f)  $\frac{3}{7}$  m   g)  $2\frac{3}{13}$  m<sup>3</sup>   h)  $\frac{23}{24}$  km   i)  $\frac{37}{45}$  t   k)  $8\frac{61}{72}$  ha!

6. Schreibe folgende Dezimalbrüche als gemeine Brüche und kürze, soweit wie es möglich ist:

a) 0,50; 0,25; 0,75; 0,4; 0,6; 0,35; 0,48; 0,05; 0,85; 0,64; 0,56

b) 0,125; 0,675; 0,18; 0,655; 0,405 5; 0,932; 0,855; 0,175; 0,625

c) 0,127 5; 0,245; 0,64; 0,984; 0,52; 0,464; 0,125 2; 0,288; 0,324

d) 0,428 6; 0,031 2; 0,852 5; 0,006 4; 0,972 0; 0,482 75; 0,945!

7. a)  $\frac{3}{7} + 0,7$

$$0,6 + \frac{2}{5}$$

$$1,9 + \frac{7}{25}$$

$$2,75 + \frac{5}{8}$$

b)  $4\frac{1}{2} + 3,68$

$$2,439 + \frac{3}{8}$$

$$9\frac{11}{50} + 2,6$$

$$0,476 + \frac{17}{20}$$

c)  $0,9 + \frac{2}{3}$

$$1,7 + \frac{5}{6}$$

$$3\frac{2}{3} + 0,89$$

$$3\frac{7}{12} + 1,9$$

d)  $12\frac{5}{7} + 4,5$

$$3\frac{5}{9} + 8,436$$

$$0,39 + \frac{11}{13}$$

$$8,474 + 5\frac{17}{60}$$

Rechne mit Dezimalbrüchen und brich in dieser und in den folgenden Aufgaben das Ergebnis 3 Stellen hinter dem Komma ab!

8. a)  $0,9 - \frac{4}{5}$

$$\frac{11}{20} - 0,39$$

$$0,89 - \frac{3}{4}$$

$$\frac{19}{25} - 0,7$$

b)  $0,97 - \frac{14}{25}$

$$2,887 - \frac{39}{50}$$

$$6\frac{1}{2} - 3,456$$

$$7\frac{3}{4} - 2,89$$

c)  $5\frac{1}{3} - 0,79$

$$7\frac{7}{9} - 4,8$$

$$10,75 - 8\frac{11}{12}$$

$$3,29 - 2\frac{5}{6}$$

d)  $1,381 - \frac{2}{3}$

$$5\frac{11}{12} - 2,69$$

$$9\frac{4}{11} - 6,9$$

$$4,359 - 2\frac{5}{7}$$

9. a)  $\frac{3}{4} \cdot 0,21$

$$0,412 \cdot \frac{9}{20}$$

$$8\frac{4}{5} \cdot 0,49$$

b)  $4,31 \cdot 3\frac{1}{8}$

$$6,924 \cdot 3\frac{2}{5}$$

$$6,48 \cdot 2\frac{3}{5}$$

c)  $3,2 \cdot 1\frac{1}{3}$

$$4\frac{5}{6} \cdot 0,78$$

$$5\frac{5}{8} \cdot 3,7$$

~~d)~~  $2\frac{5}{7} \cdot 8,4$

$$3\frac{11}{12} \cdot 5,45$$

$$2,87 \cdot 3\frac{5}{12}$$

10. a)  $0,84 : \frac{2}{5}$

$$3,825 : \frac{1}{2}$$

$$8\frac{3}{4} : 0,45$$

b)  $2,56 : \frac{16}{25}$

$$5\frac{13}{20} : 0,625$$

$$2\frac{3}{4} : 3,51$$

c)  $1\frac{4}{9} : 0,7$

$$6,6 : \frac{2}{3}$$

$$0,665 : \frac{7}{9}$$

d)  $19\frac{5}{7} : 2,8$

$$3,9 : 1\frac{5}{12}$$

$$8\frac{17}{30} : 5,25$$

11. a)  $(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}) \cdot 0,7$

d)  $(6\frac{1}{4} - 3,9) \cdot 0,79$

g)  $(12\frac{5}{8} + 16,75) \cdot (1,343 - \frac{11}{20})$

i)  $(9\frac{5}{6} - 7,38) : (4,65 - 2\frac{11}{12})$

b)  $16\frac{5}{8} \cdot (3,25 + 1,9)$

e)  $27,5 : (16\frac{7}{10} - 3,58)$

h)  $(6,85 + 3\frac{2}{3}) \cdot (4,17 - \frac{1}{2})$

k)  $(3,46 + 4\frac{5}{16}) : (2,7 - \frac{3}{4})$

c)  $14\frac{3}{8} \cdot (2,6 + 4\frac{3}{4})$

f)  $(7,8 - 3,9) \cdot 2,5$

12. a)  $16,64\text{ m} + 1\frac{3}{4}\text{ m} + 67\text{ cm} + 15\frac{1}{3}\text{ m} + 2,09\text{ m} + 4\frac{17}{20}\text{ m} + \frac{1}{6}\text{ m} + 9,73\text{ m}$   
 b)  $7,585\text{ km} + 2\frac{18}{25}\text{ km} + \frac{5}{8}\text{ km} + 1\frac{7}{12}\text{ km} + 67\text{ m} + 3\frac{1}{6}\text{ km} + 4\text{ km} + 5\frac{5}{7}\text{ km}$   
 c)  $120\frac{3}{4}\text{ DM} - 16,98\text{ DM} - 12\text{ Pf} - 31\frac{7}{8}\text{ DM} - 44\frac{4}{5}\text{ DM} - 17\text{ DM}$

Zusatz über Verwandlung periodischer Dezimalbrüche in gemeine Brüche. Verwandle  $0,\overline{3}$  in einen gemeinen Bruch!

Man multipliziert  $0,\overline{3}$  mit 10, erhält  $3,333\dots = 10 \cdot 0,\overline{3}$   
 und subtrahiert  $0,333\dots = 1 \cdot 0,\overline{3}$ ,  
 so daß verbleibt  $3 = 9 \cdot 0,\overline{3}$ .  
 $1 \cdot 0,\overline{3}$  ist der 9. Teil, also  $\frac{3}{9} = 0,\overline{3}$   
 oder  $0,\overline{3} = \frac{1}{3}$

Bei zweiziffrigen Perioden ist mit 100, bei dreiziffrigen mit 1 000 zu multiplizieren und der Dezimalbruch selbst zu subtrahieren.

Merke: Ein rein periodischer Dezimalbruch hat denselben Wert wie ein gemeiner Bruch, dessen Zähler die aus der Periode bestehende Zahl und dessen Nenner eine Zahl aus so vielen Ziffern 9 ist, wie die Periode Stellen besitzt.

13. Verwandle in gemeine Brüche

$0,\overline{6}$ ;  $0,\overline{5}$ ;  $0,\overline{16}$ ;  $0,\overline{73}$ ;  $0,\overline{15}$ ;  $0,\overline{111}$ ;  $0,\overline{136}$ ;  $0,\overline{375}$

14. Überlege, wie ein periodischer Dezimalbruch mit Vorziffern in einen gemeinen Bruch verwandelt werden kann!

15. Verwandle in gemeine Brüche

$0,\overline{16}$ ;  $0,08\overline{3}$ ;  $0,0\overline{6}$ ;  $0,0\overline{5}$ ;  $0,041\overline{6}$

### 17. Angewandte Aufgaben

1. a) 1 kg Graupen kostet 0,48 DM; wie teuer sind  $0,12\overline{5}$ ; 0,5; 1,750; 3,250 kg?  
 b) 1 kg Zucker kostet 1,02 DM; wie teuer sind 0,5; 1,125; 3,8; 4,75 kg?  
 c) 1 dz Kartoffeln kostet 10,40 DM; wie teuer sind 0,75; 1,5; 7,8; 21,9 dz?  
 d) 1 kg Spinat kostet 0,38 DM; wie teuer sind 0,5; 2,75; 7; 11; 15 kg?  
 e) 1 kg Sauerkraut kostet 0,90 DM; wie teuer sind 3,5; 1,5; 2,75; 12 kg?  
 f) 1 kg Nudeln kostet 1,04 DM; wie teuer sind 250 g; 625 g; 0,75 kg; 1,5 kg?

2. a) 9 kg Mehl kosten 4,32 DM; wie teuer ist 1 kg?  
 b) 15,25 kg Erbsen kosten 13,42 DM; wieviel kostet 1 kg?  
 c) 7,125 kg Salz kosten 2,38 DM; wie teuer ist 1 kg?  
 d) 12,75 kg Mohrrüben kosten 6,39 DM; wie teuer ist 1 kg?  
 e) 2,75 kg Haferflocken kosten 2,31 DM; wie teuer ist 1 kg?  
 f) 1,490 kg Butter kosten 6,26 DM; wie teuer ist 1 kg?
3. Ein Neubauer bewirtschaftet eine Ackerfläche von 4,5 ha wie folgt:
- a)  $\frac{1}{4}$  bestellt er mit Kartoffeln,  $\frac{1}{3}$  mit Roggen,  $\frac{1}{5}$  mit Raps,  $\frac{1}{10}$  mit Zuckerrüben und den Rest mit Grünfutter.
- b) Die Ernteerträge sind:
- |                     |           |
|---------------------|-----------|
| Kartoffeln          | 125 dz/ha |
| Roggen              | 15 dz/ha  |
| Raps                | 11 dz/ha  |
| Zuckerrüben . . . . | 300 dz/ha |

Welche Ernten erzielt der Neubauer?

4. Beim Getreidemähen beträgt der Arbeitsaufwand mit der Sense bis zum Aufstellen der Stiegen (Garben) etwa 70 Std. je ha, mit einem Mähbinder der MAS<sup>1)</sup> nur etwa 4 Std. je ha. Wieviel Arbeitsstunden spart ein Neubauer bei der Roggenernte auf einem Feld von 1,5 ha dadurch, daß die MAS einen Mähbinder zur Verfügung stellt?
5. Ein Neubauer erntet auf  $1\frac{1}{4}$  ha 165 dz Kartoffeln, auf  $\frac{5}{6}$  ha 275 dz Zuckerrüben, auf  $\frac{2}{3}$  ha 290 dz Futterrüben, auf  $1\frac{1}{8}$  ha 19,5 dz Roggen und auf  $\frac{3}{4}$  ha  $16\frac{1}{2}$  dz Weizen. Mit welchem Ertrag kann er bei den einzelnen Früchten für 1 ha (dz/ha) rechnen?

---

1) MAS heißt Maschinen-Ausleih-Station.

## D. Dreisatzaufgaben

### VII. Aufgaben mit direktem Verhältnis

#### 18. Das direkte Verhältnis

Beim Bau einer Mauer schichtet ein Maurer in 1 Std. 3 Reihen Ziegelsteine und baut dadurch die Mauer im Durchschnitt 23,1 cm höher. Um wieviel cm baut er sie in 2, 3, 4 . . . Stunden höher? Trage die Ergebnisse in eine Wertetafel ein!

Wertetafel

Zeit des Bauens	Höhe der Mauer
1 Std.	23,1 cm
2	46,2 „
3	

Man sagt, Arbeitszeit und Mauerhöhe ändern sich im gleichen **Verhältnis**. In Abb. 8a und 8b ist die Abhängigkeit der Mauerhöhe von der Arbeitszeit durch zwei Schaubilder verdeutlicht. Auf was für einer Linie liegen in Abb. 8b die Endpunkte der einzelnen senkrechten Strecken, die die jeweilige Höhe

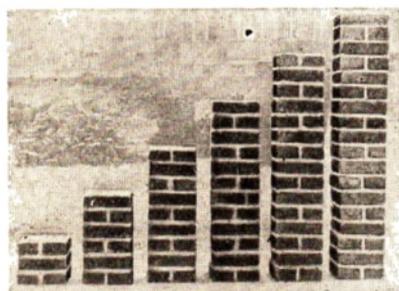


Abb. 8a

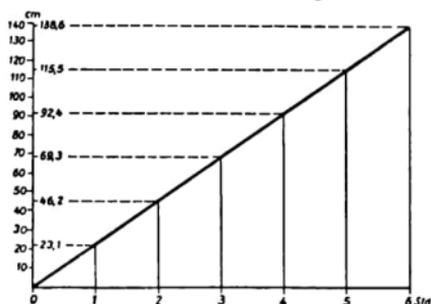


Abb. 8b

der Mauer angeben? Man sagt, Arbeitszeit und Mauerhöhe stehen in **direktem (geradem) Verhältnis** zueinander. Lies an dieser Schaulinie ab, wie

hoch die Mauer nach  $3\frac{1}{2}$  Stunden Arbeit ist und wieviel Zeit rund nötig ist, um sie 100 cm hoch zu bauen!

Zwei voneinander abhängige Größen stehen im direkten Verhältnis, wenn beim Multiplizieren (Dividieren) der einen die andere Größe mit derselben Zahl multipliziert (dividiert) werden muß.

### Aufgaben

1. Ergänze die folgenden Sätze!
  - a) Wenn 3 mal soviel Brot eingekauft wird, so ist der Preis . . . mal so hoch.
  - b) Wenn jemand nur die halbe Zeit arbeitet, so ist sein Lohn
  - c) Wenn nur  $\frac{3}{4}$  eines Feldes bebaut werden, dann ist der Ertrag
2. Welche Beziehung besteht bei der Eisenbahn zwischen der Fahrstrecke und dem Fahrpreis?
3. Suche selbst solche Beziehungen unter Verwendung von: je mehr . . . . ., in gleichem Maße mehr, und von: je weniger . . . . ., in gleichem Maße weniger!
4. Zum Wiederaufbau eines beschädigten Wohnhauses wurden 12 000 Ziegelsteine angefahren. 1 000 Ziegelsteine kosteten 63,75 DM.
5. Es sind  $169,32 \text{ m}^2$  Fußboden zu legen.  $1 \text{ m}^2$  kostet 2,75 DM.
6. Für insgesamt 150 m Fußleisten wurden 63 DM bezahlt. Berechne den Preis für 1 m!
7. Für  $27,25 \text{ m}^2$  Türanstrich wurden 49,05 DM bezahlt.

### 19. Verwendung des Bruchstriches im Rechnen

Berechne den Wert von  $48 \cdot 35 \cdot 68 : (85 \cdot 63)$ ! Wird die Klammer zuerst ausgerechnet, dann ergeben sich große Zahlen. Wird der Doppelpunkt durch einen Bruchstrich ersetzt, dann kann die Klammer weggelassen werden. Dann kann die Aufgabe als Bruch

$$\frac{48 \cdot 35 \cdot 68}{85 \cdot 63}$$

geschrieben werden. Nach dem Kürzen ergibt sich

$$\frac{16 \cdot 4}{3} = \frac{64}{3} = 21\frac{1}{3}$$

Wird eine zusammengesetzte Divisionsaufgabe mit Bruchstrich geschrieben, so erfolgt ihre Berechnung nach den Regeln der Bruchrechnung. Beim Rechnen mit Brüchen verwenden wir nur ganze Zahlen im Zähler und Nenner. Auch beim Rechnen zusammengesetzter Aufgaben mit Hilfe des Bruchstriches sorgen wir dafür, daß über und unter dem Bruchstrich nur ganze Zahlen stehen; wir erleichtern uns dadurch das Rechnen und vermeiden Fehler!

Beispiele: 1.  $26 \cdot 49 : 42 = \frac{26 \cdot 49}{42} \stackrel{2 \cdot 7}{=} \frac{13 \cdot 7}{3} = \frac{91}{3} = \underline{\underline{30 \frac{1}{3}}}$

2.  $24 \cdot 56 \cdot 35 : (12 \cdot 21) = \frac{24 \cdot 56 \cdot 35}{12 \cdot 21} \stackrel{12 \cdot 7}{=} \frac{2 \cdot 8 \cdot 35}{1 \cdot 3} = \frac{560}{3} = \underline{\underline{186 \frac{2}{3}}}$

3.  $8 \frac{1}{5} \cdot 14 : 2 \frac{1}{3} = \frac{\frac{41}{5} \cdot 14}{\frac{7}{3}} = \frac{41 \cdot 14 \cdot 3}{5 \cdot 7} \stackrel{7}{=} \frac{41 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{246}{5} = \underline{\underline{49 \frac{1}{5}}}$

4.  $25,6 \cdot 18 : (12 \cdot 0,84) = \frac{256 \cdot 18 \cdot 100}{10 \cdot 12 \cdot 84} \stackrel{3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10}{=} \frac{32 \cdot 10}{7} = \underline{\underline{45 \frac{5}{7}}}$

### Aufgaben

1. Löse folgende Aufgaben mit Hilfe des Bruchstriches:

a)  $106 \cdot 35 : 105$     b)  $64 \cdot 85 : 51$     c)  $48 \cdot 72 \cdot 7 : 63$

d)  $56 \cdot 65 \cdot 24 : (39 \cdot 32)$     e)  $128 \cdot 25 \cdot 42 : (96 \cdot 14 \cdot 10)$

f)  $22 \cdot 3 \frac{1}{3} \cdot 36 : (45 \cdot 2 \frac{1}{5})$     g)  $680 \cdot 4 \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} : (102 \cdot 1 \frac{2}{3})$

h)  $275 \cdot 3,5 : (175 : 0,44)$     i)  $3,68 \cdot 2,5 \cdot 12 : (4,6 \cdot 12,5)$

k)  $160 \cdot 6 \frac{2}{3} \cdot 3,5 : (4 \frac{1}{6} \cdot 12,6)$     l)  $14 \frac{2}{7} \cdot 0,36 \cdot 12 \frac{1}{2} : (5,25 \cdot 1 \frac{7}{9})!$

2. Richte, wenn nötig, folgende Aufgaben für das Rechnen mit dem Bruchstrich ein und löse sie dann:

a)  $\frac{45 \cdot 116}{72}$     b)  $\frac{256 \cdot 38 \cdot 15}{95 \cdot 48}$     c)  $\frac{325 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 25}{52 \cdot 70 \cdot 48}$     d)  $\frac{19,04 \cdot 1,2}{4,08}$

e)  $\frac{2106 \cdot 0,8}{26 \cdot 0,09}$     f)  $\frac{3,6 \cdot 12,25}{7,5 \cdot 2,8}$     g)  $\frac{24 \cdot 5 \frac{5}{9}}{8 \frac{1}{3}}$     h)  $\frac{4 \frac{2}{7} \cdot 2 \frac{4}{5}}{6 \cdot \frac{3}{8}}$

i)  $\frac{16 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{1}{4} \cdot 3 \frac{5}{12}}{8 \frac{1}{5} \cdot 1 \frac{1}{9} \cdot \frac{5}{6}}$     k)  $\frac{17,55 \cdot 18 \cdot 5 \frac{2}{3}}{13 \frac{1}{2} \cdot 22,1}$     l)  $\frac{750 \cdot 3,5 \cdot 1 \frac{1}{6}}{2,45 \cdot 3 \frac{1}{3} \cdot 40}$     m)  $\frac{48,75}{\frac{1}{2} \cdot 0,5}!$

### 20. Dreisatz mit direktem Verhältnis

Das KWU der Stadt Leipzig, Gruppe Energie, berechnet für den Verbrauch von  $35 \text{ m}^3$  Gas im Haushalttarif 5,60 DM. Wieviel DM berechnet es im gleichen Tarif für den Verbrauch von  $61 \text{ m}^3$  Gas?

Drei Sätze führen zur Lösung:

$$35 \text{ m}^3 \text{ kosten } 5,60 \text{ DM,}$$

$$1 \text{ m}^3 \text{ kostet } 5,60 \text{ DM} : 35 = 0,16 \text{ DM,}$$

$$61 \text{ m}^3 \text{ kosten } 0,16 \text{ DM} \cdot 61 = 9,76 \text{ DM.}$$

Darum nennt man Aufgaben dieser Art **Dreisatzaufgaben**.

Vor der Ausrechnung des genauen Ergebnisses wird durch Überschlag festgestellt, daß  $61 \text{ m}^3$  mehr als  $35 \text{ m}^3$  kosten; denn wenn man mehr verbraucht, hat man im gleichen Maß mehr zu zahlen.

Beispiel: Aus 8 dz Leinsamen gewinnt man 95,2 l reines Öl.

a) Wieviel Öl gewinnt man aus 5 dz?

b) Wieviel dz Leinsamen muß man verarbeiten, um 170 l Öl zu erhalten?

Vor der Lösung einer Dreisatzaufgabe werden die Angaben der Aufgabe zu zwei knappen Sätzen, dem Ansatz, zusammengefaßt; dabei wird die Größe, nach der gefragt wird, mit  $x$  bezeichnet. Der Buchstabe  $x$  bezeichnet die noch unbekannte Größe oder Zahl.

$$\begin{array}{l} \text{a) Ansatz: } 8 \text{ dz liefern } 95,2 \text{ l} \quad \text{oder kürzer} \quad 8 \text{ dz} \hat{=} 95,2 \text{ l} \\ \quad \quad \quad \underline{5 \text{ dz} \quad ,, \quad \quad \quad x \text{ l}} \quad \quad \quad \underline{5 \text{ dz} \hat{=} \quad \quad \quad x \text{ l}} \end{array}$$

Merke: Die Größe, nach der gefragt wird, also  $x$ , steht stets an letzter Stelle.

Das Zeichen  $\hat{=}$  bedeutet: entspricht oder entsprechen.

Lösung (mit Hilfe des Bruchstriches):

$$8 \text{ dz liefern } 95,2 \text{ l} \left( = \frac{952}{10} \text{ l} \right) \quad \text{oder} \quad 8 \text{ dz} \hat{=} 95,2 \text{ l} \left( = \frac{952}{10} \text{ l} \right)$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ dz liefert (weniger,} \quad \quad \quad 1 \text{ dz} \hat{=} \text{(weniger,} \\ \quad \quad \quad \text{also durch 8) } \frac{952}{10 \cdot 8} \text{ l} \quad \quad \quad \text{also durch 8) } \frac{952}{10 \cdot 8} \text{ l} \end{array}$$

$$5 \text{ dz liefern } \frac{952 \cdot 5}{10 \cdot 8} \text{ l} \quad \quad \quad 5 \text{ dz} \hat{=} \frac{952 \cdot 5}{10 \cdot 8} \text{ l}$$

$$x \text{ l} = \frac{952 \cdot 5}{10 \cdot 8} \text{ l} = \overset{5 \cdot 8}{\frac{119}{2}} \text{ l} = 59,5 \text{ l}$$

$$\text{b) Ansatz: } 95,2 \text{ l} \hat{=} 8 \text{ dz}$$

$$\underline{170 \text{ l} \hat{=} x \text{ dz}}$$

$$\text{Lösung: } 95,2 \text{ l} \hat{=} 8 \text{ dz}$$

$$1 \text{ l} \hat{=} \text{(weniger, also durch 95,2) } \frac{8 \cdot 10}{952} \text{ dz}$$

$$170 \text{ l} \hat{=} \frac{8 \cdot 10 \cdot 170}{952} \text{ dz}$$

$$x \text{ dz} = \frac{8 \cdot 10 \cdot 170}{952} \text{ dz} = \overset{8 \cdot 17}{\frac{100}{7}} \text{ dz} = 14 \frac{2}{7} \text{ dz.}$$

**Aufgaben**

1. a) Für die Straßenreinigung vor einem Grundstück von 25 m Front werden in einer Landgemeinde monatlich 3,75 DM gezahlt; wieviel DM kostet die Reinigung vor einem Grundstück von 20 m; 23 m; 27 m; 31 m Front?  
b) Für die Straßenreinigung werden im Monat gezahlt: 3,60 DM; 4,20 DM; 4,50 DM; 4,95 DM; wie lang ist die Straßenfront?
2. Für den Verbrauch von  $85 \text{ m}^3$  Wasser berechnet das Wasserwerk 22,95 DM. Wieviel  $\text{m}^3$  Wasser sind verbraucht, wenn eine Rechnung über 17,01 DM ausgestellt worden ist?
3. a) 24,5 dz Rohbraunkohle (Knorpel) kosten 58,80 DM. Wieviel DM kosten 18; 14,6; 32,8 dz?  
b) Wieviel dz erhält man für 30; 88,20; 17,60 DM?
4. a) Ein Facharbeiter verdient in 24 Tagen 338,40 DM; wieviel DM verdient er in 8; 12; 15; 20 Tagen?  
b) In welcher Zeit verdient er 28,40; 43,20; 244,80 DM?
5. Ein Neubauer hat 3 Körbe Äpfel von der gleichen Sorte verkauft. Der erste Korb enthielt 45 kg und kostete 47,25 DM, der zweite Korb enthielt 38 kg, und für den dritten Korb erhielt er 35,75 DM. Wieviel DM kostete der 2. Korb, und wieviel kg Äpfel waren im 3. Korb?
6. Ein Neubauer kauft 7 Stachelbeersträucher für 6,09 DM.  
a) Ein Nachbar will 9 Sträucher derselben Sorte kaufen.  
b) Ein weiterer Nachbar überlegt, wieviel Sträucher er für 13 DM kaufen kann. (Runde sinngemäß!)
7. Jemand kauft 5 Johannisbeersträucher für 3,80 DM und 3 Pfirsichbüsche für 11,25 DM. Sein Nachbar will 4 Johannisbeersträucher und 6 Pfirsichbüsche kaufen.

## VIII. Aufgaben mit indirektem Verhältnis

### 21. Das indirekte Verhältnis

Eine Glühbirne von 50 Watt verbraucht 1 kWh in 20 Stunden.

a) In welcher Zeit wird 1 kWh von 2, 3, 4, 5, 6 gleichen Glühbirnen verbraucht?

b) Stelle die Abhängigkeit in einer Wertetafel zusammen!

Je größer die Zahl der gleichzeitig brennenden Glühlampen ist, um so kürzer ist die Zeit, in der 1 kWh verbraucht wird. Man sagt: Die Anzahl der gleichzeitig brennenden Glühlampen und die Zeit, in der 1 kWh verbraucht wird, stehen im **indirekten (ungeraden, umgekehrten) Verhältnis**.

Wertetafel

Zahl der Glühbirnen zu je 50 W	Verbrauch in W	Brenndauer beim Verbrauch von 1 kWh
1	50	20 Std.
2	100	10
3		
.	.	.

e) In Abb. 9 ist diese Abhängigkeit veranschaulicht. Vergleiche die Linie, die die Endpunkte der Strecken verbindet, mit der Linie in Abb. 8b!

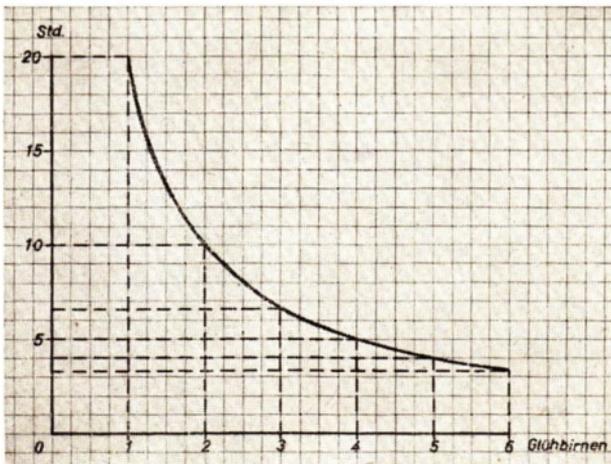


Abb. 9

Zwei voneinander abhängige Größen stehen im indirekten Verhältnis, wenn beim Multiplizieren (Dividieren) der einen die andere Größe mit derselben Zahl dividiert (multipliziert) werden muß.

### Aufgaben

1. Ergänze folgende Sätze!
  - a) Je mehr Personen von einem Vorrat leben, desto . . . . . Zeit reicht er.
  - b) Je größer die Geschwindigkeit ist, desto . . . . . Zeit wird gebraucht, um 1 m zurückzulegen.
  - c) Je mehr Arbeiter eine Arbeit verrichten, desto . . . . . Zeit ist zu ihrer Vollendung erforderlich.
2. Ein Maurer braucht zum Errichten einer Mauer 16 Std.; wieviel Zeit brauchen 4 Maurer dazu?
3. Ein Wanderer, der 5 km in 1 Std. zurücklegt, ist nach 6 Std. am Ziel.
  - a) Welche Zeit braucht ein Radler, der 3 mal so schnell fährt?
  - b) Welche Geschwindigkeit hat ein Pferdefuhrwerk, das den Weg in 3 Std. schafft?
4. Ein rechteckiges Grundstück von 45 m Länge und 22 m Breite wird gegen ein gleich großes, doppelt so breites eingetauscht.
5. Auf einer Stadtbahnstrecke verkehren die Züge alle 30 Min.; dabei sind zwischen den Endpunkten der Strecke immer 2 Züge unterwegs. Wieviel Züge müßten bei 10-Minuten-Verkehr unterwegs sein?
6. Mäht man eine Wiese mit der Sense, so braucht man 12 Std. Ein Gespanngrasmäher schafft in dieser Zeit die  $4\frac{1}{2}$  fache Fläche, ein Schleppermähbalken der MAS sogar die 9fache Fläche. In welcher Zeit mähen diese Maschinen die Wiese?

### 22. Dreisatz mit indirektem Verhältnis

8 Schüler graben ein Beet des Schulgartens in  $2\frac{1}{2}$  Std. um. a) In wieviel Stunden haben 5 Schüler die Arbeit geschafft? b) Wieviel Schüler müssen arbeiten, damit das Beet in 2 Stunden umgegraben wird?



- b)** Eine Straße soll an beiden Seiten mit Bäumen bepflanzt werden; man braucht 234 Bäume, wenn diese 8,40 m Entfernung voneinander haben und an den Enden der Straße ein halber Abstand verbleibt. Wieviel Bäume sind nötig, wenn ihre Entfernung voneinander 12,60 m betragen soll?
- 4. a)** Beim Aufräumen eines Trümmergrundstückes beschäftigt das KWU der Stadt Leipzig – Abt. Bauhof – 15 Bauhilfsarbeiter. Die Arbeitszeit ist mit 8 Wochen veranschlagt. Wieviel Hilfskräfte müssen hinzugezogen werden, wenn die Arbeit nach 6 Wochen (5 Wochen) vollendet sein soll?
- b)** In welcher Zeit würden 10, 20, 25 Arbeiter die Entrümmerung durchgeführt haben?
- 5.** Ein Kraftwagen durchfährt eine Strecke bei einer mittleren Geschwindigkeit von 40 km/h in  $2\frac{3}{4}$  Std. Wieviel Std. braucht ein anderer Kraftwagen zu dieser Strecke bei einer Geschwindigkeit von 45 km/h, 54 km/h, 60 km/h?
- 6.** Ein Wanderer, der durchschnittlich in 1 Std.  $4\frac{1}{2}$  km zurücklegt, erreicht sein Ziel in 8 Std. In welcher Zeit würde **a)** ein Radfahrer mit einer Geschwindigkeit von 12 km/h, **b)** ein Motorradfahrer mit einer Geschwindigkeit von 45 km/h diese Strecke zurücklegen?
- 7.** Nach einem Schnittmuster sind zum Anfertigen eines Kleides 5 m Stoff erforderlich, wenn dieser 75 cm breit liegt. Wieviel m Stoff von 90 cm Breite werden benötigt?
- 8.** Nach einem Schnittmuster sind zum Anfertigen eines Mantels 2,70 m Stoff von 140 cm Breite erforderlich. Wieviel m Stoff von 90 cm Breite werden für den gleichen Mantel gebraucht?
- 9.** Zum Dielen eines Zimmers sind 35 Bretter von 32 cm Breite erforderlich. Wieviel Bretter von 28 cm Breite werden zu demselben Zweck gebraucht?
- 10.** Von den Flachsfasern, die man von 1 ha Ackerland erntet, lassen sich 1 260 m Handtuchstoff von 50 cm Breite herstellen. Wieviel m würde man erhalten, wenn der Stoff 60 cm breit sein soll?

## E. Von Säulen; vom Winkel

### IX. Säulen; Kreis und Ellipse

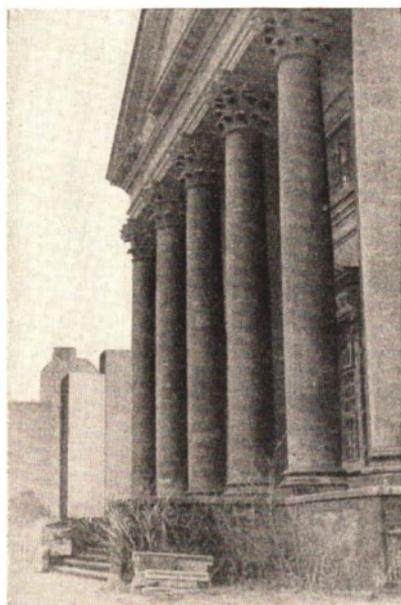


Abb. 10

Nenne Bauten des Heimatortes, an denen kantige Säulen zu erkennen sind!

Die Abb. 11 zeigt eine kantige Säule (Telephonzelle), die in den Straßen, vor allem der Großstädte, zu sehen ist.

#### 23. Säulen

Wodurch unterscheiden sich in Abb. 10 die Säulen im Vordergrund von den weiter hinten befindlichen Säulen? Unterscheide die kantigen Säulen von den runden!

Nenne Gebäude des Heimatortes, an denen runde Säulen verwendet sind!

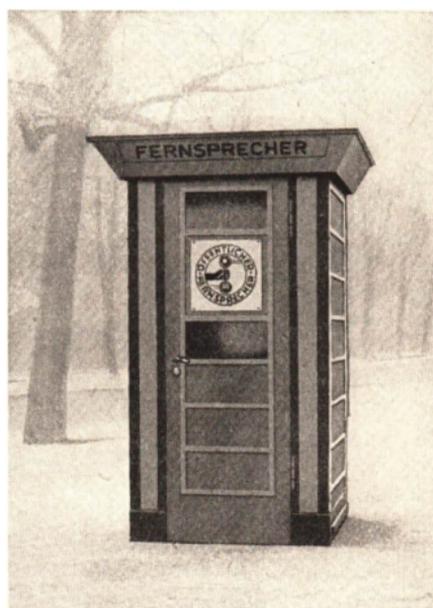


Abb. 11

Abb. 12 zeigt Modelle von geraden kantigen Säulen. Zähle und beschreibe die Grund-, Deck- und Seitenflächen! Warum bezeichnet man sie auch als drei-, vier- und sechsseitige Säulen?

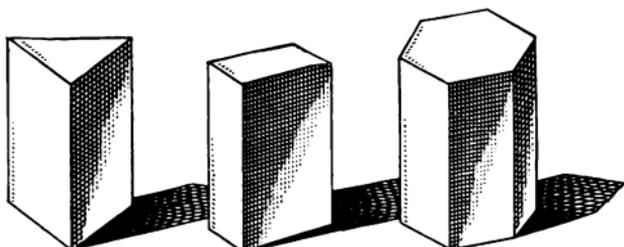


Abb. 12

**Jede kantige Säule wird von einer Grundfläche, einer Deckfläche und mehreren Seitenflächen begrenzt. Grund- und Deckfläche sind gleiche Vielecke. Die Seitenflächen bilden den Mantel der Säule.**

**Stehen die Seitenflächen senkrecht zu Grund- und Deckfläche, so heißt die Säule eine gerade Säule. Die Seitenflächen sind dann Rechtecke.**

### Aufgaben

1. Nenne Gegenstände und Körperformen, die als Säulen bezeichnet werden können!
2. Forme aus Ton eine Rechteckssäule! Man nennt sie auch Rechteckant oder Quader.
3. Setze das Modell eines Hauses aus einem Rechteckant und einer darauf passenden dreiseitigen Säule als Dach zusammen! Welche Kanten und Flächen verlaufen
  - a) waagrecht, b) senkrecht, c) schräg?
4. a) Forme aus Ton je eine drei-, vier- und sechsseitige Säule!  
 b) Zeichne für jede Säule den Mantel, schneide ihn aus und lege ihn um den entsprechenden Körper aus Ton!
5. Zeichne die Netze für je eine drei-, vier- und sechsseitige Säule von 8 cm Höhe, versieh sie mit Klebestreifen und stelle daraus Papiermodelle der Körper her!

## 24. Der Zylinder

Nenne Zylinder<sup>1)</sup>, die man an Gebäuden, in der Wohnung, besonders in der Küche sieht! Abb. 13 zeigt einen solchen Zylinder. Abb. 14 zeigt das Modell eines Zylinders (einer Rundsäule). Beschreibe den Zylinder!



Abb. 13

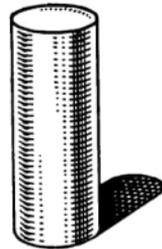


Abb. 14

Die Grund- und Deckflächen des Zylinders sind **Kreisflächen**; sie sind einander gleich. Die gekrümmte Fläche heißt **Mantel**. Ein rechteckiges **Blatt** Papier von passender Länge läßt sich als Hülle um den zylindrischen Teil einer Weinflasche oder um ein Einmacheglas einmal herumlegen. Der in der Längsrichtung aufgeschnittene Zylindermantel kann ausgebreitet (abgerollt) werden und ergibt ein Rechteck (Abb. 15), von dem eine Seite die Länge des Zylinders hat, die andere Seite gleich seinem Umfang ist. Die Abb. 16 und 17 zeigen, wie ein Zylinder gewälzt wird. Man

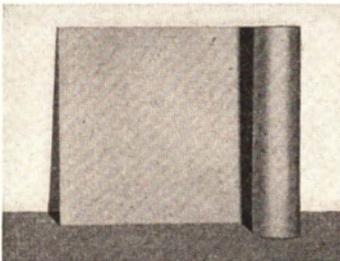


Abb. 15

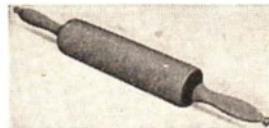


Abb. 16

1) kylindein (gr.): wälzen.

nennt daher den Zylinder auch **Walze**. Prüfe, ob auch an dem Raupenschlepper Zylinder zu erkennen sind! Beschreibe den Zylinder!

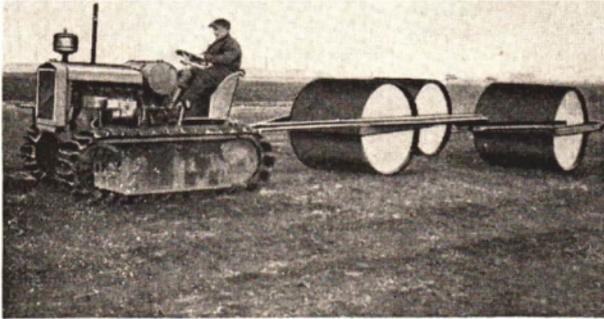


Abb. 17

Der Zylinder wird von zwei gleich großen Kreisflächen und einer gekrümmten Seitenfläche, dem Mantel, begrenzt. Der Mantel des geraden Zylinders läßt sich zu einem Rechteck abrollen.

### Aufgaben

1. Nenne zylinderförmige Körper aus Küche und Haushalt und gib an, wie sie verwendet werden!
2. a) Stelle das Modell einer Walze aus Papier her! Was wird an Stelle von Klebefalzen verwendet (Abb. 18)?  
 b) Zeichne auf dem Mantel des Walzenmodells gerade Linien (Mantellinien), miß von einem Kreis bis zum anderen und vergleiche!  
 c) Wie verlaufen die Mantellinien der Walze, wenn man sie mit einer ihrer Kreisflächen auf die waagerechte Tischplatte stellt?

Anmerkung: Das Modell läßt sich leicht herstellen, wenn man den Mantel auf eine runde Medizinflasche aufwickelt und die Grund- und die Deckfläche in der Größe des Grundkreises der Flasche wählt.



Abb. 18

3. Wenn man von dem Pappmodell der Walze eine der beiden Kreisflächen wegläßt, erhält man ein zylindrisches Hohlgefäß.
- a) Zähle solche zylinderförmige Gefäße auf!
- b) Miß beim Litermaß die Höhe des Mantels und den Durchmesser des Grundkreises!
4. Beschreibe Dampfkessel! Ein stehender zylindrischer Wasserkessel ist 1,80 m hoch und faßt 600 l. Wieviel Liter sind noch im Kessel, wenn man am Wasserstandsrohr folgende Höhen abliest:
- a) 90 cm    b) 60 cm    c) 45 cm    d) 30 cm?
5. Im Zentralgaswerk in Leipzig steht ein Gasometer mit der Aufschrift „1 m Höhe = 1 000 m<sup>3</sup>“.
- Berechne seinen Gasinhalt bei einer Standhöhe von
- a) 5 m    b) 6,50 m    c) 7,75 m    d) 8,20 m!
6. Wie unterscheidet sich ein Faß von einer Walze?
7. Eine Anschlagssäule (Litfaßsäule<sup>1)</sup>) ist über dem Sockel 2,80 m hoch und hat einen Umfang von 4,50 m. Wie groß ist die Fläche, die man bekleben kann?
8. Miß den Umfang einer Anschlagssäule mit einer Schnur, schätze die Höhe und berechne die Fläche, die mit Anzeigen beklebt werden kann!

## 25. Kreis und Ellipse

Forme aus Ton oder Plastilina eine Walze! Auch aus Kartoffeln und Rüben kann man leicht Walzen schneiden. Stelle die Walze mit einer ihrer Kreisflächen auf den Tisch!

Schneide den Körper senkrecht durch!

Schneide ihn waagerecht durch!

Schneide ihn schräg durch!

---

1) Nach dem Buchdrucker Ernst Theodor Amandus Litfaß († 1874) in Berlin benannt.

Was für eine Figur ergibt der senkrechte Schnitt? Wodurch unterscheidet sich die schräge Schnittfläche von der waagerechten, der Kreisfläche? Umfahre die schräge Schnittfläche mit einem Bleistift. Die erhaltene Figur heißt **Ellipse**<sup>1)</sup>.

Abb. 19 zeigt, wie eine Ellipse auch als Schattenbild eines Kreises entsteht.

Wie der Gärtner ein Beet von der Form einer Ellipse herstellt, zeigt Abb. 20. Der Punkt in der Mitte zwischen den beiden Pflöcken heißt **Mittelpunkt** der Ellipse.

Beschreibe, wie der Gärtner in Abb. 21 ein kreisförmiges Beet anlegt!



Abb. 19



Abb. 20

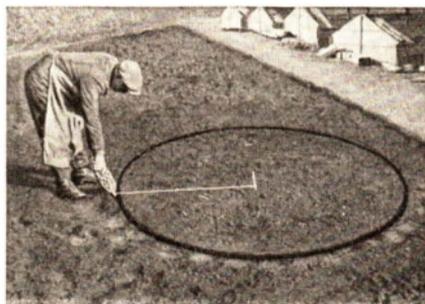


Abb. 21

Zeichne mit Hilfe einer Stecknadel, eines Fadens oder eines Streifens Pappe und eines Bleistiftes einen Kreis ins Heft! Gelingt die Zeichnung stets einwandfrei? Was ist zu beachten? Mit einem Zirkel läßt sich der Kreis leichter und genauer zeichnen. Beschreibe den Zirkel! Zeichne einen Kreis mit dem Zirkel!

Der Punkt, in dem ein Zirkelfuß feststeht, heißt der **Mittelpunkt** des Kreises. Die gezeichnete Linie heißt die **Kreislinie**. Wie weit ist jeder beliebige Punkt der Kreislinie vom Mittelpunkt entfernt?

Zeichne mit Hilfe von zwei Stecknadeln eine Ellipse ins Heft! Verändere den Abstand der beiden Stecknadeln und die Größe der Fadenschlinge und achte auf die Veränderung der Ellipsenform! Was gilt für die Abstände jedes beliebigen Ellipsenpunktes von den beiden Stecknadeln?

1) ellepein (gr.): fehlen.

Die Strecke, die zwei Punkte der Kreislinie oder des **Kreisumfangs** miteinander verbindet und durch den **Mittelpunkt** geht, heißt **Durchmesser** des Kreises. Er ist gleich dem doppelten **Halbmesser** oder **Radius**. In einen Kreis kann eine unbegrenzte Zahl von Durchmessern eingezeichnet werden. Wird ein Kreis um einen Durchmesser zusammengeklappt, so kommen die beiden Halbkreise über dem Durchmesser vollständig aufeinanderzuliegen. Werden zwei Punkte, die aufeinanderliegen, nach dem Aufklappen miteinander verbunden, so steht ihre Verbindungslinie auf dem Durchmesser senkrecht. Man sagt, der Kreis ist, bezogen auf den Durchmesser, achsensymmetrisch.

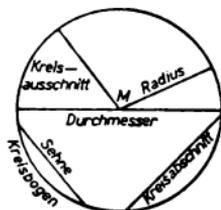


Abb. 22

Die Strecke, die zwei Punkte des **Kreisumfangs** verbindet, nennt man **Sehne**. Ein Teil der Kreislinie heißt **Kreisbogen**. Eine Sehne und ihr zugehöriger **Kreisbogen** bilden den **Kreisabschnitt** (das Segment). Zwei Halbmesser und der zwischen ihnen liegende **Kreisbogen** begrenzen den **Kreis-ausschnitt** (den Sektor) (Abb. 22).

**Der Mittelpunkt** eines Kreises ist von allen Punkten des **Kreisumfangs** gleich weit entfernt. Die Strecken, die diese Entfernungen darstellen, heißen **Radien** (**Halbmesser**).

Der **Kreisabschnitt** wird von einer **Sehne** und einem ihrer zugehörigen **Kreisbögen** begrenzt.

Der **Kreisabschnitt** wird von zwei **Radien** und einem **Kreisbogen** begrenzt.

Der **Kreis** ist, bezogen auf jeden **Durchmesser** als **Achse**, **symmetrisch**.

Die **Ellipse** ist ein schräges **Schattenbild** des **Kreises**.

Die **Ellipse** hat zwei **Symmetriachsen**.

### Aufgaben

1. Stelle auf dem Schulhof mit Hilfe eines Stabes einen **Kreis** her!
2. Zeichne mit dem Zirkel Kreise mit den Radien: 3 cm; 4 cm; 5 cm; 2,4 cm; 3,6 cm; 1,8 cm!
3. Zeichne die Nummernscheibe eines Fernsprechapparates mit Selbstwählereinrichtung!
4. a) Zeichne einen Kreis mit dem Radius 1,8 cm und schneide ihn aus! Ziehe in ihm einen Durchmesser und zerschneide den Kreis längs des Durchmessers! Wie heißen die entstandenen Teile?  
b) Zeichne einen Kreis mit dem Radius 1,8 cm und schneide ihn aus. Ziehe in ihm drei Durchmesser und falte der Reihe nach den Kreis in den Durchmessern zusammen! Was ist festzustellen?

5. Zeichne einen Kreis mit dem Radius 4 cm und schneide ihn aus! Ziehe zwei Durchmesser und zerschneide an ihnen entlang die Kreisfläche! Vergleiche die entstandenen Kreisausschnitte!
6. a) Zeichne eine gerade Linie und stecke auf ihr im Abstand von 8 cm zwei Reißzwecken fest. Lege über ihre Stifte eine Schlinge, deren Faden 18 cm lang ist und zeichne mit einem Bleistift eine Ellipse, indem die Bleistiftspitze am gestrafften Faden entlang geführt wird!
- b) Schneide die Ellipse aus und falte sie längs der zuerst gezeichneten geraden Linie, der Hauptachse, zusammen! Die Hauptachse ist die eine Symmetrieachse der Ellipse.
- c) Falte sie noch einmal so zusammen, daß die Hauptachse halbiert wird und beide Halbachsen aufeinanderliegen! Welchen Winkel bildet die zweite Faltlinie mit der ersten? Die zweite Faltlinie heißt Nebenachse der Ellipse. Die Nebenachse ist die zweite Symmetrieachse der Ellipse. In welchem Punkte schneiden die beiden Achsen einander?
- d) Was wird man unter einem Durchmesser der Ellipse verstehen?
7. Bestimme mit Hilfe eines Lineals und zweier Zeichendreiecke den Durchmesser eines runden Bleistiftes, eines Geldstückes, eines Knopfes, einer Scheibe usf. (Abb. 23)!

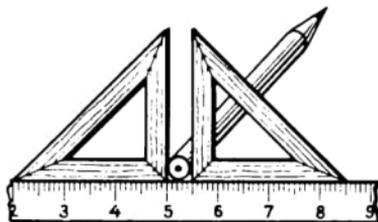


Abb. 23

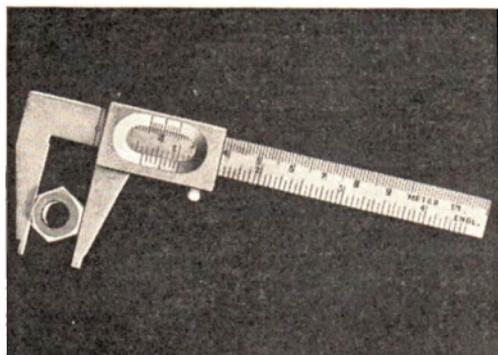


Abb. 24

Die Technik besitzt für diese Aufgabe ein fertiges Gerät, die Schiebe- oder Schublehre (Abb. 24).

Der Abstand der Backen wird durch die Stellung des Nullstriches im Ausschnitt der Hülse an der Linealteilung angegeben. Wenn die beiden Backen einander berühren, zeigt dieser Nullstrich auf den Nullpunkt

der Linealteilung. Das Lineal der abgebildeten Schublehre hat am einen Rand eine Zentimeter-, am andern eine Zollteilung.

8. Schneide einen Kreis aus und teile ihn durch Falten in a) 4, b) 8 gleiche Kreisausschnitte!

9. a) Zeichne einen Kreis mit dem Radius 3 cm! Beschreibe um einen beliebigen Punkt der Kreislinie als Mittelpunkt einen Kreisbogen mit demselben Radius! Nimm einen der auf dem ersten Kreis entstehenden Schnittpunkte als Mittelpunkt eines neuen Kreises derselben Größe usw. (Abb. 25. Verzierung in Form einer Rose: Rosette)! Was beobachtet man? Wo kommen solche Verzierungen vor? Wieviel Symmetrieachsen hat die Rosette?

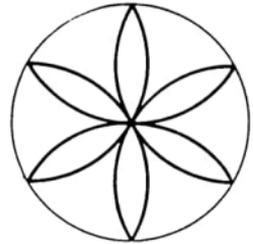


Abb. 25

- b) Verbinde die Spitzen der innerhalb des ersten Kreises entstandenen Rosette durch gerade Linien! Welche Figur wird durch diese Strecken gebildet (Abb. 26)? Vergleiche die Längen der Strecken!

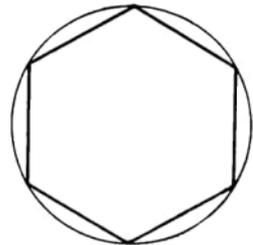


Abb. 26

- c) Zeichne den Querschnitt einer sechseckigen Bienenwabe unter Vermeidung aller entbehrlichen Kreisbögen!

10. Die Abb. 27a bis d zeigen vergrößerte Aufnahmen von Schneekristallen. Welches regelmäßige Vieleck ist in sämtlichen Kristallen geschlossen oder unterbrochen enthalten? Zeichne die Hauptformen der Kristalle mit Zirkel und Lineal vergrößert!



a



b



d



Abb. 27

## Der Kreis und seine Teile als Zierformen in der Baukunst

11. An romanischen Bauten findet man Formen, wie sie die Abb. 28 und 29a und 29b zeigen.

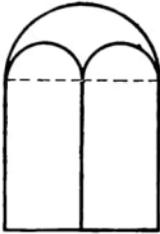


Abb. 28

- a) Zeichne die Formen in doppelter Größe!  
 b) Suche ähnliche Formen an Bauwerken der Heimat und zeichne sie!  
 c) Zeichne die Symmetrieachsen in die Zeichnungen nach den Abb. 28 und 29!

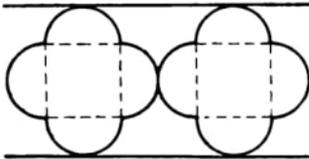


Abb. 29a

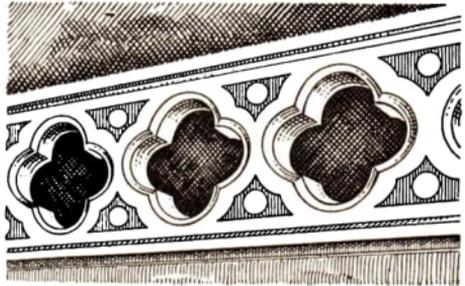


Abb. 29b

12. Die Abb. 30a und 30b bis 33a und 33b zeigen Formen, die an gotischen Bauwerken zu finden sind.

- a) Zeichne die Muster in doppelter Größe in dein Heft!

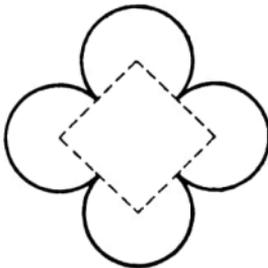


Abb. 30a

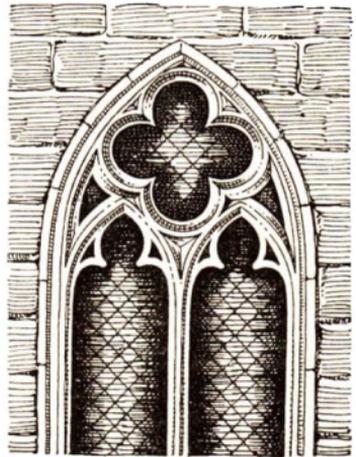


Abb. 30b

Überlege, wie die 6blättrige Rosette zu benutzen ist, um den Kreisumfang in 3 gleiche Teile zu teilen (3teiliges Fischblasenmuster, Abb. 33a)!

b) Suche ähnliche Formen an Bauwerken der Heimat und zeichne sie!

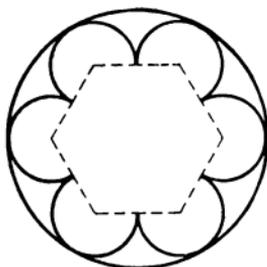


Abb. 31a

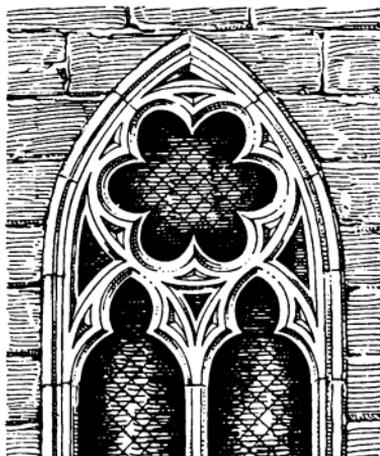


Abb. 31b

c) Zeichne in die Abb.30a und 31a die Symmetrieachsen ein!

13. Teile durch Probieren mit dem Zirkel einen Kreis in

a) 5,    b) 7,

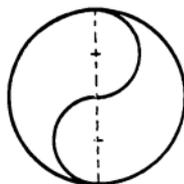


Abb. 32a



Abb. 32b

c) 9 gleiche Kreisausschnitte! Benenne die entstehenden Bruchteile!

Zeichne möglichst genau das regelmäßige Fünfeck, Siebeneck, Neuneck!

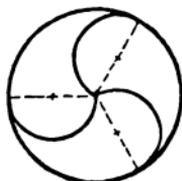


Abb. 33a

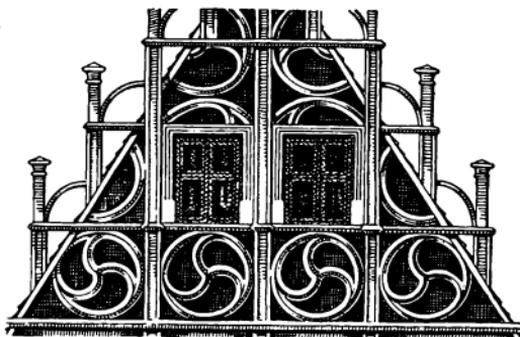


Abb. 33b

- d) Prüfe, ob die Zeichnungen nach Abb. 32a und 33a Symmetrieachsen besitzen!

## X. Der Winkel und sein Maß

### 26. Entstehung und Arten der Winkel

Nenne die Himmelsrichtungen! In welcher Himmelsrichtung verläuft die Straße, in der die Schule liegt? Nach welchen Himmelsrichtungen laufen die Hauptstraßen des Wohnortes? Beobachte kleinere oder größere Unterschiede in der Richtung zweier benachbarter Straßen!

Zwei gerade Linien, die von einem Punkt in verschiedener Richtung ausgehen (Strahlen), bilden einen **Winkel**. Der Ausgangspunkt der Strahlen heißt der **Scheitelpunkt** oder **Scheitel** des Winkels, die Strahlen nennt man seine **Schenkel** (Abb. 34).

Das Zeichen  $\sphericalangle$  wird als „Winkel“ gelesen. Ist  $B$  der Scheitelpunkt des Winkels und werden seine Schenkel durch die (von  $B$  ausgehenden) Strahlen  $BA$  und  $BC$  gebildet, so bezeichnet man diesen Winkel durch  $\sphericalangle ABC$  oder  $\sphericalangle CBA$  und liest dafür „Winkel  $ABC$ “ oder „Winkel  $CBA$ “. Beachte, daß der den Scheitelpunkt des Winkels darstellende Buchstabe stets in der Mitte steht!

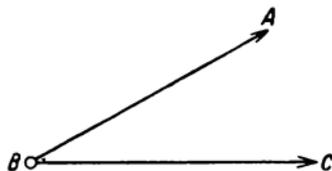


Abb. 34

Oft wird der Winkel mit kleinen griechischen Buchstaben, z. B.  $\sphericalangle \alpha$ ,  $\sphericalangle \beta$ ,  $\sphericalangle \gamma$ ,  $\sphericalangle \delta$  ( $\alpha$ : Alpha,  $\beta$ : Beta,  $\gamma$ : Gamma,  $\delta$ : Delta), bezeichnet.

Beachte: Das Winkelzeichen wird nur in Verbindung mit einer Winkelbezeichnung angewandt.

Verbinde zwei Stäbe gelenkig miteinander wie die Zeiger einer Uhr! Halte einen Stab fest und bewege den anderen um den Drehpunkt, wie es Abb. 35 andeutet! Welche Linie beschreibt der Punkt  $A$  bei einer Umdrehung? Je nach der Größe der Drehung ändert sich der Unterschied in der Richtung beider Strahlen, es entstehen verschiedene Winkel. Abb. 36 gibt an, wie sie benannt werden.

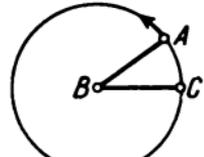


Abb. 35

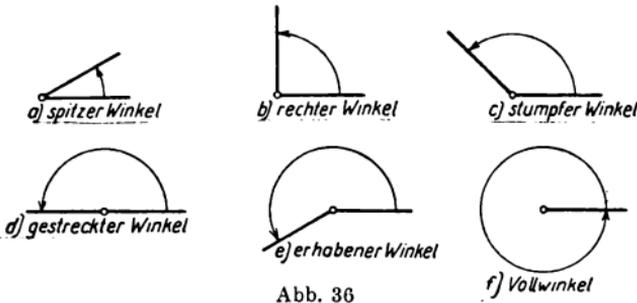


Abb. 36

Vom Quadrat und Rechteck her kennen wir den rechten Winkel. Vergleiche die verschiedenen Arten der Winkel mit ihm!

Beachte, daß der Richtungsunterschied nur von der Größe der Drehung abhängt, nicht aber von der Länge der Schenkel!

Bei vorgeschriebenen Richtungsänderungen, bei Messungen und beim Bauen, reicht die Angabe, ob ein Winkel spitz oder stumpf, ein rechter oder gestreckter, ein erhabener oder ein Vollwinkel ist, nicht aus.

Die volle Umdrehung eines beweglichen Schenkels, der Vollwinkel, bildet die Grundlage für das Winkelmaß. Der Vollwinkel wird in 360 gleiche Teile oder Grade geteilt. Der Grad ( $^{\circ}$ ) hat 60 Minuten ( $'$ ), die Minute 60 Sekunden ( $''$ ). Dem Vollwinkel entspricht die vollständige Kreislinie oder der volle Kreisbogen. Zum Unterschied von Zeitminute und Zeitzekunde wird auch von Winkel-(Bogen-)minute und Winkel-(Bogen-)sekunde gesprochen. Beachte den Unterschied!

Wieviel Grad kommen demnach auf einen rechten Winkel, auf einen gestreckten? Zwischen welchen Maßzahlen liegen die spitzen Winkel, die stumpfen Winkel?

Winkel werden mit dem Winkelmesser (Abb. 37) gemessen. Die Abbildung zeigt die Benutzung des Winkelmessers.

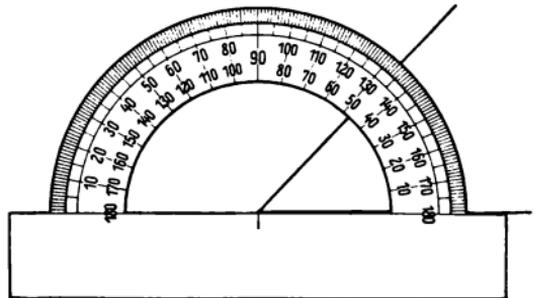


Abb. 37

Die Größe zweier Winkel wird durch Kreisbögen zwischen den beiden Schenkeln der Winkel verglichen. Dazu schlägt man Kreisbögen mit dem gleichen Radius um die Scheitelpunkte der Winkel (Abb. 38).  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DEF$ .

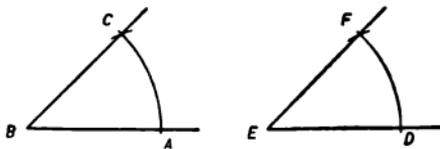


Abb. 38

**Ein Winkel bezeichnet den Richtungsunterschied zweier Strahlen, die von einem Punkt ausgehen. Die beiden Strahlen heißen Schenkel. Ihr Ausgangs- oder Schnittpunkt heißt Scheitel des Winkels.**

**Ein Winkel wird in Grad, Minuten und Sekunden gemessen.**

**Ein Winkel heißt spitz, wenn er kleiner als ein rechter, und stumpf, wenn er größer als ein rechter, aber kleiner als ein gestreckter Winkel ist (s. Abb. 36).**

### Aufgaben

- Wo kommen spitze, wo rechte, wo stumpfe Winkel vor? Führe je 5 Beispiele an!
- Nenne Straßen des Heimatortes, die miteinander a) einen spitzen, b) einen rechten, c) einen stumpfen Winkel bilden!
- Die beiden Zeiger einer Uhr bilden alle möglichen Winkel miteinander.
  - Wieviel Grad überstreicht der große Zeiger in einer Minute? Wieviel in 7, 16, 29, 45, 59 Minuten?
  - Welche Winkel bilden beide Zeiger um 3 Uhr, 5 Uhr, 8 Uhr, 11 Uhr, 3 Uhr 30 Minuten, 7 Uhr 20 Minuten?
  - Wann bilden sie rechte, wann gestreckte Winkel?
- Zeichne mit dem Winkelmesser Winkel von
  - $90^\circ$
  - $45^\circ$
  - $30^\circ$
  - $70^\circ$
  - $18^\circ$
  - $100^\circ$
  - $135^\circ$
  - $120^\circ$
  - $170^\circ$
  - $157^\circ$
  - $270^\circ$
  - $348^\circ$
- Zeichne nach Augenmaß Winkel von a)  $45^\circ$  b)  $30^\circ$  c)  $60^\circ$  d)  $75^\circ$  und e)  $160^\circ$ ! Prüfe mit dem Winkelmesser, um wieviel Grad die Winkel von der verlangten Größe abweichen!
- Zeichne 5 spitze und 5 stumpfe Winkel! Schätze, wie groß sie sind, bestimme dann ihre Größe in Grad!
- Zwei Winkel messen  $48^\circ$  und  $34^\circ$ . Zeichne sie! Zeichne mit dem Winkelmesser den Winkel, der a) die Summe, b) den Unterschied beider darstellt! c) Bilde ihre Summe und ihren Unterschied mit Hilfe des Zirkels! Miß mit dem Winkelmesser nach!

8. Wieviel Minuten sind  $12^\circ 24'$ ;  $36^\circ 47'$ ;  $52^\circ 48'$ ;  $85^\circ 6'$ ;  $112^\circ 25'$ ;  $136^\circ 55'$ ;  $176^\circ 20'$ ;  $46^\circ 17'$ ;  $25^\circ 26'$ ;  $18^\circ 32'$ ?
9. Wieviel Sekunden sind  $7' 24''$ ;  $12' 16''$ ;  $28' 3''$ ;  $48' 32''$ ;  $57' 45''$ ;  $15' 15''$ ;  $43' 15''$ ;  $39' 20''$ ;  $19' 24''$ ;  $37' 6''$ ?
10. Schreibe als Zehnerbruch  $15^\circ 12'$ ;  $34^\circ 15'$ ;  $47^\circ 36'$ ;  $72^\circ 45'$ ;  $95^\circ 48'$ ;  $124^\circ 20'$ ;  $16^\circ 12'$ ;  $28^\circ 18'$ ;  $36^\circ 7'$ ;  $52^\circ 47'$ ! Ordne diese Winkel nach spitzen und stumpfen Winkeln!
11. a)  $17^\circ 42' + 32^\circ 17'$ ;  $29^\circ 24' + 39^\circ 36'$ ;  $45^\circ 45' + 46^\circ 46'$ ,  
b)  $49^\circ 49' - 24^\circ 24'$ ;  $76^\circ 8' - 32^\circ 35'$ ;  $180^\circ - 62^\circ 12'$ .
12. Berechne die Winkel zwischen den einen Kreisabschnitt begrenzenden Radien, wenn der Kreis in 5, 7, 9 gleiche Kreisabschnitte geteilt ist!
13. Berechne die Winkel zwischen den einen Kreisabschnitt begrenzenden Radien, wenn der Kreis in 10, 15 gleiche Kreisabschnitte geteilt werden soll und führe die Zeichnung mit Hilfe des Winkelmessers aus!

## 27. Der Kompaß



Abb. 39

Im Gelände und auf See werden die Himmelsrichtungen sowie die Richtung eines Weges oder der Kurs eines Schiffes (Fahrtrichtung) mit dem **Kompaß**, der in seiner Form einer Uhr ähnelt, festgestellt. Über einer Windrose (Abb. 39) kann sich eine Magnetnadel drehen, die in der Ruhelage ziemlich genau die Nord-Süd-Richtung anzeigt. Schneide einen Kreis aus und falte ihn so, daß eine Windrose entsteht! Gib an, wie der Kompaßkreis durch die Haupt-, Neben- und Zwischenstrahlen der Windrose geteilt wird und wieviel Grad die verschiedenen Winkel haben! Die Richtungen nach Norden, Osten, Süden und Westen geben die Richtungen der Hauptstrahlen an.

## Aufgaben

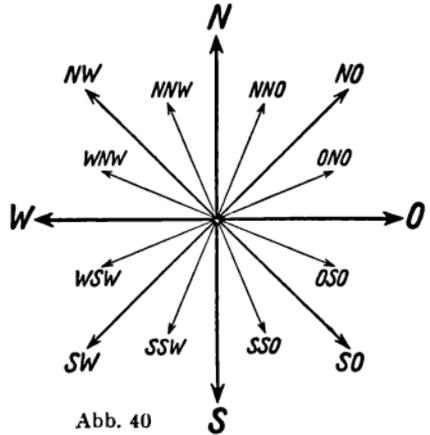


Abb. 40

- Bestimme nach Abb. 40, welche Winkel folgende Himmelsrichtungen miteinander bilden:
  - N und SO, b) NW und NO, c) SO und WSW, d) ONO und OSO, e) WSW und NW, f) S und NNO, g) OSO und WSW!
- Ostwind dreht nach NNO. Wieviel Grad beträgt die Drehung?
  - Ein Schiff fährt in Südrichtung (liegt auf Südkurs, wie der Seemann sagt) und dreht dann um  $45^\circ$  nach Westen. Auf welchem Kurs liegt es jetzt?
- Abb. 41 gibt eine Wegskizze im Maßstab 1 : 100 000 wieder. Beschreibe den Weg von A über B, C und D nach E! Bestimme, wie die Richtung geändert wird und wie groß die einzelnen Wegstrecken sind!
- Eine Gruppe junger Pioniere wandert zunächst 6 km nach O, dann 4 km nach NO und darauf 3 km nach N. Zeichne den Weg im Maßstab 1 : 100 000! Bestimme auch, in welcher Richtung der Ausgangsort vom Endpunkt der Wanderung liegt!
- Zeichne eine Wegskizze a) vom Schulweg, b) von der letzten Schulwanderung!
- Bestimme auf Wanderungen die NS-Richtung mit dem Kompaß! Lege die Wanderkarte so, daß ihre NS-Richtung mit der wirklichen NS-Richtung zusammenfällt! Stelle nach der Karte fest, in welcher Richtung vom eignen Standpunkt (möglichst einem Berge, Turm) Ortschaften, Berge usw. liegen! Miß auch auf der Karte die Winkel, die von den Richtungen zu diesen Punkten mit der NS-Richtung gebildet werden!

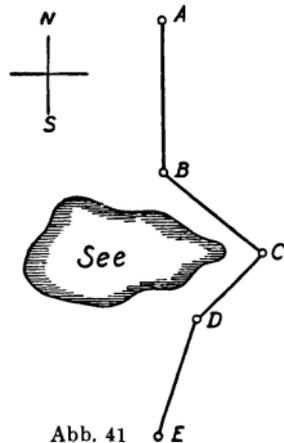


Abb. 41

# F. Pyramide, Kegel und Kugel

## XI. Pyramide und Dreieck

### 28. Die Pyramide

Abb. 42 zeigt eine Pyramide in Ägypten. Auch heute noch findet man die Pyramidenform an Bauwerken, zumeist als Aufsatz an anderen Körpern (Türmen, Dächern, Denkmälern). Ein Beispiel zeigt Abb. 43.

Abb. 44 zeigt das Modell einer quadratischen Pyramide<sup>1)</sup>. Forme sie aus Ton oder schneide sie aus einer Kartoffel aus! Betrachte die Flächen, Kanten und Ecken! Vergleiche die Seitenflächen untereinander und mit der Grundfläche!

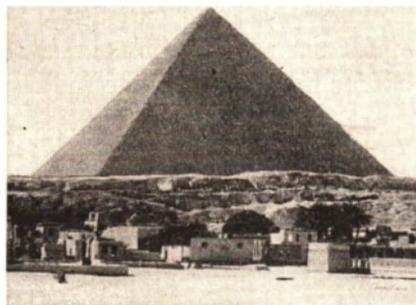


Abb. 42

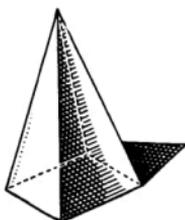


Abb. 44



Abb. 43

1) pyramís (griech. Fremdwort, wahrscheinlich aus dem Ägyptischen).

Gib an, wie die Seitenflächen zur Grundfläche stehen, welche Richtung die Grundkanten, die Seitenkanten haben! Miß mit dem Winkelmesser die verschiedenen Winkel und vergleiche! Betrachte eine Seitenfläche genau! Wieviel Kanten oder Seiten begrenzen das Dreieck? Vergleiche ihre Längen!

**Man nennt Dreiecke mit zwei gleichen Seiten (den Schenkeln) gleichschenkelig. Sind in einem Dreieck alle Seiten gleich, so heißt es gleichseitig.**

Abb. 45 zeigt drei verschiedene Pyramiden; warum werden sie als dreiseitige, vierseitige und sechsseitige Pyramiden bezeichnet?

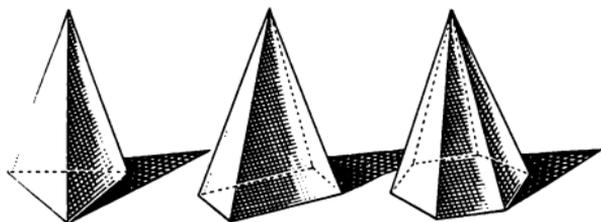


Abb. 45

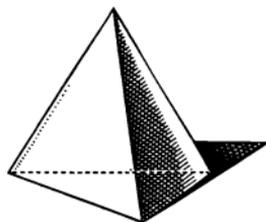


Abb. 46

Pyramiden, deren Grund- und Seitenflächen gleichseitige Dreiecke sind, heißen regelmäßige Vierflächner oder regelmäßige Tetraeder (Abb. 46).

**Die quadratische Pyramide hat als Grundfläche ein Quadrat und als Seitenflächen gleichschenkelige Dreiecke. Das regelmäßige Tetraeder hat als Grund- und Seitenflächen gleichseitige Dreiecke.**

### Aufgaben

Zeichnen des gleichschenkligen und des gleichseitigen Dreiecks

1. Zeichne mit Lineal und Zirkel ein gleichschenkeliges Dreieck, wie es Abb. 47 andeutet (Grundseite 6 cm, Schenkel 7 cm)!

2. Zeichne 6 gleichschenkelige Dreiecke nebeneinander mit der Grundseite 4 cm und den Schenkeln a) 3 cm, b) 4 cm, c) 5 cm, d) 6 cm, e) 7 cm, f) 8 cm!

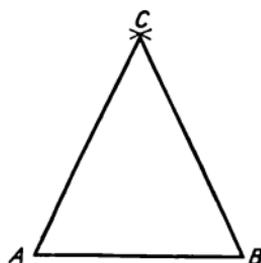


Abb. 47

g) Schneide die gleichschenkligen Dreiecke aus und falte sie so zusammen, daß für jedes Dreieck die Punkte  $A$  und  $B$  übereinanderliegen!

h) Zeichne nach dem Auseinanderklappen den Kniff mit dem Lineal nach! Diese Faltlinie ist die Symmetrieachse des gleichschenkligen Dreiecks. Auf ihr liegt  $C$ .

3. Zeichne die Dreiecke der Aufgabe 2 noch einmal so, daß alle auf derselben Grundlinie stehen! Wo liegen die Spitzen?

4. Zeichne wie in Abb. 48 gleichseitige Dreiecke, deren Seiten

a) 4 cm, b) 6 cm, e) 7,3 cm, d) 8,5 cm lang sind!

e) Schneide ein gleichseitiges Dreieck aus und falte es so zusammen, daß zunächst die Punkte  $A$  und  $B$ , dann  $B$  und  $C$  sowie schließlich  $A$  und  $C$  übereinanderliegen! Wieviel Symmetrieachsen hat das gleichseitige Dreieck?

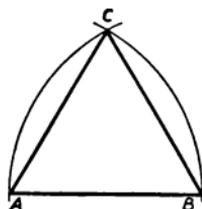


Abb. 48

5. a) Zeichne das Netz einer quadratischen Pyramide mit der Grundkante 4 cm und Seitenkante 6 cm! Beginne mit der Grundfläche und zeichne an jede Quadratseite eine Seitenfläche!

b) Zeichne ein zweites Mal das Netz der gleichen Pyramide so, daß zwei Seitenflächen immer eine Seitenkante gemeinsam haben!

c) Falte in beiden Fällen das Netz zum Modell! Wie geht es leichter?

d) Zeichne eine Seitenfläche der Pyramide mit der Grundkante 4 cm und der Seitenkante 6 cm, schneide sie aus und lege sie der Reihe nach auf die vier Seitenflächen des Netzes der quadratischen Pyramide! Was ist festzustellen?

6. a) Wie groß ist die Summe aller Kanten der in Aufgabe 5 hergestellten Pyramide?

b) Miß mit dem Winkelmesser alle Winkel! Wieviel Winkel sind einander gleich?

7. Stelle aus Stäben das Kantengerüst einer quadratischen Pyramide her (Grundkante 9 cm, Seitenkante 16 cm)! Stelle es auf zwei nebeneinanderliegende Bücher, die eine Lücke lassen, und laß ein

Lot von der Spitze in die Lücke hängen! Miß am Lot die Höhe der Pyramide!

Anmerkung: Verwechsele nie die Höhe der Pyramide mit der Seitenkante!

8. Verfahre noch zweimal wie in Aufgabe 7, mache die Seitenkanten aber einmal 24 cm, das andere Mal 12 cm lang!
  - a) Stelle jedesmal die Höhe der Pyramide fest!
  - b) In welchem Falle verlaufen die Seitenkanten und Seitenflächen steiler?
9. Eine quadratische Pyramide soll durch einen ebenen Schnitt in spiegelgleiche Hälften zerlegt werden. Wie kann es geschehen? Beschreibe die Teile!
10. Stelle das Netz eines regelmäßigen Vierflächners aus einem großen gleichseitigen Dreieck durch geeignetes Falten her! Klappe die Teildreiecke so zusammen, daß sie das mittlere Dreieck vollständig bedecken!

## 29. Dreiecke an alten und neuen Bauten

Zeichne nach den Abb. 49a und 49b die Giebelseiten zweier Fachwerkhäuser mit dem Fachwerkmuster, nach Abb. 50 die Brücke sowie nach Abb. 51 den Dachstuhlbinder in doppelter Größe in das Heft! Die Balken-



Abb. 49a



Abb. 49b

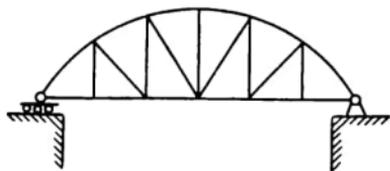


Abb. 50

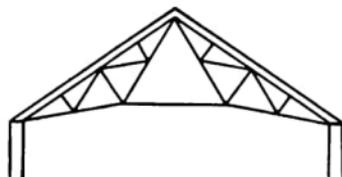


Abb. 51

konstruktion eines Dachstuhles wird als Dachbinder bezeichnet. In leeren Scheunen sind die Dachstuhlbinders besonders leicht zu erkennen.

Miß die Seiten und Winkel der gezeichneten Dreiecke in Abb. 50 und 51!

Sind in einem Dreieck alle Winkel spitz, so heißt es spitzwinklig, ist ein Winkel ein rechter, so heißt es rechtwinklig und ist ein Winkel ein stumpfer, so heißt es stumpfwinklig.

Suche rechtwinklige Dreiecke in Abb. 50 und 51!



Abb. 52

Tempel des griechischen und römischen Altertums zeigen Giebel mit stumpfen Winkeln (Abb. 52). Enthält Abb. 51 auch stumpfwinklige Dreiecke? Suche sie auf!

In bezug auf die Seiten werden Dreiecke gleichseitig, gleichschenkelig, ungleichseitig genannt, je nachdem sie drei gleiche, zwei gleiche, nur ungleiche Seiten enthalten.

In bezug auf die Winkel werden Dreiecke spitzwinklig, rechtwinklig, stumpfwinklig (Abb. 53) genannt, je nachdem sie drei spitze Winkel, einen rechten Winkel, einen stumpfen Winkel enthalten.

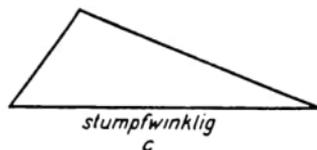
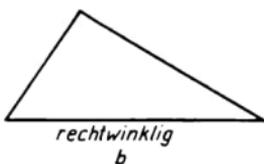
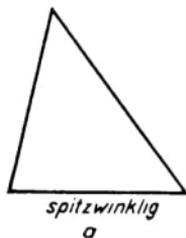
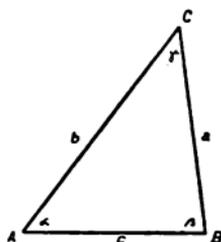
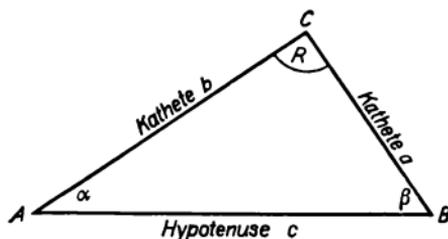
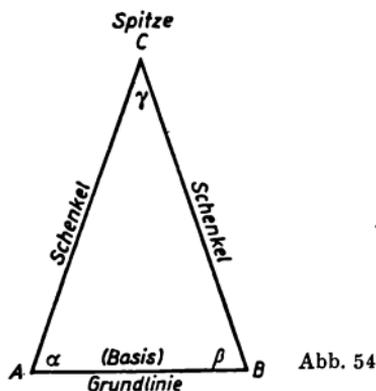


Abb. 53

Wie die Seiten und Winkel im gleichschenkligen, im rechtwinkligen und im ungleichseitigen Dreieck bezeichnet werden, zeigen die Abb. 54, 55 und 56.

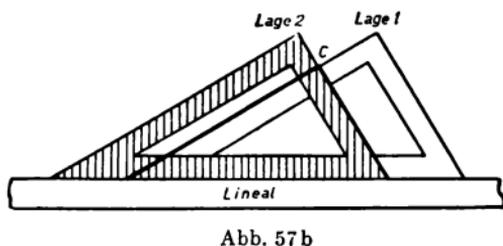
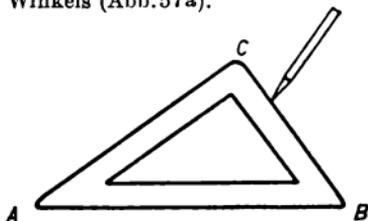


Schneide Dreiecke mit gleichen Seiten und Winkeln aus und lege sie aufeinander! Was ist zu beobachten? Die Dreiecke überdecken sich vollständig. Sie heißen **deckungsgleich** oder **kongruent**.<sup>1)</sup>

### Aufgaben

1. Zeichne von den verschiedenen Arten der Dreiecke je eines!
2. Zeichne mit Lineal und Zeichendreieck ein rechtwinkliges Dreieck, in dem a) eine Kathete 3 cm, die andere 4 cm, b) beide Katheten 5 cm lang sind! Wie kann man das letzte Dreieck nennen?

Anmerkung: Zeichnet man mit dem Bleistift um den rechten Winkel des Zeichendreiecks herum, so erhält man keinen einwandfreien Scheitelpunkt des rechten Winkels (Abb. 57a).



Wie das Zeichendreieck richtig benutzt wird, zeigt Abb. 57b. In Lage 1 wird die linke Kathete des Zeichendreiecks durch den Punkt C gelegt und der Bleistift an ihr über den Punkt C hinaus geführt. Die stark gezeichnete Linie deutet den Bleistiftstrich an.

1) congruere (lat.): übereinstimmen.

Am Lineal wird das Zeichendreieck so weit verschoben, bis in der Lage 2 die rechte Kathete durch den Punkt  $C$  hindurchgeht. In dieser Stellung wird die rechte starke Linie durch den Punkt  $C$  gezeichnet. Im Punkt  $C$  entsteht ein einwandfreier Scheitelpunkt des rechten Winkels.

3. Versuche, ein rechtwinkliges Dreieck a) mit 2, b) mit 3 rechten Winkeln zu zeichnen!
4. Ein gleichschenkliges Dreieck ist zu zeichnen, in dem a) die Grundlinie 4 cm, die Schenkel 6 cm, b) die Grundlinie 5,8 cm, die Schenkel 3,8 cm lang sind!
5. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Winkel an der Spitze a)  $43^\circ$ , b)  $75^\circ$ , c)  $134^\circ$  beträgt! Die Schenkel sollen jedesmal 4,8 cm lang sein. Beginne mit dem gegebenen Winkel!
6. Zeichne Giebel nach folgenden Angaben im Maßstab 1 : 200!
 

Winkel an der Spitze	50°	60°	75°	110°	130°
Schenkel	8 m	9,7 m	10 m	12 m	15 m
7. Fabrikhallen, vor allem Spinnereien und Webereien, besitzen oft Scheddächer (sägeförmige Dächer) (Abb. 58), deren Giebel oft rechtwinklige Dreiecke sind.

Zeichne am Giebel rechtwinklige dreigliedrige Scheddächer nach folgenden Angaben im Maßstab 1 : 100:

Kathete a: 4 m, 3 m, 3,5 m, 5 m

Kathete b: 9 m, 4,5 m, 11 m, 12 m!

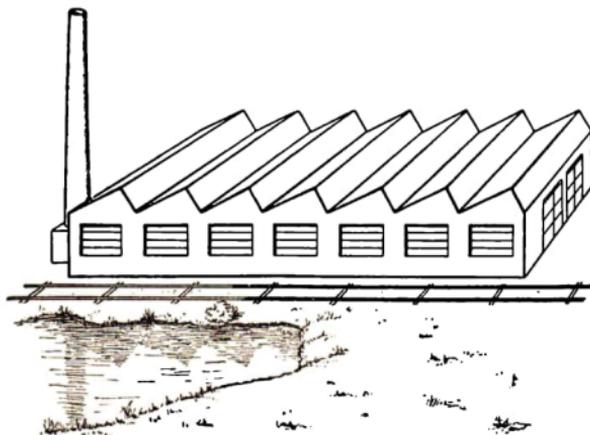


Abb. 58

8. Fachwerkbauten sind häufig durch Schnitzereien reich verziert. Abb. 59a zeigt als Muster einer solchen Schnitzerei ein Stern-

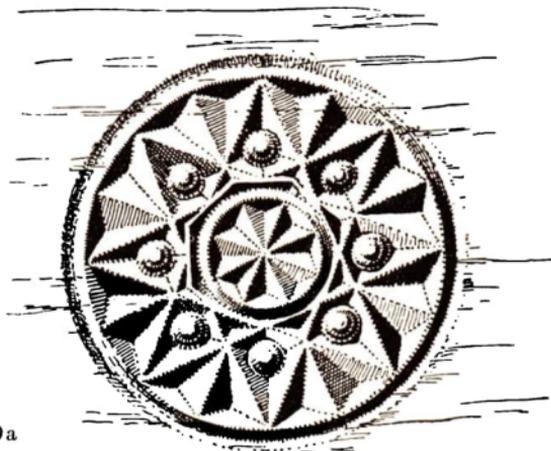


Abb. 59a

achteck. Um es zu zeichnen, teile den Kreisumfang durch 4 Durchmesser als Hilfslinien in 8 gleiche Teile! Welchen Winkel bilden zwei benachbarte Durchmesser miteinander? Bezeichne die Teilpunkte wie in Abb. 59b durch Nummern und verbinde sie in der

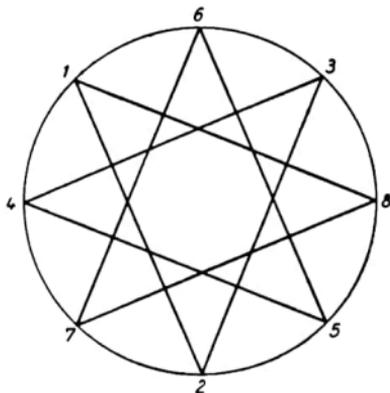


Abb. 59b

dadurch festgelegten Reihenfolge miteinander! Suche in der Figur gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke und bezeichne ihre Ecken mit großen lateinischen Buchstaben!

9. Teile die Kreislinie nach Aufgabe 12, Seite 80, in 5 gleiche Teile und zeichne ein Sternfünfeck! Was für Dreiecke treten dann auf?

## XII. Pyramidenstumpf und Trapez

### 30. Der Pyramidenstumpf

Zu welchem geometrischen Körper kann man die Außenleuchte in der Abb. 60 ergänzen?



Abb. 60



Abb. 61

Forme eine quadratische Pyramide aus Ton oder aus einer Kartoffel! Stelle sie aufrecht auf den Tisch und schneide durch einen waagrecht geführten Schnitt die Spitze ab! Den Restkörper bezeichnet man als **Pyramidenstumpf** (Abb. 62).

Grund- und Deckfläche des Pyramidenstumpfes nennt man **gleichlaufende** oder **parallele Flächen**. Sie bleiben auch dann parallel, wenn man den Körper auf eine schräge Unterlage stellt. In jeder Seitenfläche sind auch die waagerechten Kanten parallel. Miß die Länge der Seitenkanten! Zu was für einer Figur kann man jede Seitenfläche ergänzen? Man nennt die Seitenflächen **Trapeze**<sup>1)</sup>; die gegenüberliegenden, hier gleich langen, aber nicht parallelen Seiten sind seine **Schenkel**. Auch der Tragkorb in Abb. 61 hat als Seitenwände gleichschenklige Trapeze.

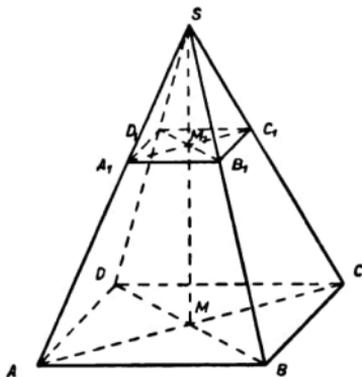


Abb. 62

Umfahre eine Seitenfläche des Pyramidenstumpfes mit dem Bleistift, schneide den Umriß aus und lege ihn nacheinander auf die übrigen Seitenflächen! Was ist zu beobachten? Die Seitenflächen sind **deckungsgleich** oder **kongruent**.

**Grund- und Deckfläche des quadratischen Pyramidenstumpfes sind parallele (gleichlaufende) Quadrate von verschiedener Größe.**

**Die Seitenflächen des quadratischen Pyramidenstumpfes sind deckungsgleiche Trapeze mit gleich langen Schenkeln.**

**Ein Trapez ist ein Viereck mit nur zwei parallelen Seiten.**

1) trapeza (griech.): Tisch.

## Aufgaben

1. Nenne Körper, die die Form eines Pyramidenstumpfes haben!
2. a) Fertige aus Ton oder aus einer Kartoffel das Modell eines Pyramidenstumpfes, lege es auf eine Seitenfläche und umfahre diese mit dem Bleistift! Drehe den Körper, ohne ihn vom Blatt abzuheben, um eine Seitenkante auf die nächste Seitenfläche, umfahre auch diese und fahre so fort, bis die vier Seitenflächen oder der Mantel des Pyramidenstumpfes in das Zeichenblatt umgeklappt gezeichnet sind!  
 b) Zeichne nun über einem Paar gleichlaufender Seiten die Quadrate! Damit ist der Mantel des Körpers zum Netz ergänzt (Abb. 63).  
 c) Versieh das Netz mit Klebefalzen, schneide es aus, falte es passend und klebe es zum Modell des Pyramidenstumpfes zusammen!

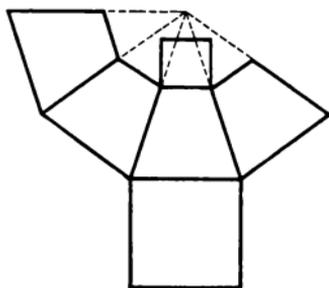


Abb. 63

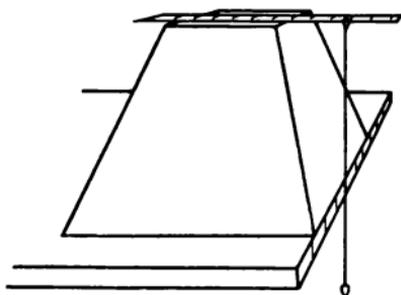


Abb. 64

3. Verfahre wie in Aufgabe 2, um a) einen kleinen Papierkorb, b) eine Papierlaterne von der Gestalt eines Pyramidenstumpfes herzustellen!
4. Stelle aus Stäbchen das Kantenmodell eines Pyramidenstumpfes her! Verbinde in den quadratischen Flächen je zwei nicht benachbarte Ecken durch Diagonalen (Abb. 62)! Zwischen welchen Punkten kann die Höhe des Körpers gemessen werden?
5. Stelle das aus Ton oder einer Kartoffel geformte Modell des Pyramidenstumpfes an die Tischkante! Lege ein Lineal auf die Deckfläche und miß mit Hilfe eines Lotes die Höhe des Körpers (Abb. 64)!

6. Durchschneide das Modell des Pyramidenstumpfes durch ebene Schnitte, die a) waagerecht, b) senkrecht, c) schief geführt werden! Beschreibe jedesmal die Schnittfläche!

### 31. Das Trapez

Nenne an dem Handwagen in Abb. 65 die viereckigen Flächen, bei denen ein Paar Seiten gleichlaufend sind!

Führe andere Beispiele aus der Umgebung an!

Schneide aus einem Papierstreifen durch Schnitte in verschiedener Richtung Trapeze aus!

Miß die Winkel und vergleiche sie!

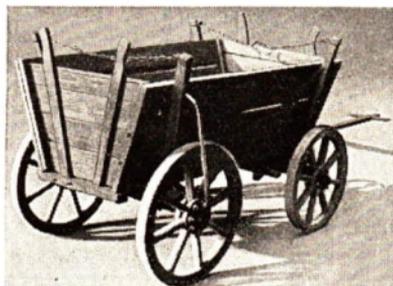


Abb. 65

Die parallelen (gleichlaufenden) Seiten des Trapezes heißen Grundseiten, die anderen heißen Schenkel, der Abstand der Grundseiten heißt Höhe (Abb. 66a). Das gleichschenklige Trapez hat gleich lange Schenkel und gleiche Winkel an jeder Grundseite (Abb. 66b). Das rechtwinklige Trapez hat zwei rechte Winkel (Abb. 66c).



Abb. 66

Anmerkung: Parallele Geraden werden mit Zeichendreieck und Lineal nach Abb. 67 gezeichnet. Dazu wird eine Seite des Zeichendreiecks an die Gerade  $AB$  gelegt und das Lineal an eine der anderen Seiten (Lage 1). Das Zeichendreieck wird dann längs des Lineals so weit verschoben, bis die erste Seite durch den Punkt  $P$  geht (Lage 2), durch den die parallele Gerade gezeichnet werden soll.

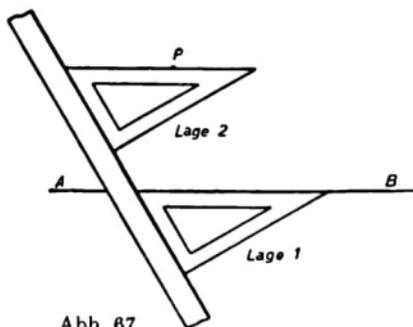


Abb. 67

## Aufgaben

1. Zeichne **a)** ein gleichschenkliges, **b)** ein rechtwinkliges, **c)** ein ungleichschenkligschiefwinkliges Trapez!
2. Zeichne ein gleichschenkliges Trapez und schneide es aus! Falte es zusammen wie in Abb. 68a und breite es dann wieder auseinander (Abb. 68b)!

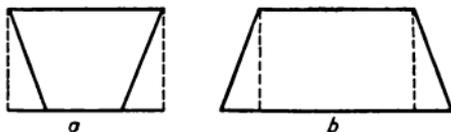


Abb. 68

- a) Was für Winkel bilden die Faltnlinien mit den Grundlinien?
  - b) Was für Figuren entstehen durch das Falten?
  - c) Schneide die entstandenen Dreiecke ab und lege sie aufeinander!
  - d) An welchen Linien kann man die Höhe des Trapezes messen?
3. Zeichne ein gleichschenkliges Trapez mit den Grundseiten 5 cm und 7 cm und der Höhe 4 cm!

Anleitung: Zeichne zunächst mit Hilfe des Zeichendreiecks ein Rechteck, wie es in Aufgabe 2 durch Falten gefunden ist! Wie lang muß dann die zweite Kathete eines jeden der anzufügenden Dreiecke sein? Schreibe zum Schluß an Grundseiten und Höhe die gegebenen Längen!

4. In einer Stellmacherei werden Handwagen hergestellt, deren trapezförmige Einsätze folgende Maße haben:

	a)	b)	c)	d)
Obere Kante	90 cm	75 cm	60 cm	55 cm
Untere Kante	50 cm	45 cm	40 cm	45 cm
Höhe	50 cm	40 cm	30 cm	30 cm

Zeichne die Teile im Maßstab 1 : 10!

5. In einer Straße werden die Laternen von der Form wie in Abb. 60 mit Glas versehen. Es gelten folgende Maße:

kleine Grundseite	25 cm
große Grundseite	35 cm

Höhe der Seitenfläche des Stumpfes ..... 35 cm  
 Seitenkante der aufgesetzten Pyramide ..... 20 cm

Zeichne das Netz des Beleuchtungskörpers, versieh es mit Klebefalzen und füge es zum Modell zusammen!

6. Fertige Modelle für folgende Pyramidenstümpfe:

lange Grundkante .....	5 cm	6,5 cm	7 cm
kurze Grundkante	3 cm	4,0 cm	6 cm
Höhe der Seitenfläche	4 cm	5,0 cm	3 cm!

7. Der Querschnitt durch einen Eisenbahndamm ist häufig ein gleichschenkliges Trapez. Abb. 69 gibt die Bezeichnungen an. Stelle durch eine Zeichnung in geeignetem Maßstab die nicht gegebenen Größen fest, wenn bekannt sind: a) Dammsohle 13 m, Dammkrone 4 m, Dammhöhe 3,4 m, b) Dammsohle 15 m, Böschungslänge 6 m, Böschungswinkel  $42^\circ$ !

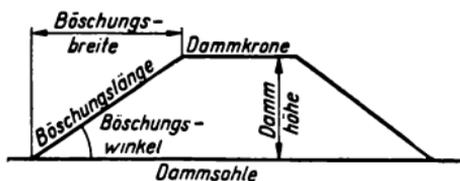


Abb. 69

8. Gräben und Kanäle werden so angelegt, daß die Böschungslängen und -winkel auf beiden Seiten gleich sind (Abb. 70). Zeichne in ge-

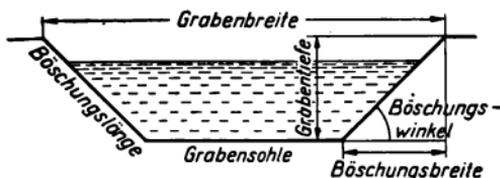


Abb. 70

eignetem Maßstab den Querschnitt durch einen Graben nach folgenden Angaben und entnimm der Zeichnung die Größe der übrigen Stücke!

- a) Grabenbreite 5,4 m, Grabentiefe 2,6 m, Böschungslänge 3,2 m,  
 b) Grabensohle 3,2 m, Grabentiefe 2,2 m, Böschungswinkel  $52^\circ$ .

### XIII. Kegel, Kegelstumpf und Kugel

#### 32. Der Kegel



Abb. 71

Der Kreisel in Abb. 71 hat in seinem unteren Teil die Gestalt eines Kegels. Dieselbe Form hat auch die Zuckertüte der Schulanfänger. Wo kann man Körper dieser Form noch beobachten? Schneide die Blumentüte (Abb. 72) bis zur Spitze auf und breite das Papier auf dem Tisch aus! Welche Gestalt hat die Fläche?

Abb. 73 zeigt das Netz des Kegels.

Es besteht aus einer Kreisfläche und einem Kreisabschnitt, dessen Bogen ebenso groß ist wie der Umfang des Kreises.



Abb. 72

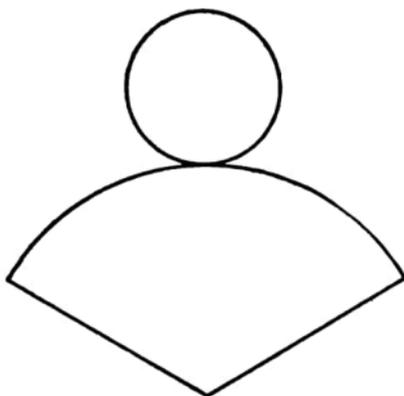


Abb. 73

Der Kegel steht auf einer Kreisfläche.  
Seine Seitenfläche (der Mantel) ist gekrümmt und endet in einer Spitze.  
Der Mantel des Kegels läßt sich zu einem Kreisabschnitt abwickeln.  
Liegt die Spitze senkrecht über dem Mittelpunkt der Kreisfläche, so heißt der Kegel gerade, ist das nicht der Fall, so heißt er schief.

**Aufgaben**

1. Nenne Gegenstände, die die Form eines Kegels haben!
  2. Forme einen Kegel aus Ton! Achte darauf, daß die Spitze senkrecht über der Mitte der Grundfläche liegt; sonst erhält man anstatt eines geraden einen schiefen Kegel!
    - a) Lege das Lineal an den Mantel des Kegels und zeichne gerade Linien (Mantellinien)!
    - b) Vergleiche die Länge verschiedener Mantellinien!
    - c) Ermittle die Höhe des Kegels! (Denke an die Bestimmung ihrer Größe!)
    - d) Zerschneide den Kegel durch einen Schnitt, der senkrecht zur Grundfläche verläuft und durch die Spitze geht! Beschreibe die Schnittfläche und miß ihre Winkel!
  3. Über ein und demselben Grundkreis stehen verschieden hohe Kegel. Wie ändert sich die Richtung der Mantellinien? Bei welcher Körperform stehen sie senkrecht zur Grundfläche?
  4. Zeichne einen Kreis von 10 cm Durchmesser und in ihm zwei beliebige Radien! Zerschneide ihn längs der Radien, versieh jeden der beiden Kreisabschnitte mit Klebefalzen und klebe jeden zum Kegelmantel zusammen! Stelle für jeden Mantel durch Probieren den Radius des zugehörigen Grundkreises fest und vervollständige beide Mäntel zu Kegeln!
- Anmerkung: Wie die Radien der Grundkreise genau festgestellt werden, lernen wir erst später.
5. Stelle beide Kegel (Aufgabe 4) auf ihre Grundflächen und vergleiche a) ihre Höhen, b) ihre Mantellinien, c) ihre Grundflächen! d) Fülle beide Kegel (am besten die zusammengeklebten Kegelmäntel) mit Sand und stelle mit der Waage oder dem Meßzylinder fest, welcher den größeren Rauminhalt hat!
  6. Klebe zwei Kegelmodelle, die gleiche Grundflächen haben, mit ihren Grundflächen aneinander! Es entsteht ein Doppelkegel. Beschreibe den Doppelkegel!
  7. Ein runder Pfahl soll in den Boden eingeschlagen werden; wie geht es leichter? Aus welchen beiden Körpern kann man sich den mit einer Spitze versehenen Pfahl zusammengesetzt denken?



Abb. 74

Führe andere Beispiele an, bei denen ein Kegel zweckmäßig die Spitze bildet!

8. Stelle in Anlehnung an Abb. 74 ein Modell des gezeigten Turmes her! Beginne mit dem Dach!

### 33. Der Kegelstumpf

Zu welcher Körperform können die Eimer in Abb. 75 und der untere Teil des Hyazintheneglases in Abb. 72 ergänzt werden?



Abb. 75

Forme einen Kegel aus Ton, stelle den Kegel aufrecht auf den Tisch, fertige aus Papier seinen Mantel und lege ihn um den Körper! Schneide durch einen waagrecht geführten Schnitt die Spitze ab! Den Restkörper bezeichnet man als **Kegelstumpf** (Abb. 76). Beschreibe Gestalt und Lage der Grund- und Deckfläche! Lege das Lineal an die Mantelfläche des Restkörpers, zeichne eine gerade Linie (Mantellinie), schneide den Mantel längs der Linie auf und breite ihn in der Ebene aus (Abb. 77)!

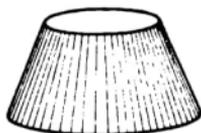


Abb. 76

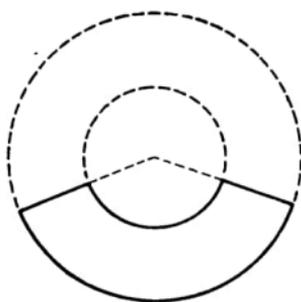


Abb. 77

Grund- und Deckfläche des Kegelstumpfes sind gleichlaufende (parallele) Kreisflächen verschiedener Größe.

Die Mantelfläche des Kegelstumpfes ist gekrümmt. Breitete man sie in eine Ebene aus, dann erhält man einen Ausschnitt aus einem Kreisring.

## Aufgaben

1. Nenne Körper von der Form eines Kegelstumpfes!
2. Nimm die aus Ton geformten Kegelstümpfe, stelle sie auf die Grundfläche und zerschneide sie **a)** durch senkrechte Schnitte, **b)** durch waagerechte Schnitte in verschiedener Höhe! Beschreibe die Schnittflächen!
3. Zeichne einen Kreisring und zerschneide ihn durch 2 zum gemeinsamen Mittelpunkt der Kreise geführte Schnitte in 2 Teile! Füge jeden dieser Teile zum Mantel eines Kegelstumpfes zusammen! Stelle für jeden Mantel die Halbmesser der zugehörigen Grund- und Deckkreise fest, zeichne die Kreise, versieh sie mit Klebezacken und füge Mäntel und Kreisflächen zu Kegelstümpfen zusammen!
4. Stelle beide Kegelstümpfe auf ihre Grundflächen und vergleiche **a)** ihre Höhen, **b)** ihre Mantellinien, **c)** ihre Grundflächen! **d)** Klappe die Deckflächen wieder auf, fülle die Körper mit Sand und stelle mit Hilfe einer Waage oder eines Meßglases fest, welcher von beiden den größeren Rauminhalt hat! (Vgl. Anmerkung zu Abschnitt 32, Aufgabe 4.)
5. Stelle einen Lampenschirm nach Abb. 78 her!
6. Versuche eine Milchkanne nach Abb. 79 aus Papier zu kleben! Beginne mit dem kegelstumpfförmigen Teil!
7. Stelle aus Papier das Modell einer kegelstumpfförmigen Schüssel her (Abb. 80), wie sie zum Einrühren des Kuchenteiges verwendet wird!
8. Beschreibe einen Trichter und stelle aus Papier ein Modell von ihm her!



Abb. 78



Abb. 79



Abb. 80



Abb. 81

9. Bei dem abgebildeten Meßtrichter (Abb. 81) geben die Zahlen das Gewicht in Gramm an.
- Bei der Teilung für Mehl kann man 3 Teilstriche für 150 g, 200 g und 250 g erkennen. Warum ist der Abstand von 200 g bis 250 g kleiner als der von 150 g bis 200 g?
  - Wie unterscheiden sich die Teilungen des Meßtrichters von denen eines Meßzylinders?
  - Warum fehlt beim Meßtrichter die Kegelspitze?

### 34. Die Kugel

Welche Form nehmen frei schwebende Seifenblasen an? Versuche einen Gummiball in Papier einzuwickeln, ohne das Papier zu falten! Warum gelingt es nicht? Im Altertum galt die Kugel als das Sinnbild der Vollkommenheit und Ebenmäßigkeit. Warum wohl? Denke an das Aussehen der Kugel und an ihre Krümmung! Schneide einen Halbkreis aus Pappe, befestige ihn längs des Durchmessers an einem Holzstäbchen! Versetze das Holzstäbchen mit dem Halbkreis zwischen beiden Händen in schnelle Drehung! Was glaubt man zu sehen? Was folgt daraus über die Entfernung der Punkte auf der Oberfläche der Kugel vom Mittelpunkt?

**Alle Punkte einer Kugel sind von ihrem Mittelpunkt gleich weit entfernt. Die Oberfläche der Kugel ist gleichmäßig gekrümmt und weist weder Kanten noch Ecken auf. Die Kugelfläche läßt sich nicht in eine ebene Fläche verbiegen oder abwickeln.**

### Aufgaben

- Stelle eine Kugel aus Ton her und zerschneide sie durch beliebig geführte ebene Schnitte! Welche Form haben alle Schnittflächen?
- Die Blase eines Fußballes ist meist aus 4 gleichen ebenen Teilen zusammengeklebt, die von zwei Kreisbögen begrenzt sind (Abb. 82). Lege die zusammengefaltete Blase auf ein Blatt Papier, umfahre sie mit dem Bleistift und stelle 4 solcher Teile her! Versieh sie mit Klebezacken und klebe sie zusammen! Gibt das eine Kugel?



Abb. 82

3. a) Wodurch kann man erreichen, daß die Kugelgestalt besser herauskommt?  
 b) Stelle aus Ton eine Kugel von der Größe eines Apfels her!  
 c) Zerschneide die Kugel durch zwei aufeinander senkrecht stehende, ebene Schnitte, die durch den Mittelpunkt der Kugel geführt werden! In wieviel Teile ist die Kugel dadurch zerlegt?  
 d) Halbiere jeden dieser Teile durch einen ebenen Schnitt längs des Durchmessers!  
 e) Lege um die gekrümmte Fläche eines solchen Teiles ein Stück Papier und umfahre den Rand des Kugelzweiecks mit dem Bleistift!  
 f) Stelle 8 solcher Kugelzweiecke her, versieh sie mit Klebefalzen und füge sie zusammen!  
 g) Nähert sich das aus 8 Teilen hergestellte Modell besser einer Kugel als das aus 4 Teilen? (Vgl. Aufgabe 2!)

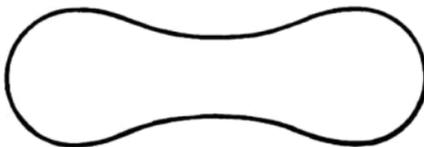


Abb. 83



Abb. 84

4. Tennisbälle sind nur aus 2 Teilen hergestellt, deren Gestalt Abb. 83 zeigt. Schneide zwei solcher Teile aus Stoff, gib ringsherum für die Naht 2 mm zu und stelle einen Ball her!
5. Faust- und Fußbälle sind aus 12 Teilen zusammengesetzt (Abb. 84). Lege ein Blatt festes Papier auf einen solchen Teil und zeichne ihn nach! Stelle aus 12 solchen Teilen ein Kugelmodell her!
6. In der Schulsammlung befindet sich ein Globus, der aus dem Modellbogen des Volk und Wissen Verlages (Bestellnummer 10 050) hergestellt ist. Prüfe, wieviel ebene Flächen diesen Globus bilden!



Abb. 85

Die Vorlagen zu den Abbildungen stammen von Pressefoto Röhnert, Berlin (15, 16, 71, 82, 83); Deutscher Bauernverlag, Berlin (17, Bauernbild); K. Knoch, Schneekristallformen. Naturwissenschaften 18 (1930), Heft 11, S. 244-246 (27); Illus, Berlin (42, 49a, 49 b, 52, 58, 74); Bildstelle des Volk und Wissen Verlages (7, 8a, 10, 11, 13, 19, 20, 21, 24, 43, 60, 61, 65, 72, 75, 79, 80, 84, 85).

