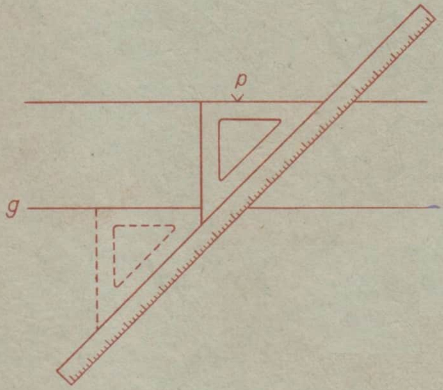
Lehrbuch der Mathematik



FÜNFTES SCHULJAHR

00502-1

Lehrbuch der Mathematik

FÜNFTES SCHULJAHR

Ausgabe 1955

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1955

Der Teil A und Kapitel 30 wurden von Dr. Gustav Beyrodt verfaßt,
der Teil B (außer Kapitel 30) von Dr. Helmut Klein
und der Teil C von Max Heinemann und Karl Pietzker.
Zeichnungen: Kurt Dornbusch
Redaktionelle Bearbeitung: Hannah-Ruth Lohde

Redaktionsschluß: 15. 12. 1954

Bestell-Nr. 00502-1 · 1,75 DM · Lizenz Nr. 203 · 1000-P-005508 (E)
Satz: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)
Druck: VEB Optima, Aschersleben (H - 12)

INHALTSVERZEICHNIS

A. Arithmetik

B. Geometrie

Aufnahmen: DEWAG, Berlin: Abb. 95; Kühne-Pressebild, Berlin: Abb. 3; Wolf Mucke, Leipzig: Abb. 1; Helmut Steffens, Markkleeberg b. Leipzig: Abb. 2; VEB AGFA, Berlin: Abb. 9, 10, 13, 15, 16, 17, 18, 24, 26, 49, 50, 63, 64, 65, 68, 86, 87, 89, 119, 120, 124, 125; VEB Klement Gottwald, Ruhla: Abb. 28; VEB Medizinische Gerätefabrik, Berlin: Abb. 23; VEB (K)-Metallbau, Leipzig: Abb. 23; VEB Spezialwaagenfabrik „Rapido", Radebeul: Abb. 21; Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin: Abb. 11, 12, 14, 25, 35a und b, 88, 122.

Reproduktionen: VEB AGFA, Berlin: Abb. 4, 5, 6, 27, 85, 100. Die Abbildungen 4, 5, und 6 wurden dem Werk „Zahlzeichen und Rechnen im Wandel der Zeit" von F. A. Willers (Volk und Wissen Verlag, Berlin / Leipzig) und die Abbildung 27 wurde dem Uhrenkatalog S. 11 des VEB Klement-Gottwald, Ruhla, entnommen. Die Abbildung 100 ist die Reproduktion einer Abbildung aus dem Goethe-Museum in Frankfurt (M).

A. Arithmetik

I. Wiederholungsübungen aus dem 4. Schuljahr

1. Der Zahlbereich bis zu den Millionen

1. Lies die folgenden Zahlen!

a)	b)	c)	d)
421 000	735 261	9 740 004	303 303
607 755	63 747	87 638	445 010
2 708 000	3 017 005	5 807 500	9 023 409
6 283 245	8 316 861	1 101 101	4 192 536

2. Schreibe die folgenden Zahlen mit Ziffern!

Dreiundsechzigtausendsiebenhundertfünf, siebentausendneunhundertsiebenundachtzig, vierhundertdreiundzwanzig, vier Millionen sechshunderttausendzweihundertfünfzehn, sechshunderteinundachtzigtausendfünfhundertachtundvierzig, vier Millionen sechzigtausenddreiundvierzig, vier Millionen sechstausenddreihundertvierzig, achthunderteinundzwanzigtausend, neunundachtzigtausendvierundvierzig, drei Millionen sechsundsiebzigtausendvierhundert, drei Millionen sechshundertsiebzigtausendvierzig, drei Millionen siebentausendvier, fünfhunderttausendfünfhundertfünfzig, fünfhundertfünftausendfünfundfünfzig, sechsunddreißigtausendeinundzwanzig, sechshundertdreißigtausendeinhunderteins, drei Millionen dreitausenddrei, fünf Millionen siebzigtausendachtzig, vierhundertneuntausenddreihundertneun.

Zähle in Sprüngen weiter!

	a)	b)	c)	d)	e)
3.	35 000	350 000	390 000	87 900	64 000
	35 100	351 000	391 000	88 400	67 000
	35 200	352 000	392 000	88 900	70 000
	bis	bis	bis	bis	bis
	36 000	360 000	400 000	92 900	94 000

4. a) 31000	b) 450000	c) 930000	d) 558000	e) 44200
30900	449000	929000	556000	43900
30800	448000	928000	554000	43600
bis	bis	bis	bis	bis
30000	440000	920000	538000	41200

5. Wie heißt die Zahl, die um 3 (50, 900) größer ist als
a) 3747, b) 45297, c) 270158?

6. Wie heißt die Zahl, die um 5 (70, 600) kleiner ist als
a) 5897, b) 56149, c) 350062?

2. Zusammenzählen (Addition) von ganzen Zahlen und Kommazahlen

Übungen im Kopfrechnen

1. Zähle zu jeder Zahl in den Spalten **a** bis **e** jede Zahl der Spalten **A** bis **D** hinzu! Rechne zeilenweise!

	a	b	c	d	e	A	B	C	D
1	26491	35244	55296	507421	218444	1	10	100	1000
2	18743	37834	67872	318345	337979	2	30	400	7000
3	19822	44583	51338	432507	240513	5	60	300	5000
4	27581	39627	62649	872564	561278	9	20	700	9000
5	17249	41248	56957	708519	100935	7	80	600	4000
6	29563	47856	65979	234072	99624	8	90	500	6000

Schriftliches Rechnen

2. Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und zähle sie zusammen!

a)	b)	c)
450 + 240	271 + 520	637 + 293
390 + 210	484 + 410	323 + 396
420 + 250	170 + 524	179 + 461
180 + 810	842 + 120	451 + 644
270 + 730	593 + 160	443 + 508

d)	e)	f)
4642 + 229	9768 + 223	4369 + 3312
2748 + 5634	3101 + 5248	5246 + 815
255 + 4018	4754 + 218	3708 + 4119
4534 + 5166	1874 + 4321	63 + 2458
6450 + 1826	3627 + 1381	2925 + 96

g) 27481 + 33719
33562 + 46474
56908 + 17248
38425 + 62637
88737 + 11263

h) 123561 + 35247
296880 + 122539
65427 + 341526
336949 + 12356
5233 + 495767

i) 210670 + 18384
495396 + 271285
186023 + 251999
471253 + 377839
627432 + 213527

3. Schreibe richtig untereinander und zähle die Zahlen **1.** der Spalten **A** bis **D** und **2.** der Zeilen **a** bis **k** zusammen!

	A)		B)		C)		D)
a)	1344	+	528	+	4291	+	807
b)	59	+	4807	+	2372	+	6024
c)	1561	+	764	+	69	+	5793
d)	325	+	42007	+	4838	+	5106
e)	2726	+	1839	+	573	+	4547
f)	2559	+	708	+	4619	+	2127
g)	53220	+	1736	+	2541	+	999
h)	308	+	2548	+	23215	+	1537
i)	2633	+	4079	+	6558	+	31228
k)	3045	+	2406	+	1807	+	4296

4. Schreibe richtig untereinander und zähle die Zahlen **1.** der Spalten **A** bis **D**, **2.** der Zeilen **a** bis **d** zusammen!

	A	B	C	D
a	6493	244325	96037	681578
b	45728	749	235509	510893
c	247833	56138	4698	345769
d	539566	473257	132678	5697

5. Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und zähle sie zusammen!

a) 13,26 DM + 31,07 DM + 52,84 DM + 9,68 DM
b) 5,13 DM + 18,94 DM + 0,52 DM + 33,09 DM
c) 48,27 DM + 0,85 DM + 6,62 DM + 28,42 DM
d) 21,38 DM + 10,71 DM + 0.35 DM + 1,26 DM

6. a) 27,300 km + 19,502 km + 8,007 km + 14,600 km
b) 12,072 km + 25,300 km + 16,415 km + 42,547 km
c) 5,850 km + 87,345 km + 0,900 km + 6,045 km
d) 23,400 km + 16,210 km + 8,280 km + 36,705 km

7. a) 5,275 kg + 23,228 kg + 9,115 kg + 0,378 kg
   b) 71,259 kg + 19,105 kg + 6,088 kg + 13,625 kg
   c) 22,200 kg + 36,487 kg + 9,184 kg + 8,234 kg
   d) 15,370 kg + 3,108 kg + 0,050 kg + 10,637 kg

8. a) 28,32 m + 19,18 m + 33,26 m + 4,72 m
   b) 32,24 m + 53,67 m + 81,58 m + 59,77 m
   c) 6,25 m + 13,48 m + 9,34 m + 0,97 m
   d) 58,70 m + 62,65 m + 94,32 m + 77,76 m

3. Abziehen (Subtraktion) von ganzen Zahlen und Kommazahlen

Übungen im Kopfrechnen

1. Ziehe von jeder Zahl in den Spalten **a** bis **e** jede Zahl der Spalten **A** bis **D** ab! Rechne zeilenweise!

	a	b	c	d	e	A	B	C	D
1	26491	35244	55296	507421	218444	1	20	100	2000
2	18743	37834	67872	318345	337979	2	30	200	3000
3	19822	44583	51338	432507	240513	4	50	500	6000
4	27581	39627	62649	872564	561278	7	60	700	8000
5	17249	41248	56957	708519	100935	9	80	900	9000
6	29563	47856	65979	234072	99624	6	40	300	5000

Schriftliches Rechnen

Schreibe die Zahlen jeder Aufgabe richtig untereinander und ziehe ab!

2. a) 587 — 257
   b) 863 — 423
   c) 425 — 115
   d) 971 — 441
   e) 552 — 232

3. a) 497 — 259
   b) 486 — 367
   c) 634 — 452
   d) 776 — 287
   e) 916 — 188

4. a) 3416 — 1283
   b) 56278 — 33654
   c) 7065 — 542
   d) 42789 — 7427
   e) 6813 — 591

5. a) 15785 — 8638
   b) 27450 — 9687
   c) 98172 — 73659
   d) 189353 — 67769
   e) 35446 — 17523

6. a) 800 — 347
   b) 5000 — 296
   c) 900 — 567
   d) 60000 — 481
   e) 700 — 78

7. a) 2000 — 1463
   b) 3000 — 2571
   c) 8000 — 4354
   d) 6000 — 2149
   e) 7000 — 5218

8. a) 35981 — 16675
   b) 844047 — 465239
   c) 67853 — 39267
   d) 567029 — 482837
   e) 32912 — 6745

9. a) 584391 — 62478
b) 728456 — 453624
c) 65328 — 42466
d) 315471 — 52743
e) 722468 — 246253

10. a) 732,35 DM — 311,18 DM
b) 967,76 DM — 81,97 DM
c) 285,44 DM — 196,57 DM
d) 3948,55 DM — 1684,78 DM
e) 27384,32 DM — 9567,56 DM

11. a) 28,375 kg — 19,918 kg
b) 357,125 kg — 264,873 kg
c) 96,229 kg — 44,835 kg
d) 172,218 kg — 96,453 kg

12. a) 75,61 m — 19,32 m
b) 164,38 m — 96,73 m
c) 245,29 m — 178,34 m
d) 45,56 m — 32,78 m

13. a) 38471 — 1264 — 396 — 4718
b) 52561 — 3548 — 5176 — 541
c) 571396 — 52144 — 6963 — 128479
d) 819099 — 26144 — 47796 — 96723

14. a) 2863,19 DM — 362,45 DM — 428,73 DM — 993,19 DM
b) 6351,43 DM — 478,39 DM — 521,31 DM — 644,56 DM
c) 76000,00 DM — 53718,00 DM — 4291,17 DM — 8422,69 DM
d) 3417,44 DM — 681,39 DM — 527,73 DM — 496,57 DM

4. Malnehmen (Multiplikation)

Übungen im Kopfrechnen

1. a)	120 · 3	b)	760 · 2	c)	1090 · 5	d)	3007 · 4
	460 · 5		307 · 6		1400 · 6		5090 · 2
	209 · 7		990 · 4		2050 · 3		6002 · 9
	508 · 8		607 · 9		4008 · 7		8030 · 8
2. a)	130 · 2	b)	202 · 3	c)	1200 · 2	d)	120 · 3
	190 · 5		405 · 2		1400 · 7		130 · 4
	120 · 9		601 · 8		1600 · 3		140 · 5
	150 · 4		307 · 7		1500 · 6		160 · 6
3. a)	1900 · 5	b)	17000 · 6	c)	22000 · 4	d)	16000 · 7
	1300 · 8		12000 · 9		31000 · 3		19000 · 8
	2400 · 3		15000 · 8		52000 · 8		14000 · 9
	2500 · 4		18000 · 4		35000 · 5		13000 · 6

Schriftliches Rechnen

4. a)	121 · 2	b)	321 · 2	c)	127 · 6	d)	712 · 6
	133 · 3		331 · 3		313 · 7		133 · 7
	215 · 4		521 · 4		125 · 8		512 · 8
	346 · 5		634 · 5		436 · 9		346 · 9

	a)	b)	c)	d)
5.	413 · 20	143 · 50	341 · 70	518 · 30
	324 · 30	234 · 60	423 · 90	426 · 90
	418 · 40	148 · 70	614 · 80	718 · 70
	237 · 30	723 · 30	917 · 30	519 · 50

6. Multipliziere jede Zahl der Tabelle mit 6 (5, 9, 2, 8, 3, 4 und 7)!

	A	B	C	D	E
a	458	4215	23173	12075	5037
b	536	3149	18596	144503	15814
c	147	2833	44263	250063	43497
d	863	7462	56843	607109	541901

	a)	b)	c)	d)
7.	413 · 80	134 · 50	341 · 30	518 · 40
	324 · 50	234 · 90	423 · 60	462 · 90
	481 · 40	184 · 70	641 · 80	781 · 70
	327 · 30	732 · 30	971 · 30	591 · 50

8. a) 247 · 21 b) 891 · 34 c) 473 · 58 d) 265 · 63
e) 758 · 24 f) 939 · 22 g) 384 · 64 h) 320 · 36

9. a) 196 · 11 b) 234 · 73 c) 518 · 95 d) 207 · 82

10. a) 4009 · 35 b) 3705 · 44 c) 6033 · 38 d) 5147 · 65

11. a) 22148 · 14 b) 43037 · 25 c) 37040 · 33 d) 39000 · 84

12. a) 9087 · 74 b) 20107 · 39 c) 45027 · 37 d) 52003 · 31

13. a) 3,07 DM · 3 b) 5,61 DM · 5 c) 6,35 DM · 4 d) 8,62 DM · 8

14. a) 2,21 DM · 43 b) 90,80 DM · 18 c) 3,14 DM · 21 d) 72,02 DM · 34

15. a) 271,30 m · 9 b) 428,37 m · 7 c) 139,45 m · 46 d) 38,21 m · 65

16. a) 526,700 km · 47 b) 125,38 dz · 15 c) 3,791 km · 34 d) 258,1 cm · 23

5. Teilen (Division)

Übungen im Kopfrechnen

	a)	b)	c)	d)
1.	15000 : 3	180 : 2	3090 : 3	8080 : 8
	4200 : 6	4500 : 5	4040 : 4	920 : 4
	350 : 5	64000 : 8	810 : 9	63000 : 7
	5600 : 7	760 : 4	5400 : 9	910 : 7

	a)	b)	c)	d)
2.	580 : 3	340 : 7	350 : 2	700 : 9
	670 : 2	650 : 8	330 : 4	240 : 7
	460 : 6	920 : 7	910 : 5	670 : 5
	540 : 7	810 : 8	600 : 9	440 : 9

Schriftliches Rechnen

	a)	b)	c)	d)
3.	434 : 2	384 : 2	594 : 3	3476 : 2
	348 : 3	564 : 4	826 : 7	8511 : 3
	476 : 4	351 : 3	624 : 6	6424 : 4
	576 : 3	414 : 3	738 : 6	9765 : 9
4.	264 : 6	2493 : 3	48725 : 5	524377 : 7
	252 : 7	3764 : 4	37744 : 8	643792 : 8
	297 : 9	5238 : 6	27336 : 2	746001 : 9
	395 : 5	9583 : 7	19008 : 9	489643 : 7
5.	4,32 DM : 2	6,51 DM : 7	435,75 DM : 7	32,64 DM : 6
	5,40 DM : 6	8,64 DM : 8	736,25 DM : 5	39,63 DM : 3
	3,84 DM : 4	9,75 DM : 5	914,64 DM : 4	17,92 DM : 8
	2,75 DM : 5	8,91 DM : 9	452,13 DM : 3	73,26 DM : 9
6.	1,84 m : 2	3,532 km : 4	6,478 kg : 2	296,480 t : 4
	2,40 m : 8	4,950 km : 6	5,370 kg : 6	137,400 t : 6
	2,64 m : 3	5,760 km : 5	13,750 kg : 5	97,263 t : 9
	2,84 m : 4	5,390 km : 7	26,184 kg : 8	82,584 t : 8
7.	373 : 4	2725 : 2	18362 : 5	141302 : 3
	806 : 6	3641 : 3	25491 : 9	532584 : 5
	591 : 9	4573 : 5	12740 : 6	395600 : 6
	317 : 3	6075 : 6	84048 : 7	292906 : 8

8. Teile die Zahlen der Tabelle durch 3 (2, 4, 8, 7, 5, 6 und 9)!

	A	B	C	D	E
a	767	451	501	489	841
b	4507	8972	6010	3873	4763
c	21496	55381	95716	66234	76295
d	9108	4476	2826	3988	7877

II. Zahl und Ziffer

6. Römische Zahlzeichen

In Inschriften an Bauwerken vieler Städte sowie an vielen Uhren finden wir Zeichen, deren Zusammensetzung wir kennenlernen wollen. So ist am Leipziger Alten Rathaus zu lesen: MDLVI (Abb. 1). Die Abbildung 2 zeigt die Hafeneinfahrt von Lindau im Bodensee mit den Zeichen: MDCCCLVI. An der großen Uhr des wieder aufgebauten Roten Rathauses in Berlin (Abb. 3) sind auch solche Zeichen zu erkennen:

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII.

Es handelt sich dabei um **römische Zahlzeichen.**

Die Römer hatten folgende sieben Zahlzeichen, die gleichzeitig Buchstaben ihres Alphabets waren:

I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
1	5	10	50	100	500	1000

Zahlen wurden in der Weise geschrieben, daß die Römer diese Zahlzeichen nach bestimmten Regeln zusammensetzten. Regeln für die Zahlenschreibweise sind die folgenden:

1) Die Zahlzeichen werden ihrer Größenordnung entsprechend nebeneinandergesetzt, und zwar steht links das Zahlzeichen mit dem größten Wert innerhalb einer Zahl. Die Zeichen

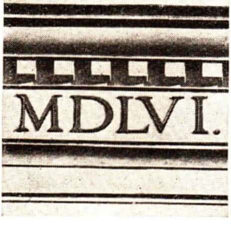


Abb. 1

Abb. 2

werden dabei meistens zusammengezählt, einige auch abgezogen.

2) Die Zeichen I, X, C und M können beim Schreiben anderer Zahlen wiederholt nebeneinandergesetzt werden.

Zum Beispiel:

II bedeutet $1 + 1 = 2$.
XXX bedeutet $10 + 10 + 10 = 30$.
CC bedeutet $100 + 100 = 200$.

Mehr als drei gleiche Zahlzeichen werden im allgemeinen der Übersichtlichkeit wegen nicht nebeneinandergesetzt.

3) Die Zeichen V, L und D werden stets nur einmal in einer Zahl verwendet.

4) Steht eine kleinere Einheit rechts neben einer größeren, so ist sie zu dieser zuzuzählen.

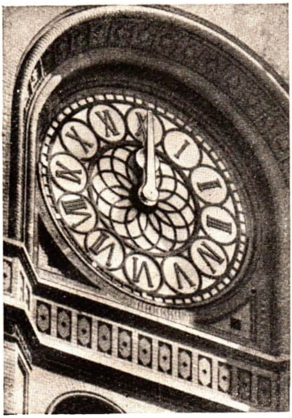


Abb. 3

Zum Beispiel:

VI bedeutet $5 + 1 = 6$.
XII bedeutet $10 + 1 + 1 = 12$.
XXIII bedeutet 23, LXX bedeutet 70, CXVII bedeutet 117.

Erkläre den Aufbau der Zahlen!

5) Steht eine kleinere Einheit links neben einer größeren, so ist sie von dieser abzuziehen. Man zieht jedoch nur die Zeichen I, X, C von einer Zahl ab, die aus einem Zeichen besteht.

Zum Beispiel:

IV bedeutet $5 - 1 = 4$.
IX bedeutet $10 - 1 = 9$.
XIX bedeutet 19, CXC bedeutet 190.

Mit Hilfe dieser Regeln sind wir in der Lage, die Zahlen an den abgebildeten Bauwerken zu lesen. Es handelt sich dabei um Jahreszahlen.

MDLVI bedeutet 1556 (Abb. 1),
MDCCCLVI bedeutet 1856 (Abb. 2).

Lies die auf Seite 12 angegebenen Stundenzahlen an Uhren und erkläre ihren Aufbau!

Aufgaben

1. Lies die folgenden Zahlen!

   a) XX, CCC, V, III, MM, XXX, MMM, CC, C, II

   b) XII, XXIII, VIII, L, XVII, LII, D, LXXXV, CX, CXXIII, CCXVIII, DCLXVI, LXXV, MCCXXII, MDCLXVI

   c) IV, IX, XIX, XL, XLIV, XC, XCIV, CD, CM, CMIL

   d) DCCCXX, LXXVI, DCCCXLIII, MDCCCLXXIX, MCMXLVI
   Schreibe zu d) die Zusammensetzung der Zahlen ausführlich auf, zum Beispiel: XXVI bedeutet $10 + 10 + 5 + 1 = 26$!

2. a) Am Kölner Dom ist MCCXLVIII als das Jahr der Grundsteinlegung und MDCCCLXXX als das Jahr der Vollendung angegeben. Nenne beide Jahreszahlen!

   b) Nenne Gebäude oder Denkmäler deines Wohnortes oder seiner Umgebung, an denen Jahreszahlen in römischen Zahlzeichen stehen! Schreibe diese Zahlen mit unseren Ziffern!

3. Schreibe mit römischen Zahlzeichen

   a) die Zahlen von 11 bis 30;

   b) 17, 38, 267, 573, 855, 1877, 1883, 1899, 1913, 1932, 1951;

   c) 14, 39, 49, 99, 429, 498, 934, 1493, 1906, 1949!

7. Die Zehnerordnung unserer Zahlen

Die römische Zahlenschreibweise war nicht die einzige im Altertum, sondern es gab mehrere Arten. Die Zahlen wurden nach verschiedenen Regeln geschrieben. Viele Völker bildeten die Zahlzeichen aus Buchstaben ihres Alphabets. Andere wiederum, wie zum Beispiel die Ägypter, verwendeten Bilder zur Darstellung von Zahlen (Abb. 4).

Die bei uns heute gebräuchliche Schreibweise von Zahlen und die gebräuchlichen Ziffern stammen von den Indern. Sie verwendeten zum Schreiben von Zahlen zehn verschiedene Zeichen. Neun davon sind Zeichen für die Zahlen 1 bis 9. Das zehnte Zeichen ist das Zeichen für die Null (Abb. 5), das die Inder vor etwa 1500 Jahren erfanden. Dieses Zeichen stand ursprünglich nicht für eine Zahl, sondern diente zum Ausfüllen einer freien Stelle beim Schreiben von Zahlen.

Die zehn Zeichen heißen **Ziffern.**

Die Araber übernahmen die Zahlenschreibweise und die Ziffern der Inder. Durch die Araber, die im 8. Jahrhundert in Spanien eindrangen, wurden die Ziffern und die Zahlenschreibweise in Europa verbreitet. (Die Abb. 6 zeigt westarabische Ziffern.) Hier waren sie dann als **„arabische Ziffern“**

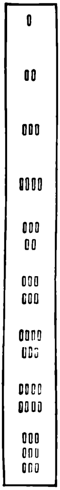


Abb. 4

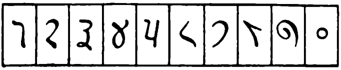


Abb. 5

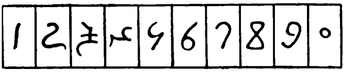


Abb. 6

bekannt, wie sie auch heute noch bezeichnet werden. Die Ziffern und die Zahlenschreibweise bürgerten sich sehr langsam ein, obwohl sich der Vorteil dieser Schreibweise besonders beim Rechnen zeigte.

1) Mit Hilfe der zehn Ziffern konnten die Zahlen in einer neuen Art geschrieben werden, die sich grundsätzlich von der der Römer unterschied. Jede Ziffer hat einen bestimmten **Nennwert.** Er kann 0 sein oder einer der Zahlen 1 bis 9 entsprechen. So enthält die Zahl 15 die Ziffern 1 und 5 mit den Nennwerten 1 und 5.

Jede Ziffer hat aber auch einen bestimmten **Stellenwert** innerhalb des Zahlenaufbaues. Es gibt Stellenwerte verschiedener Stufen. Die am weitesten rechts stehende Ziffer hat den niedrigsten Stellenwert. Das sind die Einer. Die am weitesten links stehende Ziffer hat den höchsten Stellenwert. In der Zahl 15 sind es Zehner. Sie enthält also 1 Zehner und 5 Einer. Dem Stellenwert Zehner folgt der Stellenwert Hunderter.

Die Zahl einhundertfünf enthält ebenfalls die Ziffern 1 und 5, und zwar 1 Hunderter und 5 Einer. Es fehlt der Stellenwert der Zehner. In diese Stelle setzen wir die Ziffer 0 und schreiben 105. Auch die Zahl einhundertfünfzig enthält die Ziffern 1 und 5, und zwar 1 Hunderter und 5 Zehner, aber keinen Einer. Für die fehlenden Einer setzen wir die Null und schreiben 150.

Mit Hilfe der Null können Zahlen deutlich voneinander unterschieden werden. Und darin zeigt sich die Bedeutung der Erfindung der Null durch die Inder.

Auch an anderen Beispielen läßt sich der Vorteil der Zahlenschreibweise mit arabischen Ziffern nachweisen.

Nehmen wir die Zahl 1166. Sie enthält die Ziffern 1 und 6. Die Nennwerte sind 1 und 6. Den höchsten Stellenwert haben die Tausender.
1166 enthält also 1 Tausender, 1 Hunderter, 6 Zehner und 6 Einer. Mit Einern lesen wir die Zahl als eintausendeinhundertsechsundsechzig.
Betrachten wir die einzelnen Stufen des Zahlenaufbaues, so erkennen wir, daß 10 Einheiten einer Stufe eine Einheit der nächsthöheren Stufe bilden.
Das heißt also:

10 Einer (E) bilden einen Zehner (Z),

10 Zehner bilden einen Hunderter (H),

10 Hunderter bilden einen Tausender (T) usw.

Da der Aufbau des Zahlensystems mit den arabischen Ziffern in Zehnerstufen fortschreitet, nennt man es **Zehnersystem** oder **dekadisches Zahlensystem.**
Mit 9 verschiedenen Ziffern und dem Zeichen für die Null kann jetzt jede Zahl mühelos geschrieben werden.

2) Nun können wir noch größere Zahlen bilden.
Bisher haben wir bis zu den Millionen gezählt. Zählen wir weiter, so folgen 100 Millionen, 1000 Millionen. 1000 Millionen nennen wir eine Milliarde (Md).

Stellentafel

Md	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
								1	0
							1	0	0
						1	0	0	0
					1	0	0	0	0

Schreibe die Stellentafel ab, ergänze sie und vergleiche die einzelnen Zehnerstufen!

Beispiele: $10\,E = 1\,Z$,
$1000\,E = 100\,Z = 10\,H = 1\,T$.

a) Schreibe die folgenden Zahlen mit Ziffern! Eintausend, eine Million, eine Milliarde, fünfhundertfünfundfünfzig, dreiundsechzigtausendsechshundertsieben, siebenhundertfünftausendvierhunderteinunddreißig, sechs Millionen fünfundvierzigtausendsechs, drei Millionen zweihundertachtundsechzigtausenddreihundertdreiundsiebzig.
Gib den Nennwert und den Stellenwert der Ziffern in jeder Zahl an!

b) Schreibe die folgenden Zahlen mit arabischen Ziffern und römischen Zahlzeichen!
Sieben, neun, achtzehn, dreiunddreißig, sechsundfünfzig, vierundachtzig, neunundneunzig, zweihundertsieben, sechshundertfünfundvierzig.
Erkläre den Aufbau jeder Zahl nach der entsprechenden Schreibweise!

Beispiele:

vier: $4 = 4$ E; IV bedeutet $5 - 1 = 4$;

siebenundzwanzig: $27 = 2$ Z 7 E;

XXVII bedeutet $10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27$.

Welche der beiden Zahlenschreibweisen ist die einfachere?

3) Wir erweitern die Stellentafel, die wir im 4. Schuljahr kennengelernt haben, bis zur 12. Stufe. Von der 7. Stufe an nach links heißen die Stufen: Million (M), zehn Millionen (ZM), hundert Millionen (HM), Milliarde (Md), zehn Milliarden (ZMd), hundert Milliarden (HMd). Lies die Zahlen in der Stellentafel!

←	HMd	ZMd	Md	HM	ZM	M	HT	ZT	T	H	Z	E
										5	8	3
							3	0	7	4	6	1
				7	8	0	0	3	5	0	7	4
				6	0	0	8	2	0	5	3	1
	6	5	2	0	0	7	5	8	3	2	0	5
	7	0	0	0	7	0	7	0	7	0	0	7
	9	1	0	5	3	0	0	0	4	8	0	0

Die Stellentafel kann nach links ständig erweitert werden. In der 13. Stufe heißt die Einheit Billion (das sind 1000 Milliarden), in der 16. Stufe Billiarde, in der 19. Stufe Trillion. Jeweils nach 3 weiteren Stufen folgt eine entsprechende neue Bezeichnung.

Zusammenfassung: Im Zehnersystem kann man alle Zahlen mit den zehn Ziffern 0 bis 9 schreiben. Jede Ziffer hat einen bestimmten Nennwert und einen Stellenwert; ihr Stellenwert richtet sich nach der Stellung innerhalb einer Zahl.

10 Einheiten eines niederen Stellenwertes bilden eine Einheit des nächsthöheren Stellenwertes. Bezeichnet man die einzelnen Stellenwerte als Zehnerstufen, so kann man auch sagen: 10 Einheiten einer Zehnerstufe bilden eine Einheit der nächsthöheren Stufe. Alle Zahlen sind nach Zehnerstufen aufgebaut. Hat eine Zehnerstufe keinen Nennwert, so wird das durch die Ziffer 0 gekennzeichnet.
Dieser Zahlenaufbau heißt Zehnersystem oder Dekadisches Zahlensystem.

Beachte: Größere Zahlen schreibt man der Übersichtlichkeit wegen grundsätzlich in Dreiergruppen. Man bildet die Gruppen, bei den Einern beginnend, nach links gehend, zum Beispiel 27 384 165.

Aufgaben

1. Zeichne eine Stellentafel der ersten 12 Stufen in das Rechenheft! Schreibe die Ziffer 1 in die erste Spalte rechts! Rücke in der folgenden Zeile eine Stelle weiter nach links und fülle beide Spalten mit einer 1 aus! Rücke in jeder folgenden Zeile eine Stelle weiter nach links bis zur höchsten Stelle und fülle nach rechts die Spalten mit je einer 1 aus! Wie heißen die Zahlen in jeder Zeile? Gib an, ob sich der Nennwert oder der Stellenwert ändert!

2. Zeichne eine gleiche Stellentafel wie in Aufgabe 1! Schreibe die folgenden Zahlen hinein!

   a) 4 T 5 H 7 Z 3 E b) 9 ZT 4 T 5 H 2 E
   c) 8 M 5 HT 4 T 7 Z d) 5 M 4 T 7 H 9 E
   e) 5 M 4 T 3 H 2 E f) 8 ZM 9 M 5 T 3 H
   g) 7 HM 3 ZT 5 E h) 3 Md 4 HM 8 M 6 HT 3 H 2 Z
   i) 2 ZMd 3 M 2 HT k) 9 HMd 7 Md 6 HM 3 ZM 3 HT 1 H 5 E

   Lies die Zahlen!

3. a) Schreibe die Zahlen von Aufgabe 2 ohne Stellentafel!
   b) Wie wird ein fehlender Nennwert gekennzeichnet?
   c) Lies die Zahlen!

4. Schreibe als Zahlen im Zehnersystem

   a) 8 T 5 H 3 Z 4 E, b) 9 ZT 7 Z 5 E, c) 7 HT 3 ZT 5 Z 2 E,
   d) 5 M 3 ZT 2 T 8 Z, e) 12 H 12 Z 12 E, f) 9 H 9 Z 10 E,
   g) eintausendachthundertacht, h) vierundneunzigtausendvier,
   i) sieben Millionen siebentausendsieben,
   k) neunzig Milliarden siebentausend!

5. Die Zahl 567 kann man mit Zehnerstufen verschieden lesen. Sie enthält 567 Einer oder 56 Zehner 7 Einer oder 5 Hunderter 67 Einer oder 5 Hunderter 6 Zehner 7 Einer. Welche dieser Lesarten sind am gebräuchlichsten?
   Lies die folgenden Zahlen mit verschiedenen Zehnerstufen! Gib jedesmal zuletzt die gebräuchlichsten Lesarten an!

   a) 349, 5843, 11418, 297654, 5939484, 8004307, 270060, 9043710;
   b) 2537, 146729, 765483, 2984645, 7355216, 15347825;
   c) 7305, 10835, 60704, 560809, 500302, 1040105;
   d) 64, 39468572, 5000003, 601002400, 3008, 7080005, 509620084;
   e) 43456332, 918500700, 59000089, 5237832456, 450520300000.

6. a) Setze bei 2425 zwischen jede der drei rechtsstehenden Ziffern eine Null! Welche Zahl erhält man? Lies die Zahl!

b) Vertausche bei 2425 die beiden mittleren Ziffern und gib an, welche der beiden Zahlen größer ist!

c) Vertausche bei 2425 die beiden äußeren Ziffern und gib an, welche der beiden Zahlen größer ist!

d) Bilde aus den Ziffern 2, 9, 5 (7, 0, 3, 8) die größte und die kleinste Zahl! Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

e) Vertausche bei 2442 die äußeren und zugleich die mittleren Ziffern! Was fällt bei dieser Aufgabe auf? Bilde andere Zahlen, deren Wert sich beim Vertauschen der Ziffern nicht ändert!

f) Vertausche in 37045 die Ziffern so, daß sich die größte und die kleinste Zahl ergeben!

g) Vertausche in 240083 die Ziffern so, daß die größte und die kleinste Zahl entstehen!

7. Welche Zahl folgt auf 999, 7999, 9099, 899999, 999909, 999099, 990999, 909999, 999999, 5999999, 699999999, 12999999999?

8. Welche Zahl steht vor 1000, 28000, 70000, 100000, 300500, 950000, 26000000, 7100000000, 4560000, 100110111000?

9. Zähle 15 Zahlen vorwärts! Beginne bei 2895, 29996, 499989, 3999992, 150238997! Was stellst du fest?

10. Zähle 15 Zahlen rückwärts! Beginne bei 1104, 70006, 98005, 200007, 1000005, 8500003, 802222999, 120999999609, 5799002!

Zähle in den folgenden Aufgaben bis zur zehnten neuen Zahl!

11. Zähle in Zehnern vorwärts von

a) 23940, b) 128569, c) 301220568!

Zähle in Zehnern rückwärts von

d) 200030, e) 4890047, f) 1298320101!

12. Zähle in Hundertern vorwärts von

a) 87800, b) 579716, c) 123516781!

Zähle in Hundertern rückwärts von

d) 410300, e) 1340259, f) 398729302!

13. Zähle in Tausendern vorwärts von

a) 94000, b) 889000, c) 3095028, d) 7997239, e) 720336229, f) 81220337440, g) 45743!

14. Zähle in Tausendern rückwärts von

a) 10300, b) 1004000, c) 5072500, d) 601038, e) 23874238, f) 1012235446, g) 97403146!

III. Maßeinheiten

8. Geldeinheiten — Münzen und Banknoten

Unsere Geldeinheiten sind die **Deutsche Mark (DM)** der Deutschen Notenbank und der **Pfennig (Pf)**. Eine Deutsche Mark hat 100 Pfennig.

Geldstücke werden **Münzen** genannt. Geldscheine heißen **Banknoten**, die in der Deutschen Demokratischen Republik von der Deutschen Notenbank herausgegeben werden. Auf die Banknoten ist ein bestimmter Geldbetrag oder „Nennwert“ aufgedruckt, zum Beispiel Zwanzig Deutsche Mark, Fünfzig Deutsche Mark, Einhundert Deutsche Mark.

1) Die Arten der Münzen und Banknoten lassen den Aufbau nach dem Zehnersystem erkennen.

Kleinste Einheit:		1 Einpfennigstück
10 Einpfennigstücke	≙	1 Zehnpfennigstück[1])
10 Zehnpfennigstücke	≙	1 Einmarkschein
10 Einmarkscheine	≙	1 Zehnmarkschein
10 Zehnmarkscheine	≙	1 Hundertmarkschein
10 Hundertmarkscheine	≙	1 Tausendmarkschein

Die Abbildung 7 zeigt, wieviel Münzen und wieviel Banknoten von den genannten Sorten zum Bezahlen von 89,76 DM benötigt würden!

2) Zur Erleichterung beim Umgang mit Geld wurden auch

Fünfpfennigstücke, Fünfzigpfennigstücke,
Fünfzigpfennigscheine, Fünfmarkscheine, Fünfzigmarkscheine,
Zweimarkscheine, Zwanzigmarkscheine

geschaffen. Mit Hilfe dieser Münzen und Banknoten können Zahlungen leichter ausgeführt werden, zum Beispiel Lohnzahlungen, Zahlungen bei Einkäufen.

Vergleiche in der Abbildung 8, wieviel Münzen und wieviel Banknoten nun beim Bezahlen von 89,76 DM mindestens benötigt werden!

Es gibt demnach an Münzen

Einpfennigstücke, Zehnpfennigstücke, Fünfpfennigstücke, Fünfzigpfennigstücke

und an Banknoten:

Fünfzigpfennigscheine, Einmarkscheine, Zweimarkscheine, Fünfmarkscheine, Zehnmarkscheine, Zwanzigmarkscheine, Fünfzigmarkscheine, Hundertmarkscheine, Tausendmarkscheine.

---

[1]) Das Zeichen ≙ bedeutet „entsprechen“.

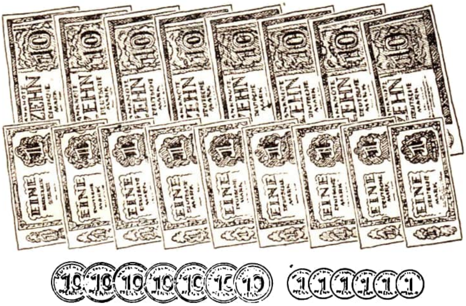


Abb. 7

Abb. 8

3) DM und Pf sind die Benennungen zu einer Zahl, die einen bestimmten Geldbetrag ausdrücken soll, zum Beispiel 12,53 DM oder 84 Pf. Steht hinter einer Zahl eine Benennung, so heißt diese Zahl **benannte Zahl** (vergleiche 3,75 m, 18,250 kg und andere).

Zahlen, die einen Geldbetrag in Deutschen Mark und Pfennigen ausdrücken, schreibt man als Kommazahlen und gibt ihnen die Benennung DM, zum Beispiel 1 DM 25 Pf = 1,25 DM oder 3 DM 5 Pf = 3,05 DM.

Aufgaben

1. a) Wieviel Pfennig sind 2 DM, 5 DM, 7 DM, 8 DM, 10 DM, 14 DM, 19 DM, 20 DM, 46 DM, 85 DM?
   b) Wieviel Deutsche Mark sind 300 Pf, 400 Pf, 600 Pf, 1500 Pf, 1700 Pf, 3100 Pf, 4000 Pf, 5300 Pf?
   c) Wieviel Pfennig sind 1 DM 50 Pf, 2 DM 75 Pf, 4 DM 2 Pf, 6 DM 83 Pf, 8 DM 64 Pf, 9 DM 6 Pf, 10 DM 10 Pf, 16 DM 20 Pf, 24 DM 12 Pf, 50 DM 90 Pf?

d) Wieviel Deutsche Mark und Pfennig sind 234 Pf, 446 Pf, 565 Pf, 627 Pf, 705 Pf, 795 Pf, 970 Pf, 1010 Pf, 1209 Pf, 1505 Pf?

2. a) Schreibe mit der Benennung DM 4 DM 19 Pf, 4 DM 90 Pf, 4 DM 9 Pf, 37 Pf, 42 Pf, 39 Pf, 50 Pf, 9 Pf, 5 Pf!
   b) Was bedeuten 8,30 DM, 6,06 DM, 0,95 DM, 0,07 DM, 0,70 DM?

3. Laß bei der Kommazahl 3,05 DM das Komma weg! Wieviel DM sind es jetzt?
   Wenn es sich um Quittungen oder Zahlungsanweisungen über Geldbeträge (zum Beispiel Postanweisung, Zahlkarte, Scheck) handelt, schreibt man den Betrag nicht nur in Zahlen, sondern auch in Worten aus. Warum geschieht das?

4. Mit welchen Münzen und Banknoten kann ein Betrag von

a)	15,47 DM,	b)	8,74 DM,	c)	13,25 DM,	d)	42,80 DM,
e)	51,53 DM,	f)	2,81 DM,	g)	27,15 DM,	h)	65,58 DM,
i)	102,60 DM,	k)	154,25 DM,	l)	178,07 DM,	m)	260,34 DM

   bezahlt werden, wenn möglichst wenig Münzen und Banknoten verwendet werden sollen? 1. Gib die Mindestzahl von Münzen und Banknoten an! 2. Nenne noch zwei andere Möglichkeiten!

5. Mit einem Fünfmarkschein kauft Hans für a) 1,35 DM, b) 2,76 DM, c) 3,18 DM ein. Welche Münzen und Banknoten müssen herausgegeben werden, wenn deren Anzahl recht klein sein soll?

6. Mit einem Zehnmarkschein kauft Erika an verschiedenen Tagen für a) 2,97 DM, b) 4,33 DM, c) 7,85 DM ein. Welche Münzen und Banknoten können herausgegeben werden, wenn möglichst wenig Münzen und Banknoten verwendet werden sollen? 1. Gib die Mindestzahl von Münzen und Banknoten an! 2. Nenne noch zwei andere Möglichkeiten!

7. Mit einem Zwanzigmarkschein wird für a) 8,37 DM, b) 12,55 DM, c) 15,62 DM eingekauft. Welche Münzen und Banknoten können herausgegeben werden? (Vergleiche Aufgabe 6!)

8. Gib an, auf welche Art du einen Zehnmarkschein in Ein-, Zwei- und Fünfmarkscheine wechseln kannst!

9. Die Geschäfte zahlen täglich ihre Tageseinnahmen bei der Deutschen Notenbank ein. Sie behalten nur einen bestimmten Betrag als Wechselgeld.
   Beim Einzahlen oder Abrechnen eines Geldbetrages wird das Geld vorgezählt. Das geschieht so, daß die Münzen und Banknoten nach ihrer Art sortiert werden. Dann wird die Anzahl jeder Sorte festgestellt und mit dem Wert der betreffenden Banknote oder Münze malgenommen. — Es sind zum Beispiel 5 Fünfzigmarkscheine gezählt worden. Der Wert der Banknote beträgt 50 DM. Der Geldbetrag der 5 Banknoten lautet

über 50 DM · 5 = 250 DM. — Die so errechneten einzelnen Geldbeträge werden zusammengezählt und ergeben den Gesamtbetrag.

Die Leiterin einer HO-Betriebsverkaufsstelle zählt am Abend den Kassenbestand. Sie zählt

5 Fünfzigmarkscheine,
6 Zwanzigmarkscheine,
11 Zehnmarkscheine,
23 Fünfmarkscheine,
137 Zweimarkscheine,
78 Einmarkscheine,
26 Fünfzigpfennigscheine,
45 Fünfzigpfennigstücke,
114 Zehnpfennigstücke,
31 Fünfpfennigstücke,
68 Einpfennigstücke.

Wie groß ist der Kassenbestand?
Welcher Betrag muß bei der Bank eingezahlt werden, wenn 50 DM Wechselgeld in der Kasse verbleiben?

Abb. 9

10. Die Leiterin einer Konsumverkaufsstelle zählt den Kassenbestand nach.

Es sind vorhanden

3 Hundertmarkscheine,
15 Fünfzigmarkscheine,
12 Zwanzigmarkscheine,
44 Zehnmarkscheine,
38 Fünfmarkscheine,
25 Zweimarkscheine,
48 Einmarkscheine,
12 Fünfzigpfennigscheine,
18 Fünfzigpfennigstücke,
96 Zehnpfennigstücke,
52 Fünfpfennigstücke,
34 Einpfennigstücke.

Wie groß ist der Kassenbestand?

11. Viele Münzen werden zum Beispiel in Geschäften oder in der Straßenbahn kassiert. Um das Abrechnen bei der Bank zu erleichtern, verpackt man eine bestimmte Anzahl gleichwertiger Münzen in ein besonders vorbereitetes Papier (Abb. 9), so daß eine Rolle entsteht. Diese Papiere werden von der Bank ausgegeben und tragen als Aufschrift die Art der Münzen und den Betrag.

Es gibt Rollen mit Fünfzigpfennigstücken, Zehnpfennigstücken, Fünfpfennigstücken, Einpfennigstücken

zu je 50 Stück.

a) Gib von jeder dieser Rollen an, wie hoch der darin enthaltene Geldbetrag ist!

b) In einem volkseigenen Betrieb wird die Lohnzahlung vorbereitet. Ein Bote soll 3050 DM in Zehnmarkscheinen, Fünfmarkscheinen, Zweimarkscheinen und Einmarkscheinen sowie in Münzen von der Bank holen.

Er erhält

100 Zehnmarkscheine,	200 Zweimarkscheine,
250 Fünfmarkscheine,	200 Einmarkscheine,

5 Rollen mit Fünfzigpfennigstücken zu je 50 Stück,
13 Rollen mit Zehnpfennigstücken zu je 50 Stück,
3 Rollen mit Fünfpfennigstücken zu je 50 Stück,
5 Rollen mit Einpfennigstücken zu je 50 Stück.

Prüfe, ob der Betrag stimmt!

12. Wechsle einen Fünfzigmarkschein in Geldrollen mit
a) Zehnpfennigstücken und b) Fünfpfennigstücken um!
c) Wie kannst du den Fünfzigmarkschein in Rollen mit Zehnpfennig- und Fünfpfennigstücken wechseln?
d) Gib 5 Möglichkeiten für das Wechseln eines Fünfzigmarkscheines in Banknoten an!

13. Wieviel a) Einpfennigstücke, b) Fünfpfennigstücke, c) Zehnpfennigstücke, d) Fünfzigpfennigstücke müßte man haben, um sie in einen Fünfzigmarkschein umzuwechseln?

14. Banknoten faßt man in Bündeln zusammen, um auch sie leichter zählen und besser befördern zu können. Jedes Bündel von Banknoten wird mit einem Streifband versehen, auf dem der Gesamtbetrag und die Art der Banknoten aufgedruckt sind (Abb. 10). Es gibt Bündel mit

Hundertmarkscheinen	zu 50 Stück,
Fünfzigmarkscheinen	zu 100 Stück,
Zwanzigmarkscheinen	zu 50 Stück,
Zehnmarkscheinen	zu 50 Stück,
Fünfmarkscheinen	zu 100 Stück,
Zweimarkscheinen	zu 50 Stück,
Einmarkscheinen	zu 100 Stück,
Fünfzigpfennigscheinen	zu 100 Stück.

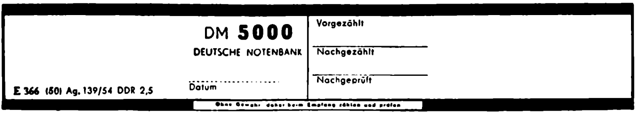


Abb. 10

a) Stelle fest, wieviel Mark die einzelnen Geldbündel enthalten!

b) Der Buchhalter einer Maschinen-Traktoren-Station (MTS) holt am Tage der Lohnzahlung bei einer Zweigstelle der Deutschen Notenbank Bargeld ab.

Er erhält

2 Bündel mit Zehnmarkscheinen,
1 Bündel mit Fünfmarkscheinen,
1 Bündel mit Zweimarkscheinen,
33 Einmarkscheine,
14 Fünfzigpfennigscheine,
1 Rolle mit Zehnpfennigstücken und
13 Einpfennigstücke.

Wieviel Geld hat der Buchhalter insgesamt abgeholt?

15. Für die Stipendienzahlung an einer Hochschule werden von der Deutschen Notenbank abgehoben

10000 DM in Hundertmarkscheinen,
30000 DM in Fünfzigmarkscheinen,
5000 DM in Zwanzigmarkscheinen,
4000 DM in Zehnmarkscheinen,
1000 DM in Fünfmarkscheinen,
1000 DM in Zweimarkscheinen,
500 DM in Einmarkscheinen,
100 DM in Fünfzigpfennigscheinen.

a) Welcher Betrag wurde insgesamt abgehoben?

b) Wieviel Scheine sind von jeder Sorte vorhanden?

16. Bei einer Sammlung für die Volkssolidarität wurden in den Sammelbüchsen einer Stadt gezählt

13617,50 DM in Fünfzigpfennigstücken,
12428,30 DM in Zehnpfennigstücken,
9215,85 DM in Fünfpfennigstücken,
591,37 DM in Einpfennigstücken.

a) Wie groß war der Gesamtbetrag?

b) Wieviel Münzen von jeder Sorte waren vorhanden?

c) Wieviel Rollen konnten gepackt werden, wenn Fünfzigpfennigstücke zu 25 DM, Zehnpfennigstücke zu 5 DM, Fünfpfennigstücke zu 2,50 DM und Einpfennigstücke zu 0,50 DM gerollt werden sollten?

d) Wieviel Münzen von den einzelnen Sorten blieben nach dem Rollen übrig?

9. Längenmaße

Früher, vor mehr als hundert Jahren, wurden in den einzelnen Ländern verschiedene Längenmaße benutzt. Sie waren häufig vom menschlichen Körper hergeleitet, wie Elle, Fuß, Schritt, Spanne, Zoll. Sie waren außerdem in jedem Land anders festgelegt. Die Vielfalt der Maße behinderte den sich stärker entwickelnden Handel und Verkehr. Es bestand das Bedürfnis nach einem unveränderlichen, aus der Natur hergeleiteten Maß.

So wurde von der französischen Nationalversammlung im Jahre 1791 nach der französischen bürgerlichen Revolution die Länge eines neuen Maßes, des Meters, festgelegt. Dieses Maß wurde vom Erdumfang, der ungefähr 40millionenmal so groß ist, hergeleitet. Es wurde ein Urmeter (Abb. 11) hergestellt, das in Paris aufbewahrt wird. Vertreter der Regierungen vieler Länder beschlossen auf einer Konferenz im Jahre 1872, die bis dahin geltenden unterschiedlichen Längenmaße durch das **Meter** zu ersetzen. Diesen Beschluß nennt man Meterkonvention. Die Länder, die sich der Übereinkunft anschlossen, erhielten eine Nachbildung des Urmeters. Heute ist das Meter in den meisten Ländern der Erde das gesetzliche Längenmaß. Auch in Deutschland wurde 1872 das Meter als gesetzliches Längenmaß bestimmt.

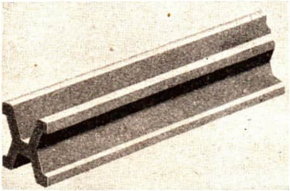


Abb. 11

1) Im Gegensatz zu den früheren unterschiedlichen Längenmaßen sind unsere heute gültigen Längenmaße nach dem Zehnersystem aufgebaut.

Die Zehnerstufen der Längenmaße sind

1 km = 1000 m,

$$1\ \text{m} = 10\ \text{dm} = 100\ \text{cm} = 1000\ \text{mm},$$
$$1\ \text{dm} = 10\ \text{cm} = 100\ \text{mm},$$
$$1\ \text{cm} = 10\ \text{mm}.$$

km ist die Abkürzung für Kilometer (eintausend Meter),
dm ist die Abkürzung für Dezimeter (ein zehntel Meter),
cm ist die Abkürzung für Zentimeter (ein hundertstel Meter),
mm ist die Abkürzung für Millimeter (ein tausendstel Meter).

2) Zahlen, die verschiedene Längenmaße ausdrücken, schreibt man als Kommazahlen. Ihnen gibt man die Benennung der größten darin enthaltenen Längeneinheit, zum Beispiel

3 m 6 dm = 3,6 m,	6 m 15 mm = 6,015 m,
5 m 27 cm = 5,27 m,	7 km 341 m = 7,341 km.

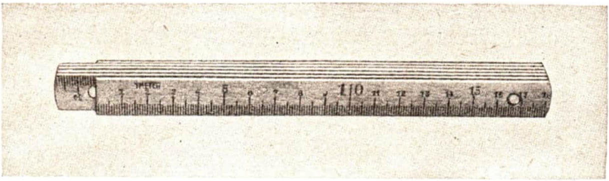


Abb. 12

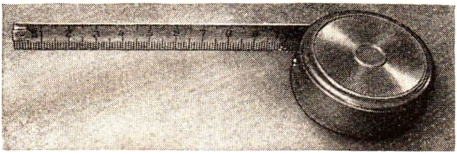


Abb. 13

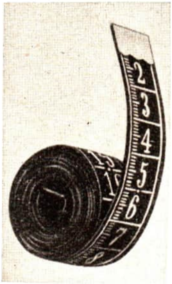


Abb. 14

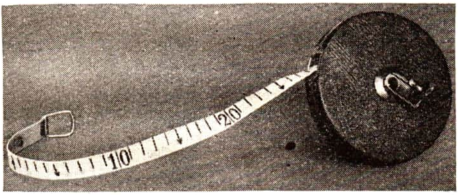


Abb. 15

3) Längen werden mit dem Metermaß gemessen. Das Metermaß wird in verschiedenen Ausführungen benutzt.

a) Der Gliedermaßstab (Abb. 12) und b) das kleine Stahlbandmaß (Abb. 13) werden zum Beispiel von Tischlern und Zimmerleuten gebraucht.

c) Das Schneiderbandmaß (Abb. 14) benutzt der Schneider.

d) Das Landmesserbandmaß (Abb. 15) wird bei Landvermessungen und beim Sport verwendet.

Nenne weitere Ausführungen des Metermaßes und ihre Verwendungsmöglichkeiten!

Aufgaben

1. a) Beschreibe die Einteilung auf den Metermaßen!
   b) Miß an der Wandtafel eine Länge von 1 m, 4 dm, 56 cm ab!
   c) Miß an der Wand des Schulhauses eine Länge von 10 m ab!

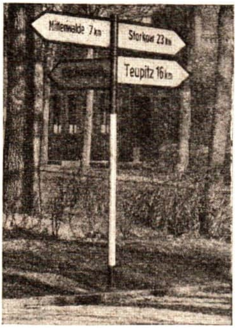


Abb. 16

Abb. 17

Abb. 18

2. a) Beschreibe, wie Entfernungen an Kreuzungen von Landstraßen angegeben werden (Abb. 16)!

b) Gib an, wie Entfernungen an Landstraßen gekennzeichnet sind! (Abb. 17 und 18 zeigen einen Kilometerstein an einer Autobahn und einen Stein, auf dem noch ein altes Maß angegeben ist.)

3. a) Verwandle in Zentimeter 4 m, 6 m, 11 m, 16 m, 29 m, 50 m, 69 m, 84 m, 103 m, 200 m, 804 m!

b) Wieviel Meter sind 300 cm, 600 cm, 800 cm, 1 900 cm, 2 000 cm, 4 500 cm, 7 000 cm, 10 000 cm?

c) Wieviel Zentimeter sind 3 m 25 cm, 5 m 36 cm, 22 m 22 cm, 39 m 40 cm, 50 m 60 cm, 18 m 8 cm, 76 m 2 cm, 8 m 1 cm, 42 m 4 cm, 4 m 40 cm?

d) Wieviel Meter und Zentimeter sind 192 cm, 321 cm, 1054 cm, 970 cm, 2010 cm, 6805 cm, 7007 cm, 485 cm, 6020 cm?

e) Was bedeuten 9,17 m, 2,50 m, 3,08 m, 0,26 m, 0,40 m, 0,4 m, 6,7 m, 5,9 m, 0,7 m, 3,7 cm, 2,5 cm, 0,2 cm, 0,9 cm?

f) Wie lassen sich die folgenden Längen als Meter schreiben: 15 m 5 cm, 4 m 56 cm, 7 m 90 cm, 3 m 8 cm, 1 m 9 cm, 93 cm, 60 cm, 6 cm?

g) Verwandle in Zentimeter 2,73 m, 42,40 m, 60,06 m, 0,56 m, 0,03 m!

4. a) Wieviel Dezimeter sind 2 cm, 5 cm, 8 cm, 18 cm, 27 cm, 39 cm, 50 cm, 100 cm, 328 cm?

b) Wieviel Meter sind 25 cm, 30 cm, 54 cm, 70 cm, 100 cm, 180 cm, 450 cm, 700 cm, 1080 cm, 2500 cm?

5. a) Wieviel Meter und Millimeter sind 6000 mm, 8500 mm, 12000 mm, 18000 mm, 39000 mm, 2700 mm, 2080 mm, 4072 mm, 3070 mm, 5357 mm, 6030 mm, 9005 mm?
   b) Schreibe als Meter 1 m 513 mm, 3 m 158 mm, 3 m 48 mm, 4 m 26 mm, 18 m 18 mm, 40 m 30 mm, 50 m 7 mm, 876 mm!

6. a) Verwandle in Zentimeter 20 mm, 50 mm, 75 mm, 80 mm, 100 mm, 270 mm, 950 mm!
   b) Schreibe als Millimeter 1 cm, 6 cm, 9 cm, 15 cm, 27 cm, 34 cm, 46 cm, 53 cm, 75 cm!
   c) Wieviel Millimeter sind 5,8 cm, 14,9 cm, 26,7 cm, 0,4 cm, 32,8 cm, 55,4 cm, 76,3 cm, 0,7 cm, 84,2 cm?

7. a) Verwandle in Meter 1 km, 3 km, 5 km, 7 km, 10 km, 30 km, 37 km, 98 km, 100 km, 510 km, 807 km!
   b) Wieviel Kilometer und Meter sind 2184 m, 3090 m, 5140 m, 7205 m, 9780 m, 12005 m, 80060 m, 40072 m, 90009 m, 100000 m?
   c) Schreibe als Kilometer 3540 m, 17329 m, 80060 m, 30070 m, 45008 m, 9 km 576 m, 439 km 95 m, 18 km 9 m, 376 m, 69 km 8 m!
   d) Wieviel Meter sind 3,148 km, 5,406 km, 21,080 km, 439,009 km, 38,800 km, 5,8 km, 21,6 km, 0,346 km, 0,048 km, 0,5 km?

8. a) Schreibe als Meter 460 cm, 845 mm, 3954 cm, 38 mm, 3400 mm, 25 dm, 9 dm, 268 cm!
   b) Verwandle in Millimeter 3,25 dm, 4,08 dm, 26,14 dm, 0,17 dm, 0,07 dm, 18,03 dm, 54,26 dm, 5,01 dm!

9. Fertige eine Stellentafel an, in die du die Zehnerstufen unserer Längenmaße einträgst! Beginne rechts mit den Millimetern und trage nach links die anderen Maße ein! Schreibe in die Millimeterspalte 1! Fülle in jeder Zeile eine Spalte mehr nach links mit 1 aus! Lies die Zahlen und gib ihnen die entsprechenden Benennungen!
   Vergleiche diese Stellentafel mit der Stellentafel des Zehnersystems! Was stellst du fest?

10. a) Schätze die Länge der beiden in Abbildung 19 gezeichneten Strecken und prüfe durch Messen mit dem Lineal die Genauigkeit der Schätzung!
   b) Zeichne in gleicher Lage zwei Strecken! Schätze ihre Länge und kontrolliere deine Schätzung durch Nachmessen! Beachte: Waagerechte Strecken schätzt man häufig zu kurz, senkrechte zu lang. Man kann sich also auf das Augenmaß nicht verlassen.

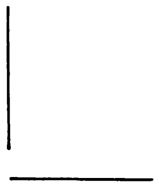


Abb. 19

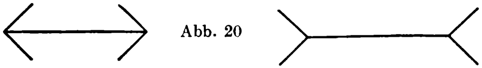


Abb. 20

11. Welche der beiden Strecken in Abbildung 20 ist länger? Schätze und kontrolliere durch Messen!

12. Zeichne nach Augenmaß Strecken, die 1 cm, 5 cm, 20 cm, 50 cm lang sein sollen! Miß mit dem Metermaß nach und vergleiche!

13. Schätze Länge und Breite **a)** des Rechenheftes, **b)** des Lesebuches! Kontrolliere die Schätzungen durch Nachmessen!

14. Schätze im Klassenzimmer Höhe und Breite der Tür, eines Fensters, der Tafel, der Bank, des Pultes, eines Bildes! Bestimme die Maße mit einem Gliedermaßstab und vergleiche die geschätzten mit den gemessenen Größen!

15. Man hat nicht immer ein Metermaß zur Hand; darum muß man behelfsmäßige Maße kennen. Miß

a) die Breite des Daumens,

b) die Länge des letzten Daumengliedes,

c) die Spannweite der Hand,

d) die Spannweite der Arme (Klafterweite),

e) die Länge des Unterarmknochens (Elle) vom Ellenbogen bis zum Handgelenk!

f) Zeichne die folgende Tafel in dein Heft und trage die gefundenen Zahlen in die entsprechenden Spalten ein!

Daumen- breite	Länge des letzten Daumengliedes	Spannweite der Hand	Spannweite der Arme	Länge der Elle

16. Stelle an einer Strecke von 1 km Länge fest, wieviel Schritte dieser Länge entsprechen!

17. Schätze die Länge deines Schulweges! Prüfe mit der Schrittlänge nach!

18. Von Halle bis Warschau sind es ungefähr 1 Million Schritte von je 80 cm Länge. **a)** Wieviel Meter, **b)** wieviel Kilometer sind das? **c)** Wieviel Tage brauchte man, wenn man täglich 30 km gehen würde?

19. Wieviel Kilometer ergeben eine Milliarde Millimeter?

10. Kilogramm — Gramm

In fast allen Ländern der Erde werden Warenmengen in **Kilogramm** gemessen.

Auch das Kilogramm wurde durch die französische Nationalversammlung im Jahre 1791 festgesetzt. In Deutschland wurde das Kilogramm wie das Meter im Jahre 1872 eingeführt.

1) Neben dem Kilogramm gibt es die Tonne, den Doppelzentner, das Gramm.

Sie sind in Zehnerstufen wie folgt aufgebaut:

$$1\ \mathrm{t} = 10\ \mathrm{dz} = 1000\ \mathrm{kg},$$
$$1\ \mathrm{dz} = 100\ \mathrm{kg},$$
$$1\ \mathrm{kg} = 1000\ \mathrm{g}.$$

t ist die Abkürzung für Tonne,
dz ist die Abkürzung für Doppelzentner (für Doppelzentner sagt man auch „Dezitonne", Abkürzung dt),
kg ist die Abkürzung für Kilogramm (tausend Gramm).

Dieser Aufbau in Zehnerstufen ist ein großer Vorzug gegenüber den bis dahin gültigen, sehr unterschiedlichen Gewichtsmaßen.

2) Neben diesen allgemein gebräuchlichen Einheiten gibt es noch solche, die kleiner sind als ein Gramm. Sie werden zum genauen Wiegen von sehr kleinen Mengen verwendet, wie sie zum Beispiel von Chemikern und Apothekern benötigt werden. Solche Einheiten sind

das Dezigramm, Abkürzung dg (ein zehntel Gramm),
das Zentigramm, Abkürzung cg (ein hundertstel Gramm),
das Milligramm, Abkürzung mg (ein tausendstel Gramm).

3) Auch Tonne, Doppelzentner, Kilogramm, Gramm usw. schreibt man als **Kommazahlen.**

$$1\ \mathrm{t}\ 895\ \mathrm{kg} = 1{,}895\ \mathrm{t}$$
$$3\ \mathrm{kg}\ 85\ \mathrm{g} = 3{,}085\ \mathrm{kg}$$

4) Gegenstände können auf verschiedenen Arten von Waagen gewogen werden.

In den meisten Geschäften wird die Zeigerwaage (Abb. 21) gebraucht. An ihr kann schnell und

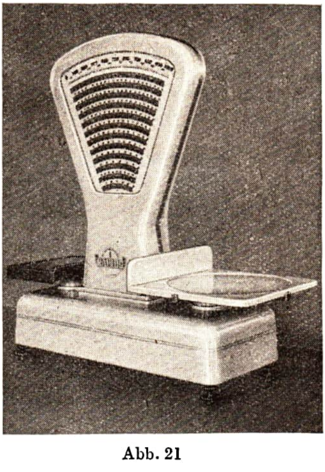


Abb. 21

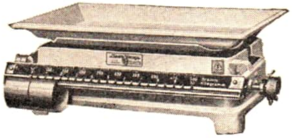


Abb. 22

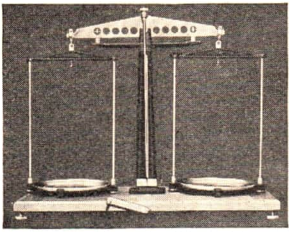


Abb. 23

sicher das Gewicht abgelesen werden. Ferner ist es möglich, gleichzeitig den Preis mit abzulesen. Die Beilage zeigt die Skala einer solchen Zeigerwaage. Die in der Abbildung 22 gezeigte Neigungswaage mit Laufgewicht ist in vielen Haushaltungen zu finden. Auf ihr können Gegenstände bis zu 6,5 kg gewogen werden. Die Balkenwaage (Abb. 23) dient in Laboratorien und Apotheken zum Wiegen von sehr kleinen Mengen. Dazu werden besondere Feingewichte (Abb. 24) gebraucht. Neben den abgebildeten gibt es noch andere Arten von Waagen, an denen man das Gewicht durch Aufsetzen von Gewichtsstücken (Abb. 25) bestimmt.

Wagenladungen werden auf „amtlichen Waagen" gewogen (Abb. 26). Über das Gewicht wird dann ein Wiegeschein ausgestellt. Um das auch im Bahnverkehr notwendige amtliche Wiegen zu erleichtern, stehen an jedem Eisenbahnwagen sein Eigengewicht und die Tragfähigkeit.

Alle im Gebrauch befindlichen Waagen und Gewichtsstücke sind auf das 1791 festgesetzte Kilogramm abgestimmt. Das ist möglich, weil es in Deutschland seit 1872 eine Nachbildung des in Frankreich aufbewahrten Kilogramms gibt. Solche amtlich überprüften Waagen und Gewichtsstücke sind geeicht worden. Sie erhalten einen amtlichen Eichstempel.

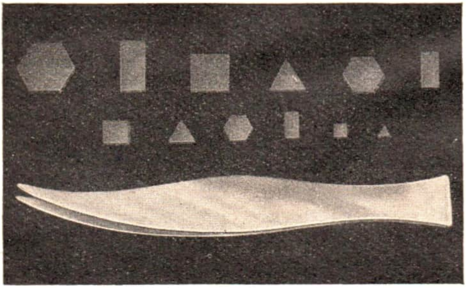


Abb. 24

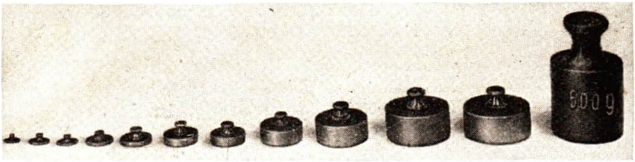


Abb. 25

Aufgaben

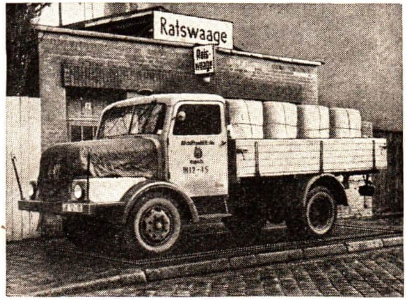


Abb. 26

1. a) Wieviel Gramm sind 8,432 kg, 30,089 kg, 5,700 kg, 10,009 kg, 0,084 kg, 46,705 kg, 11 275 kg, 1,050 kg?

b) Schreibe als Kilogramm 4591 g, 18072 g, 9 g, 564 g, 38 g, 439 g!

2. a) Verwandle in Kilogramm 5 t, 28 t, 80t, 42 t, 4 t 369 kg, 30 t 80 kg, 2 t 5 kg, 14 t 36 kg!

b) Verwandle in Tonnen und Kilogramm 8000 kg, 46000 kg, 29448 kg, 30086 kg, 550380 kg, 600003 kg, 984 kg, 7846 kg, 93175 kg, 7005 kg!

c) Wieviel Kilogramm sind 5,638 t, 35,908 t, 68,056 t, 8,006 t, 0,490 t, 0,003 t?

d) Schreibe als Tonnen 46351 kg, 380480 kg, 9 t 571 kg, 20 t 70 kg, 380 t 9 kg, 594 kg, 76 kg, 8 kg, 7 t 23 kg, 409 kg, 5 t 5 kg!

3. a) Verwandle in Doppelzentner 38 kg, 17 kg, 543 t, 6,5 t, 94,4 kg, 54 t 75 kg, 15430 kg, 78584 kg, 29 t 542 kg!

b) Wieviel Kilogramm sind 2 dz, 14 dz, 7 dz, 56 dz, 12 dz 56 kg, 3 dz 78 kg, 26 dz 32 kg?

c) Verwandle zunächst in Doppelzentner und dann in Kilogramm 7 t, 357 t, 12 t, 28 t, 8 t 8 dz, 15 t 4 dz, 12 t 3 dz, 60 t 6 dz, 24 t 9 dz!

4. a) Wieviel Gramm sind 1 kg, 1 t, 7 kg, 70 kg, 15 kg, 29 kg, 114 kg?

b) Wieviel Kilogramm sind 480 t, 560000 g, 49000 g, 384 t, 209 t, 843000 g?

c) Verwandle in Milligramm 3 kg, 5 kg, 1 kg 654 g, 5 kg 60 g, 4 kg 631 g 542 mg, 507 g 6 mg, 80 g 901 mg, 7 g 7 mg!

5. Überlege, ob man mit dem Gewichtssatz (Abb. 25) alle Gewichte bis 1 000 g zusammenstellen kann!

6. Schätze, wie schwer das Lesebuch, das Mathematiklehrbuch, ein Heft ist! Schätze das Gewicht deiner Schultasche, wenn sie leer und wenn sie gefüllt ist! Prüfe mit einer Waage nach!

7. Schätze, welche Anzahl a) Bohnen, b) Erbsen, c) Murmeln etwa 50 g wiegt! Prüfe durch Wiegen nach!

8. In Kochbüchern sind häufig Angaben zu finden wie a) ein Eßlöffel Salz, b) ein Eßlöffel Zucker, c) ein gehäufter Eßlöffel Mehl. Bestimme die Gewichte dieser Mengen!

9. Schätze das Gewicht folgender Gegenstände: eines Blattes Papier, eines Briefes mit Umschlag, einer Postkarte, eines Bleistiftes, eines Federhalters, einer Stahlfeder, einer Streichholzschachtel, gefüllt und leer, eines Taschenmessers!
Benutze zum Nachwiegen eine Briefwaage!

10. Neben den genannten Waagen finden wir beim Kohlen- oder Kartoffelhändler eine Waage, mit der große Mengen gewogen werden, die Dezimalwaage. Will man mit einer Dezimalwaage wiegen, so entspricht 1 kg auf der Gewichtsschale 10 kg des zu wiegenden Gegenstandes.
    a) Auf der Dezimalwaage werden 50 kg Kartoffeln oder Kohlen gewogen. Welches Gewichtsstück steht auf der Gewichtsschale?
    b) Gib die Gewichtsstücke an, die auf der Gewichtsschale stehen müssen, wenn 15, 25, 40, 85, 100 kg gewogen werden sollen!
    c) Auf der Gewichtsschale stehen 350 g, 800 g, 1 kg 400 g, 3 kg 500 g, 4 kg 500 g. Welche Mengen werden auf der Dezimalwaage gewogen?

11. In einem FDGB-Heim steht auf der Speisekarte, daß als Abendverpflegung jeder Urlauber 65 g Wurst, 75 g Fleischsalat, 80 g Käse und 40 g Butter erhält. Wieviel Kilogramm Wurst, Fleischsalat, Käse und Butter mußten bereitgestellt werden, wenn 247 Personen verpflegt werden sollten?

12. Stelle fest, wieviel Weizenkörner (Reiskörner) 10 g wiegen! Errechne, wieviel Weizenkörner (Reiskörner) etwa auf 1 dz entfallen!

11. Zeitmaße

1) Die großen Zeitmaße sind das Jahr (J.), der Monat (Mon.), die Woche (Wo.) und der Tag (Tg.). Die Dauer des Jahres, des Monats und des Tages sind durch den Lauf der Erde und des Mondes bestimmt. In einem Jahr umkreist die Erde die Sonne und ungefähr in einem Monat der Mond die Erde. Die Erde dreht sich an einem Tag einmal um ihre Achse.

a) Der Lauf der Erde um die Sonne, der der Kalenderberechnung zugrunde liegt, dauert etwas länger als 365 Tage. Der Unterschied, der nach vier Jahren fast einen Tag beträgt, wird durch Schaltjahre ausgeglichen. Deshalb hat jedes vierte Jahr, das Schaltjahr, 366 Tage. In dem Schaltjahr hat der Februar 29 Tage.

b) Lies vom Kalender ab, nach wieviel Tagen immer wieder Vollmond ist! Du erkennst, daß die Dauer des Monats annähernd dem Lauf des Mondes um die Erde entspricht, aber nicht mit ihm übereinstimmt.

Die Monate mit ihren Abkürzungen und ihrer Dauer sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

Name	Abkürzung	Dauer	Name	Abkürzung	Dauer
Januar	Jan.	31 Tage	Juli	Juli	31 Tage
Februar	Febr.	28 (29) Tage	August	Aug.	31 Tage
März	März	31 Tage	September	Sept.	30 Tage
April	Apr.	30 Tage	Oktober	Okt.	31 Tage
Mai	Mai	31 Tage	November	Nov.	30 Tage
Juni	Juni	30 Tage	Dezember	Dez.	31 Tage

Im Wirtschaftsleben werden das Jahr oft zu 360 Tg. und der Monat zu 30 Tg. gerechnet.

Bei der Angabe des Datums werden in den meisten Fällen die Monate durch die Zahl genannt, die der Reihenfolge der Monate im Ablauf des Jahres entspricht. Die Zahl wird mit arabischen Ziffern geschrieben, zum Beispiel für den 20. April 1954 kurz 20. 4. 1954.

c) Auch die Woche ist ein Zeitmaß. Sie hat 7 Tage.
Für die Namen der Wochentage sind ebenfalls Abkürzungen eingeführt.

Wochentag	Abkürzung	Wochentag	Abkürzung
Sonntag	So	Donnerstag	Do
Montag	Mo	Freitag	Fr
Dienstag	Di	Sonnabend oder Samstag	Sa
Mittwoch	Mi		

2) Die kleineren Zeitmaße sind Teile des Tages.

Der Tag wird in 24 Stunden (Abkürzung Std.) eingeteilt. Jede Stunde hat 60 Minuten (Abkürzung Min.) und jede Minute 60 Sekunden (Abkürzung Sek.).

Die kleineren Zeitmaße werden mit der Uhr gemessen. Uhren haben Stunden-, Minuten- und Sekundenzeiger. Letztere finden wir zum Beispiel an

Abb. 27

Abb. 28

Armband- und Taschenuhren (Abb. 27). Um ein sorgfältiges Messen der Zeit vornehmen zu können, muß man die Uhren ständig auf ihre Genauigkeit überprüfen.

Durch den Rundfunk wird die genaue Uhrzeit vermittelt und mit vollen Stunden und Minuten, auch oft mit Sekunden, angesagt.

Eine Vorstellung von der sehr kurzen Zeitdauer einer Sekunde erhält man, wenn man nach einer Uhr mit Sekundenzeiger bei jeder Sekunde auf den Tisch klopft und um eins weiterzählt. Beim Photographieren zählt man die Belichtungszeit in Sekunden mit „ein-und-zwan-zig, zwei-und-zwan-zig“ usw. aus.

Zähle von 21 bis 30 nach dem Sekundenzeiger einer Uhr so, daß du in 10 Sekunden die zehn Zahlen ausgesprochen hast! Präge dir die Sprechweise ein!

Vielfach finden wir Pendeluhren. Stelle dir ein solches Pendel her, indem du an einem Faden einen Stein oder ein Gewichtsstück befestigst und den Faden durch Probieren so lang machst, daß das Pendel in 2 Sek. einmal hin- und hergeschwungen ist. Miß die Länge des Fadens!

Auf ein sorgfältiges Messen der Zeit kommt es besonders beim Bewerten sportlicher Leistungen an, da das oft in sehr kleinen Zeiteinheiten vorgenommen werden muß. Dafür gibt es eine besondere Uhr, die Stoppuhr (Abb. 28).

3) Für Zeitangaben gibt es eine besondere Schreibweise. Wir lesen in den Fahrplänen der Deutschen Reichsbahn, der Straßenbahnen oder der Autobuslinien, daß ein Zug, eine Straßenbahn oder ein Autobus 12.25 abfährt. Man spricht diese Zeitangabe als 12 Uhr 25 Minuten oder kürzer als 12 Uhr 25. In Fahrplänen werden die Bezeichnungen für die Zeitmaße fortgelassen und Stunden von Minuten durch einen **Punkt** getrennt.

Um Irrtümer zwischen Stundenangaben für den Vormittag und den Nachmittag auszuschließen, werden die Stunden des Tages von 1 bis 24 gezählt. Wir sprechen also nicht von 1 Uhr mittags, sondern von 13 Uhr.

Aufgaben

1. Zähle die Monate mit **a)** 30, **b)** 31 Tagen auf!

2. Schreibe die folgenden Daten in kurzer Form!
   a) 19. September 1955 **b)** 29. Februar 1956 **c)** 21. April 1956
   d) 1. Juli 1956 **e)** 18. August 1956 **f)** 24. Dezember 1955

3. Was verstehen wir unter den Kurzformen
   a) 6. 2. 1956, b) 15. 3. 1956, c) 1. 5. 1956,
   d) 18. 9. 1955, e) 25. 8. 1956, f) 31. 10. 1955?

4. a) Wieviel Tage hat eine Woche?
   b) Wieviel Wochen gehören zu einem Jahr?

5. Rechne den Monat zu 30 Tagen und das Jahr zu 360 Tagen!
   a) Wieviel Tage sind 3 Mon., 4 Mon., 6 Mon., 7 Mon., 11 Mon., $7\frac{1}{2}$ Mon., 12 Mon.?
   b) Wieviel Tage sind 2 J., 5 J., 9 J., 7 J., 4 J., $1\frac{1}{2}$ J., $2\frac{1}{4}$ J.?
   c) Wieviel Tage sind 4 Wo., 7 Wo., 3 Wo., 9 Wo., 12 Wo., 15 Wo., 11 Wo.?

6. a) Wieviel Monate sind 90 Tg., 150 Tg., 60 Tg., 240 Tg., 300 Tg., 180 Tg., 75 Tg.?
   b) Wieviel Jahre sind 24 Mon., 48 Mon., 60 Mon., 18 Mon., 72 Mon., 36 Mon., 95 Mon.?
   c) Wieviel Jahre sind 180 Tg., 720 Tg., 540 Tg., 1 440 Tg., 900 Tg.?

7. Zähle während einer Minute nach dem Sekundenzeiger einer Uhr die Puls- oder Herzschläge!

8. Schreibe einige Ankunfts- und Abfahrtszeiten a) der Züge des Bahnhofs in deinem Wohnort, b) die Abfahrtszeiten einiger Straßenbahnen von Endhaltestellen, c) die Abfahrtszeiten eines Kraftomnibusses von der nächstgelegenen Haltestelle auf!

9. Wo stehen der große und der kleine Zeiger um
   a) 12.00, 12.05, 12.10, 15.15, 17.45, 21.00, 22.30, 23.15, 23.45;
   b) 1.15, 2.35, 5.35, 7.20, 0.26, 16.15, 20.15, 0.13, 6.30?

10. Welche Zeit zeigt die Uhr,
   a) wenn der große Zeiger auf 3, der kleine wenig nach 1 steht,
   b) wenn der große Zeiger auf 4, der kleine zwischen 2 und 3 steht,
   c) wenn der große Zeiger auf 7, der kleine zwischen 4 und 5 steht?

11. a) Wieviel Stunden sind 3 Tg., 4 Tg., 5 Tg., $2\frac{1}{2}$ Tg., $3\frac{1}{2}$ Tg., $1\frac{1}{2}$ Tg., 2 Tg.?
   b) Wieviel Minuten sind 4 Std., 7 Std., 3 Std., $2\frac{1}{2}$ Std., $3\frac{1}{2}$ Std., 5 Std.?
   c) Wieviel Sekunden sind 2 Min., 12 Min., 7 Min., 5 Min., $8\frac{1}{2}$ Min., $3\frac{1}{2}$ Min., $6\frac{1}{2}$ Min.?

12. a) Wieviel Tage sind 12 Std., 24 Std., 36 Std., 60 Std., 72 Std., 84 Std., 120 Std., 96 Std.?
   b) Wieviel Stunden sind 30 Min., 150 Min., 420 Min., 90 Min., 120 Min., 180 Min., 240 Min., 210 Min.?

c) Wieviel Minuten sind 30 Sek., 90 Sek., 150 Sek., 180 Sek., 240 Sek., 270 Sek., 300 Sek.?

13. Verwandle in Sekunden

a) $\frac{1}{2}$ Min., $\frac{1}{4}$ Min., $2\frac{1}{2}$ Min., $9\frac{1}{2}$ Min., 3 Min., 5 Min., $4\frac{1}{2}$ Min.;

b) 8 Min. 25 Sek., 15 Min. 45 Sek., 28 Min. 52 Sek., 2 Min. 14 Sek., 6 Min. 5 Sek., 5 Min. 3 Sek.!

14. Wieviel Minuten und Sekunden sind 150 Sek., 540 Sek., 78 Sek., 90 Sek., 92 Sek., 141 Sek., 243 Sek., 184 Sek.?

15. Zeitangaben über Geschwindigkeiten im Sport (Laufen, Skisport, Schwimmen, Motorsport und andere) werden folgendermaßen geschrieben:
1:07:15 Std. Man liest die Angabe als 1 Std. 7 Min. 15 Sek. Die Angabe 13:07 Min. liest man 13 Min. 7 Sek.

a) Lies 3:39:13 Std., 1:08:26 Std., 9:27 Min., 2:56:03 Std.!

b) Schreibe in kurzer Form 4 Std. 15 Min. 36 Sek., 6 Std. 5 Min. 13 Sek., 1 Std. 42 Min. 17 Sek., 3 Std. 1 Min. 24 Sek., 18 Min. 37 Sek., 5 Min. 7 Sek.!

c) Nenne die Zeiten von 10 sportlichen Leistungen und schreibe die Zeiten ausführlich auf!

16. Der Unterschied zwischen dem Lauf der Erde um die Sonne und dem Kalenderjahr beträgt 5 Stunden, 48 Minuten und 46 Sekunden. Errechne, wie groß nach 4 Jahren der Unterschied zwischen dem Ablauf des Kalenderjahres und dem Lauf der Erde um die Sonne ist!

17. Auszug aus einem Fahrplan der Straßenbahn:

Abfahrt ab Hauptbahnhof

Erster Wagen	ab	4.39	(12-Minuten-Verkehr),
	ab	8.39	(15-Minuten-Verkehr),
	ab	15.09	(10-Minuten-Verkehr),
	ab	19.59	(20-Minuten-Verkehr),
letzter Wagen	ab	0.39.	

Wievielmal fahren Straßenbahnen im 12-Minuten-Verkehr, im 15-Minuten-Verkehr, im 10-Minuten-Verkehr und im 20-Minuten-Verkehr von dieser Haltestelle ab?

18. Wie lange dauert es, wenn man 100 DM in a) Einpfennigstücken, b) Fünfpfennigstücken, c) Zehnpfennigstücken, d) Fünfzigpfennigstücken, e) Einmarkscheinen aufzählt und jede Sekunde eine Münze oder eine Banknote auflegt?

IV. Das Runden

Im Wirtschaftsleben und im gesellschaftlichen Leben werden oft Zahlen gebraucht, die nicht bis in die Einerstelle genau angegeben werden können, auch nicht angegeben werden müssen.

1) Eine Schulklasse zum Beispiel plant eine Wanderung. Es kann vorher noch nicht genau angegeben werden, welcher Geldbetrag von jedem Schüler mitzubringen ist. Es wird nur ein Betrag ungefähr genannt. Man sagt: **Der Betrag ist gerundet.**

Die Schüler haben das Ziel und den Weg ihrer Wanderung nach der Wanderkarte festgelegt. Die Länge des Weges kann auch nicht genau bestimmt werden. Auch hier wurde eine **gerundete Zahl** genannt.

2) Bei der Volkszählung vom 29. Oktober 1946 wurden in Leipzig 607655 Einwohner gezählt. Durch Geburten und Todesfälle, Zuzug und Wegzug schwankt die Zahl der Einwohner ständig. Darum ist es nicht möglich, die Zahl der Einwohner ganz genau anzugeben. Man sagt nur: Leipzig hat rund 600000 Einwohner; das heißt, die Einwohnerzahl ist auf 600000 gerundet worden. Wie groß ist die Abweichung dieser gerundeten Angabe von der genauen Zahl? In diesem Beispiel sagt man: Die Zahl ist **abgerundet** worden, denn die genaue Angabe ist größer als die gerundete Zahl. Wenn wir die Zahl auf 608000 oder 610000 gerundet hätten, dann wäre die Zahl **aufgerundet** worden, das heißt, die gerundete Zahl ist größer als die genaue Angabe. Bei welcher dieser Rundungen ist hier die Abweichung am kleinsten?

3) Die Zahl 768 wurde auf volle Zehner aufgerundet zu 770. Man schreibt: $768 \approx 770$[1]. Wie groß ist die Abweichung der gerundeten Angabe? Wie groß wäre die Abweichung bei einem Abrunden auf 760?

4) Die Zahl 9325 wurde auf volle Hunderter zu 9300 abgerundet, geschrieben: $9325 \approx 9300$. Stelle hier die gleichen Überlegungen an wie bei den vorhergehenden Beispielen!

5) Die Zahl 56398 wurde auf volle Tausender abgerundet zu 56000. Wir schreiben: $56398 \approx 56000$.

Für das Runden von Zahlen gilt die folgende Regel:

Beim Runden auf eine bestimmte Stelle wird die Ziffer dieser Stelle um 1 erhöht, wenn die Ziffer der nachfolgenden Stelle eine 5, 6, 7, 8 oder 9 ist. Die Zahl ist dann aufgerundet worden. Steht jedoch eine 1, 2, 3 oder 4 in der folgenden Stelle, so bleibt die Ziffer der Stelle, auf die gerundet werden soll, unverändert. Die Zahl ist abgerundet worden.

---

[1]) Das Zeichen $\approx$ bedeutet „rund" oder „angenähert gleich".

Aufgaben

1. Runde auf volle Zehner 43, 67, 88, 192, 359, 975, 4863, 18774!

2. Runde auf volle Hunderter 312, 495, 684, 2136, 5961, 6849, 18451!

3. Runde auf volle Tausender 4118, 9780, 16500, 37498, 261989, 455561, 43062, 58794, 215903!

4. Runde auf volle Millionen 4396428, 9296117, 18741244, 27042196, 372819165, 17213817, 465496834!

5. Runde auf volle Zehntausender 23454, 67549, 294848, 3804768, 75142, 147239, 8374508, 561523!

6. Von einigen Flüssen Europas sind die Längen angegeben.

Wolga	3688 km	Dnestr	1411 km
Donau	2850 km	Wisla	1390 km
Ural	2534 km	Rhein	1320 km
Dnepr	2285 km	Elbe	1144 km
Don	1967 km	Rhone	810 km
Petschora	1789 km	Seine	780 km
Dwina mit Wytschegda	1500 km		

Runde die Zahlen a) auf volle Hunderter, b) auf volle Tausender!

7. Suche für das Runden weitere Beispiele aus dem Geographieunterricht!

8. Ein Betrieb muß die folgenden Werte für die Berichterstattung auf tausend Deutsche Mark runden:
67386 DM, 125461 DM, 36427 DM, 237573 DM, 84847 DM, 52655 DM.
Führe das Runden durch!

9. Beim Wiegen von Lastkraftwagen mit Braunkohleladungen werden die folgenden Gewichte abgelesen:
a) 2748 kg, b) 1432 kg, c) 4276 kg, d) 4563 kg.
Runde auf 10 kg!

10. Beim Wiegen von offenen Wagen der Reichsbahn (O-Wagen) mit Schrottladung werden die folgenden Gewichte abgelesen:
a) 14782 kg, b) 14465 kg, c) 19348 kg, d) 15094 kg.
Runde auf Doppelzentner!

V. Die vier Grundrechenarten, Vertiefung und Erweiterung

12. Addition

1) Das Zuzählen kann man nicht nur mit Zahlen durchführen, sondern man kann es auch bildlich darstellen.

Auf einem Lineal von 20 cm Länge sind zum Beispiel die aufeinanderfolgenden Zahlen 1, 2, 3 bis 18, 19, 20 oder, wie man mathematisch schreibt, 1, 2, 3 · · · 18, 19, 20 zu erkennen. In solchen Zahlenfolgen ersetzt man das Wort „bis" durch drei Punkte in Zeilenmitte. Sie deuten in diesem Falle an, daß man an ihre Stelle alle in gleichem Abstand folgenden Zahlen setzen soll. Jedes Metermaß bietet ebenfalls eine anschauliche Darstellung der Zahlenfolge 1, 2, 3 · · · 98, 99, 100.

So wie ein Lineal und Metermaß diese Zahlenfolgen veranschaulichen, kann es auch durch Zeichnung geschehen. Zu diesem Zweck zeichnet man eine gerade Linie. Links auf ihr wird der Anfangspunkt der Folge (0), auch oft **Nullpunkt** genannt, durch einen kleinen Strich gekennzeichnet. Von dort ausgehend, werden nach rechts Einheiten von gleicher selbstgewählter Länge abgetragen (Abb. 29). Diese Einheiten stellen die aufeinanderfolgenden Zahlen dar. Die gerade Linie mit den dargestellten Zahlen nennt man **Zahlenstrahl.**

Will man zum Beispiel die Aufgabe 9 + 4 veranschaulichen, so geht man erst bis zur Zahl 9 und schreitet dann um so viel Einheiten, wie die Zahl 4 angibt, an dem Zahlenstrahl vorwärts, das heißt, man zählt von 9 aus 4 Zahlen weiter nach rechts. An dem dann erreichten Punkt liest man das Ergebnis ab, in diesem Falle 13 (Abb. 30, Pfeile oberhalb des Zahlenstrahls).

Aus der anschaulichen Darstellung am Zahlenstrahl kann man Rechengesetze erkennen. So zeigen die Pfeile unterhalb des Zahlenstrahls, daß die Lösung der Aufgabe 4 + 9 auch zum Ergebnis 13 führt. Demnach ist beim Zuzählen die Reihenfolge der Glieder beliebig.

Untersuche an selbstgewählten Beispielen, ob auch für sie diese Feststellung zutrifft!

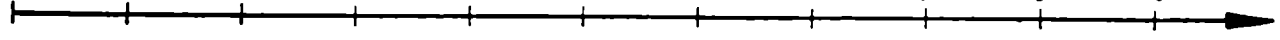


Abb. 29

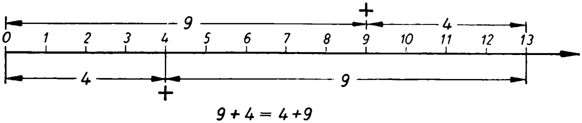


Abb. 30

2) Das Zuzählen wird in der Mathematik als **Addition** bezeichnet. Das Tätigkeitswort dazu heißt **addieren.** Die einzelnen Glieder einer Additionsaufgabe nennt man **Summanden.** Sie sind durch das Rechenzeichen +, das „plus" gesprochen wird, verbunden. Das Ergebnis einer Addition heißt **Summe.** Das Zeichen = bedeutet **gleich.**

Zusammenfassung:

9	+	**4**	=	**13**
4	+	**9**	=	**13**
Summand	**plus**	**Summand**	**gleich**	**Summe**

Die Summanden können in beliebiger Reihenfolge addiert werden.

3) Beim schriftlichen Addieren ist darauf zu achten, daß die Ziffern deutlich und die Zahlen übersichtlich geschrieben werden. Es sind immer die Ziffern mit gleichem Stellenwert zu addieren. Beachtet man diese Hinweise, so lassen sich viele Fehler vermeiden. Wir wollen in Zukunft beim Rechnen besonders darauf achten.

a) Aufgabe: 1234 + 2345 + 4410 (Addieren ohne Überschreiten von Zehnerstufen)

Lösung durch schriftliches Rechnen: durch Überschlagen im Kopf:

1 2 3 4	≈ 1 2 0 0
2 3 4 5	≈ 2 3 0 0
4 4 1 0	≈ 4 4 0 0
7 9 8 9	≈ 7 9 0 0

Das Ergebnis beträgt rund 7900.

Hinweis: Bevor wir schriftlich addieren, überschlagen wir das Ergebnis. Wir wissen dann schon annähernd, wie groß es sein muß, und können überprüfen, ob die durch schriftliches Addieren gefundene Summe diesem entspricht. Von nun an wollen wir immer vor dem schriftlichen Rechnen die Aufgabe durch Überschlagen lösen.

b) Aufgabe: 1234 + 2345 + 456 + 35 + 3572 (Addieren mit Überschreiten von Zehnerstufen)

Lösung durch schriftliches Rechnen: durch Überschlagen im Kopf:

1 2 3 4	≈ 1 2 0 0
2 3 4 5	≈ 2 3 0 0
4 5 6	≈ 5 0 0
3 5	
3 5 7 2	≈ 3 6 0 0
7 6 4 2	≈ 7 6 0 0

Das Ergebnis beträgt also rund 7600.

Um die Richtigkeit des Ergebnisses zu überprüfen, addiert man noch einmal in entgegengesetzter Richtung. Begründe, warum das Ergebnis das gleiche sein muß!

Bei der schriftlichen Addition müssen die Zahlen nicht immer untereinander geschrieben werden, sondern man kann auch nebeneinanderstehende Zahlen addieren. Hier muß man aber besonders sorgfältig darauf achten, daß die Ziffern mit gleichem Stellenwert addiert werden. Man beginnt selbstverständlich auch bei solchen Additionsaufgaben mit dem Addieren der Einer, addiert dann die Zehner, Hunderter usw.

c) Aufgabe: $1097 + 563 + 2776 + 8341$

Lösung: Wir überschlagen zunächst das Ergebnis:

$$1100 + 600 + 2800 + 8300 = 12800.$$

Nun rechnen wir schriftlich: $1097 + 563 + 2776 + 8341 = \underline{\underline{12777}}.$

Wir beginnen bei den Einern der letzten Zahl und sprechen:

1, 7, 10, **17**,
1, 5, 12, 18, **27**,
2, 5, 12, **17**,
1, 9, 11, **12**.

(Die fettgedruckten Ziffern wurden, bei den Einern beginnend, nach links in die entsprechenden Zehnerstufen eingesetzt.)

Rechenvorteile

d) Aus der Erkenntnis, daß Summanden in beliebiger Reihenfolge addiert werden können, ergeben sich beim Rechnen Vorteile. Erkennt man bei Additionsaufgaben mit mehreren Summanden, daß sich einzelne von ihnen besonders bequem zusammenfassen lassen, so addiert man, ohne die Stellung der Summanden zu beachten.

Beispiel: $36 + 27 + 64$

$$100 + 27 = \underline{\underline{127}}$$

Die Aufgabe b) auf Seite 42 kann dann folgendermaßen gerechnet werden:

$$\begin{array}{r} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,3\,4\,5 \\ 4\,5\,6 \\ 3\,5 \\ 3\,5\,7\,2 \\ \hline 7\,6\,4\,2 \\ \hline\hline \end{array}$$

Erläuterung: In der Einerstelle ist es von Vorteil, zu rechnen: $6 + 4 = 10$, $5 + 5 = 10$.
In der Zehnerstelle: $2 + 3 + 5 = 10$, $3 + 7 = 10$.

Wir sprechen daher, von oben beginnend:

10, 20, **22**,
5, 10, 20, **24**,
4, 7, 11, **16**,
2, 4, **7**.

Die fettgedruckten Zahlen wurden, bei den Einern beginnend, nach links in die betreffende Zehnerstufe geschrieben.

Aufgaben

1. a) Zeichne einen Zahlenstrahl! Wähle als Einheit 1 cm und stelle die Zahlen 3, 5, 10, 13, 17 und 20 dar!
   b) Zeichne einen Zahlenstrahl mit der Einheit 5 mm und stelle die Zahlen 8, 15, 24, 32 und 40 dar!

2. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben:
   a) 8 + 9, b) 12 + 16, c) 18 + 14!

Übungen im Kopfrechnen

3.
a) 25 + 36 + 75
b) 18 + 32 + 72
c) 49 + 28 + 41
d) 125 + 78 + 275
e) 250 + 317 + 750
f) 65 + 78 + 135
g) 999 + 78 + 1001 + 22
h) 875 + 76 + 125 + 124
i) 235 + 65 + 612 + 88
k) 345 + 17 + 155 + 83
l) 627 + 111 + 373 + 89
m) 439 + 218 + 561 + 182

4.

	A)	B)	C)	D)	E)
a)	12 +	18 +	21 +	39 +	48
b)	13 +	23 +	11 +	35 +	54
c)	28 +	15 +	63 +	29 +	17
d)	16 +	31 +	43 +	24 +	19
e)	34 +	18 +	22 +	41 +	12
f)	19 +	23 +	16 +	47 +	31

5.

	A)	B)	C)	D)	E)
a)	31 +	27 +	19 +	28 +	73
b)	55 +	44 +	45 +	19 +	56
c)	69 +	23 +	31 +	22 +	77
d)	38 +	97 +	45 +	62 +	55
e)	45 +	56 +	55 +	11 +	44
f)	62 +	53 +	88 +	38 +	12

6.

	A)	B)	C)	D)
a)	27 +	81 +	65 +	19
b)	42 +	16 +	13 +	34
c)	33 +	25 +	22 +	45
d)	16 +	35 +	28 +	25
e)	18 +	29 +	45 +	41
f)	44 +	24 +	17 +	66

7.

	A)	B)	C)	D)	E)
a)	35 +	73 +	32 +	66 +	91
b)	38 +	47 +	17 +	32 +	15
c)	57 +	28 +	49 +	18 +	47
d)	42 +	24 +	51 +	47 +	63
e)	15 +	32 +	62 +	93 +	81
f)	23 +	36 +	14 +	55 +	99

8.

	A)	B)	C)	D)
a)	270 +	810 +	650 +	190
b)	160 +	540 +	720 +	630
c)	570 +	840 +	230 +	160
d)	280 +	340 +	470 +	520
e)	930 +	210 +	420 +	740

9.

	A)	B)	C)	D)
a)	1600 +	2500 +	4100 +	3700
b)	4300 +	5200 +	2900 +	6300
c)	5700 +	1200 +	3100 +	9600
d)	8100 +	2700 +	5200 +	7500
e)	2100 +	4800 +	9500 +	6200

Schriftliches Rechnen

Schreibe die Zahlen der Aufgaben a bis f untereinander und die der Aufgaben A bis F nebeneinander! Gib vor dem schriftlichen Rechnen stets das Überschlagsergebnis an!

10.

	A)	B)	C)	D)	E)	F)
a)	756 +	4235 +	16555 +	603 +	189 +	7357
b)	2803 +	507 +	202 +	34777 +	6507 +	204
c)	47290 +	99 +	5317 +	802 +	3275 +	9117
d)	624 +	54347 +	209 +	7553 +	773 +	94
e)	701 +	502 +	4278 +	26 +	25280 +	972
f)	8160 +	6312 +	164 +	999 +	201 +	37

11.

	A)	B)	C)	D)	E)	F)
a)	1097 +	563 +	37505 +	8462 +	72 +	4560
b)	345 +	4378 +	61 +	5448 +	183 +	9354
c)	8077 +	18268 +	7449 +	454 +	4359 +	76
d)	49 +	9 +	453 +	7324 +	368 +	173
e)	46678 +	389 +	3227 +	642 +	64748 +	8443
f)	8765 +	1271 +	448 +	1273 +	1291 +	1871

12.

	A)	B)	C)	D)	E)	F)
a)	1237609 +	803509 +	695432 +	8023546 +	381026 +	184
b)	56813 +	7482345 +	519 +	123456 +	4726 +	6587
c)	776331 +	4768 +	713825 +	43504 +	9382472 +	3655
d)	6820549 +	5613451 +	3424298 +	254321 +	6368 +	27481
e)	8354281 +	327528 +	9461030 +	6051302 +	36420 +	84003
f)	367084 +	8407673 +	47573 +	5692461 +	78 +	46907

13. Addiere die Zahlen
a) in jeder der Spalten **A** bis **F** und
b) in jeder der Zeilen **a** bis **h**!

	A	B	C	D	E	F
a	11026	312	4746	45689012	191311	1321515
b	34826345	2697225	3621	128	276456	27
c	48	76005406	277	3745422	887754	45496
d	392001	4726392495	504723708	7832	69	4920010
e	6925	554123	74	681756119	5730182	695681
f	6507921862	6892100	694254	34258	703981775	4078
g	394	594207691	2005	781246	65763	7411222
h	521291	89321	8027865	811	8793	687374699

14. Ein Pionierlager wurde im letzten Sommer sechsmal belegt.

1. Belegung 327 Pioniere
2. Belegung 331 Pioniere
3. Belegung 329 Pioniere
4. Belegung 325 Pioniere
5. Belegung 333 Pioniere
6. Belegung 167 Pioniere

Wieviel Pioniere verbrachten ihre Ferien in diesem Lager?

15. Eine Möbelfabrik fertigte im letzten Jahr als Massenbedarfsgüter Handwagen an, und zwar im 1. Quartal 7048 St., im 2. Quartal 8312 St., im 3. Quartal 7984 St. und im 4. Quartal 9166 St. Wieviel Handwagen wurden im ganzen Jahr hergestellt?

16. Die Friedensfahrt Warschau—Berlin—Prag 1954 war in folgende Etappen aufgeteilt:

1. Etappe:	Rund um Warschau	105 km
2. Etappe:	Warschau—Lódz	130 km
3. Etappe:	Lódz—Stalinogrod	168 km
4. Etappe:	Stalinogrod—Wroclaw	167 km
5. Etappe:	Wroclaw—Görlitz	171 km
6. Etappe:	Cottbus—Berlin	180 km
7. Etappe:	Berlin—Leipzig	200 km
8. Etappe:	Leipzig—Karl-Marx-Stadt	144 km
9. Etappe:	Karl-Marx-Stadt—Bad Schandau	114 km
10. Etappe:	Dečin—Pardubice	186 km
11. Etappe:	Pardubice—Brno	137 km
12. Etappe:	Brno—Tábor	160 km
13. Etappe:	Tábor—Prag	160 km

Wieviel Kilometer mußten die Fahrer von Warschau über Berlin nach Prag fahren?

17. Drei Konsum-Verkaufsstellen zahlten in einer Woche die folgenden Beträge bei der Deutschen Notenbank ein:

a) 963,25 DM, 871,37 DM, 744,76 DM, 984,63 DM, 1215,18 DM, 1437,69 DM;

b) 1034,32 DM, 915,21 DM, 1065,33 DM, 284,25 DM, 873,68 DM, 2119,76 DM;

c) 338,24 DM, 609,83 DM, 265,54 DM, 724,19 DM, 972,28 DM, 1903,62 DM.

Welche Beträge wurden **1.** von jeder Verkaufsstelle und **2.** insgesamt eingezahlt?

18. An eine Großmarkthalle wurden in einer Woche verschiedene Waren geliefert.

a) Obst: 125,500 kg, 63,750 kg, 81,250 kg, 96,750 kg, 156,350 kg, 74,650 kg.

Wieviel Kilogramm Obst waren in der Woche geliefert worden?

b) Verschiedene Sorten Gemüse: 18,35 dz, 64,20 dz, 39,55 dz, 44,60 dz, 21,40 dz, 56,75 dz.

Wieviel Tonnen Gemüse erhielt die Großmarkthalle in einer Woche?

c) Kartoffeln: 3,700 t, 6,450 t, 19,850 t, 7,300 t, 12,250 t, 9,400 t. Wie groß war die Lieferung an Kartoffeln in einer Woche?

d) Wie groß war die Warenlieferung insgesamt in einer Woche?

19. An eine Textilverkaufsstelle wurden verschiedene Stoffe geliefert.

a) Anzugstoffe: 28,30 m, 31,20 m, 25,40 m, 27,50 m, 30,80 m. Wieviel Meter Anzugstoff wurden geliefert?

b) Hemdenstoffe: 42,30 m, 45,20 m, 48,60 m, 44,70 m, 49,50 m. Wieviel Meter Hemdenstoff erhielt die Verkaufsstelle?

c) Dekorationsstoffe: 62,80 m, 59,10 m, 60,30 m, 64,20 m, 57,50 m. Wie groß war die Lieferung an Dekorationsstoffen?

d) Wieviel Meter Stoff erhielt die Verkaufsstelle insgesamt?

20. Schreibe die folgenden Maßangaben als Kommazahlen und addiere sie!

a) 5 m 17 cm, 6 m 54 cm, 11 m 51 cm, 23 cm 7 mm, 9 m 5 cm, 13 m 7 cm, 19 m 8 mm

b) 14 m 3 cm, 23 m 5 cm, 8 m 74 cm, 4 m 4 cm, 8 cm, 21 m 64 cm

c) 5 km 85 m, 3 km 127 m, 362 m, 2 km 9 m, 8 km 706 m

d) 19 km 196 m, 14 km 212 m, 11 km 65 m, 13 km 871 m

21. Fünf Verkaufsstellen eines HO-Kreisbetriebes hatten in der ersten Septemberwoche gute Umsätze zu verzeichnen.

	Verkaufsstelle 1 DM	Verkaufsstelle 2 DM	Verkaufsstelle 3 DM	Verkaufsstelle 4 DM	Verkaufsstelle 5 DM
Montag	4548,67	3219,32	5457,96	2982,63	5793,77
Dienstag	5587,95	4648,56	4987,47	3296,82	6175,59
Mittwoch	4952,73	5579,82	5228,38	4165,93	6384,92
Donnerstag	5149,24	5286,37	6193,53	5233,48	5296,41
Freitag	5388,29	4473,59	3992,48	4857,52	7123,53
Sonnabend	6293,37	4991,78	5247,28	4935,69	6867,43

a) Wie groß war der Umsatz jeder Verkaufsstelle?

b) Wie groß war der Umsatz insgesamt?

c) Welche Verkaufsstelle hatte den größten und welche den kleinsten Umsatz?

13. Subtraktion

1) Auch das Abziehen kann man am Zahlenstrahl veranschaulichen. Wir wollen die Aufgabe 9 — 4 am Zahlenstrahl lösen.

Man geht zunächst vom Nullpunkt aus vorwärts bis zur 9. Dann geht man um so viel Einheiten am Zahlenstrahl zurück, wie die Zahl 4 angibt. An

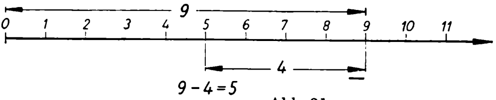


Abb. 31

dem dann erreichten Punkt ist das Ergebnis abzulesen. In diesem Beispiel ist es 5 (Abb. 31). Das Abziehen bedeutet demnach ein Rückwärtsschreiten.
Wähle selbst einige Beispiele zur Veranschaulichung!

2) Das Abziehen nennen wir von nun an **Subtraktion.** Das Tätigkeitswort heißt **subtrahieren.** In einer Subtraktionsaufgabe wird die erste Zahl **Minuend** genannt. Das ist die Zahl, die vermindert werden soll. Die zweite Zahl heißt **Subtrahend.** Es ist die Zahl, die abgezogen werden soll. Das Ergebnis ist die **Differenz.** Das Rechenzeichen — wird **minus** gelesen. Wir prägen uns an einem Beispiel die neuen Begriffe ein.

Aufgabe: Von einem 25 m langen Seil werden 8 m abgeschnitten. Wie lang ist das Seil nun?

Lösung: Wir rechnen 25 — 8 = 17. Das Seil ist noch 17 m lang. 25 ist der Minuend, 8 ist der Subtrahend und 17 ist die Differenz.

Zusammenfassung:

9	—	4	=	5
25	—	8	=	17
Minuend	**minus**	**Subtrahend**	**gleich**	**Differenz**

3) Betrachten wir unsere Aufgabe 9 — 4 am Zahlenstrahl, so erkennen wir, daß sich durch Zurückschreiten am Zahlenstrahl um 4 Einheiten die Differenz 5 ergibt. Wir erkennen aber auch gleichzeitig beim Vorwärtsschreiten vom Nullpunkt aus, daß 5 + 4 = 9 ist (Abb. 32).

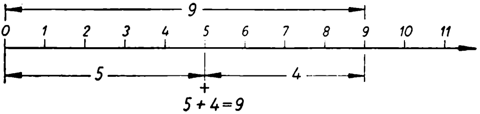


Abb. 32

Wir stellen die gleiche Betrachtung an dem Beispiel 25 — 8 = 17 an, Addieren wir zur Restlänge von 17 m die abgeschnittene Länge von 8 m, so ergibt sich die ursprüngliche Länge von 25 m.

Zusammenfassung:

5	+	4	=	9
17	+	8	=	25
Differenz	**plus**	**Subtrahend**	**gleich**	**Minuend**

Daraus ergibt sich, **daß die Subtraktion die Umkehrung der Addition ist.** Prüfe durch ähnliche, selbst gewählte Beispiele diese Feststellung nach! Diese Erkenntnis wird bei der Kontrolle der Subtraktion, bei der **Probe,** angewendet.

4) Bei der schriftlichen Subtraktion wird eine bestimmte Verfahrensweise angewendet, die schon im 4. Schuljahr geübt wurde. Sie wird auch im täglichen Leben, zum Beispiel beim Herausgeben von Geld, angewendet.

So hat zum Beispiel ein Kunde in einem Lebensmittelgeschäft für 6 DM Lebensmittel gekauft und bezahlt mit einem Zwanzigmarkschein. Der Verkäufer zählt beim Herausgeben: „Sieben — acht — neun — zehn Mark und zehn Mark sind zwanzig Mark." Er legt dabei 4 Einmarkscheine und einen Zehnmarkschein auf den Tisch. Der Kunde erhält 14 DM zurück, denn 20 DM — 6 DM = 14 DM. Die Differenz wurde durch Ergänzen vom Subtrahenden zum Minuenden errechnet.

Dieses Verfahren nennt man **Ergänzungsverfahren.**

Das Ergänzungsverfahren bei der Subtraktion ohne Überschreiten des Zehners ist leicht zu verstehen. Wir ergänzen in jeder Zehnerstufe zum Subtrahenden die Differenz, die wir unter den Strich schreiben, und erhalten so jede Stelle des Minuenden.

a) Aufgabe: 6759 — 4325 (Subtraktion ohne Überschreiten von Zehnerstufen)

Lösung: durch Überschlagsrechnung:

$$\begin{array}{r} 6\,800 \\ -\,4\,300 \\ \hline 2\,500 \end{array}$$

Das Ergebnis beträgt rund 2500.

Probe:

$$\begin{array}{rl} 2434 & \text{Differenz} \\ +\,4325 & \text{Subtrahend} \\ \hline 6759 & \text{Minuend} \end{array}$$

durch schriftliches Rechnen:

Wir beginnen bei den Einern und sprechen bei der Lösung nach dem Ergänzungsverfahren:

5 plus **4** gleich 9,
2 plus **3** gleich 5,
3 plus **4** gleich 7,
4 plus **2** gleich 6.

$$\begin{array}{r} 6\,759 \\ -\,4\,325 \\ \hline 2\,434 \end{array}$$

Die fettgedruckten Ziffern wurden, bei den Einern beginnend, nach links in die entsprechenden Zehnerstufen eingesetzt.

b) Um das Ergänzungsverfahren bei der Subtraktion mit Überschreiten der Zehnerstufen vorzubereiten, überlegen wir folgendes:

1. $\begin{array}{r} 60 \\ -\,30 \\ \hline 30 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 62 \\ -\,32 \\ \hline 30 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 68 \\ -\,38 \\ \hline 30 \end{array}$

2. $\begin{array}{r} 46 \\ -\,23 \\ \hline 23 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 56 \\ -\,33 \\ \hline 23 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 66 \\ -\,43 \\ \hline 23 \end{array}$

In jedem Beispiel wurden der Minuend und der Subtrahend um die gleiche Zahl erhöht. Die Differenz blieb in beiden Gruppen gleich. Wir merken uns also:

Die Differenz bleibt die gleiche, wenn zum Minuenden und zum Subtrahenden die gleiche Zahl addiert wird.

Prüfe das an anderen Beispielen nach!

Aufgabe: 571 — 346 (Subtraktion mit Überschreiten von Zehnerstufen)

Lösung: Die 6 Einer des Subtrahenden können wir nicht zu 1 Einer des Minuenden ergänzen. Wenn wir jedoch die Einer des Minuenden um 10 Einer erhöhen, können wir die 6 Einer des Subtrahenden durch 5 Einer, die Einer der Differenz, ergänzen und erhalten 11 Einer des Minuenden. Wenn wir die Zehner des Minuenden um einen erhöht haben, müssen wir auch den Subtrahenden um 1 Zehner erhöhen, damit wir nur eine Differenz, die richtige Differenz, erhalten. Wir addieren also zu den Zehnern des Subtrahenden einen Zehner und ergänzen durch die Zehner der Differenz zu den Zehnern des Minuenden. Bei den Hundertern ergänzen wir entsprechend.

571 — 346 225	Wir beginnen beim Subtrahieren mit den Einern und sprechen: 6 plus **5** gleich 11.	Probe:	225 Differenz + 346 Subtrahend 571 Minuend

Wir addieren im Kopf 1 Zehner zu den 4 Zehnern des Subtrahenden und sprechen:

1, 5 plus **2** gleich 7.

Beim Ergänzen in der Hunderterstelle sprechen wir:

3 plus **2** gleich 5.

Auch hier wurden die fettgedruckten Ziffern in die entsprechenden Zehnerstufen geschrieben.

c) Stelle an dem folgenden Beispiel die gleichen Überlegungen wie bei b) an!

Aufgabe: 8443 — 2516

Lösung durch Überschlagsrechnung:		durch schriftliches Rechnen:	
8400 — 2500 5900	Das Ergebnis beträgt rund 5900.	Wir beginnen mit dem Ergänzungsverfahren wieder bei den Einern und sprechen:	
Probe: 5927 + 2516 8443	Differenz Subtrahend Minuend	6 plus **7** gleich 13, 1, 2 plus **2** gleich 4, 5 plus **9** gleich 14, 1, 3 plus **5** gleich 8.	8443 — 2516 5927

Die fettgedruckten Ziffern wurden wieder, bei den Einern beginnend, in die entsprechenden Zehnerstufen eingesetzt.

d) Der Vorteil des Ergänzungsverfahrens zeigt sich besonders beim Subtrahieren von mehreren Subtrahenden.

Überlege am nachstehenden Beispiel, wieviel Aufgaben man bilden müßte, wenn man das Ergänzungsverfahren nicht anwenden würde!

Aufgabe: 84153 — 4571 — 834 — 27319 — 8065

Lösung durch Überschlagsrechnung:

$$\begin{array}{r} 84000 \\ -\ 5000 \\ -\ 1000 \\ -\ 27000 \\ -\ 8000 \\ \hline 43000 \end{array}$$

Das Ergebnis ist rund 43000.

Probe:

	43364	Differenz
+	8065	Subtrahenden
+	27319	
+	834	
+	4571	
	84153	Minuend

durch schriftliches Rechnen:

Wir beginnen bei den Einern, rechnen in der bekannten Weise und sprechen:

5, 14, 18, 19 plus **4** gleich 23,
2, 8, 9, 12, 19 plus **6** gleich 25,
2, 5, 13, 18 plus **3** gleich 21,
2, 10, 17, 21 plus **3** gleich 24,
2, 4 plus **4** gleich 8.

$$\begin{array}{r} 84153 \\ -\ 4571 \\ -\ 834 \\ -\ 27319 \\ -\ 8065 \\ \hline 43364 \end{array}$$

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheiten zu 5 mm) die Aufgaben
   a) 16 — 10, b) 28 — 11, c) 12 — 8, d) 24 — 9, e) 23 — 16!

Kopfrechnen

2.	a) 73 — 43	b) 186 — 56	c) 341 — 81
	d) 568 — 128	e) 753 — 273	f) 907 — 317
	g) 845 — 165	h) 634 — 444	i) 758 — 488
3.	a) 1015 — 345	b) 2739 — 659	c) 4573 — 2423
	d) 6408 — 3328	e) 5081 — 1091	f) 9627 — 3347
	g) 2834 — 1454	h) 7362 — 2288	i) 3654 — 2374
4.	a) 127 — 43	b) 296 — 154	c) 345 — 262
	d) 839 — 341	e) 582 — 424	f) 961 — 537
	g) 444 — 227	h) 697 — 323	i) 732 — 368
5.	a) 445 — 207	b) 691 — 304	c) 565 — 408
	d) 937 — 206	e) 2741 — 1007	f) 4563 — 2009
	g) 5339 — 3005	h) 6742 — 4008	i) 7384 — 5090

Schriftliches Rechnen

6. a) 8367 — 4135 b) 6549 — 1423 c) 26847 — 3714
d) 72548 — 50232 e) 573826 — 252713 f) 265754 — 53442
g) 5376429 — 3264307 h) 2981764 — 561253

7. a) 45673 — 9824 b) 62948 — 52738 c) 21781 — 16239
d) 87635 — 9435 e) 53214 — 43891 f) 92500 — 45327
g) 54000 — 37896 h) 75340 — 54321 i) 35400 — 19870
k) 84900 — 5328 l) 87937 — 28354 m) 87937 — 75068
n) 21983 — 19756 o) 35009 — 29817 p) 45123 — 44987

8. a) 623623 — 498498 b) 823703 — 645645 c) 534000 — 329923
d) 895004 — 72835 e) 398706 — 235980 f) 4932018 — 1456304
g) 6832040 — 1937504 h) 8430000 — 7134344 i) 5498761 — 3205634
k) 9406065 — 8320948 l) 8000003 — 7999876 m) 9020050 — 2879346

9. Schreibe die Zahlen richtig untereinander und subtrahiere sie!
a) 7863 — 379 — 2595 — 897
b) 15795 — 5796 — 4500 — 4599
c) 81912 — 7004 — 3150 — 690 — 1060 — 60007
d) 89125 — 375 — 6621 — 435 — 8831 — 22863
e) 5983 — 1796 — 977 — 1939 — 757 — 343 — 72
f) 33957 — 8989 — 765 — 1987 — 2796 — 7319 — 2102
g) 54398 — 9745 — 9409 — 744 — 7901 — 6489 — 10110

10. a) 34239 — 491 — 5863 — 19713 — 2639
b) 3344591 — 563783 — 681427 — 987635 — 471169
c) 637528 — 63819 — 125679 — 79037 — 228443
d) 15783615 — 6928437 — 247581 — 2671344 — 3936593

11. a) 93526 — 4219 — 8941 — 15743 — 45352 — 6465
b) 224563 — 25145 — 75937 — 6774 — 18614 — 6410
c) 896806 — 215665 — 175148 — 93789 — 87495 — 61324
d) 5623796 — 1245817 — 637625 — 24577 — 908548 — 1053866

12. a) 339427 — 85004 — 47641 — 113928 — 5369
b) 951099 — 407213 — 37941 — 128567 — 96909
c) 1405658 — 470796 — 36248 — 239837 — 328552
d) 53607219 — 25821925 — 1576432 — 8924364 — 4096809

13. a) 733286 — 202805 — 193429 — 94663 — 240717
b) 827901 — 151864 — 39733 — 140205 — 396096
c) 6094872 — 1008374 — 7607 — 4384596 — 73258
d) 6408316 — 1593673 — 3271612 — 500461 — 1042558

14. Beachte, daß es für das Ergebnis ohne Bedeutung ist, in welcher Reihenfolge Additionen und Subtraktionen ausgeführt werden!

a) 75319 + 14027 — 53866 — 17838 — 2486
b) 69756 + 16789 — 42645 — 24577 — 3444
c) 87951 — 23870 — 17614 — 2687 + 14918
d) 74237 — 43510 — 22218 + 25902 — 13745
e) 637897 — 84795 + 87495 + 61243 — 6410

15. Aufgaben mit besonderen Ergebnissen

a) 96428 + 3743 + 8764 + 989 + 5875 + 7657
b) 34567 — 9786 + 76798 — 88796 + 98765 — 33771
c) 468 + 7896 — 987 + 8965 — 5896 + 38979 — 16092
d) 654321 — 280987 — 249878
e) 47689 + 88976 — 78947 + 456789 — 8076 + 708090 — 337978

16. Gisela kauft für 11,24 DM im Lebensmittelgeschäft ein und bezahlt mit einem Zwanzigmarkschein. **a)** Wieviel Geld bekommt sie zurück? **b)** Welche Banknoten und welche Münzen wurden ihr herausgegeben? Nenne drei Möglichkeiten!

17. In der Konsum-Verkaufsstelle hat Heinz zu verschiedenen Zeiten für **a)** 7,72 DM, **b)** 5,18 DM, **c)** 9,53 DM, **d)** 4,39 DM gekauft. Er bezahlte jedesmal mit einem Zehnmarkschein. Wieviel wurde herausgegeben?

18. Auf einem Wiegezettel ist angegeben: Gewicht des Wagens 1865 kg, Gesamtgewicht 4230 kg. Was kannst du berechnen? Welche Zahl ist der Minuend, welche der Subtrahend?

19. Eine Fahrradfabrik sollte nach ihrem Plan im letzten Jahr 26320 Räder herstellen. Sie fertigte aber 27918 Stück. Wieviel Räder wurden mehr hergestellt, als ursprünglich geplant war?

20. Der Bauer Kurt Richter schloß mit der MTS einen Vertrag ab. Danach sollten für ihn Ackerarbeiten von der MTS während eines Jahres ausgeführt werden. Er mußte dafür 718,26 DM zahlen. Hätte er die Arbeiten selbst verrichtet, so wären ihm allein für Pferd und Geräte 1169,58 DM Kosten entstanden. Wieviel Mark mehr hätte er aufwenden müssen?

21. Ein Jugendaktiv in einem Betriebswerk der Reichsbahn senkte den Kohlenverbrauch im Güterverkehr. Das Aktiv durfte planmäßig 4186,850 t verbrauchen, benötigte aber nur 3707,570 t. Wieviel Tonnen Kohle wurden eingespart?

22. Ein Kohlenhändler entlädt einen Waggon mit 178,00 dz Briketts. Er lädt nacheinander 35,83 dz, 34,40 dz, 40,26 dz und 37,97 dz ab. Wieviel Doppelzentner Briketts sind noch zu entladen?

23. Von einem Sparkassenbuch mit einem Guthaben von 5296,00 DM werden nach und nach die folgenden Beträge abgehoben:
486,50 DM, 1270,00 DM, 364,00 DM, 782,75 DM.
Welcher Betrag steht noch auf dem Sparbuch?

24. Bei einer Sparkasse wurden an einem Tag insgesamt 243752,73 DM eingezahlt und insgesamt 196863,98 DM abgehoben. Um wieviel waren die Einzahlungen größer als die Auszahlungen?

25. Das Bankkonto eines volkseigenen Betriebes wies ein Guthaben von 56748,25 DM auf. Es wurden zum Bezahlen von verschiedenen Rechnungen die folgenden Beträge abgebucht: 843,48 DM, 2629,75 DM, 5391,52 DM, 672,39 DM, 8865,64 DM. Gib das neue Guthaben des Betriebes an!

26. Ein Ballen Anzugstoff war 32,30 m lang. Davon wurden an einem Tag 3,25 m, 1,10 m, 2,10 m, 4,45 m, 2,75 m, 3,15 m, 4,25 m verkauft. Wieviel Meter Anzugstoff blieben übrig?

27. Zum Verkauf lagen 64,40 m Vorhangstoff bereit. Davon wurden an einem Tage 16,25 m, 5,40 m, 11,25 m, 8,50 m, 9,60 m, 6,75 m verkauft. Wieviel Meter betrug der Rest des Vorhangstoffes?

28. Einem Gaswerk stehen im Laufe eines Jahres 15328 t Steinkohle zur Verfügung. Es verbraucht an den ersten Tagen des Jahres 37 t, 41 t, 42 t, 38 t, 45 t, 49 t, 44 t. Wieviel Tonnen Steinkohle stehen ihm nach Ablauf der 7 Tage noch zur Verfügung?

29. Ein Kühlhaus liefert an verschiedenen Tagen von 56244 Eiern 2460 St., 1830 St., 2150 St., 3490 St., 2370 St., 3250 St., 5550 St., 1550 St. Wieviel Eier verbleiben noch im Kühlhaus?

30. Eine Großmarkthalle bekam eine Lieferung von 186,7 dz Weißkohl. Sie gab an die Konsumgenossenschaft 48,5 dz, an die HO-Lebensmittel 37,3 dz und an Einzelhändler 64,4 dz ab. Wieviel Doppelzentner Kohl blieben übrig?

31. a) 24,75 m — 13 m 22 cm
b) 27,22 m — 21 m 45 cm
c) 64 m 42 cm — 14,88 m
d) 48 m 13 cm — 29 m 45 cm
e) 56 m 72 cm — 39 m 86 cm
f) 264 m 17 cm — 96 m 54 cm
g) 32 m 84 cm — 15,76 m
h) 75 m 16 cm — 58 m 24 cm

32. a) 6 kg 247 g — 2 kg 124 g
b) 23 kg 81 g — 17 kg 902 g
c) 54 kg 312 g — 991 g
d) 524 kg 9 g — 298 kg 807 g
e) 13,375 kg — 7,125 kg
f) 41,225 kg — 27,815 kg
g) 38 kg 115 g — 23,895 kg
h) 82,072 kg — 49 kg 512 g
i) 153 kg 64 g — 96,305 kg
k) 64,008 kg — 47 kg 614 g

Rechenvorteile

Auch beim Subtrahieren lassen sich Vorteile anwenden, die bei täglicher Übung zum schnelleren und sicheren Rechnen führen. An einigen Beispielen sollen Rechenvorteile erläutert werden.

a) $257 - 98 = 257 - 100 + 2$ Anstatt 98 zu subtrahieren, kann man 100 subtrahieren und 2 addieren.

b) $3526 - 995 = 3526 - 1000 + 5$ Für 995 kann man auch 1000 subtrahieren, muß aber die zuviel subtrahierten 5 wieder addieren.

c) $465 - 173 = 465 - 165 - 8$ Zum leichteren Subtrahieren zerlegt man den Subtrahenden 173 so, daß man zuerst 165 und dann 8 subtrahiert. Die Subtraktion von 165 ergibt als vorläufige Differenz volle Hunderter (300); davon erfolgt die Subtraktion von 8.

Rechne vorteilhaft!

33.	a) 329 — 97	b) 564 — 178	c) 736 — 295
	d) 654 — 261	e) 938 — 396	f) 1356 — 462
	g) 2176 — 590	h) 6394 — 1900	i) 36760 — 5990
34.	a) 2936 — 997	b) 3748 — 950	c) 4562 — 995
	d) 6553 — 496	e) 8377 — 385	f) 5719 — 725
	g) 1865 — 373	h) 9623 — 593	i) 7258 — 265

14. Übungen zur angewandten Addition und Subtraktion

In den nachfolgenden Aufgaben werden beide Rechenarten angewendet. Beachte wieder, daß es für das Ergebnis ohne Bedeutung ist, in welcher Reihenfolge Addition und Subtraktion ausgeführt werden!

1. Eine Grundschule hat 367 Schüler und Schülerinnen. Am Schluß des Schuljahres werden 48 entlassen, zu Beginn des neuen Schuljahres werden 63 aufgenommen. Wieviel besuchen jetzt die Schule?

2. Der Vater hat eine Prämie von 142,50 DM erhalten und kauft für Horst 1 Paar Schuhe zu 22,50 DM, 1 Hemd zu 6,37 DM, 1 Trainingsanzug zu 18,45 DM und 2 Paar Socken zu je 2,38 DM. Wieviel Geld bleibt von der Prämie noch übrig?

3. Die Mutter kauft in der HO für 18,54 DM Handtücher, für 25,37 DM ein Tischtuch und für 52,80 DM Bettwäsche. Sie bezahlt mit einem Hundertmarkschein. Wieviel Geld bekommt sie zurück?

4. Bilde selbst ähnliche Aufgaben wie 2 und 3!
5. Während eines Sportfestes mehrerer Schulen wurden beim Schlagballweitwurf unter anderem folgende Würfe von 11jährigen Schülern erzielt: 21,20 m, 37,75 m, 46,40 m und 52,15 m. Die beste Leistung war ein Wurf von 61,30 m.
   a) Stelle den Unterschied zwischen der besten Leistung und den angegebenen Leistungen fest!
   b) Stelle den Unterschied zwischen den einzelnen genannten Leistungen fest!
6. Stelle 5 Leistungen deiner Mitschüler im Weitsprung fest und vergleiche sie wie in Aufgabe 5!
7. In einer Mühle werden an einem Tage 475 kg, 962 kg und 313 kg Weizen abgeliefert. In der Mühle sind jetzt insgesamt 58 dz vorhanden. Wieviel Doppelzentner lagerten vor der Lieferung in der Mühle?
8. Bei dem Elektriker und Installateur Rößler in Berlin wurden einige Rechnungen über ausgeführte Reparaturen und Neuanlagen bezahlt. Er nahm 42,25 DM, 11,76 DM, 11,84 DM, 46,47 DM ein. Wie hoch war sein Kassenbestand zu Mittag vor Eingang der Beträge, wenn er jetzt 1 Hundertmarkschein, 2 Fünfzigmarkscheine, 8 Zwanzigmarkscheine, 5 Zehnmarkscheine, 5 Fünfmarkscheine, 6 Zweimarkscheine, 14 Einmarkscheine, 15 Fünfzigpfennigscheine, 12 Fünfzigpfennigstücke, 19 Zehnpfennigstücke, 7 Fünfpfennigstücke, 6 Einpfennigstücke in der Kasse hat?
9. Ein Industrieladen für Rundfunkgeräte sollte nach seinem Plan im letzten Quartal eines Jahres (im letzten Vierteljahr) folgenden Umsatz erzielen: im Oktober 136320,00 DM, im November 167450,00 DM, im Dezember 185845,00 DM.
   Tatsächlich wurde im Oktober für 137583,87 DM, im November für 176492,36 DM, im Dezember für 197354,22 DM verkauft.
   a) Für wieviel Mark wurde in den einzelnen Monaten mehr verkauft, als geplant war?
   b) Wie groß war der gesamte geplante Umsatz und der gesamte tatsächliche Umsatz?
   c) Für wieviel Mark wurde im Quartal mehr verkauft, als geplant war?
10. Eine HO-Verkäuferin sollte je Tag für 1340 DM Waren verkaufen. Tatsächlich verkaufte sie
    am Montag für 1287,46 DM, am Dienstag für 1356,82 DM,
    am Mittwoch für 1347,89 DM, am Donnerstag für 1315,63 DM,
    am Freitag für 1435,55 DM, am Sonnabend für 1476,25 DM.
    Rechne mit diesen Zahlen!
11. Ein Kartoffelhändler verkaufte im September 25,30 dz, 36,70 dz, 18,20 dz, 62,40 dz, 21,80 dz, 45,90 dz, 65,30 dz, 105,60 dz, 34,20 dz Kartoffeln. Es waren ihm mit O-Wagen der Reichsbahn einmal 15 t

und dann 20 t Kartoffeln geliefert worden. Außerdem hatte er noch einen Bestand von 83 dz. Wie hoch war dann sein letzter Bestand?

12. a) Ein Kraftfahrer übernahm einen Wagen, der schon 13714 km gefahren war. Durch gute Pflege gelang es dem Kraftfahrer, bis zum Kilometerstand von 86372 km ohne Generalreparatur zu fahren. Wieviel Kilometer fuhr er ohne größere Reparatur des Wagens?

b) Ein zweiter Fahrer übernahm einen Wagen mit einem Kilometerstand von 5329 km. Die erste große Reparatur wurde beim Kilometerstand von 114918 km nötig. Wieviel Kilometer fuhr der zweite Fahrer mehr als der erste, ohne eine größere Reparatur am Wagen zu haben?

c) Bilde selbst weitere Aufgaben!

13. In einem Kohlenrevier wurden an 29 Tagen die folgenden Mengen Kohle gefördert:

Tag	Menge in t	Tag	Menge in t	Tag	Menge in t
1.	2805	11.	3299	21.	3430
2.	3049	12.	3300	22.	3436
3.	3104	13.	3310	23.	3446
4.	2985	14.	3326	24.	3453
5.	2928	15.	3311	25.	3334
6.	3139	16.	3365	26.	3416
7.	3124	17.	3464	27.	3487
8.	3149	18.	3421	28.	3502
9.	2989	19.	3379	29.	3516
10.	2923	20.	3392		

Wie groß war die gesamte Fördermenge?

14. Zwei Aktivistengruppen im Mansfelder Kupferbergbau förderten in sechs Schichten die folgenden Erzmengen:

	1. Gruppe t	2. Gruppe t
1. Schicht	8,724	10,213
2. Schicht	9,463	9,562
3. Schicht	10,243	8,956
4. Schicht	8,978	9,763
5. Schicht	9,573	10,047
6. Schicht	9,922	9,892

a) Wie groß war die gesamte Fördermenge jeder Gruppe?
b) Wie groß war die gesamte Fördermenge beider Gruppen?
c) Wie groß ist der Unterschied zwischen der Fördermenge beider Gruppen?

15. Der Lohnstreifen eines Arbeiters enthielt für die Woche vom 13. bis 18. September 1954 die folgende Abrechnung:

48 Stunden zu 1,80 DM	86,40 DM,
abzüglich Beitrag für die Sozialversicherung	8,64 DM,
abzüglich Lohnsteuer	3,20 DM.

Welchen Betrag bekam der Arbeiter ausgezahlt?

16. Die Gehaltsabrechnung eines Angestellten für den Monat September 1954 nannte die folgenden Beträge:

Gehalt	408,— DM,
Beitrag für die Sozialversicherung	40,80 DM,
Lohnsteuer	11,70 DM.

Welcher Betrag wurde ausgezahlt?

17. In einem großen volkseigenen Betrieb wurden für die Betreuung der Werktätigen unter anderem folgende Beträge ausgegeben:

	1. Jahr DM	2. Jahr DM
für die Kulturgruppen	45918,65	58321.73
für das Kinderferienlager	324656,78	348325,66
für die Kindertagesstätte	208314,55	219583,75
für die Kinderkrippe	161897,18	205246,32
für die Betriebssportgemeinschaft	139938,64	158134,55
für die Poliklinik	72435,82	89672,36

a) Wie groß waren die Ausgaben in jedem Jahr insgesamt?
b) Wie groß waren die Ausgaben in beiden Jahren zusammen?
c) Um welchen Betrag nahmen die Ausgaben in den einzelnen Gruppen vom 1. Jahr zum 2. Jahr zu?
d) Um wieviel wuchsen die Gesamtausgaben vom 1. bis zum 2. Jahr?

18. In einem Betrieb verpflichteten sich die Werktätigen zu Aufbaustunden im Rahmen des nationalen Aufbauwerkes.

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe	5. Gruppe
Übernommene Verpflichtungen in Stunden,	2185	1328	3226	1993	2547
tatsächlich geleistete Stunden	3216	1159	2114	2311	3091

Bilde daraus Aufgaben und löse sie!

19. Helmut Schneider richtete sich ein Sparkonto ein. Dieses Konto zeigte die folgenden Eintragungen:

Tag	Abhebungen DM	Einzahlungen DM	Guthaben DM
1. 1.			495,–
25. 1.	175,–		
28. 2.		72,–	
18. 3.		63,50	
14. 5.	243,–		
31. 5.		96,–	
28. 6.		185,–	
12. 8.	75,–		
28. 9.		56,50	
27. 10.		127,–	
15. 12.	165,–		

a) Stelle fest, wie groß das Guthaben nach jeder Veränderung war!

b) Vergleiche die Gesamteinzahlungen und Gesamtabhebungen miteinander!

20. Auf der Erde wohnen rund 2467000000 Menschen. Davon leben in Europa 545 000 000, in Asien 1 400 000 000, in Nordamerika 209 000 000 Menschen. Wieviel leben in den übrigen Teilen der Erde?

15. Multiplikation

1) Wenn wir das Malnehmen am Zahlenstrahl bildlich darstellen, erkennen wir, daß **das Malnehmen ein wiederholtes Addieren** ist. Das bedeutet, daß eine Zahl so oft als Summand gesetzt wird, wie eine andere Zahl angibt.

Diese Feststellung wollen wir für die Aufgabe 4 · 6 am Zahlenstrahl untersuchen. Die 4 wird 6mal am Zahlenstrahl angetragen, so daß bei 24 das Ergebnis abgelesen werden kann. Es ist am Zahlenstrahl zu erkennen, daß die 4 als Summand 6mal gesetzt wurde (Abb. 33).

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = \underline{\underline{24}}$$

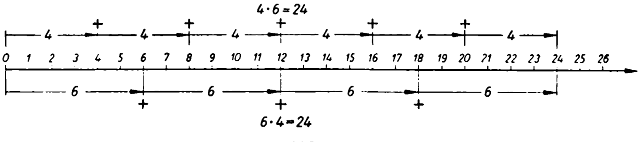


Abb. 33

Man kann auch kürzer sagen: Die 4 wurde mit 6 malgenommen.

$$4 \cdot 6 = \underline{\underline{24}}$$

Die Darstellung am Zahlenstrahl zeigt aber auch, daß man die 6 als Summanden 4mal setzen kann und dabei das gleiche Ergebnis erhält. Das heißt

$$6 + 6 + 6 + 6 = \underline{\underline{24}},$$

oder anders ausgedrückt: 6 ist mit 4 malgenommen worden.

$$6 \cdot 4 = \underline{\underline{24}}$$

Aus der Darstellung beider Aufgaben mit gleichem Ergebnis ist zu erkennen, daß die Glieder einer Aufgabe in beliebiger Reihenfolge malgenommen werden können. Demnach ist

$$\mathbf{4 \cdot 6 = 6 \cdot 4.}$$

Prüfe die Feststellung an ähnlichen selbstgewählten Beispielen!

2) In der Mathematik nennt man das Malnehmen **Multiplikation.** Das Tätigkeitswort heißt **multiplizieren.** Das erste Glied einer Multiplikationsaufgabe heißt **Multiplikand.** Das ist die Zahl, die vervielfältigt werden soll, das heißt, die als Summand gesetzt werden soll. Das zweite Glied ist der **Multiplikator.** Das ist die Zahl, mit der vervielfältigt werden soll. Als Multiplikator wählt man vorteilhaft die kleinere oder einfachere Zahl von beiden. Das Ergebnis der Multiplikationsaufgabe heißt **Produkt.** Multiplikand und Multiplikator werden auch **Faktoren** genannt.

3) An einem Beispiel wollen wir die Anwendung der Multiplikation untersuchen.

Aufgabe: Für das Ferienlager muß jeder Schüler 10 DM zuzahlen. 31 Schüler haben sich zur Teilnahme gemeldet. Wieviel Geld wurde insgesamt gezahlt?

Lösung: 10 DM müssen 31mal aufgebracht werden, demnach ist „10 DM“ der Multiplikand und „31“ der Multiplikator. Wir rechnen aber, ohne die Benennung zu berücksichtigen, und geben dem Produkt die Benennung des Multiplikanden.

$$10 \cdot 31 = \underline{\underline{310}}$$

Es wurden 310 DM gezahlt.

Es rechnet sich aber leichter, wenn 10, die einfachere Zahl, als Multiplikator gesetzt wird:

$$31 \cdot 10 = \underline{\underline{310}}.$$

Begründe, warum diese Multiplikation zum gleichen Ergebnis führt!

Zusammenfassung:

4	·	6	=	24
1. Faktor	**mal**	**2. Faktor**	**gleich**	**Produkt**
(Multiplikand)		**(Multiplikator)**		

Beim Multiplizieren können die Faktoren vertauscht werden.

4) Durch das schriftliche Multiplizieren sind wir in der Lage, vielstellige Zahlen miteinander zu multiplizieren.

a) Aufgabe (zur Wiederholung): 276 · 34

Lösung durch Überschlagsrechnung: durch schriftliches Rechnen:

300 · 30 = 9000

Das Ergebnis ist rund 9000.

$$\begin{array}{r} \underline{276 \cdot 34} \\ 828 \\ \underline{1104} \\ \underline{\underline{9384}} \end{array}$$

b) Aufgabe: 837 · 456

Lösung durch Überschlagsrechnung:

800 · 500 = 400000

Das Ergebnis beträgt rund 400000.

Lösung durch schriftliches Rechnen:

Wir beginnen beim Multiplizieren mit dem Hunderter des Multiplikators und multiplizieren mit ihm die Einer, Zehner und Hunderter des Multiplikanden, um das erste Teilprodukt zu erhalten. Dann multiplizieren wir mit dem Zehner des Multiplikators die Einer, Zehner und Hunderter des Multiplikanden und erhalten das zweite Teilprodukt usw. Beim Errechnen der Teilprodukte ist das Überschreiten der Zehnerstufen zu beachten.

$$\begin{array}{r} \underline{837 \cdot 456} \\ 3348 \\ 4185 \\ \underline{5022} \\ \underline{\underline{381672}} \end{array}$$

Wir sprechen:

28,	12 plus 2 gleich **14,**	32 plus 1 gleich **33,**
35,	15 plus 3 gleich **18,**	40 plus 1 gleich **41,**
42,	18 plus 4 gleich **22,**	48 plus 2 gleich **50.**

Die fettgedruckten Zahlen schreiben wir von rechts nach links. Wir beginnen beim Schreiben der Teilprodukte immer unter der Stelle des Multiplikators, mit der multipliziert wird.

Nach der Addition der Teilprodukte (3348, 4185 und 5022) erhalten wir als Produkt der Aufgabe:

$$837 \cdot 456 = \underline{\underline{381672}}.$$

c) Aufgabe: 2967 · 3258

Lösung durch Überschlagsrechnung:

$$3000 \cdot 3000 = 9000000$$

Das Ergebnis beträgt rund 9000000.

Lösung durch schriftliches Rechnen:

Wir beginnen mit dem Tausender des Multiplikators zu multiplizieren und sprechen:

2967 · 3258	
8901	**21,** 18 plus 2 gleich **20,** 27 plus 2 gleich **29,** 6 plus 2 gleich **8,**
5934	
14835	**14,** 12 plus 1 gleich **13,** 18 plus 1 gleich **19,** 4 plus 1 gleich **5,**
23736	
9666486	**35,** 30 plus 3 gleich **33,** 45 plus 3 gleich **48,** 10 plus 4 gleich **14,**
	56, 48 plus 5 gleich **53,** 72 plus 5 gleich **77,** 16 plus 7 gleich **23.**

d) Multiplikation von Kommazahlen

Die Kommazahl wird in eine ganze Zahl mit der kleinsten in der Kommazahl enthaltenen Benennung verwandelt. Nach der Lösung der Aufgabe wird das Produkt wieder in eine Kommazahl verwandelt, die die Benennung der höheren Einheit enthält.

Aufgabe: 7,34 DM · 23

Lösung durch schriftliches Rechnen:

734 · 23	
1468	
2202	734 Pf · 23 = 16882 Pf
16882	7,34 DM · 23 = 168,82 DM

durch Überschlagsrechnung:

$$700 \cdot 23 = 16100$$

Das Ergebnis beträgt rund 16100.

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben a) 5 · 7, b) 9 · 3, c) 8 · 4!

Übungen im Kopfrechnen:

2.	a) 105 · 4	b) 304 · 5	c) 807 · 3	d) 406 · 7
	e) 903 · 6	f) 502 · 8	g) 708 · 2	h) 202 · 9
3.	a) 1005 · 4	b) 2007 · 3	c) 4008 · 5	d) 5004 · 9
	e) 1050 · 3	f) 6040 · 7	g) 3070 · 5	h) 8030 · 6
4.	a) 37 · 3	b) 37 · 6	c) 37 · 21	d) 37 · 12

5. a) 27 · 30   b) 36 · 50   c) 39 · 40   d) 23 · 70
e) 63 · 90   f) 52 · 40   g) 74 · 60   h) 65 · 80

6. a) 58 · 400   b) 72 · 200   c) 84 · 600   d) 91 · 300
e) 47 · 800   f) 93 · 500   g) 67 · 700   h) 86 · 900

Schriftliches Rechnen

7. Multipliziere die Zahlen
a) 5632, b) 2089, c) 3674, d) 9826, e) 8107,
f) 13472, g) 64890, h) 42937, i) 60635, k) 28503
der Reihe nach mit 8, 5, 4, 9, 6, 7 und 3!

8. Multipliziere die Zahlen
a) 523, b) 6780, c) 4910, d) 20500, e) 18600, f) 84300
der Reihe nach mit 60, 20, 80, 300, 700 und 900!

9. a) 825 · 19   b) 587 · 23   c) 369 · 36
d) 846 · 35   e) 657 · 56   f) 729 · 58
g) 927 · 75   h) 423 · 87   i) 476 · 92
k) 298 · 94   l) 8432 · 25   m) 6587 · 32
n) 9975 · 43   o) 5834 · 47   p) 3465 · 53
q) 7536 · 39   r) 6715 · 58   s) 8495 · 64

10. a) 805 · 746   b) 452 · 823   c) 429 · 385
d) 437 · 582   e) 692 · 293   f) 345 · 543
g) 729 · 547   h) 963 · 674   i) 268 · 975

11. a) 287 · 135   b) 369 · 187   c) 476 · 153
d) 563 · 351   e) 872 · 471   f) 432 · 541
g) 874 · 513   h) 926 · 407   i) 637 · 819

12. a) 7935 · 284   b) 6739 · 503   c) 8274 · 745
d) 4357 · 902   e) 7819 · 371   f) 1346 · 125
g) 5264 · 319   h) 4625 · 187   i) 6243 · 861

13. a) 27305 · 296   b) 13902 · 516   c) 80523 · 943
d) 91025 · 816   e) 84017 · 703   f) 38563 · 208
g) 80359 · 921   h) 17408 · 627   i) 57906 · 752

14. a) 34246 · 1337   b) 15208 · 2084   c) 63729 · 3105
d) 26083 · 2164   e) 20683 · 3617   f) 42963 · 4034
g) 53609 · 5173   h) 84533 · 2948   i) 52167 · 2162

15. a) 78 · 29 · 17   b) 65 · 95 · 36   c) 56 · 39 · 64
d) 264 · 52 · 84 · 9   e) 56 · 39 · 29 · 13 · 60   f) 121 · 231 · 429
g) 615 · 326 · 507   h) 994 · 487 · 485   i) 423 · 606 · 284

16. Bilde aus der folgenden Tabelle Multiplikationsaufgaben! Zum Beispiel:

a) Multipliziere in der ersten Zeile die Zahlen der Spalten **a** bis **d** mit den Zahlen der Spalten **A** bis **C**!

b) Multipliziere die Zahlen der Spalte **a** mit den Zahlen der Spalte **B**! usw.

	a	b	c	d	A	B	C
1	684	8057	13486	897358	7	19	295
2	347	6468	27003	802703	9	34	403
3	692	9305	32560	770047	3	42	756
4	803	2499	48281	542503	5	58	209
5	756	4358	91395	351270	4	94	199
6	555	5074	46070	986005	8	63	978

17. a) 29,32 DM · 16 b) 923,28 DM · 34 c) 602,08 DM · 69
d) 482,03 DM · 46 e) 704,08 DM · 47 f) 580,06 DM · 92
g) 1348,25 DM · 134 h) 2618,91 DM · 225 i) 3734,48 DM · 334

18. a) 43 kg 75 g · 92 b) 95 kg 163 g · 67 c) 46 kg 239 g · 126
d) 57,107 kg · 45 e) 68,332 kg · 215 f) 75,825 kg · 204
g) 19,006 kg · 217 h) 30,009 kg · 405 i) 18,321 kg · 137

Rechenvorteile

a) Ein Faktor liegt in der Nähe von 100, 1000 usw.

1. $98 \cdot 7 = 100 \cdot 7 - 2 \cdot 7 = \underline{\underline{686}}$
2. $1003 \cdot 15 = 1000 \cdot 15 + 3 \cdot 15 = \underline{\underline{15045}}$
3. $997 \cdot 13 = 1000 \cdot 13 - 3 \cdot 13 = \underline{\underline{12961}}$

b) Ein Faktor ist ein bequemer Teil einer Zehnerstufe, zum Beispiel:

$5 = 10 : 2, \quad 25 = 100 : 4, \quad 125 = 1000 : 8.$

1. $84 \cdot 5 = 84 \cdot 10 : 2 = 840 : 2 = \underline{\underline{420}}$
2. $96 \cdot 25 = 96 \cdot 100 : 4 = 9600 : 4 = \underline{\underline{2400}}$

c) Produkte aus gleichen Faktoren kann man verkürzt schreiben.

Beispiele: $2 \cdot 2 = 2^2$, sprich: 2 hoch 2
$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, sprich: 2 hoch 3
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$, sprich: 2 hoch 4
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$, sprich: 2 hoch 5

Die hoch geschriebene Zahl neben dem Faktor gibt an, wie oft der gleiche Faktor gesetzt werden muß. Die hoch gesetzte Zahl wird auch Hochzahl genannt. Der Faktor wird als Grundzahl bezeichnet.

Rechne vorteilhaft!

19. a) $99 \cdot 5$ b) $99 \cdot 9$ c) $97 \cdot 3$ d) $98 \cdot 4$
e) $999 \cdot 3$ f) $998 \cdot 4$ g) $997 \cdot 5$ h) $996 \cdot 6$

20. a) $103 \cdot 9$ b) $101 \cdot 15$ c) $102 \cdot 5$ d) $105 \cdot 6$
e) $1001 \cdot 11$ f) $1008 \cdot 2$ g) $1007 \cdot 8$ h) $1005 \cdot 5$

21. Schreibe die folgenden Multiplikationsaufgaben in der Kurzform!
a) $3 \cdot 3$ b) $3 \cdot 3 \cdot 3$ c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
d) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ e) $4 \cdot 4$ f) $5 \cdot 5 \cdot 5$
g) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ h) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ i) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
k) $4 \cdot 4 \cdot 4$ l) $6 \cdot 6$ m) $8 \cdot 8 \cdot 8$

22. Schreibe als Produkt mit gleichen Faktoren und errechne das Produkt!
a) 10^2 b) 10^3 c) 10^4 d) 10^5

23. Schreibe eine Million als Zahl, als Produkt gleicher Faktoren und in der Kurzform des Produkts!

24. Löse die folgenden Aufgaben mit Rechenvorteil!
a) $97 \cdot 8$ b) $995 \cdot 6$ c) $96 \cdot 7$
d) $998 \cdot 4$ e) $95 \cdot 9$ f) $996 \cdot 8$
g) $1004 \cdot 14$ h) $107 \cdot 6$ i) $1003 \cdot 13$

25. Multipliziere die Zahlen
48, 84, 32, 126, 244, 3248, 5276 mit 5!

26. Multipliziere die Zahlen
36, 24, 84, 128, 244, 844, 1276, 3248 mit 25!

27. Bei der Deutschen Reichsbahn beträgt der Fahrpreis für Personenzüge 3. Klasse je Kilometer 8 Pf. Berechne den Fahrpreis für Personenzüge und für folgende Entfernungen:
a) 18 km, b) 56 km, c) 137 km, d) 153 km,
e) 241 km, f) 327 km, g) 335 km, h) 372 km,
i) 308 km, k) 317 km, l) 341 km!

Anleitung: Die Reichsbahn rundet Fahrpreise auf:
bis zu 2 DM auf 10 Pf, über 2 DM bis 20 DM auf 20 Pf und über 20 DM auf 40 Pf. Runde in den Aufgaben entsprechend!

Lösungsbeispiel: Der Fahrpreis für Personenzüge über 35 km ist zu berechnen.

Wir rechnen $34 \cdot 8 = \underline{\underline{272 \approx 280}}$, also 280 Pf oder 2,80 DM.

Der Preis für 35 km Bahnfahrt beträgt 2,80 DM.

28. Für Eil- und Schnellzüge müssen für die 3. Klasse die folgenden Zuschläge gezahlt werden:

	Eilzüge DM	Schnellzüge DM
Zone I bis zu 300 km	1,50	3,–
Zone II über 300 km	2,50	5,–

Berechne den Fahrpreis der 3. Klasse a) für Eilzüge, b) für Schnellzüge über die Entfernungen der Aufgabe 25!

Entfernungstafel (Angabe in Bahnkilometern) I

nach \ von	Berlin	Dresden	Erfurt	Frankfurt (Oder)	Görlitz	Halle (Saale)	Leipzig	Magdeburg	Plauen	Rostock
Berlin	–	180	271	88	208	162	165	142	287	233
Dresden	180	–	237	193	106	158	120	240	177	498
Erfurt	271	237	–	353	334	109	117	167	187	448
Frankfurt (Oder)	88	193	353	–	166	249	223	230	344	301
Görlitz	208	106	334	166	–	242	217	328	283	422
Halle (Saale)	162	158	109	249	242	–	38	87	160	367
Leipzig	165	120	117	223	217	38	–	120	122	400
Magdeburg	142	240	167	230	328	87	120	–	242	281
Plauen	287	177	187	344	283	160	122	242	–	500
Rostock	233	498	448	301	422	367	400	281	500	–

29. Bestimme nach den Entfernungstafeln (Seite 66 und 67) die Bahnentfernungen
   a) von Aachen nach Berlin,
   b) von Berlin nach Erfurt,
   c) von Berlin nach München,
   d) von Dresden nach Rostock,
   e) von Halle nach Görlitz,
   f) von Frankfurt a. M. nach Dresden,
   g) von Leipzig nach Magdeburg,
   h) von München nach Leipzig!

Berechne für die abgelesenen Entfernungen den Fahrpreis 3. Klasse bei Benutzung von Personenzügen, Eilzügen und Schnellzügen!

Entfernungstafel (Angabe in Bahnkilometern) II

von / nach	Aachen	Berlin	Bremen	Dresden	Frankfurt (Main)	Hamburg	Köln	Leipzig	München	Stuttgart	Halle (Saale)	Rostock	Frankfurt (Oder)
Aachen	—	624	376	737	294	494	72	617	707	409	622	797	746
Berlin	624	—	339	180	539	287	577	165	653	652	162	258	88
Bremen	376	339	—	512	478	119	335	392	757	660	356	357	499
Dresden	737	180	512	—	506	470	667	120	543	597	158	475	268
Frankfurt (Main)	294	539	478	506	—	533	222	386	413	207	372	711	615
Hamburg	494	287	119	470	533	—	454	374	812	715	362	244	388
Köln	72	577	335	667	222	454	—	547	635	402	550	701	677
Leipzig	617	165	392	120	386	374	547	—	488	499	38	422	252
München	707	653	757	543	413	812	635	488	—	249	515	880	773
Stuttgart	409	652	660	597	207	715	402	499	249	—	521	886	859
Halle (Saale)	622	162	356	158	372	362	550	38	515	521	—	367	249
Rostock	797	258	357	475	711	244	701	422	880	886	367	—	333
Frankfurt (Oder)	746	88	499	268	615	388	677	252	773	859	249	333	—

Beispiel: Von Frankfurt a. M. nach Hamburg 533 km.

30. Bilde Reiseaufgaben und verwende dazu Zahlenangaben aus den Entfernungstafeln!

31. 27 Pioniere gehen auf Fahrt. Die Reisekosten betragen je Pionier 24,30 DM. Wieviel Mark kassiert der Pionierleiter?

32. In einer Klasse haben 23 Kinder Lernmittelfreiheit. Jedes Kind erhält Lernmittel im Werte von 17,65 DM. Wieviel Mark gibt unser Arbeiter-und-Bauern-Staat für diese Kinder aus?

33. Zum Kugelstoßen verwendet man Kugeln mit einem Gewicht von 5 kg und 7,25 kg. Zur Übung auf dem Sportplatz sollen 13 Kugeln zu 5 kg und 8 Kugeln zu 7,25 kg mitgenommen werden. Wieviel Kilogramm müssen insgesamt mitgenommen werden?

34. Stelle das Gewicht des Mathematiklehrbuches fest! Errechne das Gewicht für 17 Lehrbücher, die Dieter aus der Buchhandlung abholen muß!

35. Der Bezugspreis für die Tageszeitung „Neues Deutschland“ beträgt im Monat 3,50 DM. Die Zeitungsträgerin kassiert zu Beginn des Monats und hat schon von 165 Lesern das Geld erhalten. Wieviel Geld hat sie eingenommen?

36. In einer Konditorei werden je Torte ohne Füllung unter anderem 125 g Butter, 235 g Mehl, 85 g Zucker benötigt. Wieviel Kilogramm von jeder Zutat verbraucht die Konditorei, wenn sie 64 Torten herstellt?

37. Ein Bauer überprüft im Herbst seine Vorräte und stellt einen Futterplan für seine 5 Kühe auf. Eine Kuh frißt an einem Tag 7 kg Heu, 25 kg Rüben und 2 kg Kraftfutter.

Wieviel Kilogramm von jeder Futtersorte braucht der Bauer für die Monate November bis März? (Rechne die Monate kalendermäßig!)

38. **a)** In einem HO-Warenhaus erzielte jede Verkäuferin einen durchschnittlichen Monatsumsatz von 17362 DM. Wie groß war der gesamte Umsatz, wenn 129 Verkäuferinnen tätig waren?

b) Der durchschnittliche Monatsumsatz jeder Verkäuferin wurde durch Werbemaßnahmen und Verbesserungen in den Verkaufsabteilungen um monatlich 563 DM erhöht. Wie groß war nunmehr der gesamte Umsatz?

39. In einer Blusennäherei werden

für eine Bluse, Modell Lilo, 185 cm Stoff,
für eine Bluse, Modell Ursel, 178 cm Stoff,
für eine Bluse, Modell Gisela, 206 cm Stoff gebraucht.

a) Nach dem Plan fertigt die Näherei an: 345 Blusen des Modells Lilo, 276 Blusen des Modells Ursel, 398 Blusen des Modells Gisela.

Wieviel Meter Stoff werden für die Anfertigung jedes Modells insgesamt benötigt? Wieviel Meter Stoff werden insgesamt für die Anfertigung aller Modelle gebraucht?

b) Beim Zuschneiden des Modells Gisela konnten je Bluse 3 cm Stoff eingespart werden. Wieviel Meter Stoff waren das insgesamt?

40. Anläßlich des Tages der Aktivisten erhielten in einem volkseigenen Betrieb

15 Kollegen eine Prämie zu 225 DM,
21 Kollegen eine Prämie zu 165 DM,
18 Kollegen eine Prämie zu 120 DM,
27 Kollegen eine Prämie zu 85 DM.

Welcher Betrag wurde insgesamt für Prämien ausgegeben?

41. Für die Teilnahme am Aufbausparen konnten vier neue Kollegen gewonnen werden. Der erste spart monatlich 12,50 DM, der zweite 18,50 DM, der dritte 25 DM und der vierte 21,50 DM.
   a) Welchen Betrag spart jeder einzelne Kollege in einem Jahr?
   b) Welche Summe sparen die vier Kollegen insgesamt innerhalb eines Jahres?

42. In Kleiderwerkstätten werden Mäntel, Jacken und Kostüme hergestellt. Es wurden an eine DHZ (Deutsche Handelszentrale) folgende Stücke geliefert:

   176 Mäntel zu 93,46 DM je Stück,
   238 Jacken zu 45,27 DM je Stück,
   94 Kostüme zu 97,65 DM je Stück.

   Welchen Betrag hat die DHZ an die Kleiderwerkstätten für die gelieferten Stücke zu zahlen?

43. In einer Polsterwerkstatt in Berlin werden 6 Sessel und 4 Couches angefertigt. Ein Sessel wird in 48 Stunden und eine Couch in 58 Stunden gearbeitet. Ein Polsterer erhält 1,79 DM Arbeitslohn für die Stunde. Ein Sessel kostet nach Fertigstellung 550 DM, eine Couch kostet 685 DM.
   a) Wieviel Mark Lohn sind für die Herstellung von 6 Sesseln zu zahlen?
   b) Wieviel Mark Lohn sind für die Herstellung von 4 Couches zu zahlen?
   c) Wieviel Kosten für Material und sonstiges, neben Lohn, entstehen einem Kunden für die Anfertigung eines Sessels und einer Couch?

44. Eine Schlosserei fertigte Kunstschmiedegitter für die Stalinallee in Berlin an. Ein Schlosser arbeitete 82 Stunden an einem Gitter und erhielt 2,01 DM Lohn je Stunde.
   Wieviel Lohn mußte für die Fertigstellung von vier Gittern gezahlt werden?

45. In einer Seilerei werden von einem Werktätigen je Stunde 3565 dm Seil hergestellt. Wieviel Meter werden in einem Monat hergestellt, wenn 207 Stunden gearbeitet wird?

46. Zum Bau eines Teiles für ein Radiogerät sind 132 cm Schaltdraht nötig. Wieviel Schaltdraht wurde für die Herstellung von 16350 Teilen benötigt?

47. Für das Drehen einer Kurbelwelle wurde ein Leistungslohn von 16,45 DM gezahlt. Wieviel betrug der Lohn für die Monatsproduktion von 2367 Kurbelwellen?

48. Ein Gemüse-Einzelhändler wird beliefert mit

124 Dosen Mischgemüse	zu 1,27 DM je Dose,
96 Dosen Erbsen	zu 1,53 DM je Dose,
145 Dosen Karotten	zu 1,23 DM je Dose,
65 Dosen Bohnen	zu 1,32 DM je Dose.

Für wieviel Mark erhält das Geschäft Konserven?

In den folgenden Aufgaben sind die bisher geübten Rechenarten miteinander verbunden.

49. Erika kaufte ein: 12 Brötchen zu je 5 Pf, 2 Brote zu je 76 Pf und 6 Stück Kuchen zu je 35 Pf. Sie bekam einen Fünfmarkschein zum Einkauf mit.
Gib die Reihenfolge der einzelnen Rechenarten an! Berechne, welchen Betrag Erika wieder mit nach Hause bringt!

50. Mutter kauft zum Sonntag ein. Sie kauft 1500 g Fleisch (1 kg kostet 3,80 DM), 300 g Wurst (100 g kosten 1,30 DM), 1 Stück Butter zu 1,05 DM, 1500 g Weißkraut (1 kg kostet 70 Pf), 2 Brote zu je 76 Pf, 2 Büchsen Fischkonserven zu je 2,56 DM. Sie hatte zwei Zwanzigmarkscheine mitgenommen. Wieviel Geld bekam sie heraus?

51. Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

16. Division

1) Im 4. Schuljahr hatten wir bereits erkannt, daß sich Aufgaben über das Enthaltensein und Teilen auf die gleiche Weise lösen lassen, nämlich durch Teilen.

Auch das Teilen wollen wir am Zahlenstrahl darstellen. Wir betrachten die Aufgabe $15 : 5 = 3$ am Zahlenstrahl (Abb. 34).

Dabei erkennen wir, daß von 15 die 5 insgesamt 3mal subtrahiert werden kann. Das heißt also: **Das Teilen bedeutet ein Rückwärtsschreiten am Zahlenstrahl.**

Gehen wir den umgekehrten Weg, das heißt, schreiten wir am Zahlenstrahl vorwärts, dann multiplizieren wir und lösen die Aufgabe $5 \cdot 3 = 15$.

Untersuche diese Feststellung am Zahlenstrahl mit selbstgewählten Beispielen!

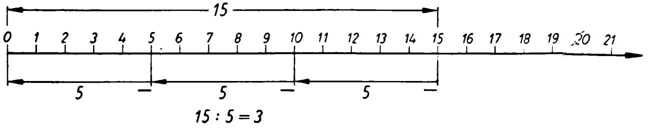


Abb. 34

Wir erkennen aus der Darstellung am Zahlenstrahl, daß das Teilen die Umkehrung der Multiplikation ist.

2) In der Mathematik bezeichnen wir das Teilen als **Division.** Das Tätigkeitswort heißt **dividieren.** Die Glieder einer Divisionsaufgabe haben folgende Bezeichnungen: Die erste Zahl heißt **Dividend.** Es ist die Zahl, die dividiert werden soll. Die zweite Zahl ist der **Divisor.** Es ist die Zahl, durch die geteilt wird. Das Ergebnis der Divisionsaufgabe heißt **Quotient.**

3) Auch bei der Division haben wir die Möglichkeit zu prüfen, ob wir richtig gerechnet haben. Wir führen die **Probe** durch. Anschaulich ist es bereits am Zahlenstrahl geschehen. — Bei der Probe gehen wir den umgekehrten Weg: Wir multiplizieren also den Quotienten mit dem Divisor und erhalten den Dividenden als Ergebnis. Die Probe zur Divisionsaufgabe $15 : 5 = 3$ lautet demnach

$$3 \cdot 5 = \underline{\underline{15}}.$$

Zusammenfassung:

Division:	**15**	**:**	**5**	**=**	**3**
	Dividend	**durch**	**Divisor**	**gleich**	**Quotient**
Probe:	**3**	**·**	**5**	**=**	**15**
	Quotient	**mal**	**Divisor**	**gleich**	**Dividend**

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

4) An einigen Beispielen soll die schriftliche Division erläutert werden.

a) Aufgabe (zur Wiederholung): 861 : 7 (Der Divisor ist einstellig.)

Lösung durch schriftliches Rechnen:

Ausführliche Form

$$\begin{array}{l} 861 : 7 = \underline{\underline{123}} \\ \underline{7} \\ 16 \\ \underline{14} \\ \;\;21 \\ \;\;\underline{21} \\ \;\;\;0 \end{array}$$

Verkürzte Form

$$\begin{array}{l} 861 : 7 = \underline{\underline{123}} \\ \;16 \\ \;\;21 \\ \;\;\;0 \end{array}$$

durch Überschlagsrechnung:

$900 : 7 \approx 130$

Das Ergebnis ist rund 130.

In einer Divisionsaufgabe dividieren wir zunächst die höchste Stelle des Dividenden durch den Divisor. Wir dividieren also in diesem Beispiel zunächst die Hunderter, dann die Zehner und zuletzt die Einer durch den Divisor. Nach jeder Teildivision multiplizieren wir den gefundenen Quotienten der betreffenden Stelle mit dem Divisor. Dieses Produkt subtrahieren wir vom Dividenden. In der verkürzten Schreibweise der schriftlichen Division wird das Produkt nicht mitgeschrieben.

Wir sprechen: 8 dividiert durch 7 ist rund **1**,
1 mal 7 gleich 7 plus **1** gleich 8,

16 dividiert durch 7 ist rund **2**,
2 mal 7 gleich 14 plus **2** gleich 16,

21 dividiert durch 7 gleich **3**,
3 mal 7 gleich 21 plus **0** gleich 21.

Probe: $123 \cdot 7 = \underline{\underline{861}}$

Die fettgedruckten Ziffern wurden im Quotienten und in den schriftlichen Zwischenrechnungen in die entsprechenden Stellen geschrieben. In der gleichen Weise wird in den folgenden Beispielen verfahren.

b) Aufgabe: 16872 : 37 (Der Divisor ist zweistellig.)

Lösung durch schriftliches Rechnen:

Ausführliche Form

16872 : 37 = $\underline{\underline{456}}$
148
 207
 185
  222
  222
   0

Verkürzte Form

16872 : 37 = $\underline{\underline{456}}$
 207
  222
   0

durch Überschlagsrechnung:

$17000 : 40 \approx 400$

Das Ergebnis ist rund 400.

(Bei der Division ist es zweckmäßig, den Dividenden und den Divisor im gleichen Sinne zu runden, beide entweder auf- oder abzurunden.)

Um die Ergebnisse der Teildivisionen besser schätzen zu können, runden wir den Divisor auf volle Zehner: $37 \approx 40$. Zehntausender und Tausender lassen sich nicht durch 40 dividieren. Jedoch sind

168 Hunderter : 40 $\approx$ 4 Hunderter.

Nach der Subtraktion des Produktes 148 verbleiben 20 Hunderter.

207 Zehner : 40 $\approx$ 5 Zehner

Nach der Subtraktion des Produktes 185 verbleiben 22 Zehner.

222 Einer : 40 $\approx$ 6 Einer

Diese Überlegungen stellen wir vor jeder Teildivision an und sprechen dann bei der verkürzten Form der Division:

168 dividiert durch 37 ist rund **4**.
4 mal 7 gleich 28 plus **0** gleich 28,
(gemerkt 2) 4 mal 3 gleich 12, 14 plus **2** gleich 16,

207 dividiert durch 37 ist rund **5**,
5 mal 7 gleich 35 plus **2** gleich 37,
(gemerkt 3) 5 mal 3 gleich 15, 18 plus **2** gleich 20,

	222 dividiert durch 37 gleich **6**,
	6 mal 7 gleich 42 plus 0 gleich 42,
(gemerkt 4)	6 mal 3 gleich 18, 22 plus **0** gleich 22.

Probe: $456 \cdot 37 = \underline{\underline{16872}}$

c) Aufgabe: 17732 : 572 (Der Divisor ist dreistellig.)

Lösung durch schriftliches Rechnen: durch Überschlagsrechnung:

Ausführliche Form

$$\begin{array}{l} 17732 : 572 = \underline{\underline{31}} \\ \underline{1716} \\ 572 \\ \underline{572} \\ 0 \end{array}$$

Verkürzte Form

$$\begin{array}{l} 17732 : 572 = \underline{\underline{31}} \\ \underline{572} \\ 0 \end{array}$$

18000 : 600 = 30

Das Ergebnis ist rund 30.

Mit Hilfe der Überschlagsrechnung stellen wir entsprechende Überlegungen an wie in der Aufgabe b). Dann sprechen wir bei der verkürzten Form der Division:

	1773 dividiert durch 572 ist rund **3**,
	3 mal 2 gleich 6 plus **7** gleich 13,
(gemerkt 1)	3 mal 7 gleich 21, 22 plus **5** gleich 27,
(gemerkt 2)	3 mal 5 gleich 15, 17 plus 0 gleich 17,
	572 dividiert durch 572 gleich **1**.

Probe: $31 \cdot 572 = \underline{\underline{17732}}$

Die verkürzte Form der Division kann man erst anwenden, wenn man das Dividieren sicher beherrscht.

d) Aufgabe: 1012809 : 2837 (Der Divisor ist mehrstellig.)

Lösung durch schriftliches Rechnen: durch Überschlagsrechnung:

Ausführliche Form

$$\begin{array}{l} 1012809 : 2837 = \underline{\underline{357}} \\ \underline{8511} \\ 16170 \\ \underline{14185} \\ 19859 \\ \underline{19859} \\ 0 \end{array}$$

Verkürzte Form

$$\begin{array}{l} 1012809 : 2837 = \underline{\underline{357}} \\ \underline{16170} \\ \underline{19859} \\ 0 \end{array}$$

$1000000 : 3000 \approx 300$

Das Ergebnis ist rund 300.

Mit Hilfe der Überschlagsrechnung stellen wir auch hier wieder entsprechende Überlegungen an wie in der Aufgabe b).

Wir sprechen bei der verkürzten Form der Division:

	10128 dividiert durch 2837 ist rund **3**,
	3 mal 7 gleich 21 plus **7** gleich 28,
(gemerkt 2)	3 mal 3 gleich 9, 11 plus **1** gleich 12,
(gemerkt 1)	3 mal 8 gleich 24, 25 plus **6** gleich 31,
(gemerkt 3)	3 mal 2 gleich 6, 9 plus **1** gleich 10,
	16170 dividiert durch 2837 ist rund **5**,
	5 mal 7 gleich 35 plus **5** gleich 40,
(gemerkt 4)	5 mal 3 gleich 15, 19 plus **8** gleich 27,
(gemerkt 2)	5 mal 8 gleich 40, 42 plus **9** gleich 51,
(gemerkt 5)	5 mal 2 gleich 10, 15 plus **1** gleich 16,
	19859 dividiert durch 2837 gleich **7**,
	7 mal 7 gleich 49 plus **0** gleich 49,
(gemerkt 4)	7 mal 3 gleich 21, 25 plus 0 gleich 25,
(gemerkt 2)	7 mal 8 gleich 56, 58 plus 0 gleich 58,
(gemerkt 5)	7 mal 2 gleich 14, 19 plus 0 gleich 19.

Probe: $357 \cdot 2837 = \underline{\underline{1012809}}$

e) Verbleibt bei der Division ein Rest, so ändert sich am Verfahren nichts.
Aufgabe: 35196 : 417

Lösung durch Überschlagsrechnung:

$$35000 : 400 \approx 80$$

Das Ergebnis liegt zwischen 80 und 90.

Lösung durch schriftliches Rechnen:

$$\begin{array}{l} \underline{35196} : 417 = \underline{\underline{84 \text{ Rest } 168}} \\ \;\;\underline{1836} \\ \;\;\;\;168 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{r} \underline{417 \cdot 84} \\ 3336 \\ \underline{1668} \\ 35028 \\ + \;\; \underline{168} \\ \underline{\underline{35196}} \end{array}$$

f) Teilen und Enthaltensein

1. Edith hat 3 m Stoff für 36,— DM gekauft. Wieviel kostet 1 m?
   Sie rechnet: 36 DM : 3 = 12 DM.
   1 Meter Stoff kostet 12,— DM.
   Die Aufgabe hat sie mit Hilfe des **Teilens** gelöst.

2. Gisela kaufte einen Stoffrest für 36,— DM. 1 m kostete 12,— DM. Wieviel Meter betrug der Stoffrest?
   Gisela rechnet: 12 DM sind in 36 DM 3mal enthalten, denn 36 : 12 = 3.
   Der Stoffrest war also 3 m lang.
   Diese Aufgabe löste sie durch das **Enthaltensein.**

Merke: Ist der Divisor unbenannt, dann wird die Aufgabe durch Teilen gelöst. Der Quotient erhält die gleiche Benennung wie der Dividend.

Haben Dividend und Divisor die gleiche Benennung, dann wird die Aufgabe durch das Enthaltensein gelöst. Der Quotient ist unbenannt.

g) Dividieren von Kommazahlen

Aufgabe: 245,25 DM sollen in 9 gleiche Beträge geteilt werden.

Lösung durch schriftliches Rechnen:

$24525 : 9 = \underline{\underline{2725}}$
65
22
45
0

durch Überschlagsrechnung:

$25000 : 9 \approx 2800$
Das Ergebnis ist rund 2800.

24525 Pf : 9 = 2725 Pf = 27,25 DM

Vergiß nicht, bei Aufgaben mit benannten Zahlen dem Ergebnis die richtige Benennung zu geben!

h) Anwendung des Dividierens beim Enthaltensein

Aufgabe: Wie oft sind 2,15 DM in 81,70 DM enthalten?

Lösung durch schriftliches Rechnen:

$8170 : 215 = \underline{\underline{38}}$
1720
0

Wir rechnen: 215 Pf sind in 8170 Pf 38mal enthalten.
2,15 DM sind in 81,70 DM 38mal enthalten.

Aufgaben

1. Verdeutliche an je einem Zahlenstrahl (Einheit 5 mm) die Aufgaben **a)** 36 : 9, **b)** 32 : 4, **c)** 39 : 13!

Übungen im Kopfrechnen

2. a)	144 : 3	476 : 4	762 : 6	375 : 5
b)	756 : 7	981 : 9	832 : 8	654 : 6
c)	3276 : 3	7567 : 7	8364 : 4	9567 : 9
d)	6444 : 6	8592 : 8	8276 : 4	5455 : 5
e)	9294 : 3	9657 : 9	7504 : 7	6564 : 6

3.	**a)**	1350:50	1380:30	1500:20	3440:40
	b)	7920:60	17440:80	7560:90	6720:70
	c)	8100:300	8400:600	18000:500	39200:700
	d)	67500:900	52500:300	99200:800	70400:400

Schriftliches Rechnen

Errechne das Ergebnis ohne schriftliche Zwischenrechnung!

4.	**a)**	7864 : 2	8792 : 2	4467 : 3	8853 : 3	5136 : 4
	b)	7748 : 4	9185 : 5	9675 : 5	6582 : 6	8514 : 6
	c)	8344 : 7	9709 : 7	5312 : 8	7504 : 8	9752 : 8
	d)	5958 : 9	6831 : 9	8973 : 9	9423 : 9	9774 : 9
	e)	45552 : 4	13205 : 5	90345 : 5	26346 : 6	73518 : 6
	f)	15554 : 7	30184 : 7	38584 : 7	46417 : 7	19112 : 8
	g)	46304 : 8	63256 : 8	72792 : 8	10467 : 9	38844 : 9
	h)	172578 : 6	270702 : 9	133861 : 7	250656 : 7	90993 : 7
	i)	104112 : 8	925056 : 8	116163 : 9	198360 : 9	878868 : 9
	k)	3691386 : 6	4322206 : 6	2435447 : 7	6093059 : 7	2998740 : 4
	l)	5799296 : 8	7762768 : 8	5043078 : 9	8989182 : 9	5080254 : 6

5.	**a)**	473 : 11	925 : 13	1134 : 14	3430 : 16	5685 : 15
	b)	2058 : 21	3738 : 34	4475 : 71	5948 : 56	3645 : 81
	c)	1920 : 32	4584 : 45	5096 : 52	6377 : 85	6900 : 92
	d)	3168 : 33	5272 : 52	1118 : 43	5396 : 76	4851 : 63
	e)	4944 : 24	2496 : 86	5632 : 44	7439 : 68	9118 : 94
	f)	46307 : 54	58616 : 19	74326 : 87	485637 : 82	731584 : 95

6.	**a)**	42120 : 216	**b)**	93627 : 309	**c)**	82716 : 732
	d)	17732 : 572	**e)**	42745 : 415	**f)**	97544 : 712
	g)	84988 : 817	**h)**	46513 : 193	**i)**	272916 : 798
	k)	147744 : 432	**l)**	642249 : 729	**m)**	584408 : 638
	n)	655498 : 987	**o)**	579244 : 809	**p)**	665334 : 999
	q)	692742 : 878	**r)**	1524428 : 892	**s)**	1867232 : 989
	t)	6507426 : 753	**u)**	3127080 : 824	**v)**	5528699 : 781
	w)	1630590 : 676	**x)**	2104425 : 597	**y)**	1869192 : 936

7.	**a)**	183524 : 4268	**b)**	156054 : 2517	**c)**	293322 : 5146
	d)	553432 : 7282	**e)**	243688 : 2936	**f)**	952158 : 3729
	g)	567034 : 8371	**h)**	3746838 : 3967	**i)**	8461469 : 7157

8.	**a)**	2086070 : 238	**b)**	292707 : 879	**c)**	517482 : 666
	d)	207936 : 456	**e)**	5332114 : 1234	**f)**	378735650 : 8765

9.	**a)**	34188 : 307	**b)**	18592 : 141	**c)**	58088 : 248
	d)	645819 : 987	**e)**	887889 : 999	**f)**	237693 : 687

10. a) Dividiere in den Zeilen 1 bis 6 die Zahlen der Spalten **a** bis **d** durch die Zahlen der Spalten **A** bis **C**!
b) Bilde andere Aufgaben!

	a	b	c	d	A	B	C
1	926	6036	15638	583008	2	12	216
2	402	4567	38759	709216	8	32	305
3	528	2823	49207	823305	6	51	448
4	795	8645	97504	441628	4	76	694
5	888	9579	83006	332703	5	88	536
6	927	7004	62702	749440	9	94	423

11. Wie oft sind enthalten

a) 8 DM in 7976 DM,
b) 93 DM in 53754 DM,
c) 3,45 DM in 2504,70 DM,
d) 6,75 DM in 5325,75 DM,
e) 5,58 DM in 3537,72 DM,
f) 9,87 DM in 66129 DM?

Rechne stets mit dem kleinsten Maß!

12. a) 600,66 m : 94 b) 400,66 m : 67 c) 674,88 m : 76
d) 740,700 km : 75 e) 726,750 km : 85 f) 638,166 km : 94
g) 506,22 m : 78

13. a) 815 kg 700 g : 75 b) 320,607 kg : 49 c) 345,414 kg : 69
d) 216 t 180 kg : 36 e) 641,750 t : 85 f) 656,966 t : 94
g) 35,861 kg : 47

14. a) 39,66 DM : 6 b) 9326,16 DM : 9 c) 584,40 DM : 12
d) 6785,40 DM : 15 e) 9634,60 DM : 20 f) 795,75 DM : 25
g) 8314,85 DM : 68 h) 9216,40 DM : 87 i) 44837,38 DM : 78

15. a) 4456,35 DM : 572 b) 28308,65 DM : 843 c) 200000000 DM : 635
d) 9716,47 DM : 724 e) 75495,09 DM : 789 f) 438276,94 DM : 5138
g) 490,86 DM : 54 h) 17331,48 DM : 372 i) 1991,78 DM : 694

Rechenvorteile

a) Division durch 5

Beispiel: 940 : 5

Wir rechnen: 940 : 10 = 94,
94 · 2 = 188,
940 : 5 = 188.

Anstatt durch 5 zu dividieren, dividieren wir durch 10 und multiplizieren den Quotienten mit 2; denn 5 · 2 = 10.

b) Division durch 25

Beispiel: 1300 : 25

Wir rechnen: $1300 : 100 = 13,$

$13 \cdot 4 = 52,$

$1300 : 25 = \underline{\underline{52}}.$

Anstatt durch 25 zu dividieren, dividieren wir durch 100 und multiplizieren den Quotienten mit 4; denn $25 \cdot 4 = 100$.

Rechne vorteilhaft!

16. Dividiere durch 5:
190, 270, 450, 560, 610, 850, 1310, 2760, 4940, 13610, 45270!

17. Dividiere durch 25:
600, 900, 1500, 1700, 2100, 3500, 9700, 13500, 37200, 456700, 1273400!

18. Eine Stadt mit rund 15700 Einwohnern wird mit Kartoffeln versorgt (je Einwohner 125 kg).
a) Wieviel Tonnen Kartoffeln werden benötigt? (Runde!)
b) Wieviel O-Wagen der Reichsbahn mit 20 t (15 t) Ladefähigkeit werden gebraucht, um die Kartoffelmengen heranzufahren?
c) Wievielmal fährt ein Lastkraftwagen (Ladefähigkeit 3 t), um die Menge abzufahren?
d) Es stehen 15 Lastkraftwagen (3 t) zur Verfügung.

19. Halle hat rund 300000 Einwohner. Jeder soll 125 kg Einkellerungskartoffeln erhalten.
a) Wieviel Kilogramm und wieviel Tonnen sind das?
b) Wieviel O-Wagen der Reichsbahn mit der Ladefähigkeit von 20 t sind zum Transport erforderlich?
c) Wieviel Güterzüge mit je 50 O-Wagen sind das?
d) Ein O-Wagen ist mit Puffern rund 11 m lang. Wieviel Meter Länge würde es ergeben, wenn sämtliche O-Wagen hintereinanderstehen? Veranschauliche dir die Länge durch den Vergleich mit bekannten Straßenlängen deines Wohnortes!

20. Ein Kalk- und Zementwerk benötigt täglich 240 t Kalkstein, die durch eine Seilbahn zugeführt werden. Eine Seilbahnlore faßt 250 kg. Wieviel Loren müssen täglich die Kalksteine heranbringen?

21. Eine Großbäckerei der Konsumgenossenschaft bäckt an 6 aufeinanderfolgenden Tagen folgende Anzahl von Broten zu 1500 g: 18375 St., 15450 St., 16720 St., 15825 St., 17700 St., 22450 St.
a) Stelle die Gesamtzahl der in einer Woche gebackenen Brote fest!

b) Wieviel Brote hat die Bäckerei am Tage durchschnittlich gebacken?

22. Ein Drahtwerk stellte 7126531 m Draht mehr her, als in seinem Plan vorgesehen war. Das Wievielfache der Strecke Berlin—Rostock bedeutet das, wenn die kürzeste Straßenverbindung zwischen diesen beiden Orten 236 km beträgt?

23. Ein Kunstdüngerwerk erfüllte seinen Jahresplan über 23900 t bereits nach 267 Arbeitstagen.
   a) Wie groß war die durchschnittliche Tagesleistung?
   b) Wie groß ist die Produktion des Jahres, wenn in den nachfolgenden 33 Arbeitstagen des Jahres die gleiche Tagesleistung angenommen wird?

24. In einem Großbetrieb wurden an 417 Werktätige Leistungsprämien von insgesamt 67230 DM gezahlt. Wie hoch war die durchschnittliche Prämie?

25. Wieviel Kinder werden in einem Betriebskindergarten betreut, wenn wöchentlich insgesamt 1788,50 DM dafür zur Verfügung stehen und für jedes Kind 24,50 DM ausgegeben werden?

26. In einem Betrieb werden für das Werkküchenessen in der Woche 1436,40 DM eingenommen. Es nehmen insgesamt 342 Werktätige am Mittagessen teil. Wieviel hat jeder in einer Woche zu zahlen?

27. Der Bewohner eines 3. Stockwerkes in einem Hause steigt 11,025 m zu seiner Wohnung hinauf; die Höhe der Treppenstufen beträgt 1,75 dm. a) Wieviel Stufen muß er steigen? b) Wieviel Meter muß er am Tage steigen, wenn er täglich 3mal hinaufgeht?

17. Das Rechnen mit Zeitmaßen

1) Beim Rechnen mit Zeitmaßen müssen wir beachten, daß diese nicht nach Zehnerstufen aufgebaut sind. Infolgedessen kann man Zahlen, die Uhrzeiten oder andere Zeitmaße ausdrücken, nicht als Kommazahlen hreiben. Sie werden mit einem Punkt geschrieben.

Rechnet man mit ihnen, so wird nach einzelnen Zeitmaßen (Sekunden, en, Stunden, Tagen und Monaten) gerechnet.

a) Aufgabe: Es ist 18.28 Uhr. Wie spät ist es nach 2 Std. 18 Min.?

Lösung:
```
  18.28
+  2.18
  20.46
```
Es ist 20.46 Uhr.

b) Aufgabe: Es ist 18.48 Uhr. Wie spät ist es nach 2 Std. 56 Min.?

Lösung: 18.48 + 2.56 = 20.104 = 21.44 — Es ist 21.44 Uhr.

$$\begin{array}{r} 18.48 \\ +\ 2.56 \\ \hline 20.104 = \underline{\underline{21.44}} \end{array}$$

Erläuterung: 1 Std. = 60 Min. Daraus ergibt sich:
104 Min. = 1 Std. 44 Min.,
20.104 = 21.44.

c) Aufgabe: In einem Kalender steht 1. am 9. Mai 1954: Sonnenaufgang 4.15 Uhr, Sonnenuntergang 19.39 Uhr, 2. am 23. Mai 1954: Sonnenaufgang 3.54 Uhr, Sonnenuntergang 20.01 Uhr. Wieviel Stunden und Minuten sind vom Sonnenaufgang bis zum Sonnenuntergang vergangen?

Lösung zu 1:

Von 4.15 bis 19.15 =	15 Std.,	
von 19.15 bis 19.39 =		24 Min.,
von 4.15 bis 19.39 =	15 Std.	24 Min.

Von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang sind 15 Std. und 24 Min. vergangen.

Lösung zu 2:

Von 3.54 bis 19.54 =	16 Std.,	
von 19.54 bis 20.01 =		7 Min.,
von 3.54 bis 20.01 =	16 Std.	7 Min.

Von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang sind 16 Std. und 7 Min. vergangen.

2 a) Aufgabe: Wieviel Tage sind es vom 1. November bis zum 8. November?

Lösung: Diese Frage ist ungenau und läßt mehrere Lösungen zu.

1. Rechnen wir den Anfangs- und Endtag mit, dann sind es, wie wir beim Auszählen feststellen, 8 Tage. (Man sagt zum Beispiel oft: Wir sehen uns in 8 Tagen.)
2. Rechnen wir den Anfangstag nicht mit, dann sind es, wie die Subtraktion 8 — 1 = 7 ergibt, 7 Tage. (Wir sagen deshalb: Wieviel Tage sind vom 1. bis 8. November vergangen?)
3. Rechnen wir Anfangs- und Endtag nicht mit, dann sind es 6 Tage. (Man sagt: Wieviel Tage liegen zwischen dem 1. und dem 8. November?)

Wir erkennen, daß bei der Zeitrechnung die Frage klar gestellt werden muß. Alle drei Möglichkeiten haben praktische Bedeutung. In diesem Schuljahr lernen wir nur den Lösungsweg des Beispiels **a)** 2 kennen; das heißt, wir rechnen den Anfangstag nicht mit.

b) Aufgabe: Wieviel Tage sind **1.** vom 13. Januar bis 20. Februar 1955, **2.** vom 19. Februar bis 5. April 1955 vergangen? Rechne den Monat genau!

Lösung zu 1: Wir überlegen: Der Januar hat 31 Tg.

Vom 13. Januar bis 31. Januar = 18 Tg.,
bis 20. Februar = 20 Tg.

Es sind 38 Tg. vergangen.

Lösung zu 2:

Wir überlegen: Der Februar hat 28 Tg., der März hat 31 Tg.

Vom 19. Februar bis 28. Februar = 9 Tg.,
bis 31. März = 31 Tg.,
bis 5. April = 5 Tg.

Es sind 45 Tg. vergangen.

Im Wirtschaftsleben werden die Monate oft einheitlich zu je 30 Tg. gerechnet. Dann kann man das Beispiel **b)** auf folgende Weise einfacher lösen:

Lösung zu **b)** 1: Am Endtag, dem 20. Februar, sind vom Jahr vergangen: 1 Mon. 19 Tg.,
am Anfangstag, dem 13. Januar, sind vom Jahr vergangen: 12 Tg.
Vom Anfangstag bis zum Endtag sind 1 Mon. 7 Tg.
vergangen oder 30 Tg. + 7 Tg. = 37 Tg.

Lösung zu **b)** 2: Am Endtag, dem 5. April, sind vergangen:
3 Mon. und 4 Tg. = 2 Mon. 34 Tg.
am Anfangstag, dem 19. Februar, sind vergangen:
1 Mon. und 18 Tg. = 1 Mon. 18 Tg.
Vom Anfangstag bis zum Endtag sind 1 Mon. 16 Tg.
vergangen oder 30 Tg. + 16 Tg. = 46 Tg.

Man kann mit Hilfe dieser Lösung auch schnell das Ergebnis für eine kalendermäßige Berechnung der Tage finden.

Lösung zu **b)** 1: Der Januar hat 31 Tg.,
folglich rechnen wir: 37 Tg. + 1 Tg. = 38 Tg.

Bei genauer Berechnung der Monate sind vom Anfangstag bis zum Endtag 38 Tg. vergangen.

Lösung zu b) 2: Der Februar hat 28 Tg., der März hat 31 Tg., folglich rechnen wir: 46 Tg. — 2 Tg. + 1 Tg. = 45 Tg.

Bei genauer Berechnung der Monate sind vom Anfangstag bis zum Endtag 45 Tg. vergangen.

Aufgaben

1. Es ist jetzt 10.23 Uhr. Wieviel Uhr ist es nach
a) 2 Std. 18 Min., **b)** 5 Std. 28 Min., **c)** 7 Std. 36 Min., **d)** 7 Std. 44 Min.?

2. Es ist jetzt 10.39 Uhr. Wieviel Uhr ist es nach
a) 2 Std., **b)** 4 Std. 46 Min., **c)** 14 Std. 21 Min., **d)** 15 Std. 24 Min.?

3. Es ist jetzt 15.53 Uhr. Wie spät war es vor
a) 2 Std. 9 Min., **b)** 4 Std. 42 Min., **c)** 7 Std. 56 Min.?

4. Es ist jetzt 8.17 Uhr. Wie spät war es vor
a) 4 Std. 25 Min., **b)** 7 Std. 49 Min., **c)** 9 Std. 28 Min.?

5. Als im Rundfunk 7.15 Uhr angesagt wurde, zeigten drei Uhren **a)** 7.21 Uhr, **b)** 7.08 Uhr, **c)** 6.53 Uhr. Wieviel Minuten gingen sie vor oder nach?

6. 10.15 Uhr werden Bohnen zum Einkochen aufgesetzt. Nach 48 Minuten ist die Temperatur von 100° erreicht. Die Bohnen müssen nun noch 2 Stunden eingekocht werden. Wann ist das Einkochen beendet?

7. 7.20 Uhr wurde die Schulwanderung begonnen und um 15.40 Uhr beendet. Gerastet wurde von 8.00 Uhr bis 8.30 Uhr, 10.15 Uhr bis 10.55 Uhr und 12.50 bis 13.30 Uhr. Wieviel Stunden und Minuten betrug die reine Wanderzeit?

8. **a)** Eine Uhr geht täglich 4 Minuten vor. Wieviel Minuten geht sie nach 4 Tagen vor? Wie spät ist es dann in Wirklichkeit, wenn die Uhr 7.05 zeigt?

b) Eine andere Uhr bleibt täglich 2 Min. 30 Sek. zurück. Wieviel Minuten und Sekunden bleibt sie in 3 Tagen zurück? Wie spät ist es dann in Wirklichkeit, wenn die Uhr 20.55 zeigt?

9. Am 21. Juni geht die Sonne 3.36 Uhr auf und 20.26 Uhr unter, am 22. Dezember geht sie 8.09 Uhr auf und 15.48 Uhr unter. Vergleiche die Dauer von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang an beiden Tagen!

10. In einer Großstadt fährt ein Angestellter von 7.22 Uhr bis 7.58 Uhr mit der Straßenbahn zur Arbeitsstätte. Nach der Arbeit steigt er 17.14 Uhr in die Straßenbahn; die Rückfahrt zu seiner Wohnung dauert bis 17.50 Uhr.

a) Wieviel Zeit verbraucht er täglich für die Straßenbahnfahrt?

b) Wieviel Tage und Stunden macht die Fahrzeit an 290 Arbeitstagen eines Jahres aus?

11. Wieviel Tage vergehen
   a) vom 13. Januar bis einschließlich 5. Februar,
   b) vom 19. Februar bis einschließlich 4. April,
   c) vom 26. Februar bis einschließlich 15. Juni,
   d) vom 4. Mai bis einschließlich 17. September?

   Rechne die Monate 1. zu 30 Tagen, 2. kalendermäßig!

12. Wieviel Tage vergehen
   a) vom 3. 1. bis einschließlich 12. 5.,
   b) vom 18. 2. bis einschließlich 11. 4.,
   c) vom 27. 5. bis einschließlich 9. 8.,
   d) vom 14. 4. bis einschließlich 17. 11.?

   Rechne die Monate 1. zu 30 Tagen, 2. kalendermäßig!

13. a) Wieviel Tage vom Monat sind heute vergangen?
   b) Der wievielte Tag im Monat ist heute?
   c) Wieviel Tage des Jahres waren am 14. 7. 1955 seit Jahresbeginn vergangen?
   d) Wieviel Jahre, Monate und Tage bist du heute alt?

14. Bilde selbst 5 ähnliche Aufgaben!

15. Wieviel Tage vergehen in einem Schaltjahr
   a) vom 25. Februar bis 4. März, b) vom 2. Februar bis 19. März,
   c) vom 13. Januar bis 3. April, d) vom 16. Januar bis 12. Mai?

16. Der Frühling beginnt am 21. März, der Sommer am 21. Juni, der Herbst am 23. September und der Winter am 21. Dezember. Wieviel Tage dauert jede Jahreszeit?

17. a) Klaus hat am 22. Juli Geburtstag, seine Schwester 4 Monate 15 Tage später. Wann hat die Schwester Geburtstag?
   b) Edith hat am 6. September Geburtstag, die Mutter 3 Monate 10 Tage früher. Wann ist das?

18. Die Unterrichtsstunden einer Klasse betragen 45 Minuten. Die erste Stunde beginnt um 8.10 Uhr. Folgende vier Pausen sind vorgesehen: 5 Minuten, 10 Minuten, 15 Minuten, 5 Minuten. Wann enden die einzelnen Stunden?

19. Bei achtstündiger Arbeitszeit täglich sollte ein Werktätiger eine Arbeit in 12 Werktagen durchführen. Er beginnt die Arbeit am Freitag und hat sonntags frei. Seine Arbeitszeit beginnt um 7.00 Uhr. Am wievielten Werktag und zu welcher Uhrzeit ist er fertig, wenn er insgesamt 13 Stunden und 25 Minuten eingespart hat?

20. Die Frühschicht in einer Gießerei beginnt um 5.10 Uhr. Nach drei Stunden wird eine Pause von 15 Minuten und nach weiteren zwei Stunden eine von 30 Minuten eingelegt. Wann kann die Nachmittagsschicht beginnen, wenn die Werktätigen dieser Schicht zur Übernahme der Arbeit fünf Minuten vor Schluß der Vormittagsschicht am Arbeitsplatz sein sollen und die Arbeitszeit 8 Stunden beträgt?

21. Für die Reparatur eines Hochofens waren 243 Stunden vorgesehen. Die Reparaturbrigade bewältigte die Arbeit jedoch in dreischichtigem Einsatz am Tage von je 8 Stunden innerhalb von 10 Werktagen.

a) Wieviel Arbeitstage wurden eingespart?

b) Wieviel Arbeitstage hätte der Hochofen stilliegen müssen, wenn nur in zwei Schichten gearbeitet worden wäre?

22. a) Wieviel Tage (das Jahr zu 360 Tagen gerechnet) sind heute seit Beginn der Zeitrechnung (1. 1. 1) vergangen?

b) Wieviel Monate sind das?

Aus einem Fahrplan

23. Wie lange dauert die Fahrt von Weißenfels nach Lutherstadt Wittenberg mit dem Personenzug 883?

24. Wie lange dauert die Fahrt von Erfurt nach Berlin mit den Zügen a) D 47, b) D 1001, c) D 41?

25. Wie lange dauert die Fahrt von Frankfurt a. M. nach Berlin mit dem Interzonenzug D 1?

26. Wie groß sind die Zeitunterschiede zwischen der Abfahrt des D 1, D 103, D 41 von Erfurt?

27. Berechne, wieviel Meter der Zug nach Aufgabe 25 in einer Minute zurücklegt! (Entfernung Berlin—Frankfurt a. M. siehe Seite 67.)

28. Wie ist ein Schnellzug im Fahrplan gekennzeichnet? Wie ist aus dem Fahrplan zu erkennen, daß ein Zug eine andere Strecke fährt als die, für die die Bahnhöfe angegeben sind?

29. Bestimme die Abfahrts- und Ankunftszeiten und berechne die Fahrpreise a) von Jüterbog nach Bitterfeld für einen Schnellzug 3. Klasse, b) von Leuna-Werke Nord nach Halle, c) von Apolda nach Leuna-Werke Nord, d) von Leipzig nach Delitzsch je für einen Personenzug 3. Klasse!

30. Entnimm aus dem Fahrplan die Fahrzeiten für einen Reisenden von Erfurt nach Gräfenhainichen! Wie lange ist er unterwegs? Wie lange währt die reine Fahrzeit?

31. Bilde ähnliche Aufgaben aus Fahrplänen des Wohnortes oder des Kreises! Achte auf die Zeichen im Fahrplan!

180 Frankfurt (M)—Eisenach)—Erfurt—Weißenfels—Leipzig/Halle (S)—Berlin 180

km																						
	Frankfurt (M) Hbf ab	...	...	...	...	...	...	...	...	19.19	...	20.05	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Kassel Hbf ab	...	...	...	...	...	...	...	...		...	22.01	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Bebra 192 ab	...	...	...	...	...	...	...	...	22.29	...	23.38	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Eisenach 192 ab	...	...	22.22	22.22	...	...	...	...	0.41	...	1.47	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Gotha 192 ab	...	...	23.16	23.16	...	...	...	...		...		...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Erfurt Hbf an	...	...	23.55	23.55	...	...	...	...	1.41	...	2.47	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	Rbd Erfurt — Zug Nr / Klasse		D 149 2. 3.	D 47 2. 3.	333 3.			D 147 2. 3.	1799 3.	D 1001 2. 3.	2005 3.	D 1 2. 3.	851 o8 3.	D 103 2. 3.	D 41 2. 3.		1801 3.	X 1807 3.	883 3.	X 1803 3.	853 3.	
0,0	Erfurt Hbf 192 ab	...	...	0.12	0.35	...	...	...	...	1.53	...	3.02	...	3.28	4.10							
7,5	Vieselbach	...	...		0.45	...	...	...	...		...		...	✕								
13,6	Hopfgarten (Kr Weimar)	...	...		0.55	...	...	...	...		...		...		✕							
21,4	Weimar 188 f, g an	...	...		1.05	...	...	...	...		...	◆1)	...	3.52	4.35							
	Weimar ab	...	...		...	...	...	...	...	◆1)	...		...	3.54	4.37							
29,3	Oßmannstedt	...	◆1)	Y	...	...	...	...	...		...	Y	...									
36,7	Apolda an	...	(K)1)		...	...	...	...	...		...		...									
	Apolda ab	...	Y		...	...	...	...	...		...		...	4.11								
42,3	Niedertrebra	...	von München		...	...	...	von Saalfeld	...		...	(K)2)	...	Erfurt-	Erfurt-							
42,7	Bad Sulza	...			1829 3.	...	...		...		...		...									
49,9	Großheringen 185 g an	...				...	...		...		...		...			...	...	...	...	...	...	...
	Großheringen ab	...			0.57	...	...		...	Frankfurt (M)	...	Frankfurt (M)	4.04			...	...	...	...	...	von Laucha	...
55,8	Bad Kösen 188	...			1.07	...	...		...		...		4.14			...	...	...	...	...		...
62,8	Naumburg (S) Hbf 185 e, 187 c, 188 an	...			1.17	...	...	3.18	...		...		4.23	4.34		...	...	...	...	...	X5.15	...
	Naumburg ab	...			...	...	...	3.20	...		...		4.26	4.36		...	...	...	...	t4.53	5.19	...
71,1	Leißling	...			...	...	...		...		von Zeitz		4.39			...	...	...	...	5.04	5.32	...
76,4	Weißenfels 187 b an	...			...	...	...	3.37	...				4.47	4.54	5.24	...	...	...	...	5.12	5.40	...
	Weißenfels (Rbd Halle) ab	...			...	...	...	3.39	X3.55				4.50	4.56	5.26	...	...	...	5.06	5.18	X5.42	...
84,6	Großkorbetha 187 a an	...			...	...	...		X4.06		5.08		5.00			...	...	...	5.16	5.29	5.52	...
0,0	Großkorbetha 187 a ab	...	München-Probstzella	Erfurt-	...	...	...		4.07	Bebra-Erfurt-		Bebra-Erfurt-Berlin		Leipzig-Dresden	-Berlin	...	5.14	...		5.35		...
6,1	Bad Dürrenberg	...			...	...	...		4.20							...	5.25	...		5.49		...
9,8	Kötzschau	...			...	...	...		4.26							...	5.33	...		6.02		...
12,9	Großlehna	...			...	...	...		4.32							...	5.39	...		6.08		...
16,9	Markranstädt	...			...	...	...		4.40							...	5.49	...		6.15		...
19,8	Miltitz (b Leipzig)	...			...	...	...		4.45							...	5.54	...		6.21		...
22,5	Rückmarsdorf	...			...	...	...	Y	4.50							...	6.01	X6.08		6.27		...
25,2	Leipzig-Leutzsch (weitere Züge s 180 a, 187)	...			...	...	...		4.56							...	6.09	6.21		6.33		...
28,0	Leipzig-Möckern	...			...	...	...		5.01							...	6.15	6.28		6.38		...
29,8	Leipzig-Gohlis	...			...	...	...		5.06							...	6.21	6.34		6.43		X 811 3.
32,2	Leipzig Hbf an	...			...	...	...		5.13					5.47		...	6.27	X6.41		6.50		
	Dresden Hbf 164, 164 e an	...		...	...	...	...	...	8.37	...	...	...	...	8.37	...	...	10.35	...	...	...	...	...
84,6	Großkorbetha 187 a ab	...	Saalfeld (S)-	Sangerhausen	...	...	...	Y	...	Berlin	5.10		5.03	...		...	...	...	5.18	...	5.53	...
89,1	Leuna Werke Süd	...			...	...	...		...		5.19		5.11	...		...	...	...	5.27	...	6.02	...
90,9	Leuna Werke Nord	...			...	...	...		...		5.23		5.16	...		...	...	...	5.32	...	6.08	X6.16
94,9	Merseburg 180 a, b, c an	...			...	...	...		...		an		5.23	...		...	...	...	5.38	...	6.14	6.23
	Merseburg ab	...	Berlin		...	...	...		...		...		5.24	...		...	...	...	+5.56	X5.56	6.16	6.25
98,5	Schkopau ab	...			...	...	...		...		...		5.30	...		...	...	...		6.02	6.22	6.31
102,6	Halle (Saale) Süd ab	...			...	...	...		...		...		5.40	...		...	...	...		6.14	6.33	
108,6	Halle (S) Hbf 178, 184, 201, 204 an	...	2.28	2.43	...	...	...	4.14	...		...		5.51	...	6.01	...	...	...	+6.17	X6.26	X6.43	X6.50
	Magdeburg Hbf 184 an	...	...	...	...	...	...	7.48	...	...	...	...		...	9.13	...	...	...	...	9.13	9.13	
	Rbd Halle — Zug Nr / Klasse		D 149 2. 3.				833 3.	D 147 2. 3.		D 1001 2. 3.		D 1 2. 3.			D 41 2. 3.			X 851 o8 3.				
108,6	Halle (S) Hbf 178, 184, 201, 204 ab	...	2.43	2.53	...	...	3.58	4.24	...	◆1)	...		...	...	6.11	...	...	X6.19		+6.25	X6.35	...
118,3	Hohenthurm	...		Halle-	...	...	4.11		...		...		...	...		...	...	6.31		6.38	6.47	...
123,6	Landsberg (b Halle (S))	...			...	...	4.20		...		...		...	...		...	...	6.40		6.46	6.57	...
128,2	Brehna	...			...	...	4.28		...		...		...	...		...	...	6.47		6.54	7.05	...
131,6	Roitzsch (Kr Bitterfeld)	...			...	...	4.35		...		...		...	...		...	...	6.55		7.01	7.13	...
138,6	Bitterfeld 183, 180 e an	...			...	...	4.46	4.56	...		...		...	...	6.42	...	...	X7.06		+7.12	X7.24	...
	Dessau Hbf 183 an	...	...	3.51	...		X5.51 +7.24	X6.33 +7.24	...	...	...	...	...	...	8.08	...	...	8.03	...	8.08		
	Rbd Halle — Zug Nr / Klasse	So D 186 2. 3.			1393 3.				833 3.		D 31 2. 3.					1897 3.	1401 3.		E 273 2. 3.	883 3.	D 137 2. 3.	
0,0	Leipzig Hbf ab	So: 1.44			3.58	...	...				5.54		...	...		...	6.15		6.34		7.44	...
6,7	Neuwiederitzsch			Köthen	4.09	...	...						...	...		...	6.26		Y		Plauen (V)	...
11,3	Rackwitz (b Lpz) 178 f, 180 g				4.16	...	...				◆2)		...	...		...	6.33					...
16,1	Zschortau		◆1)		4.24	...	...					◆1)	...	...		...	6.40					...
20,9	Delitzsch unt Bf 180 g				4.32	...	...				Y		...	...		...	6.48		6.59			...
27,0	Grube Ludwig				4.41	...	...						...	...		...	6.56					...
32,7	Bitterfeld 180 e an	2.13	(K)1)		4.50	...	...					(K)2)	...	...		...	7.03		7.13		8.16	...
138,6	Bitterfeld 180 e, 183 ab	2.15	Y	Berlin	X4.55	+5.13	...	4.58	5.08			Y	2221 3. von Eilenburg	...	6.44	6.55	7.18 nach Dessau	X7.05 nach Wolfen	7.17 Aue (Sachs)	7.27	8.18 unt Bf	...
143,7	Muldenstein				noch Zerbst	...	...		5.20					...		7.07				7.39		...
148,8	Burgkemnitz				noch Wolfen	...	...		5.29					...		7.14				7.48		...
154,1	Gräfenhainichen					...	...		5.43					...		7.22				7.57	✕	...
158,6	Radis					...	...		5.51					...		7.28	...	...		8.05		...
166,2	Bergwitz						...		6.01							7.37	...	...		8.14		...
171,9	Pratau 178 e, 181					831 3.	...		6.09				6.20	887 3.		7.45	...	...		8.23		...
175,5	Lutherst Wittenberg 177 r an	2.54					...	5.36	6.17				6.28		7.24	7.52	...	...	7.59	8.31	8.57	...
	Dessau Hbf 181, 183 ab	...		3.56	...		...	...	...	...	...	...	4.40	5.06	...	...	...	...	6.39	...	...	...
175,5	Lutherst Wittenberg 177 r ab	2.55			...	3.58	...	5.38	...				X6.37	6.45	7.26	...	...	D 69 2. 3. von Karl-Marx-Stadt	8.03	...	8.59	...
180,3	Zörnigall 178 e, 181				...		...		3553 3.					6.53		...	...		Leipzig	...		...
182,9	Bulzig				...	4.09	...							6.58	✕	...	...			...		...
186,3	Zahna			Y	...	4.15	...	Y					X6.50 an	7.05		...	...			...		...
190,8	Klebitz				...	4.22	...						on	7.12		...	...			...		...
195,1	Blönsdorf					4.29			X6.22				...	7.28		...	...			...		...
201,1	Niedergörsdorf				3503	4.38	X3505		(6.30				...	7.36		...	...			3507		...
207,4	Jüterbog 107 g, 107 r, 183 d, 180 k (Rbd Berlin) an	3.24				4.46	3.	6.06	X6.38				...	7.44		...	...		8.37	3.		...
	Jüterbog ab	3.32			4.03	4.56	X5.20	6.08	6.40				...	...		...	...	✕	8.41	8.50	Leipzig	...
211,6	Grüna-Kloster Zinna				4.12	5.03	5.29		6.48				...	...		...	...			8.58		...
215,1	Forst Zinna				4.18	5.10	5.37		6.55				...	...		...	...			9.04		...
220,5	Luckenwalde 180 h an				4.24	5.16	5.45		7.02				...	...		...	...		8.56	9.10		...
	Luckenwalde ab				4.39	5.18	5.47		...				...	...		...	...		9.01	9.11		...
224,1	Woltersdorf (b Luckenwalde)				4.44	5.25	5.53		...				...	...		...	...		Berlin	9.17	Berlin	...
235,9	Trebbin				4.57	5.39	6.07		...				...	...		...	...			9.30		...
240,0	Thyrow				5.03	5.46	6.14		...				...	...		...	...			9.36		...
245,7	Ludwigsfelde 106 a	So			5.11	5.58	6.25		...				...	...		...	...			9.45		...
247,6	Birkengrund Süd 106 a	noch Wolgast			5.16		6.30		...				...	...		...	...					...
	Birkengrund Nord 106 a				5.20		6.35		...				...	...		...	...			10.38		...
251,9	Großbeeren 106 a				5.25		6.41		...				...	...		...	...			10.48		...
	Teltow 106 an	...			5.34		X6.50		...				...	...		...	...			10.52		...
	Berlin Adlershof an	...			...	6.56	...		...				...	...		...	...			...		...
	Berlin-Schöneweide an	...		6.44	...	7.03	...		...				...	...	9.24	...	...	9.51		...	11.00	...
	Baumschulenweg an	...		...	...	7.17	...		...				...	...		...	...			...		...
	Berlin-Lichtenberg an	...		...	...	...	...		...				...	...		...	...			...		...
	Berlin Zool Garten an	...	6.28	...	...	...	...		...	7.22		8.18	...	...	...	...	...	...		...	...	...
	Berlin Friedrichstr an	...	6.47	...	...	...	...		...	7.40		8.36	...	...	...	...	...	...		...	...	...
270,3	Berlin Ostbf an	...	7.03	...	...	...	...	7.52	...	7.55	9.22	8.51	...	...	...	...	...	...	10.37	...	...	...

◆ 1) Benutzung nur mit Interzonenfahrkarte, im Gebiet der DDR nur zum Aussteigen
◆ 2) 2. Klasse Di bis Fr nur mit Platzkarte benutzbar
(K) 1) Kurswagen Stuttgart-Nürnberg-Berlin
(K) 2) Kurswagen Kassel-Bebra-Berlin
t X sowie am 30. V. 55

B. Geometrie

VI. Grundbegriffe der Geometrie

18. Wiederholungsübungen aus dem 4. Schuljahr

1. a) Wieviel Flächen, Kanten und Ecken hat ein Würfel?
   b) Wieviel Flächen, Kanten und Ecken hat ein Quader?
2. Eine Kante eines Würfels ist 6 cm lang. Wie lang sind die übrigen Kanten?
3. a) Schreibe auf, was du über den Würfel weißt!
   b) Schreibe auf, was du über den Quader weißt!
4. Gib an, welche Gegenstände rechte Winkel haben! Prüfe mit dem Winkeldreieck die von dir gefundenen rechten Winkel nach!
5. Zeichne mit dem Winkeldreieck drei rechte Winkel in verschiedenen Lagen!
6. Zeichne mit dem Winkeldreieck Quadrate, deren Seiten
   a) 5 cm, b) 8 cm, c) 2,5 cm, d) 4,7 cm
   lang sind! Wie breit sind die Quadrate?
7. Zeichne mit dem Winkeldreieck Rechtecke mit den Seiten
   a) 8 cm und 4 cm, b) 6 cm und 4 cm, c) 3,5 cm und 2,5 cm!
8. Gib an, was du über den Zylinder weißt!
9. Nenne Gegenstände, die die Form eines Zylinders haben!
10. Zeichne einen Kreis unter Verwendung von Faden und Bleistift!
11. Zeichne einen Kreis mit Hilfe des Zirkels!
12. Zeichne einen Kreis mit dem Radius 5 cm!
13. Zeichne drei Kreise mit dem Radius a) 3 cm, b) 4,5 cm, c) 6 cm um den gleichen Mittelpunkt!
14. Entwirf Muster, die du mit dem Zirkel zeichnen kannst!
15. Zeichne in dein Heft eine gerade Linie und darunter eine krumme Linie! Beschreibe den Unterschied zwischen der geraden und der krummen Linie!

19. Strecke, Strahl und Gerade

Die Kanten eines Quaders sollen näher untersucht werden. Untersuche an einem Kasten oder an einer Streichholzschachtel, welche der zwölf Kanten gleich lang sind!

Die Abbildung 35a zeigt einen Quader. Wie bei der Streichholzschachtel sind auch bei diesem Quader je vier Kanten gleich lang. Zeige an der Abbildung 35b, welche Kanten gleich lang sind!

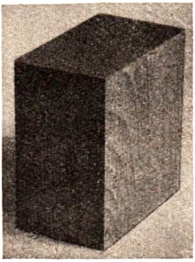


Abb. 35a

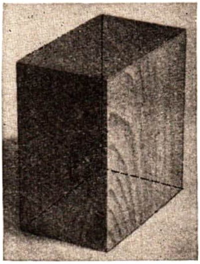


Abb. 35b

Es haben folgende Kanten jeweils die gleiche Länge:

die vorderen und hinteren Kanten der Grund- und Deckfläche,

die rechten und linken Kanten der Grund- und Deckfläche,

die Seitenkanten, die jeweils eine Ecke der Grundfläche mit einer Ecke der Deckfläche verbinden.

Wir stellen fest, daß diese Erklärung sehr umständlich ist. Wir müssen die Lage der Kanten genau beschreiben, wenn wir uns verständlich ausdrücken wollen.

In der Abbildung 36a ist ein Quader gezeichnet. Es ist in der Mathematik üblich, die Ecken eines Quaders mit großen Buchstaben zu benennen (Abb. 36b). Dadurch ist es möglich, die Kanten so zu beschreiben, daß jeder weiß, welche gemeint sind. Die Kanten werden durch Angabe der Eckpunkte, zwischen denen sie liegen, bezeichnet. Zum Beispiel ist die vordere Kante der Grundfläche die Kante AB. Nenne die anderen Kanten des Quaders mit Hilfe der großen Buchstaben!

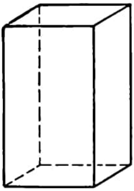


Abb. 36a

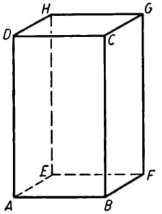


Abb. 36b

Mit den großen Buchstaben können wir nun klar und einfach aufschreiben, welche Kanten des Quaders in der Abbildung 36b gleich lang sind.

Es sind

$$AB = DC = EF = HG,$$
$$AD = BC = EH = FG,$$
$$AE = BF = CG = DH.$$

Man kann auch die Flächen eines Quaders mit Hilfe der Eckpunkte

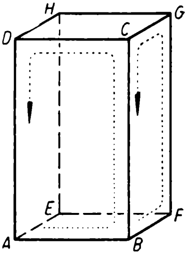


Abb. 37

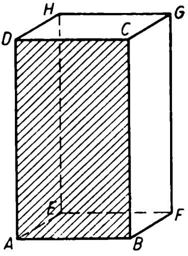


Abb. 38

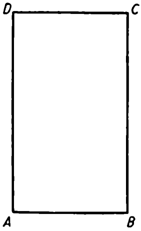


Abb. 39

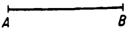


Abb. 40

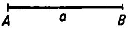


Abb. 41

bezeichnen. Die Grundfläche zum Beispiel ist die Fläche $ABFE$. Man beginnt bei der Aufzählung gewöhnlich mit dem linken vorderen Eckpunkt und geht entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers um die Fläche herum (Abb. 37).

Aufgaben

1. Benenne alle Flächen des Quaders in der Abbildung 36a mit Hilfe der großen Buchstaben!
2. Schreibe unter Verwendung der großen Buchstaben auf, welche Flächen des Quaders in der Abbildung 36 einander gleich sind!
3. Nenne die Seiten der Fläche $ABCD$, die die gleiche Länge haben!
4. Zeichne das Rechteck $ABCD$ mit den Seiten $AB = 2$ cm und $BC = 3{,}5$ cm!

Die Fläche $ABCD$ in der Abbildung 38 wird durch die Kanten AB, BC, CD, DA begrenzt. Es ist bekannt, daß die Kanten eines Körpers durch zwei zusammenstoßende Flächen gebildet werden. Nenne die Flächen, die in den oben erwähnten Kanten zusammenstoßen!

In der Abbildung 39 ist die Fläche $ABCD$ des Quaders von der Abbildung 38 allein gezeichnet. Sie ist ein Rechteck. Die Seite AB dieses Rechtecks war vorher die Kante AB des Quaders. Ebenso war die Seite BC vorher die Kante BC des Quaders. Entsprechend sind auch die anderen Seiten des Rechtecks aus den Kanten des Quaders entstanden. Nenne sie!

In einer Ecke des Quaders stoßen drei Kanten zusammen.

In den Eckpunkten des Rechtecks treffen zwei Seiten zusammen. Nenne die Seiten, die in den Eckpunkten A, B, C, D zusammentreffen!

In der Abbildung 40 ist die Seite AB des Rechtecks von der Abbildung 39 allein gezeichnet. Sie ist eine gerade Linie, die 2 cm lang ist und von den Punkten A und B begrenzt wird. Prüfe mit dem Lineal!

Erklärung: **Eine gerade Linie, die von zwei Punkten begrenzt wird, heißt Strecke.**

Da eine Strecke an beiden Seiten begrenzt ist, hat sie immer eine bestimmte Länge, die man messen kann.

Strecken werden durch Angabe ihrer Endpunkte bezeichnet. Es ist jedoch auch üblich, eine Strecke durch einen kleinen Buchstaben zu bezeichnen. Die Strecke AB in der Abbildung 41 trägt zum Beispiel die Bezeichnung „a". Das heißt also:

$$\text{Strecke } AB = a = 2 \text{ cm}.$$

Verschiedene Strecken in einer Figur werden im allgemeinen mit verschiedenen kleinen Buchstaben bezeichnet.

Die Strecke a mit den Endpunkten A und B und der Länge 2 cm war in der Abbildung 38 Kante eines Quaders. In der Abbildung 39 war sie Seite eines Rechtecks, und in der Abbildung 40 war sie nur als Strecke gezeichnet.

Aufgaben

5. Miß die Länge folgender Strecken:

   a) die Länge der Wandtafel, b) die Breite der Schulbank, c) die Breite des Klassenzimmers, d) Länge und Breite eines Fensterflügels, e) Länge und Breite der Tür!

6. Suche andere Strecken im Zimmer und miß ihre Längen!

Zeichne eine Strecke $AB = a = 6$ cm in dein Heft! Zeichne die Verlängerung der Strecke AB mit dem Lineal möglichst weit über B hinaus! Du kannst die Verlängerung nur bis zum Heftrand zeichnen. Lege neben das Heft ein Blatt Papier und zeichne mit dem Lineal eine Verlängerung auch bis zum Rand dieses Blattes! Wir können die Verlängerung nur so weit zeichnen, wie unser Papier reicht. Auch wenn wir sehr große Bogen Papier zum Zeichnen nehmen oder an der Wandtafel zeichnen, müssen wir an einer Stelle aufhören. Wir können uns aber die Verlängerung einer Strecke beliebig lang denken.

Abb. 42

Erklärung: Eine gerade Linie, die nur an einer Seite von einem Punkt begrenzt wird und nach der anderen Seite unbegrenzt verläuft, heißt Strahl.

Zeichne eine Strecke $AB = a = 4$ cm und deren Verlängerungen nach beiden Seiten! Wir können uns die Verlängerungen beliebig lang denken.

Erklärung: Eine gerade Linie, die an beiden Seiten unbegrenzt ist, heißt Gerade.

Strahlen und Geraden können wir eigentlich gar nicht zeichnen, da uns unser Zeichenblatt immer zwingt, irgendwo die Zeichnung abzubrechen. Wir können daher immer nur Teile eines Strahls oder einer Geraden zeichnen. In der Abbildung 42 ist A der Anfangspunkt des Strahls. Auf der anderen Seite der Zeichnung ist kein Punkt eingezeichnet. Damit wird angedeutet, daß nach dieser Richtung der Strahl in gerader Linie unbegrenzt weiterverläuft.

Abb. 43

Die Abbildung 43 zeigt eine Gerade. Auf ihr sind an beiden Seiten keine Begrenzungspunkte angegeben. Dadurch soll angedeutet werden, daß die Gerade nach beiden Richtungen in gerader Linie unbegrenzt weiterverläuft.

20. Zeichnen von Strecken

Was wir in der Geometrie lernen, benötigen wir später in fast jedem Beruf. Im täglichen Leben müssen wir oft die erworbenen Kenntnisse anwenden, zum Beispiel beim Wandern und beim Sport. In der Geometrie sollen wir nicht nur mathematische Gesetze beherrschen, sondern auch Zeichnungen anfertigen können. Geometrische Zeichnungen sollen sorgfältig und sauber angefertigt werden.

Als Zeichenwerkzeuge benötigen wir zunächst einen Zirkel, einen Bleistift (niemals einen Kopierstift), ein Zeichendreieck und ein Lineal. Der Bleistift muß stets gut gespitzt sein. Die Metallspitze des Zirkels soll sehr sorgfältig behandelt werden, damit sie nicht abbricht. Die Bleistiftspitze des Zirkels soll wie in Abbildung 44 aussehen. Mit dem Lineal wollen wir gerade Linien zeichnen. Folglich dürfen die Kanten des Lineals nicht beschädigt werden. So, wie wir später im Beruf unsere Werkzeuge sorgfältig pflegen, müssen wir jetzt unsere Zeichengeräte in Ordnung halten.

Beachte: Zeichne stets dünn mit dem gut gespitzten Bleistift! Punkte entstehen immer dort, wo sich zwei Linien schneiden. Deshalb gibt man einen Punkt in der Zeichnung durch zwei sich schneidende Linien an (Abb. 45a und b). Sie können unter Umständen sehr kurz sein, wie es die Abbildung 45 zeigt.

Aufgabe: Zeichne eine Strecke $AB = a = 4$ cm!

Lösung: Wir zeichnen zunächst eine Gerade mit dem Lineal. Dann wird der Anfangspunkt der Strecke durch einen senkrechten Strich eingezeichnet und mit A benannt. Die Länge der Strecke (4 cm) wird mit dem Zirkel auf dem Lineal abgegriffen (Abb. 46a). Mit dieser Zirkelöffnung wird dann die Strecke auf der Geraden vom Anfangspunkt A aus abgetragen (Abb. 46b). Dadurch finden wir den Endpunkt der Strecke; wir nennen ihn B.

Dieses Verfahren ist genauer als das Abtragen einer Strecke nur mit dem Lineal. Es ist jedoch darauf zu achten, daß die Zirkelöffnung während des Abtragens nicht verändert wird. Alle gezeichneten Punkte werden sofort durch große Buchstaben bezeichnet.

Das Anfertigen von genauen Zeichnungen, zum Beispiel mit Hilfe von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck, wird in der Geometrie

Abb. 44

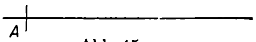


Abb. 45a

Abb. 45b

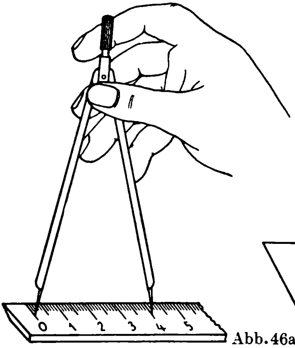


Abb. 46a

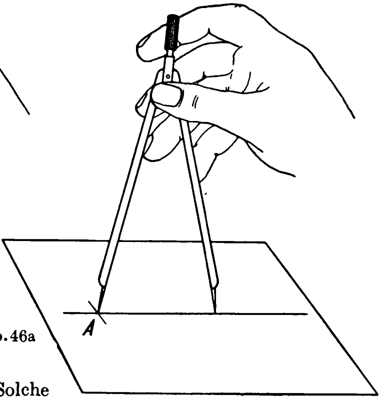


Abb. 46b

auch **Konstruieren** genannt. Solche Zeichnungen nennt man deshalb auch **Konstruktionen.**

Aufgaben

1. Zeichne fünf Strahlen, die den gleichen Anfangspunkt haben!
2. Zeichne zwei Geraden in verschiedenen Lagen!
3. Konstruiere das Quadrat $ABCD$ mit der Seite $AB = a = 4$ cm!
4. Konstruiere mit Zirkel und Lineal Strecken von **a)** 4 cm, **b)** 4,5 cm, **c)** 6 cm, **d)** 2 cm, **e)** 1,5 cm Länge!
5. Zeichne eine Strecke $AB = 8$ cm! Markiere auf dieser Strecke zwei beliebige Punkte C und D! Welche Teilstrecken entstehen? Benenne sie!

21. Peilen und Visieren

Zeichne durch einen Punkt Geraden in verschiedenen Richtungen! Wieviel kannst du zeichnen?

Zeichne zwei Punkte A und B! Wieviel Geraden kannst du zeichnen, die durch A und B hindurchgehen? Prüfe an zwei anderen Punkten!

Zeichne nach Augenmaß drei oder vier Punkte, die auf einer Geraden liegen sollen! Prüfe mit dem Lineal nach, ob deine Zeichnung stimmt!

Führe diese Aufgabe noch in drei anderen Richtungen aus! Du wirst bei weiteren Versuchen feststellen, daß es sehr schwierig ist, mehr als zwei Punkte, die auf einer Geraden liegen sollen, nach Augenmaß zu zeichnen.

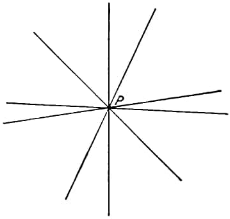


Abb. 47

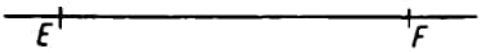


Abb. 48

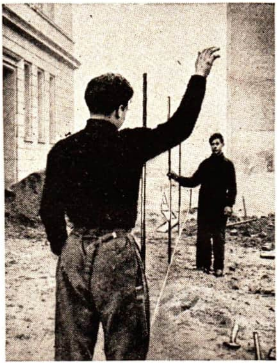


Abb. 49

Zeichne zwei Punkte *B* und *D*! Verbinde diese Punkte durch eine krumme Linie! Lege einen Bindfaden auf die krumme Linie und halte die auf *B* und *D* gelegten Stellen fest! Miß das festgehaltene Stück Bindfaden mit dem Lineal! Du erhältst die Länge der krummen Linie.

Verbinde die Punkte *B* und *D* geradlinig miteinander und miß die Länge der entstandenen Strecke! Vergleiche beide Längen miteinander! Was stellst du fest?

Durch Beobachtungen und Versuche wird folgendes festgestellt:

1) **Durch einen Punkt kann man beliebig viele Geraden nach allen Richtungen zeichnen** (Abb. 47).

2) **Durch zwei Punkte geht nur eine einzige Gerade** (Abb. 48). **Zwei Punkte legen also den Verlauf einer Geraden fest.**
   Sollen drei oder mehr Punkte auf einer Geraden liegen, so zeichnen wir erst zwei Punkte. Diese verbinden wir durch die Gerade. Dann markieren wir auf der Geraden weitere Punkte.

3) **Die Strecke ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten.** Jede krumme Linie zwischen den beiden Punkten ist länger als die Strecke.

Diese Erkenntnisse wenden wir bei der folgenden Untersuchung an.

Wenn man mit einem Auge an der Kante eines Lineals entlangsieht, dann erscheinen der Endpunkt, der Anfangspunkt und alle dazwischenliegenden Punkte der Linealkante nur als ein Punkt.

Zeichne auf ein Blatt Papier eine Gerade! Stelle auf die Gerade mehrere Spielfiguren eines Halmaspieles! Sieh mit einem Auge an der Geraden entlang! Auch hier siehst du nur eine Spielfigur. Die anderen Spielfiguren stehen in derselben Blickrichtung und werden deshalb von der ersten Spielfigur verdeckt.

Abb. 50

Sieht man in dieser Weise an einer Geraden entlang, dann spricht man von **Peilen** oder **Visieren.**

Man kann durch Peilen mehrere Gegenstände in gerader Linie anordnen, ohne die gerade Linie selbst zu zeichnen. Man sagt dann: Diese Gegenstände werden **eingepeilt** oder **einvisiert** (Abb. 49).

Aufgaben

1. Stelle auf dem Tisch zwei Halma-Spielfiguren auf! Drei weitere Spielfiguren sollen eingepeilt werden. Mit einem Auge siehst du so auf der Tischfläche entlang, daß die beiden Spielfiguren scheinbar zusammenfallen. Nun werden die drei anderen Spielfiguren so dazwischengeschoben, daß auch sie sich mit den beiden ersten Spielfiguren decken. Prüfe mit dem Lineal, ob alle fünf Spielfiguren auf einer Geraden stehen!

2. Bringe durch Einvisieren **a)** die Spitzen von drei Bleistiften, **b)** vier Geldstücke, **c)** drei Spielwürfel, **d)** fünf Spielsteine (zum Beispiel vom Halmaspiel) in eine gerade Linie! Prüfe durch Anlegen des Lineals, ob du richtig visiert hast!

3. Stecke mit zwei Nadeln eine Strecke ab und peile eine dritte Nadel so ein, daß alle in einer geraden Linie stehen!

4. Markiere durch zwei **Fluchtstäbe** (siehe Abb. 49) auf dem Schulhof eine Strecke! Visiere zwei weitere Fluchtstäbe so ein, daß sie auf der Strecke stehen! Beschreibe, wie du vorgehst!

5. Auf dem Schulhof ist eine Strecke durch zwei Fluchtstäbe abgesteckt. Das Bandmaß reicht nicht aus, um ihre Länge zu messen. Es muß deshalb ein dritter Fluchtstab eingeschaltet werden. Wie gehst du vor?

6. Stecke eine Strecke durch Fluchtstäbe auf dem Schulhof ab! Die Mitschüler sollen auf dieser Strecke in einer Reihe aufgestellt werden.
   a) Löse die Aufgabe durch Visieren!
   b) Verwende eine Schnur, die zwischen den beiden Fluchtstäben straff gespannt wird! Warum muß die Schnur s t r a f f g e s p a n n t werden (Abb. 50)?

7. Beschreibe, wie man beim Abstecken von Gartenbeeten und Wegen in Gärten und Anlagen verfährt! (Vergleiche auch Abb. 50!)

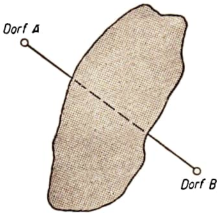


Abb. 51

8. Beschreibe, wie man beim Bau von Mauern verfährt, damit sie in gerader Linie verlaufen!

9. Bei dem Vermessen einer Grenze zwischen zwei Dörfern soll diese in gerader Linie über einen See weitergeführt werden. Wie kann die Aufgabe mit Hilfe von Fluchtstäben gelöst werden, wenn zwei Landmesser tätig sind? (Siehe Abb. 51!)

22. Addieren und Subtrahieren von Strecken

Auch Strecken können wir addieren und subtrahieren.

1. Aufgabe: Zeichne die Strecke $AB = a = 2$ cm und die Strecke $CD = b = 2{,}5$ cm! Konstruiere die Summe der beiden Strecken, ohne dabei die Maßeinteilung des Lineals zu verwenden!

Lösung: Wir zeichnen zunächst die Strecken $AB = a = 2$ cm und $CD = b = 2{,}5$ cm. Dann zeichnen wir eine Gerade und geben darauf den Punkt A an. Von A aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke AB auf der Geraden ab und erhalten den Punkt B. Von B aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke CD auf der Geraden nach rechts ab und erhalten den Punkt D. Die neue Strecke AD ist die Summe der beiden gegebenen Strecken (Abb. 52).

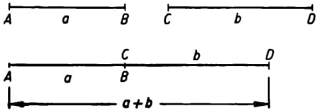


Abb. 52

$$AD = a + b$$

Prüfe mit dem Lineal die Genauigkeit der Zeichnung!

2. Aufgabe: Zeichne die Strecke $AB = a = 3{,}5$ cm und die Strecke $CD = b = 2$ cm! Konstruiere die Differenz der Strecken, ohne die Maßeinteilung des Lineals zu verwenden!

Lösung: Wir zeichnen zunächst die Strecken $AB = 3{,}5$ cm und $CD = 2$ cm. Dann zeichnen wir eine Gerade und auf ihr den Punkt A. Von A aus tragen wir mit dem Zirkel die gegebene Strecke AB auf der Geraden ab und erhalten den Punkt B. Von B aus tragen wir nach links die gegebene Strecke CD ab und erhalten den Punkt D.
Die Strecke AD ist die Differenz der gegebenen Strecken (Abb. 53).

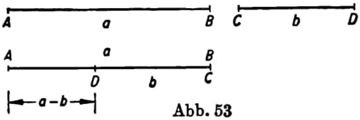


Abb. 53

$AD = a - b$ Prüfe mit dem Lineal!

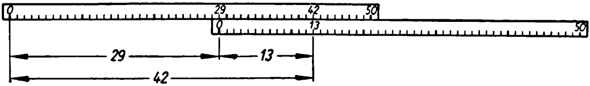
Aufgaben

1. Zeichne die Strecken $AB = a = 2$ cm und $CD = b = 4$ cm! Konstruiere die Summe der Strecken! Beschreibe die Konstruktion!
2. Zeichne die Strecken $AB = a = 9$ cm und $CD = b = 6$ cm! Konstruiere die Differenz der Strecken! Beschreibe die Konstruktion!
3. Zeichne zwei Strecken $AB = a = 3$ cm und $CD = b = 5$ cm!
   a) Konstruiere die Strecke $AB + CD = a + b$!
   b) Konstruiere die Strecke $CD + AB = b + a$!
   Vergleiche die Ergebnisse!
4. Drei Strecken $AB = a = 4$ cm, $CD = b = 1$ cm, $EF = c = 5$ cm sollen addiert werden. Konstruiere die Summen a) $a + b + c$, b) $a + c + b$, c) $c + b + a$! Vergleiche die Ergebnisse! Beschreibe die Durchführung der Konstruktionen!
5. Gegeben sind zwei Strecken $a = 7$ cm, $b = 2$ cm. Konstruiere die Differenz $a - b$! Beschreibe, wie du gezeichnet hast!
6. Gegeben sind drei Strecken $a = 5$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4$ cm. Konstruiere a) $a + b - c$, b) $a + c - b$, c) $b + c - a$, d) $c - b + a$!
   Welche Aufgaben führen zu den gleichen Ergebnissen?
7. Zeichne a) das Doppelte, b) das Dreifache einer beliebigen Strecke!
8. Gegeben sind die Strecken $a = 6$ cm, $b = 4$ cm. Konstruiere a) die Summe $a + b$, b) die Differenz $a - b$!
9. Addiere die Strecken AB, BF, FE und EA aus der Abbildung 36 (S. 87)!

Das Addieren und Subtrahieren von Strecken kann man mit einem einfachen Gerät durchführen, das auch beim Rechnen verwendet werden kann. Schneide zwei Pappstreifen von 50 cm Länge! Trage auf dem ersten an der unteren Kante, auf dem zweiten an der oberen Kante die Zentimetereinteilung des Lineals ab!

3. Aufgabe: Löse mit Hilfe der Pappstreifen die Aufgabe $29 + 13$!

Lösung: Pappstreifen II wird mit der 0-Marke an die Zahl 29 auf Pappstreifen I geschoben. Über der Zahl 13 des Streifens II kann auf Pappstreifen I das Ergebnis abgelesen werden (Abb. 54).



29 + 13 = 42 Abb. 54

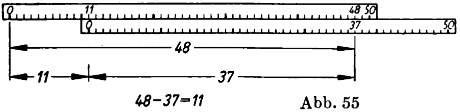


Abb. 55

4. Aufgabe: Löse mit Hilfe der Pappstreifen die Aufgabe 48 — 37!

Lösung: Die Zahl 37 auf Streifen II wird unter die Zahl 48 auf Streifen I geschoben. Über der 0-Marke des Pappstreifens II liest man auf Streifen I die Differenz ab (Abb. 55).

Aufgaben

10. Löse die folgenden Aufgaben mit Hilfe der Pappstreifen!

a) $23 + 21$ b) $12 + 17 + 19$ c) $49 - 28$

d) $41 - 34$ e) $36 + 12 - 26$ f) $48 - 39 + 12 - 17$

23. Der Winkel

Was versteht man unter einer waagerechten und einer senkrechten geraden Linie? Suche im Klassenzimmer waagerechte und senkrechte Strecken!

Beschreibe eine Wasserwaage und ein Lot! Beschreibe ein Winkeldreieck! Suche rechte Winkel im Zimmer und auf der Straße!

Die beiden Zeiger einer Uhr bilden zu bestimmten Zeiten ebenfalls einen rechten Winkel (Abb. 56). Nenne die Zeiten!

Die Abbildung 57 zeigt einen Kompaß. Die Richtungen Nord und Ost bilden einen rechten Winkel, desgleichen die Richtungen Nordwest und Nordost. Prüfe mit dem Winkeldreieck!

Bilde mit dem Arm einen rechten Winkel! Bilde mit einer Schere einen rechten Winkel! Schließe die Schere langsam! Wir sehen, wie die beiden Schneideblätter der Schere ihre Stellung zueinander verändern. Sie stehen nicht mehr senkrecht aufeinander, sie bilden auch keinen rechten Winkel mehr.

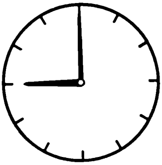


Abb. 56

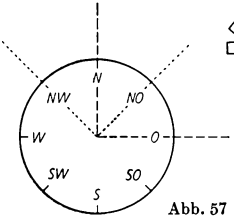


Abb. 57

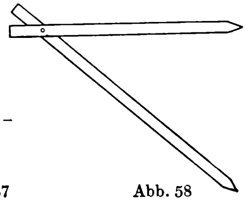


Abb. 58

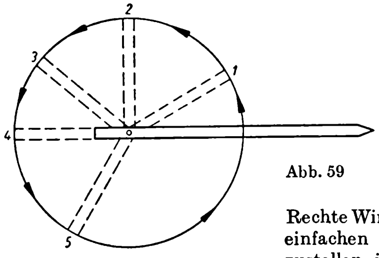


Abb. 59

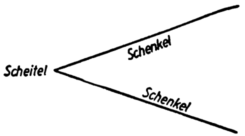


Abb. 60

Rechte Winkel können wir auch mit einem einfachen Gerät bilden, das leicht herzustellen ist. Zwei Pappstreifen werden dicht am Ende durchbohrt, übereinandergelegt und mit einer Nadel so verbunden, daß sie gedreht werden können (Abb. 58).

Bei der folgenden Übung legen wir zunächst beide Streifen aufeinander. Dabei zeigen sie in dieselbe Richtung. Nun drehen wir einen Streifen langsam nach links (Abb. 59). In der Stellung 2 der Abbildung 59 stehen die Streifen senkrecht aufeinander. Sie bilden einen rechten Winkel.

Beim Weiterdrehen des einen Streifens gelangt dieser in die entgegengesetzte Richtung zum anderen Streifen (Stellung 4 in der Abb. 59). Beide Streifen bilden eine gerade Linie. Schließlich können wir den einen Streifen so weit drehen, bis er mit dem anderen wieder zusammenfällt. Wir haben dann eine volle Drehung des einen Streifens ausgeführt.

Betrachten wir noch einmal die Stellungen der beiden Streifen zueinander.

Stellung 2: Wenn die beiden Streifen senkrecht aufeinanderstehen, sagen wir: Sie bilden einen **rechten Winkel.**

Bei den anderen Stellungen der Streifen zueinander, in denen sie nicht senkrecht aufeinanderstehen, sagen wir: Die Streifen bilden einen **Winkel.**

Stellung 1: Der Winkel, den die beiden Streifen bilden, ist kleiner als ein rechter Winkel (vergleiche Abb. 59).

Stellungen 3, 4 und 5: Der Winkel, den beide Streifen bilden, ist größer als ein rechter Winkel.
Je weiter wir den einen Streifen von dem anderen wegdrehen, um so größer wird der Winkel, den beide Streifen bilden.

Erklärung: **Ein Winkel wird von zwei Strahlen oder Strecken mit einem gemeinsamen Anfangspunkt gebildet. Der Anfangspunkt heißt Scheitel, die Strahlen oder Strecken heißen Schenkel des Winkels** (Abb. 60). **Den Winkel kann man durch Drehen eines Schenkels um den Scheitel entstehen lassen.**

Die Größe des Winkels hängt von der Größe der Drehung des einen Schenkels ab, um die er von dem anderen Schenkel weggeführt worden ist. Die Länge der Schenkel hat keinen Einfluß auf die Größe des Winkels.

Die Abbildung 61 zeigt zwei Winkel. Der Winkel 1 ist größer als der Winkel 2; denn bei dem Winkel 1 ist der eine Schenkel weiter von dem zweiten Schenkel weggedreht worden.

Es gibt Winkel von verschiedener Größe. Um die Größe des Winkels festzustellen, müssen wir die Größe der Drehung des einen Schenkels messen. Die Größe einer Drehung und damit die Größe des Winkels kann man nicht mit dem Lineal in Zentimetern messen.

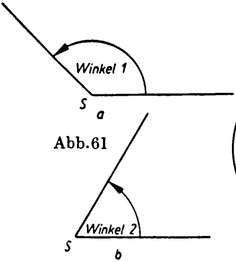


Abb. 61

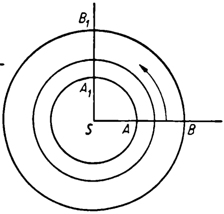


Abb. 62

Das können wir zum Beispiel an der Uhr feststellen. Die Drehung, die der große Zeiger ausführt, wird auch nicht in Zentimetern, sondern in Minuten gemessen. Das Zifferblatt der Uhr ist gewöhnlich in 60 gleiche Teile, in Minuten, unterteilt. Wenn man die Zeit abliest, gibt man dann an, wieviel solcher Teile der große Zeiger durchlaufen hat (zum Beispiel 5 Min., 10 Min., 12 Min.).

Für das Winkelmessen gibt es eine andere Maßbezeichnung. Winkel werden in **Grad** gemessen. (Das Zeichen für Grad ist °.) Der Winkel, der bei einer vollen Drehung des einen Schenkels entsteht, heißt **Vollwinkel** und beträgt **360°**. Hat der Schenkel eine halbe Drehung beschrieben, so ist ein Winkel von 180° entstanden. Beschreibt der Schenkel nur eine Vierteldrehung, dann entsteht ein **rechter Winkel**. Er beträgt **90°**. **Die Einheit der Winkelmessung ist ein Winkel von 1°.** In einem Winkel von 90°, in einem rechten Winkel also, ist der Winkel von 1° 90mal enthalten.

Wenn der eine Schenkel eines Winkels eine volle Drehung durchläuft, beschreibt jeder Punkt dieses Schenkels einen **Vollkreisbogen** (Kreislinie). In der Abbildung 62 sind drei Vollkreisbogen gezeichnet. Die Kreise haben verschiedene Radien. Die Vollkreisbogen sind demnach auch verschieden groß. Zu einem Vollwinkel (360°) gehört aber immer ein ganzer Vollkreisbogen. Bei einem Winkel von 90° entstehen Viertel des Vollkreisbogens. Der Punkt A hat ein Viertel seines kleinen, der Punkt B ein Viertel seines größeren Vollkreisbogens zurückgelegt (Abb. 62).

Wir können feststellen: **Ein Winkel von 360° entspricht einem ganzen Vollkreisbogen, ein Winkel von 180° entspricht einem halben Vollkreisbogen, ein Winkel von 90° entspricht dem Viertel eines Vollkreisbogens, ein Winkel von 1° entspricht dem 360. Teil eines Vollkreisbogens.**

Die Abbildungen 63 und 64 zeigen je einen **Winkelmesser**. Wir erkennen an jedem einen Halbkreis, dessen Kreisbogen in 180 gleiche Teile unterteilt ist. Ein Teil davon entspricht einem Winkel von 1°. Man kann mit dem Winkelmesser die Größe eines Winkels messen, indem man die Anzahl der Kreisbogenteile zwischen den Schenkeln des Winkels auf dem Winkelmesser abliest. Erkläre, warum man mit diesem Winkelmesser nur Winkel zwischen 0° und 180° messen kann!

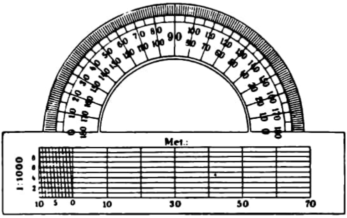


Abb. 63

Daneben zeigt die Abbildung 65 auch einen Winkelmesser, der einen Vollwinkel darstellt. Hier ist der Vollkreisbogen in 360 einander gleiche Teile unterteilt. Ein solcher Kreisbogenteil entspricht ebenfalls einem Winkel von 1°.

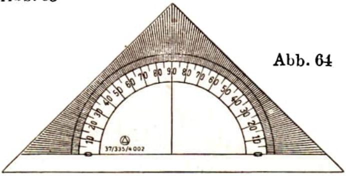


Abb. 64

Mit dem Winkelmesser kann man die verschiedensten Winkel messen und ihre Größe bestimmen.

Die Abbildung 66 zeigt verschiedene Arten von Winkeln. Ein Winkel von 180° wird **gestreckter Winkel** genannt. Winkel, die **kleiner** sind als 90°, nennen wir **spitze Winkel.** Winkel **zwischen 90° und 180°** heißen **stumpfe Winkel.** Winkel, die **größer** als 180° sind, werden **überstumpfe Winkel** genannt (Abb. 66e).

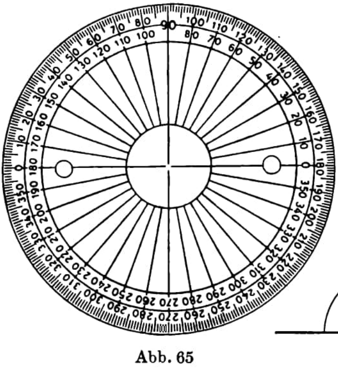


Abb. 65

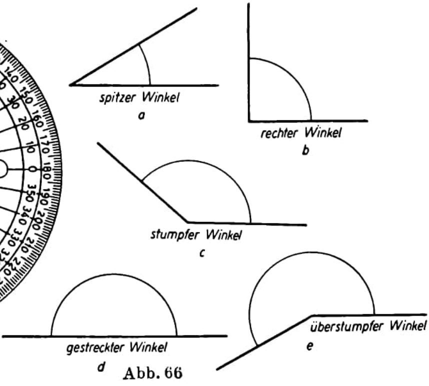


Abb. 66

Aufgaben

1. Zeichne eine Windrose! Gib Himmelsrichtungen an, die mit der Richtung **a)** Nord, **b)** Südost, **c)** Südwest, **d)** Nordost, **e)** Ost, **f)** Nordwest einen rechten Winkel einschließen!

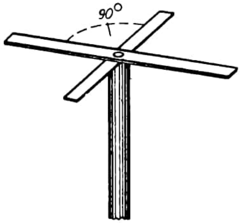


Abb. 67

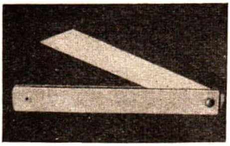


Abb. 68

2. Schneide aus Holz oder Pappe zwei Streifen von 40 cm Länge und 4 cm Breite! Befestige die Streifen so auf einer Stange, wie es die Abbildung 67 zeigt! Die Streifen müssen senkrecht zueinander liegen. Prüfe mit dem Zeichendreieck! Mit diesem Gerät können wir im Gelände rechte Winkel abstecken. Es wird **Winkelkreuz** genannt.
3. Peile mit einem Winkelkreuz einen Baum auf dem Schulhof an! Bestimme mit einem Fluchtstab, den ein Schüler hält, eine Gerade, die zu der Peilrichtung senkrecht steht!
4. Stecke unter Verwendung von Winkelkreuz, Fluchtstäben und Bandmaß auf dem Schulhof ein Quadrat von 10 m Seitenlänge ab!
5. Stecke unter Verwendung von Winkelkreuz, Fluchtstäben und Bandmaß auf dem Schulhof oder in freiem Gelände ein Rechteck ab, das 8 m lang und 6 m breit ist!
6. Fertige aus Holz oder Pappe das in der Abbildung 68 gezeigte Gerät! Es wird **Schmiege** genannt und ist ein wichtiges Gerät für den Tischler.
7. Zeichne mit der Schmiege bei Verwendung eines Zeichendreiecks **a)** einen rechten Winkel, **b)** einen Winkel, der kleiner ist als ein rechter, **c)** einen Winkel, der größer ist als ein rechter!
8. Suche in deiner Umgebung Winkel, die keine rechten Winkel sind! Erkläre, ob es sich um spitze oder stumpfe Winkel handelt!
9. Zeichne mit Lineal und Zeichendreieck in verschiedenen Lagen **a)** einen spitzen, **b)** einen stumpfen, **c)** einen rechten, **d)** einen überstumpfen, **e)** einen gestreckten Winkel!

24. Das Messen von Winkeln

Wie wir bereits wissen, wird der Winkelmesser zum Messen von Winkeln benutzt. Sein Halbkreis hat stets zwei Einteilungen. Eine Einteilung befindet sich außen und beginnt meistens links mit 0°. Die andere Einteilung ist innen aufgetragen und beginnt rechts mit 0°. Beim Messen von Winkeln muß man aufpassen, daß man die beiden Einteilungen nicht verwechselt. M ist der Mittelpunkt des Kreises.

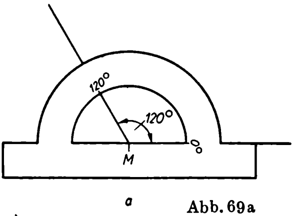


Abb. 69a

Das Messen eines Winkels geschieht wie folgt (Abb. 69):

a) Der Punkt M des Winkelmessers wird genau an den Scheitel des Winkels gelegt.

b) Der eine Schenkel des Winkels muß durch den Punkt 0 einer Einteilung des Kreises gehen.

c) Auf der gleichen Einteilung wird beim zweiten Schenkel die Gradzahl abgelesen.

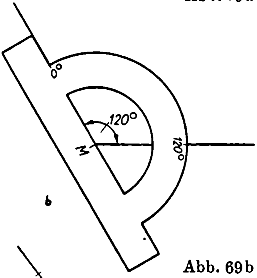


Abb. 69b

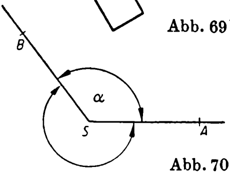


Abb. 70

Es gibt zwei Möglichkeiten, den Winkelmesser an den Winkel anzulegen (Abb. 69a und b). In der Abbildung 69b wird der Winkel, von links bei 0° beginnend, gemessen. Das heißt, der Winkelmesser wird so an den Winkel angelegt, daß der Scheitelpunkt des Winkels am Punkt M liegt und der linke Schenkel des Winkels durch den 0-Punkt der äußeren Einteilung verläuft. Auf dieser wird bei dem anderen Schenkel des Winkels die Gradzahl abgelesen. Bei der Abbildung 69a wird der Winkel von rechts gemessen. Der eine Schenkel des Winkels geht durch den 0-Punkt der inneren Einteilung. Auf dieser wird bei dem anderen Schenkel die Gradzahl abgelesen. Das Messen des Winkels auf die beiden Arten führt zu demselben Ergebnis: Der Winkel beträgt 120°.

Um den Winkel zwischen den Schenkeln zu kennzeichnen, wird er durch einen kleinen Bogen angegeben (Abb. 70). Als Zeichen für einen Winkel wird $\sphericalangle$ benutzt. Die Winkel werden gewöhnlich mit kleinen griechischen Buchstaben benannt.

Wenn auf dem Schenkel eines Winkels Punkte angegeben und durch große Buchstaben bezeichnet sind, dann kann auch der Winkel mit diesen Buchstaben benannt werden. Der Winkel α in der Abbildung 70 kann auch als $\sphericalangle ASB$ oder $\sphericalangle BSA$ bezeichnet werden. Der Buchstabe des Scheitelpunktes ist beim Nennen der drei Punkte stets an die zweite Stelle zu setzen.

Aufgaben

1. Zeichne vier verschiedene Winkel in dein Heft und miß deren Größe mit dem Winkelmesser **a)** von rechts, **b)** von links! Vergleiche die Ergebnisse!

2. **a)** Zeichne ein Dreieck *ABC*! Miß die Winkel *ABC*, *BAC*, *ACB*! Addiere die gefundenen Größen!
   b) Zeichne ein zweites Dreieck und miß auch hier die drei Winkel im Dreieck! Addiere die gefundenen Gradzahlen der Winkel!

3. Zeichne ein Viereck *ABCD*! Miß die Winkel *ABC*, *BCD*, *CDA*, *DAB* und schreibe die gemessenen Werte in die Zeichnung!

4. Zeichne ein Sechseck *ABCDEF*! Miß auch diese Winkel und trage ihre Größen in die Zeichnung ein!

5. Zeichne **a)** einen spitzen, **b)** einen stumpfen Winkel! Miß die Größen dieser Winkel!

6. Welchen Winkel bilden die beiden Zeiger einer Uhr um 2.00 Uhr, 5.00 Uhr, 7.00 Uhr, 8.00 Uhr, 1.00 Uhr, 6.00 Uhr, 3.50 Uhr, 4.30 Uhr, 13.20 Uhr? Miß an einem Uhrenmodell!

7. Wie groß ist der Winkel, den der kleine Zeiger einer Uhr in **a)** 4 Std., **b)** 9 Std., **c)** 3 Std., **d)** 2 Std., **e)** 5 Std., **f)** 12 Std. zurücklegt? Miß an einem Uhrenmodell!

8. Fertige einen Winkelpeiler an, wie ihn die Abbildung 71 zeigt! Du benötigst dazu Holz oder Pappe, einen Stab von etwa 1,50 m Länge, eine Kreisscheibe von 20 bis 30 cm Durchmesser und einen Pappstreifen. Auf dem Pappstreifen wird eine Peileinrichtung angebracht. Die Kreisscheibe wird mit dem Winkelmesser in 360 gleiche Teile unterteilt und auf dem Stab befestigt.

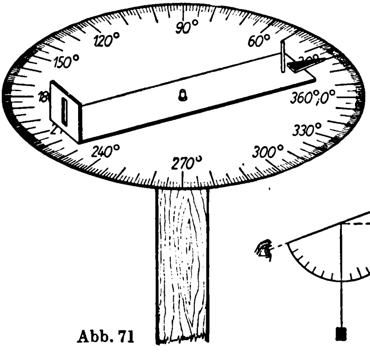


Abb. 71

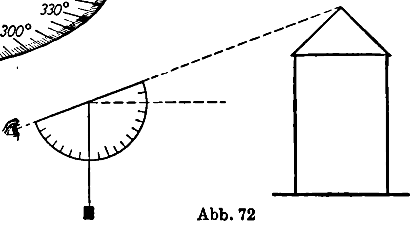


Abb. 72

Der Pappstreifen ist in der Mitte zu durchbohren und im Mittelpunkt der Kreisscheibe drehbar anzubringen.

9. Stecke den Stab des Winkelpeilers senkrecht in die Erde und nimm diesen Punkt als Scheitelpunkt! Miß und markiere mit Fluchtstäben die folgenden Winkel:
a) 45°, b) 83°, c) 112°, d) 146°, e) 268°, f) 90°, g) 165°, h) 320°!
Anleitung: Drehe den Peilstreifen auf 0° und markiere diese Richtung mit einem Fluchtstab oder mit einem anderen Stab! Dann drehe den Streifen bis zu der verlangten Gradzahl und markiere wieder durch einen Fluchtstab!

10. Zeichne eine Windrose mit den Richtungen Nord, Nordwest, West, Südwest, Süd, Südost, Ost, Nordost
a) mit dem Winkelpeiler auf dem Schulhof,
b) mit dem Winkelmesser in das Heft!

11. a) Miß mit dem Winkelpeiler die Winkel, unter denen sich drei Straßen oder Wege in der Nähe deiner Wohnung treffen!
b) Fertige in deinem Heft eine Skizze von der Lage dieser Straßen oder Wege an und vermerke die mit dem Winkelpeiler gemessenen Winkel!

12. Fertige aus einem Halbkreis, der mit Hilfe des Winkelmessers in 180° eingeteilt wurde, und aus einem Lot den in der Abbildung 72 gezeigten Apparat an!
a) Miß mit dem Apparat den Winkel, der von dem Lot und der Richtung, die du beim Anpeilen eines Dachfirstes erhältst, gebildet wird!
b) Wie groß ist dann der Winkel zwischen der Peilrichtung und der Waagerechten?

13. Miß unter Verwendung von Fluchtstäben und dem Winkelpeiler den Winkel eines „Daumensprunges“!
Anleitung: Strecke die rechte Hand mit dem Daumen nach oben aus! Nun schließe ein Auge und peile mit dem anderen über den Daumen einen Fluchtstab an! Jetzt schließe dieses Auge und öffne das andere! Dabei gewinnt man den Eindruck, als ob der Daumen einen Sprung macht. Peile diese neue Richtung an! Miß mit dem Winkelpeiler den Winkel zwischen den beiden Richtungen!

25. Das Zeichnen von Winkeln

Zum Zeichnen von Winkeln benötigen wir Bleistift, Zirkel, Lineal und Winkelmesser.

1. Aufgabe: Zeichne einen beliebigen Winkel! Bezeichne ihn mit α und den Scheitelpunkt mit A! Zeichne im Heft daneben einen Strahl mit dem

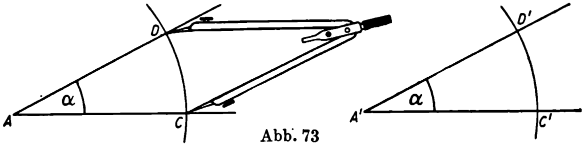


Abb. 73

Anfangspunkt A'! Der Winkel α soll so an den Strahl angetragen werden, daß A' der Scheitelpunkt des Winkels wird. Man sagt: Der Winkel α soll im Punkt A' an den Strahl angetragen werden.

Diese Zeichnung kann ohne Winkelmesser nur mit dem Zirkel und dem Lineal ausgeführt werden.

Lösung: Wir schlagen um A und A' je einen Kreisbogen mit dem gleichen Radius. Der Kreisbogen um A schneidet die Schenkel des Winkels α in den Punkten C und D. Der Kreisbogen um A' schneidet den Strahl im Punkt C'. Dann nehmen wir CD in die Zirkelspanne (Abb. 73). Diese Zirkelspanne tragen wir auf dem zweiten Kreisbogen vom Punkt C' aus in gleicher Richtung ab und erhalten so den Punkt D'. Wir verbinden A' mit D' und erhalten den verlangten Winkel α, angetragen in A' an den Strahl.

Ähnlich, wie beim Antragen eines gezeichneten Winkels an einen anderen Strahl, verfahren wir auch bei der Lösung der folgenden Aufgabe.

2. Aufgabe: Zeichne einen Winkel von 53°!

Lösung: Wir zeichnen einen Strahl mit dem Anfangspunkt A. Dann legen wir den Mittelpunkt des Winkelmessers so an A an, daß der Strahl durch den Punkt 0° einer Einteilung des Winkelmessers läuft. Bei 53° wird ein Punkt markiert, der mit A verbunden wird.

Mit dem Zirkel wird die Konstruktion aber genauer.

Der Winkel von 53° ist uns am Winkelmesser gegeben. Sein Scheitelpunkt ist der Punkt M. Der eine Schenkel läuft durch 0°, der andere durch 53° (Abb. 74).

Diesen Winkel müssen wir an den gezeichneten Strahl im Punkt A antragen. Wir nehmen den Radius der Winkelmessereinteilung in die Zirkel-

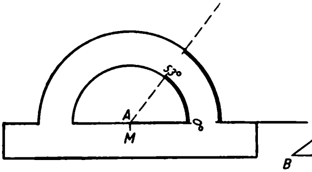


Abb. 74

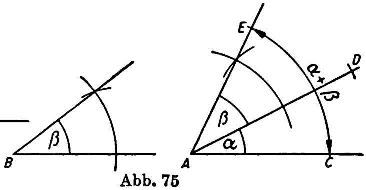


Abb. 75

öffnung. Das ist die Strecke zwischen M und dem Punkte 0°. Mit diesem Radius schlagen wir um A einen Kreisbogen, der den Strahl in B schneidet. Dann greifen wir auf der Winkelmessereinteilung mit dem Zirkel die Spanne zwischen 0° und 53° ab und tragen sie von B aus auf dem gezeichneten Kreisbogen ab. Den Schnittpunkt verbinden wir mit A. Der entstehende Winkel ist der verlangte.

Auch Winkel können wir zeichnerisch addieren und subtrahieren.

3. Aufgabe: Zeichne nebeneinander zwei Winkel, Winkel α und Winkel β (keine überstumpfen Winkel), mit den Scheitelpunkten A und B! Konstruiere die Summe der Winkel!

Lösung: Die Winkel werden aneinandergefügt, das heißt, Winkel β wird im Punkt A an den einen Schenkel des Winkels α nach links angetragen, wie wir das schon gelernt haben (Abb. 75). Der so entstandene Winkel ist die Summe der Winkel α und β:

$$\sphericalangle EAC = \alpha + \beta.$$

4. Aufgabe: Zeichne nebeneinander zwei Winkel, Winkel α und Winkel β, mit den Scheitelpunkten A und B! Der Winkel β soll kleiner als der Winkel α sein. Konstruiere die Differenz der Winkel!

Lösung: Die Differenz der Winkel α und β entsteht, wenn im Scheitelpunkt A der Winkel β an den linken Schenkel des Winkels α nach rechts angetragen wird. Der neue Winkel ist die Differenz von α und β (Abb. 76):

$$\sphericalangle EAC = \alpha - \beta.$$

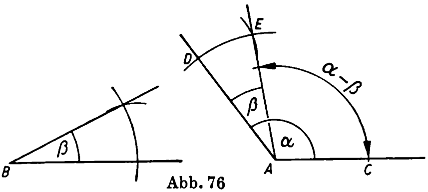


Abb. 76

Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind unter Verwendung des Zirkels zu lösen.

1. Zeichne Winkel von 23°, 46°, 68°, 92°, 146°, 179°, 212°!
2. Zeichne ein Rad mit a) 24, b) 36, c) 18 Speichen!

   Anleitung! Zeichne einen Punkt M und schlage um ihn einen Kreisbogen! Zeichne dann eine Speiche (Radius) ein! Überlege, welchen Winkel zwei aufeinanderfolgende Speichen einschließen! (Der ganze Kreis entspricht einem Vollwinkel von 360°.)
3. Übertrage mit der Schmiege den rechten Winkel eines Bilderrahmens auf ein Blatt Papier! Kontrolliere mit dem Winkelmesser!
4. Zeichne zwei Winkel: $\alpha = 63°$, $\beta = 42°$! Konstruiere a) $\alpha + \beta$, b) $\beta + \alpha$! Vergleiche die Ergebnisse! Kontrolliere mit dem Winkelmesser! Beschreibe die Durchführung der Zeichnung!

5. Zeichne zwei Winkel: a) $\alpha = 143°$, $\beta = 92°$, b) $\alpha = 72°$, $\beta = 32°$, c) $\alpha = 94°$, $\beta = 35°$! Konstruiere $\alpha - \beta$! Prüfe mit dem Winkelmesser! Beschreibe auch hier die Zeichnung!

6. Zeichne die Winkel $\alpha = 23°$, $\beta = 68°$, $\gamma = 122°$, $\delta = 97°$! Konstruiere a) $\alpha + \beta + \gamma$, b) $\beta + \delta + \alpha$, c) $\gamma - \delta$, d) $\gamma - \beta - \alpha$, e) $\alpha + \gamma - \delta$, f) $2\alpha + \beta$, g) $2\beta - \gamma$, h) $\alpha + \beta + \gamma + \delta$!

7. Zeichne einen Winkel α! Wähle einen spitzen Winkel! Konstruiere die Winkel a) 2α, b) 3α!

26. Nebenwinkel und Scheitelwinkel

In der Abbildung 77 ist der eine Schenkel des Winkels α über den Scheitelpunkt hinaus verlängert worden. Dadurch entstand der Winkel β. Dieser liegt neben dem Winkel α. β wird deshalb **Nebenwinkel** zu α genannt. Andererseits liegt auch α neben dem Winkel β. Also ist auch α Nebenwinkel zu β.

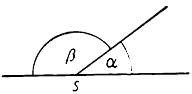


Abb. 77

Nebenwinkel haben den Scheitelpunkt und einen Schenkel gemeinsam. Die beiden anderen Schenkel bilden eine Gerade. Zeige an der Abbildung 77 den Schenkel, den beide Winkel gemeinsam haben, und die Schenkel, die eine Gerade bilden! Nebenwinkel bilden zusammen immer einen gestreckten Winkel. Sie betragen deshalb zusammen stets 180°.

Erklärung: **Zwei Winkel sind Nebenwinkel, wenn sie den Scheitel und einen Schenkel gemeinsam haben, und wenn die beiden anderen Schenkel eine Gerade bilden.**

Satz: **Nebenwinkel betragen zusammen 180°.**

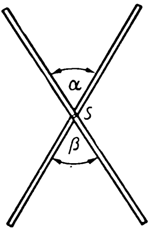


Abb. 78

Aus zwei Pappstreifen kann man ein einfaches Winkelmodell (Abb. 78) herstellen. Die Streifen sind im Punkt S drehbar verbunden. Wenn wir die Streifen drehen, verändern sie ihre Richtung oberhalb und unterhalb des Drehpunktes um die gleiche Größe. Bei jeder Stellung der Streifen sind also stets die Winkel α und β einander gleich. Die Winkel α und β nennt man **Scheitelwinkel.** Sie entstehen, wenn man beide Schenkel eines Winkels über den Scheitelpunkt hinaus verlängert. Dann sind die Schenkel des einen Scheitelwinkels die Verlängerungen der Schenkel des anderen Scheitelwinkels.

Erklärung: **Zwei Winkel sind Scheitelwinkel, wenn sie den Scheitel gemeinsam haben, und wenn die Schenkel des einen Winkels die Verlängerungen der Schenkel des anderen Winkels sind.**

Satz: **Scheitelwinkel sind einander gleich.**

Wenn die Schenkel eines Winkels über den Scheitelpunkt hinaus verlängert werden, so entstehen stets zwei Paare von Scheitelwinkeln. In der Abbildung 79 sind die Winkel α und β Scheitelwinkel, desgleichen γ und δ. Außerdem entstehen vier Paare von Nebenwinkeln. Nenne sie!

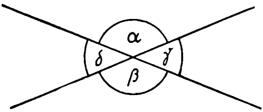


Abb. 79

Aufgaben

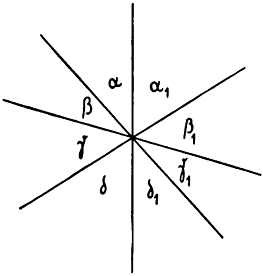


Abb. 80

1. Zeige bei einer geöffneten Tür die entstandenen Nebenwinkel! Fertige eine Skizze an! Suche andere Nebenwinkel!

2. Zeige Scheitelwinkel **a)** an einer geöffneten Schere, **b)** an zwei sich kreuzenden Straßen oder Eisenbahngleisen! **c)** Suche andere Beispiele!

3. Gib an, welche Winkel in der Abbildung 80 **a)** Scheitelwinkel, **b)** Nebenwinkel sind! **c)** Gib an, welche Winkel einander gleich sind! **d)** Gib an, welche Winkel sich zu 180° ergänzen!

4. Zwei Nebenwinkel sind einander gleich. Wie groß ist dann jeder?

5. Fertige ein Modell von Scheitelwinkeln an, wie es die Abbildung 78 zeigt!

6. Zeichne einen Winkel $\alpha = 51°$! Verlängere beide Schenkel über den Scheitelpunkt hinaus! **a)** Berechne die Größe der drei anderen Winkel! **b)** Miß die drei Winkel und vergleiche die gemessenen Größen mit den errechneten!

7. Beim Drehen der Geraden in Abbildung 79 durchläuft α die Werte 10°, 20°, 30° ··· 180°. Welche Werte durchläuft **a)** β, **b)** γ, **c)** δ? Stelle diese Werte in einer Tabelle zusammen!

α	10°	20°	30°	40°	usw.
β					
γ					
δ					

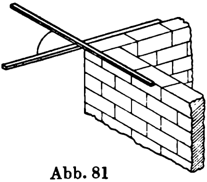


Abb. 81

8. Der Winkel, den zwei Mauern miteinander bilden, soll gemessen werden. Benutze dazu zwei Stäbe (Abb. 81)! Wo kannst du den Winkel messen?
9. Der Winkel α in der Abbildung 79 auf der Seite 107 sei 90°. Wie groß sind dann die anderen Winkel?

27. Parallele Geraden

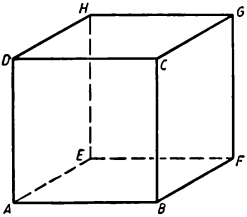


Abb. 82

Wir haben gelernt: Zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt bilden einen Winkel. Der Winkel ist 0° groß, wenn die beiden Strahlen zusammenfallen. Dann verlaufen sie in der gleichen Richtung.

Die Linien eines Schreibheftes verlaufen auch in der gleichen Richtung. Sie gehen aber nicht von einem gemeinsamen Anfangspunkt aus. Auch am Fenster, am Bilderrahmen, am Schrank, an den Dielenbrettern finden wir gerade Linien, die in gleicher Richtung verlaufen. Nenne andere Beispiele!

An einer Streichholzschachtel, an einer Kiste, an einem Spielwürfel verlaufen verschiedene Kanten in gleicher Richtung. Zeige sie!

Auch die Kanten AB, DC, EF, HG des abgebildeten Würfels (Abb. 82) verlaufen in der gleichen Richtung. Nenne andere Kanten, die eine gleiche Richtung haben!

Erklärung: **Geraden, die in der gleichen Richtung verlaufen und keinen Punkt gemeinsam haben, heißen parallel zueinander. Sie werden auch kurz Parallelen genannt.**

Die Flächen eines Spiegels oder einer polierten Tischplatte weisen eine Besonderheit auf. Diese Flächen haben keine Vorsprünge. Sie sind auch nicht wie die Mantelfläche eines Zylinders gekrümmt. Man sagt: Sie sind **eben.**

Auch die Seitenflächen des Würfels in der Abbildung 82 sind **ebene Flächen.** Sie liegen paarweise in gleicher Richtung. Wir sagen dann, diese ebenen Flächen sind parallel zueinander. Zueinander parallele Flächen finden wir am Schrank, am Tisch. Suche parallele ebene Flächen an anderen Gegenständen!

Aufgaben

1. Suche Geraden mit gleicher Richtung
   a) in deinem Heft, b) am Tisch, c) im Zimmer, d) am Schulgebäude!
2. Schreibe auf, in welchem Falle man Geraden als parallel bezeichnet!

3. Zeichne nach Augenmaß a) zwei, b) drei, c) vier Geraden, die zueinander parallel sind!

4. Schreibe auf, worin sich eine ebene Fläche von einer nicht ebenen Fläche unterscheidet!

5. Suche ebene Flächen, die zueinander parallel sind,
a) am Quader, b) im Klassenraum, c) an einem Tisch!

6. Schreibe auf, welche der ebenen Flächen des Würfels in der Abbildung 82 zueinander parallel verlaufen! (Verwende die großen Buchstaben!)

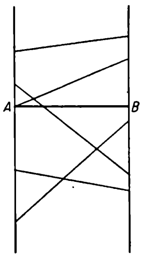


Abb. 83

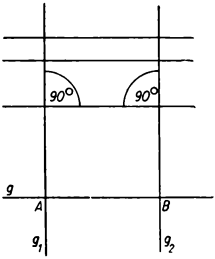


Abb. 84

In der Abbildung 83 sind zwei Parallelen gezeichnet, die durch verschiedene Strecken miteinander verbunden sind. Miß mit dem Lineal die Längen der gezeichneten Verbindungsstrecken zwischen den beiden Parallelen und vergleiche sie! Die Strecke AB zwischen den Parallelen ist die kürzeste aller gezeichneten Verbindungsstrecken.

Miß mit dem Winkelmesser die Winkel zwischen der Strecke AB und den Parallelen! Die Strecke AB steht auf beiden Parallelen senkrecht.

Eine Verbindungsstrecke zwischen zwei Parallelen, die auf beiden senkrecht steht, nennt man den **Abstand** der beiden Parallelen. **Der Abstand ist die kürzeste Verbindung zwischen den Parallelen.** Jede andere Strecke zwischen ihnen ist länger (Abb. 83).

In der Abbildung 84 sind zwei Parallelen und mehrere Abstände eingezeichnet. Prüfe mit dem Winkelmesser, ob die eingezeichneten Verbindungsstrecken auch wirklich Abstände der Parallelen sind, das heißt, ob sie alle auf beiden Parallelen senkrecht stehen! Miß mit dem Lineal die Länge der Abstände!

Satz: **Der Abstand zwischen Parallelen ist überall gleich groß.**

Wenn wir den Abstand von zwei Parallelen messen wollen, dann zeichnen wir mit dem Zeichendreieck eine Verbindungsstrecke, die auf den Parallelen senkrecht steht. Die Länge dieser Strecke ist dann der Abstand der Parallelen.

An Bauwerken findet man vielfach Parallelen, wie zum Beispiel am Rathaus in Greifswald (Abb. 85).

Abb. 85

Auch die beiden Schienen eines Eisenbahngleises verlaufen stets in gleicher Richtung. Der Abstand der Schienen wird „Spurbreite" genannt. Sie beträgt bei der deutschen normalspurigen Eisenbahn 1,435 m[1]). Die Spurbreite der Schmalspurbahnen beträgt meistens 0,80 m. Die Eisenbahner verwenden beim Bau von Gleisen ein **Spurmaß**, damit die Gleise überall den gleichen Abstand haben. Die Abbildung 86 zeigt ein solches Spurmaß.

Die Abbildung 87 zeigt ein **Streichmaß**. Mit diesem Gerät ritzt der Tischler auf dem Werkstück Geraden ein, die parallel zu den Kanten des Werkstückes verlaufen.

Die Abbildung 88 zeigt eine **Schiebelehre**. Die Backen der Schiebelehre sind parallele Strecken, deren Abstand verändert werden kann. Die Größe des Abstandes kann am Schaft der Schiebelehre abgelesen werden. Mit dem Instrument wird die Dicke besonders von runden Gegenständen gemessen.

Wenn man von einer Straßenüberführung auf die gerade verlaufenden Schienen einer Eisenbahnlinie sieht, gewinnt man folgenden Eindruck: Der Abstand der beiden Schienen scheint in der Ferne immer geringer zu werden. Die Schienen scheinen am Horizont zusammenzulaufen (Abb. 89). In Wirklichkeit haben sie jedoch auch dort wie überall den gleichen Abstand.

Da Parallelen überall den gleichen Abstand haben, können sie einander nicht schneiden.

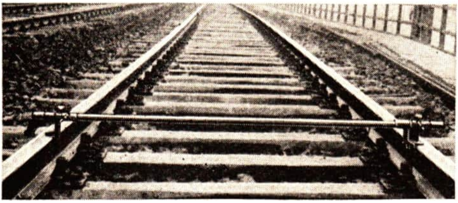


Abb. 86

[1]) Die Normalspurbreite ist nicht in allen Ländern gleich. Sie beträgt z. B. in Portugal und Spanien 1,67 m, in der Sowjetunion 1,524 m, in den Vereinigten Staaten von Amerika 1,448 m.

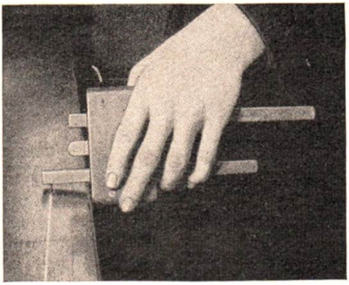


Abb. 87

Satz: **Parallelen schneiden einander nicht.**

Aufgaben

7. Miß den Abstand zwischen den Linien eines Schreibheftes!

   Anleitung: Zeichne mit dem Zeichendreieck zwischen zwei parallelen Linien eine Verbindungsstrecke! Diese muß auf den Parallelen senkrecht stehen. Miß die Länge der Verbindungsstrecke!

8. Miß mit einem Lot den Abstand a) zwischen den zueinander parallelen waagerechten Kanten einer Türfüllung, b) zwischen den zueinander parallelen waagerechten Kanten einer Fensterscheibe!

9. Miß mit Hilfe einer Schnur den Abstand der zueinander parallelen lotrechten Kanten eines Fensterflügels!

   Anleitung: Denke daran, daß der Abstand die kürzeste Verbindung zwischen den Parallelen ist! Lege also die Schnur straff gespannt so zwischen die Parallelen, daß sie am kürzesten ist! Miß dann mit dem Lineal!

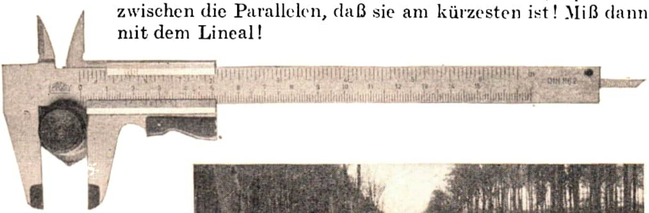


Abb. 88

Abb. 89

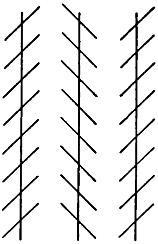


Abb. 90

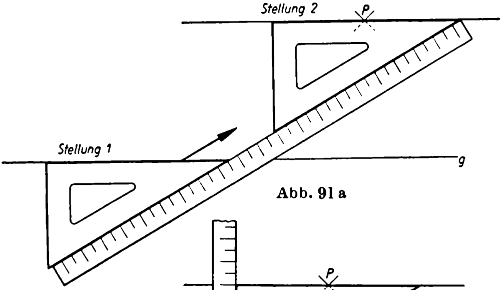


Abb. 91 a

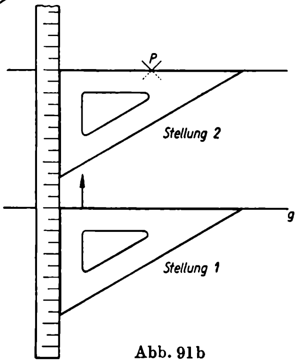


Abb. 91 b

10. a) Beschreibe, wozu die Eisenbahner das Spurmaß (Abb. 86) verwenden und wie sie damit arbeiten!

b) Beschreibe, wozu der Tischler das Streichmaß (Abb. 87) verwendet und wie er damit arbeitet!

c) Erkundige dich beim Schlosser, wozu er die Schiebelehre (Abbildung 88) benutzt und wie er damit arbeitet!

11. Betrachte die Abbildung 90 und stelle nach Augenmaß fest, ob die Geraden parallel sind! Prüfe durch Messen des Abstandes der Geraden an vier verschiedenen Stellen nach!

28. Das Zeichnen von Parallelen und Senkrechten

Parallele und senkrecht aufeinanderstehende Geraden können wir mit einem Zeichendreieck und einem Lineal zeichnen.

1. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und außerhalb von g einen Punkt P! Konstruiere die Parallele zu g, die durch den Punkt P verläuft!

Lösung: Es muß durch P eine Gerade gezeichnet werden, die dieselbe Richtung wie die Gerade g hat.

Wir legen das Zeichendreieck an die Gerade g an (siehe Abb. 91a). An eine der anderen Dreieckskanten wird das Lineal gelegt. Dann wird das Zeichendreieck am Lineal entlang verschoben, bis die Kante, die vorher

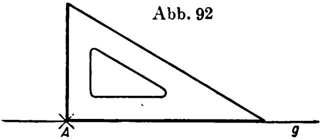


Abb. 92

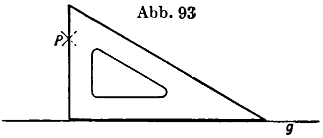


Abb. 93

an der Geraden g lag, durch den Punkt P verläuft. Dabei ist das Lineal gut festzuhalten, damit die Richtung der Geraden nicht verändert wird.

Hierdurch wird gewissermaßen die Gerade g — ohne ihre Richtung zu verändern — so verschoben, daß sie durch P hindurchgeht. Man kann das Dreieck auch so anlegen, wie es die Abbildung 91b zeigt. Diese Konstruktion wird **Parallelverschiebung** genannt.

Führe die Parallelverschiebung durch!

2. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und lege auf ihr einen Punkt A fest! Konstruiere die Gerade, die auf g senkrecht steht und durch A verläuft! (Konstruktion der Senkrechten auf g in A.)

Lösung: Das Zeichendreieck wird mit dem einen Schenkel des rechten Winkels so an die Gerade g gelegt, daß der zweite Schenkel durch A verläuft (Abb. 92). Dann wird mit dem Bleistift die Senkrechte zu g sauber gezogen. Um die Senkrechte genau zeichnen zu können, legt man am besten ein Lineal an den entsprechenden Schenkel des rechten Winkels vom Zeichendreieck. Dann legt man das Zeichendreieck beiseite und zeichnet die Senkrechte am Lineal entlang.

3. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g und außerhalb von g einen Punkt P! Konstruiere die Senkrechte zu g durch P! (Konstruktion des Lotes von P auf g.)

Lösung: Das Zeichendreieck wird mit dem einen Schenkel des rechten Winkels so an die Gerade g angelegt, daß der zweite Schenkel durch den Punkt P verläuft (Abb. 93). Um das Lot genau zeichnen zu können, legt man am besten wieder das Lineal an den entsprechenden Schenkel des rechten Winkels vom Zeichendreieck. Dann legt man das Zeichendreieck beiseite und zeichnet das Lot am Lineal entlang.

4. Aufgabe: Zeichne eine Gerade g! Konstruiere eine Parallele zu g im Abstand von 4 cm!

Lösung: Wir zeichnen zunächst die Gerade g und konstruieren in einem beliebigen Punkte von g die Senkrechte. Dann wird der Abstand von 4 cm mit dem Zirkel auf der Senkrechten von g aus abgetragen. Den Endpunkt nennen wir P. Durch ihn konstruieren wir die Parallele zu g (Abb.94). Es

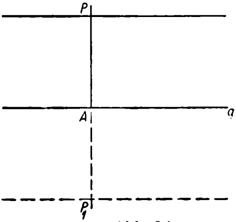


Abb. 94

gibt noch eine zweite Parallele zu g im Abstand von 4 cm. Man erhält sie, wenn man die Senkrechte zu g nach unten verlängert und auf der Verlängerung ebenfalls die Strecke 4 cm abträgt. Durch den Endpunkt P_1 wird die Parallele zu g konstruiert.

Aufgaben

1. Zeichne eine Gerade g, einen Punkt P oberhalb von g und einen Punkt P_1 unterhalb von g!
   Konstruiere die Parallelen zu g durch P und P_1!
2. Zeichne eine Gerade g und auf ihr fünf Punkte A, B, C, D, E!
   a) Konstruiere die Senkrechten zu g in den Punkten A, B, C, D, E!
   b) Prüfe mit dem Winkelmesser!
3. Zeichne eine Gerade g und lege zwei Punkte P und P_1 beiderseits der Geraden fest! Konstruiere die Lote von P und P_1 auf g!
4. Zeichne eine Gerade g! Wieviel Parallelen gibt es zu g im Abstand von **a)** 3 cm, **b)** 5 cm, **c)** 6 cm? Konstruiere sie!
5. Zeichne eine Gerade g und auf ihr zwei Punkte A und B!
   a) Zeichne die Parallelen zu g im Abstand von 5 cm! Benenne sie mit g_1 und g_2!
   b) Zeichne die Senkrechten zu g durch A und B!
   c) Trage in A und B an g Winkel von 43° an!
   d) Konstruiere die Lote von den Schnittpunkten der Schenkel mit der Geraden g_2 auf die Gerade g_1!
6. Zeichne **a)** ein Notenblatt (Abstand der einzelnen Linien 2 mm), **b)** einen Stundenplan! Der Stundenplan soll enthalten: 6 senkrechte Spalten, die je 3 cm breit sind, und 12 waagerechte Reihen, die je 1 cm breit sind.

Der technische Zeichner benutzt ein besonderes Lineal, die Reißschiene, wenn er Senkrechte zur Schmalseite des Reißbrettes zeichnet. Er benutzt die Reißschiene und das Zeichendreieck, wenn er Senkrechte dazu zeichnen will (Abb. 95).

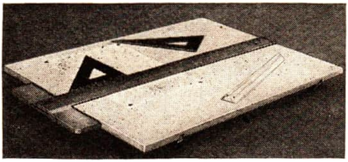


Abb. 95

29. Winkel an geschnittenen Parallelen

Die Abbildung 96 zeigt zwei Parallelen g und g_1, die von einer Geraden g_2 geschnitten werden. An jedem Schnittpunkt entstehen 4 Winkel, die mit griechischen Buchstaben bezeichnet sind. Es liegen zwischen den Parallelen die **inneren Winkel** (β, γ, α_1, δ_1) und außen an den Parallelen die **äußeren Winkel** (α, δ, β_1, γ_1).

An den geschnittenen Parallelen erhalten wir drei verschiedene Arten von Winkeln.

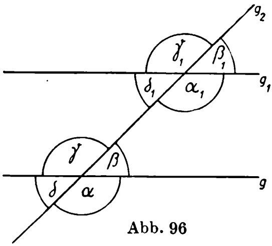


Abb. 96

Erklärung:

1. Die Winkel α und α_1 in der Abbildung 96 werden **Stufenwinkel** genannt. Das sind ein äußerer und ein innerer Winkel auf der gleichen Seite der schneidenden Geraden. Stufenwinkel sind auch β und β_1, γ und γ_1, δ und δ_1.
2. Die Winkel β und δ_1 heißen **Wechselwinkel.** Das sind zwei äußere oder zwei innere Winkel auf verschiedenen Seiten der schneidenden Geraden. Wechselwinkel sind auch γ und α_1, δ und β_1, α und γ_1.
3. Die Winkel β und α_1 werden **entgegengesetzt liegende Winkel** genannt. Das sind zwei äußere oder zwei innere Winkel auf der gleichen Seite der schneidenden Geraden. Desgleichen sind α und β_1, γ und δ_1, δ und γ_1 entgegengesetzt liegende Winkel.

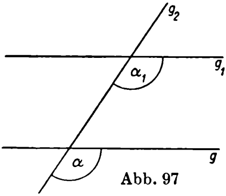


Abb. 97

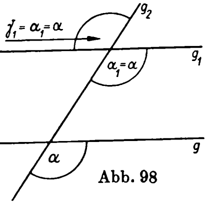


Abb. 98

Die Geraden g und g_1 sind zueinander parallel. Sie haben also die gleiche Richtung. Wenn wir die Gerade g parallel zu sich selbst entlang der Geraden g_2 verschieben, dann fällt sie schließlich mit der Geraden g_1 zusammen. Die Gerade g_2 hat ihre Richtung nicht verändert. Folglich decken sich dann die Winkel α und α_1. Diese Winkel sind also gleich groß (Abb. 97). Wir können sagen:

Satz: **Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen sind einander gleich.**

Für die anderen Paare Stufenwinkel können wir die Richtigkeit des Satzes entsprechend beweisen. Führe den Beweis für die Stufenwinkel β und β_1!

In der Abbildung 98 ist der Winkel α_1 Stufenwinkel zu α. Er ist deshalb genauso groß wie dieser. Der Winkel γ_1 ist Scheitelwinkel zu α_1 und deshalb genauso groß wie α_1. Er ist also auch so groß wie α. Wir können sagen:

Satz: **Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind einander gleich.**

Für die anderen Paare Wechselwinkel kann der Beweis entsprechend geführt werden. Führe ihn für das Wechselwinkelpaar γ und α_1!

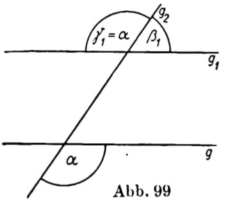


Abb. 99

In der Abbildung 99 sind γ_1 und α Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen. Folglich ist $\gamma_1 = \alpha$. Die Winkel γ_1 und β_1 sind Nebenwinkel und betragen zusammen 180°. Dann betragen auch α und β_1 zusammen 180°.

Wir können sagen:

Satz: **Entgegengesetzt liegende Winkel an geschnittenen Parallelen betragen zusammen 180°.**

Für die anderen Paare entgegengesetzt liegender Winkel können wir den Beweis entsprechend führen. Führe den Beweis für das Paar entgegengesetzt liegender Winkel α und δ_1!

Aufgaben

1. Nenne alle Paare der **a)** Stufenwinkel, **b)** Wechselwinkel, **c)** entgegengesetzt liegenden Winkel, **d)** Nebenwinkel, **e)** Scheitelwinkel in der Abbildung 96!

2. Zeichne Winkel an geschnittenen Parallelen! Schneide sie aus und lege gleich große übereinander! Kennzeichne Winkelpaare durch gleiche Farbe!

3. a) Miß in der Abbildung 96 die Größe der zusammengehörenden Paare
1. Wechselwinkel, **2.** Stufenwinkel!

b) Miß in der Abbildung 96 die zusammengehörenden Paare entgegengesetzt liegender Winkel! Bilde ihre Summe!

4. Die Abbildung 100 zeigt das Geburtshaus von Johann Wolfgang Goethe in Frankfurt a. M. aus der Zeit vor 1755. An ihm sind, wie an vielen Fachwerkbauten, geschnittene Parallelen zu erkennen. Suche geschnittene Parallelen in der Abbildung 100!

5. Zeichne drei Parallelen, die von einer Geraden geschnitten

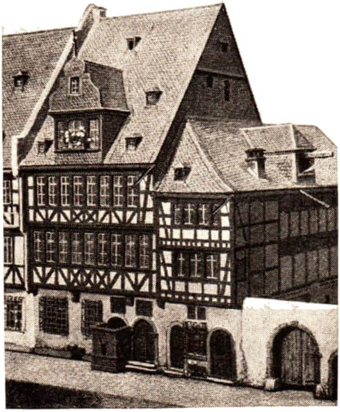


Abb. 100

werden! Bezeichne **a)** alle gleich großen Winkel, **b)** alle Winkel, die sich zu 180° ergänzen!

6. Stecke mit Fluchtstäben und dem Winkelpeiler auf dem Schulhof einen Weg von **a)** 6 m, **b)** 8 m Breite ab!

7. **a)** Pause die Abbildung 96 auf ein Blatt Papier! Miß den Abstand der beiden Parallelen!
b) Konstruiere eine Parallele zu der Geraden g_2 im Abstand von 3 cm!

8. Welche Winkel in der so entstandenen Zeichnung sind **a)** Wechselwinkel, **b)** Stufenwinkel, **c)** entgegengesetzt liegende Winkel, **d)** Nebenwinkel, **e)** Scheitelwinkel?

VII. Graphische Darstellung von Zahlen

30. Strecken- und Streifendiagramme

Mit Hilfe von bildlichen Darstellungen werden Zahlenangaben veranschaulicht und gegenübergestellt.

Wir wollen uns den Temperaturverlauf an einem Tage durch ein Bild vor Augen führen. An einem Tage wurden folgende Temperaturen gemessen:

Uhrzeit	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00
Temperatur	10°	14°	17°	21°	23°	19°	15°

Die Abbildung 101 zeigt das Thermometer zu den angegebenen Uhrzeiten mit dem jeweiligen Stand.

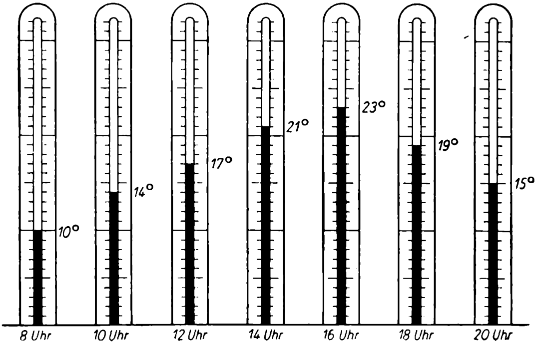


Abb. 101
Temperaturverlauf an einem Tage

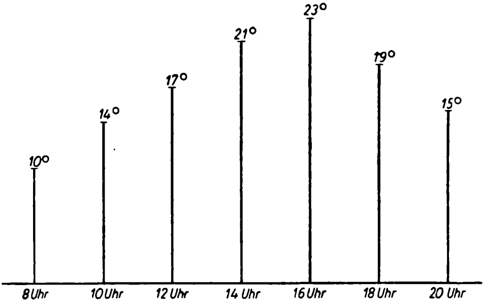


Abb. 102
Temperaturverlauf an einem Tage

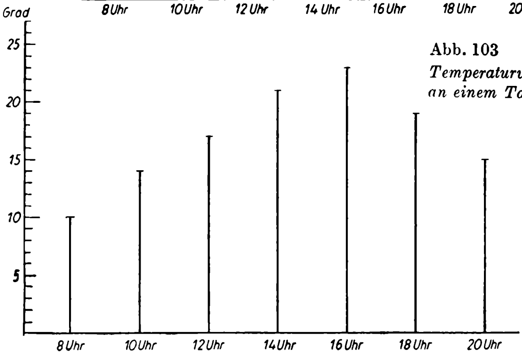


Abb. 103
Temperaturverlauf an einem Tage

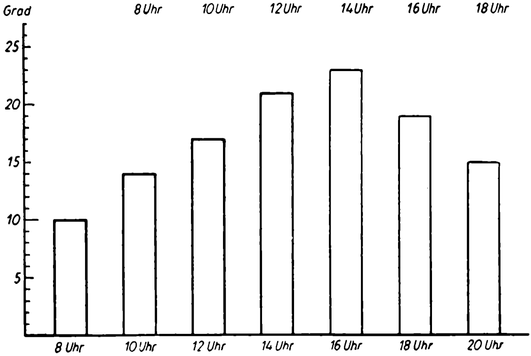


Abb. 104
Temperaturverlauf an einem Tage

Wir können den Verlauf der Temperatur aber auch einfacher und übersichtlicher zeichnen.

Wir wissen bereits, daß man Zahlen durch Strecken darstellen kann. Wir haben das am Zahlenstrahl und bei Konstruktionen von Strecken bestimmter Längen gelernt. Wir werden also den Stand der Thermometersäule durch Strecken veranschaulichen.

Wir zeichnen sieben einander parallele Strecken senkrecht zu einer Grundlinie, deren Längen die beobachteten Temperaturen in Zentimetern darstellen. So erhalten wir ein Bild, wie es die Abbildung 102 verkleinert zeigt.

Wir haben jedoch noch etwas zu beachten. Die Zeicheneinheit, die einem Grad entspricht, ist nicht zu erkennen. Damit das geschehen kann, zeichnet man eine weitere Parallele, auf der man die Maßeinteilung angibt.

Es ergibt sich dann das Bild in Abbildung 103, wenn 2 mm einem Grad entsprechen sollen.

Die Gerade, auf der man die Maßeinteilung angebracht hat, nennt man den **Maßstab.** Man braucht nun die Länge der einzelnen Strecken nicht besonders zu beschriften.

Derartige Veranschaulichungen, wie wir sie in den Abbildungen 101 bis 103 sehen, nennen wir **graphische Darstellungen.** Die erste Zeichnung nennen wir eine bildliche Darstellung. Die beiden folgenden Darstellungen heißen **Streckendiagramme.** Jedem Schaubild geben wir eine Überschrift, wie es auch in diesem Beispiel geschah.

An Stelle der Strecken zeichnet man häufig auch Streifen von selbst gewählter Breite. Diese ist nicht abhängig von den darzustellenden Zahlen; sie muß aber bei den Streifen in einer Darstellung einheitlich sein. Die Abbildung 104 zeigt den Temperaturverlauf an einem Tage in dieser Art.

Eine solche Darstellung nennt man **Streifendiagramm.** Bei einem Streifendiagramm ist die Breite des Streifens ohne Bedeutung für den Inhalt der Darstellung. Sie soll jedoch einheitlich sein. Lediglich die Länge des Streifens verdeutlicht einen Zahlenwert.

Wählt man noch auf der Waagerechten einen Maßstab für die Zeit, dann kann man auch den zeitlichen Abstand der Temperaturänderungen ablesen (Abbildung 105).

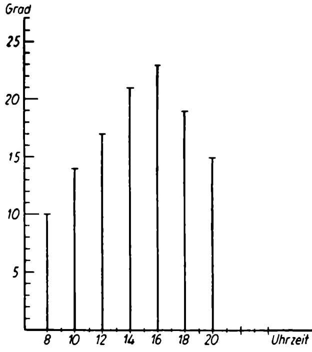


Abb. 105

Temperaturverlauf an einem Tage

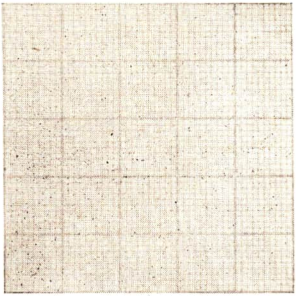


Abb. 106

Für die Zeichnung von graphischen Darstellungen verwenden wir am besten Millimeterpapier (Abb. 106).

Aufgaben

1. Veranschauliche in einem Streckendiagramm die Zahlen 2, 4, 6, 8 und 10! Wähle als Einheit am Maßstab 1 cm und setze die Strecken in gleichen Abständen nebeneinander!

2. Veranschauliche die Zahlen 1000, 3000, 4500, 5700, 5850 **a)** in einem Streckendiagramm und **b)** in einem Streifendiagramm!
   Maßstab: 1000 ≙ 1 cm.

3. Jedes Jahr zu Beates Geburtstag wurde ihre Größe festgestellt. Es ergaben sich die folgenden Maße:

Alter	Größe
1 Jahr	80 cm
2 Jahre	88 cm
3 Jahre	95 cm
4 Jahre	102 cm
5 Jahre	110 cm
6 Jahre	117 cm
7 Jahre	126 cm
8 Jahre	132 cm
9 Jahre	136 cm

   Fertige ein Streckendiagramm an und wähle den Maßstab selbst!

4. Stelle die Größen deiner Mitschüler graphisch dar! Wähle die des größten, die des kleinsten und die eines mittelgroßen Schülers! Zeichne ein Streckendiagramm!

5. Es sind die Schülerzahlen der einzelnen Klassen deiner Schule zu ermitteln. Stelle diese Zahlen mit Hilfe eines Strecken- und Streifendiagramms graphisch dar!
   Vorschlag für den Maßstab: 1 Schüler ≙ 2 mm.

6. Horst hat durch fleißiges Üben seine Leistungen im Weitsprung in vier Jahren entscheidend verbessern können. Mit 11 Jahren sprang er 2,70 m, mit 12 Jahren sprang er 2,95 m, mit 13 Jahren erreichte er 3,33 m und mit 14 Jahren sprang er 3,65 m. Stelle die Leistungen im Weitsprung in einem Streckendiagramm dar!
   Vorschlag für den Maßstab: 10 cm ≙ 2 mm.

7. Stelle fünf verschiedene Leistungen im Schlagballweitwurf von Jungen und Mädchen deiner Klasse fest und zeichne ein Streifendiagramm! Den Maßstab für die Länge der Streifen wähle selbst!

8. Es ist von einzelnen Diktaten in diesem Schuljahr die Anzahl der Fehler deiner Klasse zu ermitteln und graphisch darzustellen. Wähle ein Streckendiagramm!

9. Die staatlichen Aufwendungen für einen Grundschüler betrugen 1951: 232 DM, 1952: 262 DM, 1953: 286 DM, 1954: 303 DM.

Veranschauliche diese Zahlen durch ein Streckendiagramm! Wähle den Maßstab selbst!

10. Die Zahl der Einklassenschulen in der Deutschen Demokratischen Republik wurde herabgemindert. Dafür erhöhte sich die Zahl der Mehrklassenschulen. Bei der Zahl der Einklassenschulen ist folgende Entwicklung zu verzeichnen: 1949: $\approx$ 1400, 1950: 961, 1951: 245, 1952: 161, 1953: 122.

Fertige ein Streifendiagramm an!

11. Die nebenstehende Tabelle gibt die Zahl der Oberschulen in der Deutschen Demokratischen Republik wieder.

Zeichne zwei Schaubilder, und zwar für die Zahlen a) der Schulen und b) der Schüler! Die Art des Schaubildes wähle selbst!

Maßstab für Schulen: 100 Schulen $\triangleq$ 2 cm,

Maßstab für Schüler:

10000 Schüler $\triangleq$ 1 cm.

Jahr	Schulen	Schüler
1950	386	90600
1951	445	101000
1952	491	113300
1953	616	123000

12. Die Zahl der Studenten an den Universitäten und Hochschulen in der Deutschen Demokratischen Republik betrug insgesamt 1951: 27822, 1952: 35976, 1953: 45080.

Zeichne ein Streifendiagramm! Wähle den Maßstab selbst!

13. Die nebenstehende Tabelle zeigt den Verbrauch von verschiedenen Waren je Kopf der Bevölkerung in der Deutschen Demokratischen Republik.

Stelle den Verbrauch durch ein Streckendiagramm graphisch dar!

Art	Einheit	1936	1953	1954
Butter	kg	8,5	8,8	10,0
Margarine	kg	6,5	6,3	9,6
Zucker	kg	22,5	21,2	26,2
Obst	kg	37,7	43,7	49

14. Die nebenstehende Tabelle zeigt die Entwicklung der Anzahl der Landwirtschaftlichen Produktionsgenossenschaften (LPG) in der Deutschen Demokratischen Republik.

Zeitpunkt	Zahl der LPG
30. 9. 52	714
31. 12. 52	1906
31. 3. 53	3786
30. 6. 53	5074

Zeichne ein Streifendiagramm!

Maßstab: 1000 LPG $\triangleq$ 4 cm.

15. Die weitere Mechanisierung der Landwirtschaft in der Deutschen Demokratischen Republik wird durch die folgenden Angaben über die Maschinen-Traktoren-Stationen (MTS) gekennzeichnet:

	1949	1950	1951	1952	1953
Traktoren	8571	10834	14342	18419	23042
Traktorenpflüge	8900	10654	18554	19616	24360
Mähbinder	4390	4583	4855	6823	10878
Mähdrescher	—	—	—	51	402

Zeichne für jede Maschinenart ein Streifendiagramm!
Maßstab für Zeile 1 bis 3: 1000 St. ≙ 1 cm,
Maßstab für Zeile 4: 100 St. ≙ 2 cm.

16. Entwicklung der HO-Preise von einigen Waren:

Zeitpunkt	Weizenmehl kg	Schweinefleisch (Kamm) kg	Bockwurst Stück	Zucker kg
1948 (Ende)	20,—	—	—	—
1949 Juli	8,—	51,—	3,60	15,—
Sept.	6,—	40,—	3,60	12,—
1950 Jan.	6,—	40,—	3,60	12,—
Apr.	4,80	30,—	2,80	12,—
Juli	2,80	17,—	2,35	12,—
Okt.	1,60	15,—	1,88	12,—
1951 Jan.	1,32	15,—	1,88	12,—
Apr.	1,32	15,—	1,88	12,—
Juli	1,32	15,—	1,88	9,—
Okt.	1,32	15,—	1,88	4,—
1952 Jan.	1,32	11,20	1,49	3,—
Apr.	1,32	11,20	1,49	3,—
Juli	1,32	11,20	1,49	3,—
Okt.	1,32	11,20	1,49	3,—
1953 Jan.	1,32	11,20	1,49	3,—
Apr.	1,32	11,20	1,49	3,—
Juli	1,32	11,20	1,49	3,—
Okt.	1,32	11,20	1,24	3,—
1954 Jan.	1,32	11,20	1,24	3,—
Apr.	1,32	11,20	1,24	3,—
Juli	1,32	11,20	1,24	3,—
Sept.	1,03	11,20	1,24	3,—

Stelle für jede Ware ein besonderes Streckendiagramm her! Wähle den Maßstab selbst!

17. Die Zahl der Kinderkrippen entwickelte sich folgendermaßen: 1950: 4674, 1951: 8201, 1952: 14045, 1953: 26002, 1954 I. Quartal: 29291. Stelle die Entwicklung durch ein Streifendiagramm dar! (Runde dabei die gegebenen Zahlen so, daß du sie gut darstellen kannst!)

Die folgenden Aufgaben enthalten Schaubilder, die gedeutet werden sollen.

18. Die Gesellschaft für Deutsch-Sowjetische Freundschaft zeigt in den 7 Jahren ihres Bestehens die in der Abbildung 107 angegebenen Zahlen der Mitglieder.

Stelle hierzu eine Tabelle auf!

19. Die Abbildung 108 zeigt die Ausgaben der Sozialversicherung für die Werktätigen in der Deutschen Demokratischen Republik.

Lies die Zahlen für Milliarden DM aus dem Bild ab und stelle die Tabelle auf!

20. Die Abbildung 109 zeigt die Entwicklung der Volksbibliotheken in der Deutschen Demokratischen Republik.

Lies aus dem Streifendiagramm die Zahl der Volksbibliotheken in Tausend ab und stelle die Tabelle auf!

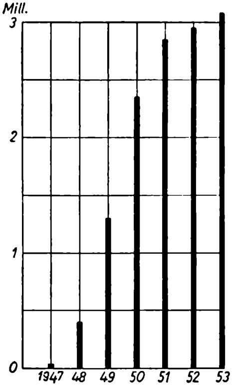


Abb. 107

Mitgliederzahlen der Gesellschaft für Deutsch-Sowjetische Freundschaft

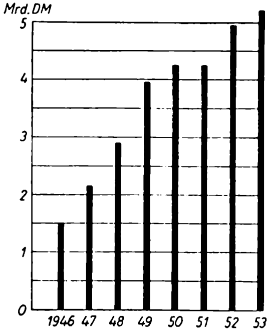


Abb. 108

Ausgaben der Sozialversicherung

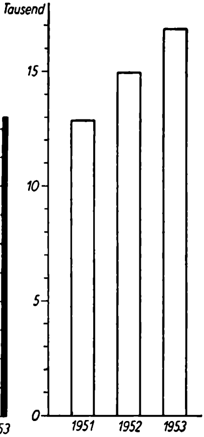


Abb. 109

Entwicklung der Volksbibliotheken

VIII. Bestimmen von Flächen- und Rauminhalten

31. Messen von Flächen

Die Längen von Strecken können wir in Millimetern, Zentimetern, Dezimetern, Metern oder Kilometern messen. 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m und 1 km sind Grundlängen oder **Längeneinheiten** für das Messen von Strecken.

In einem Textilgeschäft bleibt von einem Stoffballen ein Rest übrig. Eine Verkäuferin will ihn messen. Sie benutzt dazu einen Meterstab; das ist ein Holzstab von 1 m Länge. Sie stellt nun fest, wie oft sie den Meterstab an der Stoffkante anlegen kann. Sie kann den Meterstab 3 mal anlegen. Der Stoffrest ist also 3 m lang.

Die Länge einer Strecke messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Längeneinheiten (1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km) in ihr enthalten ist.

Die Länge der Strecke AB in der Abbildung 110 soll gemessen werden. Wir benutzen dazu ein Lineal, das mit dem Nullpunkt an den Punkt A der Strecke angelegt wird. Der Abstand zwischen zwei kleinen Strichen auf dem Lineal ist die Längeneinheit 1 mm. Der Abstand zwischen zwei langen Strichen ist die Längeneinheit 1 cm. Der Abstand zwischen den Zahlen 0 und 10 ist die Längeneinheit 1 dm.

Messen wir die gegebene Strecke AB, so stellen wir fest:

Die Längeneinheit 1 mm ist 100mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 100 mm;

die Längeneinheit 1 cm ist 10mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 10 cm;

die Längeneinheit 1 dm ist 1mal in der Strecke AB enthalten, die Länge der Strecke beträgt 1 dm.

Abb. 110

Wir sagen: Die Strecke AB ist 100 mm oder 10 cm oder 1 dm lang.

Nicht jede Strecke kann genau ausgemessen werden. Der Endpunkt einer zu messenden Strecke kann zum Beispiel zwischen zwei Millimeterstrichen eines Lineals liegen. Kleinere Längeneinheiten lernen wir erst später kennen.

Oft wird bei der Angabe von Längen nicht nur e i n e der Längeneinheiten 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km benutzt. Wir lesen zum Beispiel: Eine Strecke ist 20 cm und 4 mm lang. Dafür können wir kürzer schreiben: Eine Strecke ist 20,4 cm lang.

Den Aufbau der Längenmaße kennen wir bereits; wir wiederholen ihn:
1 km = 1000 m, 1 m = 10 dm, 1 dm = 10 cm, 1 cm = 10 mm.

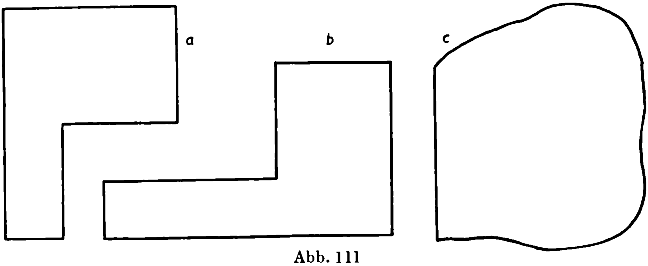


Abb. 111

Die Abbildung 111 zeigt verschiedene Figuren. Die Fläche innerhalb der Begrenzungslinien nennt man den **Flächeninhalt** der Figur. Durch Schätzen können wir nicht genau feststellen, welche der Figuren den größeren Flächeninhalt hat.

Wenn wir das genau angeben wollen, müssen wir den Flächeninhalt ausmessen können. Dazu benötigen wir besondere Maßeinheiten. So wie wir für das Messen von Strecken Längeneinheiten anwendeten, benötigen wir zum Ausmessen von Flächen **Flächeneinheiten.** Mit einer solchen Einheit kann man die Fläche auslegen und feststellen, wie oft sie in der Fläche enthalten ist.

Eine der am häufigsten gebrauchten Flächeneinheiten ist ein Quadrat mit der Seitenlänge von 1 cm. Diese Flächeneinheit wird **Quadratzentimeter** genannt (Abb. 112).

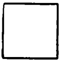


Abb. 112

$$1 \text{ Quadratzentimeter} = 1 \text{ cm}^2.$$

Wir pausen uns das Quadratzentimeter in der Abbildung 112 mehrmals auf ein Blatt Papier und schneiden die entstandenen Quadrate aus. Dann stellen wir fest, wie oft das Quadratzentimeter in die Figuren a und b der Abbildung 111 hineingelegt werden kann. Das Ergebnis lautet:

Die Flächeneinheit ein Quadratzentimeter ist in der Figur 111a 8mal, in der Figur 111b 9mal enthalten. Der Flächeninhalt der Figur 111a beträgt also 8 cm², der Flächeninhalt der Figur 111b beträgt 9 cm². Der Flächeninhalt der Figur 111b ist also größer als der der Figur 111a (Abb. 113).

Den Flächeninhalt der Figur 111c können wir nicht so einfach ausmessen. Beim Auslegen mit Quadratzentimetern bleibt ein Teil der Figur übrig, der nicht gemessen wurde (Abb. 113c). Wir können aber feststellen, daß der Flächeninhalt der Figur 111c größer als 10 cm² ist.

Damit wir den Flächeninhalt der Figur 111c genauer ausmessen können, benötigen wir eine Flächeneinheit, die kleiner ist als das Quadrat-

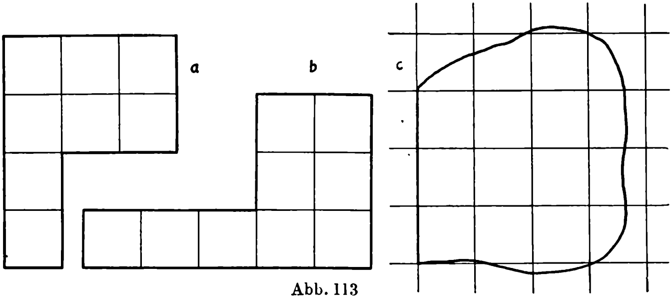


Abb. 113

zentimeter. Das ist ein Quadrat mit der Seitenlänge von 1 mm. Es wird **Quadratmillimeter** genannt.

1 Quadratmillimeter = 1 mm^2.

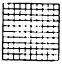


Abb. 114a

Es gibt ein besonderes Papier, das in Quadratmillimeter unterteilt ist, **das Millimeterpapier** (vgl. S. 120, Abb. 106).

Wir pausen die Figur 111c auf Millimeterpapier. Durch Auszählen stellen wir fest, daß sie ungefähr 1350 Quadratmillimeter enthält. Der Flächeninhalt der Figur 111c beträgt also rund 1350 mm^2 (Abbildung 114b). Wir können auch erst die Quadratzentimeter und dann den Rest in Quadratmillimetern auszählen. Wir stellen dann fest, daß die Figur 111c 10 Quadratzentimeter und rund 350 Quadratmillimeter enthält.

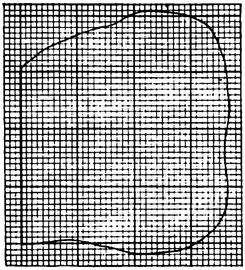


Abb. 114b

Zusammenfassung: **Den Flächeninhalt einer Figur messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Flächeneinheiten in der Figur enthalten ist.**

Flächeneinheiten:

1 Quadratmillimeter (1 mm^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 mm lang sind.

1 Quadratzentimeter (1 cm^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 cm lang sind.

1 Quadratdezimeter (1 dm^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 dm lang sind.

1 Quadratmeter (1 m^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 m lang sind.

Bei großen Flächen, zum Beispiel bei Landvermessungen, werden außerdem noch folgende Flächeneinheiten benutzt:

1 Ar (1 a): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 10 m lang sind.

1 Hektar (1 ha): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 100 m lang sind.

1 Quadratkilometer (1 km^2): Das ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seiten 1 km lang sind.

Für das Messen der Länge von Strecken verwenden wir ein Metermaß. Zum Messen von Längen in Zeichnungen benutzen wir ein Lineal.

Zum Messen von Flächen gibt es kein entsprechendes Meßinstrument. Hier muß man tatsächlich die zu messende Fläche mit einer der Flächeneinheiten auslegen. Das Millimeterpapier kann das Auslegen und das Zählen der Quadratmillimeter bzw. Quadratzentimeter erleichtern.

Durch Auszählen der Quadratmillimeter in dem Quadratzentimeter der Abbildung 114a stellen wir fest:

$$1\ \text{cm}^2 = 100\ \text{mm}^2.$$

Wir zeichnen ein Quadratdezimeter auf Millimeterpapier und zählen die in ihm enthaltenen Quadratzentimeter aus. Wir stellen fest:

$$1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2 = 10000\ \text{mm}^2.$$

Klebe aus Zeitungspapier ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 1 m! Welchen Flächeninhalt hat dieses Quadrat? Unterteile die Seiten dieses Quadrats in Dezimeter! Zeichne Parallelen zu den Seiten durch die gefundenen Punkte! Welche Figuren entstehen? Wieviel sind davon vorhanden? Insgesamt sind in dem Quadratmeter 100 Quadratdezimeter enthalten.

$$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2.$$

Entsprechend gilt:

$$\begin{aligned} 1\ \text{a} &= 100\ \text{m}^2,\\ 1\ \text{ha} &= 100\ \text{a},\\ 1\ \text{km}^2 &= 100\ \text{ha}. \end{aligned}$$

32. Übersicht über die Flächenmaße

$$\begin{aligned} 1\ \text{km}^2 = 100\ \text{ha} &= 10000\ \text{a} = 1000000\ \text{m}^2,\\ 1\ \text{ha} &= 100\ \text{a} = 10000\ \text{m}^2,\\ 1\ \text{a} &= 100\ \text{m}^2, \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
1\,\text{m}^2 &= 100\,\text{dm}^2 = 10000\,\text{cm}^2 = 1000000\,\text{mm}^2,\\
&1\,\text{dm}^2 = 100\,\text{cm}^2 = 10000\,\text{mm}^2,\\
&\phantom{=100\,\text{dm}^2 = 100\,}1\,\text{cm}^2 = 100\,\text{mm}^2.
\end{aligned}
$$

Der Aufbau der Flächenmaße erfolgt in Hunderterstufen. Die Umrechnungszahl bei den Flächenmaßen ist also 100. Das bedeutet:

1) Um die Angabe des Flächeninhaltes auf die nächstniedere Flächeneinheit umzurechnen, muß man mit 100 multiplizieren.

Beispiel: Verwandle 67 dm^2 in Quadratzentimeter!

Wir rechnen $67 \cdot 100 = 6700$ und erhalten das Ergebnis

$$67\,\text{dm}^2 = 6700\,\text{cm}^2.$$

2) Um von einer Flächeneinheit auf die nächsthöhere umzurechnen, muß man durch 100 dividieren.

Beispiel: Verwandle 3200 mm^2 in Quadratzentimeter!

Wir rechnen $3200 : 100 = 32$ und erhalten das Ergebnis

$$3200\,\text{mm}^2 = 32\,\text{cm}^2.$$

Aufgaben

1. Wieviel Millimeter sind

   a) 23 cm, b) 36 cm, c) 3,4 dm, d) 10 m, e) 0,9 m, f) 28 cm, g) 73 cm, h) 2,8 dm, i) 0,7 cm, k) 23 m, l) 2,1 m, m) 82 m?

2. Wieviel Meter sind

   a) 8200 cm, b) 1300 cm, c) 130 cm, d) 17 dm, e) 11 km, f) 270 cm, g) 180 dm, h) 20 dm?

3. Verwandle in Dezimeter

   a) 12 m, b) 23 m, c) 200 mm, d) 180 cm, e) 6 m, f) 83 cm, g) 18 m, h) 14 cm, i) 240 cm, k) 36 m!

4. Zeichne eine Strecke von beliebiger Länge! Stelle fest, wie oft du die Längeneinheit 1 cm mit dem Zirkel auf der Strecke abtragen kannst! Wenn ein Rest bleibt, so miß ihn mit dem Lineal in Millimetern!

5. a) Zeichne mit dem Lineal und dem Zeichendreieck ein Quadratzentimeter! Schneide es aus!

   b) Fertige 20 solcher Quadratzentimeter an!

6. a) Miß den Flächeninhalt der Fläche einer Postkarte durch Auslegen mit Quadratzentimetern!

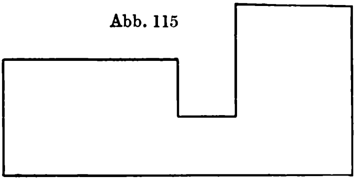
   b) Bilde selbst ein Beispiel!

7. Stelle durch Auslegen mit Quadratzentimetern folgende Flächeninhalte fest:

a) eines kleinen Bildes ohne Berücksichtigung des Rahmens, **b)** eines Rechtecks mit den Seiten $a = 3$ cm und $b = 4$ cm, **c)** einer Seite dieses Buches!

8. Miß durch Auslegen mit Quadratzentimetern den Flächeninhalt der Figur in der Abbildung 115!

Abb. 115



9. Zeichne auf Millimeterpapier und miß den Flächeninhalt folgender Figuren:

a) eines Dreiecks,

b) eines Kreises mit dem Radius 3 cm,

c) eines Kreises mit dem Radius 4 cm!

Zähle erst die Quadratzentimeter und dann den Rest in Quadratmillimetern!

10. a) Zeichne mit dem Lineal und dem Zeichendreieck ein Quadratdezimeter auf ein Blatt Papier! Schneide es aus!

b) Fertige 10 solcher Quadratdezimeter an!

11. Miß durch Auslegen mit Quadratdezimetern die Fläche **a)** einer Tischplatte, **b)** eines Stuhlsitzes, **c)** einer Heftseite! Gib an, ob ein Rest bleibt! Schätze die Größe des Restes!

12. a) Klebe aus Zeitungspapier ein Quadratmeter! **b)** Miß mit Hilfe von Quadratmetern die Fläche des Fußbodens eines Zimmers im Schulgebäude!

13. a) Zeichne auf dem Schulhof mit Bandmaß, Winkelpeiler und Fluchtstäben ein Quadrat von der Größe 1 a!

b) Wieviel Quadratmeter sind in 1 a enthalten?

14. Ein altes Flächenmaß ist der Morgen. Ein Morgen enthält ungefähr 25 a. Stecke diese Fläche auf dem Schulhof ab!

15. a) Verwandle in Quadratzentimeter

13 dm², 12 dm², 28 dm², 16 dm², 14 dm² 30 cm², 14 dm² 3 cm², 8 dm², 17 dm², 23 dm², 97 dm², 29 dm² 7 cm², 9 dm² 38 cm²!

b) Verwandle in Quadratmillimeter

13 cm², 27 cm², 8 cm² 20 mm², 63 cm² 2 mm², 98 cm², 32 cm², 8 cm², 1430 cm², 25 cm² 3 mm², 12 cm² 35 mm², 56 cm² 9 mm²!

c) Verwandle in Quadratmeter

9 a, 24 a, 88 a, 167 a, 400 a, 3000 a, 3 a 61 m², 18 a 80 m², 700 a, 100 a, 935 a, 26 a 5 m², 33 a 26 m², 72 a 84 m²!

d) Verwandle in Quadratdezimeter
$97\ m^2$, $16\ m^2$, $43\ m^2$, $15\ m^2\ 16\ dm^2$, $28\ m^2\ 12\ dm^2$, $27\ m^2$, $897\ m^2$, $15\ m^2\ 6\ dm^2$, $27\ m^2$, $184\ m^2$, $1\,600\ m^2$, $384\ m^2\ 9\ dm^2$, $3050\ m^2$!

e) Verwandle in Ar
98 ha, 112 ha, 3 ha, 14 ha, 27 ha, 92 ha 44 a, 1275 ha, 2894 ha, 2400 ha, 279 ha, 296 ha 7 a, 54 ha 33 a, 4005 ha 2 a!

f) Verwandle in Hektar
$23\ km^2$, $258\ km^2$, $17\ km^2$, $18\ km^2$, $27\ km^2$ 14 ha, $38\ km^2$ 97 ha, $428\ km^2$ 5 ha, $728\ km^2$, $94\ km^2$, $52\ km^2$ 26 ha, $271\ km^2$ 3 ha!

16. a) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15a in Quadratmillimeter!
b) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15c in Quadratdezimeter!
c) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15d in Quadratzentimeter!
d) Verwandle die Flächenangaben der Aufgabe 15e in Quadratmeter!

17. Verwandle in Quadratmeter
$2800\ dm^2$, $37\,800\ dm^2$, 42 a, 3 ha, $280\,000\ cm^2$, $346\,000\ dm^2$!

18. Verwandle in Quadratmeter
72 a, 7 ha, 375 ha, $72\,000\ dm^2$, 12 a, $12\,000\ dm^2$, 48 650 ha!

19. Verwandle in Quadratzentimeter
$112\,000\ mm^2$, $7\,200\ mm^2$, $640\,000\ mm^2$, $48\,500\ mm^2$, $307\,200\ mm^2$!

20. Ein Traktorist pflügte in einer Woche

am Montag	2,328 ha,	am Donnerstag	2,757 ha,
am Dienstag	2,545 ha,	am Freitag	2,619 ha,
am Mittwoch	2,493 ha,	am Sonnabend	1,989 ha.

Wie groß war die gesamte gepflügte Fläche?

21. Ein Mähbinder kann mit Einmannbedienung an einem 8-Stunden-Tag 4,255 ha abernten. Ein Schnitter würde mit der Sense in der gleichen Zeit 0,275 ha schaffen. Wieviel Hektar können mit Hilfe der Maschine mehr geschafft werden? Ein Mähdrescher mäht in 8 Std. 6,500 ha. Gleichzeitig wird das geerntete Getreide gedroschen. Vergleiche die Leistung beim Mähen mit denen des Mähbinders und des Schnitters!

22. Eine Landwirtschaftliche Produktionsgenossenschaft plant für das kommende Jahr den Anbau von Zuckerrüben auf einer Fläche von 13,6 ha. Wie hoch ist die vorgesehene Ernte, wenn sie mit 345 dz Rüben auf 1 ha geplant wird?

33. Flächenberechnung von Rechteck und Quadrat

Wir hatten festgestellt, daß das Ausmessen von Flächen durch Auslegen mit einer der Flächeneinheiten oder durch Auszählen auf Millimeterpapier erfolgen kann. Bei einigen Figuren kann der Flächeninhalt sehr leicht aus den Längen der Begrenzungslinien errechnet werden.

Wir werden lernen, wie man den Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat aus der Länge der Seiten errechnen kann.

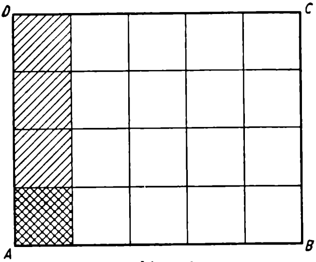


Abb. 116

Die Abbildung 116 zeigt ein Rechteck mit den Seitenlängen 5 cm und 4 cm. Durch Auslegen der Fläche mit Quadratzentimetern stellen wir fest, daß 20 Quadratzentimeter in dem Rechteck enthalten sind. Der Flächeninhalt beträgt also 20 cm².

Zu diesem Ergebnis kommen wir auch durch die folgende Überlegung: An der Seite *AD* des Rechtecks, die 4 cm lang ist, liegen vier Quadratzentimeter. Die vier Quadratzentimeter bilden einen Streifen. Dieser Streifen ist insgesamt 5 mal vorhanden; denn die Seite *DC* ist 5 cm lang. Also sind insgesamt 5 · 4 Quadratzentimeter in dem Rechteck enthalten.

Der Flächeninhalt (F) ist also

$$F = 5 \cdot 4 \text{ Quadratzentimeter} = \underline{\underline{20 \text{ cm}^2}}.$$

In einem anderen Rechteck *ABCD* ist die Seite *AB* 6 cm und die Seite *AD* 3 cm lang. An *AD* liegt ein Streifen von drei Quadratzentimetern. Diese Reihe ist 6 mal vorhanden. Also beträgt

$$F = 6 \cdot 3 \text{ Quadratzentimeter} = \underline{\underline{18 \text{ cm}^2}}.$$

Wir können den Flächeninhalt des Rechtecks *ABCD* in der Abbildung 116 auch in Quadratmillimetern errechnen. An der Seite *AD* liegt eine Reihe von 40 Quadratmillimetern. Diese Reihe ist 50 mal vorhanden. Also beträgt

$$F = 50 \cdot 40 \text{ Quadratmillimeter} = 2000 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{20 \text{ cm}^2}}.$$

Erklärung: **Den Flächeninhalt eines Rechtecks berechnet man, indem man die Maßzahlen von Länge und Breite miteinander multipliziert.**

Das Quadrat ist ein besonderes Rechteck: Länge und Breite sind einander gleich. Deshalb können wir aus dem Satz über den Flächeninhalt des Rechtecks schließen:

Den Flächeninhalt eines Quadrates berechnet man, indem man die Maßzahl der Seite mit sich selbst multipliziert.

Bei der Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken müssen wir Länge und Breite in denselben Längeneinheiten messen, also beide entweder in Zentimetern oder beide in Millimetern. Wenn in einer Aufgabe Länge und Breite in verschiedenen Längeneinheiten gegeben sind, müssen wir die eine vor dem Multiplizieren erst umwandeln. Wir rechnen zunächst stets mit der kleineren Längeneinheit von beiden.

Beispiel: Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks mit der Länge 3 m und der Breite 13 dm?

Lösung: $3\,\text{m} = 30\,\text{dm}$

$$F = 13 \cdot 30 \text{ Quadratdezimeter} = \underline{\underline{390\,\text{dm}^2}}$$

Der Flächeninhalt beträgt $390\,\text{dm}^2$.

Werden Länge und Breite beide in Zentimetern gemessen, so erhalten wir den Flächeninhalt in Quadratzentimetern. Wir erhalten den Flächeninhalt in Quadratmillimetern, wenn Länge und Breite beide in Millimetern gemessen sind. Entsprechendes gilt für die anderen Längen- und Flächeneinheiten.

Aufgaben

1. Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke mit den Seiten
   a) 4 m und 5 m, b) 13 m und 8 m, c) 2 m und 7 m,
   d) 16 cm und 7 cm, e) 8 dm und 14 dm, f) 6 km und 4 km!

2. Berechne den Flächeninhalt der Quadrate, deren Seiten
   a) 2 m, b) 4 m, c) 6 m, d) 63 dm, e) 418 m, f) 22 mm, g) 18 cm,
   h) 14 dm, i) 11 m, k) 22 km, l) 14 m lang sind!

3. Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke mit den Seiten
   a) 8 cm und 5 dm, b) 12 dm und 18 m, c) 180 mm und 12 m,
   d) 18 dm und 16 m, e) 80 cm und 2 m, f) 66 cm und 4 m,
   g) 2 km und 120 m, h) 16 km und 18 km, i) 7 dm und 9 dm!
   Beachte die verschiedenen Längeneinheiten!

4. a) Gib den Flächeninhalt der Rechtecke und Quadrate in den Aufgaben 1a, 1b, 2a, 2b in Quadratdezimetern an!
   b) Gib den Flächeninhalt der Rechtecke in den Aufgaben 3c und 3d in Quadratzentimetern an!

5. Miß mit dem Bandmaß die Länge und die Breite der folgenden Flächen, die die Form eines Rechtecks haben:
   a) der Wandtafel, b) des Fußbodens in einem Zimmer, c) eines Fensters, d) einer Tür im Klassenzimmer, e) des Schulhofes!
   Berechne den Flächeninhalt dieser Flächen!

6. Die Abbildung 117 zeigt den vereinfachten Grundriß eines Hauses, das sich die Werktätigen mit Hilfe unserer Regierung in der Wohnungsbaugenossenschaft bauen können.
   a) Berechne aus den Angaben den Flächeninhalt jedes Raumes!
   b) Wieviel Wohnraum hat das gesamte Haus?

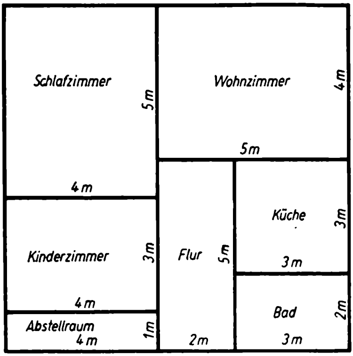


Abb. 117

7. Die Abbildung 118 zeigt den Plan einer Grünanlage.
   a) Berechne aus den Angaben des Planes die Größe der Grünfläche!
   b) Gib die Größe auch in Ar und Hektar an!

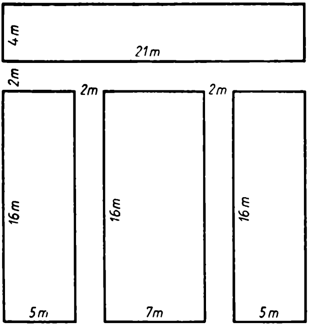


Abb. 118

8. Der Fußboden eines Zimmers soll gestrichen werden. Er hat die Form eines Rechtecks mit den Seiten
   a) 3 m und 5 m,
   b) 4 m und 6 m,
   c) 7 m und 4 m,
   d) 6 m und 5 m.

   Für ein Quadratmeter benötigt der Maler 500 g Lackfarbe. Wieviel Kilogramm müssen gekauft werden?

9. Die Fensterflügel eines Zimmers sind
   a) 40 cm breit und 1,20 m hoch,
   b) 45 cm breit und 1 m hoch,
   c) 90 cm breit und 85 cm hoch.

   (Alle Maße sind an den Innenkanten gemessen.) Wieviel Glas wird jeweils für einen Fensterflügel benötigt?

10. Es sind 8 Fensterflügel der Aufgabe 9a zu verglasen.
    a) Wieviel Glas wird benötigt?
    b) Wieviel kostet das Verglasen der Fenster, wenn für das Glas und das Einsetzen in die Rahmen je Quadratmeter 5,00 DM zu zahlen sind?

34. Messen von Rauminhalten

Alle Körper nehmen einen Raum ein. Die Größe dieses Raumes nennt man den **Rauminhalt** oder das **Volumen** des betreffenden Körpers. Den Rauminhalt kann man messen. Dazu werden neue Maßeinheiten benötigt, nämlich **Raumeinheiten.** Das sind Würfel, deren Kanten 1 mm, 1 cm, 1 dm oder 1 m lang sind.

Raumeinheiten:

1 Kubikmillimeter (1 mm³):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 mm lang sind.
1 Kubikzentimeter (1 cm³):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 cm lang sind.
1 Kubikdezimeter (1 dm³):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 dm lang sind.
1 Kubikmeter (1 m³):	Das ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kanten 1 m lang sind.

Das Messen des Rauminhalts läßt sich nur an hohlen Körpern praktisch durchführen, zum Beispiel bei Eimern oder Tassen.

Erklärung: **Den Rauminhalt eines Körpers messen bedeutet: Wir stellen fest, wie oft eine der Raumeinheiten (1 mm³, 1 cm³, 1 dm³, 1 m³) in dem Körper enthalten ist.**

Sogenannte Vollkörper, zum Beispiel Mauerziegel oder Holzwürfel, lassen sich auf diese Weise nicht ausmessen, da ihr Rauminhalt schon von festem Material ausgefüllt ist.

Aus Ton, Plastilin oder Holz können wir uns die Raumeinheiten 1 cm³ und 1 dm³ herstellen. Holzleisten von 1 m Länge kann man durch Plastilinklumpen so verbinden, daß das Kantenmodell eines Würfels von 1 m³ Rauminhalt entsteht.

Es soll festgestellt werden, wieviel Kubikzentimeter in einem Kubikdezimeter enthalten sind. Die Untersuchung erfolgt an einem Würfelmodell

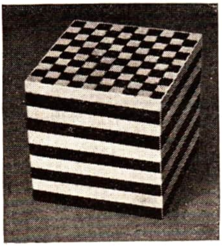


Abb. 119

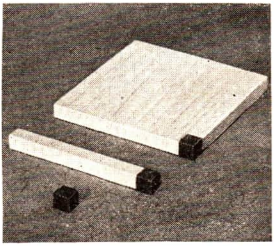


Abb. 120

(siehe Abb. 119 und 120). Die Kanten dieses Würfels sind 1 dm lang. Die senkrechten Kanten sind in Zentimeter unterteilt. Dadurch kann der Würfel in 10 quadratische Platten zerlegt werden. Jede dieser Platten ist 1 cm dick. Diese quadratischen Platten können wieder in 10 Stäbe zerlegt werden. Jeder Stab enthält 10 Würfel, deren Kantenlänge 1 cm beträgt. Daraus ergibt sich:

1 Stab enthält 10 Kubikzentimeter,

1 Platte enthält 10 Stäbe, also $10 \cdot 10$ Kubikzentimeter.

Der Würfel von 1 dm^3 Rauminhalt enthält 10 Platten, also $10 \cdot 10 \cdot 10$ Kubikzentimeter.

$$1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$$

Entsprechend der durchgeführten Untersuchung können wir uns einen Würfel von 1 cm^3 Volumen in 1000 Würfel von 1 mm^3 Volumen zerlegt denken. In einem Würfel von 1 m^3 Volumen sind entsprechend 1000 Würfel von 1 dm^3 Volumen enthalten.

Zusammenfassung:
$$\begin{aligned} 1\ m^3 &= 1000\ dm^3 \\ 1\ dm^3 &= 1000\ cm^3 \\ 1\ cm^3 &= 1000\ mm^3 \end{aligned}$$

Die Verwandlungszahl bei Raummaßen ist 1000. Das bedeutet:
1) Um die Angabe des Volumens auf die nächstniedere Raumeinheit umzurechnen, muß man mit 1000 multiplizieren.

Beispiel: Verwandle 23 m^3 in Kubikdezimeter!
Wir rechnen $23 \cdot 1000 = 23000$ und erhalten das Ergebnis

$$23\ m^3 = 23\,000\ dm^3.$$

2) Um die Angabe des Volumens auf die nächsthöhere Raumeinheit umzurechnen, muß man durch 1000 dividieren.

Beispiel: Verwandle 43000 mm^3 in Kubikzentimeter!
Wir rechnen $43000 : 1000 = 43$ und erhalten das Ergebnis

$$43\,000\ mm^3 = 43\ cm^3.$$

Aufgaben

1. a) Pause die Abbildung 121 auf steifen Karton, schneide aus und klebe zusammen! Es entsteht ein Würfel von 1 cm^3 Volumen. Miß die Länge der Kanten! Die Abbildung 121 nennt man Netz des Würfels.
   b) Zeichne das Netz eines Würfels von 1 dm^3 Volumen! Schneide aus und klebe zusammen!

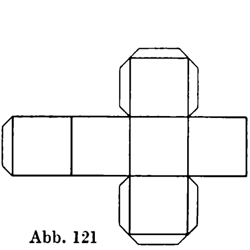


Abb. 121

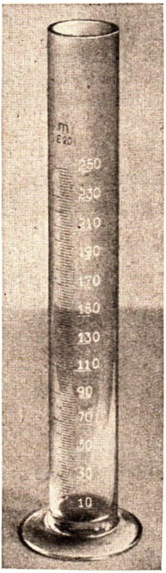


Abb. 122

2. Die Abbildung 122 zeigt ein Meßglas. Es ist in Kubikzentimeter eingeteilt. Miß mit Hilfe eines Meßglases und mit Wasser das Volumen folgender Gefäße: a) einer Tasse, b) eines Glases, c) einer Bierflasche!

3. Nimm einen Stein, der in das Meßglas hineinpaßt! Das Volumen dieses Steines kannst du wie folgt bestimmen:
Fülle das Meßglas halb voll Wasser! Lege nun den Stein in das Meßglas! Das Wasser steigt dann in dem Glas um so viel Raumeinheiten, wie das Volumen des Steines ausmacht. Lies ab!

4. Miß das Volumen eines Wassertropfens!
Anleitung: Miß das Volumen von 50 oder 100 Wassertropfen, die du in ein Meßglas tropfen läßt! Dividiere!

5. Schreibe als Kubikmillimeter 22 cm³, 72 cm³, 9 cm³, 32 cm³, 48 cm³, 4 cm³, 368 cm³, 2714 cm³, 28 cm³ 52 mm³, 205 cm³, 81 cm³ 7 mm³!

6. Schreibe als Kubikzentimeter 13 dm³, 127 dm³, 373 dm³, 854 dm³, 728 dm³, 6 dm³, 65 dm³, 164 dm³, 5 dm³ 64 cm³, 76 dm³ 22 cm³!

7. Schreibe als Kubikdezimeter 63 m³, 248 m³, 27 m³, 34 m³, 1416 m³, 284 m³, 31 m³, 16 m³ 175 dm³, 32 m³ 4 dm³, 14 m³, 217 m³, 648 m³!

8. Schreibe als Kubikzentimeter 348000 mm³, 28000 mm³, 6000 mm³, 72000 mm³, 10000 mm³, 820000 mm³, 1000 mm³, 10000 mm³!

9. Schreibe als Kubikdezimeter 827000 cm³, 3000 cm³, 28000 cm³, 17000 cm³, 4840000 cm³, 1240000 cm³, 1000 cm³, 2008000 cm³!

10. Schreibe als Kubikmeter 782000 dm³, 5000 dm³, 82000 dm³, 171000 dm³, 84400000 dm³, 421000 dm³, 1000 dm³, 6000000 dm³!

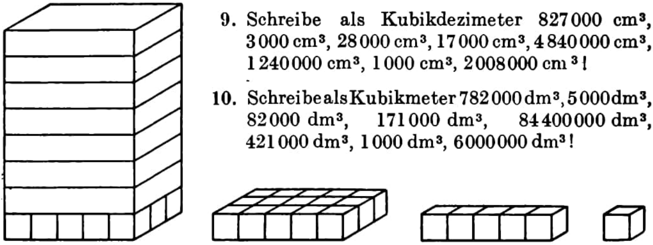


Abb. 123

35. Das Volumen von Würfel und Quader

Bei Quadern und Würfeln können wir das Volumen aus der Länge der Kanten berechnen.

Der Quader in der Abbildung 123 ist 5 cm lang, 3 cm breit und 8 cm hoch. Wir wollen das Volumen des Quaders in gleicher Weise untersuchen wie den Würfel mit dem Volumen von 1 dm³. Die senkrechten Kanten des Quaders sind in Zentimeter unterteilt. Der Quader enthält also acht Platten, die 1 cm dick, 5 cm lang und 3 cm breit sind. Jede dieser Platten können wir in drei Stäbe zerlegen. Die Stäbe sind 5 cm lang, 1 cm breit und 1 cm dick. Jeder dieser Stäbe kann schließlich in fünf Würfel von 1 cm³ Volumen zerlegt werden.

Das Volumen (V) des Quaders beträgt also

$$V = \underset{(\text{Höhe})}{8} \qquad \underset{(\text{Breite})}{3} \qquad \underset{(\text{Länge})}{5} \;\text{Kubikzentimeter} = \underline{\underline{120\ \text{cm}^3}}.$$

Untersuche an einem selbst gewählten Beispiel!

Daraus ergibt sich die folgende

Erklärung: **Das Volumen eines Quaders berechnet man, indem man die Maßzahlen von Länge, Breite und Höhe miteinander multipliziert.**

Der Würfel ist ein besonderer Quader. Deshalb kann man das Volumen des Würfels in gleicher Weise wie beim Quader berechnen. Beim Würfel sind Länge, Breite und Höhe gleich lang.

Das Volumen des Würfels wird aus dem Produkt berechnet, indem die Maßzahl der Kante dreimal als Faktor gesetzt wird.

Bei der Berechnung des Volumens von Quader und Würfel müssen Länge, Breite und Höhe in denselben Längeneinheiten gemessen werden. Länge, Breite und Höhe müssen also entweder in Millimetern oder in Zentimetern usw. gemessen werden. Wenn in einer Aufgabe Länge, Breite und Höhe in verschiedenen Längeneinheiten gegeben sind, müssen wir erst umwandeln, und dann können wir multiplizieren.

Beispiel: Wie groß ist das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen 2 m, 9 dm, 120 cm?

Lösung: 2 m = 20 dm   120 cm = 12 dm

$$V = 20 \cdot 9 \cdot 12 \;\text{Kubikdezimeter} = 2\,160\ \text{dm}^3$$

Das Volumen des Quaders beträgt 2160 dm³.

Werden Länge, Breite und Höhe in Millimetern gemessen, so erhält man das Volumen in Kubikmillimetern. Wir erhalten Kubikzentimeter, wenn wir Länge, Breite und Höhe in Zentimetern messen. Entsprechendes gilt für die anderen Längen- und Raumeinheiten.

Aufgaben

1. Berechne das Volumen der Würfel mit den Kantenlängen
   a) 12 mm, b) 17 cm, c) 48 dm, d) 12 m, e) 114 mm,
   f) 174 cm, g) 28 dm, h) 90 m, i) 26 mm, k) 13 dm!

2. Berechne das Volumen der Quader mit den Kantenlängen
   a) 3 m, 4 m und 6 m, b) 18 cm, 22 cm und 17 cm,
   c) 14 cm, 14 cm und 28 cm, d) 12 mm, 30 mm und 18 mm!

3. Rechne die verschiedenen Längeneinheiten erst um! Dann berechne das Volumen der Quader mit den Kanten
   a) 12 cm, 14 cm und 12 dm, b) 68 cm, 45 cm und 1 m,
   c) 200 mm, 400 mm und 30 cm, d) 12 m, 13 m und 140 dm,
   e) 18 cm, 2 dm und 0,40 m, f) 43 cm, 7 dm und 1,2 m!

4. Miß die Kanten eines Mauerziegels und berechne dessen Volumen!

5. Um mehr, schneller und billiger bauen zu können und um Trümmersteine zu verwerten, verwendet man jetzt große Hohlblocksteine. Das sind Steine von der Form eines Quaders. Die Kanten sind 300 mm, 490 mm und 238 mm lang.
   a) Berechne das Volumen eines solchen Steines! b) Wieviel normale Mauerziegel sind in ihm enthalten?

6. Ein offener Güterwagen der Deutschen Reichsbahn hat einen Laderaum von 6,72 m Länge, 2,57 m Breite und 1,41 m Höhe. Wieviel Kubikmeter Ladegut können in ihm transportiert werden?

7. Das Binnenfrachtschiff „Berlin“ der DSU (Deutsche Schiffahrts- und Umschlagbetriebe) hat unter anderen einen quaderförmigen Laderaum von 10 m Länge, 8,10 m Breite, 2,20 m Höhe. Berechne das Volumen!
   Wieviel Ladungen eines Güterwagens der Aufgabe 6 können in diesem Laderaum des Schiffes untergebracht werden?

C. Einführung in die Bruchrechnung

IX. Entstehung und Wesen der Brüche

36. Der Bruch als Teil eines Ganzen

1) Wenn ein Trinkglas zerbricht, erhalten wir Scherben oder **Bruchstücke,** die **verschiedene** Größen haben. Wenn wir dagegen einen Apfel genau in der Mitte zerteilen, entstehen zwei **gleiche Bruchteile,** die wir als Hälften bezeichnen. Wenn wir den Apfel in vier gleiche Stücke teilen, entstehen vier gleiche Bruchteile, die wir Viertel nennen.

Die Abbildung 124 zeigt Schokolade. Sie ist so eingeteilt, daß man sie in sechs gleiche Stücke zerbrechen kann. Ebenso zeigt die abgebildete runde Schachtel mit Käse (Abb. 125) eine Teilung in sechs gleiche Stücke. Man nennt jeden einzelnen Bruchteil ein Sechstel, geschrieben $\frac{1}{6}$.

In der Abbildung 126 sind ein Kreis, ein Rechteck und eine Strecke gezeichnet. Jede dieser Figuren ist in sechs gleiche Teile geteilt. Jeder Teil einer dieser Figuren stellt $\frac{1}{6}$ der ganzen Figur dar.

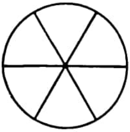


Abb. 126 a

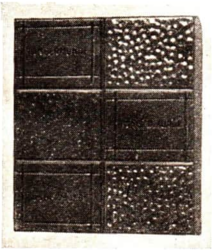


Abb. 124

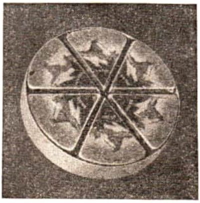
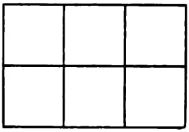
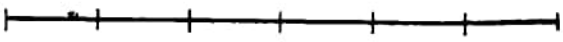


Abb. 125



b



c

2) Die Zahl 6 nennt die Anzahl der Bruchteile, in die das Ganze zerlegt worden ist; sie wird deshalb als **Nenner** bezeichnet.

Die Zahl 1 gibt an, daß es sich nur um einen solchen Teil handelt. Ebensogut können wir auch mehrere Bruchteile des Ganzen nehmen, zum Beispiel $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$ oder $\frac{5}{6}$. Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 zählen also die Teile des Ganzen und werden deshalb **Zähler** genannt. Der waagerechte Strich zwischen Zähler und Nenner heißt **Bruchstrich.**

Zusammenfassung: **Ein Bruch entsteht, wenn ein Ganzes in eine Anzahl gleicher Teile zerlegt wird.**

Ein solcher Teil heißt Brucheinheit, zum Beispiel $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$.

Jeder Bruch hat die Form $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$.

Aufgaben

1. Zeichne mit dem Zirkel drei gleiche Kreise und schneide sie aus! Teile durch Falten den ersten Kreis in Halbe, den zweiten in Viertel, den dritten in Achtel! Schreibe die Brucheinheit auf jeden Teil! Male je eine Brucheinheit grün! Welcher ist der größte und welcher ist der kleinste Bruchteil? Vergleiche die verschiedenen Brucheinheiten nach ihrer Größe!

2. Zeichne drei gleiche Kreise und teile durch sorgfältiges Ausprobieren den ersten in Drittel, den zweiten in Sechstel und den dritten in Zwölftel! Male je eine Brucheinheit rot! Vergleiche die einzelnen Brucheinheiten miteinander!

   Genauer kannst du teilen, wenn du das in der Geometrie Gelernte anwendest. Ein Vollkreis entspricht einem Vollwinkel von 360°. Ein Drittel eines Kreises ergibt also einen Winkel von 120°, ein Sechstel eines Kreises einen Winkel von 60° und ein Zwölftel eines Kreises einen Winkel von 30°.

3. Teile sechs gleichgroße rechteckige Papierblätter durch Falten in Halbe, Viertel, Achtel, Drittel, Sechstel und Zwölftel! Vergleiche alle entstandenen Brucheinheiten nach ihrer Größe!

4. Zeichne sieben waagerechte parallele Strecken von je 12 cm Länge im Abstand von je 1 cm untereinander! Teile die einzelnen Strecken der Reihe nach durch Messen in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel und Zehntel!

   Vergleiche die Größen der entstandenen Brucheinheiten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$! Was stellst du fest?

Je größer die Zahl im Nenner wird, desto kleiner wird der Wert der Brucheinheit.

5. a) Wir teilen ein Meter.
Wieviel Zentimeter sind $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m, $\frac{3}{4}$ m, $\frac{1}{5}$ m, $\frac{4}{5}$ m, $\frac{7}{10}$ m, $\frac{43}{100}$ m?

b) Wir teilen eine Deutsche Mark.
Wieviel Pfennig sind $\frac{1}{4}$ DM, $\frac{1}{2}$ DM, $\frac{3}{4}$ DM, $\frac{2}{5}$ DM, $\frac{7}{10}$ DM, $\frac{7}{100}$ DM?

c) Wir teilen ein Kilogramm.
Wieviel Gramm sind $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg, $\frac{1}{5}$ kg, $\frac{9}{10}$ kg, $\frac{11}{20}$ kg, $\frac{7}{40}$ kg?

d) Wir teilen eine Stunde.
Wieviel Minuten sind $\frac{1}{2}$ Std., $\frac{1}{3}$ Std., $\frac{2}{3}$ Std., $\frac{1}{4}$ Std., $\frac{3}{4}$ Std., $\frac{1}{5}$ Std., $\frac{3}{5}$ Std., $\frac{1}{6}$ Std., $\frac{5}{6}$ Std., $\frac{7}{10}$ Std., $\frac{9}{10}$ Std., $\frac{5}{12}$ Std., $\frac{11}{12}$ Std., $\frac{7}{20}$ Std.?

e) Wir teilen ein Dutzend.
Wieviel Stück sind $\frac{1}{2}$ Dtzd., $\frac{1}{3}$ Dtzd., $\frac{2}{3}$ Dtzd., $\frac{1}{4}$ Dtzd., $\frac{3}{4}$ Dtzd., $\frac{1}{6}$ Dtzd., $\frac{5}{6}$ Dtzd., $\frac{7}{12}$ Dtzd., $\frac{5}{12}$ Dtzd., $\frac{7}{12}$ Dtzd., $\frac{9}{12}$ Dtzd.?

f) Wir teilen die Flächenmaße.
Rechne in die nächstniedere Flächeneinheit um $\frac{1}{100}$ cm², $\frac{1}{2}$ cm², $\frac{1}{4}$ dm², $\frac{1}{5}$ m², $\frac{3}{10}$ a, $\frac{4}{5}$ ha, $\frac{3}{4}$ km², $\frac{2}{5}$ a, $\frac{7}{100}$ m², $\frac{9}{20}$ dm², $\frac{11}{100}$ ha!

g) Wir teilen die Raummaße.
Rechne in die nächstniedere Maßeinheit um $\frac{1}{1000}$ m³, $\frac{1}{2}$ m³, $\frac{1}{5}$ dm³, $\frac{3}{4}$ dm³, $\frac{3}{8}$ cm³, $\frac{7}{10}$ cm³, $\frac{9}{20}$ cm³, $\frac{3}{10}$ m³, $\frac{7}{100}$ dm³, $\frac{11}{1000}$ cm³, $\frac{3}{5}$ cm³!

6. Rechne
a) $\frac{1}{4}$ von 12 DM, b) $\frac{3}{4}$ von 24 m, c) $\frac{1}{6}$ von 30 hl, d) $\frac{5}{6}$ von 42 km,
e) $\frac{3}{5}$ von 15 ha, f) $\frac{1}{12}$ von 36 DM, g) $\frac{2}{3}$ von 12 Std., h) $\frac{5}{8}$ von 48 kg!

7. Um die folgenden Aufgaben rechnen zu können, mußt du die angegebenen Maße in die niedere Maßeinheit umrechnen.
a) $\frac{1}{2}$ von 1 km b) $\frac{1}{8}$ von 2 km c) $\frac{3}{8}$ von 2 kg d) $\frac{7}{10}$ von 5 kg
e) $\frac{5}{6}$ von 3 Dtzd. f) $\frac{7}{20}$ von 1 t g) $\frac{9}{20}$ von 1 DM h) $\frac{7}{100}$ von 4 m

8. Auch unbenannte Zahlen stellen Ganze dar, die sich in gleiche Teile zerlegen lassen.

a)	b)	c)	d)
$\frac{1}{4}$ von 12	$\frac{2}{3}$ von 15	$\frac{1}{5}$ von 180	$\frac{7}{15}$ von 120
$\frac{1}{8}$ von 56	$\frac{3}{4}$ von 48	$\frac{4}{5}$ von 75	$\frac{7}{12}$ von 180
$\frac{1}{9}$ von 72	$\frac{5}{6}$ von 72	$\frac{1}{10}$ von 130	$\frac{11}{25}$ von 350
$\frac{1}{12}$ von 132	$\frac{5}{8}$ von 96	$\frac{7}{10}$ von 280	$\frac{7}{20}$ von 240

9. Ordne folgende Brucheinheiten nach der Größe: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{13}$!

37. Vergleichen von Brüchen

1) Wir vergleichen zwei Brüche mit gleichen Nennern miteinander, zum Beispiel $\frac{3}{5}$ mit $\frac{2}{5}$.

Der Zähler 3 ist größer als der Zähler 2. Er zählt mehr Bruchteile als der Zähler 2.

Wir erkennen also:

Von Brüchen mit gleichen Nennern ist der Bruch der größte, dessen Zähler am größten ist.

$\frac{3}{5}$ ist größer als $\frac{2}{5}$, geschrieben $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$,[1] oder

$\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{3}{5}$, geschrieben $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$.[2]

2) Wir vergleichen Brüche mit gleichen Zählern und verschiedenen Nennern, zum Beispiel $\frac{3}{5}$ mit $\frac{3}{7}$.

Wir wissen bereits, daß die Brucheinheit $\frac{1}{5}$ größer ist als die Brucheinheit $\frac{1}{7}$. Deshalb sind auch $\frac{3}{5}$ größer als $\frac{3}{7}$.

Daraus ergibt sich:

Von Brüchen mit gleichen Zählern ist der Bruch der größte, dessen Nenner am kleinsten ist.

Wir schreiben $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

oder $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$.

Aufgaben

1. Vergleiche die folgenden Brüche miteinander und benutze die oben angegebenen Zeichen!

a) $\frac{3}{8}$ mit $\frac{5}{8}$	b) $\frac{7}{9}$ mit $\frac{4}{9}$	c) $\frac{7}{12}$ mit $\frac{11}{12}$	d) $\frac{9}{10}$ mit $\frac{3}{10}$
e) $\frac{3}{5}$ mit $\frac{3}{4}$	f) $\frac{7}{9}$ mit $\frac{7}{8}$	g) $\frac{11}{12}$ mit $\frac{11}{15}$	h) $\frac{9}{13}$ mit $\frac{9}{17}$
i) $\frac{4}{7}$ mit $\frac{4}{9}$	k) $\frac{2}{9}$ mit $\frac{7}{9}$	l) $\frac{8}{11}$ mit $\frac{8}{15}$	m) $\frac{7}{15}$ mit $\frac{11}{15}$

2. Ordne die folgenden Brüche nach ihrer Größe!

a) $\frac{5}{60}$, $\frac{23}{60}$, $\frac{12}{60}$, $\frac{8}{60}$, $\frac{19}{60}$, $\frac{25}{60}$, $\frac{3}{60}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{9}{60}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{29}{60}$;

[1] Das Zeichen > bedeutet „größer als".
[2] Das Zeichen < bedeutet „kleiner als".

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{9}$;

c) $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{16}$;

d) $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{7}{9}$;

e) $\frac{6}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$.

38. Ganze und Brüche

1) Ein Ganzes kann man in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel usw. teilen.

$$1 = \frac{?}{2}.$$

Ergänze durch Einsetzen des Zählers! Setze die Folge fort bis zu Zwölfteln!

2) Setze die angefangene Folge fort!

$1 = \frac{3}{3}$ (Lies: 1 Ganzes gleich $\frac{3}{3}$!), $2 = \frac{6}{3}$, bis $10 = \frac{30}{3}$.

3) Bilde gleiche Folgen mit a) Fünfteln, b) Sechsteln, c) Siebenteln, d) Neunteln, e) Zwölfteln, f) Fünfzehnteln!

4) Zu wieviel ganzen Kreisen kannst du 6 einzelne Drittel von ausgeschnittenen gleichen Kreisen zusammensetzen?

Es lassen sich demnach auch Brüche in ganze Zahlen verwandeln. Führe das bei den folgenden Beispielen durch: $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{24}{6}$! Bilde selbst solche Beispiele! Worauf mußt du dabei achten?

5) Zu wieviel ganzen Kreisen kannst du 5 einzelne Viertel von ausgeschnittenen gleichen Kreisen zusammensetzen? Was stellst du fest?

Wenn wir $\frac{5}{4}$ haben, können wir $\frac{4}{4}$ davon in ein Ganzes umrechnen.

$$\frac{5}{4} = 1 \text{ Ganzes} + 1 \text{ Viertel} = 1 + \frac{1}{4}$$

Wir schreiben: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$. (Wir sprechen: ein ein Viertel.)

$1\frac{1}{4}$ nennen wir eine **gemischte Zahl.** Erkläre den Ausdruck! Bilde andere gemischte Zahlen!

6) Brüche, die wir unter den Abschnitten 4 und 5 kennenlernten (zum Beispiel $\frac{9}{3}$ und $\frac{5}{4}$), bezeichnen wir als **unechte Brüche,** weil wir sie in ganze Zahlen oder in gemischte Zahlen umrechnen können.

Bei den unechten Brüchen ist der Zähler gleich dem Nenner oder größer als der Nenner.

7) Welche Brüche werden wir echte Brüche nennen? Gib Beispiele an!
Bei echten Brüchen ist der Zähler immer kleiner als der Nenner.

39. Der Bruch als Teil von mehreren Ganzen

1) Auf einem Teller liegen 3 gleichgroße Eierkuchen übereinander. Sie sollen unter 4 Kinder verteilt werden. Die Mutter teilt die Kuchen auf einmal durch einen Längs- und einen Querschnitt in je vier gleiche Teile (Abb. 127). Jedes Kind erhält von jedem der drei Eierkuchen $\frac{1}{4}$, im ganzen also $\frac{3}{4}$ Eierkuchen.

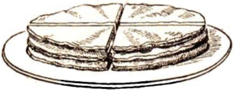


Abb. 127

Der Bruch $\frac{3}{4}$ entsteht demnach, wenn wir von 3 Ganzen den 4. Teil nehmen.

$$3 \text{ Ganze} : 4 = \frac{3}{4} \text{ Ganze}$$

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

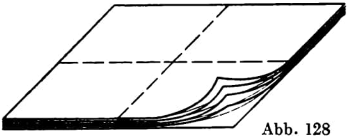


Abb. 128

2) Eine Klasse will ihren Freunden in Polen, mit denen sie im Briefwechsel steht, ein Geschenk überreichen. 4 Schüler werden beauftragt, Klebebilder aus Buntpapier anzufertigen. Sie haben 5 Blatt verschiedenfarbiges Buntpapier und teilen es durch zwei Schnitte (Abb. 128). Jedes Kind erhält den 4. Teil von 5 Blatt (von 5 Ganzen). Es bekommt von jedem Blatt $\frac{1}{4}$, insgesamt $\frac{5}{4}$.

Der Bruch $\frac{5}{4}$ entsteht also, wenn wir von 5 Ganzen den 4. Teil nehmen.

$$5 \text{ Ganze} : 4 = \frac{5}{4} \text{ Ganze}$$

$$5 : 4 = \frac{5}{4}$$

3) Wir können uns auch

$\frac{3}{4}$ aus der Divisionsaufgabe $3 : 4$ und

$\frac{5}{4}$ aus der Divisionsaufgabe $5 : 4$ entstanden denken.

$$3 : 4 = \frac{3}{4} \qquad\qquad 5 : 4 = \frac{5}{4}$$

Erklärung:

a) Man erhält $\frac{3}{4}$, wenn man ein Ganzes in 4 gleiche Teile teilt und davon 3 Teile nimmt (Abb. 129).

b) Man erhält aber auch $\frac{3}{4}$, wenn man drei Ganze in 4 gleiche Teile teilt und von jedem Ganzen $\frac{1}{4}$ nimmt (Abb. 130).

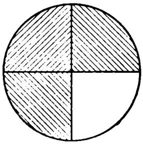


Abb. 129

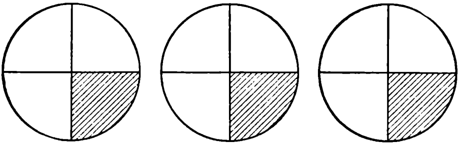


Abb. 130

c) $\frac{3}{4}$ ist auch das Ergebnis einer Divisionsaufgabe.
Der Zähler 3 war der Dividend, der Nenner 4 war der Divisor, der Bruchstrich war der Doppelpunkt.

Wird eine Zahl gewissermaßen in Teile zerlegt oder zerbrochen, so entstehen **gebrochene Zahlen** oder **Bruchzahlen.**

4) Nicht nur ganze Zahlen, sondern auch Bruchzahlen lassen sich am Zahlenstrahl darstellen und ablesen (Abb. 131).

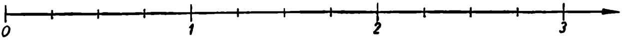


Abb. 131

a) Zeige am Zahlenstrahl $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{4}$!

b) Zeichne einen Zahlenstrahl mit Sechsteln und bilde ähnliche Aufgaben wie unter a!

Aufgaben

1. Die Abbildung 132 zeigt, wie der Bruch $\frac{2}{3}$ auf zweifache Weise entstehen kann. Erkläre!
Erkläre die Entstehung von $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ und zeichne ebenso!

2. Wir können nun auch die folgenden Aufgaben lösen.

a)	b)	c)
2 : 3	8 : 15	12 : 7
2 : 5	15 : 32	25 : 6
2 : 7	3 : 50	25 : 8
2 : 9	19 : 46	40 : 27
2 : 11	17 : 100	52 : 23

d) Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

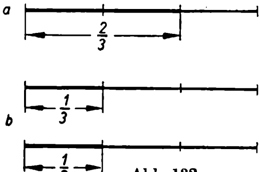


Abb. 132

3. a) Dividiere die Zahlen 1 bis 10 durch 2 (3, 4, 5, 8, 10)! Schreibe die Ergebnisse der Divisionsaufgaben nebeneinander, zum Beispiel $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$!

b) Die beim Dividieren der Zahlen 1 bis 10 durch 2 erhaltenen Ergebnisse sind am Zahlenstrahl darzustellen (Abb. 133).

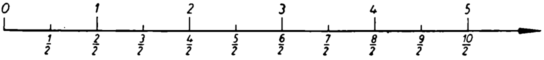


Abb. 133

Zeichne in gleicher Weise je einen Zahlenstrahl für Fünftel und Achtel!

c) Zeige an verschiedenen Zahlenstrahlen $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $1\frac{3}{5}$, $1\frac{4}{5}$, $2\frac{1}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $3\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{8}$, $2\frac{4}{8}$, $2\frac{7}{8}$, $3\frac{6}{8}$, $3\frac{1}{8}$!

d) Bilde selbst ähnliche Aufgaben!

Schreibe die Ergebnisse der Aufgaben 4 und 5 als gemischte Zahlen!

4.

a)	b)	c)	d)
5 : 2	41 : 6	100 : 3	200 : 7
9 : 4	53 : 12	100 : 6	250 : 8
25 : 12	43 : 12	100 : 8	300 : 9
18 : 7	67 : 15	100 : 9	500 : 30
21 : 8	80 : 9	100 : 11	1000 : 11

5. a) 31 DM : 4 b) 13 DM : 2 c) 20 m : 3 d) 27 m : 5
e) 45 hl : 8 f) 75 km : 4 g) 61 kg : 8 h) 100 ha : 3

6. a) Wieviel Meter und Zentimeter sind
$5\frac{1}{4}$ m, $7\frac{2}{5}$ m, $9\frac{3}{10}$ m, $3\frac{7}{20}$ m, $11\frac{4}{25}$ m, $15\frac{9}{20}$ m?

b) Wieviel Hektar und Ar sind
$2\frac{1}{2}$ ha, $4\frac{3}{4}$ ha, $6\frac{2}{5}$ ha, $7\frac{3}{10}$ ha, $12\frac{7}{10}$ ha, $20\frac{11}{20}$ ha?

c) Wieviel Kilogramm und Gramm sind
$6\frac{3}{4}$ kg, $9\frac{3}{8}$ kg, $7\frac{5}{8}$ kg, $13\frac{7}{25}$ kg, $15\frac{9}{50}$ kg, $21\frac{17}{100}$ kg?

7. Schreibe die folgenden Ergebnisse mit zweifacher Benennung!

a)	b)	c)	d)
$3\frac{1}{2}$ DM	$6\frac{17}{20}$ m	$4\frac{3}{4}$ kg	$3\frac{9}{10}$ km
$5\frac{3}{4}$ DM	$9\frac{11}{25}$ m	$7\frac{1}{5}$ kg	$9\frac{11}{20}$ km
$17\frac{9}{10}$ DM	$8\frac{4}{5}$ m	$10\frac{1}{8}$ kg	$12\frac{37}{50}$ km
$8\frac{3}{20}$ DM	$24\frac{7}{10}$ m	$5\frac{7}{8}$ kg	$23\frac{3}{8}$ km

8. a) Wieviel Pfennig sind $5\frac{1}{2}$ DM, $6\frac{3}{4}$ DM, $4\frac{4}{5}$ DM, $9\frac{9}{10}$ DM, $8\frac{7}{25}$ DM?

b) Wieviel Liter sind $3\frac{3}{4}$ hl, $4\frac{1}{5}$ hl, $8\frac{9}{20}$ hl, $2\frac{9}{25}$ hl, $12\frac{3}{50}$ hl?

c) Wieviel Gramm sind $2\frac{1}{4}$ kg, $5\frac{3}{4}$ kg, $9\frac{1}{8}$ kg, $12\frac{7}{10}$ kg, $8\frac{129}{1000}$ kg?

9. Verwandle 3, 4, 7, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 22, 25 Ganze in

a) Halbe, b) Drittel, c) Viertel, d) Fünftel,
e) Sechstel, f) Achtel, g) Zehntel, h) Zwölftel,
i) Fünfzehntel, k) Sechzehntel, l) Zwanzigstel, m) Neuntel!

10. Verwandle die folgenden unechten Brüche in Ganze!

a) $\frac{18}{2}, \frac{24}{2}, \frac{48}{2}, \frac{56}{2}, \frac{64}{2}, \frac{76}{2}, \frac{96}{2}, \frac{100}{2}, \frac{124}{2}, \frac{164}{2}, \frac{222}{2}, \frac{360}{2};$

b) $\frac{18}{3}, \frac{27}{3}, \frac{42}{3}, \frac{51}{3}, \frac{57}{3}, \frac{72}{3}, \frac{96}{3}, \frac{105}{3}, \frac{135}{3}, \frac{150}{3}, \frac{177}{3}, \frac{201}{3};$

c) $\frac{32}{4}, \frac{48}{4}, \frac{52}{4}, \frac{60}{4}, \frac{68}{4}, \frac{76}{4}, \frac{92}{4}, \frac{96}{4}, \frac{108}{4}, \frac{136}{4}, \frac{140}{4}, \frac{176}{4};$

d) $\frac{18}{6}, \frac{42}{6}, \frac{54}{6}, \frac{72}{6}, \frac{84}{6}, \frac{102}{6}, \frac{120}{6}, \frac{144}{6}, \frac{150}{6}, \frac{192}{6}, \frac{240}{6}, \frac{324}{6};$

e) $\frac{8}{8}, \frac{24}{8}, \frac{56}{8}, \frac{64}{8}, \frac{88}{8}, \frac{96}{8}, \frac{144}{8}, \frac{168}{8}, \frac{200}{8}, \frac{240}{8}, \frac{256}{8}, \frac{280}{8};$

f) $\frac{36}{12}, \frac{60}{12}, \frac{84}{12}, \frac{108}{12}, \frac{144}{12}, \frac{168}{12}, \frac{180}{12}, \frac{204}{12}, \frac{276}{12}, \frac{300}{12}, \frac{324}{12}, \frac{360}{12};$

g) $\frac{15}{15}, \frac{45}{15}, \frac{60}{15}, \frac{90}{15}, \frac{120}{15}, \frac{75}{15}, \frac{135}{15}, \frac{225}{15}, \frac{240}{15}, \frac{285}{15}, \frac{330}{15}, \frac{360}{15};$

h) $\frac{28}{7}, \frac{54}{9}, \frac{84}{7}, \frac{117}{9}, \frac{36}{12}, \frac{78}{13}, \frac{98}{14}, \frac{144}{12}, \frac{144}{18}, \frac{153}{17}, \frac{171}{19}, \frac{256}{16}.$

11. Ordne die folgenden Brüche in echte und unechte!

$\frac{5}{4}, \frac{11}{6}, \frac{7}{12}, \frac{13}{9}, \frac{14}{15}, \frac{21}{8}, \frac{23}{25}, \frac{47}{60}, \frac{19}{2}, \frac{33}{8}, \frac{41}{9}, \frac{57}{70}, \frac{100}{7}, \frac{83}{100}, \frac{17}{25}.$

12. Verwandle die unechten Brüche in gemischte Zahlen!

a) $\frac{3}{2}, \frac{7}{2}, \frac{15}{2}, \frac{19}{2}, \frac{25}{2}, \frac{35}{2}, \frac{49}{2}, \frac{51}{2}, \frac{17}{4}, \frac{19}{4}, \frac{39}{4}, \frac{51}{4}, \frac{43}{4},$
$\frac{21}{4}, \frac{7}{4}, \frac{93}{4}, \frac{99}{4};$

b) $\frac{7}{5}, \frac{38}{5}, \frac{46}{5}, \frac{33}{8}, \frac{55}{8}, \frac{79}{8}, \frac{31}{6}, \frac{59}{6}, \frac{43}{6}, \frac{11}{3}, \frac{29}{3}, \frac{47}{3}, \frac{64}{3},$
$\frac{27}{7}, \frac{36}{7}, \frac{45}{7}, \frac{72}{7};$

c) $\frac{8}{3}, \frac{11}{5}, \frac{15}{4}, \frac{25}{2}, \frac{40}{3}, \frac{47}{7}, \frac{69}{8}, \frac{70}{3}, \frac{62}{5}, \frac{73}{8}, \frac{37}{6}, \frac{55}{6}, \frac{30}{7},$
$\frac{31}{8}, \frac{37}{12}, \frac{47}{9}, \frac{55}{13}, \frac{29}{14}.$

d) $\frac{50}{11}$, $\frac{91}{8}$, $\frac{100}{3}$, $\frac{100}{7}$, $\frac{100}{9}$, $\frac{100}{13}$, $\frac{223}{10}$, $\frac{124}{15}$, $\frac{95}{30}$, $\frac{117}{50}$, $\frac{489}{80}$, $\frac{123}{20}$, $\frac{249}{40}$, $\frac{167}{50}$, $\frac{97}{30}$, $\frac{73}{40}$;

e) $\frac{15}{4}$, $\frac{29}{7}$, $\frac{41}{6}$, $\frac{44}{5}$, $\frac{17}{9}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{47}{10}$, $\frac{89}{5}$, $\frac{67}{6}$, $\frac{65}{9}$, $\frac{31}{4}$, $\frac{31}{5}$, $\frac{31}{6}$, $\frac{31}{7}$, $\frac{31}{8}$, $\frac{31}{9}$, $\frac{73}{5}$;

f) $\frac{53}{12}$, $\frac{61}{15}$, $\frac{36}{11}$, $\frac{29}{12}$, $\frac{84}{11}$, $\frac{83}{12}$, $\frac{107}{7}$, $\frac{101}{8}$, $\frac{200}{9}$, $\frac{245}{6}$, $\frac{317}{5}$, $\frac{481}{9}$, $\frac{561}{8}$, $\frac{463}{5}$, $\frac{125}{3}$.

13. Verwandle die folgenden gemischten Zahlen in unechte Brüche!

a) $2\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $3\frac{3}{4}$, $7\frac{3}{4}$, $6\frac{1}{4}$, $8\frac{3}{4}$, $12\frac{1}{4}$, $17\frac{1}{2}$, $26\frac{1}{4}$, $13\frac{3}{4}$, $25\frac{1}{2}$;

b) $3\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{3}$, $9\frac{1}{3}$, $7\frac{2}{3}$, $8\frac{3}{5}$, $6\frac{4}{5}$, $3\frac{3}{5}$, $9\frac{1}{5}$, $7\frac{4}{5}$, $6\frac{5}{6}$, $8\frac{1}{6}$, $11\frac{5}{6}$, $12\frac{2}{3}$, $14\frac{5}{6}$, $18\frac{1}{6}$, $21\frac{2}{5}$;

c) $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$, $6\frac{3}{8}$, $9\frac{2}{7}$, $8\frac{5}{6}$, $11\frac{3}{4}$, $15\frac{4}{5}$, $17\frac{1}{2}$, $6\frac{2}{3}$;

d) $4\frac{3}{4}$, $5\frac{5}{8}$, $10\frac{7}{12}$, $15\frac{5}{8}$, $20\frac{4}{5}$, $33\frac{1}{3}$, $11\frac{1}{9}$, $25\frac{4}{7}$, $27\frac{1}{6}$;

e) $26\frac{1}{2}$, $39\frac{1}{4}$, $15\frac{4}{5}$, $36\frac{7}{8}$, $11\frac{8}{9}$, $35\frac{6}{7}$, $48\frac{3}{4}$, $57\frac{1}{2}$, $73\frac{2}{3}$;

f) $125\frac{3}{4}$, $234\frac{4}{5}$, $208\frac{1}{8}$, $794\frac{2}{3}$, $865\frac{1}{5}$, $621\frac{6}{7}$, $251\frac{5}{6}$, $317\frac{3}{4}$;

g) $75\frac{1}{2}$, $49\frac{2}{3}$, $29\frac{3}{4}$, $45\frac{5}{6}$, $34\frac{3}{11}$, $14\frac{9}{20}$, $76\frac{5}{8}$, $174\frac{5}{12}$.

14. Verwandle die folgenden unechten Brüche in Ganze oder in gemischte Zahlen!

$\frac{279}{3}$, $\frac{456}{6}$, $\frac{589}{7}$, $\frac{732}{5}$, $\frac{890}{9}$, $\frac{552}{12}$, $\frac{795}{15}$, $\frac{689}{12}$, $\frac{377}{20}$, $\frac{1000}{8}$, $\frac{121}{11}$, $\frac{1000}{13}$, $\frac{1000}{25}$, $\frac{885}{7}$, $\frac{914}{5}$, $\frac{391}{6}$, $\frac{531}{6}$, $\frac{210}{7}$, $\frac{426}{7}$, $\frac{525}{5}$, $\frac{75}{13}$, $\frac{126}{14}$.

15. Rechne die folgenden Aufgaben!

a) $\frac{1}{5}$ von 4	b) $\frac{1}{3}$ von 2	c) $\frac{2}{3}$ von 9	d) $\frac{2}{3}$ von 15
$\frac{1}{8}$ von 5	$\frac{1}{7}$ von 6	$\frac{3}{4}$ von 12	$\frac{4}{5}$ von 35
$\frac{1}{9}$ von 2	$\frac{1}{9}$ von 8	$\frac{5}{6}$ von 30	$\frac{7}{8}$ von 16
$\frac{1}{12}$ von 5	$\frac{1}{15}$ von 11	$\frac{5}{8}$ von 24	$\frac{7}{12}$ von 48

16. Berechne $\frac{2}{3}$ von 6, 9, 15, 24, 36, 81, 135, 258!

17. Berechne $\frac{1}{4}$ von 7, 21, 30, 42, 75, 93, 130, 150!

18. Rechne die folgenden Aufgaben entsprechend dem Lösungsbeispiel!

Lösungsbeispiel: $\frac{1}{4}$ von 5 DM $= \frac{5}{4}$ DM $= 1\frac{1}{4}$ DM $=$ $\underline{\underline{\text{1 DM 25 Pf}}}$

a) $\frac{1}{4}$ von 5 DM | b) $\frac{1}{2}$ von 9 km | c) $\frac{1}{20}$ von 39 DM
$\frac{1}{5}$ von 7 m | $\frac{1}{8}$ von 13 km | $\frac{1}{3}$ von 2 Std.
$\frac{1}{8}$ von 9 kg | $\frac{1}{10}$ von 7 hl | $\frac{1}{6}$ von 7 Dtzd.
$\frac{1}{5}$ von 11 ha | $\frac{1}{4}$ von 25 kg | $\frac{1}{20}$ von 9 t

19. a) $\frac{5}{6}$ von 72 DM | b) $\frac{7}{8}$ von 88 m^2 | c) $\frac{4}{5}$ von 95 kg
d) $\frac{3}{4}$ von 48 hl | e) $\frac{11}{12}$ von 72 ha | f) $\frac{5}{6}$ von 78 m
g) $\frac{5}{11}$ von 55 a | h) $\frac{7}{10}$ von 90 l | i) $\frac{7}{15}$ von 60 g
k) $\frac{5}{4}$ von 32 | l) $\frac{5}{3}$ von 45 | m) $\frac{11}{8}$ von 72
n) $\frac{17}{5}$ von 35 | o) $\frac{10}{3}$ von 75 | p) $\frac{13}{2}$ von 24
q) $\frac{25}{6}$ von 84 | r) $\frac{40}{9}$ von 63 | s) $\frac{9}{7}$ von 42

20. a) $\frac{17}{12}$ von 144 m | b) $\frac{11}{6}$ von 12 Std. | c) $\frac{31}{25}$ von 150 kg
d) $\frac{5}{4}$ von 84 DM | e) $\frac{7}{2}$ von 18 ha | f) $\frac{8}{3}$ von 3 m^3
g) $\frac{6}{5}$ von 35 kg | h) $\frac{11}{4}$ von 48 ha | i) $\frac{10}{3}$ von 63 DM
k) $\frac{7}{4}$ von 28 km | l) $\frac{13}{5}$ von 75 m | m) $\frac{9}{7}$ von 42 kg
n) $\frac{10}{9}$ von 63 hl | o) $\frac{17}{6}$ von 72 g | p) $\frac{17}{8}$ von 64 l

Rate nicht, sondern rechne!

21. Ich denke mir eine Zahl. $\frac{1}{4}$ davon beträgt 45. Wie heißt die Zahl?

22. $\frac{4}{5}$ einer Strecke sind 28 km. Wie lang ist die Strecke?

23. Vermehrt man eine Zahl um $\frac{1}{4}$ dieser Zahl, so erhält man 60.

24. Vermindert man eine Zahl um $\frac{1}{3}$ dieser Zahl, so erhält man 72.

25. Das $2\frac{1}{2}$fache einer Geldsumme beträgt 250 DM. Bestimme die Summe!

26. Eine Geldsumme wird um ihr $1\frac{1}{2}$faches vermehrt; man erhält 100 DM. Bestimme die Summe!

X. Formänderungen der Brüche

40. Erweitern

1) Eine Hausgemeinschaft hat ein Kinderfest veranstaltet. Ursel gewann beim Preisrätsel eine Tafel Schokolade, die sie sich mit ihrem Bruder teilt. Er erhält 2 Viertel, Ursel nimmt sich eine Hälfte. Wer hat mehr? Veranschauliche an einer Zeichnung!

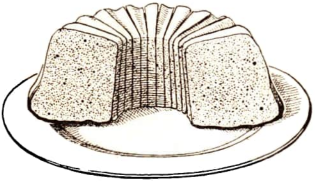
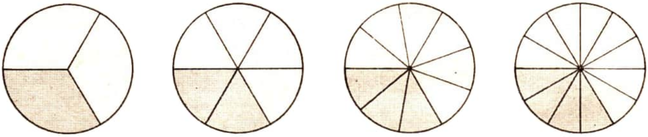


Abb. 134

2) Ursels Mutter hat zum Kinderfest einen Napfkuchen gestiftet, den sie in 24 Stücke geschnitten hat. Ein Stück ist $\frac{1}{24}$ des Napfkuchens! Die nebenstehende Abbildung 134 stellt den **halben** Napfkuchen dar. Er enthält 12 Stücke, demnach $\frac{12}{24}$ des ganzen Kuchens. Es ist also

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}.$$

3) Erkläre die in der Abbildung 135 dargestellten Zeichnungen!



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Abb. 135

4) Falte 4 gleiche Kreise und lege $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ und $\frac{8}{16}$ übereinander! Was stellst du fest?

Wir merken uns: Trotz verschieden großer Zahlen in den Zählern und Nennern können Brüche gleichwertig sein, wie die Zeichnung zeigt.

In den vorstehenden Beispielen sind aus einem Teil oder wenigen großen Teilen neue kleinere Teile hergestellt worden, zum Beispiel

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \qquad \frac{1}{2} = \frac{12}{24}, \qquad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \qquad \frac{1}{2} = \frac{8}{16}.$$

Diese neuen Teile haben wir durch Falten oder Zeichnen gefunden. Man kann sie auch errechnen:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 12}{2 \cdot 12} = \frac{12}{24}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 8} = \frac{8}{16}.$$

Zähler und Nenner des neu entstandenen Bruches sind Vielfache von Zähler und Nenner des ursprünglichen Bruches; sie wurden mit der gleichen Zahl multipliziert. Die Form des Bruches hat sich verändert, aber der Wert ist der gleiche geblieben. Er ist nur durch größere Zahlen ausgedrückt worden.

Wir sagen: **Wir haben den Bruch erweitert.** Die Zahl, mit der wir Zähler und Nenner multiplizieren, wird **Erweiterungszahl** (Ez) genannt.

Satz: **Man erweitert einen Bruch, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert. Der Wert des Bruches bleibt dabei derselbe.**

Aufgaben

1. Hans hat $\frac{4}{5}$ DM, Fritz hat $\frac{8}{10}$ DM. Vergleiche!

2. Erweitere die folgenden Brüche nach dem angegebenen Lösungsbeispiel! Lösungsbeispiel: Erweitere $\frac{3}{4}$ mit 2!

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{6}{8}}}$$

a) $\frac{3}{4}$ mit 7, $\frac{5}{6}$ mit 9, $\frac{2}{9}$ mit 5, $\frac{3}{7}$ mit 8, $\frac{4}{5}$ mit 7;

b) $\frac{5}{9}$ mit 10, $\frac{7}{13}$ mit 5, $\frac{4}{17}$ mit 8, $\frac{8}{19}$ mit 7, $\frac{6}{13}$ mit 9;

c) $\frac{9}{14}$ mit 12, $\frac{6}{19}$ mit 11, $\frac{8}{17}$ mit 13, $\frac{5}{16}$ mit 15, $\frac{7}{11}$ mit 19;

d) $\frac{7}{24}$ mit 6, $\frac{11}{35}$ mit 3, $\frac{14}{25}$ mit 16, $\frac{15}{23}$ mit 5, $\frac{37}{125}$ mit 6.

3. a) $\frac{13}{16}$ mit 14, $\frac{18}{19}$ mit 19, $\frac{14}{17}$ mit 12, $\frac{16}{19}$ mit 18, $\frac{11}{15}$ mit 13;

b) $\frac{13}{18}$ mit 16, $\frac{15}{16}$ mit 19, $\frac{16}{17}$ mit 15, $\frac{13}{14}$ mit 17, $\frac{11}{16}$ mit 14;

c) $\frac{16}{75}$ mit 25, $\frac{70}{81}$ mit 81, $\frac{25}{42}$ mit 42, $\frac{20}{39}$ mit 39, $\frac{31}{34}$ mit 41.

4. Erweitere die folgenden Brüche unter Angabe der Erweiterungszahl! Schreibe zum Beispiel: $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ (Ez 8)!

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{11}{12}$, neuer Nenner 24;

b) $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{18}$, neuer Nenner 36;

c) $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{7}{8}$, neuer Nenner 48;

d) $\frac{19}{30}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{17}{20}$, neuer Nenner 60;

e) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{23}{36}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{17}{18}$, neuer Nenner 72;

f) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{29}{42}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{21}$, neuer Nenner 84;

g) $\frac{13}{20}$, $\frac{19}{25}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{47}{50}$, $\frac{197}{250}$, $\frac{31}{40}$, $\frac{98}{125}$, $\frac{3}{4}$, neuer Nenner 1000.

5. Erweitere die folgenden Brüche unter Angabe der Erweiterungszahl!

a) $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, neuer Zähler 12;

b) $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{12}{35}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{12}{19}$, neuer Zähler 48;

c) $\frac{6}{13}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{18}{29}$, $\frac{27}{47}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{18}{19}$, neuer Zähler 54;

d) $\frac{3}{5}$, $\frac{16}{19}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{48}{53}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{125}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{24}{35}$, neuer Zähler 96;

e) $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{22}{23}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{33}{45}$, $\frac{11}{36}$, $\frac{6}{7}$, neuer Zähler 66.

6. Erweitere die folgenden Brüche, setze die fehlenden Zähler ein und gib die Erweiterungszahl an!

a) $\frac{3}{4}$ zu $\frac{}{12}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{16}$, $\frac{}{36}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{32}$, $\frac{}{28}$, $\frac{}{44}$;

b) $\frac{4}{5}$ zu $\frac{}{15}$, $\frac{}{35}$, $\frac{}{25}$, $\frac{}{40}$, $\frac{}{45}$, $\frac{}{70}$, $\frac{}{55}$, $\frac{}{90}$;

c) $\frac{7}{8}$ zu $\frac{}{16}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{64}$, $\frac{}{88}$, $\frac{}{32}$, $\frac{}{24}$, $\frac{}{96}$, $\frac{}{56}$;

d) $\frac{5}{6}$ zu $\frac{}{12}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{30}$, $\frac{}{72}$, $\frac{}{36}$, $\frac{}{18}$, $\frac{}{24}$, $\frac{}{66}$.

7. Erweitere die folgenden Brüche und ergänze Zähler oder Nenner!

a) $\frac{3}{8} = \frac{}{24}$, $\frac{24}{}$, $\frac{}{32}$, $\frac{30}{}$, $\frac{15}{}$, $\frac{}{64}$, $\frac{}{88}$, $\frac{45}{}$;

b) $\frac{7}{9} = \frac{}{63}$, $\frac{14}{}$, $\frac{}{45}$, $\frac{28}{}$, $\frac{}{18}$, $\frac{63}{}$, $\frac{}{99}$, $\frac{21}{}$;

c) $\frac{4}{7} = \frac{16}{}$, $\frac{}{21}$, $\frac{32}{}$, $\frac{28}{}$, $\frac{}{35}$, $\frac{}{77}$, $\frac{24}{}$, $\frac{60}{}$;

d) $\frac{5}{12} = \frac{30}{}$, $\frac{}{48}$, $\frac{}{84}$, $\frac{}{144}$, $\frac{40}{}$, $\frac{15}{}$, $\frac{}{180}$, $\frac{55}{}$.

8. Suche selbst 10 Paare gleichwertiger Brüche!

41. Vergleichen von Brüchen

Wir haben schon Brüche mit gleichen Nennern verglichen (Seite 142, Aufgabe 1). Auch Brüche mit gleichen Zählern konnten wir vergleichen (Seite 142, Aufgabe 2). Wir wollen jetzt die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen; sie haben keine gleichen Zähler und auch keine gleichen Nenner.

Christel und Bärbel haben sich zwei gleich lange Bleistifte gekauft. Nach einer Woche hat Christel noch $\frac{2}{3}$, Bärbel noch $\frac{3}{4}$ von der Länge des Bleistifts. Wessen Stift ist noch länger und um wieviel? Beachte die Abbildung 136!

Aus der Abbildung ist zu erkennen, daß Bärbels Bleistift noch länger ist. Wir wollen wissen, wieviel der Unterschied zwischen den beiden Restbleistiften beträgt. Wir greifen den Unterschied mit dem Zirkel ab und tragen ihn, sooft es geht, auf dem ganzen Bleistift ab. Wir tragen ihn auch auf Bärbels und dann auf Christels Bleistift ab und sehen, daß der Unterschied $\frac{1}{12}$ des ganzen Bleistifts entspricht.

Bärbel besitzt noch $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$,

Christel besitzt noch $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

Also ist Bärbels Restbleistift um $\frac{1}{12}$ des ganzen Bleistifts länger als der von Christel.

Das hätten wir auch errechnen können. Durch Erweitern finden wir $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

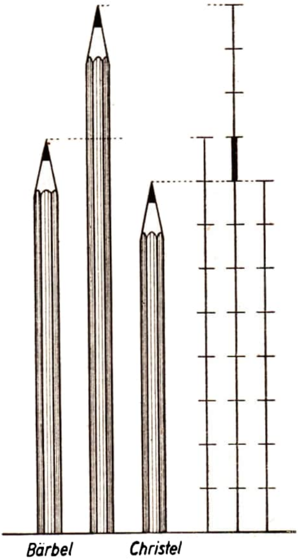


Abb. 136

Wir erkennen, daß wir auch solche Brüche wie $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen können. Dazu müssen wir sie aber erst so erweitern, daß sie **gleiche Nenner** erhalten.

Man sagt: **Die Brüche werden gleichnamig gemacht.**

Wenn man die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ miteinander vergleichen will, muß man sie gleichnamig machen. Man kann den gemeinsamen Nenner finden, indem man die Nenner der beiden Brüche miteinander multipliziert. Man erweitert also den ersten Bruch mit dem Nenner des zweiten Bruches und den zweiten Bruch mit dem Nenner des ersten Bruches.

Aufgaben

1. Vergleiche miteinander durch Zeichnen und durch Rechnen

a) $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$, b) $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{5}$, c) $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{4}$, d) $\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{12}$!

Wähle eine Strecke von 12 cm (120 mm) Länge!

2. Die Traktoristen Fröhlich und Bauer haben zwei Felder von gleicher Größe zu pflügen. Nach einem Tage hat Bauer $\frac{5}{6}$ und Fröhlich $\frac{4}{5}$ seines Feldes gepflügt. Rechne aus, wer am meisten geschafft hat!

3. Wieviel Viertel-, Achtel-, Sechzehntelnoten haben den gleichen Wert wie eine halbe Note?

4. In einer Landgemeinde ist die Hälfte des Bodens Ackerland, ein Viertel ist Wald und Wiese, ein Fünftel ist bebaute Fläche und ein Zwanzigstel kommt auf Wege, Straßen, Plätze und Gewässer.
Vergleiche, indem du a) in Zwanzigstel, b) in Hundertstel umrechnest!

5. Karl, Max, Lisa und Else spielen „Halma". Mutter stiftet als Gewinn eine Tafel Schokolade und sagt lachend: „Der erste Gewinner erhält die Hälfte, der zweite ein Drittel, der dritte ein Viertel." Warum hat Mutter gelacht?

42. Kürzen

1) Mutter hat für eine Feier zwei gleich große Erdbeertorten gebacken und jede in 12 gleiche Stücke geteilt. Ein Stück entspricht also $\frac{1}{12}$ einer ganzen Torte. Nach der Feier sind von der ersten Torte zwei Stücke und von der zweiten ein Stück übriggeblieben. Diese Stücke werden auf einer Tortenplatte zusammengeschoben (Abb. 137).

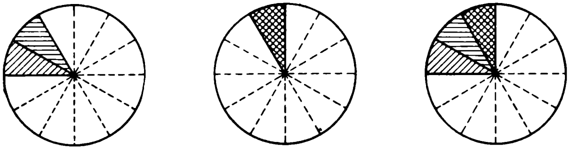


Abb. 137

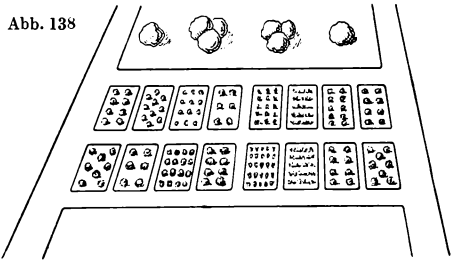
Wir erkennen, daß der Rest gleich $\frac{3}{12}$ oder $\frac{1}{4}$ einer ganzen Torte ist. Wir können also sagen:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Vergleiche Zähler und Nenner beider Brüche miteinander!

2) Die Abbildung 138 zeigt einen Mitschurinschulgarten, der in gleich

Abb. 138



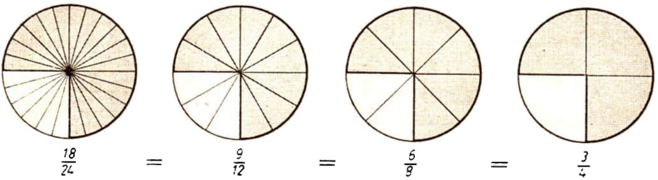


Abb. 139

große Beete eingeteilt ist. Wieviel sind es? Welchen Teil des Gartens stellt jedes Beet dar? Schreibe auf, welchem Teil vom ganzen Garten $\frac{8}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{12}{16}$ entsprechen! Schreibe zum Beispiel $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$!

3) Die Abbildung 139 zeigt durch Teilen eines Kreises, daß $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ist. Zeige entsprechend, daß $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ und $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ist!

Aus den Brüchen in den Beispielen 1 bis 3 erkennen wir, daß aus einem Bruch mit größeren Zahlen in Zähler und Nenner ein Bruch mit kleineren Zahlen in Zähler und Nenner entstanden ist. Wir haben aus den kleineren Teilen wieder größere gebildet, zum Beispiel

$$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}, \quad \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \quad \frac{18}{24} = \frac{3}{4}.$$

Die Form der Brüche ist verändert worden, aber ihr Wert ist der gleiche geblieben. Er ist nur durch kleinere Zahlen ausgedrückt worden.

Wir können auch diese Formänderung der Brüche rechnerisch durchführen, indem wir Zähler und Nenner des ersten Bruches durch dieselbe Zahl dividieren, zum Beispiel

$$\frac{4}{24} = \frac{4:4}{24:4} = \frac{1}{6},$$
$$\frac{8}{16} = \frac{8:8}{16:8} = \frac{1}{2},$$
$$\frac{18}{24} = \frac{18:6}{24:6} = \frac{3}{4}.$$

Wir nennen diese Formänderung **Kürzen.** Die Zahl, durch die Zähler und Nenner des ursprünglichen Bruches dividiert werden, heißt **Kürzungszahl** (Kz).

Nicht alle Brüche lassen sich kürzen, sondern nur solche, deren Zähler und Nenner einen gemeinsamen Divisor haben.

Kürzen ist die Umkehrung des Erweiterns.

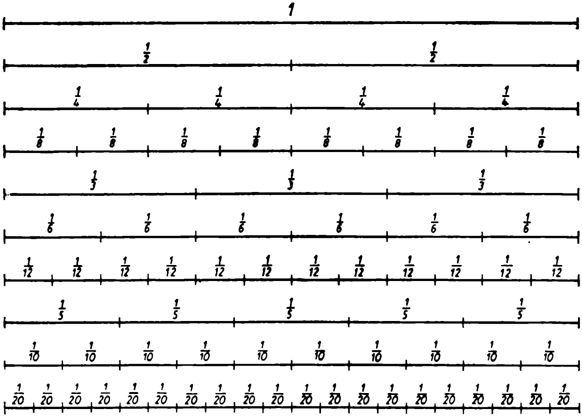
Die Beispiele zeigen, daß durch Erweitern und Kürzen der Wert eines Bruches nicht verändert wird.

Satz: **Man kürzt einen Bruch, indem man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.**

Aufgaben

1. Bruchtafel

Abb. 140



a) Nenne nach der Bruchtafel (Abb. 140) die Brüche, die den gleichen Wert haben wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{10}$!

b) Suche aus der Bruchtafel die Brüche, die den gleichen Wert haben wie $\frac{16}{20}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{8}$!

c) Suche selbst Beispiele!

2. Kürze die folgenden Brüche!

Lösungsbeispiel: $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, besser $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (Kz 6).

a) $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{8}{18}$, $\frac{14}{24}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{21}{28}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{16}{28}$;

b) $\frac{20}{45}$, $\frac{18}{27}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{21}{27}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{30}{42}$, $\frac{28}{49}$, $\frac{36}{63}$, $\frac{28}{36}$;

c) $\frac{12}{15}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{16}{28}$, $\frac{56}{64}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{36}{45}$, $\frac{35}{56}$, $\frac{28}{35}$, $\frac{55}{66}$, $\frac{48}{84}$, $\frac{35}{77}$;

d) $\frac{15}{55}$, $\frac{32}{96}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{48}{54}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{27}{99}$, $\frac{81}{90}$, $\frac{66}{84}$, $\frac{84}{96}$, $\frac{26}{39}$, $\frac{25}{90}$;

e) $\frac{15}{20}$, $\frac{24}{46}$, $\frac{35}{49}$, $\frac{63}{81}$, $\frac{44}{99}$, $\frac{60}{84}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{18}{72}$, $\frac{21}{35}$, $\frac{15}{21}$, $\frac{20}{30}$;

f) $\frac{65}{91}$, $\frac{51}{85}$, $\frac{48}{80}$, $\frac{54}{126}$, $\frac{57}{95}$, $\frac{68}{119}$, $\frac{16}{36}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{46}{138}$, $\frac{42}{126}$, $\frac{24}{36}$;

g) $\frac{38}{114}$, $\frac{32}{48}$, $\frac{18}{54}$, $\frac{48}{72}$, $\frac{23}{69}$, $\frac{30}{75}$, $\frac{18}{42}$, $\frac{30}{45}$, $\frac{46}{92}$, $\frac{36}{54}$, $\frac{26}{65}$;

h) $\frac{28}{49}$, $\frac{32}{112}$, $\frac{27}{54}$, $\frac{24}{80}$, $\frac{49}{70}$, $\frac{90}{162}$, $\frac{68}{136}$, $\frac{42}{49}$, $\frac{35}{55}$, $\frac{18}{45}$, $\frac{64}{96}$;

i) $\frac{91}{105}$, $\frac{68}{76}$, $\frac{108}{117}$, $\frac{65}{95}$, $\frac{98}{119}$, $\frac{88}{112}$, $\frac{70}{85}$, $\frac{104}{152}$, $\frac{90}{102}$, $\frac{54}{57}$;

k) $\frac{78}{108}$, $\frac{136}{153}$, $\frac{52}{94}$, $\frac{96}{140}$, $\frac{75}{210}$, $\frac{45}{333}$, $\frac{81}{105}$, $\frac{125}{155}$, $\frac{87}{93}$, $\frac{145}{185}$;

l) $\frac{25}{125}$, $\frac{68}{85}$, $\frac{52}{65}$, $\frac{54}{90}$, $\frac{80}{144}$, $\frac{64}{80}$, $\frac{57}{76}$, $\frac{36}{90}$, $\frac{38}{95}$, $\frac{52}{130}$.

3. Wir rechnen in die höhere Sorte um.

Lösungsbeispiel: 4 St. $= \frac{4}{12}$ Dtzd. $= \frac{1}{3}$ Dtzd.

a) Wieviel Dutzend sind
1 St., 2 St., 3 St., 4 St., 6 St., 8 St., 9 St., 10 St.?

b) Wieviel Deutsche Mark sind
2 Pf, 10 Pf, 18 Pf, 24 Pf, 30 Pf, 45 Pf, 60 Pf, 75 Pf, 80 Pf, 35 Pf?

c) Wieviel Tage sind
2 Std., 3 Std., 6 Std., 10 Std., 12 Std., 15 Std., 16 Std., 22 Std.?

d) Wieviel Kilogramm sind
40 g, 125 g, 225 g, 375 g, 600 g, 750 g, 450 g, 800 g, 975 g, 250 g?

4. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in Bruchteile der höheren Sorte: 24 Tg., 27 Std., 50 Min., 60 cm, 85 Pf, 700 g, 275 g, 288 Tg., 650 g, 800 m^2, 960 m!

5. Bestimme in den folgenden Aufgaben den Teil des Ganzen!

a) Von 40 (42, 36, 25) Schülern haben 10 (7, 6, 5) sehr gute Arbeiten geschrieben.

b) Von 48 (42, 36, 32) Schülern sind 32 (35, 30, 24) Junge Pioniere.

c) Von 420 Mädchen einer Schule können 252 Mädchen schwimmen.

d) Von 342 Schülern einer Schule haben 306 Schüler an einem Ferienlager teilgenommen.

XI. Rechnen mit Brüchen

43. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

1) Herr Müller hat seinen rechteckigen Garten in acht gleiche Beete geteilt. $\frac{3}{8}$ des Gartens hat er mit Erdbeeren und $\frac{2}{8}$ mit Tomaten bepflanzt. Welcher Teil des Gartens ist bepflanzt worden?

a) Hans fertigt sich eine Zeichnung an (Abb. 141).

b) Gisela zeichnet nicht, sondern rechnet: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$. Sie sagt: Herr Müller hat $\frac{5}{8}$ seines Gartens bepflanzt.

2) In einer Verkaufsstelle der HO-Backwaren sind von einer Torte, die in 16 gleiche Teile geschnitten war, noch 11 Stück vorhanden. Das sind $\frac{11}{16}$ der Torte. Davon werden 4 Stück verkauft. Wieviel bleiben übrig?

a) Löse die Aufgabe durch Zeichnung!

b) Lösung durch Rechnen: $\frac{11}{16} - \frac{4}{16} = \frac{11-4}{16} = \frac{7}{16}$.
Es sind $\frac{7}{16}$ der Torte übriggeblieben.

3) Eva hat $\frac{3}{4}$ l Milch geholt, Ruth holt noch $\frac{3}{4}$ l. Wieviel ist im ganzen geholt worden? Wir rechnen: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.
Es sind $1\frac{1}{2}$ l Milch geholt worden.

4) Von $2\frac{1}{4}$ m Stoff schneidet Mutter $\frac{3}{4}$ m ab. Wieviel Stoff behält sie als Rest?

a) Heinz rechnet so: $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 2 - \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.
Er sagt: Mutter behält noch $1\frac{1}{2}$ m Stoff.

b) Kurt hat die Aufgabe schnell überlegt und rechnet so:
$1\frac{5}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.

So wie Kurt wollen wir von nun an immer rechnen.

Aus den Beispielen 1 bis 4 erkennen wir, wie gleichnamige Brüche addiert und subtrahiert werden.

Zusammenfassung: **a) Wir addieren gleichnamige Brüche, indem wir die Zähler addieren. Der Nenner wird beibehalten.**

b) Wir subtrahieren gleichnamige Brüche, indem wir die Zähler subtrahieren. Der Nenner wird beibehalten.

c) Im Ergebnis dürfen nur Brüche stehen, die sich nicht mehr kürzen lassen.

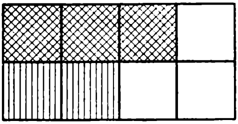


Abb. 141

Aufgaben

Addiere gleichnamige Brüche!

1. Lösungsbeispiel: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ b) $\frac{5}{11} + \frac{3}{11}$ c) $\frac{8}{21} + \frac{5}{21}$ d) $\frac{13}{27} + \frac{7}{27}$ e) $\frac{4}{15} + \frac{7}{15}$

f) $\frac{16}{31} + \frac{7}{31}$ g) $\frac{25}{37} + \frac{6}{37}$ h) $\frac{4}{41} + \frac{19}{41}$ i) $\frac{7}{25} + \frac{12}{25}$ k) $\frac{19}{45} + \frac{13}{45}$

2. Lösungsbeispiel: $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+4}{9} = \frac{6}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

a) $\frac{7}{16} + \frac{5}{16}$ b) $\frac{8}{21} + \frac{10}{21}$ c) $\frac{9}{20} + \frac{7}{20}$ d) $\frac{11}{28} + \frac{13}{28}$ e) $\frac{5}{18} + \frac{7}{18}$

f) $\frac{13}{24} + \frac{5}{24}$ g) $\frac{16}{45} + \frac{19}{45}$ h) $\frac{17}{36} + \frac{13}{36}$ i) $\frac{5}{32} + \frac{19}{32}$ k) $\frac{29}{56} + \frac{13}{56}$

l) $\frac{7}{25} + \frac{8}{25}$ m) $\frac{5}{12} + \frac{1}{12}$ n) $\frac{19}{48} + \frac{23}{48}$ o) $\frac{7}{51} + \frac{8}{51}$ p) $\frac{8}{21} + \frac{4}{21}$

q) $\frac{9}{40} + \frac{11}{40}$ r) $\frac{15}{26} + \frac{3}{26}$ s) $\frac{7}{30} + \frac{11}{30}$ t) $\frac{5}{49} + \frac{23}{49}$ u) $\frac{5}{28} + \frac{9}{28}$

3. a) $\frac{11}{15} + \frac{2}{15}$ b) $\frac{5}{18} + \frac{11}{18}$ c) $\frac{26}{41} + \frac{13}{41}$ d) $\frac{17}{26} + \frac{5}{26}$ e) $\frac{3}{25} + \frac{2}{25}$

f) $\frac{4}{11} + \frac{3}{11}$ g) $\frac{9}{19} + \frac{6}{19}$ h) $\frac{16}{29} + \frac{6}{29}$ i) $\frac{11}{28} + \frac{3}{28}$ k) $\frac{9}{16} + \frac{3}{16}$

l) $\frac{25}{51} + \frac{16}{51}$ m) $\frac{4}{33} + \frac{7}{33}$ n) $\frac{14}{43} + \frac{6}{43}$ o) $\frac{6}{35} + \frac{19}{35}$ p) $\frac{17}{48} + \frac{7}{48}$

4. Lösungsbeispiele: $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} = \frac{14}{8} = 1\frac{6}{8} = \underline{\underline{1\frac{3}{4}}}$, $\frac{7}{18} + \frac{11}{18} = \frac{18}{18} = \underline{\underline{1}}$

a) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7}$ b) $\frac{9}{13} + \frac{4}{13}$ c) $\frac{11}{14} + \frac{9}{14}$ d) $\frac{8}{15} + \frac{11}{15}$ e) $\frac{17}{20} + \frac{13}{20}$

f) $\frac{8}{9} + \frac{7}{9}$ g) $\frac{17}{39} + \frac{22}{39}$ h) $\frac{46}{55} + \frac{34}{55}$ i) $\frac{29}{49} + \frac{48}{49}$ k) $\frac{61}{63} + \frac{41}{63}$

l) $\frac{26}{45} + \frac{28}{45}$ m) $\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$ n) $\frac{21}{23} + \frac{6}{23}$ o) $\frac{19}{24} + \frac{11}{24}$ p) $\frac{17}{28} + \frac{39}{28}$

q) $\frac{23}{45} + \frac{67}{45}$ r) $\frac{29}{30} + \frac{11}{30}$ s) $\frac{23}{25} + \frac{12}{25}$ t) $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$ u) $\frac{43}{48} + \frac{23}{48}$

5. a) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{5}{6}$ c) $\frac{7}{10} + \frac{7}{10}$ d) $\frac{7}{12} + \frac{7}{12}$ e) $\frac{13}{20} + \frac{13}{20}$

f) Bilde selbst 10 ähnliche Beispiele!

6. Lösungsbeispiel: $2\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{6}{4} = 3\frac{2}{4} = \underline{\underline{3\frac{1}{2}}}$

a) $7\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ b) $6\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ c) $24\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ d) $8\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$

e) $5\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ f) $6\frac{2}{5} + \frac{4}{5}$ g) $7\frac{4}{9} + \frac{8}{9}$ h) $9\frac{6}{11} + \frac{9}{11}$

i) $7\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$ k) $8\frac{5}{9} + \frac{7}{9}$ l) $3\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ m) $8\frac{9}{10} + \frac{7}{10}$

n) $5\frac{8}{11} + \frac{7}{11}$ o) $9\frac{11}{12} + \frac{7}{12}$ p) $5\frac{11}{18} + \frac{13}{18}$ q) $6\frac{9}{20} + \frac{17}{20}$

r) $3\frac{23}{30} + \frac{17}{30}$ s) $4\frac{22}{25} + \frac{18}{25}$ t) $5\frac{11}{15} + \frac{7}{15}$ u) $7\frac{9}{11} + \frac{6}{11}$

7. Lösungsbeispiel: $3\frac{7}{10} + 1\frac{5}{10} = 4\frac{7+5}{10} = 4\frac{12}{10} = 5\frac{2}{10} = \underline{\underline{5\frac{1}{5}}}$

a) $7\frac{5}{16} + 2\frac{1}{16}$ b) $3\frac{16}{39} + 5\frac{5}{39}$ c) $4\frac{13}{66} + 6\frac{23}{66}$

d) $1\frac{28}{85} + 8\frac{27}{85}$ e) $15\frac{19}{90} + 5\frac{53}{90}$ f) $18\frac{13}{24} + 35\frac{7}{24}$

g) $56\frac{17}{40} + 19\frac{11}{40}$ h) $27\frac{19}{42} + 26\frac{5}{42}$ i) $6\frac{6}{25} + 7\frac{14}{25}$

k) $3\frac{8}{9} + 5\frac{7}{9}$ l) $9\frac{10}{17} + 8\frac{4}{17}$ m) $6\frac{19}{20} + 6\frac{7}{20}$

n) $4\frac{4}{15} + 3\frac{7}{15}$ o) $18\frac{23}{30} + 72\frac{19}{30}$ p) $25\frac{11}{12} + 38\frac{5}{12}$

q) $46\frac{23}{42} + 23\frac{25}{42}$ r) $67\frac{20}{39} + 12\frac{19}{39}$ s) $48\frac{25}{26} + 11\frac{15}{26}$

t) $32\frac{7}{18} + 17\frac{13}{18}$ u) $51\frac{23}{30} + 48\frac{29}{30}$ v) $32\frac{11}{18} + 17\frac{1}{18}$

8. a) $\frac{11}{42} + \frac{5}{42} + \frac{19}{42}$ b) $\frac{5}{36} + \frac{29}{36} + \frac{7}{36}$

c) $\frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24}$ d) $\frac{27}{50} + \frac{11}{50} + \frac{17}{50}$

e) $\frac{8}{63} + \frac{25}{63} + \frac{37}{63}$ f) $\frac{37}{72} + \frac{13}{72} + \frac{25}{72}$

g) $12\frac{4}{5} + 8\frac{2}{5} + 7\frac{1}{5}$ h) $16\frac{7}{10} + 8\frac{9}{10} + 6\frac{9}{10}$

i) $12\frac{5}{9} + 11\frac{7}{9} + 5\frac{2}{9}$ k) $3\frac{11}{12} + 5\frac{7}{12} + 4\frac{5}{12}$

l) $4\frac{13}{30} + 7\frac{23}{30} + 1\frac{19}{30}$ m) $9\frac{17}{48} + 4\frac{35}{48} + 5\frac{7}{48}$

Subtrahiere gleichnamige Brüche!

9. Lösungsbeispiel: $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

a) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$ b) $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$ c) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$ d) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20}$ e) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

f) $\frac{19}{24} - \frac{11}{24}$ g) $\frac{29}{36} - \frac{11}{36}$ h) $\frac{39}{50} - \frac{17}{50}$ i) $\frac{41}{60} - \frac{19}{60}$ k) $\frac{29}{42} - \frac{11}{42}$

l) $\frac{73}{100} - \frac{29}{100}$ m) $\frac{23}{100} - \frac{9}{100}$ n) $\frac{73}{100} - \frac{37}{100}$ o) $\frac{79}{100} - \frac{57}{100}$ p) $\frac{31}{100} - \frac{7}{100}$

q) $\frac{53}{72} - \frac{13}{72}$ r) $\frac{47}{80} - \frac{19}{80}$ s) $\frac{67}{90} - \frac{19}{90}$ t) $\frac{83}{100} - \frac{23}{100}$ u) $\frac{67}{75} - \frac{43}{75}$

10. Subtrahiere in den Aufgaben 2a bis u immer den kleineren Bruch vom größeren!

11. Lösungsbeispiele: $3\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \underline{\underline{3\frac{3}{7}}}$, $5\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = 5\frac{4}{8} = \underline{\underline{5\frac{1}{2}}}$

a) $6\frac{7}{11} - \frac{4}{11}$ b) $15\frac{12}{19} - \frac{4}{19}$ c) $4\frac{21}{29} - \frac{13}{29}$ d) $7\frac{17}{39} - \frac{4}{39}$

e) $26\frac{25}{31} - \frac{9}{31}$ f) $11\frac{14}{27} - \frac{10}{27}$ g) $6\frac{27}{35} - \frac{13}{35}$ h) $9\frac{19}{28} - \frac{5}{28}$

i) $12\frac{37}{40} - \frac{17}{40}$ k) $8\frac{11}{15} - \frac{6}{15}$ l) $10\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ m) $5\frac{9}{13} - \frac{5}{13}$

12. Lösungsbeispiel: $3\frac{5}{8} - \frac{7}{8} = 2\frac{13-7}{8} = 2\frac{6}{8} = \underline{\underline{2\frac{3}{4}}}$

a) $4\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ b) $7\frac{3}{8} - \frac{7}{8}$ c) $9\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ d) $11\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$

e) $6\frac{5}{12} - \frac{7}{12}$ f) $6\frac{1}{12} - \frac{7}{12}$ g) $3\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$ h) $5\frac{3}{8} - \frac{7}{8}$

i) $2\frac{9}{20} - \frac{17}{20}$ k) $3\frac{4}{15} - \frac{13}{15}$ l) $5\frac{3}{16} - \frac{9}{16}$ m) $4\frac{2}{9} - \frac{8}{9}$

n) $5\frac{7}{30} - \frac{19}{30}$ o) $4\frac{7}{24} - \frac{23}{24}$ p) $6\frac{3}{10} - \frac{9}{10}$ q) $8\frac{7}{20} - \frac{19}{20}$

r) $2\frac{7}{30} - \frac{16}{30}$ s) $6\frac{13}{50} - \frac{37}{50}$ t) $5\frac{17}{100} - \frac{73}{100}$ u) $4\frac{17}{60} - \frac{41}{60}$

13. Ergänze zu 100

$13\frac{2}{5}$, $17\frac{4}{9}$, $38\frac{3}{10}$, $45\frac{9}{14}$, $57\frac{13}{20}$, $64\frac{9}{25}$, $71\frac{5}{18}$, $82\frac{19}{25}$!

14. Lösungsbeispiel: $5\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12} = 2\frac{7-5}{12} = 2\frac{2}{12} = \underline{\underline{2\frac{1}{6}}}$

a) $5\frac{11}{13} - 2\frac{7}{13}$ b) $12\frac{15}{16} - 2\frac{7}{16}$ c) $7\frac{13}{15} - 4\frac{4}{15}$

d) $9\frac{7}{12} - 3\frac{5}{12}$ e) $11\frac{17}{18} - 4\frac{5}{18}$ f) $8\frac{19}{21} - 6\frac{5}{21}$

g) $23\frac{21}{32} - 7\frac{5}{32}$ h) $19\frac{25}{28} - 9\frac{17}{28}$ i) $15\frac{17}{24} - 10\frac{11}{24}$

k) $13\frac{21}{26} - 6\frac{7}{26}$ l) $6\frac{22}{27} - 4\frac{4}{27}$ m) $25\frac{29}{36} - 5\frac{13}{36}$

15. Lösungsbeispiel: $7\frac{4}{9} - 2\frac{7}{9} = 5\frac{4-7}{9} = 4\frac{13-7}{9} = 4\frac{6}{9} = \underline{\underline{4\frac{2}{3}}}$

a) $4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$ b) $7\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$ c) $6\frac{5}{9} - 5\frac{8}{9}$

d) $9\frac{10}{27} - 5\frac{20}{27}$ e) $10\frac{3}{13} - 4\frac{7}{13}$ f) $45\frac{5}{12} - 11\frac{7}{12}$

g) $9\frac{7}{10} - 3\frac{9}{10}$ h) $15\frac{11}{24} - 5\frac{17}{24}$ i) $15\frac{1}{6} - 7\frac{5}{6}$

k) $29\frac{3}{8} - 16\frac{5}{8}$ l) $46\frac{5}{9} - 15\frac{7}{9}$ m) $68\frac{7}{15} - 27\frac{14}{15}$

16. a) $6\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}$ b) $3\frac{5}{12} - 1\frac{7}{12}$ c) $22\frac{25}{41} - 13\frac{38}{41}$

d) $19\frac{5}{19} - 7\frac{8}{19}$ e) $25\frac{3}{10} - 5\frac{7}{10}$ f) $15\frac{11}{36} - 14\frac{17}{36}$

g) $54\frac{13}{32} - 27\frac{17}{32}$ h) $68\frac{13}{21} - 17\frac{20}{21}$ i) $29\frac{3}{10} - 18\frac{9}{10}$

17. a) $7\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} - 1\frac{3}{4}$ b) $10\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6} - 4\frac{1}{6}$

c) $8\frac{7}{12} - 2\frac{5}{12} - 1\frac{11}{12}$ d) $11\frac{7}{12} - 3\frac{1}{12} - 4\frac{5}{12}$

e) $15\frac{3}{10} - 6\frac{7}{10} - 1\frac{9}{10}$ f) $8\frac{4}{15} - 2\frac{11}{15} - 3\frac{7}{15}$

18. a) $\frac{7}{12} + \frac{11}{12} - \frac{5}{12}$ b) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} + \frac{5}{7}$ c) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} - \frac{5}{9}$
d) $1\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 2\frac{4}{5}$ e) $3\frac{7}{12} - 1\frac{11}{12} + \frac{5}{12}$ f) $8\frac{3}{10} + \frac{9}{10} - 2\frac{7}{10}$

19. Sieh dir die folgenden Aufgaben genau an und überlege, wie du sie am einfachsten rechnen kannst!
a) $3\frac{7}{12} + 4\frac{11}{12}$ b) $5\frac{7}{8} + 4\frac{3}{8}$ c) $9\frac{3}{10} - 7\frac{9}{10}$ d) $3\frac{4}{15} - 2\frac{14}{15}$
e) Bilde selbst 5 ähnliche Beispiele!

20. Auf unserem Wandertag waren wir um $7\frac{1}{4}$ Uhr auf dem Bahnhof. Nach $\frac{1}{4}$ Std. fuhr der Zug ab, nach $1\frac{1}{4}$ Std. stiegen wir aus, wanderten 2 Stunden, ruhten und spielten $1\frac{1}{4}$ Std., wanderten dann noch $1\frac{1}{4}$ Std. und fuhren nach $\frac{1}{4}$ Std. Wartezeit ab. Nach einer Fahrt von $\frac{3}{4}$ Std. langten wir wieder in unserem Heimatort an. Wieviel Stunden waren wir unterwegs?

21. Rolf läuft 75 m in $12\frac{9}{10}$ Sekunden, Kurt braucht $\frac{7}{10}$ Sekunden mehr, Werner schafft es in $11\frac{8}{10}$ Sekunden.
Bilde dazu Aufgaben!

22. Eine Klasse sammelte an vier aufeinanderfolgenden Tagen $23\frac{2}{5}$ kg, $32\frac{4}{5}$ kg, $31\frac{3}{5}$ kg und $26\frac{3}{5}$ kg Kastanien. Wieviel Kilogramm Kastanien sammelte sie?

23. Dieter ist $11\frac{1}{4}$ Jahre alt, seine Schwester ist $2\frac{3}{4}$ Jahre jünger. Wie alt ist die Schwester?

24. Zu welcher Zahl muß man $15\frac{7}{9}$ addieren, um 36 zu erhalten?

25. Wenn man eine Zahl um $17\frac{25}{34}$ vermindert, erhält man $13\frac{9}{34}$. Wie heißt die Zahl?

XII. Einführung der Dezimalbrüche

44. Das Wesen der Dezimalbrüche

Wir haben schon gelernt, daß Deutsche Mark und Pfennig beim Schreiben mit einer Benennung durch ein Komma getrennt werden. 2 DM und 75 Pf schreiben wir 2,75 DM. Vor dem Komma stehen die Mark, nach dem Komma die Pfennig.

3 DM und 6 Pf schreiben wir 3,06 DM. Erkläre, warum wir in die erste Stelle nach dem Komma eine Null setzen müssen!

Auch Meter und Zentimeter, Kilogramm und Gramm und andere Bezeichnungen haben wir mit Komma geschrieben.

Wir wollen nun die genaue Begründung für diese Schreibweise kennenlernen.

1)
$$\begin{aligned} 11\text{ dm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} \\ &= 1{,}1\text{ m} \end{aligned}$$

Damit wir nicht den Nenner von $\frac{1}{10}$ mitzuschreiben brauchen und damit keine Verwechslung mit 11 eintritt, setzen wir hinter die Eins des Meters ein Komma.

Die Ziffer **1 hinter dem Komma** bezeichnet also den **zehnten Teil** eines Meters.

$$\mathbf{0{,}1\ m = \tfrac{1}{10}\ m}$$

Wir können allgemein sagen: **0,1 = 1 Zehntel.**

2a)
$$\begin{aligned} 111\text{ cm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} + 1\text{ cm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} + \tfrac{1}{100}\text{ m} \\ &= 1{,}11\text{ m} \end{aligned}$$

Wenn wir, wie in diesem Beispiel, zwei Stellen hinter dem Komma schreiben, bezeichnet die **zweite Ziffer nach dem Komma** immer den **hundertsten Teil** eines Meters.

$$\mathbf{0{,}01\ m = \tfrac{1}{100}\ m}$$

Wir können allgemein sagen: **0,01 = 1 Hundertstel.**

b) Aus dem vorher Gesagten ergibt sich:

$$1\text{ cm} = 0{,}01\text{ m}, \qquad 1\text{ dm} = 0{,}1\text{ m},$$
$$1\text{ cm} = \tfrac{1}{10}\text{ dm}.$$

Also bezeichnet 0,01 den zehnten Teil von 0,1.

3a)
$$\begin{aligned} 1111\text{ mm} &= 1\text{ m} + 1\text{ dm} + 1\text{ cm} + 1\text{ mm} \\ &= 1\text{ m} + \tfrac{1}{10}\text{ m} + \tfrac{1}{100}\text{ m} + \tfrac{1}{1000}\text{ m} \\ &= 1{,}111\text{ m} \end{aligned}$$

Aus diesem Beispiel ergibt sich: Die **dritte Ziffer hinter dem Komma** bezeichnet den **tausendsten Teil** eines Meters.

$$\mathbf{0{,}001\ m = \tfrac{1}{1000}\ m}$$

Wir können allgemein sagen: **0,001 = 1 Tausendstel.**

b) Wir stellen fest:

$$1\text{ mm} = 0{,}001\text{ m}, \qquad 1\text{ cm} = 0{,}01\text{ m},$$
$$1\text{ mm} = \tfrac{1}{10}\text{ cm}.$$

Also bezeichnet 0,001 den zehnten Teil von 0,01.

4) Die in diesem Kapitel behandelten Brüche haben das Besondere, daß ihre Nenner 10, 100 oder 1000 sind. Wenn wir 100 und 1000 mit 10 vergleichen, stellen wir fest:

$$100 = 10 \cdot 10$$

$$1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Deshalb nennen wir Brüche mit den Nennern 10, 100 und 1000 **Zehnerbrüche.** Weitere Zehnerbrüche lernen wir später kennen.

Da die Zehntel immer in der ersten Stelle, die Hundertstel immer in der zweiten Stelle und die Tausendstel immer in der dritten Stelle nach dem Komma stehen, können wir beim Schreiben von Zehnerbrüchen den Nenner fortlassen. $3\frac{7}{10}$ schreiben wir also 3,7.

In dieser Form geschriebene Zehnerbrüche nennen wir **Dezimalbrüche.**

Jeder Dezimalbruch muß also mit Komma geschrieben werden. Dann kann auch keine Verwechslung mit den ganzen Zahlen vorkommen. Ferner können wir auch erkennen, ob es sich um Zehntel, Hundertstel oder Tausendstel handelt. Für fehlende Stellen wird, wie bei den ganzen Zahlen, eine Null gesetzt.

Bei Dezimalbrüchen stehen die Ganzen vor dem Komma. Enthält ein Dezimalbruch keine Ganzen, muß das Komma dennoch geschrieben werden. In die fehlende Stelle links vor dem Komma wird eine Null gesetzt. Zum Beispiel schreiben wir den Zehnerbruch $\frac{5}{10}$ als Dezimalbruch 0,5; den Zehnerbruch $\frac{135}{1000}$ schreiben wir 0,135.

5) Die Stellentafel kann nun auch nach rechts über die Einer hinaus erweitert werden:

← T	H	Z	E	z	h	t →
	1	1	1	1	1	1

Die Zahl lautet: 111,111

Zehntel, Hundertstel und Tausendstel werden in der Stellentafel durch kleine Buchstaben (z, h, t) gekennzeichnet.

6) Aus der Stellentafel ist zu erkennen:

1 Hunderter (H) = 10 Zehner (Z),
1 Zehner (Z) = 10 Einer (E),
1 Einer (E) = 10 Zehntel (z)
1 Zehntel (z) = 10 Hundertstel (h),
1 Hundertstel (h) = 10 Tausendstel (t).

Was stellst du fest?

7) Aus der Stellentafel können wir aber auch folgendes erkennen, wenn wir mit dem Stellenwert Tausendstel beginnen und nach links vergleichen:

1 Tausendstel (t) ist der zehnte Teil von 1 Hundertstel (h),
1 Hundertstel (h) ist der zehnte Teil von 1 Zehntel (z),
1 Zehntel (z) ist der zehnte Teil von 1 Einer (E),
1 Einer (E) ist der zehnte Teil von 1 Zehner (Z) usw.

Betrachten wir also die einzelnen Stufen des Zehnersystems, so erkennen wir, daß eine Einheit einer Stufe den zehnten Teil der nächsthöheren Stufe bildet.

8) Dezimalbrüche kann man auf verschiedene Art lesen.

a) Man kann sie als gemischte Zahlen lesen, zum Beispiel 12,3 als $12\frac{3}{10}$, 4,76 als $4\frac{76}{100}$ oder 15,235 als $15\frac{235}{1000}$.
Das wird aber unbequem, wenn noch mehr Stellen hinter dem Komma zu beachten sind.

b) Im allgemeinen werden Dezimalbrüche nicht als Zehnerbrüche gelesen. Man liest die Ziffern hinter dem Komma einzeln entsprechend ihrer Stellenfolge hinter dem Komma, zum Beispiel 3,045 als „drei — Komma — null — vier — fünf".

So wollen wir von nun an die Dezimalbrüche immer lesen.

Aufgaben

1. Schreibe 10 Dezimalbrüche in die Stellentafel, lies und zerlege sie, zum Beispiel

12,03 = 1 Zehner + 2 Einer + 0 Zehntel + 3 Hundertstel!

2. a) Schreibe bei den folgenden Dezimalbrüchen die Ziffern hinter dem Komma als Zehnerbrüche!

Beispiel: $1{,}347 = 1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$

8,4, 7,5, 13,7, 26,3, 12,03, 6,17, 0,65, 0,037, 27,36, 54,29, 4,235, 15,304, 76,054, 32,516, 46,712.

b) Bilde selbst weitere Beispiele!

3. Schreibe die folgenden Ausdrücke als Dezimalbrüche ohne Verwendung der Stellentafel! (Die Buchstaben hinter den Ziffern bezeichnen die Stelle in der Stellentafel.)

a) 3 E 5 z	**b)** 6 E 5 h	**c)** 4 E 3 t	**d)** 7 E 1 z 5 t
e) 9 z 5 t	**f)** 2 E 3 h 5 t	**g)** 1 z 2 h 3 t	**h)** 4 E 1 z 2 h
i) 56 z	**k)** 128 z	**l)** 7256 t	**m)** 88437 t
n) 9 t	**o)** 4296 z	**p)** 4296 h	**q)** 4296 t

4. Verwandle in die höhere Maßeinheit, zum Beispiel $1\,dm = \frac{1}{10}\,m = 0{,}1\,m$! Schreibe in entsprechender Weise als Zehntel und dann als Dezimalbruch 1 cm, 1 mm, 100 m!

5. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 4!
   a) Als Meter: 7 dm, 4 dm, 6 dm, 9 dm, 11 dm, 15 dm;
   b) als Dezimeter: 70 cm, 8 cm, 140 cm, 37 cm, 248 cm;
   c) als Dezimeter: 6 cm, 17 cm, 9 cm, 65 cm, 87 cm;
   d) als Zentimeter: 5 mm, 19 mm, 67 mm, 123 mm, 846 mm!

6. Verwandle in die niedere Maßeinheit, zum Beispiel
   $0{,}3\,dm = \frac{3}{10}\,dm = 3\,cm$, $3{,}4\,cm = 3\frac{4}{10}\,cm = \frac{34}{10}\,cm = 34\,mm$!
   Schreibe entsprechend
   a) 2,3 cm, 4,5 cm, 0,9 cm, 17,6 cm, 23,8 cm, 13,7 cm;
   b) 2,5 dm, 10,4 dm, 0,6 dm, 52,8 dm, 27,9 dm, 4,5 dm!

7. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die höhere Maßeinheit und schreibe sie als Dezimalbrüche, zum Beispiel $1\,Pf = \frac{1}{100}\,DM = 0{,}01\,DM$!
   Schreibe entsprechend 1 cm, 1 l, 1 kg, 1 mm², 1 cm², 1 dm², 1 m², 1 a, 1 ha!

8. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 7!
   a) Als Meter: 3 cm, 25 cm, 11 cm, 54 cm, 127 cm, 358 cm;
   b) als Deutsche Mark: 7 Pf, 18 Pf, 34 Pf, 124 Pf, 204 Pf, 1275 Pf;
   c) als Hektoliter: 7 l, 75 l, 172 l, 364 l, 1185 l, 2420 l;
   d) als Doppelzentner: 12 kg, 2 kg, 320 kg, 1408 kg, 76 kg, 1350 kg;
   e) als Ar: 320 m², 58 m², 2456 m², 9 m², 3 a 15 m²;
   f) als nächsthöheres Flächenmaß: 17 a, 153 m², 6 dm², 236 a, 55 cm², 914 ha, 7 cm², 8 mm²!

9. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die niedere Maßeinheit, zum Beispiel $0{,}08\,DM = \frac{8}{100}\,DM = 8\,Pf$!
   a) 0,13 DM, 0,07 DM, 3,25 DM, 14,86 DM, 126,75 DM;
   b) 1,07 hl, 3,15 hl, 0,09 hl, 65,30 hl, 114,85 hl;
   c) 13,75 m, 1,07 m, 0,17 m, 10,70 m, 65,38 m;
   d) 10,35 dz, 0,76 dz, 1,54 dz, 15,40 dz, 128,35 dz;
   e) 1,34 cm², 0,78 dm², 9,04 m², 15,15 dm², 0,09 cm², 0,07 m²;
   f) 0,35 a, 17,09 ha, 3,40 km², 0,87 ha, 0,01 a, 0,04 km²!

10. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die höhere Maßeinheit und schreibe sie als Dezimalbrüche, zum Beispiel

$$1\text{ m} = \frac{1}{1000}\text{ km} = 0{,}001\text{ km!}$$

Schreibe entsprechend 1 mm, 1 g, 1 kg, 1 mm^3, 1 cm^3, 1 dm^3!

11. Schreibe die folgenden Zahlenangaben entsprechend der Aufgabe 10!
a) Als Meter: 18 mm, 8 mm, 180 mm, 1800 mm, 8350 mm;
b) als Kilogramm: 1350 g, 725 g, 97 g, 3 dz 75 g, 8 g;
c) als Tonne: 6300 kg, 736 kg, 5 kg, 11 dz 75 kg, 62 kg;
d) als Kilometer: 14320 m, 914 m, 54 m, 7 km 26 m, 3 km 9 m;
e) als Kubikdezimeter: 250 cm^3, 3256 cm^3, 684 cm^3, 75 cm^3, 4 cm^3;
f) als nächsthöheres Maß: 3450 mm^3, 758 cm^3, 6130 dm^3, 93 dm^3, 1452 cm^3, 81 mm^3, 6 mm^3, 581 cm^3.

12. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die niedere Maßeinheit, zum Beispiel $3{,}018\text{ kg} = 3\frac{18}{1000}\text{ kg} = 3\text{ kg } 18\text{ g!}$
a) 0,019 m, 3,458 m, 0,763 m, 0,007 m, 14,018 m;
b) 0,750 km, 8,234 km, 0,034 km, 0,674 km, 0,009 km;
c) 2,375 kg, 0,911 kg, 13,048 kg, 0,067 kg, 5,704 kg;
d) 13,450 t, 0,825 t, 5,050 t, 0,083 t, 3,009 t;
e) 7,450 dm^3, 0,563 dm^3, 0,082 dm^3, 1,007 dm^3, 14,635 dm^3;
f) 7,825 m^3, 0,250 cm^3, 5,760 cm^3, 0,076 m^3, 7,845 m^3, 13,458 m^3.

13. Verwandle die folgenden Zahlenangaben in die höhere Maßeinheit, zum Beispiel $1\text{ dz } 15\text{ kg} = 1\frac{15}{100}\text{ dz} = 1{,}15\text{ dz!}$

Schreibe entsprechend 7 DM 5 Pf, 18 m 75 cm, 7 cm 4 mm, 8 dm 5 cm, 3 km 750 m, 5 kg 25 g, 1 t 18 kg, 7 dz 9 kg!

14. Schreibe die folgenden Brüche und gemischten Zahlen als Dezimalbrüche!

a) $\frac{7}{10}$, $8\frac{3}{10}$, $24\frac{1}{10}$, $39\frac{6}{10}$, $7\frac{45}{10}$, $\frac{225}{10}$;

b) $\frac{13}{100}$, $1\frac{78}{100}$, $65\frac{7}{100}$, $47\frac{69}{100}$, $\frac{274}{100}$, $\frac{6532}{100}$;

c) $\frac{136}{1000}$, $1\frac{8}{1000}$, $16\frac{80}{1000}$, $4\frac{237}{1000}$, $9\frac{66}{1000}$, $\frac{8653}{1000}$.

15. Lies die folgenden Dezimalbrüche als gemischte Zahlen und Zehnerbrüche!

a) 5,6	b) 8,9	c) 0,7	d) 103,4	e) 60,1
f) 1,06	g) 0,57	h) 0,08	i) 39,04	k) 765,09
l) 0,007	m) 0,070	n) 0,750	o) 1,305	p) 2,350

q) 1,9 r) 0,19 s) 0,019 t) 3,5 u) 8,070
v) Bilde selbst weitere Dezimalbrüche!

16. Wie heißt **a)** der kleinste, **b)** der größte einstellige (zweistellige, dreistellige) Dezimalbruch?

45. Erweiterung der Stellentafel nach rechts

1) Wissenschaftler brauchen für genaue Berechnungen häufig noch kleinere Werte als Tausendstel. So verwenden zum Beispiel Apotheker und Chemiker Gewichtseinheiten, die noch kleiner sind als ein tausendstel Kilogramm. Wir haben bereits gelernt, daß ein Gramm ein tausendstel Kilogramm ist.

$$1\,\text{g} = \frac{1}{1000}\,\text{kg} = 0{,}001\,\text{kg}$$

2) Wir wollen die Gewichtseinheiten, die kleiner sind als ein Gramm, in Beziehung setzen zu einem Gramm. Das Herstellen von Beziehungen haben wir schon mit Längenmaßen durchgeführt.

Die Bezeichnungen der Gewichtseinheiten entsprechen denen der Längenmaße, so daß wir sie uns leicht merken können.

1 m = 10 dm	1 g = 10 dg (Dezigramm)
1 m = 100 cm	1 g = 100 cg (Zentigramm)
1 m = 1000 mm	1 g = 1000 mg (Milligramm)

3) Wir vergleichen g, dg, cg und mg mit einem Kilogramm.

1 kg = 1000 g	$1\,\text{g} = \frac{1}{1000}\,\text{kg}$
1 kg = 10000 dg	$1\,\text{dg} = \frac{1}{10000}\,\text{kg}$
1 kg = 100000 cg	$1\,\text{cg} = \frac{1}{100000}\,\text{kg}$
1 kg = 1000000 mg	$1\,\text{mg} = \frac{1}{1000000}\,\text{kg}$

4) $1\,\text{g} = \frac{1}{1000}\,\text{kg} = 0{,}001\,\text{kg}$ — Die **dritte Stelle nach dem Komma** bezeichnet den **tausendsten Teil** eines Kilogramms, wie wir schon wissen.

$1\,\text{dg} = \frac{1}{10000}\,\text{kg} = 0{,}0001\,\text{kg}$ — Die **vierte Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **zehntausendsten Teil** eines Kilogramms.

$1\,\text{cg} = \frac{1}{100000}\,\text{kg} = 0{,}00001\,\text{kg}$ — Die **fünfte Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **hunderttausendsten Teil** eines Kilogramms.

$1\,\text{mg} = \frac{1}{1000000}\,\text{kg} = 0{,}000001\,\text{kg}$ — Die **sechste Stelle nach dem Komma** bezeichnet also den **millionsten Teil** eines Kilogramms.

5) Wir haben auf Seite 164 die Stellentafel nach rechts bis zu den Tausendsteln (t) erweitert und können sie jetzt bis zu den Millionsteln erweitern.

T	H	Z	E	z	h	t	zt	ht	m
	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Die Zahl heißt 111,111111

Achte darauf, daß in der Stellentafel Zehntel (z), Hundertstel (h) ... Millionstel (m) klein geschrieben werden!

Aufgaben

1. a) Füge deiner Stellentafel nach rechts noch 3 Stellen an!
   b) Setze die auf Seite 164/165, Nr. 6 und 7 begonnenen Folgen fort!

2. Schreibe die folgenden Zehnerbrüche und gemischten Zahlen als Dezimalbrüche in die Stellentafel!

   a) $\frac{3}{1000}$, $\frac{5}{10000}$, $\frac{15}{100000}$, $\frac{375}{10000}$, $\frac{4765}{100000}$, $\frac{7425}{10000}$, $\frac{89361}{1000000}$;

   b) $3\frac{48}{1000}$, $5\frac{632}{10000}$, $\frac{4601}{100000}$, $48\frac{87604}{1000000}$, $7\frac{920}{100000}$, $3\frac{179483}{1000000}$;

   c) $\frac{79381}{10000}$, $\frac{8345}{10}$, $\frac{6504}{100000}$, $\frac{505034}{100000}$, $\frac{783456}{1000}$, $\frac{7974}{10000}$.

3. Zerlege und verwandle die folgenden Dezimalbrüche in echte Brüche oder in gemischte Zahlen!

   a) 246,5 b) 24,65 c) 2,465 d) 0,2465 e) 0,02465 f) 1,0584, g) 1,95873 h) 14,003465 i) 140,3465 k) 5,00307 l) 17,7034 m) 0,471006

4. Schreibe die folgenden Zahlenangaben als Dezimalbrüche!

   a) 5 Tausendstel, b) 7 Zehntel 8 Tausendstel,

   c) 4 Zehntel 9 Hundertstel 3 Zehntausendstel,

   d) 1 Zehntel 5 Tausendstel 4 Zehntausendstel;

   e) 8 Hunderttausendstel, f) 1278 Zehntausendstel,

   g) 654321 Hunderttausendstel, h) 5577881 Millionstel.

46. Erweitern und Kürzen der Dezimalbrüche

Auch Dezimalbrüche können wir erweitern und kürzen. An der folgenden Darstellung von Längenmaßen (Abb. 142) wollen wir uns das Erweitern und Kürzen von Dezimalbrüchen veranschaulichen. Fertige dir eine gleich große Zeichnung im Heft an!

1) a) Ergänze in deiner Zeichnung die fehlenden Ziffern!

   b) Vergleiche nach der Zeichnung 1 dm, 10 cm und 100 mm!

   c) Vergleiche nach der Zeichnung $\frac{1}{10}$, $\frac{10}{100}$ und $\frac{100}{1000}$!

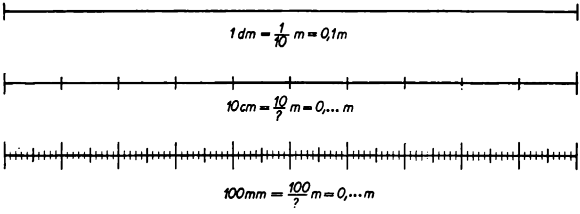


Abb. 142

2) Überlege, wie Brüche erweitert und gekürzt werden! Dann erkläre, wie
   a) aus $\frac{1}{10}$ der Bruch $\frac{10}{100}$, $\frac{100}{1000}$,
   b) aus $\frac{100}{1000}$ der Bruch $\frac{10}{100}$, $\frac{1}{10}$ entsteht!

3) Lies die Brüche in der Tafel
   a) von links nach rechts,
   b) von rechts nach links!

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000}$$
$$0{,}1 = 0{,}10 = 0{,}100$$

4) a) Beim Lesen der Brüche von links nach rechts stellten wir fest, daß $\frac{1}{10}$ und 0,1 erweitert wurden. Erkläre, wie die Zehnerbrüche und die Dezimalbrüche erweitert wurden!
   b) Beim Lesen der Brüche von rechts nach links erkannten wir, daß $\frac{100}{1000}$ und 0,100 gekürzt wurden. Erkläre das Kürzen der Zehnerbrüche und der Dezimalbrüche!

Zusammenfassung:

1) Zehnerbrüche werden mit 10, 100, 1000 usw. erweitert, indem Zähler und Nenner mit 10, 100, 1000 usw. multipliziert werden. Daraus ergibt sich, **daß Dezimalbrüche mit 10, 100, 1000 usw. erweitert werden, indem man so viel Nullen anhängt, wie die Erweiterungszahl Nullen hat.**

2) Zehnerbrüche werden durch 10, 100, 1000 usw. gekürzt, indem Zähler und Nenner durch 10, 100, 1000 usw. dividiert werden. Daraus ergibt sich, **daß Dezimalbrüche durch 10, 100, 1000 usw. gekürzt werden, indem man rechts so viel Nullen streicht, wie die Kürzungszahl Nullen hat. Man kann Dezimalbrüche nur kürzen, wenn in den letzten Stellen Nullen stehen.**

Aufgaben

1. Gib an, wieviel Stellen DM, m, dm, cm, km, kg, t, dz, hl, m², a, ha, dm³, m³ hinter dem Komma haben!

Begründe die Stellenzahl mit der kleineren Sorte! Zum Beispiel 1 DM = 100 Pf, 1 Pf = $\frac{1}{100}$ DM; $\frac{1}{100}$ ergibt 2 Stellen nach dem Komma.

2. Erweitere die folgenden benannten Zahlen auf die vollständige Stellenzahl!

a) 6,4 km	b) 15,8 kg	c) 9,3 DM	d) 4,7 m
e) 54,8 dz	f) 7,9 hl	g) 18,24 kg	h) 13,05 t
i) 7,32 t	k) 2,6 kg	l) 4,3 dz	m) 8,16 km
n) 3,5 a	o) 6,08 km	p) 4,75 dm³	q) 18,3 m³

3. Erweitere 6,8 (17,41, 0,3)
a) mit 10, b) mit 100, c) mit 1000, d) mit 10000!

4. Erweitere
a) auf Hundertstel 4,2, 0,7, 8,6, 17,5, 38,1, 142,9;
b) auf Tausendstel 0,3, 6,4, 12,36, 0,72, 19,8, 27,34!
c) Erweitere die Dezimalbrüche in a) auf Zehntausendstel, in b) auf Hunderttausendstel!

5. Kürze die nachstehenden Dezimalbrüche! Gib jedesmal die Kürzungszahl an!

a) 0,600	b) 7,800	c) 9,30	d) 0,400
e) 0,080	f) 0,8000	g) 3,720	h) 6,90
i) 6,090	k) 6,900	l) 17,500	m) 17,050
n) 2,050	o) 0,51000	p) 312,600	q) 8,750000
r) 456,0100	s) 16,704000	t) 32,0500	u) 8,6000
v) 13,0350	w) 3,7200	x) 45,07000	y) 0,750

47. Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Gleichnamige Brüche können wir addieren und subtrahieren. Da die Dezimalbrüche nur eine besondere Art der Brüche sind, können wir sie addieren und subtrahieren, wenn sie gleichnamig sind.

1) Addieren von Dezimalbrüchen

a) Aufgabe: Max hat 2,485 kg und Eva 2,265 kg Altmaterial gesammelt. Wieviel Kilogramm sind das insgesamt?

Lösung: Beide Dezimalbrüche enthalten Tausendstel, sie sind also gleichnamig. Wir schreiben sie untereinander. Dabei muß Komma unter Komma gesetzt werden, damit die Stellenwerte Zehntel (z), Hundertstel (h), Tausendstel (t) genau untereinanderstehen wie Einer (E), Zehner (Z), Hunderter (H) usw.

Wir sprechen:

$$\begin{array}{r} 2{,}485 \text{ kg} \\ +\ 2{,}265 \text{ kg} \\ \hline 4{,}750 \text{ kg} \\ \hline\hline \end{array}$$

5 Tausendstel plus 5 Tausendstel gleich **10** Tausendstel, gleich 1 Hundertstel und 0 Tausendstel. 1 Hundertstel plus 6 Hundertstel plus 8 Hundertstel gleich **15** Hundertstel, gleich 1 Zehntel und 5 Hundertstel, — 1 Zehntel plus 2 Zehntel plus 4 Zehntel gleich **7** Zehntel, — 2 Einer plus 2 Einer gleich **4** Einer.

Die fettgedruckten Ziffern wurden in die entsprechende Stelle geschrieben.

Bei den folgenden Aufgaben wollen wir zunächst immer die Stellenwerte mitsprechen.

b) Aufgabe: 2,5 + 3,743

Lösung:

$$\begin{array}{r} 2{,}500 \\ +\ 3{,}743 \\ \hline 6{,}243 \\ \hline\hline \end{array}$$

Da in diesem Beispiel die beiden Dezimalbrüche nicht gleichnamig sind, müssen wir sie gleichnamig machen. Wir müssen die Zehntel zu Tausendsteln erweitern, damit beide Brüche die gleiche Stellenzahl haben.

c) Aufgabe: 3 + 2,678

Lösung:

$$\begin{array}{r} 3{,}000 \\ +\ 2{,}678 \\ \hline 5{,}678 \\ \hline\hline \end{array}$$

In dieser Aufgabe ist der erste Summand eine ganze Zahl, also kein Dezimalbruch. Damit wir beim Rechnen keinen Fehler begehen, schreiben wir die ganze Zahl 3 als Dezimalbruch. Da keine Zehntel, keine Hundertstel und keine Tausendstel vorhanden sind, müssen wir in die entsprechenden Stellen nach dem Komma Nullen einsetzen.

2) Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Beim Subtrahieren von Dezimalbrüchen müssen wir ebenfalls darauf achten, daß Minuend und Subtrahend gleichnamig sind.

a) Aufgabe: 91,53 — 47,68

Lösung:

$$\begin{array}{r} 91{,}53 \\ -\ 47{,}68 \\ \hline 43{,}85 \\ \hline\hline \end{array}$$

Auch beim Subtrahieren wollen wir anfangs die Stellenwerte mitsprechen. Wir wenden wie bei der Subtraktion ganzer Zahlen das Ergänzungsverfahren an und sprechen: 8 Hundertstel plus **5** Hundertstel gleich 13 Hundertstel, gleich 1 Zehntel und 3 Hundertstel, — 1 Zehntel plus 6 Zehntel plus **8** Zehntel gleich 15 Zehntel, gleich 1 Einer und 5 Zehntel, — 1 Einer plus 7 Einer plus **3** Einer gleich 11 Einer, gleich 1 Zehner und 1 Einer, — 1 Zehner plus 4 Zehner plus **4** Zehner gleich 9 Zehner.

b)
$$\begin{array}{r} 63{,}4 \\ -\ 36{,}75 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 17{,}345 \\ \hline \end{array}$$

Gib an, wie du die Dezimalbrüche der Aufgaben b) und c) gleichnamig machst, und löse die Aufgaben!

Zusammenfassung: **Dezimalbrüche machen wir vor dem Addieren oder Subtrahieren gleichnamig. Wir setzen Komma unter Komma, damit die Stellenwerte richtig untereinanderstehen.**

Aufgaben

Übungen im Kopfrechnen

1. Eine Strecke ist 4,3 cm lang.
a) Sie soll um 1,8 cm (0,9 cm) verlängert werden.
b) Sie soll um 1,7 cm (0,8 cm) verkürzt werden.
Wie lang ist die Strecke nun?

2. Eine Rechteckseite mißt 6,7 cm. Die andere ist
a) 1,4 cm länger, **b)** 1,9 cm länger, **c)** 17 mm länger,
d) 25 mm kürzer, **e)** 3,8 cm kürzer, **f)** 18 mm kürzer.
Wie lang ist demnach die andere Rechteckseite?

3. a) $2 + 0{,}6$ **b)** $0{,}8 + 0{,}5$ **c)** $0{,}56 + 0{,}29$ **d)** $0{,}23 + 0{,}2$
$10 + 2{,}5$ $1{,}2 + 0{,}7$ $0{,}93 + 0{,}56$ $0{,}87 + 0{,}7$
$3 + 0{,}536$ $1{,}6 + 0{,}9$ $1{,}03 + 0{,}84$ $0{,}98 + 0{,}08$

4. a) $3 - 0{,}5$ **b)** $2{,}9 - 0{,}6$ **c)** $0{,}34 - 0{,}19$ **d)** $0{,}7 - 0{,}38$
$7 - 0{,}21$ $4{,}7 - 0{,}7$ $6{,}46 - 3{,}21$ $7{,}04 - 4{,}56$
$6 - 3{,}8$ $5{,}5 - 2{,}8$ $8{,}72 - 5{,}69$ $9{,}26 - 6{,}19$

5. Bilde aus den Aufgaben 3a bis 3d Subtraktionsaufgaben!

6. Wir rechnen mit der folgenden Zahlentafel.

	A	B	C	D	E	F	G	H
a	0,9	0,83	0,37	0.08	0,74	0,67	0,05	0,92
b	0,58	0,07	0,66	0,29	0,07	0,56	0,89	0,34
c	3,8	6,24	7,5	5,09	1,84	5,76	8,18	3,65
d	4,03	3,52	6,81	4,87	5,84	9,37	7,73	2,69

a) Vermehre jede Zahl in jeder Zeile um die darunterstehende Zahl!
b) Addiere je zwei benachbarte Zahlen jeder Zeile!
c) Addiere zu jeder Zahl der Tafel 1,97!
d) Subtrahiere jede Zahl einer Zeile von der größten Zahl der Zeile!
e) Suche in der Tafel die größte Zahl und subtrahiere davon jede andere!

7. a) $1{,}4 + 0{,}7$ **b)** $1{,}4 + 0{,}07$ **c)** $0{,}14 + 0{,}07$ **d)** $0{,}014 + 0{,}007$
e) Bilde 10 ähnliche Aufgaben!

8. a) $4 + 0{,}4$ **b)** $0{,}4 + 0{,}04$ **c)** $0{,}04 + 0{,}004$ **d)** $0{,}004 + 0{,}0004$
e) Bilde selbst 10 ähnliche Aufgaben!

9. a) $0,7 + 0,2$ b) $0,38 + 0,27$ c) $1,36 + 0,58$ d) $0,7 + 0,03$

a) $0,7 + 0,2$	b) $0,38 + 0,27$	c) $1,36 + 0,58$	d) $0,7 + 0,03$
$2,4 + 1,6$	$0,48 + 0,34$	$2,37 + 0,48$	$0,45 + 0,5$
$1,3 + 0,9$	$0,83 + 0,26$	$3,66 + 2,89$	$1,8 + 0,78$

10.

a) $0,1 + 0,01$	b) $0,02 + 0,009$	c) $0,001 + 0,0001$	d) $0,9 + 1,8$
$0,4 + 0,04$	$0,04 + 0,008$	$0,015 + 0,0014$	$0,9 + 0,18$
$0,8 + 0,07$	$0,06 + 0,005$	$0,02 + 0,0075$	$0,9 + 0,018$
$0,9 + 0,08$	$0,01 + 0,007$	$0,2 + 0,075$	$0,9 + 0,0018$

11. Bilde aus den Aufgaben 7 bis 10 Subtraktionsaufgaben!

Schriftliches Rechnen

12. Schreibe richtig untereinander und addiere!

a) 10,23 a + 9,87 a + 63,80 a + 321,98 a + 40,09 a

b) 267,10 DM + 390,30 DM + 78,50 DM + 97,70 DM + 132,90 DM

c) 5,25 m + 28,46 m + 111,88 m + 236,72 m + 27,13 m

13. Schreibe die folgenden Zahlen als Dezimalbrüche und addiere!

a) 9 DM 10 Pf + 7 DM 20 Pf + 8 DM 40 Pf + 5 Pf + 10 Pf

b) 3 km 273 m + 5 km 70 m + 89 m + 6 km 6 m + 516 m

c) 8 m 40 cm + 30 cm + 25 m 55 cm + 4 m 36 cm + 84 cm

d) 12 kg 625 g + 13 kg 5 g + 8 kg 370 g + 3 g + 3 kg 4 g

14. Addiere!

a)	b)	c)	d)	e)
13,75	0,82	21,87	679,1	13,4
7,96	37,98	0,8	31,49	7,067
337,7	2,1	713,2	62,5	19
63,9	341,9	16,71	3,91	6,784
7,28	17	91,84	0,84	0,37

15. a) $2,123 + 64,81 + 312 + 46,18 + 8,12 + 0,731$

b) $63,546 + 137,92 + 0,642 + 17 + 28,76 + 3,451 + 610,98$

c) $3,4695 + 0,458 + 36,7 + 5,76543 + 644,898 + 16,79$

d) $98,13 + 2467,3 + 259,83 + 1,297 + 74,86 + 915,35$

16. Addiere die Dezimalbrüche **1.** der Spalten **A** bis **D**, **2.** der Zeilen **a** bis **e**!

	A)		B)		C)		D)
a)	7964,87	+	46417,4	+	54371,2	+	3,81028
b)	396,421	+	98,23	+	10,3186	+	12,3
c)	0,384	+	0,373	+	8,279	+	1624,37
d)	45,6394	+	621,9	+	3,09786	+	0,21413
e)	0,19	+	2572,48	+	93120,3	+	16,3

17. a) 93,52 DM — 87,47 DM b) 319,35 DM — 297,98 DM
c) 46,39 DM — 39,72 DM d) 14,21 hl — 11,02 hl
e) 216,77 ha — 0,99 ha f) 1891,375 km — 92,842 km
g) 102,152 kg — 98,067 kg h) 425,183 m^3 — 36,298 m^3

18. Schreibe die folgenden Zahlen als Dezimalbrüche und subtrahiere!
a) 1113 DM 25 Pf — 556 DM 33 Pf b) 87 kg 540 g — 15 kg 867 g
c) 1 km 3 m — 775 m d) 45 hl 55 l — 21 hl 24 l
e) 8 m 36 cm — 7 m 78 cm f) 12 m 9 cm — 4 m 15 cm 7 mm
g) 3 ha — 236 a h) 15 dz — 756 kg

19. a) 97,16 — 35,68 b) 68,5 — 39,76 c) 83,74 — 54,237 d) 81 — 32,67

20. a) 34,76 — 33,45 b) 135,76 — 98,39 c) 566,39 — 219,45

21. a) 7166,44 — 652,78 b) 36,457 — 19,689 c) 31,4512 — 9,6789

22. a) 128,45 — 79,375 b) 91,6 — 68,234 c) 40,754 — 18,87

23. a) 102,1 — 88,2035 b) 151,27 — 76,0784 c) 80,1027 — 59,697

24. a) 220 — 187,35 b) 340 — 178,564 c) 504 — 276,8537

25. Schreibe richtig untereinander und subtrahiere!
a) 25,95 — 11,14 — 2,19 — 6,75
b) 58,79 — 9,67 — 6,45 — 8,96 — 5,51
c) 45,34 — 6,94 — 1,03 — 8,66 — 4,31
d) 95,76 — 5,73 — 14,08 — 17 — 2,39 — 1,54
e) 146,4 — 0,78 — 23,65 — 14 — 6,534 — 18,775
f) 900 — 256,4 — 314,87 — 129,375 — 58,09 — 34,888

26. a) Addiere in der folgenden Tabelle 1. die Zahlen in jeder Spalte, 2. die Zahlen in jeder Zeile!
b) Subtrahiere in jeder Zeile von den Zahlen der Spalten a bis c jede Zahl der Spalten A bis C!

	a	b	c	A	B	C
1	649,1384	598,375	495,32	221,3	436,089	385,167
2	81,653	42,57	364,1	37,658	42,073	34,0609
3	84,037	76,08	46,2	12,475	26,008	34,098
4	45,67	19,4723	98,05	15,43	16,5623	18,569
5	52,086	68,53	15,4	12,4	12,935	13,0439

27. a) 13,568 + 1,432 — 4,729 — 0,625 — 5,321 + 6,143
b) 0,7456 + 6,537 + 3,5976 — 0,53 + 36,51 + 3,0928

c) 17,5618 + 13,8315 — 0,2613 + 8,765 — 1,85 + 5,672

d) 133,576 — 16,118 + 20,4698 + 21,865 — 18,3908 + 3,5

e) 866,11 + 533,225 — 800,294 — 431,985 — 88,143 + 813

28. Berechne die Gesamtfläche einer 3-Zimmer-Wohnung, in der die Zimmer 18,75 m², 16,45 m², 15,4 m², der Flur 8,65 m², die Küche 11,4 m² und das Bad 7,75 m² groß sind!

29. Eine Verkaufsstelle der Konsumgenossenschaft erhält eine Lieferung von 150 kg Marmelade und verkauft an drei aufeinanderfolgenden Tagen 97,2 kg, 32,4 kg und 17,4 kg. Wieviel Kilogramm Marmelade sind am Ende des dritten Tages noch vorhanden?

30. In einer Kohlenhandlung waren folgende Bestände notiert worden:

	a t	b dz	c t
Alter Lagerbestand	6,4	63,9	?
Abgang	3,780	47,37	7,857
Zugang	2,634	?	3,426
Neuer Lagerbestand	?	89,85	6,835

Einige Zahlen waren nicht mehr zu lesen. An ihre Stelle sind Fragezeichen gesetzt worden. Welche Zahlen haben dort gestanden?

31. Die Konsumgenossenschaft erhielt eine Warensendung, die in vier Kisten verpackt war.

Im Handel bezeichnet man das Gesamtgewicht (Ware plus Verpackung) als **das Bruttogewicht.** Das Gewicht der Ware ohne Verpackung wird **das Nettogewicht** genannt, und das Gewicht der Verpackung, hier der Kisten, ist **die Tara.** Die Kisten wiesen folgendes Gewicht auf:

	a)	b)	c)	d)
Bruttogewicht	19,435 kg,	23,860 kg,	21,470 kg,	18,230 kg,
Tara	2,950 kg,	4,190 kg,	3,850 kg,	2,850 kg.

Wieviel Kilogramm Ware (Nettogewicht) enthielt jede Kiste?

32. Löse die folgenden Aufgaben!

a) Bruttogewicht 348, 5 kg Tara 24,720 kg

b) Nettogewicht 42,620 kg Tara 5,235 kg

c) Bruttogewicht 394,3 kg Nettogewicht 360 kg

d) Ladung 15,75 t Wagengewicht 9,08 t

Was kannst du jedesmal berechnen?

Skala einer Neigungswaage mit Zeiger