Lösungsheft

MATHEMATIK

Zum Lehrbuch für Klasse 9

Nur für Lehrer

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

Lösungsheft

MATHEMATIK

zum Lehrbuch für Klasse 9

(Titel-Nr. 00 09 02, 6. Auflage)

Nur für Lehrer

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
1975

An der Ausarbeitung der Lösungen waren Dietrich Kind, Dipl.-Math. Dr. Horst Lemke, Wolfgang Leser, Werner Wunderlich und Ernst Zoll beteiligt.

4. Auflage
Ausgabe 1970
Lizenz Nr. 203 · 1000/75 · (UN 00 21 49-4)
LSV 0645
Redaktion: Werner Wunderlich
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: (52) Nationales Druckhaus VOB National
Redaktionsschluß: 27. November 1974
Bestell-Nr. 706 071 3
EVP: 1,90

Inhaltsverzeichnis

	Lehrbuch Seite	Lösungsheft Seite
Vorbemerkungen	-	4
Aufgaben		
a) Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen . .	160	5
b) Ungleichungen und Gleichungssysteme . . .	180	25
c) Potenzen und Potenzfunktionen	191	34
d) Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	202	45
e) Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel	215	57
Schüleraufträge		
A. Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen . .	3	62
B. Ungleichungen und Gleichungssysteme . . .	43	63
C. Potenzen und Potenzfunktionen	69	64
D. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen	103	67
E. Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel	137	68

Vorbemerkungen

Das Lösungsheft enthält die Lösungen der Aufgaben des Lehrbuches "MATHEMATIK 9" (Ausgabe 1970).

Es sind vorrangig Lösungen aufgenommen worden, die rechnerisch zu ermitteln sind. Bei der Lösung der Aufgaben arbeiteten die Rechner mit dem "Tafelwerk, Mathematik - Physik - Chemie" (Bestellnr. 00 07 03).
Das Lösungsheft enthält keine graphischen Darstellungen.

Bei Textaufgaben wurde aus Platzgründen auf den Antwortsatz verzichtet. Diese Maßnahme erscheint auch deshalb berechtigt, weil solche Sätze in den meisten Fällen verschieden formuliert werden können. Es sei jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß eine Aufgabe nur dann als richtig gelöst gelten kann, wenn der Schüler einen entsprechenden Antwortsatz richtig formuliert hat.

Bei Anwendungsaufgaben muß die Genauigkeit der Ausgangswerte berücksichtigt werden.

Zu einigen Aufgaben wurde auch mehr oder weniger ausführlich ein Lösungsweg angegeben. Das schließt nicht aus, daß auch andere Lösungswege möglich sind.

Die Lösungen für die zusätzlichen Aufgaben, die im Lehrbuch mit kursiver Numerierung gekennzeichnet sind und die im allgemeinen von höherem Schwierigkeitsgrad sind, wurden im Lösungsheft in waagerechte Linien eingeschlossen.

Den Abschluß des Lösungsheftes bilden die Lösungen der Schüleraufträge, die im Lehrtext verstreut und mit einem Kreis gekennzeichnet sind.

Aufgaben

a) Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen

1. a) $\{11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99\}$
   b) $\{53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97\}$ c) $\{2\}$
2. a) $M = \{17; 28; 39; 50; 61; 72; 83; 94; 105; 116; \ldots\}$
   b) $M = \{\ldots; 1; -1; 8; -8; 27; -27; 64; -64; 125; -125; \ldots\}$
   c) $M = \{\ldots; \frac{1}{11}; \frac{1}{12}; \frac{1}{13}; \frac{1}{14}; \frac{1}{15}; \frac{1}{16}; \frac{1}{17}; \frac{1}{18}; \frac{1}{19}; \frac{1}{20}; \ldots\}$
3. a) die gebrochene Zahl $\frac{1}{2}$ b) $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$
   c) $\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$
   d) Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ mit Ausnahme der Punkte A und B ~ Thalteskreis
4. a) $\{-\frac{7}{3}\}$ b) $\emptyset$ 5. a) $\{3; -3\}$ b) R
6. a) A = B b) A = B 7. a) A = B b) $A \neq B$
8. Die Menge der Schulklassen enthält als Elemente Mengen von Schülern.
9. Menge aller Punkte P der Ebene mit $\overline{PA} = \overline{PB}$
10. Menge aller Punkte der Ebene, die von a und b den gleichen Abstand haben.
11. a) wahr b) falsch 12. a) wahr b) falsch
14. a) wahr b) falsch c) wahr d) wahr e) wahr f) wahr
    g) wahr h) falsch i) wahr k) wahr l) falsch m) wahr

---

1. Zu zeigen: (a) Für jedes x gilt: Wenn $x \in A$, so $x \in C$
   (b) Es gibt ein x mit $x \in C$ und $x \notin A$.
   Nach Voraussetzung ist $A \subset B$ und $B \subset C$, das heißt:
   Für jedes x gilt: Wenn $x \in A$, so $x \in B$. (1)
   Es gibt ein x mit $x \in B$ und $x \notin A$. (2)
   Für jedes x gilt: Wenn $x \in B$, so $x \in C$. (3)
   Es gibt ein x mit $x \in C$ und $x \notin B$. (4)
   Es sei nun x ein beliebiges Element von A. Dann ist wegen (1) $x \in B$ und wegen (3) $x \in C$, d.h., es gilt für jedes x: Wenn $x \in A$, so $x \in C$. Damit ist (a) bewiesen. Nach (4) gibt es ein x mit $x \in C$ und $x \notin B$. Aus (1) folgt für jedes x: Wenn $x \notin B$, so $x \notin A$. Folglich gibt es ein x mit $x \in C$ und

$x \notin A$. Damit ist (b) bewiesen.

2. a) ja b) ja

---

15. a) lösbar b) nicht lösbar c) lösbar
d) nicht lösbar e) lösbar f) lösbar

16. $24 = 2^3 \cdot 3$; $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
$4719 = 3 \cdot 11^2 \cdot 13$; 863 ist Primzahl

17. $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{6}{9}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{18}{27}$; $\frac{20}{30}$

18. $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{4}{7}$

19. $\frac{13}{17}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{11}{15}$

20. $a \cdot d = b \cdot c$

21. 0,12; 4,0; $0,\overline{1}$

22. $0,58\overline{3}$; $3,\overline{571428}$; $0,\overline{69\ 2307}$

24. $\frac{3}{14} < \frac{7}{30} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2} < \frac{5}{9} < \frac{18}{25}$

25. $\frac{23}{6} < 4,66 < \frac{14}{3} = 4,\overline{6} < 4,67 < \frac{117}{25}$

26. Die gebrochene Zahl 0 ist kleiner als alle Zahlen der gegebenen Menge

27. a) lösbar b) nicht lösbar c) lösbar

28. a) nicht lösbar b) lösbar c) lösbar

29.

a	b	a+b	a-b	a·b	a:b	2a	3b	2a + 3b
$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{49}$	3	$\frac{6}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{9}{7}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	1	1	2
$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{19}{18}$	$\frac{11}{18}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{3}$
$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{34}{35}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{82}{35}$
0,36	$\frac{1}{3}$	$\frac{52}{75}$	$\frac{2}{75}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{27}{25}$	$\frac{18}{25}$	1	$\frac{43}{25}$
2,34	0,15	2,49	2,19	0,351	15,6	4,68	0,45	5,13

30.

a	b	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	5a	b : 3	a : b	$\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$	5a +(b:3)
$\frac{4}{11}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{20}{11}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{28}{33}$	$\frac{33}{28}$	$\frac{151}{77}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{7}$	3	$\frac{7}{30}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{97}{30}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{98}{27}$
0,4	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{2}$	6	2	$\frac{1}{18}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{37}{18}$
1,25	1,6	0,8	0,625	6,25	$0,5\overline{3}$	0,78125	1,28	$6,78\overline{3}$
5	$3\frac{3}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{27}$	25	$\frac{9}{8}$	$\frac{40}{27}$	$\frac{27}{40}$	$26\frac{1}{8}$

---

3. $\frac{a}{b} < 1 < \frac{b}{a}$; $\frac{b}{a} - 1 > 1 - \frac{a}{b}$, d.h., $\frac{a}{b}$ liegt näher an 1 als $\frac{b}{a}$

4. z.B.: 10; 1; 0,6; 0,59; 0,56
Die kleinste Zahl, die größer ist als alle Elemente der Menge ist die Zahl $0,\overline{5}$.

---

31. $-\frac{7}{6} < -\frac{7}{8} < 0,\overline{3} < \frac{3}{5} < \frac{5}{6} < 1$

32. $-1,\overline{3} < -1,3 < -\frac{6}{5} < 0,8 < 0,84 < 0,\overline{8}$

33.

a	b	-a	$\lvert a\rvert$	$\frac{1}{a}$	$\lvert\frac{1}{a}\rvert$	Ist a < b?	Ist $\lvert a\rvert < \lvert b\rvert$?
7	-5	-7	7	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	nein	nein
-3	$-\frac{1}{2}$	3	3	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	ja	nein
-0,6	-1,2	0,6	0,6	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	nein	ja
3,4	-5,8	-3,4	3,4	$\frac{5}{17}$	$\frac{5}{17}$	nein	ja

34.

a	b	a+b	a−b	b−a	a·b	a:b	b:a	3a−5b	|a+b|
+5	+7	+12	−2	+2	+35	$-\frac{5}{7}$	$+\frac{7}{5}$	−20	−2
+6	−3	+ 3	+9	−9	−18	− 2	$-\frac{1}{2}$	+33	+3
−3	−5	− 8	+2	−2	+15	$+\frac{3}{5}$	$+\frac{5}{3}$	−16	−2
0	−4	− 4	+4	−4	0	0	n.def.	+20	−4
$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{6}$	$+\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{2}{3}$	$+\frac{19}{6}$	$+\frac{1}{6}$
$-\frac{2}{5}$	0,6	+0,2	− 1	+ 1	−0,24	$-0,\overline{6}$	−1,5	−4,2	−0,2
−3,51	−0,15	−3,66	−3,36	3,36	0,5265	23,4	$0,\overline{042735}$	−9,78	3,36

35. a) 0 b) −3,5 c) $-\frac{14}{15}$

39. a) Die Menge der rationalen Zahlen x mit $4 \leqq x \leqq 7$

b) Die Menge der rationalen Zahlen x mit $1{,}41 \leqq x \leqq 1{,}42$

---

5. a) Annahme: Es sei $a \neq b$, also entweder $a < b$ oder $b < a$. Aus $a < b$ ($b < a$) würde $a + c < b + c$ ($b + c < a + c$) im Widerspruch zu $a + c = b + c$ folgen.

c) Annahme: Es sei $a \neq b$, also entweder $a < b$ oder $b < a$. Aus $a < b$ und $c > 0$ ($c < 0$) würde $a \cdot c < b \cdot c$ ($a \cdot c > b \cdot c$) und aus $b < a$ und $c > 0$ ($c < 0$) würde $b \cdot c < a \cdot c$ ($b \cdot c > a \cdot c$) im Widerspruch zu $a \cdot c = b \cdot c$ folgen.

Entsprechend beweist man 5. b) und 5. d)

---

40. a) $7{,}1284 < x+y < 7{,}1285$ b) $25{,}0683 < x+y < 25{,}0684$

$7{,}6315 < x-y < 7{,}6316$ $25{,}3916 < x-y < 25{,}3917$

$-1{,}8562 < x \cdot y < -1{,}8561$ $-4{,}0776 < x \cdot y < -4{,}0775$

$-29{,}3422 < x:y < -29{,}3421$ $-156{,}1107 < x:y < -156{,}1106$

---

6. Gäbe es natürliche Zahlen a und n mit $10^n = 3a$, so müßte die Zahl 10^n den Primfaktor 3 enthalten. Das ist jedoch nicht der Fall. Folglich gibt es keine natürlichen Zahlen a und n mit $10^n = 3a$ bzw. mit $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$.

41. $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^6$; $2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^9$; $2^{12} \cdot 3^8 \cdot 5^4 \cdot 7^{12}$

45. h = 3

46.

⟨7,0;7,1⟩	⟨7,1;7,2⟩	⟨7,2;7,3⟩	...	⟨7,8;7,9⟩	⟨7,9;8,0⟩
0	1	2	...	8	9

⟨0,10;0,11⟩	⟨0,11;0,12⟩	⟨0,12;0,13⟩	...	⟨0,18;0,19⟩	⟨0,19;0,20⟩
0	1	2	...	8	9

⟨1.590;1,591⟩	⟨1,591;1,592⟩	⟨1,592;1,593⟩	...	⟨1,599;1,600⟩
0	1	2	...	9

⟨4,7050;4,7051⟩	⟨4,7051;4,7052⟩	...	⟨4,7059;4,7060⟩
0	1	...	9

⟨0;0,001⟩	⟨0,001;0,002⟩	⟨0,002;0,003⟩	...	⟨0,009;0,010⟩
0	1	2	...	9

47. 1; 7; 3; 2; 0; 5; ...

48. ⟨11;12⟩ ; ⟨11,1;11,2⟩ ; ⟨11,14;11,15⟩ ; ⟨11,149;11,150⟩ ; ⟨11,1491;11,1492⟩ ; ⟨11,14916;11,14917⟩ ; ⟨11,149162⟩; ⟨11,149163⟩ ⟨11,1491625⟩; ⟨11,1491626⟩ ; ⟨11,14916253;11,14916254⟩ ; ⟨11,149162536;11,149162537⟩

49. 11; 8; 3; 3; 3; ...

50. a) Der Bildpunkt der rationalen Zahl $\frac{2}{9}$

b) ⟨0;1⟩ ; ⟨0,2;0,3⟩ ; ⟨0,22;0,23⟩ ; ⟨0,222;0,223⟩ ; ⟨0,2222;0,2223⟩ ; ⟨0,22222;0,22223⟩ ; ⟨0,222222;0,222223⟩ ; ⟨0,2222222; 0,2222223⟩ ; ⟨0,22222222; 0,22222223⟩ ; ⟨0,222222222;0,222222223⟩

51. $0,\overline{027}$ 52. − 1,73205... 53. − 0,1428571428...

54. a) $a < b$ b) $a > b$ c) $a > b$ d) $a < b$

55. a) $a > b$ b) $a > b$ c) $a < b$ d) $a < b$

56. 3,14; 3,142 ; 3,1416; 3,14159

57. r = 1,41421; s = 1,41422

58. a) 1,747546 b) 7,246078 c) 4,242641 d) 3,146264

59. a) 5 b) 3,162277 c) 4,555806 d) 0,317837

60. z.B.: $(3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$; $(3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 1$

61. $u \approx 78{,}056$ m 62. $d \approx 5{,}39$ m 63. 2,828

64. 160; 700; 0,9; 3; 5; 0,3; 4; 3; 5; 5; a
65. 4,80; 0,616; 2,45; 7,75; 24,5; 0,775

8. Es ist $\sqrt{(a-1)^2} - a = |a-1| - a = \begin{cases} -1 & \text{für } a \geq 1 \\ 1-2a & \text{für } a < 1 \end{cases}$

66. a) $3n$ mit $n \in \{0;1;2;3;4;5\}$
b) $2n$ mit $n \in \{0;1;2;3;4;5\}$
c) $3n+2$ mit $n \in N$
d) n^2 mit $n \in N$
e) 2^{n+1} mit $n \in N$
f) $4n+3$ mit $n \in \{0;1;2;3;4;5\}$

67. a) $6n$ mit $n \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$
b) $2n+1$ mit $n \in \{0;1;2;4\}$
c) $4n+2$ mit $n \in N$
d) n^3 mit $n \in N$
e) 3^{n+1} mit $n \in N$
f) $3n+1$ mit $n \in \{0;1;2;3;4;5\}$

68. a) $M = \{1;3;5;\ldots;19;21\}$
b) $M = \{1; \frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1000}\}$
c) $M = \{-1;1;3;5;7\}$
d) $M = \{5;25;50;3;23;48\}$

69. a) $M = \{2;5;8;\ldots;29;32\}$
b) $M = \{\frac{1}{2}; \frac{1}{10}; \frac{1}{20}; \frac{1}{100}; \frac{1}{200}\}$
c) $M = \{-7; -5; -3; -1; 1\}$
d) $M = \{6;8;10;0;2;4\}$

70. a) $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$, $\frac{\text{Ertrag der Fläche}}{\text{Fläche}}$, $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$, $\frac{\text{Druckkraft}}{\text{gedrückte Fläche}}$, $\frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{aufgenommene Leistung}}$

b) Beispiele: $\frac{\text{Prozentwert} \cdot 100}{\text{Grundwert}}$, $\frac{\text{Hangabtriebskraft} \cdot \text{Höhe der geneigten Ebene}}{\text{Gewicht}}$

71.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
natürliche Zahlen	$x \in \{0,1,2\}$	$x=1$	$x \in N$	n.l.	n.l.	n.l.
gebrochene Zahlen	$x < 3$	$x=1$	$x \in R^*$	n.l.	n.l.	$0 < x < 1$
rationale Zahlen	$x < 3$	$x \in \{1;-2\}$	$x \in R$	n.l.	n.l.	$0 < x < 1$
reelle Zahlen	$x < 3$	$x \in \{1;-2\}$	$x \in P$	n.l.	$x \in \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$	$0 < x < 1$

72.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
natürliche Zahlen	$x \in \{0,1\}$	$x=2$	$x \in N$	n.l.	n.l.	$x \in \{0;1\}$
gebrochene Zahlen	$x < 2$	$x=2$	$x \in R^*$	n.l.	n.l.	$x \in \{0;1\}$
rationale Zahlen	$x < 2$	$x \in \{2;-3\}$	$x \in R$	n.l.	n.l.	$x \in \{0;1\}$
reelle Zahlen	$x < 2$	$x \in \{2;-3\}$	$x \in P$	n.l.	$x \in \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$	$x \in \{0;1\}$

73. $m_a = \frac{a^2 + b^2}{2}$ $\qquad m_g = \sqrt{a^2 - b^2} = |a \cdot b|$

74.

	a)	b)	c)	d)
natürliche Zahlen	-	$a \in \{0;6\}$	$b=18$	$y \in \{0;3\}$
gebrochene Zahlen	$x = \frac{2}{3}$	$a \in \{0;6\}$	$b=18$	$y \in \{0;3\}$
rationale Zahlen	$x = \frac{2}{3}$	$a \in \{0;6\}$	$b=18$	$y \in \{0;3;-3\}$
reelle Zahlen	$x = \frac{2}{3}$	$a \in \{0;6\}$	$b=18$	$y \in \{0;3;-3\}$

75.

	a)	b)	c)	d)
natürliche Zahlen	$q = 0$	$m=0$, $n=0$	$x=4$	$z=5$
gebrochene Zahlen	$q = 0$	$m=0$, $n=0$	$x=4$	$z=5$
rationale Zahlen	$q = 0$	$n=0$, $m \in \{-9;0\}$	$x \in \{4;-4\}$	$z \in \{5;-5\}$
reelle Zahlen	$q = 0$	$n=0$, $m \in \{-9;0\}$	$x \in \{4;-4\}$	$z \in \{5;-5\}$

9. mindestens 12 $\qquad$ 10. mindestens 13

11. Alle natürlichen Zahlen der Form $n^6 = (n^2)^3 = (n^3)^2$ mit $n \in N$
z.B.: 0, 1, 64

12. a) Sie sind zueinander reziprok. b) Sie sind gleich.

13. a) wird verdoppelt b) auf ein Viertel gekürzt
c) um ein Drittel verkürzt

76. a) $-5a + 2b + 2$
b) $-24a^3 - 25a^2 + a + 26\,000$
c) $\frac{r}{2} - a$
d) $1{,}8m + 0{,}8n + 2$

77. a) $12 + x + 21y$
b) $88b^2 - 40b + 625\,600$
c) $-\frac{1}{5}a - \frac{2}{5}b$
d) $-1{,}8r - 8{,}4s + 6$

78. a) $p - q + r - 1$
b) $-5p + 7q - 9r - 1$
c) $5p - 7q + 9r + 1$
d) $\frac{4}{3}p - \frac{5}{4}q + \frac{4}{3}r - \frac{1}{4}$
e) $\frac{14}{3}p - \frac{27}{4}q + \frac{26}{3}r + \frac{1}{3}$
f) $-\frac{14}{3}p + \frac{27}{4}q - \frac{26}{3}r - \frac{1}{3}$
g) $-\frac{5}{3}p + \frac{11}{4}q - \frac{11}{3}r - \frac{1}{3}$
h) $\frac{7}{3}p - \frac{13}{4}q + \frac{13}{3}r + \frac{5}{3}$
i) $\frac{8}{3}p - \frac{15}{4}q + \frac{14}{3}r - \frac{2}{3}$
k) $\frac{2}{3}p - \frac{3}{4}q + \frac{2}{3}r - \frac{5}{3}$
l) $\frac{16}{3}p - \frac{29}{4}q + \frac{28}{3}r + \frac{5}{3}$

79. a) $-2p^3 + 3q^2 - 3r^3 - 5r^4 - 7$
b) $-4p^3 + 5q^2 + 3r^3 - 5r^4 + 7$
c) $4p^3 - 5q^2 - 3r^3 + 5r^4 - 7$
d) $-\frac{1}{2}p^3 + 3q^2 - \frac{5}{7}q - 3r^3 - \frac{15}{4}r^4 - \frac{52}{7}$
e) $\frac{5}{2}p^3 - 5q^2 + \frac{5}{7}q + \frac{15}{4}r^4 - 3r^3 - \frac{46}{7}$
f) $-\frac{5}{2}p^3 + 5q^2 - \frac{5}{7}q - \frac{15}{4}r^4 + 3r^3 + \frac{46}{7}$
g) $-\frac{3}{2}p^3 + 4q^2 - \frac{5}{7}q - \frac{15}{4}r^4 - \frac{3}{7}$
h) $\frac{9}{2}p^3 - 4q^2 - \frac{5}{7}q + \frac{25}{4}r^4 - \frac{3}{7}$
i) $-\frac{1}{2}p^3 - q^2 + \frac{5}{7}q - 3r^3 - \frac{5}{4}r^4 - \frac{46}{7}$
k) $-\frac{7}{2}p^3 + 3q^2 + \frac{5}{7}q - \frac{25}{4}r^4 - 3r^3 - \frac{46}{7}$
l) $\frac{11}{2}p^3 - 5q^2 - \frac{5}{7}q + \frac{25}{4}r^4 - 3r^3 - \frac{52}{7}$

m) $-\frac{16}{3}p + \frac{29}{4}q - \frac{28}{3}r - \frac{5}{3}$ m) $-\frac{11}{2}p^3 + 5q^2 + \frac{5}{7}q - \frac{25}{4}r^4 + 3r^3 + \frac{52}{7}$

n) $\frac{16}{3}p - \frac{29}{4}q + \frac{28}{3}r + \frac{5}{3}$ n) $\frac{11}{2}p^3 - 5q^2 - \frac{5}{7}q + \frac{25}{4}r^4 - 3r^3 - \frac{52}{7}$

80. a) ja b) ja c) ja

81. a) ja b) ja c) nein

82. a) $m \cdot n + m \cdot n \cdot k - m \cdot n \cdot l$

83. a) $24x^2y - 24x^3 + 36x^3y$

b) $6a^2b - 30ab^2$

b) $15a^2b - 75ab^2$

c) $\frac{3}{5}ax^2 - \frac{4}{7}x$

c) $-\frac{13}{12}x^2 - x^4$

84. für k = 1

85. a = 0 oder b = 0 oder a - 5b = 0

86. a) $14a^2 - 23ab - 10b^2$

87. a) $-12x^2 + 54x - 127xy$

b) $-\frac{41}{12}r - \frac{3}{20}s + 3$

b) $\frac{113}{16}p - \frac{1}{2}q - \frac{2}{3}$

c) 1,95 ax - 11,03 x

c) 0,07 ax - 7,54 a

d) - 2bc

d) 2xz + 2yz

88. a) $t(v_0 - \frac{1}{2}gt)$

89. a) $t(v_0 + \frac{1}{2}gt)$

b) $l_0 (1 + \alpha \Delta t)$

b) $V_0 (1 + \gamma \Delta t)$

c) $\frac{h}{3}(A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + A_2)$

c) $\frac{\pi}{3}h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

d) $\pi s (r_1 + r_2)$

d) $\frac{\pi}{2}s(\alpha_1 + \alpha_2)$

e) $\pi \cdot h^2 (r - \frac{h}{3})$

e) $\frac{\pi}{6}h^2(3r + 2h)$

f) $\frac{n}{2}(n + 1)$

f) $n(n + 1)$

90. a) $x(y - 4)$

91. a) $y(3x - 1)$

b) $2a(\frac{b}{3} + 1)$

b) $\frac{12}{5}x$

c) $ab(2 + 3x - y)$

c) $rt(5s - 7 + 35st)$

d) $3ab(3ab - 2a - b + 4)$

d) $5xy(3y - 10x + 9 + 5xy)$

e) $-x(1 + y)$

e) $-a(1 + ab)$

92. a) $-7r(4s + 11t + 12u + 13v)$

93. a) $-15mn(3n + 1 + 9mn + 7m)$

b) $\frac{2}{5}a^2bc(2bc - a^2c + 3ab - 4)$

b) $\frac{1}{6}xyz^2(5yz - 7x^2y^2z - 4xy + 5xz)$

c) $0{,}8m^2n(0{,}3n - 0{,}8n^2 + 1 - 60mn)$

c) $0{,}6ab^2(2b - 40a - a^2b + 0{,}6a^2)$

d) $3b^2(5a - 6a^2 - 11)$

d) $3x^2(6y^2 - 9y + 4)$

e) $18(3m^2n^2 - 6mn - 2m^2 + 10n^2)$

e) $13rs(7r - 3 + 10s - 5rs)$

94. a) $18c - 15cd + 6d - 5d^2$

95. a) $-2r^2 - 7rs + 99s^2$

b) $\frac{12}{7}c^2 - \frac{10}{7}cd - \frac{2}{3}d^2$

b) $\frac{5}{8}r^2 + \frac{39}{8}rs - \frac{27}{4}s^2$

c) $\frac{24}{7}c - 4d - \frac{20}{7}cd + \frac{10}{3}d^2$

c) $-\frac{5}{4}r^2 + \frac{67}{8}rs - \frac{33}{4}s^2$

d) $-0{,}48 - 120c + 0{,}4d + 100cd$

d) $100r^2 + 0{,}18r - 550rs - 0{,}99s$

e) $-0{,}24c - 60c^2 - 20cd - 0{,}08d$

e) $-50r^2 - 0{,}09r - 450rs - 0{,}81s$

f) $36 - 60d + 25d^2$

f) $4r^2 - 44rs + 121s^2$

g) $\frac{72}{7}c^2 - \frac{60}{7}c^2d - \frac{60}{7}cd + \frac{50}{7}cd^2 - 4d^2 + \frac{10}{3}d^3$

g) $-\frac{5}{4}r^3 - \frac{23}{8}r^2s - \frac{537}{8}rs^2 - \frac{297}{4}s^3$

h) $-\frac{48}{175}c - \frac{480}{7}c^2 + \frac{2808}{35}cd + \frac{400}{7}c^2d + \frac{8}{25}d - \frac{4}{15}d^2 - \frac{200}{3}cd^2$

h) $\frac{125}{2}r^3 - \frac{1675}{4}r^2s + \frac{825}{2}rs^2 + \frac{9}{80}r^2 - \frac{603}{800}rs + \frac{297}{400}s^2$

i) $9c^2 - 18c + 21cd + 6d^2 - 6d$

i) $3r^2 + 25rs - 18s^2$

k) $\frac{16}{49}c^2 + 18c - \frac{331}{21}cd - \frac{41}{9}d^2 + 6d$

k) $-\frac{103}{64}r^2 - \frac{127}{16}rs + \frac{1593}{16}s^2$

96. a) $3ax - \frac{2}{3}ay - 3bx + \frac{2}{3}by$

97. a) $\frac{4}{5}a + b - \frac{4}{5}ay - by$

b) $-\frac{5}{2}ay + 7ax + \frac{5}{4}y - \frac{7}{2}x$

b) $\frac{14}{27}x - \frac{4}{3}y - \frac{7}{9}ax + 2ay$

c) $3a - 6b - 3c + ax - 2bx - cx$

c) $x^2 - 4xy - xz - 5y^2 - yz$

98. a) $-1 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} + x^2$

99. a) $\frac{2}{a^2} + \frac{1}{a} - 1 - \frac{3}{2}a - \frac{a^2}{2}$

b) $x^3 - 3x^2 + 7x - 5$

b) $x^3 - x^2 - 6x - 4$

c) $-a^2 - 3ab - 2b^2 + 2au + 3bu - u^2$

c) $-3x^2 - 10xy + 8xz - 8y^2 + 14yz - 5z^2$

d) $5a^2 + 221a^2b - 135a^2b^2 - 36a^2b^3 - 8a^2c - 360a^2bc - 72a^2b^2c$

d) $70d^2e - 120d^2e^2f - 240d^2ef^2 + 28de - 96ef^2 - 62de^2f + 48de^2f^3 + 24de^3f^2$

100. a) $(2a + 5)(3b + c)$

101. a) $(5 + 2x)(3y + z)$

b) $(2a + 5b)(2q - p)$

b) $(5d + 2c)(2g - h)$

c) $(70ab - 3)(13 - a^2b^2)$

c) $(a^2b + 13)(70ab - 3)$

d) $(5x - 2y)(3 + a - 5b)$

d) $(9 - 7a)(7x + y - 2z)$

e) $8pq^2(1 - 5p + 11q - 7r)$

e) $6ab(a^2 - 7b - 1 + 6c)$

102. a) 0 b) $2(x - 2y - 1)(3 + 5u)$

---

14. a) a = b α) 2a β) 0 γ) a^2

b) a = -b α) 0 β) 2a oder -2a γ) $-a^2$

15. a) $b = \frac{1}{a}$ α) $a + \frac{1}{a}$ β) $a - \frac{1}{a}$ γ) a^2
b) $b = -\frac{1}{a}$ α) $a - \frac{1}{a}$ β) $a + \frac{1}{a}$ γ) $-a^2$
c) $a = 0$ α) b β) $-b$ γ) 0 $(b \neq 0)$

---

108. a) $a \cdot b - c$ b) $a + \frac{b}{c}$
c) $a - (b+c)$ d) $(a+b) \cdot c$

109. a) $a - b \cdot c$ b) $\frac{a}{b} + c$
c) $a - (b-c)$ d) $a \cdot (b+c)$

110. a) $(a + b) \cdot 2c$
b) $3(a - b)(a + b)$
c) $(\frac{a}{4} + 5b)(c - d)$

111. a) $(3a + b) : 5c$
b) $(a + b)(a - b)$
c) $a(2a - \frac{b}{2}) - a$

---

16. Die Volumenzunahme ist größer als die Volumenabnahme.

---

112. a) $16 + 8a + a^2$
b) $b^2 - 6b + 9$
c) $9x^2 - 12xy + 4y^2$
d) $225a^2 + 600ac + 400c^2$
e) $121r^2 - 198rt + 81t^2$
f) $64 + 144b + 81b^2$

113. a) $25 + 10z + z^2$
b) $s^2 - 24s + 144$
c) $324x^2 + 72xy + 4y^2$
d) $25a^2 + 40ab + 16b^2$
e) $169r^2 - 208rs + 64s^2$
f) $900 - 1500x + 625x^2$

114. a) $4x^2 - y^2$
b) $144r^2 - 0{,}81s^2$
c) $2{,}25a^2 - 169b^2$

115. a) $b^2 - 25c^2$
b) $196x^2 - 0{,}49y^2$
c) $1{,}21a^2 - 1{,}44b^2$

116. a) $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$
b) $x^2 - 0{,}8x + 0{,}16$
c) $x^2 - 4$ d) $x^2 - \frac{1}{4}$
e) $x^2 + px + \frac{p^2}{4}$
f) $x^2 + 4ax + 4a^2$
g) $x^2 - 5x + \frac{25}{4}$
h) $x^2 - 0{,}6sx + 0{,}09s^2$

117. a) $x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{16}{25}$
b) $x^2 + 0{,}2x + 0{,}01$
c) $x^2 - 49$ d) $x^2 - \frac{4}{9}$
e) $x^2 - px + \frac{p^2}{4}$
f) $x^2 + 6sx + 9s^2$
g) $x^2 + 3{,}2x + 2{,}56$
h) $x^2 - \frac{18}{7}x + \frac{81}{49}$

118. a) $0{,}01 - 0{,}2y + y^2$
b) $144m^2n^2 - 2{,}64mn^3 + 1{,}21n^4$
c) $\frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{3}by + \frac{1}{4}b^2$
d) $\frac{4}{25}a^2 + \frac{6}{25}a + \frac{9}{100}$
e) $25a^2 - 2a + 0{,}04$
f) $6{,}25 - 0{,}25x^2$

119. a) $z^2 - 0{,}16z + 0{,}0064$
b) $\frac{9}{16}a^2 - \frac{3}{4}ay + \frac{1}{4}y^2$
c) $\frac{36}{49} + \frac{6}{7}e + \frac{1}{4}e^2$
d) $0{,}81a^4 - 16{,}2a^3b + 81a^2b^2$
e) $0{,}04z^2 - \frac{1}{4}$
f) $\frac{49}{64}p^2 + \frac{63}{50}p + \frac{324}{625}$

120. a) 1444 b) 5041 c) 3596
d) 9984 e) 7225 f) 324
g) 10609 h) 7569

121. a) 2704 b) 1225 c) 2496
d) 3249 e) 2356 f) 5776
g) 1936 h) 9801

122. a) $8x^2 - 12x - 56$
b) $10x^2 - 48x + 106$

123. a) $5x^2 + 4x + 25$
b) $3x^2 + 20x - 7$

124. a) $-1{,}6a^2 + 4{,}72a - 2{,}64$
b) $1896b^2 + 3550b - 1225$
c) 0

125. a) $64y^2$
b) $39ab$
c) $0{,}11x^2 - 0{,}19xy - 0{,}11y^2$

126. a) $(x + 2)^2$ b) $(x - \frac{3}{2})^2$
c) $(x + 3y)^2$ d) $(4r - 7s)^2$
e) $(\frac{2}{3}a + 0{,}3b)(\frac{2}{3}a - 0{,}3b)$
f) $(1{,}5x^2 + 22x)(1{,}5x^2 - 22x)$

127. a) $(x + 7)^2$ b) $x - \frac{1}{2})^2$
c) $(2a + b)^2$ d) $(6a - 5b)^2$
e) $(3{,}2y + 19y^2)(3{,}2y - 19y^2)$
f) $(0{,}2x + \frac{4}{5}y)(0{,}2x - \frac{4}{5}y)$

128. a) $(m^2 - n^2)^2$ b) $(0{,}5s - r)^2$
c) $-(p - q)^2$ d) $(1{,}2 - 2c)^2$
e) $(0{,}9m - 0{,}3)^2$

129. a) $(a^2 + b)^2$ b) $(x + \frac{1}{2}y)^2$
c) $-(13 - n)^2$ d) $(3a - 0{,}8b)^2$
e) $(\frac{7}{10}m - 0{,}6\,1)^2$

---

17. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

18. $(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$; $n \in N$
$(2n)^2 = 4n^2 = 2(2n^2)$; $n \in N$

19. $(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2 > 1 + 2x$, da $x^2 > 0$

$(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3 > 1 + 3x$, da $x^2(3+x) > 0$ für $x > -1$

$(1+x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4 > 1 + 4x$, da $x^2(6 + 4x + x^2) > 0$,

denn $6 + 4x > 0$ für $x > -1$

$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5 > 1 + 5x$,

da $x^2(10 + 10x + x^2(5 + x)) > 0$

$(1+x)^5 > 1 + 5x \quad | \cdot (1+x) \qquad 1 + x > 0$

$(1+x)^6 > 1 + 6x + 5x^2$, $5x^2 > 0$

also $(1+x)^6 > 1 + 6x$

130.a) 9; $(x-3)^2$ b) $\frac{9}{4}$; $(x+\frac{3}{2})^2$

c) $\frac{1}{400}$; $(x-\frac{1}{20})^2$ d) 2500; $(x+50)^2$

e) $\frac{1}{16}$; $(2a+\frac{1}{4})^2$

f) $(7,2b)^2$; $(a+7,2b)^2$

g) 100; $(0,15p-10)^2$

h) $\frac{1}{4}$; $(9x+\frac{1}{2})^2$

131.a) $\frac{25}{4}$; $(x-\frac{5}{2})^2$ b) 36; $(x+6)^2$

c) $\frac{1}{16}$; $(x-\frac{1}{4})^2$ d) 250000; $(x+500)^2$

e) $\frac{25}{144}$ b²; $(1,2a-\frac{5}{12}b)^2$

f) $\frac{1}{36}$; $(3x+\frac{1}{6})^2$

g) 9; $(0,7r-3)^2$

h) $\frac{25x^2}{4y^2}$; $(5y-\frac{5x}{2y})^2$

132.a) $4x^2$; $(\frac{x}{4}+2x)^2$

b) $\frac{25}{4a^2}$; $(ax-\frac{5}{2a})^2$

c) $\frac{a^2}{4}$; $(x+\frac{a}{2})^2$

d) n^2; $(m^2-n)^2$

e) a^2b^2; $(2a+ab)^2$

133.a) 100; $(1,1x+10)^2$

b) $\frac{9b^2}{4}$; $(\frac{a}{3}+\frac{3b}{2})^2$

c) $\frac{b^2}{4}$; $(a+\frac{b}{2})^2$

d) s^4; $(r^2+s^2)^2$

e) $9c^2d^2$; $(3c-3cd)^2$

134.a) $(x+1)^2+4$ b) $(x-1)^2-6$

c) $(x+\frac{b}{2})^2-(\frac{b^2}{4}+c)$

d) $(x-\frac{b}{2})^2-(\frac{b^2}{4}-c)$

e) $(a+b)^2-2b^2$

f) $(5m-\frac{1}{2}n)^2+\frac{19}{4}n^2$

g) $(x-\frac{1}{2})^2+1$

h) $(5x-\frac{9}{5})^2-2,43$

135.a) $(x+4)^2-19$ b) $(x-4)^2-13$

c) $(x-\frac{p}{2})^2-(\frac{p^2}{4}-q)$

d) $(x+\frac{p}{2})^2-(\frac{p^2}{4}+q)$

e) $(x+y)^2-2y^2$

f) $(2x+2y)^2+4y^2$

g) $r-\frac{3}{2})^2+\frac{5}{4}$

h) $(4x-2)^2-3,84$

i) $(x+\frac{7}{2})^2-\frac{89}{4}$

k) $(x-\frac{15}{2})^2-\frac{113}{2}$

i) $(x-\frac{7}{2})^2-12$

k) $(x+4,5)^2-21,00$

136. a) -25 b) $-\frac{1}{16}$ c) 0

d) 0 e) -18 f) -16

137. a) 25 b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{16}$

d) 27 e) 0 f) 19

138. a) $(-a-b)^2 = (-a)^2+2(-a)(-b)+(-b)^2 = a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

b) $(a-b)^2 = a^2+2a(-b)+(-b)^2 = a^2-2ab+b^2 = (-a)^2+2(-a)b+b^2$

$= (-a+b)^2$

139. a) Produkt; $9x^2 - 0,04y^2$

b) Summe; $3x + 0,6xy - 0,2y$

c) Summe; $3x + 0,6xy - 0,04y^2$

d) Differenz; $9xy + 0,4y^2$

e) Potenz; $9x^2 + 1,2xy + 0,04y^2$

f) Summe; $3x + 0,2y^2$

g) Summe; $3x + 0,04y^2$

h) Differenz; $3xy - 1,2y$

140.a) Differenz; $\frac{3}{2}a - 0,01b^2$

b) Produkt; $9a^2-0,6ab+0,01b^2$

c) Summe; $1,3a - 0,03b^2$

d) Differenz; $\frac{3}{2}a-\frac{3}{20}ab-0,01b^2$

e) Potenz; $\frac{9}{4}a^2-0,3ab+0,01b^2$

f) Differenz; $0,1a-\frac{3}{2}b^2$

g) Differenz; $-0,8a+0,1a^2$

h) Differenz; $\frac{3}{2}ab-1,1b^2$

---

20. a) $196 + 140z + 25z^2 = (14+5z)^2$ $196+25z^2+(\frac{25z^2}{28})^2 = 14+\frac{25z^2}{28})^2$

b) $\frac{x^2}{9}+\frac{xz}{24}+\frac{z^2}{256} = (\frac{x}{3}+\frac{z}{16})^2$ $\frac{x^2}{9}+\frac{z^2}{256}+(\frac{3z^2}{512x})^2 = (\frac{x}{3}+\frac{3z^2}{512x})^2$

c) $-196 \mp 130z - 25z^2 = -(13 \pm 5z)^2$ $-169-25z^2-(\frac{25z^2}{26})^2 = -(13+\frac{25z^2}{26})^2$

d) $\frac{y^2}{4}+\frac{yz}{9}+\frac{z^2}{81} = (\frac{y}{2}+\frac{z}{9})^2$ $\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{81}+(\frac{z^2}{81y})^2 = (\frac{y}{2}-\frac{z^2}{81y})^2$

e) $x^2y^2 + 2xyz + z^2 = (xy+z)^2$ $x^2y^2+z^2+(\frac{z^2}{2xy})^2 = (xy+\frac{z^2}{2xy})^2$

f) $0,0144x^2 + 0,24xy + y^2 = (0,12x+y)^2$ $0,0144x^2+y^2+(\frac{25y^2}{6x})^2$

$= (0,12x+\frac{25y^2}{6x})^2$

g) $0,81 + 0,36z + 0,04z^2 = (0,9+0,2z)^2$ $0,81+0,04z^2+(\frac{81}{40z})^2$

$= (0,2z+\frac{81}{40z})^2$

h) $x^2 + 8xy + 16y^2 = (x+4y)^2$ $x^2+16y^2+(\frac{8y^2}{x})^2 = (x+\frac{8y^2}{x})^2$

21. a) $a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$

b) $4x^2 - 12xy + 16xz + 9y^2 - 24yz + 16z^2$

c) $4x^2 - 12xy + 16xz + 9y^2 - 24yz + 16z^2$

22. a $(x-3)^2 \geq 0$ b) $(x+4)^2 + 1 > 0$

c) $-(x-10)^2 - 1 < 0$ d) $(2x-2y)^2 + y^2 \geq 0$

e) $(\frac{x}{4} - 8)^2 + 1 > 0$ f) $\frac{9x^2}{25} - x + \frac{25}{36} > (\frac{3x}{5} - \frac{5}{6})^2 \geq 0$

23. a) 0 für a = b+2 b) 0 für rs c) 1 für $r = \pm 1$

24. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

$a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$

$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \geq ab$

$(\frac{a+b}{2})^2 \geq ab$, da $a \cdot b \geq 0$

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

25. a) $\Delta A = 2a\,\Delta a + (\Delta a)^2$ b) $\frac{\Delta A}{A} = \frac{2a\,\Delta a + (\Delta a)^2}{a^2} \geq 2\,\frac{\Delta a}{a}$

---

141. a) $\frac{22}{55} < \frac{33}{44} < \frac{44}{55} < \frac{66}{77} < \frac{77}{88} < \frac{99}{100}$

b) $\frac{14}{85} < \frac{9}{51} < \frac{20}{102}$

c) $\frac{5}{8} < \frac{17}{24} < \frac{5}{6}$

142. a) $\frac{6}{9} < \frac{3}{4} < \frac{20}{25} < \frac{36}{42} < \frac{14}{16} < \frac{99}{100}$

b) $\frac{14}{85} < \frac{12}{68} < \frac{8}{34}$

c) $\frac{6}{17} < \frac{19}{51} < \frac{2}{3}$

143. a) $n > 24$ b) $n = 24$

c) $n > 20$

144. a) $n < 64$ b) $n = 64$

c) $n < 6$

145. a) $\frac{35}{49} = \frac{15}{21}$ b) $\frac{27}{21} < \frac{49}{35}$

c) $\frac{10}{26} < \frac{12}{27}$

146. a) $\frac{3}{5} > \frac{30}{55}$ b) $\frac{13}{33} < \frac{14}{28}$

c) $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$

147. a) $\frac{2{,}1\ ab^2c}{3bc^2}$ b) $\frac{0{,}16x^3y}{160xy^3}$

c) $\frac{5ast + 5bst}{85rst}$ d) $\frac{6a}{80ax - 40ay}$

e) $\frac{x^2y + xy^2}{x^2y - xy^2}$

f) $\frac{2a^2 + 5ab + 2b^2}{ay - 2ab + 2by - 4b^2}$

148. a) $\frac{90ab^3}{0{,}09a^3b}$ b) $\frac{21x^2y^2z}{2{,}5xyz^2}$

c) $\frac{36b}{150ab - 180b^2}$ d) $\frac{15xy^2 + 10x^2y}{5x^2y^2}$

e) $\frac{a^2 - 24a^2b + 144a^2b^2}{a^2 - 144a^2b^2}$

f) $\frac{x^2y - xy^2}{x^2y + xy^2}$

149. a) $\frac{120\ ab}{112\ bc}$ b) $\frac{5(a+b)st}{85\ rst}$

c) $\frac{2ab(a-b)}{a^2 - b^2}$ d) $\frac{8}{16p^2 - 4q^2}$

e) $\frac{(a-b)\,(u - \frac{v}{2})}{4u^2 - 4uv + v^2}$

150. a) $\frac{2m^3n}{10m^2n^2}$ b) $\frac{13(x-y)}{x^2 - y^2}$

c) $\frac{5(x-y)}{85xy}$ d) $\frac{(4a-2b)\cdot 4(a+b)}{4(a+b)^2}$

e) $\frac{15(11a-1)}{121a^2 - 22a + 1}$

151. a) $\frac{22\ p}{3\ q}$ b) $\frac{1}{x^2}$ c) $2b + 1$

d) $\frac{9a^2}{4b^2}$ e) 7 f) x^2y

g) $\frac{a-b}{a+b}$ h) $3a - 2 + 7b$

152. a) $\frac{14\ s}{3\ r}$ b) x^2 c) $\frac{1 - 4b}{10}$

d) 3 e) 0,01 f) $\frac{2+y}{2-y}$

g) $\frac{54r^2 - 105rs - 7}{7}$ h) $\frac{1}{mn^2}$

153. a) $\frac{a \cdot 3ab}{b \cdot 3ab}$ b) $\frac{ab}{a^2 + 4ab} = \frac{b}{a+4b}$ c) $\frac{(a+b)\cdot cd}{(a-b)\cdot cd}$ d) $\frac{5a^3 - b^2}{a^2 - b^2}$

154. a) $8xy - 7y^2 - y$

b) $-8xy + 7y^2 + y$

c) $8x - 7y - 1$

d) $-8x + 7y + 1$

e) $2{,}4x - 2{,}1y - 0{,}3$

f) $24 - \frac{21y}{x} - \frac{3}{x}$

155. a) $-\frac{1}{2}a^2 + ab - 3a^2b^2 + \frac{3}{2}ab^2$

b) $-a + 2b - 6ab^2 + 3b^2$

c) $-1 + \frac{2b}{a} - 6b^2 + \frac{3b^2}{a}$

d) $-\frac{1}{4} + \frac{b}{2a} - \frac{3}{2}b^2 + \frac{3b^2}{4a}$

e) $-\frac{1}{b} + \frac{2}{a} - 6b + \frac{3b}{a}$

f) $-\frac{1}{4b^2} + \frac{1}{2ab} - \frac{3}{2} + \frac{3}{4a}$

156. a) $\frac{b}{8} + \frac{a}{8} - \frac{c}{8} + \frac{1}{2}$

b) $ab + b - 1$

c) $-\frac{1}{20}rt - \frac{1}{10}rs + \frac{1}{5}t^2 - \frac{1}{20}$

d) $\frac{5}{2}p + 3 - q$

157. a) $x - \frac{ay}{2} + \frac{y}{2}$

b) $m + n + 2$

c) $-14rs + 8$

d) $5xy - 11x + 12y$

158. a) $\frac{8}{y} - \frac{1100}{xy} + \frac{20}{x^2}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{a}{10b} - \frac{3a}{100}$

c) $-\frac{2060}{3} + \frac{2000}{s} + \frac{6}{5rs}$

159. a) $\frac{2}{5x^2} - \frac{200y^2}{x} + 100$

b) $50x - 8 + \frac{10}{y^2}$

c) $-\frac{6575}{3y} + 400x + 2$

160. a) $3000\ m^2n - 1{,}8\ mn^2r - 36\ \frac{mr^2}{n} + 720\ m^2n^2r^2$

b) $30\ mr - 0{,}018\ nr^2 - 0{,}36\ \frac{r^2}{n^2} + 7{,}2\ mnr^3$

c) $500\frac{m^3n^2}{r} - 0{,}3m^2n^3 - 6m^2r + 120m^3n^3r$

d) $-25m^2 + \frac{3}{200}mnr + \frac{3mr^2}{10n^2} - 6m^2nr^2$

e) $-\frac{125mn}{r} + \frac{3}{40}n^2 + \frac{3r}{2n} - 30mn^2r$

161.* a) x+3 b) $c^2 + 2cd - 4d^2$ 162.* a) $\frac{1}{2}x - 0{,}2$ b) x^3-2x^2-3x-4

c) $x^3 + 2x^2 + 3x + 3$ c) $2a - b + \frac{3}{a+b}$

163. a) 420 b) 600 c) 780 164. a) 210 b) 1260 c) 525

d) 4290 e) 3960 d) 1260 e) 240

165. a) $a^2b^2c^2$ b) $a^2b^2c^2$ 166. a) $x^2y^2z^2$ b) xyz

c) a^3b^3c c) xy^3z^3

167. a) $r^3s^2t^3$ b) $63m^2n^2$ 168. a) $r^2s^3t^2$ b) 30xyz

c) $600a^2b^2$ c) $84m^2n^2$

169. a) xy(x+y) b) 84a(7-a) 170. a) xy(x-y) b) $m^2n(m+4)$

c) $(a+b)^2\cdot(a-b)$ c) $(x+y)\cdot(x-y)^2$

171. a) $\frac{a}{b} > \frac{2a}{3b}$ b) $\frac{a}{5ab} < \frac{3b}{7b^2}$ 172. a) $\frac{x}{2y} = \frac{11x}{22y}$ b) $\frac{rs}{3st} > \frac{rst}{4st^2}$

c) $\frac{a+b}{a-b} > \frac{a-b}{a+b}$ c) $\frac{2x-y}{2x+y} < \frac{2x+y}{2x-y}$

$\frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b}{a+b}$ bei a = 0 d) $\frac{xy}{ab} < \frac{xy+z}{ab}$

oder b = 0 $\frac{xy}{ab} = \frac{xy+z}{ab}$ bei z = 0

d) $\frac{2a+1}{4ab} > \frac{1}{2b}$

e) $\frac{2}{c} > \frac{c}{2}$ bei c = 1 e) $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ bei b < a

$\frac{2}{c} = \frac{c}{2}$ bei c = 2 $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ bei b = a

$\frac{2}{c} < \frac{c}{2}$ bei c > 2 $\frac{a}{b}$ $\frac{b}{a}$ bei b > a

173. a) a + b - ab b) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ r $\frac{ab}{c}$ 174. a) $1 + x + y$ b) $\frac{1}{xy} - 2 + xy$

c) $\frac{a}{b} + \frac{2c}{a} + \frac{b}{a}$ d) 2x - 3y c) $\frac{1}{2x^2} - \frac{2}{5x} + \frac{1}{50}$ d) $\frac{s}{t} - \frac{1}{2}$

e) $5 + \frac{r}{s}$ f) 0,2x - 0,3y e) $2r - \frac{5}{2}s$ f) $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s}$

g) $\frac{1}{f} - \frac{1}{s}$ h) $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ g) $\frac{7}{3}x - \frac{11}{3}y$ h) $\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}$

175. a) $\frac{a^2b^2 + a^2y^2 + b^2x^2}{a^2b^2}$

b) $\frac{xy^2 + 15}{15x^2y^2}$ c) $\frac{127\,a}{112bc}$

d) $\frac{s' + s}{ss'}$ e) $\frac{a^6 - b^6}{a^3b^3}$

f) $\frac{1 + x^4}{x^2}$

176.a) $\frac{1800\,a^2b^2 + 4b^2 + 3a^2}{60a^2b^2}$

b) $\frac{4 - c^2}{2c}$ c) $\frac{5x + 2}{60xy}$

d) $\frac{a + b^4}{b^2}$ e) $\frac{5as + ar + 4bs}{85rs}$

f) $\frac{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}{R_1R_2R_3}$

177. a) $\frac{101c - 499}{100c}$

b) $\frac{-25m + 30n - 27}{24\,mn}$

c) $\frac{-10n^2 + 6n^2r + 5nr - 15r^2}{30nr}$

178.a) $\frac{15x^2 + xy + 14y^2}{105y}$

b) $\frac{-20as - 6r^3 - 30r^2 + 21r}{24r^2s}$

c) $\frac{20s^2 + 4s^2t + 4st^2 - 5t^2}{20st}$

179. a) $\frac{-100x + 41y - 5y^2 - 20y^3 + 20}{40y(4y + 5)}$ b) $\frac{2u^3 + 5u^2 - u^2v + 3uv^2 - 5v^2}{(u+v)(u-v)\,u}$

c) $\frac{7y^2 - 5x^2 + 3(x+y)}{xy(x + y)}$

d) $\frac{-22m^5 + 23m^3 + 22m^3u^2 - 3m^2n - 29m^2n^3 - 27mn^2 + 27n^3 + 29n^5}{(m^2 - n^2)^2}$

180. a) $\frac{4m^2 + 8mn - 5n^2}{mn(m + n)}$ b) $\frac{a^2x + a^2xy - a^2y - abx - aby - b^2xy}{a(a + b)(a - b)}$

c) $\frac{38r^2st - 68r^2t - 20rst^2 + 128rt^2 - 270r^2s + 1080st^2 - 15r^2 + 60t^2}{30rt(r - 2t)(r + 2t)}$

d) $\frac{-56y^4 + 6y^4z - 70y^3z - 6y^3z^2 - 6y^2z^2 - 3y^2z^3 - 98yz^3 + 3yz^4 + 42z^4}{12y^2z^2(y^2 - z^2)}$

---

26. a) ad < bc b) ad = bc c) ad > bc

27. a) $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$ b) $\frac{a}{b} < \frac{a-1}{b-1}$ c) $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$

d) $\frac{a+1}{b+1} < \frac{a-1}{b-1}$ e) $\frac{a}{b} < \frac{a-n}{b-n}$

f) Werden Zähler und Nenner eines echten Bruches um ein und dieselbe natürliche Zahl vermehrt (vermindert), so entsteht ein größerer (kleinerer) Bruch.

g) $\frac{a}{b} \geq \frac{a+n}{b+n}$ $(a > b,\ n \in N)$ $\frac{a}{b} \leq \frac{a-n}{b-n}$ $(a > b,\ n \in N)$

Werden Zähler und Nenner eines unechten Bruches um ein und dieselbe natürliche Zahl vermehrt (vermindert), so entsteht ein kleinerer (größerer) Bruch.

28. a) für $n \neq 0$: $a = b$; für $n = 0$: a,b beliebig b) wie a)
c) für $n \neq 0$: $a = -b$; für $n = 0$: a,b beliebig

---

183. a) $\frac{1}{b}$ b) $\frac{13a}{5b}$ c) $9n$
d) $\frac{x^3}{6abm}$ e) $\frac{111ax}{3520b}$ f) $\frac{1}{3}$

184. a) $\frac{ru}{sv}$ b) $\frac{15p}{4q}$ c) $30m$
d) $\frac{2m^2p}{3n}$ e) $\frac{y}{x}$ f) $\frac{3}{4nr}$

185. a) $\frac{1}{(a+b)^2}$ b) 1
c) $\frac{x}{x+y} + y$ d) 1

186. a) $\frac{1}{a^2-b^2}$ b) 1
c) $x + \frac{y}{x+y}$ d) $\frac{y}{5y+2}$

187. a) $\frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd}$
b) $\frac{a^2}{b^2} + 2a - b^2$ c) $\frac{1}{4}$

188. a) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$
b) $\frac{x^2}{y^2} - 2x + y^2$ c) $\frac{9}{11}$

189. a) $\frac{5}{ax}$ b) $\frac{1}{abxy}$
c) $\frac{5}{3}$ d) $\frac{x}{6}$

190. a) $\frac{a}{2}$ b) $\frac{b}{25x^2s}$
c) $\frac{1}{2q}$ d) $\frac{mx}{ny}$

191. a) $-8000fmp$ b) $\frac{3}{25s^2}$
c) $\frac{1}{135c}$ d) $\frac{20y}{3}$

192. a) $\frac{64}{81a^2b^2c^2}$ b) $-\frac{9x^2}{2r^2s}$
c) $-\frac{2}{3xy}$ d) $-60r^2$

193. a) $\frac{2500b^2}{a}$ b) $\frac{4}{a}$
c) $-\frac{8}{5}$ d) $\frac{1573}{69}xy$
e) $-6s$ f) $-\frac{11qx}{24a}$

194. a) -25 b) $-\frac{9}{2x}$
c) $\frac{81a}{128b}$ d) $-\frac{69}{1573xy}$
e) $\frac{30n}{m}$

195. a) $\frac{9ax}{4by}$ b) $\frac{y(a+b)}{4x}$

196. a) $7p$ b) $\frac{2s}{3b}$

---

29. a) $R_{ges} = \frac{4}{7}R$; $I_{ges} = \frac{7}{4}\frac{U}{R}$; $I_1 = \frac{U}{R}$; $I_2 = \frac{U}{2R}$; $I_3 = \frac{U}{4R}$

b) $R_{ges} = \frac{1}{7}R$; $I_{ges} = 7\frac{U}{R}$; $I_1 = \frac{4U}{R}$; $I_2 = \frac{2U}{R}$; $I_3 = \frac{U}{R}$.

---

198. a) $R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, $R_1 = \frac{R\,R_2}{R_2-R}$

b) $d = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

c) $a = \frac{2A}{h} - c$, $h = \frac{2A}{a+c}$

d) $r = \frac{V}{\pi h^2} + \frac{h}{3}$

199. a) $f = \frac{ss'}{s+s'}$, $s = \frac{s'f}{s'-f}$

b) $g = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

c) $d_1 = \frac{2A_M}{\pi s} - d_2$, $s = \frac{2A_M}{\pi(d_1+d_2)}$

d) $d = \frac{2V}{\pi h^2} + \frac{2}{3}h$

200. a) $|a| = \sqrt{cp}$, $c = \frac{a^2}{p}$

b) $s = v \cdot t$, $t = \frac{s}{v}$

c) $g = \frac{2A}{hg}$

d) $a = \frac{2s}{t^2}$, $|t| = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

e) $c_1 = n \cdot c_2$, $c_2 = \frac{c_1}{n}$

201. a) $|b| = \sqrt{c \cdot q}$, $c = \frac{b^2}{q}$

b) $s = \frac{v \cdot t}{2}$, $t = \frac{2s}{v}$

c) $r = \frac{abc}{4A}$, $b = \frac{4Ar}{ac}$

d) $t = \frac{v}{a}$

e) $\lambda = \frac{c}{f}$, $f = \frac{c}{\lambda}$

202. a) $a + b + (a-b) = 2a$
$a + b + a - b = 2a$
$2a = 2a$

b) $n + n+1 + n+2 + n+3$
$= 4n + 6 = 2(2n+3)$

c) $(2n)^2 = 4n^2 = 2(2n^2)$

d) $(2n+1)(2m+1)$
$= 4mn + 2n + 2m + 1$
$= 2(2mn + m + n) + 1$

203. a) $a + b - (a-b) = 2b$
$a + b - a + b = 2b$
$2b = 2b$

b) $\alpha)$ $2n+1 + 2n+2 + 2n+3$
$= 6n+6 = 2(3n+3)$
$\beta)$ $2n + 2n+1 + 2n+2$
$= 6n+3 = 2(3n+1) + 1$

c) $2m \cdot 2n = 2(2m \cdot n)$

d) $2m \cdot (2n+1)$
$= 2 \cdot (2mn + m)$

204. a) $(2n+1) - (2m+1)$
$= 2n + 1 - 2m - 1$
$= 2(n - m)$

b) $n + n+1 + n+2$
$= 3n + 3$
$= 3(n + 1)$

205. a) $n + n+1 + n+2 + n+3 + n+4$
$= 5n + 10$
$= 5(n + 2)$

b) $n + n+1 + n+2 + n+3$
$= 4n + 6 = 2(2n+3)$
$4 \nmid (4n + 6)$

c) $2m \pm 2n = 2(m \pm n)$

c) $2m + 1 + 2n + 1$
$= 2m + 2n + 2$
$= 2(m + n + 1)$
$2m + 1 - 2n + 1$
$= 2m - 2n + 2$
$= 2(m - n + 1)$

206. $a = x \cdot c \quad b = y \cdot c$
a) $a+b = c(x+y)$ b) $a \cdot b = c \cdot (c \cdot x \cdot y)$ c) $a-b = c \cdot (x-y)$

207. Vergrößerung um $\frac{1}{2\pi}$ m ($\approx$ 15,9 cm)

208. a) 2V ($\frac{1}{2}$ V), $2A_0$-2bc ($\frac{1}{2}$ A_0+bc), wenn a verdoppelt (halbiert) wird.
b) a und b werden verdoppelt (verdreifacht) 4V (9V),
2 A_0 + 4ab (3 A_0 + 6ab)
c) 8V ($\frac{1}{64}$ V), 4 A_0($\frac{1}{16}$ A_0)

209. a) 8 V ($\frac{1}{8}$ V), $4A_0$ ($\frac{1}{4}$ A_0) b) $\frac{1}{27}$ V, $\frac{1}{9}$ A_0 c) $\frac{8}{27}$ V, $\frac{4}{9}$ A_0

210. $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d - (a + b \cdot 10 + c \cdot 100 + d \cdot 1000)$
$= 999a + 90b - 90c - 999d$
$= 9(111a + 10b - 10c - 111d)$

211. $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d - (a + b + c + d)$
$= 999a + 99b + 9c$
$= 9\,(111a + 11b + c)$

---

30. a) $(n+1) + \frac{n+1}{n} = (n+1) \cdot \frac{n+1}{n}$ mit $n \in N$ und $n \neq 0$
b) $(n+1) + \frac{n+1}{n} = \frac{n^2 + n + n + 1}{n} = \frac{(n+1)^2}{n} = (n+1) \cdot \frac{n+1}{n}$
c) ja

31. a) $n - \frac{n}{n+1} = \frac{n^2 + n - n}{n+1} = \frac{n^2}{n+1} = n \cdot \frac{n}{n+1}$ b) ja, aber $n \neq -1$

32. $n = 2m + 1$
$n^2 - 1 = (2m + 1)^2 - 1 = 4m^2 + 4m + 1 - 1 = 4m(m+1)$
m und m+1 sind aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, also ist eine von beiden Zahlen gerade, damit ist $4 \cdot m \cdot (m+1)$ durch 8 teilbar.

---

b) Ungleichungen und Gleichungssysteme

1. a) ja b) ja c) nein
d) ja e) ja

2. a) ja b) ja c) nein
d) ja e) ja

3. a) ja b) nein c) nein
d) ja e) nein

4. a) nein b) ja c) ja
d) ja e) nein

5. a) x=1 b) $x = \frac{13}{8}$ c) $x = \frac{5}{5}$

6. a) $a = -\frac{1}{3}$ b) x= -66 c) x=-1

7. a) x=6 b) x=2 c) x=10

8. a) $x = \frac{2}{3}$ b) $x = -\frac{4}{3}$ c)keine Lösung

10. a) $x = a-b$ b) $x = \frac{c-b}{a}$ $(a \neq 0)$
c) $x = -rs$ d) $x = \frac{ac}{b}$ $(b \neq 0)$
e) $x = \frac{mn + pq}{m-p}$ $(m \neq p)$

11. a) x= m-n b) x= a(b+c)
c) $x = \frac{c}{a-b}$ $(a \neq b)$
d) $x = \frac{pr}{q}$ $(q \neq 0)$
e) $x = \frac{a(a+1)}{a-1}$ $(a \neq 1)$

12. a) $b = \frac{2a}{c+d}$ $(-d \neq c)$
$c = \frac{2a}{b} - d$ $(b \neq 0)$
$d = \frac{2a}{b} - c$ $(b \neq 0)$

b) $b = \frac{2ac}{c-d}$ $(c \neq 0)$
$c = \frac{bd}{b-2a}$ $(b \neq 2a)$
$d = \frac{c(b-2a)}{b}$ $(b \neq 0)$

c) $a = \frac{bc}{b+c}$ $(b \neq -c)$
$b = \frac{ac}{c-a}$ $(c \neq a)$
$c = \frac{ab}{b-a}$ $(a \neq b)$

13. a) $b = \frac{a}{c(d-e)}$ $(c \neq 0,\ d \neq e)$
$c = \frac{a}{b(d-e)}$ $(b \neq 0,\ d \neq e)$
$d = \frac{a}{bc} + e$ $(b \neq 0,\ c \neq 0)$
$e = d - \frac{a}{bc}$ $(b \neq 0,\ c \neq 0)$

b) $b = \frac{a}{1-cd}$ $(cd \neq 1)$
$c = \frac{a-b}{bd}$ $(b \neq 0,\ d \neq 0)$
$d = \frac{a-b}{bc}$ $(b \neq 0,\ c \neq 0)$

c) $b = \frac{2a - de}{c}$ $(c=0)$
$c = \frac{2a-de}{b}$ $(b \neq 0)$
$d = \frac{2a-bc}{e}$ $(e \neq 0)$
$e = \frac{2a-bc}{d}$ $(d \neq 0)$

14. a) $\frac{2}{3}$ b) 9,10,11 c) $-\frac{1}{4}$

15. a) 10, 11 b) $\frac{8}{3}$ c) $-\frac{2}{15}$

18. $49\frac{7}{12}$ Umdrehungen pro Minute

19. 12 Zähne

20. 806 $\frac{2}{3}\,\Omega$

21. I $\approx$ 0,456 A

22. 2 275 000 l Äthin

23. 254 l Äthin

24. 100 l Äthin

25. 224 l Wasserstoff

26. R = 25 kΩ

27. $R_1 = 24{,}5\,\Omega$, $R_2 = 49\,\Omega$, $R_3 = 98\,\Omega$

28. 8 h 29. nach 90 Minuten 30. 3 : 10

31. 64 % 32. $3\frac{1}{3}$ l

33. $\frac{ap_1 + bp_2}{a + b}$ % 34. $a \cdot \frac{p - p_1}{p_2 - p}$ l

35. c = 25,2 cm; a=b=21,2 cm 36. A = $6\frac{2}{3}$ cm^2

---

1. a) x = 0 b) x = a c) x ∈ P
   d) für m = n x∈P; für m ≠ n x = 1
   e) für m = n x∈P; für m ≠ n x = -1
   f) für n = 0 x∈P; für n ≠ 0 keine Lösung

2. a) x = 5 - a x ∈ {0,1,2,3,4,5} b) x = 10-3a x ∈ {1,4,7,10}
   c) x = 2 - $\frac{a}{3}$ x ∈ {0,1,2} d) x = - $\frac{2a}{3}$ x ∈ {0}

3. a) mit Traktoren
   b) Bei gleichem Stundenlohn billiger mit Traktoren;
   gleiche Kosten bei Abrechnung nach Tonnenkilometern

---

	nat. Zahlen	ganze Zahlen	gebrochene Zahlen
37. a)	leer	{-2; -3; -4; ...}	leer
b)	leer	{-3; -4; -5; ...}	leer
38. a)	{0}	{ 0; -1; -2; ...}	{x; 0 ≦ x < 1}
b)	{0;1}	{ 1; 0;-1;-2;...}	{x; 0 ≦ x < 2}

39. a) $6\frac{1}{2} < 7\frac{5}{6} - 7\frac{1}{2} < -6\frac{1}{6}$

$\frac{31}{10} < \frac{133}{30} < -\frac{41}{10} < -\frac{83}{30}$

$0 < \frac{8}{6}$ $-1 < \frac{1}{3}$

b) $-2 < 4$ $-16 < -10$

$-5{,}4 < 0{,}6$ $-12{,}6 < -6{,}6$

$-8\frac{1}{2} < -2\frac{1}{2}$ $-9\frac{1}{2} < -3\frac{1}{2}$

c) $11{,}5 > 8{,}2$ $-2{,}5 > -5{,}8$

$8{,}1 > 4{,}8$ $0{,}9 > -2{,}4$

$5 > 1{,}7$ $4 > 0{,}7$

40.a) $5 < 7\frac{1}{2}$ $-9 < -6\frac{1}{2}$

$1{,}6 < 4{,}1$ $-5{,}6 < -3{,}1$

$-1\frac{1}{2} < 1$ $-2\frac{1}{2} < 0$

b) $1{,}5 < 3$ $-12{,}5 < -11$

$-1{,}9 < -0{,}4$ $-9{,}1 < -7{,}6$

$-5 < -3\frac{1}{2}$ $-6 < -4\frac{1}{2}$

c) $10\frac{1}{4} > 9\frac{3}{5}$ $-3\frac{3}{4} > -4\frac{2}{5}$

$6{,}85 > 6{,}2$ $-0{,}35 > -1$

$\frac{15}{4} > \frac{31}{10}$ $\frac{11}{4} > \frac{21}{10}$

41. a) $26 < 38$ b) $14 > -4$

$-52 > -76$ $-28 < 8$

42.a) $39 > 24$ b) $-4 < 2$

$-78 < -48$ $8 > -4$

$-\frac{26}{3} > -\frac{38}{3}$ $-\frac{14}{3} < \frac{4}{3}$ $-13 < -8$ $\frac{4}{3} > -\frac{2}{3}$

$\frac{65}{4} < \frac{95}{4}$ $\frac{35}{4} > -\frac{5}{2}$ $\frac{195}{8} > 15$ $-\frac{5}{2} < \frac{5}{4}$

c) $-8 < -4$

$16 > 8$

$\frac{8}{3} > \frac{4}{3}$

$-5 < -\frac{5}{2}$

c) $-2 > -18$

$4 < 36$

$\frac{2}{3} < 6$

$-\frac{5}{4} > -\frac{45}{4}$

43. a) $\frac{9}{25} > \frac{9}{30}$ b) $-1 < -\frac{4}{5}$

$-\frac{3}{5} < -\frac{1}{2}$ $\frac{5}{5} > \frac{4}{5}$

$-\frac{18}{25} < -\frac{3}{5}$ $2 > \frac{8}{5}$

$\frac{9}{4} > \frac{15}{8}$ $-\frac{25}{4} < -5$

c) $\frac{3}{10} > -\frac{3}{10}$

$-\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

$-\frac{3}{5} < \frac{3}{5}$

$\frac{15}{8} > -\frac{15}{8}$

44.a) $\frac{8}{25} < \frac{21}{50}$ b) $-\frac{9}{5} < -\frac{6}{5}$

$-\frac{8}{15} > -\frac{7}{10}$ $3 > 2$

$-\frac{16}{25} > -\frac{21}{25}$ $\frac{18}{5} > \frac{12}{5}$

$2 < \frac{21}{8}$ $-\frac{45}{4} < -\frac{15}{2}$

c) $-\frac{17}{25} < \frac{13}{25}$

$\frac{17}{15} > -\frac{13}{15}$

$\frac{34}{25} > -\frac{26}{25}$

$\frac{17}{4} < \frac{13}{4}$

---

4. a) s = r+x mit x > 0

$s^2 = r^2 + 2rx + x^2$,

da $2rx + x^2 > 0$

$s^2 > r^2$

b) r = s+x mit x < 0

$r^2 = s^2 + 2sx + x^2$,

da $2sx + x^2 > 0$

$r^2 > s^2$

5.a) $|x| < |y|$ b) $|x| = |y|$ c) $|x| > |y|$

6. a) x > 1; x < 0 b) x = 0, x = 1 c) 0 < x < 1
   d) x > 0; x<-1 e) x = 0; x = -1 f) -1< x < 0

7. a) 1. a > 1: $a < a^2 < a^3$ 4. -1 < a <0: $a < a^3 < a^2$
   2. a = 1: $a = a^2 = a^3$ 5. a = -1: $a = a^3 < a^2$
   a = 0
   3. $0 < a < 1$: $a^3 < a^2 < a$ 6. a < -1: $a^3 < a < a^2$

   b) $a \neq 0$: $a^2 < 2a^2 < 3a^2$ a = 0: $a^2 = 2a^2 = 3a^2$

45.

	natürliche Zahlen	ganze Zahlen	gebrochene Zahlen	reelle Zahlen
a)	$\{0;1;2;3;4;5\}$	$\{b;\ b<6\}$	$\{b;\ b<6\}$	$\{b;\ b<6\}$
b)	$\{8;\ 9;\ 10;\ldots\}$	$\{8;9;10;\ldots\}$	$\{a;\ a>7\}$	$\{a;\ a>7\}$
c)	$\{0;1;2;\ldots;17\}$	$\{x;\ x<18\}$	$\{x;\ x<18\}$	$\{x;\ x<18\}$
d)	N	$\{x;\ x>-19\}$	R^*	$\{x;\ x>-19\}$
e)	$\emptyset$	$\{x;\ x<-2\}$	$\emptyset$	$\{x;\ x<-2\}$

46.

a)	$\{0;\ 1;\ 2\}$	$\{x;\ x<3\}$	$\{x;\ x<3\}$	$\{x;\ x<3\}$
b)	$\{8;\ 9;\ 10;\ldots\}$	$\{8;9;10;\ldots\}$	$\{x;\ x>7\}$	$\{x;\ x>7\}$
c)	$\emptyset$	$\{x;\ x<-21\}$	$\emptyset$	$\{x;\ x<-21\}$
d)	$\emptyset$	$\{x;\ x<-30\}$	$\emptyset$	$\{x;\ x<-30\}$
e)	0	$\{x;\ x<1\}$	$\{x;\ x<1\}$	$\{x;\ x<1\}$

47.

a)	$\{0;\ 1\}$	$\{1;0;-1;-2;\ldots\}$	$\{b;\ b<2\}$	$\{b;\ b<2\}$
b)	$\{13;14;15;\ldots\}$	$\{13;14;15;\ldots\}$	$\{x;\ x>12\}$	$\{x;\ x>12\}$
c)	N	$\{a;\ a>-4\}$	R^*	$\{a;\ a>-4\}$
d)	N mit $a\neq 0$	$\{1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$	R^* mit $a\neq 0$	$\{a;\ a>0\}$

48.

a)	$\{0;\ 1;\ 2\}$	$\{2;1;0;-1;-2;\ldots\}$	$\{x;\ x<3\}$	$\{x;\ x<3\}$
b)	$\{0;1;\ldots 8;9\}$	$\{9;8;7;\ldots\}$	$\{a;a<10\}$	$\{a;a<10\}$
c)	$\emptyset$	$\{-12;-13;-14;\ldots\}$	$\emptyset$	$\{x;\ x<-11\}$
d)	$\emptyset$	$\{-1;-2;-3;\ldots\}$	$\emptyset$	$\{b;\ b<0\}$

49.

a)	0	$\{0;\ -1;-2;\ldots\}$	$\{x;\ x\leq\frac{2}{3}\}$	$\{x;\ x\leq\frac{2}{3}\}$
b)	N	$\{-10;-9;-8;\ldots\}$	R^*	$\{x;\ x>-11\}$
c)	$\{0;1;2;\ldots;14\}$	$\{14;13;12;\ldots\}$	$\{x;\ x<15\}$	$\{x;\ x<15\}$
d)	$\{11;12;13;\ldots\}$	$\{11;12;13;\ldots\}$	$\{k;\ k>10\}$	$\{k;\ k>10\}$

50.

	natürliche Zahlen	ganze Zahlen	gebrochene Zahlen	reelle Zahlen
a)	$\{0;1;2\}$	$\{x;\ x<3\}$	$\{x;\ x<\frac{8}{3}\}$	$\{x;\ x<\frac{8}{3}\}$
b)	N	$\{-9;-8;-7;\ldots\}$	R^*	$\{x;\ x>-9\}$
c)	$\{0;1;2\}$	$\{2;1;0;-1;\ldots\}$	$\{x;\ x<\frac{5}{2}\}$	$\{x;\ x<\frac{5}{2}\}$
d)	0	$\{0;-1;-2;\ldots\}$	$\{b;\ b<\frac{4}{7}\}$	$\{b;\ b<\frac{4}{7}\}$

51.

a)	$\{21;22;23;\ldots\}$	$\{21;22;23;\ldots\}$	$\{x;\ x>20\}$	$\{x;\ x>20\}$
b)	$\{0;\ 1;\ 2\}$	$\{2;1;0;-1;\ldots\}$	$\{x;\ x<\frac{8}{3}\}$	$\{x;\ x<\frac{8}{3}\}$
c)	N	$\{-12;-11;-10;\ldots\}$	R^*	$\{x;\ x>-\frac{25}{2}\}$
d)	$\{0;1\}$	$\{1;0;-1;-2;\ldots\}$	$\{x;\ x<2\}$	$\{x;\ x<2\}$
e)	$\emptyset$	$\{-18;-19;-20;\ldots\}$	$\emptyset$	$\{x;\ x<-17\}$

52.

a)	$\{0;1\}$	$\{1;0;-1;\ldots\}$	$\{x;\ x<\frac{3}{2}\}$	$\{x;\ x<\frac{3}{2}\}$
b)	$\{9;10;11;\ldots\}$	$\{9;10;11;\ldots\}$	$\{x;\ x>8\}$	$\{x;\ x>8\}$
c)	0	$\{0;-1;-2;\ldots\}$	$\{x;\ x<1\}$	$\{x;\ x<1\}$
d)	$\{7;8;9;\ \ldots\}$	$\{7;8;9;\ldots\}$	$\{x;\ x>\frac{120}{19}\}$	$\{x;\ x>\frac{120}{19}\}$
e)	$\{16;17;18;\ldots\}$	$\{16;17;18;\ldots\}$	$\{x;\ x>15\}$	$\{x;\ x>15\}$

53. a) ja b) nein c) nein 54. a) ja b) nein c) ja

---

8. a) $x<b-a$ b) $x>-\frac{b}{a}$ für $a>0$, $x<-\frac{b}{a}$ für $a<0$
c) $x>b-a$ d) $x>\frac{b+c}{a}$ für $a>0$, $x<\frac{b+c}{a}$ für $a<0$
e) $x>1$ für $a-b>0$, $x<1$ für $a-b<0$
f) $x<1$ für $a+b>0$, $x>1$ für $a+b<0$
g) $x<a(b+c)$ für $a>0$, $x>a(b+c)$ für $a<0$
h) $x<b(a-c)$ für $b>0$, $x>b(a-c)$ für $b<0$

9. a) $a>b$ b) $a=b$ c) $a<b$ d) $a<b$ e) $a=b$ f) $a>b$

10. a) $a>b$ $|-b$ $\quad c>d$ $|-d$

$a-b>0$ $\quad c-d>0$ $|\cdot(a-b)$

$(a-b)(c-d)>0$

b) $a > b \quad | -b \qquad c < d \quad | -d$
$a - b > 0 \qquad c - d < 0 \quad | \cdot (a-b)$
$(a - b)(c - d) < 0$

c) $c = d \quad | -d$
$c - d = 0 \quad | \cdot (a-b)$
$(a - b)(c - d) = 0$

11. a) 1) $a + b > 0$ und $c + d > 0$, so $a > -b$ und $c > -d$
2) $a + b < 0$ und $c + d < 0$, so $a < -b$ und $c < -d$

b) 1) $a = -b$; $c,d \in P$ 2) $c = -d$; $a,b \in P$ 3) $a = -b$; $c = -d$

c) 1) $a + b < 0$ und $c + d > 0$, so $a < -b$ und $c > -d$
2) $a + b > 0$ und $c + d < 0$, so $a > -b$ und $c < -d$

---

55. weniger als $5\frac{2}{3}$ l Wasser

56. mehr als $6\frac{2}{3}$ l

57. $2{,}5\ \frac{km}{h} \leqq v \leqq 3\ \frac{km}{h}$

58. $36{,}7\ kg \leqq x \leqq 54{,}5\ kg$

59. $0 \leqq x < \frac{a}{2}\ km - \frac{c\ b}{200\ d}\ km$

60. mindestens 2,64 min

61. $a + \frac{1}{2}a > 130 \qquad L = \{a;\ 86 < a < 100\}$

62. $23 < (a-2) \cdot 10 + a < 43 \qquad L = \{24; 35\}$

63. z.B.: $a+b > c \quad | : 2$
$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b > \frac{1}{2}c \quad | + \frac{1}{2}c$
$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c > c$
$\frac{1}{2}(a + b + c) > c$
$\frac{1}{2}u > c$

66. a) $y = 2x - 4$
b) $y = x + 2$ c) $y = \frac{2}{3}x$

67. a) $y = 2x + 1$
b) $y = x - 4$ c) $y = \frac{1}{2}x$

---

13. a) $[-3; y]$ mit $y \in P$ oder $|x;3|$ mit $x \in P$

b) $\left[x; \frac{18 + 3x}{3 + x}\right]$ mit $x \in P$ und $x \neq -3$ bzw.

$\left[\frac{18 - 3y}{-3 + y}; y\right]$ mit $y \in P$ und $y \neq 3$

68. a) $D = \{5\}$;
Menge der durch 5 teilbaren Primzahlen

b) $D = \{12\}$;
Menge der durch 4 und 6 teilbaren Zahlen zwischen 5 und 20

c) $D = \{0; 6; 12; 18; \ldots\}$;
Menge der durch 2 und 3, also der durch 6 teilbaren Zahlen

69. a) $D = \{3\}$;
Menge der durch 3 teilbaren Primzahlen

b) $D = \{15\}$;
Menge der durch 3 und 5 teilbaren Zahlen zwischen 2 und 20

c) $D = \{0; 12; 24; \ldots\}$;
Menge der durch 4 und 6, also der durch 12 teilbaren Zahlen

70. a) Menge der Schüler der Klasse, die in Mathematik die Note 1 haben

b) - c) $D = \{[2; 2]\}$

71. a) Menge der Schüler der Klasse, die in Mathematik die Note 2 haben

b) - $D = \left\{\left[-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right]\right\}$

72. a) Menge der gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecke

b) Menge der Schüler der Klasse, die Abonnenten der "Jungen Welt" sind

73. a) $D = \emptyset$. Es gibt kein rechtwinkliges Dreieck, das auch gleichseitig ist

b) Menge aller Schüler der Klasse, die Mitglieder der SSG der Schule sind

74. $M_1 \cap M_2 = M_2$

75. 33 Schüler

---

14. z. B.: $M_1 = \{n$ mit $n > 4$ und $n \in N\}$,
$M_2 = \{n$ mit $n < 9$ und $n \in N\}$

15. 55 Schüler abonnieren genau eine Zeitschrift.
465 Schüler abonnieren keine Zeitschrift.

---

81. a) x=11; y=55 b) x=13; y=5 82. a) x=15; y=5 b) x=8; y=6
c) $[x; \frac{2}{7}x]$ $x \in P$ d) x=36; y=18 c) x=5; y= -2 d) x=80; y=20

83. a) $x = \frac{8}{5}$; $y = \frac{21}{5}$ b) $x = \frac{5}{6}$; $y = \frac{3}{5}$ 84. a) x= -2; y=4 b) x=0,8; y=-3,2
c) $x = \frac{6000}{29}$; $y = \frac{-7420}{29}$ c) x= -2; y=3

85. a) $x=2;\ y=-1$ b) $x=\frac{1}{4};\ y=\frac{1}{3}$ 86.a) $x=3;\ y=2$ b) $x=-8;\ y=-5$
c) $u=4;\ v=\frac{1}{2}$ d) $x=10;\ y=-3$ c) $x=4;\ y=\frac{3}{2}$ d) $a=-\frac{25}{3};\ b=\frac{11}{3}$
e) $a=\frac{1}{6};\ b=\frac{1}{7}$ e) $y=1;\ z=18$

87. a) $x=\frac{10}{3};\ y=0$ b) $x=6;\ y=-2$ 88.a) $r=3;\ s=-2$ b) $x=\frac{8}{7};\ y=4$
c) $x=0;\ y=-1$ d) $x=-\frac{7}{5};\ y=-\frac{1}{2}$ c) $x=5;\ y=3$ d) $x=3;\ y=4$
e) $x=-5;\ y=-13$ e) $x=3;\ y=2$

89. a) $x=\frac{a+b}{2};\ y=\frac{a-b}{2}$ 90.a) $x=\frac{c}{a-b};\ y=\frac{-c}{a-b}$ $(a\neq b)$
b) $x=\frac{-5b}{a-b};\ y=\frac{5a}{a-b}$ $(a\neq b)$ b) $x=\frac{m+an}{2a};\ y=\frac{m-an}{2a}$ $(a\neq 0)$
c) $x=\frac{1}{a+b};\ y=\frac{1}{a+b}$ $(a\neq -b)$ c) $x=\frac{a}{2};\ y=\frac{a}{2}-b$
d) $x=a+\frac{b}{3};\ y=\frac{b}{2}$ d) $x=4a-\frac{b}{2};\ y=2a+\frac{b}{2}$
e) b geradzahlig e) $a=2n$ mit $n>2$
f) $b=6g;\ g\in G$ f) $b=4g,\ g\subset G$

---

16. a) $a\in\{1, 2, 4, 8\}$
b) $a=\frac{b}{c}$ mit $c\in N,\ c\neq 0$ und $b\in\{1, 2, 4, 8\}$

17. a) Alle Zahlenpaare $[x;y]=[x;-\frac{a}{b}x]$ mit $x\in P$
b) $m=1$: leere Lösungsmenge
$m=1$: Alle Zahlenpaare $[x;y]=[x;\frac{c-ax}{b}]$ mit $x\subset P$

18. $x=\frac{a+b}{2}\quad y=\frac{a-b}{2}$

Damit x und y natürliche Zahlen sind, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:
1) $a\geq b\geq 0$; 2 | (a+b) 3) 2 | (a-b)
Die Bedingungen 2) und 3) sagen aus, daß a und b gleichzeitig gerade bzw. ungerade Zahlen sein müssen.

---

91. a) $\frac{35}{13}$ t ≈ 2,7 t 96 %ige; $\frac{30}{13}$ t ≈ 2,3 t 70 %ige Schwefelsäure
b) nicht möglich

92. 45; 7 93. 18;32 94. 55 95. 73
96. 6 Wagen mit 15 t 97. 35 Wagen zu 6 t
32 Wagen mit 20 t 27 Wagen zu 10 t

98. 502,875 l; 201,25 l pro 100 km
99. a) 45 min; 37,5 km b) 54 min; 45 km
100. 126 min 101. 6 $\frac{m}{s}$; 4 $\frac{m}{s}$
102. 33 $\frac{1}{3}$ % Silber; 66 $\frac{2}{3}$ % Gold
103. 23 kg Cu; 11 kg Zink 104. ≈995 l 18 %ige Lösung
105. 225,25 kg Hg; 24,75 kg Fe 106. 1,8 A; 1,2 A

---

19. 6,7 km; 64,5 km h^{-1}

107.* a) $x=2;\ y=3;\ z=5$
b) $x=-1;\ y=-2;\ z=6$
c) $x=4;\ y=6;\ z=8$
d) $x=0;\ y=\frac{a+b}{2};\ z=\frac{b-a}{2}$

108.* a) $x=9;\ y=12;\ z=3$
b) $x=\frac{1}{5};\ y=-\frac{1}{3};\ z=-\frac{1}{6}$
c) $x=15;\ y=9;\ z=10$
d) $x=\frac{a-b+c}{2};\ y=\frac{a+b-c}{2};\ z=\frac{b-a+c}{2}$

109.* a = 5 cm; b = 4 cm; c = 8cm 110.* $\alpha=50^0;\ \beta=60^0;\ \gamma=70^0$
111.* 8; 12;16
112.* Tagesleistungen der Bagger: $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{30}$ bzw. $\frac{1}{40}$ der gesamten Ausschachtungsarbeit

---

20.* Das Gleichungssystem (I) $ax+by=c$
(II) $dx+ey=f$ hat
a) die leere Menge als Lösungsmenge, wenn es eine Zahl g gibt, derart, daß $g(ax+by)=dx+ey$ und $g\cdot c\neq f$;
b) eine unendliche Lösungsmenge, wenn es eine Zahl g gibt derart, daß $g(ax+by)=dx+ey$ und $g\cdot c=f$.

21.* 891

113.* a) $\{[x;y]\}=\{[x;\ -2x+1]\quad$ mit $x>4\}$
b) $\{[x;y]\}=\{[y;\ -x+1]\quad$ mit $x>\frac{1}{2}\}$
c) $\{[x;y]\}=\{[x;\ y<\frac{2}{3}x-1\quad$ und $y>-4x-2]\}$
d) $\{[x;y]\}=\{[x:\ 2x+1<y<-x-2]\quad$ mit $x<-1\}$
e) $\{[x;y]\}=\{[5;\ y>0]\}$

114.* a) $\{[x;y]\} = \{[x;\ 4x]\ \text{mit}\ x > \frac{7}{5}\}$

b) $\{[x;y]\} = \{[x;\ -x < y < x-1]\ \text{mit}\ x > \frac{1}{2}\}$

c) $\{[x;y]\} = \{[x;\ y > -x+3\ \text{und}\ y > 2x-3]\}$

d) $\{[x;y]\} = \{[x; 2{,}5x - \frac{5}{4} < y < 2x]\ \text{mit}\ x < 2{,}5\}$

e) $\{[x;y]\} = \{[x;\ -x+3]\ \text{mit}\ x > 0\}$

c) Potenzen und Potenzfunktionen

1. a) 2^4 b) $4 \cdot 3{,}5^3$ c) $(-\frac{2}{7})^5$
   d) c^7 e) $(xy)^2$ f) $(m-n)^3$

2. a) 5^5 b) $2 \cdot (\frac{1}{5})^3$ c) $(-2)^4$
   d) b^4 e) $(rh)^3$ f) $(m+k)^4$

3. a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ b) $0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2$
   c) $(-\frac{3}{8}) \cdot (-\frac{3}{8}) \cdot (-\frac{3}{8}) \cdot (-\frac{3}{8})$
   d) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot a$
   e) $mn^2 \cdot mn^2 \cdot mn^2 \cdot mn^2$
   f) $(-k)\ (-k)\ (-k)$
   g) $(a+b+c)(a+b+c)$
   h) $(x-y)(x-y)(x-y)$

4. a) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$
   c) $(-6)(-6)(-6)(-6)(-6)$
   d) $5 \cdot a \cdot a \cdot a$
   e) $2a^2 \cdot 2a^2 \cdot 2a^2$
   f) $(-a)\ (-a)\ (-a)$
   g) $(x+y)(x+y)(x+y)$
   h) $(p-q)(p-q)(p-q)$

5. a) -8 b) 8 c) 625
   d) -8 e) -1 f) $-\frac{1}{625}$

g)

a \ n	2	3	4	5
-3	9	-27	81	-243
-1	1	-1	1	-1
1	1	1	1	1
3	9	27	81	243
5	25	125	625	3125

6. a) 81 b) -81 c) -625
   d) -625 e) 1 f) -169

g)

x \ y	2	3	5	6	7
-2	4	-8	-32	64	-128
-1	1	-1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	4	8	32	64	128

7. a) positiv b) negativ
   c) negativ bei $a > 0$;
   positiv bei $a < 0$

8. a) positiv b) positiv
   c) positiv

2. a)

n \ a	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	3
2	9	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	9
3	-27	$-\frac{27}{8}$	-1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{27}{8}$	27
4	81	$\frac{81}{16}$	1	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{16}$	1	$\frac{81}{16}$	81
5	-243	$-\frac{243}{32}$	-1	$-\frac{1}{32}$	0	$\frac{1}{32}$	1	$\frac{243}{32}$	243

b) Für die Menge der positiven Potenzwerte gilt:
$a \in A\ (a \neq 0)$ und $n \in \{2;4\}$ sowie $a \in A\ (a > 0)$ und $n \in \{3;5\}$.
Für die Menge der negativen Potenzwerte gilt:
$a \in A_1\ (a < 0)$ und $n \in \{3;5\}$

c) 1. $\{[-1;2]\ ,\ [-1;4]\ ,\ [1;2]\ ,\ [1;3]\ ,\ [1;4]\ ,\ [1;5]\}$
2. $\{[-\frac{1}{2};\ 3]\ ,\ [-\frac{1}{2};\ 5]\}$
3. $\{[0;2]\ ,\ [0;\ 3]\ ,\ [0;4]\ ,\ [0;5]\}$

11. a) 243 b) 4096 c) $\frac{1}{256}$
    d) 1 e) 3125

12. a) 49 b) $\frac{1}{125}$ c) 169
    d) 625 e) 4

13. a) 4 b) -1 c) 512
    d) $\frac{1}{4}$ e) 32 f) $\frac{1}{16}$
    g) $15\,625$ h) $\frac{1}{1296}$

14. a) 27 b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{4}$
    d) 2401 e) 81 f) -32
    g) $-15\,625$ h) $19\,683$

15. a) x^8 b) a^6 c) $\frac{12}{35} b^5$
    d) x^7 e) $-x^7$ f) $\frac{3}{8} a^5 b^8 c^5$

16. a) m^8 b) y^{10} c) $\frac{3}{28} v^9$
    d) $-x^7$ e) x^7 f) $595{,}852 a^5 b^4$

17. a) $(x-1)^5$ b) a^2 c) $5^4 = 625$
    d) $\frac{1}{3}x^2$ e) $-x^3$ f) $-x^3$

18. a) $(a-b)^6 c^{12}$ b) x^3 c) b^{14}
    d) $\frac{1}{3}m^3$ e) $-x^4$ f) $-x^3$

19. a) a^{3m} b) c^{m+n} c) x^{m-2}
    d) 10^{5a-n-2} e) $x^{3p+4q+2}$

20. a) x^{4n} b) r^{k+4} c) a^{n-3}
    d) 5^{5k+1} e) a^{r+1}

21. a) $(xyz)^2$ b) $[ab(c+d)]^4$

22. a) $(abc)^3$ b) $(\frac{m}{n})^5$

c) $(\frac{mk}{l})^2$ d) $\left[\frac{(a-b)(a-1)}{a+b}\right]^5$ c) $(\frac{r-s}{k+s})^4$ d) $(x^2-y^2)^3$

23.a) $(\frac{1}{5})^3$ b) $(2a^3b^3)^3$ 24. a) $(\frac{3}{2})^2$ b) $(\frac{b^3}{2})^4$

c) $(\frac{2}{3}p^2q^5)^5$ c) $(15^2p^3)^3$

25.a) m^8 b) 0,027 m^9n^6 26. a) a^{12} b) $\frac{1}{4}p^8$ c) $64m^{3p}n^{3q}$

c) $x^{3n-3}\cdot y^{3n-6}$ d) $\frac{125\,x^9}{216\,y^6}$ d) $\frac{16a^4}{49b^6}$

27. a) -75 28. a) 243

b) $2,197b^3 - 2,028b^2 + 0,624b - 0,064$ b) $3,375a^3 - 1,35a^2 + 0,18a - 0,008$

c) -12 c) 435

---

3. $2^{2^2} > 22^2 > (2^2)^2 = 2^{2^2}$ 4. 3^{33}

5. a) $a \in P$; $m \geq 7$, $m \in N$ b) $r \in P$; $r \neq 0$; $m < 0$, $m \in G$

c) $x,y \in P$; $k \geq 2$, $k \in N$ d) $a,b,c,x \in P$; $m+n \geq 2$; $m,n \in G$

---

29. a) 20 b) 1 c) 1 d) 1 e) 1 30. a) 1 b) a c) x

f) 1 g) 1 h) 8 i) $(-5)^4 = 625$ d) $0,03xy^4$ e) $\frac{9}{5}a^{m-4}b$

31. a) $\frac{1}{5^6}$ b) $\frac{1}{x^4}$ c) $\frac{1}{15^c}$ 32. a) $\frac{1}{4^3}$ b) $\frac{1}{(-b)^2}$ c) a^6 d) $\frac{1}{a^5}$

d) 6^2 e) x^h f) $(-10)^3$ e) $(\frac{1}{6})^3$ f) 2^3 g) $\frac{1}{x^4y^4}$

g) $\frac{a^4}{b^3}$ h) $\frac{n^6}{m^3}$ i) $\frac{x^7}{y^a}$ h) 1 i) $(-3)^4$

33. $ab^{-1}c^{-1} = \frac{a}{bc}$ 34. $\frac{9}{x^3} - \frac{6}{x^2}$

35. a) $-\frac{1}{125}$ b) a^{-4} c) $\frac{1}{5}p^{-2}$ 36. a) $\frac{1}{16}$ b) c^{-5} c) $\frac{2}{5}^{-8}$

d) $q^{-2}r^{6n}$ e) 2^{18-2a} d) $a^{-1}b^{-3}n_c^{-1}$ e) x^{-8}

37. a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{10}{x^2}$ c) a^{-10} 38. a) $\frac{1}{15625}$ b) $-6x^{-3}$ c) $\frac{1}{81}$

d) x^{14} e) $r^{12}s^{-9}t^{-3}$ f) $(a-b)^{-2}$ d) $\frac{25}{16}a^6$ e) $n^{-12}v^{-6}$ f) $\frac{a+b}{a-b}$

39. a) 1 g cm^{-3}; Dichte

b) 1 ms^{-1}; Geschwindigkeit

c) 1 $kpcm^{-2}$; Druck

d) 1 t m^{-3}; Dichte

e) 1 ms^{-2}; Beschleunigung

40. a) 1 Ω mm^2 m^{-1}; spezifischer elektrischer Widerstand

b) 1 kpm s^{-1}; Leistung

c) 1 kgm s^{-2}; Kraft

d) 1 $calg^{-1}$ grd^{-1}; spezifische Wärme

e) 1 km h^{-1}; Geschwindigkeit

---

6. Aus $a^m = b^m$; $m,n \in G$ folgt nicht $a = b$ und $m = n$, denn

$(\frac{1}{2})^{-4} = (\frac{1}{4})^{-2}$ mit $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{4}$ und $-4 \neq -2$.

7. Fall 1: $m \geq 0$, $n \geq 0$

Fall 2: $m \geq 0$, $n < 0$

$n = -1$, $1 \in N$ $1 \neq 0$

$$a^m \cdot a^n = a^m \cdot a^{-1} = \frac{a^m}{a^1} = \left.\begin{cases} m-1 = a^{m+(-1)} \\ (\text{falls } m \geq 1) \\ \frac{1}{a^{1-m}} = a^{-(1-m)} = a^{m+(-1)} \\ (\text{falls } m < 1) \end{cases}\right\} = a^{m+n}$$

Fall 3: analog zu Fall 2: $m = -k$

Fall 4: $m = -k$, $n = -1$, $k,1 \in N$

$$a^m \cdot a^n = a^{-k} \cdot a^{-1} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a^k \cdot a^1} = \frac{1}{a^{k+1}} = a^{-(k+1)}$$

$$= a^{-k+(-1)} = a^{m+n}$$

8. Fall 1: $n \geq 0$ Gesetz wird als gültig vorausgesetzt.

Fall 2: $n < 0$, $n = -1$

$$a^n \cdot b^n = a^{-1} \cdot b^{-1} = \frac{1}{a^1} \cdot \frac{1}{b^1} = \frac{1}{(ab)^1} = (ab)^{-1} = (ab)^n$$

---

41. a) $|-7| = 7$ b) 3,2 c) a^2 42. a) $|-5| = 5$ b) -5 c) 2

43. a) 15,2 b) 7,94 c) 0,949 d) 2,08 e) 0,368

44. a) 17,9 b) 6,86 c) 0,707 d) 3,91 e) 0,843

45. a) $\sqrt[4]{5^2}$ b) $\sqrt[6]{3^{10}}$ c) $\sqrt[4]{2^{10}}$ d) $\sqrt[8]{6^6}$

46. a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{7^3}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{2^3}$

47. a) $5^{\frac{1}{3}}$ b) $10^{\frac{1}{2}}$ c) $4^{\frac{2}{3}}$ d) $11^{-\frac{3}{2}}$ e) $(\frac{3}{8})^{\frac{2}{3}}$ f) $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$

48. a) $7^{\frac{1}{3}}$ b) $8^{\frac{1}{2}}$ c) $6^{\frac{2}{3}}$ d) $32^{-\frac{3}{2}}$ e) $(\frac{5}{6})^{\frac{4}{3}}$ f) $(-\frac{2}{3})^{\frac{3}{2}}$

49. a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{6^2}$ c) $\sqrt{13^{-1}}$ d) $\sqrt[4]{(\frac{7}{8})^3}$ e) $\sqrt[3]{\frac{9}{2}}$

50. a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt[3]{9^2}$ c) $\sqrt[3]{21^{-1}}$ d) $\sqrt[3]{(\frac{4}{9})^2}$ e) $\sqrt{(\frac{5}{8})^{-1}} = \sqrt{\frac{8}{5}}$

51. a) 9 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{9}$ d) n^6

52. a) 6 b) 7 c) $\frac{1}{4}$ d) a

53. a) $6^{\frac{1}{3}}$ b) $(-\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}}$ c) $(\frac{5}{17})^{\frac{2}{5}}$

54. a) $30^{\frac{1}{2}}$ b) $(\frac{1}{3})^{\frac{3}{4}}$ c) $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{4}}$

55. a) $5^{\frac{1}{2}}$ b) $9^{\frac{6}{5}}$ c) $x^{\frac{1}{2}}$

56. a) $7^{\frac{2}{3}}$ b) $3^{\frac{3}{10}}$ c) n^3

---

9. a) $b \geq 0$ b) $a \leq 0$ c) $x > 0$ d) $x \geq y$ e) $a \leq 1$ f) $b \geq \frac{2}{3}$

10. a) $x^2 y^{m+1} \cdot \sqrt[m]{x}$; $x,y \in P$, $x \geq 0$, $m \geq 2$

b) $|x| \cdot |y| \sqrt{a^2 - b^2}$; $x,y,a,b \in P$ und $a \geq |b|$

c) $ax\sqrt{bc} - by\sqrt{ac} - cz\sqrt{ab}$; $a,b,c,x,y,z \in P$ und $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$

---

57. a) 19,05 b) -1,118 c) 10,4 d) $14,14 - a\sqrt{2}$

58. a) -4,472 b) 25,11 c) -1,13 d) 2,646x + 2,646

59. a) 12 b) $\sqrt[3]{51}$ c) u d) a^2x^2 e) 3 f) $\sqrt[3]{5}$

60. a) 5 b) $6\sqrt{2}$ c) x^2 d) b e) 2 f) $\frac{3}{2\sqrt{10}} = 0,474$

61. a) 20 b) 0,342 c) $3x\sqrt[3]{x}$ d) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{x}{y}}$

62. a) 5,451 b) $\frac{1}{700}$ c) $15ab\sqrt{a}$ d) $\frac{2b}{3}\sqrt[3]{\frac{2b}{da}}$

63. a) 24,248 b) 2,828 c) -4,242

64. a) 8,828 b) - 2,51 c) 10,18

65. a) 5 b) 3 c) 9 d) $a^{14}b^{12}$

66. a) 3 b) 16 c) 9 d) 5

67. a) 2 b) $\sqrt[4]{3}$ c) $\sqrt[4]{3}$

68. a) 3 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{2}$

69. a) $2,421 \cdot 10^3$ b) $3,504 \cdot 10^7$ c) $2,38 \cdot 10^{-1}$ d) $4,8 \cdot 10^{-5}$ e) $4,38 \cdot 10^4$ f) $4 \cdot 10^2$

70. a) $2,341 \cdot 10^1$ b) $2,05 \cdot 10^{-2}$ c) $1 \cdot 10^{-3}$ d) $5 \cdot 10^{-5}$ e) $3,4165 \cdot 10^4$ f) $4,0003 \cdot 10^6$

71. a) 700 000 b) 0,005 c) 27 300 d) 98 340 000 e) 60 000 f) 84,2

72. a) 0,046 b) 0,000 343 c) 64 200 000 d) 0,000 083 e) 0,042 f) 3 200 000

73. a) $6,024 \cdot 10^{20}$ Moleküle b) $2,988 \cdot 10^{-23}$ g c) $1,602 \cdot 10^{-19}$ C d) $1,495 \cdot 10^{11}$ m

74. $C = 7,97 \cdot 10^{-12}$ F = 7,97 pF

75. a) 1 Mt b) 1 kt c) 1 dt d) 1 kA

76. a) 1 mA b) 1 km c) 1 mp d) 1 ml

77. a) $1,26 \cdot 10^9$ b) $9,43 \cdot 10^{-2}$ c) 37,9 d) 14,4 e) $2,72 \cdot 10^6$ f) $2,81 \cdot 10^{-5}$ g) $7 \cdot 10^{-9}$ h) $2,62 \cdot 10^{-2}$ i) $4 \cdot 10^5$

78. a) $4,63 \cdot 10^{-3}$ b) $1,41 \cdot 10^2$ c) 0,245 d) $1,43 \cdot 10^4$ e) $1,65 \cdot 10^3$ f) $4,63 \cdot 10^{-3}$ g) $1,37 \cdot 10^5$ h) $1,39 \cdot 10^{10}$ i) $3,84 \cdot 10^{-5}$

79. 1,41 $g \cdot cm^{-3}$

80. 5,52 $g \cdot cm^{-3}$

81. 24,5 $m \cdot s^{-1}$

82. 1,85 $m\,s^{-2}$

83. 34,7 m

84. 89 s

85. 0,194 Ω

86. 4 kg

87. a) LLOL b) LLOOLL c) LLOLOOL d) L,L e) 0,OLL f) LLL

88. a) LOOOL b) LOLOLL c) LLOOLLOL d) LL,L e) 0,LLL f) LOOL

89. a) 21 b) 28 c) 3,75 d) 2,25

90. a) 73 b) 51 c) 7,75 d) 5,25

---

11. a) $444 = (3234)_5$ $321 = (2241)_5$

b) $444 = (12330)_4$ $321 = (11001)_4$

12. a) LL0000 = 48 b) LOOLOOL = 73
c) LOLOLLO = 86 d) LOLOLOOL = 169
e) LLOOOOOLLO = 774 f) LOOLLLLLOLLO = 2550

---

91. a) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$ b) $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ 92. a) $\frac{1}{5}\sqrt{5}$ b) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ c) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$
d) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ e) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ f) $\frac{1}{5}\sqrt{15}$ d) $\frac{4}{15}\sqrt{5}$ e) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ f) $\frac{1}{3}\sqrt{15}$

---

13. a) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{9+3\sqrt{2}}{7}$ c) $\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$ d) $\frac{10\sqrt{2}-12}{7}$
e) $7-4\sqrt{3}$ f) $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{10}-\sqrt{15}$

---

93. a) $\{[1;1],[2;\frac{1}{2}],[4;\frac{1}{4}]\}$ 94. a) $\{[1;\frac{1}{9}],[3;\frac{1}{3}],[9;1]\}$
b) $\{[1;\frac{1}{4}],[2;\frac{1}{2}],[4;1]\}$ b) $\{[1;1],[3;\frac{1}{3}],[9;\frac{1}{9}]\}$

95. a) $F=\{[-\frac{1}{2};\frac{1}{12}],[0;0],[\frac{1}{2},\frac{1}{12}],[1;\frac{1}{3}],[\frac{3}{4};\frac{3}{4}],[2;\frac{4}{3}]\}$; $y=\frac{x^2}{3}$

b) $F=\{[-\frac{1}{2};\frac{1}{36}],[0;0],[\frac{1}{2},\frac{1}{36}],[1;\frac{1}{9}],[\frac{3}{2};\frac{1}{4}],[2;\frac{4}{9}]\}$; $y=(\frac{x}{3})^2$

96. a) $F=\{[0;5],[4;4],[8;3],[12;2],[16;1],[20;0]\}$;
$Y=\{0,1,2,3,4,5\}$

b) $F=\{[0;10],[3;9],[6;8],[9;7],[12;6],[15;5],[18;4]\}$;
$Y=\{4,5,6,7,8,9,10\}$

97. a) $F=\{[10p;115mm],[20p;130mm],[30p;145mm],[50p;175mm],$
$[60p;190mm]\}$

b) $l=l_0+\frac{3}{2}\frac{mm}{p}\cdot F$

l_0 Ausgangslänge 100 mm; F Belastung in p;

$F\in\{10p, 20p, 30p, 50p, 60p\}$

98. a) $F=\{[10\text{ min};18\text{ km}],[20\text{ min};28\text{ km}],[30\text{ min};38\text{ km}],$
$[40\text{ min};48\text{ km}],[50\text{ min};58\text{ km}]\}$

b) $s=s_0+v\cdot t$ $s_0=8$ km, $v=1\ km\cdot min^{-1}$

$t\in\{10min, 20min, 30min, 40min, 50min\}$

99. a) $Y=\{-2;\ 1;\ 4;\ 7;\ \ldots;\ 22\}$ $Y=\{-17;\ -14;\ -11;\ldots;\ 22\}$
b) $Y=\{2;\ 2,2;\ 2,4;\ \ldots;\ 3,6\}$ $Y=\{1;\ 1,2;1,4;\ \ldots;\ 3,6\}$
c) $Y=\{0;\ -\frac{2}{3};-\frac{4}{3};\ -2;\ldots;-\frac{16}{3}\}$ $Y=\{\frac{10}{3};\ \frac{8}{3};\ 2;\ldots;-\frac{16}{3}\}$
d) $Y=\{-2,4\}$ $Y=\{-2,4\}$

100. a) ja b) nein 101. a) nein b) ja

106. b) α) 10,65 m^3 β) 0,343 cm^3 γ) 42,88 dm^3 δ) 2,197 mm^3
ε) 21,95 cm^3

α) 1,26 m β) 2,154 cm γ) 2,924 dm δ) 3,208 mm
ε) 3,684 cm

107. a) $x\leqq 0$ fallend $x\geqq 0$ steigend
$Y=\{y$ mit $y\geqq 0,\ y\in P\}$

108. a) $-2\leqq x\leqq 0$ fallend $0\leqq x\leqq 1$ steigend
$Y=\{y$ mit $0\leqq y\leqq 4\}$

b) steigend $Y=\{y$ mit $-8\leqq y\leqq 8\}$ b) steigend $y=P$

109. $-1\leqq x\leqq 0$ fallend $0\leqq x\leqq 2$ steigend
$Y=\{y$ mit $0\leqq y\leqq 16\}$

110. steigend
$Y=\{y$ mit $0\leqq y\leqq 625\}$

111. bei $f(x)=x^2$ das Vierfache, das Neunfache, ein Viertel, ein Neuntel, ein Hundertstel;
bei $f(x)=x^3$ das Achtfache, das Siebenundzwanzigfache, ein Achtel, ein Siebenundzwanzigstel, ein Tausendstel

112.

	x^{-1}	x^{-2}	x^{-3}	x^{-4}
-10^3	-10^{-3}	10^{-6}	-10^{-9}	10^{-12}
-10^2	-10^{-2}	10^{-4}	-10^{-6}	10^{-8}
-50	$-2\cdot10^{-2}$	$4\cdot10^{-4}$	$-8\cdot10^{-6}$	$1{,}6\cdot10^{-7}$
-1	-1	1	-1	1
$-\frac{1}{2}$	-2	4	-8	16
$-\frac{1}{10}$	-10	10^2	-10^3	10^4
$-\frac{1}{10^2}$	-10^2	10^4	-10^6	10^8
$\frac{1}{10^3}$	10^3	10^6	10^9	10^{12}
$\frac{1}{10^2}$	10^2	10^4	10^6	10^8
$\frac{1}{10}$	10	10^2	10^3	10^4
1	1	1	1	1
10^2	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}
$5\cdot10^3$	$2\cdot10^{-4}$	$4\cdot10^{-8}$	$8\cdot10^{-12}$	$1{,}6\cdot10^{-15}$
10^6	10^{-6}	10^{-12}	10^{-18}	10^{-24}

a) α) Die Funktionswerte werden dem Betrag nach klein.
β) Die Funktionswerte werden dem Betrag nach groß.

b) Wird x dem Betrag nach größer (kleiner), so nähern sich die Graphen asymptotisch der x-Achse (y-Achse).

c) Das Zahlenpaar $[1;1]$ gehört zu allen Funktionen.
Das Zahlenpaar $[-1;1]$ gehört zu den Funktionen $y = x^{-2}$ und $y = x^{-4}$

Das Zahlenpaar $[-1;-1]$ gehört zu den Funktionen $y = x^{-1}$ und $y = x^{-3}$.

115.

Argument	Funktionswert $y = x^{-1}$	$y = x^{-2}$
doppelt	halbiert	ein Viertel
dreifach	ein Drittel	ein Neuntel
halbiert	doppelt	vierfach

116. Wertebereich: $0{,}22\ A < I$
Bei steigendem Widerstand verringert sich die Stromstärke
$\frac{110}{3}\ \Omega \leq R$.

---

14. a) $y \in P,\ y \neq 0$ b) $y \in P,\ y > 0$ c) $y \in P,\ y \neq a$

118.

	Definitionsbereich	Wertebereich
$y = x^2$	$0 \leq x \leq \sqrt{10}$	$0 \leq y \leq 10$
$y = x^3$	$0 \leq x \leq \sqrt[3]{10}$	$0 \leq y \leq 10$

119. a) $\overline{F_1} = \{[-\frac{7}{2};-2]\ ,\ [-2;-1]\ ,\ [-\frac{1}{2};\ 0]\}$
b) $\overline{F_2} = \{[\ 2;0]\ ,\ [3;1]\ ,\ [11;3]\ ,\ [18;4]\}$
c) $\overline{F_3} = \{[\ 3{,}2;-2]\ ,\ [0{,}2;-1]\ ,\ [\frac{1}{80};\ -\frac{1}{2}]\ ,\ [0;0]\}$
d) $\overline{F_4} = \{[-1;\ 0]\ ,\ [0;1]\ ,\ [1;8]\ ,\ [2;27]\}$

---

16. Beide Funktionen sind im angegebenen Intervall eindeutig, aber nicht umkehrbar eindeutig.

---

121. a) $y = 2x$; $y = 1{,}5x$.
b) $y = 4x$; $y = 3x$
c) $y = 2x^2$; $y = 1{,}5x^2$

122. a) $y = 0{,}1x$; $y = 0{,}5x$; $y = \frac{3}{4}x$
b) $y = 0{,}2x$; $y = x$; $y = \frac{3}{2}x$
c) $y = 0{,}1x^2$; $y = 0{,}5x^2$; $y = \frac{3}{4}x^2$

123. a) $y = -x$ b) $y = -2x$ c) $y = -2x - 1$ d) $y = -x^2$ e) $y = -x^2 + 2$

---

17. a) $y = 4x + 2$; $y = 6x + 3$; $y = 3x + 1{,}5$
b) $y = 2x^2 - 4$; $y = 3x^2 - 6$; $y = 1{,}5x^2 - 3$

18.

Gleichungen	Definitionsbereich	Wertebereich
a) $f(x) = -2x^2 - 2$	P	$f(x) \leqq -2$
b) $f(x) = -2x^2 + 2$	P	$f(x) \leqq 2$
c) $f(x) = -x^3 - 1$	$0 \leqq x$	$f(x) \leqq -1$
d) $f(x) = -x^3 + 1$	$0 \leqq x$	$f(x) \leqq 1$
e) $f(x) = \sqrt{x}$	$0 \leqq x$	$f(x) \geqq 0$

---

128. b) $3{,}2\ s < t < 4{,}5\ s$

129. b) $\frac{1}{R} \approx \frac{1}{40}\ \Omega^{-1}$ c) $R \approx 40\ \Omega$

130. a)

a in cm	0,5	1	1,5	2	3	4	5
V in cm^3	0,25	1	2,25	4	9	16	25

b)

a in cm	0,5	1	2	3	4	5	6	7	9
V in cm^3	0,083	0,33	1,33	3	5,33	8,33	12	16,33	27

---

19. 153 km

---

d) Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

		0	-1	3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{2}$	-1,5
1.	a)	-7	-6	2	- 6,75	$-6\frac{5}{9}$	-5	-4,75
	b)	3	3,5	7,5	3,125	$3\frac{2}{9}$	4	4,125
2.	a)	1	7	-5	3,75	$-1\frac{8}{9}$	$3-5\sqrt{2}$	10,75
	b)	5	$2\frac{2}{3}$	-12	$4\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{3}$	$1+\frac{1}{3}\sqrt{2}$	0

3. Die Funktionswerte der Funktion $f(n) = n^2 - n + 41$ sind für alle natürlichen Zahlen n mit $0 \leqq n \leqq 40$ Primzahlen. f(41) ist keine Primzahl.

5. Es seien x_1 und x_2 beliebige Zahlen mit $x_1 < x_2 \leqq 0$.
Zu zeigen: $f(x_1) > f(x_2)$. Aus $x_1 < x_2 \leqq 0$ folgt $0 \leqq -x_2 < -x_1$.
Nach Voraussetzung gilt $f(x_1) = f(-x_1)$, $f(x_2) = f(-x_2)$ und $f(-x_2) < f(-x_1)$. Folglich ist $f(x_1) > f(x_2)$, w.z.b.w.

6. Es seien x_1 und x_2 beliebige Zahlen mit
(1) $0 \leqq x_1 < x_2$ (2) $x_1 < x_2 \leqq 0$.
Aus (1) folgt $x_1^2 < x_2^2$ Aus (2) folgt $x_1^2 > x_2^2$.
Ist $a > 0$, so gilt $ax_1^2 < ax_2^2$. Ist $a > 0$, so gilt $ax_1^2 > ax_2^2$.
Also verhalten sich die Funktionen $y = ax^2$ für $a > 0$ bezüglich des Wachsens und Fallens wie die Funktion $y = x^2$.
Entsprechend zeigt man den zweiten Teil der Behauptung.

8. a) zwei gemeinsame Punkte b) ein gemeinsamer Punkt
c) keine gemeinsamen Punkte

11. a) $y = 2x^2$ b) $y = -\frac{1}{3}x^2$ c) $y = \frac{4}{25}x^2$ d) $y = -\frac{3}{4}x^2$

12. a) $y = 3x^2$ b) $y = -\frac{1}{2}x^2$

13. a) $y = x^2$ b) $y = x^2 + 5$ c) $y = x^2 - 3$ d) $y = x^2 + \sqrt{2}$

15. a) Verschiebung um 7 Einheiten in Richtung der y-Achse

b) Verschiebung um -3 Einheiten in Richtung der y-Achse

c) Stauchung im Verhältnis 1 : 5 senkrecht zur x-Achse

16. a) Streckung im Verhältnis 2 : 1 senkrecht zur x-Achse; anschließend Spiegelung an der x-Achse

b) Streckung im Verhältnis 3 : 1 senkrecht zur x-Achse; anschließend Verschiebung um -4 Einheiten in Richtung der y-Achse

c) Stauchung im Verhältnis 1 : 4 senkrecht zur x-Achse; anschließend Verschiebung um 1 Einheit in Richtung der y-Achse

17. a) S (0;8) b) S (0;-3) 18. a) S (0;-3) b) S(0;5)

19. a) kleinster Funktionswert f(0) = 1

b) größter Funktionswert: f(0) = 1

20. a) kleinster Funktionswert: f(0) = -11,5

b) größter Funktionswert: f(0) = -11,5

21. a) $y \geq -7$ b) $y \leq 7$ c) $y \leq -7$

22. a) $y = -7$ b) $y \leq -7$ c) $y \leq 7$

---

1. Es seien x_1 und x_2 beliebige Zahlen mit $0 \leq x_1 < x_2$ und x eine beliebige Zahl mit $x_1 < x < x_2$. Dann ist

$$\frac{\eta - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1.$$ Folglich gilt

$$\eta = x_1^2 + (x - x_1)(x_1 + x_2) = x_1x + x_2x - x_1x_2$$

$$\eta - x^2 = x_1x + x_2x - x_1x_2 - x^2 = (x - x_1)(x_2 - x)$$

Wegen $0 \leq x_1 < x < x_2$ ist $x - x_1 > 0$ und $x_2 - x > 0$. Also gilt

für jedes x mit $x_1 < x < x_2$: $\eta - x^2 > 0$ bzw. $\eta > x^2$.

2. Die Funktion g mit $g(x) = x^2 + 1$ stimmt für alle $x \neq 0$ mit der Funktion f überein.

3. Wertebereiche: a) $-4 \leq y \leq 5$ b) $0 \leq y \leq 5$ c) $-5 \leq y \leq 0$

---

23. a) S (1;0) b) S (1;0) c) S (-2;0) d) S(2,5;0)

e) S $(-\frac{1}{2}; 0)$

24. a) S (2;0) b) S (2;0) c) S (-3;0) d) S (1,5;0)

e) S $(\frac{1}{2};0)$

26. a) $y = (x - \frac{2}{3})^2$ b) $y = (x + \sqrt{2})^2$ c) $y = (x - \frac{3}{4})^2$

d) $y = (x + 0,\overline{3})^2$

	wächst monoton für	fällt monoton für	Wertebereich
27. a)	$x \geq -2,5$	$x \leq -2,5$	$y \geq 0$
b)	$x \geq -2$	$x \leq -2$	$y \geq 0$
c)	$x \leq -2,5$	$x \geq -2,5$	$y \leq 0$
28. a)	$x \geq -3,5$	$x \leq -3,5$	$y \geq 0$
b)	$x \geq 3$	$x \leq 3$	$y \geq 0$
c)	$x \leq -3,5$	$x \geq -3,5$	$y \leq 0$

	Scheitel	Schnittpunkt mit der x-Achse	Wertebereich
29. a)	S (2;3)	keine	$y \geq 3$
b)	S (-2;-3)	zwei	$y \geq -3$
c)	S (-0,5;1,8)	keine	$y \geq 1,8$
d)	S (0,5;1,8)	keine	$y \geq 1,8$
e)	S (2,3;-1)	zwei	$y \geq -1$

	Scheitel	Schnittpunkt mit der x-Achse	Wertebereich
30. a)	S (-5;-4)	zwei	$y \geq -4$
b)	S (5; 4)	keine	$y \geq 4$
c)	S (-3; 5)	zwei	$y \leq 5$
d)	S (3; 5)	zwei	$y \leq 5$
e)	S (-1,8; -1)	zwei	$y \geq -1$

	Gleichung	Schnittpunkt mit der y-Achse
31. a)	$y = (x+1)^2 - 4$	P (0;-3)
b)	$y = (x-\sqrt{2})^2 + 3$	P (0; $2+\sqrt{3}$)
c)	$y = (x+7)^2 + 3$	P (0; 52)
d)	$y = (x-3,5)^2 - 7$	P (0; 5;25)

32. a) $y = (x-2)^2 - 5$ b) $y = (x+3)^2 + 1$ c) $y = (x-2,5)^2 - 5$

33. a) $y = (x+2)^2 - 5$ b) $y = (x-4)^2 + 3$ c) $y = (x+2,5)^2 - 3$

34. a) $1 < x < 4$ b) $-1 < x < 3$

35. a) -3 b) $7\frac{7}{16}$ 36. a) - 4 b) $9\frac{7}{16}$

37. a) - 2; 22 b) 0; 32 38. a) 2; 17 b) 8; 8

39. a) $y \geq -2,25$ b) $y \geq -64$ 40. a) $y \geq -1$ b) $y \geq 254$

41. $x = -1$ 42. $x = \frac{1}{2}$

	wächst monoton	fällt monoton
43. a)	$x \geq -1$	$x \leq -1$
b)	$x \geq \frac{5}{4}$	$x \leq \frac{5}{4}$
44. a)	$x \geq \frac{3}{2}$	$x \leq \frac{3}{2}$
b)	$x \geq -\frac{3}{4}$	$x \leq -\frac{3}{4}$

45. $f(-\frac{p}{2} - h) = (-\frac{p}{2} - h)^2 + p(-\frac{p}{2} - h) + q = -\frac{p^2}{4} + h^2 + q$

$f(-\frac{p}{2} + h) = (-\frac{p}{2} + h)^2 + p(-\frac{p}{2} + h) + q = -\frac{p^2}{4} + h^2 + q$

Der Graph einer beliebigen Funktion $f(x) = x^2 + px + q$ ist

symmetrisch bezüglich der Geraden $x = -\frac{p}{2}$.

46. a) $y = x^2 + 8x + 19$ b) $y = x^2 + 3,4x + 1,89$

c) $y = x^2 - 2\sqrt{3}\,x - 4$

---

4. a) $p = -8$; $q = 15$; S(4;-1) b) $p = 10$; $q = 23$; S(-5;-2)

5. Es seien x_1 und x_2 beliebige Zahlen mit $-\frac{p}{2} = x_S < x_1 < x_2$.

Es ist $f(x_2) - f(x_1 = x_2^2 - x_1^2 + p(x_2 - x_1)$

$= (x_2 - x_1)(x_1 + x_2 + p)$.

Aus $-\frac{p}{2} = x_S < x_1 < x_2$ folgt $x_2 - x_1 > 0$ und

$x_1 + x_2 + p = x_1 + x_2 - 2x_S > 0$. Folglich ist

$f(x_2) - f(x_1) > 0$ bzw. $f(x_2) > f(x_1)$, w.z.b.w.

6. Gäbe es eine Zahl $x \neq -\frac{p}{2}$ mit $f(x) = f(-\frac{p}{2})$, so wäre

$x^2 + px + q \leq -\frac{p^2}{4} + q = f(-\frac{p}{2})$ bzw.

$x^2 + px + \frac{p^2}{4} = (x + \frac{p}{2})^2 \leq 0$.

Für jede Zahl $x \neq -\frac{p}{2}$ gilt jedoch $(x + \frac{p}{2})^2 > 0$. Folglich gibt es keine Zahl $x \neq -\frac{p}{2}$ mit $f(x) \leq f(-\frac{p}{2})$, d.h., für jede Zahl $x \neq -\frac{p}{2}$ gilt $f(x) > f(-\frac{p}{2})$.

---

50. a) f hat im Intervall $\langle 2;3\rangle$ eine Nullstelle.

b) $\langle 2,4;\ 2,5\rangle$ d) $x_2 \approx -0,4$

51. a) a) $x = -5$ b) $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = -2$ c) keine

52. Nullstellen für alle p mit $|p| \geq \sqrt{20}$

53. Nullstellen für alle q mit $q \leq 9$

57. $A = f(u) = \frac{1}{4\pi}u^2$ $(u > 0)$ 58. $s \approx 2m$

59. a) $-2 < x < 2$ b) $x^2 - 4$ mit $x > 2$

60. $A(x) = -x^2 + 25$ mit $0 < x < 5$

61. Maximaler Flächeninhalt des Rhombus: $18cm^2$.

62. $y = -\frac{1}{250}x^2 + 10$ $(-50 \leq x \leq 50)$

Strebenlängen: 9,6 m; 8,4 m; 6,4 m; 3,6 m

63. $N = \frac{U^2}{100}$ $(0\ V < U \leq 220\ V)$

---

7. $W_{kin}(t) = \frac{m}{2} a^3 t^2$ $(0\ s \leq t \leq 15s;\ m = 1200\ kg;\ a \approx 1{,}5\ ms^{-2})$

---

64. a) $x(x+3)$ b) $x^2(x+1)$ c) $x(5x-8)$ d) $7x(x-7)$

65. a) $(x+1)(x-1)$ b) $(x+3)(x-3)$ c) $(x+\frac{1}{4})(x-\frac{1}{4})$ d) $(x+\sqrt{8})(x-\sqrt{8})$

66. a) 5; -4 b) $-\frac{1}{3}; \frac{4}{5}$ c) 1,5

67. a) ± 2 b) ± 4 c) $\pm\sqrt{3}$

68. a) ± 1 b) ± 5 c) ± 2

69. a) ± 5 b) $\pm\sqrt{5}$ c) keine Lösungen d) ± 8 e) $\pm 0{,}2$ f) ± 6

70. a) ± 17 b) $\pm\frac{3}{4}$ c) keine Lösungen d) ± 2 e) $\pm 0{,}0633$ f) $\pm\frac{2}{3}$

71. a) $\pm\frac{1}{2}$ b) ± 4 c) $\pm 2{,}3$ d) $\pm\sqrt{2}$

72. a) $\pm\frac{2}{5}$ b) $\pm 2{,}2$ c) $\pm 2{,}4$ d) ± 1

73. a) ± 4 b) keine Lösungen c) $\pm\sqrt{10}$ d) ± 1 e) $\pm\sqrt{2}$ f) $\pm 4\sqrt{5}$

74. a) $\pm 0{,}289$ b) keine Lösungen c) ± 2 d) $\pm 2\sqrt{2}$ e) ± 9 f) $\pm 2\sqrt{5}$

75. $\emptyset$

76. $\emptyset$

77. a) ± 1 b) b^2-a^2 0: $x_{1,2} = \pm\sqrt{b^2-a^2}$; $b^2-a^2 = 0$: $x = 0$; $b^2-a^2 < 0$: keine Lösungen c) $\pm\frac{1}{a}$ d) $\pm 5a$

78. a) $a+b > 0$: $x_{1,2} = \pm\sqrt{a+b}$; $a+b = 0$: $x=0$; $a+b < 0$: keine Lösungen

b) $b^2-a^2 > 0$: $x_{1,2} = \pm\sqrt{b^2-a^2}$; $b^2-a^2 = 0$: $x=0$; $b^2-a^2 < 0$: keine Lösungen

c) $\pm\frac{b}{a}$ d) $\pm 4a$

80. -9 81. $\approx 8{,}6$ s 82. ≈ 14 m 83. $\approx 5{,}8$ cm

84. $d = a\sqrt{2}$ 85. a = 12 cm 86. $\approx 10{,}2$ cm 87. $A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$

88. $\approx 0{,}62\ ms^{-1}$

89. a) 0;4 b) 0;-5

90. a) 0; -4 b) 0; 5

91. a) 0;9 b) 0;12 c) 0; -2 d) 0;2,5

92. a) 0 ; -8 b) 0 ; 5 c) 0 ; 2 d) 0 ; -1,7

93. a) 0 ; 8 b) $\frac{1}{3}$; -1 c) 0 ; 4

94. a) 0 ; -5 b) 0 ; -12 c) 0 ; 8

95. a) 0 ; -4a b) 0 ; $\frac{5}{3}$a c) 0 ; $\frac{a+b}{2}$

96. a) 0 ; 5b b) 0 ;- $\frac{7}{2}$b c) 0 ; 2a-b

---

8. $D = \frac{1}{4}(k^2 - 4k)$; $D = 0$ für $k_1 = 0$ und $k_2 = 4$

Parabeln: $y = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$; $y = x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$

---

97. a) 16 b) 2500 c) $\frac{25}{4}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{25}{36}$

98. a) 3;2 b) 4;-6 c) 9;2 d) 6;-3 e) $\frac{2}{3}$;- $\frac{1}{2}$ f) $2+\sqrt{3}$; $2-\sqrt{3}$

---

9. a) 3; -3 b) 4; -4; 2; -2

10. a) Entweder c = 0 oder a und c haben verschiedene Vorzeichen.

b) $b^2 - 4ac \geq 0$; $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}}$

11. Haben a und c verschiedene Vorzeichen, so gilt $ac < 0$. Dann ist $-4ac > 0$ und folglich $b^2 - 4ac > 0$.

12. $x_1 = 3$; $x_2 = 2 - \sqrt{2}$ [Es ist $3 + 2\sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = (1+\sqrt{2})^2$.]

13. Hätte die Gleichung $x^2 + px + q = 0$ $(p, q \in G)$ die nichtganzzahlige Lösung $\frac{r}{s}$ $(r, s \in G;\ s \neq 0;$ r und s teilerfremd), so müßte gelten $\frac{r^2}{s^2} + p\frac{r}{s} + q = 0$ bzw. $\frac{r^2}{s} + pr + qs = 0$. Da r und s teilerfremd sind, ist $\frac{r^2}{s}$ keine ganze Zahl. Folglich kann die Summe aus $\frac{r^2}{s}$ und der ganzen Zahl pr + qs nicht Null sein. Damit ist die Annahme, es gäbe eine nicht ganzzahlige rationale Lösung, widerlegt.

---

99. a) 3 ; 2 b) 4 ; -3 c) 5 ; -2 d) 4; -6 e) -1; -11
f) 5 ; 4 g) 5 ; 3 h) -7; 9 i) 17;-15 k) -5

100. a) -3 ;-2 b) 3 ;-5 c) 5 ;-4 d) 9 ; 2 e) 6; -3
f) 8 ;-7 g) 7 ; 5 h)-11; -13 i) -6; 7 k) 4

101. a) 0,3;2,7 b) $2 \pm \sqrt{3}$ c) 2 ;0,5 d) 1;$-\frac{3}{7}$ e) $\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{4}$

102. a) 0,2;1,8 b) $-1 \pm \sqrt{5}$ c)0,5;-4 d)4,5; -2 e) $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{2}$

103. a) -2; $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{4}$ c) 9 ;-7 d) 5; 3 e) $\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{5})$
f) 3 ;$-\frac{3}{5}$

104. a) keine Lösung b) $-\frac{1}{4}$; -2 c) $\frac{1}{3}$; -6 d) -1;-3 e) $\frac{1}{5}$; -25 f)2; $-\frac{1}{6}$

105. a) -4 ; 2 b) 6; -1 c) -2;1 d) 13;-4 e) 8;-3 f) 5;3

106. a)2 ; -10 b) 4; -0,8

107. a) 5 b) 6; 1 108. a) 7; -3 b) 5 ; $-\frac{1}{3}$

109. a) 4 ; 4,5 b) 1; 11 c) 5; 0,5 d) 6 ; 2,5

110. a) -1 b) 4

111. a) $\{x \in P;\ |x| \neq 5\}$ b) $\{x \in P;\ |x| \neq 1\}$

112. a) $\{x \in P;\ |x| \neq 1\}$ b) $\{x \in P;\ |x| \neq 2\}$

113. $\{x \in P;\ x^2 \neq 5\}$

114. a) x = 5 b) $\{x \in P\}$ 115. a) a = 49 b) a = 121

116. a) D = 9 - k; k < 9 ; 2 Lösungen; k = 9:eine Lösung
k > 9:keine Lösung
b) D = 9 + k; k > -9: 2 Lösungen; k = -9 eine Lösung;
k <-9 keine Lösung
c) $D = \frac{1}{4}(k^2-16)$; |k| >4; 2 Lösungen; |k|= 4: eine Lösung;
|k|< 4: keine Lösung
d) $D = \frac{1}{4}(k^2-36)$; |k| >6: 2 Lösungen; |k|= 6: eine Lösung
|k| < 6: keine Lösung

117. Ist q <0, so gilt -q > 0 und folglich $D = \frac{p^2}{4} - q > 0$.

118. a) $|2a - b| \neq 0$: $x_1 = a-b$; $x_2 = b$; $|2a - b| = 0$: $x = \frac{a}{2}$
b) b > 0: $x_{1,2} = -\frac{a}{3} \pm \sqrt{b}$; b = 0: $x = -\frac{a}{3}$; b < 0: keine Lösungen

c) $x_1 = 6a$; $x_2 = \frac{5}{2}a$
d) D = 16-2a; a < 8: $x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{D}$; a = 8; x = 4;
a > 8: keine Lösungen
e) $x_1 = \frac{a+b}{a-b}$; $x_2 = -\frac{a-b}{a+b}$

119. a) $|a + 2b| \neq 0$; $x_1 = b$; $x_2 = -(a+b)$; $|a+2b| = 0$: $x = -\frac{a}{2}$
b) b > 0: $x_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{b}$; b = 0: $x = -\frac{a}{2}$; b < 0: keine Lösungen
c) $x_1 = 2a$; $x_2 = -\frac{a}{2}$ d) $x_1 = \frac{a}{2}$; $x_2 = -\frac{a}{b}$
e) $x_1 = -a$; $x_2 = -2a$

120. $D = b^2 \geq 0$; b = 0: x = a; $b \neq 0$: $x_1 = a+b$; $x_2 = a-b$

121. a) 1 und-6; b) -3 und 5 122. a) nein b) nein

123. 17 und -27 124. 16 ; 12

125. a) 11; 12; 13; 14 b) -14; -13; -12; -11

126. 7 127. (26;27) ; (-27;-26)

128. a) 29; 31 b) nein 129. 12 Personen

130. 25 Schüler 131. 17-Eck

132. a) $3(\sqrt{5} - 1)$ cm ≈ 3,71 cm; $3(3 - \sqrt{5})$ cm ≈ 2,29 cm
b) $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$ cm ≈0,62 cm; $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$ cm ≈0,38 cm

133. a) a = 2 cm; b = 4 cm; c = 6 cm
b) a = 7 cm; b = 5 cm; c = 8 cm

134. 16 cm; 20 cm 135. 2,4 cm 136. 10 cm 137. 15 cm; 20 cm

138. $V = 32\pi\ cm^3 = 100,5\ cm^3$ 139. 5,2 cm; 4,8 cm

140. 9,5 cm; 4,5 cm

141. $r_1 = 24$ cm; $h_1 = 36$ cm; $r_2 = 18$ cm; $h_2 = 48$ cm

142. 8,2 cm; 4,2 cm 143. 12 cm; 9 cm 144. 10 cm; 6,4 cm

145. ≈ 110 m 146. 40 km h^{-1}; 42 km h^{-1}

147. 2 h 148. 30 Knoten; 40 Knoten

149. ≈4,9 km h^{-1} 150. ≈176 ms^{-1} ≈ 630 km h^{-1}

151. ungefähr um 12.17 Uhr 152. 30 Ω ; 10 Ω

153. a ≈ 11,7 cm; a' ≈ 68,3 cm oder
a ≈ 68,3 cm; a' ≈ 11,7 cm

154. h = 4 mm 155. 1 Brigade ≈ 19 h; 2. Brigade ≈ 21 h

---

14. $\frac{n}{2}(n-1)$ Geraden; 9 Punkte

15. a) $u^2 \geq 16\ A$

b) $a,b = \frac{u}{4} \pm \sqrt{u^2 - 16\ A}$

16. a) $t_1 = 2s$; $t_2 = 10s$ b) $t = 6s$

Nach 6 s erreicht der Körper die größtmögliche Höhe (Steighöhe) h = 180 m

---

157. a) 5;6 b) $-\frac{3}{7}$; $-\frac{1}{2}$ 158. a) 3; -2 b) $-\frac{5}{7}$; $\frac{1}{3}$

159. a) $x^2 - 2x - 3 = 0$ b) $x^2 + 12x + 35 = 0$ c) $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{8} = 0$

d) $x^2 + 0{,}9x + 0{,}2 = 0$ e) $x^2 - 2x - 4 = 0$

160. a) $x^2 - 6x + 8 = 0$ b) $x^2 + 9x + 8 = 0$ c) $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{18} = 0$

d) $x^2 - 0{,}1x - 0{,}06 = 0$ e) $x^2 + 4x - 3 = 0$

161. a) $x^2 - a^2 = 0$ b) $x^2 - 2cx + c^2 - d^2 = 0$

c) $x^2 + ax + \frac{a^2}{4} - ab = 0$ d) $x^2 - \frac{a^2 + b^2}{ab}x + 1 = 0$

162. a) $x^2 - 9b^2 = 0$ b) $x^2 - 4ax + 4a^2 - b^4 = 0$

c) $x^2 - cx + \frac{c^2}{4} - c + d = 0$ d) $x^2 - \frac{a^2b^2}{ab}x - 1 = 0$

164. a) Aus $x_1 \cdot x_2 = q < 0$ folgt: x_1 und x_2 haben verschiedene Vorzeichen.

b) und c) Aus $x_1 \cdot x_2 = q > 0$ folgt: x_1 und x_2 haben gleiche Vorzeichen.

Nun gilt $x_1 + x_2 = -p$. Ist $p > 0$, so ist $x_1 + x_2 < 0$. Folglich gilt $x_1 < 0$ und $x_2 < 0$. Ist $p < 0$, so ist $x_1 + x_2 > 0$. Folglich gilt $x_1 > 0$ und $x_2 > 0$.

---

17. Für die Maßzahlen a und b der Seitenlängen des Rechtecks gilt $a + b = 14$ und $a \cdot b = 48$. Nach dem Vietaschen Wurzelsatz sind a und b die Lösungen der Gleichung $x^2 - 14x + 48 = 0$

---

165. a) alle Zahlen $x \neq -1$ b) alle Zahlen x mit $-2 < x < \frac{1}{2}$

c) alle Zahlen x mit $x < -1$ und alle Zahlen x mit $x > 3$

166. a) alle Zahlen $x \neq 1$ b) alle Zahlen x mit $\frac{2}{3} < x < 3$

c) alle Zahlen x mit $x < -3$ und alle Zahlen x mit $x > 1$

167. a) Für $x > 0$ ist die Ungleichung äquivalent mit $x^2 - 7x + 10 < 0$; die Lösungsmenge dieser Ungleichung enthält alle Zahlen x mit $2 < x < 5$. Für $x < 0$ ist die Ungleichung äquivalent mit $x^2 - 7x + 10 > 0$; die Lösungsmenge enthält alle negativen Zahlen.

b) alle Zahlen x mit $0 < x < 5$

c) alle Zahlen x mit $x < 2$ und alle Zahlen x mit $x > 3$

168. a) Für $x > 0$ ist die Ungleichung äquivalent mit $x^2 + x - 12 < 0$; die Lösungsmenge enthält alle Zahlen x mit $0 < x < 3$. Für $x < 0$ ist die Ungleichung äquivalent mit $x^2 + x - 12 > 0$; die Lösungsmenge enthält alle Zahlen x mit $x < -4$.

b) alle Zahlen x mit $x < -4$ und alle Zahlen x mit $x > 0$

c) alle Zahlen x mit $-1 < x < 3$

169. Die Funktionswerte der Funktion $y = x^2$ sind für alle Zahlen x mit $0 < x < 1$ kleiner als die Funktionswerte der Funktion $y = x$. Für die Zahlen 0 und 1 stimmen die Funktionswerte beider Funktionen überein. Für alle anderen Zahlen x ($x < 0$ und $x > 1$) sind die Funktionswerte von $y = x^2$

größer als die Funktionswerte der Funktion $y = x$.

$S_1\ (0;0)$; $S_2\ (1;1)$

170. a) außerhalb der Parabel $y = x^2 - 5$

b) innerhalb der Parabel $y = x^2 - 4x + 1$

c) außerhalb und auf der Parabel $y = -x^2 + 7$

18.

$D = \frac{a^2}{4} - b$	$z^2 + az + b = 0$	$x^2 + ax^2 + b = 0$
$D < 0$	keine Lösungen	keine Lösungen
$D = 0$	eine Lösung $(-\frac{a}{2})$	1) $a<0$; 2 Lösungen 2) $a=0$: 1 Lösung ($a=b=0$) 3) $a>0$: keine Lösungen
$D > 0$	zwei Lösungen	1) $a<0$ und $b>0$: 4 Lösungen 2) a beliebig und $b<0$: 2 Lösungen 3) $a>0$ und $b=0$: 1 Lösung 4) $a<0$ und $b\neq 0$: 3 Lösungen 5) $a>0$ und $b>0$: keine Lösungen

e) Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel

1. a) 7 b) -3 c) 8 d) -6 e) 4 f) 0

2. a) 4 b) -8 c) 3 d) 3 e) $\frac{3}{2}$ f) 0

3. a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{5}$ c) ± 2 d) 1,6

4. a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) ± 2 d) 1,2

---

1. $-\frac{3}{4}$

---

5. a) 3^4 b) 3^4 c) 2^2 6. a) b^6 b) $6^{\frac{1}{2}}$ c) a^{-2}

7. a) $(\frac{3}{4})^{\sqrt{2}} > (\frac{3}{4})^{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt{5}^{\sqrt{1,2}} < \sqrt{5}^{\sqrt{1,3}}$ c) $(\frac{1}{3})^{\sqrt{5}} = (0,\overline{3})^{\sqrt{5}}$

8. $10^{1,5} \approx 31,62$; $10^{2,5} \approx 316,2$; $10^{-0,5} \approx 0,3162$
$10^{0,25} \approx 1,78$; $10^{0,75} \approx 5,62$; $10^{0,125} \approx 1,33$
$10^{0,375} \approx 2,37$; $10^{0,625} \approx 4,22$; $10^{0,875} \approx 7,5$

9. a) 4 b) 1 c) 3 d) -3 e) $\frac{1}{3}$ f) $-\frac{1}{3}$

10. a) 7 b) 0 c) 3 d) -3 e) $\frac{1}{3}$ f) $-\frac{1}{3}$

11. a) -3 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) -1 e) 3 f) 0 g) -4 h) $\frac{1}{3}$

12. a) -4 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) -1 e) 4 f) -1 g) 1 h) $\frac{2}{5}$

13. a) $\log_3 243 = 5$ b) $\log_3 \frac{1}{243} = -5$ c) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$
d) $\log_{\frac{1}{\sqrt[5]{8}}} 2 = -\frac{3}{5}$

14. a) $\log_6 216 = 3$ b) $\log_6 \frac{1}{216} = -3$ c) $\log_{\frac{1}{6}} 36 = -2$
d) $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{9}}} 3 = -\frac{2}{3}$

15. a) $2^{-3} = 0,125$ b) $7^0 = 1$ c) $7^1 = 7$ d) $(\frac{1}{2})^3 = 0,125$

16. a) $4^{-2} = 0,0625$ b) $5^0 = 1$ c) $5^1 = 5$ d) $(\frac{1}{4})^2 = 0,0625$

17. a) 27 b) 1 c) 7 18. a) 100 b) 15 c) 7

19. 0 20. a) 5 b) $\frac{1}{2}$ c) 49 d) 125

3. Wären x_1 und x_2 mit $x_1 \neq x_2$ Lösungen der Gleichung $a^x = b$ ($a > 0$; $a \neq 1$; $b > 0$), so müßte gelten $a^{x_1} = a^{x_2} = b$. Ist $x_1 < x_2$ bzw. $x_1 > x_2$, so ist nach Satz 1 (5) $a^{x_1} < a^{x_2}$ bzw. $a^{x_1} > a^{x_2}$ im Widerspruch zu $a^{x_1} = a^{x_2}$. Folglich gibt es höchstens eine Zahl x mit $a^x = b$.

21. b) $2^{0,7} \approx 1,6$; $2^{1,2} \approx 2,3$; $2^{\sqrt{2}} \approx 2,7$; $2^{\sqrt{3}} \approx 3,3$; $2^{\sqrt{5}} \approx 4,7$

c) $x \approx 2,3$

23. $x \approx -0,65$; $y \approx 0,65$

24. Spiegelung an der x-Achse

25. Verschiebung um 1 bzw. um -1 in Richtung der y-Achse

27. a) $y = 4^x$ b) $y = 1,5^x$ c) $y = 0,5^x$

28. a)

x	0	1	-1	0,25	-0,25	$0,\overline{3}$	$-0,\overline{3}$	0,5	-0,5	0,75	-0,75
y	1	10	0,1	1,8	0,6	2,1	0,5	3,2	0,3	5,6	0,2

b) $x \approx 0,3$; $x \approx 4,8$

30. a) $\log_{10}2 \approx 0,3$; $\log_{10}3 \approx 0,5$; $\log_{10}7,5 \approx 0,8$

b) $x \approx 2,2$

31. $\langle 10^n ; 10^{n+1} \rangle$ $n \in G$

32. 1; 2; -2; 3; 0; -1; 4; -3; -4

33. a) $1 \leq \lg x < 2$; b) $2 \leq \lg x < 3$ c) $-1 \leq \lg x < 0$

d) $-2 \leq \lg x < -1$

34.

x	$3\cdot10^5$	$3\cdot10^4$	...	$3\cdot10^1$	$3\cdot10^0$	$3\cdot10^{-1}$	...	$3\cdot10^{-5}$
lgx	5,4771	4,4771	...	1,4771	0,4771	0,4771-1	...	0,4771-5

35. a) Zahlen sind von gleicher Größenordnung

b) Zahlen unterscheiden sich um einen Faktor 10^k ($k \in G$)

37. a) lg 85 + lg 36 b) lg 84 - (lg 25 + lg 19,7)

38. a) lg 0,84 + lg 6,35 + lg 3,97 b) lg 15,9 - lg 6,3

c) 2lg 6,5 + 3 lg 3,7 - 4 lg 5,1

d) $\frac{1}{2}$ (lg 25,7 + lg 36 - lg 31,5)

39. a) lg 36,4 + lg 72,1 - (lg 0,5 + lg 90,72)

b) $\frac{1}{3}$ lg 7 + 2 lg 5,6 - (3 lg 3,8 + $\frac{1}{2}$ lg 27)

40. a) $\frac{1}{2}$ lg a + $\frac{1}{3}$ lg b - 2 lg c b) lg a + lg b - lg c

c) lg 3 + 2 lg a

41. a) lg a + lg b + lg c + lg d b) lg u + 3 lg v - lg w

c) $\frac{1}{2}$ (lg a + lg b)

42. a) lg (3,5 · 8,7) b) lg(84 · 35 · 49) c) $\lg \frac{62,7}{4,9 \cdot 8,1}$

d) $\lg (2 \cdot 5)^3$ e) $\lg \frac{u \cdot w}{v}$

43. a) $\lg \frac{6,37}{0,48}$ b) $\lg(48,7^2 \cdot \sqrt[3]{5,6})$ c) $\lg \frac{825 \cdot 8,25}{71}$

d) $\lg \frac{\sqrt{5} \cdot 7^3}{8,5^2 \cdot \sqrt[3]{3}}$ e) $\lg \frac{a^2 b}{\sqrt[3]{c}}$

44. a) 10 b) 120 c) 6 45. a) 100 b) 36 c) 4

46. a) 0,7782; 0,7782-1; 1,7782 b) 1,3802; 2,3802; 0,3802-1

c) 1,000; 1,1761; 0,6990-1

47. a) 1,0792; 0,0792; 0,0792-1 b) 0,6021; 0,9031; 1,3802

c) 0,6021-1; 0,7782-1; 0,9031-1

48. 31 Stellen

10. 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 48; 54; 64; 72; 81; 96

49. a)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048

n	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2^n	4096	8192	16384	32768	65536	131072	262144	524288	1048576

b) 524288; 65536; 16; 512; 262144; 64; 512

50. a) 54,7 b) 1,36 c) 9,54 d) 77,1
e) 30,8 f) 7150 g) 416 h) 0,040

51. a) 169 b) 2,22 c) 2,72 d) 18,5
e) 40,2 f) 3550 g) 238 h) 0,000405

52. a) 29,8 b) 1200 c) 33100 d) 0,00137

53. a) 9,55 b) 660 c) 48000 d) 0,0000314

54. a) 6,13 b) 16200 c) 39,3 d) 0,000176

55. a) 304 b) 31900 c) 422 d) 0,000000043

56. a) 18,7 b) 5,9 c) 1,87 d) 0,59 e) 0,187 f) 0,059

57. a) 19,4 b) 6,12 c) 1,94 d) 0,612 e) 0,194 f) 0,0612

58. a) 5,15 b) 11,7 c) 2,53 d) 0,775
e) 1,73 f) 3,3 g) 0,78 h) 0,361

59. a) 7,19 b) 12,5 c) 2,91 d) 0,707
e) 1,94 f) 3,04 g) 0,85 h) 0,396

60. a) 259 b) 9,9 c) 2,05 d) 1,86

61. a) 1200 b) 20,8 c) 0,27 d) 35,9

62. b)

x	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3
$\mathfrak{F}x$	0	0,94	1,89	2,83	3,77	4,71	5,65	6,60	7,54	8,48	9,43

63. a) Bei einer beliebigen Einstellung der **Zunge** stehe Ca_1 über Db_1 und Ca_2 über Db_2. Dann gilt $\lg b_1 - \lg a_1 = \lg b_2 - \lg a_2$ bzw. $\lg \frac{b_1}{a_1} = \lg \frac{b_2}{a_2}$. Folglich ist $\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$ oder auch $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$. Entsprechendes gilt für die Skalen aA und B.
b) Einstellen: C a über D b; unter C c auf D ablesen: x

64. a) 5,2 b) 11 65. a) 12,6 b) 2,9

66. a) 4,83 b) 164 c) 18,2 %; 5,23 %

67. a) 29,3 % b) $360 \cdot 10^6$ km^2 c) 9,4 %

68.

	I	R	Kosten
Glühlampe 60 W	0,273 A	805 Ω	0,5 Pf
Tauchsieder 750 W	3,41 A	64,5 Ω	6 Pf
Bügeleisen 800 W	3,64 A	60,5 Ω	6,4 Pf
Heizofen 1000 W	4,55 A	48,4 Ω	8 Pf
Kochplatte 1200 W	5,46 A	40,3 Ω	9,6 Pf

69. a) 323 kcal b) 7 min 44 s c) 92,6 %

70. 0,2; 0,5; 1,49; 0,192; 0,00397; 0,318; 0,36; 0,955; 0,239; 0,101

71. 464 ms^{-1} 72. 0,034 ms^{-2}

73. a) s ≈ $198 \cdot 10^4$ km b) v ≈ 28 000 km h^{-1}

74. a) M ≈ $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg b) ϱ ≈ 5,52 g cm^{-3}

75. 7,9 cm^2 76. G ≈ $6{,}8 \cdot 10^9$ kp

77. d ≈ 8,6 cm; h 17,2 cm 78. V ≈ 113 cm^3 79. ≈15,2 m

80. 1,41 g cm^{-2}; 0,504 g cm^{-2}; 0,823 g cm^{-2}

81. ≈ 23 cm 82. ≈1500 m

83. 800 000 N 84. a) 24,6 Nm b) 55,7 m

85.

Fahrzeug	Mig 17	Mig 19	TU 104	Güterzug	PKW	LKW
a in ms^{-2}	6,5	7,8	1,9	0,25	0,6	0,43

86. 3020 l 87. 73,5 %; 157; 274%

88. 655 As; ≈41 · 10^{20} Elektronen

89. a) 0,505 Ω b) 4950 Ω

90. Ag: 62,5 m; Cu: 56 m; Al: 35 m; Wo: 18 m; Manganin: 2,3 m

91. ≈ 220 m 92. 6,5 Ω ; ≈1400 kp 93. ≈460 m

---

11. 2,7 dm^2 12. 1770 l 13. theoretisch: 17 800 °C

Schüleraufträge

A. Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen

7. $\frac{1}{4} < \frac{33}{100} < 0,\overline{3} < \frac{3}{7} < 0,5 < \frac{27}{8} < 3,7\overline{14} < 5,17 < \frac{131}{17}$

13. a) $\frac{1}{30}$; $\frac{1}{300}$; $\frac{1}{3000}$; $\frac{1}{30\,000}$

    b) $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{150}$; $\frac{1}{1500}$; $\frac{1}{15\,000}$

15. a) Zu zeigen: Sind $a = \frac{u}{10^r}$ $(u \in G;\ r \in N;\ r \geq 1)$ und $b = \frac{v}{10^s}$ $(v \in G;\ s \in N,\ s \geq 1)$ beliebige Zahlen der Menge mit $a < b$, so gibt es eine Zahl $c = \frac{w}{10^t}$ $(w \in G;\ t \in N;\ t \geq 1)$ mit $a < c < b$. Eine solche Zahl c ist die Zahl $\frac{1}{2}(a+b) = \frac{0,5\,(u \cdot 10^s + v \cdot 10^r)}{10^r \cdot 10^s}$, die ebenfalls der Menge angehört $(w = 0,5(u \cdot 10^s + v \cdot 10^r);\ t = r + s)$.

18. Es ist $\overline{OP}^2 = x^2 = 4 \cdot \frac{1 \cdot 2}{2} + 1 = 5$. Die Gleichung $x^2 = 5$ hat keine rationale Lösung.

20. siehe 22.

21. 2; 2; 3; 6; 0; ...

22. Die Folge $I_0, I_1, I_2, I_3, \ldots$ sei eine beliebige Intervallschachtelung. Gäbe es zwei verschiedene Punkte P und Q, die in allen Intervallen dieser Folge enthalten sind, so müßten die Längen aller Intervalle mindestens gleich $\overline{PQ}$ sein. Die Intervallängen könnten also mit wachsendem u nicht kleiner werden als jede der Zahlen $\frac{1}{10^n}$. Folglich kann jede Intervallschachtelung auf der Zahlengeraden höchstens einen Punkt enthalten.

24. 0; 1; 3; 6; 3; 6; 3; 6; ...

25. $\langle -2;-1 \rangle$; $\langle -1,5;-1,4 \rangle$; $\langle -1,42;\ -1,41 \rangle$; $\langle -1,415;\ -1,414 \rangle$; $\langle -1,4143;\ -1,4142 \rangle$; $\langle -1,41422;\ -1,41421 \rangle$

28. a) $2n \quad n \in N$ b) $2n + 1, \quad n \in N$

29. a) Alle Paare $[a;b]$ mit $a \in \{0,1,2\}$ und $b \in N$

    b) Geschwindigkeit; Druck; Dichte

35. a) $a = 2,5$ b) $y = -6$ c) $a = 0$ d) $|x| > 3$

36. a) $a = 1$ und $b = 1 \quad (1+1)^2 = 1^2 + 1^2$

    $4 = 2$

    b) Es gibt reelle Zahlen a, b, die die Gleichung $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ erfüllen: $a = 0$ und $b \in P$ bzw. $a \in P$ und $b = 0$.

37. a) $9x^2 + 6ax + a^2 = (3x + a)^2$

    f) $p^2 + 2pq + q^2 = (p + q)^2$

39.

$3a^2b$	$3 \cdot 1^2 \cdot 1$	$= 3$
$12ab^2$	$12 \cdot 1 \cdot 1^2$	$= 2^2 \cdot 3$
$8abc$	$8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3$	$= 2^3 \cdot 3$
	k.g.V.:	$2^3 \cdot 3 = 24$

Das k.g.V. von $3a^2b$, $12ab^2$ und $8abc$ für $a = 1$, $b = 1$, $c = 3$ ist 24.

$24a^2b^2c$ ist für $a = 1$, $b = 1$, $c = 3$ gleich 72.

B. Ungleichungen und Gleichungssysteme

1. a) $L = \{x < -2,5, \quad x \in P\}$ b) $L = \{g < 6, g \in G\}$

   c) linke Seite: $2(\frac{7}{2} - \frac{7}{6}) = 7 - \frac{7}{3} = \frac{14}{3}$

   rechte Seite: $3 \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{3} = 9$

   Vergleich: $\frac{14}{3} > 5$ falsche Aussage

6. $3(x-2) > x - 10$

   $3x - 6 > x - 10 \quad | + 6 - x$

   $2x > -4 \quad | : 2$

   $x > -2$

7. $M_1 = \emptyset$, M_1 enthält kein Element (die Menge ist leer).

   $M_2 = \{0\}$, M_2 ist eine Einermenge (die Menge enthält die Zahl 0).

8. a) $x = -2 - r$; $r \in R$, $r > 0$ b) $x = 21 + n$, $n \in N$, $n > 0$

c) $x = \sqrt{2} - p$, $p \in P$, $p > 0$ d) $x = 6\frac{3}{4} + p$, $p \in P$, $p > 0$

9. $x = \frac{10}{3} + p$, $p \in P$, $p > 0$

linke Seite: $\frac{3}{2} \cdot (\frac{10}{3} + p) - 1 = 5 + \frac{3}{2}p - 1 = 4 + \frac{3}{2}p$

rechte Seite: 4

Vergleich: $4 + \frac{3}{2}p > 4$ wahre Aussage für $p > 0$

also $L = \{ x > \frac{10}{3}, x \in P \}$

10. a) $[a;b] = [a; \frac{3}{2}a]$ $a \neq 0$ b) $[s;t] = [s; \frac{1}{25}s] = [25t;t]$

c) $[x;y] = [x; -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}]$ d) $[x;y] = [x;x]$

11. a) $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ g.d.w. M_1 und M_2 elementfremde Mengen

b) $M_1 \cap M_2 = \{0; 4; 8; 12; \ldots\} = M_2$, da $M_2 \subset M_1$.

12. (I) $l_1 + l_2 = 60$ cm $[l_1;l_2] = [36 \text{ cm}; 24 \text{ cm}]$

(II) $200p \cdot l_1 = 300p \cdot l_2$

C. Potenzen und Potenzfunktionen

1. a) $13^4 = 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$ b) $0,1^3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1$

c) $4a^3 = 4 \cdot a \cdot a \cdot a$ d) $a + b^3 = a + b \cdot b \cdot b$

e) $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ f) $a^2 + b = a \cdot a + b$

g) $-x^5 = -x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ h) $(-x)^5 = (-x)(-x)(-x)(-x)(-x)$

2. a) $(-1)^{2n} = (-1).(-1) \ldots\ldots (-1).(-1)$

2n Faktoren (-1)

Diese 2n Faktoren lassen sich in n Produkte $(-1)\cdot(-1) = +1$ aufspalten. Das Produkt der n Produkte (+1) ist +1.

$$(-1)^{2n+1} = \underbrace{(-1)\cdot(-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{(2n+1) \text{ Faktoren } (-1)}$$

Diese (2n+1) Faktoren (-1) lassen sich in n Produkte $(-1)\cdot(-1) = +1$ und einen Faktor (-1) aufspalten. Das Produkt aus den n Produkten +1 und dem Faktor (-1) ist -1.

Eine Potenz a^n ($a < 0$, $n \in N$, $n > 1$) mit geradzahligem (ungeradzahligem) Exponenten ist positiv (negativ).

b) $\alpha) (-3)^4 > 0$ $\beta) (-5)^3 < 0$ $\gamma) -1,5^2 < 0$ $\delta) (0,5)^3 > 0$

$\varepsilon)$ $a^n > 0$, wenn $a > 0$, n gerade

$a^n > 0$, wenn $a > 0$, n ungerade

$a^n > 0$, wenn $a < 0$, n gerade

$a^n < 0$, wenn $a < 0$, n ungerade

8.

Dualsystem	Dezimalsystem
0 + 0 = 0	0 + 0 = 0
0 + L = L	0 + 1 = 1
L + 0 = L	1 + 0 = 1
L + L = L0	1 + 1 = 2=2+0

Dualsystem	Dezimalsystem
0 • 0 = 0	0 • 0 = 0
L • 0 = 0	1 • 0 = 0
0 • L = 0	0 • 1 = 0
L • L = L	1 • 1 = 1

9. a) 1,2245 b) 1,2245

16.

x	$y = x^{-1}$	$y = x^{-3}$	$y = x^{-5}$	$y = x^{-2}$	$y = x^{-4}$	$y = x^{-6}$
-100	-10^{-2}	-10^{-6}	-10^{-10}	10^{-4}	10^{-8}	10^{-12}
$-\frac{1}{100}$	-10^{2}	-10^{6}	-10^{10}	10^{4}	10^{6}	10^{12}
$\frac{1}{100}$	10^{2}	10^{6}	10^{10}	10^{4}	10^{8}	10^{12}
100	10^{-2}	10^{-6}	10^{-10}	10^{-4}	10^{-8}	10^{-12}

17.

Potenzfunktion	Intervall	Beziehungen zwischen den Funktionswerten bei gleichen Argumenten
$y = x^{2n+1}$, $y = x^{2n}$ $\}\ n \in G, n < 0$	$x < -1$	$x^{-1} < x^{-3} < x^{-5} < \ldots$ $x^{-2} > x^{-4} > x^{-6} > \ldots$
$y = x^{2n+1}$, $y = x^{2n}$ $\}\ n \in G, n < 0$	$-1 < x < 0$	$x^{-1} > x^{-3} > x^{-5} > \ldots$ $x^{-2} < x^{-4} < x^{-6} < \ldots$
$y = x^n \quad n \in G,\ n < 0$	$0 < x < 1$	$x^{-1} < x^{-2} < x^{-3} < x^{-4} < x^{-5} < \ldots$
$y = x^n \quad n \in G,\ n < 0$	$1 < x$	$x^{-1} > x^{-2} > x^{-3} > x^{-4} > x^{-5} > \ldots$

18.

Funktionen	a) Symmetrieeigenschaften der Graphen	b) Gemeinsame Punkte
$y = x^{2n}$ $(n \in G,\ n < 0)$	symmetrisch zur y-Achse	(-1;1) ; (1;1)
$y = x^{2n+1}$ $(n \in G,\ n < 0)$	zentralsymmetrisch zum Punkt P (0;0)	(-1;-1); (1;1)

20. Für a = 1 ist h(x) = f(x) Der Graph von h ist gleich dem Graphen von f.

Für a = 0 ist h(x) = 0 Der Graph von h fällt mit der x-Achse zusammen.

22. a)

s in km	Bild C 28 t in h	Bild C 29 t in h	Bild C 30 t in h
300	0,86	0,33	0,12
1000	2,86	1,11	0,4
1200	3,43	1,33	0,48

b)

t in h	Bild C 28 s in km	Bild C 29 s in km	Bild C 30 s in km
0,5	175	450	1250
1,25	437,5	1125	3125
2	700	1800	5000

c) $s = 350\ t$; $s = 900\ t$; $s = 2500\ t$

D. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

6. 7 13. a) $\frac{2}{3}$ c) $\approx 2{,}5$

14. f(1,6) = f(4,4) = -0,04; der Näherungswert 1,6 (4,4) ist kleiner (größer) als die betreffende Nullstelle.

15. $x_1 \approx -0{,}2$; $x_2 \approx 3{,}2$ 16. a) 0,5 b) 15 c) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

17. a) 4; 6 b) -2; für jede Zahl $x \neq -2$ gilt $(x+2)^2 > 0$.

18. a) $x(x-5)$; $x(3x-7)$ $a(a-b)$

b) $(x-2)(x+2)$; $(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})$; $(a-\frac{2}{3})(a+\frac{2}{3})$

19. a) 1,6 m b) 1,6; -1,6

20. Für jede Zahl x gilt $x^2 \geq 0$. Folglich gilt für jede Zahl x $x^2 + 9 > 0$.

21. a) 4 b) 1 c) $\frac{p^2}{4}$

22. -1; -5

23. Der Scheitel der nach oben geöffneten Parabel

$y = x^2 - 2x - 3$ liegt unterhalb der x-Achse,
$y = x^2 - 6x + 9$ liegt auf der x-Achse,
$y = x^2 + 6x + 20$ liegt oberhalb der x-Achse.

E. Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel

3. a) 6 b) 4 c) 6 d) -3 e) $-\frac{1}{2}$ f) $\frac{2}{3}$

4. a) $7 = \log_2 128$; $\frac{1}{3} = \log_{10} \sqrt[3]{10}$

b) $3^4 = 81$; $10^0 = 1$

6.

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
2^x	1	2	0,5	4	0,25	8	0,12	16	0,06	1,4	0,7	1,3	0,79

x	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$
2^x	1,2	0,84	1,6	0,6	2,8	0,4	5,7	0,2

7.

x	1	2	4	8	0,06	0,12	0,25	0,5	1,4	0,7	1,3	0,79	1,2
$\log_2 x$	0	1	2	3	-4	-3	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

x	0,84	1,6	0,6	2,8	0,4	5,7	0,2
$\log_2 x$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$

8. Die Funktion $y = 2^x$ ist für alle reellen Zahlen x definiert. Der Wertebereich der Funktion $y = \log_2 x$ $(x > 0)$ ist mit dem Definitionsbereich der Funktion $y = 2^x$ identisch.

11. 2 Tage; 4 Tage; 6 Tage 14. Es ist $\log^k = k$

16. a) 9,31 b) 202 c) 2,16 d) 0,351 e) 47,6 f) 0,81

17. Es ist $\lg 2 - \lg 1 = \lg 2$; $\lg 4 - \lg 2 = \lg \frac{4}{2} = \lg 2$;

$\lg 8 - \lg 4 = \lg \frac{8}{4} = \lg 2$

6913

Kurzwort: 00 21 49 Loesungsh. Mathe 9

EVP: 1,90