

LEHRBUCH DER PHYSIK

FÜR DIE OBERSCHULE

NEUNTES SCHULJAHR

LEHRBUCH DER PHYSIK

FÜR DIE OBERSCHULE

NEUNTES SCHULJAHR

Mechanik - Wärmelehre

Mit 263 Abbildungen

Ausgabe 1952



VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1 9 5 7

Bearbeiter

Abschnitt Mechanik: Oskar Mader

Abschnitt Wärmelehre: Dr. Max Kaiser

Mitarbeiter

Dr. Otto Joachimi, Werner Oberländer, Dr. Ernst Schneider
und Georg Sprockhoff

Zeichnungen von Kurt Dornbusch

Das vorliegende Lehrbuch ist eine durchgesehene Neuauflage des Lehrbuches der Physik für das 9. Schuljahr, Berlin 1952, 1953 und 1954. Der Abschnitt Wärmekraftmaschinen (§41 bis §45) wurde gestrichen, da dieser Stoff nicht mehr im 9. Schuljahr behandelt wird. Die vorliegende Fassung stimmt mit dem Lehrplan überein.

Redaktionsschluß: 3. Dezember 1956

Bestell-Nr. 02904-10 3,35 DM · Lizenz Nr. 203 · 1000-V-025620-11 (DN)

Satz: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig III/18/203

Druck: B. G. Teubner, Leipzig III/18/154

Inhaltsverzeichnis

MECHANIK

<i>I. Einführung in die Meßkunde</i>	5
§ 1. Längen- und Raummessungen	5
§ 2. Meßfehler und ihre Berücksichtigung	11
§ 3. Wägungen	14
§ 4. Die Zeitmessung	16
 <i>II. Kraftwirkungen an ruhenden Körpern – Der statische Kraftbegriff</i>	 18
§ 5. Die Kraft und ihre statische Messung	18
§ 6. Die Zusammensetzung nichtparalleler Kräfte	20
§ 7. Die Zusammensetzung paralleler Kräfte	29
§ 8. Der Hebel – Das Drehmoment	33
§ 9. Rolle, Flaschenzug, Wellrad	41
§ 10. Schiefe Ebene, Keil, Schraube	45
 <i>III. Kraftwirkungen an bewegten Körpern – Der dynamische Kraftbegriff</i>	 51
§ 11. Die gleichförmige Bewegung	51
§ 12. Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung	53
§ 13. Der freie Fall	57
§ 14. Zusammensetzung von Bewegungen – Der Wurf	59
§ 15. Die Newtonschen Grundgesetze der Mechanik – Die dynamische Kraft- messung	64
§ 16. Bewegungshindernisse	71
 <i>IV. Arbeit und Energie</i>	 75
§ 17. Die mechanische Arbeit	75
§ 18. Die Leistung	80
§ 19. Die mechanische Energie	81
 <i>V. Elastische Verformungen fester Körper</i>	 86
§ 20. Elastische Verformungen – Das Hookesche Gesetz	86
§ 21. Unelastische Verformungen – Materialeigenschaften fester Körper	91

<i>VI. Mechanik der Flüssigkeiten und Gase</i>	96
§ 22. Ausbreitung des Druckes in Flüssigkeiten	96
§ 23. Der Schweredruck in Flüssigkeiten	99
§ 24. Auftrieb und Schwimmen	105
§ 25. Der Gasdruck	107
§ 26. Das Boylesche Gesetz	111
§ 27. Geschwindigkeit und Druck in strömenden Stoffen	115
§ 28. Körper in strömenden Flüssigkeiten und Gasen	122
§ 29. Energieübertragung durch strömende Flüssigkeiten und Gase	126
 WÄRMELEHRE 	
<i>VII. Die Temperatur – Die Wärmeausdehnung der Körper</i>	131
§ 30. Die Temperaturmessung	131
§ 31. Die Ausdehnung fester Körper	135
§ 32. Die Ausdehnung der Flüssigkeiten	141
§ 33. Die Ausdehnung der gasförmigen Körper	143
§ 34. Ideale und reale Gase	150
<i>VIII. Die Wärmemenge – Die Zustandsänderungen der Körper</i>	153
§ 35. Wärmemenge und spezifische Wärme	153
§ 36. Schmelzen und Erstarren	161
§ 37. Verdampfen und Kondensieren	166
§ 38. Der Dampf	173
§ 39. Die Verflüssigung der Gase	183
<i>IX. Die Wärme als Energie</i>	190
§ 40. Wärme als Energie – Der Satz von der Erhaltung der Energie	190
<i>Namen- und Sachverzeichnis</i>	196
<i>Quellenverzeichnis der Abbildungen und Tabellen</i>	200

MECHANIK

I. Einführung in die Meßkunde

Das Eindringen in die Zusammenhänge der Natur und damit das Gewinnen physikalischer Erkenntnisse entspringt aus der schöpferischen, praktischen Tätigkeit der Menschen zur Verbesserung ihrer Lebensbedingungen. Die daraus erwachsende Wissenschaft führt umgekehrt zu einer ständigen Weiterentwicklung der menschlichen Arbeitsverfahren. Die Vorgänge und Erscheinungen werden zunächst rein qualitativ ihrem Wesen nach erkannt und gegeneinander abgegrenzt. Für ein tieferes Eindringen in die Zusammenhänge und für die Anwendungen in der Praxis sind jedoch quantitative Untersuchungen erforderlich. Man versteht darunter Feststellungen, die sich auf zahlen- und mengenmäßige Überlegungen gründen. Quantitative Zusammenhänge ermittelt man durch **Messungen**. Die zu messenden Größen werden mit *Maßeinheiten* verglichen. Die durch den Vergleich gefundene Zahl bezeichnet man als *Maßzahl*. Erst durch Hinzufügen der Maßeinheit erhält man das *Maß* der physikalischen Größe. Man behandelt in Anlehnung an die Mathematik jede physikalische Größe wie ein Produkt aus Maßzahl und Maßeinheit.

§ 1. Längen- und Raummessungen

Die **Maßeinheiten** müssen eindeutig festgelegt und jederzeit wieder herstellbar sein. Über die wichtigsten Maßeinheiten bestehen internationale Vereinbarungen. Von den Einheiten Meter und Kilogramm wurden *Normalmaße* angefertigt, die in Sèvres bei Paris aufbewahrt werden. Im Jahre 1875 wurde die internationale *Meterkonvention* abgeschlossen. Dieser traten alle Kulturstaaen bei. Außer in Großbritannien mit seinen Kolonien und in den USA wurde das Meter als Einheit gesetzlich vorgeschrieben. Alle Staaten, die das Meter als Längeneinheit eingeführt haben, erhielten Kopien des Urmeters und des Urkilogramms. Die deutsche Kopie des Urmeters trägt die Nummer 18, die des Urkilogramms die Nummer 22.

1. Die Längeneinheit. Die Einheit der Länge ist das Meter. Seine Einführung geht auf den Beschluß der französischen Nationalversammlung von 1790 zurück, das Maßwesen zu vereinheitlichen. Bis zu diesem Zeitpunkt waren in den einzelnen Ländern und Städten verschiedene Maße in Gebrauch, die beträchtlich voneinander abwichen, obwohl sie oft gleiche Bezeichnungen trugen. Die

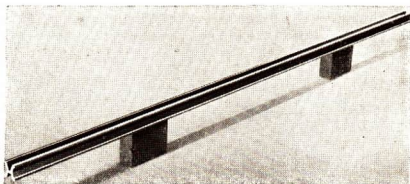


Abb. 1. Deutsche Kopie des Ur-meters. Auf dem Grunde der Rinne sind an den beiden Enden je drei feine Striche eingeritzt. Der Abstand der beiden mittleren Striche beträgt bei der Temperatur von 0° C ein Meter.

Vereinheitlichung des Meßwesens bedeutete einen gewaltigen Fortschritt, denn dadurch wurde der Austausch von wissenschaftlichen Forschungsergebnissen zwischen den einzelnen Ländern wesentlich vereinfacht und die Entwicklung der Technik begünstigt.

Das Meter wurde 1799 endgültig als der zehnmillionste Teil der Länge des Erdmeridianquadranten festgelegt. Die erforderlichen Messungen wurden auf dem Meridiankreis zwischen Barcelona und Dünkirchen durchgeführt. Das Meter wird durch einen Stab aus einer Legierung von 90 % Platin und 10 % Iridium, das *Urmeter*, dargestellt. Es hat den aus Abb. 1 erkennbaren Querschnitt. Spätere von Bessel¹ ausgewertete Messungen ergaben jedoch, daß die Länge des Erdmeridianquadranten 10000 856 m beträgt. Trotzdem wurde das Urmeter als Längeneinheit beibehalten, da es unzweckmäßig ist, nach jeder Erdmessung eine neue Längeneinheit festzulegen.

Die gebräuchlichsten Längeneinheiten des metrischen Maßsystems sind:

das Kilometer	(km),	das Millimeter	(mm),
das Meter	(m),	das Mikron	(μ),
das Dezimeter	(dm),	das Millimikron	(m μ).
das Zentimeter	(cm),		

Es ist $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$, $1 \text{ m} = 1000 \text{ mm}$, $1 \text{ mm} = 1000 \mu$, $1 \mu = 1000 \text{ m}\mu$,
 $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 10^2 \text{ cm} = 10^3 \text{ mm} = 10^6 \mu = 10^9 \text{ m}\mu$.

Für die Atomphysik wurde das Meter weiter unterteilt; davon wird später die Rede sein.

Der Vorzug des metrischen Maßsystems besteht in der dezimalen Unterteilung.

2. Strichmaßstäbe – Der Parallaxenfehler. Für Längenmessungen, bei denen die Ablesung mit freiem Auge erfolgen soll, verwendet man zweckmäßig Maßstäbe mit Millimetereinteilung. Für genaue Messungen ist es notwendig, daß die Teilung des Maßstabes dem zu messenden Gegenstand unmittelbar anliegt. Dies ist z. B. bei durchsichtigen Linealen der Fall, bei denen sich die Teilung auf der Unterseite befindet. Liegen jedoch Maßstab und Gegenstand nicht in einer Ebene, so kann infolge von Schrägablesung ein *Parallaxenfehler*² auftreten. Er entsteht,

¹ Friedrich Wilhelm Bessel, 1784–1846, deutscher Astronom

² parallaxis (griech.) = Abweichung

wenn die Visierlinien an den Ablesepunkten nicht senkrecht auf der Teilung stehen (Abb. 2). Man vermeidet den Parallaxenfehler u. a. dadurch, daß man die Teilung mit einem Spiegel unterlegt und bei der Ablesung den Gegenstand mit seinem Spiegelbild zur Deckung bringt. In diesem Falle stehen die Visierlinien auf der Teilung senkrecht. Auch bei Zeigerablesungen an Meßinstrumenten kann der Parallaxenfehler unterlaufen. Er wird durch die Verwendung eines Messerzeigers und durch Spiegelablesung verhindert (Abb. 3).

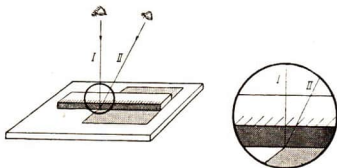


Abb. 2

Entstehung eines Parallaxenfehlers infolge Schrägablesung

3. Die Schieblehre – Der Nonius.

Zur genauen Messung von kleinen Längen dient die *Schieblehre* (Abbildung 4). Sie besteht aus einem Längenmaßstab, auf dem ein Rahmen verschiebbar ist. Maßstab und Rahmen besitzen Meßbacken zum Messen von Dicken sowie Meßspitzen zum Abgreifen von Längen bzw. zum Messen von lichten Weiten. An manchen Schieblehren ist mit dem Rahmen eine schmale Schiene verbunden, mit der Tiefen von Bohrungen abgetastet werden können. Die Skala des Maßstabes besitzt im allgemeinen Millimeterteilung; die Ablesung erfolgt an der Nullmarke

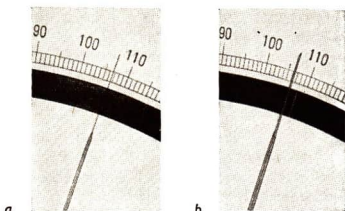


Abb. 3. Spiegelskala eines elektrischen Meßinstrumentes

- a) Blickt man senkrecht auf die Skala, so erscheint der Zeiger nur als feiner Strich. Er deckt sich mit seinem Spiegelbild.
- b) Bei schräger Blickrichtung sieht man den Zeiger flächenhaft. Der Zeiger und sein Spiegelbild decken sich nicht. Man sieht dieses neben dem Zeiger.



Abb. 4. Schieblehre mit Tiefentaster

- 1 Meßbacken zum Messen von Dicken,
- 2 Meßspitzen zum Messen von lichten Weiten,
- 3 Tiefentaster zum Abtasten von Bohrungen

des Rahmens. Zur genauen Feststellung von Millimeterbruchteilen dient eine Hilfsteilung auf dem Rahmen, der *Nonius*¹ (Abb. 5 auf S. 8).

Bei dieser Hilfsteilung kommen 10 Teilstriche auf 9 mm der Hauptteilung, so daß der Abstand zwischen zwei benachbarten Teilstrichen 0,9 mm beträgt. Decken sich die Nullmarken beider Teilungen, so hat der erste Noniusstrich vom ersten Skalenstrich den Abstand 0,1 mm, der zweite Noniusstrich vom zweiten Skalenstrich den Abstand 0,2 mm usw. (Abb. 5a). Verschiebt man die Nullmarke des Rahmens z. B. um 0,4 mm, so fällt der vierte Noniusstrich mit

¹ Nonius nach Pedro Nuñez, portugiesischer Mathematiker (1492 bis 1577)

dem vierten Skalenstrich zusammen (Abbildung 5b). Beim Messen wird zunächst auf der Hauptteilung die Stellung der verschiebbaren Nullmarke abgelesen, z. B. 18 mm. Sodann wird festgestellt, welcher Noniusstrich sich mit einem Strich der Hauptteilung deckt. Dieser Noniusstrich gibt die Zahl der Millimeterbruchteile an. In unserem Beispiel sei dies beim Teilstrich 7 der Fall, die gemessene Länge beträgt somit 18,7 mm (Abb. 6).

Der Gebrauch von Nonien ist nicht auf Längenmaßstäbe beschränkt. Sie finden beispielsweise auch bei Winkelmeßgeräten mit Kreisskalen Anwendung. Die Abb. 7 zeigt einen *Kreissnonius* an einem Winkelmeßgerät.

4. Die Feinmeßschraublehre. Vollführt man mit einer Schraube im feststehenden Muttergewinde eine volle Umdrehung, so verschiebt sie sich in diesem Gewinde um die *Ganghöhe* (vgl. dazu § 10, 3). Bei einer $\frac{1}{100}$ -Umdrehung beträgt die Verschiebung $\frac{1}{100}$ der Ganghöhe. Diese Eigenschaft der Schraube ermöglicht ihre Anwendung zur Längenmessung.

Die in Abb. 8 wiedergegebene *Feinmeßschraublehre*, früher *Mikrometerschraube* genannt, hat die Form einer Schraubzwinge, zwischen deren Backen der zu

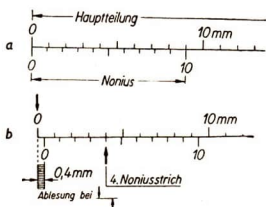


Abb. 5. Nonius

a) Nullstellung. Die Nullmarken beider Teilungen fallen zusammen.

b) Der Nonius zeigt 0,4 mm an.

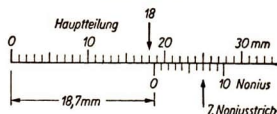


Abb. 6. Stellung des Nonius beim Ablesen von 18,7 mm

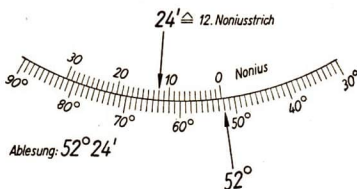


Abb. 7. Kreisskala mit Nonius. Mit seiner Hilfe kann man Winkel noch bis auf 2' genau ablesen.

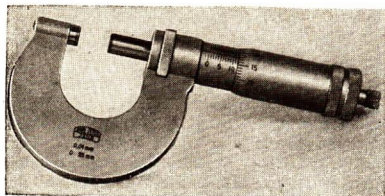


Abb. 8. Feinmeßschraublehre. Die Ablesegenauigkeit beträgt 0,01 mm.

Hergestellt vom Carl-Zeiss-Werk VEB Jena

messende Gegenstand gebracht wird. Mit der Schraubenspindel ist eine Metallhülse fest verbunden, die sich über dem am Bügel befindlichen Muttergewinde bewegen kann. Diese Mantelhülse verdeckt bei geschlossenen Backen die Millimeterteilung am Muttergewinde und gibt diese beim Öffnen der Backen frei. Die Mantelhülse ist

an ihrem oberen Rande mit einer Teilung des Kreisumfanges versehen. Beträgt die Ganghöhe der Schraube 1 mm, so können bei einer Hundertstelteilung auf der Mantelhülse Längen auf 0,01 mm genau gemessen werden. Vor jeder Messung ist wie bei jedem Nullinstrument eine Kontrolle des Nullpunktes erforderlich. Der Nullpunkt der Kreisteilung muß bei geschlossenen Backen mit dem Nullpunkt der Millimeterteilung auf dem Gewindekörper übereinstimmen. Trifft dies nicht zu, so muß das Meßergebnis entsprechend korrigiert werden. Steht z. B. bei geschlossenen Backen der Teilstrich 2 an der Nullmarke, so muß bei Hundertstelteilung das Ergebnis um 0,02 mm verringert werden.

5. Die Meßuhr. Die Maßabweichungen gleicher Werkstücke kann man schnell und genau mittels einer *Meßuhr* (Abb. 9) feststellen. Sie besitzt einen beweglichen Taststift, mit dem sie senkrecht auf die zu messenden Gegenstände gesetzt wird. Mittels einer Zahnstange und eines Zahnradgetriebes wird die Verschiebung des Taststiftes auf den Zeiger übertragen.

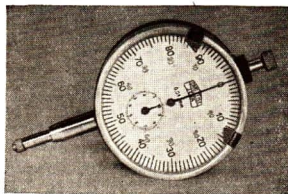


Abb. 9. Meßuhr aus dem Carl-Zeiss-Werk VEB Jena

6. Endmaße. Zur Herstellung fester Längen von höchster Genauigkeit dienen die *Parallelendmaße*. Sie haben Quader- oder Zylinderform und werden aus hochwertigem, gehärtetem Stahl gefertigt. Der Abstand der parallelen Endflächen ist die Maßgröße. Die Endmaße werden in Längen von 0,5 mm bis 1000 mm hergestellt. Man verwendet sie meist in Sätzen, so daß die Zusammenstellung von Längen in Abstufungen von 0,001 mm möglich ist (Abbildung 10). Da die Endflächen mit hoher Präzision planparallel geschliffen sind, haften die Maße infolge Adhäsion aneinander. Sie führen deshalb auch die Bezeichnung *Adhäsionsendmaße*. Ihre Endflächen müssen pfleglich behandelt und vor der Verwendung sorgfältig entfettet werden.



Abb. 10. Parallelendmaße aus dem Carl-Zeiss-Werk VEB Jena. Sie werden satzweise in Schutzkästen aufbewahrt. Die im Bild schwarz erscheinenden Körper sind die Endmaße.

7. Rachenlehren und Grenzlehrdorne. Für die Bearbeitung von Maschinenwellen und anderen Werkstücken wird ein Größenbereich angegeben, in dem der Durchmesser der fertig bearbeiteten Welle liegen muß. Will man überprüfen, ob die



Abb. 11. Rachenlehre zum Überprüfen des Durchmessers zylinderförmiger Werkstücke

richtige Größe eingehalten worden ist, so verwendet man *Rachenlehren* (Abb. 11). Bei der Messung läßt man sie vermöge ihres eigenen Gewichts über die Welle gleiten. Man unterscheidet an den Rachenlehren eine *Gutseite* und eine *Ausschußseite*. Die Gutseite begrenzt das geforderte Maß nach oben, während die Ausschußseite etwas unterhalb des gegebenen Größenbereiches liegt. Den Unterschied zwischen den Maßen der Gutseite und der Ausschußseite bezeichnet man als die *Toleranz*. Eine Welle hat dann die geforderten Maße des Durchmessers, wenn die Rachenlehre mit ihrer Gutseite gerade über die Welle gleitet. Die Ausschußseite dagegen darf nicht über die Welle passen. Sonst wäre das geforderte Maß unterschritten; die Welle könnte nicht verwendet werden. Der Vorteil der Rachenlehre liegt darin, daß schnell festgestellt werden kann, ob die Durchmesser zylindrischer Körper innerhalb des zulässigen Wertebereichs liegen.

Eine Weiterentwicklung der Rachenlehre ist das *Passameter* (Abb. 12). Mit seiner Hilfe können noch die Abweichungen vom genauen Maß ermittelt werden.

Zur Überprüfung von Bohrungen werden *Grenzlehrdorne* verwendet (Abb. 13). Diese weisen ebenso wie die Rachenlehren eine Gutseite und eine Ausschußseite auf. Die Bohrung entspricht dem geforderten Maß, wenn der Grenzlehrdorn mit seiner Gutseite gerade in die Bohrung paßt, die Ausschußseite aber nicht.

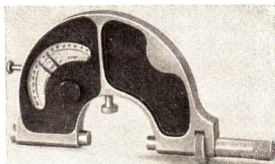


Abb. 12. Passameter aus dem volk-eigenen Carl-Zeiss-Werk, Jena. Das Maß des Werkstückes entspricht dann der geforderten Genauigkeit, wenn der Meßzeiger bei der Messung zwischen den feststehenden Zeigern einspielt.

8. Raummessungen bei Flüssigkeiten.

Die am häufigsten verwendete Raumeinheit ist das Kubikdezimeter (dm^3). Es wird in 1000 cm^3 unterteilt. Zur Raummessung unbekannter Flüssigkeitsmengen dienen *Meßzylinder*. Sie tragen eine Strichteilung in Raumeinheiten. Die Meßgenauigkeit des Gefäßes ist durch den Abstand der Teilstriche bestimmt. Der Flüssigkeitsstand wird in der Regel in der waagerechten Tangentialebene an die gewölbte Flüssigkeitsoberfläche, den

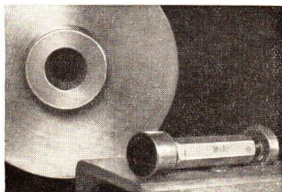


Abb. 13. Grenzlehrdorn zur Überprüfung von Bohrungen

*Meniskus*¹, abgelesen. Zur Herstellung eines bestimmten Volumens können *Meßflaschen*, *Pipetten*² und *Pyknometer* verwendet werden (Abb. 14 und Abb. 15). Pyknometer sind kleine Meßfläschchen, die bei einer bestimmten Temperatur genau die angegebene Flüssigkeitsmenge enthalten. Sie werden insbesondere für Wägungen von Flüssigkeitsmengen benutzt.

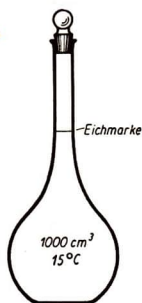


Abb. 14
Meßflasche und Pipette

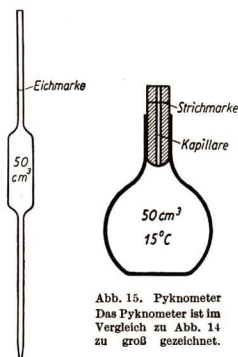


Abb. 15. Pyknometer
Das Pyknometer ist im Vergleich zu Abb. 14 zu groß gezeichnet.

9. Raummessungen bei festen Körpern durch Flüssigkeitsverdrängung. Von der

Grundschule her sind uns folgende Meßverfahren bekannt:

- Verwendung eines *Meßzylinders*. Die durch Eintauchen des Körpers beobachtete Änderung des Flüssigkeitsspiegels entspricht dem gesuchten Volumen.
- Verwendung eines *Überlaufgefäßes*. Die Menge der auslaufenden Flüssigkeit wird mittels eines Meßzylinders bestimmt. Das Volumen der ausgelaufenen Flüssigkeit ist gleich dem Volumen des eingetauchten Körpers.

§ 2. Meßfehler und ihre Berücksichtigung

1. Allgemeines über Meßgenauigkeit. Wird dieselbe physikalische Größe, z. B. eine Länge, mehrmals gemessen, so zeigt es sich, daß die Ergebnisse nur innerhalb einer bestimmten Zahl von Dezimalstellen miteinander übereinstimmen. Dies hat seinen Grund in den stets auftretenden **Meßfehlern**. Erfolgen die Messungen immer wieder unter den gleichen physikalischen Bedingungen, so können Meßfehler durch ein fehlerhaftes Verhalten des Beobachters bedingt sein. Derartige Meßfehler können z. B. infolge Schrägablesung hervorgerufen werden. Man bezeichnet sie als **subjektive Fehler**. Außerdem können **systematische Fehler** das Meßergebnis beeinflussen. Diese Fehler werden z. B. durch ungenaue Skalen hervorgerufen. Durch die ständige Verbesserung der Meßtechnik ist es gelungen, die **Fehlergrenzen**, d. h. die Abweichungen vom *wahren Wert*, immer mehr zu verringern. Daher kann man heute physikalische Größen sehr genau bestimmen. Die Skala eines Gerätes muß derart beschaffen sein, daß die Ablesegenauigkeit größer ist als die Meßgenauigkeit des Gerätes.

2. Die Verteilung (Streuung) der Meßergebnisse. Wir führen eine größere Anzahl von Messungen unter gleichen physikalischen Bedingungen aus, um subjektive

¹ Meniskus (Verkleinerungsform von mene [griech.]) = Mond

² pipe (franz.) = Röhre

*Länge eines Metallzylinders,
gemessen mit einer Genauig-
keit von 0,01 cm*

Gemessene Länge (l) cm	Anzahl der Messungen (n)
18,59	2
18,60	5
18,61	26
18,62	38
18,63	20
18,64	9

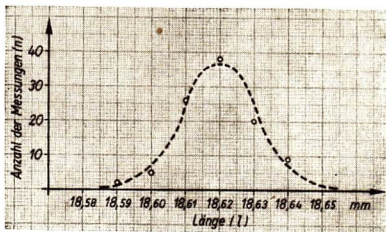


Abb. 16. Glockenkurve. Die gemessenen Werte weichen zum Teil etwas von den Koordinaten der Kurvenpunkte ab.

Fehler nach Möglichkeit auszuschalten. Dabei fin-

den wir, daß die Ergebnisse nicht immer gleich sind, sondern über einen gewissen Bereich *streuen*. Mittels einer Schieblehre messen wir z. B. die Länge l eines Metallzylinders an der gleichen Stelle hundertmal. Die oben abgedruckte Tabelle gibt die Meßergebnisse wieder.

Die Verteilung bzw. *Streuung* der Meßergebnisse können wir durch eine graphische Darstellung veranschaulichen. Wählen wir die gefundenen Meßwerte als Abszisse eines Koordinatensystems und tragen die Anzahl gleicher Meßergebnisse jeweils als Ordinate ein, so liegen die erhaltenen Punkte auf einer Kurve, die sich bei hinreichend großer Zahl der Messungen der Gestalt einer *Glockenkurve* nähert (Abb. 16). Ihre Ordinaten haben für den Mittelwert des Meßergebnisses einen Höchstwert. Die Glockenkurve wurde zuerst von dem deutschen Mathematiker *Karl Friedrich Gauß*¹ beschrieben. Sie führt daher den Namen *Gaußsche Fehlerkurve*.

3. Mittelwert und durchschnittlicher Fehler. Der Mittelwert, um den sich die Meßergebnisse häufen, kommt dem wahren Wert der Meßgröße am nächsten. Wir bestimmen deshalb diesen Mittelwert. Für die Auswertung vieler Messungen genügt das *arithmetische Mittel* aller Meßergebnisse.

Rechnerisch drücken wir die Meßgenauigkeit durch den *durchschnittlichen Fehler* aus. Wir erhalten diesen, wenn wir die absoluten Beträge der Abweichungen vom errechneten Mittel bestimmen und mitteln.

$$\text{Errechnetes Mittel: } \frac{579,7}{8} \text{ mm} \approx 72,46 \text{ mm}$$

$$\text{Durchschnittlicher Fehler: } \frac{0,70}{8} \text{ mm} \approx 0,09 \text{ mm}$$

$$\text{Meßergebnis: } l = (72,46 \pm 0,09) \text{ mm}$$

*Berechnung des
durchschnittlichen Fehlers
einer Längenmessung*

Länge (l) mm	Absolutbetrag der Abweichung vom errechneten Mittel mm
72,5	0,04
72,3	0,16
72,6	0,14
72,4	0,06
72,5	0,04
72,4	0,06
72,6	0,14
72,4	0,06
579,7	0,70

¹ Karl Friedrich Gauß (1777–1855), von 1807 bis zu seinem Tode Professor in Göttingen, einer der bedeutendsten Mathematiker und Naturforscher. Vgl. S. 69!

4. Absoluter und relativer Fehler. Den durchschnittlichen Fehler nennt man auch den **absoluten Fehler**. Zu seiner mathematischen Wiedergabe verwendet man den griechischen Buchstaben Δ (Delta) in Verbindung mit der Größe, deren Fehler angegeben werden soll, hier also Δl (lies *Delta l*). Der Buchstabe Δ bedeutet soviel wie *Differenz* und weist darauf hin, daß der Fehler gleichbedeutend ist mit einer Differenz oder Abweichung der fehlerhaften Größe von der richtigen. Das Zeichen Δ wird uns noch oft in der Physik und vor allem in der Mathematik als Formelzeichen für eine Differenz entgegentreten. So bedeutet Δl eine Längendifferenz, Δt eine Zeitdifferenz, ΔV eine Volumendifferenz usw.

Werden zwei Strecken $l_1 = 1$ cm und $l_2 = 100$ cm mit einem absoluten Fehler von je 0,1 mm gemessen, so ist die Meßgenauigkeit für die beiden Strecken verschieden groß. Man ermittelt daher den Fehler, der auf die Längeneinheit entfällt, indem man den absoluten Fehler Δl durch den Mittelwert der gemessenen Größe l dividiert.

Den Quotienten $\frac{\Delta l}{l}$ bezeichnet man als den **relativen Fehler**.

Absoluter Fehler Δl ,

relativer Fehler $\frac{\Delta l}{l}$.

Der relative Fehler ist ein Maß für die Genauigkeit des Ergebnisses. In unserem Beispiel hat er

$$\text{für } l_1 \text{ den Wert } \frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{0,1 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 0,01 \text{ oder } 1\%,$$

$$\text{für } l_2 \text{ den Wert } \frac{\Delta l_2}{l_2} = \frac{0,1 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,0001 \text{ oder } 0,01\%.$$

Daraus folgt, daß die Meßgenauigkeit für $l_2 = 100$ cm einhundertmal so groß ist wie die Meßgenauigkeit der Strecke $l_1 = 1$ cm.

Für die auf Seite 12 wiedergegebene Messung ist der relative Fehler

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{0,09 \text{ mm}}{72,46 \text{ mm}} = 0,0012 \text{ oder } 0,12\%.$$

5. Fragen und Aufgaben:

1. Führe zunächst eine geringere, dann eine größere Anzahl Längenmessungen an demselben Objekt unter gleichen Bedingungen aus und erkläre in beiden Fällen das Meßergebnis!
2. Stelle die Fehlerverteilung einer Meßreihe graphisch dar!
3. Der Durchmesser einer Kugel wird mit $d = (12,76 \pm 0,06)$ mm bestimmt. Zwischen welchen beiden Grenzen liegt der wahre Wert des Volumens?
4. Was ist über den absoluten und den relativen Fehler bei Messungen von Gegenständen verschiedener Länge mit demselben Meßgerät zu sagen?
5. Bestimme die Länge eines Gegenstandes mit Hilfe verschiedener Meßgeräte und beurteile die Ergebnisse!
6. Wie groß sind die Mittelwerte und der durchschnittliche Fehler im Beispiel der Aufgabe 5?

§ 3. Wägungen

1. Hebel- und Federwaagen. Durch eine Wägung auf einer Balkenwaage ermittelt man die **Masse** eines Körpers. Die Massen der Körper sind am gleichen Orte ihren Gewichten proportional (siehe § 15,3). Bei den Hebel- oder Balkenwaagen werden die an den Massen angreifenden Schwerkkräfte und damit mittelbar die Massen selbst verglichen, während bei den Federwaagen das Gewicht eines Körpers mit der elastischen Kraft der Feder verglichen wird.

2. Die Masseneinheit. Die *Masseneinheit* ist das **Kilogramm**. Ursprünglich war beabsichtigt, die Masseneinheit an das Meter anzuschließen. Das Kilogramm sollte gleich der Masse eines Kubikdezimeters Wasser von 4°C unter normalem Luftdruck sein. Das Kilogramm ist durch einen Platin-Iridium-Zylinder von 39 mm Durchmesser und 39 mm Höhe, das *Urkilogramm*, dargestellt. Es wird an der gleichen Stelle wie das Urmeter aufbewahrt und dient zum Vergleich mit allen Kilogrammstücken der Länder, die das metrische Maßsystem benutzen.

Spätere Untersuchungen haben ergeben, daß die Masse eines Kubikdezimeters Wasser, verglichen mit dem Urkilogramm, nicht 1 kg, sondern 0,999972 kg beträgt, da die Masse des Platin-Iridium-Zylinders infolge technischer Unvollkommenheit des Herstellungsverfahrens um 0,000028 kg zu groß ausgefallen war. Trotzdem wurde das Kilogramm als Masseneinheit beibehalten und das Volumen, welches 1 kg Wasser unter den oben angegebenen Bedingungen einnimmt, ein **Liter (l)** genannt. 1 l ist somit gleich 1,000028 dm³. Da diese Differenz praktisch bedeutungslos ist, wurde durch gesetzliche Regelung für die Zwecke der Wirtschaft 1 l gleich 1 dm³ gesetzt.

Die gebräuchlichsten Masseneinheiten sind

die Tonne (t), das Gramm (g),
das Kilogramm (kg), das Milligramm (mg).

Es ist 1 t = 1000 kg, 1 kg = 1000 g, 1 g = 1000 mg,

1 t = 10³ kg = 10⁶ g = 10⁹ mg.

Eine Anordnung der Massenstücke in einem Aufbewahrungskasten zur Ausführung von Wägungen heißt *Gewichtssatz*, obwohl es sinnvoller wäre, ihn als *Massensatz* zu bezeichnen.

3. Der Nullpunkt – Die Empfindlichkeit einer Waage. Der Balken sowie die Waagschalen jeder empfindlichen Hebelwaage sind auf *Schneiden* gelagert. Zur Schonung der Schneiden ist der Balken bei einer derartigen Waage im Ruhezustand von den Schneiden abgehoben. Die Waage ist *arretiert*. Wir lösen die Arretierung einer unbelasteten Balkenwaage und beobachten den Zeiger. Dieser führt vor einer Skala Schwingungen aus, deren Ausschlagsweite (*Amplitude*) langsam abnimmt. Man bezeichnet derartige Schwingungen als *gedämpfte Schwingungen*. Bei Waagen mit geringer Dämpfung wird der *Nullpunkt* aus den Schwingungen des Zeigers ermittelt. Wir können mit hinreichender Genauigkeit die Abnahme der Schwingungsweiten als gleichmäßig betrachten (Abb. 17). Daraus folgt, daß die Schwingungs-

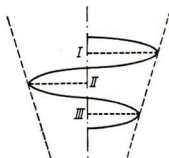


Abb. 17. Schematische Darstellung der Schwingungsweiten des Zeigers einer Balkenwaage. Die an sich aufeinanderliegenden Schwingungsbögen sind zu einer Kurve auseinandergezogen.

weite II das arithmetische Mittel der Schwingungsweiten I und III ist. Man erhält somit die Lage des Nullpunktes, indem man das Mittel der Amplituden I und III bildet und das dabei erhaltene Ergebnis mit der Amplitude II mittelt.

Beispiel: gemessene Zeigerausschläge

	links	rechts
	— 8,0	+ 8,4
		+ 6,8
arithmetisches Mittel	— 8,0	+ 7,6

Der Nullpunkt liegt bei Skalenteil $\frac{-8,0 + 7,6}{2} = -\frac{0,4}{2} = -0,2$.

Zur Prüfung der *Empfindlichkeit* einer Waage wird zunächst ohne Belastung der Nullpunkt bestimmt. Sodann wird eine Waagschale mit einem kleinen Massenstück belastet und der Zeigerausschlag festgestellt. Die gleichen Untersuchungen werden darauf bei belasteter Waage durchgeführt (Abb. 18). Bei sehr empfindlichen Waagen verwendet man 1 mg. Nach Vereinbarung wird die Empfindlichkeit durch die Anzahl der Skalenteile angegeben, um die die Waage bei Belastung durch 1 mg ausschlägt.

4. Die Ausführung von Wägungen.

Vor jeder Wägung bestimmen wir den Nullpunkt der Waage. Dann legen wir bei arretierter Waage auf die eine Waagschale den zu wägenden Körper, auf die andere so viel Massenstücke, daß der Zeiger nach Lösen der Arretierung innerhalb des Skalenbereiches schwingt. Durch Zulegen kleinerer Massenstücke versuchen wir, eine Gleichgewichtslage möglichst nahe dem Nullpunkt zu erreichen.

Das Zulegen der Massenstücke muß grundsätzlich bei arretierter Waage erfolgen, so daß die Schneiden nicht durch Stöße beschädigt werden.

Bei der einfachen Wägung müssen die beiden Arme des Waagebalkens gleich lang sein, oder es muß ihr Längenverhältnis bekannt sein. Die zu wägende Masse wird direkt mit der Masse genormter Gewichtsstücke verglichen.



Abb. 18. Bestimmen der Empfindlichkeit einer Zeigerschnellwaage im Deutschen Amt für Maß und Gewicht (DAMG). Ein kleines Gewichtsstück, das an einem Faden hängt, wird auf die belastete Waagschale gelegt und wieder abgehoben. Die prüfende Assistentin beobachtet den abgewandten Zeiger in einem Spiegel.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Wir ermitteln das Gewicht eines aus Pappe geschnittenen Rechtecks mit bekannten Seitenlängen und danach das Gewicht eines aus derselben Papptafel geschnittenen Stückes mit beliebiger Umrandung. Wie kann man daraus den Flächeninhalt des zweiten Pappstückes näherungsweise bestimmen?
2. Wir führen dieselbe Übung mit einem Rechteck und Kreisen durch, die wir möglichst sorgfältig aus der Papptafel ausschneiden. Wie kann man auf diese Weise einen Näherungswert für π ermitteln?
3. Was versteht man unter dem Nullpunkt einer Waage, und wie bestimmt man ihn?
4. Wie prüft man die Empfindlichkeit einer Waage?
5. Wir stellen die Masse eines kleinen Körpers fest, indem wir eine größere Anzahl gleichartiger Körperchen wiegen und das Ergebnis durch die Anzahl der gewogenen Körperchen teilen. Warum ist dieses Ergebnis genauer als bei der Einzelwägung des kleinen Körpers?

§ 4. Die Zeitmessung

1. Die Zeiteinheit. Zur Festlegung einer *Zeiteinheit* ist jeder periodisch verlaufende Vorgang geeignet. Diese Bedingung wird mit größter Annäherung durch die Erdrotation erfüllt. Auf sie gründen wir unsere Zeiteinheit. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden *Sonnenkulminationen* heißt ein *wahrer Sonnentag*. Da sich die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne mit verschiedener Geschwindigkeit bewegt, sind die wahren Sonnentage nicht gleich lang. Man hat deshalb als arithmetisches Mittel aller wahren Sonnentage eines Jahres den *mittleren Sonnentag* eingeführt. Der vierundzwanzigste Teil des mittleren Sonnentages ist

die **Stunde** (h).

Weitere Zeiteinheiten sind die **Minute** (min),

die **Sekunde** (s).

Es ist $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$.

In der Physik verwendet man als *Zeiteinheit* die **Sekunde**.

2. Uhren. Alle Zeitmesser heißen *Uhren*. Ihre Wirkungsweise beruht auf Vorgängen, deren Ablauf mit der Zeit in einem einfachen Zusammenhang steht, wie es bei allen periodisch ablaufenden Vorgängen der Fall ist. In älterer Zeit waren außer den Sonnenuhren *Wasseruhren* gebräuchlich. Aus der Menge des abgetropften Wassers schloß man auf die verflossene Zeit.

Noch am Ende des 16. Jahrhunderts war die genaueste Uhr des Astronomen *Tycho de Brahe*¹ eine Quecksilberuhr. *Sanduhren* wurden bis zum 17. Jahrhundert allgemein verwendet. Seit dem 11. Jahrhundert sind zwar *Fäderuhren* bekannt, die durch ein fallendes Gewichtsstück bewegt wurden; aber sie gingen sehr ungenau. Erst *Christian Huygens*² versah 1657 die Räderuhr mit einem

¹ *Tycho de Brahe* (1546–1601), ein bedeutender dänischer Astronom. Er ermöglichte durch seine umfassenden astronomischen Arbeiten Johannes Kepler das Auffinden der Gesetze der Planetenbewegung.

² *Christian Huygens* (1629–1695), niederländischer Mathematiker, Physiker und Astronom, einer der bedeutendsten Gelehrten seiner Zeit.

Pendel, durch dessen gleichförmiges Schwingen die Drehung des Räderwerkes geregelt wurde. Dieses Pendel wird bei kleineren Uhren oder solchen, die gegen Bewegung und Erschütterung unempfindlich sein sollen, wie Taschenuhren, Schiffschonometern u. ä., durch ein kleines, um seine Drehachse hin und her schwingendes Rad, die *Unruh* (Abbildung 19), ersetzt. Der Antrieb solcher Uhren erfolgt mittels einer als Zugfeder dienenden Spiralfeder.

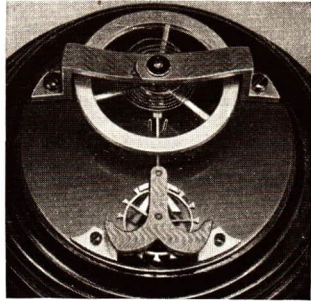


Abb. 19. Modell einer Unruh. Durch den Mitnehmerstift werden die Schwingungen auf die Ankergabel und damit auf den Anker übertragen. Der Anker greift abwechselnd auf beiden Seiten in die Zähne des Steigrades ein. Die Bewegung des Steigrades wird durch Zahnräder auf die Zeiger übertragen.

3. Messung kleiner Zeitintervalle.

Mittels des Sekundenzeigers der Uhren kann man Zeiten bis auf ganze Sekunden messen und halbe Sekunden schätzen. *Stoppuhren* sind mit einem um Fünftel- oder Zehntelsekunden springenden Zeiger ausgestattet. Um den Einfluß des Beobachters auf den Beginn und das

Ende einer Zeitmessung auszuschalten, hat man elektrische Stoppuhren und *Kurzzeitmesser* konstruiert. Mit ihnen können noch Tausendstelsekunden genau gemessen werden.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Warum wurde nicht der wahre, sondern der mittlere Sonnentag als Grundlage für die Festsetzung der Zeiteinheit gewählt?
2. Welche periodischen Vorgänge eignen sich zur Durchführung von Zeitmessungen?
3. Welche Einrichtungen bewirken einen regelmäßigen Gang des Uhrwerkes a) bei Pendeluhr, b) bei Taschenuhren?
4. Führe eine größere Zahl von Zeitmessungen mittels einer Sanduhr (Eieruhr) aus und vergleiche die Ergebnisse mit einer Taschenuhr, die einen Sekundenzeiger besitzt! Bestimme den relativen Fehler!

II. Kraftwirkungen an ruhenden Körpern

Der statische Kraftbegriff

§ 5. Die Kraft und ihre statische Messung

1. Wirkungen einer Kraft. Der Begriff **Kraft** ist durch eine Definition festgelegt, die mit einer Meßvorschrift verknüpft ist. Sämtliche Kräfte beruhen auf *Wechselwirkungen der Materie*. Sie sind von der Materie nicht zu trennen. Wenn wir im folgenden trotzdem von einer Kraft sprechen, als sei sie etwas Selbständiges, so tun wir dies, weil diese Betrachtung die mathematische Behandlung von Kraftproblemen erleichtert. Wir wollen dabei aber immer daran denken, daß es von der Materie losgelöste Kräfte nicht gibt.

Wir können Kräfte nur nach ihren Wirkungen beurteilen. Diese können von zweierlei Art sein:

a) Die statische¹ Kraftwirkung. Eine Kraft kann eine *Verformung*, eine *Deformation*, eines Körpers bewirken und dadurch *Spannungen* im Körper hervorrufen. Diese stellen nach Aufhören der Kraftwirkung die ursprüngliche Form wieder her. Wir können z. B. mit der Muskelkraft der Hand einen Ball zusammen-drücken oder eine elastische Schraubenfeder auseinanderziehen. Die elastische Kraft des Balles bzw. der Feder hält der Muskelkraft das Gleichgewicht. In dem in Abb. 20 dargestellten Versuch hebt die in einem Brett hervorgerufene elastische Gegenkraft das Gewicht des aufgesetzten Kilogrammstückes auf.

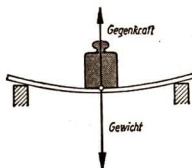


Abb. 20. Die in dem Brett hervorgerufene Gegenkraft hält dem Gewicht des aufgesetzten Kilogrammstückes das Gleichgewicht.

Das Gewicht ist eine Kraft.

Auch wenn wir nur mit dem kleinen Finger auf eine feste Tischplatte drücken, wird sie verformt. Die Verformung ist jedoch ohne besondere Hilfsmittel nicht zu erkennen.

b) Die dynamische² Kraftwirkung. Eine dynamische Kraftwirkung liegt vor, wenn eine Kraft den *Bewegungszustand* eines Körpers *ändert*. Eine Kraft kann, je nach den gegebenen Bedingungen, *statische* oder *dynamische* oder beide Wirkungen hervorrufen. So übt die zusammengedrückte Schraubenfeder eine statische Kraftwirkung aus. Legt man vor die gespannte Feder einen Körper und gibt dann

¹ statós (griech.) = stehend

² dýnamis (griech.) = Kraft

die Feder frei, so veranlaßt sie ihn zu einer beschleunigten Bewegung. Die Kraft ruft in diesem Falle eine dynamische Kraftwirkung hervor. Das Gewicht eines an einem Faden aufgehängten Körpers spannt den Faden (statische Wirkung). Schneidet man den Faden durch, so fällt der Körper in beschleunigter Bewegung zur Erde (dynamische Wirkung).

2. Die Krafteinheit. Da das Gewicht eines Körpers eine Kraft ist, die ohne Schwierigkeiten abgestuft werden kann, benutzt man es allgemein zum statischen Vergleich von Kräften.

Die *Krafteinheit* ist das **Kilopond**¹ (kp).

Ein Kilopond ist das Gewicht des Urkilogramms auf der geographischen Breite von 45° in Meereshöhe.

Diese Festsetzungen sind nötig, da erfahrungsgemäß das Gewicht eines Körpers vom Ort der Messung abhängig ist. Es nimmt z. B. vom Äquator zu den Erdpolen hin um etwa 0,5% zu. Das Gewicht wird mit zunehmender Höhe über dem Meeresspiegel geringer.

Die gebräuchlichsten Krafteinheiten sind

das **Megapond** (Mp), das **Pond** (p),
das **Kilopond** (kp), das **Millipond** (mp).

Es ist $1 \text{ Mp} = 1000 \text{ kp}$, $1 \text{ kp} = 1000 \text{ p}$, $1 \text{ p} = 1000 \text{ mp}$;
 $1 \text{ kp} = 10^{-3} \text{ Mp} = 10^3 \text{ p} = 10^6 \text{ mp}$.

3. Statische Kraftmessung. Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie an dem gleichen Körper unter denselben Bedingungen gleiche Wirkungen hervorrufen. Die *statische Kraftmessung* beruht auf dem Vergleich der durch die Kräfte an einem ruhenden Körper hervorgebrachten Spannungen. Man benutzt dazu ein *Dynamometer*, das häufig eine *Federwaage* ist (Abb. 21), und hat festgesetzt:

Wenn eine Kraft auf einer geographischen Breite von 45° in Meereshöhe eine Schraubenfeder ebenso verlängert wie ein daran gehängtes Kilogrammstück, so hat die Kraft die Größe von 1 kp. Sie hat die Größe von 5 kp, wenn die Feder ebenso stark ausgezogen wird wie durch das Gewicht einer Masse von 5 kg unter Normalbedingungen.

Abb. 22 gibt die beim Experimentieren häufig verwendete *Maey'sche Federwaage*

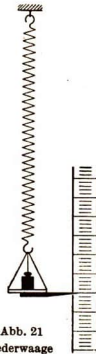


Abb. 21
Federwaage

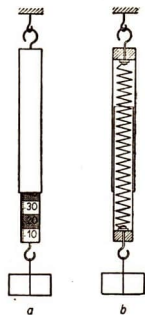
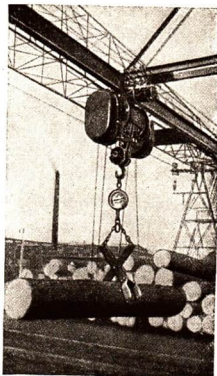


Abb. 22
Maey'sche Federwaage

¹ pónus (lat.) = Gewicht



wieder. Die Abbildungen 23 (links) und 24 (rechts) zeigen ein technisches Dynamometer zum Messen großer Kräfte.

(Links) Abb. 23. Technisches Dynamometer zum Messen großer Kräfte, hergestellt vom Meßgeräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg

(Rechts) Abb. 24. Verwendung eines technischen Dynamometers als Kranwaage

4. Fragen und Aufgaben:

1. Nenne Beispiele für statische und für dynamische Kraftwirkungen!
2. Warum weichen die Meßergebnisse beim Abwiegen gleicher Stoffmengen, die man sowohl mit einer Balkenwaage wie mit einer Federwaage in Hammerfest und in Monrovia (Liberia) ermittelt, voneinander ab?
3. Fünf Arbeiter ziehen in einem Steinbruch einen auf untergelegten Holzwalzen gelagerten Steinblock an einem an dem Block befestigten Seil. Die von den einzelnen Arbeitern ausgeübten Zugkräfte sind 37 kp, 28 kp, 32 kp, 40 kp, 34 kp. Wie groß ist die auf den Block wirkende Zugkraft?

§ 6. Die Zusammensetzung nichtparalleler Kräfte

1. Die Kraft als Vektor. Gilt die Wertangabe einer physikalischen Größe nur für eine bestimmte *Richtung*, so bezeichnet man diese Größe als **Vektor**¹. Den Gegensatz dazu bilden solche physikalischen Größen, die richtungslos und allein durch ihren Betrag gekennzeichnet sind. Man bezeichnet sie als **Skalare**². Die Masse, die Zeit, die Temperatur sind Skalare.

Die Kraft ist ein Vektor. Sie wird durch ihren Angriffspunkt, ihren Betrag und ihre Richtung gekennzeichnet.

Geometrisch stellt man die Kraft durch eine mit einer Pfeilspitze versehene Strecke dar (Abb. 25). Sie

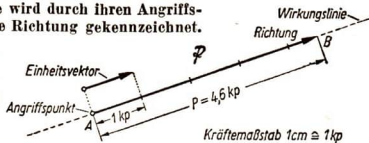


Abb. 25. Darstellung eines Kraftvektors

¹ vector (lat.) = Träger

² scālae (spätlat. scala) = Leiter, Treppe

hat ihren Ursprung im Angriffspunkt der Kraft. Ihre Richtung fällt in die Krafrichtung. Ihre Länge wird gemessen in willkürlichen Einheiten, die die Kräfteinheiten geometrisch veranschaulichen. Der Angriffspunkt einer Kraft kann bei einem starren Körper ohne Änderung der Kraftwirkung in der Richtung der Kraft, der *Wirkungslinie*, verschoben werden. Man kann dies leicht dadurch nachweisen, daß man Kräfte an einer Feder unmittelbar oder mittels einer Schnur angreifen läßt. Führt man den Faden über eine feste Rolle, so kann man die *Richtung* der Kraft ändern. Der *Betrag* bleibt jedoch erhalten.

In der Physik und Mathematik werden Vektoren im allgemeinen mit deutschen Buchstaben, *Frakturbuchstaben*, z. B. $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, die Beträge mit lateinischen Buchstaben, *Antiquabuchstaben*, z. B. P , K , u , v , bezeichnet. So bedeutet $\mathfrak{Q}$ einen Vektor, während dessen Betrag durch Q gekennzeichnet wird. Für das Rechnen mit Vektoren gelten besondere Regeln. Die *Vektorrechnung* findet in der Physik ausgedehnte Verwendung.

2. Das Gleichgewicht der Kräfte. Der Begriff des *Gleichgewichts* ist uns von der Waage her geläufig. Wir erweitern ihn jetzt, indem wir ihn auf einen beliebigen, der Einwirkung von Kräften ausgesetzten Körper anwenden.

Ein frei beweglicher Körper ist im Gleichgewicht, wenn sich alle auf ihn einwirkenden Kräfte in ihrer Wirkung aufheben.

Handelt es sich dabei nur um zwei Kräfte, so sind im Falle des Gleichgewichts die beiden Kraftvektoren entgegengesetzt gleich (vgl. Abb. 20).

Auch die statische Kraftmessung mittels der Federwaage beruht auf dem Gleichgewicht der Kräfte. Die Federwaage stellt sich so ein, daß die elastische Kraft der gespannten Feder dem Gewicht des angehängten Körpers oder einer zu messenden anderen Kraft das Gleichgewicht hält. Es können auch drei oder mehr in einer Wirkungslinie liegende Kräfte im Gleichgewicht sein.

3. Das Kräfteparallelogramm. Wir untersuchen nun die Wirkung zweier verschieden großer Kräfte, die unter einem beliebigen Winkel in demselben Punkte an einem Körper angreifen. Zu diesem Zwecke verbinden wir die ausziehbaren Teile dreier Federwaagen durch Schnüre so, wie es in Abb. 26a dargestellt ist. Zwei der Federwaagen werden am oberen Tafelrand an zwei Nägeln befestigt, während auf die dritte und damit auf das ganze System eine Zugkraft ausgeübt wird. Dabei halten sich die drei Kräfte, die durch die Federwaagen gemessen werden, das Gleichgewicht. Man stellt die Kräfte in der Richtung der Schnüre durch die Vektoren $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_3$ dar (Abb. 26b). Die Beträge der Vektoren ergeben sich aus der Anzeige der Federwaagen. Zeichnet man einen Vektor $\mathfrak{R}$ von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung wie $\mathfrak{P}_3$, so stellt er die Gegenkraft von $\mathfrak{P}_3$ dar, die mit $\mathfrak{P}_3$

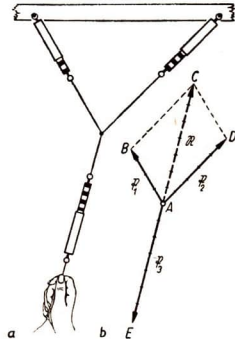


Abb. 26. Gleichgewicht zwischen drei nichtparallelen Kräften

a) Versuchsanordnung
b) Kräfteparallelogramm

im Gleichgewicht ist. Da $\mathfrak{P}_3$ aber auch den Kräften $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ das Gleichgewicht hält, muß $\mathfrak{R}$ die Kräfte $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ in ihrer Gesamtwirkung ersetzen. Verbindet man die Endpunkte B und D der Vektoren $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ mit dem Endpunkt C des Vektors $\mathfrak{R}$, so erhält man ein Parallelogramm mit der Diagonale $\mathfrak{R}$.

Daraus ergibt sich der Satz vom Parallelogramm der Kräfte¹:

Wirken auf einen Punkt eines Körpers gleichzeitig zwei Kräfte in verschiedenen Richtungen, so lassen sie sich zu einer Kraft zusammenfassen. Der Vektor der Gesamtkraft ist gleich der vom Angriffspunkte ausgehenden Diagonale des durch die Vektoren der Einzelkräfte bestimmten Parallelogramms.

Man nennt die *Einzelkräfte* auch **Komponenten**², die diesen gleichwertige *Gesamtkraft* auch **Resultierende**³.

Die oben angegebene Art der Zusammensetzung von Kräften gilt ganz allgemein für alle durch Vektoren darstellbare Größen. Man nennt sie **vektorielle** oder **geometrische Addition** im Gegensatz zur **algebraischen Addition** von Skalaren.

In der vektoriellen Schreibweise wird die geometrische Addition wie die algebraische durch das Zeichen $+$ ausgedrückt.

In unserem Beispiel ist

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2.$$

Zur Veranschaulichung der Vektorsumme beschränken wir uns auf das *Vektordreieck* (Abb. 27). Man zieht AB parallel und gleich $\mathfrak{P}_1$ und vom Endpunkt B ausgehend BC parallel und gleich $\mathfrak{P}_2$. Den Anfangspunkt A des Streckenzuges verbindet man mit seinem Endpunkt C .

Durch die Vektorgleichung

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2$$

wird ausgedrückt, daß man mit $\mathfrak{R}$ denselben Punkt erreicht, als wenn man längs des aus $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ gebildeten Streckenzuges fortschreitet.

Stehen die zwei Vektoren $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ senkrecht aufeinander, so ist das Vektordreieck rechtwinklig (Abb. 28). In diesem Falle ergibt sich der Betrag R aus der Gleichung

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}.$$

Wir werden uns der vektoriellen Schreibweise in Gleichungen nur dort bedienen, wo wir eine Vektorsumme wiedergeben wollen. Sonst werden wir im allgemeinen mit den Beträgen der Vektoren rechnen.

Haben zwei in demselben Punkt angreifende Kräfte dieselbe Wirkungslinie, so können ihre Beträge *algebraisch addiert* werden.

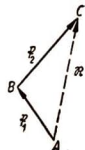


Abb. 27
Geometrische Addition zweier Vektoren. Die beiden Komponenten bilden zusammen mit der Resultierenden ein Dreieck, das Vektordreieck.

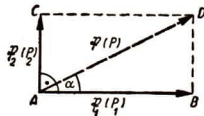


Abb. 28. Zusammensetzen zweier Kräfte, deren Wirkungslinien senkrecht aufeinander stehen

¹ Simon Stevin (1548–1620), ein niederländischer Physiker und Deichbaumeister, hat den Satz vom Parallelogramm der Kräfte gefunden. Die volle Bedeutung des Satzes erkannte der englische Physiker Newton.

² componere (lat.) = zusammenstellen

³ resultare (lat.) = zurückspringen, sich ergeben

Es gilt dann gleichzeitig

und $\mathfrak{R} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2$ (geometrische Addition),

$R = P_1 + P_2$ (algebraische Addition).

Dies bestätigt der in Abb. 29 dargestellte Versuch, bei dem zwei Kräfte $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ an einer Federwaage in derselben Richtung angreifen.

Die Federkraft $\mathfrak{P}_3$ hält den Kräften $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ das Gleichgewicht (Abb. 30). Sie ist der Resultierenden $\mathfrak{P}_3$ der beiden Kräfte entgegengesetzt gerichtet.

Es ist $P_3 = P_1 + P_2$.

Auch in diesem Falle lassen sich die Vektoren $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ wie in Abb. 27 unmittelbar aneinanderreihen.

Wirken auf einen Körper in einem Punkt zwei Kräfte $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ in entgegengesetzter Richtung, so ist

$$P_3 = P_1 - P_2,$$

wenn P_1 größer als P_2 ist.

Drei Kräfte $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_3$ werden durch wiederholtes Anwenden des Parallelogrammsatzes vereinigt (Abbildung 31). Man addiert vektoriell zunächst

$$\mathfrak{P}_1 \text{ und } \mathfrak{P}_2 \text{ und erhält } \mathfrak{R}_{12},$$

darauf vereinigt man

$$\mathfrak{R}_{12} \text{ und } \mathfrak{P}_3 \text{ zu } \mathfrak{R}_{123}.$$

Es ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 &= \mathfrak{R}_{12} \\ \mathfrak{R}_{12} + \mathfrak{P}_3 &= \mathfrak{R}_{123} \\ \hline \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_3 &= \mathfrak{R}_{123}. \end{aligned}$$

Greifen mehr als drei Kräfte an demselben Punkt an, so setzt man dieses Verfahren fort. Wesentlich einfacher läßt sich $\mathfrak{R}$ finden, wenn man das Vektorpolygon zeichnet, wie es in Abb. 32 dargestellt ist. Das Zeichnen erfolgt entsprechend

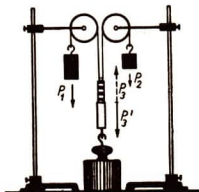


Abb. 29. Zwei parallele Kräfte greifen im gleichen Punkt an.

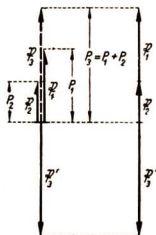


Abb. 30. Kräftevergleich bei zwei Kräften, die im gleichen Punkt angreifen

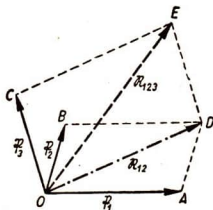


Abb. 31

Zusammensetzung von drei Kräften

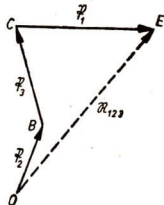
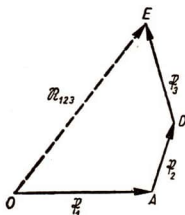


Abb. 32

Geometrische Addition von mehr als zwei Vektoren. Die Resultierende ergibt sich als Schlußstrecke des Vektorpolygons. Die Reihenfolge, in der die Kräfte aneinandergesetzt werden, ist gleich.

dem Verfahren, das zum Vektordreieck führt. Nur werden beim Vektorpolygon mehr als zwei Kräfte aneinandergesetzt.

Greifen zwei in ein und derselben Ebene wirkende Kräfte $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ in verschiedenen Punkten eines starren Körpers an, so gelingt die Zusammensetzung auf Grund der Tatsache, daß der Angriffspunkt einer Kraft längs ihrer Wirkungslinie verschoben werden kann (Abb. 33). Die beiden Komponenten werden in gleicher Weise zusammengesetzt wie bisher. Die Resultierende $\mathfrak{R}$ kann dann, wie es die Abbildung zeigt, in der Richtung ihrer Wirkungslinie wieder verschoben werden, so daß ihr Angriffspunkt in den Körper fällt.

Wir können die Gleichgewichtsbedingungen für mehrere nichtparallele Kräfte nunmehr in folgenden Worten aussprechen:

Zwischen mehreren an einem starren Körper angreifenden Kräften herrscht Gleichgewicht, wenn die Resultierende der Kräfte gleich Null ist.

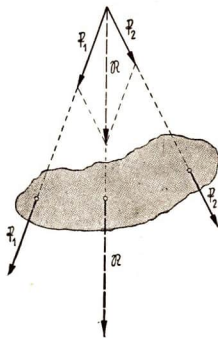


Abb. 33. Zusammensetzung zweier in einer Ebene wirkender, nichtparalleler Kräfte, die nicht den gleichen Angriffspunkt haben

Die Zusammensetzung paralleler Kräfte werden wir in § 7,1 kennenlernen.

4. Die Zerlegung einer Kraft. Wie zwei Kräfte zu einer Kraft zusammengefaßt werden können, so läßt sich auch umgekehrt eine Kraft in zwei Teilkräfte (Komponenten) zerlegen. Doch ist die Zerlegung vieldeutig; denn ein Parallelogramm ist durch eine Diagonale allein nicht eindeutig bestimmt. Es müssen für die Zerlegung noch entweder die Wirkungslinien oder die Beträge der Komponenten oder Wirkungslinie und Betrag einer der Komponenten bekannt sein. Man findet die Komponenten zeichnerisch durch das Kräfteparallelogramm, dessen Diagonale die gegebene Kraft $\mathfrak{P}$ ist und dessen Seiten $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ in den Komponentenrichtungen liegen (Abb. 34). Auch rechnerisch läßt sich eine derartige Kraftzerlegung durchführen. Doch genügt es in der Technik oft, aus maßstabgerechten Zeichnungen die Größe der Teilkräfte zu entnehmen.

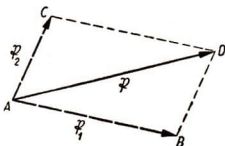


Abb. 34. Zerlegung einer Kraft in zwei Komponenten

5. Beispiele zur Kraftzerlegung. Die Abb. 35 zeigt die Zerlegung einer Kraft, die an einem senkrecht in die Wand geschlagenen Haken schräg nach unten angreift. Außer der nach unten wirkenden Kraftkomponente tritt eine zweite Komponente auf, die bei genügender Größe den Haken aus der Wand zieht.

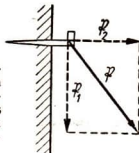


Abb. 35

Die an dem Haken angreifende Kraft wird in zwei Komponenten zerlegt. Die eine Teilkraft wirkt senkrecht nach unten, die andere in Richtung des Hakens.

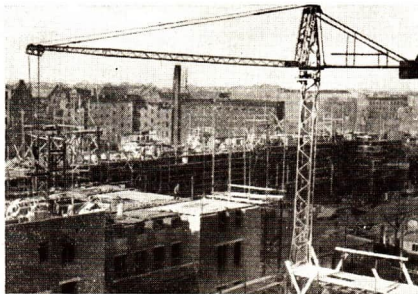
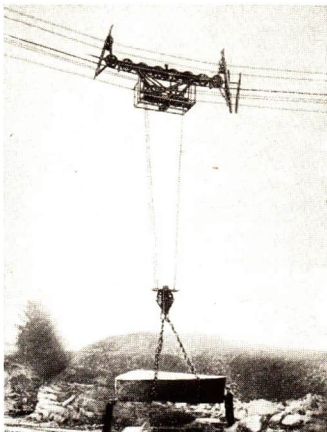
Abb. 36. Kabelkran in einem Steinbruch. Mit seiner Hilfe werden die gewonnenen Steinblöcke zu den Loren transportiert. Die Laufkatze des Krans, die den Flaschenzug trägt, bewegt sich auf einem starken Kabel, das über den Steinbruch gespannt ist. Darüber Schema der Kraftzerlegung.

In Abb. 36 sind die Kräfte dargestellt, wie sie etwa in dem *Tragseil* eines *Kabelkranes* auftreten. Man erkennt, daß die im Seil wirkenden Zugkräfte sehr groß sind. Das *Tragseil* und die Verankerungen an beiden Enden müssen dementsprechend fest sein.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei den Haltedrähten der Oberleitung einer Straßenbahn oder dgl.

Wir erkennen an diesem Beispiel, daß die bei einer Kraftzerlegung auftretenden Einzelkräfte größer sein können als die ursprüngliche Kraft.

Abb. 37 zeigt einen *Turmdrehkran*, der bei Großbauten oft verwendet wird. Die Last hängt an einem Seil, das über einen Ausleger geführt ist.



Dieser Ausleger ist durch Drahtseile an der Säule des Krans verspannt. Führt man eine Kraftzerlegung durch, wie sie in Abb. 37 wiedergegeben ist, so erkennt man, daß das Seil auf Zug und der Ausleger auf Druck beansprucht wird. Aus diesem Grunde besteht der Ausleger aus einer Gitterkonstruktion.

Abb. 37. Turmdrehkran des VEB Kranbau Eberswalde bei den im Rahmen des Nationalen Aufbauprogramms ausgeführten Neubauten in der Stalinallee in Berlin. Der Kran ist auf Schienen fahrbar und hat eine Tragfähigkeit von 6000 kp. Darüber das Schema der Kraftzerlegung.

Abb. 38 veranschaulicht einen *Dachbinder*, wie er bei großen Schuppen und Werkhallen meist in Eisenkonstruktion ausgeführt wird. Sein Gewicht wird längs der *Sparren* in zwei Komponenten zerlegt. Die Teilkräfte wirken in Richtung der Sparren und werden von diesen auf die Wände übertragen. Dort tritt erneut eine Kraftzerlegung ein. Sie erfolgt in je eine senkrecht nach unten und in eine waagrecht nach außen gerichtete Komponente. Die senkrechten Kräfte wirken auf die Mauern als Druckkräfte. Die waagerechten Kräfte üben auf die Mauern eine Kippwirkung nach außen aus, die durch eine die Mauern verbindende Zugstange abgefangen wird.

Derartige Zusammensetzungen aus Stäben, die in ihrer Längsrichtung Druck- und Zugkräfte aufnehmen und fest miteinander verbunden sind, nennt man *Fachwerke*. Sie haben für das Bauwesen eine außerordentliche Bedeutung erlangt und bilden die Grundlage für den Stahl- und Leichtmetallbau, insbesondere beim Brückenbau (Abb. 39). Die Grundformen solcher Brückenkonstruktionen sind das *Sprengwerk* (Abb. 40) und das *Hängewerk* (Abb. 41). Die an ihnen

Abb. 38
Modell eines
Dachbinders
Der horizontal
liegende Balken
wird auf Zug
beansprucht.

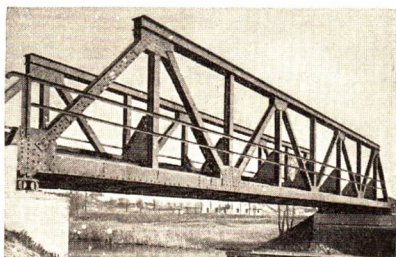
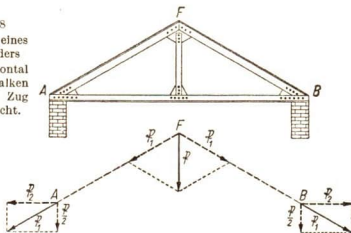


Abb. 39. Gitterträgerbrücke der Eisenbahn

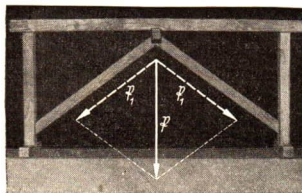


Abb. 40. Modell eines Sprengwerkes

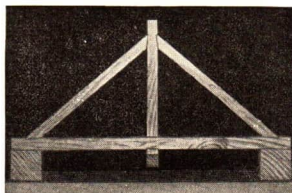


Abb. 41. Modell eines Hängewerkes

Sprengwerk und Hängewerk sind die Grundelemente jeder verstrebt Brücke.

auftretenden Kräfte sind aus den Abbildungen 40 und 38 zu ersehen. In beiden Fällen wird das Gewicht der Brücke durch die *Schrägstützen* aufgenommen und auf die *Widerlager* übertragen.

6. Die zwangsläufige Bewegung. Kann sich ein Körper nur auf einer vorgeschriebenen Bahn bewegen, so bezeichnet man diese Bewegung als *zwangsläufige Bewegung*. Dies ist bei jedem Schienenfahrzeug der Fall. Zieht z. B. eine neben dem Gleis fahrende Zugmaschine eine Eisenbahnlore, so erfolgt der Zug schräg zur Bewegungsrichtung des Wagens. Bildet die von der Zugmaschine ausgeübte Zugkraft $\mathfrak{P}$ mit der Bewegungsrichtung des Wagens den Winkel β , so wird $\mathfrak{P}$ nicht in voller Größe zur Fortbewegung ausgenutzt (Abb. 42). Man zerlegt $\mathfrak{P}$ in zwei Teilkräfte, von denen die eine in die Richtung der Bahn fällt und den Körper in Bewegung setzt. Man bezeichnet sie als *Bewegungskomponente* $\mathfrak{P}_B$. Die andere Teilkraft wirkt senkrecht zur Bahn und übt eine Druckkraft auf die Schiene aus. Sie ist die *Druckkomponente* $\mathfrak{P}_D$. Da sie senkrecht auf die gedrückte Fläche wirkt, wird sie auch *Normalkraft*¹ genannt und als solche häufig mit $\mathfrak{P}_N$ bezeichnet.

Mit der in Abb. 43 dargestellten Versuchsanordnung kann man die Größe der Komponenten nachweisen. In der Abbildung und in den folgenden Ausführungen werden nur die Beträge der Kräfte angegeben. Ein Wagen mit dem Gewicht P'_1 kann sich an einer lotrechten Schiene bewegen. Auf den Wagen wirkt schräg die Kraft P .

Senkrecht zur Schiene wirkt auf den Wagen die Kraft P_2 . Wenn die Kraft P'_1 gleich der Bewegungskomponente P_1 und die Kraft P'_2 gleich der Druckkomponente P_2 der Kraft P ist, so kann man die Schiene entfernen, ohne daß sich die Stellung des Wagens ändert. Daraus ergibt sich der *Projektionssatz der Mechanik*:

Wirkt auf einen zwangsläufig geführten Körper eine unter einem Winkel gegen die Bahn gerichtete Kraft, so ist für die Bewegung des Körpers nur die Projektion der Kraft auf die Richtung der Bahn wirksam.

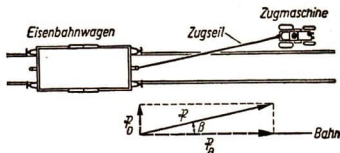


Abb. 42. Kraftzerlegung bei einer zwangsläufigen Bewegung. Eine Komponente wirkt senkrecht zur Bahn, die andere in Richtung der Bahn.

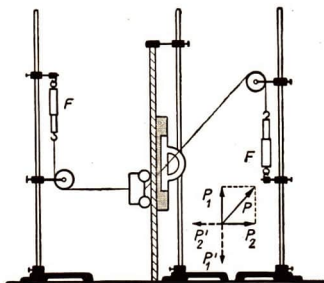


Abb. 43

Nachweis der Komponenten bei zwangsläufiger Bewegung

¹ normalis (lat.) = rechtwinklig

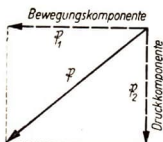


Abb. 44. Rasenmäher im Gebrauch.
Darunter das Schema der Kraftzerlegung

Abb. 45. Verwendung eines Handwagens zum Transport von Postpaketen. Darunter das Schema der Kraftzerlegung

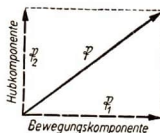


Abb. 44 zeigt an dem Beispiel eines *Rasenmähers* die Zerlegung einer Kraft P in eine *Bewegungs-* und eine *Druckkomponente*. Nach Abb. 45 wird eine schräg aufwärts gerichtete Kraft, die man beim Fortziehen eines *Handwagens* ausübt, in eine *Bewegungs-* und eine *Hubkomponente* zerlegt.

7. Fragen und Aufgaben:

1. Welcher Unterschied besteht zwischen einem Vektor und einem Skalar? Welche Angaben sind zur Bestimmung eines Vektors notwendig?
2. Erkläre den Unterschied zwischen algebraischer und vektorieller (geometrischer) Addition!
3. Zwei Kräfte von 12 kp und 18 kp greifen in einem Punkt unter einem Winkel von 90° an. Wie groß ist die Resultierende? (Lösung durch Zeichnung und Rechnung.)
4. Zwei Kräfte von 2,3 kp und 3,5 kp schließen einen Winkel von 60° ein. Ermittle zeichnerisch die Richtung und den Betrag der Resultierenden, die die zwei gegebenen Kräfte in ihrer Wirkung ersetzt!
5. Drei Kräfte von 5 kp, 6 kp und 7 kp, deren Wirkungslinien in einer Ebene liegen, wirken in einem Punkt derart, daß je zwei Kräfte einen Winkel von 120° miteinander bilden. Wie groß ist die Resultierende?
6. Eine Kraft von 18 kp soll in zwei aufeinander senkrecht stehende Komponenten zerlegt werden, von denen die eine mit der gegebenen Kraft einen Winkel von 30° bildet. Welche Beträge haben diese Komponenten?
7. Wie wirkt sich das Gewicht des Schnees auf flache und steile Dächer aus?
8. Warum ist es vorteilhafter, auf sandigem Wege einen Handwagen zu ziehen, statt zu schieben?

9. Erläutere an einem einfachen Beispiel die Kräfteverhältnisse an einem Dachbinder!
10. Gib weitere Beispiele für die Zusammensetzung und Zerlegung nichtparalleler Kräfte an!
11. Macht man Klimmzüge zweckmäßiger mit parallelen oder gespreizten Armen?

§ 7. Die Zusammensetzung paralleler Kräfte

1. Parallele Kräfte. Die Zusammensetzung nichtparalleler Kräfte haben wir in § 6,3 kennengelernt. Im folgenden werden wir sehen, wie man die *Resultierende paralleler Kräfte* findet. An einem Stab greifen senkrecht zu seiner Längsrichtung zwei parallele Kräfte P_1 und P_2 an, die die Beträge P_1 und P_2 haben (Abb. 46). Wir fügen zu den Kräften P_1 und P_2 in den Angriffspunkten A_1 und A_2 die beiden in der Verbindungslinie A_1A_2 wirkenden, beliebig großen, entgegengesetzt gleichen Kräfte R_1 und R_2 hinzu. Dadurch wird an der Gesamtwirkung nichts geändert, da die Kräfte R_1 und R_2 im Gleichgewicht sind. Die Kräfte R_1 und R_2 setzen sich mit den gegebenen parallelen Kräften P_1 und P_2 zu den Resultierenden Q_1 und Q_2 zusammen.

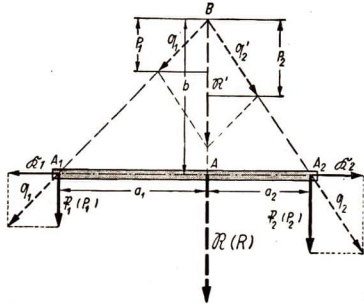


Abb. 46. Zusammensetzung paralleler Kräfte. Die Hilfskräfte R_1 und R_2 üben keine Wirkung aus, da sie auf derselben Wirkungslinie liegen. Sie sind gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet.

Diese denken wir uns längs ihrer Wirkungslinien bis zu deren Schnittpunkt B verschoben und vereinigen sie dort zur Resultierenden R' , die parallel zu P_1 und P_2 gerichtet ist. Sie ist die gesuchte Resultierende der parallelen Kräfte. Wir verschieben sie längs ihrer Wirkungslinie, bis ihr Angriffspunkt A auf die Verbindungslinie von A_1 und A_2 fällt.

Aus der Ähnlichkeit der zu beiden Seiten von BA liegenden Dreieckspaare folgt:

$$b : a_1 = P_1 : K_1 \quad \text{und} \quad b : a_2 = P_2 : K_2.$$

Durch Multiplizieren mit $K_1 \cdot a_1$ bzw. mit $K_2 \cdot a_2$ erhält man

$$b \cdot K_1 = P_1 \cdot a_1 \quad \text{und} \quad b \cdot K_2 = P_2 \cdot a_2.$$

Daraus folgt wegen $K_1 = K_2$

$$P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2$$

oder

$$a_1 : a_2 = P_2 : P_1.$$

Zerlegt man im Punkte B die Kräfte Q_1' und Q_2' wieder in ihre aufeinander senkrecht stehenden Komponenten P_1, R_1 und P_2, R_2 , so heben sich R_1 und

$\mathfrak{R}_2$ gegenseitig auf. $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$ haben gleiche Richtung und ergeben die Resultierende $\mathfrak{R}$. Die Resultierende hat den Betrag

$$R = P_1 + P_2.$$

Zwei parallele, gleichgerichtete Kräfte können durch eine den ursprünglichen Kräften parallele Kraft ersetzt werden, deren Größe gleich der Summe der Einzelkräfte ist. Ihre Wirkungslinie teilt die Verbindungsstrecke der Angriffspunkte der Komponenten im umgekehrten Verhältnis der Größen dieser Komponenten.

Diese Art der Teilung einer Strecke heißt in der Mathematik *innere Teilung*.

Der Satz gilt auch, wenn die beiden Kräfte parallele Wirkungslinien haben, aber entgegengesetzt gerichtet sind. Man nennt solche Kräfte *antiparallel*. Ist $P_2 > P_1$, so ist

$$R = P_2 - P_1,$$

$$a_1 : a_2 = P_2 : P_1.$$

Es handelt sich bei antiparallelen Kräften im Gegensatz zu parallelen Kräften um eine *äußere Teilung* der Verbindungsstrecke auf der Seite der größeren Kraft.

Haben zwei antiparallele Kräfte gleiche Beträge, so ist die Resultierende gleich Null. Die Kräfte bilden dann ein **Kräftepaar** (Abb. 47).

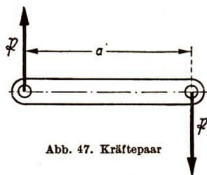


Abb. 47. Kräftepaar

Ein **Kräftepaar** ruft im Gegensatz zu einer Einzelkraft keine fortschreitende Bewegung, sondern eine Drehbewegung hervor.

2. Die Zerlegung einer Kraft in parallele Komponenten. In der Technik tritt uns häufig die Aufgabe entgegen, eine Kraft in zwei zu ihr parallele Komponenten zu zerlegen. Sie ist lösbar, wenn die senkrechten Abstände der gesuchten Kraftkomponenten von der Richtung der gegebenen Kraft bekannt sind.

Wir betrachten als Beispiel einen an beiden Enden aufliegenden belasteten eisernen oder hölzernen Träger, dessen Eigengewicht wir zunächst außer acht lassen wollen (Abb. 48). Wir bestimmen die Beträge der Kräfte, die von den einzelnen Stützen aufgenommen werden. Bezeichnen wir den Betrag der Belastung mit P , die Beträge der Kräfte, die auf die Stützen übertragen werden, mit P_1 und P_2 , so ist

$$P = P_1 + P_2 \quad \text{und} \quad P_1 : P_2 = a_2 : a_1.$$

Hierin sind a_1 und a_2 die Abstände der Unterstützungspunkte von der Wirkungslinie der Kraft. Da $a_1 + a_2 = a$ ist, gilt

$$\frac{P_1}{P} = \frac{a_2}{a} \quad \text{und} \quad \frac{P_2}{P} = \frac{a_1}{a},$$

folglich $P_1 = \frac{a_2}{a} P$ und $P_2 = \frac{a_1}{a} P$.

Zu diesen Kräften tritt bei symmetrischer Lage der Unterstützungspunkte je die Hälfte des Eigengewichtes des

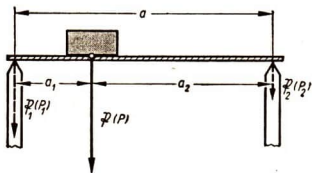


Abb. 48. Bestimmung der Auflagedruckkräfte bei einem auf zwei Stützen ruhenden Träger

Trägers hinzu. Wir können unsere Überlegung durch eine Versuchsanordnung bestätigen, wie sie in Abb. 49 dargestellt ist.

3. Der Schwerpunkt. Denkt man sich einen Körper in viele kleine, gleich große Massenteilchen zerlegt, so wirkt auf jedes die Schwerkraft mit gleicher Stärke. Wir setzen immer je zwei von diesen parallelen Kräften zu einer Resultierenden zusammen. Mit dieser vereinigen wir eine beliebige dritte Kraft usw. Schließlich erhalten wir eine Resultierende, die gleich dem Gewicht des ganzen Körpers ist und in einem Punkt angreift, der als **Schwerpunkt** bezeichnet wird. Dabei ist es für das Ergebnis gleichgültig, in welcher Reihenfolge man die vielen Einzelkräfte zusammengesetzt hat.

Der Schwerpunkt eines starren Körpers ist für alle Lagen desselben der gleiche. Er kann in bestimmten Fällen, z. B. bei einem Ring oder einer Schale, auch außerhalb des Körpers liegen.

4. Bestimmung des Schwerpunktes. Bei geometrisch einfachen Körpern von überall gleicher Wichte ist der Schwerpunkt verhältnismäßig leicht durch Symmetriebetrachtungen zu finden. Zur experimentellen Bestimmung des Schwerpunktes, insbesondere bei scheibenartigen Körpern gleichmäßiger Dicke, legen wir eine ebene Blech-, Papp- oder Holzscheibe von beliebiger Gestalt auf die Schneide eines Messers oder auf die Kante einer Feile und balancieren sie aus. Die Gerade, längs der die Scheibe im Gleichgewichtsfalle aufliegt, ist eine *Schwerlinie*. Alle Schwerlinien, die man bei verschiedener Lage des Körpers auffindet, schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt. In Wirklichkeit liegt der Schwerpunkt allerdings nicht auf der Begrenzungsfläche, sondern im Innern des betrachteten Körpers. Wird der Körper in diesem Punkte unterstützt, so bleibt er in jeder Lage im Gleichgewicht.

5. Gleichgewichtslagen. Bei jedem um einen Punkt oder um eine Achse drehbar aufgehängten Körper liegt der Schwerpunkt in seiner Ruhelage auf einer durch den Aufhängepunkt bzw. durch die Achse gehenden Senkrechten. In der Regel liegt er dabei unterhalb des Aufhängepunktes. Doch ist es auch möglich, daß er sich einmal oberhalb des Aufhängepunktes befindet.

Wir unterscheiden demnach folgende *Arten des Gleichgewichts*:

- stabiles Gleichgewicht:** Der Schwerpunkt befindet sich in der tiefstmöglichen Lage und kehrt bei einer Verschiebung wieder in die gegebene Lage zurück.
- labiles Gleichgewicht:** Der Schwerpunkt befindet sich in höchstmöglicher Lage und geht bei einer Verschiebung in eine tiefere, und zwar stabile Lage über.
- indifferentes Gleichgewicht:** Der Schwerpunkt liegt im Unterstützungspunkt. Der Körper befindet sich in jeder Lage im Gleichgewicht.

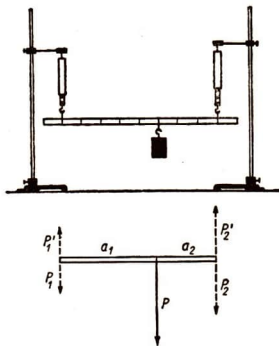


Abb. 49. Zerlegung einer Kraft in zwei parallele Komponenten bei gegebener Lage der Angriffspunkte

6. Standfestigkeit. Im vorangehenden Abschnitt wurden die Arten des Gleichgewichts am hängenden Körper veranschaulicht. Sie beziehen sich jedoch auch auf Körper, die auf einer waagerechten Fläche ruhen.

Diese Unterstützungsfläche braucht nicht zusammenhängend zu sein, sie kann in mehrere Teilflächen zerfallen, ja sie kann durch einzelne Punkte, mindestens drei, bestimmt sein. Als Beispiele hierfür seien erwähnt ein dreibeiniger Tisch oder Schemel, ein Photostativ, ein auf drei Stellschrauben stehendes Meßgerät.

Ruht ein Körper mit drei oder mehr Punkten auf einer waagerechten ebenen Fläche, so befindet er sich stets im stabilen Gleichgewicht. Man muß eine bestimmte Kraft aufwenden, um einen solchen Körper zu kippen. Wir schreiben ihm deshalb eine *Standfestigkeit* zu. Die Erfahrung lehrt:

Die Standfestigkeit eines Körpers ist um so größer, je schwerer der Körper ist, je tiefer der Schwerpunkt liegt und je größer seine Unterstützungsfläche ist.

Die Erfüllung dieser Bedingungen für die Standfestigkeit ist beim Bau technischer Großgeräte zu beachten. Es ist gelungen, Großgeräte zu entwickeln, die bei einer verhältnismäßig kleinen Unterstützungsfläche eine weite *Ausladung* haben. So zeigt z. B. Abb. 50 einen von dem VEB Kranbau Eberswalde gebauten *Portal-Wipp-Drehkran*, der eine maximale Ausladung von 24 m und eine Tragfähigkeit von 6 Mp besitzt. Durch die Verteilung der Massen, insbesondere der schweren Maschinenteile, wie Motoren, Seilwinden usw., wird erreicht, daß der Schwerpunkt auch bei maximaler Ausladung immer über der Unterstützungsfläche bleibt.

Wir betrachten im folgenden den Übergang eines Quaders aus einer stabilen Lage in eine andere stabile Lage und verfolgen dabei die Bewegung seines Schwerpunktes (Abb. 51). Der Schwerpunkt hebt sich beim Kippen und erreicht seine höchste Lage, wenn das durch ihn gelegte Lot durch die Kippkante geht. Läßt man den Körper vor Erreichen dieser Lage los, so fällt er in die alte stabile Lage zurück. Überschreitet der Schwerpunkt die höchste Lage, so kippt der Körper um und geht in eine neue stabile Lage über. Nimmt der Schwerpunkt die höchste Lage ein, so befindet sich der Körper im labilen Gleichgewicht.

Als *Maß für die Standfestigkeit* kann die waagerecht im Schwerpunkt angreifende, senkrecht zur Kippkante



Abb. 50. Portal-Wipp-Drehkran, hergestellt vom VEB Kranbau, Eberswalde. Tragfähigkeit 6 Mp, maximale Höhe 42 m, maximale Ausladung 24 m. Die Veränderlichkeit der Ausladung wird durch ein Gelenkviereck erreicht.

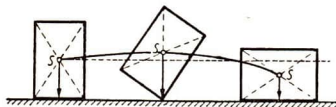


Abb. 51. Bewegung des Schwerpunktes eines Quaders beim Übergang von einer stabilen Gleichgewichtslage in eine andere

wirkende Kraft dienen, die den Körper gerade zum Kippen bringt. Wir ermitteln dies durch einen Versuch, der durch Abb. 52 wiedergegeben ist. Das Körpergewicht und die angreifende Kraft setzen sich zu einer Resultierenden zusammen, die beim Kippen des Körpers die Kippkante schneidet (Abb. 53). Es ist infolge der Ähnlichkeit der Dreiecke

$$P : G = x : y.$$

Daraus folgt

$$P = G \frac{x}{y}.$$

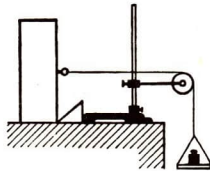


Abb. 52. Messen der Standfestigkeit eines Quaders. Man bestimmt die Größe der Kraft, die den Quader gerade ankippt.

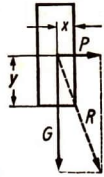


Abb. 53. Gleichgewicht der Kräfte beim Kippen

7. Fragen und Aufgaben:

1. Die Wirkungslinien zweier Kräfte von 8,6 kp und 13,8 kp haben einen Abstand von 0,78 m. Welche Lage hat die Wirkungslinie der Resultierenden, wenn die Kräfte a) parallel, b) antiparallel sind?
2. Ein 6,6 m langer und 258 kp schwerer Eisenträger wird 0,3 m von jedem Ende entfernt unterstützt. Welche Kräfte wirken auf die Unterstützungen, wenn der Träger in einer Entfernung von 1,4 m von einer Unterstützung mit einem Gewicht von 440 kp belastet wird? (Anleitung: Ermittle zunächst die Kräfte, die bei unbelastetem Träger auf die Unterstützungen ausgeübt werden!)
3. Welche Überlegungen haben zur Prägung des Begriffs Schwerpunkt geführt?
4. Welche Verfahren zur Bestimmung des Schwerpunktes einer beliebigen Scheibe lassen sich angeben?
5. Welche Arten des Gleichgewichts gibt es? Wie werden sie unterschieden?
6. Von welchen Einflüssen hängt die Standfestigkeit eines Körpers ab?

§ 8. Der Hebel – Das Drehmoment

Hebel, Rolle, Wellrad, schiefe Ebene, Keil, Schraube sind *kraftumformende Maschinen*, mit denen sich die Menschen seit alters her beschäftigt haben. Das grundsätzliche Kennzeichen dieser kraftumformenden Einrichtungen besteht in der Umwandlung von Kräften in andere Kräfte, die sich von den ersten durch die Richtung, meist aber auch durch den Betrag unterscheiden. Besonders wichtig sind die Vorrichtungen, die eine Verringerung des Betrages der aufzuwendenden Kraft ermöglichen, d. h. mit geringer Kraft große Wirkungen hervorrufen.

1. Das Drehmoment – Das Hebelgesetz. Als einfachste Form des *Hebels* ist uns der *geradlinige Hebel* bereits auf der Grundschule in seinen mannigfachen Anwendungen bekannt geworden. Wir haben für ihn das *Hebelgesetz* als richtig erkannt:

Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn für beide Hebelarme die Produkte aus den angreifenden Kräften und den zugehörigen Kraftarmen einander gleich sind und die Kräfte den Hebel entgegengesetzt drehen.

Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Kräfte parallele Wirkungslinien haben und senkrecht am Hebel angreifen.

Wir wollen nun untersuchen, ob dieses Gesetz auch gilt, wenn die Kräfte in beliebiger Richtung am Hebel angreifen, und feststellen, was in diesem Falle unter den *Kraftarmen* zu verstehen ist.

Wir betrachten dazu einen um die Achse O drehbaren, schräggestellten Hebel (Abb. 54). An ihm greife senkrecht nach unten im Punkt A eine Kraft $\mathfrak{P}$ an. Da sich der Angriffspunkt A nur auf einer Kreisbahn bewegen kann, bewirkt lediglich die in der Tangentenrichtung liegende Komponente der Kraft $\mathfrak{P}$ eine Bewegung des Hebels. Die Größe dieser Komponente finden wir durch Projektion der Kraft $\mathfrak{P}$ auf die Tangente und erhalten $\mathfrak{P}_1$. Wir ziehen nun die Hilfslinien OA , OB und OC . Die Dreiecke OCA und OBA sind flächengleich, da sie die gleiche Grundlinie $OA = a_1$ und die gleiche Höhe $AC = P_1$ haben.

Ihr Inhalt ist

$$\frac{AC \cdot OA}{2} = \frac{P_1 \cdot a_1}{2}.$$

Andererseits können wir im Dreieck OAB auch $AB = P$ als Grundlinie und die von O auf AB gefällte Senkrechte $OE = a$ als Höhe betrachten. Sein Inhalt ist demnach

$$\frac{AB \cdot OE}{2} = \frac{P \cdot a}{2}.$$

Aus der Flächengleichheit der Dreiecke folgt:

$$\frac{P_1 \cdot a_1}{2} = \frac{P \cdot a}{2} \quad \text{oder} \quad P_1 \cdot a_1 = P \cdot a.$$

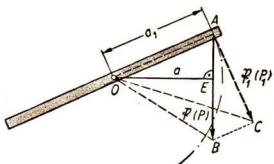


Abb. 54. Ableitung des Drehmomentes

Man erkennt aus dieser Gleichung, daß das Produkt aus der senkrecht zum Hebel wirkenden Kraft P_1 und dem Hebelarm a_1 gleich dem Produkt aus der schräg zum Hebel wirkenden Kraft P und dem senkrechten Abstand a der Krafttrichtung von der Drehachse ist.

Man bezeichnet den senkrechten Abstand einer Kraft von der Drehachse als den *Kraftarm* und das Produkt aus einer Kraft und ihrem Kraftarm als das **Drehmoment** der Kraft. Das Drehmoment ist für die Größe der Drehwirkung maßgebend.

Wir ersehen aus diesen Überlegungen, daß das Hebelgesetz auch dann gilt, wenn die am Hebel angreifenden Kräfte nicht parallel gerichtet sind. Die Kraftarme sind dabei stets die Abstände der Wirkungslinien von der Drehachse.

Unter Verwendung des Begriffs Drehmoment läßt sich das Hebelgesetz zu einem allgemein gültigen Satz erweitern, den man als den **Momentensatz** bezeichnet:

Zwei Kräfte, die an einem um eine Achse drehbaren Körper in einer zur Drehachse senkrechten Ebene angreifen, üben gleiche Drehwirkungen aus, wenn ihre Drehmomente gleich sind.

Wir können diesen Satz mit Hilfe einer *Momentenscheibe* bestätigen, indem wir zwei Kräfte in verschiedenen Richtungen auf sie wirken lassen (Abb. 55). Wir erweitern den Versuch dadurch, daß wir die Zahl der linksdrehenden wie

der rechtsdrehenden Kräfte vermehren. Zu jeder Kraft geben wir das Drehmoment an.

Man erkennt, daß beim Vorhandensein des Gleichgewichts die Summe der Drehmomente der rechtsdrehenden Kräfte gleich der Summe der Drehmomente der linksdrehenden Kräfte ist. Wir folgern daraus die Richtigkeit des Momentensatzes in seiner allgemeinen Form:

Ein um eine Achse drehbarer Körper ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der Summe der linksdrehenden Momente ist.

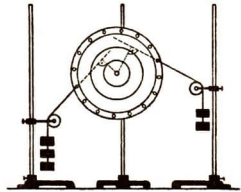


Abb. 55. Momentenscheibe. Die Scheibe ist am Rande mit Stiften versehen, an denen die Kräfte angreifen können.

Gibt man in Anlehnung an die Mathematik den rechtsdrehenden (im Uhrzeigersinne drehenden) Momenten ein negatives Vorzeichen, den linksdrehenden (entgegen dem Uhrzeigersinne drehenden) Momenten ein positives Vorzeichen, so vereinfacht sich der Momentensatz zu der Form:

Ein um eine Achse drehbarer Körper ist im Gleichgewicht, wenn die Summe sämtlicher Drehmomente gleich Null ist.

Man kann diesen Satz unter Verwendung des Summenzeichens Σ durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$\sum_{k=1}^n P_k \cdot a_k = 0.$$

Lies: Die Summe aller Produkte $P_k \cdot a_k$ für alle ganzzahligen Werte der Laufzahl k von 1 bis n gleich Null.

2. Anwendungen des Hebels. Die Zahl der technischen Anwendungen des Hebels ist sehr groß. Beispiele für den einseitigen Hebel sind u. a. der *Hebelschalter* an der Schalttafel (Abb. 56), das *Papierschnidmesser* (Abb. 57). Beispiele für

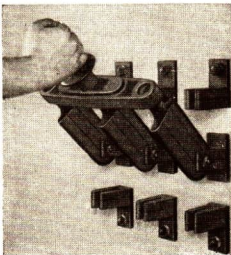


Abb. 56
Hebelschalter an einer Schalttafel

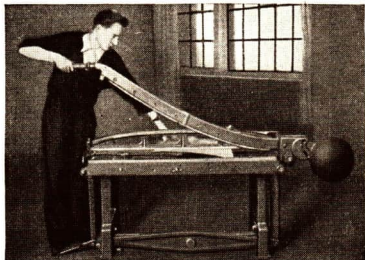


Abb. 57. Papierschnidmesser. Mit dem Fußhebel wird eine Klemmleiste betätigt, die das Papier bzw. die Pappe fest auf den Tisch drückt. Dadurch wird ein glatter Schnitt gewährleistet.

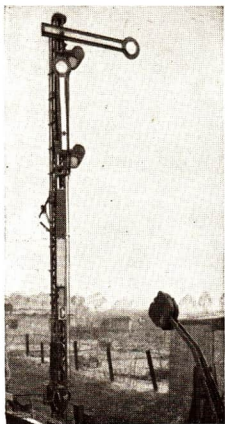


Abb. 59. Verwendung einer Brechstange zum Anheben eines schweren Gegenstandes

Abb. 58. Hauptsignal der Eisenbahn. Die bewegende Kraft wird von der Seilscheibe durch eine parallel zum Mast verlaufende Stange auf den Signalarm übertragen.

den zweiseitigen geradlinigen Hebel sind der *Signalhebel* bei der Eisenbahn (Abb. 58), die *Brechstange* (Abb. 59) und viele andere.

3. Die Balkenwaage. Die *Balkenwaage* (Abb. 60) besteht aus einem zweiseitigen, gleicharmigen Hebel, der auf einer *Schneide* ruht. Die Schalen hängen mit dachförmigen Lagern gleichfalls an Schneiden an den Enden des Balkens. Die Lagerung mittels Schneiden vermindert die Reibung und ermöglicht, die Länge der Arme genau zu begrenzen. Die Schneiden liegen im allgemeinen in einer Ebene. Der Schwerpunkt des schwingenden Teiles der Waage muß etwas unterhalb der Drehachse liegen. Denn läge er in der Drehachse, also auf der Schneide, dann würde bei gleicher Belastung der Balken in jeder Lage im Gleichgewicht sein. Die Gleichheit der Massen wäre dann äußerlich nicht eindeutig erkennbar.

Abb. 60 zeigt eine moderne Analysenwaage. Vielfach haben diese Waagen durchbrochene Waagebalken. Hierdurch werden das Gewicht des Waagebalkens und die Reibung an den Schneiden wesentlich verringert.

4. Oberschalige Tafelwaagen. Die Bedürfnisse des Handels erfordern die Konstruktion von Waagen, mit denen man selbst größere Gegenstände rasch und mit ausreichender Genauig-

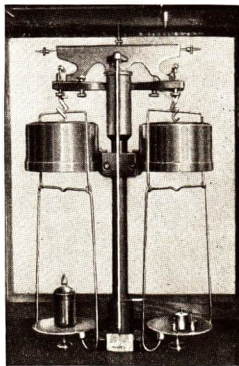


Abb. 60. Analysenwaage. Zur Dämpfung der Schwingungen sind an den Gehängen der Waagschalen zwei topfartige Luftdämpfer angebracht.

keit wägen kann. Dies erreicht man dadurch, daß man die Waagschalen durch *Tafeln* ersetzt, die sich bei gleichbleibender Länge der Waagebalken parallel zu sich selbst verschieben. Bei der Belastung der Waagschale ist es gleich, auf welche Stelle der Waagschale der zu wägende Körper gelegt wird. Die meisten Waagen dieser Art, die man *oberschälige Tafelwaagen* nennt, sind nach einem von *Béranger* angegebenen System gebaut (Abb. 61).

Die stark vereinfachte Abbildung 61 läßt uns die Einzelheiten der Waage und ihre Wirkungsweise erkennen. Das Gehäuse enthält als Hauptbestandteil einen als Waagebalken dienenden zweiseitigen Hebel B_1B_2 , der um die Achse A schwingt. Unter jedem der Hebelarme AB_1 und AB_2 ist ein Paar einseitiger Hebel angeordnet, die nebeneinander liegen und untereinander verbunden sind. Von diesen Hebeln sind im Bilde nur die vorn liegenden C_1D_1 und C_2D_2 zu sehen. Ihre Drehachsen verlaufen durch C_1 und C_2 . Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß die Mitten F_1 und F_2 der einseitigen Hebel C_1D_1 und C_2D_2 genau unter den Mitten E_1 und E_2 der Hebelarme AB_1 und AB_2 liegen. Sie sind mit ihnen durch die kurzen Stangen F_1E_1 und F_2E_2 gelenkig verbunden. Auf dieses System von Hebeln stützen sich die Tafeln G_1H_1 und G_2H_2 , so daß die Tafelstützen in den Endpunkten B_1 und B_2 bzw. D_1 und D_2 auf den Waagebalken bzw. den einseitigen Hebeln gelenkig aufliegen. Man bezeichnet eine derartige Anordnung der Tafeln als eine *Brücke*. Wir werden ihr noch einmal bei der Zeiger-Schnellwaage und der Dezimalwaage begegnen. Der Vorteil dieser Anordnung ergibt sich aus der folgenden Überlegung:

Der Endpunkt B_1 möge sich bei einer Wägung um eine kleine Strecke heben oder senken. Da E_1A nur halb so lang ist wie B_1A , schlägt E_1 nur um die halbe Strecke aus. Um das gleiche Stück steigt bzw. sinkt infolge der vorhandenen Verbindungen auch F_1 . Da andererseits C_1D_1 doppelt so lang ist wie C_1F_1 , schwingt D_1 doppelt so weit aus wie F_1 , mithin ebensoweit wie B_1 . Dasselbe gilt entsprechend für die Punkte D_2 und B_2 . Der Bewegung der Endpunkte D_1 und B_1 bzw. D_2 und B_2 der Hebel folgen zwangsläufig die Platten G_1H_1 und G_2H_2 . Durch die brückenartige Anordnung der Platten wird demnach erreicht, daß sich die Platten beim Auf- und Niederschwingen nur parallel verschieben. Sie behalten stets ihre waagerechte Lage. Die Wägung ist davon unabhängig, an welcher Stelle der Platten der zu wägende Körper bzw. die Gewichtsstücke liegen.

Im übrigen müssen die miteinander verbundenen Punkte E_1 und F_1 bzw. E_2 und F_2 nicht notwendigerweise die Mittelpunkte der Hebelarme sein, wie wir vorhin vereinfachend annahmen. Es können auch andere Punkte als die Mittelpunkte miteinander verbunden sein. Wichtig ist nur, daß die miteinander verbundenen, übereinander liegenden Punkte alle Hebelarme im gleichen Verhältnis teilen.

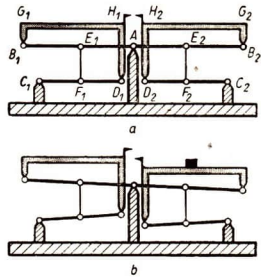


Abb. 61. Schematische Wiedergabe der ober-schäligen Tafelwaage. B_1B_2 , Waagebalken, C_1D_1 und C_2D_2 , einseitige Hebel, E_1F_1 und E_2F_2 , gelenkige Verbindungsstücke zwischen den Mittelpunkten der Hebelarme, G_1H_1 und G_2H_2 , Tafeln, G_1B_1 und H_1D_1 bzw. G_2B_2 und H_2D_2 , Tafelstützen. Zur Vereinfachung der Zeichnung sind sämtliche Schnitten als Gelenke gezeichnet.

5. Dezimalwaagen – Laufgewichtswaagen. Bereits im 7. Schuljahr haben wir die *Dezimalwaage* kennengelernt. Sie hat ihren Namen erhalten, weil zum Herstellen des Gleichgewichts nur der zehnte Teil des Gewichts des zu wägenden Körpers

erforderlich ist. Abb. 62 gibt die Dezimalwaage noch einmal schematisch wieder. Die folgende Zusammenstellung läßt ihre Wirkungsweise erkennen. Auf der Brücke liege eine Last mit dem Gewicht Q , das sich auf die Punkte H und G mit Q_1 und Q_2 verteilt:

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

In H wirkt Q_1 ; auf E und B wird $\frac{Q_1}{5}$, auf A wird $\frac{Q_1}{10}$ übertragen. In G und C wirkt Q_2 , auf A wird $\frac{Q_2}{10}$ übertragen. Die in A wirkende Gesamtkraft beträgt

$$P = \frac{Q_1}{10} + \frac{Q_2}{10} = \frac{Q}{10}.$$

Ersetzt man die Waagschale mit den Gewichtsstücken durch ein *Laufgewicht*, so erhält man eine *Laufgewichtswaage* (Abb. 63). Sie wird unter anderem verwendet als *Fahrzeugwaage*, zum Wägen von Lastkraftwagen und Fuhrwerken, als *Gleiswaage* zum Wägen von Eisenbahnloren. Eine einfache Form der Laufgewichtswaage ist die einschalige *Küchenwaage*. Die Abb. 64 zeigt schematisch ihre Wirkungsweise.

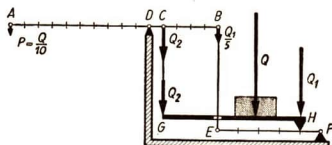


Abb. 62. Schematische Darstellung einer Dezimalwaage

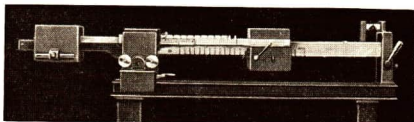


Abb. 63. Waagebalken einer Großwaage mit Laufgewicht. Die Grobeinstellung erfolgt durch Verschieben eines großen Gewichtsstückes. Die Feineinstellung wird durch Verstellen von Eisenstäben erreicht.

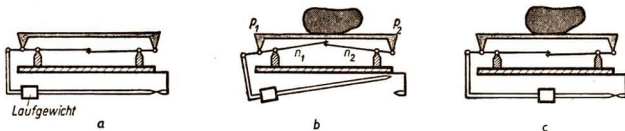


Abb. 64. Küchenwaage mit Laufgewicht (schematisch)

Die Laufstange und das Verbindungsstück zum Hebel sind zur Erhöhung der Übersichtlichkeit nach unten gezeichnet. Sie liegen in Wirklichkeit mit dem Hebel beim Eintreten der Gleichgewichtslage in derselben waagerechten Ebene. Ihre Bilder müßten eigentlich nach vorn aus der Zeichenebene heraustreten. Sämtliche Schnitten sind durch Gelenke dargestellt.

- a) Ruhestellung der unbelasteten Waage, b) Ausschlag der belasteten Waage, c) Einspielen der belasteten Waage nach Verschieben des Laufgewichtes

6. Neigungswaagen. Wesentliche Vorteile im praktischen Gebrauch haben Waagen, bei denen die Wägung nicht durch Auflegen oder Verschieben von genormten Massenstücken erfolgt, sondern bei denen der Meßwert durch einen Zeiger auf einer Skala angegeben wird. Bei diesen Waagen wird die Veränderung des Drehmoments eines *Neigungs-* oder *Schwinggewichts* ausgenutzt. Je stärker man die Waage belastet, d. h. je tiefer die Lastschale herabgedrückt wird, desto mehr vergrößert sich das Drehmoment des um eine Achse drehbaren Neigungsgewichts.

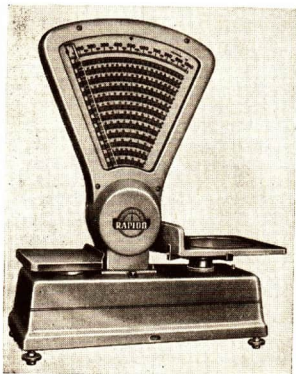


Abb. 65. Zweischalige Zeiger-Schnellwaage aus dem volkseigenen Werk Rapido in Radebeul

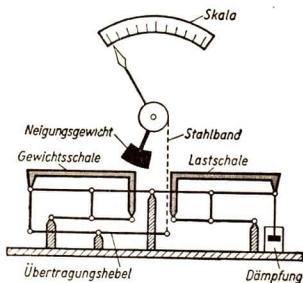


Abb. 66. Schematische Zeichnung einer zweischaligen Zeiger-Schnellwaage

Bei einer bestimmten Stellung tritt Gleichgewicht ein. Der mit dem Neigungsgewicht verbundene Zeiger gibt dabei die Belastung der Waage an. In einfacher Form ist dieses Prinzip bei der *Briefwaage* verwirklicht.

Bei der *zweischaligen Neigungswaage* (Abb. 65) sind die beiden Schalen durch ein Hebelwerk miteinander verbunden, das dem der Bérangerschen Tafelwaage gleicht. Die eine Schale, die *Lastschale*, dient zur Aufnahme des zu wägenden Körpers. Auf die andere Schale, die *Gewichtsschale*, werden, falls das Gewicht des Körpers durch das Neigungsgewicht allein nicht mehr im Gleichgewicht gehalten werden kann, Massstücke aufgelegt. Mit dem Traghebelwerk ist ein Hebel verbunden, an dessen Ende ein Stahlband befestigt ist. Das Stahlband überträgt die Bewegung des Hebelwerks auf eine Scheibe, die mit der Zeigerachse und dem Neigungsgewicht fest verbunden ist (Abb. 66). Die Scheibe weicht in Wirklichkeit von der Kreisform ab und ist exzentrisch gelagert. Hierdurch erreicht man eine lineare Teilung der Skala.

Abb. 67 zeigt eine zweischalige Schnellwaage, bei der das Gehäuse entfernt ist. Zur Verhinderung lang andauernder Schwingungen der Waage ist eine *Dämpfung* eingebaut.

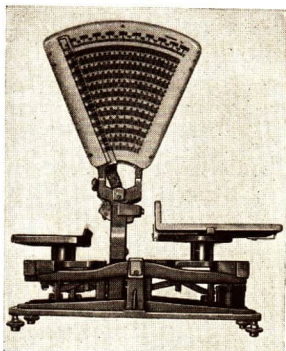


Abb. 67. Dieselbe Zeiger-Schnellwaage wie in Abb. 65. Das Gehäuse ist abgenommen.

Neben der zweischaligen Zeiger-Schnellwaage werden auch *einschalige Zeiger-Schnellwaagen* verwendet. Abb. 68 zeigt eine gebräuchliche Form. Sie ist im Prinzip genau so gebaut wie die zweischalige Waage, nur entfällt die Gewichtsschale. An ihre Stelle tritt ein Ausgleichgewicht. Die Wirkungsweise der Waage wird dadurch nicht geändert. Da das Neigungsgewicht bei zunehmender Belastung angehoben wird, wobei sein Drehmoment zunimmt, spricht man bei diesen Waagen von einem *positiven Lastausgleich*.

Es werden aber auch einschalige Zeiger-Schnellwaagen mit *negativem Lastausgleich* gebaut (Abb. 69). Der Waagebalken trägt auf der einen Seite ein Ausgleichgewicht und die Befestigung für das Stahlband, welches zum Neigungsgewicht führt. Die Drehmomente des Neigungsgewichts und des Ausgleichgewichts wirken einander entgegen. Wird die Waagschale belastet, so wird das Ausgleichgewicht gehoben, während sich das Neigungsgewicht senkt. Das Drehmoment des Neigungsgewichts wird infolgedessen kleiner, so daß das linksdrehende Moment zunimmt. Die Waagschale senkt sich so weit, bis Gleichgewicht herrscht.

Bei dieser Waage wird die Parallelführung der Lastschale in ähnlicher Weise wie bei der Briefwaage durch ein *Gelenkparallelogramm* herbeigeführt. Mittels einer Dämpfung erreicht man ein rasches Einschwingen des Zeigers. Zur Änderung des Meßbereichs ist die Waage mit einer *Schaltgewichtseinrichtung* ausgestattet. Durch Umlegen eines Hebels kann im Inneren des Waagegehäuses ein Massenstück mit dem Waagebalken verbunden bzw. von ihm gelöst werden.

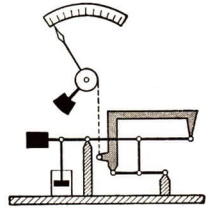


Abb. 68

Schematische Zeichnung einer einschaligen Neigungsgewichtswaage mit positivem Lastausgleich

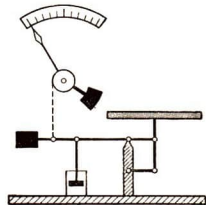


Abb. 69

Schematische Zeichnung einer einschaligen Zeiger-Schnellwaage mit negativem Lastausgleich

7. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutere den Begriff „Drehmoment“ und gib das Hebelgesetz unter Verwendung dieses Begriffes wieder!
2. Nenne technische Anwendungen
 - a) des einseitigen geraden Hebels, b) des zweiseitigen geraden Hebels, c) des Winkelhebels!
3. Erkläre die Wirkungsweise des Tastenhebels der Schreibmaschine!
4. Erkläre an Hand eines Modells oder einer Zeichnung die Wirkungsweise
 - a) einer oberhalbigen Tafelwaage (Küchenwaage), b) einer Briefwaage, c) einer zweischaligen Neigungswaage, d) einer Dezimalwaage!
5. Eine kreisförmige Scheibe mit einem Durchmesser $d = 20$ cm ist um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Achse drehbar gelagert. An der Peripherie greift eine Kraft $P = 1,4$ kp an, die mit dem Radius einen Winkel von 120° einschließt. Wie groß muß eine tangential an der Peripherie angreifende Gegenkraft gewählt werden, wenn sie der gegebenen Kraft das Gleichgewicht halten soll? Bestimme durch Zeichnung die Größe dieser Gegenkraft!

§ 9. Rolle, Flaschenzug, Wellrad

1. Die Rolle – Das Gleichgewicht an der festen Rolle. Eine kreisförmige, um ihre zentrische Achse drehbare Scheibe wird **Rolle** genannt. Meist ist sie mit einer *Nut* zur Aufnahme eines Seiles bzw. einer Schnur versehen. Die Achse der Rolle ist häufig in einer *Schere* gelagert. Je nachdem, ob die Schere fest oder beweglich ist, heißt die Rolle *fest* oder *lose*.

Durch Versuche kann man nachweisen, daß an einer festen Rolle Gleichgewicht herrscht, wenn die Kräfte, die an beiden Enden eines um die Rolle gelegten Seiles angreifen, gleiche Beträge haben. Das trifft für jede beliebige Kraft- richtung zu.

Man kann die Rolle als Hebel auffassen und auf sie den Momentensatz anwenden (Abb. 70). Die Hebelarme sind gleich lang, sie sind gleich dem Radius r der Rolle. Daher müssen im Falle des Gleichgewichts die Beträge P_1 und P_2 der angreifenden Kräfte ebenfalls gleich groß sein.

Eine *feste Rolle ändert* in Verbindung mit einem Seil lediglich die *Krafttrichtung*. Der Betrag der Kraft bleibt der gleiche; es wird keine Kraft gespart. Man verwendet die feste Rolle in der Praxis zur Erleichterung der auszuführenden Tätigkeit, z. B. beim Hochziehen von Lasten an einem Gerüst. Infolge der Reibung ist die aufzuwendende Kraft etwas größer als der zu überwindende Widerstand. Die Reibungskraft beträgt bei gut gelagerten Rollen nur wenige Prozent der am Seil wirkenden Kraft. Im folgenden wird, wenn nicht anders angegeben, der Einfluß der Reibung vernachlässigt.

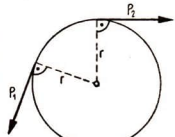


Abb. 70

Die Rolle als zweiseitiger Hebel. Die Hebelarme sind gleich dem Radius r .

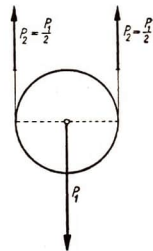


Abb. 71. Gleichgewicht an der losen Rolle

2. Gleichgewicht an der losen Rolle – Einfache Flaschenzüge. Wir messen mittels zweier Federwaagen die Kräfte an den Seilenden einer belasteten losen Rolle. Es ergibt sich, daß die Kräfte auf beiden Seiten gleich und bei paralleler Seilführung halb so groß sind wie die an der losen Rolle angreifende Kraft, die sich aus Belastung und Eigengewicht der Rolle zusammensetzt (Abb. 71).

Befestigt man ein Seil mit einem Ende an einem Tragbalken und führt es um eine lose Rolle, so daß das freie Seilende nach oben gerichtet ist, so erhält man eine kraftsparende Vorrichtung. Wirkt auf die Schere der losen Rolle senkrecht nach unten eine Kraft von dem Betrage P_1 , so wird sie durch eine am freien Seilende senkrecht nach oben wirkende Kraft im Gleichgewicht gehalten, deren Betrag P_2 nur halb so groß ist wie P_1 . Ziehen wir am freien Seilende, so legt dieses den Weg s_2 zurück, der doppelt so groß ist wie der Weg s_1 der losen Rolle, da das Seil auf beiden Seiten um das gleiche Stück verkürzt werden muß. Es ist

$$P_2 = \frac{P_1}{2}, \quad s_2 = 2 s_1.$$

Daraus folgt:

An einer losen Rolle herrscht Gleichgewicht, wenn die aufzuwendende Kraft halb so groß ist wie der zu überwindende Widerstand.

$$P_1 \cdot s_1 = P_2 \cdot s_2 \quad \text{oder} \quad P_1 : P_2 = s_2 : s_1.$$

Die Produkte aus Kraft und Weg sind für beide Kräfte gleich.

In der Praxis wird eine lose Rolle immer mit einer festen Rolle verbunden. Man nennt eine solche Vorrichtung einen *einfachen Flaschenzug* (Abb. 72).

Die Übertragung der Kräfte erfolgt ausschließlich durch das Seil. Die Rollen haben nur die Aufgabe, die Richtung der Kraft zu ändern. Infolge der Bedeutung des Seiles bezeichnet man Flaschenzüge auch als *Seilmaschinen*.

3. Zusammengesetzte Flaschenzüge. Führt man das Seil mehrfach über lose und feste Rollen, so erhält man *zusammengesetzte Flaschenzüge*. Die an den losen Rollen angreifende Kraft verteilt sich gleichmäßig auf alle Seilstücke, die die losen mit den festen Rollen verbinden (vgl. Lehrbuch der Physik für das 7. Schuljahr, § 21,3). Beim Ziehen am freien Ende des Zugseils wird jedes Seilstück um das gleiche Stück verkürzt. Zusammengesetzte Flaschenzüge werden je nach dem Verwendungszweck mit vier bis sechs Rollen gebaut.

Die Abb. 73 zeigt die Verwendung eines Flaschenzuges bei einem *Laufkran*.

4. Die Stufenrolle, das Wellrad. Werden zwei Rollen verschiedenen Durchmessers auf gleicher Achse starr miteinander verbunden, so erhält man eine *Stufenrolle* (Abb. 74). Auch für diese gilt der Momentensatz:

$$P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$$

oder

$$P_1 : P_2 = r_2 : r_1.$$

Bei einer Bewegung der Stufenrolle gilt für eine beliebige Drehung:

$$s_1 : s_2 = r_1 : r_2.$$

Wird bei einer Stufenrolle die kleinere Rolle durch eine Welle ersetzt, so nennt man diese Vorrichtung ein *Wellrad*. Häufig tritt an Stelle des Rades eine *Kurbel*.

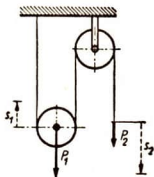


Abb. 72. Schema eines einfachen Flaschenzuges

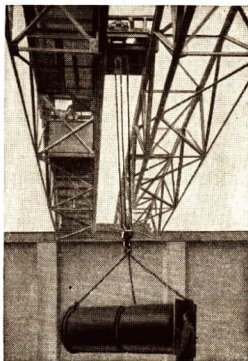


Abb. 73. Laufkran beim Transport eines Kesselgehäuses. Tragfähigkeit 5000 kp

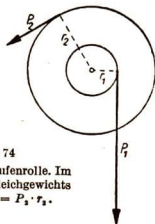


Abb. 74
Modell einer Stufenrolle. Im Falle des Gleichgewichts gilt $P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$.

Das Wellrad ist in seiner einfachsten Form als *Seilwinde* bekannt (Abb. 75), auch die Tretkurbel und das Kettenrad bei Fahrrädern beruhen auf demselben Prinzip.

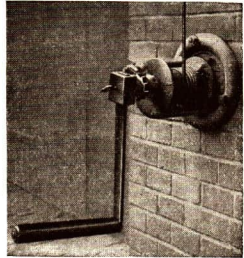


Abb. 75. Seilwinde

5. Riemen- und Zahnradtrieb. Werden zwei Rollen, die auf verschiedenen Achsen befestigt sind, durch ein endloses Seil oder einen Riemen zur Kraftübertragung miteinander verbunden, so erhält man einen *Riementrieb* (Abb. 76). Die Gleichgewichtsbedingungen eines Riementriebes können wir mittels einer Versuchsanordnung untersuchen, wie sie in Abb. 77 dargestellt ist. Wir erhalten

$$P_1 : P_2 = r_1 : r_2,$$

wenn P_1 und P_2 die Kräfte bedeuten, die bei beiden Stufenrollen an Wellen gleichen Durchmessers angreifen, und wenn r_1 und r_2 die Radien der durch den Riemen verbundenen Rollen sind. Dies folgt unmittelbar aus dem Vorangehenden, da die an den Riementeilengreifenden Zugkräfte gleich sind.

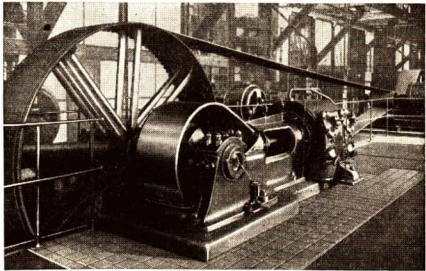


Abb. 76. Riementrieb an einem großen Kompressor

Dabei ist zu bemerken, daß beim Riementrieb im Gegensatz zu den Flaschenzügen die Reibung des Seiles oder Riemens an den Rädern zum Betrieb der Vorrichtung unbedingt erforderlich ist. Die Kraft wirkt längs des Riemens in einer Richtung und muß durch die Reibung im Gleichgewicht gehalten werden.

Ebenso werden zur Kräfteübertragung oft auch *Zahnräder* verwendet. Da bei Zahnrädern mit wachsendem Radius auch die Zahl der Zähne zunimmt, ist das Verhältnis der Radien gleich dem Verhältnis der Zähnezahlen Z_1 und Z_2 . Auch für den *Zahnradtrieb* gilt die Gleichung:

$$P_1 : P_2 = r_1 : r_2$$

und ebenso

$$P_1 : P_2 = Z_1 : Z_2.$$

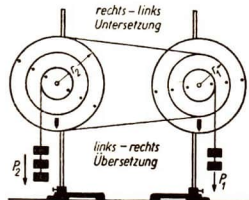


Abb. 77. Modell eines Riementriebes

Das Verhältnis i der Zähnezahlen Z_1 und Z_2 bzw. der Radien r_1 und r_2 bezeichnet man als *Übersetzungsverhältnis*:

$$i = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

6. Über- und Untersetzungsgetriebe. Von einer *Übersetzung* spricht man, wenn die Umdrehungszahl je Zeiteinheit erhöht wird, was zu einer Kraftminderung führt. Eine *Untersetzung* liegt vor, wenn die Umdrehungszahl verringert wird, wobei eine Kraftvergrößerung eintritt (vgl. Abb. 77).

Das Übersetzungsverhältnis ist für eine Übersetzung größer als 1, für eine Untersetzung kleiner als 1.

Werden mehrere Wellen durch Zahnräder untereinander verbunden, so erhält man ein *Getriebe*. Das Gesamtübersetzungsverhältnis eines Getriebes ist gleich dem Produkt aus den Übersetzungsverhältnissen der Einzeltriebe. Beispiele sind Seilwinde mit Zahnradvorgelege (Abb. 78), Transmissionen, Uhrwerke, Getriebe von Kraftfahrzeugen und ähnliches.

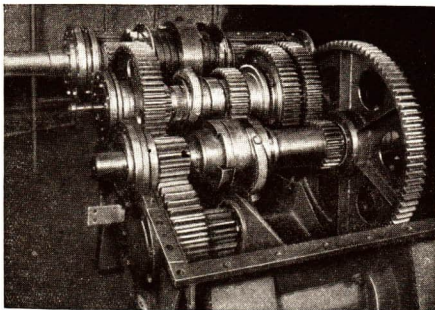


Abb. 78. Getriebe eines Grabenbaggers, hergestellt vom Schwermaschinenbau Karl Liebknecht, Magdeburg. Das Übersetzungsverhältnis wird dadurch geändert, daß man die Zahnräder auf ihrer Achse verschiebt.

7. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Aufgabe hat das Seil bei festen Rollen, losen Rollen und Flaschenzügen?
2. Warum gilt bei der losen Rolle die Gleichung $P_2 = \frac{P_1}{2}$ (Abschnitt 2) nur bei paralleler Seilführung?
3. Erläutere an einem Beispiel die Kräfteverteilung an einem gewöhnlichen Flaschenzug!
4. Nenne Anwendungen von Flaschenzügen in der Technik!
5. Warum ist bei Flaschenzügen mit mehreren Rollen die zum Heben einer Last erforderliche Kraft merklich größer als die nach der Zahl der Verbindungsseile berechnete?
6. Was versteht man unter den Begriffen Übersetzung und Untersetzung bei Zahnrad- bzw. Riementrieben? Wie ist das Übersetzungsverhältnis definiert?
7. Nenne Beispiele für Zahnradgetriebe!

§ 10. Schiefe Ebene, Keil, Schraube

1. Die schiefe Ebene. Schrottleitern, Eisenbahnrampen, Schrägaufzüge bei Bauten und bei Gruben im Tagebau, bei Hochofenanlagen, Serpentina in im Gebirge sind **schiefe Ebenen**. In den modernen Baumaschinen, die zum schnellen Abtragen großer Erdmassen geschaffen wurden, hat sich die Kombination von Baggern mit schiefen Ebenen als sehr wirksam erwiesen. Die großen Aufgaben unserer Wirtschaftspläne machen die Konstruktion solcher Großgeräte vordringlich. Als bereits verwirklichte Beispiele derartiger Maschinen zeigt uns Abb. 79 einen *Kugelschaufler* und Abb. 80 einen *Grabenbagger*.

Wir legen durch die schiefe Ebene einen senkrechten Schnitt ABC (Abb. 81). Dabei ist $AB = l$ die Länge, $AC = b$ die Basis und $BC = h$ die Höhe der schiefen Ebene. Das Verhältnis $h:l$ bezeichnet man als die *Steigung* (Neigung) bzw. das *Gefälle*, das Verhältnis $h:b$ als den *Anstieg* der schiefen Ebene.

Auf einen Wagen, der sich auf der schiefen Ebene befindet, wirkt die Schwerkraft in lotrechter Richtung. Sie greift im Schwerpunkt an und ist in der Zeichnung durch eine Kraft vom Betrage P dargestellt. Wir zerlegen P in zwei zueinander senkrechte Komponenten, in eine Komponente parallel zur schiefen Ebene und in eine andere senkrecht zu ihr. Die parallel zur

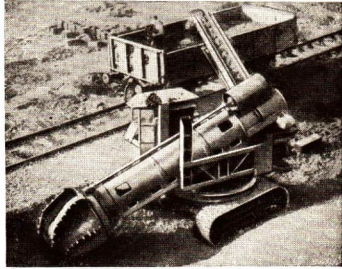


Abb. 79. Kugelschaufler beim Verladen von Sand, aus dem VEB Verlade- und Transportanlagenbau, Leipzig.

Mittels rotierender Schaufeln, die sich am vorderen Ende eines Auslegers befinden, wird der Sand abgegraben. Die Schaufeln schütten den Sand auf ein Förderband, das in dem Ausleger umläuft. Dieses führt den Sand einem zweiten Förderband zu, das ebenfalls von einem Ausleger getragen wird. Auf diesem Förderband gelangt der Sand zu den Transportmitteln.

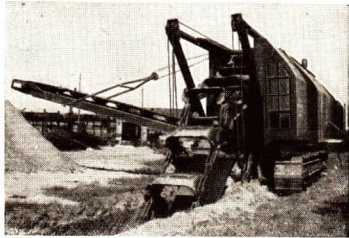


Abb. 80. Grabenbagger des VEB Schwermaschinenbau Karl Liebknecht, Magdeburg, beim Ausheben eines Grabens. Mittels einer Eimerkette wird das Erdreich ausgehoben und einem Förderband zugeführt, das über einen Ausleger läuft. Dieses Förderband schüttert das Erdreich entweder in ein Transportfahrzeug oder auf eine Halde.

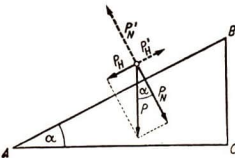


Abb. 81. Kraftzerlegung an der schiefen Ebene

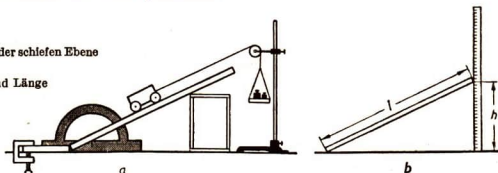
schiefen Ebene gerichtete Komponente P_H wird als *Hangabtriebskraft* bezeichnet. Sie bewirkt die Bewegung auf der schiefen Ebene. Die senkrecht zur schiefen Ebene gerichtete Komponente P_N wirkt sich als Druckkraft senkrecht gegen die schiefe Ebene aus und wird deshalb *Normalkraft* genannt. Sie wird von der schiefen Ebene aufgenommen. Soll der Wagen nicht abrollen, muß die Wirkung der Hangabtriebskraft durch eine gleich große Gegenkraft, die *Zugkraft* P'_H , aufgehoben werden.

Den zahlenmäßigen Zusammenhang zwischen den drei Kräften an der schiefen Ebene und den Abmessungen der schiefen Ebene ergibt die Versuchsanordnung nach Abb. 82. Die Kräfte werden bei verschiedenen Neigungswinkeln mittels Federwaagen oder durch Gewichte gemessen.

Abb. 82

Nachweis der Kräfte an der schiefen Ebene

- a) Versuchsanordnung
b) Messen von Höhe und Länge der schiefen Ebene



Folgende Tabelle gibt die Ergebnisse einer solchen Versuchsreihe wieder.

Abhängigkeit der Hangabtriebskraft vom Neigungswinkel der schiefen Ebene

Neigungswinkel (α) °	Wagengewicht (P) p	Hangabtriebskraft (P_H) p	Hangabtriebskraft Wagengewicht ($\frac{P_H}{P}$)	Länge der schiefen Ebene (l) cm	Höhe der schiefen Ebene (h) cm	$\frac{\text{Höhe}}{\text{Länge}}$ ($\frac{h}{l}$)
10	50,0	9,0	0,18	100,0	17,4	0,17
20	50,0	17,0	0,34	100,0	34,2	0,34
30	50,0	26,0	0,52	100,0	50,0	0,50
40	50,0	32,0	0,64	100,0	64,3	0,64
50	50,0	39,5	0,79	100,0	76,6	0,76
60	50,0	44,0	0,88	100,0	86,6	0,86
70	50,0	48,0	0,96	100,0	94,0	0,94
80	50,0	49,5	0,99	100,0	98,5	0,98

Vergleicht man die Spalte $\frac{P_H}{P}$ mit der Spalte $\frac{h}{l}$, so erkennt man, daß diese beiden Quotienten mit großer Annäherung einander gleich sind. Wir folgern daraus:

An der schiefen Ebene ist der Quotient aus der Hangabtriebskraft und dem Wagengewicht gleich dem Quotienten aus der Höhe und der Länge der schiefen Ebene.

Die auftretenden Abweichungen sind auf die Reibung zurückzuführen.

Wird die schiefe Ebene zum Heben von Lasten verwendet, so kann man dem soeben gewonnenen Satz auch die Form geben:

An einer schiefen Ebene herrscht Gleichgewicht, wenn sich die Zugkraft zum Gewicht der Last verhält wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene:

$$P' : P = h : l.$$

Die gleiche Beziehung kann man geometrisch aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ableiten (vgl. Abb. 81).

2. Der Keil. Ein dreiseitiges *Prisma*, das zum Spalten und Trennen von Körpern sowie zum Vergrößern kleiner Zwischenräume verwendet wird, nennt man einen **Keil**. Die der scharfen Kante gegenüberliegende schmale Fläche heißt **Rücken**, die beiden breiten Seitenflächen **Wangen**.

Der Keil wirkt wie eine schiefe Ebene, die gegen den Angriffspunkt der zu überwindenden Kraft verschoben wird. Abb. 83 zeigt die Anwendung eines *Keils* beim Anheben einer Last P_1 durch eine senkrecht gegen den Rücken wirkende Schubkraft mit dem Betrag P_2 . Da die Schubkraft parallel zur Basis der schiefen Ebene wirkt, herrscht Gleichgewicht, wenn $P_1 : P_2 = b : h$ ist. Dabei ist die senkrecht zur Wange wirkende Kraft P_3 größer als die parallel zur Grundlinie gerichtete Kraft P_2 .

Mit Hilfe der in Abb. 84 wiedergegebenen Versuchsanordnung kann man die Größe der am Keil auftretenden Kräfte bestimmen.

Abb. 85 zeigt die Kräfte, die beim Gebrauch eines Keils zum Spalten auftreten.

Der Keil ist die Grundform vieler Werkzeuge und Vorrichtungen. Dazu gehören z. B.: *Schneidwerkzeuge* aller Art, *Stemmeisen*, *Meißel*, *Drehstähle* (Abb. 86).

Durch immer bessere Ausnutzung der Drehmeißel gelang es dem Helden der Arbeit *Gustav Zabel* in Halle (Saale) als erstem in Deutschland, das in der Sowjetunion von dem Dreher *Pawel Bykow* entwickelte *Schnelldrehverfahren* erfolgreich durchzuführen.

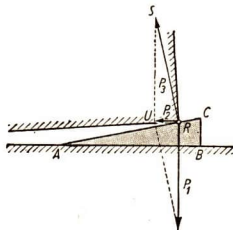


Abb. 83. Verwendung eines Keils zum Anheben einer Last



Abb. 86. Spanabhebung bei der Bearbeitung eines Werkstückes auf einer Drehbank

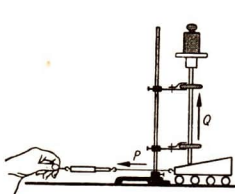


Abb. 84. Wirkung des Keils. Mittels einer Federwaage wird die zur Überwindung eines bestimmten Widerstandes erforderliche Kraft gemessen.

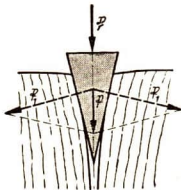


Abb. 85. Kräftezerlegung an einem Keil

3. Die Schraube. Um einen geraden Kreiszylinder wird ein Papierblatt von der Gestalt eines rechtwinkligen Dreiecks so gewickelt, daß eine Kathete auf einer Mantellinie des Zylinders liegt. Die Hypotenuse bildet dann eine in der Mantelfläche des Zylinders liegende Raumkurve, die *Schraubenlinie* genannt wird (Abb. 87).

Eine volle Windung der Schraubenlinie bezeichnet man als *Schraubengang*. Der auf einer Mantellinie gemessene, gleichbleibende Abstand zweier benachbarter Windungen heißt *Ganghöhe*.

Wird ein Zylinder längs einer Schraubenlinie mit einer Nut versehen, so entsteht eine **Schraubenspindel**, kurz **Schraube** genannt. Besitzt die Nut trapezförmigen Querschnitt, so heißt die Schraube *flachgängig* (Abb. 88a), bei dreieckigem Querschnitt heißt sie *scharfgängig* (Abb. 88b).

Die Gleitbahn der Schraube kann bezüglich ihrer Wirkungsweise als schiefe Ebene aufgefaßt werden. Bei einem Schraubengang ist die Basis der schiefen

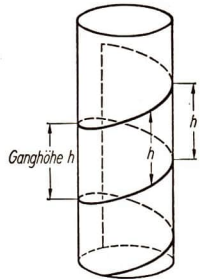


Abb. 87
Modell einer Schraubenlinie

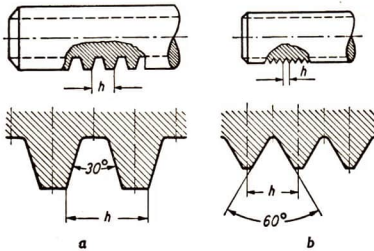


Abb. 88. Gewindeformen

- a) Schnitt durch eine flachgängige Schraube
b) Schnitt durch eine scharfgängige Schraube

Umdrehung die Spindel in Richtung der Zylinderachse um die Ganghöhe weiterbewegt. Auf dieser Eigenschaft beruht die Verwendung der Schraube als *Meßgerät* (vgl. § 1,4) und als Mittel zum Fortbewegen, wie es z. B. bei der *Leitspindel* an Drehbänken, der *Wangenspindel* an Hobelbänken, an *Parallelschraubstöcken*, bei *Transportschnecken* aller Art usw. der Fall ist. Die Schraube wird auch zum leicht lösbaren Verbinden von Bau- und Geräteteilen angewendet. Die Schraube löst sich nicht von selbst, da sie infolge großer Reibung im Muttergewinde haftet.

Ebene gleich dem Umfang des Zylinders und die Höhe gleich der Ganghöhe.

Der Anstieg der schiefen Ebene wird durch das Verhältnis von Höhe zu Basis angegeben. Somit ist der Anstieg einer Schraube $h : 2\pi r$, wenn r der Radius des Zylinders ist.

Ein Gewinde, das in die Bohrung eines Körpers eingeschnitten ist, bezeichnet man als *Muttergewinde*. Dreht man eine Schraubenspindel im feststehenden Muttergewinde, so wird bei jeder

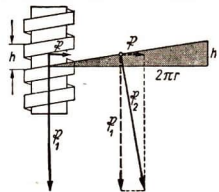


Abb. 89. Gleichgewichtsbedingungen an einer Schraube

4. Die Schraube als kraftumformende Einrichtung. Wir untersuchen die Gleichgewichtsbedingungen an einer Schraube (Abb. 89). Tangential am Umfange eines Schnittkreises der Spindel greift die Kraft $\mathfrak{P}$ an. Diese wird in zwei Komponenten zerlegt, nämlich $\mathfrak{P}_1$ in der Achsenrichtung und $\mathfrak{P}_2$ senkrecht zur Schraubenlinie. Nach dem Satz vom Kräftegleichgewicht an der schiefen Ebene (S. 47) gilt für die Beträge dieser Kräfte die Gleichung

$$P_1 : P = 2\pi r : h,$$

$$P_1 = P \cdot \frac{2\pi r}{h}.$$

Hierbei ist r der Radius der Spindel und h die Ganghöhe. Aus der Gleichung folgt, daß durch Drehen einer Schraube bei geringer Ganghöhe große Kraftwirkungen hervorgerufen werden.

Verlegt man den Angriffspunkt der Kraft $\mathfrak{P}$ vom Mantel der Spindel ans Ende eines Schraubenflügels, Hebels oder einer Kurbel, so kann das Verhältnis der Kräfte noch größer gemacht werden.

Schrauben sind kraftumformende Einrichtungen und werden verwendet

1. als *Halteschrauben* — Ihre Wirkung beruht auf der Reibung zwischen den Schraubenwindungen der Spindel und denen des Muttergewindes —,
2. als *Druckschrauben*, z. B. bei Schraubenpressen aller Art (Abb. 90),
3. als *Stellschrauben*, z. B. an Feinmeßgeräten.

Die Schraube ist ferner ein Bestandteil des in der Technik häufig verwendeten *Schneckengetriebes* (Abb. 91). Dieses besteht aus einer drehbaren, jedoch in der Achsenrichtung nicht verschiebbaren Schraubenspindel, der *Schnecke*, und einem Zahnrad, dem *Schneckenrad*, dessen Zähne in die Schnecke eingreifen. Führt die Schnecke eine volle Umdrehung aus, so rückt das Schneckenrad um einen Zahn weiter. Das Übersetzungsverhältnis der Schnecke zum Schneckenrad beträgt $1 : n$, wobei n die Anzahl der Zähne des Schneckenrades bedeutet. Durch entsprechende Wahl des Zahnrades läßt sich ein günstiges Übersetzungsverhältnis schaffen.

Zum Heben schwerer Lasten im Handbetrieb wird heute fast ausschließlich der *Schraubenflaschenzug* verwendet, der auf der nächsten Seite abgebildet ist. Er ist eine Weiterentwicklung des Differentialflaschenzuges, der heute kaum noch gebraucht wird.

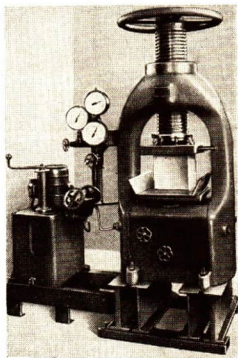


Abb. 90. Schraubenspindel an einer Druckfestigkeits-Prüfmaschine. Höchste Druckkraft 300 Mp

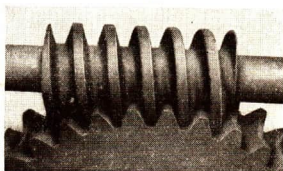


Abb. 91. Schneckengetriebe



Abb. 92. Schraubenflaschenzug für Handbetätigung

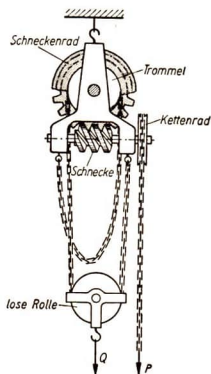


Abb. 93. Schematische Darstellung der Wirkungsweise eines Schraubenflaschenzuges

Im *Schraubenflaschenzug* sind ein Schneckengetriebe und ein einfacher Flaschenzug vereinigt (Abb. 92 und 93). Mit dem Schneckenrad ist eine Trommel verbunden. Über diese läuft die *Lastkette*, an der eine mit einem Traghaken versehene Rolle hängt (Abb. 93). Der Schraubenflaschenzug ist infolge der Reibung der Zähne an der Schnecke selbsthemmend, das heißt, die Last sinkt auch nach dem Aufhören der Zugkraft nicht herab. Das Übersetzungsverhältnis kann sehr klein gemacht werden.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Gib das Gesetz der schiefen Ebene wieder!
2. Nenne Anwendungen des Keils!
3. Beschreibe die Entstehung einer Schraubenlinie!
4. Was versteht man unter den Begriffen Schraubengang und Ganghöhe?
5. Worin unterscheiden sich „flachgängige“ und „scharfgängige“ Schrauben?
6. Warum kann man die Schraube als Längenmeßinstrument verwenden?
7. Erläutere die Arbeitsweise eines Schneckengetriebes!
8. Eine Walze mit einem Gewicht von 450 kp soll längs einer um 10° gegen die Horizontale geneigten Ebene bewegt werden. Welche Größe muß eine parallel zu der Ebene gerichtete, im Schwerpunkt der Walze angreifende Kraft haben, wenn die Walze in Bewegung geraten soll? (Lösung durch Zeichnung.)
9. Ein Körper mit einem Gewicht von 100 p ruht auf einer schiefen Ebene von veränderlicher Neigung. Stelle die Größe der parallel zur schiefen Ebene und senkrecht zu dieser wirkenden Kraftkomponenten als Funktion des Neigungswinkels α graphisch dar! Was ergeben die Grenzfälle für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 90^\circ$?
10. Die Spindel einer Schraubenpresse hat einen Durchmesser $d = 40$ mm und eine Ganghöhe $h = 10$ mm. An ihrem einen Ende ist ein Hebel von der Länge $a = 600$ mm angebracht. Welche Kraft wird von der Spindel übertragen, wenn am Ende des Hebels eine zu diesem senkrecht gerichtete Kraft von der Größe $P = 28$ kp angreift? Welchen Einfluß hat
 - a) eine Vergrößerung des Durchmessers der Spindel bei gleichbleibender Hebellänge,
 - b) eine Verlängerung des Hebels bei gleichbleibender Spindeldicke?

III. Kraftwirkungen an bewegten Körpern

Der dynamische Kraftbegriff

§ 11. Die gleichförmige Bewegung

1. Allgemeines über Bewegungen. Alle Körper befinden sich in dauernder Bewegung. Die Bewegung ist eine allgemeine Eigenschaft der Materie. Mag sich auch ein Körper gegenüber einem Beobachter in Ruhe befinden, so bewegen sich doch die kleinsten Teilchen, aus denen der Körper besteht. Ändert ein Körper seine Lage gegenüber einem zweiten Körper, so bewegt er sich *relativ* zu diesem. Dabei ist es durchaus möglich, daß sich der zweite Körper relativ zu einem dritten bewegt. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Mensch über das Verdeck eines Schiffes schreitet, das sich seinerseits wieder gegenüber der Erde bewegt. Wir wollen uns hier nur auf die Bewegung eines Körpers gegenüber der Erdoberfläche beschränken und bezeichnen ihn als in Ruhe befindlich, wenn er sich relativ zur Erdoberfläche nicht bewegt. Je nach dem Bewegungszustand des Beobachters kann die Bahn eines bewegten Körpers in ganz verschiedenen Formen erscheinen. Betrachtet ein Radfahrer seine Fußspitze, so scheint sie eine Kreisbewegung auszuführen. Für einen stillstehenden Beobachter dagegen bewegt sich die Fußspitze des Radfahrers auf einer Bahn, die sich aus langgestreckten Bogenstücken zusammensetzt.

2. Geschwindigkeit. Legt ein Körper längs einer Geraden in gleichen Zeiten gleiche Wege zurück, so heißt seine Bewegung *geradlinig gleichförmig*. Durchläuft der Körper in gleichen Zeiten ungleiche Wege, so ist die Bewegung *ungleichförmig*. Gleichförmige Bewegungen sind streng genommen nur auf geradliniger Bahn möglich. Sämtliche Bewegungen auf krummliniger Bahn sind ungleichförmig.

Die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung ist der Quotient aus der zurückgelegten Strecke und der zugehörigen Zeit.

Benutzen wir als Zeiteinheit die Sekunde und als Längeneinheit das Meter, so hat ein gleichförmig bewegter Körper die Geschwindigkeit 1, wenn sich sein Ort in bezug auf seine Umgebung in einer Sekunde geradlinig um ein Meter verschiebt.

Als *Maßeinheit der Geschwindigkeit* ergibt sich daraus das **Meter je Sekunde** (m/s). Bezeichnet man den zurückgelegten Weg mit s , die Zeit mit t und die Geschwindigkeit mit v , so erhält man bei einer *gleichförmigen Bewegung*

das *Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz*
$$v = \frac{s}{t},$$

das *Weg-Zeit-Gesetz*
$$s = v \cdot t.$$

Wir können die funktionellen Zusammenhänge zwischen dem Weg, der Geschwindigkeit und der Zeit bei einer gleichförmigen Bewegung graphisch veranschaulichen, indem wir die Zeitwerte auf der Abszissenachse, die Weg- bzw. die Geschwindigkeitswerte auf der Ordinatenachse eines Koordinatensystems abtragen. So gibt Abb. 94 das Weg-Zeit-Diagramm, Abb. 95 das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm wieder. In beiden Diagrammen ist als Geschwindigkeit $v = 2 \text{ m/s}$ angenommen. Das Weg-Zeit-Diagramm ist eine ansteigende, das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eine zur Abszissenachse parallele Gerade. Im Weg-Zeit-Diagramm wird der zu einer bestimmten Zeit, beispielsweise in $t_1 = 3 \text{ s}$, zurückgelegte Weg durch die Ordinate CD , im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm durch das Rechteck $OBAA_0$, wiedergegeben.

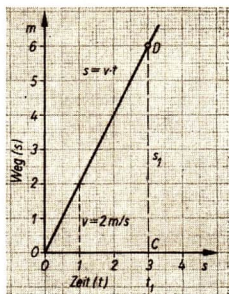


Abb. 94. Weg-Zeit-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung

3. Die Dimension einer physikalischen Größe.

Im Gegensatz zu den Grundeinheiten Meter und Sekunde ist die Geschwindigkeitseinheit eine *abgeleitete Einheit*. Abgeleitete Einheiten ergeben sich aus den Grundeinheiten durch Multiplikation und Division. Man findet z. B. die Geschwindigkeitseinheit, indem man die Maßeinheit der Länge durch die Maßeinheit der Zeit dividiert. Zur Kennzeichnung des Zusammenhangs einer physikalischen Größe mit den Grundeinheiten ordnet man jeder physikalischen Größe eine *Dimension* zu. Dabei bezeichnet man Längen mit l und Zeiten mit t . Zur Kennzeichnung einer Dimensionsangabe werden die Formelzeichen in eckige Klammern eingeschlossen. Die Länge und die Zeit haben die Dimensionen $[l]$ und $[t]$. Die Geschwindigkeit hat dann die Dimension $[l \cdot t^{-1}]$.

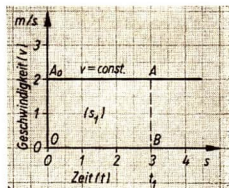


Abb. 95. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung

4. Fragen und Aufgaben:

1. Worin unterscheiden sich gleichförmige und ungleichförmige Bewegungen? Nenne Beispiele für beide Arten von Bewegungen!
2. In welcher Weise kann man einen Bewegungsvorgang als Funktion der Zeit darstellen?
3. Was versteht man in der Physik unter „Fundamentaleinheiten“ und unter „abgeleiteten Einheiten“? Welchen Charakter hat die Geschwindigkeitseinheit?
4. Stelle die Diagramme einer gleichförmigen Bewegung mit der Geschwindigkeit $v = 14,5 \text{ cm/s}$ dar!

§ 12. Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

1. Die Bewegung auf einer geneigten Bahn. Bei gleichförmiger Bewegung wurde die Geschwindigkeit als der konstante Quotient aus Weg und Zeit definiert. Ein Beispiel für eine annähernd gleichförmige Bewegung ist die freie Fahrt eines Eisenbahnzuges auf gerader ebener Strecke. Beim Anfahren bzw. Bremsen und Anhalten dagegen bewegt sich der Eisenbahnzug ungleichförmig.

Wir wollen untersuchen, welche Beziehungen zwischen dem Weg und der beim Zurücklegen des Weges verfließenden Zeit bei einer ungleichförmigen Bewegung bestehen. Dazu stellen wir folgenden Versuch an:

Wir lassen eine Kugel auf einer nur wenig geneigten glatten Fallrinne herunterrollen (Abb. 96) und messen die in den einzelnen Zeitabschnitten zurückgelegten Wege.

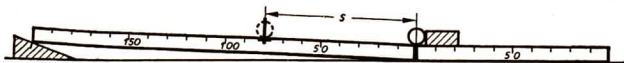


Abb. 96. Fallrinne zur Ableitung der Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Die Meßergebnisse stellen wir in einer Tabelle zusammen:

Bildet man den Quotienten aus dem Weg und dem Quadrat der entsprechenden Zeit, so erkennt man, daß er annähernd konstant ist. Daraus folgt:

$$s \sim t^2.$$

Die geringen Abweichungen sind auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen. Unter Verwendung eines Proportionalitätsfaktors ergibt sich als *Weg-Zeit-Gesetz* der Bewegung auf einer geneigten Bahn

$$s = a \cdot t^2.$$

Als Mittelwert für a findet man aus der Tabelle $3,07 \text{ cm/s}^2$.

Wir entwerfen zu der Tabelle ein Diagramm und veranschaulichen auf der Abszissenachse die Zeiten und auf der Ordinatenachse die Wege. Entsprechend dem quadratischen Charakter des Weg-Zeit-Gesetzes liegen sämtliche Bildpunkte auf einer *Parabel* (Abb. 97).

2. Die Durchschnitts- und die Augenblicksgeschwindigkeit. Im Gegensatz zur gleichförmigen Bewegung ändert sich bei einer ungleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit von Augenblick zu Augenblick. Bewegt sich ein

Abhängigkeit des Weges von der Zeit bei der Bewegung auf geneigter Bahn

Zeit (t) s	Weg der Kugel (s) cm	$\frac{s}{t^2}$ cm/s ²
1	3,1	3,10
2	12,1	3,02
3	27,4	3,04
4	49,6	3,10
5	77,1	3,08
6	110,1	3,06

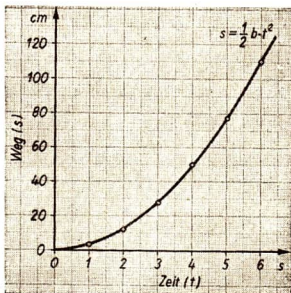


Abb. 97

Weg-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Körper ungleichförmig und dividiert man den von ihm zurückgelegten Weg s durch die bei der Bewegung verflossene Zeit t , so gibt zwar auch in diesem Falle der Quotient aus s und t einen Geschwindigkeitswert wieder. Er läßt aber keinen Schluß darauf zu, wie groß die Geschwindigkeit im Zeitpunkt t wirklich ist. Er gibt vielmehr die Geschwindigkeit an, die der Körper hätte, wenn er denselben Weg in der gleichen Zeit mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen würde (Abb. 98). Mit anderen Worten: Für eine ungleichförmige Bewegung gibt der Quotient aus Weg und Zeit die **Durchschnittsgeschwindigkeit** an. Diese wird durch das Formelzeichen $\bar{v}$ wiedergegeben.

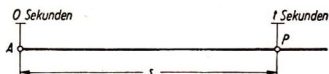


Abb. 98

Bestimmung der Durchschnittsgeschwindigkeit eines sich auf geradliniger Bahn bewegenden Körpers

Die Durchschnittsgeschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung ist

$$\bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich ein Verfahren zur Ermittlung der **Augenblicksgeschwindigkeit** ableiten. Man versteht darunter die Geschwindigkeit, mit der ein Körper eine bestimmte Stelle seiner Bahn durchläuft. Die

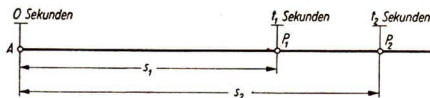


Abb. 99. Bestimmung der Augenblicksgeschwindigkeit eines sich auf geradliniger Bahn bewegenden Körpers

Meßstelle P_1 liege um die Strecke s_1 vom Ausgangspunkt A der Bahn entfernt (Abb. 99). Es seien t_1 Sekunden in dem Augenblick verflossen, in dem der Körper P_1 durchläuft. Wir messen die Entfernung s_2 eines etwas weiter entfernt liegenden Bahnpunktes P_2 und bestimmen ebenfalls die Laufzeit t_2 , in der der Körper diesen Punkt nach dem Beginn der Bewegung erreicht. Dann ist die Durchschnittsgeschwindigkeit längs der Strecke P_1P_2

$$\bar{v}_{12} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Dieser Quotient gibt die Augenblicksgeschwindigkeit in P_1 schon besser wieder als der Quotient $\frac{s_1}{t_1}$.

Wir ersetzen die Meßstelle P_2 durch eine näher an P_1 liegende P_2^* und messen wieder s_2^* und t_2^* . Bilden wir den Quotienten

$$\bar{v}_{12}^* = \frac{s_2^* - s_1}{t_2^* - t_1},$$

so weicht dieser Wert von $\bar{v}_{12}$ etwas ab; er hat sich dem Wert v der Augenblicksgeschwindigkeit in P_1 stärker angeglichen. Dieses Verfahren können wir verbessern, indem wir P_2 immer näher an P_1 heranrücken lassen. Wir nähern uns dem wahren Wert v der Augenblicksgeschwindigkeit, wenn wir die Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$ und damit die Wegdifferenz $\Delta s = s_2 - s_1$ immer kleiner wählen.

Schließlich lassen wir die Strecken s_1 und s_2 sich einander angleichen und damit auch den Zeitunterschied $t_2 - t_1$ verschwindend klein werden. Auf diese Weise erhält man den Wert der Augenblicksgeschwindigkeit als *Grenzwert* des Quotienten

$$\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Man kann nach diesem Verfahren beispielsweise die Geschwindigkeit ermitteln, mit der ein Eisenbahnzug einen Bahnhof durchfährt, ohne zu halten (Abb. 100). Man legt die Meßstellen, an denen die Zeitnahme erfolgt, zunächst etwa an das Einfahrtssignal ES_1 und an das Stellwerk StW . Dann verkürzt man die Meßstrecke, indem man die zweite Meßstelle an das Ausfahrtssignal AS_1 verlegt. Schließlich wählt man die Enden B_1 und B_2 des Bahnsteiges als Meßstellen und nimmt dort die Zeitmessung vor. Berechnet man jedesmal aus den erhaltenen Meßwerten die Geschwindigkeit, so dürfte man mit dem zuletzt gewonnenen Geschwindigkeitswert die Durchfahrtsgeschwindigkeit praktisch schon erreicht haben.

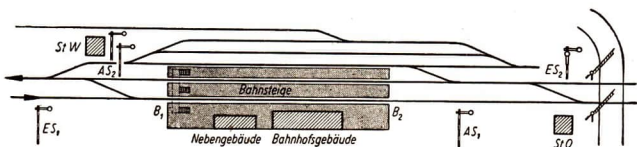


Abb. 100. Skizze zur Bestimmung der Augenblicksgeschwindigkeit eines fahrenden Eisenbahnzuges

3. Die Geschwindigkeit auf einer geneigten Bahn – Die Beschleunigung. Wir wiederholen den oben beschriebenen Versuch mit der gleichen Neigung der Bahn. Dabei wählen wir die Ablaufstrecken ebenso groß wie vorher, so daß die schiefen Bahnen wieder in 1 s, in 2 s, in 3 s usw. durchlaufen werden. Wir erweitern den Versuch, indem wir die abrollende Kugel jeweils nach 1 s, nach 2 s, nach 3 s usw. auf eine waagerechte Bahn übergehen lassen, und stellen fest, wie weit die Kugel in der nächsten Sekunde auf der waagerechten Ebene weiterrollt. Da die Kugel durch den Übergang auf die Waagerechte dem Einfluß der Schwerkraft als Triebkraft entzogen wird, rollt sie auf der waagerechten Bahn mit derselben Geschwindigkeit weiter, die sie beim Herabrollen nach 1 s, nach 2 s, nach 3 s erreicht hatte. Man erhält die in der Tabelle auf Seite 56 wiedergegebenen Versuchsergebnisse.

Der Versuch zeigt uns, daß der Quotient aus der Geschwindigkeit und der Zeit konstant ist. Es ist demnach die Geschwindigkeit proportional der Zeit.

$$v \sim t.$$

Unter Verwendung eines Proportionalitätsfaktors ergibt sich das *Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz*:

$$v = b \cdot t.$$

Veranschaulicht man wieder die Zeitwerte auf einer waagerechten Achse, die Geschwindigkeitswerte der Tabelle auf einer senkrechten Achse, so erhält man als

Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eine allmählich ansteigende Gerade durch den Nullpunkt (Abb. 101).

Die Geschwindigkeit nimmt demnach beim Herabrollen auf der schiefen Ebene gleichmäßig zu, und zwar um einen Betrag mit dem Zahlenwert b je Sekunde. Man bezeichnet den Quotienten aus der Geschwindigkeitszunahme und der Zeit als **Beschleunigung**. Diese läßt sich aus der Gleichung $b = \frac{v}{t}$ ermitteln und wird gemessen

in $\frac{\text{cm/s}}{\text{s}}$ bzw. $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$. Dafür schreibt man kurz cm/s^2 und m/s^2 .

Die Beschleunigung hat den Wert 1, wenn sich die Geschwindigkeit v in der Zeiteinheit 1 s um die Geschwindigkeit 1 cm/s ändert.

Die Beschleunigungseinheit ist eine abgeleitete Einheit. Die Dimension der Beschleunigung ist $[l \cdot t^{-2}]$.

Im Diagramm Abb. 101 wird die Beschleunigung durch die Strecke wiedergegeben, die durch die Gerade $v = bt$ auf der Ordinate $t = 1$ s begrenzt wird. Hiervon ausgehend ergänzen wir das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm durch ein Beschleunigung-Zeit-Diagramm. Der konstanten Beschleunigung $b = 6,21 \text{ cm/s}^2$ entspricht eine Parallele zur Abszissenachse.

Aus der an der schiefen Ebene durchgeführten Versuchsreihe ergibt sich als Beschleunigung $b = 6,21 \text{ cm/s}^2$. Vergleicht man diesen Wert mit dem in der ersten Versuchsreihe gewonnenen Proportionalitätsfaktor $a = 3,07 \text{ cm/s}^2$, so ersieht man, daß a angenähert halb so groß ist wie b .

Es besteht die Beziehung $a = \frac{b}{2}$.

Mithin gilt für die *gleichmäßig beschleunigte Bewegung*

das Weg-Zeit-Gesetz

$$s = \frac{b}{2} t^2,$$

das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz

$$v = b \cdot t.$$

Wir können die Geschwindigkeit auf der schiefen Ebene auch nach dem oben angegebenen Verfahren errechnen, indem wir vom Weg-Zeit-Gesetz ausgehen, und zwar von

$$s = at^2.$$

Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Zeit bei der Bewegung auf der geneigten Bahn

Zeit (t)	Geschwindigkeit (v)	$\frac{v}{t}$
s	cm/s	cm/s ²
3	18,5	6,17
4	25,0	6,25
5	31,0	6,20

Die Meßwerte für die Laufzeiten 1 s und 2 s sind fortgelassen, da ihre Bestimmung zu ungenau ausfällt.

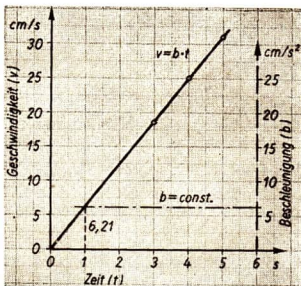


Abb. 101. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm vereinigt mit dem Beschleunigung-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Erreicht die herabrollende Kugel nach t_1 Sekunden den Punkt P_1 und nach t_2 Sekunden den Punkt P_2 , so ist die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen P_1 und P_2

$$\bar{v}_{12} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{at_2^2 - at_1^2}{t_2 - t_1}.$$

Mithin ist

$$\bar{v}_{12} = \frac{a(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = a(t_2 + t_1).$$

Wir erhalten daraus die Augenblicksgeschwindigkeit in P_1 , wenn wir P_2 immer näher an P_1 heranrücken lassen. Dabei nähern sich die Zeitangaben t_2 und t_1 einander so sehr, daß man praktisch t_2 gleich t_1 setzen kann. Es ergibt sich

$$v_1 = a \cdot 2 t_1,$$

allgemein

$$v = 2 a t.$$

Ersetzen wir $2 a$ durch den Faktor b , so erhält die Gleichung die Form

$$v = b t.$$

Wir sind zu demselben Ergebnis gelangt, das wir schon auf Grund der Versuche gefunden hatten. Die Richtigkeit der in Abschnitt 2 durchgeführten Überlegungen wird dadurch bestätigt.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Überlegungen führen zur Unterscheidung der Durchschnittsgeschwindigkeit von der Augenblicksgeschwindigkeit?
2. Welche Verfahren zur Bestimmung der Augenblicksgeschwindigkeit wendet man an? Ausführbarkeit und Genauigkeit sind an einem Beispiel zu erläutern!
3. Welche Gesetze gelten für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung? Wie ist der Name dieser Bewegung zu erklären?
4. Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung eines Kraftwagens, der in 20 s aus dem Stand eine Fahrtgeschwindigkeit von 40 km/h erlangt?
5. Wie lange dauert es, bis ein Eisenbahnzug, der mit $0,2 \text{ m/s}^2$ beschleunigt wird, die Fahrtgeschwindigkeit 20 m/s besitzt?

§ 13. Der freie Fall

1. Der freie Fall, eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Ändern wir bei unseren Bewegungsversuchen die Neigung der schiefen Ebene, so stellen wir fest, daß mit zunehmender Neigung die Beschleunigung und damit die Geschwindigkeit des bewegten Körpers immer größer werden. Ist der Neigungswinkel $\alpha = 90^\circ$, steht mithin die schiefe Ebene senkrecht, so fällt der Körper frei. Die Beschleunigung hat einen bestimmten Wert, die Fallbeschleunigung g , erreicht.

Der freie Fall kann jedoch nur bis zu einem gewissen Grad verwirklicht werden, da stets der *Luftwiderstand* und die *Reibung* auf den Körper einwirken. Führen

wir die Versuche mit kleinen Metallkugeln durch, so können wir den Luftwiderstand bei kurzen Meßstrecken, wie sie bei unseren Versuchen nur in Frage kommen, vernachlässigen. Läßt man einen Stein bei einem Schlage eines auf Sekunden eingestellten *Metronoms* los und verändert die *Fallhöhe* so lange, bis beim folgenden Schlage, also nach einer Sekunde, der Stein aufschlägt, so findet man, daß der Stein in der ersten Sekunde rund 5 m tief fällt. Versuche mit größeren Steinen und mit anderen geeigneten Körpern ergeben:

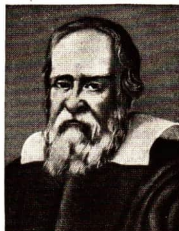
Die Länge der von einem frei fallenden Körper in einer beliebigen Zeitspanne zurückgelegten Strecke ist vom Gewicht und vom Stoff des Körpers unabhängig.

Wegen des großen Luftwiderstandes durchfällt ein ausgebreitetes Blatt Papier in einer Sekunde eine wesentlich kürzere Strecke als 5 m. Ballt man es jedoch zusammen, so fällt es schneller. Läßt man eine Schrotkugel, eine Feder, ein Korkstückchen, ein Stück Papier in einer stark evakuierten Röhre fallen, so kann man beobachten, daß alle Versuchskörper trotz ihrer sehr verschiedenen Wichte und trotz sehr unterschiedlicher äußerer Beschaffenheit gleich schnell fallen.

Diese Gesetzmäßigkeit des Falles war schon *Stevin* bekannt. Allgemein herrschte jedoch damals die Meinung, daß leichte Körper langsamer fallen als schwere, da man den Luftwiderstand nicht beachtete. *Galileo Galilei*¹ erkannte als erster den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Fallbewegung und leitete die Fallgesetze auf experimentell wissenschaftlicher Grundlage ab. Wir merken sie uns in folgender Form:

Weg-Zeit-Gesetz des freien Falls: $s = \frac{g}{2} t^2$,

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz des freien Falls: $v = g \cdot t$.



Galileo Galilei (1564–1642)

2. Die Bestimmung der Fallbeschleunigung. Wir hatten festgestellt, daß ein Körper in einer Sekunde ungefähr 5 m tief fällt. Erweitert man den Versuch, indem man die in zwei Sekunden durchfallene Strecke bestimmt, so erhält man etwa 20 m. Diese Werte kann man dazu verwenden, die Fallbeschleunigung angenähert zu bestimmen. Wir setzen zu diesem Zweck die gefundenen Werte in die Gleichung für das Weg-Zeit-Gesetz ein und erhalten:

$$5 \approx \frac{g}{2} \cdot 1^2; \quad g \approx 10 \text{ m/s}^2.$$

$$20 \approx \frac{g}{2} \cdot 2^2; \quad g \approx 10 \text{ m/s}^2.$$

Aus diesem Versuch ergibt sich die Fallbeschleunigung mit etwa 10 m/s². Genaue Messungen auf dem 50. Breitengrad und in niedrigen Höhenlagen ergeben

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

¹ Galileo Galilei (1564–1642), italienischer Naturforscher von universeller Bedeutung. Gilt als Begründer der experimentellen Physik. Die Beschäftigung mit der Astronomie und Mechanik führte Galilei dazu, die Wahrheit der Lehre des Kopernikus anzuerkennen. Er wurde deshalb von der Kirche verfolgt.

Mit der in Abb. 102 dargestellten *Fallschnur* kann man das Weg-Zeit-Gesetz des freien Falls angenähert bestätigen.

An einer Schnur sind 5 Kugeln angebracht. Man hält die Schnur so, daß die unterste Kugel den Fußboden berührt. Läßt man die Schnur los, so schlagen die Kugeln in gleichen Zeitintervallen auf, wenn sich die Abstände der Kugeln vom Fußboden wie $1 : 4 : 9 : 16 : 25$ verhalten.

3. Fragen und Aufgaben:

1. Bestimme nach der Gleichung $s = \frac{1}{2}gt^2$ mit einer Stoppuhr g als Mittel aus 5 Beobachtungen! (Eine Fallhöhe von einigen Metern genügt.)
2. Wie groß ist die Strecke, die ein Körper in 4 s durchfällt, wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt? Welche Geschwindigkeit hat er nach 4 s erreicht? Beantworte dieselben Fragen für 8 s!
3. Wie lange dauert es, bis ein Stein, der von einem 125 m hohen Turm herabfällt, auf dem Boden aufschlägt? Welche Geschwindigkeit besitzt er beim Auftreffen? Bei den Rechnungen ist der Luftwiderstand zu vernachlässigen, für die Fallbeschleunigung wird der Näherungswert $g = 10 \text{ m/s}^2$ benutzt.
4. Ein Stein fällt in einen Schacht. Zwischen dem Augenblick, in dem man ihn losläßt, bis zum Wahrnehmen des Aufschlages vergehen 5 s. Wie tief ist der Schacht? Bei der Rechnung ist die Schallgeschwindigkeit $c = 340 \text{ m/s}$, die Fallbeschleunigung $g = 10 \text{ m/s}^2$ zu setzen; der Luftwiderstand bleibt unberücksichtigt. (Anleitung: Die Summe aus der Fallzeit und der Zeit, in der der Schall die Schachtlänge durchläuft, beträgt 5 s.)

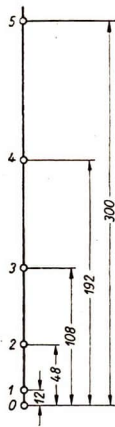


Abb. 102
Fallschnur. Die Abstände der Kugeln von einem Ende sind in cm angegeben.

§ 14. Zusammensetzung von Bewegungen – Der Wurf

1. Das Parallelogramm der Wege. Bewegt sich ein Kahn senkrecht zur Stromrichtung, so erreicht er nicht den gegenüberliegenden Uferpunkt, sondern infolge Abtreibens in der Stromrichtung eine unterhalb dieses Punktes gelegene Stelle (Abb. 103). Die tatsächliche Bewegung des Kahnens setzt sich aus 2 Komponenten, aus seiner Eigenbewegung und der Strömung, zu einer resultierenden Bewegung zusammen. Beide Bewegungen überlagern sich, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen.

Wir untersuchen im folgenden die Bewegung eines Körpers, der gleichzeitig zwei Bewegungen ausführt:

- a) *Die beiden Bewegungen haben gleiche oder entgegengesetzte Richtung.*

Ein Beispiel dafür ist das Gehen eines Fahrgastes im Gange eines fahrenden D-Zuges. Die erste Bewegung des Körpers kann in der Richtung der

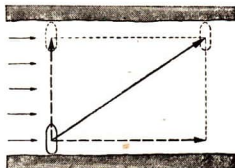


Abb. 103

Weg eines Kahnens, der einen Fluß senkrecht zur Stromrichtung überquert

zweiten erfolgen oder ihr entgegengerichtet sein. Dementsprechend ist der resultierende Weg gleich der arithmetischen Summe oder der Differenz der Einzelwege.

b) *Die Komponenten verlaufen senkrecht zueinander.*

Wir befestigen an der Tafel eine Holzleiste als Gleitschiene (Abb. 104). An dieser verschiebt man ein rechtwinkliges Dreieck mit einer seiner beiden Katheten. Gleichzeitig hält man dicht an die andere Kathete ein Stück Kreide. Dieses zeichnet die Bewegungen als Kreidestriche auf die Tafel.

1. Wir verschieben das Dreieck mit fest anliegender Kreide aus Stellung I in Stellung II: Die Kreide gelangt von A nach B.
2. Nun verschieben wir die Kreide längs der Kathete des Dreiecks nach oben an dem in Stellung II festgehaltenen Dreieck. Sie gelangt von B nach D.
3. Verschiebt man zuerst die Kreide von A nach C und bewegt dann das Dreieck mit fest anliegender Kreide aus Stellung I in Stellung II, so gelangt die Kreide ebenfalls nach D.
4. Schließlich verschieben wir sowohl das Dreieck von I nach II als auch gleichzeitig die Kreide längs der Kathete nach oben. Die Kreide gelangt wieder von A nach D (Abb. 105).

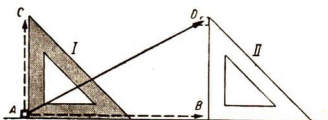


Abb. 104. Nachweis der Überlagerung zweier Bewegungen

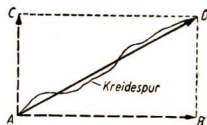


Abb. 105. Vektorparallelogramm der Verschiebungen

c) *Die Teilbewegungen verlaufen in einem beliebigen Winkel zueinander.*

Auch in diesem Falle erreicht ein Körper den gleichen Endpunkt unabhängig davon, ob er die Teilbewegungen nacheinander oder gleichzeitig ausführt.

Wir folgern aus diesen Feststellungen den Satz von der Unabhängigkeit der Bewegungen:

Setzt sich die Bewegung eines Körpers aus mehreren Teilbewegungen zusammen, so erreicht er denselben Ort, wenn der Körper die Teilbewegungen in beliebiger Reihenfolge nacheinander oder gleichzeitig ausführt. Die Teilbewegungen überlagern sich.

Außerdem folgt daraus:

Der Weg ist ein Vektor. Verschiebungen lassen sich vektoriell addieren.

Dieser Satz sagt noch nichts über den Weg selbst aus, den der Körper bei einer zusammengesetzten Bewegung beschreibt. Aus dem Versuch folgt keinesfalls, daß die resultierende Bewegung in die Richtung der Diagonale des aus den Teilbewegungen gebildeten Parallelogramms fallen muß (vgl. Abb. 105). Dies ist nur der Fall, wenn die Geschwindigkeiten beider Bewegungen konstant sind oder sich in jedem Augenblick im gleichen Verhältnis ändern.

Werden beispielsweise die Einzelwege in gleichmäßig beschleunigter Bewegung zurückgelegt, so fällt die resultierende Bewegung in die Richtung der Diago-

nale des aus den Einzelwegen gebildeten Parallelogramms (Abb. 106). Die resultierende Bewegung ist dann ebenfalls gleichmäßig beschleunigt.

2. Das Parallelogramm der Geschwindigkeiten und das Parallelogramm der Beschleunigungen. Bei jeder beliebigen Bewegung eines Körpers hat die Geschwindigkeit stets einen bestimmten Betrag und eine bestimmte Richtung, nämlich die Richtung der Bahn.

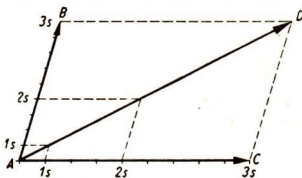


Abb. 106. Zusammensetzung zweier gleichmäßig beschleunigter Bewegungen. Die resultierende Bewegung ist ebenfalls gleichmäßig beschleunigt.

Die Geschwindigkeit ist eine gerichtete Größe, ein Vektor.

Werden zwei Bewegungen zusammengesetzt, so werden in allen Punkten der Bahn die Geschwindigkeiten vektoriell addiert.

In ähnlicher Art werden Beschleunigungen, die gleichfalls vektorieller Natur sind, zusammengesetzt. Mithin besteht der Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten und dem der Beschleunigungen:

Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind Vektoren. Sie lassen sich nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen. Die Diagonale liefert jeweils die resultierende Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung nach Richtung und Betrag.

Häufig stehen die beiden Komponenten senkrecht aufeinander. Dann ergibt sich der Betrag der resultierenden Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung aus den Gleichungen

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \quad \text{und} \quad b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}.$$

Ebenso wie man Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen vektoriell addieren kann, so kann man sie auch vektoriell zerlegen, wenn die Richtungen der Teilbewegungen gegeben sind. Die Zerlegung erfolgt in der gleichen Weise wie die Zerlegung von Kräften.

3. Der senkrechte Wurf nach oben. Als Beispiel für die Zusammensetzung von Bewegungen betrachten wir den Wurf. Wird ein Körper senkrecht nach oben geworfen, so vollführt er gleichzeitig zwei Bewegungen. Erstens bewegt er sich nach dem Beharrungsgesetz mit der ihm erteilten Geschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben. Zweitens fällt er infolge der Wirkung der Schwerkraft frei nach unten. Die Überlagerung beider Bewegungen liefert für die in der Zeit t zurückgelegte Strecke den Wert

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

und für die Geschwindigkeit zur Zeit t den Wert

$$v = v_0 - g t.$$

Aus diesen Gleichungen kann man die Steigzeit und die Steighöhe bestimmen. Im Umkehrpunkt ist $v = 0$. Infolgedessen ergibt sich für die Steigzeit der Wert

$$t_h = \frac{v_0}{g}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung für s ein, so erhält man als Steighöhe

$$s_h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Für den senkrechten Wurf nach unten gelten entsprechend die Gleichungen

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g t^2,$$

$$v = v_0 + g t.$$

4. Der waagerechte Wurf. Die Bewegung eines in waagerechter Richtung geworfenen Körpers setzt sich zusammen aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung und der durch die Schwerkraft hervorgerufenen Fallbewegung. Durch den Anfangspunkt der Bewegung legen wir in Richtung der waagerechten Bewegung eine mit Zeitmarken versehene Gerade. Senkrecht nach unten tragen wir die Strecken ab, die der Körper in den einzelnen Zeiten durchfällt. Nach dem Satze von der Unabhängigkeit der Bewegungen findet man den in einer beliebigen Zeit t erreichten Ort des geworfenen Körpers dadurch, daß man die Bewegungen nacheinander betrachtet (Abb. 107). In waagerechter Richtung bewegt sich der Körper gleichförmig. Der Weg, den er in der Zeit t zurücklegt, ergibt sich aus der Gleichung für die gleichförmige Bewegung:

$$x = v_0 t,$$

Die Strecke, die der Körper im gleichen Zeitraum fällt, bestimmt man durch die Gleichung

$$y = -\frac{1}{2} g t^2.$$

Aus der Gleichung $x = v_0 t$ entnehmen wir $t = \frac{x}{v_0}$ und setzen den Wert in die

$$\text{Gleichung } y = -\frac{1}{2} g t^2$$

für t ein. Wir erhalten als Gleichung der Bahn

$$y = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} \cdot x^2.$$

Das ist die Gleichung einer Parabel.

Eine experimentelle Bestätigung der Richtigkeit unserer Schlußfolgerungen ist durch Versuche mit einem *Wurfgerät* möglich. Abb. 108 zeigt eine Versuchsanordnung, mit welcher man nachweisen kann, daß der freie Fall durch eine gleichzeitig erfolgende Horizontalbewegung nicht gestört wird. Führt man gegen die Kugel A einen leichten, nach vorn gerichteten Schlag, so beschreibt sie die Bahn eines

Abb. 107
Wurfkurve eines waagerecht
geworfenen Körpers
 $v_0 = 12,5 \text{ m/s}$

waagerecht geworfenen Körpers. Während dieser Zeit fällt die Kugel B frei. Unabhängig von der Fallhöhe erreichen beide Kugeln gleichzeitig den Erdboden. Die Geschwindigkeit der Wurfbewegung kann hinsichtlich ihres Betrages und ihrer Richtung aus den Geschwindigkeiten der Teilbewegungen durch Zeichnung ermittelt werden.

5. Der schiefe Wurf. Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 schräg aufwärts geworfen. Die Wurfrichtung bilde mit der durch den Anfangspunkt der Bewegung gelegten Waagerechten

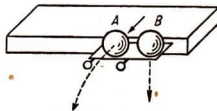


Abb. 108

Abwurfvorrichtung zum Vergleich der Fallzeiten beim waagerechten Wurf und beim freien Fall. Sobald die Kugel A nach vorn geschleudert wird, kippt der Pappstreifen nach rechts, so daß die Kugel B zu gleicher Zeit fällt.

Abb. 109. Wurfkurve
des schiefen Wurfes
 $v_0 = 17,5 \text{ m/s}$, $\alpha = 60^\circ$

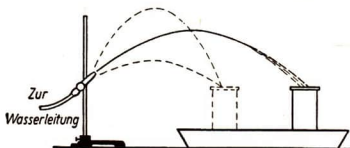
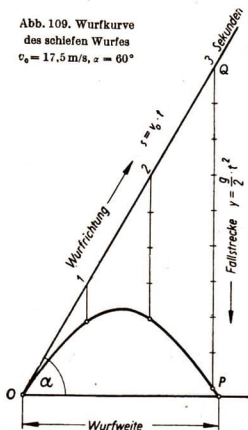


Abb. 110. Ein Wasserstrahl als Wurflinie. Das Strahlrohr lässt sich drehen, wodurch man den Erhebungswinkel ändern kann.

den Winkel α (Abb. 109). Infolge der in die Wurfrichtung fallenden Teilbewegung würde der Körper in der Zeit t nach Q gelangen, wobei $OQ = v_0 \cdot t$ ist. Gleichzeitig durchfällt er die Strecke $QP = \frac{1}{2} g t^2$. Der Körper erreicht somit in der Zeit t den Ort P auf der in der Abb. 109 gezeichneten Kurve. Die Form der Wurfkurve ist eine Parabel. Man kann sie mit dem in Abbildung 110 wiedergegebenen Gerät veranschaulichen. Der Wasserstrahl gibt die Wurfline wieder.

Bestimmt man die Wurfweite und die Steighöhe in Abhängigkeit von dem Neigungswinkel α , den

man von 0° bis 90° wachsen läßt, so findet man dabei folgende Zusammenhänge:

1. Die Wurfweite und die Steighöhe hängen von der Größe des Erhebungswinkels und der Anfangsgeschwindigkeit ab.
2. Erhebungswinkel, die sich zu 90° ergänzen, ergeben gleiche Wurfweiten.
3. Die größte Wurfweite erhält man bei einem Winkel von 45° .

6. Fragen und Aufgaben:

1. Ein Schiff fährt mit der Geschwindigkeit 5 m/s nach Osten, während eine Strömung ihm die Geschwindigkeit 2 m/s nach SO erteilt. Wie groß ist die Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) des Schiffes über Grund? (Lösung durch Zeichnung.)
2. Mit welcher Geschwindigkeit wurde ein Körper lotrecht emporgeschleudert, wenn er nach 2 Sekunden wieder zu Boden fällt? Wie hoch stieg er?
3. Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 10 \text{ m/s}$ senkrecht nach unten geworfen. In welcher Zeit durchfällt er eine Strecke von 75 m ?
4. Zeichne das Weg-Zeit- und das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 30 \text{ m/s}$ senkrecht nach oben geworfenen Körpers!
5. Zeichne die Bahn eines mit der Geschwindigkeit $v_0 = 30 \text{ m/s}$ waagerecht fortgeschleuderten Körpers! Bestimme die Richtung und den Betrag der Bahngeschwindigkeit am Ende der 4. Sekunde!
6. Zeichne die Bahn eines unter einem Winkel von 60° schräg aufwärts mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 50 \text{ m/s}$ geschleuderten Körpers!

(Bei den Aufgaben 2 bis 6 ist vom Einfluß des Luftwiderstandes und der Reibung abzusehen.)

§ 15. Die Newtonschen Grundgesetze der Mechanik

Die dynamische Kraftmessung

1. Das Gewicht eines Körpers. Wir beobachten, daß an der Erdoberfläche jeder Körper ein *Gewicht* (G) hat. Dieses Gewicht äußert sich statisch durch den Druck des ruhenden Körpers auf die Unterlage. Dynamisch ist es die Ursache für die Fallbewegung eines Körpers. Man hat festgestellt, daß das Gewicht eines Körpers an verschiedenen Stellen der Erde verschieden groß ist. So hat z. B. ein Kilogrammstück, dessen Gewicht unter 45° nördlicher Breite in der Höhe des Meeresspiegels 1 kp beträgt, am Äquator nur ein Gewicht von 0,997 kp und an den Polen ein Gewicht von 1,002 kp. Auf anderen Himmelskörpern würde das Kilogrammstück ein anderes Gewicht haben, so z. B. auf der Oberfläche des Mondes 0,168 kp, auf der des Jupiters etwa 2,5 kp und auf der Sonnenoberfläche 28 kp.

Alle Körper sind schwer, sie besitzen ein Gewicht.

2. Die Trägheit eines Körpers — Die träge Masse. Ein stehender Eisenbahnzug fährt an, wenn auf die Kolben der Lokomotive die Dampfkraft wirkt. — Ein rollender Wagen kommt zur Ruhe, wenn eine Kraft vorhanden ist, die ihn abbremst. In der Regel ruft bereits die Reibung eine Verzögerung der Bewegung des Fahrzeuges hervor. — Ein Fahrzeug beschreibt nicht von selbst eine Kurve. Dies geschieht nur dann, wenn eine Kraft senkrecht zur Bahn des Fahrzeuges wirkt. Bei Schienenfahrzeugen ist die Ursache die bei Krümmungen auftretende Druckkraft der Schienen gegen das Fahrzeug, bei Straßenfahrzeugen wird die Kraft infolge der Schrägstellung der Räder hervorgerufen.

Die Eigenschaft aller Körper, einer Änderung ihres Bewegungszustandes einen Widerstand entgegenzusetzen, nennt man die **Trägheit** der Körper oder ihren *Trägheitswiderstand*.

Mit der in Abb. 111 dargestellten Versuchsanordnung kann man das Vorhandensein der Trägheit nachweisen:

- Bei gleichmäßig zunehmendem Zug nach unten reißt der obere Faden, da er durch das Gewicht der Kugel zusätzlich belastet wird.
- Bei ruckartigem Zug reißt infolge der Trägheit der Kugel der untere Faden.

Der Begriff der Trägheit wurde von *Galilei* geprägt und von *Newton*¹ als Eigenschaft aller Körper erkannt.

Alle Körper sind träge.

¹ Isaac Newton (1643–1727), bedeutendster englischer Mathematiker und Physiker seiner Zeit. Er hat die von Galilei begründete Bewegungslehre zu hoher Vollendung gebracht.

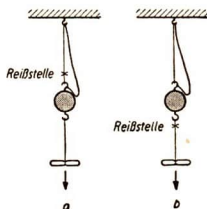


Abb. 111. Nachweis der Trägheit eines Körpers



Isaac Newton (1643–1727)

Newton faßte seine Erkenntnisse in dem als **1. Newtonsches Prinzip** bekannten **Trägheitssatz** zusammen, den man auch als den Satz vom *Beharrungsvermögen* bezeichnet:

Jeder Körper beharrt in Ruhe oder in gleichförmiger, geradliniger Bewegung, solange keine Kraft auf ihn wirkt.

Ohne zunächst auf die zahlenmäßigen Zusammenhänge näher einzugehen, entnehmen wir der täglichen Erfahrung, daß die durch Einwirkung einer Kraft an einem Körper erzielte Beschleunigung von der Größe der Kraft abhängt. Vergrößern wir die Kraft, so wächst die Beschleunigung.

Kräfte erkennen wir an ihren Wirkungen. Diese äußern sich als Verformung der Körper und als Änderung ihres Bewegungszustandes.

Wir legen z. B. einen Gummiball auf den Tisch und stoßen ihn in waagerechter Richtung an. Er erfährt dadurch eine Beschleunigung. Stoßen wir dagegen mit der gleichen Kraft gegen eine auf dem Tisch liegende Bleikugel von gleichem Rauminhalt, so ist die Beschleunigung wesentlich geringer. Es wäre fehlerhaft, anzunehmen, daß das Gewicht der Bleikugel diese Wirkung hervorruft. Denn wir haben bei dem Versuch die Bleikugel überhaupt nicht anzuheben. Ihr Gewicht ist durch den Tisch unwirksam gemacht. Es ist vielmehr eine andere Eigenschaft der Körper, die sich bei dem Versuch bemerkbar macht, nämlich die *Masse* der Körper. Schon Newton hat sie als *quantitas materiae* vom Gewicht unterschieden. Da sich die Masse als *Trägheit* der Körper äußert, wobei wir auch den Ruhezustand als einen Bewegungszustand bestimmter Art auffassen, bezeichnen wir sie auch als *träge Masse*. Gewicht und Masse sind zwei grundsätzlich verschiedene Eigenschaften der Körper. Sie bedingen daher zu ihrer Messung auch zwei voneinander verschiedene Einheiten. Als *Einheit der Masse* haben wir bereits das **Kilogramm**, als *Einheit des Gewichts* das **Kilopond** kennengelernt.

3. Das Newtonsche Kraftgesetz. Zur genauen zahlenmäßigen Untersuchung der Zusammenhänge zwischen *Kraft*, *Masse* und *Beschleunigung* verwenden wir die in Abb. 112 wiedergegebene Versuchsanordnung. Über eine leicht bewegliche Rolle läuft eine dünne, schmiegsame Schnur, an deren Enden zwei Waagschalen mit gleich großen Ballastmassen hängen. Die Masse der Waagschalen ist in die Masse der Ballastmassen mit einzubeziehen. Versetzt man eine der beiden Massen, z. B. die rechte, in langsame Bewegung, so kommt die Vorrichtung durch Reibung an der Rolle allmählich zur Ruhe.

Durch ein kleines Gewicht, welches die Reibung gerade überwindet, erreicht man, daß die gleichförmige Bewegung der verbundenen Massen erhalten bleibt.

Läßt man nunmehr an diesen Massen eine konstante Kraft in Form eines Übergewichtes angreifen, so bewegen sich die Massen gleichmäßig beschleunigt. Um während des Versuchs die Gesamtmasse nicht zu ändern, nimmt man von der einen

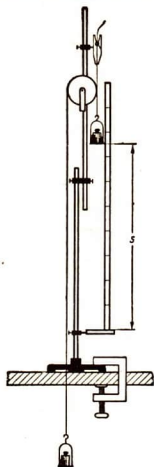


Abb. 112. Versuchsanordnung zur Ableitung des Kraftgesetzes

Schale ein Massenstück, z. B. 5 g, und legt es auf die andere Schale. Die angreifende Kraft beträgt dann 10 p. Bei der Bestimmung der beschleunigten Masse ist zu beachten, daß neben den zwei *Ballastmassen* (m_b) und der *Masse des Reibungsgewichtes* (m_r) noch eine *Ersatzmasse* für die Rolle (m_e) berücksichtigt werden muß, da diese gleichfalls in eine beschleunigte Drehbewegung versetzt wird. Die Ersatzmasse ist bei einer massiven Rolle gleich der halben Masse der Rolle. Wenn wir die Masse des Fadens vernachlässigen, ist die *Gesamtmasse*

$$m = 2 m_b + m_r + m_e.$$

Die Länge der Meßstrecke bestimmen wir mittels eines Meterstabes und die Zeit, die während des Absinkens verfließt, mittels einer Stoppuhr oder eines Metronoms. Die Beschleunigung können wir dann nach dem Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung ermitteln. Sie beträgt $b = \frac{2s}{t^2}$.

Wir untersuchen zunächst die *Abhängigkeit der Beschleunigung von der angreifenden Kraft bei gleichbleibender Masse*. Zweckmäßig ändert man die Kraft nacheinander um gleiche Beträge.

Bildet man die Quotienten aus der Beschleunigung und der Kraft, so erhält man angenähert gleiche Werte. Wir folgern daraus, daß die Beschleunigung der wirkenden Kraft direkt proportional ist:

$$b \sim P.$$

Hierbei wurde die Größe der Kraft durch ein Gewicht wiedergegeben, d. h. *statisch* gemessen.

Nunmehr stellen wir die *Abhängigkeit der Beschleunigung von der Masse bei gleichbleibender Kraft* fest. Es ist zu beachten, daß die Größe der Reibungsgewichte der sich ändernden Reibung angepaßt werden muß. Der Versuch wird in entsprechender Weise durchgeführt wie der vorangehende.

Wir bilden das Produkt $m \cdot b$ und stellen fest, daß es nahezu konstant ist.

*Abhängigkeit der Beschleunigung
von der wirkenden Kraft bei gleichbleibender Masse*

Kraft (P)	Masse (m)	Zeit (t)	Meß- strecke (s)	Beschleu- nigung (b)	$\frac{b}{P}$
p	g	s	cm	cm/s ²	
10	800	2	21,5	10,8	1,08
20	800	2	44,0	22,0	1,10
30	800	2	64,0	32,0	1,07
40	800	2	88,5	44,3	1,11
					1,09

*Abhängigkeit der Beschleunigung
von der Masse bei gleichbleibender Kraft*

Kraft (P)	Masse (m)	Zeit (t)	Meß- strecke (s)	Beschleu- nigung (b)	$m \cdot b$
p	g	s	cm	cm/s ²	
10	500	2	35,0	17,5	8750
10	600	2	29,0	14,5	8700
10	700	2	25,0	12,5	8750
10	800	2	21,5	10,8	8640
					8710

Wir folgern daraus:

Die Beschleunigung ist der Masse umgekehrt proportional:

$$b \sim \frac{1}{m}.$$

Wir können die aus den Versuchen gefolgerten Abhängigkeiten der Beschleunigung von der Kraft und von der Masse zusammenfassen und erhalten

$$b \sim \frac{P}{m}$$

oder unter Verwendung eines Proportionalitätsfaktors k

$$b = k \cdot \frac{P}{m}.$$

Ebenso gilt

$$P = \frac{1}{k} \cdot m \cdot b.$$

Die Kraft ist dem Produkt aus Masse und Beschleunigung proportional.

Unter Zugrundelegung der Versuchsergebnisse erhält man für $m \cdot b$ den Durchschnittswert

$$m \cdot b = 8710 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2.$$

Es ergibt sich somit

$$k = \frac{8710 \text{ g} \cdot \text{cm}}{10 \text{ p} \cdot \text{s}^2} = 871 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{p} \cdot \text{s}^2}.$$

Der Faktor k läßt sich genauer aus der Fallbewegung bestimmen. Denn das Gesetz $P = \frac{1}{k} \cdot m \cdot b$ gilt für jede gleichmäßig beschleunigte Bewegung, mithin auch für die Fallbewegung. Ein frei herabfallender Körper mit einer Masse von 1 g wird mit der Kraft 1 p nach unten gezogen. Er erfährt dabei die Beschleunigung $981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ (vgl. § 13, 2).

Unter Berücksichtigung dieses Beschleunigungswertes erhält man für den Proportionalitätsfaktor den Wert

$$k = 981 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{p} \cdot \text{s}^2}.$$

Wir sehen daraus, daß der aus den Versuchsergebnissen ermittelte Wert für k nur um etwa 11 % vom genauen Wert abweicht.

Wir können die Gleichung

$$P = \frac{1}{k} \cdot m \cdot b$$

durch geeignete Wahl der verwendeten Einheiten vereinfachen. Dabei kann man entweder die Kraft oder die Masse als das Primäre ansehen und die Einheit der sekundären Größe danach bestimmen.

Wir betrachten zunächst die Masse als das Primäre und definieren die Krafteinheit derart, daß eine Kraft von der Größe 1 der Masse 1 g die Beschleunigung 1 cm/s^2 erteilt. Diese *Krafteinheit* bezeichnen wir als ein **Dyn** (dyn).

Ein Dyn ist die Kraft, die einer Masse von 1 g die Beschleunigung 1 cm/s^2 erteilt.

Der Proportionalitätsfaktor ist infolge der Definition der Krafteinheit gleich 1.

Das **Newtonsche Kraftgesetz** lautet unter diesen Umständen:

Kraft ist gleich dem Produkt aus Masse und Beschleunigung.

$$P = m \cdot b.$$

Da die statische Krafteinheit 1 p der Masse 1 g die Beschleunigung 981 cm/s² erteilt, entsprechen einem Pond 981 dyn. Umgekehrt gilt:

$$1 \text{ dyn} \cong \frac{1}{981} \text{ p} \approx 1 \text{ mp.}$$

Da 1 dyn eine sehr kleine Einheit ist, benutzt man häufig die größere Einheit

$$1 \text{ Großdyn} = 10^5 \text{ dyn.}$$

Aus der Gleichung $P = m \cdot b$ ergibt sich als Dimension der Kraft $[m \cdot l \cdot t^{-2}]$. Man bezeichnet die Bestimmung der Größe einer Kraft aus der einer Masse erteilten Beschleunigung als *dynamische Kraftmessung*.

Aus dem Newtonschen Kraftgesetz folgt noch einmal die Abhängigkeit des Gewichtes vom Ort der Messung. Das Gewicht ist zwar am gleichen Ort der Masse proportional, doch hängt es außer von der Masse auch von der Fallbeschleunigung ab. Diese wird vom Pol zum Äquator hin etwas kleiner. In dem gleichen Maße ist das Gewicht eines Körpers am Äquator kleiner als am Pol.

Die durch das Newtonsche Kraftgesetz wiedergegebenen Zusammenhänge finden im **2. Newtonschen Prinzip** ihren Ausdruck:

Wirkt auf einen Körper eine Kraft ein, so erfährt er eine Verformung oder eine Beschleunigung bzw. Verzögerung. Die auftretende Beschleunigung ist der Kraft proportional und der Masse umgekehrt proportional. Die Kraft ist gleich dem Produkt aus Masse und Beschleunigung.

4. Die technische Masseneinheit. Wir können aber auch die Kraft als das Primäre ansehen und die Masseneinheit so wählen, daß der Proportionalitätsfaktor k wiederum gleich 1 wird.

In der Gleichung $P = \frac{1}{k} m \cdot b$ hat k den Wert 9,81 $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{kp} \cdot \text{s}^2}$, wenn man die Kraft in kp, die Masse in kg und die Beschleunigung in m/s² mißt.

Es ist dann

$$P = \frac{1}{9,81} m \cdot b.$$

Wählt man für die Kraft die Einheit kp und für die Beschleunigung die Einheit m/s², so erhält die vorstehende Gleichung wieder die Form

$$P = m \cdot b,$$

wenn man als Masseneinheit die Masse von 9,81 kg festsetzt. Diese Einheit wird als **technische Masseneinheit (ME)** bezeichnet.

Eine technische Masseneinheit (1 ME) ist diejenige Masse, die unter der Einwirkung einer Kraft von 1 kp eine Beschleunigung von 1 m/s² erfährt.

Die Dimension der technischen Masseneinheit ist demnach $[K \cdot t^{-1} \cdot l^2]$.

Wendet man das Newtonsche Kraftgesetz auf die Schwerkraft an, so erhält man die Beziehung

$$G = m \cdot g.$$

Das Gewicht eines Körpers ist gleich dem Produkt aus der Masse und der Fallbeschleunigung.

Hieraus folgt, daß ein Körper, dessen Masse gleich 1 ME ist, das Gewicht 9,81 kp besitzt.

5. Das physikalische (absolute) und das technische Maßsystem. Es war im Abschnitt 3 notwendig, den Faktor k der Gleichung $b = k \cdot \frac{P}{m}$ gleich 1 zu machen. Wir erreichten dies, indem wir Länge, Zeit und Masse als Fundamentalgrößen und für die Kraft die Einheit 1 dyn einführten.

Dieses Maßsystem, das sich auf den Einheiten Zentimeter, Gramm, Sekunde aufbaut, führt den Namen *absolutes Maßsystem*, weil seine Grundgrößen sämtlich ortsunabhängig sind. Die Krafteinheit 1 dyn ist in diesem System eine abgeleitete Größe.

Das absolute Maßsystem führt auch den Namen *Zentimeter-Gramm-Sekunden-System (CGS-System)*¹.

In der Technik benutzt man vorwiegend das *technische Maßsystem*. Seine Grundgrößen sind Länge, Zeit und Kraft und die zum Messen verwendeten Einheiten das Meter, die Sekunde und das Kilopond. Die Masseneinheit ist im technischen Maßsystem eine abgeleitete Einheit, die im Abschnitt 4 definiert wurde.

6. Wirkung und Gegenwirkung. In § 5, 1 wurde festgestellt, daß eine Kraft nicht etwas für sich Bestehendes, von der Materie Losgelöstes ist. Schon Newton hatte erkannt, daß eine Kraftwirkung nur zwischen zwei Körpern auftreten kann. Stößt z. B. eine Kugel gegen eine zweite und setzt sie in Bewegung, so wirkt diese mit der gleichen Kraft auf die erste zurück. Beide Körper sind gleichzeitig stoßende und gestoßene Körper.

Newton brachte diese Zusammenhänge in dem nach ihm als **3. Newtonsches Prinzip bezeichneten Satz von Wirkung und Gegenwirkung** zum Ausdruck:

Das Wirken einer Kraft ist stets verbunden mit dem Auftreten einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft.

Zu jeder Kraft gehört eine gleich große Gegenkraft.

Einige Versuche geben uns darüber Aufschluß. Auf zwei leichtbewegliche Handwagen werden zwei Kisten gestellt, auf denen zwei Schüler Platz nehmen. Die Schüler sollen sich möglichst in ihrer Größe und in ihren Körperkräften unterscheiden. Mittels einer Leine ziehen sich die Schüler gegenseitig, und zwar zunächst nur der größere Schüler. Beide Wagen setzen sich in Bewegung und treffen sich an einer bestimmten Stelle, die wir markieren. Wir wiederholen den Versuch von den gleichen Ausgangspunkten aus wie im ersten Falle, doch zieht jetzt der andere Schüler. Wiederum geraten beide Wagen in Bewegung und treffen



Karl Friedrich Gauß
(1777—1855)

¹ Das absolute Maßsystem geht auf K. F. Gauß zurück und ist seit dem internationalen Elektrikerkongreß in Paris (1881) in der Physik allgemein im Gebrauch.

sich an derselben Stelle. Zum gleichen Ergebnis kommen wir, wenn beide Schüler gleichzeitig ziehen. Bei jedem Versuch wirken auf beide Schüler Kräfte von gleicher Größe ein. Sie setzen beide Wagen in Bewegung. Die Beschleunigung, die der Wagen mit der größeren Masse erfährt, ist aber geringer als die an dem leichteren Wagen hervorgerufene Beschleunigung. Infolgedessen liegt der Treffpunkt näher dem Ausgangspunkt der Bewegung der größeren Masse.

7. Wichte und Dichte. Die *Wichte* γ des Stoffes, aus dem ein Körper besteht, ist der Quotient aus seinem Gewicht G und seinem Volumen V . Zahlenmäßig stimmt demnach die Wichte mit dem Körpergewicht je Raumeinheit überein.

$$\text{Wichte: } \gamma = \frac{G}{V}, \quad \text{Wichteeinheiten: kp/dm}^3 \text{ oder p/cm}^3.$$

Ebenso wie das Gewicht und die Masse eines Körpers müssen auch seine Wichte und seine Dichte auseinandergehalten werden.

Die *Dichte* eines Körpers ist der Quotient aus seiner Masse m und seinem Volumen V . Zahlenmäßig ist sie gleich der Körpermasse je Raumeinheit.

$$\text{Dichte: } \rho = \frac{m}{V}, \quad \text{Dichteeinheiten: kg/dm}^3 \text{ oder g/cm}^3.$$

Dichten einiger Stoffe in g/cm³

Feste Körper und Flüssigkeiten bei 18°C		Gase bei 0°C und 760 Torr
Platin..... 21,4	Aluminium..... 2,7	Luft..... 0,00129
Gold..... 19,3	Jenaer Glas 16 III. 2,6	Kohlendioxid... 0,00198
Blei..... 11,3	Alkohol..... 0,79	Stickstoff..... 0,00125
Kupfer..... 8,9	Petroleum..... 0,85	Sauerstoff..... 0,00143
Eisen..... 7,8	Glyzerin..... 1,26	Wasserstoff..... 0,00009
Zink..... 7,1	Quecksilber..... 13,55	Helium..... 0,00018

Diese abgerundeten Werte gelten für alle Orte der Erdoberfläche, denn die Dichte ist von der geographischen Breite unabhängig. Die Maßzahlen der Wichte ändern sich mit der geographischen Breite, weichen aber nur wenig von den Maßzahlen der Dichte ab, nämlich um weniger als 0,25 %.

8. Fragen und Aufgaben:

1. Nenne Erscheinungen, die auf die Trägheit der Körper zurückzuführen sind!
2. Wie verhält sich Wasser in einem Gefäß, das man rasch vorwärts bewegt und plötzlich abbremsst?
3. Warum kann man leicht den Halt verlieren, wenn man in einer fahrenden Eisenbahn oder Straßenbahn frei steht und sich nicht festhält? In welche Richtung kippt man beim schnellen Anfahren bzw. beim plötzlichen Bremsen?
4. Wie treibt man einen Stiel in einen Hammerkopf? Begründe das Verfahren!
5. Von welchen Einflüssen ist das Gewicht eines Körpers abhängig?
6. Aus welchen Versuchsreihen wurde das Newtonsche Kraftgesetz gefolgert?
7. Warum fallen am gleichen Punkte der Erdoberfläche alle Körper gleich schnell, wenn man von Einflüssen des Luftwiderstandes absieht?

8. Welche Dimension hat die Masseneinheit (1 ME) im technischen Maßsystem? Welcher in kg angegebenen Masse entspricht sie?
9. Welche Beschleunigung erfährt ein Eisenbahnzug mit einer Masse von $8 \cdot 10^6$ kg, auf den eine Zugkraft von 10000 kp beschleunigend wirkt?
10. Mit welcher Beschleunigung fährt ein Kraftwagen an, dessen Masse 3000 kg beträgt und dessen Motor eine Zugkraft von 500 kp ausübt?
11. Ein Körper mit einer Masse von 2,4 kg wird durch eine gleichbleibende Kraft aus der Ruhelage beschleunigt. Nach 10 Sekunden hat er einen Weg von 5,25 m zurückgelegt. Wie groß war diese Kraft? (Bewegungshindernisse bleiben unberücksichtigt.)

§ 16. Bewegungshindernisse

1. Die Gleitreibung. Wir legen nach Abb. 113 einen Quader mit glatter Grundfläche auf eine glatte waagerechte Ebene. Geben wir dem Körper einen Stoß, so kommt er infolge der Reibung nach kurzer Zeit zur Ruhe. Wir bringen eine Zugvorrichtung am Quader an und legen so viele Gewichtsstücke auf die Waagschale, daß der Körper sich nach dem Stoß mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiterbewegt. Es ist eine Kraft erforderlich, die den zwischen dem Quader und der Unterlage vorhandenen *Reibungswiderstand* ausgleicht.

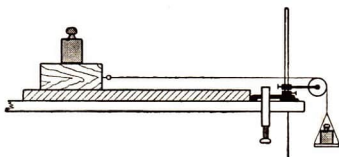


Abb. 113. Bestimmung der Gleitreibung an einem Holzklötzchen

Wir machen denselben Versuch mit rauhen Gleitflächen, indem wir die Berührungsflächen mit Schmirgelpapier überziehen. Dann ist eine größere Kraft zur Überwindung des Widerstandes erforderlich als vorher. Denn zwischen rauhen Berührungsflächen ist die Reibung größer als zwischen glatten. Selbst glatte Stoffe, wie poliertes Glas und polierte Metalle, weisen noch mikroskopisch erkennbare Unebenheiten auf. Diese greifen ineinander und werden bei der Bewegung der Körper teilweise verbogen, ja sogar abgerissen. Dadurch wird der sich bewegende Körper gehemmt. Aus den Versuchen ergibt sich, daß zur Überwindung der Reibung eine Kraft erforderlich ist.

Die Reibung ist eine Kraft. Sie ist der Bewegung, bei der sie auftritt, entgegengerichtet.

Wir nehmen einen Holzquader, bei dem die einzelnen Flächen eine gleiche Beschaffenheit haben. Es darf also auch nicht etwa eine Fläche längs der Fasern und eine andere quer zu ihnen geschnitten sein. Wir führen den in Abb. 113 dargestellten Versuch derart durch, daß wir den Körper nacheinander auf die größte, die kleinste, die mittlere Fläche legen, und finden so, daß die Größe der Reibung in allen drei Fällen die gleiche ist.

Der Reibungswiderstand ist von der Größe der sich berührenden Flächen unabhängig.

Legen wir auf den Klotz weitere zwei Klötze von demselben Gewicht, so ist die Reibung dreimal so groß.

Die Reibung ist der Normalkraft (P_N) proportional,

Weiter oben hatten wir bereits die Abhängigkeit der Reibung von der Beschaffenheit der Oberfläche untersucht und festgestellt:

Die Reibung ist abhängig von der stofflichen Art der Flächen und von ihrer Rauigkeit.

Fassen wir diese Ergebnisse in einer Gleichung zusammen, so erhalten wir

$$R = \mu \cdot P_N.$$

Der Quotient $\mu = \frac{R}{P_N}$ ist die *Reibungszahl*, der *Reibungskoeffizient*. Er ist eine dimensionslose Zahl.

Zur Bestimmung der Reibungszahl, beispielsweise zwischen Holz und Holz, legt man einen hölzernen Quader vom Gewicht G auf eine schiefe Ebene aus Holz und neigt diese so stark, bis sich der Körper nach einem leichten Anstoß gleichförmig abwärts bewegt. Dieses tritt bei einem Neigungswinkel α ein (vgl. Abb. 81), der zweckmäßigerweise durch das Verhältnis der Höhe h zur Basis b der schiefen Ebene gemessen wird. Dann ist die Bewegungskomponente P_H gleich dem Reibungswiderstand.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke in der Abb. 81 folgt

$$\frac{P_H}{P_N} = \frac{h}{b} \quad \text{und} \quad P_H = \frac{h}{b} \cdot P_N.$$

Da im Falle des Gleichgewichts $P_H = R$ ist, gilt:

$$R = \frac{h}{b} \cdot P_N.$$

Daraus ergibt sich

$$\mu = \frac{h}{b}.$$

Erfolgt die Bewegung aus der Ruhe, so ist die Reibung etwas größer. An Stelle der *Gleitreibungszahl* μ ist die *Haftreibungszahl* μ_0 zu verwenden.

Einige Reibungszahlen

Werkstoffe	Haftreibungszahl μ_0	Gleitreibungszahl μ
Stahl auf Stahl	0,15	0,10
Stahl auf Bronze	0,18	0,16
Metall auf Holz	0,5 ... 0,6	0,2 ... 0,5
Holz auf Holz	0,65	0,2 ... 0,4
Leder auf Metall (Dichtungen) ..	0,60	0,25
Lederriemen auf Metallguß	0,56	0,28
Lederriemen auf Holz	0,47	0,27

2. Die Rollreibung. *Rollreibung* tritt auf, wenn ein Körper auf einem anderen abrollt. Sie ist wesentlich geringer als die Gleitreibung, da die mikroskopischen Unebenheiten das Rollen nicht sehr behindern.

Als Modellvorstellung für die Reibung beim Gleiten sind zwei Zahnstangen mit unregelmäßigen Zähnen geeignet, die ineinander greifen. Man kann sie nur unter großem Kräfteaufwand durch Beschädigung der Zähne oder Anheben

der oberen Zahnstange gegeneinander verschieben. Die Reibung beim Rollen dagegen kann durch das Abrollen eines Zahnrades auf einer Zahnstange veranschaulicht werden. Im Gegensatz zum Gleiten sind die Beschädigungen, die die Zähne erleiden, sehr gering.

Rollreibungszahlen für einige Fahrzeugbereifungen

Stoffe	μ	Stoffe	μ
Gummireifen auf Asphalt .	0,02	Eisenreifen auf Schotter ..	0,04
Gummireifen auf Pflaster .	0,05	Eisenreifen auf Pflaster ...	0,02
Eisenreifen auf Asphalt ...	0,01	Stahlreifen auf Schiene ...	0,006

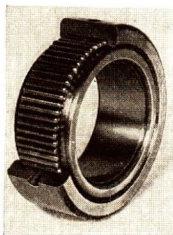
3. Schädliche und nützliche Wirkungen der Reibung. Reibung an Maschinenteilen bedeutet in der Technik stets einen Energieverlust, eine erhöhte Abnutzung der Maschinen und letzten Endes einen Ausfall an Produktion. Deswegen ist man in der Technik eifrig bemüht, jede Reibung nach Möglichkeit auszuschalten oder wenigstens auf ein erträgliches Maß herabzudrücken.

Auf rein mechanischem Wege verringert man heute die Reibung weitgehend durch den Einbau von *Wälzlagern* an allen gleitenden und sich drehenden Maschinenteilen. Man unterscheidet im einzelnen *Kugellager*, *Walzenlager*, *Nadelnadelnager*, *Tonnenlager*, von denen Abb. 114 a bis c einige Beispiele wiedergibt.

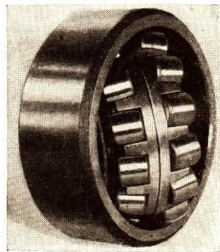
Diese rein mechanische Verringerung der Reibung wird dadurch noch wirksamer, daß man die eingebauten Wälzlager ölt bzw. schmiert. Dies gilt in besonderem Maße für alle Maschinenteile, an denen sich Wälzlager nicht einbauen lassen. Durch Schmiermittel wie Fett, Öl, Seife, Talkum, Graphit wird die Reibung wesentlich verkleinert, da diese Stoffe die Unebenheiten ausfüllen. Die festen Flächen berühren sich dann nicht mehr unmittelbar. Bei Verwendung von Öl befindet sich zwischen ihnen ein Ölfilm. Man versteht darunter eine dünne, gleichmäßig verteilte Schicht Öl, die die Gleitflächen voneinander trennt.



a) Kugellager



b) Nadelnager



c) Tonnenlager

Abb. 114. Wälzlager. Beim Tonnenlager ist der die einzelnen Walzen enthaltende Käfig der besseren Sicht halber aus dem Gehäuse herausgedreht.

Die Steigerung des Maschinenbaus führt notwendigerweise zu einem starken Ansteigen des Bedarfs an Schmiermitteln. Deshalb werden neue hochwertige Schmiermittel entwickelt.

Im Gegensatz zu dem Vorangehenden darf nicht übersehen werden, daß in vielen Fällen die Reibung zum Erreichen technischer Wirkungen unerläßlich ist. Wir könnten nicht stehen und gehen, kein Wagen, keine Lokomotive könnte fahren, wenn es keine Reibung gäbe. Das Festhalten von Gegenständen mit der Hand, der Gebrauch der Bremse, das Festsitzen von Nägeln, der Zusammenhalt der Fäden in einem Gewebe und in einem Knoten, die Übertragung einer Kraft durch Treibriemen und viele andere Erscheinungen beruhen auf Reibung.

4. Der Widerstand des Mittels. Außer der Reibung wirkt noch der *Widerstand des Mittels* bewegungshindernd. Wenn sich ein Körper in einem Gase oder in einer Flüssigkeit bewegt, so drängt er die einzelnen Teilchen des Mittels zur Seite, was die Bewegung des Körpers hemmt. Der Widerstand des Mittels ist in hohem Maße von der Form des bewegten Körpers und von seiner Geschwindigkeit abhängig. Näheres darüber bringt § 28, 1.

Wenn wir beispielsweise einen Körper von geringer Wichte, etwa ein Papier- oder Holundermarkkugeln, eine Flaumfeder oder einen offenen, mit der Spitze nach unten gerichteten Papierkegel fallen lassen, so bemerken wir, daß die Fallbewegung wohl anfangs beschleunigt ist, später aber in eine nahezu gleichförmige Bewegung übergeht.

Ähnliches beobachten wir, wenn wir ein Korkstück, das durch einen Nagel beschwert ist, im Wasser sinken lassen.

Die Abnahme der Beschleunigung hat ihren Grund darin, daß beim Fallen der Widerstand des Mittels als eine der Schwerkraft entgegenwirkende Kraft auftritt. Diese Gegenkraft ist von der Geschwindigkeit abhängig und kommt bei einem bestimmten Wert der Geschwindigkeit der Größe der Schwerkraft so nahe, daß man die Bewegung ohne nennenswerten Fehler als unbeschleunigt, *kräftefrei*, d. h. gleichförmig, bezeichnen kann.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Nenne Vorgänge, die durch Reibung behindert werden!
2. Nenne Vorgänge, bei deren Ablauf die Reibung erforderlich ist!
3. Welche Richtung hat die durch die Reibung oder durch den Widerstand des Mittels hervorgerufene Kraft?
4. Was versteht man unter dem Reibungskoeffizienten?
5. Welche Methoden zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten werden allgemein verwendet? Unterscheide zwischen der Haftreibung und der Reibung bei Bewegung!
6. Welche Mittel zur Verringerung der Reibung werden in der Technik angewendet?
7. Beschreibe die Fallbewegung unter dem Einfluß des Widerstandes des Mittels! Wie ändern sich die Geschwindigkeit und die Beschleunigung?
8. Warum fällt von zwei gleichschweren Kugeln aus Kork und Eisen die eiserne Kugel schneller?

IV. Arbeit und Energie

§ 17. Die mechanische Arbeit

1. Der Begriff der Arbeit. Wie wir bereits in der Grundschule gelernt haben, wird in der Physik das Produkt aus der Kraft und dem Weg, längs dessen die Kraft wirkt, als *Arbeit* bezeichnet.

Legt der Angriffspunkt einer Kraft unter Überwindung eines Widerstandes einen Weg zurück, so wird Arbeit verrichtet.

Arbeit ist das Produkt aus Kraft und Weg.

Bezeichnet man die Arbeit, die durch eine Kraft vom Betrage P längs des Weges s verrichtet wird, mit A , so ist

$$A = P \cdot s.$$

Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Kraft in die Richtung des Weges fällt.

2. Die verschiedenen Arten von Arbeit. Man benennt eine Arbeit nach der Art des Widerstandes, der dabei überwunden wird: Ein Pferd leistet beim Ziehen eines Wagens auf einer waagerechten Straße *Reibungsarbeit*. Wir verrichten *Hubarbeit*, wenn wir ein Gewichtsstück heben, *Spannarbeit*, wenn wir einen elastischen Körper zusammendrücken oder dehnen. Diese Arten von Arbeit fassen wir unter dem Namen **Verschiebungsarbeit** zusammen. Man versteht darunter eine Arbeitsverrichtung, bei der keine Beschleunigung, sondern nur eine Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft eintritt.

Wenn im Gegensatz hierzu eine Kraft auf einen Wagen wirkt, der auf einem waagerechten reibungslos gedachten Gleise steht, so hat sie nur den durch die Masse des Wagens bedingten Trägheitswiderstand zu überwinden und setzt den Wagen in beschleunigte Bewegung. In diesem Falle verrichtet die Kraft **Beschleunigungsarbeit**.

Unsere Muskeln ermüden auch, wenn wir einen Gegenstand in der Hand halten, ohne ihn aufwärts zu bewegen, oder wenn wir vergeblich versuchen, einen schweren Gegenstand zu bewegen. Im Grunde genommen wird dabei keine Arbeit verrichtet, da sich der Angriffspunkt der Kraft nicht verschiebt.

Trotzdem spricht man auch in diesen Fällen von Arbeit. Denn die genannten Vorgänge sind mit einer Anspannung der Muskeln verbunden, also mit dem gleichen biologischen Vorgang wie der Kraftaufwand beim Verrichten einer Arbeit im eigentlichen Sinne.

3. Arbeitsmessung. Aus der Gleichung

$$A = P \cdot s$$

leiten wir die *Arbeitseinheit* ab.

Als *Maßeinheit für die Arbeit* folgt daraus im technischen Maßsystem das **Kilopondmeter** (kpm). Ein Kilopondmeter ist diejenige Arbeit, die verrichtet wird, wenn ein Körper mit einem Gewicht von 1 Kilopond 1 Meter hoch gehoben wird, oder ganz allgemein, wenn eine Kraft von 1 kp über eine Weglänge von 1 m wirkt.

Eine kleinere Einheit ist das **Pondzentimeter** (pcm):

$$1 \text{ kpm} = 10^5 \text{ pcm.}$$

Die Dimension der Arbeit ist im technischen Maßsystem $[K \cdot l]$.

Im physikalischen Maßsystem ist die Einheit der Arbeit das **Dynzentimeter** (dyncm) oder **Erg** (erg). Das ist diejenige Arbeit, welche durch die Wirkung einer Kraft von 1 dyn längs eines Weges von 1 cm verrichtet wird.

Das Erg ist eine sehr kleine Einheit. Wenn z. B. eine Fliege einen Wassertropfen mit einem Volumen von rund 1 mm^3 an einer Wand 1 cm lotrecht emporträgt, verrichtet sie eine Arbeit von etwa 1 erg. Das Heben ihres Körpergewichtes bleibt dabei unberücksichtigt.

Eine größere Einheit der Arbeit im physikalischen Maßsystem ist das **Großdynameter** oder **Joule**, so benannt nach dem englischen Physiker James Prescott Joule (vgl. § 40, 2).

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg.}$$

Da die Dimension der Kraft im physikalischen Maßsystem $[m \cdot l \cdot t^{-2}]$ ist, hat die Arbeit in diesem System die Dimension $[m \cdot l^2 \cdot t^{-2}]$.

Für die Umrechnung der Arbeitseinheiten des einen Maßsystems in Einheiten des anderen Maßsystems gilt

$$1 \text{ Joule} \cong 0,102 \text{ kpm}, 1 \text{ kpm} \cong 9,81 \text{ Joule.}$$

Bei der Arbeitsmessung ist zu beachten, daß die Gleichung $A = P \cdot s$ nur für eine konstante Kraft gilt, welche in der Wegrichtung wirkt. Fallen Kraftrichtung und Wegrichtung nicht zusammen, so ist nur die in die Wegrichtung fallende Kraftkomponente für die Größe der verrichteten Arbeit maßgebend. Ein Beispiel hierfür ist die in Abb. 43 (§ 6,6) dargestellte zwangsläufige Bewegung. Die Definition der Arbeit für beliebige Richtungen der Kraft und des Weges lautet daher:

Die Arbeit ist gleich dem Produkt aus dem Weg und der in der Richtung des Weges wirkenden Kraftkomponente.

Kraft und Arbeit sind begrifflich streng zu trennen. Während sowohl die Kraft als auch der Weg gerichtete Größen, Vektoren, sind, ist die *Arbeit eine ungerichtete Größe*, sie ist ein **Skalar**.

4. Die Arbeit an Seilmaschinen. Wir haben bereits die einfachen kraftumformenden Einrichtungen, wie die lose Rolle, den Flaschenzug, den Hebel, das Wellrad, die schiefe Ebene, als kraftändernde Maschinen kennengelernt. Diese Vorrichtungen ermöglichen es, eine zur Verfügung stehende Kraft zweckmäßig auszunutzen. So schiebt man, wenn ein schwerer Stein angehoben werden soll, das eine Ende einer Eisenstange (Breachstange) unter den Stein und benutzt sie als einseitigen

Hebel. Will man beispielsweise beim Bau eines Hauses eine Last von 60 kp heben, so verwendet man eine lose Rolle. Der Kraftaufwand ist dann nur halb so groß wie ohne Rolle (vgl. § 9, 2). Da es vorteilhafter ist, abwärts zu ziehen anstatt aufwärts, führt man das Seil noch über eine feste Rolle. Eine weitere Kraftverminderung bewirkt diese jedoch nicht.

In einer Versuchsreihe untersuchen wir die Arbeit, die wir beim Heben derselben Last auf dieselbe Höhe mit Hilfe verschiedener Seilmaschinen aufwenden müssen. Abb. 115 zeigt die Versuchsanordnung. Gemessen werden jeweils Kraft und Kraftweg; Last und Lastweg bleiben konstant. Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer solchen Untersuchung.

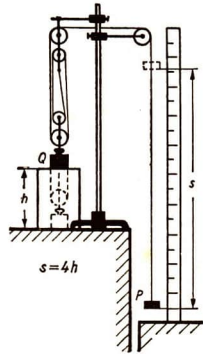


Abb. 115. Arbeit an einem aus vier Rollen bestehenden Flaschenzug. Die Last Q wird auf die Deckfläche eines Holzklotzes gehoben. Dadurch wird die Tatsache betont, daß jedesmal die gleiche Arbeit verrichtet wird.

Bestimmung der Arbeit an Seilmaschinen

Seilmaschinen	Last (Q) p	Lastweg (h) cm	Last · Lastweg ($Q \cdot h$) pcm	Kraft (P) p	Kraftweg (s) cm	Kraft · Kraftweg ($P \cdot s$) pcm
Feste Rolle	600	10	6000	600	10	6000
Lose Rolle mit fester Rolle ...	600	10	6000	300	20	6000
Flaschenzug mit 4 Rollen ..	600	10	6000	150	40	6000
mit 6 Rollen ..	600	10	6000	100	60	6000

Aus diesem Versuch geht hervor:

*Die verrichtete Arbeit ist gleich
der aufgewendeten Arbeit.*

Die Versuchsergebnisse sind in Abbildung 116 graphisch dargestellt. Man bezeichnet eine derartige Darstellung als ein *Arbeitsdiagramm*. Veranschaulicht man den Weg s auf der Abszissenachse und die Kraft P auf der Ordinatenachse eines Koordinatensystems, so wird die Arbeit durch die Rechtecksfläche mit den Seiten P und s wiedergegeben.

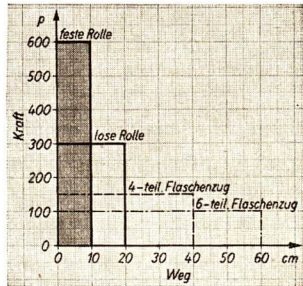


Abb. 116. Arbeitsdiagramme einfacher Seilmaschinen

5. Die Arbeit an der schiefen Ebene. Ruht eine Last G auf einer schiefen Ebene, so läßt sie sich in zwei Komponenten zerlegen (vgl. Abb. 81). Parallel zur schiefen Ebene wirkt die Hangabtriebskraft mit dem Betrage P_H , und senkrecht dazu die Normalkraft mit dem Betrage P_N . Es ist

$$P_H = G \cdot \frac{h}{l}, \quad P_N = G \cdot \frac{b}{l}.$$

Wählt man den Neigungswinkel so, daß $h : b : l = 3 : 4 : 5$ ist, so ist

$$P_H = G \cdot 0,6, \quad P_N = G \cdot 0,8.$$

Für $G = 100$ kp folgt hieraus:

$$P_H = 60 \text{ kp und } P_N = 80 \text{ kp.}$$

Zieht man die Last $G = 100$ kp auf der schiefen Ebene 5 m empor, so muß man die Arbeit

$$A = P_H \cdot l = 60 \text{ kp} \cdot 5 \text{ m} = 300 \text{ kpm}$$

verrichten.

Dabei wird die Last um 3 m gehoben. Hätten wir sie ohne Benutzung der schiefen Ebene 3 m senkrecht emporgehoben, so hätte die Arbeit ebenfalls $100 \text{ kp} \cdot 3 \text{ m} = 300 \text{ kpm}$ betragen. Zum gleichen Ergebnis gelangen wir bei jedem beliebigen Neigungswinkel der schiefen Ebene.

Hieraus folgt:

Die Arbeit, die man verrichten muß, wenn eine Last auf einer (reibungslösen) schiefen Ebene um eine bestimmte Höhe gehoben werden soll, ist vom Neigungswinkel der Ebene unabhängig.

6. Der Satz von der Erhaltung der mechanischen Arbeit. Die im vorangehenden Abschnitt betrachtete Gesetzmäßigkeit gilt auch für Hebel, Schrauben und zusammengesetzte Maschinen, mithin für alle kraftumformenden Einrichtungen, wenn man vom Einfluß der Reibung absieht. Wir fassen sie in folgende Worte:

Bei allen einfachen Maschinen bleibt das Produkt aus Kraft und Weg unverändert. Einfache Maschinen sind Kraftumformer. Die von ihnen verrichtete Arbeit bleibt ihrem Werte nach erhalten:

$$P_1 \cdot s_1 = P_2 \cdot s_2.$$

Dabei bedeutet $P_1 \cdot s_1$ die an der Maschine aufgewendete Arbeit, $P_2 \cdot s_2$ die von ihr verrichtete Arbeit.

In Wirklichkeit ist die an kraftumformenden Maschinen aufgewendete Arbeit etwas größer als die von ihnen verrichtete, da noch zusätzlich der Reibungswiderstand der Maschinen überwunden werden muß.

7. Die Arbeit bei veränderlicher Kraft. In den bisherigen Beispielen war die Kraft, die zur Ausführung einer Arbeit aufzuwenden war, längs des Weges konstant. In vielen Fällen jedoch ist sie nicht konstant, sondern längs des Weges veränderlich und von seiner Länge abhängig. Wir ziehen z. B. eine Federwaage um 7,7 cm aus. Der Zeiger stehe dann auf 250 p (vgl. S. 87). Am Anfang der Arbeit ist die Kraft gleich Null. Am Ende ist sie 250 p. Während der Dehnung ist die wirkende Kraft der Verlängerung der Feder proportional.

Auch bei veränderlicher Kraft kann ein Arbeitsdiagramm aufgestellt werden. Der Weg wird als Abszisse, die jedem Punkt des Weges entsprechende Kraft als Ordinate an dieser Stelle eingetragen.

Das Arbeitsdiagramm beim Spannen einer Federwaage ist in Abb. 117 wiedergegeben. Auf genügend kurzen, aufeinanderfolgenden Wegstrecken können wir die Kraft jedesmal als konstant ansehen. Die jeweils beim Spannen verrichtete Arbeit

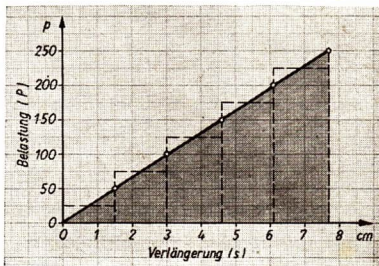


Abb. 117. Arbeitsdiagramm beim Wirken einer veränderlichen Kraft, dargestellt am Beispiel der gespannten Feder

wird durch ein schmales Rechteck dargestellt. Wählt man die einzelnen Wegstrecken genügend klein, so nähert sich die Treppenlinie einer Geraden. Daher ergibt sich die gesamte Arbeit als der Flächeninhalt eines Dreiecks.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 7,7 \cdot 250 \text{ pcm} = 962,5 \text{ pcm}.$$

Allgemein gilt bei elastischen Verformungen, wenn P den Betrag der verformenden Kraft und s die Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft bedeuten:

$$A = \frac{1}{2} P \cdot s.$$

Nach dem gleichen Verfahren kann man bei beliebiger Abhängigkeit der Kraft vom Wege die Größe der Arbeit graphisch ermitteln.

8. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Arten mechanischer Arbeit unterscheiden wir? Gib Beispiele an, bei welchen Gelegenheiten sie verrichtet werden!
2. Gib die Unterschiede zwischen den physikalischen Größen Kraft und Arbeit an und erlautere ihren Zusammenhang!
3. Warum ist es zur Bestimmung der mechanischen Arbeit nicht gleichgültig, welche Richtung die Kraft und welche Richtung der Weg haben, längs dessen die Kraft wirkt?
4. Jemand trägt eine Last von 30 kp drei Stockwerke (10 m) hoch; welche Arbeit verrichtet er? Das Körpergewicht des Arbeitenden bleibt unberücksichtigt.
5. Wie groß ist die Arbeit, wenn man einen mit zwei Kindern besetzten Schlitten mit einem Gesamtgewicht von 70 kp auf dem Eis 10 m weit schiebt? ($\mu = 0,02$)
6. Welche Arbeit verrichtet man bei 30 Kniebeugen, wenn man den Schwerpunkt des Körpers jedesmal um 40 cm hebt? (Körpergewicht 60 kp)
7. Ein Treibstofffaß mit einem Gewicht von 235 kp wird über eine 3 m lange, unter einem Winkel von 20° gegen die Waagerechte geneigte Schrotleiter auf eine Rampe befördert. Welche Arbeit wird dabei verrichtet, wenn man von der auftretenden Rollreibung absieht? (Lösung durch Zeichnung)

§ 18. Die Leistung

1. Der Leistungsbegriff. In Bergwerken ist die Geschwindigkeit des Förderkorbes aus betrieblichen Gründen bei der Beförderung von Personen geringer als bei der Beförderung von Lasten. So wird z. B. bei Personenfahrt ein Höhenunterschied von 420 m in 70 s überwunden, während im anderen Falle nur 42 s verfließen. Die Größe der zu hebenden Last einschließlich des Förderkorbes möge in beiden Fällen 6500 kp betragen. Dann ist die aufgewendete Arbeit die gleiche. Aber die Zeiten, in denen jeweils die Arbeiten verrichtet worden sind, sind verschieden groß. Die Berücksichtigung der Zeit führt zum Begriff der *Leistung*.

Leistung ist der Quotient aus Arbeit und Zeit.

$$N = \frac{A}{t}.$$

2. Leistungseinheiten. Als *Leistungseinheit* dient auf Grund der angegebenen Beziehung im technischen Maßsystem das **Kilopondmeter je Sekunde** (kpm/s).

Die Leistung von Wärmekraftmaschinen gibt man daneben noch manchmal in *Pferdestärken* (PS) an. Es ist

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ kpm/s}.$$

Die *Dimension der Leistung* im technischen Maßsystem ist $[K \cdot l \cdot t^{-1}]$.

Im physikalischen Maßsystem mißt man Leistungen in *Erg je Sekunde* (erg/s); größere Leistungseinheiten sind das **Watt** (W) und das **Kilowatt** (kW).

$$1 \text{ W} = 1 \text{ Joule/s}; \quad 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}.$$

Die *Dimension der Leistung* im physikalischen Maßsystem ist $[m \cdot l^2 \cdot t^{-3}]$.

Für die Umrechnung der Leistungseinheiten des einen Maßsystems in Einheiten des anderen gilt:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ Joule/s} = 10^7 \text{ dyn cm/s} \cong \frac{10^8}{981} \text{ kpm/s},$$

mithin:

$$1 \text{ W} \cong 0,102 \text{ kpm/s} \text{ oder } 1 \text{ kW} \cong 102 \text{ kpm/s},$$

$$1 \text{ kpm/s} \cong 9,81 \text{ W} = 0,00981 \text{ kW}.$$

Unter Benutzung der Leistungseinheit Watt wird die Arbeitseinheit Joule auch als **Wattsekunde** (Ws) bezeichnet:

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ Ws}.$$

Schiffsmaschinen leisten 10000 kW, große Lokomotiven etwa 1000 kW, die Motoren von Personenkraftwagen 25 kW und mehr. Die im Bau befindlichen Wasserkraftwerke an der Wolga werden Leistungen von über 2 Mill. kW aufweisen.

Die Leistung eines Menschen kann einige Sekunden hindurch 1 kW betragen. Beim gewöhnlichen Gehen (5 km/h) leistet ein Mensch mit einem Gewicht von 70 kp etwa 60 W. Beim Gehen wird Arbeit verrichtet, weil bei jedem Schritt der Schwerpunkt angehoben und der Körper beschleunigt werden muß. Bei sehr schnellem Gehen (7 km/h) ist die Leistung unverhältnismäßig viel größer, nämlich 200 W. Bei andauernder körperlicher Arbeit rechnet man die durchschnittliche Leistung des Menschen zu etwa 75 W.

3. Der Wirkungsgrad bei kraftumformenden Einrichtungen. Wir fanden, daß bei allen kraftumformenden Einrichtungen infolge der Reibung nicht die gesamte aufgewendete Arbeit bei der Arbeitsverrichtung ausgenutzt wird. Ein Teil der geleisteten Arbeit geht als Reibungsarbeit der mechanischen Nutzung verloren. Bezeichnet man die an einer kraftumformenden Maschine insgesamt aufgewendete Arbeit mit A_i und die Laufzeit der Maschine mit t , so gibt der Quotient $N_i = \frac{A_i}{t}$ die der Maschine zugeführte Leistung an. In der gleichen Zeit verrichtet die Maschine die mechanisch nutzbare Arbeit A_e . Den Quotienten $N_e = \frac{A_e}{t}$ bezeichnet man als *abgegebene Leistung* oder als *Nutzleistung*. Da A_e immer kleiner als A_i ist, ist auch $N_e < N_i$.

Der Quotient aus der abgegebenen und der zugeführten Leistung heißt der *Wirkungsgrad* η der Maschine:

$$\eta = \frac{N_e}{N_i}.$$

Der Wirkungsgrad η ist stets kleiner als 1; er wird häufig in Prozenten ausgedrückt. Die Angabe des Wirkungsgrades von Maschinen spielt in der Technik eine große Rolle. Der Wirkungsgrad technischer kraftumformender Einrichtungen liegt im allgemeinen zwischen 70 % und 90 %.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutere den Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen Arbeit und Leistung!
2. Ein Kraftwagen hat bei einer Zugkraft des Motors von 100 kp eine Geschwindigkeit von 40 km/h. Welche Arbeit verrichtet der Motor in 1 h, wenn die Reibung unberücksichtigt bleibt? Wie groß ist die Leistung des Motors?
3. Bei einer elektrisch angetriebenen Seilwinde wird durch den Motor auf das Antriebsrad ($\varnothing d = 720$ mm) eine tangential an dessen Peripherie angreifende Kraft von 4,5 kp übertragen. Nach 100 Umdrehungen des Antriebsrades hat die Winde eine Last von 64 kp um 12,5 m hochgehoben. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Vorrichtung, wenn man die Reibung vernachlässigt?
4. Bei Erdarbeiten schiebt ein Arbeiter eine mit Erde beladene Kipplore unter einem Kraftaufwand von 40 kp mit einer Geschwindigkeit von 0,2 m/s auf waagerechter Bahn 120 m vorwärts. Wie groß ist die verrichtete Arbeit, wie groß ist die Leistung?

§ 19. Die mechanische Energie

1. Energie der Lage. Ein besonderer Fall von Verschiebungsarbeit ist das Emporheben eines Körpers. Wird z. B. der Rammbar einer Dampfhamme, der ein Gewicht von 200 kp haben möge, um 1,5 m gehoben, so bedeutet dies eine Arbeit von $200 \text{ kp} \cdot 1,5 \text{ m} = 300 \text{ kpm}$.

Hebt man einen Körper mit einem Gewicht G um eine senkrechte Strecke h , so ist die aufgewendete Arbeit

$$A = G \cdot h.$$

Auf dem Erdboden stehen zwei gleiche Gewichtsstücke. Wir befestigen an dem einen Gewichtsstück eine Schnur und führen sie über eine möglichst reibungslose Rolle. An das andere Ende der Schnur hängen wir das andere Gewichtsstück, nachdem wir es um die Strecke $AB = h$ gehoben haben (Abb. 118).

Erteilen wir ihm einen kleinen abwärts gerichteten Stoß, so bewegt sich das Gewichtsstück bis auf den Erdboden und hebt dabei das andere Gewichtsstück ebenso hoch, wie es selbst absinkt. Es verrichtet dabei eine Arbeit, die ebenso groß ist wie die Arbeit, die zuvor an ihm aufgewendet worden ist.

Ein Körper erhält durch Emporheben die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten. Er empfängt **Energie der Lage** oder **potentielle Energie**. Dasselbe gilt für jede elastische Verformung der Körper.

Potentielle Energie ist die Fähigkeit eines Körpers, infolge seiner Lage oder infolge vorangegangener elastischer Verformungen Arbeit zu verrichten.

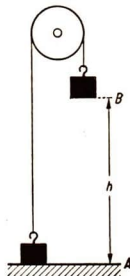


Abb. 118
Übertragung von
potentieller Energie

Man benutzt als Formelzeichen für die potentielle Energie W_{pot} . Ihre Dimension ist im technischen Maßsystem $[K \cdot l]$.

So besitzt ein gehobener Rammhämmer potentielle Energie. Auch in jeder gespannten Schraubenfeder ist potentielle Energie gespeichert.

Arbeit und Energie werden in gleichen Einheiten, in Kilopondmetern, gemessen. Sie sind aber begrifflich verschieden: Arbeit ist das Ergebnis eines zeitlich ablaufenden Vorganges, *Energie ist ein Zustand*, d. h. die *Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten*.

Wenn ein Körper mit dem Gewicht G die potentielle Energie $G \cdot h$ hat, so bezieht sich diese Angabe auf ein um h tiefer liegendes Niveau, in dem die Energie willkürlich gleich Null gesetzt wird.

2. Bewegungsenergie. Im Gegensatz zur Verschiebungsarbeit, bei der Kraft und Gegenkraft längs des Weges überall gleich groß sind, steht die Beschleunigungsarbeit. Bei dieser überwindet die wirkende Kraft nur den Trägheitswiderstand des Körpers und versetzt diesen in eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Dieser Fall liegt vor, wenn ein gehobener Rammhämmer fällt. Er vermag dann einen Pfahl in die Erde zu treiben, hat mithin die Fähigkeit erlangt, vermöge seiner Geschwindigkeit Arbeit zu verrichten. Wir wollen die Arbeitsfähigkeit eines sich bewegenden Körpers berechnen, und zwar sofort für den allgemeinen Fall, daß eine beliebige konstante Kraft P längs des Weges s auf einen frei beweglichen Körper mit der Masse m wirkt.

Die Zeit, in der der Weg s zurückgelegt wird, sei t , die erzielte Beschleunigung b und die Endgeschwindigkeit v . Da die Masse m und die Geschwindigkeit v für den bewegten Körper charakteristisch sind, drücken wir die geleistete Arbeit $P \cdot s$ durch m und v aus.

Aus $P = m \cdot b$ und $s = \frac{1}{2} b t^2$ ergibt sich

$$P \cdot s = \frac{1}{2} m b^2 t^2.$$

Setzt man hierin $b \cdot t = v$, so ist die Beschleunigungsarbeit

$$P \cdot s = \frac{1}{2} m v^2.$$

Der Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ heißt **Bewegungsenergie, Wucht** oder **kinetische Energie**. Sie ist gleichwertig der Arbeit $P \cdot s$, aus der sie gewonnen wurde. Ihr Formelzeichen ist W_{kin} .

Die Wucht eines Hammers treibt den Nagel in das Holz. Durch die kinetische Energie des Rammhämmer werden Pfähle in die Erde getrieben. Die Bewegungsenergie des zu Tal strömenden Wassers bewegt Mühlräder und Turbinen, die des Windes treibt Segelschiffe und Windräder.

3. Umwandlungen der Energiearten ineinander. Die potentielle Energie läßt sich in kinetische Energie und diese umgekehrt in potentielle Energie verwandeln.

Die Umwandlung von potentieller in kinetische Energie können wir mit Hilfe eines *Federwurfgerätes* nachweisen. Dieses Gerät besteht aus einem Rohr, welches an einem Ende mit einem Boden versehen ist. Das Rohr enthält eine Schraubenfeder, die mittels eines durch den Boden geführten Drahtes gespannt werden kann (Abb. 119). Eine Kugel, welche man auf die gespannte Schraubenfeder legt, wird beim Entspannen der Feder aus dem Rohr herausgeschleudert. Bei der Durchführung des Versuches wird das Federwurfgerät mit der Öffnung senkrecht nach oben befestigt. Durch Anziehen des Drahtes wird die Schraubenfeder unter Arbeitsaufwand gespannt. Ein Sperrstift hält sie in dieser Stellung fest. Die auf die Feder übertragene potentielle Energie kann man aus der Spannkraft P und aus der Federverkürzung s bestimmen (vgl. § 17,7). Die dabei verrichtete Arbeit ist

$$A = \frac{1}{2} P \cdot s.$$

Mithin ist auch die potentielle Energie

$$W_{pot} = \frac{1}{2} P \cdot s.$$

Nach dem Herausziehen des Sperrstiftes wird die Kugel senkrecht emporgeschleudert. Die größte erreichte Wurfhöhe h wird gemessen. Man errechnet die Anfangsgeschwindigkeit nach der für den senkrechten Wurf nach oben geltenden Gleichung

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Aus der Geschwindigkeit und der Masse der Kugel ergibt sich die kinetische Energie

$$W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2.$$

Vergleichen wir die gemessenen Werte der potentiellen und der kinetischen Energie miteinander, so findet man, daß W_{kin} angenähert gleich W_{pot} ist. Häufig sind die gemessenen Werte von W_{kin} infolge des Einflusses der Reibung etwas kleiner als die von W_{pot} .

Zur quantitativen Bestimmung der Energie eines fallenden Körpers führen wir folgenden Versuch aus:

An einer Federwaage mit einem Meßbereich von etwa 25 kp wird ein ungefähr 1 m langer Stahldraht befestigt, an dessen

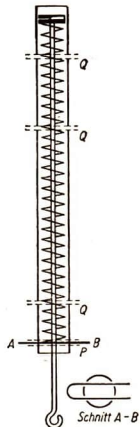


Abb. 119
Federwurfgerät zum
Vergleich potentieller
und kinetischer
Energie

Ende ein Körper mit einer Masse von 0,5 kg hängt (Abb. 120). Hebt man den Körper hoch und läßt ihn fallen, so zeigt ein an der Federwaage angebrachter Korkzeiger die maximale Zugkraft an, die auf die Federwaage eingewirkt hat. Aus der Zugkraft und der durch den Zug bewirkten Verlängerung der Feder läßt sich die Größe der potentiellen Energie bestimmen, die durch Umwandlung aus der kinetischen Energie des fallenden Körpers entstanden ist. Es ergibt sich z. B. bei einer Masse von 0,5 kg und einer Fallhöhe von 0,5 m eine maximale Zugkraft von 15 kp; der Korkzeiger wird dabei um 0,032 m verschoben. Die verrichtete Arbeit beträgt somit

$$A = \frac{P \cdot s}{2} = \frac{15 \text{ kp} \cdot 0,032 \text{ m}}{2} = 0,24 \text{ kpm}.$$

Beim Beginn des Falls hatte der Körper die potentielle Energie

$$W_{\text{pot}} = G \cdot h = 0,5 \text{ kp} \cdot 0,5 \text{ m} = 0,25 \text{ kpm}.$$

Es folgt daraus

$$A \approx W_{\text{pot}}.$$

Bei folgendem Versuch können wir den wiederholten Wechsel von potentieller und kinetischer Energie beobachten:

Auf einer dicken Glasplatte liegt eine kleine Stahlkugel mit dem Gewicht $G = m \cdot g$. Wir heben sie auf die Höhe h . Dadurch erhält sie die potentielle Energie $W_{\text{pot}} = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$ (Abb. 121). Dann lassen wir die Kugel zurückfallen. Ihre kinetische Energie $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$ ist dann gleich der potentiellen Energie in der Höhe h . Beim Aufprall der Kugel verformen sich die elastische Glasplatte und die Stahlkugel. Die Stahlkugel besitzt jetzt wieder wie eine zusammengedrückte Schraubenfeder potentielle Energie. Diese verwandelt sich in Bewegungsenergie, wodurch sie in äußerst kurzer Zeit die Kugel nach oben beschleunigt. Indem diese Bewegungsenergie Hubarbeit leistet, trägt sie die Kugel wieder fast bis zur Höhe h empor. Der gleiche Vorgang läuft von neuem ab.

In dem Augenblick, in dem die Kugel die Strecke $h_1 < h$ durchfallen hat, berechnen wir die Summe der beiden Energiearten. Es ist

$$W_{\text{pot}} = m g (h - h_1)$$

und

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot (\sqrt{2 g h_1})^2 = m \cdot g \cdot h_1,$$

wenn v_1 die erlangte Geschwindigkeit bedeutet. Durch Addition folgt:

$$W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = m \cdot g \cdot (h - h_1) + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h.$$

Dasselbe gilt für jede andere Höhe, die kleiner als h ist. Wir ersehen daraus, daß sich zwar die potentielle und die kinetische Energie mit der Höhe ändern, daß aber ihre Summe immer konstant bleibt.

$$W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = \text{const.}$$



Abb. 120
Versuchsanordnung zur Bestimmung der Energie eines fallenden Gewichtsstückes



Abb. 121
Eine Stahlkugel hüpft auf einer Glasplatte

4. Der Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie. Diese Beispiele lassen sich noch um zahlreiche andere vermehren. Immer wieder zeigt es sich, daß die Summe der potentiellen und der kinetischen Energie einen konstanten Wert besitzt. Potentielle und kinetische Energie werden gemeinsam auch *mechanische Energie* genannt. Das Ergebnis unserer Versuche und unserer Überlegungen fassen wir zusammen in dem Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie:

Bei einem Vorgang, bei dem man von Reibung und anderen äußeren Einflüssen absehen kann, bleibt die mechanische Energie erhalten. Kinetische und potentielle Energie setzen sich ineinander um. Ihre Summe ist konstant.

Bei jeder beschleunigten Bewegung eines Körpers wird potentielle Energie in Bewegungsenergie und bei jeder verzögerten Bewegung, die nicht unter dem Einfluß von Reibung oder unelastischer Verformung zustande kommt, Bewegungsenergie in potentielle Energie umgewandelt.

Erfahrungsgemäß nimmt die Summe der mechanischen Energien durch äußere Einflüsse, sei es durch Reibung oder durch den Widerstand des Mittels, ab. Wir finden, daß in diesen Fällen Wärme erzeugt wird. Wir erkennen daraus, daß ein enger Zusammenhang zwischen mechanischer Energie und Wärme besteht, auf den wir im § 40 noch näher eingehen werden.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Formen der mechanischen Energie unterscheidet man? In welchem Zusammenhang stehen diese Energieformen mit den Formen der mechanischen Arbeit?
2. Nenne Beispiele
 - a) für die Umwandlung potentieller in kinetische Energie,
 - b) für die Umwandlung kinetischer Energie in mechanische Arbeit,
 - c) für die Umwandlung kinetischer in potentielle Energie!
3. Welche Beschleunigungsarbeit verrichtet eine Lokomotive, wenn sie einen D-Zug mit einer Masse von $6 \cdot 10^6$ kg auf die Geschwindigkeit 20 m/s beschleunigt?

Beachte, daß die zu berechnende Arbeit gleich der Bewegungsenergie des D-Zuges ist! (Die Reibungsarbeit soll nicht berücksichtigt werden.)

4. Wie groß ist die Weglänge s , auf der ein Kraftwagen ($m = 300$ ME), der die Geschwindigkeit $v = 20$ m/s besitzt, nach Abstellen des Motors eine konstante Gegenkraft $P = 1500$ kp (z. B. die Reibung) überwinden kann?
5. Welche kinetische Energie besitzt ein Stein mit einer Masse von 5 kg beim Aufschlagen, wenn man ihn von einem 50 m hohen Turm herabfallen läßt?
6. Wie groß ist die Leistung eines Wasserfalles, bei dem in jeder Sekunde 200 m³ Wasser aus einer Höhe von 100 m herunterfallen?
7. Wie groß ist die kinetische Energie eines Eisenbahnzuges mit einer Masse von $8 \cdot 10^5$ kg bei einer Geschwindigkeit von 20 m/s?

V. Elastische Verformungen fester Körper

§ 20. Elastische Verformungen – Das Hookesche Gesetz

1. Elastische Verformungen – Die Verlängerung einer Schraubenfeder. Wir haben erfahren, daß feste Körper unter dem Einfluß von Kräften ihre Form ändern können. Viele von ihnen nehmen nach der Verformung wieder ihre ursprüngliche Gestalt an. Diese Körper sind *elastisch*. In § 5,3 haben wir bereits erfahren, daß man die Elastizität von Schraubenfedern zu Kraftmessungen verwendet. Die Elastizität fester Körper wie Stahl und Elfenbein läßt sich weiterhin an dem Fall einer Stahl- bzw. Elfenbeinkugel auf eine berußte Stahlplatte nachweisen (vgl. § 19,3). Die großen Rußflecke auf der Kugel nach dem Aufprall haben ihre Ursache in einer vorübergehenden Verformung, hier einer Abplattung der Kugel.

Eingespannte oder aufgelegte Stahlstäbe, Holzleisten oder Pappstreifen biegen sich bei Belastung durch. Entfernt man die Belastung, so nehmen die Körper wieder ihre ursprüngliche Gestalt an.

Klemmt man diese Gegenstände einseitig ein und dreht sie am freien Ende um ihre Längsachse, so werden sie in sich verdreht oder, wie man auch sagt, *gedrillt*. Hört die Kraft auf zu wirken, so nimmt der elastische Körper wieder seine ursprüngliche Form an.

Nicht immer geschieht dies unmittelbar nach Aufhören der Kraftwirkung, sondern vielfach erst im Laufe einer gewissen Zeit. Man bezeichnet ein derartiges Verhalten als *elastische Nachwirkung*.

Wir untersuchen den Zusammenhang zwischen der wirkenden Kraft und der Verlängerung einer Schraubenfeder quantitativ. Bei der Schraubenfeder erfährt der Draht der Feder an sich keine Dehnung, sondern eine aus Biegung und Drillung zusammengesetzte Verformung. Wir befestigen die Feder an einem Stativhaken und belasten sie mit Gewichtsstücken. Die Verlängerung messen wir mittels eines senkrecht aufgestellten Maßstabes, eines *Vertikalmaßstabes*, der mit einem verschiebbaren Zeiger versehen ist (Abb. 122). Dabei wird der Maßstab so gestellt, daß die Zahlen nach unten wachsen. Dann belasten wir die Feder der Reihe nach mit 1, mit 2, mit 3 und mehr Gewichtsstücken gleicher Größe und ermitteln jedesmal die Zeigerstellung. Die Meßergebnisse tragen wir in eine Tabelle ein. Die Verlängerung der Feder wird dabei mit s bezeichnet.

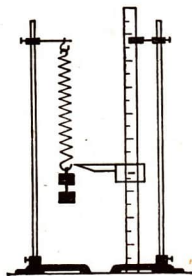


Abb. 122

Nachweis der elastischen Verlängerung einer Schraubenfeder

*Abhängigkeit der Verlängerung
einer Schraubenfeder von der Belastung*

Be- lastung (<i>P</i>) <i>p</i>	Zeiger- stellung <i>cm</i>	Gesamt- verlänge- rung (<i>s</i>) <i>cm</i>	Zuwachs der Ver- längerung <i>cm</i>	$\frac{P}{s}$ <i>p/cm</i>
0	52,1	0,0	0,0	—
50	53,6	1,5	1,5	33,3
100	55,1	3,0	1,5	33,3
150	56,7	4,6	1,6	32,6
200	58,2	6,1	1,5	32,8
250	59,8	7,7	1,6	32,5

Stellt man die Versuchsergebnisse graphisch dar, so erhält man eine Gerade (Abb. 123).

Man erkennt daraus, daß die Werte $\frac{P}{s}$ angenähert konstant sind, und kommt zu dem Ergebnis:

Die elastische Verlängerung einer Schraubenfeder ist der angreifenden Kraft proportional:

$$P \sim s.$$

Dieser Satz ist ein Sonderfall des **Hookeschen Gesetzes**¹, das wir in seiner Allgemeingültigkeit im nächsten Abschnitt kennenlernen werden. Multipliziert man *s* mit $k = 32,9$ p/cm, so kann man an Stelle des Proportionalitätszeichens das Gleichheitszeichen setzen:

$$P = 32,9 \cdot s.$$

Wir können also allgemein schreiben

$$P = k \cdot s.$$

Dabei ist *k* eine die Feder kennzeichnende Konstante, die vom Material abhängig ist. Man bezeichnet sie daher als *Federkonstante*. Sie ist zahlenmäßig gleich der Kraft, die die Feder um eine Längeneinheit dehnt.

2. Die Dehnung – Das allgemeine Hookesche Gesetz. Wir untersuchen nunmehr die Dehnung von Drähten verschiedener Länge und verschiedenen Querschnitts und benutzen dazu die in Abb. 124 dargestellte

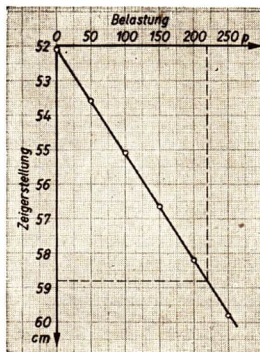


Abb. 123

Graphische Darstellung zur elastischen Verlängerung einer Schraubenfeder

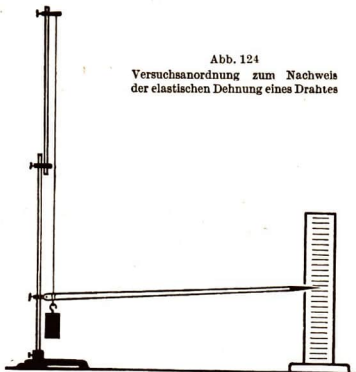


Abb. 124

Versuchsanordnung zum Nachweis der elastischen Dehnung eines Drahtes

¹ Robert Hooke (1635–1703), englischer Physiker, Zeitgenosse Newtons. Er erfand die Federunruh der Taschenuhr.

Versuchsanordnung. Wir verwenden zunächst einen Kupferdraht mit einem Durchmesser von 0,3 mm. Sein Querschnitt beträgt etwa 0,07 mm². Die Länge des eingespannten Drahtes sei $l = 800$ mm. Wir belasten ihn nacheinander mit 50 p, 100 p, 150 p, 200 p und lesen jeweils die Zeigerausschläge ab. Aus dem Übersetzungsverhältnis des Zeigers, das bei dem verwendeten Zeiger etwa 1:80 beträgt, läßt sich errechnen, daß einer Zunahme der Belastung um je 50 p immer dieselbe Zunahme der Drahtlänge um etwa 0,056 mm entspricht. Bei Fortnahme der Gewichte gehen die Zeigerausschläge wieder auf den ursprünglichen Stand zurück. Wir folgern daraus, daß die durch die Belastung verursachte elastische Verlängerung Δl des Drahtes der Belastung P proportional ist:

$$\Delta l \sim P.$$

Wir ändern nunmehr den Versuch ab, indem wir die belastete Drahtlänge von 800 mm auf 900 mm, sodann auf 1000 mm vergrößern. In demselben Maße nehmen auch die beobachteten Verlängerungen zu. Es ergibt sich, daß die Verlängerung des Drahtes der ursprünglichen Länge proportional ist:

$$\Delta l \sim l.$$

Nunmehr wiederholen wir den Versuch mit einem 800 mm langen Draht, dessen Durchmesser 0,6 mm beträgt. Sein Querschnitt ist mithin 0,28 mm², d. h. das Vierfache des Querschnitts des bisher verwendeten Drahtes. Es ist festzustellen, daß die durch die gleichen Belastungen hervorgerufenen Verlängerungen nur noch ein Viertel der ursprünglichen Werte betragen. Wir schließen aus diesen Versuchen: Die Verlängerung eines Drahtes ist seinem Querschnitt umgekehrt proportional:

$$\Delta l \sim \frac{1}{F}.$$

Zusammenfassend ist festzustellen:

Die durch eine Belastung hervorgerufene elastische Verlängerung eines Drahtes ist der spannenden Kraft und der Drahtlänge direkt proportional, dem Drahtquerschnitt umgekehrt proportional.

$$\Delta l \sim \frac{P \cdot l}{F}.$$

Die auf die Längeneinheit bezogene Verlängerung $\delta = \frac{\Delta l}{l}$ bezeichnet man als **Dehnung**.

Es hat sich herausgestellt, daß die hier festgestellte Abhängigkeit der Größe einer elastischen Formänderung von der Größe der sie verursachenden Kraft keineswegs auf Längenänderungen beschränkt ist, sondern ganz allgemein für jede Art einer elastischen Verformung gilt. Es ergibt sich damit das allgemeine **Hookesche Gesetz**:

Die Größe einer elastischen Formänderung ist der Größe der formändernden Kraft proportional.

Setzt man die Dehnungsversuche an Drähten verschiedenen Materials mit größeren Kräften fort, so sind die gemessenen Verlängerungen oberhalb bestimmter Kraftwerte der Kraft nicht mehr proportional. Das Hookesche Gesetz gilt nur in einem vom Material abhängigen Größenbereich und auch innerhalb dieses Bereiches nur mit einer bestimmten Annäherung. Verhält sich ein Körper

streng nach dem Hookeschen Gesetz, so bezeichnet man ihn als *vollkommen elastisch*. In Wirklichkeit gibt es keine „vollkommen elastischen“ Körper. Daß in der Physik dennoch von derartigen Körpern gesprochen wird, hängt damit zusammen, daß die Abweichungen des Verhaltens wirklicher Körper vom Verhalten des gedachten „vollkommen elastischen“ Körpers unter Umständen so gering sind, daß man den Betrachtungen das Verhalten des „vollkommen elastischen“ Körpers zugrunde legen kann. Man sieht dabei von anderen Eigenschaften ab, man *abstrahiert* von ihnen. Der „vollkommen elastische“ Körper ist genau so eine Abstraktion von der Wirklichkeit wie der *starre Körper*.

Manche Körper, z. B. *Gummischläuche*, sind wohl *elastisch*, das heißt, sie nehmen nach beendigter Verformung ihre ursprüngliche Form wieder an. Aber sie sind nicht „vollkommen elastisch“, das heißt, die elastische Verlängerung ist der Kraft nicht mehr proportional.

3. Der Elastizitätsmodul. Es ist zweckmäßig, die oben abgeleitete Proportionalität

$$\Delta l \sim \frac{P \cdot l}{F}$$

durch Einführen des *Elastizitätskoeffizienten* ε in eine Gleichung überzuführen. Man setzt

$$\Delta l = \varepsilon \frac{P \cdot l}{F}.$$

ε ist eine *Materialkonstante*. Sie ist zahlenmäßig gleich der Verlängerung, die ein Drahtstück mit einer Länge von 1 mm und einem Querschnitt von 1 mm² bei Belastung mit 1 kp erfährt. In der Technik rechnet man mit dem reziproken Wert von ε , dem *Elastizitätsmodul*:

$$E = \frac{1}{\varepsilon}.$$

Es ist dann

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{P \cdot l}{F}$$

oder

$$E = \frac{P \cdot l}{F \cdot \Delta l}.$$

Der Elastizitätsmodul gibt theoretisch die in kp/mm² gemessene Zugspannung an, die eine Verlängerung der ursprünglichen Länge auf das Doppelte bewirken würde, wenn das Material eine solche Beanspruchung verträgt. Die meisten Stoffe halten dem aber nicht stand.

Wir können aus den an Kupferdrähten durchgeführten Versuchen, die in Abschnitt 2 beschrieben wurden, den Elastizitätsmodul des Kupfers berechnen. Bei Dehnung eines 800 mm langen Kupferdrahtes mit einem Querschnitt von 0,07 mm² ($\varnothing$ 0,3 mm) durch eine Kraft von 0,100 kp wird aus dem Zeigerausschlag eine Drahtverlängerung von 0,0912 mm errechnet. Danach ergibt sich:

$$E = \frac{P \cdot l}{F \cdot \Delta l} = \frac{0,1 \text{ kp} \cdot 800 \text{ mm}}{0,07 \text{ mm}^2 \cdot 0,0912 \text{ mm}} \approx 12500 \text{ kp/mm}^2.$$

Vergleiche dazu die auf Seite 94 wiedergegebene Tabelle!

Hat ein Stoff einen großen Elastizitätsmodul, so sind zum Hervorrufen kleiner Längenänderungen große Zugkräfte notwendig.

Der physikalische Begriff *elastisch* bedeutet, wie wir gesehen haben, etwas anderes als der gleiche Begriff der Umgangssprache. Als „elastisch“ bezeichnet man in der Umgangssprache häufig leicht verformbare Stoffe, die nach Aufhören der Ursache der Verformung ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen, z. B. Kautschuk. Jedoch sind leicht verformbare Körper nicht immer elastisch und elastische Körper nicht immer leicht verformbar.

4. Die Biegung. Eine andere Art der elastischen Verformung ist die *Biegung*. *Blattfedern, Balken* und eiserne *Träger* werden auf Biegung beansprucht. Bezüglich der Befestigung eines belasteten Trägers hat man zu unterscheiden, ob der Träger einseitig festgeklemmt ist oder an beiden Enden frei aufliegt (Abb. 125). Die verschiedenen Möglichkeiten einer Biegung können jedoch sämtlich auf die Durchbiegung eines einseitig festgeklemmten Stabes zurückgeführt werden.

Bei der Biegung eines Stabes von rechteckigem Querschnitt erfahren die Schichten, die auf der konvex gebogenen Seite des Stabes liegen, eine Verlängerung. Die Schichten auf der konkaven Seite werden verkürzt. In der Mitte liegt eine Schicht, deren Länge sich bei der Biegung nicht ändert. In der Technik führt diese Schicht den Namen *neutrale Faser*.

Bei der Biegung spielt die *Massenverteilung im Querschnitt* eine Rolle. Röhren zeigen eine geringere Durchbiegung als massive Stäbe gleicher Länge und gleichen Gewichts. Der aus Röhren hergestellte Fahrradrahmen ist wesentlich widerstandsfähiger als ein Gestell aus massiven Rundstäben von gleichem Gewicht. Dasselbe gilt für *T- und U-Träger* (Abb. 126).

Versuche an einseitig festgeklemmten elastischen Stäben haben ergeben, daß die Senkung s des freien Endes, der *Biegungspfeil*, der angreifenden Kraft und der dritten Potenz der Länge des Stabes proportional ist:

$$s \sim P \cdot l^3.$$

Die Proportionalität zwischen Biegungspfeil und Kraft bestätigt das Hookesche Gesetz für die Biegung.

Einseitig eingeklemmte Metallfedern können ebenso wie Schraubenfedern zur statischen Messung von Kräften Anwendung finden. Zur Messung sehr kleiner Kräfte dienen Mikrowaagen, bei denen ein elastischer, einseitig eingespannter Quarzfaden am freien Ende belastet wird.

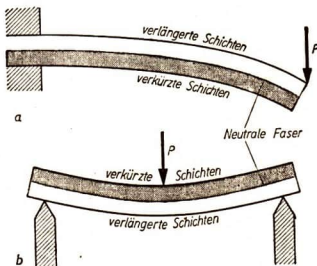
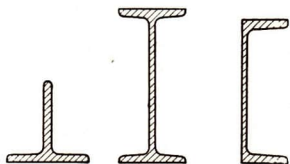


Abb. 125. Biegung a) eines einseitig eingeklemmten, b) eines aufliegenden Stabes



a) T-Träger b) Doppel-T-Träger c) U-Träger
Abb. 126. Schnitt durch einen Profilträger

5. Drillung (Torsion)¹. Wirkt auf das freie Ende eines einseitig eingeklemmten Stabes ein axiales Drehmoment, so wird der Stab in sich verdreht. Dabei wird jeder Querschnitt etwas gegen seinen Nachbarquerschnitt gedreht. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Drillung* oder *Torsion*. Wird das freie Ende des Drahtes oder Stabes um dessen Längsachse gedreht, so beobachtet man, daß sich die Drillung über die Gesamtlänge des Stabes gleichmäßig verteilt. Der Winkel, um den ein bestimmter Querschnitt gegen den Querschnitt am festen Ende gedreht erscheint, ist der Entfernung vom festgehaltenen Ende und dem Drehmoment der einwirkenden Kraft proportional.

Wird die Drillung an einem elastischen Körper vorgenommen, so nimmt der Körper nach Aufhören der Kraftwirkung wieder seine ursprüngliche Gestalt an.

Biegungs- und Torsionselastizität kommen bei allen Schraubenfedern zugleich zur Wirkung. Torsion tritt stets an Wellen von Maschinen auf. Auch an Schrauben, Bohrern, Drehbänken ist sie zu beachten (Abb. 127).

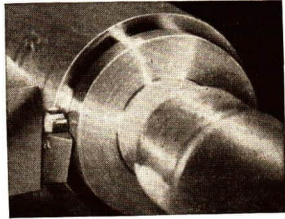


Abb. 127. Eine Welle wird bei der Bearbeitung auf der Drehbank auf Torsion beansprucht, da der Drehstuhl in tangentialer Richtung an dem Werkstück angreift.

6. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Fälle der Verformung fester Körper kann man unterscheiden? Nenne Beispiele für das Auftreten derartiger Verformungen in der Technik!
2. Welches Verhalten der festen Körper wird als „elastisch“, welches als „vollkommen elastisch“ bezeichnet?
3. Was versteht man unter elastischer Nachwirkung?
4. Erkläre die Vorgänge bei der Biegung eines Stabes! Aus welchem Grunde hat die „neutrale Faser“ ihren Namen erhalten?
5. Was wird durch den Elastizitätsmodul E ausgedrückt? In welcher Maßeinheit wird er in der Technik angegeben?
6. Aus welchem Grunde kann die elastische Verformung zu statischen Messungen von Kräften angewendet werden? Nenne solche Anwendungen!
7. Aus welchem Grunde ist es unzulässig, freitragende Balken über ein bestimmtes Maß hinaus zu verlängern?

§ 21. Unelastische Verformungen

Materialeigenschaften fester Körper

1. Die Überschreitung der Elastizitätsgrenze. Mit der in Abb. 128 dargestellten Versuchsanordnung kann man die *unelastische Dehnung* von Drähten nachweisen. Man befestigt einen Draht unter Zwischenschalten einer Federwaage an zwei kräftigen Rundhölzern. Die



Abb. 128. Gerät zum Nachweis der unelastischen Dehnung eines Drahtes

¹ torquère (lat.) = drehen, drillen

Meßstrecke wird durch zwei Papiermarken festgelegt und der Querschnitt des Drahtes bestimmt. Das eine Rundholz wird mit den Füßen auf den Boden gedrückt, das andere mit den Händen hochgestemmt. Beim Überschreiten der *Elastizitätsgrenze* beobachtet man, daß sich der Draht ohne merklichen Kraftzuwachs verlängert. Er *fließt*. Wird die Kraft weiter gesteigert, so wird schließlich die *Festigkeitsgrenze* überschritten, der Draht reißt. Aus den Stücken kann man die Verlängerung des Drahtes und damit seine *Dehnbarkeit* bestimmen. Mittels eines Korkstückchens, das in den Schlitz der Federwaage geklemmt wird, kann die größte wirksam gewesene Zugkraft gemessen werden. Aus dieser und dem Drahtquerschnitt läßt sich die *Zugfestigkeit* ermitteln. Man versteht darunter den Quotienten aus der größten wirkenden Zugkraft und dem Querschnitt, gemessen in kp/mm^2 .

Man kann die Formänderungen auch an einem gezogenen Stahlstab (Abb. 129) veranschaulichen. Ein *Probestab* von genormter Form wird in eine *Zerreißmaschine* (Abb. 130) eingespannt, die auf einem Papierstreifen die jeweils wirkenden Kräfte und die zugehörigen Längenänderungen selbsttätig aufzeichnet. Auf diese Weise erhält man eine Kurve der untenstehenden Art (Abb. 131). Auf der Ordinatenachse sind die stets auf den ursprünglichen Querschnitt F_0 bezogenen *Zugspannungen* $\sigma = \frac{P}{F_0}$ aufgetragen, auf der Abszissenachse die *Dehnungen* $\delta = \frac{\Delta l}{l_0}$, das sind die Verhältnisse der Verlängerungen zur ursprünglichen Länge. Der Linienzug *APEFBZ* ist das *Spannungs-Dehnungs-Diagramm* mit seinen charakteristischen Punkten.

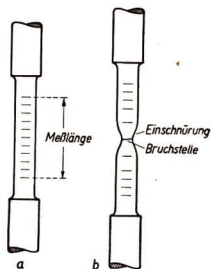


Abb. 129

Probestab für Zerreißversuche

- a) vor dem Zugversuch,
b) nach dem Zugversuch

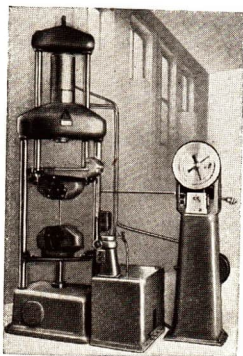


Abb. 130.
Zerreißmaschine
zur Prüfung von
Zug- und Druck-
festigkeit. Her-
gestellt vom
VEB Werkstoff-
prüfmaschinen
Leipzig

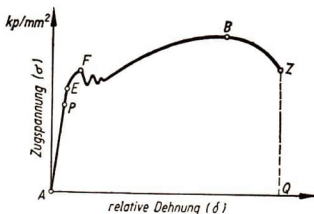


Abb. 131

Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Flußstahl

Die Spannungs-Dehnungs-Kurve läuft von A bis P geradlinig und zeigt die Verhältnissgleichheit zwischen Dehnung und Spannung. Man bezeichnet P als *Proportionalitätsgrenze*. Über P hinaus nehmen die Dehnungen bei gleichmäßig wachsender Zugkraft etwas schneller zu als bisher. Wird die *Elastizitätsgrenze* (E) überschritten, so bleiben meßbare Formveränderungen zurück. In F ist die *Streckgrenze* erreicht. Von hier an nimmt die Dehnung außerordentlich stark zu, ohne daß sich die Zugkraft merklich ändert. Sie schwankt um eine Mittellage. Eine Rückbildung tritt bei zurückgehender Belastung nicht wieder ein. Der Stab *streckt* sich, er *fließt*. Er ist jetzt *plastisch* geworden. Zur weiteren Streckung muß die Zugkraft gesteigert werden. Die Dehnung wächst jetzt im Vergleich zur Zugkraft erheblich schneller. In B erreicht die Zugkraft ihr Maximum. Der Stab schnürt sich an einer schwachen Stelle ein und zerreißt, obwohl die Zugkraft wieder abnimmt. Die *Zugfestigkeit* σ_B , auch *Bruchspannung* genannt, ergibt sich als Quotient aus der maximalen Zugkraft P_{max} und dem ursprünglichen Querschnitt F_0 :

$$\sigma_B = \frac{P_{max}}{F_0}.$$

Die hierbei vorhandene Dehnung heißt *Bruchdehnung*. Sie ist das Verhältnis der gesamten bis zum Bruch eingetretenen Verlängerung der Meßstrecke Δl_{max} zur ursprünglichen Länge l_0 der Meßstrecke:

$$\delta_B = \frac{\Delta l_{max}}{l_0}.$$

An einer Stahlkonstruktion dürfen bei einer Belastung keine bleibenden Formveränderungen auftreten. Die zulässige Beanspruchung wird daher nach der Streckgrenze bemessen. Die Güte des Stahles ist somit vom Verhältnis seiner Streckgrenze zu seiner Zugfestigkeit abhängig. Je höher seine Streckgrenze im Vergleich zu seiner Zugfestigkeit liegt, um so wertvoller ist der Stahl.

Der Inhalt der Fläche *APEFBZQA* ist ein Maß für die beim Strecken aufgewendete Arbeit. Je größer die angegebene Fläche ist, um so größer ist die Güte des Stoffes und seine Widerstandsfähigkeit gegen Stöße bzw. gegen Zerreißen beim Drücken und beim Ziehen des Materials. Die für die einzelnen Werkstoffe geltenden amtlichen Mindestwerte für Zugfestigkeit, Bruchdehnung, Streckgrenze sind in den *DIN-Blättern* festgelegt. Aufgabe der *Materialprüfung* ist es, die Produktion laufend in dieser Hinsicht zu überprüfen und ungeeignetes Material von der Weiterverarbeitung auszuschließen.

Die Überwachung der Materialprüfung und der Innehaltung der geltenden gesetzlichen Bestimmungen liegt in der Deutschen Demokratischen Republik in den Händen des Amtes für Material- und Warenprüfung. Durch ständige Weiterentwicklung der Prüfmethoden wird die Qualität der Erzeugnisse unserer Werke immer mehr gesteigert werden.

In besonderen Fällen, z. B. bei Förderseilen, Dampfkesseln usw., wird nur ein amtlich festgelegter Bruchteil der Festigkeitswerte als *Höchstbelastung* zugelassen. Man setzt einen *Sicherheitsfaktor* fest. So darf z. B. ein 33 mm dickes Aufzugseil eines Personenaufzuges, das aus 366 Stahldrähten mit einem Gesamtquerschnitt von 414 mm² besteht, nur mit höchstens 3100 kp belastet werden, obwohl es bei einer Zugfestigkeit von 150 kp/mm² je Draht eine Last von 62000 kp gerade noch tragen würde. Dem entspricht der Sicherheitsfaktor 20.

In der Tabelle sind die elastischen Konstanten einiger häufig verwendeter Stoffe angegeben.

Elastische Konstanten

Stoff	Elastizitätsmodul (E) kp/mm ²	Zugfestigkeit (σ_B) kp/mm ²
Stahl	21 900	38 ... 190
Kupfer	12 000	40 ... 45
Aluminium	7 400	17 ... 27
Messing	10 500	50 ... 61
Blei	1 700	1,7 ... 2,2
Glas	8 000	
Holz (parallel zur Faser)	900 ... 1 300	7 ... 13

2. Materialeigenschaften fester Körper. In der Umgangssprache bezeichnet man Körper als *spröde*, wenn bei einer Verformung Zerstörung eintritt, bevor sich der Körper unelastisch ver-

formt. Man nennt Körper *plastisch*, wenn ihre Form vor der Zerstörung beliebig verändert werden kann. Körper, die einer bleibenden Formänderung großen Widerstand entgegensetzen, ohne daß der Zusammenhang der Teile zerstört wird, heißen *zäh*.

Diese Materialeigenschaften hängen mit den *elastischen Konstanten*, dem Elastizitätsmodul, der Elastizitätsgrenze und der Zugfestigkeit zusammen.

Als Beispiel für die Verformung eines spröden Körpers machen wir einen Dehnungsversuch mit einem Glasfaden (vgl. Abb. 128). Der Glasfaden zerreißt bei einem Zug von etwa 20 kp/mm². Die Bruchstücke zeigen gegenüber der ursprünglichen Länge des Fadens keine Verlängerung. Die Elastizitätsgrenze und die Festigkeitsgrenze fallen zusammen. Der Faden zeigt keine unelastische Dehnung. Das Glas ist spröde. Auch beim Biegen eines Glasfadens bis zum Bruch wird keine unelastische Verformung der Bruchstücke beobachtet.

Spröde Stoffe sind außer Glas die meisten Gesteine, von den Gebrauchsmetallen vor allem Gußeisen. Diese Eigenschaft muß bei der Verwendung gußeiserner Gegenstände berücksichtigt werden.

Führt man einen Dehnungsversuch mit weichem Eisendraht, mit Blumendraht, aus, so beobachtet man vor dem Zerreißen eine starke unelastische Verlängerung. Eisen ist *dehnbar*. Zu den dehnbaren Stoffen gehören die meisten Metalle. Dehnbare Stoffe sind außerdem *biegsam*.

Ein Dehnungsversuch gleicher Art mit Stahldraht ergibt, daß die Kräfte, die zum Erreichen einer bestimmten bleibenden Verlängerung aufgewendet werden müssen, im Vergleich mit einem weichen Eisendraht gleicher Abmessungen bedeutend größer sein müssen. Stahl ist ein Beispiel für einen zähen Stoff.

Diese Materialeigenschaften hängen in hohem Maße von der Temperatur ab. Ein hoch erhitztes Glasstäbchen ist leicht dehnbar und biegsam. Blei besitzt bei der Temperatur der flüssigen Luft (etwa bei -190°C) die Eigenschaften spröder Stoffe.

Manche Stoffe verhalten sich wie spröde Stoffe, wenn sie *ruckartig*, z. B. durch Schlag oder Stoß, verformt werden, wie z. B. Schusterpech und Asphalt. Bei lang andauernder Krafteinwirkung lassen sie sich jedoch plastisch verformen. Diese Stoffe zeigen splittrigen Bruch bei Schlag oder Stoß. Legt man sie in ein Gefäß, so nehmen sie nach längerer Zeit dessen Form an. Auch Glas zeigt bis

zu einem gewissen Grade diese Eigenschaft, die bei der Herstellung großer Hohlspiegel besonders beachtet werden muß. Sie setzt der GröÙe derartiger Spiegel eine Grenze.

3. Härte. In der Mineralogie wird die *Härte* zweier Stoffe danach beurteilt, welcher der beiden Stoffe den anderen leichter ritzt als umgekehrt. Gebräuchlich ist die *Härteskala* nach *Mohs*, deren Stufen (1 bis 10) durch folgende Mineralien charakterisiert werden:

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. Talk | 6. Feldspat |
| 2. Gips | 7. Quarz |
| 3. Kalkspat | 8. Topas |
| 4. Flußspat | 9. Korund |
| 5. Apatit | 10. Diamant |

Dieses Verfahren zeigt Mängel. Eine genauere Unterscheidung ist nicht möglich, da beim Ritzen auch die Schärfe der Kante bzw. Spitze eine Rolle spielt.

In der Technik ist ein viel verwendetes Verfahren zur Bestimmung der Härte üblich, das nach seinem Erfinder *Brinell* benannt ist (Abb. 132). Eine Stahlkugel bestimmter Abmessung wird gegen die Oberfläche des Prüfstückes gedrückt. Aus der Fläche des Eindruckes und dem Radius der Kugel wird die *Brinellhärte* in kp/mm^2 errechnet (Abb. 133).

4. Fragen und Aufgaben:

1. Wie verhält sich ein Stahldraht bei zunehmender Zugbelastung?
2. Was versteht man unter den Begriffen Proportionalitätsgrenze, Elastizitätsgrenze, Fließgrenze, Zerreißgrenze?
3. Warum dürfen Kraftmesser, die auf elastischen Verformungen beruhen, nicht überlastet werden? Wo liegt die Grenze ihrer Belastbarkeit?
4. Wie kann man Materialeigenschaften fester Körper durch deren Verhalten bei einer Belastung erklären? Nenne Beispiele für diese Materialeigenschaften!
5. Nenne Beispiele für den Einfluß der Temperatur auf die Materialeigenschaften fester Körper!
6. Was wird durch den Sicherheitsfaktor bei der Verwendung von Baumaterialien ausgedrückt?
7. Was versteht man unter der Festigkeit eines Stoffes, was unter der Härte?

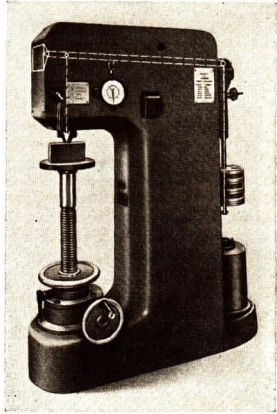
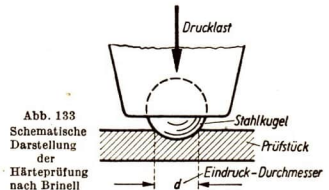


Abb. 132. Prüfmaschine zur Bestimmung der Härte nach Brinell, hergestellt vom VEB Werkstoffprüfmaschinen Leipzig. Durch das schematisch dargestellte Gestänge wird die Übertragung der Wirkkraft auf die Druckstelle wiedergegeben. Die Größe der Kraft wird mittels eines Zeigers an einer Skala abgelesen.



VI. Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

§ 22. Ausbreitung des Druckes in Flüssigkeiten

1. Leicht- und schwerflüssige Körper. Flüssigkeiten zeichnen sich im Gegensatz zu den festen Körpern durch leichte Verschiebbarkeit ihrer Teilchen gegeneinander aus. Bei Gasen ist die Verschiebbarkeit noch größer. Die Größe der Verschiebbarkeit schwankt bei Flüssigkeiten in weiten Grenzen. *Leichtflüssige Körper* haben eine geringe Zähigkeit oder *innere Reibung*. *Schwerflüssige Körper* haben dagegen eine große Zähigkeit. Leichtflüssig sind unter anderem Äther, Benzin, Wasser, Petroleum; schwerflüssig z. B. Glyzerin, Sirup, Teer, Asphalt. Wir beschränken uns im folgenden auf die leichtflüssigen Körper.

2. Die Oberfläche der Flüssigkeiten. Infolge der leichten Beweglichkeit der Teilchen haben Flüssigkeiten keine eigene Gestalt. Da sie wie alle Körper der Schwerkraft unterliegen, besitzen sie bei nicht zu großer Ausdehnung eine nahezu ebene, horizontale Oberfläche. Andernfalls würden die leicht beweglichen kleinsten Teilchen auf den geneigten Stellen der Oberfläche so lange abwärts gleiten, bis sie die tiefstmögliche Lage eingenommen haben.

Man kann dieses Verhalten von Flüssigkeiten modellartig mittels feinkörnigen, trockenen Sandes oder noch besser mit Bärlappsporen darstellen. Füllt man Sand in ein Glas und klopft leicht gegen die Wandung, so verschieben sich die Sandkörnchen so lange, bis die Oberfläche annähernd horizontal ist. Gleichgewicht herrscht dann, wenn die Resultierende aller auf ein Teilchen wirkenden Kräfte senkrecht zur Oberfläche steht. Die Oberfläche ausgedehnter Flüssigkeiten, z. B. die des Meeres, ist gekrümmt, denn die Schwerkraft ist an jeder Stelle nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet.

3. Druckkraft und Druck. In einem Gefäß ist eine Flüssigkeit oder ein Gas enthalten. Ein beweglicher Kolben schließt das Gefäß oben ab (Abb. 134). Wirkt auf den Kolben eine Kraft mit dem Betrage P , so bewegt er sich so weit nach unten, bis die Flüssigkeit oder das Gas mit gleicher Kraft gegen den Kolben drückt. Die Druckkraft verteilt sich gleichmäßig auf die ganze untere Fläche des Kolbens.

Der Quotient aus der Druckkraft und der gedrückten Fläche heißt **Druck**. Er wird gemessen durch die auf 1 cm^2 der gedrückten Fläche ausgeübte Druckkraft.

$$p = \frac{P}{F}.$$

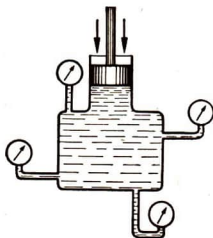


Abb. 134. Wirkung des Kolbendruckes auf eine abgeschlossene Flüssigkeits- bzw. Gasmenge

Man bezeichnet einen Druck, der von außen her auf die Flüssigkeit ausgeübt wird, als *Kolbendruck*.

Die Begriffe Druck und Druckkraft müssen streng auseinandergehalten werden. Im technischen Maßsystem ist die *Einheit des Druckes* die **technische Atmosphäre** (at).

$$1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2.$$

Der Druck ist wie die Druckkraft ein Vektor. Seine Dimension im technischen Maßsystem ist $[K \cdot l^{-2}]$.

4. Ausbreitung eines Druckes. Wir verbinden zwei Kolbenprober gleichen Querschnitts mittels eines Schlauches und füllen sie mit Wasser (vgl. Abb. 135). Belastet man den einen Kolben mit 200 p, so muß der andere ebenfalls mit 200 p belastet werden, wenn Gleichgewicht zwischen beiden Kolben herrschen soll. Wir führen den Versuch noch einmal durch, verwenden aber zwei Kolbenprober, bei denen der Querschnitt des einen Kolbenprobers dreimal so groß wie der des anderen ist (Abb. 135). Belasten wir den engen Kolbenprober mit 200 p, so muß der weite im Falle des Gleichgewichts mit 600 p belastet werden. Dies erklärt sich in folgender Weise:

Wird auf einen Kolben eine Druckkraft ausgeübt, so drücken die Flüssigkeitsteilchen unter dem Kolben auf die anliegenden Teilchen. Diese übertragen die Kraft wieder auf andere usw., so daß sich der Druck im Inneren der Flüssigkeit bis zu den Wandflächen ausbreitet. Dabei wollen wir das Eigengewicht der Flüssigkeit vernachlässigen. Wegen der leichten Verschiebbarkeit und der Elastizität der Teilchen muß der Druck überall gleich groß sein. Andernfalls würden sich die Teilchen so lange verschieben, bis Gleichgewicht herrscht. So ergibt sich das *Gesetz von der gleichmäßigen Druckausbreitung*, das in gleicher Weise auch für Gase gilt:

In einer abgeschlossenen Flüssigkeits- oder Gasmenge erzeugt eine von außen ausgeübte Druckkraft einen Druck. Dieser wirkt an allen Stellen und nach allen Seiten in gleicher Stärke.

Der im Innern einer Flüssigkeit oder eines Gases herrschende Druck ruft an jedem Flächenteil der Gefäßwand eine senkrecht zu dieser stehende Druckkraft hervor. Der Druck wird gemessen durch den Quotienten aus der Druckkraft und der gedrückten Fläche.

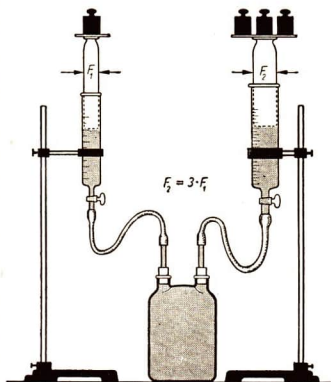


Abb. 135. Druckübertragung in einer Flüssigkeit, nachgewiesen mit Hilfe zweier Kolbenprober

Drückt z. B. eine Kraft von 12 kp auf einen Kolben mit einem Querschnitt von 4 cm^2 , so herrscht überall und in allen Richtungen in der Flüssigkeit oder in dem Gase der Druck

$$p = 12 \text{ kp} : 4 \text{ cm}^2 = 3 \text{ kp/cm}^2.$$

Infolge der Wirkung der Druckkraft wird im Innern der Flüssigkeit ein *Druckzustand* hervorgerufen, der nicht mit dem Druck verwechselt werden darf und den man als *Spannung* bezeichnet. Die Spannung besitzt keine bevorzugte Richtung, sondern wirkt nach allen Seiten gleichmäßig. Sie hat den Charakter eines Skalars. Die Spannung wird wie der Druck in kp/cm^2 gemessen.

Dabei ist zu beachten, daß das Volumen der Flüssigkeiten wenig, das der Gase hingegen stark verändert werden kann. Nach Aufhören der Einwirkung der Druckkraft nehmen Flüssigkeiten und Gase ihren ursprünglichen Rauminhalt wieder ein. Die Zusammendrückbarkeit von Flüssigkeiten ist gering. So beträgt die Volumabnahme eines Kubikdezimeters Wasser unter der Einwirkung eines Druckes von 1 kp/cm^2 nur $0,05 \text{ cm}^3$.

Die gleichmäßige Druckausbreitung findet technisch in den *hydraulischen Pressen* Verwendung (Abb. 136).

Hydraulische Pressen werden u. a. für folgende Zwecke verwendet:

1. Spanlose Formung von Metallwerkstücken (Schmiedepressen);
2. Formung von Kunststoffen und Leder;
3. Zusammenpressen von Blechabfall, Papier usw. zum Versand;
4. Auspressen von Säften und Ölen;
5. Anheben schwerer Lasten, z. B. Kraftwagen (Wagenheber);
6. Materialprüfung;
7. Aufpressen von Buchsen und Spurkränzen.

Mittels hydraulischer Pressen kann man sehr hohe Druckkräfte hervorrufen. Läßt man eine große Kraft auf einen Kolben mit kleinem Querschnitt wirken, der in einem starkwandigen Zylinder gleitet, so kann man Drucke bis zu 20000 kp/cm^2 erreichen. Unter so hohen Drucken kann jedes Pulver zu einem zusammenhängenden festen Stück, einer Pastille, gepreßt werden.

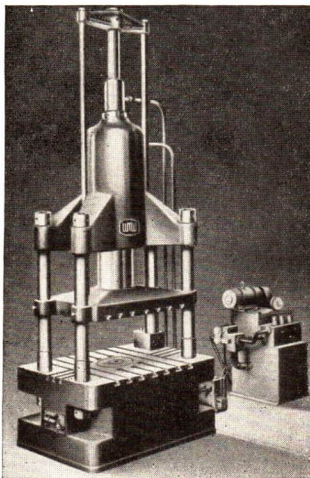


Abb. 136.
Hydraulische Presse zur Formung von Kunststoffen
hergestellt vom VEB Pressenwerk Freital/Sa.

Man benutzt in der Technik die allseitige Druckausbreitung in Flüssigkeiten auch zur Messung von Kräften. Abbildung 137 zeigt eine *Kranwaage*. Ihre Wirkungsweise beruht auf der an sich sehr geringen Zusammenrückbarkeit der Füllflüssigkeit (Öl) und ist in Abbildung 138 schematisch dargestellt. Der bei Belastung auftretende Druck wird mittels eines *Manometers* gemessen. Die Skala des Manometers ist so eingerichtet, daß man unmittelbar die Größe der Gewichte ablesen kann.



Abb. 137. Hydraulische Kranwaage aus dem Meßgeräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg.

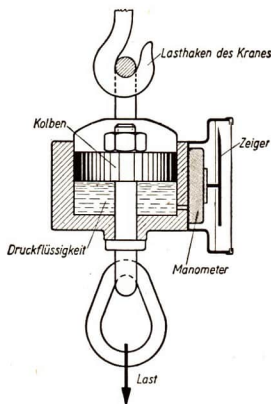


Abb. 138. Schematische Darstellung einer hydraulischen Kranwaage

5. Fragen und Aufgaben:

1. Gib Beispiele für leichtflüssige und für schwerflüssige Körper an!
2. Worauf ist die allseitige Druckfortpflanzung in Flüssigkeiten zurückzuführen?
3. Wie ist die ebene Beschaffenheit der Oberfläche einer Flüssigkeit in nicht zu engen Gefäßen zu erklären?
4. Welcher Unterschied besteht zwischen Druckkraft und Druck? Wie ist der Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen zu erklären?
5. Welche Anwendungen der hydraulischen Presse sind allgemein bekannt? Warum ist eine hydraulische Presse mit einer kraftumformenden Einrichtung zu vergleichen?
6. Auf den Druckstempel eines hydraulischen Wagenhebers, der einen Durchmesser von 3 cm besitzt, wird eine Kraft von 42 kp ausgeübt. Welche Kraft wirkt an dem Hubkolben, wenn dieser einen Durchmesser von 25 cm aufweist?

§ 23. Der Schweredruck in Flüssigkeiten

1. Das Gesetz vom Schweredruck. Wir haben bis jetzt nur von einem von außen auf die Flüssigkeit ausgeübten Druck gesprochen und von dem Gewicht der Flüssigkeiten abgesehen. Jedes Teilchen im Innern einer Flüssigkeit erfährt durch das Gewicht der über ihm liegenden Schichten eine Druckkraft, die von allen Richtungen, von oben, von unten und von den Seiten her, gleich stark ist.

Wir bestimmen die Größe der Druckkraft, indem wir ein beiderseits offenes Glasrohr am oberen Ende mit dem Daumen verschließen und mit dem unteren Ende senkrecht in Wasser tauchen. Das Eintauchen erfolgt bis zu der Stelle, an der die Druckkraft gemessen werden soll. Beim Loslassen des Daumens steigt das Wasser bis zum Flüssigkeitsspiegel empor. Denselben Vorgang können wir an einer am unteren Ende ein- oder zweimal umgebogenen Röhre beobachten. Daraus folgt:

In einer ruhenden Flüssigkeit wirkt auf jedes ebene Flächenstück F eine zu ihm senkrecht gerichtete Druckkraft. Der Betrag dieser Druckkraft ist gleich dem Gewicht einer bis zur Oberfläche reichenden Flüssigkeitssäule mit der Grundfläche F .

Aus dem Vorangehenden ergibt sich, daß der *Druck* p , der in einer bestimmten Tiefe der Flüssigkeit herrscht, gleich dem Quotienten aus dem Gewicht G der Flüssigkeitssäule und deren Grundfläche F ist. Kennt man die Wichte γ der Flüssigkeit, so kann man den Druck als Produkt der Flüssigkeitshöhe h und der Wichte ausdrücken:

$$p = \frac{G}{F} = \frac{V \cdot \gamma}{F} = \frac{F \cdot h \cdot \gamma}{F} = h \cdot \gamma.$$

Der durch das Gewicht der Flüssigkeitsteilchen hervorgerufene Druck wird als *Schwere- oder Gewichtsdruck* bezeichnet.

Eine Wassersäule mit einer Höhe von 10 m übt einen Gewichtsdruck von $1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2$ aus. Daraus folgt, daß der Druck an den tiefsten Stellen des Meeres 1000 kp/cm^2 überschreitet. Infolge der Zusammendrückbarkeit nimmt die Wichte des Wassers in der Tiefe in geringem Maße zu. Große Gewichtsdrucke herrschen im Innern der Fixsterne und Planeten. Der Druck im Erdinnern beträgt rund $2 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$ und in der Sonne etwa $1,4 \cdot 10^9 \text{ kp/cm}^2$.

2. Das hydrostatische Paradoxon¹. Aus dem eben abgeleiteten Gesetz

$$p = h \cdot \gamma$$

folgt, daß die auf den Boden eines Gefäßes ausgeübte Druckkraft von der Form des Gefäßes unabhängig ist. Wir weisen dies mittels der in Abb. 139 dargestellten Versuchsanordnung nach. Ein beiderseits offener Glaszylinder wird durch eine Metallplatte am unteren Ende verschlossen. Im Mittelpunkt der Platte greift unter Zwischenschalten eines Fadens eine Federwaage an. Diese wird gespannt

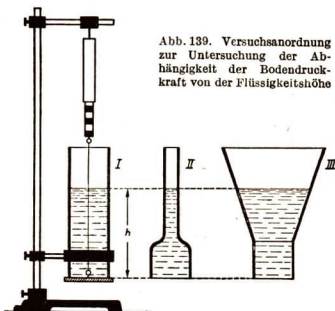


Abb. 139. Versuchsanordnung zur Untersuchung der Abhängigkeit der Bodendruckkraft von der Flüssigkeitshöhe

¹ hýdōr (griech.) = Wasser; statós (griech.) = stehend; Hydrostatik = Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten; pará (griech.) = gegen; dóxa (griech.) = Meinung, Erwartung

und preßt dadurch die Platte an den Zylinder. Die Größe der wirkenden Kraft kann an der Federwaage abgelesen werden. Wir füllen das Gefäß vorsichtig mit Wasser, bis dieses auszulaufen beginnt. Die Höhe h , die das Wasser im Augenblick des Auslaufens hat, wird an einem Maßstab abgelesen. Überschreitet die Größe der Bodendruckkraft die Größe der von der Federwaage ausgeübten Kraft, so wird die Abschlußplatte abgedrückt, und das Wasser läuft aus. Ersetzt man den Zylinder durch Gefäße gleicher Bodenfläche, aber verschiedener Gefäßform, so zeigt es sich, daß auch diese bei gleicher Federspannung bis zu der gleichen Höhe gefüllt werden müssen wie der Zylinder, ehe das Wasser ausläuft. Es ergibt sich die auffallende, als *hydrostatisches Paradoxon* bekannte Tatsache:

Die Größe der Bodendruckkraft ist von der Gefäßform unabhängig.

Wir führen den Versuch noch einmal durch, verwenden aber einen Zylinder mit doppelt so großem Querschnitt. Wir geben der Federwaage die gleiche Vorspannung wie bei dem oben beschriebenen Versuch und bestimmen die Höhe h_1 , bei der das Wasser auszulaufen beginnt. Es ist festzustellen, daß $h_1 = \frac{h}{2}$ ist. Um den zweiten Zylinder bis zur Höhe h füllen zu können, hätten wir die Federkraft verdoppeln müssen. Daraus folgern wir:

Bei konstanter Höhe der Flüssigkeitssäule ist die Bodendruckkraft der Größe der Grundfläche direkt proportional.

Folgende Überlegung gibt uns die Erklärung des hydrostatischen Paradoxons (Abb. 140): Wir denken uns das Gefäß II der Abb. 139 aus zwei Zylindern mit den Grundflächen F_1 und F zusammengesetzt. Die Flüssigkeitshöhen in den Zylindern seien h_1 und h_2 . Die Grundfläche F sei n -mal so groß wie die Grundfläche F_1 :

$$F = n \cdot F_1.$$

Die Flüssigkeit in dem Zylinder $ABCD$ können wir als abgeschlossene Flüssigkeitsmenge betrachten. Auf diese wirkt das Gewicht der Flüssigkeitssäule $EFGH$

$$G_1 = F_1 \cdot h_1 \cdot \gamma.$$

Der infolge des Gewichts hervorgerufene Druck überträgt sich gleichmäßig durch die Flüssigkeit bis zum Boden und löst dort die Druckkraft

$$G'_1 = n \cdot F_1 \cdot h_1 \cdot \gamma = F \cdot h_1 \cdot \gamma$$

aus, da $n \cdot F_1 = F$ ist. Außerdem wirkt auf den Boden das Gewicht der Flüssigkeitssäule $ABCD$. Dieses beträgt

$$G_2 = F \cdot h_2 \cdot \gamma.$$

Daraus ergibt sich als *Gesamtbodendruckkraft*

$$G = G'_1 + G_2 = F \cdot h_1 \cdot \gamma + F \cdot h_2 \cdot \gamma = F \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma.$$

$h_1 + h_2$ ist die Gesamthöhe h der Flüssigkeitssäule. Demnach ist

$$G = F \cdot h \cdot \gamma.$$

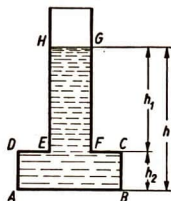


Abb. 140. Erklärung des hydrostatischen Paradoxons

Mithin ergibt sich, daß die Bodendruckkraft nur von der Größe der Bodenfläche und der Höhe der Wassersäule abhängig, jedoch von der Form des Gefäßes unabhängig ist. Unregelmäßig geformte Gefäße können wir uns aus vielen Zylindern zusammengesetzt denken. Wir fassen zusammen:

Wirkt auf eine abgeschlossene Flüssigkeitsmenge ein Kolbendruck, so setzt sich der im Innern der Flüssigkeit herrschende Druck aus dem Kolbendruck und dem Schweredruck zusammen.

Den aus Kolbendruck und Schweredruck resultierenden Gesamtdruck bezeichnet man als *hydrostatischen Druck*.

3. Verbundene Gefäße. Werden beliebig geformte, verbundene Gefäße mit einer Flüssigkeit gefüllt, so beobachten wir, daß die Flüssigkeit in allen Gefäßen gleich hoch steht. Infolge der Schwerkraft sind die Druckkräfte, die von beiden Seiten auf den gleichen Querschnitt des Verbindungsrohres ausgeübt werden, nur dann gleich groß, wenn die Flüssigkeitssäulen in den Gefäßen gleiche Höhe besitzen (Abb. 141). Verbundene Gefäße sind z. B. die Wasserleitung, die artesischen Brunnen, Wasserstandsanzeiger, Gefäße mit Ausgußrohr, z. B. Gießkannen und dgl.

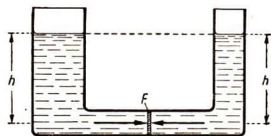


Abb. 141. Verbundene Gefäße

4. Bestimmung der Wichte von Flüssigkeiten. Die Druckkräfte sind in verbundenen Gefäßen auch gleich, wenn man Flüssigkeiten verschiedener Wichte übereinander schichtet. Es dürfen jedoch nur Flüssigkeiten verwendet werden, die chemisch nicht miteinander reagieren.

In Abb. 142 hat die Trennungsfläche der Flüssigkeiten die Größe F . h_1 und h_2 seien die Flüssigkeitshöhen über der Trennungsfläche und γ_1 und γ_2 die Wichten der Flüssigkeiten. Dann ist

$$F \cdot h_1 \cdot \gamma_1 = F \cdot h_2 \cdot \gamma_2.$$

Daraus folgt

$$h_2 : h_1 = \gamma_1 : \gamma_2.$$

Die Flüssigkeitshöhen verhalten sich umgekehrt wie die Wichten. Infolgedessen kann man die unbekannte Wichte einer Flüssigkeit bestimmen, wenn man die Wichte der Vergleichsflüssigkeit kennt. Bei einer Messung beträgt z. B. die über der Trennungsfläche gemessene Höhe h_2 der Quecksilbersäule 14,0 mm, die Höhe h_1 der Wassersäule 190,0 mm. Daraus ergibt sich als Wichte γ_2 des Quecksilbers:

$$\gamma_2 = \frac{h_1 \cdot \gamma_1}{h_2} = \frac{190,0 \cdot 1}{14,0} \text{ p/cm}^3 \approx 13,6 \text{ p/cm}^3.$$

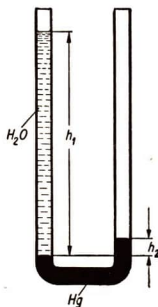


Abb. 142
Bestimmung der Wichte
von Flüssigkeiten

5. Seitendruck. Die im Innern einer Flüssigkeit herrschende Spannung kommt an den Seitenwänden als *Seitendruck* zur Wirkung. Er ist abhängig von der Höhe

der Flüssigkeit über der Meßstelle und von ihrer Wichte. Er wird also mit zunehmender Tiefe größer.

Der Seitendruck spielt eine große Rolle bei *Talsperren*. Damit die Staumauer die großen Seitendruckkräfte aufnehmen kann, baut man sie so, daß die Mauerstärke nach der Sohle zu größer wird (Abb. 143). Außerdem führt man hohe Mauern meist im Bogen, wobei die konvexe Seite nach dem Wasser zu liegt.

Gewaltige Staumauern werden in der Sowjetunion als Teil der *Großbauten des Kommunismus* errichtet. Durch diese Bauten wird die Natur zu friedlichen Aufbaupwecken in einem Maße umgestaltet, wie es nur in der sozialistischen Planwirtschaft möglich ist. Die Abb. 144 zeigt als eines der wichtigsten Bauwerke des Gesamtplanes die riesige Staumauer von *Zimljanskaja*. Durch sie wird der Don 24 m hoch gestaut. Das entstehende Gefälle wird für die Gewinnung elektrischer Energie ausgenutzt. Außerdem werden mit dem angestauten Wasser weite Gebiete bewässert und dadurch für die landwirtschaftliche Nutzung gewonnen.

Auch in der Deutschen Demokratischen Republik werden große Talsperren errichtet. Die Talsperre des Friedens bei Sosa im Erzgebirge wurde bereits am 21. 12. 1951 ihrer Bestimmung übergeben. Noch im Bau begriffen sind die Bodetalsperren im Harz, die ein ganzes System von Talsperren bilden (Abb. 145). Sie sind in erster Linie für die Versorgung der Großstädte Magdeburg,

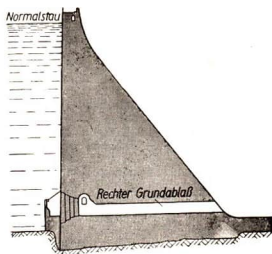


Abb. 143. Querschnitt durch die Talsperre des Friedens bei Sosa im Erzgebirge



Abb. 144. Teil der Staumauer von Zimljanskaja (UdSSR)
Länge der Mauer 500 m, Menge des angestauten Wassers 12,6 Md. m³

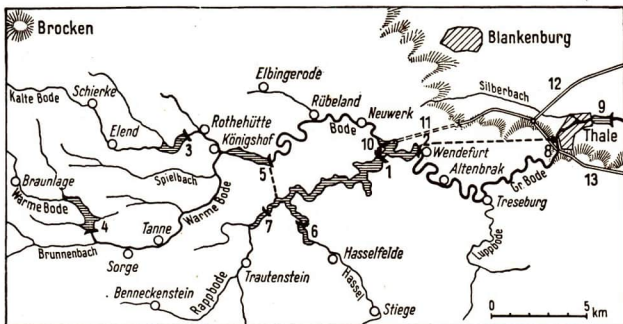


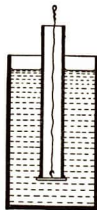
Abb. 145. Plan der Bodetalsperren. 1 Rappbodesperre mit Kraftwerk, das Hauptbecken des Gesamtsystems; Fassungsvermögen 110 Mill. m³ - 2 Wendefurter Sperre mit Druckstollen (7 km) nach Thale - 3 Hochwasserschutzbecken Kalte Bode (4,5 Mill. m³) - 4 Hochwasserschutzbecken Warme Bode (5,5 Mill. m³) - 5 Überleitungsbecken mit Überleitungsstollen (1,7 km) zur Rappbode (1,2 Mill. m³) - 6 Vorbecken Hassel - 7 Vorbecken Rappbode - 8 Kraftwerk Thale - 9 Ausgleichweiher Thale (0,2 Mill. m³) - 10 Reinigungsanlage für Trinkwasser - 11 Trinkwasserstollen (3,1 km) - 12 Trinkwasserleitung nach Magdeburg - 13 Trinkwasserleitung nach Halle und Leipzig. - Von den vorgesehenen Staubecken dienen 1 und 2 der Energiegewinnung, die Becken 3, 4, 5, 6, 7 haben vorzugsweise den Hochwasserschutz zu versehen. An Becken 1 ist eine Reinigungsanlage für Trinkwasser angeschlossen.

Halle (Saale) und Leipzig und deren weiteren Umgebung mit Trink- und Brauchwasser bestimmt, dienen aber außerdem der Energieerzeugung. Von diesen Talsperren wird die 110 Mill. m³ fassende Rappbodesperre bis 1955 fertiggestellt werden.

6. Aufdruck. Zum Nachweis aufwärts gerichteter Druckkräfte benutzen wir dasselbe Gerät, das schon zur Untersuchung des Bodendruckes verwendet wurde. Wie bei dem in Abb. 139 wiedergegebenen Versuch verschließen wir das eine Ende der Röhre durch eine Metallscheibe. Taucht man das verschlossene Ende in Wasser, so fällt die Scheibe nicht ab. Daraus folgern wir, daß eine aufwärts gerichtete Druckkraft die Scheibe gegen den Röhrenrand preßt. Den diese Druckkraft verursachenden Druck bezeichnet man als *Aufdruck*. Wir können die Größe der Druckkraft bestimmen, indem wir in die Röhre Wasser gießen (Abb. 146). Die Scheibe fällt erst dann ab, wenn das Rohr nahezu bis zum äußeren Wasserspiegel mit Wasser gefüllt ist. Die aufwärts gerichtete Druckkraft ist somit gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule, die sich senkrecht über der gedrückten Fläche befindet.

Aus allen vorangehenden Versuchen folgt, daß sich der im Innern einer Flüssigkeit herrschende Druck nach allen Richtungen gleich stark auswirkt.

Abb. 146
Versuchs-
anordnung zum
Nachweis des
Aufdrucks



7. Fragen und Aufgaben:

1. Nenne Beispiele für die Anwendung von verbundenen Gefäßen!
2. Wie wird die Wichtebestimmung von Flüssigkeiten unter Anwendung des Satzes von den verbundenen Gefäßen ausgeführt?
3. Wie kann man das hydrostatische Paradoxon erklären?
4. Wie hoch ist die Flüssigkeitssäule, die einen Druck von 1 kp/cm^2 ausübt, bei Wasser, Quecksilber ($\gamma = 13,6 \text{ p/cm}^3$), Alkohol ($\gamma = 0,79 \text{ p/cm}^3$)?
5. Welcher Druck herrscht im Kessel einer Warmwasserheizung, die in einem 15 m hohen Gebäude (vom Kessel an gerechnet) eingebaut ist?
6. Welcher Druckunterschied besteht in der Wasserleitung zwischen dem untersten und einem 15 m darüber liegenden Stockwerk?

§ 24. Auftrieb und Schwimmen

1. Das Archimedische Prinzip. Füllen wir eine Gießkanne in einer Regentonne mit Wasser, so beobachten wir, daß die Kanne schwerer wird, sobald sie über die Wasseroberfläche emporgehoben wird. Zur Erklärung führen wir folgenden Versuch durch:

Ein Quader aus beliebigem Material mit dem Querschnitt F wird senkrecht in eine Flüssigkeit von der Wichte γ getaucht (Abb. 147). Seine obere Fläche liegt um die Strecke h_1 , seine untere um h_2 unter der Oberfläche. Der Quader wird von der Flüssigkeit mit der Kraft

$$P_1 = h_1 \cdot F \cdot \gamma$$

nach unten und mit der Kraft

$$P_2 = h_2 \cdot F \cdot \gamma$$

nach oben gedrückt.

Die auf ihn ausgeübten seitlichen Druckkräfte heben sich auf. Der Körper wird demnach infolge des in der Flüssigkeit herrschenden Druckes mit der Kraft

$$P = P_2 - P_1 = h_2 \cdot F \cdot \gamma - h_1 \cdot F \cdot \gamma = (h_2 - h_1) \cdot F \cdot \gamma$$

gehoben.

Diese Differenz zwischen der aufwärts und der abwärts gerichteten Druckkraft heißt *Auftrieb*. Da $(h_2 - h_1) \cdot F$ gleich dem Volumen V des Quaders ist, ergibt sich für den Auftrieb

$$A = V \cdot \gamma.$$

$V \cdot \gamma$ ist das Gewicht der vom eingetauchten Körper verdrängten Flüssigkeit. Man kann das Ergebnis verallgemeinern und gelangt zum **Archimedischen Prinzip**:

Der Auftrieb, den ein Körper in einer Flüssigkeit erfährt, ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge.

Bestimmt man den Gewichtsverlust eines in Wasser eingetauchten Körpers mit Hilfe einer Balkenwaage auf ein Millipond genau, so erhält man sein Volumen mit einer Genauigkeit bis zu einem Kubikmillimeter. Diese Art der Volumbestimmung liefert weit genauere Werte als die Bestimmung unter Verwendung eines Überlaufgefäßes.

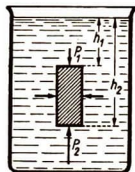


Abb. 147
Bestimmung des Auftriebs eines Körpers

2. Wichtebestimmung nach dem Archimedischen Prinzip. Die Wichte fester Körper bestimmt man aus ihrem Gewicht und aus ihrem Volumen. Man erhält das Volumen, indem man den gemessenen Auftrieb durch die Wichte der Flüssigkeit dividiert, in die der Körper getaucht wird:

$$V = \frac{A}{\gamma_{fl}}.$$

Demnach ist die Wichte des festen Körpers

$$\gamma_{fest} = \frac{G}{V} = \frac{G}{A} \cdot \gamma_{fl}.$$

Verwendet man, wie es in der Regel geschieht, als Vergleichsflüssigkeit Wasser, so vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\gamma_{fest} = \frac{G}{A}.$$

Nach dem Archimedischen Prinzip kann man aber auch die Wichte von Flüssigkeiten bestimmen. Man mißt zu diesem Zweck das Volumen des Meßkörpers und den Auftrieb, den dieser in der zu untersuchenden Flüssigkeit erleidet.

Aus der Gleichung $\gamma_{fl} = \frac{A}{V}$ ergibt sich dann die Wichte der Flüssigkeit.

3. Schwimmen und Schweben. Das Gewicht eines ganz in eine Flüssigkeit eingetauchten Körpers kann größer oder kleiner sein als der Auftrieb, oder es kann ihm gleich sein. Je nachdem ob das eine oder das andere zutrifft, sinkt der Körper nach dem Loslassen zu Boden, steigt empor oder behält seine Lage in der Flüssigkeit bei, er *schwebt*.

Ein in eine Flüssigkeit ganz eingetauchter Körper	}	Auftrieb ist.
sinkt, wenn sein Gewicht größer als der		
steigt, wenn sein Gewicht kleiner als der		
schwebt, wenn sein Gewicht gleich dem		

Steigt der Körper empor, so ändert sich sein Auftrieb zunächst nicht. Sobald aber der Körper beim Emporsteigen die Flüssigkeitsoberfläche durchstößt, wird der Auftrieb kleiner. Er nimmt ab, bis er schließlich ebenso groß wie das Gewicht des Körpers ist. Ist dies erreicht, so schwimmt der Körper, ohne seine Höhenlage weiter zu ändern.

Das Gewicht eines schwimmenden Körpers ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.

Holz und Kork schwimmen auf Wasser, Eisen auf Quecksilber. Eiserne Schiffe schwimmen auf Wasser, weil sie große Hohlräume enthalten, die nicht das Gewicht des Schiffes, aber das Volumen und damit das Gewicht der von ihnen verdrängten Wassermenge erhöhen. Weitere Beispiele für große schwimmende Körper sind Schwimmdocks zum Heben von Schiffen.

Die *Eintauchtiefe* eines schwimmenden Körpers von einheitlicher Beschaffenheit ist durch das Verhältnis der Wichten des eingetauchten Körpers und der Flüssigkeit bestimmt. So tauchen von einem Eisenstück im Quecksilber $\frac{7,8}{13,6} = 0,57$ seines Volumens ein. Bei Eis auf Wasser sind es $\frac{0,92}{1} = 0,92$, d. h. etwa $\frac{11}{12}$ des Eisvolumens. Schwimmt Eis auf Salzwasser, wie es auf den Weltmeeren der Fall ist, so beträgt die Eintauchtiefe etwa $\frac{9}{10}$ der Gesamthöhe der Eisscholle, da die Wichte des Salzwassers etwas größer als 1 ist.

4. Aräometer. Eine einfache, schnell auszuführende Bestimmung der Wichte von Flüssigkeiten beruht auf der Ermittlung der Eintauchtiefe eines schwimmenden Vergleichskörpers. Ein gläserner, spindelartiger Schwimmkörper, ein *Aräometer*, wird in die zu untersuchende Flüssigkeit gesenkt. In dem herausragenden Stiel ist eine Skala angebracht, die die jeder Eintauchtiefe entsprechende Wichte angibt (Abb. 148). Es können je nach dem Verwendungszweck auch andere Angaben verzeichnet sein, die mit der Wichte zusammenhängen, z. B. der Prozentgehalt einer Flüssigkeit an Alkohol, Fett, Zucker usw.

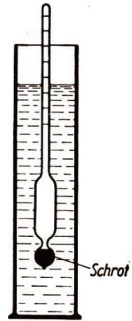


Abb. 148. Aräometer

5. Fragen und Aufgaben:

1. Formuliere das Archimedische Prinzip und begründe es!
2. Wie werden Wichtebestimmungen nach dem Archimedischen Prinzip
 - a) an festen Körpern, b) an Flüssigkeiten ausgeführt?
3. Erläutere die Wirkungsweise eines Aräometers! Wo finden Aräometer Anwendung?
4. Was versteht man unter dem „Schweben“ eines Körpers in einer Flüssigkeit? Von welcher Voraussetzung hängt es ab?
5. Auf einer Waagschale steht ein Glas mit Wasser, das austariert ist. Man taucht einen Metallzylinder in lotrechter Lage in das Wasser, oder man hängt eine Kugel an einem Faden in das Wasser, ohne daß sie die Glaswand berühren. Wie wird die Gleichgewichtslage der Waage dadurch beeinflusst?
6. Ein Stück Marmor mit einem Gewicht von 30 p wiegt in Wasser 19 p. Wie groß ist seine Wichte?
7. Ein Körper mit einem Gewicht von 100 p wiegt in Wasser 60 p, in Alkohol 68 p. Wie groß ist die Wichte des Alkohols?

§ 25. Der Gasdruck

1. Das Gewicht der Gase. Verglichen mit festen und flüssigen Körpern sind luftförmige Körper oder Gase außerordentlich leicht. Vergleiche dazu die neben-

Wichten einiger Gase bei 0° C und 760 Torr

stehende Tabelle! Die Gase haben mit den Flüssigkeiten zwei wesentliche Eigenschaften gemeinsam: Sie verhalten sich bei Volumenänderungen wie elastische Körper, ihre Teilchen verschieben sich leicht gegeneinander. Deshalb

Stoff	Wichte p/cm ³	Wichtezahl bezogen auf Luft
Luft	0,001 293	1,000
Wasserstoff	0,000 089	0,069
Sauerstoff	0,001 429	1,105
Kohlendioxyd ...	0,001 976	1,529
Stickstoff	0,001 251	0,967
Helium	0,000 178	0,138

gilt auch für die Gase das hieraus folgende Gesetz von der gleichmäßigen Druckausbreitung.

Da alle Gase ein Gewicht besitzen, müßte auch für sie das Gesetz vom Gewichtsdruck gelten, sofern die Wichte des Gases in allen Höhen gleich wäre. Im Gegensatz zu den Flüssigkeiten sind die Gase aber stark zusammendrückbar. Daher haben tiefer gelegene Gasschichten eine wesentlich größere Wichte als höher gelegene. *Der Gewichtsdruck der Gase ist der Höhe nicht proportional.*

2. Der Luftdruck. Die Luft ist leicht und wird in der Lufthülle der Erde nach oben hin immer dünner. Da aber die Lufthülle weit über 100 km hoch ist, ist ihr Gewichtsdruck verhältnismäßig groß. So lange man in derselben Höhenlage bleibt, merkt man von einer Druckkraft nichts, weil der menschliche Körper daran gewöhnt ist und weil die Druckkraft nach allen Richtungen mit gleicher Größe wirkt. Will man sie nachweisen, so muß man sie einseitig wirken lassen. Das geschieht z. B. beim *Torricellischen Versuch*. Man füllt eine 80 bis 100 cm lange, einseitig zugeschmolzene Glasröhre mit Quecksilber. Das offene Ende verschließt man mit dem Daumen, dreht die Röhre um und taucht das verschlossene Ende in eine mit Quecksilber gefüllte Wanne. Gibt man die Öffnung frei, so sinkt das Quecksilber bis zu einer Höhe von etwa 760 mm über der äußeren Quecksilberoberfläche herab, ganz gleich, welche Neigung das Rohr hat. Dieser Versuch zeigt:

Der durchschnittliche Luftdruck in Meereshöhe ist so groß, daß er einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe das Gleichgewicht hält.

Der über dem Quecksilber befindliche Raum heißt *Torricellisches Vakuum*. Er ist luftleer und enthält nur Quecksilberdampf.

Nach Torricelli wird der Schweredruck, der am Boden einer Quecksilbersäule mit einer Grundfläche von 1 cm^2 und einer Höhe von 1 mm herrscht, **1 Torr** genannt. Das Torr wird als Druckeinheit für den Luftdruck verwendet.

Da eine Quecksilbersäule mit einer Grundfläche von 1 cm^2 und einer Höhe von 760 mm bei 0°C das Gewicht $76 \cdot 13,596 \text{ p} \approx 1033 \text{ p}$ hat, folgt:

Der durchschnittliche Luftdruck in Meereshöhe beträgt $1,033 \text{ kp/cm}^2$.

Dieser Druck wird ebenfalls als *Druckeinheit* verwendet und wird als **physikalische Atmosphäre** (Atm) bezeichnet. Die technische Atmosphäre (1 at) ist etwas kleiner, sie beträgt 1 kp/cm^2 (vgl. § 22,3).

In der *Meteorologie* wird der Luftdruck in **Millibar** (mb) angegeben.

Es gilt die Beziehung:

$$750 \text{ Torr} \approx 1000 \text{ mb.}$$

Diese Einheit entstammt dem absoluten Maßsystem, in dem 10^6 dyn/cm^2 als ein Bar¹, 10^3 dyn/cm^2 als ein Millibar bezeichnet werden. Zur Bestätigung der angegebenen Beziehung rechnen wir beide Seiten in p/cm^2 um:

$$750 \text{ Torr} = 750 \cdot 1,3596 \text{ p/cm}^2 = 1019,7 \text{ p/cm}^2;$$

$$1000 \text{ mb} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2 \approx 10^6 \cdot \frac{1}{981} \text{ p/cm}^2 = 1019,4 \text{ p/cm}^2.$$

Man erhält in beiden Fällen annähernd gleiche Werte.

¹ barys (griech.) = schwer

3. Barometer. Bringt man hinter der Torricellischen Röhre eine in Millimeter geteilte Skala an, so erhält man ein zur Messung des Luftdruckes geeignetes Gerät, ein *Barometer*. Ein zu wissenschaftlichen Messungen viel verwendetes Barometer ist das *Heberbarometer* (Abb. 149).

Neben dem *Quecksilberbarometer* wird das *Dosen-* oder *Aneroidbarometer*¹ sehr häufig benutzt (Abb. 150.) Als Druckfühler enthält es eine fast luftleere Metalldose mit einem elastischen Metalldeckel. Änderungen des Luftdrucks wirken sich in leichten Durchbiegungen des Deckels aus. Diese werden durch ein Hebelwerk stark vergrößert und auf einen sich um eine Achse drehenden Zeiger übertragen.

Die Wetterangaben der gewöhnlichen Zimmerbarometer wie „Veränderlich, Schönes Wetter“ usw. sind unzuverlässig, da das Wetter durchaus nicht nur durch den Luftdruck bestimmt wird.

In der Meteorologie verwendet man *selbsttätig registrierende Barometer*, die *Barographen*. Sie bestehen aus mehreren übereinander angeordneten Dosen. Man erreicht so bei geringen Luftdruckschwankungen größere Ausschläge als bei einer einzelnen Dose. Die Ausschläge werden auf einen Schreibstift übertragen, der sie auf einer umlaufenden Trommel aufzeichnet.

4. Die Messung von Drucken. Geräte zur Messung von Drucken heißen *Manometer*. Ein *Flüssigkeitsmanometer* besteht aus einem U-förmig gebogenen Rohr, das mit einer Flüssigkeit, wie Quecksilber, Wasser u. a., gefüllt ist. Der eine Schenkel des Rohres ist offen, der andere ist mit dem Meßbehälter verbunden. Die Manometerflüssigkeit darf mit dem Gas, dessen Druck gemessen werden soll, nicht chemisch reagieren. Wird ein Flüssigkeitsmanometer an einen Gasbehälter angeschlossen, so stellt sich die Flüssigkeit im allgemeinen in beiden Schenkeln verschieden hoch ein. Je nachdem, ob im Behälter Über- oder Unterdruck herrscht, steht die Flüssigkeit im äußeren bzw. im inneren Schenkel höher als im anderen. Der von dem Gas ausgeübte Druck ist gleich dem äußeren Luftdruck, vermehrt oder vermindert um den der Flüssigkeitssäule entsprechenden Druck. Flüssigkeitsmanometer werden vorzugsweise zum Messen von Überdrucken bzw. Unterdrucken verwendet (Abb. 151).

¹ anerós (griech.) = trocken

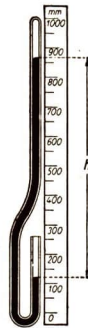


Abb. 149
Heberbarometer

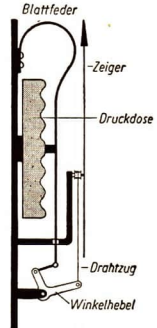


Abb. 150. Aneroidbarometer (schematisch)



Abb. 151. Flüssigkeitsmanometer in einem Gaswerk

Häufiger werden in der Technik *Metallmanometer* benutzt, besonders zur Messung hoher Drücke. Das *Röhrenfedermanometer* (Abb. 152) enthält eine kreisförmig gebogene, elastische Röhre mit elliptischem Querschnitt. Bei Druckzunahme im Innern der Röhre wird diese etwas gestreckt. Diese Verformung wird auf einen Zeiger übertragen. Beim *Membranmanometer* (Abb. 153) wird eine eingespannte, meist leicht gewellte Membran aus Metallblech einseitig durch Überdruck belastet. Die hervorgerufene elastische Verformung wird durch ein Hebelwerk auf einen Zeiger übertragen.

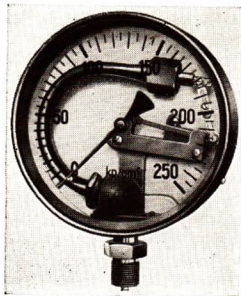


Abb. 152. Röhrenfedermanometer

Oft wird in der Technik nur der *Überdruck* gegenüber dem normalen Luftdruck angegeben. Er wird gemessen in atü (Atmosphären-Überdruck). Der Druck der Luft im Fahrradschlauch beträgt etwa $\frac{1}{2}$ atü. Der Gesamtdruck im Schlauch ist demnach gleich $1\frac{1}{2}$ at. Der Druck der Luft im Reifen eines Kraftwagens beträgt 1,5 atü und mehr. Der Dampfdruck im Kessel einer Lokomotive ist 16 bis 42 atü; der Druck in einer Kohlendioxidflasche erreicht 150 atü. Wasserleitungen weisen Drücke bis 5 atü auf, Stadtgasleitungen haben Überdrucke von 40 bis 70 mm WS (Wassersäule; 1 mm WS entspricht 0,0001 at).

Auf der Wirkung des Luftdruckes beruht die Arbeitsweise der bekannten *Saug- und Druckpumpen*, die wir im Lehrbuch der Physik für das

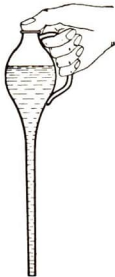


Abb. 154. Stechheber

7. Schuljahr näher kennengelernt haben. *Pipetten* und *Stechheber* werden durch Saugen oder durch Eintauchen in die Flüssigkeit gefüllt (Abb. 14 und Abb.

154). Verschließt man die obere Öffnung mit dem Daumen, so kann man die Pipette bzw. den Stechheber aus der Flüssigkeit heben, ohne daß diese ausläuft. Der äußere Luftdruck hält der Flüssigkeit das Gleichgewicht.

Bei der Entnahme einer Flüssigkeit aus einem Gefäß mittels eines Saughebers wirkt der Luftdruck nicht mit (Abb. 155). Ein Saugheber arbeitet nur dann, wenn die Ausflußöffnung tiefer liegt als die Oberfläche der abzuhebenden Flüssigkeit.

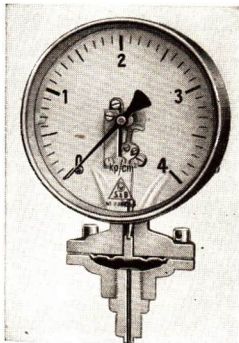


Abb. 153. Membranmanometer. Beide Manometer entstammen dem Meßgeräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg.

Die absinkende Flüssigkeitssäule ist dadurch im Übergewicht und zieht die steigende nach. Die Kohäsion zwischen den Flüssigkeitsteilchen verhindert das Abreißen der fließenden Flüssigkeit an der höchsten Stelle.

5. Der Auftrieb in Gasen. In gleicher Weise wie bei Flüssigkeiten erfahren alle in ein Gas getauchten Körper einen Auftrieb, der gleich dem Gewicht der verdrängten Gasmenge ist.

Luftballons steigen infolge des Auftriebs in der Luft empor. Jeder Körper, dessen Wichte geringer ist als die Wichte der Luft ($\gamma_{\text{Luft}} = 0,00129 \text{ p/cm}^3$ bei 0°C und 760 Torr), zeigt dieses Verhalten. Die Differenz aus dem Auftrieb eines Luftballons und seinem absoluten Gewicht (Gewicht in leerem Raum) heißt *Steigkraft*. Als Füllung von Luftballons eignen sich wegen ihrer geringen Wichte Wasserstoff ($\gamma_{\text{H}} = 0,00009 \text{ p/cm}^3$), der jedoch leicht brennbar ist, und Helium ($\gamma_{\text{He}} = 0,00018 \text{ p/cm}^3$).

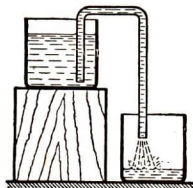


Abb. 155. Saugheber

6. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutere den Versuch von Torricelli!
2. Welche Vorrichtungen zur Messung des Gasdrucks werden in der Technik verwendet?
3. Erkläre die Wirkungsweise
 - a) eines Heberbarometers, b) eines Dosen- (Aneroid-) Barometers!
4. In welchem doppelten Sinne benutzt man in der Physik das Wort „Atmosphäre“?
5. Erkläre den Satz: Bei der Druckpumpe ist die Förderhöhe gleich der Summe der Saughöhe und der Druckhöhe!
6. Wie groß ist die Steigkraft eines Kugelballons mit einem Durchmesser von 14 m in der Luft ($\gamma_{\text{Luft}} = 1,29 \text{ p/dm}^3$), wenn er mit Helium ($\gamma_{\text{He}} = 0,18 \text{ p/dm}^3$) gefüllt ist?

§ 26. Das Boylesche Gesetz

1. Volumen und Druck der Gase – Das Boylesche Gesetz. Erfahrungsgemäß breiten sich Gase im Gegensatz zu Flüssigkeiten stets über den gesamten ihnen zur Verfügung stehenden Raum aus. Wird das Volumen einer bestimmten Gasmenge verkleinert, so nimmt der Druck zu. Bei Volumenvergrößerung nimmt der Druck ab. In diesem Falle überwiegt der Außendruck, so daß das eingeschlossene Gas auf die Wände des Gefäßes eine nach innen gerichtete Zugkraft auszuüben scheint.

Zur Ableitung einer quantitativen Beziehung zwischen Druck und Volumen bei Gasen führen wir folgenden Versuch aus, wobei die Temperatur konstant gehalten wird: Wir füllen die untere Biegung eines U-Rohres, dessen kurzer

Schenkel in einem Hahn endet, mit Quecksilber (Abb. 156a). Das Quecksilber steht in beiden Schenkeln gleich hoch. Schließen wir den Hahn, so steht die im kurzen Schenkel abgesperrte Luft unter dem äußeren Luftdruck, beispielsweise 760 Torr (1 Atm). Gießen wir Quecksilber in den langen Schenkel, bis die abgeschlossene Luftmenge nur noch $\frac{2}{3}$ ihres ursprünglichen Volumens einnimmt, so steht die Quecksilbersäule im langen Schenkel 380 mm höher als im kurzen (Abb. 156 b). Der Druck hat sich also um $\frac{1}{2}$ Atm, d. h. auf $\frac{3}{2}$ Atm erhöht. Gießen wir weiter Quecksilber ein, bis die Quecksilbersäule 760 mm höher als in dem kurzen Schenkel steht, so ist die Luft in diesem auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens komprimiert. Der Druck beträgt jetzt 2 Atm.

Abb. 157 zeigt graphisch den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen. Dabei sind das Anfangsvolumen und der Anfangsdruck 1 Atm durch je 1 cm dargestellt. Es ergibt sich als graphische Darstellung eine *gleichseitige Hyperbel*.

Unsere Versuche bestätigen das von Robert Boyle¹ (1662) gefundene und nach ihm benannte **Boylesche Gesetz**:

Bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus dem Druck und dem Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge konstant:

$$p \cdot V = \text{const}$$

oder

$$V_1 : V_2 = p_2 : p_1.$$

Das Gesetz wird oft auch nach *Mariotte*² benannt, der es 14 Jahre später entdeckte.

¹ Robert Boyle (1627–1691), irischer Physiker und Chemiker

² Edmé Mariotte (1620–1684), französischer Physiker

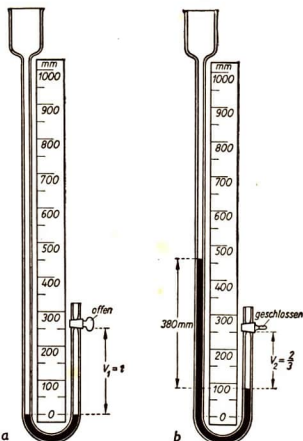


Abb. 156. Versuchsanordnung zur Ableitung des Boyleschen Gesetzes

- In beiden Schenkeln steht das Quecksilber gleich hoch, da auf beide Quecksilbersäulen der äußere Luftdruck wirkt.
- Wird der Hahn geschlossen und in den langen Schenkel so viel Quecksilber gefüllt, daß es 380 mm höher steht als im kurzen Schenkel, so hat sich in diesem das Luftvolumen auf $\frac{2}{3}$ des ursprünglichen Volumens verringert.

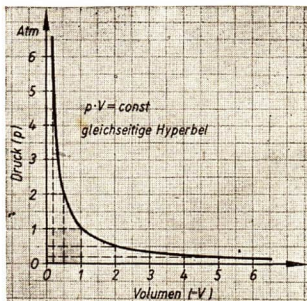


Abb. 157. Graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem Druck und dem Volumen eines Gases

2. Der Druck in der Erdatmosphäre. Der Druck, der im Innern einer Flüssigkeit in einem hohen Standzylinder infolge ihres Gewichtes herrscht, nimmt von unten nach oben ab. So vermindert sich der Druck jeweils um den gleichen Betrag, wenn die Höhe um die Längeneinheit zunimmt. Dabei sehen wir von der Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit ab. Die Abb. 158 zeigt den Druckabfall in einer 10,33 m hohen Wassersäule ohne Berücksichtigung des von außen wirkenden Luftdrucks. Auch der in der atmosphärischen Luft vorhandene Druck verringert sich nach oben hin. Im Gegensatz zu Flüssigkeiten kann man aber hierbei von der Zusammendrückbarkeit nicht absehen. Mißt man den Luftdruck immer in gleichen Höhenabständen, so werden die Beträge, um die sich der Luftdruck verringert, immer kleiner, da nicht nur die Höhe, sondern auch die Wichte der drückenden Luftsäule nach oben hin abnimmt (Abb. 159).

In den unteren Luftschichten sinkt der Luftdruck bei einer Erhebung um ungefähr 10,5 m etwa um ein Torr. In einer Höhe von 1000 m ist bereits eine Erhebung um etwa 11,5 m erforderlich, wenn die gleiche Druckabnahme eintreten soll.

Das Leuchtgas strömt aus dem Brenner des Kochherdes nur dann lebhaft aus, wenn es einen Überdruck gegenüber dem Luftdruck besitzt. Der Luftdruck im untersten Stockwerk eines Hauses betrage 760 Torr und der Gasdruck 764 Torr. Im obersten Stockwerk sind dann sowohl der Luftdruck wie der Gasdruck geringer. Der Luftdruck sinkt beispielsweise um 1 Torr, der Gasdruck nimmt aber um weniger als 1 Torr ab, da die Wichte des Gases nurknapp halb so groß ist wie die der atmosphärischen Luft. Deshalb ist der Überdruck des Leuchtgases über den äußeren Luftdruck in den höheren Stockwerken eines Hauses größer als in den unteren.

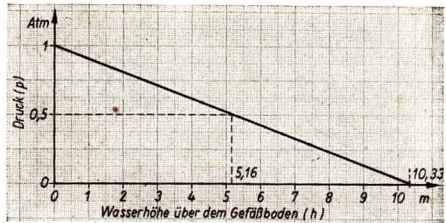


Abb. 158. Druckabfall in einer 10,33 m hohen Wassersäule

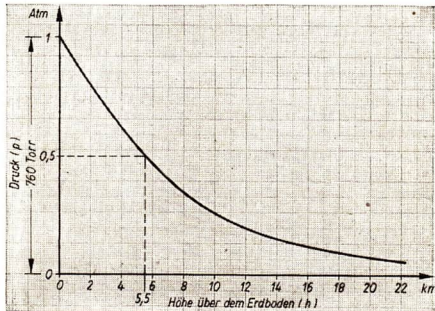


Abb. 159. Druckabfall des Luftdruckes beim Aufstieg um 5,5 km
Der Luftdruck sinkt dabei etwa auf die Hälfte seines ursprünglichen Wertes.

Die durch Abb. 160 wiedergegebene Versuchsanordnung bestätigt uns dieses Verhalten des Leuchtgases. Auf einer etwa 1 m langen Leiste ist ein Glasrohr befestigt, das an beiden Enden in umgebogene Spitzen ausläuft. In der Mitte wird ihm Leuchtgas zugeführt, das an den Spitzen entzündet wird. Hält man die Leiste horizontal, so sind beide Flammen gleich groß, das heißt, der Gasdruck ist an beiden Brennstellen gleich. Neigt man die Leiste, so ist der Luftdruck an der höher gelegenen Brennstelle etwas geringer als an der anderen. Infolgedessen ist die obere Flamme größer als die untere.

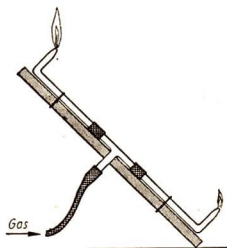


Abb. 160. Versuchsanordnung zum Nachweis des Druckanstieges in einem Gase mit zunehmender Höhe

3. Vakuumpumpen. Alle *Vakuumpumpen* beruhen auf der Eigenschaft der Gase, den ganzen zur Verfügung stehenden Raum einzunehmen. Die ersten Luftpumpenversuche wurden von *Otto von Guericke*¹ mit Wasser-Saugpumpen ausgeführt. Daraus wurde die *Stiefel-* oder *Kolbenluftpumpe* entwickelt (Abb. 161). Sie besteht aus einem als Stiefel bezeichneten Zylinder mit dem Kolben und dem Dreivegehahn. Auf den Pumpenteller ist der Rezipient gestellt, in dem das Vakuum hergestellt werden soll. Da sich die Ausbohrungen des Hahnes und die Verbindung zum Stiefel jedesmal mit Luft normalen Druckes füllen (*schädlicher Raum*), dringt diese bei der Umstellung des Hahnes wieder in den Rezipienten ein. Aus diesem Grunde kann, auch bei längerem Pumpen, ein bestimmter Druck im Rezipienten nicht unterschritten werden.

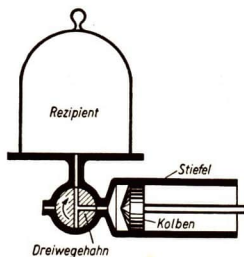


Abb. 161. Stiefelluftpumpe

Ein höherer Grad von Luftverdünnung wird mittels rotierender *Kapselpumpen* erreicht (Abb. 162). Beim Drehen des Drehkolbens um seine senkrecht zur Bildebene stehende Achse wird durch zwei verschiebbare, federnd gelagerte Flügel Luft vom Ansaugstutzen des Rezipienten zum Auslaßstutzen befördert. Man erzielt mit mehreren hintereinander geschalteten Pumpen Vakua bis zu 10^{-5} Torr. Eine andere Art von Vakuumpumpen sind die *Wasserstrahl Luftpumpen*. Sie beruhen auf der Eigenschaft schnell strömender Flüssigkeiten, unter bestimmten Bedingungen Gase mitzureißen (vgl. § 27, 6).

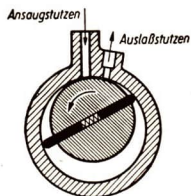


Abb. 162. Schnitt durch eine Kapsel-Luftpumpe (schematisch)

¹ Otto von Guericke (1602–1686). Nach dem Dreißigjährigen Kriege Bürgermeister in Magdeburg. Er war ein bedeutender Physiker seiner Zeit.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Vergleiche Flüssigkeiten und Gase hinsichtlich der bekannten physikalischen Eigenschaften!
2. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Druck und dem Volumen von Gasen?
3. Warum ist es möglich, mit Hilfe des Barometers Höhenmessungen durchzuführen?
4. Erläutere die Wirkungsweise der verschiedenen Vakuumpumpen!
5. Warum kann man nicht mit allen Luftpumpen jeden beliebigen Grad der Verdünnung erzielen?
6. Vergleiche eine Wasserpumpe mit einer Kolbenluftpumpe (Stiefelpumpe)!
7. Welchen Druck besitzt eine abgeschlossene Gasmenge, wenn der äußere Luftdruck 740 Torr beträgt und ein Quecksilbermanometer einen Unterdruck von 120 Torr bzw. einen Überdruck von 250 Torr anzeigt?
8. Welchen Druck besitzt eine abgeschlossene Gasmenge, wenn ein Wassermanometer einen Überdruck von 400 mm WS anzeigt?
9. Wie ändert sich das Volumen von 1 m³ Leuchtgas, dessen Druck 750 Torr beträgt, bei einer Druckerhöhung auf 760 Torr, wenn die Temperatur konstant bleibt? Wie groß ist das Volumen unter denselben Umständen bei 760 Torr, wenn der Druck zuvor 780 Torr betragen hat?
10. 1 m³ Luft hat bei 760 Torr und 0°C ein Gewicht von 1,293 kp. Wie groß ist ihr Gewicht bei 740 Torr, bei 790 Torr und 0°C?

§ 27. Geschwindigkeit und Druck in strömenden Stoffen

1. Allgemeines über Strömungen. Strömungsvorgänge können wir sowohl in Flüssigkeiten als auch in Gasen beobachten. Bisher haben wir Gase und Flüssigkeiten gesondert behandelt, weil Flüssigkeiten annähernd volumbeständig, Gase hingegen stark zusammendrückbar sind. Gemeinsam ist beiden die leichte Verschiebbarkeit der einzelnen Teilchen gegeneinander, auf die es bei der Strömung hauptsächlich ankommt. Hinsichtlich verschiedener Eigenschaften verhalten sich Gase wie Flüssigkeiten. Von der Reibung der Teilchen an der Gefäßwand sehen wir zunächst ab.

Sind außerdem noch die innere Reibung, d. h. die Reibung der Teilchen untereinander, und die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit so gering, daß man sie vernachlässigen kann, so spricht man von einer *idealen Flüssigkeit*.

In Wirklichkeit gibt es keine idealen Flüssigkeiten. Man will mit diesem Wort zum Ausdruck bringen, daß es sich um eine Abstraktion handelt. Jedoch lassen viele Flüssigkeiten und Gase unter gewissen Umständen die oben angegebenen Vereinfachungen zu und verhalten sich dann nahezu wie Flüssigkeiten von einem idealen Zustand.

2. Stromlinien. Wir bringen in einen Flüssigkeitsstrom leichte Körperchen (Sägemehl, Bärlappsporen) oder gefärbtes Wasser. Sie zeigen durch ihre Bahnen an, wie die Flüssigkeit strömt. Die Strömung in Gasen läßt sich durch Rauchfäden oder Salmiaknebel sichtbar machen.

Abb. 163 zeigt eine behelfsmäßig hergestellte *Strömungskammer*. In die etwa 30 cm hohe, 20 cm breite und 1 cm tiefe, vorn durch eine Glasplatte abgedeckte Kammer strömt oben Luft ein, die unten abgesaugt wird. Durch eine Anzahl kleiner Löcher treten von oben her in den Luftstrom Salmiaknebel ein, die in einem in der Abbildung nicht sichtbaren Geräteteil erzeugt werden. Die strömenden Salmiakteilchen bilden Linien, die man *Stromlinien* nennt. Sie liefern ein Augenblicksbild der Geschwindigkeitsrichtungen der Flüssigkeitsteilchen. Durch Einfügen von Schablonen erzeugt man die in den weiter unten folgenden Abbildungen schematisch wiedergegebenen *Stromlinienbilder*. Bei Verkleinerung des Kanalquerschnitts drängen sich die Stromlinien zusammen, bei Erweiterung laufen sie auseinander.

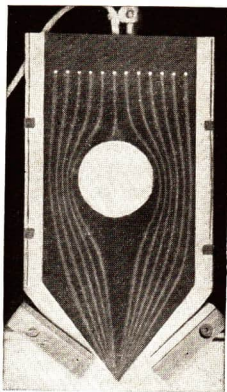


Abb. 163. Behelfsmäßiges Gerät für den Nachweis des Verlaufs einer wirbelfreien Strömung mit eingefügter Kreisschablone. Die angesaugten Salmiaknebel durchströmen die Kammer in geschlossenen Fäden und stellen so modellmäßig die Stromlinien dar.

3. Strömungsgeschwindigkeit und Querschnitt.

Strömt eine ideale Flüssigkeit durch ein Rohr, so fließt durch jeden Querschnitt in der Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge. An die Stelle jedes strömenden Flüssigkeitsteilchens tritt im nächsten Augenblick ein anderes von gleicher Größe, das sich auf derselben Bahn mit gleicher Geschwindigkeit bewegt wie das erste. Eine solche Strömung bezeichnet man als *stationär*. Ist das Rohr überall gleich weit, so besitzt die Flüssigkeit an jeder Stelle die gleiche Geschwindigkeit. Handelt es sich um ein Rohr wechselnder Weite, so strömt die Flüssigkeit in engen Rohrteilen schneller, in weiten langsamer. Bewegt sich in einer Sekunde durch den Querschnitt F_1 (Abb. 164) eine dem abgegrenzten Rechteck entsprechende Flüssigkeitsmenge, so muß in derselben Zeit die gleiche Menge auch durch den kleineren Querschnitt F_2 strömen. Das ist aber nur möglich, wenn die Geschwindigkeit im engen Rohrteil größer ist als im weiten. Bei den Versuchen mit der Strömungskammer und in Abb. 164 kommt dies dadurch zum Ausdruck, daß die Stromlinien bei engem Querschnitt, also bei großer Geschwindigkeit, eng beieinander liegen.

$$V = F \cdot v$$

ist das Volumen der Flüssigkeitsmenge, die in der Zeiteinheit mit der Geschwindigkeit v durch den Querschnitt F strömt. Dann gilt für unser Beispiel:

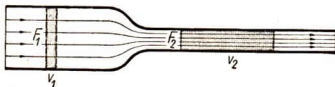


Abb. 164. Strömungsgeschwindigkeit bei verschiedenen Rohrquerschnitten. Während derselben Zeit strömen durch die verschiedenen Querschnitte des Rohres die durch die Rechtecke angedeuteten Flüssigkeitsmengen.

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2.$$

Daraus folgt: $F \cdot v = \text{const.}$

Bei der stationären Strömung einer Flüssigkeit oder eines Gases sind Querschnitt und Strömungsgeschwindigkeit umgekehrt proportional. In den engsten Stellen des Rohres ist die Strömung am schnellsten.

4. Das Gesetz von Bernoulli. Wir leiten einen Wasserstrom durch ein überall gleich weites Glasrohr, an dem an mehreren Stellen *Steigrohre* aufgesetzt sind (Abb. 165). Diese Steigrohre dienen als Manometer zur Messung des auf die Rohrwandung ausgeübten **statischen Druckes**. Wir beobachten zunächst, daß der statische Druck um so mehr abnimmt, je weiter die Flüssigkeit in dem Rohre geströmt ist. Die Oberflächen der Wassersäulen liegen längs einer geraden Linie, die vom höchsten zum tiefsten Niveau abfällt. Man bezeichnet deshalb diese Erscheinung als *linearen Druckabfall*. Dieser ist eine Folge der inneren Reibung der Flüssigkeit und der Reibung an den Wänden. Er kann unter günstigen Bedingungen sehr klein gehalten werden. Bei idealen Flüssigkeiten ist er gleich Null. In diesem Fall würde das Wasser in den Steigrohren überall gleich hoch stehen.

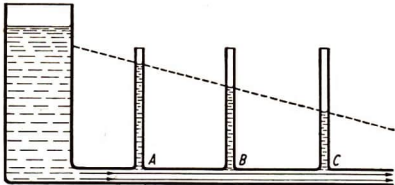


Abb. 165. Druckgefälle in einem durchströmten Rohr mit überall gleichem Querschnitt

Führen wir den gleichen Versuch mit einem Rohr durch, das eine *Einschnürung* hat, so sehen wir, daß der Druck an der engen Stelle geringer ist, als es nach dem linearen Druckabfall zu erwarten wäre (Abb. 166).

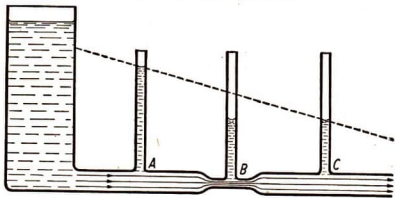
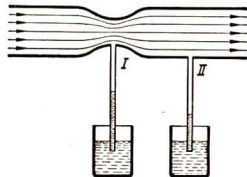


Abb. 166. Druckgefälle in einem durchströmten Rohr mit einer Verengung bei B. An der Einschnürung herrscht ein geringerer Druck als der dem linearen Druckabfall entsprechende.

Man macht die gleiche Beobachtung, wenn man einen Luftstrom durch ein Rohr mit sich änderndem Querschnitt leitet, an das bei *I* und *II* Saugrohre angeschlossen sind (Abb. 167). Der Druck in der strömenden Luft ist jetzt kleiner als der Druck der äußeren, ruhenden Luft. Im Rohr herrscht *Unterdruck*. Wieder ist bei kleinem Querschnitt (*I*) der Druck geringer, mithin der Unterdruck größer als bei großem Querschnitt (*II*).



Strömt die Flüssigkeit zur engen Stelle des Rohres (Abb. 167), so nimmt ihre Geschwindigkeit zu. Die Flüssigkeitsteilchen erfahren eine Beschleunigung, die nur durch die Einwirkung einer Kraft möglich ist. Diese Kraft wird verursacht durch das *Druckgefälle* im Rohr längs dieses Weges. Strömt die Flüssigkeit in den größeren Querschnitt hinein, so wird sie gebremst, da dort die Geschwindigkeit

Abb. 167. Messung des Unterdruckes in einem von Luft durchströmten Rohr. Der Überdruck der umgebenden (ruhenden) Luft treibt das Wasser aus den Gefäßen in die Manometerrohre.

geringer ist. Die nachströmenden schnellen Teilchen drücken also auf die vor ihnen liegenden Schichten. Die Reaktion auf diesen Druck verzögert die schnellen Teilchen und bedingt die Erhöhung des statischen Druckes im größeren Querschnitt.

Bei einer stationären Strömung nimmt der statische Druck mit zunehmender Geschwindigkeit der Flüssigkeit ab, bei abnehmender Geschwindigkeit wächst er,

Wir denken uns eine in einem waagerechten Rohr ruhende Flüssigkeit. Sie stehe unter dem Druck p_0 , den wir mit einem aufgesetzten Manometer messen. Das Volumen V der Flüssigkeit besitzt infolge dieses Druckes Spannungsenergie. Ist F der Querschnitt des Rohres, so ist die auf den Querschnitt wirkende Kraft gleich $p_0 \cdot F$. Wirkt diese Kraft längs des Weges s , so wird dabei die Arbeit

$$A = p_0 \cdot F \cdot s$$

verrichtet. $F \cdot s$ ist gleich dem Volumen V , folglich ist

$$A = p_0 \cdot V.$$

Somit hat eine Flüssigkeit mit dem Volumen V und dem statischen Druck p_0 die Spannungsenergie $p_0 \cdot V$. Sobald die Flüssigkeit strömt, setzt sich ein Teil dieser Energie in kinetische Energie um. Ist m die Masse und v die Geschwindigkeit einer Flüssigkeitsmenge mit dem Volumen V , so ist die Bewegungsenergie gleich $\frac{1}{2} m v^2$.

Bei einem engen Querschnitt ist p kleiner und v größer als bei einem weiten. Bedeuten p_1 und v_1 bzw. p_2 und v_2 zusammengehörige Werte des statischen Druckes und der Geschwindigkeit an zwei verschiedenen Stellen des Rohres mit verschiedenem Querschnitt, so ergibt sich nach dem Satz von der Erhaltung der Energie

$$p_1 \cdot V + \frac{1}{2} m v_1^2 = p_2 \cdot V + \frac{1}{2} m v_2^2.$$

Wir dividieren durch V und bezeichnen die Dichte $\frac{m}{V}$ der Flüssigkeit mit ρ ; dann folgt

$$(1) \quad p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2.$$

Es ist somit

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$$

Daraus ergibt sich die **Bernoullische Gleichung**¹

$$(2) \quad p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0.$$

In ihr ist p der uns schon bekannte *statische Druck*; er wird senkrecht zur Strömungsrichtung gemessen. Die Größe $\frac{1}{2} \rho v^2$ hat ebenfalls die Dimension eines Druckes. Sie kann als solche in der Strömungsrichtung gemessen werden. Man bezeichnet diesen Druck als den **Staudruck**. Die Summe p_0 des statischen Druckes und des Staudruckes bezeichnet man als *Gesamtdruck*. Außerdem müßte auch noch der Gewichtsdruck der Flüssigkeit berücksichtigt werden. Er ist dadurch ausgeschaltet, daß wir die Lage des durchströmenden Rohres der Einfachheit halber als waagerecht annehmen. So läßt sich der Inhalt der *Bernoullischen Gleichung* durch folgende Worte wiedergeben:

Strömt eine Flüssigkeit in einem waagerechten Rohr, so ist die Summe aus dem statischen Druck und dem Staudruck konstant.

¹ Daniel Bernoulli (1700–1782), Sohn des Mathematikers Johann Bernoulli, Professor in Basel

5. Druckmeßgeräte für statischen Druck und Staudruck. Der statische Druck p einer strömenden Flüssigkeit müßte eigentlich mit einem Manometer gemessen werden, das sich in der Flüssigkeit mitbewegt. Da das praktisch nicht durchführbar ist, verwendet man eine *Drucksonde* (Abb. 168). Sie besteht im wesentlichen aus einem Metallzylinder etwa von der Größe eines Daumens, der an seiner Mantelfläche mit einigen Bohrungen S versehen ist. Diese münden in eine axiale Längsbohrung, über die sie mit einem offenen Manometer in Verbindung stehen. Da die Drucksonde parallel zur Strömung in die Flüssigkeit gehalten wird, vermeidet man durch die seitliche Anordnung der Öffnungen S , daß sie von der Strömung getroffen werden. Das Manometer zeigt den senkrecht zur Stromrichtung herrschenden Druck, den statischen Druck, an. Die Sonde ist vorn abgerundet, damit sie die Strömungsverhältnisse möglichst wenig verändert.

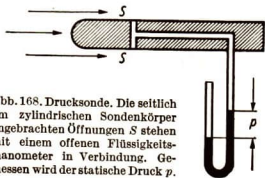


Abb. 168. Drucksonde. Die seitlich am zylindrischen Sondenkörper angebrachten Öffnungen S stehen mit einem offenen Flüssigkeitsmanometer in Verbindung. Gemessen wird der statische Druck p .

Strömt die Flüssigkeit gegen einen Körper, so teilen sich die Stromlinien vor ihm. Bei einem symmetrisch gestalteten Körper führt die mittlere Stromlinie zu dem *Staupunkt*, in dem die Flüssigkeit in Ruhe ist (Abb. 169). Deshalb ist der an dieser Stelle gemessene statische Druck gleich dem Gesamtdruck p_0 . Hierdurch erklärt sich das Wort Staudruck. Er bedeutet diejenige Druckerhöhung, die eintritt, wenn die Flüssigkeit im Staupunkt zur Ruhe kommt.

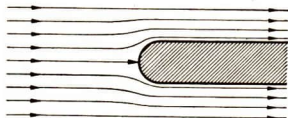


Abb. 169. An der durch die Pfeilspitze gekennzeichneten Stelle endet die mittlere Stromlinie. Die Geschwindigkeit der Strömung wird abgebremst, die Flüssigkeit wird gestaut.

Das *Pitotrohr* (Abb. 170) besitzt im Staupunkt eine Bohrung, die mit einem Manometer verbunden ist, das in diesem Fall den Gesamtdruck p_0 anzeigt.

Im *Prandtl'schen Staurohr* (Abb. 171) sind Drucksonde und Pitotrohr zu einem Meßgerät vereinigt. Mit ihm bestimmt man den Staudruck als Differenz des Gesamtdrucks und des statischen Drucks.

Wenn man mit dem Staurohr den Druckunterschied $p_0 - p$ gemessen hat, kann man nach der Bernoullischen Gleichung die Strömungsgeschwindigkeit v berechnen. Es ist

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0, \\ \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0 - p.$$

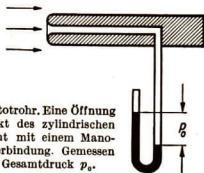


Abb. 170. Pitotrohr. Eine Öffnung im Staupunkt des zylindrischen Körpers steht mit einem Manometer in Verbindung. Gemessen wird der Gesamtdruck p_0 .

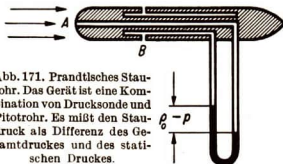


Abb. 171. Prandtl'sches Staurohr. Das Gerät ist eine Kombination von Drucksonde und Pitotrohr. Es mißt den Staudruck als Differenz des Gesamtdrucks und des statischen Druckes.

Daraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_0 - p)}{\rho}}$$

Das Prandtl'sche Staurohr wird auch bei Flugzeugen zur Geschwindigkeitsmessung verwendet.

Zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten in Rohren dient auch die *Venturidüse* (Abb. 172). Sie besteht aus einer düsenartigen Verengung des Rohres und zwei Manometern, von denen das eine vor das andere an der Verengung an diese angeschlossen ist.

Da es nur auf die Druckdifferenz ankommt, wird wie beim Staurohr ein Doppelmanometer in der aus der Abbildung ersichtlichen Art eingebaut. Aus der am Manometer abgelesenen Druckdifferenz läßt sich wieder die Strömungsgeschwindigkeit errechnen.

Die Venturidüse oder ähnliche nach dem gleichen Prinzip arbeitende Einrichtungen, wie z. B. *Meßblenden*, werden in der Technik zur Bestimmung der *Durchflußmenge von Flüssigkeiten und Gasen* verwendet. Man baut in die Rohrleitung an einer geeigneten Stelle eine Venturidüse ein, liest am Manometer die Druckdifferenz ab und errechnet daraus die Strömungsgeschwindigkeit. Für die in der Zeit t durch das Rohr strömende Flüssigkeitsmenge gilt dann nach Abschnitt 3 die Gleichung

$$V = F \cdot v \cdot t,$$

woraus sich die Durchflußmenge errechnen läßt.

Gegenüber anderen Meßverfahren besteht der Vorteil der Verwendung eines Venturirohres in der geringen Druckabnahme. Da außerdem keine bewegten Geräteteile Verwendung finden, ist die Betriebssicherheit außerordentlich hoch. Venturimesser werden vor allem zum Messen großer Flüssigkeits- und Gas-mengen verwendet, z. B. bei Talsperren, Großgaswerken, chemischen Großwerken u. ä. In der Praxis wird an der Skala unmittelbar die Durchflußmenge in m^3/s abgelesen und das einfache Manometer durch ein selbstschreibendes Gerät ersetzt.

6. Beispiele zur Anwendung des Bernoullischen Gesetzes. Viele in der Natur und an technischen Geräten zu beobachtende Vorgänge werden durch das Bernoullische Gesetz verständlich. In einem Rohre mit engem Querschnitt kann der statische Druck bei hinreichend großer Strömungsgeschwindigkeit so gering werden, daß der statische Druck des strömenden Wassers kleiner ist als der atmosphärische Luftdruck. Es tritt dann gegen diesen ein Unterdruck auf. Auf dieser Erscheinung beruht die *Wasserstrahlpumpe* (vgl. § 26, 3). Das mit großer Geschwindigkeit aus einer engen Düse ausströmende Wasser saugt Luft aus dem umgebenden birnenförmigen Gefäß, das mit dem Rezipienten verbunden ist. Man erzielt so mit besonders gut gebauten Pumpen Verdünnungen bis zu etwa 12 Torr (Abb. 173).

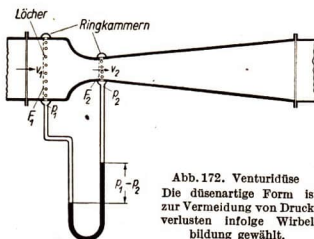


Abb. 172. Venturidüse
Die düsenartige Form ist zur Vermeidung von Druckverlusten infolge Wirbelbildung gewählt.

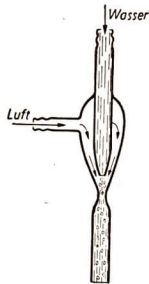


Abb. 173. Wasserstrahl-Luftpumpe. Das aus einer engen Düse ausströmende Wasser saugt Luft an.

Bei den bekannten *Zerstäubern* wird umgekehrt durch die strömende Luft Flüssigkeit angesaugt und zerstäubt (Abb. 174).

Ähnlich ist die Wirkungsweise des *Bunsenbrenners* (Abb. 175). Das aus einer Düse ausströmende Leuchtgas saugt durch die seitlichen Öffnungen Luft an, die sich mit dem Gase mischt. Aus demselben Grunde strömt oberhalb des Brenners Luft von der Seite herbei.

Abb. 174. Der Zerstäuber. Der Unterdruck an der Austrittsstelle des Luftstromes aus dem horizontalen Rohre saugt Flüssigkeit durch ein Steigrohr und versprüht sie.

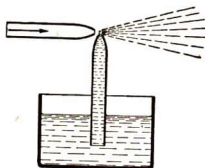


Abb. 175. Bunsenbrenner. Das durch eine Düse in ein weites Rohr ausströmende Leuchtgas saugt durch die Öffnungen Luft an.

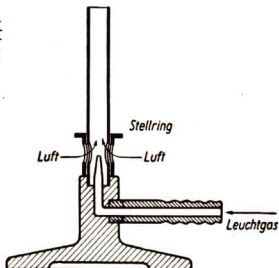


Abb. 176 zeigt das Prinzip der *Schornsteinentlüftung*, wie man sie häufig auf großen Schiffen, bisweilen aber auch an Gebäuden sieht.

Bläst man zwischen zwei nach innen gekrümmten, beweglich aufgehängten Kartenblättern hindurch, so nähern sie sich (Abb. 177).

Stellen wir eine Platte, die um eine zur Strömungsrichtung senkrechte Achse drehbar ist, schräg zur Strömungsrichtung, so bemerken wir, daß sie sich senkrecht zur Strömung einstellt. Betrachten wir die Stromlinien bei diesem Versuche, so finden wir Stellen niederen Drucks an den Rändern der Platte (Abb. 178). Diese Druckverteilung bewirkt ein Drehmoment, welches die Platte senkrecht zur Strömungsrichtung stellt. In dieser Endlage liegen die beiden entgegengesetzten Kräfte in einer Wirkungslinie. Es herrscht Gleichgewicht. Ebenso fällt ein Kartenblatt nicht mit dem nach unten gerichteten Rande zu Boden, sondern schaukelt dabei hin und her.

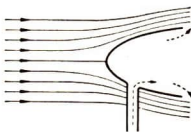


Abb. 176. Schornsteinentlüftung. Die Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit am Rande der trichterförmigen Haube bewirkt einen Unterdruck, der Luft aus dem Raum saugt, mit dem die Haube durch ein Rohr verbunden ist.

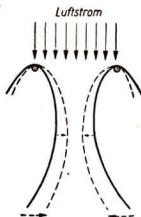


Abb. 177. Zwei gebogene, beweglich in einen Luftstrom gehängte Kartenblätter nähern sich einander.

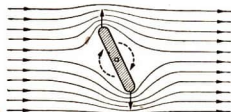


Abb. 178. Drehbare Platte, schräg in die Strömung gestellt. Die Platte stellt sich quer zur Strömung.

7. Fragen und Aufgaben:

1. Was versteht man unter einer idealen Flüssigkeit?
2. Worauf beruht der lineare Druckabfall in Rohrleitungen?
3. Was versteht man unter einer stationären Strömung?
4. Welche Bedeutung haben die Stromlinien, und was kann man aus Stromlinienbildern erkennen?
5. Welche verschiedenen Drucke hat man in einer strömenden Flüssigkeit zu unterscheiden? Welcher Zusammenhang besteht zwischen ihnen?
6. Warum dürfen zwei Schiffe im strömenden Wasser nicht zu dicht nebeneinander liegen?
7. Wasser strömt mit einer Geschwindigkeit von $v = 6 \text{ m/s}$ mit einem Druck von $1,5 \text{ atü}$ durch ein Rohr mit einem Durchmesser von $d = 12 \text{ cm}$. Wie ändern sich die Geschwindigkeit und der Druck, wenn sich das Rohr auf einen Durchmesser a) von 16 cm erweitert, b) von 8 cm verengt?
8. Ein Prandtl'sches Staurohr ist mit einem Manometer verbunden, dessen Wassersäulen einen Unterschied von 9 mm anzeigen. Wie groß ist die Geschwindigkeit der am Staurohr vorbeistreichenden Luft?
9. Zur Ermittlung der durch eine Rohrleitung strömenden Druckluft wird eine Venturidüse in die Leitung eingebaut. Die Düsendurchmesser betragen an den Meßstellen 15 cm und 6 cm . Die Druckdifferenz ist 12 mm WS . Wie groß ist die Durchflußmenge je Sekunde?

§ 28. Körper in strömenden Flüssigkeiten und Gasen

1. Das Widerstandsgesetz. Will man das Verhalten eines Körpers in einer strömenden Flüssigkeit untersuchen, so bringt man ihn in einen kräftigen, möglichst gleichmäßigen Luftstrom eines *Winderzeugers*. Dieser besteht im wesentlichen aus einem Rohr, in dessen Eingang sich eine von einem Motor getriebene *Luftschaube*, ein *Propeller*, befindet. Durch eine besondere Bauart des Rohres erhält der von der Luftschaube erzeugte Luftstrom eine fast über den ganzen Querschnitt gleichmäßige Geschwindigkeit. Bewegt sich ein Körper durch eine ruhende Flüssigkeit, so werden die Flüssigkeitsteilchen auf der Vorderseite des Körpers auseinandergedrängt. Strömt andererseits die Flüssigkeit gegen einen ruhenden Körper, so findet sie an ihm einen Widerstand. In beiden Fällen handelt es sich im Prinzip um den gleichen Vorgang.

Versuch nach Abb. 179: An einem waagerechten Stab ist eine Scheibe befestigt. Ein Luftstrom trifft die Scheibe und läßt an ihr eine Kraft wirksam werden, die auf eine Federwaage übertragen und dort gemessen wird. Ein Gegengewicht gleicht das Gewicht des Versuchskörpers aus.

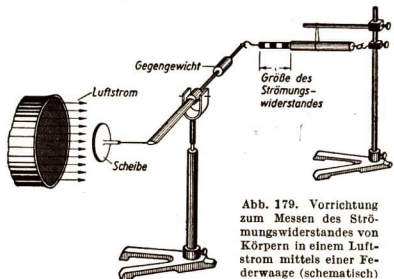


Abb. 179. Vorrichtung zum Messen des Strömungswiderstandes von Körpern in einem Luftstrom mittels einer Federwaage (schematisch)

Durch Vergleichen von Versuchsergebnissen bei verschiedenen Versuchskörpern wird das bereits von *Newton* aufgestellte **Widerstandsgesetz** bestätigt:

Der Strömungswiderstand W eines Körpers ist proportional seinem größten, senkrecht zur Stromrichtung liegenden Querschnitt F , ferner proportional der Dichte ρ der strömenden Flüssigkeit und dem Quadrate der Strömungsgeschwindigkeit v :

$$W = c_w \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 \cdot F.$$

Der Proportionalitätsfaktor c_w wird als *Widerstandszahl* bezeichnet. Man nimmt in den Ausdruck den Faktor $\frac{1}{2}$ mit auf, damit in der Gleichung der Staudruck erkennbar ist.

Daß der Widerstand dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, zeigt auch folgender Versuch: Man stellt aus einem Kreisausschnitt aus Seidenpapier mit dem Mittelpunktswinkel 270° einen Kegelmantel her und läßt ihn, mit der Spitze

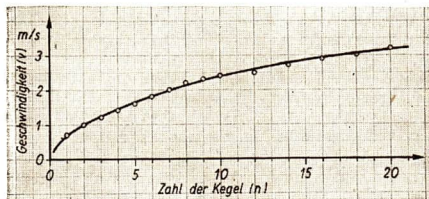


Abb. 180. Abhängigkeit der Sinkgeschwindigkeit von der Anzahl der ineinander gelegten Papierkegel

nach unten gerichtet, fallen. Seine Geschwindigkeit wird nach kurzer Fallstrecke konstant. Dann ist der Luftwiderstand gleich dem Gewicht des Kegels. Erst vier ineinander gelegte gleichartige Kegel erreichen die doppelte Geschwindigkeit

(Abb. 180). Mithin ist $W \sim v^2$.

Wir haben es bei dem Versuch mit den Papierkegeln mit dem *Widerstand des Mittels* zu tun (vgl. § 16, 4). Er ist stets wirksam, wenn Körper in einer Flüssigkeit oder einem Gase bewegt werden, und nimmt mit der Zähigkeit des Mittels zu. Mißt man mit dem in Abb. 179 dargestellten Gerät bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit die Widerstände verschiedener Körper, die alle den gleichen größten Querschnitt F haben, so erhält man ganz verschiedene Widerstandswerte. Die Abb. 181 gibt eine Zusammenstellung der Luftwiderstände der untersuchten Versuchskörper wieder.

Der Widerstand hängt sehr stark von der *Form des Körpers* ab. Durch diese ist auch die Größe der *Widerstandszahl* c_w bedingt.

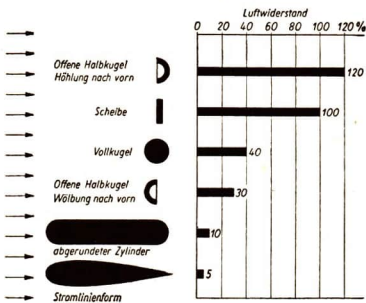


Abb. 181. Strömungswiderstände von Körpern verschiedener Form mit gleichem Querschnitt

2. Wirbelbildung. Um die Abhängigkeit des Widerstandes von der Form des Körpers zu verstehen, machen wir folgenden Versuch: Wir ziehen eine Holzplatte durch ein mit Wasser gefülltes Gefäß, dessen Oberfläche mit Bärllappsporen bestreut ist. Hinter der Platte entstehen zwei kräftige *Wirbel*.

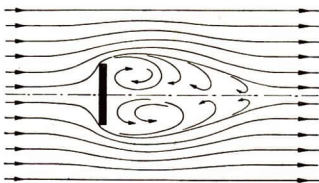


Abb. 182. Wirbelbildung hinter einer Platte
Sie wird von links angeströmt.

Dieselbe Erscheinung ist zu beobachten, wenn man eine Flüssigkeit gegen eine feststehende Platte anströmen läßt (Abb. 182). Die Wirbel treten nicht symmetrisch zur Mittelachse der Strömung auf, sondern abwechselnd auf beiden Seiten. Sie lösen sich von der Platte und bilden in der Flüssigkeit eine *Wirbelstraße*. Beim Schleppen der Holzplatte muß nicht nur die Flüssigkeit auf der Vorderseite beiseite gedrängt werden, sondern es wird auch Energie dadurch verbraucht, daß die Wassermassen hinter dem Körper eine Wirbelbewegung ausführen. Die Flüssigkeit gerät in den Wirbeln in verhältnismäßig große Geschwindigkeit, so daß in den Wirbelgebieten nach dem Bernoullischen Gesetz ein geringerer Druck herrscht als in der Umgebung. Daher wirkt vom Wirbel her ein *Sog* auf den Körper.

Das gleiche gilt auch für strömende Gase.

Umströmen eine Flüssigkeit oder ein Gas einen Zylinder reibungslos, so herrscht *Symmetrie der Stromlinien* und der *Druckverteilung* auf den Seiten der An- und Abströmung (Abb. 183). Auf den Zylinder wird von der strömenden idealen Flüssigkeit keine Kraft ausgeübt. Jedes Teilchen wird beim Anströmen durch das Druckgefälle beschleunigt. Beim Abströmen werden die Teilchen infolge der Druckerhöhung wieder verzögert. Sie haben, da keine Energieverluste eintreten, nach und vor der Umströmung die gleiche Geschwindigkeit.

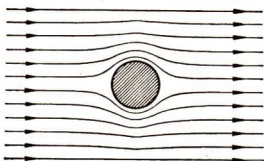


Abb. 183. Zylinder in der Strömung einer reibungslosen Flüssigkeit

Bei Flüssigkeiten, in denen die Reibung nicht vernachlässigt werden kann, bleiben jedoch Flüssigkeitsteilchen an der Oberfläche der umströmten Körper haften. Zwischen ihnen und den benachbarten Teilchen treten Reibungskräfte auf, die in gleicher Art wie bei der Reibung zwischen festen Körpern der Bewegungsrichtung entgegengesetzt sind.

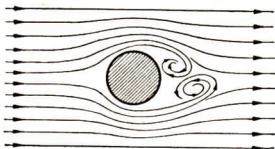


Abb. 184. Zylinder in der Strömung einer realen Flüssigkeit. Der Strömungsverlauf ist nicht symmetrisch. Hinter dem Körper bilden sich Wirbel.

Die Geschwindigkeit der Teilchen wird durch die Reibungskräfte verringert. Dadurch wird die kinetische Energie mancher Teilchen so gering, daß der Druck nicht

mehr überwunden werden kann. Die Teilchen werden an Stellen niederen Druckes angesaugt und bilden Wirbel (Abb. 184).

Die Wirbelbildung hinter der Holzplatte wird vermieden, wenn man der Platte eine Verkleidung gibt, durch die man das Gebiet der Wirbelbildung umschließt. Der Körper erhält dadurch eine Form, die man als *Stromlinienform* bezeichnet (Abb. 185). Durch diese Formgebung vermindert man den Formwiderstand. Stromlinienkörper besitzen aber noch einen *Oberflächenwiderstand*, der durch Reibung mit der an der Oberfläche haftenden Flüssigkeits- oder Gasschicht ohne Wirbelbildung entsteht.

Werden Körper schnell bewegt oder starken Strömungen ausgesetzt, so gibt man ihnen Stromlinienform. Wir finden diese Form bei Schiffen, Flugzeugen, Renn- und Personenkraftwagen (Abb. 186), Stromlinienlokomotiven, Schornsteinen großer Ozeandampfer und Brückenpfeilern u. a. m. Auch in der Tierwelt sind im Laufe der Entwicklung ähnliche Formen entstanden, z. B. der Fisch- und der Vogelkörper.

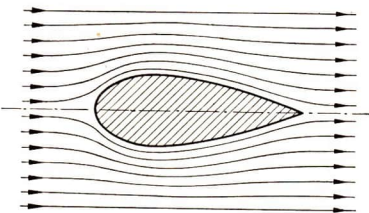


Abb. 185. Stromlinienform. Sie umschließt das Wirbelgebiet und verhindert dadurch die Wirbelbildung. Der „Formwiderstand“ des Körpers wird dadurch verringert.

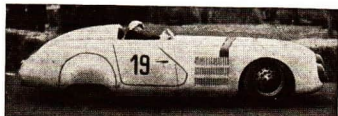


Abb. 186. Rennwagen mit Vollverkleidung beim Straßenrennen auf der Halle (Saale)-Schleife, September 1951

3. Das Flugzeug. Zu beiden Seiten des *Flugzeugrumpfes* befinden sich die *Tragflächen*. Der *Propeller* gibt dem Flugzeug eine horizontale Geschwindigkeit, die im allgemeinen bei etwa 400 km/h liegt. Infolgedessen trifft ein starker Luftstrom gegen die Tragflächen. Diese haben einen Querschnitt, der im allgemeinen dem in Abb. 187 wiedergegebenen gleicht. Durch die Formgebung des Tragflügels wird die Strömung so beeinflusst, daß die Stromlinien auf seiner Oberseite dicht gedrängt liegen, während sie auf der

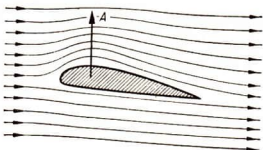


Abb. 187. Tragfläche. Oberhalb der Tragfläche ist die Strömungsgeschwindigkeit erhöht, während sie unter ihr nahezu gleich bleibt. Dadurch entsteht eine nach oben gerichtete Kraft, die das Flugzeug hebt.

Unterseite kaum verändert werden. Infolgedessen kommt es auf der Oberseite zu einer Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit und damit zu einer Abnahme des statischen Druckes. Diese Druckveränderung wirkt sich in einer am Tragflügel angreifenden, senkrecht nach oben gerichteten Kraft aus, die dem Flugzeug den Auftrieb gibt.

Auch die *Höhen-* und *Seitenruder* des Flugzeuges ähneln in ihrer Form den Tragflächen. Zur Verminderung des Luftwiderstandes gibt man dem Flugzeugrumpf die Form eines Stromlinienkörpers.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Ursache hat die Wirbelbildung in Flüssigkeiten hinter einem umströmten Körper?
2. Welche Ursache hat die als Sog bezeichnete Erscheinung?
3. Wodurch unterscheiden sich der Oberflächenwiderstand und der Formwiderstand? Gib die Ursachen ihrer Entstehung an!
4. Erläutere die Wirkung der Tragflächen eines Flugzeuges!

§ 29. Energieübertragung durch strömende Flüssigkeiten und Gase

1. Wasserräder. Eine der wichtigsten Aufgaben der Technik besteht darin, die menschliche und tierische Kraft durch Maschinenkraft zu ersetzen und die in der Natur zur Verfügung stehenden Energiequellen für die menschliche Gesellschaft auszunutzen. Dies trifft insbesondere für die im Wasser gespeicherte Energie zu. *Unterschlächtige Wasserräder* (Abb. 188) sind seit dem Altertum bekannt. Sie verwerten die Bewegungsenergie des strömenden Wassers. Trifft in der Zeit t die Wassermasse m mit der Geschwindigkeit v auf die Schaufeln des Rades, so ist die Antriebsleistung des Wassers

$$N_i = \frac{1}{2} m v^2 t^{-1}.$$

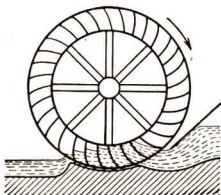


Abb. 188. Unterschlächtiges Wasserrad

Diese wird jedoch nicht restlos ausgenutzt. Ein Teil wird zur Überwindung der Reibung an der Achse des Rades verbraucht. Ein anderer Teil bleibt als Bewegungsenergie erhalten, da das Wasser, wenn es das Rad verläßt, weiterfließt. Den wirklich zur Geltung kommenden Teil der verfügbaren Leistung bezeichnet man als *Nutzleistung* (N_e).

Wenn eine Wasserkraftmaschine durch eine Wassermenge von $Q \text{ m}^3/\text{s}$ mit einem Gewicht von $1000 Q \text{ kp}$ bei der Gefällehöhe von $h \text{ m}$ betrieben wird, so ist die Antriebsleistung

$$N_i = 1000 Q \cdot h \text{ kpm/s} \approx 9,81 Q \cdot h \text{ kW}.$$

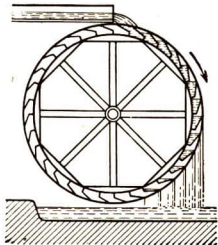


Abb. 189. Oberflächliches Wasserrad

Der Wirkungsgrad unterschlächtiger Wasserräder beträgt höchstens 35 %. Einen günstigeren Wirkungsgrad (bis 75 %) haben die *oberflächlichen Wasserräder* (Abb. 189), bei denen das Gewicht des Wassers als treibende Kraft wirkt. Das Wasser strömt oben in die Radzellen ein und verläßt sie unten. Bei diesen Wasserrädern wird in der Hauptsache die potentielle Energie des Wassers ausgenutzt. Der Höhenunterschied der Wasserspiegel vor und hinter dem Rad muß mindestens gleich dem Durchmesser des Rades sein. Man erreicht ein derartiges Gefälle bei einem

Fluß durch Abzweigung eines Ober- und Untergrabens (Abb. 190).

Wasserräder werden nur noch selten gebaut. Ihre Abmessungen sind zu groß, ihr Wirkungsgrad zu klein; große Wassermengen und großes Gefälle können durch sie nicht ausgenutzt werden. Ihre Drehzahl beträgt nur 5 bis 10 U/min, so daß man Zahnradübersetzungen anwenden muß, wenn man Sägen, Bohrmaschinen, Mühlsteine usw. antreiben will.

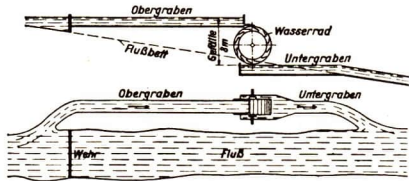


Abb. 190. Grabenanlagen für ein oberflächliches Wasserrad (Aufriß und Grundriß)

2. Die Freistrahlturbine. Erst die Erfindung der *Turbinen*¹ machte es möglich, die Energie des strömenden Wassers besser auszunutzen. Bei mittleren und großen Höhenunterschieden (100 bis 1500 m) und relativ geringen Wassermengen kommt vor allem die *Freistrahlturbine*, nach ihrem Erfinder auch *Peltonrad* genannt, in Betracht (Abb. 191). Das Wasser strömt aus einer oder mehreren *Düsen D* gegen *Schaufeln* (Löffel oder *Becher*), die so gestaltet sind, daß sich der Strahl an einer mittleren scharfen

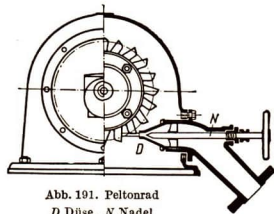


Abb. 191. Peltonrad
D Düse, N Nadel



Abb. 192
Querschnitt durch die Schaufel einer Freistrahlturbine

Kante teilt und nach beiden Seiten um fast 180° umbiegt (Abb. 192). Dabei gibt das Wasser seine kinetische Energie fast vollständig ab, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwa halb so groß ist wie die des auftreffenden Wassers. Wenn nämlich die Geschwindigkeit des Rades gleich v , die des Wassers gleich $2v$ ist, hat der umgebogene Strahl relativ zu der sich drehenden Schaufel die Geschwindigkeit $-v$. Von außen betrachtet ist die Geschwindigkeit des austretenden Wassers nahezu gleich Null. In diesem Falle hat der Wasserstrahl seine kinetische Energie fast vollständig auf die Turbine übertragen. Der Wasserzufluß wird durch eine *Nadel N* geregelt, die mittels eines Handrades in die Düse geschoben werden kann.

Man erreicht bei den Freistrahlturbinen Wirkungsgrade bis zu 90%. Daher haben die Turbinen fast vollständig die Wasserräder verdrängt.

3. Die Überdruckturbine. Bei kleinerem Gefälle haben die Freistrahlturbinen eine zu geringe Umdrehungszahl; besonders zum Antrieb elektrischer Maschinen ist eine hohe Umlaufzahl (bis zu 1000 U/min und darüber) notwendig. Diese erreicht man in den *Überdruckturbinen*, von denen die ebenfalls nach ihren Erfindern benannten *Francisturbinen* und die *Kaplanturbinen* am häufigsten verwendet werden.

¹ turbo (lat.) = Wirbel

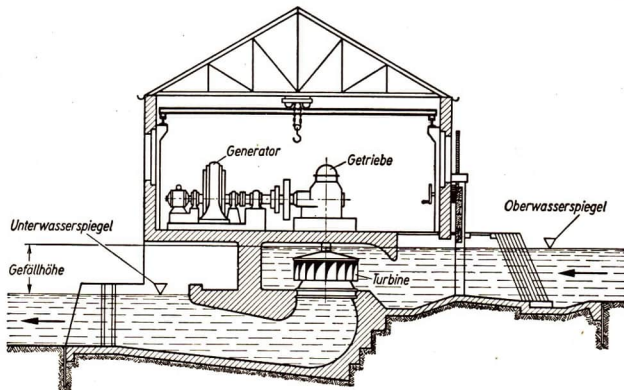


Abb. 193. Schema einer Turbinenanlage

Bei ihnen wirkt das Wasser nicht nur durch seine Strömungsgeschwindigkeit auf die Schaufeln ein. Es wird zusätzlich auch der Rückstoß ausgenutzt.

Abb. 193 zeigt schematisch die äußere Anlage einer Überdruckturbine. Die Turbinenachse kann wie in Abb. 193 senkrecht stehen oder wie in der folgenden Abbildung waagrecht liegen. Die Francisturbine besteht aus einem *Lauf*rad und einem Kranz feststehender *Leitschaufeln*, die das Laufad umgeben (Abb. 194). Das Wasser tritt unter hohem Druck von außen radial in die Kanäle zwischen den Leitschaufeln. Diese werden nach innen zu enger; dadurch erhöht sich die Geschwindigkeit des Wassers, das als ein einziger großer Wirbel mit hoher Umlaufzahl die Schaufeln des Laufades durchströmt. Die Laufadschaufeln sind nach der Austrittsseite des Wassers hin schraubenförmig gekrümmt, so daß das radial einströmende Wasser im Laufad um 90° abgelenkt wird und in der Richtung der Achse austritt. Es wird dann durch ein gebogenes Rohr, das sich unten erweitert und daher saugend wirkt, dem Unterwasser zugeführt. Das Laufad kann, da alle seine Zellen mit Wasser gefüllt sind, vollständig im Wasser laufen.

Zur Erzielung einer möglichst guten Ausnutzung der kinetischen Energie des einströmenden Wassers gibt man den Laufadschaufeln eine besondere Form. Das Wasser soll nicht

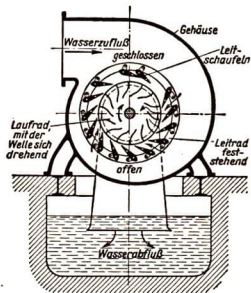


Abb. 194. Francisturbine. Von den oberen vier Leitschaufeln sind zwei im Gegensatz zu den übrigen geschlossen gezeichnet. Der Wasserzufluß ist dadurch gesperrt.

allein durch Stoß, sondern auf seiner gekrümmten Bahn durch die auf die Laufradschaufeln ausgeübten Druckkräfte wirken. Es muß in der zu den bewegten Schaufeln senkrechten Richtung in das Laufrad eintreten und beim Durchfließen der Schaufeln umgelenkt werden (Abb. 195). Die Reaktionskraft des ausströmenden Wassers treibt das Laufrad in der entgegengesetzten Richtung. Auch bei dieser Turbine beträgt der Wirkungsgrad bis 90 %. Sie wird für eine Gefällhöhe von 0,5 m bis 260 m und für einen Wasserverbrauch von 0,2 m³/s bis 150 m³/s gebaut.

Die Kaplan turbine ist sehr schnellläufig (1000 U/min und mehr). Man läßt bei ihr das Wasser die Laufräder nur in axialer Richtung durchströmen.

Abb. 196 zeigt schematisch den Aufbau einer Kaplan turbine im Längsschnitt und Abb. 197 das Laufrad allein. Seine Form erinnert an eine Schiffsschraube. Die Turbine wirkt ebenso; nur bewegt sich hier nicht die Schraube gegen das Wasser, sondern das Wasser gegen die Schraube. Das Laufrad hat zwei bis acht frei stehende Flügel, die verstellbar sind. Bei Laufraddurchmessern bis zu 6 m betragen die Leistungen über 8000 kW.

Praktische Bedeutung gewannen die Wasserturbinen in Deutschland erst seit 1891, als es gelang, bei *Lauffen* am Neckar die Energie eines Wasserfalles in einer Turbine auszunutzen und mit ihr einen Generator zu betreiben, dessen Strom nach Frankfurt a. M. geleitet wurde.

Die Turbinen beanspruchen viel weniger Platz als Wasserräder. Man baut sie für einen Wasserverbrauch von 0,05 m³/s bis über 150 m³/s, für 50 bis 1000 Umdrehungen in der Minute, für eine Gefällhöhe von 0,5 m bis 1700 m und für Leistungen von nur 7 kW bis zu 50000 kW. Turbinen sind überall dort von hoher wirtschaftlicher Bedeutung, wo Wasserkräfte zur Verfügung stehen.

Eine große Wasserturbinenanlage ist das *Walchenseekraftwerk*. Vom Walchensee, der 70000000 m³ Wasser faßt, führen 8 eiserne Druckrohre mit einem Nutzgefälle von 195 m zum „Krafthaus“, in dem das Wasser 4 Überdruck- und 4 Freistrahlturbinen speist. Durch diese werden elektrische Maschinen betrieben. Die gesamte Leistung des Werkes erreicht rund 125000 kW.

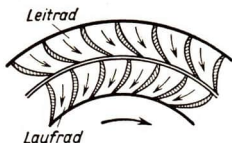


Abb. 195. Senkrechter Schnitt durch das Leitrad und das Laufrad einer Francis turbine

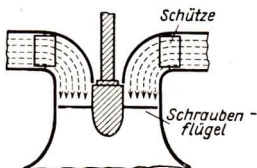


Abb. 196. Längsschnitt durch eine Kaplan turbine (schematisch)

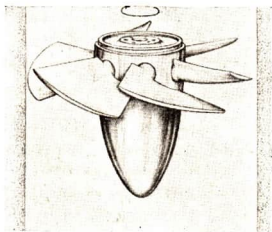


Abb. 197. Laufrad einer Kaplan turbine. Das Wasser strömt von oben auf die verstellbaren Schaufeln und drückt sie zur Seite.

Gewaltige Wasserkraftwerke entstehen im Rahmen der *Großbauten des Kommunismus* in der *Sowjetunion* am *Dnepr*, an der *Wolga* und am *Don*.

Sie werden folgende Leistungen haben:

Wasserkraftwerk bei <i>Kuibyschew</i> an der <i>Wolga</i>	2 Mill. kW
Wasserkraftwerk bei <i>Stalingrad</i> an der <i>Wolga</i>	1,7 Mill. kW
Wasserkraftwerk bei <i>Kachowka</i> am <i>Dnepr</i>	250 000 kW
Wasserkraftwerk bei <i>Zimljanskaja</i> am <i>Don</i>	160 000 kW

Die in diesen Werken erzeugte elektrische Energie wird einem die ganze Sowjetunion umspannenden Netz zugeführt werden. Dadurch werden die Wasserkräfte in einem Maße ausgenutzt, wie es bisher in keinem Lande der Fall ist.

4. Windkraftmaschinen. Auch die Energie der strömenden Luft kann ausgenutzt werden. Jedoch haben derartige Vorrichtungen in der Technik bisher noch keine so große Bedeutung gewonnen wie die Wasserkraftmaschinen. Als Urform von *Windkraftmaschinen* sind die *Windmühlen* anzusehen. Bei ihnen wird ein Flügelrad vom Wind in Umdrehung versetzt, dessen vier Flächen schräg zur Windrichtung gestellt sind, und das in ähnlicher Weise wie das Flügelrad einer Kaplan turbine wirkt. Die Drehachse des Flügelrades muß in die Windrichtung gestellt werden. Deshalb ist zumeist das ganze Mühlenhaus drehbar angeordnet. Neuere *Windmotoren* benutzen Laufräder mit einer großen Anzahl kleinerer Flügel. Die Einstellung in die Windrichtung erfolgt in ähnlicher Weise wie bei den *Windrichtungsanzeigern*, den *Wetterfahnen*, durch eine Leitfläche. Derartige Windmotoren finden z. B. zum Antrieb von *Pumpwerken* zu Bewässerungszwecken Anwendung.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Energieform wird in Turbinen in erster Linie zur Verrichtung mechanischer Arbeit ausgenutzt?
2. Welche Arten von Wasserturbinen unterscheidet man? Mit welchen Turbinen kann man auch bei kleinerem Gefälle hohe Umlaufzahlen erhalten?
3. Beschreibe a) eine Freistrahlturbine,
b) eine Francisturbine,
c) eine Kaplan turbine!
4. Welche Vorteile haben Turbinen gegenüber unter- bzw. überschlächtigen Wasserrädern?
5. Eins der im Walchenseekraftwerk eingebauten Peltonräder erzielt bei einem Gefälle von 195 m und einem Wasserverbrauch von $9,4 \text{ m}^3/\text{s}$ 250 U/min und leistet 15 000 kW. Berechne den Wirkungsgrad!

WÄRMELEHRE

VII. Die Temperatur – Die Wärmeausdehnung der Körper

§ 30. Die Temperaturmessung

1. **Einführung.** Unsere Wärmeempfindungen sind in hohem Maße subjektiv. Wir brauchen nur an die unterschiedliche Beurteilung zu denken, die der Wärmezustand eines mäßig geheizten Raumes von seiten zweier Menschen erfahren kann, die sich vorher in verschieden temperierten Räumen aufhielten. Will man sich von der Unsicherheit dieser subjektiven Urteilsbildung frei machen, so muß man Meßinstrumente verwenden, die den Wärmezustand von Körpern objektiv feststellen. Die Voraussetzungen für solche Messungen sind bereits im Physikunterricht der Grundschule erarbeitet worden. (Vgl. Lehrbuch der Physik für das 6. Schuljahr, § 11!).

Es wurde festgestellt:

- a) Der Wärmegrad eines Körpers wird als seine **Temperatur** bezeichnet. Er läßt sich durch die Zuführung bzw. Entziehung von Wärme verändern.
- b) Körper, die sich lange genug berühren, nehmen die gleiche Temperatur an.
- c) Das Volumen eines Körpers ist von der Temperatur abhängig. Je höher diese ist, desto größer ist in der Regel das Volumen. Man kann infolgedessen aus der Zunahme des Volumens eines Körpers einen Schluß auf die Temperatur ziehen.
- d) Beim Festlegen der Temperaturskala geht man von zwei *Festpunkten* oder *Fundamentalpunkten* aus. Bei der hundertteiligen Celsiusskala sind dies der Gefrierpunkt des Wassers (0°C) und der Siedepunkt des Wassers bei normalem Luftdruck (100°C). Der Abstand dieser Punkte voneinander heißt *Fundamentalabstand*. Die Bestimmung des Eispunktes erfolgt im schmelzenden Eis, die des Siedepunktes im Dampf des bei Normaldruck (760 Torr) siedenden Wassers.

Zur genauen Festlegung des oberen Fundamentalpunktes verwendet man ein doppelwandiges Siedegefäß, dessen äußerer Dampfmantel den Innenraum vor Wärmeverlusten schützt (Abb. 198).

In der Wissenschaft wird heute die Celsiusskala allgemein verwendet.

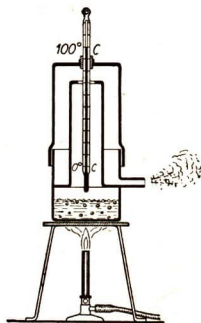


Abb. 198. Siedegefäß zur Bestimmung des oberen Festpunktes eines Thermometers

2. Flüssigkeitsthermometer. Als Grundlage der Temperaturmessung dient das *Quecksilberthermometer*. Das Quecksilber hat vor allen anderen Flüssigkeiten den Vorzug, daß es sich beim Erwärmen gleichmäßig ausdehnt. Wählt man zur Füllung des Thermometers eine andere Flüssigkeit, z. B. Alkohol, so darf der Fundamentalabstand nicht in hundert gleiche Teile eingeteilt werden, da sich Alkohol nicht so gleichmäßig ausdehnt wie Quecksilber. Man muß das Alkoholthermometer von Grad zu Grad mit dem Quecksilberthermometer vergleichen und dementsprechend einteilen (Abb. 199).

Die Verwendbarkeit gewöhnlicher Quecksilberthermometer ist nach unten hin durch den Erstarrungspunkt des Quecksilbers (-39°C), nach oben hin durch seinen Siedepunkt ($+357^{\circ}\text{C}$) begrenzt. Doch werden auch Quecksilberthermometer angefertigt, mit denen sich noch höhere Temperaturen messen lassen. Man füllt über dem Quecksilberfaden Stickstoff oder Kohlendioxyd in die Kapillare, und zwar bei einem Druck von 30 at bis 50 at. Die komprimierten Gase verhindern durch ihren Druck ein Verdampfen des Quecksilbers. Derartige Thermometer werden aus Spezialglas hergestellt und sind für Temperaturen bis etwa 660°C bzw. bis etwa 750°C verwendbar.

Die Fundamentalpunkte, der Eispunkt und der Siedepunkt des Wassers, werden für den praktischen Gebrauch noch durch andere Festpunkte ergänzt, von denen einige hier angeführt sind.

Thermometrische Festpunkte

bei normalem Luftdruck (760 Torr), Sd Siedepunkt, Sm Schmelzpunkt					
Wasserstoff	Sd	−252,78° C	Antimon	Sm	+ 630,5° C
Toluol	Sm	− 95,0 ° C	Silber	Sm	+ 960,5° C
Quecksilber	Sm	− 38,83° C	Gold	Sm	+1063 ° C
Zinn	Sm	+ 232 ° C	Kupfer	Sm	+1083 ° C
Kadmium	Sm	+320,9 ° C	Palladium	Sm	+1555 ° C
Zink	Sm	+419,5 ° C	Platin	Sm	+1773 ° C
Schwefel	Sd	+444,60° C	Wolfram	Sm	+3350 ° C

Alkoholthermometer haben einen Meßbereich von -100°C bis $+70^{\circ}\text{C}$.

Will man noch tiefere Temperaturen messen, so füllt man das Thermometer mit *Pentan*, einem leicht flüchtigen Destillationsprodukt des Erdöls. Pentan erstarrt bei -200°C und siedet bei $+20^{\circ}\text{C}$.

3. Thermometer für wissenschaftliche und technische Messungen. Außer den uns bereits in der Grundschule bekanntgewordenen Thermometern sollen hier noch einige für wissenschaftliche wie für technische Zwecke verwendete Thermometer und Temperaturanzeigergeräte angegeben werden.

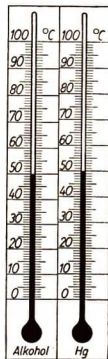


Abb. 199
Gegenüberstellung
der Skalen eines
Alkohol- und eines
Quecksilber-
thermometers

Die in der metallbearbeitenden Industrie vielfach benutzten Feinmeßgeräte geben die genauen Meßwerte meist nur für eine bestimmte Bezugstemperatur an. Die Temperatur des Werkstückes muß daher bei Feinmessungen genau überwacht werden. Dazu reichen gewöhnliche Thermometer nicht aus. Es wurden für diesen Zweck vom volkseigenen Carl-Zeiss-Werk in Jena die *Körperthermometer* geschaffen (Abb. 200). Das sind Thermometer, die mit dem Werkstück in innige Berührung gebracht werden können und den Temperatureausgleich in kürzester Zeit ermöglichen.

Für die in der Industrie vielfach erforderliche Temperatur-Fernmessung wird neben anderen Geräten das *Quecksilber-Fernthermometer* verwendet (Abb. 201). Es besitzt als Temperaturfühler eine kurze, mit

Quecksilber gefüllte Stahlröhre. Dieses Meßgefäß ist durch eine Kapillare aus Stahl mit einem Manometer verbunden, das die durch die Ausdehnung des Quecksilbers hervorgerufene Druckänderung anzeigt. Die Skala des Manometers ist in $^{\circ}\text{C}$ eingeteilt. Der Meßbereich liegt zwischen $+100^{\circ}\text{C}$ und $+600^{\circ}\text{C}$. Dieses *Fernthermometer* wird auch für selbstregistrierende Instrumente verwendet.

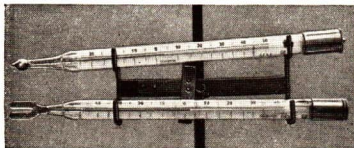


Abb. 202

Maximum- und Minimumthermometer, in einem Gestell liegend.
Oben Maximumthermometer, unten Minimumthermometer

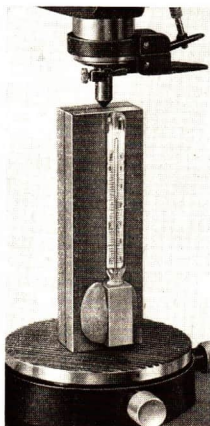


Abb. 200

Körperthermometer, hergestellt im volkseigenen Carl-Zeiss-Werk in Jena. Der Quecksilberkolben des Thermometers ist in einen Metallschaft von quadratischem Querschnitt eingebettet und durch ein gut wärmeleitendes Mittel mit diesem verbunden. Das Thermometer wird mittels einer Knetmasse an das Werkstück geheftet.

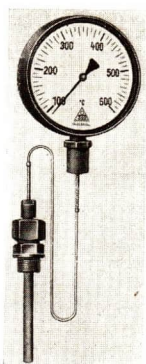


Abb. 201. Quecksilber-Fernthermometer aus dem Meßgeräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg.

Das als Temperaturfühler dienende, mit Quecksilber gefüllte Stahlrohr wird in den Meßraum eingeführt und mit seiner Wand verschraubt. Die bei einer Erwärmung eintretende Ausdehnung des Quecksilbers wird manometrisch gemessen.

Bei vielen wissenschaftlichen und technischen Messungen ist es erforderlich, die höchste bzw. tiefste Temperatur festzustellen, die beim Ablauf eines Prozesses eingetreten ist. Insbesondere gilt dies für meteorologische Messungen. Man hat für diesen Zweck besondere *Maximum- und Minimumthermometer* konstruiert (Abb. 202). Beide werden, in einem Gestell

liegend, verwendet. Die *Maximumthermometer* sind Quecksilberthermometer und ähneln in ihrer Bauart den Fieberthermometern. In dem Quecksilberbehälter befindet sich ein Glasdorn, der in die Kapillarröhre des Quecksilberfadens hineinragt (Abb. 203). Bei steigender Temperatur dehnt sich das Quecksilber aus und tritt durch den verbleibenden engen Spalt zwischen Rohrwand und Dorn ungehindert hindurch. Bei einer Abkühlung reißt der Quecksilberfaden an der Spitze des Dorns ab und verbleibt im Rohr. Man kann infolgedessen am

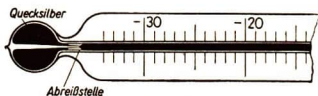


Abb. 203

Quecksilbergefaß eines Maximumthermometers. Der zurückweichende Faden reißt an der Spitze des Dorns ab.

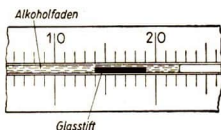


Abb. 204. Teilansicht des Alkoholfadens eines Minimumthermometers mit eingefügtem Glasstift. Abgelesene tiefste Temperatur 19°C

Ende des Fadens die erreichte höchste Temperatur ablesen. Will man erneut eine Messung durchführen, so muß man den Quecksilberfaden wie beim Fieberthermometer durch einen kräftigen Ruck in das Quecksilbergefaß zurückschleudern.

Die *Minimumthermometer* sind mit Alkohol gefüllt. Das Flüssigkeitsgefäß besteht aus zwei untereinander verbundenen Rohrschenkeln. Diese Form ist wegen ihrer größeren Oberfläche gewählt worden, weil Alkohol nicht so schnell die Temperatur seiner Umgebung annimmt wie Quecksilber. Im Alkoholfaden liegt ein dünner Glasstift, der beim Zurückweichen des Alkohols durch die Oberflächenspannung mitgenommen wird (Abb. 204). Bei erneuter Ausdehnung des Alkohols bleibt der Stift liegen und ermöglicht so die Feststellung der erreichten tiefsten Temperatur. Durch ein einfaches Umkehren wird dieses Thermometer erneut gebrauchsfertig gemacht.

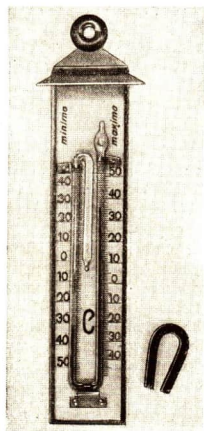


Abb. 205. Sixsches Maximum-Minimumthermometer

Für einfache Messungen der Höchst- und Tiefsttemperatur ist das *Sixsche Maximum-Minimumthermometer* bestimmt, das die beiden getrennten Thermometer vereinigt. Es besteht aus einem doppelt U-förmig gebogenen Rohr (Abb. 205). Als Thermometerflüssigkeit dient Alkohol, der sich in dem mittleren kurzen Schenkel befindet. Der in der Thermometerröhre sichtbare Quecksilberfaden tritt thermometrisch nicht in Funktion. Er hat nur die Thermometerflüssigkeit gegen den anderen Thermometerteil abzuschließen. Dieser ist ebenfalls mit Alkohol gefüllt, aber nicht ganz vollständig. In dem noch über der Oberfläche des Alkohols vorhandenen freien Raum befindet sich Alkoholdampf. Die Anzeige der Höchst- und Tiefsttemperatur erfolgt beim Sixschen Thermometer durch kleine Stahlstifte, die auf dem Quecksilber

lagern und beim Zurückweichen des Fadens infolge Adhäsion an der Glaswand liegen bleiben. Die erneute Inbetriebnahme des Thermometers erfolgt durch Heranziehen der Stahlstifte an die Quecksilberkuppen mit Hilfe eines Magneten.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Aus welchem Grunde bevorzugt man Quecksilber als Thermometerflüssigkeit?
2. Welchen Einfluß hat der Querschnitt der Thermometerröhre auf die Empfindlichkeit des Thermometers? Wie verändert sich die Empfindlichkeit, wenn man den Durchmesser der Röhre auf die Hälfte verkleinert?
3. Warum darf man Thermometer, mit denen man mittlere Raumtemperaturen messen will, nicht zu hoch oder zu tief aufhängen?
4. Aus welchem Grunde werden Minimumthermometer bei der Messung waagrecht, Maximumthermometer mit einem geringen Gefälle nach dem Nullpunkt zu gelagert?
5. Wenn man ein Thermometer herstellt, füllt man den Behälter und die Röhre vollständig mit der Thermometerflüssigkeit. Dann erwärmt man das Thermometer etwas über die obere Grenztemperatur des Meßbereichs, so daß die überschüssige Flüssigkeit dabei ausfließt. Man schmilzt die Röhre zu, so lange die Flüssigkeit noch in der Spitze steht. Begründe dieses Verfahren!

§ 31. Die Ausdehnung fester Körper

1. Die lineare Ausdehnung. Im allgemeinen dehnen sich feste Körper bei einer Temperaturerhöhung nach allen Richtungen in demselben Maße aus. Die Gestalt des Körpers bei erhöhter Temperatur ist infolgedessen der ursprünglichen Gestalt ähnlich. Für den Regelfall genügt daher die Feststellung der Ausdehnung in einer Richtung. Eine Ausnahme hiervon machen u. a. die nicht regulären Kristalle.

Die *Abhängigkeit der Körperlänge von der Temperatur* ist dadurch verursacht, daß die Zwischenräume zwischen den kleinsten Teilchen, aus denen die Körper bestehen, bei steigender Temperatur größer und bei sinkender Temperatur kleiner werden. Wir werden darüber in § 40, 1 noch Näheres erfahren.

Zur genauen Untersuchung der *Längenausdehnung* fester Körper stellen wir folgende Versuchsanordnung zusammen (Abb. 206):

Wir benutzen eine Eisenröhre, die auf dem einen Ende fest aufliegt, am anderen Ende dagegen auf einer verschiebbaren Walze lagert. An dieser ist ein langer, leichter Zeiger befestigt, dessen freies Ende vor einer Millimeterskala spielt. Läßt man Dampf durch die Röhre strömen, so dehnt sie sich aus. Die Walze dreht sich dabei um einen Winkel, wobei sich ihre Achse verschiebt. Diese Verschiebung ist halb so groß

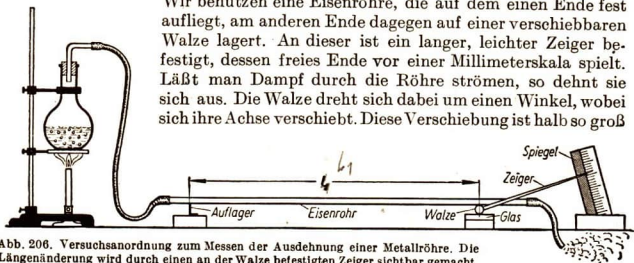


Abb. 206. Versuchsanordnung zum Messen der Ausdehnung einer Metallröhre. Die Längenänderung wird durch einen an der Walze befestigten Zeiger sichtbar gemacht.

wie die Verlängerung der Röhre und ist, im Übersetzungsverhältnis des Zeigers vergrößert, an der Millimeterskala ablesbar. Daraus ist die Verlängerung der Röhre leicht zu ermitteln. Aus der eingetretenen Temperaturerhöhung und der gemessenen Gesamtausdehnung läßt sich die mittlere Verlängerung errechnen, die eine Röhre von 1 m Länge bei einer Temperaturerhöhung um 1° erfährt. Man nennt diesen Wert den **Ausdehnungskoeffizienten** oder die **Längenausdehnungszahl** und gibt ihm das Formelzeichen α .

Beispiel für die Berechnung der Längenausdehnungszahl des Eisens:

Ursprüngliche Länge der Röhre $l_1 = 500 \text{ mm}$
 Zimmertemperatur $t_1 = 19,2^\circ \text{C}$
 Dampftemperatur $t_2 = 100^\circ \text{C}$ (bei 760 Torr)
 Temperaturzunahme $\Delta t = t_2 - t_1 = 80,8^\circ$
 Zeigerausschlag $a = 7,4 \text{ mm}$

Übersetzungsverhältnis des Zeigers $n = \frac{1}{30}$

Längenausdehnung $\Delta l = l_2 - l_1 = 2n \cdot a = \frac{2 \cdot 7,4}{30} \text{ mm} \approx 0,49 \text{ mm}$

Ausdehnung der Röhre bei einer Temperaturerhöhung um 1°, bezogen auf eine Länge von 1 m:

$$\frac{\Delta l}{l_1 \cdot \Delta t} = \frac{0,49}{500 \cdot 80,8} \approx 0,0000122$$

Ausdehnungskoeffizient des Eisens: $\alpha = 0,000012 \text{ je Grad}$.

Bei einer Temperaturerhöhung um 1° dehnt sich eine Eisenröhre von 1 m Länge um 0,012 mm, mithin eine Eisenröhre von beliebiger Länge um 12 Millionstel ihrer ursprünglichen Länge aus.

Man bezeichnet diese Zahl als den **linearen Ausdehnungskoeffizienten** des Eisens. In der Regel geht man dabei von der Länge des Körpers bei 0°C aus und findet:

Der lineare Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers ist gleich dem Bruchteil der Länge, um den sich der Körper ausdehnt, wenn seine Temperatur von 0°C auf 1°C steigt.

Bei Metallen ist der Ausdehnungskoeffizient zwischen 0°C und 100°C von der Temperatur nahezu unabhängig.

Bezeichnet man die Länge bei 0°C mit l_0 , die Länge bei $t^\circ \text{C}$ mit l_t , den linearen Ausdehnungskoeffizienten mit α , so gilt die Gleichung:

$$l_t = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t$$

oder

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \alpha t).$$

Mittlere lineare Ausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe zwischen 0°C und 100°C, angegeben in Bruchteilen der ursprünglichen Länge je Grad

Zink	0,000036	Messing	0,000018	Platin	0,000009
Magnesium . . .	0,000026	Konstantan . . .	0,000015	Glas, Jenaer 16	0,000008
Aluminium . . .	0,000023	Kupfer	0,000014	Porzellan	0,000004
Silber	0,000020	Nickel	0,000013	Invar ¹	0,000002
Neusilber	0,000018	Eisen	0,000012	Quarz	0,000001

¹ Invar ist eine Legierung aus etwa 66% Eisen (Stahl) und 34% Nickel. Diese Legierung erfährt bei Temperaturänderungen nur ganz geringe Längenänderungen. Aus dieser Eigenschaft erklärt sich der Name. Invariabilis (lat.) = unveränderlich

Erhöht man die Temperatur eines Metallstabes von 0°C auf $t_1^{\circ}\text{C}$ und dann auf $t_2^{\circ}\text{C}$, so sind nach der oben abgeleiteten Gleichung die zu den Temperaturen gehörenden Längen

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)$$

und

$$l_2 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2).$$

Erwärmt man den Eisenstab unmittelbar von $t_1^{\circ}\text{C}$ auf $t_2^{\circ}\text{C}$, so ist seine Ausdehnung

$$l_2 - l_1 = \Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot t_2 - l_0 \cdot \alpha \cdot t_1 = l_0 \cdot \alpha \cdot (t_2 - t_1) = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t.$$

Rechnerisch kann man in dieser Gleichung mit großer Annäherung l_0 durch l_1 ersetzen. Für die Wärmeausdehnung eines Metallstabes, der bei einer Anfangstemperatur die Länge l_1 hat, ergibt sich dann bei einer Temperaturerhöhung Δt mit hinreichender Genauigkeit der Wert

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t.$$

Nimmt ein Körper von der Länge l_1 unter dem Einfluß einer Temperaturerhöhung Δt die Länge l_2 an, so genügt zur Berechnung von l_2 aus l_1 für den praktischen Gebrauch die Gleichung

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta t).$$

Bei einer Temperaturerniedrigung gilt entsprechend die Gleichung

$$l_2 = l_1 (1 - \alpha \Delta t).$$

Wir werden von diesen Gleichungen oft Gebrauch machen.

2. Die Bedeutung der Wärmeausdehnung in der Technik. Die Wärmeausdehnung der Körper, insbesondere der Metalle, spielt in der Technik eine große Rolle. Bei allen Eisenkonstruktionen muß sie beachtet werden, damit Spannungen in den Konstruktionsteilen nicht auftreten. Eiserne Brücken liegen nur mit dem einen Ende fest auf, mit ihrem anderen Ende sind sie meist verschiebbar auf Walzen gelagert (vgl. Abb. 39). Bei vielen Brücken und Eisenkonstruktionen wird die Ausdehnung dadurch ausgeglichen, daß man *Pendelstützen* verwendet. Das sind senkrechte Streben, die mit dem Fundament wie mit der Brücke nicht starr, sondern gelenkig verbunden sind und dadurch eine gewisse Beweglichkeit zulassen (Abb. 207).

Für die genaue Zeitmessung mit Hilfe von Pendeluhrn ist die Temperaturunabhängigkeit der Pendellänge von ausschlaggebender Bedeutung. Die auf S. 136 wiedergegebene Tabelle zeigt, daß ein Pendel aus *Invar* selbst bei Temperaturschwankungen um 10° seine Länge nur um 0,002% ändert.



Abb. 207. Pendelstütze eines Stellwerkhauses
Der Oberbau wird von einer Eisenkonstruktion getragen, die mit dem freien Ende (in der Abb. links) auf Pendelstützen ruht.

Auch diese geringfügige Längenausdehnung muß bei Präzisionsuhren noch unwirksam gemacht werden. Man erreicht dies mit *Kompensationspendeln*, von denen Abb. 208 eine moderne Ausführungsform darstellt. Die Pendelstange besteht aus Invar; an ihrem unteren Ende trägt sie eine Verstellerschraube, auf der eine Aluminiumhülse steht. Auf dieser sitzt der durchbohrte Pendelkörper auf. Die Ausdehnung der Aluminiumhülse kompensiert die Ausdehnung der Invarstange.

Die sehr verschiedene Ausdehnung der Metalle wird technisch in den *Bimetallstreifen* weitgehend ausgenutzt (Abb. 209). Diese bestehen aus zwei aufeinander gelöteten Streifen aus verschiedenem Metall, z. B. aus Eisen und Messing. Erwärmt sich ein solcher Streifen, so krümmt er sich infolge der verschiedenen Ausdehnung der beiden Metalle nach der Seite hin, an der sich das Metall mit dem geringeren Ausdehnungskoeffizienten befindet. Bei unserem Beispiel ist dies das Eisen.

Solche Bimetallstreifen verwendet man z. B. zur Konstruktion von *Metallthermometern*. Ein temperaturempfindlicher Bimetallstreifen wirkt dabei als Temperaturfühler. Mittels eines Zeigers wird die Temperatur auf einer in Celsius-Graden geteilten Skala angezeigt (Abb. 210).

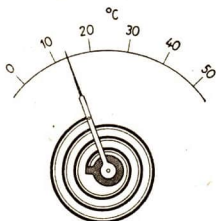


Abb. 210. Metallthermometer
Bei einer Erwärmung krümmt sich der aus Eisen und Messing bestehende Bimetallstreifen nach der Eisenseite hin.

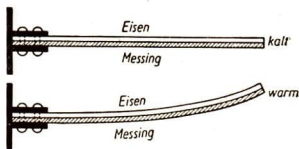
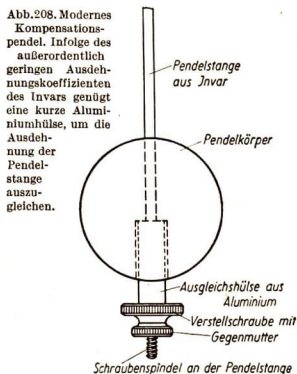


Abb. 209. Bimetallstreifen. Er ist aus einem Eisen- und einem Messingstreifen zusammengelötet.

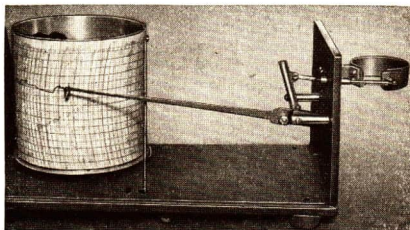


Abb. 211. Thermograph. Als Temperaturfühler dient ein ringförmiger Bimetallstreifen. Ein Hebelwerk überträgt die Bewegung des freien Endes dieses Streifens auf einen Zeiger. Dieser schreibt auf einem an seiner Spitze vorbeigeführten Papierstreifen die Temperaturkurve auf.

Auf derselben Grundlage beruhen die *Thermographen* (Abb. 211), bei denen der Zeiger die Temperaturänderungen mittels einer Schreibvorrichtung auf einer Papierfläche aufschreibt.

In der Elektrotechnik finden Bimetallstreifen bei der Konstruktion von *Bimetallsicherungen* bzw. *Bimetallschaltern* vielfach Verwendung. Abb. 212 zeigt schematisch die Anlage einer automatischen *Feuermeldeanlage*, die auf dieser Grundlage beruht.

Erwähnt sei noch die *Unruh* einer Taschenuhr, die bei Präzisionsuhren ebenfalls aus zwei halbkreisförmigen Bimetallstreifen besteht (Abb. 213). Durch diese Konstruktion wird erreicht, daß die Unruh der Taschenuhr gegen Temperaturschwankungen unempfindlich ist und immer eine konstante Schwingungsdauer hat.

3. Die räumliche Ausdehnung. Die räumliche Ausdehnung eines Körpers erfolgt nach allen Seiten gemäß den bei der linearen Ausdehnung festgestellten Gesetzmäßigkeiten (Abb. 214). Von dem linearen Ausdehnungskoeffizienten unterscheiden wir den räumlichen oder **kubischen Ausdehnungskoeffizienten**; er wird folgendermaßen definiert:

Der kubische Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers ist der Bruchteil seines Rauminhaltes, um den das Volumen des Körpers zunimmt, wenn seine Temperatur von 0°C auf 1°C steigt.

Bezeichnet man das Volumen bei 0°C mit V_0 , das Volumen bei $t^{\circ}\text{C}$ mit V_t , den räumlichen Ausdehnungskoeffizienten mit γ , so gilt entsprechend der linearen Ausdehnung die Gleichung

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t).$$

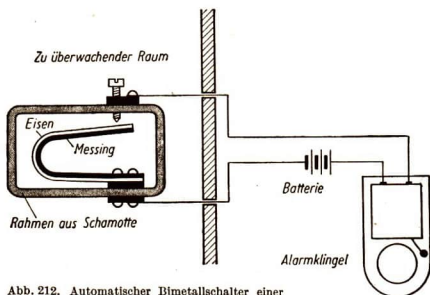


Abb. 212. Automatischer Bimetallschalter einer Feuermeldeanlage (Schaltschema). Bei einer starken Temperaturerhöhung krümmt sich der Bimetallstreifen nach der Eisen-seite hin und schließt dadurch am Kontakt den Strom der Signalanlage.

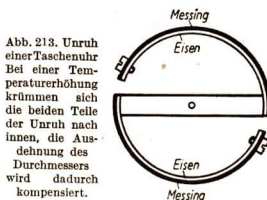


Abb. 213. Unruh einer Taschenuhr. Bei einer Temperaturerhöhung krümmen sich die beiden Teile der Unruh nach innen, die Ausdehnung des Durchmessers wird dadurch kompensiert.

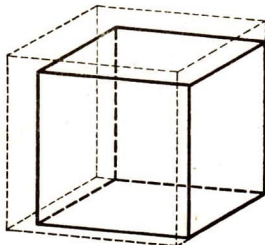


Abb. 214. Schematische Wiedergabe der räumlichen Ausdehnung eines Würfels. Die Ausdehnung ist von der in der Abbildung unten, hinten, rechts liegenden Ecke aus gezeichnet.

Infolge der engen Beziehung der Raumausdehnung zur Längenausdehnung läßt sich der kubische Ausdehnungskoeffizient aus dem linearen Ausdehnungskoeffizienten errechnen.

Ein Quader aus einem Stoff mit dem linearen Ausdehnungskoeffizienten α habe bei 0°C die Länge l_0 , die Breite b_0 , die Höhe h_0 . Diese Größen wachsen bei einer Temperaturerhöhung um t° an auf

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad b_t = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad h_t = h_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Das Volumen des Quaders vergrößert sich daher von $V_0 = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0$ auf

$$V_t = l_t \cdot b_t \cdot h_t = l_0 \cdot b_0 \cdot h_0 (1 + \alpha t)^3 = V_0 (1 + \alpha t)^3$$

oder auf

$$V_t = V_0 (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Da α eine sehr kleine Größe ist, kann man für praktische Zwecke die Glieder vom 2. und 3. Grade in der Klammer außer acht lassen. Dann ergibt sich:

$$V_t \approx V_0 (1 + 3\alpha t) = V_0 (1 + \gamma t).$$

Es folgt daraus:

Der räumliche Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers ist mit großer Annäherung dreimal so groß wie der lineare.

$$\gamma = 3\alpha.$$

Ein Hohlgefäß dehnt sich so aus, als ob der Hohlraum aus demselben Stoff bestünde wie die Wandung. Eine Hohlkugel z. B. kann sich nicht anders ausdehnen als der der Wandung entsprechende Teil der Vollkugel.

In ähnlicher Weise wie bei der linearen Ausdehnung gilt auch für die räumliche Ausdehnung bei einer Temperaturerhöhung um Δt° die Gleichung

$$\Delta V = V_1 \cdot \gamma \cdot \Delta t.$$

Durch genaue Untersuchungen ist festgestellt worden, daß die Ausdehnungskoeffizienten im allgemeinen bei höheren Temperaturen größer sind.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Die Länge einer eisernen Brücke wird bei 0°C mit 145 m gemessen. Welche Längenänderung erfährt sie zwischen der höchsten erreichten Sommertemperatur $t_1 = 37^\circ\text{C}$ und der tiefsten gemessenen Wintertemperatur $t_2 = -26^\circ\text{C}$?
2. Auf welche Weise wird bei eisernen Brücken erreicht, daß die Wärmeausdehnung des Eisens keinen Schaden anrichtet?
3. In einem chemischen Werk wird eine aus Stahlrohren bestehende Dampfleitung verlegt, die bei 20°C eine Länge von 264 m hat. Sie ist für Dampf von 25 atü mit einer Temperatur von 225°C bestimmt. Um wieviel dehnt sie sich bei der Inbetriebnahme gegenüber der ursprünglichen Länge aus?
4. Durch welche Vorrichtungen wird die Ausdehnung von Rohrleitungen ausgeglichen? Vergleiche Lehrbuch der Physik für das 6. Schuljahr, § 14, 3!
5. Ein Zinkstreifen und ein Eisenstreifen haben bei 0°C die gleiche Länge $l_0 = 80\text{ cm}$. Um wieviel unterscheiden sie sich bei 35°C ?
6. Aus einem Zink-Eisen-Streifen ist ein Bimetallschalter anzufertigen, der beim Erreichen einer bestimmten Raumtemperatur einen elektrischen Strom a) ausschaltet, b) einschaltet. Auf welcher Seite des Streifens muß der Kontakt angebracht werden?

7. Ein Zugdraht aus Stahl führt von einem Eisenbahnstellwerk zu einem 880 m entfernt stehenden Signal und zurück. Welche Längenänderung erfährt er bei Temperaturschwankungen um 55° zwischen Sommer und Winter? Durch welche Vorrichtungen werden diese Längenänderungen ausgeglichen? (Vgl. Lehrbuch der Physik für das 7. Schuljahr, § 21, 11)
8. Ein Gefäß aus Aluminium faßt bei 0°C genau 10 l. Wie groß ist sein Fassungsvermögen bei 100°C ?
9. Leite in ähnlicher Weise wie beim kubischen Ausdehnungskoeffizienten den Flächenausdehnungskoeffizienten ab!

§ 32. Die Ausdehnung der Flüssigkeiten

1. **Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten durch Wägung.** Da die flüssigen und gasförmigen Körper keine bestimmte Form haben, kann man bei ihnen nur den bereits oben definierten *räumlichen Ausdehnungskoeffizienten* messen. In der Regel bestimmt man den Ausdehnungskoeffizienten einer Flüssigkeit durch Wägung, wozu man ein *Pyknometer* (vgl. § 1, 8) benutzt. Voraussetzung für die Anwendung des Verfahrens ist, daß der lineare Ausdehnungskoeffizient des Glases bekannt ist, denn der Ausdehnungskoeffizient wird relativ zum Glase gemessen.

Das von uns verwendete Pyknometer habe bei 15°C ein Fassungsvermögen von $V_1 = 50 \text{ cm}^3$. Mit seiner Hilfe bestimmen wir durch Wägung den *kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Petroleums*. Wir füllen das Pyknometer bei 15°C mit Petroleum und wägen es. Das Petroleum habe die Masse $m_1 = 42,50 \text{ g}$. Dabei gilt die Gleichung

$$m_1 = V_1 \cdot \varrho_1,$$

wenn ϱ_1 die Dichte des Petroleums bei 15°C bedeutet.

Danach erwärmt man das Pyknometer in einem Wasserbad, beispielsweise auf 40°C . Die Temperatur steigt um $\Delta t = 25^\circ$. Das Glas und das Petroleum dehnen sich aus. Es fließt etwas Petroleum dabei aus, da es sich stärker ausdehnt als das Glas. Nach sorgfältigem Abtrocknen des Glases wird das Pyknometer erneut gewogen. Das Petroleum hat bei 40°C die Masse $m_2 = 41,52 \text{ g}$. Es besteht die Gleichung

$$m_2 = V_2 \cdot \varrho_2,$$

wobei m_2 die Masse, ϱ_2 die Dichte des Petroleums, V_2 den Rauminhalt des Pyknometers bei 40°C bedeuten. Ist α der lineare Ausdehnungskoeffizient des Glases, so ist $\gamma_{\text{gl}} = 3\alpha$ sein kubischer Ausdehnungskoeffizient. Es folgt daraus:

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma_{\text{gl}} \cdot \Delta t),$$

mithin:

$$m_2 = V_1 (1 + \gamma_{\text{gl}} \cdot \Delta t) \cdot \varrho_2.$$

Die Änderung der Dichte ist der Volumänderung umgekehrt proportional. Demnach besteht die Beziehung

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{1 + \gamma_{\text{Pet}} \cdot \Delta t},$$

worin γ_{Pet} der kubische Ausdehnungskoeffizient des Petroleums ist. Mithin gilt die Gleichung

$$m_2 = \frac{V_1 \cdot (1 + \gamma_{\text{gl}} \cdot \Delta t) \cdot \varrho_1}{1 + \gamma_{\text{Pet}} \cdot \Delta t}.$$

Da $m_1 = V_1 \cdot \rho_1$ ist, ergibt sich

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{1 + \gamma_{01} \cdot \Delta t}{1 + \gamma_{Pet} \cdot \Delta t}.$$

Diese Gleichung läßt sich nach γ_{Pet} auflösen:

$$1 + \gamma_{Pet} \cdot \Delta t = \frac{m_1}{m_2} (1 + \gamma_{01} \cdot \Delta t),$$

$$\gamma_{Pet} \cdot \Delta t = \frac{m_1 - m_2 + m_1 \cdot \gamma_{01} \cdot \Delta t}{m_2},$$

$$\gamma_{Pet} = \frac{m_1 - m_2 + m_1 \cdot \gamma_{01} \cdot \Delta t}{m_2 \cdot \Delta t}.$$

Beim Einsetzen der Meßwerte erhält man den Zahlenwert

$$\frac{42,50 - 41,52 + 0,0255}{41,52 \cdot 25} \approx 0,00097.$$

Der genaue Wert für den Ausdehnungskoeffizienten des Petroleums ist

$$\gamma_{Pet} = 0,00096 \text{ je Grad.}$$

Ausdehnungskoeffizienten einiger Flüssigkeiten bei 18°C

Alkohol	0,00110	Benzol	0,00106	Quecksilber .	0,00018
Äther	0,00162	Petroleum . .	0,00096	Wasser	0,00018

2. Die Anomalie des Wassers. Wir haben bereits früher erfahren, daß das Wasser bei $+4^\circ\text{C}$ seine größte Dichte hat, das heißt, es zieht sich bei einer Abkühlung bis 4°C zusammen und dehnt sich bei weiterer Abkühlung wieder aus (Abb. 215). Diese *Anomalie* des Wassers ist durch die Tatsache zu erklären, daß sich bei abnehmender Temperatur die Wassermoleküle zu Molekülgruppen verschiedener Größe zusammenschließen. Die Zahl dieser Molekülgruppen nimmt bei fortschreitender Abkühlung fortgesetzt zu. Dementsprechend nimmt die Zahl der Einzelmoleküle ab. Bei 0°C gibt es keine einzelnen Wassermoleküle mehr, sondern nur noch Molekülgruppen. Die Molekülgruppen besitzen eine sehr sperrige Struktur. Sie lagern sich nicht so dicht wie Einzelmoleküle. Die Folge davon ist, daß sich die durch die Temperaturabnahme bedingte normale Volumverringerung nicht mehr im gleichen Maße auswirkt wie vorher. Sie wird infolge der Beanspruchung eines größeren Raumes durch die Molekülgruppen in zunehmendem Maße wieder ausgeglichen. Bei 4°C ist das Gleichgewicht zwischen beiden entgegengesetzten Vorgängen erreicht, das heißt, das Wasser besitzt hier seine größte Dichte.

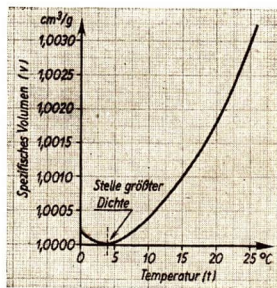


Abb. 215
Abhängigkeit der Dichte des Wassers von der Temperatur

Bei weiterer Abkühlung erhöht sich die Zahl der Molekülgruppen. Dabei dehnt sich das Wasser aus, bis es bei 0°C gefriert. Bei dieser Temperatur erhöht sich die Zahl der Molekülgruppen weiterhin um etwa 15 %, was eine sprunghafte Volumenzunahme um 9 % beim Übergang von Wasser zu Eis verursacht. Daraus erklärt sich auch die Sprengwirkung des sich bildenden Eises.

Auch wäßrige Salzlösungen dehnen sich unregelmäßig aus; nur wird das Dichtemaximum bei tieferen Temperaturen erreicht als bei reinem Wasser. So hat das Tiefenwasser der Ozeane seine größte Dichte bei etwa -3°C . Auch hier sammelt sich das dichteste Wasser am Boden an. Der normale Gefrierpunkt, der für Meerwasser bei -2°C liegt, kann in großen Tiefen sogar unterschritten werden, weil das Meerwasser unter dem sehr hohen Druck der auf ihm lastenden Wassersäule erst bei tieferer Temperatur gefriert. (Näheres siehe § 36, 2!)

Versucht man die Ausdehnung einer Flüssigkeit zu verhindern, so treten sehr starke Druckkräfte auf. Sie führen unter Umständen zu einem Zerspringen der Gefäßwand, wie es beim Spaltenfrost der Fall ist.

3. Fragen und Aufgaben:

1. Warum ist bei Rechnungen, die sich auf die Ausdehnung einer Flüssigkeit beziehen, stets der kubische Ausdehnungskoeffizient zu verwenden?
2. Wie ändert sich die Dichte einer Flüssigkeit bei Temperaturänderungen? Welche Ausnahme haben wir kennengelernt?
3. Wie erfolgt die Temperaturänderung in den einzelnen Schichten beim Abkühlen und Gefrieren eines stehenden Gewässers?
4. Wie kann die Anomalie des Wassers auf Grund von Veränderungen der molekularen Struktur des Wassers erklärt werden?
5. Wie kann mittels eines Pyknometers die Ausdehnungszahl einer Flüssigkeit bestimmt werden?
6. Welche Gründe waren bei der Einführung des Quecksilberthermometers maßgebend? Wie verhält sich seine Temperaturskala zur Skala anderer Flüssigkeiten?
7. Bei 0°C beträgt die Dichte des Quecksilbers $13,6\text{ g/cm}^3$. Wie groß ist sie bei $+50^{\circ}\text{C}$, bei $+100^{\circ}\text{C}$?
8. Eine Quecksilbermenge hat bei $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$ das Volumen $V = 12\text{ cm}^3$. Welches Volumen nimmt sie bei $+100^{\circ}\text{C}$ ein?
9. In einem hohen, weiten Standzylinder befindet sich zerkleinertes Eis. Ein Teil des Eises schmilzt. Welche Temperatur zeigt nach einiger Zeit das Wasser am Boden des Gefäßes bzw. oben in der Eisschicht?

§ 33. Die Ausdehnung der gasförmigen Körper

1. Erwärmung eines Gases bei konstantem Druck. Zur Untersuchung der *Volumenänderung* eines Gases bei konstantem Druck benutzen wir folgende Versuchsanordnung:

In einem Glaskolben mit bekanntem Rauminhalt ist Luft eingeschlossen. Der Kolben ist an ein mit Wasser gefülltes Manometer angeschlossen. Die Schenkel des Manometers sind durch einen Gummischlauch miteinander verbunden und

lassen sich gegeneinander verschieben (Abb. 216). Zuvor wird die Manometer-röhre *kalibriert*, das heißt, es wird mit Hilfe von Wasser festgestellt, welchen Rauminhalt die Manometer-röhre je 1 cm Länge hat. Durch einen seitlich angebrachten Hahn wird der Innen-druck der Luft gegen den äußeren Luft-druck ausgeglichen. Der Kolben wird durch ein ihn umgebendes Wasserbad von einer Anfangstemperatur t_1 um einige Grade auf eine Temperatur t_2 erwärmt. Dabei dehnt sich die im Kolben befindliche Luft aus und bewirkt einen Ausschlag des Manometers. Der zwischen den beiden Flüssigkeitssäulen auftretende Unterschied wird dadurch beseitigt, daß man den äußeren Schenkel des Manometers so weit senkt, bis wieder Flüssigkeitsgleichstand erreicht ist. Aus der Senkung des Flüssigkeitsstandes läßt sich die Ausdehnung des Gases im Kolben errechnen. Aus dem ursprünglichen Rauminhalt V des Gases, seiner Volumzunahme ΔV und der Temperaturzunahme Δt errechnet man den Ausdehnungskoeffizienten γ nach der Gleichung

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t \cdot V}.$$

Um Meßfehler möglichst gering zu halten, wählt man als Verbindungs-röhre zwischen dem Glaskolben und dem Manometer eine enge Röhre.

Der genaue Wert des *Ausdehnungskoeffizienten der Luft* ist

$$\gamma = 0,00367 \text{ je Grad.}$$

Führt man den beschriebenen Versuch mit anderen Gasen durch, die man in den Kolben füllt, so findet man

für Wasserstoff	$\gamma = 0,00366$ je Grad,
für Sauerstoff	$\gamma = 0,00367$ je Grad,
für Stickstoff	$\gamma = 0,00367$ je Grad,
für Kohlendioxyd	$\gamma = 0,00373$ je Grad.

Man ersieht daraus, daß alle Gase annähernd den gleichen *Ausdehnungskoeffizienten* besitzen. Die genannten Ausdehnungszahlen sind alle mit großer Annäherung durch den Bruch $\frac{1}{273}$ ersetzbar, bezogen auf die Anfangstemperatur 0°C .

Der räumliche Ausdehnungskoeffizient aller Gase ist im Mittel $\gamma = \frac{1}{273}$ je Grad, bezogen auf das Volumen des Gases bei 0°C .

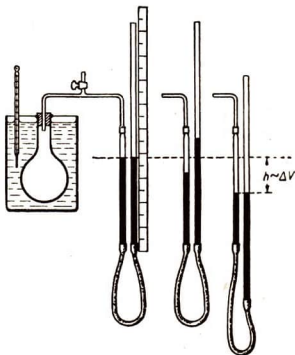


Abb. 216. Versuchsanordnung zur Untersuchung der Abhängigkeit des Volumens eines Gases von der Temperatur bei konstantem Druck

Das im Kolben befindliche Gas dehnt sich bei einer Erwärmung aus. Durch Senken der äußeren Manometer-röhre wird erreicht, daß die beiden Flüssigkeitsspiegel zu Beginn und am Ende des Versuches gleich hoch stehen.

Es folgt daraus das *Gay-Lussacsche¹ Volumgesetz für konstanten Druck*:

Alle Gase dehnen sich bei einer Temperaturerhöhung um 1° um $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0°C aus, wenn der Druck konstant bleibt.

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \gamma t) \quad [\text{Gay-Lussacsche Volumgleichung}].$$

Vergleichsweise dehnen sich Gase etwa zwanzigmal so stark aus wie Quecksilber und etwa hundertmal so stark wie Eisen.

2. Erwärmung eines Gases bei konstantem Volumen. Der in Abschnitt 1 beschriebene Versuch läßt sich so umgestalten, daß man daraus erkennen kann, wie sich bei einer Erwärmung der Druck des Gases ändert, *wenn das Volumen konstant bleibt*. Man gleicht zu Beginn des Versuches den Druck des eingeschlossenen Gases gegen den äußeren Luftdruck aus und erhöht in derselben Weise wie vorhin die Temperatur des Gases. Die Manometerflüssigkeit wird durch das sich ausdehnende Gas verschoben. Die äußere Manometerhöhle wird jetzt aber nicht wie vorhin gesenkt, sondern so weit gehoben, bis die Sperrflüssigkeit im inneren Manometerrohr wieder so hoch steht wie zu Beginn des Versuches (Abb. 217). Auf der eingeschlossenen Gasmenge lastet jetzt der äußere Luftdruck zuzüglich des Druckes der im äußeren Manometerrohr stehenden Flüssigkeitssäule. Dieser wird in Torr umgerechnet und dem äußeren Luftdruck zugezählt.

Man wiederholt auch diesen Versuch für verschiedene Gase und bestimmt jedesmal die Druckzunahme je 1° , bezogen auf den ursprünglichen Druck.

Wie vorhin von einem Ausdehnungskoeffizienten, kann man jetzt von einem **Spannungskoeffizienten** sprechen. Es ergibt sich die überraschende Tatsache, daß die Spannungskoeffizienten für alle Gase angenähert gleich groß und im Mittel $\frac{1}{273}$ je Grad sind.

Der Spannungskoeffizient der Gase beträgt $\gamma = \frac{1}{273}$ je Grad, bezogen auf die bei 0°C gemessene Spannung.

Gay-Lussacsches Druckgesetz für konstantes Volumen:

Bei einer Temperaturerhöhung um 1° nimmt die im Gase vorhandene Spannung um $\frac{1}{273}$ ihres Betrages bei 0°C zu, wenn das Volumen konstant bleibt.

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \gamma t)$$

[Gay-Lussacsche Druckgleichung].

Es zeigt sich, daß der Ausdehnungskoeffizient eines Gases stets gleich seinem Spannungskoeffizienten ist.

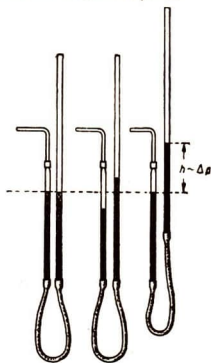


Abb. 217

Versuchsanordnung zur Untersuchung der Abhängigkeit der Spannung eines Gases von der Temperatur. Die Durchführung des Versuches erfolgt ähnlich wie bei dem in Abb. 216 dargestellten Versuch. Durch Heben der äußeren Manometerhöhle wird das ursprüngliche Volumen des Gases wieder hergestellt.

¹ Louis Joseph Gay-Lussac (1778—1850), Professor der Chemie in Paris. Das nach ihm benannte Gesetz wurde hundert Jahre vorher schon von dem französischen Physiker Amontons erkannt.

3. Gleichzeitige Änderung der Temperatur, des Druckes und des Volumens eines Gases. Das Boylesche Gesetz erklärt die Abhängigkeit zwischen dem Volumen und dem Druck eines Gases bei konstanter Temperatur. Das Gay-Lussacsche Volumengesetz gibt die Beziehung zwischen dem Volumen und der Temperatur eines Gases bei konstantem Druck wieder. Beide Gesetze lassen sich zu einem Gesetz vereinigen. Dabei wird zunächst die Temperatur einer Gasmenge bei gleichbleibendem Druck und danach der Druck bei gleichbleibender Temperatur geändert. Vergleiche dazu Abb. 218!

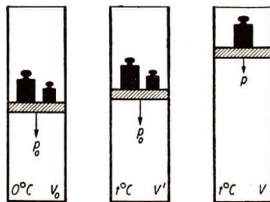


Abb. 218. Ableitung der allgemeinen Zustandsgleichung eines Gases. Es wird zunächst eine Temperaturänderung bei konstantem Druck, dann eine Druckänderung bei konstanter Temperatur vorgenommen.

Bei der von uns betrachteten Gasmenge mögen folgende Größen zusammengehören:

Zu- stand	Druck	Tempe- ratur	Volumen	Art der Zustandsänderung
1	p_0	0°C	V_0	} Temperaturänderung bei konstantem Druck } Druckänderung bei konstanter Temperatur
2	p_0	$t^\circ \text{C}$	V'	
3	p	$t^\circ \text{C}$	V	

Geht das Gas aus dem ersten Zustand in den zweiten über, so gilt das Gay-Lussacsche Volumengesetz, da der Druck gleichbleibt. Es ist also

$$(1) \quad V' = V_0 (1 + \gamma t).$$

Führt man jetzt das Gas aus dem zweiten in den dritten Zustand über, so gilt das Boylesche Gesetz, da die Temperatur unverändert bleibt. Mithin ist

$$(2) \quad p \cdot V = p_0 \cdot V'.$$

Setzt man in der Gleichung (2) den Wert von V' aus Gleichung (1) ein, so ergibt sich

$$(3) \quad p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \gamma t).$$

Diese Gleichung heißt die **Zustandsgleichung der Gase**. Sie ist der mathematische Ausdruck für das **Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz**:

Das Produkt aus dem Druck und dem Volumen eines Gases nimmt um $\frac{1}{273}$ seines Wertes bei 0°C zu, wenn sich die Temperatur des Gases um 1° erhöht.

Man bezeichnet den *Druck*, das *Volumen* und die *Temperatur* eines Gases als seine **Zustandsgrößen**, da durch diese Größen der Zustand eines Gases gekennzeichnet wird. Die Boyle-Gay-Lussacsche Gleichung gilt unabhängig von dem Wege, auf dem das Gas von dem ursprünglichen Zustand in den Endzustand gelangt. Sie nimmt eine der in Abschnitt 1 und 2 angegebenen Formen der Gay-Lussacschen Gesetze an, wenn bei sich ändernder Temperatur entweder der Druck oder das Volumen konstant gehalten werden.

Wenn die Temperatur sich nicht ändert, geht die Gleichung in das Boylesche Gesetz über.

4. Die absolute Temperatur und die allgemeine Gasgleichung. Man ersetzt in der Zustandsgleichung γ durch $\frac{1}{273}$ und formt die Gleichung um in

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{273 + t}{273} \text{ und weiter in } \frac{p \cdot V}{273 + t} = \frac{p_0 \cdot V_0}{273}.$$

Hierin sind p_0 der Druck, V_0 das Volumen des Gases bei 0°C . Die Gleichung gilt nur dann, wenn sich die Gasmenge selbst nicht ändert.

Setzt man $273 + t = T$, so führt man dadurch eine Temperatur T ein, die in denselben Gradeinheiten wie t gemessen wird, die sich aber auf einen Nullpunkt bezieht, der um 273° tiefer liegt als der Eispunkt. Dieser Ausgangspunkt wird der **absolute Nullpunkt** genannt; die von ihm aus gemessene Temperatur heißt die **absolute Temperatur**. Sie wird nach dem englischen Physiker *Lord Kelvin*¹ in $^\circ\text{K}$ (sprich Grad Kelvin) angegeben. Der Eispunkt trägt bei dieser Skala die Bezeichnung T_0 und liegt bei 273°K . Durch die Einführung der absoluten Temperatur vereinfacht sich die Zustandsgleichung zu

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}.$$

Für jede gegebene Gasmenge ist das Produkt aus dem Druck und dem Volumen, dividiert durch die absolute Temperatur, konstant.

Man kann der Gleichung auch die Form

$$p \cdot V = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \cdot T$$

geben, daß heißt:

Das Produkt aus dem Druck und dem Volumen einer gegebenen Gasmenge ist ihrer absoluten Temperatur proportional.

5. Die Gaskonstante. Die Zustandsgleichung der Gase umfaßt als Sonderfälle die *speziellen Gasgesetze*; sie nimmt dann die schon bekannten vereinfachten Formen an:

1. Zustandsänderung bei gleichbleibender Temperatur ($T = T_0$):

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \quad [\text{Boylesches Gesetz}].$$

Zustandsänderungen bei gleichbleibender Temperatur bezeichnet man als *isotherme* Vorgänge.

2. Zustandsänderung bei gleichbleibendem Druck ($p = p_0$):

$$V_t = V_0 (1 + \gamma t) \quad [\text{Gay-Lussacsches Volumgesetz}].$$

Zustandsänderungen bei gleichbleibendem Druck bezeichnet man als *isobare*² Vorgänge.

3. Zustandsänderung bei gleichbleibendem Rauminhalt ($V = V_0$):

$$p_t = p_0 (1 + \gamma t) \quad [\text{Gay-Lussacsches Druckgesetz}].$$

Zustandsänderungen bei konstantem Volumen bezeichnet man als *isochore*² Vorgänge.

¹ Bedeutender englischer Physiker (1824—1907); sein ursprünglicher Name war William Thomson.

² *isos* (griech.) = gleich, *barys* (griech.) = schwer, *chórema* (griech.) = Rauminhalt
10*

Die allgemeine Gasgleichung lehrt, daß für alle Gase, die am Eispunkt unter gleichem Druck den gleichen Raum einnehmen (beispielsweise 1 m³), der Proportionalitätsfaktor $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$ der gleiche ist.

Im allgemeinen wird diese Konstante für diejenige Gasmenge angegeben, die einem Mol entspricht. Nach einem von *Avogadro*¹ gefundenen Gesetz nimmt 1 Mol eines jeden Gases bei 760 Torr und 273 °K das gleiche Volumen, nämlich 22,4 l, ein. Man bezeichnet diesen Rauminhalt als das *Molvolumen*. Die Konstante $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$ ist also je Mol für alle Gase gleich. Sie wird nach dem französischen Forscher *Regnault*² mit *R* bezeichnet. Geben wir dem einem Mol des Gases entsprechenden Volumen das Formelzeichen *V_M*, so nimmt die Zustandsgleichung die Form an

$$p \cdot V_M = R \cdot T.$$

Die Konstante *R* wird die *universelle*³ *Gaskonstante* genannt.

Wir berechnen *R* im technischen Maßsystem (vgl. hierzu § 15, 5):

$$\begin{aligned} p_0 &= 760 \text{ Torr} = 10332 \text{ kp/m}^2, \\ V_M &= 22,4 \text{ dm}^3 = 0,0224 \text{ m}^3, \\ T_0 &= 273^\circ \text{K}, \\ R &= 0,848 \text{ kpm/Mol} \cdot \text{Grad.}^4 \end{aligned}$$

Entsprechend ist im absoluten Maßsystem

$$R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ erg/Mol} \cdot \text{Grad.}$$

R ist eine vom Stoff nicht abhängige, absolute Naturkonstante.

6. Reduktion auf den Normzustand. Da das Volumen eines Gases vom Druck und von der Temperatur abhängig ist, ist es erforderlich, Druck und Temperatur anzugeben, wenn man Gasmengen bezüglich ihres Volumens vergleichen will. Zur Erleichterung der Vergleiche hat man den Begriff des *technischen Normzustandes* eingeführt. Man versteht darunter den Zustand, den ein Gas bei einer Temperatur von 20 °C und bei einem Druck von 1 at hat. Mit Hilfe des Boyle-Gay-Lussacschen Gesetzes in der Form der allgemeinen Gasgleichung läßt sich das Volumen leicht errechnen, das eine Gasmenge im Normzustand einnimmt. Man nennt es das *reduzierte Volumen*.

Beispiel: Eine Stahlflasche hat einen Rauminhalt von 40 l und wird bei 23 °C unter einem Druck von 150 at mit Sauerstoff gefüllt. Wie groß ist das reduzierte Volumen des Gases? Welche Masse hat die Gasmenge?

Wir legen der Rechnung die allgemeine Gasgleichung zugrunde:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}.$$

¹ Amadeo Avogadro di Quaregna e Ceretto (1776–1856), italienischer Naturforscher, Professor der Physik in Turin

² Henri Victor Regnault (1810–1878), Professor der Chemie in Paris

³ universus (lat.) = allgemein

⁴ Lies: Kilopondmeter je Mol und Grad!

In unserem Beispiel ist $T = 273 + t = (273 + 23)^\circ \text{K} = 296^\circ \text{K}$.

Beim Einsetzen der Meßwerte in die Gleichung ergibt sich

$$\frac{150 \cdot 40}{296} = \frac{1 \cdot V_0}{293},$$

folglich

$$V_0 = \frac{40 \cdot 150 \cdot 293}{1 \cdot 296} \text{ l} \approx 5939 \text{ l}.$$

Unter Verwendung der Dichte des Gases kann man hieraus unmittelbar die Masse errechnen. Die Dichte des Sauerstoffes im Normzustand ist

$$\rho = 1,429 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3.$$

Demnach ist die Masse des in der Flasche befindlichen Sauerstoffs:

$$m = 1,429 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \cdot 5939 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 \approx 8487 \text{ g},$$

$$m \approx 8,487 \text{ kg}.$$

7. Das Gasthermometer. Die Tatsache, daß der Druck und das Volumen der Gase in ganz bestimmter Weise von der Temperatur abhängig sind, hat dazu geführt, Gase an Stelle von Flüssigkeiten als thermometrische Substanzen zu verwenden. *Gasthermometer* haben gegenüber Flüssigkeitsthermometern den Vorzug, einen viel größeren Meßbereich zu besitzen. Dieser ist nach oben hin praktisch nur durch die Wärmebeständigkeit des Gasbehälters begrenzt. Vor allem sind Gasthermometer viel genauer als Flüssigkeitsthermometer.

Abb. 219 zeigt das auf dieser Grundlage konstruierte *Jollysche Gasthermometer*. Abb. 220 gibt es schematisch wieder. Das Meßgefäß ist ein mit Luft gefüllter

Glasbehälter, an den ein Quecksilbermanometer angeschlossen ist. Bei diesem Thermometer mißt man die bei einer Temperaturänderung eintretende Druckänderung. Man macht mithin nicht das Volumen, sondern den Druck des Gases zum Maßstab der Temperatur.

Als eine für Gasthermometer besonders geeignete Füllung hat sich Wasserstoff erwiesen, da er eine außerordentlich tiefe Verflüssigungstemperatur besitzt (Näheres darüber § 39, 3). Man ist deshalb dazu übergegangen,

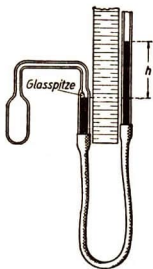
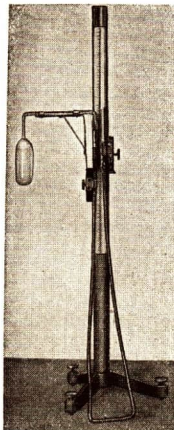


Abb. 220. Gasthermometer (schematisch)

Abb. 219. Jollysches Gasthermometer

Die im Glasbehälter befindliche Luft wird durch Eis auf 0°C gebracht. Das im Manometer befindliche Quecksilber wird auf die Glasspitze im linken Manometerrohr eingestellt. Nach erfolgter Erwärmung der eingeschlossenen Luft wird das Quecksilber durch Heben des äußeren Manometerrohres erneut auf die Glasspitze eingestellt. Vergleiche Abb. 220! Der eingetretene Druckunterschied wird an der Quecksilbersäule abgelesen.

die Angaben des Wasserstoffthermometers als Grundlage für die wissenschaftliche Temperaturmessung zu verwenden, und setzte fest:

1 Wärmegrad ist diejenige Temperaturerhöhung, die den Druck der eingeschlossenen Wasserstoffmenge des Gasthermometers um $\frac{1}{273}$ seines Wertes bei 0°C erhöht.

Gasthermometer ermöglichen infolge der Druckänderung des in ihnen enthaltenen Gasvolumens wesentlich genauere Temperaturmessungen als die bekannten Flüssigkeitsthermometer, sind jedoch im Gebrauch umständlicher.

8. Fragen und Aufgaben:

1. Wie kann sich die Erwärmung eines Gases auswirken?
2. Wodurch unterscheiden sich die Ausführungen der zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten und des Spannungskoeffizienten eines Gases durchgeführten Versuche?
3. Beweise, daß es auf die Reihenfolge der Änderung der Zustandsgrößen bei der Aufstellung der Zustandsgleichung nicht ankommt! Stelle die in Frage kommenden Gleichungen auf und veranschauliche die Veränderungen durch Zeichnungen!
4. Zu welchen Folgerungen über Druck und Volumen führt die Tatsache, daß es einen absoluten Nullpunkt gibt?
5. Um wieviel dehnt sich die Luft eines Klassenzimmers ($8\text{ m} \cdot 5\text{ m} \cdot 4\text{ m}$) aus, wenn sie von 0°C auf 18°C erwärmt wird? Wieviel Kubikmeter Luft strömen durch Fenster- und Türritzen ab?
6. Warum ist bei Vergleichsmessungen von Gasen die Umrechnung auf den Normdruck und die Normtemperatur erforderlich? Wie erfolgt die Umrechnung des Volumens?
7. Welches Normvolumen besitzt Leuchtgas, das bei 20°C und 735 Torr ein Volumen von 1 m^3 einnimmt? Berechne das Volumen für 780 Torr!
8. Welchen Raum nimmt 1 m^3 Gichtgas von 250°C ein, wenn es bei demselben Druck auf 20°C abgekühlt wird?
9. Bei welcher Temperatur nimmt ein Gas bei gleichbleibendem Druck den doppelten Raum ein wie bei 15°C ?
10. Eine normale Stahlflasche für Sauerstoff mit einem Volumen von 40 l wird bei 0°C unter einem Druck von 150 at gefüllt. Wieviel l kann man unter einem Druck von 1 at bei 15°C entnehmen?
11. Wie können die einzelnen Gasgesetze aus der Zustandsgleichung der Gase abgeleitet werden?

§ 34. Ideale und reale Gase

1. Graphische Darstellung der Zustandsgleichung idealer Gase – Isothermen. Nach dem Boyleschen Gesetz ist für jede Temperatur das Produkt aus dem Druck eines Gases und seinem Volumen konstant:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

Diese Gleichung gilt um so genauer, je geringer der Druck des Gases und je höher seine Temperatur sind, das heißt, je weiter das Gas von seinem Verflüssigungs-

punkt entfernt ist. Bei den meisten Gasen sind jedoch bei sehr genauen Messungen bereits bei Zimmertemperatur Abweichungen vom Boyleschen Gesetz festzustellen. Ein Gas, dessen Zustandsänderungen bei konstanter Temperatur durch das Boyle-Gesetz und bei veränderlicher Temperatur durch die Gay-Lussacschen Gesetze genau wiedergegeben werden, nennt man ein **ideales Gas**. Die Boyle-Gay-Lussacsche Gleichung bezeichnet man auch als die **Zustandsgleichung des idealen Gases**. Man will mit diesen Worten zum Ausdruck bringen, daß das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz eine Abstraktion ist, der die meisten Gase in ihrem Verhalten nahe kommen, die sie aber selten ganz streng erreichen.

Um uns von dem Verhalten idealer Gase ein klares Bild zu verschaffen, legen wir eine Zustandsänderung bei konstanter Temperatur zugrunde und fertigen ein Diagramm an, aus dem die Zustandswerte des Gases zu entnehmen sind (Abb 221). Wir gehen von einer Gasmenge aus, die bei der Temperatur $T = 100^\circ \text{K}$ und bei dem Druck $p = 0,1 \text{ at}$ das Volumen $V = 1 \text{ dm}^3$ hat. Es gilt die Gleichung:

$$\begin{aligned} p \cdot V &= 0,1 \text{ at} \cdot 1 \text{ dm}^3 \\ &= 0,1 \text{ kp/cm}^2 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 = 100 \text{ kpcm} = 1 \text{ kpm}. \end{aligned}$$

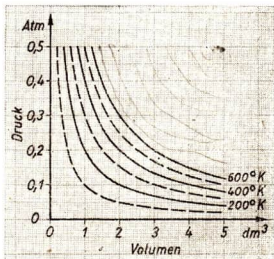
Nach dem Boyleschen Gesetz hat dieses Produkt auch für alle anderen zusammengehörigen Werte von p und V bei $T = 100^\circ \text{K}$ den Wert 1 kpm. Veranschaulichen wir in einem Achsensystem die Rauminhalte durch Strecken auf der Abszissenachse, die zugehörigen Druckwerte durch Strecken auf der Ordinatenachse und verbinden wir die so entstehenden Bildpunkte durch eine Kurve, so gibt diese sämtliche Zustände des Gases bei $T = 100^\circ \text{K}$ wieder. Die Kurve ist eine gleichseitige Hyperbel und heißt die **Isotherme** des Gases für 100°K .

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung für ideale Gase $p \cdot V = R \cdot T$ folgt, daß für $T = 200^\circ \text{K}$ das Produkt $p \cdot V$ bei gleichbleibender Gasmenge den Wert 2 kpm, bei $T = 300^\circ \text{K}$ den Wert 3 kpm hat. Entsprechendes gilt für alle anderen Temperaturwerte. Alle entstehenden Kurven sind gleichseitige **Hyperbeln**.

Wie wir aus der Einheit kpm ersehen, hat das Produkt aus dem Druck und dem Volumen eines Gases die Dimension einer Arbeit, es ist mit anderen Worten eine **Energiegröße**. Aus der Tatsache, daß die Werte der Produkte $p \cdot V$ mit wachsender Temperatur zunehmen, folgern wir, daß der Energieinhalt des Gases bei steigender Temperatur größer wird. Wir schließen daraus, daß Wärme eine Form der Energie ist. Wir werden uns im § 40 ausführlich mit dieser Tatsache beschäftigen.

Abb. 221. Druck-Volumen-Diagramm eines idealen Gases bei konstanter Temperatur

Jeder Temperatur ist eine besondere Kurve, eine Isotherme, zugeordnet. Für ideale Gase sind die Isothermen gleichseitige Hyperbeln.



2. Das Verhalten realer Gase. Wir haben bereits erfahren, daß das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz und auch das Boylesche Gesetz das Verhalten der wirklichen oder, wie man auch sagt, der **realen Gase** nur annäherungsweise wiedergeben. Insbesondere gilt dies für hohe Drücke und für tiefe Temperaturen. Die Abweichungen vom Boyle-Gay-Lussacschen Gesetz sind allerdings so gering, daß sie in einem Druck-Volumen-Diagramm, wie es Abb. 221 darstellt, häufig kaum merkbar werden.

Man erkennt Abweichungen am besten, wenn man in einem Diagramm das Produkt $p \cdot V_M$ aus dem Druck und dem Molvolumen als Ordinate gegen den als Abszisse gewählten Druck p aufträgt. Abb. 222 zeigt für verschiedene Temperaturen, die an den Kurven verzeichnet sind, das Verhalten des Kohlendioxyds und des Stickstoffs. Würden sich beide Gase wie ideale Gase verhalten, so müßten die Produkte $p \cdot V$ bei jeder Temperatur vom Druck unabhängig sein, sie würden durch Parallelen zur Druck-Achse dargestellt werden. Die Abbildung zeigt, daß das Kohlendioxyd stärker vom idealen Verhalten abweicht als der Stickstoff, der aber auch Abweichungen zeigt. In der Regel unterscheiden sich reale Gase in ihrem Verhalten nur wenig von idealen Gasen. In der Technik behandelt man daher alle Gase bei nicht zu tiefen Temperaturen bezüglich ihrer thermodynamischen Eigenschaften als ideale Gase.

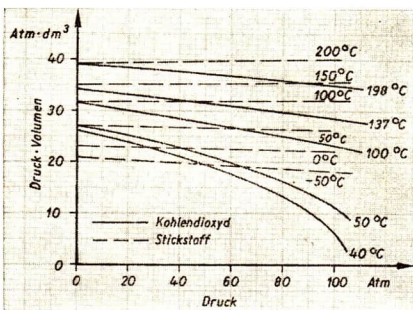


Abb. 222. Druck · Volumen – Druck-Diagramm von Stickstoff und Kohlendioxyd bei konstanter Temperatur. Bei zunehmendem Druck weicht Kohlendioxyd in steigendem Maße von einem idealen Gase ab.

3. Fragen und Aufgaben:

1. Erkläre den Sinn der Bezeichnung „ideales“ und „reales“ Gas!
2. Unter welchen äußeren Umständen verhält sich ein Gas
 - a) als ideales,
 - b) als reales Gas?
3. Zeichne unter Benutzung der Angaben des Abschnitts 1 die Isothermen eines idealen Gases für 800°K , für 1000°K !
4. Gib Gase an, die bei 0°C und normalem Atmosphärendruck
 - a) als ideal,
 - b) als real anzusehen sind!

VIII. Die Wärmemenge – Die Zustandsänderungen der Körper

§ 35. Wärmemenge und spezifische Wärme

1. Die Wärmemenge – Die Wärmeeinheit. Wir haben bereits auf der Grundschule erfahren, daß man von der Temperatur die Wärmemenge unterscheiden muß.

Werden die Körper erwärmt, so wird ihr Energieinhalt vergrößert (vgl. § 34, 1). In diesem Sinne spricht man von einer **Wärmemenge**, die man dem Körper beim Erwärmen zuführt, bzw. ihm beim Abkühlen entzieht.

Wir dürfen das Wort Wärmemenge nicht dahin mißverstehen, als ob Wärme ein besonderer Stoff sei. Wir wissen heute, daß alle Wärmeerscheinungen auf die Bewegung der Moleküle zurückzuführen sind. Der erste Wissenschaftler, der dies klar erkannte, war der russische Gelehrte *Lomonossow*¹. Er führte die Wärme auf eine kreisende Bewegung der Moleküle zurück und erkannte in der Wärme eine Energieform.

Auch der Begriff des absoluten Nullpunktes gewinnt in diesem Zusammenhang eine besondere Bedeutung. Aus der Tatsache, daß ein absoluter Nullpunkt besteht, müssen wir die Folgerung ziehen, daß die Moleküle im absoluten Nullpunkt sich nicht mehr bewegen. Der Wärmeinhalt jedes Körpers ist am absoluten Nullpunkt gleich Null. Wir werden auf diesen Zusammenhang noch näher eingehen.

Will man Wärmemengen miteinander vergleichen, so ist die Festsetzung einer besonderen *Wärmeeinheit* notwendig, als die wir bereits die **Kalorie** (cal) kennengelernt haben.

Eine Kalorie ist die Wärmemenge, die 1 g Wasser aufnimmt (abgibt), wenn seine Temperatur um 1° steigt (sinkt).

Eine tausendmal so große Einheit ist die **Kilokalorie** (kcal).

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal.}$$

Wir wiederholen noch einmal einen Versuch, den wir bereits in der Grundschule durchgeführt haben. Wir füllen in ein großes Becherglas 500 g Wasser. Um das



Michail Wassiljewitsch
Lomonossow (1711–1765)

¹ Michail Wassiljewitsch Lomonossow (1711–1765), bedeutender russischer Physiker und Chemiker, Professor in Petersburg, dem heutigen Leningrad

Glas mit seinem Inhalt gegen Wärmeeinflüsse von außen her zu schützen, stellen wir es in ein noch größeres Becherglas, auf dessen Boden wir einige Korkscheiben legen. Wir stellen einen Tauchsieder in das Wasser und beobachten vom Augenblicke des Einschaltens nach jeder halben Minute die erreichte Temperatur (Abb. 223). Die Anfangstemperatur des Wassers sei $18,0^{\circ}\text{C}$.

Tabelle I gibt uns eine Übersicht über die erreichten Temperaturwerte.

Wir wiederholen den Versuch mit 1000 g Wasser. Die abgelesenen Temperaturwerte gibt Tabelle II wieder.

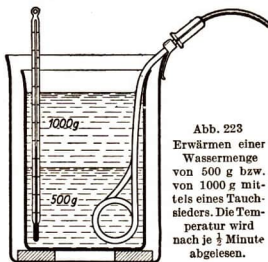


Abb. 223
Erwärmen einer Wassermenge von 500 g bzw. von 1000 g mittels eines Tauchsieders. Die Temperatur wird nach je $\frac{1}{2}$ Minute abgelesen.

Zur Veranschaulichung stellen wir die beiden Tabellen graphisch dar. Wir markieren die Zeit auf der Abszissenachse, die Temperaturwerte auf der Ordinatenachse (Abb. 224). Der Tauchsieder gibt in jeder Sekunde immer wieder die gleiche

Wärmemenge an das Wasser ab und erwärmt es dadurch fortlaufend.

Aus den Tabellen und der graphischen Darstellung können wir folgendes entnehmen:

Tabelle I
Temperaturverlauf
beim Erwärmen von
500 g Wasser

Zeit min	Temperatur $^{\circ}\text{C}$
0,0	18,0
0,5	21,6
1,0	25,1
1,5	28,8
2,0	32,3
2,5	35,8
3,0	39,5

Tabelle II
Temperaturverlauf
beim Erwärmen von
1000 g Wasser

Zeit min	Temperatur $^{\circ}\text{C}$
0,0	18,0
0,5	19,8
1,0	21,5
1,5	23,2
2,0	25,0
2,5	26,9
3,0	28,6

1. Führt man einer bestimmten Wassermenge Wärme zu, so ist die Temperaturerhöhung Δt der zugeführten Wärmemenge Q proportional:

$$\Delta t \sim Q.$$

2. Wird eine bestimmte Wärmemenge Q an das Wasser abgegeben, so ist die erreichte Temperaturerhöhung Δt der Wassermenge m umgekehrt proportional:

$$\Delta t \sim \frac{1}{m}.$$

Beide Beziehungen lassen sich zusammenfassen:

$$\Delta t \sim \frac{Q}{m}$$

oder $Q \sim m \cdot \Delta t.$

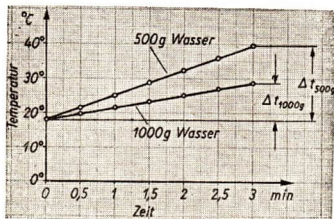


Abb. 224. Graphische Darstellung des Temperaturverlaufs beim Erwärmen einer Wassermenge

Will man diese Zusammenhänge durch eine Gleichung wiedergeben, so ist die Einführung eines Proportionalitätsfaktors c erforderlich:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

Der Faktor c ist aber eine dimensionierte Zahl. Da Q die Dimension einer Wärmemenge, m die Dimension einer Masse und Δt die Dimension einer Temperatur hat, hat c die Dimension $\left[\frac{\text{Wärmemenge}}{\text{Masse} \cdot \text{Temperatur}} \right]$ und wird gemessen in cal/g · Grad¹ bzw. in kcal/kg · Grad.

Man kann die Einheit für die Wärmemenge so festsetzen, daß der Proportionalitätsfaktor für Wasser gleich 1 wird. Diese Forderung ist bei der bereits eingeführten Wärmeeinheit, der Kalorie, schon berücksichtigt. Demnach ist die Wärmemenge Q , die m Gramm Wasser aufnehmen, wenn die Temperatur von t_1 auf t_2 steigt:

$$Q = m \cdot 1 \cdot (t_2 - t_1).$$

Entsprechendes gilt bei der Abkühlung einer Wassermenge.

2. Wärmeaustausch. Die im vorangehenden Abschnitt gefundenen Beziehungen zwischen der Wärmemenge und der Temperaturänderung werden noch durch folgende Versuche bestätigt:

1. Versuch: Wir gießen $m_1 = 200$ g Wasser von $t_1 = 80^\circ\text{C}$ in $m_2 = 200$ g Wasser von $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Wir erhalten dadurch 400 g Wasser, dessen Mischungstemperatur t_m wir mit annähernd 50°C messen.

$m_1 = 200$ g, $t_1 - t_m = 30^\circ$: abgegebene Wärmemenge $Q_1 = 6000$ cal,

$m_2 = 200$ g, $t_m - t_2 = 30^\circ$: aufgenommene Wärmemenge $Q_2 = 6000$ cal.

2. Versuch: Wir gießen 400 g Wasser von $t_1 = 80^\circ\text{C}$ in 200 g Wasser von $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Wir erhalten 600 g Wasser mit einer Mischungstemperatur von annähernd $t_m = 60^\circ\text{C}$:

$m_1 = 400$ g, $t_1 - t_m = 20^\circ$: abgegebene Wärmemenge $Q_1 = 8000$ cal,

$m_2 = 200$ g, $t_m - t_2 = 40^\circ$: aufgenommene Wärmemenge $Q_2 = 8000$ cal.

3. Versuch: Wir gießen 200 g Wasser von $t_1 = 80^\circ\text{C}$ in 400 g Wasser von $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Wir erhalten 600 g Wasser mit einer Mischungstemperatur von annähernd $t_m = 40^\circ\text{C}$:

$m_1 = 200$ g, $t_1 - t_m = 40^\circ$: abgegebene Wärmemenge $Q_1 = 8000$ cal,

$m_2 = 400$ g, $t_m - t_2 = 20^\circ$: aufgenommene Wärmemenge $Q_2 = 8000$ cal.

Bei allen Versuchen tritt zwischen dem warmen und dem kalten Wasser ein *Wärmeaustausch* ein. Es ergibt sich dabei das *Grundgesetz des Wärmeaustausches*:

Die abgegebene Wärmemenge ist stets gleich der aufgenommenen Wärmemenge.

Dieses Gesetz gilt streng nur dann, wenn bei den Versuchen jede Wärmeabgabe nach außen und jede Wärmeaufnahme von außen verhindert wird.

¹ Lies: Kalorie je Gramm und Grad!

Der Wärmeaustausch spielt in der Technik und in der chemischen Großindustrie eine erhebliche Rolle, beispielsweise bei allen Prozessen, bei denen es sich um die Kühlung irgendeines Stoffes handelt. Bekannt sind die *Kaminkühler*, die in allen Großkraftanlagen und industriellen Werken zu finden sind (Abb. 225). Bei ihnen wird das im technischen Prozeß verwendete Kühlwasser, das sich dabei erwärmt hat, wieder rückgeköhlt. Man pumpt es in große Türme, die oben und unten offen und etwa zur Hälfte mit einem vielfach verzweigten Aufbau von Holzrosten ausgefüllt sind. Über diese Holzroste rieselt das aus dem Werk kommende, erwärmte Kühlwasser herab und gibt seine Wärme an die in dem kaminartigen Turm von unten emporströmende Luft ab.

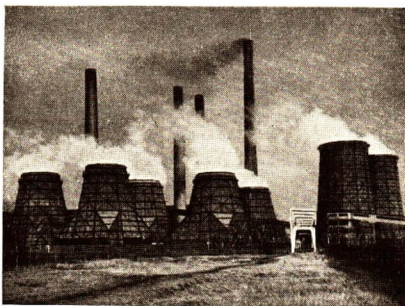


Abb. 225. Kaminkühler in einem Elektrizitätswerk

3. Die spezifische Wärme. Wir greifen zurück auf die im Abschnitt I abgeleitete Gleichung

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

Sie war auf Grund zweier Versuchsreihen gewonnen worden, bei denen wir 500 g bzw. 1000 g Wasser mittels eines Tauchsieders erwärmten. c bedeutete einen Proportionalitätsfaktor, der für Wasser den Zahlenwert 1 hatte.

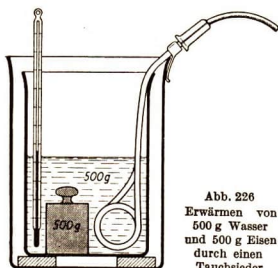


Abb. 226
Erwärmen von
500 g Wasser
und 500 g Eisen
durch einen
Tauchsieder

Wir ändern nunmehr den zweiten Versuch so ab, daß wir in das Gefäß anstatt der 1000 g Wasser nur 500 g Wasser füllen und außerdem ein Gewichtsstück aus Eisen mit einer Masse von 500 g einsenken (Abb. 226). Das Eisenstück muß dabei ganz vom Wasser bedeckt sein. Kurz vor dem Einschalten des Tauchsieders wird die Temperatur des Wassers bestimmt. Sie betrage wie vorhin $18,0^\circ\text{C}$. Drei Minuten danach ist sie auf $37,1^\circ\text{C}$ gestiegen.

Bei diesem Versuche wurde die gleiche Stoffmenge erwärmt wie vorhin, nämlich 1000 g. Die erreichte Endtemperatur von $37,1^\circ\text{C}$ liegt aber jetzt etwas höher als beim Wasser allein, bei dem die Temperatur nur auf $28,6^\circ\text{C}$ stieg.

Wir folgern daraus, daß 500 g Metall nicht die gleiche Wärmemenge aufgenommen haben wie vorhin 500 g Wasser. Denn es stand bei gleicher Wärmezufuhr wie vorher offensichtlich noch Wärmeenergie zur Verfügung, die 500 g

Wasser und 500 g Metall zusammen auf eine höhere Temperatur erwärmt, als sie bei der Erwärmung von 1000 g Wasser erreicht wurde. Für Metall hat also der Faktor c einen anderen Wert als 1.

Wir berechnen seinen Wert aus den Meßergebnissen:

Die Temperatur stieg in 3 Minuten um $19,1^\circ$. Vom Wasser wurden dabei $500 \cdot 19,1$ cal, vom Eisen $c \cdot 500 \cdot 19,1$ cal aufgenommen. Beim Erwärmen von 1000 g Wasser stieg die Temperatur in 3 Minuten um $10,6^\circ$, es wurden dabei vom Wasser 10600 cal aufgenommen. Es besteht mithin die Gleichung

$$9550 + 9550 c = 10600.$$

Für Eisen ergibt sich hieraus der Wert $c \approx 0,11$ cal/g·Grad.

Diese Zahl gibt an, das Wievielfache an Wärme 1 g Eisen im Vergleich zu 1 g Wasser aufnimmt, wenn seine Temperatur um 1° steigt. Man nennt diesen Faktor die spezifische Wärme.

Die spezifische Wärme eines Stoffes ist gleich der Wärmemenge, die 1 g des betreffenden Stoffes aufnimmt (abgibt), wenn seine Temperatur um 1° steigt (sinkt). Sie wird gemessen in Kalorien je Gramm und Grad (cal/g·Grad) oder in Kilokalorien je Kilogramm und Grad (kcal/kg·Grad).

Die bei einer Erwärmung (Abkühlung) von einem Körper aufgenommene (abgegebene) Wärmemenge ist gleich dem Produkt aus der spezifischen Wärme des Stoffes, der Masse des Körpers und der Temperaturdifferenz:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Man nennt das Produkt $m \cdot c$ die *Wärmekapazität* des betreffenden Körpers. Diese wird gemessen in Kalorien je Grad (cal/Grad). Zahlenmäßig ist sie gleich der Wassermasse, die bei einer Temperaturänderung um 1° die gleiche Wärmemenge aufnimmt oder abgibt wie der betreffende Körper. Der Ausdruck $m \cdot c$ heißt deshalb auch der *Wasserwert* des Körpers. Er wird durch das Formelzeichen m_w wiedergegeben und in cal/Grad gemessen.

Der Wasserwert eines Körpers ist zahlenmäßig gleich der Wassermasse, die bei einer Temperaturzunahme um 1° die gleiche Wärmemenge aufnimmt wie der betreffende Körper. Der Wasserwert ist gleich dem Produkt $m \cdot c$.

Das Gesetz des Wärmeaustausches gilt nicht nur für Wasser, sondern auch für alle anderen Stoffe.

4. Das Kalorimeter. Genaue Wärmemessungen erfordern besonders dafür hergerichtete Gefäße. Man bezeichnet solche Meßgefäße als **Kalorimeter**. Bei einfachen Kalorimetern ist das eigentliche Meßgefäß in ein Mantelgefäß auf einer wärmeisolierenden Unterlage hineingestellt (Abb. 227).

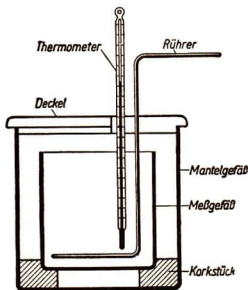


Abb. 227. Kalorimeter

Die zwischen dem Kalorimetergefäß und dem Mantelgefäß befindliche ruhende Luft unterbindet weitgehend den Wärmeaustausch nach außen. Es liegen ähnliche Verhältnisse vor wie bei einem Doppeltenster.

Durch den Luftmantel, der sich zwischen den beiden Wänden befindet, wird ein Wärmeaustausch mit der Außenluft weitgehend behindert. Das Gefäß ist nach oben durch einen isolierenden Deckel abgeschlossen. Zu einem Kalorimeter gehören außerdem ein Rührer aus Metalldraht und ein Thermometer. Als besonders zweckmäßig für kalorimetrische Messungen haben sich *Vakuummantelgefäße*, *Dewarsche Gefäße*, erwiesen, wie wir sie von der Thermosflasche her kennen.

Bei jeder kalorimetrischen Messung sind die Wasserwerte des Kalorimetergefäßes, des Rührers und des Thermometers zu berücksichtigen. Man bestimmt sie für das betreffende Kalorimeter und verwendet sie dann immer wieder.

Wir betrachten als Beispiel ein Kalorimeter, dessen Meßgefäß aus Messing mit der spezifischen Wärme $c = 0,09 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}$ besteht. Seine Masse sei $m = 163 \text{ g}$. Dann ist sein Wasserwert $m_W = 163 \cdot 0,09 \text{ cal/Grad} \approx 14,7 \text{ cal/Grad}$.

Derselbe Wert läßt sich auch kalorimetrisch ermitteln. Man schlägt dieses Verfahren überall dort ein, wo man die Masse des Meßgefäßes nicht unmittelbar durch Wägung feststellen kann, z. B. bei Thermosflaschen. Wir gießen eine abgewogene Wassermenge $m_1 = 324 \text{ g}$ in das Kalorimeter. Ihre Temperatur sei $t_1 = 15,2^\circ\text{C}$. Hinzu gießen wir eine abgewogene Wassermenge $m_2 = 236 \text{ g}$ von etwas höherer Temperatur $t_2 = 35,9^\circ\text{C}$. Nach dem Temperatúrausgleich lesen wir die Mischungstemperatur $t_m = 23,7^\circ\text{C}$ ab. Nach dem Gesetz des Wärmeaustausches bestehen folgende Zusammenhänge:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Vom kalten Wasser} \\ \text{aufgenommene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{vom Kalorimeter} \\ \text{aufgenommene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{vom warmen Wasser} \\ \text{abgegebene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right]$$

$$m_1 \cdot 1 \cdot (t_m - t_1) + m_W \cdot (t_m - t_1) = m_2 \cdot 1 \cdot (t_2 - t_m),$$

$$324 \cdot 8,5 + m_W \cdot 8,5 = 236 \cdot 12,2 = 2879,2.$$

Es ergibt sich für m_W der Zahlenwert:

$$m_W = \left(\frac{2879,2}{8,5} - 324 \right) \text{ cal/Grad} \approx 14,7 \text{ cal/Grad}.$$

Mit Hilfe von Kalorimetern lassen sich die spezifischen Wärmen der einzelnen Stoffe sehr genau bestimmen.

Wir bestimmen als Beispiel die spezifische Wärme des Aluminiums und benutzen als Kalorimeter ein Dewarsches Gefäß. Der Wasserwert des Kalorimeters ist vorher ermittelt worden. Er beträgt $m_W = 14,7 \text{ cal/Grad}$. Das Kalorimeter enthält bei Beginn des Versuches $m_1 = 185 \text{ g}$ Wasser mit einer Temperatur $t_1 = 19,0^\circ\text{C}$. Eine vorher abgewogene Menge Aluminiumspäne mit einer Masse $m_2 = 24,2 \text{ g}$ wird in einem mit einem Wattebausch verschlossenen Reagenzglas in einem Wasserbad auf die Siedetemperatur des Wassers $t_2 = 100^\circ\text{C}$ (bei normalem Luftdruck) erwärmt. Sodann werden die erhitzten Aluminiumspäne mit einer schnellen Bewegung in das Kalorimetergefäß eingeführt. Die Temperatur des Wassers steigt auf $t_m = 21,2^\circ\text{C}$. Dabei vollzieht sich folgender Wärmeaustausch:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Vom Aluminium} \\ \text{abgegebene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{vom Wasser} \\ \text{aufgenommene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{vom Kalorimeter} \\ \text{aufgenommene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right]$$

$$m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t_m) = m_1 \cdot 1 \cdot (t_m - t_1) + m_W \cdot (t_m - t_1),$$

folglich:

$$c = \frac{(m_1 \cdot 1 + m_W) \cdot (t_m - t_1)}{m_2 \cdot (t_2 - t_m)}.$$

Setzt man die oben angegebenen Meßwerte ein, so findet man

$$c \approx 0,23 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad.}$$

Der genaue Wert der spezifischen Wärme des Aluminiums ist

$$c = 0,22 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad.}$$

Will man die spezifische Wärme einer Flüssigkeit bestimmen, so verfährt man ganz ähnlich wie bei dem oben angegebenen Versuch. Man benutzt die zu untersuchende Flüssigkeit als Kalorimeterflüssigkeit und führt einen erhitzten Versuchskörper ein, dessen spezifische Wärme bereits bekannt ist.

Genauere Messungen haben ergeben, daß die spezifischen Wärmen der einzelnen Stoffe von der Temperatur abhängig sind. Ihre Werte steigen im allgemeinen mit wachsender Temperatur an.

In der beigefügten Tabelle sind die mittleren spezifischen Wärmen einiger Stoffe zwischen 0°C und 100°C angegeben.

*Mittlere spezifische Wärmen
einiger fester und flüssiger Körper zwischen 0°C und 100°C*

Stoff	Spezifische Wärme cal/g · Grad	Stoff	Spezifische Wärme cal/g · Grad
Aluminium ...	0,21	Wasser	1,00
Glas, Jenaer ..	0,19	Alkohol	0,57
Eisen	0,11	Äther	0,56
Kupfer	0,09	Glyzerin	0,57
Silber	0,06	Quecksilber ...	0,03
Blei	0,03	Petroleum	0,50

5. Die Verbrennungswärme. Die Energieversorgung der gesamten modernen Technik beruht vorwiegend auf der Ausnutzung von Wärmequellen. Die Technik hat demnach einen riesigen Bedarf an Brennstoffen, deren *Verbrennungswärme* zur Energiegewinnung ausgenutzt wird.

Die *Verbrennungswärme* eines Stoffes ist die Wärmemenge in kcal (cal), die bei vollständiger Verbrennung von 1 kg (1 g) des Stoffes frei wird.

Die Bestimmung der Verbrennungswärme von Brennstoffen erfolgt im *Verbrennungskalorimeter* (Abb. 228). Ein Glaskolben ist mit Bleischrot so beschwert, daß er auf dem Boden des mit Wasser gefüllten Meßgefäßes steht. Man füllt z. B. 1 g gepulverte Holzkohle auf eine über dem Schrot befindliche Asbestplatte, wirft ein glühendes Kohlenstückchen hinein und leitet nach dem Verschließen der oberen Öffnung einen langsamen Strom von Sauerstoff durch den Apparat. Die dabei entstehende Verbrennungswärme wird beim Strömen der Gase durch eine an den Verbrennungsraum angeschlossene Kupferrohrwendel an das umgebende Wasser abgegeben.

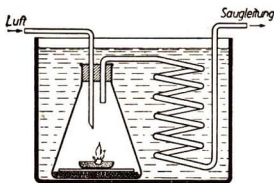


Abb. 228. Verbrennungskalorimeter
Der im Glaskolben unter Sauerstoffzufuhr verbrennende Körper gibt seine Verbrennungswärme an das Wasser des Kalorimeters ab.

Eine besonders wirksame Form des Verbrennungskalorimeters ist das *Berthelotsche Bombenkalorimeter* (Abb. 229). Bei ihm erfolgt die Verbrennung des zu untersuchenden Brennstoffes in einer mit Sauerstoff gefüllten, dicht verschlossenen Stahlflasche. Diese ist in einem genügend weiträumigen Kalorimeter untergebracht, mit dessen Hilfe die frei gewordene Wärme gemessen wird.

In der Praxis unterscheidet man zwischen dem *oberen* und dem *unteren Heizwert* eines Brennstoffes. Der obere Heizwert schließt die Kondensationswärme des in den Verbrennungsgasen enthaltenen Wasserdampfes mit ein. Er wird dann ausgenutzt, wenn sich die Verbrennungsgase so weit abkühlen, daß sich der in ihnen enthaltene Wasserdampf zu Wasser verdichtet. Dies ist bei technischen Prozessen nur selten der Fall. Zumeist entweicht der sich bei der Verbrennung bildende Wasserdampf mit den Verbrennungsgasen durch die Esse. Man nutzt dann nur den *unteren Heizwert* des Brennstoffes aus.

Der obere Heizwert H_o und der untere Heizwert H_u unterscheiden sich demnach um die Kondensationswärme des Wassers. In die beigefügte Tabelle ist wegen seiner technischen Bedeutung nur der untere Heizwert aufgenommen.

Heizwerte einiger Brennstoffe

Feste und flüssige Brennstoffe	Unterer Heizwert kcal/kg
Torf, je nach Trockenheit	4950 bis 5450
Holz, je nach Trockenheit	3800 bis 4500
Braunkohle, Rohkohle ..	4200 bis 5500
Briketts	4700 bis 5200
Steinkohle	6600 bis 7800
Steinkohlenteeröl	9 100
Braunkohlenteeröl	9 600
Gasöl (Diesel)	10 000
Benzol	9 600
Benzin	10 200
Gasförmige Brennstoffe	Unterer Heizwert kcal/m ³
Gichtgas	890
Generatorgas	1 200
Wassergas	2 600
Stadtgas	4 200
Koksofengas	458

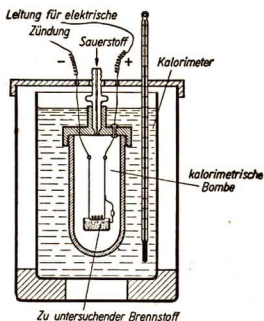


Abb. 229

Berthelotsches Bombenkalorimeter
Die Verbrennung erfolgt in einer Stahlflasche, die unmittelbar im Kalorimeter untergebracht ist.

In der Deutschen Demokratischen Republik bildet vorzugsweise die Braunkohle die Grundlage der Brennstoffversorgung für die Industrie und für die Bevölkerung. Die Gewinnung von Braunkohle und die Briketterzeugung wird daher weiterhin gesteigert.

Auch im Steinkohlenbergbau wird die Fördermenge erhöht werden. Nach dem Vorbild des Nationalpreisträgers *Adolf Hennecke* werden von unseren Bergleuten neue Arbeitsmethoden entwickelt; neue Schächte werden in Betrieb genommen.

6. Fragen und Aufgaben:

1. Worin besteht der Unterschied zwischen der Temperatur eines Körpers und der bei dieser Temperatur in ihm enthaltenen Wärmemenge?
2. Wie werden Temperaturen, wie werden Wärmemengen gemessen?
3. Welche Bedeutung hat die hohe spezifische Wärme des Wassers in der Natur, in den Warmwasserheizungen?
4. Warum ist der Unterschied zwischen der höchsten und der tiefsten Temperatur beim ozeanischen Klima geringer als beim kontinentalen Klima?
5. Welche Ursache hat das nur langsame Zufrieren der stehenden Gewässer?
6. Was versteht man unter dem Wasserwert eines Kalorimeters?
7. Welcher Unterschied besteht zwischen dem oberen und dem unteren Heizwert eines Stoffes? Warum ist für die Technik in erster Linie der untere Heizwert von Wichtigkeit?
8. 35 g Kupfer werden auf 57°C erhitzt und in ein Kalorimeter geschüttet, das aus einem Glasgefäß mit Thermometer vom Wasserwert 4,2 cal/Grad besteht und mit 36,2 g Alkohol gefüllt ist. Die Temperatur des gefüllten Kalorimeters steigt dabei von $16,0^{\circ}\text{C}$ auf $20,7^{\circ}\text{C}$. Die spezifische Wärme des Kupfers ist $0,09 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}$. Wie groß ist die spezifische Wärme des Alkohols?
9. In einem Kalorimeter aus Messing mit einer Masse von 120 g befinden sich 1050 g Wasser von 15°C . Man bringt 1 kg Bleischrot hinein, nachdem man es auf 100°C erwärmt hat. Die Temperatur des Wassers steigt auf $17,4^{\circ}\text{C}$. Die spezifische Wärme des Messings ist $0,09 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}$. Wie groß ist die spezifische Wärme des Bleis?
10. Eine Messingkugel von 50 g wird in der Flamme eines Bunsenbrenners erhitzt und dann in 400 g Wasser von 20°C geworfen. Das Kalorimetergefäß hat den Wasserwert $m_w = 16,2 \text{ cal/Grad}$. Die Temperatur steigt auf 30°C . Welche Temperatur hatte die Kugel in der Flamme angenommen?

§ 36. Schmelzen und Erstarren

1. Der Schmelzpunkt und die Schmelzwärme. Von der Grundschule her sind uns folgende Tatsachen über das Schmelzen fester und das Erstarren flüssiger Körper bekannt:

Jeder Körper geht bei einer für den Stoff charakteristischen Temperatur vom festen in den flüssigen Zustand über; er schmilzt.

Die Temperatur, bei der ein fester Stoff schmilzt, heißt **Schmelzpunkt**.

Umgekehrt erstarrt jede Flüssigkeit bei einer bestimmten Temperatur zu einem festen Körper.

Die Temperatur, bei der eine Flüssigkeit erstarrt, heißt **Erstarrungspunkt** oder auch **Gefrierpunkt**.

Bei festen Körpern, die nur aus einem einheitlichen chemischen Stoff bestehen, fällt der Schmelzpunkt mit dem Erstarrungspunkt zusammen.

Diese Feststellungen gelten streng nur für kristallinische Stoffe, nicht dagegen für nichtkristallinische Stoffe, die man auch als *amorph*¹ bezeichnet, wie z. B. Glas, Siegellack, Pech. Diese Stoffe werden bei zunehmender Temperatur teigartig weich, dann zähflüssig und schließlich dünnflüssig.

¹ morphé (griech.) = Gestalt, amorph = ohne Gestalt

Wenn ein fester Körper schmelzen soll, so muß ihm eine bestimmte Wärmemenge zugeführt werden. Umgekehrt wird beim Erstarren einer Flüssigkeit Wärme an die Umgebung abgegeben. Beziehen wir diese Wärmeangaben auf die Masseneinheit, so fassen wir zu folgenden Feststellungen:

Die Schmelzwärme eines Stoffes ist die Wärmemenge, die 1 g des betreffenden Stoffes aufnimmt, wenn der Stoff aus dem festen in den flüssigen Zustand übergeht.

Die Erstarrungswärme eines Stoffes ist die Wärmemenge, die 1 g des Stoffes abgibt, wenn der Stoff aus dem flüssigen in den festen Zustand übergeht.

Schmelz- und Erstarrungswärme werden gemessen in cal/g.

Eine Temperaturveränderung findet während des Schmelzvorganges bzw. Erstarrungsvorganges selbst nicht statt. Die Erstarrungswärme und die Schmelzwärme des Stoffes sind einander gleich.

Die beim Schmelzen aufgenommene Wärme verrichtet dadurch Arbeit, daß die starre, molekulare Struktur des festen Körpers aufgelockert wird und die Moleküle gegeneinander verschiebbar werden. Der Energieinhalt eines flüssigen Körpers ist demnach größer als der des festen Körpers, aus dem er hervorgegangen ist. Beim Erstarren wird der Energieüberschuß wieder an die Umgebung abgegeben.

Die meisten Stoffe dehnen sich beim Schmelzen aus. Eine wichtige Ausnahme von dieser Regel bildet das Wasser. Ebenso verhalten sich Gußeisen, Wismut und Antimon. Bei der Abkühlung unterhalb von 4°C dehnt sich das Wasser aus. Beim Gefrieren dehnt es sich um weitere 9 % seines Volumens aus. Dies hat zur Folge, daß die Dichte des Eises und damit auch seine Wichte geringer sind als die des flüssigen Wassers. So kommt es, daß Eis auf dem Wasser schwimmt. Auf die Ausdehnung des Wassers beim Gefrieren ist die *Sprenghwirkung* des Eises zurückzuführen, die als *Spaltenfrost* in erster Linie bei der Verwitterung der Gesteine mitwirkt. Zur Verhütung von Frosts Schäden schützt man die Rohrleitungen und Flüssigkeitsbehälter technischer Anlagen, soweit sie der Frostgefahr ausgesetzt sind, durch wärmeisolierende Mittel wie Kieselgur, Glaswatte und dgl. (Vgl. Lehrbuch der Physik für das 6. Schuljahr, § 15, 11)

Die Volumänderung des Gußeisens beim Erstarren ist beim Eisenguß zu beachten. Zunächst dehnt sich das erstarrende Gußeisen etwas aus, zieht sich aber beim weiteren Abkühlen stark zusammen. Die Gußformen müssen deshalb um das sogenannte *Schwindmaß* größer gemacht werden.

Schmelzwärmen werden nach einem kalorimetrischen Verfahren ermittelt. Als Beispiel hierfür bestimmen wir die **Schmelzwärme des Eises**.

Wir benutzen das Kalorimeter, dessen Wasserwert wir zu $m_w = 14,7$ cal/Grad ermittelt hatten (vgl. S. 158). In das Kalorimeter gießen wir eine abgewogene Wassermenge mit der Masse $m_1 = 235$ g. Die Anfangstemperatur sei $t_1 = 21^{\circ}\text{C}$.

Wir bringen in das Wasser ein mit Fließpapier gut abgetrocknetes Eisstück und beobachten die Temperatur. Sie sinkt bis $t_m = 12,1^{\circ}\text{C}$. Zum Schluß wird das Kalorimeter mit der Wasserfüllung erneut gewogen und die Masse des Schmelzwassers und damit des Eises ermittelt. Sie betrage $m_2 = 24,1$ g. Auf Grund des Gesetzes vom Wärmeaustausch berechnen wir die Schmelzwärme des Eises. Das Formelzeichen für die Schmelzwärme ist l .

$$\begin{array}{lcl}
 \left[\begin{array}{l} \text{Beim Schmelzen} \\ \text{aufgenommene} \\ \text{Wärmemenge} \end{array} \right] & + & \left[\begin{array}{l} \text{beim Erwärmen des} \\ \text{Schmelzwassers aufge-} \\ \text{nommene Wärmemenge} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{von der Kalorimeterflüssig-} \\ \text{keit und vom Kalorimeter} \\ \text{abgegebene Wärmemenge} \end{array} \right] \\
 m_2 \cdot l & + & m_2 \cdot 1 \cdot (t_m - 0) = (m_1 \cdot 1 + m_w) (t_1 - t_m) \\
 24,1 \text{ l} & + & 24,1 (t_m - 0) = (235 + 14,7) \cdot (21 - t_m), \\
 24,1 \text{ l} & + & 24,1 \cdot 12,1 = 249,7 \cdot (21 - 12,1) = 2222,3.
 \end{array}$$

Hieraus folgt: $l + 12,1 = \frac{2222,3}{24,1} \approx 92,2,$
 $l \approx 80,1 \text{ cal/g.}$

Der genaue Wert der Schmelzwärme des Eises beträgt 79,7 cal/g bzw. 79,7 kcal/kg.

In der folgenden Tabelle sind die Gefrier- bzw. Schmelzpunkte und die Schmelzwärmen einiger Stoffe zusammengestellt. Man erkennt, daß die Schmelzwärme des Eises besonders groß ist. Dieselbe Wärmemenge, die ein Körper beim Schmelzen aufnimmt, gibt er beim Erstarren wieder ab.

Die Schmelzwärme des Eises ist für den Wasserhaushalt in der Natur von besonderer Bedeutung. Infolge der hohen Schmelzwärme des Eises dauert es geraume Zeit, bis es sich in Wasser umwandelt. Wäre es anders, so würde die Gefahr verheerender Überschwemmungen außerordentlich erhöht werden. Im Gebirge kann man an Stellen, die von Sonnenstrahlen nicht getroffen werden, selbst im Sommer noch Eis antreffen.

Schmelzpunkte und Schmelzwärmen einiger Stoffe

Stoff	Schmelzpunkt °C	Schmelzwärme cal/g
Äther.....	— 123	23,5
Quecksilber.....	— 39	2,7
Wasser (Eis).....	0	79,7
Schwefel (monoklin)	119	9,2
Blei.....	327	5,9
Silber.....	960	25,0
Kupfer.....	1083	48,9
Eisen.....	1539	64,0
Platin.....	1773	24,1
Wolfram.....	3350	≈ 45,8

Metalllegierungen schmelzen im allgemeinen bei tieferen Temperaturen als die Bestandteile, aus denen sie bestehen.

Beispiele:

Lipowitsche Legierung (50% Wismut, 13,3% Zinn, 26,7% Blei und 10% Cadmium). Schmelzpunkt bei 60°C.

Woodsche Legierung (50% Wismut, 12,5% Zinn, 25% Blei, 12,5% Cadmium). Schmelzpunkt zwischen 65,5°C und 70°C.

Schnellot-Legierung (47% Blei, 53% Zinn). Schmelzpunkt bei 197°C.

2. Die Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck. Der Schmelzpunkt bzw. der Erstarrungspunkt eines Körpers wird von den äußeren Umständen, unter denen der Übergang aus dem festen in den flüssigen Zustand oder umgekehrt stattfindet, beeinflusst.

Bei den meisten Körpern wird der Schmelzpunkt durch eine Drucksteigerung erhöht. Eis, Gußeisen, Antimon, Wismut dagegen verhalten sich anders. Bei ihnen wirkt sich eine Druckerhöhung in einer Erniedrigung des Schmelzpunktes aus, da diese Stoffe beim Erstarren eine Volumzunahme, dagegen beim Schmelzen eine Volumabnahme erfahren. Wird auf Eis ein Druck ausgeübt, so wird

dadurch wie beim Schmelzen eine Volumverminderung herbeigeführt.

Diese durch Druck verursachten *Schmelzpunkterniedrigungen* sind an sich nur gering. So sinkt der Schmelzpunkt des Eises bei einer Druckerhöhung um 1 at nur um $0,0075^\circ$. Doch können durch hinreichenden Druck auch merklich größere Schmelzpunkterniedrigungen erreicht werden.

Wird das unter dem Einfluß der Druckerhöhung schmelzende Eis entlastet, so erstarrt das Schmelzwasser sofort wieder. Man bezeichnet diese Erscheinung als *Regelation* und kann sie mit einfachen Mitteln experimentell veranschaulichen. Man legt um einen auf zwei Unterstüzungen aufliegenden Eisblock eine Drahtschlinge, die man mit einem Gewichtsstück mit einer Masse von etwa 10 kg belastet (Abb. 230). Der Draht wird durch das Eis wie durch einen zähen Teig hindurchgezogen.

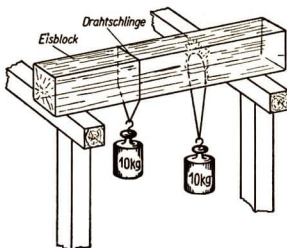


Abb. 230. Hindurchgleiten einer Drahtschlinge durch einen Eisblock infolge der Regelation des Eises. Das Eis schmilzt infolge des Druckes auf der Unterseite des Drahtes. Das entstehende Schmelzwasser gefriert wieder über dem Draht.

Dieser Eigenschaft des Eises ist es zuzuschreiben, daß die *Gletscher* wie eine zähe Flüssigkeit in ihrem Bett langsam nach unten gleiten. Durch Druck verwandelt sich der Firnschnee in Gletschereis. Der Gletscher verhält sich wie ein langsam fließender Strom; er folgt allen Windungen der Täler. Wenn er über eine steile Wand herabstürzt und dabei zerreißt, bildet er danach wieder eine zusammenhängende Masse, die sich langsam weiterbewegt. Geröll sinkt durch das Eis bis auf den Boden des Gletschers und wird mit fortbewegt. So entsteht die *Grundmoräne*. Auch die hohe Gleitfähigkeit von Schlittschuhen ist auf die Schmelzpunkterniedrigung des Eises zurückzuführen. Das unter der Gleitfläche infolge des darauf lastenden Druckes entstehende Schmelzwasser wirkt als Schmiermittel.

3. Die Unterkühlung. Eine Flüssigkeit kann in einem reinen Gefäß, das man vor Erschütterungen bewahrt, oft weit unter den normalen Erstarrungspunkt abgekühlt werden, ohne daß sie fest wird. Man bezeichnet diesen Vorgang als *Unterkühlung* oder *Gefrierverzög.*

Wir erwärmen in einem Reagenzglas etwas photographisches Fixiersalz (Natriumthiosulfat), bis es bei 47°C schmilzt. Hierbei achten wir darauf, daß keine Spur des festen Salzes an der Wand des Gefäßes hängen bleibt und mit der geschmolzenen Masse in Berührung kommt. Wir lassen die Flüssigkeit erkalten. Sie nimmt allmählich Zimmertemperatur an, ohne fest zu werden. Dann werfen wir ein kleines Stück festen Salzes hinein. Die Flüssigkeit erstarrt sofort. Das Reagenzglas wird so warm, daß wir die Erwärmung mit der Hand deutlich verspüren. Die Temperatur steigt dabei plötzlich auf 47°C .

Denselben Versuch kann man mit Natriumacetat ausführen, das bei 58°C schmilzt und umgekehrt bei der gleichen Temperatur wieder erstarrt.

Diese Versuche zeigen besonders deutlich, daß beim Erstarren Wärme frei wird. Wasser läßt sich bis auf -10°C abkühlen. In unterkühlten Wolken kann es

sogar Temperaturen bis zu -50°C annehmen. Im Winter ist *Nebel* häufig unterkühlt. Wird er durch den Wind gegen Bäume, Sträucher, Wegweiserstangen, Telefonmaste usw. getrieben, so erstarrt er plötzlich an der dem Wind zugewandten Seite und bildet den *Rauhreif*. Im Hochgebirge entstehen bei dieser Gelegenheit oft bizarr aussehende Eispanzer, die Bäume und Sträucher umkleiden. Sie sind mit ihren Spitzen stets gegen den Wind gerichtet (Abb. 231).



Abb. 231. Rauhreif im Oberharz

4. Lösungswärme – Kühlmischungen.

In ein Becherglas mit Wasser schüttet man etwas Kochsalz und beschleunigt die Auflösung durch Umrühren. Die Temperatur fällt um 2° bis 3° . Eine stärkere Abkühlung tritt ein, wenn man Salmiak, Ammoniumnitrat oder kristallisiertes Chlorkalcium im Wasser auflöst.

Wenn sich ein Salz auflöst, wird die Kristallstruktur wie beim Schmelzen gelockert, das heißt, die kleinsten Teilchen, aus denen das Salz besteht, werden frei beweglich. Das Auflösen eines Salzes ist demnach mit dem Schmelzen vergleichbar und ist wie der Schmelzvorgang mit einem Verbrauch von Wärme verbunden. Die Wärme wird dem Lösungsmittel entzogen; deshalb sinkt die Temperatur.

In den *Kühlmischungen* werden Stoffe zusammengebracht, die eine wesentliche Temperaturerniedrigung hervorbringen. Da die entsprechenden Salz-

Kühlmischungen Angabe in Gewichtsteilen	Temperatur- senkung bis
1 Teil Schnee und 1 Teil Salmiaksalz	-18°C
4 Teile Schnee und 1 Teil Kochsalz	-21°C
1 Teil Schnee und 1 Teil Ammoniumsulfat	-30°C
1 Teil Schnee und 2 Teile Chlorkalcium ..	-40°C

lösungen dabei flüssig bleiben, kann man mit Viehsalz vereiste Eisenbahn- und Straßenbahnschienen, angefrorene Kanalisationsdeckel und ähnliches auftauen.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Bedeutung hat die große Schmelzwärme von Schnee und Eis für die Schneeschmelze im Frühjahr?
2. Wie verhalten sich Schnee und Eis bei der Wanderung eines Gletschers? Begründe die Erscheinung!
3. Worauf beruht die Abkühlung bei der Lösung eines Salzes in Wasser?
4. Inwiefern ist das Schmelzen eines Körpers mit einem Wärmeverbrauch verbunden?
5. Worin weichen Wasser und Gußeisen durch ihr Verhalten beim Erstarren von dem der meisten anderen Stoffe ab?
6. Wie bestimmt man die Schmelzwärme des Eises?
7. Warum läßt sich Schnee von 0°C mit der Hand zu einem festen Eisstück zusammenballen?

8. Wieviel kg Eis kann man durch Verbrennen von 1 kg Braunkohle (Verbrennungswärme 4200 kcal) zum Schmelzen bringen?
9. In 200 g siedendes Wasser (100°C) werden 40 g Eis von 0°C geworfen. Nach dem Schmelzen des Eises wird eine Temperatur von $t = 70^{\circ}\text{C}$ gemessen. Wie berechnet man daraus die Schmelzwärme des Eises?
10. Wie groß ist die Wärmemenge, die 1 kg Eis von 0°C gerade bis zum Siedepunkt (100°C) erwärmt?
11. Die Schmelzwärme des Eises beträgt etwa 80 kcal/kg. Welche Endtemperatur wird erreicht, wenn 3 kg Eis von 0°C in 20 kg Wasser von 40°C geschmolzen werden?

§ 37. Verdampfen und Kondensieren

Geht ein Stoff aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand über, so bezeichnet man diesen Vorgang als Verdampfen. Die einzelnen Moleküle trennen sich dabei vom übrigen Molekularverband der Flüssigkeit. Sie treten in den an die Flüssigkeit grenzenden Raum über, der meist mit Luft oder einem anderen Gas gefüllt ist. Dieser Vorgang spielt sich zunächst an der Oberfläche der Flüssigkeit ab und heißt dann *Verdunstung*. Bei höherer Temperatur kann ein Übergang aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand auch innerhalb der Flüssigkeit stattfinden. Man bezeichnet ihn als *Sieden*, wenn die sich bildenden Dampfblasen bis an die Oberfläche der Flüssigkeit gelangen.

1. Die Verdunstung. Beim Verdunsten erfolgt der Übergang der Flüssigkeit in den Dampfzustand bei jeder Temperatur unterhalb des Siedepunktes. Die Flüssigkeit nimmt die dazu erforderliche Energie von außen her auf oder entzieht sie dem eigenen Energievorrat. Die Temperatur sinkt infolgedessen. Wegen der von einer verdunstenden Flüssigkeit ausgehenden Kühlwirkung spricht man von der *Verdunstungskälte*, obwohl dieser Ausdruck physikalisch nicht ganz korrekt ist. Es wird nicht Kälte erzeugt, sondern Wärme verbraucht.

Die Verdunstung hängt von einer Reihe äußerer Einflüsse ab, deren Bedeutung wir durch einige Versuche erläutern wollen.

Wir benutzen ein Anzeigegerät für Temperaturschwankungen, ein *Thermoskop* (Abb. 232). Es besteht aus einer mit Luft gefüllten gläsernen Halbkugel, einem *Rezeptor*, und

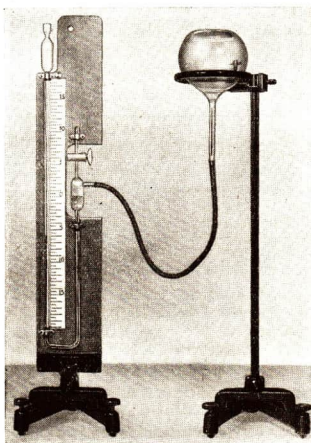


Abb. 232. Thermoskop

Die in dem kugelförmigen Meßgefäß, dem Rezeptor, befindliche Luft vergrößert bzw. verringert ihr Volumen bei einer Temperaturänderung. Dies wird durch die Manometerflüssigkeit angezeigt.

einem daran angeschlossenen Flüssigkeitsmanometer. Sobald sich die Temperatur der in dem Rezeptor befindlichen Luft ändert, äußert sich dies in einem weit hin sichtbaren Ausschlag des Manometers. Häufig werden zwei Geräte zu einem *Doppel-Thermoskop* vereinigt.

Durchführung der Versuche:

1. Wir legen auf die flachen Seiten der Rezeptoren gleich große, kreisförmige Scheiben aus Fließpapier und befeuchten die eine mit Wasser, die andere mit Äther oder mit Alkohol. Die Flüssigkeiten verdunsten. Die eintretende Temperaturniedrigung beobachten wir am Absinken des Flüssigkeitsstandes in den Manometern. Wir erkennen, daß die einzelnen Flüssigkeiten unter sonst gleichen Bedingungen verschieden schnell verdunsten.
2. Wir benetzen beide auf die Rezeptoren gelegten Papierscheiben mit Äther und bedecken die eine sofort mit einem umgestülpten Becherglas. Die Temperatur sinkt bei der bedeckten Flüssigkeit nicht so schnell wie bei der anderen.
3. Wir legen auf die Rezeptoren zwei Scheiben aus Fließpapier mit stark voneinander verschiedenen Durchmessern und befeuchten beide Scheiben mit Äther. Die Temperatur sinkt in dem Rezeptor, auf dem die größere Scheibe liegt, schneller ab als in dem anderen.
4. Wir tränken von zwei gleich großen Scheiben aus Fließpapier die eine mit kaltem, die andere mit warmem Wasser und lassen sie beide unter gleichen äußeren Bedingungen trocknen. Das warme Wasser verdunstet schneller als das kalte.

Aus diesen Versuchen folgern wir:

Die verschiedenen Flüssigkeiten verdunsten im allgemeinen verschieden schnell. Die Verdunstung erfolgt um so schneller, je größer die Oberfläche der verdunstenden Flüssigkeit ist, je höher deren Temperatur ist, je schneller der Dampf beseitigt wird.

Die Verdunstung ist von großer Bedeutung für den Wasserhaushalt in der Natur. Auf das Verdunsten in der Natur ist die Entstehung der Wolken zurückzuführen. Die Verdunstung ist somit die Grundlage für den gesamten Wasserkreislauf und die in großen Höhen wieder erfolgende Kondensation. In der Industrie und in der Technik wird sie praktisch verwendet. Beispielsweise beruhen die modernen Kühlanlagen darauf, daß eine leicht verdunstende Flüssigkeit in einem Röhrensystem in Umlauf gehalten wird.

2. Das Sieden. Im Gegensatz zum Verdunsten erfolgt das *Sieden* einer Flüssigkeit bei einer ganz bestimmten für die Flüssigkeit charakteristischen Temperatur. Die Siedepunkte sind wie die Schmelzpunkte Festpunkte der Temperatur, wenn die äußeren Bedingungen, unter denen das Sieden erfolgt, sich nicht ändern.

Wir wissen bereits von der Grundschule her, daß eine Flüssigkeit siedet, wenn die Spannkraft des sich entwickelnden Dampfes gleich dem Druck ist, der auf der Flüssigkeit lastet. Die im Innern der Flüssigkeit befindlichen Dampfblasen haben sogar noch eine etwas höhere Dampfspannung; denn sie stehen noch unter dem Gewichtsdruck der Flüssigkeit.

Der beim Sieden einer Flüssigkeit entstehende Dampf ist unsichtbar. Die „Dampf Wolken“, die wir über siedendem Wasser beobachten oder die eine Lokomotive abbläst, sind in Wirklichkeit kein Dampf; sie bestehen aus kleinen Wassertropfchen, zu denen sich der Dampf wieder kondensiert hat. Ebenso besteht *Nebel* aus feinen Wassertropfchen, die sich infolge ihres geringen Gewichtes lange Zeit in der Luft schwebend halten.

Wird Dampf abgekühlt, so verflüssigt er sich wieder, er kondensiert. Die Verflüssigung erfolgt bei derselben Temperatur wie das Sieden, wenn die äußeren Bedingungen die gleichen sind. Man nennt die Temperatur, bei der sich ein Dampf niederschlägt, den *Kondensationspunkt* der Flüssigkeit.

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit und ihr Kondensationspunkt fallen zusammen.

Wir haben bereits in der Grundschule erfahren, daß das Wasser unter normalem Luftdruck, d. h. unter einem Druck von 760 Torr, bei 100°C siedet. Wir stellen nunmehr fest, wie sich die Siedetemperatur mit dem Druck ändert, und benutzen dazu die in Abb. 233 wiedergegebene Versuchsanordnung.

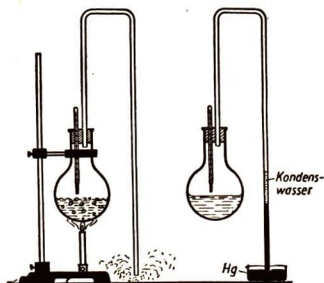


Abb. 233. Sieden des Wassers bei vermindertem Druck
Die Druckverminderung wird durch die Saugwirkung
der in dem nach unten führenden Rohr emporstei-
genden Quecksilbersäule hervorgerufen.

An einem von einem Stativ gehaltenen, zur Hälfte mit Wasser gefüllten Rundkolben ist ein U-förmig gebogenes Glasrohr angeschlossen. Sein nach unten gerichteter Schenkel ist 80 cm lang. Durch den Verschlußstopfen ist außerdem ein Thermometer eingeführt.

Man läßt das Wasser in dem Kolben so lange sieden, bis aus der Mündung des Rohres Wasserdampf entweicht. Das Thermometer zeigt 100°C an. Dann stellt man bei vorsichtigem Anheben der ganzen Versuchsanordnung eine kleine Schale mit Quecksilber unter die Öffnung des Dampfabzugsrohres, so daß dieses noch in das Quecksilber hineinreicht. Gleichzeitig entfernt man die Flamme. Das Wasser hört auf zu sieden, die Temperatur sinkt langsam.

Die Dampfspannung im Rundkolben läßt nach, das Quecksilber steigt im Dampf-abzugsrohr etwas in die Höhe. Auf dem Quecksilberspiegel sammelt sich etwas Kondenswasser an.

Man braucht nur den Rundkolben wieder mit der Gasflamme leicht zu bestreichen, wenn man das Wasser erneut zum Sieden bringen will. Jedesmal werden die Temperatur und die Höhe der Quecksilbersäule sowie die Höhe der Kondenswassersäule abgelesen. Die Höhe der Kondenswassersäule wird in mm Hg umgerechnet und der Höhe der Quecksilbersäule zugezählt. Die so ermittelte Quecksilberhöhe wird von dem Barometerstand abgezogen. Man erhält auf diese Weise zusammengehörige Werte des auf der Flüssigkeit lastenden Druckes und der Siedetemperatur. Sie sind in der beigefügten Tabelle zusammengestellt und in Abb. 234 in einer Druck-Siedepunkt-Kurve graphisch festgehalten.

Abb. 234. Graphische Darstellung der Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Druck

Die unterhalb von 75°C liegenden Bildpunkte sind nach bekannten Druck-Temperatur-Werten ergänzt.

*Siedetemperaturen
des Wassers bei vermindertem Druck*

Siede- temperatur °C	Druck Torr	Siede- temperatur °C	Druck Torr
100	760	75	295
97	685	70	233,7
92	570	60	149,4
86	455	50	92,5
81	360		

Die Abhängigkeit des Siedepunktes des Wassers von dem auf ihm lastenden Druck bei Temperaturen über 100°C läßt sich mit dem Papinschen¹ Dampftopf (Abb. 235) ermitteln. Der sich bildende Dampf kann nicht entweichen. Infolgedessen siedet das Wasser unter erhöhtem Druck.

Die untenstehende Tabelle gibt die gemessenen Druck- und Temperaturwerte wieder (vgl. auch Abb. 236). Entsprechende Untersuchungen führen bei allen Flüssigkeiten zu ähnlichen Ergebnissen.



Denis Papin (1647–1712)

*Siedetemperaturen
des Wassers bei
erhöhtem Druck*

Siede- temperatur °C	Druck at
100	1,0
110	1,5
120	2,0
130	2,8
140	4,0

¹ Denis Papin (1647–1712), französischer Physiker, wirkte viele Jahre als Professor der Physik in Marburg. Er konstruierte die einseitig wirkende Dampfmaschine.

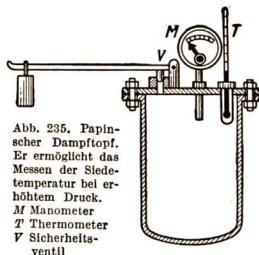
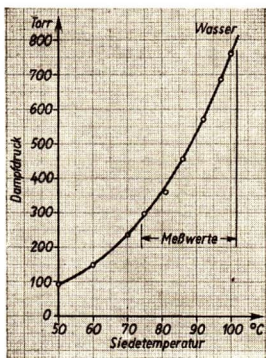


Abb. 235. Papinscher Dampftopf. Er ermöglicht das Messen der Siedetemperatur bei erhöhtem Druck.
M Manometer
T Thermometer
V Sicherheitsventil

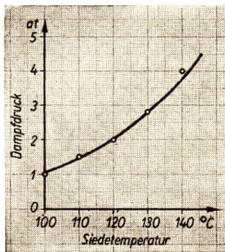


Abb. 236. Die Siedetemperaturen des Wassers bei Drucken von 1 at bis 4 at

Es ergibt sich:

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit liegt um so höher, je größer der Druck ist, unter dem die Flüssigkeit steht.

Die Erhöhung des Siedepunktes beim Sieden unter erhöhtem Druck wird in der Technik vielfach ausgenutzt. Zu nennen sind die *Autoklaven*. Das sind luftdicht abschließbare Siedebehälter, wie sie in chemischen Fabriken, in Konservenfabriken und in anderen Werken häufig verwendet werden. Vergleiche Lehrbuch der Physik für das siebente Schuljahr, Abb. 127!

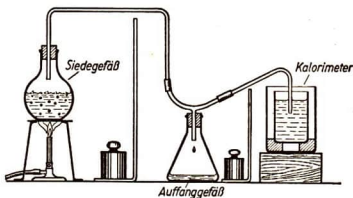


Abb. 237

Bestimmung der Verdampfungswärme des Wassers

3. Die Verdampfungswärme. Die Wärmemenge, die 1 g einer Flüssigkeit nach Erreichen des Siedepunktes bei der Umwandlung der Flüssigkeit in Dampf verbraucht, heißt *Verdampfungswärme*. Die Bestimmung der Verdampfungswärme erfolgt durch Messen der ihr gleichen *Kondensationswärme*.

Wir leiten nach Abb. 237 Wasserdampf in ein Becherglas mit einer abgewogenen Menge kalten Wassers m_1 von bestimmter Temperatur t_1 . Der eingeleitete Dampf, der die Siedetemperatur $t_2 = 100^\circ\text{C}$ besitzt (bei normalem Luftdruck), kondensiert in dem kalten Wasser. Die Wassermasse nimmt dabei um m_2 Gramm zu, die Temperatur erhöht sich auf t_m . Der Wasserwert des Becherglases sei m_W . Die Kondensationswärme des Dampfes und damit die Verdampfungswärme des Wassers wird mit dem Formelzeichen r bezeichnet.

Dann gilt nach dem Satz vom Wärmeaustausch folgende Gleichung:

$$m_2 \cdot r + m_2 \cdot 1 \cdot (100 - t_m) = (m_1 + m_W) \cdot (t_m - t_1).$$

Hieraus läßt sich r berechnen.

Die Genauigkeit der Meßergebnisse wird wesentlich dadurch gesteigert, daß man in die Dampfleitung ein kleines Gefäß zum Auffangen mitgerissener Wassertröpfchen einschaltet.

Genaueste Messungen haben ergeben, daß bei 100°C für Wasser $r = 538,9 \text{ cal/g}$, also ungefähr 539 cal/g ist. Die Verdampfungswärme ist von der Lage des Siedepunktes abhängig und nimmt mit höherer Siedetemperatur etwas zu.

Abb. 238 gibt den Wärmeverbrauch graphisch wieder, der beim Erwärmen von 1 g Wasser von -100°C bis $+200^\circ\text{C}$ bei normalem Luftdruck stattfindet. In der bei-

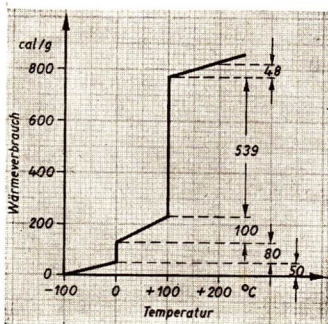


Abb. 238. Wärmeverbrauch von 1 g Wasser bei einer Temperaturerhöhung von -100°C bis $+200^\circ\text{C}$

gefügten Tabelle sind die Siedetemperaturen und Verdampfungswärmen einiger Stoffe zusammengestellt.

Siedetemperaturen und Verdampfungswärmen einiger Stoffe

Stoff	Siedetemperatur bei 760 Torr °C	Verdampfungswärme bei 760 Torr cal/g
Helium ...	—269	6
Wasserstoff	—253	112
Stickstoff .	—196	47
Sauerstoff .	—183	51
Äther	35	86
Schwefel-		
kohlenstoff	46	87
Alkohol ...	78	201
Benzol ...	80	94
Wasser ...	100	539
Quecksilber	357	68

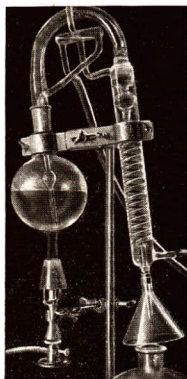
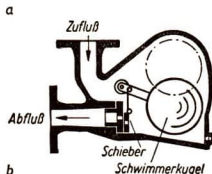
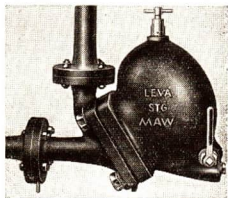


Abb. 240. Destilliervorrichtung für Wasser aus Glas, hergestellt vom volkseigenen Jenaer Glaswerk Schott und Gen., Jena. Das Gerät ist an einem Hebel kippbar aufgehängt. In dem Maße wie das Wasser im Kolben verdampft, wird der Kolben leichter und hebt sich etwas. Infolgedessen fließt ihm automatisch Wasser zu.

Abb. 239. Kondensstopf, hergestellt vom Geräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg.

a) Ansicht
b) Querschnitt (stark schematisch). Das Gehäuse enthält einen Schwimmer, der einen Schieber betätigt. Dieser gibt die Abflußöffnung frei, wenn sich im Gehäuse Kondenswasser in größeren Mengen ansammelt und den Schwimmer anhebt. Sinkt der Schwimmer beim Abfließen des Wassers, so wird das Abflußrohr wieder geschlossen.



Die Tabelle läßt erkennen, daß das Wasser unter den angeführten Flüssigkeiten bei weitem die größte Verdampfungswärme hat. Dementsprechend ist umgekehrt auch seine Kondensationswärme größer als bei allen anderen Flüssigkeiten. Hierin liegt der Grund für die Verwendung des Wasserdampfes als Wärmetransportmittel, z. B. bei Dampfheizungen. Das Wasser nimmt beim Verdampfen im Kessel eine erhebliche Wärmemenge auf und gibt sie beim Kondensieren in den Heizkörpern wieder ab. Man braucht nur verhältnismäßig geringe Dampfmassen zu bewegen, um erhebliche Wärmemengen zu übertragen. Aus diesem Grunde werden technische Heizanlagen, Kochkessel in chemischen Werken und ähnliche Vorrichtungen häufig mit Dampf beheizt. Sollen höhere Temperaturen als 100°C erreicht werden, so ist entsprechend höher gespannter Dampf zu verwenden. Den Abschluß einer jeden Dampfheizung bildet eine Vorrichtung, die man als *Kondensstopf* bezeichnet (Abb. 239). Sie bewirkt, daß am Abschluß der Heizleitung kein Dampf, sondern nur Kondenswasser entströmt. Damit wird erreicht, daß die gesamte im Dampf enthaltene Verdampfungswärme an die Umgebung abgegeben wird.

Bei der *Destillation* einer Flüssigkeit wird diese durch Zufuhr von Wärme in Dampf verwandelt, der Dampf wird an einer anderen Stelle durch Entnahme von Wärme wieder verflüssigt. Abb. 240 zeigt uns einen

modernen Destillationsapparat mit automatisch gesteuertem Wassernachfluß.

Man benutzt die Destillation

1. zur Trennung einer Flüssigkeit von einem in ihr gelösten Stoff, z. B. beim Herstellen von destilliertem Wasser;
2. zur Trennung von Flüssigkeiten mit verschiedenen Siedepunkten, z. B. zum Zerlegen des Erdöls in leichte und schwere Öle (Abb. 241). Dieses Verfahren heißt *fraktionierte Destillation*.

Beim Sieden erfolgt eine beträchtliche Vergrößerung des Volumens. Der bei 100°C entstehende Wasserdampf nimmt bei einem Druck von 760 Torr einen etwa 1700 mal so großen Raum ein wie das verdampfte Wasser. Daraus erklärt sich die große Spannkraft des Wasserdampfes, die man zum Betrieb von Dampfkraftmaschinen ausnutzt.

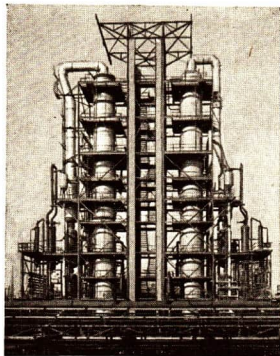


Abb. 241. Großdestillationsanlage für die Gewinnung von Treibstoffen

4. Sublimation. Manche feste Körper gehen bei Wärmezufuhr nicht in den flüssigen, sondern unmittelbar in den gasförmigen Zustand über. Man bezeichnet diesen unmittelbaren Übergang aus dem festen in den gasförmigen Zustand als *Sublimation*.

Wir können diesen Vorgang beispielsweise an Mottenkugeln beobachten, die beim Liegen an der Luft kleiner werden, weil sie *sublimieren*. Ebenso sublimiert Kohlendioxyschnee. Man erhält ihn, wenn man Kohlendioxyd aus einer mit der Öffnung nach unten gekehrten Stahlflasche ausströmen läßt. Er hat eine Temperatur von -78°C und behält diese bei, bis er ganz sublimiert ist.

Umgekehrt verdichten sich manche Gase unmittelbar zu einem festen Körper, ohne erst flüssig zu werden. Auch diesen Vorgang bezeichnet man in erweiterter Bedeutung als Sublimation. Schon bei Zimmertemperatur geht Jod in einen tiefvioletten, schweren Dampf über. Erwärmt man etwas Jod in einem Glaskolben, so füllt sich dieser schnell mit Dampf. Beim Abkühlen geht der Joddampf sofort in den festen, nicht erst in den flüssigen Zustand über. An der Wand des Glaskolbens setzen sich feste Jodfitterchen ab. Dieselbe Erscheinung kann man auch bei Salmiak (Ammoniumchlorid) beobachten.

Auffallend ist, daß Schnee selbst bei starkem Frost allmählich schwindet, da er zu Wasserdampf sublimiert.

Auch das Sublimieren ist, ebenso wie das Verdampfen bzw. das Kondensieren, mit einer Wärmeaufnahme bzw. einer Wärmeabgabe verbunden.

5. Unterkühlung von Dämpfen und Siedeverzug. In ähnlicher Weise, wie sich Flüssigkeiten unter ihren Erstarrungspunkt abkühlen können, ohne fest zu werden, können auch Gase noch bei Temperaturen bestehen bleiben, die unter ihrem

Kondensationspunkt bei dem gerade herrschenden Druck liegen. Durch mikroskopisch feine Staubteilchen oder Flüssigkeitströpfchen, die als Kondensationskerne dienen, kann eine plötzlich beginnende Kondensation ausgelöst werden. So ist Nebelbildung in der Nähe rauchender Schornsteine besonders häufig. Andererseits ist es möglich, eine erschütterungsfrei in einem gut gereinigten Glaskolben aufgestellte Flüssigkeit einige Grade über den Siedepunkt zu erhitzen, ohne daß sie dabei siedet. Man bezeichnet diesen Vorgang als *Siedeverzug*. Durch einen leichten Stoß oder durch Hineinwerfen von Sand oder Metallspänen in die Flüssigkeit kann das Sieden der überhitzten Flüssigkeit eingeleitet werden. Der Siedevorgang setzt dann schlagartig ein, wobei die Temperatur sofort bis zum normalen Siedepunkt sinkt. Zur Vermeidung des Siedeverzuges in Dampfkesseln, der zu Betriebsstörungen führen könnte, werden in die Kessel in der Regel *Siedesteinchen* hineingetan.

6. Fragen und Aufgaben:

1. Welcher Unterschied besteht zwischen dem Verdunsten und dem Verdampfen?
2. Welche Anwendungen findet die Verdunstung in der Technik und im Haushalt? Welche Rolle spielt sie in der Natur?
3. Wie hält man an heißen Tagen (oder in heißen Ländern) Flüssigkeiten kühl?
4. Warum benutzt man auf hohen Bergen fest verschließbare Kochtöpfe? Wie wird durch das Kochen von Speisen in Salzwasser oder in Öl die Dauer des Kochvorganges beeinflusst?
5. Welcher Unterschied besteht zwischen Wasserdampf und Nebel?
6. Was versteht man unter Destillation? Was ist eine fraktionierte Destillation? Wozu wendet man sie an?
7. Wie geht die Sublimation eines Stoffes vor sich? Bei welchen Stoffen tritt sie auf?
8. Um wieviel Grad werden 24 kg Wasser von 20°C erwärmt, wenn man 1 kg Wasserdampf von 100°C hineinleitet?
9. Welche Wärmemenge ist erforderlich, wenn 3000 g Eis von 0°C geschmolzen und bis zum Siedepunkt erhitzt werden sollen?
10. Bei der Bestimmung der Kondensationswärme von Wasser schlugen sich 10 g Wasserdampf von 100°C in einem Liter Wasser nieder. Dieses hatte vorher eine Temperatur von 15,5°C und nachher eine solche von 20,9°C. Wie groß ist die Kondensationswärme des Wassers?
11. Wieviel kg Wasserdampf von 100°C muß man in 450 kg Wasser von 12°C leiten, damit das Wasser eine Temperatur von 30°C annimmt?
12. In einem Eimer befinden sich 5 kg Schnee von 0°C. Es wird so lange Dampf von 100°C hineingeleitet, bis aller Schnee geschmolzen und das Schmelzwasser auf 25°C erwärmt ist. Wieviel Wasser befindet sich jetzt im Eimer?

§ 38. Der Dampf

1. Dampfbildung im Vakuum. Der beim Sieden einer Flüssigkeit entwickelte Dampf verbreitet sich wie alle Gase über den ganzen ihm zur Verfügung stehenden Raum und übt auf die Wandung einen Druck, den *Dampfdruck*, aus. Wir untersuchen zunächst die *Dampfbildung im Vakuum*, indem wir in eine mit Quecksilber gefüllte Torricelli-Röhre mit Hilfe einer gebogenen Pipette von unten

her eine kleine Menge der zu untersuchenden Flüssigkeit einbringen. Sie steigt in dem Quecksilber empor, gelangt in das darüber befindliche Vakuum und verdampft dort.

Die Quecksilberoberfläche senkt sich beim Einbringen von Äther bei einer Temperatur von 20°C um etwa 440 mm. Bei genügender Menge der eingebrachten Flüssigkeit bleibt ein Rest davon über dem Quecksilber stehen (Abb. 242). Wir ersehen daraus, daß der Raum über dem Quecksilber nur eine bestimmte Dampfmenge aufnehmen kann, bis er mit Dampf *gesättigt* ist. Der Druck des sich im Vakuum bildenden Dampfes wirkt vermindernd auf die Höhe der Flüssigkeitssäule im Barometerrohr, er entspricht der Differenz zwischen dem äußeren Luftdruck und dem Druck, der der Höhe der Quecksilbersäule entspricht.

Wir neigen das Barometerrohr etwas zur Seite und können beobachten, daß die senkrecht gemessene Höhe der Quecksilbersäule sich dabei nicht ändert. Der entstandene Dampf verwandelt sich dabei wieder zum Teil in flüssigen Äther. Auch dies ist ein Zeichen dafür, daß der Raum über dem Quecksilber mit Ätherdampf gesättigt ist.

Richten wir die Röhre auf, so nimmt die Menge des über dem Quecksilber befindlichen flüssigen Äthers wieder ab, das Dampfvolumen dagegen wird größer. Die Höhe der Quecksilbersäule bleibt dabei unverändert. Auch der Dampfdruck des über dem Quecksilber befindlichen Ätherdampfes ändert sich mithin nicht.

Wir folgern daraus, daß der Dampfdruck von der Größe des Dampfraumes unabhängig ist, solange sich noch unverdampfte Flüssigkeit im Dampfraum befindet.

Führen wir den Versuch mit Wasser oder Alkohol durch, so fällt die Quecksilbersäule um etwa 18 mm bzw. 44 mm (Abb. 243). Im übrigen verhalten sich beide Flüssigkeiten genauso wie Äther.

Es herrscht Gleichgewicht zwischen dem äußeren Luftdruck und dem Druck der Quecksilbersäule, vermehrt um den Druck des über dem Quecksilber befindlichen Dampfes. Dabei kann man den Druck der kurzen Flüssigkeitssäule über dem Quecksilber vernachlässigen. Wir können aus den Versuchen entnehmen, daß bei einer Versuchstemperatur von 20°C der Druck des Wasserdampfes 18 Torr, der des Alkoholdampfes 44 Torr und der des Ätherdampfes 440 Torr beträgt.

Befinden sich eine Flüssigkeit und der aus ihr gebildete Dampf im gleichen Raum, so bezeichnet man den Raum als mit Dampf gesättigt und spricht im gleichen Sinne von *gesättigtem Dampf*. Den dabei im Dampfraum herrschenden Dampfdruck bezeichnet man als *Sättigungsdruck*. Im

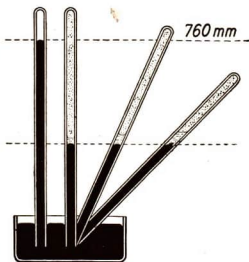


Abb. 242. Verdampfen von Äther im Vakuum. In das Vakuum eines Barometers wird ein wenig Äther eingebracht. Im Vakuum bildet sich Ätherdampf. Die Quecksilbersäule sinkt um 40 mm.

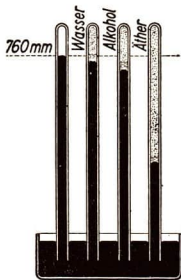


Abb. 243. Verdampfen von Wasser, Alkohol und Äther im Vakuum

Sättigungszustand besteht zwischen dem Dampf und der angrenzenden Flüssigkeit Gleichgewicht. Die Zahl der Moleküle, die sich von der Flüssigkeit trennen und in den Dampfraum übertreten, ist ebenso groß wie die Zahl der Moleküle, die aus dem Dampfraum in die Flüssigkeit zurückkehren. Man spricht von einem *dynamischen Gleichgewicht*.

Erwärmen wir die Rohre vorsichtig von außen (für Äther genügt die Handwärme), so fällt die Quecksilbersäule, solange sich über dem Quecksilber noch etwas von der eingebrachten Flüssigkeit befindet. Dabei verdampft die Flüssigkeit. Kühlen sich die Rohre wieder ab, so steigt die Quecksilbersäule entsprechend; der Dampf kondensiert wieder zum Teil. Wir ersehen daraus, daß der Druck des gesättigten Dampfes mit zunehmender Temperatur wächst. Zu jeder Temperatur gehört ein bestimmter Sättigungsdruck. Der Dampf kann bei einer bestimmten Temperatur unter keinem höheren als dem für diese Temperatur geltenden Sättigungsdruck stehen. Wohl aber kann, wie später gezeigt wird, die Dampfspannung niedriger sein.

Wir fassen zusammen:

1. Ein Raum heißt mit Dampf gesättigt, wenn trotz des Vorhandenseins von Flüssigkeit im Dampfraum keine weitere Dampfbildung erfolgt.
2. Der Sättigungsdruck eines Dampfes ist der höchste Druck, unter dem der Dampf bei einer bestimmten Temperatur stehen kann, ohne zu kondensieren. Er ist von der Größe des Dampfraumes unabhängig.
3. Der Sättigungsdruck eines Dampfes steigt mit der Temperatur.

Man kann den Sättigungsdruck, den man auch als *Dampfspannung* bezeichnet, bei höheren Temperaturen dadurch bestimmen, daß man das ganze Rohr mit einem Heizmantel umgibt. Es genügt nicht, nur eine Stelle des Dampfraumes auf die gewünschte Temperatur zu bringen; denn der sich an einer wärmeren Stelle bildende Dampf schlägt sich bei der Berührung mit einer kälteren Stelle der Wand in Gestalt von Flüssigkeitstropfen nieder. Es herrscht im ganzen Gefäß immer der Druck, der dem Sättigungsdruck an der kältesten Stelle entspricht.

In Abb. 244 sind die Sättigungsdrucke für Wasser, Alkohol und Äther in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch dargestellt. Wir erkennen aus dem Verlauf der Kurven, daß die Sättigungsdrucke der Flüssigkeiten bei niedriger Temperatur gering sind, daß sie aber bei hoher Temperatur stark anwachsen. Dies bildet die Grundlage für die Ausnutzung der Dampfspannung in Dampfmaschinen.

Wir vergleichen die aus den Kurven für die einzelnen Temperaturen entnommenen Sättigungsdrucke mit den Werten der auf Seite 171 wiedergegebenen Siedepunktstabelle. Es ergibt

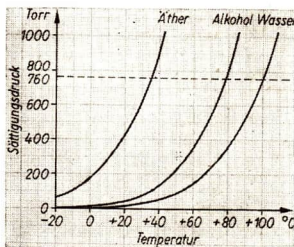


Abb. 244. Graphische Darstellung der Sättigungsdrucke von Wasser, Alkohol, Äther in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur

sich, daß der Sättigungsdruck von 760 Torr bei den Temperaturen erreicht wird, die den Siedepunkten unter dem Außendruck von 760 Torr entsprechen.

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit bei gegebenem äußeren Druck ist diejenige Temperatur, bei der der Sättigungsdruck gleich dem Druck ist, der auf der Flüssigkeit lastet.

Die folgende Tabelle gibt die für Temperaturen zwischen 0°C und 200°C gemessenen Sättigungsdrucke des Wasserdampfes an. Man kann aus ihr umgekehrt auch die Siedetemperaturen des Wassers für Drucke bis zu etwa 16 at entnehmen. Abb. 245 gibt die zusammengehörigen Drucke und Temperaturen graphisch wieder.

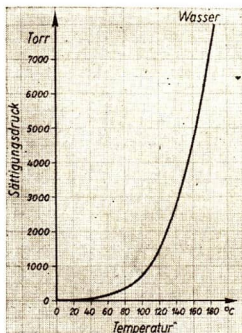


Abb. 245. Sättigungsdruck des Wassers für Temperaturen von 0°C bis $+200^{\circ}\text{C}$

Sättigungsdrucke des Wasserdampfes in Abhängigkeit von der Temperatur, gleichzeitig Siedetemperaturen des Wassers bei sich änderndem äußeren Druck

Temperatur $^{\circ}\text{C}$	Druck Torr	Temperatur $^{\circ}\text{C}$	Druck Torr	Temperatur $^{\circ}\text{C}$	Druck	
					Torr	at
—40	0,09	10	9,2	99,1	736	1,00
—30	0,28	20	17,5	100	760	1,03
—20	0,77	30	31,8	110	1075	1,46
—10	1,95	40	55,3	120	1489	2,02
0	4,58	50	92,5	130	2026	2,75
		60	149,4	140	2711	3,69
		70	233,7	150	3571	4,85
		80	355,2	160	4636	6,30
		90	525,9	170	5941	8,08
		100	760,0	180	7521	10,23
				190	9415	12,80
				200	11662	15,86

Ebenso wie die Flüssigkeiten verdunsten auch viele feste Körper. Es gibt für jede Temperatur einen Sättigungsdruck, bei dem ein fester Körper und der sich aus ihm bildende Dampf im Gleichgewicht stehen. Die dazugehörigen Sättigungsdrucke sind im allgemeinen sehr klein. Vergleiche dazu § 37,4 über Sublimation!

2. Gesättigter Dampf im luftgefüllten Raum. Wir untersuchen nun, wie sich die Dampfbildung in einem abgeschlossenen, mit Luft gefüllten Raum vollzieht. Dazu benutzen wir die gleiche Versuchsanordnung wie im vorigen Abschnitt, bringen aber zunächst eine kleine Luftblase in das Vakuum oberhalb der Quecksilber-

säule und messen den Stand der Säule. Führen wir nun wieder Alkohol oder eine andere Flüssigkeit in den Raum ein, so sinkt die Quecksilbersäule zunächst rasch und dann langsam weiter. Schließlich erreicht sie ihren tiefsten Stand. Wir stellen fest, daß sie bei der Verwendung von Alkohol wieder etwa um 44 mm absinkt. Dies ist derselbe Betrag, den wir im luftleeren Raum bei gleicher Temperatur gefunden haben. Eine Wiederholung des Versuches mit einer anderen Luftmenge zeigt das gleiche Ergebnis.

Wir führen einen zweiten Versuch durch und bringen dabei in eine große, dickwandige Flasche ein dünnwandiges, geschlossenes, mit Äther gefülltes Fläschchen. Die große Flasche wird fest mit einem durchbohrten Stopfen verschlossen, durch den eine Verbindung zu einem Manometer führt (Abb. 246). Durch kräftiges Schütteln lassen wir das Fläschchen gegen die Wand der großen Flasche schlagen und zertrümmern es auf diese Weise. Sogleich steigt der Druck im Inneren der großen Flasche, und zwar anfangs rasch, später langsam. Die Flüssigkeit verdampft. Enthält das Fläschchen eine genügende Menge Äther, so daß zum Schluß noch Flüssigkeitströpfchen vorhanden sind, so steigt das Manometer um den Betrag, den wir für die Versuchstemperatur aus der Ätherkurve der Abb. 244 ablesen. Diese Versuche veranschaulichen die von dem englischen Naturforscher *Dalton*¹ 1807 gefundenen Zusammenhänge.

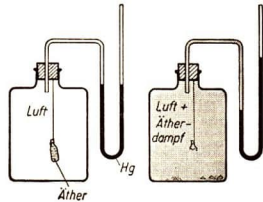


Abb. 246. Dampfdruck im luftgefüllten Raum. Der Druck des entstehenden Dampfes wird durch ein an den Meßraum angeschlossenes Flüssigkeitsmanometer gemessen.

Vollzieht sich eine Dampfbildung in einem mit Luft oder mit einem anderen Gas gefüllten Raum, so wird durch das fremde Gas die Dampfbildung wohl verzögert, die Menge des sich bildenden Dampfes wird dadurch aber nicht vermindert. Die Dampfbildung hört erst auf, wenn der Dampfdruck den Sättigungsdruck erreicht hat, der zu der betreffenden Temperatur gehört.

Hieraus folgt das *Daltonsche Gesetz*:

Befindet sich in einem Raum ein Gemenge aus Luft und Dampf, so ist der in ihm herrschende Gasdruck gleich der Summe aus dem Druck der Luft und dem Sättigungsdruck des Dampfes.

3. Ungesättigter Dampf. Wir wiederholen den auf S. 174 angegebenen Versuch, bringen aber in das Rohr nur eine ganz geringe Menge Äther (Abb. 247).

¹ John Dalton (1766—1844), englischer Naturforscher, Schöpfer der chemischen Atomtheorie

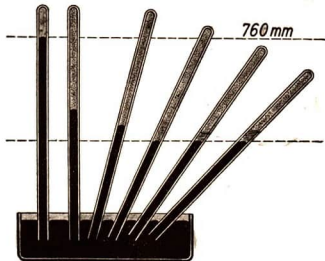


Abb. 247. Ungesättigter Dampf im Vakuum

Der Äther verdampft gänzlich, ohne daß ein Flüssigkeitsrest im Dampfraum verbleibt. Die Quecksilbersäule senkt sich, erreicht aber nicht den gleichen tiefen Stand wie vorher. Neigen wir nun das Rohr etwas zur Seite und messen die Quecksilberhöhe senkrecht zum Flüssigkeitsspiegel in der Quecksilberschale, so können wir beobachten, daß die Quecksilberhöhe allmählich weiter absinkt. Von dem Augenblick an, in dem die Quecksilbersäule den gleichen Stand wie beim ersten Versuch erreicht hat, werden im Dampfraum Äthertröpfchen sichtbar, die sich auf der Quecksilberoberfläche ansammeln. Neigt man die Röhre noch weiter, so bleibt die Quecksilbersäule unverändert. Es verwandelt sich immer mehr Ätherdampf in flüssigen Äther. Richten wir die Röhre langsam wieder auf, so verdampft allmählich der flüssige Äther wieder. Solange noch flüssiger Äther vorhanden ist, behält die Quecksilbersäule ihre Höhe unverändert bei. Sobald der gesamte Äther verdampft ist, nimmt die Quecksilberhöhe bei weiterem Aufrichten der Röhre allmählich zu.

Aus diesen Versuchen erkennen wir folgendes:

1. Befinden sich in einem Raum eine Flüssigkeit und gleichzeitig der aus ihr entstandene Dampf, so ist der Dampf gesättigt. Sein Druck ändert sich nicht, solange die Temperatur konstant bleibt. Bei unserem Versuch erkennen wir dies daraus, daß sich die Höhe der Quecksilbersäule bei gleichbleibender Temperatur nicht ändert.
2. Befindet sich in einem Raum nur Dampf ohne die dazugehörige Flüssigkeit, so hängt sein Druck außer von der Temperatur von der Größe des Raumes ab. Er ist geringer als der Sättigungsdruck bei der gleichen Temperatur und ist veränderlich. Wir erkennen dies beim Versuch aus der sich allmählich hebenden bzw. senkenden Quecksilbersäule.

Dampf, der nicht gegen eine freie Flüssigkeitsoberfläche grenzt und dessen Druck geringer ist als der Sättigungsdruck, heißt *ungesättigter Dampf*. Er könnte in diesen Zustand auch dadurch gelangt sein, daß ein bei niedriger Temperatur gesättigter Dampf auf eine höhere Temperatur gebracht wird. Man nennt deshalb ungesättigten Dampf auch *überhitzten Dampf*. Seine Temperatur ist höher als die des gesättigten Dampfes von gleicher Spannung.

Zur versuchsmäßigen Darstellung überhitzten Dampfes erzeugen wir bei normalem Luftdruck (760 Torr) in einem Siedegefaß Wasserdampf von 100°C und

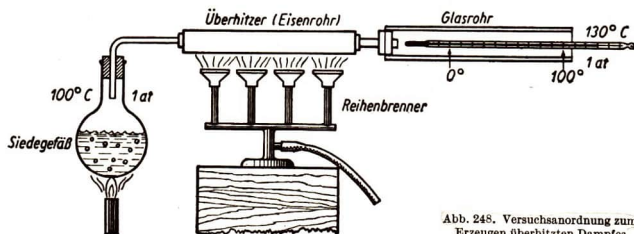


Abb. 248. Versuchsanordnung zum Erzeugen überhitzten Dampfes

leiten ihn durch ein waagerechtes Eisenrohr, das durch einen Reihenbrenner erhitzt wird (Abb. 248). An das Eisenrohr ist ein weites Glasrohr angeschlossen. Das sich in ihm niederschlagende Kondenswasser verdampft bald wieder. In das Glasrohr wird von der Seite her ein Thermometer eingeführt, es zeigt eine Temperatur von etwa 130°C an. Der Dampf wurde beim Durchströmen des Eisenrohres überhitzt. Sein Druck ist dabei unverändert gleich dem äußeren Luftdruck geblieben.

Zusammenfassend läßt sich feststellen:

Der Dampfdruck in einem mit gesättigtem Dampf gefüllten Raum ist unabhängig vom Volumen, weil bei Volumänderungen sich immer so viel Dampf niederschlägt oder Flüssigkeit verdampft, bis der Sättigungsdruck wieder erreicht ist. Der Druck des ungesättigten Dampfes dagegen nimmt zu, wenn sein Volumen bei gleichbleibender Temperatur verringert wird. Er nimmt ab, wenn sich sein Volumen vergrößert. Wird ungesättigter Dampf weit über den Siedepunkt der Flüssigkeit erhitzt und sein Volumen genügend vergrößert, so gilt für ihn das Boylesche Gesetz ebenso wie für Wasserstoff, Sauerstoff und alle übrigen Gase. Bei ungesättigtem Dampf, dessen Temperatur nahe dem Siedepunkt liegt und dessen Volumen stark verkleinert ist, treten Abweichungen vom Boyleschen Gesetz auf.

Bei ungesättigten oder überhitzten Dämpfen wird der Zusammenhang zwischen Druck und Volumen durch das Boylesche Gesetz wiedergegeben. Ungesättigte Dämpfe verhalten sich wie Gase.

In der Technik verwendet man heute zum Antrieb von Dampfmaschinen und Dampfturbinen überhitzten Dampf mit Temperaturen bis zu 500°C . Man erreicht dadurch eine erhebliche Steigerung des Wirkungsgrades.

4. Die Luftfeuchtigkeit. In der atmosphärischen Luft befindet sich immer Wasserdampf in wechselnder Menge, der sich aus dem in großer Menge auf der Erde vorhandenen Wasser ständig durch Verdunstung bildet. In Mitteleuropa beträgt die Menge des je m^2 Bodenfläche im Jahre verdunstenden Wassers im Durchschnitt ungefähr 6 hl, am Äquator das Zehnfache davon.

Die in Gramm gemessene Menge des in einem Kubikmeter Luft enthaltenen Wasserdampfes bezeichnet man als die *absolute Feuchtigkeit* der Luft.

Man bestimmt die absolute Feuchtigkeit, indem man eine genau abgemessene Luftmenge durch zwei U-Röhre, die mit einer Trockensubstanz, in der Regel Chlorcalcium, gefüllt sind (Abb. 249). Man wägt die Röhre vor und nach der Untersuchung und ermittelt daraus die vom Chlorcalcium zurückgehaltene Wassermenge.

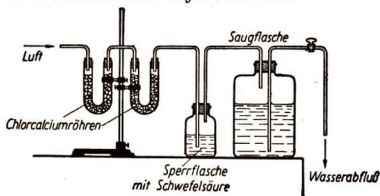


Abb. 249

Einrichtung zum Bestimmen der absoluten Feuchtigkeit der Luft

Je wärmer die Luft ist, desto mehr Wasserdampf kann sie aufnehmen. In der beigefügten Tabelle sind die Sättigungsmengen in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur angegeben; Abb. 250 gibt sie graphisch wieder.

Sättigungsmenge des Wasserdampfes je 1 m³ Luft

Temperatur ° C	Sättigungs- menge g	Temperatur ° C	Sättigungs- menge g	Temperatur ° C	Sättigungs- menge g
–20	1,2	+5	6,8	+18	15,1
–15	1,8	6	7,3	19	16,3
–10	2,2	7	7,7	20	17,3
–8	2,5	8	8,1	21	18,3
–6	3,0	9	8,8	22	19,4
–4	3,6	10	9,4	23	20,5
–2	4,2	11	10,0	24	21,6
0	4,8	12	10,6	25	23,0
+1	5,2	13	11,3	26	24,3
+2	5,6	14	12,0	27	25,7
+3	6,0	15	12,8	28	27,1
+4	6,4	16	13,6	29	28,6
		17	14,4	30	30,4

Wir ersehen, daß die Luft auch bei Temperaturen von weniger als 0°C Feuchtigkeit enthält. Damit deckt sich unsere Erfahrung, daß Eis und Schnee verdunsten und auch gefrorene Wäsche trocknet. Meist enthält die Luft nur etwa $\frac{2}{3}$ des Wasserdampfes, den sie bei der betreffenden Temperatur aufnehmen kann. Den Quotienten aus der absoluten Feuchtigkeit und der Sättigungsmenge, die zu der betreffenden Temperatur gehört, bezeichnet man als **relative Feuchtigkeit**.

$$\text{Relative Feuchtigkeit} = \frac{\text{absolute Feuchtigkeit}}{\text{Sättigungsmenge}}.$$

In der Regel genügt es, die relative Feuchtigkeit zu kennen. Der **Taupunkt** ist diejenige Temperatur, bei der die Luft mit der in ihr enthaltenen Feuchtigkeit gesättigt ist.

Wird in höheren Luftschichten der Taupunkt erreicht, so bilden sich *Wolken*. Sie bestehen aus kleinen Wassertröpfchen, bei Temperaturen unter 0°C aus kleinen Eiskristallen. Die Wolken werden von der Luftströmung am Fallen gehindert und können sich lange Zeit in der Luft schwebend halten. Befindet sich, wie es bei einer *Schönwetterlage* oft der Fall ist, unter der die Wolken führenden, gesättigten Luftschicht eine erdnahe ungesättigte Schicht, so lösen sich die Wolken auf, sobald sie die Grenze zwischen beiden Schichten durchsinken. Sie erscheinen dann unten scharf begrenzt (Abb. 251).

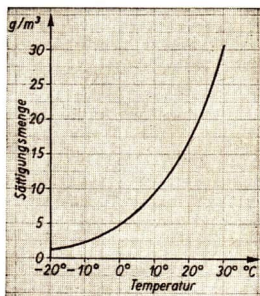


Abb. 250. Sättigungsmenge des in 1 m³ Luft enthaltenen Wasserdampfes



Abb. 251. Haufenwolke bei einer Schönwetterlage (Schönwetter-Cumulus)



Abb. 252. Blick vom Brocken nach Norden auf tiefliegende Wolken

Kühlen sich die unteren Luftschichten bis zum Taupunkt ab, so bildet sich *Nebel*. Dazu ist aber das Vorhandensein von festen oder flüssigen *Kondensationskernen* erforderlich. Diese sind vielfach so klein, daß sie selbst mikroskopisch nicht wahrgenommen werden können. Nebel ist nichts anderes als eine tiefliegende Wolke und besteht wie diese aus kleinen Wassertröpfchen (Abb. 252).

Zur Bestimmung der relativen Feuchtigkeit benutzt man verschiedene Arten von Feuchtigkeitsmessern, die *Hygrometer* und die *Psychrometer*.

- a) Das **Haarhygrometer**¹ (vgl. Abb. 254). Ein entfettetes Menschenhaar oder eine aus Haaren geflochtene Schnur ist mit dem einen Ende an einem Rahmen befestigt. Das andere Ende ist um ein kleines Röllchen geschlungen, mit dem ein Zeiger verbunden ist. Durch ein kleines Gewichtsstück oder eine Feder wird das Haar gespannt. Menschenhaare sind feuchtigkeitsempfindlich und verlängern sich beim Feuchtwerden. Jede Längenänderung des Haares verursacht eine Zeigerdrehung.

Nach Art der Haarhygrometer sind auch die *registrierenden Hygrometer* gebaut, die in der Meteorologie vielfach verwendet werden (Abb. 253). Man nennt sie *Hygrographen*.

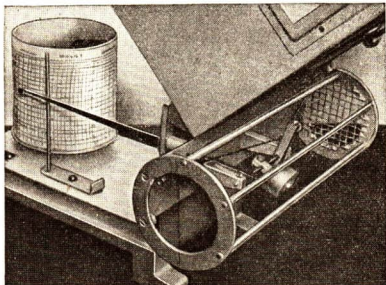


Abb. 253. Registrierender Feuchtigkeitsmesser (Hygrograph)
Das einzelne Haar ist durch einen aus Haaren geflochtenen Faden ersetzt, der in dem rechts befindlichen zylindrischen Käfig zu sehen ist. Die Längenänderung des Fadens überträgt sich auf ein Hebelwerk und betätigt dadurch die Schreibvorrichtung. Das Gehäuse ist hochgeklappt.

¹ *hygrós* (griech.) = feucht

- b) Noch genauere Werte liefert das **Psychrometer**¹ von *August*. Es besteht aus zwei in Zehntelgrade geteilten Thermometern (vgl. Abb. 254). Die mit Gaze umwickelte Kugel des einen Thermometers wird ständig durch Wasser feucht gehalten, das zweite Thermometer bleibt trocken. Infolge der Verdunstung des Wassers zeigt das nasse Thermometer eine tiefere Temperatur an als das trockene. Diese Temperaturdifferenz, die *psychrometrische Differenz*, ist ein Maß für die relative Feuchtigkeit. Denn je trockener die umgebende Luft ist, desto mehr Wasser verdampft und desto tiefer sinkt die Temperatur.

Zum Psychrometer gehört eine Tabelle, aus der zu jeder Lufttemperatur bei der abgelesenen psychrometrischen Differenz die relative Feuchtigkeit entnommen werden kann.

Eine Weiterentwicklung des Psychrometers nach *August* stellt das *Aßmannsche Aspirationspsychrometer* dar, das heute für wissenschaftliche Messungen ausschließlich verwendet wird. Bei ihm wird die Luft mittels eines kleinen, durch ein Uhrwerk betätigten Ventilators mit einer Geschwindigkeit von 2,5 m/s an dem feuchten Thermometer vorbeigesaugt (Abb. 254).

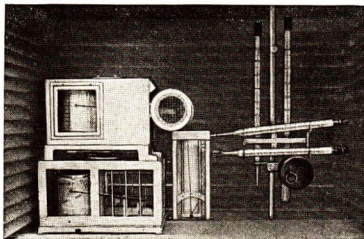


Abb. 254

Geräte zur Bestimmung der Lufttemperatur und der Luftfeuchtigkeit in der Wetterhütte einer Wetterdienststelle

Links oben ein Hygrograph (vgl. Abb. 253), darunter ein Thermograph (vgl. Abb. 211), in der Mitte ein Haarhygrometer, rechts hinten ein Aspirationspsychrometer, davor ein Maximum- und ein Minimumthermometer (vgl. Abb. 202)

5. Fragen und Aufgaben:

1. Wie hängen Menge und Druck des Dampfes einer in einem Torricellischen Vakuum befindlichen Flüssigkeit von der Größe des vorhandenen Raumes ab? Welche Vorgänge treten bei Änderungen des Volumens auf?
2. Wovon ist die Dampfspannung gesättigter Dämpfe abhängig?
3. Was versteht man unter gesättigtem Dampf? Was ist ungesättigter Dampf?

¹ psychrós (griech.) = kalt

4. Worin besteht das dynamische Gleichgewicht zwischen einer Flüssigkeit und ihrem Dampf?
5. Unter welchen Bedingungen ist ein Raum mit Dampf gesättigt? Was versteht man unter dem Sättigungsdruck des Dampfes? Wovon ist er abhängig?
6. Welche Versuche zeigen, daß der Sättigungsdruck eines Dampfes von einer im Untersuchungsraum vorhandenen Gasmenge unabhängig ist?
7. Wie kann gesättigter Dampf in ungesättigten umgewandelt werden?
8. Unter welchen Umständen verhält sich ungesättigter Dampf wie ein Gas? Wozu wird er verwendet?
9. Ein Raum von 800 m^3 Inhalt ist bei 30°C mit Wasserdampf gesättigt.
 - a) Wieviel wiegt der Dampf?
 - b) Wieviel Wasser kondensiert, wenn sich der Raum auf 15°C abkühlt?
10. Eine Waschküche ist 6 m lang, $5,8\text{ m}$ breit und $3,25\text{ m}$ hoch und ist bei $+22^\circ\text{C}$ mit Wasserdampf gesättigt.
 - a) Wie groß ist die darin enthaltene Dampfmenge?
 - b) Wieviel Wasser schlägt sich an den Fenstern nieder, wenn die Außentemperatur während der Nacht auf 5°C absinkt? Benutze die Tabelle auf S. 180!
11. Eine Kohlensäureflasche enthält bei 0°C 8 kg flüssiges Kohlendioxyd. Welchen Raum nimmt dieses als Gas bei 20°C und einem Druck von 736 Torr ein? (Dichte des Kohlendioxyds bei 0°C und 760 Torr $1,98\text{ g/dm}^3$) Benutze zur Umrechnung des Volumens die allgemeine Gasgleichung!

§ 39. Die Verflüssigung der Gase

1. Die Kondensation durch Druckerhöhung und durch Temperaturerniedrigung. Aus der Tatsache, daß sich ungesättigte Dämpfe wie Gase verhalten, folgt, daß umgekehrt die Gase ungesättigte oder überhitzte Dämpfe von Flüssigkeiten sind, deren Siedepunkt sehr tief liegt. Man kam zu der Überzeugung, daß es möglich sein müsse, Gase zu verflüssigen. Wir haben bereits in § 38 erfahren, daß für die Verwandlung von Wasserdampf in flüssiges Wasser zwei Möglichkeiten bestehen. Wir machen uns dies an einem Beispiel klar, wobei wir von überhitztem Wasserdampf ausgehen, der unter dem Druck von 760 Torr steht und eine Temperatur von 110°C hat:

1. Entzieht man dem Dampf, ohne seinen Druck zu ändern, Wärme, so sinkt seine Temperatur und erreicht mit 100°C bei 760 Torr den Kondensationspunkt. Bei weiterem Wärmeentzug kondensiert der Dampf.
2. Man steigert bei gleichbleibender Temperatur von 110°C den Druck des Dampfes und verkleinert dadurch sein Volumen. Auf diese Weise wird ebenfalls der Kondensationspunkt erreicht. Der Dampf kondensiert, wenn bei der Temperatur von 110°C der Druck auf 1075 Torr oder $1,46\text{ at}$ gestiegen ist. Vergleiche die Tabelle auf Seite 176!

Diese Feststellungen gelten nicht nur für Wasserdampf, sondern entsprechend auch für alle anderen Dämpfe.

Ein Dampf läßt sich dadurch verflüssigen, daß man seine Temperatur bei gleichbleibendem Druck erniedrigt oder seinen Druck bei gleichbleibender Temperatur steigert.

Beide Veränderungen können auch gleichzeitig erfolgen.

Auf diesem Wege wurde schon in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts die Verflüssigung vieler Gase erreicht. So hat der große englische Physiker *Faraday*¹ 1826 bei einem Druck, der unter 760 Torr lag, eine Reihe von Gasen, darunter Kohlendioxyd, Schwefelwasserstoff und Chlorwasserstoff, lediglich durch Abkühlung auf -110°C verflüssigt. Dasselbe war ihm schon im Jahre 1823 bei Temperaturen, die nur wenig unter 0°C lagen, allein durch Druckerhöhung gelungen. Er entwickelte das zu verflüssigende Gas durch eine chemische Reaktion in dem einen Schenkel einer gebogenen, sturkwandigen, geschlossenen Glasröhre. Das Gas verdichtete sich dann in dem anderen Schenkel bei gleichzeitig vorgenommener geringer Abkühlung unter seinem eigenen Druck.

In den mit Kohlendioxyd gefüllten Stahlflaschen steht flüssiges Kohlendioxyd unter dem Druck seines eigenen Dampfes. Öffnet man das Ventil der aufrechtstehenden Flasche, so strömt gasförmiges Kohlendioxyd aus. Dreht man dagegen die Flasche um und läßt flüssiges Kohlendioxyd austreten, so verdampft es sehr heftig. Es kühlt sich dabei so stark ab, daß es zum Teil zu Kohlensäureschnee erstarrt.

2. Die kritische Temperatur der Gase. Bei einigen Gasen, insbesondere bei Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, erschien es lange Zeit, selbst wenn man den Druck noch so hoch steigerte, unmöglich, sie zu verflüssigen. Man nannte sie deshalb *permanente* Gase. Dem englischen Physiker *Andrews*² gelang es, die Ursache hierfür aufzudecken. Er führte seine Versuche mit Kohlendioxyd durch (1869). Es zeigte sich, daß auch für dieses Gas unter Umständen eine Drucksteigerung nicht zur Verflüssigung genügt. Dies war der Fall, wenn die Verflüssigungsversuche bei höheren Temperaturen durchgeführt wurden, von Andrews z. B. bei etwa 100°C , 48°C , 35°C . Dagegen trat eine Verflüssigung ein, als Andrews Kohlendioxyd bei etwa 21°C und 13°C komprimierte. Durch genaue Untersuchungen fand er, daß sich Kohlendioxyd oberhalb von $31,1^{\circ}\text{C}$ durch keinen noch so hohen Druck verflüssigen läßt.

Ähnliches gilt für alle anderen Gase. Für jedes Gas gibt es eine Höchsttemperatur, die nicht überschritten werden darf, wenn das Gas verflüssigt werden soll. Man nennt diese Temperatur die **kritische Temperatur**.

Durch ein bereits von Andrews auf Grund seiner Versuche mit dem Kohlendioxyd aufgestelltes Druck-Volumen-Diagramm kann man sich einen tieferen Einblick in die Zusammenhänge verschaffen. Die Abszissenachse ist die Volumachse, die Ordinatenachse die Druckachse. Die Einteilung der Volumachse erfolgt aber zweckmäßigerweise nicht nach dem wirklichen Volumen des Gases, sondern nach seinem *spezifischen Volumen*, d. h. nach dem Volumen der Masseneinheit. Das spezifische Volumen v ist mit dem Volumen V und der Masse m verbunden durch die Gleichung

$$v = \frac{V}{m}.$$

Es wird in cm^3/g gemessen. Alle Bildpunkte gleicher Temperatur werden durch Kurven verbunden (Abb. 255).

¹ Michael Faraday (1791–1867), englischer Naturforscher und Experimentator von überragender Bedeutung. Er war insbesondere auf dem Gebiete der Elektrizitätslehre tätig.

² Thomas Andrews (1813–1885), zuletzt Professor der Chemie in Belfast

Wir haben schon im § 34,1 diese Kurven als *Isothermen* kennengelernt. Wir wissen, daß der Zusammenhang zwischen dem Druck und dem Volumen eines Gases bei konstanter Temperatur durch das Boylesche Gesetz wiedergegeben wird. Die Gase nähern sich dem durch dieses Gesetz gekennzeichneten „idealen“ Gaszustand um so besser, je geringer der Druck und je höher die Temperatur des Gases sind. Die ihnen zugeordneten Isothermen sind *gleichseitige Hyperbeln* (vgl. Abbildung 221).

Auch für Kohlendioxyd trifft dies bei höheren Temperaturen zu. So haben in Abb. 255 die Isothermen für 80°C und 60°C noch ganz den Charakter gleichseitiger Hyperbeln.

Geht man zu tieferen Temperaturen (im Diagramm zu 48,1°C, 40°C, 35,5°C, 32,5°C) über, so erkennt man, daß die Isothermen allmählich andere Formen annehmen. Sie verlaufen im unteren Teile flacher, im oberen Teile steiler als gleichseitige Hyperbeln. Geht man zur Isotherme für 21,5°C oder gar für 13,1°C über, so sieht man, daß sie sich wesentlich von einer gleichseitigen Hyperbel unterscheiden.

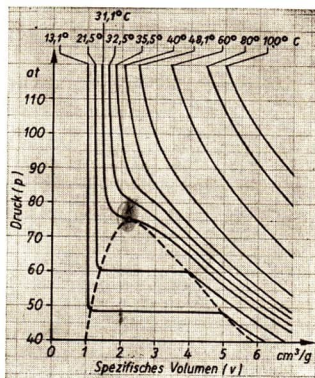


Abb. 255

Zustandsdiagramm des Kohlendioxyds (Andrews-Diagramm). Die Isothermen entsprechen den von Andrews gemessenen Temperaturen. Mit sinkender Temperatur weichen die Isothermen immer mehr von der Hyperbelform ab und verlaufen unterhalb der kritischen Temperatur teilweise geradlinig.

Wir verfolgen die Isotherme für 21,5°C von rechts nach links. Wir erkennen, daß dem sich ständig verringernden Volumen eine allmähliche Zunahme des Druckes entspricht. Wird der Druck von 60 at erreicht, was bei einem spezifischen Volumen von etwa 4 cm³/g der Fall ist, so geht die Isotherme unvermittelt in eine Parallele zur Abszissenachse über. Sie behält diesen Verlauf bei, bis das spezifische Volumen auf etwa 1,3 cm³/g abgesunken ist. Dann geht sie ebenso unvermittelt in eine steil nach oben strebende Kurve über. Dieser Verlauf der Isotherme ist so zu erklären, daß beim Erreichen des Druckes von 60 at das Gas sich zu verflüssigen beginnt. Sein Volumen verringert sich, ohne daß der Druck dabei zunimmt, das heißt, bei den durch das geradlinige Stück der Isotherme wiedergegebenen Druck-Volumen-Werten bestehen Gas und Flüssigkeit nebeneinander. Wir haben es mithin mit einem gesättigten Dampf zu tun. Ist der ganze Dampf flüssig geworden, so tritt selbst bei sehr hohen Drucken eine weitere Volumabnahme nur in ganz geringem Maße ein.

Noch deutlicher ist der beschriebene Verlauf bei Isothermen für tiefere Temperaturen, z. B. 13,1°C, ausgeprägt. Auch die Isothermen für Temperaturen über 21,5°C weisen noch geradlinige Kurventeile auf. Es gibt aber eine Isotherme, die *Grenz-Isotherme*, bei Kohlendioxyd für die Temperatur 31,1°C, bei der kein Stück der Kurve mehr geradlinig verläuft. Verbindet man die linken Endpunkte der geradlinigen Kurvenstücke untereinander und ebenso die rechten, so bilden diese Verbindungslinien eine geschlossene *Grenzlinie*, die die Isotherme für 31,1°C bei *K* gerade berührt. Sie umschließt das Sättigungsgebiet. Mit anderen Worten: Nur bei Temperaturen unter 31,1°C bestehen gasförmiger und flüssiger Zustand nebeneinander, das heißt, nur bei den Temperaturen.

deren Isothermen ein geradliniges Stück aufweisen, kann sich Kohlendioxyd verflüssigen. Die Temperatur $31,1^{\circ}\text{C}$ begrenzt den in Frage kommenden Temperaturbereich nach oben. Ganz ähnliche Verhältnisse ergeben sich bei allen anderen Gasen.

Zusammenfassend läßt sich folgendes feststellen:

Die Verflüssigung eines Gases ist nur möglich, wenn eine bestimmte, für das Gas charakteristische Temperatur nicht überschritten wird. Man nennt diese Temperatur die *kritische Temperatur*. Den Druck, der bei der kritischen Temperatur gerade erreicht werden muß, wenn eine Verflüssigung eintreten soll, nennt man den *kritischen Druck*.

Es läßt sich zeigen, daß ein Gas in eine Flüssigkeit übergeführt werden kann, ohne daß eine scharfe Grenze zwischen beiden Zuständen beobachtet wird.

Man benutzt dazu ein starkwandiges, zugeschmolzenes Glasröhrchen mit einem Fassungsvermögen von etwa 2 cm^3 , das bei 0°C zu 45% mit flüssigem Kohlendioxyd

gefüllt ist. Man sieht deutlich eine Grenze zwischen der Flüssigkeit und dem darüber befindlichen Kohlendioxyddampf. In einem Wasserbad steigern wir die Temperatur über $31,1^{\circ}\text{C}$. Das Kohlendioxyd verdampft. Dabei nimmt die Dichte des über ihm befindlichen Dampfes zu, die Dichte des flüssigen Kohlendioxyds allmählich ab. Es kommt der Augenblick, in dem Kohlendioxydflüssigkeit und -dampf beide gleich dicht sind. Die scharfe Trennungsfläche zwischen Flüssigkeit und Dampf wird unsichtbar; das Röhrchen ist von einem opalisierenden Nebel erfüllt. Diese optische Erscheinung wird dadurch hervorgerufen, daß im ganzen Innenraum in ständig wechselnder Anordnung Stellen vorhanden sind, an denen Flüssigkeit in Dampf oder umgekehrt Dampf in Flüssigkeit übergeht. Erhöhen wir die Temperatur noch ein wenig, so wird das Röhrchen wieder ganz klar. Es ist mit Gas gefüllt. Bei der Abkühlung spielen sich die Vorgänge in umgekehrter Reihenfolge ab.

Kritische Temperaturen und kritische Drucke einiger Stoffe

Stoff	Kritische Temperatur		Kritischer Druck atmosph.
	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{K}$	
Helium.....	– 267,9	5,1	2,34
Wasserstoff ...	– 239,9	33,1	13,2
Stickstoff....	– 147,1	125,9	35
Sauerstoff ...	– 118,8	154,2	51
Kohlendioxyd.	+ 31,1	304,1	75
Ammoniak ...	+ 132	405	119
Äther	+ 194	467	38
Alkohol	+ 244	517	65
Wasser	+ 374,2	647,2	225,8
Quecksilber ...	+ 1460	1733	1077

3. Das Lindsche Gasverflüssigungsverfahren. Die Luftverflüssigung wird heute praktisch nach einem von dem deutschen Ingenieur *Carl v. Linde*¹ angegebenen Verfahren durchgeführt. Es wird dabei eine Erscheinung ausgenutzt, die man stets beobachten kann, wenn sich ein komprimiertes Gas beim Durchströmen eines engen Ventils oder einer porösen Wand entspannt. Bei diesem *Entspannungsvorgang*, bei dem keine äußere Arbeit verrichtet wird, erfolgt eine *Temperaturabnahme*. Sie ist um so größer, je tiefer die Anfangstemperatur an der Drosselstelle ist. Man bezeichnet diese Erscheinung als den *Joule-Thomson-Effekt*.

¹ Carl v. Linde (1842–1934), Professor für theoretische Maschinenlehre in München

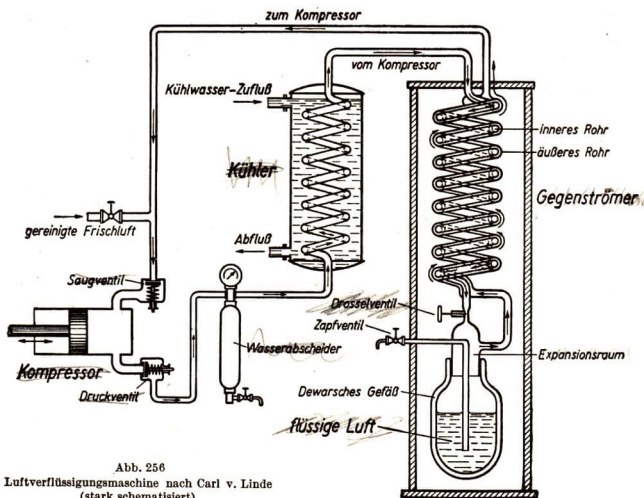


Abb. 256

Luftverflüssigungsmaschine nach Carl v. Linde
(stark schematisiert)

In der Lindeschen *Luftverflüssigungsmaschine* wird Luft durch einen Kompressor auf etwa 160 bis 200 at verdichtet (Abb. 256). Sie erwärmt sich dabei und wird durch einen Kühler geleitet, der ihre Temperatur wieder auf die Anfangstemperatur senkt. Vom Kühler aus strömt die Luft durch ein System von *Rohrwendeln*, dessen einzelne Windungen aus zwei ineinandergefügten Röhren bestehen. Das innere Rohr ist an den Kompressor angeschlossen. Am Ende des Rohrsystems tritt die Luft durch ein *Drosselventil* in ein weites Gefäß ein und entspannt sich dabei. Die Folge davon ist ein starkes Absinken der Temperatur.

Die entspannte abgekühlte Luft strömt in dem weiten Außenrohr der Rohrwendel zurück und kühlt dabei die der Drosselstelle durch das innere Rohr zuströmende Hochdruckluft ab. Sie erreicht das obere Ende des Rohrsystems, das man als *Gegenströmer* bezeichnet, etwa bei Zimmertemperatur. Von dort aus wird sie vom Kompressor wieder angesaugt.

Infolge der starken Vorkühlung, die die Hochdruckluft im Vorkühler erfährt, sinkt die Temperatur bei der Expansion immer tiefer, bis schließlich die kritische Temperatur der Luft unterschritten und der Verflüssigungspunkt erreicht worden ist. Es tritt dann die Verflüssigung der Luft ein. Die entstehende flüssige Luft sammelt sich in einem im Entspannungsraum befindlichen *Dewarschen Gefäß* an.

Man nennt das Prinzip, nach dem diese Maschinen arbeiten, das *Gegenstromprinzip*. Abb. 257 zeigt eine zu Forschungszwecken dienende Luftverflüssigungsanlage.

Das Lindsche Verfahren wurde im Laufe der Zeit noch weiterentwickelt. Es gelang, außer der Luft auch alle übrigen permanenten Gase zu verflüssigen. Beim Wasserstoff und beim Helium wird die durch Entspannen hervorgerufene Abkühlung erst bei noch tieferen Temperaturen wirksam. Man muß Wasserstoff durch bereits verflüssigten

Stickstoff auf 80°K vorkühlen, wenn man ihn durch Ausnutzen des Joule-Thomson-Effektes verflüssigen will. Helium muß durch verflüssigten Wasserstoff auf 20°K vorgekühlt werden.

Durch Abpumpen des über dem flüssigen Wasserstoff noch befindlichen Gases läßt sich der Wasserstoff bei 12°K sogar in den festen Zustand überführen. Durch Senken des auf flüssigem Helium lastenden Druckes und durch die damit verbundene Temperaturerniedrigung konnte man den absoluten Nullpunkt fast erreichen. Nach dem neuesten Stand der Forschung liegt er bei $-273,16^{\circ}\text{C}$; die bisher erreichte tiefste Temperatur liegt nur wenige Tausendstel Grad darüber. *Bei dieser Temperatur sind alle Körper fest.*

Besonders erfolgreich arbeitete auf dem Gebiet der Heliumverflüssigung der sowjetische Physiker *Pjotr Kapiza*¹. Es gelang ihm, nach einem neuartigen Verfahren größere Mengen flüssigen Heliums zu erzeugen. Nach dem Lindschen Verfahren hatte bereits im Jahre 1908 der holländische Physiker *Kamerlingh-Onnes* Helium zum ersten Mal verflüssigt.

In der Technik und der chemischen Industrie ist die Bedeutung der Luftverflüssigung (Abb. 258) von Jahr zu Jahr gestiegen. Aus flüssiger Luft gewinnt man heute durch fraktionierte Destillation in großen Mengen reinen Stickstoff und reinen Sauerstoff. Stickstoff ist für die Herstellung vieler chemischer Produkte ein unentbehrlicher Rohstoff. Aus ihm erzeugt man z. B. das Ammoniak und die Salpetersäure, aus denen man Mineraldünger herstellt. Er ist von großer Bedeutung für unsere Landwirtschaft.

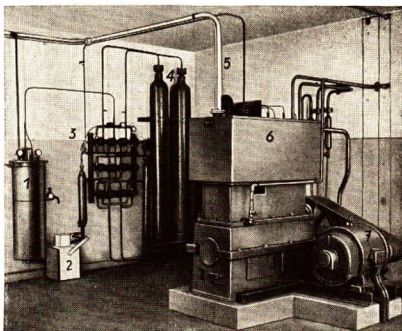


Abb. 257. Luftverflüssigungsanlage im II. Physikalischen Institut der Humboldt-Universität Berlin

1 Luftverflüssiger, 2 Vorratsgefäß, 3 Umschaltventile, 4 Trockenflaschen, 5 Ansaugleitung, 6 Kompressor für 180 at, 7 Antriebsmotor

¹ Pjotr Kapiza (geb. 1896), sowjetischer Physiker an der Elektro-Mechanischen Fakultät des Polytechnischen Instituts in Leningrad

Abb. 258. Großanlage für Luftverflüssigung

Die großen zylindrischen Behälter enthalten in ihrem oberen Teil die Gegenströmer, im unteren Teil die Sammelgefäße für flüssige Luft.



Sauerstoff wird in der Technik beim autogenen Schneiden und Schweißen für die Schneid- und Schweißbrenner gebraucht. Eine große Bedeutung hat er für die moderne Stahlproduktion. Sauerstoff wird nämlich in die Bessemer- bzw. Thomasbirnen eingeblasen. Bei der fraktionierten Destillation der flüssigen Luft ergeben sich als Nebenprodukte die *Edelgase*. Von diesen haben insbesondere Argon und Neon in den letzten Jahren ungemein an Bedeutung gewonnen. Beide werden heute zur Füllung von Leuchtröhren in erheblichem Maße verwendet.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Durch welche Änderungen können Dämpfe oder Gase in den flüssigen Zustand übergeführt werden? Veranschauliche diese Umwandlung graphisch!
2. Wie verlaufen die Isothermen der Gase bei höheren Temperaturen? Durch welches Gesetz wird dabei der Zusammenhang zwischen dem Druck und dem Volumen wiedergegeben?
3. Welche Abweichungen vom normalen Verlauf zeigen die Isothermen der Gase bei niederen Temperaturen? Welche Ursachen haben diese Abweichungen?
4. Welche Bedeutung haben die geradlinigen Teile der Isothermen bei niederen Temperaturen? In welchem Flächenstück des Koordinatensystems verlaufen die geradlinigen Teile der Isothermen?
5. Welche Zustandsformen eines Gases veranschaulichen die drei Isothermenbereiche des Andrews-Diagramms?
6. In welchen Zustandsformen wirken sich die Abweichungen von den normalen Isothermen beim Wasser aus? Welche Bezeichnungen führen sie?
7. Auf welchen sich bei der Umwandlung von Gasen abspielenden Vorgängen beruht die Verflüssigung der Gase nach dem Lindschen Verfahren?

IX. Die Wärme als Energie

§ 40. Wärme als Energie – Der Satz von der Erhaltung der Energie

1. **Umwandlung mechanischer Energie in Wärme beim Reiben.** Wir haben bereits auf der Grundschule erfahren, daß beim Reiben Wärme entsteht. Wir bestätigen die Umwandlung mechanischer Energie in Wärme erneut durch einen Versuch:

Wir heben einen Hammer empor und lassen ihn auf ein Stück Blei herabfallen, das auf einem Amboß liegt. Wiederholen wir diesen Vorgang mehrere Male kurz hintereinander, so können wir feststellen, daß sich sowohl das Blei wie der Hammer etwas erwärmt haben. Außerdem hat das Blei sich verformt. Wir haben diese beiden Wirkungen der mechanischen Energie zuzuschreiben, die wir beim Hochheben des Hammers in ihm aufspeichern und die beim Niederfallen wieder frei wird. Schlagen wir mit dem Hammer kräftig zu, so wird die Wirkung noch verstärkt, weil dabei zusätzlich Energie aufgewendet wird. Wir folgern daraus, daß sich die aufgewendete Energie in Wärme umgewandelt hat.

Ein zweiter Versuch führt zum gleichen Ergebnis. Man benutzt dabei ein kurzes, unten geschlossenes Messingrohr, in das man Äther füllt, und verschließt die obere Öffnung mit einem Korken. Das Rohr versetzt man auf einer Schwungmaschine in schnelle Umdrehungen (Abb. 259). Durch ein um das Rohr gelegtes kräftiges Band oder durch eine um das Rohr herumgreifende Holzklammer bremst man die Bewegung ab. Dabei erwärmt sich der Äther und verdampft. Erreicht der Ätherdampf einen bestimmten Gasdruck, so wird der Korken mit einem leichten Knall aus dem Rohr getrieben. Auch beim Gebrauch einer Säge, einer Feile oder dergleichen kann man feststellen, daß durch Reiben Wärme entsteht.

All diese Beobachtungen vermitteln uns die Erkenntnis, daß Wärme durch Aufwand mechanischer Energie erzeugt werden kann. Wir folgern daraus, daß *Wärme selbst eine Energieform* ist. Dies steht in engstem Zusammenhang mit der schon im § 35 erwähnten Tatsache, daß alle Wärmeerscheinungen auf die Bewegung der kleinsten Teilchen zurückzuführen sind, aus denen die Körper bestehen. Das Wesen der Wärme besteht in einer Bewegung der Moleküle bzw. der Atome.

Wie wir schon auf Seite 153 erwähnten, hatte der russische Gelehrte Michail Wassiljewitsch Lomonossow einen wesentlichen Anteil an der Entwicklung dieser

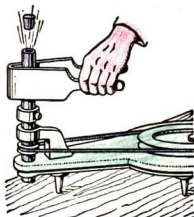


Abb. 259. Erzeugung von Wärme durch Reibung

Der im rotierenden Rohr infolge der Temperatursteigerung entstehende Ätherdampf treibt den Verschlusskorken aus dem Rohr.

Erkenntnisse, da er einen Zusammenhang zwischen den Wärmeerscheinungen und der Beweglichkeit der Moleküle erkannte. Diese Erkenntnis hat sich seitdem ständig weiter entwickelt. Seit langem weiß man, daß die kleinsten Teilchen der Körper beweglich sind. Die kleinsten Massenteilchen der festen Körper sind zwar an ihren Ort gebunden, jedes einzelne Teilchen schwingt aber oder dreht sich um eine gewisse Gleichgewichtslage. Die Moleküle der flüssigen Körper dagegen sind nicht mehr so starr aneinander gebunden. Sie sind gegeneinander verschiebbar und außerdem in einer ständigen schwingenden Bewegung begriffen. Am freiesten beweglich sind die Moleküle der gasförmigen Körper. Sie bewegen sich auf geradlinig gebrochenen Zickzackbahnen mit Geschwindigkeiten von 500 bis 1000 m/s.

Wärme ist Bewegungsenergie der Moleküle. Je schneller sich die Moleküle bewegen, desto höher ist die Temperatur.

2. Das mechanische Wärmeäquivalent. Die Erkenntnis, daß Wärme eine Form der Energie ist und durch Aufwand mechanischer Arbeit gewonnen werden kann, führt notwendigerweise zu der Folgerung, daß zwischen der frei werdenden Wärmemenge und der aufgewendeten mechanischen Energie ein bestimmter zahlenmäßiger Zusammenhang besteht. Der erste, der zu dieser Schlußfolgerung kam und sie klar aussprach, war der Heilbronner Arzt *Julius Robert Mayer*¹ (1842). Er leitete seine Erkenntnisse nicht von Experimenten her, sondern kam auf Grund theoretischer Überlegungen zu seinen Folgerungen.

Wir fassen sie in folgender Form zusammen:

Wärme ist eine Form der Energie.

Man kann Wärme durch mechanische Energie erzeugen. Die aufgewendete mechanische Energie steht zu der entstandenen Wärmemenge in einem ganz bestimmten Verhältnis.

In jedem Fall, in dem Wärme durch Aufwand mechanischer Energie gewonnen wird, hört ein bestimmter Betrag an Energie auf, als mechanische Energie zu existieren. Er hat sich in Wärme umgewandelt.



Julius Robert Mayer
(1814–1878)

Diese Sätze sind von grundlegender Bedeutung für unser gesamtes naturwissenschaftliches Denken. Sie lassen sich zu dem umfassenden *Energieprinzip* verallgemeinern, auf das wir im Abschnitt 4 noch genauer zu sprechen kommen werden. Die ersten experimentellen und quantitativen Untersuchungen der Zusammenhänge zwischen mechanischer Energie und Wärmeenergie wurden unabhängig von *Julius Robert Mayer* von dem englischen Physiker *James Prescott Joule* durchgeführt.

Joule benutzte zu seinen Versuchen ein Kalorimeter, in dem Wasser durch ein mechanisches *Rührwerk* in eine heftige Wirbelbewegung versetzt und dadurch erwärmt

¹ Julius Robert Mayer (1814–1878), Arzt in Heilbronn, überzeugter Verfechter des Energieprinzips

wurde. Die von ihm benutzte Versuchsanordnung wird in Abb. 260 schematisch dargestellt. Das Rührwerk drehte sich um eine in der Mitte des Kalorimeters stehende senkrechte Achse, an der seitliche Schaufeln befestigt waren. Die Wirkung wurde dadurch erhöht, daß von der Wand des Kalorimeters her Trennwände in das Innere hereinragten, die mit Durchbrüchen versehen waren. Durch diese konnten die Schaufeln des Rührwerks hindurchgleiten. Das Rührwerk wurde mit Hilfe von Schnurzügen durch zwei absinkende Gewichtsstücke in Umdrehung versetzt. Die Fallhöhe betrug etwa 1,7 m. Die Gewichte konnten nach Lösen einer Schraube mit Hilfe einer Kurbel wieder aufgezogen werden, wobei das Schaufelrad in Ruhe blieb. Auf diese Weise konnte der Versuch schnell hintereinander beliebig oft wiederholt werden. Nach zwanzig Wiederholungen wurde die Temperaturerhöhung des Wassers gemessen. Sie betrug ungefähr $0,3^\circ$. Aus der Größe der Gewichte und der Fallhöhe ließ sich die aufgewendete Arbeit errechnen, wobei die Energie in Abzug gebracht werden mußte, mit der die Gewichte das Ende der Fallbahn erreichten. Die erzeugte Wärmemenge ergab sich aus der Temperaturerhöhung und der erwärmten Wassermenge unter Berücksichtigung des Wasserwertes des Kalorimeters samt dem des Schaufelrades.

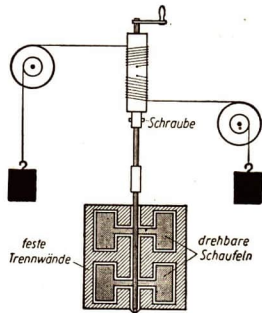


Abb. 260. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents nach J. P. Joule (schematisch)

Zwei Fallgewichte versetzen ein in ein Kalorimeter eingebautes Rührwerk in Umdrehung. Hierdurch wird das im Kalorimeter befindliche Wasser erwärmt.

Joule fand als Mittel aus einer großen Anzahl von Versuchen, daß zum Erzeugen einer Kilokalorie ein Energieaufwand von 425 kpm erforderlich ist. Er hatte damit das *Umrechnungsverhältnis von mechanischer Arbeit in Wärme* experimentell ermittelt.

Durch immer weiter verbesserte Versuche ist der genaue Zahlenwert des Umrechnungsverhältnisses festgestellt worden.

Wir merken uns:

$$427 \text{ kpm} \cong 1 \text{ kcal}$$

oder

$$1 \text{ kpm} \cong 0,00234 \text{ kcal} = 2,34 \text{ cal.}$$

Man bezeichnet die Größe 427 kpm, d. h. die in kpm gemessene mechanische Arbeit, die einer Kilokalorie entspricht, als das *mechanische Äquivalent der Wärmeinheit* oder kurz als das *mechanische Wärmeäquivalent*. Mit seiner Hilfe kann man jeden Betrag an mechanischer Energie in Wärmeeinheiten ausdrücken und umgekehrt. Bezeichnet man das mechanische Wärmeäquivalent mit J , die aufgewandte mechanische Energie mit W und die gewonnene Wärmemenge mit Q , so ist

$$J = \frac{W}{Q} = 427 \text{ kpm/kcal.}$$

3. Einfache Versuche zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents. Näherungsweise läßt sich das mechanische Wärmeäquivalent mit einer einfachen, etwa 1 m langen Pappröhre, der *Whitingschen Röhre* (Durchmesser etwa 8 cm), bestimmen, die man an beiden Enden mit Holzwalzen verschließt. In die Röhre

schüttet man etwas Bleischrot, so daß es etwa 10 cm hoch in der Röhre steht (Abb. 261). Das eine der Verschlußstücke ist mit einer zylindrischen Bohrung versehen, in die man einen Korken stecken kann. Durch diesen ist ein empfindliches Thermometer geführt, mit dessen Hilfe man die Temperatur des Bleischrotes zu Beginn und kurz nach Beendigung des Versuches mißt. Wir nehmen die Röhre in beide Hände und bringen sie durch rasches Umdrehen, etwa einhundertfünfzigmal hintereinander, von einer senkrechten Lage in die entgegengesetzte, so daß das Blei jedesmal in der Röhre herabfällt. Dabei verwandelt sich seine Bewegungsenergie in Wärme. Aus der Menge des Bleis, seiner spezifischen Wärme und der Temperaturdifferenz vor und nach dem Versuch wird die entstandene Wärmemenge Q berechnet. Die Größe der aufgewendeten mechanischen Energie W ergibt sich aus dem Gewicht des Bleis, der Fallhöhe und der Zahl der Wiederholungen. Aus W und Q läßt sich das mechanische Wärmeäquivalent berechnen.

Noch genauer läßt sich das mechanische Wärmeäquivalent durch einen von *Wildermuth* angegebenen Bremsversuch bestimmen (Abb. 262). Durch einen Elektromotor oder eine Schwungmaschine wird ein Kupferhohlzylinder in schnelle Umdrehungen um seine senkrecht stehende Achse versetzt. Im Zylinder befindet sich etwas Quecksilber, in das von oben her ein Thermometer gesenkt ist. Um den Zylinder ist ein an zwei Federkraftmessern befestigtes Leinenband gelegt, durch das

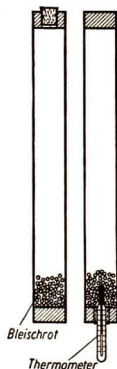


Abb. 261
Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents mittels herabfallenden Bleischrots (Whitingische Röhre)

er bei der Umdrehung stark gebremst wird. Die dabei auftretende Temperaturerhöhung des Kupferzylinders wird am Thermometer abgelesen. Zur Feststellung der Umdrehungszahl n dient ein am Gerät angebrachtes Zählwerk.

Zeigen die Kraftmesser während der Umdrehung des Zylinders die Kräfte P_1 und P_2 an, wobei $P_1 > P_2$ sein möge, so ist die Reibung

$$R = P_1 - P_2.$$

Ist der Umfang des Zylinders gleich u und finden n Umdrehungen statt, so ist die aufgewandte Arbeit

$$A = R \cdot n \cdot u.$$

Die beim Reiben erzeugte Wärmemenge berechnet man in der bekannten Weise aus der Masse des Kupferzylinders m , seiner spezifischen Wärme c und der

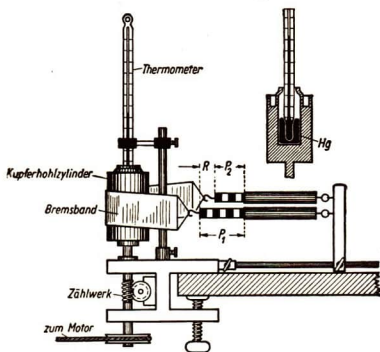


Abb. 262. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents nach Wildermuth

Ein Kupferzylinder wird in schnelle Rotation versetzt und durch ein herumgelegtes Band gebremst. Die Temperaturerhöhung wird gemessen.

Temperaturerhöhung Δt . Außerdem ist der Wasserwert m_W des Quecksilbers und des Thermometers zu berücksichtigen. Die erzeugte Wärmemenge ist

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m_W \cdot \Delta t.$$

Die Messungen ergeben wieder mit hinreichender Annäherung als Durchschnittswert des Wärmeäquivalents 427 kpm/kcal.

4. Der Satz von der Erhaltung der Energie. Wir beschränken unsere Betrachtungen zunächst auf einen Körper oder eine Maschine, an denen sich nur mechanische Vorgänge und Wärmevorgänge abspielen. Wir nehmen ferner an, daß der Körper nach außen hin gegen jeden Wärmeaustausch geschützt sei.



Abb. 263
Handramme mit Motorantrieb

Die chemische Energie des im Innern des Zylinders verbrennenden Gases setzt sich in Wärme um. Diese verwandelt sich in kinetische Energie, die den Zylinder und damit die ganze Ramme hochwirft. Die kinetische Energie verwandelt sich dabei in potentielle Energie, diese beim Fallen der Ramme wieder in kinetische. Diese verrichtet beim Aufprallen der Ramme auf den Boden mechanische Arbeit.

Nachdem wir das mechanische Wärmeäquivalent kennengelernt haben, können wir alle Energieänderungen, die sich in einem so definierten physikalischen Körpersystem abspielen, in gleichem Maße in Kilopondmetern oder in Kilokalorien angeben. Kennzeichnet man dabei gewonnene Energien durch ein Pluszeichen, verbrauchte Energien durch ein Minuszeichen, so erweist es sich, daß sich zwar die Energiebeträge an sich ändern können, daß ihre Summe aber immer konstant bleibt. Abb. 263

zeigt als Beispiel eines mehrfachen Energieumsatzes eine nach dem Prinzip des Verbrennungsmotors arbeitende Handramme für Pflasterarbeiten.

Bei einem in sich abgeschlossenen physikalischen System, in dem sich nur mechanische und kalorische Vorgänge abspielen, bleibt die Summe der im System enthaltenen mechanischen Energie und Wärmeenergie erhalten. Es geht weder Energie verloren, noch entsteht sie neu.

Nachdem sich diese Erkenntnis in der Wissenschaft durchgesetzt hatte, war man bemüht, sie auch auf andere Energieformen auszudehnen. Der deutsche Physiker *Hermann von Helmholtz*¹ war es, der die allgemeine Gültigkeit des oben ausgesprochenen Satzes erkannte und sah, daß er nicht nur für die mechanische und für die Wärmeenergie, sondern für alle Energiearten, elektrische Energie, magnetische Energie, Strahlungsenergie und chemische Energie zutrifft. In neuester Zeit tritt zu den genannten Energiearten noch die Atomenergie hinzu.



Hermann von Helmholtz
(1821—1894)

¹ Hermann von Helmholtz (1821—1894), deutscher Physiker von universeller Bedeutung, Professor in Berlin von 1871 bis 1894

Es ergibt sich der Satz von der Erhaltung der Energie in seiner allgemeinen Form:

Bei einem in sich abgeschlossenen physikalischen System können sich die einzelnen in ihm enthaltenen Energien zwar ändern, ihre Summe aber bleibt ihrem Werte nach immer erhalten. Es kann keine Energie neu entstehen oder verschwinden. Energien können sich nur ineinander umwandeln.

Aus dem Energiesatz folgt, daß es nicht möglich ist, Energie in irgendeiner Form aus dem „Nichts“ zu erzeugen, und umgekehrt, daß eine bestimmte Energieform nicht aufhören kann zu existieren, ohne sich in eine andere Energieform zu verwandeln.

Damit hängt aufs engste die Erkenntnis zusammen, daß es kein *Perpetuum mobile* gibt. Man versteht darunter eine Maschine, die ohne Zufuhr von äußerer Energie in Bewegung bleibt und dabei noch nutzbringende Arbeit verrichtet. Immer wieder wurde von naturwissenschaftlich nicht geschulten Menschen versucht, Maschinen zu konstruieren, die eine größere mechanische Arbeit verrichten, als die Energiemenge beträgt, die zu ihrem Betrieb in irgendeiner Form aufgewendet werden muß. Die Konstruktion solcher Maschinen ist unmöglich.

Es gibt kein *Perpetuum mobile*.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Energieumwandlungen finden bei folgenden Energieläufen statt:
 - a) Sonne, Meer, Wolken, Regen, Fluß, Talsperre, Turbine, elektrischer Generator?
 - b) Sonne, Pflanze, Sumpfwald, Kohlenlager, Dampfkessel, Dampfturbine, elektrischer Generator?
2. Gib die bekannten Energiearten an!
3. Gib die Ursache für das Freiwerden von Wärme durch Reibung an!
4. Nenne Einrichtungen zur Speicherung von Energie!
5. Bei einem Versuch zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents nach Joule läßt man zwei Gewichtsstücke mit einem Gewicht von je 5 kp 120mal 1,5 m tief absinken. Wie groß ist die im Kalorimeter umgesetzte Wärmemenge? Um wieviel Grad erwärmt sich dabei die im Kalorimeter enthaltene Wassermenge von 2 kg? (Der Wasserwert des Kalorimeters bleibt unberücksichtigt.)
6. Bei einem Versuch mit der Whittingschen Röhre läßt man 2 kg Blei 150mal 1 m tief fallen. Um wieviel Grad erwärmt sich das Blei, wenn seine spezifische Wärme $0,03 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}$ beträgt? Wärmeverluste werden nicht berücksichtigt.
7. Es ist die Energie in kpm anzugeben, die man aufwenden muß, wenn man 1 kg Eis von 0°C in Dampf von 100°C verwandeln will.
8. Eine Bleikugel mit einem Gewicht von 1,5 kp fällt 100 m tief. Welche Wärmemenge ist der frei werdenden Energie gleichwertig?
9. Beim Verbrennen von 1 kg Kohle werden etwa 8000 kcal frei. Welcher in kpm gemessenen mechanischen Energie entspricht dies?

Namen- und Sachverzeichnis

- Adhäsionsendmaß 9
 Alkoholthermometer 132
 Analysenwaage 36
Andrews, Thomas 184
 Aneroidbarometer 109
 Anomalie des Wassers 142
 Aräometer 107
 Arbeit 75 u. ff.
 Arbeitsdiagramm 77, 79
 Archimedisches Prinzip
 105 u. f.
 Aspirationspsychrometer
 182
 Atmosphäre, physikalische
 (Atm) 108
 —, technische (at) 97
 Atmosphärenüberdruck
 (atü) 110
 Aufdruck 104
 Auftrieb 105, 111
 Augenblicksgeschwindigkeit 54
 Ausdehnungskoeffizient,
 kubischer 139 u. ff., 144
 —, linearer 136
Avogadro di Quaregna
 e Ceretto, Amadeo 148

 Balkenwaage 36
 Barometer 109
Bernoulli, Daniel 118
 Bernoullisches Gesetz 118,
 120
Bessel, Friedrich Wilhelm 6
 Beschleunigung 56, 61,
 65 u. ff.
 Beschleunigungsarbeit 75
 Bewegung 59 u. f.
 —, beschleunigte 53, 57
 —, gleichförmige 51 u. f.
 —, ungleichförmige 51
 —, zwangsläufige 27
 Biegung 90
 Bimetallschalter 139
 Bimetallsicherung 139

 Bimetallstreifen 138 u. f.
 Bombenkalorimeter 160
Boyle, Robert 112
 Boyle-Gay-Lussacsches
 Gesetz 146, 151
 Boylesches Gesetz 112, 146
 u. f., 150 u. f.
Brahe, Tycho de 16
 Briefwaage 40
 Brinellhärte 95
 Bruchdehnung 93
 Brücke bei Waagen 37 u. f.
 Bunsenbrenner 121
Bykow, Pawel 47

 CGS-System 69

Dalton, John 177
 Dampf, gesättigter 174, 176,
 178
 —, überhitzter 178 u. f.
 —, ungesättigter 178 u. f.
 Dampfspannung 175
 Destillation 171 u. f.
 Dewarsches Gefäß 158
 Dezimalwaage 37 u. f.
 Dichte 70
 Dimension (einer physika-
 listischen Größe) 52, 56, 68,
 76, 80, 82, 97, 155
 Drehmoment 34 u. f.
 Drillung 91
 Druck 96 u. ff.
 Drucksonde 119
 Druck, statischer 117 u. ff.
 Druckzustand 98
 Durchschnittsgeschwindig-
 keit 54
 Dyn (dyn) 67 u. ff.
 Dynamometer 20
 Dynzentimeter (dynem) 76

 Elastische Nachwirkung 86
 Elastizität 86
 Elastizitätsgrenze 92 u. f.
 Elastizitätskoeffizient 89

 Elastizitätsmodul 89, 94
 Empfindlichkeit einer
 Waage 15
 Endmaß 9
 Energie, kinetische 83 u. ff.
 —, mechanische 85, 191
 —, potentielle 82 u. ff.
 Erg (erg) 76
 Erstarrungspunkt 161

 Fachwerk 26
 Fallbeschleunigung 57 u. f.
 Fall, freier 57 u. ff.
 Fallschnur 59
Faraday, Michael 184
 Federkonstante 87
 Federwaage, Maeyssche 19
 Fehler, absoluter 13
 —, durchschnittlicher 12
 —, relativer 13
 —, subjektiver 11
 —, systematischer 11
 Fehlergrenzen 11
 Feinmeßschraublehre 8
 Fernthermometer 133
 Festigkeitsgrenze 92
 Festpunkte, thermo-
 metrische 131 u. f.
 Feuchtigkeit,
 absolute 178 u. f.
 —, relative 179 u. f., 182
 Flaschenzug, einfacher 42
 —, zusammengesetzter 42
 Flugzeug 125
 Francisturbine 127 u. ff.
 Freistrahlturbine 127

 Ganghöhe 9, 48
 Gas, ideales 151 u. f.
 —, reales 152
 Gaskonstante 148
 Gasthermometer 149 u. f.
Gauß, Karl Friedrich 12, 69
 Gaußsche Fehlerkurve 12
Gay-Lussac, Louis Joseph
 145

- Gay-Lussacsches-Druck-
gesetz 145, 147
Gay-Lussacsches-Volum-
gesetz 145 u. ff.
Gefrierpunkt 161
Gefrierverzug 164
Gegenstromprinzip 188
Geschwindigkeit 51 u. ff., 61
Getriebe 44
Gewicht 18 u. f., 64 u. f., 68
Gewichtsdruck 100, 108
Gleichgewicht 21, 31, 33,
42, 47
—, dynamisches 175
Gleitreibung 71 u. f.
Glockenkurve 12
Gramm (g) 14, 69
Grenzlehrdorn 10
Großbauten des Kommu-
nismus 103, 130
Großdynameter 76
Guericke, Otto von 114
Haftreibung 72
Hangabtriebskraft 46 u. f.,
78
Hängewerk 26
Härteskala nach Mohs 95
Hebel 33 u. ff.
Hebelgesetz 33
Heberbarometer 109
Heizwert 160
Helmholtz, Hermann von
194
Hennecke, Adolf 160
Hooke, Robert 87
Hookesches Gesetz 87 u. f.,
90
Huygens, Christian 16
Hydraulische Presse 98
Hygrometer 181
Hydrostatisches
Paradoxon 100 u. f.
Isotherme 151, 185
Joule, James Prescott 76
Joule 76
Joule-Thomson-Effekt 186,
188, 191 u. f.
Kalorie (cal) 153
Kalorimeter 157 u. f., 192
Kaminkühler 156
Kapiza, Pjotr 188
Kaplanturbine 127, 129
Kapselluftpumpe 114
Keil 47
Kilogramm (kg) 14, 65
Kilopond (kp) 19, 65, 69
Kilopondmeter (kpm) 76
Kilowatt (kW) 80
Kolbendruck 97
Kolbenluftpumpe 114
Kompensationspendel 138
Komponente 22, 24, 26 u. ff.
Kondensation 168, 183
Kondensationswärme
170 u. f.
Körperthermometer 133
Kraft 18 u. ff., 65 u. ff.,
75, 78 u. f.
Kraftarm 34
Krafteinheit 19
Kräftepaar 30
Kraftgesetz 68
Kraftmessung, dynamische
68
—, statische 19, 66
Kraftwirkung, dynamische
18 u. f.
—, statische 18 u. f.
Kraftzerlegung 24 u. f.
Kreisonius 8
kritischer Druck 186
kritische Temperatur 184
u. f.
Kühlmischung 165
Kurzzeitmesser 17
Längenausdehnungszahl
136
Laufgewichtswaage 38
Leistung 80 u. f.
Linde, Carl von 186
Lindesches Gasverflüssi-
gungsverfahren 186 u. ff.
*Lomonossow, Michail Was-
siljewitsch* 153, 190
Lösungswärme 165
Luftverflüssigungs-
maschine 187
Luftwiderstand 57
Manometer 109 u. f.
Maximumthermometer
133 u. f.
Mariotte, Edmé 112
Masse 14, 65
Maßeinheit 5
Masseneinheit 14, 65 u. f.
—, technische (ME) 68 u. f.
Maßzahl 5
Maßsystem, physikalisches
69, 76, 80, 108
—, technisches 69, 76, 80,
82, 97, 148
Mayer, Julius Robert 191
Megapond (Mp) 19
Membranmanometer 110
Meßfehler 11
Meßflasche 11
Meßuhr 9
Meßzylinder 11
Metallthermometer 138
Meter (m) 5 u. f., 69
Meterkonvention 5
Mikron (μ) 6
Millibar (mb) 108
Milligramm (mg) 14
Millimikron ($m\mu$) 6
Minimumthermometer
133 u. f.
Mikrometerschraube 8
Mikrowaage 90
Momentensatz 34 u. f.
Momentenscheibe 35
Muttergewinde 48
Nebel 165, 168, 181
Neigungswaage 38 u. ff.
—, einschalige 40
—, zweischalige 39
Neutrale Faser 90
Newton, Isaac 64 u. f., 69,
123
Nonius 7 u. f.
Normalkraft 27, 46, 78
Normzustand 148 u. f.
Nullinstrument 9
Nutzleistung 81
Oberflächenwiderstand 125
Papin, Denis 169
Parallelogramm der Kräfte
22
Parallaxenfehler 6 u. f.
Passameter 10
Peltonrad 127
Pendelstütze 137

- Perpetuum mobile 195
 Pipette 11, 110
 Pitotrohr 119
 Pond (p) 19, 68
 Pondzentimeter (pcm) 76
 Prandtl'sches Staurohr 119 u. f.
 Projektionssatz der Mechanik 27
 Proportionalitätsgrenze 93
 Psychrometer 181 u. f.
 Pyknometer 11, 141
 Quecksilberthermometer 132

 Rachenlehre 10
 Rauhref 165
 Resultierende 22 u. ff., 29 u. ff.
 Regulation 164
Regnault, Henri Victor 148
 Reibung 57, 71 u. ff.
 Reibungswiderstand 71
 Reibungszahl 72 u. f.
 Rezeptor 166
 Riementrieb 43
 Röhrenfedermanometer 110
 Rolle 41 u. f.
 Rollreibung 72 u. f.

 Sättigungsdruck 174 u. ff.
 Saugheber 110 u. f.
 Schieblehre 7, 12
 Schiefe Ebene 45 u. ff., 55 u. ff., 78
 Schmelzpunkt 161, 163
 Schmelzpunktserniedrigung 164
 Schmelzwärme 162 u. f.
 Schneckengetriebe 49 u. f.
 Schneckenrad 49 u. f.
 Schnelldrehen 47
 Schraube 48 u. f.
 Schraubenflaschenzug 49 u. f.
 Schraubengang 48
 Schraubenlinie 48
 Schraubenspindel 48
 Schweben 106
 Schweredruck 100
 Schwerlinie 31

 Schwerpunkt 31
 Schwimmen 106
 Schwindmaß 162
 Seilwinde 43
 Seitendruck 103
 Sekunde 16, 69
 Sieden 167 u. f.
 Siederohr 197
 Siedeverzug 173
 Sixsches Maximum- und Minimumthermometer 134
 Skalar 20, 76, 97 u. f.
 Sog 124
 Sonnentag 16
 Spannung (Druckzustand) 98, 102
 Spannungs-Dehnungs-Diagramm 92
 Spannungskoeffizient 145
 Spezifisches Volumen 184
 Sprengwerk 26
 Standfestigkeit 32 u. f.
 Staudruck 118 u. f.
 Steighöhe 61
 Steigkraft 111
 Steigung 45
Stevin, Simon 22
 Streckgrenze 93
 Strichmaßstäbe 6
 Stromlinien 116, 119, 124 u. f.
 Stromlinienform 125
 Strömung, stationäre 116, 118
 Stufenrolle 42
 Sublimation 172

 Tafelwaage, oberschalgige 37
 Tandemmaschine 206
 Taupunkt 180
 Temperatur 131, 147, 151
 Thermograph 138 u. f.
 Thermoskop 166 u. f.
 Toleranz 10
 Tonne (t) 14
 Torr 108
 Torricellisches Vakuum 108
 Torsion 91
 Trägheit 64
 Turbine 127 u. ff.

 Überdruckturbine 127 u. f.
 Übersetzung 44
 Übersetzungsverhältnis 44
 Uhr 16 u. f.
 Unruh 17, 133
 Unterkühlung 164
 Untersetzung 44
 Urkilogramm 5, 14, 19
 Urmeter 5 u. f.

 Vakuumluftpumpe 114
 Vakuummantelgefäß 158
 Vektor 20, 60 u. f., 76, 99
 Vektordreieck 22
 Vektorpolygon 23
 Venturidüse 120
 Verbrennungskalorimeter 159
 Verbrennungswärme 159
 Verdampfen 166
 Verdampfungswärme 170 u. f.
 Verdunsten 166 u. f.
 Verdunstungskälte 166
 Verschiebungsarbeit 75

 Wärmeäquivalent, mechanisches 192 u. ff.
 Wärmeaustausch 155 u. ff., 162, 170
 Wärmekapazität 157
 Wärmemenge 151 u. ff., 162 u. f.
 Wärme, spezifische 157 u. ff.
 Wasserräder 126
 Wasserstrahlpumpe 114, 120
 Wasserwert 157 u. f.
 Watt (W) 80
 Wattsekunde (Ws) 80
 Wellrad 42 u. f.
 Whittingsche Röhre 192
 Wichte 70, 102, 106 u. f.
 Widerstandsgesetz 123
 Widerstandszahl 123
 Windmotor 130
 Wirbel 124 u. f.
 Wirbelstraße 124
 Wirkungsgrad 81
 Wirkungslinie 21, 24, 29
 Wolken 180 u. f.
 Wurf 61 u. ff.
 Wurfparabel 63

Zabel, Gustav 47	Zeiteinheit 16	Zustandsgleichung der Gase
Zähigkeit 96	Zerreißmaschine 92	146
Zahlenwert 5	Zerstber 121	Zustandsgrößen 146
Zahnradtrieb 43	Zugfestigkeit 92 u. ff.	
Zeigerschnellwaage 39 u. f.	Zugkraft 46 u. f.	

Quellenverzeichnis der Abbildungen und Tabellen

Dewag, Berlin: Abbildung 58 • Deutsches Amt für Maß und Gewicht, Berlin: Abbildung 1 • Deutsches Zentralinstitut für Lehrmittel, Berlin: Abbildung 127 • Werkphoto Werbeabteilung Energie- und Kraftmaschinenbau Halle: Abbildung 193 • H. Fiebig, Berlin: Abbildung 37 • Werkphoto Glashütter Uhrenbetriebe VEB: Abbildung 19 • Kurt Glas, Brocken: Abbildungen 231, 251, 252 • Rudolf Girke, Berlin: Abbildung 163 • Photo H. H. Hoffmann, Berlin: Abbildung 18 • Werkphoto Jenaer Glaswerk Schott & Gen. VEB: Abbildung 240 • Heinz Krüger, Berlin: Abbildungen 205, 257 • Photokino Krütgen, Halle: Abbildungen 3, 11, 13, 40, 41, 44, 45, 56, 57, 59, 60, 73, 75, 86, 90, 91, 92, 114, 130, 151, 202, 211, 219, 253, 254, 263 • Paul Liebmann, Bitterfeld: Abbildung 225 • Werkphoto Meßgeräte- und Armaturenwerk Karl Marx, Magdeburg: Abbildungen 23, 24, 137, 138, 152, 153, 201, 239 • Werkphoto Metallbau Apolda VEB: Abbildung 232 • Werkphoto VEB Pressenwerk, Freital/Sa.: Abbildung 136 • Reichsbahndirektion Halle, Bildstelle: Abbildungen 39, 207 • A. H. Schneider, Halle: Abbildung 186 • Werkphoto Schwermaschinenbau Karl Liebknecht (vorm. Buckau-Wolf) Magdeburg: Abbildungen 78, 80 • Werkphoto Spezialwaagenfabrik Rapido, Radebeul: Abbildungen 65, 67 • E. Tiedemann, Leipzig: Abbildung 79 • Werkphoto VEB Verlade- und Transportanlagenbau, Leipzig: Abbildung 36 • Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin, Bildarchiv: Abbildung 76 • Werkphoto VEB Waagenbau, Halle: Abbildung 63 • Werkphoto VEB Werkstoffprüfmaschinen, Leipzig: Abbildung 132 • Werkphoto Carl Zeiss Jena VEB: Abbildungen 8, 9, 10, 12, 200 • Zeitschrift „Sowjetunion“: Abbildung 144.