Lösungsheft

MATHEMATIK

Zum Lehrbuch für Klasse 10

Nur für Lehrer

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

Lösungsheft

MATHEMATIK

Zum Lehrbuch für Klasse 10

(Titel-Nr. 00 10 02, 5. Auflage)

Nur für Lehrer

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
1976

An der Ausarbeitung der Lösungen waren Dietrich Bellack, Arnold Hopfe und Jürgen Karl beteiligt.

4. Auflage
Lizenz Nr. 203 · 1000/75 (UN 00 21 73-4)
LSV 0645
Redaktion: Heinz Junge
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Redaktionsschluß: 12. August 1975
Bestell-Nr. 706 211 0
EVP: 1,75 Mark

Inhaltsverzeichnis

	Lehrbuch Seite	Lösungsheft Seite
Vorbemerkungen	-	5
Aufgaben		
a) Winkelfunktionen	98	8
b) Körperberechnung	126	33
Schüleraufträge		
A Winkelfunktionen	-	44
B Körperberechnung	-	51

Vorbemerkungen

Das Lösungsheft enthält die Lösungen der Aufgaben des Lehrbuches "MATHEMATIK, Lehrbuch für Klasse 10" (Ausgabe 1971).

Es sind überwiegend nur Lösungen aufgenommen worden, die rechnerisch zu ermitteln sind. Bei der Lösung der Aufgaben arbeiteten die Rechner mit dem "Tafelwerk, Mathematik - Physik - Chemie" (Best.-Nr. 00 07 03) und mit dem logarithmischen Rechenstab.

Bei Textaufgaben wurde aus Platzgründen auf den Antwortsatz verzichtet. Diese Maßnahme erscheint auch deshalb berechtigt, weil solche Sätze in den meisten Fällen verschieden formuliert werden können. Es sei jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß eine Aufgabe nur dann als richtig gelöst gelten kann, wenn der Schüler einen entsprechenden Antwortsatz richtig formuliert hat.

Bei allen Aufgaben muß die Genauigkeit der Ausgangswerte berücksichtigt werden.

In diesem Lösungsheft wird, ebenso wie im Lehrbuch, beim Angeben von Lösungen in Form von Gleichungen in überwiegendem Maße das Gleichheitszeichen gesetzt, auch wenn die Ergebnisse Näherungswerte sind. Es wird in diesem Zusammenhang auf das Lehrbuch, Seite 34, verwiesen. In "Mathematik, Unterrichtshilfen für Klasse 10", heißt es auf Seite 25 f (vgl. auch Seite 86 unten): "... sei hier auf die Verwendung des Gleichheitszeichens bei numerischen Rechnungen hingewiesen. Es hat sich beim Rechnen mit Hilfe des logarithmischen Rechenstabes und unter Verwendung von Zahlentafeln in der technischen Praxis und im Unterricht eingebürgert, das Annäherungszeichen nur dann zu verwenden, wenn die (mögliche) Differenz der zu vergleichenden Werte über der beim Rechnen technisch bedingten oder angestrebten Fehlergrenze liegt, also z. B. beim Schätzen und bei Überschlagsrechnungen. In anderen Fällen, auch beim Rechnen mit gerundeten Werten, wird dagegen das Gleichheitszeichen gesetzt.
Der gleiche Grundsatz gilt auch für das Rechnen mit Meßwerten."

Zahlreiche Aufgaben konnten naturgemäß nicht so formuliert werden, daß Eindeutigkeit für die Schreibweisen der Ergebnisse zu erwarten ist. Hierher gehören zum Beispiel Aufgaben, in deren

Lösungen Winkelmaße (im Gradmaß bzw. im Bogenmaß) angegeben sind.
In allen diesen Fällen wurde stets nur eine der möglichen Lösungen angegeben.

Die Lösungen für die zusätzlichen Aufgaben, die im Lehrbuch mit kursiver Numerierung gekennzeichnet sind und die im allgemeinen von höherem Schwierigkeitsgrad sind, wurden wie im Lehrbuch in waagerechte Linien eingeschlossen.

Den Abschluß des Lösungsheftes bilden die Lösungen der Schüleraufträge, die im Lehrtext verstreut und mit einem Kreis gekennzeichnet sind.

Lösungen zu den Aufgabenteilen

a) Winkelfunktionen

Seite 98

1. Beispiele für Zugehörigkeit / Nichtzugehörigkeit

a) $[1;7]$ $[1;8]$ b) $[1;8]$ $[1;9]$ c) $[2;3]$ $[2;5]$ d) $[2;19,62]$ $[2;20]$

2. $[-2 + 3 ; 0]$ bzw. $[-0,268 ; 0]$ } Nullstellen der Funktion
$[-2 - 3 ; 0]$ bzw. $[-3,732 ; 0]$ }

3.	Wertebereich	Nullstellen	
a)	$-9 \leq y \leq 0$	$[3;0]$; $[-3;0]$	$x_1 = 3$; $x_2 = -3$
b)	$y \leq 1$	$[1;0]$	$x = 1$
c)	$1 \leq y \leq 4$	-	
d)	y bel. reell	-	

4. a) $y = -\frac{3}{7}x + \frac{2}{7}$

b) $y = -8x^2 + 6$

c) $y = \frac{1}{2} \cdot 4^x$

d) $y = \frac{1}{2} \cdot \log_2 x$

5. a) $y = \frac{17}{3}x + 3$

b) $y = 6x^2 - \frac{9}{2}$

c) $y = \frac{1}{5} \cdot 10^x$

d) $y = -\frac{1}{2} \cdot \log_{10} x$

6. a) ja; ja b) ja; ja
c) ja; ja d) ja; nein

7. a) nein; nein b) ja; nein
c) ja; nein d) ja; nein

8.	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie-intervalle	Monotonie-verhalten
a)	$\frac{28}{5} \geq y \geq -\frac{69}{10}$	$x = \frac{6}{25}$	$-2 \leq x \leq 3$	monoton fallend
b)	$\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{21}{4}$	-	$-3 \leq x \leq 3$	monoton steigend
c)	$13 \geq y \geq -3$	-	$-2 \leq x < 2$ $2 \leq x \leq 4$	monoton fallend monoton steigend
d)	y bel. reell	$x = 2$	x bel.reell	monoton steigend

9.	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie-intervalle	Monotonie-verhalten
a)	$5 \geq y \geq 2$	-	$-1 \leq x < 0$ $0 = x = 1$	monoton fallend monoton steigend
b)	y bel. reell	-	x bel.reell	monoton steigend
c)	$-2 \leq y \leq 3$	$x = 1$	$\frac{1}{4} \leq x \leq 8$	monoton steigend

Seite 99

10. a) $y = \frac{4}{7}x + \frac{19}{7}$ b) $y = -\frac{3}{44}x - \frac{3}{22}$

11. Die graphische Darstellung zeigt, daß die drei Punkte ein Dreieck bilden, also nicht sämtlich auf ein und derselben Geraden liegen.

12. a) 54° b) 36° c) 54° 13. a) 26° b) 64° c) 128°

14. a) 43° b) 94° c) 47° 15. a) 27° b) 126° c) 63° d) 117°

16. a) 41° b) 139° 17. a) 93° b) 156°

Seite 100

20. a) 215° b) 113° c) nicht einander äquivalent

21. a) 85° b) nicht einander äquivalent c) 173°

22. a) 60° b) $7,5^\circ$ c) $193,4^\circ$ d) 227° e) $344,3^\circ$ f) $240,3^\circ$

23. a) $155,6^\circ$ b) $38,4^\circ$ c) $78,5^\circ$ d) $312,4^\circ$ e) $325,6^\circ$ f) $238,7^\circ$

24. a) 3,5 cm b) 1,2 cm 25. a) 9,5 cm b) 3,9 cm

26. a) 90,2 cm b) 41,6 cm 27. a) 6,1 cm b) 14 cm

28. b) $\text{arc } \alpha = \frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ}$

c)

α	110°	320°	315°	70°	246°	155°	250°	180°	350°	286°	210°
arc α	1,9	5,6	5,5	1,2	4,3	2,7	4,4	3,14	6,1	5,0	3,7

29. a) 0,262 b) 1,257 c) 0,733 d) 1,309

30. a) 1,466 b) 3,490 c) 1,780 d) 2,514

31. a) 0,765 b) 1,265 c) 3,86 d) -1,056

32. a) 2,41 b) - 0,831 c) 14,23 d) - 5,55

33. a) 216° b) $84{,}5^\circ$ c) $53{,}7^\circ$ d) $277{,}5^\circ$ e) $48{,}1^\circ$ f) $-54{,}4^\circ$

34. a) $156{,}6^\circ$ b) $-323{,}3^\circ$ c) $-134{,}5^\circ$ d) $-21{,}5^\circ$ e) $20{,}7^\circ$ f) $66{,}5^\circ$

Seite 101

35. a) $\alpha = 60^\circ$ b) $\alpha = 45^\circ$ c) $x = \frac{5}{6}\pi$
d) $x = \frac{13}{6}\pi$ e) $\alpha = -30^\circ$ f) $\alpha = 420^\circ$

36. a) $x = \frac{7}{6}\pi$ b) $\alpha = 210^\circ$ c) $\alpha = 270^\circ$
d) $x = \frac{5}{4}\pi$ e) $x = -\frac{5}{3}\pi$ f) $\alpha = -120^\circ$

37. a) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{13}{6}\pi\right\}$; $\left\{\frac{17}{6}\pi, \frac{5}{6}\pi\right\}$; $\left\{\frac{\pi}{4}, -\frac{31}{4}\pi\right\}$; $\left\{\frac{15}{4}\pi\right\}$

b) $\left\{\frac{7}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi\right\}$; $\left\{\frac{14}{3}\pi, \frac{20}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\right\}$; $\left\{\frac{19}{3}\pi, \frac{\pi}{3}\right\}$

38. 10,1 km

39. a) $y = 0{,}5$
b) $y = 0{,}77$
c) $x_1 = 17{,}5^\circ$; $x_2 = 162{,}5^\circ$
d) $x_1 = 194{,}5^\circ$; $x_2 = 345{,}5^\circ$

40. a) $y = 0{,}91$
b) $y = 0{,}77$
c) $x_1 = 53{,}1^\circ$; $x_2 = 126{,}9^\circ$
d) $x_1 = 200{,}5^\circ$; $x_2 = 339{,}5^\circ$

41. a) nein b) nein c) ja d) nein

42. a) ja b) nein c) nein d) ja

---

1. $f(x) = \sin x$ ist eine periodische Funktion, Periode sei $a \in P$, $a \neq 0$. Nach Satz A 3 gilt $f(x + a) = f(x)$.
In Aussage A stellt $\overline{x}$ eine beliebige reelle Zahl dar.
In Aussage B stellt x eine reelle Zahl von 0 bis 2π dar,
deshalb gilt auch $\overline{x} + 2\pi = x + k \cdot 2\pi$ bzw.
$\sin(\overline{x} + 2\pi) = \sin(x + k \cdot 2\pi)$.

---

43. a) nicht lösbar b) lösbar c) nicht lösbar d) lösbar

44. a) lösbar b) nicht lösbar c) lösbar d) lösbar

45. a) $\{0\}$ b) $\{-2\pi\ ;\ -\pi\}$ c) - d) $\{\pi\}$

46. a) $\{0\}$ b) $\{0\ ;\ \pi\ ;\ 2\pi\}$ c) - d) $\{-\pi\}$

Seite 102

48.	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie-intervalle	Monotonie-verhalten
a)	$-4 \leq y \leq 4$	$\{-\pi\ ;0\ ;\pi\ ;2\pi\}$	$-\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{3}{2}\pi$	monoton fallend
			$-\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}$ $\frac{3}{2}\pi \leq x \leq 2\pi$	monoton steigend
b)	$-2{,}5 \leq y \leq 2{,}5$	$\{-2\pi\ ;-\pi\ ;0\}$	$-2\pi \leq x < -\frac{3}{2}\pi$ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$	monoton steigend
			$-\frac{3}{2}\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}$	monoton fallend

49. a) ja b) nein c) ja d) nein
e) ja f) ja g) nein h) ja

50. a) $\frac{2\pi}{5}$ b) 1 c) $\frac{\pi}{4}$ d) 6 e) $\frac{4}{3}\pi$ f) $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi$

51.

	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie-intervalle	Monotonie-verhalten
a)	$-1 \leq y \leq 1$	$\{-4\pi; 0; 4\pi\}$	$-4\pi \leq x < -2\pi$ $2\pi \leq x \leq 4\pi$	monoton fallend
			$-2\pi \leq x < 2\pi$	monoton steigend
b)	$-1 \leq y \leq 1$	$\{\frac{k\pi}{4}\}$ mit $k \in G$; $-16 \leq k \leq 16$	$-4\pi \leq x < -\frac{31\pi}{8}$ $\frac{(4k-1)\pi}{8} \leq x < \frac{(4k+1)\pi}{8}$ mit $k \in G$; $-7 \leq k \leq 7$ $\frac{31}{8}\pi \leq x \leq 4\pi$	monoton steigend
			$\frac{(4k+1)\pi}{8} \leq x < \frac{(4k+3)\pi}{8}$ mit $k \in G$; $-8 \leq k \leq 7$	monoton fallend

Seite 103

53. a) $\{-\frac{14}{5}\pi; -\frac{7}{5}\pi; 0; \frac{7}{5}\pi; \frac{14}{5}\pi\}$

b) $\{0; \frac{\pi}{\sqrt{2}}\}$ c) $\{0; \frac{3}{2}\pi; 3\pi; \frac{9}{2}\pi; 6\pi\}$

d) $\{-\frac{\pi}{2}; -\frac{3}{8}\pi; -\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{8}; 0; \frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{4}; \frac{3}{8}\pi; \frac{\pi}{2}; \frac{5}{8}\pi; \frac{3}{4}\pi\}$

e) $\{0; \pi; 2\pi\}$ f) $\{0; \frac{2}{3}\pi; \frac{4}{3}\pi\}$

g) $\{0; 3\pi\}$ h) $\{-\frac{3}{2}; -1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3\}$

54. a) $y = 3 \cdot \sin x$; $y = \sin 4x$; $y = 3 \cdot \sin 4x$

b) $y = \frac{2}{5} \sin x$; $y = \sin \frac{x}{10}$; $y = \frac{2}{5} \cdot \sin \frac{x}{10}$

c) $y = \frac{4}{3} \cdot \sin x$; $y = \sin \frac{5}{3} x$; $y = \frac{4}{3} \cdot \sin \frac{5}{3} x$

55. a) $y = 2{,}3 \sin \frac{2\pi}{3} x$ b) $y = 4 \sin 4x$

c) $y = \sin 20x$ d) $y = 0{,}7 \sin \frac{6}{5} x$

56. $f_1(x) = 1{,}4 \sin x$ $(-2\pi \leq x \leq 2\pi)$

$f_2(x) = 2 \sin 3x$ $(-2\pi \leq x \leq 2\pi)$

$f_3(x) = 0{,}4 \sin x$ $(-2\pi \leq x \leq 2\pi)$

$f_4(x) = 2{,}5 \sin \frac{\pi}{2} x$ $(-5 \leq x \leq 6)$

Seite 104

2. $y = 3 \cdot \sin x$; $y = 3 \cdot \sin 5x$; $y = 3 \cdot \sin 9x$; ...

Allgemeine Lösung: $y = 3 \sin (4k+1)x$ mit $k \in N$

57. a) nicht lösbar b) lösbar c) nicht lösbar d) nicht lösbar e) nicht lösbar

58. a) lösbar b) lösbar c) nicht lösbar d) lösbar e) nicht lösbar

59. a) $\{-\frac{3}{2}\pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\}$ b) - c) $\{\frac{3}{2}\pi\}$ d) $\{\frac{7}{2}\pi\}$

60. a) - b) $\{-\frac{5}{2}\pi; -\frac{3}{2}\pi\}$ c) $\{\frac{5}{2}\pi\}$ d) $\{-\frac{27}{2}\pi; -\frac{25}{2}\pi; -\frac{23}{2}\pi; -\frac{21}{2}\pi\}$

3. a) $a \neq 4$; $-1 \leq a \leq \frac{7}{3}$ b) $b \neq \frac{2}{3}$; $0 \leq b \leq \frac{1}{2}$

4. 1. Fall: Vor.: $b = a$

NB: $a \neq 0$

HB: wenn $a = b$, so gilt $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$; $\frac{a}{a} + \frac{a}{a} = 2$; $1 + 1 = 2$

2. Fall: Vor.: $a \neq b$ $(a, b \in P; a, b > 0)$

Beh.: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$

Beweis: $\frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} > 2$; $a^2+b^2 > 2ab$; $a^2+b^2 - 2ab > 0$

$(a - b)^2 > 0$ $(a - b)^2$ ist in diesem Falle stets eine positive reelle Zahl.

---

61. a) positiv b) negativ
c) negativ d) positiv
e) negativ f) negativ
g) positiv h) positiv

62. a) negativ b) positiv
c) negativ d) negativ
e) positiv f) negativ
g) positiv h) negativ

63. a) $\sin 38^\circ$ b) $\frac{1}{\sin 130^\circ}$
c) nicht def. d) nicht def.

64. a) $\cos 45^\circ$ b) $\frac{1}{\cos 237^\circ}$
c) 0 d) nicht def.

Seite 105

e) $\tan 170^\circ$ f) $\tan^2 314^\circ$
g) nicht def. h) 1

e) $\cot 212^\circ$ f) $\cot^2 \frac{\pi}{6}$
g) nicht def. h) 1

65. a) 1,5 b) 0,433 c) 1,41 d) 2 e) 1,155

66. a) 1 b) 0 c) 0,816 d) nicht def. e) 0,333

67. a) $x = (2k+1)\pi$ b) $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ c) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
d) $x = \frac{k\pi}{2}$ e) $x = \frac{2k+1}{2}\pi$ f) An allen Stellen definiert
g) $x = \frac{k\pi}{2}$

68. a) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ b) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ c) $x = k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi$
d) $x = k\pi$ e) $x = k\pi$ f) $x = k\pi$ g) $x = \frac{k\pi}{2}$

(Bei den Aufgaben 67 und 68 ist $k \in G$.)

69. Voraussetzung: Δ ABC gleichseitig $(\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = a$; $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ)$;

h ist Höhe im Δ ABC

Behauptung: $h = \frac{1}{2}\sqrt{3}\ a$

Beweis: $\tan 60^\circ = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2h}{a}$

$h = \frac{1}{2}\sqrt{3}a$

70. b) $a = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ cm = 3,54 cm

---

5. Behauptung:

Die Gleichung gilt nur für $x = \frac{(2k+1)\pi}{4}$ $(k \in G)$

Voraussetzungen:

(1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (2) $\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$

(3) $\cot^2 x = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x}$

Beweis:

Nach (1), (2) und (3) gilt:

$$1 + \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x} + \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x}$$

Nach elementaren Umformungen ergibt sich:

$2 \sin^2 x = 1$; $\sin x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$ und damit

$x = \frac{(2k+1)}{4}\pi$ $(k \in G)$

6. Behauptung:

Gleichung ist für $x = \frac{k\pi}{4}$ $(k \in G)$ nicht definiert.

Beweis:

$$\frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} \cdot \frac{\cot^2 x - 1}{\cot x} = 1$$

$$\frac{\tan x \cdot \cot^2 x - \tan x}{\cot x - \tan^2 x \cdot \cot x} = 1 \qquad (\tan x \cdot \cot x = 1)$$

$$\frac{\cot x - \tan x}{\cot x - \tan x} = 1$$ Diese Gleichung ist für alle $x \neq \frac{k\pi}{4}$ gültig.

---

71. a) ja b) ja c) ja

Seite 106

72. a) ja b) ja c) ja

73. a) $b = 2;\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}k\pi$
b) $a = 1;\ x = k\pi$
c) $a = 3;\ x = k\pi$

74. a) $a = 0;\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi$
b) $b = 3;\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
c) $b = \frac{7}{2};\ x = \frac{(2k+1)}{2}\pi = \frac{\pi}{2} + k\pi$

75. a) $-3;\ 0$ b) $5;\ \frac{5}{2}$ c) $0;2$

76. a) $\frac{1}{4}\sqrt{3};\ -\frac{1}{2}$ b) $-\frac{2}{3};\ \frac{1}{3}\sqrt{2}$
c) $\frac{1}{3};\ -\frac{1}{3}$

77. a) $-\frac{1}{4}\sqrt{7}$ b) $-0{,}8$ c) $-0{,}1$ d) 0

78. a) $\frac{1}{4}\sqrt{15}$ b) $-\frac{2}{5}\sqrt{6}$ c) $-\frac{1}{2}\sqrt{21}$ d) $-\frac{1}{3}\sqrt{91}$

---

7. a) $(2k + 1)\pi < x < (2k + 2)\pi$
b) Für alle Zahlen x ($x \in P$) definiert
c) $x = k\pi$ d) $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

Für alle Lösungen gilt $k \in G$.

Seite 107

79. a) ja b) nein c) nein d) ja e) ja

80. a) nein b) ja c) ja d) ja e) ja

81. a) $51{,}3^\circ$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{1}{8}\pi$ d) $35{,}2^\circ$ e) 144° f) $-\pi$

82. a) $75{,}1^\circ$ b) $\frac{1}{5}\pi$ c) $\frac{1}{3}\pi$ d) 45° e) -40° f) $\frac{5}{6}\pi$

83. $\sin 35^\circ = \cos 55^\circ$
$\sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6}$
$\sin 42{,}3^\circ = \cos 47{,}7^\circ$

84. $\tan 16{,}7^\circ = \cot 73{,}3^\circ$
$\sin (-\frac{3}{4}\pi) = \cos \frac{5}{4}\pi$
$\sin 150^\circ = \cos 75^\circ$

85. a) $x = \frac{3}{10}\pi$ b) $x = 0{,}37$
c) $x = 0{,}9$ d) $x = \frac{1}{14}\pi$
e) $x = \frac{2}{5}\pi$ f) n.l. ($\tan \frac{3}{2}\pi$ nicht def.)

86. a) $x = \frac{2}{5}\pi$ b) $x = 0{,}77$
c) $x = 1{,}15$ d) $x = \frac{3}{8}\pi$
e) $x = \frac{5}{4}\pi$ f) $x = -\frac{13}{6}\pi$

87. a) A' (5;2); B' (2;4); C' (4;6) b) A'(8;4); B'(13;1);C'(11;6)
$[x'; y'] = [6 - x; y]$ $[x';y'] = [10 - x; y]$

---

8. $[\sin x ; \cos (\frac{\pi}{2} - x)]$
$[\tan x ; \cot (\frac{\pi}{2} - x)]$
$[\sin (\frac{\pi}{2} - x); \cos x]$
$[\tan (\frac{\pi}{2} - x); \cot x]$

Symmetrieeigenschaften der Graphen;
Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$;
bei $\tan x = \cot(\frac{\pi}{2} - x)$ außerdem Spiegelung an Parallele zur y-Achse durch Punkt $[\frac{(2k+1)}{2}\pi ; 0]$

---

88. a) nein b) ja c) nein d) ja

89. a) ja b) nein c) nein d) ja

Seite 108

90. a) nein b) ja c) nein d) nein e) ja

91. a) ja b) ja c) nein d) nein e) ja

92. a) $x = 37^\circ$ b) $x = 77^\circ$ c) $x = 63^\circ$
d) $x = 67^\circ$ e) $x = 65^\circ$ f) $x = 53^\circ$

93. a) $x = 28^\circ$ b) $x = 46^\circ$ c) $x = 58^\circ$
d) $x = 76^\circ$ e) $x = 36^\circ$ f) $x = 7^\circ$

94. a) $180^\circ-55^\circ$ b) $180^\circ+37^\circ$
c) $360^\circ-46^\circ$ d) $180^\circ-18^\circ$
e) $180^\circ+85^\circ$ f) $360^\circ-75^\circ$
g) $180^\circ- 6^\circ$ h) $180^\circ-82^\circ$
i) $180^\circ+89^\circ$

95. a) $180^\circ+36^\circ$ b) $180^\circ+83^\circ$
c) $360^\circ-66^\circ$ d) $180^\circ-61^\circ$
e) $180^\circ+34^\circ$ f) $360^\circ-86^\circ$
g) $180^\circ+43^\circ$ h) $180^\circ+75^\circ$
i) $360^\circ-18^\circ$

96. a) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ d) $-\sqrt{3}$ e) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ f) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
g) $\sqrt{3}$ h) -1 i) $-\frac{1}{2}$ k) $-\frac{1}{2}$

97. a) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ b) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d) $-\sqrt{3}$ e) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ f) $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
g) $-\sqrt{3}$ h) $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ i) $-\sqrt{3}$ k) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

---

9. $\tan10^\circ\cdot\tan20^\circ\cdot\tan30^\circ\cdot\tan40^\circ\cdot\tan50^\circ\cdot\tan60^\circ\cdot\tan70^\circ\cdot\tan80^\circ = 1$
$= \tan10^\circ\cdot\tan80^\circ\cdot\tan20^\circ\cdot\tan70^\circ\cdot\tan30^\circ\cdot\tan60^\circ\cdot\tan40^\circ\cdot\tan50^\circ = 1$
$= \tan10^\circ\cdot\cot10^\circ\cdot\tan20^\circ\cdot\cot20^\circ\cdot\tan30^\circ\cdot\cot30^\circ\cdot\tan40^\circ\cdot\cot40^\circ = 1$
$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

---

98. a) $\{1;44^\circ\}$
b) $\{-1;47^\circ\}$
c) $\{-1;\ 6^\circ\}$
d) $\{-1;48^\circ\}$

99. a) $\{-1;36^\circ\}$
b) $\{-1;16^\circ\}$
c) $\{-1;17^\circ\}$
d) $\{1;\ 66^\circ\}$

100. a) $\{-1;42^\circ\}$
b) $\{1;37^\circ\}$
c) $\{-1;\ 2^\circ\}$
d) $\{-1;45^\circ\}$

101. a) $\{-1;37^\circ\}$
b) $\{-1;53^\circ\}$
c) $\{1;36^\circ\}$
d) $\{-1;27^\circ\}$

Seite 109

102. a) 0,2419 b) 0,2588 c) 0,0523 d) 0,5000
e) 0,2419 f) 0,2588 g) 0,0523 h) 0,5000
i) 0,9703 k) 0,9659 l) 0,9986 m) 0,8660

103. a) 0,2317 b) 0,3057 c) 0,5707 d) 0,9593
e) 0,2317 f) 0,3057 g) 0,5707 h) 0,9593
i) 0,9728 k) 0,9521 l) 0,8211 m) 0,2823

104. a) 0,2198 b) 0.9999 c) 0,0122 d) 0,8886
e) 0,7986 f) 0,6574 g) 0,9898 h) 0,4462
i) 0,6745 k) 0,7002 l) 0,7107 m) 14,30

105. a) 0,6745 b) 0,7002 c) 0,7107 d) 14,30
e) 1,483 f) 1,428 g) ,407 h) 0,0699
i) 10,02 k) 114,6 l) 3,006 m) 2,006

106. a) 5,005 b) 4,011 c) 1,000 d) 0,0140
e) 1,308 f) 0,5184 g) 1,857 h) 0,9673
i) 2,023 k) 0,9627 l) 1,213 m) 5,145

107. a) 0,0175 b) 57,29 c) 0,0175 d) 0,9998

108. a) $14,3^\circ$ b) $25,5^\circ$ c) $64,0^\circ$ d) $25,0^\circ$

109. a) $79,0^\circ$ b) $46,2^\circ$ c) $10,6^\circ$ d) $18,1^\circ$

110. a) $63,7^\circ$ b) $32,3^\circ$ c) $78,7^\circ$ d) $45,2^\circ$

111. a) $30,9^\circ$ b) $15,3^\circ$ c) $27,9^\circ$ d) $82,4^\circ$

112. a) $73,3^\circ$ b) $75,5^\circ$ c) $19,9^\circ$ d) $71,0^\circ$

113. a) $52,4^\circ$ b) $59,2^\circ$ c) $72,8^\circ$ d) $36,6^\circ$

114. a) $21,0^\circ$ b) $64,3^\circ$ c) $50,3^\circ$ d) $66,6^\circ$

115. a) $28,8^\circ$ b) $66,1^\circ$ c) $65,1^\circ$ d) $66,3^\circ$

116. a) $16,5^\circ$ b) $66,6^\circ$ c) $61,5^\circ$ d) $46,5^\circ$

117. a) 1,068 b) 0,349 c) 0,297 d) 0,332

118. a) 0,124 b) 1,225 c) 0,459 d) 1,102

119. a) 0,497 b) 0,642 c) 0,789 d) 0,054

120. a) 0,345 b) 0,967 c) 0,446 d) 0,356

121. a) 0,094 b) 0,982 c) 0,966 d) 0,023

122. a) 0,356 b) 1,429 c) 0,348 d) 0,226

Seite 110

123. a) 21,8°; 158,2° b) 32,7° c) 43,3° d) 124,6° 55,4°

124. a) 25,6°; 154,4° b) 66,9° c) 51,2° d) 65,7°

125. a) n.l. b) 133,1° c) 126,6° d) 110,4°

126. a) 65,7°; 114,3° b) 132,2° c) 166,7° d) 56,1°

127. a) n.l. b) 61,2° c) 156,3° d) 46,5°

128. a) n.l. b) 124,9° c) 123,2° d) 154,9°

129. a) x = 0,4289 b) a = 0,6600 c) u = 0,8049 d) z = 0,1167

130. a) y = 0,2235 b) x = 0,9391 c) z = 0,6594 d) b = 0,5206

131. a) a = 1,921 b) w = 1,347 c) v = 2,204 d) z = 1,897

132. a) 0,433 b) 0,592 c) 1,125 d) 0,325

133. a) 0,75 b) 0,41 c) 1,02 d) 1,09

134. a) 1,28 b) 1,37 c) 0,117 d) 0,187

135. a) x = 0,5878 b) a = - 0,5095 c) v = - 1,376 d) y = -0,7536 e) b = - 8,144 f) x = - 0,9511

136. a) z = -1,111 b) z = 0,7880 c) w = - 1,428 d) x = -0,4877 e) u = -0,3057 f) y = - 0,1908

137.

x	101,7°	94,3°	115,6°	159,9°
sin x	0,9792	0,9972	0,9018	0,3437

138.

x	178,4°	210,4°	119,6°	128,7°
cos x	-0,9996	-0,8625	-0,4939	-0,6252

Seite 111

139.

x	154,7°	124,9°	215,8°	91,4°
tan x	-0,4727	-1,433	0,7212	-40,92

140.

x	104,6°	293,5°	156,5°	129,7°
cot x	-0,2605	-0,4348	-2,300	-0,8302

141. a) $\{2;18^\circ\}$ b) $\{5;72^\circ\}$ c) $\{16;\ 131^\circ\}$ d) $\{1;68^\circ\}$

142. a) 0,616 b) 0,559 c) -0,404 d) 7,115

143. a) 0,545 b) -0,990 c) 0,601 d) 1,881

144. a) [0,7; 0,643] b) [1,4; 0,173] c) $[0,3\pi;\ 1,376]$ d) $[0,2\pi;\ 1,376]$

145. a) $[1,6\pi;\ -0,951]$ b) [3,8 ; - 9,789] c) [1,7 ; - 7,6] d) [5,2; - 0,531]

In den Aufgaben 146. bis 151. gilt $k \in G$.

146. a) $x = \frac{\pi}{6} + k\cdot 2\pi$; $x = \frac{5}{6}\pi + k\cdot 2\pi$

b) $x = \frac{5}{4}\pi + k\cdot 2\pi$; $x = \frac{7}{4}\pi + k\cdot 2\pi$

c) $x = \frac{7}{6}\pi + k\cdot 2\pi$; $x = \frac{11}{6}\pi + k\cdot 2\pi$

d) $x = \frac{\pi}{3} + k\cdot 2\pi$; $x = \frac{5}{3}\pi + k\cdot 2\pi$

e) $x = \frac{3}{4}\pi + k\cdot 2\pi$; $x = \frac{5}{4}\pi + k\cdot 2\pi$

f) $x = \pi + k\cdot 2\pi$

147. a) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

b) $x = \frac{2}{3}\pi + k\pi$

c) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

d) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

e) $x = \frac{2}{3}\pi + k\pi$

f) $x = \frac{3}{4}\pi + k\pi$

148. a) $\frac{\pi}{6} + k\cdot 2\pi < x < \frac{5}{6}\pi + k\cdot 2\pi$

b) $-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} + k\pi$

c) $\frac{\pi}{4} + k\cdot 2\pi < x < \frac{5}{4}\pi + k\cdot 2\pi$

149. a) $\frac{3}{4}\pi + k\cdot 2\pi < x < \frac{9}{4}\pi + k\cdot 2\pi$

b) $\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$

c) $-\frac{\pi}{6} + k\cdot 2\pi < x < \frac{\pi}{6} + k\cdot 2\pi$ und $\frac{5}{6}\pi + k\cdot 2\pi < x < \frac{7}{6}\pi + k\cdot 2\pi$

d) $\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi < x < \frac{3}{2}\pi + k\cdot 2\pi$ d) $\frac{4}{3}\pi + k\cdot 2\pi < x < \frac{8}{3}\pi + k\cdot 2\pi$

e) $k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$ e) $\frac{\pi}{3} + k\pi < x < (k+1)\pi$

f) $\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$ f) $-\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi$

und

$\frac{3}{4}\pi + k\pi < x < \pi + k\pi$

150.a) $\left[\frac{\pi}{6} + k\cdot 2\pi\ ;\ \frac{1}{2}\right]$; $\left[\frac{5}{6}\pi + k\cdot 2\pi;\ \frac{1}{2}\right]$

b) $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi\ ;\sqrt{3}\right]$

151.a) $\left[\frac{2}{3}\pi + k\cdot 2\pi;\ -\frac{1}{2}\right]$; $\left[\frac{4}{3}\pi + k\cdot 2\pi\ ;\ -\frac{1}{2}\right]$

Seite 112

152. a) α) $x = 3{,}5 \cdot \sin \frac{5}{2}\pi\, t$ β) $x = 5{,}4 \cdot \sin \frac{5}{3}\pi\, t$

b) α) 3,5 cm β) 4,7 cm

c) Einfluß der Größe des Massestücks

153. a) $i = \frac{9}{2}\sqrt{2} \cdot \sin 100\pi\, t$; $u = 220\sqrt{2} \cdot \sin 100\pi\, t$

d) $i = 6{,}1$ A ; $u = 296$ V

154. a)

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
t_n	0 s	1,77s	3,49s	5,10s	6,55s	7,81s	8,83s	9,58s	10,04s	10,19s
s_h	0 m	15,4m	59,6m	127,4m	210,6m	299,1m	382,2m	450,1m	494,4m	509,7m
s	0 m	349m	655m	883m	1004m	1004m	883m	655m	349m	0m

Seite 113

155. $\alpha = 0{,}72°$

156.

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
g	977,94	978,10	978,54	979,23	980,07	980,96	981,80

α	70°	80°	90°
g	982,49	982,93	983,09

157. a) $x = \left\{\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{11}{6}\pi\right\}$ b) $x = \{4{,}00;\ 5{,}44\}$

c) $x = \left\{\frac{\pi}{6};\ \frac{7}{6}\pi\right\}$; $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

d) $x = \{38{,}7°;\ 218{,}7°\} = \{0{,}68;\ 3{,}82\}$; $x \neq k\pi$

158. a) nicht def. b) $x = \left\{\frac{\pi}{6};\ \frac{5}{6}\pi\ ;\ \frac{7}{6}\pi;\ \frac{11}{6}\pi\right\}$

c) $x = \left\{\frac{\pi}{3};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{4}{3}\pi;\ \frac{5}{3}\pi\right\}$; $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

d) $x = \left\{\frac{\pi}{3};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{4}{3}\pi;\ \frac{5}{3}\pi\right\}$; $x \neq k\pi$

159. a) $x = \left\{\frac{\pi}{3};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{4}{3}\pi;\ \frac{5}{3}\pi\right\}$ b) $x = \left\{\frac{\pi}{3};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{4}{3}\pi;\ \frac{5}{3}\pi\right\}$

c) nicht def. d) $x = \left\{\frac{2}{3}\pi\ ;\ \frac{4}{3}\pi\right\}$

---

10. a) ja b) ja

11. a) $x = \{21{,}3°;\ 158{,}7°\} = \{0{,}371;\ 2{,}78\}$

b) $x = \{124{,}8°\} = \{2{,}18\}$

c) $x = \{30°;\ 150°\} = \left\{\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{5}{6}\pi\right\}$

12. a) $x = \{62{,}2°;\ 117{,}8°\} = \{1{,}08;\ 2{,}05\}$

b) $x = \{70{,}5°\} = \{1{,}23\}$

c) $x = \{135°\} = \left\{\frac{3}{4}\pi\right\}$

---

160. a) $c = 13{,}6$ cm; $\alpha = 68{,}9°$; $\beta = 21{,}1°$; $A = 31{,}1$ cm^2

b) $b = 490$ m; $\alpha = 40{,}6°$; $\beta = 49{,}4°$; $A = 1{,}03 \cdot 10^5$ m^2

c) $a = 73$ m; $b = 102$ m; $\beta = 54{,}5°$; $A = 3723$ m^2

d) $b = 69$ mm; $c = 94$ mm; $\beta = 47{,}8°$; $A = 2174$ mm^2

161. a) $c = 38{,}0$ m; $\alpha = 24{,}6°$; $\beta = 65{,}4°$; $A = 272{,}6$ m^2

b) $b = 25{,}1$ cm; $\alpha = 30°$; $\beta = 60°$; $A = 182$ cm^2

c) $a = 8{,}0$ cm; $b = 6{,}8$ cm; $\alpha = 49{,}7°$; $A = 27{,}2$ cm^2

d) $a = 42{,}2$ m; $c = 91{,}1$ m; $\alpha = 27{,}6°$; $A = 1702{,}8$ m^2

162. a) $a = 8{,}8$ m $b = 16{,}3$ m $\alpha = 28{,}4^\circ$ $\beta = 61{,}6^\circ$ $A = 71{,}7\ m^2$

b) $a = 5{,}0$ cm $b = 5{,}0$ cm $c = 7{,}0$ cm $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 45^\circ$ $A = 12{,}5\ cm^2$

c) $a = 48{,}2$ m $c = 54{,}4$ m $\alpha = 62{,}3^\circ$ $\beta = 27{,}7^\circ$ $A = 610\ m^2$

d) $a = 19{,}9$ cm $b = 9{,}1$ cm $c = 21{,}9$ cm $\alpha = 65{,}4^\circ$ $\beta = 24{,}6^\circ$ $A = 90{,}5\ cm^2$

163. a) $a = 16{,}8$ cm; $b = 21{,}8$ cm; $c = 27{,}5$ cm; $\beta = 52{,}5^\circ$; $A = 183{,}1\ cm^2$

b) $c = 17{,}1$ m; $b = 4{,}2$ m; $\alpha = 75{,}7^\circ$; $\beta = 14{,}3^\circ$; $A = 34{,}9\ m^2$

c) $a = 14{,}4$ m; $b = 20{,}7$ m; $\alpha = 34{,}8^\circ$; $\beta = 55{,}2^\circ$; $A = 149\ m^2$

d) $a = 15{,}2$ cm; $b = 10{,}8$ cm; $c = 18{,}6$ cm; $\alpha = 54{,}5^\circ$; $A = 82{,}1\ cm^2$

Seite 114

164. a) $b = 10{,}3$ cm $c = 14{,}7$ cm $\alpha = 45{,}6^\circ$ $\beta = 44{,}4^\circ$

b) $a = 1{,}17$ m $c = 2{,}36$ m $\alpha = 29{,}7^\circ$ $\beta = 60{,}3^\circ$

c) $\alpha = 51{,}5^\circ$ $a = 1{,}2$ dm $b = 1{,}0$ dm $c = 1{,}6$ dm

165. a) $a = 11{,}6$ m $c = 16{,}3$ m $\alpha = 45{,}2^\circ$ $\beta = 44{,}8^\circ$

b) $b = 11{,}0$ cm $c = 18{,}2$ cm $\alpha = 52{,}8^\circ$ $\beta = 37{,}2^\circ$

c) $a = b = 27{,}1$ cm $c = 38{,}3$ cm $\alpha = \beta = 45^\circ$

166. $h = 3{,}1$ m; $\beta = 12{,}6^\circ$

167. $\alpha = 4{,}3^\circ$; $l = 620$ m

168. Sonnenhöhe $26{,}7^\circ$

169. $h = 31{,}0$ m

170. Höhe des Flugzeugs 0,9 km

171. Länge des Haltetaus 33 m

172. Neigung des Geländers $32{,}6^\circ$

173. Höhe einer Stufe 17 cm

174. $v = 60\ m \cdot s^{-1}$

175. Die Flugrichtung ändert sich um $1{,}6^\circ$.

176.

α	30°	45°
F_Z	540 kp	382 kp
F_D	468 kp	270 kp

177.

α	30°	45°	60°
F_Z	693 kp	400 kp	231 kp
F_D	800 kp	566 kp	462 kp

Seite 115

178. $F_N = 45{,}9$ kp; $F_R = 19{,}9$ kp

179. $\alpha = 12{,}1^\circ$

180. a) 4800 m b) $3{,}9^\circ$

181. 1570 m

182. 31,9 m

183. Ein Teilstrich entspricht $0{,}06^\circ$. Die Entfernung sei a Längeneinheiten.

Behauptung: $\tan 0{,}06^\circ = \frac{\frac{a}{1000}}{a} = \frac{1}{1000}$

Beweis: Da der Tangens kleiner Winkel ($\alpha < 5^\circ$) dem Bogenmaß des Winkels gleichgesetzt werden kann, gilt

$$\text{arc } \alpha = \frac{\pi \cdot 0{,}06^\circ}{180^\circ} = 0{,}00105 \approx 0{,}001$$

184. a) $b = 25{,}1$ m; $\alpha = \beta = 73{,}5^\circ$; $\gamma = 33{,}0^\circ$; $A = 172{,}3\ m^2$

b) $a = b = 106$ m; $\alpha = \beta = 53{,}7^\circ$; $\gamma = 72{,}6^\circ$; $A = 5312\ m^2$

185. a) $b = 3{,}75$ m; $\alpha = \beta = 71{,}7^\circ$; $\gamma = 36{,}6^\circ$; $A = 4{,}18\ m^2$

b) $a = b = 4{,}95$ m; $c = 2{,}74$ m; $\alpha = \beta = 73{,}95^\circ$; $A = 6{,}52\ m^2$

186. a) $a = b = 21{,}0$ m; $\alpha = \beta = 62{,}25^\circ$; $A = 182{,}3\ m^2$

b) $b = 5{,}6$ cm; $c = 5{,}7$ cm; $\alpha = \beta = 59^\circ$; $\gamma = 62^\circ$; $A = 13{,}9\ cm^2$

187. a) $a = b = 63{,}1$ m; $\beta = 53{,}2^\circ$; $\gamma = 73{,}6^\circ$; $A = 1908{,}9\ m^2$

b) $b = 18{,}8$ cm; $c = 36{,}0$ cm; $\alpha = \beta = 16{,}8^\circ$; $A = 97{,}7\ cm^2$

188. $52{,}6^\circ$ bzw. $37{,}4^\circ$; $74{,}7^\circ$

189. $a = 3{,}00$ m; $b = 5{,}77$ m

Seite 116

190. $e = 5{,}0$ cm; $f = 12{,}0$ cm; $A = 29{,}9\ cm^2$

191. $a = 1{,}10$ dm; $e = 1{,}04$ dm; $f = 1{,}93$ dm

192. $\sphericalangle BAD = 38{,}9^\circ$
$\sphericalangle DCB = 97{,}1^\circ$
$\sphericalangle CBA = \sphericalangle ADC = 112{,}0^\circ$
$\overline{AC} = 7{,}8$ cm
$A = 16{,}4$ cm^2

193. $\beta = 64{,}8^\circ$
$\gamma = \delta = 115{,}2^\circ$
$\sphericalangle (e; f) = 38{,}8^\circ$
$h = 1{,}59$ cm
$A = 7{,}16$ cm^2

194. $70{,}6^\circ$; $109{,}4^\circ$

195. 44 %

196. a) $\alpha = 169{,}8^\circ$; $\beta = 190{,}2^\circ$
b) $l = 9{,}1$ m

197. a) $\alpha = \beta = 197{,}7^\circ$
b) $l = 7{,}2$ m

198. a) 19,5 % b) 16,2 %

199. a) 9,4 % b) 7,3 %

200. a) $5{,}2^\circ$ b) $0{,}52^\circ$ c) $0{,}052^\circ$

201. a) 1,75 m b) 670 km c) 262 000 km

202. Sonne: $1{,}39 \cdot 10^6$ km; Mond: $3{,}56 \cdot 10^3$ km

203. a) 17,6" b) $1{,}9^\circ$ c) $59{,}0^\circ$

Seite 117

204. 15,7 km

---

14. $s = 2r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$; $b = \frac{\pi + \alpha^\circ}{180^\circ}$; $h = r(1 - \cos\frac{\alpha}{2})$

15.

Abstand in cm	1	2	3	4	5	6	7	8
Abstand im Gradmaß	5,74	11,48	17,26	23,06	29,96	34,92	40,98	47,18
Abstand in cm	9	10	11	12	13	14	15	16
Abstand im Gradmaß	53,48	60,00	66,72	73,78	81,08	88,86	97,20	106,26

205.

n	A_i	<	A_{Kreis}	<	A_u
3	1,30 r^2	<	3,14 r^2	<	5,20 r^2
4	2,00 r^2	<	3,14 r^2	<	4,00 r^2
5	2,38 r^2	<	3,14 r^2	<	3,63 r^2
6	2,60 r^2	<	3,14 r^2	<	3,46 r^2

Seite 118

206. a) $r_u = 15{,}2$ cm; $r_i = 13{,}7$ cm; $A = 633$ cm^2
b) $a = 14{,}5$ cm; $r_i = 22{,}4$ cm; $A = 1620$ cm^2
c) $a = 25{,}3$ dm; $r_u = 21{,}5$ dm; $A = 1100$ dm^2
d) $a = 2{,}2$ m ; $r_u = 2{,}9$ m ; $r_i = 2{,}7$ m

207.

n	3	4	5	6
a in dm	1,73	1,41	1,18	1,00
u in dm	5,20	5,66	5,88	6,00

208.

n	3	4	5	6
a in dm	3,46	2,00	1,45	1,15
u in dm	10,4	8,00	7,26	6,93

209.

Insgesamt	Gleiche Länge	Längenmaß
9	3	5,00 cm
	6	4,33 cm

210.

Insgesamt	Gleiche Länge	Längenmaß
14	7	3,60 cm
	7	4,50 cm

211. 695 mm^2; 24,3 %

212. 11,1 cm; 17,3 %

213. rel. Fehler: 3,5 %

214. rel. Fehler: 3,5 %

---

16. a) n = 10 b) n = 32

17. a) n = 9 b) n = 26

---

215. a) b = 7,3 cm
b) a = 12,7 m

216. a) b = 1,40 km
b) a = 10,9 m

Seite 119

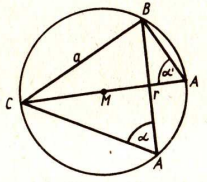
217. a) $\alpha = 24{,}5^\circ$
b) $\beta = 40{,}0^\circ$

218. a) $\alpha = 64{,}4^\circ$
b) $\gamma = 19{,}5^\circ$

219. a) $\beta = 42{,}8^\circ$
b) $\gamma = 101{,}4^\circ$

220. a) $\gamma = 47{,}6^\circ$
b) $\beta = 77{,}5^\circ$

18.



Im rechtwinkligen Dreieck A'BC gilt:

$\sin \alpha' = \frac{a}{2r}$ bzw. $2r = \frac{a}{\sin \alpha'}$.

Nach dem Peripheriewinkelsatz gilt:

$\alpha' = \alpha$.

Damit ergibt sich:

$\frac{a}{\sin \alpha} = 2r = d$.

19. Aus der Gleichung $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$ (Flächeninhalt eines Dreiecks ABC) ergibt sich mit $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$ (nach dem Sinussatz) die vorgegebene Gleichung.

---

221. a) $A = 21{,}7\ cm^2$
b) $A = 770{,}5\ m^2$

222. a) $A = 1665\ m^2$
b) $A = 7{,}55\ km^2$

223. a) $A = 890\ m^2$
b) $A = 648{,}8\ mm^2$

224. a) $A = 225\ m^2$
b) $A = 32{,}0\ cm^2$

---

20. a) $\alpha' = 20{,}8^\circ$; $\beta' = 57{,}6^\circ$; $\gamma' = 101{,}6^\circ$ b) $A = 5{,}5\ cm^2$

---

225. a) $c = 13$ m
b) $a = 19{,}1$ cm

226. a) $b = 29{,}1$ cm
b) $c = 200$ m

227. a) $\alpha = 57{,}4^\circ$
b) $\gamma = 67{,}8^\circ$

228. a) $\beta = 95{,}3^\circ$
b) $\beta = 160{,}8^\circ$

229. $A = 84\ cm^2$

230. $A = 370{,}5\ m^2$

231. $\alpha_1 = 45{,}4^\circ$; $\beta_1 = 59{,}6^\circ$; $\gamma_1 = 75{,}0^\circ$; $c_1 = 19$ cm
$\alpha_2 = 33{,}2^\circ$; $\beta_2 = 41{,}8^\circ$; $\gamma_2 = 105{,}0^\circ$; $c_2 = 25$ cm

232. nicht lösbar

233. $\alpha = 68{,}7^\circ$; $\gamma = 51{,}3^\circ$; $a = 5{,}4$ cm; $b = 5{,}0$ cm

234. $\beta = 25{,}4^\circ$; $\gamma = 118{,}6^\circ$; $a = 19.7$ m; $c = 29{,}4$ m

235. 616 m

Seite 120

236. 4620 m

---

21. a) $b \cdot \sin \alpha < a$ b) $b \cdot \sin \alpha = a$ c) $b \cdot \sin \alpha > a$

---

237. a) Keine Lösung, da in jedem Dreieck die Summe zweier Seiten größer als die dritte Seite ist

238. b) Keine Lösung; Begründung wie bei 237. a)

239. b) Keine Lösung, da in jedem Dreieck der größeren von zwei Seiten der größere Winkel gegenüberliegt. Der Seite a müßte also ein Winkel $\alpha > 135^\circ$ gegenüber liegen. Das ist nicht möglich, da die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt.

240. a) Keine Lösung; Begründung wie bei 239. b)
b) Keine Lösung; Begründung wie bei 239. b)

241. b) Keine Lösung, da die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt

242. a) Keine Lösung; Begründung wie bei 241. b)

243. a) 1 cm $< c <$ 7 cm
b) $0^\circ < \beta < 115^\circ$

244. a) 11 mm $< a <$ 237 mm
b) $0^\circ < \alpha < 68^\circ$

245. a) $0^\circ < \beta < 180^\circ$
b) $0^\circ < \alpha < 32{,}3^\circ$

246. a) $b \geq 7$ cm
b) $0^\circ < \beta < 23{,}9^\circ$

Seite 121

247. a) b = 5,8 cm; $\alpha = 70{,}3^\circ$; $\gamma = 46{,}5^\circ$; A = 12,8 cm^2
b) a = 18,93 m; $\beta = 60{,}9^\circ$; $\gamma = 44{,}8^\circ$; A = 114,6 m^2

248. a) c = 200 m; $\alpha = 36{,}9^\circ$; $\beta = 4o{,}8^\circ$; A = 8051 m^2
b) c = 291 cm; $\alpha = 38{,}5^\circ$; $\beta = 93{,}8^\circ$; A = 35 500 cm^2

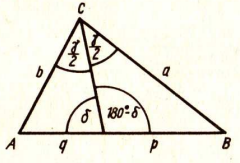
249. a) $\alpha = 97{,}7^\circ$; $\beta = 21{,}3^\circ$; $\gamma = 61{,}0^\circ$; A = 4,64 m^2
b) $\alpha = 46{,}4^\circ$; $\beta = 64{,}5^\circ$; $\gamma = 69{,}1^\circ$; A = 428 m^2

250. a) $\alpha = 53{,}4^\circ$; $\beta = 99{,}6^\circ$; $\gamma = 27{,}0^\circ$; A = 1,68 km^2
b) $\alpha = 70{,}0^\circ$; $\beta = 45{,}8^\circ$; $\gamma = 64{,}2^\circ$; A = 26,3 km^2

251. a) a = 485 m; b = 576 m; $\gamma = 36{,}7^\circ$
b) a = 4,58 m; $\beta = 38{,}3^\circ$; $\gamma = 54{,}5^\circ$
c) c_1 = 76,3 m; $\alpha_1 = 47{,}7^\circ$; $\gamma_1 = 95{,}0^\circ$
c_2 = 13,7 m; $\alpha_2 = 132{,}4^\circ$; $\gamma_2 = 10{,}3^\circ$

252. a) a = 16,0 km; c = 11,9 km; $\beta = 24{,}3^\circ$
b) c = 26,1 cm; $\alpha = 24{,}1^\circ$; $\beta = 28{,}6^\circ$
c) c_1 = 33,7 cm; $\beta_1 = 56{,}8^\circ$; $\gamma_1 = 69{,}2^\circ$
c_2 = 1,8 cm; $\beta_2 = 123{,}2^\circ$; $\gamma_2 = 2{,}8^\circ$

22.



(1) $\sin\frac{\gamma}{2} : \sin\delta = q : b$

(2) $\sin\frac{\gamma}{2} : \sin(180^\circ - \delta)$

$= \sin\frac{\gamma}{2} : \sin\delta = p : a$

Aus (1) und (2) folgt:

$q : b = p : a$ oder

$q : p = b : a$.

---

253. a) h_a = 5,7 cm; h_b = 7,3 cm; h_c = 5,0 cm
b) h_a = 4,8 cm; h_b = 3,6 cm; h_c = 2,9 cm

254. a) h_a = 6,6 cm; h_b = 4,4 cm; h_c = 3,3 cm
b) h_a = 3,2 cm; h_b = 1,7 cm; h_c = 3,3 cm

255. ϱ = 1,9 cm

256. ϱ = 15 mm

257. 28,9°; 46,6°; 104,5°

258. 30°; 90°; $\sqrt{3}$: 1

259. d_1 = 59 mm; d_2 = 75 mm; A = 2055 mm^2

260. d_2 = 12,1 cm; A = 54,6 cm^2

261. a = c = 12,7 cm; b = d = 7,3 cm;
$\alpha = \gamma = 63{,}6^\circ$; $\beta = \delta = 116{,}4^\circ$; A = 83,0 cm^2

262. a = c = 7,8 m; b = d = 6,3 m;
$\alpha = \gamma = 75{,}3^\circ$; $\beta = \delta = 104{,}7^\circ$; A = 47,5 m^2

263. $\alpha = 67{,}0^\circ$; $\beta = 84{,}9^\circ$; $\gamma = 95{,}1^\circ$; $\delta = 113{,}0^\circ$; A = 35,9 cm^2

264. $\alpha = 74{,}1^\circ$; $\beta = 91{,}0^\circ$; $\gamma = 89{,}0^\circ$; $\delta = 105{,}9^\circ$; A = 24,0 cm^2

265. $\sphericalangle M_2M_1M_3 = 47{,}8^\circ$
$\sphericalangle M_1M_2M_3 = 57{,}9^\circ$
$\sphericalangle M_1M_3M_2 = 74{,}3^\circ$

266. $\sphericalangle M_2M_1M_3 = 46{,}4^\circ$
$\sphericalangle M_1M_2M_3 = 56{,}4^\circ$
$\sphericalangle M_1M_3M_2 = 77{,}2^\circ$

Seite 122

267. Kurs: N 102,3° W; v = 41,3 kmh^{-1}

268. $\overline{AP}$ = 99 m

269. $\overline{R_1Z}$ = 5,2 km; $\overline{R_2Z}$ = 10,4 km

270. $\overline{F_1S}$ = 19,4 km; $\overline{F_2S}$ = 25,7 km

271. F (27 m; 350 m)

---

23. a) w_α = 73 mm; $\sphericalangle(w_\alpha; w_\beta) = \{53{,}1^\circ; 126{,}9^\circ\}$
w_β = 60 mm; $\sphericalangle(w_\alpha; w_\gamma) = \{59{,}3^\circ; 120{,}7^\circ\}$
w_γ = 53 mm; $\sphericalangle(w_\beta; w_\gamma) = \{67{,}8^\circ; 112{,}2^\circ\}$
b) w_α = 8,8 cm; $\sphericalangle(w_\alpha; w_\beta) = \{30{,}0^\circ; 150{,}0^\circ\}$
w_β = 7,1 cm; $\sphericalangle(w_\alpha; w_\gamma) = \{72{,}4^\circ; 107{,}6^\circ\}$
w_γ = 3,2 cm; $\sphericalangle(w_\beta; w_\gamma) = \{77{,}5^\circ; 102{,}5^\circ\}$

24. $\alpha = 131{,}8^\circ$; $\beta = 106{,}6^\circ$; $\gamma = 73{,}4^\circ$; $\delta = 48{,}2^\circ$
e = 9 cm; f = 10 cm; A = 40 cm^2

25. a) Geschwindigkeit: 8,6 km; Kurs: S 78,9° O

b) Kurs: S 61,6° O; Zeit: 1,1 h

Seite 123

272. a) $\overline{AC}$ = 168 m; $\overline{BC}$ = 240 m b) $\overline{AC}$ = 188 m; $\overline{BC}$ = 349 m

273. a) $\overline{AC}$ = 140 m; $\overline{BC}$ = 86 m b) $\overline{AC}$ = 171,4 m; $\overline{BC}$ = 97,7 m

274. $\overline{AS}$ = 3 122 m; $\overline{BS}$ = 3 180 m 275. N 95,7° O

Abstand: 3 116 m

276. $\overline{AB}$ = 2,180 km; 277. Verbindungsstrecke: 245 m;

$\sphericalangle$ BAC = 98,2°; $\sphericalangle$ CBA = 43,1° 88,8° bzw. 56,4°

287. A = 13 920 m^2 279. A = 39 700 m^2

Seite 124

280. A = 144 000 m^2 281. A = 13 300 m^2

282. $\overline{AB}$ = 551 m 283. $\overline{AB}$ = 526 m

---

26. a) $\overline{CD}$ = 146 m b) $\overline{CD}$ = 127 m

27. a) $\overline{AB}$ = 784 m b) $\overline{AB}$ = 308 m

28. b) $\overline{AB}$ = 904 m

$\overline{AC}$ = 660 m

$\overline{AD}$ = 574 m

---

b) Körperberechnung

Seite 126

1. $A_0(V) = 6\sqrt[3]{V^2}$ 2. $V(A_0) = \frac{A_0}{6}\sqrt{\frac{A_0}{6}}$

3. a) a = 20 cm b) a = 0,93 cm 4. c = 18,5 cm

V = 8000 cm^3 V = 0,80 cm^3 V = 12 800 cm^3

5. A_M = 8 496 mm^2 6. V = 311 760 mm^3

V = 29 430 mm^3

7. m = 23,74 kg 8. m = 43,73 kg

9. A = 321 mm^2 10. A = 378 mm^2

11. A_G = 6,0 cm^2; h = 6,0 cm; 12. V = 2520,0 cm^3

V = 36,0 cm^3 α = 69,6°

13. t = 1036 s = 17 min 16 s 14. A_G = 1,61 m^2; V = 209,30 m^3

15. $V(a) = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$; $A_0(a) = \frac{3}{2}\pi a^2$ 16. $V(a) = \pi a^3$; $A_0(a) = 4\pi a^2$

17. a) A_M = 163,4 cm^2; A_0 = 263,9 cm^2; V = 326,7 cm^3

b) r = 0,5 m; A_0 = 26,6 m^2; V = 6,2 m^3

18. a) h = 3 cm; A_M = 50 cm^2; A_0 = 107 cm^2

b) r = 1,33 dm; A_M = 37,7 dm^2; A_0 = 48,8 dm^2

19.

r in cm	4	6	8	10	12	14	16
h(r) in cm	20 (19,9)	9 (8,8)	5 (4,98)	3 (3,2)	2 (2,2)	2 (1,6)	1 (1,2)

20.

r in cm	4	8	12	16	20	24
h(r) in cm	8 (7,99)	4 (3,98)	3 (2,7)	2 (1,99)	2 (1,6)	1 (1,3)

21. A_0 = 34,9 dm^2 22. V = 513 cm^3

23. 1482 Tanks liegend; 338 Tanks stehend

Seite 128

---

1. $V = 12\,000\ cm^3$; $V(x) = 4x^3 - 220\,x^2 + 3000\,x$

2. a) 2215 l b) 1683 kp c) 252 km

3. $V(\alpha) = (\frac{a}{2})^3 \cdot \tan\alpha$; $V(\alpha) = 32{,}8 \cdot \tan\alpha$

$$A_M(\alpha) = \frac{a^2}{2}\sqrt{3}\,(\frac{1}{2\cos\alpha} + \tan\alpha) = \frac{a^2}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{1 + 2\sin\alpha}{2\cos\alpha}$$

$$A_M(\alpha) = 35{,}5 \cdot \frac{1 + 2\sin\alpha}{2\cos\alpha}$$

$V(51{,}6^\circ) = 41{,}4\ cm^3$ $A_M(51{,}6^\circ) = 73{,}6\ cm^2$

---

24. $h = 12$ cm

25. $s = 10{,}4$ cm

26. $V = 24\ cm^3$

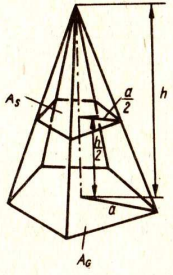
27. 76,4 %

28. $A_G : A_M = 1 : \sqrt{2}$

29. $a = 5{,}7$ cm; $s = 13{,}4$ cm

30. a) $54{,}10\ m^2$ b) $51{,}30\ m^2$

31.



Voraussetzungen:

(1) Wird durch eine n-seitige Pyramide ein ebener Schnitt parallel zur Grundfläche gelegt, so sind Grundfläche und Schnittfläche einander ähnliche n-Ecke.

(2) Wenn zwei einander ähnliche n-Ecke den Ähnlichkeitsfaktor k besitzen, so gilt für ihre Flächeninhalte: $A : A' = k^2$; vgl. "Mathematik, Lehrbuch für Klasse 8", Satz B 17, Seite 43.

Behauptung:

Wenn eine Pyramide in halber Höhe parallel zur Grundfläche geschnitten wird, beträgt der Inhalt der Schnittfläche ein

Viertel des Inhalts der Grundfläche.

$A_G : A_S = 4 : 1$ (A_G: Inhalt der Grundfläche; A_S: Inhalt der Schnittfläche)

Beweis:

Nach dem Strahlensatz gilt:

$k = a : a' = h : h'$
$= h : \frac{h}{2} = 2:1$
$k = 2 : 1$

(Im Bild oben bedeuten:
h: Höhe der Vollpyramide;
h': Höhe des Pyramidenstumpfes;
a: Strecke in A_G;
a': Strecke in A_S)

Daraus folgt:

$A : A' = k^2$ (nach Voraussetzung (2))

$A_G : A_S = (2:1)^2 = 4:1$

32. $V_{Spitze} : V_{Vollpyramide} = 1 : 8$

$V_{Pyramidenstumpf} : V_{Vollpyramide} = 7 : 8$

Seite 129

33. $A = 360\ mm^2$

34. $A = 509\ mm^2$

35. $A_O(h) = \pi\, r(r + \sqrt{h^2 + r^2})$

36. $A_O(r) = \pi\, r(r + \sqrt{h^2 + r^2})$

37. a) $s = 18{,}6$ cm
$A_M = 309{,}6\ cm^2$
$A_O = 397{,}9\ cm^2$
$V = 523{,}6\ cm^3$

b) $r = 2{,}2$ cm
$s = 4{,}4$ cm
$A_M = 30{,}4\ cm^2$
$A_O = 45{,}6\ cm^2$

38. a) $r = 12{,}7$ cm
$A_M = 706{,}2\ cm^2$
$A_O = 1213\ cm^2$
$V = 2077{,}0\ cm^3$

b) $r = 6$ cm
$h = 8$ cm
$A_M = 188\ cm^2$
$V = 302\ cm^3$

39. $V = 13\,400\ mm^3$
$A_O = 3643\ mm^2$

40. $r = 6{,}63$ cm
$A_O = 304{,}5\ cm^2$
$V = 206{,}4\ cm^3$

41. $r = 0{,}38$ m
$V = 0{,}14$ m^3

42. $r = 10$ cm
$h = 39$ cm
$V = 4084$ cm^3

43. a) $V = 268{,}1$ cm^3; $A_O = 201{,}1$ cm^2
b) $r = 0{,}28$ m; $V = 0{,}1$ m^3

44. a) $V = 2144{,}7$ cm^3; $A_O = 804{,}2$ cm^2
b) $r = 0{,}62$ dm; $A_O = 4{,}83$ dm^2

Seite 130

45. $A_O = 113\frac{1}{7}$ cm^2

46. $V = 113\frac{1}{7}$ cm^3

47. $A_O = 510{,}1 \cdot 10^6$ km^2
$V = 1{,}083 \cdot 10^{12}$ km^3

48. $A_O = 37{,}9 \cdot 10^6$ km^2
$V = 2{,}199 \cdot 10^{10}$ km^3

49. $A_{Afrika} = 298$ cm^2
[Fläche Afrika: $30244 \cdot 10^3$ km^2]

50. $d = 29$ cm
[Fläche Asien: $44343 \cdot 10^3$ km^2]

---

4. Äußerer Radius $R = 3{,}6$ cm

5. Äußerer Radius $R = 2{,}9$ cm

6. a) $h_K : h_Z = \sqrt[3]{9} : \sqrt[3]{4}$
b) $A_{M_K} : A_{M_Z} = 1 : 2$
c) $A_{O_K} : A_{O_Z} = 1 : 2$

7. Voraussetzungen:
(1) Halbkugel, Zylinder und Kegel stimmen im Radius r der Grundfläche und in der Körperhöhe h überein. Damit ist $r = h$.
(2) Satz des Cavalieri; vgl. Lehrbuch für Klasse 8, Bestell-Nr. 00 08 06 - 1, Seite 80, Satz D 1.

Behauptung:

$V_{Halbkugel} = V_{Zylinder} - V_{Kegel}$

Beweis:

Der Beweis erfolgt nach o. a. Lehrbuch, Seite 92 f. Man vergleicht dabei die Halbkugel mit einem Restkörper, der entsteht, wenn man sich aus dem Kreiszylinder den Kreiskegel ausgebohrt denkt.

Man legt in beliebiger Höhe einen Schnitt parallel zur Grundflächenebene und berechnet den Inhalt der Schnittflächen; vgl. Bild D 22 a. a. O.

Halbkugel:	Restkörper:
Die Schnittfläche ist eine Kreisfläche mit dem Radius ϱ	Die Schnittfläche ist ein Kreisring mit den Radien $r_i = h$ und $r_a = r$.
$\varrho^2 = r^2 - h^2$	$A_2 = r_a^2\pi - r_i^2\pi$
$A_1 = \pi(r^2 - h^2)$	$A_2 = \pi(r^2 - h^2)$

Die Schnittflächen beider Körper sind also flächengleich. Damit erfüllen die Halbkugel und der Restkörper (Differenz des Kreiszylinders und des Kreiskegels) alle Voraussetzungen des Satzes von Cavalieri. Folglich haben sie gleiche Volumen.

Seite 131

---

8. $A_{Schnittfläche} = 31$ cm^2; $V_{Restkörper} = 167$ cm^3

9. $A_{O_{Restkörper}} = 140$ cm^2; $V_{Restkörper} = 106$ cm^3

---

67. $V_{Restkörper} = \frac{5}{6}a^3$

68. 96,4 %

71. Öffnungswinkel 60°

72. $r = \sqrt{3} \cdot h$

Seite 133

75. 104 t 76. 409 t 77. $A_G = 30{,}4\ m^2$ 78. $A_G = 50{,}8\ m^2$

79. a) $V_{Würfel} : V_{Kugel} = 1 : \frac{\pi}{2}\sqrt{3}$

b) $A_{O_{Würfel}} : A_{O_{Kugel}} = 1 : \frac{\pi}{2}$

80. a) $V_{Würfel} : V_{Kugel} = 1 : \frac{\pi}{6}$

b) $A_{O_{Würfel}} : A_{O_{Kugel}} = 1 : \frac{\pi}{6}$

81. a) $V_{Zylinder} : V_{Kugel} = 1 : \frac{8}{3}\sqrt{2}$

b) $A_{O_{Zylinder}} : A_{O_{Kugel}} = 1 : \frac{4}{3}$

82. a) $V_{Kugel} : V_{Doppelkegel} = 1 : \sqrt{2}$

b) $A_{O_{Kugel}} : A_{O_{Doppelkegel}} = 1 : \sqrt{2}$

Seite 134

---

12. $h_1 : h_2 = A_2 : (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$

(h_1 : Höhe des Pyramidenstumpfes;

h_2 : Höhe der Pyramidenspitze;

A_1 : Grundfläche der Vollpyramide bzw. des Pyramidenstumpfes;

A_2 : Grundfläche der Pyramidenspitze bzw. Deckfläche des Pyramidenstumpfes)

13. $A_{O_{Würfel}} : A_{O_{Oktaeder}} = 1 : \frac{1}{6}\sqrt{3}$

$V_{Würfel} : V_{Oktaeder} = 1 : \frac{1}{6}$

14. $V = \frac{9}{8}a^3$; $A_O = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}\ (11 + 3 \cdot \sqrt{2})$

Seite 136

---

18. $V = 255{,}2\ m^3$; $A_O = 201{,}8\ m^2$

---

105. $V = 130\ cm^3$
$A_O = 176\ cm^2$

106. $V = 217\ cm^3$
$A_O = 256\ cm^2$

107. $V = 64\ cm^3$
$A_O = 112\ cm^2$

108. $V = 59\ cm^3$
$A_O = 116\ cm^2$

109. $V = 49{,}5\ cm^3$
$A_O = 89{,}7\ cm^2$

110. $V = 395{,}8\ cm^3$
$A_O = 333{,}8\ cm^2$

111. $A_{O_{Pyramidenspitze}} = 21\ cm^2$; $A_{O_{Pyramidenstumpf}} = 81\ cm^2$

112. a) $V_{Vollpyramide} = 83\ cm^3$; $V_{Pyramidenspitze} = 32\ cm^3$;
$V_{Pyramidenstumpf} = 51\ cm^3$
$V_{Pyramidenstumpf} : V_{Vollpyramide} = 51 : 83 = 1 : 1{,}6$

b) $A_{O_{Pyramidenstumpf}} = 95\ cm^3$; $A_{O_{Vollpyramide}} = 126\ cm^3$
$A_{O_{Pyramidenstumpf}} : A_{O_{Vollpyramide}} = 95:126 = 1:1{,}3$

113. $A_O = 159\ cm^2$
$V = 118\ cm^3$

114. $V = 87{,}9\ cm^3$
$A_O = 114{,}3\ cm^2$

Seite 137

115. $A_O = 397\ cm^2$
$V = 400\ cm^3$

116. $V = 189\ cm^3$
a) 48° (Seitenkanten)
b) 63,4° (Seitenflächen)

117. $a_1 = 12\ cm$; $a_2 = 6\ cm$

118. $a_1 = 1{,}1\ dm$; $a_2 = 0{,}7\ dm$

119. 76,3° (Seitenkanten)
80,3° (Seitenflächen)

120. 78° (Seitenkanten)
80,2° (Seitenflächen)

19. Höhe des oberen Teilkörpers: 5,6 cm
Höhe des unteren Teilkörpers: 9,6 cm
Der obere Teilkörper hat die größere Mantelfläche.

125. a) $s = 6{,}9$ cm
$A_M = 201{,}2$ cm^2
$A_O = 338{,}9$ cm^2
$V = 463{,}9$ cm^3

b) $r_2 = 8$ cm
$A_M = 691$ cm^2
$A_O = 1507$ cm^2
$V = 3115$ cm^3

c) $h = 10$ cm
$s = 10$ cm
$A_O = 1075$ cm^2
$V = 2500$ cm^3

126. a) $h = 14{,}1$ cm
$A_M = 1095{,}6$ cm^2
$A_O = 2039{,}5$ cm^2
$V = 6611{,}8$ cm^3

b) $r_1 = 8{,}5$ cm
$A_M = 335{,}8$ cm^2
$A_O = 618{,}0$ cm^2
$V = 947{,}5$ cm^3

c) $h = 3$ cm
$s = 3$ cm
$A_M = 97$ cm^2
$A_O = 226$ cm^2

127. 3,90 m^3

128. 1,46 m^3

Seite 138

129. 15,5 cm

130. 12 l

133. $A_O = 100{,}32$ m^2
$V = 80{,}02$ m^3

134. Dachfirst 9,20 m
$A_O = 147{,}45$ m^2
$V = 209{,}59$ m^3

Inhalte der einzelnen Dachflächen:

135. Dreieck links: $A = 14{,}44$ m^2
Dreieck unten: $A = 20{,}42$ m^2
Trapez oben: $A = 71{,}46$ m^2
Trapez links: $A = 51{,}05$ m^2
Trapez rechts: $A = 61{,}25$ m^2
Parallelogramm: $A = 40{,}84$ m^2
Inhalts des Dachraumes: $V = 310{,}93$ m^3

136. Inhalte der einzelnen Dachflächen:
Dreieck links bzw. Dreieck rechts: $A = 15{,}40$ m^2
Dreieck unten: $A = 10{,}89$ m^2
Trapez oben: $A = 76{,}99$ m^2
Trapez links bzw. Trapez rechts: $A = 38{,}50$ m^2
Parallelogramm links bzw. Parallelogramm rechts: $A = 30{,}80$ m^2
Inhalt des Dachraumes: $V = 275{,}51$ m^3

137. 31,07 m^3

138. a) $A_M = 52{,}2$ dm^2
$V = 36{,}24$ dm^3
b) $A_M = 23{,}78$ dm^2
$V = 11{,}87$ dm^3

139. a) $A_M = 30{,}26$ m^2
$V = 14{,}45$ m^3
b) $A_M = 41{,}53$ dm^2
$V = 27{,}50$ dm^3

140. $h = 3{,}1$ m

141. 21 %

142. a) $V = 256\pi$
b) $V = 64\pi$

143. a) $A_O = 160\pi$
b) $A_O = 256\pi$

144. Für Prisma und Zylinder gilt: $A_G = A_D = A_Q$.
$V = \frac{h}{6} \cdot 6\, A_G = A_G \cdot h$

Für Pyramide und Kegel gilt: $A_G = 4\, A_Q$ (Satz des Cavalieri); $A_D = 0$.
$V = \frac{h}{6} \cdot (A_G + A_G) = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$

145. Für Pyramidenstümpfe und Kegelstümpfe gilt:

$A_Q = \frac{1}{4}(A_G + A_D + 2\sqrt{A_G A_D})$ (Zu ermitteln mit Hilfe des Lehrbuches für Klasse 8, Seite 43, Satz B 17)

$4A_Q = A_G + A_D + 2\sqrt{A_G A_D}$

$V_{St} = \frac{h}{6}(A_G + A_D + 4A_Q) = \frac{h}{6}(2A_G + 2A_D + 2\sqrt{A_G A_D})$

$V_{St} = \frac{h}{3}(A_G + A_D + \sqrt{A_G A_D})$

Für eine Halbkugel gilt: $h = r$; $A_D = 0$;

$A_Q = \frac{3}{4} A_G$, da $\varrho^2 = \frac{3}{4} r^2$

(ϱ sei Radius von A_Q) ist.

$V_{HK} = \frac{h}{6}(A_G + A_D + 4A_Q) = \frac{h}{6}(A_G + 3A_G)$

$V_{HK} = \frac{2}{3} h A_G = \frac{2}{3} \pi r^3$

146. Absoluter Fehler 6 cm^3
Relativer Fehler 11,5 %

147. Absoluter Fehler 1,04 cm^3
Relativer Fehler 3,2 %

148. 916 Kugelbomben

149. 341,4 kg

150. 2,348 r^2 t (r in m)

---

20. $2\pi ar^2 > V > \pi ar^2$

21. Absoluter Fehler $\frac{\pi h}{6}(r_1 - x)^2$ mit $x = r_2$

Lösungen zu einigen Schüleraufträgen

A Winkelfunktionen

1. a) Funktion 2. a) $y = 3x$
   b) Funktion b) $y = x^2$
   c) keine Funktion
   d) Funktion d) $y = x^2 + 1$

3. a) $[0;1]$, $[1;-1]$ b) $[1;0]$
   c) $[0;0]$, $[1;1]$, $[-1;-1]$ d) $[0;0]$, $[1;1]$
   e) $[0;1]$ f) $[1;0]$

5. $f(0) = -1$; $f(1) = 3$; $f(-1) = -5$; $f(2) = 7$; $f(3) = 11$

6. a) 312' b) 18' c) $0{,}5^\circ$ d) $0{,}3\overline{3}'$
   e) $15{,}25^\circ$ f) $0{,}0003^\circ$

9.

α	45°	430°	470°	17°	-310°	-250°	-275°	$137{,}5^\circ$	195°
arc α	0,785	7,5	8,2	0,297	-5,4	-4,36	-4,8	2,4	3,40

10.

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
arc α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

α	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
arc α	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

11. a) 0,87 b) 0,84 c) 0,5

12. $\sin(-2\pi) = \sin 2\pi = \sin 0 = \frac{v}{r} = \frac{0}{r} = 0$ $P(u;v) = P(r;0)$
    $\sin(-\frac{3}{2}\pi) = \sin\frac{\pi}{2} = \frac{v}{r} = \frac{r}{r} = 1$ $P(u;v) = P(0;r)$
    $\sin(-\pi) = \sin\pi = \frac{v}{r} = \frac{0}{r} = 0$ $P(u;v) = P(-r;0)$

$\sin(-\frac{\pi}{2}) = \sin\frac{3\pi}{2} = \frac{v}{r} = \frac{-r}{r} = -1$ $P(u;v) = P(0;-r)$

$\sin n \cdot 2\pi = \sin 2\pi = 0$
$\sin(n \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$
$\sin(n \cdot 2\pi + \pi) = \sin\pi = 0$
$\sin(n \cdot 2\pi + \frac{3}{2}\pi) = \sin\frac{3\pi}{2} = -1$

13. a) ja b) nein c) nein
    d) nein e) nein f) ja

14. a) monoton steigend
    b) $8\pi \leq x \leq \frac{17}{2}\pi$ monoton steigend
    $\frac{17}{2}\pi \leq x \leq 9\pi$ monoton fallend

15. a) Keine Lösungen b) Lösungen
    c) Keine Lösungen d) Lösungen

16. a) $x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ b) $x = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ c) $x = k\pi$

19. Funktion: $y = 3 \sin x$; kleinste Periode 2π

Wertebereich	$-3 \leq y \leq 3$
Nullstellen	$k\pi$
Monotonieintervalle	$\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi \leq x < \frac{3\pi}{2} + k\cdot 2\pi$ monoton fallend
	$\frac{3\pi}{2} + k\cdot 2\pi \leq x < \frac{5\pi}{2} + k\cdot 2\pi$ monoton steigend

Funktion: $y = \frac{1}{3}\sin x$;	kleinste Periode 2π
Wertebereich	$-\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{1}{3}$
Nullstellen	$k\pi$
Monotonieintervalle	$\frac{\pi}{2} + k\cdot 2\pi \leq x < \frac{3\pi}{2} + k\cdot 2\pi$ monoton fallend
	$\frac{3\pi}{2} + k\cdot 2\pi \leq x < \frac{5\pi}{2} + k\cdot 2\pi$ monoton steigend

Der Faktor a hat Einfluß nur auf den Wertebereich der Funktion $y = a \cdot \sin x$ ($-a \leq y \leq a$ für $a > 0$). Nullstellen, Monotonieverhalten und kleinste Periode verändern sich gegenüber der Funktion $y = \sin x$ nicht.

20. a) $\frac{2}{3}\pi$ b) 2 c) 20π d) $\frac{2}{\sqrt{2}}\pi = \sqrt{2}\pi$

21. Der Faktor b hat keinen Einfluß auf den Wertebereich ($-1 \leq y \leq 1$).
Die Nullstellen liegen bei $x = k \cdot \frac{\pi}{b}$ mit $b \neq 0$.
Der Faktor b verändert die Monotonieintervalle.

$\frac{\pi}{2b} + k \cdot \frac{2\pi}{b} \leq x < \frac{3\pi}{2b} + k \cdot \frac{2\pi}{b}$ monoton fallend

$\frac{3\pi}{2b} + k \cdot \frac{2\pi}{b} \leq x < \frac{5\pi}{2b} + k \cdot \frac{2\pi}{b}$ monoton steigend

23. a) nein b) nein c) ja
d) ja e) nein f) nein

24. $\cos(-2\pi) = \cos 0 = \cos 2\pi = \frac{u}{r} = \frac{r}{r} = 1$ $P(u;v) = P(r;0)$

$\cos(-\frac{3}{2}\pi) = \cos\frac{\pi}{2} = \frac{u}{r} = \frac{0}{r} = 0$ $P(u;v) = P(0;r)$

$\cos(-\pi) = \cos\pi = \frac{u}{r} = \frac{-r}{r} = -1$ $P(u;v) = P(-r;0)$

$\cos(-\frac{\pi}{2}) = \cos\frac{3\pi}{2} = \frac{u}{v} = \frac{0}{r} = 0$ $P(u;v) = P(0;-r)$

$\cos n \cdot 2\pi = \cos 2\pi = 1$

$\cos(n \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$

$\cos(n \cdot 2\pi + \pi) = \cos\pi = -1$

$\cos(n \cdot 2\pi + \frac{3}{2}\pi) = \cos\frac{3}{2}\pi = 0$

25. Eigenschaften der Kosinusfunktion im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ ($x \in P$)

Definitionsbereich	$0 \leq x < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$	$\pi \leq x < \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$
Wertebereich	$1 \geq y > 0$	0	$0 > y \geq -1$	$-1 \leq y < 0$	0	$0 < y \leq 1$
Vorzeichen der Funktionswerte	+		-	-		+
Monotonieverhalten	monoton fallend		monoton fallend	monoton steigend		monoton steigend

26. Der Graph der Kosinusfunktion entsteht aus dem Graph der Sinusfunktion lediglich durch Verschieben längs der x-Achse (um $k \cdot \frac{\pi}{2}$), so daß unter anderen Eigenschaften auch die kleinste Periode 2π erhalten bleibt.

27. a) Keine Lösungen b) Lösungen c) Keine Lösungen
d) Lösungen e) Keine Lösungen f) Lösungen

28. a) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ b) $x = k \cdot 2\pi$ c) $x = \pi + k \cdot 2\pi$

29. $F_N = G \cdot \cos x$

30. a) $x = 3$ b) $x = \{-2; 5\}$ c) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
d) $x = 0$ e) $x = k\pi$ f) $x = k\pi$
g) $x = 1$ h) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ i) kein x

31.

b \ a	-1	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{100}$	0	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1
-1	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	0	$-\frac{1}{100}$	$-\frac{1}{10}$	-1
$-\frac{1}{10}$	10	1	$\frac{1}{10}$	0	$-\frac{1}{10}$	- 1	-10
$-\frac{1}{100}$	100	10	1	0	- 1	- 10	-100
0	-	-	-	-	-	-	-

$\frac{1}{100}$	- 100	- 10	- 1	0	1	10	100
$\frac{1}{10}$	- 10	- 1	$-\frac{1}{10}$	0	$\frac{1}{10}$	1	10
1	- 1	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{100}$	0	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1

33. a) $\{0{,}58\ ;\ 1\ ;\ 1{,}73\}$ b) $\{1{,}73\ ;\ 1\ ;\ 0{,}58\}$

34. Auf Grund der Definitionen $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ bzw. $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ sind die Einschränkungen $\cos x \neq 0$ bzw. $\sin x \neq 0$ notwendig, da die Division durch Null im Bereich der reellen Zahlen nicht definiert ist.

35. a) $x = k\pi$ b) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

36.

	$0 < x < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < x < \pi$	$\pi < x < \frac{3}{2}\pi$	$\frac{3}{2}\pi < x < 2\pi$
$\sin x$	+	+	-	-
$\cos x$	+	-	-	+
$\frac{\sin x}{\cos x}$	+	-	+	-
$\frac{\cos x}{\sin x}$	+	-	+	-

37. Fall 1: Bei Annäherung an die Stelle $x = \pi$ ($\frac{\pi}{2} < x < \pi$) von links streben $\cos x$ gegen - 1 und $\sin x$ gegen 0. Der Quotient $\frac{\cos x}{\sin x}$ nimmt dabei negative Werte von beliebig großem absolutem Betrag an.

Fall 2: Bei Annäherung an die Stelle $x = \pi$ ($\pi < x < \frac{3\pi}{2}$) von rechts streben $\cos x$ gegen - 1 und $\sin x$ gegen 0. Der Unterschied zu Fall 1 besteht darin, daß in diesem Intervall $\sin x$ und $\cos x$ gleiches Vorzeichen besitzen, der Quotient $\frac{\cos x}{\sin x}$ folglich positiv ist und bei Annäherung an die Stelle $x = \pi$ beliebig große positive Werte annimmt.

38. a) $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

b) $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

c) $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}}\cdot\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

39. a) $\frac{2}{3}\cdot\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}$ c) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}$ d) $\frac{2}{3}\cdot\sqrt{3}$

40. b)

	A	B	C	D
Abstand von der x-Achse in LE	2	2	$\frac{3}{2}$	1
Abstand von der y-Achse in LE	1	0	2	1

c) $\overline{AO} = \sqrt{5}$ LE; $\overline{AB} = 1$ LE ; $\overline{DO} = \sqrt{2}$ LE

41. $P_{11}\ (\frac{1}{2};\ 2)$, $P_{12}\ (-\frac{1}{2};\ 2)$, $P_{13}\ (-\frac{1}{2};\ -2)$, $P_{14}\ (\frac{1}{2};\ -2)$
$P_{21}\ (1;\ \frac{5}{3})$, $P_{22}\ (-1;\ \frac{5}{3})$, $P_{23}\ (-1;\ -\frac{5}{3})$, $P_{24}\ (1;\ -\frac{5}{3})$
$P_{31}\ (3;\ \frac{4}{5})$, $P_{32}\ (-3;\ \frac{4}{5})$, $P_{33}\ (-3;\ -\frac{4}{5})$, $P_{34}\ (3;\ -\frac{4}{5})$

43.

	$\sin^2 x$	$\cos^2 x$
$\sin^2 x$	-	keine
$\cos^2 x$	keine	-
$\tan^2 x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
$\cot^2 x$	$x \neq k\pi$	$x \neq k\pi$

45. $\cos(\pi - x) = -\cos x$ $\tan(\pi - x) = -\tan x$
$\cos(\pi + x) = -\cos x$ $\tan(\pi + x) = \tan x$
$\cos(2\pi - x) = \cos x$ $\tan(2\pi - x) = -\tan x$

$\cot(\pi - x) = -\cot x$
$\cot(\pi + x) = \cot x$
$\cot(2\pi - x) = -\cot x$

49. $\tan 60^\circ : 1{,}732 < \sqrt{3}$; denn $1{,}732^2 \approx 2{,}999 < 3{,}000$

$\sin 60^\circ : 0{,}8660 < \frac{1}{2}\sqrt{3}$; denn $0{,}8660^2 \approx 0{,}7499 < 0{,}7500$

50. a) $y = 0{,}5736$ b) $y = 0{,}0750$ c) $z = 0{,}2588$

d) $w = 0{,}9984$ e) $x = 0{,}9325$ f) $v = 0{,}1736$

51.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Stab	0,113	0,131	0,301	0,284	0,523	0,552
Tafel	0,1132	0,1305	0,3007	0,2840	0,5225	0,5519

	g)	h)	i)	k)	l)	m)
Stab	0,707	0,707	0,843	0,584	0,908	0,216
Tafel	0,7071	0,7071	0,8434	0,5835	0,9078	0,2164

	n)	o)	p)	q)
Stab	0,985	1,000	1,000	0,100
Tafel	0,9848	1,0000	1,0000	0,0993

52.

	a)	b)	c)	d)	e)
x im Gradmaß	$7{,}5^\circ$	$81{,}1^\circ$	$10{,}2^\circ$	$14{,}1^\circ$	$73{,}3^\circ$
x im Bogenmaß	0,130	1,416	0,177	0,246	1,280

	f)	g)	h)	i)
x im Gradmaß	$25{,}6^\circ$	$61{,}4^\circ$	$5{,}7^\circ$	$84{,}3^\circ$
x im Bogenmaß	0,446	1,072	0,100	1,471

53.

	a)	b)	c)	d)
Stab	0,354	0,481	0,433	0,298
Tafel	0,3541	0,4813	0,4327	0,2981

	e)	f)	g)	h)
Stab	0,392	0,047	0,024	0,072
Tafel	0,3919	0,0472	0,0244	0,0717

54.

	a)	b)	c)	d)
Stab	3,31	1,03	1,3	1,3
Tafel	3,312	1,028	1,299	1,299

	e)	f)	g)	h)
Stab	1,94	1,83	6,69	3,56
Tafel	1,937	1,834	6,691	3,558

55. Einteilung der Dreiecke nach Seiten

unregelmäßig	Seiten paarweise verschieden lang
gleichschenklig	ein Paar gleich langer Seiten
gleichseitig	alle Seiten gleich lang

Einteilung der Dreiecke nach Winkeln

spitzwinklig	alle Winkel spitz
rechtwinklig	ein rechter Winkel
stumpfwinklig	ein stumpfer Winkel

58. $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$ $\quad a = c \cdot \sin\alpha$; $b = c \cdot \cos\alpha$

$A = \frac{1}{2} \cdot c^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

60. Summe der Innenwinkel eines n-Ecks: $(n-2) \cdot 180^\circ$

Größe eines Innenwinkels eines regelmäßigen n-Ecks: $\frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$

63. $a = 5{,}5$ cm; $\beta = 61{,}0^\circ$; $\gamma = 70{,}5^\circ$

65. a) $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$; $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\beta$

B Körperberechnung

1. $V(A_G) = A_G \cdot h$ Diese Funktion ist eine lineare Funktion.

5. a) Die Mantellinien eines geraden Kreiszylinders stehen auf der Begrenzungslinie der Grundfläche (Kreis) senkrecht.

b) Ein gerader Kreiszylinder kann durch Rotation eines Rechteckes (Quadrates) um eine der Mittellinien oder Rechteckseiten (Quadratseiten) erzeugt werden.

6. $V = A_G \cdot h \qquad A_G = a \cdot b; \quad h = c$

$V = a \cdot b \cdot c$

$A_O = 2\,A_G + A_M \qquad A_G = a \cdot b; \quad A_M = 2(ac + bc)$

$A_O = 2ab + 2(ac + bc) = 2(ab + ac + bc)$

8. Ein gerader Kreiskegel kann erzeugt werden durch Rotation

a) eines gleichseitigen Dreiecks um eine seiner Symmetrieachsen (Seitenhalbierenden, Winkelhalbierenden, Höhen, Mittelsenkrechten);

b) eines gleichschenkligen Dreiecks um seine Symmetrieachse;

c) eines rechtwinkligen Dreiecks um eine seiner Katheten.

9. $V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h \qquad A_G = \pi r^2$

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

10. $r(a) = \frac{R(h-a)}{h} = -\frac{R}{h} a + R$ (R: Radius der Grundfläche; r: Radius der Schnittfläche; h: Höhe des Kreiskegels; a: Abstand der Grundfläche von der Schnittfläche)

11. $r(a) = \sqrt{R^2 - a^2}$ (R: Kugelradius; r: Radius des Schnittkreises; a: Abstand des Kugelmittelpunktes von der Schnittkreisfläche)

23. a) $V_{\text{Kreiskegelstumpf}} = \frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$

$= \frac{1}{3} h\,(r_1^2 \pi + r_1 r_2 \pi + r_2^2 \pi)$

$r_1^2 \pi = A_G; \quad r_2^2 \pi = A_D$

$r_1 r_2 \pi = \sqrt{r_1^2 \pi\, r_2^2 \pi} = \sqrt{A_G A_D}$

$V_{\text{Pyramidenstumpf}} = \frac{1}{3} h\,(A_G + \sqrt{A_G A_D} + A_D)$

b) $H(r_1, r_2, h) = \frac{r_1 (H - h)}{r_2}$ (H: Höhe des Vollkegels; r_1: Radius der Grundfläche des Vollkegels bzw. des Kegelstumpfes; r_2: Radius der Deckfläche des Kegelstumpfes bzw. der Grundfläche des Ergänzungskegels; h: Höhe des Kegelstumpfes)

c) $V_{\text{Kreiskegelstumpf}} = \frac{1}{3} \pi h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \quad r_1 = r_2 = r$

$V_{\text{Kreiszylinder}} = \frac{1}{3} \pi h(r^2 + r^2 + r^2) = \pi r^2 h$

62914

Kurzwort: 00 21 73 Loesungsh. Mathe 10
EVP: 1,75 Mark