5

Rechnen, Messen, Konstruieren

RECHNEN
MESSEN
KONSTRUIEREN

FÜNFTES SCHULJAHR

Ausgabe 1957

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1957

Der Teil A und das Kapitel 28 wurden von Dr. Gustav Beyrodt verfaßt,
der Teil B (außer Kapitel 28) von Dr. Helmut Klein
und der Teil C von Max Heinemann und Karl Pietzker.
Dieses Lehrbuch stellt eine Überarbeitung der Ausgabe 1955 dar.
Zur inhaltlichen Gestaltung trugen eine große Zahl von Fachkommissionen
Pädagogischer Kreiskabinette und viele Lehrer bei.
Zeichnungen: Kurt Dornbusch
Umschlaggestaltung: Heinz Unzner

Redaktionsschluß: 1. März 1957

Bestell-Nr. 00 504-1 · 2.— DM · Lizenz Nr. 203 · 1000-V-0056 46-II (SN)
Satz: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)
Druck: Karl-Marx-Werk, Pößneck, V 15/30

INHALTSVERZEICHNIS

A. Arithmetik

B. Geometrie

A. Arithmetik

I. Wiederholungsübungen aus dem 4. Schuljahr

1. Der Zahlbereich bis zu den Millionen

1. Lies die folgenden Zahlen!

a)	b)	c)	d)
421 000	735 261	9 740 004	303 303
607 755	63 747	87 638	445 010
2 708 000	3 017 005	5 807 500	9 023 409
6 283 245	8 316 861	1 101 101	4 192 536

2. Schreibe die folgenden Zahlen in Ziffern!

Dreiundsechzigtausendsiebenhundertfünf, siebentausendneunhundertsiebenundachtzig, vierhundertdreiundzwanzig, vier Millionen sechshunderttausendzweihundertfünfzehn, sechshunderteinundachtzigtausendfünfhundertachtundvierzig, vier Millionen sechzigtausenddreiundvierzig, vier Millionen sechstausenddreihundertvierzig, achthunderteinundzwanzigtausend, neunundachtzigtausendvierundvierzig, drei Millionen sechsundsiebzigtausendvierhundert, drei Millionen sechshundertsiebzigtausendvierzig, drei Millionen siebentausendvier, fünfhunderttausendfünfhundertfünfzig, fünfhundertfünftausendfünfundfünfzig, sechsunddreißigtausendeinundzwanzig, sechshundertdreißigtausendeinhunderteins, drei Millionen dreitausenddrei, fünf Millionen siebzigtausendachtzig, vierhundertneuntausenddreihundertneun.

Zähle in Sprüngen weiter!

3.

a)	b)	c)	d)	e)
35 000	350 000	390 000	87 900	64 000
35 100	351 000	391 000	88 400	67 000
35 200	352 000	392 000	88 900	70 000
bis	bis	bis	bis	bis
36 000	360 000	400 000	92 900	94 000

4.

a)	b)	c)	d)	e)
31 000	450 000	930 000	558 000	44 200
30 900	449 000	929 000	556 000	43 900
30 800	448 000	928 000	554 000	43 600
bis	bis	bis	bis	bis
30 000	440 000	920 000	538 000	41 200

5. Wie heißt die Zahl, die um 3 (50, 900) größer ist als
a) 3747, b) 45297, c) 270158?

6. Wie heißt die Zahl, die um 5 (70, 600) kleiner ist als
a) 5897, b) 56149, c) 350062?

2. Zusammenzählen (Addition)

Kopfrechnen

1. Zähle jeweils in einer Zeile zu jeder Zahl der Spalten **a** bis **e** jede Zahl der Spalten **A** bis **D**!

	a	b	c	d	e	A	B	C	D
1	26491	35244	55296	507421	218444	1	10	100	1000
2	18743	37834	67872	318345	337979	2	30	400	7000
3	19822	44583	51338	432507	240513	5	60	300	5000
4	27581	39627	62649	872564	561278	9	20	700	9000
5	17249	41248	56957	708519	100935	7	80	600	4000
6	29563	47856	65979	234072	99624	8	90	500	6000

Schriftliches Rechnen

2. Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und zähle sie zusammen!

a)	b)	c)
450 + 240	271 + 520	637 + 293
390 + 210	484 + 410	323 + 396
420 + 250	170 + 524	179 + 461
180 + 810	842 + 120	451 + 644
270 + 730	593 + 160	443 + 508

d)	e)	f)
4642 + 229	9768 + 223	4369 + 3312
2748 + 5634	3101 + 5248	5246 + 815
255 + 4018	4754 + 218	3708 + 4119
4534 + 5166	1874 + 4321	63 + 2458
6450 + 1826	3627 + 1381	2925 + 96

g)	h)	i)
27481 + 33719	123561 + 35247	210670 + 18384
33562 + 46474	296880 + 122539	495396 + 271285
56908 + 17248	65427 + 341526	186023 + 251999
38425 + 62637	336949 + 12356	471253 + 377839
88737 + 11263	5233 + 495767	627432 + 213527

3. Zähle **1.** die Zahlen in den Spalten **A)** bis **D)**,
2. die Zahlen in den Zeilen **a)** bis **k)** zusammen!

Achte darauf, daß du die Zahlen richtig untereinander schreibst!

	A)		B)		C)		D)
a)	1344	+	528	+	4291	+	807
b)	59	+	4807	+	2372	+	6024
c)	1561	+	764	+	69	+	5793
d)	325	+	42007	+	4838	+	5106
e)	2726	+	1839	+	573	+	4547
f)	2559	+	708	+	4619	+	2127
g)	53220	+	1736	+	2541	+	999
h)	308	+	2548	+	23215	+	1537
i)	2633	+	4079	+	6558	+	31228
k)	3045	+	2406	+	1807	+	4296

4. Zähle **1.** die Zahlen in den Spalten **A)** bis **D)**,
2. die Zahlen in den Zeilen **a)** bis **d)** zusammen!

Achte darauf, daß du die Zahlen richtig untereinander schreibst!

	A	B	C	D
a	6493	244325	96037	681578
b	45728	749	235509	510893
c	247833	56138	4698	345769
d	539566	473257	132678	5697

Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und zähle sie zusammen!

5. a) 13,26 DM + 31,07 DM + 52,84 DM + 9,68 DM
b) 5,13 DM + 18,94 DM + 0,52 DM + 33,09 DM
c) 48,27 DM + 0,85 DM + 6,62 DM + 28,42 DM
d) 21,38 DM + 10,71 DM + 0,35 DM + 1,26 DM

6. a) 27,300 km + 19,502 km + 8,007 km + 14,600 km
b) 12,072 km + 25,300 km + 16,415 km + 42,547 km
c) 5,850 km + 87,345 km + 0,900 km + 6,045 km
d) 23,400 km + 16,210 km + 8,280 km + 36,705 km

7. a) 5,275 kg + 23,228 kg + 9,115 kg + 0,378 kg
   b) 71,259 kg + 19,105 kg + 6,088 kg + 13,625 kg
   c) 22,200 kg + 36,487 kg + 9,184 kg + 8,234 kg
   d) 15,370 kg + 3,108 kg + 0,050 kg + 10,637 kg

8. a) 28,32 m + 19,18 m + 33,26 m + 4,72 m
   b) 32,24 m + 53,67 m + 81,58 m + 59,77 m
   c) 6,25 m + 13,48 m + 9,34 m + 0,97 m
   d) 58,70 m + 62,65 m + 94,32 m + 77,76 m

3. Abziehen (Subtraktion)

Kopfrechnen

1. Ziehe jeweils in einer Zeile von jeder Zahl in den Spalten **a** bis **e** jede Zahl der Spalten **A** bis **D** ab!

	a	b	c	d	e	A	B	C	D
1	26491	35244	55296	507421	218444	1	20	100	2000
2	18743	37834	67872	318345	337979	2	30	200	3000
3	19822	44583	51338	432507	240513	4	50	500	6000
4	27581	39627	62649	872564	561278	7	60	700	8000
5	17249	41248	56957	708519	100935	9	80	900	9000
6	29563	47856	65979	234072	99624	6	40	300	5000

Schriftliches Rechnen

Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und ziehe ab!

2. a) 587 — 257
   b) 863 — 423
   c) 425 — 115
   d) 971 — 441
   e) 552 — 232

3. a) 497 — 259
   b) 486 — 367
   c) 634 — 452
   d) 776 — 287
   e) 916 — 188

4. a) 3416 — 1283
   b) 56278 — 33654
   c) 7065 — 542
   d) 42789 — 7427
   e) 6813 — 591

5. a) 15785 — 8638
   b) 27450 — 9687
   c) 98172 — 73659
   d) 189353 — 67769
   e) 35446 — 17523

6. a) 800 — 347
   b) 5000 — 296
   c) 900 — 567
   d) 60000 — 481
   e) 700 — 78

7. a) 2000 — 1463
   b) 3000 — 2571
   c) 8000 — 4354
   d) 6000 — 2149
   e) 7000 — 5218

8. a) 35981 — 16675
   b) 844047 — 465239
   c) 67853 — 39267
   d) 567029 — 482837

9. a) 584391 — 62478
   b) 728456 — 453624
   c) 65328 — 42466
   d) 315471 — 52743

10. a) 732,35 DM — 311,18 DM
b) 967,76 DM — 81,97 DM
c) 285,44 DM — 196,57 DM
d) 3948,55 DM — 1684,78 DM

11. a) 28,375 kg — 19,918 kg
b) 357,125 kg — 264,873 kg
c) 96,229 kg — 44,835 kg
d) 172,218 kg — 96,453 kg

12. a) 75,61 m — 19,32 m
b) 164,38 m — 96,73 m
c) 245,29 m — 178,34 m
d) 45,56 m — 32,78 m

13. a) 38471 — 1264 — 396 — 4718
b) 52561 — 3548 — 5176 — 541
c) 571396 — 52144 — 6963 — 128479
d) 819099 — 26144 — 47796 — 96723

14. a) 2863,19 DM — 362,45 DM — 428,73 DM — 993,19 DM
b) 6351,43 DM — 478,39 DM — 521,31 DM — 644,56 DM
c) 76000,00 DM — 53718,00 DM — 4291,17 DM — 8422,69 DM
d) 3417,44 DM — 681,39 DM — 527,73 DM — 496,57 DM

4. Malnehmen (Multiplikation)

Kopfrechnen

	a)	b)	c)	d)
1.	120 · 3	760 · 2	1090 · 5	3007 · 4
	460 · 5	307 · 6	1400 · 6	5090 · 2
	209 · 7	990 · 4	2050 · 3	6002 · 9
	508 · 8	607 · 9	4008 · 7	8030 · 8
2.	130 · 2	202 · 3	1200 · 2	120 · 3
	190 · 5	405 · 2	1400 · 7	130 · 4
	120 · 9	601 · 8	1600 · 3	140 · 5
	150 · 4	307 · 7	1500 · 6	160 · 6
3.	1900 · 5	17000 · 6	22000 · 4	16000 · 7
	1300 · 8	12000 · 9	31000 · 3	19000 · 8
	2400 · 3	15000 · 8	52000 · 8	14000 · 9
	2500 · 4	18000 · 4	35000 · 5	13000 · 6

Schriftliches Rechnen

	a)	b)	c)	d)
4.	121 · 2	321 · 2	127 · 6	712 · 6
	133 · 3	331 · 3	313 · 7	133 · 7
	215 · 4	521 · 4	125 · 8	512 · 8
	346 · 5	634 · 5	436 · 9	346 · 9
5.	413 · 20	143 · 50	341 · 70	518 · 30
	324 · 30	234 · 60	423 · 90	426 · 90
	418 · 40	148 · 70	614 · 80	718 · 70
	237 · 30	723 · 30	917 · 30	519 · 50

6. a) 413 · 80 / 324 · 50 / 481 · 40 / 327 · 30
b) 134 · 50 / 234 · 90 / 184 · 70 / 732 · 30
c) 341 · 30 / 423 · 60 / 641 · 80 / 971 · 30
d) 518 · 40 / 462 · 90 / 781 · 70 / 591 · 50

7. Multipliziere jede Zahl der Tabelle mit 6 (5, 9, 2, 8, 3, 4 und 7)!

	A	B	C	D	E
a	458	4215	23173	12075	5037
b	536	3149	18596	144503	15814
c	147	2833	44263	250063	43497
d	863	7462	56843	607109	541901

8. a) 247 · 21 b) 891 · 34 c) 473 · 58 d) 265 · 63
e) 758 · 24 f) 939 · 22 g) 384 · 64 h) 320 · 36

9. a) 196 · 11 b) 234 · 73 c) 518 · 95 d) 207 · 82

10. a) 4009 · 35 b) 3705 · 44 c) 6033 · 38 d) 5147 · 65

11. a) 22148 · 14 b) 43037 · 25 c) 37040 · 33 d) 39000 · 84

12. a) 9087 · 74 b) 20107 · 39 c) 45027 · 37 d) 52003 · 31

Beachte: Vor dem Malnehmen mußt du verwandeln!

13. a) 3,07 DM · 3 b) 5,61 DM · 5 c) 6,35 DM · 4 d) 8,62 DM · 8

14. a) 2,21 DM · 43 b) 90,80 DM · 18 c) 3,14 DM · 21 d) 72,02 DM · 34

15. a) 271,30 m · 9 b) 428,37 m · 7 c) 139,45 m · 46 d) 38,21 m · 65

16. a) 526,700 km · 47 b) 125,38 DM · 15 c) 3,791 km · 34 d) 258,1 cm · 23

5. Teilen (Division)

Kopfrechnen

1. a) 15000 : 3 / 4200 : 6 / 350 : 5 / 5600 : 7
b) 180 : 2 / 4500 : 5 / 64000 : 8 / 760 : 4
c) 3090 : 3 / 4040 : 4 / 810 : 9 / 5400 : 9
d) 8080 : 8 / 920 : 4 / 63000 : 7 / 910 : 7

2. a) 670 : 2 / 570 : 3 / 480 : 6 / 630 : 7
b) 434 : 2 / 348 : 3 / 476 : 4 / 576 : 3
c) 384 : 2 / 351 : 3 / 981 : 9 / 1218 : 6
d) 535 : 5 / 892 : 2 / 402 : 3 / 672 : 6

Schriftliches Rechnen

3. a) 456 : 2
681 : 3
625 : 5
528 : 4

b) 584 : 2
564 : 4
654 : 3
414 : 3

c) 594 : 3
826 : 7
624 : 6
738 : 6

d) 3476 : 2
8511 : 3
6424 : 4
9765 : 9

4. a) 264 : 6
252 : 7
297 : 9
395 : 5

b) 2493 : 3
3764 : 4
5238 : 6
9583 : 7

c) 48725 : 5
37744 : 8
27336 : 2
19008 : 9

d) 524377 : 7
643792 : 8
746001 : 9
489643 : 7

Beachte: Vor dem Teilen mußt du verwandeln!

5. a) 4,32 DM : 2
5,40 DM : 6
3,84 DM : 4
2,75 DM : 5

b) 6,51 DM : 7
8,64 DM : 8
9,75 DM : 5
8,91 DM : 9

c) 435,75 DM : 7
736,25 DM : 5
914,64 DM : 4
452,13 DM : 3

d) 32,64 DM : 6
39,63 DM : 3
17,92 DM : 8
73,26 DM : 9

6. a) 1,84 m : 2
2,40 m : 8
2,64 m : 3
2,84 m : 4

b) 3,532 km : 4
4,950 km : 6
5,760 km : 5
5,390 km : 7

c) 6,478 kg : 2
5,370 kg : 6
13,750 kg : 5
26,184 kg : 8

d) 296,480 t : 4
137,400 t : 6
97,263 t : 9
82,584 t : 8

7. a) 373 : 4
806 : 6
591 : 9
317 : 3

b) 2725 : 2
3641 : 3
4573 : 5
6075 : 6

c) 18362 : 5
25491 : 9
12740 : 6
84048 : 7

d) 141302 : 3
532584 : 5
395600 : 6
292906 : 8

8. Teile jede Zahl der Tabelle durch 13 (24, 31, 59 und 92)! Führe stets die Probe durch!

	A	B	C	D	E
a	767	451	501	489	841
b	4507	8972	6010	3873	4763
c	21496	55381	95716	66234	76295
d	9108	4476	2826	3988	7877

9. Teile jede Zahl der Tabelle durch 17 (38, 45, 67 und 78)! Führe stets die Probe durch!

	A	B	C	D	E
a	18236	46585	26333	51603	21514
b	5814	3626	7519	2140	4639
c	36257	15367	81472	28367	12845
d	604	492	399	707	655

II. Zahl und Ziffer

6. Römische Zahlzeichen

An Bauwerken sowie an manchen Uhren finden wir Zeichen, deren Bedeutung wir kennenlernen wollen. So ist am Leipziger Alten Rathaus zu lesen: MDLVI (Abb. 1). Die Abbildung 2 zeigt die Hafeneinfahrt von Lindau im Bodensee mit den Zeichen MDCCCLVI. Auch an der großen Uhr des wieder aufgebauten Roten Rathauses in Berlin (Abb. 3) sind solche Zeichen zu sehen:

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII.

Es handelt sich dabei um **römische Zahlzeichen.**

Die Römer hatten folgende sieben Zahlzeichen, die gleichzeitig Buchstaben ihres Alphabets waren:

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
1	5	10	50	100	500	1000

Sie schrieben die Zahlen, indem sie die Zahlzeichen zusammensetzten. Dabei wurden folgende Regeln angewendet:

1) Die Zahlzeichen werden ihrer Größenordnung entsprechend nebeneinandergesetzt, und zwar steht links das Zahlzeichen mit dem größten Wert innerhalb einer Zahl. Die Zeichen werden dabei meistens zusammengezählt, einige auch abgezogen.

2) Die Zeichen I, X, C und M können beim Schreiben anderer Zahlen wiederholt nebeneinandergesetzt werden.

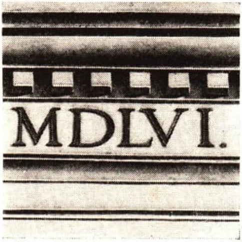


Abb. 1

Zum Beispiel:

II bedeutet $1 + 1 = 2$.

XXX bedeutet $10 + 10 + 10 = 30$.

CC bedeutet $100 + 100 = 200$.

Mehr als drei gleiche Zahlzeichen werden im allgemeinen wegen der Übersichtlichkeit nicht nebeneinandergesetzt.

3) Die Zeichen V, L und D werden stets nur einmal in einer Zahl verwendet.

4) Steht eine kleinere Einheit rechts neben einer größeren, so zählt man sie zu dieser zu.

Abb. 2

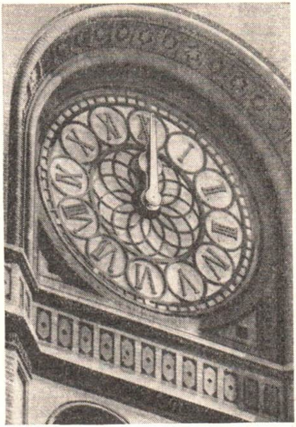


Abb. 3

Zum Beispiel:

VI bedeutet $5 + 1 = 6$.
XII bedeutet $10 + 1 + 1 = 12$.
XXIII bedeutet 23, LXX bedeutet 70, CXVII bedeutet 117.

Erkläre den Aufbau dieser Zahlen!

5) Stehen die Zeichen I, X, C links neben einer größeren Einheit, so sind sie von dieser abzuziehen. Man zieht jedoch nur von solchen Zahlen ab, die aus **einem** Zeichen bestehen.

Zum Beispiel:

IV bedeutet $5 - 1 = 4$.
IX bedeutet $10 - 1 = 9$.
XIX bedeutet 19, CXC bedeutet 190.
MCMLVII bedeutet 1957.

Mit Hilfe dieser Regeln sind wir in der Lage, die Zahlen an den abgebildeten Bauwerken zu lesen. Es handelt sich dabei um Jahreszahlen.

MDLVI bedeutet 1556 (Abb. 1),
MDCCCLVI bedeutet 1856 (Abb. 2).

Lies die auf Seite 12 oben angegebenen Stundenzahlen der Rathausuhr und erkläre ihren Aufbau!

Aufgaben

1. Lies die folgenden Zahlen!
   a) XX, CCC, V, III, MM, XXX, MMM, CC, C, II
   b) XII, XXIII, VIII, L, XVII, LII, D, LXXXV, CX, CXXIII, CCXVIII, DCLXVI, LXXV, MCCXXII, MDCLXVI
   c) IV, IX, XIX, XL, XLIV, XC, XCIV, CD, CM, CMIL
   d) DCCCXX, LXXVI, DCCCXLIII, MDCCCLXXIX, MCMXLVI
   Schreibe die Zusammensetzung der Zahlen aus Aufgabe d) ausführlich auf, zum Beispiel: XXVI bedeutet $10 + 10 + 5 + 1 = 26$!
2. a) Am Kölner Dom ist MCCXLVIII als das Jahr der Grundsteinlegung und MDCCCLXXX als das Jahr der Vollendung angegeben. Nenne beide Jahreszahlen!
   b) Nenne Gebäude oder Denkmäler deines Wohnortes oder seiner Umgebung, an denen Jahreszahlen in römischen Zahlzeichen zu finden sind! Schreibe diese Zahlen mit unseren Ziffern!
3. Schreibe mit römischen Zahlzeichen
   a) die Zahlen von 11 bis 30;
   b) 17, 38, 267, 573, 855, 1877, 1883, 1899, 1913, 1932, 1951;
   c) 14, 39, 49, 99, 429, 498, 934, 1493, 1906, 1949!

7. Die Zehnerordnung unserer Zahlen

Die römische Zahlenschreibweise war nicht die einzige im Altertum. Die Zahlen wurden nach verschiedenen Regeln geschrieben. Viele Völker bildeten die Zahlzeichen aus Buchstaben ihres Alphabets. Andere wiederum verwendeten Bilder zur Darstellung von Zahlen.

Die bei uns heute gebräuchliche Schreibweise von Zahlen und die gebräuchlichen Ziffern stammen von den Indern. Sie verwendeten zum Schreiben von Zahlen zehn verschiedene Zeichen (siehe Abb. 4). Neun davon sind Zeichen für die Zahlen 1 bis 9. Das zehnte Zeichen ist das Zeichen für die Null, das die Inder vor etwa 1500 Jahren erfanden. Die zehn Zeichen heißen **Ziffern.**

Abb. 4

Die Araber übernahmen die Zahlenschreibweise und die Ziffern der Inder. Die Europäer lernten diese Ziffern und diese Zahlenschreibweise von den Arabern kennen, die vor etwa 1200 Jahren in Spanien eindrangen. (Die

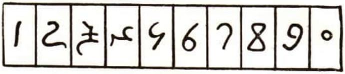


Abb. 5

Abb. 5 zeigt westarabische Ziffern.) Man nennt deshalb diese Ziffern auch heute noch bei uns „arabische Ziffern". Es vergingen aber noch einige hundert Jahre, bis in Europa die „arabischen Ziffern" allgemein verwendet wurden.

1) Mit Hilfe der zehn Ziffern konnten die Zahlen in einer neuen Art geschrieben werden.

Jede Ziffer hat einen bestimmten **Stellenwert** innerhalb des Zahlenaufbaues. Es gibt Stellenwerte verschiedener Stufen. Die am weitesten rechts stehende Ziffer hat den niedrigsten Stellenwert. Das sind die Einer. Die am weitesten links stehende Ziffer hat den höchsten Stellenwert. In der Zahl 15 sind es Zehner. Sie enthält also 1 Zehner und 5 Einer. Dem Stellenwert Zehner folgt der Stellenwert Hunderter.

Die Zahl einhundertfünf enthält ebenfalls die Ziffern 1 und 5, und zwar 1 Hunderter und 5 Einer. Es sind keine Zehner vorhanden. Deshalb setzen wir in diese Stelle die Ziffer 0 und schreiben 105. Auch die Zahl einhundertfünfzig enthält die Ziffern 1 und 5, und zwar 1 Hunderter und 5 Zehner, aber keine Einer. Für die fehlenden Einer setzen wir die Ziffer 0; wir schreiben 150.

Würden wir bei 105 und 150 die Null fortlassen, so würden beide zu 15 werden. Wir sehen also, welche Bedeutung die Erfindung der Null hat.

Wir wollen die Schreibweise mit arabischen Ziffern weiter untersuchen.

Die Zahl 1166 enthält die Ziffern 1 und 6. Den höchsten Stellenwert haben die Tausender. 1166 enthält also 1 Tausender, 1 Hunderter, 6 Zehner und 6 Einer. Wir lesen die Zahl als eintausendeinhundertsechsundsechzig.

Betrachten wir die einzelnen Stufen des Zahlenaufbaues, so erkennen wir, daß 10 Einheiten einer Stufe eine Einheit der nächsthöheren Stufe bilden.

Das heißt also:

10 Einer (E)	bilden einen Zehner (Z),
10 Zehner	bilden einen Hunderter (H),
10 Hunderter	bilden einen Tausender (T),
10 Tausender	bilden einen Zehntausender (ZT),
10 Zehntausender	bilden einen Hunderttausender (HT),
10 Hunderttausender	bilden eine Million (M) usw.

Da der Aufbau des Zahlensystems mit den arabischen Ziffern in Zehnerstufen fortschreitet, nennt man dieses Zahlensystem Zehnersystem oder dekadisches Zahlensystem.

Mit 10 verschiedenen Ziffern (darunter die Ziffer Null) kann jetzt jede Zahl geschrieben werden.

2) Nun können wir noch größere Zahlen bilden.

Zählen wir von der Million weiter, so kommen wir über 2 Millionen, 3 Millionen und so fort zu 10 Millionen; dann über 20 Millionen, 30 Millionen und so fort zu 100 Millionen und schließlich zu 1000 Millionen. 1000 Millionen nennt man eine Milliarde (Md).

Stellentafel

Md	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
								1	0
							1	0	0
						1	0	0	0
					1	0	0	0	0

Schreibe die Stellentafel ab, ergänze sie und vergleiche die einzelnen Zehnerstufen!

Beispiele: 10 E = 1 Z
1000 E = 100 Z = 10 H = 1 T

a) Schreibe die folgenden Zahlen in Ziffern!
Eintausend, eine Million, eine Milliarde, fünfhundertfünfundfünfzig, dreiundsechzigtausendsechshundertsieben, siebenhundertfünftausendvierhunderteinunddreißig, sechs Millionen fünfundvierzigtausendsechs, drei Millionen zweihundertachtundsechzigtausenddreihundertdreiundsiebzig.
Gib den Stellenwert der Ziffern jeder einzelnen Zahl an!

b) Schreibe die folgenden Zahlen erst in arabischen Ziffern und dann in römischen Zahlzeichen!
Sieben, neun, achtzehn, dreiunddreißig, sechsundfünfzig, vierundachtzig, neunundneunzig, zweihundertsieben, sechshundertfünfundvierzig.

Beispiele:	römisch	arabisch
vier	IV	4
siebenundzwanzig	XXVII	27
dreihundertachtundachtzig	CCCLXXXVIII	388

Erkläre den Aufbau jeder Zahl nach der entsprechenden Schreibweise!

Welche der beiden Zahlenschreibweisen ist die einfachere?

3) Wir erweitern die Stellentafel bis zur 12. Stufe. Von der 7. Stufe an nach links heißen die Stufen: Million (M), zehn Millionen (ZM), hundert Millionen (HM), Milliarde (Md), zehn Milliarden (ZMd), hundert Milliarden (HMd). Lies die Zahlen in der Stellentafel!

←	HMd	ZMd	Md	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
										5	8	3
							3	0	7	4	6	1
				7	8	0	0	3	5	0	7	4
				6	0	0	8	2	0	5	3	1
	6	5	2	0	0	7	5	8	3	2	0	5
	7	0	0	0	7	0	7	0	7	0	0	7
	9	1	0	5	3	0	0	0	4	8	0	0

Die Stellentafel kann nach links ständig erweitert werden. In der 13. Stufe heißt die Einheit Billion (das sind 1000 Milliarden), in der 16. Stufe Billiarde, in der 19. Stufe Trillion. Jeweils nach 3 weiteren Stufen folgt eine neue Bezeichnung.

Beispiele: 37586000000000 (siebenunddreißig Billionen fünfhundertsechsundachtzig Milliarden),

125000000000000 (einhundertfünfundzwanzig Billionen),

18000000000000000000 (achtzehn Trillionen).

Zusammenfassung: Im Zehnersystem kann man alle Zahlen mit den zehn Ziffern 0 bis 9 schreiben. Jede Ziffer hat einen bestimmten Stellenwert; er richtet sich nach der Stellung innerhalb einer Zahl.

10 Einheiten eines Stellenwertes bilden eine Einheit des nächsthöheren Stellenwertes. Bezeichnet man die einzelnen Stellenwerte als Zehnerstufen, so kann man auch sagen: 10 Einheiten einer Zehnerstufe bilden eine Einheit der nächsthöheren Stufe. Alle Zahlen sind nach Zehnerstufen aufgebaut. Fehlt eine Zehnerstufe, so wird dafür die Ziffer 0 geschrieben. Dieser Zahlenaufbau heißt Zehnersystem oder dekadisches Zahlensystem.

Beachte: Zahlen schreibt man der Übersichtlichkeit wegen grundsätzlich in Dreiergruppen. Man bildet die Gruppen, bei den Einern beginnend, nach links gehend, zum Beispiel 27384165.

Aufgaben

1. Zeichne eine Stellentafel der ersten 12 Stufen in das Rechenheft! Schreibe die Ziffer 1 in die erste Spalte rechts! Rücke in der folgenden Zeile eine Stelle weiter nach links und fülle beide Spalten mit einer 1 aus! Rücke in jeder folgenden Zeile eine Stelle weiter nach links bis zur höchsten Stelle und fülle nach rechts die Spalten mit je einer 1 aus! Wie heißen die Zahlen in jeder Zeile?

2. Zeichne noch eine Stellentafel wie in Aufgabe 1! Schreibe die folgenden Zahlen hinein!

a) 4 T 5 H 7 Z 3 E **b)** 9 ZT 4 T 5 H 2 E
c) 8 M 5 HT 4 T 7 Z **d)** 5 M 4 T 7 H 9 E
e) 5 M 4 T 3 H 2 E **f)** 8 ZM 9 M 5 T 3 H
g) 7 HM 3 ZT 5 E **h)** 3 Md 4 HM 8 M 6 HT 3 H 2 Z
i) 2 ZMd 3 M 2 HT **k)** 9 HMd 7 Md 6 HM 3 ZM 3 HT 1 H 5 E

Lies die Zahlen!

3. **a)** Schreibe die Zahlen von Aufgabe 2 ohne Stellentafel!
b) Lies die Zahlen!

4. Schreibe als Zahlen im Zehnersystem

a) 8 T 5 H 3 Z 4 E, **b)** 9 ZT 7 Z 5 E, **c)** 7 HT 3 ZT 5 Z 2 E,
d) 5 M 3 ZT 2 T 8 Z, **e)** 12 H 2 Z 1 E, **f)** 9 H 9 Z,
g) eintausendachthundertacht, **h)** vierundneunzigtausendvier,
i) sieben Millionen siebentausendsieben,
k) neunzig Milliarden siebentausend!

5. Die Zahl 567 kann man verschieden lesen: 567 Einer oder 56 Zehner 7 Einer oder 5 Hunderter 67 Einer oder 5 Hunderter 6 Zehner 7 Einer. Welche Lesart ist am gebräuchlichsten?

Lies die folgenden Zahlen!

a) 349, 5843, 11418, 297654, 5939484, 8004307, 270060, 9043710
b) 2537, 146729, 765483, 2984645, 7355216, 15347825
c) 7305, 10835, 60704, 560809, 500302, 1040105
d) 64, 39468572, 5000003, 601002400, 3008, 7080005, 509620084
e) 43456332, 918500700, 59000089, 5237832456, 450520300000

6. **a)** Setze bei 2425 zwischen 4 und 2 sowie zwischen 2 und 5 je eine Null! Welche Zahl erhält man? Lies die Zahl!

b) Vertausche bei 2425 die beiden mittleren Ziffern und gib an, welche der beiden Zahlen größer ist!

c) Vertausche bei 2425 die beiden äußeren Ziffern und gib an, welche der beiden Zahlen größer ist!

d) Bilde aus den Ziffern 2, 9 und 5 (7, 0, 3 und 8) die größte und die kleinste Zahl! Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

e) Vertausche bei 37045 die Ziffern so, daß sich einmal die größte und einmal die kleinste Zahl ergibt!

f) Vertausche bei 240083 die Ziffern so, daß einmal die größte und einmal die kleinste Zahl entsteht!

7. Welche Zahl folgt auf 999, 7999, 9099, 899999, 999909, 999099, 990999, 909999, 999999, 5999999, 699999999, 12999999999?

8. Welche Zahl steht vor 1000, 28000, 70000, 100000, 300500, 950000, 26000000, 7100000000, 4560000, 100110111000?

9. Zähle 15 Zahlen vorwärts! Beginne bei 2895, 29996, 499989, 3999992, 150238997!

10. Zähle 15 Zahlen rückwärts! Beginne bei 1104, 70006, 98005, 200007, 1000005, 8500003, 802222999, 120999999609, 5799002!

Zähle in den angegebenen Sprüngen der folgenden Aufgaben bis zur zehnten Zahl!

11. Zähle in Zehnern vorwärts von

a) 23940, b) 128569, c) 301220568!

Zähle in Zehnern rückwärts von

d) 200030, e) 4890047, f) 1298320101!

12. Zähle in Hundertern vorwärts von

a) 87800, b) 579716, c) 123516781!

Zähle in Hundertern rückwärts von

d) 410300, e) 1340259, f) 398729302!

13. Zähle in Tausendern vorwärts von

a) 94000, b) 889000, c) 3095028, d) 7997239, e) 720336229, f) 81220337440, g) 45743!

14. Zähle in Tausendern rückwärts von

a) 10300, b) 1004000, c) 5072500, d) 601038, e) 23874238, f) 1012235446, g) 97403146!

III. Maßeinheiten

8. Geldeinheiten — Münzen und Banknoten

Unsere Geldeinheiten sind die **Deutsche Mark (DM)** der Deutschen Notenbank und der **Pfennig (Pf)**. Eine Deutsche Mark hat 100 Pfennig.

Geldstücke werden **Münzen** genannt. Geldscheine heißen **Banknoten.** Beide werden in der Deutschen Demokratischen Republik von der Deutschen Notenbank herausgegeben. Auf die Banknoten ist ein bestimmter Geldbetrag aufgedruckt, zum Beispiel Zwanzig Deutsche Mark, Fünfzig Deutsche Mark, Einhundert Deutsche Mark.

1) Die Arten der Münzen und Banknoten lassen den Aufbau nach dem Zehnersystem erkennen.

Kleinste Einheit:		1 Einpfennigstück
10 Einpfennigstücke	≙	1 Zehnpfennigstück[1])
10 Zehnpfennigstücke	≙	1 Einmarkschein oder 1 Einmarkstück
10 Einmarkscheine	≙	1 Zehnmarkschein
10 Zehnmarkscheine	≙	1 Hundertmarkschein
10 Hundertmarkscheine	≙	1 Tausendmarkschein

Die Abbildung 6 zeigt, wieviel der genannten Münzen und Banknoten zum Bezahlen von 89,76 DM benötigt werden!

2) Zur Erleichterung beim Umgang mit Geld wurden auch

Fünfpfennigstücke, Fünfzigpfennigstücke,
Fünfzigpfennigscheine, Fünfmarkscheine, Fünfzigmarkscheine,
Zweimarkscheine, Zwanzigmarkscheine

herausgegeben. Mit Hilfe dieser Münzen und Banknoten können Zahlungen leichter vorgenommen werden, zum Beispiel Lohnzahlungen oder Zahlungen bei Einkäufen.

Stelle aus der Abbildung 7 fest, wieviel Münzen und Banknoten beim Bezahlen von 89,76 DM mindestens benötigt werden!

Es gibt demnach an Münzen

Einpfennigstücke,
Fünfpfennigstücke,
Zehnpfennigstücke,
Fünfzigpfennigstücke,
Einmarkstücke

und an Banknoten:

Fünfzigpfennigscheine,
Einmarkscheine,
Zweimarkscheine,
Fünfmarkscheine,
Zehnmarkscheine,
Zwanzigmarkscheine,
Fünfzigmarkscheine,
Hundertmarkscheine,
Tausendmarkscheine.

---

[1]) Das Zeichen ≙ bedeutet „entsprechen“.

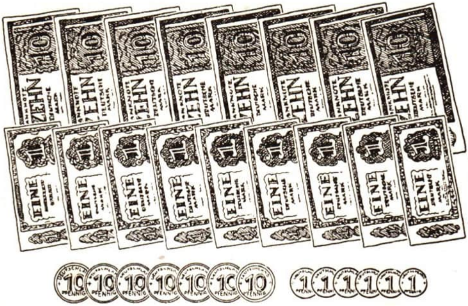


Abb. 6

Abb. 7

3) Geldbeträge werden in DM oder in Pf angegeben, zum Beispiel 0,84 DM oder 84 Pf.

Zahlen, die einen Geldbetrag in Deutschen Mark und Pfennig ausdrücken, schreibt man mit Komma; man gibt ihnen die Benennung DM, zum Beispiel 1 DM 25 Pf = 1,25 DM oder 3 DM 5 Pf = 3,05 DM.

Aufgaben

1.a) Wieviel Pfennig sind 2 DM, 5 DM, 7 DM, 8 DM, 10 DM, 14 DM, 19 DM, 20 DM, 46 DM, 85 DM?

b) Wieviel Deutsche Mark sind 300 Pf, 400 Pf, 600 Pf, 1500 Pf, 1700 Pf, 3100 Pf, 4000 Pf, 5300 Pf?

c) Wieviel Pfennig sind 1 DM 50 Pf, 2 DM 75 Pf, 4 DM 2 Pf, 6 DM 83 Pf, 8 DM 64 Pf, 9 DM 6 Pf, 10 DM 10 Pf, 16 DM 20 Pf, 24 DM 12 Pf, 50 DM 90 Pf?

d) Wieviel Deutsche Mark und Pfennig sind 234 Pf, 446 Pf, 565 Pf, 627 Pf, 705 Pf, 795 Pf, 970 Pf, 1010 Pf, 1209 Pf, 1505 Pf?

2. a) Schreibe als Deutsche Mark 4 DM 19 Pf, 4 DM 90 Pf, 4 DM 9 Pf, 37 Pf, 42 Pf, 39 Pf, 50 Pf, 9 Pf, 5 Pf!

b) Was bedeuten 8,30 DM, 6,06 DM, 0,95 DM, 0,07 DM, 0,70 DM?

3. Laß bei 3,05 DM das Komma weg! Wieviel Mark sind es jetzt? Wenn es sich um Quittungen oder Zahlungsanweisungen über Geldbeträge (zum Beispiel Postanweisung, Zahlkarte) handelt, schreibt man den Betrag nicht nur in Zahlen, sondern auch in Worten aus. Warum geschieht das?

4. Mit welchen Münzen und Banknoten kann ein Betrag von

a) 15,47 DM,	b) 8,74 DM,	c) 13,25 DM,	d) 42,80 DM,
e) 51,53 DM,	f) 2,81 DM,	g) 27,15 DM,	h) 65,58 DM,
i) 102,60 DM,	k) 154,25 DM,	l) 178,07 DM,	m) 260,34 DM

bezahlt werden, wenn möglichst wenig Münzen und Banknoten genommen werden sollen?

5. Mit einem Fünfmarkschein kauft Hans a) für 1,35 DM, b) für 2,76 DM, c) für 3,18 DM ein. Welche Münzen und Banknoten müssen herausgegeben werden, wenn deren Anzahl recht gering sein soll?

6. Mit einem Zehnmarkschein kauft Erika an verschiedenen Tagen a) für 2,97 DM, b) für 4,33 DM, c) für 7,85 DM ein. Welche Münzen und Banknoten können herausgegeben werden, wenn möglichst wenig Münzen und Banknoten genommen werden sollen?

7. Mit einem Zwanzigmarkschein wird a) für 8,37 DM, b) für 12,55 DM, c) für 15,62 DM eingekauft. Welche Münzen und Banknoten können herausgegeben werden? (Vergleiche mit Aufgabe 6!)

8. Gib an, auf wieviel verschiedene Arten du einen Zehnmarkschein in Ein-, Zwei- und Fünfmarkscheine wechseln kannst!

9. Manfred öffnet seine Sparbüchse. Sie enthält 2 Zweimarkscheine, 3 Einmarkscheine, 5 Einmarkstücke, 4 Fünfzigpfennigstücke, 17 Zehnpfennigstücke, 22 Fünfpfennigstücke und 19 Einpfennigstücke. Wieviel Mark hat Manfred gespart?

10. Bernd, Rolf und Heidrun haben für Mutters Geburtstag gespart. Sie wollen gemeinsam etwas schenken. Einige Tage vor dem Geburtstag leeren sie ihre Sparbüchsen und zählen.
Bernd hat in seiner Sparbüchse 4 Einmarkscheine, 3 Einmarkstücke, 2 Fünfzigpfennigscheine, 7 Fünfzigpfennigstücke, 12 Zehnpfennigstücke, 18 Fünfpfennigstücke und 28 Einpfennigstücke.
Rolf zählt 5 Einmarkstücke, 4 Fünfzigpfennigscheine, 2 Fünfzigpfennigstücke, 17 Zehnpfennigstücke, 23 Fünfpfennigstücke und 38 Einpfennigstücke.
Heidrun hat 6 Einmarkscheine, 2 Einmarkstücke, 1 Fünfzigpfennigschein, 3 Fünfzigpfennigstücke, 14 Zehnpfennigstücke, 27 Fünfpfennigstücke und 11 Einpfennigstücke gespart.

a) Wieviel Mark hat jedes der Kinder gespart?

b) Wieviel Mark haben sie insgesamt gespart?

11. Die Geschäfte zahlen täglich ihre Tageseinnahmen bei der Deutschen Notenbank ein. Sie behalten nur einen bestimmten Betrag als Wechselgeld. Beim Einzahlen oder Abrechnen eines Geldbetrages wird das Geld vorgezählt. Das geschieht so, daß die Münzen und Banknoten nach ihrer Art sortiert werden. Dann wird festgestellt, wieviel Banknoten oder Münzen von jeder Art vorhanden sind.

Die Leiterin einer HO-Betriebsverkaufsstelle prüft am Abend den Kassenbestand. Sie zählt

5 Fünfzigmarkscheine,
6 Zwanzigmarkscheine,
11 Zehnmarkscheine,
23 Fünfmarkscheine,
137 Zweimarkscheine,
78 Einmarkscheine,
26 Fünfzigpfennigscheine,
45 Fünfzigpfennigstücke,
114 Zehnpfennigstücke,
31 Fünfpfennigstücke,
68 Einpfennigstücke.

Wie groß ist der Kassenbestand?

Welcher Betrag muß bei der Bank eingezahlt werden, wenn 50 DM als Wechselgeld in der Kasse bleiben sollen?

12. An einem anderen Tage ist folgender Kassenbestand vorhanden:

3 Hundertmarkscheine,
15 Fünfzigmarkscheine,
12 Zwanzigmarkscheine,
44 Zehnmarkscheine,
38 Fünfmarkscheine,
25 Zweimarkscheine,
27 Einmarkscheine,
21 Einmarkstücke,
12 Fünfzigpfennigscheine,
18 Fünfzigpfennigstücke,
96 Zehnpfennigstücke,
52 Fünfpfennigstücke,
34 Einpfennigstücke.

Wie groß ist der Kassenbestand?

Abb. 8

13. In den Geschäften und in der Straßenbahn werden viele Münzen kassiert. Um das Abrechnen bei der Bank zu erleichtern, verpackt man eine bestimmte Anzahl gleichartiger Münzen in ein besonders vorbereitetes Papier (Abb. 8), so daß eine Rolle entsteht. Diese Papiere werden von der Bank ausgegeben und tragen als Aufschrift die Art der Münzen und den Betrag.

Es gibt Rollen mit

Fünfzigpfennigstücken,
Zehnpfennigstücken,
Fünfpfennigstücken,
Einpfennigstücken

zu je 50 Stück.

Gib von jeder dieser Rollen an, wie hoch der darin enthaltene Geldbetrag ist!

14. In einem volkseigenen Betrieb wird die Wochenlohnzahlung vorbereitet. Ein Bote soll 3050 DM in Zehnmarkscheinen, Fünfmarkscheinen, Zweimarkscheinen und Einmarkscheinen sowie in Münzen von der Bank holen.

Er erhält

100 Zehnmarkscheine,
250 Fünfmarkscheine,
200 Zweimarkscheine,
200 Einmarkscheine,
5 Rollen mit Fünfzigpfennigstücken zu je 50 Stück,
13 Rollen mit Zehnpfennigstücken zu je 50 Stück,
3 Rollen mit Fünfpfennigstücken zu je 50 Stück,
5 Rollen mit Einpfennigstücken zu je 50 Stück.

Prüfe, ob er wirklich 3050 DM erhalten hat!

15. Wechsle einen Fünfzigmarkschein in Geldrollen mit

a) Zehnpfennigstücken und **b)** Fünfpfennigstücken um!
c) Wie kannst du den Fünfzigmarkschein in Rollen mit Zehnpfennig- und Fünfpfennigstücken wechseln?
d) Gib 5 Möglichkeiten für das Wechseln eines Fünfzigmarkscheines in Banknoten an!

16. Banknoten faßt man in Bündeln zusammen, um auch sie leichter zählen und besser befördern zu können. Jedes Bündel von Banknoten wird mit einem Streifband versehen, auf dem der Gesamtbetrag und die Art der Banknoten aufgedruckt sind (Abb. 9). Es gibt Bündel mit

Hundertmarkscheinen	zu	50 Stück,
Fünfzigmarkscheinen	zu	100 Stück,
Zwanzigmarkscheinen	zu	50 Stück,
Zehnmarkscheinen	zu	50 Stück,
Fünfmarkscheinen	zu	100 Stück,
Zweimarkscheinen	zu	50 Stück,
Einmarkscheinen	zu	100 Stück,
Fünfzigpfennigscheinen	zu	100 Stück.

Stelle fest, wieviel Mark die einzelnen Geldbündel enthalten!

17. Der Buchhalter einer Maschinen-Traktoren-Station (MTS) holt am Tage der Lohnzahlung bei einer Zweigstelle der Deutschen Notenbank Bargeld ab.

Er erhält

2 Bündel mit Zehnmarkscheinen,
1 Bündel mit Fünfmarkscheinen,
1 Bündel mit Zweimarkscheinen,
33 Einmarkscheine,
14 Fünfzigpfennigscheine,
1 Rolle mit Zehnpfennigstücken und
13 Einpfennigstücke.

Wieviel Geld hat der Buchhalter insgesamt abgeholt?


DM 5000
DEUTSCHE NOTENBANK
Datum
Vorgezählt
Nachgezählt
Nachgeprüft
E 366 (50) Ag. 139/54 DDR 2,5

Abb. 9

9. Längenmaße

Früher, vor etwa hundert Jahren, wurden in einzelnen Ländern verschiedene Längenmaße benutzt. Sie waren häufig vom menschlichen Körper hergeleitet, wie die Elle, die Spanne, der Fuß und das Klafter. Ihre Länge war in jedem Land anders festgelegt. So war zum Beispiel die preußische Elle nach unserem heutigen Maß 66,69 cm und die sächsische Elle 56,54 cm lang. Durch diese Unterschiede gab es im Handel zwischen den Ländern schwierige Umrechnungen und viele Mißverständnisse. Deshalb beschlossen im Jahre 1875 Vertreter vieler Länder, darunter auch Deutschlands, an Stelle dieser unterschiedlichen Maße ein einheitliches Maß einzuführen. Dieses Maß wurde **Meter** genannt. Nach 1875 haben noch einige andere Länder das Meter eingeführt (z. B. die Sowjetunion nach der Oktoberrevolution). Es gibt aber auch heute noch Länder, die ihre eigenen Maße verwenden (z. B. Großbritannien).

Das Meter wurde vom Erdumfang hergeleitet; es ist ungefähr der 40millionste Teil des Erdumfanges. Es wurde ein Stab hergestellt, auf dem die Länge des Meters genau angegeben ist (Abb. 10). Dieser Stab heißt Urmeter; er wird in Paris aufbewahrt. Jedes Land, das sich der Vereinbarung von 1875 anschloß, erhielt eine Nachbildung des Urmeters.

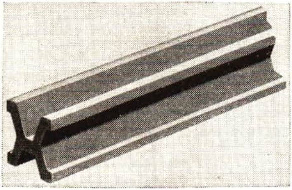


Abb. 10

1) Im Gegensatz zu den früheren unterschiedlichen Längenmaßen sind unsere heute gültigen Längenmaße nach dem Zehnersystem aufgebaut.

Die Zehnerstufen der Längenmaße sind

$$1\ \mathrm{km} = 1000\ \mathrm{m},$$

$$1\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{dm} = 100\ \mathrm{cm} = 1000\ \mathrm{mm},$$

$$1\ \mathrm{dm} = 10\ \mathrm{cm} = 100\ \mathrm{mm},$$

$$1\ \mathrm{cm} = 10\ \mathrm{mm}.$$

km ist die Abkürzung für Kilometer (eintausend Meter),

m ist die Abkürzung für Meter,

dm ist die Abkürzung für Dezimeter (ein zehntel Meter),

cm ist die Abkürzung für Zentimeter (ein hundertstel Meter),

mm ist die Abkürzung für Millimeter (ein tausendstel Meter).

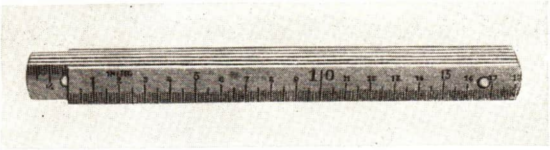


Abb. 11

2) Längenangaben (also Zahlen mit der Benennung Kilometer, Meter, Dezimeter, Zentimeter oder Millimeter) kann man mit Komma schreiben. Die Benennung richtet sich stets nach der größeren Einheit, die gegeben ist.

Zum Beispiel:

7 km 341 m = 7,341 km,	6 m 15 mm = 6,015 m,
3 m 6 dm = 3,6 m,	5 dm 8 cm = 5,8 dm.
5 m 27 cm = 5,27 m,	

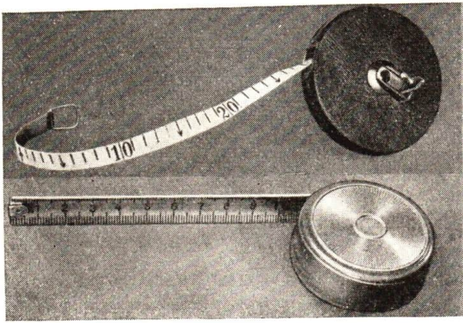
3) Längen werden mit dem Metermaß gemessen. Das Metermaß wird in verschiedenen Ausführungen benutzt.

a) Der Gliedermaßstab (Abb. 11) und b) das kleine Stahlbandmaß (Abb. 13) werden zum Beispiel von Tischlern und Zimmerleuten gebraucht.

c) Das Landmesserbandmaß (Abb. 12) wird bei Landvermessungen und beim Sport verwendet.

d) Das Schneiderbandmaß (Abb. 14) benutzt der Schneider.

Nenne weitere Ausführungen des Metermaßes und ihre Verwendungsmöglichkeiten!



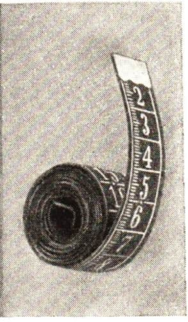


Abb. 12 (oben) Abb. 13 (unten) Abb. 14

Aufgaben

1. a) Beschreibe die Einteilung auf den Metermaßen!
   b) Zeichne an der Wandtafel eine gerade Linie von 1 m, von 4 dm, von 56 cm Länge!
   c) Miß an der Wand des Schulhauses eine Länge von 10 m ab!

2. a) Beschreibe, wie Entfernungen an Kreuzungen von Landstraßen angegeben werden (Abb. 15)!
   b) Gib an, wie Entfernungen an Landstraßen gekennzeichnet sind! (Abb. 16 zeigt einen Kilometerstein an einer Autobahn, Abb. 17 einen Stein, auf dem noch ein altes Maß angegeben ist.)

3. a) Verwandle in Zentimeter: 4 m, 6 m, 11 m, 16 m, 29 m, 50 m, 69 m, 84 m, 103 m, 200 m, 804 m!
   b) Wieviel Meter sind 300 cm, 600 cm, 800 cm, 1900 cm, 2000 cm, 4500 cm, 7000 cm, 10000 cm?
   c) Wieviel Zentimeter sind 3 m 25 cm, 5 m 36 cm, 22 m 22 cm, 39 m 40 cm, 50 m 60 cm, 18 m 8 cm, 76 m 2 cm, 8 m 1 cm, 42 m 4 cm, 4 m 40 cm?
   d) Wieviel Meter und Zentimeter sind 192 cm, 321 cm, 1054 cm, 970 cm, 2010 cm, 6805 cm, 7007 cm, 485 cm, 6020 cm?
   e) Was bedeuten 9,17 m, 2,50 m, 3,08 m, 0,26 m, 0,40 m, 6,70 m, 5,90 m, 0,70 m, 3,7 cm, 2,5 cm, 0,2 cm, 0,9 cm?
   f) Wie lassen sich die folgenden Längen als Meter schreiben: 15 m 5 cm, 4 m 56 cm, 7 m 90 cm, 3 m 8 cm, 1 m 9 cm, 93 cm, 60 cm, 6 cm?
   g) Verwandle in Zentimeter: 2,73 m, 42,40 m, 60, 06m, 0,56 m, 0,03 m!

Abb. 15

Abb. 16

4. a) Schreibe als Dezimeter (mit Komma): 2 cm, 5 cm, 8 cm, 18 cm, 27 cm, 39 cm, 50 cm, 100 cm, 328 cm!

b) Schreibe als Meter: 25 cm, 30 cm, 54 cm, 70 cm, 100 cm, 180 cm, 450 cm, 700 cm, 1080 cm, 2500 cm!

5. a) Wieviel Meter und Millimeter sind 6000 mm, 8500 mm, 12000 mm, 18000 mm, 39000 mm, 2700 mm, 2080 mm, 4072 mm, 3070 mm, 5357 mm, 6030 mm, 9005 mm?

b) Schreibe als Meter: 1 m 513 mm, 3 m 158 mm, 3 m 48 mm, 4 m 26 mm, 18 m 18 mm, 40 m 30 mm, 50 m 7 mm, 876 mm!

Abb. 17

6. a) Verwandle in Zentimeter: 20 mm, 50 mm, 75 mm, 80 mm, 100 mm, 270 mm, 950 mm!

b) Verwandle in Millimeter: 1 cm, 6 cm, 9 cm, 15 cm, 27 cm, 34 cm, 46 cm, 53 cm, 75 cm!

c) Wieviel Millimeter sind 5,8 cm, 14,9 cm, 26,7 cm, 0,4 cm, 32,8 cm, 55,4 cm, 76,3 cm, 0,7 cm, 84,2 cm?

7. a) Verwandle in Meter: 1 km, 3 km, 5 km, 7 km, 10 km, 30 km, 37 km, 98 km, 100 km, 510 km, 807 km!

b) Wieviel Kilometer und Meter sind 2184 m, 3090 m, 5140 m, 7205 m, 9780 m, 12005 m, 80060 m, 40072 m, 90009 m, 100000 m?

c) Schreibe als Kilometer: 3540 m, 17329 m, 80060 m, 30070 m, 45008 m, 9 km 576 m, 439 km 95 m, 18 km 9 m, 376 m, 69 km 8 m!

d) Wieviel Meter sind 3,148 km, 5,406 km, 21,080 km, 439,009 km, 38,800 km, 5,8 km, 21,6 km, 0,346 km, 0,048 km, 0,5 km?

8. Schreibe als Meter: 845 mm, 38 mm, 3400 mm, 460 mm, 3954 mm, 268 cm, 58 cm, 3 cm!

9. Fertige eine Stellentafel an, in die du die Zehnerstufen unserer Längenmaße einträgst! Beginne rechts mit den Millimetern und trage nach links die anderen Maße ein! Schreibe in die Millimeterspalte die Ziffer 1! Fülle in jeder weiteren Zeile eine Spalte mehr nach links mit der Ziffer 1 aus! Lies die Zahlen und gib ihnen die entsprechenden Benennungen! Vergleiche diese Stellentafel mit der Stellentafel des Zehnersystems! Was stellst du fest?

10. a) Schätze die Längen der beiden in Abbildung 18 gezeichneten Strecken und prüfe durch Messen mit dem Lineal die Genauigkeit der Schätzung!

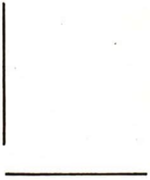


Abb. 18

b) Zeichne eine waagerechte und eine senkrechte Strecke! Schätze ihre Längen und kontrolliere deine Schätzungen durch Nachmessen!
Beachte: Waagerechte Strecken schätzt man häufig zu kurz, senkrechte zu lang. Man kann sich also auf das Augenmaß nicht verlassen.

11. Welche der beiden Strecken in der Abbildung 19 ist länger? Schätze und kontrolliere durch Messen!

Abb. 19

12. Zeichne nach Augenmaß Strecken, die 1 cm, 5 cm, 20 cm, 50 cm lang sein sollen! Miß mit dem Metermaß nach und vergleiche!

13. Schätze Länge und Breite **a)** des Rechenheftes, **b)** des Lesebuches! Kontrolliere die Schätzungen durch Nachmessen!

14. Schätze im Klassenzimmer Höhe und Breite der Tür, eines Fensters, der Tafel, der Bank, des Pultes, eines Bildes! Bestimme die Maße mit einem Gliedermaßstab und vergleiche die geschätzten mit den gemessenen Größen!

15. Man hat nicht immer ein Metermaß zur Hand; darum muß man behelfsmäßige Maße kennen. Miß

a) die Breite des Daumens,
b) die Länge des letzten Daumengliedes,
c) die Spannweite der Hand,
d) die Spannweite der Arme (Klafterweite),
e) die Länge des Unterarmknochens (Elle) vom Ellenbogen bis zum Handgelenk!
f) Zeichne die folgende Tafel in dein Heft und trage die gefundenen Zahlen in die entsprechenden Spalten ein!

Daumenbreite	Länge des letzten Daumengliedes	Spannweite der Hand	Spannweite der Arme	Länge der Elle

16. Wieviel Schritte mußt du gehen, um 1 km zurückzulegen?

17. Schätze die Länge deines Schulweges! Prüfe mit der Schrittlänge nach!

18. Peter hat eines Morgens auf dem Schulweg die Schritte gezählt. Er braucht von der Wohnung bis zum Schulgebäude ungefähr 2000 Schritte von je 60 cm Länge. Wieviel Meter legt er täglich für den Hin- und Heimweg zurück? Wieviel Kilometer sind das? Wieviel Kilometer legt Peter in einem Monat (26 Schultage) zurück?

10. Kilogramm — Gramm

Alle Länder, die das Meter eingeführt haben, verwenden zum Wiegen auch einheitlich das Kilogramm.

1) Neben dem Kilogramm gibt es die Tonne, den Doppelzentner, das Gramm.

Sie sind in Zehnerstufen wie folgt aufgebaut:

$$\begin{aligned} 1\text{ t} = 10\text{ dz} &= 1000\text{ kg},\\ 1\text{ dz} &= 100\text{ kg},\\ &\ 1\text{ kg} = 1000\text{ g}. \end{aligned}$$

t ist die Abkürzung für Tonne,

dz ist die Abkürzung für Doppelzentner,

kg ist die Abkürzung für Kilogramm (eintausend Gramm),

g ist die Abkürzung für Gramm.

Dieser Aufbau in Zehnerstufen ist ein großer Vorzug gegenüber den früher gültigen, sehr unterschiedlichen Gewichtsmaßen.

2) Auch Gewichtsangaben (also Zahlen mit der Benennung Tonne, Doppelzentner, Kilogramm oder Gramm) kann man mit einem Komma schreiben. Zum Beispiel:

$$5\text{ t } 7\text{ dz} = 5{,}7\text{ t}, \qquad 3\text{ dz } 67\text{ kg} = 3{,}67\text{ dz},$$
$$4\text{ t } 650\text{ kg} = 4{,}650\text{ t}, \qquad 7\text{ kg } 810\text{ g} = 7{,}810\text{ kg}.$$

3) Gegenstände können auf verschiedenen Arten von Waagen gewogen werden.

In den meisten Geschäften wird die Zeigerwaage (Abb. 20) verwendet. An ihr kann schnell und sicher das Gewicht abgelesen werden. Ferner ist es möglich, gleichzeitig den Preis mit abzulesen. Die Beilage zeigt die Skala einer solchen Zeigerwaage.

Abb. 20

Die in der Abbildung 21 gezeigte Neigungswaage mit Laufgewicht ist in vielen Haushalten zu finden. Auf ihr können Gegenstände bis zu 10 kg gewogen werden. Mitunter findet man auch noch Tafelwaagen (Abb. 22). Bei ihnen sind Gewichtsstücke erforderlich (Abb. 23). Außer den abgebildeten gibt es noch andere Arten von Waagen.

Wenn eine Wagenladung gewogen werden soll, wird das Fahrzeug zusammen mit der Ladung auf eine große Waage gefahren. Für diesen Zweck gibt es „amtliche Waagen" (Abb. 24). Vom Wiegeergebnis zieht man das Eigengewicht des Fahrzeuges (Gewicht ohne Ladung) ab. Man muß also das Eigengewicht kennen. Wenn es nicht bekannt ist, so wiegt man das leere Fahrzeug vor dem Beladen oder nach dem Entladen. Auch bei der Eisenbahn wird das Gewicht von Wagenladungen auf diese Weise ermittelt. An jedem Güterwagen ist das Eigengewicht angegeben.

Alle im Gebrauch befindlichen Waagen und Gewichtsstücke sind auf das festgesetzte Kilogramm abgestimmt. In Deutschland gibt es eine Nachbildung des in Frankreich aufbewahrten Kilogramms.

Waagen und Gewichtsstücke, die im Handel verwendet werden, müssen amtlich geprüft sein. Man sagt, sie sind geeicht. Sie erhalten einen amtlichen Eichstempel.

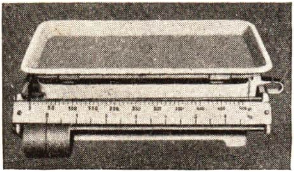


Abb. 21

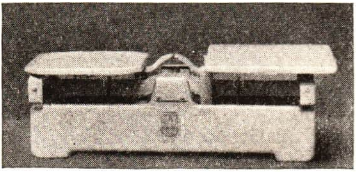


Abb. 22

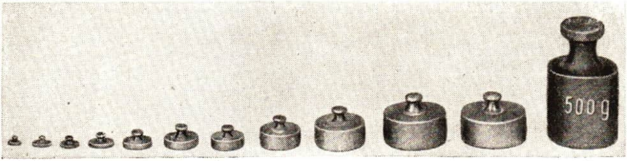


Abb. 23

Aufgaben

1. a) Wieviel Gramm sind 8,432 kg, 30,089 kg, 5,700 kg, 10,009 kg, 0,084 kg, 46,705 kg, 11,275 kg, 1,050 kg?

b) Schreibe als Kilogramm: 4591 g, 18072 g, 9 g, 564 g, 38 g, 439 g!

2. a) Verwandle in Kilogramm: 5 t, 28 t, 80 t, 42 t, 4 t 369 kg, 30 t 80 kg, 2 t 5 kg, 14 t 36 kg!

b) Wieviel Tonnen und Kilogramm sind 8000 kg, 46000 kg, 29448 kg, 30086 kg, 550380 kg, 600003 kg, 984 kg, 7846 kg, 93175 kg, 7005 kg?

c) Wieviel Kilogramm sind 5,638 t, 35,908 t, 68,056 t, 8,006 t, 0,490 t, 0,003 t?

d) Schreibe als Tonnen: 46351 kg, 380480 kg, 9 t 571 kg, 20 t 70 kg, 380 t 9 kg, 594 kg, 76 kg, 8 kg, 7 t 23 kg, 409 kg, 5 t 5 kg!

3. a) Wieviel Kilogramm sind 2 dz, 14 dz, 7 dz, 56 dz, 12 dz 56 kg, 3 dz 78 kg, 26 dz 32 kg?

b) Wieviel Kilogramm sind 3,50 dz, 7,04 dz, 60,22 dz, 0,67 dz, 0,34 dz, 0,05 dz, 0,01 dz?

c) Schreibe als Doppelzentner: 735 kg, 1216 kg, 105 kg, 17 kg, 36 kg, 99 kg, 8 kg, 1 kg!

Abb. 24

d) Wieviel Doppelzentner sind 2 t, 7 t, 14 t, 3 t 5 dz, 17 t 9 dz, 3,5 t, 7,8 t, 10,2 t, 36,1 t?

e) Schreibe als Tonnen: 35 dz, 78 dz, 105 dz, 378 dz, 4 dz, 28 dz, 1 dz!

4. a) Wieviel Gramm sind 1 kg, 1 t, 7 kg, 70 kg, 15 kg, 29 kg, 114 kg?

b) Wieviel Kilogramm sind 480 t, 560000 g, 49000 g, 384 t, 209 t, 843000 g?

5. Überlege, ob man mit dem Gewichtssatz (Abb. 23) alle Gewichte bis 1000 g zusammenstellen kann!

6. Schätze, wie schwer das Lesebuch, das Rechenbuch, ein Heft ist! Schätze das Gewicht deiner Schultasche, wenn sie leer und wenn sie gefüllt ist! Prüfe mit einer Waage nach!

7. Schätze, welche Anzahl a) Bohnen, b) Erbsen, c) Murmeln etwa 50 g wiegt! Prüfe durch Wiegen nach!

8. In Kochbüchern sind häufig Angaben zu finden wie a) ein Eßlöffel Salz, b) ein Eßlöffel Zucker, c) ein gehäufter Eßlöffel Mehl. Bestimme die Gewichte dieser Mengen!

9. Schätze das Gewicht folgender Gegenstände: eines Blattes Papier, eines Briefes mit Umschlag, einer Postkarte, eines Bleistiftes, eines Federhalters, einer Stahlfeder!
Benutze zum Nachwiegen eine Briefwaage!

10. Neben den genannten Waagen finden wir beim Kohlen- oder Kartoffelhändler eine Waage, mit der große Mengen gewogen werden, die Dezimalwaage (Abb. 25). Bei der Dezimalwaage entspricht 1 kg auf der Gewichtsschale 10 kg des zu wiegenden Gegenstandes.

a) Auf der Dezimalwaage sollen 50 kg Kartoffeln oder Kohlen gewogen werden. Welches Gewichtsstück muß auf die Gewichtsschale gelegt werden?

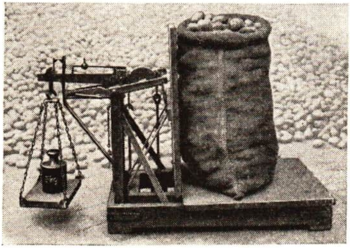


Abb. 25

b) Gib die Gewichtsstücke an, die auf der Gewichtsschale stehen müssen, wenn 15, 25, 40, 85, 100 kg abgewogen werden sollen!

c) Auf der Gewichtsschale stehen 350 g, 800 g, 1 kg 400 g, 3 kg 500 g, 4 kg 500 g. Welche Mengen werden auf der Dezimalwaage abgewogen?

11. In einem FDGB-Heim steht auf der Speisekarte, daß als Abendverpflegung jeder Urlauber 75 g Wurst, 50 g Fleischsalat, 80 g Käse und 40 g Butter erhält. Wieviel Kilogramm Wurst, Fleischsalat, Käse und Butter mußten bereitgestellt werden, wenn 247 Personen verpflegt werden sollten?

11. Zeitmaße

1) Die großen Zeitmaße sind das Jahr (J.), der Monat (Mon.), die Woche (Wo.) und der Tag (Tg.). Die Dauer des Jahres, des Monats und des Tages sind durch den Lauf der Erde und des Mondes bestimmt. In einem Jahr umkreist die Erde die Sonne und ungefähr in einem Monat der Mond die Erde. Die Erde dreht sich an einem Tag einmal um ihre Achse.

a) Der Umlauf der Erde um die Sonne dauert etwas länger als 365 Tage. Der Unterschied beträgt nach vier Jahren fast einen Tag. Er wird durch Schaltjahre ausgeglichen. Deshalb hat jedes vierte Jahr, das Schaltjahr, 366 Tage. Im Schaltjahr hat der Februar 29 Tage.

b) Lies vom Kalender ab, nach wieviel Tagen immer wieder Vollmond ist! Du erkennst, daß die Dauer des Monats annähernd dem Lauf des Mondes um die Erde entspricht, aber nicht mit ihm übereinstimmt.

Die Monate mit ihren Abkürzungen und ihrer Dauer sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

Name	Abkürzung	Dauer	Name	Abkürzung	Dauer
Januar	Jan.	31 Tage	Juli		31 Tage
Februar	Febr.	28(29) Tage	August	Aug.	31 Tage
März		31 Tage	September	Sept.	30 Tage
April	Apr.	30 Tage	Oktober	Okt.	31 Tage
Mai		31 Tage	November	Nov.	30 Tage
Juni		30 Tage	Dezember	Dez.	31 Tage

Im Wirtschaftsleben wird oft das Jahr zu 360 Tg., der Monat zu 30 Tg. gerechnet.

Bei der Angabe des Datums werden in den meisten Fällen die Monate durch die Zahl genannt, die der Reihenfolge der Monate im Ablauf des Jahres entspricht. Die Zahl wird mit arabischen Ziffern geschrieben, zum Beispiel für den 20. Mai 1957 kurz 20. 5. 1957.

c) Auch die Woche ist ein Zeitmaß. Sie hat 7 Tage.
Für die Namen der Wochentage sind ebenfalls Abkürzungen eingeführt.

Wochentag	Abkürzung	Wochentag	Abkürzung
Sonntag	So	Donnerstag	Do
Montag	Mo	Freitag	Fr
Dienstag	Di	Sonnabend	
Mittwoch	Mi	oder Samstag	Sa

Abb. 26

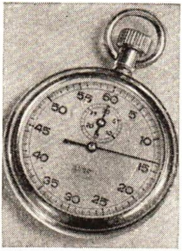


Abb. 27

2) Die kleineren Zeitmaße sind Teile des Tages. **Der Tag wird in 24 Stunden (Abkürzung Std.) eingeteilt. Jede Stunde hat 60 Minuten (Abkürzung Min.) und jede Minute 60 Sekunden (Abkürzung Sek.).**

Die kleineren Zeitmaße werden mit der **Uhr** gemessen. Uhren haben Stunden- und Minutenzeiger. Manche auch Sekundenzeiger. Letztere finden wir häufig an Armband- und Taschenuhren (Abb. 26). Um die Zeit richtig messen zu können, muß man die Uhren ständig auf ihren genauen Gang überprüfen.

Durch den Rundfunk wird die genaue Uhrzeit übermittelt und mit vollen Stunden und Minuten, auch oft mit Sekunden, angesagt.

Eine Vorstellung von der sehr kurzen Zeitdauer einer Sekunde erhält man, wenn man nach einer Uhr mit Sekundenzeiger bei jeder Sekunde auf den Tisch klopft und um eins weiterzählt. Beim Photographieren zählt man die Belichtungszeit in Sekunden mit ,,ein-und-zwan-zig, zwei-und-zwan-zig" usw. aus.

Zähle gleichmäßig von 21 bis 30 nach dem Sekundenzeiger einer Uhr so, daß du in 10 Sekunden die zehn Zahlen ausgesprochen hast! Präge dir die Sprechweise ein!

Beim Sport kommt es oft darauf an, die Zeit sehr genau zu messen (zum Beispiel beim Hundertmeterlauf). Dazu gibt es besondere Uhren, zum Beispiel die Stoppuhr (Abb. 27). Mit ihr kann man noch Teile einer Sekunde messen.

3) Für Zeitangaben gibt es eine besondere Schreibweise. Wir lesen sie in den Fahrplänen der Deutschen Reichsbahn, der Straßenbahnen oder der Autobuslinien. Zum Beispiel soll ein Zug um 12.25 Uhr abfahren. Man spricht diese Zeitangabe als 12 Uhr 25 Minuten oder kürzer als 12 Uhr 25. In Fahrplänen werden die Bezeichnungen für die Zeitmaße fortgelassen und Stunden von Minuten durch einen **Punkt** getrennt.

Um Irrtümer zwischen Stundenangaben für den Vormittag und den Nachmittag auszuschließen, werden die Stunden des Tages von 1 bis 24 gezählt. Wir sprechen also nicht von 1 Uhr mittags, sondern von 13 Uhr.

Aufgaben

1. Zähle die Monate **a)** mit 30, **b)** mit 31 Tagen auf!

2. Schreibe die folgenden Daten in kurzer Form!

a) 19. September 1957 **b)** 29. Februar 1958 **c)** 21. April 1958
d) 1. Juli 1958 **e)** 18. August 1958 **f)** 24. Dezember 1957

3. Was verstehen wir unter den Kurzformen

a) 6. 2. 1958, **b)** 15. 3. 1958, **c)** 1. 5. 1958,
d) 18. 9. 1957, **e)** 25. 8. 1958, **f)** 31. 10. 1957?

4. a) Wieviel Tage hat eine Woche?
b) Wieviel Wochen gehören zu einem Jahr?

5. Rechne den Monat zu 30 Tagen und das Jahr zu 360 Tagen!

a) Wieviel Tage sind 3 Mon., 4 Mon., 6 Mon., 7 Mon., 11 Mon., $7\frac{1}{2}$ Mon., 12 Mon.?
b) Wieviel Tage sind 2 J., 5 J., 9 J., 7 J., 4 J., $1\frac{1}{2}$ J., $2\frac{1}{4}$ J.?
c) Wieviel Tage sind 4 Wo., 7 Wo., 3 Wo., 9 Wo., 12 Wo., 15 Wo., 11 Wo.?

6. a) Wieviel Monate sind 90 Tg., 150 Tg., 60 Tg., 240 Tg., 300 Tg., 180 Tg., 75 Tg.?
b) Wieviel Jahre sind 24 Mon., 48 Mon., 60 Mon., 18 Mon., 72 Mon., 36 Mon., 95 Mon.?
c) Wieviel Jahre sind 180 Tg., 720 Tg., 540 Tg., 1440 Tg., 900 Tg.?

7. Zähle während einer Minute die Puls- oder Herzschläge!

8. Schreibe einige Ankunfts- und Abfahrtszeiten **a)** der Züge des Bahnhofs in deinem Wohnort, **b)** die Abfahrtszeiten einiger Straßenbahnen von Endhaltestellen, **c)** die Abfahrtszeiten eines Omnibusses von der nächstgelegenen Haltestelle auf!

9. Wo stehen der große und der kleine Zeiger um

a) 12.00, 12.05, 12.10, 15.15, 17.45, 21.00, 22.30, 23.15, 23.45;
b) 1.15, 2.35, 5.35, 7.20, 0.26, 16.15, 20.15, 0.13, 6.30?

10. Welche Zeit zeigt die Uhr,

a) wenn der große Zeiger auf 3, der kleine wenig nach 1 steht,
b) wenn der große Zeiger auf 4, der kleine zwischen 2 und 3 steht,
c) wenn der große Zeiger auf 7, der kleine zwischen 4 und 5 steht?

11. a) Wieviel Stunden sind 3 Tg., 4 Tg., 5 Tg., $2\frac{1}{2}$ Tg., $3\frac{1}{2}$ Tg., $1\frac{1}{2}$ Tg., 2 Tg.?
b) Wieviel Minuten sind 4 Std., 7 Std., 3 Std., $2\frac{1}{2}$ Std., $3\frac{1}{2}$ Std., 5 Std.?

c) Wieviel Sekunden sind 2 Min., 12 Min., 7 Min., 5 Min., $8\frac{1}{2}$ Min., $3\frac{1}{2}$ Min., $6\frac{1}{2}$ Min.?

12. a) Wieviel Tage sind 12 Std., 24 Std., 36 Std., 60 Std., 72 Std., 84 Std., 120 Std., 96 Std.?

b) Wieviel Stunden sind 30 Min., 150 Min., 420 Min., 90 Min., 120 Min., 180 Min., 240 Min., 210 Min.?

c) Wieviel Minuten sind 30 Sek., 90 Sek., 150 Sek., 180 Sek., 240 Sek., 270 Sek., 300 Sek.?

13. Verwandle in Sekunden

a) $\frac{1}{2}$ Min., $\frac{1}{4}$ Min., $2\frac{1}{2}$ Min., $9\frac{1}{2}$ Min., 3 Min., 5 Min., $4\frac{1}{2}$ Min.;

b) 8 Min. 25 Sek., 15 Min. 45 Sek., 28 Min. 52 Sek., 2 Min. 14 Sek., 6 Min. 5 Sek., 5 Min. 3 Sek.!

14. Wieviel Minuten und Sekunden sind 150 Sek., 540 Sek., 78 Sek., 90 Sek., 92 Sek., 141 Sek., 243 Sek., 184 Sek.?

15. Zeitangaben über Geschwindigkeiten im Sport (Laufen, Skisport, Schwimmen, Motorsport und andere) werden folgendermaßen geschrieben: 1 : 07 : 15 Std. Man liest die Angabe als 1 Std. 7 Min. 15 Sek. Die Angabe 13 : 07 Min. liest man 13 Min. 7 Sek.

a) Lies die Angaben: 3 : 39 : 13 Std., 1 : 08 : 26 Std., 9 : 27 Min., 2 : 56 : 03 Std.!

b) Schreibe in kurzer Form: 4 Std. 15 Min. 36 Sek., 6 Std. 5 Min. 13 Sek., 1 Std. 42 Min. 17 Sek., 3 Std. 1 Min. 24 Sek., 18 Min. 37 Sek., 5 Min. 7 Sek.!

c) Nenne die Zeiten von zehn sportlichen Leistungen und schreibe die Zeiten ausführlich auf!

16. Auszug aus einem Fahrplan der Straßenbahn:

Abfahrt ab Hauptbahnhof

Erster Wagen für 12-Minuten-Verkehr	ab 4.39
erster Wagen für 15-Minuten-Verkehr	ab 8.39
erster Wagen für 10-Minuten-Verkehr	ab 15.09
erster Wagen für 20-Minuten-Verkehr	ab 19.59
letzter Wagen	ab 0.39

Wievielmal fahren Straßenbahnen im 12-Minuten-Verkehr, im 15-Minuten-Verkehr, im 10-Minuten-Verkehr und im 20-Minuten-Verkehr vom Hauptbahnhof ab?

17. Wie lange dauert es, wenn man 100 DM **a)** in Einpfennigstücken, **b)** in Fünfpfennigstücken, **c)** in Zehnpfennigstücken, **d)** in Fünfzigpfennigstücken, **e)** in Einmarkscheinen aufzählt und jede Sekunde eine Münze oder eine Banknote auflegt?

IV. Das Runden

Im Erdkundeunterricht werden uns die Einwohnerzahlen großer Städte genannt.

Am 31. Dezember 1955 hatte zum Beispiel die Stadt Leipzig 613707 Einwohner. Diese Zahl kann man sich nur schwer merken. Es ist auch gar nicht notwendig, daß wir uns eine so genaue Zahl einprägen, weil sie sich durch Geburten, Todesfälle und Umzug immer wieder verändert. Es genügt also, wenn wir eine ungefähre Zahl angeben. Diese ungefähre Zahl wählen wir so: Sie soll einfach werden, ihr Unterschied zur genauen Zahl soll aber möglichst klein sein. Im betrachteten Beispiel könnten wir 613000 oder 614000 angeben. Bei 613000 wäre der Unterschied 707. Bei 614000 wäre er dagegen nur 293. Deshalb merken wir uns als Einwohnerzahl von Leipzig 614000. Wir sagen: die Einwohnerzahl von Leipzig ist auf volle Tausend **gerundet**. Da die gerundete Zahl größer ist als die genaue, sagen wir, sie ist auf volle Tausend **aufgerundet**.

Am 31. Dezember 1955 betrug die Einwohnerzahl von Erfurt 188112. Als gerundete Einwohnerzahl von Erfurt geben wir 188000 an. Der Unterschied beträgt 112. Würden wir 189000 angeben, so würde der Unterschied 888 betragen. Dieser wäre dann größer. Weil die gerundete Zahl 188000 kleiner ist als die genaue Zahl 188112, sagen wir, sie ist **abgerundet**.

Oft ist es auch aus anderen Gründen zweckmäßig zu runden. Beim Rechnen mit großen Zahlen wollen wir stets vorher feststellen, wie groß ungefähr das Ergebnis wird. Dadurch können wir Rechenfehler vermeiden. Wir runden deshalb die Zahlen so, daß wir mit den gerundeten Zahlen im Kopf rechnen können.

Beispiele:

a) $193 \cdot 5$

Wir runden 193 zu 200 auf. $5 \cdot 200 = 1000$. Das Ergebnis wird etwa 1000 sein.

b) $3017 \cdot 8$

Wir runden 3017 zu 3000 ab. $8 \cdot 3000 = 24000$. Das Ergebnis wird etwa 24000 sein.

c) $28767 + 52292$

Wir runden 28767 zu 30000 auf und 52292 zu 50000 ab.
$30000 + 50000 = 80000$. Das Ergebnis wird etwa 80000 sein.

Im Beispiel **a)** haben wir auf volle Hundert, im Beispiel **b)** auf volle Tausend und im Beispiel **c)** auf volle Zehntausend gerundet.

Für jeden einzelnen Fall muß man entscheiden, ob man aufrundet oder abrundet. Dazu gilt die folgende Grundregel:

Man rundet so, daß der Unterschied zwischen der genauen und der gerundeten Zahl möglichst klein wird. Das Runden nach dieser Grundregel ist einfach durchzuführen:

> Wenn man auf volle Zehn rundet, betrachtet man die Einerstelle; wenn man auf volle Hundert rundet, betrachtet man die Zehnerstelle usw. Ist die betrachtete Stelle kleiner als 5, so wird abgerundet; ist sie gleich 5 oder größer als 5, so wird aufgerundet.

Beispiele:

Im Beispiel **a)** haben wir 193 zu 200 aufgerundet, da wir auf volle Hundert runden wollten und in der Zehnerstelle eine 9 stand; 9 ist größer als 5.

Im Beispiel **c)** haben wir 52292 zu 50000 abgerundet, da wir auf volle Zehntausend runden wollten und in der Tausenderstelle eine 2 stand; 2 ist aber kleiner als 5.

Wenn wir runden, müssen wir bedenken, daß jede gerundete Zahl ungenau ist. Auf welche Stelle wir runden (ob auf volle Zehn, volle Hundert, volle Tausend usw.), hängt vom einzelnen Beispiel ab. Wir müssen in jedem Fall feststellen, wie genau unsere gerundete Zahl sein muß. Wird die Zahl zu ungenau, so wird sie unbrauchbar.

Beispiel:

Am 31. Dezember 1955 hatte Rostock 150004 Einwohner. Würden wir diese Zahl auf volle Hunderttausend runden, so müßten wir 200000 angeben. Diese Zahl wäre aber zu ungenau. Wir runden deshalb nur auf volle Zehntausend und geben 150000 an. Bei Leipzig dagegen kann man auf volle Hunderttausend runden. Wenn man die Einwohnerzahl von Leipzig mit 600000 angibt, ist sie auch noch genau genug.

Wir kennen bereits das Gleichheitszeichen =, das man zwischen zwei gleiche Zahlen setzt: $188112 = 188112$. Nun wollen wir ein neues Zeichen kennenlernen, das man zwischen ungefähr gleiche Zahlen setzt: $188112 \approx 188000$. Das Zeichen $\approx$ bedeutet „ungefähr gleich". Die Angabe $677 \approx 680$ wird also gelesen: „677 ist ungefähr gleich 680".

Aufgaben

1. Runde auf volle Zehn: 43, 67, 88, 192, 359, 975, 4863, 18774!

2. Runde auf volle Hundert: 312, 495, 684, 2136, 5961, 6849, 18451!

3. Runde auf volle Tausend: 4118, 9780, 16500, 37498, 261989, 455561, 43062, 58794, 215903!

4. Runde auf volle Millionen 4396428, 9296117, 18741244, 27042196, 372819165, 17213817, 465496834!

5. Die folgenden Werte sollen für eine Berichterstattung auf tausend Deutsche Mark gerundet werden:
67386 DM, 125461 DM, 36427 DM, 237573 DM, 84847 DM, 52655 DM.

6. Beim Wiegen von Lastkraftwagen mit Braunkohleladungen werden die folgenden Gewichtszahlen abgelesen:
a) 2748 kg, b) 1432 kg, c) 4276 kg, d) 4563 kg.
Runde auf Doppelzentner!

7. Beim Wiegen von offenen Wagen der Reichsbahn mit Schrottladung werden die folgenden Gewichtszahlen abgelesen:
a) 14782 kg, b) 14465 kg, c) 19348 kg, d) 15094 kg.
Runde auf Doppelzentner!

8. Von folgenden deutschen Bergen sind die Höhen angegeben:

Zugspitze (Bayr. Alpen)	2963 m	Brocken (Harz)	1142 m
Großer Arber (Böhmerwald).......	1456 m	Großer Beerberg (Thür. Wald)	982 m
Fichtelberg (Erzgebirge)........	1213 m	Feldberg (Schwarzwald)	1493 m

Runde auf volle Zehner!

9. Von einigen deutschen Flüssen sind die folgenden Längen angegeben:

Elbe	1144 km	Saale	427 km
Mosel	545 km	Spree	398 km
Main	524 km	Havel	337 km

Runde auf volle Zehner!

10. Von folgenden Städten der DDR sind die Einwohnerzahlen angegeben:

Bitterfeld	32500	Naumburg	39300
Brandenburg	87100	Saalfeld	27200
Gotha	57800	Schwerin	94200
Jena	83100	Wismar	54800

Runde die Einwohnerzahlen a) auf volle Tausend und
b) auf volle Zehntausend!

11. Von folgenden deutschen Großstädten sind die Einwohnerzahlen angegeben:

Berlin	3343300	Hamburg	1763900
Bremen	499800	Karl-Marx-Stadt	290200
Düsseldorf	633500	München.............	947300
Halle	289700	Stuttgart	591700

Runde die Einwohnerzahlen a) auf volle Tausend,
b) auf volle Zehntausend,
c) auf volle Hunderttausend!

Auf welche Stelle sind diese Zahlen bereits gerundet?

V. Die vier Grundrechenarten, Vertiefung und Erweiterung

12. Addition

1) Das Zuzählen können wir auch zeichnerisch darstellen. Dazu zeichnen wir eine waagerechte gerade Linie. Den Anfang, den wir Nullpunkt nennen wollen, kennzeichnen wir durch einen senkrechten Strich. Vom Nullpunkt aus tragen wir mit dem Zirkel eine gleiche Strecke (Einheit) mehrmals hintereinander nach rechts auf der geraden Linie ab. Die Länge dieser Strecke können wir beliebig wählen. Die entstehenden Schnittpunkte numerieren wir: 1, 2, 3, usw. (siehe Abb. 28). Wir können unsere gerade Linie nach rechts beliebig verlängern. Das deuten wir durch einen Pfeil an. Diese nach rechts verlaufende gerade Linie mit den dargestellten Zahlen nennen wir **Zahlenstrahl.**

Wir wollen die Aufgabe 9 + 4 am Zahlenstrahl rechnen. Dazu gehen wir erst bis zur Zahl 9 und schreiten dann auf dem Zahlenstrahl 4 Einheiten vorwärts. An dem erreichten Punkt lesen wir das Ergebnis ab; in unserem Falle ist es 13 (Abb. 29, Pfeile oberhalb des Zahlenstrahls). Wenn wir die Pfeile unterhalb des Zahlenstrahls betrachten (Abb. 29), so erkennen wir, daß auch die Aufgabe 4 + 9 zum Ergebnis 13 führt. Demnach ist beim Zuzählen die Reihenfolge der Glieder beliebig.

2) Das Zuzählen wird in der Mathematik als **Addition** bezeichnet. Das Tätigkeitswort dazu heißt **addieren.** Die einzelnen Glieder einer Additionsaufgabe nennt man **Summanden.** Sie sind durch das Rechenzeichen + (sprich „plus“) miteinander verbunden. Das Ergebnis einer Addition heißt **Summe.** Das Zeichen = bedeutet „gleich“.

9	+	4	=	13
4	+	9	=	13
Summand	**plus**	**Summand**	**gleich**	**Summe**

Die Summanden können in beliebiger Reihenfolge addiert werden.

Abb. 28

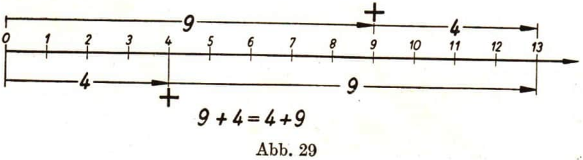


Abb. 29

3) Bevor wir schriftlich addieren, überschlagen wir das Ergebnis. Wir können dann überprüfen, ob die beim schriftlichen Addieren gefundene Summe ungefähr gleich dem geschätzten Ergebnis ist.

a) Aufgabe: $1234 + 2345 + 4410$

Lösung

durch Überschlagen:	durch schriftliches Rechnen:
1000	1234
2000	2345
+ 4000	+ 4410
7000	7989

b) Aufgabe: $1234 + 2345 + 456 + 35 + 3572$

Lösung

durch Überschlagen:	durch schriftliches Rechnen:
1000	1234
2000	2345
	456
	35
+ 4000	+ 3572
7000	7642

Wir beginnen bei den Einern der letzten Zahl und sprechen: 2, 7, 13, 18, 2**2**, usw.

Um die Richtigkeit des Ergebnisses zu überprüfen, addiert man noch einmal, bei den Einern beginnend, in umgekehrter Reihenfolge, also von oben nach unten. Begründe, warum das Ergebnis das gleiche sein muß!

Bei der schriftlichen Addition müssen die Zahlen nicht immer untereinander geschrieben werden, sondern man kann auch nebeneinanderstehende Zahlen addieren.

c) Aufgabe: $1097 + 563 + 2776 + 8341$

Lösung: Wir überschlagen zuerst das Ergebnis:

$$1000 + 1000 + 3000 + 8000 = 13000.$$

Das Ergebnis ist etwa 13000.

Nun rechnen wir schriftlich:

$$1097 + \ \ 563 + 2776 + 8341 = 12777$$

Wir beginnen bei den Einern der letzten Zahl und sprechen:

1, 7, 10, 1**7**,
1, 5, 12, 18, 2**7**,
2, 5, 12, 1**7**,
1, 9, 11, **12**.

(Die fettgedruckten Ziffern wurden, bei den Einern beginnend, nach links in die entsprechenden Zehnerstufen eingesetzt.)

Aufgaben

1. a) Zeichne einen Zahlenstrahl! Wähle als Einheit 1 cm und stelle die Zahlen 3, 5, 10, 13, 17 und 20 dar!

b) Zeichne einen Zahlenstrahl mit der Einheit 5 mm und stelle die Zahlen 8, 15, 24, 32 und 40 dar!

2. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben: **a)** $8 + 9$, **b)** $12 + 16$, **c)** $18 + 14$!

Kopfrechnen

3. a) $25 + 36 + 75$
c) $250 + 317 + 750$
e) $999 + 78 + 1001 + 22$
g) $235 + 65 + 612 + 88$
i) $627 + 111 + 373 + 89$

b) $18 + 32 + 72$
d) $65 + 78 + 135$
f) $875 + 76 + 125 + 124$
h) $345 + 17 + 155 + 83$
k) $439 + 218 + 561 + 182$

	A)	B)	C)	D)	E)
4. a)	12 +	18 +	21 +	39 +	48
b)	13 +	23 +	11 +	35 +	54
c)	28 +	15 +	63 +	29 +	17
d)	16 +	31 +	43 +	24 +	19
e)	34 +	18 +	22 +	41 +	12

	A)	B)	C)	D)	E)
5. a)	31 +	27 +	19 +	28 +	73
b)	55 +	44 +	45 +	19 +	56
c)	69 +	23 +	31 +	22 +	77
d)	38 +	97 +	45 +	62 +	55
e)	45 +	56 +	55 +	11 +	44

	A)	B)	C)	D)
6. a)	27 +	81 +	65 +	19
b)	42 +	16 +	13 +	34
c)	33 +	25 +	22 +	45
d)	16 +	35 +	28 +	25
e)	18 +	29 +	45 +	41

	A)	B)	C)	D)	E)
7. a)	35 +	73 +	32 +	66 +	91
b)	38 +	47 +	17 +	32 +	15
c)	57 +	28 +	49 +	18 +	47
d)	42 +	24 +	51 +	47 +	63
e)	15 +	32 +	62 +	93 +	81

	A)	B)	C)	D)
8. a)	270 +	810 +	650 +	190
b)	160 +	540 +	720 +	630
c)	570 +	840 +	230 +	160
d)	280 +	340 +	470 +	520
e)	930 +	210 +	420 +	740

	A)	B)	C)	D)
9. a)	1600 +	2500 +	4100 +	3700
b)	4300 +	5200 +	2900 +	6300
c)	5700 +	1200 +	3100 +	9600
d)	8100 +	2700 +	5200 +	7500
e)	2100 +	4800 +	9500 +	6200

10. Wie kann man leicht rechnen

a) 327 + 199, **b)** 1456 + 997, **c)** 2356 + 1998?

Bilde selbst ähnliche Beispiele!

Schriftliches Rechnen

Überschlage vor dem Rechnen das Ergebnis!

	A)	B)	C)	D)	E)	F)
11. a)	756 +	4235 +	16555 +	603 +	189 +	7357
b)	2803 +	507 +	202 +	34777 +	6507 +	204
c)	47290 +	99 +	5317 +	802 +	3275 +	9117
d)	624 +	54347 +	209 +	7553 +	773 +	94
e)	701 +	502 +	4278 +	26 +	25280 +	972
f)	8160 +	6312 +	164 +	999 +	201 +	37

	A)	B)	C)	D)	E)	F)
12. a)	1097 +	563 +	37505 +	8462 +	72 +	4560
b)	345 +	4378 +	61 +	5448 +	183 +	9354
c)	8077 +	18268 +	7449 +	454 +	4359 +	76
d)	49 +	9 +	453 +	7324 +	368 +	173
e)	46678 +	389 +	3227 +	642 +	64748 +	8443
f)	8765 +	1271 +	448 +	1273 +	1291 +	1871

	A)	B)	C)	D)	E)
13. a)	1237609 +	803509 +	695432 +	8023546 +	381026
b)	56813 +	7482345 +	519 +	123456 +	4726
c)	776331 +	4768 +	713825 +	43504 +	9382472
d)	6820549 +	5613451 +	3424298 +	254321 +	6368
e)	8354281 +	327528 +	9461030 +	6051302 +	36420
f)	367084 +	8407673 +	47573 +	5692461 +	78

14. a) Addiere die Zahlen in jeder der Spalten **A** bis **F**!

b) Addiere die Zahlen in den Zeilen **a** bis **h**, ohne sie untereinander zu schreiben!

	A	B	C	D	E	F
a	11026	312	4746	45689012	191311	1321515
b	34826345	2697225	3621	128	276456	27
c	48	76005406	277	3745422	887754	45496
d	392001	4726392495	504723708	7832	69	4920010
e	6925	554123	74	681756119	5730182	695681
f	6507921862	6892100	694254	34258	703981775	4078
g	394	594207691	2005	781246	65763	7411222
h	521291	89321	8027865	811	8793	687374699

15. In einem Kreis wurden im letzten Sommer sechs Ferienlager eingerichtet. Die Lager waren folgendermaßen belegt:

1. Lager 327 Schüler	4. Lager 325 Schüler
2. Lager 331 Schüler	5. Lager 333 Schüler
3. Lager 329 Schüler	6. Lager 167 Schüler

Wieviel Schüler verbrachten ihre Ferien in diesen Lagern?

16. Ein Betrieb fertigte im letzten Jahr Handwagen an, und zwar im 1. Vierteljahr 7048 St., im 2. Vierteljahr 8312 St., im 3. Vierteljahr 7984 St. und im 4. Vierteljahr 9166 St.
Wieviel Handwagen wurden im ganzen Jahr hergestellt?

17. Die Friedensfahrt Warschau—Berlin—Prag 1956 war in folgende Etappen aufgeteilt:

1. Etappe:	Rund um Warschau	110 km
2. Etappe:	Warschau—Łódź	140 km
3. Etappe:	Łódź—Katowice	215 km
4. Etappe:	Katowice—Wrocław	185 km
5. Etappe:	Wrocław—Görlitz	190 km
6. Etappe:	Görlitz—Berlin	228 km
7. Etappe:	Berlin—Leipzig	206 km
8. Etappe:	Leipzig—Karl-Marx-Stadt	190 km
9. Etappe:	Karl-Marx-Stadt—Karlovy Vary	147 km
10. Etappe:	Karlovy Vary—Tábor	207 km
11. Etappe:	Tábor—Brno	177 km
12. Etappe:	Brno—Prag	224 km

Wieviel Kilometer mußten die Fahrer von Warschau über Berlin nach Prag fahren?

18. Drei Konsum-Verkaufsstellen zahlten in einer Woche die folgenden Beträge bei der Deutschen Notenbank ein:

1. Verkaufsstelle	963,25 DM,	871,37 DM,	744,76 DM,
	984,63 DM,	1215,18 DM,	1437,69 DM;
2. Verkaufsstelle	1034,32 DM,	915,21 DM,	1065,33 DM,
	284,25 DM,	873,68 DM,	2119,76 DM;
3. Verkaufsstelle	338,24 DM,	609,83 DM,	265,54 DM,
	724,19 DM,	972,28 DM,	1903,62 DM.

Welche Summe wurde insgesamt von jeder Verkaufsstelle eingezahlt? Wieviel Mark wurden von den drei Verkaufsstellen zusammen eingezahlt?

19. An eine Großmarkthalle wurden in einer Woche verschiedene Waren geliefert:

a) Obst: 725 kg, 93 kg, 121 kg, 96 kg, 176 kg, 134 kg.
Wieviel Kilogramm Obst wurden in dieser Woche insgesamt geliefert?

b) Verschiedene Sorten Gemüse: 18,35 dz, 64,20 dz, 39,55 dz, 44,60 dz, 21,40 dz, 56,75 dz.

Wieviel Tonnen Gemüse erhielt die Großmarkthalle in dieser Woche?

c) Kartoffeln: 3,7 t, 6,4 t, 19,8 t, 7,3 t, 12,2 t, 9,4 t.
Wie groß war die Lieferung an Kartoffeln in einer Woche?

20. An eine Textilverkaufsstelle wurden verschiedene Stoffe geliefert.

a) Anzugstoffe: 28,30 m, 31,20 m, 25,40 m, 27,50 m, 30,80 m.
Wieviel Meter Anzugstoff wurden geliefert?

b) Hemdenstoffe: 42,30 m, 45,20 m, 48,60 m, 44,70 m, 49,50 m.
Wieviel Meter Hemdenstoff erhielt die Verkaufsstelle?

c) Dekorationsstoffe: 62,80 m, 59,10 m, 60,30 m, 64,20 m, 57,50 m.
Wie groß war die Lieferung an Dekorationsstoffen?

21. Schreibe die folgenden Maßangaben mit Komma und addiere sie!

a) 5 m 17 cm, 6 m 54 cm, 11 m 51 cm, 23 m 7 cm, 9 m 5 cm, 13 m 7 cm, 19 m 8 cm

b) 14 m 3 cm, 23 m 5 cm, 8 m 74 cm, 4 m 4 cm, 8 cm, 21 m 64 cm

c) 5 km 85 m, 3 km 127 m, 362 m, 2 km 9 m, 8 km 706 m

d) 19 km 196 m, 14 km 212 m, 11 km 65 m, 13 km 871 m

22. Fünf Verkaufsstellen eines HO-Kreisbetriebes hatten in der ersten Septemberwoche die folgenden Einnahmen.

	Verkaufsstelle 1 DM	Verkaufsstelle 2 DM	Verkaufsstelle 3 DM	Verkaufsstelle 4 DM	Verkaufsstelle 5 DM
Montag	4548,67	3219,32	5457,96	2982,63	5793,77
Dienstag	5587,95	4648,56	4987,47	3296,82	6175,59
Mittwoch	4952,73	5579,82	5228,38	4165,93	6384,92
Donnerstag	5149,24	5286,37	6193,53	5233,48	5296,41
Freitag	5388,29	4473,59	3992,48	4857,52	7123,53
Sonnabend	6293,37	4991,78	5247,28	4935,69	6867,43

a) Wie groß war die Einnahme jeder Verkaufsstelle?

b) Welche Verkaufsstelle hatte die größte und welche die kleinste Einnahme?

c) Wie groß war die Einnahme insgesamt?

13. Subtraktion

1) Auch das Abziehen kann man am Zahlenstrahl darstellen. Wir wollen die Aufgabe 9 — 4 am Zahlenstrahl lösen.

Zunächst gehen wir vom Nullpunkt aus bis zur 9 vorwärts. Dann schreiten wir am Zahlenstrahl 4 Einheiten zurück. Am erreichten Punkt lesen wir das Ergebnis ab; in unserem Falle ist es 5 (Abb. 30). Das Abziehen bedeutet ein Rückwärtsschreiten.

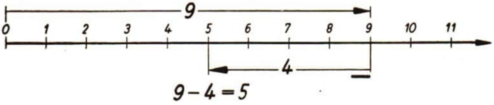


Abb. 30

2) Das Abziehen wird in der Mathematik als **Subtraktion** bezeichnet. Das Tätigkeitswort heißt **subtrahieren.** Beim Abziehen nennen wir das erste Glied **Minuend.** Das ist die Zahl, von der wir etwas abziehen. Das zweite Glied heißt **Subtrahend.** Es ist die Zahl, die abgezogen wird. Das Ergebnis heißt **Differenz.** Das Rechenzeichen — wird „minus" gelesen.

9	—	4	=	5
Minuend	**minus**	**Subtrahend**	**gleich**	**Differenz**

3) Wir betrachten noch einmal unsere Aufgabe 9 — 4 am Zahlenstrahl. Von 9 sind wir 4 Einheiten zurückgeschritten und haben 5 erhalten. Schreiten wir 4 Einheiten von 5 aus vorwärts, so erhalten wir wieder 9; denn 5 + 4 = 9 (Abb. 31).

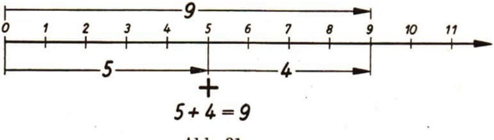


Abb. 31

Daraus ergibt sich, daß **die Subtraktion die Umkehrung der Addition ist.** Diese Erkenntnis verwenden wir, wenn wir nach der Lösung einer Subtraktionsaufgabe die Probe machen.

Beispiel: Die Probe zur Subtraktionsaufgabe 9 — 4 = 5 lautet
5 + 4 = 9

Probe:	5	+	4	=	9
	Differenz	**plus**	**Subtrahend**	**gleich**	**Minuend**

4) Bei der schriftlichen Subtraktion wird eine Verfahrensweise angewandt, von der auch im täglichen Leben Gebrauch gemacht wird.

So hat zum Beispiel ein Kunde in einem Lebensmittelgeschäft für 6 DM Lebensmittel gekauft; er bezahlt mit einem Zwanzigmarkschein. Der Verkäufer zählt beim Herausgeben: „Sieben—acht—neun—zehn Mark und zehn Mark sind zwanzig Mark". Er legt dabei 4 Einmarkscheine und einen Zehnmarkschein auf den Tisch. Der Kunde erhält 14 DM zurück, denn 20 DM − 6 DM = 14 DM. Die Differenz wurde durch Ergänzen des Subtrahenden zum Minuenden errechnet.

Dieses Verfahren nennt man **Ergänzungsverfahren.**

Die folgenden Aufgaben sollen es erläutern.

a) Aufgabe: 6759 − 4325

Lösung

durch Überschlagen:

$$\begin{array}{r} 7000 \\ -4000 \\ \hline 3000 \end{array}$$

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{r} 6759 \\ -4325 \\ \hline 2434 \end{array}$$

Wir beginnen bei den Einern:
5 E plus **4 E** gleich 9 E,
2 Z plus **3 Z** gleich 5 Z,
3 H plus **4 H** gleich 7 H,
4 T plus **2 T** gleich 6 T.

Probe:

$$\begin{array}{rl} 2434 & \text{(Differenz)} \\ +4325 & \text{(Subtrahend)} \\ \hline 6759 & \text{(Minuend)} \end{array}$$

b) Wir rechnen

1.
$$\begin{array}{r} 60 \\ -30 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ -32 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68 \\ -38 \\ \hline 30 \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{r} 46 \\ -23 \\ \hline 23 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ -33 \\ \hline 23 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 66 \\ -43 \\ \hline 23 \end{array}$$

In jedem Beispiel wurden der Minuend und der Subtrahend um die gleiche Zahl erhöht. Die Differenz blieb in beiden Gruppen gleich. Wir merken uns also:

Die Differenz bleibt die gleiche, wenn zum Minuenden und zum Subtrahenden die gleiche Zahl addiert wird.

c) Aufgabe: 571 − 346

Lösung

durch Überschlagen:

$$\begin{array}{r} 600 \\ -300 \\ \hline 300 \end{array}$$

Das Ergebnis ist etwa 300.

durch schriftliches Rechnen:

571 (Minuend) $-$346 (Subtrahend) 225 (Differenz)	Wir rechnen: Da wir 6 E nicht bis 1 E ergänzen können, zählen wir zum Minuenden 10 E hinzu und rechnen: 6 E + **5 E** = 11 E.
Probe: 225 (Differenz) +346 (Subtrahend) 571 (Minuend)	Damit das Ergebnis der Aufgabe richtig bleibt, müssen wir zu den 4 Z im Subtrahenden 1 Z hinzufügen und rechnen: 5 Z + **2 Z** = 7 Z. Bei den Hundertern rechnen wir: 3 H + **2 H** = 5 H.

d) Stelle an dem folgenden Beispiel die entsprechenden Überlegungen an wie bei **c)**!

Aufgabe: 8443 – 2516

Lösung

durch Überschlagen:

$$\begin{array}{r} 8000 \\ -3000 \\ \hline 5000 \end{array}$$

Das Ergebnis ist etwa 5000.

durch schriftliches Rechnen:

8443 $-$2516 5927	Wir sprechen, bei den Einern beginnend: 6 plus **7** gleich 13, 1 plus 1 gleich 2, 2 plus **2** gleich 4, 5 plus **9** gleich 14, 1 plus 2 gleich 3, 3 plus **5** gleich 8.

Probe: 5927 (Differenz)
+2516 (Subtrahend)
8443 (Minuend)

e) Der Vorteil des Ergänzungsverfahrens zeigt sich besonders beim Subtrahieren von mehreren Subtrahenden.

Aufgabe: 84153 – 4571 – 834 – 27319 – 8065 (Runde beim Überschlagen auf volle Zehntausend.)

Lösung

durch Überschlagen:

$$\begin{array}{r} 80000 \\ -30000 \\ -10000 \\ \hline 40000 \end{array}$$

Das Ergebnis ist etwa 40000.

durch schriftliches Rechnen:

84153	Wir sprechen, bei den Einern beginnend:							
− 4571	5,	14,	18,	19		plus **4** gleich 23,		
− 834	2,	8,	9,	12,	19	plus **6** gleich 25,		
−27319	2,	5,	13,	18		plus **3** gleich 21,		
− 8065	2,	10,	17,	21		plus **3** gleich 24,		
43364	2,	4				plus **4** gleich 8.		

Probe:

$$\begin{array}{rl} 43364 & \text{(Differenz)} \\ \left.\begin{array}{r} +\ 8065 \\ +27319 \\ +\ \ 834 \\ +\ 4571 \end{array}\right\} & \text{(Subtrahenden)} \\ \hline 84153 & \text{(Minuend)} \end{array}$$

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheiten zu 5 mm) die Aufgaben **a)** 16 − 10, **b)** 28 − 11, **c)** 12 − 8, **d)** 24 − 9, **e)** 23 − 16!

Kopfrechnen

2. **a)** 73 − 43 **b)** 186 − 56 **c)** 391 − 81
d) 568 − 128 **e)** 773 − 253 **f)** 917 − 307
g) 865 − 145 **h)** 644 − 434 **i)** 788 − 438

3. **a)** 345 − 215 **b)** 759 − 639 **c)** 573 − 423
d) 458 − 328 **e)** 591 − 181 **f)** 647 − 327
g) 854 − 434 **h)** 368 − 228 **i)** 674 − 354

Schriftliches Rechnen

4. **a)** 8367 − 4145 **b)** 6549 − 1423 **c)** 26847 − 3714
d) 72548 − 50232 **e)** 83826 − 52713 **f)** 65754 − 53442
g) 573426 − 252312 **h)** 274648 − 131326 **i)** 837418 − 521307

5. **a)** 92439 − 70218 **b)** 85978 − 41715
c) 45497 − 23181 **d)** 5376929 − 3264307
e) 2981764 − 561253 **f)** 3426873 − 2105651

6. **a)** 156 − 86 **b)** 341 − 81 **c)** 428 − 158
d) 753 − 273 **e)** 835 − 165 **f)** 558 − 488
g) 907 − 317 **h)** 444 − 264 **i)** 629 − 259

7. **a)** 1015 − 345 **b)** 2739 − 659 **c)** 6408 − 3328
d) 5081 − 1091 **e)** 9627 − 3347 **f)** 2834 − 1454
g) 7362 − 2282 **h)** 3654 − 2374 **i)** 4839 − 1959

8. a) 127 – 43 b) 296 – 154 c) 345 – 262
d) 839 – 341 e) 582 – 424 f) 961 – 537
g) 444 – 227 h) 697 – 323 i) 732 – 368

9. a) 445 – 207 b) 691 – 304 c) 565 – 408
d) 937 – 206 e) 2741 – 1007 f) 4563 – 2009
g) 5339 – 3005 h) 6742 – 4008 i) 7384 – 5090

10. a) 5741 – 4857 b) 9237 – 4349 c) 7231 – 5648
d) 3125 – 2837 e) 6471 – 4868 f) 8567 – 4678
g) 8327 – 6442 h) 7475 – 3888 i) 4346 – 2678

11. a) 45673 – 9824 b) 62738 – 53439 c) 26239 – 17781
d) 87432 – 19635 e) 53214 – 44981 f) 92400 – 45827
g) 54000 – 37896 h) 75340 – 59449 i) 35400 – 19873

12. a) 84900 – 5328 b) 87354 – 28937 c) 87067 – 75348
d) 21756 – 19983 e) 35003 – 29817 f) 45123 – 37987
g) 98263 – 23448 h) 83703 – 45945 i) 54300 – 29928

13. a) 895004 – 72835 b) 398706 – 235980 c) 823707 – 645819
d) 476103 – 329437 e) 521300 – 295739 f) 641500 – 337792
g) 218433 – 192528 h) 845700 – 497321 i) 333333 – 266667

14. a) 6832040 – 1937504 b) 8430000 – 7134364
c) 4923018 – 1456304 d) 9406065 – 8320948
e) 8000003 – 6999876 f) 9020050 – 2879346
g) 15432107 – 8741815 h) 34714000 – 17348532

Schreibe die Zahlen richtig untereinander und subtrahiere!

15. a) 7863 – 379 – 2595
b) 15795 – 6796 – 842
c) 81912 – 7004 – 3150
d) 89125 – 375 – 8831
e) 5983 – 1796 – 977
f) 33957 – 8989 – 2746
g) 54000 – 9745 – 744
h) 73000 – 9409 – 765

16. a) 22863 – 4215 – 5579
b) 60007 – 8339 – 4296
c) 98213 – 12008 – 25134
d) 54738 – 11015 – 17339
e) 59398 – 21209 – 17328
f) 96000 – 42538 – 13758
g) 431420 – 33725 – 62819
h) 500000 – 65248 – 72823

17. a) 34239 – 491 – 5863 – 19713 – 2639
b) 3344591 – 563783 – 681427 – 987635 – 471169
c) 637528 – 63819 – 125679 – 79037 – 228443
d) 15783615 – 6928437 – 247581 – 2671344 – 3936593

18. a) 825961 — 348769 — 18521 — 206428 — 35296
b) 379418 — 125237 — 35469 — 76580 — 168244
c) 937826 — 259743 — 74372 — 280444 — 38872
d) 521000 — 173285 — 144362 — 102873 — 75489

19. a) 93526 — 4219 — 8941 — 15743 — 45352 — 6465
b) 224563 — 25145 — 75937 — 6774 — 18614 — 6410
c) 896806 — 215665 — 175148 — 93789 — 87495 — 61324
d) 5623796 — 1245817 — 637625 — 24577 — 908548 — 1053866

20. a) 339427 — 85004 — 47641 — 113928 — 5369
b) 951099 — 407213 — 37941 — 128567 — 96909
c) 1405658 — 470796 — 36248 — 239837 — 328552
d) 53607219 — 25821925 — 1576432 — 8924364 — 4096809

21. a) 733286 — 202805 — 193429 — 94663 — 240717
b) 827901 — 151864 — 39733 — 140205 — 396096
c) 6094872 — 1008374 — 7607 — 4384596 — 73258
d) 6408316 — 1593673 — 3271612 — 500461 — 1042558

22. Beachte, daß es für das Ergebnis ohne Bedeutung ist, in welcher Reihenfolge Additionen und Subtraktionen ausgeführt werden!
a) 75319 + 14027 — 53866 — 17838 — 2486
b) 69756 + 16789 — 42645 — 24577 — 3444
c) 87951 — 23870 — 17614 — 2687 + 14918
d) 74237 — 43510 — 22218 + 25902 — 13745
e) 637897 — 84795 + 87495 + 61243 — 6410

23. Aufgaben mit besonderen Ergebnissen:
a) 96428 + 3743 + 8764 + 989 + 5875 + 7657
b) 34567 — 9786 + 76798 — 88796 + 98765 — 33771
c) 468 + 7896 — 987 + 8965 — 5896 + 38979 — 16092
d) 654321 — 280987 — 249878
e) 47689 + 88976 — 78947 + 456789 — 8076 + 708090 — 337978

24. Gisela kauft für 11,24 DM im Lebensmittelgeschäft ein und bezahlt mit einem Zwanzigmarkschein. **a)** Wieviel Geld bekommt sie zurück? **b)** Welche Banknoten und welche Münzen könnte sie zurückerhalten haben? Nenne drei Möglichkeiten!

25. Heinz hat für 7,72 DM eingekauft. Er bezahlt mit einem Zehnmarkschein. Wieviel wurde herausgegeben?

26. Auf einem Wiegezettel ist angegeben: Gewicht des Wagens 1865 kg, Gesamtgewicht 4230 kg. Was kann man berechnen? Welche Zahl ist der Minuend, welche der Subtrahend?

27. Eine Fahrradfabrik sollte nach ihrem Plan im letzten Jahr 26320 Räder herstellen. Sie fertigte aber 27918 Stück an. Wieviel Räder wurden mehr hergestellt, als ursprünglich geplant war?

28. Der Bauer Kurt Richter schloß mit der MTS einen Vertrag ab. Danach werden für ihn Ackerarbeiten von der MTS während eines Jahres ausgeführt. Er muß dafür 718,26 DM zahlen. Hätte er die Arbeiten selbst verrichtet, so wären ihm allein für Pferd und Geräte 1169,58 DM Kosten entstanden. Wieviel Mark hätte er ohne Hilfe mehr aufwenden müssen?

29. Ein Jugendaktiv in einem Betriebswerk der Reichsbahn senkte den Kohlenverbrauch im Güterverkehr. Das Aktiv durfte planmäßig 4186,850 t verbrauchen, benötigte aber nur 3707,570 t. Wieviel Tonnen Kohle wurden eingespart?

30. Von einem Sparkassenbuch mit einem Guthaben von 5296,00 DM werden nach und nach die folgenden Beträge abgehoben: 486,50 DM, 1270,00 DM, 364,00 DM, 782,75 DM. Welcher Betrag steht noch auf dem Sparbuch?

31. Bei einer Sparkasse wurden an einem Tag insgesamt 243752,73 DM eingezahlt und insgesamt 196863,98 DM abgehoben. Um wieviel Mark waren die Einzahlungen größer als die Auszahlungen?

32. Das Bankkonto eines volkseigenen Betriebes wies ein Guthaben von 56748,25 DM auf. Es wurden zum Bezahlen von verschiedenen Rechnungen die folgenden Beträge abgebucht: 843,48 DM, 2629,75 DM, 5391,52 DM, 672,39 DM, 8865,64 DM. Gib das neue Guthaben des Betriebes an!

33. Ein Ballen Anzugstoff war 32,30 m lang. Davon wurden an einem Tag 3,25 m, 1,10 m, 2,10 m, 4,45 m, 2,75 m, 3,15 m, 4,25 m verkauft. Wieviel Meter Anzugstoff blieben übrig?

34. Zum Verkauf lagen 64,40 m Vorhangstoff bereit. Davon wurden an einem Tage 16,25 m, 5,40 m, 11,25 m, 8,50 m, 9,60 m, 6,75 m verkauft. Wieviel Meter betrug der Rest des Vorhangstoffes?

35. Ein Kühlhaus liefert an verschiedenen Tagen von 56244 Eiern 2460 St., 1830 St., 2150 St., 3490 St., 2370 St., 3250 St., 5550 St., 1550 St. Wieviel Eier sind noch im Kühlhaus?

36. Eine Großmarkthalle bekam eine Lieferung von 186 dz Weißkohl. Sie gab an die Konsumgenossenschaft 68 dz, an die HO-Lebensmittel 49 dz und an Einzelhändler 64 dz ab. Wieviel Doppelzentner Kohl blieben übrig?

37. a) 24,75 m — 13 m 22 cm
b) 27,22 m — 21 m 45 cm
c) 64 m 42 cm — 14,88 m
d) 48 m 13 cm — 29 m 45 cm
e) 56 m 72 cm — 39 m 86 cm
f) 264 m 17 cm — 96 m 54 cm
g) 32 m 84 cm — 15,76 m
h) 75 m 16 cm — 58 m 24 cm

38. a) 6 kg 247 g — 2 kg 124 g
b) 23 kg 81 g — 17 kg 902 g
c) 54 kg 312 g — 991 g
d) 524 kg 9 g — 298 kg 807 g
e) 13,375 kg — 7,125 kg
f) 41,225 kg — 27,815 kg
g) 38 kg 115 g — 23,895 kg
h) 82,072 kg — 49 kg 512 g
i) 153 kg 64 g — 96,305 kg
k) 64,008 kg — 47 kg 614 g

Rechenvorteile

An einigen Beispielen sollen Rechenvorteile erläutert werden.

a) 257 — 98 = 257 — 100 + 2 — Anstatt 98 zu subtrahieren, kann man 100 subtrahieren und 2 addieren.

b) 3526 — 995 = 3526 — 1000 + 5 — Anstatt 995 zu subtrahieren, kann man auch 1000 subtrahieren und 5 wieder addieren.

Rechne vorteilhaft!

39. a) 329 — 97
b) 564 — 198
c) 736 — 295
d) 654 — 295
e) 938 — 396
f) 1356 — 492
g) 2176 — 590
h) 6394 — 1900
i) 36760 — 5990

40. a) 2936 — 997
b) 3748 — 950
c) 4562 — 995
d) 6553 — 496
e) 8377 — 385
f) 5719 — 725
g) 1865 — 393
h) 9623 — 593
i) 7258 — 295

14. Übungen zur angewandten Addition und Subtraktion

In den nachfolgenden Aufgaben werden beide Rechenarten angewandt. Beachte wieder, daß es für das Ergebnis ohne Bedeutung ist, in welcher Reihenfolge Addition und Subtraktion ausgeführt werden!

1. Eine Grundschule hat 367 Schüler. Am Schluß des Schuljahres werden 48 entlassen, zu Beginn des neuen Schuljahres werden 63 aufgenommen. Wieviel Schüler besuchen dann die Schule?

2. Der Vater hat eine Prämie von 142,50 DM erhalten und kauft für Horst 1 Paar Schuhe zu 22,50 DM, 1 Hemd zu 6,37 DM, 1 Trainingsanzug zu 18,45 DM und 2 Paar Socken zu je 2,38 DM. Wieviel Mark bleiben von der Prämie noch übrig?

3. Die Mutter kauft in der HO für 18,54 DM Handtücher, für 25,37 DM ein Tischtuch und für 52,80 DM Bettwäsche. Sie bezahlt mit einem Hundertmarkschein.

4. Bilde selbst ähnliche Aufgaben wie 2 und 3!

5. In einer Mühle werden an einem Tage 475 kg, 962 kg und 313 kg Weizen abgeliefert. In der Mühle sind jetzt insgesamt 58 dz vorhanden. Wieviel Weizen lagerte vor der Lieferung in der Mühle?

6. Während eines Sportfestes mehrerer Schulen wurden beim Schlagballweitwurf unter anderem folgende Würfe von 11jährigen Schülern erzielt: 21,00 m, 37,50 m, 46,50 m und 52,00 m. Die beste Leistung war ein Wurf von 58,00 m.
Stelle den Unterschied zwischen der besten Leistung und jeder anderen Leistung fest!

7. Auf einem Sportfest mehrerer Schulen wurde auch ein Dreikampf in folgenden Disziplinen ausgetragen: 60-m-Lauf, Weitsprung und Schlagballwerfen. Von den Jungen der Klasse 5b wurden folgende Leistungen erzielt:

Name	60 m-Lauf Sek.	Weitsprung m	Schlagballwerfen m
Dieter	9,3	4,41	54,0
Bernd	8,9	4,08	56,5
Klaus	9,4	3,26	59,5
Manfred	9,7	3,78	53,5
Michael	8,5	4,62	56,5
Peter	9,2	4,20	53,0
Rolf	10,2	3,66	48,5
Hans-Jürgen	9,6	3,81	52,5
Walter	9,5	4,05	48,0
Günther	8,7	4,56	59,0
Winfried	10,8	3,30	47,5
Wolfgang	9,6	3,84	38,5

a) Errechne für jeden Schüler die erreichte Punktzahl! (Lies die Punktzahlen für die Einzelleistungen aus der Wertetabelle ab!)

b) Vergleiche die einzelnen Leistungen und ordne sie nach der erreichten Punktzahl! (Beginne mit der besten Gesamtleistung!)

c) Stelle den punktmäßigen Unterschied zwischen der besten und der schlechtesten Leistung fest!

d) Stellt auch in eurer Klasse eine Leistungstabelle der Jungen auf!

Klasse B (10-12) **Wertetabelle** **Jungen**

Leistungsnormen				Leistungsnormen			
Punkte	60-m-Lauf Sek.	Weitsprung m	Schlagballw. m	Punkte	60-m-Lauf Sek.	Weitsprung m	Schlagballw. m
100	8,0	4,80	65,0	69		3,87	49,5
99		4,77	64,5	68	9,6	3,84	49,0
98	8,1	4,74	64,0	67		3,81	48,5
97		4,71	63,5	66	9,7	3,78	48,0
96	8,2	4,68	63,0	65		3,75	47,5
95		4,65	62,5	64	9,8	3,72	47,0
94	8,3	4,62	62,0	63		3,69	46,5
93		4,59	61,5	62	9,9	3,66	46,0
92	8,4	4,56	61,0	61		3,63	45,5
91		4,53	60,5	60	10,0	3,60	45,0
90	8,5	4,50	60,0	59		3,57	44,5
89		4,47	59,5	58	10,1	3,54	44,0
88	8,6	4,44	59,0	57		3,51	43,5
87		4,41	58,5	56	10,2	3,48	43,0
86	8,7	4,38	58,0	55		3,45	42,5
85		4,35	57,5	54	10,3	3,42	42,0
84	8,8	4,32	57,0	53		3,39	41,5
83		4,29	56,5	52	10,4	3,36	41,0
82	8,9	4,26	56,0	51		3,33	40,5
81		4,23	55,5	50	10,5	3,30	40,0
80	9,0	4,20	55,0	49		3,27	39,5
79		4,17	54,5	48	10,6	3,24	39,0
78	9,1	4,14	54,0	47		3,21	38,5
77		4,11	53,5	46	10,7	3,18	38,0
76	9,2	4,08	53,0	45		3,15	37,5
75		4,05	52,5	44	10,8	3,12	37,0
74	9,3	4,02	52,0	43		3,09	36,5
73		3,99	51,5	42	10,9	3,06	36,0
72	9,4	3,96	51,0	41		3,03	35,5
71		3,93	50,5	40	11,0	3,00	35,0
70	9,5	3,90	50,0				

8. Eine HO-Verkäuferin sollte jeden Tag für 1340 DM Waren verkaufen. Tatsächlich verkaufte sie

am Montag für 1287,46 DM, am Dienstag für 1356,82 DM,
am Mittwoch für 1347,89 DM, am Donnerstag für 1315,63 DM,
am Freitag für 1435,55 DM, am Sonnabend für 1476,25 DM.

Rechne mit diesen Zahlen!

9. Ein Kartoffelhändler verkaufte im September 25,30 dz, 36,70 dz, 18,20 dz, 62,40 dz, 21,80 dz, 45,90 dz, 65,30 dz, 105,60 dz, 34,20 dz Kartoffeln. Es waren ihm einmal 15 t und dann 20 t Kartoffeln geliefert worden. Außerdem hatte er vorher noch einen Bestand von 83 dz. Wie hoch war am Monatsende sein Bestand?

10. a) Ein Kraftfahrer übernahm einen Wagen, der schon 13714 km gefahren war. Durch gute Pflege gelang es dem Kraftfahrer, bis zum

Zählerstand von 96372 km ohne Generalreparatur zu fahren. Wieviel Kilometer fuhr er ohne größere Reparatur des Wagens?

b) Ein zweiter Fahrer übernahm einen Wagen mit einem Zählerstand von 5329 km. Die erste große Reparatur wurde beim Zählerstand von 114918 km nötig. Wieviel Kilometer fuhr der zweite Fahrer mehr als der erste, ohne eine größere Reparatur am Wagen zu haben?

c) Bilde selbst weitere Aufgaben!

11. In einer Braunkohlengrube wurden an 29 Tagen die folgenden Mengen Kohle gefördert:

Tag	Menge in t	Tag	Menge in t	Tag	Menge in t
1.	2805	11.	3299	21.	3430
2.	3049	12.	3300	22.	3436
3.	3104	13.	3310	23.	3446
4.	2985	14.	3326	24.	3453
5.	2928	15.	3311	25.	3334
6.	3139	16.	3365	26.	3416
7.	3124	17.	3464	27.	3487
8.	3149	18.	3421	28.	3502
9.	2989	19.	3379	29.	3516
10.	2923	20.	3392		

a) Wie groß war die gesamte Fördermenge?

b) Im vorangegangenen Monat wurden 85863 t Kohle gefördert. Vergleiche!

12. Helmut Schneider hat ein Sparkonto. Es zeigt die folgenden Eintragungen:

Tag	Abhebungen DM	Einzahlungen DM	Guthaben DM
1. 1.			495,—
25. 1.	175,—		
28. 2.		72,—	
18. 3.		63,50	
14. 5.	243,—		
31. 5.		96,—	
28. 6.		185,—	
12. 8.	75,—		
28. 9.		56,50	
27. 10.		127,—	
15. 12.	165,—		

a) Stelle fest, wie groß das Guthaben nach jeder Veränderung war!

b) Vergleiche Gesamteinzahlung und Gesamtabhebung miteinander!

13. Auf der Erde wohnen rund 2655000000 Menschen. Davon leben in Europa 565000000, in Asien 1496000000, in Nord- und Mittelamerika 239000000 Menschen. Wieviel Menschen leben in den übrigen Teilen der Erde?

15. Multiplikation

1) Das Malnehmen kann man ebenfalls am Zahlenstrahl darstellen. Wir wollen die Aufgabe $4 \cdot 6$ lösen.

Dazu schreiten wir beim Nullpunkt beginnend 6mal 4 Einheiten am Zahlenstrahl vorwärts. Als Ergebnis lesen wir 24 ab (Abb. 32, Pfeile oberhalb des Zahlenstrahles). Die 4 wurde 6mal als Summand gesetzt:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24. \quad \text{Kürzer: } 4 \cdot 6 = 24$$

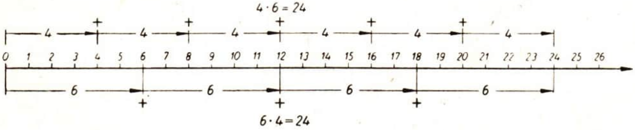


Abb. 32

Das Malnehmen ist ein wiederholtes Addieren des gleichen Summanden.

Die Darstellung am Zahlenstrahl zeigt aber auch, daß man die 6 als Summanden 4mal setzen kann und dabei das gleiche Ergebnis erhält:

$$6 + 6 + 6 + 6 = 24. \text{ Kürzer: } 6 \cdot 4 = 24$$

Die Aufgaben $4 \cdot 6$ und $6 \cdot 4$ führen zum gleichen Ergebnis. Das bedeutet: Beim Malnehmen können wir die Glieder vertauschen.

2) Das Malnehmen wird in der Mathematik als **Multiplikation** bezeichnet. Das Tätigkeitswort heißt **multiplizieren.** Die Glieder der Aufgabe heißen **Faktoren.** Das Ergebnis nennen wir **Produkt.**

4	·	**6**	=	**24**
6	·	**4**	=	**24**
Faktor	**mal**	**Faktor**	**gleich**	**Produkt**

Der zweite Faktor ist die Zahl, mit der multipliziert wird. Die Faktoren können vertauscht werden.

3) Durch das schriftliche Multiplizieren sind wir in der Lage, vielstellige Zahlen miteinander zu multiplizieren.

a) Aufgabe: **276 · 34**

Lösung

durch Überschlagen:

$300 \cdot 30 = 9000$

Das Ergebnis ist etwa 9000.

durch schriftliches Rechnen:

```
276 · 34
--------
 828
 1104
-----
 9384
```

b) Aufgabe: 837 · 456

Lösung

durch Überschlagen:

$800 \cdot 500 = 400000$

Das Ergebnis ist etwa 400000.

durch schriftliches Rechnen:

```
837 · 456
---------
3348
 4185
  5022
------
381672
```

Wir rechnen:

837 · 4 (Hunderter) = 3348 (Hunderter)
837 · 5 (Zehner) = 4185 (Zehner)
837 · 6 (Einer) = 5022 (Einer)

Wir beginnen beim Schreiben der Teilprodukte immer unter der Stelle des zweiten Faktors, mit dem multipliziert wird. Begründe das!
Nach der Addition der Teilprodukte erhalten wir folgendes Ergebnis

$$837 \cdot 456 = 381672.$$

c) Aufgabe: 2967 · 3258

Lösung:

durch Überschlagen:

$3000 \cdot 3000 = 9000000$

Das Ergebnis ist etwa 9000000.

durch schriftliches Rechnen:

```
2967 · 3258
-----------
8901
 5934
 14835
  23736
-------
9666486
```

Wir beginnen mit dem Tausender des zweiten Faktors.

d) Multiplikation von Zahlen mit Komma

Wir verwandeln die Zahl so, daß das Komma wegfällt. Dazu ändern wir die Benennung in die entsprechende kleinere Einheit, zum Beispiel DM in Pf, km in m, dz in kg. Nach dem Lösen der Aufgabe wird das Ergebnis wieder zurückverwandelt.

Aufgabe: 7,34 DM · 28 — 7,34 DM = 734 Pf

Lösung

durch Überschlagen:

700 · 30 = 21000

Das Ergebnis ist etwa 21000 Pf.

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{r} 734 \cdot 28 \\ \hline 1468 \\ 5872 \\ \hline 20552 \end{array}$$

20552 Pf = 205,52 DM

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben
   a) 5 · 7, b) 9 · 3, c) 8 · 4!

Kopfrechnen

2.	a) 105 · 4	b) 304 · 5	c) 807 · 3	d) 406 · 7
	e) 903 · 6	f) 502 · 8	g) 708 · 2	h) 202 · 9
3.	a) 1005 · 4	b) 2007 · 3	c) 4008 · 5	d) 5004 · 9
	e) 1050 · 3	f) 6040 · 7	g) 3070 · 5	h) 8030 · 6
4.	a) 37 · 3	b) 37 · 6	c) 37 · 21	d) 37 · 12
5.	a) 27 · 30	b) 36 · 50	c) 39 · 40	d) 23 · 70
	e) 63 · 90	f) 52 · 40	g) 74 · 60	h) 65 · 80
6.	a) 58 · 400	b) 72 · 200	c) 84 · 600	d) 91 · 300
	e) 47 · 800	f) 93 · 500	g) 67 · 700	h) 86 · 900

Rechne vorteilhaft!

7.	a) 99 · 5	b) 99 · 9	c) 97 · 3	d) 98 · 4
	e) 999 · 3	f) 998 · 4	g) 997 · 5	h) 996 · 6
8.	a) 103 · 9	b) 101 · 15	c) 102 · 5	d) 105 · 6
	e) 1001 · 11	f) 1008 · 2	g) 1007 · 8	h) 1005 · 5

Schriftliches Rechnen

9. Multipliziere die folgenden Zahlen der Reihe nach mit 8, 5, 4, 9, 6, 7 und 3!

a) 5632	b) 2089	c) 3674	d) 9826	e) 8107
f) 13472	g) 64890	h) 42937	i) 60635	k) 28503

10. Multipliziere die folgenden Zahlen der Reihe nach mit 60, 20, 80, 300, 700 und 900!

a) 523 **b)** 6780 **c)** 4910 **d)** 20500 **e)** 18600 **f)** 84300

11. **a)** 825 · 19 **b)** 587 · 23 **c)** 369 · 36
d) 846 · 35 **e)** 657 · 56 **f)** 729 · 58
g) 927 · 75 **h)** 423 · 87 **i)** 476 · 92
k) 298 · 94 **l)** 8432 · 25 **m)** 6587 · 32
n) 9975 · 43 **o)** 5834 · 47 **p)** 3465 · 53
q) 7536 · 39 **r)** 6715 · 58 **s)** 8495 · 64

12. **a)** 805 · 746 **b)** 452 · 823 **c)** 429 · 385
d) 437 · 582 **e)** 692 · 293 **f)** 345 · 543
g) 729 · 547 **h)** 963 · 674 **i)** 268 · 975

13. **a)** 287 · 135 **b)** 369 · 187 **c)** 476 · 153
d) 563 · 351 **e)** 872 · 471 **f)** 432 · 541
g) 874 · 513 **h)** 926 · 407 **i)** 637 · 819

14. **a)** 7935 · 284 **b)** 6739 · 503 **c)** 8274 · 745
d) 4357 · 902 **e)** 7819 · 371 **f)** 1346 · 125
g) 5264 · 319 **h)** 4625 · 187 **i)** 6243 · 860

15. **a)** 27305 · 296 **b)** 13902 · 516 **c)** 80523 · 943
d) 91025 · 816 **e)** 84017 · 703 **f)** 38563 · 208
g) 80359 · 921 **h)** 17408 · 627 **i)** 57906 · 752

16. **a)** 34246 · 1337 **b)** 15208 · 2084 **c)** 63729 · 3105
d) 26083 · 2164 **e)** 20683 · 3617 **f)** 42963 · 4034
g) 53609 · 5173 **h)** 84533 · 2948 **i)** 52167 · 2162

17. **a)** 25496 · 2718 **b)** 18953 · 3239 **c)** 95018 · 4278
d) 33766 · 5247 **e)** 50505 · 6213 **f)** 64321 · 4567
g) 54704 · 8642 **h)** 97500 · 7891 **i)** 45678 · 7650

18. Bilde aus der folgenden Tabelle Multiplikationsaufgaben! Zum Beispiel: Multipliziere in der ersten Zeile die Zahlen der Spalten **a** bis **d** mit den Zahlen der Spalten **A** bis **C**!

	a	b	c	d	A	B	C
1	684	8057	13486	897358	7	19	295
2	347	6468	27003	802703	9	34	403
3	692	9305	32560	770047	3	42	750
4	803	2499	48281	542503	5	58	209
5	756	4358	91395	351270	4	94	199
6	555	5074	46070	986005	8	63	978

19.

a) 78 · 29 · 17	**b)** 65 · 95 · 36	**c)** 56 · 39 · 64
d) 264 · 52 · 84 · 9	**e)** 56 · 39 · 29 · 60	**f)** 121 · 231 · 429
g) 615 · 326 · 507	**h)** 994 · 487 · 485	**i)** 423 · 606 · 284

20.

a) 25 m 16 cm · 93	**b)** 76 m 37 cm · 335	**c)** 48 m 28 cm · 299
d) 137 m 6 cm · 473	**e)** 229 m 75 cm · 75	**f)** 421 m 3 cm · 45
g) 49 m 49 cm · 333	**h)** 278 m 5 cm · 39	**i)** 813 m 26 cm · 234

21.

a) 29,32 DM · 16	**b)** 923,28 DM · 34	**c)** 602,08 DM · 69
d) 482,03 DM · 46	**e)** 704,08 DM · 47	**f)** 580,06 DM · 92
g) 1348,25 DM · 134	**h)** 2618,91 DM · 225	**i)** 3734,48 DM · 334

22.

a) 43 kg 75 g · 92	**b)** 95 kg 163 g · 67	**c)** 46 kg 239 g · 126
d) 57,107 kg · 45	**e)** 68,332 kg · 215	**f)** 75,825 kg · 204
g) 19,006 kg · 217	**h)** 30,009 kg · 405	**i)** 18,321 kg · 137

23. 27 Pioniere gehen auf Fahrt. Die Reisekosten betragen für jeden Pionier 24,30 DM. Wieviel Mark muß der Pionierleiter einsammeln?

24. Zum Kugelstoßen verwendet man Kugeln mit einem Gewicht von 5,000 kg und 6,250 kg. Zur Übung auf dem Sportplatz sollen 6 Kugeln zu je 5,000 kg und 6 Kugeln zu je 6,250 kg mitgenommen werden. Wieviel Kilogramm müssen insgesamt mitgenommen werden?

25. Stelle das Gewicht deines Rechenbuches fest! Errechne das Gewicht für 17 Rechenbücher, die Dieter aus der Buchhandlung abholen muß!

26. Der Bezugspreis für die Tageszeitung „Neues Deutschland" beträgt im Monat 3,50 DM. Die Zeitungsträgerin kassiert zu Beginn des Monats und hat schon von 165 Lesern das Geld erhalten. Wieviel Geld hat sie eingenommen?

27. In einer Nähwerkstatt werden

für eine Bluse, Modell Lilo, 185 cm Stoff,
für eine Bluse, Modell Ursel, 178 cm Stoff,
für eine Bluse, Modell Gisela, 206 cm Stoff gebraucht.

a) In der Näherei werden 345 Blusen des Modells Lilo, 276 Blusen des Modells Ursel, 398 Blusen des Modells Gisela angefertigt. Wieviel Meter Stoff werden insgesamt für die Anfertigung jedes Modells benötigt? Wieviel Meter Stoff werden insgesamt für die Anfertigung aller Modelle gebraucht?

b) Beim Zuschneiden des Modells Gisela konnten je Bluse 3 cm Stoff eingespart werden. Wieviel Meter Stoff waren das insgesamt?

28. Anläßlich des Tages der Aktivisten erhielten in einem volkseigenen Betrieb

15 Arbeiter eine Prämie zu je 225 DM,
21 Arbeiter eine Prämie zu je 165 DM,
18 Arbeiter eine Prämie zu je 120 DM,
27 Arbeiter eine Prämie zu je 85 DM.

Welcher Betrag wurde insgesamt für Prämien ausgegeben?

29. Für die Teilnahme am Aufbausparen konnten vier neue Kollegen gewonnen werden. Der erste spart monatlich 12,50 DM, der zweite 18,50 DM, der dritte 25 DM und der vierte 21,50 DM.

a) Welchen Betrag spart jeder einzelne Kollege in einem Jahr?

b) Welche Summe sparen die vier Kollegen insgesamt innerhalb eines Jahres?

30. Ein Kaufhaus erhält folgende Lieferung:

176 Mäntel zu 93,50 DM je Stück,
238 Jacken zu 45,25 DM je Stück,
94 Kostüme zu 97,00 DM je Stück.

Welcher Betrag ist für die gelieferte Ware zu zahlen?

31. Eine Schlosserei fertigte Kunstschmiedegitter an. Ein Schlosser arbeitete 82 Stunden an einem Gitter und erhielt 2,01 DM Lohn je Stunde.
Wieviel Lohn mußte für die Fertigstellung von vier Gittern gezahlt werden?

32. Ein Bauer hat 5 Kühe. Er verfüttert an jede Kuh je Tag 7 kg Heu, 25 kg Rüben und 2 kg Kraftfutter.

a) Wieviel Kilogramm Heu, Rüben und Kraftfutter benötigt der Bauer täglich für seine 5 Kühe?

b) Wieviel Kilogramm Heu, Rüben und Kraftfutter muß der Bauer vorrätig haben, wenn wir für die Zeit der Winterfütterung 150 Tage rechnen?

33. In einem Dorf sind 576 ha Land mit Getreide bestellt. Zur Ernte werden für 1 ha 4 kg Bindegarn benötigt. Wieviel Kilogramm Bindegarn müssen für die ganze Gemeinde beschafft werden?

34. Der Traktorist Unger soll mit dem Mähbinder 13 ha Getreide bindern. Der Schlepper verbraucht 8 Liter Dieselkraftstoff je Hektar. Wieviel Liter Kraftstoff werden benötigt?

35. Eine LPG will 34 ha Land mit Weizen bebauen.

a) Der Saatgutbedarf für Weizen beträgt 160 kg je Hektar. Wieviel Kilogramm Saatweizen werden insgesamt benötigt? Rechne die Zahl in Doppelzentner um!

b) Die folgende Tabelle ist ein Auszug aus dem Anbauplan dieser LPG. Rechne wie bei a)!

		Saatgutbedarf
Winterroggen	29 ha	130 kg je Hektar
Wintergerste	12 ha	140 kg je Hektar
Sommergerste	9 ha	160 kg je Hektar
Hafer	12 ha	160 kg je Hektar
Winterraps	6 ha	8 kg je Hektar
Kartoffeln	17 ha	2000 kg je Hektar
Futterrüben	12 ha	26 kg je Hektar
Erbsen	6 ha	215 kg je Hektar

16. Division

1) Wir haben gelernt, daß die Subtraktion die Umkehrung der Addition ist. Die Multiplikation hat sogar zwei Umkehrungen. Das wollen wir an einem Beispiel klären.

Multiplikationsaufgabe:

$$6\text{ DM} \cdot 3 = 18\text{ DM}$$

1. Umkehrungsaufgabe (Teilen):

Edith hat 3 m Stoff für 18 DM gekauft.
Wieviel Mark kostet 1 m?

Sie rechnet:

$18 : 3 = 6$

1 m Stoff kostet 6 DM. Probe: $6\text{ DM} \cdot 3 = 18\text{ DM}$

2. Umkehrungsaufgabe (Enthaltensein):

Gisela kaufte einen Stoffrest für 18 DM.
1 m kostete 6 DM. Wieviel Meter betrug der Stoffrest?

Sie rechnet:

6 DM in 18 DM = 3 mal

6 DM sind in 18 DM dreimal enthalten, also betrug der Stoffrest 3 m.

Probe: $6\text{ DM} \cdot 3 = 18\text{ DM}$

2) Teilen und Enthaltensein bezeichnet man beide als **Division.** Das Tätigkeitswort heißt **dividieren.** Das erste Glied beim Teilen heißt **Dividend.** Es ist die Zahl, die geteilt werden soll. Das zweite Glied heißt **Divisor.** Es ist die Zahl, durch die man teilt. Das Ergebnis der Divisionsaufgabe heißt **Quotient.**

Division: **18 : 6 = 3**

Dividend geteilt durch Divisor gleich Quotient

Auch bei der Division können wir eine Probe durchführen. Dabei multiplizieren wir den Quotienten mit dem Divisor. Wenn wir richtig gerechnet haben, erhalten wir als Ergebnis den Dividenden.

Beispiel: Die Probe zur Divisionsaufgabe $18 : 6 = 3$ lautet $3 \cdot 6 = 18$.

Probe: **3 · 6 = 18**

Quotient mal Divisor gleich Dividend

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

3) Beim schriftlichen Rechnen wird das Enthaltensein in der gleichen Weise gelöst wie das Teilen.

Statt 6 DM in 18 DM rechnen wir schriftlich

$$18 : 6 = 3.$$

Stellt die Division eine Aufgabe des Teilens dar, so erhält der Quotient die Benennung des Dividenden.
Stellt die Division eine Aufgabe des Enthaltenseins dar, so erhält der Quotient keine Benennung.

Die Enthaltenseinsaufgabe läßt sich am Zahlenstrahl darstellen (Abb. 33). Es lassen sich von 18 Einheiten dreimal 6 Einheiten wegnehmen, bis wir Null erhalten.

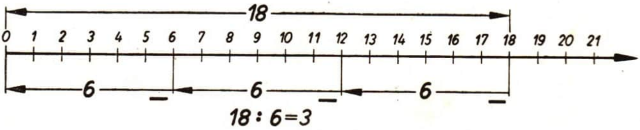


Abb. 33

4) An einigen Beispielen soll die schriftliche Division erläutert werden.

a) Aufgabe: 861 : 7

Lösung

durch Überschlagen:

$900 : 7 \approx 130$

Das Ergebnis ist etwa 130.

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{l} 861 : 7 = 123 \\ \underline{7} \\ 16 \\ \underline{14} \\ \;21 \\ \;\underline{21} \\ \;\;0 \end{array}$$

Wir sprechen: 8 geteilt durch 7 ist **1**,
1 mal 7 gleich *7*, plus *1* gleich 8,

16 geteilt durch 7 ist **2**,
2 mal 7 gleich *14*, plus *2* gleich 16,

21 geteilt durch 7 gleich **3**,
3 mal 7 gleich *21*, plus *0* gleich 21.

(Die fettgedruckten Ziffern schreiben wir in den Quotienten, die schräggedruckten in die Ausrechnung.)

Probe: $123 \cdot 7 = 861$

b) Aufgabe: $1012809 : 2837$

Lösung

durch Überschlagen:

$1000000 : 3000 \approx 300$

Das Ergebnis ist etwa 300.

durch schriftliches Rechnen:

```
1012809 : 2837 = 357
 8511
 ----
 16170
 14185
 -----
  19859
  19859
  -----
      0
```

Wir sprechen: 10128 geteilt durch 2837 ist **3**,
3 mal 7 gleich 2*1*, 3 mal 3 gleich 9, plus 2 gleich 1*1*,
3 mal 8 gleich 24, plus 1 gleich 2*5*, 3 mal 2 gleich 6,
plus 2 gleich *8*,
1 plus *7* gleich 8, 1 plus *1* gleich 2, 5 plus *6* gleich 11,
9 plus *1* gleich 10,

16170 geteilt durch 2837 ist **5**,
5 mal 7 gleich 3*5*, 5 mal 3 gleich 15, plus 3 gleich 1*8*,
5 mal 8 gleich 40, plus 1 gleich 4*1*, 5 mal 2 gleich 10,
plus 4 gleich *14*,
5 plus *5* gleich 10, 9 plus *8* gleich 17, 2 plus *9* gleich 11,
15 plus *1* gleich 16,

19859 geteilt durch 2837 gleich **7**,
7 mal 7 gleich 4*9*, 7 mal 3 gleich 21, plus 4 gleich 2*5*,
7 mal 8 gleich 56, plus 2 gleich 5*8*, 7 mal 2 gleich 14,
plus 5 gleich *19*.
19859 plus *0* gleich 19859.

Probe: $357 \cdot 2837 = 1012809$

c) Verbleibt bei der Division ein Rest, so ändert sich am Verfahren nichts.

Aufgabe: 35196 : 417

Lösung

durch Überschlagen:

$35000 : 400 \approx 80$

Das Ergebnis ist etwa 80.

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{l} 35196 : 417 = 84 \text{ Rest } 168 \\ \underline{3336} \\ \;\;1836 \\ \;\;\underline{1668} \\ \;\;\;\;168 \end{array}$$

Probe:
$$\begin{array}{r} 417 \cdot 84 \\ \hline 3336 \\ \underline{1668} \\ 35028 \\ +\quad 168 \\ \hline 35196 \end{array}$$

d) Dividieren von Zahlen mit Komma

Aufgabe: 245,25 DM sollen in 9 gleiche Beträge geteilt werden (245,25 DM = 24525 Pf).

Lösung

durch Überschlagen:

$25000 : 9 \approx 2800$

Das Ergebnis ist etwa 2800.

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{l} 24525 : 9 = 2725 \\ \underline{18} \\ \;\;65 \\ \;\;\underline{63} \\ \;\;\;\;22 \\ \;\;\;\;\underline{18} \\ \;\;\;\;\;\;45 \\ \;\;\;\;\;\;\underline{45} \\ \;\;\;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

24525 Pf : 9 = 2725 Pf = 27,25 DM

Aufgabe: Wie oft sind 2,15 DM in 81,70 DM enthalten?

Lösung

durch Überschlagen:

200 Pf in 8200 Pf $\approx$ 41 mal

Das Ergebnis ist etwa 41.

durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{l} 8170 : 215 = 38 \\ \underline{645} \\ 1720 \\ \underline{1720} \\ \;\;\;\;0 \end{array}$$

215 Pf sind also in 8170 Pf 38mal enthalten.
2,15 DM sind in 81,70 DM 38mal enthalten.

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben **a)** 9 in 36, **b)** 4 in 32, **c)** 13 in 39!

Kopfrechnen

2. a)	144 : 3	476 : 4	762 : 6	375 : 5
b)	756 : 7	981 : 9	832 : 8	654 : 6
c)	3276 : 3	7567 : 7	8364 : 4	9567 : 9
d)	6444 : 6	8592 : 8	8276 : 4	5455 : 5
e)	9294 : 3	9657 : 9	7504 : 7	6564 : 6

3. a)	1350 : 50	1380 : 30	1500 : 20	3440 : 40
b)	7920 : 60	17440 : 80	7560 : 90	6720 : 70
c)	8100 : 300	8400 : 600	18000 : 500	39200 : 700
d)	67500 : 900	52500 : 300	99200 : 800	70400 : 400

Schriftliches Rechnen

4. a)	7864 : 2	8792 : 2	4467 : 3	8853 : 3	5136 : 4
b)	7748 : 4	9185 : 5	9675 : 5	6582 : 6	8514 : 6
c)	8344 : 7	9709 : 7	5312 : 8	7504 : 8	9752 : 8
d)	5958 : 9	6831 : 9	8973 : 9	9423 : 9	9774 : 9
e)	45552 : 4	13205 : 5	90345 : 5	26346 : 6	73518 : 6
f)	15554 : 7	30184 : 7	38584 : 7	46417 : 7	19112 : 8
g)	46304 : 8	63256 : 8	72792 : 8	10467 : 9	38844 : 9
h)	172578 : 6	270702 : 9	133861 : 7	250656 : 7	90993 : 7
i)	104112 : 8	925056 : 8	116163 : 9	198360 : 9	878868 : 9
k)	3691386 : 6	4321206 : 6	2435447 : 7	6093059 : 7	2998740 : 4
l)	5799296 : 8	7762768 : 8	5043078 : 9	8989182 : 9	5080254 : 6

5. a)	473 : 11	925 : 13	1134 : 14	3430 : 16	5685 : 15
b)	2058 : 21	3738 : 34	4475 : 71	5948 : 56	3645 : 81
c)	1920 : 32	4584 : 45	5096 : 52	6377 : 85	6900 : 92
d)	3168 : 33	5272 : 52	1118 : 43	5396 : 76	4851 : 63
e)	4944 : 24	2496 : 86	5632 : 44	7439 : 68	9118 : 94
f)	46307 : 54	58616 : 19	74326 : 87	485637 : 82	731584 : 95

6. a)	42120 : 216	**b)**	93627 : 309	**c)**	82716 : 732
d)	17732 : 572	**e)**	42745 : 415	**f)**	97544 : 712
g)	84988 : 817	**h)**	46513 : 193	**i)**	272916 : 798
k)	147744 : 432	**l)**	642249 : 729	**m)**	584408 : 638
n)	655498 : 987	**o)**	579244 : 809	**p)**	665334 : 999
q)	692742 : 878	**r)**	1524428 : 892	**s)**	1867232 : 989
t)	6507426 : 753	**u)**	3127080 : 824	**v)**	5528699 : 781
w)	1630590 : 676	**x)**	2104425 : 597	**y)**	1869192 : 936

7. a) 183524 : 4268 b) 156054 : 2517 c) 293322 : 5146
d) 553432 : 7282 e) 243688 : 2936 f) 952158 : 3729
g) 567034 : 8371 h) 3746838 : 3967 i) 8461469 : 7157

8. a) 2086070 : 238 b) 292707 : 879 c) 517482 : 666
d) 207936 : 456 e) 5332114 : 1234 f) 378735650 : 8765

9. a) 34188 : 307 b) 18592 : 141 c) 58088 : 248
d) 645819 : 987 e) 887889 : 999 f) 237693 : 687

10. a) Dividiere in jeder Zeile die Zahlen der Spalten **a** bis **d** durch die Zahlen der Spalten **A** bis **C**!

b) Bilde andere Aufgaben!

	a	b	c	d	A	B	C
1	926	6036	15638	583008	2	12	216
2	402	4567	38759	709216	8	32	305
3	528	2823	49207	823305	6	51	448
4	795	8645	97504	441628	4	76	694
5	888	9579	83006	332703	5	88	536
6	927	7004	62702	749440	9	94	423

11. Wie oft sind enthalten

a) 8 DM in 7976 DM, b) 93 DM in 53754 DM,
c) 3,45 DM in 2504,70 DM, d) 6,75 DM in 5325,75 DM,
e) 5,58 DM in 3537,72 DM, f) 9,87 DM in 66129 DM,
g) 4,75 m in 123,50 m, h) 2,250 kg in 108 kg,
i) 8,50 m in 484,50 m, k) 3,750 kg in 326,250 kg,
l) 16,70 m in 1536,40 m, m) 4,500 kg in 2335,500 kg?

Verwandle vor dem Rechnen!

12. a) 600,66 m : 94 b) 400,66 m : 67 c) 674,88 m : 76
d) 740,700 km : 75 e) 726,750 km : 85 f) 638,166 km : 94

13. a) 815 kg 700 g : 75 b) 320,607 kg : 49 c) 345,414 kg : 69
d) 216 t 180 kg : 36 e) 641,750 t : 85 f) 656,966 t : 94

14. a) 39,66 DM : 6 b) 9326,16 DM : 9 c) 584,40 DM : 12
d) 6785,40 DM : 15 e) 9634,60 DM : 20 f) 795,75 DM : 25
g) 8314,85 DM : 68 h) 9216,40 DM : 87 i) 44837,38 DM : 78

15. a) 4455,88 DM : 572 b) 28307,94 DM : 843
c) 2000002,35 DM : 635 d) 9716,08 DM : 724
e) 75491,52 DM : 789 f) 438271,40 DM : 5138
g) 490,86 DM : 54 h) 17331,48 DM : 372

16. Eine Stadt mit rund 15700 Einwohnern wird mit Kartoffeln versorgt (je Einwohner 125 kg).
   a) Wieviel Tonnen Kartoffeln werden benötigt? (Runde!)
   b) Wieviel Güterwagen der Reichsbahn mit 20 t Ladefähigkeit werden gebraucht, um die Kartoffelmengen heranzufahren?
   c) Wievielmal müßte ein Lastkraftwagen fahren (Ladefähigkeit 3 t), bis die gesamte Kartoffelmenge antransportiert ist?
   d) Es stehen 15 Lastkraftwagen (3 t) zur Verfügung. Wie oft muß jeder Lastkraftwagen fahren?

17. Halle hat rund 300000 Einwohner. Jeder Einwohner soll 125 kg Einkellerungskartoffeln erhalten.
   a) Wieviel Tonnen sind das?
   b) Wieviel Güterwagen mit einer Ladefähigkeit von 20 t sind zum Transport erforderlich?
   c) Wieviel Güterzüge mit je 50 Güterwagen sind das?
   d) Ein Güterwagen ist mit Puffern rund 11 m lang. Wieviel Meter Länge würde es ergeben, wenn sämtliche Güterwagen hintereinanderstehen? Veranschauliche dir die Länge durch den Vergleich mit bekannten Entfernungen in der Nähe deines Wohnortes!

18. Ein Kalk- und Zementwerk benötigt täglich 240 t Kalkstein, die durch eine Seilbahn zugeführt werden. Eine Seilbahnlore faßt 250 kg. Wieviel Loren müssen täglich gefüllt werden?

19. Eine Großbäckerei der Konsumgenossenschaft bäckt an 6 Tagen einer Woche folgende Anzahl von Broten zu 1500 g: 18375 St., 15450 St., 16720 St., 15825 St., 17700 St., 22450 St.
Wieviel Brote hat die Bäckerei durchschnittlich je Tag gebacken?

20. Ein Drahtwerk stellte 7126000 m Draht her. Das Wievielfache der Strecke Berlin—Rostock bedeutet das, wenn die Straßenverbindung zwischen diesen beiden Orten 246 km lang ist?

21. Ein Kunstdüngerwerk erfüllte seinen Jahresplan von 23900 t bereits nach 267 Arbeitstagen.
   a) Wie groß war die durchschnittliche Tagesleistung?
   b) Wie groß ist die Produktion des Jahres, wenn für die restlichen 33 Arbeitstage die gleiche Tagesleistung angenommen wird?

22. In einem Großbetrieb wurden an 417 Werktätige Leistungsprämien von insgesamt 67230 DM gezahlt. Wie hoch war die durchschnittliche Prämie?

Zur Wiederholung

1. Eine LPG hatte auf 194 ha Land Getreide angebaut.
   a) Man rechnete mit einem durchschnittlichen Ertrag von 24 dz je Hektar. Welcher Gesamtertrag war zu erwarten?
   b) Tatsächlich wurden 4668 dz Getreide geerntet. Wie groß war der durchschnittliche Ertrag je Hektar?

2. Eine LPG will auf 32 ha Land Roggen anbauen. Sie rechnet damit, daß sie je Hektar 29 dz Körner und 62 dz Stroh erntet. Für 1 dz Roggen würde sie 21,— DM und für 1 dz Stroh 4,50 DM erhalten. Welchen Geldwert hat die voraussichtliche Ernte?

3. Mit einem Mähbinder wurden 74 ha Getreide gemäht. Der Traktorist stellt fest, daß dabei 555 l Kraftstoff verbraucht wurden. Berechne den Verbrauch je Hektar! 7,5 l

4. Eine LPG liefert ab:

Winterroggen	1437 dz	(Preis je Doppelzentner 21,00 DM),
Futtergerste	204 dz	(Preis je Doppelzentner 22,40 DM),
Frühkartoffeln	387 dz	(Preis je Doppelzentner 22,00 DM),
Spätkartoffeln	1600 dz	(Preis je Doppelzentner 7,20 DM),
Zuckerrüben	2184 dz	(Preis je Doppelzentner 6,00 DM).

   Berechne die Einnahmen!

5. Von einem 3 ha großen Kartoffelfeld wurden 720 dz Kartoffeln geerntet. Die Kartoffeln wurden von 12 Hilfskräften aufgesammelt.
   a) Berechne den durchschnittlichen Ertrag je Hektar!
   b) Berechne, wieviel Doppelzentner Kartoffeln im Durchschnitt von jeder Hilfskraft aufgesammelt wurden!

6. Eine LPG säte auf ihrem Roggenfeld 135 kg Saatgut je Hektar aus. Auf dem Weizenfeld wurden 165 kg, auf dem Kartoffelfeld 24 dz und auf dem Zuckerrübenfeld 35 kg Saatgut je Hektar benötigt. Die Ernte betrug 22,95 dz Roggen, 31,65 dz Weizen, 204 dz Kartoffeln und 287 dz Zuckerrüben je Hektar.
   Berechne, wievielmal so groß bei den einzelnen Feldfrüchten die Ernte gegenüber der Saatgutmenge ist!

7. Ein Bauer hat 8 Kühe. Er will an jede Kuh täglich neben anderem Futter 15 kg Gärfutter verfüttern. Sein Silo enthält 12600 kg Gärfutter. Wie lange reicht der Vorrat?

8. Eine LPG hat 217 Legehennen. Man rechnet mit einem Ertrag von 180 Eiern im Jahr je Henne.
   a) Berechne den zu erwartenden Gesamtertrag an Eiern!
   b) Für den Eigenverbrauch rechnet man mit 10200 Eiern. Wieviel Eier könnte man abliefern?

c) Die LPG muß 90 Eier je Henne abliefern (Pflichtablieferung). Für jedes Ei erhält die LPG 13 Pf. Berechne, wieviel Eier die LPG abliefern muß und welchen Betrag sie dafür erhält!
d) Berechne, wieviel Eier die LPG über das Soll hinaus abliefern kann! Dafür erhält sie je Ei 40 Pf. Berechne die Einnahme für diese Eier!
e) Mit welcher Gesamteinnahme für die Eier kann die LPG rechnen?

9. Bestimme nach der Entfernungstafel die Bahnentfernungen

a) von Leipzig nach Berlin,
b) von Berlin nach Erfurt,
c) von Berlin nach Rostock,
d) von Dresden nach Suhl,
e) von Halle (Saale) nach Gera,
f) von Frankfurt (Oder) nach Leipzig,
g) von Erfurt nach Cottbus,
h) von Berlin nach Suhl,
i) von Leipzig nach Erfurt!

Entfernungstafel (Angabe in Bahnkilometern)

	Berlin	Cottbus	Dresden	Erfurt	Frankfurt (Oder)	Gera	Halle (Saale)	Karl-Marx-Stadt	Leipzig	Rostock	Suhl
Berlin	—	118	189	271	81	238	162	211	165	295	335
Cottbus	118	—	120	266	87	222	187	200	149	413	330
Dresden	189	120	—	253	268	164	158	80	120	475	317
Erfurt	271	266	253	—	353	89	109	173	117	448	64
Frankfurt (Oder)	81	87	268	353	—	325	242	287	252	326	417
Gera	238	222	164	89	325	—	92	84	73	473	153
Halle (Saale)	162	187	158	109	242	92	—	121	38	367	173
Karl-Marx-Stadt	211	200	80	173	287	84	121	—	81	503	237
Leipzig	165	149	120	117	252	73	38	81	—	422	181
Rostock	295	413	475	448	326	473	367	503	422	—	512
Suhl	335	330	317	64	417	153	173	237	181	512	—

10. Herr Gellert muß beruflich oft verreisen. Dabei benutzt er die Eisenbahn.
Bestimme den Fahrpreis für den Personenzug 2. Klasse, wenn Herr Gellert folgende Entfernungen mit dem Personenzug zurücklegt:

a) 18 km b) 33 km c) 42 km d) 67 km
e) 85 km f) 98 km g) 135 km h) 146 km

Preistafel für den Personenverkehr für zuschlagfreie Züge

km	1. Kl. DM	2. Kl. DM
1—3	0,40	0,30
4	0,50	0,40
5	0,60	0,40
6	0,70	0,50
7	0,90	0,60
8	1,00	0,70
9	1,10	0,80
10	1,20	0,80
11	1,30	0,90
12	1,40	1,00
13	1,60	1,10
14	1,70	1,20
15	1,80	1,20
16	1,90	1,30
17	2,00	1,40
18	2,20	1,50
19	2,40	1,60
20	2,40	1,60
21	2,60	1,70
22	2,60	1,80
23	2,80	1,90
24	2,80	2,00
25	3,00	2,00
26	3,20	2,20
27	3,20	2,20
28	3,40	2,40
29	3,40	2,40
30	3,60	2,40
31	3,60	2,60
32	3,80	2,60
33	4,00	2,80
34	4,00	2,80
35	4,20	2,80
36	4,20	3,00
37	4,40	3,00
38	4,60	3,20
39	4,60	3,20
40	4,80	3,20
41	4,80	3,40
42	5,00	3,40
43	5,00	3,60
44	5,20	3,60
45	5,40	3,60
46	5,40	3,80
47	5,60	3,80
48	5,60	4,00
49	5,80	4,00
50	5,80	4,00
51	6,00	4,20
52	6,20	4,20
53	6,20	4,40
54	6,40	4,40
55	6,40	4,40
56	6,60	4,60
57	6,80	4,60
58	6,80	4,80
59	7,00	4,80
60	7,00	4,80
61	7,20	5,00
62	7,20	5,00
63	7,40	5,20
64	7,60	5,20
65	7,60	5,20
66	7,80	5,40
67	7,80	5,40
68	8,00	5,60
69	8,20	5,60
70	8,20	5,60
71	8,40	5,80
72	8,40	5,80

km	1. Kl. DM	2. Kl. DM
73	8,60	6,00
74	8,60	6,00
75	8,80	6,00
76	9,00	6,20
77	9,00	6,20
78	9,20	6,40
79	9,20	6,40
80	9,40	6,40
81	9,40	6,60
82	9,60	6,60
83	9,80	6,80
84	9,80	6,80
85	10,00	6,80
86	10,00	7,00
87	10,20	7,00
88	10,40	7,20
89	10,40	7,20
90	10,60	7,20
91	10,60	7,40
92	10,80	7,40
93	10,80	7,60
94	11,00	7,60
95	11,20	7,60
96	11,20	7,80
97	11,40	7,80
98	11,40	8,00
99	11,60	8,00
100	11,60	8,00
110	12,80	8,80
120	14,00	9,60
130	15,20	10,40
140	16,40	11,20
150	17,40	12,00
160	18,60	12,80
170	19,80	13,60
180	21,20	14,40
190	22,40	15,20
200	23,20	16,00
210	24,40	16,80
220	25,60	17,60
230	26,80	18,40
240	28,00	19,20
250	29,20	20,00
260	30,40	20,80
270	31,60	21,60
280	32,80	22,40
290	34,00	23,20
300	34,80	24,00
310	36,00	24,80

km	1. Kl. DM	2. Kl. DM
320	37,20	25,60
330	38,40	26,40
340	39,60	27,20
350	40,80	28,00
360	42,00	28,80
370	43,20	29,60
380	44,40	30,40
390	45,60	31,20
400	46,40	32,00
410	47,60	32,80
420	48,80	33,60
430	50,00	34,40
440	51,20	35,20
450	52,40	36,00
460	53,60	36,80
470	54,80	37,60
480	56,00	38,40
490	57,20	39,20
500	58,00	40,00
510	59,20	40,80
520	60,40	41,60
530	61,60	42,40
540	62,80	43,20
550	64,00	44,00
560	65,20	44,80
570	66,40	45,60
580	67,60	46,40
590	68,80	47,20
600	69,60	48,00
610	70,80	48,80
620	72,00	49,60
630	73,20	50,40
640	74,40	51,20
650	75,60	52,00
660	76,80	52,80
670	78,00	53,60
680	79,20	54,40
690	82,00	55,20
700	82,00	56,00
710	84,00	56,80
720	84,00	57,60
730	86,00	58,40
740	86,00	59,20
750	88,00	60,00
760	90,00	60,80
770	90,00	61,60
780	92,00	62,40
790	92,00	63,20
800	94,00	64,00

Eil-, Schnell- und Fernschnellzugzuschläge

Entfernungszonen in km	Eilzüge (E und Et) 1. Kl.	2. Kl.
1. Zone 1—300	3,00	1,50
2. Zone über 300	5,00	2,50
Entfernungszonen in km	**Schnellzüge (D und Dt) 1. Kl.**	**2. Kl.**
1. Zone 1—300	6,00	3,00
2. Zone über 300	10,00	5,00
Entfernungszonen in km	**Fernschnellzüge (FD und FDt)* 1. Kl.**	**2. Kl.**
1. Zone 1—300	4,00	2,00
2. Zone über 300	6,00	3,00

* Fernschnellzugzuschläge werden bei Benutzung von Fernschnellzügen und Fernschnelltriebwagen neben den Schnellzugzuschlägen erhoben.

Wie hoch wäre der Fahrpreis bei den Entfernungen a bis h für den Personenzug 1. Klasse gewesen?
(Lies die Fahrpreise aus der Preistafel für den Personenverkehr für zuschlagfreie Züge ab! Beachte, daß zum Beispiel bei 135 km die Fahrpreise für 130 km und 5 km addiert werden müssen! In manchen Fällen rundet man den Fahrpreis noch auf; das wollen wir aber hier nicht berücksichtigen.)

11. Größere Entfernungen legt man mit dem Eil-, Schnell- oder Fernschnellzug zurück. Für die Benutzung dieser Züge muß man Zuschläge bezahlen (siehe Preistafel).
Bestimme für folgende Entfernungen:

a) 128 km	**b)** 595 km	**c)** 286 km	**d)** 119 km
e) 460 km	**f)** 723 km	**g)** 196 km	**h)** 302 km

1. den Preiszuschlag für den Eilzug 1. Klasse und 2. Klasse,
2. den Preiszuschlag für den Schnellzug 1. Klasse und 2. Klasse,
3. den Preiszuschlag für den Fernschnellzug 1. Klasse und 2. Klasse!

12. Berechne die Fahrpreise für eine Fahrt 2. Klasse **a)** mit dem Eilzug, **b)** mit dem Schnellzug für folgende Entfernungen: 96 km, 715 km, 375 km, 407 km, 186 km, 219 km und 311 km!
(Lies erst den Fahrpreis für den zuschlagfreien Zug ab und addiere dann den entsprechenden Zuschlag!)

13. Berechne den Fahrpreis 2. Klasse
a) bei Benutzung des Personenzuges für die abgelesenen Entfernungen der Aufgabe 9a bis i;
b) bei Benutzung des Schnellzuges für die abgelesenen Entfernungen der Aufgabe 9a, b, c, g, h, i!
c) bei Benutzung des Eilzuges für die abgelesenen Entfernungen der Aufgabe 9a, b, c, f, g, i!

14. Bilde ähnliche Aufgaben und verwende dazu Zahlenangaben aus der Entfernungstafel und der Fahrpreistabelle!

17. Das Rechnen mit Zeitmaßen

1) Beim Rechnen mit Zeitmaßen müssen wir beachten, daß diese nicht nach Zehnerstufen aufgebaut sind. Infolgedessen kann man Zahlen, die Uhrzeiten oder andere Zeitmaße ausdrücken, nicht mit Komma schreiben. Sie werden mit einem Punkt geschrieben.

Rechnet man mit ihnen, so wird nach einzelnen Zeitmaßen (Sekunden, Minuten, Stunden, Tagen und Monaten) getrennt gerechnet.

a) Aufgabe: Es ist 18.28 Uhr. Wie spät ist es nach 2 Std. 18 Min.?

Lösung:

$$\begin{array}{r} 18.28 \\ +\ 2.18 \\ \hline 20.46 \end{array}$$

Es ist 20.46 Uhr.

b) Aufgabe: Es ist 18.48 Uhr. Wie spät ist es nach 2 Std. 56 Min.?

Lösung:

$$\begin{array}{r} 18.48 \\ +\ 2.56 \\ \hline 20.104 \end{array} = 21.44$$

Es ist 21.44 Uhr.

Erläuterung: 1 Std. = 60 Min. Daraus ergibt sich:

104 Min. = 1 Std. 44 Min.

20.104 = 21.44

c) Aufgabe: In einem Kalender steht **1.** am 9. Mai 1954: Sonnenaufgang 4.15 Uhr, Sonnenuntergang 19.39 Uhr, **2.** am 23. Mai 1954: Sonnenaufgang 3.54 Uhr, Sonnenuntergang 20.01 Uhr. Wieviel Stunden und Minuten sind vom Sonnenaufgang bis zum Sonnenuntergang vergangen?

Lösung zu **1:** Von 4.15 bis 19.15 = 15 Std.,
von 19.15 bis 19.39 = 24 Min.,
von 4.15 bis 19.39 = 15 Std. 24 Min.

Von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang sind 15 Std. und 24 Min. vergangen.

Lösung zu **2:** Von 3.54 bis 19.54 = 16 Std.,
von 19.54 bis 20.01 = 7 Min.,
von 3.54 bis 20.01 = 16 Std. 7 Min.

Von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang sind 16 Std. und 7 Min. vergangen.

2) Aufgabe: Wieviel Tage sind **a)** vom 13. Januar bis 20. Februar 1955, **b)** vom 19. Februar bis 5. April 1955 vergangen? Rechne den Monat genau!

Lösung zu **a)**: Wir überlegen: Der Januar hat 31 Tg.
Vom 13. Januar bis 31. Januar = 18 Tg.,
bis 20. Februar = 20 Tg.

Es sind 38 Tg. vergangen.

Lösung zu **b)**:

Wir überlegen: Der Februar hat 28 Tg., der März hat 31 Tg.
Vom 19. Februar bis 28. Februar = 9 Tg.,
bis 31. März = 31 Tg.,
bis 5. April = 5 Tg.

Es sind 45 Tg. vergangen.

Aufgaben

1. Es ist 10.23 Uhr. Wie spät ist es nach
 a) 2 Std. 18 Min., **b)** 5 Std. 28 Min., **c)** 7 Std. 36 Min., **d)** 7 Std. 44 Min.?

2. Es ist 10.39 Uhr. Wie spät ist es nach
 a) 2 Std., **b)** 4 Std. 46 Min., **c)** 14 Std. 21 Min., **d)** 15 Std. 24 Min.?

3. Es ist 15.53 Uhr. Wie spät war es vor
 a) 2 Std. 9 Min., **b)** 4 Std. 42 Min., **c)** 7 Std. 56 Min.?

4. Es ist 8.17 Uhr. Wie spät war es vor
 a) 4 Std. 25 Min., **b)** 7 Std. 49 Min., **c)** 9 Std. 28 Min.?

5. Als im Rundfunk 7.15 Uhr angesagt wurde, zeigten drei Uhren **a)** 7.21 Uhr, **b)** 7.08 Uhr, **c)** 6.53 Uhr. Wieviel Minuten gingen sie vor oder nach?

6. 10.15 Uhr werden Bohnen zum Einkochen aufgesetzt. Nach 48 Minuten beginnen sie zu kochen. Die Bohnen müssen nun noch 2 Stunden eingekocht werden. Wann ist das Einkochen beendet?

7. 7.20 Uhr wurde die Schulwanderung begonnen und um 15.40 Uhr beendet. Gerastet wurde von 8.00 Uhr bis 8.30 Uhr, 10.15 Uhr bis 10.55 Uhr und 12.50 bis 13.30 Uhr. Wieviel Stunden und Minuten betrug die reine Wanderzeit?

8. **a)** Eine Uhr geht täglich 4 Minuten vor. Wieviel Minuten geht sie nach 4 Tagen vor? Wie spät ist es dann in Wirklichkeit, wenn diese Uhr 7.05 zeigt?
 b) Eine andere Uhr bleibt täglich 2 Min. 30 Sek. zurück. Wieviel Minuten und Sekunden bleibt sie in 3 Tagen zurück? Wie spät ist es dann in Wirklichkeit, wenn diese Uhr 20.55 anzeigt?

9. Am 21. Juni geht die Sonne 3.36 Uhr auf und 20.26 Uhr unter, am 22. Dezember geht sie 8.09 Uhr auf und 15.48 Uhr unter. Vergleiche die Dauer von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang an beiden Tagen!

10. In einer Großstadt fährt ein Angestellter von 7.22 Uhr bis 7.58 Uhr mit der Straßenbahn zur Arbeitsstätte. Nach der Arbeit steigt er 17.12 Uhr in die Straßenbahn; die Rückfahrt zu seiner Wohnung dauert bis 17.50 Uhr.
 a) Wieviel Zeit braucht er für die tägliche Straßenbahnfahrt?
 b) Wieviel Tage und Stunden macht die Fahrzeit an 290 Arbeitstagen eines Jahres aus?

11. Wieviel Tage vergehen
 a) vom 13. Januar bis einschließlich 5. Februar,
 b) vom 19. Februar bis einschließlich 4. April,

c) vom 26. Februar bis einschließlich 15. Juni,
d) vom 4. Mai bis einschließlich 17. September?

12. Wieviel Tage vergehen
a) vom 3. 1. bis einschließlich 12. 5.,
b) vom 18. 2. bis einschließlich 11. 4.,
c) vom 27. 5. bis einschließlich 9. 8.,
d) vom 14. 4. bis einschließlich 17. 11.?

13. a) Wieviel Tage vom Monat sind heute vergangen?
b) Der wievielte Tag im Monat ist heute?
c) Wieviel Tage waren am 14. 7. 1957 seit Jahresbeginn vergangen?
d) Wieviel Jahre, Monate und Tage bist du heute alt?

14. Bilde selbst 5 ähnliche Aufgaben!

15. Wieviel Tage vergehen in einem Schaltjahr
a) vom 25. Februar bis 4. März, b) vom 2. Februar bis 19. März,
c) vom 13. Januar bis 3. April, d) vom 16. Januar bis 12. Mai?

16. Der Frühling beginnt am 21. März, der Sommer am 21. Juni, der Herbst am 23. September und der Winter am 21. Dezember. Wieviel Tage dauert jede Jahreszeit?

17. a) Klaus hat am 22. Juli Geburtstag, seine Schwester 4 Monate 15 Tage später. Wann hat die Schwester Geburtstag?
b) Edith hat am 6. September Geburtstag, die Mutter 3 Monate 10 Tage früher. Wann ist das?

18. Die Unterrichtsstunden einer Klasse betragen 45 Minuten. Die erste Stunde beginnt um 8.00 Uhr. Folgende vier Pausen sind vorgesehen: 5 Minuten, 10 Minuten, 15 Minuten, 5 Minuten. Wann enden die einzelnen Stunden?

Aus einem Fahrplan

1. Wie ist ein Schnellzug im Fahrplan gekennzeichnet?
2. Woran erkennt man, ob es in den angegebenen Zügen Wagen der 1. oder 2. Klasse gibt?
3. Was bedeuten bei den Schnellzügen folgende Zeichen: das Bett, das gekreuzte Besteck, das Trinkglas und der Blitz?
4. Was bedeutet die Eintragung „Stralsund–Dresden“ beim Schnellzug D 183?
5. Wieviel Kilometer sind es von Stralsund bis Velgast, bis Ribnitz-Damgarten West, bis Rövershagen, bis Rostock?

6. Berechne die Entfernungen von Altheide bis Starkow, bis Martensdorf, bis Mönchhagen, bis Buchenhorst!
7. Wie lange fährt der Personenzug 872 von Stralsund nach Rostock?
8. Wie lange dauert die Fahrt von Velgast nach Rostock mit den Zügen **a)** D 183 und **b)** D 81?
9. Wieviel Minuten benötigt der Personenzug 876 für die Strecke Velgast–Rostock mehr als der D 183?
10. Wie groß sind die Zeitunterschiede zwischen der Abfahrt der Personenzüge 870, 872 und 876 von Stralsund?
11. Wieviel Minuten Aufenthalt haben folgende Züge in Ribnitz-Damgarten West:
    a) die Personenzüge 1604, 1606, 870, 872, 874 und 876,
    b) die Schnellzüge D 183 und D 81?
12. Wie lange ist ein Reisender auf einer Fahrt von Pantelitz nach Mönchhagen mit dem Personenzug 870 unterwegs?
13. Wieviel Mark kostet eine Fahrt 2. Klasse mit dem Personenzug
    a) von Rostock nach Velgast,
    b) von Mönchhagen nach Stralsund,
    c) von Rövershagen nach Martensdorf?
    (Entnimm die Preise aus der Preistafel für den Personenverkehr! Seite 74)
14. Entnimm aus der Preistafel für den Personenverkehr die Fahrpreise für eine Fahrt 2. Klasse **a)** mit dem Personenzug, **b)** mit dem Schnellzug für die Strecken Rostock–Stralsund und Ribnitz-Damgarten West–Stralsund!
15. Stelle den Fahrpreis 1. Klasse für eine Fahrt mit dem Schnellzug **a)** von Stralsund nach Rostock, **b)** von Velgast nach Rostock fest!

121 r Stralsund — Rostock

km														
	Berlin Ostbf 121, 122 .... ab	..	...	..	...	⊙23.10	..	...	8.03	...	...	...	...	...
	Greifswald 122 .... ab	..	...	..	...	5.25	6.46	8.55	12.03	...	14.09	14 9	...	14 09
km	*Rbd Schwerin* ab Ribn-Damgarten Ost Rbd Gwd — Zug Nr / Klasse		⚒ 1604 2. oG	1606 2.	870 2.	D 183 1 2.	892 2.	872 2.	874 2.		896 2.	876 2.	880 2.	D 81 1. 2.
0,0	**Stralsund** 121, 122, 125c ..... ab	..	...	..	5.42	**6.53**	7.43	10.52	12.55	...	16.03	16.21	⚒16.56	**17.15**
7,3	Pantelitz	..	...	..	5.53	|	7.56	11.03	13.06	...	16.14	|	17.12	|
9,7	Martensdorf	..	...	..	5.57		8.01	11.08	13.11	...	16.19	|	17.17	
12,7	Kummerow (Kr Stralsund	..	...	..	6.02		8.07	11.14	13.17	...	16.24	|	17.22	|
18,4	**Velgast** 121g, 125e .... an	..	...	..	6.09	**7.15**	8.14	11.21	13.24	...	16.31	16.40	⚒17.28	**17.37**
	ab	..	...	..	6.11	**7.17**	8.17	11.24	13.26	...	16.38	16.43	...	**17.39**
21,1	Starkow	..	...	..	6.17	|	❸	11.30	13.32	...	❸	16.49	...	|
24,4	Buchenhorst	..	...	..	6.22	|	..	11.35	13.37	...	...	16.54	...	|
28,0	Langenhanshagen	..	...	..	6.28	|	..	11.41	13.42	...	...	17.00	...	|
33,6	Altenwillershagen	..	ab	ab	6.35		..	11.48	13.50	...	...	17.08	...	
39,3	Ribnitz-Damgarten Ost/Rbd Gwd	..	⚒4.19	5.08	6.43	|	..	12.03	13.59	...	...	17.18	...	|
42,9	**Ribnitz**-Damgarten West 125 d an	..	4.24	5.13	6.48	**7.42**	..	12.08	14.04	...	...	17.23	...	**18.03**
	2002 .... ab	..	4.26	5.16	6.51	**7.45**	...	12.16	14.07	...	...	17.31	...	**18.08**
48,4	Altheide (Meckl)	..	4.34	5.23	6.58	Stralsund –	...	12.24	14.14	...	...	17.39	...	Stralsund –
52,7	Gelbensande	..	4.40	5.30	7.05	Dresden	...	12.31	14.21	...	...	17.51	...	Leipzig
55,1	Schwarzenpfost	..	4.46	5.35	7.10		...	12.36	14.26	...	...	17.56	...	
57,3	**Rövershagen** 121 s	..	4.52	5.47	7.16		...	12.43	14.32	...	...	18.02	...	
61,3	Mönchhagen	..	4.59	5.55	7.23		...	12.50	14.39	...	...	18.09	...	
64,3	Bentwisch	..	5.05	6.02	7.28		...	12.55	14.44	...	...	18.15	...	
72,3	**Rostock** Hbf 119, 119 a, b, h ..... an	..	⚒5.14	6.11	7.38	**8.14**	...	13.05	14.54	...	...	18.25		**18.37**
	Wismar 1.9 a .... an	..	...	8.26	...	...	..	15.39	19.36	...	...	21.35	↓	21.35
	Schwerin (Meckl) Hbf 118, 119a an	..	8.36	9.38	**9.58**	**9.58**	..	16.56	19.21	...	...	23.03	**20.22**	**20.22**

B. Geometrie

VI. Grundbegriffe der Geometrie

18. Wiederholungsübungen aus dem 4. Schuljahr

1. a) Wieviel Flächen, Kanten und Ecken hat ein Würfel?
   b) Wieviel Flächen, Kanten und Ecken hat ein Quader?

2. Eine Kante eines Würfels ist 6 cm lang. Wie lang sind die übrigen Kanten?

3. a) Schreibe auf, was du über den Würfel weißt!
   b) Schreibe auf, was du über den Quader weißt!

4. Gib an, welche Gegenstände rechte Winkel haben! Prüfe mit dem Zeichendreieck die von dir gefundenen rechten Winkel nach!

5. Zeichne mit dem Zeichendreieck drei rechte Winkel in verschiedenen Lagen!

6. Zeichne mit dem Zeichendreieck Quadrate, deren Seiten
   a) 5 cm, b) 8 cm, c) 2,5 cm, d) 4,7 cm
   lang sind!

7. Zeichne mit dem Zeichendreieck Rechtecke mit den Seiten
   a) 8 cm und 4 cm, b) 6 cm und 4 cm, c) 3,5 cm und 2,5 cm!

8. Nenne Gegenstände, die die Form eines Zylinders haben!

9. Zeichne einen Kreis! Verwende dabei Faden und Bleistift!

10. Zeichne einen Kreis mit Hilfe des Zirkels!

11. Zeichne einen Kreis mit dem Radius 5 cm!

12. Zeichne drei Kreise mit den Radien a) 3 cm, b) 4,5 cm, c) 6 cm um denselben Mittelpunkt!

13. Entwirf Muster, die du mit dem Zirkel zeichnen kannst!

14. Zeichne in dein Heft eine gerade Linie und darunter eine krumme Linie! Beschreibe den Unterschied zwischen der geraden und der krummen Linie!

19. Strecke, Strahl und Gerade

Die Kanten eines Quaders sollen näher untersucht werden. Untersuche an einem Kasten oder an einer Streichholzschachtel, welche der zwölf Kanten gleich lang sind! Die Abbildung 34a zeigt einen Quader. Auch bei diesem Quader sind je vier Kanten gleich lang. Zeige an der Abbildung 34b, welche Kanten gleich lang sind!

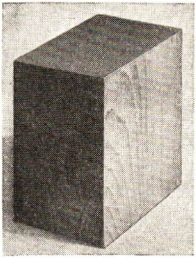


Abb. 34a

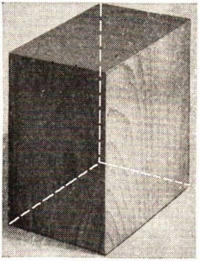


Abb. 34b

Es haben folgende Kanten jeweils die gleiche Länge:
die vorderen und hinteren Kanten der Grund- und Deckfläche,
die rechten und linken Kanten der Grund- und Deckfläche,
die Seitenkanten, die jeweils eine Ecke der Grundfläche mit einer Ecke der Deckfläche verbinden.

Wir stellen fest, daß diese Erklärung sehr umständlich ist. Wir müssen die Lage der Kanten genau beschreiben, wenn wir uns verständlich ausdrücken wollen.

In der Abbildung 35a ist ein Quader gezeichnet. Es ist in der Mathematik üblich, die Ecken eines Quaders mit großen Buchstaben zu benennen (Abb. 35b). Dadurch ist es möglich, die Kanten so zu beschreiben, daß jeder weiß, welche gemeint sind. Die Kanten werden durch Angabe der Eckpunkte bezeichnet, zwischen denen sie liegen. Zum Beispiel ist die vordere Kante der Grundfläche die Kante AB. Benenne die anderen Kanten des Quaders mit Hilfe der großen Buchstaben!

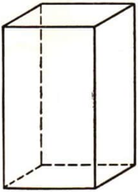


Abb. 35a

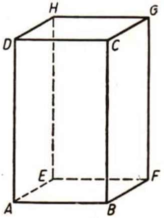


Abb. 35b

Mit den großen Buchstaben können wir nun klar und einfach aufschreiben, welche Kanten des Quaders in der Abbildung 35b gleich lang sind. Es sind

$$AB = DC = EF = HG,$$
$$AD = BC = EH = FG,$$
$$AE = BF = CG = DH.$$

Man kann auch die Flächen eines Quaders mit Hilfe der Eckpunkte

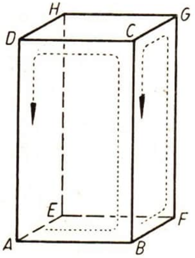


Abb. 36

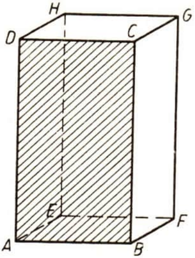


Abb. 37

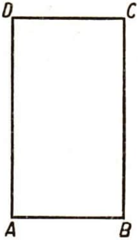


Abb. 38

bezeichnen. Die Grundfläche zum Beispiel ist die Fläche $ABFE$. Man beginnt bei der Aufzählung gewöhnlich mit dem linken vorderen Eckpunkt und geht entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers um die Fläche herum (Abb. 36).

Abb. 39

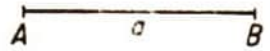


Abb. 40

Aufgaben

1. Benenne alle Flächen des Quaders in der Abbildung 35b mit Hilfe der großen Buchstaben!
2. Schreibe unter Verwendung der großen Buchstaben auf, welche Flächen des Quaders in der Abbildung 35b einander gleich sind!
3. Nenne die Seiten der Fläche $ABCD$ (Abb. 35b), die die gleiche Länge haben!
4. Zeichne das Rechteck $ABCD$ mit den Seiten $AB = 2$ cm und $BC = 3{,}5$ cm!

Die Fläche $ABCD$ in der Abbildung 37 wird durch die Kanten AB, BC, CD und DA begrenzt.

In der Abbildung 38 ist die Fläche $ABCD$ des Quaders von der Abbildung 37 allein gezeichnet. Sie ist ein Rechteck. Die Seite AB dieses Rechtecks war vorher die Kante AB des Quaders. Ebenso war die Seite BC vorher die Kante BC des Quaders. Entsprechend sind auch die anderen Seiten des Rechtecks aus den Kanten des Quaders entstanden. Nenne sie!

In einer Ecke des Quaders stoßen drei Kanten zusammen.

In den Eckpunkten des Rechtecks treffen zwei Seiten zusammen. Nenne die Seiten, die in den Eckpunkten A, B, C, D zusammentreffen!

In der Abbildung 39 ist die Seite AB des Rechtecks von der Abbildung 38 allein gezeichnet. Sie ist eine gerade Linie, die 2 cm lang ist und von den Punkten A und B begrenzt wird. Prüfe mit dem Lineal!

Erklärung: **Eine gerade Linie, die von zwei Punkten begrenzt wird, heißt Strecke.**

Da eine Strecke an beiden Seiten begrenzt ist, hat sie immer eine bestimmte Länge, die man messen kann.

Strecken werden durch Angabe ihrer Endpunkte bezeichnet. Es ist jedoch auch üblich, eine Strecke durch einen kleinen Buchstaben zu bezeichnen. Die Strecke AB in der Abbildung 40 trägt zum Beispiel die Bezeichnung „a". Das heißt also:

$$\text{Strecke } AB = a = 2 \text{ cm}.$$

Verschiedene Strecken in einer Figur werden im allgemeinen mit verschiedenen kleinen Buchstaben bezeichnet.

Die Strecke a mit den Endpunkten A und B und der Länge 2 cm war in der Abbildung 37 Kante eines Quaders. In der Abbildung 38 war sie Seite eines Rechtecks, und in der Abbildung 39 war sie nur als Strecke gezeichnet.

Aufgaben

5. Miß die Länge folgender Strecken:
a) die Länge der Wandtafel, **b)** die Breite der Schulbank, **c)** die Breite des Klassenzimmers, **d)** Länge und Breite eines Fensterflügels, **e)** Länge und Breite der Tür!

6. Suche andere Strecken im Zimmer und miß ihre Längen!

Zeichne eine Strecke $AB = a = 6$ cm in dein Heft! Zeichne die Verlängerung der Strecke AB mit dem Lineal möglichst weit über B hinaus! Du kannst die Verlängerung nur bis zum Heftrand zeichnen. Lege neben das Heft ein Blatt Papier und zeichne mit dem Lineal eine Verlängerung auch bis zum Rand dieses Blattes! Wir können die Verlängerung nur so weit zeichnen, wie unser Papier reicht. Auch wenn wir sehr große Bogen Papier zum Zeichnen nehmen oder an der Wandtafel zeichnen, müssen wir an einer Stelle aufhören. Wir können uns aber die Verlängerung einer Strecke beliebig lang denken.

Erklärung: **Eine gerade Linie, die nur an einer Seite von einem Punkt begrenzt wird, heißt Strahl.**

Zeichne eine Strecke $AB = a = 4$ cm und deren Verlängerungen nach beiden Seiten! Wir können uns die Verlängerungen beliebig lang denken.

Erklärung: **Eine gerade Linie, die an beiden Seiten unbegrenzt ist, heißt Gerade.**

Strahlen und Geraden können wir eigentlich gar nicht zeichnen, da uns unser Zeichenblatt immer zwingt, irgendwo die Zeichnung abzubrechen. Wir können daher immer nur Teile eines Strahls oder einer Geraden zeichnen.

In der Abbildung 41 ist A der Anfangspunkt des Strahls. Auf der anderen Seite der Zeichnung ist kein Punkt eingezeichnet. Damit wird angedeutet, daß nach dieser Richtung der Strahl in gerader Linie unbegrenzt weiterverläuft.

Abb. 41

Die Abbildung 42 zeigt eine Gerade. Auf ihr sind an beiden Seiten keine Begrenzungspunkte angegeben. Dadurch soll angedeutet werden, daß die Gerade nach beiden Richtungen in gerader Linie unbegrenzt weiterverläuft.

Abb. 42

20. Zeichnen von Strecken

Was wir in der Geometrie lernen, benötigt man später in vielen Berufen. Auch im täglichen Leben müssen wir oft die erworbenen Kenntnisse anwenden, zum Beispiel beim Wandern und beim Sport. In der Geometrie lernen wir vor allem auch, wie man Zeichnungen anfertigt. Geometrische Zeichnungen müssen sorgfältig und sauber angefertigt werden.

Als Zeichenwerkzeuge benötigen wir zunächst einen Zirkel, einen Bleistift (niemals einen Kopierstift), ein Zeichendreieck und ein Lineal. Der Bleistift muß stets gut gespitzt sein. Die Metallspitze des Zirkels soll sehr sorgfältig behandelt werden, damit sie nicht abbricht. Die Bleistiftspitze des Zirkels soll wie in Abbildung 43 aussehen. Mit dem Lineal wollen wir gerade Linien zeichnen. Folglich dürfen die Kanten des Lineals nicht beschädigt werden. So, wie wir später im Beruf unsere Werkzeuge sorgfältig pflegen, müssen wir jetzt unsere Zeichengeräte in Ordnung halten.

B e a c h t e : Zeichne stets dünn mit dem gut gespitzten Bleistift! Punkte entstehen immer dort, wo sich zwei Linien schneiden. Deshalb gibt man einen Punkt in der Zeichnung durch zwei sich schneidende Linien an (Abb. 44a und b). Sie können unter Umständen sehr kurz sein, wie es die Abbildung 44b zeigt.

A u f g a b e : Zeichne eine Strecke $AB = a = 4$ cm!

L ö s u n g : Wir zeichnen zunächst eine Gerade mit dem Lineal. Dann wird der Anfangspunkt der Strecke durch einen senkrechten Strich eingezeichnet und mit A benannt. Die Länge der Strecke (4 cm) wird mit dem Zirkel auf dem Lineal abgegriffen (Abb. 45a). Mit dieser Zirkelöffnung wird dann die Strecke auf der Geraden

Abb. 43

Abb. 44a

Abb. 44b

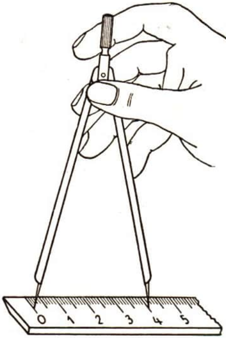


Abb. 45a

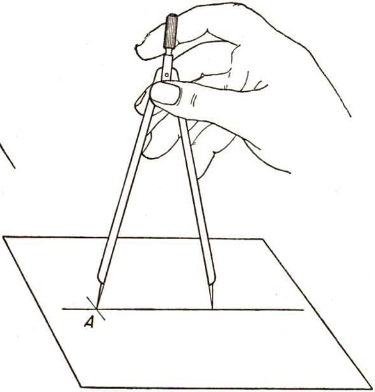


Abb. 45b

vom Anfangspunkt A aus abgetragen (Abb. 45b). Dadurch finden wir den Endpunkt der Strecke; wir nennen ihn B.

Dieses Verfahren ist genauer als das Abtragen einer Strecke nur mit dem Lineal. Es ist jedoch darauf zu achten, daß die Zirkelöffnung während des Abtragens nicht verändert wird. Alle gezeichneten Punkte werden sofort durch große Buchstaben bezeichnet.

Das Anfertigen von genauen Zeichnungen, zum Beispiel mit Hilfe von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck, wird in der Geometrie auch **Konstruieren** genannt. Solche Zeichnungen nennt man deshalb auch **Konstruktionen.**

Aufgaben

1. Zeichne fünf Strahlen, die den gleichen Anfangspunkt haben!

2. Zeichne zwei Geraden in verschiedenen Lagen!

3. Konstruiere das Quadrat $ABCD$ mit der Seite $AB = a = 4$ cm!

4. Konstruiere mit Zirkel und Lineal Strecken von **a)** 4 cm, **b)** 4,5 cm, **c)** 6 cm, **d)** 2 cm, **e)** 1,5 cm Länge!

5. Zeichne eine Strecke $AB = 8$ cm! Markiere auf dieser Strecke zwei beliebige Punkte C und D! Welche Teilstrecken entstehen? Benenne sie!

21. Peilen und Visieren

Zeichne durch einen Punkt Geraden in verschiedenen Richtungen! Wieviel kannst du zeichnen?

Zeichne zwei Punkte A und B! Wieviel Geraden kannst du zeichnen, die durch A und B hindurchgehen? Prüfe das Ergebnis an zwei anderen Punkten!

Zeichne nach Augenmaß drei oder vier Punkte, die auf einer Geraden liegen sollen! Prüfe mit dem Lineal nach, ob deine Zeichnung stimmt! Führe diese Aufgabe noch in drei anderen Richtungen aus! Du wirst bei weiteren Versuchen feststellen, daß es sehr schwierig ist, mehr als zwei Punkte, die auf einer Geraden liegen sollen, nach Augenmaß zu zeichnen.

Zeichne zwei Punkte B und D! Verbinde diese Punkte durch eine krumme Linie! Lege einen Bindfaden auf die krumme Linie und halte die auf B und D gelegten Stellen fest! Miß das festgehaltene Stück Bindfaden mit dem Lineal! Du erhältst die Länge der krummen Linie.

Verbinde die Punkte B und D geradlinig miteinander und miß die Länge der entstandenen Strecke! Vergleiche beide Längen miteinander! Was stellst du fest?

Durch Beobachtungen und Versuche wird folgendes festgestellt:

1) **Durch einen Punkt kann man beliebig viele Geraden nach allen Richtungen zeichnen** (Abb. 46).
2) **Durch zwei Punkte kann man nur eine einzige Gerade zeichnen** (Abb. 47). **Zwei Punkte legen also den Verlauf einer Geraden fest.** Sollen drei oder mehr Punkte auf einer Geraden liegen, so zeichnen wir erst zwei Punkte. Diese verbinden wir durch die Gerade. Dann markieren wir auf der Geraden weitere Punkte.
3) **Die Strecke ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten.** Jede krumme Linie zwischen den beiden Punkten ist länger als die Strecke.

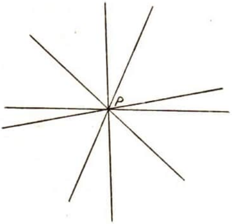


Abb. 46

Abb. 47

Diese Erkenntnisse wenden wir bei der folgenden Untersuchung an.

Wenn man mit einem Auge an der Kante eines Lineals entlangsieht, dann erscheinen der Endpunkt, der Anfangspunkt und alle dazwischenliegenden Punkte der Linealkante nur als ein Punkt.

Zeichne auf ein Blatt Papier eine Gerade! Stelle auf die Gerade mehrere Spielfiguren eines Halmaspieles! Sieh mit einem Auge an der Geraden entlang! Auch hier siehst du nur eine Spielfigur. Die anderen Spielfiguren stehen in derselben Blickrichtung und werden deshalb von der ersten Spielfigur verdeckt.

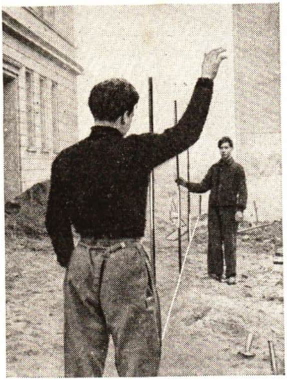


Abb. 48

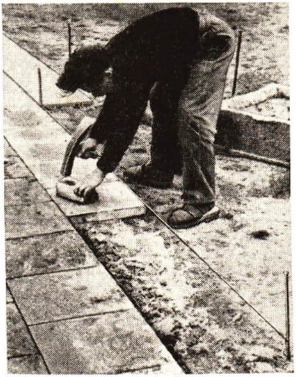


Abb. 49

Sieht man in dieser Weise an einer Geraden entlang, dann spricht man von **Peilen** oder **Visieren.**

Man kann durch Peilen mehrere Gegenstände in gerader Linie anordnen, ohne die gerade Linie selbst zu zeichnen. Man sagt dann: Diese Gegenstände werden **eingepeilt** oder **einvisiert** (Abb. 48).

Aufgaben

1. Stelle auf dem Tisch zwei Halma-Spielfiguren auf! Drei weitere Spielfiguren sollen eingepeilt werden. Mit einem Auge siehst du so auf der Tischfläche entlang, daß die beiden Spielfiguren scheinbar zusammenfallen. Nun werden die drei anderen Spielfiguren so dazwischengeschoben, daß auch sie sich mit den beiden ersten Spielfiguren decken. Prüfe mit dem Lineal, ob alle fünf Spielfiguren auf einer Geraden stehen!

2. Bringe durch Einvisieren **a)** die Spitzen von drei Bleistiften, **b)** vier Geldstücke, **c)** drei Spielwürfel, **d)** fünf Spielsteine (zum Beispiel vom Halmaspiel) in eine gerade Linie! Prüfe durch Anlegen des Lineals, ob du richtig visiert hast!

3. Stecke mit zwei Nadeln eine Strecke ab und peile eine dritte Nadel so ein, daß alle in einer geraden Linie stehen!

4. Markiere durch zwei **Fluchtstäbe** (siehe Abb. 48) auf dem Schulhof eine Strecke! Visiere zwei weitere Fluchtstäbe so ein, daß sie auf der Strecke stehen! Beschreibe, wie du vorgehst!

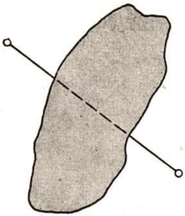


Abb. 50

5. Auf dem Schulhof ist eine Strecke durch zwei Fluchtstäbe abgesteckt. Das Bandmaß reicht nicht aus, um ihre Länge zu messen. Es muß deshalb ein dritter Fluchtstab eingeschaltet werden. Wie gehst du vor?
6. Stecke eine Strecke durch Fluchtstäbe auf dem Schulhof ab! Die Mitschüler sollen auf dieser Strecke in einer Reihe aufgestellt werden.
   a) Löse die Aufgabe durch Visieren!
   b) Verwende eine Schnur, die zwischen den beiden Fluchtstäben straff gespannt wird! Warum muß die Schnur straff gespannt werden (Abb. 49)?
7. Beschreibe, wie man beim Abstecken von Gartenbeeten und Wegen in Gärten und Anlagen verfährt! (Vergleiche auch Abb. 49!)
8. Beschreibe, wie man beim Bau von Mauern verfährt, damit sie in gerader Linie verlaufen!
9. Bei dem Festlegen einer Grenze zwischen zwei Dörfern soll diese in gerader Linie über einen See weitergeführt werden. Wie kann die Aufgabe mit Hilfe von Fluchtstäben gelöst werden, wenn zwei Landvermesser tätig sind? (Abb. 50)

22. Addieren und Subtrahieren von Strecken

Auch Strecken können wir addieren und subtrahieren.

1. Aufgabe: Zeichne die Strecke $AB = a = 2$ cm und die Strecke $CD = b = 2{,}5$ cm! Konstruiere die Summe der beiden Strecken, ohne dabei die Maßeinteilung des Lineals zu verwenden!

Lösung: Wir zeichnen eine Gerade und geben darauf den Punkt A an. Von A aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke AB ab; wir erhalten den Punkt B. Von B aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke CD nach rechts ab. So erhalten wir den Punkt D. Die neue Strecke AD ist die Summe der beiden gegebenen Strecken (Abb. 51): $AD = a + b$.

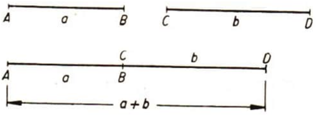


Abb. 51

Prüfe mit dem Lineal die Genauigkeit der Zeichnung!

2. Aufgabe: Zeichne die Strecke $AB = a = 3{,}5$ cm und die Strecke $CD = b = 2$ cm! Konstruiere die Differenz der Strecken, ohne die Maßeinteilung des Lineals zu verwenden!

Lösung: Wir zeichnen eine Gerade und auf ihr den Punkt A. Von A aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke AB auf der Geraden ab; wir erhalten den Punkt B. Von B aus tragen wir nach links die gegebene Strecke CD ab. So erhalten wir den Punkt D. Die Strecke AD ist die Differenz der gegebenen Strecken (Abb. 52): $AD = a - b$.

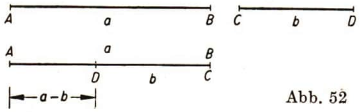


Abb. 52

Prüfe mit dem Lineal!

Aufgaben

1. Zeichne die Strecken $AB = a = 2$ cm und $CD = b = 4$ cm! Konstruiere die Summe der Strecken! Beschreibe die Konstruktion!

2. Zeichne die Strecken $AB = a = 9$ cm und $CD = b = 6$ cm! Konstruiere die Differenz der Strecken! Beschreibe die Konstruktion!

3. Zeichne zwei Strecken $AB = a = 3$ cm und $CD = b = 5$ cm!

   a) Konstruiere die Strecke $AB + CD = a + b$!
   b) Konstruiere die Strecke $CD + AB = b + a$!
   Vergleiche die Ergebnisse!

4. Drei Strecken $AB = a = 4$ cm, $CD = b = 1$ cm, $EF = c = 5$ cm sollen addiert werden. Konstruiere die Summen **a)** $a + b + c$, **b)** $a + c + b$, **c)** $c + b + a$! Vergleiche die Ergebnisse! Beschreibe die Durchführung der Konstruktionen!

5. Gegeben sind die Strecken $a = 7$ cm, $b = 2$ cm. Konstruiere die Differenz $a - b$! Beschreibe, wie du gezeichnet hast!

6. Gegeben sind die Strecken $a = 5$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4$ cm. Konstruiere **a)** $a + b - c$, **b)** $a + c - b$, **c)** $b + c - a$, **d)** $c - b + a$! Welche Aufgaben führen zu den gleichen Ergebnissen?

7. Zeichne **a)** das Doppelte, **b)** das Dreifache einer beliebigen Strecke!

8. Gegeben sind die Strecken $a = 6$ cm, $b = 4$ cm. Konstruiere **a)** die Summe $a + b$, **b)** die Differenz $a - b$!

Das Addieren und Subtrahieren von Strecken kann man mit einem einfachen Gerät durchführen, das auch beim Rechnen verwendet werden kann. Schneide zwei Pappstreifen von 50 cm Länge! Trage auf dem ersten an der unteren Kante, auf dem zweiten an der oberen Kante die Zentimetereinteilung des Lineals ab!

3. Aufgabe: Löse mit Hilfe der Pappstreifen die Aufgabe 29 + 13!

Lösung: Pappstreifen II wird mit dem Nullpunkt an die Zahl 29 auf den Pappstreifen I geschoben. Über der Zahl 13 des Streifens II kann auf dem Pappstreifen I das Ergebnis abgelesen werden (Abb. 53).

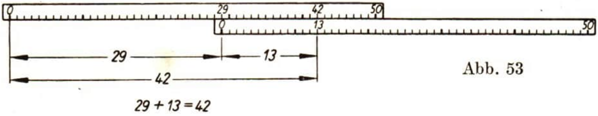


Abb. 53

4. Aufgabe: Löse mit Hilfe der Pappstreifen die Aufgabe 48 — 37!

Lösung: Die Zahl 37 auf dem Streifen II wird unter die Zahl 48 auf den Streifen I geschoben. Über dem Nullpunkt des Pappstreifens II liest man auf dem Streifen I die Differenz ab (Abb. 54).

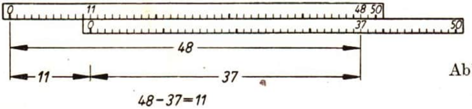


Abb. 54

Aufgaben

9. Löse die folgenden Aufgaben mit Hilfe der Pappstreifen!

a) 23 + 21	b) 12 + 17 + 19	c) 49 — 28
d) 41 — 34	e) 36 + 12 — 26	f) 48 — 39 + 12 — 17

23. Der Winkel

Suche im Klassenzimmer waagerechte und senkrechte Strecken!

Beschreibe eine Wasserwaage und ein Lot! Suche rechte Winkel im Zimmer und auf der Straße!

Die beiden Zeiger einer Uhr bilden zu bestimmten Zeiten ebenfalls einen rechten Winkel (Abb. 55). Nenne die Zeiten!

Die Abbildung 56 zeigt einen Kompaß. Die Richtungen Nord und Ost bilden einen rechten Winkel, desgleichen die Richtungen Nordwest und Nordost. Prüfe mit dem Zeichendreieck!

Abb. 55

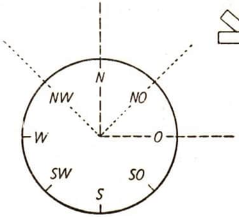


Abb. 56

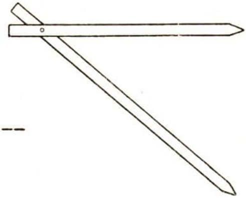


Abb. 57

Bilde mit dem Arm einen rechten Winkel! Bilde mit einer Schere einen rechten Winkel! Schließe die Schere langsam! Wir sehen, wie die beiden Schneideblätter der Schere ihre Stellung zueinander verändern. Sie stehen nicht mehr senkrecht aufeinander, sie bilden auch keinen rechten Winkel mehr.

Rechte Winkel können wir auch mit einem einfachen Gerät bilden, das leicht herzustellen ist. Zwei Pappstreifen werden dicht am Ende durchbohrt, übereinandergelegt und mit einer Nadel so verbunden, daß sie gedreht werden können (Abb. 57).

Bei der folgenden Übung legen wir zunächst beide Streifen aufeinander. Dabei zeigen sie in dieselbe Richtung. Nun drehen wir einen Streifen langsam nach links (Abb. 58). In der Stellung 2 der Abbildung 58 stehen die Streifen senkrecht aufeinander. Sie bilden einen rechten Winkel.

Beim Weiterdrehen des einen Streifens gelangt dieser in die entgegengesetzte Richtung zum anderen Streifen (Stellung 4 in der Abb. 58). Beide Streifen bilden eine gerade Linie. Schließlich können wir den einen Streifen so weit drehen, bis er mit dem anderen wieder zusammenfällt. Wir haben dann eine volle Drehung des einen Streifens ausgeführt.

Betrachten wir noch einmal die Stellungen der beiden Streifen zueinander.

Stellung 2: Wenn die beiden Streifen senkrecht aufeinanderstehen, sagen wir: Sie bilden einen **rechten Winkel.**

Bei den anderen Stellungen der Streifen zueinander, in denen sie nicht senkrecht aufeinanderstehen, sagen wir: Die Streifen bilden einen **Winkel.**

Stellung 1: Der Winkel, den die Streifen bilden, ist kleiner als ein rechter Winkel (vergleiche Abb. 58).

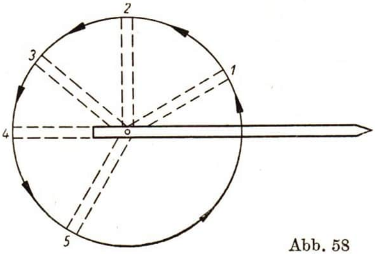


Abb. 58

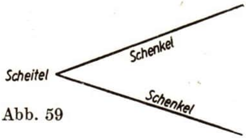


Abb. 59

Stellungen 3, 4 und 5: Der Winkel, den die Streifen bilden, ist größer als ein rechter Winkel.

Je weiter wir den einen Streifen von dem anderen wegdrehen, um so größer wird der Winkel, den die Streifen bilden.

Erklärung: **Ein Winkel wird von zwei Strahlen oder Strecken mit einem gemeinsamen Anfangspunkt gebildet. Der Anfangspunkt heißt Scheitel, die Strahlen oder Strecken heißen Schenkel des Winkels** (Abb. 59).

Den Winkel kann man durch Drehen eines Schenkels um den Scheitel entstehen lassen. Die Größe des Winkels hängt von der Größe der Drehung ab. Die Länge der Schenkel hat keinen Einfluß auf die Größe des Winkels.

Die Abbildung 60 zeigt zwei Winkel. Der Winkel 1 ist größer als der Winkel 2; denn bei dem Winkel 1 ist der eine Schenkel weiter von dem zweiten Schenkel weggedreht worden.

Es gibt Winkel von verschiedener Größe. Um die Größe des Winkels festzustellen, müssen wir die Größe der Drehung des einen Schenkels messen. Die Größe einer Drehung und damit die Größe des Winkels kann man nicht mit dem Lineal in Zentimetern messen.

Ähnlich verhält es sich zum Beispiel bei der Uhr. Die Drehung, die der große Zeiger ausführt, wird auch nicht in Zentimetern, sondern in Minuten gemessen. Das Zifferblatt der Uhr ist gewöhnlich in 60 gleiche Teile, in Minuten, unterteilt. Wenn man die Zeit abliest, gibt man an, wieviel solcher Teile der große Zeiger durchlaufen hat (zum Beispiel 5 Min., 10 Min., 12 Min.).

Für das Winkelmessen gibt es eine andere Maßbezeichnung. Winkel werden in **Grad** gemessen. (Das Zeichen für Grad ist °.) Der Winkel, der bei einer vollen Drehung des einen Schenkels entsteht, heißt **Vollwinkel** und beträgt **360°**. Hat der Schenkel eine halbe Drehung beschrieben, so

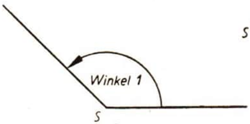


Abb. 60a

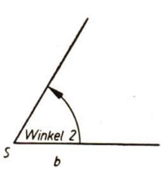


Abb. 60b

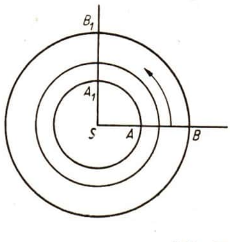


Abb. 61

ist ein Winkel von 180° entstanden. Beschreibt der Schenkel nur eine Vierteldrehung, dann entsteht ein **rechter Winkel.** Er beträgt **90°. Die Einheit der Winkelmessung ist ein Winkel von 1°.** In einem Winkel von 90°, in einem rechten Winkel also, ist der Winkel von 1° 90mal enthalten.

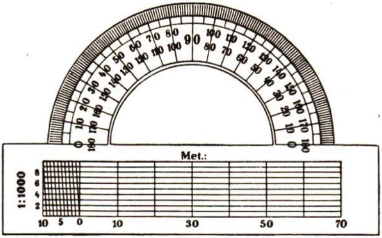


Abb. 62

Wenn der eine Schenkel eines Winkels eine volle Drehung durchläuft, beschreibt jeder Punkt dieses Schenkels einen **Vollkreisbogen** (Kreislinie). In der Abbildung 61 sind drei Vollkreisbogen gezeichnet. Die Kreise haben verschiedene Radien. Die Vollkreisbogen sind demnach auch verschieden groß. Zu einem Vollwinkel (360°) gehört aber *immer ein ganzer* Vollkreisbogen. Bei einem Winkel von 90° entstehen *Viertel* des Vollkreisbogens. Der Punkt A_1 hat ein Viertel seines kleinen, der Punkt B_1 ein Viertel seines größeren Vollkreisbogens zurückgelegt (Abb. 61).

Wir können feststellen: **Ein Winkel von 360° entspricht einem ganzen Vollkreisbogen. Ein Winkel von 180° entspricht einem halben Vollkreisbogen. Ein Winkel von 90° entspricht dem Viertel eines Vollkreisbogens. Ein Winkel von 1° entspricht dem 360. Teil eines Vollkreisbogens.**

Die Abbildungen 62 und 63 zeigen je einen **Winkelmesser.** Wir erkennen an jedem einen Halbkreis, dessen Kreisbogen in 180 gleiche Teile unterteilt ist. Ein Teil entspricht einem Winkel von 1°. Man kann

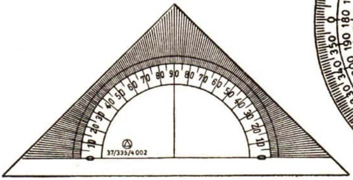


Abb. 63

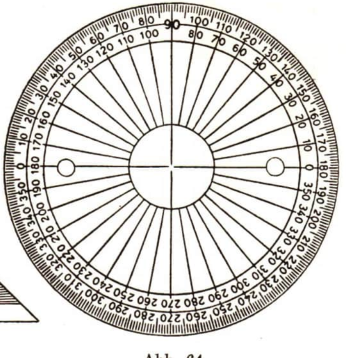


Abb. 64

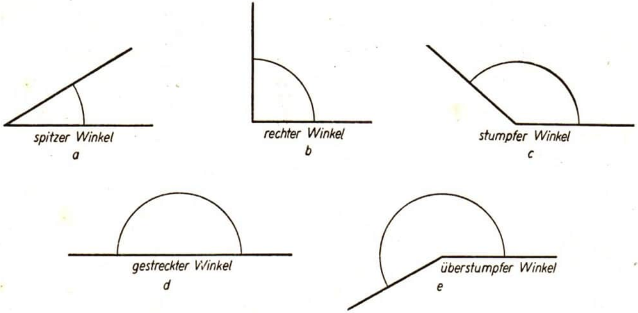


Abb. 65

mit dem Winkelmesser die Größe eines Winkels messen, indem man die Anzahl der Kreisbogenteile zwischen den Schenkeln des Winkels auf dem Winkelmesser abliest. Erkläre, warum man mit diesem Winkelmesser nur Winkel zwischen 0° und 180° messen kann!

Die Abbildung 64 zeigt einen anderen Winkelmesser. Hier ist ein Vollkreisbogen in 360 einander gleiche Teile unterteilt. Ein solcher Kreisbogenteil entspricht ebenfalls einem Winkel von 1°.

Die Abbildung 65 zeigt verschiedene Arten von Winkeln. Ein Winkel von 180° wird **gestreckter Winkel** genannt. Winkel, die **kleiner** sind als 90°, nennen wir **spitze Winkel.** Winkel **zwischen 90° und 180°** heißen **stumpfe Winkel.** Winkel, die **größer** als 180° sind, werden **überstumpfe Winkel** genannt.

Aufgaben

1. Zeichne eine Windrose! Gib Himmelsrichtungen an, die mit der Richtung **a)** Nord, **b)** Südost, **c)** Südwest, **d)** Nordost, **e)** Ost, **f)** Nordwest einen rechten Winkel einschließen!

2. Schneide aus Holz oder Pappe zwei Streifen von 40 cm Länge und 4 cm Breite! Befestige die Streifen so auf einer Stange, wie es die Abbildung 66 zeigt! Die Streifen müssen senkrecht zueinander liegen. Prüfe mit dem Zeichendreieck! Mit diesem Gerät können wir im Gelände rechte Winkel abstecken. Es wird **Winkelkreuz** genannt.

3. Peile mit einem Winkelkreuz einen Baum an! Bestimme mit einem Fluchtstab, den ein Schüler hält, eine Gerade, die zu der Peilrichtung senkrecht steht!

4. Stecke unter Verwendung von Winkelkreuz, Fluchtstäben und Bandmaß auf dem Schulhof ein Quadrat von 10 m Seitenlänge ab!
5. Stecke unter Verwendung von Winkelkreuz, Fluchtstäben und Bandmaß auf dem Schulhof oder in freiem Gelände ein Rechteck ab, das 8 m lang und 6 m breit ist!
6. Fertige aus Holz oder Pappe das in der Abbildung 67 gezeigte Gerät an! Es wird **Schmiege** genannt und ist ein wichtiges Gerät für den Tischler.
7. Zeichne mit der Schmiege bei Verwendung eines Zeichendreiecks **a)** einen rechten Winkel, **b)** einen Winkel, der kleiner ist als ein rechter, **c)** einen Winkel, der größer ist als ein rechter!
8. Suche in deiner Umgebung Winkel, die keine rechten Winkel sind! Erkläre, ob es sich um spitze oder stumpfe Winkel handelt!

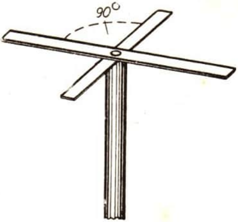


Abb. 66

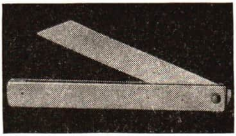


Abb. 67

9. Zeichne mit Lineal und Zeichendreieck in verschiedenen Lagen **a)** einen spitzen, **b)** einen stumpfen, **c)** einen rechten, **d)** einen überstumpfen, **e)** einen gestreckten Winkel!

24. Das Messen von Winkeln

Wie wir bereits wissen, wird der Winkelmesser zum Messen von Winkeln benutzt. Sein Halbkreis hat stets zwei Einteilungen. Eine Einteilung befindet sich außen und beginnt meistens links mit 0°. Die andere Einteilung ist innen aufgetragen und beginnt rechts mit 0°. Beim Messen von Winkeln muß man aufpassen, daß man die beiden Einteilungen nicht verwechselt. M ist der Mittelpunkt des Kreises.

Das Messen eines Winkels geschieht wie folgt (Abb. 68):

a) Der Punkt M des Winkelmessers wird genau an den Scheitel des Winkels gelegt.

b) Der eine Schenkel des Winkels muß durch den Punkt 0 einer Einteilung des Halbkreises gehen.

c) Auf der gleichen Einteilung wird beim zweiten Schenkel die Gradzahl abgelesen.

Es gibt zwei Möglichkeiten, den Winkelmesser an den Winkel anzulegen (Abb. 68a und b). In der Abbildung 68a wird der Winkel, von rechts bei 0°

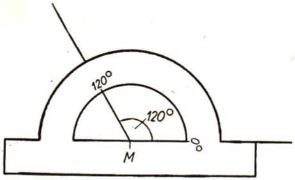


Abb. 68a

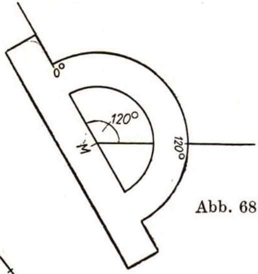


Abb. 68b

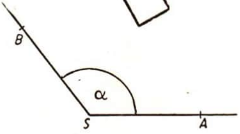


Abb. 69

beginnend, gemessen. Bei der Abbildung 68b wird der Winkel von links gemessen. Der eine Schenkel des Winkels geht durch den Nullpunkt der äußeren Einteilung. Auf dieser wird bei dem anderen Schenkel die Gradzahl abgelesen. Das Messen des Winkels auf diese beiden Arten führt zu demselben Ergebnis: Der Winkel beträgt 120°.

Um den Winkel zu kennzeichnen, wird er durch einen kleinen Bogen zwischen den beiden Schenkeln angegeben (Abb. 69). Als Zeichen für einen Winkel wird $\sphericalangle$ benutzt. Die Winkel werden gewöhnlich mit kleinen griechischen Buchstaben benannt.

Wenn auf dem Schenkel eines Winkels Punkte angegeben und durch große Buchstaben bezeichnet sind, dann kann auch der Winkel mit diesen Buchstaben benannt werden. Der Winkel α in der Abbildung 69 kann auch als $\sphericalangle ASB$ oder $\sphericalangle BSA$ bezeichnet werden. Der Buchstabe des Scheitelpunktes ist beim Nennen der drei Punkte stets an die zweite Stelle zu setzen.

Aufgaben

1. Zeichne vier verschiedene Winkel in dein Heft und miß deren Größe mit dem Winkelmesser **a)** von rechts, **b)** von links! Vergleiche die Ergebnisse!

2. a) Zeichne ein Dreieck ABC! Miß die Winkel ABC, BAC, ACB! Addiere die gefundenen Größen!

b) Zeichne ein zweites Dreieck und miß auch hier die Winkel im Dreieck! Addiere die gefundenen Gradzahlen der Winkel!

3. Zeichne ein Viereck $ABCD$! Miß die Winkel ABC, BCD, CDA, DAB und schreibe die gemessenen Werte in die Zeichnung!

4. Zeichne ein Sechseck $ABCDEF$! Miß die Winkel und trage ihre Größen in die Zeichnung ein!

5. Zeichne **a)** einen spitzen, **b)** einen stumpfen Winkel! Miß die Größen dieser Winkel!

6. Welchen Winkel bilden die beiden Zeiger einer Uhr um 2.00 Uhr, 5.00 Uhr, 7.00 Uhr, 8.00 Uhr, 1.00 Uhr, 6.00 Uhr, 3.50 Uhr, 4.30 Uhr, 13.20 Uhr? Miß an einem Uhrenmodell!

7. Wie groß ist der Winkel, den der kleine Zeiger einer Uhr **a)** in 4 Std., **b)** in 9 Std., **c)** in 3 Std., **d)** in 2 Std., **e)** in 5 Std., **f)** in 12 Std. überstreicht? Miß an einem Uhrenmodell!

8. Fertige einen Winkelpeiler an, wie ihn die Abbildung 70 zeigt! Du benötigst dazu einen Stab von etwa 1,50 m Länge, eine Kreisscheibe von 20 bis 30 cm Durchmesser und einen Pappstreifen. Auf dem Pappstreifen wird eine Peileinrichtung angebracht. Die Kreisscheibe wird mit dem Winkelmesser in 360 gleiche Teile unterteilt und auf dem Stab befestigt. Der Pappstreifen ist in der Mitte zu durchbohren und im Mittelpunkt der Kreisscheibe drehbar anzubringen.

9. Stecke den Stab des Winkelpeilers senkrecht in die Erde und nimm diesen Punkt als Scheitelpunkt an! Stecke mit Fluchtstäben die folgenden Winkel ab:
a) 45°, **b)** 83°, **c)** 112°, **d)** 146°, **e)** 268°, **f)** 90°, **g)** 165°, **h)** 320°!

Anleitung: Drehe den Peilstreifen auf 0° und markiere diese Richtung mit einem Fluchtstab oder mit einem anderen Stab! Drehe dann den Streifen bis zu der verlangten Gradzahl und markiere wieder durch einen Fluchtstab!

10. Zeichne eine Windrose mit den Richtungen Nord, Nordwest, West, Südwest, Süd, Südost, Ost, Nordost

a) mit dem Winkelpeiler auf den Schulhof,

b) mit dem Winkelmesser in das Heft!

11. a) Miß mit dem Winkelpeiler die Winkel, unter denen sich drei Straßen oder Wege in der Nähe deiner Wohnung treffen!

b) Fertige in deinem Heft eine Skizze von der Lage dieser Straßen oder Wege an und vermerke die mit dem Winkelpeiler gemessenen Winkel!

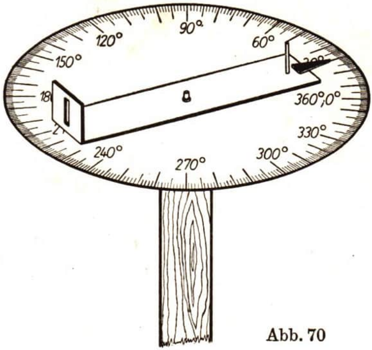


Abb. 70

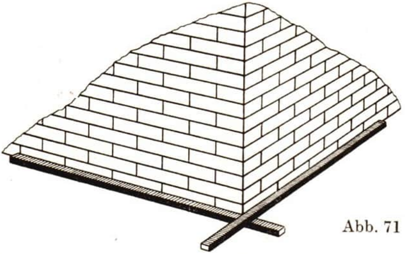


Abb. 71

12. Miß den Winkel, den die Mauern eines Hauses an einer Kante miteinander einschließen!

Anleitung: Da man den Winkelmesser nicht direkt anlegen kann, benutzen wir zwei Holzstäbe. Diese werden, wie die Abbildung 71 zeigt, an die beiden Mauern angelegt. Wir nehmen dann die Stäbe vorsichtig von der Mauer weg (Scheitelpunkt des Winkels und die Stellung der Schenkel nicht verändern!) und messen dann den Winkel an den Stäben.

25. Das Zeichnen von Winkeln

Zum Zeichnen von Winkeln benötigen wir Bleistift, Zirkel, Lineal und Winkelmesser.

1. Aufgabe: Zeichne einen beliebigen Winkel! Bezeichne ihn mit α und den Scheitelpunkt mit A! Zeichne im Heft daneben einen Strahl mit dem Anfangspunkt A'! Der Winkel α soll so an den Strahl angetragen werden, daß A' der Scheitelpunkt des Winkels wird. Man sagt: Der Winkel α soll im Punkt A' an den Strahl angetragen werden.

Diese Zeichnung kann ohne Winkelmesser nur mit Zirkel, Lineal und Bleistift ausgeführt werden.

Lösung: Wir schlagen um A und A' je einen Kreisbogen mit dem gleichen Radius. Der Kreisbogen um A schneidet die Schenkel des Winkels α in den Punkten C und D. Der Kreisbogen um A' schneidet den Strahl im Punkt C'. Dann nehmen wir CD in die Zirkelspanne (Abb. 72). Diese

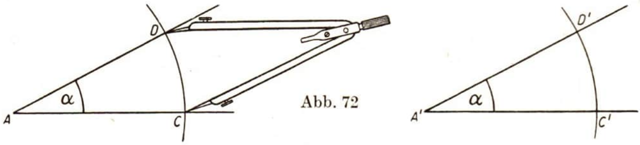


Abb. 72

Zirkelspanne tragen wir auf dem zweiten Kreisbogen vom Punkt C' aus in gleicher Richtung ab und erhalten so den Punkt D'. Wir verbinden A' mit D' und erhalten den verlangten Winkel α, angetragen in A' an den Strahl.

Ähnlich wie beim Antragen eines gezeichneten Winkels an einen anderen Strahl verfahren wir auch bei der Lösung der folgenden Aufgabe.

2. Aufgabe: Zeichne einen Winkel von 53°!

Lösung: Wir zeichnen einen Strahl mit dem Anfangspunkt A. Dann legen wir den Mittelpunkt des Winkelmessers so an A an, daß der Strahl durch den Punkt 0° einer Einteilung des Winkelmessers läuft. Bei 53° wird ein Punkt markiert, der mit A verbunden wird.

Mit dem Zirkel wird die Konstruktion aber genauer.

Der Winkel von 53° ist uns am Winkelmesser gegeben. Sein Scheitelpunkt ist der Punkt M. Der eine Schenkel läuft durch 0°, der andere durch 53° (Abb. 73).

Diesen Winkel müssen wir an den gezeichneten Strahl im Punkt A antragen. Wir nehmen den Radius der Winkelmessereinteilung in die Zirkelöffnung. Das ist die Strecke zwischen M und dem Punkte 0°. Mit diesem Radius schlagen wir um A einen Kreisbogen, der den Strahl in B schneidet. Dann greifen wir auf der Winkelmessereinteilung mit dem Zirkel die Spanne zwischen 0° und 53° ab und tragen sie von B aus auf dem gezeichneten Kreisbogen ab. Den Schnittpunkt verbinden wir mit A. Der entstehende Winkel ist der verlangte.

Auch Winkel können wir zeichnerisch addieren und subtrahieren.

3. Aufgabe: Zeichne nebeneinander zwei Winkel, Winkel α und Winkel β (keine überstumpfen Winkel), mit den Scheitelpunkten A und B! Konstruiere die Summe der Winkel!

Lösung: Die Winkel werden aneinandergefügt. Das heißt: Winkel β wird im Punkt A an den linken Schenkel des Winkels α nach links angetragen, wie wir das schon gelernt haben (Abb. 74). Der so entstandene Winkel ist die Summe der Winkel α und β:

$$\sphericalangle EAC = \alpha + \beta.$$

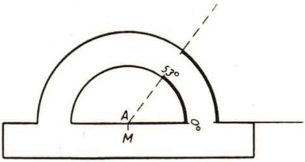


Abb. 73

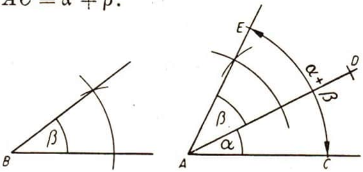


Abb. 74

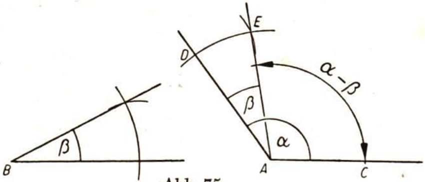


Abb. 75

4. Aufgabe: Zeichne nebeneinander zwei Winkel, Winkel α und Winkel β, mit den Scheitelpunkten A und B! Der Winkel β soll kleiner als der Winkel α sein. Konstruiere die Differenz der Winkel!

Lösung: Die Differenz der Winkel α und β entsteht, wenn im Scheitelpunkt A der Winkel β an den linken Schenkel des Winkels α nach rechts angetragen wird. Der neue Winkel ist die Differenz von α und β (Abb. 75):

$$\sphericalangle\, EAC = \alpha - \beta\,.$$

Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind unter Verwendung des Zirkels zu lösen.

1. Zeichne Winkel von 23°, 46°, 68°, 92°, 146°, 179°, 212°!

2. Zeichne ein Rad mit **a)** 24, **b)** 36, **c)** 18 Speichen!

Anleitung: Zeichne einen Punkt M und schlage um ihn einen Kreisbogen! Zeichne dann eine Speiche (Radius) ein! Überlege, welchen Winkel zwei aufeinanderfolgende Speichen einschließen! (Der ganze Kreis entspricht einem Vollwinkel von 360°.)

3. Übertrage mit der Schmiege den rechten Winkel eines Bilderrahmens auf ein Blatt Papier! Kontrolliere mit dem Winkelmesser!

4. Zeichne zwei Winkel: $\alpha = 63°$, $\beta = 42°$! Konstruiere **a)** $\alpha + \beta$, **b)** $\beta + \alpha$! Vergleiche die Ergebnisse! Kontrolliere mit dem Winkelmesser! Beschreibe die Konstruktion!

5. Zeichne zwei Winkel: **a)** $\alpha = 143°$, $\beta = 92°$, **b)** $\alpha = 72°$, $\beta = 32°$, **c)** $\alpha = 94°$, $\beta = 35°$! Konstruiere $\alpha - \beta$! Prüfe mit dem Winkelmesser! Beschreibe auch hier die Konstruktion!

6. Zeichne die Winkel $\alpha = 23°$, $\beta = 68°$, $\gamma = 122°$, $\delta = 97°$!
Konstruiere **a)** $\alpha + \beta$, **b)** $\beta + \delta$, **c)** $\gamma - \delta$, **d)** $\gamma - \beta$, **e)** $\alpha + \gamma$, **f)** $\delta - \alpha$!

26. Parallele Geraden

Wir haben gelernt: Zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt bilden einen Winkel. Der Winkel ist 0° groß, wenn die beiden Strahlen zusammenfallen. Dann verlaufen sie in der gleichen Richtung.

Die Linien eines Schreibheftes verlaufen auch in der gleichen Richtung. Sie gehen aber nicht von einem gemeinsamen Anfangspunkt aus. Auch am

Fenster, am Bilderrahmen, am Schrank, an den Dielenbrettern finden wir gerade Linien, die in gleicher Richtung verlaufen. Nenne andere Beispiele!

An einer Streichholzschachtel, an einer Kiste, an einem Spielwürfel verlaufen verschiedene Kanten in gleicher Richtung. Zeige sie!

Auch die Kanten AB, DC, EF, HG des abgebildeten Würfels (Abb. 76) verlaufen in der gleichen Richtung. Nenne andere Kanten, die eine gleiche Richtung haben!

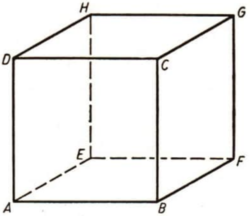


Abb. 76

Erklärung: **Gerade Linien, die in der gleichen Richtung verlaufen, heißen parallel zueinander. Sie werden auch kurz Parallelen genannt.**

Die Flächen eines Spiegels oder einer polierten Tischplatte weisen eine Besonderheit auf. Diese Flächen haben keine Vorsprünge. Sie sind auch nicht wie die Seitenfläche eines Topfes gekrümmt. Man sagt: Sie sind **eben.**

Auch die Seitenflächen des Würfels in der Abbildung 76 sind **ebene Flächen.** Immer zwei liegen in gleicher Richtung. Wir sagen dann, diese ebenen Flächen sind parallel zueinander. Zueinander parallele Flächen finden wir zum Beispiel am Schrank und am Tisch. Suche parallele ebene Flächen an anderen Gegenständen!

Aufgaben

1. Suche Geraden mit gleicher Richtung

a) in deinem Heft, **b)** am Tisch, **c)** im Zimmer, **d)** am Schulgebäude!

2. Schreibe auf, in welchem Falle man Geraden als parallel bezeichnet!

3. Zeichne nach Augenmaß **a)** zwei, **b)** drei, **c)** vier Geraden, die zueinander parallel sind!

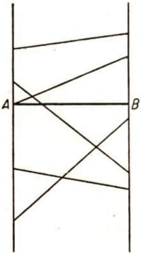


Abb. 77

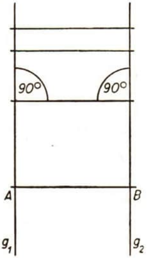


Abb. 78

4. Schreibe auf, worin sich eine ebene Fläche von einer nichtebenen Fläche unterscheidet!

5. Suche ebene Flächen, die zueinander parallel sind, **a)** am Quader, **b)** im Klassenraum, **c)** an einem Tisch!

6. Schreibe auf, welche der ebenen Flächen des Würfels in der Abbildung 76 zueinander parallel verlaufen! (Verwende die großen Buchstaben!)

Abb. 79

Miß in der Abbildung 77 die Längen der verschiedenen Strecken, die zwischen den Parallelen gezeichnet sind. Die Strecke AB ist die kürzeste.

Miß mit dem Winkelmesser die Winkel zwischen der Strecke AB und den Parallelen! Die Strecke AB steht auf beiden Parallelen senkrecht.

Wenn eine Verbindungsstrecke zwischen zwei Parallelen auf beiden senkrecht steht, nennt man sie den **Abstand** der beiden Parallelen. **Der Abstand ist die kürzeste Verbindung zwischen den Parallelen.** Jede andere Strecke zwischen ihnen ist länger (Abb. 77).

In der Abbildung 78 sind zwei Parallelen und mehrere Abstände eingezeichnet. Prüfe mit dem Winkelmesser, ob die eingezeichneten Verbindungsstrecken auch wirklich Abstände der Parallelen sind, das heißt, ob sie alle auf beiden Parallelen senkrecht stehen! Miß mit dem Lineal die Länge der Abstände!

Satz: **Der Abstand zwischen Parallelen ist überall gleich groß.**

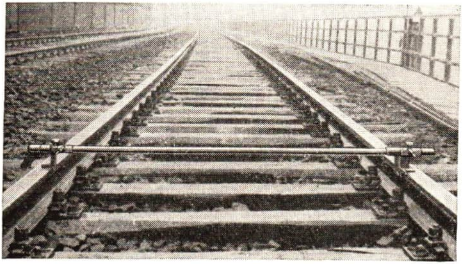


Abb. 80

Wenn wir den Abstand von zwei Parallelen messen wollen, dann zeichnen wir mit dem Zeichendreieck eine Verbindungsstrecke, die auf den Parallelen senkrecht steht. Die Länge dieser Strecke messen wir.

An Bauwerken findet man vielfach Parallelen, wie zum Beispiel am Rathaus in Greifswald (Abb. 79).

Da Parallelen überall den gleichen Abstand haben, können sie einander nicht schneiden.

Satz: **Parallelen schneiden einander nicht.**

Auch die beiden Schienen eines Eisenbahngleises verlaufen stets in gleicher Richtung. Der Abstand der Schienen wird ,,Spurbreite" genannt. Sie beträgt bei der deutschen normalspurigen Eisenbahn 1,435 m[1]). Die Spurbreite der Schmalspurbahnen beträgt meistens 0,80 m. Die Eisenbahner verwenden beim Bau von Gleisen ein Spurmaß, damit die Gleise überall den gleichen Abstand haben. Die Abbildung 80 zeigt ein solches Spurmaß.

Wenn man von einer Straßenüberführung auf die gerade verlaufenden Schienen einer Eisenbahnlinie sieht, gewinnt man folgenden Eindruck: Der Abstand der beiden Schienen scheint in der Ferne immer geringer zu werden. Die Schienen scheinen am Horizont zusammenzulaufen (Abb. 81). In Wirklichkeit haben sie jedoch auch dort wie überall den gleichen Abstand.

Die Abbildung 82 zeigt ein Streichmaß. Mit diesem Gerät ritzt der Tischler auf dem Werkstück Geraden ein, die parallel zu den Kanten des Werkstückes verlaufen.

Die Abbildung 83 zeigt eine Schiebelehre. Die Backen der Schiebelehre sind parallele Strecken, deren Abstand verändert werden kann. Die Größe des Abstandes kann am Schaft der Schiebelehre abgemessen werden. Das Instrument wird zur Dickenmessung benutzt.

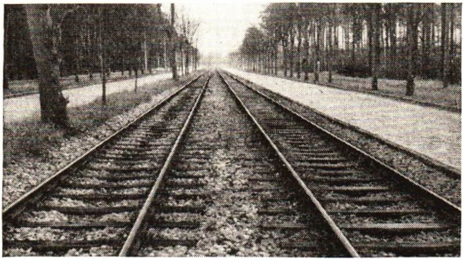


Abb. 81

[1]) Die Normalspurbreite ist nicht in allen Ländern gleich. Sie beträgt z. B. in Portugal und Spanien 1,670 m, in der Sowjetunion 1,524 m.

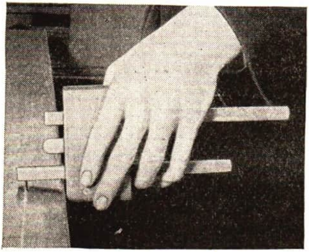


Abb. 82

Aufgaben

7. Miß den Abstand zwischen den Linien eines Schreibheftes!
Anleitung: Zeichne mit dem Zeichendreieck zwischen zwei parallelen Linien eine Verbindungsstrecke! Diese muß auf den Parallelen senkrecht stehen. Miß die Länge der Verbindungsstrecke!

8. Miß mit einem Lot den Abstand a) zwischen den zueinander parallelen waagerechten Kanten einer Türfüllung, b) zwischen den zueinander parallelen waagerechten Kanten einer Fensterscheibe!

9. Miß mit Hilfe einer Schnur den Abstand der zueinander parallelen lotrechten Kanten eines Fensterflügels!
Anleitung: Denke daran, daß der Abstand die kürzeste Verbindung zwischen den Parallelen ist! Lege also die Schnur straff gespannt so zwischen die Parallelen, daß sie am kürzesten ist! Miß dann mit dem Lineal!

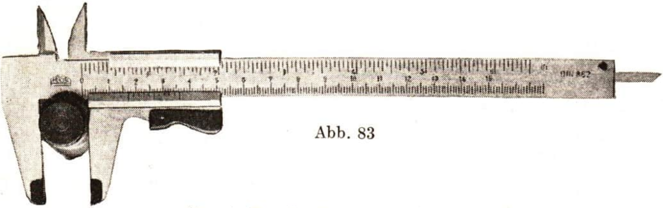


Abb. 83

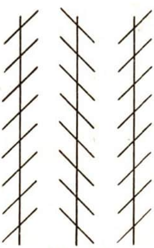


Abb. 84

10. a) Beschreibe, wozu die Eisenbahner das Spurmaß (Abb. 80) verwenden und wie sie damit arbeiten!
b) Beschreibe, wozu der Tischler das Streichmaß (Abb. 82) verwendet und wie er damit arbeitet!
c) Erkundige dich beim Schlosser, wozu er die Schiebelehre (Abb. 83) benutzt und wie er damit arbeitet!

11. Betrachte die Abbildung 84 und stelle nach Augenmaß fest, ob die Geraden parallel sind! Prüfe das durch Messen des Abstandes an vier verschiedenen Stellen nach!

27. Das Zeichnen von Parallelen und Senkrechten

Parallele und senkrecht aufeinanderstehende Geraden können wir mit Hilfe von Zeichendreieck und Lineal zeichnen.

1. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und außerhalb von g einen Punkt P! Konstruiere die Parallele zu g, die durch den Punkt P verläuft!

Lösung: Es muß durch P eine Gerade gezeichnet werden, die dieselbe Richtung wie die Gerade g hat.

Wir legen das Zeichendreieck an die Gerade g an (Abb. 85a). An eine der anderen Dreieckskanten wird das Lineal gelegt. Dann wird das Zeichendreieck am Lineal entlang verschoben, bis die Kante, die vorher an der Geraden g lag, durch den Punkt P verläuft. Dabei ist das Lineal gut festzuhalten, damit die Richtung der Geraden nicht verändert wird. Diese Konstruktion wird **Parallelverschiebung** genannt.

Durch die Konstruktion wird die Gerade g parallel, das heißt, ohne ihre Richtung zu verändern, so verschoben, daß sie durch P hindurchgeht. Man kann das Lineal auch so anlegen, wie es die Abbildung 85b zeigt. Führe die Parallelverschiebung durch!

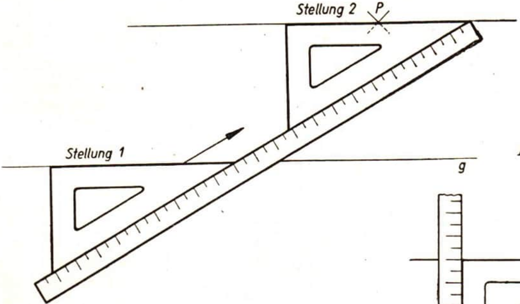


Abb. 85 a

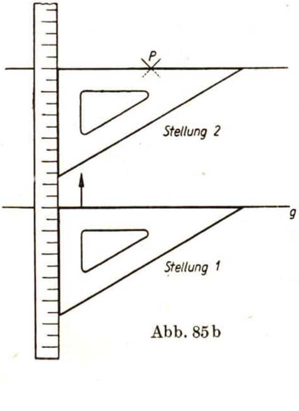


Abb. 85 b

2. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und lege auf ihr einen Punkt A fest! Konstruiere die Gerade, die auf g senkrecht steht und durch A verläuft! (Konstruktion der Senkrechten auf g in A.)

Lösung: Das Zeichendreieck wird mit dem einen Schenkel des rechten Winkels so an die Gerade angelegt, daß der zweite Schenkel nicht durch A verläuft (Abb. 86). Dann wird das Lineal an die längste Seite des Zeichen-

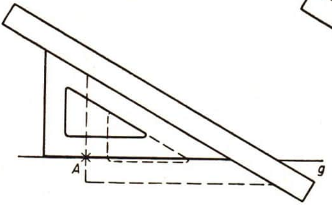


Abb. 86

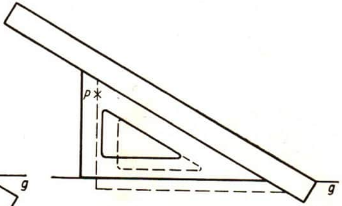


Abb. 87

dreiecks angelegt. Am Lineal entlang (gut festhalten!) wird nun das Zeichendreieck so verschoben, daß der zweite Schenkel durch A verläuft. An dieser Kante entlang wird die verlangte Senkrechte gezeichnet.

3. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und außerhalb von g einen Punkt P! Konstruiere die Senkrechte zu g durch P! (Konstruktion des Lotes von P auf g.)

Lösung: Das Zeichendreieck wird mit dem einen Schenkel des rechten Winkels so an die Gerade g angelegt, daß das Zeichendreieck den Punkt P verdeckt (Abb. 87). Dann wird wieder das Lineal an die längste Seite des Zeichendreiecks angelegt. Das Zeichendreieck wird nun am Lineal entlang so verschoben (gut festhalten!), daß der zweite Schenkel des rechten Winkels durch P geht. An dieser Kante entlang wird das verlangte Lot gezeichnet.

4. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g! Konstruiere eine Parallele zu g im Abstand von 4 cm!

Lösung: Wir zeichnen zunächst die Gerade g und konstruieren in einem beliebigen Punkte von g die Senkrechte. Dann wird der Abstand von 4 cm mit dem Zirkel auf der Senkrechten von g aus nach der einen Seite abgetragen. Den Endpunkt nennen wir P. Durch ihn konstruieren wir die Parallele zu g (Abb. 88). Eine zweite Parallele zu g im Abstand von 4 cm erhält man, wenn der Abstand von 4 cm auf der Senkrechten nach der anderen Seite abgetragen wird. Den so entstehenden Punkt nennen wir P_1. Durch ihn konstruieren wir ebenfalls die Parallele zu g.

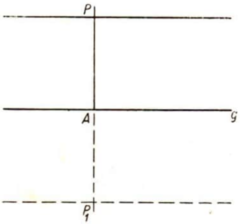


Abb. 88

Aufgaben

1. Zeichne eine Gerade g, einen Punkt P oberhalb von g und einen Punkt P_1 unterhalb von g!
Konstruiere die Parallelen zu g durch P und P_1!

2. Zeichne eine Gerade g und auf ihr fünf Punkte A, B, C, D, E!
   a) Konstruiere die Senkrechten zu g in den Punkten A, B, C, D, E!
   b) Prüfe mit dem Winkelmesser!

3. Zeichne eine Gerade g und einen Punkt P oberhalb von g! Konstruiere das Lot von P auf g!

4. Zeichne eine Gerade g! Wieviel Parallelen gibt es zu g im Abstand von a) 3 cm, b) 5 cm, c) 6 cm? Konstruiere sie!

5. Zeichne eine Gerade g und auf ihr zwei Punkte A und B!
   a) Zeichne die Parallelen zu g im Abstand von 5 cm! Benenne sie mit g_1 und g_2!
   b) Zeichne die Senkrechten zu g durch A und B!
   c) Trage in A und B an g Winkel von 43° an!

6. Zeichne a) ein Notenblatt (Abstand der einzelnen Linien 2 mm), b) einen Stundenplan! Der Stundenplan soll enthalten: 6 senkrechte Spalten, die je 3 cm breit sind, und 12 waagerechte Reihen, die je 1 cm breit sind.

Der technische Zeichner benutzt ein besonderes Lineal, die Reißschiene, wenn er Senkrechte zur Schmalseite des Reißbrettes zeichnet. Er benutzt die Reißschiene und das Zeichendreieck, wenn er Senkrechte dazu zeichnen will (Abb. 89).

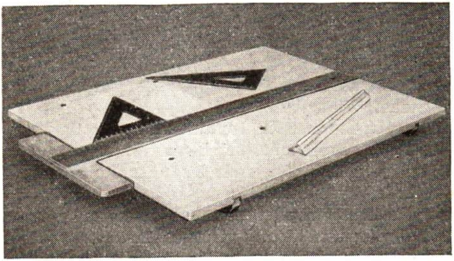


Abb. 89

VII. Graphische Darstellung von Zahlen

28. Strecken- und Streifendiagramme

Mit Hilfe von bildlichen Darstellungen werden Zahlenangaben veranschaulicht und gegenübergestellt.

Wir wollen uns den Temperaturverlauf an einem Tage durch ein Bild vor Augen führen. An einem Tage wurden folgende Temperaturen gemessen:

Uhrzeit	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00
Temperatur	10°	14°	17°	21°	23°	19°	15°

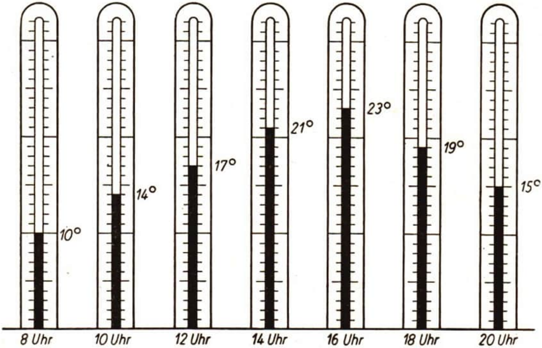


Abb. 90 *Temperaturverlauf an einem Tage*

Die Abbildung 90 zeigt das Thermometer zu den angegebenen Uhrzeiten mit dem jeweiligen Stand.

Wir können den Verlauf der Temperatur aber auch einfacher und übersichtlicher zeichnen.

Wir wissen bereits, daß man Zahlen durch Strecken darstellen kann. Wir haben das am Zahlenstrahl und bei Konstruktionen von Strecken bestimmter Längen gelernt. Wir werden also den Stand der Thermometersäule durch Strecken veranschaulichen.

Wir zeichnen sieben einander parallele Strecken, deren Längen die beobachteten Temperaturen in Zentimetern darstellen, senkrecht zu einer Grundlinie. So erhalten wir ein Bild, wie es die Abbildung 91 verkleinert zeigt.

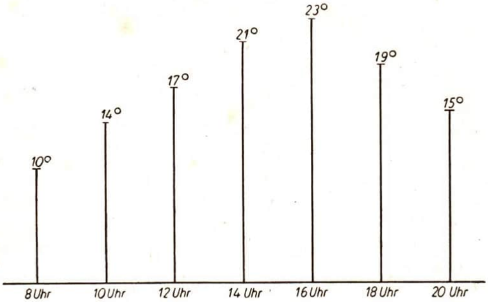


Abb. 91 *Temperaturverlauf an einem Tage*

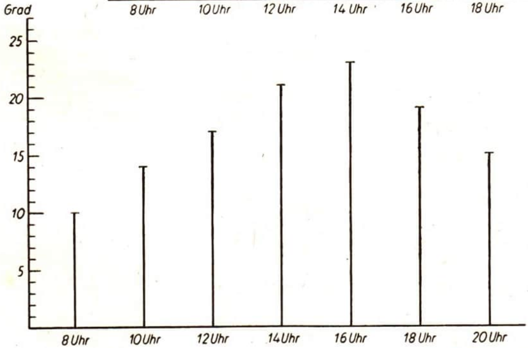


Abb. 92 *Temperaturverlauf an einem Tage*

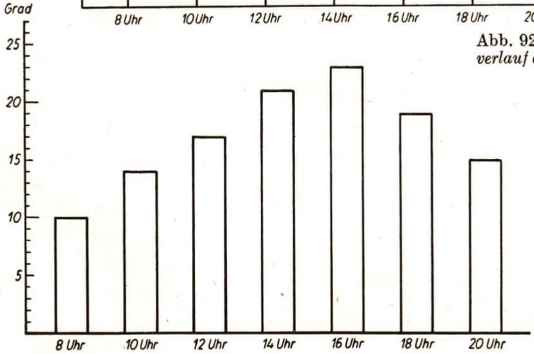


Abb. 93 *Temperaturverlauf an einem Tage*

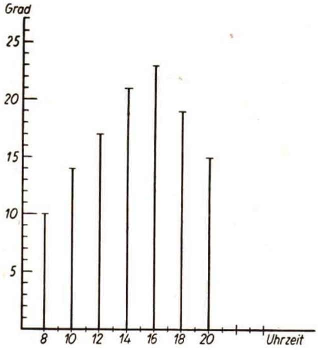


Abb. 94

Temperaturverlauf an einem Tage

(2 mm ≙ 1 Grad)

Wir haben jedoch noch etwas zu beachten. Die Zeicheneinheit, die einem Grad entspricht, ist nicht zu erkennen. Damit das geschehen kann, zeichnet man eine weitere Parallele, auf der man die Maßeinteilung angibt.

Es ergibt sich dann das Bild in Abbildung 92, wenn 2 mm einem Grad entsprechen sollen. Es ist nun nicht notwendig, die Länge der einzelnen Strecken besonders zu beschriften. Man schreibt: 2 mm ≙ 1 Grad.

Derartige Veranschaulichungen, wie wir sie in den Abbildungen 90 bis 92 sehen, nennen wir **graphische Darstellungen.** Die erste Zeichnung nennen wir eine bildliche Darstellung. Die beiden folgenden Darstellungen heißen **Streckendiagramme.** Bei jedem Schaubild geben wir an, was es darstellt.

An Stelle der Strecken zeichnet man häufig auch Streifen von selbst gewählter Breite. Diese ist nicht abhängig von den darzustellenden Zahlen; sie muß aber bei den Streifen in einer Darstellung einheitlich sein. Die Abbildung 93 zeigt den Temperaturverlauf an einem Tage in dieser Art.

Eine solche Darstellung nennt man **Streifendiagramm.** Bei einem Streifendiagramm ist die Breite des Streifens ohne Bedeutung für den Inhalt der Darstellung. Sie soll jedoch in ein und derselben Darstellung einheitlich sein. Lediglich die Länge des Streifens verdeutlicht einen Zahlenwert.

Wählt man noch auf der Waagerechten eine Einheit für die Zeit, dann kann man auch den zeitlichen Abstand der Temperaturänderungen ablesen (Abb. 94).

Für die Zeichnung von graphischen Darstellungen verwenden wir am besten Millimeterpapier (Abbildung 95).

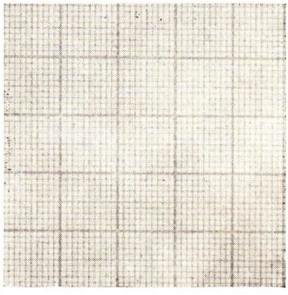


Abb. 95

Aufgaben

1. Veranschauliche in einem Streckendiagramm die Zahlen 2, 4, 6, 8 und 10! Wähle als Einheit am Maßstab 1 cm und setze die Strecken in gleichen Abständen nebeneinander!

2. Veranschauliche die Zahlen 1000, 3000, 4500, 5700, 5850
   a) in einem Streckendiagramm und
   b) in einem Streifendiagramm! Maßstab: 1000 ≙ 1 cm.

3. Jedes Jahr zu Beates Geburtstag wurde ihre Größe festgestellt. Die gemessenen Werte sind in der nebenstehenden Tabelle angegeben.

   Fertige ein Streckendiagramm an und wähle den Maßstab selbst!

Alter	Größe
1 Jahr	80 cm
2 Jahre	88 cm
3 Jahre	95 cm
4 Jahre	102 cm
5 Jahre	110 cm
6 Jahre	117 cm
7 Jahre	126 cm
8 Jahre	132 cm
9 Jahre	136 cm

4. Stelle die Größen deiner Mitschüler graphisch dar! Wähle die des größten, die des kleinsten und die eines mittelgroßen Schülers! Zeichne ein Streckendiagramm!

5. Es sind die Schülerzahlen der einzelnen Klassen deiner Schule zu ermitteln. Stelle diese Zahlen mit Hilfe eines Strecken- und Streifendiagramms graphisch dar!

   Vorschlag für den Maßstab: 1 Schüler ≙ 2 mm.

6. Horst hat durch fleißiges Üben seine Leistungen im Weitsprung in vier Jahren verbessern können. Mit 11 Jahren sprang er 2,70 m, mit 12 Jahren sprang er 2,95 m, mit 13 Jahren erreichte er 3,33 m und mit 14 Jahren sprang er 3,65 m. Stelle seine Leistungen im Weitsprung in einem Streckendiagramm dar!

   Vorschlag für den Maßstab: 10 cm ≙ 2 mm.

7. Stelle fünf verschiedene Leistungen im Schlagballweitwurf von Jungen und Mädchen deiner Klasse fest und zeichne ein Streifendiagramm! Den Maßstab für die Länge der Streifen wähle selbst!

8. Es ist von einzelnen Diktaten in diesem Schuljahr die Anzahl der Fehler deiner Klasse zu ermitteln und graphisch darzustellen. Wähle ein Streckendiagramm!

9. Die staatlichen Ausgaben für einen Grundschüler betrugen 1951: 232 DM, 1952: 262 DM, 1953: 286 DM, 1954: 303 DM.
   Veranschauliche diese Zahlen durch ein Streckendiagramm! Wähle den Maßstab selbst!

10. Die nebenstehende Tabelle zeigt, wie sich die landwirtschaftlichen Produktionsgenossenschaften (LPG) in der Deutschen Demokratischen Republik zahlenmäßig entwickelten.
Zeichne ein Streifendiagramm! Maßstab: 100 LPG ≙ 4 mm. (Die Zahlen sind auf Hundert zu runden.)

Beispiel:
714 LPG ≙ 7 · 4 mm = 28 mm

Zeitpunkt	Anzahl der LPG
30. 9. 52	714
31. 12. 52	1906
31. 3. 53	3786
30. 6. 53	5074
31. 12. 54	5120
15. 11. 55	6047

11. Ein Wanderer legt in einer Stunde etwa 5 km zurück,
ein Radfahrer etwa 15 km,
ein Personenzug etwa 30 km,
ein Motorradfahrer etwa 60 km,
ein D-Zug etwa 60 km,
ein Verkehrsflugzeug etwa 300 km,
das sowjetische Düsenflugzeug TU 104 etwa 800 km.

Fertige ein Streckendiagramm an! Maßstab: 5 km ≙ 1 mm.

12. Veranschauliche in einem Streifendiagramm die Höhen der hier genannten Berge! Maßstab: 10 m ≙ 1 mm.

Der Schneeberg im Fichtelgebirge ist rund 1050 m hoch,
der Brocken im Harz rund 1140 m,
der Hagelberg im Fläming rund 200 m,
der Arber im Bayrischen Wald rund 1460 m,
der Meißner im Hessischen Bergland rund 750 m.

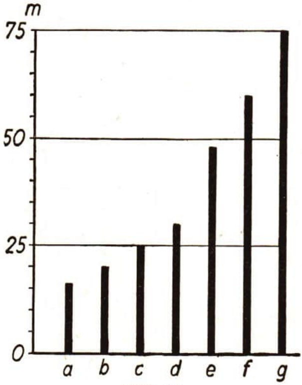


Abb. 96

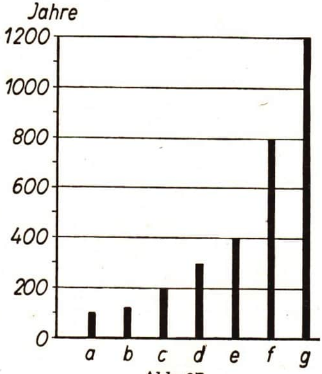


Abb. 97

13. Die Länge des Rheins beträgt 1320 km, davon sind 886 km schiffbar,
die Länge des Mains beträgt 524 km, davon sind 400 km schiffbar,
die Länge der Weser beträgt 440 km, davon sind 440 km schiffbar,
die Länge der Elbe beträgt 1144 km, davon sind 940 km schiffbar,
die Länge der Havel beträgt 337 km, davon sind 302 km schiffbar,
die Länge der Spree beträgt 398 km, davon sind 146 km schiffbar.

Runde auf volle 10 km! Stelle von jedem genannten Fluß seine Länge und die seiner Schiffbarkeit in einem Streifendiagramm gegenüber! Wähle den Maßstab selbst!

14. Aus dem Streckendiagramm der Abbildung 96 können wir die größten bisher festgestellten Höhen einiger Baumarten entnehmen: a) der Eberesche, b) des Feldahorns, c) der Birke, d) der Platane, e) der Kiefer, f) der Fichte und g) der Tanne.

Lies die Werte ab!

15. In dem Streckendiagramm der Abbildung 97 ist das bisher festgestellte Höchstalter a) des Holunders, b) der Birke, c) des Apfelbaumes,
d) des Birnbaumes,
e) des Kirschbaumes,
f) der Tanne und
g) der Sommereiche angegeben.

Lies die Werte ab!

16. Die Abbildung 98 zeigt, welchen Weg bei Höchstgeschwindigkeit
a) ein Rennpferd,
b) ein Schnellzug,
c) eine Schwalbe,
d) ein Rennauto,
e) ein Motorflugzeug und
f) ein Düsenflugzeug (im Sturzflug) in einer Sekunde zurücklegen.

Lies aus dem Streckendiagramm die Werte ab!

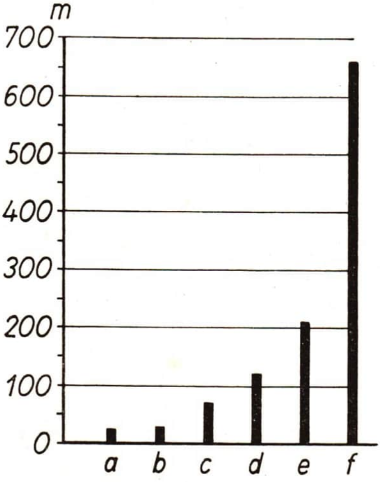


Abb. 98

VIII. Bestimmen von Flächen- und Rauminhalten

29. Messen von Flächen

Die Längen von Strecken können wir in Millimetern, Zentimetern, Dezimetern, Metern oder Kilometern messen. 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m und 1 km sind Grundlängen oder **Längeneinheiten** für das Messen von Strecken.

In einem Textilgeschäft bleibt von einem Stoffballen ein Rest übrig. Eine Verkäuferin will ihn messen. Sie benutzt dazu einen Meterstab; das ist ein Holzstab von 1 m Länge. Sie stellt nun fest, wie oft sie den Meterstab an der Stoffkante anlegen kann. Sie kann den Meterstab 3mal nacheinander anlegen. Der Stoffrest ist also 3 m lang.

Die Länge einer Strecke messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Längeneinheiten (1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km) in ihr enthalten ist.

Die Länge der Strecke AB in der Abbildung 99 soll gemessen werden. Wir benutzen dazu ein Lineal, das mit dem Nullpunkt an den Punkt A der Strecke angelegt wird. Der Abstand zwischen zwei kleinen Strichen auf dem Lineal ist die Längeneinheit 1 mm. Der Abstand zwischen zwei langen Strichen ist die Längeneinheit 1 cm. Der Abstand zwischen den Zahlen 0 und 10 ist die Längeneinheit 1 dm.

Messen wir die gegebene Strecke AB, so stellen wir fest:

Die Längeneinheit 1 mm ist 100mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 100 mm;
die Längeneinheit 1 cm ist 10mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 10 cm;
die Längeneinheit 1 dm ist 1mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 1 dm.

Abb. 99

Wir sagen: Die Strecke AB ist 100 mm oder 10 cm oder 1 dm lang.

Nicht jede Strecke kann mit diesen Längenmaßen genau ausgemessen werden. Der Endpunkt einer zu messenden Strecke kann zum Beispiel zwischen zwei Millimeterstrichen eines Lineals liegen. Kleinere Längeneinheiten lernen wir erst später kennen.

Oft wird bei der Angabe von Längen nicht nur e i n e der Längeneinheiten 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km benutzt. Wir lesen zum Beispiel: Eine Strecke ist 20 cm und 4 mm lang. Dafür können wir kürzer schreiben: Eine Strecke ist 20,4 cm lang.

Den Aufbau der Längenmaße kennen wir bereits; wir wiederholen ihn:
1 km = 1000 m, 1 m = 10 dm, 1 dm = 10 cm, 1 cm = 10 mm.

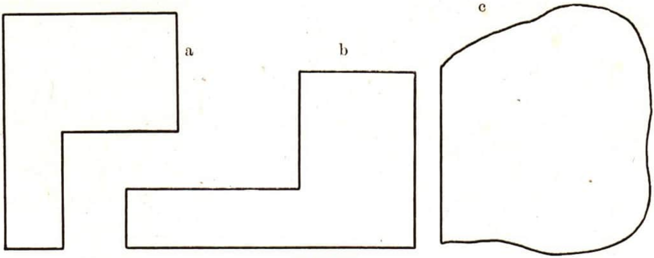


Abb. 100

Die Abbildung 100 zeigt verschiedene Figuren. Die Fläche innerhalb der Begrenzungslinien nennt man den **Flächeninhalt** der Figur. Durch Schätzen können wir nicht genau feststellen, welche der Figuren den größeren Flächeninhalt hat.

Wenn wir das genau angeben wollen, müssen wir den Flächeninhalt ausmessen können. Dazu benötigen wir besondere Maßeinheiten. So wie wir für das Messen von Strecken Längeneinheiten verwendeten, benötigen wir zum Ausmessen von Flächen **Flächeneinheiten.** Mit einer solchen Einheit kann man die Fläche auslegen und feststellen, wie oft sie in der Fläche enthalten ist.

Eine der am häufigsten gebrauchten Flächeneinheiten ist ein Quadrat mit der Seitenlänge von 1 cm. Diese Flächeneinheit wird **Quadratzentimeter** genannt (Abb. 101). Die Abkürzung ist **cm²**.

Abb. 101

Wir pausen uns das Quadratzentimeter in der Abbildung 101 mehrmals auf ein Blatt durchsichtiges Papier und schneiden die entstandenen Quadrate aus. Dann stellen wir fest, wie oft das Quadratzentimeter in die Figuren a und b der Abbildung 100 hineingelegt werden kann. Das Ergebnis lautet:

Die Flächeneinheit 1 Quadratzentimeter ist in der Figur 100a 8mal, in der Figur 100b 9mal enthalten. Der Flächeninhalt der Figur 100a beträgt also 8 cm², der Flächeninhalt der Figur 100b beträgt 9 cm². Der Flächeninhalt der Figur 100b ist also größer als der der Figur 100a (Abb. 102).

Den Flächeninhalt der Figur 100c können wir nicht so einfach ausmessen. Beim Auslegen mit Quadratzentimetern bleibt ein Teil der Figur übrig, der nicht gemessen wurde (Abb. 102c). Wir können aber feststellen, daß der Flächeninhalt der Figur 100c größer als 10 cm² ist.

Damit wir den Flächeninhalt der Figur 100c genauer ausmessen können, benötigen wir eine Flächeneinheit, die kleiner ist als das Quadrat-

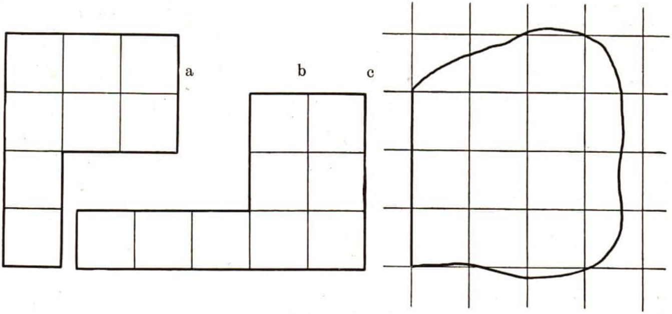


Abb. 102

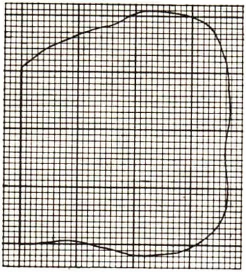


Abb. 103 a

Abb. 103 b

zentimeter. Das ist ein Quadrat mit der Seitenlänge von 1 mm. Es wird **Quadratmillimeter** genannt. Die Abkürzung ist **mm²**.

Es gibt ein besonderes Papier, das in Quadratmillimeter unterteilt ist, **das Millimeterpapier** (vgl. S. 110, Abb. 95).

Wir pausen die Figur 100c auf durchsichtiges Millimeterpapier. Durch Auszählen stellen wir fest, daß sie ungefähr 1350 Quadratmillimeter enthält. Der Flächeninhalt der Figur 100c beträgt also rund 1350 mm² (Abb. 103a). Wir können auch erst die Quadratzentimeter und dann den Rest in Quadratmillimetern auszählen. Wir stellen dann fest, daß die Figur 100c 10 Quadratzentimeter und rund 350 Quadratmillimeter enthält.

Zusammenfassung: **Den Flächeninhalt einer Figur messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Flächeneinheiten in der Figur enthalten ist.**

Flächeneinheiten:

1 Quadratmillimeter (1 mm²): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 mm lang sind.

1 Quadratzentimeter (1 cm²): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 cm lang sind.

1 Quadratdezimeter (1 dm^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 dm lang sind.

1 Quadratmeter (1 m^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 m lang sind.

Bei großen Flächen, zum Beispiel bei Landvermessungen, werden außerdem noch folgende Flächeneinheiten benutzt:

1 Ar (1 a): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 10 m lang sind.

1 Hektar (1 ha): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 100 m lang sind.

1 Quadratkilometer (1 km^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 km lang sind.

Für das Messen der Länge von Strecken verwenden wir ein Metermaß. Zum Messen von Längen in Zeichnungen benutzen wir ein Lineal.

Zum Messen von Flächen gibt es kein entsprechendes Meßinstrument. Hier muß man tatsächlich die zu messende Fläche mit einer der Flächeneinheiten auslegen. Das Millimeterpapier kann das Auslegen und das Zählen der Quadratmillimeter bzw. Quadratzentimeter erleichtern.

Durch Auszählen der Quadratmillimeter in dem Quadratzentimeter der Abbildung 103b stellen wir fest:

$$1\ \text{cm}^2 = 100\ \text{mm}^2.$$

Wir zeichnen ein Quadratdezimeter auf Millimeterpapier und zählen die in ihm enthaltenen Quadratzentimeter aus. Wir stellen fest:

$$1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2 = 10000\ \text{mm}^2.$$

Klebe aus Zeitungspapier ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 1 m! Welchen Flächeninhalt hat dieses Quadrat? Unterteile die Seiten dieses Quadrates in Dezimeter! Zeichne Parallelen zu den Seiten durch die gefundenen Punkte! Welche Figuren entstehen? Wieviel sind davon vorhanden? Insgesamt sind in dem Quadratmeter 100 Quadratdezimeter enthalten:

$$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2.$$

Entsprechend gilt:

$$\begin{aligned} 1\ \text{a} &= 100\ \text{m}^2, \\ 1\ \text{ha} &= 100\ \text{a}, \\ 1\ \text{km}^2 &= 100\ \text{ha}. \end{aligned}$$

30. Übersicht über die Flächenmaße

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{km}^2 &= 100\ \mathrm{ha} = 10\,000\ \mathrm{a} = 1\,000\,000\ \mathrm{m}^2\\
1\ \mathrm{ha} &= 100\ \mathrm{a} = 10\,000\ \mathrm{m}^2\\
1\ \mathrm{a} &= 100\ \mathrm{m}^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{m}^2 &= 100\ \mathrm{dm}^2 = 10\,000\ \mathrm{cm}^2 = 1\,000\,000\ \mathrm{mm}^2\\
1\ \mathrm{dm}^2 &= 100\ \mathrm{cm}^2 = 10\,000\ \mathrm{mm}^2\\
1\ \mathrm{cm}^2 &= 100\ \mathrm{mm}^2
\end{aligned}
$$

Der Aufbau der Flächenmaße erfolgt in Hunderterstufen. Die Umrechnungszahl bei den Flächenmaßen ist also 100. Das bedeutet:

1) Um die Angabe des Flächeninhaltes auf die nächstkleinere Flächeneinheit umzurechnen, muß man mit 100 multiplizieren.

Beispiel: Verwandle 67 dm² in Quadratzentimeter!
Wir rechnen $67 \cdot 100 = 6700$ und erhalten das Ergebnis

$$67\ \mathrm{dm}^2 = 6700\ \mathrm{cm}^2.$$

2) Um von einer Flächeneinheit auf die nächsthöhere umzurechnen, muß man durch 100 dividieren.

Beispiel: Verwandle 3200 mm² in Quadratzentimeter!
Wir rechnen $3200 : 100 = 32$ und erhalten das Ergebnis

$$3200\ \mathrm{mm}^2 = 32\ \mathrm{cm}^2.$$

Aufgaben

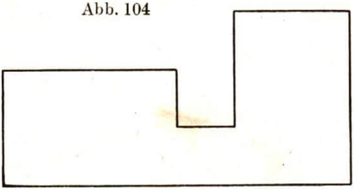
1. Wieviel Millimeter sind
   a) 23 cm, b) 36 cm, c) 3 dm, d) 10 m, e) 9 m, f) 28 cm, g) 73 cm, h) 28 dm, i) 7 cm, k) 23 m, l) 2 m, m) 82 m?
2. Wieviel Meter sind
   a) 8200 cm, b) 1300 cm, c) 13000 cm, d) 17 km, e) 11 km, f) 2700 cm, g) 180 dm, h) 20 dm?
3. Verwandle in Dezimeter
   a) 12 m, b) 23 m, c) 200 mm, d) 180 cm, e) 6 m, f) 80 cm, g) 18 m, h) 140 cm, i) 240 cm, k) 36 m!
4. Zeichne eine Strecke von beliebiger Länge! Stelle fest, wie oft du die Längeneinheit 1 cm mit dem Zirkel auf der Strecke abtragen kannst! Wenn ein Rest bleibt, so miß ihn mit dem Lineal in Millimetern!
5. a) Zeichne mit dem Lineal und dem Zeichendreieck ein Quadratzentimeter! Schneide es aus!
   b) Fertige 20 solcher Quadratzentimeter an!

6. a) Miß den Flächeninhalt der Fläche einer Postkarte durch Auslegen mit Quadratzentimetern!
   b) Bilde selbst ein Beispiel!

7. Stelle durch Auslegen mit Quadratzentimetern folgende Flächeninhalte fest:
   a) eines kleinen Bildes ohne Berücksichtigung des Rahmens,
   b) eines Rechtecks mit den Seiten $a = 3$ cm und $b = 4$ cm,
   c) einer Seite dieses Buches!

8. Miß durch Auslegen mit Quadratzentimetern den Flächeninhalt der Figur in der Abbildung 104!

Abb. 104



9. Zeichne folgende Figuren auf Millimeterpapier und miß ihren Flächeninhalt:
   a) Dreieck,
   b) Kreis mit dem Radius 3 cm,
   c) Kreis mit dem Radius 4 cm!

   Zähle zuerst die Quadratzentimeter und dann den Rest in Quadratmillimetern!

10. a) Zeichne mit dem Lineal und dem Zeichendreieck ein Quadratdezimeter auf ein Blatt Papier! Schneide es aus!
    b) Fertige 10 solcher Quadratdezimeter an!

11. Miß durch Auslegen mit Quadratdezimetern die Fläche a) einer Tischplatte, b) eines Stuhlsitzes, c) einer Heftseite! Gib an, ob ein Rest bleibt! Schätze die Größe des Restes!

12. a) Klebe aus Zeitungspapier ein Quadratmeter!
    b) Miß mit Hilfe von Quadratmetern die Fläche des Fußbodens eines Zimmers im Schulgebäude!

13. a) Zeichne auf den Schulhof mit Bandmaß, Winkelpeiler und Fluchtstäben ein Quadrat von der Größe 1 a!
    b) Wieviel Quadratmeter sind in 1 a enthalten?

14. a) Verwandle in Quadratzentimeter
    13 dm², 12 dm², 28 dm², 16 dm², 14 dm² 30 cm², 14 dm² 3 cm², 8 dm², 17 dm², 23 dm², 97 dm², 29 dm² 7 cm², 9 dm² 38 cm²!
    b) Verwandle in Quadratmillimeter
    13 cm², 27 cm², 8 cm² 20 mm², 63 cm² 2 mm², 98 cm², 32 cm², 8 cm², 1430 cm², 25 cm² 3 mm², 12 cm² 35 mm², 56 cm² 9 mm²!

c) Verwandle in Quadratmeter

9 a, 24 a, 88 a, 167 a, 400 a, 3000 a, 3 a 61 m^2, 18 a 80 m^2, 700 a, 100 a, 935 a, 26 a 5 m^2, 33 a 26 m^2, 72 a 84 m^2!

15. a) Verwandle in Quadratdezimeter

97 m^2, 16 m^2, 43 m^2, 15 m^2 16 dm^2, 28 m^2 12 dm^2, 27 m^2, 897 m^2, 15 m^2 6 dm^2, 27 m^2, 184 m^2, 1600 m^2, 384 m^2 9 dm^2, 3050 m^2!

b) Verwandle in Ar

98 ha, 112 ha, 3 ha, 14 ha, 27 ha, 92 ha 44 a, 1275 ha, 2894 ha, 2400 ha, 279 ha, 296 ha 7 a, 54 ha 33 a, 4005 ha 2 a!

c) Verwandle in Hektar

23 km^2, 258 km^2, 17 km^2, 18 km^2, 27 km^2 14 ha, 38 km^2 97 ha, 428 km^2 5 ha, 728 km^2, 94 km^2, 52 km^2 26 ha, 271 km^2 3 ha!

16. a) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 14a in Quadratmillimeter!

b) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 14c in Quadratdezimeter!

c) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15a in Quadratzentimeter!

d) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15b in Quadratmeter!

17. Verwandle in Quadratmeter
2800 dm^2, 37800 dm^2, 42 a, 3 ha, 280000 cm^2, 346000 dm^2!

18. Verwandle in Quadratmeter
72 a, 7 ha, 375 ha, 72000 dm^2, 12 a, 12000 dm^2, 48650 ha!

19. Verwandle in Quadratzentimeter
112000 mm^2, 7200 mm^2, 640000 mm^2, 48500 mm^2, 307200 mm^2!

20. Ein Traktorist pflügte in einer Woche

am Montag	2,32 ha,	am Donnerstag	2,75 ha,
am Dienstag	2,54 ha,	am Freitag	2,61 ha,
am Mittwoch	2,49 ha,	am Sonnabend	1,98 ha.

Wie groß war die gesamte gepflügte Fläche?

21. Ein Mähbinder kann mit Einmannbedienung an einem 8-Stunden-Tag 5,20 ha abernten. Ein Schnitter würde mit der Sense in der gleichen Zeit 0,40 ha mähen. Wieviel Hektar können mit Hilfe der Maschine mehr gemäht werden?

31. Flächenberechnung von Rechteck und Quadrat

Wir hatten festgestellt, daß das Ausmessen von Flächen durch Auslegen mit einer der Flächeneinheiten oder durch Auszählen auf Millimeterpapier erfolgen kann. Bei einigen Figuren kann der Flächeninhalt sehr leicht aus den Längen der Begrenzungslinien errechnet werden.

Wir werden lernen, wie man den Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat aus der Länge der Seiten errechnen kann.

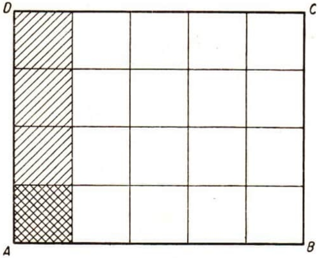


Abb. 105

Die Abbildung 105 zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 5 cm und 4 cm. Durch Auslegen der Fläche mit Quadratzentimetern stellen wir fest, daß 20 Quadratzentimeter in dem Rechteck enthalten sind. Der Flächeninhalt beträgt also 20 cm².

Zu diesem Ergebnis kommen wir auch durch die folgende Überlegung: An der Seite AD des Rechtecks, die 4 cm lang ist, liegen vier Quadratzentimeter. Die vier Quadratzentimeter bilden einen Streifen. Dieser Streifen ist insgesamt 5mal vorhanden; denn die Seite DC ist 5 cm lang. Also sind insgesamt $5 \cdot 4$ Quadratzentimeter in dem Rechteck enthalten.

Der Flächeninhalt F ist also

$$F = 5 \cdot 4 \text{ Quadratzentimeter} = 20 \text{ cm}^2.$$

In einem anderen Rechteck $ABCD$ ist die Seite AB 6 cm und die Seite AD 3 cm lang. An AD liegt ein Streifen von drei Quadratzentimetern. Dieser Streifen ist 6mal vorhanden. Also beträgt

$$F = 6 \cdot 3 \text{ Quadratzentimeter} = 18 \text{ cm}^2.$$

Wir können den Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$ in der Abbildung 105 auch in Quadratmillimetern errechnen. An der Seite AD liegt ein Streifen von 40 Quadratmillimetern. Dieser Streifen ist 50mal vorhanden. Also beträgt

$$F = 50 \cdot 40 \text{ Quadratmillimeter} = 2000 \text{ mm}^2 = 20 \text{ cm}^2.$$

Erklärung: **Den Flächeninhalt eines Rechtecks berechnet man, indem man die Maßzahlen von Länge und Breite miteinander multipliziert.**

Das Quadrat ist ein besonderes Rechteck: Länge und Breite sind einander gleich. Deshalb können wir aus dem Satz über den Flächeninhalt des Rechtecks schließen:

Den Flächeninhalt eines Quadrates berechnet man, indem man die Maßzahl der Seite mit sich selbst multipliziert.

Bei der Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken müssen wir Länge und Breite in denselben Längeneinheiten messen, also beide entweder in Zentimetern oder beide in Millimetern. Wenn in einer Aufgabe Länge und Breite in verschiedenen Längeneinheiten gegeben sind, müssen wir die eine vor dem Multiplizieren erst umwandeln. Wir rechnen zunächst stets mit der kleineren Längeneinheit von beiden.

Beispiel: Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks mit der Länge 3 m und der Breite 13 dm?

Lösung: $3\ \text{m} = 30\ \text{dm}$

$$F = 13 \cdot 30 \text{ Quadratdezimeter} = 390\ \text{dm}^2$$

Der Flächeninhalt beträgt $390\ \text{dm}^2$.

Werden Länge und Breite in Zentimetern gemessen, so erhalten wir den Flächeninhalt in Quadratzentimetern. Wir erhalten den Flächeninhalt in Quadratmillimetern, wenn Länge und Breite in Millimetern gemessen sind. Entsprechendes gilt für die anderen Längen- und Flächeneinheiten.

Aufgaben

1. Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke mit den Seiten

a) 4 m und 5 m, **b)** 13 m und 8 m, **c)** 2 m und 7 m,
d) 16 cm und 7 cm, **e)** 8 dm und 14 dm, **f)** 6 km und 4 km!

2. Berechne den Flächeninhalt der Quadrate, deren Seiten

a) 2 m, **b)** 4 m, **c)** 6 m, **d)** 63 dm, **e)** 418 m, **f)** 22 mm, **g)** 18 cm, **h)** 14 dm, **i)** 11 m, **k)** 22 km, **l)** 14 m lang sind!

3. Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke mit den Seiten

a) 8 cm und 5 dm, **b)** 12 dm und 18 m, **c)** 180 mm und 12 m,
d) 18 dm und 16 m, **e)** 80 cm und 2 m, **f)** 66 cm und 4 m,
g) 2 km und 120 m, **h)** 16 km und 18 km, **i)** 7 dm und 9 dm!

Beachte die verschiedenen Längeneinheiten!

4. a) Gib den Flächeninhalt der Rechtecke und Quadrate in den Aufgaben 1a, 1b, 2a, 2b in Quadratzentimetern an!

b) Gib den Flächeninhalt der Rechtecke in den Aufgaben 3c und 3d in Quadratzentimetern an!

5. Miß mit dem Bandmaß die Länge und die Breite der folgenden Rechteckflächen: **a)** der Wandtafel, **b)** des Fußbodens in einem Zimmer, **c)** eines Fensters, **d)** einer Tür im Klassenzimmer, **e)** des Schulhofes! Berechne den Flächeninhalt dieser Flächen!

6. Die Abbildung 106 zeigt den vereinfachten Grundriß eines Hauses.
   a) Berechne aus den Angaben den Flächeninhalt jedes Raumes!
   b) Wieviel Wohnfläche hat das gesamte Haus?

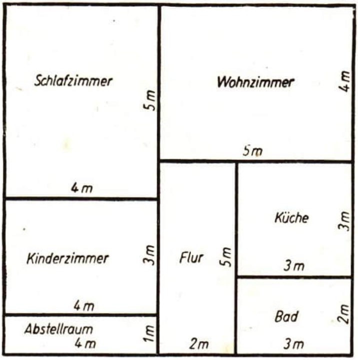


Abb. 106

7. Die Abbildung 107 zeigt den Plan einer Grünanlage.
   a) Berechne aus den Angaben des Planes die Größe der gesamten Grünfläche!
   b) Berechne die Fläche der Wege!

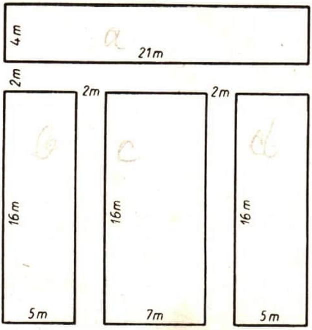


Abb. 107

8. Der Fußboden eines Zimmers soll gestrichen werden. Er hat die Form eines Rechtecks mit den Seiten
   a) 3 m und 5 m,
   b) 4 m und 6 m,
   c) 7 m und 4 m,
   d) 6 m und 5 m.

   Für ein Quadratmeter benötigt der Maler 500 g Lackfarbe. Wieviel Kilogramm Lackfarbe müssen gekauft werden?

9. Die Fensterflügel eines Zimmers sind
   a) 40 cm breit und 1,20 m hoch,
   b) 45 cm breit und 1 m hoch,
   c) 90 cm breit und 85 cm hoch.

   (Alle Maße sind an den Innenkanten gemessen.) Wieviel Glas wird jeweils für einen Fensterflügel benötigt?

10. Es sind 8 Fensterflügel der Aufgabe 9a) zu verglasen.
    a) Wieviel Glas wird benötigt?
    b) Wieviel Mark kostet das Verglasen der Fenster, wenn man für das Glas und das Einsetzen in die Rahmen je Quadratmeter 9,00 DM rechnet?

32. Messen von Rauminhalten

Alle Körper nehmen einen Raum ein. Die Größe dieses Raumes nennt man den **Rauminhalt** oder das **Volumen** des betreffenden Körpers. Den Rauminhalt kann man messen. Dazu werden neue Maßeinheiten benötigt, nämlich **Raumeinheiten.** Das sind Würfel, deren Kanten 1 cm, 1 dm oder 1 m lang sind.

Raumeinheiten:

1 Kubikzentimeter (1 cm^3):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 cm lang sind.
1 Kubikdezimeter (1 dm^3):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 dm lang sind.
1 Kubikmeter (1 m^3):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 m lang sind.

Das Messen des Rauminhalts läßt sich nur an hohlen Körpern praktisch durchführen, zum Beispiel bei Kisten oder Eimern.

Erklärung: **Den Rauminhalt eines Körpers messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Raumeinheiten (1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3) in dem Körper enthalten ist.**

Sogenannte Vollkörper, zum Beispiel Mauerziegel oder Holzwürfel, lassen sich auf diese Weise nicht ausmessen, da ihr Rauminhalt schon von festem Material ausgefüllt ist.

Aus Ton, Plastilin oder Holz können wir uns die Raumeinheiten 1 cm^3 und 1 dm^3 herstellen. Holzleisten von 1 m Länge kann man durch Plastilinklumpen so verbinden, daß das Kantenmodell eines Würfels von 1 m^3 Rauminhalt entsteht.

Es soll festgestellt werden, wieviel Kubikzentimeter in einem Kubikdezimeter enthalten sind. Die Untersuchung erfolgt an einem Würfelmodell (siehe Abb. 108 und 109). Die Kanten dieses Würfels sind 1 dm lang. Die

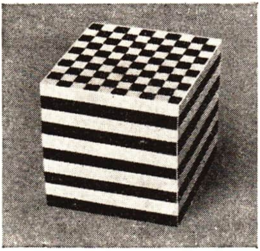


Abb. 108

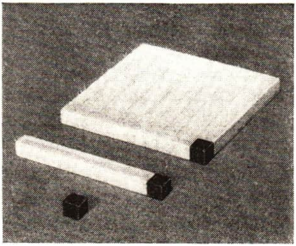


Abb. 109

in der Abbildung 108 senkrechten Kanten sind in Zentimeter unterteilt. Dadurch kann der Würfel in 10 quadratische Platten zerlegt werden. Jede dieser Platten ist 1 cm dick. Diese quadratischen Platten können wieder in 10 Stäbe zerlegt werden. Jeder Stab enthält 10 Würfel, deren Kantenlänge 1 cm beträgt. Daraus ergibt sich:

1 Stab enthält 10 Kubikzentimeter,
1 Platte enthält 10 Stäbe, also $10 \cdot 10$ Kubikzentimeter.

Der Würfel von 1 dm^3 Rauminhalt enthält 10 Platten, also $10 \cdot 10 \cdot 10$ Kubikzentimeter:

$$1\ dm^3 = 1000\ cm^3.$$

Entsprechend der durchgeführten Untersuchung können wir uns einen Würfel von 1 m^3 Volumen in 1000 Würfel von 1 dm^3 Volumen zerlegt denken.

Zusammenfassung: $1\ m^3 = 1000\ dm^3$,
$1\ dm^3 = 1000\ cm^3$.

Die Verwandlungszahl bei Raummaßen ist 1000. Das bedeutet:

1) Um die Angabe des Volumens auf die nächstkleinere Raumeinheit umzurechnen, muß man mit 1000 multiplizieren.

Beispiel: Verwandle 23 m^3 in Kubikdezimeter!

Wir rechnen $23 \cdot 1000 = 23000$ und erhalten das Ergebnis

$$23\ m^3 = 23000\ dm^3.$$

2) Um die Angabe des Volumens auf die nächsthöhere Raumeinheit umzurechnen, muß man durch 1000 dividieren.

Beispiel: Verwandle 43000 cm^3 in Kubikdezimeter!

Wir rechnen $43000 : 1000 = 43$ und erhalten das Ergebnis

$$43000\ cm^3 = 43\ dm^3.$$

Aufgaben

1. a) Übertrage die Abbildung 110 auf steifen Karton, schneide aus und klebe zusammen! Es entsteht ein Würfel von 1 cm^3 Volumen. Miß die Länge der Kanten! Die Abbildung 110 nennt man Netz des Würfels.

b) Zeichne das Netz eines Würfels von 1 dm^3 Volumen! Schneide aus und klebe zusammen!

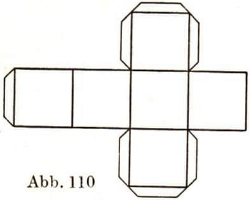


Abb. 110

2. Die Abbildung 111 zeigt ein Meßglas. An ihm sind Teilstriche angebracht. Der Rauminhalt des Meßglases zwischen zwei benachbarten Teilstrichen entspricht 1 cm^3. Miß mit Hilfe eines Meßglases und mit Wasser das Volumen

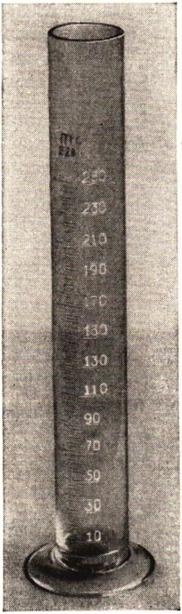


Abb. 111

folgender Gefäße: **a)** einer Tasse, **b)** eines Glases, **c)** einer Bierflasche!

3. Nimm einen Stein, der in das Meßglas hineinpaßt! Das Volumen dieses Steines kannst du wie folgt bestimmen:

Fülle das Meßglas halb voll Wasser! Lege nun den Stein in das Meßglas! Das Wasser steigt dann in dem Glas um so viel Raumeinheiten, wie das Volumen des Steines ausmacht. Lies ab!

4. Miß das Volumen eines Wassertropfens!

Anleitung: Miß das Volumen von 50 oder 100 Wassertropfen, die du in ein Meßglas tropfen läßt! Dividiere!

5. Schreibe als Kubikzentimeter

13 dm³, 127 dm³, 373 dm³, 854 dm³, 728 dm³, 6 dm³, 65 dm³, 164 dm³, 5 dm³ 64 cm³, 76 dm³ 22 cm³!

6. Schreibe als Kubikdezimeter

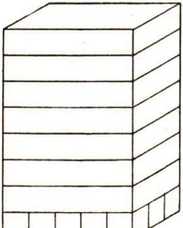
63 m³, 248 m³, 27 m³, 34 m³, 1416 m³, 284 m³, 31 m³, 16 m³ 175 dm³, 32 m³ 4 dm³, 14 m³, 217 m³, 648 m³!

7. Schreibe als Kubikdezimeter

827000 cm³, 3000 cm³, 28000 cm³, 17000 cm³, 4840000 cm³, 1240000 cm³, 1000 cm³, 2008000 cm³!

8. Schreibe als Kubikmeter

782000 dm³, 5000 dm³, 82000 dm³, 171000 dm³, 84400000 dm³, 421000 dm³, 6000000 dm³!



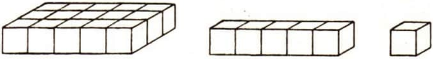


Abb. 112

33. Das Volumen von Würfel und Quader

Bei Quadern und Würfeln können wir das Volumen aus der Länge der Kanten berechnen.

Der Quader in der Abbildung 112 ist 5 cm lang, 3 cm breit und 8 cm hoch. Wir wollen das Volumen des Quaders in gleicher Weise untersuchen wie den Würfel mit dem Volumen von 1 dm³. Die senkrechten Kanten des Quaders sind in Zentimeter unterteilt. Der Quader enthält also acht Platten, die 1 cm dick, 5 cm lang und 3 cm breit sind. Jede dieser Platten können wir in drei Stäbe zerlegen. Die Stäbe sind 5 cm lang, 1 cm breit und 1 cm dick. Jeder dieser Stäbe kann schließlich in fünf Würfel von 1 cm³ Volumen zerlegt werden.

Das Volumen V des Quaders beträgt also

$$V = \underset{\text{(Höhe)}}{8} \cdot \underset{\text{(Breite)}}{3} \cdot \underset{\text{(Länge)}}{5} \text{ Kubikzentimeter} = 120 \text{ cm}^3.$$

Daraus ergibt sich die folgende

Erklärung: **Das Volumen eines Quaders berechnet man, indem man die Maßzahlen von Länge, Breite und Höhe miteinander multipliziert.**

Der Würfel ist ein besonderer Quader. Deshalb kann man das Volumen des Würfels in gleicher Weise wie beim Quader berechnen. Beim Würfel sind Länge, Breite und Höhe gleich lang.

Das Volumen des Würfels berechnet man, indem man die Maßzahl der Kante dreimal als Faktor setzt.

Bei der Berechnung des Volumens von Quader und Würfel müssen Länge, Breite und Höhe in denselben Längeneinheiten gemessen werden. Länge, Breite und Höhe müssen also entweder in Zentimetern oder in Dezimetern usw. gemessen werden. Wenn in einer Aufgabe Länge, Breite und Höhe in verschiedenen Längeneinheiten gegeben sind, müssen wir erst umwandeln, und dann können wir multiplizieren.

Beispiel: Wie groß ist das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen 2 m, 9 dm, 120 cm?

Lösung: $2 \text{ m} = 20 \text{ dm}$ $\qquad$ $120 \text{ cm} = 12 \text{ dm}$

$$V = 20 \cdot 9 \cdot 12 \text{ Kubikdezimeter} = 2160 \text{ dm}^3$$

Das Volumen des Quaders beträgt 2160 dm³.

Werden Länge, Breite und Höhe in Dezimetern gemessen, so erhält man das Volumen in Kubikdezimetern. Wir erhalten Kubikzentimeter, wenn wir Länge, Breite und Höhe in Zentimetern messen. Entsprechendes gilt für Meter und Kubikmeter.

Aufgaben

1. Berechne das Volumen der Würfel mit den Kantenlängen
   a) 12 cm, b) 17 cm, c) 48 dm, d) 12 m, e) 114 cm,
   f) 174 cm, g) 28 dm, h) 90 m, i) 26 cm, k) 13 dm!
2. Berechne das Volumen der Quader mit den Kantenlängen
   a) 3 m, 4 m und 6 m, b) 18 cm, 22 cm und 17 cm,
   c) 14 cm, 14 cm und 28 cm, d) 12 dm, 30 dm und 18 dm!
3. Rechne die verschiedenen Längeneinheiten erst um! Dann berechne das Volumen der Quader mit den Kanten
   a) 12 cm, 14 cm und 12 dm, b) 68 cm, 45 cm und 1 m,
   c) 200 cm, 400 cm und 30 dm, d) 12 m, 13 m und 140 dm,
   e) 18 cm, 2 dm und 0,40 m, f) 43 cm, 7 dm und 1,20 m!
4. Miß die Kanten eines Mauerziegels und berechne dessen Volumen!
5. Um mehr, schneller und billiger bauen zu können und um Trümmersteine zu verwerten, verwendet man jetzt große Hohlblocksteine. Das sind Steine von der Form eines Quaders. Die Kanten sind 30 cm, 49 cm und 24 cm lang.
   a) Berechne das Volumen eines solchen Steines! b) Wieviel normale Mauerziegel sind in ihm enthalten?
6. Ein offener Güterwagen der Deutschen Reichsbahn hat einen Laderaum von etwa 7 m Länge, 2,50 m Breite und 1,50 m Höhe. Wieviel Kubikmeter Rauminhalt hat er?
7. Das Binnenfrachtschiff „Berlin" hat unter anderen einen quaderförmigen Laderaum von 10 m Länge, 8 m Breite, 2 m Höhe. Berechne das Volumen!
   Wievielmal ist der Laderaum des Güterwagens aus Aufgabe 6 etwa in diesem Laderaum des Schiffes enthalten?

34. Liter und Hektoliter

Außer den bisher behandelten Raumeinheiten gibt es unter anderen noch zwei, die häufig verwendet werden: Das Liter (l) und das Hektoliter (hl).

Die Raumeinheit 1 Liter ist angenähert gleich der Raumeinheit 1 Kubikdezimeter. Die Unterschiede sind so gering, daß man sie in praktischen Rechnungen nicht zu beachten braucht. Wir rechnen dabei stets:

1 Liter = 1 Kubikdezimeter.

Die Raumeinheit 1 Hektoliter enthält 100 Liter.

1 Hektoliter = 100 Liter = 100 Kubikdezimeter

In Litern und Hektolitern wird vor allem der Rauminhalt von Flüssigkeiten gemessen. Die Abbildung 113 zeigt ein Litermaß.

Aufgaben

1. Verwandle in Kubikdezimeter:

a) 22 hl, **b)** 835 hl, **c)** 3 hl, **d)** 48 hl,
e) 20 hl, **f)** 412 hl, **g)** 33 hl, **h)** 430 hl!

2. Verwandle in Hektoliter:

a) 4200 dm³, **b)** 28000 l, **c)** 8300 dm³, **d)** 5300 l,
e) 222000 l, **f)** 12000 dm³, **g)** 45000 dm³, **h)** 74000 l,
i) 760 dm³, **k)** 36500 dm³,
l) 93700 l, **m)** 741000 l!

3. Verwandle die Zahlenangaben der Aufgabe 8 (S. 126) in Hektoliter!

4. Wieviel Liter Rauminhalt haben die Würfel mit den Kantenlängen:

a) 17 dm, **b)** 38 dm, **c)** 12 dm,
d) 20 cm, **e)** 3 m, **f)** 14 dm?

5. Ein Weinfaß enthält, wenn es ganz gefüllt ist, 120 Hektoliter. Wie groß ist der Rauminhalt dieses Fasses in Kubikdezimetern?

6. Verwandle in Liter:

a) 13 hl, **b)** 28 hl 20 l,
c) 375 hl, **d)** 12 m³,
e) 18000 cm³, **f)** 14 m³ 12 dm³,
g) 45 hl, **h)** 96 m³ 24 dm³!

Abb. 113

C. Einführung in die Bruchrechnung

IX. Entstehung und Wesen der Brüche

35. Der Bruch als Teil eines Ganzen

1) Wenn ein Trinkglas zerbricht, ergeben sich Scherben oder **Bruchstücke,** die **verschiedene** Größen haben. Wenn wir dagegen einen Apfel genau in der Mitte zerteilen, entstehen zwei **gleiche Bruchteile,** die wir als Hälften bezeichnen. Wenn wir den Apfel in vier gleiche Stücke teilen, entstehen vier gleiche Bruchteile, die wir Viertel nennen.

Die Abbildung 114 zeigt eine Tafel Schokolade. Sie ist so eingeteilt, daß man sie in sechs gleichgroße Stücke zerbrechen kann. Ebenso zeigt die abgebildete runde Schachtel mit Käse (Abb. 115) eine Teilung in sechs gleichgroße Stücke. Man nennt jeden einzelnen Bruchteil ein Sechstel, geschrieben $\frac{1}{6}$.

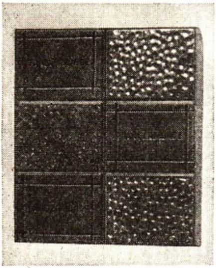


Abb. 114

2) In der Abbildung 116 sind ein Kreis, ein Rechteck und eine Strecke gezeichnet. Jede dieser Figuren ist in sechs gleiche Teile geteilt. Jeder Teil dieser Figuren stellt $\frac{1}{6}$ der ganzen Figur dar.

Die Zahl 6 nennt die Anzahl der Bruchteile, in die das Ganze zerlegt worden ist; sie wird deshalb als **Nenner** bezeichnet.

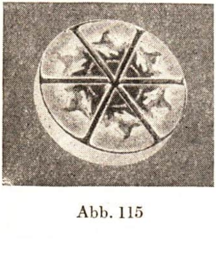


Abb. 115

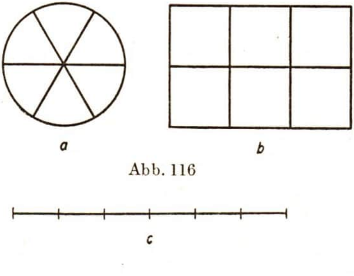


Abb. 116

Die Zahl 1 gibt an, daß es sich nur um einen solchen Teil handelt. Ebensogut können wir auch mehrere Bruchteile des Ganzen nehmen, zum Beispiel $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$ oder $\frac{5}{6}$. Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 (die Zahlen über dem Strich) zählen also die Teile des Ganzen und werden deshalb **Zähler** genannt. Der waagerechte Strich zwischen Zähler und Nenner heißt **Bruchstrich.**

Zusammenfassung: **Ein Bruch entsteht, wenn ein Ganzes in gleiche Teile zerlegt wird.**

Ein solcher Teil heißt Brucheinheit, zum Beispiel $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$.

Jeder Bruch hat die Form $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$.

Aufgaben

1. Zeichne mit dem Zirkel drei gleiche Kreise und schneide sie aus! Teile durch Falten den ersten Kreis in Halbe, den zweiten in Viertel, den dritten in Achtel! Bezeichne jeden Teil mit der Brucheinheit! Male je eine Brucheinheit grün! Welcher Bruchteil ist der größte und welcher ist der kleinste? Vergleiche die verschiedenen Brucheinheiten nach ihrer Größe!

2. Zeichne drei gleiche Kreise und teile durch sorgfältiges Ausprobieren den ersten in Drittel, den zweiten in Sechstel und den dritten in Zwölftel! Male je eine Brucheinheit rot! Vergleiche die einzelnen Brucheinheiten miteinander!

   Genauer kannst du teilen, wenn du das in der Geometrie Gelernte anwendest. Ein Vollkreis entspricht einem Vollwinkel von 360°. Ein Drittel eines Kreises ergibt also einen Winkel von 120°, ein Sechstel eines Kreises einen Winkel von 60° und ein Zwölftel eines Kreises einen Winkel von 30°.

3. Teile sechs gleichgroße rechteckige Papierblätter durch Falten in Halbe, Viertel, Achtel, Drittel, Sechstel und Zwölftel! Vergleiche alle entstandenen Brucheinheiten nach ihrer Größe!

4. Zeichne sieben waagerechte parallele Strecken von je 12 cm Länge im Abstand von je 1 cm untereinander! Teile die einzelnen Strecken der Reihe nach durch Messen in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel und Zehntel!

   Vergleiche die Größen der entstandenen Brucheinheiten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$! Was stellst du fest?

   Je größer die Zahl im Nenner wird, desto kleiner wird der Wert der Brucheinheit.

5. a) Wir teilen ein Meter.
Wieviel Zentimeter sind $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m, $\frac{3}{4}$ m, $\frac{1}{5}$ m, $\frac{4}{5}$ m, $\frac{7}{10}$ m, $\frac{43}{100}$ m?
b) Wir teilen eine Deutsche Mark.
Wieviel Pfennig sind $\frac{1}{4}$ DM, $\frac{1}{2}$ DM, $\frac{3}{4}$ DM, $\frac{2}{5}$ DM, $\frac{7}{10}$ DM, $\frac{7}{100}$ DM?
c) Wir teilen ein Kilogramm.
Wieviel Gramm sind $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg, $\frac{1}{5}$ kg, $\frac{9}{10}$ kg, $\frac{11}{20}$ kg, $\frac{7}{40}$ kg?
d) Wir teilen eine Stunde.
Wieviel Minuten sind $\frac{1}{2}$ Std., $\frac{1}{3}$ Std., $\frac{2}{3}$ Std., $\frac{1}{4}$ Std., $\frac{3}{4}$ Std., $\frac{1}{5}$ Std., $\frac{3}{5}$ Std., $\frac{1}{6}$ Std., $\frac{5}{6}$ Std., $\frac{7}{10}$ Std., $\frac{9}{10}$ Std., $\frac{5}{12}$ Std., $\frac{11}{12}$ Std., $\frac{7}{20}$ Std.?
e) Wir teilen ein Dutzend.
Wieviel Stück sind $\frac{1}{2}$ Dtzd., $\frac{1}{3}$ Dtzd., $\frac{2}{3}$ Dtzd., $\frac{1}{4}$ Dtzd., $\frac{3}{4}$ Dtzd., $\frac{1}{6}$ Dtzd., $\frac{5}{6}$ Dtzd., $\frac{3}{12}$ Dtzd., $\frac{5}{12}$ Dtzd., $\frac{7}{12}$ Dtzd., $\frac{9}{12}$ Dtzd.?
f) Wir teilen die Flächenmaße.
Rechne in die nächstkleinere Flächeneinheit um: $\frac{1}{100}$ cm², $\frac{1}{2}$ cm², $\frac{1}{4}$ dm², $\frac{1}{5}$ m², $\frac{3}{10}$ a, $\frac{4}{5}$ ha, $\frac{3}{4}$ km², $\frac{2}{5}$ a, $\frac{7}{100}$ m², $\frac{9}{20}$ dm², $\frac{11}{100}$ ha!
g) Wir teilen die Raummaße.
Rechne in die nächstkleinere Maßeinheit um: $\frac{1}{1000}$ m³, $\frac{1}{2}$ m³, $\frac{1}{5}$ dm³, $\frac{3}{4}$ dm³, $\frac{3}{8}$ cm³, $\frac{7}{10}$ cm³, $\frac{9}{20}$ cm³, $\frac{3}{10}$ m³, $\frac{7}{100}$ dm³, $\frac{11}{1000}$ cm³, $\frac{3}{5}$ cm³!

6. Rechne
a) $\frac{1}{4}$ von 12 DM, b) $\frac{3}{4}$ von 24 m, c) $\frac{1}{6}$ von 30 hl, d) $\frac{5}{6}$ von 42 km, e) $\frac{3}{5}$ von 15 ha, f) $\frac{1}{12}$ von 36 DM, g) $\frac{2}{3}$ von 12 Std., h) $\frac{5}{8}$ von 48 kg!

7. Um die folgenden Aufgaben rechnen zu können, mußt du die angegebenen Maße in eine kleinere Maßeinheit umrechnen.

a) $\frac{1}{2}$ von 1 km	b) $\frac{1}{8}$ von 2 km	c) $\frac{3}{8}$ von 2 kg	d) $\frac{7}{10}$ von 5 kg
e) $\frac{5}{6}$ von 3 Dtzd.	f) $\frac{7}{20}$ von 1 t	g) $\frac{9}{20}$ von 1 DM	h) $\frac{7}{100}$ von 4 m

8. Auch unbenannte Zahlen stellen Ganze dar, die sich in gleiche Teile zerlegen lassen.

a) $\frac{1}{4}$ von 12	b) $\frac{2}{3}$ von 15	c) $\frac{1}{5}$ von 180	d) $\frac{7}{15}$ von 120
$\frac{1}{8}$ von 56	$\frac{3}{4}$ von 48	$\frac{4}{5}$ von 75	$\frac{7}{12}$ von 180
$\frac{1}{9}$ von 72	$\frac{5}{6}$ von 72	$\frac{1}{10}$ von 130	$\frac{11}{25}$ von 350
$\frac{1}{12}$ von 132	$\frac{5}{8}$ von 96	$\frac{7}{10}$ von 280	$\frac{7}{20}$ von 240

9. Ordne folgende Brucheinheiten nach der Größe: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{13}$!

36. Vergleichen von Brüchen

1) Wir vergleichen zwei Brüche mit gleichen Nennern miteinander, zum Beispiel $\frac{3}{5}$ mit $\frac{2}{5}$. Der Zähler 3 ist größer als der Zähler 2. Er zählt mehr Bruchteile als der Zähler 2. Wir erkennen also:

Von Brüchen mit gleichen Nennern ist der Bruch der größte, dessen Zähler am größten ist.

$\frac{3}{5}$ ist größer als $\frac{2}{5}$, geschrieben $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$,

oder

$\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{3}{5}$, geschrieben $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$.

Das Zeichen $>$ bedeutet „größer als", das Zeichen $<$ bedeutet „kleiner als".

2) Wir vergleichen Brüche mit gleichen Zählern und verschiedenen Nennern, zum Beispiel $\frac{3}{5}$ mit $\frac{3}{7}$. Wir wissen bereits, daß die Brucheinheit $\frac{1}{5}$ größer ist als die Brucheinheit $\frac{1}{7}$. Deshalb sind auch $\frac{3}{5}$ größer als $\frac{3}{7}$. Daraus ergibt sich:

Von Brüchen mit gleichen Zählern ist der Bruch der größte, dessen Nenner am kleinsten ist.

Wir schreiben $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$ oder $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$.

Aufgaben

1. Vergleiche die folgenden Brüche miteinander und benutze die oben angegebenen Zeichen!

a) $\frac{3}{8}$ mit $\frac{5}{8}$ b) $\frac{7}{9}$ mit $\frac{4}{9}$ c) $\frac{7}{12}$ mit $\frac{11}{12}$ d) $\frac{9}{10}$ mit $\frac{3}{10}$

e) $\frac{3}{5}$ mit $\frac{3}{4}$ f) $\frac{7}{9}$ mit $\frac{7}{8}$ g) $\frac{11}{12}$ mit $\frac{11}{15}$ h) $\frac{9}{13}$ mit $\frac{9}{17}$

i) $\frac{4}{7}$ mit $\frac{4}{9}$ k) $\frac{2}{9}$ mit $\frac{7}{9}$ l) $\frac{8}{11}$ mit $\frac{8}{15}$ m) $\frac{7}{15}$ mit $\frac{11}{15}$

2. Ordne die folgenden Brüche nach ihrer Größe!

a) $\frac{5}{60}, \frac{23}{60}, \frac{12}{60}, \frac{8}{60}, \frac{19}{60}, \frac{25}{60}, \frac{3}{60}, \frac{30}{60}, \frac{9}{60}, \frac{6}{60}, \frac{29}{60}$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{1}{7}, \frac{1}{25}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{15}, \frac{1}{8}, \frac{1}{100}, \frac{1}{20}, \frac{1}{9}$

c) $\frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{9}, \frac{3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{3}{10}, \frac{3}{6}, \frac{3}{12}, \frac{3}{9}, \frac{3}{11}, \frac{3}{16}$

d) $\frac{7}{5}, \frac{7}{4}, \frac{7}{2}, \frac{7}{10}, \frac{7}{3}, \frac{7}{12}, \frac{7}{8}, \frac{7}{15}, \frac{7}{11}, \frac{7}{20}, \frac{7}{9}$

37. Ganze und Brüche

1) Ein Ganzes kann man in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel usw. teilen:

$$1 = \frac{?}{2}, \qquad 1 = \frac{?}{3}, \qquad 1 = \frac{?}{4}, \qquad \dots$$

Ergänze durch Einsetzen des Zählers! Setze die Folge fort bis zu Zwölfteln!

2) $1 = \frac{3}{3} \qquad 2 = \frac{6}{3} \qquad 3 = \frac{9}{3}$

Setze die angefangene Folge fort bis $10 = \frac{30}{3}$!

3) Bilde gleiche Folgen **a)** mit Fünfteln, **b)** mit Sechsteln, **c)** mit Siebenteln, **d)** mit Neunteln, **e)** mit Zwölfteln, **f)** mit Fünfzehnteln!

4) Zu wieviel ganzen Kreisen kannst du 6 einzelne Drittel von ausgeschnittenen gleichen Kreisen zusammensetzen?

Es gibt demnach Brüche, die man in ganze Zahlen verwandeln kann. Führe das bei den folgenden Beispielen durch: $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{24}{6}$! Bilde selbst ähnliche Beispiele! Worauf mußt du dabei achten?

5) Zu wieviel ganzen Kreisen kannst du 5 einzelne Viertel von ausgeschnittenen gleichen Kreisen zusammensetzen? Was stellst du fest?

Wenn wir $\frac{5}{4}$ haben, können wir $\frac{4}{4}$ davon in ein Ganzes verwandeln:

$$\frac{5}{4} = 1 \text{ Ganzes} + 1 \text{ Viertel} = 1 + \frac{1}{4}.$$

Wir schreiben: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$. (Wir sprechen: ein ein Viertel.)

Zahlen wie $1\frac{1}{4}$ sind aus Ganzen und Bruchteilen zusammengesetzt. Sie heißen **gemischte Zahlen.** Erkläre diese Bezeichnung und nenne weitere gemischte Zahlen!

6) In den Abschnitten 4 und 5 lernten wir Brüche kennen, bei denen der Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner ist. Solche Brüche bezeichnen wir als unechte Brüche, weil wir sie in ganze Zahlen oder gemischte Zahlen umrechnen können.

Bei den unechten Brüchen ist der Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner.

7) Welche Brüche werden wir echte Brüche nennen? Gib Beispiele an!
Bei echten Brüchen ist der Zähler immer kleiner als der Nenner.

Zusammenfassung

Wir kennen die folgenden Arten von Brüchen:

a) echte Brüche (der Zähler ist kleiner als der Nenner),

Beispiele: $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{11}$;

b) unechte Brüche (der Zähler ist gleich dem Nenner oder größer als der Nenner),

Beispiele: $\frac{7}{7}$, $\frac{17}{13}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{35}{11}$.

Unechte Brüche kann man in ganze Zahlen oder in gemischte Zahlen umformen.

Beispiele: $\frac{15}{15} = 1$; $\frac{36}{12} = 3$; $\frac{4}{2} = 2$;

$\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$; $\frac{17}{13} = 1\frac{4}{13}$; $\frac{35}{11} = 3\frac{2}{11}$.

38. Der Bruch als Teil von mehreren Ganzen

1) Auf einem Teller liegen 3 gleichgroße Eierkuchen übereinander. Sie sollen unter 4 Kinder verteilt werden. Die Mutter teilt die Kuchen auf einmal durch einen Längs- und einen Querschnitt in je vier gleiche Teile (Abb. 117). Jedes Kind erhält von jedem der drei Eierkuchen $\frac{1}{4}$, im ganzen also $\frac{3}{4}$ Eierkuchen.

Abb. 117

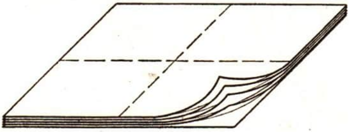


Abb. 118

Der Bruch $\frac{3}{4}$ entsteht demnach, wenn wir von 3 Ganzen den 4. Teil nehmen:

$$3 \text{ Ganze} : 4 = \frac{3}{4} \text{ Ganze},$$

$$3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

2) Eine Klasse will ihren Freunden in Polen, mit denen sie im Briefwechsel steht, ein Geschenk überreichen. 4 Schüler werden beauftragt, Klebebilder aus Buntpapier anzufertigen. Sie haben 5 Blatt verschiedenfarbiges Buntpapier und teilen es durch zwei Schnitte (Abb. 118). Jedes Kind erhält den 4. Teil von 5 Blatt (von 5 Ganzen). Es bekommt von jedem Blatt $\frac{1}{4}$, insgesamt $\frac{5}{4}$.

Der Bruch $\frac{5}{4}$ entsteht also, wenn wir von 5 Ganzen den 4. Teil nehmen:

$$5 \text{ Ganze} : 4 = \frac{5}{4} \text{ Ganze},$$

$$5 : 4 = \frac{5}{4}.$$

3) Wir können uns auch

$\frac{3}{4}$ aus der Divisionsaufgabe $3:4$ und

$\frac{5}{4}$ aus der Divisionsaufgabe $5:4$ entstanden denken.

$$3:4=\frac{3}{4} \qquad\qquad 5:4=\frac{5}{4}$$

Erklärung:

a) Man erhält $\frac{3}{4}$, wenn man *ein* Ganzes in 4 gleiche Teile teilt und davon 3 Teile nimmt (Abb. 119).

b) Man erhält aber auch $\frac{3}{4}$, wenn man *drei* Ganze in 4 gleiche Teile teilt und von jedem Ganzen $\frac{1}{4}$ nimmt (Abb. 120).

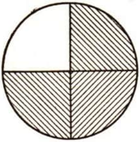


Abb. 119

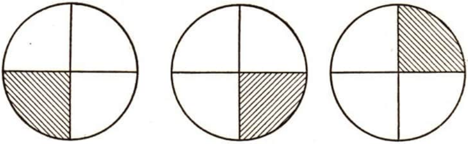


Abb. 120

c) $\frac{3}{4}$ ist auch das Ergebnis einer Divisionsaufgabe. Der Zähler 3 war der Dividend, der Nenner 4 war der Divisor, der Bruchstrich war der Doppelpunkt.

4) Nicht nur ganze Zahlen, sondern auch Bruchzahlen lassen sich am Zahlenstrahl darstellen und ablesen (Abb. 121).

Abb. 121

a) Zeige am Zahlenstrahl $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{4}$!

b) Zeichne einen Zahlenstrahl mit Sechsteln und bilde ähnliche Aufgaben wie unter a)!

Aufgaben

1. Die Abbildung 122 zeigt, wie der Bruch $\frac{2}{3}$ auf zweifache Weise entstehen kann. Erkläre!
   Erkläre die Entstehung von $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{8}$ und zeichne ebenso!

2. Wir können nun auch die folgenden Aufgaben lösen.

a)	b)	c)	d)
2 : 3	8 : 15	12 : 7	18 : 5
2 : 5	15 : 32	25 : 6	27 : 7
2 : 7	3 : 50	25 : 8	41 : 8
2 : 9	19 : 46	40 : 27	21 : 4
2 : 11	17 : 100	52 : 23	55 : 9

e) Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

3. a) Dividiere die Zahlen 1 bis 10 durch 2 (3, 4, 5, 8, 10)! Schreibe die Ergebnisse der Divisionsaufgaben nebeneinander, zum Beispiel $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, . . . !

b) Wir stellen die Ergebnisse dar, die wir erhalten, wenn wir die Zahlen 1 bis 10 durch 2 dividieren (Abb. 123). Zeichne in gleicher Weise je einen Zahlenstrahl für Fünftel und Achtel!

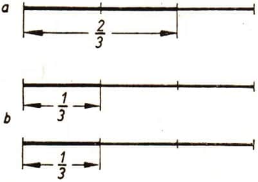


Abb. 122

c) Zeige am Zahlenstrahl $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $1\frac{3}{5}$, $1\frac{4}{5}$, $2\frac{1}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $3\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{8}$, $2\frac{4}{8}$, $2\frac{7}{8}$, $3\frac{6}{8}$, $3\frac{1}{8}$!

d) Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

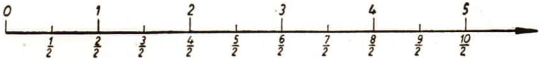


Abb. 123

Schreibe die Ergebnisse der Aufgaben 4 und 5 als gemischte Zahlen!

4.

a)	b)	c)	d)
5 : 2	41 : 6	100 : 3	200 : 7
9 : 4	53 : 12	100 : 6	250 : 8
25 : 12	43 : 12	100 : 8	300 : 9
18 : 7	67 : 15	100 : 9	500 : 30
21 : 8	80 : 9	100 : 11	1000 : 11

5.

a) 31 DM : 4	b) 13 DM : 2	c) 20 m : 3	d) 27 m : 5
e) 45 hl : 8	f) 75 km : 4	g) 61 kg : 8	h) 100 ha : 3

6. a) Wieviel Meter und Zentimeter sind

$5\frac{1}{4}$ m, $7\frac{2}{5}$ m, $9\frac{3}{10}$ m, $3\frac{7}{20}$ m, $11\frac{4}{25}$ m, $15\frac{9}{20}$ m?

b) Wieviel Hektar und Ar sind

$2\frac{1}{2}$ ha, $4\frac{3}{4}$ ha, $6\frac{2}{5}$ ha, $7\frac{3}{10}$ ha, $12\frac{7}{10}$ ha, $20\frac{11}{20}$ ha?

c) Wieviel Kilogramm und Gramm sind
$6\frac{3}{4}$ kg, $9\frac{3}{8}$ kg, $7\frac{5}{8}$ kg, $13\frac{7}{25}$ kg, $15\frac{9}{50}$ kg, $21\frac{17}{100}$ kg?

7. Schreibe die folgenden Zahlenangaben mit zweifacher Benennung!

a)	b)	c)	d)
$3\frac{1}{2}$ DM	$6\frac{17}{20}$ m	$4\frac{3}{4}$ kg	$3\frac{9}{10}$ km
$5\frac{3}{4}$ DM	$9\frac{11}{25}$ m	$7\frac{1}{5}$ kg	$9\frac{11}{20}$ km
$17\frac{9}{10}$ DM	$8\frac{4}{5}$ m	$10\frac{1}{8}$ kg	$12\frac{37}{50}$ km
$8\frac{3}{20}$ DM	$24\frac{7}{10}$ m	$5\frac{7}{8}$ kg	$23\frac{3}{8}$ km

8. a) Wieviel Pfennig sind $5\frac{1}{2}$ DM, $6\frac{3}{4}$ DM, $4\frac{4}{5}$ DM, $9\frac{9}{10}$ DM, $8\frac{7}{25}$ DM?

b) Wieviel Liter sind $3\frac{3}{4}$ hl, $4\frac{1}{5}$ hl, $8\frac{9}{20}$ hl, $2\frac{9}{25}$ hl, $12\frac{3}{50}$ hl?

c) Wieviel Gramm sind $2\frac{1}{4}$ kg, $5\frac{3}{4}$ kg, $9\frac{1}{8}$ kg, $12\frac{7}{10}$ kg, $8\frac{129}{1000}$ kg?

9. Verwandle 3, 4, 7, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 22, 25 Ganze in
a) Halbe, b) Drittel, c) Viertel, d) Fünftel,
e) Sechstel, f) Achtel, g) Zehntel, h) Zwölftel,
i) Fünfzehntel, k) Sechzehntel, l) Zwanzigstel, m) Neuntel!

10. Verwandle die folgenden unechten Brüche in Ganze!

a) $\frac{18}{2}$, $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{2}$, $\frac{56}{2}$, $\frac{64}{2}$, $\frac{76}{2}$, $\frac{96}{2}$, $\frac{100}{2}$, $\frac{124}{2}$, $\frac{164}{2}$, $\frac{222}{2}$, $\frac{360}{2}$

b) $\frac{18}{3}$, $\frac{27}{3}$, $\frac{42}{3}$, $\frac{51}{3}$, $\frac{57}{3}$, $\frac{72}{3}$, $\frac{96}{3}$, $\frac{105}{3}$, $\frac{135}{3}$, $\frac{150}{3}$, $\frac{177}{3}$, $\frac{201}{3}$

c) $\frac{32}{4}$, $\frac{48}{4}$, $\frac{52}{4}$, $\frac{60}{4}$, $\frac{68}{4}$, $\frac{76}{4}$, $\frac{92}{4}$, $\frac{96}{4}$, $\frac{108}{4}$, $\frac{136}{4}$, $\frac{140}{4}$, $\frac{176}{4}$

d) $\frac{18}{6}$, $\frac{42}{6}$, $\frac{54}{6}$, $\frac{72}{6}$, $\frac{84}{6}$, $\frac{102}{6}$, $\frac{120}{6}$, $\frac{144}{6}$, $\frac{150}{6}$, $\frac{192}{6}$, $\frac{240}{6}$, $\frac{324}{6}$

e) $\frac{8}{8}$, $\frac{24}{8}$, $\frac{56}{8}$, $\frac{64}{8}$, $\frac{88}{8}$, $\frac{96}{8}$, $\frac{144}{8}$, $\frac{168}{8}$, $\frac{200}{8}$, $\frac{240}{8}$, $\frac{256}{8}$, $\frac{280}{8}$

f) $\frac{36}{12}$, $\frac{60}{12}$, $\frac{84}{12}$, $\frac{108}{12}$, $\frac{144}{12}$, $\frac{168}{12}$, $\frac{180}{12}$, $\frac{204}{12}$, $\frac{276}{12}$, $\frac{300}{12}$, $\frac{324}{12}$, $\frac{360}{12}$

g) $\frac{15}{15}$, $\frac{45}{15}$, $\frac{60}{15}$, $\frac{90}{15}$, $\frac{120}{15}$, $\frac{75}{15}$, $\frac{135}{15}$, $\frac{225}{15}$, $\frac{240}{15}$, $\frac{285}{15}$, $\frac{330}{15}$, $\frac{360}{15}$

h) $\frac{28}{7}$, $\frac{54}{9}$, $\frac{84}{7}$, $\frac{117}{9}$, $\frac{36}{12}$, $\frac{78}{13}$, $\frac{98}{14}$, $\frac{144}{12}$, $\frac{144}{18}$, $\frac{153}{17}$, $\frac{171}{19}$, $\frac{256}{16}$

11. Ordne die folgenden Brüche in echte und unechte!

$\frac{5}{4}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{21}{8}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{47}{60}$, $\frac{19}{2}$, $\frac{33}{8}$, $\frac{41}{9}$, $\frac{57}{70}$, $\frac{100}{7}$, $\frac{83}{100}$, $\frac{17}{25}$

12. Verwandle die unechten Brüche in gemischte Zahlen!

a) $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{15}{2}$, $\frac{19}{2}$, $\frac{25}{2}$, $\frac{35}{2}$, $\frac{49}{2}$, $\frac{51}{2}$, $\frac{17}{4}$, $\frac{19}{4}$, $\frac{39}{4}$, $\frac{51}{4}$, $\frac{43}{4}$, $\frac{21}{4}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{93}{4}$, $\frac{99}{4}$

b) $\frac{7}{5}$, $\frac{38}{5}$, $\frac{46}{5}$, $\frac{33}{8}$, $\frac{55}{8}$, $\frac{79}{8}$, $\frac{31}{6}$, $\frac{59}{6}$, $\frac{43}{6}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{29}{3}$, $\frac{47}{3}$, $\frac{64}{3}$, $\frac{27}{7}$, $\frac{36}{7}$, $\frac{45}{7}$, $\frac{72}{7}$

c) $\frac{8}{3}$, $\frac{11}{5}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{25}{2}$, $\frac{40}{3}$, $\frac{47}{7}$, $\frac{69}{8}$, $\frac{70}{3}$, $\frac{62}{5}$, $\frac{73}{8}$, $\frac{37}{6}$, $\frac{55}{6}$, $\frac{30}{7}$, $\frac{31}{8}$, $\frac{37}{12}$, $\frac{47}{9}$, $\frac{55}{13}$, $\frac{29}{14}$

d) $\frac{50}{11}$, $\frac{91}{8}$, $\frac{100}{3}$, $\frac{100}{7}$, $\frac{100}{9}$, $\frac{100}{13}$, $\frac{223}{10}$, $\frac{124}{15}$, $\frac{93}{30}$, $\frac{117}{50}$, $\frac{489}{80}$, $\frac{123}{20}$, $\frac{249}{40}$, $\frac{167}{50}$, $\frac{97}{30}$, $\frac{73}{40}$

e) $\frac{15}{4}$, $\frac{29}{7}$, $\frac{41}{6}$, $\frac{44}{5}$, $\frac{17}{9}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{47}{10}$, $\frac{89}{5}$, $\frac{67}{6}$, $\frac{65}{9}$, $\frac{31}{4}$, $\frac{31}{5}$, $\frac{31}{6}$, $\frac{31}{7}$, $\frac{31}{8}$, $\frac{31}{9}$, $\frac{73}{5}$

f) $\frac{53}{12}$, $\frac{61}{15}$, $\frac{36}{11}$, $\frac{29}{12}$, $\frac{84}{11}$, $\frac{83}{12}$, $\frac{107}{7}$, $\frac{101}{8}$, $\frac{200}{9}$, $\frac{245}{6}$, $\frac{337}{5}$, $\frac{481}{9}$, $\frac{561}{8}$, $\frac{463}{5}$, $\frac{125}{3}$

13. Verwandle die folgenden unechten Brüche in Ganze oder in gemischte Zahlen!

$\frac{279}{3}$, $\frac{456}{6}$, $\frac{589}{7}$, $\frac{732}{5}$, $\frac{890}{9}$, $\frac{552}{12}$, $\frac{795}{15}$, $\frac{689}{12}$, $\frac{377}{20}$, $\frac{1000}{8}$, $\frac{121}{11}$, $\frac{1000}{13}$, $\frac{1000}{25}$, $\frac{885}{7}$, $\frac{914}{5}$, $\frac{391}{6}$, $\frac{531}{6}$, $\frac{210}{7}$, $\frac{426}{7}$, $\frac{525}{5}$, $\frac{75}{13}$, $\frac{126}{14}$

14. Verwandle die folgenden gemischten Zahlen in unechte Brüche!

a) $2\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $3\frac{3}{4}$,
$7\frac{3}{4}$, $6\frac{1}{4}$, $8\frac{3}{4}$, $12\frac{1}{4}$, $17\frac{1}{2}$, $26\frac{1}{4}$, $13\frac{3}{4}$, $25\frac{1}{2}$

b) $3\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{3}$, $9\frac{1}{3}$, $7\frac{2}{3}$, $8\frac{3}{5}$, $6\frac{4}{5}$, $3\frac{3}{5}$, $9\frac{1}{5}$,
$7\frac{4}{5}$, $6\frac{5}{6}$, $8\frac{1}{6}$, $11\frac{5}{6}$, $12\frac{2}{3}$, $14\frac{5}{6}$, $18\frac{1}{6}$, $21\frac{2}{5}$

c) $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$, $6\frac{3}{8}$, $9\frac{2}{7}$, $8\frac{5}{6}$, $11\frac{3}{4}$, $15\frac{4}{5}$, $17\frac{1}{2}$

d) $4\frac{3}{4}$, $5\frac{5}{8}$, $10\frac{7}{12}$, $15\frac{5}{8}$, $20\frac{4}{5}$, $33\frac{1}{3}$, $11\frac{1}{9}$, $25\frac{4}{7}$

e) $26\frac{1}{2}$, $39\frac{1}{4}$, $15\frac{4}{5}$, $36\frac{7}{8}$, $11\frac{8}{9}$, $35\frac{6}{7}$, $48\frac{3}{4}$, $57\frac{1}{2}$

f) $25\frac{3}{4}$, $34\frac{4}{5}$, $20\frac{1}{8}$, $94\frac{2}{3}$, $65\frac{1}{5}$, $21\frac{6}{7}$, $51\frac{5}{6}$, $17\frac{3}{4}$

g) $75\frac{1}{2}$, $49\frac{2}{3}$, $29\frac{3}{4}$, $45\frac{5}{6}$, $34\frac{3}{11}$, $14\frac{9}{20}$, $76\frac{5}{8}$, $17\frac{5}{12}$

15. Rechne die folgenden Aufgaben!

a) $\frac{1}{5}$ von 4	**b)** $\frac{1}{3}$ von 2	**c)** $\frac{2}{3}$ von 9	**d)** $\frac{2}{3}$ von 15
$\frac{1}{8}$ von 5	$\frac{1}{7}$ von 6	$\frac{3}{4}$ von 12	$\frac{4}{5}$ von 35
$\frac{1}{9}$ von 2	$\frac{1}{9}$ von 8	$\frac{5}{6}$ von 30	$\frac{7}{8}$ von 16
$\frac{1}{12}$ von 5	$\frac{1}{15}$ von 11	$\frac{5}{8}$ von 24	$\frac{7}{12}$ von 48

16. Berechne $\frac{2}{3}$ von 6, 9, 15, 24, 36, 81, 135, 258!

17. Berechne $\frac{1}{4}$ von 7, 21, 30, 42, 75, 93, 130, 150!

18. Rechne die folgenden Aufgaben entsprechend dem Lösungsbeispiel!
Lösungsbeispiel: $\frac{1}{4}$ von 5 DM $= \frac{5}{4}$ DM $= 1\frac{1}{4}$ DM $= 1{,}25$ DM

a) $\frac{1}{4}$ von 7 DM	**b)** $\frac{1}{2}$ von 9 km	**c)** $\frac{1}{20}$ von 39 DM
$\frac{1}{5}$ von 7 m	$\frac{1}{8}$ von 13 km	$\frac{1}{3}$ von 2 Std.
$\frac{1}{8}$ von 9 kg	$\frac{1}{10}$ von 7 hl	$\frac{1}{6}$ von 7 Dtzd.
$\frac{1}{5}$ von 11 ha	$\frac{1}{4}$ von 25 kg	$\frac{1}{20}$ von 9 t

19.

a) $\frac{5}{6}$ von 72 DM	**b)** $\frac{7}{8}$ von 88 m²	**c)** $\frac{4}{5}$ von 95 kg
d) $\frac{3}{4}$ von 48 hl	**e)** $\frac{11}{12}$ von 72 ha	**f)** $\frac{5}{6}$ von 78 m
g) $\frac{5}{11}$ von 55 a	**h)** $\frac{7}{10}$ von 90 l	**i)** $\frac{7}{15}$ von 60 g
k) $\frac{5}{4}$ von 32	**l)** $\frac{5}{3}$ von 45	**m)** $\frac{11}{8}$ von 72
n) $\frac{17}{5}$ von 35	**o)** $\frac{10}{3}$ von 75	**p)** $\frac{13}{2}$ von 24
q) $\frac{25}{6}$ von 84	**r)** $\frac{40}{9}$ von 63	**s)** $\frac{9}{7}$ von 42

20.

a) $\frac{7}{12}$ von 144 m	**b)** $\frac{11}{6}$ von 12 Std.	**c)** $\frac{1}{25}$ von 150 kg
d) $\frac{5}{4}$ von 84 DM	**e)** $\frac{7}{2}$ von 18 ha	**f)** $\frac{8}{3}$ von 3 m³
g) $\frac{6}{5}$ von 35 kg	**h)** $\frac{1}{4}$ von 48 ha	**i)** $\frac{10}{3}$ von 63 DM
k) $\frac{7}{4}$ von 28 km	**l)** $\frac{13}{5}$ von 75 m	**m)** $\frac{9}{7}$ von 42 kg
n) $\frac{10}{9}$ von 63 hl	**o)** $\frac{17}{6}$ von 72 g	**p)** $\frac{7}{8}$ von 64 l

21. Bauer Schulze rechnet für 1 ha Anbaufläche etwa 140 kg Roggen, 160 kg Weizen, 120 kg Gerste oder 130 kg Hafer als Saatgut, wenn mit der Drillmaschine gesät wird. Berechne, wieviel von jedem Saatgut für **a)** $\frac{1}{4}$ ha, **b)** $\frac{3}{4}$ ha, **c)** $\frac{7}{10}$ ha gebraucht wird!

22. Futterkartoffeln verlieren beim Lagern durch Schwund und Fäulnis etwa $\frac{1}{5}$ an Gewicht. Eine LPG hat 228 dz Kartoffeln eingemietet. Mit wieviel Doppelzentner Verlust muß gerechnet werden?

Rate nicht, sondern rechne!

23. Ich denke mir eine Zahl. $\frac{1}{4}$ davon beträgt 45. Wie heißt die Zahl?

24. $\frac{4}{5}$ einer Strecke sind 28 km. Wie lang ist diese Strecke?

25. Das $2\frac{1}{2}$fache einer Geldsumme beträgt 250 DM. Bestimme die Summe!

X. Formänderungen der Brüche

39. Erweitern

1) Eine Hausgemeinschaft hat ein Kinderfest veranstaltet. Ursel gewann beim Preisraten eine Tafel Schokolade, die sie sich mit ihrem Bruder teilt. Er erhält 2 Viertel, Ursel nimmt sich eine Hälfte. Wer hat mehr?

2) Ursels Mutter hat zum Kinderfest einen Napfkuchen gestiftet, den sie in 24 Stücke zerschnitten hat. Ein Stück ist $\frac{1}{24}$ des Napfkuchens. Die nebenstehende Abbildung 124 stellt den **halben** Napfkuchen dar. Er enthält 12 Stücke, demnach $\frac{12}{24}$ des ganzen Kuchens. Es ist also

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}.$$

3) Erkläre die in der Abbildung 125 dargestellten Zeichnungen!

4) Falte 4 gleiche Kreise und lege $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ und $\frac{8}{16}$ übereinander! Was stellst du fest?

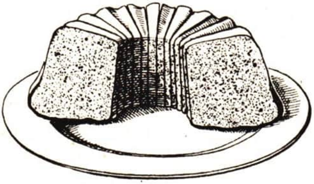


Abb. 124

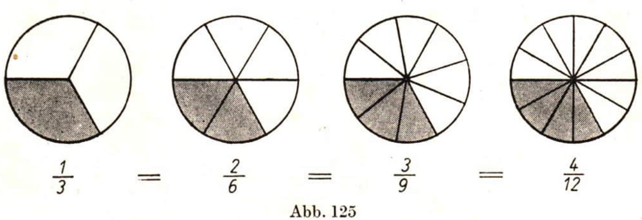


Abb. 125

Wir merken uns: Trotz verschieden großer Zahlen in den Zählern und Nennern können Brüche gleichwertig sein.

5) In den vorstehenden Beispielen sind aus einem Teil neue kleinere Teile hergestellt worden, zum Beispiel

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{12}{24}, \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \quad \frac{1}{4} = \frac{4}{16}.$$

Diese neuen Teile haben wir durch Falten oder Zeichnen gefunden. Man kann sie auch errechnen:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 12}{2 \cdot 12} = \frac{12}{24}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}, \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{4}{16}.$$

Zähler und Nenner des neu entstandenen Bruches sind Vielfache von Zähler und Nenner des ursprünglichen Bruches; sie wurden mit der gleichen Zahl multipliziert. Die Form des Bruches hat sich verändert, aber der Wert ist der gleiche geblieben. Er ist nur durch größere Zahlen ausgedrückt worden.

Wir sagen: **Wir haben den Bruch erweitert.** Die Zahl, mit der wir Zähler und Nenner multiplizieren, wird **Erweiterungszahl** genannt.

Satz: **Man erweitert einen Bruch, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert. Der Wert des Bruches bleibt dabei derselbe.**

Aufgaben

1. Vergleiche $\frac{4}{5}$ mit $\frac{8}{10}$!

2. Erweitere die folgenden Brüche nach dem angegebenen Lösungsbeispiel!

Lösungsbeispiel: Erweitere $\frac{3}{4}$ mit 2!

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

a) $\frac{3}{4}$ mit 7, $\frac{5}{6}$ mit 9, $\frac{2}{9}$ mit 5, $\frac{3}{7}$ mit 8, $\frac{4}{5}$ mit 7

b) $\frac{5}{9}$ mit 10, $\frac{7}{13}$ mit 5, $\frac{4}{17}$ mit 8, $\frac{8}{19}$ mit 7, $\frac{6}{13}$ mit 9

c) $\frac{9}{14}$ mit 12, $\frac{6}{19}$ mit 11, $\frac{8}{17}$ mit 13, $\frac{5}{16}$ mit 15, $\frac{7}{11}$ mit 19

d) $\frac{7}{24}$ mit 6, $\frac{11}{35}$ mit 3, $\frac{14}{25}$ mit 16, $\frac{15}{23}$ mit 5, $\frac{37}{125}$ mit 6

3. **a)** $\frac{13}{16}$ mit 14, $\frac{18}{19}$ mit 19, $\frac{14}{17}$ mit 12, $\frac{16}{19}$ mit 18, $\frac{11}{15}$ mit 13

b) $\frac{13}{18}$ mit 16, $\frac{15}{16}$ mit 19, $\frac{16}{17}$ mit 15, $\frac{13}{14}$ mit 17, $\frac{11}{16}$ mit 14

c) $\frac{16}{75}$ mit 25, $\frac{70}{81}$ mit 81, $\frac{25}{42}$ mit 42, $\frac{20}{39}$ mit 39, $\frac{31}{34}$ mit 41

4. Erweitere die folgenden Brüche und gib die Erweiterungszahl an! Schreibe zum Beispiel: $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ (Erweiterungszahl 8)!

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{11}{12}$, neuer Nenner 24

b) $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{18}$, neuer Nenner 36

c) $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{7}{8}$, neuer Nenner 48

d) $\frac{19}{30}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{17}{20}$, neuer Nenner 60

e) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{23}{36}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{17}{18}$, neuer Nenner 72

f) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{29}{42}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{21}$, neuer Nenner 84

g) $\frac{13}{20}$, $\frac{19}{25}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{47}{50}$, $\frac{197}{250}$, $\frac{31}{40}$, $\frac{98}{125}$, $\frac{3}{4}$, neuer Nenner 1000

5. Erweitere die folgenden Brüche und gib die Erweiterungszahl an!

a) $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, neuer Zähler 12

b) $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{12}{35}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{12}{19}$, neuer Zähler 48

c) $\frac{6}{13}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{18}{29}$, $\frac{27}{47}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{18}{19}$, neuer Zähler 54

d) $\frac{3}{5}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{48}{53}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{125}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{24}{35}$, neuer Zähler 96

e) $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{22}{23}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{33}{43}$, $\frac{11}{36}$, $\frac{6}{7}$, neuer Zähler 66

6. Erweitere die folgenden Brüche, setze die fehlenden Zähler ein und gib die Erweiterungszahl an!

a) $\frac{3}{4}$ zu $\frac{}{12}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{16}$, $\frac{}{36}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{32}$, $\frac{}{28}$, $\frac{}{44}$

b) $\frac{4}{5}$ zu $\frac{}{15}$, $\frac{}{35}$, $\frac{}{25}$, $\frac{}{40}$, $\frac{}{45}$, $\frac{}{70}$, $\frac{}{55}$, $\frac{}{90}$

c) $\frac{7}{8}$ zu $\frac{}{16}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{64}$, $\frac{}{88}$, $\frac{}{32}$, $\frac{}{24}$, $\frac{}{96}$, $\frac{}{56}$

d) $\frac{5}{6}$ zu $\frac{}{12}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{30}$, $\frac{}{72}$, $\frac{}{36}$, $\frac{}{18}$, $\frac{}{24}$, $\frac{}{66}$

7. Erweitere die folgenden Brüche und ergänze Zähler oder Nenner!

a) $\frac{3}{8} = \frac{}{24}$, $\frac{24}{}$, $\frac{}{32}$, $\frac{30}{}$, $\frac{15}{}$, $\frac{}{64}$, $\frac{}{88}$, $\frac{45}{}$

b) $\frac{7}{9} = \frac{}{63}$, $\frac{14}{}$, $\frac{}{45}$, $\frac{28}{}$, $\frac{}{18}$, $\frac{63}{}$, $\frac{}{99}$, $\frac{21}{}$

c) $\frac{4}{7} = \frac{16}{}$, $\frac{}{21}$, $\frac{32}{}$, $\frac{28}{}$, $\frac{}{35}$, $\frac{}{77}$, $\frac{24}{}$, $\frac{60}{}$

d) $\frac{5}{12} = \frac{30}{}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{84}$, $\frac{}{144}$, $\frac{40}{}$, $\frac{15}{}$, $\frac{}{180}$, $\frac{55}{}$

8. Suche selbst 10 Paare gleichwertiger Brüche!

40. Vergleichen von Brüchen

Wir haben schon Brüche mit gleichen Nennern verglichen (Seite 133, Aufgabe 1). Auch Brüche mit gleichen Zählern konnten wir vergleichen (Seite 133, Abschnitt 2). Wir wollen jetzt die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen; sie haben keine gleichen Zähler und auch keine gleichen Nenner.

Christel und Bärbel haben sich zwei gleichlange Bleistifte gekauft. Nach einer Woche hat Christel noch $\frac{2}{3}$, Bärbel noch $\frac{3}{4}$ von der Länge des Bleistifts. Wessen Stift ist noch länger und um wieviel? Beachte die Abbildung 126!

Aus der Abbildung ist zu erkennen, daß Bärbels Bleistift noch länger ist. Wir wollen wissen, wieviel der Unterschied zwischen den beiden Restbleistiften beträgt. Wir greifen den Unterschied mit dem Zirkel ab und tragen ihn, sooft es geht, auf dem ganzen Bleistift ab. Wir tragen ihn auch auf Bärbels und dann auf Christels Bleistift ab und sehen, daß der Unterschied $\frac{1}{12}$ des ganzen Bleistifts entspricht.

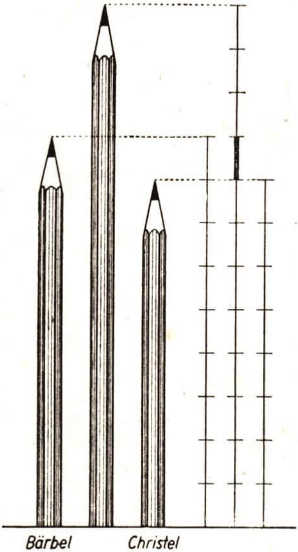


Abb. 126

Bärbel besitzt noch $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$,

Christel besitzt noch $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

Also ist Bärbels Restbleistift um $\frac{1}{12}$ des ganzen Bleistifts länger als der von Christel.

Das hätten wir auch errechnen können. Durch Erweitern finden wir $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

Wir erkennen, daß wir auch solche Brüche wie $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen können. Dazu müssen wir sie aber erst so erweitern, daß sie **gleiche Nenner** erhalten.

Man sagt: **Die Brüche werden gleichnamig gemacht.**

Wenn man die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen will, muß man sie gleichnamig machen. Man kann den gemeinsamen Nenner finden, indem man die Nenner der beiden Brüche miteinander multipliziert.

Man erweitert also den ersten Bruch mit dem Nenner des zweiten Bruches und den zweiten Bruch mit dem Nenner des ersten Bruches.

Aufgaben

1. Vergleiche miteinander durch Zeichnen und durch Rechnen

a) $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$, **b)** $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{5}$, **c)** $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{4}$, **d)** $\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{12}$!

Wähle eine Strecke von 12 cm (120 mm) Länge!

2. Zwei Traktoristen haben zwei Felder von gleicher Größe zu pflügen. Nach einem Tage hat der erste Traktorist $\frac{5}{6}$ und der zweite $\frac{4}{5}$ seines Feldes gepflügt. Wer hat am meisten geschafft?

3. Wieviel Viertel-, Achtel-, Sechzehntelnoten haben den gleichen Wert wie eine Halbenote?

4. In einer Landgemeinde ist die Hälfte des Bodens Ackerland, ein Viertel ist Wald und Wiese, ein Fünftel ist bebaute Fläche und ein Zwanzigstel kommt auf Wege, Straßen, Plätze und Gewässer.
Vergleiche, indem du **a)** in Zwanzigstel, **b)** in Hundertstel umrechnest!

5. Vier Kinder spielen Halma. Mutter stiftet als Gewinn eine Tafel Schokolade und sagt lachend: „Der erste Gewinner erhält die Hälfte, der zweite ein Drittel, der dritte ein Viertel.“ Warum hat Mutter gelacht?

41. Kürzen

1) Mutter hat für eine Feier zwei gleichgroße Erdbeertorten gebacken und jede in 12 gleiche Stücke geteilt. Ein Stück entspricht also $\frac{1}{12}$ einer ganzen Torte. Nach der Feier sind von der ersten Torte zwei Stück und von der zweiten ein Stück übriggeblieben. Diese Stücke werden auf einer Tortenplatte zusammengeschoben (Abb. 127).

Wir erkennen, daß der Rest gleich $\frac{3}{12}$ oder $\frac{1}{4}$ einer ganzen Torte ist. Wir können also sagen:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Vergleiche Zähler und Nenner beider Brüche miteinander!

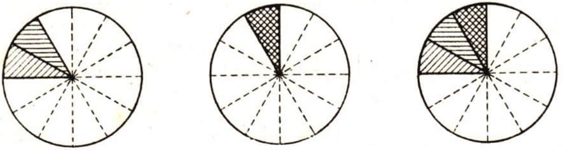


Abb. 127

2) Die Abbildung 128 zeigt einen Plan eines Versuchsfeldes, das in gleichgroße Flächen eingeteilt ist. Wieviele sind es? Welchen Teil des Feldes stellt jede Fläche dar?

Schreibe auf, welchem Teil des ganzen Feldes $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{6}{8}$ entsprechen!

Schreibe zum Beispiel $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$!

3) Die Abbildung 129 zeigt, daß

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

ist. Zeige entsprechend, daß $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ und $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ist!

Roggenaussaat

1. September	10. September	19. September	28. September
7. Oktober	16. Oktober	25 Oktober	3. November

Abb. 128

Aus den Brüchen in den Beispielen 1 bis 3 erkennen wir, daß aus einem Bruch mit größeren Zahlen in Zähler und Nenner ein Bruch mit kleineren Zahlen in Zähler und Nenner entstanden ist. Wir haben aus den kleineren Teilen wieder größere Teile gebildet, zum Beispiel

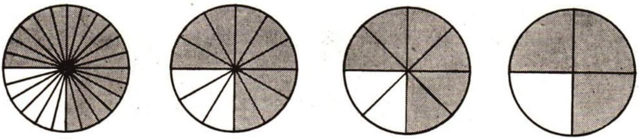
$$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}, \qquad \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{18}{24} = \frac{3}{4}.$$

Die Form der Brüche ist verändert worden, aber ihr Wert ist der gleiche geblieben. Er ist nur durch kleinere Zahlen ausgedrückt worden.

Wir können auch diese Formänderung der Brüche rechnerisch durchführen, indem wir Zähler und Nenner des ersten Bruches durch dieselbe Zahl dividieren, zum Beispiel

$$\frac{4}{24} = \frac{4:4}{24:4} = \frac{1}{6},$$
$$\frac{8}{16} = \frac{8:8}{16:8} = \frac{1}{2},$$
$$\frac{18}{24} = \frac{18:6}{24:6} = \frac{3}{4}.$$

Wir nennen diese Formänderung **Kürzen.** Die Zahl, durch die Zähler und Nenner des ursprünglichen Bruches dividiert werden, heißt **Kürzungszahl.**



$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Abb. 129

Nicht alle Brüche lassen sich kürzen, sondern nur solche, deren Zähler und Nenner einen gemeinsamen Divisor haben.

Kürzen ist die Umkehrung des Erweiterns.

Die Beispiele zeigen, daß durch Erweitern und Kürzen der Wert eines Bruches nicht verändert wird.

Satz: **Man kürzt einen Bruch, indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.**

Erweitern

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot \mathbf{4}}{6 \cdot \mathbf{4}} = \frac{4}{24}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot \mathbf{8}}{2 \cdot \mathbf{8}} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot \mathbf{6}}{4 \cdot \mathbf{6}} = \frac{18}{24}$$

Hier sind die fettgedruckten Zahlen Erweiterungszahlen. Mit ihnen werden Zähler und Nenner multipliziert.

Kürzen

$$\frac{4}{24} = \frac{4 : \mathbf{4}}{24 : \mathbf{4}} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{8 : \mathbf{8}}{16 : \mathbf{8}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{18 : \mathbf{6}}{24 : \mathbf{6}} = \frac{3}{4}$$

Hier sind die fettgedruckten Zahlen Kürzungszahlen. Durch sie werden Zähler und Nenner dividiert.

Aufgaben

1. Bruchtafel

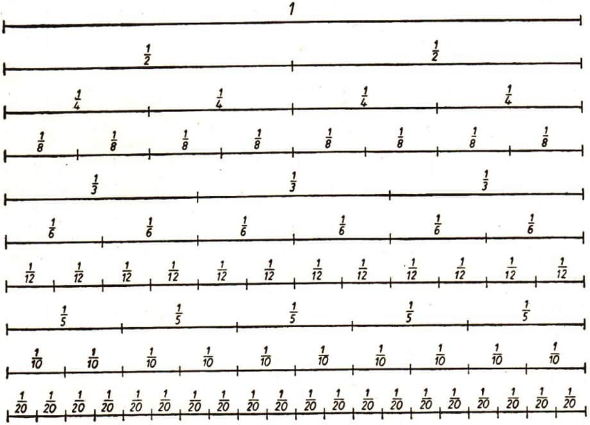


Abb. 130

a) Nenne nach der Bruchtafel (Abb. 130) die Brüche, die den gleichen Wert haben wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{10}$!

b) Suche aus der Bruchtafel die Brüche, die den gleichen Wert haben wie $\frac{16}{20}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{8}$!

c) Suche ähnliche Beispiele!

2. Kürze die folgenden Brüche!

Lösungsbeispiel: $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, besser $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (Kürzungszahl 6).

a) $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{8}{18}$, $\frac{14}{24}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{21}{28}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{16}{28}$

b) $\frac{20}{45}$, $\frac{18}{27}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{21}{27}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{30}{42}$, $\frac{28}{49}$, $\frac{36}{63}$, $\frac{28}{36}$

c) $\frac{12}{15}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{16}{28}$, $\frac{56}{64}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{36}{45}$, $\frac{35}{56}$, $\frac{28}{35}$, $\frac{55}{66}$, $\frac{48}{84}$, $\frac{35}{77}$

d) $\frac{15}{55}$, $\frac{32}{96}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{48}{54}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{27}{99}$, $\frac{81}{90}$, $\frac{66}{84}$, $\frac{84}{96}$, $\frac{26}{39}$, $\frac{25}{90}$

e) $\frac{15}{20}$, $\frac{24}{46}$, $\frac{35}{49}$, $\frac{63}{81}$, $\frac{44}{99}$, $\frac{60}{84}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{18}{72}$, $\frac{21}{35}$, $\frac{15}{21}$, $\frac{20}{30}$

f) $\frac{65}{91}$, $\frac{51}{85}$, $\frac{48}{80}$, $\frac{54}{126}$, $\frac{57}{95}$, $\frac{68}{119}$, $\frac{16}{36}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{46}{138}$, $\frac{42}{126}$, $\frac{24}{36}$

g) $\frac{38}{114}$, $\frac{32}{48}$, $\frac{18}{54}$, $\frac{48}{72}$, $\frac{23}{69}$, $\frac{30}{75}$, $\frac{18}{42}$, $\frac{30}{45}$, $\frac{46}{92}$, $\frac{36}{54}$, $\frac{26}{65}$

h) $\frac{28}{49}$, $\frac{32}{112}$, $\frac{27}{54}$, $\frac{24}{80}$, $\frac{49}{70}$, $\frac{90}{162}$, $\frac{68}{136}$, $\frac{42}{49}$, $\frac{35}{55}$, $\frac{18}{45}$, $\frac{64}{96}$

i) $\frac{91}{105}$, $\frac{68}{76}$, $\frac{108}{117}$, $\frac{65}{95}$, $\frac{98}{119}$, $\frac{88}{112}$, $\frac{70}{85}$, $\frac{104}{152}$, $\frac{90}{102}$, $\frac{54}{57}$, $\frac{39}{117}$

k) $\frac{78}{108}$, $\frac{136}{153}$, $\frac{52}{94}$, $\frac{96}{140}$, $\frac{75}{210}$, $\frac{45}{333}$, $\frac{81}{105}$, $\frac{125}{155}$, $\frac{87}{93}$, $\frac{145}{185}$, $\frac{76}{171}$

l) $\frac{25}{125}$, $\frac{68}{85}$, $\frac{52}{65}$, $\frac{54}{90}$, $\frac{80}{144}$, $\frac{64}{80}$, $\frac{57}{76}$, $\frac{36}{90}$, $\frac{38}{95}$, $\frac{52}{130}$, $\frac{96}{144}$

3. Wir rechnen in die nächsthöhere Maßeinheit um.

Lösungsbeispiel: 4 St. $= \frac{4}{12}$ Dtzd. $= \frac{1}{3}$ Dtzd.

a) Wieviel Dutzend sind
1 St., 2 St., 3 St., 4 St., 6 St., 8 St., 9 St., 10 St.?

b) Wieviel Deutsche Mark sind
2 Pf, 10 Pf, 18 Pf, 24 Pf, 30 Pf, 45 Pf, 60 Pf, 75 Pf, 80 Pf, 35 Pf?

c) Wieviel Tage sind
2 Std., 3 Std., 6 Std., 10 Std., 12 Std., 15 Std., 16 Std., 22 Std.?

d) Wieviel Kilogramm sind
40 g, 125 g, 225 g, 375 g, 600 g, 750 g, 450 g, 800 g, 975 g, 250 g?

4. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in Bruchteile der nächsthöheren Maßeinheit: 24 Tg., 27 Std., 50 Min., 60 cm, 85 Pf, 700 g, 275 g, 288 Tg., 650 g, 800 m², 960 m!

5. Bestimme in den folgenden Aufgaben den Teil des Ganzen!
   a) Von 40 (42, 36, 25) Schülern haben 10 (7, 6, 5) sehr gute Arbeiten geschrieben.
   b) Von 48 (42, 36, 32) Schülern sind 32 (35, 30, 24) Junge Pioniere.
   c) Von 420 Mädchen einer Schule können 252 Mädchen schwimmen.
   d) Von 342 Schülern einer Schule sind 306 Schüler in einem Ferienlager gewesen.

XI. Rechnen mit Brüchen

42. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

1) Herr Müller hat $\frac{3}{8}$ seines Gartens mit Kunstdünger und $\frac{2}{8}$ mit Naturdünger gedüngt.
Welcher Teil des Gartens ist gedüngt worden?

a) Hans fertigt sich eine Zeichnung an (Abb. 131).

b) Gisela zeichnet nicht, sondern rechnet: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$. Sie sagt: Herr Müller hat $\frac{5}{8}$ seines Gartens gedüngt.

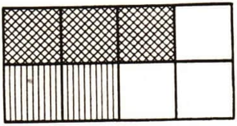


Abb. 131

2) In einer HO-Verkaufsstelle für Backwaren sind von einer Torte, die in 16 gleiche Teile zerschnitten worden war, noch 11 Stück vorhanden. Das sind $\frac{11}{16}$ der Torte. Davon werden 4 Stück verkauft. Welcher Teil der Torte bleibt übrig?

a) Löse die Aufgabe durch Zeichnung!

b) Lösung durch Rechnen: $\frac{11}{16} - \frac{4}{16} = \frac{11-4}{16} = \frac{7}{16}$.
   Es sind $\frac{7}{16}$ der Torte übriggeblieben.

3) Eva hat $\frac{3}{4}$ l Milch geholt, Ruth holt noch $\frac{3}{4}$ l. Wieviel ist im ganzen geholt worden? Wir rechnen: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.
Es sind $1\frac{1}{2}$ l Milch geholt worden.

4) Von $2\frac{1}{4}$ m Stoff schneidet Mutter $\frac{3}{4}$ m ab. Wieviel Stoff behält sie als Rest?

a) Heinz rechnet so: $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2 - \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.
   Er sagt: Mutter behält noch $1\frac{1}{2}$ m Stoff übrig.

b) Kurt hat die Aufgabe schnell überlegt und rechnet so:
   $1\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.

Aus den Beispielen 1 bis 4 erkennen wir, wie gleichnamige Brüche addiert und subtrahiert werden.

Zusammenfassung:

a) **Wir addieren gleichnamige Brüche, indem wir die Zähler addieren. Der Nenner wird beibehalten.**
b) **Wir subtrahieren gleichnamige Brüche, indem wir die Zähler subtrahieren. Der Nenner wird beibehalten.**
c) **Im Ergebnis kürzen wir, wenn es möglich ist.**

Aufgaben

1. Lösungsbeispiel: $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$

a) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$ b) $\frac{5}{11}+\frac{3}{11}$ c) $\frac{8}{21}+\frac{5}{21}$ d) $\frac{13}{27}+\frac{7}{27}$ e) $\frac{4}{15}+\frac{7}{15}$
f) $\frac{16}{31}+\frac{7}{31}$ g) $\frac{25}{37}+\frac{6}{37}$ h) $\frac{4}{41}+\frac{19}{41}$ i) $\frac{7}{25}+\frac{12}{25}$ k) $\frac{19}{45}+\frac{13}{45}$

2. Lösungsbeispiel: $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{2+4}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

a) $\frac{7}{16}+\frac{5}{16}$ b) $\frac{8}{21}+\frac{10}{21}$ c) $\frac{9}{20}+\frac{7}{20}$ d) $\frac{11}{28}+\frac{13}{28}$ e) $\frac{5}{18}+\frac{7}{18}$
f) $\frac{13}{24}+\frac{5}{24}$ g) $\frac{16}{45}+\frac{19}{45}$ h) $\frac{17}{36}+\frac{13}{36}$ i) $\frac{5}{32}+\frac{19}{32}$ k) $\frac{29}{56}+\frac{13}{56}$
l) $\frac{7}{25}+\frac{8}{25}$ m) $\frac{5}{12}+\frac{1}{12}$ n) $\frac{19}{48}+\frac{23}{48}$ o) $\frac{7}{51}+\frac{8}{51}$ p) $\frac{8}{21}+\frac{4}{21}$
q) $\frac{9}{40}+\frac{11}{40}$ r) $\frac{15}{26}+\frac{3}{26}$ s) $\frac{7}{30}+\frac{11}{30}$ t) $\frac{5}{49}+\frac{23}{49}$ u) $\frac{5}{28}+\frac{9}{28}$

3. a) $\frac{11}{15}+\frac{2}{15}$ b) $\frac{5}{18}+\frac{11}{18}$ c) $\frac{26}{41}+\frac{13}{41}$ d) $\frac{17}{26}+\frac{5}{26}$ e) $\frac{3}{25}+\frac{2}{25}$
f) $\frac{4}{11}+\frac{3}{11}$ g) $\frac{9}{19}+\frac{6}{19}$ h) $\frac{16}{29}+\frac{6}{29}$ i) $\frac{11}{28}+\frac{3}{28}$ k) $\frac{9}{16}+\frac{3}{16}$
l) $\frac{25}{51}+\frac{16}{51}$ m) $\frac{4}{33}+\frac{7}{33}$ n) $\frac{14}{43}+\frac{6}{43}$ o) $\frac{6}{35}+\frac{19}{35}$ p) $\frac{17}{48}+\frac{7}{48}$

4. Lösungsbeispiele: $\frac{7}{8}+\frac{7}{8}=\frac{14}{8}=1\frac{6}{8}=1\frac{3}{4}$, $\frac{7}{18}+\frac{11}{18}=\frac{18}{18}=1$

a) $\frac{4}{7}+\frac{5}{7}$ b) $\frac{9}{13}+\frac{4}{13}$ c) $\frac{11}{14}+\frac{9}{14}$ d) $\frac{8}{15}+\frac{11}{15}$ e) $\frac{17}{20}+\frac{13}{20}$
f) $\frac{8}{9}+\frac{7}{9}$ g) $\frac{17}{39}+\frac{22}{39}$ h) $\frac{46}{55}+\frac{34}{55}$ i) $\frac{29}{49}+\frac{48}{49}$ k) $\frac{61}{63}+\frac{41}{63}$
l) $\frac{26}{45}+\frac{28}{45}$ m) $\frac{11}{12}+\frac{7}{12}$ n) $\frac{21}{23}+\frac{6}{23}$ o) $\frac{19}{24}+\frac{11}{24}$ p) $\frac{17}{28}+\frac{39}{28}$
q) $\frac{23}{45}+\frac{67}{45}$ r) $\frac{29}{30}+\frac{11}{30}$ s) $\frac{23}{25}+\frac{12}{25}$ t) $\frac{9}{11}+\frac{7}{11}$ u) $\frac{43}{48}+\frac{23}{48}$

5. a) $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6}+\frac{5}{6}$ c) $\frac{7}{10}+\frac{7}{10}$ d) $\frac{7}{12}+\frac{7}{12}$ e) $\frac{13}{20}+\frac{13}{20}$
f) Bilde selbst 10 ähnliche Beispiele!

6. Lösungsbeispiel: $2\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=2\frac{6}{4}=3\frac{2}{4}=3\frac{1}{2}$

a) $7\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ b) $6\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ c) $24\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$ d) $8\frac{3}{11}+\frac{5}{11}$

e) $5\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$ f) $6\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$ g) $7\frac{4}{9}+\frac{8}{9}$ h) $9\frac{6}{11}+\frac{9}{11}$

i) $7\frac{5}{6}+\frac{1}{6}$ k) $8\frac{5}{9}+\frac{7}{9}$ l) $3\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$ m) $8\frac{9}{10}+\frac{7}{10}$

n) $5\frac{8}{11}+\frac{7}{11}$ o) $9\frac{11}{12}+\frac{7}{12}$ p) $5\frac{11}{18}+\frac{13}{18}$ q) $6\frac{9}{20}+\frac{17}{20}$

r) $3\frac{23}{30}+\frac{17}{30}$ s) $4\frac{22}{25}+\frac{18}{25}$ t) $5\frac{11}{15}+\frac{7}{15}$ u) $7\frac{9}{11}+\frac{6}{11}$

7. Lösungsbeispiel: $3\frac{7}{10}+1\frac{5}{10}=4\frac{12}{10}=5\frac{2}{10}=5\frac{1}{5}$

a) $7\frac{5}{16}+2\frac{1}{16}$ b) $3\frac{16}{39}+5\frac{5}{39}$ c) $4\frac{13}{66}+6\frac{23}{66}$

d) $1\frac{28}{85}+8\frac{27}{85}$ e) $15\frac{19}{90}+5\frac{53}{90}$ f) $18\frac{13}{24}+35\frac{7}{24}$

g) $56\frac{17}{40}+19\frac{11}{40}$ h) $27\frac{19}{42}+26\frac{5}{42}$ i) $6\frac{6}{25}+7\frac{14}{25}$

k) $3\frac{8}{9}+5\frac{7}{9}$ l) $9\frac{10}{17}+8\frac{4}{17}$ m) $6\frac{19}{20}+6\frac{7}{20}$

n) $4\frac{4}{15}+3\frac{7}{15}$ o) $18\frac{23}{30}+72\frac{19}{30}$ p) $25\frac{11}{12}+38\frac{5}{12}$

q) $46\frac{23}{42}+23\frac{25}{42}$ r) $67\frac{20}{39}+12\frac{19}{39}$ s) $48\frac{25}{26}+11\frac{15}{26}$

t) $32\frac{7}{18}+17\frac{13}{18}$ u) $51\frac{23}{30}+48\frac{29}{30}$ v) $32\frac{11}{18}+17\frac{1}{18}$

8. a) $\frac{11}{42}+\frac{5}{42}+\frac{19}{42}$ b) $\frac{5}{36}+\frac{29}{36}+\frac{7}{36}$

c) $\frac{7}{24}+\frac{11}{24}+\frac{13}{24}$ d) $\frac{27}{50}+\frac{11}{50}+\frac{17}{50}$

e) $\frac{8}{63}+\frac{25}{63}+\frac{37}{63}$ f) $\frac{37}{72}+\frac{13}{72}+\frac{25}{72}$

g) $12\frac{4}{5}+8\frac{2}{5}+7\frac{1}{5}$ h) $16\frac{7}{10}+8\frac{9}{10}+6\frac{9}{10}$

i) $12\frac{5}{9}+11\frac{7}{9}+5\frac{2}{9}$ k) $3\frac{11}{12}+5\frac{7}{12}+4\frac{5}{12}$

l) $4\frac{13}{30}+7\frac{23}{30}+1\frac{19}{30}$ m) $9\frac{17}{48}+4\frac{35}{48}+5\frac{7}{48}$

9. Lösungsbeispiel: $\frac{7}{9}-\frac{4}{9}=\frac{7-4}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

a) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$ b) $\frac{11}{12}-\frac{7}{12}$ c) $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$ d) $\frac{17}{20}-\frac{9}{20}$ e) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$

f) $\frac{19}{24}-\frac{11}{24}$ g) $\frac{29}{36}-\frac{11}{36}$ h) $\frac{39}{50}-\frac{17}{50}$ i) $\frac{41}{60}-\frac{19}{60}$ k) $\frac{29}{42}-\frac{11}{42}$

l) $\frac{73}{100} - \frac{29}{100}$ m) $\frac{23}{100} - \frac{9}{100}$ n) $\frac{73}{100} - \frac{37}{100}$ o) $\frac{79}{100} - \frac{57}{100}$ p) $\frac{31}{100} - \frac{7}{100}$

q) $\frac{53}{72} - \frac{13}{72}$ r) $\frac{47}{80} - \frac{19}{80}$ s) $\frac{67}{90} - \frac{19}{90}$ t) $\frac{83}{100} - \frac{23}{100}$ u) $\frac{67}{75} - \frac{43}{75}$

10. Subtrahiere in den Aufgaben 2a) bis u) immer den kleineren Bruch vom größeren!

11. Lösungsbeispiele: $3\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = 3\frac{3}{7}$, $5\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = 5\frac{4}{8} = 5\frac{1}{2}$

a) $6\frac{7}{11} - \frac{4}{11}$ b) $15\frac{12}{19} - \frac{4}{19}$ c) $4\frac{21}{29} - \frac{13}{29}$ d) $7\frac{17}{39} - \frac{4}{39}$

e) $26\frac{25}{31} - \frac{9}{31}$ f) $11\frac{14}{27} - \frac{10}{27}$ g) $6\frac{27}{35} - \frac{13}{35}$ h) $9\frac{19}{28} - \frac{5}{28}$

i) $12\frac{37}{40} - \frac{17}{40}$ k) $8\frac{11}{15} - \frac{7}{15}$ l) $10\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ m) $5\frac{9}{13} - \frac{5}{13}$

12. Lösungsbeispiel: $3\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = 2\frac{13}{8} - \frac{7}{8} = 2\frac{6}{8} = 2\frac{3}{4}$

a) $4\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ b) $7\frac{3}{8} - \frac{7}{8}$ c) $9\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ d) $11\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$

e) $6\frac{5}{12} - \frac{7}{12}$ f) $6\frac{1}{12} - \frac{7}{12}$ g) $3\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$ h) $5\frac{3}{8} - \frac{7}{8}$

i) $2\frac{9}{20} - \frac{17}{20}$ k) $3\frac{4}{15} - \frac{13}{15}$ l) $5\frac{3}{16} - \frac{9}{16}$ m) $4\frac{2}{9} - \frac{8}{9}$

n) $5\frac{7}{30} - \frac{19}{30}$ o) $4\frac{7}{24} - \frac{23}{24}$ p) $6\frac{3}{10} - \frac{9}{10}$ q) $8\frac{7}{20} - \frac{19}{20}$

r) $2\frac{7}{30} - \frac{17}{30}$ s) $6\frac{13}{50} - \frac{37}{50}$ t) $5\frac{17}{100} - \frac{73}{100}$ u) $4\frac{17}{60} - \frac{41}{60}$

13. Ergänze zu 100

$13\frac{2}{5}$, $17\frac{4}{9}$, $38\frac{3}{10}$, $45\frac{9}{14}$, $57\frac{13}{20}$, $64\frac{9}{25}$, $71\frac{5}{18}$, $82\frac{19}{25}$!

14. Lösungsbeispiel: $5\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12} = 2\frac{2}{12} = 2\frac{1}{6}$

a) $5\frac{11}{13} - 2\frac{7}{13}$ b) $12\frac{15}{16} - 2\frac{7}{16}$ c) $7\frac{13}{15} - 4\frac{4}{15}$

d) $9\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12}$ e) $11\frac{17}{18} - 4\frac{5}{18}$ f) $8\frac{19}{21} - 6\frac{5}{21}$

g) $23\frac{21}{32} - 7\frac{5}{32}$ h) $19\frac{25}{28} - 9\frac{17}{28}$ i) $15\frac{17}{24} - 10\frac{11}{24}$

k) $13\frac{21}{26} - 6\frac{7}{26}$ l) $6\frac{22}{27} - 4\frac{4}{27}$ m) $25\frac{29}{36} - 5\frac{13}{36}$

15. Lösungsbeispiel: $7\frac{4}{9} - 2\frac{7}{9} = 6\frac{13}{9} - 2\frac{7}{9} = 4\frac{6}{9} = 4\frac{2}{3}$

a) $4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$ b) $7\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$ c) $6\frac{5}{9} - 5\frac{8}{9}$

d) $9\frac{10}{27} - 5\frac{20}{27}$ e) $10\frac{3}{13} - 4\frac{7}{13}$ f) $45\frac{5}{12} - 11\frac{7}{12}$

g) $9\frac{7}{10} - 3\frac{9}{10}$ h) $15\frac{11}{24} - 5\frac{17}{24}$ i) $15\frac{1}{6} - 7\frac{5}{6}$

k) $29\frac{3}{8} - 16\frac{5}{8}$ l) $46\frac{5}{9} - 15\frac{7}{9}$ m) $68\frac{7}{15} - 27\frac{14}{15}$

16. a) $6\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}$ b) $3\frac{5}{12} - 1\frac{7}{12}$ c) $22\frac{25}{41} - 13\frac{38}{41}$

d) $19\frac{5}{19} - 7\frac{8}{19}$ e) $25\frac{3}{10} - 5\frac{7}{10}$ f) $15\frac{11}{36} - 14\frac{17}{36}$

g) $54\frac{13}{32} - 27\frac{17}{32}$ h) $68\frac{13}{21} - 17\frac{20}{21}$ i) $29\frac{3}{10} - 18\frac{9}{10}$

17. a) $7\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} - 1\frac{3}{4}$ b) $10\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6} - 4\frac{1}{6}$

c) $8\frac{7}{12} - 2\frac{5}{12} - 1\frac{11}{12}$ d) $11\frac{7}{12} - 3\frac{1}{12} - 4\frac{5}{12}$

e) $15\frac{3}{10} - 6\frac{7}{10} - 1\frac{9}{10}$ f) $8\frac{4}{15} - 2\frac{11}{15} - 3\frac{7}{15}$

18. a) $\frac{7}{12} + \frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ b) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} + \frac{5}{7}$ c) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} - \frac{5}{9}$

d) $1\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 2\frac{4}{5}$ e) $3\frac{7}{12} - 1\frac{11}{12} + \frac{5}{12}$ f) $8\frac{3}{10} + \frac{9}{10} - 2\frac{7}{10}$

19. Überlege, wie du die folgenden Aufgaben am einfachsten rechnen kannst!

a) $3\frac{7}{12} + 4\frac{11}{12}$ b) $5\frac{7}{8} + 4\frac{3}{8}$ c) $9\frac{3}{10} - 7\frac{9}{10}$ d) $3\frac{4}{15} - 2\frac{14}{15}$

e) Bilde selbst 5 ähnliche Beispiele!

20. An einem Wandertag waren wir um $7\frac{1}{4}$ Uhr auf dem Bahnhof. Nach $\frac{1}{4}$ Std. fuhr der Zug ab, nach $1\frac{1}{4}$ Std. stiegen wir aus; wir wanderten 2 Stunden, ruhten und spielten $1\frac{1}{4}$ Std., wanderten dann noch $1\frac{1}{4}$ Std. und fuhren nach $\frac{1}{4}$ Std. Wartezeit ab. Nach einer Fahrt von $\frac{1}{4}$ Std. langten wir wieder in unserem Heimatort an. Wieviel Stunden waren wir unterwegs?

21. Rolf läuft 75 m in $12\frac{9}{10}$ Sekunden, Kurt braucht $\frac{7}{10}$ Sekunden mehr, Werner schafft es in $11\frac{8}{10}$ Sekunden.
Bilde daraus Aufgaben!

22. Eine Klasse sammelte an vier aufeinanderfolgenden Tagen $23\frac{1}{2}$ kg, $32\frac{3}{4}$ kg, $31\frac{3}{4}$ kg und $26\frac{1}{4}$ kg Kastanien. Wieviel Kilogramm Kastanien sammelte sie im ganzen?

23. Dieter ist $11\frac{1}{4}$ Jahre alt, seine Schwester ist $2\frac{3}{4}$ Jahre jünger. Wie alt ist die Schwester?

24. Zu welcher Zahl muß man $15\frac{7}{9}$ addieren, um 36 zu erhalten?

25. Wenn man eine Zahl um $17\frac{25}{34}$ vermindert, erhält man $13\frac{9}{34}$. Wie heißt die Zahl?

XII. Einführung der Dezimalbrüche

43. Das Wesen der Dezimalbrüche

Wir haben schon gelernt, daß Deutsche Mark und Pfennig beim Schreiben mit der Benennung DM durch ein Komma getrennt werden. 2 DM und 75 Pf schreiben wir 2,75 DM. Vor dem Komma stehen die Mark, hinter dem Komma die Pfennig.

3 DM und 6 Pf schreiben wir 3,06 DM. Erkläre, warum wir in die erste Stelle nach dem Komma eine Null setzen müssen!

Auch Meter und Zentimeter, Kilogramm und Gramm und andere Maßangaben haben wir mit Komma geschrieben.

Wir wollen nun die genaue Begründung für diese Schreibweise kennenlernen.

1)

$$\begin{aligned} 11\text{ dm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} \\ &= 1{,}1\text{ m} \end{aligned}$$

Damit wir nicht den Nenner von $\frac{1}{10}$ mitzuschreiben brauchen und damit keine Verwechslung mit 11 eintritt, setzen wir hinter die Eins des Meters ein Komma.

Die Ziffer **1 hinter dem Komma** bezeichnet also den **zehnten Teil** eines Meters:

$$\mathbf{0{,}1\text{ m} = \tfrac{1}{10}\text{ m}.}$$

Wir können allgemein sagen: **0,1 = 1 Zehntel.**

2a)

$$\begin{aligned} 111\text{ cm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} + 1\text{ cm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} + \tfrac{1}{100}\text{ m} \\ &= 1{,}11\text{ m} \end{aligned}$$

Wenn wir, wie in diesem Beispiel, zwei Stellen hinter dem Komma schreiben, bezeichnet die **zweite Ziffer nach dem Komma** immer den **hundertsten Teil** eines Meters:

$$\mathbf{0{,}01\text{ m} = \tfrac{1}{100}\text{ m}.}$$

Wir können allgemein sagen: **0,01 = 1 Hundertstel.**

b) Aus dem vorher Gesagten ergibt sich:

$$1\text{ cm} = 0{,}01\text{ m}, \qquad 1\text{ dm} = 0{,}1\text{ m}, \qquad 1\text{ cm} = \tfrac{1}{10}\text{ dm}.$$

Also bezeichnet 0,01 den zehnten Teil von 0,1.

3a)

$$\begin{aligned} 1111\text{ mm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} + 1\text{ cm} + 1\text{ mm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} + \tfrac{1}{100}\text{ m} + \tfrac{1}{1000}\text{ m} \\ &= 1{,}111\text{ m} \end{aligned}$$

Aus diesem Beispiel ergibt sich: Die **dritte Zahl hinter dem Komma** bezeichnet den **tausendsten Teil** eines Meters:

$$\mathbf{0{,}001\ m = \frac{1}{1000}\ m.}$$

Wir können allgemein sagen: **0,001 = 1 Tausendstel.**

b) Wir stellen fest:

$1\ \mathrm{mm} = 0{,}001\ \mathrm{m}$, $\quad 1\ \mathrm{cm} = 0{,}01\ \mathrm{m}$, $\quad 1\ \mathrm{mm} = \frac{1}{10}\ \mathrm{cm}$.

Also bezeichnet 0,001 den zehnten Teil von 0,01.

4) Die in diesem Kapitel behandelten Brüche haben das Besondere, daß ihre Nenner 10, 100 oder 1000 sind. Wenn wir 100 und 1000 mit 10 vergleichen, stellen wir fest:

$$100 = 10 \cdot 10,$$
$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10.$$

Deshalb nennen wir Brüche mit den Nennern 10, 100 und 1000 **Zehnerbrüche.** Weitere Zehnerbrüche lernen wir später kennen.

Da die Zehntel immer in der ersten Stelle, die Hundertstel immer in der zweiten Stelle und die Tausendstel immer in der dritten Stelle nach dem Komma stehen, können wir beim Schreiben von Zehnerbrüchen den Nenner fortlassen. Für $3\frac{7}{10}$ schreiben wir also 3,7.

In dieser Form geschriebene Zehnerbrüche nennen wir **Dezimalbrüche.**

Jeder Dezimalbruch muß also mit einem Komma geschrieben werden. Dann kann keine Verwechslung mit den ganzen Zahlen vorkommen. Ferner können wir auch erkennen, ob es sich um Zehntel, Hundertstel oder Tausendstel handelt. Für fehlende Stellen wird, wie bei den ganzen Zahlen, eine Null gesetzt.

Bei Dezimalbrüchen stehen die Ganzen vor dem Komma. Enthält ein Dezimalbruch keine Ganzen, muß das Komma dennoch geschrieben werden. In die fehlende Stelle links vor dem Komma wird eine Null gesetzt. Zum Beispiel schreiben wir den Zehnerbruch $\frac{5}{10}$ als Dezimalbruch 0,5; den Zehnerbruch $\frac{135}{1000}$ schreiben wir 0,135.

5) Die Stellentafel kann nun auch nach rechts über die Einer hinaus erweitert werden:

← T	H	Z	E	z	h	t →
	1	1	1	1	1	1

Die Zahl lautet: 111,111.

Zehntel, Hundertstel und Tausendstel werden in der Stellentafel durch kleine Buchstaben (z, h, t) gekennzeichnet.

6) Aus der Stellentafel ist zu erkennen:

1 Hunderter (H) = 10 Zehner (Z),
1 Zehner (Z) = 10 Einer (E),
1 Einer (E) = 10 Zehntel (z),
1 Zehntel (z) = 10 Hundertstel (h),
1 Hundertstel (h) = 10 Tausendstel (t).

Was stellst du fest?

7) Aus der Stellentafel können wir aber auch folgendes erkennen, wenn wir mit dem Stellenwert Tausendstel beginnen und nach links vergleichen:

1 Tausendstel (t) ist der zehnte Teil von 1 Hundertstel (h),
1 Hundertstel (h) ist der zehnte Teil von 1 Zehntel (z),
1 Zehntel (z) ist der zehnte Teil von 1 Einer (E),
1 Einer (E) ist der zehnte Teil von 1 Zehner (Z) usw.

Betrachten wir also die einzelnen Stufen des Zehnersystems, so erkennen wir, daß eine Einheit einer Stufe den zehnten Teil der nächsthöheren Stufe bildet.

8) Dezimalbrüche kann man auf verschiedene Art lesen.

a) Man kann sie als gemischte Zahlen lesen, zum Beispiel 12,3 als $12\frac{3}{10}$, 4,76 als $4\frac{76}{100}$ oder 15,235 als $15\frac{235}{1000}$.
Das wird aber unbequem, wenn noch mehr Stellen hinter dem Komma stehen.

b) Im allgemeinen werden Dezimalbrüche nicht als Zehnerbrüche gelesen. Man liest die Ziffern hinter dem Komma einzeln entsprechend ihrer Stellenfolge hinter dem Komma, zum Beispiel 3,045 als „drei — Komma — null — vier — fünf“.

So wollen wir von nun an die Dezimalbrüche immer lesen.

Aufgaben

1. Schreibe 10 Dezimalbrüche in die Stellentafel! Lies und zerlege die Zahlen! Beispiel:

12,03 = 1 Zehner + 2 Einer + 0 Zehntel + 3 Hundertstel

2. a) Schreibe bei den folgenden Dezimalbrüchen die Ziffern hinter dem Komma stellenweise als Zehnerbrüche!

Beispiel: $1{,}347 = 1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$

8,4, 7,5, 13,7, 26,3, 12,03, 6,17, 0,65, 0,037, 27,36, 54,29, 4,235, 15,304, 76,054, 32,516, 46,712.

b) Bilde selbst weitere Beispiele!

3. Schreibe die folgenden Ausdrücke als Dezimalbrüche ohne Verwendung der Stellentafel!

a) 3 E 5 z	b) 6 E 5 h	c) 4 E 3 t	d) 7 E 1 z 5 t
e) 9 z 5 t	f) 2 E 3 h 5 t	g) 1 z 2 h 3 t	h) 4 E 1 z 2 h
i) 56 z	k) 128 z	l) 7256 t	m) 88437 t
n) 9 t	o) 4296 z	p) 4296 h	q) 4296 t

4. Verwandle a) 1 cm, b) 1 mm, c) 100 m in die nächsthöhere Maßeinheit!
Beispiel: $1\,\text{dm} = \frac{1}{10}\,\text{m} = 0{,}1\,\text{m}$

5. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 4!
a) Als Meter: 7 dm, 4 dm, 6 dm, 9 dm, 11 dm, 15 dm
b) Als Dezimeter: 70 cm, 8 cm, 140 cm, 37 cm, 248 cm
c) Als Dezimeter: 6 cm, 17 cm, 9 cm, 65 cm, 87 cm
d) Als Zentimeter: 5 mm, 19 mm, 67 mm, 123 mm, 846 mm

6. Verwandle die folgenden Angaben in die nächstkleinere Maßeinheit!
Beispiele:
$0{,}3\,\text{dm} = \frac{3}{10}\,\text{dm} = 3\,\text{cm}$, $3{,}4\,\text{cm} = 3\,\frac{4}{10}\,\text{cm} = \frac{34}{10}\,\text{cm} = 34\,\text{mm}$
a) 2,3 cm, 4,5 cm, 0,9 cm, 17,6 cm, 23,8 cm, 13,7 cm
b) 2,5 dm, 10,4 dm, 0,6 dm, 52,8 dm, 27,9 dm, 4,5 dm

7. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die nächsthöhere Maßeinheit und schreibe sie als Dezimalbrüche! Beispiel: $1\,\text{Pf} = \frac{1}{100}\,\text{DM} = 0{,}01\,\text{DM}$
1 cm, 1 l, 1 kg, 1 mm², 1 cm², 1 dm², 1 m², 1 a, 1 ha

8. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 7!
a) Als Meter: 3 cm, 25 cm, 11 cm, 54 cm, 127 cm, 358 cm
b) Als Deutsche Mark: 7 Pf, 18 Pf, 34 Pf, 124 Pf, 204 Pf, 1275 Pf
c) Als Hektoliter: 7 l, 75 l, 172 l, 364 l, 1185 l, 2420 l
d) Als Doppelzentner: 12 kg, 2 kg, 320 kg, 1408 kg, 76 kg, 1350 kg
e) Als Ar: 320 m², 58 m², 2456 m², 9 m², 3 a 15 m²
f) Als nächsthöheres Flächenmaß: 17 a, 153 m², 6 dm², 236 a, 55 cm², 914 ha, 7 cm², 8 mm²

9. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die nächstkleinere Maßeinheit! Beispiel: $0{,}08\,\text{DM} = \frac{8}{100}\,\text{DM} = 8\,\text{Pf}$
a) 0,13 DM, 0,07 DM, 3,25 DM, 14,86 DM, 126,75 DM
b) 1,07 hl, 3,15 hl, 0,09 hl, 65,30 hl, 114,85 hl

c) 13,75 m, 1,07 m, 0,17 m, 10,70 m, 65,38 m
d) 10,35 dz, 0,76 dz, 1,54 dz, 15,40 dz, 128,35 dz
e) 1,34 cm^2, 0,78 dm^2, 9,04 m^2, 15,15 dm^2, 0,09 cm^2, 0,07 m^2
f) 0,35 a, 17,09 ha, 3,40 km^2, 0,87 ha, 0,01 a, 0,04 km^2

10. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die nächsthöhere Maßeinheit und schreibe sie als Dezimalbrüche!

1 mm, 1 g, 1 kg, 1 mm^3, 1 cm^3, 1 dm^3

Beispiel: $1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0{,}001 \text{ km}$

11. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 10
a) als Meter: 18 mm, 8 mm, 180 mm, 1800 mm, 8350 mm;
b) als Kilogramm: 1350 g, 725 g, 97 g, 3 dz 75 g, 8 g;
c) als Tonne: 6300 kg, 736 kg, 5 kg, 11 dz 75 kg, 62 kg;
d) als Kilometer: 14320 m, 914 m, 54 m, 7 km 26 m, 3 km 9 m;
e) als Kubikdezimeter: 250 cm^3, 3256 cm^3, 684 cm^3, 75 cm^3, 4 cm^3;
f) als nächsthöheres Maß: 3450 cm^3, 758 cm^3, 6130 dm^3, 93 dm^3, 1452 cm^3, 81 dm^3, 6 dm^3, 581 cm^3!

12. Verwandle die folgenden Zahlenangaben entsprechend dem Beispiel $3{,}018 \text{ kg} = 3\frac{18}{1000} \text{ kg} = 3 \text{ kg } 18 \text{ g}$!
a) 0,019 m, 3,458 m, 0,763 m, 0,007 m, 14,018 m
b) 0,750 km, 8,234 km, 0,034 km, 0,674 km, 0,009 km
c) 2,375 kg, 0,911 kg, 13,048 kg, 0,067 kg, 5,704 kg
d) 13,450 t, 0,825 t, 5,050 t, 0,083 t, 3,009 t
e) 7,450 dm^3, 0,563 dm^3, 0,082 dm^3, 1,007 dm^3, 14,635 dm^3
f) 7,825 m^3, 0,250 dm^3, 5,760 dm^3, 0,076 m^3, 7,845 m^3, 13,458 m^3

13. Verwandle die folgenden Zahlenangaben entsprechend dem Beispiel $1 \text{ dz } 15 \text{ kg} = 1\frac{15}{100} \text{ dz} = 1{,}15 \text{ dz}$!

7 DM 5 Pf, 18 m 75 cm, 7 cm 4 mm, 8 dm 5 cm, 3 km 750 m, 5 kg 25 g, 1 t 18 kg, 7 dz 9 kg

14. Schreibe die folgenden Brüche und gemischten Zahlen als Dezimalbrüche!
a) $\frac{7}{10}$, $8\frac{3}{10}$, $24\frac{1}{10}$, $39\frac{6}{10}$, $7\frac{45}{10}$, $\frac{225}{10}$
b) $\frac{13}{100}$, $1\frac{78}{100}$, $65\frac{7}{100}$, $47\frac{69}{100}$, $\frac{274}{100}$, $\frac{6532}{100}$
c) $\frac{136}{1000}$, $1\frac{8}{1000}$, $16\frac{80}{1000}$, $4\frac{237}{1000}$, $9\frac{66}{1000}$, $\frac{8653}{1000}$

15. Lies die folgenden Dezimalbrüche als gemischte Zahlen oder als Zehnerbrüche!

a) 5,6	**b)** 8,9	**c)** 0,7	**d)** 103,4	**e)** 60,1
f) 1,06	**g)** 0,57	**h)** 0,08	**i)** 39,04	**k)** 765,09
l) 0,007	**m)** 0,070	**n)** 0,750	**o)** 1,305	**p)** 2,350
q) 1,9	**r)** 0,19	**s)** 0,019	**t)** 3,5	**u)** 8,070

v) Bilde selbst weitere Dezimalbrüche!

16. Wie heißt der größte Dezimalbruch mit einer Stelle vor und einer Stelle hinter dem Komma?

44. Erweiterung der Stellentafel nach rechts

1) Oft werden für genaue Berechnungen noch kleinere Werte als Tausendstel benötigt. So verwenden zum Beispiel Apotheker und Chemiker Gewichtseinheiten, die noch kleiner sind als ein tausendstel Kilogramm. Wir haben bereits gelernt, daß ein Gramm ein tausendstel Kilogramm ist:

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0{,}001 \text{ kg}.$$

2) Wir wollen die Gewichtseinheiten, die kleiner sind als ein Gramm, in Beziehung setzen zu einem Gramm.

Die Bezeichnungen dieser kleineren Gewichtseinheiten entsprechen denen der Längenmaße, so daß wir sie uns leicht merken können.

1 m = 10 dm	1 g = 10 dg (Dezigramm)
1 m = 100 cm	1 g = 100 cg (Zentigramm)
1 m = 1000 mm	1 g = 1000 mg (Milligramm)

3) Wir vergleichen g, dg, cg und mg mit einem Kilogramm.

1 kg = 1000 g	1 g $= \frac{1}{1000}$ kg
1 kg = 10000 dg	1 dg $= \frac{1}{10000}$ kg
1 kg = 100000 cg	1 cg $= \frac{1}{100000}$ kg
1 kg = 1000000 mg	1 mg $= \frac{1}{1000000}$ kg

4) $1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 0{,}001 \text{ kg}$ — Die **dritte Stelle nach dem Komma** bezeichnet den **tausendsten Teil.**

$1 \text{ dg} = \frac{1}{10\,000} \text{ kg} = 0{,}0001 \text{ kg}$ — Die **vierte Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **zehntausendsten Teil.**

$1\ \mathrm{cg} = \frac{1}{100000}\ \mathrm{kg} = 0{,}00001\ \mathrm{kg}$ — Die **fünfte Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **hunderttausendsten Teil.**

$1\ \mathrm{mg} = \frac{1}{1000000}\ \mathrm{kg} = 0{,}000001\ \mathrm{kg}$ — Die **sechste Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **millionsten Teil.**

5) Wir haben auf Seite 155 die Stellentafel nach rechts bis zu den Tausendsteln (t) erweitert und können sie jetzt bis zu den Millionsteln erweitern.

T	H	Z	E	z	h	t	zt	ht	m
	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Die Zahl heißt 111,111111.

Achte darauf, daß in der Stellentafel Zehntel (z), Hundertstel (h), ..., Millionstel (m) mit kleinen Buchstaben abgekürzt werden!

Aufgaben

1. a) Füge deiner Stellentafel nach rechts noch 3 Stellen an!
b) Setze die auf Seite 156, Nr. 6 und 7 begonnenen Folgen fort!

2. Schreibe die folgenden Zehnerbrüche und gemischten Zahlen als Dezimalbrüche in die Stellentafel!

a) $\frac{3}{1000}$, $\frac{5}{10000}$, $\frac{15}{100000}$, $\frac{375}{10000}$, $\frac{4765}{100000}$, $\frac{7425}{10000}$, $\frac{89361}{1000000}$

b) $3\frac{48}{1000}$, $5\frac{632}{10000}$, $\frac{4601}{100000}$, $48\frac{87604}{1000000}$, $7\frac{920}{100000}$, $3\frac{179483}{1000000}$

c) $\frac{79381}{10000}$, $\frac{8345}{10}$, $\frac{6504}{100000}$, $\frac{505034}{100000}$, $\frac{783456}{1000}$, $\frac{7974}{10000}$

3. Verwandle die folgenden Dezimalbrüche in echte Brüche oder in gemischte Zahlen!

a) 246,5 **b)** 24,65 **c)** 2,465 **d)** 0,2465 **e)** 0,02465 **f)** 1,0584
g) 1,95873 **h)** 14,003465 **i)** 140,3465 **k)** 5,00307 **l)** 0,4710006

4. Schreibe die folgenden Zahlenangaben als Dezimalbrüche!

a) 5 Tausendstel **b)** 7 Zehntel 8 Tausendstel
c) 4 Zehntel 9 Hundertstel 3 Zehntausendstel
d) 1 Zehntel 5 Tausendstel 4 Zehntausendstel
e) 8 Hunderttausendstel **f)** 1278 Zehntausendstel
g) 654321 Hunderttausendstel **h)** 5577881 Millionstel

45. Erweitern und Kürzen der Dezimalbrüche

Auch Dezimalbrüche können wir erweitern und kürzen. An der Darstellung von Längenmaßen in der Abbildung 132 wollen wir das Erweitern und Kürzen von Dezimalbrüchen veranschaulichen. Fertige eine gleichgroße Zeichnung im Heft an!

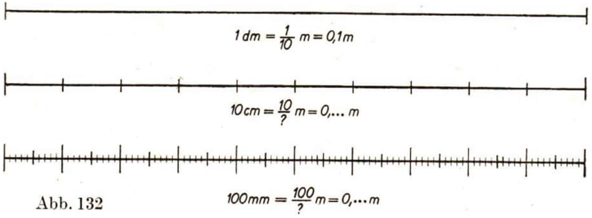


Abb. 132

1) a) Ergänze in deiner Zeichnung die fehlenden Ziffern!

   b) Vergleiche nach der Zeichnung 1 dm, 10 cm und 100 mm!

   c) Vergleiche nach der Zeichnung $\frac{1}{10}$, $\frac{10}{100}$ und $\frac{100}{1000}$!

2) Überlege, wie Brüche erweitert und gekürzt werden! Erkläre, wie

   a) aus $\frac{1}{10}$ der Bruch $\frac{10}{100}$, $\frac{100}{1000}$,

   b) aus $\frac{100}{1000}$ der Bruch $\frac{10}{100}$, $\frac{1}{10}$ entsteht!

3) Lies die Zeilen in der Tafel

   a) bei $\frac{1}{10}$ (0,1) beginnend,

   b) bei $\frac{100}{1000}$ (0,100) beginnend!

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$$
$$0{,}1 = 0{,}10 = 0{,}100$$

4) a) Beim Lesen der Zeilen von links nach rechts stellten wir fest, daß $\frac{1}{10}$ und 0,1 erweitert wurden. Gib die Erweiterungszahlen an!

   b) Beim Lesen der Zeilen von rechts nach links erkannten wir, daß $\frac{100}{1000}$ und 0,100 gekürzt wurden. Gib die Kürzungszahlen an!

Zusammenfassung:

1) Zehnerbrüche werden mit 10, 100, 1000 usw. erweitert, indem Zähler und Nenner mit 10, 100, 1000 usw. multipliziert werden. Daraus ergibt sich: **Man erweitert Dezimalbrüche mit 10, 100, 1000 usw., indem man so viel Nullen anhängt, wie die Erweiterungszahl Nullen hat.**

2) Zehnerbrüche werden durch 10, 100, 1000 usw. gekürzt, indem Zähler und Nenner durch 10, 100, 1000 usw. dividiert werden. Daraus ergibt sich: **Man kürzt Dezimalbrüche durch 10, 100, 1000 usw., indem man rechts so viel Nullen streicht, wie die Kürzungszahl Nullen hat. Man kann Dezimalbrüche nur kürzen, wenn in den letzten Stellen Nullen stehen.**

Aufgaben

1. Erweitere die folgenden benannten Zahlen auf die Stellenzahl der nächstkleineren Einheit!

a) 6,4 km	**b)** 15,8 kg	**c)** 9,3 DM	**d)** 4,7 m
e) 54,8 dz	**f)** 7,9 hl	**g)** 18,24 kg	**h)** 13,05 t
i) 7,32 t	**k)** 2,6 kg	**l)** 4,3 dz	**m)** 8,16 km
n) 3,5 a	**o)** 6,08 km	**p)** 4,75 dm³	**q)** 18,3 m³

2. Erweitere 6,8 (17,41; 0,3)

a) mit 10, **b)** mit 100, **c)** mit 1000, **d)** mit 10000!

3. Erweitere

a) auf Hundertstel 4,2, 0,7, 8,6, 17,5, 38,1, 142,9;

b) auf Tausendstel 0,3, 6,4, 12,36, 0,72, 19,8, 27,34!

c) Erweitere die Dezimalbrüche in a) auf Zehntausendstel, in b) auf Hunderttausendstel!

4. Kürze die nachstehenden Dezimalbrüche! Gib jedesmal die Kürzungszahl an!

a) 0,600	**b)** 7,800	**c)** 9,30	**d)** 0,400
e) 0,080	**f)** 0,8000	**g)** 3,720	**h)** 6,90
i) 6,090	**k)** 6,900	**l)** 17,500	**m)** 17,050
n) 2,050	**o)** 0,51000	**p)** 312,600	**q)** 8,750000
r) 456,0100	**s)** 16,704000	**t)** 32,0500	**u)** 8,6000
v) 13,0350	**w)** 3,7200	**x)** 45,07000	**y)** 0,750

46. Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Gleichnamige Brüche können wir addieren und subtrahieren. Da die Dezimalbrüche nur eine besondere Art der Brüche sind, können wir sie addieren und subtrahieren, wenn sie gleichnamig sind.

1) Addieren von Dezimalbrüchen

a) Aufgabe: 2,485 kg + 2,265 kg

Lösung:

$$\begin{array}{r} 2{,}485\text{ kg} \\ +2{,}265\text{ kg} \\ \hline 4{,}750\text{ kg} \end{array}$$

Beide Dezimalbrüche enthalten Tausendstel, sie sind also gleichnamig. Wir schreiben sie untereinander. Dabei muß Komma unter Komma gesetzt werden, damit die Stellenwerte Zehntel (z), Hundertstel (h), Tausendstel (t) genau untereinanderstehen. Nun addieren wir erst die Tausendstel, dann die Hundertstel, dann die Zehntel und schließlich die Einer. Komma nicht vergessen!

Auch bei den folgenden Aufgaben wollen wir zunächst immer die Stellenwerte mitsprechen.

b) Aufgabe: 2,5 + 3,743

Lösung:

$$\begin{array}{r} 2{,}500 \\ +3{,}743 \\ \hline 6{,}243 \end{array}$$

Da in diesem Beispiel die beiden Dezimalbrüche nicht gleichnamig sind, müssen wir sie gleichnamig machen. Wir müssen die Zehntel zu Tausendsteln erweitern, damit beide Brüche die gleiche Anzahl von Stellen hinter dem Komma haben.

c) Aufgabe: 3 + 2,678

Lösung:

$$\begin{array}{r} 3{,}000 \\ +2{,}678 \\ \hline 5{,}678 \end{array}$$

In dieser Aufgabe ist der erste Summand eine ganze Zahl, also kein Dezimalbruch. Damit wir beim Rechnen keinen Fehler begehen, schreiben wir die ganze Zahl 3 als Dezimalbruch. Da keine Zehntel, keine Hundertstel und keine Tausendstel vorhanden sind, müssen wir in die entsprechenden Stellen nach dem Komma Nullen einsetzen.

2) Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Beim Subtrahieren von Dezimalbrüchen müssen wir ebenfalls darauf achten, daß Minuend und Subtrahend gleichnamig sind.

a) Aufgabe: 91,53 − 47,68

Lösung:

$$\begin{array}{r} 91{,}53 \\ -47{,}68 \\ \hline 43{,}85 \end{array}$$

Auch beim Subtrahieren müssen wir darauf achten, daß Komma unter Komma steht. Begründe das!

b) $\begin{array}{r} 63{,}4 \\ -36{,}75 \\ \hline \end{array}$ **c)** $\begin{array}{r} 36 \\ -17{,}345 \\ \hline \end{array}$

Gib an, wie du die Dezimalbrüche der Aufgaben b) und c) gleichnamig machst, und löse die Aufgaben!

Zusammenfassung: **Dezimalbrüche machen wir vor dem Addieren oder Subtrahieren gleichnamig. Wir setzen Komma unter Komma, damit die Stellenwerte richtig untereinanderstehen.**

Aufgaben

Kopfrechnen

1. Eine Strecke ist 4,3 cm lang.

a) Sie soll um 1,8 cm (0,9 cm) verlängert werden.

b) Sie soll um 1,7 cm (0,8 cm) verkürzt werden.

Wie lang ist die Strecke dann?

2. Eine Rechteckseite ist 6,7 cm lang. Die andere Seite ist

a) 1,4 cm länger, **b)** 1,9 cm länger, **c)** 17 mm länger,

d) 25 mm kürzer, **e)** 3,8 cm kürzer, **f)** 18 mm kürzer.

Wie lang ist demnach die andere Rechteckseite?

3. a) $2 + 0{,}6$ | $10 + 2{,}5$ | $3 + 0{,}536$

b) $0{,}8 + 0{,}5$ | $1{,}2 + 0{,}7$ | $1{,}6 + 0{,}9$

c) $0{,}56 + 0{,}29$ | $0{,}93 + 0{,}56$ | $1{,}03 + 0{,}84$

d) $0{,}23 + 0{,}2$ | $0{,}87 + 0{,}7$ | $0{,}98 + 0{,}08$

4. a) $3 - 0{,}5$ | $7 - 0{,}21$ | $6 - 3{,}8$

b) $2{,}9 - 0{,}6$ | $4{,}7 - 0{,}7$ | $5{,}5 - 2{,}8$

c) $0{,}34 - 0{,}19$ | $6{,}46 - 3{,}21$ | $8{,}72 - 5{,}69$

d) $0{,}7 - 0{,}38$ | $7{,}04 - 4{,}56$ | $9{,}26 - 6{,}19$

5. Bilde aus den Aufgaben 3a bis 3d Subtraktionsaufgaben!

6. Wir rechnen mit den Zahlen der folgenden Tabelle.

	A	B	C	D	E	F	G	H
a	0,9	0,83	0,37	0,08	0,74	0,67	0,05	0,92
b	0,58	0,07	0,66	0,29	0,07	0,56	0,89	0,34
c	3,8	6,24	7,5	5,09	1,84	5,76	8,18	3,65
d	4,03	3,52	6,81	4,87	5,84	9,37	7,73	2,69

a) Vermehre jede Zahl in jeder Zeile um die darunterstehende Zahl!

b) Addiere je zwei benachbarte Zahlen jeder Zeile!

c) Addiere 1,97 zu jeder Zahl der Tabelle!

d) Subtrahiere jede Zahl einer Zeile von der größten Zahl der Zeile!

e) Suche in der Tabelle die größte Zahl und subtrahiere davon jede andere!

7. **a)** 1,4 + 0,7 **b)** 1,4 + 0,07 **c)** 0,14 + 0,07 **d)** 0,014 + 0,007
e) Bilde 10 ähnliche Aufgaben!

8. **a)** 4 + 0,4 **b)** 0,4 + 0,04 **c)** 0,04 + 0,004 **d)** 0,004 + 0,0004
e) Bilde 10 ähnliche Aufgaben!

9.

a)	b)	c)	d)
0,7 + 0,2	0,38 + 0,27	1,36 + 0,58	0,7 + 0,03
2,4 + 1,6	0,48 + 0,34	2,37 + 0,48	0,65 + 0,5
1,3 + 0,9	0,83 + 0,26	3,66 + 2,89	1,8 + 0,78

10.

a)	b)	c)	d)
0,1 + 0,01	0,02 + 0,009	0,001 + 0,0001	0,9 + 1,8
0,4 + 0,04	0,04 + 0,008	0,015 + 0,0014	0,9 + 0,18
0,8 + 0,07	0,06 + 0,005	0,02 + 0,0075	0,9 + 0,018
0,9 + 0,08	0,01 + 0,007	0,2 + 0,075	0,9 + 0,0018

11. Bilde aus den Aufgaben 7 bis 9 Subtraktionsaufgaben!

Schriftliches Rechnen

12. Schreibe richtig untereinander und addiere!

a) 10,23 a + 9,87 a + 63,80 a + 321,98 a + 40,09 a

b) 267,10 DM + 390,30 DM + 78,50 DM + 97,70 DM + 132,90 DM

c) 5,25 m + 28,46 m + 111,88 m + 236,72 m + 27,13 m

13. Schreibe die folgenden Zahlen als Dezimalbrüche und addiere!

a) 9 DM 10 Pf + 7 DM 20 Pf + 8 DM 40 Pf + 5 Pf + 10 Pf

b) 3 km 273 m + 5 km 70 m + 89 m + 6 km 6 m + 516 m

c) 8 m 40 cm + 30 cm + 25 m 55 cm + 4 m 36 cm + 84 cm

d) 12 kg 625 g + 13 kg 5 g + 8 kg 370 g + 3 g + 3 kg 4 g

14. Addiere!

a)	b)	c)	d)	e)
13,75	0,82	21,87	679,1	13,4
7,96	37,98	0,8	31,49	7,067
337,7	2,1	713,2	62,5	19
63,9	341,9	16,71	3,91	6,784
7,28	17	91,84	0,84	0,37

15. **a)** 2,123 + 64,81 + 312 + 46,18 + 8,12 + 0,731

b) 63,546 + 137,92 + 0,642 + 17 + 28,76 + 3,451 + 610,98

c) 3,4695 + 0,458 + 36,7 + 5,76543 + 644,898 + 16,79

d) 98,13 + 2467,3 + 259,83 + 1,297 + 74,86 + 915,35

16. Addiere die Dezimalbrüche **1.** der Spalten **A** bis **D**, **2.** der Zeilen **a)** bis **e)**!

	A)		B)		C)		D)
a)	7964,87	+	46417,4	+	54371,2	+	3,81028
b)	396,421	+	98,23	+	10,3186	+	12,3
c)	0,384	+	0,373	+	8,279	+	1624,37
d)	45,6394	+	621,9	+	3,09786	+	0,21413
e)	0,19	+	2572,48	+	93120,3	+	16,3

17. a) 93,52 DM – 87,47 DM **b)** 319,35 DM – 297,98 DM
c) 46,39 DM – 39,72 DM **d)** 14,21 hl – 11,02 hl
e) 216,77 ha – 0,99 ha **f)** 1891,375 km – 92,842 km
g) 102,152 kg – 98,067 kg **h)** 425,183 m³ – 36,298 m³

18. Schreibe die folgenden Zahlen als Dezimalbrüche und subtrahiere!
a) 1113 DM 25 Pf — 556 DM 33 Pf **b)** 87 kg 540 g – 15 kg 867 g
c) 1 km 3 m – 775 m **d)** 45 hl 55 l – 21 hl 24 l
e) 8 m 36 cm – 7 m 78 cm **f)** 12 m 9 cm – 4 m 15 cm 7 mm
g) 3 ha – 236 a **h)** 15 dz – 756 kg

19. a)
$$\begin{array}{r} 97{,}16 \\ -35{,}68 \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{r} 68{,}5 \\ -39{,}76 \end{array}$$
c)
$$\begin{array}{r} 83{,}74 \\ -54{,}237 \end{array}$$
d)
$$\begin{array}{r} 81 \\ -32{,}67 \end{array}$$

20. a) 34,76 – 33,45 **b)** 135,76 – 98,39 **c)** 566,39 – 219,45

21. a) 7166,44 – 652,78 **b)** 36,457 – 19,689 **c)** 31,4512 – 9,6789

22. a) 128,45 – 79,375 **b)** 91,6 – 68,234 **c)** 40,754 – 18,87

23. a) 102,1 – 88,2035 **b)** 151,27 – 76,0784 **c)** 80,1027 – 59,697

24. a) 220 – 187,35 **b)** 340 – 178,564 **c)** 504 – 276,8537

25. Schreibe richtig untereinander und subtrahiere!
a) 25,95 – 11,14 – 2,19 – 6,75
b) 58,79 – 9,67 – 6,45 – 8,96 – 5,51
c) 45,34 – 6,94 – 1,03 – 8,66 – 4,31
d) 95,76 – 5,73 – 14,08 – 17 – 2,39 – 1,54
e) 146,4 – 0,78 – 23,65 – 14 – 6,534 – 18,775
f) 900 – 256,4 – 314,87 – 129,375 – 58,09 – 34,888

26. a) Addiere in der folgenden Tabelle **1.** die Zahlen in jeder Spalte, **2.** die Zahlen in jeder Zeile!

b) Subtrahiere in jeder Zeile von den Zahlen der Spalte **a** jede Zahl der Spalten **A** bis **C**!

c) Verfahre mit den Spalten b und c wie in Aufgabe b)!

	a	b	c	A	B	C
1	649,1384	598,375	495,32	221,3	436,089	385,167
2	81,653	42,57	364,1	37,658	42,073	34,0609
3	84,037	76,08	46,2	12,475	26,008	34,098
4	45,67	19,4723	98,05	15,43	16,5623	18,569
5	52,086	68,53	15,4	12,4	12,935	13,0439

27. a) $13{,}568 + 1{,}432 - 4{,}729 - 0{,}625 - 5{,}321 + 6{,}143$

b) $0{,}7456 + 6{,}537 + 3{,}5976 - 0{,}53 + 36{,}51 + 3{,}0928$

c) $17{,}5618 + 13{,}8315 - 0{,}2613 + 8{,}765 - 1{,}85 + 5{,}672$

d) $133{,}576 - 16{,}118 + 20{,}4698 + 21{,}865 - 18{,}3908 + 3{,}5$

e) $866{,}11 + 533{,}225 - 800{,}294 - 431{,}985 - 88{,}143 + 813$

28. Berechne die Gesamtfläche einer 3-Zimmer-Wohnung, für die die Zimmer mit 18,75 m², 16,45 m², 15,4 m², der Flur mit 8,65 m², die Küche mit 11,4 m² und das Bad mit 7,75 m² angegeben sind!

29. Eine Verkaufsstelle der Konsumgenossenschaft erhielt eine Lieferung von 150 kg Marmelade und verkaufte an drei aufeinanderfolgenden Tagen 97,2 kg, 32,4 kg und 17,4 kg. Wieviel Kilogramm Marmelade waren am Ende des dritten Tages noch vorhanden?

30. Im Handel bezeichnet man das Gesamtgewicht (Ware plus Verpackung) als **das Bruttogewicht.** Das Gewicht der Ware ohne Verpackung wird **das Nettogewicht** genannt, und das Gewicht der Verpackung ist **die Tara.** Eine Konsumgenossenschaft erhielt eine Warensendung, die in vier Kisten verpackt war. Die Kisten wiesen folgendes Gewicht auf:

	a)	b)	c)	d)
Bruttogewicht	19,435 kg,	23,860 kg,	21,470 kg,	18,230 kg,
Tara	2,950 kg,	4,190 kg,	3,850 kg,	2,850 kg.

Wieviel Kilogramm Ware (Nettogewicht) enthielt jede Kiste?

31. Was kann man aus den folgenden Angaben berechnen?

a)	Bruttogewicht	348,5 kg	Tara	24,720 kg
b)	Nettogewicht	42,620 kg	Tara	5,235 kg
c)	Bruttogewicht	394,3 kg	Nettogewicht	360 kg
d)	Ladung	15,75 t	Wagengewicht	9,08 t

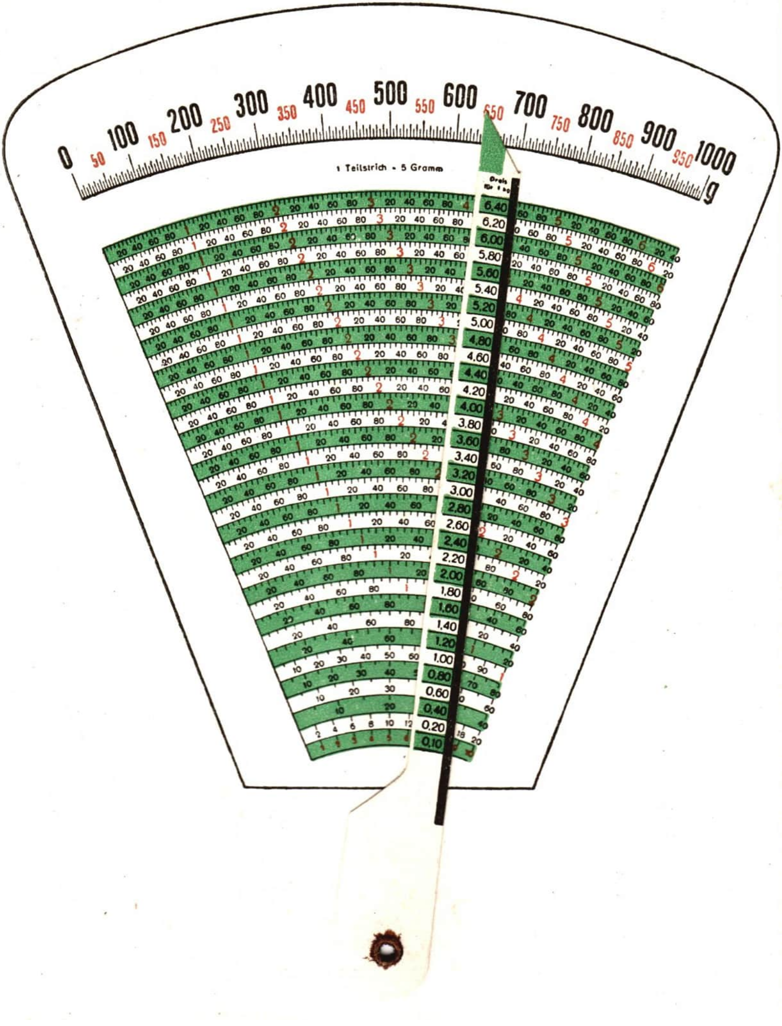
32. In einem Dorf traten fünf Bauern in eine landwirtschaftliche Produktionsgenossenschaft ein. Die LPG besaß bereits 423,65 ha an landwirtschaftlicher Nutzfläche. Die fünf Bauern brachten 12,78 ha, 9,45 ha, 15,38 ha, 10,90 ha und 8,64 ha landwirtschaftliche Nutzfläche in die LPG ein. Wie groß ist jetzt die landwirtschaftliche Nutzfläche der LPG?

33. Die landwirtschaftliche Nutzfläche einer Produktionsgenossenschaft setzt sich zusammen aus 182,15 ha Ackerland, 73,8 ha Wiese, 50,63 ha Weide und 0,17 ha Gartenland. Dazu kommen noch 70,8 ha Wald, 3,62 ha Ödland und 3,82 ha Hoffläche. Wie groß ist **a)** die landwirtschaftliche Nutzfläche, **b)** die Gesamtfläche der LPG?

Aufnahmen: DEWAG, Berlin: Abb. 89, 113; Kühne-Pressebild, Berlin: Abb. 3; Wolf Mucke, Leipzig: Abb. 1; Helmut Steffens, Markkleeberg bei Leipzig: Abb. 2; VEB AGFA, Berlin: Abb. 8, 9, 12, 13, 15, 16, 17, 24, 48, 49, 62, 63, 64, 67, 80, 81, 83, 108, 109, 114, 115; VEB Klement Gottwald, Ruhla: Abb. 27; VEB Spezialwaagenfabrik „Rapido", Radebeul: Abb. 20; Nossener Waagenfabrik, Nebenstelle Grimma, Grimma/Sa.: Abb. 22; Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin: Abb. 10, 11, 14, 21, 23, 25, 34a und b, 82, 111.

Reproduktionen: VEB AGFA, Berlin: Abb. 4, 5, 26, 79. Die Abbildungen 4 und 5 wurden dem Werk „Zahlzeichen und Rechnen im Wandel der Zeit" von F. A. Willers (Volk und Wissen Verlag, Berlin / Leipzig) und die Abbildung 26 dem Uhrenkatalog S. 11 des VEB Klement Gottwald, Ruhla, entnommen. Das Litermaß für die Abbildung 113 stellte das Eichamt Groß-Berlin zur Verfügung.

Skala einer Neigungswaage mit Zeiger



00 504 1