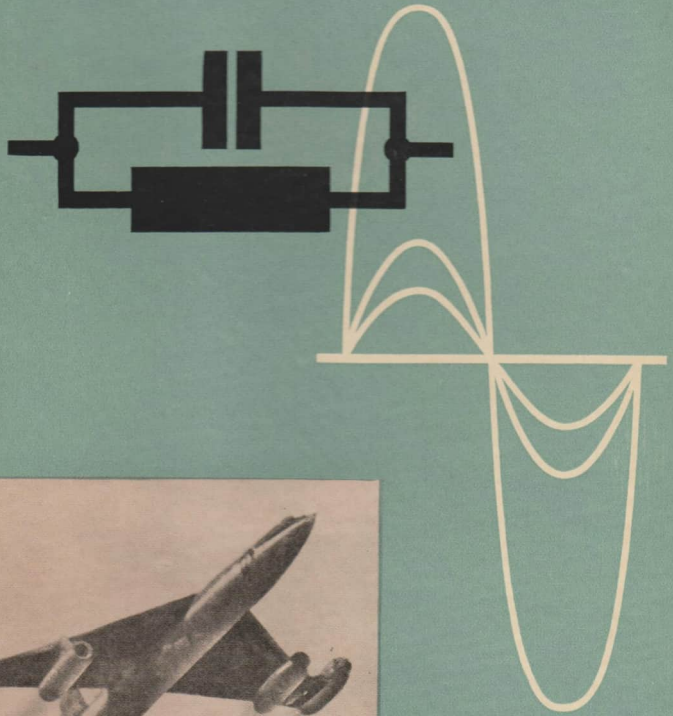
PHYSIK 11

Erweiterte Oberschule B-Zweig















Oben, von links nach rechts

Galvanische Spannungsquelle

Galvanische Spannungsquelle mit 20 V

Galvanische Spannungsquelle mit Elementen

Wechselstrom

Gleichstrom

Leitungskreuzung

Leitungsabzweigung

Schalter

Gleichstromgenerator

Gleichstrommotor

Buchse und Stecker

Steckdose

Meßinstrument



























Unten, von links nach rechts

Leistungsmesser

Schmelzsicherung

Elektrometer

Spannungsmesser

Strommesser

Widerstand

Heizwiderstand

Widerstand, verstellbar

Kondensator

Spannungsteiler

Kondensator, verstellbar

Lampe

Elektrolytkondensator















Physik

Lehrbuch für die erweiterte Oberschule

Klasse 11 (B)

VOLK UND WISSEN

VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1964

Die Manuskripte wurden verfaßt von
Dipl.-Phys. Eva Held (Grundlagen der Automatisierung)
Oskar Mader (Mechanik)
Dr. H. Mucke (Leitungsvorgänge in Gasen und Festkörpern)
Werner Steinrück (Elektrizitätslehre)
in Zusammenarbeit mit der Redaktion Physik des Verlages

Redaktion: Werner Golm • Ing. Günter Meyer

Vom Ministerium für Volksbildung der Deutschen Demokratischen Republik
als Lehrbuch für die erweiterte Oberschule bestätigt

Ausgabe 1964

Einband und Vorsatz: Werner Fahr
Typografische Gestaltung: Günter Runschke • Günter Wolff
ES 11 H. Bestell-Nr. 021160-1 • 5,40 DM • Lizenz-Nr. 203 • 1000/63 (E)
Kartengenehmigung Nr.: 51/64
Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer" Bad Langensalza

Elektrizitätslehre

1. Die elektromagnetische Induktion 9

1.1. Der Magnetfluß 9
1.2. Die magnetische Feldstärke 23
1.3. Besondere Erscheinungsformen der Induktion 34

2. Die Erzeugung des Wechselstromes 41

2.1. Die Darstellung einer harmonischen Schwingung 41
2.2. Die Induktion einer Wechselspannung 45
2.3. Das Oszillogramm von Wechselströmen 47
2.4. Der Gleichstromgenerator 48
2.5. Das dynamo-elektrische Prinzip 50
2.6. Der Gleichstrommotor 52

3. Der Wechselstromkreis 55

3.1. Die Addition harmonischer Wechselstromgrößen 55
3.2. Der Effektivwert der Stromstärke 57
3.3. Wechselstromwiderstände 59
3.4. Reihenschaltung im Wechselstromkreis 66
3.5. Die Leistung des Wechselstroms 70

4. Die Versorgung mit Elektroenergie 77

4.1. Energieübertragung durch Dreiphasenwechselstrom 77
4.2. Die Fernleitung elektrischer Energie 91
4.3. Transformatoren 94
4.4. Energieversorgung und Volkswirtschaft 98

Leitungsvorgänge in Gasen und Festkörpern

1. Leitungsvorgänge in Gasen 104

1.1. Die unselbständige Leitung 104
1.2. Grundsätzliches zur selbständigen Leitung 106
1.3. Die selbständige Leitung bei normalem Luftdruck 107

1.4. Selbständige Leitung in verdünnten Gasen 112
1.5. Elektronenstrahlen 115

2. Elektronenemission 118

2.1. Glühemission 118
2.2. Fotoemission 129

3. Leitungsvorgänge in Festkörpern 132

3.1. Molekulare Vorgänge bei der Stromleitung 132
3.2. Anwendung der Stromleitung 136

Physikalische Grundlagen und Grundbegriffe der Automatisierung

1. Steuerung 145

1.1. Steuerung einer Beleuchtungsanlage 145
1.2. Steuerung eines Drehmeißels 147
1.3. Steuerung einer Uhrenanlage 150

2. Regelung 153

2.1. Regelung der Temperatur 153
2.2. Regelung der Spannung 155
2.3. Regelung des Wasserstandes 157

3. Automatisierung 160

3.1. Automatisierung in der chemischen Industrie 160
3.2. Automatisierung in der mechanischen Fertigung 162
3.3. Automatisierung in der Energiewirtschaft 163
3.4. Bedeutung der Automatisierung 165

Mechanik

1. Physikalische Grundbegriffe 168

1.1. Die Geschwindigkeit 168
1.2. Die Beschleunigung 170
1.3. Die Bestimmung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung 171
1.4. Das Weg-Zeit-Gesetz 173
1.5. Die Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft 176
1.6. Die Arbeit bei zeitlich veränderlicher Leistung 177
1.7. Kraft, Leistung und Geschwindigkeit 178

2. Der Impuls 180

2.1. Kraftstoß und Bewegungsgröße 180
2.2. Das Gesetz von der Erhaltung des Impulses 182
2.3. Die Fortbewegung eines Körpers durch Rückstoß 185
2.4. Der zentrale elastische Stoß 188

3. Die Drehbewegung 192

3.1. Die gleichförmige Kreisbewegung 192
3.2. Bezugssysteme bei Drehbewegung 199

4. Die harmonische Bewegung 203

4.1. Die harmonische Schwingung 203
4.2. Das Schwerependel 208

5. Die Gravitation 211

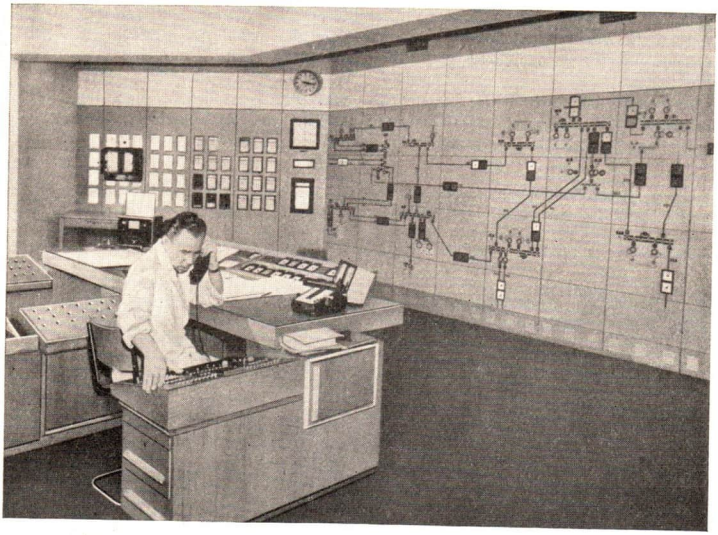
5.1. Die Keplerschen Gesetze 211
5.2. Das Gravitationsgesetz 212
5.3. Die Bestimmung der Gravitationskonstante 215
5.4. Die Bestimmung der Masse von Himmelskörpern 215
5.5. Das Gewicht eines Körpers 216
5.6. Ebbe und Flut 219
5.7. Die Zentralbewegung im Gravitationsfeld 221

Anhang

1. Formeln, Definitionen und Gesetze 228

2. Lösungen 234

Sachwortverzeichnis 238



Elektrizitätslehre

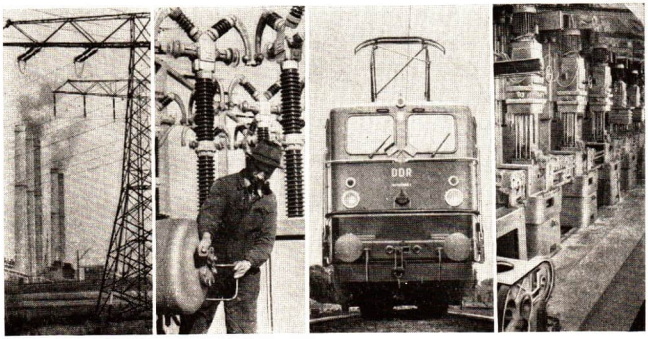
Am 1. Februar 1963 wurde in Prag diese internationale Dispatcherzentrale des Verbundnetzes der RGW-Länder in Betrieb genommen. Bis zum Jahre 1967 werden die Arbeiten am Aufbau dieser Energieübertragungsanlage völlig abgeschlossen sein. Damit werden alle sozialistischen Länder Europas und der Sowjetunion auf dem Gebiet der Energieverteilung verbunden sein.

In allen Zweigen der Wirtschaft sind die Betriebsanlagen in großem Maße auf die Verwendung von Elektroenergie eingerichtet. Dementsprechend muß jeder, der mit den modernen Produktionsverfahren in Berührung kommt, elektrotechnische Grundkenntnisse besitzen.

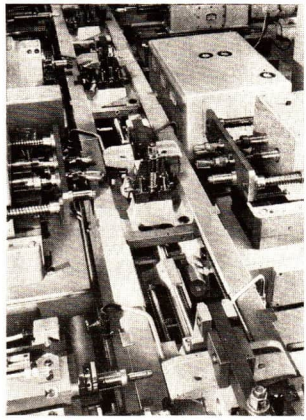
Für die Mechanisierung und Automatisierung der Produktionsprozesse besitzt der Wechselstrom eine besonders große Bedeutung; denn die Transformatoren sowie die meisten Motoren und elektrischen Geräte werden damit gespeist. Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten, die dem Wirken des Wechselstromes zugrunde liegen, sind

grundsätzlich die gleichen, die bei der Untersuchung des Gleichstroms bereits erkannt wurden. Ihr Verständnis erfordert jedoch auf Grund des komplizierten Zusammenwirkens vieler Erscheinungen ein großes Maß an Intensität beim Lernen und beim Praktikum.
Unentbehrlich ist hierfür die Mathematik, mit deren Hilfe es möglich ist, die physikalischen Gesetzmäßigkeiten quantitativ zu untersuchen, exakt zu formulieren und in anwendungsbereiter Form festzuhalten.

Elektroenergie wird im Wärmekraftwerk aus der chemisch gebundenen Energie des Brennstoffes geformt. Über Hochspannungsleitungen erfolgt der Transport der Energie zu den Umspannstationen und von da weiter zu den Einsatzstellen, wie hier im Bild zur Verwendung im Transportwesen oder in der Produktion.



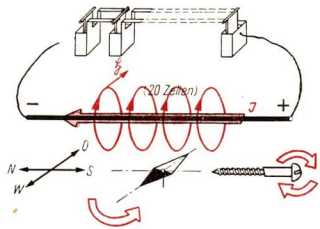
1. Die elektromagnetische Induktion



Das Wissen um die Anziehungskräfte natürlicher Magnete gehörte schon im Altertum zu den Kenntnissen der Menschheit. Der Zusammenhang zwischen magnetischen und elektrischen Erscheinungen konnte jedoch erst vor reichlich hundert Jahren nachgewiesen werden. Heute werden elektromagnetische Kraftanlagen wie Elektromagnete, Relais, Generatoren und Motoren überall eingesetzt. Sie sind auch Hauptbestandteile der abgebildeten Taktstraße.

1.1. Der Magnetfluß

Im Jahre 1820 machte der dänische Physiker CHRISTIAN OERSTED mit der in Bild 9/1 dargestellten Versuchsanordnung eine wichtige Entdeckung, über die er u. a. folgendes berichtet: „Man bringe ein geradliniges Stück des Stromleiters in horizontaler Lage über eine gewöhnliche Magnetnadel, so daß es der Nadel parallel ist." Die Stärke des Stromes wird nach dem rohen Maß der damaligen Zeit so angegeben, daß „er mindestens einen Draht zum Glühen bringe". Der Bericht fährt fort: „Die Magnetnadel wird dann in Bewegung kommen, und zwar wird sie unter dem vom negativen Pole des galvanischen Apparates herkommenden Teil des Leiters nach Westen abweichen." Aus der Auswertung dieses grundlegenden Experiments ergeben sich zwei wichtige Feststellungen:



9/1 Der Versuch von OERSTED
Zinkplatten von 25 cm Seitenlänge tauchen in säuregefüllte Kupferbecher

1. *Die Ablenkung der Nadel zeigt, daß ein gerader stromdurchflossener Leiter von kreisförmigen magnetischen Feldlinien umgeben ist.* Als Richtung der magnetischen Feldlinien wird diejenige fest-

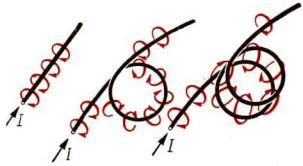
gesetzt, in welche der Nordpol einer Kompaßnadel weist. Benutzt man noch zur Darstellung des Stromes den Stromvektor $\mathfrak{I}$, dessen Betrag die Stromstärke I ist, und der in die elektrische Stromrichtung zeigt (vom Pluspol der Stromquelle zum Minuspol), so lassen sich die Ergebnisse OERSTEDs durch folgende Schraubenregel ausdrücken:

Dreht man eine rechtsgängige Schraube so, daß sie sich in Richtung des Stromvektors $\mathfrak{I}$ vorschiebt, dann gibt der Drehsinn die Richtung der magnetischen Feldlinien an.

2. In der Anordnung von Bild 9/1 wird der leicht bewegliche Magnet abgelenkt. Ist der Magnet fest, der Stromleiter beweglich angeordnet, zeigt sich die Wechselwirkung zwischen Strom und Magneten in einer Ablenkung des Stromleiters.

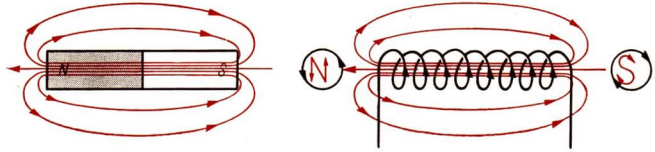
Im Magnetfeld wird auf einen stromführenden Leiter eine Kraft ausgeübt.

Wenn Stromleiter einerseits von einem Magnetfeld umgeben sind, andererseits im Magnetfeld auf sie eine ablenkende Kraft wirkt, müssen zwischen zwei Stromleitern Kraftwirkungen auftreten. Diese Schlußfolgerung wurde sogleich nach dem Bekanntwerden von OERSTEDs Entdeckung von dem hervorragenden Physiker und Mathematiker AMPERE gezogen und durch weitere Experimente bestätigt.



10/1 Überlagerung der Felder zweier Windungen

Das Magnetfeld einer Stromspule, das sich nach Bild 10/1 durch Überlagerung der Felder von mehreren Windungen ergibt, hat große Ähnlichkeit mit dem eines Stabmagneten (Bild 10/2). Ampere zeigte, daß stromdurchflossene Spulen alle Eigenschaften permanenter Magnete zeigen. Auf Grund dieser Tatsachen führte er auch die Wirkung von Stahlmagneten auf kreisförmige Molekularströme zurück.



a b

10/2 Magnetfeld eines Stabmagneten und einer langen Spule

1.1.1. Messung eines Magnetfeldes

Bei dem „Schaukelversuch" von Bild 11/1 ist ein Leiterstück beweglich in einem Magnetfeld aufgehängt. Die Feldlinien verlaufen parallel und in gleicher Dichte (homogenes Feld). Das von Feldlinien getroffene Leiterstück hat die Länge l. Beim Einschalten des Stromes wird das Leiterstück zur Seite abgelenkt. Durch Wechselwirkung von Strom und Magnetfeld entsteht die Kraft $\mathfrak{F}$, die durch die Auslenkung x der Schaukel gemessen wird ($F \sim x$).

Der Betrag F der ablenkenden Kraft hängt von mehreren Größen ab:

1. Zunächst wird der Einfluß der *Stromstärke* I untersucht. Die Stromstärke wird um gleiche Beträge erhöht. Die Auslenkung x nimmt um gleiche Strecken zu. Daher gilt:

   $F \sim I$.

2. Außerdem kommt es auf die *Länge* l des Leiterstückes an, das von Feldlinien getroffen wird. Man kann l dadurch vergrößern, daß man mehrere U-Magnete nebeneinander stellt. Ergebnis:

   $F \sim l$.

Aus beiden Versuchsreihen zusammen folgt: $F \sim I \cdot l$. Schreibt man dieses Ergebnis in Form einer Gleichung, so erhält man für die **Ablenkungskraft:**

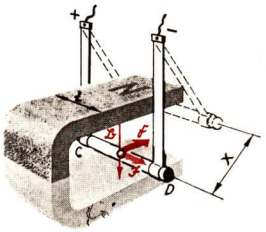
$$\boxed{F = B \cdot I \cdot l} \tag{1}$$

Führt man diese Untersuchungen mit einem schwächeren Magneten durch, so findet man bei dem gleichen Produkt $I \cdot l$ eine geringere Ablenkungskraft F. Daher ist die Proportionalitätskonstante B ein Maß für die Stärke des Magnetfelds. Die Größe B wird als *magnetische Flußdichte* bezeichnet.

Die Flußdichte B eines Magnetfeldes wird durch die ablenkende Kraft F gemessen, die je Längeneinheit und Stromstärkeeinheit auftritt.

Flußdichte $\boxed{B = \dfrac{F}{I \cdot l}}$ (1.1)

Eine ablenkende Kraft F tritt auch in Magnetfeldern auf, deren Feldlinien nicht parallel verlaufen, wie z. B. in den Streufeldern von Bild 10/2. Die Kraft F ist da am größten, wo die Feldlinien am dichtesten sind. Daher kann die Flußdichte B als Maß der *Feldliniendichte* angesehen werden.



11/1 Die Stärke des Magnetfeldes wird durch die Kraftwirkung auf den Stromleiter CD gemessen

Beispiel

Bei dem Schaukelversuch von Bild 11/1 werden folgende Größen erhalten: $l = 3\,\text{cm}$; $I = 10\,\text{A}$; $F = 1{,}5\,\text{p}$. Gesucht ist die Flußdichte B des homogenen Magnetfeldes.

$$l = \frac{3}{10^2}\,\text{m}, \qquad F = \frac{1{,}5}{10^2}\,\text{N}$$

Lösung:

$$B = \frac{F}{l \cdot I}, \qquad B = \frac{1{,}5\,\text{N} \cdot 10^2}{10\,\text{A} \cdot 3\,\text{m}}, \qquad \underline{\underline{B = 0{,}05\,\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}}}$$

Um nun mit der Angabe der Flußdichte B gleichzeitig die Richtung der magnetischen Feldlinien zu bezeichnen, benutzt man die *Vektorschreibweise*. Der Vektor $\mathfrak{B}$ zeigt in die Richtung der magnetischen Feldlinie an jedem Punkt des Feldes. Sein Betrag ist die Flußdichte B.

Die Richtung der ablenkenden Kraft $\mathfrak{F}$ läßt sich ebenfalls aus der Versuchsanordnung von Bild 11/1 ermitteln, bei welcher die Vektoren $\mathfrak{I}$ und $\mathfrak{B}$ aufeinander senkrecht stehen. Die Ablenkungskraft $\mathfrak{F}$ steht senkrecht auf $\mathfrak{I}$ und $\mathfrak{B}$. Experimentell kann man die Richtung von $\mathfrak{F}$ sowohl durch Umpolen des Stromes als auch durch Umdrehen des Magneten ändern. Aus solchen Versuchen erkennt man die in Bild 12/1 erläuterte **Richtungsregel:**

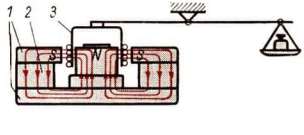


12/1 Rechtsschraube — die $\mathfrak{I}$ $\mathfrak{B}$ $\mathfrak{F}$-Regel

Dreht man $\mathfrak{I}$ auf dem kürzesten Weg in die Richtung von $\mathfrak{B}$, so zeigt $\mathfrak{F}$ in die Richtung der Vorwärtsbewegung einer Rechtsschraube.

- *Fertigen Sie ein räumliches Modell, indem Sie an den Kopf einer Schraube einen Stahldraht (Vektor $\mathfrak{B}$) und einen Kupferdraht (Vektor $\mathfrak{I}$) anlöten. Bestimmen Sie damit die Richtung von $\mathfrak{F}$ beim Schaukelversuch (Bild 11/1)!*
- *Bestätigen Sie die Richtungsregel, indem Sie einem locker gespannten, beweglichen, stromdurchflossenen Leiter einen Magneten nähern!*

Bild 12/2 zeigt eine technische Anwendung von Gl. (1.1). Für die Wirkung eines **elektrodynamischen Lautsprechers** ist die Flußdichte B des Magnetfeldes maßgebend, das den ringförmigen Luftspalt durchsetzt. Wie B mit einer **„Tauchspule"** gemessen wird, zeigt das nächste Beispiel.



12/2 Messen der Flußdichte B eines Lautsprechermagneten
1 Armaturenteile aus Weicheisen
2 Maniperm-Magnet
3 Tauchspule

Beispiel

Die Tauchspule von Bild 12/2 hat 40 Windungen von 4 cm Durchmesser und wird vom Strom $I = 150$ mA durchflossen. Die Tauchspule wird mit der Kraft $F = 90$ p in den Spalt hineingezogen. Wie groß ist die Flußdichte B im Luftspalt?

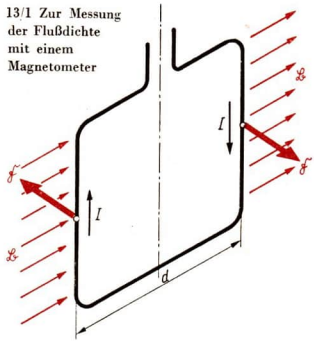
$F = 0{,}9$ N $\quad l = 40 \cdot \pi \cdot d, \quad l \approx 5$ m

Lösung:

$$B = \frac{F}{I \cdot l} \qquad B \approx \frac{0{,}9\ \text{N}}{0{,}15\ \text{A} \cdot 5\ \text{m}}$$

$$B \approx 1{,}2\ \frac{\text{N}}{\text{Am}}$$

13/1 Zur Messung der Flußdichte mit einem Magnetometer



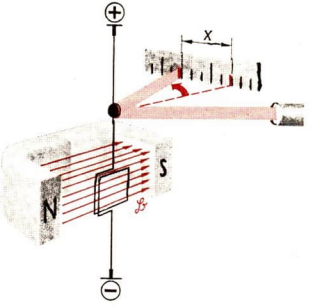
In anderen Fällen nutzt man das durch die elektromagnetische Kraftwirkung auf eine drehbar gelagerte, stromdurchflossene Leiterschleife ausgeübte **Drehmoment** aus. Es ergibt sich (Bild 13/1)

$$M = 2 \cdot F \cdot \frac{d}{2}$$

$$\boxed{M = F \cdot d} \qquad (2)$$

Für Meßzwecke wird das Drehmoment M verschieden ausgenutzt: Beim *Drehspulmagnetometer* (Bild 13/2) wird die Drehspule von einem bekannten Strom I durchflossen. Der Ausschlag x ist daher ein Maß für die Flußdichte B. Die Drehspule wird häufig durch einen permanenten Magneten ersetzt (Nadelmagnetometer), was nach der Hypothese der Molekularströme verständlich ist. Beim *Drehspulgalvanometer* ist die Flußdichte B im Luftspalt des permanenten Magneten konstant, so daß der Drehwinkel in diesem Falle ein Maß für die Stromstärke I ist (Bild 21/1).

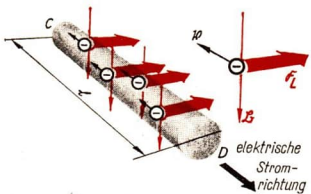
- *Welcher grundsätzliche Unterschied besteht zwischen einem Magnetometer und einem Drehspulgalvanometer?*



13/2 Drehspulmagnetometer

1.1.2. Die Lorentzkraft

Die Feststellung, daß auf einen stromführenden Leiter im Magnetfeld eine ablenkende Kraft $\mathfrak{F}$ wirkt, läßt sich noch wesentlich vertiefen; denn in einem Leiter besteht der elektrische Strom in einer Bewegung der freien Elektronen. Beim



14/1 Der Betrag der Lorentzkraft F_L wird aus der Ablenkungskraft $F = B \cdot I \cdot l$ abgeleitet (zu Bild 11/1)

Schaukelversuch ist daher die Ablenkung des Leiterstücks CD darauf zurückzuführen, daß auf bewegte Elektronen im Magnetfeld eine Kraft ausgeübt wird. Diese Kraft wird nach dem niederländischen Physiker H. A. LORENTZ als „*Lorentzkraft* F_L" bezeichnet. Ihr Betrag ergibt sich aus Gl. (1), wenn durch die Zahl der beteiligten Elektronen dividiert wird.

Bild 14/1 zeigt den stromdurchflossenen Leiterabschnitt, der sich bei dem Schaukelversuch von Bild 11/1 senkrecht zu den Feldlinien bewegt. Wir bezeichnen mit n die Zahl der freien Elektronen in der Raumeinheit dieses Leiters und mit v die Strecke, welche die Elektronen in 1 s zurücklegen. Somit befinden sich $n \cdot A \cdot v$ Elektronen in einem Zylinder der Grundfläche A und der Höhe v. Alle diese Elektronen tragen in 1 s die Elementarladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As durch die Endfläche des Zylinders. Daher gilt:

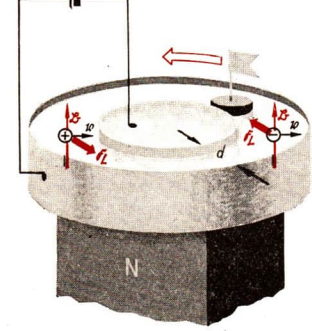
$$I = e \cdot n \cdot A \cdot v\,.$$

Das von magnetischen Feldlinien getroffene Leiterstück der Länge l enthält $n \cdot A \cdot l$ Elektronen. Auf das einzelne Elektron wirkt somit die ablenkende **Lorentzkraft:**

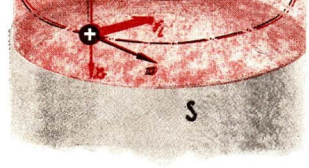
$$F_L = \frac{F}{n \cdot A \cdot l}, \qquad F_L = \frac{l \cdot B \cdot I}{l \cdot A \cdot n},$$

$$F_L = \frac{B \cdot e \cdot n \cdot A \cdot v}{A \cdot n}$$

$$\boxed{F_L = e \cdot v \cdot B} \qquad (3)$$



14/2 Wirkung der Lorentzkraft auf die Ionen eines Elektrolyten. Durch das elektrische Feld der Feldstärke $F = \frac{U}{d}$ erhalten die Ionen die Geschwindigkeit v in radialer Richtung. Auf die so bewegten positiven und negativen Ionen wirkt die Lorentzkraft F_L im gleichen Drehsinn. Durch innere Reibung gerät die Flüssigkeit in Rotation.



14/3 Im Magnetfeld eines Zyklotrons wird ein positives Ion, das mit der tangentialen Geschwindigkeit v fliegt, durch die Lorentzkraft F_L auf eine Kreisbahn gezwungen

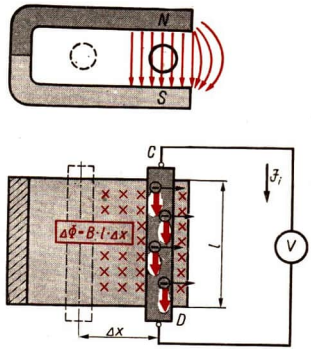
Bewegt sich ein Elektron mit der Geschwindigkeit v senkrecht zu magnetischen Feldlinien der Flußdichte B, so wird es durch die Lorentzkraft $e \cdot v \cdot B$ seitlich abgelenkt.

Die Lorentzkraft $\mathfrak{F}_L$ tritt bei jeder beliebigen elektrischen Ladung Q auf, die sich durch ein Magnetfeld bewegt. Für Ionen in einer Flüssigkeit geht das aus dem Demonstrationsversuch Bild 14/2 hervor. Auf eine wichtige Anwendung in der Atomphysik weist Bild 14/3 hin.

1.1.3. Induktion einer elektrischen Spannung

● *Wiederholen Sie die Grundbegriffe des elektrischen Feldes nach Lb. Kl. 9! Welche Kraft F wirkt auf eine punktförmige Ladung Q in dem Feld eines Plattenkondensators (Plattenabstand s; Spannung U)?*

Wie wir sahen, ist es die Lorentzkraft $\mathfrak{F}_L$, die stromführende Leiter ablenkt und dadurch z. B. bei den Elektromotoren die Antriebskraft liefert. Wie nun gezeigt werden soll, beruht auch die Erzeugung einer elektrischen Spannung in den Generatoren auf der Wirkung der Lorentzkraft. Bild 15/1 zeigt die **Umkehrung des Schaukelversuchs** von Bild 11/1. Während das Leiterstück CD von Hand nach rechts bewegt wird, zeigt das angeschlossene Galvanometer die elektrische Spannung U an.



15/1 Zusammen mit dem Stromleiter C—D erhalten die Elektronen die Geschwindigkeit v senkrecht zu den Feldlinien. Daher wirkt auf sie die Lorentzkraft $\mathfrak{F}_L$ in Richtung $\overrightarrow{C—D}$ ein.

Wenn in dem Leiterabschnitt CD auf jede elektrische Ladung e die Kraft $F_L = e \cdot v \cdot B$ einwirkt, so ist das gleichbedeutend mit der Aussage: Auf der Strecke CD besteht ein elektrisches Feld mit der elektrischen Feldstärke

$$E = \frac{F_L}{e} \quad \text{oder} \quad E = v \cdot B \,.$$

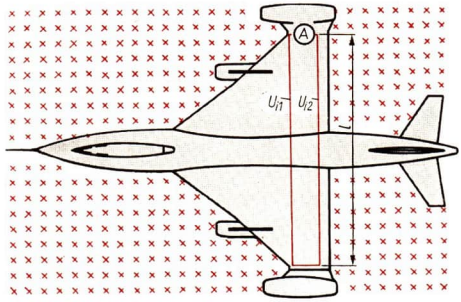
Hiernach entsteht zwischen den Enden C und D des bewegten Leiters die

elektrische Spannung $\boxed{|U_i| = l \cdot v \cdot B}$ (4)

Dieser Vorgang wird als *elektromagnetische Induktion*, die erzeugte Spannung als *induzierte Spannung* U_i bezeichnet.

In einem Leiterabschnitt der Länge l, der sich senkrecht zu magnetischen Feldlinien der Flußdichte B mit der Geschwindigkeit v bewegt, wird die elektrische Spannung $l \cdot v \cdot B$ induziert.

Im MKSA-System, das seit 1958 gesetzlich eingeführt ist, sind die elektrischen Einheiten V und A mit den mechanischen Einheiten kg und s durch die Einheitengleichung **1 Ws = 1 VAs = 1 Nm** verbunden. Für U_i ergibt sich zunächst aus Gl. (4) die Einheit $\frac{m^2 \cdot N}{s \cdot Am} = \frac{Nm}{As}$. Diese ist mit der gebräuchlichen Spannungseinheit 1 V identisch. Aus diesem Grund wird die Einheit der Flußdichte B künftig in der gebräuchlichen Form $Vs \cdot m^{-2}$ angegeben.



16/1 Zwischen den Flügelspitzen wird im Flug die Spannung $l \cdot v \cdot B_v$ induziert. Die Feldlinien (Vertikalkomponente des Erdfeldes) sind senkrecht nach unten gerichtet (vgl. Bild 22/1)

Beispiel:

Welche Spannung wird in einer in der Tragfläche (Bild 16/1) ausgespannten Antenne von $l = 30$ m durch die Vertikalkomponente des Erdfeldes (Tabelle S. 33) bei einer Fluggeschwindigkeit von 2160 km · h^{-1} induziert?

Lösung:

$$|U_i| = l \cdot v \cdot B, \qquad |U_i| = \frac{30\,\text{m} \cdot 600\,\text{m} \cdot 4{,}1\,\text{Vs}}{\text{s} \cdot 10^5\,\text{m}^2}, \qquad |U_i| = 0{,}75\,\text{V}, \qquad \underline{|U_i| = 750\,\text{mV}}$$

1.1.4. Allgemeine Darstellung des Induktionsvorganges

Bei dem letzten Beispiel tritt die Frage auf, ob die während des Fluges induzierte Spannung sich technisch dadurch ausnutzen läßt, daß in einem Stromkreis ein Strom zustande kommt. In Bild 16/1 sind die induzierten Spannungen U_{i1} und U_{i2} in den beiden Leiterabschnitten l dem Betrag nach gleich und wirken einander entgegen. Es kommt daher in dem geschlossenen Stromkreis kein Strom zustande, der von dem Galvanometer A angezeigt werden könnte.

Ein Induktionsstrom ist offenbar nur möglich, wenn eine der Spannungen U_{i1} und U_{i2} überwiegt, bzw. wenn die Flußdichte B bei den Leitern l_1 und l_2 verschieden ist. Anschaulich läßt sich die Bedingung so ausdrücken, „daß ein Teil des Leiterkreises in einer bestimmten Zeit mehr magnetische Feldlinien schneidet als ein anderer". Um diesen Sachverhalt mathematisch einwandfrei zu formulieren, benötigen wir eine Größe,

die die Feldlinienzahl mißt. B ist ein Maß für die Feldliniendichte. Wird eine Fläche A von Feldlinien der Flußdichte B senkrecht durchsetzt, so ist *das Produkt $B \cdot A$ als Maß für die Feldlinienzahl* anzusehen. Dieses Produkt wird als *Magnetfluß Φ* bezeichnet. Die Einheit dieser neuen Feldgröße ist die Vs.

Magnetfluß $\boxed{\Phi = B \cdot A}$ (5)

In einer Leiterschleife kommt ein Induktionsstrom nur zustande, wenn sich der von der Schleife umfaßte Magnetfluß Φ ändert.

Die Einführung der Feldgröße Φ gibt die Möglichkeit, den Vorgang der elektromagnetischen Induktion in einer neuen, allgemeineren Form zu beschreiben. Dazu gehen wir von Bild 15/1 aus:

Das Leiterstück CD werde in der Zeit Δt um die Strecke Δx bewegt. Diese Bewegung erfolgt mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Bei dieser Bewegung vermindert sich der von der Schleife umfaßte Magnetfluß Φ um den Betrag

$$\Delta\Phi = B \cdot l \cdot \Delta x.$$

Dividiert man beide Seiten durch Δt, so ergibt sich

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = l \cdot v \cdot B.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung gibt nach Gl. (4) den Betrag der induzierten Spannung U_i an ($|U_i|$).

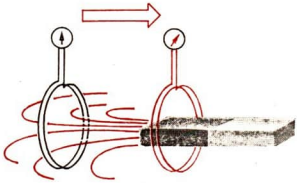
Es ergibt sich für die in einer Leiterschleife

$$\text{Induzierte Spannung} = \frac{\text{Änderung des Magnetflusses}}{\text{Änderung der Zeit}}$$

$$\boxed{|U_i| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}} \qquad (6)$$

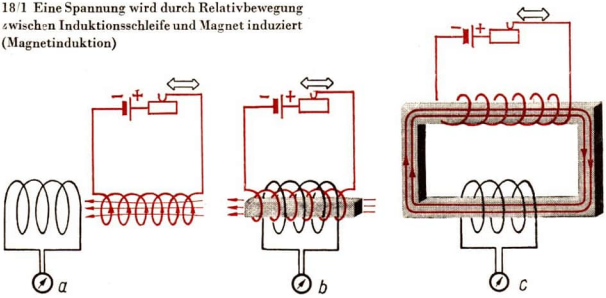
Der Betrag der in einer Leiterschleife induzierten Spannung U_i ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit des von der Schleife umfaßten Magnetflusses Φ.

Die Darstellung des Induktionsvorganges durch Gl. (6) geht auf M. FARADAY (1831) zurück. Sie gilt für jede beliebige Art der Änderung des Magnetflusses. Das wird durch folgende Versuche bestätigt. Im Bild 18/1 z. B. wird eine Induktionsspannung vom Galvanometer angezeigt, wenn durch Relativbewegung zwischen Leiterschleife und Magneten der von der Schleife umfaßte Magnetfluß sich ändert. Diese Art eines Induktionsvorganges soll kurz als *Magnetinduktion* bezeichnet werden.



18/1 Eine Spannung wird durch Relativbewegung zwischen Induktionsschleife und Magnet induziert (Magnetinduktion)

Bei einer anderen Gruppe von Experimenten (Bild 18/2) wird in einer Induktionsschleife oder Induktionsspule eine Spannung dadurch induziert, daß sich in einem benachbarten Stromkreis die Stromstärke I ändert. Auf dieser Form der Induktion beruht die Wirkung der Transformatoren.

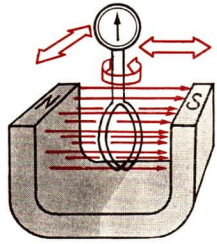


18/2 Bei Stromänderung in der Feldspule wird in der Induktionsspule eine Spannung induziert (transformatorische Induktion) a) Magnetfeld in Luft, b) Verstärkung durch Eisenkern, c) stärkste Induktionswirkung bei vollem Eisenschluß.
schwarz: Induktionsspule, rot: Feldspule.

Die Induktionsversuche mit Spulen (hintereinandergeschalteten Leiterschleifen) ergeben, daß die induzierte Spannung U_i einerseits der Windungszahl w der Induktionsspule, andererseits dem Quotienten $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ proportional ist. Gleichung (6) erhält daher die Form

$$|U_i| = w \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \,. \qquad (6.1)$$

- *Überlegen Sie, bei welchen Bewegungen in Bild 18/3 ein Ausschlag des Galvanometers auftritt, bei welchen nicht! Prüfen Sie durch das Experiment!*

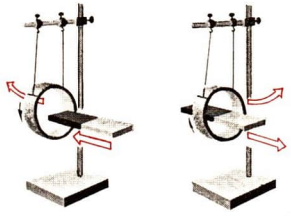


18/3

1.1.5. Das Induktionsgesetz

In Bild 15/1 ist die Richtung des bei Leiterbewegung induzierten Stromes I_i durch den Strompfeil $\mathfrak{J}_i$ angegeben. Sie folgt aus der Richtung der Lorentzkraft $\mathfrak{F}_L$. In sehr instruktiver Weise läßt sich die *Richtung eines Induktionsstromes* aus dem *Satz von der Erhaltung der Energie ableiten:*

Nimmt man wie in Bild 15/1 an, der Induktionsstrom $\mathfrak{J}_i$ würde in Richtung $\overline{CD}$ fließen, so folgte aus der Richtungsregel von S. 12, daß die zugehörige Ablenkungskraft $\mathfrak{F}_L$ nach rechts wirkt und so die Bewegung noch unterstützt. Nach beliebig kleinem Anstoß würde somit die einmal eingeleitete Bewegung sich von selbst weiter verstärken. Daß aus einer beliebig kleinen Anfangsenergie Energie in beliebiger Menge entsteht, widerspricht dem Satz von der Erhaltung der Energie. Der Induktionsstrom fließt in Richtung $\overline{DC}$, so daß gegen die nach links gerichtete Ablenkungskraft $\mathfrak{F}_L$ Arbeit verrichtet werden muß.



19/1 Versuch zur Lenzschen Regel. Durch die Wirkung der induzierten Ströme folgt der Metallring den Bewegungen des Magneten.

Auf Grund solcher energetischer Betrachtungen formulierte der hervorragende russische Physiker H. F. Lenz im Jahre 1833 den folgenden wichtigen Satz; er wird bezeichnet als **Lenzsche Regel:**

Der induzierte Strom ist stets so gerichtet, daß er die ihn erzeugende Bewegung oder Magnetflußänderung hemmt.

Für die mathematische Formulierung des Induktionsvorganges ist noch die Vorzeichenfrage zu klären:

- *Leiten Sie zunächst aus Bild 10/2 die Regel ab: „Blickt man auf den Südpol einer Spule, so kreist der Spulenstrom im Uhrzeigersinn." Erläutern Sie die Merkregel, die sich in den Pfeilsymbolen S und N ausdrückt!*

Die Feldspule von Bild 18/2a kehrt nach der Polregel ihren Nordpol der Induktionsspule zu. Wenn der Strom in der Feldspule anwächst, vergrößert sich der Magnetfluß in der Induktionsspule. Es ist somit $\Delta\Phi > 0$. Nach der Lenzschen Regel wird hierbei in der Induktionsspule ein solcher Strom induziert, daß das Anwachsen von Φ gehemmt wird. Somit muß die Induktionsspule ihren Nordpol der Feldspule zukehren. Blickt man in Feldlinienrichtung durch beide Spulen, so kreist der Feldstrom im Uhrzeigersinn, der Induktionsstrom entgegengesetzt. Da der Induktionsstrom entgegengesetzt zur elektrischen Stromrichtung fließt, ist die Induktionsspannung, die bei positivem $\Delta\Phi$ entsteht, negativ zu rechnen. In die Gleichung des Induktionsgesetzes ist daher ein Minuszeichen einzufügen.
So lassen sich alle experimentellen Erfahrungen zusammenfassen in dem **Induktionsgesetz:**

Induktionsgesetz

Wenn sich bei einer Spule von w Windungen der umfaßte Magnetfluß Φ in der Zeit Δt um $\Delta\Phi$ ändert, so entsteht an den Spulenenden die Spannung $-w \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$U_i = -w \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (6.2)$$

Sinngemäß ist Gl. (4) zu ergänzen durch:

$$U_i = -l \cdot v \cdot B \qquad (4.1)$$

Führen Sie die Versuche nach Bild 19/1 durch und erklären Sie die Wirkung mit der Lenzschen Regel! Warum erreicht in diesem Fall der induzierte Strom hohe Stromstärken?

1.1.6. Messung des Magnetflusses

Die Größen Φ und B sind nach Gl. (6) und (4) eng mit U_i verknüpft. Daher können sie auf Grund des Induktionsgesetzes durch Induktionsversuche gemessen werden.
Z. B. umfaßt bei dem Induktionsversuch von Bild 18/1 die Schleife in der rotgezeichneten Stellung den gesamten Magnetfluß Φ des Magneten. Nach ihrem Abziehen vom Magneten ist der umfaßte Magnetfluß gleich null. Für diesen Vorgang ist die Änderungsgeschwindigkeit des Magnetflusses somit $\frac{\Phi}{\Delta t}$ und die Gl. (6) gilt in der Form: $|U_i| = \frac{\Phi}{\Delta t}$.

Setzt man hierin $U_i = 1$ V und $\Delta t = 1$ s, dann wird $\Phi = 1$ Vs.

Die **Einheit des Magnetflusses** Φ wird nach dem hervorragenden deutschen Physiker W. E. WEBER[1] als 1 Weber bezeichnet.

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}.$$

Das Weber oder die Voltsekunde ist der Magnetfluß, der in einer ihn umschlingenden Windung die elektrische Spannung 1 V induziert, wenn er während der Zeit 1 s gleichmäßig nach Null abnimmt.

Bei der Behandlung des Kondensators ist im Lehrbuch Physik Kl. 9 gezeigt worden, wie eine elektrische Ladung Q durch den Stoßausschlag eines ballistischen Galvanometers gemessen wird. In ähnlicher Weise mißt man den Magnetfluß Φ durch den Stoßausschlag eines ballistischen Spannungsmessers.

Beispiel:

Beim Herausziehen eines Magnetstabs aus einer Induktionsschleife (Bild 18/1) zeigt ein angeschlossenes Spiegelgalvanometer einen Stoßausschlag des Lichtzeigers $x = 15$ SkT. Wie groß ist der Magnetfluß Φ des Magnetstabes, wenn 1 SkT Stoßausschlag $\triangleq 5 \cdot 10^{-6}$ Vs?

Lösung: $\Phi = \frac{15 \text{ SkT} \cdot 5 \text{ Vs}}{10^6 \text{ SkT}}$, $\Phi = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Vs, $\Phi = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Wb.

[1] W. E. WEBER, Professor der Physik in Göttingen, erwarb sich durch Erforschung der elektromagnetischen Erscheinungen große Verdienste.

Versuche, Fragen und Aufgaben

1. Geben Sie die Definition der Krafteinheit 1 N! Rechnen Sie 1 Nm in Ws, kpm und cal um! In welcher Zeit kann mit 50 W eine Arbeit von 1 kpm verrichtet werden?
Benutzen Sie bei den Aufgaben die Näherungsgleichung

$$1\ \mathrm{N} \approx 0{,}1\ \mathrm{kp} = 10^2\ \mathrm{p} = 10^5\ \mathrm{mp}\ .$$

Wieviel Prozent beträgt hierbei der Fehler?

2. Bei einem Drehspulgerät (Bild 21/1) wird nach Gl. (2) auf 1 stromdurchflossene Windung das Drehmoment $M_1 = F \cdot d = (l \cdot I \cdot B) \cdot d$, auf die Drehspule somit das elektromagnetische Drehmoment $M = w \cdot l \cdot d \cdot I \cdot B$ ausgeübt.

2.1. Wie groß ist M bei einer Stromstärke von 2 mA?

2.2. Um wieviel Grad schlägt der Zeiger bei dieser Stromstärke aus?

Spulendurchmesser	$d = 15$ mm;	$B = 0{,}25\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$
Spulenlänge	$l = 20$ mm;	$w = 100$
Rückdrehendes Federmoment	$M = 10\ \mathrm{mp \cdot cm/1^\circ}$.	

3. Bei einem Drehspulgerät (Spulenabmessungen wie Aufgabe 2) wird bei einer Stromstärke $I = 30$ mA der Zeiger am Kraftarm $l = 6$ cm mit einer Kraft $F_l = 0{,}3$ p genau in die Nullstellung zurückgezogen. Wie groß ist die Flußdichte B im Luftspalt des Magneten?

4. Bei einem Induktionsversuch nach Bild 15/1 sei $l = 0{,}03$ m; $B = 0{,}05\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ und $v = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Wie groß ist die induzierte Spannung?

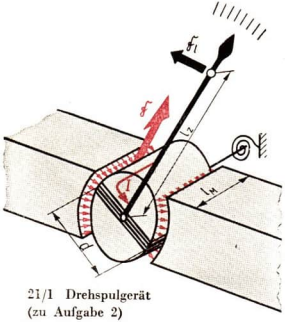
5. In der Anordnung von Bild 21/2 sind 3 Induktionsspulen in Reihe geschaltet. Wird der Stabmagnet schnell aus der Spule mit 250 Windungen herausgezogen, zeigt der ballistische Spannungsmesser einen Stoßausschlag $U_i \cdot \Delta t = 0{,}0025$ Vs an.

5.1. Wie groß ist der Magnetfluß Φ des Stabmagneten?

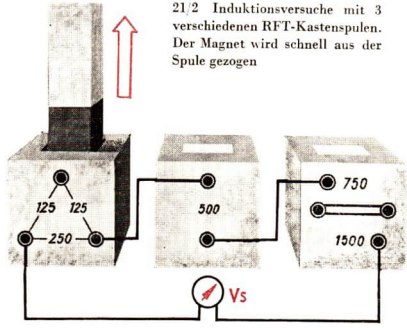
5.2. Welcher Stoßausschlag ist bei den anderen Spulen zu erwarten? Messen Sie nach!

5.3. Aus der Spule mit 250 Windungen werden zwei gleiche, zusammengebundene Stabmagnete herausgezogen. Welcher Stoßausschlag ergibt sich?

Fassen Sie die Versuchsergebnisse zusammen!



21/1 Drehspulgerät (zu Aufgabe 2)



21/2 Induktionsversuche mit 3 verschiedenen RFT-Kastenspulen. Der Magnet wird schnell aus der Spule gezogen

6. In der 1. Ausgangsstellung des Erdinduktors (Bild 22/1) zeigt die Spulennormale in der Horizontalebene nach Norden, in der 2. Ausgangsstellung lotrecht nach unten. Bei einer Drehung der Spule um 90° zeigt der angeschlossene ballistische Spannungsmesser 0,00147 Vs im ersten Fall, 0,00309 Vs im 2. Fall.

6.1. Berechnen Sie nach $U_i \cdot \Delta t = w \cdot B \cdot A$ die Größen B_h, B_v und den Inklinationswinkel i! Vergleichen Sie mit den Werten der Tabelle S. 33!

6.2. Welche Ausschläge ergeben sich bei einer Drehung um 180°?

6.3. Wie kann man mit dem Erdinduktor einen ballistischen Spannungsmesser in Vs eichen?

7. Wie werden leitende Flüssigkeiten durch die „elektromagnetische Pumpe" von Bild 22/2 in Bewegung gesetzt? Wie groß sind Ablenkungskraft F und Förderdruck $p = \frac{F}{A}$?

8. Im Luftspalt eines Drehspulgerätes befindet sich eine kleine Induktionsspule ($A = 2$ cm²; $w = 50$). Bei dem Herausziehen zeigt ein ballistischer Spannungsmesser den Spannungsstoß $U_i \cdot \Delta t = 0{,}0022$ Vs.

8.1. Berechnen Sie die Flußdichte B im Luftspalt des Meßgerätes!

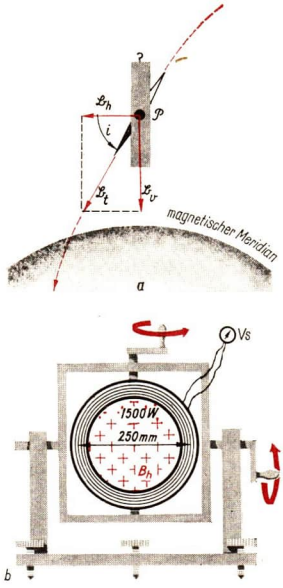
8.2. Vergleichen bzw. messen Sie mit einer solchen Induktionsspule die Flußdichten B bei anderen elektrischen Geräten und Maschinen!

9. Senkrecht zu Feldlinien der Flußdichte $B = 2$ Vs · m^{-2} wird ein Drahtstück von 40 cm Länge mit der Geschwindigkeit 5 m · s^{-1} bewegt. Der bewegte Leiter gehört einem Stromkreis von 0,5 Ω Gesamtwiderstand an.

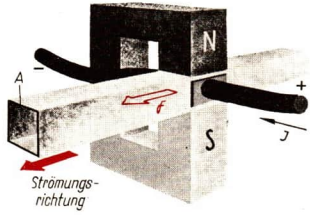
9.1. Berechnen Sie U_i, I_i, die Leistung $P_{el} = U_i \cdot I_i$ sowie die im Leiterkreis je Sekunde entwickelte Joulesche Wärme!

9.2. Welche Kraft F und welche mechanische Leistung $P_{mech} = F \cdot v$ sind hierfür aufzuwenden?

9.3. Begründen Sie die Gleichheit der Ergebnisse!



22/1 a) Inklinationsnadel. Zerlegung von $\mathfrak{B}_t$ in Komponenten $\mathfrak{B}_v$ und $\mathfrak{B}_h$
b) Der Erdinduktor enthält eine flache Spule, die sich um 90° bzw. 180° schwenken läßt



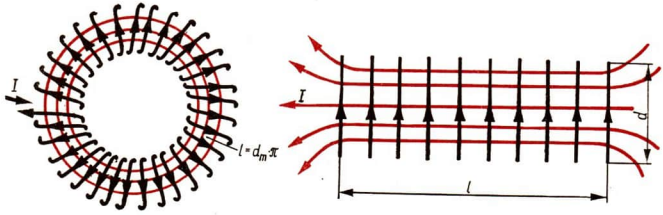
22/2 Die elektromagnetische Pumpe dient zum Transport leitender Flüssigkeiten (Hg, Elektrolyte)

1.2. Die magnetische Feldstärke

Im Abschnitt 1.1. wurde gezeigt, daß die Kraft- und Induktionswirkungen der Magnetfelder durch den Magnetfluß Φ und die Flußdichte B bestimmt sind. Im folgenden soll nun dargelegt werden, wie Magnetfelder der geforderten Flußdichte B durch Stromleiter und die Anwendung von Eisenwerkstoffen erzeugt werden. Hierzu ist die Einführung einer weiteren Größe des magnetischen Feldes — der Feldstärke H — nötig.

1.2.1. Die Feldstärke in der langen Spule

Zunächst wird untersucht, wie das von stromführenden Leitern erzeugte Magnetfeld von der Stromstärke I und von der räumlichen Anordnung der Leiter abhängt. Bild 23/1



23/1 a) Das Magnetfeld einer Ringspule ist frei von Streulinien und homogen. Die Länge der mittleren Feldlinie ist l.
b) Feldlinienbild einer langen Spule ist im Innenraum homogen. d Windungsdurchmesser, l Spulenlänge

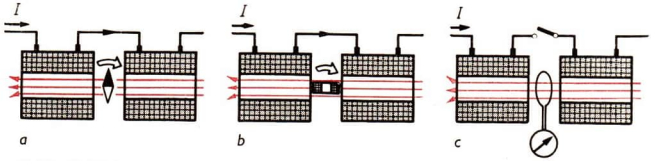
zeigt die Feldlinienbilder einer ringförmigen und einer geraden Spule. Da es in der Technik auf möglichst homogene Magnetfelder ankommt und sich gerade Spulen mit kreisförmigem oder rechteckigem Windungsquerschnitt leicht herstellen lassen, werden gerade Spulen verwendet, die der Bedingung

$$\text{Länge } l \gg \text{Windungsdurchmesser } d$$

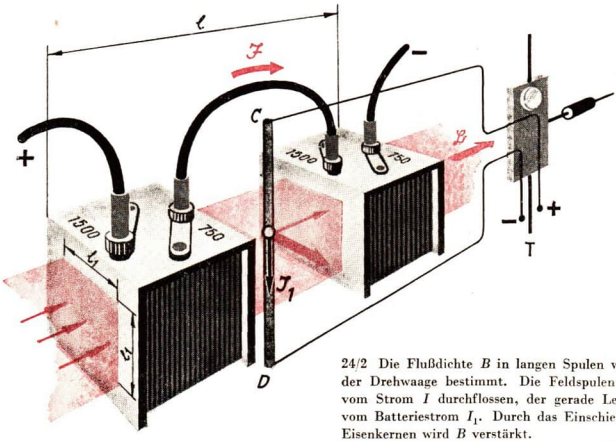
genügen. Das Magnetfeld im Inneren solcher „langen Spulen" ist homogen und außerhalb dieser zu vernachlässigen.

Wie man die Flußdichte B im Innenraum langer Spulen mit *Magnetometern* oder mit einer *Induktionsschleife* mißt, geht aus Bild 24/1 hervor. Bei der Versuchsanordnung von Bild 24/2 wird die Ablenkungskraft F, die ein Stromleiter im Spulenfeld erfährt, mit einer Drehwaage bestimmt. Die *Torsionswaage*[1] wurde zur Messung sehr kleiner Kräfte 1785 durch COULOMB in die Meßtechnik eingeführt.

[1] Torsion: Drillung (in Bild 24/2 Dr. des Stahldrahtes T). Dem zu messenden Drehmoment der Ablenkungskraft $\mathfrak{F}$ hält die elastische Spannkraft des Drahtes T das Gleichgewicht. Diese Kraft ist sehr genau bestimmbar.



24/1 Die Flußdichte B des Magnetfeldes in langen Spulen wird gemessen. 2 Kastenspulen sind in Reihe geschaltet. Im Zwischenraum können angeordnet sein:
a) ein Nadelmagnetometer, b) ein Drehspulmagnetometer, c) eine Induktionsschleife



24/2 Die Flußdichte B in langen Spulen wird mit der Drehwaage bestimmt. Die Feldspulen werden vom Strom I durchflossen, der gerade Leiter CD vom Batteriestrom I_1. Durch das Einschieben von Eisenkernen wird B verstärkt.
Empfindlichkeit bei Spiegelablesung (wie in Bild 13/2): 10^{-5} N $\triangleq$ 2 SkT; T Torsionsdraht

Wird der durch den Stromleiter CD fließende Strom mit I_1 bezeichnet, so findet man die Flußdichte in der langen Spule nach Formel 1.1, wie das folgende Beispiel zeigt.

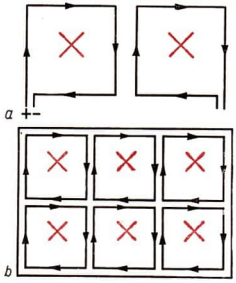
1. In einer 1. Meßreihe wird festgestellt, daß B dem Spulenstrom I proportional ist.

$$B \sim I\,.$$

2. Der Einfluß der Windungszahl w wird ermittelt, indem Kastenspulen gleicher Länge l von verschiedener Windungszahl gegeneinander ausgetauscht werden. So ergibt z. B. die Spule mit 500 Windungen eine doppelt so große Flußdichte wie die mit 250 Windungen oder wie 2 in Reihe geschaltete Spulen zu 250 Windungen.
Somit ist B der Windungszahl je Längeneinheit proportional

$$B \sim \frac{w}{l}\,.$$

3. Bei Anwendung von Spulen mit gleichem $\frac{w}{l}$, aber verschiedener Windungsfläche A, ergibt sich, daß B nicht von A abhängt.
Theoretisch läßt sich das an Bild 25/1 ableiten: Bei den (langen) Spulen von 25/1 a mögen w, A und der Spulenstrom I übereinstimmen. Dann herrscht in beiden auch die gleiche Flußdichte B — unabhängig davon, ob die Spulen voneinander entfernt sind oder eng aneinander gelegt werden. In dem letzten Fall kompensieren sich die einander entgegengerichteten Ströme an der Berührungsfläche. Hiernach kann man sich die Wirkung einer Spule der Windungsfläche A durch viele aneinandergrenzende Elementarspulen (Bild 25/1 b) hervorgebracht denken, die jede etwa 1 Feldlinie umschließen, wobei sich die Ströme an allen Berührungsflächen kompensieren.



25/1 Bei langen Spulen ist H von A unabhängig

Die Proportionalität $B \sim \frac{w}{l} \cdot I$ lautet, mit dem Proportionalitätsfaktor μ_0 als Gleichung geschrieben:

Flußdichte in der langen Spule: $\boxed{B = \mu_0 \cdot \frac{w \cdot I}{l}}$ (7)

Beispiel

Bei einer Meßreihe, entsprechend der Versuchsanordnung von Bild 24/2, wurden 2 Spulen mit je 750 Windungen benutzt. Gemessen wurden: $l = 150$ mm; $l_1 = 30$ mm; $I = 0{,}1$ A; $I_1 = 5$ A. Welcher Wert ergibt sich hieraus für μ_0, wenn der Ausschlag des Lichtzeigers der Drehwaage 36 Skalenteile betrug?

Lösung:

$$F = \frac{36 \text{ SkT} \cdot \text{N}}{2 \cdot 10^5 \text{ SkT}}, \qquad \underline{\underline{F = 1{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ N}}};$$

$$B = \frac{F}{I_1 \cdot l_1} \qquad B = \frac{1{,}8 \text{ N}}{10^4 \cdot 5 \text{ A} \cdot 0{,}03 \text{ m}}, \qquad \underline{\underline{B = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}}};$$

$$\mu_0 = \frac{B \cdot l}{w \cdot I}, \qquad \mu_0 = \frac{1{,}2 \text{ Vs} \cdot 0{,}15 \text{ m}}{10^3 \text{ m}^2 \cdot 1500 \cdot 0{,}1 \text{ A}}, \qquad \underline{\underline{\mu_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}}}.$$

Der genaue Wert der wichtigen Konstanten μ_0 und ihre physikalische Bedeutung werden in 1.2.2. mitgeteilt.

In langen Spulen ist der Ausdruck $\frac{w \cdot I}{l}$ ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes.

Daher läßt sich eine neue *Feldgröße für Magnetfelder* einführen:

Magnetische Feldstärke (in Spulen) $\boxed{H = \frac{w \cdot I}{l}}$ (8)

Bei Benutzung der neuen Feldgröße werden somit Magnetfelder in Spulen durch Leiterströme gemessen. Die Einheit der Feldstärke H ist nach Gl. (8) das $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$.

Der Vektor $\mathfrak{H}$ der magnetischen Feldstärke zeigt wie der Vektor $\mathfrak{B}$ der Flußdichte in die Richtung der magnetischen Feldlinien. Sein Betrag ist H.

Die Stärke eines Magnetfeldes wird entweder durch die Flußdichte B in $\mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ oder durch die Feldstärke H in $\mathrm{A \cdot m^{-1}}$ gemessen. Beide Größen unterscheiden sich nur durch das Meßverfahren und sind einander proportional.

Flußdichte (in Luft) $\boxed{B = \mu_0 \cdot H}$ (9)

Beispiel

Wie groß ist die magnetische Feldstärke H bei den Spulen zu 750 Windungen des letzten Beispiels?

1. Lösung:

$$H = \frac{w \cdot I}{l}, \qquad H = \frac{1500 \cdot 0{,}1\ \mathrm{A}}{0{,}15\ \mathrm{m}}, \qquad \underline{\underline{H = 1000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}}};$$

2. Lösung:

$$H = \frac{B}{\mu_0}, \qquad H = \frac{1{,}2\ \mathrm{Vs} \cdot 10^6\ \mathrm{Am}}{10^3 \cdot 1{,}2\ \mathrm{Vs}}, \qquad \underline{\underline{H = 1000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}}}.$$

- *Machen Sie sich folgendes klar: Der Zustand des Raumes in der Umgebung von stromführenden Leitern wird durch zwei Angaben gleichwertig beschrieben:*

1. $B = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ läßt unmittelbar einen Schluß auf die im Magnetfeld möglichen Kraft- und Induktionswirkungen zu.
2. $H = 1000\ \mathrm{A \cdot m^{-1}}$ läßt erkennen, wie man das Magnetfeld erzeugen kann:

   Entweder durch 10 A bei 1 Windung je 1 cm Spulenlänge
   oder durch 1 A bei 10 Windungen je 1 cm Spulenlänge
   oder durch 0,1 A bei 100 Windungen je 1 cm Spulenlänge usw.

1.2.2. Die Feldstärke am geraden Leiter

Die Feldstärke H_r in der Umgebung eines geraden, stromdurchflossenen Leiters läßt sich einerseits induktiv durch Messungen mit Magnetometern oder Induktionsschleifen herleiten. Ergebnis solcher Meßreihen ist die Proportionalität

$$B_r \sim \frac{I}{r} \qquad \text{bzw.} \qquad H_r \sim \frac{I}{r}.$$

Andererseits kann H_r aus Gl. (8) abgeleitet werden. Das zeigt Bild 27/1, das in Analogie zu Bild 25/1 entwickelt ist.

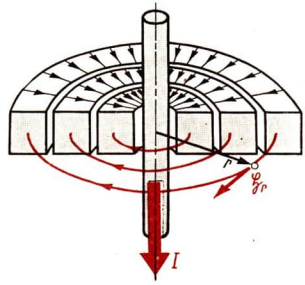
Wir stellen uns vor, daß die kreisförmigen Feldlinien nicht vom Strom I des geraden Leiters, sondern von einem System von Elementarspulen (Ringspulen) hervorgebracht werden. An die Ringspulen sind folgende Bedingungen zu stellen, damit ihre kreisförmigen Feldlinien denen des Leiterstroms I gleichkommen:

1. Bezeichnet man mit i die Stromstärke und mit w die Windungszahl der innersten, an den geraden Leiter grenzenden Ringspulen, so muß offenbar die Bedingung

$$w \cdot i = I$$

erfüllt sein.

2. Damit sich die Ströme an den Berührungsflächen kompensieren, muß für alle Ringspulen das Produkt $w \cdot i$ den gleichen Wert haben (u. a. ist diese Bedingung dadurch zu erfüllen, daß alle Ringspulen gleiches i und gleiches w haben).



27/1 Zur Ableitung der Feldstärke H_r in der Umgebung eines geraden Leiters

Unter diesen Bedingungen kompensieren sich alle Ströme in der Umgebung des Leiters und es resultiert das Magnetfeld des Stromes I. Im Abstand r vom geraden Leiter hat die Feldlinie die Länge $l = 2\,\pi\,r$.

Am geraden Leiter ist im Abstand r die **magnetische Feldstärke** $\boxed{H_r = \dfrac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}}$ (10)

Beispiel

Ein gerader Stromleiter führt einen Strom von $I = 100$ A. Wie groß sind Feldstärke H_r und Flußdichte B_r im Abstand $r = 160$ mm?

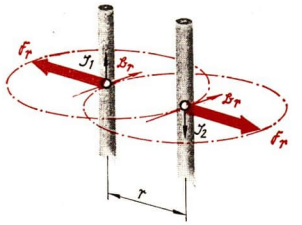
Lösung:

$$H_r = \frac{100\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 0{,}16\ \text{m}}, \qquad \underline{\underline{H_r = 100\ \frac{\text{A}}{\text{m}}}};$$

$$B_r = \mu_0 \cdot H_r, \qquad B_r = \frac{1{,}2\ \text{Vs} \cdot 100\ \text{A}}{10^6\ \text{Am} \cdot \text{m}},$$

$$\underline{\underline{B_r = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2}}}.$$

Eine wichtige Aufgabe ist es, nach Bild 27/2 die *Kraft $\mathfrak{F}_r$ zu berechnen, die parallele Stromleiter im Abstand r aufeinander ausüben.* Das ist auf Grund von Gl. (10) nun möglich.



27/2 Zur Berechnung der Kraftwirkung zwischen parallelen Strömen I_1 und I_2

Nach Gl. (9) herrscht im Magnetfeld des Stromes I_1 die

Magnetische Flußdichte (eines geraden Leiters) $$B_r = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot r} \qquad (11)$$

Befindet sich im Abstand r von I_1 der zweite, von I_2 durchflossene Stromleiter, so wirkt auf diesen die durch Gl. (1) gegebene Ablenkungskraft $F_r = l \cdot B_r \cdot I_2$. Durch Einsetzen von B_r aus Gl. (11) und Ordnen erhält man:

Kraft zwischen parallelen Stömen (im Abstand r)

$$F_r = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \pi \cdot r} \qquad (12)$$

F_r	μ_0	l	I	r
N	Vs/Am	m	A	m

Die grundsätzliche Bedeutung von Gl. (12) zeigt sich in der internationalen Definition der *Stromstärkeeinheit.* In vereinfachter Form lautet diese:

Fließt derselbe Strom durch zwei starre, parallele Leiter, deren Abstand 1 m ist und üben diese je 1 m Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ N aufeinander aus, dann beträgt die Stromstärke 1 A.

Setzt man entsprechend dieser Definition in Gl. (12) l, $r = 1$ m; I_1, $I_2 = 1$ A; $F_r = 2 \cdot 10^{-7}$ N, so erhält man zunächst

$$2 \cdot 10^{-7} = \frac{1 \cdot \mu_0 \cdot 1}{2 \cdot \pi \cdot 1}.$$

Für die Konstante μ_0, die nach Gl. (9) das Verhältnis der Einheiten Vs · m^{-2} und A · m^{-1} angibt, war aus den Messungen in Spulenfeldern der genäherte Wert $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ abgeleitet worden. Der exakte Wert ergibt sich nun aus der Definition des Ampere:

Konstante der Magnetfelder

$$\mu_0 = \frac{4 \pi}{10^7} \quad \frac{\text{Vs}}{\text{Am}},$$

$$\mu_0 = \frac{1{,}256}{10^6} \quad \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}.$$

Die mechanische Kraftwirkung zwischen benachbarten Stromleitern ist außerordentlich bedeutungsvoll, da in Schaltanlagen, Generatoren und Transformatoren mitunter Ströme mit einer Stärke von mehreren kA fließen.

Beispiel

Zwei Stromschienen sind im Abstand $r = 150$ mm auf Stützen so gelagert, daß sich zwischen diesen eine Leiterlänge von 2 m befindet. Infolge Kurzschlusses tritt in beiden Schienen eine Stromstärke $I = 50$ kA auf. Welche Kraft F_r wirkt in diesem Falle auf die Stützen und die Schienen?

Lösung:

$$F_r = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r}, \qquad F_r = \frac{1{,}256\ \text{Vs} \cdot 2\ \text{m} \cdot 5 \cdot 10^4\ \text{A} \cdot 5 \cdot 10^4\ \text{A}}{10^6\ \text{Am} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15\ \text{m}}, \qquad \underline{\underline{F_r = 6670\ \text{N}}},$$

$$\underline{\underline{F_r = 680\ \text{kp}}}.$$

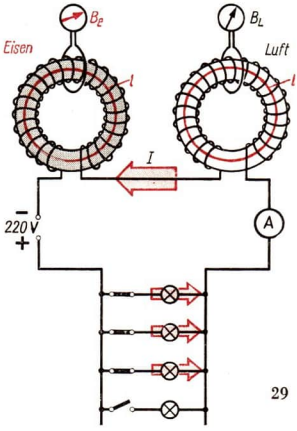
1.2.3. Eisen im Magnetfeld

Zwischen dem elektrischen Feld und dem magnetischen Feld bestehen trotz verschiedener Analogien wesentliche Unterschiede. Schon AMPERE versuchte hierfür eine Erklärung zu finden. Während die Erscheinungen des elektrischen Feldes auf elektrische Ladungen zurückzuführen sind, gibt es solche „magnetischen Ladungen" als Ursache des magnetischen Feldes nicht. AMPERE schloß daraus, daß die Wirkung von magnetisiertem Eisen auf elektrische Ströme in den Eisenmolekülen zurückzuführen ist. Nach seiner *Theorie der Molekularströme* sind — auch bei unmagnetischem Eisen — in den Eisenmolekülen kreisförmige Elementarströme vorhanden. Wird nun ein Eisenkern dem Magnetfeld einer Spule ausgesetzt, werden die Magnetfelder der Moleküle so ausgerichtet, daß die Elementarströme im gleichen Sinn wie der Spulenstrom kreisen. Durch diese „Elementarspulen" des Eisenkerns wird somit das durch die Feldspule selbst hervorgerufene Magnetfeld verstärkt. Auch bei permanenten Magneten ist das Magnetfeld auf die Wirkung der „Elementarspulen" des Magnetwerkstoffs zurückzuführen.

Magnetische Felder entstehen stets durch die Bewegung von elektrischen Ladungen.

Durch die moderne Physik wurde die Theorie der Molekularströme präzisiert. Im Einzelatom werden Elementarströme nicht nur durch umlaufende Elektronen, sondern vorwiegend durch Drehung der Elektronen um die eigene Achse dargestellt. Die Rolle der „Elementarspulen" des Modells spielen nicht die Elementarströme von Einzelatomen, sondern die eines „Weißschen Bezirks" im Kristallgitter. Innerhalb eines solchen Bezirks, der etwa 10^6 Atome umfaßt, sind die Elementarströme bereits ohne Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes ausgerichtet.

Um die Verstärkung der Flußdichte durch Eisen zu messen, geht man von einer Anordnung aus, bei welcher die magnetischen Feldlinien ganz im Eisen bzw. in Luft verlaufen (Bild 29/1). Beide Ringspulen haben gleiche Größe (gleiches l), gleiche Windungszahl w und werden auch vom gleichen Strom I durchflossen. Die Feldstärke H stimmt daher in beiden Spulen stets überein. Mit der Zahl der eingeschalteten Glühlampen werden die Größen I und H stets um gleiche Stufen erhöht. Die an die Meßschleifen angeschlossenen Galvanometer zeigen B_L (Flußdichte in Luft) und B_E (Flußdichte im Eisen) an.



29/1 Aufnahme der Magnetisierungskurve des Kernmaterials. Durch Einschalten der einzelnen Lampen wird H in gleichen Stufen erhöht. Hierbei nähert sich B einem Sättigungswert

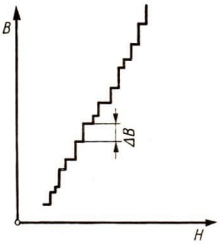
Die Beobachtungsergebnisse sind in Bild 31/1 dargestellt:

1. Bei der **Luftspule** zeigt der Induktionsmesser beim Einschalten der einzelnen Lampen stets den gleichen Stoßausschlag. B_L und H sind gemäß der Gleichung (9) einander in Luft proportional.
2. Bei der **eisengefüllten Spule** ergeben sich beim Einschalten der Glühlampen wesentlich stärkere Stoßausschläge. Die B_E-Kurve verläuft daher wesentlich steiler als die Gerade $B_L = \mu_0 \cdot H$.
3. Nur beim Einschalten der ersten Lampen zeigt das Galvanometer der Eisenspule die großen Ausschläge. Die Ausschläge werden bei den folgenden Lampen immer geringer. Für höhere Feldstärken verlaufen die Magnetisierungskurven B_E und B_L parallel zueinander im Abstand

$B^* \approx 2\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$.

Wird die Feldstärke H stufenweise erhöht, stellen sich die Spulenachsen der „Elementarspulen" in zunehmendem Maße parallel. Die beendete Ausrichtung („magnetische Sättigung") zeigt sich beim Meßversuch im Umbiegen der Magnetisierungskurve.

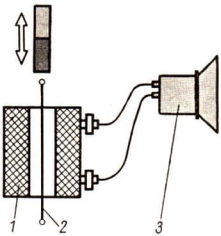
Durch Ausrichtung der Molekularströme, deren Magnetfeld zu dem der Feldspule hinzukommt, werden in eisengefüllten Spulen hohe Flußdichten erreicht. Bei „gesättigtem Eisen" beträgt der durch Molekularströme bewirkte Zuwachs etwa $B^* = 2\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$.



30/1 Treppenartige Feinstruktur der Magnetisierungskurve

Wird eine Magnetisierungskurve mit fein registrierenden Instrumenten aufgenommen, so zeigt sie eine *treppenartige Feinstruktur* (Bild 30/1). Jede Stufe zeigt das Umklappen der Kreiselachsen eines ganzen Weißschen Bezirks an. Mit der Versuchsanordnung Bild 30/2 gelingt es, diese Elementarvorgänge in einem Lautsprecher hörbar zu machen.

Nähert man dem Stahldraht einen Magneten, ist ein prasselndes Geräusch zu hören. Jede Stufe der B-Kurve entspricht einer Änderung $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ des Magnetflusses im Innenraum der Induktionsspule. Dadurch wird nach dem Induktionsgesetz eine Induktionsspannung vom Betrag $w \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ erzeugt. Durch die hohe Windungszahl w wird der Effekt hinreichend verstärkt.



30/2 Das „Umklappen" Weißscher Bezirke wird hörbar gemacht. *1* Spule, *2* Stahldraht, *3* TA am Rundfunkgerät

Wird ein Stück eines *weichmagnetischen Werkstoffes* (Schmiedeeisen, Dynamoblech, Transformatorenblech) in einer Spule kräftig magnetisiert, kann man danach mit Eisenfeilspänen oder mit einer Magnetnadel einen Restmagnetismus nachweisen, d. h. eine *„remanente Flußdichte* B_r". Sehr viel stärker ist dieser Effekt bei *hartmagnetischen Werkstoffen* (Maniperm, Magnetstähle wie z. B. Alnico), bei denen eine Ausrichtung der Weißschen Bezirke für lange Zeit bestehen bleibt.

Magnetisiertes Eisen ist einer Spule mit vielen stromdurchflossenen Windungen vergleichbar.

Die Erscheinung, daß die Ausrichtung der Weißschen Bezirke hinter den Änderungen eines äußeren Magnetfeldes zurückbleibt, wird als **Hysteresis** bezeichnet. Sie ist besonders für die Wechselstromtechnik wichtig, da Eisen hier häufig der Wirkung wechselnder Magnetfelder ausgesetzt ist.

Das folgende Beispiel soll eine Vorstellung davon geben, welche Einsparungen an Leitungsmaterial und Elektroenergie sich durch die Ausnutzung der Molekularströme des Eisens in der Technik ergeben.

Beispiel

In einer Ringspule ($l = 0{,}5$ m) soll eine Flußdichte $B = 0{,}5\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ erzeugt werden. Wie ist das zu bewirken 1) ohne Eisenkern, 2) mit einem Ringkern aus Dynamoblech?

Lösung:

1) $H = \dfrac{B}{\mu_0}$, $\quad H = \dfrac{0{,}5\ \mathrm{Vs} \cdot 10^6\ \mathrm{Am}}{\mathrm{m^2} \cdot 1{,}25\ \mathrm{Vs}}$, $\quad H = 400000\ \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$;

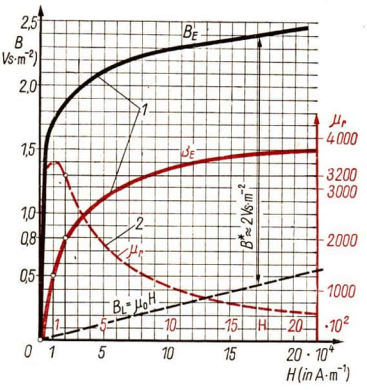
$w \cdot I = l \cdot H$, $\quad w \cdot I = 0{,}5\ \mathrm{m} \cdot 400000\ \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, $\quad w \cdot I = 200000\ \mathrm{A}$

Eine solche Erregung läßt sich z. B. durch 5000 Windungen mit einer Stromstärke $I = 40$ A erreichen.

2) Aus der Magnetisierungskurve (Bild 31/1) liest man ab, daß für $B = 0{,}5\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ bei einem Eisenkern eine Feldstärke $H = 100\ \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$ nötig ist. Hiermit ergibt sich:

$w \cdot I = 0{,}5\ \mathrm{m} \cdot 100\ \dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$, $\quad w \cdot I = 50\ \mathrm{A}$

Bei Ausnutzung der Molekularströme eines Eisenkerns genügen z. B. 50 Windungen, die von 1 A durchflossen werden.



31/1 Magnetisierungskurve von Dynamoblech. Die H-Skalen gehören zu den gleichfarbigen Kurven rot gestrichelte Kurve: Die relative Permeabilität μ_r von Dynamoblech

1.2.4. Die relative Permeabilität

Zur Kennzeichnung des magnetischen Verhaltens wird für Eisenwerkstoffe ein Materialfaktor μ_r folgendermaßen definiert:

$$\mu_r = \frac{\text{Flußdichte in Eisen}}{\text{Flußdichte in Luft bei gleichem } H}$$

Relative Permeabilität

$$\boxed{\mu_r = \frac{B_E}{B_L}} \qquad (13)$$

Hiernach ist μ_r das Verhältnis der Stoßausschläge, die in der Meßanordnung von Bild 29/1 gleichzeitig zu beobachten sind.
Am folgenden Beispiel soll gezeigt werden, daß für einen bestimmten Eisenwerkstoff der Materialfaktor μ_r keine Konstante ist.

Beispiel

Ein Ringkern aus Dynamoblech ($l = 500$ mm) trägt eine Spule von $w = 1000$ Windungen. Welche Werte von B_E und μ_r ergeben sich, wenn der Spulenstrom 1) 100 mA, 2) 1 A, 3) 10 A beträgt?

Lösung:

1) Für die magnetische Feldstärke H folgt aus Gl. (8):

$$H = \frac{w \cdot I}{l}, \qquad H = \frac{1000 \cdot 100\ \text{A}}{0{,}5\ \text{m} \cdot 1000}, \qquad H = 200\ \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Aus der Magnetisierungskurve: $B_E = 0{,}8\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2}$. Außerdem ist nach Gl. (9):

$$B_L = \mu_0 \cdot H, \qquad B_L = \frac{1{,}25\ \text{Vs} \cdot 200\ \text{A}}{10^6\ \text{Am}\ \text{m}}, \qquad \underline{\underline{B_L = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2}}}$$

und daher

$$\mu_r = \frac{B_E}{B_L}, \qquad \mu_r = \frac{0{,}8\ \text{Vs} \cdot 10^4\ \text{m}^2}{\text{m}^2 \cdot 2{,}5\ \text{Vs}}, \qquad \underline{\underline{\mu_r = 3300}}.$$

- *Zeigen Sie, daß die μ_r-Werte im Fall 2) $\mu_r = 600$ und im Fall 3) $\mu_r = 75$ betragen!*

Der Verlauf der μ_r-Kurve ist aus Bild 31/1 zu ersehen.

Für schwache Magnetfelder (bei steilem Verlauf der Magnetisierungskurve) erreicht die relative Permeabilität μ_r hohe Werte. Je mehr das Eisen magnetisch gesättigt ist, desto kleiner wird μ_r. Mit einem Wert $\mu_r = 1000$ kann oft gerechnet werden.

Zur Abkürzung der Schreibweise ist noch die Permeabilität μ eingeführt:

$$\boxed{\mu = \mu_r \cdot \mu_0} \tag{14}$$

Gl. (13) läßt sich damit auf die Form

$$\boxed{B_E = \mu \cdot H} \tag{15}$$

bringen und ist so formal der Gleichung $B_L = \mu_0 \cdot H$ angeglichen.

Es wird jedoch betont, daß nur μ_0, nicht aber μ eine Konstante ist.

Die hohe, durch den Materialfaktor μ_r ausgedrückte Permeabilität der Eisenwerkstoffe geht bei starker Erwärmung infolge der *Wärmebewegung der Moleküle* verloren. Der **Curie-Punkt,** bei welchem μ_r auf 1 abfällt, liegt für Eisen bei 768 °C, für Nickel bei 360 °C.

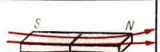
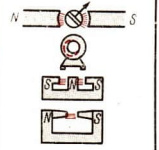
In der wissenschaftlichen und technischen Literatur sind die Größen der Magnetfelder vielfach auch in anderen Einheiten angegeben:

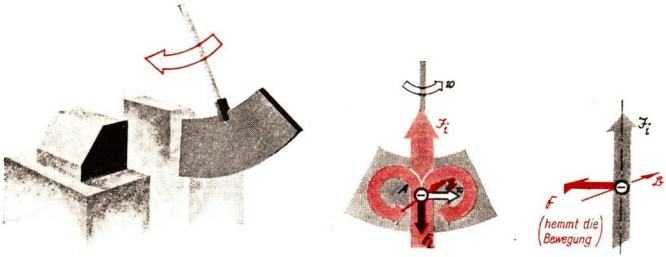
Einheit der Feldstärke: **1 Oersted** $1\,\mathrm{Oe} = \frac{1000}{4\pi}\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \approx 80\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$,

Einheit der Flußdichte: **1 Gauß** $1\,\mathrm{G} = 10^{-4}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$.

Beim Gebrauch dieser Einheiten sind für Luft die Maßzahlen von B und H gleich. Die Flußdichteeinheit 1 G erinnert an den hervorragenden Mathematiker und Naturforscher KARL FRIEDRICH GAUSS, der besonders das Magnetfeld der Erde erforschte.

Tabelle 1: *Beispiele für die magnetische Flußdichte B und Feldstärke H (in Luft)*

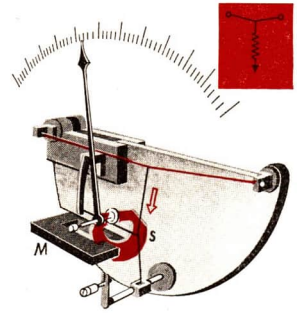
	Feldstärke H		Flußdichte B
	in $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	in Oe	in G	in $\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$
 **Magnetfeld der Erde** (Mittel)			
Horizontalkomponente	16	0,2		$2 \cdot 10^{-5}$
Vertikalkomponente	33	0,41		$4{,}1 \cdot 10^{-5}$
Gesamtintensität	37	0,46		$5 \cdot 10^{-5}$
 **Feld eines geraden Leiters**			
in 16 cm Abstand von 1 A	1	0,0125		$1{,}25 \cdot 10^{-6}$
in 8 cm Abstand von 100 A	200	2,5		$2{,}5 \cdot 10^{-4}$
 **Eisenfreie Spulen**			
Kastenspule 500 W, 2 A	$15 \cdot 10^3$	200		0,02
maximal in Kupferspulen	$64 \cdot 10^3$	800		0,08
 **Permanente Magnete**			
vor den Polen bester Stahlmagnete	$80 \cdot 10^3$	1000		0,1
 **Im Luftspalt**			
von Drehspulgeräten	$120 \cdot 10^3$	1500		0,15
von elektrischen Maschinen	$640 \cdot 10^3$	8000		0,8
von Lautsprecher-magneten bis	$1100 \cdot 10^3$	14000		1,4
von starken Elektro-magneten	$1600 \cdot 10^3$	20000		2
von starken Elektro-magneten kurzzeitig	$80000 \cdot 10^3$	1000000		100



34/1 Eine schwingende Metallscheibe wird durch Wirbelströme gebremst.
Ein bei A befindliches freies Elektron hat — mit der ganzen Scheibe — die Geschwindigkeit v in waagerechter Richtung. Daher wird es durch die Lorentzkraft nach unten abgelenkt. So kommt in der Metallscheibe in der Mitte des Magnetfeldes ein nach oben gerichteter Induktionsstrom $\mathfrak{I}_1$ zustande. Er schließt sich nach außen in Wirbeln. Auf den aufwärts gerichteten Strom I wirkt nach der Richtungsregel von S. 12 eine nach links gerichtete Ablenkungskraft. Das erklärt die Bremswirkung der Wirbelströme

1.3. Besondere Erscheinungsformen der Induktion

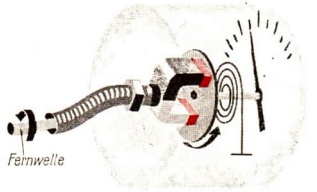
Im Jahre 1831 entdeckte MICHAEL FARADAY das Induktionsgesetz. Dabei untersuchte er nicht nur Ströme in schlanken Leitern. Auf seine Arbeiten sind die Erkenntnisse über die Erscheinungen der Wirbelströme und der Selbstinduktion zurückzuführen. Diese Erscheinungen werden in den folgenden Abschnitten beschrieben.



34/2 Hitzdraht-Strommesser. M Dämpfungsmagnet

1.3.1. Die Wirbelströme

Die schwingende Bewegung der Metallplatte in Bild 34/1 wird gedämpft, wenn der Elektromagnet eingeschaltet wird. Ersetzt man die massive Platte durch eine kammartig geschlitzte Scheibe, dann geht die Dämpfung auf ein sehr geringes Maß zurück.



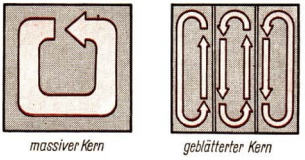
34/3 Wirbelstrom-Tachometer

Dieser Versuch zeigt, daß Induktionsströme nicht nur in Leiterschleifen und Spulen, sondern auch in massiven Metallkörpern auftreten.

- *Erklären Sie die induktive Dämpfung des Meßinstruments von Bild 34/2 und die Wirkung des Wirbelstrom-Tachometers (Bild 34/3).*

Durch veränderliche Magnetfelder werden in massiven Leitern starke Ströme induziert, deren Bahn im einzelnen nicht zu verfolgen ist. Diese werden Wirbelströme genannt.

Bei *Drehspulgeräten* fällt die gute Dämpfung der Zeigerschwingungen auf. Diese wird dadurch erreicht, daß die Drehspule auf ein massives Metallrähmchen gewickelt wird. Die darin induzierten Ströme wirken nach der Lenzschen Regel der Bewegung der Drehspule entgegen.
Wirbelströme werden in allen Eisenteilen induziert, die wechselnden Magnetfeldern ausgesetzt sind. Ein wichtiges Beispiel hierfür sind die Läufer elektrischer Maschinen, die im Magnetfeld des Ständers rotieren. Auch die Kerne von Transformatoren sind magnetischen Wechselfeldern ausgesetzt. Die dadurch erzeugten Wirbelströme führen zu Energieverlusten und damit zu einer Erwärmung der Eisenteile.
Auf das wichtigste Mittel zur Herabsetzung der Wirbelstromverluste weist der eingangs erwähnte Pendelversuch hin. Man unterteilt das Eisen in möglichst kleine Teile. Die von Wechselfeldern getroffenen Eisenteile werden aus einzelnen, voneinander isolierten Blechen aufgebaut („geblättertes Eisen").
Bild 35/1 zeigt schematisch einen geblätterten Spulenkern und die Richtung der wechselnden Magnetflußdichte B. Die Wirbelströme können sich nur in jedem Einzelblech für sich schließen und werden durch den verlängerten Stromweg geschwächt.
Die *Intensität der Wirbelströme* wächst mit der Änderungsgeschwindigkeit des Magnetflusses Φ und somit mit der Frequenz f des magnetischen Wechselfeldes. Bei den Kernen von Hochfrequenzspulen sind daher Wirbelstromverluste besonders störend. Solche Kerne werden aus „*Pulvereisen*" hergestellt. Darunter versteht man Plaste, denen feinste Eisenteilchen beigemengt sind.



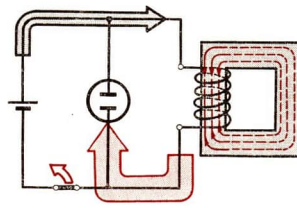
35/1 Wirbelströme in einem Spulenkern (schematisch)

Wirbelströme werden auch herabgesetzt, wenn der spezifische Widerstand des Eisens erhöht wird. Daher mengt man dem Kernmaterial für Transformatoren bis zu 5% Silizium bei. Hierdurch wird der spezifische Widerstand verdreifacht. In diesem Zusammenhang sind auch die *weichmagnetischen Ferrite* zu nennen, die einen hohen spezifischen Widerstand haben und als Kernmaterial für Hochfrequenzspulen Verwendung finden.
Der weichmagnetische Werkstoff „*Manifer*" z. B. besteht aus Oxiden des Eisens und der Metalle Mangan, Zink, Nickel und Magnesium. Die hieraus gefertigten Werkstücke werden bei Temperaturen zwischen 1000 und 1400 °C gesintert.

1.3.2. Die Selbstinduktion

Zu den beiden Arten der Erzeugung einer Induktionsspannung, die in 1.1.4. dargestellt sind, kommt noch eine dritte Art des Auftretens einer solchen elektrischen Spannung. Diese gibt der Wechselstromtechnik ihr besonderes Gepräge.

In der Anordnung von Bild 36/1 liegt die Batteriespannung weit unter der Zündspannung der Glimmlampe, so daß diese bei geschlossenem Schalter dunkel bleibt. Beim Öffnen des Schalters leuchtet die Glimmlampe kurzzeitig auf. Dieser kurze Stromstoß fließt durch die Spule in der gleichen Richtung wie der ursprüngliche Gleichstrom I.



36/1 Zur Wirkung der Selbstinduktion. Beim Öffnen des Schalters blitzt die Glimmlampe auf

Der hier beobachtete Spannungsstoß ist offenbar auf einen Induktionsvorgang zurückzuführen. Beim Öffnen des Schalters verschwindet das kräftige Magnetfeld. Der Änderungsgeschwindigkeit $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ des Magnetflusses Φ entspricht das Auftreten einer Induktionsspannung

$$U_{si} = -w \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (16)$$

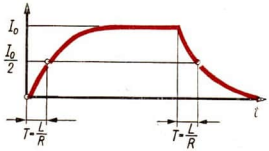
an den Enden der Spule von w Windungen. Die Spule wirkt somit gleichzeitig als Feldspule und als Induktionsspule.

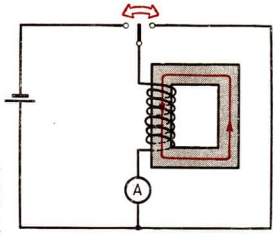
In einem Leiter wird eine Spannung U_{si} induziert, wenn sich darin die Stromstärke I ändert.

Diese Art der Erzeugung einer Induktionsspannung ist den vorgenannten Arten an die Seite zu stellen. Man bezeichnet diesen Vorgang als **Selbstinduktion,** die Spannung U_{si} als Spannung der Selbstinduktion, da es sich um eine Induktionswirkung auf den eigenen Leiter handelt.

Naturgemäß ist U_{si} bei einem einzelnen geraden Leiter verschwindend klein, aber groß bei einer eng gewickelten Spule, bei welcher das von einer Windung erzeugte Magnetfeld auch die übrigen Windungen mit durchsetzt.

- *Machen Sie sich nach Bild 37/1 klar, daß durch die Spannung U_{si} sowohl das Anwachsen wie auch das Abnehmen eines Stromes verzögert wird.*
- *In Bild 36/1 hat beim Öffnen des Schalters der Induktionsstrom die Richtung des roten Pfeilers. Begründen Sie das mit der Lenzschen Regel!*





37/1 Die Wirkung der Induktivität wird beim Ein- und Ausschalten beobachtet. Ist R der Widerstand, L die Induktivität eines Stromkreises, so ist für den Stromverlauf die „Verzögerungskonstante" $T = \frac{L}{R}$ maßgebend.

1.3.3. Die Induktivität

Wie die Selbstinduktion im einzelnen vom Bau einer Spule abhängt, läßt sich aus dem Induktionsgesetz ableiten:

Der Magnetfluß Φ in einer Spule mit dem Querschnitt A und der Flußdichte B ist nach den Gl. (5) und (15) der Stromstärke I proportional.

$$\Phi = \mu \cdot H \cdot A \tag{15.1}$$

$$\Phi = \frac{\mu \cdot w \cdot A}{l} \cdot I .$$

Gl. 16 nimmt daher die Form

$$U_{si} = -\frac{\mu \cdot w^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{16.1}$$

an. Der vor $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ stehende Faktor ist offenbar für die Größe der Induktionsspannung maßgebend. Er wird als *Induktivität* bezeichnet. Für eine lange stromdurchflossene Spule gelten somit:

Induktivität

$$L = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot w^2 \cdot A}{l} \tag{17}$$

Spannung der Selbstinduktion

$$U_{si} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{16.2}$$

Nach Gl. (15.1) und (17) besteht zwischen den Bestimmungsgrößen eines Spulenfeldes der Zusammenhang

$$w \cdot \Phi = L \cdot I \tag{18}$$

Die *Einheit der Induktivität* ergibt sich aus den Gleichungen (16.2) und (17) als $1\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}$. Zu Ehren des amerikanischen Physikers HENRY wird sie „*1 Henry*" genannt.

$$1\ \mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}, \qquad 1\ \mathrm{mH} = 10^{-3}\ \mathrm{H}.$$

Ein Leiter hat die Induktivität 1 Henry, wenn bei einer Stromänderung um 1 A in 1 s die Spannung 1 V induziert wird.

Beispiel

Von einer eisenfreien Spule sind $w = 1200$; $l = 7$ cm und der Windungsquerschnitt $A = 9\ \mathrm{cm}^2$ gegeben.

1) Wie groß ist die Induktivität?

2) Welche Spannung wird induziert, wenn sich I um $\Delta I = 2$ A in $\Delta t = 0{,}001$ s ändert?

Lösung:

1) $$L = \frac{1{,}26\ \mathrm{Vs} \cdot 1{,}44 \cdot 10^6 \cdot 9\ \mathrm{m}^2}{10^6\ \mathrm{Am} \cdot 0{,}07\ \mathrm{m} \cdot 10^4}, \qquad \underline{\underline{L = 23\ \mathrm{mH}}};$$

2) $$|U_{\mathrm{si}}| = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}, \qquad |U_{\mathrm{si}}| = \frac{0{,}023\ \mathrm{Vs} \cdot 2\ \mathrm{A}}{\mathrm{A} \cdot 0{,}001\ \mathrm{s}}, \qquad \underline{\underline{|U_{\mathrm{si}}| = 46\ \mathrm{V}}},$$

Die in 1.3.2. beschriebenen Versuche wurden *mit eisengefüllten* Spulen angestellt, deren Induktivität L — dem verstärkten Magnetfluß entsprechend — wesentlich größer ist. So erreicht die Spule des letzten Beispiels bei vollem Eisenschluß die Induktivität $L \approx 4$ H.

Bei eisengefüllten Spulen hängt wegen des Faktors μ_r die Induktivität L vom gesamten magnetischen Kreis ab, ist somit keine Konstante.

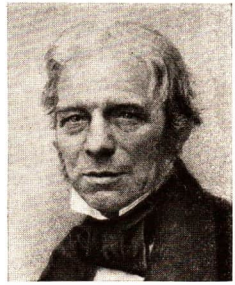
Da die Größe L für die Spannung U_{si} maßgebend ist und diese einer Stromänderung entgegenwirkt, kann man formulieren:

Die Induktivität L mißt die Eigenschaft eines Leiters, durch sein Magnetfeld jede Stromänderung zu hemmen.

Bei einem *Gleichstromkreis* zeigt sich diese Wirkung nach Bild 37/1 nur beim Ein- und Ausschalten des Stromes. In einem Wechselstromkreis ist die Induktivität L dauernd wirksam (vgl. induktiven Widerstand).

1.3.4. MICHAEL FARADAY

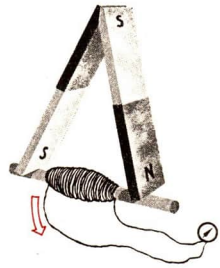
Außerordentliches zum wissenschaftlichen und technischen Fortschritt in der Welt trugen Söhne der englischen Arbeiterklasse bei: J. WATT war Sohn eines Zimmermanns, STEPHENSONS Vater war Grubenarbeiter, und MICHAEL FARADAY entstammt der Familie eines Grobschmiedes. In der damaligen Volksschule lernte er kaum mehr als Lesen und Schreiben. Durch die Hilfe seines Bruders konnte er mit 13 Jahren eine Abendschule besuchen. Als Buchbinderlehrling



38/1 M. Faraday (1791 bis 1867)

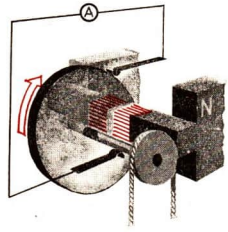
beschäftigte er sich aktiv mit physikalischen und chemischen Fragen, so daß er bei dem berühmten Chemiker DAVY Assistent wurde.

Die planvolle Anlage von FARADAYS Experimenten ist ein Musterbeispiel für die Bedeutung der Arbeitshypothese bei der wissenschaftlichen Forschung. Bei der Entdeckung des Induktionsgesetzes ließ er sich durch folgenden Analogieschluß leiten: „Wie ein elektrisch geladener Körper in einem benachbarten Leiter (durch Influenz) eine Ladungsbewegung herbeiführt, müßte es möglich sein, daß ein elektrischer Strom in einem benachbarten stromlosen Leiter ebenfalls einen Strom hervorbringt." Eine solche Hypothese kann richtig oder falsch sein. Vorurteilslos und konsequent prüfte FARADAY jede Hypothese. Dadurch bahnte er den Weg zu äußerst fruchtbaren Entdeckungen.



39/1 Induktionsversuch Faradays

Zunächst wurden 2 Drähte nebeneinander auf eine Rolle gewickelt. Der eine wurde an ein Galvanometer angeschlossen, durch den anderen ein starker Strom geschickt. Der Effekt blieb damals nur aus, weil die Drahtlängen im Verhältnis zur Empfindlichkeit des Galvanometers zu gering waren. Unbeirrt führte aber FARADAY seine Versuche weiter und kam zum Erfolg, als er die beiden Drähte auf einen Eisenring wickelte. Nachdem nun geklärt war, daß vor allem ein starker Magnetfluß für Induktionsversuche erforderlich ist, setzte FARADY zur vollen Auswertung der Entdeckung 450 starke Stabmagnete und die größte Voltabatterie seiner Zeit ein.



39/2 Faradays Rad, der 1. Gleichstromgenerator

In *unermüdlicher Forscherarbeit* untersuchte er das Verhalten von über 50 Stoffen im Magnetfeld, angefangen von Glas, Bergkristall bis zu Fleisch, Blut und Brot. So gelang ihm schließlich der Nachweis, daß das Licht durch Magnetfelder beeinflußt wird. Damit war erstmals ein Zusammenhang zwischen Elektrizitätslehre und Optik aufgedeckt.

FARADAYS bahnbrechende Leistung liegt nicht allein in seiner planvollen Forschungsweise und im Experimentiergeschick. Mit seltenem Einfühlungsvermögen in die Natur begründete er die anschauliche Vorstellung von elektrischen und magnetischen Feldlinien. So schuf er selbst die Sprache, in der das Induktionsgesetz ausgesprochen werden konnte. Seine Persönlichkeit, seine exakte Arbeitsweise und sein auf Einheit der Naturerkenntnis gerichteter Sinn werden für Naturforscher stets Vorbild sein. Die von ihm aufgedeckte Wechselwirkung zwischen elektrischen und magnetischen Vorgängen wurde die Grundlage für die allgemeine Elektrifizierung und auch für die weltumspannende Nachrichtenübermittlung durch elektromagnetische Wellen. So hat FARADAYS Lebenswerk größte Bedeutung für die Gesellschaft erlangt.

Versuche, Fragen und Aufgaben

1. Aus Al-Draht von 1 mm Durchmesser soll eine 80 mm lange Zylinderspule für eine Feldstärke $H = 15000\ \mathrm{A \cdot m^{-1}}$ gewickelt werden. Wieviel Windungen sind nötig, wenn die Stromdichte $S = 5\ \mathrm{A \cdot mm^{-2}}$ nicht überschritten werden soll?

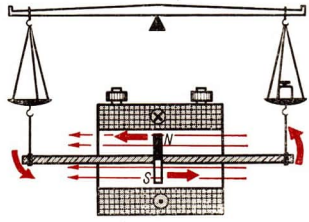
2. Fertigen Sie ein Nadelmagnetometer nach Bild 40/1 an! Bestimmen Sie damit, wie in Kastenspulen die Flußdichte B von den Größen l, w und I abhängt!

3. Eine Zylinderspule hat einen Windungsquerschnitt $A = 20\ \text{cm}^2$ und 30 Windungen je 1 cm Spulenlänge. Die Stromstärke I wird in $\Delta t = 0{,}5$ s um $\Delta I = 10$ A geändert. Welche Spannung wird hierbei in einer die Spule umfassenden Induktionsspule von 50 Windungen induziert?

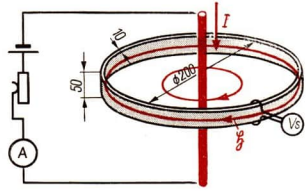
4. Ein Porzellanring ($d_i = 10$ cm; $d_a = 12$ cm) trägt eine Spule von 400 Windungen, die vom Strom $I = 1{,}3$ A durchflossen sind.
   4.1. Bestimmen Sie die Größen H, B und Φ!
   4.2. Welche relative Permeabilität μ_r und welche Flußdichte B_E würden sich ergeben, wenn der Ringkern aus Dynamoblech bestünde?

5. Bestimmen Sie (auf verschiedene Weise) die Induktivität L der Ringspule von Aufgabe 4!

6. Der gerade Stromleiter von Bild 40/2 führt einen Strom $I = 314$ A! Wie groß sind
   6.1. die Feldstärke H im Ring,
   6.2. die Größen B, Φ und μ_r bei unmagnetischem Ringkern,
   6.3. die Größen B, Φ und μ_r bei einem Ringkern aus Dynamoblech?



40/1 Behelfsmäßiges Nadelmagnetometer. Ein magnetisiertes Stück einer Nadel ist durch einen leichten Holzstab gesteckt



40/2

7. Erläutern Sie die Wirkungsweise der in Bild 39/1 und 39/2 abgebildeten Faradayschen Geräte!

Zusammenfassung

1. **Der Magnetfluß Φ und die Flußdichte B sind maßgebend für Kraft- und Induktionswirkungen in Magnetfeldern.**

   Nennen Sie Beispiele für magnetische Flußdichten.

2. **Nach dem Induktionsgesetz wird mechanische Arbeit in Elektroenergie umgewandelt.**

   Welche Arten von Induktionsvorgängen sind zu unterscheiden?

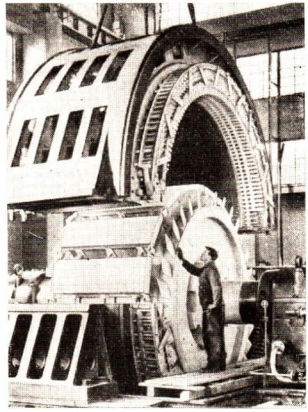
3. **Die Verkettung des Magnetfeldes mit den Leiterströmen wird durch die magnetische Feldstärke H zum Ausdruck gebracht.**

   Welcher Zusammenhang zwischen Flußdichte B und Feldstärke H besteht im homogenen Magnetfeld einer langen Spule?

4. **Erklären Sie die Entstehung von Wirbelströmen!**

   Nennen Sie Beispiele, bei denen ihre Wirkung erwünscht bzw. nicht erwünscht ist.

2. Die Erzeugung des Wechselstroms



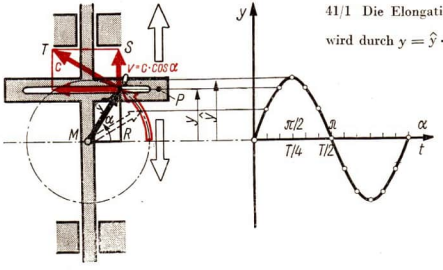
In den Kraftwerken stehen Generatoren, die einen Strom in periodisch wechselnder Richtung zum Fließen bringen. Die mechanische Arbeit zum Antrieb der Generatoren wird in elektrische Energie umgewandelt, die in die Ferne geleitet wird. An einer beliebigen Stelle des Leitungsnetzes kann die Energie des Wechselstroms genutzt d. h. wieder in mechanische Arbeit, Licht, Wärme oder elektrochemisch gebundene Energie verwandelt werden.

2.1. Die Darstellung einer harmonischen Schwingung

Ein wichtiges Mittel für die Darstellung von Wechselströmen ist das *Zeigerdiagramm*. Es wird zunächst für eine mechanische Schwingung abgeleitet.
In Bild 41/1 möge der „Zeiger" MQ mit konstanter Geschwindigkeit umlaufen. Die Geschwindigkeit der Drehung wird mathematisch durch eine neue Größe ausgedrückt. Diese ist definiert:

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{Drehwinkel}}{\text{Zeit}} \qquad \omega = \frac{\alpha}{t} \tag{19}$$

Der Drehwinkel wird im Bogenmaß angegeben.



41/1 Die Elongation des schwingenden Punktes P wird durch $y = \hat{y} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t$ dargestellt

Vollendet der Zeiger in 1 Sekunde f Umdrehungen, so ist die Dauer einer Umdrehung $T = \frac{1}{f}$. Daher gelten für die Winkelgeschwindigkeit ω auch die folgenden Gleichungen:

$$\omega = 2\pi f$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \tag{20}$$

Während der Zeiger in dieser Weise umläuft, bewegt sich der Punkt P schwingend aufwärts und abwärts. Die Elongation von P zur Zeit t wird mit y bezeichnet. Die Schwingungsweite (Amplitude) der Schwingungen ist gleich der Zeigerlänge. Sie wird im folgenden „Scheitelwert $\hat{y}$" genannt. Aus dem Dreieck MQR folgt:

$$y = \hat{y} \sin \alpha .$$

Periodische Größen, deren zeitlicher Verlauf durch eine Sinusfunktion (oder Kosinusfunktion) beschrieben wird, werden „harmonische Größen" genannt.

Harmonische Größe (Elongation)

$$\boxed{y = \hat{y} \cdot \sin \omega t} \tag{21}$$

Das Funktionsbild der harmonischen Größe y (Bild 41/1) entsteht, wenn die Spitze des rotierenden Zeigers auf die y-Achse projiziert wird. Als Abszissenachse sind der Drehwinkel α des Zeigers und die Zeit t angetragen.

Für die Wechselstromtechnik ist es wichtig, auch die Änderungsgeschwindigkeit $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ einer harmonischen Größe y mathematisch zu erfassen. Da das Funktionsbild von y einen glatten und gleichmäßigen Verlauf zeigt, ist zu erwarten, daß auch die Geschwindigkeit v eine harmonische Größe ist. Um das zu zeigen, gehen wir von der Geschwindigkeit c aus, mit der die Zeigerspitze ihre Kreisbahn durchläuft. Es gilt:

$$c = \frac{2\pi \hat{y}}{T},$$

$$c = \omega \cdot \hat{y} .$$

Aus dem Geschwindigkeitsdreieck QST in Bild 41/1 ergibt sich:

$$v = c \cdot \cos \alpha ,$$

$$v = \omega \cdot y \cdot \cos \alpha .$$

Änderungsgeschwindigkeit der harmonischen Größe

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta t} = \omega \cdot \hat{y} \cdot \cos \omega t} \tag{22}$$

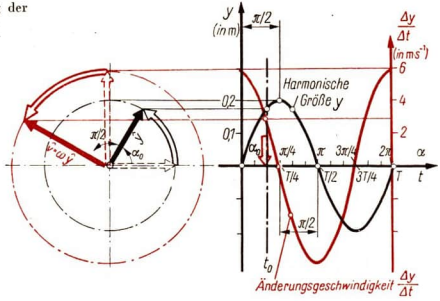
Ist y eine harmonische Größe mit dem Scheitelwert $\hat{y}$, so ist die Geschwindigkeit $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ ebenfalls eine harmonische Größe. Sie besitzt den Scheitelwert $\omega \cdot \hat{y}$.

Die Funktionen y und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ sind nicht „in Phase", d. h. sie erreichen ihre Nullstellen und Scheitelwerte nicht gleichzeitig. Die Umformung

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta t} = \omega \hat{y} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{22.1}$$

läßt erkennen, daß zwischen ihnen die *Phasenverschiebung* $\varphi = \frac{\pi}{2}$ besteht (vgl. Bild 43/1).

43/1 Mathematische Darstellung der harmonischen Größen y und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$



Den Phasenunterschied zwischen y und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ kann man auch durch eine Zeitdifferenz ausdrücken. Im Hinblick auf die Schwingungen von Punkt P in Bild 41/1 nennt man f die *Schwingungszahl* (Frequenz) und T die Schwingungsdauer (Periode). Vergleicht man die Form

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta t} = \omega \hat{y} \cdot \sin\omega\left(t + \frac{T}{4}\right)} \tag{22.2}$$

mit Gl. (21), so erkennt man, daß die Geschwindigkeit $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ bestimmte Schwingungsphasen (Nullstellen, Scheitelwerte) jeweils um $\frac{T}{4}$ (1 Viertelperiode) früher erreicht als y.

In der Schwingungsphase eilt die Änderungsgeschwindigkeit $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ der harmonischen Größe y um eine Viertelperiode voraus.

- *Bei welchen Stellungen des Zeigers in Bild 41/1 erreicht v den Wert 0 und den Scheitelwert $c = \omega \hat{y}$?*
- *Beobachten Sie langsam schwingende Fadenpendel oder Federschwinger und stellen Sie fest, daß y und v ihr Maximum bzw. den Betrag Null niemals gleichzeitig erreichen, sondern v stets um $\frac{T}{4}$ früher!*

Beispiel

Bei dem harmonischen Getriebe in Bild 41/1 sei $f = 5\ \mathrm{s^{-1}}$ und $\hat{y} = 0{,}2$ m. Wie groß sind zur Zeit t (insbesondere für $t_0 = 1/30$ s) der Drehwinkel α des Zeigers und für den schwingenden Punkt P die Werte y und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$?

Lösung:

$\omega = 2\pi f$	$\alpha = \omega \cdot t$	$y = \hat{y} \cdot \sin \omega t$
$\omega = 31{,}4\ \mathrm{s^{-1}}$	$\alpha = 31{,}4\ \mathrm{s^{-1}} \cdot t$	$y = 0{,}2\ \mathrm{m} \cdot \sin 31{,}4\ \mathrm{s^{-1}} \cdot t$
$\alpha_0 = \omega \cdot t_0$	$y_0 = \hat{y} \cdot \sin \alpha_0$	$v_0 = \omega \cdot \hat{y} \cdot \cos \alpha_0$
$\alpha_0 = 60°$	$y_0 = 0{,}173$ m	$v_0 = 3{,}14\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

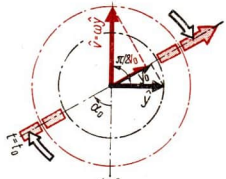
Wie man in einfacher Weise das Funktionsbild zu Gl. (22) erhält, wird durch das „*Zeigerdiagramm*" Bild 43/1 erläutert.

Mit einer Voreilung um $T/4$, somit unter einem Winkel $\pi/2$, wird der Zeiger der Länge $\hat{v} = \omega \hat{y}$ an den Zeiger $\hat{y}$ angetragen. Läßt man beide Zeiger, starr miteinander verbunden, rotieren, so erhält man durch Projektion der Zeigerspitzen das Funktionsbild für die harmonischen Größen y und $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.

- *Lesen Sie aus dem Funktionsbild 43/1 für $\alpha_0 = 60°$ die Momentanwerte y_0 und v_0 ab und vergleichen Sie mit den Ergebnissen des Beispiels.*

Das *Zeigerdiagramm* ist nicht nur Hilfsmittel zum Zeichnen der trigonometrischen Kurven. Es ist vielmehr als eine vollwertige Darstellung harmonischer Größen aufzufassen, die das umständliche Zeichnen der Funktionsbilder ersetzt. Daher wird es in der Elektrotechnik viel angewandt. Das soll an Bild 44/1 in Verbindung mit Bild 43/1 erläutert werden.

In Bild 43/1 war angenommen worden, daß die Zeiger entgegen dem Drehsinn des Uhrzeigers rotieren. Die Zeigerspitzen werden auf die lotrechte y-Achse projiziert. Offenbar kommt man zum gleichen Ergebnis, wenn — wie in Bild 44/1 — die Zeiger fest bleiben, ihre Spitzen aber jeweils auf eine Zeitachse projiziert werden, die im *Uhrzeigersinn* mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. In Bild 44/1 ist die Zeitachse für $t_0 = 1/30$ s bzw. $\alpha_0 = 60°$ gezeichnet. Die Projektionen y_0 und v_0 auf diese Achse haben die gleichen Beträge wie in Bild 43/1 und in der Lösung des Beispiels.



44/1 Zur Bestimmung der Momentanwerte harmonischer Größen

Die Phasenverschiebung $\pi/2$ zwischen y und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ läßt sich in Bild 43/1 als waagerechter Abstand — z. B. zwischen den Scheitelwerten — ablesen. Noch deutlicher zeigt sich diese Phasenverschiebung im Zeigerdiagramm, wo sie direkt als Winkel zwischen den Zeigern erscheint.

- *Fassen Sie zusammen, wie bei der Darstellung harmonischer Größen im Zeigerdiagramm der Scheitelwert, der Momentanwert, die Frequenz und der Schwingungszustand (die Phase) im Vergleich mit anderen harmonischen Größen zum Ausdruck kommen!*

2.2. Die Induktion einer Wechselspannung

Soll in einem Leiter durch Induktion eine länger andauernde Spannung erzeugt werden, dann muß nach dem Induktionsgesetz der vom Leiter umfaßte Magnetfluß fortlaufend geändert werden.

In Generatoren werden Leiterschleifen in einem Magnetfeld gedreht. Schematisch ist das in Bild 45/1 dargestellt. In Bild 45/2 ist zu verfolgen, wie sich bei der Drehung der Schleife der von ihr umfaßte Magnetfluß Φ ändert. Wird die Schleife gleichförmig gedreht, ist nach Gl. (19) der Drehwinkel α der Zeit t proportional. Der größte Magnetfluß Φ (die größte Zahl von Feldlinien) durchsetzt die Schleife in der vertikalen Stellung. Ist B die Flußdichte des homogenen Magnetfelds, so erreicht der Magnetfluß den Scheitelwert

$$\hat{\Phi} = B \cdot l \cdot d \,.$$

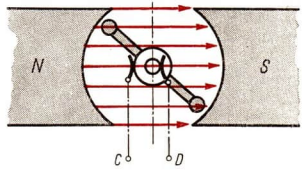
Mit wachsendem Winkel α nimmt der erfaßte Magnetfluß Φ ab, da nur die Fläche $A \cdot \cos\alpha$ von den Feldlinien durchsetzt wird.

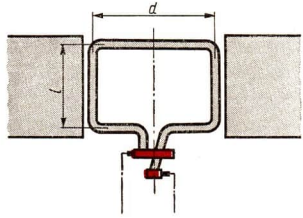
Magnetfluß (harmon. Größe)

$$\Phi = \hat{\Phi} \cdot \cos \omega t \qquad (23)$$

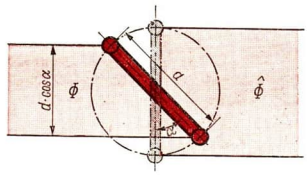
Der die Leiterschleife durchsetzende Magnetfluß Φ ist eine harmonische Größe. Ihr Scheitelwert $\hat{\Phi}$ ist das Produkt aus Flußdichte B und Leiterfläche A.

In dem Zeigerdiagramm 46/1 ist die harmonische Größe Φ durch ihren Scheitelwert $\hat{\Phi}$ (schwarzer Zeiger) dargestellt. Die Änderungsgeschwindigkeit $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ist nach dem vorigen Abschnitt ebenfalls eine harmonische Größe, die durch den voreilenden (rot gestrichelten Zeiger, dargestellt wird. Nach dem **Induktionsgesetz** (6.2) $u = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ist die induzierte Spannung u ebenfalls eine harmonische Größe. Die Spannung u ist wegen des nega-

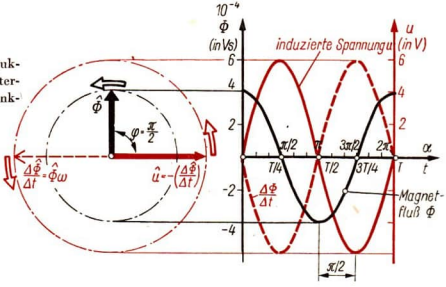




45/1 Durch Erregerspulen wird ein starkes und homogenes Magnetfeld zwischen den Polschuhen N und S erzeugt. Hierin wird die Leiterschleife der Fläche $A = l \cdot d$ gedreht. Ihre Enden sind über zwei Schleifringe mit den Klemmen C und D leitend verbunden



45/2 Zur Bestimmung des von der Leiterschleife umfaßten Magnetflusses



46/1 Zur Anwendung des Induktionsgesetzes auf die gedrehte Leiterschleife. Zeigerdiagramm und Funktionsbild

tiven Vorzeichens in Zeigerdiagramm und Funktionsbild entgegengesetzt zur (gestrichelten) Größe $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ einzutragen. So ergeben sich der rot ausgezogene Zeiger und die entsprechende Kurve in Bild 46/1. Den Scheitelwert von $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ erhält man — in Analogie zu Gl. (22) — durch Multiplikation von $\hat{\Phi}$ mit ω. Es ergibt sich mit $\hat{u} = \omega\,\hat{\Phi}$:

Induzierte Wechselspannung (bei Drehung einer Schleife)

$$\boxed{u(t) = \hat{u} \cdot \sin \omega t} \tag{24}$$

Beim Drehen einer Leiterschleife im homogenen Magnetfeld wird eine harmonische Wechselspannung $u(t)$ erzeugt. Der Scheitelwert $\hat{u}$ ist das Produkt aus Leiterfläche A, Flußdichte B und Winkelgeschwindigkeit ω. In der Schwingungsphase bleibt u gegenüber dem harmonischen Magnetfluß Φ um 1 Viertelperiode zurück.

Die Größe $\omega = 2\pi f$ hat die Dimension einer Frequenz. Sie gibt die Anzahl der Wechselspannungsperioden in 2π Sekunden an und wird in der Schwingungslehre auch „Kreisfrequenz" genannt. Die Frequenz des gebräuchlichen technischen Wechselstroms beträgt $f = 50$ Hz. Außer Wechselströmen dieser Normalfrequenz nutzt man in der Technik auch noch viele andere hoch- bzw. niederfrequente Wechselströme.

● *Welche Wechselspannung wird induziert, wenn in Bild 45/1 anstelle der Schleife eine Spule von w Windungen rotiert?*

Beispiel

In der Anordnung von Bild 45/1 werde anstelle der Einzelschleife eine Spule von 50 Windungen mit der Drehzahl 3000 min^{-1} gedreht. Es seien gegeben: $B = 0{,}02\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2}$; $l = 0{,}2$ m; $d = 0{,}1$ m. Welche Wechselspannung ist an den Klemmen C und D abzugreifen?

Lösung:

$\hat{\Phi} = B \cdot A$; $\quad \hat{\Phi} = 0{,}02\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 0{,}02\ \text{m}^2$; $\quad \underline{\hat{\Phi} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{Vs}}$

$\hat{u} = w \cdot \omega \cdot \hat{\Phi}$; $\quad \hat{u} = 50 \cdot 314\ \text{s}^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$; $\quad \underline{\hat{u} = 6{,}28\ \text{V}}$

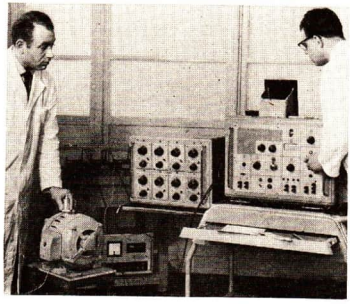
$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$; $\quad \underline{\omega = 314\ \text{s}^{-1}}$

Die induzierte Wechselspannung wird durch $u = 6{,}28\,\mathrm{V} \cdot \sin(314\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t)$ (vgl. Bild 46/1) dargestellt. Sie hat die gleiche Frequenz $f = 50\,\mathrm{Hz}$ wie der allgemein verwendete Wechselstrom.

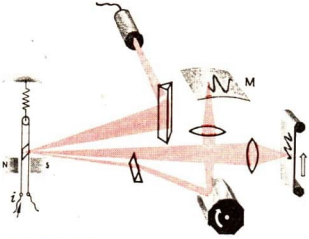
- *Welche Möglichkeiten gibt es nach Gl. (24) zur Erzielung einer möglichst hohen Wechselspannung?*

2.3. Das Oszillogramm von Wechselströmen

Ein einfaches Mittel, Wechselströme sichtbar zu machen, ist die *Meßschleife*, deren Anwendung in Bild 47/2 erläutert wird. Wird eine solche Schleife vom Wechselstrom i durchflossen, so tritt das in Gl. (2) dargestellte Drehmoment M mit wechselnder Richtung auf, so daß die Schleife mit der Frequenz f des Wechselstroms schwingt. Durch Spiegelablesung wird die Empfindlichkeit der Anordnung so gesteigert, daß selbst sehr schwache Wechselströme mit der Meßschleife registriert werden können.
Oszillografen, die mit Meßschleifen nach Bild 47/2 ausgerüstet sind, werden als Forschungsmittel auf allen Gebieten der Naturwissenschaft benutzt. Momentanwerte harmonischer Wechselstromgrößen (Spannung u, Stromstärke i, Leistung p) werden direkt registriert. Andere schnell veränderliche Größen werden vorher durch Meßwertgeber in elektrische Ströme umgeformt.

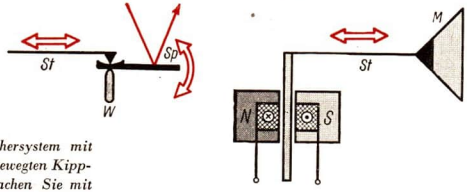


47/1 Der Mehrfach-Oszillograf vom VEB Meßgerätewerk Zwönitz kann bis zu 8 Meßschleifen aufnehmen. Hier dient er zur Prüfung eines Drehstrommotors.



47/2 Zur Wirkungsweise des Schleifen-Oszillografen *M* Mattscheibe

47/3 Umbau eines elektromagnetischen Lautsprechersystems zu einem Oszillografen



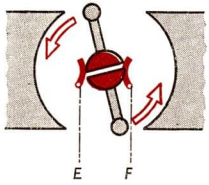
St — Schubstange, *M* — Membran, *Sp* — Kippspiegel *W* — Widerlager

- *Versehen Sie ein Lautsprechersystem mit einem durch die Membran bewegten Kippspiegel (Bild 47/3) und machen Sie mit diesem Oszillografen und einem Klingeltransformator Versuche!*

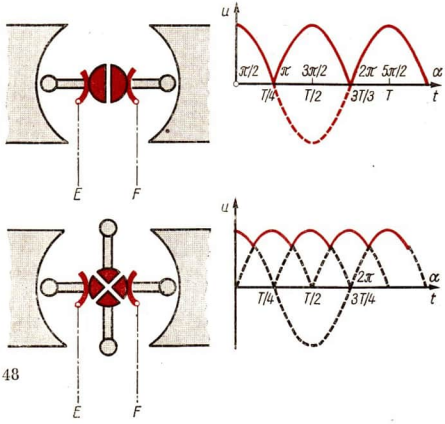
2.4. Der Gleichstromgenerator

Die Grundlagen der elektrischen Maschinen werden an Gleichstrommaschinen dargestellt. Das hat nicht nur historische Gründe. Gleichstrommotoren werden auch heute noch zum Antrieb von Fahrzeugen und — wegen der günstigen Drehzahleinstellmöglichkeit — zum Antrieb programmgesteuerter Werkzeugmaschinen verwendet.

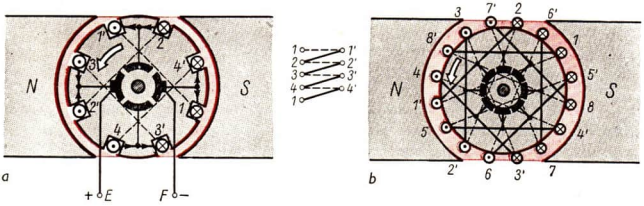
Maschinen, bei denen sich Induktionsschleifen zwischen festen Magnetpolen drehen (Bild 45/1), heißen *Außenpolmaschinen*. Sie eignen sich besonders zum Anbringen einer Vorrichtung zur automatischen Stromwendung, die *Kommutator* genannt wird. In Bild 48/1 sind die Enden der Induktionsschleife nicht zu Schleifringen, sondern zu zwei voneinander isolierten Halbzylindern geführt, die über Bürsten mit den Klemmen E und F leitend verbunden sind. So wird die Verbindung der Induktionsschleife mit einem an E und F angeschlossenen Stromkreis gerade in derjenigen Schleifenstellung umgepolt, bei welcher der induzierte Strom durch Null geht. Durch diese Vorrichtung wird erreicht, daß der induzierte Strom immer in der gleichen Richtung durch das angeschlossene Leitungsnetz fließt. Diese Anordnung ist noch einmal schematisch in Bild 48/2 oben dargestellt, dazu auch der zeitliche Verlauf des an den Klemmen E und F abgegriffenen Stromes. In der Anordnung darunter werden 2 zueinander senkrechte Leiterschleifen in Verbindung mit einem 4-teiligen Kommutator benutzt. Die Kurve der gleichgerichteten Wechselströme zeigt in diesem Fall schon eine bessere Annäherung an einen Gleichstrom. Doch bleibt der Nachteil bestehen, daß der Schei-



48/1 Stromableitung von einer drehbaren Leiterschleife (Kommutator oder Stromwender)



48/2 Die in Leiterschleifen induzierten Wechselströme werden durch einen Kommutator gleichgerichtet



49/1 Die Wicklung eines Trommelankers. **a** 4-teiliger **b** 8-teiliger Kommutator
Die auf der Rückseite laufenden Verbindungen sind gestrichelt

telwert des induzierten Stromes durch derartige Vermehrung der Schleifenzahl nicht erhöht wird. Es wird jeweils nur die Induktionsspannung derjenigen Schleife genutzt, die gerade mit den Bürsten leitend verbunden ist. Dieser Nachteil wird bei der Wicklung des *Trommelankers* vermieden, die in Bild 49/1 schematisch für einen 4-teiligen und für einen 8-teiligen Kollektor gezeigt wird. In der Praxis ist die Zahl der Kollektorsegmente höher.

- *Verfolgen Sie die Wicklung nach Bild 49/1! Zeigen Sie, daß alle in Nuten liegenden Leiter stets mit den Bürsten leitend verbunden sind!*

Beim Trommelanker addieren sich die Induktionsspannungen aller in den Ankernuten liegenden Leiterstücke.

Somit ist die Generatorspannung U in V der Zahl z der in den Ankernuten liegenden Leiter proportional. Ist n die Drehzahl und $\hat{\Phi}$ der höchste, von einer Ankerspule umfaßte Kraftfluß, so gilt die Formel:

Generatorspannung am Trommelanker $\boxed{U = z \cdot \hat{\Phi} \cdot n}$ (25)

Diese Formel ergibt sich folgendermaßen aus dem Induktionsgesetz: Die Zahl der Induktionswindungen ist $z/2$. Da beide Ankerhälften parallel geschaltet sind, addiert sich die Spannung von $z/4$ Windungen. Setzt man

$$\Delta t = \frac{T}{2}, \qquad \Delta t = \frac{1}{n_* \cdot 2}, \quad \text{so wird} \quad |\Delta\Phi| = 2\,\hat{\Phi} \quad \text{und es folgt}$$

$$U = \frac{z}{4} \cdot \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|, \qquad U = \frac{z \cdot 2\,\hat{\Phi} \cdot 2n}{4}, \qquad U = z \cdot \hat{\Phi} \cdot n\,.$$

Beispiel

Welche Generatorspannung U gibt der in Bild 49/1 b gezeigte Trommelanker, wenn in jeder Nut 10 Drähte liegen, der Spulenquerschnitt 100 mm mal 150 mm ist und der Anker mit der Drehzahl $n = 3000\ \text{min}^{-1}$ in einem Feld der Flußdichte $B = 0{,}9\ \text{Vs} \cdot \text{m}^{-2}$ rotiert?

Lösung:

$z = 160$; $A = 0{,}015\ \mathrm{m^2}$; $\hat{\Phi} = 0{,}0135\ \mathrm{Vs}$

$U = 108\ \mathrm{V}$

Eine wichtige Anwendung der Induktion ist der „*tachometrische Dynamo*". Wenn der Magnetfluß eines Generators von einem permanenten Magneten erzeugt wird, bleibt er lange Zeit konstant. Unter diesen Umständen ist nach Gl. (25) die Generatorspannung U der Drehzahl n genau proportional, so daß ein solcher Dynamo als Ferndrehzahlgeber sehr geeignet ist. Häufig wird er bei Regelantrieben angewandt. Er gibt hierbei den Istwert der Drehzahl an den Regler, wo er mit dem Sollwert verglichen wird.
Bei den Ankerwicklungen von Bild 49/1 ist zu erkennen, daß links von der lotrechten Mittelebene in den Nuten überall der Strom nach vorn, rechts von dieser Achse nach hinten fließt.

Polregel für Generatoren:

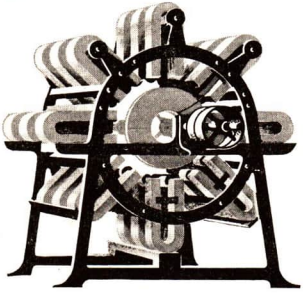
Wird der Anker entgegen dem Uhrzeiger gedreht, so fließt in allen vor einem Nordpol liegenden Leitern der Induktionsstrom auf den Beschauer zu, in allen übrigen von ihm weg.

- *Begründen Sie diese Regel durch die Anwendung der Lenzschen Regel auf einzelne Induktionsspulen des Ankers!*

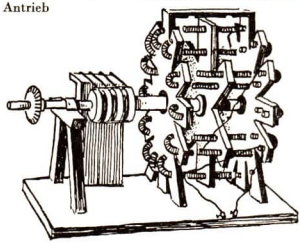
2.5. Das dynamo-elektrische Prinzip

Die ersten Induktionsmaschinen, die man baute, wurden „*magnetelektrische Maschinen*" genannt, weil permanente Magnete zur Erzeugung des Magnetfeldes dienten. Ein Beispiel einer solchen Maschine zeigt Bild 50/1. Eine größere Maschinenleistung wird erzielt, wenn die Dauermagnete durch Elektromagnete ersetzt werden. Allerdings

50/1 Magnetelektrische Maschine aus dem Jahre 1859



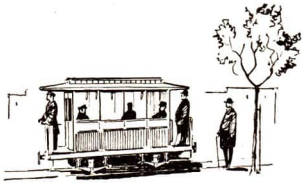
50/2 Der Motor des Physikers JAKOBI aus dem Jahre 1838 bestand größtenteils aus Holz. Er diente zum Antrieb eines Bootes für 14 Personen auf der Newa. Er gilt als der erste elektromotorische Antrieb



mußte man dazu früher teure und wenig dauerhafte galvanische Batterien anwenden, um die Magnetspulen mit Strom zu versorgen. So gab es damals keine Möglichkeit, in großem Maßstab und in wirtschaftlicher Form mechanische Arbeit in elektrische Energie umzuwandeln.

Für die Entwicklung der Starkstromtechnik wurde deshalb eine Entdeckung von WERNER von SIEMENS aus dem Jahre 1856 entscheidend. Er stellte fest, daß im Eisen der Polschuhe elektrischer Maschinen auch bei Stillstand ein genügend starker remanenter Magnetfluß bestehen bleibt, der bei Inbetriebnahme der Maschine im Anker einen zunächst schwachen Strom induziert. Wird dieser Strom nun durch die Feldspulen geleitet, so „schaukeln" sich I und Φ gegenseitig auf. Die Generatorleistung erreicht schließlich einen Höchstwert, der durch die magnetische Sättigung und die zugeführte mechanische Leistung bestimmt ist. Generatoren, die sich nach diesem Prinzip selbst erregen, heißen „*Dynamomaschinen*". Das von SIEMENS gefundene Prinzip wird „*dynamoelektrisches Prinzip*" genannt.

Der Erfinder schätzte die Tragweite seiner Entdeckung, „daß es möglich sei, allein mit Hilfe von Drahtwindungen und weichem Eisen Kraft in Strom zu verwandeln", richtig ein, wenn er damals schrieb: „Die Sache kann eine neue Ära des Elektromagnetismus anbahnen." Das wurde von ihm auch in einem Akademievortrag festgestellt: „Der Technik sind gegenwärtig die Mittel gegeben, elektrische Ströme von unbegrenzter Stärke auf billige und bequeme Weise überall da zu erzeugen, wo Arbeitskraft disponibel ist."



51/1 Die erste elektrische Straßenbahn in Lichterfelde 1881. Sie besaß keine Oberleitung. Es bestand zwischen den Schienen eine Spannung von 180 V. Wie SIEMENS damals schrieb, bestand ein „Übelstand" darin, daß „Pferde beim Passieren der Gleise oft gleichzeitig auf beide Schienen kommen"!

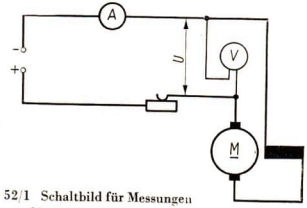
W. v. SIEMENS ist durch die Erfindung des Schnelltelegraphen bekannt geworden. Aus dem von ihm begründeten Betrieb gingen der erste elektrische Aufzug, die erste elektrische Eisenbahn und die erste elektrische Straßenbahn (Bild 51/1) hervor. SIEMENS, Mitglied der Akademie der Wissenschaften, war der Initiator der Patentgesetzgebung und der „physikalisch-technischen Reichsanstalt". Die Einheit des elektrischen Leitwerts (1 S) wurde nach ihm benannt. SIEMENS entwickelte die von ihm gegründete elektrotechnische Werkstatt — den damaligen kapitalistischen Verhältnissen entsprechend und durch die von ihm angeregte Patentgesetzgebung geschützt — zu einem großen Elektrokonzern, der ein mächtiges Rüstungspotential des deutschen Imperialismus darstellt.

- *Stellen Sie aus Aufbauteilen einen Gleichstromgenerator zusammen. Arbeiten Sie erst mit „Fremderregung", dann mit „Selbsterregung" nach dem dynamo-elektrischen Prinzip!*
- *Beobachten Sie, ob ein belasteter Generator sich schwerer dreht als ein unbelasteter! Ziehen Sie zur Erklärung die Lenzsche Regel oder Gl. (1) heran!*

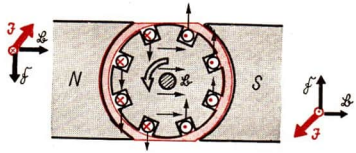
2.6. Der Gleichstrommotor

Schon beim Schaukelversuch hatte sich eine wichtige Eigenart der elektrischen Maschinen gezeigt. Die gleiche Vorrichtung, mit der elektrische Energie in mechanische Arbeit verwandelt wird, ist umgekehrt auch geeignet, mechanische Arbeit in Elektroenergie umzuformen. Das gleiche zeigt sich auch bei dem mit Trommelanker ausgerüsteten Gleichstrom-Generator bei dem folgenden Versuch.

In der Anordnung von Bild 52/1 ist eine Reihenschlußmaschine an eine Batterie angeschlossen. Die anliegende Spannung kann mit dem Stellwiderstand verändert werden. Hierbei zeigt sich:
Wird einem Generator von außen Strom zugeführt, so läuft er als Motor.
Zur Erklärung gehen wir vom Bild 49/1 a aus. Wird hier die Klemme E mit dem Pluspol, F mit dem Minuspol der Batterie verbunden, so fließt der Batteriestrom in allen Teilen der Wicklung entgegengesetzt zu der in der Zeichnung angegebenen Stromrichtung. Das ist in Bild 52/2 festgehalten. Man erkennt hier, daß die Ablenkungskraft $F = B \cdot I \cdot l$ bei allen Leitern im gleichen Drehsinn wirkt. So wird insgesamt ein Ankerdrehmoment M wirksam, das entgegen der Uhrzeigerbewegung dreht.
Wenn in der Anordnung von Bild 52/1 der Stellwiderstand verkleinert wird, zeigt der Spannungsmesser eine höhere Spannung U an. Trotzdem nimmt der aufgenommene Strom nicht zu, während sich die Drehzahl erhöht. Wird der Läufer gebremst, steigt der Strom I stark an.



52/1 Schaltbild für Messungen am Gleichstrommotor



52/2 Zur Berechnung des Drehmoments bei einem Trommelanker
Das Ankerdrehmoment M kommt dadurch zustande, daß die Ablenkungskraft $F = A \cdot I \cdot B$ auf alle in den Nuten liegenden Leiterstücke einwirkt

Die Erklärung dieser wichtigen Erscheinungen folgt daraus, daß die Maschine *gleichzeitig als Motor und Generator wirkt.* Wenn sie nämlich mit der Drehzahl n (als Motor) läuft, erzeugt sie die in Gl. (25) angegebene Generatorspannung. Diese ist nach der Lenzschen Regel (und auch nach den Strompfeilen von Bild 49/1 und 52/2) der Batteriespannung U entgegengerichtet.

Im Anker eines Elektromotors entsteht eine der angelegten Spannung stets entgegenwirkende Gegenspannung $U_g = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60}$.

Hiernach verringert sich U_g beim Abbremsen des Ankers. So erklärt sich der Stromanstieg im Stromkreis des Elektromotors.

Bezeichnet man mit U die an die Ankerwicklung angelegte Spannung und mit R ihren Widerstand, so ist der Ankerstrom durch das Ohmsche Gesetz bestimmt. Es nimmt hier die folgende Form an:

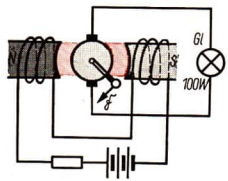
$$I \cdot R = U - U_g .$$

● *Erläutern Sie die Notwendigkeit und die Wirkungsweise eines Anlassers bei Gleichstrommotoren!*

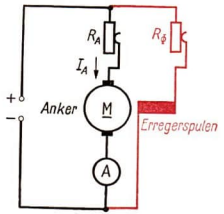
Versuche, Fragen und Aufgaben

1. Eine Dynamomaschine mit der Leistung $P = 100$ W soll durch eine Kurbel (Bild 53/1) angetrieben werden.
   1.1. Welche Kraft F muß am Griff bei 1 Kurbeldrehung je Sekunde angreifen?
   1.2. Wie lange ist diese Kraft anzuwenden, bis 1 kWh geleistet ist? Schätzen Sie hiernach den Preis einer Kilowattstunde ein!
2. Ein Anker von 40 cm Durchmesser und 30 cm Länge dreht sich in einem Magnetfeld, dessen radial gerichtete Feldlinien die Flußdichte $B = 0{,}6$ Vs · m^2 besitzen, mit der Drehzahl $n = 750$ min^{-1}. Welche Spannung wird induziert
   2.1. in einem in der Ankernut liegenden Leiter,
   2.2. in einer Ankerspule von 10 Windungen?
3. Warum dreht sich ein Kurbelinduktor leicht, wenn eine Glimmlampe, schwer, wenn eine Glühlampe angeschlossen ist?
4. Die RFT-Experimentiermaschine wird als Nebenschlußmotor geschaltet. Hierbei werden nach Bild 53/2 Widerstände und Strommesser eingeschaltet. Der Motor wird im Leerlauf beobachtet.
   4.1. Wie ändert sich die Drehzahl n bei einer Vergrößerung von R_A?
   4.2. Wie ändert sich n bei einer Vergrößerung von R_I?
   4.3. Wie ändert sich der Ankerstrom, wenn der Anker etwas gebremst wird?
   4.4. Wie läßt sich die Drehrichtung umkehren?

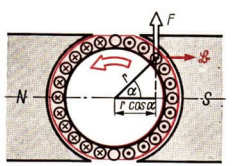
   Begründen Sie das Beobachtete!
5. Der Trommelanker einer Gleichstrommaschine dreht sich in einem Ständerfeld der Flußdichte $B = 0{,}8$ Vs · m^{-2}. Seine Abmessungen sind $d = 2\,r = 0{,}24$ m; $l = 0{,}3$ m. Die Zahl der in den Nuten liegenden Drähte ist $z = 460$. Bei Motorbetrieb nimmt der Anker $I_A = 11$ A auf.
   5.1. Welche Ablenkungskraft F wirkt auf einen Draht?
   5.2. Wie groß ist das gesamte Drehmoment M, wenn der Kraftarm $r \cdot \cos\alpha$ im Mittel mit 2/3 r angenommen wird (Bild 53/3)?



53/1 Zur Verwandlung von mechanischer Arbeit in Elektroenergie



53/2 Messungen an einem Nebenschlußmotor



53/3 Zur Berechnung des Drehmoments bei einem Trommelanker

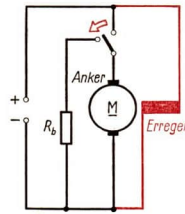
6. Eine Nebenschlußmaschine ist an ein Gleichstromnetz $U = 220$ V angeschlossen. Der Trommelanker, dessen Wicklung den Widerstand $R_A = 0{,}1\ \Omega$ hat, wird so gedreht, daß die Spannung $U_i = 215$ V induziert wird.

6.1. Arbeitet die Maschine als Motor oder als Generator?

6.2. Welchen Strom I nimmt der Anker auf?

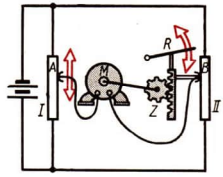
6.3. Wie groß wäre der Strom beim direkten Einschalten?

7. Bild 54/1 erläutert die Wirkung einer Widerstandsbremsung, die bei Fahrmotoren häufig angewandt wird. Die Wicklung des auslaufenden Ankers wird durch den Schalter S vom Netz getrennt und über den Bremswiderstand R_b geschlossen. Wodurch kommt hierbei ein Bremsmoment zustande?



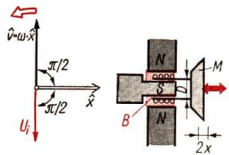
54/1 Widerstandsbremsung eines Motors

8. Der „Servo-Motor" von Bild 54/2 verstellt das schwere Schiffsruder R je nach der Stellung A des Potentiometers I (Kommandogerät) und verschiebt dabei gleichzeitig den Potentiometerabgriff B. Erläutern Sie das Anlaufen und Abschalten des Motors! Entwerfen Sie Schaltungen für ähnliche Aufgaben (z. B. Mitführen eines schweren Geschütz-Rohres durch ein Zielgerät)!



54/2 Schaltung eines Servo-Motors

9. In Bild 54/3 wird die Membrane M eines elektrodynamischen Lautsprechers mit der Frequenz $f = 300$ Hz mechanisch derart erregt, daß die daran befestigte Tauchspule ($w = 30$) mechanische Schwingungen $x = \hat{x} \cdot \sin \omega t$ mit dem Scheitelwert $\hat{x} = 1$ mm ausführt. Bestimmen Sie den Scheitelwert $\hat{u}$ und die Phase der induzierten Wechselspannung. Die Flußdichte des permanenten Magneten sei $B = 1\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$.



54/3 Ein elektrodynamischer Lautsprecher als Wechselspannungs-Generator

Zusammenfassung

1. Bei der Drehung einer Leiterschleife in einem Magnetfeld wird eine harmonische Wechselspannung induziert.

Welche Gleichungen für den Scheitelwert u und den Momentanwert u folgen aus dem Induktionsgesetz?

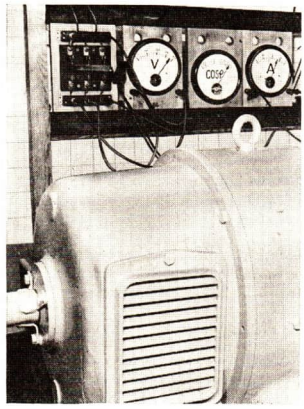
2. Am Trommelanker mit vielen Kommutatorsegmenten wird eine höhere und gleichgerichtete Spannung U abgegriffen.

Von welchen Faktoren hängt der Spannungswert U ab?

3. Wie entsteht das Drehmoment M eines Gleichstrommotors?

Wie wird das Drehmoment M eines Motors berechnet?

3. Der Wechselstromkreis



Aufgabe dieses Abschnitts ist die Berechnung der Stromstärke und der Leistung in Stromkreisen, die Widerstände, Spulen und Kondensatoren enthalten und an einer harmonischen Wechselspannung liegen. Besonders kommt es darauf an, das Auftreten und die Wirkungen einer Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke zu erfassen. Das Maß dieser wichtigen Wechselstromgröße ist der „Leistungsfaktor" $\cos \varphi$.

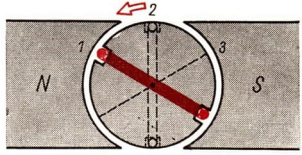
Zur Berechnung harmonischer Wechselstromgrößen werden zunächst die in den einzelnen Leiterschleifen eines Wechselstromgenerators induzierten Spannungen geometrisch addiert.

3.1. Die Addition harmonischer Wechselstromgrößen

Unter der Annahme, daß ein zylindrischer Anker mit drei Leiterschleifen (Bild 55/1) mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ im Magnetfeld eines Ständers[1] rotiert, wird in der Leiterschleife 1 die Wechselspannung

$$u_1 = \hat{u} \cdot \sin \omega t$$

mit $\hat{u} = \hat{\Phi} \cdot \omega$ induziert. Gleichzeitig wird in der Schleife 2 eine Spannung u_2 mit gleichem Scheitelwert $\hat{u}$ und gleicher Frequenz $f = \frac{1}{T}$ induziert, wobei u_2 bestimmte Spannungswerte jeweils um die Zeit $T/6$ später annimmt als u_1 (Bild 56/1).



55/1 In den Leiterschleifen 1, 2 und 3 werden Wechselspannungen gleicher Frequenz induziert, die gleiche Scheitelwerte besitzen, sich aber in der Schwingungsphase unterscheiden

[1] Ständer: Gehäuse des Elektromotors mit feststehend eingebauten Spulen.

$$u_2 = \hat{u} \cdot \sin \omega \left(t - \frac{T}{6} \right),$$

$$u_2 = \hat{u} \cdot \sin \left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3} \right).$$

Somit ist festzustellen:

Zwischen den Wechselspannungen u_1 und u_2 besteht die „Phasenverschiebung“ $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

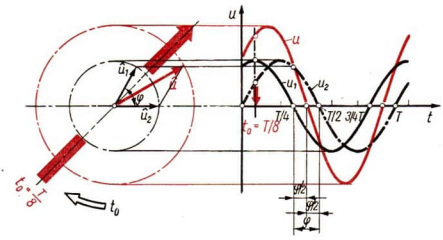
Werden nun die beiden Leiterschleifen in Reihe geschaltet, so addieren sich in jedem Augenblick die Wechselspannungen u_1 und u_2. Ob die Summe der Wechselspannungen wieder eine harmonische Größe ist, untersuchen wir zunächst grafisch an Bild 56/1.

Addiert man die Ordinaten der Spannungskurven u_1 und u_2, dann erhält man die rote Summenkurve. Diese hat die gleiche Periodenlänge wie die Kurven der Teilspannungen u_1 und u_2. Sie stellt somit wieder eine harmonische Größe der gleichen Frequenz dar.

Die gleiche Tatsache ergibt sich aus dem Zeigerdiagramm 56/1:

Man setzt die Zeiger u_1 und u_2 vektoriell (d. h. wie Kraft- oder Geschwindigkeitsvektoren) zu einem resultierenden Zeiger u zusammen. Durch Projektion der umlaufenden roten Zeigerspitze ergibt sich direkt die rote Summenkurve in Bild 56/1.
Der Beweis für dieses Verfahren kann im Anschluß an Bild 44/1 erbracht werden. Die Projektion des Summenzeigers $\hat{u}$ auf eine beliebige Zeitachse ist gleich der Summe der Projektionen der Zeiger $\hat{u}_1$ und $\hat{u}_2$.

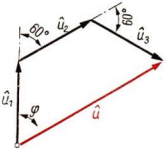
Die Summe zweier harmonischer Größen gleicher Frequenz ist eine harmonische Größe derselben Frequenz. Scheitelwert und Phasenwinkel erhält man aus dem Zeigerdiagramm durch geometrische Addition der Einzelzeiger.



56/1 Harmonische Spannungen u_1 und u_2 mit verschiedener Schwingungsphase werden addiert. Die Zeitachse ist für $t = \frac{T}{8}$ gezeichnet

Beispiel

In der Anordnung von Bild 55/1 seien die Flußdichte $B = 0{,}8\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$, die Fläche einer Leiterschleife $A = 0{,}02\ \mathrm{m^2}$ und die Drehzahl $n = 3000\ \mathrm{min^{-1}}$ gegeben. Außerdem sei noch die Leiterschleife 3, ebenfalls um 60° versetzt, mit den beiden anderen in Reihe geschaltet. Gesucht sind der Scheitelwert $\hat{u}$ und der Phasenwinkel φ der resultierenden Spannung.



57/1 Zeigerdiagramm zum Beispiel S. 56

Lösung:

$\omega = 314\ \mathrm{s^{-1}}$ $\qquad \hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_3$

$\hat{u}_1 = B \cdot A \cdot \omega$

$\hat{u}_1 = 0{,}8\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2} \cdot 0{,}02\ m^2 \cdot 314\ s^{-1}}$

$\hat{u}_1 = 5\ \mathrm{V}$

Durch einen geschlossenen Linienzug wie beim Kräftedreieck erhält man zeichnerisch und trigonometrisch: $\hat{u} = 10\ \mathrm{V}$. In der Phase bleibt u gegen u_1 um $\varphi = \frac{\pi}{3}$ zurück.

3.2. Der Effektivwert der Stromstärke

Der technische Wechselstrom ändert fortwährend seine Stärke und 100mal je Sekunde die Richtung. Die schnell wechselnden Momentanwerte haben kaum eine praktische Bedeutung, deshalb muß die Stärke des Wechselstroms durch einen Mittelwert erfaßt werden.

Zur Berechnung dieses Mittelwerts gehen wir von der Wärmewirkung des Stromes aus. In einem Kalorimetergefäß kann eine abgemessene Wassermenge durch einen Heizwiderstand von $R = 4{,}15\ \Omega$ erwärmt werden.

● *Von welchen Größen ist die abgegebene Wärmemenge bei Verwendung von Gleichstrom abhängig?*

Fließt ein *Gleichstrom* I durch den Widerstand, so entwickelt er während der Zeit T die Wärmemenge

$$\boxed{\overline{W} = I^2 \cdot T.}$$

Wenn man einen harmonischen Wechselstrom der Frequenz $f = 50\ \mathrm{Hz}$ betrachtet, bei dem der Scheitelwert der Stromstärke $\hat{i} = 3\ \mathrm{A}$ beträgt, dann ergibt sich der Momentanwert bei diesem Wechselstrom als Funktion der Zeit t.

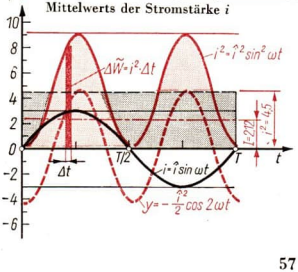
$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin \omega t\,, \qquad i(t) = 3\ \mathrm{A} \cdot \sin 314\ \mathrm{s^{-1}} \cdot t\,,$$

Diese Funktion ist in Bild 57/2 durch die schwarze Kurve dargestellt. Wird nun der Wechselstrom i durch den Widerstand R geleitet, dann entwickelt er in der Zeit T einer Periode die Wärmemenge $\widetilde{W}$.

Um $\widetilde{W}$ mathematisch zu erfassen, gehen wir davon aus, daß nach dem Jouleschen Gesetz in dem kleinen Zeitelement Δt die Wärmemenge

$$\Delta \widetilde{W} = i^2 \cdot \Delta t\,,$$

$$\Delta \widetilde{W} = \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot \Delta t$$



57/2 Die Bestimmung des quadratischen Mittelwerts der Stromstärke i

entwickelt wird. Diese ist in Bild 57/2 durch das schmale rote Flächenstück dargestellt, das sich bis zur Kurve $i^2(t)$ erstreckt. Durch Summierung solcher schmaler Flächen ergibt sich:

Die vom Wechselstrom in der Zeit T entwickelte Wärmemenge $\widetilde{W}$ ist dargestellt durch die zwischen der t-Achse und der Kurve i^2 liegenden Fläche.

Um den Mittelwert grafisch zu bilden, müßte die $\widetilde{W}$ entsprechende Fläche in eine Rechteckfläche verwandelt werden. Die Kurve $i^2(t)$ liegt symmetrisch zum Mittelwert $[\overline{i^2}] = \frac{\hat{i}^2}{2}$.

Mathematisch beweist man das mit der trigonometrischen Formel $\sin^2 \alpha = 1/2\ (1 - \cos 2\alpha)$. Hiernach erhält man die Funktion $y = \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \alpha$, indem man die Funktion $y = -\frac{\hat{i}^2}{2} \cos 2\alpha$ um $\frac{\hat{i}^2}{2}$ nach oben verschiebt. Die beiderseits der Mittellinie $\frac{\hat{i}^2}{2}$ liegenden Flächenstücke der Kosinuskurve sind flächengleich.

So erhält man als Inhalt des Rechtecks mit den Seiten $\frac{\hat{i}^2}{2}$ und T die Wärmemenge

$$\boxed{\widetilde{W} = \frac{\hat{i}^2}{2} \cdot T}\ .$$

Aus dem Vergleich der Größen $\overline{W}$ und $\widetilde{W}$ folgt: Wird ein Gleichstrom I gemäß der Bedingung $I^2 = \frac{\hat{i}^2}{2}$ gewählt, so hat er die gleiche Wärmewirkung wie der Wechselstrom i; in diesem Fall ist:

$$\boxed{I = 0{,}707 \cdot \hat{i}} \qquad (26)$$

Dieser Wert I heißt *quadratischer Mittelwert* oder *Effektivwert.*

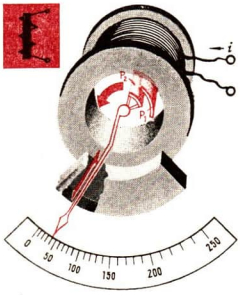
Der Effektivwert I der harmonischen Wechselstromgröße $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$ ist die Stromstärke eines Gleichstroms, der die gleiche Wärmemenge je Sekunde entwickelt wie der Wechselstrom.

Der entsprechende Mittelwert $U = 0{,}707\ \hat{u}$ wird auch bei einer Wechselspannung u gebildet. Der Effektivwert beträgt 70,7% des Scheitelwerts $\hat{i}$ bzw. $\hat{u}$.

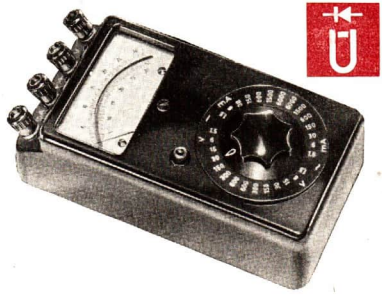
- *Zeigen Sie, daß in dem angeführten Beispiel $i = 3\ \mathrm{A} \cdot \sin 314\ \mathrm{s}^{-1} \cdot t$ gilt: $I = 2{,}12$ A!*

Allgemein werden in der Elektrizitätslehre als Maß der harmonischen Wechselstromgrößen i und u die Effektivwerte benutzt und mit I und U bezeichnet.

Beim Messen des Effektivwertes I sind 2 Gruppen von Strommessern zu unterscheiden: Zur 1. Gruppe gehören z. B. der *Hitzdrahtstrommesser* (Bild 34/2) und die *Dreheisen-Meßgeräte* (Bild 59/1). Bei Gleichstrom ist ihr Ausschlag I^2 proportional, so daß die Skale nicht linear geteilt ist.



59/1 Rundspul-Dreheisenstrommesser. Die Platten P_1 und P_2 werden gleichsinnig magnetisiert und stoßen einander ab. Die Feder für das rücktreibende Moment ist weggelassen. Wird das Gerät von einem Wechselstrom durchflossen, so zeigt das Meßsystem infolge seiner Trägheit den Mittelwert $[\overline{i^2}]$ an. Daher kann auf der Skale der quadratische Mittelwert $I = \sqrt{\overline{i^2}}$ abgelesen werden



59/2 Das Vielfach-Meßgerät des VEB Gerätewerk Karl-Marx-Stadt hat ein Drehspulmeßwerk. Für Wechselstrommessungen wird ein Gleichrichter vorgeschaltet

Eine 2. Gruppe von Strommessern besitzt ein Drehspul-Meßwerk, dem zur Messung von Wechselstrom ein Gleichrichter vorgeschaltet wird. Hierzu gehören besonders die Vielfach-Meßgeräte. Derartige Geräte zeigen nicht den quadratischen Mittelwert, sondern den

arithmetischen Mittelwert $\boxed{\bar{i} = 0{,}637 \cdot \hat{i}}$

der Ordinaten einer gleichgerichteten Sinuskurve an. Durch eine besondere Skale für Wechselstrom wird dafür gesorgt, daß an der Wechselstromskale der Effektivwert $I = 0{,}707 \cdot i$ abzulesen ist (Bild 59/2).

● *Berechnen Sie nach der Wertetafel der Sinusfunktion in Tabellenform für* $i_1 = \sin 5°$, $i_2 = \sin 15°, \ldots, i_9 = \sin 85°$ *den arithmetischen Mittelwert* $\bar{i} = \dfrac{i_1 + i_2 + \cdots + i_8 + i_9}{9}$ *und den quadratischen Mittelwert* $I = \sqrt{\dfrac{i_1^2 + i_2^2 + \cdots + i_8^2 + i_9^2}{9}}$ *und bestätigen Sie so die entsprechenden Gleichungen!*

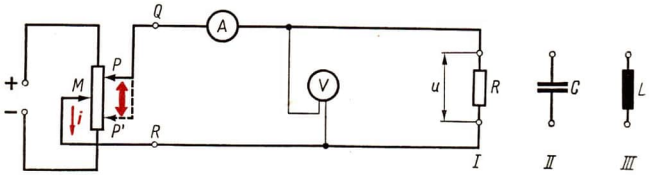
3.3. Wechselstrom-Widerstände

Bei Wechselstrom mit der Frequenz $f = 50$ Hz läßt sich der zeitliche Verlauf von u und i nur mit Oszillografen beobachten. Mit der Anordnung von Bild 60/1 kann eine Wechselspannung mit beliebig niedriger Frequenz erzeugt werden. Bei diesen langsamen Schwingungen läßt sich der Verlauf von u und i direkt am Zeigerausschlag der Meßgeräte verfolgen, die nebeneinander aufgestellt sind.

3.3.1. Der Ohmsche Widerstand R im Wechselstromkreis

Jeder induktionsfreie Widerstand wird als *Wirkwiderstand* R (Ohmscher Widerstand) bezeichnet. Heiz- und Beleuchtungswiderstände können für Wechselströme bis zu Frequenzen von einigen Hundert Hz als Wirkwiderstände angesehen werden.

Ist in der Versuchsanordnung von Bild 60/1 der Wirkwiderstand R eingeschaltet, so ist bei der niedrigen Frequenz 1 Hz zu beobachten, daß die Zeiger von Strom- und Spannungsmesser stets gleichzeitig ausschlagen. Strom i und Spannung u sind „in Phase". Das gleiche ist der Fall, wenn anstelle des Spannungsteilers an die Klemmen R und Q eine Wechselspannung der Frequenz $f = 50$ Hz angelegt wird. Nur sind in diesem Fall die Drehspulgeräte zu träge, um u und i anzuzeigen.



60/1 Versuchsanordnung zur Erzeugung von Wechselströmen sehr geringer Frequenz

Ist $u = \hat{u} \cdot \sin \omega \cdot t$ die angelegte Wechselspannung, so ist nach dem Ohmschen Gesetz:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R},$$

$$i = \frac{\hat{u}}{R} \cdot \sin \omega t,$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin \omega t.$$

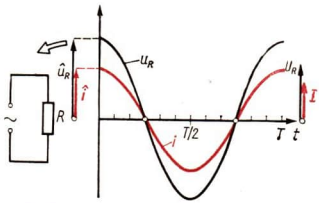
Wird durch $\sqrt{2}$ dividiert, so folgt

$$R = \frac{U}{I} \tag{27}$$

nach Umstellung der **Wirkwiderstand**

Liegt ein Wirkwiderstand R an einer Wechselspannung, so gilt das Ohmsche Gesetz für die Effektivwerte von Strom und Spannung. Es besteht keine Phasenverschiebung.

Die Beziehung, die zwischen den harmonischen Größen u und i an einem Wirkwiderstand R besteht, ist in Bild 60/2 dargestellt. Aus dem Zeigerdiagramm der Scheitelwerte erhält man mit Division durch $\sqrt{2}$ das häufiger gebrauchte Zeigerdiagramm der Effektivwerte (Bild 60/2 rechts).

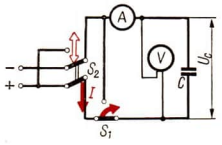


60/2 Wirkwiderstand im Wechselstromkreis mit Zeigerdiagramm und Funktionsbild

● *Legen Sie an einen Wirkwiderstand (Normalwiderstand, Stöpselwiderstand) erst eine Gleichspannung, dann eine Wechselspannung und bestätigen Sie, daß der Wirkwiderstand R in beiden Fällen den gleichen Wert hat!*

3.3.2. Der kapazitive Widerstand

Wir betrachten zunächst an Bild 61/1 die Wirkung eines Kondensators in einem Gleichstromkreis.



61/1 Mit Schalter S_1 wird der Kondensator ge- und entladen. Wird der Schalter S_1 betätigt, zeigen die Stoßausschläge des Strommessers das Fließen der Ladung $Q = C \cdot U$ an. Stärkere Stromstöße erhält man mit Schalter S_2. In diesem Fall fließt gleichzeitig mit dem Entladestrom der neue Ladestrom, welcher den Kondensator entgegengesetzt auflädt. Wird der Schalter S_2 periodisch bewegt, so erhalten die Kondensatorplatten abwechselnd positive und negative Ladungen, während in den Zuleitungen Stromstöße in wechselnder Richtung fließen

● *Was versteht man unter „Kapazität" eines Kondensators? Was besagt die Gleichung $Q = C \cdot U$?*

Nun wird die Grundschaltung von Bild 60/1 abgeändert:

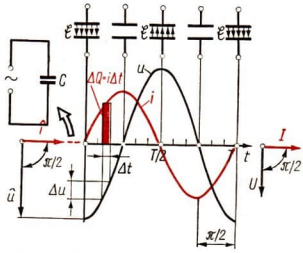
Wir ersetzen den Wirkwiderstand R durch einen Blockkondensator von etwa 50 μF (II). Wird jetzt am Stellwiderstand eine Wechselspannung von etwa 1 Hz erzeugt, so ist zu beobachten, daß der Ausschlag des Strommessers dem des Spannungsmessers stets voraneilt.

Dieser Zusammenhang ist in Bild 61/2 dargestellt:

Liegt eine Wechselspannung an einem Kondensator, so eilt die Stromstärke i der Spannung u um eine Viertelperiode voraus.

● *Machen Sie sich an Bild 61/2 den Zusammenhang von Stromkurve und Spannungskurve anschaulich klar. So verläuft z. B. die u-Kurve da am steilsten, wo i seinen Scheitelwert hat.*

Prägen Sie sich die zwischen u und i bestehende Phasenverschiebung nicht nur an dem Funktionsbild, sondern vor allem auch an den Zeigerdiagrammen in Bild 61/2 ein! Während ein Kondensator für *Gleichstrom* einen unendlich hohen Widerstand besitzt, fließt somit in einem Wechselstromkreis dauernd der *Wechselstrom i*, durch den der Kondensator periodisch aufgeladen und wieder entladen wird. Die zum Aufladen benötigte Energie wird hierbei fast vollständig zu einem späteren Zeitpunkt jeweils wieder zurückgeliefert. Im folgenden wird untersucht, wie der Effektivwert I dieses Wechselstromes von U und C abhängt.



61/2 Der Kondensator im Wechselstromkreis. Der Strom i eilt der Spannung u um $T/4$ voraus

Während der kurzen Zeit Δt wird vom Ladestrom die Ladung $\Delta Q = i \cdot \Delta t$ transportiert, die in Bild 61/2 als schmales rotes Rechteck unter der i-Kurve erscheint. Außerdem folgt aus der Gleichung $Q = C \cdot U$

$$\Delta Q = C \cdot \Delta u,$$
$$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}.$$

Nun ist nach Abschnitt 2.1. die Änderungsgeschwindigkeit $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ einer harmonischen Größe $u(t)$ selbst wieder eine harmonische Größe mit dem Scheitelwert $\omega \cdot \hat{u}$. Daraus folgt $\hat{i} = C \cdot \omega \cdot \hat{u}$ und nach Division durch $\sqrt{2}$:

$$I = \omega \cdot C \cdot U.$$

In Gleichstromkreisen war erstmals der Quotient $\frac{U}{I}$ als Widerstand eingeführt worden. In Analogie dazu bringt man die strombegrenzende Wirkung eines Kondensators dadurch zum Ausdruck, daß man den Wert des Quotienten $\frac{U}{I}$ als kapazitiven Widerstand bezeichnet.

Kapazitiver Widerstand $\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}}$

X_C	C	ω
Ω	$\mathrm{As \cdot V^{-1}}$	$\mathrm{s^{-1}}$

(28)

Beispiel

Ein Blockkondensator 10 μF ist an eine Wechselspannungsquelle 220 V/50 Hz geschaltet.

1. Wie groß sind der kapazitive Widerstand X_C und die effektive Stromstärke I?
2. Durch welche Gleichungen sind die Momentanwerte u und i bestimmt?

Lösung:

1. $\omega = 2\pi \cdot f, \quad \omega = 314\ \mathrm{s^{-1}}$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}, \qquad X_C = \frac{1 \quad \mathrm{s \cdot 10^6\ V}}{314 \quad \mathrm{10\ As}}, \qquad \underline{\underline{X_C = 320\,\Omega}};$$

$$I = \frac{U}{X_C}, \qquad I = \frac{220\ \mathrm{VA}}{320\ \mathrm{V}}, \qquad \underline{\underline{I = 0{,}688\ \mathrm{A}}}.$$

2. $u = \hat{u} \cdot \sin \omega t, \qquad i = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2),$

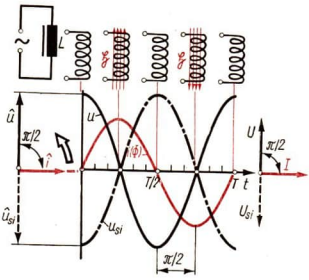
$u = 311\ \mathrm{V} \cdot \sin(314 \cdot \mathrm{s^{-1}} \cdot t), \qquad i = 0{,}973\ \mathrm{A} \cdot \cos(314 \cdot \mathrm{s^{-1}} \cdot t).$

- *Zeichnen Sie für das letzte Beispiel die Zeigerdiagramme der Scheitelwerte und der Effektivwerte!*
- *Überlegen Sie, warum der kapazitive Widerstand X_C den Größen $\frac{1}{C}$ und $\frac{1}{f}$ proportional ist!*

3.3.3. Der induktive Widerstand

Neben dem Wirkwiderstand und dem Kondensator ist *die Spule* ein wichtiges Schaltelement in Wechselstromkreisen. Um ihre Wirkung in einem Wechselstromkreis näher zu untersuchen, wird die Grundschaltung von Bild 60/1 nochmals abgeändert:

In die Versuchsanordnung von Bild 60/1 wird nun anstelle von R eine Spule mit geschlossenem Eisenkern eingeschaltet (III), die eine Induktivität L von einigen Henry besitzt. Bei einer Wechselspannung von 1 Hz gehen die Ausschläge des Spannungsmessers stets denen des Strommessers voraus.

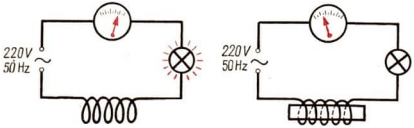


63/1 Die Spule im Wechselstromkreis. Gegenüber i eilt die angelegte Spannung u um $T/4$ vor, die Spannung der Selbstinduktion u_{si} um $T/4$ nach

Der Zusammenhang zwischen Spannung u und Stromstärke i bei einer widerstandsfreien Spule ist in Bild 63/1 zum Ausdruck gebracht:

Liegt eine Wechselspannung an einer Spule, so bleibt die Stromstärke i hinter der Spannung u um eine Viertelperiode zurück.

Ergänzend hierzu beobachten wir noch die Wirkung einer *Drosselspule* nach Bild 63/2. Das ist eine Spule hoher Windungszahl mit Eisenkern. Der Wechselstrom wird bei Einführung des Eisenkerns so geschwächt, daß die Glühlampe erlischt. Der „induktive Widerstand" der Spule ist offenbar darauf zurückzuführen, daß die Spannung der Selbstinduktion u_{si} der angelegten Wechselspannung u stets entgegenwirkt.



63/2 Zur Wirkung einer Drosselspule. Durch Einschieben des Eisenkerns werden L und X_L so verstärkt, daß die Glühlampe erlischt

Die folgende mathematische Darstellung liefert eine wichtige Beziehung zwischen den Größen U, I und L.

Wird die Spule vom Wechselstrom $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$ durchflossen, so läßt sich Gl. (16.2) in Form

$$|u_{si}| = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

zur Erklärung heranziehen. Weiter folgt in Analogie zu Gl. (21) und Gl. (22):

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \omega \, \hat{i} \cdot \cos \omega t \, .$$

Durch Einsetzen erhält man: $|\hat{u}_{si}| = L \cdot \omega \cdot \hat{i}$ und nach Division durch $\sqrt{2}$: $U = L \cdot \omega \cdot I$.

Wie bereits im Fall des Wirkwiderstandes und des kapazitiven Widerstands wird der Quotient $\frac{U}{I}$ als induktiver Widerstand bezeichnet:

Induktiver Widerstand $\boxed{X_L = \omega \cdot L}$

X_L	ω	L
Ω	s^{-1}	$Vs \cdot A^{-1}$

(29)

Beispiel

Die Induktivität einer eisenfreien Spule von 12000 Windungen ist $L = 0{,}028$ H. Bei quaderförmigem Eisenkern erhöht sich L auf 0,2 H, bei vollem Eisenschluß auf 4,3 H. Wie groß ist der induktive Widerstand X_L bei Wechselstrom von 50 Hz?

Lösung:

$$X_L = \omega \cdot L\,, \qquad X_L = \frac{314\ s^{-1} \cdot 0{,}028\ Vs}{5\ A}\,, \qquad \underline{\underline{X_L = 8{,}6\ \Omega}}\,.$$

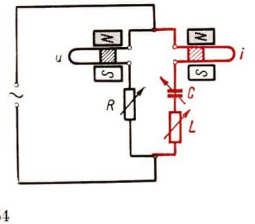
Dieser Wert erhöht sich durch den Eisenschluß auf 63 Ω bzw. 1140 Ω!

Wie läßt sich das beobachtete Nacheilen der Stromstärke aus dem Zeigerdiagramm 63/1 erklären? Im Hinblick auf die Gleichung (18) ist der Magnetfluß Φ eine harmonische Größe, die mit i in Phase ist. Daher ist auch in Bild 63/1 an die Stromkurve in Klammern Φ angeschrieben. Wie in Bild 46/1 die Spannung u hinter Φ in der Phase um $\pi/2$ zurückbleibt, ist auch im Zeigerdiagramm der Zeiger $\hat{u}_{si}$ um $\pi/2$ nacheilend zu $\hat{i}$ angetragen. Der Wechselstrom i ist in seiner Stärke dadurch bestimmt, daß die durch ihn erzeugte Gegenspannung u_{si} der angelegten Spannung u entgegengesetzt gleich ist. Dadurch ist die Richtung des Zeigers $\hat{u}$ in Bild 63/1 gegeben.
Da in diesen idealisierten Stromkreisen vom Ohmschen Spannungsabfall $R \cdot I$ abgesehen wird, bedeutet es keinen Widerspruch, daß ein Strom i fließt, obwohl die angelegte Spannung u und die Gegenspannung u_{si} sich gerade aufheben.

● *Überlegen Sie, warum der induktive Widerstand X_L den Größen L und f proportional ist!*

3.3.4. Demonstrationsversuche mit dem Zweistrahl-Oszillografen

Die Widerstände R, X_C, X_L und die Phasenverschiebung φ, die in Wechselstromkreisen zwischen u und i auftritt, sind in den letzten Abschnitten mathematisch erklärt worden.



64/1 Demonstrationsversuch mit 2 Meßschleifen zur gleichzeitigen Beobachtung von u und i bei $f = 50$ Hz. Zu Beginn des Versuchs sind die beiden Meßschleifen bei mittleren Werten von L und C so justiert, daß die projizierten Wellenlinien sich völlig decken. Da der Wirkwiderstand R keine Phasenverschiebung bewirkt, ist die Kurve der linken Schleife als Spannungskurve anzusehen. Die von der rechten Schleife entworfene Stromkurve ist durch ein Farbglas kenntlich gemacht

Diese abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten lassen sich mit 2 Meßschleifen oder mit einem Zweistrahl-Oszillografen bestätigen (Bild 64/1).

Die für Wechselstromkreise wichtige Phasenverschiebung φ wird im Oszillogramm bei der Frequenz $f = 50$ Hz des technischen Wechselstroms unmittelbar beobachtet. Wird C vergrößert, rückt die Stromkurve vor (wie Bild 61/2). Wird dagegen die Induktivität L erhöht, bleibt die Stromkurve hinter der Spannungskurve zurück (wie in Bild 63/1).

Hierbei zeigt sich:

Durch passende Wahl von C (bzw. L) kann eine durch L (bzw. C) bewirkte Phasenverschiebung φ kompensiert werden.

Außerdem ergeben die Oszillogramme eine direkte Bestätigung der Gleichungen (28) und (29) über den kapazitiven und induktiven Widerstand. So zeigt das Oszillogramm bei Verkleinern von L stets eine Erhöhung der Stromamplitude, während ein Verkleinern von C zu einer Erniedrigung der Stromamplitude führt.

Tabelle 2: Die Wirkung der Wechselstrom-Widerstände

Wirkwiderstand 	u und i sind in Phase 	Grundgleichung: $i = \frac{1}{R} \cdot u$ **Der Spannungsabfall U_R an R ist** $U_R = R \cdot I$
Kapazität 	u bleibt um $\pi/2$ zurück 	Grundgleichung: $i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$ **Der Spannungsabfall U_e an C ist** $U_e = \frac{1}{\omega C} \cdot I$
Induktivität 	i bleibt um $\pi/2$ zurück 	Grundgleichung: $u = L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$ **Der Spannungsabfall U_L an L ist** $U_L = \omega \cdot L \cdot I$

3.4. Reihenschaltung im Wechselstromkreis

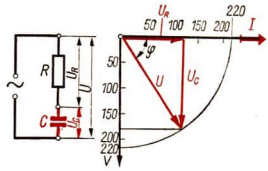
In den Schaltbildern 66/1, 67/1 und 69/1 sind Wechselstromwiderstände in Reihe geschaltet. Für die Berechnung des Gesamtwiderstandes dürfen nicht einfach die Beträge der Widerstände addiert werden. Vielmehr können die Widerstände nur unter Beachtung der Schwingungsphase, d. h. nach dem Zeigerdiagramm zusammengefaßt werden.

3.4.1. Der Kondensator als Vorwiderstand

Man kann den kapazitiven Widerstand eines Kondensators benutzen, um Glühlampen oder sonstige Elektrogeräte an eine bestimmte Netzspannung anzupassen. Bild 66/1 erläutert das folgende

Beispiel

Eine Glühlampe 125 V/25 W soll in Reihe mit einem Kondensator C an eine Wechselspannung 220 V/50 Hz angeschlossen werden. Welche Kapazität ist notwendig? Wie groß ist die zwischen U und I auftretende Phasenverschiebung?



66/1
Reihenschaltung von Wirkwiderstand und kapazitivem Widerstand

Lösung:

Der resultierende Zeiger U der Netzspannung ergibt sich nach dem Zeigerdiagramm der Effektivwerte (Bild 66/1). Die gesuchten Größen werden entweder in einem maßstäblichen Zeigerdiagramm gemessen, oder das Zeigerdiagramm wird als Planfigur für die folgende Rechnung benutzt:

$$U_C = \sqrt{U^2 - U_R^2}\,, \quad U_C = \sqrt{220^2\,\mathrm{V}^2 - 125^2\,\mathrm{V}^2}\,, \qquad \underline{\underline{U_C = 181\ \mathrm{V}}}\,;$$

$$I = \frac{P}{U_R}\,, \qquad I = \frac{25\ \mathrm{W}}{125\ \mathrm{V}}\,, \qquad \underline{\underline{I = 0{,}2\ \mathrm{A}}}\,;$$

$$C = \frac{I}{\omega \cdot U_C}\,, \qquad C = \frac{0{,}2\ \mathrm{A \cdot s}}{3\,14 \cdot 181\ \mathrm{V}}\,, \qquad \underline{\underline{C = 3{,}5\ \mu\mathrm{F}}}\,;$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}\,, \qquad \cos\varphi = \frac{125\ \mathrm{V}}{220\ \mathrm{V}}\,, \qquad \cos\varphi = 0{,}575\,, \qquad \underline{\underline{\varphi = 55°}}\,.$$

(Der Strom i eilt vor; wegen $P = U_R \cdot I$ siehe Gl. (34)!)

3.4.2. Die Spule als Vorwiderstand

Induktive Widerstände werden häufig zur Anpassung von Spezial-Lampen an die Netzspannung benutzt. Ein solches Beispiel wird im folgenden an Bild 67/1 erläutert.

Beispiel

Eine Bogenlampe mit den Betriebswerten 60 V/6 A soll unter Vorschaltung einer Drosselspule an einer Wechselspannungsquelle 110 V/50 Hz betrieben werden. Der Ohmsche Widerstand der Drossel wird vernachlässigt.

Lösung:

Der Spannungsabfall U_L an der Drossel ergibt sich aus dem Zeigerdiagramm 67/1:

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_R^2}, \qquad U_L = \sqrt{110^2\,V^2 - 60^2\,V^2}, \qquad \underline{U_L = 92{,}2\ V};$$

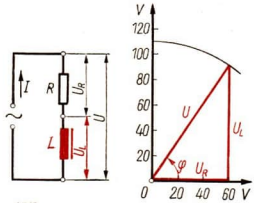
$$L = \frac{U_L}{\omega \cdot I}, \qquad L = \frac{92{,}2\ V \cdot s}{314 \cdot 6\ A}, \qquad \underline{L = 0{,}49\ H};$$

$$\tan\varphi = \frac{U_L}{U_R}, \qquad \tan\varphi = \frac{92{,}2\ V}{60\ V}, \qquad \underline{\tan\varphi = 1{,}54}, \qquad \underline{\varphi = 57°}.$$

(Die Spannung u eilt vor.)

● *Zeigen Sie, daß ein anstelle der Drossel eingesetzter Wirkwiderstand R_V 300 W verbrauchen würde.*

Bild 67/2 zeigt die Ausführung einer Drosselspule bei Benutzung eines industriell hergestellten geblätterten Kernes. Wie ist bei dem Kern von Bild 67/2 die Windungszahl w der Spule zu wählen, damit die Spannung U_{si} der Selbstinduktion den im letzten Beispiel geforderten Wert $|U_{si}| = U_L = 92{,}2$ V erreicht?



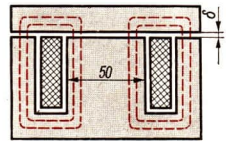
67/1
Die Drosselspule als Vorwiderstand

Die Windungszahl w ist durch das Induktionsgesetz bestimmt. Aus $\hat{u}_L = L \cdot \omega \cdot \hat{i}$ erhält man mit Gl. (18) die Form $\hat{u}_L = w \cdot \omega \cdot \hat{\Phi}$. Führt man noch $\hat{\Phi} = \hat{B} \cdot A$ ein und dividiert durch $\sqrt{2}$, so erhält man:

$$U_L = \frac{w \cdot \omega \cdot \hat{B} \cdot A}{\sqrt{2}}.$$

Für technischen Wechselstrom ist $\omega = 314\ s^{-1}$. Für diesen Spezialfall gilt somit

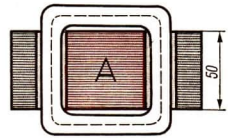
$$U_L = 222\ s^{-1} \cdot w \cdot \hat{B} \cdot A\ .$$



Durch einen Luftspalt der geringen Breite δ wird dafür gesorgt, daß die Flußdichte im Eisen den Maximalwert $\hat{B} = 1{,}2\ Vs \cdot m^{-2}$ nicht übersteigt. Dadurch wird eine zu starke Erwärmung des Kerns vermieden. So ergibt sich für die Windungszahl der Drossel:

$$w = \frac{U_L \cdot s}{222 \cdot 1 \cdot \hat{B} \cdot A}, \qquad w = \frac{92{,}2\ V \cdot s \cdot m^2 \cdot 10^4}{222 \cdot 1 \cdot 1{,}2\ Vs \cdot 25\ m^2},$$

$$\underline{w = 138}.$$

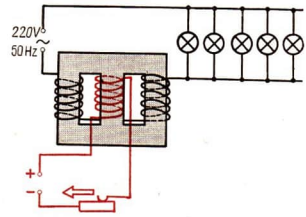


67/2 Drosselspule mit industriell hergestelltem geblättertem Eisenkern (E-Kern). Der Luftspalt dient zur Begrenzung der Flußdichte B

Im Zusammenhang mit der automatischen Regelung haben in letzter Zeit die *Magnetverstärker* (Transduktoren) Bedeutung erlangt. Daher soll die Wirkung einer *vormagnetisierten Drossel* an Bild 68/1 erläutert werden.

Der induktive Widerstand X_L ist der Größe μ_r proportional und hängt stark von der magnetischen Feldstärke H bzw. vom Sättigungsgrad des Spulenkerns ab. Ist der Gleichstrom nicht einge-

schaltet, dann ist der induktive Widerstand der Wechselstromwicklung so hoch, daß die Glühlampen nicht leuchten. Erhält die Gleichstromwicklung einen geringen Strom, wird das Eisen magnetisch gesättigt. Die Größen μ_r und X_L werden so klein, daß die Lampen hell leuchten. So kann mit einer kleinen Gleichstromleistung eine etwa 100-fach größere Wechselstromleistung verlustlos gesteuert werden.



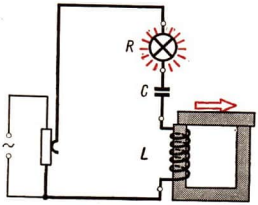
68/1 Eine vormagnetisierte Drossel als verlustfreier Verdunklungswiderstand für eine Saalbeleuchtung

3.4.3. Reihenschaltung von R, L und C

Bei dem Versuch von Bild 68/2 ist R der Wirkwiderstand von Glühlampe und Spule, L die (veränderliche) Induktivität der Spule und C ein Blockkondensator.

In der Ausgangsstellung ist das Joch auf den U-Kern voll aufgelegt, die Lampe leuchtet nicht.

1. Schiebt man das Joch vorsichtig ab, leuchtet in einer bestimmten Stellung die Lampe auf. Bei weiterem Verkleinern von L erlischt sie wieder.
2. Das Joch wird in der Stellung des Strommaximums festgestellt. Die Lampe leuchtet. Wird jetzt der Kondensator oder die Spule kurzgeschlossen, erlischt die Lampe.



68/2 Resonanz bei technischem Wechselstrom. Durch Verkleinern von L wird in dem stark gezeichneten Stromkreis Resonanz erreicht. Das Lämpchen leuchtet auf

Bei diesen Versuchen zeigt sich eine Besonderheit des Wechselstromkreises:

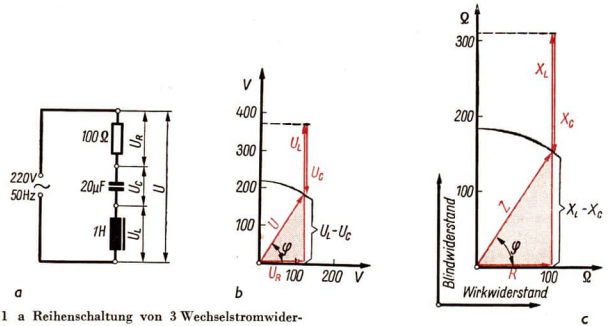
Bei Reihenschaltung sind die Wechselstromwiderstände (X_L oder X_C) einzeln größer als ihre Summe.

Zur Erklärung dieser Erscheinung betrachten wir das in Bild 69/1 dargestellte **Beispiel:**

Die Gestalt des Zeigerdiagramms 69/1 ergibt sich daraus, daß $U_R = R \cdot I$ mit der Stromstärke I in Phase ist, U_L dem Strom um $\pi/2$ voreilt, während U_C um $\pi/2$ hinter dem Strom I zurückbleibt. So ist der resultierende Phasenwinkel φ zwischen U und I gegeben durch

$$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}.$$

Um die Stromstärke I zu berechnen, geht man vom Zeigerdiagramm der Effektivwerte (Bild 69/1) zum Zeigerdiagramm der Widerstände über, das in Bild 69/1 rechts gezeigt wird. Die Länge der Widerstandszeiger erhält man, indem die entsprechenden Effektivspannungen durch I dividiert werden. Daher ist das Widerstandsdiagramm dem Spannungsdiagramm geometrisch ähnlich.



69/1 a Reihenschaltung von 3 Wechselstromwiderständen, b Zeigerdiagramm der Effektivspannungen, c Zeigerdiagramm der Widerstände

Der resultierende Widerstand $Z = \frac{U}{I}$ wird als neue Rechengröße eingeführt. Z wird als Scheinwiderstand oder Impedanz des Wechselstromes bezeichnet. Aus dem rechtwinkligen Dreieck in Bild 69/1 rechts ergibt sich der **Scheinwiderstand**

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (30)$$

Beispiel

Wie groß ist bei der Reihenschaltung von Bild 69/1 der Effektivwert I? Welche Phasenverschiebung besteht zwischen U und I? Welche Teilspannungen ergeben sich?

Lösung:

$X_L = \omega \cdot L$, $X_L = 314\,\Omega$;

$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$, $X_C = 158\,\Omega$;

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$, $Z = 185\,\Omega$,

$I = \frac{U}{Z}$, $I = 1{,}19\,A$;

$U_L = X_L \cdot I$, $U_L = 374\,V$;

$U_C = X_C \cdot I$, $U_C = 188\,V$;

$U_R = R \cdot I$, $U_R = 119\,V$;

$\tan\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}$, $\tan\varphi = 1{,}555$;

$\varphi = 57°$

Die Teilspannung U_L übertrifft die angelegte Klemmspannung!

(I bleibt in der Phase zurück.)

Wie bei mechanischen Schwingungen spielt auch bei den Wechselströmen (elektromagnetischen Schwingungen) die Resonanz eine wichtige Rolle. Aus Bild 69/1 rechts erkennt man, daß Z am kleinsten, I daher am größten wird, wenn die Bedingung

$X_L = X_C$ erfüllt ist. (In diesem Fall wird $\varphi = 0$ und $Z = R$.) Hieraus folgt mit den Gleichungen (28) und (29) die **Resonanzbedingung**:

$$\boxed{\omega_r^2 \cdot L \cdot C = 1} \tag{31}$$

Mit dem Zeigerdiagramm 69/1 und der daraus abgeleiteten Gl. (31) findet der eingangs erwähnte Versuch seine Erklärung. Weiter ergeben sich zwei für die Wechselstromtechnik wichtige Folgerungen:

1. In Wechselstromkreisen besteht die Gefahr, daß an Spulen und Kondensatoren Überspannungen auftreten, die ein Vielfaches der Netzspannung betragen.
   Wird z. B. in der Reihenschaltung von Bild 69/1 statt 20 μF die Kapazität $C_r = 10{,}1\ \mu$F eingeschaltet, wird $\varphi = 0$. Die Resonanzstromstärke wird $I_r = 2{,}2$ A. Am Kondensator und an der Spule tritt hierbei die Spannung $\omega \cdot L \cdot I_r = 700$ V auf!
2. Fließen Wechselströme verschiedener Frequenz in einem Stromkreis nach Art von Bild 69/1, so wird der Wechselstrom einer bestimmten Resonanzfrequenz f bevorzugt durchgelassen, während für die anderen ein hoher Scheinwiderstand besteht.
   In diesem Sinne nennt man die Reihenschaltung von R, L und C eine *Siebkette*.
   Wegen $\omega_r = 2 \cdot \pi \cdot f_r$ erhält man aus Gl. (31) die Formel für die **Resonanzfrequenz**

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \omega \cdot L \cdot C}} \tag{32}$$

3.5. Die Leistung des Wechselstroms

Die Berechnung und Messung der Leistung ist ein zentrales Problem der Wechselstromtechnik. Auf allen Maschinen und Geräten befindet sich eine Leistungsangabe.

3.5.1. Die Wirkleistung

Am einfachsten ist die Berechnung der Wechselstromleistung für den Fall, daß ein reiner Wirkwiderstand im Stromkreis liegt. Spannung u und Strom i sind dann in Phase.

Aus $u = \hat{u} \cdot \sin \omega \cdot t$; $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$ erhält man den **Momentanwert** der Leistung.

$$p = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin^2 \omega t,$$

$$p = U \cdot I \cdot 2 \cdot \sin^2 \omega t.$$

Bei Benutzung der trigonometrischen Formel

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

folgt daraus:

$$p = U \cdot I \cdot (1 - \cos \cdot 2\,\omega \cdot t)$$

Diese Kurve ist in Bild 71/1 a dargestellt. Bildet man den Mittelwert $P = \bar{p}$ über viele Perioden, so ergibt sich für die Kosinusfunktion der Mittelwert null und es folgt:

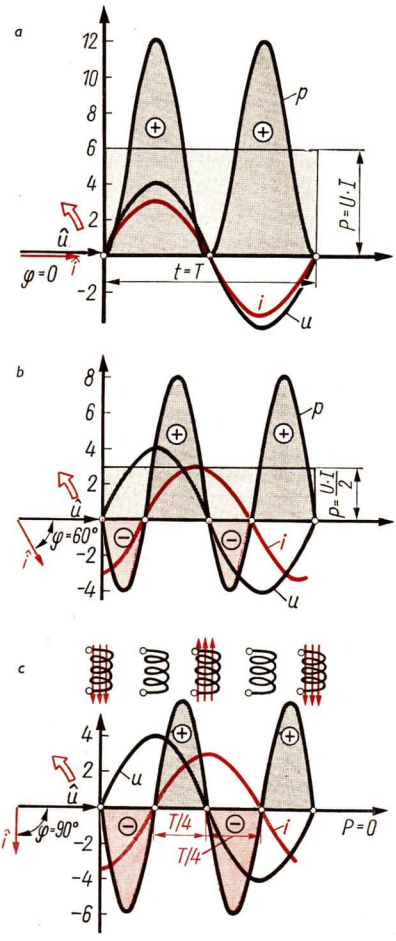
$$P = U \cdot I\,,$$

$$P = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{2}\,.$$

Besteht in einem Wechselstromkreis zwischen Spannung und Strom keine Phasenverschiebung, so erhält man die Leistung P als Produkt der Effektivwerte U und I.

Nach Bild 71/1 b sind die gleichen Scheitelwerte, z. B. $\hat{u} = 4$ V und $\hat{i} = 3$ A gegeben. Doch ist der Fall angenommen, daß — durch die Wirkung eines induktiven Widerstands — der Strom i um 60° in der Phase gegen u zurückbleibt. Offenbar gibt es in diesem Fall Zeitintervalle, in denen u und i entgegengesetztes Vorzeichen haben. Da für die Mittelwertbildung positive und negative Flächen bei der p-Kurve zu unterscheiden sind, ist in diesem Fall der Mittelwert $P = \bar{p}$ nur halb so groß wie in Bild 71/1a, siehe auch Gleichung (33.1).

Bild 71/1c gilt für den Fall, daß eine widerstandsfreie Spule im Wechselstromkreis liegt. Hier zeigt sich, daß die positiven und negativen Flächenstücke im Leistungsdiagramm einander aufheben. Der Mittelwert P der Leistung ist offenbar null.



71/1 Beispiele zur Berechnung der Wechselstromleistung. a Phasenwinkel $\varphi = 0$, b Phasenwinkel $\varphi = 60°$, c Phasenwinkel $\varphi = 90°$

Zusammenfassend ergibt sich aus den betrachteten Beispielen, daß die Leistung im Wechselstromkreis nicht nur von den Effektivwerten U und I, sondern auch von der Phasenverschiebung φ abhängt, die zwischen u und i besteht.
Um die Leistung P bei einer beliebigen Phasenverschiebung φ zu berechnen, gehen wir von den Momentanwerten der Spannung und des Stromes aus:

$$u = \hat{u} \cdot \sin \omega t, \qquad i = \hat{i} \sin (\omega \cdot t - \varphi).$$

Die Momentanleistung ergibt sich dann zunächst in der Form:

$$p = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin \omega t \cdot \sin (\omega \cdot t - \varphi).$$

Mit den goniometrischen Formeln

$$\sin (x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

und

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

wird die obige Gleichung in die folgende Form gebracht:

$$p = 2 \cdot U \cdot I \cos \varphi \cdot \sin^2 \omega t - U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2 \omega t. \tag{33}$$

Bildet man den zeitlichen Mittelwert $P = \overline{p}$, so gibt das 2. Glied keinen Beitrag, weil der Mittelwert der Sinusfunktion, über viele Perioden gebildet, null ist. Beim 1. Glied gibt der Mittelwert von $\sin^2 \omega t$ den Faktor $^1/_2$ (vgl. S. 58).
Durch P wird diejenige elektrische Leistung angegeben, die im Zeitmittel dem Wechselstromnetz entnommen und in Arbeit oder Wärme verwandelt wird. Man bezeichnet sie deshalb als **Wirkleistung**

$$\boxed{P_w = U \cdot I \cdot \cos \varphi} \tag{33.1}$$

Der Faktor $\cos \varphi$, der die Bedeutung der Phasenverschiebung für die Berechnung der Wechselstromleistung bezeichnet, heißt **Leistungsfaktor.**

- *Zeigen Sie, daß die in den Bildern 71/1a bis c angegebenen P-Werte durch Gl. (33.1) bestätigt werden!*

3.5.2. Die Blindleistung

Bild 71/1c ist für den Idealfall einer rein induktiven Belastung gezeichnet. (Die in den Leitungen stets auftretenden Verluste bleiben außer Betracht.). Dient während $T/4$ der Strom i zum Aufbau eines Magnetfeldes, so ist $p > 0$. Wird während der nächsten Viertelperiode des Wechselstroms das Magnetfeld wieder abgebaut, ist $p < 0$. Die positiven und die negativen Flächen unter der p-Kurve sind gleich groß. Weil im Zeitmittel dem Netz keine Energie entnommen wird, nennt man in diesem Fall i einen *Blindstrom* und den induktiven Widerstand der Spule einen *Blindwiderstand* ($X_L = X_b$).

- *Machen Sie sich klar, daß ein Blindsirom dieselben Wirkungen hat (genau so real ist) wie ein Wirkstrom.*

Zweimal in jeder Wechselstromperiode wird ein Energiebetrag dem Netz zum Aufbau des Magnetfelds entnommen, eine Viertelperiode später aber in voller Höhe von der Spule zurückgeliefert. Eine entsprechende Leistung P_b muß von den Kraftwerken ebenso aufgebracht werden wie die Wirkleistung P_W, die etwa in Beleuchtungskörpern in Wärme umgewandelt wird. Diese *Blindleistung* P_b wird deshalb so genannt, weil sie im Zeitmittel nicht in Erscheinung tritt (und daher vom Verbraucher nicht bezahlt wird).

Die Blindleistung P_b ist durch das 2. Glied in Gl. (33) bestimmt. Der Faktor sin $(2\,\omega \cdot t)$ bringt zum Ausdruck, daß die **Blindleistung** (bei beliebigem Widerstand)

$$P_b = U \cdot I \cdot \sin\varphi \tag{33.2}$$

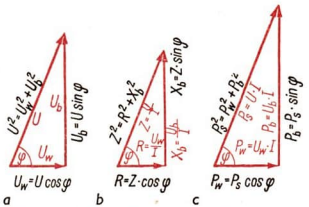
mit der doppelten Frequenz des Wechselstroms in den Leitungen hin- und herflutet. Die Leistungseinheit 1 W wird allein für die Wirkleistung P_w benutzt, die vom Leistungsmesser angezeigt wird. Für die Blindleistung ist die Einheit 1 Var bzw. 1 kVar $= 10^3$ Var eingeführt.

Die Bezeichnung *Voltampere reaktiv* bringt zum Ausdruck, daß diese Leistung periodisch zurückgeliefert wird.

Zeichnen Sie (entsprechend Bild 71/1 c) das Zeigerdiagramm und das Funktionsbild für einen kapazitiven Blindwiderstand. Was ist eine kapazitive Blindleistung?

3.5.3. Die Scheinleistung

Eine Phasenverschiebung von $\varphi = \pi/2$ bezeichnet einen instruktiven Idealfall. Tatsächlich erwärmt sich jede Spule, wenn eine Wechselspannung angelegt wird. Zu dem induktiven Spannungsabfall $U_b = \omega \cdot L \cdot I$ kommt stets auch ein Wirkspannungsabfall $U_w = R \cdot I$, der durch den Ohmschen Widerstand R der Spule bewirkt wird. Beide Spannungen können nur unter Beachtung der Schwingungsphase, also nach dem Zeigerdiagramm (Bild 73/1 a) addiert werden.



73/1 Aus dem Zeigerdiagramm der Spannungen (a) werden das Diagramm (b) der Widerstände und das Diagramm (c) der Leistungen abgeleitet

Der Index b anstelle des Index L wird gewählt, weil die Darstellung sinngemäß auch für eine kapazitive Blindleistung gilt. Der Index w anstelle von R betont den Gegensatz „Wirkleistung-Blindleistung", auf den es hier ankommt.

Zur Berechnung der Stromstärke hatte es sich als nützlich erwiesen, vom Zeigerdiagramm der Spannungen 73/1 a mit Division durch I zum Diagramm 73/1 b der Widerstände überzugehen und den Scheinwiderstand Z als Rechengröße einzuführen. Ganz ähnlich geht man in der Elektrotechnik bei der Berechnung der Wechselstromleistung vor.

Auf Grund der Gleichungen $U_w = U \cdot \cos\varphi$ und $U_b = U \cdot \sin\varphi$ von Bild 73/1 kann man die Gleichungen (33.1) und (33.2) für P_w und P_b in der Form

Wirkleistung $\boxed{P_w = U_w \cdot I}$ (34)

Blindleistung $\boxed{P_b = U_b \cdot I}$ (35)

schreiben.

Für die Leistungsberechnung wird daher aus dem Spannungsdiagramm durch Multiplikation der Seiten mit I das Diagramm der Leistungen 73/1 c abgeleitet. Wie beim Widerstandsdiagramm wird die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks als Rechengröße eingeführt durch die Definition

Scheinleistung (an beliebigem Widerstand)

$$\boxed{P_s = U \cdot I} \tag{36}$$

Wie z. B. aus dem Leistungsdiagramm 73/1c hervorgeht, ist die Scheinleistung ein Maß für die Gesamtbelastung eines Leiters bzw. ein Generators.
Die Einheit der Scheinleistung P_s ist das **Voltampere.**

$$1\ \text{kVA} = 10^3\ \text{VA}, \quad 1\ \text{MVA} = 10^6\ \text{VA}.$$

Beispiel

Für die in Reihe geschalteten Widerstände von Bild 69/1 werden die Größen P_w, P_b und P_s gesucht.

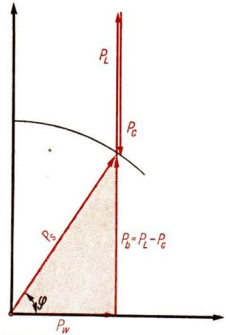
Lösung: (nach dem Leistungsdiagramm von Bild 74/1):

$U = 220\ \text{V}$, $P_w = U_w \cdot I$, $P_w = 141\ \text{W}$;

$U_w = 119\ \text{V}$, $P_b = U_b \cdot I$, $P_b = 221\ \text{Var}$;

$U_b = 186\ \text{V}$, $P_s = U \cdot I$, $P_s = 262\ \text{VA}$;

$I = 1{,}19\ \text{A}$.



74/1 Leistungsdiagramm zur Reihenschaltung von Bild 69/1 a

In Energieversorgungsnetzen ist **Parallelschaltung** der Verbraucher die Regel. Sind Wechselstromwiderstände parallel geschaltet, so erhält man das Leistungsdiagramm aus dem Zeigerdiagramm der Ströme durch Multiplikation mit U. Anstelle der Gleichungen (34, 35) werden in diesem Fall zur Leistungsberechnung die Gleichungen

Wirkleistung $\boxed{P_w = I_w \cdot U}$ (37)

Blindleistung $\boxed{P_b = I_b \cdot U}$ (38)

benutzt.

Beispiel

An einer 220-V-Wechselstromleitung liegen parallel: 2 Glühlampen zu je 500 W, ein Motor mit einer Stromaufnahme von 4 A und einem Leistungsfaktor 0,7 sowie ein anderer Motor mit 6,5 A und Leistungsfaktor 0,85. Welche Werte ergeben sich für P_w, P_b, P_s? Welcher Strom I wird dem Netz entnommen? Welcher Leistungsfaktor ergibt sich bei dieser Anordnung?

Lösung (vgl. Bild 75/1):

$$P_w = U \cdot I_w, \qquad P_w = 220\left(\frac{1000}{220} + 4 \cdot 0{,}7 + 6{,}5 \cdot 0{,}85\right), \qquad \underline{\underline{P_w = 2{,}85\ \text{kW}}};$$

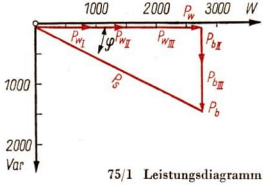
$$P_b = U \cdot I_b, \qquad P_b = 220\,(9 \cdot 1 \cdot 0 + 4 \cdot 0{,}714 + 6{,}5 \cdot 0{,}527), \qquad \underline{\underline{P_b = 1{,}38\ \text{kVar}}};$$

$$P_s = \sqrt{P_w^2 + P_b^2}, \qquad \underline{\underline{P_s = 3{,}17\ \text{kVA}}};$$

$$I = \frac{P_s}{U}, \qquad \underline{\underline{I = 14{,}4\ \text{A}}};$$

$$\cos\varphi = \frac{P_w}{P_s}, \quad \cos\varphi = 0{,}899, \quad \underline{\underline{\varphi = 27{,}7°}}.$$

(Die Spannung U eilt vor.)



75/1 Leistungsdiagramm

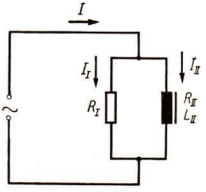
Versuche, Fragen und Aufgaben

1. Zwei in Reihe geschaltete Generatoren erzeugen bei gleicher Frequenz f die Wechselspannungen $U_1 = 140$ V und $U_2 = 120$ V. Welche Gesamtspannung U ergibt sich,
   1. wenn U_2 und U_1 in Phase sind,
   2. wenn U_2 in der Phase um 60° gegen U_1 zurückbleibt?

2. Eine Spule der Induktivität $L = 0{,}35$ H liegt an einer Wechselstromquelle 220 V/50 Hz. Welche Stromstärke I und Leistung P_s nimmt sie auf? Berechnen Sie diese Werte
   2.1. bei Vernachlässigung des Wirkwiderstandes R der Spule,
   2.2. bei Berücksichtigung des Widerstands $R = 25\ \Omega$!

3. Welcher Kondensator hebt bei einer Frequenz $f = 52$ Hz die von einer Induktivität $L = 4{,}7$ H hervorgerufene Phasenverschiebung φ gerade auf?

4. An einer Wechselspannung $U = 240$ V (50 Hz) liegen eine Anzahl Glühlampen, die zusammen $I_I = 15$ A aufnehmen, parallel dazu ein Motor, der $I_{II} = 10$ A aufnimmt. Der Gesamtstrom beträgt $I = 23{,}5$ A. Gesucht sind
   4.1. der Leistungsfaktor cos φ (Bild 75/2),
   4.2. die gesamte Wirkleistung $P_w = P_{wI} + P_{wII}$!



75/2

5. Die Widerstände $R = 10\ \Omega$, $L = 0{,}4$ H und $C = 18\ \mu$F liegen in Reihe an einer Wechselspannung $U = 220$ V/50 Hz.
   5.1. Berechnen Sie I, U_L und U_C!
   5.2. Welches ist die Resonanzfrequenz f_r? Welche Stromstärke I_r und welche Überspannung an Spule und Kondensator treten für diese Frequenz auf?

6. Eine Wechselspannung $U = 100\,\text{V}$ liegt an einer Drosselspule ($R = 100\,\Omega$; $L = 2\,\text{H}$). Welcher Wechselstrom I fließt durch diese Drossel bei einer Frequenz von 1,25 Hz, 2,50 Hz, 3500 Hz?

7. Für die Berechnung der Kapazität C von „Phasenschieber-Kondensatoren" enthält ein Industrieprospekt folgende Formeln:

für $U = 220\,\text{V}$: $C = 66 \cdot P_b$

für $U = 380\,\text{V}$: $C = 22 \cdot P_b$

C	P_b
μF	kVar

Begründen Sie diese Gleichungen! (Gehen Sie von $P_b = I_b \cdot U = \frac{U^2}{X_c}$ aus!)

8. Leuchtstofflampen verursachen wegen der eingebauten Drosseln eine starke Phasenverschiebung. Die Lampe HNW 120 für 220 V/50 Hz hat eine Leistung $P_w = 31\,\text{W}$ und einen Betriebsstrom $I = 0{,}29\,\text{A}$.

8.1. Berechnen Sie hieraus den Leistungsfaktor, den Phasenwinkel und die Blindleistung $P_b = P_w \tan\varphi$!

8.2. Welcher Kondensator ist parallelzuschalten, um die Phasenverschiebung aufzuheben?

9. Ein Motor für 220 V/50 Hz hat eine Leistung von 20 kW bei einem Leistungsfaktor $\cos\varphi = 0{,}75$ und einem Wirkungsgrad $\eta = 0{,}85$.

9.1. Wie groß sind die aufgenommene Wirk- und Blindleistung?

9.2. Welcher Kondensator ist parallelzuschalten, damit U und I in Phase bleiben?

10. Eine Pumpe ($\eta = 0{,}2$) hebt 1 m³ Wasser in 20 Minuten um 10 m. Sie wird von einem Wechselstrommotor (220 V; $\eta = 0{,}7$; $\cos\varphi = 0{,}8$) angetrieben.

10.1 Welche mechanische Leistung gibt der Motor ab?

10.2. Welche Wirkleistung zeigt der Motorzähler an?

10.3. Welchen Strom nimmt der Motor auf?

Zusammenfassung

1. Die Wirkung eines Wechselstroms (oder einer Wechselspannung) wird durch den Mittelwert I (bzw. U) gemessen.

Was besagt die Angabe $I = 100\,\text{A}$ für einen Wechselstrom der Frequenz $f = 50\,\text{Hz}$? Wie wird der Effektivwert I gemessen? Welche Gleichung beschreibt die Momentanwerte i?

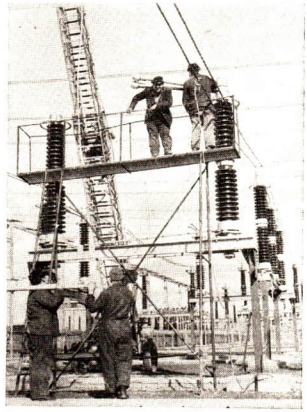
2. Die Stromstärke I in einem Wechselstromkreis ist einerseits durch den Wirkwiderstand R, andererseits durch die Gegenspannung bestimmt, die in einem Kondensator oder in einer Spule auftritt.

Wie groß sind der kapazitive Widerstand X_C, der induktive Widerstand X_L und der Scheinwiderstand Z?

3. Die Wirkleistung P_w ist der Mittelwert der Wechselstromleistung, die in Arbeit oder Wärme verwandelt wird. Nach Maßgabe des Leistungsfaktors $\cos\varphi$ wird die Wirkleistung mit wachsender Phasenverschiebung geringer.

Erläutern Sie die Formeln für P_w, P_b, P_s und $\cos\varphi$ nach dem Leistungsdiagramm!

4. Die Versorgung mit Elektroenergie



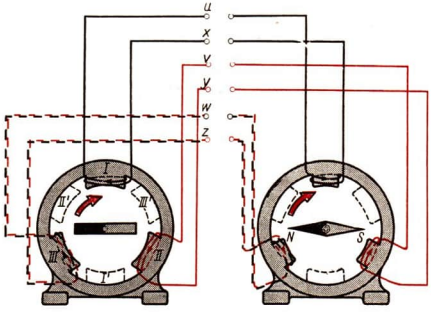
Eine rationelle Versorgung mit Elektroenergie ist eine wichtige Voraussetzung für die Entwicklung des Verkehrs sowie der industriellen und landwirtschaftlichen Produktion. Wenn der Ausbau des Verbundnetzes der RGW-Länder im Jahre 1967 vollendet ist, wird dieses Leitungsnetz der sozialistischen Länder mit den angeschlossenen Kraftwerken bei einer Gesamtleistung von 600 000 MW das größte Energienetz der Welt sein.

4.1. Energieübertragung durch Dreiphasen-Wechselstrom

Die Verkettung von Wechselströmen hat sich sowohl für die Fernleitung der elektrischen Energie als auch für ihre Umwandlung in mechanische Arbeit als sehr zweckmäßig erwiesen.
Im folgenden wird eine Kombination von 3 harmonischen Wechselströmen beschrieben, welche zwar in Amplitude und Frequenz, nicht aber in der Phase übereinstimmen.

4.1.1. Drei unverkettete Wechselströme mit 120°-Phasenverschiebung

Gleichstrommaschinen werden als *Außenpolmaschinen* ausgeführt; denn der mechanische Kommutator läßt sich nur anbringen, wenn sich die Induktionswindungen auf dem Anker befinden, der im Magnetfeld des Ständers rotiert. Wechselstrommaschinen sind hingegen *Innenpolmaschinen*. Mit hohem Wirkungsgrad kann nämlich mechanische Energie nur durch große Aggregate in Elektroenergie umgewandelt werden. Wenn z. B. ein moderner Wechselstromgenerator eine Leistung von 50 MW hat, so liegt bei einer Generatorspannung von 10 kV die Stromstärke I in der Größenordnung von 1000 A. Derartige Ströme lassen sich nicht über gleitende Kontakte, also bei Außenpolmaschinen, ableiten.
Im Bild 78/1 wird die Wirkungsweise eines Wechselstromgenerators schematisch erläutert.
Wir betrachten zuerst die auf Polschuh I befestigte Induktionsspule mit der (standardisierten) Klemmenbezeichnung UX. Dreht sich der Stabmagnet mit der Winkel-



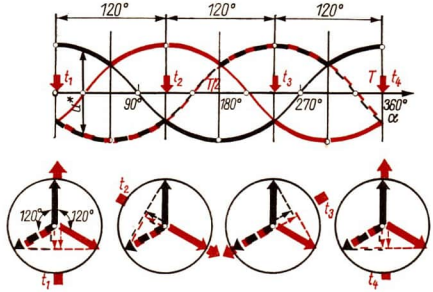
78/1 Schematische Darstellung der Innenpolmaschinen.
links: Die Erzeugung phasenverschobener Wechselströme.
rechts: Nachweis des magnetischen Drehfeldes mit einer Magnetnadel.

Die Induktionsspulen sind auf dem Ständer fest angebracht. Es dreht sich das Magnetfeld, das in diesem Beispiel durch einen permanenten Magneten erzeugt wird. Bei der technischen Ausführung der Maschinen wird das Magnetfeld durch Magnetspulen hervorgerufen, denen über Schleifringe Strom zugeführt wird. Da zur Erregung der Elektromagnete nur ein Bruchteil der Maschinenleistung nötig ist, und die Zufuhr über Schleifringe erfolgt, bereitet der Betrieb einer solchen Maschine keine besonderen Schwierigkeiten, wie sie bei einer Außenpolmaschine am Kommutator auftreten

geschwindigkeit ω, so wird in Spule I die harmonische **Strangspannung**

$$u_{UX} = \hat{u} \cdot \cos \omega t \tag{39}$$

induziert. Die Frequenz f des Wechselstroms stimmt mit der Umlauffrequenz des Magneten überein. Der zeitliche Verlauf von u ist im Funktionsbild 78/2 durch die gleichfarbige (schwarze) Kurve dargestellt. Die Polschuhe II und III sind auf dem Ständerumfang gegen I um $120° = \frac{2\pi}{3}$ bzw. $240° = \frac{4\pi}{3}$ versetzt. Die darauf angebrachten Induktionsspulen VY und WZ haben die gleiche Windungszahl wie Spule UX. Dann haben die Spannungen



78/2 Phasenverschobene Wechselstromgrößen (u oder i). Zur Bestimmung der Momentanwerte nach je einer Drittelperiode

$$u_{VY} = \hat{u} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{und} \quad u_{WZ} = \hat{u} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{40}$$

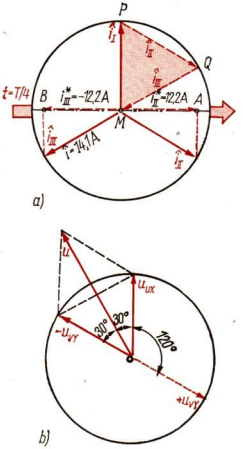
den gleichen Scheitelwert und die gleiche Frequenz wie u_{UX}. Sie unterscheiden sich jedoch in der Schwingungsphase, wie Bild 78/2 zum Ausdruck bringt.

Zwischen den Strangspannungen u_{UX}, u_{VY} und u_{WZ} besteht jeweils eine Phasenverschiebung von $\varphi = 120°$.

In Bild 82/1 sind die Ständerspulen noch einmal schematisch dargestellt. An ihre Klemmen seien gleiche Wirkwiderstände angeschlossen. Unter dieser Bedingung fließen in drei getrennten Stromkreisen die harmonischen Wechselströme i_I, i_{II} und i_{III}, die je mit einer Strangspannung in Phase sind. Die drei elektrisch voneinander getrennten, aber von einem Generator herführenden Doppelleiter bezeichnet man als ein „offenes Leitersystem".

Beispiel

In den Ständerwicklungen von Bild 78/1 erzeugt ein rotierender Magnet 3 phasenverschobene Wechselspannungen mit dem Scheitelwert $\hat{u} = 310\,\text{V}$. Die 3 Belastungswiderstände sind je $R = 22\,\Omega$. Zur Zeit $t = \frac{T}{4}$ habe sich der induzierende Magnet gerade in die vertikale Stellung gedreht Wie groß sind der Scheitelwert $\hat{i}$, der Effektivwert I und für $t = \frac{T}{4}$ die Momentanwerte der induzierten Wechselströme?



79/1 Zeigerdiagramme für Dreiphasenwechselstrom.
a Diagramm der Scheitelwerte bei gleicher Phasenbelastung
b Diagramm der Effektivwerte zur Ableitung der Leiterspannung U

Rechnerische Lösung:

$$\alpha = \omega \frac{T}{4}, \quad \alpha = \frac{2\pi \cdot T}{T \cdot 4}, \quad \underline{\alpha = 90°}$$

$$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R}, \quad \underline{\hat{i} = 14{,}1\,\text{A}};$$

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}, \quad \underline{I = 10\,\text{A}};$$

$$I_I = 14{,}1\,\text{A} \cdot \cos 90°,$$

$$\underline{i_I = 0\,\text{A}};$$

$$I_{II} = 14{,}1\,\text{A} \cdot \cos(90° - 120°),$$

$$\underline{i_{II} = 12{,}2\,\text{A}};$$

$$I_{III} = 14{,}1\,\text{A} \cdot \cos(90° - 240°),$$

$$\underline{i_{III} = -12{,}2\,\text{A}}.$$

Zeichnerische Lösung (Bild 79/1):

Die Zeiger des mit dem Scheitelwert $\hat{i} = 14{,}1\,\text{A}$ gezeichneten Zeigerdiagramms ergeben, auf die Zeitachse projiziert, die o. a. Momentanwerte.

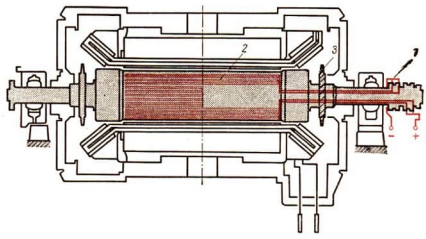
- *Machen Sie sich klar, daß es drei Möglichkeiten gibt, die Momentanwerte der Strangspannungen für einen bestimmten Zeitpunkt, z. B. t_2, zu bestimmen:*
  1. *Einsetzen von t_2 in die Gleichungen und (39) und (40),*
  2. *Lotrechter Schnitt bei $t = t_2$ im Funktionsbild 78/2,*
  3. *Projektion der Zeiger des Diagramms 78/2 auf die zu t_2 gehörige Zeitachse.*
- *Warum sind in Bild 78/1 bei den Ständerspulen* II *und* III *die Strompfeile entgegengesetzt gezeichnet wie bei Spule* I *?*

4.1.2. Der Turbogenerator für Dreiphasen-Wechselstrom

Im letzten Abschnitt wurde der prinzipielle Aufbau eines Innenpol-Generators betrachtet. Die technische Ausführung der z. T. wasserstoffgekühlten Generatoren stellt an Wissenschaftler, Ingenieure und Arbeiter sowie an die Fertigungsstätten große Anforderungen, müssen doch Großschmiedestücke mit einer Masse von vielen Tonnen und Tausende von kleinen Einzelteilen mit größter Genauigkeit bearbeitet und zusammengefügt werden. Dabei muß auch das Auftreten von Fliehkräften und elektromagnetischen Kräften berücksichtigt werden, die auf diese vielen Präzisionsteile während des Betriebes wirken.

Der Läufer (Bild 80/1)

Zur Erzielung eines Magnetfelds hoher Flußdichte B wird der Magnetstab von Bild 78/1 durch einen starken Elektromagneten ersetzt, dem Gleichstrom über Schleifringe zugeleitet wird. Der Magnet hat dann z. B. die Gestalt eines langgestreckten Zylinders, in dessen Nuten die Magnetwicklung in Form von Flachkupferstäben eingelegt wird. Das 2-polige Magnetfeld eines solchen „Induktors" ist dem eines Stabmagneten ähnlich.



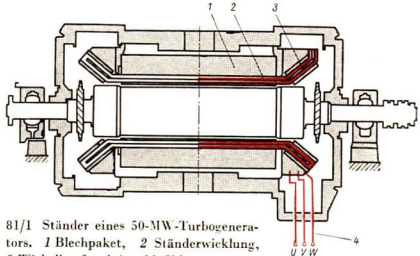
80/1 Läufer eines 50 MW-Turbogenerators
1 Gleichstromzuführung über Schleifringe zur Läuferwicklung
2 Läuferwicklung
3 Ventilator

Während Generatoren früher von langsam laufenden Dampfmaschinen angetrieben wurden, ist der Induktor eines Turbogenerators mit einer Dampfturbine hoher Drehzahl gekuppelt. Um die Frequenz 50 Hz des technischen Wechselstroms zu erhalten, wählt man oft 50 Umdrehungen je Sekunde, was einer Drehzahl 3000 min^{-1} entspricht. Damit der Induktor durch die hohen Fliehkräfte nicht zerrissen wird, darf die Umfangsgeschwindigkeit den Betrag von 150 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ nicht überschreiten. Da hierdurch der Durchmesser des Induktors beschränkt wird, muß der Induktor sehr langgestreckt gebaut werden, wenn die Maschine eine große Leistung abgeben soll.

● *Zeigen Sie, daß für eine Umdrehungszahl von 3000 Umdrehungen in der Minute d ≦ 1 m sein muß!*

Der Ständer (Bild 81/1)

Im Mittelteil des Ständers ist ein „Blechpaket" aus 0,5 mm dicken Dynamoblechen angeordnet. Die Ständerwicklung besteht aus Kupferstäben. Die Masse des Ständers beträgt bei einem 62,5 MW-Generator rund 72 Tonnen. Die Masse eines Turbo-Generatorsatzes komplett beträgt etwa 196 Tonnen.



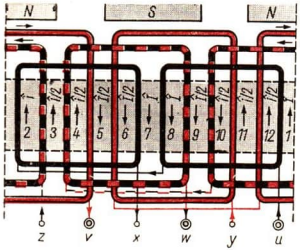
81/1 Ständer eines 50-MW-Turbogenerators. *1* Blechpaket, *2* Ständerwicklung, *3* Wickelkopf, *4* Anschlußklemmen

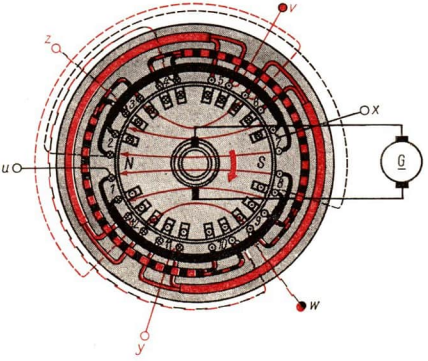
● *Überlegen Sie, wieviele Achsen das Schienenfahrzeug (63 Tonnen Eigenmasse) zum Transport des Ständers bei einer zulässigen Radbelastung von je 6,0 Tonnen haben muß!*

Ausgehend von der Ständerwicklung in Bild 78/1 führen im wesentlichen 2 Schritte zum Verständnis der Ständerwicklung (Bild 81/2).

1. Der Raum wird besser ausgenutzt, wenn man – in Bild 78/1 punktiert – den Polschuhen I, II, III gegenüber noch drei Polschuhe I′, II′, III′ anbringt. Führt man die Wicklung I z. B. zusätzlich noch mit umgekehrtem Windungssinn um Polschuh I′, so verstärkt die Annäherung des Südpols an I′ die Induktionswirkung, welche die Annäherung des Nordpols an I hat. Hierdurch wird die im Wicklungsstrang UX induzierte Wechselspannung verdoppelt.
2. Die Polschuhe mit den Wicklungen I···III sind in Bild 78/1 nur gezeichnet, um die Wicklungen übersichtlich zu gestalten. Tatsächlich muß für einen möglichst guten Eisenschluß, d. h. für einen möglichst schmalen Luftspalt zwischen Ständer und Läufer gesorgt werden. Daher werden – wie beim Läufer – auch im Stator die Wicklungsstränge in Nuten eingelegt.

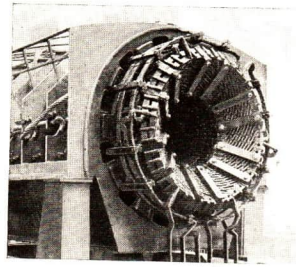
81/2 Ständerwicklung eines Dreiphasenstromgenerators (oder Motors). Die Farben der Wicklungsstränge, die je auf zwei benachbarte Nuten verteilt sind, entsprechen Bild 78/1





Im Ganzen geht aus dem Wicklungsschema der Ständerwicklung hervor, daß die schwarze, die rote und die schwarz-rote Induktionswicklung am Ständerumfang je um 120° verschoben sind und so der Generator 3 phasenverschobene Wechselströme liefert. Das erklärt die Bezeichnung „Generator für Dreiphasenwechselstrom".

- *Verfolgen Sie nach Bild 81/2, von der Klemme U ausgehend, den Verlauf der (schwarzen) Ständerwicklung UX! Verfahren Sie entsprechend beiden Wicklungen VY und WZ! Wenden Sie die Polregel von S. 50 an!*
- *Zeigen Sie, daß in Turbogeneratoren bei einer Generatorspannung 10 kV in den Ständerwicklungen Ströme der Größenordnung 1000 A fließen! Warum sind die Wickelköpfe mit den starken Laschen befestigt (Bild 81/2)?*

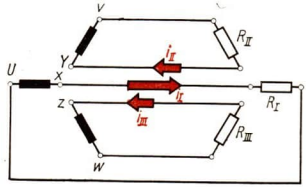


82/1

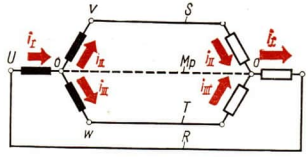
4.1.3. Der verkettete Dreiphasenstrom

Die Sternschaltung (Bild 82/2)

Bei einem Zusammenlegen der drei „Rückleitungen" von den Widerständen R_I, R_{II} und R_{III} werden die drei phasenverschobenen Wechselströme miteinander verkettet (Bild 82/3).

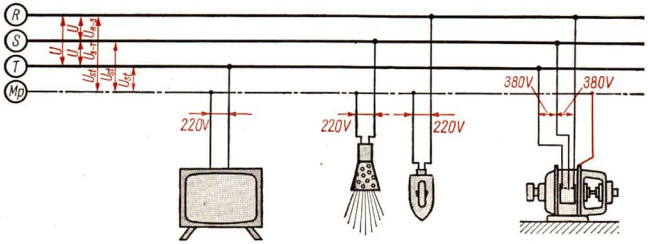


82/2 Die durch ein sich drehendes Magnetfeld in den Spulen U—X, V—Y und W—Z induzierten Ströme i_I, i_{II} und i_{III} werden über jeweils eine Hin- und Rückleitung zu drei Widerständen geführt. Da die drei Induktionsspulen um jeweils 120° gegeneinander versetzt angeordnet sind, fließen die drei Ströme mit dem entsprechenden Phasenunterschied und in verschiedene Richtung



82/3 Die Ströme i_{II} und i_{III} haben zu i_I entgegengesetzte Vorzeichen. Bei Belastung durch gleichgroße Widerstände R_I, R_{II} und R_{III} ist daher die Summe $i_I + i_{II} + i_{III}$ stets gleich null. Aus diesem Grunde ist es möglich, die drei von x, y und z ausgehenden Leiter wegzulassen und die drei Induktionsspulen an diesem Punkt zu einem Stern zusammenzuschalten. Wegen der meist vorhandenen ungleichmäßigen Belastung ist es notwendig, noch einen Mittelpol-Leiter (Mp) zu verlegen, indem dann die meist sehr geringen Ausgleichsströme fließen

- *Welchen Vorteil bietet die „Sternschaltung" gegenüber der Schaltung von Bild 82/2 im Hinblick auf das Leitungsmaterial?*



83/1 Motoren und Wärmegeräte großer Leistung werden an die Leiterspannung, Beleuchtungskörper und Haushaltsgeräte an die Strangspannung angeschlossen

Im folgenden soll nun untersucht werden, welchen *Effektivwert U* die Spannung zwischen zwei der Außenleiter *R*, *S*, *T* hat. Die Bezeichnung der am Energienetz auftretenden Spannungen geht aus Bild 83/1 hervor.

Die in den einzelnen Wicklungssträngen des Ständers induzierten *Strangspannungen* U_{UX}, U_{VY}, U_{WZ} werden insgesamt mit dem Buchstaben U_{st} bezeichnet. Demgegenüber werden die *Leiterspannungen* U_{RS}, U_{ST}, U_{TR} insgesamt durch den Buchstaben U gekennzeichnet.

Die harmonischen Wechselströme und Wechselspannungen werden in Richtung $\overrightarrow{UX}$, $\overrightarrow{VY}$ und $\overrightarrow{WZ}$ positiv, in entgegengesetzter Richtung als negativ gerechnet.
Aus dem Zeigerdiagramm der Effektivwerte (Bild 79/1 b) ergibt sich, daß die Diagonale im Rhombus $U_{RS} = U_{UX} \cdot \sqrt{3}$ ist, und es gilt allgemein für die **Leiterspannung** U (bei Sternschaltung)

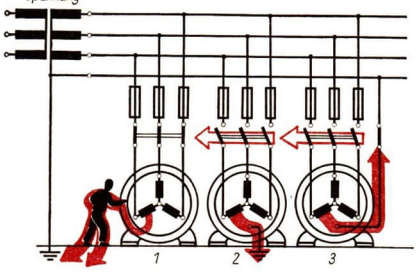
$$\boxed{U = \sqrt{3} \cdot U_{st}} \qquad (41)$$

Werden die Induktionswicklungen eines Dreiphasen-Generators im Stern geschaltet, so herrscht zwischen den Außenleitern R, S, T eine harmonische Wechselspannung U, welche um den „Verkettungsfaktor" $\sqrt{3}$ höher ist als die Strangspannung U_{st}.

Beim technischen Dreiphasenstrom des Energieversorgungsnetzes hat die Leiterspannung zumeist den Effektivwert $U = 380$ V (und somit den Scheitelwert $\hat{u} = 540$ V). Die Strangspannung ist in diesem Fall $U = 220$ V.

Bei Sternschaltung der Generatorspulen werden die vier Leiter R, S, T und M_p an den Verbraucher herangeführt. Das hat u. a. folgende Vorteile:

Dem Verbraucher stehen die Spannungen $U = 380$ V und $U_{st} = 220$ V zur Verfügung. Die übliche Schaltung von Verbrauchern wird in Bild 83/1 gezeigt.



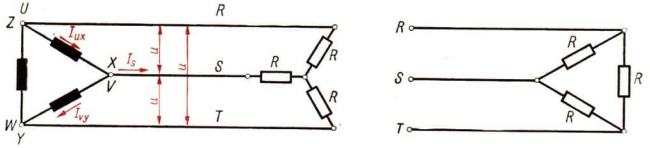
84/1 *1* Ohne vorschriftsmäßige Erdung sind bei Gehäuseschluß Mensch und Maschine gefährdet; *2* Ist die Erdleitung vorschriftsmäßig verlegt, spricht der Motorschutzschalter auf den Fehlerstrom an; *3* Nullung statt Erdung führt bei Gehäuseschluß ebenfalls zum Auslösen des Motorschutzschalters

Der M_p-Leiter kann, wenn er gut geerdet ist, eine Erdleitung ersetzen („Nullung" statt „Erdung", vgl. Bild 84/1). Zum Schutz von Menschen und Maschinen müssen alle der Berührung zugänglichen Maschinenteile geerdet sein. Diese für die Elektroinstallation geltenden Bestimmungen müssen unbedingt auch bei physikalischen Schülerübungen bzw. beim polytechnischen Unterricht beachtet werden.

● *Lesen Sie aus Bild 78/2 ab, daß für $\alpha = 30^\circ$ der Momentanwert $u_{UX} - u_{WY}$ der Leiterspannung $2\hat{u} \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \hat{u}$ beträgt (in Übereinstimmung mit (Gl. 41))!*

Die Dreieckschaltung

Wie das Zeigerdiagramm lehrt, ist bei einem Generator für Dreiphasenwechselstrom die Summe der Momentanwerte u_{UX}, u_{VY} und u_{WZ} in jedem Augenblick null. Daher können die Wicklungsstränge des Ständers auch „im Dreieck" zusammengeschaltet werden, wie es Bild 84/2 zeigt. In diesem Fall werden nur 3 Leiter vom Generator herausgeführt, und die Strangspannungen U_{st} sind mit den Leiterspannungen U identisch.



84/2 Generator in Dreieckschaltung. „Verbraucher" im Stern oder im Dreieck geschaltet

Die Leiterstromstärke I ist dabei von der Strangstromstärke I_{st} verschieden. Es ist die **Leiterstromstärke** (bei Dreieckschaltung)

$$I = \sqrt{3} \cdot I_{st} \tag{42}$$

Bei Dreieckschaltung ist die Stromstärke in den Außenleitern R, S und T um den „Verkettungsfaktor" $\sqrt{3}$ höher als in den Einzelsträngen.

● *Leiten Sie aus Bild 84/2 die Gleichung* $I_S = I_{UX} - I_{VY}$ *ab, und begründen Sie mit einem Zeigerdiagramm die Gleichung (42)!*

Motoren und andere Geräte können im Stern oder Dreieck an die Außenleiter des Energienetzes angeschlossen werden. Ein praktisches Beispiel möge zeigen, wie sich das technisch ausnutzen läßt.

Beispiel

Ein Heizwiderstand besteht aus 3 Einzelwiderständen $R = 22\,\Omega$, die – wie in Bild 84/2 gezeigt ist – entweder im Stern oder im Dreieck an die Leiter R, S und T des Energieversorgungsnetzes (Leiterspannung $U = 380$ V) angeschlossen werden können. Wie groß sind die bei Sternschaltung und bei Dreieckschaltung aufgenommenen Leistungen P_* und P_Δ?

Lösung:

Bei Sternschaltung gilt:

$$U_{st} = \frac{380\ \text{V}}{\sqrt{3}}, \quad \underline{\underline{U_{st} = 220\ \text{V}}}; \qquad I_{st} = \frac{220\ \text{V}}{22\,\Omega}, \quad \underline{\underline{I_{st} = 10\ \text{A}}};$$

$$P_* = 3 \cdot U_{st} \cdot I_{st}, \quad P_* = 3 \cdot 220\ \text{V} \cdot 10\ \text{A}, \quad \underline{\underline{P_* = 6,6\ \text{kW}}};$$

Bei Dreieckschaltung ist:

$$I_{st} = \frac{380\ \text{V}}{22\,\Omega}, \qquad I_{st} = 17,3\ \text{A}, \qquad \underline{\underline{U_{st} = U = 380\ \text{V}}};$$

$$P_\Delta = 3 \cdot U_{st}\, I_{st}, \quad P_\Delta = 3\,(220 \cdot \sqrt{3}\ \text{V})(10 \cdot \sqrt{3}\ \text{A}), \quad \underline{\underline{P_\Delta = 19,8\ \text{kW}}}.$$

Die Umschaltung von Stern auf Dreieck wird mit dem *Stern-Dreiecks-Schalter* mechanisch vorgenommen. Wird ein solcher Schalter zum Anlassen eines Motors benutzt, nimmt dieser nach Gl. (43) im Anlauf nur ein Drittel seiner Nennleistung auf.

Nehmen 3 Wechselstromwiderstände in Dreieckschaltung die Leistung P_Δ auf, so verbrauchen sie in Sternschaltung nur den 3. Teil dieser Leistung.

$$\boxed{P_\Delta = 3\,P_*} \tag{43}$$

4.1.4. Das magnetische Drehfeld

Im Eisenkern von wechselstromdurchflossenen Drosselspulen wirkt ein *magnetisches Wechselfeld*, das durch die harmonische Größe Φ wiedergegeben wurde. Im folgenden wird das *magnetische Drehfeld* behandelt, bei dem der Betrag B der Flußdichte konstant bleibt, aber der Vektor $\mathfrak{B}$ dauernd gedreht wird. Ein magnetisches Drehfeld kann durch die Drehung eines permanenten U-Magneten erzeugt werden.

Mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie der *U*-Magnet rotiert der Magnetfluß. Eine mitrotierende Kompaßnadel zeigt das magnetische Drehfeld an.

Eine andere Art der Entstehung eines magnetischen Drehfelds wird in Bild 78/1 gezeigt. Werden die drei um 120° versetzten Ständerspulen von drei phasenverschobenen

Wechselströmen durchflossen, zeigt die Rotation der Magnetnadel ein magnetisches Drehfeld an.

● *Begründen Sie mit den Funktionsbildern von 78/2, daß die Magnetnadel im Ständer von Bild 78/1 synchron mit dem induzierenden Magneten rotiert!*

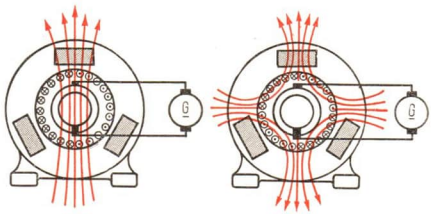
Magnetische Drehfelder wurden im Jahre 1889 erstmals von dem Ingenieur DOLIVO-DOBROWSKI zur Konstruktion eines Elektromotors benutzt. Auf ihn geht auch die Bezeichnung „Drehstrom" für Dreiphasenwechselstrom zurück. Die industrielle Bedeutung des Drehstroms besteht darin, daß damit magnetische Drehfelder (mit eindeutig bestimmtem Drehsinn) erzeugt und in den Drehstrommotoren technisch ausgenutzt werden können.

Mit Dreiphasenwechselstrom der Frequenz f können — je nach der Ausführung der Ständerwicklung — magnetische Drehfelder mit verschiedener Drehzahl n_B des Vektors $\mathfrak{B}$ erzeugt werden.
Entspricht zum Beispiel die Ständerwicklung eines Drehstrommotors dem Bild 81/1, so betrachten wir zunächst die schwarze Wicklung, die in der Abwicklung links zwei Rechtecke bildet. Der eingezeichnete Strom umkreist den Nordpol N und den Südpol S mit verschiedenem Drehsinn. Nach einer halben Wechselstromperiode hat der Strom seine Richtung umgekehrt; die Pole N und S haben ihre Plätze vertauscht. Eine mit dem Drehfeld umlaufende Magnetnadel macht somit eine halbe Umdrehung während der Zeit $\frac{T}{2}$. Die Drehzahl n_B des **zweipoligen Drehfeldes** (Polpaarzahl $p = 1$) ist gleich der Frequenz f.
Die Ständerwicklungen können auch so in die Nuten eingelegt werden, daß auf dem Ständerumfang 4 Spulen und daher auch 4 Pole entstehen: N—S—N—S. Auf diese Weise wird ein **vierpoliges Drehfeld** (Polpaarzahl $p = 2$) hergestellt. Zwischen benachbarten Polen liegt in diesem Fall nur ein Viertel des Ständerumfangs. Das Drehfeld macht daher nur eine Vierteldrehung während der Zeit $\frac{T}{2}$, sodaß sich bei dieser Wicklungsart die Beziehung $n_B = \frac{f}{2}$ ergibt.
Ist f die Frequenz des Wechselstroms und p die Polpaarzahl der Ständerwicklung, so gilt allgemein für die **Drehzahl eines magnetischen Drehfeldes:**

$$\boxed{n_B = \frac{f}{p}} \tag{44}$$

Die Drehzahlen der Drehstrommotoren sind standardisiert und entsprechen den Polpaarzahlen $p = 1$ bis 6.

● *Ermitteln Sie die Drehzahlen, die für standardisierte Drehstrommotoren verwendet werden!*



87/1 Prinzip eines zweipoligen Drehstromgenerators (links) und eines vierpoligen Drehstromgenerators (rechts). Die zum Erzeugen eines Dreiphasen-Wechselstroms von 50 Hz erforderliche Drehzahl beträgt 3000 min^{-1} bzw. 1500 min^{-1}

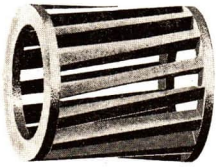
4.1.5. Der Asynchronmotor

Ersetzt man bei dem Drehfeldversuch von Bild 78/1 die Magnetnadel durch ein Metallrähmchen oder einen Metallzylinder, so geraten diese Körper ebenfalls in Rotation. Im stillstehenden Rähmchen ändert sich der Kraftfluß durch das umlaufende Drehfeld. Dadurch wird in dem Rähmchen ein kräftiger Strom induziert, der nach der Lenzschen Regel die Ursache, somit den Umlauf des Drehfeldes, zu hemmen sucht, und als entsprechende Rückwirkung wird das Rähmchen vom Feld mitgeführt. Dieser Versuch zeigt die Wirkungsweise des *Kurzschlußläufermotors*, der als Antriebsmaschine außerordentlich häufig eingesetzt wird. Man bezeichnet diese Motoren auch als *Induktionsmotoren*.

Der Ständer eines solchen Drehstrommotors ist in Bild 87/1 zu sehen. Die Ständerwicklung entspricht der eines Generators von Bild 81/2. Werden drei phasenverschobene Wechselspannungen angelegt, erzeugt die Ständerwicklung ein magnetisches Drehfeld. *Der Läufer* ist sehr einfach gebaut (Bild 88/1). Er besteht aus einem zylindrischen Blechpaket, in dessen Nuten ein Leitersystem in Käfigform eingefügt ist. Der Kurzschlußläufer braucht weder Schleifringe noch einen Kollektor zur Zuführung eines Ankerstroms, da er im Betrieb ohne Stromzufuhr bleibt.



87/2 Die Spulen der Ständerwicklung eines Drehstrommotors werden von der Wicklerin in die Nuten des Blechpakets eingelegt



88/1 Kurzschlußläufer
Die Käfigstäbe und die ringförmigen Kurzschlußverbindungen sind in den Anker eingegossen (Aluminium)

Wirkungsweise

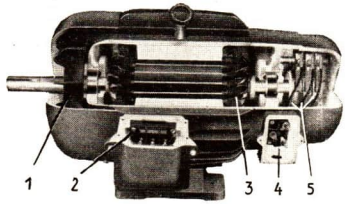
Ruht der Läufer, oder hat er erst eine geringe Drehzahl gegenüber dem Drehfeld, dann nimmt der Motor einen hohen *Anlaufspitzenstrom* I_A auf, der das 4- bis 7fache des normalen Betriebsstroms (Nennstroms) I beträgt.
Beim Einschalten des Motors entsteht im Ständer ein umlaufendes Drehfeld. In den dicken, kurzgeschlossenen Käfigstäben des Läufers wird durch das umlaufende Drehfeld eine Spannung induziert, die einen Induktionsstrom und damit ein eigenes Magnetfeld zur Folge hat. Nach dem Lenzschen Gesetz versucht das Magnetfeld des drehbar gelagerten Käfigankers das Drehfeld des feststehenden Ständers zu hemmen und wird dadurch mitgenommen. Je schneller der Anker sich dreht, das heißt, je weniger er gegenüber dem Drehfeld je Zeiteinheit zurückbleibt, um so geringer ist die Kraftflußänderung im Käfiganker und damit die beschleunigende Kraft.
Da der Kurzschlußläufermotor nach dem Prinzip der Induktion (Lenzsches Gesetz) wirkt, kann der Anker nie die Drehzahl des Drehfeldes erreichen. Man sagt, der Motor läuft nicht synchron, sondern *asynchron*. Man nennt solche Motoren deshalb auch *Asynchronmotoren*.
Den Unterschied zwischen Drehfelddrehzahl n_B und Motordrehzahl n nennt man den **Schlupf**

$$s = \frac{n_B - n}{n_B} \tag{45}$$

Der Schlupf von Induktionsmotoren beträgt bei normaler Belastung (Nennleistung) etwa 5%.

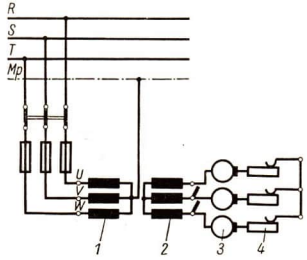
Der Schleifringläufermotor

Durch die einfache und robuste Bauweise, die kaum eine Wartung erfordert, durch seine Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit zeichnet sich der Kurzschlußläufermotor vor allen anderen Motoren aus. Für Sonderfälle ist jedoch eine Spezialausführung des Induktionsmotors nötig, die in Bild 89/1 gezeigt wird. Bei Hebezeugen, Baggern und großen Werkzeugmaschinen wird oft ein großes Anlaufmoment gefordert. In solchen Fällen muß der *Schleifringläufer-Motor* eingesetzt werden, da beim Anlaufen sehr großer Kurzschlußläufermotoren unter Vollast die Kurzschlußströme im Anker zu groß



89/1 Drehstrom-Asynchron-Schleifringläufermotor (VEB-Elektromotorenwerke Wernigerode).
1 Lüfter
2 Klemmenkasten für Drehstromanschluß
3 Läufer mit Dreiphasenwicklung
4 Klemmen zum Anschluß der Anlaßwiderstände
5 Schleifringe

werden. In der Ausführung des Ständers gleicht er dem Kurzschlußläufermotor. Der Läufer trägt eine Dreiphasenwicklung in Sternschaltung, deren Wicklungsenden zu drei Schleifringen geführt sind. Dadurch können in den Läuferkreis Widerstände eingeschaltet werden, die die hohen Anlaufströme aufnehmen und dadurch den Anlauf mit maximalem Drehmoment gestatten. Auch beim Schleifringläufermotor steht die Ankerwicklung nicht mit dem Netz in elektrisch leitender Verbindung (Bild 89/2).



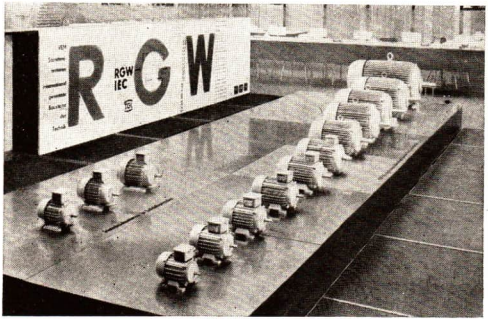
89/2 Schaltbild des Drehstrom-Asynchron-Schleifringläufermotors
1 Ständerwicklungen
2 Läuferwicklungen
3 Schleifringe
4 Anlaßwiderstände

Die Vorteile der Induktionsmotoren sind so groß, daß bei den meisten elektrischen Antrieben Kurzschlußläufer-Motoren oder Schleifringläufermotoren verwendet werden.

- *Stellen Sie fest, wo in einem Betrieb Kurzschlußläufermotoren und Schleifringläufermotoren eingesetzt sind! Erläutern Sie die Angaben auf dem Leistungsschild!*

4.1.6. Standard-Motoren

Im Jahre 1953 begann eine sozialistische Forschungsgemeinschaft in der DDR mit der Entwicklung einer Motoren-Einheitsreihe. Sie wirkte hiermit bahnbrechend für die Schaffung eines internationalen Standards, der 1957 zwischen 34 Mitgliedstaaten der International-Electric-Commission vereinbart wurde. Auf dieser Grundlage einigten sich die RGW-Länder auf eine verbindliche Größenreihe, die eine völlige Austauschbarkeit von Motoren gewährleistet. In diesem Rahmen entwickelten die volkseigenen Elektromaschinenwerke die Reihe der *VEM-Standard-Motoren* für den Leistungsbereich von 0,1 bis 100 kW. Eine Auswahl solcher Motoren zeigt Bild 90/1.



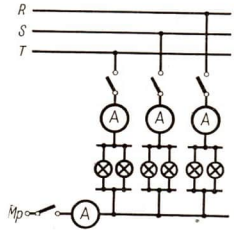
90/1 Reihe
der VEM-Standardmotoren
auf der Leipziger Messe 1963

Die Standard-Motoren sind international genormte Bausteine der Technik. Durch eine rationelle Konstruktion konnten der Wirkungsgrad verbessert und gleichzeitig das Leistungsgewicht und der Raumbedarf gesenkt werden.
Der *volkswirtschaftliche Nutzen* der Standardisierung ist außerordentlich:

Nach den Produktionsziffern für 1965 ergibt sich eine jährliche Materialeinsparung von 7000 t Dynamoblech, 1000 t Stahl und Grauguß, 500 t Wicklungsmaterial. Durch die Produktion großer Serien wird die Arbeitszeit bei den Gehäusen z. B. auf 45%, bei Wicklungen auf 15%, bei Wellen auf 8% herabgesetzt. Durch bessere Anpassung und die besseren Betriebswerte werden jährlich $40 \cdot 10^6$ kWh eingespart.
Im Siebenjahrplan sind die *Standardisierung* und die *Rekonstruktion* der Betriebe systematisch in die Planung der Volkswirtschaft einbezogen. Bis 1965 sollen 75% aller elektrotechnischen Erzeugnisse standardisiert sein. Nur so kann der Produktionswert der Elektroindustrie von 4 Milliarden DM (1955) planmäßig auf 10,6 Milliarden DM (1965) anwachsen.

Versuche, Fragen und Aufgaben

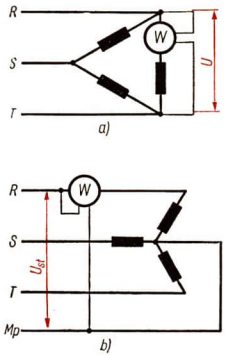
1. Prüfen Sie bei Bild 78/1 mit der Polregel und der Lenzschen Regel die bei Pol I eingezeichnete Richtung des induzierten Stromes!
2. Wechselstrom-Generatoren erreichen eine Leistung von einigen hundert Megawatt. Warum gibt es für Gleichstrom keine Generatoren vergleichbarer Leistung?
3. Die Reparatur eines 50-MW-Generators wird 6,5 Tage vorfristig vollendet. Wieviel kWh werden dadurch mehr erzeugt?
4. In der Versuchsanordnung von Bild 90/2 dienen 6 Glühlampen 60 W/220 V als Belastungswiderstände. Messen Sie die Stromstärken bei gleicher und bei ungleicher Belastung der Leiter R, S und T. Wann ist der Mp-Leiter entbehrlich?



90/2 Demonstrationsversuch zur Verkettung phasenverschobener Wechselströme

5. Der Ausschlag eines Leistungsmessers ist bei Gleichstrom dem Produkt $U \cdot I$ proportional. Warum zeigt er bei Wechselstrom die Größe $P_w = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ an?

6. Die Drehstromleistung kann nach Bild 91/1 (als dreifache Strangleistung) mit einem Leistungsmesser gemessen werden, wenn die Leiter R, S und T gleich belastet sind. Begründen Sie für die Drehstromleistung die Formel $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$!



91/1 Zur Messung der Drehstromleistung
a) bei Dreieckschaltung
b) bei Sternschaltung

4.2. Die Fernleitung elektrischer Energie

Den ersten Versuch einer elektrischen Kraftübertragung auf größere Entfernung machte Oskar v. Miller im Jahre 1882. Damals betrieb er in München einen Elektromotor, dessen Strom aus 60 km Entfernung zugeleitet wurde. Im großen Maßstab wiederholte er die Energieübertragung im Jahre 1892. Zu der Frankfurter Elektrizitätsausstellung wurde eine Leistung von 150 kW über 175 km Entfernung bei einer Spannung von $U = 15$ kV mit einem Wirkungsgrad von 75% übertragen.

4.2.1. Energietransport durch Gleichstrom

Hat eine elektrische Leitung den Widerstand R, so beträgt die **Verlustleistung** (bei Gleichstrom)

$$P_v = \frac{R \cdot P^2}{U^2}, \tag{46}$$

wenn bei der Spannung U die Leistung P übertragen wird. Bei der Fortleitung elektrischer Energie rechnet man mit einer wirtschaftlichen Übertragung, wenn die Verlustleistung nicht mehr als 10% der zu übertragenden Leistung ausmacht.
Der Leitungsquerschnitt A, der zur Übertragung der Leistung P bei der Gleichspannung U und bei einer Verlustleistung $P_v \leqq 0{,}1\ P$ erforderlich ist, läßt sich errechnen nach:

$$A = \frac{\varrho \cdot l \cdot P}{0{,}1 \cdot U^2} \tag{47}$$

A	P	l	U	ϱ
mm^2	W	m	V	$\Omega\, mm^2 \cdot m^{-1}$

Beispiel

Eine Elektrolok hat eine Leistung von $P = 3$ MW. Gesucht ist der Fahrdraht-Querschnitt 1. bei $U = 220$ V, 2. bei $U = 25$ kV, wenn die Leistung auf 100 km (Hin- und Rückleitung) übertragen und mit einer Verlustleistung von 10 Prozent gerechnet wird?

Lösung:

1. $A = \dfrac{1\,\Omega\,\mathrm{mm^2}\cdot 10^5\,\mathrm{m}\cdot 3\cdot 10^6\,\mathrm{W}}{56\,\mathrm{m}\cdot 0{,}1\cdot 4{,}84\cdot 10^4\,\mathrm{V^2}}$; $A = 1{,}1\cdot 10^6\,\mathrm{mm^2}$; $\underline{\underline{A = 1{,}1\,\mathrm{m^2}(!)}}$;

2. $A = \dfrac{1\,\Omega\,\mathrm{mm^2}\cdot 10^5\,\mathrm{m}\cdot 3\cdot 10^6\,\mathrm{W}}{56\,\mathrm{m}\cdot 0{,}1\cdot 6{,}25\cdot 10^8\,\mathrm{V^2}}$; $\underline{\underline{A = 87\,\mathrm{mm^2}}}$.

● *Zeigen Sie, daß bei* $P_v \leqq 0{,}1\,P$ *und* $U = 220$ V *zur Übertragung von* $P = 100$ kW *über eine Doppelleitung von 4* km *Länge bereits ein Leitungsquerschnitt von 7,1* $\mathrm{cm^2}$*(!) erforderlich wäre!*

Die Übertragung von Elektroenergie bei Niederspannung ist schon bei Entfernungen von wenigen Kilometern unwirtschaftlich!

4.2.2. Energietransport durch Wechselstrom

In den Anfängen der Versorgung mit Elektroenergie wurden Stadtbezirke durch kleine örtliche Kraftwerke mit Gleichstrom versorgt. Bei der Schaffung der großen Versorgungsnetze ließ sich eine hohe Übertragungsspannung nur bei Wechselstrom erreichen. Daher führen die großen Energieversorgungsnetze Wechselstrom. Allerdings treten bei Wechselstrom zusätzliche Schwierigkeiten auf.

1. Ungünstig ist es besonders, daß der Leitungsquerschnitt A bei Wechselstrom wesentlich größer sein muß als bei Gleichstrom. Als Verbraucherleistung ist nämlich in die Übertragungsformeln die Wirkleistung P_w einzusetzen. Sie allein kann beim Verbraucher in Arbeit, Licht, Wärme oder andere Energieformen verwandelt werden. Gemäß der Gleichung $P_w = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ ist daher bei Wechselstromübertragung

$$\boxed{I^2 = \frac{P_w^2}{U^2 \cos^2\varphi}}$$

anstelle von $I^2 = \dfrac{P^2}{U^2}$ einzusetzen. So lautet die für Wechselstrom gültige Formel zum Berechnen des **Leitungsquerschnittes** (siehe auch Gl. 47):

$$\boxed{A = \frac{\rho \cdot l \cdot P_w}{0{,}1 \cdot U^2 \cdot \cos^2\varphi}} \qquad (48)$$

Der Leitungsquerschnitt einer Wechselstromleitung ist um den Verlustfaktor $1/\cos^2\varphi$ größer als der einer Gleichstromleitung gleicher Leistung.

2. Bei Wechselstrom tritt in der Leitung ein induktiver Spannungsabfall auf, der in der Größenordnung des Ohmschen Spannungsfalls liegt. Für Strecken über 500 km ist daher die Energieübertragung mit hochgespanntem Gleichstrom günstiger als mit Wechselstrom.

Gegenwärtig wird daran gearbeitet, Elektroenergie in Form von Wechselstrom zu erzeugen und zu verteilen, die Fernübertragung aber mit Gleichstrom durchzuführen. Die bedeutendste Gleichstrom-Fernübertragung ist gegenwärtig eine 800 kV-Leitung zwischen dem Wasserkraftwerk Wolgograd und dem Donbaß. Sie überträgt eine Leistung von 750 kW über 370 km.

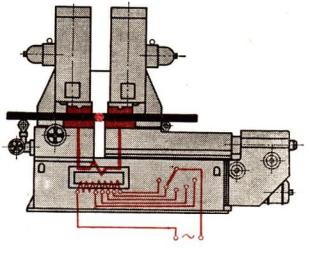
4.2.3. Die Phasenkompensation

Besteht zwischen U und I eine starke Phasenverschiebung, so wirkt sich das im Hinblick auf die Übertragungsleitungen sehr ungünstig aus. Genauer geht das aus der nebenstehenden Tabelle hervor.
Bereits bei einem Phasenwinkel von etwa 45°, somit bei $\cos\varphi = 0{,}7$, nimmt der Verlustfaktor den Wert 2 an. In diesem Fall werden durch den Blindstrom, der keine Energie überträgt, die gleichen Leitungsverluste verursacht wie durch den Wirkstrom.

Phasenverschiebung φ (in Grad)	Leistungsfaktor $\cos\varphi$	Verlustfaktor $1/\cos\varphi$
0	1	1
25,8	0,9	1,2
36,1	0,8	1,5
45,6	0,7	2,0
53,1	0,6	2,8
60	0,5	4,0

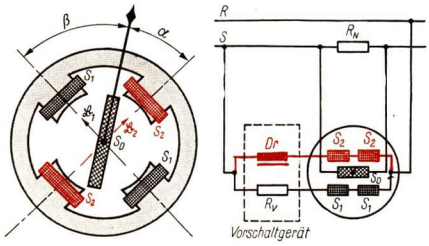
Eine wirtschaftliche Energieübertragung durch Wechselstrom ist nur möglich, wenn der Leistungfaktor mindestens den Wert $\cos\varphi = 0{,}8$ erreicht.

Es ist daher eine ständige Sorge der Kraftwerke, daß in den Leitungsnetzen der Leistungsfaktor nicht unter 0,8 absinkt.
1. Diesem Zweck dienen einerseits *Vorschriften* über den Bau von Motoren und Transformatoren. Auch durch *Tarifmaßnahmen* wird dafür gesorgt, daß in den Betrieben der Blindstrom überwacht und in mäßigen Grenzen gehalten wird. Häufig wird die Einstellung der richtigen Phasenschieber-Kapazität automatisch geregelt.
2. Das Ziel, eine rationelle Übertragung von Elektroenergie zu sichern, kann nur erreicht werden, wenn überall auf die richtige Auslastung der Elektromaschinen geachtet wird. Ein Motor z. B., der ohne Belastung bzw. nicht mit Vollast läuft, hat den gleichen Blindstrom wie ein richtig ausgelasteter Motor, aber einen viel geringeren Wirkstrom.



93/1 Stumpfschweißanlage. Die Primärspule nimmt aus dem Netz eine Leistung von etwa 25 W je mm² Schweißfläche auf. Die Sekundärspule aus wenigen Windungen dicken Kupferdrahtes liefert bei sehr geringer Spannung (etwa 10 V) einen Strom I_2 von einigen tausend Ampere. Darum sind die Leitungen im Sekundärkreis dicke Kupferseile bzw. -schienen. An der Berührungsstelle der unter hohem Druck (etwa 5 kp · mm^{-2}) zusammengedrückten Werkstückteile entsteht infolge des hohen Übergangswiderstandes die zum Schmelzen erforderliche Joulesche Wärme

Weitere Ursachen für einen schlechten Leistungsfaktor sind schwach belastete Transformatoren, Schweißumspanner (93/1), Drosselspulen und alle elektrischen Apparate mit eisengefüllten Spulen.



94/1 Zur Überwachung der Blindleistung dient der Leistungsfaktor-Messer (siehe auch Seite 55); Zur Wirkungsweise des Gerätes vgl. Aufg. 9 S. 102

94/2 Zeigerdiagramm einer Ständerspule bei einer Synchronmaschine

Bei *Synchronmotoren* wird der Magnetfluß zwar vom Gleichstrom I des Polrades hervorgerufen. Er ist jedoch, auf eine Spule des Ständers bezogen, eine harmonische Größe Φ (Bild 94/2). Bei Normalbetrieb werden solche Werte (I^* bzw. Φ^*) einreguliert, daß die in der Ständerwicklung induzierte Gegenspannung u_g entgegengesetzt gleich der angelegten Netzspannung u ist. Wie bei der Drosselspule liegen die Zeiger $\hat{u}$, $\hat{\Phi}$ und $\hat{u}_g$ somit nach Richtung und Länge fest. Wird das Polrad übererregt ($I > I^*$), müßten die gestrichelten Vergrößerungen von Φ und u_g eintreten. Da aber $|u_g|$ die Spannung u nicht übertreffen kann, nimmt die Ständerwicklung aus dem Netz den *voreilenden Blindstrom auf*, der die Zunahme von Φ kompensiert. Während eine übererregte Synchronmaschine mechanische Arbeit leistet, dient sie gleichzeitig als *umlaufender Phasenschieber* zur Verbesserung des Leistungsfaktors im Versorgungsnetz.

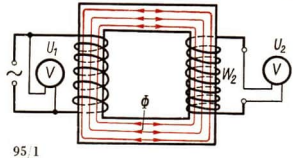
- *Zeigen Sie am Beispiel der Drosselspule von S. 66 (Bogenlampe), daß die beim Verbraucher erreichte Energieeinsparung zu Lasten des Netzes bzw. des Kraftwerks geht?*

4.3. Transformatoren

Transformatoren sind Induktionsmaschinen, die ohne bewegliche Teile arbeiten und darum geringe Wartung brauchen. Sie werden für sehr verschiedene Aufgaben eingesetzt, so z. B. in der Rundfunktechnik als „Übertrager" oder in der Meßtechnik als „Stromwandler" und „Spannungswandler". Im folgenden steht ihre Bedeutung für die Versorgung mit Elektroenergie im Vordergrund.

4.3.1. Der ideale Transformator

Nach Bild 95/1 werden Transformatoren mit verschiedenem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = \frac{w_2}{w_1}$ zusammengestellt. An die Primärspule wird eine niedrige Wechselspannung U_1 angelegt. Die Spannung U_2 an der Sekundärspule wird mit einem hochohmigen Spannungsmesser gemessen.



95/1

Das Ergebnis solcher Messungen ist:

1. Transformatorgleichung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{w_2}{w_1} = \ddot{u} \tag{49}$$

Theoretisch läßt sich dieses Gesetz unter der Voraussetzung ableiten, daß der Transformator verlustfrei arbeitet. Da beide Spulen vom gleichen harmonischen Magnetfluß Φ durchsetzt werden, gilt wie bei der Drosselspule (S. 67) das Induktionsgesetz in der Form:

$$U_1 = 222\ \mathrm{s^{-1}} \cdot w_1 \cdot \hat{\Phi} \qquad \frac{U_2}{U_1} = \frac{w_2}{w_1}$$
$$U_2 = 222\ \mathrm{s^{-1}} \cdot w_2 \cdot \hat{\Phi}$$

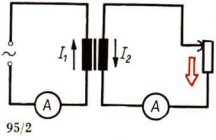
Beispiel

Ein Transformator mit dem Eisenquerschnitt $A = 150\ \mathrm{cm^2}$ soll die Primärspannung $U_1 = 4\,\mathrm{kV}$ auf $U_2 = 220\,\mathrm{V}$ herabsetzen. Der Scheitelwert der Flußdichte soll $\hat{B} = 0{,}9\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$ betragen, damit durch Wirbelströme und Hysteresis keine zu starke Erwärmung des Kerns eintritt. Wie sind die Windungszahlen zu wählen?

Lösung: Mit $\hat{\Phi} = \hat{B} \cdot A$ folgt:

$$w_1 = \frac{4000\ \mathrm{V \cdot s \cdot m^2 \cdot 10^4}}{222 \cdot 1 \cdot 0{,}9\ \mathrm{Vs \cdot 150\ m^2}} \quad ; \quad \underline{\underline{w_1 = 1330}}$$

$$w_2 = w_1 \cdot \ddot{u}; \quad w_2 = w_1 \cdot \frac{U_2}{U_1}; \quad \underline{\underline{w_2 = 73}}$$

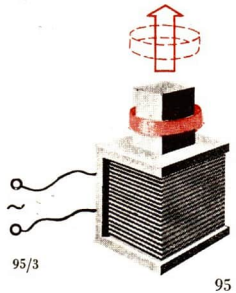


95/2

Die folgenden Versuche erläutern die Wirkung eines Transformators für den Fall, daß in der Sekundärspule ein stärkerer Strom I_2 fließt.

In der Versuchsanordnung nach Bild 95/2 lassen wir im Sekundärkreis die Stromstärke I_2 zunehmen. Hierbei ist gleichzeitig ein Anwachsen von I_1 zu beobachten.

Nach Bild 95/3 stellen wir einen Transformator her, dessen Sekundärspule von einem lose aufgelegten Aluminiumring gebildet wird. Beim Einschalten des Primärstroms wird der Ring in die Luft geschleudert.


95/3

Der letzte Versuch erklärt sich daraus, daß I_2 und I_1 stets entgegengesetzte Richtung haben. Zwischen solchen parallelen Strömen tritt nach 1.2.2. eine abstoßende Kraft auf.

Der 1. Versuch findet seine Erklärung darin, daß der von I_1 hervorgerufene Magnetfluß durch I_2 geschwächt wird. Dadurch verringert sich der induktive Widerstand $X_L = \omega \cdot L_1$ der Primärspule, so daß I_1 ansteigt.

Abgesehen von Verlusten, die bei technischen Transformatoren nur wenige Prozent ausmachen, stimmen die elektrischen Scheinleistungen in Primärkreis und Sekundärkreis überein.

$$U_2 \cdot I_2 = U_1 \cdot I_1 .$$

Somit gilt angenähert die **2. Transformatorgleichung**

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{w_1}{w_2} \tag{50}$$

Eine besondere Form des Transformators ist der *Hochspannungstransformator*. Er dient zum Umspannen des technischen Wechselstroms von der Generatorspannung auf die Übertragungsspannung. In der DDR betragen diese Spannungen 380 kV, 220 kV oder 110 kV. Für die *Hochstromtransformatoren* zeigt Bild 93/1 ein Anwendungsbeispiel.

4.3.2. Vom Wirkungsgrad der Transformatoren

Auf dem Weg vom Kraftwerk zum Verbraucher wird der technische Wechselstrom etwa 5mal transformiert. Es ist daher sehr wichtig, daß die zur Übertragung eingesetzten „Leistungstransformatoren" wenig Energie verbrauchen.

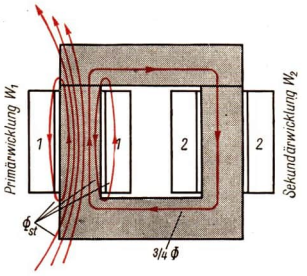
Der in Bild 97/1 gezeigte Transformator möge mit den Spulen der Windungszahlen $w_1 = 250$ und $w_2 = 1500$ zur Prüfung der Gleichung für die Scheinleistungen eingesetzt werden. Die Ergebnisse solcher Messungen sind in der folgenden Tabelle den Werten (rot) gegenübergestellt, die beim idealen Transformator zu erwarten sind.

Schultransformator aus Aufbauteilen	I_1 (in A)	U_1 (in V)	P_{s1} (in VA)	I_2 (in A)	U_2 (in V)	P_{s2} (in VA)	Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{s2}}{P_{s1}}$
mit massivem Eisenkern + Joch	4,0	24,5	98	0,25	65	16,2	0,16
mit geblätt. Eisenkern + Joch	2,2	25	55	0,32	90	28	0,51
Idealer Transformator	2,2	25	55	0,37	150	55	1,00

Das starke Zurückbleiben der Größen U_2 und P_{s2} hat besonders folgende Gründe:

1. Wie in Bild 97/1 angedeutet ist, erreicht nur ein Bruchteil der Feldlinien, welche die Primärspule durchsetzen, die Sekundärspule. Damit ist eine wichtige Voraussetzung der Transformatorgleichungen nicht erfüllt.

Das hängt damit zusammen, daß die Spulen auf verschiedenen Schenkeln und nicht, wie es bei Transformatoren üblich ist, übereinander angebracht sind (Bild 97/2). Der Streufluß wird noch dadurch verstärkt, daß das Joch mit stumpfem Stoß aufgelegt ist und nicht — wie bei technischen Transformatoren — mit überlapptem Stoß eingefügt ist.

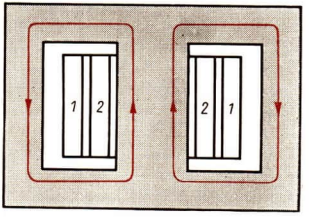


97/1 Der Transformator aus Aufbauteilen weist einen starken magnetischen Streufluß auf

2. Ein Transformator kann nicht für beliebige Spannungen U_1 und U_2 gleich gut arbeiten. Größere Wärmeverluste werden nur vermieden, wenn Eisenquerschnitt und Windungszahlen sorgfältig auf U_1 und eine bestimmte Belastung abgestimmt werden, wie es das Beispiel in 4.3.1. zeigt,

So ergibt sich, daß bei dem aus Aufbauteilen zusammengestellten Transformator der Vorteil der leichten Austauschbarkeit der Spulen mit starken technischen Mängeln erkauft wird.

Bei den Transformatoren, die für die Energieversorgung eingesetzt sind, wird durch gute magnetische Eigenschaften der Eisenwerkstoffe und gute Anpassung ein sehr günstiger Wirkungsgrad erzielt. Liegt die Leistung in der Größenordnung von 1 kVA, ist etwa $\eta = 93\%$. Bei Leistungen über 1 MVA wird ein *Wirkungsgrad von 98% erreicht.*



97/2 Richtige Anordnung von Transformatorspulen
1 Primärspule, *2* Sekundärspule

● *Wie erklärt sich der sehr ungünstige Wirkungsgrad bei Anwendung eines massiven Eisenkerns? Wo bleibt die Leistungsdifferenz?*

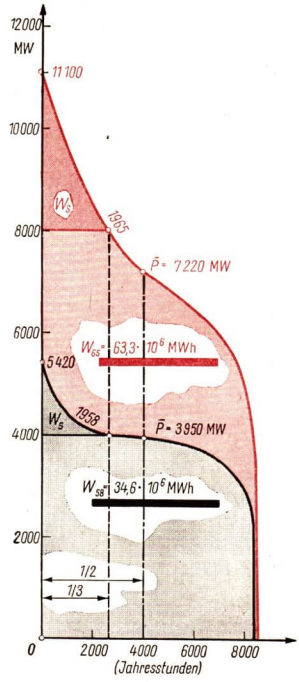
4.4. Energieversorgung und Volkswirtschaft

In der Produktionsweise hat sich während des letzten Jahrhunderts ein größerer Wandel vollzogen als vorher in Jahrtausenden. Im Jahre 1850 wurden nur 6% des Energiebedarfs durch mechanische Energiequellen gedeckt. Im Jahre 1950 ist es gerade umgekehrt: 94% der Energie wird mechanisch erzeugt, und nur 6% werden durch Zugtiere und menschliche Muskelkraft aufgebracht. Rechnet man die physische Leistung des Menschen zu 0,1 PS, so ersetzt ein Elektromotor, der auf der Hand eines Erwachsenen Platz hat, die physische Leistung von 2 Arbeitern, die Gesamtleistung der Kraftwerke der DDR gegenwärtig die Leistung von 100 Millionen Menschen.

4.4.1. Die Entwicklung des Bedarfs an Elektroenergie

Über die ursprüngliche Aufgabe, Energie für Beleuchtung und den Antrieb von Maschinen und Fahrzeugen zu liefern, hat sich die Elektrotechnik hinaus entwickelt. Heute steht die Mechanisierung und Automatisierung der Produktion im Vordergrund. So ist es bei modernen Werkzeugmaschinen und im Flugzeugbau nicht selten, daß 50% der Kosten auf die elektrotechnische und elektronische Ausrüstung entfallen. Der *Einzelantrieb von Werkzeugmaschinen* war einst ein großer Fortschritt gegenüber der früheren Transmission mit einem Wald von Treibriemen. Heute setzt sich diese Tendenz weiter dahin fort, daß — z. B. zum feineren Einstellen — jedes einzelne Bewegungsorgan einer Maschine durch einen besonderen Motor angetrieben wird.

So sind z. B. in ein Verkehrsflugzeug etwa 100 Elektromotoren eingebaut, in eine große Fräsmaschine 140 Motoren mit einem Anschlußwert von 1,2 MW.



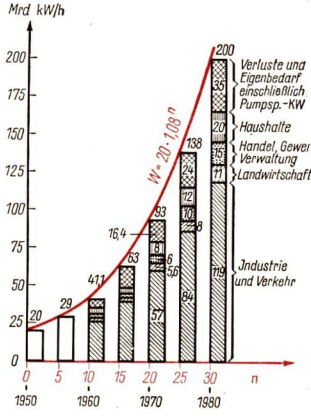
89/1 Jahresdauerlinien für 1958 und 1965 kennzeichnen den Bedarf an Elektroenergie in der DDR.
Abszissenachse: Zahl der Benutzungsstunden
Ordinatenachse: in Anspruch genommene Leistung
$\bar{P}$ Jahresmittel der Leistung; W Jahresarbeit; W_S Spitzenlast

Die Elektrotechnik ist ein besonderer Schwerpunkt im Volkswirtschaftsplan. Bild 98/1 zeigt die *Jahresdauerlinien für Elektroenergie* für die Jahre 1958 und 1965. Diese Kurven sind ein Mittel, aus der Analyse des gegenwärtigen Verbrauchs den künftigen Bedarf abzuleiten. Es wurde festgestellt, daß in der DDR die jährliche Wachstumsrate bei der Erzeugung von Elektroenergie 8% beträgt. Auf der Grundlage der Funktion

$$W_n = W \cdot 1{,}08^n$$

ist in Bild 99/1 der voraussichtliche Bedarf für einen Zeitraum von 30 Jahren dargestellt. Aus der Kurve kann man ablesen, daß $^3/_4$ aller Kraftwerke, Leitungsnetze und Maschinen, die 1980 arbeiten werden, noch projektiert und gebaut werden müssen.

● *Leiten Sie aus der angegebenen Gleichung ab, daß sich der Bedarf an Elektroenergie alle 9 Jahre verdoppelt!*



99/1 Voraussichtlicher Bedarf an Elektroenergie in der DDR für die nächsten 30 Jahre

4.4.2. Das Energienetz der DDR

Das Hochspannungsnetz der DDR ist eine folgerichtige Anwendung der in 4.2.1. behandelten Übertragungsgesetze.

Die 380-kV-Leitungen dienen dazu, aus den Großkraftwerken des Lausitzer Gebietes große Energiemengen abzuführen. Energieübertragungen über größere Entfernungen erfolgen im 220-kV-Verbundnetz. In den Bezirken wird die Energie durch das regionale 110-kV-Netz verteilt. Mit den Verteilungshochspannungen 30 kV und 6 kV wird die Energie dann in die Nähe der Verbraucher gebracht.

Im Jahre 1953 war in den Kraftwerken der DDR die durchschnittliche Leistung eines Maschinensatzes 12,5 MW. Dem entsprach ein spezifischer Wärmeverbrauch von 5200 kcal je 1 kWh. Bis 1962 gelang es, den spezifischen Wärmeverbrauch auf 3700 $\frac{\text{kcal}}{\text{kWh}}$ zu senken.

Durch Rekonstruktion der Kraftwerke soll bis 1975 ein spezifischer Wärmeverbrauch von 2700 $\frac{\text{kcal}}{\text{kWh}}$ erreicht werden. Mit der gleichen Kohlenmenge wird dann die doppelte Elektroenergie wie 1955 erzeugt werden.

● *Vergleichen Sie die angegebenen Werte des spezifischen Wärmeverbrauchs mit dem elektrischen Wärmeäquivalent, und berechnen Sie jeweils den Wirkungsgrad der Energieumwandlung!*

An den Dauerlinien von Bild 98/1 erkennt man, daß die Spitzenlast im Verhältnis zur Grundlast im Lauf der Jahre zunimmt. Zu dem notwendigen Lastenausgleich leisten die Pumpspeicherwerke der DDR einen wachsenden Beitrag, da sie nicht nur die Spitzenlast decken, sondern auch der Pumpenbetrieb die „Belastungstäler" ausfüllt. Vom Energie-Dispatcher kann sonntags und nachts zum Pumpenbetrieb, in Spitzenzeiten zum Turbinenbetrieb aufgerufen werden.

4.4.3. Das Verbundnetz der sozialistischen Staaten

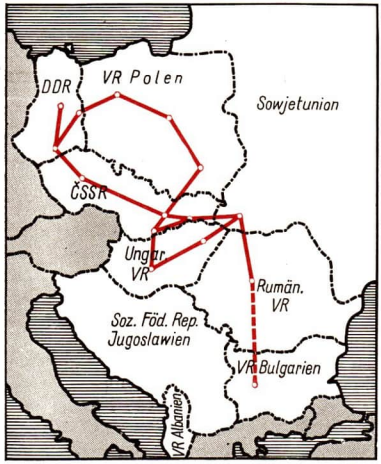
In Bild 100/1 wird das Verbundnetz der RGW-Länder gezeigt, das seit Januar 1963 vom Dispatcherzentrum Prag aus gesteuert wird und in welches noch Rumänien, Bulgarien und Teile der Sowjetunion einbezogen werden. Von den Vorteilen der Verbundwirtschaft seien folgende genannt:

Der Ausgleich der Spitzenlasten wird um so wirksamer, je verschiedener die benachbarten Länder in ihrer wirtschaftlichen Struktur sind.

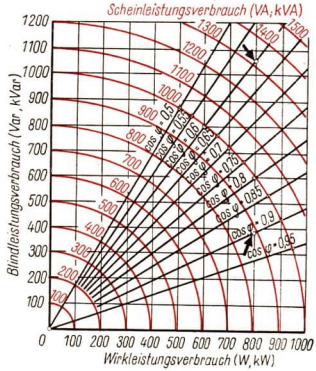
Durch nachbarliche Energiehilfe erspart man Kohletransporte oder eine unrationelle Verlegung von Leitungen. An der Oder-Neiße-Grenze z. B. stehen in der Lausitz große Kraftwerke, während sie in Polen dort fehlen. Daher liefert hier die DDR Elektroenergie an Polen. Umgekehrt bezieht das sächsische Industriegebiet um Zwönitz Energie aus dem angrenzenden Gebiet der ČSSR.

Eine gemeinsame Energiereserve ermöglicht den konzentrierten Einsatz der größten Maschinenaggregate.

Im ganzen wird durch die technische und wirtschaftliche Zusammenarbeit eine schnelle Entwicklung der Elektroindustrie und dadurch ein maximaler Zeitgewinn beim Aufbau der Gesamtwirtschaft erreicht.



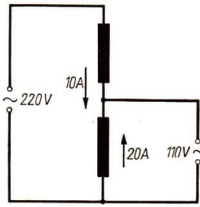
100/1 Energieverbundnetz der RGW-Länder



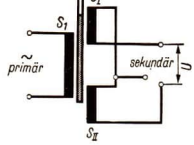
101/1 Nomogramm zur Bestimmung der Blindleistung bei der Phasenkompensation

Versuche, Fragen und Aufgaben

1. Bei einer Anlage mit der Wirkleistung 800 W soll der Leistungsfaktor von 0,6 auf 0,9 verbessert werden.
   1.1. Welche Blindleistung P_b ist zu kompensieren?
   1.1. Welche „Phasenschieberkapazität" ist erforderlich?
2. Aufgaben der Phasenkompensation kommen häufig vor, erfordern aber keine große Genauigkeit. Daher ist die Anwendung eines Nomogramms (Bild 101/1) angebracht. Begründen Sie seine Herstellung!
3. Ein Generator für 300 kVA hat einen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}92$. Welche Leistung P_a hat die zugehörige Antriebsmaschine aufzubringen, wenn im Netz der Leistungsfaktor
   3.1. den Wert 0,8,
   3.2. den Wert 0,6 hat?
4. Von einem Transformator ist $U_1 = 30$ kV; $I_1 = 40$ A und der Wirkungsgrad $\eta = P_{s2}: P_{s1} = 0{,}9$ gegeben. Welche Stromstärke I_2 wird bei $U_2 = 200$ V abgegeben?
5. Mit welcher Wirkleistung P_w kann ein Transformator 300 kVA bei einem Leistungsfaktor 0,5 belastet werden?
   5.1. ohne Kompensation der Blindleistung?
   5.2. bei Anwendung eines Kondensators für 200 kVar?
6. Erläutern Sie nach Bild 101/2 die Wirkungsweise eines Spartransformators!
7. Induktivgeber nach Bild 101/3 werden zur Fernanzeige kleiner Verschiebungen benutzt. Ihre Empfindlichkeit erreicht $U = 50$ V je 1 mm Bewegung des Stiftes. Erklären Sie die Wirkungsweise!



101/2 Schaltbild eines Spartransformators



101/3 Zur Wirkungsweise eines Induktivgebers S_1 Primärspule; S_I und S_{II} Sekundärspulen

8. Bei einer Sendung des Deutschen Fernsehfunks sind $^2/_3$ aller Fernsehgeräte der DDR eingeschaltet. Welche Kraftwerksleistung muß hierfür aufgebracht werden?

9. In den Schaltbildern 94/1 liegt die Drehspule (Stromspule) im Feld zweier Systeme von Spannungsspulen, von denen das rote durch die Drossel eine Phasenverschiebung von 90° erhält. Die S_1-Spulen üben auf die Drehspule ein Moment $M_1 \sim I \cdot U \cos\varphi \cdot \sin\alpha$ aus. Berechnen Sie M_2 und zeigen Sie, daß $\alpha = \varphi$ ist!

Zusammenfassung

1. Für die Übertragung von Elektroenergie hat sich der Dreiphasenwechselstrom als besonders günstig erwiesen.

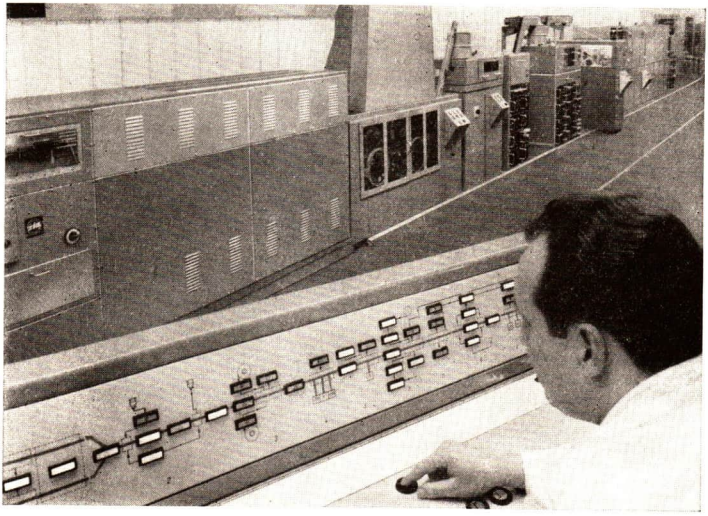
Nennen Sie Vorteile des Vierleitersystems im Hinblick auf das Leitungsnetz, auf die Motoren und auf die Schaltmöglichkeiten der Verbraucher!

2. Der Transformator ist eine wichtige Anwendung des Induktionsgesetzes.

Erläutern Sie die Transformatorgleichungen!
Welches sind die Ursachen für einen ungünstigen Wirkungsgrad?

3. Die Elektrotechnik ist ein besonderer Schwerpunkt des Volkswirtschaftsplans.

Aus welchen Gründen und in welchem Maß steigt der Bedarf an Elektroenergie?



Leitungsvorgänge in Gasen und Festkörpern

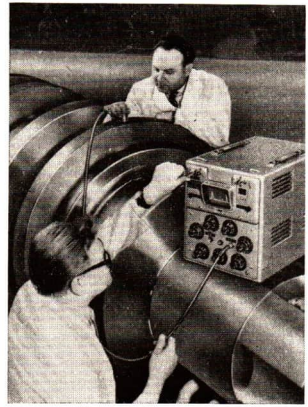
„Gegenüber der kapitalistischen Arbeitsproduktivität bedeutet der Kommunismus eine höhere Arbeitsproduktivität freiwillig, bewußt, vereint schaffender Menschen, die sich der fortgeschrittenen Technik bedienen."

Lenin

Die Entwicklung der Technik verläuft so, daß immer mehr Arbeitsgänge von Geräten und Maschinen übernommen werden, die präziser und schneller als der Mensch arbeiten und ihn zugleich von anstrengender körperlicher und eintöniger Tätigkeit befreien.

Diese Geräte und Maschinen enthalten Bauelemente, deren Wirkungsweise auf dem Durchgang von elektrischem Strom durch Gase oder durch nichtmetallische Leiter beruht. Solche elektronischen Bauelemente wurden in den letzten Jahrzehnten entwickelt und eingesetzt. Diese Entwicklung setzt eine enge Zusammenarbeit zwischen wissenschaftlicher Forschung und materieller Produktion voraus.

1. Leitungsvorgänge in Gasen



Das zerstörungsfreie Prüfen von Werkstücken ist ein Verfahren, um alle Werkstücke oder zumindest eine große Zahl derselben vor ihrer Verwendung zu untersuchen. Man benutzt dazu unter anderem Ultraschall-Prüfgeräte, deren Meßergebnisse durch einen Katodenstrahl-Oszillografen aufgezeichnet werden. In den Katodenstrahlröhren wie auch in vielen anderen gasgefüllten Röhren spielen Leitungsvorgänge eine wichtige Rolle.

1.1. Die unselbständige Leitung

Aus der Elektrostatik ist bekannt, daß die Luft ein guter Isolator, d. h. ein schlechter elektrischer Leiter ist: Ein aufgeladener Luftkondensator behält für längere Zeit seine Ladung. Beobachtet man jedoch einen geladenen Luftkondensator über einige Stunden oder Tage, so stellt man am Ausschlag eines angeschlossenen Elektroskops fest, daß die Ladung allmählich geringer wird.

● *Was ist der Unterschied zwischen einem Elektroskop und einem Elektrometer?*

Wenn man ein Abwandern der Ladungen zur Erde zuverlässig verhindert, dann kann man daraus nur den einen Schluß ziehen, daß Ladungen über die Luft die Platten verlassen haben: Luft, wie auch andere Gase, leiten die Elektrizität in geringem Maße.

Untersuchungen haben ergeben, daß sich in der Luft stets geladene Teilchen befinden, die im elektrischen Feld des geladenen Kondensators beschleunigt werden.

Wie Ihnen von der Stromleitung in *Elektrolyten* her bekannt ist, entstehen geladene Teilchen dadurch, daß Moleküle oder Atome Elektronen abgeben (positive Ionen) oder daß sich Elektronen an sie anlagern (negative Ionen).

In *Gasen* entstehen Ionen grundsätzlich auf die gleiche Weise: Die Ionenbildung in einem Gas, die wir **Ionisation** des Gases nennen, beruht im wesentlichen darauf, daß von den neutralen Gasmolekülen Elektronen abgetrennt werden, so daß *positive Gasionen* entstehen. Es können sich aber auch Elektronen an Moleküle anlagern und *nega-*

tive Ionen bilden. Auch an Schwebeteilchen, wie Staub, Pulver, Ruß, Wassertröpfchen u. a., können sich Elektronen oder Ionen anlagern.
Alle diese Teilchen bezeichnet man als Ladungsträger.
Da die Ladungsträger durch Ionisation der neutralen Gasmoleküle entstanden sind, kommen im Durchschnitt etwa ebensoviele positive wie negative vor.

Die entstandenen Ionen und Elektronen vereinigen sich auch ständig wieder zu neutralen Molekülen. Man nennt das *Rekombination*. Es bildet sich ein Gleichgewichtszustand aus, bei dem in normaler Luft im Durchschnitt ständig rund 1000 Ionenpaare je Kubikzentimeter vorhanden sind. Bei dieser geringen Anzahl von Ladungsträgern verhält sich die Luft etwa wie ein guter Isolator, und man spricht erst dann von einer Ionisation eines Gases, wenn die Ionendichte, d. h. die Anzahl der Ionenpaare je Volumeinheit, wesentlich vergrößert wird.

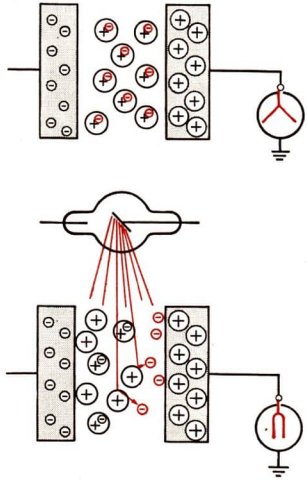
Die Anzahl der Ladungsträger in einem Gas läßt sich durch äußere Einflüsse auf ein Vielfaches erhöhen. Das erkennt man beispielsweise an der raschen Entladung eines aufgeladenen Plattenkondensators, wenn man den Zwischenraum zwischen den Platten erwärmt oder bestrahlt (Bild 105/1).

Aus der Untersuchung verschiedener Einflußgrößen ergibt sich:

Die Leitfähigkeit eines Gases wird erhöht durch

Erwärmung oder durch
Bestrahlung mit ultraviolettem Licht,
Röntgenstrahlen,
radioaktiven Substanzen.

Bringt man ein Gas in ein elektrisches Feld, beispielsweise zwischen die Platten eines geladenen Kondensators, dann werden die Ladungsträger in Bewegung gesetzt, es entsteht ein elektrischer Strom. Er besteht in diesem Falle aus einem Strom von positiven Ionen in Richtung des elektrischen Feldes und aus einem Strom von Elektronen (sowie in geringem Maße von negativen Ionen) in entgegengesetzter Richtung. Da die Ursachen für die Erzeugung der zum Stromfluß unerläßlichen Ladungsträger außerhalb des Gasraumes liegen, spricht man von einer **unselbständigen elektrischen Leitung** im Gas.



105/1 Ein aufgeladener Kondensator und ein angeschlossenes Elektroskop entladen sich schnell beim Bestrahlen der Luft mit Röntgenstrahlen

- *Wie ist die Richtung des elektrischen Feldes definiert? Auf welche verschiedenen Arten kann ein Luftkondensator entladen werden?*

Man hat sich den Ionisationsvorgang so vorzustellen, daß den Molekülen der Luft durch die Energie der Strahlung oder durch die kinetische Energie des erhitzten Gases Elektronen entrissen werden.

Unselbständige Leitung tritt dann in einem Gas ein, wenn Ladungsträger durch äußere Einflüsse entstanden sind und sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes bewegen.

1.2. Grundsätzliches zur selbständigen Leitung

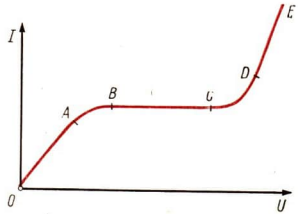
Unter einer selbständigen Leitung versteht man eine elektrische Stromleitung in Gasen, die ohne äußere Einflüsse vor sich geht.
Schmilzt man die Platten eines Kondensators als *Elektroden* in eine *Gasentladungsröhre* ein (vgl. Bild 112/1) und untersucht die Stromleitung in einem Gas bei zunehmender Spannung zwischen den Elektroden, so beobachtet man einen starken Stromanstieg.

Der Gasdruck hat auch einen Einfluß auf die Stromleitung (siehe S. 112, 115, 118).

Die Erklärung für den Stromanstieg liegt darin, daß die kinetische Energie der normalerweise im Gas vorhandenen Ladungsträger, insbesondere der Elektronen, im elektrischen Feld so weit vergrößert wird, daß aus den neutralen Gasmolekülen beim Zusammenprall Elektronen herausgeschlagen werden. Dadurch entstehen neue Ladungsträger, die ebenfalls beschleunigt werden und ihrerseits weitere Moleküle ionisieren. Durch dieses lawinenartige Anwachsen der Ladungsträgerzahl kommt der starke Stromfluß zustande. Dieser Vorgang hat entscheidende Bedeutung für die selbständige Stromleitung in Gasen. Man bezeichnet ihn als **Stoßionisation.**

Man nennt einen solchen sich selbst steigernden Vorgang auch eine Kettenreaktion. Sie werden davon noch in der Atomphysik hören.

Wir haben in diesen Vorgängen ein eindrucksvolles Beispiel für den dialektischen Grundzug des Qualitätsumschlages als Folge rein quantitativer Veränderungen: Bei stetiger Erhöhung der Feldstärke wird an



106/1 Die Stromstärke I in einer Gasentladungsröhre wird als Funktion der an die Elektroden angelegten Spannung U aufgetragen. Dabei unterscheidet man drei charakteristische Bereiche.
Bereich OA: Unselbständige Leitung bei niedriger Spannung. Die von außen her erzeugten Ladungsträger werden proportional zur Spannung beschleunigt, so daß immer mehr auf die Elektroden auftreffen ($I \sim U$).
Bereich BC: Unselbständige Leitung bei hoher Spannnung. Alle von außen her erzeugten Ladungsträger werden zu den Elektroden geführt, so daß eine Erhöhung der Spannung keine weitere Stromzunahme mehr bringen kann. (Sättigungsstrom, $I = \text{const.}$)
Bereich DE: Selbständige Leitung. Infolge von Stoßionisation setzt eine Bildung von Ladungsträgern im Gasraum ein, so daß die Stromstärke erneut anwächst. Die Neubildung der Ladungsträger ist der Spannung proportional, so daß $I \sim U$

einem gewissen Punkt das Gas, das sich vorher fast wie ein Isolator verhielt, plötzlich leitend.

Selbständige Leitung tritt dann in einem Gas ein, wenn die dort vorhandenen Ionen durch Stoßionisation (innerer Einfluß) das Gas leitend machen.

Der Übergang von der unselbständigen zur selbständigen Leitung läßt sich gut in nebenstehender grafischer Darstellung erkennen (Bild 106/1).

1.3. Die selbständige Leitung bei normalem Luftdruck

Auf Seite 106 wurde gesagt, daß der Druck eines Gases die selbständige Leitung beeinflußt. Im folgenden sollen dieser Einfluß und die damit verbundenen Erscheinungen untersucht werden.

1.3.1. Koronaentladung

Setzt man einen Bandgenerator mit weit auseinandergezogenen Elektroden in Betrieb, so sieht man im Dunkeln bestimmte Teile der Apparatur, besonders Drähte und Stäbe, leuchten; sie sind von einer bläulichen Leuchthaut überzogen. Diese Erscheinung nennt man *Koronaentladung*[1].

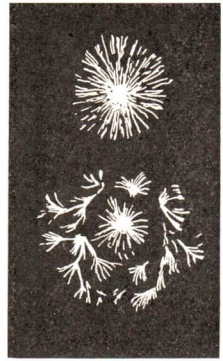
Bei der Koronaentladung zeigen sich meist an besonders stark gekrümmten Stellen, wie Spitzen, Kanten und Drahtenden, verästelte Lichtbüschel. Diese Erscheinung heißt *Spitzen-* oder *Büschelentladung*; sie tritt nur bei mehr als etwa 50 kV auf. Solche Erscheinungen können hin und wieder vor Gewittern an Blitzableitern, Antennen und Schiffsmasten als *Elmsfeuer* beobachtet werden.

Korona- und Büschelentladungen sind elektrische Leitungsvorgänge, die bei normalem Luftdruck und bei hohen Spannungen an Elektroden mit starker Oberflächenkrümmung auftreten.

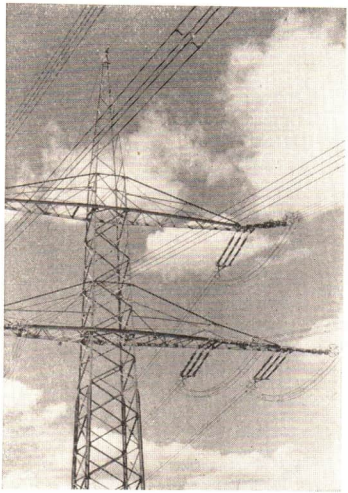
Die Erklärung für diese Erscheinungen liegt in der Stoßionisation. Geladene Körper weisen dort, wo ihre Oberfläche am stärksten gekrümmt ist, die höchste Feldstärke auf; dort werden die Elektronen sehr stark beschleunigt. Die Leuchterscheinungen, mit denen die Erzeugung von Ladungsträgern meist verbunden ist, können später im Rahmen der Atomphysik erklärt werden. Diese Erscheinungen treten erst bei Feldstärken von 10^7 bis 10^8 V · m^{-1} auf.

● *Was versteht man unter der Einheit* V · m^{-1}*?*

[1] corona (lat.): Kranz



107/1 Man kann Büschelentladungen regelrecht abbilden, wenn man die an eine hohe Spannung gelegte Spitze auf einen Isolator mit besonders präparierter Oberfläche aufsetzt. Dabei entstehen sog. Gleitentladungen in der Form des oberen Bildes, wenn die Spitze am positiven Pol liegt, und gemäß des unteren Bildes, wenn die Spitze am negativen Pol liegt



108/1 Bündelleiter einer Hochspannungsleitung. Jeder Strang besteht aus vier Aluminiumseilen im Abstand von etwa 400 mm

Die Büschelentladung erklärt sich aus dem Auftreten einer *Trägerlawine*, das ist ein dichter, schnell bewegter Elektronenstrom, der in der Luft einen gut leitenden Kanal ausbildet.

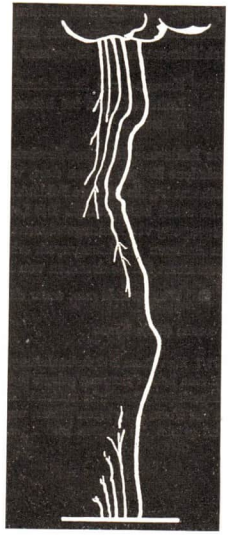
Beispiel

An Hochspannungsleitungen verursachen Korona- und Büschelentladungen merkliche elektrische Verluste. Diese lassen sich durch eine Vergrößerung der Drahtoberfläche (schwächere Krümmung) herabsetzen. Bei gegebenem Drahtquerschnitt läßt sich dies dadurch erreichen, daß man den Leiter hohl ausbildet. Es hat sich jedoch erwiesen, daß man die Koronaverluste auch dadurch herabsetzen kann, daß man die schwierig herzustellenden Hohlleiter durch *Bündelleiter* ersetzt (Bild 108/1).

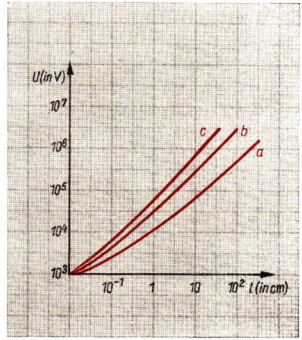
1.3.2. Funkenentladung

Nähert man die Elektroden eines Bandgenerators einander, so geht die Büschelentladung bei einem bestimmten Abstand der Elektroden in eine Funkenentladung über. Man beobachtet eine von einem Knall begleitete Leuchterscheinung zwischen den Elektroden. Die Entladung bildet sich innerhalb von etwa 10^{-8} s in Stufen, gleichsam in mehreren Anläufen aus (Bild 108/2).

Es bildet sich ein sehr heißer und gut leitender Kanal von ionisierter Luft zwischen den Elektroden aus, in dem sich die Stromleitung vollzieht. Diese Form der



108/2 Die Entstehung einer Funkenentladung. Bei einer Aufnahme mit bewegter Kamera werden die einzelnen Stufen des ruckweise vordringenden Entladungskanals nebeneinander aufgezeichnet, und man erkennt, daß von beiden Elektroden aus verästelte Entladungskanäle immer weiter vordringen, bis sie sich vereinigen



109/1 Abhängigkeit zwischen Spannung und Funkenlänge
a) zwischen zwei Spitzen,
b) zwischen zwei Kugeln von 5 mm Durchmesser,
c) desgleichen von 25 mm Durchmesser

Stoßionisation nennt man *thermische Ionisation* (vgl. Abschn. 1.2.). Die Luft wird in erster Linie durch die heftige Wärmebewegung der Moleküle, Ionen und Elektronen ionisiert. Der Abstand, bei dem sich ein Funke ausbildet, ist von der Form der Elektroden und vor allem von der angelegten Spannung abhängig. Darauf gründet sich die Messung hoher Spannungen nach der Funkenlänge in einer *Meßfunkenstrecke* (Bild 109/1).

Beispiel

Eine Anwendung der Funkenentladung ist die *Elektroerosion*[1]. Man legt die positive Spannung an das zu bearbeitende Werkstück, den negativen Pol an eine Elektrode. Der Funken reißt aus der Anode kleinste Metallteilchen mit sich. Man bettet dabei Werkstück und Werkzeug (Elektrode) in ein Isolieröl, das die Funken konzentriert und das abgetragene Material wegführt. Das Verfahren bewährt sich beim Bearbeiten von gehärteten Stahlwerkstücken und beim Ausarbeiten von Löchern.

Eine Funkenentladung besonders ausgedehnter und kräftiger Art ist der *Blitz*. Schon in gewitterfreier Atmosphäre besteht ein elektrisches Feld von über $100\ V \cdot m^{-1}$ zwischen der negativ geladenen Erdoberfläche und den positiv geladenen Atmosphärenschichten. Kurz vor Gewittern steigt die Feldstärke weiter an.

Wodurch erhöht sich die Ladung der Wolken?
Welche Energien überträgt ein Blitz?

1.3.3. Bogenentladungen

Wir spannen zwei Kohlestäbe senkrecht zueinander ein und schließen sie über einen Widerstand an eine Gleichspannungsquelle von 220 V an (Bild 110/1). Dann bringen wir die Kohlespitzen kurz in Berührung und ziehen sie langsam wieder bis auf etwa 1 cm Entfernung auseinander. Es bildet sich ein heller, gleichmäßig brennender *Lichtbogen* aus. Die Spannung zwischen den Kohlen beträgt etwa 50 V.

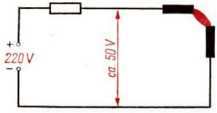
Die Bogenentladung hat mit der Funkenentladung gemeinsam, daß sich die Ladungsträger in einem heißen, leitfähigen Kanal von ionisierter Luft bewegen, der durch *thermische Ionisation* zustande kommt. Sie unterscheidet sich von der Funkenentladung insofern, daß sie über lange Zeit erhalten bleibt und bei viel niedrigerer Spannung abläuft. Diese Unterschiede ergeben sich daraus, daß die Katode durch das Aufschlagen von Gasionen in glühendem Zustand (rund 3500 °K) gehalten wird. Aus der glühenden

[1] erodere (lat.): abnagen

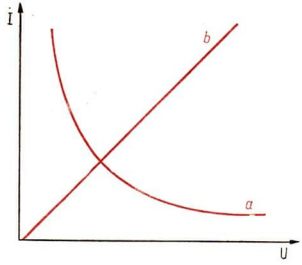
Katode treten laufend Elektronen aus. Auf diesen Vorgang, den man Glühemission[1] nennt, wird in Abschnitt 2.1. näher eingegangen. Die emittierten Elektronen[2] prallen auf die Anode und erhitzen diese ebenfalls (rund 4000 °K).

Die Bogenentladung ist eine selbständige Gasentladung, bei der sich nach dem Zünden ein stabiler, sehr heißer und hell strahlender Entladungskanal ausbildet.
Die Ionenbildung erfolgt durch thermische Ionisation im Gas und durch Glühemission der heißen Katode.

Die Bogenentladung besitzt eine *negative* (d. h. eine fallende) *Strom-Spannungs-Kennlinie.* Von den Leitern kennen wir bisher die positive Kennlinie. In diesem Falle fließt bei höherer Spannung auch ein stärkerer Strom, oder anders ausgedrückt: Mit einer Stromerhöhung ist stets eine Spannungserhöhung verknüpft. Beim Lichtbogen ist es umgekehrt: Bei zunehmendem Strom sinkt die Spannung. (Bild 110/2).



110/1
Lichtbogen

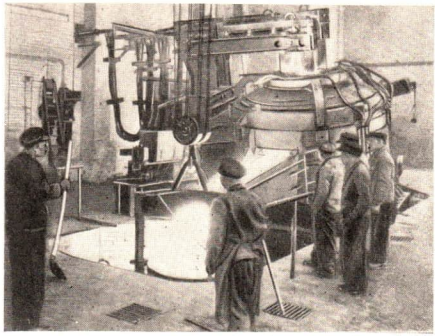


110/2 Strom-Spannungs-Kennlinien
a) Negative Kennlinie eines Lichtbogens
b) Geradlinige (positive) Kennlinie eines konstanten Ohmschen Widerstandes

Um sich dieses Verhalten vorstellen zu können, halten wir zunächst einmal die Spannung am Lichtbogen konstant und beobachten den Strom. Nach dem Zünden erhöht sich die Temperatur der Kohlespitzen. Dadurch treten immer mehr Elektronen aus, es steigt die Stromstärke, und die Spitzen werden immer heißer. Dies bewirkt wiederum infolge der sich verstärkenden Ionisation eine Zunahme der Stromstärke. Bei konstant gehaltener Spannung steigt also die Stromstärke immer weiter an. Selbst bei herabgesetzter Spannung hält die Stromzunahme an. So erklärt sich das Zustandekommen der negativen Charakteristik des Lichtbogens, bei der die Stromzunahme mit einer Spannungsabnahme verknüpft ist. Damit die Stromzunahme nicht über alle Grenzen wächst (Kurzschluß), muß dem Lichtbogen stets ein Widerstand (mit positiver Kennlinie) in Reihe geschaltet werden.

Die physikalische Erscheinung der Bogenentladung, bei der sehr hohe Temperaturen und entsprechend helle Lichtwirkungen auftreten, benutzt man zur Beleuchtung. Der Erfinder der **Lichtbogenlampe** ist der russische Ingenieur PAWEL N. JABLOTSCHKOW (1847 bis 1894), dessen 1876 patentierte Lampen die ersten in der Öffentlichkeit benutzten elektrischen Beleuchtungskörper waren.
Heute werden Bogenlampen nur noch für Spezialbeleuchtungen, wie in Kinoprojektoren, Leuchttürmen, Scheinwerfern u. a., benutzt.

[1] emittere (lat.): aussenden
[2] Es handelt sich hierbei um freie Elektronen (gilt für das gesamte Gebiet der Leitungsvorgänge)



111/1 Elektrostahlofen. Er ermöglicht die Erzeugung von Edel- und Sonderstählen. Das Ofengefäß ist meist drehbar angeordnet. Beim Anheizen werden Drehstromöfen auf Dreieck geschaltet, später auf Stern. Die angelegte Spannung beträgt meist etwa 200 V, die auftretenden Stromstärken erreichen bis 20 kA. In den *Aluminiumschmelzöfen* werden aluminiumhaltige Mineralien mit Hilfe des Lichtbogens (5 V, 50000 A) verflüssigt, so daß man das Aluminium durch Elektrolyse abscheiden kann. So werden zum Beispiel auch Karbid (vgl. Chemie Lehrbuch, Kl. 11) und Phosphor in Lichtbogenöfen gewonnen

Andere Bogenlampen sind die **Metalldampflampen.** Bei diesen Lampen werden die Ionen durch den Metalldampf (Natrium, Quecksilber) gebildet. Die Lichtwirkung und Lichtausbeute ist im Verhältnis zur aufgewendeten elektrischen Energie sehr groß.
Die **Lichtbogenöfen** dienen zum Schmelzen von Metallen oder als chemische Reaktionsräume. Dicke Grafitelektroden ragen in das Schmelzgut oder stehen dicht darüber. Der Lichtbogen steht je nach Bauart zwischen den Elektroden oder zwischen Elektroden und Schmelzgut. Eine weit verbreitete Ausführungsform ist der *Elektrostahlofen.*

● *Welche Auswirkung hat die Umschaltung eines Drehstromgerätes von Dreieck auf Stern?*

Fragen und Aufgaben

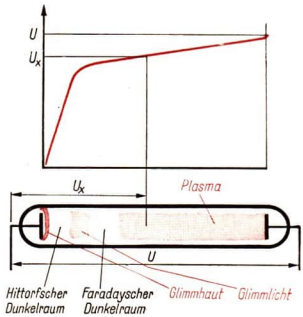
1. Wie kommt bei den einzelnen Entladungsformen (Korona-, Büschel-, Funken-, Bogenentladungen) ein Elektronenstrom zustande?
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen den Strom-Spannungs-Kennlinien eines Metalldrahtes, eines Kohlefadens und eines Lichtbogens!
3. Warum ist das Vorschalten einer Drossel beim Lichtbogenschweißen mit Gleichstrom wirkungslos?



111/2 Beim *Lichtbogenschweißen* entsteht der Lichtbogen zwischen der 2 bis 8 mm starken Metallelektrode (Schweißelektrode) und den zu verschweißenden Werkstücken. In der Hitze des Bogens werden die Werkstückteile gegenüber der Schweißelektrode flüssig und durch den von der Elektrode abtropfenden geschmolzenen Werkstoff fest verbunden

1.4. Selbständige Leitung in verdünnten Gasen

Um die Elektrizitätsleitung in Gasen bei Drücken von weniger als einer Atmosphäre untersuchen zu können, benutzt man *Entladungsröhren*. Das sind langgestreckte Glasröhren mit eingeschmolzenen Elektroden an den Enden. Die Röhre wird mit einem Gas, das unter einem bestimmten Druck ($p < 1$ at) steht, gefüllt. An die Elektroden wird (Bild 112/1) eine Spannung von rund 1 kV gelegt.



112/1 Glimmentladung bei 0,5 Torr
oben, grafische Darstellung: Die Verteilung der angelegten Spannung längs der Röhre
Schematische Darstellung der leuchtenden Gebiete und der Dunkelräume

- *Wie können Spannungen von mehr als 1 kV im Labor erzeugt werden?*

1.4.1. Die Glimmentladung

Bei einem Gasdruck von etwa 0,5 Torr zeigen sich *Glimmentladungen*. Man beobachtet in der Röhre eine Folge von farbig leuchtenden und dunklen Gebieten, deren Bezeichnungen Sie aus Bild 112/1 entnehmen können.
Die Farben der drei leuchtenden Gebiete sind für das jeweilige Füllgas charakteristisch. In Luft ist die *Glimmhaut* rosa, das *Glimmlicht* bläulich und die *positive Säule* violett.

Die Glimmentladung verändert andererseits ihr Aussehen mit dem Gasdruck.
Bei höherem Gasdruck als 0,5 Torr rückt das Glimmlicht immer näher an die Katode heran, und die Glimmhaut wird unsichtbar.
Oberhalb von 40 Torr geht die Glimmentladung in einen sich schlängelnden Leuchtfaden über, der schließlich bei Annäherung an den normalen Luftdruck erlischt.
Erniedrigt man den Gasdruck bis etwa 0,02 Torr, so rücken Glimmlicht und positive Säule immer näher an die Anode heran, bis die positive Säule schließlich verschwindet.

Wichtige Aufschlüsse über die Vorgänge in der Röhre erhält man durch das Ausmessen des Spannungsabfalls entlang der Gasentladungsstrecke in der Röhre. Dazu schmilzt man eine Sonde (Metallstift) seitlich in die Rohrwandung ein und schiebt die ganze, fest montierte Entladungsstrecke mit den beiden Elektroden mittels eines Magneten an dieser Sonde vorbei. Dabei kann man die Spannungsdifferenz zwischen Katode und jedem Punkt der Entladungsstrecke messen. Das Ergebnis ist in Bild 112/1 dargestellt. Das Auffälligste an der Kurve ist, daß die Spannung nicht gleichmäßig über die Entladungsstrecke abfällt, sondern im wesentlichen in dem Raum zwischen Katode und Glimmlicht. Diesen starken Spannungsabfall nennt man **Katodenfall.** Ist die Röhre so kurz und so geformt, daß er sich nicht ausbilden kann, dann kommt keine Glimmentladung zustande.

Bei der Glimmentladung werden fortlaufend Ladungsträger in solcher Menge gebildet, daß eine selbständige Leitung zustande kommt. Die Ladungsträger entstehen im wesentlichen an den folgenden Stellen.

1. Aus der Katodenoberfläche schlagen die zwischen Katode und Glimmlicht beschleunigten positiven Gasionen Elektronen heraus. Beim Aufprall werden sie z. T. zur Strahlung angeregt und rufen die **Glimmhaut** hervor.
2. Die aus der Katodenoberfläche senkrecht austretenden Elektronen werden zwischen Katode und Glimmlicht so beschleunigt, daß sie nach einer gewissen Laufstrecke Gasmoleküle ionisieren: *Stoßionisation.* Das geschieht im Bereich des **Glimmlichts** (insbesondere im Glimmsaum), denn die Ionisation in Gasen ist stets mit Ausstrahlungsvorgängen verknüpft.
3. Die durch Stoßionisation frei werdenden Elektronen werden im elektrischen Feld zwischen Anode und Katode beschleunigt und erlangen schließlich eine Geschwindigkeit, die wieder zur Stoßionisation ausreicht. Dies geschieht in der positiven Säule. Die Leuchterscheinungen der positiven Säule erstrecken sich meist über große Teile der Röhre. Bei bestimmten Drücken ist die Leuchterscheinung geschichtet. In den relativ dunklen Gebieten der positiven Säule hat die Mehrzahl der Elektronen noch nicht die zur Stoßionisation erforderliche Geschwindigkeit.

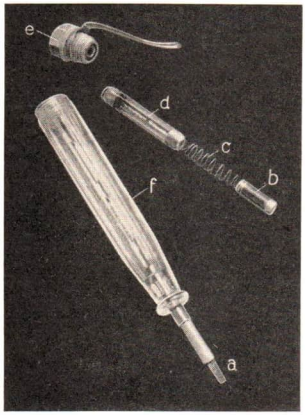
In der positiven Säule spielen Rekombinationsvorgänge eine große Rolle. Die positiven Gasionen bewegen sich infolge ihrer größeren Masse langsamer als die Elektronen. Die Folge ist ein starker Überschuß an positiven Ionen, der sich durch die Ablenkbarkeit der Säule mit einem Magneten nachweisen läßt und der der positiven Säule ihren Namen gegeben hat. Auch ist der Katodenfall im wesentlichen eine Folge dieser positiven „Ladungswolke", die von der Anode aus bis an das Glimmlicht heranreicht und die Anode gleichsam bis dorthin verschiebt. Die positive Säule nennt man auch **Plasma.** Diese Bezeichnung wird heute ganz allgemein für hochionisierte Gase verwendet, insbesondere für solche von großer Dichte, wie sie z. B. im Innern vieler Sterne vorkommen. Das Plasma unterscheidet sich in vielen Eigenschaften vom gewöhnlichen Gaszustand. Neben der guten elektrischen Leitfähigkeit ist vor allem die Tatsache von Bedeutung, daß es mit Licht und mit Radiowellen in Wechselwirkung tritt. Wegen dieses vom gasförmigen Zustand abweichenden Verhaltens hat man den Plasmazustand auch als *vierten Aggregatzustand* bezeichnet. In diesem Zustand befinden sich über 99% des Weltalls.

1.4.2. Glimmlampen

Das Glimmlicht, das bei Drücken um 10 Torr direkt auf der Katode sitzt, wird in den Glimmlampen ausgenutzt. Durch eine Füllung mit Neon und Helium anstelle von Luft und eine sog. Aktivierung der Eisen-Elektroden mit Barium erreicht man ein kräftiges Leuchten und eine *Zündung*, d. h. das Einsetzen der Glimmentladung, bereits bei rund 100 V.

Den Glimmlampen muß, wie allen Gasentladungslampen, infolge der negativen Strom-Spannungscharakteristik ein Widerstand in Reihe geschaltet werden, der meist schon in den Sockel eingebaut ist.

Glimmlampen werden zur Spannungsanzeige (Bild 114/1) verwendet!



114/1 Spannungsprüfer zerlegt
a) Schraubenzieher,
b) Widerstand,
c) Andruckfeder,
d) Glimmlampe,
e) Schraubkappe,
f) durchsichtiges Gehäuse

Glimmlampen mit langen, stabförmigen Elektroden zeigen die Eigenschaft, daß die Bedeckung der negativen Elektrode etwa der Stromstärke proportional ist. Dadurch sind sie zur Stromanzeige und zur Darstellung des zeitlichen Verlaufs von Wechselströmen geeignet (Oszillografenröhre). Glimmlampen haben noch zahlreiche weitere Ausführungsformen und Anwendungsmöglichkeiten, z. B. für Gleichrichtung, Beleuchtung, Schwingungserregung, Spannungsstabilisierung u. a.

1.4.3. Leuchtröhren

Die positive Säule füllt bei geeignetem Gasdruck den weitaus größten Teil der Entladungsröhre aus. Sie folgt allen Windungen der Röhre. Dabei können die Röhren mehrere Meter lang sein. In den *Leuchtröhren* nutzt man diese Eigenschaft zu effektvollen Leuchtzwecken aus. Die Farbe des ausgestrahlten Lichts ist vom Füllgas abhängig. Neon gibt rotes, Helium und Stickstoff gelbes, Kohlensäure weißes, Neon, Argon und Quecksilberdampf blaues Licht usw. Durch Verwendung farbigen Glases kann man fast jede gewünschte Leuchtfarbe erreichen. Die Röhre zündet bei etwa 3000 V. Die Brennspannung beträgt 400 V bis 1000 V je Meter Röhrenlänge, die Stromstärke rund 50 mA.

1.4.4. Leuchtstofflampen

Diese meist 1 m lange Gasentladungslampe, die zur Beleuchtung in Betrieben, Verkehrsmitteln, Büros u. a. verwendet wird, benötigt zum Betrieb nur die normale Netzspannung von 220 V und wird deshalb auch *Niederspannungs-Leuchtstoffröhre* genannt. Sie ist mit etwas Argon und im wesentlichen mit Quecksilber gefüllt. Im Betriebszustand stellt sich ein Druck von einigen Zehntel Torr ein. Das ausgestrahlte Licht liegt fast ausschließlich im Ultra-Violett-Bereich, d. h., es ist unsichtbar. Deshalb überzieht man die Innenwand mit weißen Leuchtstoffen, die im UV-Licht fluoreszieren und dabei sichtbares Licht aussenden. Die Lichtausbeute ist bei gleicher elektrischer Leistung 3 bis 4mal so hoch wie bei einer Glühlampe.

Die Leuchtstofflampe benötigt einen etwas komplizierten Mechanismus zum Auslösen der selbständigen Leitung. Die Elektroden werden anfangs durch Glühwendeln geheizt. Die Ein- und Ausschaltungen besorgt ein kleiner Glimmzünder, d. i. eine Glimmlampe, deren Elektroden sich nach einigen Sekunden Anlaufzeit infolge Erwärmung biegen und dadurch die Heizung abschalten. Bei dieser plötzlichen Stromunterbrechung wird in der vorgeschalteten Drossel (Spule) ein Spannungsstoß induziert, der die Lampe zündet.
Zur Beleuchtung schnell bewegter Maschinenteile (Dreherei, Spinnerei usw.) ist die Leuchtstofflampe wenig geeignet, da die Strahlung der mit Wechselspannung betriebenen Lampe aus kurzen Lichtimpulsen besteht, so daß das von bewegten Maschinenteilen reflektierte Licht unter Umständen ein störendes Flackern aufweist.

● *Erklären Sie diese Erscheinung an Hand der Wirkungsweise eines Drehspiegels.*

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Was versteht man unter dem Katodenfall einer Gasentladungsröhre?
2. Welches sind die Vor- und Nachteile der folgenden Spannungsmesser: Drehspulmeßgerät, Dreheisenmeßgerät, elektrostatischer Spannungsmesser (Elektrometer), Glimmlampe (Spannungsprüfer)?
3. Weshalb muß man zu Entladungslampen einen Widerstand in Reihe schalten? Wie groß müßte er bei einer Glimmlampe sein, wenn bei 220 V Spannung eine Stromstärke von 13 mA gemessen und einmal angenommen wird, daß die Glimmlampe selbst einen so kleinen Widerstand hat, daß er vernachlässigt werden kann?

1.5. Elektronenstrahlen

Die Erscheinungen der Glimmentladung lassen sich bis zu Drücken von etwa 0,1 Torr beobachten. Bei stärkerem Auspumpen der Entladungsröhre zeigt sich bei 10^{-2} bis 10^{-4} Torr eine neue Erscheinung. Das Glimmlicht, das als letzte Leuchterscheinung noch verblieb, wird immer schwächer, und gegenüber der Katode entsteht unabhängig von der Röhrenform ein grünlicher Fluoreszenzfleck auf dem Glas.
Fluoreszenz ist bekanntlich das Aufleuchten von Stoffen, wenn diese von Elektronen, ultraviolettem Licht oder Röntgenstrahlung getroffen werden.
Diese Erscheinung ist die Folge von Strahlen, die aus Elektronen bestehen und *Elektronenstrahlen* genannt werden.

1.5.1. Entstehung und Eigenschaften

Die Elektronen, aus denen die Elektronenstrahlen bestehen, werden von Gasionen aus der Katode herausgeschlagen und im elektrischen Feld stark beschleunigt. Bei dem niedrigen Druck sind die Abstände zwischen den Gasmolekülen so groß, daß die Elektronen im Mittel lange Strecken zurücklegen müssen, ehe sie auf ein Molekül treffen und

es ionisieren. Man sagt, die *freie Weglänge* der Elektronen ist groß. Bei weiterem Evakuieren des Gefäßes verschwinden schließlich die Leuchterscheinungen. Man muß daraus schließen, daß die sie erzeugenden Elektronenstrahlen nicht mehr vorhanden sind, und zwar deshalb, weil die mittlere freie Weglänge größer als die Röhrenlänge wird und keine Stoßionisation mehr stattfinden kann.
Elektronenstrahlen werden heute fast ausschließlich in Glühkatodenröhren (vgl. Abschnitt 2) erzeugt. Die in den bisher besprochenen Gasentladungslampen ($p < 10^{-4}$ Torr) erzeugten Elektronenstrahlen nennt man meist *Katodenstrahlen*.
Elektronenstrahlen werden von Hindernissen aufgehalten. Deshalb treten gleichsam Schatten auf. Daraus folgt, daß sich diese Strahlen geradlinig ausbreiten. Sie werden ihrer Natur entsprechend von elektrischen und magnetischen Feldern abgelenkt, was man an einem Wandern des Fluoreszenzflecks beobachten kann.
Feste und flüssige Körper werden durch die kinetische Energie der auftreffenden Elektronenstrahlen erwärmt, in vielen Fällen zur Fluoreszenz angeregt und unter Umständen in Bewegung gesetzt.

1.5.2. Elektronen

Wird ein Elektron von der Masse m_0 im elektrischen Feld beschleunigt, so erhält es die kinetische Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} m_0 v^2$. Die aufgewandte elektrische Energie läßt sich als Produkt von Ladung e des Elektrons und angelegter Spannung U, die im Feld besteht, berechnen: $W_{el} = e \cdot U$.

Weisen Sie durch Einsetzen der kohärenten Einheiten für Ladung und Spannung nach, daß dieser Ausdruck eine Energie darstellt!

Durch Gleichsetzen von

$$W_{kin} = W_{el}$$

erhält man

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = e \cdot U.$$

In dieser Gleichung ist U meßbar. Die Elektronenladung e, die Elementarladung, ist durch andere Versuche bekannt.

$$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}.$$

Die Ruhmasse m_0 des Elektrons ist in vielen Untersuchungen ermittelt worden:

$$m_0 = 9{,}108 \cdot 10^{-28}\ \text{g}.$$

Zur Erklärung des Begriffes Ruhmasse sei an dieser Stelle nur soviel gesagt, daß die Elektronenmasse (wie überhaupt jede Masse) mit der Geschwindigkeit zunimmt. Das ist theoretisch und experimentell gesichert, wird aber erst bei Geschwindigkeiten merklich, die in der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeiten liegen.

Den Quotient aus der Elementarladung und der Ruhmasse eines Elektrons bezeichnet man als **spezifische Ladung des Elektrons:**

$$\frac{e}{m_0} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}}{9{,}108 \cdot 10^{31}\,\mathrm{kg}},$$

$$\boldsymbol{\frac{e}{m_0} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\,\mathrm{As} \cdot \mathrm{kg}^{-1}}.$$

Aus der Bewegung der durch ein elektrisches Feld beschleunigten Elektronen hat man eine für die Atomphysik sehr wichtige Energieeinheit hergeleitet: das **Elektronenvolt** (eV). Es ist die Energie, die der kinetischen Energie eines Elektrons nach Durchlaufen einer Spannung von 1 Volt gleichkommt.

$$\mathbf{1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,Joule}$$

$$1\,\mathrm{GeV} = 10^3\,\mathrm{MeV} = 10^6\,\mathrm{keV} = 10^9\,\mathrm{eV}.$$

Fragen und Aufgaben

1. Nach welchen Gesetzen bzw. Regeln wird ein stromdurchflossener Leiter oder ein Elektronenstrom in einem elektrischen bzw. magnetischen Feld abgelenkt?
2. Berechnen Sie die Geschwindigkeit eines Elektrons, das eine Spannung von 1 V durchlaufen hat!

Zusammenfassung

1. In einem elektrischen Feld werden Ladungsträger in Bewegung gesetzt.

Wie werden Ladungsträger bei der unselbständigen Leitung erzeugt?

2. Bei ausreichender Spannung werden Ladungsträger im Gasraum durch Stoßionisation erzeugt.

Was versteht man unter Stoßionisation?
Weshalb spricht man hierbei von selbständiger Stromleitung?

3. Korona- und Büschelentladungen zeigen sich bei hohen Spannungen in der Nähe von Leiteroberflächen.

Welche besondere Form des Ladungstransports liegt bei der Büschelentladung vor?

4. Bei der Bogenentladung bildet sich ein stabiler, hell strahlender Entladungskanal zwischen den Elektroden aus.

Wie werden die Ladungsträger freigemacht?

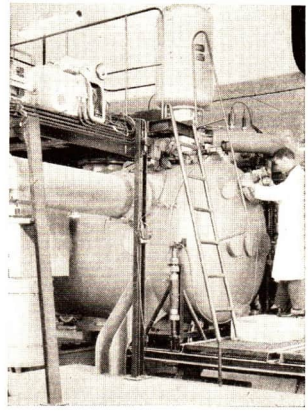
5. Die Glimmentladung ist eine selbständige elektrische Stromleitung in verdünnten Gasen.

Wie heißen die drei typischen Leuchtgebiete?
Auf welche Weise werden die Ladungsträger erzeugt?

6. Elektronenstrahlen (Katodenstrahlen) sind Ströme von Elektronen in stark evakuierten Entladungsröhren.

Wie bestimmt man Masse und Ladung der Elektronen?

2. Elektronen-Emission



Die moderne Technik erfordert in zunehmendem Maße den Einsatz metallischer Werkstoffe mit besonders hohem Reinheitsgrad. Solche Werkstoffe können heute mit Hilfe der Hochvakuumtechnik in dem im Forschungsinstitut „Manfred von Ardenne" entwickelten Elektronenstrahl-Mehrkammerofen gewonnen werden. Die in diesen Anlagen, wie hier im Bild im Edelstahlwerk Freital, auftretenden Leitungsvorgänge sind Betrachtungsgegenstand des folgenden Abschnittes.

2.1. Glühemission

Einen gewaltigen Aufschwung nahm die Elektronik[1], als man eine neue Art Entladungslampen herzustellen begann, die als Elektronenröhren bezeichnet werden. In diesen Röhren sind gleichsam die Vorzüge der Elektronenstrahlen, die in der geradlinigen Ausbreitung und der großen Geschwindigkeit in hochverdünnten Gasen liegen, mit den Vorzügen des Lichtbogens vereint, die in der größeren Stromstärke infolge des leichten Elektronenaustritts aus einer heißen Katode liegen.

2.1.1. Grundversuche

Die Stromleitung in verdünnten Gasen bis zu einem Gasdruck von etwa 10^{-4} Torr wurde bereits untersucht. Mit weiterer Erniedrigung des Gasdruckes hört bei einem Druck von etwa 10^{-6} Torr, d. h. im *Hochvakuum*, die Stromleitung völlig auf. Im Gasraum werden nicht mehr genügend Gasionen gebildet, so daß keine selbständige Leitung zustandekommt. Lediglich bei außerordentlich hohen elektrischen Feldstärken in der Nähe spitzer Katoden können aus diesen Elektronen austreten.
Man kann jedoch eine Stromleitung im Hochvakuum noch auf andere Weise erreichen, indem die erforderlichen Ladungsträger (Elektronen) mit Hilfe einer heißen Katode durch *Glühemission* (thermische Emission) erzeugt werden.

[1] Unter elektronischen Einrichtungen, Geräten und Bauteilen werden solche verstanden, bei denen vornehmlich Gase und Halbleiter im Strompfad liegen

● *Bei welchen der bisher beschriebenen Stromleitungsvorgänge trat bereits eine Glühemission auf? Wodurch wurde die Katode erhitzt?*

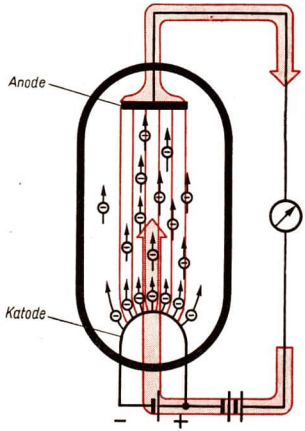
Die Glühemission im Hochvakuum wird durch elektrische Aufheizung der Katode mit Hilfe eines Glühdrahtes herbeigeführt. Man spricht von einer **Glühkatode.** Die Glühemission wurde bald nach der Erfindung der elektrischen Glühlampe entdeckt. Nachdem 1854 GOEBEL[1] und unabhängig von ihm 1872 LODYGIN[2] die Glühlampe erfunden hatten, stellte EDISON[3] 1883 bei seinen Versuchen mit Kohlefadenlampen fest, daß eine im Glaskolben befindliche positiv geladene Platte sich während des Betriebes entlud. Man erkannte bald, daß dieser Effekt durch den Austritt von Elektronen aus dem heißen Draht und ihr Auftreffen auf die positive Platte hervorgerufen wurde und nannte ihn zu Ehren des Entdeckers **Edisoneffekt** (auch *Richardson*-Effekt genannt). Der Effekt tritt auch in gasgefüllten Lampen auf. Man kann diesen Effekt in jeder Elektronenröhre nachweisen (vgl. nächsten Abschnitt). In etwas abgewandelter Form läßt er sich an einer einfachen Glühlampe beobachten:

> Man umwickelt den Glaskolben mit einem Draht, den man an ein positiv aufgeladenes Elektroskop legt. Beim Betrieb der Lampe entlädt sich das Elektroskop, weil sich seine Ladung mit der negativen Ladung ausgleicht, die vom Glühdraht ausgeht und den gesamten Glaskolben überzieht. Ein negativ aufgeladenes Elektroskop dagegen entlädt sich nicht.

2.1.2. Elektronenröhren

Eine der wichtigsten Anwendungen der Glühemission im Vakuum finden wir in den *Elektronenröhren*. In ihnen herrscht ein Druck von 10^{-5} bis 10^{-16} Torr.

Die Diode. Die einfachste Elektronenröhre ist die *Zweipolröhre* oder **Diode** (Bild 119/1). Die Katode ist meist *indirekt geheizt*, d. h., zur Heizung der Katode wird ein Glühdraht in einem besonderen *Heizkreis* ver-



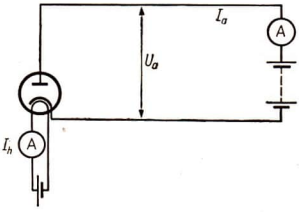
119/1 Wirkungsweise einer Diode (direkt geheizt)
Wenn die Anode mit dem Pluspol der rechten Spannungsquelle verbunden wird, zeigt das Galvanometer einen schwachen Strom an, der von der Anode über das Meßgerät fließt. Der Strom wird durch die Elektronen verursacht, die infolge der Glühemission aus der Katode austreten und im elektrischen Feld zur Anode wandern

[1] HEINRICH GOEBEL (1818 bis 1893) deutscher, nach Amerika ausgewanderter Uhrmacher und Optiker
[2] A. W. LODYGIN (1847 bis 1923), russischer Physiker
[3] THOMAS ALVA EDISON (1847 bis 1931), nordamerikanischer Erfinder

wendet, der mit der eigentlichen Katode nicht elektrisch leitend verbunden ist. Diese Katode umgibt den Glühdraht in Form eines mit Bariumoxid überzogenen Röhrchens, das die Elektronen aussendet (wie in Bild 120/1).

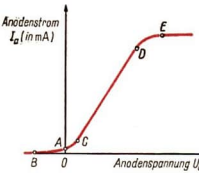
Die Wahl des Bariumoxids für die Glühemission hat folgenden Grund. Die Energie, die zur Ablösung eines Elektrons aufgewandt werden muß, die sog. *Ablösearbeit*, ist für die einzelnen Stoffe verschieden groß. Sie beträgt beispielsweise für Wolfram 4,53 eV, für Kupfer 4,39 eV, für Cäsium 1,36 eV und für Bariumoxid 0,99 eV. Bei Bariumoxid erhält man mit geringstem Energieaufwand die größte Elektronenausbeute.

Wir wollen die Stromleitung in einer Diode untersuchen. Dazu dient eine Versuchsanordnung nach Bild 120/1. Die zwischen Katode und Anode liegende Spannung nennt man *Anodenspannung* U_a, den in diesem Kreis fließenden Strom *Anodenstrom* I_a. Die zur Heizung der Glühkatode erforderliche Spannung heißt *Heizspannnng* U_h, der in diesem Kreis fließende Strom *Heizstrom* I_h. Da U_h und damit I_h aus Gründen der Betriebssicherheit der Röhre konstant gehalten werden müssen, ist nur die Abhängigkeit des Andenstroms von der Anodenspannung von Bedeutung.



120/1 Versuchsanordnung zur Untersuchung der Stromleitung in einer Diode

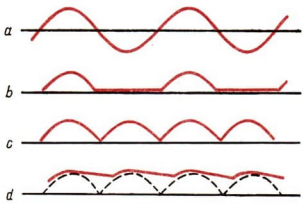
Das Ergebnis des Versuchs ist in der **Strom-Spannungs-Kennlinie der Diode** (Bild 120/2) grafisch dargestellt.



120/2 Strom-Spannungs-Kennlinie einer Diode. Der Punkt A kennzeichnet den Anodenstrom bei der Anodenspannung null, d. h. den Strom, der fließt, wenn zwischen Anode und Katode keine Spannung angelegt wird. Er beträgt in der Regel einige Mikroampere (μA). Legt man eine negative Spannung an die Anode, so kann man diesen geringen Strom noch zum Verschwinden bringen (Punkt B). Legt man dagegen eine positive Spannung an die Anode, so nimmt der Strom zuerst nahezu linear zu (zwischenden Punkten C und D), bis er sich schließlich trotz weiter erhöhter Anodenspannung einem konstanten Wert, dem *Sättigungsstrom*, nähert (von Punkt E an)

Wie ist dieses Verhalten zu erklären? Zunächst könnte man annehmen, die Anodenstromstärke sei nicht von der angelegten Anodenspannung abhängig. Alle von der Glühkatode ausgesandten Elektronen müßten früher oder später auf die Anode auftreffen. In Wirklichkeit jedoch sammeln sich die Elektronen in der Nähe der Katode und bilden dort eine **negative Raumladungswolke**, die den Austritt weiterer Elektronen aus der Glühkatode und ihre Wanderung zur Anode erschwert. Je größer die angelegte Anodenspannung ist, um so mehr Elektronen zieht die Anode gleichsam durch die Raumladungswolke hindurch, bis sie im Sättigungsgebiet alle erzeugten Elektronen sofort absaugt. Die Stromstärke wird dann durch die „Lieferfähigkeit" der Glühkatode begrenzt.

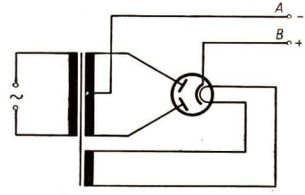
Aus der Kennlinie kann man schließen, daß die Diode zur **Gleichrichtung** von Wechselströmen verwendet werden kann. Wenn an der Anode eine gegenüber der Katode negative Spannung liegt, fließt kein Strom durch die Röhre. Es fließt also Strom nur in einer Richtung. Bei der Untersuchung der Stromkurven mittels eines Katodenstrahloszillografen (vgl. nächsten Abschnitt) erkennt man, daß von einem Wechselstrom (Bild 121/1a) jeweils nur eine Halbperiode infolge der Gleichrichtung durchgelassen wird. (Bild 121/1b). Man nennt diese Stromart *pulsierender Gleichstrom.*



121/1 Aufzeichnung der Stromkurven
a) Wechselstrom, b) gleichgerichteter Wechselstrom, c) durch Duodiode gleichgerichteter Wechselstrom, d) durch Kondensator geglätteter gleichgerichteter Wechselstrom (Gleichstrom)

● *Woran erkennt man bei einer Glimmlampe, ob Gleich- oder Wechselstrom vorliegt? Wird die Glimmlampe bewegt, so zeigt sich auch der Unterschied zwischen Gleichstrom und pulsierendem Gleichstrom. Worin zeigt er sich?*

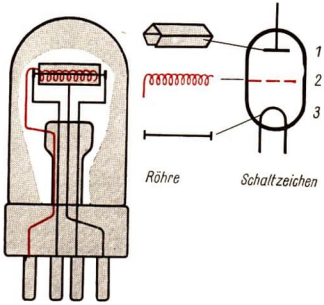
Bei Verwendung zweier Dioden kann auch die bisher unterdrückte Halbwelle noch nutzbar gemacht werden. Man spricht dann von *Doppelweggleichrichtung.* Heute benutzt man dazu die *Duodiode,* die zwei Anoden besitzt und somit zwei Dioden in sich vereinigt. Die Schaltung zeigt Bild 121/2. An den Punkten A und B kann man eine Spannung abnehmen, deren Verlauf der Kurve in Bild 121/1c entspricht. Schaltet man zwischen A und B einen Kondensator, so wird der pulsierende Gleichstrom „geglättet" etwa in Form des Bildes 121/1d. Für Zwecke der Gleichstromversorgung von Radioapparaten, Fernsehgeräten usw. ist jedoch eine noch bessere Glättung nötig.

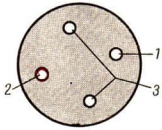


121/2 Schaltung einer Doppeldiode

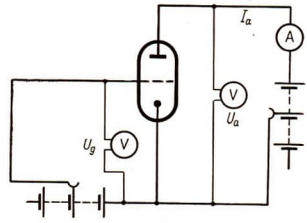
Die Triode. Mit schwachen Spannungen und Strömen kann man mit Hilfe elektromagnetischer Relais starke Ströme steuern. Werden die Steuerimpulse in sehr kurzen Zeitabständen gegeben, dann kann ein solches Relais der schnellen Impulsfolge auf Grund seiner Trägheit jedoch nicht mehr folgen. Wenn man in eine Elektronenröhre eine dritte Elektrode einsetzt, deren Spannung nahezu trägheitslos verändert werden kann, dann läßt sich damit auch nahezu trägheitslos, also auch noch in sehr kleinen Zeitabständen, die Ausgangsspannung des Anodenstroms steuern. Den Aufbau einer Triode zeigt Ihnen Bild 122/1.

Die Wirkungsweise einer Triode untersuchen wir, indem wir ihre Kennlinie aufnehmen (Bild 122/2).

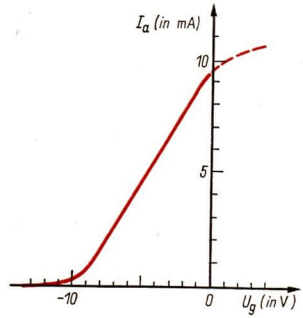




122/1 Aufbau einer Triode. Die zwischen Anode und Katode eingefügte dritte Elektrode, die die Form einer weiten Drahtwendel hat, heißt Steuer-*Gitter*
1 Anode, 2 Gitter, 3 Katode



122/2 Schaltung der Triode zur Aufnahme der Kennlinie

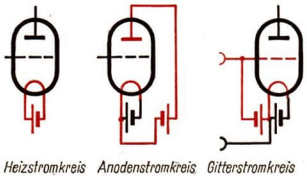


122/3 I_a-U_g — Kennlinie der Triode

Zunächst stellen wir die Anodenspannung auf einen konstanten Wert ein (z. B. 60 V). Ziel unserer Untersuchung ist es, den Anodenstrom I_a in Abhängigkeit von der Gitterspannung U_g zu messen. Wir stellen das Ergebnis grafisch dar. Es ist die stark ausgezogene Kurve in Bild 122/3.

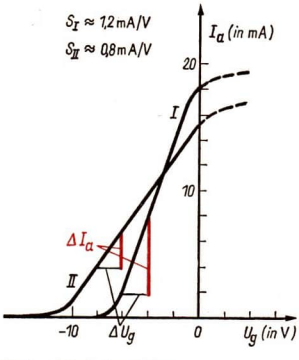
Das Ergebnis der Untersuchung ist folgendes: Bei der Gitterspannung $U_g = 0$ V fließt beispielsweise im Anodenkreis ein Anodenstrom von über 4 mA. Legt man eine gegenüber der Katode negative Spannung an das Gitter, so nimmt der Anodenstrom ab, bis er bei einer bestimmten negativen Gitterspannung (im Beispiel bei $U_g = -12$ V) ganz zu fließen aufhört.

Die Elektronen werden vom negativ aufgeladenen Gitter abgestoßen, d.h., sie laufen gegen ein elektrisches Feld an und können daher die Anode nicht erreichen. Legt man eine positive Spannung an das Gitter, wird der Anodenstrom verstärkt, weil die Elektronen in diesem Falle vom Feld beschleunigt werden. Dies gilt allerdings nur bis zu einem bestimmten Höchstwert. Der Grund dafür liegt erstens darin, daß eine Sättigung eintritt, wie wir es schon bei der Diode kennengelernt haben, und zweitens darin,



123/1 Die drei Stromkreise einer Triode

daß ein Teil der Elektronen auf das Gitter auftrifft und einen meist unerwünschten Strom im *Gitterkreis* hervorruft. So ist der wieder abfallende Teil der Kurve zu erklären.



123/2 Steilheit einer Röhre

Steilheit der Triode. Mit anderen Anodenspannungen oder bei anderen Röhren ergeben sich steilere oder flachere Kennlinien. Als Steilheit S einer Röhre (Bild 123/2) bezeichnet man den Anstieg des geradlinigen Teils der I_a-U_g — Kennlinie bei konstanter Anodenspannung:

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} \qquad (\text{bei } U_a = \text{const.}). \tag{51}$$

Ein weiterer Begriff zur Kennzeichnung einer Triode ist der **Innenwiderstand.** Dieser Widerstand wird in der üblichen Weise (vgl. Ohmsches Gesetz) als Quotient der an der Röhre anliegenden Spannung U_a und der die Röhre durchfließenden Stromstärke I_a definiert. Da dieser Widerstand nicht konstant ist, muß man ihn auf eine kleine Spannungsänderung ΔU_a und die zugehörige Stromstärkeänderung ΔI_a beziehen:

$$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \qquad (\text{bei } U_g = \text{konstant}). \tag{52}$$

Eine dritte Größe zur Kennzeichnung des elektrischen Verhaltens einer Röhre ist der **Durchgriff.** Er gibt an, um welchen Faktor man die Gitterspannung U_g ändern muß, um bei einer Änderung der Anodenspannung U_a den Anodenstrom I_a wieder auf den ursprünglichen Wert zurückzuführen.

$$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a} \qquad (\text{bei } I_a = \text{konstant}). \tag{53}$$

Die genannten drei Kenngrößen sind durch die Barkhausen-Röhrengleichung verknüpft:

$$S \cdot D \cdot R_i = 1. \tag{54}$$

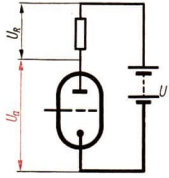
● *Prüfen Sie die Gültigkeit dieser Gleichung nach, indem Sie für jede der drei Größen die angegebenen rechten Seiten der Definitionsgleichungen einsetzen.*

Man arbeitet in der Regel im geradlinigen Teil, im *Arbeitsbereich* der Röhre, mit negativen Gitterspannungen, damit kein Gitterstrom auftritt. In diesem Falle wird dem Gitter keine Leistung entzogen; man spricht von einer **leistungslosen Steuerung** des Anodenstroms.

● *Wie berechnet man die elektrische Leistung?*

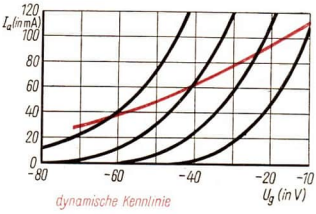
Die bisher betrachteten Kennlinien (Bilder 122/3 und 123/2) entstehen, wenn im Anodenkreis nur die Anoden-Spannungsquelle liegt. In allen praktischen Anwendungen der Triode liegt im Anodenkreis ein Außenwiderstand R_a, der vom Anodenstrom I_a durchflossen wird und an dem folglich die Spannung $U_R = I_a R_a$ abfällt (Bild 124/1).

Da Röhre und Außenwiderstand eine Reihenschaltung von R_i und R_a darstellen, liegt als Anodenspannung an der Röhre jetzt nicht mehr die volle Spannung U, sondern nur noch die Spannung $U_a = U - U_R$. Diese Anodenspannung U_a geht um so mehr zurück, je größer die Spannung $U_R = I_a R_a$ ist, d. h. je größer I_a ist. Auf diese Weise entstehen Kennlinien, die flacher liegen als die bisher betrachteten. Man nennt sie *dynamische* oder *Arbeitskennlinien*. (Bild 124/2) Die vorher betrachteten nennt man dagegen *statische Kennlinien*.



124/1 Triode mit Außenwiderstand R_a

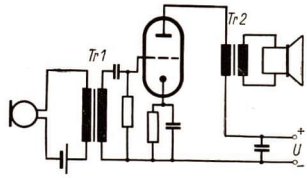
Verstärkerwirkung der Triode. Infolge der Steuerwirkung wird die Triode zum Aufbau von **Verstärkern** verwendet, wie sie in jeder Lautsprecheranlage, jedem Rundfunkgerät usw. enthalten sind. Als Beispiel wird ein Niederfrequenzverstärker betrachtet, der Tonfrequenzen (ca. 16 Hz bis ca. 15 000 Hz) über ein Mikrofon verstärkt.



124/2 Statische und dynamische Kennlinien einer Triode

Zunächst führen wir einen Vorversuch ohne Elektronenröhre durch, um deren Einfluß richtig beurteilen zu können. Aus einem Mikrofon, einem Transformator Tr_1 mit einem Übersetzungsverhältnis 1:4, einer Gleichspannungsquelle von etwa 4 V und einem Lautsprecher mit einem Ausgangstransformator Tr_2 wird ein Stromkreis gebildet. Spricht man in das Mikrofon, so ist die Sprache im Lautsprecher nur schwach zu hören.

Nunmehr legt man die Sekundärspule des Transformators in den Gitterstromkreis einer Triode mit möglichst steiler Kennlinie (Bild 124/3). Die Gitterspannung wird



124/3 Einstufiger Mikrofonverstärker mit Triode

negativ gewählt, was in diesem Falle nicht durch eine zusätzliche Gitterspannungsquelle, sondern durch die Widerstände an Katode und Gitter erreicht wird. Der Ausgangstransformator Tr_2 des Lautsprechers wird in den Anodenstromkreis eingeschaltet. Bespricht man nun das Mikrofon, so ist die Wiedergabe der Sprache wesentlich lauter als beim ersten Versuch.

Die Verstärkerwirkung kann man sich folgendermaßen klarmachen: Der Anodenstrom erzeugt in der Primärspule des Ausgangstransformators Tr_2 einen Spannungsabfall, der wesentlich höher ist als die Schwankungen der Gitterspannung. Der gleichzeitig vorhandene Anodengleichstrom ruft im Transformator keine Induktionswirkungen hervor. Die Wechselspannung im Ausgang des Transformators kann auch ans Gitter einer zweiten Röhre gegeben werden, so daß ein noch leistungsfähigerer zweistufiger Verstärker entsteht.

Moderne Elektronenröhren enthalten meist mehr als ein Gitter (Pentode, Hexode) und vereinigen oft zwei oder mehr Systeme (z. B. Diode und Triode) in einem Glaskolben.

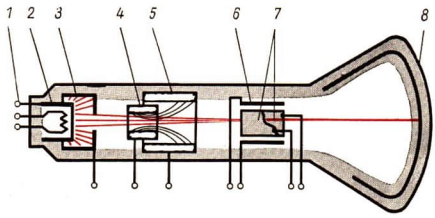
Fragen und Aufgaben

1. Begründen Sie die Polarität des pulsierenden Gleichstroms in den Punkten AB des Bildes 121/2! Machen Sie sich die Wirkungsweise dadurch klar, daß Sie der Sekundärspule des Transformators wechselnde Polarität zuschreiben und jeweils die Funktion der beiden Diodenstrecken bestimmen!
2. Welche Aufgabe hat ein Glättungskondensator?
3. Weshalb nimmt der Anodenstrom einer Triode bei zunehmender positiver Gitterspannung schließlich wieder ab?
4. Welchen Vorteil hat die indirekte Röhrenheizung? Denken Sie an die Auswirkung einer Wechselstromheizung auf die Glühdrahttemperatur und an die weiteren Folgen!
5. Um welchen Wert schwankt der Anodenstrom I_a in einer Triode mit der Steilheit 1,8 mA/V, wenn sich die Gitterspannung U_g um 0,5 V ändert? Welche Spannung fällt dabei an einem Außenwiderstand von 200 kΩ ab? Wieso kann man dabei von einer Spannungsverstärkung sprechen?
6. Eine Triode hat eine Steilheit von 1,6 mA/V und einen Innenwiderstand von 34 kΩ. Berechnen Sie nach der Barkhausen-Gleichung den Durchgriff! Geben Sie den Wert in Prozenten an!
7. Eine Triode weist bei einer Änderung der Anodenspannung um 13 V eine Änderung des Anodenstroms von 0,38 mA auf.
   Wie groß ist ihr Innenwiderstand?
   Welche Betriebsspannung muß angelegt werden, wenn ein Außenwiderstand von 20 kΩ eingeschaltet wird und die Anodenspannung 100 V betragen soll?

2.1.3. Elektronenstrahlröhren

Während in den Elektronenröhren der Elektronenstrom unsichtbar ist, wird er in den *Elektronenstrahlröhren* (oft auch *Katodenstrahlröhren* genannt) auf einem Leuchtschirm sichtbar gemacht und dient zur Aufzeichnung elektrischer Vorgänge. Dazu enthält die Röhre Vorrichtungen, die den Elektronenstrahl

emittieren,	bündeln,	sichtbar machen.
in seiner Stärke verändern,	ablenken,	



126/1 Längsschnitt durch eine Elektronenstrahlröhre. Zur Erzeugung des Elektronenstroms dient die indirekt geheizte Glühkatode (2). Eine Anodenspannung von etwa 1 kV, die zwischen die zylinderförmige Anode (5) und die Katode (2) gelegt wird, beschleunigt die aus der Katode austretenden Elektronen in Richtung auf den Leuchtschirm (8)

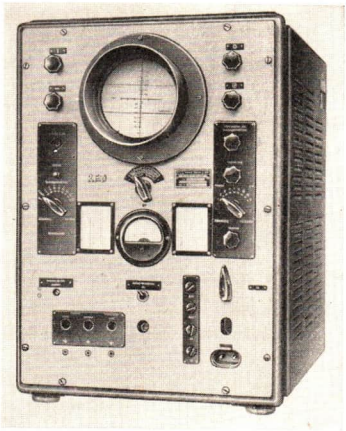
Wir wollen diese Vorrichtungen anhand des Bildes 126/1 im einzelnen betrachten.
Durch eine auf den Physiker FERDINAND BRAUN zurückgehende Röhrenkonstruktion, die *Braunsche Röhre*, wurde es möglich, den zeitlichen Verlauf sehr schneller Strom- und Spannungsschwankungen sichtbar zu machen. Zunächst ist es nötig, die Stärke des Elektronenstrahls zu variieren. Das erreicht man durch den *Wehneltzylinder* (3)[1], den die Elektronen gleich nach Verlassen der Katode durchfliegen. Er hat gegenüber der Katode eine negative Spannung. Legt man an ihn eine wechselnde Spannung an, so schwankt die Intensität des Elektronenstroms im Rhythmus dieser Wechselspannung.

● *Vergleichen Sie die Wirkungsweise des Wehneltzylinders mit der des Gitters in einer Elektronenröhre!*

Wir sprechen von einer Elektronenstrahlröhre, weil der aus der Katode austretende Elektronenstrom zu einem schmalen Bündel zusammengeschnürt wird, damit er auf dem Leuchtschirm einen scharfen kleinen Punkt aufzeichnet. Diese **Bündelung** des Elektronenstroms erreicht man durch eine *Elektronenlinse* (oder Linsenelektrode), die aus den Anodenzylindern (4) und (5) besteht. Liegt zwischen beiden eine Spannung, so drängt das in Bild 126/1 angedeutete elektrische Feld den Elektronenstrahl zu einem schmalen Bündel zusammen, so daß an der Auftreffstelle auf dem Schirm ein hell leuchtender Punkt sichtbar wird.
Durch **Ablenkung** des Elektronenstrahls wird es möglich, elektrische Vorgänge aufzuzeichnen. Die Ablenkung wird verursacht durch zwei senkrecht zueinander angeordnete elektrisch aufgeladene Plattenpaare (6) und (7), d. h. durch zwei elektrische Felder.
Das der Katode gegenüberliegende Stück der Röhre wird möglichst eben geformt und ist innen mit einer Leuchtfarbe (meist Zinksulfid) bedeckt, die beim Auftreffen des Elektronenstrahls **aufleuchtet.**
Ein Meßgerät, in dem die Elektronenstrahlröhre Anwendung findet, ist der **Elektronenstrahloszillograf,** auch *Katodenstrahloszillograf* genannt (Bild 127/1). Mit diesem Gerät kann man schnell ablaufende elektrische Vorgänge sichtbar machen. Legt man beispielsweise eine Wechselspannung an das Plattenpaar (6), so wird der vorher in der

[1] ARTHUR WEHNELT (1871 bis 1944), deutscher Physiker

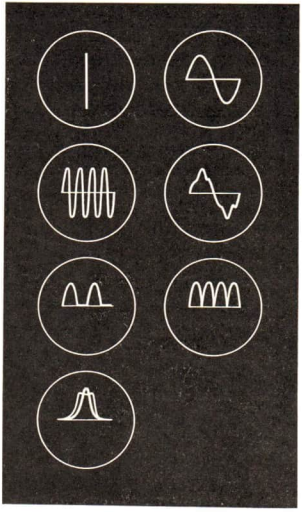
127/1 Elektronenstrahloszillograf



Mitte des Bildschirms sichtbare Punkt abwechselnd nach oben und unten abgelenkt und zu einem senkrechten Strich auseinandergezogen (Bild 127/2a). Die Auslenkung ist der Spannung proportional.

Aus diesem Strich kann man jedoch noch keine Einzelheiten über die angelegte Wechselspannung ablesen. Das kann man erst, wenn man den Strahl gleichzeitig periodisch horizontal ablenkt. Dann erhält man bei richtig gewählter Horizontalablenkung etwa das Bild 127/2b.

Diese zusätzliche periodische Ablenkung wird im Oszillografen durch eine *Kippspannung* hervorgerufen. Sie hat die Eigenschaft, daß sie mit der Zeit linear anwächst, wobei der Leuchtpunkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit von einer Seite des Bildschirms zur anderen läuft. Dann bricht die Spannung plötzlich zusammen, wobei der Punkt in seine Ausgangsstellung zurückspringt, und der Vorgang beginnt von neuem. Die Frequenz dieses periodischen Vorgangs, die *Kippfrequenz*, muß auf die Frequenz des zu untersuchenden elektrischen Vorgangs abgestimmt sein. Das Bild 127/2b entsteht nur, wenn die Kippfrequenz gleich der Frequenz der angelegten Wechselspannung ist.



127/2 Beispiele für Aufzeichnungen im Elektronenstrahloszillografen
a) Wechselspannung, ohne Kippgenerator,
b) Wechselspannung, eine Periode,
c) desgleichen, 4 Perioden,
d) nichtsinusförmige Wechselspannung,
e) Einweg-Gleichrichtung,
f) Zweiweg-Gleichrichtung,
g) Resonanzkurve

- *Versuchen Sie, die Bilder 127/2 zu deuten! Wie verhalten sich Kippfrequenz und Wechselstromfrequenz in Bild 127/2 c? Bild 127/2 d zeigt den Verlauf einer Wechselspannung, die mit einem Experimentiergenerator erzeugt wurde. Wie erzeugt man die Kurven in Bild 127/2 e und f? Bild 127/2 g ist eine Resonanzkurve. Was versteht man darunter?*

In der Produktion, Forschung und Lehre werden vielfach auch *Zwei-* und *Mehrstrahloszillografen* verwendet. In diesen Geräten werden zwei oder mehr Elektronenstrahlen zum Aufzeichnen benutzt, die von getrennten Plattensystemen abgelenkt werden. Dadurch kann man die gegenseitige Abhängigkeit zweier oder mehrerer elektrischer Vorgänge sichtbar machen.

- *Welches Bild zeigt ein Zweistrahlenoszillograf, wenn das eine Plattenpaar direkt an eine Wechselspannung, das andere über eine Drossel oder einen Kondensator an die gleiche Wechselspannung gelegt wird?*

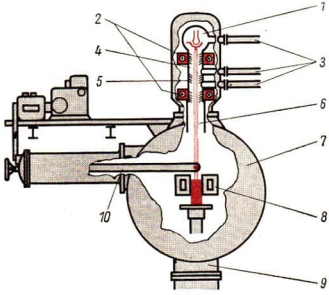
Die bekannteste Ausführungsform der Elektronenstrahlröhre ist die Fernsehbildröhre.

Fragen

1. Wodurch unterscheiden sich Elektronenstrahlröhren von Elektronenröhren und von Glimmentladungsröhren?
2. Beschreiben Sie die fünf wichtigsten Vorrichtungen in einer Elektronenstrahlröhre und ihre grundsätzlichen Funktionen!
3. Zwischen welchen dieser Vorrichtungen wirken elektrische oder magnetische Felder und in welcher Weise beeinflussen diese den Elektronenstrom?

2.1.4. Elektronenstrahlschmelzen

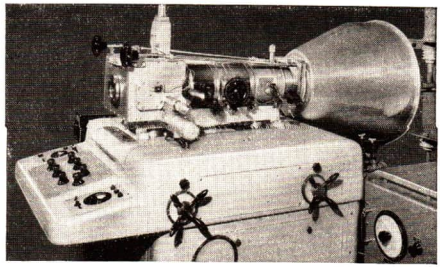
Ein starker Elektronenstrahl ruft bei seinem Auftreffen auf einen Körper eine beträchtliche Wärmewirkung hervor. Das nutzt man in den *Elektronenstrahlöfen* (Bild 128/1) aus.



128/1 Elektronenstrahl-Mehrkammerofen

1 Elektronenstrahler
2 Ringmagnete zur Bündelung des Elektronenstrahls
3 zur Vakuumpumpe ($p = 10^{-5}$ Torr)
4 Vakuumkammern
5 Lochblenden
6 Elektronenstrahl
7 Schmelzkammer
8 Stranggießanlage
9 Schmelzgutentnahme
10 Schmelzgut

Der Elektronenstrahl durchläuft erst einige Lochblenden (*5*), ehe er in den Schmelzraum (*7*) eintritt. Die Kammern (*4*) zwischen den Lochblenden sind an Vakuumpumpen angeschlossen, die für ein gleichbleibendes Vakuum von etwa 10^{-5} Torr sorgen, auch wenn sich das Vakuum im Schmelzraum verschlechtert



129/1 Anlage zum Feinstbohren und Schmelzschneiden mit fokussierten Elektronenstrahlen

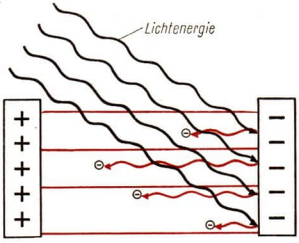
In ihnen trifft ein kräftiger Elektronenstrahl auf das stabförmige Schmelzgut (10). Das abgeschmolzene Material fließt in einen gekühlten Tiegel mit absenkbarem Boden. Bei diesem Umschmelzen im Vakuum wird das Schmelzgut von Verunreinigungen getrennt. Die moderne Industrie hat einen großen Bedarf an Reinststoffen, die oft ganz andere Eigenschaften haben als die gleichen Stoffe mit den normalerweise enthaltenen Verunreinigungen. Damit Gasausbrüche aus dem Schmelzgut das Vakuum nicht beeinträchtigen, hat man den **Elektronenstrahlmehrkammerofen** konstruiert (Bild 128/1).
Der Elektronenstrahl wird heute in der vielfältigsten Weise zur Bearbeitung von Werkstoffen verwendet. Außer den geschilderten Schmelzöfen gibt es Anlagen zum Schweißen, Schneiden (Bild 129/1), Bohren usw. Man bohrt mit einem Elektronenstrahl die Löcher beispielsweise feinster Spinndüsen, deren Durchmesser etwa 0,08 mm beträgt. Diese Art der Werkstoffbearbeitung erhält immer größere Bedeutung.

2.2. Fotoemission

Eine bestimmte Gruppe von elektrischen Bauelementen, die in Taktstraßen, Sicherungsvorrichtungen u. a. eingebaut sind, ersetzen gleichsam das Auge des Menschen. Diese Bauelemente beruhen auf der technischen Ausnutzung der Fotoemission.

2.2.1. Grundversuche zur Fotoemission

Auf Seite 105 wurde festgestellt, daß die unselbständige Stromleitung durch Erwärmung und Bestrahlung beeinflußt werden kann. Bei derartigen Versuchen lag der Gedanke nahe, eine Strahlung nicht auf das Gas, sondern auf die Elektroden zu richten. Solche Versuche führten unabhängig voneinander HALLWACHS und STOLETOW um das Jahr 1888 aus. Sie erkannten, daß eine bestrahlte negativ aufgeladene Platte ihre Ladung verliert. Befindet sich ihr gegenüber eine positive Platte, so entsteht ein elektrischer Strom.
Diese Erscheinung, die meist *Hallwachseffekt* genannt wird, läßt sich wie folgt erklären: Die Energie der auftreffenden Strahlung löst aus der bestrahlten Fläche Elektronen



130/1 Durch die Lichtenergie ausgelöster Elektronenstrom im elektrischen Feld

heraus. Die emittierten Elektronen vermindern die negative Ladung der Platte und verursachen einen Strom, wenn sie infolge der Kraftwirkung des elektrischen Feldes zu einer positiven Platte wandern können. Wir bezeichnen diesen Vorgang als **Fotoemission** (Bild 130/1).

● *Stellen Sie die drei Arten, nach denen Elektronen aus einer Katode herausgelöst werden können, gegenüber!*

Der Effekt ist besonders stark bei Röntgen- und Ultraviolett-Bestrahlung, aber auch sichtbare Strahlung genügt bei den Alkalimetallen zur Fotoemission.

Die Energie, die zur Abtrennung von Elektronen benötigt wird, ist bekanntlich vom Stoff abhängig (vgl. Abschnitt 2.1.2.). Besonders geringe Energie ist bei den Alkalimetallen nötig (Natrium: etwa 2,1 eV, Rubidium: etwa 1,5 eV, Cäsium: 1,4 bis 1,9 eV). Für ein bestimmtes Katodenmaterial und eine bestimmte Strahlungsart gilt:

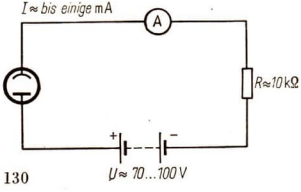
Die Stärke des Elektronenstroms ist proportional der Strahlungsintensität.

2.2.2. Fotozellen

Der Hallwachseffekt wird in den **Fotozellen** technisch ausgenutzt (Bild 130/2). In ihnen wird die Energie der Licht-



130/2 Fotozelle. a) Das Licht fällt in der Pfeilrichtung ein. Die Fotozelle besteht aus einem mit Sockel versehenen Glaskolben, auf dessen Innenwand etwa zur Hälfte eine Alkalischicht aufgedampft ist. Dieser Schicht gegenüber befindet sich eine Drahtschleife (oder ein Gitter), die die ausgelösten Elektronen „auffängt". Die am Widerstand abfallende Spannung liegt am Gitter einer Triode und steuert deren Anodenstrom. Dieser reicht zum Betrieb eines Relais aus. Damit die Alkalischicht nicht oxydiert, ist die Röhre entweder luftleer gepumpt (*Vakuumfotozelle*) oder mit einem Edelgas (z. B. Argon) gefüllt (*Edelgasfotozelle*), b) Schaltbild einer Fotozelle



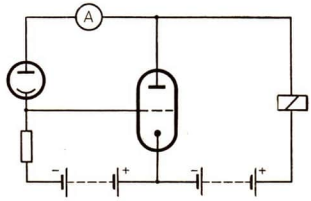
130/3 Schaltung einer Fotozelle
Die eingetragenen Werte stellen nur Richtwerte dar. Die Spannungsquelle ist nötig, weil sich ohne sie die emittierten Elektronen als Raumladungswolke um die Alkalielektrode sammeln würden, so daß kein Elektronenstrom zur Drahtschleife zustandekäme. Der Schutzwiderstand R verhindert das Entstehen einer Stoßionisation, wobei durch die Glimmentladung die Zelle zerstört würde

strahlung direkt in elektrische Energie umgesetzt. Diese Eigenschaft hat sie für die moderne, hochentwickelte Technik unentbehrlich gemacht.

Von den vielen Verwendungsmöglichkeiten der Fotozelle soll nur eine genannt werden. Man schaltet sie meist mit einem Verstärker zusammen (Bild 131/1).

Fragen und Aufgaben

1. Welche Ähnlichkeiten und welche Unterschiede bestehen zwischen einer Fotozelle einerseits und einer Diode bzw. einer Glimmlampe andererseits?
2. Wie kann man mit Hilfe einer Fotozelle erreichen, daß fast gleichzeitig mit dem Auslösen eines Blitzlichts ein zweites (z. B. ein Elektronenblitz) ausgelöst wird?
3. Skizzieren Sie eine Anordnung, mit deren Hilfe eine Tür geöffnet wird, wenn eine Person auf sie zugeht!
4. Stellen Sie noch einmal alle Vorgänge zusammen, bei denen Elektronen aus einer Katode ausgelöst werden.



131/1 Fotozelle mit einstufigem Verstärker und Relais. Die am Widerstand abfallende Spannung liegt am Gitter einer Triode und steuert deren Anodenstrom. Dieser reicht aus zum Betrieb eines Relais. Man kann, wie im Bild gezeigt, die Schaltung so wählen, daß das Relais bei Bestrahlung der Zelle anspricht (Hellschaltung). Bei einer anderen Schaltung erreicht man dagegen, daß das Relais bei Unterbrechung der Bestrahlung, d. h. bei Dunkelheit, anspricht (Dunkelschaltung). Dieser Fall liegt vor bei der automatischen Einschaltung der Straßenbeleuchtung. Die „Lichtschranken" arbeiten meist mit ultraroten oder ultravioletten Strahlen und dienen als Sicherungsanlagen. Der auf die Zelle fallende Strahl ist unsichtbar. Wird er unterbrochen, dann tritt die Sicherungsanlage in Tätigkeit

Zusammenfassung

1. **Der Edison-Effekt besteht in dem Austritt von Elektronen aus einem glühenden Draht.**
   Wie heißt diese Art der Erzeugung von Ladungsträgern?
2. **Bei der Triode kann man durch die Gitterspannung den Anodenstrom steuern.**
   Wieso ist diese Steuerung leistungslos?
3. **Mit Hilfe von Elektronenstrahlröhren kann man elektrische Vorgänge aufzeichnen.**
   Wie arbeitet ein Elektronenstrahl-Oszillograf?
4. **Mit Elektronenstrahlen lassen sich Metalle und keramische Stoffe schmelzen.**
   Welche Vorteile hat diese Art des Schmelzens?
5. **Die Fotoemission beruht auf dem Hallwachs-Effekt.**
   Beschreiben Sie diesen Effekt!
6. **In den Fotozellen wird Lichtenergie direkt in elektrische Energie umgesetzt.**
   Wozu werden Fotozellen verwendet?

3. Leitungsvorgänge in Festkörpern



Die Industrie und die Wirtschaft sind ohne moderne Rechenautomaten zur Lösung wissenschaftlich-technischer und ökonomischer Aufgaben nicht mehr denkbar. In diesen Rechenautomaten befinden sich sehr viele elektronische Bauelemente, die auf der Stromleitung in festen Körpern beruhen. Solche Bauelemente ersetzen immer mehr die Elektronenröhren, da sie kleiner, leichter, widerstandsfähiger und billiger sind.

3.1. Molekulare Vorgänge bei der Stromleitung

Die elektrischen Eigenschaften der Metalle lassen sich aus dem molekularen Aufbau, aus der metallischen Bindung erklären. Diese beruht bekanntlich darauf, daß zwischen positiv geladenen Atomrümpfen (Ionen) Valenzelektronen frei beweglich sind.

- *Beschreiben Sie die Edelgaskonfiguration und stellen Sie diese der Bindung von* NaCl *gegenüber!*

3.1.1. Leitungsvorgänge in Metallen

Man bezeichnet die freien Elektronen im Metall auch als **Elektronengas.**

Die Vorstellung vom Elektronengas ist, wie in vielen anderen Fällen, ein Hilfsmittel, mit dem sich physikalische Vorgänge leichter erklären lassen. Eine ähnliche Vorstellung haben Sie bereits bei der Behandlung der Stromleitung in Gasen durch die Raumladungswolke kennengelernt.

Es hat mit den Gasen die leichte Beweglichkeit gemein, unterscheidet sich von ihnen aber vor allem dadurch, daß seine Elektronen das Metall nicht ohne weiteres verlassen können, denn die negativen und positiven Ladungen sind in gleicher Anzahl vorhanden. Auch ist die Geschwindigkeit der Elektronen von der Temperatur nahezu unabhängig. Die gute elektrische Leitfähigkeit der Metalle ist eine Folge der sehr großen Zahl von *Leitungselektronen*, die mit dem Elektronengas gegeben ist. Ihre Zahl bestimmt im wesentlichen den spezifischen Widerstand der Metalle.

Die Zunahme des Widerstands bei Erwärmung ist darauf zurückzuführen, daß das Elektronengas durch die immer heftiger schwingenden Ionen des Metallgitters eine zunehmende Zahl von Zusammenstößen erfährt.
Auch die Elektronenabgabe bei der *Glühemission* läßt sich durch die starken Schwingungen der Ionen erklären, die den Elektronen die zum Austritt nötige kinetische Energie erteilen.

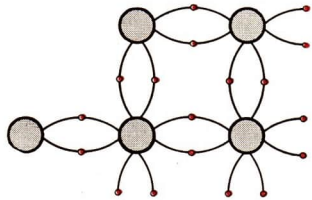
Der Widerstand nimmt andererseits bei Abkühlung ab. In der Nähe des absoluten Nullpunktes (z. B. für Blei bei 7,26° K) nimmt der Widerstand einer Anzahl von Metallen und Verbindungen darüber hinaus sprungartig sehr stark ab. Diese Erscheinung heißt *Supraleitung*.

Die gute Wärmeleitfähigkeit der Metalle deutet darauf hin, daß auch sie durch das Elektronengas verursacht wird. Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen der elektrischen und der Wärmeleitfähigkeit.

3.1.2. Leitungsvorgänge in Halbleitern

Hinsichtlich der elektrischen Leitfähigkeit steht zwischen den metallischen Leitern und den Nichtleitern (Isolatoren) eine Gruppe von Stoffen, die einen ganz charakteristischen Leitungsmechanismus aufweist und die man *Halbleiter* nennt. Die molekularen Vorgänge konnten erst untersucht werden, als man die Stoffe in hoher Reinheit herzustellen verstand: ein Beispiel für die wechselseitige Bedingtheit von Wissenschaft und Technik. Man erkannte, daß sich im allgemeinen zwei Effekte überlagern, die *Eigenleitung* sehr reiner Halbleiterstoffe und die *Störstellenleitung* verunreinigter Halbleiterstoffe.

Eigenleitung. In einem sehr reinen Halbleiter sind alle Valenzelektronen der Atome paarweise an der homöopolaren Bindung beteiligt. Beim Germanium und Silizium beispielsweise, den heute wichtigsten Halbleitern, sitzen die 4 Valenzelektronen gleichsam in den Ecken eines Tetraeders. Schematisch zeigt dies die ebene Darstellung (Bild 133/1).



133/1 Bindungsverhältnis beim Germanium-Kristall (schematisch)

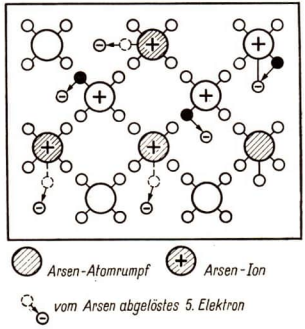
Freie Elektronen entstehen im Halbleiter infolge thermischer Gitterschwingungen, durch die einzelne Bindungen gelöst werden. Diese Ladungsträger bewirken die Eigenleitung.
Jedes freigewordene Elektron hinterläßt an der Stelle, an der es ursprünglich saß, eine Fehlstelle. Unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes rückt ein in der Nähe befindliches Elektron in diese Lücke ein, wobei dieses Elektron eine neue Fehlstelle hinterläßt, die ihrerseits von einem weiteren Elektron ausgefüllt werden kann usw. Wenn sich also Elektronen von links nach rechts bewegen, wandert eine genau gleich große Anzahl von Fehlstellen von rechts nach links. Diese Fehlstellen bezeichnet man auch

als *Defektelektronen* oder kurz als *Löcher* oder *Lücken*; sie verhalten sich so, als ob es positive Ladungsträger wären. Das ist natürlich nicht wörtlich zu nehmen, da sich die Fehlstellen selbst gar nicht fortbewegen können.

In Halbleitern entspricht dem Fließen der Elektronen in einer Richtung eine Wanderung von positiven Fehlstellen gleicher Anzahl in der entgegengesetzten Richtung; diesen Vorgang nennt man Eigenleitung.

- *In welcher Weise wird die Eigenleitung von der Temperatur abhängen? Vergleichen Sie das Ergebnis Ihrer Überlegung mit dem Verhalten der Metalle!*

Störstellenleitung. Einen anderen Leitungsvorgang weisen verunreinigte Halbleiter auf. Sie werden heute in der Weise hergestellt, daß man reinste Halbleiter mit genau berechneten kleinen Mengen eines bestimmten anderen Elements verunreinigt, man sagt *dotiert*. Dadurch kann man die elektrischen Eigenschaften des Halbleiters in gewünschter Weise verändern. Wir greifen zur Erklärung des Leitungsvorganges ein Beispiel heraus, nämlich die Dotierung von Germanium durch Arsen. Das 5wertige Arsen bildet im Germanium sog. *Störstellen*. Da jedes Arsenatom ein Elektron aufweist, das vom vierwertigen Germanium nicht gebunden wird, stehen zusätzliche Leitungselektronen für die *Störstellenleitung* zur Verfügung (Bild 134/1). Da es negative Ladungsträger sind, spricht man von n-*Leitung*.



134/1 Störstellenleitung (schematisch)

Wird das Germanium andererseits mit geringen Mengen eines dreiwertigen Elements, z. B. Indium, dotiert, so fehlt an den Störstellen jeweils ein Elektron. Die Folge ist ein Überschuß an Defektelektronen, d. h. an positiven „Löchern": Der Kristall ist p-leitend.

- *Wie hat man sich die p-Leitung, d. h. das „Wandern" der Defektelektronen vorzustellen?*

Bei der Störstellenleitung bestimmt die Art des zugefügten Stoffes (Störstoff) den Leitungstyp: n-leitend, wenn der Störstoff Elektronen abgibt; p-leitend, wenn er Elektronen bindet. Sind beide Arten von Störstoffen im Halbleiterkristall enthalten, so wird der Leitungstyp durch die Mehrzahl der Atome eines Störstoffes bestimmt.

Halbleiterschichtkristalle. Von großer technischer Bedeutung ist die Kombination eines p-leitenden Kristalls mit einem n-leitenden. Man erhält eine **p-n-Kombination**, die auch *Halbleiterschichtkristall* genannt wird.

In der Grenzschicht zwischen den beiden Kristallen entsteht eine ladungsträgerarme Zone. Die geringe Zahl der Ladungsträger erschwert den Stromfluß in dieser Schicht, die deshalb *Sperrschicht* genannt wird. Ihre Enstehung kann mit dem Massenwirkungsgesetz entsprechend der Zahl der möglichen Zusammenstöße erklärt werden.

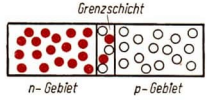
● *Wie lautet das Massenwirkungsgesetz? (Chemie, Klasse 10).*

Auf elektrische Vorgänge innerhalb eines Körpers angewandt, lautet das Massenwirkungsgesetz:

Das Produkt der Anzahl von Ladungsträgern beiderlei Vorzeichens ist stets konstant.

Die Bildung und Vernichtung (Rekombination) von Ladungsträgern strebt einem Gleichgewichtszustand zu und ist von der Zahl der Zusammenstöße abhängig. Diese wiederum sind dem Produkt der Ladungsträger proportional.

Untersuchen wir nun die verschiedenen Zonen der Halbleiterkombination. Wir können annehmen, daß im reinen Germanium bei Zimmertemperatur rund 10^{13} Elektronen und 10^{13} Defektelektronen je Kubikzentimeter existieren. Insgesamt sind $2 \cdot 10^{13}$ Ladungsträger vorhanden. Das Produkt der Ladungsträger beträgt $10^{13} \cdot 10^{13} = 10^{26}$. Im dotierten n-leitenden Germaniumkristall erhöht sich die Zahl der Elektronen auf 10^{16}. Da nach dem Massenwirkungsgesetz das Produkt der Ladungsträger konstant (in unserem Fall 10^{26}) bleibt, gibt es nur 10^{10} Defektelektronen, die man gegenüber den Elektronen vernachlässigen kann. Im p-leitenden Kristall sind dagegen 10^{16} Defektelektronen und 10^{10} Elektronen vorhanden. In irgendeiner Schicht der Übergangszone von einem Kristall zum anderen muß die Zahl der Elektronen und Defektelektronen gleich sein. Diese beiden gleichen Zahlen können aber nur 10^{13} sein, denn ihr Produkt muß nach dem Massenwirkungsgesetz konstant 10^{26} bleiben. Somit erhalten wir in der Berührungszone, der Sperrschicht, nur je 10^{13} Ladungsträger beiderlei Vorzeichens wie im reinen Germanium, gegenüber 10^{16} Ladungsträgern eines Vorzeichens zu beiden Seiten der Schicht. Dieses Ergebnis soll das Bild 135/1 schematisch veranschaulichen.



135/1 Verteilung der Ladungsträger in einer n–p-Halbleiterkombination (schematisch)

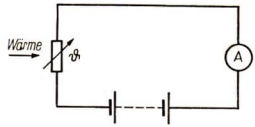
Fragen und Aufgaben

1. Was für Ladungsträger sind bei der Stromleitung in Metallen, Halbleitern, Flüssigkeiten, Gasen und im Vakuum beteiligt?
2. Wie geht in den einzelnen Fällen die Ladungsträgerbildung vor sich und wie verläuft der Leitungsvorgang?
3. Wie ist der Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit von Festkörpern zu erklären?
4. Welche besonderen Eigenschaften hat eine n-p-Halbleiterkombination?

3.2. Anwendungen der Stromleitung in Halbleitern

3.2.1. Wärmeempfindliche Bauelemente

Metalle und Halbleiter lassen sich infolge der Temperaturabhängigkeit ihrer Leitfähigkeit zur Temperaturmessung verwenden. Man schaltet sie in einen Stromkreis ein und mißt die Stromstärke (Bild 136/1).

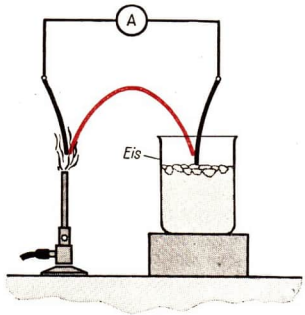


136/1 Schaltung eines wärmeempfindlichen Widerstands (z. B. eines Thermistors) in einem Stromkreis
Bei Erwärmung des Stoffes durch den Stromfluß selbst oder durch eine Wärmequelle ändert sich sein Widerstand und somit die Stromstärke

Auf diesem Prinzip beruhen die seit langem bekannten *Widerstandsthermometer*, die z. B. einen Platindraht enthalten. Der Draht befindet sich an der Meßstelle; der Strommesser, der direkt in °C geeicht ist, kann sich an anderer Stelle befinden (Fernmessung). Benutzt man anstelle des Leiters (Platindraht) einen Halbleiter, so ist der Effekt um ein Vielfaches stärker. Beträgt die *Abnahme* der Leitfähigkeit bei Platin beispielsweise etwa 0,4% je Grad, so zeigt ein Halbleiter eine Zunahme von rund 4%. Halbleiter, die zur Ausnutzung der Temperaturabhängigkeit ihres spezifischen Widerstands hergestellt werden, nennt man *Thermistore*. Sie bestehen im allgemeinen aus Metalloxiden.

Berühren sich zwei verschiedene Metalle oder Halbleiter, so entsteht an der Kontaktstelle eine Spannung. Sie ist stark temperaturabhängig und rührt daher, daß Elektronen aus dem Stoff mit der kleineren Austrittsarbeit in den anderen übertreten und diesen negativ aufladen.

● *Bei welchen bisher besprochenen Vorgängen spielte die Austrittsarbeit (= Ablösearbeit) eine Rolle?*



136/2 Schematische Darstellung eines Thermoelements. Befinden sich die beiden Lötstellen auf gleicher Temperatur, so heben sich die beiden an den Kontaktstellen auftretenden Spannungen auf. Sind dagegen die beiden Lötstellen unterschiedlich warm, so fließt ein Strom

Diesen Effekt weist man nach, indem man zwischen zwei Drähte vom Werkstoff A (schwarz) ein Stück des Werkstoffs B (rot) lötet (Bild 136/2). Dieser Effekt heißt *Thermoeffekt*[1], eine solche Anordnung **Thermoelement.** Man kann auch viele solcher Drahtstücke A und B abwechselnd aneinanderlöten; man erhält dann eine *Thermosäule.*

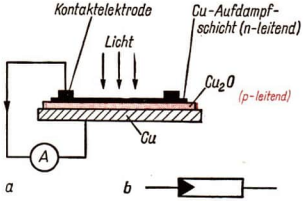
Der Thermoeffekt läßt sich umkehren. Schickt man nämlich Strom durch das Thermoelement, so entsteht zwischen L_1 und L_2 ein Temperaturunterschied. Diesen Effekt nennt man *Peltiereffekt.* Als Material für Thermoelemente verwendet man Kombinationen wie Wismut-Zinn oder Platin-Platin/Rhodium.

[1] Der Effekt (Entdeckung 1820) wird nach seinem Entdecker auch Seebeck-Effekt genannt.

Thermoelemente dienen hauptsächlich der Temperatur-Fernmessung und wissenschaftlichen Untersuchungen.
Der Einsatz von Halbleitern anstelle von Metallen, d. h. die Benutzung von n–p-Kombinationen, konzentriert sich auf diesem Gebiet gegenwärtig hauptsächlich auf die Ausnutzung des Peltiereffekts, der bei Metallen äußerst gering ist. Mit Halbleitern hat man Temperaturdifferenzen von 40 grd und mehr zwischen den beiden Berührungsstellen erreicht und betreibt damit kleine Kühlanlagen.

3.2.2. Lichtempfindliche Bauelemente

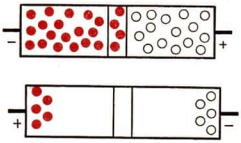
Fotowiderstände sind Halbleiter, deren Leitfähigkeit sich bei Beleuchtung vergrößert. Sie werden wie Thermistore geschaltet und dienen zur Lichtmessung. Selen-Fotowiderstände sind seit langem bekannt; heute benutzt man auch Ge, Si oder CdS. Der Widerstand sinkt bei Beleuchtung ab.
Auch in dieser Gruppe von Bauelementen benutzt man p-n-Kombinationen, und zwar in zweierlei Ausführung.
Die erste, schon einige Jahrzehnte bekannte Ausführungsform ist das **Fotoelement**. Fotoelemente (Bild 137/1) benötigen keine Spannungsquelle. Sie werden z. B. in elektrischen Belichtungsmessern verwendet.
Eine neuere Form der lichtempfindlichen n-p-Kombination ist die **Fotodiode**. Man richtet die Lichtstrahlung, durch eine Linse gebündelt, auf die Sperrschicht, deren Leitfähigkeit dadurch erhöht wird.



137/1a Aufbau eines Cu_2O-Fotoelements. Das Licht durchstrahlt nacheinander die gesamte n- und p-Schicht. Dabei erhöht sich die Zahl der Ladungsträger so stark, daß die beiden Schichten wie Elektroden eines galvanischen Elements wirken und einen Strom durch die äußere Verbindung treiben; b Schaltsymbol

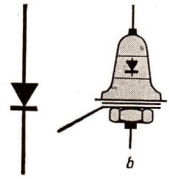
3.2.3. Halbleiter-Gleichrichter

Die Leitfähigkeit der Sperrschicht einer p–n-Kombination hängt bei angelegter Spannung von der Polung ab: Liegt der negative Pol der Spannungsquelle am n-Leiter, so werden dessen Leitungselektronen abgestoßen, d. h. in die Sperrschicht hineingedrückt (Bild 137/2). Die Sperrschicht wird dadurch schmaler, die Leitfähigkeit größer. Bei umgekehrter Polung zeigt sich der gegenteilige Effekt.
Die Folge davon ist, daß eine solche p–n-Kombination in der einen Richtung einen sehr großen Widerstand, in der anderen Richtung einen kleinen Widerstand aufweist. Sie wirkt also wie ein Ventil und richtet Wechselstrom gleich. Man bezeichnet



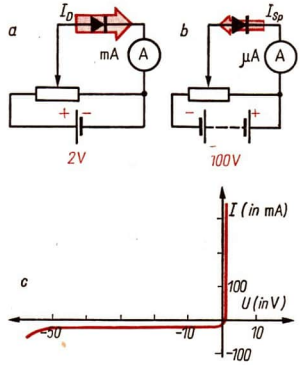
137/2 Verhalten der Sperrschicht einer p–n-Kombination beim Anlegen einer Spannung

die Anordnung als **Flächengleichrichter** (Bild 138/1). Im Schaltbild gibt die Pfeilspitze die Richtung des starken Stromes, den man *Durchlaßstrom* nennt, an. Der in entgegengesetzter Richtung durchgelassene sehr geringe Strom heißt Sperrstrom.



138/1 Halbleitergleichrichter
a) Schaltbild
b) Germanium-Flächengleichrichter

Mit einer einfachen Versuchsanordnung (Bild 138/2 a, b kann man diese Ströme messen und die *Kennlinie* eines Flächengleichrichters (Bild 138/2c aufnehmen. Für die beiden Polungen wird jeweils die Stromstärke in Abhängigkeit von der angelegten Spannung gemessen. Zur Messung des Sperrstroms benötigt man einen in Mikroampere geeichten Strommesser.



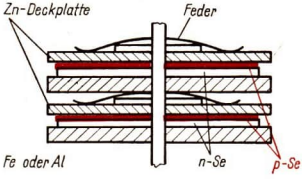
138/2 Kennlinie eines Flächengleichrichters
a) Schaltung für Durchlaßstrom,
b) desgl. für Sperrstrom,
c) Kennlinie eines Flächengleichrichters

Die geschilderten Germanium-Flächengleichrichter ersetzen die *Selengleichrichter* (Bild 138/3) immer mehr, weil sie kleiner sind.

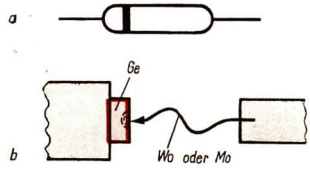
Silizium-Flächengleichrichter werden für Durchlaßströme von über 100 A gebaut.

Flächengleichrichter werden ebenso wie Röhrengleichrichter überall eingesetzt, wo man Wechselstrom gleichrichten muß: z. B. im Netzteil von Rundfunkgeräten und in Ladegeräten für Akkumulatoren.

Außer den Flächengleichrichtern gibt es zur Gleichrichtung schwacher Hochfrequenzströme die Spitzendiode (Bild 138/4). In der Spitzendiode drückt eine Metallspitze auf einen n-leitenden Germaniumkristall. Bei der Herstellung wird durch Erwärmung erreicht, daß sich um die Spitze herum im Kristall eine p-Schicht ausbildet. Dadurch



138/3 Selengleichrichter



138/4 Spitzendiode
a) Ansicht einer Germaniumdiode in natürlicher Größe, b) Schematischer Aufbau

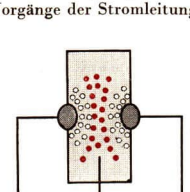
entsteht wieder eine p–n-Kombination, deren Verhalten bereits besprochen wurde. Auf ähnlichen Vorgängen beruht übrigens die Wirkungsweise der früher sehr verbreiteten Kristalldetektoren.

3.2.4. Transistoren

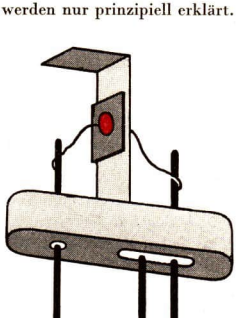
Transistoren ersetzen in zunehmendem Maße die Elektronenröhren. Wir wollen den Aufbau und die wichtigsten Verwendungsmöglichkeiten von Flächentransistoren betrachten. Die molekularen Vorgänge der Stromleitung werden nur prinzipiell erklärt.



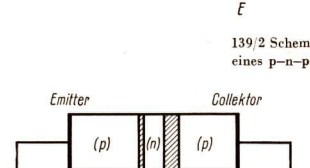
139/1 p–n–p-Transistor
Verteilung der Ladungsträger



139/2 Schematischer Aufbau eines p–n–p-Transistors



139/3 Flächentransistor



139/4 Schematische Darstellung der Basisschaltung eines Transistors

Flächentransistoren bestehen aus zwei p–n-Kombinationen. Bei dem sehr verbreiteten p–n–p-Transistor (Bild 139/1) ist die mittlere Schicht, die n-Schicht, sehr schmal. Die Schichten werden auf folgende Weise hergestellt: Auf ein n-leitendes Germanium-Scheibchen wird beiderseits je eine Perle aus Indium (dreiwertig) aufgebracht. Durch Diffusion des Indiums in den Germaniumkristall hinein bilden sich die beiden p-Schichten (Bild 139/2). Die technische Ausführung zeigt Bild 139/3.
Es gibt verschiedene Schaltungsmöglichkeiten für Transistoren.
Am übersichtlichsten liegen die Verhältnisse bei der **Basisschaltung** (Bild 139/4). Die drei Anschlüsse des Transistors bezeichnet man als *Basis* B (das ist die n-Schicht), als *Emitter* E (d. i. die eine p-Schicht) und als *Kollektor* C (die andere p-Schicht). Bei dieser Schaltung liegt die Basis in zwei Stromkreisen. Der eine, der Basis und Emitter

enthält, bekommt die zu verstärkende Spannung zugeführt und steuert über die Basis des Transistors den zweiten Kreis, der Basis und Kollektor sowie einen Lautsprecher (oder Kopfhörer) enthält.

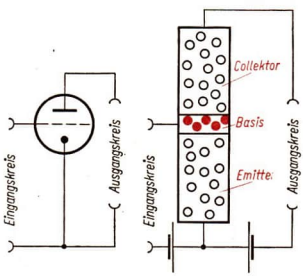
Der Stromleitungsvorgang läuft so ab, daß im Emitterkreis ein Strom von Defektelektronen fließt, weil die p–n-Kombination Emitter-Basis in Durchlaßrichtung gepolt ist.

Dieser Strom von positiven Ladungsträgern (Defektelektronen) tritt fast vollständig (bis zu 95%) in den Kollektorkreis über, weil die trennende Basisschicht nur sehr schmal ist ($< 40\,\mu m$) und der Kollektor gegenüber der Basis eine negative Spannung besitzt. Der Kollektorstrom folgt allen Schwankungen des Emitterstroms. Der Basisstrom I_b ist gleich der Differenz von Emitter- und Kollektorstrom, d. h., er ist sehr klein.

Da der Kollektorstrom I_c etwas kleiner ist als der Emitterstrom I_e, ist die *Stromverstärkung* $\alpha = \frac{I_c}{I_e}$ in dieser Schaltung kleiner als 1, d. h., es tritt keine Stromverstärkung ein[1].

Dagegen ist eine *Spannungsverstärkung* vorhanden. Das erkennt man mit Hilfe folgender Überlegung. Die Grenzschicht EB (Emitter-Basis) ist in Durchlaßrichtung gepolt, d. h., sie hat einen kleinen Widerstand. Demnach werden im Emitterkreis nur niedrige Widerstände R_e liegen. Ist der Übergang BC in Sperrichtung gepolt, dann hat er einen hohen Widerstand. Im Kollektorkreis werden demnach höhere Widerstände R_c liegen, so daß an diesen bei nahezu gleichem Strom $I_c \approx I_e$ auch höhere Spannungen $U = R_c \cdot I_c > R_e \cdot I_e$ abfallen.

Eine zweite wichtige Schaltung ist die **Emitterschaltung** (Bild 140/1). In diesem Falle steuern die Schwankungen des schwachen Basisstroms den Kollektorstrom. Hier tritt also eine Stromverstärkung auf. Das läßt sich auch rechnerisch nachweisen.



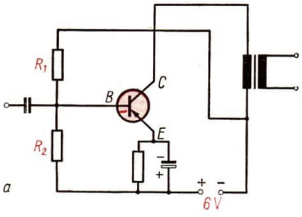
Die Stromverstärkung α' der Emitterschaltung ist $\alpha' = \frac{I_c}{I_b}$. Mit Hilfe der Beziehungen $I_e + I_b + I_c = 0$ (Kirchoffsches Gesetz) und $I_c = -\alpha \cdot I_e$ läßt sich α' auf α zurückführen:

$$\alpha' = \frac{-\alpha \cdot I_e}{-I_e - I_c} = \frac{\alpha \cdot I_e}{I_e - \alpha \cdot I_e} = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

Bei $\alpha = 95\% = 0{,}95$ ist $\alpha' = \frac{0{,}95}{0{,}05} = 15.$

140/1 Emitterschaltung eines Transistors und Elektronenröhre

[1] Nach der Konvention über die Richtung der Ströme im Transistor wird genauer $\alpha = -\frac{I_c}{I_e}$ definiert. Also hängen I_c und I_e wie folgt zusammen: $I_c = -I_e \cdot \lambda$.



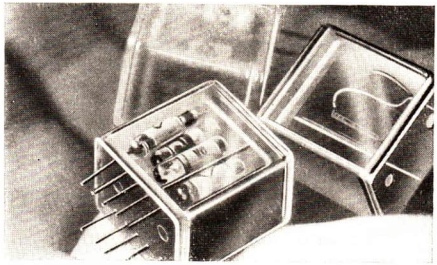
141/1 Verstärkerschaltung
a) einstufiger Transistorverstärker in Emitterschaltung

b) einstufiger Röhrenverstärker

Vergleicht man die Transistorschaltung mit einer Röhren-Verstärkerschaltung (Bild 141/1), dann stellt man viele Parallelen fest: Die Basis entspricht dem Gitter, der Emitter entspricht der Katode, der Kollektor der Anode. Die Widerstände R_1 und R_2 bilden einen Spannungsteiler und geben der Basis bzw. dem Gitter die erforderliche Spannung. Über den Katodenwiderstand R_K erhält die Katode eine negative Gittervorspannung. Er wird für die zu verstärkende Wechselspannung durch den parallelgeschalteten Kondensator kurzgeschlossen.
Der wichtigste Unterschied zwischen Transistor- und Röhrenverstärker ist der, daß bei der Röhre für den Gitterkreis keine Energie benötigt wird, während im steuernden Emitterkreis eine (wenn auch geringe) elektrische Leistung $I_e \cdot U_e$ umgesetzt wird.

Inwiefern wird dem Gitterkreis einer Röhre keine elektrische Energie entzogen?

Die wesentlichsten Vorteile des Transistors liegen darin, daß er keinen Heizstromkreis hat, eine niedrige Betriebsspannung benötigt, leicht und klein ist. Ein Nachteil der Transistoren ist ihre Empfindlichkeit gegenüber Temperaturen von mehr als 60 °C. Deshalb muß bei Transistorenschaltungen für eine gute Wärmeableitung gesorgt werden. Der Transistor und die anderen Halbleiterbauelemente haben den Bau von Geräteteilen mit kleinsten Abmessungen, wie sie z. B. in der Astronautik, in Rechen-



141/2 Beispiele
für Mikromodul-Bauelemente

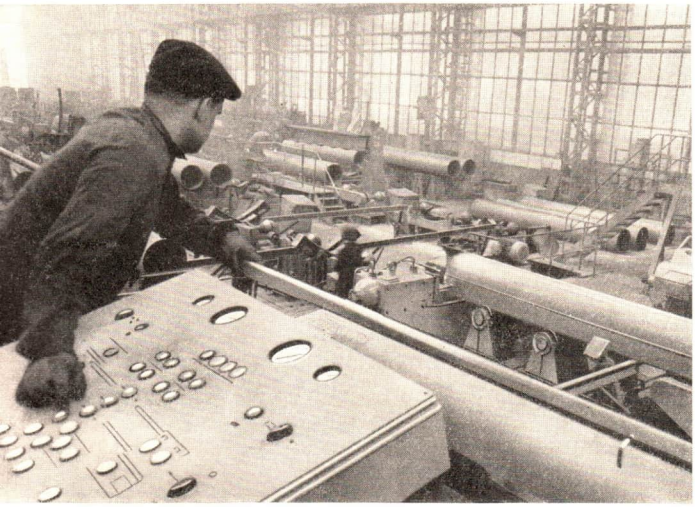
automaten usw. benötigt werden, möglich gemacht. Man bezeichnet das Verfahren, elektrische Geräte aus sehr kleinen vorgefertigten Bausteinen baukastenähnlich zusammenzusetzen, als *Mikromodultechnik* (Bild 141/2).

Fragen und Aufgaben

1. Für welche Aufgaben der Elektronik lassen sich Halbleiterbauelemente grundsätzlich verwenden?
2. Vergleichen Sie verschiedene Geräte zur Temperaturmessung!
3. Stellen Sie die Wirkungsweise verschiedener Bauelemente gegenüber, die Lichtenergie in elektrische Ströme umwandeln!
4. Welche Arten von Gleichrichtern kennen Sie, und welche Aufgaben haben sie zu erfüllen?
5. Vergleichen Sie einen Flächentransistor mit einer Triode!

Zusammenfassung

1. **Die Stromleitung in Metallen wird von frei beweglichen Leitungselektronen getragen.**
   In welcher Weise hängt der Strom von der Temperatur des Leiters ab und warum?
2. **Die Eigenleitung in Halbleitern beruht darauf, daß infolge von Gitterschwingungen freie Elektronen entstehen.**
   In welcher Weise hängt die Eigenleitung von der Temperatur ab?
3. **Die Störstellenleitung beruht auf dem Vorhandensein von Ladungsträgern in verunreinigten Halbleitern.**
   Wieso entstehen durch Verunreinigungen Ladungsträger?
4. **Eine n-p-Halbleiterkombination wirkt als Gleichrichter.**
   Was ist ein n-, was ist ein p-Halbleiter?
   Welche Vorgänge treten in der Grenzschicht auf?
5. **Fotoelemente sind n-p-Halbleiterkombinationen mit lichtempfindlicher Grenzschicht.**
   Welcher Unterschied besteht zum Fotowiderstand?
6. **Transistoren enthalten zwei n-p-Halbleiter-Kombinationen.**
   Welche Aufgaben kann ein Transistor erfüllen?



Grundlagen der Automatisierung

In der modernen Produktion bedient und überwacht der einzelne Werktätige umfangreiche Anlagen und viele Maschinen, so wie hier bei der Herstellung von Rohren. Das ist das typische Bild für eine automatisierte Anlage. Maschinen übernehmen weitgehend die Arbeitsverrichtungen der Menschen.

In der metallverarbeitenden Industrie wird die für die Werktätigen schwere körperliche Arbeit schon seit langem von Maschinen ausgeführt. Der Arbeitsprozeß ist mechanisiert.

Bei einem mechanisierten Arbeitsprozeß wird die körperliche Arbeit des Menschen weitgehend von Maschinen ausgeführt.

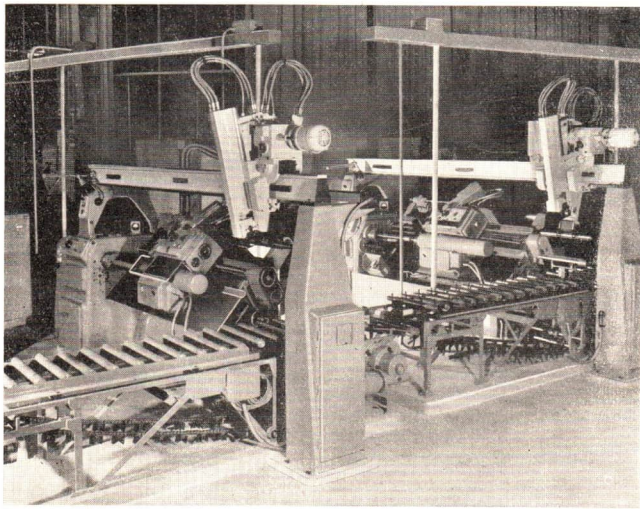
Ein Dreher muß nach jeder Arbeitsstufe die Maschine stillsetzen, um eine andere Drehzahl oder einen anderen Vorschub zu wählen, um das Werkzeug zu wechseln oder um das Werkstück zu messen oder zu prüfen. Dabei geht wertvolle Arbeitszeit verloren. Der Mensch an der Maschine muß sich stets auf seine Arbeit konzentrieren, er

muß beobachten, Entscheidungen fällen und danach in den Prozeß eingreifen. Diese Tätigkeit kann auch von Maschinen übernommen werden. Der Arbeitsprozeß ist dann automatisiert.

Bei einem automatisierten Arbeitsprozeß wird neben der körperlichen Arbeit auch die sich ständig wiederholende geistige Tätigkeit von Maschinen übernommen.

Nach einmaligem Einrichten der Drehmaschine durch den Menschen läuft der Arbeitsprozeß dann selbsttätig nach einem vorher festgelegten Programm ab. Einen solchen Vorgang nennt man eine **Steuerung.** Der Mensch überwacht, aber er braucht nicht ständig einzugreifen. Abweichungen, die beispielsweise durch Abnutzung des Drehmeißels entstehen, werden jedoch nicht selbsttätig beseitigt.

Wird die ständige Kontrolle des Arbeitsprozesses auch von Geräten übernommen und danach der Drehmeißel selbsttätig verstellt, so spricht man von einer **Regelung.** Steuerungen und Regelungen sind die beiden Grundprozesse, auf die sich jede Automatisierung zurückführen läßt.

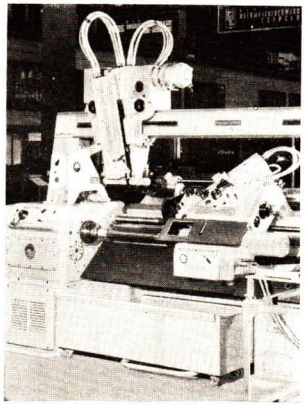


Bei genügend großer Stückzahl werden Werkstücke auf automatischen Taktstraßen bearbeitet. Unser Bild zeigt eine solche Fertigung für Wellen.

Von links werden die Rohlinge zugeführt, von einer Greifvorrichtung erfaßt und in den Drehautomaten eingelegt. Nach Bearbeiten der rechten Wellenhälfte wird das Werkstück durch einen anderen Greifer aus der Maschine genommen.

Auf dem zweiten Drehautomaten erfolgt die Fertigbearbeitung der linken Wellenhälfte

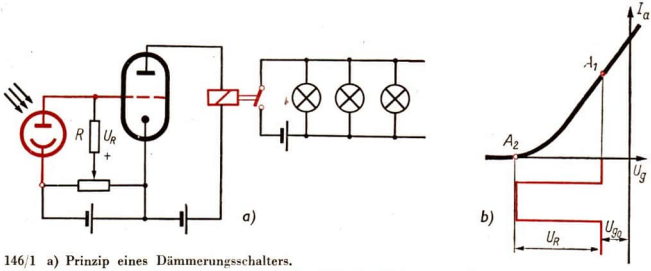
1. Steuerung



Es gibt bereits eine große Anzahl von Arbeitsverrichtungen, bei denen die Kraft und Funktion der Menschenhand durch Mechanismen ersetzt werden kann.
Solch eine Greifvorrichtung entfernt beispielsweise ein Drehteil aus einem Drehautomaten und legt es auf die Transporteinrichtung, während eine zweite Vorrichtung ein neues Werkstück einlegt. Hierbei wirkt eine komplizierte Steuerung.

1.1. Steuerung einer Beleuchtungsanlage

An einfachen Beispielen sollen die Merkmale einer Steuerung erklärt werden.
Beim Hereinbrechen der Dämmerung muß die elektrische Straßenbeleuchtung eingeschaltet werden. Aus wirtschaftlichen Gründen soll sie jedoch nicht länger brennen als notwendig. Das Ein- und Ausschalten der Anlage kann von einer Schaltzentrale aus durch einen Menschen geschehen. Dazu muß der Mensch die Helligkeit beobachten — oder anders ausgedrückt mit seinen Augen messen —, mit Erfahrungswerten vergleichen und danach den Schalthebel verstellen. Soll dieser Vorgang automatisch ablaufen, so müssen die Funktionen des Menschen von Geräten übernommen werden. Beispielsweise kann als Meßeinrichtung eine Fotozelle dienen. Ein elektromagnetisches Relais kann das Verstellen des Lampenstromes übernehmen. Es soll schalten, wenn nicht genügend Licht auf die Fotozelle fällt (Bild 146/1).
Sobald die Beleuchtung auf der Straße unter einen bestimmten Wert sinkt, werden die Straßenlampen eingeschaltet, steigt die Beleuchtung über diesen Wert, so werden die Lampen wieder ausgeschaltet. Man nennt diesen Vorgang eine selbsttätige Steuerung. Würde man einen Strommesser in den Fotozellenstromkreis legen, so würde die Zeigerstellung dem Menschen eine Information über die Beleuchtung auf der Straße geben. Die Zeigerstellung ist ein Signal für die Beleuchtung. Der Mensch wertet das Signal entsprechend aus und handelt danach. Man spricht dann von einer Handsteuerung. In der Automatisierungstechnik wird diese Signalerfassung und -verarbeitung von Geräten übernommen. Es handelt sich also immer um selbsttätige Steuerungen;



146/1 a) Prinzip eines Dämmerungsschalters.
b) Verschiebung des Arbeitspunktes auf der Kennlinie der Elektronenröhre

Die Fotozelle liegt im Gitterkreis einer Elektronenröhre, die als Verstärker wirkt. Im Anodenkreis liegt das Relais. Die Gittervorspannung U_{g0} muß mit Hilfe des Spannungsteilers so gewählt werden, daß bei Unterschreiten eines bestimmten Beleuchtungswertes auf der Straße ein großer Anodenstrom durch die Röhre fließt. Dies entspricht dem Arbeitspunkt A_1 im Bild, das die I_aU_g-Kennlinie der Elektronenröhre darstellt. Bei Belichtung der Fotozelle fällt am Widerstand R eine Spannung U_R ab, die die Gitterspannung U_g nach negativen Werten verschiebt. Damit wird die Triode gesperrt. Dies entspricht dem Arbeitspunkt A_2 im Bild. Das Relais fällt ab, und die Straßenlampen werden ausgeschaltet. Der Vorgang läuft nun selbsttätig ab

man bezeichnet sie kurz als Steuerungen. Beim Dämmerungsschalter ist der Fotozellenstrom zunächst ein Signal für die Beleuchtung. Dieses Signal gibt seine Information weiter auf den Anodenstrom. Der Anodenstrom enthält die vollständige Information über die Beleuchtung, denn zu jeder Beleuchtung gehört ein bestimmter Anodenstrom. Durch das Relais wird die Information verkleinert, denn der Lampenstrom kann nur zwei Werte annehmen, je nachdem ob die Beleuchtung auf der Straße einen bestimmten Wert über- oder unterschritten hat.

- *Wie müßte die Schaltung verändert werden, wenn die Information nicht verkleinert werden soll?*

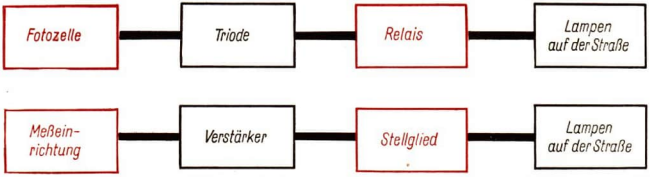
So werden die Signale auf einem bestimmten Weg übertragen. Diesen Weg nennt man den **Wirkungsweg.** Der Wirkungsweg spielt in der Automatisierungstechnik eine wichtige Rolle.

Eine Ursache ruft eine bestimmte Wirkung hervor, die auf einem bestimmten Weg übertragen wird. In unserem Fall gilt: Die Beleuchtung auf der Straße wirkt auf die Fotozelle, damit auf den Verstärker und das Relais und schließlich auf den Lampenstrom. Dieser Wirkungsweg stimmt nicht mit dem Weg des Anodenstromes oder beispielsweise des Lampenstromes überein. Stellt man die einzelnen Geräte, die für den Wirkungsweg wesentlich sind, durch Kästchen dar, so ergibt sich Bild 147/1. Die Größe am **Eingang dieses Wirkungsweges** ist die Beleuchtung[1], die Größe am Ausgang ist die Stromstärke im Lampenstromkreis.

[1] Die exakte physikalische Größe für die Beleuchtung heißt die Beleuchtungsstärke. Sie ist bestimmt durch den Lichtstrom, der auf eine Fläche fällt

Bei einer Steuerung wirkt eine Eingangsgröße in festgelegter Weise selbsttätig auf eine Ausgangsgröße.

Um eine Größe steuern zu können, muß man messen und verstellen. Die Messung kann entweder vorher einmalig erfolgen oder in jedem Augenblick durch eine Meßeinrichtung, wie in diesem Beispiel durch die Fotozelle. Die Fotozelle nennt man die **Meßeinrichtung**. Das Gerät, das die Verstellung übernimmt, heißt das **Stellglied**. In diesem Fall ist das elektromagnetische Relais das Stellglied. In Bild 147/1 sind die entsprechenden Bezeichnungen eingetragen.



147/1 Steuerung der Beleuchtung als Blockschaltbild

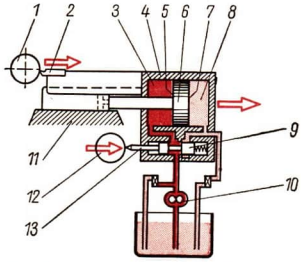
Bei einer Steuerung müssen die Meßwerte von der Meßeinrichtung auf das Stellglied übertragen werden können. Das gilt nicht nur für Steuerungen, sondern allgemein für alle automatischen Vorgänge. Deshalb kann man bei der Automatisierung keine reinen Anzeigegeräte als Meßeinrichtung verwenden. Beispielsweise kann man mit einem üblichen elektrischen Belichtungsmesser die Beleuchtungsstärke auf der Straße zwar messen, aber nicht steuern, denn es fehlt die Übertragungsmöglichkeit der Meßwerte.

Bei allen automatisierten Vorgängen müssen die Meßeinrichtungen im Gegensatz zu Anzeigegeräten eine Übertragungsmöglichkeit für die Meßwerte besitzen.

1.2. Steuerung eines Drehmeißels

Einem anderen Steuervorgang begegnet man bei der sogenannten Kopiervorrichtung an einer Drehmaschine (Bild 148/1). Der Drehmeißel soll so bewegt werden, wie es die Schablone vorschreibt. Kopierdrehautomaten sind auf den Seiten 144 und 145 gezeigt.

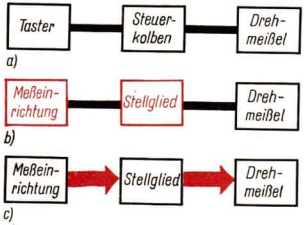
Die Maße der Schablone (12) werden durch einen Taster (13) festgestellt. Der Drehmeißel (2) wird durch die Überlagerung von zwei Bewegungen in gewünschter Weise gelenkt. Einmal wird der Längsschlitten (11) mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit bewegt. In einem Winkel von 55° dazu wird der Kopierschlitten hydraulisch mittels des feststehenden Kolbens (6) und des verschiebbaren Zylinders (4) bewegt.



148/1 Kopiervorrichtung an einer Drehmaschine

Die Wirkungsweise der Steuerung ist folgende: Die Pumpe (10) fördert Öl zum Zylinderraum (3) und bewegt durch die Druckwirkung auf die Kolbenkreisringfläche (5) den Meißel (2) solange nach links, bis der Taster (13) an der Schablone (12) anliegt. Der Taster ist mit dem Steuerkolben (9) verbunden. Durch den mit geringer Druckkraft aufliegenden Taster wird der Steuerkolben beim Auftreffen auf die Schablone um eine kleine Strecke nach rechts verschoben. Damit wird durch die Steuerkante des Kolbens (9) die Zuleitung zum Zylinderraum (8) freigegeben und der Öldruck wirkt auf die größere Kolbenfläche (7). Der Meißel wird nach rechts bewegt, da sich der Zylinder (4) nach rechts verschiebt, die Zuleitung nach (8) wird geschlossen, und da in (8) der Öldruck nicht mehr wirksam ist, wird nun der gesamte Zylinder (4) soweit wieder nach links verschoben, bis die Steuerkante wieder dem Drucköl den Weg nach (8) freigibt.

● *Warum wird bei Freigabe der Leitung nach (8) der Zylinder (4) nach rechts bewegt, obwohl auf beiden Seiten des Kolbens (6) gleicher Druck herrscht?*



148/2 Steuerung des Drehmeißels als Blockschaltbild

Der Drehmeißel folgt dadurch ständig der Bewegung des Tasters und formt so die Schablone nach.

Die Meßeinrichtung ist bei der Kopiervorrichtung der Taster. Die Längenmeßwerte (Durchmesser) werden auf den Drehmeißel übertragen. Im Gegensatz dazu ist ein Feinmeßzeiger ein reines Anzeigegerät. Das Stellglied ist der Steuerschieber.

Betrachtet man den Wirkungsweg, so kann man sagen: Die Maße der Schablone beeinflussen den Taster, damit den Steuerschieber und schließlich den Kolben mit dem Drehmeißel. Stellt man die einzelnen Geräte

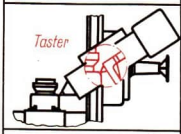
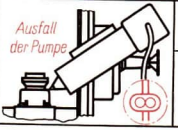
durch Blöcke dar, so erhält man Bild 148/2. Eingangsgröße dieser Steuerung ist das jeweilige Maß der Schablone, Ausgangsgröße ist die Stellung des Drehmeißels. Diese Ausgangsgröße ist die Größe, die gesteuert werden soll. Man bezeichnet sie als **Steuergröße** X. In diesem Fall ist die Stellung des Drehmeißels die Steuergröße X. Man kann die Stellung des Drehmeißels in Längeneinheiten angeben, wenn man beispielsweise den Abstand Drehachse—Planschlitten betrachtet. Die Stellung des Stellgliedes nennt man die **Stellgröße** Y. Sie kann hier als Stellung des Steuerkolbens ebenfalls in Längeneinheiten angegeben werden. In diesem Fall stimmen Steuergröße und Stellgröße in der Dimension überein. Das muß keineswegs immer der Fall sein.

Läuft die Steuerung über lange Zeit selbsttätig, so wird man Abweichungen von den geforderten Maßen feststellen. Es sind Störungen aufgetreten, die die Steuerung nicht mehr in der gewünschten Weise funktionieren lassen. Beispielsweise die Abnutzung des Drehmeißels kann solche Störung hervorrufen. Solche Größen, die störend auf die Steuerung einwirken, nennt man **Störgrößen** $Z_1, Z_2 \ldots$. Die Abnutzung des Drehmeißels wirkt hier als Störgröße. Bei einer Steuerung gibt es eine Steuergröße und eine Stellgröße, aber es kann mehrere Störgrößen geben. So kann in diesem Beispiel auch das Versagen der Ölförderpumpe eine Störgröße sein.

- *Ergänzen Sie die entsprechenden Begriffe in der Tabelle für eine andere Steuerung!*

Wie bereits festgestellt wurde, beeinflussen die Maße der Schablone die Stel-

Tabelle 1

Kopierdrehvorrichtung	Allgemeine Bezeichnung
	Meßeinrichtung
	Stellglied
	Steuergröße x
	Stellgröße y
	Störgröße z_1
	Störgröße z_2

Die Tabelle
zeigt verschiedene physikalische Größen,
die bei einer Steuerung von Bedeutung sind,
in bildlicher Darstellung

lung des Drehmeißels. In umgekehrter Richtung wirkt die Stellung des Drehmeißels nicht auf das jeweilige Maß der Schablone. Allgemein läßt sich das ausdrücken:

Der Wirkungsweg bei einer Steuerung wird nur in einer Richtung durchlaufen.

Diese Wirkungsrichtung kennzeichnet man in der Darstellung von Bild 148/2 c durch Pfeile. Die Stellung des Drehmeißels wirkt aber auch nicht auf einem anderen Wege als über den Kolben auf das Maß der Schablone zurück. Man sagt, der Wirkungsablauf hat keine Rückwirkung, er ist rückwirkungsfrei. Der Wirkungsweg ist offen. Allgemein gilt:

Bei einer Steuerung ist der Wirkungsablauf rückwirkungsfrei. Diesen offenen Wirkungsweg nennt man Steuerkette.

Der offene Wirkungsweg ist das wichtigste Kennzeichen einer Steuerung.

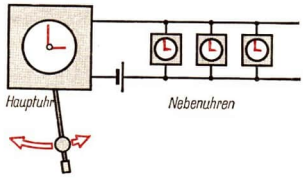
1.3. Steuerung einer Uhrenanlage

Beobachtet man den Zeiger einer Normaluhr, wie man sie auf Bahnhöfen und Plätzen, in Betrieben und auch in Schulen findet (Bild 150/1), dann kann man feststellen, daß der Minutenzeiger sprunghaft von einem Teilstrich auf den anderen rückt. Zu solch einer Uhrenanlage gehören eine Hauptuhr und eine Anzahl von Nebenuhren, die man auch Normaluhren nennt (Bild 150/2). Durch die Hauptuhr werden die Nebenuhren gesteuert.

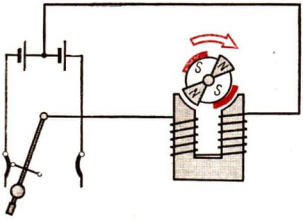
- *Wie lang müßte ein Fadenpendel sein, wenn die halbe Schwingungsdauer 1 Sekunde betragen soll?*
- *Welche Polung hat der Elektromagnet bei der gezeichneten Stellung des Pendels in Bild 151/1?*



150/1 Normaluhr (Nebenuhr)



150/2 Prinzip der Uhrensteuerung



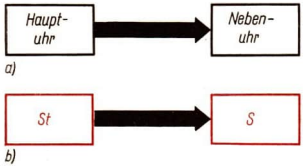
151/1 Schaltung der Uhrensteuerung

Die Hauptuhr ist eine normale Pendeluhr. Durch besondere Einrichtungen wird dafür gesorgt, daß nach Ablauf von jeweils einer Minute ein Stromstoß auf die Nebenuhr übertragen wird. Der Einfachheit halber schließt in dieser Schaltung das Pendel in jedem Umkehrpunkt der Schwingung einen elektrischen Kontakt

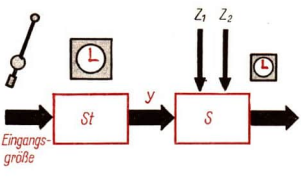
Der Mechanismus einer Nebenuhr besteht aus einem Elektromagneten in Hufeisenform. Zwischen den Polschuhen des Magneten ist ein vierpoliger Anker drehbar angebracht. Der Anker ist durch einen Manipermring vormagnetisiert. Gegenüberliegende Pole haben die gleiche Polarität. Stehen einander beispielweise Südpol des Elektromagneten und Südpol des Ankers gegenüber, so dreht sich der Anker durch die abstoßende Kraft ruckartig weiter, bis dem Südpol des Elektromagneten der Nordpol des Anker gegenüber steht. Diese Drehung wird über Zahnräder auf den Zeiger der Uhr übertragen. Eine Sperre sorgt dafür, daß der Anker sich nur in einer Richtung drehen kann. Soll der Anker die nächste Drehung ausführen, so muß die Richtung des Stromes geändert werden.

Die Hauptuhr übernimmt in diesem Fall mehrere Funktionen. Sie ist Meßeinrichtung, und Pendel und Kontakte sind gleichzeitig Stellglied. Steuergröße ist die Zeigerstellung der Nebenuhr. Stellgröße ist die Stellung des Pendels.

● *Welche Störgrößen können bei einer gesteuerten Uhrenanlage auftreten?*



151/2 Steuerung der Nebenuhr
a) durch Geräte dargestellt
b) durch Steuereinrichtung und Steuerstrecke dargestellt



151/3 Prinzip einer Steuerung

Die Hauptuhr wirkt auf die Nebenuhr, aber die Nebenuhr nicht wieder auf die Hauptuhr. Der Wirkungsablauf vollzieht sich in einer Richtung. Der Wirkungsweg ist offen. Diese Steuerkette kann man zunächst durch die Geräte wie in Bild 151/2 a darstellen.

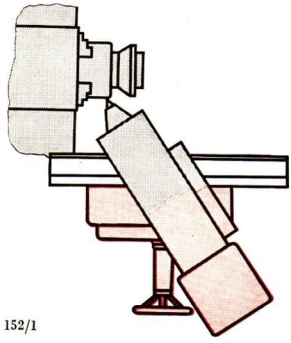
Bei dieser Steuerung kann man deutlich zwei Teile erkennen, die Hauptuhr ist die steuernde Anlage, und die Nebenuhr ist die gesteuerte Anlage. So läßt sich jede Steuerung in zwei Gruppen trennen. Man bezeichnet die steuernde Anlage als **Steuereinrichtung St** und die gesteuerte Anlage als **Steuerstrecke S**. In Bild 151/2b sind die entsprechenden Bezeichnungen eingetragen. Kennzeichnet man in dieser Darstellung noch die Steuergröße X, die Stellgröße Y und die Störgrößen Z_1, Z_2 . . . , so ergibt sich als allgemeine Darstellung der Wirkungsweise einer Steuerung das Bild 151/3.

Eingangsgröße der gesamten Steuerkette ist die Zeit, die von der Hauptuhr festge-

stellt wird. Ausgangsgröße der gesamten Steuerung, also auch Ausgangsgröße der Steuerstrecke, ist die Steuergröße X. In diesem Beispiel ist es die Zeigerstellung der Nebenuhr. Die Steuereinrichtung wirkt durch die Veränderung der Stellgröße Y auf die Steuerstrecke ein. Die Stellgröße ist die Ausgangsgröße der Steuereinrichtung und zugleich die Eingangsgröße der Steuerstrecke. Die Pendelstellung ist die Ausgangsgröße der Hauptuhr und zugleich die Eingangsgröße der Nebenuhr.

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Welche weiteren Anwendungen für Steuerungen mit Hilfe von Fotozellen gibt es?
2. In welcher Weise unterscheidet sich die auf Seite 146 angegebene Fotozellenschaltung von der auf Seite 131 behandelten?
3. Welches ist die Steuereinrichtung und welches ist die Steuerstrecke
   3.1. bei der Kopiervorrichtung (siehe Bild 152/1)?
   3.2. beim Dämmerungsschalter?
4. Beschreiben Sie den Wirkungsweg bei der Ventilsteuerung im Viertakt-Ottomotor!
5. Entwerfen Sie eine Schiffsmodell-Fernsteuerung mit einer durch Uhrwerk betriebenen Steueranlage, die mit dazwischenliegender Nullstellung abwechselnd nach links bzw. rechts ausschlägt. Der Auslöseimpuls könnte durch einen Schlauch (Ventilgummi) von einem Druckball (Parfümzerstäuber) übertragen werden.



152/1

6. Bauen Sie einen automatischen Feuermelder aus einem Bimetallstreifen, einer Kontaktschraube, einer Spannungsquelle und einer Klingel! Bei Erwärmung des Bimetallstreifens (Kerzenflamme) soll die Klingel ertönen. Zeichnen Sie das Schaltbild und das Wirkungsschema!
7. Welche Temperaturmeßgeräte kennen Sie, die sich auch als Meßeinrichtung für automatisierte Anlagen verwenden lassen?

Zusammenfassung

1. **Aufgabe einer Steuerung ist es, eine Ausgangsgröße in vorgegebener Weise durch eine Eingangsgröße zu beeinflussen.**

   In welchen Maßeinheiten können die Eingangsgröße und die Ausgangsgröße bei der Uhrenanlage angegeben werden?

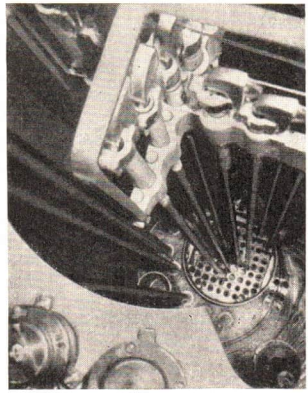
2. **Kennzeichen der Steuerung ist der offene Wirkungsweg, die Steuerkette.**

   An welcher Stelle ist der Wirkungsweg bei der Kopiervorrichtung offen?

3. **Der Wirkungsweg wird in einer Richtung durchlaufen.**

   In welcher Richtung wird der Wirkungsweg beim Dämmerungsschalter durchlaufen?

2. Regelung



Im Kernreaktor werden Einrichtungen verwendet, die auf eine Veränderung des Energieumsatzes so reagieren, daß dadurch die Leistungsabgabe selbsttätig sofort wieder auf den erforderlichen Wert gebracht wird. Solch ein Vorgang wird als Regelvorgang bezeichnet. Schiffe und Flugzeuge, Energiemaschinen und Produktionsprozesse werden ebenfalls geregelt, so daß man sagen kann, die Regeltechnik hat umfassende Bedeutung.

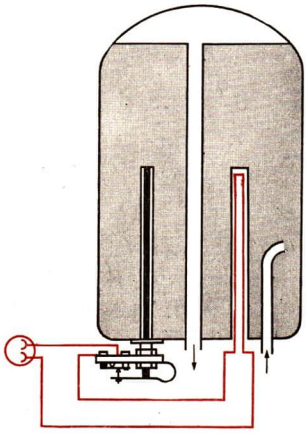
2.1. Regelung der Temperatur

In einem Warmwasserspeicher soll die Temperatur des Wassers einen möglichst konstanten Wert haben. Man könnte diese Aufgabe durch eine Steuerung lösen unter der Voraussetzung, daß die Wasserentnahme immer gleichbleibend ist. Dann könnte man in Abhängigkeit von der Außentemperatur durch Ein- und Ausschalten der Heizung die Temperatur des Wassers steuern und auf diese Weise einen annähernd konstanten Wert der Wassertemperatur erreichen (Bild 153/1). Diese Steuerung liefert aber kein zu-



153/1 Prinzip der Temperatursteuerung

friedenstellendes Ergebnis, sobald die Wasserentnahme unregelmäßig ist, und das trifft in der Mehrzahl der Fälle zu. Eine Verbesserung des Ergebnisses kann man erreichen, wenn man mit dem Thermometer nicht die Umgebungstemperatur, sondern die Wassertemperatur direkt mißt (Bild 154/1).
Das Thermometer mißt dauernd im Speicher die Wassertemperatur. Sobald die Wassertemperatur unter den gewünschten Wert sinkt, wird über einen Übertragungsmechanismus die Heizung eingeschaltet. Damit steigt die Wassertemperatur wieder, bei Erreichen des gewünschten Wertes wird die Heizung wieder selbsttätig abgeschaltet.

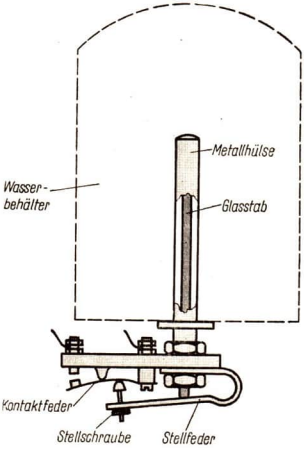


154/1 Temperaturregelung im elektrischen Warmwasserspeicher

Diesen Vorgang nennt man eine **selbsttätige Regelung.** Würde ein Mensch die Temperatur an einem Thermometer ablesen und danach die Heizung ein- bzw. ausschalten, so wäre die Aufgabe durch eine sogenannte Handregelung gelöst. In der Automatisierungstechnik aber beschäftigt man sich ausschließlich mit selbsttätigen Regelungen und bezeichnet sie kurz als Regelungen. Um eine Größe regeln zu können, muß man sie messen. **Meßeinrichtung** ist hier das Thermometer. Ein übliches Flüssigkeitsthermometer genügt nicht, denn es ist ein reines Anzeigeinstrument, es fehlt die Übertragungsmöglichkeit der Meßwerte. Ein Quecksilberthermometer läßt sich als Meßeinrichtung für Steuerungen und Regelungen verwenden, wenn man Drähte als elektrische Kontakte in die Kapillare einschmilzt. Bei solch einem Kontaktthermometer schließt der steigende Quecksilberfaden den Kontakt. Neben dem Kontaktthermometer wird häufig in Warmwasserspeichern das sogenannte Stabthermometer verwendet (Bild 154/2).

Das **Stellglied**, das die Heizung verstellt, ist in diesem Beispiel der Kontaktmechanismus.

- *Überlegen Sie, in welche Richtung die Stellfeder bei Erwärmung von Metallhülse und Glasstab bewegt wird (Wärmeausdehnungskoeffizienten)!*



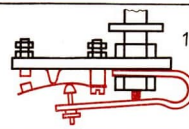
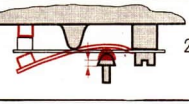
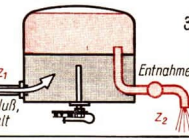
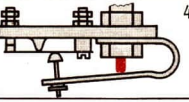
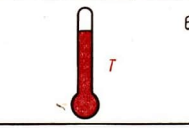
154/2 Stabthermometer mit Kontakten

Das Stabthermometer besteht aus einer Metallhülse, in dem sich ein Stab aus Glas oder Invar befindet. Bei Temperaturerhöhung dehnen sich beide Stoffe unterschiedlich aus. Die relative Ausdehnung gilt als Maß für die Temperatur. Mit der Stellschraube läßt sich die Kontaktstellung festlegen, die der gewünschten Temperatur entspricht. Durch die Längenänderung wirkt die Stellfeder so auf die Stellschraube, daß die ursprünglich gestreckte Kontaktfeder nach oben durchknickt und den Kontakt öffnet

Stellgröße Y ist die Stellung der Kontaktfeder. **Störgrößen Z_1 und Z_2** sind die Umgebungstemperatur und die veränderliche Wasserentnahme. Die Größe, die geregelt wird, nennt man die **Regelgröße.** Sie entspricht der Steuergröße bei einer Steuerung. In diesem Fall ist die Wassertemperatur im Speicher die Regelgröße. Ihr augenblicklicher Wert, der vom Stab gemessen wird, heißt der **Istwert X der Regelgröße.** Der gewünschte Wert, der konstant gehalten werden soll, heißt der **Sollwert X_K der Regelgröße.** Die Einstellung des Sollwertes erfolgt durch die Schraube.
Allgemein kann man den Vorgang einer Regelung folgendermaßen beschreiben:

Bei einer Regelung wird ständig der Istwert X der Regelgröße gemessen und mit dem Sollwert X_K verglichen. Bei einer Abweichung des Istwertes vom Sollwert erfolgt selbsttätig ein Verstellen, das die Abweichung rückgängig macht.

Tabelle 2

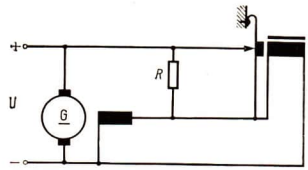
Beispiel	
 1	Stellglied
 2	Stellgröße y
 3	Störgrößen z_1, z_2
 4	Istwert x
 5	Sollwert x_K
 6	Regelgröße

2.2. Regelung der Spannung

Bei der Lichtmaschine in Kraftfahrzeugen findet man ebenfalls eine Regelung. Die Aufgabe dieser Regelung besteht darin, die von der Lichtmaschine gelieferte Spannung konstant zu halten. Die Lichtmaschine wird über einen Keilriemen vom Verbrennungsmotor angetrieben. Bei laufendem Motor liefert die Lichtmaschine die Spannung für alle Verbraucher im Kraftfahrzeug.

- *Nach welchem Prinzip arbeitet die Lichtmaschine?*

Der Drehzahlbereich des Motors ist sehr groß und damit ist auch die von der Lichtmaschine gelieferte Spannung sehr unterschiedlich. Eine Folge wäre zum Beispiel die veränderliche Helligkeit der Lampen. Deshalb ist das Konstanthalten der Spannung sehr wichtig. Die von der Lichtmaschine erzeugte Spannung U ist um so größer, je höher die Drehzahl und je stärker der Strom in den Feldwicklungen sind. Man kann trotz



156/1 Spannungsregelung an der Lichtmaschine
In der gezeichneten Kontaktstellung ist der Widerstand R kurzgeschlossen, und der Erregerstrom ist groß. Steigt die Spannung am Generator über einen bestimmten Wert, den Sollwert, so zieht der Elektromagnet an, und der Kontakt wird geöffnet. In den Erregerstromkreis ist nun zusätzlich der Widerstand R geschaltet. Dadurch wird der Erregerstrom geschwächt, und die Spannung am Generator sinkt wieder. Ist sie unter den Sollwert gesunken, wird der Kontakt wieder geschlossen, damit der Widerstand überbrückt, und so steigt der Erregerstrom wieder. Damit steigt die Spannung am Generator von neuem und so fort. Dieses Ein- und Ausschalten geschieht 50 bis 200 mal in der Sekunde

veränderlicher Drehzahl die erzeugte Spannung konstant halten, indem man den Erregerstrom entsprechend verändert (Bild 156/1).
Die Funktionen von Meßeinrichtung und Stellglied übernimmt hier der Elektromagnet mit den Kontakten.

● *Welche Meßinstrumente gibt es, bei denen die elektromagnetische Wirkung ausgenutzt wird?*

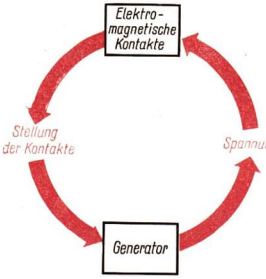
Hier erfolgt keine direkte Messung der Spannung am Generator, sondern der durch den Elektromagneten fließende Strom wird als Maß für die Spannung verwendet.

● *Mit welchen Spannungsmessern wird die elektrische Spannung direkt gemessen?*

Regelgröße ist die Spannung am Generator. Ihr Istwert X wird indirekt durch den Strom im Elektromagneten gemessen. Der Sollwert X_K der Regelgröße wird durch die Rückzugsfeder am Kontakt fest eingestellt. Regelgröße ist eine Spannung, aber der Vergleich von Istwert und Sollwert ist ein Vergleich von Kräften.

● *Welche beiden Kräfte werden verglichen?*

Stellgröße Y ist die Stellung der Kontakte. Störgrößen Z_1 und Z_2 sind die veränderliche Drehzahl des Motors und die veränderliche Zahl der angeschalteten Verbraucher.
Verfolgt man bei dieser Regelung ähnlich wie bei den Steuerungen den Wirkungsablauf, so stellt man fest: Die Spannung am Generator wirkt auf den Strom im Elektromagneten, der Elektromagnet wirkt auf die Stellung der Kontakte, diese beeinflussen über den Widerstand den Erregerstrom und damit die Spannung am Generator. Die Spannung am Generator aber wirkt wieder auf den Strom und so fort. Der Kreislauf



156/2 Wirkungsweg der Spannungsregelung

beginnt von neuem. Der Wirkungsweg ist geschlossen (Bild 156/2). In umgekehrter Richtung wirkt die Spannung am Generator aber nicht direkt auf die Stellung der Kontakte, d. h. der Wirkungsweg ist gerichtet. Allgemein gilt:

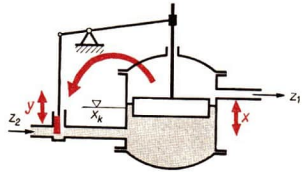
Bei einer Regelung ist der Wirkungsablauf geschlossen. Den geschlossenen Wirkungsweg nennt man Regelkreis.
Der Regelkreis wird nur in einer Richtung durchlaufen.

Diese Wirkungsrichtung ist in Bild 156/2 gekennzeichnet. Das sind die wichtigsten Kennzeichen einer Regelung.

2.3. Regelung des Wasserstandes

Beim Betrieb eines Heizkraftwerkes werden der Kesselanlage zu verschiedenen Zeiten unterschiedliche Dampfmengen entnommen. Trotz der veränderlichen Dampfentnahme muß der Speisewasserstand im Kessel konstant bleiben. Die Aufgabe kann durch eine Regelung des Wasserstandes gelöst werden. In Bild 157/1 wird als Meßeinrichtung für den Wasserstand ein Schwimmer verwendet.

- *Welche physikalische Gesetzmäßigkeit macht man sich dabei zunutze?*
- *Würde diese Meßeinrichtung noch gültige Werte liefern, wenn sich die Dichte der Flüssigkeit ändern würde?*

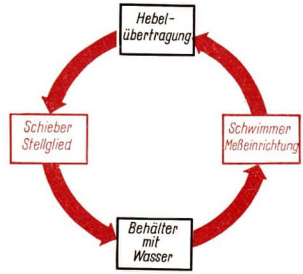


517/1 Wasserstandsregelung

Stellglied ist ein Schieber, der den Speisewasserzufluß verstellt. Die Übertragung der Meßwerte vom Schwimmer auf das Stellglied erfolgt über einen Hebel. Ein Wasserstandsglas kommt hier als Meßeinrichtung wegen der fehlenden Übertragungsmöglichkeit nicht in Frage.

- *Welches sind hier Regelgröße, Stellgröße und Störgrößen?*

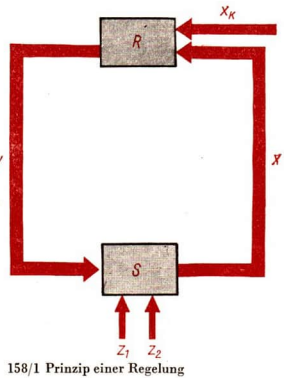
Der Sollwert X_K ist in Bild 157/1 gekennzeichnet. Die Sollwerteinstellung kann beispielsweise durch vertikale Verschiebung der Schwimmerstange am Hebel erfolgen.



157/2 Wasserstandsregelung als Blockschaltbild. Der Pfeil zeigt die Wirkungsrichtung an

Steigt der Wasserstand über den Sollwert X_K, so bewegt sich der Schwimmer nach oben. Gleichzeitig senkt sich der Schieber, und der Zufluß wird verringert. Daher sinkt der Wasserspiegel bei weiterer Dampfentnahme wieder. Der Schwimmer bewegt sich nach unten, damit wird der Schieber über den Hebel wieder nach oben bewegt und so fort. Der Wirkungsablauf ist geschlossen. Der Regelkreis wird in der gekennzeichneten Richtung durchlaufen.

Ähnlich wie die Steuerkette besteht der Regelkreis aus zwei Hauptbestandteilen, aus der regelnden Anlage und der geregelten Anlage. Die regelnde Anlage heißt **Regeleinrichtung** R oder kurz Regler, und die geregelte Anlage nennt man **Regelstrecke** S. Dabei wird die Meßeinrichtung zur Regeleinrichtung gezählt und das Stellglied zur Regelstrecke. Häufig läßt sich das aber im Geräteaufbau nicht trennen, beispielsweise hat der Elektromagnet bei der Spannungsregelung der Lichtmaschine gleichzeitig die Funktionen von Meßeinrichtung, Regeleinrichtung und Stellglied übernommen.



158/1 Prinzip einer Regelung

Die Ausgangsgröße der Regelstrecke S (des Behälters) ist der Istwert X der Regelgröße, der Wasserstand. Er ist gleichzeitig Eingangsgröße für die Regeleinrichtung R. Ausgangsgröße der Regeleinrichtung R ist die Stellgröße Y (die Stellung des Schiebers), sie ist gleichzeitig Eingangsgröße der Regelstrecke S. Damit ist der Wirkungsweg geschlossen. Der Sollwert X_K wird von außen eingestellt, und die Abweichung des Istwertes X vom Sollwert X_K wird in der Regeleinrichtung gebildet. Die Störgrößen wirken von außen auf die Regelstrecke (Bild 158/1).

Bei dieser Wasserstandsregelung kann der Schieber, also das Stellglied, in einem gewissen Bereich — zwischen den Stellungen auf und zu — jede beliebige Stellung annehmen. Die Stellgröße verändert sich stetig. Derartige Regler nennt man **stetige Regler.** Im Gegensatz dazu konnte bei der Temperatur- und Spannungsregelung die Stellgröße nur zwei Werte annehmen. Die Kontakte waren entweder geöffnet oder geschlossen. Derartige Regler heißen **Zweipunkt-Regler.**

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Stellen Sie in einer Tabelle für die drei behandelten Beispiele die Begriffe für Meßeinrichtung, Stellglied, Regeleinrichtung, Regelstrecke, Regelgröße, Stellgröße und Störgrößen zusammen!
2. Wie kann man eine Steuerung von einer Regelung unterscheiden?
3. Wenn Sie beim Bootfahren einen bestimmten Kurs einhalten wollen, steuern Sie oder regeln Sie das Boot? Beschreiben Sie den Wirkungsweg!

4. Zeichnen Sie die Schaltung und das Wirkungsschema der Temperaturregelung im Aquarium! Verwenden Sie dazu als Geräte ein Kontaktthermometer, ein Relais, ein Heizgerät und eine Spannungsquelle!
5. Nennen Sie andere Beispiele für Temperaturregelungen!
6. Handelt es sich beim Vergaser eines Ottomotors um eine Flüssigkeitsstandsteuerung oder um eine Flüssigkeitsstandregelung?
7. Erklären Sie die Wirkungsweise der Drehzahlregelung bei der Dampfmaschine!
8. Bauen Sie eine Temperaturregelung aus Bimetallstreifen, Kontaktschraube, Spannungsquelle und einer Glühlampe als Heizgerät auf! Zeichnen Sie die Schaltung und das Wirkungsschema!

Zusammenfassung

1. Aufgabe einer Regelung ist es, den Istwert einer Regelgröße einem Sollwert anzugleichen.

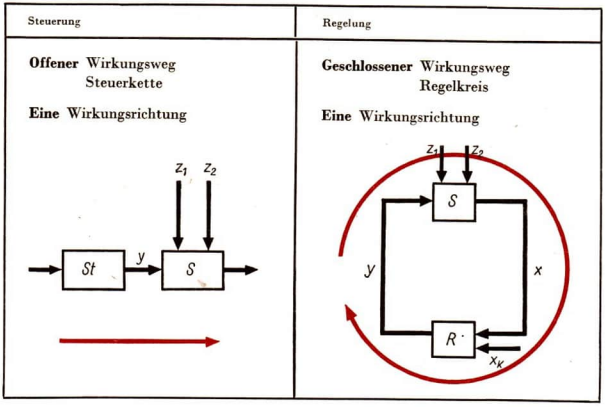
Wie erfolgt der Regelvorgang?

2. Kennzeichen einer Regelung ist der geschlossene Wirkungsweg, der Regelkreis.

Wie verläuft der Wirkungsweg bei einer Temperaturregelung im Aquarium mit Kontaktthermometer?

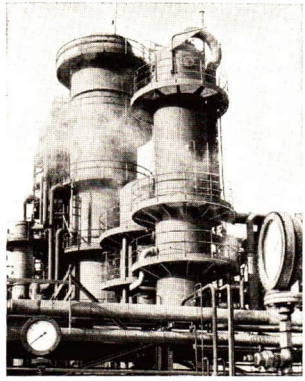
3. Der Wirkungsweg wird in einer Richtung durchlaufen.

In welcher Richtung wird der Wirkungsweg beim Vergaser eines Otto-Motors durchlaufen?



3. Automatisierung

In der chemischen Industrie ist die Automatisierung besonders hochentwikkelt, weil die meisten chemischen Produktionsprozesse hierfür günstige Voraussetzungen bieten. Sie laufen sehr oft kontinuierlich ab, bleiben über lange Zeiträume unverändert, sind mit relativ einfachen Transportproblemen verbunden und benötigen im Gegensatz zur mechanischen Produktion keine Montagevorgänge, die besonders schwierig zu automatisieren sind.

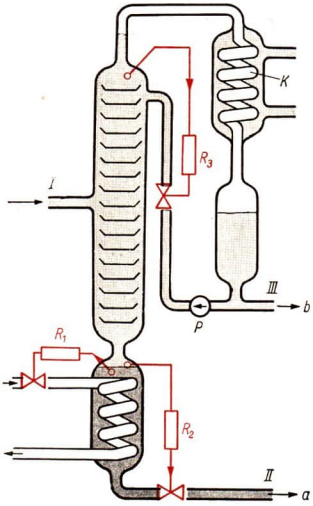


3.1. Automatisierung in der chemischen Industrie

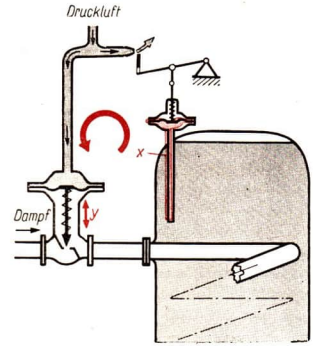
Ein weiterer entscheidender Grund für die Rentabilität der Automatisierung in der Chemieindustrie ist die Tatsache, daß hier eine Massenproduktion vorliegt, bei der über lange Zeiträume hinweg ein und dieselben Produkte erzeugt werden. Der eingestellte Produktionsablauf wird nicht verändert.

Bei der Durchführung des Chemieprogramms spielt die Automatisierung der chemischen Prozesse eine bedeutende Rolle. Besonders häufig handelt es sich in diesem Industriezweig um Regelungen von Druck, Temperatur, Flüssigkeitsstand und Menge. Dabei werden zusätzlich spezielle Ansprüche an die Geräte gestellt. Sie müssen robust, korrosions- und explosionssicher und säurebeständig sein. Aus der Vielzahl der Steuerungs- und Regelungsaufgaben in der chemischen Industrie sei ein Beispiel herausgegriffen. Das Destillieren ist ein sehr häufig anzutreffender Arbeitsvorgang. Dabei geht es normalerweise nicht darum, destilliertes Wasser herzustellen, sondern zwei oder mehrere Flüssigkeiten mit unterschiedlichen Siedetemperaturen durch Verdampfen und anschließendes Kondensieren in verschiedenen Behältern voneinander zu trennen. Diese Aufgabe wird in sogenannten Destillierkolonnen gelöst (Bild 161/1).

Bei Flüssigkeiten mit mehreren Bestandteilen (Erdöl) gewährleisten eine Vielzahl von Regelungen eine einwandfreie Trennung der Bestandteile. Der Aufwand lohnt sich aber, da die Produktivität der Anlage durch Einhaltung der optimalen Produktionsbedingungen erhöht wird, da die Stoffe dabei restlos ausgenutzt werden und eine gleichbleibende Qualität der Erzeugnisse gewährleistet ist.



161/1 Regelungen in einer Destillierkolonne
Die zu destillierende Flüssigkeit, die aus zwei Komponenten a und b bestehen möge, wird bei I eingeführt. Im unteren Teil der Kolonne, dem Sumpf, sammeln sich die schwer siedenden Bestandteile. Im Sumpf befindet sich eine Heizschlange, die mit Dampf beheizt wird. Eine Temperaturmeßeinrichtung mißt die Sumpftemperatur und verstellt bei Abweichungen vom Sollwert ein Ventil in der Dampfzuleitung. Die Regeleinrichtung ist durch R_1 dargestellt. Da das Sumpfprodukt im Verlaufe des Trennungsprozesses ständig zunimmt, die Zunahme aber nicht gleichmäßig erfolgt, ist auch noch eine Standregelung erforderlich. Die Regeleinrichtung R_2 sorgt dafür, daß der Flüssigkeitsspiegel im Sumpf immer gleich hoch bleibt. Der leicht siedende Bestandteil b sammelt sich als Dampf im oberen Teil der Kolonne, im Kopf. Der Dampf kondensiert wieder im Kühler K und wird bei III als leicht siedendes Produkt b entnommen. Damit dieses Produkt mit größter Reinheit erhalten wird, wird ein Teil davon durch eine Pumpe P dauernd wieder zum Kopf zurück gepumpt. Zur Temperaturregelung im Kopf wird die Temperatur des Kopfproduktes vor der Zuleitung zum Kühler gemessen und bei Abweichungen vom Sollwert wird ein Ventil in der Rückflußleitung verstellt (R_3)



161/2 Pneumatische Temperaturregelung des Sumpfproduktes aus Bild 161/1
Als Meßeinrichtung dient ein Flüssigkeitsfederthermometer. Dabei ist der bei Wärmeausdehnung der Flüssigkeit auftretende Flüssigkeitsdruck ein Maß für die Temperatur. Der Flüssigkeitsdruck wird von einer Membrane (ähnlich wie bei einem Membranmanometer) gemessen. Die Verformung der Membrane wird aber hier nicht wie beim Anzeigegerät auf einen Zeiger, sondern auf einen Hebel übertragen, der an einem Ende eine sogenannte Prallplatte trägt. Stellglied ist ein Ventil. Zum Verstellen wird Energie benötigt. Die Energie des Meßwerkes reicht nicht aus zur Betätigung des Ventils. Als Hilfsenergie kann man elektrische Energie, hydraulische Energie in Form von Drucköl oder pneumatische Energie in Form von Druckluft verwenden. In der chemischen Industrie bevorzugt man aus Gründen der Betriebssicherheit, aber auch weil Kompressionsanlagen zum Teil ohnehin vorhanden sind, häufig Druckluft. Dazu ist das Ventil ein sogenanntes Membranventil. Der Ventilstößel wird durch die Auslenkung einer Membrane betätigt. Die Leitung, durch die die Druckluft mit konstantem Druck zum Stellglied geleitet wird, ist an einer Stelle durch eine Düse geöffnet. Vor dieser Düse bewegt sich die Prallplatte, die durch das Meßwerk bewegt wird

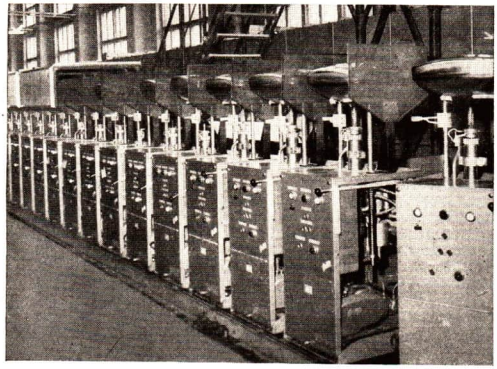
Angenommen, die Temperatur des Sumpfproduktes sinkt unter den Sollwert, der beispielsweise durch die Hebelanordnung eingestellt werden kann, dann bewegt sich die Membrane im Meßwerk nach unten und gleichzeitig auch die Prallplatte. Damit wird die Düsenöffnung um einen weiteren Betrag freigegeben. Es kann mehr Druckluft abströmen. Die Membrane des Stellgliedes wird nach oben ausgelenkt, und damit gibt das Ventil die Dampfzufuhr frei. Infolgedessen erhöht sich die Temperatur des Sumpfproduktes wieder.

Die zum Verstellen benutzte Druckluft ist eine *Hilfsenergie*. Mit ihrer Hilfe kann erst der Stellmechanismus betätigt werden.

Je nach Art der Hilfsenergie unterscheidet man elektrische, hydraulische und pneumatische Steuerungen bzw. Regelungen.

3.2. Automatisierung in der mechanischen Fertigung

In der mechanischen Fertigung handelt es sich häufig um die Herstellung einzelner gleichartiger Werkstücke in großer Stückzahl. Die eigentliche Bearbeitung, z. B. das Drehen, ist nur ein Teil des gesamten Arbeitsprozesses. Hinzu kommt die Bestimmung und Einstellung der Maschinenwerte nach Angaben des Arbeitsplanes, Vorbereiten und Einspannen des Werkstückes, die Überwachung der Fertigung, der Schmierung und Kühlmittelzufuhr und vor allem auch der Transport der Werkstücke. Für diese Arbeitsgänge wird meist der größere Teil der Arbeitszeit aufgewendet, so daß die Verkürzung des Produktionsprozesses beim heutigen Stand der Technik vor allem durch Senken der sogenannten Hilfszeiten und der Wartungszeit erreicht werden kann.
Diese einzelnen Arbeitsgänge werden automatisiert. Sie laufen nach einem vorher festgelegten Programm selbsttätig ab. Der Mensch überwacht und kontrolliert den Arbeitsablauf. Es handelt sich häufig bei diesen automatisierten Vorgängen um Steuerungen, wie die in 1.2. beschriebene hydraulische Steuerung des Drehmeißels.
Meist sind zur Bearbeitung eines Werkstückes mehrere Arbeitsgänge erforderlich, die nicht mehr auf einer Maschine ausgeführt werden können. Dann werden mehrere Maschinen in einer Taktstraße aneinandergereiht und durch automatische Transporteinrichtung miteinander verbunden.
Die automatische Kolbenfabrik in Uljanowsk ist ein eindrucksvolles Beispiel für die Automatisierung vorwiegend mit Hilfe von Steuerungen. Dort werden innerhalb von 24 Stunden 3 000 bis 3 500 Kolben fertiggestellt. Die Aluminiumbarren werden vom Lager zum Elektroofen transportiert, dessen Temperatur auf einen konstanten Wert geregelt wird. Nach einer festgelegten Zeit gelangt das geschmolzene Metall über eine Rinne in die Gießmaschine. Nach dem Abkühlen wird das Gußstück herausgehoben, und in der Abstechmaschine werden Eingußtrichter und Steiger abgeschnitten. Dann durchlaufen die Kolbenrohlinge auf einem Fließband einen Ofen, in dem sie der Wärmebehandlung ausgesetzt sind. Anschließend erfolgt eine automatische Härteprüfung und Aussortierung des Ausschusses. Nun schließt sich die mechanische Bearbeitung auf der automatischen Fertigungsstraße an, zu der Dreh-, Bohr-, Fräs- und Schleif-



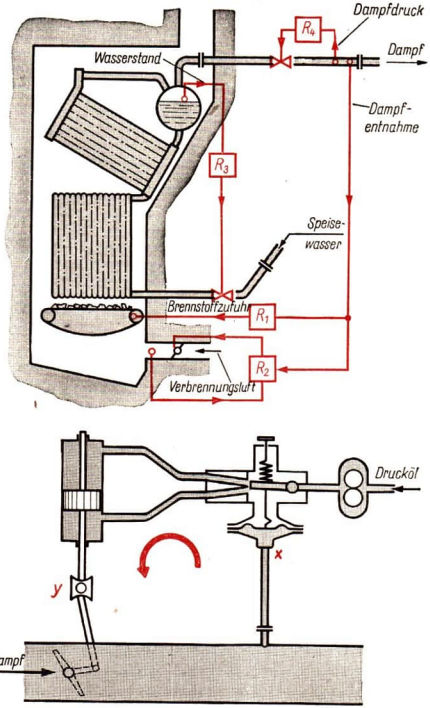
163/1 Fertigungsstraße für Fernsehkolben
Auf dieser automatisierten Taktstraße werden mehrere Arbeitsgänge wie das Evakuieren der Fernsehröhre und das Zuschmelzen des Kolbenhalses von gesteuerten und geregelten Automaten ausgeführt

maschinen gehören. Nach Durchlaufen dieser Fertigungsstraße werden die Kolben gewogen und nach ihrer Masse sortiert. Dann werden sie verzinnt. Danach wird jeder Kolbenrohling fertigbearbeitet, dann gewaschen, sortiert, eingefettet und verpackt. Die gesamte Anlage wird von neun Arbeitskräften in einer Schicht bedient. Dieses Beispiel zeigt, wie durch die Automatisierung der Mensch zum Beherrscher der Maschine wird. Dazu ist aber ein gründliches Fachwissen notwendig, um die komplizierte Wirkungsweise der Maschinen verstehen und bei Störungen auch eingreifen zu können.

3.3. Automatisierung in der Energiewirtschaft

Dieser wichtige Zweig der Industrie befaßt sich mit der Ausnutzung der Energiequellen und mit der Energieversorgung. So unterschiedlich wie die Energiequellen sind, so unterschiedlich sind auch die Aufgaben der Automatisierung der dort auftretenden Prozesse. Von großer Bedeutung sind die Wärmekraftwerke und damit die Dampfturbinen. Zu jeder Dampfturbine gehört aber ein Dampferzeuger.
Der gelieferte Dampf muß stets einen bestimmten Druck und eine bestimmte Temperatur haben, denn vom Dampfdruck und der Dampftemperatur ist der Energieinhalt des Dampfes und damit die Wirtschaftlichkeit der Energieumsetzung in den Turbinen abhängig. Die entnommene Dampfmenge ist zu verschiedenen Zeiten sehr unterschiedlich (Bild 164/1). An dieser Stelle sei die Druckregelung des Dampfes ausführlich besprochen (Bild 164/2). Hier wird mit hydraulischer Hilfsenergie gearbeitet. Als Meßeinrichtung für den Druck dient eine Membrane. Stellglied ist eine Drosselkleppe Die Auslenkung der Membrane wird auf das sogenannte Strahlrohr übertragen. Dieses schwenkbare Strahlrohr wird von Drucköl durchflossen. Der Strahl trifft auf zwei eng nebeneinander liegende Öffnungen, die über Leitungen mit dem Arbeitszylinder ver-

164/1 Kesselanlage mit Regelungen. Die Dampfentnahme wirkt als Störung. Bei erhöhter Dampfentnahme muß mehr Brennstoff zugeführt werden. Die Brennstoffzufuhr soll hier durch ein Wanderrost erfolgen, dessen Geschwindigkeit über ein Getriebe verändert werden kann. Der Regler R_1 verstellt die Brennstoffmenge in Abhängigkeit von der Belastung, der Dampfentnahme. Zu einer größeren Brennstoffmenge gehört aber auch eine größere Menge an Luft, damit die günstigsten Bedingungen für eine Verbrennung erhalten bleiben. Der Regler R_2 muß den Luftstrom so regeln, daß immer das richtige Mengenverhältnis Luft — Brennstoff vorhanden ist. Dazu wird die durchströmende Luftmenge gemessen und bei Abweichungen vom Sollwert wird die Drosselklappe verstellt. Diesmal ist der Sollwert aber nicht wie bei den vorher besprochenen Beispielen konstant, sondern er verändert sich in Abhängigkeit von der entnommenen Dampfmenge. Außerdem hat eine Belastungsänderung auch eine Änderung des Speisewasserstandes zur Folge. Der Regler R_3 hält die Höhe des Wasserstandes konstant, er greift in die Speisewasserzuleitung ein. Am Kesselausgang hält der Regler R_4 den Druck des Dampfes konstant; er verstellt ein Ventil in der Dampfleitung



164/2 Hydraulische Druckregelung

bunden sind. Befindet sich das Strahlrohr in Mittelstellung, so ist die Kraftwirkung auf beiden Seiten des Arbeitskolbens gleich groß. Er bleibt in Ruhe. Ist der Druck größer als der Sollwert, der durch die Feder eingestellt wird, so wird die Membrane und damit das Strahlrohr nach oben ausgelenkt. Das Öl kann in die obere Öffnung eintreten. Der größere Öldruck oben bewirkt, daß der Arbeitskolben sich nach unten bewegt und damit die Drosselklappe mehr schließt. Dadurch sinkt der Druck am Membranmeßwerk wieder.

3.4. Bedeutung der Automatisierung

Aus den bisher behandelten Beispielen konnte man bereits ersehen, daß die Automatisierung den Menschen von körperlicher, monotoner geistiger und gesundheitsschädigender Arbeit befreit. Automatisierte Anlagen arbeiten gleichmäßiger, genauer und schneller als der Mensch. Ein Automat ermüdet nicht.
Die Automatisierung ist ein wesentliches Mittel zur Steigerung der Arbeitsproduktivität.

● *Was versteht man unter dem Begriff Arbeitsproduktivität?*

Am Beispiel einer Taktstraße für die automatische Montage von Kugellagern im VEB Wälzlagerwerk Fraureuth läßt sich dies leicht zeigen (Bild 165/1).
Für die Montage von Hand wurden 8 Arbeitskräfte benötigt, um 5500 Lager je Schicht (also in 8 Stunden) zu montieren. Der Automat schafft in der gleichen Zeit mit $2^1/_2$ Arbeitskräften 8400 Lager. Daraus ergibt sich eine Steigerung der Arbeitsproduktivität um 489%.
Inwieweit sich der hohe Nutzeffekt der Automatisierung zum Vorteil der Werktätigen auswirkt, hängt von den gesellschaftlichen Verhältnissen ab.
Unter den kapitalistischen Produktionsverhältnissen führt die Automatisierung zu noch größerer Anhäufung von Reichtum in den Händen der Kapitalisten und andererseits zu noch größerer Ausbeutung der Werktätigen.
Die schwerwiegendste Auswirkung auf die Arbeiterklasse ist der Anstieg der Arbeitslosigkeit. Im Bereich der hochautomatisierten amerikanischen Automobilindustrie gibt es rund 200000 Arbeitslose. Das sind 20% aller in diesem Industriezweig Beschäftigten. Infolge der Einführung automatischer Rangiereinrichtungen bei den Eisenbahnen der USA wurden im Verlaufe eines einzigen Jahres 237000 Eisenbahner entlassen.
Unter sozialistischen Produktionsverhältnissen dient die Automatisierung den Interessen der Arbeiterklasse. Die Automatisierung befreit den Arbeiter von schwerer physischer



165/1 Montagetaktstraße für Kugellager
Die Innen- und Außenringe der Kugellager werden paarweise auf ein Band gelegt. Durch eine Greifeinrichtung werden sie dann geradlinig über 11 Stationen geführt. Im Takt der Maschine, der 3 Sekunden beträgt, wird jeweils ein Lager von den Greifern erfaßt und von Station zu Station weiter transportiert. Alle Bewegungen werden rein mechanisch über Nocken, Exzenter und Kipphebel von einer Hauptwelle aus gesteuert, deren Antrieb durch einen Elektromotor erfolgt

gesundheitsschädigender und monotoner Tätigkeit. Die Arbeitszeit verkürzt sich, den frei werdenden Arbeitskräften wird durch ihren Staat eine neue Arbeit zugesichert. Insbesondere haben die Arbeiter die Möglichkeit, sich mit Unterstützung des sozialistischen Staates zu qualifizieren, denn besseres Fachwissen ist eine Forderung, die die Automatisierung an alle stellt.

Fragen, Aufgaben

1. Geben Sie ein Beispiel an für einen mechanisierten und einen automatisierten Arbeitsprozeß!
2. Nennen Sie Beispiele für die Mechanisierung im Haushalt!
3. Nennen Sie Beispiele für mechanisierte und automatisierte Prozesse in der Landwirtschaft!
4. Handelt es sich bei einem Verkaufsautomaten um eine Mechanisierung oder eine Automatisierung?
5. Welche Vorteile bringt die Automatisierung?
6. Nennen Sie Beispiele für die Steigerung der Arbeitsproduktivität
   6.1. in unserer chemischen Industrie!
   6.2. in unserer metallverarbeitenden Industrie!

Zusammenfassung

1. **Bei automatisierten Arbeitsprozessen wird der Mensch nicht nur wie bei mechanisierten Prozessen weitgehend von schwerer körperlicher Arbeit befreit, sondern es wird ihm auch die sich ständig wiederholende geistige Tätigkeit abgenommen.**

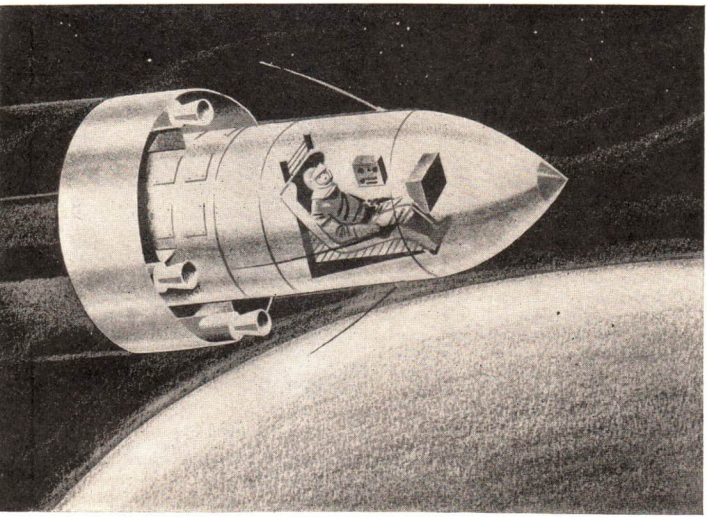
   Welche Möglichkeiten ergeben sich durch die Automatisierung für die Werktätigen?

2. **Jede automatisierte Anlage enthält Steuerungen oder Regelungen oder eine Verknüpfung von beiden.**

   Liegt beim sogenannten Sicherungsautomaten eine Steuerung oder eine Regelung vor?

3. **Voraussetzung für jede Automatisierung ist die Meßbarkeit und Verstellbarkeit der entsprechenden Aufgabenwerte.**

   Kennen Sie Aufgabenwerte, für die es zur Zeit noch keine ausreichenden Meßverfahren gibt?



Mechanik

Gegenwärtig, im Zeitalter der kosmischen Flüge, stehen Fragen der Mechanik im Mittelpunkt des öffentlichen Interesses. Dieses Teilgebiet der Physik schafft die Grundlagen für die Berechnung der kosmischen Flugbahnen, für die Bewegung eines Körpers im All.

Die Mechanik gehört zu den ältesten Teilgebieten der Physik. Ihre Entwicklung ist eng mit der Entwicklung der Mathematik verbunden. Heute bedient man sich in der Mechanik, ebenso wie in jedem anderen Teilgebiet der Physik, umfangreicher mathematischer Hilfsmittel. Zum Beispiel setzt die Berechnung der Bahn eines Raumschiffs eine vielseitige Anwendung mathematischer Erkenntnisse voraus und verlangt einen Umfang an rechnerischer Arbeit, wie er nur mit Hilfe elektronischer Rechenautomaten bewältigt werden kann. Die großartigen Erfolge der sowjetischen Kosmonautik, ihre führende Rolle in der Welt, zeugen von dem hohen Stand, den die Anwendung der Mathematik in der wissenschaftlich-physikalischen Praxis der Sowjetunion erreicht hat.

1. Physikalische Grundbegriffe



Die Fallschirmsportler der GST errangen bis zum Jahre 1962 insgesamt 16 Weltrekorde. Die Bewegung eines Fallschirmspringers nach dem Verlassen des Flugzeugs — der Fall mit geschlossenem Schirm, die Verzögerung beim Öffnen des Schirms — ist kompliziert; die dabei zwischen den auftretenden physikalischen Größen bestehenden Zusammenhänge können nur mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung genügend genau erfaßt werden.

In den folgenden Abschnitten werden einige grundlegende Begriffe, die bereits zum Lehrstoff des Physikunterrichts in den niederen Klassen gehören, durch die Anwendung von Erkenntnissen aus der Differential- und Integralrechnung erweitert und in einen neuen Zusammenhang gestellt. Gleichfalls werden bisher im Unterricht nicht erörterte Gesetzmäßigkeiten der mechanischen Bewegung (Dynamik) behandelt.

1.1. Die Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist ein Ausdruck für den Bewegungszustand eines Körpers. Bei der *gleichförmigen Bewegung* ist die Geschwindigkeit konstant, sie ist der Quotient aus dem Weg und der Zeit. Bilden wir bei einer *ungleichförmigen Bewegung* den Quotienten aus dem Wegstück Δs und der zugehörigen Zeitspanne Δt, so ergibt dieser Differenzenquotient $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ die *Durchschnittsgeschwindigkeit* $\bar{v}$ für das betreffende Wegstück beziehungsweise die Zeitspanne:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Zur *Augenblicksgeschwindigkeit* v gelangen wir, wenn wir für einen bestimmten Zeitpunkt den Grenzwert dieses Differenzenquotienten für eine gegen Null strebende Zeitspanne Δt bilden. Mathematisch gesehen ist dieser Grenzwert die Ableitung des Weges

nach der Zeit oder, da der Differentialquotient gleich der Ableitung ist, der Differentialquotient des Weges nach der Zeit:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t) = \frac{ds}{dt} \tag{1}$$

Die Geschwindigkeit eines Körpers zu irgendeinem Zeitpunkte ist der Differentialquotient des Weges nach der Zeit.

Beispiel

Bei einem Fallversuch wurde mittels einer Zeitlupenaufnahme folgender Zusammenhang zwischen Zeit und Weg festgestellt:

t (in s)	0,90	...	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	...	1,10
s (in m)	3,97	...	4,42	4,52	4,61	4,71	4,80	4,90	5,00	5,10	5,20	5,31	5,41	...	5,93

Wir wollen die Geschwindigkeit nach 1 s Fallzeit ermitteln.
Für eine Zeitdifferenz $\Delta t = 0{,}1$ s ergibt sich als Differenzenquotient

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5{,}93 - 4{,}90}{1{,}1 - 1{,}0}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 10{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Wird Δt auf 0,05 s verkleinert, so erhalten wir $\dfrac{5{,}41 - 4{,}90}{1{,}05 - 1{,}0}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 10{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Für $\Delta t = 0{,}01$ s wird der Wert $\dfrac{5{,}00 - 4{,}90}{1{,}01 - 1{,}0}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 10{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

errechnet. Dieser Wert kommt dem theoretisch ermittelten Wert von 9,81 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ für die Augenblicksgeschwindigkeit im betreffenden Zeitpunkt ($t = 1$ s) nahe.

- *Welches Ergebnis erhalten Sie, wenn Sie sich dem Zeitpunkt 1 s von kleineren Werten her (0,9 s; 0,95 s; ...) nähern, d. h. Δt negativ annehmen?*

Die Geschwindigkeit eines Körpers ist im allgemeinen zu verschiedenen Zeitpunkten verschieden; sie ist eine Funktion der Zeit.

Mit dem Begriff der Augenblicksgeschwindigkeit wird der von der gleichförmigen Bewegung her bekannte Geschwindigkeitsbegriff erweitert und auf beliebige ungleichförmige Bewegungen ausgedehnt.

- *Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Definition der Augenblicksgeschwindigkeit nach Gleichung (1.1) und der Definition der Geschwindigkeit für eine gleichförmige Bewegung?*

Wird in der Physik schlechthin von Geschwindigkeit gesprochen, so ist damit im allgemeinen die Augenblicksgeschwindigkeit gemeint.
Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle Größe. Ihre Dimension ist $l \cdot t^{-1}$, ihre Einheit das Meter je Sekunde ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$).

1.2. Die Beschleunigung

Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung, z. B. beim freien Fall, ist die Beschleunigung konstant, sie wird durch den Quotienten aus der Geschwindigkeit und der verflossenen Zeit ausgedrückt. Dieser Zusammenhang gilt aber nicht für jede ungleichförmige Bewegung.

Wir wollen nun den allgemeinen Fall einer ungleichförmigen Bewegung untersuchen und denken uns hierzu folgenden Versuch ausgeführt:

> Wir befinden uns in einem auf gerader Straße anfahrenden Kraftwagen, der mit einem Geschwindigkeitsmesser, einem Tachometer, ausgerüstet ist. Zu einem bestimmten Zeitpunkt lesen wir die Geschwindigkeit ab, und nach der Zeitspanne Δt nochmals. Die Geschwindigkeit sei um Δv angewachsen.

Bilden wir aus diesen Werten den Differenzenquotienten, so erhalten wir die *Durchschnittsbeschleunigung* $\bar{a}$ für die betreffende Zeitspanne:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Zur *Augenblicksbeschleunigung* a gelangen wir — analog der Herleitung der Augenblicksgeschwindigkeit —, indem wir für einen bestimmten Zeitpunkt den Grenzwert dieses Differenzenquotienten für eine gegen Null strebende Zeitspanne Δt bilden. Somit ist

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}. \tag{2.1}$$

Da die Geschwindigkeit gleich der (ersten) Ableitung des Weges nach der Zeit ist, folgt aus der Gleichung (2.1), daß die Beschleunigung gleich der *zweiten Ableitung* des Weges nach der Zeit und damit gleich dem *zweiten Differentialquotienten* des Weges nach der Zeit ist:

$$\boxed{a = s''(t) = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}} \tag{2.2}$$

Die Beschleunigung ist der Differentialquotient der Geschwindigkeit nach der Zeit und damit der zweite Differentialquotient des Weges nach der Zeit.

Auch die Beschleunigung ist im allgemeinen zu verschiedenen Zeitpunkten verschieden. Sie ist wie die Geschwindigkeit eine vektorielle Größe. Ihre Dimension ist $l \cdot t^{-2}$, ihre Einheit das Meter je Sekundenquadrat ($\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$).

- *Versuchen Sie, sich die unanschauliche Einheit* $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ *verständlich zu machen, indem Sie von der im Ausgangsbeispiel betrachteten Geschwindigkeitsänderung ausgehen!*

Ist bei einer Bewegung die Beschleunigung der Bewegungsrichtung entgegengesetzt, so ist die Bewegung *verzögert*. Die Beschleunigung hat dann einen negativen Wert.

- *Welchen Wert hat die Beschleunigung bei einer gleichförmigen Bewegung?*



Die Erkenntnisse über die mathematischen Beziehungen zwischen dem Weg, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung verdanken wir dem großen englischen Physiker ISAAC NEWTON (1643 bis 1727). Er hat unabhängig von GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646 bis 1716) eine neue Rechnungsart entwickelt, die er *Fluxionsrechnung* nannte und die in ihrem Wesen den Gedanken LEIBNIZ', der bei der Begründung der Differentialrechnung von geometrischen Problemen ausging,. entsprach.

171/1 ISAAC NEWTON

1.3. Die Bestimmung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung

Bei einer Bewegung, die durch einen mathematisch einfach erfaßbaren Zusammenhang des Weges mit der Zeit gegeben ist, kann man die Geschwindigkeit und die Beschleunigung aus dem Weg–Zeit-Gesetz mit Hilfe der Differentialrechnung ermitteln.

Beispiel

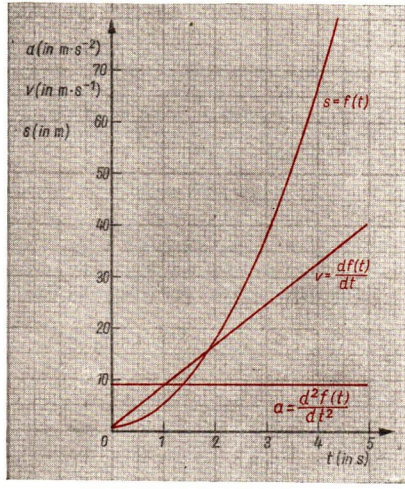
Bei der *Fallbewegung* lautet der Zusammenhang zwischen dem Weg s und der Zeit t

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2; \quad g \text{ ist dabei konstant.}$$

Durch Differentiation folgt daraus für die Geschwindigkeit und für die Beschleunigung

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = g\,.$$

An Bild 171/2 sind die Diagramme der Weg–Zeit-Funktion, der Geschwindigkeit–Zeit-Funktion und der Beschleunigung-Zeit-Funktion in einem Schaubild vereinigt dargestellt.

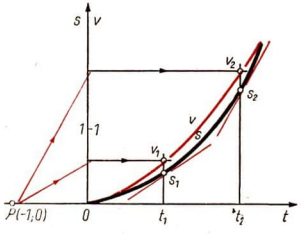


171/2 Diagramm zur Abhängigkeit des Weges, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung von der Zeit für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Liegt das Weg–Zeit-Gesetz einer Bewegung nicht als Gleichung, sondern nur als (empirisch ermittelte) Kurve oder als Wertetafel vor, so ist es möglich, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung *grafisch* oder *numerisch* zu bestimmen.

Ein verbreitetes grafisches Verfahren gründet sich auf die Erkenntnis, daß der Differentialquotient einer Funktion ein Maß für die Steigung der Funktionskurve in einem kartesischen Koordinatensystem ist (Bild 172/1).

Wird in einem Weg–Zeit-Diagramm der Winkel gemessen, den die Tangente an einen bestimmten Kurvenpunkt mit der Abszissenachse bildet, so ist der Tangens dieses Winkels gleich dem Wert des Differentialquotienten der Funktion an der betreffenden Stelle (vorausgesetzt wird dabei gleicher Maßstab für die Größen auf beiden Achsen; andernfalls sind Umrechnungen notwendig).
Anstatt die Winkel an den verschiedenen Stellen zu messen, können wir die Werte des Differentialquotienten unmittelbar grafisch bestimmen.



172/1 Zur grafischen Differentiation einer Funktion
Durch den Punkt $P\,(-1;\,0)$ des Diagramms werden Parallelen zu den Tangenten gezeichnet, die die Kurve in den für die grafische Differentiation ausgewählten Punkten berühren. Die Parallelen werden mit der Ordinatenachse zum Schnitt gebracht. Die Schnittpunkte geben die Werte der Ableitung in den betreffenden Punkten an. Zwischenwerte werden durch Interpolation (Zeichnen des Kurvenzuges der abgeleiteten Funktion) gewonnen.

Numerisch läßt sich der Geschwindigkeit–Zeit-Zusammenhang dadurch ermitteln, daß der Weg in eine Anzahl Teilstücke zerlegt und für jedes Teilstück die Durchschnittgeschwindigkeit berechnet wird. Die erhaltenen Werte für die Durchschnittgeschwindigkeit werden den Zeitpunkten zugeordnet, die jeweils in der Mitte der Zeitspannen liegen, die den einzelnen Wegstücken entsprechen. Auf diese Weise erhalten wir eine Wertetafel über den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Zeit.

- *Wovon hängt die Genauigkeit der grafischen und der numerischen Verfahren hauptsächlich ab?*

Die grafischen und numerischen Verfahren lassen sich nicht nur bei der Bestimmung von Geschwindigkeit und Beschleunigung anwenden, sondern stets dann, wenn zu einer gegebenen Funktion die *abgeleitete Funktion* ermittelt werden soll.

1.4. Das Weg-Zeit-Gesetz

Wir stellen uns nun die entgegengesetzte Aufgabe: Aus einer gegebenen Beschleunigung sind die Geschwindigkeit und der Weg eines Körpers zu ermitteln. Dieser Fall tritt in der Praxis der Physik häufig auf, da es sehr oft möglich ist, die Kräfte zu bestimmen, die den Körper beschleunigen, nicht aber hinreichende Aussagen über Weg und Geschwindigkeit des Körpers zu machen.

Ist die Beschleunigung a als Funktion der Zeit t gegeben, so suchen wir eine Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$, deren erste Ableitung $v'(t)$ nach t gleich $a(t)$ ist. Die Funktion $v(t)$ ist demnach eine Integralfunktion von $a(t)$, und zwar ist allgemein

$$v(t) = \int v'(t)\,\mathrm{d}t = \int a(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Aus der Schar der Integralfunktionen wird die gesuchte Funktion durch bestimmte Bedingungen, wie wir im Beispiel sehen werden, ausgesondert.

Beispiel

Bei der *Fallbewegung* ist die Beschleunigung konstant, und zwar hat sie den Wert g. Wir nehmen die Richtung vom Erdmittelpunkt weg als positiv an. Dieser Richtung ist die Fallbeschleunigung entgegengesetzt, deshalb erhält sie ein negatives Vorzeichen, es ist somit

$$a = -g\,.$$

Die Geschwindigkeit ermitteln wir daraus durch Integration. Es ist

$$v = -\int g \cdot \mathrm{d}t = -g \cdot t + c\,.$$

Die Größe c ist darin die Integrationskonstante. Überlegen wir, welche physikalische Bedeutung diese Konstante hat! Dazu setzen wir $t = 0$, wir erhalten für diesen Wert die Geschwindigkeit $v = c$. Daraus folgt, daß c gleich der *Anfangsgeschwindigkeit* der Bewegung ist; wir wollen sie üblicherweise mit v_0 bezeichnen.
Damit erhalten wir

$$v = -g \cdot t + v_0\,.$$

Diese Gleichung gilt für den freien Fall, für den senkrechten Wurf nach oben und für den senkrechten Wurf nach unten, je nachdem, ob

$$v_0 = 0, \quad v_0 > 0\,, \quad v_0 < 0$$

ist.

● *Begründen Sie diese Behauptung!*

Aus der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t)$ folgt durch weitere Integration die Weg-Zeit-Funktion $s(t)$. Allgemein ist

$$s(t) = \int v(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Im Beispiel der Fallbewegung ergibt sich

$$s(t) = \int (-g \cdot t + v_0) \cdot \mathrm{d}t = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + k\,.$$

● *Welche physikalische Bedeutung hat die Integrationskonstante k?*

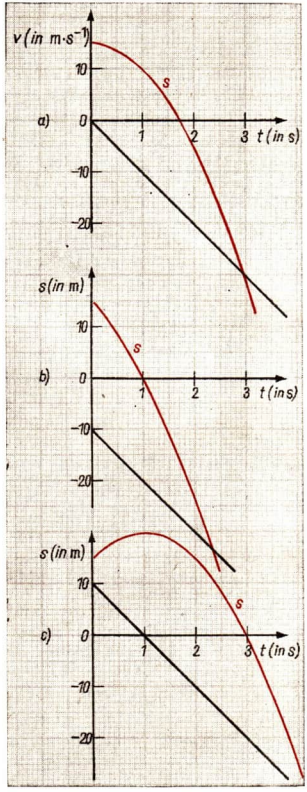
In Bild 174/1 sind die Diagramme der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion und der Weg-Zeit-Funktion in einem Schaubild vereinigt dargestellt.

Bei beliebigen ungleichförmigen Bewegungen, bei denen die Beschleunigung als Funktion der Zeit in Form einer Gleichung gegeben ist, wird in prinzipiell gleicher Weise wie im angeführten Beispiel verfahren, wobei jedoch im allgemeinen mathematisch kompliziertere Ausdrücke auftreten. Ist die Beschleunigung–Zeit-Funktion aber nicht als Gleichung, sondern als Kurve oder Tabelle gegeben, so gibt es zur Bestimmung der Geschwindigkeit–Zeit-Funktion und der Weg–Zeit-Funktion gleichfalls grafische und numerische Verfahren.

Das grafische Verfahren stützt sich auf die mathematische Tatsache, daß die Fläche, die im kartesischen Koordinatensystem zwischen der Funktionskurve und der Ordinatenachse liegt und seitlich von je einer Ordinatenlinie begrenzt wird, ein Maß für das bestimmte Integral der Funktion in den Grenzen ist, die durch die Ordinatenlinien gekennzeichnet werden (Bild 175/1).

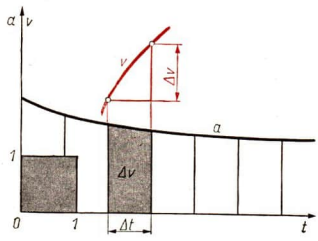
● *Überlegen Sie, wie man auf numerischem Wege den Geschwindigkeit-Zeit-Zusammenhang aus der Beschleunigung-Zeit-Funktion ermitteln könnte!*

Die grafischen und numerischen Verfahren dieser Art lassen sich nicht nur beim Bestimmen von Geschwindigkeit und Weg bei gegebener Beschleunigung anwenden, sondern stets dann, wenn zu einer gegebenen Funktion die *Integralfunktion* ermittelt werden soll. Wie bei der grafischen und numerischen Differentiation ist auch bei der grafischen und numerischen Integration die Genauigkeit begrenzt.



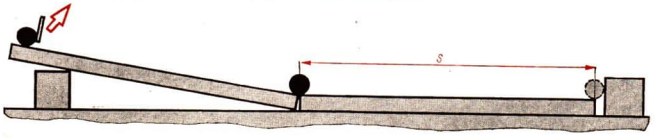
174/1 Diagramme zur Fallbewegung
($a = -g$; Abwurfhöhe $h_0 = +15$ m).
a) freier Fall ($v_0 = 0$)
b) Senkrechter Wurf nach unten
($v_0 = -10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$)
c) senkrechter Wurf nach oben
($v_0 = +10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$)

175/1 Zur grafischen Integration einer Funktion
Die Kurve wird gezeichnet und die Fläche zwischen der Kurve und der Abszissenachse durch Parallelen zur Ordinatenachse in Streifen zerlegt. Der Flächeninhalt der Streifen wird grafisch bestimmt. Als Maßfläche dient das Rechteck (oder Quadrat), das sich aus den Maßstrecken für die beiden Einheiten auf den Achsen ergibt. Der Flächeninhalt jedes Streifens gibt den Zuwachs der Integralfunktion im betreffenden Intervall an



Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Erläuern Sie die Definitionen von Geschwindigkeit und Beschleunigung bei einer ungleichförmigen Bewegung!
2. Zeigen Sie, daß die gesetzmäßigen Zusammenhänge, die zwischen dem Weg, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung allgemein gelten, als Sonderfälle die Gesetze der gleichförmigen und der gleichmäßig beschleunigten Bewegung enthalten!
3. Bestimmen Sie den Weg-Zeit-Zusammenhang der Bewegung einer Kugel auf einer schwach geneigten Fallrinne durch Messung und ermitteln Sie aus den experimentell gewonnenen Daten die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit (grafisch oder numerisch)!
4. Überprüfen Sie experimentell die Werte für die Geschwindigkeit aus der Aufgabe 3., indem Sie die Kugel nach Bild 175/2 auf einer horizontalen Rinne weiterlaufen lassen und annehmen, daß die Bewegung in diesem Teil der Rinne gleichförmig ist!



175/2 Fallrinne zur Ermittlung der Endgeschwindigkeit nach zurückgelegtem Weg s

5. Bei einem Anfahrversuch eines Kraftwagens wurden folgende Werte gemessen (s in Metern, t in Sekunden):

s	5	10	15	20	30	40	50	100	150	200	250	300	400	500
t	1,8	2,9	3,8	4,6	5,7	6,7	7,6	10,6	13,0	15,3	17,5	19,6	23,8	28,1

Bestimmen Sie daraus den Geschwindigkeit-Zeit- und den Beschleunigung-Zeit-Zusammenhang und geben Sie an, welche Geschwindigkeit der Kraftwagen nach einer Fahrstrecke von 100 m gehabt hat!

6. Ein fahrender Eisenbahnzug erhält durch die Bremskraft eine Verzögerung von $0{,}65\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Welche Strecke legt der Zug noch zurück, wenn er eine Geschwindigkeit von $85\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ hatte?

1.5. Die Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft

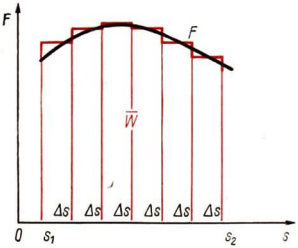
Unter der Voraussetzung, daß Kraftrichtung und Wegrichtung zusammenfallen oder nur die in die Wegrichtung fallende Kraftkomponente berücksichtigt wird, ist bei einer *längs des Weges konstanten* Kraft die Arbeit das Produkt von Kraft und Weg. Ist jedoch die Kraft F längs des Weges s veränderlich, wie z. B. beim Zusammendrücken oder Ausziehen einer Schraubenfeder, so gilt dieser einfache Zusammenhang nicht mehr.

Um die Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft zu bestimmen, gehen wir von folgender Überlegung aus: Wir denken uns den Weg s zwischen s_1 und s_2 in n kleine Teilstücke Δs zerlegt und nehmen längs dieser kleinen Wegstücke jeweils die Kraft als konstant an (Bild 176/1). Dann ist die Arbeit W_k für jedes Wegstück $(\Delta s)_k$

$$W_k = F_k \cdot (\Delta s)_k \,.$$

Darin bedeutet k irgendeine ganze Zahl zwischen 1 und n; F_k ist die als konstant angenommene, durchschnittliche Kraft innerhalb des Wegstücks $(\Delta s)_k$. Die Arbeit längs des gesamten Weges s wird durch den Wert $\overline{W}$ angenähert, den wir durch Summation aller W_k erhalten:

$$\overline{W} = \sum_{k=1}^{k=n} F_k \cdot (\Delta s)_k \,.$$



176/1 Zur Bestimmung der Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft

Je kleiner wir die Teilstücke Δs annehmen, d. h. je größer n ist, desto näher kommt im allgemeinen der Wert $\overline{W}$ dem tatsächlichen Wert der Arbeit W. Wir erhalten W als Grenzwert dieser Summe für ein gegen Unendlich strebendes n; dieser Grenzwert ist aber das bestimmte Integral der Kraft längs des Weges, erstreckt über die Grenzen s_1 bis s_2:

$$\boxed{W = \int_{s_1}^{s_2} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}} \qquad (3)$$

Die Arbeit ist das Wegintegral der Kraft.

- *Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Definition der Arbeit nach Gleichung (3) und der Gleichung $W = F \cdot s$?*

Die Arbeit ist eine skalare Größe; sie ist das skalare Produkt aus den vektoriellen Größen Kraft und Weg. Da die Dimension der Kraft $m \cdot l \cdot t^{-2}$ und ihre Einheit das Newton (N) ist, hat die Arbeit die Dimension $m \cdot l^2 \cdot t^{-2}$, ihre Einheit ist das Joule (J); $1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$. Ist die Arbeit W als Funktion des Weges s gegeben, so folgt aus der Gleichung (3) durch Differentiation

$$F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s} \,.$$

Die Kraft ist der Differentialquotient der Arbeit nach dem Wege.

1.6. Die Arbeit bei zeitlich veränderlicher Leistung

Bei *konstanter Leistung* wird die Arbeit als Produkt von Leistung und Zeit ausgedrückt. Ist die Leistung P jedoch nicht konstant, sondern zeitlich veränderlich, wie z. B. bei einem Ottomotor, dessen Gaszufuhr verändert wird, so zerlegen wir die gegebene Zeitspanne t zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 in kleine Teile; während jeder dieser Teilzeiten nehmen wir die Leistung als konstant an. Die Summe der erhaltenen Teilbeträge der Arbeit ergibt einen Näherungswert für die gesamte Arbeit W. Analog der Herleitung der Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft erhalten wir die Arbeit bei zeitlich veränderlicher Leistung durch den Grenzwert der Summe der Teilbeträge, d. h. durch das Zeitintegral der Leistung, begrenzt durch die Zeitpunkte t_1 und t_2:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot \mathrm{d}t \tag{4}$$

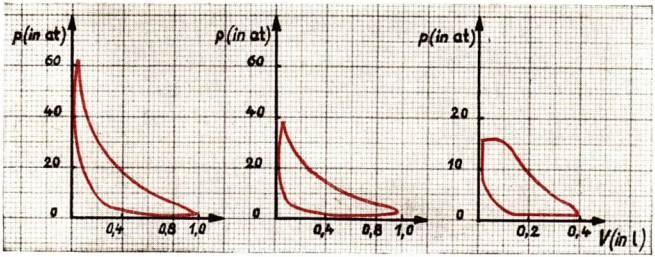
Die Arbeit ist das Zeitintegral der Leistung.

Ist die Arbeit W als Funktion der Zeit t gegeben, so folgt aus der Gleichung (4) durch Differentiation

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}. \qquad \textbf{Die Leistung ist der Differentialquotient der Arbeit nach der Zeit.}$$

Zur Ermittlung der Arbeit bei örtlich veränderlicher Kraft oder bei zeitlich veränderlicher Leistung werden gleichfalls grafische oder numerische Verfahren angewendet, ebenso zur Ermittlung der Kraft oder der Leistung, wenn der Zusammenhang zwischen Arbeit und Weg beziehungsweise zwischen Arbeit und Zeit bekannt ist.

Ein Beispiel für die Verwendung grafischer Methoden zur Ermittlung der Arbeit aus gegebenen Daten ist die Auswertung des *Indikatordiagramms* (Bild 117/1). Die Diagrammfläche kann entweder durch Zerlegung in Streifen oder durch Auflegen eines Rasters bestimmt werden.



177/1 Indikatordiagramme (schematisch)
für Dieselmotor (links), Ottomotor (Mitte), Dampfmaschine (rechts)

● *Veranschaulichen Sie sich den Zusammenhang zwischen der zeitlich veränderlichen Leistung und der Arbeit durch ein Diagramm entsprechend Bild 116/1!*

Die Dimension der Leistung ergibt sich aus dem Quotienten der Dimension der Arbeit und der Zeit, sie ist demnach $m \cdot l^2 \cdot t^{-3}$. Die Einheit der Leistung ist das Watt (W); $1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Wegen des Zusammenhanges der Einheiten Joule, Watt und Newton wird die Arbeitseinheit Joule auch Wattsekunde (Ws) oder Newtonmeter (Nm) genannt.

1.7. Kraft, Leistung und Geschwindigkeit

Zwischen der Kraft F, der Arbeit W und dem Weg s gilt, wenn F längs des Wegstückes Δs als konstant angenommen werden kann,

$$\Delta W = F \cdot \Delta s\,.$$

Aus dieser Gleichung und aus dem Zusammenhang zwischen dem Weg und der Geschwindigkeit für eine beliebige Bewegung können wir eine weitere wichtige Folgerung treffen. Dividieren wir beide Seiten dieser Gleichung durch Δt, die Zeitspanne, in der der Weg Δs zurückgelegt wurde, so erhalten wir

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}\,.$$

Strebt Δt gegen Null, so treten an die Stelle der Differenzenquotienten die Differentialquotienten, und es ergibt sich

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = F \cdot \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\,,$$

oder wegen der physikalischen Bedeutung der beiden Differentialquotienten

$$\boxed{P = F \cdot v} \tag{5}$$

Die Leistung ist gleich dem Produkt aus der Kraft und der Geschwindigkeit.

Diese Gesetzmäßigkeit wird in der Fahrzeugtechnik häufig verwendet, da man mit ihrer Hilfe aus der Geschwindigkeit des Fahrzeuges und der gemessenen Kraft unmittelbar die Leistung oder bei bekannter Leistung die Zug- oder Schubkraft errechnen kann.

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Erläutern Sie die Definitionen für die Arbeit bei zeitlich veränderlicher Leistung und örtlich veränderlicher Kraft!
2. Ermitteln Sie die Arbeit, die notwendig ist, um eine gegebene Schraubenfeder um die Hälfte ihrer ursprünglichen Länge zu dehnen! *Anleitung:* Ermitteln Sie experimentell die Kraft, die verschiedenen Verlängerungen der Feder entspricht, und werten Sie diese Ergebnisse grafisch oder numerisch aus. Vergleichen Sie den erhaltenen Wert mit dem Resultat, das Sie deduktiv durch Anwendung des Hookeschen Gesetzes erhalten!

3. Führen Sie den in 2. genannten Versuch mit einem geeigneten Gummiband durch!
4. Ermitteln Sie aus den in Bild 177/1 gegebenen Indikatordiagrammen die Arbeit, die während einer Umdrehung der Kurbelwelle im Zylinder verrichtet wird! Beachten Sie, daß man den Betrag der bei der Kompression aufgewendeten Arbeit vom Betrag der gewonnenen Arbeit subtrahieren muß!
   Die Indikatordiagramme beziehen sich nicht auf einen Kraft-Weg-, sondern auf einen Druck-Volumen-Zusammenhang; das Produkt dieser Größen hat die Dimension einer Arbeit.
5. Ein Eisenbahnzug hat eine Geschwindigkeit von $82\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, die am Zughaken gemessene Kraft beträgt 4 400 kp. Welche Nutzleistung wird für das Ziehen der Wagen aufgewendet?
6. Ein sowjetisches Passagierflugzeug vom Typ Il-18 hat bei einem Rekordflug mit einer Nutzlast von 15 Mp auf einer 1 000 km langen Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $719{,}8\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ erreicht. Wie groß war die durchschnittliche Schubkraft der Turboproptriebwerke des Flugzeugs, wenn 70% der vollen Leistung (16 000 PS) vorausgesetzt werden?

Zusammenfassung

1. Die Geschwindigkeit ist der Differentialquotient des Weges nach der Zeit.
Der Weg ist das Zeitintegral der Geschwindigkeit.

Erläutern Sie die Zusammenhänge zwischen diesen beiden Aussagen!

2. Die Beschleunigung ist der Differentialquotient der Geschwindigkeit nach der Zeit und damit der zweite Differentialquotient des Weges nach der Zeit.
Die Geschwindigkeit ist das Zeitintegral der Beschleunigung.

Beim freien Fall, beim Wurf senkrecht aufwärts und beim Wurf senkrecht abwärts hat die Beschleunigung den gleichen Wert ($a = g$). Worin unterscheiden sich diese Bewegungsarten?

3. Geschwindigkeit und Beschleunigung haben Betrag und Richtung, sie sind vektorielle Größen.

Weshalb hat bei einer geradlinigen Bewegung die (von 0 verschiedene) Beschleunigung gleiche oder entgegengesetzte Richtung wie die Geschwindigkeit?
Wie nennt man eine Bewegung, bei der die Beschleunigung der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist?

4. Die Arbeit ist das Wegintegral der Kraft.
Die Kraft ist der Differentialquotient der Arbeit nach dem Wege.

Auf welche Weise läßt sich der Wert für die Arbeit bei ortsabhängiger Kraft anschaulich herleiten?

5. Die Kraft hat Betrag und Richtung, sie ist eine vektorielle Größe.

Wie ist bei der Berechnung der Arbeit zu verfahren, wenn Kraftrichtung und Wegrichtung nicht übereinstimmen?

6. Die Arbeit ist das Zeitintegral der Leistung.
Die Leistung ist der Differentialquotient der Arbeit nach der Zeit.

Inwiefern ist in dieser Aussage auch der Zusammenhang zwischen der Arbeit und der Leistung bei konstanter Leistung ($W = P \cdot t$) enthalten?

7. Die Leistung ist gleich dem Produkt aus der Kraft und der Geschwindigkeit.

Erläutern Sie diesen Zusammenhang und machen Sie dazu die Dimensionsprobe!

2. Der Impuls



Bei vielen Vorgängen in Natur und Technik reicht zur physikalischen Untersuchung die Anwendung des Energiegesetzes allein nicht aus. Bei Stoß- und Rückstoßvorgängen, wie z. B. beim Luftstrahl- oder Raketenantrieb, wirken auch die Gesetzmäßigkeiten einer anderen physikalischen Größe, des Impulses. Der Impuls hat weiterhin große Bedeutung für die Molekular-, Atom- und Kernphysik.

2.1. Kraftstoß und Bewegungsgröße

Wird ein ruhender, aber beweglicher Körper angestoßen, so erhält er während der Stoßdauer eine Beschleunigung. Wir können uns dies beim Rangieren von Eisenbahnwagen veranschaulichen. Je größer die Kraft ist, die auf den Körper einwirkt, und je länger sie angreift, desto größer ist die Endgeschwindigkeit, die der Körper beim Stoß erreicht.

Wir nehmen die Kraft F während der Stoßdauer t als konstant an. Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz erteilt die Kraft F einem Körper von der Masse m die Beschleunigung a nach der Gleichung

$$F = m \cdot a\,.$$

Während der Zeit t führt der Körper nach dieser Annahme eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus; die Geschwindigkeitsänderung Δv, die er dabei erfährt, ist

$$\Delta v = a \cdot t\,,$$

und es gilt

$$\boxed{F \cdot t = m \cdot \Delta v} \qquad (6)$$

● *Weshalb ist diese Geschwindigkeitsänderung Δv von der Geschwindigkeit, die der Körper vor seinem Anstoßen hatte, nicht abhängig?*

Betrachten wir bei diesem Vorgang einmal die Krafteinwirkung, zum anderen die Bewegungsänderung des Körpers!
Für die *Krafteinwirkung* auf den Körper ist, wie die Gleichung (6) zeigt, das Produkt aus der Kraft F und der Zeit t kennzeichnend. Dieses Produkt, bei dem die Kraft als konstant angenommen wird, führt die Bezeichnung **Kraftstoß.**
Ist die Kraft zwischen Beginn (t_1) und Ende (t_2) der Krafteinwirkung nicht konstant, so gilt für den Kraftstoß das Integral

$$\int_{t_1}^{t_2} F \cdot \mathrm{d}t .$$

Für die *Bewegungsänderung* des Körpers ist das Produkt aus der Masse m und der Geschwindigkeitsänderung Δv maßgebend. Da die Masse des Körpers konstant ist, kann das Produkt $m \cdot \Delta v$ auch als Änderung der Größe $m \cdot v$, das heißt als $\Delta(m \cdot v)$ angesehen werden.
Das Produkt $m \cdot v$ ist eine physikalische Größe, die den Bewegungszustand eines Körpers charakterisiert. Sie führt die Bezeichnung **Impuls** oder **Bewegungsgröße.**

$$\boxed{I = m \cdot v} \qquad (7)$$

Der Impuls ist das Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit.

Unter Verwendung des Impulsbegriffs kann die Gleichung (6) wie folgt ausgedrückt werden:

Die Impulsänderung eines Körpers ist gleich dem ihm zugeführten Kraftstoß.

Beispiel

Ein Körper mit einer Masse von 100 g fällt 4 Sekunden lang.
Da die Kraft, die während dieser Zeit auf den Körper einwirkt, gleich der konstanten Schwerkraft vom Betrag

$100\ \mathrm{p} = 0{,}981\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$ ist, folgt für den Kraftstoß

$F \cdot t = 0{,}981\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot 4\ s}$,

$\underline{\underline{F \cdot t = 3{,}92\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}}}$.

Nach dem Fallgesetz beträgt die Geschwindigkeit

$v = g \cdot t$, $v = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2} \cdot 4\ s}$, $\underline{\underline{v = 39{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}}$.

Daraus ergibt sich ein Impuls

$I = m \cdot v$, $I = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 39{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $\underline{\underline{I = 3{,}92\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}}}$.

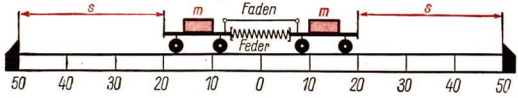
Beachten Sie, daß die Impulsänderung auch dann den gleichen Wert hat, wenn die Anfangsgeschwindigkeit der Fallbewegung nicht Null ist!
Der Impuls ist eine vektorielle Größe, er stimmt in seiner Richtung mit der Geschwindigkeit überein. Auch der Kraftstoß ist vektoriell; Impuls und Kraftstoß brauchen in ihrer Richtung nicht übereinzustimmen (vektorielle Addition). Die Dimension des Impulses ist $m \cdot l \cdot t^{-1}$.

● *Weisen Sie nach, daß der Kraftstoß die gleiche Dimension wie der Impuls hat!*

Wegen der Gleichheit des Kraftstoßes und des Impulses hinsichtlich ihres vektoriellen Charakters und der Dimension wird bisweilen auch für den *Kraftstoß* der Begriff *Impuls* verwendet.

2.2. Das Gesetz von der Erhaltung des Impulses

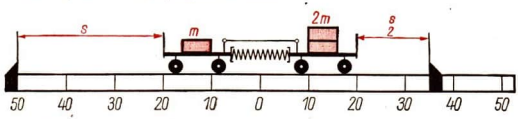
Zwei leicht bewegliche, kleine Wagen von gleicher Masse werden auf eine genau waagerechte Glasplatte gesetzt.
Zwischen beide bringen wir eine zusammengedrückte Schraubenfeder, deren Entspannen durch einen dünnen Faden zunächst verhindert wird (Bild 182/1).
Brennen wir den Faden durch, so rollen die Wagen in derselben Zeit gleich weit. Die Kraft der Feder wirkt also nach beiden Seiten gleich stark.



182/1 Impulsversuch mit Wagen gleicher Masse

● *Wie ist der Schluß, daß die Feder nach beiden Seiten gleich stark wirkt, begründet?*

Der Versuch zeigt uns unmittelbar, daß die Wagen in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklegen, daß mithin ihre Anfangsgeschwindigkeiten dem Betrage nach gleich, in ihrer Richtung aber entgegengesetzt sind.



182/2 Impulsversuch mit Wagen verschiedener Masse

Wiederholen wir diesen Versuch mit zwei Wagen verschiedener Masse (Bild 182/2), so bewegt sich nach Entspannen der Feder der Wagen größerer Masse mit geringerer Anfangsgeschwindigkeit. Aus den in gleichen Zeiten zurückgelegten Wegen der beiden Wagen schließen wir, daß die Beträge der Anfangsgeschwindigkeiten der Massen umgekehrt proportional sind:

$$v_1 : v_2 = m_2 : m_1 \,.$$

Daraus folgt, daß die Impulse beider Wagen ihrem Betrage nach gleich sind. Sie haben jedoch entgegengesetzte Richtung.

Deshalb erhält einer der beiden entsprechend den Regeln der Vektorrechnung das Minuszeichen:

$$m_1 \cdot v_1 = - m_2 \cdot v_2 .$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich durch Umformung

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 .$$

Im beschriebenen Versuch kommt zum Ausdruck, daß die Summe der Impulse beider Wagen nach dem Entspannen der Feder gleich Null ist. Da auch vor dem Durchbrennen des Fadens diese Summe, d. h. der *Gesamtimpuls* des aus zwei Wagen bestehenden Systems, gleich Null war, folgt daraus, daß sich der Gesamtimpuls während des Versuchs nicht geändert hat.

Ein System, das wie das System der zwei Wagen gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossen ist und in dem nur *innere Kräfte* wirken, heißt **abgeschlossenes System.**

Für abgeschlossene Systeme gilt, wie im genannten Versuch nachgewiesen wurde, allgemein das **Gesetz von der Erhaltung des Impulses:**

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3 + \cdots = \text{const} \qquad (8)$$

In einem gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Impulse, d. h. der Gesamtimpuls des Systems, unverändert.

Zu beachten ist, daß der Impulserhaltungssatz für die vektorielle Summe der Impulse, im allgemeinen nicht aber für die einzelnen Beträge gilt.

Aus dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses läßt sich noch eine weitere wichtige Folgerung ziehen. Wir nehmen an, daß zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 ein abgeschlossenes System bilden. Durch eine innere Kraft geraten sie in Bewegung, etwa wie die Stücke eines gesprengten Felsblockes.

Wir verfolgen die Wege, die von den Körpern nach dem Aufhören des Wirkens der inneren Kraft zurückgelegt werden. Nach der Voraussetzung bewegen sich die Körper nunmehr kräftefrei, also gleichförmig auf geradliniger Bahn.

Nach dem Impulserhaltungssatz ist, vom Vorzeichen abgesehen, für zwei in entgegengesetzter Richtung auseinanderstrebende Körper

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 .$$

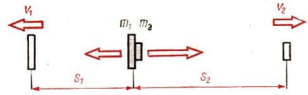
Mithin gilt für jeden Zeitpunkt t, da die Wege vom Schwerpunkt des Systems aus gemessen werden,

$$m_1 \cdot v_1 \cdot t = m_2 \cdot v_2 \cdot t$$

oder, da $v_1 \cdot t = s_1$ und $v_2 \cdot t = s_2$ ist,

$$m_1 \cdot s_1 = m_2 \cdot s_2 \qquad (9)$$

184/1 Zur Herleitung des Schwerpunktsatzes der Mechanik ($m_1 : m_2 = 3 : 2$)



Die Bewegungsverhältnisse sind in Bild 184/1 dargestellt.

Die Gleichung (9) bringt zum Ausdruck, daß der Schwerpunkt des Systems durch das Wirken innerer Kräfte nicht verändert wird.

Denken wir uns, daß an den beiden Körpern Schwerkräfte $G_1 \sim m_1$ und $G_2 \sim m_2$ angreifen, so gilt die Momentengleichung

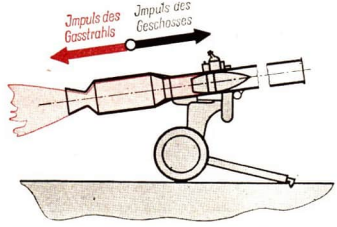
$$G_1 \cdot s_1 = G_2 \cdot s_2$$

für jeden beliebigen Zeitpunkt. Veranschaulichen können wir uns diesen Zusammenhang durch einen Hebel, der im Ausgangspunkt der Bewegung, d. h. im Schwerpunkt des Systems vor Beginn der Bewegung der Einzelkörper, unterstützt ist. Während der Bewegung bleibt dieser „Hebel mit den beweglichen Massen" im Gleichgewicht.

Ähnliche Überlegungen kann man auch für zwei Körper, die nicht in einem Punkt vereinigt sind, und für mehrere Körper anstellen. Allgemein gilt der **Schwerpunktsatz der Mechanik:**

Wirken in einem abgeschlossenen System nur innere Kräfte, wird der Schwerpunkt (Massenmittelpunkt) des Systems dadurch nicht beeinflußt. Er bleibt in Ruhe oder führt die gleiche Bewegung aus, die er ohne Einwirkung dieser inneren Kräfte ausführen würde.

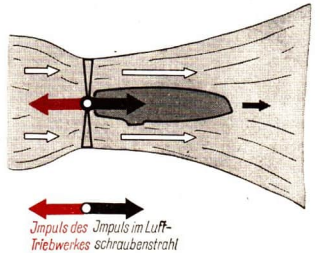
- *Nennen Sie Beispiele für die Gültigkeit des Schwerpunktsatzes der Mechanik!*



184/2 Rückstoßfreies Geschütz (schematisch)

Wird ein Geschoß abgefeuert, so erhält das Gewehr oder das Geschütz nach dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses einen Rückstoß. Bei Maschinenwaffen wird ein Teil der Rückstoßenergie zum neuen Laden ausgenutzt, der Rest wird durch besondere Vorrichtungen kompensiert. In neuerer Zeit wurden rückstoßfreie Geschütze entwickelt, bei denen ein Teil der Pulvergase entgegengesetzt zur Schußrichtung entweichen kann. Sie benötigen keine massereichen Vorrichtungen zum Abfangen des Rückstoßes und können dementsprechend leicht gebaut sein (Bild 184/2).

184/3 Luftschraubentriebwerk



2.3. Die Fortbewegung eines Körpers durch Rückstoß

Der Rückstoß, der beim Fortschleudern eines Körpers nach dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses entsteht, wird in der Technik zum Antrieb von Fahrzeugen verschiedener Art ausgenutzt, vor allem dann, wenn andere Antriebsmöglichkeiten nicht mehr bestehen oder unzweckmäßig sind.

Beim *Luftstrahltriebwerk* wird die eingeströmte oder angesaugte Luft komprimiert und dabei erhitzt. Der eingespritzte Brennstoff entzündet sich, und die Energie der hochgespannten heißen Gase wird weitgehend in Bewegungsenergie gerichtet fliegender Gasteilchen umgewandelt.

Beim Flug in höheren Schichten der Atmosphäre und im kosmischen Raum sind Luftstrahltriebwerke nicht mehr verwendbar. An ihre Stelle treten *Raketentriebwerke.*

Die im Verbrennungsraum des Raketentriebwerkes entstehenden heißen Gase werden nach dem gleichen Prinzip wie beim Luftstrahltriebwerk auf eine hohe Ausströmungsgeschwindigkeit gebracht (Bild 185/1).

Die Geschwindigkeit einer Rakete zu berechnen, ist im allgemeinen sehr kompliziert. Deshalb machen wir einige vereinfachende Annahmen.

Die Rakete besitze beim Abflug die Masse m_0, der Massenausstoß je Zeiteinheit sei konstant, und zwar vom Betrag q. Daraus ergibt sich für die Masse m der Rakete zum Zeitpunkt t

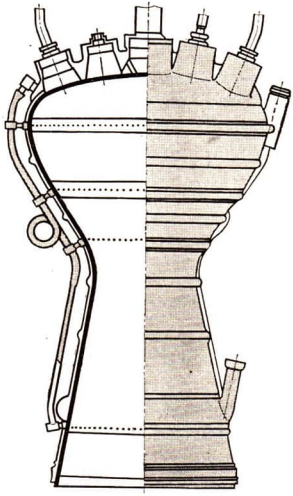
$$m = m_0 - q \cdot t \,.$$

Hat der mitgeführte Treibstoff (Brennstoff und Oxydationsmittel) die Masse m_b ($m_b < m_0$), so beträgt die Brenndauer t_B (die Zeit, nach der der Treibstoff verbraucht ist)

$$t_B = \frac{m_b}{q} \,.$$

Es sei weiterhin angenommen, daß die Schwerkraft die Geschwindigkeit der Rakete bei ihrem Aufstieg nicht verringert. Die Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase sei ebenso wie der zeitliche Massenausstoß konstant, sie habe den Betrag v_a. Aus der Beziehung, daß die Änderung des Impulses eines bewegten Körpers gleich dem diesem zugeführten Kraftstoß ist (6), läßt sich bei bekannter Impulsänderung die Kraft berechnen. Nehmen wir die Schubkraft F der Rakete während der Zeitspanne Δt als konstant an, so ist

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v_a) \,.$$



185/1 Raketentriebwerk (schematisch)

Da die Größe v_a als konstant angenommen wird, läßt sich diese Gleichung auch in der Form

$$F \cdot \Delta t = v_a \cdot \Delta m$$

schreiben. Die Division durch Δt ergibt

$$F = v_a \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Der Differenzenquotient $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ bezeichnet die (durchschnittliche) Massenänderung der Rakete je Zeiteinheit; entsprechend der Annahme hat er den konstanten Wert q. Somit ergibt sich für die Schubkraft F des Raketentriebwerks

$$F = v_a \cdot q.$$

Die Beschleunigung der Rakete beträgt deshalb

$$a = \frac{F}{m}, \qquad a = \frac{v_a \cdot q}{m}. \qquad \boxed{a = \frac{v_a \cdot q}{m_0 - q \cdot t}} \tag{10}$$

Daraus ist ersichtlich, daß die Beschleunigung a der Rakete mit zunehmender Antriebszeit anwächst.

- *Berechnen Sie den Wert der Beschleunigung a beim Abflug der Rakete und bei Brennschluß der Triebwerke!*

Aus der Beschleunigung a erhalten wir durch Integration die Geschwindigkeit v (die Rechnung kann mit den in der 11. Klasse verfügbaren mathematischen Mitteln nicht ausgeführt werden). Es ist

$$v = \int \frac{v_a \cdot q}{m_0 - q \cdot t} \cdot \mathrm{d}t, \quad v = v_a \cdot \ln \frac{m_0}{m_0 - q \cdot t} + C.$$

Wenn $v_0 = 0$ ist, so hat die Integrationskonstante den Wert $C = 0$.

- *Weisen Sie durch Differenzieren der Geschwindigkeitsfunktion v nach, daß die Beschleunigungsfunktion a den durch Gleichung (10) gegebenen Wert hat (Anwendung der „Kettenregel der Differentialrechnung")!*

Für den Zeitpunkt des Brennschlusses des Triebwerks beträgt die Geschwindigkeit

$$\boxed{v_B = v_a \cdot \ln \frac{m_0}{m_0 - m_b}} \tag{11}$$

Die Differenz $m_0 - m_b$ in dieser Gleichung gibt die Masse der Rakete ohne Treibstoff, also ihre Leermasse einschließlich der Masse der Nutzlast, an. Der Quotient $\frac{m_0}{m_0 - m_b}$ heißt *Massenverhältnis* oder, nach dem sowjetischen Gelehrten KONSTANTIN EDUARDOWITSCH ZIOLKOWSKI (1858 bis 1935), dem Begründer der wissenschaftlichen Theorie des Raketenflugs und der Astronautik, *Ziolkowski-Zahl z.*

Die Arbeiten ZIOLKOWSKIS blieben unter der Zarenherrschaft unbeachtet oder wurden totgeschwiegen; erst die Sowjetmacht erkannte ihre Bedeutung, sie unterstützte den Gelehrten großzügig und schuf mit seiner Hilfe bereits damals erste Grundlagen für das Raumfahrtprogramm, das mit dem Start von Sputnik I am 4. Oktober 1957 Wirklichkeit wurde.

Aus der Gleichung (11) ist ersichtlich, daß die Brennschlußgeschwindigkeit einer Rakete bei gegebenem Massenverhältnis der Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase direkt proportional ist. Bei gegebener Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase ist sie um so größer, je größer das Massenverhältnis, d. h. je kleiner bei einer festen Treibstoffmenge die Leermasse einschließlich der Masse der Nutzlast ist.

Aus technischen Gründen lassen sich Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase und Massenverhältnis nicht unbegrenzt steigern. Für die Ausströmungsgeschwindigkeit erreichen die Werte nach dem gegenwärtigen Stand der Technik etwa $3000\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Günstige Werte für das Massenverhältnis liegen gegenwärtig bei etwa 5.

Beispiel

Nimmt man die günstigsten Werte $v_a = 3000\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ und $z = 5$ an, so ergibt sich für die Brennschlußgeschwindigkeit $v_B = 3000\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 1{,}609$, $v_B \approx 4800\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Diese Geschwindigkeit reicht aber nicht aus, um einen Satelliten auf eine Umlaufbahn um die Erde zu bringen (siehe Abschnitt 5.7.2).

Gegenwärtig sind höhere Geschwindigkeiten, wie bereits ZIOLKOWSKI gefolgert hat, nur mittels *Mehrstufenraketen* (Bild 187/1) zu erreichen. Nach dem Gesetz von der Zusammensetzung der Bewegungen addieren sich die Geschwindigkeiten der Raketenstufen. Wir vergleichen nun die Endgeschwindigkeit der zweiten Stufe einer Zweistufenrakete v_B mit den Brennschlußgeschwindigkeiten v_1 der ersten und v_2 der zweiten Stufe, und zwar unter der Annahme, daß die Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase v_a in beiden Stufen gleich ist. Aus der Gleichung

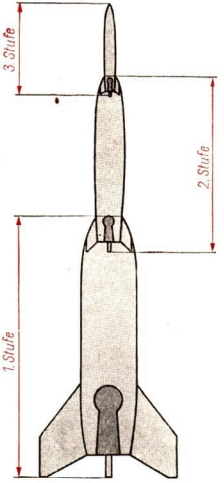
$$v_B = v_1 + v_2$$

folgt, wenn z_1 das Massenverhältnis der ersten und z_2 das der zweiten Stufe ist,

$$v_B = v_a \cdot \ln z_1 + v_a \cdot \ln z_2\,, \qquad v_B = v_a \cdot \ln (z_1 \cdot z_2)\,.$$

Das bedeutet, daß für die Berechnung der Endgeschwindigkeit der zweiten Stufe ein Massenverhältnis gilt, das dem *Produkt der Massenverhältnisse* beider Stufen entspricht.

- *Verallgemeinern Sie diesen Zusammenhang für n Stufen ($n > 2$)!*



187/1 Dreistufenrakete zum Transport künstlicher Himmelskörper

2.4. Der zentrale elastische Stoß

In der Natur und der Technik gibt es viele Vorgänge, bei denen zwei bewegte Körper aufeinandertreffen und nach dem Stoß ihre Bewegungen im allgemeinen mit veränderter Richtung und Geschwindigkeit fortsetzen. Solche Stoßvorgänge, die wir auch bei manchen Sportarten — am ausgeprägtesten beim Billardspiel — antreffen können, sind oft recht kompliziert; zum Verständnis des Grundsätzlichen genügt es, die einfachsten Fälle zu untersuchen.

Zu diesem Zwecke betrachten wir zwei Kugeln mit den Massen m_1 und m_2, die sich mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auf der Verbindungsgeraden ihrer Mittelpunkte, d. h. auf ihrer *Zentralen* bewegen (Bild 188/1). Beim Zusammenstoß ändern sich ihre Geschwindigkeiten und damit auch ihre Impulse.

Wir können die beiden stoßenden Kugeln als abgeschlossenes System betrachten; somit gilt für das System der Kugeln das *Gesetz von der Erhaltung des Impulses*. Bezeichnen wir die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß mit u_1 und u_2, so gilt

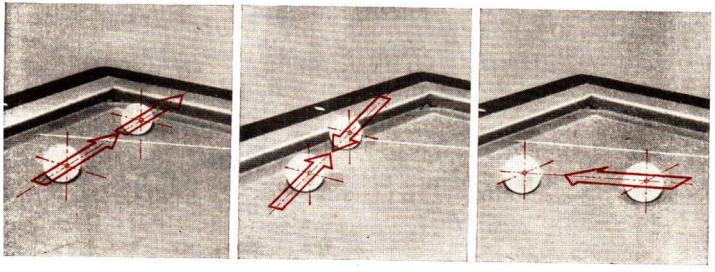
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \,. \tag{12}$$

Diese Gleichung reicht zur Bestimmung von u_1 und u_2 nicht aus, doch lassen sich noch weitere Aussagen über den Vorgang machen. Wird beim Stoß keine mechanische Energie in eine andere Energieform, z. B. in Wärme, umgewandelt, und tritt auch keine bleibende Verformung der Körper ein, so gilt das *Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie*, und die kinetische Energie, welche die Kugeln vor dem Stoß hatten, ist auch nach dem Stoß vorhanden. Es gilt deshalb auch

$$\frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) = \frac{1}{2}(m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2). \tag{13}$$

Ein Stoß dieser Art wird elastischer Stoß genannt; denn die Körper erleiden beim Stoßvorgang nur elastische Verformungen, es wird die potentielle Energie der verformten Körper wieder vollständig in kinetische Energie umgesetzt.

188/1 Zum zentralen Stoß zweier Kugeln
a) beide Kugeln in gleicher Richtung bewegt
b) die Kugeln in entgegengesetzter Richtung bewegt
c) eine Kugel ruhend, die andere bewegt



Der Stoß zwischen Elfenbeinkugeln und Stahlkugeln ist annähernd elastisch. Der elastische Stoß ist ein abstrakter, idealisierter Grenzfall, eine Widerspiegelung der wesentlichen Seiten realer Stoßvorgänge zwischen bestimmten Körpern. In Wirklichkeit wird bei jedem Stoß ein gewisser — wenn auch oft nur geringer — Betrag der kinetischen Energie in Wärme verwandelt, und ein Stoß kann dann als elastischer Stoß betrachtet werden, wenn dieser Betrag vernachlässigt werden kann.

Aus den Gleichungen (12) und (13) können die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 berechnet werden.

Beim Ausführen dieser Rechnung stellen wir der Einfachheit halber zunächst die Gleichungen (12) und (13) wie folgt um:

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) , \tag{12.1}$$

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2) . \tag{13.1}$$

Die Division der zweiten Gleichung durch die erste ergibt

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 . \tag{14}$$

Die beiden Gleichungen (12) und (14) lösen wir nach u_1 und u_2 auf.

Wir finden

$$u_1 = \frac{v_1 (m_1 - m_2) + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{14.1}$$

$$u_2 = \frac{v_2 (m_2 - m_1) + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} \tag{14.2}$$

Beispiel

Elastischer Stoß zweier Kugeln mit folgenden Daten:

1. Kugel: $m_1 = 200\ \text{g}$; $v_1 = 1{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;

2. Kugel: $m_2 = 150\ \text{g}$; $v_2 = -\ 0{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

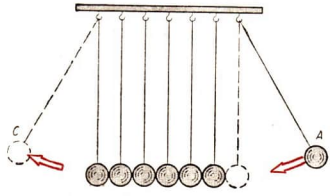
Gesucht sind die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß. Da die Geschwindigkeiten vektorielle Größen sind, bedeutet der negative Wert für v_2 (bei einem positiven Wert für v_1), daß die Bewegung der zweiten Kugel der Bewegung der ersten entgegengesetzt ist, d. h. die Kugeln rollen aufeinander zu. Es ist

$$u_1 = \frac{1{,}2 \cdot 50 - 2 \cdot 150 \cdot 0{,}8}{200 + 150}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} , \qquad u_1 = -\frac{18}{35}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} , \qquad \underline{u_1 = -\ 0{,}514\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$u_2 = \frac{-\ 0{,}8 \cdot (-\ 50) + 2 \cdot 200 \cdot 1{,}2}{200 + 150}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} , \qquad u_2 = \frac{52}{35}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} , \qquad \underline{u_2 = 1{,}486\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} .$$

Die Kugeln setzen ihre Bewegung jeweils in entgegengesetzter Richtung mit veränderter Geschwindigkeit fort.

● *Welches Ergebnis erhalten wir aus den Gleichungen für u_1 und u_2 für die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß, wenn die Massen der Kugeln gleich sind?*



190/1 Gerät zur Stoßübertragung (schematisch)

Zur Demonstration und zum Studium des elastischen Stoßes kann das in Bild 190/1 dargestellte Gerät mit Elfenbein- oder Stahlkugeln gleichen Durchmessers und gleicher Masse verwendet werden. Hängen mehrere Kugeln nebeneinander und läßt man die erste Kugel (A) auf die übrigen stoßen, so steigt nur die letzte Kugel (C) bis zur Fallhöhe empor, alle anderen sind nach dem Stoßen in Ruhe. Stoßen gleichzeitig zwei Kugeln auf die übrigen Kugeln, so beobachten wir, daß die beiden letzten Kugeln gemeinsam abgestoßen werden.

● *Wie ist die zuletzt beschriebene Erscheinung zu erklären? Mit dem Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie wäre es doch zu vereinbaren, daß nur die letzte Kugel, aber mit einer Geschwindigkeit, die das $\sqrt{2}$-fache der Auftreffgeschwindigkeit der beiden Kugeln beträgt, fortgeschleudert wird.*

Den *senkrechten* Stoß einer Kugel gegen eine feste Wand, wie z. B. beim Billardspiel, können wir als Grenzfall des zentralen Stoßes einer Kugel gegen eine zweite auffassen, die einen sehr großen Durchmesser und eine sehr große Masse hat und in relativer Ruhe ist. Bezeichnen wir die Daten der festen Wand mit dem Index 1 und die der Kugel mit dem Index 2, so ist

$$v_1 = 0 \quad \text{und} \quad m_2 \ll m_1 ,$$

so daß m_2 gegenüber m_1 vernachlässigt werden kann. Wir erhalten für den elastischen Stoß aus den Gleichungen für u_1 und u_2

$$u_1 = 0 \quad \text{und} \quad u_2 = - v_2 .$$

Die Kugel bewegt sich also in umgekehrter Richtung, der Betrag ihrer Geschwindigkeit bleibt erhalten.

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Erläutern Sie die Begriffe Kraftstoß und Impuls!
2. Erklären Sie den Unterschied zwischen
   2.1. Kraftstoß und Arbeit,
   2.2. Impuls und kinetischer Energie!
3. Tauchen Sie einen an einer Federwaage hängenden Körper in ein mit Wasser gefülltes Becherglas, dasauf einer Tafelwaage steht. Beobachten Sie das Verhalten der beiden Waagschalen und erklären Sie es!
4. Leiten Sie das Gesetz von der Erhaltung des Impulses aus dem dritten Newtonschen Gesetz her!
5. Welche Endgeschwindigkeit erreicht eine zweistufige Rakete, wenn die Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase in beiden Stufen 2850 $m \cdot s^{-1}$ ist, das Massenverhältnis der ersten Stufe 4,8,

das der zweiten Stufe 3,9 beträgt und infolge des Einflusses des Luftwiderstandes und der Schwerkraft nur 80% der theoretisch möglichen Endgeschwindigkeit erzielt werden?

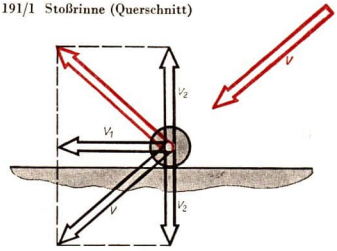
6. Wiederholen Sie die Versuche zum elastischen Stoß mit einer Stoßrinne (Bild 191/1) oder, behelfsmäßig, mit einer Reihe nebeneinanderliegender gleicher Münzen!

7. Eine Elfenbeinkugel von 32 mm Durchmesser stößt mit einer Geschwindigkeit von 1,35 $m \cdot s^{-1}$ zentral gegen eine ruhende Kugel aus gleichem Material mit einem Durchmesser von 64 mm. Welche Geschwindigkeiten haben beide Kugeln nach dem Stoß, elastisches Verhalten vorausgesetzt?

8. Erweitern Sie das auf Seite 189 angegebene Beispiel, indem Sie für die Geschwindigkeiten der Kugeln nicht die Ausgangswerte v_1 und v_2, sondern die erhaltenen Werte u_1 und u_2 annehmen! Erklären Sie das Ergebnis!



191/1 Stoßrinne (Querschnitt)



191/2 Herleitung des Reflexionsgesetzes für den schiefen Stoß gegen eine feste Wand

9. Weisen Sie nach, daß für den *schiefen* elastischen Stoß eines Körpers gegen eine feste Wand das Reflexionsgesetz gilt! Anleitung: Zerlegen Sie die Geschwindigkeit des stoßenden Körpers entsprechend Bild 191/2 in zwei Komponenten, von denen eine senkrecht auf der Wand steht!

Zusammenfassung

1. **Der Kraftstoß ist das Zeitintegral der Kraft.**
   Der Impuls ist das Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit.
   Die Impulsänderung eines Körpers ist gleich dem ihm zugeführten Kraftstoß.
   Kraftstoß und Impuls sind vektorielle Größen von gleicher Dimension.

   Was ergibt sich, wenn der Kraftstoß eine andere Richtung als der dem Körper bereits eigene Impuls hat?

2. **In einem abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Impulse, d. h. der Gesamtimpuls, unverändert.**

   Was ist unter einem abgeschlossenen System zu verstehen?

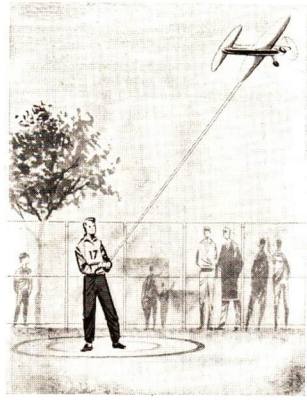
3. **Ein Körper kann durch Rückstoß, entsprechend dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses, fortbewegt werden.**

   Nennen Sie Beispiele für diese Fortbewegungsart!

4. **Beim elastischen Stoß wird die potentielle Energie des verformten Körpers wieder vollständig in kinetische Energie umgesetzt, Impuls und kinetische Energie des Systems der stoßenden Körper bleiben erhalten.**

   Welche Stoßvorgänge in der Natur kommen dem elastischen Stoß nahe?

3. Die Drehbewegung



Mit großer Geschwindigkeit bewegt sich das leinengesteuerte Flugmodell auf einer Kreisbahn um den Modellflieger herum. Die Drehbewegungen haben überall in der Technik große Bedeutung, da bei rotierenden Maschinenelementen — im Unterschied zu hin- und herbewegten Teilen — keine Massen fortwährend beschleunigt und wieder verzögert zu werden brauchen. Mit den Begriffen und Gesetzen der Drehbewegung, läßt sich auch die Bewegung von Himmelskörpern um ein Zentralgestirn erfassen.

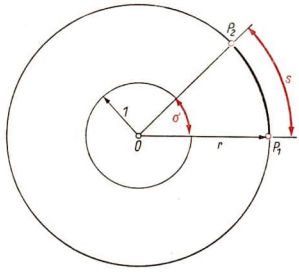
3.1. Die gleichförmige Kreisbewegung

Zwischen der geradlinigen und der kreisförmigen Bewegung bestehen bestimmte Zusammenhänge, die sich aus den die Geschwindigkeit und die Beschleunigung bestimmenden Größen ergeben.

3.1.1. Weg und Drehwinkel

Das Flugmodell bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn; es führt eine *Kreisbewegung* aus. Bei dieser Bewegung unterscheiden wir zwischen dem Weg s, den das Modell auf seiner Bahn zurücklegt, und dem Winkel σ, den die Steuerleine als Leitstrahl r, als *Radiusvektor*, überstreicht (Bild 192/1). Bei dem Bild rechts oben ist zu beachten, daß die Steuerleine mit der Horizontalen einen Winkel bildet.
Hierbei ist es üblich, den Winkel nicht im Gradmaß, sondern im Bogenmaß anzugeben.

● *Welche Angabe im Bogenmaß entspricht dem Vollkreis?*



192/1 Weg und Drehwinkel

Zum Bogen s auf einem Kreis mit dem Radius r gehört der Winkel

$$\sigma = \frac{s}{r} \cdot \tag{15.1}$$

Während der auf dem Kreise zurückgelegte Weg im Längenmaß gemessen wird und damit die Dimension l hat, ist der im Bogenmaß gemessene Winkel eine dimensionslose Größe.

3.1.2. Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit

Legt das Flugmodell in gleichen Zeiten gleiche Wege zurück, überstreicht also die Steuerleine in gleichen Zeiten auch gleiche Winkel, so spricht man von einer *gleichförmigen Kreisbewegung*. Bei dieser Bewegung wird die Bahngeschwindigkeit v wie bei der gleichförmigen geradlinigen Bewegung durch den Quotienten aus dem (auf dem Kreisumfang gemessenen) Weg und der Zeit bestimmt:

$$v = \frac{s}{t} \cdot$$

Bilden wir den Quotienten aus dem Drehwinkel σ und der Zeit t, so erhalten wir eine physikalische Größe, die gleich dem Quotienten aus der Bahngeschwindigkeit v und dem Radius r ist.

● *Beweisen Sie diesen Zusammenhang!*

Die Größe ist die **Winkelgeschwindigkeit ω.**

$$\omega = \frac{\sigma}{t} \quad \text{oder}$$

$$\boxed{\omega = \frac{v}{r}} \cdot \tag{15.2}$$

Die Zeit, in der ein Umlauf längs der Kreisbahn erfolgt, heißt Umlaufzeit T, die Anzahl der Umläufe Umlaufzahl (Drehzahl) n.
Da ein Umlauf im Winkelmaß 2π beträgt, ist bei n Umläufen die Winkelgeschwindigkeit

$$\boxed{\omega = 2 \cdot \pi \cdot n} \tag{15.3}$$

Beispiel

Ein Elektromotor hat eine Drehzahl $n = 3000\ \text{min}^{-1}$.

Wie groß sind

1. Umlaufzahl (in s^{-1}) Umlaufzeit und Winkelgeschwindigkeit seiner Welle,
2. die Bahngeschwindigkeit an der Peripherie einer an der Welle befestigten Riemenscheibe von 120 mm Durchmesser?

Lösung:

1. Umlaufzahl $n = \dfrac{3000\ \text{min}^{-1}}{60\ \dfrac{\text{s}}{\text{min}}}$. $\quad \underline{\underline{n = 50\ \text{s}^{-1}}}$;

Umlaufzeit $T = \dfrac{1}{n}$, $\quad \underline{\underline{T = 0{,}02\ \text{s}}}$;

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50\ \text{s}^{-1}$, $\quad \underline{\underline{\omega \approx 314\ \text{s}^{-1}}}$.

Daraus ist ersichtlich, daß allgemein der Betrag der (in s^{-1} gemessenen) Winkelgeschwindigkeit zahlenmäßig gleich der Anzahl der Umläufe in $2\,\pi$ Sekunden ist.

2. Aus der Beziehung $\omega = \dfrac{v}{r}$ folgt

$v = \omega \cdot r$, $\quad v = 314\ \text{s}^{-1} \cdot 0{,}06\ \text{m}$, $\quad \underline{\underline{v \approx 18{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}}$.

Da die Dimension der Bahngeschwindigkeit (siehe Abschnitt 1.1.) $l \cdot t^{-1}$ ist, beträgt die Dimension der Winkelgeschwindigkeit t^{-1}. Entsprechend ist die Maßeinheit der Winkelgeschwindigkeit s^{-1}.

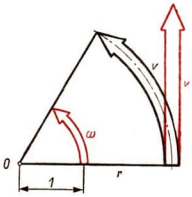
Ist die Kreisbewegung *ungleichförmig*, so wird die Bahngeschwindigkeit wie bei der ungleichförmigen geradlinigen Bewegung durch den Differentialquotienten des Weges nach der Zeit ausgedrückt. Es ist

Bahngeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit
$v = \dfrac{\text{d}s}{\text{d}t}$	$\omega = \dfrac{\text{d}\sigma}{\text{d}t}$

- *Beweisen Sie, daß auch für die ungleichförmige Kreisbewegung*

$\omega = \dfrac{v}{r}$ *gilt!*

Die Bahngeschwindigkeit ist wie die Geschwindigkeit bei einer geradlinigen Bewegung eine vektorielle Größe. Ihre Richtung fällt mit der Tangente an die Bahnkurve zusammen (Bild 194/1).



194/1 Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit

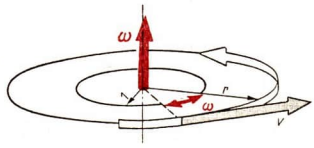
Die Winkelgeschwindigkeit ist ebenfalls durch einen Vektor darstellbar, und zwar durch einen Vektor *senkrecht* zur Bahnebene.

Die Richtung dieses Vektors wird nach folgender Regel festgelegt:

Hält man die gekrümmten Finger der rechten Hand in die Richtung der Kreisbewegung, so zeigt der abgespreizte Daumen die Richtung des Vektors der Winkelgeschwindigkeit an.

Die Zusammenhänge gehen aus dem Bild 195/1 hervor. Die Länge des Vektors wird durch den Betrag der Winkelgeschwindigkeit bestimmt. Die Darstellung der Winkelgeschwindigkeit durch einen Vektor gestattet es, Winkelgeschwindigkeiten auf einfache Weise zu addieren.

Vektoren wie den Vektor der Winkelgeschwindigkeit bezeichnet man als *axiale* Vektoren oder, da ihnen ein Drehsinn zugeordnet ist, auch als *Drehvektoren*. Demgegenüber bezeichnet man Vektoren, die eine Fortschreitungsrichtung angeben, wie die Vektoren der Bahngeschwindigkeit oder der Kraft, als *Schubvektoren*.



195/1 Zur vektoriellen Darstellung der Winkelgeschwindigkeit

3.1.3. Bahnbeschleunigung und Winkelbeschleunigung

Ebenso wie bei der ungleichförmigen geradlinigen Bewegung wird auch bei der ungleichförmigen Kreisbewegung die Beschleunigung durch den Differentialquotienten der Geschwindigkeit nach der Zeit definiert. Somit gelten für

Bahnbeschleunigung	Winkelbeschleunigung
$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$
$a = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$	$\alpha = \frac{\mathrm{d}^2 \sigma}{\mathrm{d}t^2}$

● *In welcher Weise lassen sich die Bewegungsgleichungen für eine gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung darstellen? Beweisen Sie, daß für die Kreisbewegung allgemein gilt*

$$\alpha = \frac{a}{r} !$$

Beispiel

Ein Elektromotor erreicht nach 4 s Anlaufzeit eine Drehzahl von 2400 $\mathrm{min^{-1}}$. Wie groß ist die Winkelbeschleunigung seiner Welle, wenn während dieser Zeit gleichmäßige Beschleunigung angenommen wird?

Lösung:

$\omega = 2\pi \cdot 40\ \mathrm{s^{-1}}$, $\qquad \underline{\underline{\omega = 251{,}3\ \mathrm{s^{-1}}}}$;

$\alpha = \frac{\omega}{t}$, $\qquad \alpha = \frac{251{,}3\ \mathrm{s^{-1}}}{4\ \mathrm{s}}$, $\qquad \underline{\underline{\alpha = 62{,}8\ \mathrm{s^{-2}}}}$.

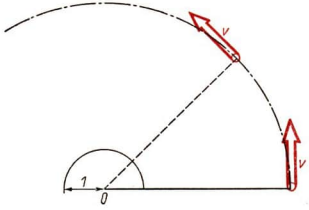
Dieser Wert ist gleich $10 \cdot 2\pi$, d. h. in jeder Sekunde erhöht sich die Drehzahl um 10 Umläufe je Sekunde.

● *Weshalb hätte die Aufgabe auch lauten können, die durchschnittliche Winkelbeschleunigung während der betreffenden Zeit sei zu errechnen?*

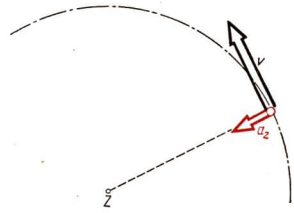
Auch die Winkelbeschleunigung ist wie die Winkelgeschwindigkeit durch einen axialen Vektor darstellbar. Da die Dimension der Bahnbeschleunigung $l \cdot t^{-2}$ ist, beträgt die Dimension der Winkelbeschleunigung gemäß Gleichung (15) t^{-2}. Ihre Maßeinheit ist (s^{-2}).

3.1.4. Zentralbeschleunigung und Zentralkraft

Eine Bewegung wird allgemein als beschleunigt bezeichnet, wenn sich ihre Geschwindigkeit ändert. Die Änderung kann den Betrag der Geschwindigkeit oder ihre Richtung oder beide Größen betreffen. Nach dieser Definition der beschleunigten Bewegung ist jede krummlinige Bewegung beschleunigt, denn sie ändert ihre Richtung (und damit die Richtung ihrer Geschwindigkeit) von Zeitpunkt zu Zeitpunkt.
Bei der gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich nur die Richtung der Bahngeschwindigkeit, ihr Betrag aber bleibt konstant (Bild 196/1). Deshalb muß bei dieser Bewegung der Beschleunigungsvektor senkrecht auf dem Geschwindigkeitsvektor stehen, also stets zum Kreismittelpunkt hin gerichtet sein. Diese Beschleunigung heißt deshalb auch *Zentral-* oder *Radialbeschleunigung* (Bild 196/2).



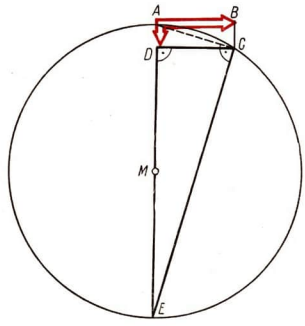
196/1 Änderung der Richtung der Bahngeschwindigkeit bei der gleichförmigen Kreisbewegung



196/2 Bahngeschwindigkeit und Zentralbeschleunigung

- *Weisen Sie nach, daß sich anderenfalls keine gleichförmige Kreisbewegung ergäbe! (Anleitung: Zerlegen Sie die angenommene Beschleunigung in eine Komponente in Bahnrichtung und eine Komponente senkrecht dazu!)*

Um die Größe der Zentralbeschleunigung zu ermitteln, stellen wir folgende Überlegungen an (Bild 196/3): Ein Körper bewegt sich gleichförmig auf einer Kreisbahn vom Radius r mit der Bahngeschwindigkeit v. Würde der Körper, wenn er sich im Punkt A befindet, keine Zentralbeschleunigung und auch keine andersartige Beschleunigung erfahren, so legte er nach dem Trägheitsgesetz in der kleinen Zeitspanne Δt die Strecke $AB = v \cdot \Delta t$ zurück. In Wirklichkeit beschreibt er aber auf dem Kreis den



196/3 Zur Herleitung der Größe der Zentralbeschleunigung

Bogen AC. Fällen wir nun vom Punkt C das Lot auf den Radius MA und bezeichnen wir den erhaltenen Fußpunkt des Lotes mit D, so gibt uns die Strecke AD den Weg an, den der Körper während der Zeitspanne t zum Mittelpunkt hin zurücklegte. Diese Bewegung zum Zentrum hin können wir als freien Fall mit der unbekannten konstanten Zentralbeschleunigung a_z auffassen. Wir erhalten die Gleichung

$$\mathrm{AD} = \frac{1}{2} a_z (\Delta t)^2 .$$

Da wir Δt als sehr klein angenommen haben, können wir die Krümmung des Bogens AC vernachlässigen und AC als Strecke betrachten. Verbinden wir den Punkt C mit dem Punkt E, der in der geraden Verlängerung des Radius AM über M hinaus auf dem Kreisumfang liegt, so erhalten wir das rechtwinklige Dreieck AEC. In diesem Dreieck ist nach dem Höhensatz

$$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AE} \cdot \mathrm{AD} ,$$

das heißt

$$(v \cdot \Delta t)^2 = 2 r \cdot \frac{1}{2} a_z (\Delta t)^2 .$$

Daraus ergibt sich

$$a_z = \frac{v^2}{r} \tag{16.1}$$

oder, wenn $v = \omega \cdot r$ gesetzt wird,

$$a_z = \omega^2 \cdot r . \tag{16.2}$$

Eine konstante Zentralbeschleunigung tritt auf, wenn sich ein Körper mit konstanter Bahngeschwindigkeit v beziehungsweise mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf einem Kreis mit dem Radius r bewegt.

Wenn Beschleunigungen auftreten, so schließen wir nach dem zweiten Newtonschen Gesetz auf das Wirken von Kräften. Demnach muß bei der gleichförmigen Kreisbewegung eines Körpers eine Kraft F_z vorhanden sein, die zum Kreismittelpunkt hin gerichtet ist und deshalb *Zentralkraft* genannt wird. Ihr Betrag ergibt sich aus dem zweiten Newtonschen Gesetz; wenn der Körper die Masse m hat, ist die **Zentralkraft**

$$F_z = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad \text{oder}$$

$$\boxed{F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r} \tag{17}$$

Beispiel

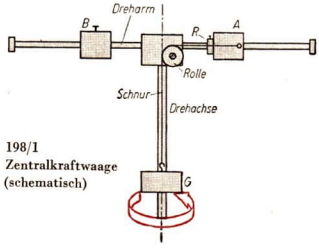
Ein Körper mit der Masse $m = 100$ g wird an einem $r = 1$ m langen Faden in der Sekunde 2 mal im Kreise herumgeschleudert.

Zunächst berechnen wir die Winkelgeschwindigkeit. Nach dem Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit und der Umlaufzahl folgt

$\omega = 2\pi \cdot n_*$, $\omega = 2\pi \cdot 2\ \mathrm{s}^{-1}$,
$\omega \approx 12{,}6\ \mathrm{s}^{-1}$;

$F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r$, $F_z = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 12{,}6^2\ \mathrm{s}^{-2} \cdot 1\ \mathrm{m}$,
$F_z = 15{,}8\ \mathrm{N}$.

Diese Kraft ist ungefähr gleich 1,6 kp.
Hört die Zentralkraft auf zu wirken, z. B. wenn der Faden bei einem im Kreis herumgeschwungenen Körper reißt, so bewegt sich der Körper infolge seiner Trägheit auf einer Bahntangente weiter, und zwar mit konstanter Geschwindigkeit, solange keine bremsenden Einflüsse wirken.



198/1
Zentralkraftwaage
(schematisch)

Versuch zur Ermittlung der Zentralkraft mit der Zentralkraftwaage:

Die Zentralkraftwaage ist eine Vorrichtung, bei der ein Körper auf einem Dreharm gleiten kann und die eine Messung der auf den gleitenden Körper einwirkenden Kraft ermöglicht. Nach Bild 198/1 ist ein Körper mit der Masse m durch eine über eine Rolle geführte Schnur mit einem Wägestück verbunden, das an der vertikalen Drehachse der Vorrichtung gleitet. Ein an den Dreharm geklemmter Schraubring begrenzt die Dreharmlänge. Der dem Körper A gegenüber an dem Dreharm befestigte Körper B dient als Ausgleichsmasse. Die Vorrichtung wird mit einer Schwungmaschine in Drehung versetzt. Rotiert die Waage so schnell, daß sich der Körper A gerade vom Schraubring löst, so ist die auf den Körper wirkende Zentralkraft F_z gleich dem Gewicht von G. Verdoppelt man zum Beispiel bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω den Radius r, so muß man auch G verdoppeln. Läßt man r unverändert, verdoppelt dafür aber die Winkelgeschwindigkeit ω, so ist das vierfache Gewicht von G zum Erzeugen der Zentralkraft notwendig.

Welche Veränderung von G ist in diesem Beispiel erforderlich, wenn bei unverändertem Radius und unveränderter Winkelgeschwindigkeit die Masse des Körpers A (und zum Ausgleich auch die Masse von B) verdoppelt wird?

Fragen und Antworten

1. Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit!
2. In welchen Maßeinheiten werden Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung gemessen? Vergleichen Sie diese Einheiten mit den Einheiten für die entsprechenden Größen der fortschreitenden Bewegung!
3. Erörtern Sie die Unterschiede zwischen dem freien Fall, dem horizontalen Wurf und der gleichförmigen Kreisbewegung! Bei diesen Bewegungen hat die Beschleunigung einen konstanten Betrag!
4. Auf welche Weise kann man die Größe der Zentralbeschleunigung einer gleichförmigen Kreisbewegung ermitteln?
5. Beim Hammerwerfen wird der Wurfkörper, der eine Masse von 7,25 kg hat, vor dem Loslassen in 1 s etwa $1^1/_2$ mal herumgeschwungen. Mit welcher Kraft muß der Sportler das Gerät festhalten, wenn ein Bewegungsradius von 1,8 m angenommen wird?

3.2. Bezugssysteme bei der Drehbewegung

Soll ein Körper, der eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, auf seiner Bahn gehalten werden, so bedarf es einer Kraft. Diese Kraft ist die *Zentralkraft* (siehe Abschnitt 3.1.4.).

Diese Zusammenhänge gelten für ein ruhendes, der Drehbewegung des Körpers nicht folgendes Bezugssystem. Andere Zusammenhänge ergeben sich, wenn man die Bewegung auf ein *mitrotierendes* System bezieht. In diesem System ist der Körper in Ruhe. Er muß aber durch eine Kraft festgehalten werden, damit er seine Kreisbahn nicht nach außen verläßt. Die Trägheitswirkung zeigt sich nämlich in diesem mitrotierenden Bezugssystem als Kraft, die den Körper vom Mittelpunkt fortzieht. Man nennt diese Kraft deshalb **Fliehkraft** oder **Zentrifugalkraft** Z.

Beim Loslassen des Körpers, wenn also die Zentralkraft zu wirken aufhört, bewegt sich der Körper im mitrotierenden System nicht in der Wirkungslinie der Fliehkraft weiter, d. h. radial nach außen, sondern auf einer seitlich abgelenkten Bahn.

- *Wie ist die Erscheinung zu erklären?*

Die im mitrotierenden System auftretende Fliehkraft entspricht der Trägheitswirkung, die im ruhenden System von der zum Kreismittelpunkt gerichteten Kraft überwunden werden muß. Deshalb sind bei der gleichförmigen Kreisbewegung die Beträge der Zentralkraft und der Fliehkraft einander gleich, ihre Richtungen einander entgegengesetzt.

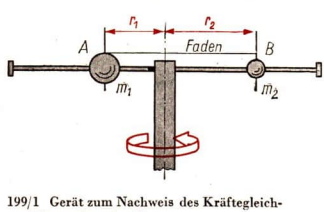
Somit gilt auch für den Betrag der Fliehkraft Z die Gleichung (17)

$$Z = m \cdot \omega^2 \cdot r \,.$$

Die Kraftwirkungen in einem mitrotierenden Bezugssystem können wir mit Hilfe der in Bild 198/1 dargestellten Zentralkraftwaage untersuchen, wenn der rotierende Körper A mit der Masse m_1 nicht mit einem axial beweglichen Wägestück, sondern mit einem zweiten, auf dem anderen Schwungarm beweglichen Körper B mit der Masse m_2 durch einen Faden verbunden ist (Bild 199/1). Bei dieser Anordnung wirken die Fliehkräfte der Körper A und B entgegengesetzt. Die beiden Körper behalten ihre Lage bei der Rotation bei, wenn sich ihre Abstände r_1 und r_2 von der Rotationsachse umgekehrt wie ihre Massen verhalten, oder, anders ausgedrückt, wenn

$$m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$$

ist.



199/1 Gerät zum Nachweis des Kräftegleichgewichts rotierender Körper

- *Weshalb spielt bei diesem Versuch die Rotationsgeschwindigkeit der Zentralkraftwaage keine Rolle?*

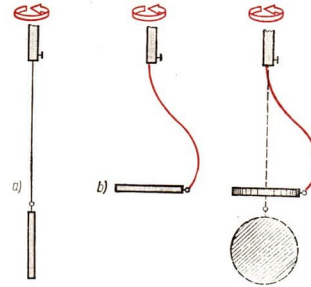
3.2.2. Rotierende Körper

Wir hängen einen Stab nach Bild 200/1 an die Welle einer Schwungmaschine und versetzen ihn in rasche Drehung. Zunächst rotiert der Stab um seine Längsachse.

Dabei gerät er bald ins Schlingern, und es treten Fliehkräfte auf, die nicht mehr ausgeglichen werden können. Diese Kräfte bewirken, daß der Stab schließlich in horizontaler Lage um eine Querachse durch seinen Schwerpunkt rotiert (Bild 200/1). Ähnlich verhalten sich eine Scheibe oder ein Ring (Bild 200/2).

Achsen, die nicht, wie z. B. bei einem Schwungrad, durch ein Lager festgelegt sind, sich aber trotzdem bei der Rotation nicht ändern, heißen freie Achsen.

Bei der Rotation eines Körpers um eine freie Achse sind die Fliehkräfte der einzelnen Teilchen des Körpers untereinander im Gleichgewicht, anders gesagt, die Resultierende dieser Fliehkräfte ist gleich Null (siehe Abschnitt 3.2.1.).



200/1 Gleichgewichtslagen eines rotierenden Stabes

200/2 Gleichgewichtslagen einer rotierenden Kreisscheibe

Jeder Körper hat mindestens zwei freie Achsen; sie gehen durch seinen Schwerpunkt.

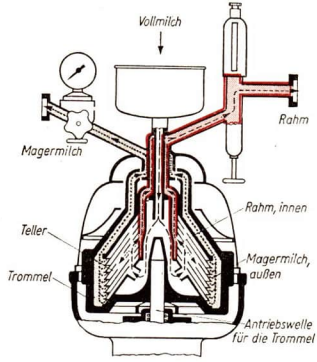
● *Begründen Sie, daß bei einer homogenen Kugel jeder Durchmesser freie Achse sein kann!*

Beispiel:

Bei rotierenden Maschinenteilen muß die Drehachse mit einer freien Achse zusammenfallen, die Teile müssen *ausgewuchtet* sein. Zum Beispiel haben Kurbelwellen entsprechende Ausgleichsmassen, ebenso die Treibräder von Lokomotiven. Sind rotierende Teile nicht ausgewuchtet, so wirkt die Resultierende der Fliehkräfte (im ruhenden System die Resultierende der Trägheitswirkungen) auf die Wellen und Lager und führt zu deren vorzeitiger Abnutzung.

3.2.3. Trägheitswirkungen rotierender Körper in der Technik

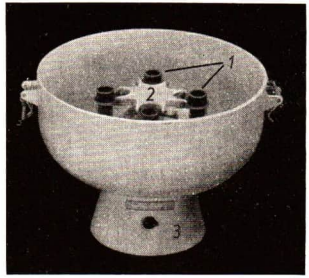
In der *Milchzentrifuge* wird der Rahm dadurch von der Magermilch getrennt, daß man die Vollmilch, eine Emulsion von Fetttröpfchen in einer wäßrigen Lösung, in einem Kessel in rasche Drehung versetzt. Da die Fliehkraft der Masse proportional ist, wird die Magermilch wegen ihrer größeren Dichte nach außen getrieben und dort ab-



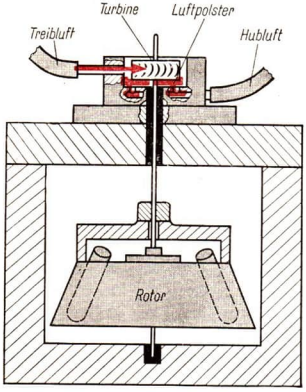
200/3 Schnitt durch eine Milchzentrifuge

gesondert, während sich der Rahm auf der Innenseite der rotierenden Flüssigkeitsmasse nahe der Drehachse abscheidet. In der Technik und der Medizin verwendet man zum *Trennen von Suspensionen und Emulsionen* gleichfalls Zentrifugen (Bild 201/1). Auch in der *Wäschetrockenschleuder* wird die Fliehkraft ausgenutzt.

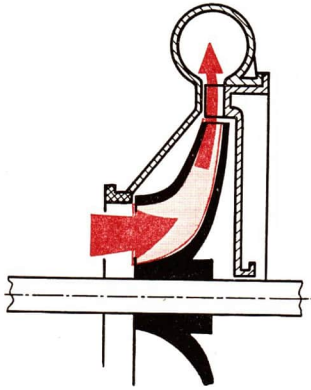
Mittels schnellaufender Zentrifugen können Fliehkräfte erreicht werden, die ein Vielfaches der Schwerkraft an der Erdoberfläche betragen. Zum Beispiel können in einer Kabine, die sich am Ende eines rotierenden Armes befindet, Schwereverhältnisse



201/1 Medizinische Zentrifuge



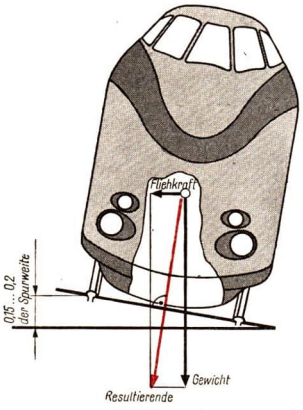
201/2 Ultrazentrifuge (schematisch)



201/3 Kreiselpumpe (schematisch)

nachgeahmt werden, wie sie beim Aufstieg und bei der Landung eines Raumschiffes auftreten. Mit Hilfe von *Ultrazentrifugen* können Fliehkräfte bis zum 10^5-fachen der Erdbeschleunigung g hervorgerufen werden (Bild 201/2). Man verwendet solche Geräte zur Strukturanalyse und Molekulargewichtsbestimmung bei hochmolekularen Stoffen.

Auf der Ausnutzung der Fliehkraft beruhen auch die *Kreiselpumpe* (Bild 201/3) und der *Turbokompressor*.



202/1 Zur Bestimmung der Schienenüberhöhung

Erläutern Sie, weshalb bei Eisenbahnstrecken die Kurven nach außen hin überhöht sind!

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Erläutern Sie den Unterschied zwischen Zentralkraft und Fliehkraft (Zentrifugalkraft)!
2. Führen Sie den in Abschnitt 3.2.2. beschriebenen Versuch zur Rotation eines Körpers um eine freie Achse mit einer in sich geschlossenen, an einem Faden befestigten Kette durch und erklären Sie das Ergebnis!
3. Wie stark muß sich ein Motorradfahrer, der mit einer Geschwindigkeit von 25 km · h^{-1} durch eine Kurve von 20 m Radius fährt, nach innen neigen, damit die Resultierende von Schwerkraft und Fliehkraft in die Ebene des Rades fällt?
4. Welche Drehzahl muß ein Umlaufgerät zum Training eines Kosmonauten erreichen, wenn sein Dreharm eine Länge von 6 m hat und in der Kabine eine Zentrifugalbeschleunigung hervorgerufen werden soll, die fünfmal so groß wie die Schwerebeschleunigung auf der Erdoberfläche ist?

Zusammenfassung

1. **Bei einer Dreh- oder Umlaufbewegung wird zwischen Bahngrößen und Winkelgrößen unterschieden.**

   Fertigen Sie eine Tabelle an, in der die Größen der Drehbewegung den entsprechenden Größen der geradlinig fortschreitenden Bewegung gegenübergestellt werden, und erläutern Sie den Zusammenhang!

2. **Jede Bewegung auf gekrümmter Bahn ist eine beschleunigte Bewegung; denn bei ihr wird infolge der Beschleunigung zumindest die Richtung der Geschwindigkeit geändert.**

   Vergleichen Sie die geradlinige und die kreisförmige Bewegung hinsichtlich ihrer Beschleunigung!

3. **Bei der gleichförmigen Kreisbewegung ist die Beschleunigung zum Kreismittelpunkt gerichtet.**

   Weshalb bedingt diese Zentralbeschleunigung bei einer gleichförmigen Kreisbewegung keine Änderung des Betrags der Bahngeschwindigkeit?

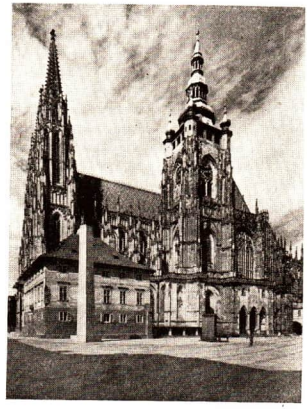
4. **Die im mitrotierenden Bezugssystem auftretende Fliehkraft hat den gleichen Betrag wie die Zentralkraft, ist dieser aber in der Richtung entgegengesetzt.**

   Begründen Sie den Zusammenhang zwischen Fliehkraft und Zentralkraft!

5. **Schnell rotierende Maschinenteile müssen ausgewuchtet sein, da anderenfalls Kräfte auftreten, die die Lager beschädigen können.**

   Wie ist der Begriff der freien Achse definiert?

4. Die harmonische Bewegung



Im Turm der Prager St.-Veits-Kathedrale steuert ein hin- und herschwingendes Pendel von 4,11 m Länge den Gang der Uhr.
Solch eine Schwingung ist ein Vorgang, der in der Mechanik, Akustik, Elektrizitätslehre und in der Optik untersucht wird.
Einige dieser allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Schwingungen und Wellen wurden im Physikunterricht bereits behandelt; nunmehr wird als wichtiger Sonderfall einer Schwingung die harmonische Bewegung betrachtet.

4.1. Die harmonische Schwingung

4.1.1. Das Gesetz der harmonischen Schwingung

Wenn eine belastete Schraubenfeder durch eine nach unten wirkende Zugkraft aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht und darauf freigegeben wird, so führt der an der Feder hängende Körper *Schwingungen* aus. Bei diesen Schwingungen ist nach dem Hookeschen Gesetz die bewegende Kraft in jedem Augenblick dem Abstand des Körpers von seiner Ruhelage direkt proportional. Sie ist stets auf die Ruhelage hin gerichtet.

- *Inwiefern gilt das auch für den Teil der Schwingung, bei dem sich der Körper oberhalb seiner Gleichgewichtslage befindet?*

Bezeichnet man den Abstand des Körpers von der Gleichgewichtslage mit y und die rücktreibende Kraft mit F, so ist $F \sim y$ oder nach Einführung eines Proportionalitätsfaktors k

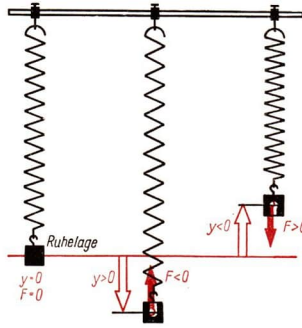
$$F = -k \cdot y .$$

Das Minuszeichen drückt die Richtung der rücktreibenden Kraft in bezug auf die Lage des Körpers aus (Bild 204/1).

Schwingungen, bei denen die Kraft, der die schwingende Masse unterworfen ist, dem Abstand dieser Masse von der Ruhelage proportional und gegen die Ruhelage gerichtet

ist, werden *harmonische Schwingungen* genannt. Sie führen diesen Namen, weil auch die Teile einer tönenden Saite oder Zunge derartige Schwingungen ausführen.

Bei einer harmonischen Schwingung ist die auf den schwingenden Körper einwirkende Kraft dem Abstand der Masse von der Ruhelage proportional und gegen die Ruhelage gerichtet.



204/1 Kraftwirkung an einer belasteten Schraubenfeder, die aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht ist

Wenn der Körper auf geradliniger Bahn schwingt, so spricht man von einer *linearen* harmonischen Schwingung.

Um den Bewegungsablauf bei der harmonischen Schwingung zu ermitteln, untersuchen wir nun die Beschleunigung, die der schwingende Körper erfährt. Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz ist die Beschleunigung gleich dem Quotienten aus Kraft und Masse. Für die bei der harmonischen Schwingung auftretende Beschleunigung a ergibt sich somit

$$\boxed{a = -\frac{k}{m} \cdot y} \quad . \tag{18}$$

Die harmonische Schwingung ist demnach eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung mit ortsabhängiger Beschleunigung.

Beispiel

An eine Schraubenfeder wird ein Körper von 200 g Masse gehängt, die Feder erfährt dadurch eine Verlängerung (bis in die Ruhelage der Schwingung) um 5 cm. Da elastisches Verhalten der Feder vorausgesetzt wird, entspricht einer Verlängerung um 1 cm eine Kraft von $\frac{200}{5}\,\mathrm{p} = 40\,\mathrm{p} \approx 0{,}4\,\mathrm{N}$. Somit beträgt der Proportionalitätsfaktor $k = 0{,}4\,\mathrm{N \cdot cm^{-1}}$.

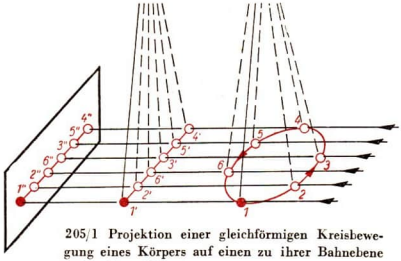
Bei einer weiteren Dehnung der Feder um 2 cm ist deshalb die rücktreibende Kraft

$F = -\,0{,}4\,\mathrm{N \cdot cm^{-1}} \cdot 2\,\mathrm{cm}$, $\underline{\underline{F = -\,0{,}8\,\mathrm{N}}}$.

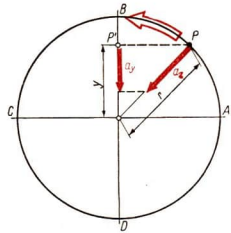
Daraus ergibt sich die Beschleunigung, die der schwingende Körper im betreffenden Punkt erhält:

$$a = -\frac{0{,}8\,\mathrm{N}}{0{,}2\,\mathrm{kg}}, \qquad \underline{\underline{a = -\,4\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}}}.$$

Aus der für die harmonische Schwingung kennzeichnenden Gleichung (18) läßt sich jedoch mit den mathematischen Hilfsmitteln, die in der Schule zur Verfügung stehen,



205/1 Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung eines Körpers auf einen zu ihrer Bahnebene senkrechten Schirm



205/2 Zur Herleitung der Gleichung der harmonischen Schwingung

der zeitliche Ablauf der Bewegung nicht herleiten. Deshalb wählen wir den Weg über eine Hilfsbewegung, deren Ablauf uns bekannt ist.

Wir denken uns einen Körper, der eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, durch paralleles Licht auf einen zu seiner Bahnebene senkrechten Schirm projiziert. Praktisch ließe sich das mit Hilfe eines Kegelpendels (Bild 205/1) erreichen. Der Schatten dieses Körpers führt auf dem Schirm eine schwingende Bewegung aus. Wir bezeichnen den umlaufenden Körper mit P und dessen Projektion, die wir entsprechend Bild 205/2 auf einem Durchmesser des Bahnkreises (BD) annehmen, mit P'. Läuft P mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um, so wirkt auf ihn nach (16) die Zentralbeschleunigung $a_z = \omega^2 \cdot r$.

Die Bewegung von P' verläuft so, als ob auf ihn in der Richtung P'O die in seine Bahn fallende Komponente a_y der Zentralbeschleunigung wirkt. Nach dem Strahlensatz ist

$$\frac{a_y}{a_z} = \frac{y}{r} \qquad \text{und damit} \qquad a_y = \frac{a_z}{r} \cdot y \,.$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung sind a_z und r konstant. Der Abstand y des Körpers P' von O ist veränderlich. Daraus ergibt sich, daß die Beschleunigung a_y dem Abstand y des Punktes P' von der Mittellage O proportional und nach O hin gerichtet ist. Das aber ist das kennzeichnende Merkmal einer harmonischen Schwingung.

Die senkrechte Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auf einen Durchmesser ist eine harmonische Schwingung.

Nunmehr können wir aus der gleichförmigen Kreisbewegung den Schwingungsablauf herleiten. In der Zeit T, in der P einen vollen Umlauf auf dem Kreis zurücklegt, führt P' eine volle Schwingung aus; T ist somit die Schwingungsdauer. Der Winkel φ, den P vom Punkt A aus in der Zeit t zurückgelegt hat, heißt Phasenwinkel oder kurz *Phase*. Zwischen T, t und dem im Bogenmaß angegebenen Winkel φ besteht die Beziehung

$$t : T = \varphi : 2\pi \,.$$

Daher ist

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t \qquad \text{oder} \qquad \varphi = \omega \cdot t .$$

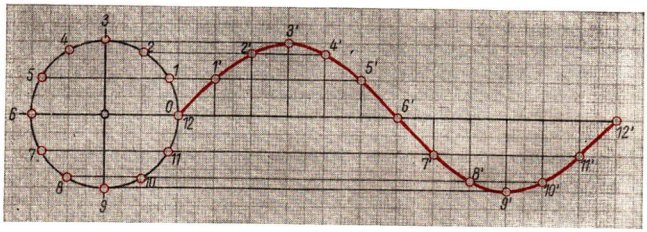
Die jeweilige Entfernung $P'O = y$ des schwingenden Körpers von der Mittellage bezeichnet man als seine *Elongation*. Aus der Abbildung ist ersichtlich

$$y = r \cdot \sin \varphi ,$$

$$\boxed{y = r \cdot \sin (\omega \cdot t)} \tag{19}$$

Die Elongation ist dem Sinus des Phasenwinkels proportional.

Deshalb wird die harmonische Schwingung auch *Sinusschwingung* genannt. Die grafische Darstellung des Schwingungsablaufs ist aus Bild 206/1 zu ersehen.



206/1 Grafische Darstellung des zeitlichen Ablaufs einer harmonischen Schwingung

4.1.2. Die Dauer der harmonischen Schwingung

Aus der für die Zentralbeschleunigung geltenden Gleichung (16)

$$a_z = \omega^2 \cdot r ,$$

$$a_z = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

und aus dem Zusammenhang zwischen der Zentralbeschleunigung und der auf den schwingenden Körper einwirkenden Beschleunigung

$$a_z : a_y = r : y$$

läßt sich eine Beziehung zwischen der Umlaufzeit T, die gleich der Schwingungsdauer ist, und der Beschleunigung a_y aufstellen. Aus dieser Beziehung können wir, da a_y durch die Gleichung (18) gegeben ist, die Schwingungsdauer T errechnen.

Es ist

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{a_z}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{a_y}}.$$

Nach der Gleichung (18) ist $a_y = -\frac{k}{m} \cdot y$; der Quotient $\frac{y}{a_y}$ hat somit den absoluten Betrag $\frac{m}{k}$. Daraus folgt

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \tag{20}$$

Beispiel

Für den im Beispiel auf Seite 204 beschriebenen Federschwinger ist
$k = 0{,}4\ \mathrm{N \cdot cm^{-1}} = 40\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Daraus ergibt sich eine Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2\ \mathrm{kg}}{40\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{0{,}005}\ \mathrm{s},$$

$$T \approx 0{,}44\ \mathrm{s}.$$

Weshalb wurde bei der Ausrechnung für k die Angabe in $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$ (nicht in $\mathrm{N \cdot cm^{-1}}$) verwendet?

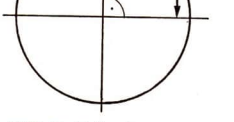
Da in der Gleichung für die Schwingungsdauer die Schwingungsweite nicht auftritt und auch die anderen Größen von der Schwingungsweite unabhängig sind, folgt:

Die Dauer einer harmonischen Schwingung ist jeweils von der Schwingungsweite unabhängig.

Der reziproke Wert der Schwingungsdauer heißt *Frequenz* (Formelzeichen f oder ν). Da die Dimension der Schwingungsdauer t beträgt, ist die Dimension der Frequenz t^{-1}. Die Maßeinheit der Frequenz ist das Hertz (Hz); $1\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{s^{-1}}$.

Fragen und Aufgaben

1. Was versteht man unter einer harmonischen Schwingung? Welches ist ihr kennzeichnendes Merkmal?
2. Nennen Sie Beispiele für harmonische Schwingungen!
3. Weisen Sie nach, daß bei der Projektion eines gleichförmig kreisenden Punktes auf zwei Durchmesser, die aufeinander senkrecht stehen, zwei harmonische Schwingungen mit einer Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ entstehen (Bild 207/1)!
4. An einer vertikal hängenden Schraubenfeder wird ein Körper befestigt und in Schwingung versetzt. Wie ändert sich die Schwingungsdauer, wenn ein zweiter Körper mit gleicher Masse hinzugefügt wird? Überprüfen Sie das theoretisch gefundene Ergebnis experimentell!



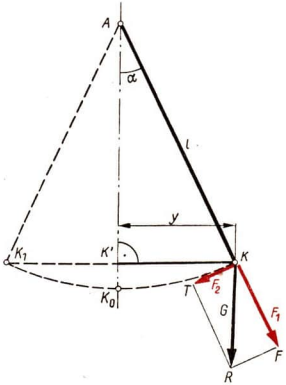
207/1 Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auf zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser

4.2. Das Schwerependel

Der Bewegungsablauf eines schwingenden Pendels folgt bestimmten Gesetzmäßigkeiten. Um diese zu ermitteln, wollen wir von theoretischen Erwägungen ausgehen und die Ergebnisse experimentell überprüfen.

● *Was ist ein mathematisches Pendel?*

Wir beschränken uns auf kleine Ausschläge eines mathematischen Pendels; das berechtigt uns zu der vereinfachenden Annahme, daß die Schwingung des Pendelkörpers nicht auf einem Kreisbogen, sondern auf einer geraden Linie erfolgt. In Bild 208/1 wäre der Bogen KK_0K_1 dann durch die Strecke $KK'K_1$ zu ersetzen.
Der Pendelfaden habe die Länge l und sei um den Winkel α aus seiner Ruhelage ausgelenkt. Wir zerlegen das an dem Pendelkörper angreifende Gewicht G in zwei Komponenten F_1 und F_2, von denen die erste (KF) in der Richtung des Fadens, die zweite (KT) in der Richtung der Bahntangente wirkt. Die Dreiecke KRT und KRF stimmen mit dem Dreieck AKK′ außer im rechten Winkel auch im Winkel α überein. Somit ist die Komponente KF gleich



208/1 Fadenpendel (mathematisches Pendel)

$$F_1 = G \cdot \cos\alpha;$$

sie spannt den Faden. Die Komponente KT ist

$$F_2 = G \cdot \sin\alpha;$$

sie beschleunigt den Pendelkörper in der Richtung seiner Bahn. Wird der Abstand KK′, den der Körper von der Lotlage des Fadens hat, mit y bezeichnet, so ist

$$\sin\alpha = \frac{y}{l}.$$

Daraus folgt

$$F_2 = \frac{G}{l} \cdot y,$$

$$F_2 = \frac{m \cdot g}{l} \cdot y. \qquad (21)$$

Die beschleunigende Kraft ist somit dem Abstand des Pendelkörpers von der Mittellage proportional. Unter der vereinfachenden Annahme kleiner Winkelausschläge kann man den Abstand des Körpers von der Mittellage und das Bahnstück, auf dem sich der Körper bis zur Mittellage bewegt, gleichsetzen. In diesem Falle sind die Bedingungen für eine harmonische Bewegung gegeben. Deshalb kann man die Bewegung des Pendel-

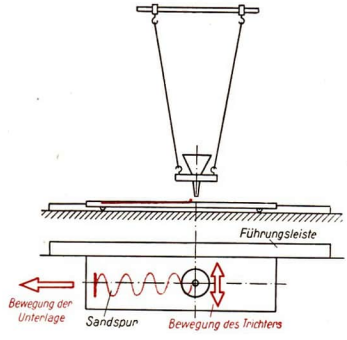
körpers bei kleinen Winkelausschlägen annähernd als harmonische Bewegung auffassen:

Bei kleinen Winkelausschlägen schwingt ein Fadenpendel nahezu harmonisch.

Der experimentelle Nachweis kann mit Hilfe des in Bild 209/1 dargestellten Sandpendels erbracht werden (siehe auch Lehrbuch Physik Kl. 10).
Die Schwingungsdauer des Fadenpendels können wir mit Hilfe der Gleichung für die Dauer der harmonischen Schwingung berechnen. Setzen wir in der Gleichung

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{a_y}}$$

für die Beschleunigung a_y den Wert ein, den wir aus der Gleichung (20) erhalten, indem wir F_2 nach dem zweiten Newtonschen Gesetz durch die Masse m dividieren, so ergibt sich



209/1 Sandpendel

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \qquad (22.1)$$

Bei kleinen Winkelausschlägen ist die Schwingungsdauer eines Fadenpendels der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt und der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung umgekehrt proportional.

- *Weisen Sie experimentell nach, daß unter den genannten Bedingungen die Schwingungsdauer eines Fadenpendels von der Masse des Pendelkörpers und von der Größe des Ausschlags praktisch unabhängig ist!*

Werden die Pendellänge l und die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels gemessen, so ergibt die Auflösung der Gleichung (22.1) nach der Fallbeschleunigung g für diese den Wert

$$\boxed{g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2}} \qquad (22.2)$$

Der gefundene Wert ist jedoch mit einem Fehler behaftet, der bei Winkelausschlägen unter 5° etwa in der Größenordnung 10^{-3} liegt.

- *Erklären Sie die Ursachen für diesen Fehler!*

Versuche, Fragen, Aufgaben

1. Weshalb gilt die Gleichung (22), das Pendelgesetz, genügend genau nur für kleine Winkelausschläge?
2. Stellen Sie einen Versuchsplan zum Nachweis der Beziehung auf, daß die Schwingungsdauer eines Fadenpendels bei kleinen Winkelausschlägen der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt proportional ist! Führen Sie die geplanten Versuche aus, einschließlich einer Fehlerabschätzung bei den Ergebnissen!
3. Fertigen Sie ein Sekundenpendel an, d. h. ein Fadenpendel, bei dem die Dauer eines einzigen Hin- *oder* Herganges 1 Sekunde beträgt!
4. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Fadenpendels und einer Stoppuhr die Fallbeschleunigung am Beobachtungsort! Wie müssen Sie den Versuch anlegen, um einen möglichst genauen Wert zu erhalten?
5. FOUCAULT verwendete bei seinem berühmten Pendelversuch zum Nachweis der Erdrotation (1852 im Pantheon in Paris) ein Pendel mit einer Länge von 67 m und einem Pendelkörper von 28 kg. Berechnen Sie die Schwingungsdauer dieses Pendels!

Zusammenfassung

1. **Eine Schwingung heißt harmonisch, wenn die auf den schwingenden Körper einwirkende Kraft dem Abstand von der Ruhelage proportional und gegen die Ruhelage gerichtet ist.**

   Weshalb wird eine harmonische Schwingung auch Sinusschwingung genannt?

2. **Die Dauer einer harmonischen Schwingung ist von der Schwingungsweite unabhängig.**

   Welcher Zusammenhang besteht zwischen Schwingungsdauer und Frequenz?

3. **Bei kleinen Ausschlägen schwingt ein Fadenpendel nahezu harmonisch.**

   Begründen Sie diese Aussage!

4. **Mit Hilfe eines Fadenpendels kann der Wert der Schwerebeschleunigung experimentell ermittelt werden.**

   Von welchen Faktoren ist die Genauigkeit dieses Experiments abhängig?

5. Die Gravitation



Die Kenntnis der Gesetzmäßigkeiten der Gravitation ist für die Bahnbestimmung natürlicher und künstlicher kosmischer Objekte wie auch für Rückschlüsse auf die Massenverteilung in der Erdkruste und damit auf das Vorhandensein von Bodenschätzen Voraussetzung.
Gravimetrische und andere Meßverfahren werden von den Geologen unter oft schwierigen Bedingungen angewendet.

5.1. Die Keplerschen Gesetze

Die Gravitation, die gegenseitige Anziehung der Körper vermöge ihrer Masse, ist eine allgemeine physikalische Gesetzmäßigkeit der Materie. Sie besteht zu allen Zeiten an jedem Orte und wirkt zwischen den Himmelskörpern in prinzipiell gleicher Weise wie zwischen den Molekülen eines Gases.
Gestützt auf die Theorien des großen polnischen Gelehrten NIKOLAUS KOPERNIKUS (1473 bis 1543) untersuchte der deutsche Mathematiker und Astronom JOHANNES KEPLER (1571 bis 1630) die zahlenmäßigen Zusammenhänge bei der Bewegung der Planeten. Er griff dabei in erster Linie auf die umfangreichen Beobachtungsergebnisse des dänischen Astronomen TYCHO BRAHE (1546 bis 1601) zurück, mit dem er im Jahre 1600 in Prag zusammenarbeitete. Die Genauigkeit der Beobachtungen TYCHO BRAHES verdient besondere Beachtung, da sie noch vor der Erfindung des Fernrohres durchgeführt wurden. Mit Hilfe großer Mauerquadranten war es möglich, Winkel mit Minutengenauigkeit zu bestimmen. Zur Zeitmessung wurden in der damaligen Zeit Quecksilberuhren und primitive Räderuhren verwendet.

KEPLER versuchte zunächst, die beobachteten Abweichungen im Lauf der Planeten gegenüber der ursprünglich angenommenen gleichförmigen Kreisbewegung durch eine Bewegung auf exzentrischen Kreisen zu erklären. Aber auch diese Annahme ließ sich nicht mit den Beobachtungen voll in Einklang bringen, wenngleich die Abweichungen im allgemeinen geringer waren als bei der ursprünglichen Annahme. Nach verschiedenartigen weiteren Hypothesen gelang ihm die Lösung des Problems. Nach sechsjähriger Rechenarbeit fand KEPLER schließlich im Jahre 1609 die Gesetze, die den zahlreichen Beobachtungen entsprechen. Er faßte sie im Jahre 1619 in seinem Werk „Harmonices mundi" (Zusammenklänge der Welt) in folgende drei Gesetze zusammen:

Erstes Keplersches Gesetz:

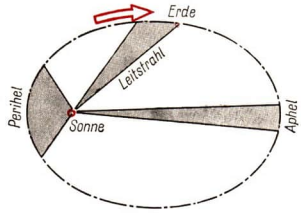
Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Zweites Keplersches Gesetz:

Ein von der Sonne zum Planeten weisender Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Drittes Keplersches Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.



212/1 Schematische Darstellung einer Planetenbahn. Die Abweichung von der Kreisform ist stark übertrieben gezeichnet

Die Planetenbahnen werden, sofern sie nicht kreisförmig sind (Kreis als Sonderfall der Ellipse, bei dem beide Brennpunkte mit dem Mittelpunkt zusammenfallen), mit ungleichförmiger Bahngeschwindigkeit durchlaufen, und zwar ist die Geschwindigkeit im sonnennächsten Punkt, im *Perihel*, am größten und im sonnenfernsten Punkt, im *Aphel*, am kleinsten (Bild 212/1). Die Winkelgeschwindigkeit ist durch die Richtungsänderung je Zeiteinheit des Leitstrahls, der den Planeten mit dem Zentrum (der Sonne) verbindet, definiert; sie ist ebenfalls ungleichförmig.

5.2. Das Gravitationsgesetz

Isaac Newton erkannte die Ursache der durch die Keplerschen Gesetze gekennzeichneten Planetenbewegung. Er stützte sich im wesentlichen auf folgende Überlegungen:

Aus dem ersten Keplerschen Gesetz folgt, daß auf die Planeten eine nach der Innenseite der Bahn gerichtete Kraft wirkt. Aus dem zweiten Keplerschen Gesetz ergibt sich, daß diese Kraft stets zur Sonne hin gerichtet ist.

Da bei einer elliptischen Bahn die Richtung des Leitstrahls Sonne—Planet im allgemeinen nicht senkrecht auf der Richtung der Bahntangente steht, hat die Zentralbeschleunigung nicht nur eine Komponente senkrecht zur Bahnrichtung, sondern auch eine Komponente in Bahnrichtung (siehe Bild 212/1). Diese Komponente bewirkt, daß die Umlaufbewegung des Planeten ungleichförmig ist.

Bei der Berechnung der zwischen Sonne und Planet wirkenden Kraft darf man jedoch, ohne große Fehler zu begehen, die Planetenbahnen durch Kreise annähern und allgemein die Gleichung für die Zentralkraft (17) anwenden:

$$F_z = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r .$$

Hierbei bedeutet r den Abstand des Planeten von der Sonne, d. h. nach der verein-

fachenden Annahme die große Halbachse seiner Bahn, T seine Umlaufzeit und m seine Masse. Mithin ist

$$F_z \sim \frac{m \cdot r}{T^2}.$$

Da nach dem dritten Keplerschen Gesetz $T^2 \sim r^3$ ist, ergibt sich

$$F_z \sim \frac{m}{r^2}.$$

Dieser Ausdruck besagt, daß die von der Sonne auf einen Planeten ausgeübte Kraft seiner Masse direkt und dem Quadrat seiner Entfernung umgekehrt proportional ist. Nach dem dritten Newtonschen Gesetz ist aber die zwischen der Sonne und dem Planeten auftretende Kraft eine gegenseitig wirkende Kraft; der Planet zieht also auch die Sonne an. Deshalb muß die Kraft F_z auch der Sonnenmasse m_s proportional sein:

$$F_z \sim \frac{m \cdot m_S}{r^2}.$$

Für zwei beliebige Himmelskörper mit den Massen m_1 und m_2 sowie dem Abstand r folgt daraus für die gegenseitige Anziehungskraft

$$F \sim \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

und nach Einführung eines Proportionalitätsfaktors k ergibt sich das **Gravitationsgesetz:**

$$\boxed{F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} \tag{23}$$

Diese Gleichung ist das Gesetz der gegenseitigen Massenanziehung. Der Proportionalitätsfaktor k heißt *Gravitationskonstante.*

Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung voneinander umgekehrt proportional ist.

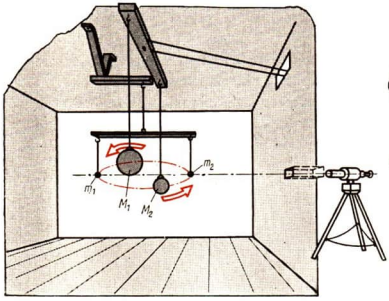
Bei seinen Überlegungen verglich Isaac Newton auch die Beschleunigung, die der Mond und die ein Körper in Nähe der Erdoberfläche erfahren. Da sich der Mond annähernd gleichförmig auf einer von einem Kreis nur wenig abweichenden Bahn bewegt, läßt sich mit Hilfe der Gleichung für die Zentralbeschleunigung a_z (16) die Beschleunigung a_m ermitteln, die infolge der Gravitation zwischen Erde und Mond auf den Mond einwirkt. Sie beträgt

$$a_m = 0{,}27 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}.$$

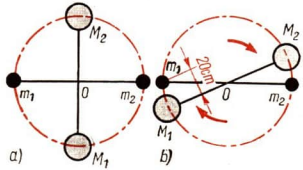
● *Prüfen Sie diesen Wert mit Hilfe der Daten aus einem astronomischen Jahrbuch oder Nachschlagewerk!*

Nun hat der Mond von der Erde eine Entfernung, die etwa gleich dem 60fachen des Erdradius, der Entfernung der Erdoberfläche vom Erdmittelpunkt, ist. Da die Fall-

beschleunigung an der Erdoberfläche $g = 981\ \mathrm{cm \cdot s^{-2}}$ etwa gleich dem 3600- (60^2-) fachen der Gravitationsbeschleunigung in Mondentfernung $a_m = 0{,}27\ \mathrm{cm \cdot s^{-2}}$ ist und damit dem Entfernungsgesetz der Gravitation entspricht, schloß NEWTON, daß auch das Gewicht irdischer Körpers nicht anderes ist als die zwischen der Erde und den auf ihr befindlichen Körpern wirkende Kraft der Massenanziehung.

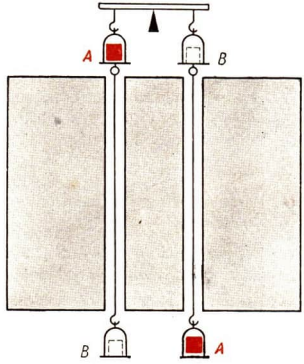


214/1 Drehwaage zur Bestimmung der Gravitationskonstante (schematisch)



214/2 Gegenseitige Lage der Kugeln in der Drehwaage

In einer gegen Luftströmung und Wärmeeinfluß geschützten Kammer sind an einem Querbalken in etwa 1,8 m Abstand zwei Bleikugeln M_1 und M_2 mit einer Masse von je 158 kg in gleicher Höhe hängend angebracht. Zwei weitere, kleinere Bleikugeln m_1 und m_2 mit einer Masse von je 730 g befinden sich an den Enden eines leichten hölzernen Stabes. Dieser Stab ist an einem etwa meterlangen dünnen Draht so aufgehängt, daß die kleinen Bleikugeln die gleiche Höhe wie die großen haben. Durch die Massenanziehung der einander genäherten Kugeln erhält der bewegliche leichte Stab ein Drehmoment, das den Aufhängedraht soweit verdrillt, bis Gleichgewicht zwischen der Anziehungskraft und der (auf den gleichen Hebelarm bezogenen) Torsionskraft eingetreten ist. Die wegen der Kleinheit der Anziehungskraft sehr geringe Ablenkung des Stabes gegenüber der Ausgangslage wurde mittels eines in der Kammerwand eingelassenen Fernrohres gemessen



214/3 Gravitationswaage nach RICHARZ und KRIGAR-MENZEL
A—A Lage der Kilogrammstücke beim Versuch.
B—B beim Kontrollversuch

An den Enden des Balkens einer empfindlichen Waage sind vier Waagschalen aufgehängt, und zwar zwei oberhalb und zwei an langen Fäden unterhalb eines Bleiklotzes von etwa 2 m^3 Volumen. Beim Versuch wurde ein Kilogrammstück auf eine Schale oberhalb, ein zweites auf der anderen Seite unterhalb des Bleiklotzes aufgelegt (A—A). Danach wurden die Plätze der Kilogrammstücke verändert (B—B)

5.3. Die Bestimmung der Gravitationskonstante

NEWTON hielt einen unmittelbaren Nachweis des Gravitationsgesetzes an irdischen Körpern für unmöglich, denn er nahm an, daß die Anziehungskraft zwischen zwei irdischen Körpern zu klein sei, als daß sie gemessen werden könnte. Die erste quantitative Bestimmung der Gravitationskraft zwischen irdischen Körpern und damit auch die erste experimentelle Ermittlung der Gravitationskonstanten k gelang dem englischen Physiker HENRY CAVENDISH (1731 bis 1810) im Jahre 1798 mit Hilfe einer Drehwaage (Bild 214/1).

Der von CAVENDISH gewonnene Wert für die Gravitationskonstante war noch recht ungenau. Genauere Messungen führten die deutschen Physiker RICHARZ und KRIGAR-MENZEL im Jahre 1896 mittels einer Versuchsanordnung aus, die in Bild 214/3 dargestellt ist.

Gegenwärtig gilt als gesicherter Wert für die Gravitationskonstante

$$k = (6{,}670 \pm 0{,}007) \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}.$$

5.4. Die Bestimmung der Masse von Himmelskörpern

Die Gravitationsbeschleunigung, die ein Zentralkörper an einem ihn umkreisenden Körper hervorruft, ist identisch mit der *Zentralbeschleunigung* des Körpers auf seiner Umlaufbahn. Mit Hilfe dieses Zusammenhanges und des Gravitationsgesetzes lassen sich die Massen von Himmelskörpern errechnen.

Beispiel

Die Entfernung der Erde von der Sonne, genauer des Erdmittelpunktes vom Sonnenmittelpunkt, werde mit r bezeichnet, es ist annähernd $r = 150 \cdot 10^6\ \mathrm{km} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$. Die Umlaufzeit der Erde um die Sonne beträgt $T = 365{,}25\ \mathrm{d} \approx 3{,}156 \cdot 10^7\ \mathrm{s}$.
Daraus ergibt sich die zur Sonne hin gerichtete Beschleunigung der Erde

$$a_e = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}, \qquad \underline{a_e \approx 0{,}0059\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}}.$$

Bedeuten m_E die Erdmasse und m_S die Sonnenmasse, so ist die Gravitationskraft F zwischen Sonne und Erde

$$F = k \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2}.$$

Da die Gravitationsbeschleunigung, die die Erde erfährt, gleich dem Quotienten aus der Gravitationskraft F und der Erdmasse m_E ist, gilt

$$k \cdot \frac{m_S}{r^2} = a_e.$$

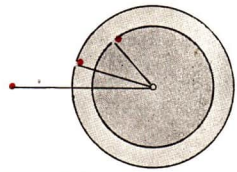
Daraus findet man den Wert $\underline{m_S \approx 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}$.

Fragen und Aufgaben

1. Auf Grund welcher Überlegungen hat NEWTON das Gravitationsgesetz gewonnen?
2. Erläutern Sie, auf welche Weise das Gravitationsgesetz experimentell nachgewiesen und die Gravitationskonstante ermittelt werden kann!
3. Bestimmen Sie mit Hilfe der Daten der Mondbewegung den Wert der Erdmasse!
4. Wie groß ist die Anziehungskraft, die zwei Grammstücke in einer Entfernung von 1 Zentimeter aufeinander ausüben?

5.5. Das Gewicht eines Körpers

Bei unseren bisherigen Überlegungen haben wir die gravitierenden Körper im Vergleich zu ihren Entfernungen als klein angenommen. Bei der Erörterung der Gravitationswirkungen zwischen dem Erdkörper und einem Körper in Nähe der Erdoberfläche können wir von dieser vereinfachenden Voraussetzung naturgemäß nicht ausgehen.
Zwischen jedem Teilchen des Erdkörpers und einem Körper, der sich innerhalb oder außerhalb des Erdkörpers befinden kann, treten nach dem Gravitationsgesetz Kräfte auf. Diese Kräfte werden im allgemeinen verschieden gerichtet sein. Sie setzen sich zu einer Resultierenden zusammen.
Solange sich der Körper **außerhalb** der Erde befindet, ist die resultierende Kraft gleich der Kraft, die eine im Erdmittelpunkt konzentriert gedachte Masse von der Größe der Erdmasse auf ihn ausüben würde. Dieser Zusammenhang gilt, wie bereits NEWTON nachgewiesen hat, unter der Annahme, daß die Erde eine Kugel homogener Dichte ist oder aus konzentrischen und homogenen Kugelschalen verschiedener Dichte besteht (Bild 216/1).

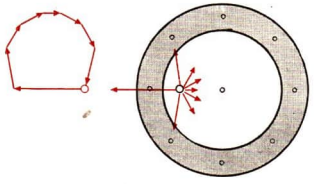


216/1 Zur Gravitationswirkung auf einen Körper außerhalb der Erde, an der Erdoberfläche und innerhalb der Erde

Der Erdkörper ist zwar keine Kugel, sondern hat annähernd die Form eines schwach abgeplatteten Rotationsellipsoides mit der Erdachse als Rotationsachse. Nach neueren Forschungen, insbesondere durch sowjetische Geodäten, ist der Äquatorschnitt durch den Erdkörper nicht kreisrund, sondern elliptisch, allerdings mit sehr kleiner Exzentrizität. Auch die Bedingung der konzentrischen Dichteverteilung im Erdinnern ist nicht vollkommen erfüllt. Die Unterschiede sind jedoch so gering, daß sie bei allgemeinen Betrachtungen außer acht gelassen werden können.

Die Aussage über die Größe und die Richtung der Gravitationskraft, die auf einen Körper außerhalb der Erde einwirkt, gilt auch für den Grenzfall, daß sich der Körper an der Erdoberfläche befindet.
Handelt es sich jedoch um einen Körper im Erdinneren, so ist die resultierende Gravitationskraft gegenüber ihrem Betrag an der Erdoberfläche vermindert, weil ein Teil der Einzelkräfte nach außen gerichtet ist. Um die Größe der Resultierenden fest-

zustellen, kann man die Tatsache heranziehen, daß von einer Hohlkugel auf einen im Inneren befindlichen Körper keine Gravitationskraft ausgeübt wird, da die Resultierende der Einzelkräfte der Kugelschale für jeden Punkt des Hohlraumes den Wert Null hat (Bild 217/1). Demnach kann man durch den im Inneren der Erde befindlichen Körper eine konzentrische Kugelfläche gelegt denken, welche die Kugelschale, die auf die Größe der Gravitationskraft keinen Einfluß hat, vom Restkörper trennt.



217/1 Resultierende der Gravitationskräfte innerhalb einer Hohlkugel

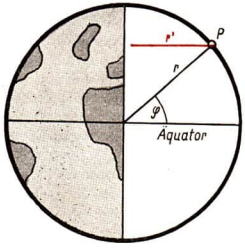
In Wirklichkeit nimmt die Wirkung der Gravitation auf einen in die Erde eindringenden Körper zunächst noch zu, da sich der Körper auf seinem Wege immer mehr der Hauptmasse der Erde, dem Erdkern mit der größten Dichte, nähert. Sie hat in einer Tiefe von etwa 1000 km ihren größten Wert.

Anwendung in der Technik:

Abweichungen der Gravitationskraft vom errechneten Durchschnittswert deuten auf örtliche Dichteunterschiede in der Erdkruste hin, sie geben unter Umständen Aufschluß über Bodenschätze, vor allem über Schwermetallerze und spezifisch leichte Stoffe, wie Erdöl.

Örtliche Unterschiede in der Gravitationskraft beeinflussen auch die Bahnen der in relativ geringer Höhe fliegenden künstlichen Erdsatelliten, so daß sich aus der gravitationsbedingten Bahnänderung Schlüsse auf die Dichteverteilung in oberflächennahen Erdschichten ziehen lassen. Im Rahmen des Internationalen Geophysikalischen Jahres 1957/58 haben insbesondere die ersten sowjetischen Erdsatelliten hierüber wertvolle wissenschaftliche Ergebnisse erzielt.

Bisher haben wir vom Einfluß der Rotation der Erde abgesehen. Vom Standpunkt eines mitrotierenden Bezugssystems aus greift an jedem Körper an der Erdoberfläche auch eine *Fliehkraft* an. Jeder Erdort bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius r', der mit zunehmender geographischer Breite φ kleiner wird (Bild 217/2).



Bei dieser Überlegung wird angenommen, daß die Erde Kugelgestalt hat. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich, wenn r den Erdradius bedeutet, $r' = r \cdot \cos \varphi$. Wird die Erde als Ellipsoid angesehen, ist der Zusammenhang komplizierter.

217/2 Die Fliehkraft an der Erdoberfläche

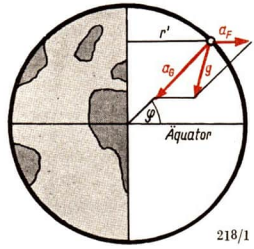
Nach dem Gesetz über die Fliehkraft folgt für die Fliehkraft F_F auf der Erdoberfläche in der geographischen Breite φ:

$$F_F = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r \cdot \cos \varphi}{T^2},$$

worin r den Erdradius, T die Umlaufzeit der Erde und m die Masse des Körpers bedeuten. Diese Kraft F_F setzt sich mit der Gravitationskraft F_G vektoriell zusammen; deren Betrag ist nach (23)

$$F_G = k \cdot \frac{m_E \cdot m}{r^2}.$$

m_E bedeutet in dieser Gleichung die Erdmasse.
Die Resultierende der beiden Kräfte ist die **Schwerkraft** an der Erdoberfläche; die Beschleunigung, die ein Körper durch die Schwerkraft erhält, führt den Namen Schwerebeschleunigung oder Fallbeschleunigung g (Bild 218/1).



218/1

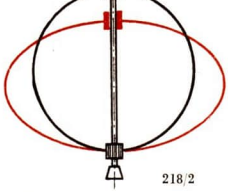
Gravitationskraft und Fliehkraft setzen sich zu einer Resultierenden, der Schwerkraft, zusammen.

● *Berechnen Sie die Schwerebeschleunigung für einen Körper am Äquator und an den Polen! Die notwendigen Daten sind einem Nachschlagewerk zu entnehmen!*

Der genaue Wert der **Schwerebeschleunigung** für eine geographische Breite von 45° ist

$$g_{45} = 9{,}806\,65\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Dieser Wert liegt der Definition der Krafteinheit Kilopond zugrunde.
Da die Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche nur wenig von der Gravitationsbeschleunigung am betreffenden Ort abweicht, kann, falls keine größere Genauigkeitsansprüche gestellt werden, mit der Schwerebeschleunigung anstelle der Gravitationsbeschleunigung — und umgekehrt — gerechnet werden.


218/2

Die ellipsoidartige Abplattung der Erde kann wie folgt erklärt werden: Auf der Oberfläche zwischen den Polen und dem Äquator einer rotierenden Kugel steht der Schwerkraftvektor nicht senkrecht. Deshalb erhalten alle Körper auf der Oberfläche eine Beschleunigung, und zwar zum Äquator hin. Besteht die Kugel aus formbarem Material, so bildet sich bei der Rotation ein Wulst in Äquatornähe heraus. Modellmäßig können wir uns dies mit einem Reifen an der Schwungmaschine (Bild 218/2) veranschaulichen. Die Erde hat zu einer Zeit, als ihre Oberfläche noch nicht erstarrt war, eine Form angenommen, bei der der Vektor der Schwerebeschleunigung annähernd senkrecht auf der Erdoberfläche steht. Im weiteren Entwicklungsprozeß des Erdkörpers haben sich gewisse Veränderungen und Verschiebungen in der Erdrinde ergeben.

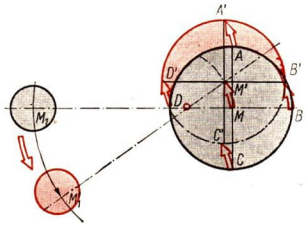
Zur genaueren Kennzeichnung des Erdkörpers wurde das *Geoid* definiert, und zwar als kompliziert geformter geometrischer Körper, der das gleiche Volumen wie der Erdkörper hat und sich dadurch auszeichnet, daß seine Oberfläche an allen Orten senkrecht zum Vektor der Schwerebeschleunigung steht.
Hinsichtlich der Form des Erdkörpers besteht somit die Reihenfolge immer besserer Annäherung an die Wirklichkeit: Kugel — Rotationsellipsoid — ungleichachsiges Ellipsoid — Geoid.

5.6. Ebbe und Flut

An den Küsten der offenen Meere beobachtet man zweimal am Tage ein Ansteigen des Meerwassers (Flut) und danach wieder ein Fallen (Ebbe). Ebbe und Flut, die Gezeiten, dauern ungefähr je 6 Stunden. Die Zeit zwischen zwei Hochwasserständen stimmt ziemlich genau mit der Hälfte der Zeit eines scheinbaren Mondumlaufs (etwa 25 h 50 min) überein; dies hat schon frühzeitig zu der Vermutung Anlaß gegeben, daß zwischen der Mondbewegung und den Gezeiten ein Zusammenhang besteht.
Der Umlauf des Mondes erfolgt nicht um den Erdmittelpunkt, sondern beide Körper rotieren um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt (das entspricht dem dritten Newtonschen Gesetz und gilt für alle umlaufenden Himmelskörper, z. B. auch für Doppelsterne).

Da die Masse des Mondes nur etwa $^1/_{80}$ der Erdmasse beträgt und der Abstand zwischen den Mittelpunkten der beiden Himmelskörper etwa gleich 60 Erdradien ist, liegt der gemeinsame Massenmittelpunkt von Erde und Mond im Erdinnern, etwa $^3/_4$ Erdradien vom Mittelpunkt entfernt.

Bei der Rotation um den gemeinsamen Massenmittelpunkt sind Fliehkraft und Gravitationskraft im Gleichgewicht. Dieses Gleichgewicht gilt aber für die Gesamtheit der Kräfte, in bezug auf einen bestimmten Körper an der Erdoberfläche gilt dieses Gleichgewicht im allgemeinen nicht.



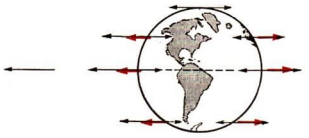
219/1 Rotation von Erde und Mond um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt

Sehen wir von der täglichen Rotation der Erde ab, so wird aus Bild 219/1 deutlich, daß bei der gemeinsamen Rotation von Erde und Mond um ihren Massenmittelpunkt O in einer bestimmten Zeitspanne alle Erdpunkte gleiche Kreisbögen zurücklegen;

daraus folgt, daß die Fliehkräfte für alle Erdorte, auf die gleiche Masse bezogen, gleich sind. Anders verhält es sich mit den Gravitationskräften, da diese bei gleicher Masse dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional sind.

Die örtliche Differenz zwischen der Fliehkraft und der Gravitationskraft bei der Rotation von Erde und Mond um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt ist die fluterzeugende Kraft.

Die horizontale Komponente dieser Kraft (Bild 220/1) bewirkt die Verschiebung der Wassermassen auf der Erde. Infolge der täglichen Rotation der Erde wandern die beiden Flutberge über die Meere.



220/1 Zur Entstehung der fluterzeugenden Kraft

Auch durch den Umlauf der Erde um die Sonne werden auf der Erde Flutkräfte hervorgerufen. Diese sind jedoch wegen der großen Entfernung zwischen Erde und Sonne geringer als die durch den Mond hervorgerufenen Kräfte. Stehen Erde, Sonne und Mond in gerader Linie (bei Neumond und Vollmond), so addieren sich die Flutkräfte auch ihrem Betrag nach, und es tritt *Springflut* ein; stehen Sonne und Mond gegenüber der Erde in rechtem Winkel, so heben sich die Beträge der Flutkräfte teilweise auf, und es entsteht *Nippflut*.

Die Fluten sind mit Wasserbewegungen großen Ausmaßes verbunden, sie werden von den Küsten beeinflußt. Vom Festland weitgehend umgebene Meere, wie die Ostsee, zeigen geringe, Binnenmeere keine Gezeitenerscheinungen, weil Zu- und Abfluß der Wassermengen nur beschränkt oder gar nicht möglich sind.

Fragen und Aufgaben

1. Bestimmen Sie nach dem im Abschnitt 5.4. dargelegten Gedankengang die Masse der Erde, indem Sie von der Gravitation zwischen dem Erdkörper und einem Körper an der Erdoberfläche ausgehen!
2. Aus welchen Kraftkomponenten setzt sich das Gewicht eines Körpers auf der Erdoberfläche zusammen?
3. Welches Verhältnis besteht zwischen den beiden Komponenten der Schwerkraft am Erdäquator?
4. Welche Änderungen erfährt das Gewicht eines Körpers innerhalb des Erdkörpers?
5. Welche Rotationszeit müßte die Erde erreichen, wenn alle Körper am Äquator schwerelos erscheinen sollen?
6. Erläutern Sie die Entstehung der Gezeiten!

5.7. Die Zentralbewegung im Gravitationsfeld

5.7.1. Das Gravitationsfeld der Erde

Nach dem Gravitationsgesetz wirkt zwischen zwei Körpern eine Anziehungskraft. Ihre Ursache ist, daß jeder Körper vermöge seiner Masse von einem Kraftfeld umgeben ist, das man als **Gravitationsfeld** bezeichnet.
Befindet sich ein Körper von der Masse m im Gravitationsfeld einer Masse M, so ist die Anziehungskraft, die auf ihn einwirkt, von mehreren Bedingungen abhängig: von der Masse M, vom Ort des Körpers im Felde und von seiner Masse m. Nehmen wir die Masse m als veränderlich, die anderen Größen aber als konstant an, so ist die Anziehungskraft der Masse m direkt proportional.

- *Weisen Sie diese Proportionalität an der Gleichung (23), dem Gravitationsgesetz, nach!*

Bilden wir nun den Quotienten aus der Anziehungskraft und der Masse m, so erhalten wir eine Größe, die nicht mehr von m, sondern nur von den Größen, die das Feld kennzeichnen, abhängt. Diese Größe ist die **Feldstärke des Gravitationsfeldes.**

Die Gravitationsfeldstärke ist wie die Gravitationskraft eine gerichtete Größe und hat die gleiche Richtung wie diese. Sie hat als Quotient aus Kraft und Masse die Dimension einer Beschleunigung, und zwar ist sie gleich der Beschleunigung, die ein beliebiger Körper am betreffenden Ort durch die Gravitation erhält.

Der Begriff des Kraftfeldes (kurz: des Feldes) ist von umfassender Bedeutung für die Physik, denn er kennzeichnet die wechselseitige Einwirkung räumlich getrennter Objekte. In einem Feld ist jedem Ort eine bestimmte Größe nach Betrag und Richtung, die Feldstärke, zugeordnet.

Bei einem kugelförmigen homogenen Körper weist die Richtung der Gravitationsfeldstärke auf dessen Mittelpunkt. Das gilt auch für einen Körper, der aus homogenen Kugelschichten zusammengesetzt ist (vgl. 5.5.). Ein solches Feld heißt deshalb **Zentralfeld.** Die Feldstärke eines Zentralfeldes läßt sich unmittelbar aus dem Gravitationsgesetz bestimmen. Hat der Zentralkörper die Masse M und befindet sich ein Körper mit der Masse m in der Entfernung r vom Zentrum, so ist der Betrag E der Feldstärke an diesem Orte

$$E = \frac{k \cdot M \cdot m/r^2}{m},$$

$$\boxed{E = k\frac{M}{r^2}} \tag{24}$$

- *Vergleichen Sie Herleitung und Ergebnis dieser Überlegung mit den entsprechenden Zusammenhängen im zentralen elektrischen Feld! Welches Gesetz entspricht dabei dem Gravitationsgesetz?*

Beispiel

Welchen Wert hat die Gravitationsfeldstärke des Erdfeldes in einer Höhe von 1600 km über der Erdoberfläche (größte Flughöhe des sowjetischen Erdsatelliten Sputnik II)?

Lösung:

1. $E = k \cdot \frac{M}{r^2}$, $\quad E = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{7{,}972^2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m^2}}$,

$E = 6{,}28\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. Da 1600 km ungefähr $^1/_4$ des Erdradius sind, verhalten sich die Entfernungen vom Erdzentrum zu einem Punkt in 1600 km Höhe über der Erdoberfläche und zu einem Punkt auf der Erdoberfläche annähernd wie 5:4. Somit ist das Verhältnis der Gravitationsfeldstärken an diesen Punkten etwa

$\left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16:25 = 64:100$. Demnach beträgt die Gravitationsfeldstärke in 1600 km Höhe 64% der Gravitationsfeldstärke auf der Erdoberfläche, somit ist

$E = 0{,}64 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $\quad E = 6{,}28\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

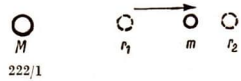
Da in einem Gravitationsfeld die Kraft im allgemeinen von Ort zu Ort verschieden ist, läßt sich die Arbeit, die bei der Verschiebung in diesem Feld aufgewendet wird, nicht einfach durch Multiplikation von Kraft und Weg bestimmen.

- *Wie müßte das Feld beschaffen sein, damit die Arbeit als Produkt von Kraft und Weg errechnet werden kann? Wie müßte sich der Körper in diesem Feld bewegen?*

Wenn wir die Arbeit W ermitteln wollen, die aufgewendet werden muß, um einen Körper von der Masse m im zentralen Gravitationsfeld der Masse M zwischen zwei Punkten zu bewegen, müssen wir das Integral der Kraft längs des Weges (siehe Abschnitt 1.5.) bestimmen. Die Integrationsgrenzen ergeben sich aus der Anfangs- und der Endlage des Körpers in den Entfernungen r_1 bzw. r_2 vom Zentrum (Bild 222/1). Es ist

$$W = \int F \cdot \mathrm{d}s$$

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \frac{k \cdot M \cdot m}{r^2}\,\mathrm{d}r$$



222/1

$$\boxed{W = k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \qquad (25)$$

Beispiel

Es ist die Arbeit zu berechnen, die notwendig ist, um einen Körper von 1 kg Masse von der Erdoberfläche aus auf Mondentfernung zu bringen.

$$W = k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

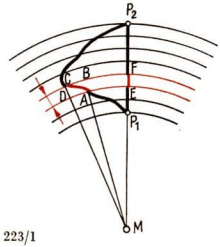
$$W = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\mathrm{kg} \cdot \left(\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{3{,}84 \cdot 10^8}\right)\mathrm{m^{-1}},$$

$$W = 6{,}67 \cdot 5{,}98 \cdot 1{,}54 \cdot 10^6\,\mathrm{N \cdot m}, \quad W = 6{,}14 \cdot 10^7\,\mathrm{N \cdot m}$$

Dieser Wert entspricht ungefähr 17 kWh. Daraus ist ersichtlich, welche Energiemenge benötigt wird, um einen Flugkörper in den Kosmos zu starten.

Wird ein Körper in Nähe der Erdoberfläche auf eine bestimmte Höhe gehoben, so ist die Arbeit nur von der Hubhöhe abhängig und nicht vom Weg, längs diesem der Körper befördert wird. Diese Beziehung gilt für die Gravitation allgemein.

Zum Beweis unterteilen wir (wie im Bild 223/1) das Feld in konzentrische Kugelschalen geringer Dicke. In dem kleinen Gebiet in jeder Schale, das von der gekrümmten Bahn P_1P_2 durchsetzt wird (z. B. ABCD), können die längs des Weges wirkenden Kräfte als konstant und parallel angesehen werden. Die Arbeit längs des Weges AC ist unter dieser Voraussetzung gleich der Arbeit längs AB und damit gleich der Arbeit längs des betreffenden Teilstücks EF der geraden, zentralen Verbindungsstrecke P_1P_2. Durch Summenbildung aus den Teilbeträgen ergibt sich der Gesamtbetrag der Arbeit.



223/1

In einem Gravitationsfeld ist die Arbeit, die bei der Bewegung eines Körpers zwischen zwei bestimmten Punkten aufgewendet wird, vom Weg des Körpers unabhängig.

5.7.2. Die kosmischen (astronautischen) Geschwindigkeitsstufen

Wird ein Körper in der Nähe der Erdoberfläche fortgeschleudert, so trifft er im allgemeinen in geringerer oder größerer Entfernung auf den Erdboden auf, je nach seiner Anfangsgeschwindigkeit. Wir wollen untersuchen, unter welchen Bedingungen der Körper nicht mehr auf den Erdboden zurückfällt, sondern sich auf einer kosmischen Bahn bewegt.

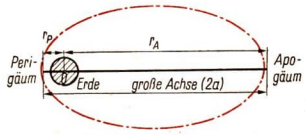
Dazu machen wir folgende vereinfachende Annahmen: Der Körper habe im Vergleich mit der Erde eine sehr kleine Masse, er werde horizontal fortgeschleudert und bewege sich ohne Luftwiderstand. Der Aufbau des Erdkörpers berechtigt, das Gravitationsfeld der Erde als Zentralfeld aufzufassen.

Unter diesen Bedingungen unterliegt der Körper bei seinem Flug nur den Kräften im Zentralfeld der Erde, für ihn gelten die Keplerschen Gesetze und das Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie.

Nach dem ersten Keplerschen Gesetz ist die Bahn des Körpers ein Kegelschnitt, dessen Brennpunkt im Erdmittelpunkt liegt.

Das hier berücksichtigte verallgemeinerte erste Keplersche Gesetz folgt aus der Theorie der Bewegung in einem Zentralfeld, nach der neben den geschlossenen Kurven Kreis und Ellipse auch die nicht geschlossenen Kegelschnitte als Bahnformen möglich sind. Kepler hat, da alle Planeten geschlossene Kurven beschreiben, seine Aussage nur auf elliptische Bahnen bezogen.

Da der Abflug des Körpers nach Beendigung der Aufstiegsbahn horizontal, d. h. senkrecht zum Erdradius erfolgen soll, ist der Punkt des Abflugs Scheitelpunkt des Kegelschnitts. Er soll bei unseren Überlegungen zunächst als Punkt angenommen werden, der dem Erdzentrum am nächsten liegt, das heißt als das **Perigäum** der Bahn.



224/1 Bahn eines Erdsatelliten (schematisch)

Im folgenden nehmen wir eine elliptische Bahn an und errechnen, welche Arbeit verrichtet werden muß, um den Körper vom Perigäum (Entfernung r_1) in den Punkt mit der größten Entfernung vom Erdzentrum, das **Apogäum** (Entfernung r_2) zu bewegen (Bild 224/1). Nach dem Gesetz über die Arbeit im Gravitationsfeld (Gleichung (25)) hat diese Arbeit den Wert

$$W = k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Diesem Wert ist die Differenz der Beträge der kinetischen Energie des Körpers im Perigäum und im Apogäum gleich. Ist v_1 die Geschwindigkeit des Körpers im Perigäum, v_2 dessen Geschwindigkeit im Apogäum, so gilt dann

$$k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{m}{2} (v_1^2 - v_2^2). \tag{26}$$

Nach dem zweiten Keplerschen Gesetz sind im Perigäum und im Apogäum die Geschwindigkeiten den Entfernungen vom Zentrum umgekehrt proportional:

$$v_1 : v_2 = r_2 : r_1. \tag{27}$$

- *Begründen Sie diese Proportionalität!*

Wir wollen nun aus den Größen r_1 und v_1, den Werten für das Perigäum, die Größe r_2, die uns Aufschluß über die Form der Bahn gibt, ermitteln. Dazu eliminieren wir v_2. Nach der Gleichung (27) ist

$$v_2 = \frac{r_1 \cdot v_1}{r_2}.$$

Wird dieser Wert in die Gleichung (27) eingesetzt und die Gleichung nach r_2 aufgelöst, so ergibt sich

$$r_2 = \frac{r_1}{\frac{2k \cdot M}{r_1 \cdot v_1^2} - 1}. \tag{28}$$

Aus dieser Gleichung lassen sich wichtige Schlüsse ziehen. Gehen wir von einer bestimmten Perigäumsentfernung r_1 aus und verändern wir die Geschwindigkeit v_1 in diesem Punkte, so ändert sich r_2. Soll der Körper eine Kreisbahn in der Entfernung r vom Erdmittelpunkt durchlaufen, so müssen wir $r_1 = r_2 = r$ setzen. Die Gleichung führt dann auf einen bestimmten Wert vor v_1, den wir v_k nennen wollen.

Aus dem Ansatz

$$r = \frac{r}{\frac{2k \cdot M}{r \cdot v_k^2} - 1}$$

folgt

$$\boxed{v_k = \sqrt{\frac{k \cdot M}{r}}} \tag{29}$$

Diese Gleichung enthält ebenso wie die Gleichung (28) die Größe m nicht, sie gilt also für Körper beliebiger Masse.

Die Geschwindigkeit v_k heißt Kreisbahngeschwindigkeit für den Abstand r vom Erdmittelpunkt.

- *Begründen Sie, daß die Bewegung des Körpers auf einer Kreisbahn mit dem Erdmittelpunkt als Zentrum eine gleichförmige Kreisbewegung ist!*

Setzen wir für r den mittleren Wert des Erdradius ($6{,}371 \cdot 10^6$ m) ein, so erhalten wir $v_k = 7912\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Mit dieser Geschwindigkeit würde ein Körper bei Fehlen des Luftwiderstandes und anderer störender Einwirkungen die Erde in Oberflächennähe umkreisen. Diese Geschwindigkeit heißt **erste kosmische Geschwindigkeitsstufe.**

Die erste kosmische Geschwindigkeitsstufe beträgt $7\,912\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Um einem künstlichen Satelliten größerer Nutzlast die Kreisbahngeschwindigkeit zu erteilen, sind leistungsfähige, in der Regel mehrstufige Raketen (siehe Abschnitt 2.3.) erforderlich. Der erste künstliche Erdsatellit, der sowjetische Sputnik I, hatte bereits eine Masse von 83,6 kg. Im Jahre 1961 wurden in der UdSSR bereits Raumschiffsatelliten von etwa 6,5 t (ohne letzte Raketenstufe) auf Bahnen in einer Höhe von etwa 200 km über dem Erdboden gebracht.

Aus der Bahnlänge, dem Kreisumfang, und aus der konstanten Bahngeschwindigkeit läßt sich die Umlaufzeit T_k errechnen. Sie beträgt

$$\boxed{T_k = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{k \cdot M}}} \tag{30}$$

- *Welche Umlaufzeit ergibt sich für einen Körper auf einer Bahn in Nähe der Erdoberfläche?*

Aus der Gleichung (28) ist ersichtlich, daß die Entfernung des Apogäums um so größer wird, je näher sich der Bruch $\frac{2k \cdot M}{r_1 \cdot v_1^2}$ dem Wert 1 nähert.

- *Begründen Sie diese Überlegung!*

Im Grenzfall $\frac{2k \cdot M}{r_1 \cdot v_1} = 1$ ergibt sich für r_2 kein endlicher Wert mehr. In diesem Falle erhalten wir keine elliptische Bahn, sondern eine Parabel. Der Körper entweicht aus dem Anziehungsbereich der Erde.

Dieser Zusammenhang gestattet uns, die Entweichgeschwindigkeit v_p eines Körpers für die Entfernung r vom Erdmittelpunkt zu errechnen.

Aus dem Ansatz $\frac{2\,k \cdot M}{r \cdot v_p^2} = 1$ folgt

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,k \cdot M}{r}} \tag{31}$$

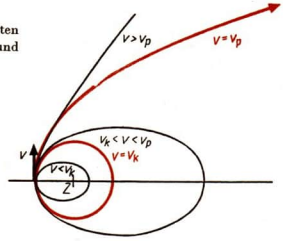
Die Geschwindigkeit v_p heißt parabolische Geschwindigkeit für den Abstand r vom Erdmittelpunkt.

Die parabolische Geschwindigkeit für das Niveau der Erdoberfläche heißt **zweite kosmische Geschwindigkeitsstufe.**

Die zweite kosmische Geschwindigkeitsstufe beträgt 11190 $m \cdot s^{-1}$.

- *Welcher allgemeine Zusammenhang besteht zwischen der Kreisbahngeschwindigkeit und der parabolischen Geschwindigkeit für eine bestimmte Entfernung vom Erdmittelpunkt?*

Wird einem Körper eine größere Geschwindigkeit als die parabolische Geschwindigkeit erteilt, so nimmt seine Bahn die Form eines Hyperbelastes an (Bild 226/1).



226/1 Veränderung der Bahnform eines Erdsatelliten bei Steigerung der Perigäumsgeschwindigkeit und konstantem Perigäumsabstand

Auf einer hyperbolischen Bahn hat sich der erste künstliche Planetoid der Sonne, der sowjetische Flugkörper „XXI. Parteitag" (Lunik I), gestartet am 3. 1. 1959, auf seinem Flug von der Erde am Mond vorbeibewegt, ehe er die endgültige elliptische Bahn im Gravitationsfeld der Sonne erreicht hat.

Um auch den Anziehungsbereich der Sonne zu verlassen, ist, wie hier ohne Beweis mitgeteilt wird, eine Anfangsgeschwindigkeit von etwa 16 700 $m \cdot s^{-1}$ in Richtung des Umlaufs der Erde um die Sonne notwendig. Diese Geschwindigkeit ist die **dritte kosmische Geschwindigkeitsstufe.**

Die dritte kosmische Geschwindigkeitsstufe beträgt 16700 $m \cdot s^{-1}$.

Fragen und Aufgaben

1. Berechnen Sie die Feldstärke des Gravitationsfeldes der Erde für folgende Entfernungen:
   1.1. 200 km über der Erdoberfläche,
   1.2. 30 Erdradien vom Erdmittelpunkt!

2. Ein Körper von der Masse m, der sich in der Entfernung r vom Gravitationszentrum befindet, soll aus dem Anziehungsbereich des Zentralkörpers (Masse M) entweichen. Welche Mindestarbeit ist hierfür notwendig?

3. Welche Folgerungen ergeben sich aus der Gleichung für die Entfernung des Apogäums (Gleichung (28)), wenn bei gegebener Entfernung des Perigäums die Geschwindigkeit in diesem Punkte kleiner als die Kreisbahngeschwindigkeit ist?

4. Aus den Bahnbeobachtungen des ersten künstlichen Planetoiden (XXI. Parteitag) wurde errechnet, daß der Flugkörper nach dem Brennschluß der Rakete in einer Höhe von 400 km über dem Erdboden eine Geschwindigkeit von 11020 $m \cdot s^{-1}$ erreicht hat. Vergleichen Sie diese Geschwindigkeit mit der entsprechenden parabolischen Geschwindigkeit, und überlegen Sie, welche Genauigkeitsanforderungen an die Leistung kosmischer Raketen zu stellen sind!

5. Weshalb sind die Werte der kosmischen Geschwindigkeitsstufen für größere Höhen über der Erdoberfläche kleiner als für das Nullniveau?

Zusammenfassung

1. **Keplersche Gesetze.**
   Erstes Gesetz: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
   Zweites Gesetz: Ein von der Sonne zum Planeten weisender Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
   Drittes Gesetz: Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.

   Begründen Sie, daß sich der Betrag der Bahngeschwindigkeit verkleinert, wenn sich der Planet dem Aphel zu bewegt!

2. **Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung voneinander umgekehrt proportional ist.**

   Skizzieren Sie eine Methode zur Bestimmung der Gravitationskonstanten!

3. **Das Gewicht eines Körpers auf der Erdoberfläche ist die Resultierende aus der Gravitationskraft und der Fliehkraft, die an diesem Körper angreifen.**

   Wodurch ist das Geoid definiert?

4. **In einem zentralen Gravitationsfeld ist die Arbeit, die bei der Bewegung eines Körpers zwischen zwei bestimmten Punkten umgesetzt wird, von der Entfernung dieser Punkte vom Zentrum, nicht aber vom Weg zwischen diesen Punkten abhängig.**

   Begründen Sie die Unabhängigkeit der Arbeit vom Weg in einem Zentralfeld!

Elektromagnetische Induktion

1.	Ablenkungskraft	$F = B \cdot I \cdot l$
1.1.	Flußdichte	$B = \frac{F}{I \cdot l}$
2.	Drehmoment	$M = F \cdot d$
3.	Lorentzkraft	$F_l = e \cdot v \cdot B$
4.	induzierte Spannung	$U_i = l \cdot v \cdot B$
5.	Magnetfluß	$\Phi = B \cdot A$
6.2.	Induktionsgesetz	$U_i = -w \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
7.	Flußdichte in Luft	$B = \mu_0 \cdot \frac{w \cdot I}{l}$
8.	magnetische Feldstärke (lange Spule)	$H = \frac{w \cdot I}{l}$
9.	Flußdichte	$B = \mu_0 \cdot H$
10.	magnetische Feldstärke (gerader Leiter)	$H_r = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$
11.	Flußdichte (gerader Leiter)	$B_r = \mu_0 \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$
12.	Kraft zwischen parallelen Strömen	$F_r = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r}$
13.	relative Permeabilität	$\mu_r = \frac{B_E}{B_L}$
14.	Permeabilität	$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$
15.	Flußdichte in Eisen	$B_E = \mu \cdot H$
17.	Induktivität	$L = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot w^2 \cdot A}{l}$

Erzeugung des Wechselstromes

23.	Magnetfluß	$\Phi = \hat{\Phi} \cdot \cos \omega \cdot t$
24.	induzierte Wechselspannung	$u(t) = \hat{u} \cdot \sin \omega \cdot t$

Wechselstromkreis

28.	kapazitiver Widerstand	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$
29.	induktiver Widerstand	$X_L = \omega \cdot L$
30.	Scheinwiderstand	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
31.	Resonanzbedingung	$\omega_r^2 \cdot L \cdot C = 1$
32.	Resonanzfrequenz	$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$

Drehstrom, Energieversorgung

33.1	Wirkleistung	$P_w = U \cdot I \cdot \cos\varphi$
34.	Wirkleistung	$P_w = U \cdot I_w$
33.2	Blindleistung	$P_b = U \cdot I \cdot \sin\varphi$
35.	Blindleistung	$P_b = U_b \cdot I$
36.	Scheinleistung	$P_s = U \cdot I$
41.	Leiterspannung (Sternschaltung)	$U = \sqrt{3} \cdot U_{St}$
42.	Leiterstromstärke (Dreieckschaltung)	$I = \sqrt{3} \cdot I_{St}$
43.	Leistung	$P_\Delta = 3\, P_*$
44.	Frequenz	$f = p \cdot n_B$
45.	Schlupf	$s = \frac{n_B - n}{n_B}$
49.	idealer Transformator	$\frac{U_2}{U_1} = \frac{w_2}{w_1} = \ddot{u}$
50.	idealer Transformator	$\frac{I_2}{I_1} = \frac{w_1}{w_2}$

Elektronenemission

51.	Steilheit (U_a = const)	$S = \frac{I_a}{U_g}$
52.	Innenwiderstand (U_g = const)	$R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$
53.	Durchgriff (I_a = const)	$D = \frac{\Delta U_g}{\Delta U_a}$
54.	Barkhausen-Gleichung	$S \cdot R \cdot D = 1$

Die Geschwindigkeit ist der Differentialquotient des Weges nach der Zeit

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}. \tag{1}$$

Der Weg ist das Zeitintegral der Geschwindigkeit

$$s = \int v \cdot \mathrm{d}t.$$

Die Beschleunigung ist der Differentialquotient der Geschwindigkeit nach der Zeit und damit der zweite Differentialquotient des Weges nach der Zeit

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}_2 s}{\mathrm{d}t^2}. \tag{2}$$

Die Geschwindigkeit ist das Zeitintegral der Beschleunigung

$$v = \int a \cdot \mathrm{d}t.$$

Die Arbeit ist das Wegintegral der Kraft

$$W = \int F \cdot \mathrm{d}s. \tag{3}$$

Die Kraft ist der Differentialquotient der Arbeit nach dem Wege

$$F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s}.$$

Die Arbeit ist das Zeitintegral der Leistung

$$W = \int P \cdot \mathrm{d}t. \tag{4}$$

Die Leistung ist der Differentialquotient der Arbeit nach der Zeit

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}.$$

Die Leistung ist gleich dem Produkt aus der Kraft und der Geschwindigkeit

$$P = F \cdot v. \tag{5}$$

Der Kraftstoß ist das Zeitintegral der Kraft

$$\int F \cdot \mathrm{d}t.$$

Der Impuls (die Bewegungsgröße) ist das Produkt aus der Masse und der Geschwindigkeit

$$I = m \cdot v. \tag{7}$$

Die Impulsänderung eines Körpers ist gleich dem ihm zugeführten Kraftstoß

$$\Delta I = \int_{t_1}^{t_2} F \cdot \mathrm{d}t.$$

In einem gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Impulse, d. h. der Gesamtimpuls des Systems, unverändert

$$\sum m_k \cdot v_k = \text{const}. \tag{8}$$

Wirken in einem abgeschlossenen System nur innere Kräfte, so wird der Schwerpunkt (Massenmittelpunkt) des Systems dadurch nicht beeinflußt.

Der Drehwinkel (gemessen im Bogenmaß) bei einer Kreisbewegung ist der Quotient aus dem Weg längs der Kreisbahn und dem Radius des Kreises

$$\sigma = \frac{s}{r}. \tag{15.1}$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist der Differentialquotient des Drehwinkels nach der Zeit; bei einer Kreisbewegung ist sie gleich dem Quotienten aus der Bahngeschwindigkeit und dem Radius

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}; \left[\omega = \frac{v}{r}\right]. \tag{15.2}$$

Die Winkelbeschleunigung ist der Differentialquotient der Winkelgeschwindigkeit nach der Zeit und damit der zweite Differentialquotient des Drehwinkels nach der Zeit; bei einer Kreisbewegung ist sie gleich dem Quotienten aus der Bahnbeschleunigung und dem Radius

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{d_2\sigma}{\mathrm{d}t^2}; \left[\alpha = \frac{a}{r}\right].$$

Der Betrag der Zentralbeschleunigung bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist gleich dem Quotienten aus dem Quadrat der Bahngeschwindigkeit und dem Radius oder gleich dem Produkt aus dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit und dem Radius

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r. \tag{16}$$

Wird die Winkelgeschwindigkeit durch die Umlaufzeit ausgedrückt, so ergibt sich

$$a_z = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r.$$

Die Fliehkraft, die bei einem umlaufenden Körper im mitrotierenden System auftritt, entspricht der Trägheitswirkung, die von der Zentralkraft überwunden werden muß. Deshalb sind die Beträge der Zentralkraft und der Fliehkraft einander gleich, ihre Richtungen entgegengesetzt.

$$Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}.$$

Bei einer harmonischen Schwingung ist die auf den Körper einwirkende Kraft seinem Abstand von der Ruhelage proportional und gegen die Ruhelage gerichtet.

$$F = -k \cdot y.$$

Bei einer harmonischen Schwingung ist die Elongation dem Sinus des Phasenwinkels proportional

$$y = r \cdot \sin(\omega \cdot t) . \tag{19}$$

Die Dauer einer harmonischen Schwingung eines Körpers ist der Quadratwurzel aus der Masse direkt und der Quadratwurzel aus der rücktreibenden Kraft umgekehrt proportional

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} . \tag{20}$$

Die Dauer einer harmonischen Schwingung ist von der Schwingungsweite unabhängig.

Bei kleinen Winkelausschlägen schwingt ein Fadenpendel nahezu harmonisch. Für diesen Fall ist die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt und der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung umgekehrt proportional.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \tag{22.1}$$

Erstes Keplersches Gesetz: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Zweites Keplersches Gesetz: Ein von der Sonne zum Planeten weisender Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

$$A_1 = A_2 = A_3 = \ldots A_n \text{ (für konstantes } \Delta t) .$$

Drittes Keplersches Gesetz: Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.

$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3 .$$

Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung indirekt proportional ist.

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} . \tag{23}$$

Die Feldstärke in einem zentralen Gravitationsfeld ist der Masse des Zentralkörpers direkt und dem Quadrat der Entfernung vom Zentrum umgekehrt proportional. Sie hat die Dimension einer Beschleunigung

$$E = k \cdot \frac{M}{r^2} . \tag{24}$$

In einem zentralen Gravitationsfeld ist die Arbeit, die bei der Bewegung eines Körpers zwischen zwei bestimmten Punkten umgesetzt wird, von der Entfernung dieser Punkte vom Zentrum, nicht aber vom Weg zwischen diesen Punkten abhängig.

$$W = \int_{r_1}^{r_2} k \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \mathrm{d}r = k \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) . \tag{25}$$

Die Kreisbahngeschwindigkeit eines Körpers für die Entfernung r vom Gravitationszentrum ist der Quadratwurzel aus der Masse des Zentralkörpers direkt und der Quadratwurzel aus der Entfernung vom Zentrum umgekehrt proportional.

$$v_k = \sqrt{\frac{k \cdot M}{r}}. \tag{29}$$

Die parabolische Geschwindigkeit ist das $\sqrt{2}$fache der entsprechenden Kreisbahngeschwindigkeit.

$$v_p = \sqrt{2} \cdot v_k = \sqrt{\frac{2\,k \cdot M}{r}}. \tag{31}$$

Konstanten

Gravitationskonstante	$k = (6{,}670 \pm 0{,}007) \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$.
Mittlerer Erdradius	$r = 6{,}371 \cdot 10^6$ m.
Masse des Erdkörpers	$m_E = 5{,}977 \cdot 10^{24}$ kg.
Rotationsdauer der Erde	$T = 8{,}61641 \cdot 10^4$ s.
Schwerebeschleunigung für 45° nördl. Breite	$g_{45} = 9{,}80665\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.
Erste astronautische Geschwindigkeit ($h = 0$)	$v_k = 7{,}912 \cdot 10^3\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.
Zweite astronautische Geschwindigkeit ($h = 0$)	$v_p = 11{,}190 \cdot 10^3\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

2. Lösungen

2.1. Elektrizitätslehre

Seite 21/22

1. $1\ \mathrm{Nm} = 1\ \mathrm{Ws} = 0{,}102\ \mathrm{kpm} \mathrel{\hat{=}} 0{,}239\ \mathrm{cal}$
   $t = 0{,}197\ \mathrm{s}$; $1 : 9{,}80665 = 0{,}10197$; Fehler: 1,97%
2.1. $M = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Nm} = 150\ \mathrm{mpcm}$
2.2. $\alpha = 15°$
3. $M = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Nm}$; $B = 0{,}2\ \mathrm{Vsm^{-2}}$
4. $U_\mathrm{i} = 1{,}5\ \mathrm{mV}$
5.1. $\Phi = 10^{-5}\ \mathrm{Vs}$
5.2. $U_\mathrm{i}\,\Delta t = 0{,}005\ \mathrm{Vs}$ bzw. $0{,}015\ \mathrm{Vs}$
5.3. $U_\mathrm{i}\,\Delta t = 0{,}005\ \mathrm{Vs}$
6.1. $B_\mathrm{h} = 2 \cdot 10^{-5}$; $B_\mathrm{v} = 4{,}2 \cdot 10^{-5}$; $B_\mathrm{t} = 4{,}65 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Vsm^{-2}}$; $i = 64{,}5°$
6.2. Doppelte Ausschläge
7. $F = 10^3\ \mathrm{N} = 10^2\ \mathrm{kp}$; $p = 1\ \mathrm{at}$
8. $B = 0{,}22\ \mathrm{Vsm^{-2}}$
9.1. $U_\mathrm{i} = 4\ \mathrm{V}$; $I_\mathrm{i} = 8\ \mathrm{A}$; $P = 32\ \mathrm{W}$; $\mathrm{W} = 7{,}6\ \mathrm{cal}$
9.2. $F = 6{,}4\ \mathrm{N} = 64p$; $P_\mathrm{mech} = F \cdot v = 32\ \mathrm{Nms^{-1}}$
9.3. $U_\mathrm{i} \cdot I = l \cdot B \cdot v \cdot I$; $F \cdot v = l \cdot I \cdot B \cdot v$

Seite 39/40

2. $I = 3{,}93\ \mathrm{A}$; $w = 305$
3. $B = 0{,}05\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$; $\Phi = 6 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Vs}$; $U_\mathrm{i} \cdot \Delta t = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Vs}$
4.1. $H = 1500\ \mathrm{Am^{-1}}$; $B = 1{,}9 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$; $\Phi = 6 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Vs}$
4.2. Aus Magnetisierungskurve: $B_\mathrm{E} = 1{,}45\ \mathrm{Vs \cdot m^{-2}}$; $\mu_\mathrm{r} = 760$
5. Aus Gl. (17) oder Gl. (18): $L = 0{,}18\ \mathrm{mH}$
6.1. $H = 500\ \mathrm{Am^{-1}}$
6.2. $B_\mathrm{L} = 6 \cdot 3 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Vsm^{-2}}$; $\Phi_\mathrm{L} = 3{,}1 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Vs}$; $\mu_\mathrm{r} = 1$
6.3. $B_\mathrm{E} = 1{,}15\ \mathrm{Vsm^{-2}}$; $\Phi_\mathrm{E} = 5{,}7 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{Vs}$; $\mu_\mathrm{r} = 1830$

Seite 53 bis 54

1.1. $F = 106\ \mathrm{N} \approx 11\ \mathrm{kp}$! 1.2. $t = 10\ \mathrm{h}$!
2.1. $v = r \cdot \omega = 15{,}7\ \mathrm{ms^{-1}}$: $U_1 = 2{,}83\ \mathrm{V}$ 2.2. $U = 57\ \mathrm{V}$
4.1. n nimmt ab 4.2. n nimmt zu 4.3. nimmt zu
4.4. Anschlüsse beim Anker oder bei der Feldwicklung vertauschen.
5.1. $F = 2{,}64\ \mathrm{N}$ 5.2. $M = 97{,}2\ \mathrm{Nm} \approx 10\ \mathrm{kpm}$
6.1. als Motor, da $U > U_\mathrm{i}$ ist 6.2. $I = 50\ \mathrm{A}$ 6.3. $I_\mathrm{m} = 2200\ \mathrm{A}$

9. $\omega = 1884\ s^{-1}$; $l = 2{,}83$ m
$x = \hat{x} \sin \omega t$; $v = \hat{v} \cdot \cos \omega t$; $\hat{v} = \omega \hat{x} = 1{,}88\ m \cdot s^{-1}$
$u = -B l \cdot v$; $\hat{u} = B l \cdot \hat{v} = 5{,}3$ V

Seite 75 bis 76

1.1. $U = 260$ V
1.2. Aus maßstäblichem Zeigerdiagramm oder trigonometrisch: $U = 225$ V
2.1. $I = 2$ A; $P_s = 440$ VA
2.2. $Z = 113\ \Omega$; $I = 1{,}95$ A; $P_s = 429$ VA
3. $C = 2\ \mu$F
4.1. $\cos \varphi_2 = \dfrac{I^2 - I_I^2 - I_{II}^2}{2 \cdot I_I \cdot I_{II}}$, $\cos \varphi_2 = 0{,}757$
4.2. $P_w = 542$ W
5.1. $I = 4$ A; $U_L = 504$ V; $U_C = 708$ V
5.2. $f_r = 59{,}3$ Hz; $\omega_r = 373\ s^{-1}$; $I_r = 11$ A; $U_{Lr} = U_{Cr} = 1640$ V
6.1. $I = 303$ mA
6.2. $I = 157$ mA
6.3. $I = 16$ mA
7. in normalen Einheiten gilt: $C = \dfrac{P_b}{\omega \cdot U^2}$
in den neuen Einheiten gilt: $C = \dfrac{10^9 \cdot P_b}{314 \cdot 48\,400} \approx 66\ P_b$
8.1. $\varphi = 60{,}93°$; $P_b = 55{,}8$ Var
8.2. $C = 3{,}7\ \mu$F
9.1. $P_w = 23.5$ kW; $P_b = 20{,}7$ kVar
9.2. $C = 1370\ \mu$F
10.1. $P_{mech} = 409$ W
10.2. $P_w = 584$ W
10.3. $I = 3{,}32$ A

Seite 90/91

3. $W = 7{,}8 \cdot 10^6$ kWh;
6. Die Gleichungen $P = 3 \cdot U \cdot I_{st} \cdot \cos \varphi$ (bei Dreieckschaltung) und
$P = 3 \cdot U_{st} \cdot I \cdot \cos \varphi$ (bei Sternschaltung) werden in die angebene Form umgewandelt.

Seite 101/102

1.1. $P_b = P_w (\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1) = 680$ Var
1.2. bei 220 V: $C = 45\ \mu$F
bei 380 V: $C = 15\ \mu$F
3.1. $P = 261$ kW
3.2. $P = 195$ kW
4. $I_2 = 4920$ A
5.1. $P_w = 150$ kW 5.2 $\sin \varphi_1 = \dfrac{60}{3000}$; $P_w = 294$ kW
9. $M_2 \sim I \cdot U \cdot \sin \varphi \cdot \sin \beta = I \cdot U \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha$
Zeiger dreht sich, bis $M_1 = M_2$, somit $\tan \alpha = \tan \varphi$, $\varphi = \alpha$ ist.

2.2. Leitungsvorgänge in Gasen und Festkörpern

Seite 115

3. Entladungslampen haben wie der Lichtbogen eine negative Strom-Spannungs-Charakteristik.

$R_{ges} = 17\ \mathrm{k\Omega}$

Seite 117

2. Aus $\frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = e \cdot U$ berechnet sich

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m_0} \cdot U} = \sqrt{2 \cdot 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \mathrm{As\,kg^{-1}} \cdot 1\ \mathrm{V}}$$

$$v \approx 6 \cdot 10^5 \sqrt{\mathrm{As\,kg^{-1}\,kg\,m^2\,s^{-3}\,A^{-1}}}$$

$$v \approx 600\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

Seite 125

5. Aus $S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} = 1{,}8\ \mathrm{mAV^{-1}}$ folgt $\Delta I_a = 0{,}9\ \mathrm{mA}$.

Dies entspricht einer Spannungsänderung ΔU_R am Außenwiderstand R_a von

$\Delta U_R = \Delta I_a \cdot R_a$, $\Delta U_R = 0{,}9\ \mathrm{mA} \cdot 200\ \mathrm{k\Omega}$

$\Delta U_R = 180\ \mathrm{V}$

Von einer Spannungsverstärkung kann man sprechen, weil eine Spannungsänderung von 0,5 V (ΔU_g) eine Spannungsänderung von 180 V (ΔU_R) bewirkt.

6. $D = \frac{1}{S \cdot R_i}$, $D = 0{,}0184$

d. h., um den Anodenstrom konstant zu halten, muß die Änderung der Gitterspannung rund 1,8% der Änderung der Anodenspannung betragen.

7. $R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$

$R_i = 34\ \mathrm{k\Omega}$

$\frac{R_a + R_i}{R_i} = \frac{U_B}{U_a}$

$U_B = U_a \frac{R_a + R_i}{R_i}$

$U_B \approx 160\ \mathrm{V}$

Seite 135

4. Eine n-p-Kombination zeigt in einer Richtung eine wesentlich größere Leitfähigkeit als in der anderen. Deshalb kann sie zur Gleichrichtung von Wechselströmen verwendet werden.

2.3. Grundlagen der Automatisierung

Seite 158/159

3. Kursregelung
6. Flüssigkeitsstandregelung

Seite 166

4. einfache Form der Automatisierung

2.4. Mechanik

Seite 175

5. Lösung durch Diagramm
   $v \approx 18{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \approx 67{,}5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$
6. $s \approx 429\ \mathrm{m}$
   $t \approx 36{,}3\ \mathrm{s}$

Seite 179

5. $P \approx 983\ \mathrm{kW} \approx 1340\ \mathrm{PS}$
6. $F \approx 41200\ \mathrm{N} \approx 4200\ \mathrm{kp}$

Seite 190/191

5. $v_B \approx 6680\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 7. $u_1 = -1{,}05\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ $u_2 = 0{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
8. Es ergeben sich die ursprünglichen Werte für v_1 und v_2 („Umkehrbarkeit" des elastischen Stoßvorgangs; Herleitung aus den Gleichungen für u_1 und u_2 für den allgemeinen Fall)

Seite 198

5. $F \approx 114\ \mathrm{kp}$

Seite 202

3. Der Motorradfahrer muß sich um annähernd 14° von der Senkrechten neigen.
4. $n = 0{,}45\ \mathrm{s^{-1}}$

Seite 210

3. $l \approx 0{,}994\ \mathrm{m}$ (für ungefähr 50° n. Br.) 5. $T = 16{,}4\ \mathrm{s}$

Seite 216

4. $F = 6{,}67 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{N} \approx 6{,}8 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{p}$

Seite 220

3. $F_F : F_G = 1:300$ 5. $T = 5058\ \mathrm{s} \approx 1\ \mathrm{h}\ 24\ \mathrm{min}$

Seite 226/227

1. 1.1. $E = 9{,}23\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 1.2. $E = 1{,}1\ \mathrm{cm \cdot s^{-2}} \left(\frac{1}{900}\text{ des Wertes für die Erdoberfläche}\right)$
2. $W = \dfrac{k \cdot M \cdot m}{r}$
5. Die parabolische Geschwindigkeit für die betreffende Flughöhe beträgt $10860\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; die Differenz zwischen dieser Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit des Flugkörpers beträgt $160\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, also weniger als 1,5%.

Ablenkungskraft 11, 13
Ablösearbeit 120
Achse, freie 200
Ampere 10, 29
Apogäum 224
Arbeit 176, 222
Arbeits-hypothese 39
— -kennlinie 124
— -prozeß, automatisiert 144, 166
— -prozeß, mechanisiert 143
Außenpolmaschine 77

Bahnbeschleunigung 195
Bahngeschwindigkeit 193
Basisschaltung des Transistors 139
Barkhausen-Röhrengleichung 123
Beschleunigung 170, 186, 204
Bewegung, drehende 192, 199
—, fortschreitende 168
—, gleichförmige 168
—, harmonische 203
—, ungleichförmige 169, 171
Bewegungsgröße 181
Bezugssystem 199
Blindleistung 72, 74
Brahe, Tycho 211
Braunsche Röhre 126
Bündelleiter 108

Cavendish, Henry 215
Curie-Punkt 32

Defektelektron 134
Differentiation 172
Diode 119
Dreheisen-Meßgerät 58
Dreh-feld 85
— -moment einer Drehspule 13
— -spulgalvanometer 13
— -strom 86
— -vektor 194
— -waage 23
— -winkel 193
Drosselspule 63, 66, 67
Durchgriff 123
dynamoelektrisches Prinzip 50, 51

Edisoneffekt 119
Effektivwerte 57, 58
Eigenleitung 133, 194
Elektro-energie 98, 99
— -erosion 109
Elektron 116
—, Defekt- 134
—, Leitungs- 132
Elektronen-gas 132
— -linse 126
— -röhren 119, 120
— -strahlen 115, 116
— -strahlofen 129
— -strahloszillograf 126
— -strahlröhren 125, 126
— -volt 117
Elementarladung 116
Elipsoid (Erde) 219
Elongation 206
Emission, Elektronen- 118
—, Foto- 129, 130
—, Glüh- 110, 118, 119
Emitterschaltung des Transistors 140
Energieerhaltungssatz 188, 223
Energietransport, Gleichstrom 91
—, Wechselstrom 92
Entladungsröhre 106, 112
Erde, Magnetfeld 33

Fadenpendel 209
Fall, freier 177
Fallbeschleunigung 218
Faraday, Michael 17, 34, 38, 39
Feld 221
Feldstärke, elektrische 15, 16, 107
—, magnetische 23···33
Flächengleichrichter, Germanium- 138
Flächentransistor 139
Fliehkraft 200, 218
Flußdichte, magnetische 11···33
Foto-diode 137
— -element 137
— -widerstand 137
— -zelle 130, 131
Frequenz 43, 47, 59, 60, 207

Gasionen 104
Gauss 33
Gegenspannung 52
Generatorspannung am Trommelanker 49
Geoid 219
Geschwindigkeit 168, 178, 186
Geschwindigkeitsstufen, astronautische 153, 223, 226
Gewicht eines Körpers 216
Gezeiten 219
Gleichrichter, Halbleiter- 137, 138
—, Röhren- 121
Gleichstrom-generator 48
— -motor 52, 54

Glimmlampe 113, 114
Gravitation 211
Gravitations-feld 221
— -gesetz 212
— -konstante 215
— -kraft 217

Halbleiter 133
— -gleichrichter 137, 138
— -kombination 134
— -schichtkristalle 134
Hallwachseffekt 129
harmonische Größe 42
Henry 38
Hilfsenergie 162
Hitzdrahtstrommesser 58
Hysteresis 31

Impedanz 69
Impuls 181
Impulserhaltungssatz 183
Indikatordiagramm 178
Induktion, elektromagnetische 15
induktiver Widerstand 64
Induktivität 37, 38
induzierte Spannung 16
Influenz 39
Innenpolmaschine 77
Innenwiderstand (Röhre) 123
Integration 174
Ionisation 105, 107
—, Stoß- 106, 107
—, thermische 109
Istwert 155

kapazitiver Widerstand 61, 66
Kathoden-fall 112
— -strahlen 116
— -strahloszillograf 104, 126
— -strahlröhren 125
Kegelpendel 205
Kennlinie, Arbeits- 124
—, dynamische 124
—, Diode 120
—, Triode 121, 122
—, Flächengleichrichter 138
KEPLER 211
Keplersche Gesetze 212, 223
Kollektor 49, 139
Kommutator 48
Konstante der Magnetfelder 25
KOPERNIKUS 211
Koronaentladung 107, 108
Kraft 176, 178
— zwischen parallelen Strömen 28
Kraftstoß 27, 48, 180
Kreisbewegung 192
— -frequenz 46
Kurzschlußläufermotor 87

Ladung des Elektrons, spezifische 117
Leistung 176, 178
— des Wechselstroms 70, 71
Leistungs-diagramm 74, 76
— -faktor 72, 94
Leiterspannung 83
Lenzsche Regel 19, 52
Löcher 134
Lorentzkraft 14, 15
Luftstrahltriebwerk 185

Magnetfluß 17, 20
—, lange Spule 37
—, harmonische Größe 45, 94
Magnetisierungskurve 30
Magnetometer 13
Masse von Himmelskörpern 215
Massenmittelpunkt 184
Massenwirkungsgesetz 135
Mehrstufenrakete 187
Meßeinrichtung 147, 154
Meßschleife 47, 65
Mikromodultechnik 142
Mittelpol-Leiter 83

negative Kennlinie 110
n-Leitung 134
NEWTON, ISAAC 212
Nullung 83

Oersted 9, 10, 33
Oszillograf 48, 64, 65

Parallelschaltung von Wechselstromwiderständen 74
Peltiereffekt 136
Pendel 209
Perigäum 223
Periode 43
permanente Magnete 33
Permeabilität, relative 31
Phase 205
Phasen-kompensation 93
— -schieber 94
— -verschiebung 44, 56, 77, 86, 93
Plasma 113
p-Leitung 134
Polregel, für Spulen 19
—, für Generatoren 50

Radialbeschleunigung 197
— -kraft 197
Radiusvektor 192
Rakete 185
Raumladungswolke 120
Regel-einrichtung 158
— -größe 155
— -kreis 156, 159
— -strecke 158
Regelung 144, 154, 159
Rekombination 105, 135
Rückstoß 185
Ruhmasse des Elektrons 116

Scheinleistung 73
Scheinwiderstand 69
Scheitelwert 42
Schichtkristalle, Halbleiter- 134
Schleifringläufermotor 88, 89
Schlupf von Induktionsmotoren 88, 89
Schubvektor 194
Schwerkraft 218
Schwerependel 209
Schwerpunktsatz der Mechanik 184
Schwingung, harmonische 204
Schwingungsdauer 206
Selbstinduktion 36, 37

Selengleichrichter 138
SIEMENS 51
Sollwert 155
Sperrschicht 135
spez. Ladung d. Elektrons 117
Spitzendiode 138
Spitzenentladung 107
Steilheit 123
Stellglied 147, 154
Stellgröße 148, 152, 155
Sternschaltung 82, 83
Stetiger Regler 158
Steuer-einrichtung 151
— -größe 148
— -kette 152
— -strecke 151
Steuerung 145, 146, 147, 152
Stör-größe 148, 155
— -stellenleitung 134
Stoß, elastischer 189
—, gegen eine feste Wand 190
—, zentraler 188
Stoßionisation 107...109
Strangspannung 78
Stromstärkeeinheit, internationale Definition 28
Stromverstärkung 140
Supraleitung 133
Synchronmotor 94

thermische Ionisation 109
Thermistor 136
Thermoeffekt 136
Trägheitswirkung 199, 200
Transformatoren 94, 97
Transistor 139, 140
Triode 121, 122
Trommelanker 49, 54
Turbogenerator 80

Ultrazentrifuge 201
Umlauf-zahl 194
— -zeit 194

Verbundnetz 100
Verkettungsfaktor 83
Verlustfaktor 93
Verstärker 124, 141

Weber 20
Wehneltzylinder 126
Weißsche Bezirke 29, 31
Widerstand, Foto- 137
Widerstandsthermometer 136
Winkel-beschleunigung 195
— -geschwindigkeit 193
Wirbelströme 35
Wirk-leistung 70, 72, 74
— -widerstand 60
Wirkungsgrad der Energieumwandlung 99
— von Generatoren 101
— von Motoren 76
— von Transformatoren 96, 97
Wirkungsweg 152
Wurf, senkrechter 173

Zentral-beschleunigung 197
— -feld 221
— -kraft 197
Zentrifuge 200
ZIOLKOWSKI 186
Zweipolröhre 119
Zweipunkt-Regler 158

Quellennachweis der Bilder

Die Zeichnungen wurden nach Vorlagen angefertigt von Heinz Grothmann, Berlin und Rudolf Schultz-Debowski, Berlin.

Titelbild: Haus der DSF Berlin

Brüggemann: 9/1; 109/1; 144; 145; Ende: 168; Haus der DSF Berlin: 180; 211; Illek & Paul: 203; Krütgen: 111/1; Meyer: 150/1; Royé: 90/1; VEB EAW Treptow: 59/2; VEB Elektromaschinenbau Sachsenwerk: 41; 82/1; VEB Meßgerätewerk Zwönitz: 47/1; VEB Werk für Fernsehelektronik, Berlin: 163/1; VEB Verlag Technik: 118; 129/1; VWV: 38/1; 55; 87/1; 89/1; 104; 114/1; 127/1; 153; 165/1; 188/1; 201/1; Zentralbild: 7; 8; 77; 103; 111/2; 132; 141/2; 143; 160; 171/1.








Oben, von links nach rechts

Widerstand mit Anzapfungen

Induktiver Widerstand

Induktiver Widerstand mit Eisenkern

Transformator

Transformator mit Kern

Relais

Phasenverschiebungsmesser

Spannungsmesser (Millivolt)

Wechselstromgenerator

Wechselstrommotor

Sternschaltung




















Unten, von links nach rechts

Dreieckschaltung

Widerstand

Kondensator

Diode

Duodiode

Triode

Fotozelle

Transistor

Trockengleichrichter

Fotoelement

Glimmlampe













