Lösungsheft

MATHEMATIK

Zum Lehrbuch für Klasse 8

Nur für Lehrer

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

Vorbemerkungen

Das Lösungsheft enthält Lösungen für Schüleraufträge und Aufgaben des Lehrbuches „Mathematik, Kl. 8" (00 08 06 – Ausgabe 1971).

Es wurden fast nur Lösungen aufgenommen, die rechnerisch ermittelt werden. Konstruktionen und Lösungen von Aufgaben, die sich für den Lehrer unmittelbar aus dem Text ergeben, wurden nicht berücksichtigt, weil sich für solche Aufgaben das Nachschlagen im Lösungsheft nicht lohnt. Es wurden aber einige Beweise und nützliche Hinweise aufgenommen, um dem Lehrer die Arbeit zu erleichtern.

Bei der Beurteilung der Genauigkeit der Lösungen ist zu beachten, daß Rundungen (speziell bei Anwendungsaufgaben), ferner der Gebrauch unterschiedlicher Hilfsmittel wie auch die unterschiedliche Wahl von rationalen Näherungswerten für irrationale Zahlen zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. Bitte bedenken Sie: Es ist nicht in jeder Aufgabe vorgeschrieben, ob Rechenstab oder Tafel verwendet werden soll. Unterschiedliche Ergebnisse treten schon auf, wenn einmal die Tafeln auf den Seiten 2 bis 5 und zum anderen die Quadrattafel auf den Seiten 8 und 9 des Tafelwerks verwendet wird.

Lösungsheft

MATHEMATIK

zum Lehrbuch für Klasse 8

(Titel-Nr. 00 08 06-3)

Nur für Lehrer

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
1975

An der Ausarbeitung der Lösungen waren Dr. Lothar Adelt, Dr. Günther Fanghänel, Dr. Günther Lorenz, Dr. Günter Pietzsch, Dr. Herbert Vockenberg und Marianne Werner beteiligt.

3. Auflage
Lizenz Nr. 203 · 1000/74 (UK)
LSV 0645
Redaktion: Karlheinz Martin
Printed in the German Democratic Republic
Druck: (52) Nationales Druckhaus VOB National
Redaktionsschluß: 15. Februar 1973
Bestell-Nr. 706 210 2
EVP: 1,--

Inhaltsverzeichnis

Schüleraufträge

A. Arbeiten mit Variablen 4
B. Ähnlichkeit 4
C. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen 8
D. Flächen- und Rauminhaltsberechnung 8

Aufgaben

a) Arbeiten mit Variablen 9
b) Ähnlichkeit 15
c) Lineare Funktionen und lineare Gleichungen 28
d) Flächen- und Rauminhaltsberechnung 34

SCHÜLERAUFTRÄGE

A. Arbeiten mit Variablen

(1) [15; 5] f = 115 ; g = 103
[15; 6] c = 21 ; f = 132 ; g = 118
[15; -9] d = -135; f = -123; g = $-116\frac{1}{3}$
[-8; -9] c = - 17; f = 38 ; g = $34\frac{4}{9}$

(2)

a)	b)	c)	d)
11	6,75	-15	4
- 6,5	- 6,75	45	$\sqrt{-1}$ (n.l.)
23	0	15	1
18	0,875	-45	3

(4) Einzige Lösung: x = - 1,5; keine gebrochene Zahl.

(5) a) Für alle rationalen Zahlen $x < \frac{11}{3}$ wird die Ungleichung zu einer wahren Aussage.

b) Für alle rationalen Zahlen $x \geq \frac{11}{3}$ wird die Ungleichung zu einer falschen Aussage.

(6) a) 5x + (-3)y + 7 + (-2)x + 3y + (-7)

b) 7a -3b - c + 15 + 8b - 5c = 7a + 5b - 6c + 15

(8) a) 1.) - 6 2.) 12

(9) a) - 7 b) 7 c) 31 d) - a e) a

(10) a) -2a - 3b b) 2a - 3b c) 2a + 3b d) -2a + 3b

(12) a) 1 = 1; wahre Aussage b) $6 \neq \frac{3}{8}$; falsche Aussage

(13) Wahre Aussage

B. Ähnlichkeit

(1) 5 : 2 ; 2 : 1 ; 4 : 5

(2) a) $A_1 = A_2$ b) b : e = h_e : h_b

(4) $\frac{\overline{SB}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{SA}}{\overline{SC}}$ $\frac{\overline{SB}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$

Werden die Strahlen eines Büschels von einer Parallelenschar geschnitten, so gilt für je zwei Strahlen: Gleichliegende Abschnitte der beiden Strahlen bilden stets das gleiche Verhältnis.

(5) b) Erste Möglichkeit: Parallele durch ersten (letzten) Zwischenpunkt der Streckenfolge auf dem Hilfsstrahl von D aus liefert ein Siebentel der Strecke $\overline{CD}$, das zweimal von D aus (fünfmal von C aus) abgetragen wird.

Zweite Möglichkeit: Parallele durch zweiten Zwischenpunkt der Streckenfolge liefert sofort Q.

Entsprechend kann man auch P im Beispiel 2a sofort mittels der Parallelen durch den Endpunkt der Streckenfolge auf dem Hilfsstrahl von A aus erhalten.

c) Die Konstruktionsgenauigkeit ist am größten, wenn die zu teilende Strecke nahezu senkrecht von den Parallelen geschnitten wird. Dementsprechend ist der Winkel zwischen der Strecke und dem Hilfsstrahl in Abhängigkeit von der Länge der Teilstrecken auf dem Hilfsstrahl zu wählen.

(14) b) ≈64,7 m

(17) a) Weil jedem Punkt der Ebene zwei andere Punkte entsprechen - sein Originalpunkt und sein Bildpunkt.

b) Bei Drehungen ist diese Frage nur für das Drehzentrum berechtigt, bei Spiegelungen für jeden Punkt der Ebene.

(19) a) von I aus

b) Punkte

A	B	C	D	E
I	K	F	G	H

Seiten

$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CD}$	$\overline{DE}$	$\overline{EA}$
$\overline{IK}$	$\overline{KF}$	$\overline{FG}$	$\overline{GH}$	$\overline{HI}$

Winkel

∢EAB	∢ABC	∢BCD	∢CDE	∢DEA
∢HIK	∢IKF	∢KFG	∢FGH	∢GHI

(22) Streckungsfaktor: 4

(23) Die Zusammensetzung ist dann eine Verschiebung.

(24) Streckungsfaktor: 6

(25) a) (4) und (5)
b) (2), (4), (5), (6), (7), (8)

(27) a) (4): Bild jeder Strecke ist (k)-mal so lang wie ihr Original

b) Strahl ZP wird über Z hinaus verlängert. P' liegt auf dieser Verlängerung derart, daß $\overline{ZP'} = (-k) \cdot \overline{ZP}$.

(28) Die Vierecke sind einander ähnlich. Paare einander entsprechender Punkte sind:

[A;H] , [B;G] , [C;F] , [D;E]

(30) Wahr sind lediglich die Vermutungen b), c) und e).

(31) a) Nicht ähnlich. (Die Halsweiten stimmen überein - andere Maße dagegen nicht.)

(33) b) Doppelte Kantenlängen. Materialaufwendungen stehen im Verhältnis 1:4.

(34) b) Vernachlässigt wird die Bedingung, daß eine Seite auf $\overline{AB}$ liegt. Stattdessen wird von der Hilfsfigur nur verlangt, daß eine Seite parallel zu AB ist.

(40) a) Einmal wird "Quadrat" als Zahl (als Ergebnis des Quadrierens), zum anderen als geometrische Figur verwendet.

b) $\overline{CF}^2 = \overline{EF} \cdot \overline{AF}$; $\overline{BF}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC}$; $\overline{DF}^2 = \overline{CD} \cdot \overline{DE}$

(42) $\overline{AC}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{AF}$; $\overline{CE}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{EF}$
$\overline{AF}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{AB}$; $\overline{CF}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{BC}$
$\overline{CF}^2 = \overline{CE} \cdot \overline{CD}$; $\overline{EF}^2 = \overline{CE} \cdot \overline{DE}$

(43) a) ja

b) Beginn mit Thaleskreis über der gegebenen Rechteckseite.

(44) $\overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{AE}^2$; $\overline{AF}^2 + \overline{CF}^2 = \overline{AC}^2$
$\overline{CF}^2 + \overline{EF}^2 = \overline{CE}^2$; $\overline{AB}^2 + \overline{BF}^2 = \overline{AF}^2$
$\overline{BF}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CF}^2$; $\overline{CD}^2 + \overline{DF}^2 = \overline{CF}^2$
$\overline{DF}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{EF}^2$

(46) B 15: Wenn zwei Dreiecke einander ähnlich sind, so stimmen sie in einem Winkel überein, und die anliegenden Seiten bilden gleiche Verhältnisse.
Zwei Dreiecke sind genau dann einander ähnlich, wenn sie in einem Winkel übereinstimmen und die anliegenden Seiten gleiche Verhältnisse bilden.

B 16: Wenn zwei Dreiecke einander ähnlich sind, so bilden entsprechende Seiten gleiche Verhältnisse.
Zwei Dreiecke sind genau dann einander ähnlich, wenn es zu jeder Seite des einen Dreiecks je eine Seite im anderen derart gibt, daß die drei Seitenverhältnisse gleich sind.

B 17: Wenn zwei Dreiecke einander ähnlich sind, so bilden zwei Seiten des einen Dreiecks mit je einer des anderen gleiche Verhältnisse, und die beiden Winkel stimmen überein, die der größeren der beiden Seiten gegenüberliegen. Zwei Dreiecke sind genau dann einander ähnlich, wenn zwei Seiten des einen Dreiecks mit je einer Seite des anderen gleiche Verhältnisse bilden und die beiden Winkel übereinstimmen, die der größeren der beiden Seiten gegenüberliegen.

(47) a) Ein Dreieck ist genau dann rechtwinklig, wenn es in ihm eine Höhe der Länge h gibt, die die gegenüberliegende Seite in zwei Abschnitte der Längen p und q teilt mit $h^2 = p \cdot q$; p und q bilden die Hypotenuse.

(48) b) Ein Dreieck ABC hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn der Höhenfußpunkt D die Seite $\overline{AB} = c$ derart in zwei Teile $\overline{AD} = q$ und $\overline{BD} = p$ teilt, daß $a^2 = p \cdot c$ oder $b^2 = q \cdot c$ gilt.

(49) a) 384 m (Es wurde mit 372,4 weitergerechnet.)

b) 292 m

(50) a) 652 m^2 b) 1,78 m

C. Lineare Funktionen

(1) Endlich sind die Mengen M_1, M_3, M_6.

(2) $M_4 \subset M_5$; $M_7 \subset M_5$

(3) [A; 1], [B; 1], [C; 1], [D; 1], [E; 2], [F; 2], [G; 2]
[H; 3], [I; 3], [K; 3], [L; 4], [M; 4], [N; 4], [O; 4]

(4) $y = mx + n$ $(m \neq 0)$ und $n = 0$ ergibt $y = mx$ $(m \neq 0)$.

(6) Linke Seite: $3 - 1 = 2$; rechte Seite: $16 - 13 - 1 = 2$.
Vergleich: $2 = 2$, also $L = \{1\}$.

(7) Linke Seite: $\frac{9}{18} + \frac{1}{2} = 1$; rechte Seite: $\frac{10}{18} + \frac{4}{9} = 1$.
Vergleich: $1 = 1$, also $L = \{18\}$.

(8) Linke Seite: $\dfrac{\frac{13}{4} + 3}{\frac{13}{4} - 2} = \dfrac{25}{5} = 5$,

rechte Seite: $\dfrac{\frac{13}{4} - 7}{\frac{13}{4} - 4} = \dfrac{-15}{-3} = 5$.

Vergleich: $5 = 5$, also $L = \left\{\frac{13}{4}\right\}$.

(9) $b = \dfrac{5x + 4a}{2}$

D. Flächen- und Rauminhaltsberechnung

(13) $V = \frac{1}{12} \pi d^2 h$

(15) $V = \frac{1}{6} \pi d^3$

AUFGABEN

a) Arbeiten mit Variablen

Seite 98

1. a) $V = a \cdot b \cdot c$ b) $A_o = 2(ab + ac + bc)$

2. a) $V = 32\ cm^3$ b) $V = 168{,}0\ m^3$ c) $V = 17{,}36\ m^3$
$A_o = 61{,}6\ cm^2$ $A_o = 189{,}2\ m^2$ $A_o = 46{,}60\ m^2$

3. a) 100 b) P:G = p:100

4. a) G = 1400 ha d) G = 600 M g) P = 10,8
b) P = 31,5 ha e) p = 69,4 % h) G = 7,45 Mill. l
c) G = 800 f) p = 140 %

5.

a	b	$\frac{a+b}{2}$	$\sqrt{ab}$	Vergleich von $\frac{a+b}{2}$ und $\sqrt{ab}$
4	9	6,5	6	$6{,}5 > 6$
6	6	6	6	$6 = 6$
45	20	32,5	30	$32{,}5 > 30$
15	60	37,5	30	$37{,}5 > 30$
10	40	25	20	$25 > 20$
9	36	22,5	18	$22{,}5 > 18$
18	18	18	18	$18 = 18$
4	5	4,5	4,4	$4{,}5 > \sqrt{20} \approx 4{,}47$
0	19	9,5	0	$9{,}5 > 0$

Vermutlich ist $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ $(a \in N;\ b \in N)$ für alle a und b.

6. a) e·f ist der während der Zeit f zurückgelegte Weg
b) e ist der Lohn für eine Arbeitsstunde

Seite 99

7. a) $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ b) $\overline{CS} \cong \overline{SC'}$ c) gleichschenkliges Trapez
d) Sie ist die Symmetrieachse
e) A, B, C, A', B', C', S sind Punkte der Ebene, g ist Gerade der Ebene.

9.	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
3	f	w	w	f	f	f	f	w	f
1,5	f	f	f	f	w	f	f	w	f
0	f	f	f	w	f	f	f	w	f
-5	f	f	f	f	f	w	f	w	f

10.	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
1	w	w	f	w	f	f	w	f
10	f	w	f	f	f	w	w	f
$\frac{1}{2}$	w	w	f	w	f	f	f	f
-3	w	f	w	w	f	w	f	f
$-\frac{15}{4}$	w	f	w	w	f	w	f	f

11.	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
N	-	-	Jede Zahl	5	-	2	-	0
R^*	-	$\frac{5}{3}$		5	-	2	-	0
G	-2	-		5	-	2	-	0
R	-2	$\frac{5}{3}$		5	$-\frac{5}{3}$	2	-	0

12. a) $x < 0$ b) $x > 0$ c) $x = 0$ d) $x > 0$ e) $x < 0$

13. a) $x < 0$ b) $x < \frac{4}{3}$ c) $x > 0$ d) $x > \frac{4}{3}$ e) $x < 0$

14. a) $a + b = b + a$ $(a \in R;\ b \in R)$ b) $a \cdot b = b \cdot a$ $(a \in R; b \in R)$

Seite 100

15. a) Falsche Aussage, denn es gilt nicht $0 + 0 > 0 - 0$.
b) Wahre Aussage, denn für $a = 0$ gilt $a + a = a - a$
c) Wahre Aussage, denn $a - a = 0$ und $a + a \geq 0$ für alle natürlichen Zahlen a.
d) Wahre Aussage, denn $a + x = b$ ist gleichbedeutend mit $x = b - a$, und die Subtraktion ist im Bereich der rationalen Zahlen unbeschränkt ausführbar.
e) Wahre Aussage, denn für die gebrochene Zahl $x = 0$ gilt $a \cdot 0 = 0$ für alle a, $a \in R^*$.

f) Wahre Aussage, denn für die gebrochene Zahl $x = 0$ gilt $a \cdot 0 = 0$ für alle gebrochenen Zahlen a.
g) Wahre Aussage, denn die Summe aus der Zahl a und der zu ihr entgegengesetzten Zahl $x = -a$ ist 0. (0 faßt man als zu sich selbst entgegengesetzt auf.)

16. a) Wahre Aussage
b) Falsche Aussage, denn für $a = 0$ gilt nicht $a + a > a$.
c) Wahre Aussage
d) Wahre Aussage, denn $a \cdot 1 = a$ für alle rationalen Zahlen a, und $a : 1 = a$ gilt ebenfalls für alle rationalen Zahlen a, also: $a \cdot 1 = a : 1$.
e) Falsche Aussage, denn für $a = 0$ ist $1 \cdot a = 0$, aber $1 : a$ ist nicht erklärt.

17. a) $5x$ b) $-2x$ c) $4m$ d) $-\frac{1}{4}q$ e) $-\frac{3}{8}d$ f) $100b$

18. a) $6b$ b) 0 c) $7{,}6d$ d) $2e$ e) $69a$ f) $56g + 40h$

19. a) $13x - 5$ b) $11a + 11$ c) $2 - 16b$ d) $4b - 2a$
e) $5a - b$ f) $y - z$ g) $5a - b + c$ h) $19a - b$ i) $26c - 9d$

20. a) $6a - x$ b) $2a - 3x$ c) $7a + x$ d) x e) $-2a + 3x$
f) $-a - x$ g) $-x$ h) $3{,}5a - x - 2$ i) $2{,}5a - 4x - 2$ k) $4a + x$
l) $2a - 3x$ m) $3{,}5a + 2x + 2$

21. a) a b) $4r - 3s$ c) $-2a - 8b + 7c + 3d$

22. a) $-7x + y$ b) $\frac{9}{2}p - s$ c) $-r + 2s$

23. a) $54 + (30 + 9) = (54 + 30) + 9$
b) $54 + 39 = 54 + (40 - 1) = 54 + 40 - 1 = (54 + 40) - 1 = 94 - 1 = 93$
c) $54 - 39 = 54 - (30 + 9) = 54 - 30 - 9 = (54 - 30) - 9 = 24 - 9 = 15$
$54 - 39 = 54 - (40 - 1) = 54 - 40 + 1 = (54 - 40) - 1 = 14 + 1 = 15$

25. a) $2ab$ b) $3a$ c) $25a^2$ d) $12a$ e) $-6uvw$ f) $70x^3$

26. a) 0 b) $-3a$ c) $-3a$ d) $6ab$ e) $-6uvw$ f) $60xyz$

27. a) $7{,}75a$ b) $-34{,}2xyz$ c) a^2b^2c d) a^3bc e) 0 f) $-a^3b^3$

Seite 101

28. a) 1 b) n c) m d) $1{,}4$ e) $-2{,}5r$ f) $-144a$

29. a) 2 b) m c) $-m$ d) $-m$ e) $\frac{1}{3}s$ f) $3a$

30. a) $0{,}7(a+b)$ b) $5{,}9a$ c) $0{,}67a(a+3)$ d) $-15a^2b$
e) $6(h - 3gh - 2f)$ f) $x(x-4)$ g) $z(z-1)$ h) $0{,}3a(4 + 5a)$

31. a) $-\frac{1}{2}(x+y)$ b) $x(z+w)$ c) $0{,}7\,a^2r(4ar-5)$ d) $-13(5ux-3my)$
e) $-24mn\,(4m+n+5mn)$ f) $y(y-0{,}6)$ g) $2x(2x-3)$ h) $2{,}5a(a+5)$

32. a) $0{,}5x + 0{,}2y\,(4 - x + 2y)$
b) $b(3a - 2c) - cd$ oder $3ab - c(2b + d)$
c) $ab(7a + 2 + 4b)$
d) $3x\,(4y-3) - 15y$ oder $3y(4x-5) - 9x$ oder $3(4xy - 3x - 5y)$
e) $3r\,(5s-4) - 4t(4-3s)$ oder $15rs - 4(4t + 3r - 3st)$
f) $11(2ab - 4a - 3b) + 1$ oder $22a(b-2) - 33b + 1$
oder $11b(2a-3) - 44a + 1$

33. a) $60b + 24c$ b) $\frac{3}{10}ip - \frac{3}{20}dp + \frac{6}{25}ap$ c) $16a - 24y + 8z$
d) $45rx - 30tx + 15sx$ e) $-\frac{36}{5}a^2b + 6ab^2 + 3ab$

34. a) $-1{,}5rx + 1{,}8tx$ b) $\frac{7}{4}hg - \frac{147}{80}h^3 + \frac{7}{16}h^2g$ c) $12\,a^2b$
d) $-16a^5 + 8a^4b^2 + 6a^3b^2 - 10a^2b^2$ e) $14x^2y - 21xy^2 + 28xyz$

35.

	a + 1	a − 1	1 − a	2r−3a	− 3s+2
a) r	ar+r	ar−r	r−ar	$2r^2-3ar$	−3rs+2r
b) 3r	3ar+3r	3ar−3r	3r−3ar	$6r^2-9ar$	−9rs+6r
c) 3rs	3ars+3rs	3ars−3rs	3rs−3ars	$6r^2s-9ars$	$-9rs^2+6rs$
d)−3rs	−3ars−3rs	−3ars−3rs	−3rs+3ars	$-6r^2s+9ars$	$9rs^2-6rs$
e)$-3r^2s$	$-3ar^2s-3rs$	$-3ar^2s+3r^2s$	$-3r^2s+3ar^2s$	$-6r^3s+9ar^2s$	$9r^2s^2+6r^2s$

36. a) $mr + nr + ms + ns$ b) $mr - nr - ms + ns$ c) $15m^2-34mn+15n^2$
d) $mr - nr + ms - ns$ e) $rs + r - 3s - 3$ f) $60x^2-4xy-24y^2$
g) $mr + nr - ms - ns$ h) $r^2 - 3r + 2$ i) $-18p^2 + 66pq - 56q^2$

37. a) $16x^2 - \frac{1}{4}y^2$ b) $x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ c) $8rs - 4rt - 4s^2 + 2\frac{4}{5}st - \frac{2}{5}t^2$
d) $2a^2b - 3abc - 4acd + 2ab^2 - 3b^2c - 4bcd$
e) $9u^2 - 3uv + \frac{1}{4}v^2$ f) $a^2 + 0{,}2\,ab + 3{,}5a + 0{,}1b + 1{,}5$
g) $10ad - 5ae - 8bd + 4be - 6cd + 3ce$
h) $x^2y + xy^2 - 3xyz - 3y^2z + xz + yz$

38. a) $2x^2y - 2x - 3xy^2 + 3y$ b) $-2x^2 - 2x + 3xy + 3y$
c) $-2x^2 + 4x + 9xy - 6y - 9y^2$ d) $-x^2y + x - xy + 1$
e) $-x^2y + x + 2xy + 3xy^2 - 3y - 2$ f) $x^2 - x - 3xy - 3y - 2$

40. a) $(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 4(n^2 + 1)+1 \quad (n \in N)$
Da das Produkt $4(n^2 + 1)$ eine gerade Zahl darstellt, stellt die Summe $4(n^2 + 1) + 1 \quad (n \in N)$ eine ungerade Zahl dar.

b) Die beiden ungeraden Zahlen seien $2n + 1$ $(n \in N)$ und $2m + 1$ $(m \in N)$. Dann gilt für ihr Produkt:

$$(2n + 1)(2m + 1) = 4mn + 2m + 2n + 1$$
$$= 2(2mn + m + n) + 1$$

Da das Produkt $2(2mn + m + n)$ $(m \in N$ und $n \in N)$ eine gerade Zahl ist, ist $2(2mn + m + n) + 1$ eine ungerade Zahl.

c) $2m(2n + 1) = 4mn + 2m = 2(2mn + m)$ $(m \in N$ und $n \in N)$.
Das Produkt $2(2mn + m)$ ist eine gerade Zahl.

d) Die beiden aufeinanderfolgenden geraden Zahlen seien $2m (m \in N)$ und $2m + 2$. Für ihr Produkt gilt:

$2m\,(2m + 2) = 4m\,(m + 1)$
Fallunterscheidung:
(1) Angenommen, <u>m ist eine gerade Zahl</u>, also $m = 2m'$ $(m' \in N)$.
Dann folgt:
$2m\,(2m+2) = 4m(m+1) = 8m'(2m' + 1)$
und dieses Produkt ist durch 8 teilbar, weil es den Faktor 8 enthält.

(2) Angenommen, <u>m ist eine ungerade Zahl</u>, also $m = 2m' + 1$ $(m' \in N)$. Dann folgt:
$2m\,(2m+2) = 4m\,(m+1) = 4(2m'+1)\,[(2m' + 1) + 1]$
$= 4(2m'+1)\,(2m'+2)$
$= 8(2m'+1)\,(m'+1)$,
und dieses Produkt ist durch 8 teilbar, weil es den Faktor 8 enthält.

Seite 102

41. $A = A_1 - A_2 = \frac{\pi}{4} d_1^2 - \frac{\pi}{4} d_2^2 = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)$

$= \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2)(d_1 - d_2)$

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

1.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
2	f	f	f	f	f	f	f	w	f
$\frac{16}{5}$	w	f	f	f	f	f	f	w	f
$-\frac{2}{3}$	f	f	f	f	f	f	w	w	f

2.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
$x_1=2$	f	w	f	w	f	f	w	f
$x_2=\frac{7}{3}$	f	w	f	w	f	f	w	f
$x_3=-24$	w	f	w	w	w	f	w	f
$x_4=-2,1$	w	f	w	w	f	w	f	f

3.

	a)	b)	c)	d)
natürliche Z.	6	-	1	-
gebrochene Z.	6	-	1	-
ganze Z.	6	-6	1	-
rationale Z.	6	-6	1	-

4. a) Falsche Aussage, denn z. B. zu $\frac{1}{3}$ gibt es keine gebrochene Zahl x, so daß $\frac{1}{3} + x = 0$. Für jede gebrochene Zahl x gilt $\frac{1}{3} + x > 0$.

b) Falsche Aussage, denn zur gebrochenen Zahl 0 gibt es keine gebrochene Zahl t, so daß $s \cdot t = 1$.
Für jede gebrochene Zahl t gilt $0 \cdot t = 0$.

c) Wahre Aussage, denn zu jeder von Null verschiedenen gebrochenen Zahl s gibt es die zu ihr reziproke $\frac{1}{s}$, so daß $s \cdot \frac{1}{s} = 1$.

d) Wahre Aussage.

5. a) 4a b) 3r c) 3s d) 0,18t e) 10q f) -5,5s
g) 2,95c h) z

6. a) 6u + 9w b) 0 c) 3a + c d) 28n - 22y + 15z

7. a) $x - y - (x+y) = x - y - x - y = -2y$
b) $x - y - (x-y) = x - y - x + y = 0$

8. a) 30ab b) -5a c) ab d) -6uvw

9. a) $35a^2$ b) -6a c) $\frac{2}{5}$pqr d) -60xyz

10. a) $-6a^2b$ b) $\frac{1}{12}$bcd c) $a^5b^2c^2$ d) $-120x^5y^2$

11. e) -p f) p g) m h) 4b

11. a) $\frac{7}{5}$m b) m c) $\frac{7}{5}$m d) $\frac{7}{4}$mn

12. a) $\frac{1}{2}a - b + \frac{1}{2}c$ b) $6m - \frac{3}{4}y + 3n$ c) $4x + 6y - \frac{4}{3}z$
d) 0,4x - 0,3y + 0,2z

Seite 103

13. a) r(x - y + z) b) 8a(x + 4y - 11z) c) -7abc(6a+b+7abc)

14. a) $25x^2 + 30xy + 9y^2$ b) $-18p^2 - 18pq + 56q^2$ c) $25x^2 - 9y^2$
d) $2,4w^2 + 10,2wy + 2,4y^2$ e) $25x^2 - 30xy + 9y^2$

15. a) Die drei ungeraden Zahlen seien
2m + 1, 2n + 1, 2p + 1 (m, n, p ∈ N).
Für ihre Summe s gilt:
s = (2m+1) + (2n+1) + (2p+1) = 2(m + n + p + 1) + 1,
und das ist eine ungerade Zahl.

b) Die drei aufeinanderfolgenden Zahlen seien n, n+1, n+2 (n ∈ N).
Für ihre Summe s gilt:
s = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1).
und das ist eine durch 3 teilbare Zahl.

b) Ähnlichkeit

Seite 104

1. a) 400 m b) 1,6 cm c) 1 : 500 000 d) 1 : 2 000

2. a) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$; $\frac{S_2}{S_1} = 3$ b) $S_2 = 5{,}6$ cm; $\frac{S_2}{S_1} = 2$

c) $S_1 = 2{,}25$ m; $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{3}$ d) $\frac{S_1}{S_2} = 0{,}2$; $\frac{S_2}{S_1} = 5$

5. a) 6,0 cm und 10,6 cm

8. Richtig sind die Verhältnisgleichungen unter a), b), e), f) und g).

Seite 105

9. a) $\overline{AB} = 1$ cm; $\overline{SD} = 2{,}5$ cm; $\overline{CD} = 0{,}5$ cm

b) $\overline{SB} = 5{,}4$ cm; $\overline{SC} = 4{,}9$ cm; $\overline{CD} = 1{,}4$ cm

c) $\overline{SA} = \frac{220}{7} \approx 31{,}4$ cm; $\overline{SB} = \frac{290}{7}$ cm $\approx 41{,}4$ cm; $\overline{SC} = 2{,}2$ cm

d) unendlich viele Lösungen

e) $\overline{SA} = 3{,}3$ cm; $\overline{SB} = 5{,}5$ cm; $\overline{CD} = 1{,}8$ cm

f) keine Lösung, da $\overline{CD} = 2{,}6$ cm $\neq 5{,}3$ cm $- 3{,}7$ cm

10. Richtig sind die Verhältnisgleichungen a), b), c), e) und f).

11. Ohne Strahlensatz:
Aufgabe d) $k = \frac{5}{4}$ und Aufgabe f) $k = 0{,}375 = \frac{3}{8}$.

Seite 106

16. Richtig sind die Verhältnisgleichungen a), b), d) und g).

[Unter besonderen Bedingungen sind auch richtig:

f): Wenn nämlich SG den Winkel $\sphericalangle$KSD halbiert. Dann gilt $\overline{DG} = \overline{GK}$ und $\overline{EH} = \overline{HL}$.

h): Wenn nämlich $\overline{SG} = \overline{SK}$. Dann gilt auch $\overline{SH} = \overline{SL}$.]

17. a) 500 mm; 1000 mm; 1500 mm

b) Schrägstreben: 177 cm; 197 cm; 227 cm
Obergurt: 709 cm

18. a) $\overline{SE} = 9$ cm; $\overline{SC} = 8$ cm; $\overline{CD} = 4$ cm; $\overline{ED} = 15$ cm

b) $\overline{SA} = 1{,}5$ cm; $\overline{SB} = 2{,}5$ cm; $\overline{SC} = 3{,}3$ cm; $\overline{CD} = 2{,}2$ cm

c) $\overline{SA} = 6{,}8$ cm; $\overline{AB} = 1{,}7$ cm; $\overline{SD} = 6{,}5$ cm; $\overline{CD} = 1{,}3$ cm

d) nur $\overline{ED}$ ist bestimmt: $\overline{ED} = 19{,}6$ cm

e) keine Lösung, da $\overline{SA} : \overline{SB} \neq \overline{AC} : \overline{BD}$

f) Nach formaler Rechnung ergibt sich $\overline{SB} = 65$ cm; $\overline{AB} = 30$ cm; $\overline{CD} = 48$ cm; $\overline{AC} = 14$ cm. Das kann aber nicht sein wegen $\overline{SA} + \overline{AC} < \overline{SC}$ bzw. $\overline{SB} + \overline{BD} < \overline{SD}$.

19. a) $x = \overline{SH}$ b) $x = \overline{SI}$ c) $x = \overline{SC}$ d) n. l.
e) $x = \overline{SK}$ f) $x = \overline{SM}$ g) $x = \overline{SK}$ h) $x = \overline{AE}$

20. Parallele zu $\overline{AC}$ durch P schneide BC in D. M sei der Mittelpunkt von $\overline{CD}$. Die Gerade PM ist die gesuchte.
Oder:
Parallele zu $\overline{BC}$ durch P schneide AC in D'. M' sei Mittelpunkt von $\overline{PD}$. Die Parallele zu $\overline{AC}$ durch M' schneide $\overline{BC}$ in M". PM" ist die gesuchte Gerade.

21. a) 5 km von Gransee entfernt

b) $\frac{65}{3}$ km $\approx 21{,}67$ km

Seite 107

22. a) $\overline{AP} : \overline{PB} = 4 : 3$; $\overline{AQ} : \overline{BQ} = 12 : 5$
b) $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 1$; $\overline{QA} : \overline{QB} = 1 : 5$

23. a) $\overline{CR} : \overline{RD} = 5 : 1$; $\overline{CS} : \overline{DS} = 2 : 1$
b) $\overline{CR} : \overline{RD} = 18 : 19$; $\overline{SC} : \overline{SD} = 23 : 60$

24. a) $\overline{AT} : \overline{TB} = 1 : 1$ b) $\overline{AT} : \overline{TB} = 2 : 5$ c) $\overline{AT} : \overline{TB} = 5 : 1$
d) $k = \frac{1}{3}$ e) $k = \frac{2}{9}$ f) $k = \frac{5}{11}$ g) $\overline{AT} : \overline{TB} = m : (n-m)$
h) $k = \frac{p}{p+q}$

25. a) $\overline{AT} : \overline{TB} = 2 : 1$ b) $\overline{AT} : \overline{TB} = 7 : 5$ c) $\overline{AT} : \overline{TB} = 6 : 1$
d) $k = 2$ e) $k = \frac{7}{5}$ f) $k = 6$
g) $\overline{AT} : \overline{TB} = m : (m-n)$ h) $k = \frac{p}{p-q}$

26. a) $\overline{AQ} = 60$ cm; $p:q = 1:2 = 0{,}5$ b) $\overline{AP} = 14$ cm; $p:q = 1:3 = \frac{1}{3}$
c) $\overline{AQ} = 15$ mm; $p:q = 5:1 = 5$ d) Q existiert nicht; $p:q = 1:1 = 1$
e) $\overline{AP} = 50$ cm; $\overline{AQ} = 200$ cm f) $\overline{AB} = 42$ mm; $\overline{AQ} = 28$ mm
g) $\overline{AB} = 30$ mm; $p:q = 1:2 = 0{,}5$ oder $\overline{AB} = 15$ mm; $p:q = 2:1 = 2$

Seite 108

28. a) a_o = 5 cm; b_o = 3 cm b) b_o = 21 cm; h^* = 16 cm
    c) b_o = 10 cm; h = 21 cm d) a = 12 cm; b = 6 cm
    e) b = 35 cm; h^* = 40 cm

29. 37,5 m ≈ 38 m 30. 66,5 cm ≈ 67 cm

31. a) 5,56 m ≈ 5,6 m b) 5,0 m c) 9,72 m ≈ 9,7 m
    d) 3,33 m ≈ 3,3 m

32. a) 118 cm x 176 cm (1,2 m x 1,8 m)
    b) 10,15 m ≈ 10 m

35. Im Falle a) und c) handelt es sich um einen Pyramidenstumpf.

Seite 109

36. a) $\overline{AB}$ = 36,90 m ≈ 37 m b) $\overline{AB}$ = 31,31 m ≈ 31,3

37. $\overline{DC}$ = 17,5 m

38. 1,77 km ≈ 1,8 km (Durchmesser des Zehnpfennigstücks 21 mm)

40. a) $\overline{AB}$ = 5320 m; Satz B 4 (Umkehrung zum ersten Teil des Strahlensatzes) und Satz B 2 (Strahlensatz, zweiter Teil)
    b) F ist auf $\overline{DE}$ so festzulegen, daß man längs CF noch am Berg vorbeisehen kann. $\overline{CF}$ ist über F hinaus zu verlängern bis G. Dabei ergibt sich $\overline{FG}$ aus $\frac{\overline{FG}}{\overline{CF}} = \frac{m}{n}$, also $\overline{FG}$ = 2430 m.

Seite 110

42. Die Bilder sind sämtlich kongruent, aber verschieden (in der Lage).

43. Verschiebung und Drehung immer; Spiegelung nur, wenn $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ gegenüberliegende Seiten eines Rechtecks bilden oder auf derselben Geraden liegen.

45. a) Parallelogramm; Beweis über Kongruenz der Dreiecks nach sws
    b) Parallelogramm geht bei Drehung um Schnittpunkt von $\overline{PR}$ und $\overline{QS}$ in sich über. Dabei geht (wegen Kongruenz der Dreiecke) A in C, B in D usw. über. Also ist der Schnittpunkt

und damit

$$\overline{PT}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{BP}$$

Seite 115

79. $\sqrt{2}$ (bzw. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$)

80. Wenn $\frac{R_1}{r_1} = \frac{R_2}{r_2}$ (bzw. $\frac{R_1 - r_1}{r_1} = \frac{R_2 - r_2}{r_2}$ bzw. $\frac{R_1 - r_1}{R_1} = \frac{R_2 - r_2}{R_2}$) ist.

81. a) bei Gleichheit der Kantenverhältnisse
    b) bei Gleichheit der Verhältnisse von Grundkante zu Höhe (Grundkante zu Seitenkante, Seitenkante zu Höhe)
    c) bei Gleichheit der Verhältnisse von Durchmesser (Radius) zu Höhe
    d) bei Gleichheit der Verhältnisse von Grundkreisradius (-durchmesser) zu Höhe (Grundkreisradius zu Mantellinie, Mantellinie zu Höhe)

82. a) u' = 22 cm; A' = 20 cm^2
    b) a' = 7 cm; A' = $\frac{245}{4}$ cm^2 = 61,25 cm^2
    c) a' = 12 cm; u' = 54 cm

84. a) 0,3 b) 3 c) 30 d) 300
    e) Da - bei gleichem Material - das Gewicht dem Volumen proportional ist, wird auch der Quotient aus Oberflächeninhalt und Gewicht mit kleiner werdender Kantenlänge immer größer. Damit wächst der Luftwiderstand beim freien Fall, und so erklärt sich das Schweben von Staubteilchen.

87. Je nach Maßstab und Zeichengenauigkeit
    2,4 m x 1,4 m bzw. 2,35 m x 1,41 m
    (Rechnerisch ermittelte Werte: Breite $\frac{10(4-\sqrt{2})}{11}$ m;
    Höhe $\frac{6(4-\sqrt{2})}{11}$ m)

Seite 116

96. 10 m 97. a) 38,5 m b) 26,0 m

98. Das sehr flache Dreieck liefert nur recht ungenaue Werte
a) etwa 60 m b) etwa 5° c) 45°
Unter der Steigung der Straße verstehen wir den Tangens des Neigungswinkels.

99. A0 841 mm x 1189 mm
A1 594 mm x 841 mm
A2 420 mm x 594 mm
A3 297 mm x 420 mm
A4 210 mm x 297 mm
A5 148 mm x 210 mm
A6 105 mm x 148 mm

100. a) Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt $\sphericalangle AMS = 7{,}2^\circ$
und so für den Erdumfang $\frac{u}{5000 \text{ Stadien}} = \frac{7{,}2^\circ}{360^\circ}$

b) 250 000 Stadien $\approx$ 46 000 km
c) Δu = 6000 km; $\frac{\Delta u}{u}$ = 0,15 = 15 %

Seite 117

101. N = 1,17 kp; H = 0,273 kp

104. a) 2,24 cm $\approx$ 2,2 cm b) 3 cm
c) 3,24 cm $\approx$ 3,2 cm d) 3,35 cm $\approx$ 3,4 cm
e) 3,00 cm $\approx$ 3,0 cm f) 3,22 cm $\approx$ 3,2 cm
g) 4,66 cm $\approx$ 4,7 cm

105. a) $p \cdot q$ = 36 b) 3 cm und 12 cm
c) $p \cdot q$ = 100; 5 cm und 20 cm

106. a) 7 cm b) Keine Beschränkung nach oben

108. a) $\overline{AC} \approx 3{,}16$ cm ≈ 3 cm ; $\overline{BC} \approx 3{,}87$ cm ≈ 4 cm
b) $\overline{AC} \approx 5{,}35$ cm $\approx 5{,}4$ cm; $\overline{BC} \approx 2{,}92$ cm $\approx 2{,}9$ cm
c) $\overline{AC} \approx 4{,}00$ cm $\approx 4{,}0$ cm; $\overline{BC} \approx 4{,}07$ cm $\approx 4{,}1$ cm
d) $\overline{AC} \approx 2{,}52$ cm $\approx 2{,}5$ cm; $\overline{BC} \approx 4{,}20$ cm $\approx 4{,}2$ cm
e) $\overline{AC} \approx 25{,}1$ cm ≈ 25 cm; $\overline{BC} \approx 27{,}2$ cm ≈ 27 cm

f) $\overline{AC} \approx 77{,}6$ cm ≈ 78 cm; $\overline{BC} \approx 58{,}3$ cm $\approx$ 58 cm
g) $\overline{AC} \approx 53{,}1$ cm ≈ 53 cm; $\overline{BC} \approx 63{,}8$ cm ≈ 64 cm

Seite 118

109. (alle Angaben in cm

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$\overline{BC}$	6,71 $\approx$ 6,7	6,25 $\approx$ 6,3	6,40 $\approx$ 6,4	2,88 $\approx$ 2,9	8,87 $\approx$ 8,9	62,7	62,1 $\approx$ 62
p	5	4,88 $\approx$ 4,9	1,95 $\approx$ 2,0	2,59 $\approx$ 2,6	8,38 $\approx$ 8,4	51,7	45,4 $\approx$ 45
q	4	3,12 $\approx$ 3,1	19,0	0,61	1,02 $\approx$ 1,0	24,3	39,6 $\approx$ 40
h	4,47 $\approx$ 4,5	3,90 $\approx$ 3,9	6,09 $\approx$ 6,1	1,26 $\approx$ 1,3	2,92 $\approx$ 2,9	35,4	42,4 $\approx$ 42

110. (alle Angaben in cm und gerundet)

	$\overline{AB}$ c	$\overline{AD}$ q	$\overline{DB}$ p	$\overline{CD}$ h	$\overline{AC}$ b	$\overline{BC}$ a
a)	8,3	5,3	3,0	4,0	6,7	5,0
b)	10,6	3,9	6,7	5,1	6,4	8,4
c)	6,2	2,0	4,2	2,9	3,5	5,1
d)	5,5	2,4	3,1	2,7	3,7	4,1
e)	11,4	9,3	(2,1)	4,4	10,3	(4,9)
f)	5,8	(5,0)	0,8	2,0	(5,4)	2,2

111. a) 5,3 cm b) 7,6 cm c) 2,4 cm
d) 2,6 cm e) 10,1 cm f) 2,6 cm

112. a) 2,36 cm $\approx$ 2,4 cm b) 2,73 cm $\approx$ 2,7 cm
c) 2,48 cm $\approx$ 2,5 cm d) 4,20 cm $\approx$ 4,2 cm
e) 4,85 cm $\approx$ 4,8 cm f) 3,27 cm $\approx$ 3,3 cm

113. a) 25 cm b) 2,90 cm $\approx$ 2,9 cm c) 6,50 cm $\approx$ 6,5 cm
d) 2,85 cm $\approx$ 2,9 cm e) 40,3 mm $\approx$ 40 mm f) 6,75 dm
g) 27,6 m

Seite 119

115. a) 8,0 cm b) 3,5 cm c) 6,0 cm d) 4,52 dm $\approx$ 4,5 dm
e) 20,3 cm f) 4,39 m g) 5,71 dm

116. a) $\overline{RP}$ = 8,5 cm b) $\overline{PQ}$ = 2,0 cm c) $\overline{RP}$ = 2,69 cm $\approx$ 2,7 cm
d) $\overline{RP}$ = 9,00 m e) $\overline{QR}$ = 5,95 dm f) $\overline{PQ}$ = 3,72 m
g) n.l. wegen $\overline{RP} < \overline{PQ}$

119. a) nein b) ja c) ja
d) Im Dreieck ABC gilt hier $\sphericalangle ABC = 90^\circ$. Der Höhenfußpunkt D ist identisch mit B.
e) nein (es gilt $\overline{DB} = \overline{BC}$) f) nein

120. a) rechter W. b) stumpfer W. c) spitzer W.
d) rechter W. e) spitzer W. f) spitzer W.
g) stumpfer W. h) stumpfer W.

121. $u \approx 110$ cm; $A = 746{,}24\ cm^2 \approx 7{,}46\ cm^2$

122. a) 7,14 cm ≈ 7,1 cm b) 18,0 cm ≈ 18 cm

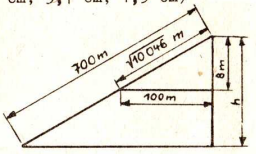
Seite 120

123. a) u = 19,7 cm
b) $h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$ $\left(= \frac{a}{2}\sqrt{3} \right)$ $A = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{3}{4}\ a^2}$ $\left(= \frac{a^2}{4}\sqrt{3} \right)$

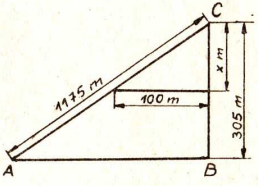
124. a) Länge jeder Körperachse 4,24 cm ≈ 4,2 cm
b) $31{,}2\ cm^2 \approx 31\ cm^2$

125. d ≈ 6,6 cm (Kantenlängen etwa 5,2 cm; 3,7 cm; 1,5 cm)

126. 56 m (Im nebenstehenden Bild wird veranschaulicht, welchen Rechenweg die Schüler einschlagen müssen. - Der bequeme trigonometrische Weg ist in Klasse 8 ausgeschlossen. - Deshalb muß unter Anwendung des Satzes des Pythagoras die Länge des Strahlenabschnitts berechnet werden, der mit dem Strahlenabschnitt der Länge 8 m gleichliegt. Das führt auf die Wurzel $\sqrt{10046}$, die mit den Mitteln, die den Schülern zur Verfügung stehen, wieder zu 100 m führt, so daß wir mit 7 · 8 m = 56 m zum Ergebnis gelangen.)



127. 27 % (In diesem Fall muß entsprechend der nebenstehenden Skizze zunächst die Länge der Strecke $\overline{AB}$ mit Hilfe des Satzes des Pythagoras ermittelt werden. Wir erhalten dabei



$\sqrt{1\ 275\ 970}$ m ≈ 1 130 m. Alsdann wenden wir den zweiten Teil des Strahlensatzes an und berechnen die Länge x.)

128. Die Steigung liegt mit 2 % noch um 0,5 % unter dem zulässigen Höchstwert.

129. h ≈ 4,58 mm ≈ 4,6 mm

130. h ≈ 72,6 m ≈ 73 m

131. 415 dt je ha (Diese Aufgabe wurde in der dritten Auflage des Lehrbuchs geändert. Schüler, die noch Bücher der ersten oder zweiten Auflage benutzen, erhalten als Ergebnis 25 dt je ha. Dieser Hektarertrag ist für Silomais zu gering.)

132. 0,78 cm ≈ 0,8 cm

133. a) 323 m ≈ 320 m b) Mindestwert

134. Hangabtriebskraft: 73 kp; Normalkraft: 610 kp

135. 3,70 m

Seite 121

136. Firsthöhe: 1,30 m Länge des Obergurts: 2,60 m
Länge der Schrägstrebe: 0,65 m

138. etwa 35,7 km

139. b) Teilstücke: 129 m; 53,7 m; 89,1 m; 138 m
Gesamtlänge: 410 m; Luftlinie: 397 m

140. 12 Fuß

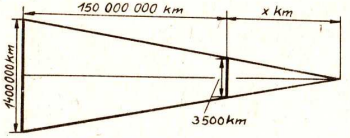
141. a) u' = 32 cm $A' = 23{,}04\ cm^2 \approx 23\ cm^2$
b) $a' = 6 \cdot \sqrt{2}$ cm ≈ 8,5 cm
$u' = 25 \cdot \sqrt{2}$ cm ≈ 35 cm

Seite 122

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

2. $a_u : a_e = \sqrt{2}$

4. a)



$$\frac{1\ 400\ 000}{3\ 500} = \frac{150\ 000\ 000 + x}{x} \quad ; \quad x \approx 376\ 000 \text{ km}$$

b) Wegen 356 000 < 376 000 < 407 000 ist bei einer Sonnenfinsternis eine totale Verfinsterung höchstens in einem sehr kleinen Gebiet der Erdoberfläche und auch dort nur für kurze Zeit (in der Mitte der "Totalitätszone" höchstens 7,6 min)

c) rund 1,47 Mill. km
Bedeutsam für Mondfinsternisse (Eine solche Finsternis ist von allen Punkten der Erde aus zu sehen, für die der Mond über dem Horizont steht. Wegen 1 400 000 > 407 000 kann die totale Verfinsterung auch verhältnismäßig lange anhalten, nämlich bis zu 100 min)

6. b) $\overline{A''B''}$ = 7,5 cm; $\overline{B''C''}$ = 4,5 cm

c) AC (= AA" = CC"), BB" und DD" e) nein

7. Wenn es sich um ein quadratisches Bild handelt ja, anderenfalls nein.

c) Lineare Funktionen
==========

Seite 123

1. a) M_1 = {2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18}

b) M_2 = {6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30}

c) M_3 = {6; 12; 18; 24; 30}

d) $M_3 \subset M_2$

2. a) M_4 = {83}

b) M_5 = {77; 79; 81; 83; 85; 87; 89}

c) M_6 = {4; 8; 12}

d) $M_5 \not\subset M_6$

4. Eindeutig sind die Abbildungen c 1 [a] und [b] .

5. a) $y \in R$ b) $y \in R$ c) Y ist die Menge der Primzahlen

d) $y \in R$; $y \neq 0$ e) Y = {2} f) $y \in R$

6. a) Preis: y M; Anzahl: x Brötchen; y = 0,05 x

b) Das Eisen verbraucht in 1 Stunde 0,4 kWh.
Stromverbrauch: y kWh; Zeitdauer: x h; y = 0,4 x

c) Aus 1 kg Trauben erhält man 0,7 l Saft.
Saftmenge: y l; Traubenmenge: x kg; y = 0,7 x.

d) Ein Abraumbagger räumt in 1 min 5 t Abraum ab.
Abraum: y t; Arbeitszeit: x min; y = 5 x

e) Bei der Beeteinfassung entsprechen einem Zentimeter $\frac{3}{50}$ Pflanzen.
Pflanzen: y St.; Länge: x cm; $y = \frac{3}{50} x$

f) Der Frachter legt in 1 h 21 sm zurück.
Weg: y sm; Fahrzeit x h; y = 21 x

Seite 124

12. P' (4; -6) 13. P' (-4; 6)

15. a) A und C b) A und E
c) B und D

16. A (0,5;0,5) B (2,5; -1) C (-1,5; -1,5)
D (-2; 2) E (3,5; 2,5) F (-1; 0,5)
G (0,5;-1,5) H (1,5; -1,5) P (2; 1)
Q (1,5; 2)

Seite 125

18.

Lebensalter in Jahren	0	1	2	3	4	5	6
Körperlänge in cm	56	76	86	94	96	104	108

7	8	9	10	11	12
120	124	126	135	140	144

20. Zur Funktion gehören die Zahlenpaare a); d); e); g).

23.

m	0,5	1	1,5	2	-2	-1,5	-1	-0,5
α (in Grad)	27	45	56	63	117	124	135	153

$\alpha \neq m$

Seite 126

31. a) $y = 2x$ b) ja
32. a) $y = -x + 2$ b) ja
33. a) $y = -2x$ b) nein
34. a) $y = 2x + 1$ b) ja
36. Bild c 4: (1) $y = -0,5x$ (2) $y = x$ (3) $y = -0,5x + 1$ (4) $y = -1,5$
Bild c 5: (1) $y = -2x$ (2) $y = 0,3$ (3) $y = -x + 2$ (4) $y = -0,25x - 1,5$

Seite 127

37. a) $y = -0,5x$ b) $y = x + 1$ c) $y = -0,8x - 0,8$
38. c) $y = 0,6x + 332$
40. a) $y = 2$; $x = 3$
41. $y = 0$
44. a) $[4;5]$, $[2;1]$ b) $[3; -2,5]$, $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$
c) $[-4; 0]$, $[-10; 3]$
45. a) $x_0 = -2$ b) $x_0 = \frac{1}{2}$ c) $x_0 = 0$ d) $x_0 = -5$
46. a) $x_0 = 10$ b) $x_0 = 2$ c) $x_0 = -3,5$ d) $x_0 = 0$
47. a) $x = 75,6$ b) $x = -12,8$ c) $x = -16$ d) $x = \frac{2}{5}$
48. a) $x = 4$ b) $x = 3$ c) $x = \frac{9}{4}$

Seite 128

49. a) $x = -\frac{100}{11}$ b) $x = 1$ c) $x = 11$
50. a) $x = 5$ b) $x = 3$ c) $x = 4$
51. a) $x = 11$ b) $x = 8$ c) $x = 1$

52. $x = 3$
53. a) $x = 24$ b) $x = -1$
54. a) $x = -\frac{1}{6}$ b) $x = \frac{41}{9}$ c) $x = -\frac{257}{578}$ d) $x = -\frac{143}{189}$
55. a) $x = 5$ b) $x = 7$
56. a) $x = 10$ b) $x = 18$ c) $x = 1,52$ d) $x = 3$ e) $x = \frac{40}{9}$
57. a) $x = 23,1$ b) $x = \frac{11}{2}$ c) $x = 2$ d) $x = 12$ e) $x = 8$
58. a) $x = 2,1$ b) $x = \frac{10}{3}$ c) $x = 16$ d) $x = 1$ e) $x = 16$
59. a) $x = 30$ b) $x = 7$
60. a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 17$
61. a) $x = 4$ b) $x = 0$ c) $x = 6,8$
62. a) $x = 3$ b) $x = -9,5$ c) $x = 2$
63. a) $x = b$; $b = x$
b) $x = -b$; $b = -x$
c) $x = \frac{a}{m+n}$; $m = \frac{a - nx}{x}$; $n = \frac{a - mx}{x}$; $a = x(m + n)$
d) $x = \frac{m}{a+b-1}$; $a = \frac{-bx + m + x}{x}$; $b = \frac{-ax + m + x}{x}$; $m = x(a+b-1)$
64. a) $x = 100 - a$ c) $x = b + 6$ e) $x = c + 8$
b) $x = \frac{17}{3}b$ d) $x = 3a$ f) $x = r - p$
65. a) $x = 19,1a + 5b$ b) $x = 24s - 2t$
66. a) $x = a + b$ b) $x = a + 2b$

Seite 129

67. a) $a = bx$; $b = \frac{a}{x}$; $x = \frac{a}{b}$
b) $a = \frac{x}{b+c}$; $b = \frac{x}{a} - c$; $c = \frac{x}{a} - b$; $x = a(b+c)$
c) $a = b(x - 1)$; $b = \frac{a}{x - 1}$; $x = \frac{a + b}{b}$
d) $a = \frac{bcx}{bcd - bx - cx}$; $b = \frac{acx}{acd - ax - cx}$; $c = \frac{abx}{abd - ax - bx}$;
$x = \frac{abcd}{ab + ac + bc}$

68. a) $x = 2$
b) Jede rationale Zahl erfüllt diese Gleichung, also $L = R$.
c) $x = 4$ d) $x = 10$

69. $x = 6$ 70. Die Zahlen heißen 1 und 19.

71. Helga ist 14 Jahre alt. 72. In 5 Jahren.

73. Die Zahlen heißen 9 und 7.

74. Die Zahl heißt 20.

75. a) $x = 15$ b) $x = \frac{6}{5}$ c) $x = 12\frac{2}{3}$

76. $a = 6$ cm; $b = 8$ cm 77. $A_1 : A_2 = 1 : 6{,}25$

78. 19 200 Umdrehungen je min.

79. a) $n = 198\,000\ \frac{\text{Umdreh.}}{\text{min}}$ b) $d = 4040$ mm

80. 80 %

81.

1. Gang;	2. Gang;	3. Gang;	R-Gang
3,44:1	1,69:1	1:1	3,86:1

Seite 130

82. 44,1 g NaOH 83. 1. Last 45 p; 2. Last 105 p

84. 72 kg 85. 10; 9 und 7 Ringe

86. $v = 2\ \frac{\text{sm}}{\text{h}}$ 87. 2,991 kg Nickel; 5,317 kg Stahl

88. 264 Hz; 297 Hz; 330 Hz; 352 Hz; 396 Hz; 440 Hz; 484 Hz; 528 Hz

89. $s = 8$ km

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

1. a) $u = 3s$ c) $A_o = 6a^2$ e) $A = a^2$
b) $u = n \cdot s$ d) $u = 4a$ f) $V = a^3$

Seite 131

7. a) $\left[\frac{7}{12}; 1\right]$, $\left[0; \frac{1}{4}\right]$
b) $[2; 0]$, $[1; 2]$
c) $[4; -0{,}5]$, $[14; 1{,}5]$

8. a) $x = -\frac{1}{2}$ b) $x = 0$ c) $x = 0$ d) $x = \frac{2}{3}$

9. a) $x = 2$ b) $x = \frac{8}{9}$ c) $x = 3$
d) $x = -\frac{7}{5}$ e) $x = \frac{23}{7}$

10. a) $x = 1$ b) $x = 13$ c) $x = -1$

11. a) $x = -\frac{18}{19}$ b) $x = -\frac{126}{13}$ c) $x = 3$

12. a) $x = 12$ b) $x = 2$

13. a) $a = 1 + \frac{b}{x}$; $b = x(a - 1)$; $x = \frac{b}{a-1}$

b) $a = \frac{cx + dx}{b}$; $b = \frac{cx + dx}{a}$; $c = \frac{ab - dx}{x}$

$= \frac{x(c + d)}{b}$ $= \frac{x(c + d)}{a}$

$d = \frac{ab - cx}{x}$; $x = \frac{ab}{c+d}$

c) $x = 1$

d) $a = bx - c$; $b = \frac{a + c}{x}$; $c = bx - a$; $x = \frac{a + c}{b}$

14. a) $x = 7$ b) $x = \frac{263}{14}$ c) 4 d) 2

15. a) $x = k - \frac{5}{2}$ b) $x = 7a + 2$ c) $x = a$ d) $x = a + 2b$
e) $x = \frac{b}{7} - \frac{a}{14}$ f) $x = a + b$

16. a) $a = c + \frac{b}{x}$; $b = x(a - c)$; $x = \frac{b}{a-c}$; $c = a - \frac{b}{x}$

b) $a = b - 8x$; $b = a + 8x$; $x = \frac{b - a}{8}$

c) $a = b$; $x = 0$

17. $x = 35$

18. $16\frac{2}{3}$ %ig

19. $v = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

20. a) $v_1 = 7344\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $v_2 = 2448\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) $t = 13{,}2$ s

c) $t = 4{,}4$ s

Seite 132

21. a) $a = \frac{A}{b}$ b) $G = \frac{100\ P}{p}$ c) $s = v \cdot t$ d) $h_c = \frac{2\ A}{c}$

e) $p = \frac{100\ P}{G}$ f) $t = \frac{s}{v}$ g) $\varrho = \frac{m}{v}$ h) $\beta = 180° - (\alpha + \gamma)$

22. 15 Pferde

d) Flächen- und Rauminhaltsberechnung

Seite 133

1. a) $V = 96\ cm^3$ b) $V = 432\ cm^3$

2. a) $h = 51\ mm$; $D_R \approx 59,7\ mm$
   b) $a \approx 2,24\ cm \approx 2,2\ cm$; $D_A \approx 10,2\ cm$
   c) $b \approx 7\ mm$; $D \approx 51,5\ mm \approx 52\ mm$; $E \approx 45\ mm$
   d) $b \approx 17,3\ mm$; $V \approx 3460\ mm^3 \approx 3,46\ cm^3$

3. a) $V = 20 \cdot \sqrt{3}\ cm^3 \approx 34,7\ cm^3$ b) $V = 6 \cdot \sqrt{3}\ cm^3 \approx 10,4\ cm^3$

4. a) Länge der Katheten: 2,8 cm; Länge der Hypotenuse: 4,0 cm
   b) Länge der Katheten: 10,0 cm; Länge der Hypotenuse: 14,1 cm
   c) Länge der Katheten: 8,75 cm; Länge der Hypotenuse: 12,4 cm

5. a) $V \approx 56,55\ cm^3 \approx 57\ cm^3$ b) $h \approx 3,18\ cm \approx 3,2\ cm$ c) $d \approx 2,52\ cm$

6. $m \approx 3,53\ kg$ 7. $\varrho \approx 7,85\ \frac{g}{cm^3}$

Seite 134

8. $h \approx 65\ mm$ 9. $99,5\ cm^3$ Schwefelsäure

10. $V \approx 2512\ cm^3$ (mit Hilfe der Tafel für $\frac{\pi}{4} d^2$)
    a) $m \approx 19,72\ kg$ b) $m \approx 22,10\ kg$ c) $m \approx 6,78\ kg$

11. a) $a = 4,0\ cm$ b) $a \approx 3,7\ cm$

12. a) $V = 45\ cm^3$ b) $h \approx 3,5\ cm$ c) $V = 40,5\ cm^3$
    d) $a = 5\ cm$ e) $h = 5\ cm$ f) $a = \sqrt{50}\ cm \approx 7,07\ cm$

13. a) $V = 180\ cm^3$; $a \approx 5,83\ cm$; $s = 13\ cm$
    b) $V = 60\ cm^3$; $a = 5,0\ cm$; $s \approx 5,83\ cm$

14. a) $h \approx 6,7\ cm$ b) $h \approx 4,8\ cm$

15. a) $424\ 050\ mm^3 \approx 424\ cm^3$ Öl b) 170 mm

16. $s \approx 6,03\ cm$; $h \approx 5,77\ cm$

17. $a \approx 6,5\ cm$; $h \approx 5,3\ cm$

18. $h_a \approx 80,4\ mm$; $h_b \approx 83,1\ mm$; $s \approx 83,4\ mm$

19. $h \approx 91,6\ mm$; $h_a \approx 94,2\ mm$

Seite 135

20. $V \approx 4,03\ m^3$

21. $h \approx 21,6\ cm \approx 2\ 2\ cm$

22. $V \approx 288\ cm^3 \approx 0,29\ dm^3$; $A_O \approx 326,4\ cm^2 \approx 3,3\ dm^2$

23. $[h \approx 5,41\ cm$; $A_G \approx 23,4\ cm^2]$
    $V \approx 42,12\ cm^2 \approx 42\ cm^3$; $A_O \approx 77,4\ cm^2 \approx 77\ cm^2$

24. $[h_1 = 17,1\ m$; $h_2 = 16,5\ m]$
    $V \approx 512\ m^3$; $A_O \approx 430,8\ m^2 \approx 431\ m^2$

25. $[h_s \approx 3,33\ cm$; $A_G \approx 10,83\ cm^2]$
    $V \approx 10,83\ cm^3 \approx 11\ cm^3$; $A_O \approx 35,8\ cm^2 \approx 36\ cm^2$

28. $h \approx 6,53\ cm \approx 6,5\ cm$; $A_O \approx 110,8\ cm^2 \approx 1,1\ dm^2$;
    $V \approx 60,33\ cm^3 \approx 60\ cm^3$

29. $[h_s \approx 5,19\ cm]$; $h \approx 8,48\ cm \approx 8,5\ cm$;
    $A_O \approx 124,56\ cm^2 \approx 1,2\ dm^2$; $V \approx 101,76\ cm^3 \approx 102\ cm^3$

30. $s \approx 226\ mm$; $h_a \approx 214\ mm$; $V \approx 1500\ cm^3$

31. $s \approx 53,9\ mm \approx 54\ mm$; $h_a \approx 52,9\ mm \approx 53\ mm$
    $V \approx 17,3\ cm^3$

Seite 136

32. a) $A_O \approx 1531,2\ mm^2 \approx 15,3\ mm^2$; $V \approx 3533,3\ mm^3 \approx 3,53\ cm^3$
    b) $A_O \approx 410,65\ mm^2 \approx 4,11\ cm^2$; $V \approx 350,73\ mm^3 \approx 351\ mm^3$
    c) $A_O \approx 866\ mm^2 \approx 8,7\ cm^2$; $V \approx 1,5\ cm^3$
    d) $A_O \approx 778,8\ mm^2 \approx 7,8\ cm^2$; $V \approx 1368,2\ mm^3 \approx 13,7\ cm^3$

33. $V \approx \underset{\text{(Prisma)}}{46481,4\ mm^3} + \underset{\text{(2 Pyramiden)}}{9146,34\ mm^3} = 55\ 627,74\ mm^3$
    $V \approx 55,6\ cm^3$; $\varrho \approx 2,6\ \frac{g}{cm^3}$

34. $[V \approx 45,98\ cm^3]$; $m \approx 78,2\ g$

35. rund $4,86\ m^2$ 36. $252,15\ m^3 \approx 252,2\ m^3$

37. a) $s = 15,40\ m$ b) $h_s = 14,80\ m$
    c) $A_G = 255,076\ m^2 \approx 255,1\ m^2$ d) 2002,54 M ≈ 2003,00 M

38. $A = 28{,}125\ m^2 \approx 28{,}1\ m^2$; Bedarf: $29{,}54\ m^2 \approx 30\ m^2$

39. $V_{Würfel} : V_{Pyramide} = 3 : 1$

$A_{O_{Würfel}} : A_{O_{Pyramide}} = 6 : (1 + \sqrt{5}) = 1{,}85 : 1$

40. a) $\left[A_G = 3 \cdot 2\ cm^2;\ h = 2{,}5\ cm\right]$; $V = 5\ cm^3$

b) $\left[a = 12\ mm;\ h = 30\ mm\right]$; $A_G = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10 \cdot 6\ mm^2 = 360\ mm^2$

$V = 3600\ mm^3 \approx 3{,}6\ cm^3$

c) $\left[A_G = 4 \cdot 2\ cm^2;\ h = 1{,}5\ cm + 1\ cm = 2{,}5\ cm\right]$

$V = 12\ cm^3 + 2{,}67\ cm^3 = 14{,}67\ cm^3 \approx 15\ cm^3$

41. a) $A_O \approx 140{,}88\ cm^2 \approx 1{,}4\ dm^2$; $V \approx 100{,}53\ cm^3 \approx 0{,}10\ dm^3$

b) $A_O \approx 7{,}414\ dm^2 \approx 7{,}4\ dm^2$; $V \approx 1{,}340\ dm^3 \approx 1{,}3\ dm^3$

42. a) $A_M \approx 632{,}710\ cm^2 \approx 6{,}3\ dm^2$; $V \approx 1047\ cm^3 \approx 1{,}05\ dm^3$

b) $A_M \approx 123{,}776\ cm^2 \approx 124\ cm^2$; $V \approx 150{,}82\ cm^3 \approx 151\ cm^3$

43. $A_M \approx 17{,}42\ m^2 \approx 17{,}4\ m^2$

$A_O \approx 27{,}60\ m^2 \approx 27{,}6\ m^2$

$V \approx 8{,}48\ m^3$

44. a) $A_O \approx 301{,}6\ cm^2 \approx 3{,}0\ dm^2$; $V \approx 301{,}6\ cm^3 \approx 0{,}30\ dm^3$

b) $A_O \approx 703{,}7\ cm^2 \approx 7{,}0\ dm^2$; $V \approx 1231{,}52\ cm^3 \approx 1{,}2\ dm^3$

c) $A_O \approx 628{,}32\ cm^2 \approx 6{,}3\ dm^2$; $V \approx 1005{,}3\ cm^3 \approx 1{,}0\ dm^3$

Seite 137

45. a) $V \approx 3358\ cm^3 \approx 3{,}36\ dm^3$

b) $V \approx 4147\ cm^3 \approx 4{,}15\ dm^3$

c) $V \approx 5536\ cm^3 \approx 5{,}54\ dm^3$

46. a) $h \approx 2{,}4\ cm$; $V \approx 0{,}9947\ cm^3 \approx 1{,}0\ cm^3$

b) $h \approx 2{,}2\ cm$; $V \approx 3{,}5353\ cm^3 \approx 3{,}5\ cm^3$

c) $h \approx 1{,}7\ cm$; $V \approx 6{,}0742\ cm^3 \approx 6{,}1\ cm^3$

47. a) $V \approx 31{,}8\ m^3$ b) $V \approx 65{,}4\ m^3$

c) $V \approx 150{,}8\ m^3$ d) $V \approx 536\ m^3$

48. $V \approx 25{,}7\ m^3$; $m \approx 46{,}3\ t$; rund 16 Fuhren

49. $\left[d \approx 7{,}9\ m\right]$; $V \approx 34{,}3\ m^3$; $m \approx 61{,}7\ t$

50. $\left[d \approx 20{,}4\ cm\right]$; $A_O \approx 2566\ cm^2 \approx 26\ dm^2$

Seite 138

51. a) $V \approx 170\ 170\ mm^3 \approx 170\ cm^3$

b) $V \approx 3022\ cm^3$

c) $V \approx 1770\ cm^3$

52. a) $V \approx 1912\ cm^3$ b) $V \approx 15\ 290\ cm^3 \approx 15{,}3\ dm^3$

c) $V \approx 143\ 800\ cm^3 \approx 144\ dm^3$

53. $V \approx 38{,}8\ m^3$

54. a) $\left[V_{Rohr} \approx 20\ 347\ cm^3;\ V_{Blei} \approx 19\ 533\ cm^3\right]$;

1382 Kugeln

b) $m \approx 160{,}45\ g \approx 160\ g$

55. $\left[V_{Kugel} \approx 0{,}5236\ cm^3;\ \text{Masse einer Kugel: } 5{,}942\ g \approx 5{,}9\ g\right]$

841 Kugeln

56. $\left[V_{Würfel} \approx 21\ 952\ cm^3;\ V_{Kugel} \approx 11\ 494\ cm^3\right]$

Abfall: $10\ 458\ cm^3 \approx 10{,}5\ dm^3$

57. $\left[V_{Würfel} = 216\ 000\ cm^3;\ V_{Kugel} \approx 113\ 100\ cm^3\right]$

Abfall: $102\ 900\ cm^3 \approx 103\ dm^3$; Masse: $294{,}047\ kg \approx 294\ kg$

58. a) $A_O \approx 3{,}14\ m^2 \approx 3{,}1\ m^2$; $V \approx 0{,}52\ m^3$

b) $A_O \approx 12{,}57\ m^2 \approx 13\ m^2$; $V \approx 4{,}19\ m^3 \approx 4{,}2\ m^3$

c) $A_O \approx 28{,}27\ m^2 \approx 28\ m^2$; $V \approx 14{,}14\ m^3 \approx 14\ m^3$

d) $A_O \approx 50{,}27\ m^2 \approx 50\ m^2$; $V \approx 33{,}51\ m^3 \approx 34\ m^3$

e) $A_O \approx 78{,}54\ m^2 \approx 79\ m^2$; $V \approx 65{,}45\ m^3 \approx 65\ m^3$

f) $A_O \approx 113{,}1\ m^2 \approx 113\ m^2$; $V \approx 113{,}1\ m^3 \approx 113\ m^3$

59. a) $\left[d = 14\ cm\right]$; $V \approx 1436{,}6\ cm^3 \approx 1{,}44\ dm^3$

b) $\left[d = 17{,}94\ cm\right]$; $V \approx 2973{,}643\ cm^3 \approx 2974\ cm^3$

c) $\left[d = 4{,}2\ cm\right]$; $V \approx 38{,}799\ cm^3 \approx 38{,}80\ dm^3$

60. a) $d \approx 50$ cm; $A_O \approx 7854$ cm$^2 \approx 78{,}5$ dm^2; $V \approx 65\,449$ cm$^3 \approx 65{,}4$ dm^3
    b) $d \approx 65{,}3$ cm; $A_O \approx 13\,389$ cm$^2 \approx 134$ dm^2; $V \approx 145770$ cm$^3 \approx 146$ dm^3
    c) $d \approx 31{,}8$ cm; $A_O \approx 3175$ mm$^2 \approx 32$ cm^2; $V \approx 16839{,}8$ mm$^3 \approx 16{,}8$ cm^3

Seite 139

61. $d \approx 7$ cm; $\left[V \approx 180 \text{ cm}^3\right]$; $\varrho \approx 0{,}5 \frac{g}{cm^3}$

62. $\left[V \approx 0{,}5236 \text{ m}^3\right]$; $m \approx 125{,}66$ kg ≈ 126 kg

63. $\left[V \approx 616{,}8 \text{ cm}^3\right]$; $m \approx 4{,}848$ kg $\approx 4{,}8$ kg

64. a) $d \approx 12{,}45$ cm; $\left[V \approx 1010 \text{ cm}^3\right]$; $\varrho \approx 7{,}2 \frac{g}{cm^3}$

    b) $d \approx 11{,}02$ cm $\approx 11{,}0$ cm

    c) $m_{\text{Bleikern}} \approx 5{,}289$ kg $\approx 5{,}29$ kg

    $m_{\text{Stahlmantel}} \approx 1{,}961$ kg $\approx 1{,}96$ kg

65. a) 77,45 hl $\approx$ 77,5 hl b) $A_O \approx 17{,}58$ m$^2 \approx 17{,}6$ m^2

66. a) 190,85 ml $\approx$ 191 ml b) 190,85 l $\approx$ 191 l

67. a) 0,1256 mm^2 b) 201 m^2

68. a) $u_L \approx 40\,023$ km $\approx 40\,000$ km

    b) $A_O \approx 509\,645\,864$ km$^2 \approx 5{,}1 \cdot 10^8$ km^2

    c) $V \approx 1{,}0825 \cdot 10^{12}$ km$^3 \approx 1{,}1 \cdot 10^{12}$ km^3

69. $A_{O\ \text{Mond}} \approx 37\,940\,000$ km$^2 \approx 3{,}8 \cdot 10^7$ km^2

    $V_{\text{Mond}} \approx 2{,}198 \cdot 10^{10}$ km$^3 \approx 2{,}2 \cdot 10^{10}$ km^3

    $A_{O\ \text{Mond}} : A_{O\ \text{Erde}} \approx 1 : 13{,}4$

    $V_{\text{Mond}} : V_{\text{Erde}} \approx 1 : 49{,}3$

70. a) $V \approx 1{,}41 \cdot 10^{18}$ km^3 b) ca. 1 300 000

71. a) $A_{O\ \text{Globus}} \approx 2{,}2167$ m$^2 \approx 2{,}2$ m^2

    $A_{O\ \text{Globus}} : A_{O\ \text{Erde}} \approx 1 : 2{,}3 \cdot 10^{14}$

    b) $V_{\text{Globus}} \approx 0{,}310333$ m$^3 \approx 0{,}31$ m^3

    $V_{\text{Globus}} : V_{\text{Erde}} \approx 1 : 3{,}5 \cdot 10^{21}$

72. a) 343 g) 1 772 n) 0,003375
    b) 21,95 h) 714,5 o) 87 530 000
    c) 97,34 i) 1 907 000 p) 0,000 008
    d) 185,2 k) 0,512
    e) 42,88 l) 2 197
    f) 5178 m) 197·100

73. a) 8 g) 2,07 n) 1,44
    b) 3,35 h) 3,23 o) 3,11
    c) 2,19 i) 3,93 p) 6,69
    d) 8,49 k) 2,52
    e) 1,26 l) 5,04
    f) 1,71 m) 2,34

Seite 140

74. $d \approx 8{,}5$ cm 75. rund 9,11 cm

Aufgaben zur Übung und Wiederholung

1. a) 52 900 m^2
   b) $\left[h_S \approx 186 \text{ m}\right]$; $A_S \approx 21\,390$ m^2; $A_M \approx 85\,560$ m$^2 \approx 86\,000$ m^2
   c) 214 Arbeiter
   d) früher: 2 574 467 m$^3 \approx 2\,574\,000$ m^3
      jetzt: 2 387 557 m$^3 \approx 2\,388\,000$ m^3
   e) 485 966 t $\approx$ 486 000 t
   f) rund 7,3 %

2. a) $V \approx 8\,378$ cm$^3 \approx 8{,}38$ dm^3
   b) $V \approx 14\,604$ cm$^3 \approx 14{,}6$ dm^3

3. a) $V \approx 5{,}544$ m$^3 + 3{,}294$ m$^3 = 8{,}778$ m^3
   b) $A_O \approx 5{,}28$ m$^2 + 3{,}36$ m$^2 + 4{,}536$ m$^2 + 5{,}775$ m^2

      $A_O \approx 18{,}951$ m$^2 \approx 18{,}95$ m^2

4. a $\approx 6{,}848$ cm $\approx 6{,}8$ cm

5. a) $V_Z : V_{HK} : V_{Ke} = 3 : 2 : 1$
   b) $A_{M\,Z} : A_{M\,HK} : A_{M\,Ke} = 2 : 2 : \sqrt{2}$
   c) $A_{O\,Z} : A_{O\,HK} : A_{O\,Ke} = 4 : 3 : (1 + \sqrt{2}) \approx 4 : 3 : 2{,}41$

6. $V \approx 12\ 742\ m^3 \approx 12\ 700\ m^3$
7. $A_0 \approx 5\ 994{,}2\ cm^2 \approx 60\ dm^2$; $V \approx 25\ 446{,}9\ cm^3 \approx 25\ dm^3$

Seite 141

8. $\left[V \approx 269\ 395\ mm^3\right]$; $m \approx 2{,}115\ kg \approx 2{,}12\ kg$
   $A_0 \approx 25\ 180{,}5\ mm^2 \approx 252\ cm^2$
9. Abfall: $1712\ mm^3 \approx 1{,}7\ cm^3$
10. $\left[V \approx 1047\ mm^3\right]$; $m \approx 8{,}218\ g \approx 8{,}22\ g$
11. a) $A_0 \approx 1520\ m^2$ b) $V \approx 5574\ m^3 \approx 5570\ m^3$
12. $V \approx 21725\ mm^3 \approx 21{,}7\ cm^3$; $m \approx 170{,}5\ g$
13. Kanten: 1 : 3
    Oberflächeninhalte: $1 : 3^2$
    Volumina: $1 : 3^3$
14. Abfall rund 20 %

Seite 142

15. a) rund $13\ m^3$ b) 93,5 dt
16. $\left[V \approx 8410\ mm^3\right]$; $m \approx 68{,}2\ g$
17. a) $s \approx 34{,}8\ cm$ b) $A_M \approx 819{,}9\ cm^2 \approx 820\ cm^2$
18. $\left[V \approx 294{,}53\ cm^3\right]$; $m \approx 3{,}340\ kg$
19. Massendifferenz: 3,74 g
20. $d = 5\ cm$
21. $\left[A_M \approx 1206{,}36\ m^2\right]$; Kosten: 4584 M
22. Wanddicke: 15 mm
23. $d = 1\ mm$: $\left[V \approx 6\ 675\ 900\ cm^3\right]$; $m \approx 59\ 416\ kg$
    $d = 1{,}2\ mm$: $\left[V \approx 9\ 613\ 500\ cm^3\right]$; $m \approx 85\ 560\ kg$
    $d = 0{,}8\ mm$: $\left[V \approx 4\ 272\ 950\ cm^3\right]$; $m \approx 38\ 029\ kg$

Kurzwort: 00 21 72 LOESUNGSH. MATHE 8
1.—