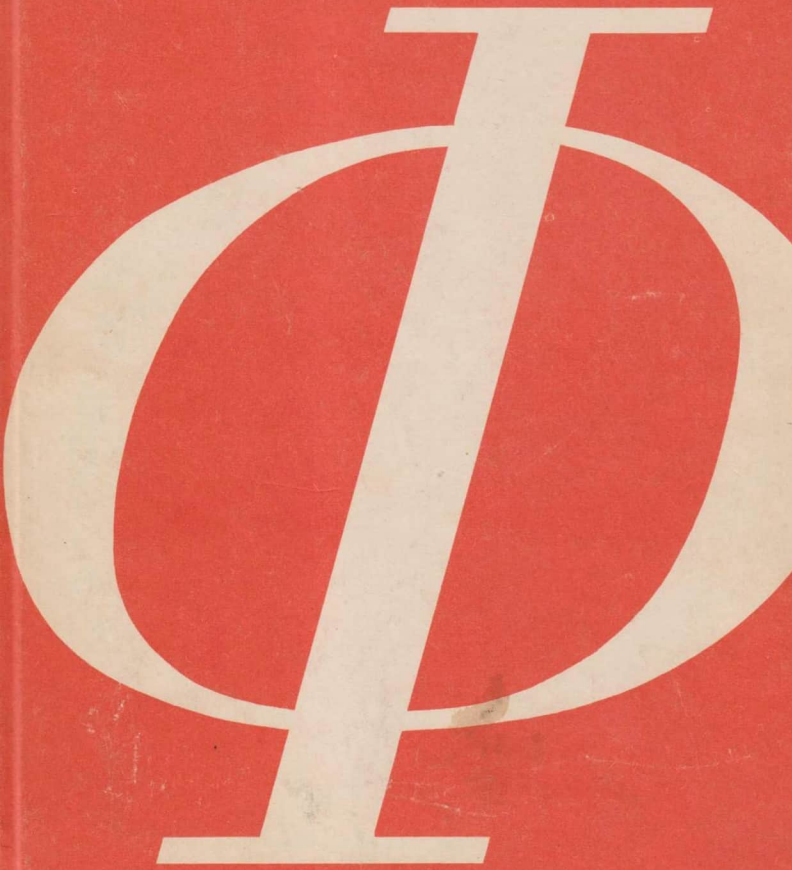
MATHEMATIK
PHYSIK
CHEMIE

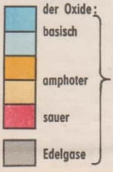
Tabellen und Formeln



Periodensystem der Ele

Periode	I. Hauptgruppe	I. Nebengruppe	II. Hauptgruppe	II. Nebengruppe	III. Hauptgruppe	III. Nebengruppe	IV. Hauptgruppe	IV. Nebengruppe	Hauptgrupp
1	1 1,008 2,1 H Wasserstoff								
2	3 6,94 1,0 Li Lithium		4 9,01 1,5 Be Beryllium		5 10,81 2,0 B Bor		6 12,01 2,5 C Kohlenstoff		7 14,0 3,0 N Stickstoff
3	11 22,989 0,9 Na Natrium		12 24,31 1,2 Mg Magnesium		13 26,98 1,5 Al Aluminium		14 28,09 1,8 Si Silizium		15 30,9 2,1 P Phosphor
4	19 39,10 0,8 K Kalium		20 40,08 1,0 Ca Kalzium		21 44,96 1,3 Sc Skandium			22 47,90 1,5 Ti Titan	
		29 63,54 1,9 Cu Kupfer		30 65,37 1,6 Zn Zink	31 69,72 1,6 Ga Gallium		32 72,59 1,8 Ge Germanium		33 74,9 2,0 As Arsen
5	37 85,47 0,8 Rb Rubidium		38 87,62 1,0 Sr Strontium		39 88,91 1,3 Y Yttrium			40 91,22 1,4 Zr Zirkonium	
		47 107,87 1,9 Ag Silber		48 112,40 1,7 Cd Kadmium	49 114,82 1,7 In Indium		50 118,69 1,8 Sn Zinn		51 121,7 1,9 Sb Antimon
6	55 132,91 0,7 Cs Zäsium		56 137,34 0,9 Ba Barium		57* 138,91 1,1 La Lanthan			72 178,49 1,3 Hf Hafnium	
		79 196,97 2,4 Au Gold		80 200,59 1,9 Hg Quecksilber	81 204,37 1,8 Tl Thallium		82 207,19 1,8 Pb Blei		83 208,9 1,9 Bi Wismut
7	87 [223] 0,7 Fr Franzium		88 [226] 0,9 Ra Radium		89** [227] 1,1 Ac Aktinium		104 [260] (Ku) Kurtschatovium		

Schlüssel



* Lanthanide

58 140,12 1,1 Ce Zer	59 140,91 1,1 Pr Praseodym	60 144,24 1,2 Nd Neodym	61 [147] Pm Promethium	62 150,3 1,2 Sm Samarium

** Aktinide

90 232,04 1,3 Th Thorium	91 [231] 1,5 Pa Protaktinium	92 238,03 1,7 U Uran	93 [237] 1,3 Np Neptunium	94 [242] 1,3 Pu Plutonium

...nente (Kurzperiodensystem)

	VI.		VII.		VIII.	
...ebengruppe	Hauptgruppe	Nebengruppe	Hauptgruppe	Nebengruppe	Hauptgruppe	Nebengruppe
					2 4,003 He Helium	
	8 15,999 3,5 O Sauerstoff		9 18,998 4,0 F Fluor		10 20,18 Ne Neon	
	16 32,06 2,5 S Schwefel		17 35,45 3,0 Cl Chlor		18 39,95 Ar Argon	
...3 50,94 ...,0 V ...anadin		24 51,996 1,6 Cr Chrom		25 54,94 1,5 Mn Mangan		26 55,85 1,8 Fe Eisen / 27 58,93 1,8 Co Kobalt / 28 58,71 1,8 Ni Nickel
	34 78,96 2,4 Se Selen		35 79,91 2,8 Br Brom		36 83,80 Kr Krypton	
...1 92,91 ...,0 Nb ...iob		42 95,94 1,8 Mo Molybdän		43 [99] 1,9 Tc Technetium		44 101,07 2,2 Ru Ruthenium / 45 102,91 2,2 Rh Rhodium / 46 106,4 2,2 Pd Palladium
	52 127,60 2,1 Te Tellur		53 126,90 2,5 J Jod		54 131,30 Xe Xenon	
...3 180,95 ...,5 Ta ...antal		74 183,85 1,7 W Wolfram		75 186,2 1,9 Re Rhenium		76 190,2 2,2 Os Osmium / 77 192,2 2,2 Ir Iridium / 78 195,09 2,2 Pt Platin
	84 (209) 2,0 Po Polonium		85 [210] 2,2 At Astat		86 [222] Rn Radon	

...3 151,96 Eu ...ropium	64 157,25 1,1 Gd Gadolinium	65 158,92 1,2 Tb Terbium	66 162,50 Dy Dysprosium	67 164,93 1,2 Ho Holmium	68 167,26 1,2 Er Erbium	69 168,93 1,2 Tm Thulium	70 173,04 1,1 Yb Ytterbium	71 174,97 1,2 Lu Lutetium
...5 [243] ...3 Am ...merizium	96 [247] Cm Kurium	97 [247] Bk Berkelium	98 [251] Cf Kalifornium	99 [254] Es Einsteinium	100 [253] Fm Fermium	101 [256] Md Mendelevium	102 [254] (No) Nobelium	103 [257] Lr Lawrenzium

Tabellen und Formeln

MATHEMATIK · PHYSIK · CHEMIE

VOLK UND WISSEN
VOLKSEIGENER VERLAG
BERLIN 1979

Ergänzte und bearbeitete Fassung der Ausgabe 1967 des Buches TAFELWERK, Mathematik–Physik–Chemie. Zusammengestellt von: Werner Golm – Teil Physik, Karlheinz Martin – Teil Mathematik, Klaus Sommer – Teil Chemie. Vom Ministerium für Volksbildung der Deutschen Demokratischen Republik als Schulbuch bestätigt.

7. Auflage
Ausgabe 1973
Lizenz-Nr. 203 • 1 000/78 (DN 00 07 13-7)
LSV 0681
Zeichnungen: Heinz Grothmann
Einband und typografische Gestaltung: Egon Hunger
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Printed in the German Democratic Republic
Redaktionsschluß: 1. Februar 1978
Bestell-Nr. 730 519 4
Schulpreis DDR: 1,70

Inhaltsübersicht

MATHEMATIK

Vorbemerkungen ... 5
Mathematische Zeichen ... 7
Primzahlen, Konstanten ... 8
Quadratzahlen, Quadratwurzeln, Kubikwurzeln ... 9
$y = x^2$ ... 10
$y = \pi d$ (Kreisumfänge) ... 12
$y = \frac{\pi}{4} d^2$ (Kreisflächeninhalte) ... 14
$y = x^3$ ... 16
$y = e^x$; $y = e^{-x}$; $y = 2^x$; $y = 3^x$; $y = 10^x$ ... 18
$y = \lg x$; $y = \ln x$; $y = \mathrm{ld}\, x$ ... 19
Vierstellige Mantissen der Logarithmen ... 20
$y = \ln x$ $(1 \leqq x \leqq 1009)$ ... 22
$y = \sin x$; $y = \cos x$ $(0° \leqq x \leqq 90°)$ ... 24
$y = \tan x$; $y = \cot x$ $(0° \leqq x \leqq 90°)$ ... 26
Umrechnungstafeln zur Winkelmessung ... 28
$y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$ $(0{,}0 \leqq x \leqq 8{,}0)$ ... 30
Griechisches Alphabet, Klammern, Prozentrechnung ... 31
Ebene Figuren ... 32
Körper ... 33
Gleichungen – Ungleichungen ... 34
Ähnlichkeit (Strahlensatz, Streckungen) ... 35
Potenzen, Wurzeln, Logarithmen ... 36
Runden; Abbildungen und Funktionen ... 37
Binomialkoeffizienten, Folgen, Grenzwerte ... 42
Differentialrechnung ... 44
Integralrechnung ... 46
Vektorrechnung und analytische Geometrie ... 48

PHYSIK

Physikalische Größen, Formelzeichen, Einheiten ... 53
Physikalische Konstanten ... 57
Umrechnungsfaktoren von Einheiten (Länge, Flächeninhalt, Volumen, Zeit, Druck, Arbeit–Energie–Wärmemenge, Leistung) ... 58
Dichte; Schallgeschwindigkeit ... 60
Reibungszahlen; Eigenschaften von Flüssigkeiten ... 61
Eigenschaften von festen Stoffen; Spezifische Wärme von Gasen ... 62
Wärmeleitzahl; Spezifische Verdampfungswärme; Heizwerte ... 63
Relative Dielektrizitätskonstante ... 63
Relative Permeabilität ... 64
Spezifische elektrische Widerstände; Ablösearbeit der Elektronen für reine Metalloberflächen ... 64
Lichtgeschwindigkeit; Elektromagnetisches Spektrum ... 65

Fraunhofersche Linien; Brechzahlen 65
Elektrotechnische Schaltzeichen 66
Mechanik 66
Kinematik 66
Energie-Impuls 68
Dynamik 71
Gravitation 72
Flüssigkeiten und Gase 73
Schwingungen und Wellen 74
Elektrizitätslehre 75
Gleichstrom 75
Elektrisches Feld 75
Elektrischer Wechselstrom 76
Magnetisches Feld 77
Elektromagnetische Induktion 77
Wärmelehre 77
Kinetische Gastheorie 78
Atomphysik 79
Astronomische Konstanten und Einheiten 80

CHEMIE

Chemische Elemente 81
Atomaufbau der Elemente 83
Wichtige Elemente und anorganische Verbindungen 85
Wichtige organische Verbindungen 88
Bildungsenthalpie ΔH anorganischer Verbindungen 89
Elektrochemische Spannungsreihe 89
Größen und Einheiten aus der Chemie 90
Physikalische Chemie 91
Löslichkeit einiger Salze bei 20 °C 92
Umrechnung eines Volumens auf den Normzustand 92

Vorbemerkungen

Das Buch enthält Zahlentafeln, Wertetabellen und Formeln, die im Rahmen des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts von der 7. bis zur 12. Klasse benötigt werden.

Mit dem Zeichen „↗ Seite ...“ werden Hinweise auf andere Stellen des Buches, die mit der betreffenden im Zusammenhang stehen, angeführt.

An einigen Stellen wurde mit dem Zeichen ■ auf ein Beispiel hingewiesen, das zur Erläuterung dient.

Der Teil Mathematik enthält im Rahmen der Zahlentafeln überwiegend gerundete Zahlen, die daher eine Ungenauigkeit bis zu $\pm$ 0,5 (in Einheiten der letzten Stelle) haben können. Beim weiteren Runden ist zu beachten, daß ein Punkt über einer 5 in der letzten von Null verschiedenen Stelle bedeutet, daß diese 5 durch Abrunden entstanden ist. Ein Strich unter der 5 in der letzten von Null verschiedenen Stelle bedeutet, daß diese 5 durch Aufrunden entstanden ist. Einer nicht gekennzeichneten 5 folgen ausschließlich Nullen.

Beim weiteren Runden wird diese Vorgabe zum Beispiel folgendermaßen berücksichtigt:

■ 56,3$\underline{5}$ Die 5 wurde durch Aufrunden gewonnen. Beim weiteren Runden wird abgerundet: 56,3$\underline{5} \approx$ 56,3.

62,3$\overline{5}$ Die 5 wurde durch Abrunden gewonnen. Beim weiteren Runden wird aufgerundet: 62,3$\overline{5} \approx$ 62,4.

25,25 Die 5 ist nicht gekennzeichnet, also folgen ihr nur Nullen. Daher wird die Gerade-Zahl-Regel angewendet.

Der Stern vor einer Ziffernfolge bedeutet, daß diese bereits zur nächsten nach links herausgestellten Zahl gehört. (Beispiel Seite 20, Zeile 4.)

Mathematische Zeichen

Zeichen	Sprechweise; Erläuterung
...	und so weiter (bis) ■ 1, 2, ..., k; $a_1, a_2, \ldots$
=	gleich
≠	ungleich
<	kleiner als
>	größer als
≦	kleiner, gleich – kleiner oder gleich, höchstens gleich –
≧	größer, gleich – größer oder gleich, mindestens gleich –
≙	entspricht ■ 1 kg Steinkohle ≙ 8000 kcal
≈	angenähert (rund) ■ 5215 ≈ 5220 (↗ 37)
|	teilt
+	plus
−	minus
·	mal
:	geteilt durch, zu
—	durch (Bruchstrich)
%	Prozent (↗ 31)
‰	Promille
a	a quer
|z|	Betrag von z ■ |−2| = +2
$\sqrt{}$	Wurzel aus (↗ 36)
∞	unendlich
arc α	Arkus α (↗ 29)
n!	n Fakultät ■ 4! = 1 · 2 · 3 · 4
∥	parallel ■ g ∥ h

Zeichen	Sprechweise; Erläuterung
∦	nicht parallel ■ g ∦ h
⊥	senkrecht ■ g ⊥ h
△	Dreieck; ■ △ ABC
∼	proportional; ähnlich (↗ 35)
≅	kongruent ■ △ABC ≅ △DEF
∢	Winkel; ■ ∢ ABC
∢	orientierter Winkel ■ ∢ ABC oder ∢ ABC
AB	Gerade AB – Gerade durch die Punkte A und B –
$\overline{AB}$	Strecke AB; Länge der Strecke AB – Strecke mit den Endpunkten A und B –
$\overrightarrow{AB}$	gerichtete Strecke AB – gerichtete Strecke von A nach B –
$\overset{\frown}{AB}$	Bogen AB
°, ′, ″	Grad, Minute, Sekunden – Größenangabe eines Winkels im Gradmaß –
sin	Sinus
cos	Kosinus
tan	Tangens
cot	Kotangens
∈	Element von ■ 2 ∈ N

Zeichen	Sprechweise; Erläuterung
∉	nicht Element von ■ 2,5 ∉ N
⊆	Teilmenge von ■ N ⊆ P
⊂	echte Teilmenge von ■ N ⊂ P
{a, b...}	Menge der Elemente a, b ...
∅	die leere Menge
f(x)	f von x – Funktionswert des Argumentes x –
(a_k)	Folge a_k
(a, b)	offenes Intervall a, b – Intervall von a bis b unter Ausschluß der Randwerte a und b –
⟨a, b⟩	abgeschlossenes Intervall a, b – Intervall von a bis b unter Einschluß der Randwerte –
[a; b]	geordnetes Paar a, b
$\binom{n}{p}$	n über p (↗ 42) – Binomialkoeffizient
$\sum_m$	Summe
$\sum_{n=1}^{m} a_n$	Summe a_n für $n = 1$ bis m
= Def	bedeutet nach Definition
f	Funktion; Menge der Paare

Zeichen	Sprechweise; Erläuterung
$\log_a x$	Logarithmus x zur Basis a (↗ 36)
lg	Zehnerlogarithmus
ld	Zweierlogarithmus
ln	natürlicher Logarithmus
→	– Logarithmus zur Basis e – gegen
lim	Limes; Grenzwert (↗ 43)
Δx; Δy	Delta x, Delta y – Differenz zweier Argumente (Funktionswerte)
f′(x)	f-Strich-von x – 1. Ableitung der Funktion y = f(x) (↗ 44)

Zeichen	Sprechweise; Erläuterung
y′	y-Strich
$\frac{dy}{dx}$	dy – nach – dx 1. Differentialquotient der Funktion y = f(x)
f″(x)	f – Zweistrich – von x – 2. Ableitung der Funktion y = f(x)
y″	y – Zweistrich – 2. Differentialquotient der Funktion y = f(x)
$\int f(x)\,dx$	Integral f von x dx (↗ 46)

Die Primzahlen bis 1010

	47	109	193	271	359	443	541	619	719	821	911
2	53	113	197	277	367	449	547	631	727	823	919
3	59	127	199	281	373	457	557	641	733	827	929
5	61	131		283	379	461	563	643	739	829	937
7	67	137	211	293	383	463	569	647	743	839	941
11	71	139	223		389	467	571	653	751	853	947
13	73	149	227	307	397	479	577	659	757	857	953
17	79	151	229	311		487	587	661	761	859	967
19	83	157	233	313	401	491	593	673	769	863	971
23	89	163	239	317	409	499	599	677	773	877	977
29	97	167	241	331	419			683	787	881	983
31		173	251	337	421	503	601	691	797	883	991
37	101	179	257	347	431	509	607			887	997
41	103	181	263	349	433	521	613	701	809		
43	107	191	269	353	439	523	617	709	811	907	1009

Zahlenwerte und Logarithmen einiger Konstanten

	n	$\lg n$		n	$\lg n$		n	$\lg n$
π	3,1416	0,4971	$\frac{1}{\pi}$	0,3183	0,5029 – 1	e	2,7183	0,4343
2π	6,2832	0,7982				e^2	7,3891	0,8686
3π	9,4248	0,9743	$\frac{1}{2\pi}$	0,1592	0,2018 – 1	$\sqrt{e}$	1,6487	0,2171
4π	12,5664	1,0992	$\frac{180}{\pi}$	57,296	1,7581	$\sqrt[3]{e}$	1,3956	0,1448
$\frac{\pi}{2}$	1,5708	0,1961				e^π	23,1407	1,3644
$\frac{\pi}{3}$	1,0472	0,0200	$\frac{360}{\pi}$	114,592	2,0591	$e^{-\pi}$	0,0432	0,6356 – 2
$\frac{2\pi}{3}$	2,0944	0,3211	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$	0,5642	0,7514 – 1	$\frac{1}{e}$	0,3679	0,5657 – 1
$\frac{4\pi}{3}$	4,1888	0,6221	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$	0,2821	0,4504 – 1	$\frac{1}{e^2}$	0,1353	0,1314 – 1
$\frac{\pi}{4}$	0,7854	0,8951 – 1	$\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0,7979	0,9019 – 1		$\lg e = \frac{1}{\ln 10} = M$	
$\frac{\pi}{6}$	0,5236	0,7190 – 1	$\sqrt{\frac{3}{\pi}}$	0,9772	0,9900 – 1	M	0,4343	0,6378 – 1
$\frac{\pi}{12}$	0,2618	0,4180 – 1	$\sqrt{\frac{4}{\pi}}$	1,1284	0,0525		$\frac{1}{\lg e} = \ln 10 = \frac{1}{M}$	
$\frac{\pi}{180}$	0,0175	0,2419 – 2	$\sqrt[3]{\pi}$	1,4646	0,1657	$\frac{1}{M}$	2,3026	0,3622
$\frac{\pi}{360}$	0,0087	0,9395 – 3	$\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$	1,2407	0,0937			
π^2	9,8696	0,9943	$\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}$	1,6120	0,2074	g	9,8066	0,9915
$\sqrt{\pi}$	1,7725	0,2486				$\frac{1}{g}$	0,1019	0,0082 – 1
$\sqrt{2\pi}$	2,5066	0,3991	$\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$	0,6204	0,7926 – 1	$\frac{g}{2}$	4,9033	0,6905

$\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,502\,884\,197\,169\,399 \ldots$
$\sqrt{2} \approx 1{,}414\,213\,562\,373\,095\,048\,801 \ldots$; $\sqrt{3} \approx 1{,}732\,050\,807\,568\,877\,293\,527 \ldots$
(Für g, $\frac{1}{g}$, $\frac{g}{2}$ wurden die Zahlenwerte angegeben.)

Quadratzahlen, Quadratwurzeln, Kubikwurzeln, Reziproke der Zahlen 1, 2, . . . , 100

n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
1	1	1,000	1,000	1,0000	51	2601	7,141	3,708	0,0196
2	4	1,414	1,260	0,5000	52	2704	7,211	3,733	0,0192
3	9	1,732	1,442	0,3333	53	2809	7,280	3,756	0,0189
4	16	2,000	1,587	0,2500	54	2916	7,348	3,780	0,0185
5	25	2,236	1,710	0,2000	55	3025	7,416	3,803	0,0182
6	36	2,449	1,817	0,1667	56	3136	7,483	3,826	0,0179
7	49	2,646	1,913	0,1429	57	3249	7,550	3,849	0,0175
8	64	2,828	2,000	0,1250	58	3364	7,616	3,871	0,0172
9	81	3,000	2,080	0,1111	59	3481	7,681	3,893	0,0169
10	100	3,162	2,154	0,1000	60	3600	7,746	3,915	0,0167
11	121	3,317	2,224	0,0909	61	3721	7,810	3,936	0,0164
12	144	3,464	2,289	0,0833	62	3844	7,874	3,958	0,0161
13	169	3,606	2,351	0,0769	63	3969	7,937	3,979	0,0159
14	196	3,742	2,410	0,0714	64	4096	8,000	4,000	0,0156
15	225	3,873	2,466	0,0667	65	4225	8,062	4,021	0,0154
16	256	4,000	2,520	0,0625	66	4356	8,124	4,041	0,0152
17	289	4,123	2,571	0,0588	67	4489	8,185	4,062	0,0149
18	324	4,243	2,621	0,0556	68	4624	8,246	4,082	0,0147
19	361	4,359	2,668	0,0526	69	4761	8,307	4,102	0,0145
20	400	4,472	2,714	0,0500	70	4900	8,367	4,121	0,0143
21	441	4,583	2,759	0,0476	71	5041	8,426	4,141	0,0141
22	484	4,690	2,802	0,0455	72	5184	8,485	4,160	0,0139
23	529	4,796	2,844	0,0435	73	5329	8,544	4,179	0,0137
24	576	4,899	2,884	0,0417	74	5476	8,602	4,198	0,0135
25	625	5,000	2,924	0,0400	75	5625	8,660	4,217	0,0133
26	676	5,099	2,962	0,0385	76	5776	8,718	4,236	0,0132
27	729	5,196	3,000	0,0370	77	5929	8,775	4,254	0,0130
28	784	5,292	3,037	0,0357	78	6084	8,832	4,273	0,0128
29	841	5,385	3,072	0,0345	79	6241	8,888	4,291	0,0127
30	900	5,477	3,107	0,0333	80	6400	8,944	4,309	0,0125
31	961	5,568	3,141	0,0323	81	6561	9,000	4,327	0,0123
32	1024	5,657	3,175	0,0312	82	6724	9,055	4,344	0,0122
33	1089	5,745	3,208	0,0303	83	6889	9,110	4,362	0,0120
34	1156	5,831	3,240	0,0294	84	7056	9,165	4,380	0,0119
35	1225	5,916	3,271	0,0286	85	7225	9,220	4,397	0,0118
36	1296	6,000	3,302	0,0278	86	7396	9,274	4,414	0,0116
37	1369	6,083	3,332	0,0270	87	7569	9,327	4,431	0,0115
38	1444	6,164	3,362	0,0263	88	7744	9,381	4,448	0,0114
39	1521	6,245	3,391	0,0256	89	7921	9,434	4,465	0,0112
40	1600	6,325	3,420	0,0250	90	8100	9,487	4,481	0,0111
41	1681	6,403	3,448	0,0244	91	8281	9,539	4,498	0,0110
42	1764	6,481	3,476	0,0238	92	8464	9,592	4,514	0,0109
43	1849	6,557	3,503	0,0233	93	8649	9,644	4,531	0,0108
44	1936	6,633	3,530	0,0227	94	8836	9,695	4,547	0,0106
45	2025	6,708	3,557	0,0222	95	9025	9,747	4,563	0,0105
46	2116	6,782	3,583	0,0217	96	9216	9,798	4,579	0,0104
47	2209	6,856	3,609	0,0213	97	9409	9,849	4,595	0,0103
48	2304	6,928	3,634	0,0208	98	9604	9,899	4,610	0,0102
49	2401	7,000	3,659	0,0204	99	9801	9,950	4,626	0,0101
50	2500	7,071	3,684	0,0200	100	10000	10,000	4,642	0,0100

Die Funktion $y = x^2$; $1{,}00 \leqq x \leqq 5{,}49$ (Quadrate)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,102	1,124	1,145	1,166	1,188
1,1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,322	1,346	1,369	1,392	1,416
1,2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,562	1,588	1,613	1,638	1,664
1,3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,822	1,850	1,877	1,904	1,932
1,4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,102	2,132	2,161	2,190	2,220
1,5	2,250	2,280	2,310	2,341	2,372	2,402	2,434	2,465	2,496	2,528
1,6	2,560	2,592	2,624	2,657	2,690	2,722	2,756	2,789	2,822	2,856
1,7	2,890	2,924	2,958	2,993	3,028	3,062	3,098	3,133	3,168	3,204
1,8	3,240	3,276	3,312	3,349	3,386	3,422	3,460	3,497	3,534	3,572
1,9	3,610	3,648	3,686	3,725	3,764	3,802	3,842	3,881	3,920	3,960
2,0	4,000	4,040	4,080	4,121	4,162	4,202	4,244	4,285	4,326	4,368
2,1	4,410	4,452	4,494	4,537	4,580	4,622	4,666	4,709	4,752	4,796
2,2	4,840	4,884	4,928	4,973	5,018	5,062	5,108	5,153	5,198	5,244
2,3	5,290	5,336	5,382	5,429	5,476	5,522	5,570	5,617	5,664	5,712
2,4	5,760	5,808	5,856	5,905	5,954	6,002	6,052	6,101	6,150	6,200
2,5	6,250	6,300	6,350	6,401	6,452	6,502	6,554	6,605	6,656	6,708
2,6	6,760	6,812	6,864	6,917	6,970	7,022	7,076	7,129	7,182	7,236
2,7	7,290	7,344	7,398	7,453	7,508	7,562	7,618	7,673	7,728	7,784
2,8	7,840	7,896	7,952	8,009	8,066	8,122	8,180	8,237	8,294	8,352
2,9	8,410	8,468	8,526	8,585	8,644	8,702	8,762	8,821	8,880	8,940
3,0	9,000	9,060	9,120	9,181	9,242	9,302	9,364	9,425	9,486	9,548
3,1	9,610	9,672	9,734	9,797	9,860	9,922	9,986	10,05	10,11	10,18
3,2	10,24	10,30	10,37	10,43	10,50	10,56	10,63	10,69	10,76	10,82
3,3	10,89	10,96	11,02	11,09	11,16	11,22	11,29	11,36	11,42	11,49
3,4	11,56	11,63	11,70	11,76	11,83	11,90	11,97	12,04	12,11	12,18
3,5	12,25	12,32	12,39	12,46	12,53	12,60	12,67	12,74	12,82	12,89
3,6	12,96	13,03	13,10	13,18	13,25	13,32	13,40	13,47	13,54	13,62
3,7	13,69	13,76	13,84	13,91	13,99	14,06	14,14	14,21	14,29	14,36
3,8	14,44	14,52	14,59	14,67	14,75	14,82	14,90	14,98	15,05	15,13
3,9	15,21	15,29	15,37	15,44	15,52	15,60	15,68	15,76	15,84	15,92
4,0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73
4,1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16
4,5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07
4,6	21,16	21,25	21,34	21,44	21,53	21,62	21,72	21,81	21,90	22,00
4,7	22,09	22,18	22,28	22,37	22,47	22,56	22,66	22,75	22,85	22,94
4,8	23,04	23,14	23,23	23,33	23,43	23,52	23,62	23,72	23,81	23,91
4,9	24,01	24,11	24,21	24,30	24,40	24,50	24,60	24,70	24,80	24,90
5,0	25,00	25,10	25,20	25,30	25,40	25,50	25,60	25,70	25,81	25,91
5,1	26,01	26,11	26,21	26,32	26,42	26,52	26,63	26,73	26,83	26,94
5,2	27,04	27,14	27,25	27,35	27,46	27,56	27,67	27,77	27,88	27,98
5,3	28,09	28,20	28,30	28,41	28,52	28,62	28,73	28,84	28,94	29,05
5,4	29,16	29,27	29,38	29,48	29,59	29,70	29,81	29,92	30,03	30,14

Rückt das Komma in x eine Stelle nach rechts (links), so rückt es in x^2 zwei Stellen nach rechts (links).

Die Funktion $y = x^2$; $5{,}50 \leqq x \leqq 9{,}99$ (Quadrate)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	30,25	30,36	30,47	30,58	30,69	30,80	30,91	31,02	31,14	31,25
5,6	31,36	31,47	31,58	31,70	31,81	31,92	32,04	32,15	32,26	32,38
5,7	32,49	32,60	32,72	32,83	32,95	33,06	33,18	33,29	33,41	33,52
5,8	33,64	33,76	33,87	33,99	34,11	34,22	34,34	34,46	34,57	34,69
5,9	34,81	34,93	35,05	35,16	35,28	35,40	35,52	35,64	35,76	35,88
6,0	36,00	36,12	36,24	36,36	36,48	36,60	36,72	36,84	36,97	37,09
6,1	37,21	37,33	37,45	37,58	37,70	37,82	37,95	38,07	38,19	38,32
6,2	38,44	38,56	38,69	38,81	38,94	39,06	39,19	39,31	39,44	39,56
6,3	39,69	39,82	39,94	40,07	40,20	40,32	40,45	40,58	40,70	40,83
6,4	40,96	41,09	41,22	41,34	41,47	41,60	41,73	41,86	41,99	42,12
6,5	42,25	42,38	42,51	42,64	42,77	42,90	43,03	43,16	43,30	43,43
6,6	43,56	43,69	43,82	43,96	44,09	44,22	44,36	44,49	44,62	44,76
6,7	44,89	45,02	45,16	45,29	45,43	45,56	45,70	45,83	45,97	46,10
6,8	46,24	46,38	46,51	46,65	46,79	46,92	47,06	47,20	47,33	47,47
6,9	47,61	47,75	47,89	48,02	48,16	48,30	48,44	48,58	48,72	48,86
7,0	49,00	49,14	49,28	49,42	49,56	49,70	49,84	49,98	50,13	50,27
7,1	50,41	50,55	50,69	50,84	50,98	51,12	51,27	51,41	51,55	51,70
7,2	51,84	51,98	52,13	52,27	52,42	52,56	52,71	52,85	53,00	53,14
7,3	53,29	53,44	53,58	53,73	53,88	54,02	54,17	54,32	54,46	54,61
7,4	54,76	54,91	55,06	55,20	55,35	55,50	55,65	55,80	55,95	56,10
7,5	56,25	56,40	56,55	56,70	56,85	57,00	57,15	57,30	57,46	57,61
7,6	57,76	57,91	58,06	58,22	58,37	58,52	58,68	58,83	58,98	59,14
7,7	59,29	59,44	59,60	59,75	59,91	60,06	60,22	60,37	60,53	60,68
7,8	60,84	61,00	61,15	61,31	61,47	61,62	61,78	61,94	62,09	62,25
7,9	62,41	62,57	62,73	62,88	63,04	63,20	63,36	63,52	63,68	63,84
8,0	64,00	64,16	64,32	64,48	64,64	64,80	64,96	65,12	65,29	65,45
8,1	65,61	65,77	65,93	66,10	66,26	66,42	66,59	66,75	66,91	67,08
8,2	67,24	67,40	67,57	67,73	67,90	68,06	68,23	68,39	68,56	68,72
8,3	68,89	69,06	69,22	69,39	69,56	69,72	69,89	70,06	70,22	70,39
8,4	70,56	70,73	70,90	71,06	71,23	71,40	71,57	71,74	71,91	72,08
8,5	72,25	72,42	72,59	72,76	72,93	73,10	73,27	73,44	73,62	73,79
8,6	73,96	74,13	74,30	74,48	74,65	74,82	75,00	75,17	75,34	75,52
8,7	75,69	75,86	76,04	76,21	76,39	76,56	76,74	76,91	77,09	77,26
8,8	77,44	77,62	77,79	77,97	78,15	78,32	78,50	78,68	78,85	79,03
8,9	79,21	79,39	79,57	79,74	79,92	80,10	80,28	80,46	80,64	80,82
9,0	81,00	81,18	81,36	81,54	81,72	81,90	82,08	82,26	82,45	82,63
9,1	82,81	82,99	83,17	83,36	83,54	83,72	83,91	84,09	84,27	84,46
9,2	84,64	84,82	85,01	85,19	85,38	85,56	85,75	85,93	86,12	86,30
9,3	86,49	86,68	86,86	87,05	87,24	87,42	87,61	87,80	87,98	88,17
9,4	88,36	88,55	88,74	88,92	89,11	89,30	89,49	89,68	89,87	90,06
9,5	90,25	90,44	90,63	90,82	91,01	91,20	91,39	91,58	91,78	91,97
9,6	92,16	92,35	92,54	92,74	92,93	93,12	93,32	93,51	93,70	93,90
9,7	94,09	94,28	94,48	94,67	94,87	95,06	95,26	95,45	95,65	95,84
9,8	96,04	96,24	96,43	96,63	96,83	97,02	97,22	97,42	97,61	97,81
9,9	98,01	98,21	98,41	98,60	98,80	99,00	99,20	99,40	99,60	99,80

$8{,}47^2 = 71{,}74$ $\quad 0{,}847^2 = 0{,}7174$ $\quad \sqrt{21{,}44} = 4{,}63$ $\quad \sqrt{0{,}2144} = 0{,}463$

$84{,}7^2 = 7174$ $\quad 8{,}472^2 = 71{,}77$ $\quad \sqrt{2144} = 46{,}3$

Die Funktion $y = \pi d$; $1{,}00 \leq d \leq 5{,}49$ (Kreisumfang)

(d ist in dieser Tabelle eine Variable für die Maßzahl des Durchmessers eines Kreises.)

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	3,142	3,173	3,204	3,236	3,267	3,299	3,330	3,362	3,393	3,424
1,1	3,456	3,487	3,519	3,550	3,581	3,613	3,644	3,676	3,707	3,738
1,2	3,770	3,801	3,833	3,864	3,896	3,927	3,958	3,990	4,021	4,053
1,3	4,084	4,115	4,147	4,178	4,210	4,241	4,273	4,304	4,335	4,367
1,4	4,398	4,430	4,461	4,492	4,524	4,555	4,587	4,618	4,650	4,681
1,5	4,712	4,744	4,775	4,807	4,838	4,869	4,901	4,932	4,964	4,995
1,6	5,027	5,058	5,089	5,121	5,152	5,184	5,215	5,246	5,278	5,309
1,7	5,341	5,372	5,404	5,435	5,466	5,498	5,529	5,561	5,592	5,624
1,8	5,655	5,686	5,718	5,749	5,781	5,812	5,843	5,875	5,906	5,938
1,9	5,969	6,000	6,032	6,063	6,095	6,126	6,158	6,189	6,220	6,252
2,0	6,283	6,315	6,346	6,377	6,409	6,440	6,472	6,503	6,535	6,566
2,1	6,597	6,629	6,660	6,692	6,723	6,754	6,786	6,817	6,849	6,880
2,2	6,912	6,943	6,974	7,006	7,037	7,069	7,100	7,131	7,163	7,194
2,3	7,226	7,257	7,288	7,320	7,351	7,383	7,414	7,446	7,477	7,508
2,4	7,540	7,571	7,603	7,634	7,665	7,697	7,728	7,760	7,791	7,823
2,5	7,854	7,885	7,917	7,948	7,980	8,011	8,042	8,074	8,105	8,137
2,6	8,168	8,200	8,231	8,262	8,294	8,325	8,357	8,388	8,419	8,451
2,7	8,482	8,514	8,545	8,577	8,608	8,639	8,671	8,702	8,734	8,765
2,8	8,796	8,828	8,859	8,891	8,922	8,954	8,985	9,016	9,048	9,079
2,9	9,111	9,142	9,173	9,205	9,236	9,268	9,299	9,331	9,362	9,393
3,0	9,425	9,456	9,488	9,519	9,550	9,582	9,613	9,645	9,676	9,708
3,1	9,739	9,770	9,802	9,833	9,865	9,896	9,927	9,959	9,990	10,02
3,2	10,05	10,09	10,12	10,15	10,18	10,21	10,24	10,27	10,30	10,34
3,3	10,37	10,40	10,43	10,46	10,49	10,52	10,56	10,59	10,62	10,65
3,4	10,68	10,71	10,74	10,78	10,81	10,84	10,87	10,90	10,93	10,96
3,5	11,00	11,03	11,06	11,09	11,12	11,15	11,18	11,22	11,25	11,28
3,6	11,31	11,34	11,37	11,40	11,44	11,47	11,50	11,53	11,56	11,59
3,7	11,62	11,66	11,69	11,72	11,75	11,78	11,81	11,84	11,88	11,91
3,8	11,94	11,97	12,00	12,03	12,06	12,10	12,13	12,16	12,19	12,22
3,9	12,25	12,28	12,32	12,35	12,38	12,41	12,44	12,47	12,50	12,53
4,0	12,57	12,60	12,63	12,66	12,69	12,72	12,75	12,79	12,82	12,85
4,1	12,88	12,91	12,94	12,97	13,01	13,04	13,07	13,10	13,13	13,16
4,2	13,19	13,23	13,26	13,29	13,32	13,35	13,38	13,41	13,45	13,48
4,3	13,51	13,54	13,57	13,60	13,63	13,67	13,70	13,73	13,76	13,79
4,4	13,82	13,85	13,89	13,92	13,95	13,98	14,01	14,04	14,07	14,11
4,5	14,14	14,17	14,20	14,23	14,26	14,29	14,33	14,36	14,39	14,42
4,6	14,45	14,48	14,51	14,55	14,58	14,61	14,64	14,67	14,70	14,73
4,7	14,77	14,80	14,83	14,86	14,89	14,92	14,95	14,99	15,02	15,05
4,8	15,08	15,11	15,14	15,17	15,21	15,24	15,27	15,30	15,33	15,36
4,9	15,39	15,43	15,46	15,49	15,52	15,55	15,58	15,61	15,65	15,68
5,0	15,71	15,74	15,77	15,80	15,83	15,87	15,90	15,93	15,96	15,99
5,1	16,02	16,05	16,08	16,12	16,15	16,18	16,21	16,24	16,27	16,30
5,2	16,34	16,37	16,40	16,43	16,46	16,49	16,52	16,56	16,59	16,62
5,3	16,65	16,68	16,71	16,74	16,78	16,81	16,84	16,87	16,90	16,93
5,4	16,96	17,00	17,03	17,06	17,09	17,12	17,15	17,18	17,22	17,25

Rückt das Komma in d eine Stelle nach rechts (links), so rückt es in πd ebenfalls eine Stelle nach rechts (links).

Die Funktion $y = \pi d$; $5{,}50 \leq d \leq 9{,}99$ (Kreisumfang)

(d ist in dieser Tabelle eine Variable für die Maßzahl des Durchmessers eines Kreises.)

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	17,28	17,31	17,34	17,37	17,40	17,44	17,47	17,50	17,53	17,56
5,6	17,59	17,62	17,66	17,69	17,72	17,75	17,78	17,81	17,84	17,88
5,7	17,91	17,94	17,97	18,00	18,03	18,06	18,10	18,13	18,16	18,19
5,8	18,22	18,25	18,28	18,32	18,35	18,38	18,41	18,44	18,47	18,50
5,9	18,54	18,57	18,60	18,63	18,66	18,69	18,72	18,76	18,79	18,82
6,0	18,85	18,88	18,91	18,94	18,98	19,01	19,04	19,07	19,10	19,13
6,1	19,16	19,20	19,23	19,26	19,29	19,32	19,35	19,38	19,42	19,45
6,2	19,48	19,51	19,54	19,57	19,60	19,63	19,67	19,70	19,73	19,76
6,3	19,79	19,82	19,85	19,89	19,92	19,95	19,98	20,01	20,04	20,07
6,4	20,11	20,14	20,17	20,20	20,23	20,26	20,29	20,33	20,36	20,39
6,5	20,42	20,45	20,48	20,51	20,55	20,58	20,61	20,64	20,67	20,70
6,6	20,74	20,77	20,80	20,83	20,86	20,89	20,92	20,95	20,99	21,02
6,7	21,05	21,08	21,11	21,14	21,17	21,21	21,24	21,27	21,30	21,33
6,8	21,36	21,39	21,43	21,46	21,49	21,52	21,55	21,58	21,61	21,65
6,9	21,68	21,71	21,74	21,77	21,80	21,83	21,87	21,90	21,93	21,96
7,0	21,99	22,02	22,05	22,09	22,12	22,15	22,18	22,21	22,24	22,27
7,1	22,31	22,34	22,37	22,40	22,43	22,46	22,49	22,53	22,56	22,59
7,2	22,62	22,65	22,68	22,71	22,75	22,78	22,81	22,84	22,87	22,90
7,3	22,93	22,97	23,00	23,03	23,06	23,09	23,12	23,15	23,18	23,22
7,4	23,25	23,28	23,31	23,34	23,37	23,40	23,44	23,47	23,50	23,53
7,5	23,56	23,59	23,62	23,66	23,69	23,72	23,75	23,78	23,81	23,84
7,6	23,88	23,91	23,94	23,97	24,00	24,03	24,06	24,10	24,13	24,16
7,7	24,19	24,22	24,25	24,28	24,32	24,35	24,38	24,41	24,44	24,47
7,8	24,50	24,54	24,57	24,60	24,63	24,66	24,69	24,72	24,76	24,79
7,9	24,82	24,85	24,88	24,91	24,94	24,98	25,01	25,04	25,07	25,10
8,0	25,13	25,16	25,20	25,23	25,26	25,29	25,32	25,35	25,38	25,42
8,1	25,45	25,48	25,51	25,54	25,57	25,60	25,64	25,67	25,70	25,73
8,2	25,76	25,79	25,82	25,86	25,89	25,92	25,95	25,98	26,01	26,04
8,3	26,08	26,11	26,14	26,17	26,20	26,23	26,26	26,30	26,33	26,36
8,4	26,39	26,42	26,45	26,48	26,52	26,55	26,58	26,61	26,64	26,67
8,5	26,70	26,73	26,77	26,80	26,83	26,86	26,89	26,92	26,95	26,99
8,6	27,02	27,05	27,08	27,11	27,14	27,17	27,21	27,24	27,27	27,30
8,7	27,33	27,36	27,39	27,43	27,46	27,49	27,52	27,55	27,58	27,61
8,8	27,65	27,68	27,71	27,74	27,77	27,80	27,83	27,87	27,90	27,93
8,9	27,96	27,99	28,02	28,05	28,09	28,12	28,15	28,18	28,21	28,24
9,0	28,27	28,31	28,34	28,37	28,40	28,43	28,46	28,49	28,53	28,56
9,1	28,59	28,62	28,65	28,68	28,71	28,75	28,78	28,81	28,84	28,87
9,2	28,90	28,93	28,97	29,00	29,03	29,06	29,09	29,12	29,15	29,19
9,3	29,22	29,25	29,28	29,31	29,34	29,37	29,41	29,44	29,47	29,50
9,4	29,53	29,56	29,59	29,63	29,66	29,69	29,72	29,75	29,78	29,81
9,5	29,85	29,88	29,91	29,94	29,97	30,00	30,03	30,07	30,10	30,13
9,6	30,16	30,19	30,22	30,25	30,28	30,32	30,35	30,38	30,41	30,44
9,7	30,47	30,50	30,54	30,57	30,60	30,63	30,66	30,69	30,72	30,76
9,8	30,79	30,82	30,85	30,88	30,91	30,94	30,98	31,01	31,04	31,07
9,9	31,10	31,13	31,16	31,20	31,23	31,26	31,29	31,32	31,35	31,39

$d = 2{,}23$ $\quad d = 22{,}3$ $\quad d = 42{,}28$ $\quad \pi d = 16{,}28$
$\pi d = 7{,}006$ $\quad \pi d = 70{,}06$ $\quad \pi d = 132{,}6 + 0{,}2 = 132{,}8$ $\quad d = 5{,}183$

Die Funktion $y = \frac{\pi}{4} d^2$; $1{,}00 \leqq d \leqq 5{,}49$ (Kreisflächeninhalt)

(*d* ist in dieser Tabelle eine Variable für die Maßzahl des Durchmessers eines Kreises.)

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	**0,7854**	**0,8012**	**0,8171**	**0,8332**	**0,8495**	**0,8659**	**0,8825**	**0,8992**	**0,9161**	**0,9331**
1,1	0,9503	0,9677	0,9852	1,003	1,021	1,039	1,057	1,075	1,094	1,112
1,2	1,131	1,150	1,169	1,188	1,208	1,227	1,247	1,267	1,287	1,307
1,3	1,327	1,348	1,368	1,389	1,410	1,431	1,453	1,474	1,496	1,517
1,4	1,539	1,561	1,584	1,606	1,629	1,651	1,674	1,697	1,720	1,744
1,5	1,767	1,791	1,815	1,839	1,863	1,887	1,911	1,936	1,961	1,986
1,6	2,011	2,036	2,061	2,087	2,112	2,138	2,164	2,190	2,217	2,243
1,7	2,270	2,297	2,324	2,351	2,378	2,405	2,433	2,461	2,488	2,516
1,8	2,545	2,573	2,602	2,630	2,659	2,688	2,717	2,746	2,776	2,806
1,9	2,835	2,865	2,895	2,926	2,956	2,986	3,017	3,048	3,079	3,110
2,0	**3,142**	**3,173**	**3,205**	**3,237**	**3,269**	**3,301**	**3,333**	**3,365**	**3,398**	**3,431**
2,1	3,464	3,497	3,530	3,563	3,597	3,631	3,664	3,698	3,733	3,767
2,2	3,801	3,836	3,871	3,906	3,941	3,976	4,011	4,047	4,083	4,119
2,3	4,155	4,191	4,227	4,264	4,301	4,337	4,374	4,412	4,449	4,486
2,4	4,524	4,562	4,600	4,638	4,676	4,714	4,753	4,792	4,831	4,870
2,5	4,909	4,948	4,988	5,027	5,067	5,107	5,147	5,187	5,228	5,269
2,6	5,309	5,350	5,391	5,433	5,474	5,515	5,557	5,599	5,641	5,683
2,7	5,726	5,768	5,811	5,853	5,896	5,940	5,983	6,026	6,070	6,114
2,8	6,158	6,202	6,246	6,290	6,335	6,379	6,424	6,469	6,514	6,560
2,9	6,605	6,651	6,697	6,743	6,789	6,835	6,881	6,928	6,975	7,022
3,0	**7,069**	**7,116**	**7,163**	**7,211**	**7,258**	**7,306**	**7,354**	**7,402**	**7,451**	**7,499**
3,1	7,548	7,596	7,645	7,694	7,744	7,793	7 843	7,892	7,942	7,992
3,2	8,042	8,093	8,143	8,194	8,245	8,296	8,347	8,398	8,450	8,501
3,3	8,553	8,605	8,657	8,709	8,762	8,814	8,867	8,920	8,973	9,026
3,4	9,079	9,133	9,186	9,240	9,294	9,348	9,402	9,457	9,511	9,566
3,5	9,621	9,676	9,731	9,787	9,842	9,898	9,954	10,01	10,07	10,12
3,6	10,18	10,24	10,29	10,35	10,41	10,46	10,52	10,58	10,64	10,69
3,7	10,75	10,81	10,87	10,93	10,99	11,04	11,10	11,16	11,22	11,28
3,8	11,34	11,40	11,46	11,52	11,58	11,64	11,70	11,76	11,82	11,88
3,9	11,95	12,01	12,07	12,13	12,19	12,25	12,32	12,38	12,44	12,50
4,0	**12,57**	**12,63**	**12,69**	**12,76**	**12,82**	**12,88**	**12,95**	**13,01**	**13,07**	**13,14**
4,1	13,20	13,27	13,33	13,40	13,46	13,53	13,59	13,66	13,72	13,79
4,2	13,85	13,92	13,99	14,05	14,12	14,19	14,25	14,32	14,39	14,45
4,3	14,52	14,59	14,66	14,73	14,79	14,86	14,93	15,00	15,07	15,14
4,4	15,21	15,27	15,34	15,41	15,48	15,55	15,62	15,69	15,76	15,83
4,5	15,90	15,98	16,05	16,12	16,19	16,26	16,33	16,40	16,47	16,55
4,6	16,62	16,69	16,76	16,84	16,91	16,98	17,06	17,13	17,20	17,28
4,7	17,35	17,42	17,50	17,57	17,65	17,72	17,80	17,87	17,95	18,02
4,8	18,10	18,17	18,25	18,32	18,40	18,47	18,55	18,63	18,70	18,78
4,9	18,86	18,93	19,01	19,09	19,17	19,24	19,32	19,40	19,48	19,56
5,0	**19,63**	**19,71**	**19,79**	**19,87**	**19,95**	**20,03**	**20,11**	**20,19**	**20,27**	**20,35**
5,1	20,43	20,51	20,59	20,67	20,75	20,83	20,91	20,99	21,07	21,16
5,2	21,24	21,32	21,40	21,48	21,57	21,65	21,73	21,81	21,90	21,98
5,3	22,06	22,15	22,23	22,31	22,40	22,48	22,56	22,65	22,73	22,82
5,4	22,90	22,99	23,07	23,16	23,24	23,33	23,41	23,50	23,59	23,67

Rückt das Komma in *d* um eine Stelle nach rechts (links), so rückt es in $\frac{\pi}{4} d^2$ um zwei Stellen nach rechts (links).

Die Funktion $y = \frac{\pi}{4} d^2$; $5{,}50 \leqq d \leqq 9{,}99$ (Kreisflächeninhalt)

(d ist in dieser Tabelle eine Variable für die Maßzahl des Durchmessers eines Kreises.)

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	23,76	23,84	23,93	24,02	24,11	24,19	24,28	24,37	24,45	24,54
5,6	24,63	24,72	24,81	24,89	24,98	25,07	25,16	25,25	25,34	25,43
5,7	25,52	25,61	25,70	25,79	25,88	25,97	26,06	26,15	26,24	26,33
5,8	26,42	26,51	26,60	26,69	26,79	26,88	26,97	27,06	27,15	27,25
5,9	27,34	27,43	27,53	27,62	27,71	27,81	27,90	27,99	28,09	28,18
6,0	28,27	28,37	28,46	28,56	28,65	28,75	28,84	28,94	29,03	29,13
6,1	29,22	29,32	29,42	29,51	29,61	29,71	29,80	29,90	30,00	30,09
6,2	30,19	30,29	30,39	30,48	30,58	30,68	30,78	30,88	30,97	31,07
6,3	31,17	31,27	31,37	31,47	31,57	31,67	31,77	31,87	31,97	32,07
6,4	32,17	32,27	32,37	32,47	32,57	32,67	32,78	32,88	32,98	33,08
6,5	33,18	33,29	33,39	33,49	33,59	33,70	33,80	33,90	34,00	34,11
6,6	34,21	34,32	34,42	34,52	34,63	34,73	34,84	34,94	35,05	35,15
6,7	35,26	35,36	35,47	35,57	35,68	35,78	35,89	36,00	36,10	36,21
6,8	36,32	36,42	36,53	36,64	36,75	36,85	36,96	37,07	37,18	37,28
6,9	37,39	37,50	37,61	37,72	37,83	37,94	38,05	38,16	38,26	38,37
7,0	38,48	38,59	38,70	38,82	38,93	39,04	39,15	39,26	39,37	39,48
7,1	39,59	39,70	39,82	39,93	40,04	40,15	40,26	40,38	40,49	40,60
7,2	40,72	40,83	40,94	41,06	41,17	41,28	41,40	41,51	41,62	41,74
7,3	41,85	41,97	42,08	42,20	42,31	42,43	42,54	42,66	42,78	42,89
7,4	43,01	43,12	43,24	43,36	43,47	43,59	43,71	43,83	43,94	44,06
7,5	44,18	44,30	44,41	44,53	44,65	44,77	44,89	45,01	45,13	45,25
7,6	45,36	45,48	45,60	45,72	45,84	45,96	46,08	46,20	46,32	46,45
7,7	46,57	46,69	46,81	46,93	47,05	47,17	47,29	47,42	47,54	47,66
7,8	47,78	47,91	48,03	48,15	48,27	48,40	48,52	48,65	48,77	48,89
7,9	49,02	49,14	49,27	49,39	49,51	49,64	49,76	49,89	50,01	50,14
8,0	50,27	50,39	50,52	50,64	50,77	50,90	51,02	51,15	51,28	51,40
8,1	51,53	51,66	51,78	51,91	52,04	52,17	52,30	52,42	52,55	52,68
8,2	52,81	52,94	53,07	53,20	53,33	53,46	53,59	53,72	53,85	53,98
8,3	54,11	54,24	54,37	54,50	54,63	54,76	54,89	55,02	55,15	55,29
8,4	55,42	55,55	55,68	55,81	55,95	56,08	56,21	56,35	56,48	56,61
8,5	56,75	56,88	57,01	57,15	57,28	57,41	57,55	57,68	57,82	57,95
8,6	58,09	58,22	58,36	58,49	58,63	58,77	58,90	59,04	59,17	59,31
8,7	59,45	59,58	59,72	59,86	59,99	60,13	60,27	60,41	60,55	60,68
8,8	60,82	60,96	61,10	61,24	61,38	61,51	61,65	61,79	61,93	62,07
8,9	62,21	62,35	62,49	62,63	62,77	62,91	63,05	63,19	63,33	63,48
9,0	63,62	63,76	63,90	64,04	64,18	64,33	64,47	64,61	64,75	64,90
9,1	65,04	65,18	65,33	65,47	65,61	65,76	65,90	66,04	66,19	66,33
9,2	66,48	66,62	66,77	66,91	67,06	67,20	67,35	67,49	67,64	67,78
9,3	67,93	68,08	68,22	68,37	68,51	68,66	68,81	68,96	69,10	69,25
9,4	69,40	69,55	69,69	69,84	69,99	70,14	70,29	70,44	70,58	70,73
9,5	70,88	71,03	71,18	71,33	71,48	71,63	71,78	71,93	72,08	72,23
9,6	72,38	72,53	72,68	72,84	72,99	73,14	73,29	73,44	73,59	73,75
9,7	73,90	74,05	74,20	74,36	74,51	74,66	74,82	74,97	75,12	75,28
9,8	75,43	75,58	75,74	75,89	76,05	76,20	76,36	76,51	76,67	76,82
9,9	76,98	77,13	77,29	77,44	77,60	77,76	77,91	78,07	78,23	78,38

$d = 3{,}32$ $\quad \frac{\pi}{4} d^2 = 37{,}70$

$\frac{\pi}{4} d^2 = 8{,}657$ $\quad d = 6{,}93$

Die Funktion $y = x^3$; $1{,}00 \leqq x \leqq 5{,}49$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295
1,1	1,331	1,368	1,405	1,443	1,482	1,521	1,561	1,602	1,643	1,685
1,2	1,728	1,772	1,816	1,861	1,907	1,953	2,000	2,048	2,097	2,147
1,3	2,197	2,248	2,300	2,353	2,406	2,460	2,515	2,571	2,628	2,686
1,4	2,744	2,803	2,863	2,924	2,986	3,049	3,112	3,177	3,242	3,308
1,5	3,375	3,443	3,512	3,582	3,652	3,724	3,796	3,870	3,944	4,020
1,6	4,096	4,173	4,252	4,331	4,411	4,492	4,574	4,657	4,742	4,827
1,7	4,913	5,000	5,088	5,178	5,268	5,359	5,452	5,545	5,640	5,735
1,8	5,832	5,930	6,029	6,128	6,230	6,332	6,435	6,539	6,645	6,751
1,9	6,859	6,968	7,078	7,189	7,301	7,415	7,530	7,645	7,762	7,881
2,0	8,000	8,121	8,242	8,365	8,490	8,615	8,742	8,870	8,999	9,129
2,1	9,261	9,394	9,528	9,664	9,800	9,938	10,08	10,22	10,36	10,50
2,2	10,65	10,79	10,94	11,09	11,24	11,39	11,54	11,70	11,85	12,01
2,3	12,17	12,33	12,49	12,65	12,81	12,98	13,14	13,31	13,48	13,65
2,4	13,82	14,00	14,17	14,35	14,53	14,71	14,89	15,07	15,25	15,44
2,5	15,63	15,81	16,00	16,19	16,39	16,58	16,78	16,97	17,17	17,37
2,6	17,58	17,78	17,98	18,19	18,40	18,61	18,82	19,03	19,25	19,47
2,7	19,68	19,90	20,12	20,35	20,57	20,80	21,02	21,25	21,48	21,72
2,8	21,95	22,19	22,43	22,67	22,91	23,15	23,39	23,64	23,89	24,14
2,9	24,39	24,64	24,90	25,15	25,41	25,67	25,93	26,20	26,46	26,73
3,0	27,00	27,27	27,54	27,82	28,09	28,37	28,65	28,93	29,22	29,50
3,1	29,79	30,08	30,37	30,66	30,96	31,26	31,55	31,86	32,16	32,46
3,2	32,77	33,08	33,39	33,70	34,01	34,33	34,65	34,97	35,29	35,61
3,3	35,94	36,26	36,59	36,93	37,26	37,60	37,93	38,27	38,61	38,96
3,4	39,30	39,65	40,00	40,35	40,71	41,06	41,42	41,78	42,14	42,51
3,5	42,88	43,24	43,61	43,99	44,36	44,74	45,12	45,50	45,88	46,27
3,6	46,66	47,05	47,44	47,83	48,23	48,63	49,03	49,43	49,84	50,24
3,7	50,65	51,06	51,48	51,90	52,31	52,73	53,16	53,58	54,01	54,44
3,8	54,87	55,31	55,74	56,18	56,62	57,07	57,51	57,96	58,41	58,86
3,9	59,32	59,78	60,24	60,70	61,16	61,63	62,10	62,57	63,04	63,52
4,0	64,00	64,48	64,96	65,45	65,94	66,43	66,92	67,42	67,92	68,42
4,1	68,92	69,43	69,93	70,44	70,96	71,47	71,99	72,51	73,03	73,56
4,2	74,09	74,62	75,15	75,69	76,23	76,77	77,31	77,85	78,40	78,95
4,3	79,51	80,06	80,62	81,18	81,75	82,31	82,88	83,45	84,03	84,60
4,4	85,18	85,77	86,35	86,94	87,53	88,12	88,72	89,31	89,92	90,52
4,5	91,13	91,73	92,35	92,96	93,58	94,20	94,82	95,44	96,07	96,70
4,6	97,34	97,97	98,61	99,25	99,90	100,5	101,2	101,8	102,5	103,2
4,7	103,8	104,5	105,2	105,8	106,5	107,2	107,9	108,5	109,2	109,9
4,8	110,6	111,3	112,0	112,7	113,4	114,1	114,8	115,5	116,2	116,9
4,9	117,6	118,4	119,1	119,8	120,6	121,3	122,0	122,8	123,5	124,3
5,0	125,0	125,8	126,5	127,3	128,0	128,8	129,6	130,3	131,1	131,9
5,1	132,7	133,4	134,2	135,0	135,8	136,6	137,4	138,2	139,0	139,8
5,2	140,6	141,4	142,2	143,1	143,9	144,7	145,5	146,4	147,2	148,0
5,3	148,9	149,7	150,6	151,4	152,3	153,1	154,0	154,9	155,7	156,6
5,4	157,5	158,3	159,2	160,1	161,0	161,9	162,8	163,7	164,6	165,5

Rückt das Komma in x eine Stelle nach rechts (links), so rückt es in x^3 drei Stellen nach rechts (links).

Die Funktion $y = x^3$; $5{,}50 \leqq x \leqq 9{,}99$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	166,4	167,3	168,2	169,1	170,0	171,0	171,9	172,8	173,7	174,7
5,6	175,6	176,6	177,5	178,5	179,4	180,4	181,3	182,3	183,3	184,2
5,7	185,2	186,2	187,1	188,1	189,1	190,1	191,1	192,1	193,1	194,1
5,8	195,1	196,1	197,1	198,2	199,2	200,2	201,2	202,3	203,3	204,3
5,9	205,4	206,4	207,5	208,5	209,6	210,6	211,7	212,8	213,8	214,9
6,0	216,0	217,1	218,2	219,3	220,3	221,4	222,5	223,6	224,8	225,9
6,1	227,0	228,1	229,2	230,3	231,5	232,6	233,7	234,9	236,0	237,2
6,2	238,3	239,5	240,6	241,8	243,0	244,1	245,3	246,5	247,7	248,9
6,3	250,0	251,2	252,4	253,6	254,8	256,0	257,3	258,5	259,7	260,9
6,4	262,1	263,4	264,6	265,8	267,1	268,3	269,6	270,8	272,1	273,4
6,5	274,6	275,9	277,2	278,4	279,7	281,0	282,3	283,6	284,9	286,2
6,6	287,5	288,8	290,1	291,4	292,8	294,1	295,4	296,7	298,1	299,4
6,7	300,8	302,1	303,5	304,8	306,2	307,5	308,9	310,3	311,7	313,0
6,8	314,4	315,8	317,2	318,6	320,0	321,4	322,8	324,2	325,7	327,1
6,9	328,5	329,9	331,4	332,8	334,3	335,7	337,2	338,6	340,1	341,5
7,0	343,0	344,5	345,9	347,4	348,9	350,4	351,9	353,4	354,9	356,4
7,1	357,9	359,4	360,9	362,5	364,0	365,5	367,1	368,6	370,1	371,7
7,2	373,2	374,8	376,4	377,9	379,5	381,1	382,7	384,2	385,8	387,4
7,3	389,0	390,6	392,2	393,8	395,4	397,1	398,7	400,3	401,9	403,6
7,4	405,2	406,9	408,5	410,2	411,8	413,5	415,2	416,8	418,5	420,2
7,5	421,9	423,6	425,3	427,0	428,7	430,4	432,1	433,8	435,5	437,2
7,6	439,0	440,7	442,5	444,2	445,9	447,7	449,5	451,2	453,0	454,8
7,7	456,5	458,3	460,1	461,9	463,7	465,5	467,3	469,1	470,9	472,7
7,8	474,6	476,4	478,2	480,0	481,9	483,7	485,6	487,4	489,3	491,2
7,9	493,0	494,9	496,8	498,7	500,6	502,5	504,4	506,3	508,2	510,1
8,0	512,0	513,9	515,8	517,8	519,7	521,7	523,6	525,6	527,5	529,5
8,1	531,4	533,4	535,4	537,4	539,4	541,3	543,3	545,3	547,3	549,4
8,2	551,4	553,4	555,4	557,4	559,5	561,5	563,6	565,6	567,7	569,7
8,3	571,8	573,9	575,9	578,0	580,1	582,2	584,3	586,4	588,5	590,6
8,4	592,7	594,8	596,9	599,1	601,2	603,4	605,5	607,6	609,8	612,0
8,5	614,1	616,3	618,5	620,7	622,8	625,0	627,2	629,4	631,6	633,8
8,6	636,1	638,3	640,5	642,7	645,0	647,2	649,5	651,7	654,0	656,2
8,7	658,5	660,8	663,1	665,3	667,6	669,9	672,2	674,5	676,8	679,2
8,8	681,5	683,8	686,1	688,5	690,8	693,2	695,5	697,9	700,2	702,6
8,9	705,0	707,3	709,7	712,1	714,5	716,9	719,3	721,7	724,2	726,6
9,0	729,0	731,4	733,9	736,3	738,8	741,2	743,7	746,1	748,6	751,1
9,1	753,6	756,1	758,6	761,0	763,6	766,1	768,6	771,1	773,6	776,2
9,2	778,7	781,2	783,8	786,3	788,9	791,5	794,0	796,6	799,2	801,8
9,3	804,4	807,0	809,6	812,2	814,8	817,4	820,0	822,7	825,3	827,9
9,4	830,6	833,2	835,9	838,6	841,2	843,9	846,6	849,3	852,0	854,7
9,5	857,4	860,1	862,8	865,5	868,3	871,0	873,7	876,5	879,2	882,0
9,6	884,7	887,5	890,3	893,1	895,8	898,6	901,4	904,2	907,0	909,9
9,7	912,7	915,5	918,3	921,2	924,0	926,9	929,7	932,6	935,4	938,3
9,8	941,2	944,1	947,0	949,9	952,8	955,7	958,6	961,5	964,4	967,4
9,9	970,3	973,2	976,2	979,1	982,1	985,1	988,0	991,0	994,0	997,0

$8{,}47^3 = 607{,}6$ $\quad 0{,}847^3 = 0{,}6076$ $\quad \sqrt[3]{123{,}5} = 4{,}98$ $\quad \sqrt[3]{0{,}1235} = 0{,}498$

$84{,}7^3 = 607\,600$ $\quad 8{,}472^3 = 608{,}0$ $\quad \sqrt[3]{123\,500} = 49{,}8$

Die Funktionen $y = e^x$; $y = e^{-x}$ $(0{,}00 \leqq x \leqq 10{,}0)$

x	e^x	e^{-x}	x	e^x	e^{-x}
0,00	1,0000	1,0000	1,00	2,7183	0,3679
0,02	1,0202	0,9802	1,02	2,7732	0,3606
0,04	1,0408	0,9608	1,04	2,8292	0,3535
0,06	1,0618	0,9418	1,06	2,8864	0,3465
0,08	1,0833	0,9231	1,08	2,9447	0,3396
0,10	1,1052	0,9048	1,10	3,0042	0,3329
0,12	1,1275	0,8869	1,12	3,0649	0,3263
0,14	1,1503	0,8694	1,14	3,1268	0,3198
0,16	1,1735	0,8521	1,16	3,1899	0,3135
0,18	1,1972	0,8353	1,18	3,2544	0,3073
0,20	1,2214	0,8187	1,20	3,3201	0,3012
0,22	1,2461	0,8025	1,22	3,3872	0,2952
0,24	1,2712	0,7866	1,24	3,4556	0,2894
0,26	1,2969	0,7711	1,26	3,5254	0,2837
0,28	1,3231	0,7558	1,28	3,5966	0,2780
0,30	1,3499	0,7408	1,30	3,6693	0,2725
0,32	1,3771	0,7261	1,35	3,8574	0,2592
0,34	1,4049	0,7118	1,40	4,0552	0,2466
0,36	1,4333	0,6977	1,45	4,2631	0,2346
0,38	1,4623	0,6839	1,50	4,4817	0,2231
0,40	1,4918	0,6703	1,55	4,7115	0,2122
0,42	1,5220	0,6570	1,60	4,9530	0,2019
0,44	1,5527	0,6440	1,65	5,2070	0,1920
0,46	1,5841	0,6313	1,70	5,4739	0,1827
0,48	1,6161	0,6188	1,75	5,7546	0,1738
0,50	1,6487	0,6065	1,80	6,0496	0,1653
0,52	1,6820	0,5945	1,85	6,3598	0,1572
0,54	1,7160	0,5827	1,90	6,6859	0,1496
0,56	1,7507	0,5712	1,95	7,0287	0,1423
0,58	1,7860	0,5599	2,00	7,3891	0,1353
0,60	1,8221	0,5488	2,20	9,0250	0,1108
0,62	1,8589	0,5379	2,40	11,023	0,0907
0,64	1,8965	0,5273	2,60	13,464	0,0743
0,66	1,9348	0,5169	2,80	16,445	0,0608
0,68	1,9739	0,5066	3,00	20,086	0,0498
0,70	2,0138	0,4966	3,20	24,533	0,0408
0,72	2,0544	0,4868	3,40	29,964	0,0334
0,74	2,0959	0,4771	3,60	36,598	0,0273
0,76	2,1383	0,4677	3,80	44,701	0,0224
0,78	2,1815	0,4584	4,00	54,598	0,0183
0,80	2,2255	0,4493	4,20	66,686	0,0150
0,82	2,2705	0,4404	4,40	81,451	0,0123
0,84	2,3164	0,4317	4,60	99,484	0,0101
0,86	2,3632	0,4232	4,80	121,51	0,0082
0,88	2,4109	0,4148	5,00	148,41	0,0067
0,90	2,4596	0,4066	6,00	403,43	0,0025
0,92	2,5093	0,3985	7,00	1096,6	0,0009
0,94	2,5600	0,3906	8,00	2981,0	0,0003
0,96	2,6117	0,3829	9,00	8103,1	0,0001
0,98	2,6645	0,3753	10,0	22026	0,0000

Die Funktionen $y = 2^x$; $y = 3^x$; $y = 10^x$; $(-2{,}0 \leqq x \leqq 3{,}4)$

x	2^x	3^x	10^x
−2,0	0,250	0,111	0,010
−1,8	0,287	0,138	0,016
−1,6	0,330	0,172	0,025
−1,4	0,379	0,215	0,040
−1,2	0,435	0,268	0,063
−1,0	0,500	0,333	0,100
−0,8	0,574	0,415	0,158
−0,6	0,660	0,517	0,251
−0,4	0,758	0,644	0,398
−0,2	0,870	0,803	0,631
0	1,000	1,000	1,000
0,2	1,149	1,246	1,585
0,4	1,320	1,552	2,512
0,6	1,516	1,933	3,981
0,8	1,741	2,408	6,310
1,0	2,000	3,000	10,00
1,2	2,297	3,737	15,85
1,4	2,639	4,656	25,12
1,6	3,031	5,800	39,81
1,8	3,482	7,225	63,10
2,0	4,000	9,000	100,0
2,2	4,595	11,21	158,5
2,4	5,278	13,97	251,2
2,6	6,063	17,40	398,1
2,8	6,964	21,67	631,0
3,0	8,000	27,00	1000
3,2	9,190	33,63	1585
3,4	10,56	41,90	2512

Die Funktionen $y = \lg x$; $y = \ln x$; $y = \mathrm{ld}\, x$ $(0{,}2 \leqq x \leqq 3{,}2)$

x	$\log_{10} x$	$\log_e x$	$\log_2 x$
0,2	−0,6990	−1,6094	−2,3219
0,4	−0,3979	−0,9163	−1,3219
0,6	−0,2218	−0,5108	−0,7370
0,8	−0,0969	−0,2231	−0,3219
1,0	0,0000	0,0000	0,0000
1,2	0,0792	0,1823	0,2630
1,4	0,1461	0,3365	0,4854
1,6	0,2041	0,4700	0,6781
1,8	0,2553	0,5878	0,8480
2,0	0,3010	0,6931	1,0000
2,2	0,3424	0,7885	1,1375
2,4	0,3802	0,8755	1,2630
2,6	0,4150	0,9555	1,3785
2,8	0,4472	1,0296	1,4854
3,0	0,4771	1,0986	1,5850
3,2	0,5051	1,1632	1,6781

Die Funktionen $y = \lg x$; $y = \ln x$; $y = \mathrm{ld}\, x$ $(3{,}4 \leqq x \leqq 100)$

x	$\log_{10} x$	$\log_e x$	$\log_2 x$	x	$\log_{10} x$	$\log_e x$	$\log_2 x$
3,4	0,5315	1,2238	1,7655	51	1,7076	3,9318	5,6724
3,6	0,5563	1,2809	1,8480	52	1,7160	3,9512	6,7004
3,8	0,5798	1,3350	1,9260	53	1,7243	3,9703	5,7279
4	0,6021	1,3863	2,0000	54	1,7324	3,9890	5,7549
5	0,6990	1,6094	2,3219	55	1,7404	4,0073	5,7814
6	0,7782	1,7918	2,5850	56	1,7482	4,0254	5,8074
7	0,8451	1,9459	2,8074	57	1,7559	4,0431	5,8329
8	0,9031	2,0794	3,0000	58	1,7634	4,0604	5,8580
9	0,9542	2,1972	3,1699	59	1,7709	4,0775	5,8826
10	1,0000	2,3026	3,3219	60	1,7782	4,0943	5,9096
11	1,0414	2,3979	3,4594	61	1,7853	4,1109	5,9307
12	1,0792	2,4849	3,5850	62	1,7924	4,1271	5,9542
13	1,1139	2,5649	3,7004	63	1,7993	4,1431	5,9773
14	1,1461	2,6391	3,8074	64	1,8062	4,1589	6,0000
15	1,1761	2,7081	3,9069	65	1,8129	4,1744	6,0224
16	1,2041	2,7726	4,0000	66	1,8195	4,1897	6,0444
17	1,2304	2,8332	4,0875	67	1,8261	4,2047	6,0661
18	1,2553	2,8904	4,1699	68	1,8325	4,2195	6,0875
19	1,2788	2,9444	4,2479	69	1,8388	4,2341	6,1085
20	1,3010	2,9957	4,3219	70	1,8451	4,2485	6,1293
21	1,3222	3,0445	4,3923	71	1,8513	4,2627	6,1498
22	1,3424	3,0910	4,4594	72	1,8573	4,2767	6,1699
23	1,3617	3,1355	4,5236	73	1,8633	4,2905	6,1898
24	1,3802	3,1781	4,5850	74	1,8692	4,3041	6,2095
25	1,3979	3,2189	4,6439	75	1,8751	4,3175	6,2288
26	1,4150	3,2581	4,7004	76	1,8808	4,3307	6,2479
27	1,4314	3,2958	4,7549	77	1,8865	4,3438	6,2668
28	1,4472	3,3322	4,8074	78	1,8921	4,3567	6,2854
29	1,4624	3,3673	4,8580	79	1,8976	4,3694	6,3038
30	1,4771	3,4012	4,9069	80	1,9031	4,3820	6,3219
31	1,4914	3,4340	4,9542	81	1,9085	4,3944	6,3399
32	1,5051	3,4657	5,0000	82	1,9138	4,4067	6,3575
33	1,5185	3,4965	5,0444	83	1,9191	4,4188	6,3750
34	1,5315	3,5264	5,0875	84	1,9243	4,4308	6,3923
35	1,5441	3,5553	5,1293	85	1,9294	4,4427	6,4094
36	1,5563	3,5835	5,1699	86	1,9345	4,4543	6,4263
37	1,5682	3,6109	5,2095	87	1,9395	4,4659	6,4429
38	1,5798	3,6376	5,2479	88	1,9445	4,4773	6,4594
39	1,5911	3,6636	5,2854	89	1,9494	4,4886	6,4757
40	1,6021	3,6889	5,3219	90	1,9542	4,4998	6,4918
41	1,6128	3,7136	5,3575	91	1,9590	4,5109	6,5078
42	1,6232	3,7377	5,3923	92	1,9638	4,5218	6,5236
43	1,6335	3,7612	5,4263	93	1,9685	4,5326	6,5392
44	1,6435	3,7842	5,4594	94	1,9731	4,5433	6,5546
45	1,6532	3,8067	5,4918	95	1,9777	4,5539	6,5698
46	1,6628	3,8286	5,5236	96	1,9823	4,5643	6,5850
47	1,6721	3,8501	5,5546	97	1,9868	4,5747	6,5999
48	1,6812	3,8712	5,5850	98	1,9912	4,5850	6,6147
49	1,6902	3,8918	5,6147	99	1,9956	4,5951	6,6294
50	1,6990	3,9120	5,6439	100	2,0000	4,6052	6,6439

Vierstellige Mantissen der Logarithmen von 100 bis 499

Zahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00 000	043	087	130	173	217	260	303	346	389
101	00 432	475	518	561	604	647	689	732	775	817
102	860	903	945	988	*030	*072	*115	*157	*199	*242
103	01 284	326	368	410	452	494	536	578	620	662
104	703	745	787	828	870	912	953	995	*036	*078
105	02 119	160	202	243	284	325	366	407	449	490
106	531	572	612	653	694	735	776	816	857	898
107	938	979	*019	*060	*100	*141	*181	*222	*262	*302
108	03 342	383	423	463	503	543	583	623	663	703
109	743	782	822	862	902	941	981	*021	*060	*100
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981

$\lg \pi = 0{,}4971$

Vierstellige Mantissen der Logarithmen von 500 bis 999

Zahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

Die Funktion $y = \ln x$; $1 \leqq x \leqq 499$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
1	2,3026	3979	4849	5649	6391	7081	7726	8332	8904	9444
2	2,9957	*0445	*0910	*1355	*1781	*2189	*2581	*2958	*3322	*3673
3	3,4012	4340	4657	4965	5264	5553	5835	6109	6376	6636
4	3,6889	7136	7377	7612	7842	8067	8286	8501	8712	8918
5	3,9120	9318	9512	9703	9890	*0073	*0254	*0431	*0604	*0775
6	4,0943	1109	1271	1431	1589	1744	1897	2047	2195	2341
7	4,2485	2627	2767	2905	3041	3175	3307	3438	3567	3694
8	3820	3944	4067	4188	4308	4427	4543	4659	4773	4886
9	4998	5109	5218	5326	5433	5539	5643	5747	5850	5951
10	4,6052	6151	6250	6347	6444	6540	6634	6728	6821	6913
11	4,7005	7095	7185	7274	7362	7449	7536	7622	7707	7791
12	7875	7958	8040	8122	8203	8283	8363	8442	8520	8598
13	8675	8752	8828	8903	8978	9053	9127	9200	9273	9345
14	4,9416	9488	9558	9628	9698	9767	9836	9904	9972	*0039
15	5,0106	0173	0239	0304	0370	0434	0499	0562	0626	0689
16	0752	0814	0876	0938	0999	1059	1120	1180	1240	1299
17	5,1358	1417	1475	1533	1591	1648	1705	1761	1818	1874
18	1930	1985	2040	2095	2149	2204	2257	2311	2364	2417
19	2470	2523	2575	2627	2679	2730	2781	2832	2883	2933
20	5,2983	3033	3083	3132	3181	3230	3279	3327	3375	3423
21	5,3471	3519	3566	3613	3660	3706	3753	3799	3845	3891
22	3936	3982	4027	4072	4116	4161	4205	4250	4293	4337
23	4381	4424	4467	4510	4553	4596	4638	4681	4723	4765
24	5,4806	4848	4889	4931	4972	5013	5053	5094	5134	5175
25	5215	5255	5294	5334	5373	5413	5452	5491	5530	5568
26	5607	5645	5683	5722	5759	5797	5835	5872	5910	5947
27	5,5984	6021	6058	6095	6131	6168	6204	6240	6276	6312
28	6348	6384	6419	6454	6490	6525	6560	6595	6630	6664
29	6699	6733	6768	6802	6836	6870	6904	6937	6971	7004
30	5,7038	7071	7104	7137	7170	7203	7236	7268	7301	7333
31	5,7366	7398	7430	7462	7494	7526	7557	7589	7621	7652
32	7683	7714	7746	7777	7807	7838	7869	7900	7930	7961
33	7991	8021	8051	8081	8111	8141	8171	8201	8230	8260
34	5,8289	8319	8348	8377	8406	8435	8464	8493	8522	8551
35	8579	8608	8636	8665	8693	8721	8749	8777	8805	8833
36	8861	8889	8916	8944	8972	8999	9026	9054	9081	9108
37	5,9135	9162	9189	9216	9243	9269	9296	9322	9349	9375
38	9402	9428	9454	9480	9506	9532	9558	9584	9610	9636
39	9661	9687	9713	9738	9764	9789	9814	9839	9865	9890
40	5,9915	9940	9965	9989	*0014	*0039	*0064	*0088	*0113	*0137
41	6,0162	0186	0210	0234	0259	0283	0307	0331	0355	0379
42	0403	0426	0450	0474	0497	0521	0544	0568	0591	0615
43	0638	0661	0684	0707	0730	0753	0776	0799	0822	0845
44	6,0868	0890	0913	0936	0958	0981	1003	1026	1048	1070
45	1092	1115	1137	1159	1181	1203	1225	1247	1269	1291
46	1312	1334	1356	1377	1399	1420	1442	1463	1485	1506
47	6,1527	1549	1570	1591	1612	1633	1654	1675	1696	1717
48	1738	1759	1779	1800	1821	1841	1862	1883	1903	1924
49	1944	1964	1985	2005	2025	2046	2066	2086	2106	2126

$\ln 6 = 1{,}7918$; $\ln 60 = 4{,}0943$; $\ln 0{,}6 = \ln (6:10) = \ln 6 - \ln 10 = 1{,}7918 - 2{,}3026 = -0{,}5108$

Die Funktion $y = \ln x$; $500 \leqq x \leqq 1009$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6,2146	2166	2186	2206	2226	2246	2265	2285	2305	2324
51	6,2344	2364	2383	2403	2422	2442	2461	2480	2500	2519
52	2538	2558	2577	2596	2615	2634	2653	2672	2691	2710
53	2729	2748	2766	2785	2804	2823	2841	2860	2879	2897
54	6,2916	2934	2953	2971	2989	3008	3026	3044	3063	3081
55	3099	3117	3135	3154	3172	3190	3208	3226	3244	3261
56	3279	3297	3315	3333	3351	3368	3386	3404	3421	3439
57	6,3456	3474	3491	3509	3526	3544	3561	3578	3596	3613
58	3630	3648	3665	3682	3699	3716	3733	3750	3767	3784
59	3801	3818	3835	3852	3869	3886	3902	3919	3936	3953
60	6,3969	3986	4003	4019	4036	4052	4069	4085	4102	4118
61	6,4135	4151	4167	4184	4200	4216	4232	4249	4265	4281
62	4297	4313	4329	4345	4362	4378	4394	4409	4425	4441
63	4457	4473	4489	4505	4520	4536	4552	4568	4583	4599
64	6,4615	4630	4646	4661	4677	4693	4708	4723	4739	4754
65	4770	4785	4800	4816	4831	4846	4862	4877	4892	4907
66	4922	4938	4953	4968	4983	4998	5013	5028	5043	5058
67	6,5073	5088	5103	5117	5132	5147	5162	5177	5191	5206
68	5221	5236	5250	5265	5280	5294	5309	5323	5338	5352
69	5367	5381	5396	5410	5425	5439	5453	5468	5482	5497
70	6,5511	5525	5539	5554	5568	5582	5596	5610	5624	5639
71	6,5653	5667	5681	5695	5709	5723	5737	5751	5765	5779
72	5793	5806	5820	5834	5848	5862	5876	5889	5903	5917
73	5930	5944	5958	5971	5985	5999	6012	6026	6039	6053
74	6,6067	6080	6093	6107	6120	6134	6147	6161	6174	6187
75	6201	6214	6227	6241	6254	6267	6280	6294	6307	6320
76	6333	6346	6359	6373	6386	6399	6412	6425	6438	6451
77	6,6464	6477	6490	6503	6516	6529	6542	6554	6567	6580
78	6593	6606	6619	6631	6644	6657	6670	6682	6695	6708
79	6720	6733	6746	6758	6771	6783	6796	6809	6821	6834
80	6,6846	6859	6871	6884	6896	6908	6921	6933	6946	6958
81	6,6970	6983	6995	7007	7020	7032	7044	7056	7069	7081
82	7093	7105	7117	7130	7142	7154	7166	7178	7190	7202
83	7214	7226	7238	7250	7262	7274	7286	7298	7310	7322
84	6,7334	7346	7358	7370	7382	7393	7405	7417	7429	7441
85	7452	7464	7476	7488	7499	7511	7523	7534	7546	7558
86	7569	7581	7593	7604	7616	7627	7639	7650	7662	7673
87	6,7685	7696	7708	7719	7731	7742	7754	7765	7776	7788
88	7799	7811	7822	7833	7845	7856	7867	7878	7890	7901
89	7912	7923	7935	7946	7957	7968	7979	7991	8002	8013
90	6,8024	8035	8046	8057	8068	8079	8090	8101	8112	8123
91	6,8134	8145	8156	8167	8178	8189	8200	8211	8222	8233
92	8244	8255	8265	8276	8287	8298	8309	8320	8330	8341
93	8352	8363	8373	8384	8395	8405	8416	8427	8437	8448
94	6,8459	8469	8480	8491	8501	8512	8522	8533	8544	8554
95	8565	8575	8586	8596	8607	8617	8628	8638	8648	8659
96	8669	8680	8690	8701	8711	8721	8732	8742	8752	8763
97	6,8773	8783	8794	8804	8814	8824	8835	8845	8855	8865
98	8876	8886	8896	8906	8916	8926	8937	8947	8957	8967
99	8977	8987	8997	9007	9017	9027	9037	9048	9058	9068
100	6,9078	9088	9098	9108	9117	9127	9137	9147	9157	9167

$\ln 6000 = \ln (600 \cdot 10) = \ln 600 + \ln 10 = 6{,}3969 + 2{,}3026 = 8{,}6995$

Die Funktionen $y = \sin x$ und $y = \cos x$

$\sin 0° \ldots \sin 45°$

Grad	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9	(1,0)	
0	0	0,00175	00349	00524	00698	00873	0105	0122	0140	0157	0175	89
1	0,0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88
2	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87
3	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86
4	0,0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0872	85
5	0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	1045	84
6	1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	1219	83
7	0,1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	1392	82
8	1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	1564	81
9	1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	1736	**80**
10	0,1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	1908	79
11	0,1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	2079	78
12	2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	2250	77
13	2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	2419	76
14	0,2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	2588	75
15	2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	2756	74
16	2756	2773	2790	2807	2823	2840	2857	2874	2890	2907	2924	73
17	0,2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3090	72
18	3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3256	71
19	3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3420	**70**
20	0,3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567	3584	69
21	0,3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3746	68
22	3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3907	67
23	3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	4067	66
24	0,4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	4226	65
25	4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368	4384	64
26	4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524	4540	63
27	0,4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	4695	62
28	4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	4848	61
29	4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	5000	**60**
30	0,5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135	5150	59
31	0,5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	5299	58
32	5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	5446	57
33	5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	5592	56
34	0,5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	5736	55
35	5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	5878	54
36	5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	6018	53
37	0,6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	6157	52
38	6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	6293	51
39	6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	6428	**50**
40	0,6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547	6561	49
41	0,6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	6691	48
42	6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807	6820	47
43	6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	6947	46
44	0,6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	7071	45
	(1,0)	,9	,8	,7	,6	,5	,4	,3	,2	,1	,0	Grad

Die Funktionen $y = \sin x$ und $y = \cos x$

$\sin 45° \ldots \sin 90°$

Grad	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9	(1,0)	
45	0,7071	7083	7096	7108	7120	7133	7145	7157	7169	7181	7193	44
46	7193	7206	7218	7230	7242	7254	7266	7278	7290	7302	7314	43
47	0,7314	7325	7337	7349	7361	7373	7385	7396	7408	7420	7431	42
48	7431	7443	7455	7466	7478	7490	7501	7513	7524	7536	7547	41
49	7547	7559	7570	7581	7593	7604	7615	7627	7638	7649	7660	40
50	0,7660	7672	7683	7694	7705	7716	7727	7738	7749	7760	7771	39
51	0,7771	7782	7793	7804	7815	7826	7837	7848	7859	7869	7880	38
52	7880	7891	7902	7912	7923	7934	7944	7955	7965	7976	7986	37
53	7986	7997	8007	8018	8028	8039	8049	8059	8070	8080	8090	36
54	0,8090	8100	8111	8121	8131	8141	8151	8161	8171	8181	8192	35
55	8192	8202	8211	8221	8231	8241	8251	8261	8271	8281	8290	34
56	8290	8300	8310	8320	8329	8339	8348	8358	8368	8377	8387	33
57	0,8387	8396	8406	8415	8425	8434	8443	8453	8462	8471	8480	32
58	8480	8490	8499	8508	8517	8526	8536	8545	8554	8563	8572	31
59	8572	8581	8590	8599	8607	8616	8625	8634	8643	8652	8660	30
60	0,8660	8669	8678	8686	8695	8704	8712	8721	8729	8738	8746	29
61	0,8746	8755	8763	8771	8780	8788	8796	8805	8813	8821	8829	28
62	8829	8838	8846	8854	8862	8870	8878	8886	8894	8902	8910	27
63	8910	8918	8926	8934	8942	8949	8957	8965	8973	8980	8988	26
64	0,8988	8996	9003	9011	9018	9026	9033	9041	9048	9056	9063	25
65	9063	9070	9078	9085	9092	9100	9107	9114	9121	9128	9135	24
66	9135	9143	9150	9157	9164	9171	9178	9184	9191	9198	9205	23
67	0,9205	9212	9219	9225	9232	9239	9245	9252	9259	9265	9272	22
68	9272	9278	9285	9291	9298	9304	9311	9317	9323	9330	9336	21
69	9336	9342	9348	9354	9361	9367	9373	9379	9385	9391	9397	20
70	0,9397	9403	9409	9415	9421	9426	9432	9438	9444	9449	9455	19
71	0,9455	9461	9466	9472	9478	9483	9489	9494	9500	9505	9511	18
72	9511	9516	9521	9527	9532	9537	9542	9548	9553	9558	9563	17
73	9563	9568	9573	9578	9583	9588	9593	9598	9603	9608	9613	16
74	0,9613	9617	9622	9627	9632	9636	9641	9646	9650	9655	9659	15
75	9659	9664	9668	9673	9677	9681	9686	9690	9694	9699	9703	14
76	9703	9707	9711	9715	9720	9724	9728	9732	9736	9740	9744	13
77	0,9744	9748	9751	9755	9759	9763	9767	9770	9774	9778	9781	12
78	9781	9785	9789	9792	9796	9799	9803	9806	9810	9813	9816	11
79	9816	9820	9823	9826	9829	9833	9836	9839	9842	9845	9848	10
80	0,9848	9851	9854	9857	9860	9863	9866	9869	9871	9874	9877	9
81	0,9877	9880	9882	9885	9888	9890	9893	9895	9898	9900	9903	8
82	9903	9905	9907	9910	9912	9914	9917	9919	9921	9923	9925	7
83	9925	9928	9930	9932	9934	9936	9938	9940	9942	9943	9945	6
84	0,9945	9947	9949	9951	9952	9954	9956	9957	9959	9960	9962	5
85	9962	9963	9965	9966	9968	9969	9971	9972	9973	9974	9976	4
86	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983	9984	9985	9986	3
87	0,9986	9987	9988	9989	9990	9990	9991	9992	9993	9993	9994	2
88	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	9997	9998	9998	9998	1
89	0,9998	9999	9999	9999	9999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1	0
	(1,0)	,9	,8	,7	,6	,5	,4	,3	,2	,1	,0	Grad

$\cos 0° \ldots \cos 45°$

Die Funktionen $y = \tan x$ und $y = \cot x$

tan 0° ... tan 45°

Grad	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9	(1,0)	
0	0	0,00175	00349	00524	00698	00873	0105	0122	0140	0157	0175	89
1	0,0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88
2	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	0524	87
3	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	0699	86
4	0,0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	0875	85
5	0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	1051	84
6	1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	1228	83
7	0,1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	1405	82
8	1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	1584	81
9	1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	1763	80
10	0,1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926	1944	79
11	0,1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	2126	78
12	2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	2309	77
13	2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	2493	76
14	0,2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661	2679	75
15	2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	2867	74
16	2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3057	73
17	0,3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3249	72
18	3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3443	71
19	3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	3640	70
20	0,3640	3659	3679	3699	3719	3739	3759	3779	3799	3819	3839	69
21	0,3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020	4040	68
22	4040	4061	4081	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224	4245	67
23	4245	4265	4286	4307	4327	4348	4369	4390	4411	4431	4452	66
24	0,4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642	4663	65
25	4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856	4877	64
26	4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073	5095	63
27	0,5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295	5317	62
28	5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520	5543	61
29	5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750	5774	60
30	0,5774	5797	5820	5844	5867	5890	5914	5938	5961	5985	6009	59
31	0,6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224	6249	58
32	6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469	6494	57
33	6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720	6745	56
34	0,6745	6771	6796	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976	7002	55
35	7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239	7265	54
36	7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508	7536	53
37	0,7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785	7813	52
38	7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069	8098	51
39	8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361	8391	50
40	0,8391	8421	8451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662	8693	49
41	0,8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	9004	48
42	9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	9325	47
43	9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	9657	46
44	0,9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	1,0000	45
	(1,0)	,9	,8	,7	,6	,5	,4	,3	,2	,1	,0	Grad

cot 45° ... cot 90°

Die Funktionen $y = \tan x$ und $y = \cot x$

tan 45° ... tan 90°

Grad	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9	(1,0)	
45	1,000	003	007	011	014	018	021	025	028	032	036	44
46	036	039	043	046	050	054	057	061	065	069	072	43
47	1,072	076	080	084	087	091	095	099	103	107	111	42
48	111	115	118	122	126	130	134	138	142	146	150	41
49	150	154	159	163	167	171	175	179	183	188	192	40
50	1,192	196	200	205	209	213	217	222	226	230	235	39
51	1,235	239	244	248	253	257	262	266	271	275	280	38
52	280	285	289	294	299	303	308	313	317	322	327	37
53	327	332	337	342	347	351	356	361	366	371	376	36
54	1,376	381	387	392	397	402	407	412	418	423	428	35
55	428	433	439	444	450	455	460	466	471	477	483	34
56	483	488	494	499	505	511	517	522	528	534	540	33
57	1,540	546	552	558	564	570	576	582	588	594	600	32
58	600	607	613	619	625	632	638	645	651	658	664	31
59	664	671	678	684	691	698	704	711	718	725	732	30
60	1,732	739	746	753	760	767	775	782	789	797	804	29
61	1,804	811	819	827	834	842	849	857	865	873	881	28
62	881	889	897	905	913	921	929	937	946	954	963	27
63	963	971	980	988	997	*006	*014	*023	*032	*041	*050	26
64	2,050	059	069	078	087	097	106	116	125	135	145	25
65	145	154	164	174	184	194	204	215	225	236	246	24
66	246	257	267	278	289	300	311	322	333	344	356	23
67	2,356	367	379	391	402	414	426	438	450	463	475	22
68	475	488	500	513	526	539	552	565	578	592	605	21
69	605	619	633	646	660	675	689	703	718	733	747	20
70	2,747	762	778	793	808	824	840	856	872	888	904	19
71	2,904	921	937	954	971	989	*006	*024	*042	*060	*078	18
72	3,078	096	115	133	152	172	191	211	230	251	271	17
73	271	291	312	333	354	376	398	420	442	465	487	16
74	3,487	511	534	558	582	606	630	655	681	706	732	15
75	732	758	785	812	839	867	895	923	952	981	*011	14
76	4,011	041	071	102	134	165	198	230	264	297	331	13
77	4,331	366	402	437	474	511	548	586	625	665	705	12
78	705	745	787	829	872	915	959	*005	*050	*097	*145	11
79	5,145	193	242	292	343	396	449	503	558	614	671	10
80	5,671	5,730	5,789	5,850	5,912	5,976	6,041	6,107	6,174	6,243	6,314	9
81	6,314	6,386	6,460	6,535	6,612	6,691	6,772	6,855	6,940	7,026	7,115	8
82	7,115	7,207	7,300	7,396	7,495	7,596	7,700	7,806	7,916	8,028	8,144	7
83	8,144	8,264	8,386	8,513	8,643	8,777	8,915	9,058	9,205	9,357	9,514	6
84	9,514	9,677	9,845	10,02	10,20	10,39	10,58	10,78	10,99	11,20	11,43	5
85	11,43	11,66	11,91	12,16	12,43	12,71	13,00	13,30	13,62	13,95	14,30	4
86	14,30	14,67	15,06	15,46	15,89	16,35	16,83	17,34	17,89	18,46	19,08	3
87	19,08	19,74	20,45	21,20	22,02	22,90	23,86	24,90	26,03	27,27	28,64	2
88	28,64	30,14	31,82	33,69	35,80	38,19	40,92	44,07	47,74	52,08	57,29	1
89	57,29	63,66	71,62	81,85	95,49	114,6	143,2	191,0	286,5	573,0	—	0
	(1,0)	,9	,8	,7	,6	,5	,4	,3	,2	,1	,0	Grad

cot 0° ... cot 45°

Umrechnungstafeln: Grad in Min., Sek. und umgekehrt

Grad	Min. Sek.	Grad	Min. Sek.
0,01	0′ 36″	**0,51**	30′ 36″
0,02	1′ 12″	0,52	31′ 12″
0,03	1′ 48″	0,53	31′ 48″
0,04	2′ 24″	0,54	32′ 24″
0,05	3′ 0″	0,55	33′ 0″
0,06	3′ 36″	0,56	33′ 36″
0,07	4′ 12″	0,57	34′ 12″
0,08	4′ 48″	0,58	34′ 48″
0,09	5′ 24″	0,59	35′ 24″
0,10	6′ 0″	**0,60**	36′ 0″
0,11	6′ 36″	0,61	36′ 36″
0,12	7′ 12″	0,62	37′ 12″
0,13	7′ 48″	0,63	37′ 48″
0,14	8′ 24″	0,64	38′ 24″
0,15	9′ 0″	0,65	39′ 0″
0,16	9′ 36″	0,66	39′ 36″
0,17	10′ 12″	0,67	40′ 12″
0,18	10′ 48″	0,68	40′ 48″
0,19	11′ 24″	0,69	41′ 24″
0,20	12′ 0″	**0,70**	42′ 0″
0,21	12′ 36″	0,71	42′ 36″
0,22	13′ 12″	0,72	43′ 12″
0,23	13′ 48″	0,73	43′ 48″
0,24	14′ 24″	0,74	44′ 24″
0,25	15′ 0″	0,75	45′ 0″
0,26	15′ 36″	0,76	45′ 36″
0,27	16′ 12″	0,77	46′ 12″
0,28	16′ 48″	0,78	46′ 48″
0,29	17′ 24″	0,79	47′ 24″
0,30	18′ 0″	**0,80**	48′ 0″
0,31	18′ 36″	0,81	48′ 36″
0,32	19′ 12″	0,82	49′ 12″
0,33	19′ 48″	0,83	49′ 48″
0,34	20′ 24″	0,84	50′ 24″
0,35	21′ 0″	0,85	51′ 0″
0,36	21′ 36″	0,86	51′ 36″
0,37	22′ 12″	0,87	52′ 12″
0,38	22′ 48″	0,88	52′ 48″
0,39	23′ 24″	0,89	53′ 24″
0,40	24′ 0″	**0,90**	54′ 0″
0,41	24′ 36″	0,91	54′ 36″
0,42	25′ 12″	0,92	55′ 12″
0,43	25′ 48″	0,93	55′ 48″
0,44	26′ 24″	0,94	56′ 24″
0,45	27′ 0″	0,95	57′ 0″
0,46	27′ 36″	0,96	57′ 36″
0,47	28′ 12″	0,97	58′ 12″
0,48	28′ 48″	0,98	58′ 48″
0,49	29′ 24″	0,99	59′ 24″
0,50	30′ 0″	**1,00**	60′ 0″

Grad	Sek.
0,001	3,60″
002	7,20″
003	10,80″
004	14,40″
005	18,00″
006	21,60″
007	25,20″
008	28,80″
009	32,40″

Min.	Grad	Sek.	Grad
1′	0,01$\overline{6}$°	1″	0,00 028°
2′	033°	2″	056°
3′	050°	3″	083°
4′	0,06$\overline{6}$°	4″	0,00 111°
5′	083°	5″	139°
6′	100°	6″	167°
7′	0,11$\overline{6}$°	7″	0,00 194°
8′	133°	8″	222°
9′	150°	9″	250°
10′	0,16$\overline{6}$°	10″	0,00 278°
11′	0,18$\overline{3}$°	11″	0,00 306°
12′	200°	12″	333°
13′	21$\overline{6}$°	13″	361°
14′	0,23$\overline{3}$°	14″	0,00 389°
15′	250°	15″	417°
16′	26$\overline{6}$°	16″	444°
17′	0,28$\overline{3}$°	17″	0,00 472°
18′	300°	18″	500°
19′	31$\overline{6}$°	19″	528°
20′	0,33$\overline{3}$°	20″	0,00 556°
21′	0,350°	21″	0,00 583°
22′	366°	22″	611°
23′	383°	23″	639°
24′	0,400°	24″	0,00 667°
25′	41$\overline{6}$°	25″	694°
26′	43$\overline{3}$°	26″	722°
27′	0,450°	27″	0,00 750°
28′	46$\overline{6}$°	28″	778°
29′	483°	29″	806°
30′	0,500°	30″	0,00 833°
31′	0,51$\overline{6}$°	31″	0,00 861°
32′	53$\overline{3}$°	32″	889°
33′	550°	33″	917°
34′	0,56$\overline{6}$°	34″	0,00 944°
35′	58$\overline{3}$°	35″	972°
36′	600°	36″	0,01 000°
37′	0,61$\overline{6}$°	37″	0,01 028°
38′	63$\overline{3}$°	38″	056°
39′	650°	39″	083°
40′	0,66$\overline{6}$°	40″	0,01 111°
41′	0,68$\overline{3}$°	41″	0,01 139°
42′	700°	42″	167°
43′	71$\overline{6}$°	43″	194°
44′	0,73$\overline{3}$°	44″	0,01 222°
45′	750°	45″	250°
46′	76$\overline{6}$°	46″	278°
47′	0,78$\overline{3}$°	47″	0,01 306°
48′	800°	48″	333°
49′	81$\overline{6}$°	49″	361°
50′	0,83$\overline{3}$°	50″	0,01 389°
51′	0,850°	51″	0,01 417°
52′	86$\overline{6}$°	52″	444°
53′	883°	53″	472°
54′	0,900°	54″	0,01 500°
55′	91$\overline{6}$°	55″	528°
56′	933°	56″	556°
57′	0,950°	57″	0,01 583°
58′	96$\overline{6}$°	58″	611°
59′	983°	59″	639°
60′	1,000°	60″	0,01 667°

$$
\begin{aligned}
12{,}514° &= 12° \\
&+ \quad 30′\ 36″ \\
&+ \quad\ \ 14{,}40″ \\
&= 12°\ 30′\ 50{,}40″ \\
&\approx 12°\ 30′\ 50″
\end{aligned}
$$

Der Strich über der 3 bzw. über der 6 bringt die Periode zum Ausdruck.

$$
\begin{aligned}
12°\ 30′\ 50″ &= 12{,}0000° \\
&+ \ 0{,}5000° \\
&+ \ 0{,}0139° \\
&\overline{\qquad\qquad} \\
&12{,}5139°
\end{aligned}
$$

Umrechnungstafeln: α in arc α und umgekehrt

α	arc α	α	arc α	α	arc α
1°	0,0175	51°	0,8901	105°	1,8326
2°	0349	52°	9076	110°	9199
3°	0524	53°	9250	115°	2,0071
4°	0,0698	54°	0,9425	120°	2,0944
5°	0873	55°	9599	125°	1817
6°	1047	56°	9774	130°	2689
7°	0,1222	57°	0,9948	135°	2,3562
8°	1396	58°	1,0123	140°	4435
9°	1571	59°	0297	145°	5307
10°	0,1745	60°	1,0472	150°	2,6180
11°	0,1920	61°	1,0647	155°	2,7053
12°	2094	62°	0821	160°	7925
13°	2269	63°	0996	165°	8798
14°	0,2443	64°	1,1170	170°	2,9671
15°	2618	65°	1345	175°	3,0543
16°	2793	66°	1519	180°	1416
17°	0,2967	67°	1,1694	185°	3,2289
18°	3142	68°	1868	190°	3161
19°	3316	69°	2043	195°	4034
20°	0,3491	70°	1,2217	200°	3,4907
21°	0,3665	71°	1,2392	205°	3,5779
22°	3840	72°	2566	210°	6652
23°	4014	73°	2741	215°	7525
24°	0,4189	74°	1,2915	220°	3,8397
25°	4363	75°	3090	225°	9270
26°	4538	76°	3265	230°	4,0143
27°	0,4712	77°	1,3439	235°	4,1015
28°	4887	78°	3614	240°	1888
29°	5061	79°	3788	245°	2761
30°	0,5236	80°	1,3963	250°	4,3633
31°	0,5411	81°	1,4137	255°	4,4506
32°	5585	82°	4312	260°	5379
33°	5760	83°	4486	265°	6251
34°	0,5934	84°	1,4661	270°	4,7124
35°	6109	85°	4835	275°	7997
36°	6283	86°	5010	280°	8869
37°	0,6458	87°	1,5184	285°	4,9742
38°	6632	88°	5359	290°	5,0615
39°	6807	89°	5533	295°	1487
40°	0,6981	90°	1,5708	300°	5,2360
41°	0,7156	91°	1,5882	310°	5,4105
42°	7330	92°	6057	315°	4978
43°	7505	93°	6232	320°	5851
44°	0,7679	94°	1,6406	325°	5,6723
45°	7854	95°	6581	330°	7596
46°	8029	96°	6755	335°	8469
47°	0,8203	97°	1,6930	340°	5,9341
48°	8378	98°	7104	345°	6,0214
49°	8552	99°	7279	350°	1087
50°	0,8727	100°	1,7453	360°	6,2832

Am Kreis mit Radius r ist die dem Mittelpunktswinkel α zugeordnete Bogenlänge $b = r \cdot \operatorname{arc}\alpha = r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°}$

arc 23,12°	arc 318°	arc α = 0,4035
= 0,4014	= 5,4978	23° △ 0,4014
+ 0,002094	+ 0,0524	+ 0,12° △ 0,00209
≈ 0,4035	5,5502	= 23,12° △ 0,4035

arc α	α	arc α	α
0,00	0,00°	1,02	58,44°
		1,04	59,59°
0,02	1,15°	1,06	60,73°
0,04	2,29°	1,08	61,88°
0,06	3,44°		
0,08	4,58°	1,10	63,03°
0,10	5,73°	1,12	64,17°
		1,14	65,32°
0,12	6,88°	1,16	66,46°
0,14	8,02°	1,18	67,61°
0,16	9,17°		
0,18	10,31°	1,20	68,75°
0,20	11,46°	1,22	69,90°
		1,24	71,05°
0,22	12,61°	1,26	72,19°
0,24	13,75°	1,28	73,34°
0,26	14,90°		
0,28	16,04°	1,30	74,48°
0,30	17,19°	1,32	75,63°
		1,34	76,78°
0,32	18,33°	1,36	77,92°
0,34	19,48°	1,38	79,07°
0,36	20,63°		
0,38	21,77°	1,40	80,21°
0,40	22,92°	1,42	81,36°
		1,44	82,51°
0,42	24,06°	1,46	83,65°
0,44	25,21°	1,48	84,80°
0,46	26,36°		
0,48	27,50°	1,5	85,94°
0,50	28,65°	1,6	91,67°
		1,8	103,13°
0,52	29,79°		
0,54	30,94°	2,0	114,59°
0,56	32,09°		
0,58	33,23°	2,2	126,05°
		2,4	137,51°
0,60	34,38°	2,6	148,97°
		2,8	160,43°
0,62	35,52°	3,0	171,89°
0,64	36,67°		
0,66	37,82°	3,2	183,35°
0,68	38,96°	3,4	194,81°
		3,6	206,26°
0,70	40,11°	3,8	217,72°
0,72	41,25°	4,0	229,18°
0,74	42,40°		
0,76	43,54°	4,2	240,64°
0,78	44,69°	4,4	252,10°
		4,6	263,56°
0,80	45,84°	4,8	275,02°
0,82	46,98°	5,0	286,48°
0,84	48,13°		
0,86	49,27°	5,2	297,94°
0,88	50,42°	5,4	309,40°
		5,6	320,86°
0,90	51,57°	5,8	332,32°
0,92	52,71°	6,0	343,77°
0,94	53,86°		
0,96	55,00°	7,0	401,07°
0,98	56,15°	8,0	458,37°
1,00	57,30°	10,0	572,96°

Die Funktionen $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ $(0{,}0 \leqq x \leqq 8{,}0)$

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0,00	0,00	1,00	0,00
0,02	0,02	1,00	0,02
0,04	0,04	1,00	0,04
0,06	0,06	1,00	0,06
0,08	0,08	1,00	0,08
0,10	0,10	1,00	0,10
0,12	0,12	0,99	0,12
0,14	0,14	0,99	0,14
0,16	0,16	0,99	0,16
0,18	0,18	0,98	0,18
0,20	0,20	0,98	0,20
0,22	0,22	0,98	0,22
0,24	0,24	0,97	0,24
0,26	0,26	0,97	0,27
0,28	0,28	0,96	0,29
0,30	0,30	0,96	0,31
0,32	0,31	0,95	0,33
0,34	0,33	0,94	0,35
0,36	0,35	0,94	0,38
0,38	0,37	0,93	0,40
0,40	0,39	0,92	0,42
0,42	0,41	0,91	0,45
0,44	0,43	0,90	0,47
0,46	0,44	0,90	0,50
0,48	0,46	0,89	0,52
0,50	0,48	0,88	0,55
0,52	0,50	0,87	0,57
0,54	0,51	0,86	0,60
0,56	0,53	0,85	0,63
0,58	0,55	0,84	0,66
0,60	0,56	0,83	0,68
0,62	0,58	0,81	0,71
0,64	0,60	0,80	0,74
0,66	0,61	0,79	0,78
0,68	0,63	0,78	0,81
0,70	0,64	0,76	0,84
0,72	0,66	0,75	0,88
0,74	0,67	0,74	0,91
0,76	0,69	0,72	0,95
0,78	0,70	0,71	0,99
0,80	0,72	0,70	1,03
0,82	0,73	0,68	1,07
0,84	0,74	0,67	1,12
0,86	0,76	0,65	1,16
0,88	0,77	0,64	1,21
0,90	0,78	0,62	1,26
0,92	0,80	0,61	1,31
0,94	0,81	0,59	1,37
0,96	0,82	0,57	1,43
0,98	0,83	0,56	1,49
1,00	0,84	0,54	1,56

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
1,00	0,84	0,54	1,56
1,02	0,85	0,52	1,63
1,04	0,86	0,51	1,70
1,06	0,87	0,49	1,78
1,08	0,88	0,47	1,87
1,10	0,89	0,45	1,96
1,12	0,90	0,44	2,07
1,14	0,91	0,42	2,18
1,16	0,92	0,40	2,30
1,18	0,92	0,38	2,43
1,20	0,93	0,36	2,57
1,22	0,94	0,34	2,73
1,24	0,95	0,32	2,91
1,26	0,95	0,31	3,11
1,28	0,96	0,29	3,34
1,30	0,96	0,27	3,60
1,32	0,97	0,25	3,90
1,34	0,97	0,23	4,26
1,36	0,98	0,21	4,67
1,38	0,98	0,19	5,18
1,40	0,99	0,17	5,80
1,42	0,99	0,15	6,58
1,44	0,99	0,13	7,60
1,46	0,99	0,11	8,99
1,48	1,00	0,09	11,0
1,50	1,00	0,07	14,1
1,52	1,00	0,05	19,7
1,54	1,00	0,03	32,5
1,56	1,00	0,01	92,6
1,571	1,00	0,00	—
1,58	1,00	— 0,01	— 109
1,60	1,00	— 0,03	— 34,2
1,62	1,00	— 0,05	— 20,3
1,64	1,00	— 0,07	— 14,4
1,66	1,00	— 0,09	— 11,2
1,68	0,99	— 0,11	— 9,12
1,70	0,99	— 0,13	— 7,70
1,72	0,99	— 0,15	— 6,65
1,74	0,99	— 0,17	— 5,85
1,76	0,98	— 0,19	— 5,22
1,78	0,98	— 0,21	— 4,71
1,80	0,97	— 0,23	— 4,29
1,82	0,97	— 0,25	— 3,93
1,84	0,96	— 0,27	— 3,62
1,86	0,96	— 0,29	— 3,36
1,88	0,95	— 0,30	— 3,13
1,90	0,95	— 0,32	— 2,93
1,92	0,94	— 0,34	— 2,75
1,94	0,93	— 0,36	— 2,58
1,96	0,93	— 0,38	— 2,44
1,98	0,92	— 0,40	— 2,31

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
2,00	0,91	— 0,42	— 2,19
2,1	0,86	— 0,50	— 1,71
2,2	0,81	— 0,59	— 1,37
2,3	0,75	— 0,67	— 1,12
2,4	0,68	— 0,74	— 0,92
2,5	0,60	— 0,80	— 0,75
2,6	0,52	— 0,86	— 0,60
2,7	0,43	— 0,90	— 0,47
2,8	0,33	— 0,94	— 0,36
2,9	0,24	— 0,97	— 0,25
3,0	0,14	— 0,99	— 0,14
3,1	0,04	— 1,00	— 0,04
3,142	0,00	— 1,00	0,00
3,2	— 0,06	— 1,00	0,06
3,3	— 0,16	— 0,99	0,16
3,4	— 0,26	— 0,97	0,26
3,5	— 0,35	— 0,94	0,37
3,6	— 0,44	— 0,90	0,49
3,7	— 0,53	— 0,85	0,62
3,8	— 0,61	— 0,79	0,77
3,9	— 0,69	— 0,73	0,95
4,0	— 0,76	— 0,65	1,16
4,1	— 0,82	— 0,57	1,42
4,2	— 0,87	— 0,49	1,78
4,3	— 0,92	— 0,40	2,29
4,4	— 0,95	— 0,31	3,10
4,5	— 0,98	— 0,21	4,64
4,6	— 0,99	— 0,11	8,86
4,7	— 1,00	— 0,01	80,7
4,712	— 1,00	0,00	—
4,8	— 1,00	0,09	— 11,4
4,9	— 0,98	0,19	— 5,27
5,0	— 0,96	0,28	— 3,38
5,1	— 0,93	0,38	— 2,45
5,2	— 0,88	0,47	— 1,89
5,3	— 0,83	0,55	— 1,50
5,4	— 0,77	0,63	— 1,22
5,5	— 0,71	0,71	— 1,00
5,6	— 0,63	0,78	— 0,81
5,7	— 0,55	0,83	— 0,66
5,8	— 0,46	0,89	— 0,52
5,9	— 0,37	0,93	— 0,40
6,0	— 0,28	0,96	— 0,29
6,1	— 0,18	0,98	— 0,19
6,2	— 0,08	1,00	— 0,08
6,286	0,00	1,00	0,00
6,3	0,02	1,00	0,02
6,5	0,22	0,98	0,22
7,0	0,66	0,75	0,87
7,5	0,94	0,34	2,73
8,0	0,99	— 0,15	— 6,80

Die halbfett grün gedruckten Zeilen entsprechen in der Reihenfolge 0; $0{,}5\pi$; π; $1{,}5\pi$; 2π.

Griechisches Alphabet

Buchstabe		Name, Aussprache	Buchstabe		Name, Aussprache	Buchstabe		Name, Aussprache
A	α	Alpha	I	ι	Jota	P	ϱ	Rho
B	β	Beta	K	$\varkappa$	Kappa	Σ	$\sigma\ \varsigma$	Sigma
Γ	γ	Gamma	Λ	λ	Lambda	T	τ	Tau
Δ	δ	Delta	M	μ	My	Y	υ	Ypsilon
E	ε	Epsilon	N	ν	Ny	Φ	φ	Phi
Z	ζ	Zeta	Ξ	ξ	Xi	X	χ	Chi
H	η	Eta	O	o	Omikron	Ψ	ψ	Psi
Θ	ϑ	Theta	Π	π	Pi	Ω	ω	Omega

Deutsches (Fraktur-)Alphabet

Anti-qua	Fraktur Schrift	Fraktur Druck	Anti-qua	Fraktur Schrift	Fraktur Druck	Anti-qua	Fraktur Schrift	Fraktur Druck	Anti-qua	Fraktur Schrift	Fraktur Druck
A, a	$\mathfrak{A}, \mathfrak{a}$	A, a	H, h	$\mathfrak{H}, \mathfrak{h}$	$\mathfrak{H}$, h	N, n	$\mathfrak{N}, \mathfrak{n}$	$\mathfrak{N}$, n	T, t	$\mathfrak{T}, \mathfrak{t}$	$\mathfrak{T}$, t
B, b	$\mathfrak{B}, \mathfrak{b}$	$\mathfrak{B}$, b	I, i	$\mathfrak{J}, \mathfrak{i}$	$\mathfrak{I}$, i	O, o	$\mathfrak{O}, \mathfrak{o}$	$\mathfrak{O}$, o	U, u	$\mathfrak{U}, \mathfrak{u}$	$\mathfrak{U}$, u
C, c	$\mathfrak{C}, \mathfrak{c}$	$\mathfrak{C}$, c	J, j	$\mathfrak{J}, \mathfrak{j}$	$\mathfrak{J}$, j	P, p	$\mathfrak{P}, \mathfrak{p}$	$\mathfrak{P}$, p	V, v	$\mathfrak{V}, \mathfrak{v}$	$\mathfrak{V}$, v
D, d	$\mathfrak{D}, \mathfrak{d}$	$\mathfrak{D}$, d	K, k	$\mathfrak{K}, \mathfrak{k}$	$\mathfrak{K}$, k	Q, q	$\mathfrak{Q}, \mathfrak{q}$	$\mathfrak{Q}$, q	W, w	$\mathfrak{W}, \mathfrak{w}$	$\mathfrak{W}$, w
E, e	$\mathfrak{E}, \mathfrak{e}$	$\mathfrak{E}$, e	L, l	$\mathfrak{L}, \mathfrak{l}$	$\mathfrak{L}$, l	R, r	$\mathfrak{R}, \mathfrak{r}$	$\mathfrak{R}$, r	X, x	$\mathfrak{X}, \mathfrak{x}$	$\mathfrak{X}$, x
F, f	$\mathfrak{F}, \mathfrak{f}$	$\mathfrak{F}$, f	M, m	$\mathfrak{M}, \mathfrak{m}$	$\mathfrak{M}$, m	S, s	$\mathfrak{S}, ſ$	$\mathfrak{S}$, ſ	Y, y	$\mathfrak{Y}, \mathfrak{y}$	$\mathfrak{Y}$, y
G, g	$\mathfrak{G}, \mathfrak{g}$	$\mathfrak{G}$, g							Z, z	$\mathfrak{Z}, \mathfrak{z}$	$\mathfrak{Z}$, z

Römische Zahlzeichen

I	1	V	5	X	10	L	50	C	100	D	500	M	1000

I	1	II	2	III	3	IV	4	V	5	VI	6	VII	7
XX	20	XXX	30	XL	40	L	50	LX	60	LXX	70	LXXX	80
CC	200	CCC	300	CD	400	D	500	DC	600	DCC	700	DCCC	800

VIII	8	IX	9	X	10		
XC	90	IC	99	C	100		
CM	900	XM	990	M	1000		

Klammern (Hierbei sind *a*, *b*, *c* und *d* reelle Zahlen)

Addition: $a + (b + c) = a + b + c$; $a + (b - c) = a + b - c$

Subtraktion: $a - (b + c) = a - b - c$; $a - (b - c) = a - b + c$

Multiplikation: $a(b + c) = ab + ac$; $a(b - c) = ab - ac$

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$; $(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$

$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$; $(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$

Spezialfall: binomische Formeln $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Division: $(a + b) : c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}\ (c \neq 0)$; $(a - b) : c = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}\ (c \neq 0)$

Prozent- und Zinsrechnung

$\frac{P}{p} = \frac{G}{100}$ (Grundbetrag *G*, Prozentwert *P*, Prozentsatz *p*)

$\frac{Z}{p} = \frac{G}{100}$ (Grundbetrag G, Zinsen Z, Zinssatz *p*, Zeit *t*)

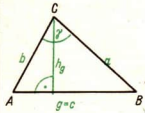
Bei unverändertem Grundbetrag und Auszahlung der Zinsen nach jeweils 1 Jahr Laufzeit gilt:

Zinsen für 1 Jahr: $Z = \frac{G \cdot p}{100}$; für *t* Jahre: $Z = \frac{G \cdot p \cdot t}{100}$; für *t* Tage: $Z = \frac{G \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$

Ebene Figuren

A Flächeninhalt, u Umfang

Dreieck



$$A = \frac{g\,h_g}{2} = \frac{1}{2}\,ab\sin\gamma$$

$$u = a + b + c$$

$$h_a : h_b = \frac{1}{a} : \frac{1}{b}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

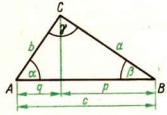
(Sinussatz)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma$$

(Kosinussatz)

Rechtwinkliges Dreieck

(γ sei 90°)



$$A = \frac{ab}{2}$$

$$u = a + b + c$$

$$h^2 = pq \text{ (Höhensatz)}$$

$$a^2 = pc;\ b^2 = qc \text{ (Kathetensatz)}$$

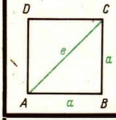
$$a^2 + b^2 = c^2$$

(Satz des Pythagoras)

$$\sin\alpha = \cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$\tan\alpha = \cot\beta = \frac{a}{b}$$

Quadrat

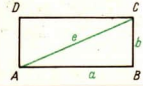


$$A = a^2$$

$$u = 4a$$

$$e = a\sqrt{2}$$

Rechteck

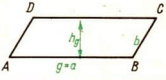


$$A = ab$$

$$u = 2\,(a + b)$$

$$e = \sqrt{a^2 + b^2}$$

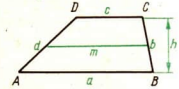
Parallelogramm



$$A = gh_g$$

$$u = 2\,(g + b)$$

Trapez

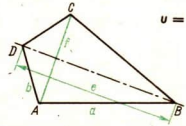


$$A = \frac{a + c}{2}\,h$$

$$= mh$$

$$u = a + b + c + d$$

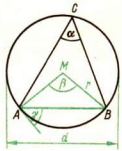
Drachenviereck



$$A = \frac{1}{2}\,ef$$

$$u = 2\,(a + b)$$

Kreis



$$A = \pi r^2 \ (\nearrow 14, 15)$$

$$= \frac{\pi}{4}\,d^2$$

$$u = 2\pi r \ (\nearrow 12, 13)$$

$$= \pi d$$

α Peripheriewinkel

β Zentriwinkel (über der Sehne $\overline{AB}$)

γ Sehnentangentenwinkel

$$\alpha = \gamma;\ \alpha = \frac{\beta}{2}$$

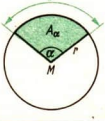
Kreisbogen

$$\frac{b}{u} = \frac{\alpha}{360°}$$

$$b = r \cdot \operatorname{arc}\alpha$$

$$= r\,\frac{\alpha \cdot \pi}{180°} \ (\nearrow 29)$$

Kreisausschnitt (Kreissektor)



$$\frac{A_\alpha}{A} = \frac{\alpha}{360°}$$

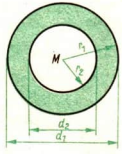
$$A_\alpha = \frac{1}{2}\,br$$

$$= \frac{1}{4}\,bd$$

$$u = 2r + b$$

$$= d + b$$

Kreisring



$$A = \pi\,(r_1^2 - r_2^2),$$

falls $r_1 > r_2$

$$A = \frac{\pi}{4}\,(d_1^2 - d_2^2)$$

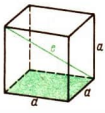
$$= \frac{\pi}{4}\,(d_1 + d_2)(d_1 - d_2),$$

falls $d_1 > d_2$

Körper

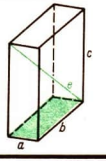
V Volumen, A_O Oberfläche, A_G Grundfläche, A_M Mantel

Würfel



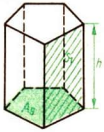
$V = a^3$
$A_O = 6a^2$
$A_M = 4a^2$
$e = a\sqrt{3}$

Quader



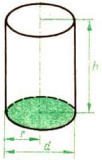
$V = abc$
$A_O = 2(ab + ac + bc)$
$A_M = 2(ac + bc)$
$e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Prisma



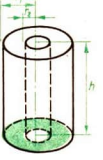
$V = A_G h$
$A_O = 2A_G + A_M$
$A_M = S_1 + S_2 + \ldots + S_n$

Kreiszylinder



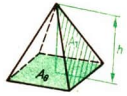
$V = \pi r^2 h$
$= \frac{\pi}{4} d^2 h$
$A_O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$
$= \frac{\pi}{2} d^2 + \pi d h$
$A_M = \pi d h$
$= 2\pi r h$

Hohlzylinder



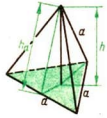
$V = \pi h(r_1^2 - r_2^2)$,
falls $r_1 > r_2$
$A_O = 2\pi r_1 h + 2\pi r_2 h$
$+ 2\pi(r_1^2 - r_2^2)$,
falls $r_1 > r_2$
$A_M = 2\pi r_1 h + 2\pi r_2 h$,
falls $r_1 > r_2$

Pyramide



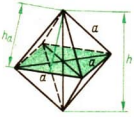
$V = \frac{1}{3} A_G h$
$A_O = A_G + A_M$
$A_M = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$

Reguläres Tetraeder



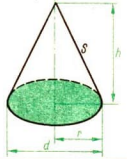
$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2}$
$A_O = a^2\sqrt{3}$
$A_M = \frac{3}{4} a^2\sqrt{3}$
$A_G = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$
$h_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
$h = \frac{a}{3}\sqrt{6}$

Reguläres Oktaeder



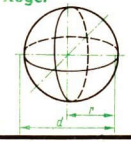
$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$
$A_O = 2a^2\sqrt{3}$
$A_G = a^2$
$h_a = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
$h = a\sqrt{2}$

Kreiskegel



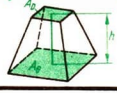
$V = \frac{1}{12}\pi d^2 h$
$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$A_O = \frac{\pi}{4} d(d + 2s)$
$= \pi r(r + s)$
$A_M = \frac{\pi}{2} ds = \pi rs$
$s^2 = r^2 + h^2$

Kugel



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{1}{6}\pi d^3$
$A_O = 4\pi r^2$
$= \pi d^2$

Pyramidenstumpf



$$V = \frac{1}{3} h \left(A_G + \sqrt{A_G A_D} + A_D\right)$$

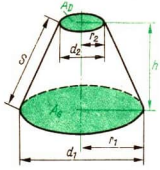
$$A_O = A_G + A_D + A_M$$

$$A_M = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$$

Falls A_G und A_D nicht übermäßig voneinander abweichen, gilt folgende Näherung:

$$V \approx \frac{A_G + A_D}{2} h .$$

Kreiskegelstumpf



$$V = \frac{\pi}{12} h(d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2)$$

$$= \frac{\pi}{3} h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$A_O = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi s(r_1 + r_2)$$

$$A_M = \pi s(r_1 + r_2)$$

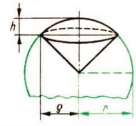
$$s^2 = (r_1 - r_2)^2 + h^2,$$

falls $r_1 > r_2$

Falls A_G und A_D nicht übermäßig voneinander abweichen, gilt folgende Näherung:

$$V \approx \frac{\pi}{2} h(r_1^2 + r_2^2).$$

Kugelausschnitt (Kugelsektor)



$$V = \frac{2\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{6} d^2 h$$

$$A_O = \pi \varrho r + 2\pi r h$$

Kugelkappe (ohne Grundkreis) $A = 2\pi r h = \pi d h$

$$\varrho^2 = r^2 - (r - h)^2 = 2rh - h^2$$

Gleichungen

Lineare Gleichungen (↗ Begriffserklärungen Seite 37)

		Lösung:
Eine Gleichung mit einer Variablen	Normalform: $ax + b = 0$ (a, b konstant; $a \neq 0$)	$x = -\frac{b}{a}$
Eine Gleichung mit zwei Variablen	$ax + by = c$ (a, b, c konstant; $b \neq 0$)	Man setzt in die Gleichung $y = -\frac{a}{b} x + \frac{c}{b}$ für x beliebige Werte ein und rechnet die entsprechenden Werte für y aus. Jedes Paar $[x;y]$ ist Lösung.
Zwei Gleichungen mit zwei Variablen	(1) $a_1 x + b_1 y = c_1$ (2) $a_2 x + b_2 y = c_2$ (a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 und c_2 konstant; $a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$)	$x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$; $y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$

Monotoniegesetze für lineare Ungleichungen (a, b, c reelle Zahlen)

Wenn $a < b$, so $a + c < b + c$	Wenn $a < b$ und $c > 0$, so $a \cdot c < b \cdot c$ und $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
und $a - c < b - c$.	Wenn $a < b$ und $c < 0$, so $a \cdot c > b \cdot c$ und $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Quadratische Gleichungen

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$; a, b, c konstant)

Normalform:

$x^2 + px + q = 0$

mit $p = \frac{b}{a}$ und $q = \frac{c}{a}$

Lösung:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Diskriminante

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

Im Falle $D > 0$ zwei reelle Lösungen.
Im Falle $D = 0$ eine (zweifache) reelle Lösung.
Im Falle $D < 0$ keine reelle Lösung.

Zerlegung in Linearfaktoren: $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$

VIETAscher Wurzelsatz: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = q$

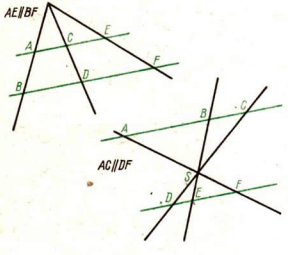
Exponentialgleichungen

$a^x = b$ ($a > 0$; $a \neq 1$; $b > 0$)

Lösung: $x = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Ähnlichkeit

Strahlensatz



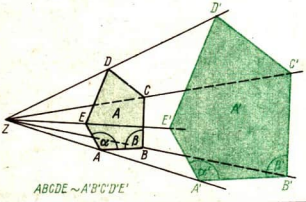
1. Teil	2. Teil	3. Teil
$\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}}$	$\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}}$	$\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{DF}}$
$\frac{\overline{SA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{CD}}$	$\frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}}$	$\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BF}}$
$\frac{\overline{SB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SD}}{\overline{CD}}$		$\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{BF}}$
$\frac{\overline{SD}}{\overline{SC}} = \frac{\overline{SF}}{\overline{SA}}$	$\frac{\overline{SD}}{\overline{SC}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{AC}}$	$\frac{\overline{DE}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$
	$\frac{\overline{SE}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$	$\frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$
		$\frac{\overline{EF}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

Die Vielecke $ABCDE$ und $A'B'C'D'E'$ sind ähnlich, denn es gilt:

(1) $\alpha' = \alpha$; $\beta' = \beta$; $\gamma' = \gamma$; $\delta' = \delta$; $\varepsilon' = \varepsilon$ und

(2) $\overline{A'B'} = k \cdot \overline{AB}$; $\overline{B'C'} = k \cdot \overline{BC}$; $\overline{C'D'} = k \cdot \overline{CD}$; $\overline{D'E'} = k \cdot \overline{DE}$; $\overline{E'A'} = k \cdot \overline{EA}$.

Streckung $\left(Z; \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\right)$



Ähnlichkeitszentrum Z

Ähnlichkeitsfaktor $k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ ($k \neq 0$)

Die Kongruenz ist ein Spezialfall der Ähnlichkeit mit $k = 1$.

Für den Umfang u' des Vielecks $A'B'C'D'E'$ gilt $u' = k \cdot u$.

Für den Flächeninhalt des Vielecks $A'B'C'D'E'$ gilt $A' = k^2 \cdot A$.

Entsprechend gilt für zwei Körper, die den Ähnlichkeitsfaktor k besitzen:

$A_O' = k^2 \cdot A_O$

und

$V' = k^3 \cdot V$.

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren } a}$ ($n > 1$, natürlich; a beliebig reell)

$0^n = 0$ ($n \neq 0$); 0^0 nicht erklärt

Definitionen: $a^1 = a$; $\quad a^0 = 1 (a \neq 0)$; $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$

Sätze: Wenn m, n ganzzahlig und a, b beliebig reell, aber ungleich Null, so gilt:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $\quad a^m : a^n = a^{m-n}$

$a^m \cdot b^m = (ab)^m$; $\quad a^m : b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$; $\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Potenzen mit rationalen Exponenten

Definition der Wurzel: $\sqrt[n]{a}$ ($a \geqq 0$; n natürlich; $n \geqq 1$) ist diejenige nichtnegative reelle Zahl b, für die gilt: $b^n = a$.

Definitionen: $\sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}}$ ($n > 0$; n natürlich; $b \geqq 0$, b reell)

$a^{\frac{p}{q}} = (a^p)^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ (p, q ganzzahlig, $q > 0$; $a > 0$, a reell).

Sätze: Für alle positiven reellen Zahlen a, b und alle ganzen Zahlen m, n, p, q ($n \neq 0$, $q \neq 0$) gilt:

$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$; $\quad a^{\frac{m}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}-\frac{p}{q}}$; $\quad \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot q}}$

$a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = (a \cdot b)^{\frac{m}{n}}$; $\quad a^{\frac{m}{n}} : b^{\frac{m}{n}} = (a : b)^{\frac{m}{n}}$

Im Falle $m = 1$ gelten folgende Spezialfälle (Wurzelgesetze):

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $(a \geqq 0;\ b \geqq 0)$; $\quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $(a \geqq 0;\ b > 0)$

$\sqrt[q]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[n \cdot q]{a}$ $(a \geqq 0)$; $\quad \left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ $(a \geqq 0)$

Potenzen mit beliebigen reellen Exponenten

Bei positiver Basis gelten die obengenannten Formeln für Potenzen mit reellen Exponenten.

Logarithmen

Definitionen: Es sei $a^n = b$; dann ist $n = \log_a b$ (a, b positiv; $a \neq 1$).

Beachte: $a^{\log_a b} = b$

$\log_a 1 = 0$ $(a \neq 1$, positiv)

$\log_1 a$ nicht erklärt

Sätze: Wenn b, b_1, $b_2 > 0$ und r beliebig reell, so gilt für alle $a > 0$, $a \neq 1$:

$\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$; $\quad \log_a b^r = r \cdot \log_a b$

$\log_a\left(\frac{b_1}{b_2}\right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$; $\quad \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$.

Wenn a, b, $c > 0$, aber ungleich 1, gilt:

$\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$; $\quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

Speziell folgt daraus:

$\ln c = \frac{\lg c}{\lg e} \approx 2{,}30259 \cdot \lg c$; $\quad \lg c = \ln c \cdot \lg e \approx 0{,}43429 \cdot \ln c$.

Runden

Der betreffenden Grundziffer (im nebenstehenden Beispiel mit „↓“ gekennzeichnet) folgt unmittelbar

- eine 1, 2, 3 oder 4: Abrunden $\overset{\downarrow}{8}16 \approx 800$; $\overset{\downarrow}{8}26 \approx 800$; $\overset{\downarrow}{8}36 \approx 800$; $\overset{\downarrow}{8}46 \approx 800$
- eine 6, 7, 8 oder 9: Aufrunden $\overset{\downarrow}{8}66 \approx 900$; $\overset{\downarrow}{8}76 \approx 900$; $\overset{\downarrow}{8}86 \approx 900$; $\overset{\downarrow}{8}96 \approx 900$
- eine 5 und weitere Grundziffern, die nicht sämtlich gleich Null sind: Aufrunden $\overset{\downarrow}{8}56 \approx 900$

Gerade-Zahl-Regel

- eine 5 und dann nur Nullen und die betreffende Grundziffer „↓“ stellt eine gerade Zahl dar: Abrunden $\frac{1}{8} = 0{,}1\overset{\downarrow}{2}50 \approx 0{,}12$
- eine 5 und dann nur Nullen und die betreffende Grundziffer „↓“ stellt eine ungerade Zahl dar: Aufrunden $\frac{3}{8} = 0{,}3\overset{\downarrow}{7}50 \approx 0{,}38$

Im Bankwesen und Geschäftsleben wird eine Zahl, die auf die Grundziffer 5 endet, stets aufgerundet.

Abbildungen und Funktionen

Paar	Paar heißt eine Menge, die aus zwei Elementen besteht.	$\{a, b\}$
Geordnetes Paar	Geordnetes Paar heißt eine Menge, die aus zwei Elementen besteht und bei der die Reihenfolge der Elemente festgelegt ist.	$[a, b]$
Term	Terme sind gewisse Zeichen bzw. gewisse Zusammensetzungen von Zeichen.	„3“; „a“ „$a + b$“; „$\sqrt{9}$“
Gleichung	Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind.	
Ungleichung	Eine Ungleichung besteht aus zwei Termen, die durch das Zeichen $>$ bzw. $<$ verbunden sind.	
Äquivalente Gleichungen	Zwei Gleichungen heißen bezüglich eines Zahlenbereichs zueinander äquivalent genau dann, wenn sie in diesem Zahlenbereich die gleiche Lösungsmenge besitzen.	
Abbildung	Abbildung *aus* einer Menge X *in* eine Menge Y heißt irgendeine Teilmenge F aller möglichen geordneten Paare $[x_i, y_j]$, wobei $x_i \in X$ und $y_j \in Y$ (Bild 37/1).	
Eindeutige Abbildung	Die Abbildung heißt *eindeutig*, wenn jedem Element von X *genau ein* Element von Y zugeordnet wird (Bild 37/2).	
Eineindeutige Abbildung	Die Abbildung heißt *eineindeutig*, wenn jedem Element von X genau ein Element von Y zugeordnet ist *und* wenn darüber hinaus jedes Element von Y genau einem Element von X zugeordnet ist (Bild 37/3).	
Funktion	Eine Menge geordneter Paare $[x, y]$ mit $x \in X$ und $y \in Y$, die eine eindeutige Abbildung der Menge X auf die Menge Y ist, heißt Funktion.	
Nullstelle (einer ganzen rationalen Funktion)	Eine Zahl aus dem Definitionsbereich einer Funktion, der bei dieser Funktion die Zahl Null zugeordnet ist, heißt Nullstelle der Funktion.	

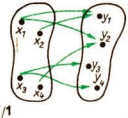


Bild 37/1

$F = \{[x_1, y_1]; [x_1, y_2]; [x_2, y_1]; [x_3, y_3]; [x_3, y_4]; [x_4, y_2]\}$

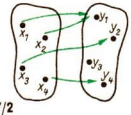


Bild 37/2

$F = \{[x_1, y_1]; [x_2, y_1]; [x_3, y_2]; [x_4, y_4]\}$

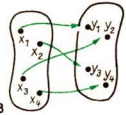


Bild 37/3

$F = \{[x_1, y_1]; [x_2, y_3]; [x_3, y_2]; [x_4, y_4]\}$

Lineare Funktionen

Gleichung einer linearen Funktion: $y = mx + n$ (m, n beliebige Konstanten)
Anstieg: $m = \tan\varphi$ ($\varphi \neq 90°$; $\varphi \neq -90°$); Abschnitt auf der y-Achse: n
Beim Definitionsbereich $-\infty < x < \infty$ hat eine lineare Funktion im Fall $m \neq 0$ den Wertebereich $-\infty < y < \infty$. Der Graph ist dann eine Gerade.

Spezielle Fälle		Definitionsbereich	Wertebereich	
$n = 0$ $m \neq 0$	$y = mx$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	Der Graph ist eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung geht
$m = 0$	$y = n$	$(-\infty; +\infty)$	n	Der Graph ist eine Gerade, die parallel zur Abszissenachse verläuft
	$y = 0$	$(-\infty; +\infty)$	0	

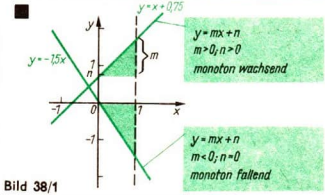


Bild 38/1

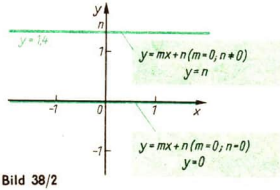


Bild 38/2

Quadratische Funktionen

Allgemeine Form
$y = ax^2 + bx + c$
(a, b, c beliebige reelle Konstanten; $a \neq 0$)

Der Graph ist eine Parabel mit dem Scheitel $S\left(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

Im Fall $a > 0$ hat die Funktion bei $-\frac{b}{2a}$ ein Min.: $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a}$

Im Fall $a < 0$ hat die Funktion bei $-\frac{b}{2a}$ ein Max.: $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{4ac - b^2}{4a}$

Spezielle Fälle	Definitionsbereich	Wertebereich	Größter (kleinster) Funktionswert
Normalparabel $y = x^2$ (Bild 38/3)	$(-\infty; +\infty)$	$\langle 0; +\infty)$	Minimum: $y = f(0) = 0$
$y = ax^2 + c$ (Bild 38/3)	$(-\infty, +\infty)$	$a > 0$: $\langle c, +\infty)$	Minimum: $y = f(0) = c$
		$a < 0$: $(-\infty, c\rangle$	Maximum: $y = f(0) = c$
$y = (x + d)^2 + e$ (Bild 38/4)	$(-\infty, +\infty)$	$\langle e; +\infty)$	Minimum: $y = f(-d) = e$
Normalform (Bild 38/5) $y = x^2 + px + q$	$(-\infty, +\infty)$	$\left\langle -\frac{p^2}{4} + q; +\infty\right)$	Minimum: $y = f\left(-\frac{p}{2}\right) = -\frac{p^2}{4} + q$

Bild 38/3

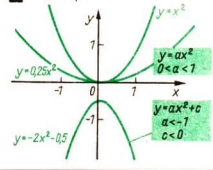


Bild 38/4

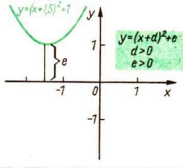
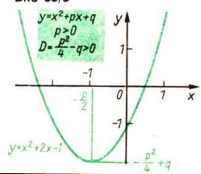


Bild 38/5



Potenzfunktionen

$y = x^n$ $(n > 1$; ganzzahlig).
Die Graphen heißen Parabeln n-ten Grades (Bild 39/1).

Im Falle	Definitionsbereich	Wertebereich	
$y = x^{2k}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$	$(-\infty, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	$f(-x) = f(x)$ (gerade Funktionen)
$y = x^{2k+1}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$f(-x) = -f(x)$ (ungerade Funktionen)

$y = x^n$ $(n < 0$; ganzzahlig; $x \neq 0)$.
Die Graphen heißen Hyperbeln (Bild 39/2).

Im Falle	Definitionsbereich	Wertebereich	
$y = x^{-2k}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$	$(-\infty, 0)$ $(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	$f(-x) = f(x)$
$y = x^{-2k-1}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$	$(-\infty, 0)$ $(0, +\infty)$	$(-\infty, 0)$ $(0, +\infty)$	$f(-x) = -f(x)$

Die Funktionen $y = x^n$ $(n > 1$; ganzzahlig) und $y = x^n$ $(n < 0$; ganzzahlig; $x \neq 0)$ gehören zu den rationalen Funktionen.

Ganze rationale Funktionen lassen sich darstellen in der Form

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$$ (a_k reelle Konstanten; n natürlich).

Rationale Funktionen lassen sich darstellen in der Form

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \ldots + b_1x + b_0} = \frac{\sum_{i=0}^{n} a_i x^i}{\sum_{k=0}^{m} b_k x^k}$$

(a_i, b_k reelle Konstanten; n, m natürlich; $b_m \neq 0$).

x_0 ist *Nullstelle* der rationalen Funktion $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \underset{\text{Def.}}{=}$ Es ist $u(x_0) = 0$ und $v(x_0) \neq 0$.

x_0 ist *Pol* der rationalen Funktion $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \underset{\text{Def.}}{=}$ Es ist $v(x_0) = 0$ und $u(x_0) \neq 0$.

Die Funktionen $y = x^n$ mit $n = \frac{p}{q}$ $(p, q \in G$; $q > 0$ und p nicht Vielfaches von $q)$ sind nichtrationale Funktionen (Bild 39/3).

Im Falle	Definitionsbereich	Wertebereich	Im Falle	Definitionsbereich	Wertebereich
$y = x^{\frac{p}{q}}$ $(p > 0)$	$\langle 0, +\infty)$	$\langle 0, +\infty)$	$y = x^{\frac{p}{q}}$ $(p < 0)$	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$

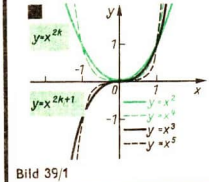


Bild 39/1

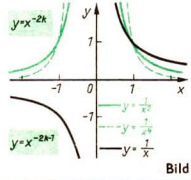


Bild 39/2

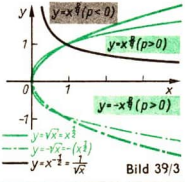
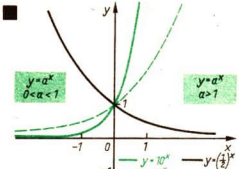


Bild 39/3

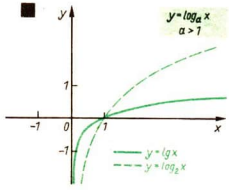
Exponentialfunktionen

$y = a^x$ $(a > 0;\ a \neq 1)$
Definitionsbereich: $(-\infty, +\infty)$
Wertebereich: $(0; +\infty)$

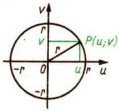


Logarithmusfunktionen

$y = \log_a x$ $(a > 0;\ a \neq 1)$
Definitionsbereich: $(0, +\infty)$
Wertebereich: $(-\infty, +\infty)$



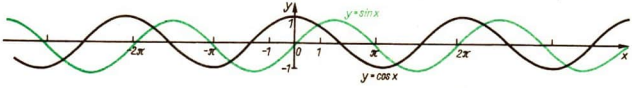
Winkelfunktionen



Es sei $P(u; v)$ ein laufender Punkt auf der Kreislinie mit $M(0; 0)$ und dem Radius $r > 0$.

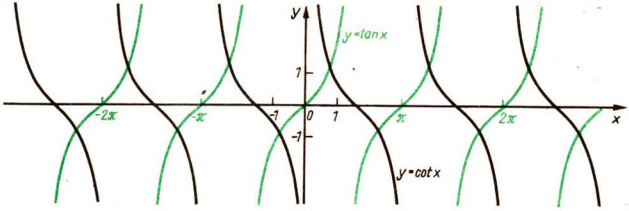
	Definitionsbereich	Wertebereich
$y = \sin x = \frac{v}{r}$	$(-\infty, +\infty)$	$\langle -1, +1 \rangle$
$y = \cos x = \frac{u}{r}$	$(-\infty, +\infty)$	$\langle -1, +1 \rangle$

$\sin x = \sin (x + k \cdot 2\pi)$
$\cos x = \cos (x + k \cdot 2\pi)$



	Definitionsbereich	Wertebereich
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$(-\infty, +\infty);\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ (k ganzzahlig)	$(-\infty, +\infty)$
$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$(-\infty, +\infty);\ x \neq k\pi$ (k ganzzahlig)	$(-\infty, +\infty)$

$\tan x = \tan (x + k \cdot \pi)$ $\quad \cot x = \cot (x + k \cdot \pi)$



Spezielle Funktionswerte

x / $f(x)$	0 / 0°	$\frac{\pi}{6}$ / 30°	$\frac{\pi}{4}$ / 45°	$\frac{\pi}{3}$ / 60°	$\frac{\pi}{2}$ / 90°	π / 180°	$\frac{3\pi}{2}$ / 270°	2π / 360°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\cot x$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0	—	0	—

Vorzeichen der Winkelfunktionswerte in den vier Quadranten

	I. Quadrant	II. Quadrant	III. Quadrant	IV. Quadrant
$\sin x$	+	+	—	—
$\cos x$	+	—	—	+
$\tan x$	+	—	+	—
$\cot x$	+	—	+	—

Darstellung einer Winkelfunktion durch eine andere Funktion desselben Winkels

	$\sin^2 x$	$\cos^2 x$	$\tan^2 x$	$\cot^2 x$
$\sin^2 x$	—	$1-\cos^2 x$	$\frac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$	$\frac{1}{1+\cot^2 x}$
$\cos^2 x$	$1-\sin^2 x$	—	$\frac{1}{1+\tan^2 x}$	$\frac{\cot^2 x}{1+\cot^2 x}$
$\tan^2 x$	$\frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$	$\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}$	—	$\frac{1}{\cot^2 x}$
$\cot^2 x$	$\frac{1-\sin^2 x}{\sin^2 x}$	$\frac{\cos^2 x}{1-\cos^2 x}$	$\frac{1}{\tan^2 x}$	—

Quadrantenbeziehungen $\left(\text{für alle } x \text{ mit } 0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$

I. Quadrant x	II. Quadrant $(\pi - x)$	III. Quadrant $(\pi + x)$	IV. Quadrant $(2\pi - x)$	$(-x)$
$\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$-\sin x$	$-\sin x$
$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\cos x$	$\cos x$
$\tan x$	$-\tan x$	$\tan x$	$-\tan x$	$-\tan x$
$\cot x$	$-\cot x$	$\cot x$	$-\cot x$	$-\cot x$

Sätze:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad (x \in P)$

$\tan x \cdot \cot x = 1, \quad \left(x \in P;\ x \neq k \cdot \frac{\pi}{2};\ k \in G\right)$

$\sin(90° - x) = \cos x, \quad (x \in P)$

$\cos(90° - x) = \sin x, \quad (x \in P)$

$\tan(90° - x) = \cot x,$

$\cot(90° - x) = \tan x, \quad \left(x \in P;\ x \neq k \cdot \frac{\pi}{2};\ k \in G\right)$

Für $y = a \cdot \sin bx, \ (a, b \in P; a, b > 0)$ gilt:

Nullstellen: $k \cdot \frac{\pi}{b} \ (k \in G)$

Wertebereich: $-a \leqq y \leqq a$

kleinste Periode: $\frac{2\pi}{b}$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \quad (\tan^2\alpha \neq 1)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

Binomialkoeffizienten; Binomischer Satz

Definition: $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $(n \in N; p \in N; p \leqq n)$, $\binom{n}{p} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot [n-(p-1)]}{p!}$ für $p > 0$

■ $\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$ Beachte: $\binom{n}{0} = 1$

Sätze: $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$; $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$

Wenn $a, b \in P$ und $n \in N$, so gilt:

PASCALsches Dreieck

$(a \pm b)^0 = 1$ 1

$(a \pm b)^1 = a \pm b$ 1 1

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 1 2 1

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ 1 3 3 1

$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$ 1 4 6 4 1

$(a \pm b)^5 = a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5$ 1 5 10 10 5 1

$(a \pm b)^6$ 1 6 15 20 15 6 1

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

$$= \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} a^{n-p}b^p$$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, $(n = 1, 2, \ldots)$

Zahlenfolgen und Reihen; Grenzwerte

Zahlenfolge
Eine Zahlenfolge ist eine Funktion $[k; f(k)]$, deren Definitionsbereich die Menge der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ..., n, ... ist. Die Elemente des Wertebereichs sind reelle Zahlen, für die wir a_k schreiben.
Symbol: (a_k)

Monotonie
Eine Zahlenfolge (a_k) heißt streng monoton wachsend
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes k gilt: $a_k < a_{k+1}$.
Eine Zahlenfolge (a_k) heißt streng monoton fallend
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes k gilt: $a_k > a_{k+1}$.

Konstante Zahlenfolge
Eine Zahlenfolge (a_k) heißt konstant
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes k gilt: $a_k = a_{k+1}$.

Schranke
Eine reelle Zahl S heißt obere Schranke der Folge (a_k)
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes k gilt $S \geqq a_k$.
Eine reelle Zahl S heißt untere Schranke der Folge (a_k)
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes k gilt $S \leqq a_k$.

Grenze
Die reelle Zahl G heißt obere Grenze einer Folge (a_k), wenn sie die kleinste aller oberen Schranken ist; sie heißt untere Grenze, wenn sie die größte aller unteren Schranken ist.

Arithmetische Folge
Eine Folge (a_k) heißt arithmetische Folge
$\underset{\text{Def}}{=}$ Es gibt eine reelle Zahl d, so daß für jedes k gilt: $a_{k+1} = a_k + d$.

Geometrische Folge
Eine Folge (a_k) heißt geometrische Folge
$\underset{\text{Def}}{=}$ Es gibt eine feste Zahl $q \neq 0$, so daß für jedes k gilt: $a_{k+1} = a_k \cdot q$ $(a_1 \neq 0)$.

Partialsumme
$s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ heißt n-te Partialsumme der Folge (a_k).

ε-Umgebung

Wenn ε eine positive reelle Zahl ist, so nennt man das Intervall $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$ eine ε-Umgebung der Zahl x_0, geschrieben $U_\varepsilon(x_0)$.

Grenzwert einer Folge

Die Zahlenfolge (a_n) hat die Zahl g als Grenzwert, wenn bei jedem positiven ε für fast alle n gilt: $a_n \in U_\varepsilon(g)$; d. h.: für fast alle n ist $g - \varepsilon < a_n < g + \varepsilon$ bzw. $|a_n - g| < \varepsilon$.

Partialsummenfolge

Die Partialsummen s_n einer Folge können zu einer Folge der Partialsummen zusammengestellt werden.

Reihe

Eine (unendliche) Reihe nennt man einen Ausdruck der Form $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$, wobei die a_k die Glieder einer Folge sind. Hat diese Folge einen Grenzwert, so ist die Summe dieser Reihe durch den Grenzwert der Partialsummenfolge (s_n) mit $s_1 = a_1$, $s_2 = a_1 + a_2$, $\ldots$, $s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ gegeben:

$$s = \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu = \lim_{n\to\infty} \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu.$$

Arithmetische Folge

$a,\ a + d,\ a + 2d,\ \ldots,\ a + (k-1)\,d,\ \ldots$

Bildungsvorschrift: $a_{k+1} = a_k + d;\ a_k = a_1 + (k-1)\,d$ mit $k = 1, 2, 3, \ldots$

Summe:
$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = n \cdot a_1 + \frac{(n-1)\,n}{2} \cdot d$$

Arithmetisches Mittel:
$$A = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) = \frac{1}{n}\sum_{\nu=1}^{n} a_\nu$$

Geometrische Folge

$a,\ aq,\ aq^2,\ \ldots,\ aq^{n-1},\ \ldots$

Bildungsvorschrift: $a_{k+1} = a_k \cdot q (a_k, q \neq 0);\ a_k = a_1 \cdot q^{k-1}$ mit $k = 1, 2, 3, \ldots$

Summe:
$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \text{ falls } q \neq 1$$
$$= \frac{a_n q - a_1}{q - 1}, \text{ falls } q \neq 1$$
$$s_n = a_1 n, \text{ falls } q = 1$$

Geometrisches Mittel:
$$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n},\ a_i \geqq 0$$

Unendliche geometrische Reihe

Summe:
$$s = \sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1} = \frac{a}{1 - q}, \text{ falls } |q| < 1$$

Einige häufig auftretende Summen

Natürliche Zahlen
$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n}{2}(n + 1)$$

Gerade Zahlen
$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = \sum_{k=1}^{n} 2k = n(n + 1)$$

Ungerade Zahlen
$$1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1 = \sum_{k=1}^{n} (2k - 1) = n^2$$

Quadratzahlen
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Kubikzahlen
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

Grenzwerte

Grenzwertsätze für unendliche konvergente Folgen

Falls die Grenzwerte $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ und $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$ existieren, gilt:

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \pm \lim_{n\to\infty} b_n = a \pm b$$

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} b_n = a \cdot b$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}{\lim\limits_{n\to\infty} b_n} = \frac{a}{b}\text{, falls } b_n \neq 0 \text{ und } \lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$$

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} a^n = \infty$ für $a > 1$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} a^n = 1$ für $a = 1$

$\lim\limits_{n\to\infty} a^n = 0$ für $|a| < 1$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} a^n$ nicht vorhanden für $a \leqq -1$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \approx 2{,}718\,281\,828\,4\ldots$ $\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$

Differentialrechnung

Grenzwert einer Funktion

Die Funktion f hat an der Stelle x_0 den Grenzwert g, also $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = g$:

$\underset{\text{Def}}{=}$ (1) f ist in einer Umgebung von x_0 (evtl. unter Ausschluß der Stelle x_0) definiert.

(2) Für jede gegen x_0 konvergierende Folge (x_n) $(x_n \neq x_0$ für alle $n)$, deren Glieder dieser Umgebung angehören, konvergiert die Folge der zugehörigen Funktionswerte $[f(x_n)]$ gegen g.

Stetigkeit

Die Funktion f ist an der Stelle x_0 stetig:

$\underset{\text{Def}}{=}$ (1) f ist an der Stelle x_0 definiert.

(2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ existiert.

(3) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

Differenzenquotient

Den zu h gehörigen Differenzenquotient der Funktion f an der Stelle x_0 nennt man die Zahl $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ mit $h \neq 0$.

Differenzierbarkeit

Die Funktion f ist an der Stelle x_0 differenzierbar:

$\underset{\text{Def}}{=}$ (1) f ist in einer Umgebung von x_0 definiert.

(2) Der Grenzwert (Differentialquotient) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$ existiert.

Lokales Extremum

Die Funktion f hat an der Stelle x_0 ein lokales Maximum (Minimum):

$\underset{\text{Def}}{=}$ Es gibt ein $\varepsilon > 0$ derart, daß für jedes x mit $x \neq x_0$ und $x_0 - \varepsilon < x < x_0 + \varepsilon$ gilt $f(x) < f(x_0)$ $[f(x) > f(x_0)]$.

Lokale Konvexität (Konkavität)

Die in einer Umgebung von x_0 differenzierbare Funktion f heißt in x_0 lokal konvex (lokal konkav):

$\underset{\text{Def}}{=}$ f' ist in x_0 lokal monoton wachsend (lokal monoton fallend).

Wendepunkt

Die in einer Umgebung von x_0 differenzierbare Funktion f hat an der Stelle x_0 einen Wendepunkt:

$\underset{\text{Def}}{=}$ f' hat in x_0 ein lokales Extremum.

Unendlichkeitsstelle

Die Funktion f hat an der Stelle x_u eine Unendlichkeitsstelle.

$\underset{\text{Def}}{=}$ (1) x_u gehört nicht zum Definitionsbereich von f.

(2) $\frac{1}{f}$ ist in einer (punktierten) Umgebung von x_u definiert und stetig.

(3) Es ist $\lim\limits_{x \to x_u} \frac{1}{f(x)} = 0$.

Für die Unendlichkeitsstellen rationaler Funktionen gilt bei der normierten Darstellung $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$:

$v(x) = 0$ und $u(x) \neq 0$. Sie heißen Pole, und die Gerade $x = x_p$ wird Polasymptote genannt.

Differentiationsregeln

Falls die Funktionen u und v differenzierbar sind, so gilt:

Konstante Funktion	$y = c$	$y' = 0$ (c eine Konstante)
Konstanter Faktor	$y = c \cdot v$	$y' = c \cdot v'$ (c eine Konstante)
Summe, Differenz	$y = u + v$	$y' = u' + v'$
Produkt	$y = u \cdot v$	$y' = u'v + uv'$
Quotient	$y = \frac{u}{v}$ $(v \neq 0)$	$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Verkettete Funktionen: Die Funktion $y = F(x)$ sei durch Verkettung von g und f entstanden:

$y = F(x) = f[g(x)]$;

$F'(x_0) = f'[g(x_0)] \cdot g'(x_0)$ oder $\frac{dy}{dx_0} = \frac{dy}{d[g(x_0)]} \cdot \frac{d[g(x_0)]}{dx_0}$

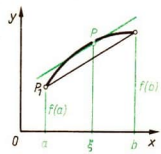
Ableitungen einiger Funktionen

Funktion	Ableitung	Funktion	Ableitung
$y = x^n$ (n beliebig reell, $x > 0$ bzw. $n \geq 0$ ganz, x beliebig reell	$y' = n \cdot x^{n-1}$ $y'' = n(n-1)x^{n-2}$ $y^{(k)} = \frac{n!}{(n-k)!} x^{n-k}$ $(k \leq n)$ $= 0$ $(k > n)$	$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$y = a^x$ $(a > 0)$	$y' = a^x \cdot \ln a = \frac{a^x}{\log_a e}$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$y = \ln x$ $(x > 0)$	$y' = \frac{1}{x}$ $y'' = -\frac{1}{x^2} = -\frac{1!}{x^2}$ $y''' = \frac{2!}{x^3}$ $y^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$
$y = \tan x$ $\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $= 1 + \tan^2 x$		
$y = \cot x$ $(x \neq k\pi)$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $= -(1 + \cot^2 x)$	$y = \log_a x$ $(a > 0;\ a \neq 1;$ $x > 0)$	$y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ $y'' = -\frac{1!}{x^2 \cdot \ln a}$ $y^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n \cdot \ln a}$

Mittelwertsatz:

Ist eine Funktion f in $\langle a, b\rangle$ stetig und in (a, b) differenzierbar, so gibt es eine Zahl ξ mit $a < \xi < b$, so daß gilt:

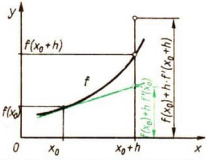
$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi).$$



Differentiation zueinander inverser Funktionen

Ist f eine eineindeutige Funktion, die in einer Umgebung der Stelle x_0 differenzierbar ist, und gilt $f'(x_0) \neq 0$, so ist die zu f inverse Funktion $\overline{f}$ an der Stelle $y_0 = f(x_0)$ differenzierbar, und es ist

$$f'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$$



Näherungsweise Berechnung von Funktionswerten

$f(x_0 + h) = f(x_0) + h \cdot f'(x_0 + \vartheta h)$ mit $0 < \vartheta < 1$
Ist f' in $\langle x_0, x_0 + h\rangle$ monoton wachsend, so gilt:
$f(x_0) + h \cdot f'(x_0) < f(x_0 + h) < f(x_0) + h \cdot f'(x_0 + h)$.
Ist f' in $\langle x_0, x_0 + h\rangle$ monoton fallend, so gilt:
$f(x_0) + h \cdot f'(x_0 + h) < f(x_0 + h) < f(x_0) + h \cdot f'(x_0)$.

Integralrechnung

Das unbestimmte Integral

Stammfunktion
Die Funktion F heißt eine Stammfunktion der Funktion f im Intervall I
$\underset{\text{Def}}{=}$ Für jedes x aus I gilt $F'(x) = f(x)$.

Unbestimmtes Integral
Unter dem unbestimmten Integral $\int f(x)\,dx$ einer im Intervall I definierten Funktion f versteht man die Menge aller Stammfunktionen von f in I:
$\int f(x)\,dx = F(x) + c$; $[\int f(x)\,dx]' = f(x)$.

Integrationsregeln

Konstanter Faktor	$\int k \cdot f(x)\,dx = k \int f(x)\,dx$
Summe, Differenz	$\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$
Substitutionsregel	$\int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t)\,dt = \int f(x)\,dx$ mit $x = \varphi(t)$ bzw. $t = \overline{\varphi}(x)$.

Grundintegrale

$\int dx = x + c \quad (-\infty < x < +\infty)$

$\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$ $\begin{cases} n \geqq 0: -\infty < x < +\infty \\ n < 0;\ n \neq -1: \\ -\infty < x < 0 \\ \text{und } 0 < x < +\infty \end{cases}$

$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c \quad (-\infty < x < 0,\ 0 < x < +\infty)$

$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + c \quad (k\pi < x < (k+1)\pi,$ k ganze Zahl)

$\int \frac{dx}{x \ln a} = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x + c \quad (x > 0)$
$= \log_a x + c \quad (a > 0;\ a \neq 1)$

$\int \sin x\,dx = -\cos x + c \quad (-\infty < x < +\infty)$

$\int \cos x\,dx = \sin x + c \quad (-\infty < x < +\infty)$

$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + c \quad (k\pi - \frac{\pi}{2} < x < k\pi + \frac{\pi}{2},$ k ganze Zahl)

$\int a^x\,dx = \frac{1}{\ln a} a^x + c \quad (-\infty < x < +\infty)$

$(a > 0;\ a \neq 1)$

$\int e^x\,dx = e^x + c \qquad (-\infty < x < +\infty)$

Das bestimmte Integral

Definitionen:

$$\int_a^a f(x)dx = 0 \text{ (falls } f \text{ in } a \text{ definiert ist)}$$

$$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx \left(\text{falls } \int_a^b f(x)dx \text{ mit } a < b \text{ existiert}\right)$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \text{ (falls } f \text{ in } \langle a, b\rangle \text{ stetig und } c \text{ eine beliebige Zahl aus } \langle a, b\rangle \text{ ist)}$$

Sätze:

Mittelwertsatz: Ist f im Intervall $\langle a, b\rangle$ stetig, so gibt es (wenigstens) eine Zahl ξ mit $a \leqq \xi \leqq b$, für die gilt: $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)\,(b - a)$ Bild 47/1

Hauptsatz: Ist f eine im Intervall $\langle a, b\rangle$ stetige Funktion und F irgendeine Stammfunktion von f, so ist $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Flächenberechnung durch Integration

Der Inhalt der Fläche, die begrenzt wird: von dem Funktionsbild der x-Achse und den Parallelen zur y-Achse mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$ beträgt (Bild 47/2):

$$A_a^b = \int_a^b f(x)dx \text{ (mit } f(x) \geqq 0 \text{ für } a \leqq x \leqq b \text{ und } a \geqq 0).$$

Der Inhalt der Fläche, die begrenzt wird: von dem Funktionsbild, der y-Achse und den Parallelen zur x-Achse mit den Gleichungen $y = f(a)$ und $y = f(b)$ beträgt:

$$A_{f(a)}^{f(b)} = \left|\int_{f(a)}^{f(b)} x\,dy\right| = \left|\int_{f(a)}^{f(b)} g(y)dy\right|, \text{ falls } x = g(y) \text{ invers zu der monotonen Funktion } y = f(x) \text{ für } a \leqq x \leqq b \text{ und } a \geqq 0$$

Volumenberechnung durch Integration

Bild 47/3

Volumen eines Körpers, der zwischen den Ebenen $x = a$ und $x = b$ liegt und dessen Querschnittsfläche an der Stelle x $(a \leqq x \leqq b)$ den Inhalt $A(x)$ hat: $V = \int_a^b A(x)dx$.

Volumen von Drehkörpern bei Rotation um die x-Achse:

$$V_x = \pi \int_{x_1}^{x_2} [f(x)]^2 dx \text{ (falls } x_1 < x_2) \text{ (Bild 47/4)}$$

Volumen von Drehkörpern bei Rotation um die y-Achse:

$$V_y = \pi \int_{y_1}^{y_2} [g(y)]^2 dy \text{ (falls } y_1 < y_2)$$

Bild 47/1

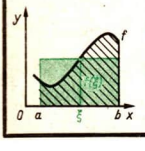


Bild 47/2

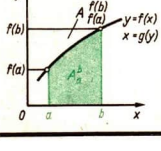


Bild 47/3

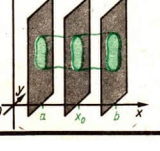
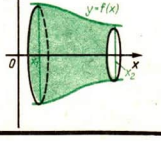


Bild 47/4



Vektorrechnung und analytische Geometrie

Vektorraum

Eine Menge heißt Vektorraum, wenn für ihre Elemente, die Vektoren, eine Addition und eine Multiplikation mit reellen Zahlen so definiert ist, daß für beliebige Elemente $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{x}$ der Menge folgende Gesetze gelten:

$\mathfrak{a} + \mathfrak{b} = \mathfrak{b} + \mathfrak{a}$ (Kommutativgesetz)

$(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) + \mathfrak{c} = \mathfrak{a} + (\mathfrak{b} + \mathfrak{c})$

(Assoziativgesetz der Addition)

Zu je zwei Elementen $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ existiert ein Element $\mathfrak{x}$ so, daß $\mathfrak{a} + \mathfrak{x} = \mathfrak{b}$ ist.

$1\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$

$(\lambda + \mu)\,\mathfrak{a} = \lambda\mathfrak{a} + \mu\mathfrak{a}$

(1. Distributivgesetz)

$\lambda(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) = \lambda\mathfrak{a} + \lambda\mathfrak{b}$

(2. Distributivgesetz)

$\lambda(\mu\mathfrak{a}) = (\lambda\mu)\mathfrak{a}$

(Assoziativgesetz der Multiplikation mit reellen Zahlen)

■ Die Menge der Verschiebungen einer Ebene ε ist ein Vektorraum. Die Festlegung kann durch Angabe eines geordneten Punktepaares $[A; B]$ mit $A, B \in \varepsilon$ erfolgen. Bezeichnung: $\mathfrak{a} = \overrightarrow{AB}$.

Koordinatensystem
Bild 44/1

In der Ebene $\{O; \mathfrak{i}, \mathfrak{j}\}$

Einheitsvektoren: $\mathfrak{i}, \mathfrak{j}; |\mathfrak{i}| = |\mathfrak{j}| = 1$;
$\sphericalangle(\mathfrak{i}, \mathfrak{j}) = 90°$

Ortsvektor: $\overrightarrow{OP} = \mathfrak{x} = x\mathfrak{i} + y\mathfrak{j}$ (x, y reelle Zahlen)

Für die Koordinaten x, y gilt, wenn $\sphericalangle\left(\mathfrak{i}, \overrightarrow{OP}\right) = \alpha$:

$x = \left|\overrightarrow{OP}\right| \cdot \cos\alpha$; $y = \left|\overrightarrow{OP}\right| \cdot \sin\alpha$; $x^2 + y^2 = \left|\overrightarrow{OP}\right|^2 = |\mathfrak{x}|^2$.

Im Raum $\{O; \mathfrak{i}, \mathfrak{j}, \mathfrak{k}\}$

Bild 44/2

Einheitsvektoren: $\mathfrak{i}, \mathfrak{j}, \mathfrak{k}$; $|\mathfrak{i}| = |\mathfrak{j}| = |\mathfrak{k}| = 1$; $\sphericalangle(\mathfrak{i}, \mathfrak{k}) = 90°$;
$\sphericalangle(\mathfrak{i}, \mathfrak{j}) = 90°$; $\sphericalangle(\mathfrak{j}, \mathfrak{k}) = 90°$

Ortsvektor $\overrightarrow{OP} = \mathfrak{x} = x\mathfrak{i} + y\mathfrak{j} + z\mathfrak{k}$ (x, y, z reelle Zahlen)

Für die Koordinaten x, y, z gilt, wenn $\sphericalangle(\mathfrak{i}, x\mathfrak{i} + y\mathfrak{j}) = \alpha$ und $\sphericalangle(\mathfrak{k}, \mathfrak{x}) = \beta$:

$x = \left|\overrightarrow{OP}\right| \sin\beta \cos\alpha$; $y = \left|\overrightarrow{OP}\right| \sin\beta \sin\alpha$; $z = \left|\overrightarrow{OP}\right| \cos\beta$.

Für die Koordinaten ist auch folgende Schreibweise üblich:
$\mathfrak{a}(a_x, a_y, a_z)$.

Bild 48/1

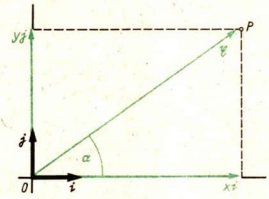
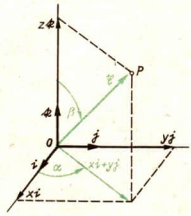


Bild 48/2



Transformation des Koordinatensystems (Bild 49/1)

Es sei $\overrightarrow{OP} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ und $\overrightarrow{OO'} = a_0\mathbf{i} + b_0\mathbf{j}$ (x, y, a_0, b_0 reelle Zahlen).
Dann gelten folgende Beziehungen zwischen den Koordinaten $(x; y)$ des Punktes P bezüglich $\{O; \mathbf{i}, \mathbf{j}\}$ und seinen Koordinaten $(x'; y')$ bezüglich $\{O'; \mathbf{i}', \mathbf{j}'\}$.

$\mathbf{i}' = \cos\alpha \cdot \mathbf{i} + \sin\alpha \cdot \mathbf{j}$ $\qquad$ $\mathbf{j}' = -\sin\alpha \cdot \mathbf{i} + \cos\alpha \cdot \mathbf{j}$

$x = \cos\alpha \cdot x' - \sin\alpha \cdot y' + a_0$ $\qquad$ $x' = \cos\alpha \cdot x + \sin\alpha \cdot y - (\cos\alpha \cdot a_0 + \sin\alpha \cdot b_0)$

$y = \sin\alpha \cdot x' + \cos\alpha \cdot y' + b_0$ $\qquad$ $y' = -\sin\alpha \cdot x + \cos\alpha \cdot y - (-\sin\alpha \cdot a_0 + \cos\alpha \cdot b_0)$

Im Falle $\alpha = 0°$ gilt: $x' = x - a_0$; $y' = y - b_0$

Bild 49/1

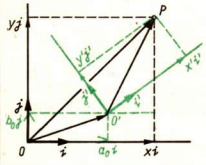


Bild 49/2

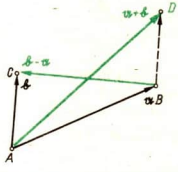
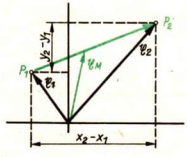


Bild 49/3



Addition und Subtraktion (Bild 49/2)

Es sei $\mathfrak{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathfrak{b} = \overrightarrow{AC}$.

Definitionen: $\mathfrak{a} + \mathfrak{b} = \overrightarrow{AD}$ heißt Summe von $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$.

$\mathfrak{b} - \mathfrak{a} = \overrightarrow{BC}$ bzw. $\mathfrak{a} - \mathfrak{b} = \overrightarrow{CB}$ heißt Differenz von $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$.

Wenn $\mathfrak{a} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}$ und $\mathfrak{b} = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}$, so gilt:

$\mathfrak{a} + \mathfrak{b} = (x_1 + x_2)\,\mathbf{i} + (y_1 + y_2)\,\mathbf{j}$; $\quad \mathfrak{a} - \mathfrak{b} = (x_1 - x_2)\,\mathbf{i} + (y_1 - y_2)\,\mathbf{j}$.

Entfernung zweier Punkte P_1, P_2 (Bild 49/3)

In der Ebene: Es sei $\mathfrak{r}_1 = \overrightarrow{OP_1} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}$ und $\mathfrak{r}_2 = \overrightarrow{OP_2} = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \mathfrak{r}_2 - \mathfrak{r}_1$; $\quad \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Im Raum: Es sei $\mathfrak{r}_1 = \overrightarrow{OP_1} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}$ und

$\mathfrak{r}_2 = \overrightarrow{OP_2} = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \mathfrak{r}_2 - \mathfrak{r}_1$; $\quad \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

Mittelpunkt M einer Strecke $\overline{P_1P_2}$ (Bild 49/3)

In der Ebene: $\mathfrak{r}_M = \dfrac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_2}{2}$; $x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $y_M = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

Im Raum: $\mathfrak{r}_M = \dfrac{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_2}{2}$; $x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $y_M = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$; $z_M = \dfrac{z_1 + z_2}{2}$

Multiplikation

Es seien a, b, i, j Vektoren und x, y, λ, μ reelle Zahlen, und es gelte $a = xi + yj$.

λa heißt das Produkt von a bei der Multiplikation mit λ:

$\lambda a = (\lambda x)\, i + (\lambda y)\, j$.

Sätze:

$|\lambda a| = |\lambda|\,|a|$; $0 \cdot a = o$ (o Nullvektor); $\lambda o = o$

$\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)\, a$ (Assoziativgesetz)

$(\lambda + \mu)\, a = \lambda a + \mu a$ (1. Distributivgesetz)

$\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b$ (2. Distributivgesetz)

Skalarprodukt

Es seien a, b, c, i, j, $\vec{k}$ Vektoren und a_x, b_x, a_y, b_y, a_z, b_z reelle Zahlen.

$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \sphericalangle (a, b)$ ($a \cdot b$ ist eine reelle Zahl)

Sätze:

$a \cdot b = b \cdot a$ (Kommutativgesetz)

$c\,(a + b) = ca + cb$ (Distributivgesetz)

$a \cdot b = 0$, falls $a \perp b$.

Insbesondere gelten: $i \cdot j = 0$; $i \cdot \vec{k} = 0$; $j \cdot \vec{k} = 0$ und $i \cdot i = 1$; $j \cdot j = 1$; $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$

Koordinatendarstellung:

Es sei $a\,(a_x, a_y, a_z)$ und $b\,(b_x, b_y, b_z)$. Dann gilt: $a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Für den Betrag von a gilt: $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Vektorprodukt (Bild 50/1)

Es seien a, b, o, i, j, $\vec{k}$ Vektoren

$|a \times b| = |a| \cdot |b| \cdot \sin(a, b)$, wenn $a \not\parallel b$

$a \times b = o$, wenn $a \parallel b$.

($a \times b$ ist ein Vektor, der zu a und zu b orthogonal ist.)

Sätze:

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (Distributivgesetz)

$a \times b = -\,b \times a$

Insbesondere gelten: $i \times i = o$; $j \times j = o$; $\vec{k} \times \vec{k} = o$ und $i \times j = \vec{k}$; $i \times \vec{k} = -\,j$; $j \times \vec{k} = i$.

Koordinatendarstellung:

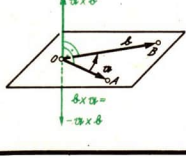
Es sei $a\,(a_x, a_y, a_z)$ und $b\,(b_x, b_y, b_z)$. Dann gilt:

$a \times b = (a_y b_z - a_z b_y)\, i + (a_z b_x - a_x b_z)\, j + (a_x b_y - a_y b_x)\, \vec{k}$.

Projektion eines Vektors auf einen Vektor (Bild 50/2)

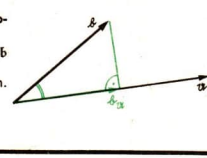
Es seien a, b, b_a, a_b und o Vektoren. b_a sei die Projektion des Vektors b auf den Vektor a. Dann gilt: $|b_a| = |b| \cdot \cos(b_a, b)$. Im Falle $a \neq o$ und $b \neq o$ ist $a \cdot b = a \cdot b_a = a_b \cdot b$.

Bild 50/1



1. Der Vektor $a \times b$ hat den Betrag $|a|\,|b| \sin(a, b)$.
2. Der Vektor $a \times b$ ist orthogonal zu a und b.
3. Die Vektoren a, b und $a \times b$ bilden in der angegebenen Reihenfolge ein Rechtssystem.

Bild 50/2



Winkel zwischen zwei Vektoren

Für die Vektoren $\mathfrak{a}\,(a_x, a_y, a_z)$ und $\mathfrak{b}(b_x, b_y, b_z)$ gilt:

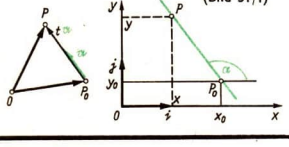
$$\cos(\mathfrak{a}, \mathfrak{b}) = \frac{\mathfrak{a} \cdot \mathfrak{b}}{|\mathfrak{a}| \cdot |\mathfrak{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{a \cdot b}, \text{ falls } \mathfrak{a} \neq \mathfrak{o} \text{ und } \mathfrak{b} \neq \mathfrak{o}.$$

Gleichungen einer Geraden

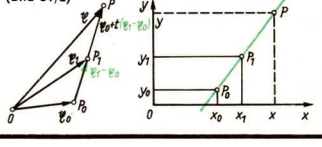
Es seien O ein Punkt der Ebene, $\mathfrak{a}$ ein Richtungsvektor der Geraden, P_0 und P_1 Punkte der Geraden ($O \neq P_0$ und $O \neq P_1$).

	Parametergleichung (t reelle Zahl)	parameterfreie Gleichung
	$\overrightarrow{P_0P} = t\mathfrak{a}$	
Punktrichtungsgleichung (Bild 51/1)	$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_0} + t\mathfrak{a}$ oder $\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_0 + t\mathfrak{a}$	$y - y_0 = m(x - x_0)$ $m = \tan\alpha;\ \alpha = \sphericalangle(\mathfrak{i}, \mathfrak{a})\ \alpha \neq \pm\frac{\pi}{2}$
Zweipunktegleichung (Bild 51/2)	$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP_0} + t(\overrightarrow{OP_1} - \overrightarrow{OP_0})$ oder $\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_0 + t(\mathfrak{r}_1 - \mathfrak{r}_0)$	$(x - x_0)(y_1 - y_0) = (y - y_0)(x_1 - x_0)$
Achsenabschnittsgleichung	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a, b \neq 0$); a, b Achsenabschnitte auf der x- bzw. y-Achse	
Allgemeine Form	$Ax + By + C = 0$, $(A^2 + B^2 \neq 0)$ Hier ist $m = -\frac{A}{B}$ der Anstieg und $-\frac{C}{B}$ der Abschnitt auf der y-Achse, falls $B \neq 0$.	
Normalform	$y = mx + b$; m ist der Anstieg; b ist der Abschnitt auf der y-Achse.	

(Bild 51/1)



(Bild 51/2)



Zwei Geraden

Die Geraden $y - y_1 = m(x - x_1)$ und $y - y_1 = \overline{m}(x - x_1)$ sind parallel zueinander wenn $m = \overline{m}$ gilt; sie stehen senkrecht aufeinander, wenn $m = -\frac{1}{\overline{m}}$ gilt.

Schnittpunkt: Für den Schnittpunkt S zweier Geraden, die durch die Parametergleichungen $\mathfrak{r} = \mathfrak{r}_0 + t\mathfrak{a}$ bzw. $\mathfrak{r} = \overline{\mathfrak{r}}_0 + \overline{t}\overline{\mathfrak{a}}$ gegeben sind, gilt:

In der x, y-Ebene:

$$x_0 - \bar{x}_0 = \bar{t}_s a_x - t_s a_x$$
$$y_0 - \bar{y}_0 = \bar{t}_s a_y - t_s a_y$$

im Raum:

$$x_0 - \bar{x}_0 = \bar{t}_s \bar{a}_x - t_s a_x$$
$$y_0 - \bar{y}_0 = \bar{t}_s \bar{a}_y - t_s a_y$$
$$z_0 - \bar{z}_0 = \bar{t}_s \bar{a}_z - t_s a_z$$

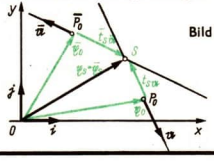


Bild 51/3

Schnittwinkel zweier Geraden:

Für den Schnittwinkel φ gilt in diesem Fall in einer Ebene:

$$\cos\varphi = \frac{a_x\bar{a}_x + a_y\bar{a}_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}\sqrt{\bar{a}_x^2 + \bar{a}_y^2}} \qquad \text{im Raum: } \cos\varphi = \frac{a_x\bar{a}_x + a_y\bar{a}_y + a_z\bar{a}_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\sqrt{\bar{a}_x^2 + \bar{a}_y^2 + \bar{a}_z^2}}$$

Sind die Geraden durch die Normalform $y = mx + n$ gegeben,

so gilt: $\tan\varphi = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$, $\varphi \neq 90°$.

Gleichung einer Ebene $\mathfrak{x} = \mathfrak{x}_0 + u\mathfrak{a} + v\mathfrak{b}$

Dabei sind u, v reelle Zahlen, $\{O; \mathfrak{i}, \mathfrak{j}, \mathfrak{k}\}$ ist ein Koordinatensystem des Raumes, $\mathfrak{x}_0$ ist der Ortsvektor eines festen Punktes P_0 der Ebene α, $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ sind ein Paar Richtungsvektoren von α und $\mathfrak{x}$ ist der Ortsvektor eines beliebigen Punktes P der Ebene α.

Kreis

Mittelpunkt mit Koordinatenursprung: $|\mathfrak{x}| = |\overrightarrow{OP}| = r;\ x^2 + y^2 = r^2$.

Mittelpunkt mit Ortsvektor $\mathfrak{x}_M(x_M, y_M)$: $|\mathfrak{x} - \mathfrak{x}_M| = r;\ (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$.

Kugel

Mittelpunkt mit Koordinatenursprung: $|\mathfrak{x}| = |\overrightarrow{OP}| = r;\ x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Mittelpunkt mit Ortsvektor $\mathfrak{x}_M(x_M, y_M, z_M)$: $|\mathfrak{x} - \mathfrak{x}_M| = r;\ (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 + (z - z_M)^2 = r^2$.

Tangente an den Kreis

Für die Tangente an einen Kreis $k\ (M, r)$ im Punkt P_0 gilt: $(\mathfrak{x} - \mathfrak{x}_M)(\mathfrak{x}_0 - \mathfrak{x}_M) = r^2$.

Koordinatenschreibweise für $M\ (x_M; y_M)$ und $P_0\ (x_0; y_0)$: $(x - x_M)(x_0 - x_M) + (y - y_M)(y_0 - y_M) = r^2$.

Kegelschnitte (Länge der Hauptachse $2a$, der Nebenachse $2b$) (p Halbparameter)

Kreis	Ellipse	Hyperbel	Parabel
Mittelpunktsgleichung	Mittelpunkt $O\ (0; 0)$; $a, b \neq 0$		Scheitelgleichung
$x^2 + y^2 = r^2$	$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	Scheitel $O\ (0; 0)$ $y^2 = 2px$
Kegelschnittsgleichungen für achsenparallele Lage zum Koordinatensystem	Mittelpunkt $M\ (c; d)$; $a, b \neq 0$		
$(x-c)^2 + (y-d)^2 = r^2$	$\dfrac{(x-c)^2}{a^2} + \dfrac{(y-d)^2}{b^2} = 1$	$\dfrac{(x-c)^2}{a^2} - \dfrac{(y-d)^2}{b^2} = 1$	Scheitel $S\ (c; d)$ $(y-d)^2 = 2p(x-c)$
Tangente im Punkt $P_0(x_0; y_0)$	Mittelpunkt $O(0; 0)$; $a, b \neq 0$		
$xx_0 + yy_0 = r^2$	$\dfrac{xx_0}{a^2} + \dfrac{yy_0}{b^2} = 1$	$\dfrac{xx_0}{a^2} - \dfrac{yy_0}{b^2} = 1$	Scheitel $O\ (0; 0)$ $yy_0 = p(x + x_0)$
Normale im Punkt $P_0(x_0; y_0)$, $x_0 \neq 0$	Mittelpunkt $O(0; 0)$; $a, b \neq 0$		
$y = \dfrac{y_0}{x_0}x$	$\dfrac{y - y_0}{x - x_0} = \dfrac{a^2}{b^2}\dfrac{y_0}{x_0}$	$\dfrac{y - y_0}{x - x_0} = -\dfrac{a^2}{b^2}\dfrac{y_0}{x_0}$	Scheitel $O(0; 0)$ $p \neq 0$ $\dfrac{y - y_0}{x - x_0} = -\dfrac{y_0}{p}$
Lineare Exzentrizität			
$e = 0$	$e = \sqrt{a^2 - b^2}$	$e = \sqrt{a^2 + b^2}$	—
Numerische Exzentrizität			
$\varepsilon = 0$	$\varepsilon < 1$	$\varepsilon > 1$	$\varepsilon = 1$

Gleichungen der Asymptoten an die Hyperbel: $y = \dfrac{b}{a}x$, $y = -\dfrac{b}{a}x$ $(a \neq 0)$

Tabelle physikalischer Größen, Formelzeichen und Einheiten

Die nachstehende Tabelle ist eine Auswahl aus der TGL 0-1304 und der Tafel der gesetzlichen Einheiten. Es wurden darüber hinaus einige Angaben aufgenommen, die für den Unterricht an der Oberschule und an der Erweiterten Oberschule notwendig sind. Das an erster Stelle stehende Formelzeichen ist bevorzugt zu verwenden.
Die Grundeinheiten sind halbfett gedruckt.

Vorsatz	Kurzzeichen	Bedeutung
Tera	T	1 000 000 000 000 (10^{12}) Einheiten
Giga	G	1 000 000 000 (10^{9}) Einheiten
Mega	M	1 000 000 (10^{6}) Einheiten
Kilo	k	1 000 (10^{3}) Einheiten
Hekto	h	100 (10^{2}) Einheiten
Deka	da	10 (10^{1}) Einheiten
Dezi	d	0,1 (10^{-1}) Einheiten
Zenti	c	0,01 (10^{-2}) Einheiten
Milli	m	0,001 (10^{-3}) Einheiten
Mikro	μ	0,000 001 (10^{-6}) Einheiten
Nano	n	0,000 000 001 (10^{-9}) Einheiten
Pico	p	0,000 000 000 001 (10^{-12}) Einheiten
Femto	f	0,000 000 000 000 001 (10^{-15}) Einheiten
Atto	a	0,000 000 000 000 000 001 (10^{-18}) Einheiten

Physikalische Größe	Formelzeichen	Einheiten	Kurzzeichen	Beziehung zu Grundeinheiten	Größengleichungen
Länge Höhe Breite Radius Durchmesser Weglänge Wellenlänge	*l, L* *h, H* *b, B* *r, R* *d, D* *s* λ	**Meter**	**m**	**Grundeinheit**	
Flächeninhalt Oberfläche Querschnittsfläche	*A, S, F* *A, s, q*	Quadratmeter Ar Hektar	m^2 a ha	$1\ m^2 = 1\ m \cdot 1\ m$ $1\ a = 10^2\ m^2$ $1\ ha = 10^4\ m^2$	$A = l^2$
Volumen Rauminhalt	*V*	Kubikmeter Liter	m^3 l	$1\ m^3 = 1\ m \cdot 1\ m \cdot 1\ m$ $1\ l = 1\ dm^3$	$V = l^3$
ebener Winkel Drehwinkel	α, β, γ σ	Radiant rechter Winkel Grad Minute Sekunde Neugrad, Gon	rad $\llcorner$ ° ′ ″ g	$1\llcorner = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$ $1° = \frac{1\llcorner}{90}$ $1' = \frac{1°}{60}$ $1'' = \frac{1'}{60}$ $1^g = \frac{\llcorner}{100}$	

Physikalische Größe	Formelzeichen	Einheiten	Kurzzeichen	Beziehung zu Grundeinheiten	Größengleichungen
Zeit, Dauer (↗ 59)	t, τ, z	**Sekunde**	**s**	**Grundeinheit**	
		Minute	min	$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$	
		Stunde	h	$1\ \text{h} = 3600\ \text{s}$	
		Tag	d	$1\ \text{d} = 24\ \text{h} = 86400\ \text{s}$	
Perioden-dauer (Umlauf-dauer, Schwingungs-dauer)	T				$T = \frac{1}{f}$
Frequenz Umlauf-frequenz (Drehzahl, Umlaufzahl)	f, ν, ω	Hertz	Hz	$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$	$f = \frac{1}{T}$
	n	Hertz (Umdrehung je Minute)	Hz	$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$ $\left(1\ \frac{\text{U}}{\text{min}} = \frac{1}{60}\ \text{Hz}\right)$	$n = \frac{1}{T}$
Geschwindig-keit (↗ 67)	v, u, w	Meter je Sekunde	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$v = \frac{s}{t}$; $v = \frac{ds}{dt}$
Beschleuni-gung (↗ 67)	a	Meter je Sekunde zum Quadrat	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$; $a = \frac{dv}{dt}$
Fall-beschleuni-gung (↗ 67)	g				
Winkel-geschwindig-keit (↗ 67)	ω, w	Radiant je Sekunde	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1\ \text{s}^{-1}$	$\omega = \frac{\sigma}{t}$
Winkel-beschleuni-gung (↗ 67)	α, ε	Radiant je Sekunde zum Quadrat	$\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$	$1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 1\ \text{s}^{-2}$	$\alpha = \frac{\omega}{t}$
Kraft (↗ 59, 66, 71)	F	Newton	N	$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	
		Kilopond	kp	$1\ \text{kp} = 9{,}806\ 65\ \text{N}$	
Gewichts-kraft	G, F	Pond	p	$1\ \text{p} = 10^{-3}\ \text{kp}$	
		Dyn	dyn	$1\ \text{dyn} = 10^{-5}\ \text{N}$	
Masse	m	**Kilogramm**	**kg**	**Grundeinheit**	
		Gramm	g	$1\ \text{g} = 10^{-3}\ \text{kg}$	$m = \frac{F}{a}$
		Tonne	t	$1\ \text{t} = 10^{3}\ \text{kg}$	
		Atomare Massen-einheit	u	$1\ \text{u} = 1{,}660277 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$	$1\ \text{u} = \frac{1}{12}\ m_{\text{A}}\left({}^{12}_{6}\text{C}\right)$
Dichte (↗ 60, 66)	ϱ, d	Kilogramm je Kubik-meter	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$1\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\varrho = \frac{m}{V}$
Druck (↗ 59, 66)	p	Newton je Quadrat-meter	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$		$p = \frac{F}{A}$
		Technische Atmosphäre	at	$1\ \text{at} = 10^{4}\ \frac{\text{kp}}{\text{m}^2}$ $= 98066{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	

Physikalische Größe	Formelzeichen	Einheiten	Kurzzeichen	Beziehung zu Grundeinheiten	Größengleichungen
		Physikalische Atmosphäre	atm	$1\ \text{atm} = 101\,325\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	
		Torr	Torr	$1\ \text{Torr} = \frac{1}{760}\ \text{atm}$	
		Bar	bar	$1\ \text{bar} = 10^5\ \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$	
Drehmoment (↗ 71)	M	Newtonmeter	Nm		
		Kilopondmeter	kpm	$1\ \text{kp} \cdot \text{m} = 9{,}806\,65\ \text{N} \cdot \text{m}$	$M = F \cdot r$
Reibungszahl (↗ 61, 71)	μ, f				$\mu = \frac{F_R}{F_N}$
Arbeit (↗ 59, 68)	W, A	Newtonmeter	Nm	$1\ \text{N} \cdot \text{m} = 1\ \text{J}$	$W = F \cdot s$
Energie	W, E	Joule	J	$= 1\ \text{W} \cdot \text{s}$	
		Wattsekunde	Ws	$= 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$	
Wärmemenge	W, Q	Kilopondmeter	kpm	$1\ \text{kp} \cdot \text{m} = 9{,}806\,65\ \text{N} \cdot \text{m}$	
		Erg	erg	$1\ \text{erg} = 10^{-7}\ \text{N} \cdot \text{m}$	
		Kalorie	cal	$1\ \text{cal} = 4{,}1868\ \text{N} \cdot \text{m}$	
Leistung (↗ 60, 68)	p	Watt	W	$1\ \text{W} = 1\ \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$P = \frac{W}{t}$
				$1\ \text{W} = 1\ \text{V} \cdot 1\ \text{A}$	
Wirkungsgrad (↗ 68)	η				$\eta = \frac{W_{nutz}}{W_{zu}} = \frac{W_2}{W_1}$
Elektrische Ladung (Elektrizitätsmenge) (↗ 57, 75)	Q	Coulomb (Amperesekunde)	C	$1\ \text{C} = 1\ \text{A} \cdot \text{s}$ $1\ \text{C} = 6{,}2 \cdot 10^{18}\ \text{e}$	
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A	Grundeinheit	$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
Elektrische Spannung (↗ 75, 76)	U	Volt	V	$1\ \text{V} = \frac{1\ \text{W}}{1\ \text{A}}$	$U = \frac{W}{Q};\quad U = I \cdot R$
Elektrischer Widerstand (Wirkwiderstand)	R	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ \frac{\text{V}}{\text{A}}$	$R = \frac{U}{I}$
Blindwiderstand	X				$X = X_L - X_C$
Scheinwiderstand (↗ 75, 76)	Z				$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
Spezifischer elektrischer Widerstand	ϱ	Ohmmeter	Ω · m		$\varrho = \frac{R \cdot A}{l}$
Elektrischer Leitwert	G	Siemens	S	$1\ \text{S} = 1\ \frac{\text{A}}{\text{V}}$	$G = \frac{1}{R}$
Elektrische Kapazität	C	Farad	F	$1\ \text{F} = 1\ \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$	$C = \frac{Q}{U}$

Physikalische Größe	Formelzeichen	Einheiten	Kurzzeichen	Beziehung zu Grundeinheiten	Größengleichungen
Elektrische Feldstärke	E	Volt je Meter	$\frac{V}{m}$	$1\frac{V}{m} = 1\frac{m \cdot kg}{A \cdot s^3} = \frac{N}{A \cdot s}$	$E = \frac{U}{s}$; $E = \frac{F}{Q}$
Elektrische Feldkonstante (↗ 57, 76)	ε_0			$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}\frac{F}{m}$	$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$
Induktivität (↗ 77)	L	Henry	H	$1\,H = 1\frac{V \cdot s}{A}$	$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{l}$
Windungszahl	N				
Permeabilität (↗ 77)	μ	Henry je Meter	$\frac{H}{m}$	$1\frac{H}{m} = 1\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
Magnetische Feldkonstante (↗ 57)	μ_0			$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$	
Magnetischer Fluß (↗ 57, 77)	Φ	Weber, Voltsekunde	Wb, Vs	$1\,Wb = 1\,V \cdot s$	$\Phi = B \cdot A$
Magnetische Induktion	B	Tesla	T	$1\,T = 1\frac{Wb}{m^2} = 1\frac{V \cdot s}{m^2}$	$B = \frac{F}{l \cdot I}$; $B = \frac{\Phi}{A}$
Magnetische Feldstärke	H	Ampere je Meter	$\frac{A}{m}$	$1\frac{A}{m} = 1\,m^{-1} \cdot A$	$H = \frac{I_{err} \cdot N}{l}$
Lichtgeschwindigkeit (↗ 65)	c	Kilometer je Sekunde	$\frac{km}{s}$	$c = 299\,792\,km \cdot s^{-1}$ (Vakuum)	
Wellenlänge (↗ 65)	λ	Meter Nanometer	m nm	$1\,nm = 10^{-9}\,m$	$\lambda = \frac{c}{f}$
Brennweite Bildweite Gegenstandsweite Bildgröße Gegenstandsgröße	f s' s y' y	Meter	m		$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$
Temperatur (thermodynamische) Celsius-Temperatur	T, Θ ϑ, t	**Kelvin (Grad Kelvin)** Grad Celsius	K (°K) °C	**Grundeinheit**	
Wärme (Wärmemenge) (Schmelzwärme, Verdampfungswärme) (↗ 63)	W_w, Q	Einheiten wie bei Arbeit und Energie			
Innere Energie	W_i				

Physikalische Größe	Formelzeichen	Einheiten	Kurzzeichen	Beziehung zu Grundeinheiten	Größengleichungen
Spezifische Wärme (↗ 61, 62)	c	Kalorie je Gramm und Grad	$\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}}$	$1\,\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}} = 4186{,}8\,\frac{\text{m}^2}{\text{grd} \cdot \text{s}^2}$	$c = \frac{W}{m \cdot \Delta\vartheta}$
Gaskonstante	R	Kilopondmeter je Kilogramm und Grad	$\frac{\text{kpm}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$		$R = \frac{p \cdot V}{T \cdot m}$
Relative Atommasse	A_r				$A_r = \frac{m_A}{\frac{1}{12}\, m_A\,(^{12}_{6}\text{C})}$
Relative Molekülmasse	M_r				$M_r = \frac{m_M}{\frac{1}{12}\, m_A\,(^{12}_{6}\text{C})}$
Stoffmenge	n	Mol	mol		$n = \frac{N}{N_L}$
Molare Masse	M (m_{mo})	Gramm je Mol	$\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$		$M = \frac{m}{n}$
Molares Volumen	V_m (V_{mo})	Liter je Mol	$\text{l} \cdot \text{mol}^{-1}$		$V_m = \frac{V}{n}$

Physikalische Konstanten

Elektrische Elementarladung	e	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C
Ruhmasse eines Elektrons	m_e	$= 9{,}108 \cdot 10^{-31}$ kg
Ruhmasse eines Protons	m_p	$= 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg
Ruhmasse eines Neutrons	m_n	$= 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg
Spezifische Ladung eines Elektrons	$\frac{e}{m_e}$	$= 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$
Spezifische Ladung eines Protons	$\frac{e}{m_p}$	$= 9{,}5798 \cdot 10^{7}\ \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$
Atomare Masseneinheit	1 u	$= 1{,}660\,277 \cdot 10^{-27}$ kg
Plancksches Wirkungsquantum	h	$= 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{W} \cdot \text{s}^2$
Boltzmannkonstante $k = \frac{R_o}{N_L}$	k	$= 1{,}380 \cdot 10^{-23}\ \text{Ws} \cdot \text{grd}^{-1}$
Loschmidtsche Konstante	N_L oder L	$= 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Molares Normvolumen des idealen Gases	V_{mo}	$= 22{,}41\ \text{l} \cdot \text{mol}^{-1} = 22{,}41\ \text{m}^3 \cdot \text{kmol}^{-1}$
Molare (universelle) Gaskonstante	R_o	$= 8{,}314\ \text{Ws} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{grd}^{-1}$ $= 848\ \text{kpm} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{grd}^{-1}$ $= 0{,}0821\ \text{atm} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{grd}^{-1}$
Faradaysche Konstante	F	$= 9{,}65 \cdot 10^{4}\ \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{mol}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$= 299\,792\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
Gravitationskonstante	k oder γ	$= 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Normfallbeschleunigung	g_n	$= 9{,}80665\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Erste astronautische Geschwindigkeit (Minimum-Kreisbahngeschwindigkeit)	v_k	$= 7{,}912\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ($h = 0$)
Zweite astronautische Geschwindigkeit (Planetare Flucht- oder Entweichgeschwindigkeit)	v_p	$= 11{,}190\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ($h = 0$)
Dritte astronautische Geschwindigkeit (solare Fluchtgeschwindigkeit, Bewegung im Richtungssinn der Erdumlaufbewegung)	v_s	$= 16{,}5\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ($h = 0$)
Elektrische Feldkonstante (Influenzkonstante)	ε_o	$= 8{,}86 \cdot 10^{-12}\ \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante)	μ_o	$= 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
Rydberg-Frequenz	R	$= 3{,}288 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}$

Umrechnungsfaktoren von Einheiten

Länge (↗ 53)

Einheit	Faktor für Umrechnung in km	m	dm	cm	mm	µm	nm
1 km	1	10^3	10^4	10^5	10^6	10^9	10^{12}
1 m	$\frac{1}{10^3}$	1	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9
1 dm	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^1}$	1	10^1	10^2	10^5	10^8
1 cm	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^1}$	1	10^1	10^4	10^7
1 mm	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^1}$	1	10^3	10^6
1 µm	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^3}$	1	10^3
1 nm	$\frac{1}{10^{12}}$	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	1

Flächeninhalt (↗ 53)

Einheit	Faktor für Umrechnung in km^2	hm^2 (ha)	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 km^2	1	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}
1 hm^2 = 1 ha	$\frac{1}{10^2}$	1	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}
1 dam^2	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	1	10^2	10^4	10^6	10^8
1 m^2	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	1	10^2	10^4	10^6
1 dm^2	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	1	10^2	10^4
1 cm^2	$\frac{1}{10^{10}}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	1	10^2
1 mm^2	$\frac{1}{10^{12}}$	$\frac{1}{10^{10}}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	1

Volumen (↗ 53)

Einheit	Faktor für Umrechnung in m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 m^3	1	10^3	10^6	10^9
1 dm^3	$\frac{1}{10^3}$	1	10^3	10^6
1 cm^3	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	1	10^3
1 mm^3	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	1

Einheit	Faktor für Umrechnung in hl	l	dl	cl	ml
1 hl	1	10^2	10^3	10^4	10^5
1 l	$\frac{1}{10^2}$	1	10	10^2	10^3
1 dl	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10}$	1	10	10^2
1 cl	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10}$	1	10
1 ml	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10}$	1

Zeit (↗ 54)

Einheit	Faktor für Umrechnung in s
1 s	1
1 min	$0{,}6 \cdot 10^2$
1 h	$3{,}6 \cdot 10^3$
1 d	$0{,}864 \cdot 10^5$
1 a (tropisches Jahr)	$3{,}1556926 \cdot 10^7$

Kraft (↗ 54)

Einheit	Faktor für Umrechnung in N	dyn	kp
1 N	1	10^5	$\frac{1{,}0197}{10}$
1 dyn	$\frac{1}{10^5}$	1	$\frac{1{,}0197}{10^6}$
1 kp	9,80665	$9{,}80665 \cdot 10^5$	1

Druck (↗ 54, 56)

Einheit	Faktor für Umrechnung in $\frac{N}{m^2}$	at $\left(\frac{kp}{cm^2}\right)$	atm	Torr	bar (10^3 mbar)	mmWS $\left(\frac{kp}{m^2}\right)$
1 $\frac{N}{m^2}$	1	$\frac{1{,}0197}{10^5}$	$\frac{9{,}869}{10^6}$	$\frac{7{,}5}{10^3}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1{,}0197}{10}$
1 at $\left(\frac{1\ kp}{cm^2}\right)$	$9{,}80665 \cdot 10^4$	1	$\frac{9{,}6784}{10}$	$7{,}3556 \cdot 10^2$	$\frac{9{,}80665}{10}$	10^4
1 atm	$1{,}01325 \cdot 10^5$	1,0332	1	$7{,}6 \cdot 10^2$	1,01325	$1{,}0332 \cdot 10^4$
1 Torr	$1{,}3332 \cdot 10^2$	$\frac{1{,}36}{10^3}$	$\frac{1{,}316}{10^3}$	1	$\frac{1{,}3332}{10^3}$	$1{,}360 \cdot 10$
1 bar (10^3 mbar)	10^5	1,0197	$\frac{9{,}869}{10}$	$7{,}5 \cdot 10^2$	1	$1{,}0197 \cdot 10^4$
1 mm WS $\left(1\ \frac{kp}{m^2}\right)$	9,80665	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{9{,}6784}{10^5}$	$\frac{7{,}3556}{10^2}$	$\frac{9{,}80665}{10^5}$	1

Arbeit, Energie, Wärmemenge (↗ 55)

Einheit	Faktor für Umrechnung in Nm (Ws, J)	kWh	kcal	kpm	MeV
1 Nm (1 Ws, 1 J)	1	$\frac{2{,}778}{10^7}$	$\frac{2{,}388}{10^4}$	$\frac{1{,}0197}{10}$	$6{,}242 \cdot 10^{12}$
1 kWh	$3{,}6 \cdot 10^6$	1	$8{,}598 \cdot 10^2$	$3{,}671 \cdot 10^5$	$2{,}247 \cdot 10^{19}$
1 kcal	$4{,}1868 \cdot 10^3$	$\frac{1{,}163}{10^3}$	1	$4{,}269 \cdot 10^2$	$2{,}614 \cdot 10^{16}$
1 kpm	9,80665	$\frac{2{,}724}{10^6}$	$\frac{2{,}342}{10^3}$	1	$6{,}122 \cdot 10^{13}$
1 MeV	$\frac{1{,}602}{10^{13}}$	$\frac{4{,}45}{10^{20}}$	$\frac{3{,}826}{10^{17}}$	$\frac{1{,}634}{10^{14}}$	1

Leistung (↗ 55)

Einheit	Faktor für Umrechnung in kW	kcal/s	kpm/s	PS
1 kW	1	$\frac{2{,}388}{10}$	$1{,}0197 \cdot 10^2$	1,359
1 kcal/s	4,1868	1	$4{,}269 \cdot 10^2$	5,692
1 kpm/s	$\frac{9{,}80665}{10^3}$	$\frac{2{,}342}{10^3}$	1	$\frac{1{,}333}{10^2}$
1 PS	$\frac{7{,}355}{10}$	$\frac{1{,}757}{10}$	$7{,}5 \cdot 10$	1

Dichte (bei 20 °C) (↗ 54)

Stoff	ϱ in $\frac{g}{cm^3}$	Stoff	ϱ in $\frac{g}{cm^3}$
Asbest	2,1 bis 2,8	Mauerwerk, Ziegel	1,4 bis 1,8
Beton, Schwer-	1,9 bis 2,8	Messing	8,2 bis 8,7
Bronze	8,7 bis 8,9	Papier	0,7 bis 1,2
Braunkohle	1,2 bis 1,4	Paraffin	0,9
Dieselkraftstoff	0,85 bis 0,88	Petroleum	0,8
Eis (0 °C)	0,9	Porzellan	2,3
Glas	2,4 bis 2,6	Quarzglas	2,2
Hartgummi	1,15 bis 1,5	Stahl, Fluß-	7,85
Hartholz	1,2 bis 1,4	Steinsalz	2,17
Konstantan	8,9	Wolle	1,3 bis 1,4
Kork	0,2	Wasser (bei 4 °C)	0,999973 (1)
Marmor	2,6	Wasser (bei 20 °C)	0,998099 (1)

Schallgeschwindigkeiten

(Richtwerte für etwa 20 °C, für Gase bei Normaldruck: 760 Torr)

Stoff	v in $\frac{m}{s}$	Stoff	v in $\frac{m}{s}$
Aluminium	5 100	Kupfer	3 900
Äthanol	1 160	Luft bei 0 °C	331
Benzin	1 160	Luft bei 10 °C	337
Benzol	1 320	Luft bei 20 °C	343
Beton	3 800	Luft bei 30 °C	349
Blei	1 300	Stahl	5 100
Eis	3 230	Ziegelmauerwerk	3 600
Glas	4 000 bis 5 500	Zink	3 700
Gummi	40	Wasserstoff	1 280
Kohlendioxid	260	Wasser bei 4 °C	1 400
Kork	500	Wasser bei 15 °C	1 460

Reibungszahlen (Richtwerte) (↗71)

Werkstoff	Haftreibungszahl μ_0	Gleitreibungszahl μ
Stahl auf Stahl, trocken	0,15	0,10
Stahl auf Bronze	0,18	0,16
Stahl auf Eis	0,027	0,014
Metall auf Holz	0,55	0,35
Holz auf Holz	0,65	0,35
Leder auf Metall (Dichtungen)	0,60	0,25
Lederriemen auf Metall	0,56	0,28
Lederriemen auf Holz	0,47	0,27
Beton auf Kies	0,87	
Beton auf Sand	0,56	
Mauerwerk auf Sand	0,60	
	Rollreibungszahl f in cm	
Grauguß auf Grauguß	0,08	
Stahlreifen auf Schiene	0,05	
Stahlkugeln gehärtet auf Stahl (Kugellager)	0,001	

Eigenschaften von flüssigen Stoffen

	Räumlicher Ausdehnungskoeffizient γ in $\frac{1}{grd}$	Spezifische Wärme (↗ 57, 78) c in $\frac{cal}{g \cdot grd}$	Schmelztemperatur (Luftdruck 760 Torr) t_s in °C	Spezifische Schmelzwärme q_s in $\frac{kcal}{kg}$	Siedetemperatur (Luftdruck 760 Torr) t_v in °C
Äthanol	0,00110	0,57	— 114	26	78
Äthoxyäthan (Äther)	0,00162	0,56	— 123	24	35
Benzol	0,00106	0,41	5,5	30	80
Methanol	0,00110	0,60	— 98		65
Paraffin	0,00076				
Petroleum	0,00096	0,50			
Propanon (Azeton)	0,00143	0,51	— 95	20	56
Propantriol (Glyzerin)	0,00049	0,57	18		290
Quecksilber	0,00018	0,03	— 39	2,7	357
Trichlormethan (Chloroform)	0,00128	0,24	— 64	18	61
Wasser	0,00018	1	0	80	100

Eigenschaften von festen Stoffen

	Linearer Ausdehnungskoeffizient α in $\frac{1}{grd}$	Spezifische Wärme (↗ S. 78) c in $\frac{cal}{g \cdot grd}$	Schmelztemperatur (Luftdruck 760 Torr) t_s in °C	Spezifische Schmelzwärme q_s in $\frac{kcal}{kg}$	Siedetemperatur (Luftdruck 760 Torr) t_v in °C
Aluminium	0,000023	0,22	660	95	2 270
Beton, Stahl-	0,000012				
Blei	0,000029	0,03	327	6	1 750
Bronze, Messing	0,000018	0,09	≈ 900		
Diamant	0,000001	0,10	3 540		4 347
Glas, Fenster-	0,000010	0,21			
Gold	0,000014	0,03	1 063	15	2 700
Graphit	0,000002	0,15	3 800		4 347
Hartgummi	0,000080	0,34			
Holz, Eiche	0,000008	0,57			
Konstantan	0,000015	0,10			
Kupfer	0,000016	0,09	1 083	49	2 350
Magnesium	0,000026	0,25	650	89	1 120
Mauerwerk	0,000005	0,21			
Platin	0,000009	0,03	≈ 1 770	24	≈ 4 000
Polyvinylchlorid	0,000080				
Porzellan	0,000004	0,19			
Quarzglas	0,000001	0,19	1 700		
Silber	0,000020	0,06	960	25	2 200
Stahl	0,000013	≈ 0,12	≈ 1 500		
Wismut	0,000014	0,03	271	12	1 560
Wolfram	0,000004	0,03	3 350	46	6 000
Zink	0,000036	0,09	419	25	907
Zinn	0,000027	0,05	232	14	2 430

Spezifische Wärme von Gasen

Stoff	c_v in $\frac{kcal}{kg \cdot grd}$	c_p in $\frac{kcal}{kg \cdot grd}$	c_v in $\frac{kcal}{kmol \cdot grd}$	c_p in $\frac{1}{m_{mo}}$
Argon	0,077	0,127	2,96	4,95
Helium	0,755	1,25	3,01	5,00
Kohlenoxid	0,178	0,25	4,98	6,97
Sauerstoff	0,157	0,218	5,01	7,01
Stickstoff	0,178	0,25	4,96	6,95
Wasserstoff	2,420	3,41	4,98	6,89

Wärmeleitzahl (zwischen 0 °C und 100 °C)

Stoff	λ in $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot grd}$	Stoff	λ in $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot grd}$
Aluminium	0,59	Porzellan	0,003
Blei	0,08	Quarzglas	0,003
Eisen	0,20	Silber	1,00
Gold	0,74	Stahl (Cr-Ni)	0,03
Graphit	0,01	Wolfram	0,40
Kupfer	0,95	Zink	0,27

Spezifische Verdampfungswärme bzw. Kondensationswärme

Stoff	q_v in $\frac{kcal}{kg}$	Stoff	q_v in $\frac{kcal}{kg}$
Äthanol	201	Quecksilber	68
Äthoxyäthan	86	Sauerstoff	51
Ammoniak	327	Stickstoff	48
Benzol	94	Wasser	539
Luft	47	Wasserstoff	112

Heizwerte (Mittelwerte)

feste Brennstoffe	H in $\frac{kcal}{kg}$	flüssige Brennstoffe	H in $\frac{kcal}{kg}$
Braunkohle, weich	2 000	Vergaserkraftstoff	11 200
Briketts	4 700	Dieselkraftstoff	10 700
Holz, trocken	3 600	Steinkohlenteeröl	9 400
Torf, trocken	3 500	**technische Gase**	H in $\frac{kcal}{m^3}$
Steinkohle			
Gaskohle	7 000	Benzol	35 000
Anthrazit	7 400	Propan	24 000
Braunkohlenschwelkoks	5 700	Stadtgas	4 000
Zechenkoks	7 000	Wassergas	2 400

Relative Dielektrizitätskonstante (↗76)

Isolierstoff	ε_r	Isolierstoff	ε_r
Bernstein	2,8	Marmor	8,5
Epsilan 900	900	Mikanit	4 bis 6
Epsilan 7000	7 000	Papier	1,8 bis 2,6
Glas	5 bis 16	Paraffin	2
Glimmer	4 bis 8	Polystyrol	2,4
Hartgummi	2,5 bis 3,5	Porzellan	6
Hartpapier	3,5 bis 5	Quarzglas	3,7
Keramische		Schiefer	6 bis 8
Sondermassen	100	Tempa S	14
Luft	1,0006	Vakuum	1

Relative Permeabilität (↗77)

Ferromagnetische Stoffe	Anfangspermeabilität μ_{r_a}	Maximalpermeabilität $\mu_{r_{max}}$
Technisch reines Eisen	250	7 000
Transformatorenblech	600	7 600
Elektrolyteisen	600	15 000
Nickel-Eisen-Legierung	2 700	20 000

Anmerkung: Die Permeabilität der ferromagnetischen Stoffe ist stark von der Art der Legierung und von der Art der Behandlung abhängig. Der Betrag der Permeabilität wächst mit der Stärke des magnetischen Feldes.

Paramagnetische Stoffe	μ_r	Diamagnetische Stoffe	μ_r
Luft	1,00000036	Stickstoff	0,9999999927
Platin	1,00027	Quecksilber	0,999927
Zinn	1,000002	Wasser	0,999991

Spezifische elektrische Widerstände (bei 20 °C) (↗75)

Metalle[1]

	ϱ in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
Aluminium	0,024
Blei	0,188
Eisen	0,10
Gold	0,020
Kupfer	0,016
Platin	0,098
Quecksilber	0,94
Silber	0,015
Wismut	1,2
Wolfram	0,049
Zink	0,048
Zinn	0,10

Widerstandslegierungen[1]

	ϱ in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
Chromnickel	1,20
Eisen leg. (4 Si)	0,50
Konstantan	0,50
Manganin	0,43
Nickelin	0,40
Stahlguß	0,18

Isolierstoffe[1]

	ϱ in $\frac{\Omega \cdot cm^2}{cm} = \Omega \cdot cm$
Bernstein	$> 10^{18}$
Glas	10^{11} bis 10^{15}
Glimmer	10^{14} bis 10^{17}
Hartgummi	10^{12} bis 10^{18}
Hartpapier	10^{15} bis 10^{16}
Holz	10^{10} bis 10^{16}
Kolophonium	$5 \cdot 10^{16}$
Marmor	10^{9} bis 10^{11}
Paraffin	10^{16} bis 10^{18}
Porzellan	$3 \cdot 10^{14}$
PVC	$> 10^{14}$
Quarz	$2 \cdot 10^{16}$

[1] Richtwerte

Ablösearbeit W_A der Elektronen für reine Metalloberflächen

Stoff	W_A in eV	Stoff	W_A in eV
Barium	2,52	Thorium	3,38
Eisen	4,63	Wolfram	4,54
Platin	5,36	Zäsium	1,93

Lichtgeschwindigkeit

Stoff	c in $\frac{km}{s}$	Stoff	c in $\frac{km}{s}$
Vakuum	299 792	Kronglas	200 000
Diamant	125 000	Wasser	225 000
Flintglas	186 000		

Elektromagnetisches Spektrum

Bezeichnung	Frequenz f in Hz	Wellenlänge λ
Wechselstrom	$16^2/_3$ bis 10^2	1 800 km bis 3 000 km
Leitungstelefonie	10^2 bis 10^4	3 000 km bis 30 km
Hertzsche Wellen	10^4 bis 10^{13}	30 km bis 0,03 mm
Langwellen	$1{,}5 \cdot 10^5$ bis $3 \cdot 10^5$	2 000 m bis 1 000 m
Mittelwellen	$0{,}5 \cdot 10^6$ bis $2 \cdot 10^6$	600 m bis 150 m
Kurzwellen	$0{,}6 \cdot 10^7$ bis $2 \cdot 10^7$	50 m bis 15 m
Ultrakurzwellen	$0{,}2 \cdot 10^8$ bis $3 \cdot 10^8$	15 m bis 1 m
Mikrowellen	$3 \cdot 10^8$ bis 10^{13}	1 m bis 0,03 mm
Lichtwellen	10^{12} bis $5 \cdot 10^{16}$	0,3 mm bis 5 nm
infrarotes Licht	10^{12} bis $3{,}8 \cdot 10^{14}$	0,3 mm bis 790 nm
sichtbares Licht	$3{,}8 \cdot 10^{14}$ bis $7{,}7 \cdot 10^{14}$	790 nm bis 390 nm
ultraviolettes Licht	$7{,}7 \cdot 10^{14}$ bis $5 \cdot 10^{16}$	390 nm bis 5 nm
Röntgenstrahlen	$3 \cdot 10^{16}$ bis $3 \cdot 10^{20}$	10 nm bis 1 pm
Gammastrahlen	10^{18} bis 10^{22}	300 pm bis 0,03 pm
kosmische Strahlen	10^{22} bis 10^{24}	0,03 pm bis 0,0003 pm

Fraunhofersche Linien

Fraunh. Linie	Wellenlänge λ in nm	zugehöriges chem. Element	Farbe
A	760,8	Kohlenstoff	äußerstes Rot
B	686,7	Sauerstoff	Hochrot
C	656,3	Wasserstoff	Rotorange
D	589,3	Natrium	Gelb
E	527,0	Eisen	Grün
F	486,1	Wasserstoff	Blau
G	430,8	Kalzium	Indigo
H	396,8	Kalzium	Violett

Brechzahlen (↗74)

für den Übergang des Lichts aus Luft in den betreffenden Stoff (für gelbe Natriumlinie mit $\lambda = 589{,}3$ nm)

Stoff	n_D	Stoff	n_D
Äthanol	1,362	Propantriol	1,469
Diamant	2,417	Quarzglas	1,459
Eis	1,31	Sauerstoff	0,99998
Flintglas, leicht	1,608	Titania (künstlich)	2,71
schwer	1,754	Vakuum	0,99971
Kohlendisulfid	1,629	Wasser	1,333
Kronglas, leicht	1,515	Wasserdampf	0,99986
schwer	1,615	Wasserstoff	0,99985

Elektrotechnische Schaltzeichen

Galvanisches Element Akkumulator		Wechselstrom Gleichstrom	
Buchse		Spannungsmesser	
Stecker		Strommesser	
Glühlampe		Kondensator, allgemein	
Schalter, allgemein		Glimmlampe	
Widerstand, allgemein		Diode	
Widerstand, verstellbar		Triode	
Spule, allgemein		Fotowiderstand	
Transformator		p-n-p-Transistor	
Elektromotor		Gleichrichter	

Mechanik

Dichte (↗ 60) $\varrho = \frac{m}{V}$

Druck (↗ 59) $p = \frac{F}{A}$

Masse (↗ 54) $m = \frac{F}{a}$

Druckkraft $F = p \cdot A$

Zusammensetzen von Kräften

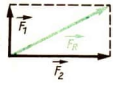
$F_R = F_1 + F_2$

$F_R = F_1 + F_2 + \ldots + F_n$

$\vec{F_1}, \vec{F_2}, \ldots, \vec{F_n}$ haben gleiche Wirkungslinie

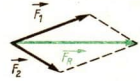
$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$\vec{F_1} \perp \vec{F_2}$



$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

$\vec{F_1}$ und $\vec{F_1}$ bilden einen beliebigen Winkel

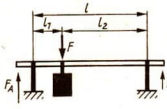


Mechanik

Auflagekräfte

$F = F_A + F_B$

$F_A = \frac{F \cdot l_2}{l}$; $F_B = \frac{F \cdot l_1}{l}$



Biegemoment

$M_b = F \cdot l$

Kinematik

Bewegungsart	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Weg[1]
geradlinige, gleichförmige Bewegung	$v = \frac{s}{t}$; v = konstant	$a = 0$	$s = v \cdot t + s_0$
geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe (freier Fall mit $g = a$) mit Anfangsgeschwindigkeit (senkrechter Wurf mit $g = a$)	$v = a \cdot t = \sqrt{2a \cdot s}$ $v = v_0 + a \cdot t$	$a = \frac{v}{t}$; $v_0 = 0$ $a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}$ $s = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$
	Maximale Steighöhe $s_h = \frac{v_0^2}{2g}$ mit Steigzeit $t_h = \frac{v_0}{g}$		
ungleichförmige Bewegung	$v = \frac{ds}{dt}$; $v = \int_{t_1}^{t_2} a \, dt$	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	$s = \int_{t_1}^{t_2} v \, dt$
gleichförmige Kreisbewegung	Umlaufzahl (Umlauffrequenz) $n = \frac{1}{T}$ (T: Umlaufdauer) Bahngeschwindigkeit $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ $v = 2\pi \cdot r \cdot n$ Drehwinkel $\sigma = \frac{s}{r}$ Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\sigma}{t} = \frac{v}{r}$ $\omega = 2\pi \cdot n$	Radialbeschleunigung $a_r = \frac{v^2}{r}$ $a_r = r \cdot \omega^2$	$s = v \cdot t$
gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung	Bahngeschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{d\sigma}{dt}$	Bahnbeschleunigung $a = \frac{v}{t}$; $a = \frac{dv}{dt}$ Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{a}{r}$ $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	

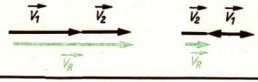
[1] Beim senkrechten Wurf nach oben: Abstand von der Abwurfstelle.

Mechanik

Zusammensetzen von Geschwindigkeiten

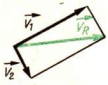
$v_R = v_1 + v_2$

$\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ haben gleichen Richtungssinn



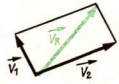
$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

$\vec{v_1} \perp \vec{v_2}$



$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 \cdot v_2 \cdot \cos\alpha}$

$\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ bilden einen beliebigen Winkel



Waagerechter Wurf $v_R = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}$

Gleichung der Parabel $y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2$

Parameterdarstellung der Parabelgleichung

$x = v_0 \cdot t \qquad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$

Schräger Wurf $x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha \qquad y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} t^2$

Steigzeit $t_h = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ Steighöhe $s_h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$

Wurfzeit $t = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ Wurfweite $s = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

Energie — Impuls

Arbeit (↗ 59)

$W = F \cdot s$ falls $F = F(s) =$ konst. und $\vec{F} \parallel \vec{s}$

$W = F \cdot s \cdot \cos(F, s)$ falls $F = F(s) =$ konst.

$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s)\, ds$ falls $\vec{F} \parallel \vec{s}$

$W = P \cdot t$ falls $P = P(t) =$ konst.

$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t)\, dt$

Hubarbeit $W = G \cdot h; \qquad W = m \cdot g \cdot h$

Reibungsarbeit $W = F_R s$ [Reibungskraft F_R (↗ 71)]

Federspannarbeit $W_F = \frac{1}{2} F_E \cdot s$ F_E : Endkraft

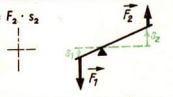
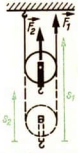
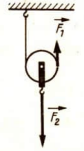
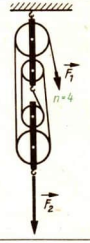
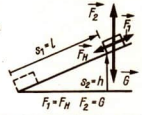
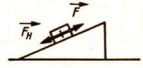
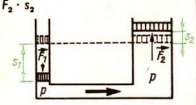
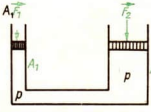
Arbeit im Gravitationsfeld $W = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Arbeit $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2; \qquad W_1 = W_2$

Leistung (↗ 60) $P = \frac{W}{t} = F \cdot v; \qquad P = \frac{dW}{dt}$

Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{zu}}; \qquad \eta = \frac{W_{Nutz}}{W_{zu}} = \frac{W_2}{W_1}$

Mechanik

Kraftumformende Einrichtungen	Satz von der Gleichheit der mechanischen Arbeit	Gleichgewicht
Hebel	$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ 	$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$
feste Rolle	$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$	$F_1 = F_2$
lose Rolle	$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ 	$F_1 = \frac{F_2}{2}$ 
Flaschenzug	$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$	$F_1 = \frac{F_2}{n}$ 
geneigte Ebene	$F_H \cdot l = G \cdot h$ $F_H = G \cdot \sin\alpha$ 	$F = F_h$ 
Hydraulische Anlagen	$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ 	$F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1$ 

Mechanik

Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{n_{An}}{n_{Ab}} \qquad n_{An}: \text{Antriebsdrehzahl}, \quad n_{Ab}: \text{Abtriebsdrehzahl}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Energie

Lageenergie (potentielle Energie)

$$W_{pot} = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Federspannenergie

$$W_F = \frac{1}{2} F_E \cdot s \qquad F_E: \text{Endkraft}$$

Bewegungsenergie (kinetische Energie)

$$W_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

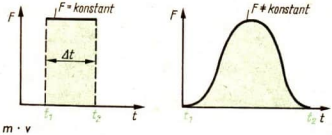
Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie

$$W_{ges} = W_{pot} + W_{kin} = \text{konst.}$$

(Reibung wird vernachlässigt)

Kraftstoß

$$I = F \cdot \Delta t; \quad F = \text{konstant} \qquad I = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\ dt$$



Impuls

$$I = m \cdot v$$

Gesetz von der Impulsänderung

$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} \qquad m = \text{konst.}$$

Gesetz von der Erhaltung des Impulses

$$I_{ges} = \sum_{k=1}^{n} m_k \cdot v_k = \text{konst., falls } F = 0$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + \ldots + m_n \cdot v_n = \text{konst.}$$

Zentraler Stoß zweier Körper

Elastischer Stoß

$$\frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) = \frac{1}{2}(m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2)$$

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

Unelastischer Stoß

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2}(m_1 \cdot u^2 + m_2 \cdot u^2)$$

u: Geschwindigkeit nach dem Stoß

ΔW: Differenz der kinetischen Energien

Dynamik

Grundgesetz der Dynamik (Newtonsches Grundgesetz)

$$F \sim a;\ F = m \cdot a$$

Masse

$$m = \frac{F}{a}$$

Gewichtskraft

$$G = m \cdot g$$

Reibungskraft

$$F_g = \mu \cdot G;\ F_R = \mu \cdot F_N$$

μ: Reibungszahl (↗ 61)

Drehbewegung (gleichförmige Kreisbewegung; ↗ 67)

Drehwinkel

$$\sigma = \frac{s}{r}$$

Radialbeschleunigung

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = r \cdot \omega^2$$

Radialkraft

$$F_r = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot a_r$$

$$F_r = \frac{4\pi^2 m \cdot r}{T^2}$$

$$= m \cdot r \cdot \omega^2$$

Fliehkraft

$$F_z = m \cdot r \cdot \omega^2$$

Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Drehmoment

$$M = F \cdot r, \text{ wenn } \vec{F} \perp \vec{r}$$

$$M = F \cdot s \cdot \sin(F; s)$$

$$\vec{M} = \vec{s} \times \vec{F}$$

Gleichgewichtsbedingung für einen drehbaren Körper (Momentengleichgewicht)

$$\sum M_i = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n} M_k = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$$

Trägheitsmoment

Punktmasse $J = m \cdot r^2$

Körper $J = \int r^2\ dm$

■ Kreiszylinder $J = \frac{m \cdot r^2}{2}$

Hohlzylinder $J = \frac{m(r_1^2 + r_2^2)}{2}$

Kugel $J = \frac{2m \cdot r^2}{5}$

Grundgesetz der Drehbewegung

$$M = J \cdot \alpha$$

$$M = \frac{d(J \cdot \omega)}{dt}$$

Drehimpuls

$$D = J \cdot \omega$$

Gesetz von der Erhaltung des Drehimpulses

$$D_{ges} = \sum_{k=1}^{n} (J_k \cdot \omega_k) = \text{konst.},\ M = 0$$

Rotationsenergie

$$W_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

Gravitation

Gravitationsgesetz (Gravitationskraft)

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

γ: Gravitationskonstante

Zweites Keplersches Gesetz

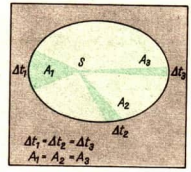
$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{konst.}$$

Drittes Keplersches Gesetz

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \qquad T^2 \sim a^3$$

a: große Halbachse der Bahnen von Planeten

T: Umlaufzeit



Gravitationsfeldstärke

$$E = \gamma \cdot \frac{m}{r^2}$$

Arbeit im Gravitationsfeld

$$W = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Kreisbahngeschwindigkeit

$$v_k = \sqrt{\frac{\gamma \cdot m}{r}}$$

Parabelbahngeschwindigkeit

$$v_p = \sqrt{\frac{2\gamma \cdot m}{r}}$$

Spezielle Relativitätstheorie

Galilei-Transformation

$$x = x' + V \cdot t$$

$$y = y'$$

$$z = z' \qquad V = \text{konst.}$$

$$t = t'$$

Lorentz-Transformation

$$x = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + x' \cdot \frac{V}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Zeitdilatation (Zeitdehnung)

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \Delta t > \Delta t_0'$$

Längenkontraktion (Längenzusammenziehung)

$$l = l_0' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad l < l_0'$$

Addition von Geschwindigkeiten

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v' \cdot V}{c^2}}$$

Impulsmasse

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0: Ruhemasse

Ruheenergie

$$W_0 = m_0 \cdot c^2$$

Gesamtenergie

$$W = W_0 + W_{kin}$$

Masse-Energie-Beziehung (Einsteinsche Gleichung)

$$W = m \cdot c^2$$

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

Dichte $\varrho = \frac{m}{V}$

Wichte $\gamma = \frac{G}{V}$; $\gamma = \varrho \cdot g$

Kolbendruck $p = \frac{F}{A}$

Schweredruck $p = h \cdot \gamma$

$p = h \cdot \varrho \cdot g$

Druckkräfte bei hydraulischen Anlagen

Gleichgewicht

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Satz von der Erhaltung der Arbeit

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

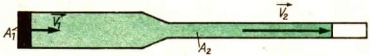
Auftriebskraft (Archimedisches Gesetz)

$$F_A = G_{Fl};\ F_A = V_k \cdot \gamma_{Fl}$$

stationäre Strömung (in strömenden Flüssigkeiten oder in langsam strömenden Gasen)

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A \cdot v = \text{konst.}$$



Schwingungen und Wellen

Periode (Schwingungsdauer) (↗ 54) $T = \frac{t}{n}$; $T = \frac{1}{f}$ Frequenz $f = \frac{n}{t}$; $f = \frac{1}{T}$

Kreisfrequenz (↗ 54) $\omega = 2\pi \cdot f$; (n: Anzahl der Schwingungen)

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

Schwingungen

Harmonische Schwingung
Momentanwert einer sich zeitlich periodisch verändernden physikalischen Größe (Elongation) $y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Periode eines Pendelschwingers (kleiner Ausschlag: $\alpha < 5°$; Punktmasse) $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$; $g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$

Periode eines Federschwingers $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$

Elektrischer Schwingkreis (Thomsonsche Schwingungsgleichung)

Periode $T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$

Frequenz $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$

Wellen

Grundgleichung der Wellenausbreitung $v = \lambda \cdot f$

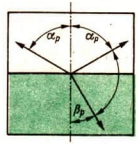
Brechungsgesetz (↗ 65) $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}$

Wellenverstärkung (Doppelspalt und Gitter) $\frac{n \cdot \lambda}{b} = \frac{s_n}{e_n} = \sin\alpha_n (n = 1, 2, 3, \ldots)$

Interferenzen an dünnen Schichten $d_A = 2m \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{2m \cdot \lambda_o}{4n}$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$

$d_V = (2m - 1)\frac{\lambda}{4} = (2m - 1)\frac{\lambda_o}{4n}$

Brewstersches Gesetz (Lichtwellen) $180° - (\alpha_p + \beta_p) = 90°$; $n = \tan\alpha_p$



Elektrizitätslehre

Gleichstrom

Elektrische Stromstärke $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Ohmsches Gesetz $I \sim U \quad I \sim \frac{U}{R}$

Elektrischer Widerstand $R = \frac{U}{I}$

Elektrische Arbeit $W = U \cdot I \cdot t$

$W = I^2 \cdot R \cdot t$

$W = \frac{U^2 \cdot t}{R}$

Elektrische Spannung $U = \frac{W}{Q}$

Widerstandsgesetz $R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$ (↗ 64)

$\vartheta = \text{konst.}$

Elektrische Leistung $P = U \cdot I$

$P = I^2 \cdot R$

	Elektrische Stromstärke	Elektrische Spannung	Elektrischer Widerstand	
Unverzweigter Stromkreis (Reihenschaltung) für technische Widerstände	$I = I_1 = I_2$	$U_{ges} = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$	$R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$
für n gleiche Elemente	$I = \frac{n \cdot U}{n R_i + R_a}$			
verzweigter Stromkreis (Parallelschaltung) für technische Widerstände	$I_{ges} = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$	$U = U_1 = U_2$	$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$
für n gleiche Elemente	$I = \frac{U}{\frac{R_i}{n} + R}$			

Elektrisches Feld

Elektrische Ladung (Elektrizitätsmenge) $Q = I \cdot \Delta t;\ I = \text{konst.}$

$Q = \int_{t_1}^{t_2} I \, dt$

Elektrische Feldstärke

in jedem Punkt des Raumes $E = \frac{F}{Q}$

eines homogenen Feldes $E = \frac{U}{s}$

einer Punktladung $E = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot r^2}$

Kraft im elektrischen Feld (Coulombsches Gesetz) $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$

Elektrische Kapazität	
eines Kondensators	$C = \frac{Q}{U}$
eines Plattenkondensators	$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{s}$
Energie des elektrischen Feldes (Plattenkondensator)	$W = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot E^2 \cdot V$
	$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$
	$W = \frac{1}{2} U \cdot Q$ $\quad \varepsilon_r$ (↗ 63)
Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ $\quad \varepsilon_0$: Elektrische Feldkonstante (↗ 57)

Elektrischer Wechselstrom (Elektromagnetische Schwingungen)

Momentanwert der Wechselstromstärke	$i = i_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
Momentanwert der Wechselspannung	$u = u_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
effektive Stromstärke	$I = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot i_{max} \approx 0{,}707 \cdot i_{max}$
effektive Spannung	$U = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot u_{max} \approx 0{,}707 \cdot u_{max}$
Kapazitiver Widerstand	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$
Induktiver Widerstand	$X_L = \omega \cdot L$
Blindwiderstand	$X = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$
Scheinleistung	$P_s = U \cdot I$
Scheinarbeit	$W_s = P_s \cdot t$
Wirkleistung	$P_W = U \cdot I \cdot \cos\varphi = P_s \cdot \cos\varphi$
Wirkarbeit	$W_W = P_W \cdot t$
Leistungsfaktor	$\cos\varphi = \frac{P_W}{P_s}$
Transformator	
Spannungsverhältnis (Leerlauf)	$\frac{U_p}{U_s} = \frac{N_p}{N_s} = u$
Stromstärkeverhältnis (Kurzschluß)	$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$; $I_p \cdot U_p = I_s \cdot U_s$
Thomsonsche Schwingungsgleichung	$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$
	$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$

Magnetisches Feld

Magnetische Induktion	$B = \frac{F}{I \cdot l} = \frac{F}{Q \cdot v}$; $\vec{F} = \vec{I} \cdot l \times \vec{B}$
Kraft auf bewegte Ladungsträger (Lorentzkraft)	$F_L = I \cdot l \cdot B$; $\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$
	$F_L = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha$; $\vec{F} \perp \vec{B}$ und $\vec{F} \perp \vec{v}$
Kraft auf einen bewegten Ladungsträger	$F_L = e \cdot v \cdot B$
Magnetische Induktion (homogenes Feld im Innern einer Spule)	$B = \mu \cdot I_{err} \cdot \frac{N}{l} = \mu \cdot H$
Magnetische Feldstärke	$H = I_{err} \cdot \frac{N}{l}$
Permeabilität	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_{rel}$ $\quad \mu_{rel}$ (↗ 64)
Kraft zwischen parallelen Strömen	$F = \mu \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot r}$

Elektromagnetische Induktion

Induktionsspannung (Leiterschleife)	$U_i = -B \cdot l \cdot v$
Induktionsgesetz, induzierte Spannung (Spule)	$U_i = -N \cdot \frac{\Delta(B \cdot A)}{\Delta t}$
Momentanwert	$U_i = -N \cdot \frac{d(B \cdot A)}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$
Magnetischer Fluß	$\Phi = B \cdot A$
Selbstinduktionsspannung	$U = -N \cdot \frac{d\left(\mu \cdot I_{err} \cdot \frac{N}{l} \cdot A\right)}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$
Induktivität	$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{l}$
Energie des magnetischen Feldes (Spule)	$W = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot B^2 \cdot V = \frac{1}{2} L \cdot I^2$
Momentanspannung beim Wechselstromgenerator	$U_i = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Wärmelehre

Längenänderung	$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$	Längendehnung	$l_1 = l_0(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$
Volumenänderung (Festkörper, Flüssigkeiten)	$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta$ $\quad \gamma \approx 3\,\alpha$	Volumendehnung	$V_1 = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$
Umrechnung von Temperaturen	$\frac{T}{°K} = \frac{\vartheta}{°C} + 273$		

Grundgleichung der Wärmelehre $W_W = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

Grundgesetz des Wärmeaustauschs $W_{W_1} = W_{W_2}$

spezifische Wärme $c = \dfrac{W}{m \cdot \Delta\vartheta}$

Mischungstemperatur $\vartheta_m = \dfrac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$

allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas $\dfrac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \dfrac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$; $p \cdot V = m \cdot R \cdot T$

molare Gaskonstante $R_0 = \dfrac{p_0 \cdot V_{mo}}{T_0}$

Gaskonstante $R = R_0 \cdot \dfrac{1}{m_{mo}}$

Volumen-Temperatur-Gesetz $V_1 = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$; p = konst., $\gamma = \dfrac{1}{273\ \text{grd}}$

Isobare Zustandsänderung $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$

Druck-Temperatur-Gesetz $p_1 = p_0(1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$; V = konst.

Isochore Zustandsänderung $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$

Druck-Volumen-Gesetz $p \cdot V$ = konst.; T = konst.

Isotherme Zustandsänderung $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{V_2}{V_1}$

Idiabatische Zustandsänderung $p \cdot V^{\varkappa}$ = konst.; $\varkappa = \dfrac{c_p}{c_v}$ c_p, c_v (↗ 62)

Erster Hauptsatz der Wärmelehre $W_w = \Delta W_i + W_m$

Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine $\eta = \dfrac{W_m}{W_w} = \dfrac{P_{ab}}{P_{zu}}$

Thermischer Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine $\eta = \dfrac{W_1 - W_2}{W_1}$; $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$; $T_1 > T_2$

Kinetische Gastheorie

Grundgleichung $p = \dfrac{1}{3} \dfrac{N \cdot m_x \cdot v^2}{V}$; $p = \dfrac{1}{3} \dfrac{m \cdot v^2}{V}$

Teilchenkonzentration $n = \dfrac{N}{V}$ m_x: Masse eines Moleküls

mittlere Geschwindigkeit der Moleküle eines Gases $v = \sqrt{3R \cdot T}$

$\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\sqrt{m_{mo_2}}}{\sqrt{m_{mo_1}}}$

Zusammenhang zwischen der mittleren kinetischen Energie der Moleküle des idealen Gases und der Temperatur $\dfrac{1}{2} m_x \cdot v^2 = \dfrac{3}{2} k \cdot T$

Innere Energie des idealen Gases (und einatomiger realer Gase) $W_i = \dfrac{3}{2} m \cdot R \cdot T$

Innere Energie zweiatomiger Gase $W_i = \dfrac{5}{2} m \cdot R \cdot T$

Atomphysik

atomare Masseneigheit	$1\,u = \frac{1}{12} m_A\left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right)$ (↗ 57)
relative Atommasse	$A_r = \frac{m_A}{u}$
Massenzahl	$A = Z + N$

Welleneigenschaften von Teilchen

De-Broglie-Wellenlänge eines monochromatischen Elektronenstrahls (eines bewegten Teilchens)	$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ h: Plancksches Wirkungsquantum (↗ 57)
Kinetische Energie eines Elektrons	$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U$

Quanteneigenschaften des Lichtes

Energie eines Strahlungsquants	$W_{Str} = h \cdot f$
	$W_{Str} = W_{kin} + W_A$ W_A: Ablösearbeit (↗ 64)
Einsteinsche Gleichung (Fotoeffekt)	$h \cdot f = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 + h \cdot f_G$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = e \cdot \frac{U_1 - U_2}{f_1 - f_2}$
Heisenbergsche Unbestimmtheitsbeziehung	$\Delta x \cdot \Delta p_x \geqq \frac{h}{2\pi}$
Termformeln für das H-Atom	$f = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2}$
	R: Rydberg-Frequenz (↗ 57)
	mit $m = 1$ $n = 2, 3, 4, \ldots$ Lymann-Serie
	$m = 2$ $n = 3, 4, 5, \ldots$ Balmer-Serie
Bohrsche Frequenzbedingung	$f = \frac{W_a}{h} - \frac{W_e}{h}$

Energiebilanz bei Kernreaktionen

Massendefekt	$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_k$
Kernbindungsenergie	$W_B = \Delta m \cdot c^2$

Astronomische Konstanten und Einheiten

Neigung der Erdachse (1970)	$\varepsilon = 23° 26' 35'' 5 \approx 23{,}5°$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c = 299\,792 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
Astronomische Einheit (AE)	$1 \text{ AE} = 149{,}6 \cdot 10^6 \text{ km}$
Parsec (pc)	$1 \text{ pc} = 30{,}86 \cdot 10^{12} \text{ km} = 206\,265 \text{ AE}$
Lichtjahr (Lj)	$1 \text{ Lj} = 9{,}461 \cdot 10^{12} \text{ km} = 0{,}3067 \text{ pc}$

Die Erde

Radius (Äquator)	$a = 6{,}378 \cdot 10^3 \text{ km}$
(Pol)	$b = 6{,}357 \cdot 10^3 \text{ km}$
Abplattung	$(a - b)\colon a = 1\colon 298{,}25$
Volumen	$V_E = 1{,}083 \cdot 10^{12} \text{ km}^3$
Masse	$m_E = 5{,}979 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Mittlere Dichte	$\varrho_E = 5{,}518 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
Fallbeschleunigung in Meeresniveau	
am Äquator	$g_A = 9{,}78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
am Pol	$g_p = 9{,}83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Mittlere Geschwindigkeit in der Bahn	$v_E = 29{,}785 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

Der Mond

Mittlere Entfernung von der Erde	$S_M = 3{,}844 \cdot 10^5 \text{ km}$
Mittlerer scheinbarer Radius	$R'_M = 15' 32'' 6 = 0{,}259°$
Radius	$R_M = 1{,}738 \cdot 10^3 \text{ km} = 0{,}2725\, R_E$
Volumen	$V_M = 2{,}199 \cdot 10^{10} \text{ km}^3 = 0{,}0203\, V_E$
Masse	$m_M = 7{,}347 \cdot 10^{22} \text{ kg} = 0{,}0123\, m_M$
Mittlere Dichte	$\varrho_M = 3{,}341 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = 0{,}61\, \varrho_E$
Fallbeschleunigung an der Oberfläche	$g_M = 1{,}62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 0{,}165\, g_E$
Mittlere Bahnneigung gegen die Erdbahn	$5° 8' 43'' = 5{,}1453°$
Monatslänge synodisch	$t_{syn} = 29{,}530\,59 \text{ d}$
siderisch	$t_{sid} = 27{,}321\,66 \text{ d}$

Die Sonne

Mittlere Entfernung von der Erde	$S_S = 149{,}6 \cdot 10^6 \text{ km}$
Mittlerer scheinbarer Radius	$R'_S = 16' 1'' 2 = 0{,}267°$
Radius	$R_S = 6{,}958 \cdot 10^5 \text{ km} = 109\, R_E$
Volumen	$V_S = 1{,}410 \cdot 10^{18} \text{ km}^3 = 1{,}3 \cdot 10^6\, V_E$
Masse	$m_S = 1{,}985 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 3{,}32 \cdot 10^5\, m_E$
Mittlere Dichte	$\varrho_S = 1{,}41 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = 0{,}26\, \varrho_E$
Fallbeschleunigung an der Oberfläche	$g_s = 2{,}74 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 27{,}5\, g_E$
Solarkonstante	$S = 1{,}97 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1} = 1{,}374 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$
Leuchtkraft	$L_S = 3{,}861 \cdot 10^{23} \text{ kW} \approx 4 \cdot 10^{23} \text{ kW}$
Oberflächentemperatur	$T \approx 6000\,°\text{K}$ (Verteilungstemperatur im langwelligen Bereich)

Chemische Elemente

Die angegebenen Werte in eckigen Klammern sind die molaren Massen des längstlebigen zur Zeit bekannten Isotops des betreffenden Elements.

Element	Symbol	Ordnungszahl	molare Masse $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Oxydationszahlen (häufige)	Elektronegativitätswert
Aktinium	Ac	89	[227]	+ 3	1,1
Aluminium	Al	13	27	+ 3	1,5
Amerizium	Am	95	[243]	+ 3	1,3
Antimon	Sb	51	122	+ 3; + 5; — 3	1,9
Argon	Ar	18	40	0	
Arsen	As	33	75	+ 3; + 5; — 3	2,0
Astat	At	85	[210]	+ 7; — 1	2,2
Barium	Ba	56	137	+ 2	0,9
Berkelium	Bk	97	[247]	+ 3	
Beryllium	Be	4	9	+ 2	1,5
Blei	Pb	82	207	+ 2; + 4	1,8
Bor	B	5	11	+ 3	2,0
Brom	Br	35	80	+ 1; + 5; — 1	2,8
Chlor	Cl	17	35,5	+ 1; + 3; + 5; + 7; — 1	3,0
Chrom	Cr	24	52	+ 2; + 3; + 6	1,6
Dysprosium	Dy	66	162,5	+ 3	
Einsteinium	Es	99	[254]		
Eisen	Fe	26	56	+ 2; + 3	1,8
Erbium	Er	68	167	+ 3	1,2
Europium	Eu	63	152	+ 3	
Fermium	Fm	100	[253]		
Fluor	F	9	19	— 1	4,0
Franzium	Fr	87	[223]	+ 1	0,7
Gadolinium	Gd	64	157	+ 3	1,1
Gallium	Ga	31	70	+ 3	1,6
Germanium	Ge	32	72,5	+ 4; — 4	1,8
Gold	Au	79	197	+ 1; + 3	2,4
Hafnium	Hf	72	178,5	+ 4	1,3
Helium	He	2	4	0	
Holmium	Ho	67	165	+ 3	1,2
Indium	In	49	115	+ 3	1,7
Iridium	Ir	77	192	+ 3; + 4	2,2
Jod	J	53	127	+ 1; + 5; — 1	2,5
Kadmium	Cd	48	112,5	+ 2	1,7
Kalifornium	Cf	98	[251]		
Kalium	K	19	39	+ 1	0,8
Kalzium	Ca	20	40	+ 2	1,0
Kobalt	Co	27	59	+ 2; + 3	1,8
Kohlenstoff	C	6	12	+ 2; + 4; — 4	2,5
Krypton	Kr	36	84	0	
Kupfer	Cu	29	63,5	+ 1; + 2	1,9
Kurium	Cm	96	[247]	+ 3	
Kurtschatovium	(Ku)	104	[260]		
Lanthan	La	57	139	+ 3	1,1
Lawrenzium	Lr	103	[257]		
Lithium	Li	3	7	+ 1	1,0
Lutetium	Lu	71	175	+ 3	1,2

Element	Symbol	Ordnungszahl	molare Masse in $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Oxydationszahlen (häufige)	Elektronegativitätswert
Magnesium	Mg	12	24	+ 2	1,2
Mangan	Mn	25	55	+ 2; + 4; + 6; + 7	1,5
Mendelevium	Md	101	[256]		
Molybdän	Mo	42	96	+ 6	1,8
Natrium	Na	11	23	+ 1	0,9
Neodym	Nd	60	144	+ 3	1,2
Neon	Ne	10	20	0	
Neptunium	Np	93	[237]	+ 5	1,3
Nickel	Ni	28	59	+ 2	1,8
Niob	Nb	41	93	+ 5	1,6
Nobelium	(No)	102	[254]		
Osmium	Os	76	190	+ 4; + 8	2,2
Palladium	Pd	46	106	+ 2; + 4	2,2
Phosphor	P	15	31	+ 3; + 5; — 3	2,1
Platin	Pt	78	195	+ 2; + 4	2,2
Plutonium	Pu	94	[242]	+ 4	1,3
Polonium	Po	84	209	+ 4; — 2	2,0
Praseodym	Pr	59	141	+ 3	1,1
Promethium	Pm	61	[147]	+ 3	
Protaktinium	Pa	91	[231]	+ 5	1,5
Quecksilber	Hg	80	200,5	+ 1; + 2	1,9
Radium	Ra	88	[226]	+ 2	
Radon	Rn	86	[222]	0	
Rhenium	Re	75	186	+ 7	
Rhodium	Rh	45	103	+ 3; + 4	
Rubidium	Rb	37	85,5	+ 1	
Ruthenium	Ru	44	101	+ 4; + 8	
Samarium	Sm	62	150	+ 3	
Sauerstoff	O	8	16	— 2	
Schwefel	S	16	32	+ 4; + 6; — 2	
Selen	Se	34	79	+ 4; + 6; — 2	
Silber	Ag	47	108	+ 1	
Silizium	Si	14	28	+ 4; — 4	
Skandium	Sc	21	45	+ 3	
Stickstoff	N	7	14	+ 3; + 5; — 3	
Strontium	Sr	38	87,5	+ 2	
Tantal	Ta	73	181	+ 5	
Technetium	Tc	43	[99]	+ 7	
Tellur	Te	52	127,5	+ 4; + 6; — 2	
Terbium	Tb	65	159	+ 3	
Thallium	Tl	81	204	+ 3	
Thorium	Th	90	232	+ 4	
Thulium	Tm	69	169	+ 3	
Titan	Ti	22	48	+ 4	
Uran	U	92	238	+ 6; + 5; + 4	
Vanadin	V	23	51	+ 5	1,6
Wasserstoff	H	1	1	+ 1; — 1	2,1
Wismut	Bi	83	209	+ 3; — 3	1,9
Wolfram	W	74	184	+ 6	1,7
Xenon	Xe	54	131	0	
Ytterbium	Yb	70	173	+ 3	1,1
Yttrium	Y	39	89	+ 3	1,3
Zäsium	Cs	55	133	+ 1	0,7
Zer	Ce	58	140	+ 3	1,1
Zink	Zn	30	65	+ 2	1,6
Zinn	Sn	50	119	+ 2; + 4	1,8
Zirkonium	Zr	40	91	+ 4	1,4

Atomaufbau der Elemente

* Bei diesen Elementen bestehen Abweichungen in der Anordnung der neu hinzukommenden Elektronen oder ist die Anordnung derselben nicht gesichert.

Kernladungszahl	Name	Symbol	K 1s	L 2s 2p	M 3s 3p 3d	N 4s 4p 4d 4f	O 5s 5p 5d 5f	P 6s 6p 6d	Q 7s
Periode 1									
1	Wasserstoff	H	1						
2	Helium	He	2						
Periode 2									
3	Lithium	Li	2	1					
4	Beryllium	Be	2	2					
5	Bor	B	2	2 1					
6	Kohlenstoff	C	2	2 2					
7	Stickstoff	N	2	2 3					
8	Sauerstoff	O	2	2 4					
9	Fluor	F	2	2 5					
10	Neon	Ne	2	2 6					
Periode 3									
11	Natrium	Na	2	2 6	1				
12	Magnesium	Mg	2	2 6	2				
13	Aluminium	Al	2	2 6	2 1				
14	Silizium	Si	2	2 6	2 2				
15	Phosphor	P	2	2 6	2 3				
16	Schwefel	S	2	2 6	2 4				
17	Chlor	Cl	2	2 6	2 5				
18	Argon	Ar	2	2 6	2 6				
Periode 4									
19	Kalium	K	2	2 6	2 6	1			
20	Kalzium	Ca	2	2 6	2 6	2			
21	Skandium	Sc	2	2 6	2 6 1	2			
22	Titan	Ti	2	2 6	2 6 2	2			
23	Vanadin	V	2	2 6	2 6 3	2			
24	Chrom	Cr	2	2 6	2 6 5	1			
25	Mangan	Mn	2	2 6	2 6 5	2			
26	Eisen	Fe	2	2 6	2 6 6	2			
27	Kobalt	Co	2	2 6	2 6 7	2			
28	Nickel	Ni	2	2 6	2 6 8	2			
29	Kupfer	Cu	2	2 6	2 6 10	1			
30	Zink	Zn	2	2 6	2 6 10	2			
31	Gallium	Ga	2	2 6	2 6 10	2 1			
32	Germanium	Ge	2	2 6	2 6 10	2 2			
33	Arsen	As	2	2 6	2 6 10	2 3			
34	Selen	Se	2	2 6	2 6 10	2 4			
35	Brom	Br	2	2 6	2 6 10	2 5			
36	Krypton	Kr	2	2 6	2 6 10	2 6			
Periode 5									
37	Rubidium	Rb	2	2 6	2 6 10	2 6	1		
38	Strontium	Sr	2	2 6	2 6 10	2 6	2		
39	Yttrium	Y	2	2 6	2 6 10	2 6 1	2		
40	Zirkonium	Zr	2	2 6	2 6 10	2 6 2	2		
41	Niob	Nb	2	2 6	2 6 10	2 6 4	1		
42	Molybdän	Mo	2	2 6	2 6 10	2 6 5	1		
43	Technetium	Tc	2	2 6	2 6 10	2 6 5	2*		
44	Ruthenium	Ru	2	2 6	2 6 10	2 6 7	1		
45	Rhodium	Rh	2	2 6	2 6 10	2 6 8	1		
46	Palladium	Pd	2	2 6	2 6 10	2 6 10			
47	Silber	Ag	2	2 6	2 6 10	2 6 10	1		
48	Kadmium	Cd	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2		
49	Indium	In	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 1		

Kernladungszahl	Name	Symbol	K 1s	L 2s 2p	M 3s 3p 3d	N 4s 4p 4d 4f	O 5s 5p 5d 5f	P 6s 6p 6d	Q 7s
50	Zinn	Sn	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 2		
51	Antimon	Sb	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 3		
52	Tellur	Te	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 4		
53	Jod	J	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 5		
54	Xenon	Xe	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6		
Periode 6 55	Zäsium	Cs	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	1	
56	Barium	Ba	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	2	
57	Lanthan	La	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6 1	2	
58	Zer	Ce	2	2 6	2 6 10	2 6 10 1	2 6 1	2*	
59	Praseodym	Pr	2	2 6	2 6 10	2 6 10 3	2 6	2	
60	Neodym	Nd	2	2 6	2 6 10	2 6 10 4	2 6	2	
61	Promethium	Pm	2	2 6	2 6 10	2 6 10 5	2 6	2*	
62	Samarium	Sm	2	2 6	2 6 10	2 6 10 6	2 6	2	
63	Europium	Eu	2	2 6	2 6 10	2 6 10 7	2 6	2	
64	Gadolinium	Gd	2	2 6	2 6 10	2 6 10 7	2 6 1	2	
65	Terbium	Tb	2	2 6	2 6 10	2 6 10 9	2 6	2	
66	Dysprosium	Dy	2	2 6	2 6 10	2 6 10 10	2 6	2	
67	Holmium	Ho	2	2 6	2 6 10	2 6 10 11	2 6	2	
68	Erbium	Er	2	2 6	2 6 10	2 6 10 12	2 6	2	
69	Thulium	Tm	2	2 6	2 6 10	2 6 10 13	2 6	2	
70	Ytterbium	Yb	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6	2	
71	Lutetium	Lu	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 1	2	
72	Hafnium	Hf	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 2	2	
73	Tantal	Ta	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 3	2	
74	Wolfram	W	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 4	2	
75	Rhenium	Re	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 5	2	
76	Osmium	Os	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 6	2	
77	Iridium	Ir	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 7	2	
78	Platin	Pt	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 9	1*	
79	Gold	Au	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	1	
80	Quecksilber	Hg	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2	
81	Thallium	Tl	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 1	
82	Blei	Pb	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 2	
83	Wismut	Bi	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 3	
84	Polonium	Po	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 4	
85	Astat	At	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 5	
86	Radon	Rn	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	
Periode 7 87	Franzium	Fr	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	1
88	Radium	Ra	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	2
89	Aktinium	Ac	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 1	2
90	Thorium	Th	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 2	2*
91	Protaktinium	Pa	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 2	2 6 1	2*
92	Uran	U	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 3	2 6 1	2*
93	Neptunium	Np	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 4	2 6 1	2*
94	Plutonium	Pu	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 6	2 6	2*
95	Amerizium	Am	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 7	2 6	2*
96	Kurium	Cm	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 7	2 6 1	2*
97	Berkelium	Bk	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 9	2 6	2*
98	Kalifornium	Cf	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 10	2 6	2*
99	Einsteinium	Es	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 11	2 6	2*
100	Fermium	Fm	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 12	2 6	2*
101	Mendelevium	Md	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 13	2 6	2*
102	Nobelium	No	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 14	2 6	2*
103	Lawrenzium	Lr	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 14	2 6 1	2*
104	Kurtschatovium	Ku	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 14	2 6 2	2*

Wichtige Elemente und anorganische Verbindungen

Schmelztemperatur und Siedetemperatur in °C, bestimmt bei 760 Torr, Dichte (↗ 66) gemessen bei 20 °C.

Name	Symbol bzw. Formel	molare Masse in $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Dichte ϱ in $\frac{g}{cm^3}$	Schmelztemperatur t_s in °C	Siedetemperatur t_v in °C
Aluminium	Al	27	2,70	660	2 500
Aluminiumoxid	Al_2O_3	102	3,90	2 045	≈ 3 000
Aluminiumsulfat	$Al_2(SO_4)_3$	342	2,71	zersetzlich ab 600	—
Ammoniak	NH_3	17	0,77 $\frac{g}{l}$	— 78	— 33
Ammoniumchlorid	NH_4Cl	53,5	1,54		subl. bei 335
Ammoniumnitrat	NH_4NO_3	80	1,73	169	zersetzlich ab 200
Ammoniumsulfat	$(NH_4)_2SO_4$	132	1,77	513	zersetzlich
Antimon	Sb	122	6,69	630	1 635
Arsentrioxid	As_2O_3	198	3,86	290	457
Barium	Ba	137	3,65	710	1 696
Bariumchlorid	$BaCl_2$	208	3,09	955	1 562
Bariumhydroxid	$Ba(OH)_2$	171	4,5	78	103
Blei	Pb	207	11,34	327	1 750
Blei(II)-nitrat	$Pb(NO_3)_2$	331	4,53	zersetzlich ab 200	—
Blei(II)-oxid	PbO	223	9,53	890	1 470
Blei(II,IV)-oxid	Pb_3O_4	685	9,10	zersetzlich ab 830	—
Brom	Br_2	160	3,14	— 7	59
Bromwasserstoff	HBr	81	2,17 $\frac{g}{l}$	— 87	— 67
Chlor	Cl_2	71	3,214 $\frac{g}{l}$	— 101	— 34
Chlorwasserstoff	HCl	36,5	1,639 $\frac{g}{l}$	— 112	— 85
Chrom	Cr	52	7,19	≈ 1 900	≈ 2 300
Eisen	Fe	56	7,86	1 535	≈ 3 000
Eisen(III)-chlorid	$FeCl_3$	162,5	2,80	304	319
Eisen(II)-oxid	FeO	72	5,70	1 360	
Eisen(III)-oxid	Fe_2O_3	160	5,24	≈ 1 565	
Eisen(II)-sulfid	FeS	88	4,84	1 195	
Fluor	F_2	38	1,69 $\frac{g}{l}$	— 220	— 188
Fluorwasserstoff	HF	20	0,99 (flüssig)	— 88	20
Gold	Au	197	19,3	1 063	2 700
Helium	He	4	0,178 $\frac{g}{l}$	— 272,1	— 268,9
Jod	J_2	254	4,94	114	195
Jodwasserstoff	HJ	128	5,79 $\frac{g}{l}$	— 51	— 35
Kalium	K	39	0,86	64	760
Kaliumbromid	KBr	119	2,75	742	1 382

Name	Symbol bzw. Formel	molare Masse in $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Dichte ϱ in $\frac{g}{cm^3}$	Schmelztemperatur t_s in °C	Siedetemperatur t_v in °C
Kaliumchlorat	$KClO_3$	122,5	2,32	zersetzlich ab 356	—
Kaliumchlorid	KCl	74,5	1,98	770	1 405
Kaliumdichromat	$K_2Cr_2O_7$	294	2,69	395	zersetzlich ab 500
Kaliumhydroxid	KOH	56	2,04	360	1 327
Kaliumkarbonat	K_2CO_3	138	2,43	897	—
Kaliumnitrat	KNO_3	101	2,11	308	zersetzlich ab 400
Kaliumpermanganat	$KMnO_4$	158	2,70	zersetzlich ab 240	—
Kaliumzyanid	KCN	65	1,52	623	
Kalzium	Ca	40	1,54	845	1 439
Kalziumchlorid	$CaCl_2$	111	2,15	772	> 1 600
Kalziumfluorid	CaF_2	78	3,18	1 392	2 500
Kalziumhydroxid	$Ca(OH)_2$	74	2,23	zersetzlich	—
Kalziumkarbid	CaC_2	64	2,22	≈ 2 300	
Kalziumkarbonat	$CaCO_3$	100	2,93	zersetzlich ab 825	
Kalziumoxid	CaO	56	3,40	≈ 2 570	2 850
Kalziumphosphat	$Ca_3(PO_4)_2$	310	3,14	1 730	
Kalziumsulfat	$CaSO_4$	136	2,96	≈ 1 300	
Kobalt	Co	59	8,83	1 490	≈ 3 000
Kohlendioxid	CO_2	44	1,977 $\frac{g}{l}$	— 79	— 57 (bei 5 atm)
Kohlendisulfid	CS_2	76	1,26	— 112	46
Kohlenmonoxid	CO	28	1,250 $\frac{g}{l}$	— 205	— 192
Kohlenstoff (Diamant)	C	12	3,51	3 540	4 347
Kupfer	Cu	63,5	8,92	1 083	2 350
Kupfer(II)-chlorid	$CuCl_2$	134,5	3,05	630	655
Kupfer(I)-oxid	Cu_2O	143	6,0	1 232	
Kupfer(II)-oxid	CuO	79,5	6,45	zersetzlich ab 1 336	
Kupfer(II)-sulfat	$CuSO_4$	159,5	3,61	200	zersetzlich ab 650
Magnesium	Mg	24	1,74	650	1 120
Magnesiumchlorid	$MgCl_2$	95	2,32	712	1 420
Magnesiumoxid	MgO	40	3,65	2 640	2 800
Magnesiumsulfat	$MgSO_4$	120	2,66	1 127	
Mangan	Mn	55	7,21	1 244	≈ 2 100
Natrium	Na	23	0,97	98	883
Natriumchlorid	NaCl	58,5	2,16	800	1 465
Natriumhydroxid	NaOH	40	2,13	122	1 390
Natriumkarbonat	Na_2CO_3	106	2,53	852	zersetzlich ab 1 600
Natriumnitrat	$NaNO_3$	85	2,25	310	zersetzlich ab 380
Natriumsulfat	Na_2SO_4	142	2,69	884	

Name	Symbol bzw. Formel	molare Masse in $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Dichte ϱ in $\frac{g}{cm^3}$	Schmelztemperatur t_s in °C	Siedetemperatur t_v in °C
Nickel	Ni	59	8,90	1 453	≈ 2 900
Ozon	O_3	48	2,22 $\frac{g}{l}$	— 251	— 113
Perchlorsäure	$HClO_4$	100,5	1,76	— 112	39
Phosphor (weiß)	P	31	1,82	44	280
Phosphorpentoxid	P_2O_5	142	2,11	566	sublim. bei 358
Phosphorsäure	H_3PO_4	98	1,88	42	
Platin	Pt	195	21,45	≈ 1 770	≈ 4 000
Quecksilber	Hg	200,5	13,59	— 39	357
Quecksilber(II)-chlorid	$HgCl_2$	271,5	5,42	277	304
Quecksilber(II)-oxid	HgO	216,5	11,14	zersetzlich ab 100	
Salpetersäure	HNO_3	63	1,51	— 47	zersetzlich ab 86
Sauerstoff	O_2	32	1,429 $\frac{g}{l}$	— 219	— 183
Schwefel (rhombisch)	S	32	2,06	113	445
Schwefeldioxid	SO_2	64	2,926 $\frac{g}{l}$	— 76	— 10
Schwefelsäure	H_2SO_4	98	1,83	11	zersetzlich ab 338
Schwefeltrioxid	SO_3	80	2,75	17	45
Schwefelwasserstoff	H_2S	34	1,529 $\frac{g}{l}$	— 86	— 60
Silber	Ag	108	10,50	960	2 200
Silbernitrat	$AgNO_3$	170	4,35	209	zersetzlich ab 444
Silizium	Si	28	2,33	1 413	2 630
Siliziumdioxid (Quarz)	SiO_2	60	2,65	≈ 1 470	2 590
Stickstoff	N_2	28	1,251 $\frac{g}{l}$	— 210	— 195,8
Stickstoffdioxid	NO_2	46		— 11	21
Stickstoffmonoxid	NO	30	1,340 $\frac{g}{l}$	— 164	— 152
Wasser	H_2O	18	1,0	0	100
Wasserstoff	H_2	2	0,089 $\frac{g}{l}$	— 259,3	— 252,8
Wasserstoffperoxid	H_2O_2	34	1,46	— 2	152
Zink	Zn	65	7,13	419	907
Zinkchlorid	$ZnCl_2$	136	2,91	313	732
Zinkoxid	ZnO	81	5,47	1 975	sublim. bei 1 800
Zinn	Sn	119	7,28	232	2 350
Zyanwasserstoffsäure	HCN	27	0,69	— 13,3	25,7

Wichtige organische Verbindungen

Schmelztemperatur und Siedetemperatur in °C, bestimmt bei 760 Torr. Abweichungen von diesem Druck sind jeweils in Klammern angegeben. Dichte (↗ 66) gemessen bei 20 °C. Abweichungen von dieser Temperatur sind jeweils in Klammern angegeben.

Name	Formel	molare Masse in $\frac{g}{mol}$ (gerundet)	Dichte ϱ in $\frac{g}{cm^3}$	Schmelztemperatur t_s in °C	Siedetemperatur t_v in °C
Aminobenzol (Anilin)	$C_6H_5NH_2$	93	1,02	— 6,2	184,4
Äthan	C_2H_6	30	1,356 $\frac{g}{l}$	— 172	— 88,5
Äthanal (Azetaldehyd)	CH_3CHO	44	0,788 (13 °C)	— 123	20,2
Äthanol	C_2H_5OH	46	0,79	— 114,2	78,4
Äthansäure (Essigsäure)	CH_3COOH	60	1,05	16,6	118,1
Äthen	C_2H_4	28	1,260 $\frac{g}{l}$	— 169,5	— 103,9
Äthin	C_2H_2	26	1,17 $\frac{g}{l}$	— 81,8	— 83,8
Benzaldehyd	C_6H_5CHO	106	1,05	— 26	178
Benzoesäure	C_6H_5COOH	122	1,27 (15°C)	121,7	249
Benzol	C_6H_6	78	0,88	5,5	80,1
Chloräthen (Vinylchlorid)	C_2H_3Cl	62,5	0,97 (— 13 °C)	— 159,7	— 13,5
1,2-Dichlorbenzol	$C_6H_4Cl_2$	147	1,31	— 17,5	179,2
1,3-Dichlorbenzol	$C_6H_4Cl_2$	147	1,29	— 24,4	172
1,4-Dichlorbenzol	$C_6H_4Cl_2$	147	1,26 (55°C)	54	173,7
Glukose (Traubenzucker)	$C_6H_{12}O_6$	180	1,54 (25 °C)	146	zersetzlich ab 200
Kohlensäurediamid (Harnstoff)	$CO(NH_2)_2$	60	1,34	132,7	zersetzlich
Methan	CH_4	16		— 184	— 164
Methanal (Formaldehyd)	$HCHO$	30	0,82 (— 20 °C)	— 92	— 21
Methanol	CH_3OH	32	0,79	— 97,7	64,7
Methansäure (Ameisensäure)	$HCOOH$	46	1,23	8,4	100,5
Methylbenzol (Toluol)	$C_6H_5CH_3$	92	0,87 (15 °C)	— 95,3	110,8
Monochloräthan (Äthylchlorid)	C_2H_5Cl	64,5	0,92 (6 °C)	— 138,7	13,1
Nitrobenzol	$C_6H_5NO_2$	123	1,20	5,7	210,9
Oktadekansäure (Stearinsäure)	$C_{17}H_{35}COOH$	284	0,84 (80 °C)	69,4	291 (100 Torr)
Oktadeken-(9)-säure (Ölsäure)	$C_{17}H_{33}COOH$	282	0,89 (25 °C)	14	205 (5 Torr)
Phenol	C_6H_5OH	94	1,05 (45 °C)	41	181,4
Phthalsäure	$C_6H_4(COOH)_2$	166	1,59	208	zersetzlich ab 231
Propan	C_3H_8	44	2,019 $\frac{g}{l}$	— 189,9	— 42,1
Propanol-(1)	C_3H_7OH	60	0,80	— 126	97,2
Propanon (Azeton)	CH_3COCH_3	58	0,79	— 95	56,1
Terephthalsäure	$C_6H_4(COOH)_2$	166	1,51	sublimiert	sublimiert
Tetrachlormethan (Tetrachlorkohlenstoff)	CCl_4	154	1,60	— 22,9	76,7

Molare Bildungsenthalpie ΔH anorganischer Verbindungen

Name	Formel	Aggregatzustand	molare Bildungsenthalpie ΔH in kcal · mol^{-1}
Ammoniak	NH_3	gasförmig	— 11,0
Aluminiumoxid	Al_2O_3	fest	— 380,0
Blei(II)-oxid	PbO	fest	— 52,06
Bromwasserstoff	HBr	gasförmig	— 8,3
Chlorwasserstoff	HCl	gasförmig	— 21,89
Eisen(II)-oxid	FeO	fest	— 64,3
Eisen(III)-oxid	Fe_2O_3	fest	— 198,5
Jodwasserstoff	HJ	gasförmig	— 1,3
Kaliumchlorid	KCl	fest	— 104,1
Kaliumhydroxid	KOH	fest	— 102,02
Kaliumkarbonat	K_2CO_3	fest	— 274,46
Kaliumoxid	K_2O	fest	— 102,76
Kalziumchlorid	$CaCl_2$	fest	— 190,3
Kalziumhydroxid	$Ca(OH)_2$	fest	— 236,0
Kalziumkarbonat	$CaCO_3$	fest	— 289,5
Kalziumoxid	CaO	fest	— 151,7
Kohlendioxid	CO_2	gasförmig	— 94,45
Kohlenmonoxid	CO	gasförmig	— 26,84
Kupfer(II)-oxid	CuO	fest	— 37,1
Magnesiumchlorid	$MgCl_2$	fest	— 151,0
Magnesiumoxid	MgO	fest	— 143,9
Natriumchlorid	NaCl	fest	— 98,52
Natriumkarbonat	Na_2CO_3	fest	— 269,9
Natriumoxid	Na_2O	fest	— 100,26
Phosphorpentoxid	P_2O_5	fest	— 360,0
Schwefeldioxid	SO_2	gasförmig	— 70,9
Schwefeltrioxid	SO_3	fest	— 106,0
Schwefelwasserstoff	H_2S	gasförmig	— 5,3
Stickstoffdioxid	NO_2	gasförmig	+ 8,03
Stickstoffmonoxid	NO	gasförmig	+ 21,6
Wasser	H_2O	flüssig	— 68,4
Wasser	H_2O	gasförmig	— 57,8
Zinkoxid	ZnO	fest	— 85,5

Elektrochemische Spannungsreihe

Metallelektrode (Standardelektrode)	Standardpotential in Volt	Metallelektrode (Standardelektrode)	Standardpotential in Volt
Li/Li^+	— 2,959	Ni/Ni^{2+}	— 0,23
K/K^+	— 2,924	Sn/Sn^{2+}	— 0,136
Ca/Ca^{2+}	— 2,76	Pb/Pb^{2+}	— 0,122
Na/Na^+	— 2,715	H/H^+	± 0,000
Mg/Mg^{2+}	— 2,34	Cu/Cu^{2+}	+ 0,344
Mn/Mn^{2+}	— 1,1	Ag/Ag^+	+ 0,799
Zn/Zn^{2+}	— 0,762	Hg/Hg^{2+}	+ 0,854
Cr/Cr^{3+}	— 0,557	Au/Au^{3+}	+ 1,36
Fe/Fe^{2+}	— 0,441		

Größen und Einheiten aus der Chemie

Relative Atommasse A_r

Quotient aus der absoluten Masse eines Atoms eines Elements und dem zwölften Teil der Atommasse des Kohlenstoffisotops $^{12}_{6}C$.

Relative Molekülmasse M_r

Quotient aus der absoluten Masse eines Moleküls einer Verbindung oder eines Elements und dem zwölften Teil der Atommasse des Kohlenstoffisotops $^{12}_{6}C$; Summe der relativen Atommassen aller Atome eines Moleküls.

Stoffmenge n

$$n = \frac{N}{N_L}$$

Einheit: mol

N Teilchenanzahl eines Stoffes
N_L Loschmidtsche Konstante

Äquivalentmenge $n_{\ddot{A}}$

$$n_{\ddot{A}} = z \cdot n$$

Einheit: mol

n Stoffmenge in mol
z wirksame Wertigkeit (gleich der Anzahl Mol atomarer Wasserstoff, die in einer Reaktion 1 mol des reagierenden Stoffes äquivalent ist)

Molare Masse M

$$M = \frac{m}{n}$$

Einheit: $\frac{g}{mol}$

m Masse in g
n Stoffmenge in mol

Molares Volumen V_m

$$V_m = \frac{V}{n}$$

$$V_m = \frac{M}{\varrho}$$

Einheit: $\frac{l}{mol}$

V Volumen in l
n Stoffmenge in mol
M molare Masse in $\frac{g}{mol}$
ϱ Dichte in $\frac{g}{l}$

Masseprozent $c_{M\,\%}$

$$c_{M\,\%} = \frac{m}{m_{Gem}} \cdot 100$$

m Masse des Stoffes in g
m_{Gem} Masse des Stoffgemisches in g

Volumenprozent $c_{Vol\,\%}$

$$c_{Vol\,\%} = \frac{V}{V_{Gem}} \cdot 100$$

V Volumen des Stoffes in ml
V_{Gem} Volumen des Stoffgemisches in ml

Molprozent $c_{Mol\ \%}$

$$c_{Mol\ \%} = \frac{n}{n_{Gem}} \cdot 100$$

n Stoffmenge des Stoffes in mol
n_{Gem} Stoffmenge des Stoffgemisches in mol

Molarität c_m

$$c_m = \frac{n}{V}$$

Einheit: $\frac{mol}{l}$

n Stoffmenge des gelösten Stoffes in mol
V Volumen der Lösung in l

Normalität C_n

$$c_n = \frac{n_{\ddot{A}}}{V}$$

$$c_n = \frac{z \cdot n}{V}$$

Einheit: $\frac{mol}{l}$

$n_{\ddot{A}}$ Äquivalentmenge des gelösten Stoffes in mol
V Volumen der Lösung in l
n Stoffmenge des gelösten Stoffes in mol
z wirksame Wertigkeit des gelösten Stoffes
V Volumen der Lösung in l

Physikalische Chemie

Massenwirkungsgesetz

Für die Reaktion $A + B \rightleftarrows C + D$ gilt:

$$\frac{c_C \cdot c_D}{c_A \cdot c_B} = K_c$$

pH-Wert

$$pH = -\lg c_{H^+}$$

Ionenprodukt des Wassers

$$c_{H^+} \cdot c_{OH^-} = K_W$$

$K_W = 1 \cdot 10^{-14}\ mol^2 \cdot l^{-2}$ (bei 25 °C)

Dissoziationsgrad

$$\alpha = \frac{c}{c_o}$$

c Konzentration des dissoziierten Stoffes
c_o Ausgangskonzentration

Dissoziationskonstante K_D

$$\frac{c_{Kat^+} \cdot c_{An^-}}{c_{Kat\,An}} = K_D$$

Löslichkeitsprodukt

$$c_{Kat^+} \cdot c_{An^-} = L_{Kat\,An} = \text{konst.}$$

Berechnungen nach den Faradayschen Gesetzen

$I \cdot t = F \cdot n_{\ddot{A}}$

$I \cdot t = F \cdot n \cdot z$

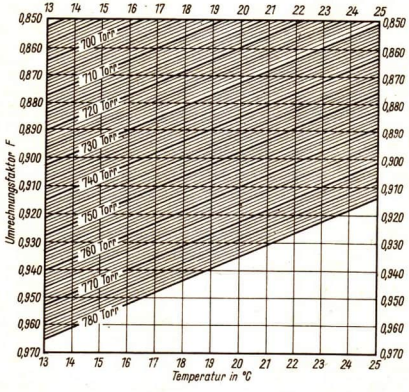
F Faradaysche Konstante ($F = 9{,}65 \cdot 10^4\ A \cdot s \cdot mol^{-1}$)
$n_{\ddot{A}}$ Äquivalentmenge in mol
n Stoffmenge in mol
z wirksame Wertigkeit

Löslichkeit einiger Salze bei 20 °C

Angabe in den grünen Feldern: 100 g Wasser lösen *a* g Salz bis zur Sättigung bei 760 Torr

Kation	Anion					
	Cl^-	Br^-	J^-	NO_3^-	SO_4^{2-}	CO_3^{2-}
Na^+	35,8	90,5	184,0	88,0	19,4	21,6
K^+	34,4	54,0	144,3	31,6	11,1	112,0
NH_4^+	29,7	77,0	172,0	187,7	75,4	100,0
Mg^{2+}	54,3	101,5	148,0	70,5	26,7	0,18
Ca^{2+}	74,5	142,0	204,0	127,0	0,2	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Ba^{2+}	37,5	104,0	170,0	9,0	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$
Cu^{2+}	70,6	122,0	—	122,0	21,0	—
Ag^+	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$0,3 \cdot 10^{-6}$	218,0	0,8	$0,3 \cdot 10^{-3}$
Zn^{2+}	367,0	447,0	432,0	327,0	54,0	$6 \cdot 10^{-5}$
Hg^{2+}	6,6	0,6	0,01	127,0	—	—

Umrechnung eines Volumens auf den Normzustand



$V_o = V \cdot F$

Die Größe für die gemessene Temperatur wird auf der Abszisse aufgesucht.
Der Schnittpunkt der Senkrechten mit der Geraden für den gemessenen Druck ergibt auf der Ordinate den Wert für den Umrechnungsfaktor *F*.

Register

Abbildungen 37 f.
Ableitung 45
Ablösearbeit der Elektronen 64
Additionstheoreme 41
Ähnlichkeit 35
äquivalente Gleichungen 37
Äquivalentmenge 90
allgemeine Zustandsgleichung
für das ideale Gas 78
Anstieg 38
Arbeit 55
– Einheiten 55
– elektrische 75
– Gleichungen 68
– im Gravitationsfeld 72
– Umrechnungsfaktoren 59
astronomische Konstanten 80
Asymptote 52
atomare Masseneinheit 57, 79
Atomaufbau der Elemente 83
Atommasse, relative 90
Auflagekräfte 67
Auftriebskraft 73
Ausdehnungskoeffizient
– linearer 62
– räumlicher 61

Beschleunigung 54
– Einheit 54
– Gleichung 67
Bewegung 67
Bewegungsenergie 70
Biegemoment 67
Bildgröße 56
Bildungsenthalpie anorganischer
Verbindungen 89
Bildweite 56
Binomialkoeffizienten 42
binomische Formeln 31
Binomischer Satz 42
Blindwiderstand 55, 76
Bogenmaß (arc α) 29
Bohrsche Frequenzbedingung 79
Boltzmannkonstante 57
Brechungsgesetz 74
Brechzahlen 65
Brennweite 56
Brewstersches Gesetz 74

Chemie, physikalische 91
Coulombsches Gesetz 75

De-Broglie-Wellenlänge 79
Dichte
– Einheit 54
– Elemente und anorganische
Verbindungen 85
– Gleichung 66
Dichte
– organische Verbindungen 88
– von einigen Stoffen 60
Dielektrizitätskonstante 76
– relative 63
Differentialrechnung 44 ff.
Differentiationsregeln 45
Differenzierbarkeit 44
Diskriminante 35
Dissoziationsgrad 91
Dissoziationskonstante 91
Drachenviereck 32
Drehbewegung 71
Drehmoment
– Einheit 55
– Gleichung 71
Drehwinkel
– Einheit 53
– Gleichung 71
Drehzahl 54
Dreieck 32
Druck
– Einheit 54
– Gleichung 66
– Umrechnungsfaktoren 59
Druck – Temperaturgesetz 78
Druck – Volumengesetz 78
Druckkaft 66
Dynamik 71

ebener Winkel 53
ε-Umgebung 43
Einheiten 53 ff.
Einheiten aus der Chemie 90
Einheitsvektoren 48
Einsteinsche Gleichung 79
elektrische Elementarladung 57
elektrische Feldkonstante 56
elektrische Feldstärke
– Einheit 56
– Gleichung 75
elektrische Kapazität
– Einheit 55
– Gleichung 76
elektrische Ladung
– Einheit 55
– Gleichung 75
elektrischer Leitwert 55
elektrischer Schwingkreis 74
elektrische Spannung
– Einheit 55
– Gleichung 75
elektrische Stromstärke
– Einheit 55
– Gleichung 75
elektrischer Widerstand
– Einheit 55
– Gleichung 75
elektrischer Widerstand
–spezifische Widerstände
einiger Stoffe 64
elektromagnetisches Spektrum
65
Elektronegativitätswert 81
elektronische Schaltzeichen 66
Elektrizitätsmenge
– Einheit 55
– Gleichung 75
Elemente, chemische 81
– Atomaufbau 83
Ellipse 52
Elongation 74
Energie
– des magnetischen Feldes 77
– Einheiten 55
– eines Strahlungsquants 79
– innere Energie 56
– Gleichung 70
– Umrechnungsfaktoren 59
Exponentialfunktionen 40
– Werte für 2^x, 3^x, 10^x
e^x, e^{-x} 18
Exponentialgleichungen 35
Extremum, lokales 44
Exzentrizität 52

Fallbeschleunigung 54
Faradaysche Konstante 57
Faradaysche Gesetze 91
Federspannarbeit 68
Federspannenergie 70
Feldstärke 56, 75, 77
Feldkonstante 56, 57
Flächeninhalt
– Berechnung durch Integration 47
– Einheiten 53
– Umrechnungsfaktoren 58
Flaschenzug 69
Fliehkraft 71
Frakturalphabet 31
Fraunhofersche Linien 65
Frequenz
– Einheit 54
– Gleichung 74
Funktionen 37 f.
– Exponentialfunktionen 40
– lineare Funktionen 38
– Logarithmusfunktionen 40
– Potenzfunktionen 39
– quadratische Funktionen 38
– rationale Funktionen 39
– Winkelfunktionen 40 f.

Galilei – Transformation 72
Gaskonstante 57, 78

geneigte Ebene 69
Gerade 51
geradlinige Bewegung 67
Geschwindigkeit
– Addition von Geschwindigkeiten 73
– der Moleküle eines Gases 78
– Einheiten 54
– Gleichungen 67
Gesetz, Faradaysches 91
Gesetz von der Erhaltung
– der mechanischen Arbeit 68, 69
– der mechanischen Energie 70
– des Drehimpulses 71
– des Impulses 70
Gesetz von der Impulsänderung 70
Gewichtskraft
– Einheiten 54
– Gleichungen 71
Gleichgewicht 69, 73
Gleichungen 34 ff.
– äquivalente G. 37
– Ebenengleichung 52
– Geradengleichung 51
– lineare G. 34
– quadratische G. 35
Gleitreibungszahl 61
Gravitation 72
Gravitationskonstante 57
Grenze 42
Grenzwert
– einer Folge 43
– einer Funktion 44
griechisches Alphabet 31
Größen aus der Chemie 90
Grundgesetz
– der Drehbewegung 71
– der Dynamik 71
Grundintegrale 46

Haftreibungszahl 61
Hauptsatz der Differentialr. 47
Hauptsatz der Wärmelehre (erster) 78
Hebel 69
Heisenbergsche Unbestimmtheitsbeziehung 79
Heizwerte 63
Höhensatz 32
Hohlzylinder 33
Hubarbeit 68
Hyperbel 39, 52

Ideales Gas 78
Impuls 70
Impulsmasse 73
Induktion, magnetische 56, 77
Induktionsgesetz 77
Induktionskonstante 57
Induktionsspannung 77
induktiver Widerstand 76
Induktivität 56, 77
Influenzkonstante 57
innere Energie 56
– des idealen Gases 78
Integralrechnung 46 f.
Interferenz 74
Ionenprodukt 91

Kapazität, elektrische 55, 76
kapazitiver Widerstand 76
Kathetensatz 32
Kegelschnitte 52
Kehrwerte 9
Keplersche Gesetze 72
Kernbindungsenergie 79
kinetische Energie eines Elektrons 79
kinetische Gastheorie, Grundgleichung 78
Kinematik 67
Klammern 31
Kolbendruck 73
Kondensationswärme (spezifische) 63
Kongruenz 35
Konkavität 44
Konvexität 44
Koordinatensystem 48 f.
Kosinussatz 32
Kraft
– Auflagekräfte 67
– Auftriebskraft 73
– Einheiten 54
– im elektr. Feld 75
– Umrechnungsfaktoren 59
Kraftstoß 70
Kreis 32, 52
Kreisausschnitt 32
Kreisbewegung 67
Kreisbogen 29, 32
Kreisflächeninhalt
– Formel 32
– Werte 14
Kreisfrequenz 74
Kreiskegel 33
Kreiskegelstumpf 34
Kreisring 32
Kreisumfang
– Formel 32
– Werte 12
Kreiszylinder 33
Kubikwurzeln
– Werte (1, ..., 100) 9
– Werte ⟨1,00; 9,99⟩ 16
Kubikzahlen 16
Kugel 33, 52
Kugelausschnitt 34

Ladung, elektrische 55, 75
Lageenergie 70
Länge
– Einheiten 53
– Umrechnungsfaktoren 58
Längenänderung 77
Längendehnung 77
Längenkontraktion 73
Längenzusammenziehung 73
Leistung
– Einheiten 55
– elektrische L. 75
Leistung
– Gleichungen 68
– Umrechnungsfaktoren 60
Leitwert, elektrischer 55
Lichtgeschwindigkeit 56, 57, 65
lineare Gleichungen und Ungleichungen 34
Löslichkeitsprodukt 91
Löslichkeit von Salzen 92
Logarithmen 36
Logarithmusfunktionen 40
– Mantissen von lg x 20
– Werte von lg x, ld x, ln x 18 f.
– Werte von ln x ($1 \leqq x \leqq 1009$) 22 f.
Lorentzkraft 77
Lorentz-Transformation 72
Loschmidtsche Konstante 57

magnetische Feldkonstante 56
magnetische Feldstärke
– Einheit 56
– Gleichung 77
magnetischer Fluß 77
magnetische Induktion
– Einheit 56
– Gleichung 77
Masse
– Einheiten 54
– Gleichung 66
– molare M. 57, 90
– anorgan. Verbindungen 85
– chemischer Elemente 81, 85
– organ. Verbindungen 88
Masse – Energie – Beziehung 73
Massendefekt 79
Massenwirkungsgesetz 91
Masseprozent 90
Maximum 44
Minimum 44
Mischungstemperatur 78
Mittel (arithmetisches und geometrisches) 43
Mittelwertsatz
– der Differentialrechnung 46
– der Integralrechnung 47
molare Gaskonstante 57
molare Masse 57
molares Normvolumen 57
Molarität 91
Molekülmasse, relative 90
Molprozent 91
Momentengleichgewicht 71
Monotonie 34, 42

Newtonsches Grundgesetz 71
Normalität 91
Normalparabel 38
Normfallbeschleunigung 57
Nullstelle 37

Ohmsches Gesetz 75
Ortsvektor 48
Oxydationszahlen 81

Paar 37
Parabel 38, 39, 52

Parallelogramm 32
Partialsumme 43
Pascalsches Dreieck 42
Periode 74
Periodendauer 54
Permeabilität
– Einheit 56
– Gleichung 77
– relative P. 64
pH-Wert 91
Planckscheses Wirkungsquantum 57, 59
Pol 45
Potenzen 36
Potenzfunktionen 39
Primzahlen 8
Prisma 33
Projektion eines Vektors 50
Prozent 31
Pyramide 33
Pyramidenstumpf 34

Quader 33
Quadrantenbeziehungen 41
Quadrat 32
quadratische Gleichungen 35
Quadratzahlen, Werte 9 f.
Quanteneigenschaften des Lichtes 79

Radialbeschleunigung 71
Radialkraft 71
Rechteck 32
Reibungsarbeit 68
Reibungskraft 71
Reibungszahlen 55, 61
Reihe 43
relative Atommasse 57, 79
relative Dielektrizitätskonstante 63
relative Molekülmasse 57
relative Permeabilität 64
Reziprokes 9
römische Zahlzeichen 31
Rolle 69
Rotationsenergie 71
Ruheenergie 73
Ruhmasse 57
Runden 37
Rydberg-Frequenz 57

Satz des Pythagoras 32
Schallgeschwindigkeit 60
Schaltzeichen (elektrische) 66
Scheinarbeit 76
Scheinleistung 76
Scheinwiderstand 55
Schmelztemperatur 61 f.
Schmelztemperatur, Elemente und anorganische Verbindungen 85
Schmelztemperatur
– organische Verbindungen 88
Schnittpunkt 51
Schnittwinkel 52
Schranke 42
Schweredruck 73
Schwingung (harmonische) 74
Schwingungsdauer 54, 74
Selbstinduktionsspannung 77
Siedetemperatur 61 f.
Siedetemperatur, Elemente und anorganische Verbindungen 85
– organische Verbindungen 88
Sinussatz 32
Skalarprodukt 50
Spannung (elektrische) 55
– effektive Sp. 76
Spannungsreihe, elektrochemische 89
Spannungsverhältnis 76
spezielle Relativitätstheorie 72
spezifische elektrische Widerstände 64
spezifische Ladung eines Elektrons 57
spezifische Schmelzwärme 61 f.
Stammfunktion 46
stationäre Strömung 73
Stetigkeit 44
Stoffmenge 57, 90
Stoß 70
Strahlensatz 35
Streckung 35
Stromstärke (elektrische) 55
– effektive Str. 76
Stromstärkeverhältnis 76

Tangente 52
Temperatur 56
Term 37
Termformeln 79
Tetraeder (reguläres) 33
Trapez 32

Übersetzungsverhältnis 70
ε-Umgebung 43
Umlaufdauer 54
Umlauffrequenz 54
Umlaufzahl 54
unendliche geometrische Reihe 43
Unendlichkeitsstelle 45
ungleichförmige Bewegung 67
Ungleichungen 37

Vektorprodukt 50
Vektorraum 48
Verbindungen, anorganische 85
– Bildungsenthalpie 89
Verbindungen, organische 88
Verdampfungswärme (spezifische) 63
verkettete Funktionen 45
Verschiebung 48
Vietascher Wurzelsatz 35
Volumen 53
– Berechnung durch Integration 47
– molares V. 57, 90
– Umrechnungsfaktoren 58
Volumenänderung 77
Volumendehnung 77
Volumenprozent 90
Volumen-Temperatur-Gesetz 78
Volumen, Umrechnung auf Normzustand 92

Wärme – Wärmemenge
– Einheiten 55, 56
– spezifische W. 57, 61, 62, 78
– Umrechnungsfaktoren 59
Wärmeaustausch 78
Wärmekraftmaschinen (Wirkungsgrad) 78
Wärmeleitzahl 63
Wechselstromstärke 76
Weglänge 53, 67
Wellenausbreitung 74
Welleneigenschaften von Teilchen 79
Wellenlänge 53, 56
Wellenverstärkung 74
Wendepunkt 44
Wichte 73
Widerstand (elektrischer) 55
Widerstandsgesetz 75
Windungszahl 56
Winkelbeschleunigung 54, 67
Winkelfunktionen 40 f.
– Werte von sin x, cos x 24, 30
– Werte von tan x, cot x 26, 30
Wirkarbeit 76
Wirkleistung 76
Wirkungsgrad 55, 68
Wirkwiderstand 55
Wurf 67 f.
Würfel 33
Wurzeln 36

Zahlenfolge 42
Zeit 54, 59
Zeitdehnung 73
Zerlegung in Linearfaktoren 35
Zins 31
Zusammensetzen von
– Geschwindigkeiten 68
– Kräften 66
Zustandsänderungen 78

Periodensystem der Elemente (Langpe

Periode	I. Hauptgruppe	II. Hauptgruppe	III. Nebengruppe	IV. Nebengruppe	V. Nebengruppe	VI. Nebengruppe	VII. Nebengruppe		VIII. Nebengr
1	1 1,008 2,1 **H** Wasserstoff								
2	3 6,94 1,0 **Li** Lithium	4 9,01 1,5 **Be** Beryllium							
3	11 22,989 0,9 **Na** Natrium	12 24,31 1,2 **Mg** Magnesium							
4	19 39,10 0,8 **K** Kalium	20 40,08 1,0 **Ca** Kalzium	21 44,96 1,3 **Sc** Skandium	22 47,90 1,5 **Ti** Titan	23 50,94 1,6 **V** Vanadin	24 51,996 1,6 **Cr** Chrom	25 54,94 1,5 **Mn** Mangan	26 55,85 1,8 **Fe** Eisen	27 5 1,8 **C** Kobalt
5	37 85,47 0,8 **Rb** Rubidium	38 87,62 1,0 **Sr** Strontium	39 88,91 1,3 **Y** Yttrium	40 91,22 1,4 **Zr** Zirkonium	41 92,91 1,6 **Nb** Niob	42 95,94 1,8 **Mo** Molybdän	43 [99] 1,9 **Tc** Technetium	44 101,07 2,2 **Ru** Ruthenium	45 10 2,2 **R** Rhodiun
6	55 132,91 0,7 **Cs** Zäsium	56 137,34 0,9 **Ba** Barium	57* 138,91 1,1 **La** Lanthan	72 178,49 1,3 **Hf** Hafnium	73 180,95 1,5 **Ta** Tantal	74 183,85 1,7 **W** Wolfram	75 186,2 1,9 **Re** Rhenium	76 190,2 2,2 **Os** Osmium	77 1 2,2 **I** Iridium
7	87 [223] 0,7 **Fr** Franzium	88 [226] 0,9 **Ra** Radium	89** [227] 1,1 **Ac** Aktinium	104 [260] **(Ku)** Kurtschatovium					

Schlüssel

Eigenschaften der Oxide:

basisch

amphoter

sauer

Edelgase

Elektronegativität

Farbe

Ordnungszahl

7 14,007 3,0 **N** Stickstoff

Name Symbol relative Atommasse

* Lanthanide

6	58 140,12 1,1 **Ce** Zer	59 140,91 1,1 **Pr** Praseodym	60 144,24 1,2 **Nd** Neodym	61 [147] **Pm** Promethium	62 150 1,2 **S** Samariu

** Aktinide

7	90 232,04 1,3 **Th** Thorium	91 [231] 1,5 **Pa** Protaktinium	92 238,03 1,7 **U** Uran	93 [237] 1,3 **Np** Neptunium	94 1,3 **P** Plutoni

densystem)

I. Nebengruppe	II. Nebengruppe	III. Hauptgruppe	IV. Hauptgruppe	V. Hauptgruppe	VI. Hauptgruppe	VII. Hauptgruppe	VIII. Hauptgruppe
							2 4,003 He Helium
		5 10,81 2,0 B Bor	6 12,01 2,5 C Kohlenstoff	7 14,007 3,0 N Stickstoff	8 15,999 3,5 O Sauerstoff	9 18,998 4,0 F Fluor	10 20,18 Ne Neon
		13 26,98 1,5 Al Aluminium	14 28,09 1,8 Si Silizium	15 30,97 2,1 P Phosphor	16 32,06 2,5 S Schwefel	17 35,45 3,0 Cl Chlor	18 39,95 Ar Argon
28 58,71 ,8 Ni lickel	29 63,54 1,9 Cu Kupfer	30 65,37 1,6 Zn Zink	31 69,72 1,6 Ga Gallium	32 72,59 1,8 Ge Germanium	33 74,92 2,0 As Arsen	34 78,96 2,4 Se Selen	35 79,91 2,8 Br Brom	36 83,80 Kr Krypton
46 106,4 ,2 Pd Palladium	47 107,87 1,9 Ag Silber	48 112,40 1,7 Cd Kadmium	49 114,82 1,7 In Indium	50 118,69 1,8 Sn Zinn	51 121,75 1,9 Sb Antimon	52 127,60 2,1 Te Tellur	53 126,90 2,5 J Jod	54 131,30 Xe Xenon
78 195,09 ,2 Pt Platin	79 196,97 2,4 Au Gold	80 200,59 1,9 Hg Quecksilber	81 204,37 1,8 Tl Thallium	82 207,19 1,8 Pb Blei	83 208,98 1,9 Bi Wismut	84 209 2,0 Po Polonium	85 [210] 2,2 At Astat	86 [222] Rn Radon

63 151,96 Eu Europium	64 157,25 1,1 Gd Gadolinium	65 158,92 1,2 Tb Terbium	66 162,50 Dy Dysprosium	67 164,93 1,2 Ho Holmium	68 167,26 1,2 Er Erbium	69 168,93 1,2 Tm Thulium	70 173,04 1,1 Yb Ytterbium	71 174,97 1,2 Lu Lutetium

95 [243] 1,3 Am Amerizium	96 [247] Cm Kurium	97 [247] Bk Berkelium	98 [251] Cf Kalifornium	99 [254] Es Einsteinium	100 [253] Fm Fermium	101 [256] Md Mendelevium	102 [254] (No) Nobelium	103 [257] Lr Lawrenz ium

iven Atommassen in eckigen Klammern beziehen sich auf das längstlebige gegenwärtig bekannte Isotop des betreffenden Elements.

Kurzwort: 00 07 13 Tabellen u. Formeln
Schulpreis DDR 1,70