LEHRBUCH DER

PHYSIK

OBERSCHULE TEIL IB

Lehrbuch der Physik

für die Oberschule

TEIL IB

Mit 186 Abbildungen

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1951

Herausgegeben von

Dr. Paul Schauff und Dr. Clara von Simson, Berlin

Berichtigter Nachdruck der dritten Auflage (1949)

Best.-Nr. 6013 4.00 DM (3.20 DM bei Lieferung über die Schulen) · 156.–165. Tausend
Lizenz-Nr. 203 · 1000/51-I-178/51
Satz: B. G. Teubner, Leipzig (III/18/154)
Druck: Deutsche Buch- und Landkarten-Druckerei VEB, Leipzig (III/18/62)

Inhaltsverzeichnis

Mechanik

Wärmelehre

Witterungskunde

MECHANIK

A. Bewegungslehre

§ 1. Grundlagen der Bewegungslehre

1. Längen- und Zeitmessung. Jede genauere Untersuchung in der Physik ist gebunden an Maß und Zahl.

Man führt eine Messung aus, indem man die zu messende Größe mit einer **Maßeinheit** vergleicht und angibt, wie oft diese in der zu messenden Größe enthalten ist. Die Zahl, die sich hierbei ergibt, wird als **Maßzahl** oder **Zahlenwert** bezeichnet. Die physikalische Größe selbst ist gleich dem Zahlenwert mal der Maßeinheit.

Um verschiedene Längen miteinander vergleichen zu können, benutzt man in der Physik als Längeneinheit die Länge des **Urmeters**[1]), eines Stabes aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium mit dem aus Abb. 1 erkennbaren Querschnitt. Das Urmeter (über seine Entstehung siehe § 7), mit dem mittelbar alle Meterstäbe verglichen werden, wird im internationalen Bureau der Maße und Gewichte zu Paris aufbewahrt. Man unterteilt das Meter in 1000 mm; der tausendste Teil eines Millimeters heißt ein Mikron[2]) (μ); hiervon der tausendste Teil ist ein Millimikron ($m\mu$); also ist $1\, m\mu = 10^{-6}$ mm.

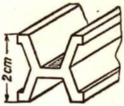


Abb. 1
Form des Urmeters

Zur Zeitmessung ist jeder Vorgang geeignet, der sich in regelmäßiger Folge in immer derselben Weise wiederholt. Diese Bedingung erfüllt mit größter Annäherung die Erdrotation; auf sie gründen wir unsere Zeitmessung. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Sonnenkulminationen heißt ein wahrer Sonnentag. Da sich die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne mit verschiedener Geschwindigkeit bewegt, sind die wahren Sonnentage nicht gleich lang (Genaueres in Bd. I A); man hat deshalb den mittleren Sonnentag als arithmetisches Mittel aller wahren Sonnentage eines Jahres eingeführt. Er hat 24 Stunden (h) oder 1440 Minuten (min) oder 86400 Sekunden (s oder sec). Die Sekunde dient in der Physik als Zeiteinheit.

2. Absolute und relative Bewegung. Wenn ein Körper gegen einen anderen seinen Ort ändert, so sagen wir: er bewegt sich in bezug auf den zweiten Körper. Wir lassen hierbei unentschieden, ob dieser zweite Körper sich selbst etwa gegen einen dritten bewegt, wie bei der Bewegung eines Menschen auf dem Verdeck eines fahrenden Schiffes. Da wir den Ort eines Körpers

---

1) métron (griech.) = Maß 2) mikrón (griech.) = das Kleine

im Weltenraum nicht absolut[1]), sondern nur relativ[2]) zu anderen Körpern angeben können, so können wir auch nicht bestimmen, ob ein Körper in absoluter Ruhe ist.

Es unterliegt ganz unserer Wahl, in bezug auf welchen Körper wir die Bewegung eines anderen betrachten. Meistens denken wir an die Bewegung gegen die Erdoberfläche, ohne Rücksicht darauf, daß diese selbst in Bewegung ist.

3. Die Geschwindigkeit. Je nachdem ob ein Punkt, der sich auf einer Geraden bewegt, in gleichen Zeiten gleiche oder ungleiche Wege zurücklegt, heißt seine Bewegung gleichförmig oder ungleichförmig. Gleichförmig bewegen sich ein Eisenbahnzug und ein Kraftwagen auf freier, geradliniger Strecke in voller Fahrt, ungleichförmig ein Zug beim Anfahren und Bremsen, ein Auto auf den belebten Straßen einer Stadt.

Die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung wird angegeben durch den Quotienten aus einer beliebig langen zurückgelegten Strecke und der zugehörigen Zeit.

Benutzen wir als Zeiteinheit die Sekunde und als Weglängeneinheit das Meter, so hat ein gleichförmig bewegter Körper die Geschwindigkeit 1, wenn sich sein Ort in bezug auf seine Umgebung in einer Sekunde geradlinig um ein Meter verschiebt.

Als „Formelzeichen" nimmt man für Weglängen, Zeiten und Geschwindigkeiten die Buchstaben s, t und v[3]); definitionsgemäß ist $v = s/t$ oder

$$s = v \cdot t.$$

4. Vektoren. Zur eindeutigen Bestimmung einer Geschwindigkeit gehört außer der Angabe ihres Zahlenwertes nebst Maßeinheit die Angabe der Richtung. Man stellt Geschwindigkeiten durch Pfeile dar; das sind Strecken, deren Richtung mit der Bewegungsrichtung übereinstimmt und deren Länge gleich soviel willkürlich gewählten Einheiten ist, wie die Maßzahl der Geschwindigkeit angibt. So sind in Abb. 2 die Geschwindigkeiten zweier Automobile dargestellt, von denen das eine von O aus nach Osten und das andere nach Südosten fährt. (Mit welchen Geschwindigkeiten?) Derartige gerichtete Größen heißen Vektoren[4]) im Gegensatz zu den ungerichteten Skalaren[5]), z. B. der Wichte und der

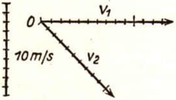


Abb. 2. Vektoren

1) absolútus (lat.) = losgelöst (nämlich von Beziehungen auf die Umgebung)
2) relátio (lat.) = Beziehung, Verhältnis
3) Es sei bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen, daß in diesem Buche alle Formelzeichen *schräg (kursiv)* und alle Maßeinheiten senkrecht gedruckt sind
4) véctor (lat.) = Träger
5) scálae (spätlat. scala) = Leiter, Treppe

Temperatur. Die Maßzahl mit der Maßeinheit eines Vektors, ohne Rücksicht auf seine Richtung, heißt sein Betrag.
Da zwei physikalische Größen nur dann gleich heißen, wenn die eine die andere ersetzen kann, ohne daß sich die Wirkung ändert, sind zwei Geschwindigkeiten sowohl verschieden, wenn sie bei derselben Richtung nicht die gleichen Beträge haben, wie auch dann, wenn sie bei gleichem Betrage in verschiedene Richtungen weisen.

5. Dimension einer physikalischen Größe. Im Gegensatz zu Meter und Sekunde, die Fundamentaleinheiten[1]) sind, ist die Geschwindigkeitseinheit eine abgeleitete Einheit. Um zu erkennen, in welchen Fundamentaleinheiten die Größen gemessen waren, aus denen die Maßzahl der Geschwindigkeit entstanden ist, geben wir dem Ergebnis die Maßeinheit m/s (gelesen: Meter je Sekunde), sagen also z. B.: Die Geschwindigkeit eines Schnellzuges beträgt 25 m/s. Mit anderen Worten: wir dividieren auch die Maßeinheiten. Das Symbol m/s ist die Geschwindigkeitseinheit. Zur Kennzeichnung des Zusammenhangs einer physikalischen Größe mit den Grundeinheiten pflegt man die sog. Dimension[2]) anzugeben. Dabei wählt man als Formelzeichen für Längen irgendwelcher Art und für Zeiten die Buchstaben l und t und schließt bei Dimensionsangaben die Formelzeichen in eckigen Klammern ein. Die Länge und die Zeit selbst haben also die Dimensionen $[l]$ und $[t]$, die Geschwindigkeit hat die Dimension $[l \cdot t^{-1}]$.

6. Umrechnung physikalischer Größen. Die in einer Gleichung zwischen physikalischen Größen, z. B. $s = v \cdot t$, auftretenden Buchstaben stehen für Zahlenwert mal Einheit; beispielsweise ist, wenn ein Körper sich 7 Sekunden lang mit der Geschwindigkeit 5 m/s bewegt, der Weg $s = v \cdot t = 5\,\text{m/s} \cdot 7\,\text{s} = 35\,\text{m}$. Man darf 35 m als ein Produkt der Zahl 35 mit dem zweiten Faktor m auffassen, denn 35 m ist 35 mal die Einheit Meter. Diese Auffassung bewährt sich bei Umrechnungen in andere Einheiten.

Beispiel: Ein D-Zug legt in 4 h 288 km zurück; wie groß ist seine in m/s gemessene durchschnittliche Geschwindigkeit? Antwort:

$$v = \frac{288\ \text{km}}{4\ \text{h}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

§ 2. Die Geschwindigkeit

1. Die Geschwindigkeit bei gleichförmiger Bewegung als Differenzenquotient. Stellt man die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit graphisch dar, so erhält man die sog. Geschwindigkeitskurve. In Abb. 3 ist die Bewegung eines Schnellzuges dargestellt. Von A bis B bewegt er sich schneller und schneller, von B bis C gleichförmig, und dann verlangsamt sich seine Fahrt, bis er in D zum Stehen kommt.

1) fundamentum (lat.) = Grundlage 2) diménsio (lat.) = Ausmessung

Wir wählen zwischen B und C zwei beliebige Punkte M und N und bezeichnen die Strecken BM und BN mit s_1 und s_2 und die Zeitspannen, in denen diese Wege zurückgelegt werden, mit t_1 und t_2. Dann ist die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

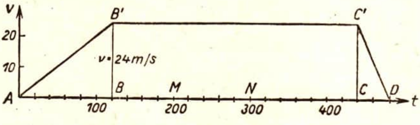


Abb. 3. Geschwindigkeitskurve eines Schnellzuges

Da der Weg der Zeit, in der er durchlaufen wird, proportional ist, ist es für die Berechnung von v gleichgültig, wo M und N liegen, wie lang also $s_2 - s_1$ und die zugehörige Zeit $t_2 - t_1$ gewählt werden. Wir bezeichnen die hier auftretenden Differenzen mit Δs und Δt. So gilt für die gleichförmige Bewegung die Gleichung

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

und dieser sog. Differenzenquotient hat hier einen konstanten Wert. Man erkennt dies auch sofort aus der Abbildung: die Ordinaten der zwischen B und C liegenden Punkte sind gleich lang. $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ unterscheidet sich nur durch die Form von der Definition der Geschwindigkeit in § 1,3.

2. Graphische Darstellung des Weges durch eine Fläche. Die Geschwindigkeitskurve $B'C'$ ist eine im Abstand v zur Abszissenachse gezogene Parallele. Der Weg, den der Schnellzug von B bis C in der Zeit $t_2 - t_1$ zurücklegt, ist $s = v(t_2 - t_1)$, und die Maßzahl für diesen Weg ist gleich der Maßzahl der Fläche, die von der Geschwindigkeitskurve, der Abszissenachse und den zu t_1 und t_2 gehörigen Ordinaten begrenzt wird.

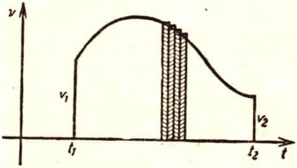


Abb. 4. Geschwindigkeitskurve bei ungleichförmiger Bewegung

Daß dieser Satz auch für die ungleichförmige Bewegung gilt, bei der die Geschwindigkeit nicht konstant ist, zeigt man, indem man die Fläche nach Abb. 4 in viele schmale Rechtecke zerlegt, die zu kleinen Zeitabschnitten Δt gehören, während deren man die Geschwindigkeit als konstant betrachten kann. Wenn dann $v_1, v', v'', v''', \ldots$ die Geschwindigkeiten in den aufeinanderfolgenden Zeitspannen bedeuten, ist nach der Gleichung $s = v \cdot t$

$$s = v_1 \cdot \Delta t + v' \cdot \Delta t + v'' \cdot \Delta t + v''' \cdot \Delta t + \cdots,$$

und diese Summe ist gleich der Fläche, die oben durch die Geschwindigkeitskurve begrenzt wird,

3. Definition der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Wir lassen eine Kugel mit möglichst geringer Reibung auf einer nur wenig geneigten Fallrinne (schiefen Ebene) herunterrollen (Abb. 5). Dann beobachten wir, daß bei

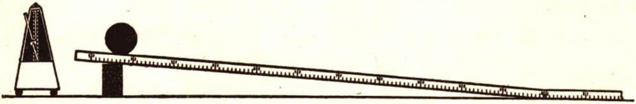


Abb. 5. Die Bewegung auf der schiefen Ebene

einer bestimmten Neigung der Bahn die in 1, 2, 3, 4, ... Sekunden zurückgelegten Wege 0,1, 0,4, 0,9, 1,6, ... Meter betragen. Beim Fall auf der schiefen Ebene ist also der zurückgelegte Weg dem Quadrate der Zeit proportional:

$$s \sim t^2.$$

Wir bezeichnen den hier geltenden Proportionalitätsfaktor, der in unserem Beispiel den Zahlenwert 0,1 hat, mit k und definieren:

Eine Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit Null, bei der der zurückgelegte Weg dem Quadrate der Zeit proportional ist, für die also die Gleichung

$$s = k \cdot t^2$$

gilt, heißt gleichmäßig beschleunigt.
Diese Bezeichnung findet in § 3,1 ihre Erklärung.

4. Die Geschwindigkeit bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Was verstehen wir nun bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung der auf der schiefen Ebene herunterrollenden Kugel unter Geschwindigkeit? Berechnen wir aus den obigen Zahlen oder beobachten wir die Wege in den einzelnen Sekunden, so finden wir, daß

in der	1.,	2.,	3.,	4.,	...	Sekunde
	0,1,	0,3,	0,5,	0,7,	...	Meter

zurückgelegt werden. Wir gewinnen also nebenbei den Satz:

Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung verhalten sich die Wege in den einzelnen Sekunden wie die ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : 7 : ...

Jetzt fragen wir z. B. nach der Geschwindigkeit am Ende der 4. Sekunde. Unsere Zahlenreihe lehrt, daß man zunächst nur von einer durchschnittlichen oder mittleren Geschwindigkeit in irgendeiner Zeitspanne reden kann. Wir berechnen sie nacheinander für die dem betrachteten Augenblick unmittelbar vorangehenden Zeitspannen, indem wir sie immer wieder halbieren. Die mittlere Geschwindigkeit beträgt

während der 1. bis 4. Sekunde $\frac{0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}5 + 0{,}7}{4} = 0{,}4$ m/s,

„ „ 3. und 4. „ $\frac{0{,}5 + 0{,}7}{2} = 0{,}6$ m/s,

in der 4. „ $\frac{0{,}7}{1} = 0{,}7$ m/s.

Unsere Hilfsmittel werden nicht ausreichen, die in der 2. Hälfte der 4. Sekunde zurückgelegte Strecke zu messen; sie wird größer sein als der Weg der 1. Hälfte. Genauere Versuche lehren, daß von den 0,7 m der 4. Sekunde auf die 1. Hälfte der Sekunde 0,325 m und auf die 2. Hälfte 0,375 m entfallen, so daß sich als mittlere Geschwindigkeit dieser Zeitspanne $\frac{0{,}375}{1/2} = 0{,}75$ m/s ergibt.

Wählen wir die Zeitspannen vor dem Ende der 4. Sekunde noch kleiner und berechnen für sie die durchschnittlichen Geschwindigkeiten, so wird, wie die Anschauung lehrt und unsere Zahlenreihe erkennen läßt, der errechnete Wert zwar dauernd größer, aber er wächst immer langsamer, indem er einem ganz bestimmten Grenzwert oder limes zustrebt, und diesen werden wir als die Geschwindigkeit des ungleichförmig bewegten Körpers am Ende der 4. Sekunde zu bezeichnen haben. Man schreibt diesen Grenzwert in der Form $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (lies: limes Δs durch Δt für Δt gegen Null) oder einfach $\frac{ds}{dt}$ (lies: ds nach dt) und nennt ihn die Ableitung oder den Differentialquotienten des Weges nach der Zeit. Dieser Wert bedeutet nicht mehr die durchschnittliche Geschwindigkeit in einer längeren oder kürzeren Zeitspanne, sondern die augenblickliche Geschwindigkeit in einem Zeitpunkt. Wir definieren also die **Momentangeschwindigkeit** durch die Gleichung

$$\boldsymbol{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \equiv \frac{ds}{dt}};$$

die Geschwindigkeit eines ungleichförmig bewegten Körpers wird ermittelt durch die Ableitung des Weges nach der Zeit.

Diese Definition ist hier sofort für jede beliebige ungleichförmige Bewegung ausgesprochen; sie gilt also nicht nur für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Zur Übung: Ein Radfahrer fährt mit der Geschwindigkeit 15 km/h. Wie groß ist die Geschwindigkeit des untersten und die des obersten Punktes des Reifens relativ zur Erde?

§ 3. Die Beschleunigung

1. Das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz. Wir wollen die Geschwindigkeit v auf Grund ihrer Definition

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

als Grenzwert des Differenzenquotienten $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung berechnen. Für diese gilt $s = k \cdot t^2$. Daher ist

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{k\,t_2^2 - k\,t_1^2}{t_2 - t_1} = k \cdot \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2 - t_1} = k \cdot (t_2 + t_1).$$

Jetzt können wir zur Grenze übergehen, also t_1 und t_2 zusammenfallen lassen oder t_1 und t_2 gleich t setzen, dann ergibt sich

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = k \cdot 2\,t.$$

Also gilt, wenn v_t die Geschwindigkeit zur Zeit t bedeutet $v_t = 2k \cdot t$. Hier schreiben wir statt $2k$ zur Vereinfachung noch b und erhalten

$$v_t = b \cdot t.$$

Hiernach ist der Zahlenwert der Geschwindigkeit am Schluß der

	1.,	2.,	3.,	4.,	... Sekunde
gleich	b,	2b,	3b,	4b,	...

Er nimmt also von Sekunde zu Sekunde um denselben Betrag zu. So ergibt sich das

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz: Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung wächst die Geschwindigkeit in gleichen Zeitteilen um denselben Betrag. Die Geschwindigkeitszunahme in 1 Sekunde ist also konstant; sie heißt Beschleunigung *(b)*.

In Zeichen: Aus $s = \frac{b}{2} \cdot t^2$ folgt $v_t = b \cdot t$.

Aus diesem Grunde heißt eine nach dem Gesetz $s = \frac{b}{2} \cdot t^2$ ablaufende Bewegung gleichmäßig beschleunigt.

Setzt man in $s = \frac{b}{2}\, t^2$ die Zeitspanne t gleich 1 s, so ergibt sich $s = \frac{b}{2}$; die Maßzahl des Weges in der ersten Sekunde ist also gleich der Hälfte der Maßzahl der Beschleunigung.

In unserem früheren Beispiel (Abb. 5), in dem $\frac{b}{2}$ den Zahlenwert 0,1 hatte, ergibt sich aus $v_t = b \cdot t$ als Geschwindigkeit am Schluß der 4. Sekunde ($t = 4$ s) der Wert $v_t = 0{,}8$ m/s, was nach der Zahlenreihe 0,4, 0,6, 0,7, 0,75, ... der mittleren Geschwindigkeiten schon zu erwarten war.

Zur experimentellen Bestätigung dieser Folgerung und damit des obigen Gesetzes lassen wir die herunterrollende Kugel nach 4 s in eine waagerechte Bahn übergehen; dann bewegt sie sich gleichförmig mit der konstant bleibenden Geschwindigkeit 0,8 m/s weiter. (Auf demselben Gedanken beruht ein Versuch mit der Fallmaschine oder mit Müllers Reifenapparat.)

In den Abbildungen 6 a, b und c sind für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung der Weg, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung in ihrer Abhängigkeit von der Zeit graphisch dargestellt. Die Beschleunigung sei gleich 10 m/s². Als Einheit wurde die Strecke von 5 mm gewählt. Sie stellt auf der Abszissenachse die Zeit 1 s, auf der Ordinatenachse in Abb. a den Weg 10 m, in Abb. b die Geschwindigkeit 10 m/s und in Abb. c die Beschleunigung 10 m/s² dar (vgl. dazu Abschn. 3). Man kann aus den Zeichnungen für jeden Wert von t die zugehörigen Werte von s, v und b entnehmen.

Für die Beschleunigung ist die Richtung, in der sie erfolgt, wesentlich. Wir behandeln hier nur den Fall, daß sie in die Richtung der (geradlinigen) Bewegung fällt.

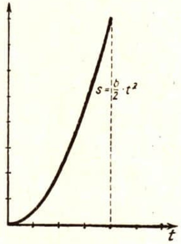


Abb. 6a
Weg-Zeit-Diagramm

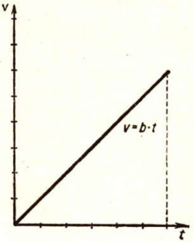


Abb. 6b
Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm

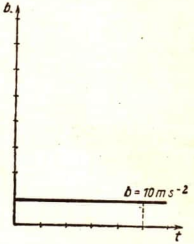


Abb. 6c
Beschleunigung-Zeit-Diagramm

2. Das Weg-Zeit-Gesetz. Wie sich durch Umkehrung des Beweisverfahrens zeigen läßt, ist das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz umkehrbar:

Weg-Zeit-Gesetz: Kann man den Verlauf einer Bewegung durch das Gesetz $v_t = b \cdot t$ darstellen, so ist $s = \frac{b}{2} t^2$, und b bedeutet die Beschleunigung.

Galilei bewies diesen Satz nach dem obigen graphischen Verfahren: Da die Geschwindigkeit in demselben Verhältnis wächst wie die Zeit und da die Anfangsgeschwindigkeit Null ist, ist die Geschwindigkeitskurve eine vom Anfangspunkt ausgehende Gerade (Abb. 6b). Der Flächeninhalt des entstehenden Dreiecks, der ja zahlenmäßig gleich dem zurückgelegten Wege ist, ist gleich $\frac{1}{2}\, t v_t$ oder, da $v_t = b \cdot t$ ist, gleich $\frac{1}{2} b t^2$.

Die gewonnenen Sätze lassen sich ohne weiteres auf die gleichmäßig verzögerte Bewegung übertragen, für die b nur negativ zu nehmen ist.

3. Die Maßeinheit der Beschleunigung. Wenn v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten zu den Zeiten t_1 und t_2 bedeuten, ist bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung die Beschleunigung

$$b = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

einerlei, welche Zeitspanne mit den dazugehörigen Geschwindigkeitswerten wir zugrunde legen.

Die Beschleunigung hat also den Wert 1, wenn sich die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (1 s) um die Geschwindigkeitseinheit ($1\ m\ s^{-1}$) ändert.

In der Beschleunigungseinheit haben wir eine neue **abgeleitete Einheit**; wir schreiben sie, da der Quotient $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ den Quotienten $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$ als Maßeinheit enthält, in der Form

$$\text{m/s}^2 \text{ oder ms}^{-2}.$$

Die Dimension der Beschleunigung ist also $[l \cdot t^{-2}]$.

4. Erweiterte Definition der Beschleunigung. Bei einer ungleichmäßig beschleunigten Bewegung ändert sich der Geschwindigkeitszuwachs dauernd; deshalb können wir bei ihr nur von einer Beschleunigung in einem bestimmten Zeitpunkt reden. Ebenso wie wir die Geschwindigkeit bei einer ungleichförmigen Bewegung durch den Grenzwert $\frac{ds}{dt}$ festlegten, dem $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ bei immer kleiner werdendem Δt zustrebt, definieren wir die Beschleunigung allgemein durch

$$b = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{dv}{dt}.$$

Zur Übung: 1. Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung eines Kraftwagens, der in 20 s aus dem Stand eine Fahrtgeschwindigkeit von 40 km/h (= ? m/s) erlangt? — 2. Wie lange dauert es, bis ein Zug, der mit 0,2 m/s² beschleunigt wird, die Fahrtgeschwindigkeit 20 m/s besitzt? — 3. In Abb. 3 ist die Zeit in s und die Geschwindigkeit in m/s angegeben. Wie groß ist die Beschleunigung am Anfang und die Verzögerung am Ende der Fahrt?

§ 4. Der freie Fall

1. Die Fallhöhe der 1. Sekunde. Das wichtigste Beispiel für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung bietet der **freie Fall**. Ein Körper fällt „frei", wenn keinerlei Hindernisse seine Bewegung hemmen. Der Luftwiderstand ist gering, wenn die Wichte des Körpers groß und das Verhältnis der Maßzahlen seiner Oberfläche und seines Volumens klein ist. Formen wie Kugel und Würfel erfüllen diese letzte Bedingung, nicht aber dünne Plättchen. Steine haben eine ziemlich große Wichte, und ihre Form genügt auch meistens der zweiten Bedingung. Benutzen wir sie bei unseren Versuchen, so können wir den Luftwiderstand vernachlässigen.

Läßt man einen Stein bei einem Schlage eines auf Sekunden eingestellten Metronoms[1]) los und verändert (z. B. im Treppenhaus) die Fallhöhe so lange, bis beim folgenden Schlage der Stein aufschlägt, so erkennt man, daß der Stein in der 1. Sekunde rund 5 m durchfällt. Versuche mit größeren Steinen und mit anderen geeigneten Körpern lehren:

Die Länge der von einem frei fallenden Körper in einer beliebigen Zeitspanne zurückgelegten Strecke ist vom Gewicht und Stoff des Körpers unabhängig.

1) mḗtron (griech.) = Maß, Maßstab; nómos (gr.) = u. a. auch Musik

Wegen des großen Luftwiderstandes durchfällt ein ausgebreitetes Blatt Papier in 1 Sekunde eine wesentlich kürzere Strecke als 5 m. Ballt man es jedoch zusammen, so fällt es schneller. Fallversuch mit einem Stückchen Papier auf einer Münze.

2. Das Fallgesetz. Bei Vergrößerung der Fallstrecke finden wir, daß die in 2 Sekunden durchfallene Strecke 20 m beträgt.

Abb. 7 Nachweis des Fallgesetzes

Da uns noch größere Fallhöhen kaum zur Verfügung stehen, wählen wir die Zeiteinheit kürzer, beispielsweise gleich 0,45 s (das Metronom steht dann auf 132). Dann betragen die in 1, 2, 3, ... Zeiteinheiten zurückgelegten Wege rund 1, 4, 9, ... m. Hieraus folgt das

Fallgesetz: Die Fallhöhe ist dem Quadrat der Fallzeit proportional.

Man kommt zu diesem Gesetz auch durch die in Abb. 7 dargestellte Versuchsanordnung. Ein fallender Körper zieht einen leichten Papierstreifen hinter sich her. Dieser gleitet durch einen Schlitz, in dem in $\frac{1}{5}$ s Zeitabstand elektrische Funken überspringen. Jeder Funke schlägt ein kleines Loch in das Papier und registriert so die Weglängen. Abb. 8 zeigt das Bild eines durchlöcherten Papierstreifens, den ein fallender Metallzylinder durch den Schlitz gezogen hat. Die Zahlen der Zeichnung geben (in cm) die Wege an, die der Zylinder zwischen zwei Funken zurückgelegt hat. Aus der Messung ergibt sich: In je $\frac{1}{5}$ s nehmen die zurückgelegten Wege jedesmal um rund 0,39 m zu; also ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt, und der Weg ist dem Quadrat der Zeit proportional.

Die Geschwindigkeitszunahme in $\frac{1}{5}$ Sekunde beträgt

$$\Delta v = \frac{0{,}39\,\mathrm{m}}{\frac{1}{5}\,\mathrm{s}} = 1{,}95\,\mathrm{m\,s^{-1}};$$

Abb. 8. Lochstreifen zu Abb. 7

und für die Beschleunigung folgt

$$b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1.95\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{\frac{1}{5}\,\mathrm{s}} = 9{,}75\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

Eine Bestätigung des Fallgesetzes liefert auch der in Abb. 9 angedeutete Versuch. An einer Schnur sind 5 Kugeln angebracht, die unterste berührt den Fußboden, die oberste befindet sich an der Zimmerdecke. Läßt man die Schnur los, so schlagen die Kugeln nach gleichen Zeitintervallen auf, wenn sich ihre Abstände vom Fußboden verhalten wie 1 : 4 : 9 : 16. In welcher Zeitfolge hingegen hört man Kugeln aufschlagen, die gleichen Abstand voneinander haben?

Wir haben also durch Versuche festgestellt, daß beim freien Fall der Weg in der ersten Sekunde 5 m, in der zweiten 20 m beträgt und daß die Strecken, die in 1, 2, 3, 4 Zeiteinheiten durchfallen werden, sich wie $1:4:9:16$ verhalten. Diese beiden Tatsachen ergeben die Gleichung $s = 5\,t^2$ oder $s = \frac{1}{2} \cdot 10\,t^2$, worin s die Fallhöhe bedeutet. Also liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor mit der Beschleunigung $10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ oder nach dem durch Abb. 7 dargestellten genaueren Versuch mit der Beschleunigung $9{,}75\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Man bezeichnet diese für den freien Fall aller Körper geltende Beschleunigung mit dem Buchstaben g[1]. Dann lautet das Fallgesetz in Gestalt einer Gleichung:

$$\boldsymbol{s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}.$$

Die Geschwindigkeit zur Zeit t finden wir nach § 3, 3 zu

$$\boldsymbol{v_t = g \cdot t}.$$

Setzen wir hier nach der 1. Gleichung $t = \sqrt{2\,s/g}$, so ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Fallhöhe und der Geschwindigkeit in

$$\boldsymbol{v_t = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}}.$$

Abb. 9 Bestätigung des Fallgesetzes

Die Beschleunigung des freien Falls ist durch genaue Messungen für Orte auf dem 50. Breitenkreise und niedrige Höhenlagen (Meeresniveau) zu

$$\boldsymbol{g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}}$$

festgestellt. Die Erklärung für die Veränderlichkeit mit der Breitenlage und der Höhe wird sich aus späteren Ausführungen (§ 30) ergeben.

Man findet g recht genau, wenn man eine Stimmgabel mit Schreibspitze als Zeitmesser benutzt. Als Fallkörper dient ein eisernes Lineal von etwa 60 cm Länge, auf dem ein berußter Kartonstreifen befestigt ist.
Das Lineal wird an einem Elektromagneten so aufgehängt, daß die Schreibspitze der Stimmgabel den Kartonstreifen berührt. Erregt man die Stimmgabel zum Schwingen und läßt das Lineal fallen, so zeichnet die Schreibspitze auf dem berußten Streifen eine Wellenlinie auf, deren Ausbuchtungen zu Beginn des Falles eng aneinanderliegen, dann aber immer weiter auseinandergezogen sind.
Kennt man die Schwingungszahl der Gabel, so kann man die Fallzeit bestimmen und aus Weg-Zeit-Messungen g berechnen.

Zur Übung: 1. Bestimme nach der Formel $s = \frac{1}{2}\,g t^2$ mit einer guten Stoppuhr g als Mittel aus 5 Beobachtungen! (Eine Fallhöhe von einigen Metern genügt.) — 2. Wie groß ist die Strecke, die ein Körper in 4 s durchfällt? — Welche Geschwindigkeit hat er nach 4 s erreicht? Beantworte dieselben Fragen für 8 s! — 3. Wie lange dauert es, bis ein Stein, der von einem 125 m hohen Turm herabfällt (Funkturm in Berlin 138 m), auf dem Boden aufschlägt? — Welche Geschwindigkeit besitzt er beim Auftreffen? ($g \approx 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$). — 4. Ein Stein fällt in einen Schacht. Zwischen dem Augenblick, in dem man ihn losläßt, bis zu dem, in welchem man den

1) von grávitas (lat.) = Schwere

Aufschlag hört, vergehen 5 s. Wie tief ist der Schacht, wenn die Schallgeschwindigkeit $c = 340$ m/s und $g = 10$ m/s² gesetzt wird? (Hilfe: Die Schachttiefe werde mit x bezeichnet. Die Summe zweier Zeiten, die sich aus $x = \frac{g}{2} t_1^2$ und $x = c \cdot t_2$ ausdrücken lassen, beträgt 5 s.)

§ 5. Zusammensetzung von Bewegungen

1. Definition. Wenn sich ein Körper in bezug auf einen zweiten bewegt, der in bezug auf einen dritten in Bewegung ist, so wird im allgemeinen auch der erste in bezug auf den dritten in Bewegung sein. Wir denken z. B. an einen auf einem fahrenden Schiff spazierengehenden Menschen. Mathematisch ausgedrückt: Bewegt sich ein Körper in einem Koordinatensystem K und bewegt sich K gegen ein anderes System K′, so bewegt sich im allgemeinen der Körper auch in einer bestimmbaren Weise in bezug auf K′. So beschreibt ein Stein, den man aus dem Fenster eines fahrenden Eisenbahnwagens fallen läßt, vom Eisenbahnzug aus gesehen und auf ihn bezogen eine Gerade, vom Eisenbahndamm (System K′) aus gesehen jedoch eine gekrümmte Linie, eine Parabel.

Von der Bewegung, die der erste Körper in bezug auf den dritten ausführt, sagt man, sie sei zusammengesetzt aus der Bewegung des ersten Körpers gegen den zweiten und der des zweiten gegen den dritten. Diese beiden Bewegungen heißen Teilbewegungen oder **Komponenten**[1]), jene die resultierende[2]) Bewegung oder **Resultante.**

2. Das Parallelogramm der Wege. Die beiden Teilbewegungen mögen zunächst geradlinig sein und die gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Ein Beispiel für solche Teilbewegungen liefert die Bewegung eines auf einem flußabwärts treibenden Floß in der Fahrtrichtung oder ihr entgegen sich bewegenden Menschen. Man stellt durch Messungen fest:

Erfolgt die erste Bewegung in der Richtung der zweiten oder ist sie ihr entgegengerichtet, so ist der resultierende Weg gleich der Summe oder der Differenz der Einzelwege.

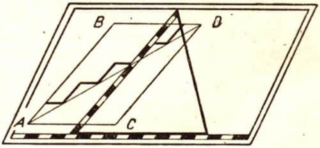


Abb. 10. Das Parallelogramm der Wege

Jetzt sollen die Teilbewegungen schräg zueinander verlaufen. Wir bewegen z. B. nach Abb. 10 die Spitze eines Bleistiftes gleichförmig längs der Kante einer dreieckigen Glasplatte um 50 cm von A bis B (die linke Kante der Glasplatte und ihre untere waagerechte Führungsleiste sind von 5 zu 5 cm unterteilt; man denke sich die Glasplatte zunächst um etwa 18 cm weiter nach links); dann bewegen wir die Glasplatte mit dem an unveränderter Stelle gehaltenen Bleistift um 30 cm von B bis D. Bewegt man statt dessen zunächst die

1) compōnĕre (lat.) = zusammensetzen. 2) resultāre (lat.) = zurückspringen (vgl. „Resultat“)

Glasplatte nebst Bleistift und dann die Bleistiftspitze längs der Kante, so kommt man über C zu dem gleichen Orte D. Denselben Punkt erreicht man auch, wenn man abwechselnd die Bleistiftspitze um 10 cm und die Glasplatte um 6 cm bewegt oder wenn man die 50 und 30 cm auf andere Weise in eine gleiche Anzahl von Teilstrecken zerlegt. Man kommt schließlich auch nach D, wenn man gleichzeitig den Bleistift längs der Kante und die Glasplatte bewegt. Diesen Befund fassen wir zusammen in dem

Prinzip von der Unabhängigkeit der Bewegungen: Setzt sich die Bewegung eines Körpers aus 2 Bewegungen zusammen, so erreicht er denselben Ort, wie wenn er die Bewegungen in beliebiger Reihenfolge nacheinander ausführt.

Man findet hiernach D als vierte Ecke des aus den Wegkomponenten AB und AC gebildeten Parallelogramms.

Dieser Satz sagt noch nichts aus über den Weg, den der Körper bei zusammengesetzter Bewegung beschreibt. Man erhält diesen offenbar, wenn man den Ort in jedem einzelnen Zeitpunkt konstruiert.

Die Punkte, die die Bleistiftspitze nach Abb. 10 jedesmal erreicht, wenn sie sich um 10 cm in der einen und um 6 cm in der anderen Richtung bewegt hat, liegen auf der Diagonale des erwähnten Parallelogramms. Das bleibt bestehen, wenn die Teilstrecken unbegrenzt kleiner und kleiner werden. Daraus ergibt sich der

Satz vom Parallelogramm der Wege: Führt ein Körper eine aus zwei gleichförmigen geradlinigen Bewegungen zusammengesetzte Bewegung aus, so bewegt er sich längs der Diagonale des aus den beiden Teilwegen gebildeten Parallelogramms. Seine Bewegung ist gleichförmig.

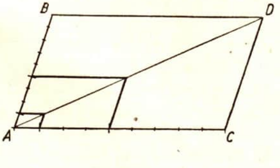


Abb. 11. Zusammensetzung zweier gleichmäßig beschleunigter Bewegungen

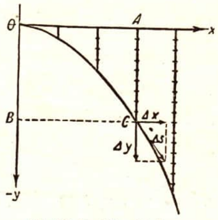


Abb. 12. Unabhängigkeit der Bewegungen

Eine entsprechende Zeichnung (Abb. 11) und Überlegung für die Wege, die in gleichmäßig beschleunigter Bewegung (mit der Anfangsgeschwindigkeit Null) zurückgelegt werden, zeigt, daß dieser Satz auch für sie gilt; auch die resultierende Bewegung ist dann gleichmäßig beschleunigt.

Wenn aber z. B. die eine Bewegung gleichförmig und die andere gleichmäßig beschleunigt ist, gilt zwar noch der Satz von der Unabhängigkeit der Bewegungen; man findet also den Ort, den ein Punkt erreicht, der sich gleichförmig in der Richtung der x-Achse (in Abb. 12 von O bis A) und gleichzeitig gleichmäßig beschleunigt in der Richtung der negativen y-Achse (von O bis B) bewegt, indem man ihn die Bewegungen nacheinander (von O bis A und dann von A bis C) ausführen läßt; der Weg des Körpers ist jedoch nicht mehr die Diagonale OC des Parallelogramms (hier Rechteckes) $OACB$.

3. Das Parallelogramm der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Da bei der gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit durch den in 1 Sekunde zurückgelegten Weg dargestellt wird, kann man bei zwei gleichförmigen Bewegungen auch die resultierende Geschwindigkeit der Richtung und dem Betrage nach als Diagonale des aus den Teilgeschwindigkeiten konstruierten Parallelogramms finden. Dieser Satz behält auch für zwei beliebige geradlinige Bewegungen seine Gültigkeit. Während eines genügend kleinen Zeitelementes Δt kann man nämlich jede Bewegung als gleichförmig ansehen, die zugehörigen Wegelemente (Δx und Δy in Abb. 12) also nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen. Dasselbe gilt dann auch für die Geschwindigkeiten, denn in $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ bedeutet $\frac{1}{\Delta t}$ nur einen konstanten Faktor.

Für Beschleunigungen gilt eine ähnliche Überlegung. (Man beachte, daß der Zahlenwert der Beschleunigung gleich dem Zahlenwert des doppelten Weges der ersten Sekunde ist.) Also besteht der

Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen: Geschwindigkeiten und Beschleunigungen lassen sich nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen. Die Diagonale liefert die resultierende Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung nach Richtung und Betrag.

Man nennt diese Art der Zusammensetzung **vektorielle** oder **geometrische Addition** im Gegensatz zur **algebraischen Addition** der Skalaren.

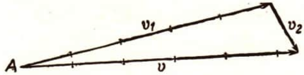


Abb. 13. Geometrische Addition von Geschwindigkeiten

Bei der geometrischen Addition brauchen nur zwei Seiten und die Diagonale des Parallelogramms gezeichnet zu werden. So löst Abb. 13 graphisch die Aufgabe: Die Eigengeschwindigkeit v_1 eines Motorbootes beträgt 5 m/s, die Geschwindigkeit v_2 einer unter einem gegebenen Winkel wirkenden Strömung 1 m/s; wie groß ist die Geschwindigkeit v des Bootes?

4. Die Zerlegung von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung in Komponenten. Wie man Wege, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zusammensetzt, so kann man sie auch umgekehrt in Komponenten zerlegen, und zwar auf unendlich viele verschiedene Weisen. Man kann z. B. die Richtungen der Komponenten beliebig wählen. Besonders häufig kommt die Zerlegung in den Richtungen der x- und y-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems vor. Da die Komponenten v_x und v_y dann einen rechten Winkel bilden, erhält man, nachdem sie durch Zeichnung oder Rechnung gefunden sind, die resultierende Geschwindigkeit aus

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Zur Übung: 1. Ein Schiff fährt mit der Geschwindigkeit 5 m/s nach Osten, während eine Strömung ihm die Geschwindigkeit 2 m/s nach SO erteilt. Wie groß ist die Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) des Schiffes über Grund? (Lösung durch Zeichnung oder trigonometrisch.) — 2. Unter welchem Winkel muß eine Röhre auf einem mit der Geschwindigkeit 6 m/s fahrenden Schiffes in der Fahrtrichtung gegen die Lotrechte geneigt sein, damit ein mit der Geschwindigkeit 7 m/s lotrecht herabfallender Regentropfen ihre Achse durchfällt?

§ 6. Die Kreisbewegung

1. Bahn- und Winkelgeschwindigkeit. Wir betrachten die Drehung eines Schwungrades oder Drehschemels, bei der ein Halbmesser in gleichen Zeiten gleiche Winkel überstreicht. Es ist üblich, bei diesem Vorgang die Winkel nicht im Gradmaß, sondern im sog. Bogenmaß anzugeben. In diesem benutzt man als Maß für einen Winkel das Verhältnis des Kreisbogens s, den der Winkel aus einem mit beliebigem Radius um den Scheitelpunkt beschriebenen Kreise herausschneidet, zu dem Radius r. Dieses Verhältnis ist gleich der Maßzahl des Kreisbogens σ auf dem mit dem Radius 1 beschriebenen Kreise: nach Abb. 14 ist nämlich wegen $\sigma : s = 1 : r$

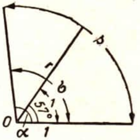


Abb. 14. Zur Einführung des Bogenmaßes

$$\sigma = \frac{s}{r}.$$

Der Kreisumfang ist bei einem Radius 1 gleich 2π. Der Bogen σ, den ein Winkel, der im Gradmaß gemessen gleich α ist, aus diesem sog. Einheitskreise ausschneidet, ist also, wie sich aus $\sigma : 2\pi = \alpha : 360°$ ergibt,

$$\sigma = 2\pi \cdot \frac{\alpha}{360°} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180°}.$$

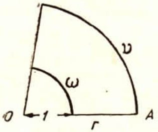
Die Bogenlänge wird 1 für einen Winkel $\alpha = 57°17'45''$; diese Bogeneinheit hat den Namen **Radiant.** Für $\alpha = 1°$ folgt aus vorstehender Gleichung der Zahlenwert 0,017453; also gilt

$$1° = 0{,}017453 \text{ Radiant.}$$

Überstreicht bei der betrachteten Kreisbewegung der Radius in der Zeit t den Winkel σ, so ist der in 1 Sekunde überstrichene Winkel (Abb. 15)

$$\omega = \frac{\sigma}{t}.$$

Dieses Winkelzeitverhältnis heißt Winkelgeschwindigkeit des sich drehenden Körpers. Sie ist bei unserer Kreisbewegung konstant.



Ab. 15. Bahn- und Winkelgeschwindigkeit

Die Bahngeschwindigkeit eines Punktes, der vom Mittelpunkt den Abstand r hat (Abb. 14), ist $v = \frac{s}{t} = \frac{r \cdot \sigma}{t}$. Aus dieser und der vorigen Formel oder aus Abb. 15 folgt $v : \omega = r : 1$ und hieraus

$$\boldsymbol{v = \omega \cdot r}.$$

Die Zeit, in der ein Umlauf erfolgt, wird Umlaufsdauer oder Periode (T) genannt.

Die Zahl der Umläufe pro Sekunde (U/s) heißt Umlaufszahl, Drehzahl oder **Frequenz** f. Da U eine reine Zahl ist, hat f die Maßeinheit s^{-1}.

Bei $f = 20$ U/s ist $T = \frac{1}{20}$ s; allgemein:

$$\boldsymbol{T = \frac{1}{f}}.$$

Die Umlaufsdauer ist der Kehrwert der Umlaufszahl.

Da zu dem Winkel 2π die Umlaufszeit T gehört, ist

$$\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}.$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist gleich der Zahl der Umläufe in 2π Sekunden.

2. Die Zentralbeschleunigung. Obgleich bei der besprochenen Kreisbewegung sich der Betrag der Bahn-, also auch der Winkelgeschwindigkeit nicht ändert, ist die Bewegung beschleunigt, denn die Richtung der Bahngeschwindigkeit ändert sich dauernd, und wir nennen eine Bewegung auch dann beschleunigt, wenn der Betrag der Geschwindigkeit konstant und nur ihre Richtung veränderlich ist (Abb. 16). Also ist jede krummlinige Bewegung beschleunigt. Diese Erklärung des Begriffes „beschleunigt" weicht von dem gewöhnlichen Sprachgebrauch ab, denn der Laie wird die Bewegung eines Eisenbahnzuges, der, ohne den Betrag seiner Geschwindigkeit zu ändern, eine Kurve durchfährt, nicht als beschleunigt bezeichnen.

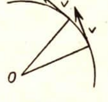


Abb. 16
Die Geschwindigkeit verändert ihre Richtung

Bei den bisher betrachteten geradlinigen Bewegungen, z. B. dem freien Fall, liegt die Beschleunigung in der Richtung der ursprünglichen Geschwindigkeit und verändert lediglich deren Betrag. Bei unserer Kreisbewegung ändert sich umgekehrt nur die Richtung der Geschwindigkeit, ihr Betrag aber ist konstant. Damit dies eintritt, muß die Beschleunigung senkrecht zur jeweiligen Geschwindigkeit stehen, denn nur dann hat sie keine Komponente in der Richtung der Bahn. Da die Geschwindigkeit in jedem Augenblick die Richtung der Tangente hat, fällt also die Beschleunigung in die Richtung des Radius. Sie heißt dann **Zentralbeschleunigung.** Wir wollen ihre Größe b für die Kreisbewegung mit konstanter Bahngeschwindigkeit berechnen.

Der Körper lege in der kurzen Zeit Δt den Kreisbogen AB zurück (Abb. 17), so daß $AB = v \cdot \Delta t$ ist. In der Nebenfigur sind von einem beliebigen Punkte C aus parallel zu den Bahntangenten der Punkte A und B zwei Strahlen gezogen; der von ihnen gebildete Winkel ist aus geometrischen Gründen gleich dem Winkel $AOB = \varepsilon$. Auf den Strahlen sind die Geschwindigkeiten, die der Körper in A und B hat, abgetragen. Verfährt man so bei jedem Punkte der Bahn, so durchläuft der Endpunkt A' der von C ausgehenden Geschwindigkeitsvektoren eine Kurve, die Hodograph der Bewegung des Punktes A genannt wird. In unserem Falle ist wegen der Konstanz von v der Hodograph ein Kreisbogen.

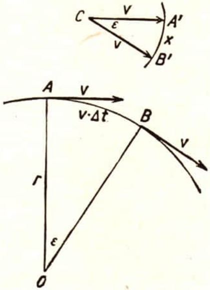


Abb. 17. Ableitung der Zentralbeschleunigung mittels des Hodographen

Damit nun der Vektor CA' in den um den Winkel ε gedrehten Vektor CB' übergeht, muß ein Geschwindigkeitsvektor $A'B' = x$ geometrisch addiert werden (Parallelogramm bzw. Dreieck der Geschwindigkeiten, § 3; vgl. Abb. 13). x stellt geometrisch die Änderung der ursprünglichen Geschwindigkeit des Punktes A auf seiner Bahn dar; deshalb ist die Geschwindigkeit des Hilfspunktes A' die Beschleunigung b, die der dem Punkte A' entsprechende Punkt A in Richtung auf den Mittelpunkt hin erfährt: $\frac{x}{\Delta t} = b$; $x = b \cdot \Delta t$. Aus der Ähnlichkeit des Sektors OAB mit dem Sektor des Hodographen folgt die Proportion $v \cdot \Delta t : r = x : v$; mit $x = b \cdot \Delta t$ ergibt sich $v \cdot \Delta t : r = b \cdot \Delta t : v$ und hieraus erhalten wir für die Zentralbeschleunigung den konstanten Wert

$$\boldsymbol{b = \frac{v^2}{r}}$$

oder, wenn $\boldsymbol{v = \omega \cdot r}$ und dann $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ gesetzt wird,

$$\boldsymbol{b = \omega^2 r} \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{b = 4\pi^2 f^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r}.$$

Experimentelle Bestätigungen dieser Formeln folgen in § 16.

Bei verschiedenen Kreisbahnen ist b nach der Formel $b = \frac{v^2}{r}$ dem Radius r umgekehrt und nach $b = \omega^2 \cdot r$ ihm direkt proportional. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich dadurch, daß die Bahngeschwindigkeit v und die Winkelgeschwindigkeit ω selbst durch die Gleichung $v = \omega \cdot r$ miteinander verknüpft sind; b ist nach der 1. Formel bei konstantem v dem r umgekehrt, nach der 2. Formel bei konstantem ω ihm direkt proportional.

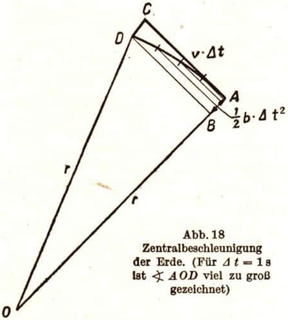


Abb. 18
Zentralbeschleunigung der Erde. (Für $\Delta t = 1$ s ist $\sphericalangle AOD$ viel zu groß gezeichnet)

Die Beschleunigung $b = \frac{v^2}{r}$ tritt immer auf, wenn sich ein Körper mit einer Bahngeschwindigkeit von dem konstanten Betrag v auf einem Kreise mit dem Radius r bewegt.

Beispiel: Die Bewegung der Erde um die Sonne kann angenähert aufgefaßt werden als eine Kreisbewegung mit gleichbleibender Bahngeschwindigkeit. Wir können sie uns zusammengesetzt denken aus einer gleichförmigen Bewegung in der Richtung der Tangente und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung auf die Sonne zu (Abb. 18). Auf der Tangente legt die Erde, indem sie sich von der Sonne „entfernt“, in der Zeit $\Delta t = 1$ s die Strecke AC 30 km zurück. Gleichzeitig „fällt“ sie mit der Beschleunigung $b = \frac{v^2}{r}$ nach dem Gesetz $s = \frac{1}{2} b \cdot \Delta t^2$ auf die Sonne zu, denn für das Sonnensystem gelten die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung ebenso wie auf der Erdoberfläche. Aus $v = 30$ km/s und $r = 150\,000\,000$ km ergibt sich $b = 6$ mm/s² und $s = 3$ mm.

Zur Übung: Die Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 384 400 km. Wie groß ist die von der Erde auf den Mond ausgeübte Zentralbeschleunigung und um wieviel „fällt“ in 1 s der Mond auf die Erde zu, wenn er in 1 s auf seiner kreisförmigen Bahn 1,023 km zurücklegt? (Antwort: $b = 2{,}66$ mm/s²; $s = 1{,}33$ mm.)

§ 7. Geschichtliche Entwicklung

Längenmessung. Schon vor 5000 Jahren besaßen die Babylonier ein Maßsystem. Ihre Doppelelle war fast genau so lang wie unser Meter. Ihre Gewichtseinheit war aus der Doppelelle ebenso abgeleitet wie unser Kilogramm aus dem Meter, so daß auch das babylonische „Pfund“ mit unserem Pfund nahezu übereinstimmt. In Babylonien wie in Ägypten gab es Beamte, die die Gleichheit der Längen- und Gewichtsmaße überwachen mußten.

Bei vielen Völkern wurde die Längeneinheit, wie auch bei uns Elle, Schritt, Fuß, Spanne, vom menschlichen Körper entlehnt. Maße, die dieselbe Bezeichnung trugen, wichen oft beträchtlich voneinander ab. Dies machte sich besonders mißlich bemerkbar, als im 17. Jahrhundert die Naturwissenschaft durch messende Versuche die Gesetze der Natur zu finden strebte. Es wurde das Bedürfnis nach einem einheitlichen Maßsystem wach. Französische Forscher unternahmen es, ein neues Maß aus der Gestalt der Erde herzuleiten. Im 18. Jahrhundert war die Länge des Erdmeridians mehrmals bestimmt werden. 1791 beschloß die französische Nationalversammlung, den vierzigmillionten Teil des durch die Pariser Sternwarte gehenden Meridiankreises als Längeneinheit zu wählen. Zu dem Zwecke wurde eine Messung des zwischen Dünkirchen und Barcelona liegenden Bogens dieses Meridiankreises mit den damals besten Hilfsmitteln ausgeführt. Spätere, noch genauere Messungen ergaben, daß die Länge des Erdquadranten, nach dem festgesetzten Meter gemessen, 10000856 m beträgt, daß das Meter also um 0,0856 mm zu kurz ist. Man hat trotzdem das einmal angenommene Meter beibehalten, da es unmöglich und zwecklos wäre, nach jeder genaueren Erdmessung wieder eine neue Längeneinheit einzuführen.

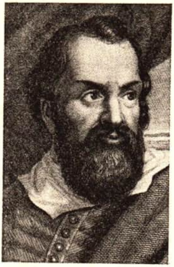
Gleichzeitig mit dem Metermaß wurde als Einheit des Gewichtes das Gewicht von 1 Kubikdezimeter Wasser eingeführt. Die Masse eines Körpers von diesem Gewicht wurde Kilogramm genannt. Es wurden aus Platin-Iridium Originalmaße des Meters und des Kilogramms hergestellt, die in Paris aufbewahrt werden. Von ihnen wurden Kopien angefertigt, die in den einzelnen Ländern als Vergleichsmaße für die Eichämter dienen.

Dieses von den Franzosen geschaffene, im Grunde genommen ebenso willkürliche Maßsystem wie die früheren, ist von vielen Staaten heute übernommen worden. Seine Vorzüge bestehen in der dezimalen Einteilung der Maßeinheiten, in der Verknüpfung des Gewichtsmaßes mit dem Längenmaß und heute schließlich auch darin, daß eine große Anzahl wissenschaftlicher Messungen in diesem Maß ausgeführt und so ohne Umrechnung verwendbar sind. Mit der Entwicklung der Technik stiegen die Anforderungen, die man an die Genauigkeit der Maße und der Messungen stellte. Durch den Serienbau von Motoren für Automobile und Flugzeuge z.B. war man genötigt, Ersatzteile bereitzustellen, die genau mit den ursprünglichen Teilen übereinstimmen. So verlangt man Gewindebohrer, die bis auf 0,003 mm genau sein müssen. Es gibt Maßstäbe, bei denen 1 mm in 1000 gleiche Teile geteilt ist, die natürlich nur mit einem guten Mikroskop abgelesen werden können. Vor allem aber muß das Grundmaß, das Meter, richtig und konstant sein. Um das zu prüfen, hat man nach einer Einheit gesucht, die nach unseren Kenntnissen unveränderlich und genauer meßbar ist als der Erdmeridian und das Urmeter. Als diese Naturkonstante wählte man die Wellenlänge einer Lichtart von ganz bestimmter Brechbarkeit, nämlich der sog. roten Kadmiumlinie, die nach besten Messungen 643,84691 mμ oder 0,00064384691 mm beträgt. Hiernach ist 1 Meter gleich 1553164,25 Wellenlängen der roten Kadmiumlinie bei 15°C in trockener Luft mit 0,03 % Kohlensäure bei einem Druck von 760 Torr. Mit dieser Zahl würde sich, wenn alle Metermaßstäbe verlorengingen, das Meter reproduzieren lassen, mit dem die Wellenlänge der Kadmiumlinie bestimmt wurde.

Zeitmessung. Zur Zeitmessung bedienten sich die Babylonier außer der Sonnen- der Wasseruhren. Sie ließen Wasser aus einem Gefäß abtropfen, wobei sie dafür sorgten, daß das Gefäß gefüllt blieb. Aus der Menge des abgetropften Wassers schlossen sie auf die verflossene Zeit. Sie stellten fest, wieviel Wasser von einem Mittag bis zum nächsten ablief. Den Mittag (höchsten Sonnenstand) bestimmten sie mit dem Gnomon (Teil IA, §25). Einige Jahrhunderte v.u. Ztr. versahen sie ihre Wasseruhren mit einer Zeigervorrichtung. Anfänglich teilten die Chaldäer das Jahr in 12 Monate zu je 30 Tagen ein (daher wird der Kreis in 360 Grad geteilt); später wurden an dieser Zeitmessung Verbesserungen angebracht.

Auch die alten Griechen bedienten sich vielfach der Wasseruhren, in deren Ausgestaltung sie sehr viel Geschicklichkeit entfalteten. Noch am Ende des 16. Jahrhunderts war die genaueste Uhr des Astronomen Tycho de Brahe eine Quecksilberuhr. Sanduhren waren bis zum 17. Jahrhundert allgemein gebräuchlich. Im 11. Jahrhundert waren zwar Räderuhren aufgekommen, die durch ein fallendes Gewicht bewegt wurden; aber sie gingen sehr ungenau. Erst Christian Huygens versah 1656 die Räderuhr mit einem Pendel, durch dessen gleichförmiges Schwingen die Drehung des Räderwerkes geregelt wird. In der Astronomie, im öffentlichen Zeitdienst und für manche anderen Zwecke sind seit fast 20 Jahren Quarzuhren in Gebrauch, die die besten Pendeluhren an Konstanz weit übertreffen. Ein an einem Ende eingeklemmter Holzstab kann durch Reiben in Längsschwingungen versetzt werden und liefert dann einen Grundton bzw. Obertöne mit bestimmten Schwingungszahlen. Ebenso führt auch ein 9,1 cm langer Quarzstab in seiner ersten Oberschwingung vermöge der vorzüglichen elastischen Eigenschaften des Quarzes 60000 vollkommen regelmäßige Schwingungen in der Sekunde aus, wenn er dazu erregt wird. Legt man nun eine Wechselspannung an das Quarzstäbchen, so erfährt es elastische Verformungen mit der Frequenz der Wechselspannung; auf dieser Erscheinung beruht die Konstruktion der Quarzuhr. Stimmt nämlich diese Frequenz mit der Schwingungszahl einer Eigenschwingung des Quarzstabes überein, so tritt Resonanz ein (s. Bd. I A). Dadurch werden die elastischen Schwingungen des Kristalls so energiereich, daß sie, auf elektrischem Weg verstärkt, zur Steuerung einer Uhr dienen können. Die Quarzuhren zeigen viele Monate hindurch in 24 Stunden einen Gangunterschied von nur 0,001 s. Dazu ist allerdings die sorgfältigste Behandlung nötig; z. B. muß die Temperatur bis auf einige tausendstel Grad konstant gehalten werden.

Bewegungslehre. Die Lehre von der Bewegung hat sich erst in neuerer Zeit zu entwickeln vermocht. Im Altertum und noch mehr im Mittelalter stand sie durchaus unter dem Einfluß der Anschauungen des griechischen Philosophen Aristoteles. Dieser wurde 384 v. u. Ztr. in Stagira auf der Chalkidike, einer griechischen Kolonie, geboren; er war ein Schüler Platons und wurde später Erzieher Alexanders des Großen. Aristoteles faßte das ganze Wissen seiner Zeit zu einem Wissenschaftssystem zusammen und suchte aus bestimmten philosophischen Grundanschauungen heraus alles Geschehen zu erklären. Er gelangte also zu seinen naturwissenschaftlichen Erkenntnissen in der Hauptsache durch Überlegungen und vernachlässigte demgegenüber Erfahrung, Beobachtung und Experiment. Er nimmt vier Elemente an: Luft, Feuer, Wasser, Erde. Von diesen suchen sich Luft und Feuer von der Erdoberfläche zu entfernen, während die beiden anderen das Bestreben zeigen, sich nach unten zu bewegen. Auf dieser Eigenschaft der Elemente baut Aristoteles eine Bewegungslehre auf. Je schwerer ein Körper ist, desto schneller fällt er; ist er zehnmal so schwer wie ein anderer, so erreicht er den Erdboden in einem Zehntel der Zeit. Ein einfacher Versuch hätte diesen Irrtum widerlegt; aber die Autorität des Meisters galt mehr als ein Versuch. Wohl tauchten gelegentlich Zweifel an jener Lehre auf; endgültig beseitigte sie aber erst Galilei, fast zwei Jahrtausende nach Aristoteles.



Galileo Galilei
(1564–1622)

Galileo Galilei, 1564 in Pisa geboren, ließ nach dem Bericht eines seiner Schüler Holz-, Blei- und Marmorstücke von dem schiefen Turm seiner Vaterstadt herabfallen. Sie kamen fast gleichzeitig unten an; geringe Unterschiede bewirkte, wie Galilei erkannte, der Luftwiderstand. Auf die Pendelgesetze soll Galilei durch Beobachtungen an schwingenden Kronleuchtern gekommen sein, wobei er die Zeit nach seinen Pulsschlägen maß. Bei seinen Versuchen an der schiefen Ebene bediente er sich einer Wasseruhr. Auch die Beschreibung und Erklärung der Wurfbewegung ist Galileis Verdienst; er erkannte sie als zusammengesetzt aus einer gleichförmigen und einer beschleunigten Bewegung. Die Größe der Fallbeschleunigung wurde durch Christian Huygens richtig bestimmt.

B. Kraft und Bewegung

§ 8. Die Kraft

Wir behandelten bisher die Bewegungslehre rein beschreibend und kamen deshalb aus mit den physikalischen Grundbegriffen „Länge“ und „Zeit“ und den aus ihnen abgeleiteten Begriffen „Geschwindigkeit“ und „Beschleunigung“. Wenn wir jetzt das Zustandekommen von Bewegungen erklären und auch den Einfluß des bewegten Körpers auf die Bewegung berücksichtigen wollen, treten zwei neue physikalische Größen auf, die Begriffe „Kraft“ und „Masse“.

1. Was ist eine Kraft? Wir können Kräfte nur nach ihren Wirkungen beurteilen. Diese können zweierlei Art sein:

a) Eine Kraft kann eine Verformung, eine sog. Deformation eines Körpers bewirken und dadurch Spannungen in ihm hervorrufen, infolge deren er das Bestreben hat, seine ursprüngliche Form wieder herzustellen. Ich kann mit der Muskelkraft meiner Hand einen Ball zusammendrücken oder eine elastische Schraubenfeder auseinanderziehen. Die elastische Kraft der Feder hält dann der Muskelkraft das Gleichgewicht. In Abb. 19 hebt die in einem elastischen Brett geweckte Gegenkraft das Gewicht des aufgesetzten Kilogrammstückes auf; auch das Gewicht ist also eine Kraft. Auch wenn ich mit dem kleinen Finger auf eine feste Tischplatte drücke, wird sie verformt; nur ist die Deformation ohne besondere Hilfsmittel nicht zu erkennen. Wir sprechen in all den angeführten Beispielen von der statischen Wirkung einer Kraft.

Abb. 19. Formänderung durch eine Kraft

b) Eine dynamische Kraftwirkung liegt vor, wenn eine Kraft den Bewegungszustand eines Körpers ändert; die Pferdekraft kann einen Wagen in Bewegung setzen, die Dampfkraft der Lokomotive beschleunigt den Eisenbahnzug, die magnetische Kraft des Magneten zieht Eisen an.
Ein und dieselbe Kraft kann auch beide Arten von Wirkungen hervorrufen. So übt die zusammengedrückte Schraubenfeder einer Federpistole (Abb. 77) eine statische Kraftwirkung aus; legt man vor die Feder, nachdem man sie durch einen Hahn arretiert hat, einen Bolzen und gibt dann die Feder frei (Abb. 78), so beschleunigt sie den Bolzen, ruft also eine dynamische Kraftwirkung hervor. Das Gewicht eines an einem Faden aufgehängten Körpers spannt den Faden (statische Wirkung); schneidet man den Faden durch, so fällt der Körper in beschleunigter Bewegung zur Erde (dynamische Wirkung).

2. Die Krafteinheit. Da das Gewicht eine Kraft ist, die leicht in Abstufungen hergestellt werden kann, benutzt man allgemein Gewichte zur statischen Vergleichung von Kräften.

Als Krafteinheit dient das Kilopond (kp), d.i. die Kraft, mit der die Erde ein in Paris aufbewahrtes, aus Platin-Iridium hergestelltes „Urkilogramm" unter 45° geographischer Breite in Meeresspiegelhöhe anzieht; man kann diese Einheit mit Hilfe einer durch das Urkilogramm gespannten Schraubenfeder festlegen.

Diese Festsetzungen sind nötig, da, wie die Erfahrung gezeigt hat, vom Äquator zu den Erdpolen hin das Gewicht eines Körpers um etwa $\frac{1}{2}$% zunimmt. Ferner nimmt das Gewicht mit zunehmender Höhe über dem Meeresspiegel ab (Genaueres in § 30,3).

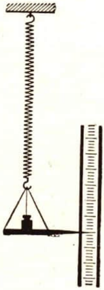


Abb. 20
Federwaage

Der Laie nennt dieselbe Krafteinheit ein Kilogramm. Wir werden gleich sehen, warum wir hier von dem gewöhnlichen Sprachgebrauch abweichen und z. B. sagen: ich wiege 60 kp. Der tausendste Teil von einem Kilopond heißt 1 Pond[1]) (1 p).

3. Statische[2]) Kraftmessung. Wir nennen zwei Kräfte gleich, wenn sie dieselben oder gleiche Wirkungen hervorrufen. Die statische Kraftmessung beruht auf der Vergleichung der durch die Kräfte an einem ruhenden Körper hervorgebrachten Spannungen. Man benutzt dazu ein Dynamometer, das meistens eine Federwaage ist (Abb. 20). Wenn eine Kraft die Feder so weit ausdehnt wie ein anhängendes Kilogrammstück, hat die Kraft die Größe von 1 kp. Sie hat die Größe von 5 kp, wenn sie ebenso stark ausgezogen wird wie durch 5 kp unter 45° Breite in Meeresspiegelhöhe.

§ 9. Die Masse

1. Der Trägheitssatz. Man kann zur Kraftmessung auch die durch sie bewirkten Bewegungsänderungen benutzen. Hierbei wird vorausgesetzt, daß Beschleunigungen nur durch Kräfte hervorgerufen werden. Nach unserer täglichen Erfahrung scheint es allerdings so, als ob für eine Bewegungsänderung nicht immer eine Kraft erforderlich wäre: Eine fortgeschleuderte Kegelkugel, ein auf ebener Erde dahinrollender Kinderreifen kommen scheinbar „von selbst“ zur Ruhe; aber es bestehen Reibungskräfte am Erdboden und in der Luft, die der Bewegung entgegenwirken; je vollkommener wir sie forträumen, desto länger bleibt der Körper in Bewegung. Dies kommt zum Ausdruck in dem von Galilei erkannten und von Newton (1687) mit voller Klarheit ausgesprochenen

Trägheitssatz (1. Newtonsches Prinzip): Jeder Körper verharrt in Ruhe oder in geradliniger, gleichförmiger Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern.

Es heißt hier „in geradliniger Bewegung“, denn auch zur Richtungsänderung, z. B. bei einer Kreisbewegung, ist eine Kraft erforderlich.
Wir bezeichnen die Eigenschaft eines Körpers, vermöge deren er dem Trägheitssatz unterliegt, als seine Trägheit oder sein Beharrungsvermögen.

Zur Übung: 1. Wie verhält sich Wasser in einem Gefäß, das man rasch vorwärtsbewegt, wenn man plötzlich in der Bewegung einhält? — 2. Warum verliert man den Halt, und in welcher Richtung fällt man bei schnellem Anfahren oder bei plötzlichem Bremsen der Straßenbahn? — 3. Wenn jemand — z. B. bei Gefahr — von einem in Bewegung befindlichen Straßenbahnwagen

1) pondus (lat.) = das Gewicht
2) statós (griech.) = stehend

abspringen will, muß er dies in der Fahrtrichtung tun; er muß mitlaufen, da er infolge der Trägheit seines Körpers die Bewegung noch eine Zeitlang beibehält. — 4. Wie treibt man den Hammerstiel in den Hammerkopf? — 5. Befestige ein Gewichtsstück von etwa 2 kp an einem Zwirnsfaden und an dem Gewicht einen zweiten gleich starken Zwirnsfaden (Abb. 21). Warum zerreißt der obere Faden, wenn du allmählich immer stärker am unteren Faden ziehst, und der untere, wenn du ruckartig ziehst? — 6. Wie reißt man beim Nähen einen Faden ab? — 7. Ausspritzen von Tinte aus der Feder; Fortschleudern von Wassertropfen, die an der Hand haften.

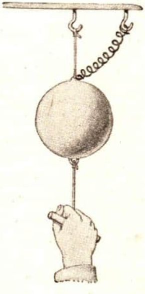


Abb. 21
Trägheit einer Kugel
(Die Schraubenfeder fängt die Kugel auf, wenn der obere Faden reißt.)

3. Dynamische Kraftmessung. Wir wollen jetzt durch Versuche feststellen, in welcher Beziehung die wirkende Kraft zu der erzielten Beschleunigung steht. Auf einer waagerechten glatten Bahn steht ein kleiner leichtbeweglicher Wagen, der mit Bleistücken belastet ist (Abb. 22). An ihm zieht vermittels eines Fadens das Gewicht einer Waagschale mit aufgelegten Gewichtsstücken – es werde mit P bezeichnet – und versetzt ihn in beschleunigte Bewegung. Der Wagen zieht dabei einen Papierstreifen hinter sich her, der bei F durch einen elektrischen Funken taktmäßig durchlöchert wird (s. § 4, Abb. 8). Der geringe Reibungswiderstand wird durch ein Ausgleichsgewicht aufgehoben. Als Zeiteinheit wählen wir nicht die Sekunde, sondern die Zeitdauer zwischen zwei Funken. Aus dem Abstand der Löcher des Papierstreifens ergeben sich die in aufeinanderfolgenden Zeiteinheiten zurückgelegten Wege. Sie verhalten sich zueinander wie die ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : . . . Daher ist der zurückgelegte Weg dem Quadrate der Zeit proportional, und die Bewegung ist nach § 3 gleichmäßig beschleunigt. Der Versuch ergibt also:

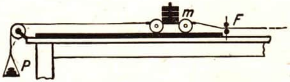


Abb. 22. Zur dynamischen Kraftmessung

Eine konstante Kraft erzeugt eine konstantbleibende Beschleunigung.

Man findet die (auf unsere Zeiteinheit bezogene) Beschleunigung b aus der Formel $s = \frac{b}{2} \cdot t^2$. Wir haben schon eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung im freien Fall kennengelernt, ohne der Ursache der Beschleunigung nachzugehen. Die Kraft, die dort den fallenden Körper beschleunigt, ist sein Gewicht.

Jetzt verdoppeln (verdreifachen) wir die angreifende Kraft, ohne das Gesamtgewicht des zu beschleunigenden Körpers zu ändern. Zu dem Zweck nehmen wir von dem Wägelchen kleine Bleistücke mit dem Gewicht P fort und legen sie auf die Schale (und nachher nochmals P). Wir finden, daß sich für die erzielte Beschleunigung der doppelte (dreifache) Wert ergibt. Gleichzeitig sehen wir bei diesem Versuch, wie auch beim freien Fall, daß die

Richtung der Kraft und die der Beschleunigung gleich sind. Diese beiden Ergebnisse faßt das **2. Newtonsche Prinzip** zusammen in dem Satz:

Die Beschleunigung, die ein Körper erfährt, ist der einwirkenden Kraft proportional und erfolgt in der Richtung, in der die Kraft wirkt:

$$b \sim P.$$

Eine Kraft ist also dann dreimal so groß wie eine andere, wenn sie ein und demselben Körper eine dreimal so große Beschleunigung erteilt.
Wir können daher Kräfte auch durch die an ein und demselben Körper bewirkten Beschleunigungen vergleichen. Diese Art, Kräfte zu messen, heißt **dynamische Kraftmessung**[1]).

Die einem Körper erteilte Beschleunigung ist der statisch gemessenen Kraft proportional.

Wir haben also zwei Möglichkeiten Kräfte zu messen: die statische und die dynamische Messung.

4. Die träge Masse. Nachdem wir festgestellt haben, wie bei Einwirkung einer Kraft auf einen Körper die erzielte Beschleunigung von der Kraft abhängt, wollen wir nun untersuchen, wie groß die Beschleunigung ist, die ein und dieselbe Kraft verschiedenen Körpern erteilt. Wirkt z. B. unsere Muskelkraft in waagerechter Richtung auf einen Gummiball, so ist die Beschleunigung, die sie ihm erteilt, wesentlich größer, als wenn dieselbe Kraft auf eine ebenso große Bleikugel wirkt. Ganz allgemein lehrt die Erfahrung, daß eine Kraft verschiedenen Körpern ungleiche Beschleunigungen erteilt, daß die Beschleunigung also außer von der Kraft von einer Eigenschaft des Körpers abhängt.
Diese Eigenschaft des Körpers ist nicht sein Gewicht. Legen wir nämlich eine Kugel auf eine möglichst glatte, waagerechte Unterfläche oder hängen wir sie an einem langen Faden an der Zimmerdecke auf, so ist das Gewicht der Kugel ausgeschaltet. Trotzdem ist eine Kraft erforderlich, um die Kugel in waagerechter Richtung in Bewegung zu setzen.
Um zu quantitativen Ergebnissen zu kommen, setzen wir unsere Versuche fort.
Wir verdoppeln (verdreifachen) das Gesamtgewicht des in Bewegung gesetzten Wägelchens. Bei jeder beliebig gewählten Kraft P ist dann die Beschleunigung halb (ein Drittel) so groß. Also bewirkt eine konstante Kraft eine Beschleunigung, die dem Gewicht des beschleunigten Körpers umgekehrt proportional ist, ohne doch durch das Gewicht verursacht zu sein.
Daß die Änderung des Gewichts nicht die Ursache für die Änderung der Beschleunigung sein kann, geht daraus hervor, daß wir auch hier das Gewicht des Wagens durch die feste Unterlage ausgeschaltet haben. (Das Gewicht

---

1) dýnamis (griech.) = Kraft. Der Name „dynamische Kraftmessung" ist also nicht gut gewählt; man gewöhne sich daran, bei dem Wort „dynamisch" an „Beschleunigung" zu denken.

erzeugt nur eine geringe Verformung der Unterlage.) Folglich muß das Verhalten des Körpers von einer anderen Eigenschaft abhängig sein, die zwar an ein und demselben Ort dem Gewicht proportional, aber nicht mit ihm identisch ist.

Es ist Newtons Verdienst, dies erkannt zu haben und die strenge Unterscheidung zwischen dem ja nur durch die Schwerkraft hervorgerufenen **Gewicht** eines Körpers und einer anderen Eigenschaft vorgenommen zu haben, die er als quantitas materiae bezeichnete und die wir heute die **träge Masse** des Körpers nennen. Um diese beiden Begriffe nicht miteinander zu verwechseln, gaben wir oben der Gewichtseinheit den besonderen Namen „Kilopond", während als Masseneinheit das „Kilogramm" dient (s. jedoch 5. und § 10!).

Daß Gewicht und Masse eines Körpers nicht identisch sind, ergibt sich auch aus der schon erwähnten Tatsache, daß in unseren Breiten das Gewicht einer Eisenkugel etwas größer ist als am Äquator. Trotzdem gehört die gleiche Kraft dazu, ihr hier und dort die gleiche Beschleunigung zu erteilen.

Wir fassen die Ergebnisse in den zwei Sätzen zusammen:

Die an einem Körper durch eine Kraft erzielte Beschleunigung ist der Masse des Körpers umgekehrt proportional:

$$\boldsymbol{b \sim \frac{1}{m}}.$$

Die Masse eines Körpers ist an ein und demselben Erdort seinem Gewicht proportional:

$$\boldsymbol{m \sim G}.$$

5. Das Kraftwirkungsgesetz. Die Tatsache, daß die Beschleunigung eines Körpers der einwirkenden Kraft proportional ($b \sim P$) und der trägen Masse des Körpers umgekehrt proportional $\left(b \sim \frac{1}{m}\right)$ ist, können wir durch die Gleichung wiedergeben:

$$b = k \cdot \frac{P}{m},$$

wobei k einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Diesen können wir durch passende Wahl der Masseneinheit, die ja noch nicht festgesetzt ist, zu 1 machen. Wir definieren zu diesem Zweck:

Die Masseneinheit ist diejenige Masse, die durch die Einheit der Kraft (1 kp) die Einheit der Beschleunigung (1 m s^{-2}) erlangt.

Dann ist also $b = \frac{P}{m}$, und wir erhalten das

Kraftwirkungsgesetz: Zwischen der Masse $\boldsymbol{m}$, der Kraft $\boldsymbol{P}$ und der Beschleunigung $\boldsymbol{b}$ besteht die Gleichung:

$$\boldsymbol{P = m \cdot b} \qquad \textbf{Kraft = Masse mal Beschleunigung.}$$

Wir wenden dieses Gesetz auf die Schwerkraft an. Die auf einen Körper von der Masse m wirkende Schwerkraft ist sein Gewicht G. Daher ist

$$\boldsymbol{G = m \cdot g} \qquad \textbf{Gewicht = Masse mal Fallbeschleunigung.}$$

Hieraus folgt
$$\boldsymbol{m = \frac{G}{g}},$$
in Worten:

Man bestimmt die Masse eines Körpers, indem man sein Gewicht G mit einer (unter 45° Breite geeichten) Federwaage mißt und durch die Fallbeschleunigung am Ort der Gewichtsbestimmung dividiert. Ein Körper, dessen Masse gleich der Masseneinheit ist, hat in unseren Breiten das Gewicht 9,81 kp.

Hiernach ist die Masseneinheit eine abgeleitete Einheit, ebenso wie z. B. die Einheit der Geschwindigkeit, und zwar ist auf Grund der Formel $m = \frac{P}{b}$ die Maßeinheit der Masse $1\,\text{kp} : 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\,\text{kp}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^2$. Die Dimension der Masse ist daher $[\text{K} \cdot \text{l}^{-1}\text{t}^2]$, wenn wir die Dimension der Kraft mit [K] bezeichnen. Als Abkürzung für die Masseneinheit gebraucht man vielfach das Formelzeichen ME.

Eine Vorstellung von der Einheit der Masse kann durch eine eiserne Kugel (Wichte 7,8 p/cm³ oder 7,8 kp/dm³) von 13,4 cm Durchmesser (oder 0,67 dm Radius) vermittelt werden, denn $\frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}67^3\,\text{dm}^3 \cdot 7{,}8\,\text{kp/dm}^3 = 9{,}81\,\text{kp}$.

Die aus $G = m \cdot g$ folgende Gleichung $g = \frac{G}{m}$ ist der Ausdruck für die Tatsache, daß alle Körper an demselben Ort die gleiche Fallbeschleunigung haben. Ein 5-kg-Stück fällt zwar unter der Einwirkung einer Kraft (G), die 5 mal so groß ist, wie bei einem 1-kg-Stück; dafür ist aber auch die zu beschleunigende Masse (m) 5 mal so groß

Zur Übung: 1. Man kauft in Berlin und in München je ein kg Mehl. Erhält man an beiden Orten die gleiche Menge, wenn der Kaufmann a) mit einer (unter 45° Breite geeichten) Federwaage, b) mit einer Hebelwaage und einem „Gewichtssatz" wägt? Will man „Masse" kaufen oder „Gewicht"? — 2. Welche Beschleunigung erfährt ein Eisenbahnzug von $8 \cdot 10^5$ kp Gewicht, an dem eine Zugkraft von 10000 kp beschleunigend wirkt? — 3. Mit welcher Beschleunigung fährt ein Auto an, dessen Gewicht 3000 kp beträgt und dessen Motor eine Zugkraft von 500 kp ausübt?

§ 10. Das absolute Maßsystem

Ihren verschiedenen Bedürfnissen entsprechend haben Wissenschaft und Technik zwei verschiedene Maßsysteme ausgebildet, das absolute und das technische Maßsystem. Wir haben bisher stets das technische System benutzt und werden es auch fernerhin bevorzugen. In ihm erscheinen Länge, Zeit und Kraft als Fundamentalgrößen; ihre Einheiten sind m, s und kp. Aus diesen werden alle anderen mechanischen Größen und ihre Einheiten abgeleitet. Die Einheit für die Beschleunigung z. B. ist m/s².

Auch im absoluten Maßsystem sind Länge und Zeit Fundamentalgrößen. Die Zeiteinheit ist die Sekunde, also die gleiche wie im technischen System;

die Längeneinheit ist das Zentimeter (cm). Die dritte Fundamentalgröße ist die Masse. Als wir in dem Kraftwirkungsgesetz $b = k \cdot \frac{P}{m}$ den konstanten Faktor k gleich 1 machen wollten, standen wir vor der Wahl, ob sich die Masseneinheit nach der Krafteinheit oder diese sich nach der vorher festzusetzenden Masseneinheit richten sollte. Im absoluten Maßsystem wählt man den zweiten Weg. Man definiert als Masseneinheit die Masse von 1 cm³ Wasser von 4 °C und bezeichnet diese Einheit als 1 Gramm. Dieses „Massengramm" kann jetzt nicht mit der von uns „1 Pond" genannten Kraft, dem tausendsten Teil der Krafteinheit im technischen Maßsystem, verwechselt werden. Wir hatten (§ 9, 1) als Krafteinheit das Gewicht eines in Paris aufbewahrten Urkilogramms angegeben, nämlich das Gewicht eines Platin-Iridium-Zylinders, der ebenso viel wiegt wie 1 dm³ Wasser von 4° C unter 45° Breite. Dieser Platin-Iridium-Zylinder ist ursprünglich nicht als das Urmaß für die Kraft-, sondern für die Masseneinheit gedacht gewesen; $\frac{1}{1000}$ seiner Masse ist 1 Massengramm. Als Einheitszeichen benutzen wir für das Massengramm das Zeichen g. Damit dann auch im absoluten System das Kraftwirkungsgesetz in der Form $b = \frac{P}{m}$ gilt, müssen wir definieren:

Im absoluten Maßsystem ist die Krafteinheit diejenige Kraft, die der Masseneinheit 1 g die Einheit der Beschleunigung 1 cm/s² erteilt. Diese Krafteinheit heißt 1 dyn.

Wie sich aus $P = m \cdot b$ ergibt, kann statt 1 dyn auch $1\,\mathrm{g} \cdot 1\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$ oder $1\,\mathrm{g\,cm\,s^{-2}}$ geschrieben werden; aus dieser Form geht dann hervor, wie die Krafteinheit aus den drei Fundamentaleinheiten des absoluten Maßsystems entstanden ist.

Die Einheit der Beschleunigung ($1\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$) wird der Masseneinheit 1 g an Orten, wo $g = 981\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$ ist, durch die Kraft $\frac{1}{981}$ p erteilt; denn durch ihr Gewicht (1 p) erfährt die Masseneinheit die Beschleunigung $981\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$, also erfährt sie durch $\frac{1}{981}$ p die Beschleunigung $1\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$. Mithin gelten zur Umrechnung von Kräften aus dem einen System in das andere die Formeln

$$1\,\mathrm{dyn} = \frac{1}{981}\,\mathrm{p} \approx 1\,\mathrm{mp}; \qquad 1\,\mathrm{p} = 981\,\mathrm{dyn}; \qquad 1\,\mathrm{kp} = 981\,000\,\mathrm{dyn}.$$

Zur Umrechnung von Massen dient die Formel

$$\mathbf{1\,ME = 9810\,g,}$$

denn 1 ME ist nach dem vorigen Paragraphen die Masse von 9,81 Kilogramm.

Das absolute Maßsystem geht auf C. F. Gauß (Mathematiker in Göttingen, 1777—1855) zurück und ist seit dem Internationalen Elektrikerkongreß in Paris (1881) in der Physik allgemein in Gebrauch. Es führt seinen Namen deshalb, weil in ihm auch die dritte Fundamentaleinheit (1 g), ebenso wie die Längen- und Zeiteinheit, eine vom Ort unabhängige Größe ist. Wegen der ihm zugrundeliegenden Einheiten heißt das absolute Maßsystem auch **Zentimeter-Gramm-Sekunden-** oder **CGS-System.**

§ 11. Wichte und Dichte

1. Die Wichte.

Die Wichte (das spezifische Gewicht) γ des Stoffes, aus dem ein Körper besteht, ist das Verhältnis seines Gewichtes G zu seinem Volumen V, d.i. dem Zahlenwert nach sein in der Raumeinheit enthaltenes Gewicht:

$$\gamma = \frac{G}{V} \qquad \text{Maßeinheit: } \mathrm{p \cdot cm^{-3}}.$$

Es ist üblich, die Wichte nur im technischen Maßsystem anzugeben, dabei das Gewicht in kp, das Volumen jedoch nicht in m^3 sondern in dm^3 oder, was auf dasselbe hinauskommt, das Gewicht in p und das Volumen in cm^3 zu messen.

2. Die Dichte. Ebenso wie zwischen Gewicht und Masse eines Körpers, muß zwischen seiner Wichte und Dichte unterschieden werden.

Die Dichte ϱ eines Körpers ist das Verhältnis seiner Masse m zu seinem Volumen V, d.i. zahlenmäßig seine in der Raumeinheit enthaltene Masse:

$$\varrho = \frac{m}{V} \qquad \text{Maßeinheit: } \mathrm{g \cdot cm^{-3}}.$$

Die Dichte wird stets im absoluten Maßsystem angegeben, also in $g \cdot cm^{-3}$. Da nun die Maßzahlen der in g gemessenen Masse und des unter 45° in p gemessenen Gewichtes eines Körpers gleich sind, hat die Dichte dieselbe Maßzahl wie die Wichte unter 45° Breite, aber eine andere Maßeinheit.
Die (dimensionslose) Maßzahl der Dichte heißt **Dichtezahl.** Weil im absoluten Maßsystem die Masse auf das Wasser als sog. Normalsubstanz bezogen ist, gibt die Dichtezahl an, wievielmal so groß die Masse eines Körpers ist als die Masse des gleichen Volumens Wasser von 4° C.
Das Verhältnis der Wichte eines Stoffes zu der des Wassers heißt **Wichtezahl.** Sie ist identisch mit der Dichtezahl.

Dichten in $g \cdot cm^{-3}$, gleichzeitig Wichten in $p \cdot cm^{-3}$

Gold	19,2	Eisen	7,8	Luft (0°, 760 Torr)	0,001 29
Blei	11,3	Aluminium	2,7	Kohlendioxyd	0,001 98
Kupfer	8,9	Quecksilber	13,6	Wasserstoff	0,000 09

Diese abgerundeten Werte gelten für alle Orte der Erdoberfläche, denn die Änderungen der Wichte mit der geographischen Breite sind kleiner als $\frac{1}{4}$%; die Dichte ist eine vom Ort völlig unabhängige Größe.

3. Spezifisches Volumen. Gelegentlich wird auch der Begriff spezifisches Volumen, der Kehrwert der Dichte, Verwendung finden.

Das spezifische Volumen eines Stoffes ist das Verhältnis seines Volumens V zu seiner Masse m. Man mißt es in $cm^3 \cdot g^{-1}$.

§ 12. Die Zusammensetzung von Kräften. Die Zerlegung einer Kraft

1. Die Kraft als Vektor. Zur eindeutigen Bestimmung einer Kraft gehört außer der Angabe ihres Betrages auch die ihrer Richtung; also ist die Kraft ein Vektor. Man pflegt sie geometrisch durch eine sog. Kraftstrecke darzustellen, die den Angriffspunkt der Kraft zum Ursprung hat, deren Richtung mit der Kraftrichtung zusammenfällt und deren Länge soviel willkürlich gewählte Längeneinheiten zählt, wie die Kraft Krafteinheiten besitzt. Die Beschleunigung, die eine Kraft einem Körper erteilt, liegt in Richtung der wirkenden Kraft, in ihrer sog. Wirkungslinie.

2. Das Kräfteparallelogramm. Die Erfahrung liefert den Satz:

Wirken zwei Kräfte von gleichem Betrage in entgegengesetzten Richtungen auf einen Körper, so ist er im Gleichgewicht.

Man denke z.B. an das Tauziehen! Auf diesem Satze beruht ja auch der Gebrauch der Federwaage: Sie stellt sich so ein, daß die lotrecht nach oben wirkende elastische Kraft der Feder dem Gewicht des angehängten Körpers das Gleichgewicht hält. Wir untersuchen jetzt den Fall, daß zwei Kräfte unter einem beliebigen Winkel auf einen Körper wirken. Zu diesem Zwecke legen wir über einen Nagel in einem waagerechten Brett einen Ring, an dem wir zwei, in Abb. 23 durch die Kraftstrecken KA und KB dargestellte Kräfte wirken lassen, die wir durch eingeschaltete Federwaagen messen. Eine dritte Kraft KC muß eine ganz bestimmte Größe (Betrag und Richtung) haben, wenn sie den beiden anderen Kräften das Gleichgewicht halten soll. Verlängern wir die durch einen Versuch gefundene Strecke CK um sich selbst, so liegt der Endpunkt D der Verlängerung im vierten Eckpunkt des aus KA und KB gebildeten Parallelogramms. Die Kraft KC würde die Wirkung einer entgegengesetzt gleichen Kraft KD aufheben; andererseits lehrt unser Versuch, daß die Kraft KC den Kräften KA und KB das Gleichgewicht hält; also ist KD gleichwertig mit KA und KB. So ergibt sich der

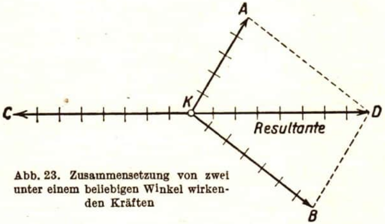


Abb. 23. Zusammensetzung von zwei unter einem beliebigen Winkel wirkenden Kräften

Satz vom Parallelogramm der Kräfte: Wirken auf einen Körper zwei in demselben Punkte angreifende Kräfte in beliebigen Richtungen, so ist der resultierende Kraftvektor die Diagonale des Vektorparallelogramms der Einzelkräfte.

Man benutzt auch hier, wie bei der Zusammensetzung von Bewegungen, die Bezeichnungen „Komponente" und „Resultante".

Drei und mehr Kräfte (in Abb. 24a P_1, P_2, P_3, P_4) werden durch wiederholte Anwendung des Parallelogrammsatzes vereinigt. Man addiert vektoriell zunächst P_1 und P_2 und erhält R'. Darauf vereinigt man R' und P_3 zu R'',

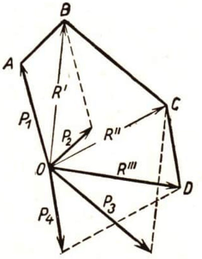


Abb. 24a. Vektorielle Addition der 4 Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4. $P_1 + P_2 = R'$; $R' + P_3 = R''$; $R'' + P_4 = R'''$

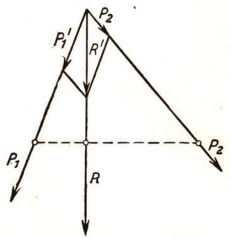


Abb. 24b. Zusammensetzung der beiden in verschiedenen Punkten eines Körpers angreifenden Kräfte P_1 und P_2

dann R'' und P_4 zu R''' usw. Dabei genügt zur Auffindung der Resultante R''' die Zeichnung des sog. Vektorpolygons $OABCD$ (man macht AB parallel und gleich P_2, BC parallel und gleich P_3 usw.).

Greifen zwei in ein und derselben Ebene wirkende Kräfte P_1 und P_2 in verschiedenen Punkten eines Körpers an, so gelingt die Zusammensetzung nach Abb. 24b auf Grund des Satzes:

Man darf den Angriffspunkt einer Kraft längs ihrer Wirkungslinie beliebig verschieben.

Auch die erhaltene Resultante R' kann dann, wie es die Abbildung zeigt, in ihrer Richtung wieder verschoben werden.

Die Zusammensetzung nach dem Kräfteparallelogramm versagt, wenn die beiden Kräfte parallel sind. Dieser Fall wird uns später beschäftigen (§ 20, 2).

3. Die Zerlegung einer Kraft. Die zur Zusammensetzung von Kräften umgekehrte Aufgabe: „eine Kraft P ist in zwei (oder mehr) Kräfte zu zerlegen", ist unendlich vieldeutig, denn ein Parallelogramm ist durch seine Diagonale nicht bestimmt. Es müssen z. B. für die Zerlegung noch die Richtungen der Komponenten gegeben sein. Am häufigsten ist der Fall, daß sie einen rechten Winkel bilden. Dann sind also in Abb. 25 die Kraftstrecke P und der Winkel α bekannt, und man hat:

$$P_x = P \cdot \cos\alpha$$
$$P_y = P \cdot \sin\alpha.$$

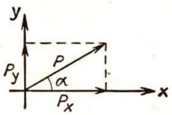


Abb. 25. Zerlegung einer Kraft in zwei zueinander senkrechte Komponenten

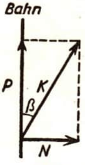


Abb. 26 Bewegungs- und Druckkomponente bei zwangsläufiger Bewegung

4. Die zwangsläufige Bewegung. Kann sich ein Körper nur in einer Fläche oder auf einer vorgeschriebenen Bahn bewegen, so heißt seine Bewegung zwangsläufig. Dieser Fall liegt z. B. bei einer Feldbahn vor, wenn der Schienenweg nicht begangen werden kann. Dann muß ein Pferd, das einen Wagen fortbewegen soll, in schräger Richtung ziehen. Bildet die Kraft K, die also nicht in die Richtung der Bahn fällt, mit ihr einen Winkel β (Abb. 26), so kann sie nicht in ihrer vollen Größe zur Fortbewegung ausgenutzt werden. Man zerlegt K in zwei Teilkräfte, von denen die eine in die Richtung der Bahn fällt und den Körper in Bewegung setzt (Bewegungskomponente P) und die andere senkrecht zur Bahn wirkt und eine Druckkraft auf sie ausübt (Druckkomponente N). Nach der Figur ist

$$P = K \cdot \cos\beta$$
$$N = K \cdot \sin\beta.$$

Mit dem in Abb. 27 dargestellten Gerät kann man beide Komponenten nachweisen: Ein belasteter Schlitten M vom Gewicht G kann sich an einer lotrechten Schiene bewegen; die Reibung ist äußerst gering. Auf den Schlitten wirkt schräg aufwärts unter dem Winkel β die Kraft K. Senkrecht zur Schiene wirkt auf den Schlitten die Kraft L. Wenn

$$G = (-P =) - K\cos\beta$$

und die die Druckkomponente aufhebende Kraft

$$L = (-N =) - K\sin\beta$$

ist, kann man die Schiene entfernen, ohne daß sich die Stellung von M ändert.

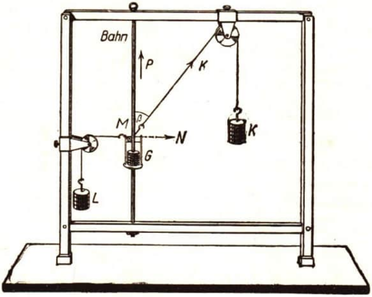


Abb. 27. Apparat zum Projektionssatz

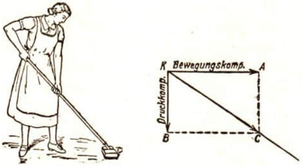


Abb. 28. Zerlegung einer Kraft in eine Bewegungs- und eine Druckkomponente

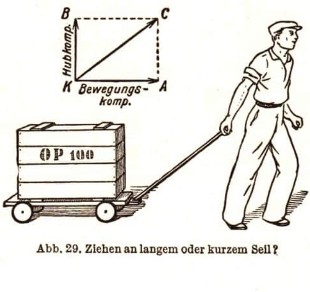


Abb. 29. Ziehen an langem oder kurzem Seil?

So ergibt sich der **Projektionssatz der Mechanik:**

Eine Kraft K, die auf einen zwangsläufig geführten Körper unter einem Winkel β gegen die Bahn wirkt, ist für die Bewegung des Körpers gleichwertig mit der Projektion $P = K \cdot \cos\beta$ der Kraft auf die Richtung der Bahn.

Abb. 28 zeigt die Zerlegung einer Kraft KC, wie sie z. B. bei Anwendung eines Bohnerbesens ausgeübt wird, in eine Bewegungs- und eine Druckkomponente. Nach Abb. 29 wird eine schräg aufwärts gerichtete Kraft, die man beim Fortziehen eines Handwagens anwendet, in eine Bewegungs- und eine Hubkomponente zerlegt.

5. Die Bewegung auf der schiefen Ebene. Als weiteres Beispiel einer zwangsläufigen Bewegung behandeln wir die Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene.

Wir grenzen auf ihr eine beliebig lange Strecke l ab und bezeichnen sie als Länge der schiefen Ebene. Vom oberen Endpunkt der Länge fällen wir auf die durch ihren unteren Endpunkt gezogene Horizontale das Lot (Abb. 30) und nennen es die zu l gehörige Höhe. Der Winkel (α), den die Länge mit der Horizontalen bildet, heißt Neigungswinkel, und das Verhältnis Höhe : Länge, also $\sin\alpha = h/l$, ist die Neigung der schiefen Ebene. Auf ihr befindet sich ein Wagen mit dem Gewicht G, das unter dem Winkel $\beta = 90 - \alpha$ gegen die Bahn lotrecht nach unten wirkt. Die Bewegungskomponente ist daher

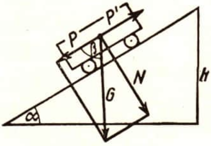


Abb. 30
Gleichgewicht auf der schiefen Ebene

$$P = G \cdot \cos\beta$$
$$= G \cdot \sin\alpha .$$

Sie setzt den Wagen in gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Für die Beschleunigung b ergibt sich, wenn man $P = m \cdot b$ und $G = m \cdot g$ setzt, wobei m die Masse des Wagens bedeutet,

$$b = g \cdot \sin\alpha .$$

Versuche, etwa mit den Neigungen 0,02, 0,025, 0,04, 0,05, 0,1, bei denen man die Wege in der ersten Sekunde beobachtet, bestätigen diese Folgerung.

Soll der Körper durch eine Kraft P', die der schiefen Ebene parallel ist, im Gleichgewicht gehalten werden, so muß P' entgegengesetzt gleich P sein; soll der Körper durch die Kraft nach oben bewegt werden, so muß sie um einen geringen Betrag größer sein als P.

Die Komponente $N = G \cdot \sin\beta$ bedeutet die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die schiefe Ebene drückt. Sie bewirkt eine Reibung, die bei der Bewegung des Körpers auf- oder abwärts ebenfalls überwunden werden muß (s. § 14).

Der Niederländer Simon Stevin (1548 bis 1620) dachte sich um ein dreiseitiges Prisma mit einer waagerechten Seitenfläche eine Kette gelegt (Abb. 31). Sie bleibt in Ruhe; also halten sich die Kräfte auf den beiden schrägen Seiten des Vertikalschnittes in der Abbildung im Gleichgewicht, wenn sie sich verhalten wie diese Seiten, denn man kann den unteren Teil der Kette entfernen, ohne das Gleichgewicht zu ändern. Läßt man die eine der beiden Seiten lotrecht werden, so folgt als Gleichgewichtsbedingung

Kraft : Last = Höhe : Länge,

was dasselbe bedeutet wie die obige Gleichung $P = G \cdot \cos \beta$.

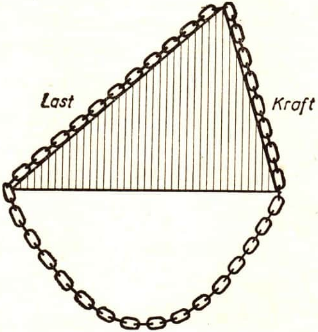


Abb. 31
Stevins Ableitung der Gleichgewichtsbedingung

Zur Übung: 1. Warum zieht man auf sandigem Wege einen Kinderwagen, statt ihn zu schieben? — 2. Wie wirkt sich der Druck des Schnees auf flache und steile Dächer aus? — 3. Zwei Kräfte von 12 kp und 18 kp wirken in einem Punkt unter einem Winkel von 90°. Wie groß ist die Resultante? (Lösung durch Zeichnung und durch Rechnung.) — 4. Drei Kräfte von 5, 6 und 7 kp wirken in einem Punkt derart, daß je zwei Kräfte einen Winkel von 120° miteinander bilden. Sind sie im Gleichgewicht? Wenn nein, wie groß ist die Resultante? (Zeichnung!) — 5. Welche Neigung muß man einer schiefen Ebene geben, damit ein Körper mit der Beschleunigung $b = 1{,}70\ \mathrm{m/s^2}$ abwärts gleitet? (Von der Reibung ist abzusehen.)

§ 13. Der Wurf

1. Das Unabhängigkeitsprinzip. Den durch viele Erfahrungen erhärteten Befund, daß man Kräfte geometrisch, das heißt nach dem Satz vom Kräfteparallelogramm, addieren darf, hat bereits Newton ausgesprochen in dem

Unabhängigkeitsprinzip: Die Wirkungen mehrerer gleichzeitig vorhandener Kräfte überlagern sich, ohne sich gegenseitig zu stören; ihre gemeinsame Wirkung ist also die Summe der Wirkungen, die die Kräfte einzeln hervorrufen.

Wir hatten schon früher (§ 5, 2) das Prinzip von der Unabhängigkeit der Bewegungen gefunden. Damals waren jedoch die Teilstrecken durch Mechanismen festgelegt (vgl. Abb. 10); in dem durch Abb. 23 dargestellten Fall aber ist der Ring nach allen Richtungen beweglich, doch sind zwei voneinander unabhängige Ursachen vorhanden, die einzeln dem Ring zwei verschiedene Bewegungen vorschreiben. Das Prinzip sagt aus, daß auch jetzt die eine Bewegung die andere nicht stört und daß der Körper nach der vierten Ecke des Parallelogramms gelangt, wenn die ihn dahin bringende resultierende Kraft nicht durch eine entgegengesetzt gleiche aufgehoben wird. Ein wichtiges Beispiel für das Unabhängigkeitsprinzip bietet der Wurf.

2. Der lotrechte Wurf. Wird ein Körper lotrecht nach unten geworfen, und zwar mit der Anfangsgeschwindigkeit c, so würde er sich nach dem Beharrungsgesetz mit dieser Geschwindigkeit auf geradliniger Bahn bewegen, wenn keine weitere Kraft auf ihn wirkte. Infolge seines Gewichtes führt er aber noch eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus. Die Zusammensetzung beider Bewegungen liefert für die in der Zeit t zurückgelegte Strecke den Wert

$$s = ct + \tfrac{1}{2}\,gt^2$$

und für die Geschwindigkeit zur Zeit t

$$v = c + gt.$$

Für den Wurf lotrecht nach oben ist

$$v = c - gt \qquad s = ct - \tfrac{1}{2}\,gt^2.$$

Hieraus folgt für die Steigzeit (v ist dann gleich Null geworden)

$$t_1 = \frac{c}{g}$$

und für die Steighöhe (man setze den für t_1 gefundenen Wert in der Gleichung für s ein!)

$$s_1 = \frac{c^2}{2g}.$$

3. Der waagerechte Wurf. Die Bewegung eines in waagerechter Richtung geworfenen Körpers ist zusammengesetzt zu denken aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung und einer durch die Schwerkraft hervorgerufenen gleichmäßig beschleunigten Fallbewegung. Da die eine Bewegung sich der anderen überlagert, findet man den Ort zur Zeit t gemäß Abb. 32 nach den Gleichungen

$$x = ct \qquad y = -\tfrac{1}{2}\,gt^2.$$

Eliminiert man t, so ergibt sich als Gleichung der Bahn

$$x^2 = -2\,\frac{c^2}{g}\cdot y;$$

das ist die Gleichung einer Parabel. Eine experimentelle Bestätigung dieser Gleichungen liefern Versuche mit einem geeigneten Wurfgerät. Mit dem in Abb. 33 dargestellten Apparat zeigt man, daß die Horizontalbewegung den freien Fall nicht stört, so daß eine in waagerechter Richtung fortgeschleuderte Kugel genau so schnell die Tischfläche erreicht, auf der das Gerät steht, wie eine andere Kugel im freien Fall.

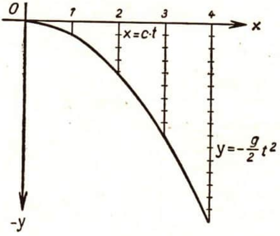


Abb. 32. Der waagerechte Wurf

4. Der schiefe Wurf. Wir benutzen auch hier zur Zusammensetzung der Bewegungen ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Abb. 34). Die Richtung des mit der Anfangsgeschwindigkeit c schräg aufwärts geworfenen Körpers schließt mit der waagerechten x-Achse den Erhebungswinkel α ein. Infolge der in die Wurfrichtung fallenden Teilbewegung befände sich der Körper zur Zeit t in Q ($OQ = c \cdot t$). In dieser Zeit durchfällt er die Strecke $QP = \frac{1}{2} g t^2$. Die Lage des tatsächlich erreichten Ortes P ist also, wenn x und y seine Koordinaten sind,

$$x = c \cdot t \cdot \cos\alpha \qquad y = c \cdot t \cdot \sin\alpha - \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Die Kurvenpunkte bilden wieder eine Parabel (Elimination von t).

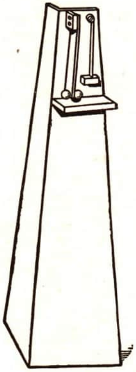


Abb. 33
Loewys Wurfapparat

Indem wir die vorstehenden Wegkomponenten in den Richtungen der Koordinatenachsen nach t differenzieren, finden wir als Geschwindigkeitskomponenten

$$v_x = \frac{dx}{dt} = c \cdot \cos\alpha \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = c \cdot \sin\alpha - g t.$$

Für den höchsten Punkt der Bahn ist die lotrechte Geschwindigkeitskomponente v_y gleich Null. Daher folgt als Steigzeit $t_1 = \frac{c \cdot \sin\alpha}{g}$ und ferner, wenn dieser Wert für t_1 in der Gleichung für y eingesetzt wird, als Wurfhöhe $h = \frac{c^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$.

Für den Punkt, in dem der Körper die durch O gelegte Horizontalebene wieder erreicht, gilt die Bedingung $y = 0$. Die eine Lösung der Gleichung $c \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 = 0$ lautet $t = 0$, die andere liefert die Wurfzeit. Diese ist gleich der doppelten Steigzeit. Durch Einsetzen der Wurfzeit in die Gleichung für x ergibt sich die Wurfweite $w = \frac{c^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$.

Die größte Wurfweite liegt mithin vor für $\sin 2\alpha = 1$, also $2\alpha = 90°$, $\alpha = 45°$. Zu komplementären Erhebungswinkeln gehören gleiche Wurfweiten (flacher Wurf und Bogenwurf).

Die vorstehenden Gesetze für den Wurf gelten nur für den luftleeren Raum. Ist die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers sehr groß, so wird die Bewegung durch den Luftwiderstand stark geändert (s. § 4, 1). Der zweite Teil der Wurfbahn fällt dann steiler ab, als der erste ansteigt; die zustandekommende Bahn heißt ballistische[1]) Kurve.

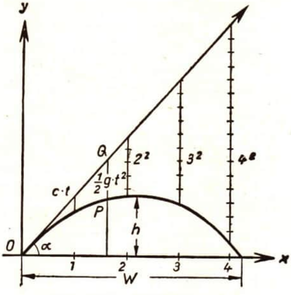


Abb. 34. Der schiefe Wurf

1) bállein (griech.) = werfen

Zur Übung: Luftwiderstand und Wind sind nicht zu berücksichtigen. 1. Wie hoch steigt ein Körper, der, lotrecht emporgeschleudert, nach 16 s wieder zur Erde kommt? Wie groß war seine Anfangsgeschwindigkeit? — 2. Es ist der Satz zu beweisen, daß ein Körper zum Durchfallen des lotrechten Durchmessers eines Kreises dieselbe Zeit braucht, wie zum Durchfallen einer beliebigen, vom höchsten Punkt des Kreises ausgehenden Sehne (schiefen Ebene). (Man drücke die Länge der Sehne durch den Kreisdurchmesser und einen Winkel aus und berechne dann die Zeit!) — 3. Es soll die Bahn eines mit der Geschwindigkeit $c = 25$ m/s waagerecht fortgeschleuderten Körpers gezeichnet und seine Bahngeschwindigkeit nach Größe und Richtung am Ende der 4. Sekunde bestimmt werden. ($v^2 = v_x^2 + v_y^2$; Parallelogramm der Geschwindigkeiten.)

§ 14. Bewegungshindernisse

1. Die gleitende Reibung. Wir legen nach Abb. 35 einen quaderförmigen Gegenstand K_1 mit glatter Unterfläche auf eine glatte waagerechte Ebene K_2. Geben wir dem Körper einen kleinen Stoß, so kommt er nach kurzer Zeit zur Ruhe. Wir bringen eine Zugvorrichtung an dem Quader an und legen soviel Gewichtsstücke auf die Waagschale, daß K_1 sich nach dem Stoß mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiterbewegt. Die aufgelegten Gewichte nebst dem Gewicht der Waagschale mögen mit R bezeichnet werden; diese Größe hält dem zwischen K_1 und K_2 bestehenden Reibungswiderstand das Gleichgewicht.

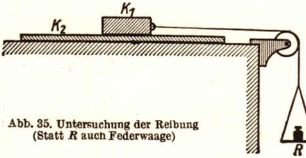


Abb. 35. Untersuchung der Reibung (Statt R auch Federwaage)

Wir machen denselben Versuch mit rauhen Flächen, indem wir die Berührungsflächen mit Schmirgelpapier überziehen; dann ist eine größere Kraft R nötig, um den Widerstand aufzuheben. Zwischen rauhen Berührungsflächen besteht also eine größere Reibung als zwischen glatten. Die Reibung rührt z. T. daher, daß selbst glatte Stoffe, wie Glas und poliertes Holz, mikroskopisch erkennbare Unebenheiten aufweisen. Diese werden bei der Bewegung der Körper gegeneinander verbogen, teilweise sogar abgerissen; dadurch wird der sich bewegende Körper gehemmt. Der andere Teil der Reibung hat seine Ursache in der Kraft, mit der die beiden Körper aneinander haften (Adhäsionskraft).

Bei unseren Versuchen überwinden wir die Reibung durch eine Kraft. Daraus, daß diese nur einer Kraft das Gleichgewicht halten kann, folgt:

Die Reibung ist eine Kraft. Sie ist der Bewegung, bei der sie auftritt, entgegengerichtet.

Wir nehmen einen Holzquader, bei dem die größte, mittlere und kleinste Fläche völlig gleichartig sind; es darf also auch nicht etwa eine Fläche längs der Fasern und eine andere quer zu ihnen geschnitten sein. Machen wir mit den drei Flächen den durch Abb. 35 dargestellten Versuch, so finden wir, daß die Reibung in allen drei Fällen die gleiche ist.

Legen wir auf den Klotz K_1 (Abb. 35) zwei Klötze von demselben Gewicht, so ist die durch R zu messende Reibung dreimal so groß.
Diese Versuche lehren:

Der Reibungswiderstand R ist von der Größe der sich berührenden Flächen unabhängig. Er ist außer von der Art der Flächen, ihrer Rauhigkeit, nur abhängig von der Normalkraft N, d. h. der Kraft, die der gleitende Körper durch sein Gewicht senkrecht zur Unterlage ausübt, und zwar ist er dieser proportional:

$$\boldsymbol{R = \mu \cdot N}.$$

Der Quotient $\mu = \frac{R}{N}$ heißt Reibungszahl (Reibungskoeffizient). Sie beträgt für Metall auf Metall 0,15 bis 0,5, für Eisen auf Eis nur 0,02. μ ist eine dimensionslose Zahl.

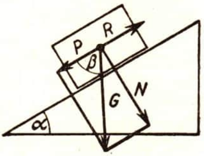


Abb. 36
Zur Bestimmung der Reibungszahl

Die Reibungszahl wird durch Schmiermittel (Fett, Öl, grüne Seife, Talkum, Graphit) wesentlich (bis auf 0,005) verkleinert, da diese Stoffe die Unebenheiten ausfüllen, so daß die festen Flächen sich nicht mehr unmittelbar berühren, sondern eine Gleitschicht zwischen ihnen ist.
Zur Bestimmung der Reibungszahl, z. B. zwischen Holz und Holz ($\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$), legt man einen hölzernen Quader vom Gewichte G auf eine schiefe Ebene und neigt diese, bis sich der Körper nach einem leichten Anstoß gleichförmig abwärts bewegt. Dieses trete bei dem Neigungswinkel α (Abb. 36) ein. Dann ist die Bewegungskomponente P gleich dem Reibungswiderstand, mithin

$$G \cdot \cos\beta = \mu \cdot N \quad \text{oder} \quad G \cdot \cos\beta = \mu \cdot G \cdot \sin\beta;$$

folglich $\mu = \operatorname{cotg}\beta$ oder, da $\beta = 90° - \alpha$ ist, $\mu = \operatorname{tang}\alpha$.

2. Die rollende Reibung. Viel geringer als die gleitende Reibung, von der bis jetzt die Rede war, ist die rollende Reibung; sie ist vorhanden, wenn ein Körper auf einem anderen rollt. Bei den Rädern eines Wagens tritt nur an den Achsen gleitende Reibung ein, die man aber durch Anwendung von Kugellagern in rollende Reibung verwandeln kann.

3. Die Haftreibung. Größer als die im Anschluß an Abb. 35 erklärte Kraft R ist die Kraft R', die den ruhenden Körper K_1 gerade noch nicht in Bewegung setzt. Ebenso wie wir oben den Koeffizienten der gleitenden Reibung durch $R = \mu \cdot N$ definierten, erklären wir den Koeffizienten μ' der jetzt vorliegenden Haftreibung durch

$$R' = \mu' \cdot N.$$

Daß μ' größer als μ ist, hat seinen Grund darin, daß man jetzt durch eine Zusatzkraft den Körper erst in Bewegung setzen muß. Beispielsweise ist für Eichenholz auf Eichenholz parallel zu den Fasern $\mu = 0{,}48$ und $\mu' = 0{,}62$.

4. Wirkungen der Reibung. Wenn man auch oft bestrebt ist, die Reibung möglichst zu vermeiden, ist sie andererseits vielfach notwendig. Wir könnten nicht stehen und gehen, kein Wagen, keine Lokomotive könnte fahren, wenn es keine Reibung gäbe. Das Festhalten von Gegenständen mit der Hand, der Gebrauch der Bremse, das Festsitzen von Nägeln, der Zusammenhalt der Fäden in einem Gewebe und in einem Knoten, die Übertragung einer Kraft durch Treibriemen oder Seile, alles beruht auf Reibung.

5. Der Widerstand des Mittels. Von der Reibung ist ein zweites Bewegungshindernis, der Widerstand des Mittels, zu unterscheiden. Wenn sich ein Körper in der Luft oder im Wasser bewegt, drängt er einen Teil des Mittels zur Seite, einen Teil nimmt er mit sich fort oder schiebt ihn vor sich her. Der Widerstand des Mittels ist in hohem Maße von der Form des bewegten Körpers und von seiner Geschwindigkeit abhängig. Bei nicht zu großen Geschwindigkeiten (in der Luft bis etwa 50 m/s) ist er dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

Der größte Wert, den die Geschwindigkeit eines in einem Mittel fallenden Körpers erreicht, ist um so größer, je schwerer der Körper und je kleiner seine Widerstand bietende Fläche ist. Daher fallen eine Bleikugel, ein Stück Holz, ein Stück Papier aus großen Höhen nicht gleich schnell herab. Die Höchstgeschwindigkeit fallender Regentropfen ist wegen ihres geringen Gewichtes nur klein (bis zu 8 m/s), die kleiner Staubteilchen (vulkanischer Ausbrüche) noch viel geringer (s. auch § 4,1).

Zur Übung: 1. Warum läuft die Eisenbahn auf Schienen? — 2. Warum haben Schlitten Kufen? — 3. Um genau aufeinanderliegende Papierblätter abzählen zu können, fährt man auf dem obersten in der Mitte vielmals mit der Fingerspitze im Kreise herum. Was geschieht dann? — 4. Halte die Hände auseinander, die Handflächen einander zugewandt; laß dir einen Stab (Spazierstock) auf die Zeigefinger legen und bewege die Hände langsam aufeinander zu. Welche Hand bewegt sich jeweils weiter? Wo treffen sich die Hände? — 5. Auf einer waagerechten Unterlage aus Holz liegt ein Stein von 300 kp Gewicht. Auf ihn wirkt eine unter 30° zur Waagerechten geneigte, schräg aufwärts gerichtete Kraft. a) Welche Kraft P' setzt den Körper in Bewegung ($\mu' = 0{,}7$)? (Beachte, daß die Normaldruckkraft durch P' verringert wird!) b) Welche Kraft P erhält den Körper in gleichförmiger Bewegung ($\mu = 0{,}3$)?

§ 15. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße („Impulssatz“)

1. Wirkung und Gegenwirkung. Wir setzen zwei leicht bewegliche Wägelchen auf eine waagerechte Glasplatte (Abb. 37 a). Zwischen sie bringen wir eine zusammengedrückte Schraubenfeder, deren Entspannung wir durch einen Faden verhindern. Brennen wir ihn durch, so kommen die Wägelchen, wenn sie gleiche Massen haben, in derselben Zeit gleich weit. Die Kraft der Feder wirkt also nach beiden Seiten gleich stark.

In Abänderung dieses Versuches stellen sich zwei Menschen auf zwei Fahrzeuge (leichte Wagen oder Boote); in ihren Händen halten sie die Enden eines gespannten Seiles; die Massen seien auf beiden Seiten gleich. Zuerst ziehe nur der eine; beide Fahrzeuge bewegen sich und treffen sich in der Mitte ihres ursprünglichen Abstandes. Dann stellt man die Anfangsbedingungen wieder her, und beide Menschen ziehen; der Treffpunkt ist der gleiche. Diese Versuche erläutern das

Wechselwirkungsgesetz („3. Newtonsches Prinzip“): Alle Kraftwirkungen zweier Körper aufeinander sind wechselseitig.

Niemals wirkt also eine Kraft auf einen Körper allein, sondern sie wirkt stets auf zwei Körper in entgegengesetzten Richtungen. Die Wirkung auf den einen Körper wird **Aktion,** die auf den anderen **Reaktion** genannt. Welche der beiden Wirkungen man Aktion nennt, ist willkürlich. Hiernach können wir das Wechselwirkungsgesetz auch in die Worte kleiden:

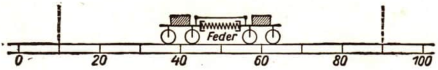


Abb. 37a. Gespannte Feder zwischen Körpern gleicher Masse

Aktion gleich Reaktion.

Wir wollen diesem Satz eine quantitative Fassung geben.

2. Impuls und Bewegungsgröße. Wenn wir die Schraubenfeder in dem durch Abb. 37a dargestellten Versuch freigeben, entspannt sie sich innerhalb einer gewissen kurzen Zeit t. Die elastische Kraft hat während dieser Zeit einen feststellbaren Durchschnittswert P, ihre Wirkung ist der Zeit proportional; das Produkt $P \cdot t$ ist ein Maß für die Wirkung; man bezeichnet es als Kraftantrieb (Kraftstoß) oder Impuls[1]).

Wir wenden das Kraftwirkungsgesetz (§ 9, 5) auf die durch den Impuls erzeugte Bewegung an. Der Impuls erteile einem Körper mit der Masse m die Beschleunigung b; dann gilt $P = m \cdot b$. Da ferner die erreichte Geschwindigkeit $v = b \cdot t$, also $t = \frac{v}{b}$ ist, gilt die als **Impulssatz** bezeichnete Gleichung

$$\boldsymbol{P \cdot t = m \cdot v}\,.$$

Das Produkt $m \cdot v$ heißt die Bewegungsgröße des Körpers mit der Masse m; sie ist das Ergebnis des Kraftantriebes $P \cdot t$.

Der Name „Impuls“ wird oft auch für die Bewegungsgröße gebraucht.

Da in unserem Versuch derselbe Kraftantrieb auf die beiden Wägelchen wirkt, sind die hervorgerufenen Bewegungsgrößen $m \cdot v$ gleich, und aus der Gleichheit der Massen folgt, daß auch die erlangten Geschwindigkeiten gleich sind, wie der Versuch es zeigte.

Wir wiederholen den Versuch nun, nachdem wir die beiden Wagen verschieden belastet haben. Dann erteilt die Federkraft ihnen verschiedene

---

1) impulsus (lat.) = Anstoß

Beschleunigungen (Abb. 37b). Das erkennen wir daran, daß sich nach Entspannung der Feder der mehr belastete Wagen mit geringerer Geschwindigkeit bewegt als der andere. Es sind nämlich wieder die den beiden Wagen mit den Massen m_1 und m_2 erteilten Bewegungsgrößen gleich. Daß diese entgegengesetzt gerichtet sind, bringen wir durch ein Minuszeichen zum Ausdruck und erhalten

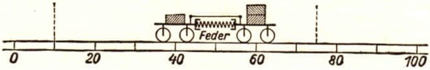


Abb. 37 b. Gespannte Feder zwischen Körpern verschiedener Masse

$$m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2 .$$

In der Form $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ sagt diese Gleichung aus: Die Summe der Bewegungsgrößen ist nach der Entspannung der Feder gleich Null. Bevor der Faden durchbrennt, ist die Bewegungsgröße beider Wägelchen ebenfalls gleich Null, denn sie sind in Ruhe; die gesamte Bewegungsgröße hat sich also während des Versuches nicht geändert. Die beiden Wägelchen mit der Schraubenfeder sind während des ganzen Vorganges ein gegen äußere Einwirkungen „abgeschlossenes System". Betrachten wir nur abgeschlossene Systeme, so können wir unsere Folgerungen verallgemeinern zu dem

Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße:

$$\boldsymbol{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \cdots = \text{const.}}$$

In einem gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Bewegungsgrößen unverändert.

Es ist zu beachten, daß dieser Erhaltungssatz für die vektorielle Summe der Bewegungsgrößen, nicht aber für ihre (absoluten) Beträge gilt, die ja z. B. bei dem letzten Versuch (Abb. 37 b) während der Entspannung beide zunehmen.

Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße ist nach seiner Herleitung im Grunde identisch mit dem 3. Newtonschen Prinzip.

3. Weitere Beispiele. 1. Ein Magnet und ein Eisenstück ziehen sich wechselseitig an. Man befestige beide auf Korken und lasse sie auf Wasser schwimmen! – 2. Schlagen wir mit der Faust auf den Tisch, so empfinden wir einen Schlag des Tisches gegen die Faust. – 3. Ist der eine der beiden Angriffspunkte der Kraft fest, zieht man z. B. ein Boot mit Hilfe eines um einen Pfahl geschlungenen Seiles an Land, so läßt sich die Reaktion nur mit feineren Hilfsmitteln sichtbar machen, da sie sich nur in Verformungen zeigt. – 4. Auch Münchhausen zieht sich nicht am eigenen Zopf aus dem Sumpf. Seine Muskelkraft wirkt gar nicht zwischen zwei verschiedenen Gegenständen, da seine Hand ein Teil seines übrigen Körpers ist. – 5. Jemand hat vorgeschlagen, die Segel eines Bootes bei unerwartet eintretender Windstille durch mitgeführte Preßluft anzublasen. Das Mißlingen seines Plans hat denselben Grund wie der Mißerfolg bei Münchhausens Vorhaben. – 6. Man stößt sich mit einem Ruder vom Ufer ab. Die zweite Masse, nämlich die Erde, ist in diesem Fall ungeheuer groß. – 7. Man bringt auf einer Tafelwaage ein Becherglas mit Wasser ins Gleichgewicht. Taucht man einen am oberen Ende festgehaltenen Körper in das Wasser, so sinkt diese Waagschale. – Erklärung wie beim vorhergehenden Beispiel: Die Aktion ist der auf den festgehaltenen Körper aufwärts wirkende Auftrieb; die Reaktion ist ihm entgegengesetzt gleich. – 8. Nach Abb. 38 werden zwei eiserne Bolzen mit verschieden großer Masse durch dieselbe Kraft fortgeschleudert. Zur Bestätigung des Satzes

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

bestimmt man $v_1 : v_2$ als Verhältnis der Wege, die von den Bolzen bis zum Aufprall auf den Tisch in waagerechter Richtung zurückgelegt sind (s. Abb. 33). – 9. Wenn ein Eisenbahnzug abfährt, so beschleunigt er die Schienen und die mit ihnen verbundene Erde in entgegengesetzter Richtung. Nimmt man einen drehbaren Unterbau mit geringer Masse (Abb. 39), so erkennt man die Rückwärtsbewegung. Kommen nach Ablauf des Uhrwerkes die Wagen zur Ruhe, so steht auch der Unterbau wieder still, wie es der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße fordert.

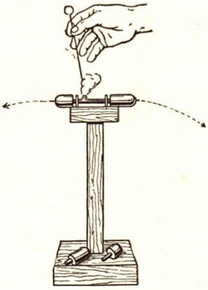


Abb. 38
Schleudergerät nach Grimsehl

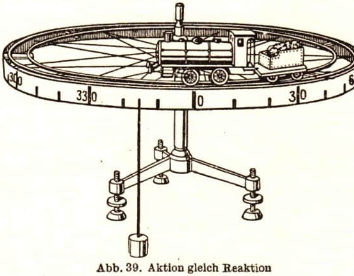


Abb. 39. Aktion gleich Reaktion

Zur Übung: 1. Was tritt ein, wenn man in einem ruhenden Boot sitzt und einem zweiten ruhenden Boot einen kräftigen Stoß gibt? Die Massen der Boote nebst Insassen seien m_1 und m_2. – 2. Man springt aus einem kleineren Boot an Land.

§ 16. Die Zentral- und die Fliehkraft

1. Die Zentralkraft. Eine Kraft ist offenbar nicht nur zur Vergrößerung der Geschwindigkeit eines Körpers auf geradliniger Bahn erforderlich, sondern auch wenn sich die Richtung seiner Bewegung ändern soll (§ 9, 1). Soll sich im besonderen ein Körper mit einer Bahngeschwindigkeit vom konstanten Betrage v auf einem Kreis mit dem Radius r bewegen, so muß (nach § 6, 2) diese Kraft eine Beschleunigung von der Größe

$$b = \frac{v^2}{r}$$

hervorrufen oder, wenn man die Winkelgeschwindigkeit ω und die Drehzahl f einführt,

$$b = \omega^2 r \quad \text{und} \quad b = 4\pi^2 f^2 r.$$

Der Beschleunigungsvektor steht senkrecht auf der Tangente; er ist zum Kreismittelpunkt hin gerichtet.

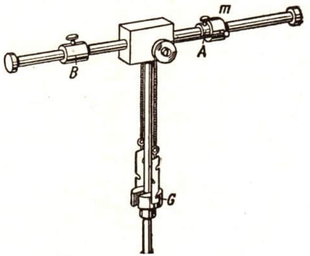


Abb. 40. Zentralkraftwaage

Nach dem Kraftwirkungsgesetz ist die Kraft Z, die diese Beschleunigung an einem Körper der Masse m hervorruft,

$$\boldsymbol{Z = m \cdot \frac{v^2}{r}}$$

oder $\boldsymbol{Z = m \cdot \omega^2 r}$

oder $\boldsymbol{Z = m \cdot 4\pi^2 f^2 r}$.

Ihre Richtung ist die der Beschleunigung; man nennt sie **Zentralkraft.** Schleudert man einen Körper an einem Gummiband im Kreise herum, so ist die elastische Kraft des Bandes die Zentralkraft Z.

Eine Prüfung der Gleichung $Z = m \cdot \omega^2 r$ ist mit dem in Abb. 40 dargestellten Gerät möglich: Ein Körper mit der Masse m kann auf einem Dreharm gleiten; er ist durch eine über eine Rolle führende Schnur mit dem Gewichtsstück G verbunden, das die Zentralkraft liefert. Die Klemmschraube A grenzt die Länge des Dreharmes ab; B ist eine Ausgleichsmasse. Rotiert der Körper so schnell, daß er sich gerade von der Klemmschraube löst, so ist G die zu dieser Winkelgeschwindigkeit gehörende Zentralkraft. Verdoppelt man bei der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω den Drehradius r oder die Masse m, so ist G zu verdoppeln; es ist also $Z \sim r$ und $Z \sim m$. Läßt man jedoch r und m unverändert, so ist bei der doppelten Winkelgeschwindigkeit ω das vierfache Gewicht erforderlich: $Z \sim \omega^2$.

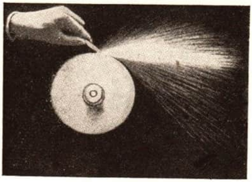


Abb. 41. Sprühender Schleifstein

Reißt der Faden, an dem man einen Stein im Kreise herumschwingt, so fällt die Zentralkraft fort, und der Stein bewegt sich in der Richtung der Tangente mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Man sieht dieses tangentiale Wegfliegen gut an den von einem Schleifstein abspringenden glühenden Teilchen (Abb. 41).

2. Die Fliehkraft. Wenn man in einem Fahrstuhl steht, der beim Anfahren eine abwärts gerichtete beschleunigte Bewegung ausführt, hat man das Gefühl, als ob das Körpergewicht durch eine aufwärts wirkende Kraft vermindert würde. Wir machen einen entsprechenden Versuch, indem wir nach Abb. 42

einen Kraftmesser mit einem Körper vom Gewicht $G = m \cdot g$ belasten. Bewegen wir ihn gleichförmig abwärts, so zeigt der Kraftmesser wie im Ruhezustand das Gewicht des Körpers richtig an. Bewegen wir ihn aber beschleunigt nach unten, so macht sich der Trägheitswiderstand des Körpers bemerkbar: Es tritt eine nach oben gerichtete *Trägheitskraft* auf, die den Körper zu leicht erscheinen läßt. In diesem Beispiel wird der Körper in der Richtung beschleunigt, in der er sich bewegt (fortschreitende Bewegung). Auch bei einer *Kreisbewegung* mit konstanter Bahngeschwindigkeit liegt eine Beschleunigung vor, doch ändert sich nicht der Betrag, sondern die *Richtung* der Geschwindigkeit des umlaufenden Körpers. Um ihn in seiner Bahn zu erhalten, ihm also die Beschleunigung $b = \omega^2 r$ zu erteilen, muß eine Kraft aufgewandt werden, die wir Zentralkraft nannten. Versetzen wir uns in den Mittelpunkt des Kreises und rotieren mit, so daß wir den Körper dauernd ansehen, so ist er in bezug auf uns in Ruhe. Es muß also auf den relativ zu uns ruhenden Körper eine nach außen gerichtete Kraft wirken, die der Zentralkraft das Gleichgewicht hält; sie wird als **Fliehkraft** oder **Zentrifugalkraft**[1]) bezeichnet und ist der *Trägheitswiderstand*, mit dem die Masse des herumgeschwungenen Körpers der dauernden Richtungsänderung widerstrebt. Ebenso wie bei dem Versuch der Abb. 42 das Gewicht nur für den mitbeschleunigten Kraftmesser vermindert wird, besteht bei einem mit der Hand herumgeschwungenen Körper die in die Verlängerung des Radius fallende Fliehkraft nur für die den Körper haltende Hand oder einen im Zentrum mitrotierenden Beobachter. Es kommt also ganz auf den Standpunkt an, auf den man sich stellt. Da der Körper für uns in Ruhe bleibt, unsere nach innen gerichtete Muskelkraft also durch die nach außen gerichtete Fliehkraft gerade aufgehoben wird, gilt:

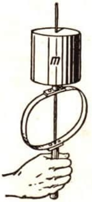


Abb. 42 Trägheitswiderstand bei geradliniger Bewegung

Die Fliehkraft ist der Zentralkraft entgegengesetzt gleich,

ein Satz, der sich ja auch aus dem Wechselwirkungsgesetz unmittelbar ergibt. Für den Betrag der Fliehkraft gelten daher ebenfalls die Formeln

$$Z' = m \cdot \frac{v^2}{r}, \quad Z' = m \cdot \omega^2 r, \quad Z' = m \cdot 4\pi^2 f^2 r.$$

Um die Fliehkraft zu messen, die sich nach der dritten Formel ergibt, und um sie auf diese Weise zu bestätigen, hängen wir ein $\frac{1}{2}$-kp-Stück ($m \approx 0{,}05$ ME) mit einem starken Faden an eine 25-kp-Federwaage und schleudern beide zusammen im Kreise herum. Ein vor dem Zeiger an-

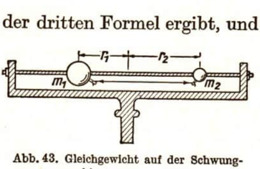


Abb. 43. Gleichgewicht auf der Schwungmaschine. $m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$

1) fúgĕre (lat.) = fliehen

gebrachtes Korkstückchen wird bei schneller Drehung (man bestimme f!) beispielsweise bis zum 10-kp-Strich vorgeschoben.

In dem durch Abb. 43 dargestellten Versuch liefert der Trägheitswiderstand der einen Kugel die Zentralkraft für die andere. Mit anderen Worten: Es ist gleichgültig, welche Kraft als Zentralkraft und welche als Gegenkraft bezeichnet wird. Die beiden Kugeln behalten bei der Rotation ihre Lage, wenn ihre Abstände von der Achse sich umgekehrt wie ihre Massen verhalten oder wenn das in der Formel $Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$ auftretende Produkt $m \cdot r$ (bei demselben ω) für die Kugeln das gleiche ist.

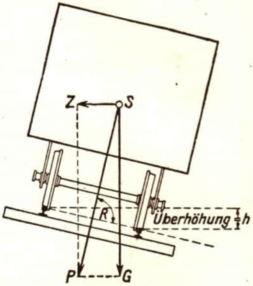


Abb. 45. Wagen in einer Kurve

3. Anwendungen. In der Milchzentrifuge wird der Rahm dadurch von der Magermilch getrennt, daß man die Vollmilch, ein Gemisch von Fetttröpfchen in einer wässerigen Lösung, in einem Kessel in rasche Drehung versetzt; die Magermilch wird wegen ihrer größeren Dichte nach außen getrieben ($Z \sim m$), während sich der Rahm auf der Innenseite der rotierenden Flüssigkeitsmasse nahe der Drehachse abscheidet.


Abb. 44. Gefäß mit Quecksilber und Wasser

Man füllt ein Gefäß von der in Abb. 44 dargestellten Form halb mit Quecksilber und halb mit gefärbtem Wasser und versetzt es in schnelle Drehung; in welche Lage kommen die Quecksilber- und die Wassermasse?

Nach der Formel $Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ ist bei gleicher Bahngeschwindigkeit die Gefahr der **Entgleisung** einer Lokomotive um so größer, je stärker die Schienenbahn gekrümmt ist. Die Gefahr nimmt ferner mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zu. Um die Entgleisung zu verhüten, legt man bei Kurven die äußere Schiene höher als die innere (Abb. 45); dann setzt sich bei einer bestimmten Höchstgeschwindigkeit die Fliehkraft mit dem Gewicht der Lokomotive zu einer Resultante zusammen, die auf der Schienenbahn senkrecht steht.

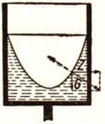


Abb. 46
Die Oberfläche rotierenden Wassers

Weitere Beispiele: Wäscheschleuder; Schleifenfahrt (looping the loop); Abplattung der Erde (s. § 303). Abb 46 zeigt einen Vertikalschnitt durch die Oberfläche von Wasser, das in einem zylindrischen Gefäß sehr rasch rotiert.

Auf der Fliehkraft beruht auch die **Kreisel- oder Zentrifugalpumpe** (Abb. 47). Sie besteht aus einem waagerecht gelagerten zylindrischen Gehäuse, in dem sich ein Schaufelrad dreht. Wenn das Gehäuse mit Wasser gefüllt ist, wird dieses durch die Fliehkraft nach außen getrieben und tritt durch das tangential ansetzende Steigrohr oben aus. Gleichzeitig entsteht in der Mitte ein Unterdruck, so daß der äußere Luftdruck neues Wasser in ein durch einen axialen Rohr-

stutzen angeschlossenes Saugrohr treibt. Die Pumpe hat den Vorzug, daß sie nicht stoßweise arbeitet und daß sie keine Ventile hat und deshalb auch schlammiges Wasser ansaugen kann.
Um beim Radfahren eine Kurve zu nehmen, dreht man das Vorderrad mittels der Lenkstange und bestimmt dadurch den Kurvenradius r. Aber das genügt nicht; es ist eine Zentralkraft $Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ erforderlich, die der auftretenden Fliehkraft das Gleichgewicht hält. Diese Zentralkraft wird durch die Schwerkraft $G = m \cdot g$ bei geneigtem Rade geliefert. Wir zerlegen G in zwei Komponenten (Abb. 48). Z bildet die Zentralkraft, sie wird durch die Zentrifugalkraft Z' aufgehoben; die zweite Komponente G' muß in die Richtung fallen, in die das Rad geneigt ist, dann ist sie wirkungslos. Daher ist

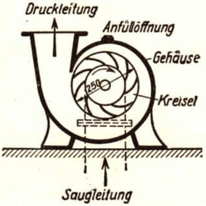


Abb. 47. Kreiselpumpe
(Durch die „Anfüllöffnung" wird das Gehäuse mit Wasser gefüllt, wenn die Pumpe in Betrieb genommen werden soll.)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Z}{G} = m \frac{v^2}{r} : mg = \frac{v^2}{r \cdot g}.$$

Zu einer großen Geschwindigkeit v und einem kleinen Radius r gehört also ein großer Winkel α. Deshalb werden bei Radrennbahnen die Kurven stark überhöht, so daß die Komponente G' senkrecht auf der Fahrbahn steht (vgl. Abb. 45). Ohne diese Maßnahme würden ein Fahrrad, ein Auto in der Richtung der Tangente weitergleiten, sobald die Fliehkraft größer wird als die gleitende Reibung der Räder auf der Fahrbahn.

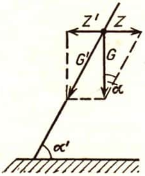


Abb. 48. Kräftespiel bei Kurvenfahrt. (G greift an im Schwerpunkt von Rad und Fahrer.) $\alpha' = 90° - \alpha$

Will man beim Radfahren eine Rechtskurve machen, so kann man die Neigung nach rechts dadurch hervorrufen, daß man das Vorderrad kurz ein wenig nach links dreht, dann tritt eine Fliehkraft auf und bewirkt die erforderliche Neigung.

Zur Übung: 1. Wie groß muß die Geschwindigkeit und die Umlaufszeit eines Körpers sein, der bei der gleichförmigen Bewegung auf einer Kreisbahn von 1 m Radius eine Fliehkraft erfährt, die gleich seinem Gewicht ist? Welche Lage nimmt dieser Körper ein, wenn er wie ein Pendel aufgehängt und in einer waagerechten Ebene herumgeschwungen wird? Bei welcher Geschwindigkeit ist die Fliehkraft doppelt so groß wie das Gewicht? — 2. Mit welcher Kraft wird Wasser in einer Wäscheschleuder von 25 cm Radius nach außen geschleudert, wenn sie 3000 Umdrehungen in der Minute ausführt? — 3. Wie stark muß sich ein Radfahrer, der mit einer Geschwindigkeit von 6 m/s durch eine Kurve von 20 m Radius fährt, nach innen neigen, damit die Resultante aus Gewicht und Fliehkraft in die Ebene des Rades fällt? (Verwerte Abb. 48!)

§ 17. Die Corioliskraft[1])

1. Beobachtung der Coriolisbewegung. Wir befestigen auf der lotrechten Achse einer Schwungmaschine eine kreisförmige Scheibe und an der Achse dicht oberhalb der Scheibe einen Faden, der an seinem äußeren Ende eine mit Kreide geweißte Kugel hält. Drehen wir die Scheibe im Gegenzeigersinn, so stellt sich bald der Zustand ein, daß die Kugel relativ zur Scheibe ruht und mit dieser eine Kreisbahn beschreibt. Wenn wir den Faden durchbrennen, während die Scheibe weiterrotiert, bemerkt ein ruhender, außenstehender Beobachter, daß die Kugel in der Richtung der Kreistangente fortfliegt (Abb. 49a).

[1]) Dieser Paragraph kann fortgelassen werden.

Jetzt halte ein in der Mitte der Scheibe mitrotierender Beobachter den Faden; er spürt vor seinem Durchbrennen die durch eine Federwaage zu messende Zentrifugalkraft. Dieser Beobachter wird vermuten, daß, von ihm aus gesehen, sich die Kugel beim Loslassen in der Verlängerung des gespannten Fadens radial entfernt. Dies tritt jedoch nicht ein, sondern die Bahn der Kugel, wie sie durch den Kreidebestrich fixiert wird, krümmt sich nach rückwärts gegen den Umlaufssinn der Scheibe (Abb. 49b); die Kugel bewegt sich beschleunigt auf einer Spiralbahn. Solange die Kugel relativ zum mitbewegten Beobachter ruht, wirkt für ihn nur die Zentrifugalkraft. Sobald sich jedoch die Kugel bewegt, tritt für diesen Beobachter eine zweite, seitliche Kraft auf; sie heißt nach ihrem Entdecker G. G. Coriolis (französischer Ingenieur und Physiker, 1835) Corioliskraft.

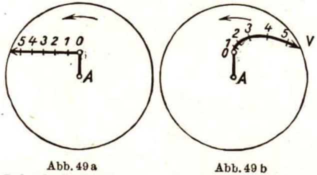


Abb. 49a Ruhender Beobachter — Abb. 49b Mitbewegter Beobachter

Reibungsfreie Bewegung einer im Punkt V auf einer sich drehenden Scheibe bewegten Kugel

2. Erklärung des Entstehens der Ablenkung. Um das Zustandekommen der Coriolisablenkung zu verstehen, untersuchen wir die Bahn einer Kugel, der wir von der Drehachse aus einen Stoß versetzen, so daß sie auf der Scheibe fortrollt. Sie soll sich, nur ihrer Trägheit folgend, völlig reibungslos bewegen; dann fliegt sie für einen außen ruhenden Beobachter aus dem Mittelpunkte A geradlinig gleichförmig fort (Abb. 49c). Am Ende einer gewissen Zeitspanne ist die Kugel zu einem Punkte gelangt, in dem sich der Scheibenpunkt B anfangs befand; dieser ist aber mittlerweile in B_1 angekommen. In der doppelten Zeitspanne erreicht die Kugel einen Punkt, in dem sich anfänglich der Scheibenpunkt C befand, der inzwischen in C_1 angelangt ist.

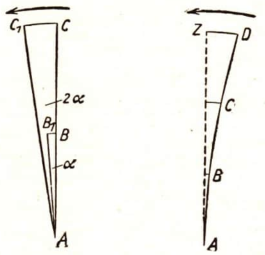


Abb. 49c Ruhender Beobachter — Abb. 49d Mitbewegter Beobachter

Reibungsfreie Bewegung einer aus der Drehachse weggestoßenen Kugel auf einer Drehscheibe

Ganz anders stellt sich der Vorgang dar für einen Beobachter, der die Drehung der Scheibe mitmacht, ohne etwas von ihr zu merken. Er bezieht die Bewegung der Kugel nicht auf die Umgebung der Scheibe, sondern auf die Scheibe selbst, die für ihn ruht. In Wirklichkeit aber lenkt ihre Drehung, während die Kugel von A aus (Abb. 49d) auf das Ziel Z zufliegt, die überflogenen Scheibenpunkte und das Ziel nach links ab, so daß die auf die ruhend gedachte Zielgerade AZ bezogene Bahn $ABCD$ der Kugel nach rechts gekrümmt wird. Der Beobachter schließt hieraus auf eine die Kugel ablenkende Kraft, die die Kugel senkrecht zu ihrer Geschwindigkeit beschleunigt. Diese Corioliskraft ist, was hier ohne Nachweis mitgeteilt sei, außer der Masse der Kugel ihrer Geschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit der Scheibe proportional. Sie ist wie die Zentrifugalkraft eine Trägheitskraft, denn sie kommt dadurch zustande, daß sich der Körper, vom ruhenden System aus beurteilt, infolge seiner Trägheit geradlinig und gleichförmig bewegt, und sie existiert nur für einen Beobachter, der, mindestens in Gedanken, an der Rotation seines Bezugssystems teilnimmt.

Dies wird durch die folgende Überlegung noch klarer. Fliegt der Körper von der Drehachse fort, so bekommt er, vom ruhenden System aus beurteilt, im Punkte B (Abb. 49d) eine gewisse seitliche Geschwindigkeit mit. In C ist aber die Bahngeschwindigkeit des Drehsystems größer. Da der Körper nun infolge seiner Trägheit relativ zum ruhenden System seine vorige Geschwindigkeit beibehält, hat er jetzt gegenüber der Bahngeschwindigkeit des betreffenden Punktes des Drehsystems eine größere seitliche Relativgeschwindigkeit. Er bleibt also gegenüber der Scheibendrehung infolge seiner Trägheit zurück und zeigt eine Abweichung entgegengesetzt dem Drehsinn.

Fliegt der Körper nicht von der Drehachse fort, sondern auf sie zu, so nimmt er, vom ruhenden System aus beobachtet, infolge seiner Trägheit eine seitliche Komponente mit, die größer ist als in einem Punkte, den der Körper später erreicht; er eilt also jetzt in diesem Punkte im Drehsinn vor. In beiden Fällen erfolgt daher die Ablenkung nach derselben Seite, in unserem Falle nach rechts, wenn man sich in Richtung der ursprünglichen, vom ruhenden Beobachter aus gesehen geradlinigen Bewegung stellt.

Die Corioliskraft ist schließlich auch vorhanden, wenn der Körper keine radiale, sondern nur eine tangentiale Geschwindigkeit gegenüber dem Drehsystem hat; für die Größe der Corioliskraft ist überhaupt die Bahnrichtung ohne Belang.

Man erlebt in drastischer Weise die Corioliskraft, wenn man sich auf eine Drehscheibe stellt und während der Drehung eine Hand, die eine schwere Hantel hält, von sich stößt. Man spürt dann, wenn die Drehung im Gegenzeigersinn erfolgt, eine nach rechts wirkende Kraft, die um so größer ist, je schneller man die Hand wegstößt und je größer die Winkelgeschwindigkeit der Drehscheibe ist.

3. Die Coriolisablenkung auf der Erdoberfläche. Da sich die Erde, von Norden (oben) aus gesehen, links herum um ihre Achse dreht, ohne daß wir diese Drehung bemerken, befinden wir uns auf der Erdoberfläche in der Lage des in Abb. 49d angenommenen Beobachters. Für einen etwaigen Bewohner des Nordpols ist dies ohne weiteres einleuchtend. Für einen Beobachter unter $\varphi°$ n. Br. kann man die Erddrehung ähnlich wie bei einer geradlinigen Bewegung in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine, die sog. Horizontalkomponente, eine Drehung um eine senkrecht auf dem Horizont des Beobachters stehende Achse bedeutet. Wenn w die Winkelgeschwindigkeit der Erde bedeutet, so ist die Winkelgeschwindigkeit der Drehung um diese Achse herum gleich $w \cdot \sin \varphi$. Für den Pol ist $\sin \varphi$ gleich 1, für den Äquator gleich Null. w ist sehr klein; es beträgt nämlich, da die Umlaufsdauer, ein Sterntag, 86164 s lang ist, nur $\frac{2\pi}{86164} = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$. Deshalb sind die Corioliskräfte nur bei großer Geschwindigkeit oder bei lange anhaltender Wirkung bemerkbar.

Man faßt es als eine Wirkung der Corioliskraft auf, daß auf der nördlichen Halbkugel das rechte Ufer der Flüsse stärker unterspült ist als das linke (von Baersches Gesetz, 1860), eine Erscheinung, die besonders an verschiedenen südwärts fließenden Strömen der Sowjetunion beobachtet wurde.

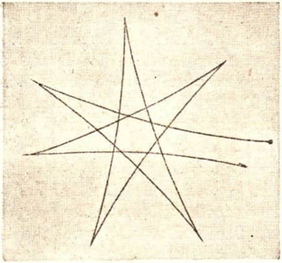


Abb. 50. Aufgezeichnete Bahn eines freischwingenden Pendels im drehenden System

Bewegte Luftmassen, Winde, werden auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt (Buys-Ballotsches Gesetz).

Bei allen Eisenbahnschienen auf der nördlichen Halbkugel wird die Innenseite der rechten Schiene etwas stärker abgenutzt als die linke. Bei normaler Spurweite und Geschwindigkeit muß man die rechte Schiene um 0,4 mm erhöhen, um diese Wirkung der Corioliskraft aufzuheben.

Auf das schwingende Foucaultsche Pendel (Teil IA) wirkt, außer wenn es am Äquator aufgehängt ist, quer zu seiner Schwingungsrichtung die Corioliskraft und erteilt ihm auf der nördlichen Halbkugel dauernd eine Rechtsablenkung. Diese Abweichung ist jedoch zu klein, als daß man sie an einer Schwingung beobachten könnte. Hängt man aber ein Pendel über der Mitte einer sich links herum drehenden Scheibe so auf, daß es frei schwingen kann, und dreht die Scheibe schnell genug, so stellt der mitbewegte Beobachter die in Abb. 50 dargestellte Bewegung der Pendelmasse fest, wenn sie aus der in der Photographie durch einen Punkt markierten abgelenkten Lage losgelassen wird.

§ 18. Harmonische Schwingungen

1. Definition einer harmonischen Schwingung. Wir hängen an eine an ihrem oberen Ende befestigte elastische Schraubenfeder eine Waagschale (Abb. 51). Belasten wir diese mit 10, 20, 30, ... p, so verlängert sich die Feder jedesmal um die gleiche Strecke. Entsprechend verkürzt sich eine Feder, wenn wir sie mit der Kraft 10, 20, 30, . . . p zusammendrücken. Es ergibt sich das (nach dem englischen Physiker Robert Hooke, 1635 bis 1703, benannte)

Hookesche Gesetz: Elastische Formveränderungen sind den formändernden Kräften proportional.

Wir bezeichnen einen Körper, wenn er diesem Gesetz genau genügt, als „vollkommen elastisch".

Ziehen wir die belastete Schraubenfeder auseinander und lassen sie dann los, so führt sie Schwingungen aus, bei denen nach vorstehendem Gesetz die Kraft in jedem Augenblick dem Abstand des Gewichtsstückes von seiner Ruhelage proportional ist.

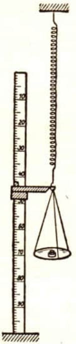


Abb. 51 Hookesches Gesetz

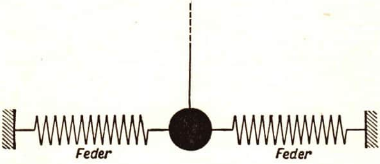


Abb. 52. Harmonische Schwingungen einer Kugel

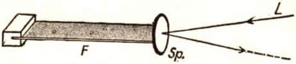


Abb. 53. Harmonische Schwingungen eines an einer Blattfeder befestigten Spiegels

In Abänderung dieses Versuches befestigen wir eine Kugel zwischen zwei Schraubenfedern (Abb. 52). Um ihr Gewicht auszuschalten, hängen wir sie an einen mehrere Meter langen Faden. Dann lassen wir sie zwischen den Federn hin- und herschwingen.

Oder wir klemmen eine Blattfeder F, an deren einem Ende ein Spiegelchen Sp befestigt ist, in einen Schraubstock (Abb. 53). Ein von dem Spiegel zurückgeworfener Lichtstrahl entwirft auf einem Schirm einen hellen Fleck. Versetzen wir die Feder in Schwingungen, so führt der Lichtfleck sie in vergrößertem Maße aus. – Da auch die einzelnen Massenteilchen einer tönenden Saite derartige Schwingungen vollführen, bezeichnet man sie als harmonische Schwingungen.

Ein Massenpunkt führt harmonische Schwingungen aus, wenn die Kraft, mit der er in seine Mittellage zurückgezogen wird, in jedem Augenblick seinem Abstand von der Mittellage proportional und ihm entgegen gerichtet ist.

Auch eine Wassersäule in einem U-Rohr schwingt harmonisch, denn der jeweilige Überdruck ist dem Höhenunterschied in den beiden Schenkeln, der doppelt so groß ist wie der Abstand von der Mittellage, proportional.

2. Die Gleichung harmonischer Schwingungen. Auf einem Kreis $(O; r)$ (Abb. 54) bewege sich ein Punkt gleichförmig von A' aus im Gegenzeigersinn. Wir zeichnen den zu OA' senkrechten Durchmesser $B'D'$ und hierzu eine Parallele GG und denken uns für jede beliebige Lage M' des auf dem Kreis umlaufenden Punktes das Lot auf GG gefällt. Dann führt während einer Umlaufsdauer der Fußpunkt M des Lotes eine hin- und hergehende Bewegung aus, von der

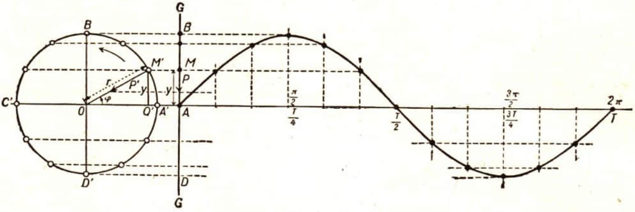


Abb. 54. Zur Gleichung harmonischer Schwingungen

wir behaupten, daß sie harmonisch ist. Wenn sich nämlich ein Punkt mit der Masse m mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis (Radius r) bewegen soll, muß auf ihn in der Richtung des Halbmessers die Zentralkraft $P' = m \cdot \omega^2 r$ wirken (§ 16, 1). Die Bewegung des Punktes M verläuft so, als ob auf ihn in der Richtung MA die Komponente P dieser Kraft wirke. Nach dem Strahlensatz ist $P' : P = r : y$, folglich $P = \frac{P'}{r} \cdot y$. Die scheinbar auf den Punkt M wirkende Kraft ist also seinem Abstand von der Mittellage proportional; dieses ist aber das charakteristische Merkmal der harmonischen Bewegung:

Betrachtet man die Bewegung eines sich mit gleichbleibender Bahngeschwindigkeit auf einem Kreise bewegenden Punktes von der Seite her, von einem Ort aus, der in der Bahnebene liegt, so erscheint sie als harmonische Bewegung.

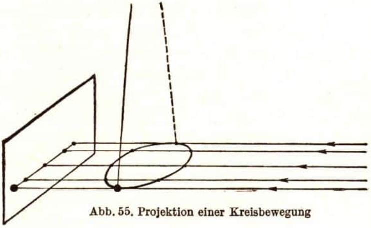


Abb. 55. Projektion einer Kreisbewegung

Wenn man einen auf einer Kreisbahn umlaufenden Punkt (Kegelpendel) auf einen zu seiner Bahnebene senkrechten Schirm durch in dieser Ebene verlaufende parallele Lichtstrahlen projiziert (Abb. 55), führt daher das Schattenbild wie der Lichtfleck bei Abb. 53 harmonische Schwingungen aus.

Die größte Entfernung oder größte Elongation[1]) des schwingenden Punktes von seiner Mittellage ($AB = AD = r$ in Abb. 54) heißt **Schwingungsweite** oder **Amplitude**[2]). Die Dauer eines vollen Hin- und Herganges von M stimmt mit der Umlaufszeit T des Punktes M' überein und heißt **Schwingungsdauer** (Periode). Die Zahl f der Umläufe, die M' in einer Sekunde ausführt, ist zugleich die Anzahl der Schwingungen von M in einer Sekunde und wird **Schwingungszahl** (Frequenz) genannt; sie hat die Dimension $[t^{-1}]$. Ihre Einheit ist 1 Hertz (Hz) = 1 Schwingung je Sekunde. Zwischen Schwingungszahl und Schwingungsdauer besteht die Beziehung $f = \frac{1}{T}$ (§ 6).

Der Winkel φ, den der Punkt M' von A' aus in der Zeit t zurückgelegt hat, heißt Phasenwinkel oder kurz Phase[3]). Zwischen t und dem zugehörigen, im Bogenmaß gemessenen Phasenwinkel φ besteht die Beziehung $t : T = \varphi : 2\pi$; daher ist $\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \omega t$.

Für die jeweilige Entfernung $MA = M'Q' = y$ des schwingenden Punktes von der Mittellage ergibt sich aus der Abbildung

$$\boldsymbol{y = r \cdot \sin \varphi = r \cdot \sin (\omega t)} \,.$$

Die Elongation ist dem Sinus des Phasenwinkels proportional.

Man nennt deshalb die harmonische Schwingung auch **Sinusschwingung.** In der rechten Hälfte von Abb. 54 ist die Zeit t als Abszisse abgetragen, während als Ordinaten die entsprechenden Elongationen eingezeichnet sind. Die entstandene Sinuslinie liefert den zeitlichen Verlauf der harmonischen Schwingung.

Man erhält die Sinuslinie durch einen Versuch, wenn man nach Abb. 53 den Lichtstrahl nicht auf einen festen Schirm, sondern auf einen Drehspiegel fallen läßt.

3. Die Schwingungsdauer. Aus $P' = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$ folgt für die Umlaufsdauer bei der Kreisbewegung, also auch für die Schwingungsdauer der harmonischen Schwingung, $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{r}{P'}}$ oder, da $P' : P = r : y$ ist (Abb. 54),

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P}} \,.$$

Das hier auftretende Verhältnis $\frac{y}{P}$ ist für jede Lage des Punktes M dasselbe. Bezeichnen wir die Kraft, die auf den schwingenden Punkt bei der Elongation $y = 1$ m wirken würde, mit P_1, so ist $y : P = 1 : P_1$, und für die Schwingungsdauer folgt:

$$\boldsymbol{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{P_1}}} \,.$$

1) ē (lat.) = aus; longus (lat.) = lang, weit 2) amplitúdo (lat.) = Weite
3) phásis (griech.) = das Erscheinen; vgl. „Phase“ des Mondes

Da P_1 nicht von der Schwingungsweite abhängt, sondern eine Konstante der Feder ist – sie heißt deshalb Federkraft –, lehrt die Formel:

Die Schwingungsdauer einer harmonischen Bewegung ist von der Schwingungsweite unabhängig.

Zur Übung: 1. Zur Bestätigung des letzten Satzes bestimmen wir nach Abb. 51 und 52 bei verschiedenen Schwingungsweiten mit Hilfe der Stoppuhr die Anzahl der Schwingungen in einer geeigneten Zeitspanne. — 2. Wir bestimmen bei einer durch einen Körper mit der Masse m belasteten Schraubenfeder (Abb. 51) durch einen Versuch f und T. Um dann dasselbe T nach der Formel $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \frac{y}{P}}$ auch durch Rechnung zu finden, hängen wir ein beliebiges Gewicht P an und beobachten die dadurch hervorgerufene Verlängerung y der Schraubenfeder. — 3. Man überzeuge sich, daß in der soeben benutzten Formel die Dimension stimmt, daß also die Dimension der rechten Seite $[t]$ ist.

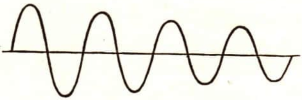


Abb. 56. Gedämpfte Schwingungen

Bei derartigen Versuchen findet man, daß die Schwingungsweite infolge der unvermeidlichen Reibungswiderstände immer kleiner wird; man erhält statt **„ungedämpfter“** Schwingungen **„gedämpfte“;** Abb. 56 zeigt den zeitlichen Verlauf einer gedämpften Schwingung. Das Verhältnis von je zwei aufeinander folgenden, auf derselben Seite liegenden Schwingungsweiten, das sog. Dämpfungsverhältnis, ist in der Abbildung gleich 1,2. Wenn die Sinusform erhalten bleiben soll, muß dem schwingenden System fortwährend neue Energie zugeführt werden.

§ 19. Das mathematische Pendel

1. Das Pendelgesetz. Hängt man eine Kugel an einem Faden auf, so entsteht ein Pendel[1]). Wir denken uns zunächst den Faden gewichtslos und die gesamte Masse m des Pendelkörpers in einem Punkt zusammengezogen; dann spricht man von einem mathematischen Pendel. Man kann dieses annähernd durch eine kleine, schwere Kugel verwirklichen. Die Länge des Fadens heißt Pendellänge l (Abb. 57).

Wir untersuchen die Pendelbewegung für kleine Winkelausschläge; der Pendelkörper bewegt sich dann auf einer nahezu geradlinigen Bahn. Sein jeweiliger Abstand von der lotrechten Lage werde mit y bezeichnet.

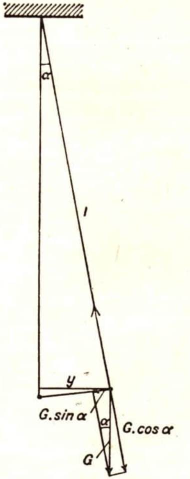


Abb. 57. Mathematisches Pendel

Der Pendelfaden sei um den kleinen Winkel α aus seiner Ruhelage entfernt. Wir zerlegen das an der Pendelkugel angreifende Gewicht G nach dem Parallelogrammsatz in zwei Komponenten, die eine in der Richtung des Fadens, die andere in der Richtung der Bahntangente. Dann tritt auch hier der

1) péndulum (lat.) = das Hängende

Winkel α auf. Daher ist die erste Komponente gleich $G \cdot \cos \alpha$; sie spannt den Faden. Die zweite Komponente, $P = G \cdot \sin \alpha$, beschleunigt die Kugel in der Richtung der Bahn. Da $\sin \alpha = \frac{y}{l}$ ist, folgt

$$P = \frac{G}{l} \cdot y \qquad \text{oder} \qquad P = \frac{m \cdot g}{l} \cdot y.$$

Die beschleunigende Kraft ist also dem Abstand der Kugel von der Mittellage proportional. Da sie für kleine Winkelausschläge nahezu in die Richtung dieses Abstandes fällt, ergibt sich nach der Definition harmonischer Schwingungen:

Bei kleinen Winkelausschlägen schwingt ein Pendel harmonisch.

Den experimentellen Nachweis hierfür liefert der durch Abb. 58 dargestellte Versuch: Wir hängen an zwei langen Fäden ein mit feinem Sand gefülltes, unten offenes Trichtergefäß auf und lassen es schwingen; zieht man unter dem Trichter ein Brett mit gleichbleibender Geschwindigkeit senkrecht zur Schwingungsebene entlang, so zeichnet der ausfließende Sand eine Sinuslinie auf.

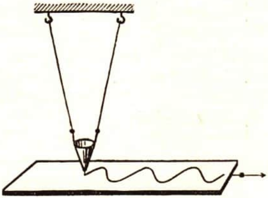


Abb. 58. Aufzeichnung der Pendelschwingungen

Die Bedeutung der in der Formel für harmonische Schwingungen

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P}}$$

auftretenden Größen m, y, P stimmt mit der Bedeutung, die sie jetzt beim Pendel haben, überein. Wir können diese Formel also ohne weiteres anwenden. Setzen wir in ihr P gleich $\frac{m \cdot g}{l} \cdot y$, so folgt das

Pendelgesetz: $$\boldsymbol{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}.$$

Bei kleinen Winkelausschlägen ist die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt und der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung umgekehrt proportional.

Bei kleinen Winkeln ist die Schwingungsdauer also wie bei jeder harmonischen Bewegung von dem Ausschlag unabhängig. Außerdem ist sie von der Masse des Pendels unabhängig. Diese zweite Eigenschaft hat unter allen schwingenden Körpern nur das mathematische Pendel.

Wenn der Winkelausschlag α unter $5°$ bleibt, beträgt der Fehler, den man bei der Berechnung von T nach der Pendelformel macht, weniger als $1\,‰$. Deshalb bietet sie die Möglichkeit, g recht genau experimentell zu bestimmen. Man muß zu den Versuchen nur einen möglichst punktförmigen Pendelkörper und einen masselosen Faden anwenden.

Zur Übung: 1. Man bestimme g nach der aus dem Pendelgesetz folgenden Formel $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$, indem man die Anzahl der Schwingungen z. B. in 1 Minute zählt. — 2. Bestätige durch Versuche die Pendelformel! Jetzt wird $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ als bekannt vorausgesetzt. — 3. Berechne die Länge eines Sekundenpendels für Berlin ($g = 9{,}813\ \mathrm{m/s^2}$) und für den Äquator ($g = 9{,}781\ \mathrm{m/s^2}$), d. h. eines Pendels, das zu einem Hin- oder Hergang eine Sekunde braucht! — 4. Verfertige ein Sekundenpendel ($g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$) und stelle fest, wie genau das gelingt! — 5. Um wieviel geht eine zuvor richtiggehende Uhr mit einem Sekundenpendel an einem Tage falsch, wenn sich die Pendellänge um $\frac{1}{10}$ mm ändert?

Für das sog. **physische Pendel,** bei dem die Gesamtmasse nicht angenähert in einem Punkt vereinigt ist, ergibt sich eine andere Formel.

2. Zusammensetzung von Schwingungen. In Abb. 59 bedeutet die waagerechte Gerade einen Stab. Der unten hängende Trichter, aus dem Sand ausläuft, kann von links nach rechts und von vorn nach hinten schwingen. Bringen wir ihn nach vorn rechts aus seiner Ruhelage heraus und lassen ihn dann los, so führt er eine aus zwei Komponenten zusammengesetzte Bewegung aus, deren Schwingungsrichtungen senkrecht aufeinander stehen. Je nach dem Verhältnis ihrer Schwingungszahlen und -weiten ergeben sich die mannigfaltigsten sog. Lissajousschen Figuren[1]. Noch schöner erhält man diese, wenn man einen Lichtstrahl nacheinander auf zwei in verschiedenen Ebenen schwingende Spiegelchen fallen und zu einem Schirm gelangen läßt. Zu diesem Versuch sind nach Abb. 60 an einem Holzklotz zwei Stahlstreifen befestigt, deren einander zugekehrte Seiten an den oberen Enden mit kleinen Spiegeln versehen sind.

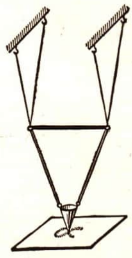


Abb. 59
Zusammensetzung von Pendelschwingungen

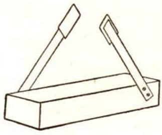


Abb. 60
Zusammensetzung von Schwingungen (optisch)

Setzt sich in dieser Weise die Schwingung eines Körpers aus zwei Teilschwingungen zusammen, so findet man seinen jeweiligen Ort durch eine Zeichnung nach dem Parallelogrammsatz. Wenn dabei die Schwingungsrichtungen der Teilbewegungen nicht, wie in unserem Versuch, einen Winkel miteinander bilden, sondern übereinstimmen wie bei einer schwingenden Saite, bei der die Schwingungen der Obertöne die Schwingung des Grundtons überlagern, so werden die Elongationen einfach algebraisch addiert.

§ 20. Drehung um eine feste Achse. Der Schwerpunkt

1. Gleichwertige Drehmomente. Ein Körper sei um eine zur Ebene der Zeichnung (Abb. 61) senkrechte Achse A drehbar. Es wirken auf ihn die in den markierten Punkten angreifenden Kräfte P_1 und P_2 in der Zeichenebene.

1) J. A. Lissajous, französischer Physiker (1822—1880)

Wir verlängern die Angriffslinien der beiden Kräfte bis zu ihrem Schnittpunkt B und verschieben die Kraftstrecken nach BC_1 und BC_2. Da sich der Körper nur um die Achse A drehen kann, bewegt sich der Punkt B auf dem gezeichneten Kreisbogen, und seine augenblickliche Richtung ist durch die Tangente BT angegeben. Nach dem Projektionssatz (§ 12, 4) ist BC_1 gleichwertig mit der durch BD dargestellten Kraft P, die man erhält, wenn man BC_1 auf BT projiziert. (Die zweite Komponente von BC_1 bewirkt eine Druckverformung in der Richtung BA.) Da die Dreiecke ABD und ABC_1 inhaltsgleich sind, ergibt sich $P_1 \cdot a_1 = P \cdot a$, wobei a_1 das Lot vom Punkt A auf die Richtung der Kraft P_1 und a die Strecke AB bedeutet.

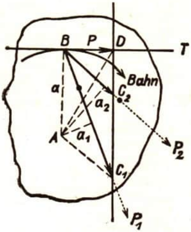


Abb. 61
Zwei gleichwertige Drehmomente

Die durch BC_2 dargestellte Kraft P_2 ist für die Drehwirkung dann mit P_1 gleichwertig, wenn, wie in der Abbildung angenommen ist, ihre Projektion auf BT mit der Projektion von BC_1 zusammenfällt; es ist dann auch $P_2 \cdot a_2 = P \cdot a$, und hieraus folgt

$$\boldsymbol{P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2}.$$

Man bezeichnet das von dem Punkt A der Achse auf die Richtung einer Kraft gefällte Lot, z. B. a_1, als Kraftarm. Multipliziert man die Kraft mit ihrem Kraftarm, so erhält man das sog. **Drehmoment**[1]). Mit Benutzung dieses Ausdrucks können wir die gewonnene Gleichung in folgende Worte kleiden:

Momentensatz: Zwei Kräfte, die auf einen um eine Achse drehbaren Körper wirken, und zwar in einer Ebene, auf der die Achse senkrecht steht, sind dann gleichwertig, wenn ihre Drehmomente gleich sind.

Ein solcher Körper wird auch als **Hebel** bezeichnet, und der Momentensatz wird deshalb auch **Hebelsatz** genannt. Der Hebel hat meistens die Form einer geraden, gebogenen oder winkligen Stange, die um eine Achse oder einen Stützpunkt drehbar ist. Er findet Anwendung als Hebebaum, Brecheisen, beim Türdrücker, Nußknacker, bei der Zange, Schere usw. Eine von der Stange abweichende Form hat er beim Göpelwerk, bei der Schiffswinde (Spill), beim Steuerrad, beim Rad an der Welle.

Das Drehmoment hat für die Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die Kraft für eine Verschiebungsbewegung.

Wirken an einem um eine Achse drehbaren Körper (Hebel) mehrere Kräfte mit den Drehmomenten $P_1 \cdot a_1$ usw., so kann man alle durch Kräfte ersetzen, deren Arme gleich der Längeneinheit sind, alle in demselben Punkt angreifen und alle gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Die Größen Q_1 usw. dieser Kräfte ergeben sich aus $Q_1 \cdot 1 = P_1 \cdot a_1$ usw.; man kann sie zur Bildung der Resultierenden M algebraisch addieren, wobei

1) moméntum (lat.), entstanden aus movimentum = das Bewegende

man die im Uhrzeigersinn drehenden Kräfte positiv und die im Gegenzeigersinn drehenden negativ rechnet. So folgt: $M = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$ oder $M = P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots + P_n a_n$, was kürzer in der Form

$$M = \sum_1^n (P_m a_m)$$

(gelesen: Summe $P_m a_m$ für m von 1 bis n) geschrieben wird.

Man findet das resultierende Drehmoment mehrerer Drehkräfte in bezug auf eine feste Achse, indem man die Momente der einzelnen Kräfte addiert. Die sich ergebende algebraische Summe ist zahlenmäßig gleich einer resultierenden Drehkraft am Hebelarm 1.

Die Drehkräfte $P_1, P_2, \ldots P_n$ bewirken keine Drehung, wenn das resultierende Moment Null ist:

Die Gleichgewichtsbedingung für den um eine feste Achse drehbaren Körper lautet:

$$\sum_1^n (P_m a_m) = 0.$$

Anders ausgedrückt:

Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe der Drehmomente gleich Null ist.

2. Parallele Kräfte. Wir sahen (§ 12, 2), daß sich parallele Kräfte mit Hilfe des Kräfteparallelogramms nicht zusammensetzen lassen. In Abb. 62 sind zwei parallele auf einen Körper wirkende Kräfte gleich so verschoben, daß die Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte auf ihren Wirkungslinien senkrecht steht. Wir suchen die Kraft Q, die den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht hält; dieser Kraft Q ist dann die gesuchte Resultierende R entgegengesetzt gleich.

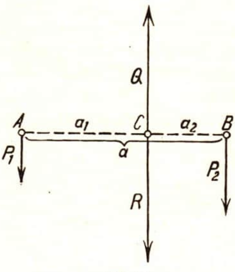


Abb. 62
Zusammensetzung paralleler Kräfte

Wir gehen aus von dem ohne weiteres einleuchtenden Satz: Halten sich mehrere, in verschiedenen Punkten eines starren Körpers angreifende Kräfte das Gleichgewicht, so ändert sich hieran nichts, wenn man einen beliebigen Punkt oder eine beliebige Gerade des Körpers unbeweglich macht.

Hieraus folgt zunächst, daß Q auf AB senkrecht steht. Richtet man es nämlich so ein, daß der Körper sich nur längs der festen Geraden AB gleitend bewegen kann, so würde eine zu P_1 und P_2 hinzukommende Kraft Q, die mit AB einen spitzen Winkel bildete, eine Verschiebung längs AB bewirken.

Der Punkt C, in dem AB von der Wirkungslinie der Kraft Q geschnitten wird, und die Größe von Q ergeben sich folgendermaßen: Denken wir uns senkrecht zur Ebene der Kräfte eine Achse durch A gelegt, so müssen die Drehmomente von Q und P_2, bezogen auf diese Achse, entgegengesetzt gleich sein, da unter der Einwirkung von P_1, P_2 und Q eine Drehung nicht eintreten darf. Ebenso müssen die Drehmomente von Q und P_1 in bezug auf eine durch B gelegte Achse entgegengesetzt gleich sein. Man erhält also $a_1 \cdot Q = - a \cdot P_2$ und $a_2 \cdot Q = - a \cdot P_1$. Hieraus folgt durch Division

$$\boldsymbol{a_1 : a_2 = P_2 : P_1}$$

und durch Addition, da $a_1 + a_2 = a$ ist, $Q = -(P_1 + P_2)$; also

$$\boldsymbol{R = P_1 + P_2}.$$

Zwei parallele Kräfte können durch eine den ursprünglichen Kräften parallele Kraft ersetzt werden, die gleich der Summe der Einzelkräfte ist und deren Angriffslinie die Verbindungsstrecke der Angriffspunkte der Komponenten im umgekehrten Verhältnis dieser Komponenten teilt.

Der Satz bleibt bestehen, wenn die beiden Kräfte antiparallel und ungleich groß sind (Abb. 63). Es ist dann, falls $P_2 > P_1$ ist,

$$R = P_2 - P_1 \quad \text{und} \quad AC : BC = P_2 : P_1.$$

Wir sehen jedoch, daß diese Proportion keinen Angriffspunkt der Resultierenden liefert, wenn zwei antiparallele Kräfte gleiche Beträge haben; der Satz verliert dann seine Gültigkeit. Die Kräfte bilden ein sog. Kräftepaar.

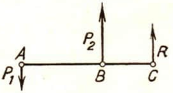


Abb. 63. Zusammensetzung antiparalleler Kräfte

Es sei nur mitgeteilt, daß ein Kräftepaar im Gegensatz zu einer Einzelkraft keine fortschreitende Bewegung, sondern eine Drehbewegung hervorruft.

Für die Zerlegung einer Kraft P in zwei ihr parallele Komponenten gilt der dem obigen Merksatz entsprechende Satz. Ein Versuch nach Abb. 64 gibt einen experimentellen Beweis für die dann geltenden Beziehungen

$$P_1 + P_2 = P; \qquad P_1 : P_2 = a_2 : a_1.$$

3. Der Schwerpunkt. Denkt man sich einen Körper in viele gleiche Massenteilchen zerlegt, so wirkt auf jedes die Anziehung der Erde mit gleicher Kraft. Wir setzen zwei von diesen parallelen Kräften zusammen; mit der Ersatzkraft vereinigen wir eine beliebige dritte Kraft usw. Schließlich erhalten wir eine Resultierende, die gleich dem Gewicht des ganzen Körpers ist und in einem Punkt angreift, der als Schwerpunkt bezeichnet wird.

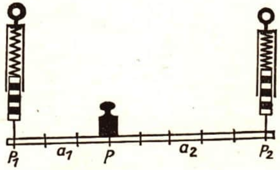


Abb. 64. Zerlegung einer Kraft in zwei ihr parallele Teilkräfte

Es ist für das Ergebnis gleichgültig, in welcher Reihenfolge man die vielen Kräfte zusammensetzt und in welche Lage man den Körper vor der Zusammensetzung gebracht hat.

Man bezeichnet den Schwerpunkt auch als Massenmittelpunkt, denn er behält seine Bedeutung, wenn der Körper nicht der irdischen Schwerkraft unterliegt, wenn aber doch die einzelnen Massenelemente durch Kräfte beeinflußt werden, die alle parallel und den Massen der Elemente proportional sind, die also allen Elementen dieselbe Beschleunigung erteilen.

Zur Untersuchung von Schwerkrafts- oder Trägheitswirkungen kann man sich jeden Körper durch einen ihm an Masse gleichen Massenpunkt im Schwerpunkt ersetzt denken.

Wir lernten in § 15 den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße kennen. Aus ihm erklärt sich die folgende Beobachtung:

Platzt ein Feuerwerkskörper oder eine Granate im Fluge, so bewegt sich, wenn keine äußeren Kräfte hinzukommen, der Schwerpunkt des „Systems" weiter, als ob nichts geschehen wäre. Man bezeichnet deshalb den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße auch als Satz von der Erhaltung des Schwerpunktes.

§ 21. Das Trägheitsmoment

1. Gleichwertige Drehmomente. Ein leichtes Aluminiumrohr hängt in waagerechter Lage an einem langen, torsionsfreien Faden (Abb. 65). In Fortsetzung des Fadens ist an dem Rohr eine kurze, stählerne Achse befestigt, die sich in einem Lager leicht drehen kann. Auf der Achse sitzt ein Zylinder C von 1 cm Radius. Um diesen Zylinder ist ein Faden geschlungen, der über eine Rolle führt und an seinem Ende eine Waagschale zur Aufnahme von Gewichten G trägt. Wir befestigen auf der Aluminiumstange die punktförmig gedachten Körper K_1 und K_1', die zusammen die Masse $m_1 = 1000$ g haben mögen, im Abstand $r = 10$ cm von der Drehungsachse (K_2 und K_2' sind zunächst fortzudenken) und legen ein Gewichtsstück geeigneter Größe auf die Waagschale. Unter dem Einfluß des dadurch hervorgerufenen Drehmomentes kommt das Rohr in eine gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung. Beobachtet man die Zeit, in der die Waagschale um eine gemessene Strecke herabsinkt, so kann man hieraus die Beschleunigung des sinkenden Gewichtes, also auch die Winkelbeschleunigung des Aluminiumrohres bestimmen. Verschiebt man die Massen K_1 und K_1' nach außen (innen), so wird die Winkelbeschleunigung kleiner (größer). Ersetzt man K_1 und K_1' durch zwei Körper K_2 und K_2', die zusammen die Masse $m_2 = 250$ g haben, so muß man diese in $r_2 = 20$ cm Abstand von der Achse anbringen, wenn sie durch dieselbe Kraft die gleiche Winkelbeschleunigung erfahren sollen wie die Masse $m_1 = 1000$ g in 10 cm Abstand. Hieraus folgt:

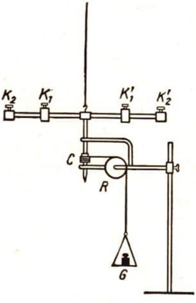


Abb. 65
Gleichwertige Trägheitsmomente

Der Bewegungswiderstand, den verschiedene, um eine feste Achse drehbare Massen einer Drehung durch ein Drehmoment entgegensetzen, ist dann derselbe, wenn das für die beiden Massen gebildete Produkt $m r^2$ dasselbe ist, wenn also die Gleichung

$$m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2$$

erfüllt ist. Zwei drehbare Massen m_1 und m_2, für die diese Gleichung besteht, denen also ein und dasselbe Drehmoment die gleiche Winkelbeschleunigung erteilt, heißen gleichwertig oder äquivalent (in bezug auf die Drehung um jene Achse).

Wir wollen die experimentell gewonnene Äquivalenzbedingung für zwei um dieselbe Achse drehbare Massen m_1 und m_2 aus dem Newtonschen Kraftwirkungsgesetz ableiten. m_1 und m_2 seien von der Achse um r_1 und r_2 entfernt, und es mögen senkrecht zu r_1 und r_2 an m_1 und m_2 zwei Kräfte P_1 und P_2 angreifen, deren Drehmomente gleich sind, so daß also $P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$ ist. Wenn dann m_1 und m_2 die Beschleunigungen b_1 und b_2 erfahren, ist

$$P_1 = m_1 \cdot b_1 \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 \cdot b_2 .$$

Die beiden Massen sollen äquivalent sein, die gleichwertigen Drehmomente sollen ihnen also dieselbe Winkelbeschleunigung β erteilen; daher ist $b_1 = \beta \cdot r_1$ und $b_2 = \beta \cdot r_2$ (§6,1), mithin

$$P_1 = m_1 r_1 \beta \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 r_2 \beta .$$

Setzt man diese Ausdrücke in $P_1 r_1 = P_2 r_2$ ein, so ergibt sich

$$m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2 .$$

Man bezeichnet das Produkt mr^2 als das **Trägheitsmoment** des Körpers mit der Masse m in bezug auf die gewählte Achse. Es hat für die Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die träge Masse für die fortschreitende Bewegung und wird deshalb treffend auch **Drehmasse** genannt; doch kommt die Drehmasse nicht einem Körper an sich zu, sondern ihr Wert ändert sich im allgemeinen, wenn man eine andere Achse wählt.

2. Verallgemeinerung. Wir denken uns die Masse m mit dem Arm r ersetzt durch eine Masse μ mit dem Arm 1. Es muß dann, damit das Trägheitsmoment dasselbe bleibt, $\mu \cdot 1^2 = m \cdot r^2$ sein. Man kann deshalb auch sagen: Das Trägheitsmoment einer Masse m mit dem Arm r ist (zahlenmäßig) gleich der im Abstand 1 angebrachten, für eine Drehbewegung gleichwertigen Masse $\mu = m \cdot r^2$. Wenn mehrere fest miteinander verbundene Massen (Massenelemente) $m_1, m_2, \ldots$ mit den Armen $r_1, r_2, \ldots$ um dieselbe Achse drehbar sind, kann man sie alle durch die ihnen gleichwertigen Massen $\mu_1, \mu_2, \ldots$ am Arm 1 ersetzen. Als Trägheitsmoment J (lies Jot) der Gesamtheit aller Massen erhält man $J = \mu_1 + \mu_2 + \ldots = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots$ oder

$$J = \sum (m r^2).$$

Man findet also das Trägheitsmoment J eines Körpers, indem man die Trägheitsmomente seiner Massenelemente addiert.

Der Ausdruck für J lehrt, daß das Trägheitsmoment eines Körpers außer von der Lage der gewählten Achse von der räumlichen Anordnung der Massenteilchen abhängt.

3. Grundgesetz der Rotation. Greifen an einem um eine feste Achse drehbaren Körper die Kräfte $P_1, P_2, \ldots$ mit den Armen $a_1, a_2, \ldots$ an, so ist die Wirkung aller dieser Kräfte bestimmt durch das am Arm 1 angreifende resul-

tierende Drehmoment $M = \Sigma(P \cdot a)$. Eine Kraft, die zahlenmäßig gleich M ist, wirke auf eine in der Entfernung 1 m von der Drehachse angebrachte Masse, die zahlenmäßig gleich J ist; dann ist die erzielte Beschleunigung gleich M/J. In unserem Falle, in dem der Radius der Bahn gleich 1 ist, ist diese lineare Beschleunigung gleich der Winkelbeschleunigung β;
also erhält man

$$\beta = \frac{M}{J} = \frac{\sum(P\,a)}{\sum(m r^2)}.$$

In Worten lautet dieses

Grundgesetz der Rotation: Bei jeder drehenden Bewegung ist die Winkelbeschleunigung der Quotient aus dem Gesamtdrehmoment und dem Trägheitsmoment.

Das vorstehende Gesetz entspricht völlig dem Kraftwirkungsgesetz $b = \frac{P}{m}$.

4. Trägheitsmomente. Die Berechnung von Trägheitsmomenten auf elementarem Wege bietet in der Regel große Schwierigkeiten, deshalb seien nur einige Ergebnisse mitgeteilt.
Das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe oder eines Kreiszylinders mit der im Körper gleichmäßig verteilten Masse m, dem Grundkreisradius r und der Höhe h in bezug auf die Körperachse ist $J = \frac{1}{2} m r^2$ (m ist proportional h). Für denselben Körper ist das Trägheitsmoment in bezug auf eine Drehachse, die auf der Zylinderachse in ihrer Mitte senkrecht steht:

$$J = m \cdot \left(\frac{1}{4} r^2 + \frac{1}{12} h^2\right).$$

Das Trägheitsmoment einer Kugel mit der Masse m und dem Radius r in bezug auf einen Durchmesser als Drehachse ist $J = \frac{2}{5} m r^2$.

5. Das physische Pendel. Als solches bezeichnet man jeden Körper, der unter dem Einfluß der Schwere um eine waagerechte Achse schwingen kann.
Ist s der Abstand des Schwerpunktes des Pendelkörpers von der Drehungsachse, J sein Trägheitsmoment und $G = m \cdot g$ sein Gewicht, so ist, was hier nicht abgeleitet werden soll, die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{m g \cdot s}}.$$

Zur Übung: Bei Mälzls Metronom wird, wenn man das Laufgewicht nach oben schiebt, s verkleinert und J vergrößert. Wie ändert sich infolgedessen T?

§ 22. Der Kreisel

1. Freie Achsen. Wir hängen nach Abb. 66 *a* einen Stab mit kreisförmigem oder rechteckigem Querschnitt an die Achse einer Schwungmaschine und versetzen ihn in rasche Drehung; dann rotiert der Stab um seine Längsachse. Neigt man ihn, so treten Fliehkräfte auf, die am oberen und am unteren Ende des Stabes am größten sind und sich nicht mehr gegenseitig aufheben; sie können bewirken, daß der Stab sich immer mehr neigt, bis er in der

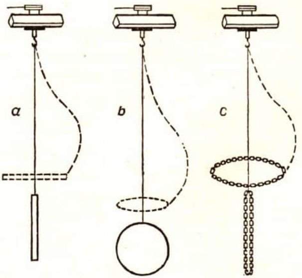


Abb. 66. Gleichgewichtslagen rotierender Körper

gestrichelt gezeichneten Lage rotiert. Dabei baucht sich der Aufhängefaden infolge der Zentrifugalkraft birnenförmig auf. Ähnlich verhalten sich eine Scheibe oder ein Ring und eine Kette (Abb. **66** *b* und *c*).

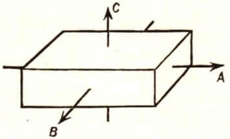


Abb. 67. *A* und *C* sind „freie Achsen"

Achsen, die nicht, wie z. B. bei einem Schwungrad, durch Lager festgelegt sind, und auf die der rotierende Körper infolge von Fliehkräften keinerlei Kraftwirkung ausübt, heißen freie Achsen. Eine Kugel hat unendlich viel freie Achsen, denn bei der Drehung um irgendeinen Durchmesser heben sich die Fliehkräfte auf. Die Körper der Abb. 66 rotieren in der gestrichelt gezeichneten Lage um freie Achsen. Jeder Körper hat mindestens zwei durch den Schwerpunkt gehende freie Achsen, nämlich die seines größten und seines kleinsten Trägheitsmomentes. Wie unsere Versuche zeigen, bevorzugt der Körper, wenn er in schnelle Rotation versetzt wird, die erstere.

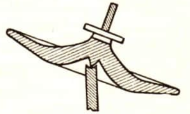


Abb. 68. Im Schwerpunkt unterstützter Kreisel

Weitere Beispiele für freie Achsen: Man kann ein Geldstück oder einen flachen Teller um einen Durchmesser auf dem Tisch rotieren („tanzen") lassen. — Ein fortgeschleuderter Diskus dreht sich um seine Achse. — Wir schleudern auf dieselbe Art einen quaderförmigen Körper fort (Abb. 67), z. B. eine Zigarrenkiste, deren drei Paare von Seitenflächen verschiedenfarbig sind. Wenn sie um die Achsen *A* oder *C* rotiert, bleibt die Achsenrichtung, also auch die Drehebene erhalten; in jedem anderen Falle „torkelt" die Kiste. — Rollender Kinderreifen. — Diabolospiel. — Reifenspiel. — All diese Versuche lehren, daß eine freie Achse ihre Richtung im Raume beizubehalten sucht.

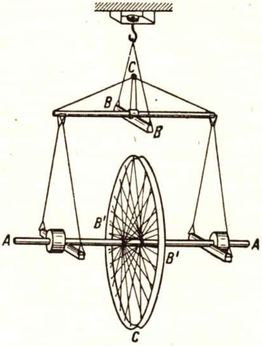


Abb. 69
Kräftefrei aufgehängter Fahrradkreisel

2. Kräftefreier Kreisel. Ein frei beweglicher oder höchstens in einem Punkt bei völliger Drehfreiheit festgehaltener rotierender Körper heißt ein Kreisel. Wir beschränken uns auf symmetrische Kreisel, z. B. Kreiszylinder, Kegel, Rad. Diese Körper haben eine Symmetrie- oder Figurenachse. Ferner sollen die Kreisel um diese Figurenachse, also nicht etwa um andere, durch den Kreiselschwerpunkt gehende Achsen rotieren.

Wenn auf einen Kreisel weder die Schwerkraft noch irgendwelche anderen Kräfte wirken, nennt man ihn kräftefrei. Der Kreisel in Abb. 68 ist dadurch der Schwerkraft entzogen, daß er unmittelbar im Schwerpunkt unterstützt ist. Auch der gemäß Abb. 69 aufgehängte Fahrradkreisel ist kräftefrei.

Er kann sich gleichzeitig um drei zueinander senkrechte Achsen AA, BB, CC, also in jeder Richtung drehen.
Wir geben der Achse eines kräftefreien Kreisels eine beliebige Lage und versetzen ihn in Drehung. Man erkennt:

Die Achse eines schnell rotierenden kräftefreien Kreisels behält ihre Lage im Raum bei. Einer Parallelverschiebung seiner Achse widersetzt sich der Kreisel nicht.

3. Der Kreisel unter dem Einfluß einer Kraft. Wir nehmen den Fahrradkreisel, dessen Felge durch eine Bleieinlage verstärkt ist, aus seinem Gehänge heraus, fassen die Enden der waagerechten Achse mit den Händen und versetzen ihn in schnelle Drehung (Vorsicht!). Versucht man, die Achse AA in der lotrechten Ebene, in der sie liegt, also um $B'B'$ herum, zu kippen, so spürt man einen starken Widerstand; die Achse dreht sich dann in der waagerechten Ebene. Es ist eigentümlich, daß sich die Achse also senkrecht zu derjenigen Richtung dreht, in der man sie kippt. Dies hat seinen Grund in der Rotationsenergie des Kreisels (vgl. § 26, 3).
Jetzt soll die kippende Kraft andauernd auf die Achse des Fahrradkreisels wirken. Dazu bringen wir ihn in seine Aufhängevorrichtung zurück, versetzen ihn in Drehung und hängen an die waagerechte Achse rechts oder links ein Übergewicht. Bei ruhendem Kreisel würde sich das beschwerte Ende der Achse senken. Bei sich drehendem Kreisel geschieht das nicht, sondern die Achse dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in ihrer waagerechten Ebene. War die Achse des Kreisels nicht waagerecht, sondern schräg gestellt, so beschreibt sie, belastet, einen Kegelmantel. Dasselbe beobachtet man bei einem schrägstehenden Kinderkreisel, auf dessen Achse die Schwerkraft wirkt.

Einer Kraft, die die Achsenrichtung eines schnell rotierenden Kreisels zu ändern sucht, weicht die Achse rechtwinklig aus. Diese Erscheinung heißt Präzession[1]).

4. Der Kreiselkompaß. In Schiffen mit großen Eisenmassen versagt der Magnetkompaß. Deshalb hat man seit langem versucht, ihn durch andere Orientierungsmittel zu ersetzen. Man wollte zunächst einen Kreisel kräftefrei lagern, seine Achse auf den Himmelspol richten und durch einen Motor antreiben; dann muß die Achse die Nordsüdrichtung beibehalten. Die technische Ausführung scheiterte an der Unmöglichkeit, die drei Aufhängeachsen absolut genau durch den Kreiselschwerpunkt hindurchgehen zu lassen.
Hermann Anschütz-Kämpfe in Kiel änderte jenen Grundgedanken nach vielen vergeblichen Versuchen wesentlich ab und erreichte nicht mit einem kräftefreien Kreisel, sondern mit einem Kreisel, auf den die Anziehungskraft der Erde wirkt, sein Ziel (1910).
Über dem Erdäquator sei ein Kreisel so aufgehängt, wie es Abb. 70 zeigt. Seine waagerechte Achse zeige zunächst von Westen nach Osten. (Wir sehen

1) Zur Erklärung des Wortes s. § 30,2.

von Süden her auf die Figur; $M =$ Erdmittelpunkt.) Wenn der Kreisel schnell rotiert, sucht er seine Achsenrichtung beizubehalten; wenn er kräftefrei wäre, würde er daher nach einer Drehung der Erde um den Winkel α die in der Abbildung rechts gezeichnete Lage einnehmen. Nun zieht aber die Schwerkraft den Schwerpunkt des Kreisels unter seinen Aufhängepunkt; sie sucht daher die Kreiselachse in der Richtung der beiden Pfeile zu drehen. Die Achse antwortet hierauf, indem sie rechtwinklig ausweicht: Ihr links liegender Endpunkt wird nach vorn, auf den Beschauer zu, der andere nach hinten abgelenkt. Einige Zeit nachdem der Kreisel in Drehung versetzt ist, hat seine Achse die Nordsüdrichtung eingenommen. Dann bleibt sie, während sich die Erde weiterdreht, der Erdoberfläche parallel, so daß die Präzession fortfällt. In einem nicht auf dem Äquator liegenden Erdort wirkt nur eine Komponente des Drehmomentes, so daß sich der Kreisel mit geringerer Kraft von Süden nach Norden einstellt; im übrigen ändert sich nichts.

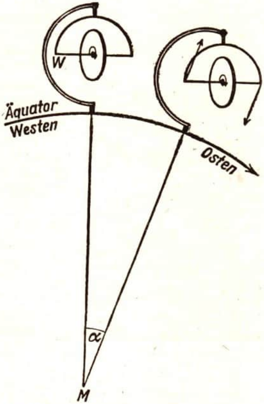


Abb. 70. Wirkungsweise des Kreiselkompasses (Die Größe des Kreisels ist dem Erdradius gegenüber ungeheuer übertrieben.)

Am Pol ist das Drehmoment gleich Null, deshalb ist der Kreiselkompaß ebenso wie der Magnetkompaß in den Polargegenden unbrauchbar.

Abb. 71 zeigt die Ausführung des Anschützschen Kreiselkompasses. Das mit dünnen Linien gezeichnete Gehäuse des Kreisels *Kr* wird von einem Eisenring *S* getragen, der in einem mit Quecksilber gefüllten Kessel *Ke* schwimmt. Fest verbunden mit dem Kreisel ist die Kompaßrose *R* (auf ihr zwei Libellen *L*), deren Bewegungen man durch einen Glasdeckel *G* hindurch beobachtet. Das ganze System ist an Schraubenfedern *Sp* aufgehängt. *St* ist eine Zentrierstange. Der Kreisel ist als Kurzschlußanker eines Drehstrommotors ausgebildet, dem der elektrische Strom durch die Drähte I, II, III zugeführt wird. Bei einem Durchmesser von etwa 15 cm macht der Kreisel 20000 bis 30000 Umdrehungen in der Minute. Auf einem Schiff treten infolge der Schlingerbewegungen Mißweisungen auf, die durch Koppelung von zwei Kreiseln beseitigt werden.

Das Bestreben, sich in die Nordsüdrichtung einzustellen, ist auch in all den Fällen zu erwarten, in denen bei einem Fahrzeug mit massigen und schnell umlaufenden Teilen (Eisenbahn, Automobil, Schiff, Flugzeug) die Achsen der rotierenden Massen durch Schienenführung oder Steuerbewegungen verdreht werden.

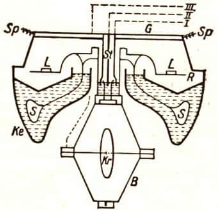


Abb. 71. Anschützscher Kreiselkompaß (Nur der dicker gezeichnete, ringförmige Quecksilberbehälter ist fest an Schraubenfedern *Sp* aufgehängt.)

§ 23. Geschichtliche Entwicklung

Der erste Forscher, der die Wichte eines Stoffes bestimmen konnte, war **Archimedes**, der von 287 bis 212 v. u. Ztr. in Syrakus lebte. Ihn soll der König Hiero beauftragt haben, einen goldenen Kranz auf die Reinheit des verwendeten Goldes zu untersuchen. Archimedes ist, so wird erzählt, beim Baden auf die Lösung dieser Aufgabe gekommen. Er formte einen Metallblock aus reinem Gold und einen aus reinem Silber, die dasselbe Gewicht wie der Kranz hatten. Mit einem Überlaufgefäß stellte er fest, wieviel Wasser von dem Goldklumpen, dem Silberklumpen und dem Kranz beim Eintauchen verdrängt wurde. Dann konnte er aus der verdrängten Wassermenge auf die Reinheit des Goldes schließen. Auch vom Schwerpunkt der Körper hat Archimedes schon richtige Vorstellungen gehabt.

Isaac Newton
(1642—1727)

Im Mittelalter fand die Wissenschaft bei den Arabern eine bescheidene Fortbildung. Etwa um das zwölfte Jahrhundert waren den arabischen Gelehrten die Wichten der meisten Körper und das Verfahren ihrer Bestimmung bekannt. Auf dem Wege über die arabische Kultur wurde dem Abendlande dann auch das überliefert, was die Griechen an physikalischen Kenntnissen besaßen.

Im Gegensatz zu Aristoteles und seinen Nachfolgern, die die Natur aus allgemeinen Prinzipien heraus zu begreifen suchten (Deduktion), machte **Galilei** (§ 7) das Experiment zur Grundlage (Induktion). Er hat die Prinzipien der Dynamik dem Sinne nach schon aufgestellt, allerdings nur auf Fall- und Wurfbewegung bezogen. **Newton** hat diese Prinzipien verallgemeinert und sie an den Anfang einer Lehre der Mechanik gestellt.

Isaac **Newton** wurde zu Woolsthorpe in Lincoln 1642 geboren. 1669 wurde er Professor an der Universität Cambridge und 1703 Präsident der Royal Society, der englischen Naturforschenden Gesellschaft. 1686 erschienen seine „Philosophiae naturalis principia mathematica" („Die mathematischen Grundlagen der Naturwissenschaft"), in denen er die Begriffe „Kraft", „Gewicht" und „Masse" klärte und dadurch die Bewegungslehre zum Abschluß brachte. Daraus, daß alle Stoffe gleich schnell fallen, folgerte Newton, daß Gewicht und Masse einander proportional sind. Er nannte die „quantitas materiae", die Menge des Stoffes, nach dem lateinischen Wort massa (= Klumpen) „Masse".

Die „Optik" Newtons (1704) enthält die Erklärung der Spektral- und Körperfarben; in der „Analysis" (1711) entwickelte er u. a. die Grundzüge der Infinitesimalrechnung. Seine hervorragendste Leistung ist die Entdeckung des Gravitationsgesetzes (§ 29). Newtons Wirken fand volle Anerkennung bei seiner Mitwelt.

Christian Huygens
(1629—1695)

Galilei hatte seine Untersuchungen über die Fallgesetze in enger Verbindung mit den Untersuchungen von Pendelschwingungen ausgeführt. Er hatte erkannt, daß Pendel von gleicher Länge gleich schnell schwingen, und zur Zeitmessung schon ein Pendel mit einem Zählwerk verbunden, nur mußte er das Pendel immer wieder anstoßen, um es in Gang zu halten.

Der eigentliche Erfinder der Pendeluhr ist Christian **Huygens** (1629—1695). Er ist im Haag in Holland geboren. Seine Erfindung der Pendeluhr (1656) machte ihn früh weithin bekannt. Indem er eine schwingende Spiralfeder mit der Unruhe verband, schuf er auch das Modell unserer Taschenuhr. In seinem Werk „Die Pendeluhr" („Horologium oscillatorium", 1673) veröffentlichte Huygens seine umfassenden Untersuchungen über die Bewegungen des mathematischen und physischen Pendels, die weit über das hinausgehen, was wir besprochen haben. Auch die Formeln für die Fliehkraft gehen auf ihn als ersten Entdecker zurück. Sie wurden aber erst nach seinem Tode bekannt und waren inzwischen auch von Newton gefunden worden. Auf eine von der Royal Society gestellte Preisaufgabe über die Lehre vom Stoß lieferte Huygens eine Abhandlung, in der der wichtige Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße enthalten war. Über seine Undulationstheorie des Lichtes s. Teil II B!

C. Arbeit und Energie

§ 24. Die Arbeit

1. Die verschiedenen Arten von Arbeit. Wenn ein Pferd einen Wagen zieht, wendet es Arbeit auf. Wir verrichten Arbeit, wenn wir einen schweren Gegenstand vom Fußboden auf den Tisch heben oder eine elastische Schraubenfeder auseinanderziehen. In der Physik und Technik spricht man von einer Arbeit nur dann, wenn unter Überwindung eines Widerstandes der Angriffspunkt einer Kraft einen Weg zurücklegt.

Man benennt eine Arbeit nach der Art der Kraft, die überwunden wird: Das Pferd leistet beim Ziehen eines Wagens auf einer waagerechten Straße Reibungsarbeit; ich verrichte Hubarbeit, wenn ich ein Gewichtsstück hebe, Spannarbeit, während ich eine Feder zusammendrücke. Diese Arten von Arbeit fassen wir zusammen unter dem Namen **Verschiebungsarbeit.** Bei ihr wird ein Körper unter Überwindung einer entgegengesetzt gleichen Kraft verschoben.

Wenn im Gegensatz hierzu eine Kraft auf einen Wagen wirkt, der auf einem waagerechten, jetzt reibungslos gedachten Geleise steht, so hat sie nur den durch die Masse des Wagens bedingten Trägheitswiderstand zu überwinden und setzt ihn in beschleunigte Bewegung; dann verrichtet die Kraft **Beschleunigungsarbeit.**

Unsere Muskeln ermüden auch, wenn wir einen Gegenstand frei schwebend in der Hand halten, ohne ihn aufwärts zu bewegen, oder wenn wir vergeblich versuchen, einen schweren Gegenstand zu bewegen. Im physikalischen Sinne wird dabei keine Arbeit geleistet. Daß man im gewöhnlichen Leben auch in diesen Fällen von Arbeit spricht, rührt daher, daß die Vorgänge mit Muskelanspannung, also mit demselben biologischen Vorgang verbunden sind wie der Kraftaufwand beim Verrichten einer Arbeit im physikalischen Sinne.

2. Arbeitsmessung. Wenn wir 5 kp 1 m hoch heben, verrichten wir eine nach der Ermüdung unserer Muskeln abzuschätzende Arbeit. Heben wir 5 kp um 2 m oder 10 kp um 1 m, so ist nach unserem Gefühl die Arbeit größer. Wir setzen die Arbeit proportional der wirkenden Kraft und dem von ihr zurückgelegten Wege, messen eine Arbeit also durch das Produkt Kraft mal Weg.

Ist die Kraft dreimal und der Weg viermal so groß wie vorher, so verzwölffacht sich die Arbeit.

Als Maßeinheit für die Arbeit dient das Kilopondmeter (kpm), d. i. die Arbeit, die verrichtet wird, wenn ein Kilopondstück ein Meter hoch gehoben wird, oder, allgemein: wenn die Kraft 1 kp über die Weglänge 1 m wirkt.

Bei dieser allgemeinen Definition der Arbeitseinheit braucht die an einem Körper angreifende, durch ein eingeschaltetes Dynamometer zu messende Kraft durchaus nicht unsere Muskelkraft zu sein; eine Arbeit kann vielmehr durch eine Kraft irgendeiner Art verrichtet werden, z. B. durch ein Gewicht, durch eine elastische Kraft, durch die Dampfkraft, durch magnetische Anziehung usw. Wesentlich ist nur, daß eine Kraft längs einer Wegstrecke einen Widerstand überwindet.

Die Dimension der Arbeit ist $[K \cdot l]$.

Bei der Messung der Arbeit ist zu beachten, daß sich oft nicht die gesamte Kraft auf die Ausführung der Arbeit auswirkt. So kommt bei dem durch Abb. 26 (§ 12, 4) dargestellten Vorgang für die aufgewendete Arbeit nur die Kraftkomponente $K \cdot \cos\beta$ in Betracht. Die jederzeit gültige Definition lautet daher:

Die Arbeit ist gleich dem Produkt „Weg mal Kraft in Richtung des Weges" oder gleich dem Produkt „Kraft mal Weg in Richtung der Kraft".

Hiernach verrichtet bei der Bewegung eines Körpers auf einem Kreise die Zentralkraft, da sie auf der Bahn senkrecht steht, keine Arbeit an dem rotierenden Körper.

Genauer müßte es hier heißen: Die Arbeit ist das Produkt aus den Beträgen des Weges und der Kraft in Richtung des Weges. Die Arbeit ist also keine gerichtete Größe, kein Vektor, sondern ein Skalar (§ 1,4).

3. Die Arbeit auf der schiefen Ebene. Die Last $G = 100$ kp soll auf einer schiefen Ebene (Schrotleiter, Rampe), deren Neigungswinkel $\alpha = 37°$ (Abb. 30, § 12, 5) beträgt, 5 m weit emporgezogen werden. Die hierzu erforderliche Kraft P' wirke parallel zur schiefen Ebene; ihre Richtung fällt also in die Richtung des zurückzulegenden Weges. Wir berechnen unter Berücksichtigung der Reibung die Kraft P' und die von ihr zu verrichtende Arbeit A.

Die Last G wirkt lotrecht nach unten unter dem Winkel $\beta = 90° - \alpha$ zur schiefen Ebene. Sie läßt sich in zwei Komponenten zerlegen: Parallel zur schiefen Ebene, schräg abwärts, wirkt die Komponente $P = G \cdot \cos\beta = G \cdot 0{,}6$, denn es ist $\cos 53° = 0{,}6$. Die zweite Komponente $P = G \cdot \sin\beta$ bewirkt einen Reibungswiderstand. Die Reibungszahl sei $\mu = 0{,}1$; dann ist der Reibungswiderstand $\mu \cdot N = \mu \cdot G \cdot \sin\beta = 0{,}1 \cdot G \cdot 0{,}8$ (wegen $\sin 53° = 0{,}8$). Da die Reibung immer der Bewegung entgegengerichtet ist, hat diese zweite Komponente dieselbe Richtung wie P. Der gesamte durch P' zu überwindende Widerstand ist also für $G = 100$ kp gleich

$$0{,}6\,G + 0{,}1 \cdot 0{,}8\,G = 68 \text{ kp}.$$

Die Arbeit ergibt sich zu $A = 68 \text{ kp} \cdot 5 \text{ m} = 340$ kpm.

Wenn keine Reibung vorhanden wäre, betrüge die Arbeit $A = 60 \text{ kp} \cdot 5 \text{ m} = 300$ kpm. Liegt der Endpunkt des Weges um h höher als der Ausgangspunkt, so folgt aus $\sin 37° = h : 5$ m, daß wir die Last um $h = 3$ m gehoben haben. Hätten wir sie ohne Benutzung der schiefen Ebene die 3 m lotrecht emporgehoben, so wäre die Arbeit gleich 100 kp · 3 m, also ebenfalls gleich 300 kpm. Hieraus folgt:

Die Arbeit, die man verrichten muß, um eine Last auf einer (reibungslosen) schiefen Ebene um eine bestimmte Höhe zu heben, ist vom Neigungswinkel der Ebene unabhängig.

4. Die Arbeit bei veränderlicher Kraft. Die Arbeit $P \cdot s$, die verrichtet wird, wenn eine konstante Kraft P über die Strecke s wirkt, stellen wir in Abb. 72a durch die Fläche eines Rechtecks dar, dessen Seiten s und P sind.

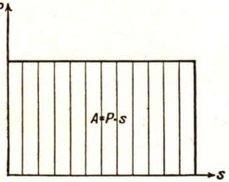


Abb. 72a
Arbeit bei konstanter Kraft

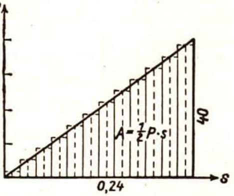


Abb. 72b. Arbeit bei veränderlicher Kraft (Spannarbeit)

In vielen Fällen ist die Kraft, die man zur Ausführung einer Arbeit aufwendet, nicht konstant. Wir ziehen z. B. eine Federwaage um 24 cm aus; der Zeiger stehe dann auf 40 kp. Im Anfang der Arbeitsleistung ist die Kraft gleich 0, am Ende ist sie 40 kp, während der ganzen Zeit ist sie der Verlängerung der Feder proportional (§ 18, 1).

Auf genügend kurzen, aufeinanderfolgenden Wegstrecken können wir die Kraft jedesmal als konstant ansehen. Die jeweilige Arbeit wird dann wieder durch ein schmales Rechteck dargestellt, und die gesamte Arbeit ergibt sich nach Abb. 72b als der Flächeninhalt eines Dreiecks zu $A = \frac{1}{2} \cdot 0{,}24 \cdot 40 = 4{,}8$ kpm. Bei elastischen Verformungen ist also, wenn P die Endkraft bedeutet, $A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot s$.

Zur Übung: 1. Welche Hubarbeit führt man aus, wenn man über ein 130 cm hohes Seil springt? (Beachte, daß man den im Unterleib liegenden Schwerpunkt des Körpers nicht um 130 cm, sondern beispielsweise um 70 cm hebt!) — 2. Jemand trägt eine Last von 50 kp drei Stockwerke

(10 m) hoch; welche Arbeit verrichtet er? Und wie groß ist die Arbeit, wenn man einen Schlitten mit seinem Insassen (insgesamt wieder 50 kp) auf dem Eis 10 m weit schiebt? ($\mu = 0{,}02$). — 3. Welche Arbeit verrichtet man bei 30 Kniebeugen, wenn man den Schwerpunkt des Körpers jedesmal um 40 cm hebt? (Körpergewicht 60 kp). — 4. Wie groß ist die Arbeit, die ein Radfahrer auf einem Wege von 25 km verrichtet, wenn er bei einer Geschwindigkeit von 12 km/h eine Kraft von 2 kp aufwendet? (Muß die Geschwindigkeit gegeben sein?)

5. Die Goldene Regel der Mechanik. Wir lernten früher die sog. einfachen Maschinen: lose Rolle, Flaschenzug, Hebel, Wellrad, schiefe Ebene als kraftändernde Maschinen kennen, als Vorrichtungen also, die dazu dienen, eine zur Verfügung stehende Kraft zweckmäßig auszunutzen. So schiebt man, wenn ein schwerer Stein angehoben werden soll, das eine Ende einer Eisenstange („Brecheisen“) darunter, drückt das Ende der Stange gegen den Erdboden und benutzt sie als einseitigen Hebel. Oder wenn beim Bau eines Hauses die Kraft eines Arbeiters nicht ausreicht, um eine Last von 60 kp auf einer steilen Leiter nach oben zu tragen, verwendet man eine lose Rolle; dann ist der Kraftaufwand nur halb so groß wie ohne Rolle. Da es bequemer ist, abwärts zu ziehen als aufwärts, führt man das Seil noch über eine feste Rolle; eine weitere Kraftersparnis bewirkt diese nicht.

Wir untersuchen jetzt die hierbei aufgewendete Arbeit: Trägt man die Last 8 m hoch, so verrichtet man eine Arbeit von 60 kp · 8 m = 480 kpm. Bei Anwendung einer losen Rolle ist der Kraftaufwand nur halb so groß, aber der Angriffspunkt der Kraft legt einen doppelt so langen Weg zurück. Die verrichtete Arbeit beträgt also 30kp · 16 m oder wieder 480 kpm; mithin wird die Arbeit durch Anwendung der Rolle nicht geändert.

Ebenso verhält es sich bei einem Flaschenzug mit z. B. 2 losen Rollen. Hebt man mit ihm eine Last von 120 kp, so beträgt die aufzuwendende Kraft zwar nur ein Viertel derjenigen Kraft (von 120 kp), die ohne Flaschenzug anzuwenden wäre; aber der Angriffspunkt der Kraft hat, um die Last etwa um 5 m zu heben, einen viermal so langen Weg zurückzulegen. Ohne Flaschenzug beträgt die Arbeit 120 kp · 5 m = 600 kpm, mit ihm ist sie gleich 30 kp · 20 m, also auch gleich 600 kpm.

Ebenso verhält es sich, wie wir auf S. 71 schon an einem Zahlenbeispiel sahen, bei der schiefen Ebene: Um einen Körper lotrecht auf die Höhe h zu heben, muß mindestens eine Kraft aufgewendet werden, die gleich seinem Gewicht G ist. Dabei leistet man die Arbeit $G \cdot h$. Zieht man den Körper statt dessen auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α empor, so braucht man nur die Kraft $G \cdot \sin\alpha$ aufzuwenden (Abb. 30, § 12, 5). Wenn dabei der Körper wieder auf die Höhe h gehoben werden soll, ist der auf der schiefen Ebene zurückgelegte Weg gleich $h : \sin\alpha$. Die in diesem Falle verrichtete Arbeit ist also gleich $G \cdot \sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = G \cdot h$, mithin wieder ebenso groß wie ohne Anwendung der schiefen Ebene.

Auch wenn mit Hilfe einer als ein- oder als zweiseitiger Hebel benutzten Brechstange ein Körper gehoben werden soll, vervielfacht sich der vom Angriffspunkt der Kraft zurückzulegende Weg in demselben Verhältnis, in dem sich die aufzuwendende Kraft verringert. So finden wir die

Goldene Regel der Mechanik: Was an Kraft gespart wird, wird am Weg zugesetzt.

Ebenso wie für den Hebel, die Rollen und die schiefe Ebene gilt dieses Gesetz für alle Maschinen. Wegen seiner Wichtigkeit fassen wir es noch folgendermaßen in Worte:

Einfache Maschinen sind Arbeitsumformer. Sie ändern nur die Form der Arbeit, aber nicht ihre Größe; das Produkt aus Kraft und Weg bleibt unverändert:

$$\boldsymbol{P_2 \cdot s_2 = P_1 \cdot s_1}.$$

Hier bedeutet $P_1 \cdot s_1$ die in die Maschine gesteckte Arbeit, $P_2 \cdot s_2$ die von ihr verrichtete Arbeit.

Diese Gleichung gilt nur bei vollständiger Reibungslosigkeit; in Wirklichkeit ist stets $P_2 s_2 < P_1 s_1$. Während z. B. bei Anwendung einer reibungslos gedachten festen Rolle eine Last $P_2 = 95$ kp durch eine Kraft $P_1 = 95$ kp gehoben werden kann, ist in Wirklichkeit wegen des unvermeidlichen Reibungswiderstandes im Achsenlager und wegen der Steifheit des Seiles die größere Kraft $P_1 + R$, beispielsweise 100 kp erforderlich. Der Bruch $\frac{95}{100}$ oder 95% ist das Verhältnis der bei Fehlen der Reibung notwendigen Kraft P_1 zu der tatsächlich unter Berücksichtigung aller Widerstände erforderlichen Kraft $P_1 + R$. Dieses Verhältnis

$$\eta = \frac{P_1}{P_1 + R}$$

heißt der Wirkungsgrad der Vorrichtung.

Der Höchstwert, den der Wirkungsgrad haben kann, ist offenbar 1; er wird von Rollen an den besten physikalischen Apparaten fast erreicht, bei gewöhnlichen Rollen beträgt der Wirkungsgrad etwa 0,95.

§ 25. Die Leistung

1. Leistungseinheiten. Ein Arbeiter trägt 1000 Ziegelsteine zwei Stockwerke hoch, bei jedem Gang 10 Steine. Ein zweiter Arbeiter steigt die Leitern ebenso schnell hinauf, doch trägt er bei jedem Gang nur 8 Steine. Wenn beide Arbeiter je 1000 Steine nach oben getragen haben, ist zwar die von ihnen bei dem Transport der Steine aufgewendete Arbeit die gleiche, aber der zweite hat längere Zeit gebraucht. Um auch die Zeit, in der eine bestimmte Arbeit erledigt wird, zu berücksichtigen, hat man den Begriff der **Leistung** eingeführt.

Die Leistung ist das Verhältnis der Arbeit zu der für sie benötigten Zeit:

$$\boldsymbol{N = \frac{A}{t};} \qquad \textbf{Leistung} = \frac{\textbf{Arbeit}}{\textbf{Zeit}}.$$

Die Einheit der Leistung ist das Kilopondmeter je Sekunde (kpm/s). Die Dimension der Leistung ist $[K \cdot l \cdot t^{-1}]$.

Weitere Einheiten der Leistung sind die **Pferdestärke** (PS) und das der Elektrotechnik entlehnte **Kilowatt** (kW); es ist 1 PS = 75 kpm/s und 1 kW ≈ 102 kpm/s (s. u.). Der tausendste Teil von einem Kilowatt heißt Watt (W), also ist 1 kW = 1000 W. Ein Pferd ist imstande, kurze Zeit hindurch in jeder Sekunde die Arbeit 75 kpm zu verrichten; seine Dauerleistung beträgt jedoch nur $\frac{2}{3}$ PS.

Zum Umrechnen dient folgende Tabelle:

1 PS	= 75 kpm/s;	1 PS	≈ 0,736 kW;
1 kW	≈ 102 kpm/s;	1 kW	≈ 1,360 PS;
1 kpm/s	≈ 0,013 PS;	1 kpm/s	≈ 0,0098 kW.

Schiffsmaschinen leisten 100000 kW, große Lokomotiven etwa 1000, Personenkraftwagen 25 und mehr Kilowatt. Die Leistung eines Menschen kann einige Sekunden hindurch 1 kW betragen. Beim gewöhnlichen Gehen (5 km/h) leistet ein Mensch von 70 kp Gewicht etwa 60 W. Die Arbeit beim Gehen beruht auf dem bei jedem Schritt erfolgenden Anheben des Schwerpunktes und der bei jedem Schritt den Beinen erneut zu erteilenden Beschleunigung. Bei sehr schnellem Gehen (7 km/h) ist die Leistung unverhältnismäßig viel größer, nämlich 200 W. Bei andauernder körperlicher Arbeit rechnet man die durchschnittliche Leistung des Menschen zu etwa 75 W oder $\frac{1}{10}$ PS. — Das Herz eines 60jährigen Mannes hat von der Geburt an eine Arbeit von rund 10^9 kpm vollbracht, um den Blutkreislauf aufrechtzuerhalten.

Zur Übung: 1. Ein Kraftwagen hat bei einer Zugkraft von 100 kp eine Geschwindigkeit von 40 km/h. Welche Arbeit verrichtet der Motor in 1 h? Wie groß ist die Leistung des Motors in PS? — 2. Wie unterscheidet sich die beim Radfahren verrichtete Arbeit von der beim Gehen? — 3. Wie groß ist die Leistung des Radfahrers in Frage 4 von § 24,4?

2. Einheiten im absoluten Maßsystem (s. § 10). Als Arbeitseinheit dient im CGS-System das Dynzentimeter oder **Erg,** also die Arbeit, die eine Kraft von 1 Dyn verrichtet, wenn sie über einen Weg von 1 cm wirkt. Wenn eine Fliege einen Wassertropfen von rund 1 mp Gewicht an einer Wand 1 cm weit lotrecht emporträgt, verrichtet sie die Arbeit 1 erg. (Außerdem hebt sie ihr Körpergewicht.) Man setzt

$$\mathbf{10^7\ erg = 1\ Joule.}$$

Die Leistungseinheit ist im absoluten Maßsystem

$$\mathbf{1\ W = 1\ \frac{Joule}{s}}.$$

Zur Umrechnung aus dem einen System in das andere dient die oben schon angegebene Formel 1 kW ≈ 102 kpm/s, die sich folgendermaßen ergibt: Es ist

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{s}} = 10^7\ \frac{\mathrm{cm} \cdot \mathrm{dyn}}{\mathrm{s}} = 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{100} \cdot \frac{\mathrm{kp}}{981\,000} \cdot \frac{1}{\mathrm{s}} \approx 0{,}102\ \frac{\mathrm{kpm}}{\mathrm{s}};$$

also 1 kW ≈ 102 kpm/s.

Die folgende Tafel gibt eine vergleichende Übersicht der wichtigsten mechanischen Größen in den beiden Maßsystemen.

	Formelzeichen	Technisches Maßsystem		Absolutes Maßsystem	
		Einheit	Dimension	Einheit	Dimension
Länge	s	m	l	cm	l
Zeit	t	s	t	s	t
Kraft	P	kp	K	dyn $= \mathrm{cm} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{s}^{-2}$	$l\,m\,t^{-2}$
Masse	m	ME $= \mathrm{kp\,m}^{-1}\,\mathrm{s}^2$	$K\,l^{-1}\,t^2$	g	m
Geschwindigkeit	v	$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$	$l\,t^{-1}$	$\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$	$l\,t^{-1}$
Beschleunigung	b	$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$	$l\,t^{-2}$	$\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-2}$	$l\,t^{-2}$
Druck	p	$\mathrm{kp} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ [1]	$K\,l^{-2}$	$\mathrm{cm}^{-1} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{s}^{-2}$	$l^{-1} m\,t^{-2}$
Impuls	I	$\mathrm{kp} \cdot \mathrm{s}$	$K\,t$	$\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$	$l\,m\,t^{-1}$
Arbeit	A	kpm	$K\,l$	erg = dyn cm [2]	$l^2\,m\,t^{-2}$
Leistung	N	$\mathrm{kpm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$	$K\,l\,t^{-1}$	$\mathrm{erg\,s}^{-1}$ [3]	$l^2\,m\,t^{-3}$

§ 26. Mechanische Energie

1. Energie der Lage. Legt der Angriffspunkt einer Kraft unter Überwindung eines Widerstandes einen Weg zurück, so wird eine Verschiebungsarbeit ausgeführt (§ 24, 1). Ein besonderer Fall von Verschiebungsarbeit ist das Emporheben eines Körpers. Hebt z. B. der Schmied einen schweren Schmiedehammer von 20 kp um 1,2 m, so verrichtet er eine Arbeit von 24 kpm. Allgemein: Hebt man einen Körper seinem Gewicht G entgegen um eine lotrechte Strecke h, so ist die aufgewendete Arbeit

$$A = G \cdot h.$$

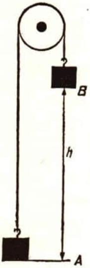


Abb. 73. Übertragung von Lagenenergie

Auf dem Erdboden stehen zwei gleiche Gewichtsstücke. Wir befestigen an dem einen einen Faden und führen ihn über eine möglichst reibungslose feste Rolle. Am anderen Ende des Fadens befestigen wir das andere Gewichtsstück, nachdem wir es um die Strecke $AB = h$ gehoben haben (Abb. 73). Erteilen wir ihm einen schwachen abwärts gerichteten Stoß, so bewegt es sich bis auf den Erdboden und hebt dabei das erste Gewichtsstück ebenso hoch, wie es selbst fällt; es verrichtet also eine Arbeit, die ebenso groß ist wie die Arbeit, die zuvor an ihm verrichtet worden ist.

---

1) Jedoch wählt die Technik als Druckeinheit meistens $1\,\mathrm{kp\,cm}^{-2}$. Über die bei Gasen benutzten Druckeinheiten s. § 37 5.

2) Häufiger 1 Joule $= 10^7$ erg. Eine häufig benutzte Energie- oder Arbeitseinheit ist die Kilowattstunde (kWh); sie entspricht $3{,}6 \cdot 10^6$ Joule.

3) Häufiger 1 Watt $=$ 1 Joule $\cdot\, \mathrm{s}^{-1} = 10^7\,\mathrm{erg} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Jeder Körper, an dem eine mechanische Arbeit verrichtet wird, erhält die Fähigkeit, später wieder eine ebenso große Arbeit zu verrichten, er erlangt eine bestimmte **Energie der Lage** oder **potentielle Energie**[1]).

Energie der Lage ist die Fähigkeit eines Körpers, infolge seiner Lage oder infolge der Anordnung seiner Teilchen zueinander Arbeit zu leisten.

Wir benutzen als Formelzeichen für die potentielle Energie W_p, ihre Dimension ist im technischen Maßsystem $[K \cdot l]$.
Auch eine gespannte Schraubenfeder enthält potentielle Energie.
Arbeit und Energie werden in derselben Maßeinheit, nämlich in Kilopondmeter, gemessen, sie sind aber doch begrifflich verschieden: Arbeit ist ein zeitlich ablaufender Vorgang, Energie ist ein Zustand, ganz allgemein nämlich die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten.
Wenn man sagt, ein Körper mit dem Gewicht G habe, wenn er um die Strecke h gehoben ist, die Lagenenergie $G \cdot h$, so bezieht man diese stillschweigend auf ein um h tiefer liegendes Niveau, in dem die Energie gleich Null gesetzt ist. Dies ist in demselben Sinne willkürlich, wie wenn man Bergeshöhen vom Meeresspiegel aus mißt.

2. Bewegungsenergie. In Gegensatz zur Verschiebungsarbeit, bei der Kraft und Gegenkraft längs des Weges gleich groß sind, steht die Beschleunigungsarbeit. Bei dieser überwindet die wirkende Kraft nur den Trägheitswiderstand des Körpers und versetzt ihn in eine beschleunigte Bewegung.
Dieser Fall liegt vor, wenn ein gehobener Rammbär fällt; er vermag dann einen Pfahl in die Erde zu treiben, hat also die Fähigkeit erlangt, eine Arbeit zu leisten. Wir wollen die Arbeitsfähigkeit eines sich bewegenden Körpers berechnen, und zwar sofort für den allgemeinen Fall, daß (nicht das Gewicht, sondern) eine beliebige konstante Kraft P längs des Weges s auf einen frei beweglichen Körper mit der Masse m gewirkt hat.
Die Zeit, in der der Weg s zurückgelegt wird, sei t; b sei die Beschleunigung und v die Endgeschwindigkeit. Da m und v für den bewegten Körper charakteristisch sind, suchen wir die geleistete Arbeit $P \cdot s$ durch m und v auszudrücken.
Aus $P = m \cdot b$ und $s = \frac{1}{2} b t^2$ ergibt sich $P \cdot s = \frac{1}{2} m b^2 t^2$. Setzt man hier $b \cdot t = v$, so folgt

$$\boldsymbol{P \cdot s = \frac{1}{2} m v^2.}$$

Der Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ heißt **Bewegungsenergie, Wucht** oder **kinetische**[2]) **Energie** des bewegten Körpers. Sie ist gleichwertig mit der Arbeit $P \cdot s$, aus der sie gewonnen wurde. Als ihr Formelzeichen wählen wir W_k.
Die Wucht eines Hammers treibt den Nagel in das Holz; die Bewegungsenergie des zu Tal strömenden Wassers bewegt Mühlräder und Turbinen,

1) ĕnérgeia (griech.) = Wirksamkeit; pōtens (lat.) = fähig (zu etwas)
2) kinētikós (griech.) = zum Bewegen dienend

die des Windes treibt Segelschiffe und Windräder. Daraus, daß die Bewegungsenergie mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst, erklären sich die zerstörenden Wirkungen von schnellfahrenden Eisenbahnzügen und Kraftwagen bei Zusammenstößen.

Zur Übung: 1. Welche Arbeit verrichtet eine Lokomotive, wenn sie einen **D-Zug von $6 \cdot 10^5$ kp** Gewicht auf die Geschwindigkeit 20 $\mathrm{m\,s^{-1}}$ beschleunigt? Beachte, daß die gesuchte Arbeit gleich der Bewegungsenergie des D-Zuges ist! (Die Reibungsarbeit soll nicht berücksichtigt werden.) — 2. Wie groß ist die Weglänge s, auf der ein Kraftwagen ($m = 300$ ME), der die Geschwindigkeit $v = 20\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ besitzt, nach Abstellung des Motors eine konstante Gegenkraft $P = 1500$ kp (z. B. die Reibung) überwinden kann? ($\frac{1}{2} m v^2 = P \cdot s$.)

3. Rotationsenergie. Für die Bewegungsenergie einer rotierenden Masse (vgl. § 21) ergibt sich ein Ausdruck, der der Wucht der geradlinig bewegten Masse entspricht:

Die Rotationsenergie eines rotierenden Körpers mit dem Trägheitsmoment J und der Winkelgeschwindigkeit ω ist

$$W_r = \frac{1}{2} J \omega^2.$$

Beweis: Man findet die Bewegungsenergie des Körpers, indem man die Energien seiner Massenteilchen addiert. Bedeutet v die lineare Geschwindigkeit eines Massenelementes m mit dem Arm r, so ist also

$$W = \sum \left(\tfrac{1}{2} m v^2\right) = \sum \left(\tfrac{1}{2} m r^2 \omega^2\right) = \tfrac{1}{2} \omega^2 \sum (m r^2) = \tfrac{1}{2} J \omega^2.$$

Die Bewegungsenergie eines sich drehenden Körpers, z. B. eines Schwungrades, ist also dem Trägheitsmoment und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit proportional; das Trägheitsmoment ist, wie die Formel $J = \Sigma m r^2$ lehrt, um so größer, je größer der Radius des Schwungrades ist und je mehr Masse sich an seinem Umfang befindet.

4. Umwandlung der Energiearten ineinander. Von großer Bedeutung ist es, daß sich die Energie der Lage in Energie der Bewegung und diese sich umgekehrt in Lagenenergie verwandeln läßt.

Auf einer dicken Glasplatte liegt eine kleine Stahlkugel mit dem Gewicht $G = m \cdot g$. Wir heben sie auf die Höhe h; dadurch erhält sie die potentielle Energie $W_p = G \cdot h$ (Abb. 74). Dann lassen wir sie zurückfallen. Ihre kinetische Energie $W_k = \frac{1}{2} m v^2$ ist dann gleich der potentiellen Energie in der Höhe h. Beim Aufprall der Kugel verformen sich die elastische Glasplatte und die Stahlkugel, und es entsteht, wie bei einer zusammengedrückten Schraubenfeder, potentielle Energie. Diese verwandelt sich wieder in Bewegungsenergie (s. § 27), indem sie in äußerst kurzer Zeit die Kugel nach oben beschleunigt. Indem diese Bewegungsenergie Hubarbeit leistet, trägt sie die Kugel wieder (fast) bis zur Höhe h empor, und das Spiel beginnt von neuem.

In jedem Augenblick, z. B. wenn die Kugel die Strecke h_1 ($h_1 < h$) durchfallen hat, ist die Summe der beiden Energiearten gleich $mg \cdot h$. Dann ist nämlich $W_p = mg \cdot (h - h_1)$ und $W_k = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot (\sqrt{2 g h_1})^2$, wenn v_1 die erlangte Geschwindigkeit bedeutet. Durch Addition folgt $W_p + W_k = m g h$.

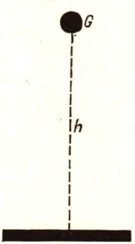


Abb. 74. Eine Stahlkugel tanzt auf einer Glasplatte

Auch beim Pendel erfolgt die Umwandlung von Energie der Lage in Bewegungsenergie in regelmäßigem Wechsel. Wenn wir dem Pendelkörper vom Gewicht G in der tiefsten Lage die Lagenenergie Null zuschreiben, ist sie im Punkt A (Abb. 75) gleich $G \cdot h$. In C ist sie vollständig in Bewegungsenergie umgewandelt. Dann nimmt diese wieder ab, und die Lagenenergie nimmt zu, um in B wieder den Wert $G \cdot h$ zu erreichen. Auch hier ist in jedem Zwischenpunkt, z.B. D, die Summe der Lagen- und der Bewegungsenergie gleich $G \cdot h$.

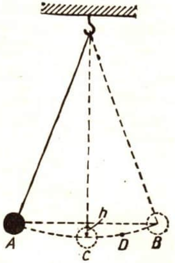


Abb. 75. Energieumwandlung beim Pendel

Aus der Gleichwertigkeit der beiden Energiearten erklärt es sich, daß ein Pendel, das nach Abb. 76 plötzlich verkürzt wird, doch bis zu derselben Höhe emporsteigt, von der es gefallen war.

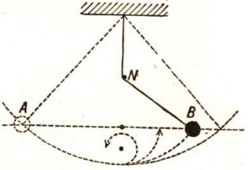


Abb. 76. Galileis Hemmungspendel

Wie in diesen Beispielen wird bei jeder beschleunigten Bewegung eines Körpers potentielle Energie in Bewegungsenergie und bei jeder verzögerten Bewegung Bewegungsenergie in potentielle Energie umgewandelt.

Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie: Bei einer reibungslos verlaufenden Bewegung geht keine mechanische Energie verloren; Bewegungs- und Lagenenergie setzen sich ineinander um; ihre Summe ist konstant.

Wir machen noch einen weiteren Versuch zur Prüfung der Verwandlung von potentieller in kinetische Energie.

Wir drücken durch einen Bolzen die Schraubenfeder einer Federpistole um $s = 0{,}05$ m zusammen und erteilen ihr so durch elastische Verformung eine gewisse potentielle Energie. Um diese zu bestimmen, belasten wir die Feder nach Abb. 77, bis sie zusammengedrückt ist; dazu sind z.B. $P = 1{,}5$ kp erforderlich. Daher ist (nach § 24,4) die aufgewendete Arbeit oder die in der Feder enthaltene Energie $W_p = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}05 = 0{,}0375$ kpm.

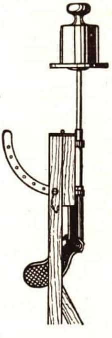


Abb. 77. Potentielle Energie einer Schraubenfeder

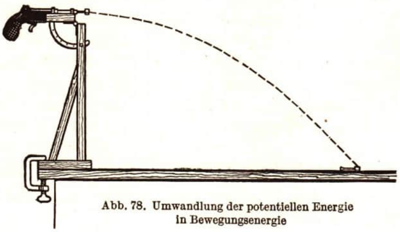


Abb. 78. Umwandlung der potentiellen Energie in Bewegungsenergie

Jetzt lassen wir die in der Höhe $y = 54{,}5$ cm aufgestellte Feder in waagerechter Richtung auseinanderschnellen (Abb. 78) und messen die Wurfweite x des Bolzens. Die Fallzeit finden wir nach den Gesetzen des waagerechten Wurfes (statt $y = -\frac{1}{2} g t^2$ in § 13,3 heißt es hier $y = \frac{1}{2} g t^2$) zu

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{1{,}09\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{ms}^{-2}}} = \frac{1}{3}\,\mathrm{s}.$$

Dann wird in 1 s in waagerechter Richtung die Strecke $3 \cdot x$ zurückgelegt, und dies ist zahlenmäßig die dem Bolzen erteilte Geschwindigkeit. Setzen wir diese Geschwindigkeit und die Masse des Bolzens in $W_k = \frac{1}{2} m v^2$ ein, so ergibt sich wieder angenähert $W_k = 0{,}0375$ kpm. Bei einem Bolzen von der Masse $m = \frac{0{,}1}{9{,}81}$ ME war z. B. $3 \cdot x = 3 \cdot 0{,}90$ m; bei $m = \frac{0{,}2}{9{,}81}$ ME war $x = 0{,}64$ m.

Zur Übung: 1. Welche kinetische Energie besitzt ein 5 kp schwerer Stein beim Aufschlagen, wenn man ihn von einem 50 m hohen Turm herabfallen läßt? — 2. Wie groß ist die Leistung eines Wasserfalles, bei dem in jeder Sekunde 20 m³ Wasser aus einer Höhe von 100 m herunterfallen? — 3. Wie groß ist die Energie eines Eisenbahnzuges von $8 \cdot 10^5$ kp Gewicht bei einer Geschwindigkeit von 20 m/s? — 4. Wenn ein Kraftwagen mit der Geschwindigkeit 60 km/h gegen ein Hindernis fährt, trifft er mit derselben Wucht auf, wie wenn er aus einer Höhe von rund 14 m frei fällt. Rechne nach! Aus welcher Höhe müßte er fallen, um dieselbe Wucht zu erhalten, die er bei einer Geschwindigkeit von nur 12 km/h besitzt?

§ 27. Der Stoß

Als Beispiel für die Sätze von der Erhaltung der Bewegungsgröße (§ 15,2) und der Erhaltung der mechanischen Energie betrachten wir den **Stoß.** Wir beschränken uns auf den Zentralstoß zweier Kugeln; bei ihm fällt die Stoßrichtung in die Verbindungsgerade der Kugelmittelpunkte (Zentrale). Beim schiefen Stoß bildet die Bewegungsrichtung des stoßenden Körpers mit der Mittelpunktsgeraden einen Winkel. Zwei Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 bewegen sich mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auf einer Geraden, entweder aufeinander zu, dann haben v_1 und v_2, also auch die Bewegungsgrößen $m_1 v_1$ und $m_2 v_2$ entgegengesetzte Richtung; oder die zweite bewegt sich hinter der ersten her, dann muß, damit ein Zusammenstoß erfolgen kann, $v_2 > v_1$ sein (Abb. 79).

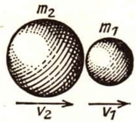


Abb. 79
Der zentrale Stoß

Die beim Stoß kurzzeitig auftretenden Kräfte hängen stark von der materiellen Beschaffenheit der Kugeln ab. Beim Fehlen äußerer Einwirkungen, z. B. der Schwerkraft, gilt für das aus den beiden Kugeln bestehende System der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße. Wir bezeichnen die Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit u_1 und u_2. Es ist dann also

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 .$$

Diese Gleichung reicht zur Bestimmung von u_1 und u_2 nicht aus, doch können wir für die beiden Grenzfälle, den unelastischen und den elastischen Stoß, weitere Aussagen machen.

1. Der unelastische Stoß. Ist das Material der Kugeln so beschaffen, daß die Kugeln nicht voneinander abprallen, sondern mit gleicher Geschwindigkeit ihren Weg fortsetzen, dann bezeichnen wir den Stoß als unelastisch. Ein Beispiel: Wir hängen zwei gleiche Bleikugeln oder zwei gleiche (nicht prall) mit Sand gefüllte Beutel dicht nebeneinander auf. Entfernen wir den zweiten Beutel aus seiner Ruhelage und lassen ihn dann los, so stößt er mit einer gewissen Geschwindigkeit auf den ersten Beutel, und beide bewegen sich mit einer halb so großen Geschwindigkeit weiter. Heben wir beide Beutel nach entgegengesetzten Richtungen und lassen sie mit gleicher Geschwindigkeit aufeinander stoßen, so kommen sie zur Ruhe.

Allgemein ergibt sich aus der Gleichung $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$, wenn wir die gemeinsame Geschwindigkeit $u_1 = u_2$ mit u bezeichnen,

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Unsere Versuche bestätigen diese Gleichung: In beiden Versuchen war $m_1 = m_2$. Im ersten Fall war $v_1 = 0$; dann ergibt die vorstehende Gleichung $u = \frac{v_2}{2}$. Im zweiten Fall war $v_1 = -v_2$; dann folgt $u = 0$.

Die Körper kommen auch zur Ruhe, wenn ihre entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten ihren Massen umgekehrt proportional sind; auch dann ist nämlich $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$, folglich wieder $u = 0$.

Beim unelastischen Stoß geht mechanische Energie als solche verloren, wie man durch Berechnung der Differenz der Bewegungsenergien vor und nach dem Stoß zeigen kann. Diese Differenz ist

$$D = \tfrac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \tfrac{1}{2}u^2 \cdot (m_1 + m_2);$$

setzt man hier den oben für u erhaltenen Wert ein, so folgt

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot (v_1 - v_2)^2,$$

ein Ausdruck, der stets positiv ist.

Wir beobachten, daß hier wie überall, wo mechanische Energie verlorengeht, Wärme erzeugt wird. (Über die Umwandlung der mechanischen Energie in Wärme sprechen wir später.)

2. Der elastische Stoß. Ein Stoß heißt vollkommen elastisch, wenn die beiden Körper durch den Stoß nur eine schnell vorübergehende Veränderung ihrer Beschaffenheit erleiden, also weder erwärmt noch dauernd deformiert werden. Dann ist nach dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie

$$\tfrac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) = \tfrac{1}{2}(m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2). \tag{1}$$

Außerdem gilt wieder wie für jeden Stoß

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \tag{2}$$

Um aus diesen Gleichungen u_1 und u_2 zu berechnen, stellen wir zunächst in beiden Gleichungen die Glieder um:

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2),$$
$$m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2).$$

Die Division der ersten Gleichung durch die zweite ergibt

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2.$$

Zu dieser Gleichung nehmen wir Gleichung (2) und finden

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}; \qquad u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Der Stoß zwischen Elfenbeinkugeln ist angenähert elastisch.

Beispiele: 1. Stößt eine elastische Kugel gegen eine ruhende elastische Wand, deren Masse m_1 sei, so ist $v_1 = 0$ und m_1 sehr groß, so daß m_2 als Summand gegen m_1 vernachlässigt werden kann; dann folgt $u_2 = -v_2$, d. h. die Richtung der Geschwindigkeit der Kugel kehrt sich um.

2. Sind die beiden Massen m_1 und m_2 gleich, so folgt

$$u_1 = v_2, \qquad u_2 = v_1;$$

die Körper bewegen sich nach dem Stoß mit vertauschten Geschwindigkeiten weiter.

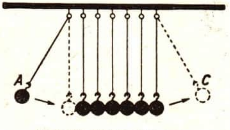


Abb. 80. Stoßübertragung

Zur Vorführung dieses Vorganges benutzt man das in Abb. 80 dargestellte Gerät. Zunächst verwendet man nur zwei Kugeln gleicher Masse, entfernt also die übrigen. Läßt man die zweite Kugel gegen die ruhende erste stoßen, so bewegt sich diese mit der Geschwindigkeit der zweiten Kugel weiter, und die zweite kommt zur Ruhe.

Dann hängt man mehrere Kugeln nebeneinander. Läßt man die erste Kugel (A) auf die übrigen stoßen, so steigt nur die äußerste (C) bis zur Fallhöhe von A empor; alle anderen bleiben in Ruhe.

Läßt man gleichzeitig zwei Kugeln mit der Geschwindigkeit v_2 auf die übrigen Kugeln stoßen, so würde es mit dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie in Übereinstimmung stehen, wenn nur die letzte Kugel sich mit der Geschwindigkeit $v_2 \cdot \sqrt{2}$ fortbewegte: $[2 \cdot \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m (v_2 \sqrt{2})^2]$. Wir beobachten jedoch, daß die beiden letzten Kugeln mit der Geschwindigkeit v_2 fortgestoßen werden. Es bleibt neben der Energie auch die Bewegungsgröße erhalten; ist m die Masse einer Kugel, n_2 die Zahl und v_2 die Geschwindigkeit der stoßenden Kugeln, n_1 die Zahl und v_1 die Geschwindigkeit der fortfliegenden Kugeln, so ist

$$n_1 \cdot m v_1 = n_2 \cdot m v_2, \qquad n_1 \cdot \tfrac{1}{2} m v_1^2 = n_2 \cdot \tfrac{1}{2} m v_2^2;$$

hieraus folgt $v_1 = v_2$ und $n_1 = n_2$. Der Fall $n_2 = 1$ ist durch Abb. 80 dargestellt.

In die dynamischen Zusammenhänge beim Stoß gewinnt man einen genaueren Einblick, wenn man eine elastische Kugel auf eine elastische Unterlage von großer Masse fallen läßt, etwa eine Elfenbein- oder Stahlkugel auf eine dicke Glasplatte, die auf eine Eisenplatte aufgekittet ist. Berußt man die Glasplatte, so zeichnet sich auf der Kugel je nach der Fallhöhe ein mehr oder minder großer schwarzer Kreis ab. Aus seinem Durchmesser und dem der Kugel kann man berechnen, um welchen Betrag die Kugel während des Stoßes zusammengedrückt wurde, und aus dem Gewicht der Kugel und der Fallhöhe kann man dann die mittlere Druckkraft bestimmen, die während des Stoßes wirksam gewesen sein muß. Bei einem Versuch mit einer Elfenbeinkugel (Durchmesser $d = 47$ mm; Gewicht $G = 92{,}5$ p) zeichnete sich ein Kreis von 6,0 mm Durchmesser ab, wenn die Kugel aus einer Höhe von $h = 1000$ mm herabfiel. Die Rechnung ergibt für die Pfeilhöhe des Eindruckes $\delta = 0{,}2$ mm. Am Anfang ist die potentielle Energie $G \cdot h$ vorhanden. Bezeichnet man die mittlere Druckkraft beim Stoß mit P, so wird beim Aufschlagen die Arbeit $P \cdot \delta$ geleistet. Wenn wir von Verlusten absehen, ist

$$P \cdot \delta = G \cdot h.$$

$$P = \frac{h}{\delta} \cdot G.$$

$$\frac{h}{\delta} = 5000, \quad \text{demnach} \quad P = 5000\, G.$$

Es ergibt sich also eine mittlere Druckkraft $P = 460$ kg. Die Zeit des Stoßes ist dabei außerordentlich gering. Sie beträgt nur wenige Zehntausendstel einer Sekunde.

Läßt man eine kleine Stahlkugel auf eine waagerecht ausgerichtete Glasplatte fallen, so springt sie sehr oft auf und ab, ehe sie zur Ruhe kommt. Man erkennt bei einer photographischen Aufnahme des Vorganges (Abb. 81), daß bei jedem Stoß die kinetische Energie der Kugel nicht restlos erhalten bleibt, wie es beim Idealfall des vollkommen elastischen Körpers sein würde. Gleichzeitig wird die Kürze der Stoßzeit im Vergleich zu der Zeit der Bewegungsumkehr in den höchsten Punkten deutlich sichtbar.

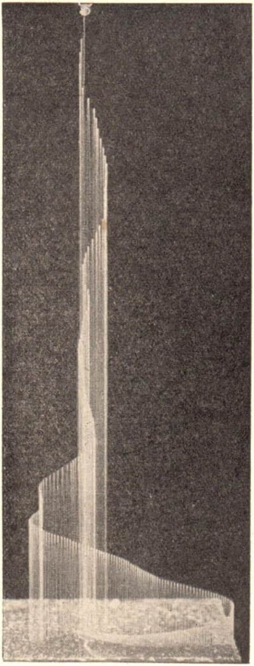


Abb. 81
Wiederholter Fall einer Stahlkugel auf eine Glasplatte

Um die Gesetzmäßigkeit für den **schiefen Stoß gegen eine feste Wand** zu finden, zerlegen wir nach Abb. 82 die Geschwindigkeit v der stoßenden Kugel in die beiden Komponenten v_1 und v_2, v_1 parallel und v_2 senkrecht zur Wand. v_1 bleibt unverändert und v_2 kehrt seine Richtung um. Setzt man v_1 und $-v_2$ zusammen, so ergibt sich die Geschwindigkeit der zurückgeworfenen Kugel (Billardspiel). Wir finden so das Reflexionsgesetz: Die Reflexionsrichtung liegt in der durch Einfallsrichtung und Einfallslot bestimmten Ebene; der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel; der Betrag der Geschwindigkeit der Kugel ändert sich nicht.

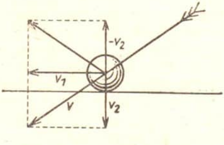


Abb. 82. Das Reflexionsgesetz

§ 28. Geschichtliche Entwicklung

Die alten Griechen haben die Lehre vom Gleichgewicht mit größerem Erfolge bearbeitet als die von den Bewegungen. Schon Aristoteles hatte das Ruder, die Zange, die Waage, das Rad untersucht und das

Hebelgesetz erkannt. Als eigentlicher Begründer der Mechanik kann jedoch erst Archimedes (287—212 in Syrakus) gelten; denn erst er hatte eine mathematisch klare Einsicht in die beim Hebel, beim Flaschenzug usw. bestehenden Gleichgewichtsbedingungen. Er hat Wellräder und Krane hergestellt und hat Wurfmaschinen zur Verteidigung seiner Vaterstadt konstruiert. Mit Bezug auf den ungleichseitigen Hebel schreibt man ihm das stolze Wort zu: „Gib mir einen Punkt, wo ich stehen kann, und ich werde die Erde bewegen."

Die Römer hatten weniger Sinn für reine Wissenschaft als für technische Anwendungen; so ist die Schnellwaage, ein Hebel mit veränderlichem Hebelarm und einem Laufgewicht, ihre Erfindung.

Leonardo da Vinci (geb. 1452 bei Florenz) führte Rolle und Wellrad auf den Hebel zurück und untersuchte diesen für den Fall, daß die Kräfte in beliebiger Richtung auf ihn wirken. Er legte Wert auf eigenes Forschen und Experimentieren und kann in dieser Beziehung als Vorläufer Galileis gelten: „Wer sich auf die Autorität beruft, verwendet nicht seinen Geist, sondern sein Gedächtnis."

Leonardo ahnte auch das Trägheitsgesetz, das dann Galilei deutlicher erkannte. Dieser brachte auch die Lehre von den einfachen Maschinen zum Abschluß, indem er die Goldene Regel der Mechanik in der Form aussprach: „Was an Leichtigkeit gewonnen wird, geht an Weg, Zeit und Langsamkeit verloren."

Die einfachen Maschinen (Hebel, Rolle, schiefe Ebene, Keil, Schraube) gehören zu den mechanischen Arbeitsmaschinen, an denen eine äußere Kraft Arbeit leistet, die durch die Maschine umgeformt wird. Ihnen stehen die Kraftmaschinen gegenüber, die eine zur Verfügung stehende Energieart (Lagenenergie des Wassers, Wärme) in die Form umwandeln, die gebraucht wird (Dampfmaschinen, Generatoren). Die Geschichte der Ausnutzung der mechanischen Kräfte der Natur reicht bis in die ersten Anfänge menschlicher Kultur zurück. Die Natur selbst wies auf die ihr innewohnenden Kräfte hin, wenn die Ströme gewaltige Lasten spielend zu Tal trugen. Mit Einbaum und Floß machte der Mensch sie nutzbar, seine Hand führte das Ruder. Während des Altertums sind die Schiffahrt und die Technik fast ausschließlich auf die Arbeitsleistung menschlicher Arme angewiesen gewesen. Das Segel setzte sich erst ganz allmählich durch. Im ausgehenden Mittelalter verbreiteten sich Wasser- und Windmühlen in Formen, die den heutigen ähnlich sind. Die Segelschiffahrt blühte mächtig auf, nachdem die Weltverkehrswege gefunden waren. In den Bergwerken trieben tierische Kräfte die Pumpen, und immer dringender wurde das Bedürfnis nach großen natürlichen Kraftquellen. Erfinderische Geister grübelten im 17. und 18. Jahrhundert über das perpetuum mobile, obwohl schon Huygens das Prinzip der Erhaltung der mechanischen Energie bei der Ableitung der Pendelformel und den Gesetzen des Stoßes angewendet hatte. Der französische Philosoph und Mathematiker René Descartes wies zu Beginn des 17. Jahrhunderts darauf hin, daß die Bewegung „unvergänglich" sei, und rechnete mit dem Produkt $m \cdot v$, das wir heute Bewegungsgröße nennen, während es früher als lebendige Kraft bezeichnet wurde. Auch Leibniz (1646—1716) sprach von der Erhaltung der lebendigen Kraft, verstand darunter aber die Größe mv^2, also die doppelte kinetische Energie. Die Ansichten waren am Ende des 18. Jahrhunderts so weit geklärt, daß die Akademie in Paris 1775 beschloß, Prüfungen von Arbeiten über ein perpetuum mobile nicht mehr vorzunehmen.

Es sollte aber noch mehr als ein halbes Jahrhundert vergehen, bis das Prinzip von der Erhaltung der Energie wirklich und auch in seiner allgemeinen Form ausgesprochen wurde. Viel mag zu dem fruchtlosen Bemühen die unklare Begriffsbezeichnung beigetragen haben. Die falschen Ausdrücke lebendige Kraft für die Energie und Pferdestärke für eine bestimmte Leistungseinheit sind bis in unsere Tage erhalten geblieben. Der Begriff der mechanischen Arbeit und der Ausdruck $\frac{1}{2}mv^2$ für die Bewegungsenergie gehen auf den Franzosen Coriolis (1792—1843) zurück.

Das Maß für die Arbeit, das Kilogrammeter oder, wie wir jetzt sagen, Kilopondmeter, ist von dem französischen Mathematiker und Ingenieur-Offizier Poncelet (1788—1867), das Wort Energie von dem englischen Ingenieur Rankine (1820—1872) eingeführt worden.

D. Die Gravitation

§ 29. Das Gravitationsgesetz

1. Von Ptolemäus bis Kepler. Kopernikus hatte das geozentrische Weltsystem des Ptolemäus durch das heliozentrische Weltsystem ersetzt (Genaueres s. in Teil IA). Er erklärte den scheinbaren täglichen Umschwung des Fixsternhimmels aus der Drehung der Erde um ihre Achse; die Fixsterne ließ er in unmeßbarer Ferne ruhen. Und er entthronte die Erde, indem er lehrte: Die Sonne steht still; um sie drehen sich auf Kreisbahnen die Erde und die übrigen Planeten; nur der Mond dreht sich um die Erde.

Johannes Kepler berichtigte und ergänzte die Vorstellungen des Kopernikus und faßte seine Forschungen in den drei nach ihm benannten, schon in Bd. IA behandelten Gesetzen zusammen:

Erstes Keplersches Gesetz: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Zweites Keplersches Gesetz: Ein von der Sonne zum Planeten gezogener Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Drittes Keplersches Gesetz: Die Quadrate der Umlaufszeiten je zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.

2. Newtons Entfernungsgesetz. Die drei Keplerschen Gesetze beschreiben die Planetenbewegung; Isaac Newton erkannte ihre Ursache.
Aus dem ersten Keplerschen Gesetz ergibt sich eine nach der Innenseite der elliptischen Bahn gerichtete Kraft, denn ohne diese müßte sich der Planet nach dem Trägheitsgesetz geradlinig bewegen. Wie Newton bewies, folgt aus dem zweiten Keplerschen Gesetz, daß diese Kraft beständig zur Sonne hin gerichtet ist. Da die Planetenbahnen sehr wenig von Kreisen abweichen, dürfen wir, ohne einen großen Fehler zu begehen, die für die Zentralbeschleunigung und Zentralkraft geltenden Formeln

$$b = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r, \qquad Z = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

anwenden (§ 6, 2 und 16, 1); hier bedeuten r den Abstand des Planeten von der Sonne, T seine Umlaufszeit und m seine Masse. Es ist also $Z \sim \frac{m \cdot r}{T^2}$. Da aber nach dem dritten Keplerschen Gesetz $T^2 \sim r^3$ ist, ergibt sich

$$Z \sim \frac{m}{r^2};$$

in Worten:

Entfernungsgesetz: Die von der Sonne auf einen Planeten ausgeübte Kraft ist seiner Masse direkt und dem Quadrate seiner Entfernung von der Sonne umgekehrt proportional.

Nach dem Wechselwirkungsgesetz (§ 15, 1) muß die zwischen Sonne und Planet wirkende Kraft gegenseitig sein, der Planet also auch die Sonne anziehen; wenn M die Sonnenmasse bedeutet, folgt daher

$$Z \sim \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

3. Newtons Mondrechnung. Auch die Bahn des Mondes um die Erde ist fast kreisförmig; daher gilt auch für die von der Erde auf den Mond ausgeübte Beschleunigung die Formel $b = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$. Wir setzen für die Entfernung des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt $r = 3{,}84 \cdot 10^{10}$ cm und für seine Umlaufszeit $T = 27\frac{1}{3}\,d = 2{,}36 \cdot 10^6$ s ein (Teil I A); dann ergibt sich $b = 0{,}27$ cm/s². Der Mondabstand beträgt das 60fache des Erdhalbmessers, und die Beschleunigung, die ein Körper auf der Erdoberfläche erfährt, ist gerade 60^2 mal so groß wie die soeben berechnete, auf den Mond ausgeübte Beschleunigung ($0{,}27 \cdot 3600 \approx 980$). Dieses Beispiel lehrt also, daß die Beschleunigung, die die Erdanziehung einem Körper erteilt, dem Quadrat seines Abstandes vom Erdmittelpunkt umgekehrt proportional ist, daß mithin die Anziehung eines beliebigen Körpers durch die Erde nach dem obigen Entfernungsgesetz erfolgt. So kam Newton zu der wichtigen Erkenntnis, daß auch das Gewicht irdischer Körper nichts anderes als die von der Erde auf sie ausgeübte Massenanziehung ist.

Durch diese Verallgemeinerung ergibt sich das

Gravitationsgesetz: Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrate ihrer Entfernung voneinander umgekehrt proportional ist:

$$\boldsymbol{Z = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}.$$

Hier bedeutet k einen noch zu bestimmenden Proportionalitätsfaktor, der als Gravitationskonstante[1]) bezeichnet wird.

4. Bestimmung der Gravitationskonstante. Newton hielt einen unmittelbaren Nachweis des Gravitationsgesetzes an irdischen Körpern für unmöglich, denn er glaubte, daß die Anziehungskraft zwischen zwei irdischen Einzelkörpern zu klein sei, als daß sie gemessen werden könnte; er hielt also auch k für unmeßbar klein. Die erste experimentelle Bestimmung von k gelang seinem Landsmann Cavendish (1798). Die genauesten Messungen der Gravitationskonstante lieferten Richarz und Krigar-Menzel (1896). Sie hängten, um gegen Wärmeschwankungen und Erderschütterungen geschützt zu sein, in einer unterirdischen Kasematte in Spandau an den Enden des Balkens einer empfindlichen Waage zwei Kilogrammstücke, A an einem kurzen und B an einem langen Faden, so auf, daß sich das eine oberhalb,

---

1) grăvitās (lat.) = Schwere

das andere unterhalb eines Bleiklotzes von 100000 kg befand (Abb. 83). Die von der Bleimasse auf A und B ausgeübte Anziehungskraft ruft einen Ausschlag der Waage hervor, durch den die Größe der Kraft gemessen werden kann. Hieraus läßt sich dann die Gravitationskonstante nach der obigen Formel berechnen. Nach neueren Messungen ist

$$k = (6{,}670 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{dyn \cdot cm^2}}{\mathrm{g^2}}.$$

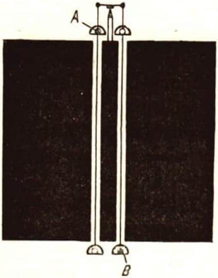


Abb. 83. **Gravitationswaage:** Bestimmung der Gravitationskonstante (In einem Kontrollversuch werden A und B auf die rechte obere und linke untere Waagschale umgelegt.)

Zwei Grammassen ziehen sich im Abstande 1 cm also mit der Kraft $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ dyn, d. i. rund $7 \cdot 10^{-8}$ mp an. Für die Kraft, mit der sich zwei Kilogrammstücke aus der Entfernung 10 cm anziehen, findet man 0,0007 mp, also weniger als 1 Millionstel Pond.

Da nach dem Wechselwirkungsgesetz nicht nur ein Zentralkörper seinem Trabanten, sondern auch dieser dem Zentralkörper eine bestimmte Beschleunigung erteilt, umkreisen Sonne und Planet oder Erde und Mond ihren gemeinsamen Schwerpunkt (besser: Massenmittelpunkt). Das erste Keplersche Gesetz bedarf also einer Berichtigung; doch überwiegt die Masse der Sonne die der Erde so sehr (§ 30), daß der gemeinsame Massenmittelpunkt fast in den Mittelpunkt der Sonne fällt.

Das Gravitationsgesetz führte zur Entdeckung des Planeten Neptun. Im Jahre 1846 berechnete der Astronom Leverrier in Paris aus Bahnstörungen, die der Planet Uranus erfuhr, die Stellung eines bis dahin noch unbekannten Planeten, des Neptun. Dadurch, daß der Astronom Joh. Gottfried Galle in Berlin diesen tatsächlich an der angegebenen Stelle mit dem Fernrohr fand, erfuhr das Gravitationsgesetz eine glänzende Bestätigung.

§ 30. Anwendungen des Gravitationsgesetzes

1. Die Masse der Himmelskörper. Die Gravitationsbeschleunigung, die ein Himmelskörper auf ein ihn umkreisendes Gestirn ausübt, ist identisch mit der ausgeübten Zentralbeschleunigung. Hat ein Himmelskörper einen Begleiter, wie die Sonne die Planeten oder die Erde den Mond, so kann man daher die Schwerebeschleunigung auf dem Himmelskörper aus der Umlaufszeit T und der Entfernung r des Trabanten berechnen. Wir führen die Rechnung für die Sonnenoberfläche aus.

Die Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 150 Mill. km $= 1{,}5 \cdot 10^{13}$ cm, die Umlaufszeit der Erde 365,256 d $= 3{,}156 \cdot 10^7$ s; daher ist ihre Zentralbeschleunigung gegen die Sonne $b = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0{,}59\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$. Nun ist die Beschleunigung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional; deshalb folgt, wenn man den Sonnenhalbmesser gleich 700 000 km $= 7 \cdot 10^{10}$ cm setzt, als Schwerebeschleunigung auf der Sonnenoberfläche der Wert $0{,}59 \cdot \left(\frac{1{,}5 \cdot 10^{13}}{7 \cdot 10^{10}}\right)^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 2{,}7 \cdot 10^4 \text{ cm s}^{-2}$.

Durch Verbindung des Gravitationsgesetzes mit dem Kraftwirkungsgesetz läßt sich auch die Sonnenmasse M ausrechnen. Bedeutet nämlich m die Erdmasse und wie vorhin r den Abstand Sonne–Erde und b die Schwerebeschleunigung der Erde durch die Sonne, so ist

$$k \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot b.$$

m hebt sich fort, und man findet $M = 1{,}98 \cdot 10^{33}$ g. Hieraus folgt, da das Volumen der Sonne bekannt ist (Teil I A), als Dichte der Sonne 1,4 g/cm³, also nicht viel mehr als die Dichte des Wassers.

Für die Erde ergibt bei bekannter Schwerebeschleunigung eines beliebigen Körpers mit der Masse m an ihrer Oberfläche eine entsprechende Rechnung die Masse $5{,}97 \cdot 10^{27}$ g. Die Sonnenmasse ist also etwa 330 000 mal so groß wie die Erdmasse. Als mittlere Erddichte erhält man 5,5 g/cm³. Da die Dichte der obersten Erdschichten im Mittel etwa 2,7 g/cm³ beträgt, müssen die Massen in der Tiefe bedeutend größere Dichten haben. Man nimmt deshalb und auf Grund anderer Beobachtungen an, daß der Erdkern hauptsächlich aus Eisen und Nickel besteht. In den letzten Jahren hat jedoch eine Hypothese, nach der das Erdinnere aus wasserstoffreicher Sonnenmaterie bestehen soll, großen Einfluß gewonnen.

Die Masse des Mondes wird aus seiner Einwirkung auf die Erde gefunden. Sie beträgt etwa $\frac{1}{80}$ der Erdmasse.

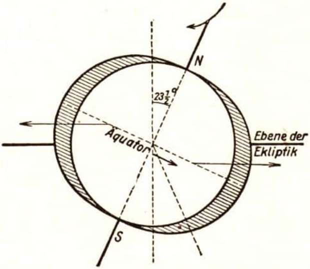


Abb. 84. Die Präzession der Erdachse

2. Die Präzession der Erdachse. Die Erde ist ein auf der Ebene der Ekliptik schräg stehender Kreisel, der sich in einem Tage einmal um seine Achse dreht. Infolge der (in Abb. 84 stark übertriebenen) Abplattung wirken auf diesen Kreisel Kräfte: Im Erdmittelpunkt ist die vom jährlichen Umlauf um die Sonne herrührende Fliehkraft zwar entgegengesetzt gleich der Sonnenanziehung. Auf den der Sonne zugewandten Äquatorwulst jedoch übt die Sonne wegen seines geringeren Abstandes eine Anziehung aus, die größer ist als im Erdmittelpunkt; auf der abgewandten Seite ist es umgekehrt. Hieraus ergibt sich wie bei dem Versuch, den Fahrradkreisel (§ 22, 3) zu kippen, ein Drehmoment, das die Erdachse aufzurichten sucht. Diese weicht rechtwinklig aus und beschreibt in 25 800 Jahren einen Kegelmantel in der Richtung des gekrümmten Pfeiles. Infolge dieser Drehung ist die Erdachse nicht dauernd nach dem „Polarstern" gerichtet (in Teil I A, Abb. 113 ist der vom Himmelsnordpol beschriebene Kreis eingezeichnet). Auch die Schnittpunkte des Himmelsäquators mit der Ekliptik, der Frühlings- und der Herbstpunkt, behalten ihre Lage nicht unverändert bei, sondern sie wandern auf der Ekliptik im Sinne der Erdbewegung. Daher bezeichnet man diese Erscheinung als Präzession[1]) (der Tag- und Nachtgleichen). Hierdurch ändert sich für die Menschheit der Anblick des Sternenhimmels im Laufe der Jahrtausende; in etwa 12 000 Jahren wird der Fixstern Wega Polarstern sein.

3. Das Gewicht irdischer Körper. Wir untersuchen das Gewicht eines Körpers an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche. Es ist nach dem Kraftwirkungsgesetz der Beschleunigung, die der Körper durch die Erde erfährt, proportional. Wir können daher statt des Gewichtes die Beschleunigung untersuchen.

Wir nehmen zunächst an, die Erde ruhe; so würde die Beschleunigung, die dann mit g' bezeichnet werde, wegen der Erdabplattung nach den Polen hin zunehmen nach der aus dem Gravitationsgesetz $m \cdot g' = k \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ folgenden Formel $g' = k \cdot \frac{M}{r^2}$. Hier bedeuten M die Erdmasse und r den jeweiligen Erdradius. Diese nur von der Massenanziehung herrührende Beschleunigung heißt Gravitations- oder Schwerebeschleunigung; sie ist dem Quadrate der Entfernung des Körpers vom Erdmittelpunkte umgekehrt proportional.

Da die Erde um ihre Achse rotiert, dreht sich ein Erdort A auf einer Kreisbahn mit einem Radius r' (Abb. 85), der mit der geographischen Breite φ abnimmt. Die Masse m im Punkte A erhält dabei durch die Fliehkraft eine Beschleunigung $\gamma = \frac{4\pi^2 \cdot r'}{T^2}$; diese setzt sich mit der Schwerebeschleunigung g' vektoriell zu der Fallbeschleunigung g_φ zusammen. Die Zentrifugalbeschleunigung γ beträgt am Äquator, wo sie am größten ist, nur etwa $\frac{1}{300}$ von g'; deshalb fällt g_φ (im Gegensatz zu der Figur) fast in die Richtung von g'. Es ist, wenn g_0 die Fallbeschleunigung unter 0° geographischer Breite bedeutet, $g_0 = 9{,}780\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, $g_{45} = 9{,}806\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, $g_{90} = 9{,}832\ \mathrm{m\,s^{-2}}$. Mit zunehmender Höhe über der Erdoberfläche nehmen die Werte von g_φ nach dem Gravitationsgesetz um etwa $0{,}003\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ je km ab. In demselben Maße ändert sich das Gewicht.

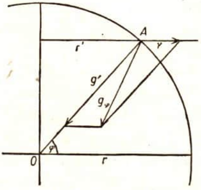


Abb. 85. Verminderung der Schwerebeschleunigung durch die Fliehkraft

Daß die Erde nicht kugelförmig ist, erklärt sich folgendermaßen. Die Oberfläche einer als kugelförmig angenommenen Erde würde nicht auf der Gesamtbeschleunigung g_φ senkrecht stehen, und ein Körper auf dieser Kugel

1) praecēdĕre (lat.) = vorangehen

würde eine Bewegungskomponente zum Äquator hin erfahren. Tatsächlich hat die Erde, als sie noch nicht oberflächlich erstarrt war, eine solche Gestalt angenommen, daß ihre Oberfläche überall auf der Richtung von g_φ senkrecht steht; sie hat annähernd die Form eines an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoides mit den Halbachsen $r_a = 6{,}3784 \cdot 10^6$ m und $r_p = 6{,}3569 \cdot 10^6$ m.

Zur Übung: Berechne γ für den Äquator ($T = 86\,164$ s)! Wievielmal so rasch müßte sich die Erde drehen, wenn alle Körper am Äquator gewichtslos erscheinen sollten?

E. Flüssigkeiten und Gase

§ 31. Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten

1. Leicht- und schwerflüssige Körper. Die hervorragendste Eigenschaft der Flüssigkeiten und der Gase im Gegensatz zu den festen Körpern ist die leichte Verschiebbarkeit ihrer Teilchen. Bei Gasen ist die Verschiebbarkeit sehr groß, bei Flüssigkeiten schwankt ihr Wert in weiten Grenzen. Von leichtflüssigen Körpern sagt man, ihre „Zähigkeit" oder innere Reibung sei gering; schwerflüssige Körper haben eine hohe Zähigkeit. Dazwischen liegen Flüssigkeiten mit mittleren Zähigkeiten. Leichtflüssig sind Äther, Benzin, Wasser, Petroleum, Öl; schwerflüssig Glyzerin, Sirup, Teer, Asphalt. Wir untersuchen im folgenden nur die leichtflüssigen Körper, die also aus leicht gegeneinander verschiebbaren Teilchen bestehen.

2. Die Oberfläche von Flüssigkeiten. Eine Folge der leichten Beweglichkeit ist es, daß Flüssigkeiten keine eigene Gestalt haben. Da sie der Schwerkraft unterliegen, besitzen sie bei geringer Ausdehnung eine ebene, horizontale Oberfläche. Andernfalls würden nämlich die leicht beweglichen Teilchen auf den geneigten Stellen der Oberfläche abwärts gleiten. Gleichgewicht herrscht erst dann, wenn die Resultierende aller auf ein Teilchen wirkenden Kräfte senkrecht zur Oberfläche steht. Die Oberfläche des Meeres ist gekrümmt, denn die Schwerkraft ist an jeder Stelle nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet.

3. Ausbreitung eines Druckes. In einem Gefäß sei eine Flüssigkeit enthalten; ein beweglicher Kolben (K in Abb. 86) schließt die Flüssigkeit oben ab. Ihr Eigengewicht bleibe zunächst unberücksichtigt. Belasten wir den Kolben mit einem Gewichtsstück, so wird die Flüssigkeit, wenn auch äußerst wenig, zusammengedrückt. Wenn wir die Flüssigkeit durch ein Gas ersetzen, erkennen wir, daß es sich in viel höherem Maße komprimieren läßt. Entfernen wir das Gewichtsstück, so nehmen die Flüssigkeit und das Gas ihren ursprünglichen Rauminhalt sofort wieder an; sie verhalten sich also in be-

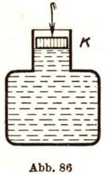


Abb. 86 Volumelastizität von Flüssigkeiten

zug auf ihr Volumen so wie elastische feste Körper in bezug auf ihre Gestalt:

Flüssigkeiten und Gase besitzen Volumelastizität.

Bei unseren Versuchen bewegt sich der belastete Kolben so weit nach unten, bis die Flüssigkeit oder das Gas ihn mit gleicher Kraft nach oben drückt. Diese Kraft P verteilt sich gleichmäßig auf die ganze untere Fläche des Kolbens. Wird diese Fläche, gemessen in cm^2, mit q bezeichnet, so kommt auf jedes Quadratzentimeter die Kraft P/q, und diese Druckkraft nennen wir „Druck".

Unter „Druck" versteht man den Quotienten aus der Druckkraft und der Fläche, auf die sie wirkt; in der Technik mißt man den Druck nach kp/cm^2. Seine Dimension ist $[K \cdot l^{-2}]$.

Andere Maßeinheiten des Druckes lernen wir später kennen (§ 37, 5).

Wird eine Druckkraft auf den Kolben ausgeübt, so drücken die Flüssigkeitsteilchen unter dem Kolben auf die anliegenden Teilchen, diese übertragen die Kraft wieder auf andere usf., so daß sich diese in allen Teilen der Flüssigkeit bis zur inneren Wandfläche des Gefäßes bemerkbar macht.

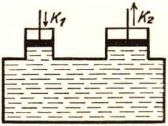


Abb. 87. Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten

Wegen der leichten Verschiebbarkeit und der Elastizität der Teilchen muß der Druck überall gleich groß sein; andernfalls verschöben sich die Teilchen so lange, bis Gleichgewicht herrscht. So ergibt sich das

Gesetz von der gleichmäßigen Druckfortpflanzung: In einer abgeschlossenen Flüssigkeits- oder Gasmenge erzeugt eine von außen ausgeübte Druckkraft einen Druck. Dieser macht sich an allen Stellen und nach allen Seiten hin gleich stark bemerkbar. Er wird gemessen durch das Verhältnis der Druckkraft zur gedrückten Fläche.

Drückt z. B. eine Kraft von 12 kp auf einen Kolben von 4 cm^2 Querschnitt (Abb. 87), so herrscht überall und nach allen Richtungen in der Flüssigkeit oder dem Gase ein Druck von $12 : 4 = 3$ kp/cm^2.
Bringt man an dem Gefäß einen zweiten Kolben von dem Querschnitt 8 cm^2 an, so erfährt dieser die Druckkraft $8 \cdot 3 = 24$ kp.

4. Die hydraulische Presse. Die Abb. 87 stellt im Prinzip eine hydraulische Presse dar. Diese besteht im wesentlichen aus zwei miteinander verbundenen, mit Flüssigkeit gefüllten, zylindrischen Gefäßen C und E mit verschiedenem Querschnitt (Abb. 88), in denen die beiden Kolben K und D luftdicht schließend auf und ab bewegt werden können. Wird der Kolben D mit Hilfe des Hebels H in den Zylinder E hineinbewegt, so wird die in E befindliche Flüssigkeit teilweise durch das Ventil B in den Zylinder C hineingedrückt. Der Druck pflanzt sich auf den Kolben K fort und hebt ihn in die Höhe. Dabei wird die auf D ausgeübte Druckkraft so vielmal vervielfältigt auf K übertragen, wie der Querschnitt von D in dem von K enthalten ist. Das Produkt aus Kraft und Weg, also die bei D verrichtete Arbeit bleibt unverändert. Die Bewegung erfolgt mit Hilfe des einseitigen Hebels H, wodurch eine weitere Vergrößerung der Druckkraft im Verhältnis der Hebelarme bewirkt wird.

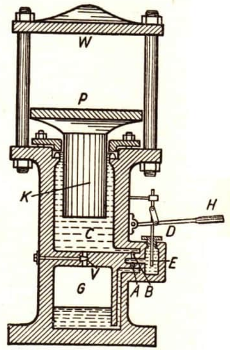


Abb. 88. Hydraulische Presse

A, B, V = Ventile, P = Preßplatte, W = Widerlager, G = Gefäß

Die hydraulischen Pressen dienen dazu, Metallwerkstücke zu formen, Säfte auszupressen und schwere Lasten zu heben, z. B. Automobile zum Zwecke der Reparatur.

§ 32. Der Gewichtsdruck in Flüssigkeiten

1. Das Gesetz vom Gewichtsdruck. Wir haben bis jetzt von dem Gewicht der Flüssigkeiten abgesehen. Nun aber erfährt jedes Teilchen im Innern einer Flüssigkeitsmenge durch das Gewicht der über ihm liegenden Schichten eine Druckkraft, die von allen Richtungen, von oben, von unten und von den Seiten her gleich stark sein muß, denn sonst könnte das Teilchen nicht in Ruhe bleiben. Wir bestimmen die Druckkraft, indem wir ein beiderseits offenes Glasrohr am oberen Ende mit dem Finger verschließen und mit dem unteren Ende lotrecht in Wasser tauchen. Beim Loslassen des Fingers steigt das Wasser bis zum Flüssigkeitsspiegel empor. Verwenden wir statt der geraden Röhre eine unten ein- oder zweimal umgebogene Röhre (Abb. 89), so ist der Erfolg der gleiche. Aus diesen Versuch ergibt sich:

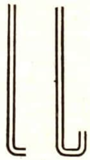


Abb. 89. Ein- und zweimal umgebogene Röhre

In einer ruhenden Flüssigkeit erfährt jedes Flächenstück *F* eine zu ihm senkrechter Druckkraft; diese ist gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule, die *F* als Grundfläche und die Tiefe, in der *F* liegt, als Höhe hat.

Aus diesem Satze folgt das Gesetz der **verbundenen** oder **kommunizierenden**[1]) Gefäße (Abb. 90), denn bei ruhender Flüssigkeit sind die Druckkräfte, die von beiden Seiten auf einen Querschnitt des Verbindungsrohres ausgeübt werden, nur dann gleich, wenn die Flüssigkeit in beiden Gefäßen gleich hoch steht. (Anwendungen: Wasserleitung, Wasserstandsglas am Dampfkessel, Kanalwaage.)

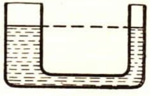


Abb. 90
Verbundene Gefäße

1) commūnicāre (lat.) = teilhaben

2. Das hydrostatische Paradoxon. Nach dem angeführten Gesetz ist die auf den Boden eines Gefäßes ausgeübte Druckkraft von der Form des Gefäßes unabhängig. Wir weisen dies nach mit Hilfe des Pascalschen Apparates (Abb. 91).

In eine zylindrische Fassung K können Gefäße von verschiedenen Formen wasserdicht eingesetzt werden. Den unteren Verschluß der Fassung bildet eine geschliffene Metallplatte. Sie ist die eine Schale einer gleicharmigen Waage. Wir belasten die andere Waagschale mit z.B. 200 p und füllen das Gefäß vorsichtig mit Wasser. Bei einer bestimmten Füllhöhe wird die Druckkraft auf den Boden so groß, daß das Wasser zwischen Fassung und Platte ausläuft und von selbst einen Stand annimmt, bei dem das Gewicht des Wassers gleich dem Gewicht des links aufgesetzten Gewichtsstückes ist.

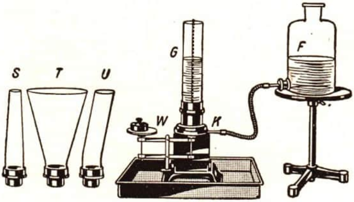


Abb. 91. Pascalscher Apparat

Ersetzt man das Gefäß G durch die Gefäße S, T und U, so müssen auch diese bis zu der gleichen Höhe gefüllt werden, damit die auf die Böden ausgeübte Druckkraft gleich dem links aufgelegten Gewicht ist. Die auffallende Tatsache, daß also verschieden große Wassermengen dieselbe Druckkraft ausüben, wird hydrostatisches[1]) Paradoxon[2]) genannt.

Zu seiner Erklärung diene Abb. 92. Das Gefäß I ist quaderförmig. Die Gefäße II und III haben die gleiche Grundfläche und sind nur nach links und rechts hin erweitert bzw. verengt. Alle 3 Gefäße sind bis zu der gleichen Höhe mit Flüssigkeit gefüllt. Offenbar ist die abwärts gerichtete Druckkraft in I gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule $ABCD$ (genauer ausgedrückt: der Flüssigkeitssäule, deren vordere Fläche $ABCD$ ist).

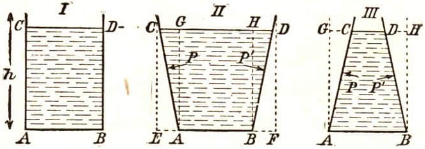


Abb. 92. Hydrostatisches Paradoxon

Denken wir uns das Gefäß II auf die Größe $EFDC$ erweitert, so ist die Kraft auf EF gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule $EFDC$, und hiervon kommt auf AB die durch die Säule $ABHG$ ausgeübte Druckkraft. Nun denken wir uns in das quaderförmige Gefäß $EFDC$ die Wandungen AC und BD lose eingesetzt; dadurch ändert sich an den Druckverhältnissen nichts. Das Gleichgewicht wird auch nicht gestört, wenn die Wandungen AC und BD mit dem Gefäß verbunden werden und wenn die Flüssigkeit außerhalb AC und BD entfernt wird. Allerdings werden jetzt die Wände AC und BD durch die Kräfte P und P'

1) hýdōr (griech.) = Wasser; stătós (griech.) = stehend. Hydrostatik = Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten

2) pará (griech.) = gegen; dòxa (griech.) = Meinung, Erwartung

gedrückt und bauchen sich unmerklich aus; die lotrecht abwärts wirkenden Komponenten dieser Kräfte bewirken, daß das Gewicht der Wasserfüllung größer ist als die auf den Boden ausgeübte Druckkraft.
Für das Gefäß *III* gilt eine ähnliche Überlegung.

Zur Übung: 1. Wie hoch ist die Flüssigkeitssäule, die einen Druck von 1 kp/cm² ausübt, bei Quecksilber ($\gamma = 13{,}6$ p · cm^{-3}), Wasser, Alkohol ($\gamma = 0{,}79$ p · cm^{-3})? — 2. Welcher Druck herrscht im Kessel einer Warmwasserheizung, die in einem 20 m hohen Gebäude (vom Kessel an gerechnet) eingebaut ist? — 3. Welcher Druckunterschied besteht in der Wasserleitung zwischen dem untersten und einem 15 m darüber liegenden Stockwerk?

§ 33. Auftrieb und Schwimmen

1. Das Archimedische Prinzip. Ein Zylinder aus beliebigem Material mit dem Querschnitt q ist vertikal in eine Flüssigkeit von der Wichte γ getaucht (Abb. 93); seine obere Fläche liegt um die Strecke h_1, seine untere um h_2 unter der Flüssigkeitsoberfläche. Der Zylinder wird mit der Kraft $P_1 = h_1 \cdot q \cdot \gamma$

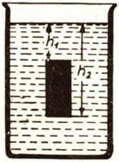


Abb. 93. Der Auftrieb

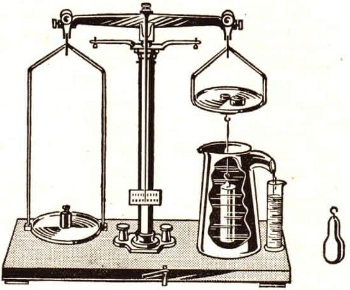


Abb. 94. Hydrostatische Waage

nach unten und mit der Kraft $P_2 = h_2 \cdot q \cdot \gamma$ nach oben gedrückt; die auf ihn ausgeübten seitlichen Druckkräfte heben sich auf. Der Körper wird also durch den in der Flüssigkeit herrschenden Druck mit der Kraft

$$A = P_2 - P_1 = h_2 \cdot q \cdot \gamma - h_1 \cdot q \cdot \gamma = (h_2 - h_1) \cdot q \cdot \gamma$$

gehoben.

Diese Differenz zwischen der aufwärts und der abwärts gerichteten Druckkraft heißt Auftrieb.

Da $(h_2 - h_1) \cdot q$ gleich dem Volumen V des Zylinders ist, ergibt sich

$$A = V \cdot \gamma.$$

Der Auftrieb ist also gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. Dieser Satz gilt, wie sich experimentell, z. B. mit Hilfe der sog. hydrostatischen Waage (Abb. 94), und theoretisch zeigen läßt, für jeden irgendwie gestalteten Körper.

Archimedisches Prinzip: Der Auftrieb eines in einer Flüssigkeit untergetauchten Körpers ist gleich dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge. Infolge des Auftriebs verliert der Körper scheinbar so viel an Gewicht, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmenge wiegt.

Bestimmt man den Gewichtsverlust eines in Wasser eingetauchten Körpers bis auf Millipond, was mit einer empfindlichen Waage leicht möglich ist, so erhält man sein Volumen bis auf Kubikmillimeter, also genauer als mit einem Überlaufgefäß.

2. Das Schwimmen. Wenn das Gewicht eines vollständig eingetauchten Körpers kleiner als sein Auftrieb ist, steigt er, wenn man ihn losläßt, empor, sein Auftrieb ändert sich dabei zunächst nicht. Aber von dem Augenblick an, in dem der Körper die Flüssigkeitsoberfläche erreicht hat, wenn also in Abb. 93 die Höhe h_1 gleich Null geworden ist, fällt die abwärts gerichtete Druckkraft fort, und der Auftrieb des Körpers ist jetzt gleich der auf seine Grundfläche aufwärts wirkenden Kraft, die der Höhe h_2 (gemessen bis zum Flüssigkeitsspiegel) proportional, nämlich $h_2 \cdot q \cdot \gamma$ ist. Der Körper steigt weiter: dadurch wird der Auftrieb, der nach wie vor gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge ist, kleiner, bis er nur noch gleich dem Gewicht des Körpers ist.

Bei einem schwimmenden Körper ist das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich dem Gewicht des Körpers.

Holz und Kork schwimmen auf Wasser, Eisen auf Quecksilber; eiserne Schiffe schwimmen auf Wasser, weil sie große Hohlräume enthalten, die nicht das Gewicht des Schiffes, in hohem Maße aber das Volumen und damit das Gewicht der von ihnen verdrängten Wassermenge erhöhen. Weitere Beispiele bieten das Aräometer, der Schwimmgürtel, Schwimmdocks zur Hebung von Schiffen. Das Gewicht eines Schiffes in Tonnen ist so groß wie das Volumen der von ihm verdrängten Wassermenge in Kubikmetern.

Aufgaben: 1. Ein Stück Marmor von 30 p Gewicht wiegt in Wasser 19 p. Wie groß ist seine Wichte? — 2. Ein Körper von 100 p Gewicht wiegt in Wasser 60 p, in Alkohol 68 p. Wie groß ist die Wichte des Alkohols? — 4. Auf einer Waagschale steht ein Glas mit Wasser, das austariert ist. Man taucht einen Metallzylinder in lotrechter Lage teilweise in das Wasser; oder man hängt eine Kugel an einem Faden in das Wasser, ohne daß sie die Glaswand berührt. Bleibt die Waage im Gleichgewicht? (Hilfe: Die Gegenkraft zum Auftrieb drückt die Flüssigkeit nach unten.)

§ 34. Moleküle und Atome

1. Moleküle. Feste, flüssige und gasförmige Körper lassen sich in Teile zerlegen. Die Frage, ob die Teilbarkeit unbegrenzt ist oder nicht, läßt sich durch Versuche kaum entscheiden; bei Vervollkommnung der Hilfsmittel ist es noch stets gelungen, eine weitere Teilung auszuführen. Beispiele weitgehender Teilbarkeit bieten elektrolytisch hergestellte Nickelfolien von 10^{-5} cm Dicke, die Gelbfärbung einer Bunsenflamme durch weniger als

10^{-6} mg Kochsalz und die Verbreitung von Gerüchen: das Vorhandensein von 10^{-13} g Moschus macht sich alsbald durch seinen Geruch bemerkbar. Man hat Ölhäute auf Wasser hergestellt, die nur eine Dicke von weniger als 10^{-8} cm haben.

Diese weitgehende physikalische Teilbarkeit hat aber schließlich doch eine Grenze. Wir werden Erscheinungen kennenlernen, aus denen hervorgeht, daß alle Stoffe aus kleinen Körperelementen von selbständiger Existenz, den Molekülen[1]), zusammengesetzt sind. Diese sind in Gestalt und Größe unveränderlich und durch relativ große Zwischenräume voneinander getrennt. Für die chemisch einfachen Stoffe hat sich ein mittlerer Durchmesser der kugelförmig gedachten Moleküle von der Größenordnung 10^{-8} cm ergeben.

Masse und Gewicht eines Körpers sind die Summen der Massen und Gewichte seiner Moleküle

2. Atome. Die Moleküle selbst sind wieder kompliziertere Gebilde. Chemische Erfahrungen haben gelehrt, daß die Moleküle der bekannten Stoffe aus Elementarbestandteilen, den Atomen[2]), zusammengesetzt sind. Solche Stoffe, deren Moleküle nur aus einer Atomart bestehen, nennt man Elemente. Bis vor wenigen Jahren wurden 92 Elemente gezählt; die Anzahl der stabilen (beständigen) Elemente ist kleiner als diese Zahl; rechnet man die instabilen hinzu, so kommt man heute auf 96.

§ 35. Molekularkräfte

1. Kohäsion und Adhäsion. Wir hängen eine gut gereinigte Glasplatte an die eine Seite einer Waage und bringen diese ins Gleichgewicht. Nähern wir dann der Glasplatte von unten Wasser in einem Gefäß bis zur Berührung (Abb. 95), so gehört ein beträchtliches Übergewicht dazu, die Platte abzureißen. Wir sehen, daß die Platte mit Wasser benetzt bleibt. Machen wir den Versuch mit Quecksilber statt mit Wasser, so löst sich, wenn das Übergewicht groß genug geworden ist, die Glasplatte vollkommen von dem Quecksilber. Beide Versuche lehren, daß zwischen den Molekülen ein und desselben Körpers und auch zwischen denen verschiedener Körper anziehende Kräfte bestehen.

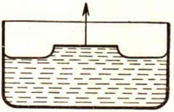


Abb. 95
Kohäsion der Wassermoleküle

Kohäsion[3]) ist die Anziehungskraft, die die Moleküle eines Körpers zusammenhält; sie bewirkt den Widerstand, den wir empfinden, wenn wir den Körper zerteilen. Durch die Adhäsion[4]) haften zwei verschiedene sich innig berührende Körper aneinander.

1) mōlēs (lat.) = Masse; mōlēcula = kleine Masse
2) átŏmŏn (gr.) = das Unteilbare
3) cŏhaerēre (lat.) = zusammenhängen
4) adhaerēre (lat.) = anhaften

Bei unserem ersten Versuch überwinden wir nicht die Adhäsionskraft zwischen Wasser und Glas, sondern die Kohäsionskraft zwischen den Wassermolekülen. Aus dem zweiten Versuch erkennen wir, daß die Adhäsion zwischen Glas und Quecksilber kleiner ist als die Kohäsion zwischen den Quecksilbermolekülen. Je nachdem, ob die Adhäsion oder die Kohäsion überwiegt, ziehen wir einen Körper benetzt oder unbenetzt aus einer Flüssigkeit heraus. Dementsprechend wird die Oberfläche von Wasser, Alkohol, Benzin, Spiritus, Essig an der Innenwand eines Glasgefäßes nach oben gezogen (siehe Abb. 95), weil die Adhäsion überwiegt; diese Flüssigkeiten benetzen das Glas. Die Oberfläche von Quecksilber hingegen steht an der Innenwand tiefer als der Quecksilberspiegel.

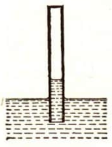


Abb. 96 a. Hebung bei benetzender Flüssigkeit

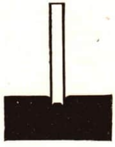


Abb. 96 b. Senkung bei nicht-benetzender Flüssigkeit

Ferner: In engen Röhren, sog. Haar- oder Kapillarröhren[1]), werden benetzende Flüssigkeiten in die Höhe gehoben (Abb. 96a), nicht benetzende werden niedergedrückt (Abb. 96b). Beispiele: Lampendochte, Handtücher, Löschpapier, Zucker in Kaffee.

2. Oberflächenspannung. Durch die zwischenmolekularen Anziehungskräfte erklärt sich das Verhalten der Oberflächen von Flüssigkeiten. Eine geringe Menge Quecksilber nimmt Kugelgestalt an, ebenso eine kleine Wassermenge auf einer eingefetteten Glasscheibe. Etwas größere Mengen sind wegen der Wirkung der Schwerkraft abgeplattet und auseinandergezogen (Abb. 97). Ein Öltropfen, der in einem Gemisch von Wasser und Alkohol schwebt, so daß die Schwerkraft aufgehoben ist, besitzt auch bei recht ansehnlicher Größe noch die Gestalt einer Kugel. Auch Seifenblasen sind kugelförmig. Sie bestehen aus einer Flüssigkeitshaut, die durch die eingeblasene Luft gespannt wird. Daß in der Haut Spannungen wirken, erkennt man daran, daß sie sich wieder zusammenzieht, wenn man das Blasrohr, an dem sie hängt, nicht verschließt. Die Luft wird dabei so stark aus dem Rohr herausgedrückt, daß sie die Flamme einer Kerze zur Seite bläst. — Tauchen wir einen Drahtring in Seifenwasser und nehmen ihn dann heraus, so spannt sich in ihm eine Flüssigkeitshaut aus. Bringen wir eine Schlinge aus Zwirn in ihr an (Abb. 98 a) und durchstoßen die Haut in der Schlinge, so


Abb. 97. Wasser auf fettiger Unterlage


Abb. 98 a Geschlossene Schlinge in Seifenhäutchen

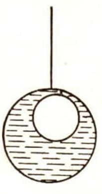


Abb. 98 b Aufgeweitete Schlinge in Seifenhäutchen

1) căpĭllus (lat.) = Haar

wird der Faden zum Kreise auseinandergezogen (Abb. 98 b). Die Spannung in der Flüssigkeitshaut ist also nach allen Seiten gerichtet. Sie wirkt so, als ob sie die Oberfläche verkleinern wollte und wird deshalb **Oberflächenspannung** genannt (s. u.). Daher muß man zur Vergrößerung der Oberfläche einer Seifenblase Arbeit leisten.

Durch die Oberflächenspannung kommen auch die folgenden Erscheinungen zustande: Eine etwas angefettete Nähnadel bleibt auf einer Wasserfläche liegen. Drückt man das eine Ende der Nadel in die Oberfläche hinein, so schießt sie in das Innere der Flüssigkeit, als ob die Oberfläche ein Loch bekommen hätte.— An Sommerabenden kann man beobachten, wie Insekten über die Oberfläche ruhiger Gewässer dahingleiten wie Schlittschuhläufer über eine Eisfläche. — Auch die Kugelgestalt der Tropfen ist eine Wirkung der Oberflächenspannung, denn unter allen Körpern mit gleichem Volumen hat die Kugel die kleinste Oberfläche. Olivenöl ($\gamma = 0{,}9$) sinkt in Alkohol ($\gamma = 0{,}8$) zu Boden. Wir gießen Wasser zu dem Alkohol, bis seine Wichte gleich der des Öles ist; dadurch entziehen wir das Öl der Schwerkraft (Archimedisches Prinzip); es formt sich zu einer Kugel.

Mannigfache Erfahrungstatsachen lehren, daß die Kohäsions- und auch die Adhäsionskräfte, zumal bei festen Körpern, außerordentlich stark sein können, wenn die Moleküle in inniger Berührung sind, daß sie aber schon bei nur wenig größerem Abstand völlig verschwinden. So setzt ein Stück Stahl dem Zerteilen einen sehr großen Widerstand entgegen, andererseits genügt die sorgfältigste Glättung der Oberflächen zweier Stahlplatten nicht, eine genügend große Anzahl von Molekülen bei der Berührung so weit zu nähern, daß sich die Platten fest zusammenfügen. Beim Zusammenleimen, z. B. von Holz, ist es wesentlich, daß der Leim mit den zusammenzuleimenden Holzteilen in innigste Berührung kommt; nur dann bewirken die Adhäsionskräfte zwischen Leim und Holz ein festes Aneinanderhaften. Ebenso verhält es sich beim Löten und Schweißen von Metallen. Die Molekularkräfte haben also nichts mit den Newtonschen Gravitationskräften zu tun, die neben ihnen bestehen; sie sind vielmehr, wie wir später sehen werden, elektrischer Natur. Der kugelförmige Raum, der alle Moleküle enthält, die auf ein im Mittelpunkt befindliches Molekül durch Kohäsion einwirken, heißt **molekulare Wirkungssphäre**. Ihr Radius wechselt für die verschiedenen Stoffe; er ist von der Größenordnung 10^{-7} cm.

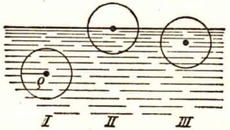


Abb. 99
Zur Erklärung der Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung erklärt sich folgendermaßen aus der Kohäsion: In Abb. 99 sind für drei Moleküle in verschiedenen Abständen von der Oberfläche einer Flüssigkeit in ungeheuer stark vergrößertem Maßstab die Wirkungssphären mit dem Radius ϱ gezeichnet. Bei dem Molekül I heben sich die darauf einwirkenden Kohäsionskräfte auf. Liegt ein Molekül in der Oberfläche (II), so sind keine Nachbarmoleküle vorhanden, die es nach oben ziehen, es wird deshalb in die Flüssigkeit hineingezogen. Beim Molekül III wird nur ein Teil der Kräfte, die es nach unten ziehen, durch nach oben gerichtete Kräfte ausgeglichen. So kommt als Resultierende aller Kräfte, die auf ein in der Oberfläche oder in ihrer nächsten Nähe liegendes Molekül wirken, eine in das Innere der Flüssigkeit hinein gerichtete Kraft zustande, die die Oberfläche zu verkleinern sucht. Diese Kraft ist die Oberflächenspannung.

§ 36. Die drei Aggregatzustände

Die Zustandsarten fest, flüssig und gasförmig, in denen sich ein Körper befinden kann, heißen die drei Aggregatzustände[1]). Sie sind in erster Linie durch den Grad der Kohäsion bedingt.

1. Feste Körper. Die festen Körper haben eine bestimmte Gestalt und demgemäß ein bestimmtes Volumen. Sie sind nur wenig zusammendrückbar und schwer teilbar. Ihre Moleküle haben eine feste Lage zueinander wie die Sandkörner eines massiven Sandsteins; doch führen sie dauernd kleine Schwingungen um eine Mittellage aus.

2. Flüssige Körper. Flüssigkeiten haben keine bestimmte Gestalt, aber ein bestimmtes Volumen, sie füllen daher ein Gefäß nur bis zu diesem Rauminhalt. Sie lassen sich nur wenig zusammendrücken und leicht teilen; die Moleküle sind also leicht gegeneinander verschiebbar wie die Körner eines Sandhaufens. Die Teilchen sind ähnlich dicht gelagert wie im festen Zustand; das ergibt sich daraus, daß sich die Dichte eines Körpers beim Schmelzen und Erstarren im allgemeinen nur wenig ändert. Die Moleküle von Flüssigkeiten sind jedoch (vgl. § 41,7) nicht an eine feste Lage gebunden, sondern sie führen unregelmäßige Zickzack-Bewegungen aus.

3. Gasförmige Körper. Sie haben weder eine bestimmte Gestalt noch ein bestimmtes Volumen und füllen daher jeden Raum aus, der ihnen zur Verfügung steht. Sie sind leicht zusammendrückbar und leicht teilbar. Die Kohäsionskräfte zwischen den Molekülen sind sehr gering und kommen neben ihrer lebhaften Bewegung nicht zur Geltung. Die Moleküle sind durch verhältnismäßig große Zwischenräume voneinander getrennt; so beträgt beispielsweise die Dichte von Wasserdampf bei Atmosphärendruck und 100° C nur 1/1650 von der des Wassers.
Man hat eine Flüssigkeit treffend mit einem Haufen kribbelnder Ameisen verglichen und ein Gas mit einem im Sonnenlicht tanzenden Mückenschwarm.

4. Kristalle. Für einfache Betrachtungen kann man die Moleküle als starre elastische Kugeln von etwa 10^{-8} cm Durchmesser ansehen. Sie bestehen einzeln aus Atomen, wie es ihre Formel, z. B. H_2O, andeutet. Nur bei den festen Körpern, die Kristallform haben, ist es anders. Bei ihnen sind die Atome nicht zu einzelnen Molekülen zusammengeschlossen, sondern sie bilden sog.

---

1) aggregare (lat.) = sich anschließen

Raumgitter, für die Abb. 100 ein Beispiel bietet. Man muß sich die Figur nach allen Richtungen hin fortgesetzt denken; dann ist jedes Natriumatom von 6 Chloratomen und jedes Chloratom von 6 Natriumatomen umgeben, und es ist keine Einteilung in Moleküle mehr möglich. Die relative Zahl der Atome ist aber auch hier dieselbe wie im flüssigen oder gasförmigen Zustand, so daß man die Formel NaCl auch für den Kristall beibehält. Die Entfernung je zweier benachbarten Na- und Cl-Atome voneinander beträgt etwa $3 \cdot 10^{-8}$ cm. Die meisten festen Körper bestehen aus Kristallen, z. B. auch fast alle Metalle. Neben den kristallinen festen Körpern gibt es noch die amorphen, wie Wachs, Siegellack, Glas. Sie sind im wesentlichen wie flüssige Körper aufgebaut. Sie haben keinen bestimmten Schmelzpunkt, sondern gehen bei Erwärmung stetig aus dem festen Zustand in den flüssigen über.

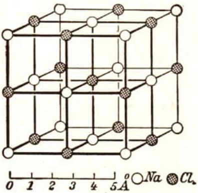


Abb. 100. Steinsalzgitter. $1\,\text{Å} = 10^{-8}$ cm

Wir fassen zusammen:

Unter physikalischen Bedingungen, wie sie auf der Erdoberfläche herrschen, sind die Körper aus Molekülen aufgebaut, die ihrerseits aus den Atomen von etwa 90 verschiedenen chemischen Elementen bestehen. Die Eigenschaften der Stoffe sind durch zwei Umstände bestimmt: durch die Beschaffenheit der Moleküle und durch die Struktur des Körpers, d. h. durch die Art, wie die Moleküle in ihm angeordnet sind.

§ 37. Der Gasdruck

1. Gewicht. Verglichen mit festen und flüssigen Körpern sind luftförmige Körper oder Gase außerordentlich leicht. Daß aber z. B. Luft doch ein Gewicht hat, zeigt man, indem man möglichst viel Luft aus einem mit einem Hahn versehenen Rundkolben heraussaugt; er wiegt dann weniger als vorher. Die Wichte der Luft beträgt bei 0° C und normalem Barometerstand 0,001 293 p/cm³ oder $\frac{1}{773}$ p/cm³. 1 l Luft wiegt etwa 1,3 p, 1 l Leuchtgas wiegt weniger als halb so viel, 1 l Wasserstoff nur 0,1 p.

Genauere Werte der Wichtezahlen einiger Gase bei 0° C und 760 Torr, bezogen auf

	Wasser	Luft	Wasserstoff
Luft	0,001 293	1	14,5
Wasserstoff	0,000 090	0,0692	1
Sauerstoff	0,001 429	1,1052	16
Stickstoff	0,001 251	0,9672	14
Kohlendioxyd	0,001 965	1,520	22
Helium	0,000 177	0,137	1,966

2. Messung des Gasdruckes. Die Gase haben mit den Flüssigkeiten zwei wesentliche Eigenschaften gemeinsam: sie besitzen Volumelastizität, und ihre Teilchen lassen sich vollkommen leicht gegeneinander verschieben. Deshalb gilt auch für Gase das hieraus folgende Gesetz von der gleichmäßigen Druckfortpflanzung, das wir in § 31 gleich für Flüssigkeiten und Gase ausgesprochen haben.

Man mißt Gasdrucke mit Manometern[1]). Ein sog. **offenes Manometer** besteht aus einem U-förmig gebogenen, mit einer Flüssigkeit, z. B. Wasser oder Quecksilber, gefüllten Rohr, das nach Abb. 101 an den Gasbehälter angesetzt ist. Enthält das Gefäß atmosphärische Luft, die man durch Hineinblasen komprimiert, so stellt sich die Flüssigkeit in beiden Schenkeln verschieden hoch ein, bis Gleichgewicht herrscht. Dann ist der von dem Gas ausgeübte Druck gleich dem Druck der Flüssigkeitssäule von der Höhe h, vermehrt um den äußeren Luftdruck. Saugt man Luft aus dem Gefäß heraus, so steht die Flüssigkeit im inneren Schenkel höher als im äußeren, denn jetzt ist der Gasdruck geringer als der äußere Luftdruck. Durch das Manometer wird also der Überdruck oder der Unterdruck gegenüber dem äußeren Luftdruck angegeben.

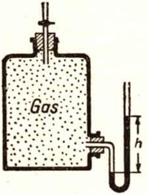


Abb. 101
Offenes Manometer

3. Der Luftdruck. Die Luft ist zwar sehr leicht und wird in der Lufthülle der Erde nach oben hin immer dünner. Da die Lufthülle aber weit über 100 km hoch ist, drückt sie doch mit beachtlicher Kraft. So lange man in derselben Höhenlage bleibt, merkt man von dieser Druckkraft nichts, weil sie mit gleicher Größe nach allen Richtungen, also auch nach oben, wirkt; um sie nachzuweisen, muß man sie einseitig wirken lassen. Das geschieht z. B. beim Torricellischen Versuch (Abb. 102). Dieser lehrt:

Der durchschnittliche Luftdruck in Meeresspiegelhöhe beträgt 760 Torr, d. h. er ist so groß, daß er einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe das Gleichgewicht hält.

Da eine Quecksilbersäule von 1 cm² Querschnitt und 760 mm Höhe bei 0° C das Gewicht $76 \cdot 13{,}596\ \mathrm{p} = 1033\ \mathrm{p}$ hat, folgt hieraus:

Der durchschnittliche Luftdruck, den man 1 Atmosphäre (1 Atm.) nennt, beträgt 1,033 kp/cm². Eine technische Atmosphäre (1 at) ist der nahezu ebenso große Druck von 1 kp/cm².


Abb. 102
Torricellischer Versuch

4. Das Barometer. Bringt man hinter der Torricellischen Röhre eine in Millimeter geteilte Skala an, so erhält man ein zur Messung des Luftdruckes geeignetes Gerät, das in einer praktischeren Form (Abb. 103a) als Quecksilberbarometer bezeichnet wird.

Bequemer als ein Quecksilberbarometer ist das weit verbreitete flüssigkeitslose Metallbarometer, richtiger Metalldosenbarometer, wie es Abb. 103b in einem lotrechten Schnitt zeigt. Die fast luftleere flache Dose D mit

1) manós (griech.) = dünn

elastischem Deckel würde durch den Luftdruck zusammengedrückt werden, wenn das nicht durch eine breite Feder F verhindert würde. Wird der Luftdruck größer, so wird der Deckel der Dose nach innen gedrückt. Diese Bewegung wird stark vergrößert auf einen sich um eine Achse drehenden Zeiger Z übertragen. Die Zeigerspitze bewegt sich über einer kreisbogenförmigen Skala, die durch Vergleichen mit einem Quecksilberbarometer gewonnen ist.

Der Luftdruck pflanzt sich durch die geöffneten Fenster eines Zimmers fort und verdichtet die in ihm enthaltene Luft so weit, daß der dadurch erzeugte Gegendruck dem äußeren Luftdruck das Gleichgewicht hält. Schließt man die Fenster, so bleibt dieser Gegendruck zunächst bestehen. Wegen der Undichtigkeit in den Fensterfugen usw. gleicht er sich aber dauernd mit dem wechselnden äußeren Luftdruck aus, so daß dieser auch an einem Barometer, das in einem geschlossenen Raum hängt, abgelesen werden kann.

Die Wetterangaben der gewöhnlichen Zimmerbarometer, wie „Veränderlich; Schönes Wetter", sind völlig unzuverlässig und wissenschaftlich wertlos, da das Wetter durchaus nicht n u r durch den Luftdruck bestimmt ist (s. § 67).

Abb. 103 a
Quecksilber-
barometer

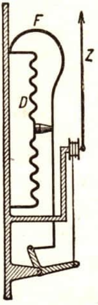


Abb. 103 b
Dosen-
barometer

5. Maßeinheiten für den Gasdruck. Wie den Luftdruck, **kann man auch jeden anderen Flüssigkeits- und Gasdruck in Torr oder,** was dasselbe ist, in mm QS. (gelesen: mm Quecksilbersäule) **messen.**

Statt durch eine Quecksilbersäule kann man den Druck auch durch die Höhe der W a s s e r s ä u l e angeben, der er das Gleichgewicht hält. Da die Wichtezahl des Quecksilbers gleich 13,596 ist, so gilt **1 Atm. $\triangleq$ 13,596 · 760 mm** oder 10,33 m Wassersäule (WS.).

In der Wetterkunde (Meteorologie) wird der Luftdruck in **M i l l i b a r** (mb) gemessen. Es gilt die Umrechnungsformel:

$$750 \text{ Torr} \approx 1000 \text{ mb}.$$

Diese Einheit entstammt dem absoluten Maßsystem, in dem 10^6 dyn/cm² als 1 Bar[1]), 10^3 dyn/cm² also als ein Millibar bezeichnet werden. Zur Bestätigung der angegebenen Gleichung rechnen wir beide Seiten um in p/cm²:

$$750 \text{ Torr} = 750 \cdot 1{,}3596 \text{ p/cm}^2 = 1019{,}7 \text{ p/cm}^2;$$
$$1000 \text{ mb} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2 = 10^6 \cdot \frac{1}{981} \text{ p/cm}^2 = 1019{,}4 \text{ p/cm}^2.$$

Das Manometer in Abb. 101 gibt, wie wir sahen, den Druck, der in dem Gefäß herrscht, in der Form

$$p = b \pm h,$$

wo b den äußeren Luftdruck bedeutet. Ist Quecksilber bzw. Wasser die manometrische Flüssigkeit, so ist b in mm QS. bzw. mm WS. umzurechnen.

1) báros (griech.) = Schwere

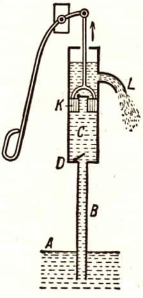


Abb. 104
Saughubpumpe

Oft wird in der Technik auch nur der Überdruck angegeben. Wenn man sagt: Der Druck der Luft im Fahrradschlauch beträgt $\frac{1}{2}$ atü (d. h. $\frac{1}{2}$ technische Atmosphäre Überdruck), so ist er im ganzen gleich $1\frac{1}{2}$ at.

Weitere Beispiele: Druck der Luft im Autoreifen 2 atü und mehr; Dampfdruck im Kessel einer Lokomotive 16 atü; Druck in einer Kohlensäureflasche 120 atü. Zum Vergleich: Wasserdruck in der Wasserleitung bis 5 atü; Überdruck in der Gasleitung 40 bis 70 mm WS = 0,004 bis 0,007 atü.

Wasserpumpen. Zieht man bei den Wasserpumpen (Abb. 104 und 105) den zunächst unten stehenden Kolben K nach oben, so treibt der äußere Luftdruck Wasser in den unterhalb des Kolbens entstehenden luftverdünnten Raum C. Die Saughubpumpe (Abb. 104), meistens Saugpumpe genannt, und die Saugdruckpumpe (Abb. 105), kurz Druckpumpe genannt, unterscheiden sich in der Weiterbeförderung des Wassers. Beide haben bei D ein sog. Bodenventil, das ein Zurückfließen des Wassers bei Abwärtsbewegung des Kolbens verhindert. Der Kolben der Hubpumpe ist durchbohrt und hat ein sich nach oben öffnendes Ventil; das Ausflußrohr L setzt über der obersten Lage des Kolbens an. Bei der Druckpumpe ist das in ein Steigrohr T umgebildete Abflußrohr ganz unten am Stiefel angebracht, gegen den es durch ein Ventil S verschließbar ist. Beschreibe die Wirkungsweise der Pumpen!

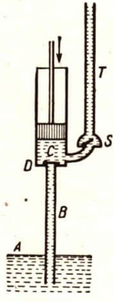


Abb. 105
Saugdruckpumpe

Zur Übung: 1. In welchem doppelten Sinne benutzt man in der Physik das Wort „Atmosphäre"? — 2. Vergleiche die Druckpumpe mit der Kolbenluftpumpe! (Hilfe: Der Dreiwegehahn der Luftpumpe ist durch zwei selbsttätige Ventile ersetzt.) — 3. Erkläre den Satz: Bei der Druckpumpe ist die Förderhöhe gleich der Saughöhe plus der Druckhöhe!

§ 38. Das Boylesche Gesetz. Anwendungen

1. Das Boylesche Gesetz. Wir füllen die untere Biegung eines U-Rohres, dessen abgekürzter Schenkel in einem Hahn endet, mit Quecksilber und schließen den Hahn (Abb. 106). Dann steht die in dem kurzen Schenkel abgesperrte Luft unter dem äußeren Luftdruck, beispielsweise 760 Torr = 1 Atm. Der Druck, den die eingeschlossene Luftmenge nach außen ausübt, ist nach dem Wechselwirkungsgesetz (§ 15, 1) ebenso groß. Gießen wir Quecksilber in den langen Schenkel bis die Luft nur noch $\frac{2}{3}$ ihres ursprünglichen Volumens einnimmt, so steht die Quecksilbersäule in dem langen Schenkel 380 mm höher als in dem kurzen (Abb. 107); der Druck der Luft hat sich also um $\frac{1}{2}$ Atm., d. h. auf $\frac{3}{2}$ Atm. erhöht. – Gießen wir weiter Quecksilber ein, so ist, wenn die Quecksilbersäule 760 mm höher als in dem kurzen Schenkel steht, der Druck also 2 Atm. beträgt, die Luft auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens komprimiert.

In graphischer Darstellung zeigt Abb. 108 diesen Zusammenhang zwischen Druck und Volumen; dabei sind das Anfangsvolumen und der Anfangsdruck (1 Atm.) durch 1 cm dargestellt. Es ergibt sich eine gleichseitige Hyperbel.

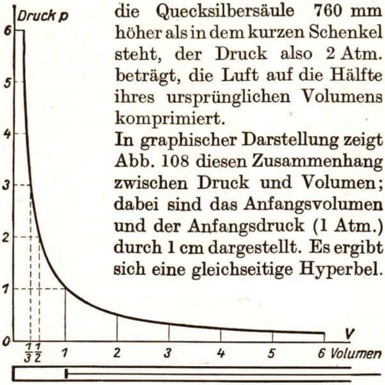


Abb. 108. $p \cdot V = \text{const}$

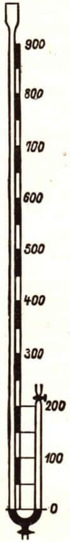


Abb. 106

$p = 1$ Atm.

$V = 1$ Raumeinheit

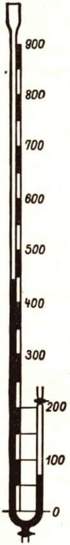


Abb. 107

$p = \frac{3}{2}$ Atm.

$V = \frac{2}{3}$ Raumeinheit

Unsere Versuche liefern das von dem Irländer Robert Boyle (1662) gefundene

Boylesche Gesetz: Bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge konstant:

$$\boldsymbol{p \cdot V = \text{const} \quad \text{oder} \quad V_1 : V_2 = p_2 : p_1.}$$

Das Gesetz wird oft auch nach dem Franzosen Mariotte benannt, der es 14 Jahre später als Boyle entdeckte.

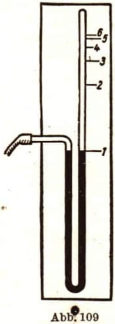


Abb. 109 Geschlossenes Manometer

2. Geschlossenes Manometer. Schließt man den längeren Schenkel des Manometers in Abb. 101, so hat man ein geschlossenes Manometer (Abb. 109), es wird zur Messung höherer Drucke angewendet. Der verschlossene Schenkel ist bei der gezeichneten Stellung der Quecksilbersäule mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt. Wird sie durch den in einem angeschlossenen Behälter herrschenden Gasdruck auf $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ ihres Volumens vermindert, so ist der Druck nach dem Boyleschen Gesetz 2, 3, ... mal so groß. Nach oben hin verringert sich der Abstand der den Druck angebenden Skalenstriche.

3. Die barometrische Höhenmessung. Der Druck, den eine Flüssigkeit in einem hohen Standzylinder vermöge ihres Gewichts

ausübt, nimmt von unten nach oben ab, und zwar vermindert sich, wenn die Höhe dauernd um die Längeneinheit abnimmt, auch der Druck jedesmal um ein und denselben Betrag. Auch der von der atmosphärischen Luft ausgeübte Druck verringert sich nach oben hin, jedoch, wenn man sich immer um dieselbe Strecke, also nach einer arithmetischen Reihe, erhebt, immer weniger, da nicht nur die Höhe, sondern auch die Wichte der drückenden Luftsäule nach oben hin abnimmt. Eine sich auf das Boylesche Gesetz stützende mathematische Überlegung lehrt, daß hier die Druckabnahme in Form einer geometrischen Reihe erfolgt; der Quotient dieser Reihe ist naturgemäß ein echter Bruch. Bedeutet b_0 den Luftdruck an der Erdoberfläche und b_n den Luftdruck in n m Höhe, so ist $b_n = 0{,}999\,875^n \cdot b_0$.
Löst man diese Gleichung, indem man links und rechts logarithmiert, nach n auf, so erhält man für die Höhe

$$n = 18400\,(\log b_0 - \log b_n) \text{ Meter.}$$

Dieses ist die zur Höhenmessung dienende **barometrische Höhenformel.** An ihr sind wegen der wechselnden Temperatur und Luftfeuchtigkeit noch Korrekturen anzubringen.
In den unteren Luftschichten sinkt bei je 10,5 m Erhebung der Luftdruck um 1 Torr; in 1000 m Höhe ist hierfür bereits ein Anstieg von 11,5 m erforderlich.

Das Leuchtgas strömt aus dem Brenner des Kochherdes nur dann lebhaft aus, wenn es einen Überdruck über den äußeren Luftdruck besitzt. Der Luftdruck im untersten Stockwerk eines Hauses betrage 760 Torr und der Gasdruck 764 Torr. Im obersten Stockwerk ist dann sowohl der Luftdruck wie der Gasdruck geringer, der Luftdruck beispielsweise um 1 Torr, der Gasdruck dann aber um weniger als 1 Torr, da die Wichte des Gases nur knapp halb so groß ist wie die der atmosphärischen Luft. Deshalb ist der Überdruck des Leuchtgases über den äußeren Luftdruck im höheren Stockwerk eines Hauses größer als unten.

Zur Übung: 1. Welchen Druck besitzt eine abgeschlossene Gasmenge, wenn der äußere Luftdruck 740 Torr beträgt und ein Quecksilbermanometer 12 cm Unterdruck bzw. 25 cm Überdruck anzeigt? — 2. Desgl., wenn ein Wassermanometer 40 cm Überdruck anzeigt? — 3. Wie groß ist das Volumen von 1 m³ Leuchtgas, dessen Druck 750 Torr beträgt, bei 760 Torr? Wie groß bei 760 Torr, wenn der Druck zuvor 780 Torr betragen hat? — 4. Welches Gewicht hat 1 m³ Luft bei 760 Torr und 0° (§ 37, 1), welches Gewicht bei 740 Torr, bei 790 Torr?

§ 39. Die kinetische Gastheorie

1. Die Grundannahme. Die Tatsache, daß ebenso wie zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit auch zwischen denen eines Gases Kohäsionskräfte bestehen, stimmt zunächst nicht zu der Beobachtung, daß sich die Moleküle eines Gases immer weiter voneinander zu entfernen suchen. Zur Lösung dieser Schwierigkeit nahmen verschiedene Forscher schon im 17. Jahrhundert an, daß sich die Moleküle in ständiger schneller Bewegung befänden und daß sich hieraus der Gasdruck erkläre.
Wenn ein Gummiball gegen eine elastisch verschiebbare Wand prallt, weicht diese aus und bewegt sich dann in ihre alte Lage zurück. Folgen viele Bälle

sehr schnell aufeinander, so sind die verschiedenen Stöße nicht mehr zu unterscheiden, und es ist so, als ob die Wand einen konstanten Druck erführe. Man lasse Schrotkugeln in sehr schneller Folge auf eine Briefwaage fallen! In derselben Weise erklärt sich der Druck, den ein Gas ausübt, aus dem „molekularen Bombardement" seiner kleinsten Teilchen.

Man bezeichnet diese Anschauung als **kinetische Gastheorie.** Ihr eigentlicher Begründer ist *Clausius* (1850); sie wurde dann vor allem von *Maxwell* und *Boltzmann* weiter ausgebaut.

2. **Statistisches Naturgesetz.** Die kinetische Gastheorie veranlaßt uns, zwischen *atomarer* und *makroskopischer* Betrachtungsweise zu unterscheiden. Atomar (oder molekular) gesehen, d.h. wenn man das Verhalten der einzelnen Moleküle verfolgt, ändert sich der Zustand einer ruhenden Gasmenge dauernd. Für unsere Wahrnehmung jedoch, makroskopisch gesehen, ist z.B. der Druck, den ein in einem würfelförmigen Gefäß eingeschlossenes Gas auf die 6 Wände ausübt, der gleiche, und es ändert sich auch mit der Zeit der auf eine Wand ausgeübte Druck nicht. Dies rührt daher, daß bei der *ungeheuer großen Anzahl* der völlig *ungeordnet* umherfliegenden Moleküle die Zahl der Stöße an keiner Stelle und zu keiner Zeit merklich von einem *Mittelwert* abweicht.

Wenn man sagt, die Wahrscheinlichkeit, mit einem ganz regelmäßig gearbeiteten Würfel unter 6 Würfen einmal eine 6 (oder 1 oder 2 usw.) zu werfen, betrage $\frac{1}{6}$, so heißt das nicht, daß unter den ersten 6 Würfen oder gar jedesmal unter 6 Würfen sich eine 6 (oder 1 oder 2 usw.) befände; es bedeutet auch nicht, daß unter 60 (120) Würfen 10mal (20mal) eine 6 usw. geworfen würde. Die Aussage bedeutet vielmehr: Wenn eine große Zahl von Würfen ausgeführt wird, so weicht das Verhältnis $t:w$ der Anzahl t der Treffer, bei denen also die 6 fällt, zur Anzahl w der Würfe um so weniger von $\frac{1}{6}$ ab, *je größer die Zahl der Würfe ist.*

Die folgende Tabelle erläutert dies an einem Beispiel, bei dem 600mal gewürfelt wurde.

w	30	60	90	120	240	360	480	600
t	7	15	20	29	45	65	83	99
$t:w$	0,23...	0,25	$0{,}\overline{2}\ldots$	$0{,}241\overline{6}\ldots$	0,1875	$0{,}180\overline{5}\ldots$	0,1729	0,165

Man sieht, daß, obgleich die ersten 120 Würfe wenig aussichtsvoll waren, man mit 600 Würfen der Zahl $\frac{1}{6} = \frac{100}{600} = 0{,}1\overline{6}\ldots$ schon sehr nahegekommen ist. So wird auch die Zahl der Stöße auf die 6 Wände des würfelförmigen Gefäßes in 1 Sekunde nicht genau die gleiche sein; auch werden nicht dauernd gleich viel Stöße auf eine Stelle der Wand erfolgen; doch sind bei der ungeheuer großen Zahl der Moleküle Abweichungen von dem räumlichen und zeitlichen Mittelwert so selten, daß sie nicht beobachtet werden können. Die Aussage: der Druck des Gases auf die Gefäßwände ist überall der gleiche, verliert so allerdings seine absolute Sicherheit; es wäre denkbar, daß sich der Würfel infolge eines höheren Druckes auf seine Deckfläche „von selbst" höbe. Man bezeichnet ein derartiges Gesetz, das nur mit einer an Gewißheit grenzenden Wahrscheinlichkeit gilt, als ein statistisches Naturgesetz.

Der französische Physiker Perrin hat ausgerechnet, wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß einem am Fenster des zweiten Stockwerkes eines Neubaues stehenden Maurer ein Ziegelstein infolge einer ungleichen Zahl der auf die obere und untere Fläche aufprallenden Luftmoleküle von selbst vom Erdboden her in die Hand flöge. Er fand, daß der Maurer darauf $10^{(10^{10})}$ Jahre warten müßte. Eine derartige Wahrscheinlichkeit ist praktisch eine Unmöglichkeit, denn $10^{(10^{10})}$ hat 10 Milliarden Nullen, ist also eine unaussprechlich große Zahl.

3. Die Grundgleichung der Theorie. Um nun den in einem Gase herrschenden Druck aus den Eigenschaften der Moleküle zu berechnen, machen wir einige vereinfachende Annahmen, die in vorstehendem ihre Berechtigung finden.

a. In einem würfelförmigen Raum mit der Kantenlänge a mögen sich n Moleküle, jedes von der Masse m, befinden; wir nehmen an, daß sie sich alle mit der gleichen Geschwindigkeit v bewegen oder besser: v sei diejenige Geschwindigkeit, mit der sich alle Moleküle bewegen müßten, um den bestehenden Druck hervorzurufen.

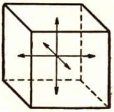


Abb. 110
Zur Ableitung der Grundgleichung

b. Wir nehmen an, daß die Moleküle nicht in allen möglichen Richtungen auf die Wände treffen, sondern nur in den Richtungen der drei Kanten den Würfel durchfliegen (Abb. 110). Diese Annahme erhält Berechtigung dadurch, daß man jede Bewegung in drei zueinander senkrechte Komponenten zerlegen kann. Wegen der idealen Unordnung bewegen sich dann in jeder Richtung hin und zurück $n/3$ Moleküle.

c. Wir dürfen voraussetzen, daß die Moleküle vollkommen elastisch sind, denn sonst müßten sie bei ihrem Zusammenstoß an Geschwindigkeit verlieren, und der Gasdruck müßte mit der Zeit von selbst abnehmen, was bekanntlich nicht der Fall ist. Dann dürfen wir aber zur Berechnung des Druckes auf die Wand auch annehmen, daß die Moleküle die ganze Strecke a frei durchfliegen, ohne zusammenzustoßen, denn bei gegenseitigem Anprall vertauschen sie ja nur ihre Geschwindigkeiten (§ 27, 2).

d. Wir nehmen an, daß der Raum, den die Moleküle selbst einnehmen, gegen den Raum, in dem sich das Gas befindet, vernachlässigt werden darf, und ferner, daß die einzelnen Moleküle keine Kräfte aufeinander ausüben.

Um nun unsere Aufgabe zu lösen, benutzen wir den Impulssatz (§ 15); nach ihm ist der auf die Wand ausgeübte Kraftantrieb oder Impuls gleich der Änderung der Bewegungsgröße der Moleküle.
Wir setzen also diese beiden Größen gleich und berechnen zu diesem Zweck zunächst die Änderung der Bewegungsgröße. Jedes Molekül durchfliegt

zwischen zwei Stößen auf dieselbe Wand den Weg $2a$; daher stößt es in 1 Sekunde, in der es die Strecke v zurücklegt, $\frac{v}{2a}$ mal auf diese Wand. Während der ersten Hälfte der Stoßzeit wird die Geschwindigkeit v auf Null verzögert, während der zweiten Hälfte auf den Wert $-v$ gebracht. Die Bewegungsgröße eines Moleküls ändert sich also bei jedem Anprall auf die Wand zweimal um den Betrag $m \cdot v$, also um $2mv$, und in 1 s um $\frac{v}{2a} \cdot 2mv = \frac{mv^2}{a}$. Da nun nicht 1, sondern $n/3$ Moleküle aufprallen, beträgt die Änderung der Bewegungsgröße im ganzen $\frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a}$.

Der Kraftantrieb oder Impuls, den die Wand durch die Gesamtheit der Moleküle erfährt, ist gleich $P \cdot t$, wenn P die ausgeübte Druckkraft bedeutet, in unserem Falle also gleich $P \cdot 1\,\mathrm{s}$, denn wir haben auch die Änderung der Bewegungsgröße für 1 s berechnet. Daher ist

$$P = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a}.$$

Die Wand hat die Größe a^2; also ist der Druck, d. i. die Druckkraft je Flächeneinheit,

$$p = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a^3} = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3V},$$

wenn wir statt a^3 das Volumen V einführen. Setzen wir noch die Anzahl der in der Raumeinheit enthaltenen Moleküle n/V gleich n_1, so erhalten wir die **Grundgleichung der kinetischen Gastheorie** in der Form:

$$\boldsymbol{p = \tfrac{1}{3} \cdot n_1 \cdot m \cdot v^2.}$$

Der Druck eines Gases ist gleich einem Drittel des Produktes aus der Anzahl der in der Raumeinheit enthaltenen Moleküle, der Masse eines Moleküls und ihrem mittleren Geschwindigkeitsquadrat.

Diese Grundgleichung der kinetischen Gastheorie ist von uns für einen Würfel abgeleitet; sie gilt aber allgemein, da man jeden Raum aus kleinen Würfeln zusammensetzen kann. Auch im Innern des Gases herrscht überall ein ebenso großer Druck.

v bedeutet in der vorstehenden Gleichung eine Geschwindigkeit, die alle Moleküle haben müßten, damit der Druck derselbe bliebe wie bei ihren in Wirklichkeit verschiedenen Geschwindigkeiten $v_1, v_2, v_3, \ldots$ Es ist also

$$n_1 \cdot v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots$$

oder

$$v^2 = (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots) : n_1.$$

Diese Größe heißt mittleres Geschwindigkeitsquadrat. Die Quadratwurzel aus ihr, die sog. mittlere quadratische Geschwindigkeit ist etwas größer als die Zahl, die als mittlere Geschwindigkeit bezeichnet wird; z. B. ist $\sqrt{\frac{1}{3} \cdot (3^2 + 6^2 + 12^2)} > \frac{1}{3} \cdot (3 + 6 + 12)$. Maxwell zeigte, daß die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle das 0,921fache der mittleren quadratischen Geschwindigkeit ist.

4. Maßeinheiten. Bei der Ableitung der Gleichung haben wir nicht angegeben, in welchen Einheiten wir die einzelnen physikalischen Größen messen. Die Formel gilt – und das ist immer so – in jedem Maßsystem; nur müssen natürlich alle Größen in Maßeinheiten ein und desselben Systems gemessen werden, also im technischen Maßsystem Geschwindigkeit in m/s, Masse in ME, Druck in kp/m²; im absoluten Maßsystem Geschwindigkeit in cm/s, Masse in g, Druck in dyn/cm².

Zur Übung: Nach § 10 ist $1\,\frac{\text{kp}}{\text{m}^2} = 98{,}1\,\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$. Man überzeuge sich, daß die Berechnung des Druckes nach der Formel $p = \frac{n_1 \cdot m \cdot v^2}{3V}$ im absoluten Maßsystem in der Tat einen 98,1 mal so großen Wert ergibt wie im technischen.

§ 40. Folgerungen aus der Theorie

1. Volumenergie einer Gasmenge. Die gesamte kinetische Energie aller Moleküle einer gegebenen Gasmenge ist unter Benutzung der Formelzeichen des vorigen Paragraphen $W_k = \frac{1}{2}\, n m v^2$. Da nun $p \cdot V = \frac{1}{3}\, n m v^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\, n m v^2$ ist, folgt

$$\boldsymbol{p \cdot V = \frac{2}{3} W_k}.$$

Hier steht auf der linken Seite die Arbeit, die das Gas den äußeren Kräften gegenüber leisten mußte, als es, einen Gegendruck p überwindend, seinen Raum einnahm.

Um dies einzusehen, denken wir uns, ein Gas ströme in einen zylindrischen Behälter mit dem Querschnitt F, der durch einen Kolben abgeschlossen ist (Abb. 111). Der Kolben sei gewichtslos und lasse sich ohne Reibung verschieben. Zunächst befinde er sich am Boden des Gefäßes, und nun werde das Gas durch ein Ansatzrohr hineingedrückt. Dabei ist der auf dem Kolben lastende Druck p, etwa der Luftdruck, zu überwinden. Die gesamte Druckkraft ist also $F \cdot p$ und die geleistete Arbeit, wenn der Kolben um die Strecke h gehoben ist, gleich $F \cdot p \cdot h = V \cdot p$. Wenn das Gas unter dem Druck p seinen Raum V eingenommen hat, ist daher die Arbeit $V \cdot p$ geleistet; deshalb heißt $V \cdot p$ die Volumenergie der Gasmenge.

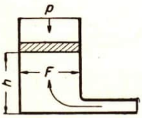


Abb. 111 Volumenergie

Die obige Gleichung besagt also:

Die Volumenergie eines Gases beträgt zwei Drittel von der kinetischen Energie seiner Moleküle.

2. Die Eigenschaften der Moleküle. In der Gleichung $p = \frac{1}{3}\, n_1 \cdot m \cdot v^2$ ist $n_1 \cdot m$ die in der Raumeinheit enthaltene Masse oder die Dichte ϱ des Gases; daher ist $p = \frac{1}{3}\, \varrho \cdot v^2$. Hieraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{3p}{\varrho}},$$

so daß sich v berechnen läßt.

Beispiel: Bei Atmosphärendruck $p = 1{,}033\ \mathrm{kp/cm^2} = 1{,}013 \cdot 10^6\ \mathrm{dyn/cm^2}$ und der Temperatur 0° C ist die Dichte der Luft $\varrho = 0{,}001293\ \mathrm{g/cm^3}$. Wir setzen diese Zahlen ein, wobei der zweite Wert für p zu benutzen ist, da auch ϱ im absoluten Maßsystem angegeben ist. So ergibt sich als mittlere quadratische Geschwindigkeit der Wert $v = 485$ m/s. Hieraus folgt durch Multiplikation mit 0,921 (§ 39, 3) als mittlere Geschwindigkeit der Luftmoleküle bei 0° C und 1 Atm.

$$\boldsymbol{v} = \mathbf{447\ m/s}.$$

Für das Wasserstoffmolekül folgt $v' = 1692$ m/s, und zwar entweder ebenso wie vorhin oder jetzt einfacher mit Hilfe der aus vorstehender Formel folgenden Proportion

$$v : v' = \sqrt{\varrho'} : \sqrt{\varrho},$$

die in Worten lautet:

Die Geschwindigkeiten der Moleküle zweier Gase verhalten sich bei gleichem Druck und gleicher Temperatur umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Gasdichten.

Die folgenden Zahlenangaben vermitteln eine Vorstellung von den übrigen in diesem Zusammenhang interessierenden Größen. Die Anzahl der in 1 cm³ enthaltenen Gasmoleküle, gleichgültig, um welches Gas es sich handelt, beträgt bei 0° C und Atmosphärendruck $27 \cdot 10^{18}$. Eine Billion Jahre hat ungefähr soviel Sekunden wie diese Zahl angibt. In einem Mol eines jeden Gases, d. i. in soviel Gramm eines Gases, wie sein Molekulargewicht Einheiten hat, befinden sich

$$\mathbf{6{,}02 \cdot 10^{23}\ Moleküle.}$$

Dies ist die **Loschmidtsche Zahl,** so genannt nach dem österreichischen Physiker Joseph Loschmidt (1821–1895).

Der Durchmesser eines Wasserstoffmoleküls ist etwa gleich $3 \cdot 10^{-8}$ cm; die zwischen zwei Zusammenstößen durchschnittlich zurückgelegte Strecke beträgt 0,00002 cm, und die Stoßzahl in 1 s ist gleich 10 Milliarden. (Eine der vielen Methoden, nach denen man die Loschmidtsche Zahl gefunden hat, ist in Teil II A, § 26, 4 dargestellt.)

Schreibt man die Grundgleichung in der Form $p \cdot V = \frac{1}{3} n m v^2$, so ergibt sich, da die Größen der rechten Seite bei gleichbleibender Temperatur konstant sind, als Folgerung das Boylesche Gesetz. Es ist offensichtlich ein statistisches Naturgesetz von einer Wahrscheinlichkeit nahe bei 1.

3. Van der Waalssche Gleichung. Wir haben bei der Ableitung der Grundgleichung, aus der wir das Boylesche Gesetz folgerten, zwei Voraussetzungen gemacht, die in der Nähe des Verflüssigungspunktes nicht mehr zutreffen. Wir nahmen an, daß der Raum, den die Moleküle einnehmen, vernachlässigt werden darf und daß die einzelnen Moleküle des Gases keinerlei Kräfte aufeinander ausüben. Besonders dann, wenn die Gase in der Nähe ihres Verflüssigungspunktes auf einen kleinen Bruchteil ihres bei Atmosphärendruck eingenommenen Raumes zusammengepreßt sind, muß in der Boyleschen Formel das Volumen V um eine Größe vermindert werden, die von dem Eigenvolumen der Moleküle herrührt. – Üben ferner die Moleküle Anziehungskräfte aufeinander aus, so werden sich im Innern des Gases im Durchschnitt die von der Umgebung auf ein Molekül ausgeübten Kräfte gegenseitig aufheben; in der Nähe der Wände dagegen hat jedes Molekül mehr Nachbarn nach dem Innern des Gases zu und wird daher eine Anziehung in das Innere hinein erfahren. Dadurch wird die mittlere Geschwindigkeit, mit der die Moleküle auf die Wand treffen, vermindert, so wie beim senkrechten Wurf nach oben gegen die Schwerkraft die Anfangsgeschwindigkeit des geworfenen Gegenstandes stetig abnimmt. Das bedeutet, daß der von uns gemessene Druck nicht die mittlere Bewegungsgröße im Inneren des Gases mißt, sondern kleiner ist. Man trägt diesem Umstand Rechnung, indem man zu dem gemessenen Druck einen Betrag hinzufügt, der der Wirkung dieser Anziehung entspricht und der, wie eine genauere Überlegung lehrt, dem Quadrat des Volumens umgekehrt proportional ist. So kam der Holländer van der Waals (1873) für Gase, die ihrem Verflüssigungspunkte zu nahe sind, als daß das Boylesche Gesetz für sie gelten könnte, zu der folgenden Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) \cdot (V - b) = \text{konst.}$$

Hier bedeuten a und b zwei von der Natur des Gases abhängige Konstanten. In dieser van der Waalsschen Gleichung sei nun V das in cm³ gemessene Molvolumen von Sauerstoff bei einer beliebigen Temperatur und p der zugehörige in Atmosphären gemessene Druck. (Das Volumen von einem Mol eines beliebigen Gases ist bei 0° C und Atmosphärendruck gleich 22412 cm³.) Dann hat a den Zahlenwert $1{,}36 \cdot 10^6$, und b ist gleich 31,6 cm³. Für andere Gase gelten ähnliche Zahlen. Nimmt man hinzu, daß nach van der Waals' Rechnung b das Vierfache des von den Molekülen selbst eingenommenen Raumes beträgt, so kann man die Molekülgröße berechnen, wenn man die Loschmidtsche Zahl kennt, und umgekehrt die Größenordnung der Loschmidtschen Zahl L finden, wenn die der Molekülgröße bekannt ist. Betrachtet man nämlich die Moleküle als Kugeln mit dem Radius r, so haben die L Moleküle eines Mols das Volumen $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot L$, und dieses Volumen ist gleich $\frac{1}{4} b$, also von der Größenordnung $31{,}6/4 \approx 8$ cm³. Daher ist $\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot L = 8$ cm³ und $L = \frac{8 \cdot 3}{4\pi r^3}$. Da nun der Radius der Moleküle von der Größenordnung 10^{-8} cm ist, folgt weiter

$$L = \frac{8 \cdot 3}{4\pi \cdot 10^{-24}} = 2 \cdot 10^{24},$$

größenordnungsmäßig übereinstimmend mit dem genannten Werte $0{,}6 \cdot 10^{24}$.

§ 41. Lösungen und Gemische

1. Lösungen von festen Körpern in Flüssigkeiten. Wenn wir Kochsalz oder Zukker in eine Flüssigkeit, z. B. Wasser, bringen, verteilen sich die Moleküle der Stoffe allmählich so weitgehend zwischen die Moleküle der Flüssigkeit, daß eine scheinbar völlig homogene, in den kleinsten Teilen gleichartige Flüssigkeit entsteht. Auch unter dem Mikroskop ist keinerlei Verschiedenheit der Bestandteile zu erkennen. Derartige Flüssigkeiten, wie Salz- und Zuckerwasser, bezeichnet man als Lösungen; die Flüssigkeit, in der gelöst wurde, heißt Lösungsmittel. Der Vorgang des Lösens wird durch die zwischen dem zu lösenden Stoff und dem Lösungsmittel bestehenden Molekularkräfte hervorgerufen. Deshalb hängt die Löslichkeit von der Menge der bereits gelösten Substanz ab, und die Flüssigkeit nimmt bei gegebenem Druck und gegebener Temperatur nur eine bestimmte Menge eines festen Stoffes auf; dann ist sie gesättigt. In Abb. 112 ist die maximale Löslichkeit dreier Salze in 100 g Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Da Wasser sehr viele Stoffe, wenn auch z. T. nur in sehr geringen Mengen, in sich gelöst enthält, ist es schwer, chemisch reines Wasser herzustellen. Die relative Menge des gelösten Stoffes in der Lösung heißt ihre Konzentration.

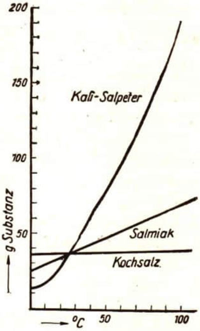


Abb. 112. Löslichkeit hängt von der Temperatur ab

Es ist zu beachten, daß alle Lösungen nur bei makroskopischer Betrachtung homogen sind. Bei atomarer Betrachtungsweise findet man hier ein Molekül des gelösten Stoffes und dort ein Molekül des Lösungsmittels; das Lösen ist also ein physikalischer und nicht etwa ein chemischer Vorgang.

2. Lösungen von Flüssigkeiten in Flüssigkeiten. Auch Flüssigkeiten lösen sich ineinander, und zwar entweder nur bis zu einem bestimmten Mengenverhältnis — so lösen sich bei 20° C in 100 Volumenteilen Wasser 8,11 Volumenteile Äther —, oder die beiden Flüssigkeiten lösen sich in jedem Verhältnis, z. B. Wasser und Alkohol, Chloroform und Schwefelkohlenstoff. Das Volumen einer Lösung von Alkohol in Wasser ist wesentlich kleiner als die Summe der Volumina der Bestandteile; wir schließen hieraus auf die starken Adhäsionskräfte zwischen den beiden Molekülarten.

3. Gemische. Werden feste Körper in einer Flüssigkeit, in der sie sich nicht lösen, z. B. feinstes Graphit- oder Schwefelpulver in Wasser, durch heftiges Schütteln aufgeschlämmt, so entstehen sog. Suspensionen[1]). Ein flüssiger

1) suspensus (lat.) = schwebend

Körper in einer Flüssigkeit ergibt unter den gleichen Bedingungen eine Emulsion[1]). Milch ist eine Emulsion von Fetttröpfchen in einer wässerigen Lösung.

In Suspensionen und Emulsionen zerteilen sich die Stoffe nicht wie bei den echten Lösungen in ihre Moleküle, um sich dann gegenseitig zu durchdringen, sondern die festen bzw. flüssigen Teilchen schwimmen in ihnen herum. Suspensionen und Emulsionen sind daher auch in dünnen Schichten inhomogen. Auch erfolgt bei ihnen in längerer Zeit allmählich eine Entmischung, wie sie in kürzester Frist bei überhaupt nicht mischbaren Stoffen, wie Wasser und Quecksilber oder Wasser und Öl, eintritt, wenn man sie lebhaft durcheinander geschüttelt hat.

4. Kolloide. Die kolloiden[2]), d.h. leimartigen Lösungen, wie Gummiarabikum und Gelatinelösung, wurden früher für Suspensionen gehalten; aber sie sind tatsächlich echte Lösungen, z.B. von Gummi, Stärke, Eiweiß, Stoffen, die so große, oft langgestreckte Moleküle haben, daß man sie unter dem Elektronenmikroskop (s. Bd. II A) zwischen den Molekülen des Lösungsmittels in den Lösungen erkennen kann.

5. Lösungen von Gasen in Gasen. Gase sind in Gasen unbegrenzt lösbar, weil bei dem Durcheinanderfliegen ihrer Moleküle die Moleküle des einen Gases leicht in den Raum zwischen den Molekülen des anderen Gases eindringen können.

6. Absorption. Wir füllen unter Quecksilberabschluß ein umgestülptes Probierglas mit Ammoniakgas und lassen durch das Quecksilber hindurch etwas Wasser in den Gasraum steigen. Dann löst das Wasser das Gas, und das Quecksilber steigt im Probierglas empor. Die Auflösung von Gasen in Flüssigkeiten heißt **Absorption**[3]). Läßt man frisches Wasser aus einer Quelle oder aus der Wasserleitung einige Tage frei stehen, so setzen sich, besonders im warmen Zimmer, an den Glaswandungen Gasblasen an; diese bestehen aus Luft und Kohlendioxyd, die in dem Wasser absorbiert waren. Die Fische können nur dann im Wasser leben, wenn es genügend Sauerstoff aufgelöst enthält; es ist deshalb von Bedeutung, daß Wasser verhältnismäßig mehr Sauerstoff als Stickstoff aus der Luft absorbiert.

Unter dem Rezipienten der Luftpumpe scheidet sich Luft aus Wasser aus. In Selterswasser ist Kohlensäure unter großem Druck gelöst. Wenn man eine Selterswasserflasche öffnet, entweicht Kohlensäure, da der Druck dann auf Atmosphärendruck herabsinkt. Diese Beobachtungen illustrieren das

Henrysche[4]) Absorptionsgesetz (1803): Die Löslichkeit eines Gases in einer Flüssigkeit ist dem Druck, unter dem das Gas steht, proportional.

---

1) ēmulgēre (lat.) = ausmelken 2) kólla (gr.) = Leim
3) absorbēre (lat.) = verschlucken 4) N. E. Henry (Engländer) 1769–1832

Mit Erhöhung der Temperatur nimmt die Löslichkeit der Gase i. allg. ab. Man kann Wasser luftfrei machen, indem man es längere Zeit sieden läßt. Die nebenstehende Tabelle gibt das Verhältnis des Volumens einiger in Lösung gegangener Gase zum Flüssigkeitsvolumen bei Atmosphärendruck für 0° und 20° an. 1 l Wasser vermag also bei 20° 700 l Ammoniakgas zu absorbieren (Salmiak„geist").

Gas	Löslichkeit in Wasser	
	bei 0°	bei 20°
Stickstoff	0,020	0,014
Sauerstoff	0,041	0,028
Wasserstoff	0,019	0,019
Kohlendioxyd	1,797	0,901
Chlorwasserstoff	500	440
Ammoniakgas	1200	700

Auch feste Körper haben, besonders in lockerem Zustand (z. B. Kohlepulver), die Fähigkeit, Gase zu absorbieren oder, wie man dann wohl sagt, zu adsorbieren. Läßt man bei dem Versuch mit dem Ammoniakgas (S. 112) ein Stückchen frisch ausgeglühte Holzkohle emporsteigen, so verschwindet das Gas scheinbar vollkommen. Durch Temperaturerniedrigung wird auch hier die Adsorptionsfähigkeit erhöht. Bei der Adsorption tritt starke Erwärmung ein. Platin in feinverteiltem Zustande, Platinschwamm genannt, adsorbiert reinen oder den in Leuchtgas enthaltenen Wasserstoff so stark, daß es sich zum Glühen erhitzt und das Gas entzündet (Gasanzünder).

7. Die Brownsche Bewegung. Wir schlämmen etwas Zinnober aus dem Tuschkasten oder ein wenig chinesische Tusche auf und bringen eine Spur davon zwischen Objektträger und Deckgläschen unter ein Mikroskop mit 300- bis 500facher Vergrößerung. Wenn wir irgendeine Stelle scharf ins Auge fassen, sehen wir, wie winzige Zinnober- oder Rußteilchen eigentümlich hin und her zucken, völlig unregelmäßig und unabhängig von den benachbarten. Der englische Botaniker Brown beobachtete diese Bewegungen im Jahre 1827 im Saft von Pflanzen und glaubte zunächst, daß es sich um winzige Lebewesen handle, doch fand man diese nie aufhörende Bewegung bald bei allen in einer Flüssigkeit oder einem Gas suspendierten Körperchen, wenn sie nur leicht genug sind und noch groß genug, um unter dem Mikroskop gesehen zu werden.
Die Beobachtung ist so zu erklären: In jedem Augenblick stoßen Millionen von Wassermolekülen von allen Seiten auf ein schwebendes Teilchen. Welchen Erfolg die einzelnen Stöße haben, können wir nicht beobachten; da aber die Stoßwirkungen auf ein Teilchen sich nicht genau gegenseitig aufheben, wird seine Lage mit der Zeit eine andere, und das beobachten wir. So hat man in der Brownschen Bewegung eine überzeugende Bestätigung der kinetischen Gastheorie. Gleichzeitig ist sie ein typisches Beispiel dafür, daß gelegentlich Abweichungen vom statistischen Mittelwert eintreten können. Wegen der Kleinheit der suspendierten Teilchen ist eben die Anzahl der Stöße, die ein Teilchen durch die aufprallenden Moleküle gleichzeitig erfährt, zu klein, als daß sie sich in ihrer Wirkung gegenseitig aufhöben.

§ 42. Diffusion und Osmose

1. Diffusion. Schichtet man vorsichtig reines Wasser über eine konzentrierte Kupfersulfatlösung, die spezifisch schwerer als Wasser ist, so tritt an der Trennungsfläche in wenigen Stunden, nach längerer Zeit jedoch bis oben und unten hin eine völlige Vermischung der beiden Flüssigkeiten ein.
Bedeckt man einen mit Wasserstoff oder Leuchtgas gefüllten Standzylinder mit einer Glasplatte, stellt ihn dann mit der Öffnung nach unten auf einen gleich großen, mit Luft gefüllten Standzylinder und entfernt nun die Glasplatte, so ist beim Leuchtgas nach einigen Minuten, beim Wasserstoff noch früher, Gas in den unteren Zylinder eingetreten; es hat sich in ihm ein explosives Gasgemisch gebildet.

Dieser Vorgang heißt Diffusion[1]). Sie besteht in einer gegenseitigen molekularen Durchdringung zweier Stoffe und tritt – dadurch unterscheidet sie sich vom Lösen – ohne Mitwirkung äußerer Kräfte, sogar entgegen der Schwerkraft, auf, und zwar bei allen Gasen, bei allen ineinander lösbaren Flüssigkeiten und auch bei einigen festen Stoffen (Gold – Blei).

2. Osmose. Eine Glasglocke mit aufgesetztem Glasrohr, die unten durch eine Schweinsblase verschlossen ist (Abb. 113), wird mit Kupfersulfatlösung oder mit gefärbtem Alkohol gefüllt und in Wasser getaucht. Man beobachtet nach einiger Zeit, daß die Flüssigkeit in dem Glasrohr steigt, daß also Wasser in die Glocke eingedrungen ist. An der Verfärbung des Wassers im äußeren Gefäß erkennt man, daß auch ein (kleinerer) Teil der Flüssigkeit von innen nach außen gelangt ist. Erfolgt wie bei diesem Versuch die Diffusion durch eine poröse[2]) Scheidewand (Tonzelle, Schweinsblase, Pergamentpapier) hindurch, so heißt sie Osmose[3]). Hierbei durchdringen die getrennten Stoffe zunächst die Scheidewand infolge Kapillarwirkung; dann erfolgt die weitere Vermischung durch reine Diffusion.

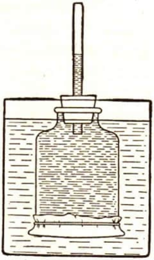


Abb. 113. Osmose

Durch Osmose gelangt das Wasser mit den Nährsalzen aus der Erde in die Pflanzenwurzeln und schreitet von Zelle zu Zelle fort. Durch Osmose dringt der Speisesaft aus dem Darm in die Blutbahnen.

Kristallisierbare Stoffe diffundieren leichter als leimartige (kolloide). Man kann daher derartige Stoffe voneinander trennen, indem man ihr Gemisch in eine Schale füllt, deren Boden aus Pergamentpapier besteht, und diese Schale auf Wasser schwimmen läßt. So scheidet man durch Osmose in Zuckerfabriken den Zucker aus ausgelaugten Rübenschnitzeln ab.

---

1) diffúsio (lat.) = Ausgießung, Zerstreuung 2) pŏrŏs (griech.) = Durchgang; Pore
3) ōsmŏs (griech.) = Stoß

3. Der osmotische Druck. Die Bezeichnung „Osmose" wird vielfach auf den Fall beschränkt, daß eine Lösung und ihr Lösungsmittel durch eine Scheidewand getrennt sind, die der Lösung vollständig den Durchgang verwehrt und nur das Lösungsmittel durchläßt. Eine derartige Membran heißt semipermeabel[1]) (halbdurchlässig). Man stellt sie z.B. her, indem man einen porösen Tonzylinder mit geeigneten Substanzen imprägniert und dadurch seine Poren verengt.

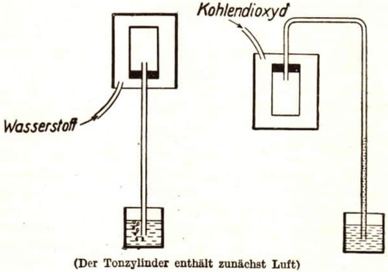
Wir füllen einen solchen Tonzylinder vollständig mit einer Zuckerlösung und verschließen ihn durch einen Korken. Durch diesen führt ein U-förmig gebogenes Rohr, an das sich ein offenes Quecksilbermanometer anschließt. Stellen wir den Tonzylinder in ein Gefäß mit reinem Wasser, so beobachten wir nach kurzer Zeit ein Steigen des Manometers, also einen Druck, der durch das von außen in den Zylinder eindringende Wasser hervorgerufen wird. Nach längerer Zeit wird der von innen ausgeübte Gegendruck so groß, daß er vom nachdringenden Wasser nicht mehr überwunden werden kann; dann steigt das Manometer nicht mehr. Dieser Druck heißt der osmotische Druck der Lösung.

Man mißt den osmotischen Druck einer Lösung durch den Druck der Flüssigkeitssäule, der die Osmose gerade verhindert.

Er beträgt in einer 1prozentigen Zuckerlösung bei 15° C etwa 0,7, in einer 6prozentigen etwa 4 Atm., kann also recht beträchtliche Werte annehmen. Für verdünnte Lösungen gilt das Gesetz (van't Hoff, 1887):

Der osmotische Druck ist gleich dem Druck, den der gelöste Stoff ausüben würde, wenn er als Gas den Raum ausfüllte, den die Lösung einnimmt.

Hieraus folgt u.a. das dem Boyleschen Gesetz analoge Gesetz: Der osmotische Druck ist bei der gleichen Temperatur für ein und denselben gelösten Stoff der Konzentration der Lösung proportional.



(Der Tonzylinder enthält zunächst Luft)

Abb. 114a Diffusion von Wasserstoff

Abb. 114b Diffusion von Kohlendioxyd

4. Diffusionsgeschwindigkeit bei Gasen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist bei leichten Gasen wesentlich größer als bei schwereren. Dies erkennt man aus dem durch Abb. 114a dargestellten Versuch. Eine poröse Tonzelle wird mit einem Stopfen verschlossen, durch dessen Bohrung ein langes Glasrohr hindurchgeht. Man kehrt nun die Tonzelle um und taucht das untere Ende des

1) semi (lat.) = halb; permeare (lat.) = hindurchgehen

Rohres in ein Glas mit Wasser. Über die Zelle hängt man ein Becherglas. Läßt man in dieses nun von unten Wasserstoff eintreten, so diffundiert das Gas mit solcher Geschwindigkeit durch die porösen Wände, daß unten aus dem Glasrohr lebhaft Blasen aufsteigen. Entfernt man darauf das Becherglas, so ist die Tonzelle von außen mit Luft umgeben, während sie innen mit einem Luft-Wasserstoff-Gemisch erfüllt ist. Jetzt diffundiert der Wasserstoff so rasch nach außen, daß das Wasser zu beträchtlicher Höhe im Rohr emporsteigt. – Kohlendioxyd diffundiert, wie sich nach Abb. 114b zeigen läßt, langsamer als Luft. Entfernt man hier das Becherglas wieder, so steigen infolge der raschen Diffusion der Luft lebhaft Gasblasen im Wasser empor. Messende Versuche lehren, daß die Diffusionsgeschwindigkeiten zweier Gase sich umgekehrt zueinander verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten. Da für die Geschwindigkeiten der Gasmoleküle dasselbe gilt (§ 40, 2), so verhalten sich die Diffusionsgeschwindigkeiten wie die Molekülgeschwindigkeiten. Diese Tatsache ist ein vorzüglicher Beweis für die Auffassung:

Die Diffusion ist eine Folge der Bewegung der Moleküle. Sie unterscheidet sich von der Brownschen Bewegung nur durch die Größe und die Geschwindigkeit der sich bewegenden Teilchen.

§ 43. Geschichtliche Entwicklung

Schon die alten Griechen nahmen an, daß die Welt aus kleinsten Bausteinen bestehe, und Anaxagoras (um 460 v. u. Ztr.) führte vorausahnend die qualitativen Unterschiede der Stoffe auf nur quantitative Unterschiede der Körperelemente zurück, die dann von Leukipp und Demokrit als Atome (unsere Moleküle!) bezeichnet wurden. Aristoteles (geb. 384 v. u. Ztr.) ist diesen Forschern, deren Verdienst er im übrigen aufs höchste anerkennt, leider nicht gefolgt. Nach ihm gibt es nur einen Urstoff, der durch je zwei der Eigenschaften warm—kalt, feucht—trocken seine „Form" erhält. So entstehen die vier Elemente, die schon Empedokles (geb. um 490 v. u. Ztr.) eingeführt hatte. Die warm-feuchte Luft und das warm-trockene Feuer haben ihren „natürlichen Ort" oben, das kalt-feuchte Wasser und die kalt-trockene Erde sind unten. Indem die eine oder die andere dieser Eigenschaften durch ihr Gegenteil ersetzt wird, verwandeln sich die Elemente ineinander. Wenn man z. B. Wasser erhitzt, also nach Aristoteles' Auffassung das Kalte aus ihm heraustreibt, so verdampft es und wird, wie er meint, zu Luft, die, „weil sie ihren Ort oben hat", in die Höhe steigt. Die schon bei den Griechen ebenfalls vertretene Ansicht, daß auch die Luft ein Gewicht habe, wurde durch die Autorität des Aristoteles bis ins Mittelalter hinein vollkommen zurückgedrängt. Die Neuzeit knüpfte dann wieder an Demokrits Anschauungen an. Boyle (vor 1700) unterschied an den Molekülen außer Größe, Gestalt und Anordnung auch eine eigene Bewegung. Diese Gedanken fanden zunächst wenig Beachtung, bis die Entwicklung der Chemie die Hypothese vom molekularen Aufbau der Materie zur Gewißheit erhob. Nachdem Lomonossow (1711—1765) und Lavoisier (1774) mit der Waage das Gesetz von der Erhaltung der Masse bewiesen hatten, fand Proust (1799) das Gesetz von den bestimmten Verbindungsgewichten und Dalton wenig später das Gesetz von ihren ganzzahligen Vielfachen. Dann häuften sich, wie wir sehen werden, auch in der Physik, besonders in der Elektrizitätslehre, Beobachtungen, die sich nur durch die Annahme von Molekülen und Atomen ungezwungen erklären lassen.

Wir lernten Archimedes als Begründer der Lehre vom Gleichgewicht der festen Körper kennen; fast noch mehr hat er die Lehre vom Gleichgewicht der flüssigen Körper gefördert.

Besonders bekannt geworden ist sein Name durch das nach ihm benannte Prinzip über den Auftrieb, den ein in eine Flüssigkeit getauchter Körper erfährt (§ 33).

Während des politischen Niedergangs des Griechentums verlegte sich der Hauptsitz der griechischen Bildung von Athen nach Alexandrien am unteren Nil. Hier erfand Ktesibios (um 180 v. u. Ztr.) die Druckpumpe und die Feuerspritze und konstruierte eine Wasserorgel, bei der mit Hilfe von Wasser in einem Kasten Luft zusammengepreßt wurde, die die durch eine Klaviatur geöffneten Orgelpfeifen anblies. Heron von Alexandrien (um 100 v. u. Ztr.), ein Schüler des Ktesibios, beschrieb viele Apparate seiner Zeit, unter anderem auch den schon vor ihm bekannten Heronsball. Daß die Luft ein Körper ist, wies er mit einem umgestülpt in Wasser getauchten Glas nach, wie wir es heute noch tun. Er gab den Stechheber und den Winkelheber an, allerdings ohne ihre Wirkungsweise richtig erklären zu können. Für Hebel und Flaschenzug kannte er auch schon die Goldene Regel der Mechanik.

Der holländische Wasserbaumeister Simon Stevin (1548—1620) bestimmte zum ersten Male die Größe der aufwärtsgerichteten Druckkraft, die ein Körper in einer Flüssigkeit erfährt. Er entdeckte auch die auffallende Tatsache, daß verschieden große Wassermengen auf den Boden eines Gefäßes bei gleicher Grundfläche und Druckhöhe dieselbe Druckkraft ausüben. Zum Nachweis dieses sog. hydrostatischen Paradoxons konstruierte der französische Mathematiker und Philosoph Blaise Pascal (1623—1662) den nach ihm benannten Apparat.

Otto von Guericke
(1602—1686)

Die Blütezeit der Physik im 17. Jahrhundert wurde eingeleitet durch die Entdeckung des Luftdruckes. Italienische Brunnenbaumeister hatten sich an Galilei mit der Frage gewandt, warum das Wasser in einer Saugpumpe nicht mehr als 10 m zu heben sei. Galilei wußte keinen Rat. Sein Schüler Evangelista Torricelli (1608—1647) erkannte die Bedeutung des Luftdruckes und konstruierte auf Grund des nach ihm benannten Versuches 1643 das erste Quecksilberbarometer. Vor Torricelli wollte man alle Saugwirkungen aus einem „horror vacui" erklären, einem „Abscheu der Natur vor einem leeren Raum". Angeregt durch Torricelli, ließ Blaise Pascal ein Barometer am Fuß und auf der Spitze des Puy-de-Dome beobachten: das Quecksilber stand unten höher als oben; also war es das Gewicht der Luft, das das Quecksilber in die Höhe trieb.

Zur gleichen Zeit erfand der Magdeburger Bürgermeister Otto von Guericke die Luftpumpe. Er hatte zur Herstellung eines luftleeren Raumes ein Faß mit Wasser gefüllt und dieses mit einer Feuerspritzenpumpe aus dem Faß zu ziehen versucht. Dabei war aber unter Pfeifen und Sausen die Luft durch die Fugen in das Faß eingeströmt. Als er den Versuch an einem Kessel aus Kupferblech wiederholte, gelang er anfangs, doch wurde plötzlich der Kessel von der äußeren Luft zusammengedrückt. Guericke gewann dadurch eine Vorstellung von der ungeheuren Druckkraft, die die Atmosphäre auf alle Körper ausübt. Im Jahre 1654 waren seine Versuche so weit gediehen, daß er mit geringer Mühe Gefäße auspumpen und auf dem Reichstag zu Regensburg zeigen konnte, wie luftleer gepumpte Halbkugelpaare von 55 cm Durchmesser von beiderseits acht Pferden nicht auseinandergezogen werden konnten. Auch ein Wasserbarometer von 10 m Höhe hat Guericke hergestellt, indem er ein Rohr, das unten in Wasser tauchte, an der Außenseite seines Hauses bis zum vierten Stockwerk führte. Oben endete das Rohr in einem Rezipienten. Pumpte Guericke aus diesem die Luft aus, so stieg das Wasser bis zu einer bestimmten Höhe. Auf dem Wasser schwamm eine menschliche Figur, die auf am Glase angebrachte Marken deutete. Da die Wassersäule in Abhängigkeit vom Luftdruck und damit vom Wetter schwankte, nannte Guericke die Figur das Wettermännchen.

F. Strömende Flüssigkeiten und Gase

§ 44. Wasserkraftmaschinen

1. Wasserräder. Die wichtigsten Aufgaben der Technik bestehen darin, die menschliche und tierische Kraft durch Maschinenkraft zu ersetzen und die in der Natur zur Verfügung stehenden Energiearten für die Zwecke des Menschen auszunutzen. **Unterschlächtige Wasserräder** (Abb. 115) sind seit Jahrtausenden in Gebrauch. Sie verwerten die Bewegungsenergie des strömenden Wassers. Trifft in der Zeit t die Wassermasse m mit der Geschwindigkeit v auf die Schaufeln des Rades auf, so ist die verfügbare Leistung des Wassers $N_1 = \frac{1}{2} m v^2 : t$. Diese wird jedoch nicht völlig ausgenutzt; ein Teil wird verbraucht zur Überwindung der Reibung an der Achse des Rades, ein anderer Teil bleibt als Bewegungsenergie erhalten, indem das Wasser, wenn es das Rad verläßt, mit einer gewissen (geringeren) Geschwindigkeit weiterfließt. Den wirklich zur Geltung kommenden Teil der verfügbaren Leistung bezeichnet man als Nutzleistung (N_2); ihr Verhältnis zur aufgewendeten Leistung heißt Wirkungsgrad (η); es ist also:

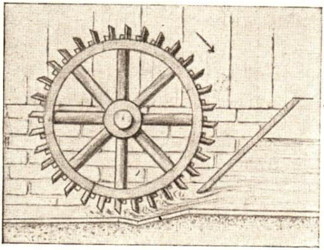


Abb. 115. Unterschlächtiges Wasserrad älterer Bauweise

$$N_2 = N_1 \cdot \eta; \quad \textbf{Nutzleistung = verfügbare Leistung mal Wirkungsgrad.}$$

Die verfügbare Leistung einer Wasserkraftmaschine beträgt, wenn eine Wassermenge von $Q \cdot \mathrm{m^3/s}$, die das Gewicht $1000\,Q$ kp hat, bei der Gefällshöhe h m zur Verfügung steht,

$$1000\,Q \cdot h \text{ kpm/s} = 1000\,Q \cdot h/75 \text{PS} = 9{,}8\,Q \cdot h \text{ kW} \quad (\S\ 25, 1).$$

Der Wirkungsgrad unterschlächtiger Wasserräder ist höchstens gleich 0,35 oder 35%. Ein günstigeres Verhältnis (bis 0,75) haben die **oberschlächtigen Wasserräder** (Abb. 116), bei denen das Gewicht des Wassers als treibende Kraft wirkt. Das Wasser strömt oben in die Radzellen ein und verläßt sie unten. Bei diesen Wasserrädern wird also die Lagenenergie des Wassers ausgenutzt; bei ihnen muß der Höhenunterschied der Wasserspiegel vor und hinter dem Rad mindestens gleich dem Durchmesser des Rades sein. Man erreicht dies Gefälle bei einem Fluß durch Abzweigung eines Ober- und Untergrabens nach Abb. 116.

Wasserräder werden nur noch selten gebaut. Ihre Abmessungen sind zu groß, ihr Wirkungsgrad zu klein, große Wassermengen und großes Gefälle können sie nicht ausnutzen. Ihre Drehzahl beträgt nur 5 bis 10 U/min (d.h. Umdrehungen in der Minute), so daß man Zahnradübersetzungen anwenden muß, um Arbeitsmaschinen (Sägen, Bohrmaschinen, Mühlsteine usw.) anzutreiben.

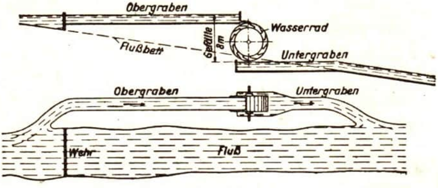


Abb 116. Grabenanlage für ein oberschlächtiges Wasserrad (Aufriß und Grundriß)

2. Die Freistrahlturbine. Wesentlich günstiger arbeiten die Wasserturbinen, die in allen größeren Wasserkraftwerken die Wasserräder vollständig verdrängt haben. Für die Ausnutzung der Lagenenergie bei mittleren und großen Höhenunterschieden (100 bis 1500 m) bei relativ geringer Wassermenge kommt vor allem die Freistrahlturbine, auch Peltonrad[1]) genannt, in Betracht (Abb. 117). Das Wasser strömt aus einer oder mehreren Düsen D gegen Schaufeln (Löffel oder Becher), die so gestaltet sind (Abb. 118), daß sich der Strahl an einer mittleren scharfen Kante teilt und nach beiden Seiten um fast 180° umbiegt. Dabei gibt das Wasser seine Energie vollständig ab, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwa halb so groß ist wie die des auftreffenden Wassers. Wenn nämlich die Geschwindigkeit des Rades gleich v, die des Wassers also gleich $2v$ ist, hat der umgebogene Strahl relativ zu der sich drehenden Schaufel die Geschwindigkeit $-v$; also ist, da die Geschwindigkeit der Schaufel gleich v ist, die Geschwindigkeit des austretenden Wassers von außen betrachtet (nahezu) gleich Null. Somit hat der Strahl seine ganze Energie auf die Turbine übertragen. Der Wasserzufluß wird durch eine „Nadel" N, die in die Düse geschoben werden kann, geregelt. Abb. 119 zeigt eine Freistrahlturbine.

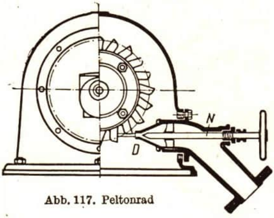


Abb. 117. Peltonrad

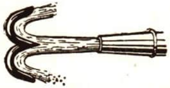


Abb. 118. Schaufel einer Freistrahlturbine

Man erreicht bei den Freistrahlturbinen Wirkungsgrade bis zu 90 %. Eins der im Walchenseekraftwerk (s. u.) eingebauten Peltonräder erzielt bei einem

1) Pelton, Water Wheel Co. in San Francisco.

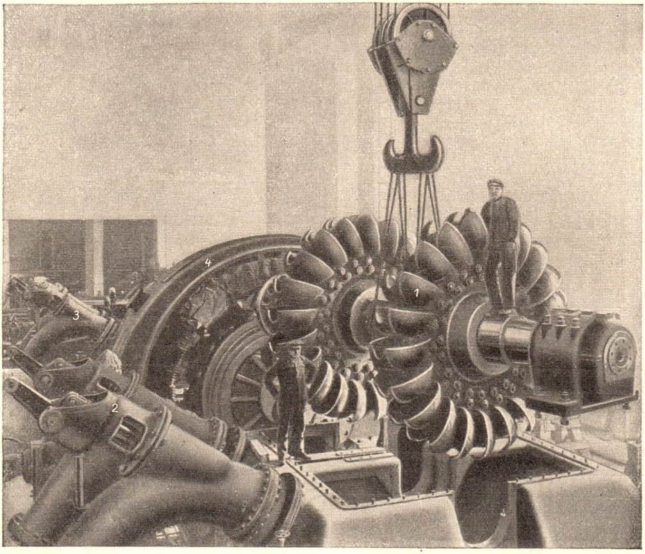


Abb. 119. Einbau der Laufräder einer der beiden Zwillingsfreistrahlturbinen des Kraftwerkes Nore in Norwegen; Leistung 36 600 PS. *1* Laufräder; *2* je zwei Düsenregler für die vordere, *3* für die hintere Zwillingsturbine; *4* Generator (zur Erzeugung von elektrischer Energie)

Gefälle von 195 m und einem Wasserverbrauch von 9,4 m^3/s 250 U/min und leistet 15000 kW. (Rechne nach! Wirkungsgrad 84 %. § 44, 1.)

3. Die Überdruckturbine. Bei kleinerem Gefälle haben die Freistrahlturbinen eine zu geringe Umlaufszahl; besonders zum Antrieb elektrischer Maschinen ist eine hohe Umlaufszahl (bis zu 1000 U/min) notwendig. Diese erreicht man in den Überdruckturbinen, von denen die Francisturbine[1]) und die Kaplanturbine die verbreitetsten sind.

Als ihren Vorläufer kann man das Segnersche Wasserrad (Abb. 120) ansehen. Bei ihm treibt an den Ausflußöffnungen der Wasserdruck das Wasser nach der einen und nach dem Wechselwirkungsgesetz (§ 15) das Rohr nach der anderen Seite, ebenso wie ein aus einem Kahn springender Mensch diesen zurückstößt. Auf demselben Prinzip beruhte das Rad, mit dem Segner eine Getreidemühle bei Göttingen antrieb (1760).

---

1) Nach dem englischen Ingenieur J. B. Francis, 1845.

Abb. 121 zeigt schematisch die äußere Anlage einer Überdruckturbine; *OW* bedeutet den Oberwasser-, *UW* den Unterwasserspiegel. Die Turbinenachse kann, wie hier, lotrecht oder, wie in der folgenden Abbildung, waagerecht liegen. Die **Francisturbine** (Abb. 122) besteht aus einem **Laufrad** und einem Kranz feststehender **Leitschaufeln**, die das Laufrad umgeben. Das Wasser tritt unter hohem Druck von außen radial in die Kanäle zwischen den Leitschaufeln. Diese werden nach innen hin enger; dadurch erhöht sich die Geschwindigkeit des Wassers, das als ein großer Wirbel mit hoher Umlaufszahl zwischen die Schaufeln des Laufrades strömt (der Wirbel heißt lateinisch turbo, daher der Name „Turbine"). Die Laufradschaufeln sind nach der Austrittsseite des Wassers hin schraubenförmig gekrümmt, so daß das radial einströmende Wasser im Laufrad um 90° abgelenkt wird und in der Richtung der Achse austritt. Es wird dann durch ein gebogenes Rohr, das sich nach unten erweitert und daher saugend wirkt, dem Unterwasser zugeführt. Das Laufrad kann, da alle seine Zellen mit Wasser gefüllt sind, vollständig im Wasser laufen.

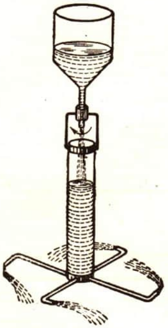


Abb. 120. Segnersches Wasserrad. Drehbar ist das lotrechte Rohr mit den 4 Armen unterhalb des gekrümmten Pfeiles

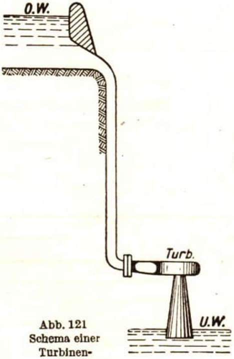


Abb. 121 Schema einer Turbinenanlage

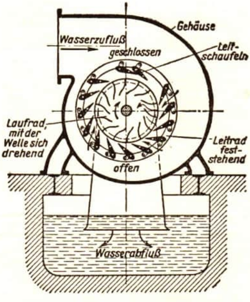


Abb. 122. Francisturbine. Von den oberen vier Leitschaufeln sind zwei fortgelassen und zwei im Gegensatz zu den übrigen geschlossen gezeichnet (Wasserzufluß hier abgesperrt)

Zur möglichst guten Ausnutzung der Wucht des einströmenden Wassers muß man den Laufradschaufeln die richtige Form geben. Das Wasser soll nicht durch Stoß, sondern auf seiner gekrümmten Bahn durch Druck wirken; es muß in der Richtung der an die bewegte Schaufel gelegten Tangente eintreten

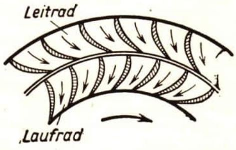


Abb. 123. Senkrechter Schnitt durch Leit- und Laufrad einer Francisturbine

(Abb. 123) und beim Durchfließen der Schaufeln umgelenkt werden. Ebenso wie beim Segnerschen Wasserrad ist dann die Reaktionskraft gegen das ausströmende Wasser die Kraft, die das Laufrad in der entgegengesetzten Richtung antreibt.

Auch bei dieser Turbine beträgt der Wirkungsgrad bis 90 %. Sie wird für ein Gefälle von 0,5 bis 260 m und für einen Wasserverbrauch von 0,2 bis 150 m³/s gebaut.

Die Kaplanturbine ist sehr schnelläufig (1000 U/min und mehr). Man läßt bei ihr das Wasser die Laufräder nur in axialer Richtung durchströmen. Abb. 124 zeigt ihren Aufbau im Längsschnitt und Abb. 125 das Laufrad allein. Seine Form erinnert an eine Schiffsschraube oder an den Propeller eines Flugzeuges; sie wirkt auch ebenso; nur bewegt sich hier nicht die Schraube gegen das Wasser, sondern das Wasser gegen die Schraube. Der Erfolg ist natürlich derselbe. Das Laufrad hat zwei bis acht freistehende Flügel, die verstellbar sind. Bei Laufraddurchmessern bis zu 6 m betragen die Leistungen über 8000 kW oder 11000 PS. Die erste gebrauchsfähige Propellerturbine dieser Art baute 1912 Kaplan in Brünn.

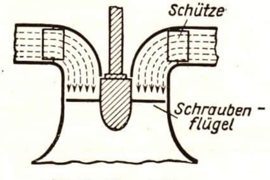


Abb. 124. Längsschnitt durch eine Kaplanturbine (schematisch)

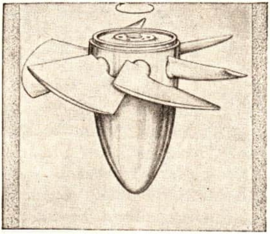


Abb. 125
Laufrad einer Kaplanturbine. Das Wasser strömt von oben auf die verstellbaren Schaufeln

Praktische Bedeutung gewannen die Wasserturbinen erst seit 1891, als es gelang, bei Lauffen die Energie eines Wasserfalles des Neckars in einer Turbine auszunutzen und mit ihr eine elektrische Maschine zu betreiben, deren Strom nach Frankfurt a. M. geleitet wurde.

Zu den großartigsten Wasserturbinenanlagen gehört das Walchenseekraftwerk in den Bayrischen Alpen. Vom Walchensee, der 70 000 000 m³ Wasser faßt, führen 8 eiserne Druckrohre mit einem Nutzgefälle von 195 m zum „Krafthaus", in dem das Wasser 4 Überdruck- und 4 Freistrahlturbinen speist; durch diese werden elektrische Maschinen betrieben, die Bayern mit Elektrizität versorgen. Die gesamte Leistung des Werkes erreicht rund 125 000 kW ($\approx$ 170 000 PS).

Die Turbinen beanspruchen viel weniger Platz als Wasserräder. Man baut sie von $\frac{1}{20}$ bis über 30 m³/s Wasserverbrauch, von 50 bis 1000 Umdrehungen in der Minute, von 2 bis 1700 m Gefälle und von nur 7 bis zu 50000 kW (Niagarafälle, Kraftwerke am Dnepr). Sie sind überall dort von hoher wirtschaftlicher Bedeutung, wo Wasserkräfte zur Verfügung stehen.

Die in den Wasserkräften der Erde bereitstehende Leistung wird auf 350 Mill. kW (≈ 475 Mill. PS) geschätzt. Davon wurden 1935 rund 40 Mill. kW verwertet.

§ 45. Strömungen von Gasen

Wir stellen ein Glasrohr vertikal in eine Flüssigkeit und richten gegen seine obere Öffnung ein in eine Spitze auslaufendes horizontales Rohr (Abb. 126). Blasen wir Luft durch das waagerechte Rohr, so reißt diese zunächst Luft und dann Flüssigkeit aus dem vertikalen Rohr, die, in feine Tröpfchen verteilt, fortfliegt. Obwohl in das horizontale Rohr hineingeblasen wird, ergibt sich also in dem vertikalen Rohr nicht, wie man erwarten sollte, eine Drucksteigerung, sondern eine Druckverminderung. Baut man die beiden Rohre mit einem Flüssigkeit enthaltenden Gefäß zusammen, so erhält man einen Zerstäuber (Blumenspritze). Bei den gegen Kehlkopferkrankungen verwendeten Inhalationsapparaten[1]) schickt man Dampf aus einem Dampfkesselchen durch das waagerechte Rohr und läßt ihn eine medizinisch wirksame Flüssigkeit mitreißen.

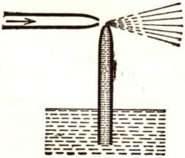


Abb. 126. Zerstäuber

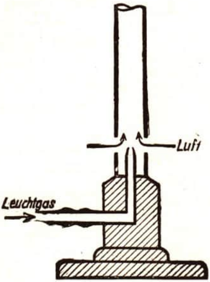


Abb. 127. Bunsenbrenner

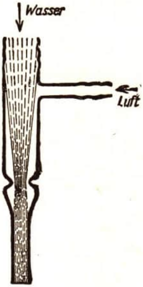


Abb. 128. Wasserstrahlpumpe

Man kommt zu einem tieferen Verständnis des Vorganges, wenn man die energetischen Verhältnisse betrachtet. Die aus der engen Öffnung des waagerechten Rohres austretende Luft hat eine große Geschwindigkeit, denn es strömt durch ihren Querschnitt in der Sekunde dieselbe Menge Luft wie durch den Querschnitt des Rohres. Diese erhöhte Geschwindigkeit kann die ausströmende Luft nur auf Kosten ihrer potentiellen Energie (Volumenenergie, § 40, 1), also auch auf Kosten ihres Druckes erhalten haben. Bei

1) inhaläre (lat.) = einhauchen

großer Geschwindigkeit wird der Druck, den die ausströmende Luft auf ihre Umgebung ausübt, kleiner als der äußere Luftdruck, so daß dieser die Flüssigkeit in die Höhe treibt.

Ein weiteres Beispiel hierfür bietet der Bunsenbrenner (Abb.127). Das aus einer engen Öffnung ausströmende Gas saugt durch seitliche Öffnungen eines weiteren Rohres Luft an, die sich mit dem Gase mischt. Durch Verengung oder Erweiterung der Öffnungen kann die Zusammensetzung des Gemisches geändert werden. Auch oberhalb des Brenners wird durch das ausströmende Gas Luft von der Seite her angesogen; deshalb ist die Temperatur im Mantel der Gasflamme sehr hoch (über 1500° C).

Abb. 128 zeigt schematisch eine als Luftpumpe dienende Wasserstrahlpumpe. Das in einem scharfen Strahl aus einer engen Öffnung herausspritzende Wasser reißt durch ein seitlich angesetztes Rohr aus einem angeschlossenen Gefäß Luft mit. Man erzielt Verdünnungen bis herab zu 20 Torr und weniger.

WÄRMELEHRE

§ 46. Die Temperatur und ihre Messung

1. Wärmeempfindungen und Temperatur. Fassen wir einen Körper an, so haben wir Wärme- oder Kälteempfindungen. Wir führen diese Empfindungen auf den **Wärmegrad** oder die **Temperatur**[1]) des berührten Körpers zurück und nennen ihn heiß, warm oder kalt. Die Beurteilung der Temperatur eines Körpers nach dem Gefühl ist unsicher.

Wir erinnern uns beispielsweise der folgenden Versuche: Hält man die rechte Hand in kaltes und die linke in warmes Wasser und dann beide gemeinsam in lauwarmes Wasser, so vermittelt die rechte Hand die Empfindung „warm", die linke die Empfindung „kalt". — Haben ein Stück Holz und ein Stück Eisen gleiche Temperatur und liegt diese Temperatur weit über der der berührenden Hand, so halten wir das Eisen für heißer als das Holz. Liegt die beiden gemeinsame Temperatur beträchtlich unter der der berührenden Hand, so halten wir das Eisen für kälter als das Holz.

Trotz dieser Unsicherheit können wir aber nach unserem Gefühl feststellen, daß Änderungen eintreten, wenn Körper gleicher Art, die verschieden stark erwärmt waren (z. B. ein in der Sonne liegendes Stück Eisen und ein unter Leitungswasser gebrachtes Stück Eisen), in gute Berührung miteinander gebracht werden; wir stellen fest, daß der eine Körper sich erwärmt und der andere sich abkühlt, bis schließlich die Wärmeempfindungen sich nicht mehr ändern. Wir sagen dann, daß die beiden Körper ihren Wärmegrad oder ihre Temperatur ausgeglichen haben.
Die Erfahrung lehrt bei kritischer Sichtung unserer Wärmewahrnehmungen:

Körper, die sich lange genug berühren, nehmen die gleiche Temperatur an.

Sie lehrt ferner:

Viele Eigenschaften der Körper sind mit der Temperatur veränderlich.

So dehnen sich die meisten Körper aus, wenn ihre Temperatur zunimmt, und ziehen sich zusammen, wenn sie abnimmt. Bei höheren Temperaturen beginnen feste Körper zu glühen; dabei ändert sich die Farbe des ausgesandten Lichtes mit steigendem Wärmegrad von rot über gelb nach weiß. Mit abnehmender Temperatur nimmt die Sprödigkeit der Körper zu: Glas, das sich bei der Temperatur des Schnittbrenners biegen läßt, springt, wenn man den Versuch bei Zimmertemperatur wiederholt. Dies sind Änderungen, die um so größer werden, je mehr die Temperatur sich ändert. Andere Veränderungen gehen sprunghaft bei ganz bestimmten Temperaturen vor sich, wie das Schmelzen des Eises oder das Sieden des Wassers.

---

1) temperäre (lat.) = warm machen

Jede der mit der Temperatur veränderlichen Eigenschaften irgendeines Körpers kann man zur Messung seiner Temperatur benutzen. Ein bestimmtes Volumen, eine bestimmte Farbe oder (wie wir später sehen werden) ein bestimmter elektrischer Widerstand eines Probekörpers zeigt eine bestimmte Temperatur an, und man kann auf diese Weise nicht nur die Temperatur des Probekörpers, sondern auch die seiner Umgebung messen, da Probekörper und Umgebung allmählich die gleiche Temperatur annehmen.

Die praktische Temperaturskala. Um die Temperatur eines Körpers zu messen, benutzt man **Thermometer**[1]). Wenn wir in der Physik von der Temperatur eines Körpers sprechen, so meinen wir also nicht mehr die unterschiedlichen Wärmeempfindungen, die uns seine Berührung verursacht, sondern einen mit einem Thermometer gefundenen Meßwert. Im täglichen Leben begegnen uns am häufigsten Thermometer, in denen zur Temperaturanzeige die Ausdehnung eines Körpers, meist einer Flüssigkeit, benutzt wird. Daneben wird aber auch die Ausdehnung von Gasen und Metallen zur Temperaturmessung benutzt, wie wir im folgenden noch sehen werden. Das Quecksilberthermometer besteht aus einem Gefäß, das an dem einen Ende eines geschlossenen engen Glasrohres durch Aufblasen entstanden ist. Hierzu verwendet man Spezialglasröhren, bei denen der Flächeninhalt des inneren Rohrquerschnittes an allen Stellen des Rohres sehr genau der gleiche ist. (Bei kreisrundem Querschnitt muß also die lichte Weite überall gleich sein.) Das Gefäß und ein Teil des Thermometerrohres sind mit Quecksilber gefüllt. Der vom Quecksilber nicht eingenommene Raum des Rohres ist gewöhnlich luftleer. Werden das Glasgefäß und das darin enthaltene Quecksilber erwärmt, so dehnt sich das Quecksilber stärker als das Glas aus; es wird dadurch etwas Quecksilber vom Gefäß in das Glasrohr hineingetrieben; die Quecksilbersäule im Glasrohr steigt. Wie alle Meßwerkzeuge besitzt das Thermometer eine **Skala**[2]), die auf folgende Weise geeicht ist: Man bringt das Thermometer einmal in schmelzendes Eis und dann in den Dampf (bei einem Barometerstand von 760 Torr) siedenden Wassers und stellt fest, wo in beiden Fällen der Quecksilberspiegel im Glasrohr unverändert stehenbleibt. Diese beiden Punkte des Thermometers heißen **Fundamentalpunkte** (Eispunkt und Siedepunkt); ihr Abstand heißt Fundamentalabstand. Man teilt ihn nach Celsius (Upsala, 1742) in 100 gleiche Teile, die man Grade[3]) nennt, und schreibt an den Eispunkt 0° C, an den Siedepunkt 100° C. Die für 1° C gefundene Teilstrecke wird in gleicher Größe über die Fundamentalpunkte hinaus abgetragen und fortlaufend beziffert. Temperaturen unter 0° C werden durch ein Minuszeichen bezeichnet.

Ein Vergleich der neben der Celsiusskala in anderen Ländern noch benutzten Réaumur- und Fahrenheitskalen ist in Abb. 129 dargestellt. Die Ab-

---

1) thermós (griech.) = warm 2) scālae (spätlat.: scala) = Leiter
3) grădus (lat.) = Schritt

bildung zeigt: 5 Einheiten der Celsiusskala entsprechen 4 Einheiten der Réaumurskala und 9 der Fahrenheitskala.

Bei diesen Thermometern wird also zur Temperaturmessung die Volumenänderung, die das Quecksilber im Glas erfährt, benutzt; genauer: die Volumenänderung des Quecksilbers vermindert um die des Glases. Die Wahl des Quecksilbers und die gleichmäßige Unterteilung seiner Ausdehnung im Glas zwischen 0° C und 100° C zur Feststellung der Temperaturskala sind willkürlich. Füllt man Thermometerröhren statt mit Quecksilber mit anderen Flüssigkeiten, bestimmt für jede die Lage der Fundamentalpunkte und teilt den Abstand in 100 gleiche Teile, so stimmen die Angaben der Thermometer nicht überein (Vergleich eines mit Quecksilber gefüllten Thermometers mit einem mit Schwefelsäure gefüllten). Will man ein mit einem anderen Stoff als Quecksilber gefülltes Thermometer oder ein Metallthermometer benutzen, so muß man es nach einem Quecksilberthermometer eichen. Abb. 130 zeigt die Skala eines Alkoholthermometers neben der des Quecksilberthermometers, nach dem es geeicht wurde. Die Querschnitte der Thermometerrohre und die Rauminhalte der Thermometergefäße wurden dabei so aufeinander abgestimmt, daß die Fundamentalpunkte an gleichen Stellen der Flüssigkeitssäule liegen.

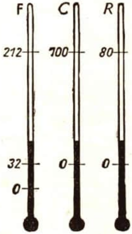


Abb. 129
Die Thermometerskalen nach Fahrenheit, Celsius und Réaumur

Abb. 130. Gegenüberstellung der Skalen eines Alkohol- und eines Quecksilberthermometers

3. Maximum- und Minimumthermometer. Will man die höchste und tiefste Temperatur eines Tages feststellen, ohne fortlaufende Beobachtungen machen zu müssen, so benutzt man ein Maximum- und Minimumthermometer, wie es beispielsweise in Abb. 131 dargestellt ist. Der in dem Gefäß K eingeschlossene Alkohol zeigt durch seine Ausdehnung die Temperatur an. An den Alkohol schließt sich der Quecksilberfaden AB an. Die Temperaturskalen links und rechts sind so eingeteilt, daß die Enden A und B gleiche Temperaturgrade anzeigen. An jeder Seite des Quecksilberfadens befinden sich kleine Eisenstifte, S_1 und S_2, die mit geringer Reibung in dem Thermometerrohr verschoben werden können. Dehnt der Alkohol sich aus, so schiebt er den Quecksilberfaden und dieser den Eisenstift S_2 vor sich her. Geht dann die Temperatur zurück, so zieht sich der Alkohol zusammen, der Quecksilberfaden folgt, aber der Eisenstift bleibt infolge der Reibung stehen. So zeigt sein unteres Ende die höchste erreichte Temperatur an. In gleicher Weise kann man am unteren Ende des Eisenstiftes S_1 die tiefste erreichte Temperatur ablesen. Nachdem man den Stand der Eisenstifte abgelesen hat, zieht man sie mit einem kleinen Magneten wieder zur Quecksilbersäule zurück. Die eigentliche temperaturanzeigende Substanz ist hier also der im linken Schenkel befindliche Alkohol, während der Quecksilberfaden nur als Anzeiger dient.

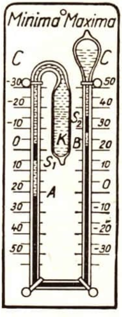


Abb. 131.
Maximum-Minimum-Thermometer

§ 47. Die Ausdehnung fester Körper

1. Der lineare Ausdehnungskoeffizient[1]). Im allgemeinen dehnen sich feste Körper bei Temperaturerhöhung in allen Richtungen in demselben Maße aus. Die Gestalt des Körpers bei erhöhter Temperatur ist also der ursprünglichen Gestalt ähnlich. Eine Ausnahme hiervon machen zum Beispiel die nicht regulären Kristalle.

Für den Regelfall genügt daher die Feststellung der Ausdehnung in einer Richtung. Um möglichst große Längenänderungen zu erzielen, nimmt man die Untersuchung an langgestreckten Körpern vor. Man untersucht also die Längenänderung von Stäben oder Röhren aus den zu untersuchenden Stoffen.

Messung des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper. Wir messen die Längenausdehnung gleich langer, bei A in Abb. 132 eingespannter Röhren (etwa 1 m) aus Kupfer, Eisen, Zink, Messing usw. bei Zimmertemperatur und stellen mit Hilfe eines bei B angreifenden Winkelhebels die Längenänderung fest, die sie erfahren, wenn man sie durch hindurchgeleiteten Dampf auf 100° C erwärmt. Es zeigt sich, daß die Verlängerung bei verschiedenen Stoffen verschieden groß ist. Unsere Messungen ergeben, daß sich ein 1 m langes Rohr aus Messing bei Erwärmung von 20° C auf 100° C um 1,5 mm ausdehnt. Setzen wir voraus, daß die Ausdehnung im ganzen Temperaturintervall gleichmäßig vor sich geht, so ist für 1° die Verlängerung 0,019 mm. Das Verhältnis der Längenzunahme für 1° Temperaturerhöhung zur ursprünglichen Länge ist also 0,019 mm zu 1000 mm, gleich 0,000019.

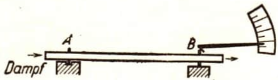


Abb. 132. Messung des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper

Man bezeichnet als linearen Ausdehnungskoeffizienten eines festen Körpers das Verhältnis der Längenzunahme, die der Körper bei einer Temperaturerhöhung um 1° erfährt, zu seiner Länge bei 0° C.

Für Metalle ist dieser Wert zwischen 0° C und 100° C ziemlich unabhängig von der Temperatur.

Hat ein Stab bei 0° C die Länge l_0 und wird sein linearer Ausdehnungskoeffizient mit α bezeichnet, so ist seine Länge l bei der Temperatur t gleich $l_0 + l_0 \alpha t$ oder

$$\boldsymbol{l = l_0\ (1 + \alpha t)}.$$

Mittlere lineare Ausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe zwischen 0°C und 100°C

Zink	0,000 030	Platin	0,000 009
Messing	0,000 019	Glas (Thüringer)	0,000 009
Kupfer	0,000 016	Invar[2])	0,000 002
Eisen	0,000 012	Quarz	0,000 000 5

1) co- = cum (lat.) = zusammen; effícere (lat.) = bewirken
2) Eine Legierung aus Nickel und Eisen. invariábilis (lat.) = unveränderlich

2. Anwendungen. Die bei Temperaturänderungen entstehenden Längenänderungen sind zwar gering, müssen aber, z. B. beim Bau eiserner Brücken, berücksichtigt werden. Es treten nämlich sehr starke mechanische Spannungen auf, wenn man die Ausdehnung eines Körpers verhindert. Bei der Abkühlung sind die zusammenziehenden Kräfte entsprechend stark (Zerbrechen eines Gußeisenbolzens durch einen an ihm angreifenden sich abkühlenden Eisenstab; eiserne Reifen werden glühend über Räder gezogen, damit sie sich beim Abkühlen fest auf den Radkranz fügen). Aus der Tabelle geht hervor, daß Platin und Glas denselben Ausdehnungskoeffizienten haben. Man hat daher lange Zeit dort, wo Metalldrähte durch Glas hindurchgeschmolzen werden müssen (wie beispielsweise an den Sockeln von Glühbirnen), Platin verwendet. Jetzt hat man gelernt, Drähte aus anderen Metallen mit einem Ausdehnungskoeffizienten, der dem des üblichen Glases gleich ist, herzustellen. Auf der anderen Seite kennt man jetzt Glassorten, deren Ausdehnungskoeffizienten sich den Metallen, die man einzuschmelzen wünscht, anpassen, z. B. Wolframeinschmelzglas.

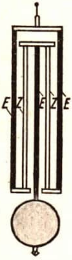


Abb. 133 Kompensationspendel

Für die genaue Zeitmessung mit Hilfe von Pendeluhren ist die Temperaturunabhängigkeit der Pendellänge von ausschlaggebender Bedeutung (vgl. § 19). Die Tabelle zeigt, daß ein Pendel aus Invar selbst bei Temperaturschwankungen von 10° C seine Länge nur um 0,002% ändert. Ehe man derartige Legierungen kannte, half man sich durch sogenannte Kompensationspendel[1]), bei denen die Pendelstange meist aus drei Eisen- und zwei Zinkstäben in der aus Abb. 133 ersichtlichen Anordnung besteht. Die Länge der Stäbe ist so berechnet, daß die Ausdehnung der Eisenstäbe (nach unten hin) durch die der Zinkstäbe (nach oben hin) ausgeglichen wird.

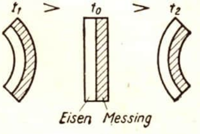


Abb. 134. Bimetallstreifen

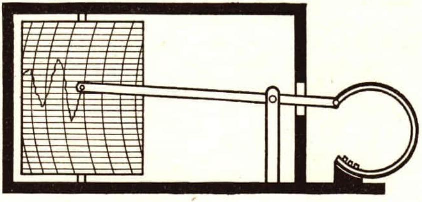


Abb. 135. Thermograph

Die verschiedene Ausdehnung der Metalle hat man zur Konstruktion von Metallthermometern ausgenutzt: Eine Art Metallthermometer besteht aus zwei miteinander vereinigten Streifen aus verschiedenem Metall, z. B. Eisen und Messing, einem sogenannten Bimetallstreifen[2]); dieser krümmt sich

1) compensāre (lat.) = abwägen, ausgleichen 2) bis (lat.) = zweimal

bei einer Temperaturerhöhung so, daß das Messing auf der konvexen Seite liegt, weil Messing einen etwa $1\frac{1}{2}$ mal so großen Ausdehnungskoeffizienten wie Eisen hat (vgl. Abb. 134). Ein als Thermograph ausgebildetes Metallthermometer, das die Temperatur selbsttätig fortlaufend aufzeichnet, zeigt Abb. 135. Auch für selbsttätige Feuermelder eignen sich diese Bimetallstreifen.

3. Der kubische Ausdehnungskoeffizient.

Man bezeichnet als räumlichen oder kubischen Ausdehnungskoeffizienten eines Körpers das Verhältnis der Volumenvergrößerung, die der Körper bei einer Temperaturerhöhung um 1° erfährt, zu seinem Volumen bei 0° C.

Nennt man ihn β, so erhält man wie oben

$$V = V_0\,(1 + \beta t).$$

Um den Zusammenhang zwischen dem kubischen und dem linearen Ausdehnungskoeffizienten für einen Körper zu finden, der sich bei Erwärmung nach allen Richtungen in demselben Maße ausdehnt, überlegen wir das Folgende: Die Länge l_0, die Breite b_0 und die Höhe h_0 eines Quaders von 0° C und dem linearen Ausdehnungskoeffizienten α wachsen bei der Temperaturerhöhung um t auf $l_0(1+\alpha t)$, $b_0(1+\alpha t)$ und $h_0\,(1+\alpha t)$ an. Das Volumen des Quaders steigt daher von $V_0 = l_0 b_0 h_0$ auf $V = l_0 b_0 h_0\,(1+\alpha t)^3$, oder auf

$$V = V_0\,(1 + 3\,\alpha t + 3\,\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Da α eine sehr kleine Größe ist, kann man für praktische Zwecke die Glieder vom 2. und 3. Grade in der Klammer außer acht lassen. Dann ergibt sich

$$V = V_0\,(1 + 3\,\alpha t) = V_0(1 + \beta t).$$

Also ist der räumliche Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers (fast genau) dreimal so groß wie der lineare.
Ein Hohlgefäß dehnt sich so aus, als ob der Hohlraum aus demselben Stoff bestände wie die Wandung. Eine Hohlkugel z. B. kann sich nicht anders ausdehnen als die äußere Wandung der Vollkugel.

Mißt man die Länge eines Stabes bei t_1 und t_2 zu l_1 und l_2, so gilt wegen $l_2 = l_0(1+\alpha t_2)$ und $l_1 = l_0(1+\alpha t_1)$

$$l_2 - l_1 = l_0\alpha(t_2 - t_1).$$

Da l_0 sich von l_1 wegen der Kleinheit von α nur um einen sehr geringen Bruchteil unterscheidet, kann man diese Gleichung mit großer Annäherung ersetzen durch

$$l_2 - l_1 = l_1\alpha(t_2 - t_1)$$

oder

$$l_2 = l_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)].$$

Entsprechend gilt auch

$$V_2 = V_1[1 + \beta(t_2 - t_1)].$$

Zur Übung: 1. Eine Kugel aus Eisen hat bei $t = 20$°C den Radius $r_1 = 2$ cm. Auf wieviel Grad darf sie erwärmt werden, damit sie gerade noch durch einen kreisförmigen Ring vom Radius $r_2 = 2{,}01$ cm hindurchgeht? — 2. Ein Maßstab aus Messing ist bei 0°C richtig geteilt. Man mißt damit bei 25°C die Länge einer Strecke zu $l = 34{,}75$ m. Wie groß ist ihre wahre Länge?

§ 48. Die Ausdehnung der Flüssigkeiten

1. Absolute Messung des Ausdehnungskoeffizienten. Da die flüssigen (und gasförmigen) Körper keine bestimmte Form haben, kann man bei ihnen nur den bereits oben definierten räumlichen Ausdehnungskoeffizienten messen. Er läßt sich nach dem Verfahren der korrespondierenden Flüssigkeitshöhen bestimmen: Durch die Ausdehnung infolge Temperaturänderung werden die Körper spezifisch leichter. Ist G das Gewicht eines Körpers, und sind V_0 und V seine Rauminhalte bei den Temperaturen 0° C und t, so ist seine Wichte bei diesen Temperaturen $\gamma_0 = G : V_0$ und $\gamma = G : V$, also $\gamma_0 : \gamma = V : V_0$. Setzt man hier $V = V_0 (1 + \beta t)$, so erhält man

$$\gamma : \gamma_0 = \frac{1}{1 + \beta t}.$$

Dulong und Petit benutzten (1816) diese Gleichung zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers. Bringt man die zu untersuchende Flüssigkeit, beispielsweise Quecksilber, in verbundene Röhren (Abb. 136) und umgibt die eine Röhre mit schmelzendem Eis, die andere mit einem Bad bekannter Temperatur t (Wasser oder Öl), so sind die Flüssigkeitshöhen h_0 und h in den beiden Röhren den Wichten umgekehrt proportional: $h_0 : h = \gamma : \gamma_0$. Setzen wir dies in die obige Gleichung ein, so ergibt sich die Beziehung

$$1 + \beta t = h : h_0.$$

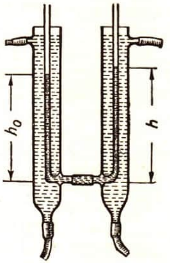


Abb. 136. Methode der korrespondierenden Flüssigkeitshöhen

Mißt man die Flüssigkeitshöhen, so ist in dieser Gleichung β die einzige Unbekannte und kann bestimmt werden. Befindet sich der erste Schenkel nicht auf der Temperatur des schmelzenden Eises, sondern auf der Temperatur t_1, so läßt sich β nach einer ähnlichen Gleichung berechnen.

Die beschriebene Methode erfordert zu ihrer genauen Durchführung eine umständliche Apparatur. Durch sie wurde der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers zu 0,000 181 bestimmt; er hat, da wir die Ausdehnung des Quecksilbers unserer Temperaturmessung zugrunde gelegt haben, bei allen Temperaturen zwischen 0° C und 100° C den gleichen Wert. Der Ausdehnungskoeffizient der meisten anderen Flüssigkeiten wächst etwas mit steigender Temperatur.

2. Relative Messung des Ausdehnungskoeffizienten. Einfacher ist es, die Ausdehnungskoeffizienten verschiedener Stoffe miteinander zu vergleichen. So läßt sich der Ausdehnungskoeffizient einer Flüssigkeit in einem Glasfläschchen (Pyknometer[1])) bestimmen, wenn man den Ausdehnungskoeffi-

[1]) pyknós (griech.) = dicht. Das Fläschchen dient zur Dichtebestimmung von Flüssigkeiten

zienten des Glases kennt oder das Glasfläschchen mit Hilfe einer Flüssigkeit von bekanntem Ausdehnungskoeffizienten eicht. Im ersteren Falle geht man beispielsweise folgendermaßen vor:

Man füllt das Pyknometer (Abb. 137), ein Glasfläschchen, das mit einem der Länge nach durchbohrten Glasstöpsel verschlossen ist, bei der Temperatur t_1 vollständig mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, und bestimmt sein Gewicht G. Dann erwärmt man das Fläschchen in einem Wasserbade auf $t_2 = 100°C$; dabei fließt ein Teil des Quecksilbers aus. Nach dem Abkühlen stellt man das Gewicht G' des zurückbleibenden Quecksilbers fest. Der Ausdehnungskoeffizient des Glases β_{Gl} sei bekannt. Dann gilt für den Inhalt des Glasfläschchens


Abb. 137 Pyknometer

$$V_2 : V_1 = 1 + \beta_{Gl}(t_2 - t_1). \tag{1}$$

Das bei t_1 im Volumen V_1 enthaltene Quecksilber vom Gewicht G möge bei der Temperatur t_2 das Volumen V einnehmen; daher gilt

$$V = V_1[1 + \beta_Q(t_2 - t_1)]. \tag{2}$$

Da bei der Temperatur t_2 die Menge G' des Quecksilbers das Volumen V_2, die Menge G dagegen das Volumen V ausfüllt, so gilt

$$V : V_2 = G : G'$$

oder

$$V = V_2 \cdot \frac{G}{G'}. \tag{3}$$

Eliminiert man V aus Gleichung (2) und (3), so erhält man

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{G'}{G}[1 + \beta_Q(t_2 - t_1)]$$

und daher durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung (1)

$$\frac{G'}{G}[1 + \beta_Q(t_2 - t_1)] = 1 + \beta_{Gl}(t_2 - t_1)$$

oder

$$1 + \beta_Q(t_2 - t_1) = \frac{G}{G'}[1 + \beta_{Gl}(t_2 - t_1)]$$

und

$$\beta_Q = \beta_{Gl}\frac{G}{G'} + \frac{G - G'}{G'} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1}.$$

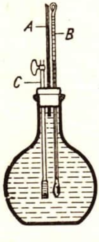


Abb. 138. Zur Wärmeausdehnung des Wassers

Auf diese Weise sind die in der Tabelle angegebenen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten ermittelt worden.

Kubische Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten bei 18°C

Äther	0,001 63	Quecksilber	0,000 18
Alkohol	0,001 10	Wasser	0,000 18
Petroleum	0,000 92		

3. Das Verhalten des Wassers bei Erwärmung. Besonders auffällig ist das Verhalten des Ausdehnungskoeffizienten des Wassers. Um das zu zeigen, füllen wir einen Kolben mit Wasser und verschließen ihn durch einen Stopfen mit durchgeführtem Glasrohr (A in Abb. 138). Der Kolben wird erwärmt und die Temperatur des Wassers an einem Thermometer B abgelesen.

Die Ausdehnung der Glasflasche wird durch die Ausdehnung einer Luftblase geeigneter Größe (z. B. 2 cm^3, falls die Glasflasche 350 cm^3 faßt) ausgeglichen, die sich in einem unten offenen und erweiterten Rohr *C* befindet.

Tragen wir die Temperaturen als Abszissen und die zugehörigen Wasserstände im Rohr *A* als Ordinaten auf, so erhalten wir die in Abb. 139 dargestellte Kurve. Wenn wir von 0° C ausgehen, so verliert das Wasser zunächst bis 4° C an Volumen, um dann wie die meisten anderen Körper bei steigender Temperatur eine Volumenzunahme zu erfahren. Erst bei etwa 8° C erreicht es dasselbe Volumen wie bei 0° C; dann wächst das Volumen in immer steigendem Maße mit der Temperatur. Führt man genaue Messungen durch und bezieht die gewonnenen Werte auf das Volumen des Wassers bei 4° C, so erhält man die an der rechten Seite des Diagramms angegebenen Zahlenwerte. Eine Wirkung dieser unregelmäßigen Ausdehnung des Wassers läßt sich leicht durch einen Versuch zeigen: Man läßt zerkleinertes Eis auf Wasser von Zimmertemperatur schwimmen. Nach einiger Zeit zeigt ein Thermometer am Boden des Gefäßes 4° C an; bewegt man es vorsichtig aufwärts in die Eisschicht, so zeigt es hier 0° C an. Wegen der unregelmäßigen Ausdehnung bildet sich beim Zufrieren von Gewässern das Eis zunächst an der Oberfläche. Da Eis spezifisch leichter als Wasser ist, bleibt es auf dem Wasser schwimmen (vgl. § 51, 1). Auch wäßrige Salzlösungen dehnen sich unregelmäßig aus; nur wird das Dichtemaximum bei tieferen Temperaturen erreicht als bei reinem Wasser. So wird das Dichtemaximum für das Tiefenwasser der Ozeane bei etwa – 3° C erreicht. Auch hier sammelt sich, ebenso wie bei dem zuletzt beschriebenen Versuch, das dichteste Wasser am Boden an. Der normale Gefrierpunkt, der für Meerwasser bei – 2° C liegt, kann in großen Tiefen sogar unterschritten werden, weil das Meerwasser unter dem sehr hohen Druck der auf ihm lastenden Wassersäule erst bei tieferer Temperatur gefriert (§ 51, 2). Wenn man die Ausdehnung einer Flüssigkeit zu verhindern sucht, tritt ein sehr starker Druck auf. Ein Thermometer wird gesprengt, wenn man es über die höchste Temperatur, für die es gefertigt ist, erhitzt. An der durch Temperaturänderung bewirkten Zusammenziehung kann man eine Flüssigkeit auf keine Weise hindern.

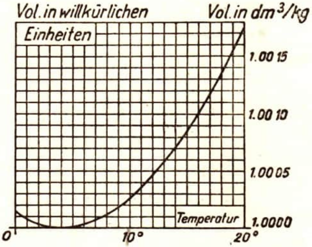


Abb. 139. Temperaturabhängigkeit des spezifischen Volumens des Wassers

Zur Übung: 1. Welches Volumen V_2 nehmen $V_1 = 12$ cm^3 Quecksilber von $t_1 = 20°$ C ein, wenn sie auf $t_2 = 90°$ C erwärmt werden? — 2. Die Wichte des Quecksilbers ist bei 0° C gleich 13,596 p/cm^3. Welchen Wert hat sie bei 100° C?

§ 49. Die Ausdehnung der gasförmigen Körper

1. Erwärmung bei konstantem Druck. Schließt man wie in Abb. 140 eine Luftmenge in einem Glasgefäß durch einen kurzen Flüssigkeitsfaden ab, der sich in einem nicht zu engen horizontalen Rohr bewegen kann, und erwärmt das Glasgefäß im Wasserbad, so dehnt sich die Luft aus; der Faden wandert im Rohr nach außen. Der Druck, unter dem die in dem Gefäß abgeschlossene Luft steht, bleibt dabei unverändert und ist gleich dem auf dem Faden lastenden äußeren Luftdruck. Man findet bei einer quantitativen Ausführung des Versuches: Die eingeschlossene Luftmenge dehnt sich von Grad zu Grad um je $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0°C aus. Wiederholt man den Versuch mit irgendeinem anderen Gas, z. B. Leuchtgas, so findet man das gleiche Ergebnis. Dasselbe findet man, wenn man die Versuche bei einem anderen Außendruck (etwa durch Vorschalten einer Quecksilbersäule am rechten Ende des horizontalen Rohres) wiederholt.

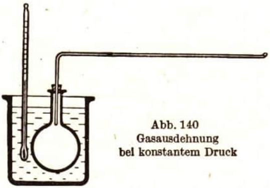


Abb. 140
Gasausdehnung
bei konstantem Druck

Alle Gase dehnen sich bei 1° Temperaturerhöhung unter gleichbleibendem Druck um $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0° C aus.

Den räumlichen Ausdehnungskoeffizienten der Gase bezeichnet man mit γ; er ist für alle Gase bei allen Drucken und Temperaturen (nahezu) gleich, und zwar

$$\gamma = \frac{1}{273}.$$

Für konstanten Druck gilt $V = V_0 + V_0 \cdot \gamma \cdot t$

oder

$$V = V_0\,(1 + \gamma t). \qquad (1)$$

Diese Gleichung heißt das **Gay-Lussacsche Gesetz für konstanten Druck.** Gay-Lussac bestimmte den Wert von γ (1802 in Paris) nach dem angegebenen Verfahren.

2. Erwärmung bei konstantem Volumen. Im Gegensatz zu den festen und flüssigen Körpern können wir ohne große Schwierigkeiten ein Gas bei konstantem Volumen erwärmen. Wir verbinden eine mit trockener Luft gefüllte Glaskugel G durch einen starkwandigen Gummischlauch mit einem verschiebbaren Glasrohr M_2 (Abb. 141). Der Schlauch ist mit Quecksilber gefüllt, das in dem Ansatzrohr M_1 bis zu einer Marke s reicht, wenn die Glaskugel mit schmelzendem Eis umgeben ist. Wird die Luft in der Glaskugel erwärmt, so steigt das Quecksilber im Manometerrohr M_2. Wir heben M_2, bis der Quecksilberspiegel in M_1 wieder die

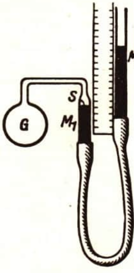


Abb. 141
Gasthermometer

Marke s erreicht. Die Luft nimmt jetzt wieder das gleiche Volumen ein und steht dabei unter einem Druck, der gleich dem Atmosphärendruck, vermehrt um den durch das Manometer angezeigten Quecksilberdruck, ist. Der für verschiedene Temperaturen wiederholte Versuch lehrt, daß die beobachtete Druckzunahme der Temperaturerhöhung proportional ist, und zwar ergibt sich bei genauer Messung, daß die Druckzunahme je Grad Temperaturerhöhung $\frac{1}{273}$ des Druckes bei 0° C beträgt.

Für genaue Messungen der Druckzunahme bei Erhöhung der Temperatur muß man zweierlei berücksichtigen. Das Gefäß ändert sein Volumen mit der Temperatur (und in noch geringerem Maße mit dem Druck), zweitens nimmt das in dem Verbindungsstück zwischen G und dem Quecksilberspiegel in M_1 enthaltene Gas irgendeine Temperatur zwischen Zimmertemperatur und der Temperatur an, auf die man das Gefäß G durch Einbetten in ein Temperaturbad (beispielsweise durch Umgeben mit schmelzendem Eis) bringt. Der erste Fehler ist klein, weil die Gase sich sehr viel stärker ausdehnen als Glas (etwa 150 mal so stark). Der zweite Fehler kann dadurch sehr klein gemacht werden, daß man zur Verbindung eine enge Kapillare wählt.

Ferner hat die Erfahrung gezeigt, daß alle anderen Gase sich ebenso wie Luft verhalten. Wir haben also gefunden:

Der Druck einer beliebigen Gasmenge nimmt bei unverändertem Volumen für jeden Grad Temperaturerhöhung um den gleichen Bruchteil zu, und zwar um $\frac{1}{273}$ des Druckes bei 0° C.

Steht das Gas bei 0° C unter dem Druck p_0 und wird der Druck bei t mit p bezeichnet, so ist also

$$p = p_0\,(1 + \gamma t), \tag{2}$$

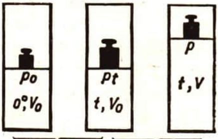
worin γ in diesem Falle den sog. **Spannungskoeffizienten** bedeutet und wieder nahezu $\frac{1}{273}$ ist.

Dies ist das **Gay-Lussacsche Gesetz für konstantes Volumen, auch Amontonssches Gesetz genannt.**

Es zeigt sich also:

Der Ausdehnungskoeffizient eines Gases ist stets gleich dem Spannungskoeffizienten.

3. Die Ausdehnung bei Veränderung aller Zustandsgrößen. Jetzt stellen wir uns vor, daß zunächst die Temperatur einer Gasmenge bei gleichbleibendem Volumen eine Veränderung erfährt und danach bei gleichbleibender Temperatur das Volumen. Druck und Volumen der Gasmenge bei 0° C seien p_0 und V_0 (Abb. 142). Der Druck nach der Temperaturänderung von 0° C auf t sei p_t; dann ist $p_t = p_0\,(1 + \gamma t)$. Auf die darauf folgende Volumänderung von V_0 auf V bei der Temperatur t wenden wir das uns bereits bekannte Boylesche Gesetz $p \cdot V = \text{const}$ an (§ 37):



$$\underbrace{\underbrace{p_t = p_0 \cdot (1+\gamma t)}_{V\ \text{konstant}} \quad \underbrace{V \cdot p = V_0 \cdot p_t}_{t\ \text{konstant}}}_{V \cdot p = V_0 \cdot p_0 \cdot (1+\gamma t)}$$

Abb. 142. Ableitung der Zustandsgleichung

Erreicht das Gas das Volumen V unter dem Druck p, so gilt

$$V_0 p_t = V p.$$

Setzt man hier für p_t den vorher gefundenen Ausdruck ein, so folgt

$$Vp = V_0 p_0 (1 + \gamma t).$$

Diese Gleichung heißt das **Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz.** Es wird um so genauer von einem Gase erfüllt, je geringer sein Druck und je höher seine Temperatur ist, d. h. je weiter das Gas von seinem Verflüssigungspunkt entfernt ist. Ein Gas, das das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz bei Änderung seines Zustandes genau befolgt, wird ein ideales Gas genannt; die Gleichung bezeichnet man daher auch als die **Zustandsgleichung der idealen Gase.** Sie gilt stets, in welcher Reihenfolge man auch die Änderungen des Druckes oder des Volumens oder der Temperatur vornimmt. Auch gilt sie, wenn man alle drei Größen gleichzeitig verändert. Mit anderen Worten: Die Gleichung gilt unabhängig von dem Wege, auf dem man von dem „Zustand" mit den sog. „Zustandsgrößen" V_0, p_0, t_0 zu dem Zustand gelangt, der durch die Zustandsgrößen V, p, t gegeben ist. Sie nimmt eine der Formen (1) und (2) des Gay-Lussacschen Gesetzes an, wenn bei sich ändernder Temperatur entweder der Druck oder das Volumen konstant gehalten werden.

Wenn die Temperatur sich nicht ändert, geht die Gleichung in das Boylesche Gesetz über. Wir haben zu ihrer Ableitung neben dem Boyleschen Gesetz nur das eine der beiden Gay-Lussacschen Gesetze benutzt; das zweite oder, was dasselbe ist, die Gleichheit von Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten folgt also bereits aus dem Boyleschen Gesetz.

4. Reduktion auf den Normalzustand. Mit Hilfe des Boyle-Gay-Lussacschen Gesetzes löst man die Aufgabe, eine bei der Temperatur t unter dem Druck p (gemessen z. B. in Torr) aufgefangene Gasmenge auf den Normalzustand (0° C und 760 Torr) zu reduzieren[1]), d. h. das Volumen zu bestimmen, das das Gas bei 0° C unter 1 Atmosphäre Druck einnehmen würde. Man erhält für das reduzierte Volumen V_0 aus dem bei p und t beobachteten Volumen V:

$$V_0 = \frac{V}{1+\gamma t} \cdot \frac{p}{p_0}.$$

Ist ferner G das Gewicht der Gasmenge und s_0 ihre Wichte im Normalzustand, so ist $G = V_0 \cdot s_0$. Hier kann man den Wert für V_0 aus der vorhergehenden Gleichung einsetzen; je nachdem, ob das Gewicht oder die Wichte bekannt sind, läßt sich dann die andere Größe berechnen.

Oft wird statt der Wichte für Gase die auf Luft bezogene Wichtezahl δ angegeben. Da die Wichte der Luft im Normalzustand 0,001293 p/cm³ beträgt, ist dann für das betreffende Gas $s_0 = 0{,}001\,293\ \delta$ p/cm³.

5. Das Gasthermometer. Die in Abb. 141 dargestellte Vorrichtung ist ein Gasthermometer mit konstantem Volumen. Umgibt man die Glaskugel mit schmelzendem Eis, so steht das Quecksilber, wenn es links bis zur Marke s reicht, rechts bei einem Skalenstrich, an den wir 0° C schreiben. Das Gas steht unter dem Druck, den wir in der Gleichung $p = p_0(1+\gamma t)$ mit p_0 bezeichneten. Wir finden p_0, indem wir den Überdruck der Quecksilbersäule zum Barometerstand addieren. Herrscht in der Glaskugel bei 0° C Unterdruck, so muß

1) redúcěre (lat.) = zurückführen

dieser vom Barometerstand subtrahiert werden. Taucht man die Kugel darauf in eine Flüssigkeit, deren Temperatur gemessen werden soll, so findet man p, nachdem man die Quecksilberkuppe links wieder auf die Marke s gebracht hat. V ist also gleich V_0. In der obigen Gleichung ist t dann die einzige Unbekannte. Hierbei macht man also nicht das Volumen, sondern den Druck des Gases zum Maßstab der Temperatur.
Die Gase verdienen als thermometrische Substanz deshalb vor einer Flüssigkeit den Vorzug, weil sie alle (nahezu) den gleichen Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten haben und weil sie in einem viel weiteren Meßbereich brauchbar sind. Im allgemeinen pflegt man Gasthermometer nicht direkt zur Temperaturmessung, sondern zur Eichung anderer Thermometer zu verwenden. Die Angaben eines nach den Vorschriften des § 46, 2 hergestellten Quecksilberthermometers weichen von den Angaben eines Helium- oder Luftthermometers kaum merklich ab.

6. Die absolute Temperatur und die Gaskonstante. Wir formen die Zustandsgleichung um in $V \cdot p = \frac{273 + t}{273} \cdot V_0 p_0$ und setzen

$$t + 273 = T.$$

Dadurch führen wir eine Temperatur ein, die in denselben Gradeinheiten wie t gemessen wird, die sich aber auf einen Nullpunkt bezieht, der um 273° C tiefer liegt als der Eispunkt. Dieser Ausgangspunkt wird der absolute Nullpunkt genannt, und die von ihm aus gemessene Temperatur heißt die **absolute Temperatur.** Der Eispunkt trägt bei dieser Skala die Bezeichnung T_0 oder 273° K. [K nach dem englischen Physiker Lord Kelvin.]
Durch die Einführung der absoluten Temperatur vereinfacht sich unsere Zustandsgleichung zu

$$\frac{Vp}{T} = \frac{V_0 p_0}{T_0},$$

oder in Worten:

Für jede gegebene Gasmenge ist das Produkt aus dem Druck und dem Volumen, dividiert durch die absolute Temperatur, konstant.

Wir können der Gleichung auch die Form

$$Vp = \frac{V_0 p_0}{T_0} T$$

geben, d. h.

Das Produkt aus dem Druck und dem Volumen einer gegebenen Gasmenge ist ihrer absoluten Temperatur proportional.

Die Gleichung lehrt ferner, daß für solche Gasmengen, die am Eispunkt unter gleichem Druck den gleichen Raum beanspruchen (beispielsweise 1 m³), die Proportionalitätskonstante, die gleich $\frac{V_0 p_0}{T_0}$ ist, für alle Gase gleich ist.
Die geschichtliche Entwicklung unserer chemischen Erkenntnisse hat dazu

geführt, daß wir diese Konstante für solche Gasmengen angeben, die einem Mol[1] entsprechen. Nach einem von Avogadro gefundenen Gesetz nimmt 1 Mol eines jeden Gases bei 760 Torr und 273° K das gleiche Volumen, nämlich 22,4 l ein (vgl. hierzu § 64, 3). Die Konstante für diese Gasmenge $\frac{V_0 p_0}{T_0}$ wird mit R bezeichnet. Nennen wir das einem Mol des Gases entsprechende Volumen V_M, so nimmt die Zustandsgleichung die Form an

$$\boldsymbol{V_M p = RT.}$$

Die Konstante R wird die **universelle[2] Gaskonstante** genannt. Auf der linken Seite der Gleichung steht die Volumenergie je Mol (vgl. § 40, 1). Daher ist auch RT ein Arbeitswert je Mol und R eine Energie je Mol und Grad. R bedeutet die Zunahme der Volumenergie $V_M \cdot p$ für ein Mol eines Gases je Grad Temperaturzunahme.

Wir berechnen R im technischen Maßsystem (vgl. hierzu § 37):

$$p = 760 \text{ Torr} = 10\,332 \text{ kp/m}^2, \quad V_M = 22{,}4 \text{ dm}^3 = 0{,}0224 \text{ m}^3, \quad T = 273° \text{ K},$$

$$\boldsymbol{R = 0{,}848} \textbf{ kpm je Mol und Grad}$$

(entsprechend (vgl. § 25, 2) $83{,}1 \cdot 10^6$ erg je Mol und Grad im abs. Maßsystem).

7. Graphische Darstellung der Zustandsgleichung. Isothermen[3]). In Abb. 143 ist angenommen, daß eine Gasmenge bei der Temperatur $T = 100°$ K und bei dem Volumen $V = 1$ dm³ den Druck $p = 0{,}1$ at ausübt. Es gilt also für $T = 100°$ K:

$$V \cdot p = 0{,}1 \text{ at} \cdot \text{dm}^3$$
$$= 0{,}1 \text{ kp/cm}^2 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 = 1 \text{ kpm}.$$

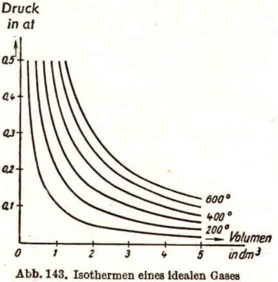


Abb. 143. Isothermen eines idealen Gases (Temperaturen in °K)

Nach dem Boyleschen Gesetz ist auch für weitere Werte von p und V bei $T = 100°$ K ihr Produkt gleich 0,1 at · dm³. Tragen wir in einem Diagramm die Rauminhalte als Abszissen und die zugehörigen Drucke als Ordinaten auf, so erhalten wir eine Kurve, die die zusammengehörigen Werte von p und V für die Temperatur $T = 100°$ K darstellt. Es ist eine gleichseitige Hyperbel. Da die so entstehende Kurve für die konstante Temperatur $T = 100°$ K gilt, heißt sie die Isotherme des Gases für 100° K. Die Isotherme für 200° K ergibt sich aus der Gleichung $V \cdot p = 0{,}2$ at · dm³, die für 300° K (etwas über Zimmertemperatur) aus $V \cdot p = 0{,}3$ at · dm³ usw. Alle Kurven sind gleichseitige Hyperbeln.

---

1) Hat eine chemische Verbindung das Molekulargewicht M, so hat ein Mol dieser Verbindung die Masse M in Gramm; so hat z. B. 1 Mol Wasserstoff (H_2) die Masse 2 g, 1 Mol Sauerstoff (O_2) die Masse 32 g (s. § 10).

2) univérsus (lat.) = allgemein 3) ísŏs (griech.) = gleich

8. Die Zustandsgleichung realer Gase: Wir erwähnten bereits, daß die Gase der Gleichung $V_M p = RT$ um so besser folgen, je geringer ihre Dichte ist. Als Zustandsgleichung für verdichtete Gase hat sich die van der Waalssche Gleichung

$$(p + a/V_M^2)(V_M - b) = RT$$

bewährt. Die Bedeutung der Konstanten a und b wurde bereits in § 40, 3 erklärt. Wir gehen auf diese Gleichung später in § 55, 2 und § 64, 5 ein.

Zur Übung: 1. Welches Normalvolumen besitzt Leuchtgas, das bei 20° C und 735 Torr ein Volumen von 1 m³ einnimmt? Berechne dasselbe für 780 Torr. — 2. Berechne, welchen Wert der Ausdruck $V_0 p_0/T_0$ für 1 p Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff besitzt. (Anleitung: Ist s die Wichte des Gases, so ist sein Volumen V_0 für 1 p gleich $1/s$. Es ist ferner $p_0 = 1{,}03$ kp/cm².) Wie verhalten sich die Werte zueinander?

§ 50. Wärmemenge und spezifische Wärme

1. Wärmeaustausch. 1. Versuch: Wir erhitzen ein Gefäß, das 0,5 l Wasser, und ein gleiches, das 1 l Wasser enthält, mit gleichen Tauchsiedern oder mit Gasflammen, die gleich stark brennen. Wir beobachten den Anstieg der Temperatur mit der Zeit und finden, daß die Temperatur im ersten Gefäß annähernd doppelt so rasch ansteigt wie im zweiten. Wir müssen das zweite Gefäß mit beiden Tauchsiedern oder mit beiden Gasflammen erhitzen, damit in derselben Zeit dieselbe Temperaturerhöhung wie im ersten Gefäß hervorgerufen wird. Das, was in beiden Fällen die Temperatur des Wassers erhöht hat, nennt man **Wärmemenge**.

Durch das Wort Wärmemenge darf man sich nicht verleiten lassen, anzunehmen, daß es ein Stoff sei, den wir bei unseren Versuchen dem Wasser zuführen. Die Frage, was eigentlich Wärme sei, können wir erst später beantworten (vgl. hierzu § 60 und § 64).

2. bis 4. Versuch: Gießen wir 1 kg Wasser von 80° C in 1 kg Wasser von 20° C, so erhalten wir 2 kg Wasser von annähernd 50° C. Gießen wir 2 kg Wasser von 80° C in 1 kg Wasser von 20° C, so erhalten wir 3 kg Wasser von 60° C. Dagegen ergibt die Mischung von 1 kg Wasser von 80° C mit 2 kg Wasser von 20° C 3 kg Wasser von 40° C.

Diese Ergebnisse lassen sich durch folgende Annahmen erklären:

1. **Die bei Abkühlung des Wassers abgegebene Wärmemenge ist der Wassermenge und der Differenz zwischen Anfangs- und Endtemperatur proportional.**
2. **Dasselbe gilt für die bei Erwärmung des Wassers aufgenommene Wärmemenge.**
3. **Die vom kalten Wasser aufgenommene Wärmemenge ist gleich der vom warmen Wasser abgegebenen Wärmemenge.**

Wenn warmes Wasser von der Masse m_2 und der Temperatur t_2 zu kaltem Wasser mit der Masse m_1 und der Temperatur t_1 gegossen, die Temperatur t ergibt, so ist also die von m_2 abgegebene Wärmemenge

$$W_2 \sim m_2 (t_2 - t),$$

die von m_1 aufgenommene Wärmemenge

$$W_1 \sim m_1 (t - t_1)$$

und

$$W_2 = W_1.$$

Wir prüfen:

2. Versuch: $m_1 = 1$ kg $t_2 - t = 30°$
$m_2 = 1$ kg $t - t_1 = 30°$

3. Versuch: $m_1 = 2$ kg $t_2 - t = 20°$
$m_2 = 1$ kg $t - t_1 = 40°$

4. Versuch: $m_1 = 1$ kg $t_2 - t = 40°$
$m_2 = 2$ kg $t - t_1 = 20°$

2. Die Wärmeeinheit. Um Wärmemengen messen zu können, brauchen wir für sie eine Einheit.

Als Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie[1]) (cal) festgesetzt; das ist diejenige Wärmemenge, die ein Gramm Wasser um 1° erwärmt.

Daneben verwendet man die tausendmal größere Kilokalorie (kcal), die 1 Kilogramm Wasser um 1° erwärmt.

Es ist nötig, für genaue Untersuchungen festzusetzen, bei welcher Temperatur diese Erwärmung um 1° vorgenommen werden soll, da die zur Temperaturerhöhung um 1° erforderliche Wärmemenge nicht für alle Anfangstemperaturen des Wassers gleich ist. Man wählte deshalb als wissenschaftliche Einheit den 100. Teil derjenigen Wärmemenge, die 1 Gramm Wasser von 0° C auf 100° C erwärmt (mittlere Kalorie zwischen 0° C und 100° C). Sie ist gleich der Wärmemenge, die ein Gramm Wasser von 14,5° C auf 15,5° C erwärmt (15°-Kalorie).

Auf Grund der Definition der Kalorie können wir nun

$$W_2 = m_2 (t_2 - t)$$

und

$$W_1 = m_1 (t - t_1)$$

setzen. Durch Gleichsetzen von W_1 und W_2 und Auflösen der Gleichung nach t erhalten wir für die im 2. bis 4. Versuch erzielte Temperatur t:

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

Ein Vergleich mit den gewonnenen Versuchsdaten erweist die Richtigkeit dieser Formel.

3. Die spezifische Wärme. Ändern wir den 1. Versuch so ab, daß wir in das eine Gefäß 1 kg Wasser, in das andere aber $\frac{1}{2}$ kg Wasser und die gleiche Menge Blei (in Gestalt einer Drahtspirale) füllen und beide durch gleiche Tauchsieder oder Gasflammen, die gleich stark brennen, erwärmen, so zeigt sich, daß die Temperatur in dem Gefäß mit Blei viel rascher ansteigt als in dem Gefäß, das nur Wasser enthält, obwohl in beiden Gefäßen die gleiche Masse erwärmt wird. Zu derselben Temperaturerhöhung braucht also Blei eine geringere Wärmemenge als Wasser.

Entsprechend dem 2. Versuch werden gleiche Mengen verschiedener fester Stoffe, die sich nicht im Wasser lösen, beispielsweise Eisen, Blei, Sand, auf 100° C erhitzt und einzeln in die gleiche Menge Wasser von Zimmertemperatur eingetaucht. Dabei steigt die Temperatur verschieden an je nach dem Stoff,

---

1) calor (lat.) = Wärme

der eingetaucht wird; jedoch ist die Temperaturerhöhung geringer, als wenn man die gleiche Menge siedenden Wassers hinzufügt. Bei Eisen steigt z. B. die Temperatur des Wassers von 20° C auf etwa 28° C; das Wasser erwärmt sich also nur um 8°, während die gleiche Menge Eisen sich dabei um mehr als 70° abkühlt. Das Verhalten der Körper beim Wärmeaustausch hängt also von der Stoffart ab.

Diejenige Wärmemenge, gemessen in Kalorien, die erforderlich ist, um 1 Gramm eines Körpers um 1° zu erwärmen, heißt die spezifische Wärme des Körpers.

Zur Erwärmung eines Körpers mit der m-fachen Masse um 1° C ist die m-fache Wärmemenge erforderlich; ist also c die spezifische Wärme eines Körpers von der Masse m, so beträgt diese Wärmemenge

$$K = m\,c.$$

Man nennt dies Produkt die **Wärmekapazität**[1]) des betreffenden Körpers. Sie ist zahlenmäßig gleich der Wassermasse, die bei einer Temperaturänderung um 1° die gleiche Wärmemenge aufnimmt oder abgibt wie der betreffende Körper, und heißt deshalb auch der Wasserwert des Körpers. Für die Erwärmung eines Körpers von der spezifischen Wärme c und der Masse m von der Temperatur t_1 auf die Temperatur t_2 ist die Wärmemenge

$$W = m\,c\,(t_2 - t_1)$$

erforderlich. Diese Wärmemenge wird abgegeben, wenn der Körper sich von t_2 auf t_1 abkühlt. Ist die spezifische Wärme mit der Temperatur veränderlich, so bedeutet c in dieser Gleichung die mittlere spezifische Wärme des Körpers zwischen den Temperaturen t_1 und t_2. Werden zwei auf den Temperaturen t_1 und t_2 befindliche Körper mit den Massen m_1 und m_2 miteinander gemischt oder gleichen sie auf anderem Wege ihre Temperaturen aus und erreichen sie dabei die Temperatur t, so gilt:

Die vom wärmeren Körper abgegebene Wärmemenge

$$\boldsymbol{W_2 = c_2 m_2\,(t_2 - t)}$$

ist gleich der vom kälteren Körper aufgenommenen Wärmemenge

$$\boldsymbol{W_1 = c_1 m_1\,(t - t_1).}$$

Für den Fall, daß es sich um die Mischung von zwei verschiedenen Wassermassen nach dem 3. und 4. Versuch des 1. Abschnittes handelt, sind c_1 und c_2 gleich 1. Man erhält dann die bereits für diesen Fall abgeleitete Beziehung für die erreichte Mischungstemperatur. Wird ein Körper von der Masse m und der Temperatur t_2 in die Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gebracht, so folgt, wenn die Mischungstemperatur t ist, durch Gleichsetzen der beiden Werte W_1 und W_2 für die spezifische Wärme c des Körpers

$$\boldsymbol{c = \frac{m_w\,(t - t_w)}{m\,(t_2 - t)}}. \qquad (1)$$

1) capācitas (lat.) = Umfang; (spätlat.) = Fassungskraft

Man kann diese Gleichung auch benutzen, um bei bekanntem c die Anfangstemperatur t_2 eines Körpers festzustellen. Beim Auflösen der Gleichung nach t_2 erhalten wir

$$t_2 = t + \frac{m_w}{c \cdot m}(t - t_w).$$

Wir können diese Gleichung beispielsweise benutzen, um festzustellen, welche Temperatur ein Körper zu erreichen vermag, wenn wir ihn in der Flamme des Bunsenbrenners erhitzen.

Zur Übung: Ein Kupferstück (spezifische Wärme 0,09 cal/g · Grad) von 20 g wird in der Flamme erwärmt und in ein mit 100 g Wasser von 20° C gefülltes Becherglas oder Kalorimeter (vgl. den folgenden Abschnitt) geworfen. Wir messen die Temperatur t, die das Wasser annimmt, und berechnen daraus t_2.

Die Bunsenflamme ist sehr viel wärmer als der für das Kupferstück gefundene Wert von einigen hundert Grad. Zur Messung der Flammentemperatur sowie anderer hoher Temperaturen benutzt man verschiedene Vorrichtungen; man nennt sie Pyrometer.[1])

4. Das Kalorimeter. Die Messung der spezifischen Wärme von festen und flüssigen Körpern. Die Messung von Wärmemengen ist die Aufgabe der Kalorimetrie. Die hierzu benutzten Apparate heißen Kalorimeter; sie bestehen aus Gefäßen, die gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung möglichst geschützt sind.

Man kann die spezifische Wärme eines festen oder flüssigen Körpers in einem Mischungskalorimeter nach Formel (1) bestimmen. Das in Abb. 144 dargestellte als Kalorimeter dienende Vakuummantelgefäß ist mit einer gemessenen Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gefüllt; der zu untersuchende Körper, dessen Masse m mit der Hebelwaage bestimmt wird, beispielsweise Schnitzel aus Kupferblech, wird in einem Reagenzröhrchen im Wasserbade auf eine Temperatur t_2 erwärmt. Er kann, wenn es sich um einen festen Körper handelt, der sich im Wasser nicht löst, einfach in das Kalorimetergefäß geschüttet werden, worauf durch den rechts gezeichneten Rührer das Wasser lebhaft umgerührt und dann an dem eingeführten Thermometer die Temperatur t abgelesen wird.

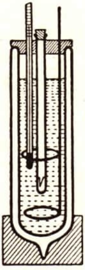


Abb. 144
Kalorimeter

Einen Teil der Wärme des eingetauchten Körpers nehmen Thermometer, Rührer und Kalorimetergefäß auf. Für genaue Messungen muß daher in Gleichung (1) m_w um den Wasserwert dieser drei Körper vermehrt werden. Man kann ihn rechnerisch oder durch Eichung des Kalorimeters mit einem Körper bekannter spezifischer Wärme ermitteln. An Stelle des Wassers kann man auch eine andere Flüssigkeit bekannter spezifischer Wärme verwenden.

Die spezifische Wärme von Flüssigkeiten kann man bestimmen, indem man sie zum Füllen des beschriebenen Kalorimeters benutzt und in sie einen festen Körper versenkt, dessen Masse und spezifische Wärme bekannt sind und dessen Temperatur man gemessen hat. Man kann die spezifische Wärme

1) pyr (griech.) = Feuer

von Flüssigkeiten auch ebenso wie die in Wasser löslicher fester Körper dadurch untersuchen, daß man sie, in ein Gefäß (V in Abb. 144) eingeschlossen, in das Kalorimeter senkt. Der Wasserwert des Gefäßes muß bekannt sein. Um den Temperaturausgleich zu erleichtern, wählt man als Gefäßmaterial einen Wärme gut leitenden Stoff, z. B. Silber.

Uns wird im folgenden noch mehrere Male die Aufgabe gestellt werden, Wärmemengen zu messen, die unter den verschiedensten Umständen von festen oder flüssigen Körpern entwickelt oder verbraucht werden. Die Aufgabe läßt sich immer mit Hilfe eines Kalorimeters durchführen, das im Prinzip der dargestellten Ausführung entspricht.

Spezifische Wärmen einiger fester und flüssiger Körper bei Zimmertemperatur in Kalorien je Gramm und Grad

Aluminium	0,21	Kupfer	0,091	Eis	0,5	Alkohol	0,58
Glas	0,19	Silber	0,055	Sand	0,2	Äther	0,56
Eisen	0,114	Blei	0,031	Wasser	1,00	Quecksilber	0,033

Fast alle Körper haben eine kleinere spezifische Wärme als Wasser. Die Gase Wasserstoff und Helium bilden Ausnahmen (s. folgenden Abschnitt 5). — Die hohe spezifische Wärme des Wassers wird in den Warmwasserheizungen praktisch ausgenützt. Eine verhältnismäßig kleine Wassermenge vermag im Kessel viel Wärme aufzunehmen. Diese Wärmemenge gibt sie beim Abkühlen in den Heizkörpern wieder ab. — Auf die gleiche Weise erklärt sich auch der gewaltige Einfluß warmer und kalter Meeresströmungen. — Der Unterschied zwischen der höchsten und tiefsten Jahrestemperatur ist im ozeanischen Klima sehr viel kleiner als im kontinentalen Klima. Dies beruht im wesentlichen darauf, daß das Wasser des Ozeans eine sehr viel höhere spezifische Wärme hat als das Festland. Bei der Aufnahme und Abgabe einer bestimmten Wärmemenge ändert sich daher die Meerestemperatur weniger als die des Festlandes.

Stoffe, für die die spezifische Wärme sowohl im festen als auch im flüssigen Zustand gemessen worden ist, beispielsweise für Eis und Wasser, für erstarrtes Quecksilber (unter $-39°$ C) und flüssiges Quecksilber (bei normaler Temperatur), zeigen als Flüssigkeit eine höhere spezifische Wärme als im festen Zustand. Bei Wasser ist der Unterschied besonders groß; wie aus der Tabelle hervorgeht, ist die spezifische Wärme des Wassers doppelt so groß wie die des Eises. Die in der Tabelle angegebenen spezifischen Wärmen beziehen sich auf Zimmertemperatur; sie wachsen bei hohen Temperaturen erheblich über diese Werte hinaus und nehmen mit sinkender Temperatur stark ab. Die spezifischen Wärmen von festen Körpern werden bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt unmeßbar klein.

5. Die spezifischen Wärmen der Gase. Wir haben ein Gas sowohl unter konstantem Druck als auch bei konstantem Volumen erwärmt; im ersten Fall wächst das Volumen, im zweiten der Druck. Es hat sich gezeigt, daß die spezifischen Wärmen der Gase in beiden Fällen verschieden sind; wir unterscheiden daher ihre spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p von ihrer spezifischen Wärme bei konstantem Volumen c_v.

Die Dichte einer Gasmasse ist so gering, daß man ihre spezifische Wärme nicht in derselben Weise wie bei festen und flüssigen Körpern messen kann.

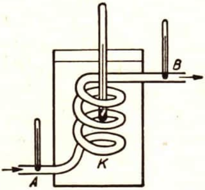


Abb. 145. Kalorimeter zur Messung von c_p der Gase

Die **spezifische Wärme bei konstantem Druck** bestimmt man dadurch, daß man eine gemessene erwärmte Menge eines Gases durch ein Schlangenrohr leitet (Abb. 145), das in einem mit Wasser gefüllten Kalorimeter liegt. Dabei gibt das Gas unter Abkühlung eine gewisse Anzahl Kalorien an das Wasser und das Kalorimeter ab. Bei A wird die Temperatur des eintretenden, bei B die des austretenden Gases abgelesen. Hier ist die Endtemperatur des Gases nicht gleich der vom Kalorimeter erreichten Endtemperatur t, sondern sie liegt im allgemeinen zwischen seiner Anfangstemperatur t_2 und t. Auf diese Weise hat sich für (kohlensäurefreie) Luft der Wert $c_p = 0{,}24$ cal je Gramm und Grad (geschrieben: cal/g · Grad) ergeben. Sehr hoch ist die spezifische Wärme des Wasserstoffs; sie beträgt **3,4** cal/g · Grad.

Die **spezifische Wärme bei konstantem Volumen** läßt sich nicht so einfach messen. Die Schwierigkeit hat ihre Ursache in der geringen Dichte der Gase. Wegen dieser geringen Dichte ist die Wärmekapazität für jedes Gefäß, in das man ein Gas einschließt, immer sehr viel größer als die des eingeschlossenen Gases. Messungen, bei denen diese Schwierigkeit überwunden wurde, haben ergeben, daß die spezifische Wärme bei konstantem Volumen bedeutend kleiner ist als die bei konstantem Druck (s. § 60, 6). So ist z. B. für Luft $c_p = 0{,}24$ cal/g · Grad und $c_v = 0{,}17$ cal/g · Grad. Es hat sich ferner gezeigt, daß das Verhältnis c_p/c_v bei den Edelgasen sowie bei einatomigen Dämpfen, wie Quecksilberdampf, um den Wert 1,66 herum streut. Für Gase, die aus zweiatomigen Molekülen bestehen, wie Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und viele andere, ist das Verhältnis zu 1,4 bestimmt worden. Diese Werte lassen sich, wie wir später sehen werden (s. § 64, 4), auch aus der kinetischen Theorie der Gase ableiten.

Berechnet man aus der spezifischen Wärme der Gase bei konstantem Volumen c_v durch Multiplikation mit der Masse eines Mols (vgl. § 49, 6) die Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 Mol des Gases um 1° zu erwärmen, so findet sich für die Edelgase bei allen untersuchten Temperaturen ein Wert von 3 cal je Mol und Grad, für zweiatomige Gase, wie Stickstoff, Sauerstoff, Kohlenoxyd, Wasserstoff, in einem weiten Temperaturbereich um Zimmertemperatur herum 5 cal je Mol und Grad. Gase, deren Moleküle mehr als zwei Atome enthalten, ergeben noch höhere Werte.

Zur Übung: 35 g Kupfer werden auf 57° C erhitzt und in ein Kalorimeter geschüttet, das aus einem Glasgefäß mit Thermometer vom Wasserwert 4,2 cal/Grad und einem Rührer aus Kupfer von 3,5 g besteht und mit 36,2 g Alkohol gefüllt ist. Die Temperatur des gefüllten Kalorimeters steigt dabei von 16,0° C auf 20,7° C. Wie groß ist die spezifische Wärme des Alkohols?

§ 51. Schmelzen und Erstarren

1. Der Schmelzpunkt und die Schmelzwärme. Erwärmen wir ein mit Eisstückchen und Wasser beschicktes Gefäß über einer Gasflamme oder auf einer Heizplatte und messen von Minute zu Minute die Temperatur des Gemisches unter beständigem Umrühren, so beobachten wir folgendes: das Thermometer zeigt so lange 0° C an, wie noch Eisstückchen im Wasser schwimmen. Erst wenn alles Eis geschmolzen ist, beginnt die Temperatur gleichmäßig anzusteigen. Die während der Zeit des Schmelzens dem Wasser-Eis-Gemisch zugeführte Wärmemenge dient also nicht zur Temperaturerhöhung, sondern wird zum Schmelzen des Eises verbraucht. Um festzustellen, daß Eis nur unter Wärmezufuhr schmilzt, füllen wir Eisstückchen in ein Vakuummantelgefäß (Thermosgefäß). Wir unterbinden dadurch die Wärmezufuhr zum Eise aus der wärmeren Umgebung. Das Eis wird sich in dem Vakuummantelgefäß sehr viel länger halten als das zum Vergleich in einem Becherglas oder Kochtopf aufbewahrte Eis, und zwar um so länger, je besser das Thermosgefäß isoliert.

Jeder reine feste Körper, der sich durch Erwärmen in den flüssigen Zustand überführen läßt, schmilzt ebenso wie Eis bei einer ganz bestimmten Temperatur und verbraucht beim Schmelzen eine ganz bestimmte Wärmemenge.

Die Temperatur, bei der ein fester Körper schmilzt, heißt sein Schmelzpunkt; die Wärmemenge, die ein Gramm eines festen Körpers beim Schmelzen verbraucht, heißt seine Schmelzwärme.

Man kann die Schmelzwärme eines Stoffes nach dem Mischungsverfahren mit dem in § 50 beschriebenen Kalorimeter messen. Zur Messung der Schmelzwärme des Eises wirft man in das mit der Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gefüllte Kalorimeter, das den Wasserwert K hat, die Masse m trockenen Eises von der Temperatur $t_1 = 0°\text{C}$. Das Wasser möge durch das Schmelzen des Eises die Temperatur t annehmen. Die gesuchte Schmelzwärme S läßt sich aus

$$m\,S + m\,(t - 0°) = (m_w + K)\,(t_w - t)$$

berechnen. Der 1. Summand der linken Gleichungsseite bedeutet die zum Schmelzen des Eises, der 2. Summand die zur Erwärmung des entstandenen Wassers auf die Temperatur t verbrauchte Wärmemenge. Die Schmelzwärme des Eises ergibt sich zu 79,7 cal/g. In der folgenden Tabelle sind die Schmelzpunkte und Schmelzwärmen einiger fester Körper zusammengestellt. Die Schmelzwärme des Eises ist besonders groß.

Schmelzpunkte und Schmelzwärmen einiger Stoffe

	Schmelzpunkt in Celsius-Graden	Schmelzwärme in cal/g
Wasserstoff	— 259	14
Sauerstoff	— 219	3,3
Stickstoff	— 210	6,2
Äther	— 116	27
Quecksilber	— 39	2,8
Wasser	0	79,7
Schwefel (monoklin)	119	9,3
Blei	327	5,5
Silber	960	25
Kupfer	1083	50
Eisen	1530	65
Platin	1773	27
Wolfram	3380	~46

Bei der Temperatur ihres Schmelzpunktes kann eine Flüssigkeit auch wieder in die feste Formart übergehen (Erstarrungspunkt), wenn ihr eine Wärmemenge (Erstarrungswärme), die ebenso groß ist wie die Schmelzwärme, entzogen wird. Es genügt also nicht, daß sie auf den Erstarrungspunkt abgekühlt wird. Wir können das am einfachsten im Winter im Freien beobachten: Zeigt das Thermometer 0° C, so sind nasse Straßen noch nicht vereist. Sinkt das Thermometer aber nur wenig unter 0° C, so gibt das Wasser Wärme an die Umgebung, sei es an den Erdboden oder an die Luft, ab und beginnt zu Eis zu erstarren.

Die meisten Körper ziehen sich beim Erstarren zusammen.

Erinnern wir uns jedoch an den im Physiklehrbuch 6.—8. Schuljahr (§ 2, 1)[1]) beschriebenen Versuch; aus ihm geht hervor: Wasser dehnt sich beim Gefrieren um 10 % seines Volumens aus, so daß Eis eine geringere Wichte als Wasser hat und auf ihm schwimmt (Eisberg, Eisschollen). Auf dieser starken Volumenvergrößerung beruht die Sprengwirkung des Eises (Sprengen von Gefäßen, die Wasser enthalten, beim Gefrieren; Verwitterung der Gesteine).

2. Die Änderung des Schmelzpunktes mit dem Druck. Ändert man den auf dem Körper lastenden äußeren Druck, so ändert sich der Schmelzpunkt. Diese Schmelzpunktveränderungen sind sehr gering. So sinkt der Schmelzpunkt des Eises bei einem Druckzuwachs von 1 at nur um 0,0075°. Dies genügt aber für das Gleiten des Schlittschuhs auf dem Eis; denn der vom Körpergewicht durch die Schlittschuhschneide auf das Eis ausgeübte Druck ist sehr hoch und bringt das Eis zum Schmelzen. Dann dient das zwischen dem Schlittschuh und dem Eis entstehende Wasser als Schmiermittel. – Durch das Sinken des Eisschmelzpunktes unter Druck erklärt sich, daß man Schnee von 0° C mit der Hand zu festen Eisstücken ballen kann, während das

---

1) Dieser und die folgenden Hinweise auf Paragraphen bzw. Abbildungen aus dem Lehrbuch der Physik 6.—8. Schuljahr beziehen sich auf die 3. Auflage.

mit kälterem Schnee nicht gelingt. Aus demselben Grunde kann festgetretener Schnee in zusammenhängendes Eis übergehen.
Das Schmelzen von Eis von 0° C unter Druck und das Wiedergefrieren des entstehenden Wassers bei der Entlastung kann man beobachten, wenn man eine Drahtschlinge, die über einen Eisblock gelegt ist, belastet. Der Draht wandert durch den Block, der oberhalb des Drahtes wieder zusammenwächst. Zerschlägt man den Eisblock, nachdem der Draht hindurchgewandert ist, so erweist sich die Nahtstelle als ebenso fest wie alle übrigen Stellen des Blockes.
Bei den meisten anderen Körpern wird der Schmelzpunkt durch Drucksteigerung erhöht.

3. Die Unterkühlung. Eine Flüssigkeit kann in einem vollkommen reinen Gefäß, das man vor Erschütterungen bewahrt, oft weit unter den normalen Erstarrungspunkt abgekühlt werden, ohne daß sie fest wird; man bezeichnet diesen Vorgang als *Unterkühlung*. So läßt sich Wasser bis auf etwa — 10° C abkühlen. Erschüttert man es dann oder wirft ein kleines Stück Eis hinein, so erstarrt ein Teil des Wassers plötzlich, wobei die Temperatur durch Freiwerden der Erstarrungswärme auf 0° C ansteigt. Dagegen ist es nicht möglich, einen Körper oberhalb seines Schmelzpunktes fest zu erhalten.

§ 52. Sublimieren und Kondensieren

Unter geeigneten Drucken gehen die festen Körper bei Wärmezufuhr nicht in den flüssigen, sondern unmittelbar in den gasförmigen Zustand über, sie sublimieren[1]). Unter normalen Bedingungen können wir diesen Vorgang an Mottenkugeln und am Kohlensäureschnee beobachten. Dieser entsteht, wenn man Kohlendioxyd aus einer auf den Kopf gestellten Stahlflasche ausströmen läßt. Er hat eine Temperatur von — 78° C und behält diese bei, bis er vollständig sublimiert ist. Der Übergang vom festen in den gasförmigen Zustand heißt **Sublimation,** und die Wärmemenge, die ein Gramm des festen Stoffes beim Sublimieren verbraucht, heißt seine *Sublimationswärme*. Für den umgekehrten Vorgang des unmittelbaren Überganges vom gasförmigen in den festen Zustand (Reifbildung) gibt es keine besondere Bezeichnung; man faßt ihn mit der Verflüssigung eines Gases unter dem Begriff **Kondensation**[2]) zusammen.

§ 53. Sieden und Verflüssigung

1. Der Siedepunkt und die Verdampfungswärme. Führen wir den Versuch, durch den § 51 eingeleitet wurde, weiter fort und erhitzen das Gefäß mit Wasser, in dem alles Eis geschmolzen war, weiter, so beobachten wir das Folgende:

1) sublimis (lat.) = in der Luft befindlich, schwebend
2) con densus (lat.) = sehr dicht, dicht gedrängt

Während etwas Wasser sich verflüchtigt, steigt die Temperatur an, bis das Wasser zu sieden (kochen) beginnt; dies geschieht bei ungefähr 100° C. Setzen wir die Wärmezufuhr weiter fort, so verdampft das Wasser durch das Sieden sehr viel schneller als vorher; das anzeigende Thermometer bleibt, solange noch Wasser vorhanden ist, bei 100° C stehen.
Dies ist ein Zeichen dafür, daß das Wasser zu seiner Umwandlung in Wasserdampf Wärme verbraucht. Alle Flüssigkeiten lassen sich durch Erwärmen in ihren Dampf, also in den gasförmigen Zustand überführen, und es hat sich gezeigt, daß sie dabei eine ganz bestimmte Wärmemenge verbrauchen.

Die Temperatur, bei der eine Flüssigkeit siedet, heißt ihr Siedepunkt.
Die Wärmemenge, die 1 Gramm einer Flüssigkeit zum Verdampfen braucht, heißt ihre Verdampfungswärme.

Durch Entziehen von Wärme kann jedes Gas kondensiert, d.h. in den flüssigen oder festen Zustand übergeführt werden. Die Temperatur, bei der ein Gas sich verflüssigt, heißt der **Verflüssigungs-** oder der **Kondensationspunkt.** Die beim Kondensieren von einem Gramm eines Gases abgegebene Wärmemenge ist gleich der beim Verdampfen der Flüssigkeit verbrauchten Verdampfungswärme. Das Entsprechende gilt für den Übergang eines Gases in den festen Zustand. Auf Grund dieser Tatsache können wir die Verdampfungswärme des Wassers durch den folgenden Versuch bestimmen: Wir leiten nach Abb. 146 Dampf von siedendem Wasser in eine abgemessene Menge kalten Wassers m_w von bestimmter Temperatur t_w. Die Wassermenge wird durch den eingeleiteten Dampf von der Temperatur 100° C, der in ihr kondensiert, um m vermehrt und ihre Temperatur dabei auf t erhöht. Der Wasserwert des das Wasser enthaltenden Gefäßes oder Kalorimeters mit seinem Thermometer sei K; die Kondensationswärme des Dampfes und damit die Verdampfungswärme des Wassers werde mit F bezeichnet. Dann ist

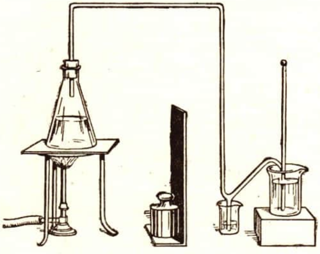


Abb. 146
Messung der Verdampfungswärme des Wassers

$$mF + m\,(100^0 - t) = (m_w + K)\,(t - t_w),$$

woraus sich F berechnen läßt. In dieser Gleichung ist $m \cdot F$ die Wärmemenge, die bei der Kondensation des Wasserdampfes von der Temperatur 100°C zu Wasser von 100°C frei wird, und der 2. Summand der linken Seite bedeutet die Wärmemenge, die dieses Wasser bei seiner Abkühlung auf die Temperatur t abgibt. Die Genauigkeit des Versuches läßt sich wesentlich steigern, wenn man zwischen dem Verdampfungsgefäß und dem Kalorimeter, in dem der Dampf sich niederschlägt, ein kleines Gefäß zum Auffangen mitgerissener Wassertröpfchen anbringt.

Aus der folgenden Tabelle geht hervor, daß die Verdampfungswärme des Wassers besonders hoch ist. — In Dampfheizungen wird im Kessel die große, zur Verdampfung verbrauchte Wärmemenge aufgenommen, um an entfernter Stelle in den Heizkörpern bei der Kondensation des Dampfes wieder abgegeben und zur Raumheizung verwendet zu werden.

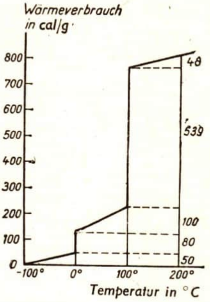


Abb. 147. Wärmeverbrauch des Wassers

Siedepunkte unter dem Druck von 760 Torr und Verdampfungswärmen einiger Flüssigkeiten

	Siedepunkt bei 760 Torr in Celsiusgraden	Verdampfungswärme in cal/g
Helium	— 269	56
Wasserstoff ...	— 253	112
Stickstoff.....	— 196	47
Sauerstoff	— 183	51
Äther	35	90
Alkohol	78	202
Wasser	100	539
Quecksilber ...	357	70
Schwefel	445	79
Zink	906	420
Blei	1750	203

In Abb. 147 ist der Wärmeverbrauch von 1 Gramm Eis, das unter dem Druck von 760 Torr steht, bei seiner Erwärmung von — 100°C bis 200°C graphisch dargestellt.

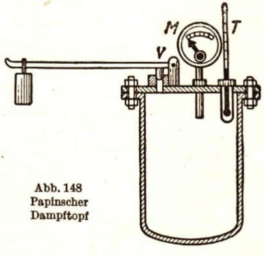


Abb. 148 Papinscher Dampftopf

2. Die Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. Die Höhe der Siedetemperatur ist stark von dem Druck abhängig, der auf der Flüssigkeit lastet. Als **normalen Siedepunkt** bezeichnet man die Temperatur, bei der eine Flüssigkeit unter einem Druck von 760 Torr siedet. In welcher Weise der Siedepunkt des Wassers über 100° C von dem auf ihm lastenden Druck abhängig ist, läßt sich mit dem sog. **Papinschen Dampftopf** ermitteln (Abb. 148). Der Topf, der das Wasser enthält, ist allseitig geschlossen. Ein Manometer M zeigt den im Innern herrschenden Druck, ein Thermometer T die Temperatur an. Ein Ventil V wird jeweils so eingestellt, daß der gebildete Dampf bei einem gewissen Druck austritt. Wir finden die in Tabelle S. 153 angegebenen Werte für die Siedetemperaturen bei Drucken oberhalb 760 Torr.

Verkleinern wir den Luftdruck über heißem Wasser, indem wir es unter die Glocke einer Luftpumpe bringen, so finden wir, daß durch Druckverminde-

rung das Wasser auch unterhalb 100 °C zum Sieden gebracht werden kann. Wir könnten es bei jeder Temperatur zum Sieden bringen, wenn wir nur genügend Luft abpumpen. Mißt man zusammengehörige Werte von Druck und Temperatur, so findet man die in der Tabelle S. 153 für Drucke unterhalb 760 Torr angegebenen Siedepunkte.
Alle anderen Flüssigkeiten verhalten sich ebenso wie Wasser.

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit liegt um so höher, je größer der Druck ist, unter dem die Flüssigkeit steht.

Der folgende Versuch zeigt dies in sehr eindrucksvoller Weise: Bringt man Wasser in einem Rundkolben zum Sieden, so vertreibt der sich entwickelnde Wasserdampf die in dem Kolben enthaltene Luft. Verschließt man dann den Kolben durch einen Gummistopfen, so siedet das Wasser noch weiter, wenn man die Flamme entfernt. Der Dampf über dem Wasser verdichtet sich nämlich; dadurch nimmt der Druck ab, und das Wasser siedet bei niedrigerer Temperatur. Das Sieden erfolgt mit erneuter Heftigkeit, wenn man die Kondensation des Wasserdampfes durch Übergießen des umgedrehten Rundkolbens mit kaltem Wasser beschleunigt (Abb. 149).

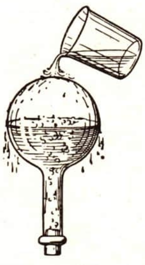


Abb. 149
Sieden des Wassers unter vermindertem Druck

Bei der Destillation[1]) wird eine Flüssigkeit durch Erwärmung in Dampf verwandelt und dieser Dampf an anderer Stelle durch Abkühlung wieder verflüssigt. Abb. 146 gibt das Schema dieses Verfahrens. Man benutzt die Destillation zur Trennung von Flüssigkeiten verschiedenen Siedepunktes (Zerlegung des Erdöls in leichte und schwere Öle) und zur Trennung einer Flüssigkeit von einem in ihr aufgelösten Körper (Herstellung destillierten Wassers).

3. Übersättigte Dämpfe, Siedeverzug. Gase können noch bei Temperaturen bestehen bleiben, die unter ihrem Kondensationspunkt bei dem herrschenden Druck liegen. Durch hineingeblasene feine Staubteilchen, die als **Kondensationskerne** dienen, erreicht man dann die plötzliche Kondensation: Nebelbildung in der Nähe rauchender Schornsteine.
Die Temperatur einer siedenden Flüssigkeit ist stets etwas höher als die Temperatur des Dampfes. (Deshalb mißt man die Siedetemperatur im Dampf.) Abgesehen von dieser Differenz ist es möglich, eine erschütterungsfrei aufgestellte Flüssigkeit einige Grade über den Siedepunkt zu erhitzen; man bezeichnet diesen Vorgang als **Siedeverzug.** Durch einen leichten Stoß kann das Sieden der überhitzten Flüssigkeit eingeleitet werden. Es erfolgt dann explosionsartig, wobei die Temperatur sofort bis zum normalen Siedepunkt sinkt.

Zur Übung: Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 3000 g Eis von 0° C in Dampf von 100° C zu überführen?

---

1) destillare (lat.) = herabtropfen

§ 54. Der Dampf

1. Die Verdunstung. Flüssigkeiten gehen auch schon unterhalb ihrer Siedetemperatur in den gasförmigen Zustand über, und zwar um so schneller, je höher die Temperatur und je weniger Dampf im Gasraum enthalten ist. Deshalb trocknet aufgehängte nasse Wäsche in warmer Luft schneller als in kalter. Bei Wind trocknet sie schneller als bei Windstille, weil dann immer von neuem die feuchte Luft entfernt wird. Wasser, Äther, Benzin verflüchtigen sich, wenn man sie in einem offenen Gefäß aufbewahrt. Man bezeichnet diesen Vorgang als **Verdunstung.** Beim Verdunsten erfolgt die Dampfbildung nur an der Oberfläche; beim Sieden werden außerdem Dampfblasen am Boden und im Innern der Flüssigkeit gebildet. Wenn beim Verdunsten keine Wärme zugeführt wird, beobachtet man, daß die verdunstende Flüssigkeit sich abkühlt: Zur Bildung des Dampfes wird Wärme verbraucht. Ein Versuch, der dies deutlich zeigt, ist folgender: Zwischen zwei ineinandergesteckte Reagenzgläser wird Wasser und in das innere Glas Äther gefüllt (Abb. 150). Beim raschen Verdunsten des Äthers wird die Abkühlung so stark, daß das Wasser zwischen den Gläsern gefriert. Eine schnelle Verdunstung des Äthers und seine Beseitigung erreicht man am leichtesten dadurch, daß man Leuchtgas durch den Äther hindurchperlen läßt und das aus einer Glasspitze austretende Gas-Äther-Gemisch verbrennt. Wir finden:

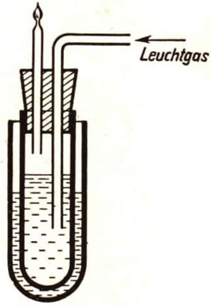


Abb. 150
Verdunstungskälte

Ohne Wärmezufuhr verdunstende Flüssigkeiten kühlen sich ab.

2. Gesättigter Dampf im Vakuum. Der gebildete Dampf nimmt wie alle Gase jeden verfügbaren Raum ein und übt einen Druck aus. Wollen wir diesen Druck messen, so müssen wir Dampf in einem Raum bilden, in dem vorher keiner war.

Am einfachsten geschieht dies dadurch, daß wir einen luftleeren Raum in einer Torricellischen Röhre erzeugen und mit Hilfe einer gebogenen Pipette eine kleine Menge der Flüssigkeit, die verdampfen soll, in der Röhre aufsteigen lassen. Machen wir den Versuch mit einer geringen Menge Wasser, so nehmen wir wahr, daß es zum Teil verdampft und daß der Stand der Quecksilbersäule um etwa 1,5 cm fällt. Vergrößern wir den Dampfraum, so bleibt die Höhe der Quecksilbersäule unverändert 1,5 cm niedriger als zu Beginn des Versuches; ein Teil des Wassers geht aber dabei in Dampfform über. Verkleinern wir den Dampfraum, so bleibt der Druck wieder unverändert; aber ein Teil des Dampfes schlägt sich nieder. Bringen wir statt Wasser Alkohol in das Vakuum, so fällt der Quecksilberstand um etwa 4 cm. Bringen wir Äther hinein, so fällt er gar um 40 cm (Abb. 151). Im übrigen verhalten sich beide Flüssigkeiten genau so wie Wasser.

Es herrscht Gleichgewicht zwischen dem äußeren Luftdruck auf der einen Seite und dem Druck der Quecksilbersäule, vermehrt um den Druck des Dampfes, auf der anderen Seite. Wir können also aus den Versuchen entnehmen, daß bei der Versuchstemperatur (Zimmertemperatur) der Druck des Wasserdampfes 15 Torr, der des Alkoholdampfes 40 Torr und der des Ätherdampfes 400 Torr beträgt. Dieser Druck ist – solange noch Flüssigkeit neben dem Dampf vorhanden ist – völlig unabhängig von der Größe des Dampfraumes. Wird der Raum vergrößert, so wird neuer Dampf gebildet (s. Abb. 152); wird er verkleinert, so kondensiert sich der Dampf. Wir können daher zweitens aus dem Versuch schließen, daß der Raum über dem Quecksilber jederzeit mit dem Dampf der betreffenden Flüssigkeit gesättigt ist. Wäre er nicht gesättigt, so würde weitere Flüssigkeit verdampfen.

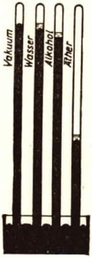


Abb. 151 Dampfdruck von Wasser, Alkohol, Äther

Abb. 152 Unabhängigkeit des Sättigungsdruckes vom Volumen

Erwärmen wir die Röhre von außen (für Äther genügt die Handwärme), während sich über dem Quecksilber eine Flüssigkeit im Gleichgewicht mit ihrem Dampf befindet, so fällt die Quecksilbersäule. Gleichzeitig verdampft Flüssigkeit. Kühlen wir die Röhre wieder ab, so steigt die Quecksilbersäule, und Dampf wird kondensiert. Wir erfahren daraus, daß der Druck des **gesättigten Dampfes** mit zunehmender Temperatur wächst. Man kann den **Sättigungsdruck,** den man auch als Dampfspannung bezeichnet, bei höheren Temperaturen dadurch bestimmen, daß man das ganze Rohr mit einem Heizmantel umgibt. Es genügt nicht, nur eine Stelle des Dampfraumes auf die gewünschte Temperatur zu bringen, denn der an einer wärmeren Stelle gebildete Dampf schlägt sich bei der Berührung mit einer kälteren Wand in Gestalt von Flüssigkeitstropfen nieder. So herrscht im ganzen Gefäß immer der Druck, der dem Sättigungsdruck an der kältesten Stelle entspricht. In Abb. 153 ist der Sättigungsdruck für Wasser, Alkohol und Äther in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch dargestellt.

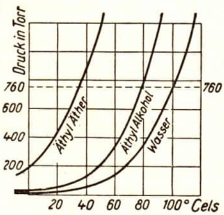


Abb. 153. Sättigungsdruckkurven für Wasser, Alkohol und Äther

Wir erkennen aus dem Verlauf der Kurven, daß die Sättigungsdrucke der Flüssigkeiten bei niedriger Temperatur gering sind, daß sie aber bei hoher Temperatur stark anwachsen.

Wir erkennen ferner, daß der Sättigungsdruck von 760 Torr bei Temperaturen erreicht wird, die den Siedepunkten der drei Stoffe unter dem Druck einer äußeren Atmosphäre von 760 Torr entsprechen (vgl. Tabelle auf S. 149). Wir haben also gefunden, daß eine Flüssigkeit unter dem Druck von 760 Torr immer bei der gleichen Temperatur siedet, unabhängig davon, ob der auf ihr lastende Druck durch ihren eigenen Dampf oder durch ein fremdes Gas (Luft) ausgeübt wird. Wir können das auch so ausdrücken:

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit bei gegebenem äußerem Druck ist diejenige Temperatur, bei der der Sättigungsdruck den äußeren Druck erreicht.

Die folgende Tabelle enthält die für Temperaturen zwischen 0° C und 200° C gemessenen Drucke des Wasserdampfes, der sich im Gleichgewicht mit Wasser befindet. Sie gibt umgekehrt auch die Siedetemperaturen des Wassers für Drucke bis zu rund 12 000 Torr an.

Sättigungsdruck des Wasserdampfes in Torr

Temperatur in °C	Druck in Torr	Temperatur in °C	Druck in Torr	Temperatur in °C	Druck in Torr
— 40	0,09	40	55	110	1 075
— 30	0,28	50	92	120	1 489
— 20	0,77	60	149	130	2 026
— 10	1,95	70	234	140	2 711
0	4,6	80	355	160	4 636
10	9,2	90	526	180	7 521
20	17,5	100	760	200	11 664
30	32				

Ebenso wie die Flüssigkeiten verdunsten auch die festen Körper, und es gibt für jede Temperatur einen Sättigungsdruck, bei dem fester Körper und Dampf im Gleichgewicht stehen. Diese Gleichgewichtsdrucke sind im allgemeinen sehr klein. Sie können aber auch, wie wir bereits für Kohlensäureschnee bei — 78° C erfuhren, gleich dem Atmosphärendruck werden, so daß der Körper sublimiert, ohne zu schmelzen. Die vorangehende Tabelle bringt die Wasserdampfdrucke, mit denen Eis zwischen — 40° C und 0° C im Gleichgewicht steht.

3. Gesättigter Dampf im lufterfüllten Raum. Wir untersuchen nun, wie sich die Dampfbildung in einem abgeschlossenen, mit Luft gefüllten Raum gestaltet. Dazu benutzen wir die gleiche Versuchsanordnung wie im vorigen Abschnitt, bringen aber zunächst eine Luftblase in das Vakuum oberhalb der Quecksilbersäule und messen den Stand der Säule. Bringen wir nun wieder Alkohol oder eine andere Flüssigkeit in den Raum, so sinkt die Quecksilbersäule zunächst rasch und dann langsam weiter. Schließlich erreicht sie ihren tiefsten Stand, und wir stellen fest, daß sie bei Verwendung von Alkohol um etwa 4 cm gesunken ist. Dies ist derselbe Betrag, den wir im luftleeren Raum bei gleicher Temperatur gefunden haben. Eine Wiederholung des Versuches mit einer anderen Luftmenge zeigt das gleiche Ergebnis.

Wir machen einen zweiten Versuch: In einer großen, dickwandigen Flasche hängen wir ein dünnwandiges, geschlossenes, mit Äther gefülltes Fläschchen auf und verschließen die große Flasche sehr fest mit einem durchbohrten Stopfen, durch den eine Verbindung zu einem Manometer führt (Abb. 154). Zerbrechen wir das Fläschchen, indem wir es gegen die Wand der Flasche schlagen lassen, so steigt der Druck im Innern, wie am Manometer zu sehen ist, anfangs rasch, später langsam, während die Flüssigkeit verschwindet. War genügend Äther in dem Fläschchen vorhanden, so daß zum Schluß noch Flüssigkeitströpfchen vorhanden sind, so steigt das Manometer um den Betrag, den wir für die Versuchstemperatur aus der Ätherkurve der Abb. 153 ablesen. Diese Versuche veranschaulichen das von dem Engländer Dalton 1807 gefundene Gesetz:

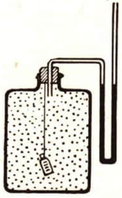


Abb. 154. Dampfdruck im lufterfüllten Raum

Luft (oder allgemein: ein fremdes Gas) im Dampfraum verzögert nur die Dampfbildung, vermindert aber nicht die Menge des sich bildenden Dampfes. Die Dampfbildung hört erst auf, wenn der Dampfdruck gleich dem Sättigungsdruck geworden ist.

4. Ungesättigter Dampf. Wir bringen nun nur eine ganz geringe Menge Äther oder einer anderen Flüssigkeit in das Vakuum oder in einen lufterfüllten Raum. Solange noch nicht alle Flüssigkeit verdampft ist, stellt sich auch hier wieder der Sättigungsdruck ein, der der herrschenden Temperatur entspricht. Vergrößern wir den Raum aber weiter, nachdem schon alle Flüssigkeit verdampft ist, so zeigt sich, daß der Druck abnimmt. In diesem Falle verhält sich der Dampf also wie ein Gas; er zeigt bei Volumvergrößerung einen geringeren Druck. Er verhält sich nicht mehr wie ein gesättigter Dampf. Dampf, dessen Druck geringer ist als der Sättigungsdruck bei der gleichen Temperatur, wird **ungesättigt** genannt. Man bezeichnet ihn auch als **überhitzt,** weil er durch Erwärmung eines bei einer niedrigeren Temperatur gesättigten Dampfes entstanden sein könnte. Wir können ungesättigten Dampf also außer durch Volumvergrößerung auch dadurch herstellen, daß wir die Temperatur steigern. Der Dampfdruck gesättigten Dampfes ist unabhängig vom Volumen, weil bei Volumänderungen sich immer so viel Dampf niederschlägt oder Flüssigkeit verdampft, bis der Sättigungsdruck wieder erreicht ist. Der Druck des ungesättigten Dampfes nimmt dagegen zu, wenn sein Volumen verringert wird, und ab, wenn sein Volumen vergrößert wird. Wird ungesättigter Dampf weit über den Siedepunkt der Flüssigkeit erhitzt und genügend verdünnt, so befolgt er das Boylesche Gesetz ebenso wie Wasserstoff, Sauerstoff und alle übrigen Gase. Sind diese Versuchsbedingungen nicht erfüllt, so findet man Abweichungen vom Boyleschen Gesetz.

5. Die Luftfeuchtigkeit. Nach dem Daltonschen Gesetz ist zu erwarten, daß sich in der Atmosphäre außer Stickstoff und Sauerstoff noch alle Dämpfe finden, die aus offenen Flüssigkeiten und sublimierenden festen Stoffen aufsteigen. In der Küche, in Fabriken, in Laboratorien usw. können wir uns leicht davon überzeugen, daß es so ist. Bei der großen Verbreitung des Wassers kommt dem Wasserdampf dabei eine ganz besondere Rolle zu.

Wir nennen die Luft feucht, wenn sie Wasserdampf enthält. Ihre **absolute Feuchtigkeit** messen wir entweder durch die in Gramm gemessene Wassermenge, die in 1 m³ Luft enthalten ist, oder durch den Druck des in ihr enthaltenen Wasserdampfes.

Im allgemeinen ist die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt. Kühlt sie sich bei gleichbleibendem Dampfgehalt ab, so nähert sich der Wasserdampf der Sättigungsgrenze. Wird die Temperatur so niedrig, daß die Sättigungsgrenze überschritten ist, so kondensiert sich der Wasserdampf zu Nebel, Tau, Reif usw. (§ 68). Man nennt diejenige Temperatur, bis zu der Luft mit einem bestimmten Feuchtigkeitsgehalt abgekühlt werden muß, damit die Sättigungsgrenze des Wasserdampfes erreicht wird, ihren **Taupunkt;** denn von dieser Temperatur ab beginnt dann die Kondensation des Dampfes.

Solange die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt ist, verdampft Wasser an jeder freien Oberfläche, und zwar um so schneller, je größer der Unterschied zwischen dem Sättigungsdruck und dem Druck des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes ist. Also geht die Verdunstung rascher vor sich, wenn die Lufttemperatur bei gleichbleibender Wasserdampfmenge steigt.

Im praktischen Leben und im Wetterdienst gibt man an, wieviel Prozent desjenigen Wasserdampfes wirklich in der Luft vorhanden ist, der bei Sättigung in ihr enthalten wäre. Für diese **relative Feuchtigkeit** gilt also:

$$\text{relative Feuchtigkeit} = \frac{\text{absolute Feuchtigkeit}}{\text{größtmögliche Feuchtigkeit}}.$$

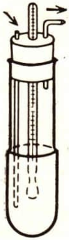


Abb. 155 Taupunkt-hygrometer

Aus der Tabelle der Sättigungsdrucke in Abhängigkeit von der Temperatur (S. 153) geht hervor, daß beispielsweise einem Wasserdampfdruck von 12 Torr in Luft von 20° C eine relative Feuchtigkeit von 12/17,5 = 69% entspricht. Den zugehörigen Taupunkt findet man am leichtesten, wenn man nach der Tabelle eine graphische Darstellung der Sättigungskurve in Abhängigkeit von der Temperatur (vgl. Abb. 153) anfertigt. Man sucht dann die Temperatur, für die die Kurve den Ordinatenwert 12 Torr besitzt.

Umgekehrt kann man aus der Messung des Taupunktes die absolute Feuchtigkeit bestimmen; denn diese ist ja gleich dem Sättigungsdruck des Wasserdampfes am Taupunkt, und die Höhe dieses Sättigungsdruckes können wir der Sättigungsdruckkurve entnehmen. Die Messung des Taupunktes und damit der absoluten Feuchtigkeit wird mit dem **Taupunkthygrometer** vorgenommen. Ein solches ist in Abb. 155 dargestellt. Man kühlt ein Äther enthaltendes Gefäß durch Verdunstung des Äthers mittels eines Gebläses rasch ab und liest die Temperatur des Äthers ab, bei der sich außen am glänzend polierten Gefäß die Luftfeuchtigkeit in feinen Tröpfchen niederzuschlagen beginnt. Diese Temperatur entspricht dem Taupunkt der äußeren Atmosphäre. Die relative Feuchtigkeit der Luft wird direkt meist mit **Haarhygrometern** (Abb. 156) gemessen. Man benutzt zur Messung die Eigenschaft des entfetteten Haares, mit zunehmender relativer Feuchtigkeit ziemlich gleichförmig an Länge zuzunehmen. Diese Haarhygrometer sind nach Prozenten relativer Feuchtigkeit geeicht. Ähnlich wirkt eine Darmsaite im Wetterhäuschen.

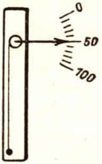


Abb. 156
Haarhygrometer

Zur Übung: 1. Warum benutzt man auf hohen Bergen verschließbare Kochtöpfe? — 2. Unter welchen Umständen beschlagen die Fenster? Innen oder außen? — 3. Wie groß ist die relative Feuchtigkeit der Luft bei 25°C, wenn ihr Taupunkt zu 17,5°C gemessen wurde?

§ 55. Die Kondensation der Gase

1. Die Kondensation durch Druckerhöhung und durch Temperaturerniedrigung. Wollen wir Wasserdampf von 110° C und 760 Torr zu flüssigem Wasser kondensieren, so gibt es dafür verschiedene Wege. Wir betrachten für unsere Überlegung die Sättigungsdruckkurve des Wassers in Abb. 153:

In dem Druck- und Temperaturbereich, der links oberhalb der Kurve liegt, ist das Wasser flüssig; in dem Druck- und Temperaturbereich, der rechts der Kurve liegt, tritt das Wasser in Dampfform auf. Bei den durch den Kurvenzug gegebenen zusammengehörenden Werten für Temperatur und Druck stehen Wasser und Wasserdampf miteinander im Gleichgewicht; sie können bei dieser Temperatur und diesem Druck nebeneinander bestehen. Der Punkt für 110° C und 760 Torr liegt im Dampfgebiet. Wir können den Dampf veranlassen, sich zu kondensieren, wenn wir seine Temperatur und seinen Druck so ändern, daß wir in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangen. Wir können, wie wir es bei der Destillation getan haben, den Dampf unter Atmosphärendruck in kaltes Wasser leiten: er schlägt sich nieder, sowie seine Temperatur unter 100° C sinkt. Wir können aber auch in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangen, wenn wir bei konstanter Temperatur den Druck steigern oder, was dasselbe bedeutet, das Volumen des Dampfes verkleinern. Sowie der Dampf bei 110° C unter einem Druck steht, der gleich 1075 Torr ist, beginnt die Kondensation. Bei weiterer Volumenverkleinerung bleibt der Druck so lange konstant, bis aller Dampf flüssig geworden ist. Wir sind also auch auf diesem Wege in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangt.

Auch mit anderen Stoffen gelingt die Verflüssigung auf beiden Wegen. Der große englische Experimentator Faraday hat (1826) bei einem Druck, der unter 760 Torr lag, eine Reihe von Gasen, darunter Kohlendioxyd, Schwefel-wasserstoff und Chlorwasserstoff, lediglich durch Abkühlung auf $-110°$C in den flüssigen Zustand übergeführt; und lediglich durch Druckerhöhung bei Temperaturen, die wenig unter 0° C lagen, hat er (1823) eine andere Reihe von Gasen, darunter die drei genannten, verflüssigt. Er entwickelte das zu verflüssigende Gas durch eine chemische Reaktion in dem einen Schenkel einer gebogenen, starkwandigen, geschlossenen Glasröhre. Das Gas verdichtete sich dann in dem anderen Schenkel bei der genannten geringen Abkühlung unter seinem eigenen Druck.

In den mit Kohlendioxyd (Kohlensäure) gefüllten Stahlflaschen steht flüssiges Kohlendioxyd unter dem Druck seines eigenen Dampfes. Öffnet man das Ventil der aufrechtstehenden Flasche, so strömt gasförmiges Kohlendioxyd aus. Läßt man aus der umgestülpten Flasche flüssiges Kohlendioxyd austreten, so verdampft es sehr heftig und kühlt sich dabei so stark ab, daß es zum Teil zu Kohlensäureschnee erstarrt.

2. Die kritische Temperatur der Gase. Einige Gase, insbesondere Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, widerstanden lange Zeit allen Bemühungen, sie zu verflüssigen, mochte man den Druck noch so weit steigern. Durch Versuche mit Kohlendioyxd zeigte Andrews, ebenfalls ein Engländer, daß auch für dieses Gas unter Umständen die Drucksteigerung allein nicht zur Verflüssigung genügt. Es ist unbedingt notwendig, daß Kohlendioxyd unter 31° C abgekühlt wird, sonst läßt es sich nicht verflüssigen. Allgemein ist es zur Verflüssigung eines jeden Gases unbedingt nötig, daß es unter eine charakteristische Temperatur, die man seine **kritische Temperatur** nennt, abgekühlt wird. Anderenfalls bleibt es auch bei den höchsten erreichbaren Drucken gasförmig.

Andrews trug die Werte für Druck und Volumen einer gegebenen Menge Kohlendioxyd bei verschiedenen Temperaturen graphisch in ein Diagramm ein, das die spezifischen Volumina als Abszissen, die Drucke als Ordinaten darstellt. Die bei gleichen Temperaturen gemessenen Werte verband er durch Kurvenzüge und erhielt so Isothermen, wie sie uns für ein ideales Gas bereits begegnet sind. Er fand, daß bei Temperaturen über 100° C das Kohlendioxyd sich ebenso wie Luft und Wasserstoff verhält; es befolgt für alle Temperaturen oberhalb 100° C das Boylesche Gesetz $p \cdot V =$ const. Für tiefere Temperaturen lassen sich die gefundenen Werte gut durch die van der Waalssche Gleichung darstellen, wenn man für die Konstanten geeignete Werte einsetzt. Die Gleichung lautet für 1 g Kohlensäure (1 Mol Kohlensäure enthält 44 g; 1 g entspricht also $\frac{1}{44}$ Mol), wenn das Volumen in cm³ und der Druck in physikalischen Atmosphären gemessen werden:

$$\left(p + \frac{1{,}86 \cdot 10^3}{V^2}\right)(V - 0{,}97) = 1{,}86\, T\,.$$

Stellt man die für Temperaturen oberhalb 100° C gefundenen Isothermen graphisch dar, so erhält man also Hyperbeln, und zwar für jede Temperatur eine andere, wie in Abb. 143. Die Isothermen für Temperaturen unterhalb 100 °C sind in Abb. 157 wiedergegeben. (Die Untersuchungen beginnen erst bei 45 Atm.) Wenn wir für die oberste, die 48,1°-Isotherme das Produkt pV an verschiedenen Stellen bilden (etwa im Anfangs- und im Endpunkt), so finden wir, daß der ermittelte Wert nicht mehr konstant ist. Die Isotherme verläuft flacher als die eines idealen Gases; sie zeigt aber noch keine merkliche Unregelmäßigkeit. Komprimiert man Kohlendioxyd bei 13,1° C, so erhält man die unterste Isotherme. Wir verfolgen sie bei der

Kompression von rechts nach links: Zunächst haben wir einen ungesättigten Dampf vor uns; der Gasdruck steigt bis auf etwa 48 Atm. Das ist der Sättigungsdruck bei 13,1° C. Hier setzt die Verflüssigung ein; mit fortschreitender Volumverkleinerung verflüssigt sich allmählich der gesamte Dampf bei konstant bleibendem Druck. Erst wenn aller Dampf verschwunden ist, steigt der Druck wieder an und zwar sehr stark; das flüssige Kohlendioxyd setzt einer Volumverminderung einen sehr großen Widerstand entgegen. Bei 21,5° C verhält sich das Kohlendioxyd ähnlich, nur daß, entsprechend dem höheren Sättigungsdruck bei dieser Temperatur, die Verflüssigung erst bei etwa 60 Atm. einsetzt. Aber auch hier hat die Kurve ein horizontales Stück, und wir können bei der Kompression längs dieses Stückes beobachten, wie sich unterhalb des Gasraums Flüssigkeit ansammelt, deren Menge mit abnehmendem Volumen fortschreitend wächst.

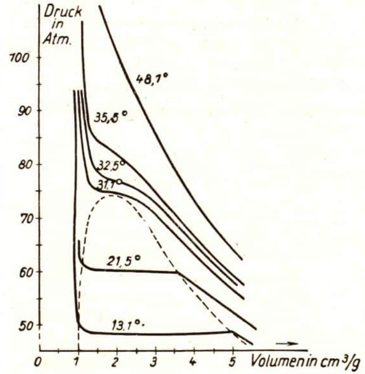


Abb. 157. Isothermen der Kohlensäure (Temperatur in °C)

Bei 32,5° C verläuft überhaupt kein Stück der Kurve mehr horizontal; hier nimmt also der Druck bei abnehmendem Volumen ständig zu; es wird keine Flüssigkeit mehr gebildet. Oberhalb 31,1° C ist es unmöglich, Kohlendioxyd zu verflüssigen. 31,1° C wird deshalb die **kritische Temperatur** des Kohlendioxyds genannt, und der Mindestdruck von 75 Atm., der dann gerade noch gesättigten Dampf hervorbringt, heißt sein **kritischer Druck.** Das Gebiet, in dem Dampf und Flüssigkeit nebeneinander vorkommen, ist in Abb. 157 durch die gestrichelte Linie umgrenzt; flüssiges Kohlendioxyd findet man neben gasförmigem nur, wenn der Zustand des Kohlendioxyds durch einen Punkt gegeben ist, der in diesem Gebiet liegt.

Tragen wir für Kohlendioxyd den Sättigungsdruck in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch auf, wie wir es in Abb. 153 für Wasser, Äther und Alkohol getan haben, so hat die Kurve bei 31,1° C ein Ende. Wir hatten gefunden, daß die Sättigungsdruckkurve das Gebiet des gasförmigen Zustandes rechts unterhalb der Kurve von dem Gebiet des flüssigen Zustandes links oberhalb der Kurve trennt. In Abb. 157 stellt das Gebiet großer Rauminhalte unten rechts, in dem die Isothermen bei Volumenverringerung ansteigen, den Dampfzustand des Stoffes dar. Das Gebiet links, in dem die Isothermen bei Volumenverringerung fast senkrecht zu hohen Drucken ansteigen, entspricht dem flüssigen Zustand. In dem durch die gestrichelte Kurve umschlossenen Gebiet sind Dampf und Flüssigkeit miteinander im Gleichgewicht.

Ist in einem starkwandigen Glasröhrchen so viel unter Druck verflüssigtes Kohlendioxyd eingeschlossen, daß das Röhrchen je 2 cm³ Inhalt etwa 1 g Kohlendioxyd enthält, so können wir bei 0° C eine deutliche Grenze zwischen der Flüssigkeit im unteren Teil des Röhrchens und dem darüber befindlichen Dampf beobachten. Der Druck in diesem Dampfraum entspricht dem Sättigungsdruck bei der herrschenden Temperatur. Erwärmt man das Röhrchen, so bleibt das dem Kohlendioxyd zur Verfügung stehende Volumen konstant, und der Druck muß steigen. In Abb. 157 entspricht das einer Zustandsänderung längs der im Abszissenpunkt 2 cm³/g errichteten Senkrechten, also zunächst Zuständen innerhalb der gestrichelten Kurve. Die Menge der Flüssigkeit nimmt sichtlich ab, weil so viel Flüssigkeit verdampft, daß der Druck immer gleich dem Sättigungsdruck ist. Bei der Erwärmung wird aber die Dichte der Flüssigkeit infolge der Wärmeausdehnung kleiner und die Dichte des Dampfes wegen des zunehmenden Sättigungsdruckes größer. Schließlich erreicht man eine Temperatur, bei der die Dichten von Flüssigkeit und Dampf einander gleich werden; an unserem Röhrchen merken wir das daran, daß die scharfe Grenze zwischen Flüssigkeit und Dampf verschwindet; wir können beide nicht mehr voneinander unterscheiden. Kühlen wir das Röhrchen wieder ab, so tritt die Scheidung in Flüssigkeit und Dampf wieder ein.

Diesem Nichtunterscheidenkönnen zwischen Flüssigkeit und Dampf im Gebiet der kritischen Temperatur entspricht in unseren graphischen Darstellungen, daß es oberhalb dieser Temperatur keine Trennungskurve zwischen dem flüssigen und dem gasförmigen Zustand gibt. Oberhalb seiner kritischen Temperatur nimmt jeder materielle Körper jeden Raum, der ihm zur Verfügung steht, ein. Er verhält sich damit wie ein Gas. Steht er unter sehr starkem Druck, so nimmt sein Volumen bei weiterer Kompression aber nur wenig ab, was dem Verhalten einer Flüssigkeit entspricht.

Nachdem man die Bedeutung der kritischen Temperatur erkannt hatte, gelang auch die Verflüssigung der Bestandteile der Luft. Jetzt vermögen wir so tiefe Temperaturen herzustellen, daß alle bekannten Gase verflüssigt werden können (s. § 63, 4). Wie tief man zu diesem Zweck abkühlen muß, ehe Druckanwendung zur Verflüssigung führt, lehrt die folgende Tabelle für einige Stoffe, die sich bei normalen Bedingungen wie ideale Gase verhalten. Zum Vergleich enthält die Tabelle die kritischen Temperaturen einiger Körper, die wir unter normalen Bedingungen als Flüssigkeiten kennen.

Kritische Temperaturen und kritische Drucke einiger Stoffe

	t_k in °C	p_k in Atm.
Helium	− 268	2,3
Wasserstoff	− 240	13
Stickstoff	− 147	33
Sauerstoff	− 119	50
Kohlendioxyd	31	73
Ammoniak	132	33
Äther	194	36
Alkohol	243	63
Wasser	374	217

§ 56. Das Verhalten von Lösungen bei Temperaturänderungen

1. Der Gefrierpunkt und die Lösungswärme der Lösungen. Wir lernten in § 41 bereits Lösungen von Salzen in Wasser kennen. Wir bezeichneten als gesättigt solche Lösungen, die kein weiteres Salz aufzunehmen vermögen, bei denen also zugesetztes Salz am Boden liegenbleibt. Wir fanden, daß die Löslichkeit, das ist die Menge Salz, die eine gegebene Menge Wasser aufzunehmen vermag, im allgemeinen mit der Temperatur veränderlich ist. Abb. 112 (S. 111) zeigt die Löslichkeit von drei verschiedenen Salzen im Wasser. Wir bemerken, daß die Löslichkeit des Kochsalzes temperaturunabhängig ist, denn seine Löslichkeitskurve ist der Temperaturachse parallel. Beim Auflösen eines Salzes in Wasser wird (wenn keine chemische Reaktion eintritt) Wärme verbraucht; wir beobachten das daran, daß das Wasser sich abkühlt. Die zum Lösen von 1 Gramm eines Stoffes verbrauchte, in Kalorien gemessene Wärmemenge nennen wir seine **Lösungswärme.** Wir können sie in dem in Abb. 144 (S. 142) dargestellten Kalorimeter messen. Wir beobachten, wenn wir den Versuch beispielsweise mit Kochsalz machen, daß die Temperatur unter 0° C sinkt, ohne daß die Lösung gefriert. Haben wir Gelegenheit, eine ungesättigte Kochsalzlösung an einem kalten Wintertage oder durch Kohlendioxydschnee oder durch eine Kühlmischung aus Chlorkalzium und Eis, wie wir sie im folgenden beschreiben werden, abzukühlen, bis sich Eis ausscheidet, so beobachten wir, daß trotz lebhaften Rührens die Temperatur der Lösung während des Gefrierens sinkt. Spülen wir das gebildete Eis mit Leitungswasser ab, so können wir am Geschmack feststellen, daß es kein Salz enthält. Es ist also alles Salz in der Lösung geblieben, und da sich die Menge des flüssigen Wassers durch die Eisbildung verringert hat, ist die Lösung salzreicher, konzentrierter[1]) geworden. Wir stellen also fest, daß der Gefrierpunkt des Eises in einer Salzlösung um so tiefer liegt, je konzentrierter die Lösung ist. Dieses Ergebnis wird durch die uns bereits bekannte Tatsache bestätigt, daß bei Meerwasser die Eisbildung erst bei — 2° C einsetzt. Man kann auf diese Weise mit Kochsalz bis zu — 21° C gelangen. Ist diese Temperatur erreicht und entzieht man der Lösung weiter Wärme, so scheidet sich jetzt Eis und Kochsalz ab – ein sog. eutektisches Gemisch –, bis die gesamte Flüssigkeit erstarrt ist. Die Temperatur bleibt dabei unverändert — 21° C. (Ähnlich verhalten sich Lösungen von Metallen ineinander; wir nennen sie **Legierungen.**)

2. Die Kühlmischungen. Bringen wir Eis von 0° C und Salz zusammen, so bildet sich eine flüssige Salzlösung. Diese können wir uns so entstanden denken, daß zunächst das Eis geschmolzen und dann das Salz in dem gebildeten Wasser gelöst wurde. Hierzu bedarf es also außer der Lösungswärme des Salzes noch der Schmelzwärme des Eises. Bei der Bildung der Salzlösung aus Eis und Salz kühlt sich die Mischung also erheblich ab. Mit 1 Teil Salz auf 3 Teile Eis kann man die Temperatur auf — 21° C erniedrigen; das ist, wie wir beobachteten, die Temperatur, bei der bei Abkühlung einer Salzlösung die Ausscheidung von festem Salz einsetzt. 10 Teile Eis und 7 Teile Kalziumchlorid ergeben Temperaturen bis — 55° C. Solche Mischungen nennen wir **Kühlmischungen** oder auch Kältemischungen.

---

[1]) con (lat.) = cum (lat.) = mit; centrum (lat.) = Mittelpunkt

3. Der Siedepunkt. Der Sättigungsdruck von Lösungen. Bringt man eine Salzlösung zum Sieden, so stellt man fest, daß ihr Siedepunkt über dem des reinen Wassers liegt, und zwar liegt er um so höher, je konzentrierter die Salzlösung ist. Setzen wir das Sieden einer Lösung fort, so beobachten wir ein Ansteigen des Siedepunktes, bis sich schließlich eine Salzkruste absetzt. Wir schließen daraus, daß beim Sieden die Lösung salzreicher wird, der Dampf also verhältnismäßig mehr Wasser als Salz enthält. Wir untersuchen den Dampf. Dazu bringen wir die Salzlösung in einer Anordnung nach Abb. 146 zum Sieden, in der der entstehende Dampf wieder kondensiert wird. Durch eine Geschmacksprobe stellen wir fest, daß das Kondensationsgefäß, also auch der übergehende Dampf, kein Salz enthält, sondern daß reiner Wasserdampf überdestilliert. Durch die Bestimmung des Siedepunktes haben wir festgestellt, daß gleicher Sättigungsdruck über Salzlösungen erst bei höheren Temperaturen erreicht wird als über reinem Wasser; der Sättigungsdruck einer Salzlösung ist also kleiner als der reinen Wassers bei gleicher Temperatur, und zwar um so kleiner, je konzentrierter die Lösung ist.

Zur Übung: 1. Bestimme die Wärme, die verbraucht wird, wenn sich 30 g Kochsalz in 100 g Wasser lösen (Kalorimeter). — 2. Miß den Siedepunkt des Wassers, wenn bestimmte Mengen Fixiersalz darin gelöst sind.

§ 57. Der Temperaturausgleich

Wir legten den in den letzten Abschnitten behandelten Versuchen die Erfahrung zugrunde, daß Wärme von selbst von wärmeren zu kälteren Körpern und innerhalb eines Körpers von den heißen nach den kalten Stellen übergeht. Dies kann auf drei verschiedene Weisen geschehen: Strömen Flüssigkeiten oder Gase nach Orten abweichender Temperatur, so behalten sie ihren Wärmezustand bei. Dieser wird also zusammen mit der strömenden Materie von einem Ort zum anderen transportiert. Wir sprechen von Temperaturausgleich durch **Strömung.**

Wird Wärme in einem festen Körper von Stellen höherer Temperatur zu solchen tieferer Temperatur übertragen, z. B. von dem einen Ende eines Feuerhakens zum anderen, so handelt es sich um Wärmeausbreitung durch **Leitung.** Das gleiche geschieht, wenn zwei verschieden erhitzte Körper bei Berührung ihre Temperatur ausgleichen. Die Wärmeübertragung geschieht durch Leitung. Dieser Temperaturausgleich durch Wärmeleitung erfordert keine Bewegung von Materie; er wird in § 64, 7 erklärt werden.

Schließlich kennen wir noch eine dritte Art der Wärmeübertragung, die weder Leitung noch Strömung ist, mit deren Hilfe Wärme von heißen Körpern auf kältere auch durch den leeren Raum übertragen werden kann, die **Wärmestrahlung.**

1. Die Ausbreitung der Wärme durch Strömung. Wird ein Gebiet einer Flüssigkeit oder einer Gasmenge erhitzt, so dehnt sie sich an dieser Stelle aus. Wegen der dadurch verminderten Dichte steigt die Flüssigkeit dort empor, Erhitzt man Wasser in einem Becherglase, so steigt es in der Mitte, wo es am stärksten erwärmt wird, in die Höhe und sinkt an den Wandungen wieder nach unten (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schuljahr, Abb. 21). Das großartigste Beispiel für die Übertragung von Wärme durch Strömung bilden die Winde und die Meeresströmungen. Hier werden durch Druckunterschiede, die Temperaturunterschiede zur Ursache haben, große Luft- und Meereswassermengen in Bewegung gesetzt. Dadurch wird ein Temperaturausgleich bewirkt, denn die warmen Winde und der warme Golfstrom führen Wärme aus heißen in kältere Gegenden mit. Durch kalte Winde und den Polarstrom wird die Temperatur wärmerer Gegenden erniedrigt. — In der Warmwasserheizung wird die im Heizkessel erzeugte Wärme auf die höheren Stockwerke übertragen, weil das erwärmte Wasser vom Kessel aus in Steigröhren in die Höhe steigt und abgekühlt in Fallröhren wieder in den Kessel zurückkehrt. Wir erinnern uns an den Versuch mit einem wassergefüllten ringförmigen Glasrohr (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schuljahr, Abb. 20), das wir an einer Seite mit der Flamme erwärmen. Wenn wir in die obere Öffnung einen Tropfen Farbstofflösung einbringen, läßt sich verfolgen, wie durch ungleichmäßige Erwärmung eine Strömung entsteht. Die Strömung wird um so heftiger, je größer der Temperaturunterschied des Röhrensystems ist. Die Saugwirkung der Schornsteine, Luftströmungen im geheizten Zimmer sind weitere Beispiele. Will man die Wärmeübertragung durch Strömung verhindern, so muß man durch geeignete Zwischenwände dafür sorgen, daß keine Strömung entstehen kann (Kochkiste, Bekleidung, Federbetten, Doppelfenster).

2. Die Ausbreitung der Wärme durch Leitung. Hält man einen Metallstab (z. B. einen Nagel oder eine Stricknadel) mit dem einen Ende in eine Flamme, so kann man anfangs das andere Ende des Stabes mit ungeschützter Hand halten; bald aber erwärmt es sich so stark, daß man den Stab nicht mehr halten kann. Die Ausbreitung der Wärme durch Leitung erfordert also, ebenso wie die Ausbreitung durch Strömung, Zeit.

Hierdurch erklärt sich, daß die Quecksilbersäule eines Thermometers mit großem Gefäß beim plötzlichen Eintauchen des Thermometers in heißes Wasser etwas absinkt, ehe sie zu steigen beginnt. Die von außen einströmende Wärme gelangt zuerst in die Glaswand, und diese dehnt sich aus, während das Quecksilber noch kalt ist. Erst wenn auch das Quecksilber im Gefäß erwärmt wird, beginnt die Quecksilbersäule zu steigen.

Hält man gleichzeitig einen Kupferstab und einen Eisenstab von gleicher Länge und Dicke mit dem einen Ende in die Flamme, so muß man den Kupferstab früher aus der Hand legen als den Eisenstab. Hieraus folgt, daß sich die Wärme im Kupferstab schneller ausbreitet als im Eisenstabe. Stellt man denselben Versuch mit einem Kupferstabe und einem Glasstabe an, so wird der Glasstab an dem einen Ende glühend und bleibt am anderen Ende kalt, während der Kupferstab bereits am anderen Ende sehr heiß geworden ist. Diese Versuche lehren, daß die verschiedenen Stoffe die Wärme verschieden gut leiten. Körper, die Wärme leicht weiterleiten, heißen **gute Wärmeleiter;**

zu ihnen gehören alle Metalle. Körper, die die Wärme langsam weiterleiten, heißen **schlechte Wärmeleiter;** zu ihnen gehören beispielsweise Glas und Holz.

Wir erinnern uns an die eingangs der Wärmelehre beim Anfassen von Eisen und Holz gesammelten Erfahrungen. Daß die bei gleichen Temperaturdifferenzen durch Eisen und Holz vermittelten Wärmeempfindungen verschieden sind, erklärt sich daraus, daß Eisen zu den guten, Holz zu den schlechten Wärmeleitern gehört.

3. Messung des Wärmeleitvermögens. Spannen wir zwei Stäbe aus verschiedenem Metall, z. B. Eisen und Kupfer, von gleicher Länge und Dicke an je einem Ende in ein Metallstativ ein und ordnen sie so an, daß wir ihr anderes Ende gemeinsam mit der gleichen Flamme erhitzen können (durch ein über den Bunsenbrenner gezogenes Rohr decken wir die Ausstrahlung der Flamme möglichst ab), so können wir den Temperaturverlauf längs der Stäbe dadurch verfolgen, daß wir an sie in gleichmäßigen Abständen Metallkügelchen mit Wachs ankleben. Das Wachs schmilzt bei etwa 60° C; sobald eine Stelle eines Stabes eine Temperatur über 60° C erreicht, fällt das Kügelchen an dieser Stelle ab. Bei der Erwärmung fallen zunächst die der Flamme benachbarten Kügelchen ab, allmählich auch weiter entfernte, bis ein Zustand erreicht ist, in dem keine Stelle der Stäbe ihre Temperatur mehr ändert. In diesem sog. stationären[1]) Zustand erhält jede Stelle der Stäbe ebensoviel Wärme von dem heißen Ende her, wie sie abgibt. Für die Wärmeabgabe kommt zweierlei in Betracht: erstens die Leitung der Wärme innerhalb des Stabes nach dem kalten Ende, die **innere Wärmeleitung,** und zweitens die Wärmeabgabe an die Umgebung, die **äußere Wärmeleitung.** Je besser ein Stab leitet, in desto größerer Entfernung von der Flamme wird die 60°-Grenze noch erreicht. Man kann die äußere Wärmeleitung für alle untersuchten Stäbe dadurch gleichmachen, daß man ihre Oberflächen gleichartig macht, sie beispielsweise poliert und versilbert. Dann kann man durch Untersuchung des stationären Temperaturabfalls längs der Stäbe, die gleiche Abmessung haben, das Verhältnis der Wärmeleitvermögen (Wärmeleitzahlen) genau bestimmen. Am besten leitet Silber; bezeichnet man sein Wärmeleitvermögen mit 1, so erhält man für die relativen Leitvermögen einiger anderer Körper die in der Tabelle angegebenen Werte.

Wärmeleitvermögen einiger Körper bei Zimmertemperatur
bezogen auf das Leitvermögen des Silbers

Silber	1	Blei	0,08	Schiefer	0,000 8
Kupfer	0,90	Eis	0,005	Wasserstoff (bei 760 Torr)	0,000 45
Aluminium	0,50	Glas	0,002	Luft (bei 760 Torr)	0,000 06
Eisen	0,17	Wasser	0,0015		

Man kann durch Anbringen geeigneter Heizkörper die äußere Wärmeleitung längs eines Metallstabes unterbinden und untersucht auf diese Weise die absolute Wärmeleitzahl der Körper. Es zeigt sich, daß durch einen Silberstab von 1 cm² Querschnitt und 15 cm Länge, dessen beide Enden auf Temperaturen gehalten werden, die sich um 15° unterscheiden, in

1) stātiō (lat.) = das Stillestehen

der Sekunde 1 cal vom warmen zum kalten Ende fließt. Ist der Stab doppelt so lang, so fließen nur 0,5 cal/s. Hat er den doppelten Querschnitt oder wird die Temperaturdifferenz an den Enden verdoppelt, so fließen 2 cal/s.

Aus der Tabelle entnehmen wir, daß durch einen Glasstab nur 2/1000 der Wärmemenge fließt, die unter den gleichen Bedingungen durch einen Silberstab von der gleichen Gestalt fließen würde.

Sehr bemerkenswert ist, daß die Reihenfolge der nach ihrer Wärmeleitfähigkeit geordneten Metalle dieselbe ist, wie bei ihrer Ordnung nach der elektrischen Leitfähigkeit. Genau wie diese nimmt auch die Wärmeleitfähigkeit der Metalle mit sinkender Temperatur zu.

Der in Abb. 158 dargestellte Versuch zeigt, daß die Wärmeleitfähigkeit eines Metalldrahtnetzes so groß ist, daß man mit ihm eine Flamme abgrenzen kann, obwohl die brennbaren Gase hindurchgehen. Diese Gase verlangen, um zu brennen, eine bestimmte Mindesttemperatur, die man ihre Entzündungstemperatur nennt. Das Netz leitet aus den Gasen so viel Wärme ab, daß diese Temperatur jenseits des Netzes nicht mehr erreicht wird. Im linken Teile der Abbildung wurde das Drahtnetz der Flamme von oben genähert. Im rechten Teil wurde das Gas oberhalb des Drahtnetzes entzündet; man sieht, daß die Flamme nicht in den Raum zwischen Brenner und Netz, der das Gas enthält, schlägt. In der Sicherheitslampe des Bergmannes, in der die Flamme von einem Drahtnetz umgeben ist, können, entsprechend dem rechten Teil der Abbildung, zwar brennbare Gase (schlagende Wetter) zur Lampenflamme gelangen und in ihr abbrennen; die Flamme gelangt aber nicht aus dem Bereich des Drahtnetzes heraus und kann daher auch ein explosibles Gasgemisch im Schacht nicht entzünden. hervorrufen

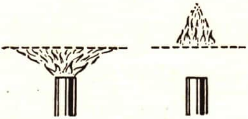


Abb. 158. Wärmeableitung durch ein Drahtnetz

Die Erde ist ein schlechter Wärmeleiter: Trotz der hohen Temperatur des Erdinneren nimmt die Temperatur in der oberen Erdschicht je 30 m Tiefe im Mittel nur um 1° zu. Dies wurde bis zu einer Tiefe von ungefähr 2 km (Bohrlöcher) gemessen. Die Schwankungen der Jahrestemperatur an der Erdoberfläche machen sich in 10 m Tiefe unter dem Erdboden kaum noch bemerkbar. – Die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten und Gasen kann man bestimmen, wenn man dafür sorgt, daß keine Strömung auftritt. In einem Reagenzglas kann man Wasser, das am Grunde ein durch einen Bleidraht beschwertes Stück Eis enthält, am oberen Ende durch eine Flamme zum Sieden bringen, ohne daß das Eis schmilzt. Wasser hat also ein schlechtes Wärmeleitvermögen. Noch schlechter leiten die Gase; deshalb wählt man gern zur Wärmeisolierung lockere Materialien, in deren Zwischenräumen sich Luft befindet (Stroh, Torf, Asche, Kieselgur, Watte). Obgleich Eis Wärme besser leitet als Wasser, ist Schnee, der sehr viel Luft enthält, ein vorzüglicher Schutz der Saaten gegen Frost. Auch Wasserdampf ist ein schlechter Wärmeleiter; dies zeigt der Leidenfrostsche Versuch: Ein

Wassertropfen auf einer heißen, glatten Metallplatte (etwa einem Bügeleisen) verdampft zunächst an der Berührungsfläche. Der dabei zwischen Metallplatte und Tropfen gebildete Wasserdampf schützt den Tropfen vor weiterem Verdampfen. Erst wenn die Metallplatte sich (ehe der Tropfen die Temperatur von 100° C erreicht) so weit abkühlt, daß die Dampfschicht den Tropfen nicht mehr tragen kann, fällt er auf die Platte und verzischt.
Der Wärmetransport durch Gase ist um so schlechter, je verdünnter sie sind. Diese Eigenschaft benutzt man zur Wärmeisolierung durch Vakuummantelgefäße, bei denen der Zwischenraum zwischen der inneren und äußeren Gefäßwand möglichst luftleer gepumpt ist.

4. Die Ausbreitung der Wärme durch Strahlung. Wir empfinden die Wärme einer Wärmequelle (Sonne, Ofen), auch wenn wir sie nicht berühren und wenn wir von ihr die Wärme nicht durch Strömung der Luft erhalten, also die Hand z. B. unter eine Lampe halten. Man nennt diese Art der Wärmeausbreitung, die auch durch den leeren Raum zwischen Sonne und Erde vor sich geht, **Wärmestrahlung.** Wir werden sie in einem späteren Abschnitt genauer untersuchen (Teil II B, § 21).

§ 58. Die Dampfmaschinen

Wenn ein Körper sich gegen den konstanten Druck der umgebenden Atmosphäre ausdehnt, so leistet er eine Arbeit, von der wir aus § 24 wissen, daß sie allgemein gleich dem Wege s mal der überwundenen Kraft P ist:

$$A = P \cdot s.$$

Wir wissen, daß der Druck der Luft p auf eine Fläche F die Kraft

$$P = p F$$

ausübt. Dehnt sich z. B. ein Stab vom Querschnitt F in seiner Längsrichtung senkrecht zu diesem Querschnitt gegen den Luftdruck p um s aus, so schiebt er die Luft vor sich her und verrichtet dabei die Arbeit

$$A = p \cdot F \cdot s.$$

Die gleiche Arbeit verrichtet ein in einem Zylinder eingeschlossenes Gas, das einen in dem Zylinder gleitend beweglichen Kolben gegen den Druck der äußeren Atmosphäre vor sich her treibt. $F \cdot s$ ist die Volumzunahme $V_2 - V_1$, die das Gas bei der Ausdehnung erfährt. Wir können also schreiben

$$A = p\,(V_2 - V_1).$$

Für den Fall, daß die wirkende Kraft während der Arbeitsleistung nicht konstant bleibt, zerlegen wir den Vorgang in Einzelvorgänge, für die wir jeweils die Kraft P als konstant ansetzen können. Diese Kraft P wirkt längs der kurzen Wegstrecke $\varDelta s$ und liefert die Arbeit

$$\varDelta A = P \cdot \varDelta s.$$

Dehnt sich ein Gas gegen den veränderlichen Druck p aus, so ist die bei der kleinen Volumänderung ΔV geleistete Arbeit

$$\Delta A = p \Delta V.$$

Wir haben gesehen, daß sich die meisten Körper bei der Erwärmung ausdehnen. Durch Erwärmung dieser Körper kann also Arbeit entgegen einer Kraft verrichtet werden. Wir haben ferner gefunden, daß bei der Erwärmung unter konstantem Druck die Gase und Dämpfe sich stärker ausdehnen als die festen Körper oder Flüssigkeiten. Eine noch stärkere Volumänderung als bei der Erwärmung von Gasen erreicht man durch Verdampfung einer Flüssigkeit. Läßt man beispielsweise 1 cm^3 Wasser bei 100° C unter dem Druck einer Atmosphäre verdampfen, so nimmt der gebildete Dampf 1607 cm^3 ein. Die Möglichkeit, durch Zufuhr von Wärme mit Hilfe von Wasserdampf fortgesetzt Arbeit zu verrichten, hat man zuerst in den Dampfmaschinen ausgenutzt. Die wichtigsten **Wärmekraftmaschinen** sind heute die Kolbendampfmaschine und die Dampfturbine, in denen die Arbeitsfähigkeit hochgespannten Wasserdampfes benutzt wird, und der Gas- und der Dieselmotor, in denen die Ausdehnung von Gasen, die bei der Verbrennung von Treibstoffen entstehen, als Arbeitsquelle dient.

1. Die Kolbendampfmaschine. Jede Kolbendampfmaschinenanlage besteht aus drei Teilen: dem Dampfkessel zur Erzeugung des Dampfes, dem Dampfzylinder, in dem der Dampf Arbeit verrichtet, mit der Steuerung zur Regelung des Dampfeintrittes und dem Kondensator, in dem der Dampf sich wieder zu Wasser kondensiert. Der Kondensator wird bei einigen Maschinen, beispielsweise den Lokomotiven, durch die freie Atmosphäre der Umgebung ersetzt.

a) Der Dampfkessel, in dem gesättigter Dampf von hohem Druck erzeugt werden soll, besteht entweder aus wassergefüllten Röhren, die von den Flammen der Feuerung erhitzt werden (Wasserrohrkessel), oder aus einem mit Wasser beschickten Kessel, durch den Röhren gelegt sind, in denen die Heizgase strömen (Flammrohrkessel). Der entwickelte Dampf sammelt sich in einem Raum oberhalb des Wasserspiegels; sein Druck kann an einem Manometer abgelesen werden. Beim Überschreiten des höchstzulässigen Dampfdruckes öffnet sich ein Sicherheitsventil.

Der im Kessel erzeugte Dampf führt noch Wassertröpfchen mit sich; auch scheiden sich bei der geringsten Abkühlung des gesättigten Dampfes auf dem Wege zum Zylinder weitere Wassertröpfchen aus, wobei der Druck des Dampfes stark vermindert wird. Daher wird der Dampf in Überhitzerrohren weiter erhitzt und tritt bei kleinen Anlagen als überhitzter (trockener) Dampf mit 12 bis 20 at Druck in den Dampfzylinder. In großen Anlagen geht man bis 100 at; besondere Maschinenkonstruktionen arbeiten neuerdings mit Drucken bis zu 200 at.

b) Der Dampfzylinder. In Abb. 159 ist der Dampfzylinder mit dem Schieberkasten zur Steuerung des Dampfeintrittes für eine Lokomotive dargestellt. Bei anderen Dampfmaschinen ist an Stelle des Lokomotivrades eine Welle mit einem daran befestigten Schwungrad zu denken. In dem Zylinder Z bewegt sich der dichtschließende Kolben K hin und her, wenn der Dampf abwechselnd links und rechts eintritt. Die Abb. 159 zeigt, wie die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens in die drehende des Rades verwandelt wird. In der äußersten Kolbenstellung links und rechts liegen die Kurbel H und

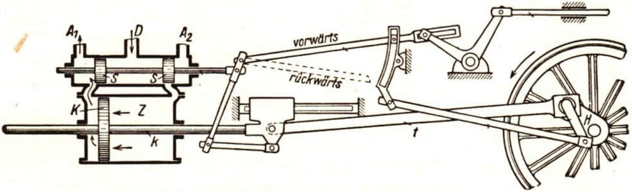


Abb. 159. Zylinder und Steuerung einer neuzeitlichen Kolbendampfmaschine

das Gestänge t in der durch die Kolbenachse k gegebenen Geraden. Durch das Schwungrad wird bewirkt, daß der Kolben während der Bewegung über diese toten Punkte hinweggeleitet wird. Eine Lokomotive würde aus diesen toten Punkten nicht anziehen können; daher wird die Kurbel H des bei ihr immer vorhandenen zweiten Zylinders gegen die erste um 90° versetzt.

Der Dampfeintritt in den Zylinder Z wird durch die **Steuerung** geregelt. Bei der Schiebersteuerung bewegt sich ein aus zwei Kolben SS bestehender Kolbenschieber in einem Schieberkasten hin und her und gibt dadurch dem bei D einströmenden Dampf den Zutritt zum Zylinder durch einen der zwei Kanäle im richtigen Augenblick frei. Drückt der Dampf von rechts auf den Kolben, so kann der links vor dem Kolben befindliche Dampf durch denselben Kanal, durch den er zuvor eingetreten war, in den links liegenden Teil des Schieberkastens und von da durch das Rohr A_1 in den Kondensator (bei der Lokomotive in die Außenluft) ausströmen. Dem einströmenden Dampf verschließen die Kolben SS den Zugang zu den Rohren A_1 und A_2. Bei der Rückbewegung des Kolbens sind die Kolben SS im Schieberkasten nach links verschoben; sie geben dem Dampf den Weg von D nach dem linken Kanal frei und gestatten dem rechts vor dem Kolben K befindlichen Dampf den Austritt durch A_2. Die Abbildung zeigt, wie die Bewegung der Schieberkolben SS durch die Bewegung des Kolbens K gesteuert werden kann.

c) Der Kondensator. Wenn der aus dem Zylinder austretende Dampf in die Luft entweicht, so hat er den Gegendruck der Atmosphäre zu überwinden; dieser Druck von 1 at liegt dann auch auf dem Kolben K, und das Produkt aus Druck und Kolbenoberfläche geht für die gewinnbare Arbeit verloren.

Um diesen Gegendruck zu vermindern, läßt man den Abdampf in einen geschlossenen Behälter, den **Kondensator**, strömen, in dem er sich an wassergekühlten Wänden abkühlt und niederschlägt. Hat man zu Beginn die im Kondensator befindliche Luft durch Wasserdampf verdrängt und sorgt laufend dafür, daß die mit dem Kesselspeisewasser und durch Undichtigkeiten eindringende Luft abgepumpt wird, so herrscht im Kondensator der Sättigungsdruck des Wasserdampfes. Dieser beträgt je nach der Temperatur im Kondensator $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{20}$ at. Das niedergeschlagene Wasser wird abgepumpt und in vielen Fällen zur Speisung des Kessels benutzt (die Benutzung von Frischwasser im Kessel führt zur Bildung von Kesselstein). Dadurch, daß der Dampf sofort kondensiert wird, herrscht in dem Teil des Zylinders, aus dem er entweicht, nur ein sehr geringer Druck, der allerdings im allgemeinen höher ist, als der Sättigungsdruck im Kondensator. Die Maschine kann daher nahezu die ganze Arbeit nach außen abgeben, die der Kolben durch den ihn treibenden Dampfdruck längs seines Weges verrichten kann.

2. Die Arbeitsleistung im Dampfzylinder. Um zu untersuchen, wie der Dampf im Zylinder arbeitet, nehmen wir an, er habe einen Sättigungsdruck von 12 at; der vom Kolben zurückgelegte Weg, der Kolbenhub, betrage 30 cm und der Kolbenquerschnitt 300 cm² (Abb. 160 a). Auf jedes Quadratzentimeter drückt der Dampf mit der Kraft 12 kp (denn 1 at = 1 kp/cm²); die ganze aufgewendete Kraft beträgt also 3600 kp, und die bei einem Kolbenhub vollführte Arbeit ist gleich $0{,}3 \cdot 3600\ \text{kpm} = 1080\ \text{kpm}$.

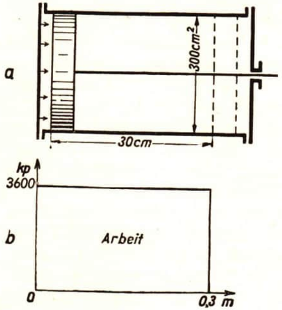


Abb. 160. Arbeitsdiagramm der Dampfmaschine

Wir zeichnen eine Schaulinie der Kraft (Abb. 160 b), indem wir den zurückgelegten Weg als Abszisse und das Produkt aus dem jeweiligen Druck und dem Kolbenquerschnitt – das ist die ausgeübte Kraft – als Ordinate auftragen. Bei der konstanten Dampfspannung von 12 at ist das Bild dieser Kraft (ebenso wie des Druckes) dann eine zur Abszissenachse parallele Gerade. Das von dieser Linie, ihrer Anfangs- und Endordinate und der Abszissenachse begrenzte Flächenstück, ein Rechteck, stellt die vom Dampf geleistete Arbeit dar, denn der Flächeninhalt ist gleich Kraft mal Weg. Eine derartige Figur heißt ein Arbeitsdiagramm.

Man läßt nun aber den Dampf nicht während des ganzen Kolbenhubes in den Zylinder einströmen; denn in diesem Falle würde der Dampf am Schluß des Hubes mit hoher Spannung ausströmen, die nicht ausgenutzt würde. Man sperrt also den Dampfzutritt schon ab, wenn der Kolben z. B. erst $\frac{1}{6}$ seines Weges zurückgelegt hat (in Abb. 161 a Punkt B), und verwendet weiterhin den Druck des sich ausdehnenden Dampfes zum Antrieb; dabei sinkt der Druck.

Man richtet es so ein, daß im zweiten Teil des Kolbenganges der Dampfdruck bis fast zur Spannung im Kondensator abnimmt (Punkt C), mit dem der Zylinderraum am Schluß des Hubes verbunden wird. Stellen wir wieder das Produkt aus Kolbenfläche und Druck als Funktion des Weges dar, so bedeutet auch hier die entstehende Fläche ($ABCDE$ in Abb. 161 a) die geleistete Arbeit. Denn man kann sich die Fläche $ABCDE$ zusammengesetzt denken aus dem Rechteck mit den Seiten EA und AB und aus lauter schmalen Rechtecken, die die Breite eines kurzen Kolbenweges Δs und als Höhe die mittlere Kraft P während dieses Weges haben (s. Abb. 162). Jedes Rechteck stellt die Arbeit ΔA dar, die längs des Kolbenweges Δs verrichtet wird, ihre Summe also die im ganzen verrichtete Arbeit. Sie ist, wie die Abbildung zeigt, zwar kleiner geworden, es ist aber nur $\frac{1}{6}$ des von der Volldruckmaschine benötigten Dampfes verbraucht worden. Maschinen, welche die Ausdehnung (Expansion[1])) des Dampfes unter Druckverminderung ausnutzen, arbeiten wirtschaftlicher als Volldruckmaschinen.

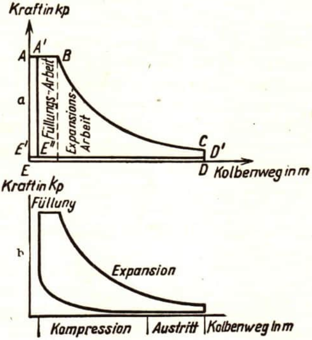


Abb. 161. Arbeitsdiagramm der Expansionsmaschine

Da die Maschine, um von neuem Arbeit leisten zu können, wieder in ihren ursprünglichen Zustand zurückkehren muß, verbindet am Schluß des Kolbenhubes (Punkt C) die Steuerung den Zylinder mit dem Kondensator (dort sei der Druck 0,05 at). Bei seinem Rückgang schiebt der Kolben den Dampf gegen diesen Druck hinaus. Die hierzu notwendige Kraft (Druck mal Kolbenfläche: 0,05 · 300 kp) tragen wir jetzt von rechts nach links in unsere Zeichnung ein und erhalten längs des Kolbenweges eine Parallele zur Abszissenachse. Sie begrenzt ein schmales Rechteck, $E'EDD'$, das die Gegendruckarbeit beim Kolbenrückgang darstellt; diese Arbeit wird in der Maschine selbst verbraucht, um sie wieder in den Anfangszustand zurückzuführen, so daß das Spiel von neuem beginnen kann. Die der Maschine entnehmbare Arbeit wird also durch die um dieses Rechteck verminderte Fläche $ABCDE$ dargestellt. Das ist die Fläche $ABCD'E'$. Der Kolben wird nicht völlig bis an die Zylinderwandung zurückgeschoben; es bleibt ein gewisser schädlicher Raum, den der einströmende Dampf zunächst ausfüllen muß. Die Arbeit des Kolbens setzt also nicht an der Stelle A, sondern erst an der Stelle A' ein, so daß die Arbeit durch die Fläche $A'BCD'E''$ in Abb. 161 a dargestellt wird. Um die zur Erfüllung des schädlichen Raumes notwendige Dampfmenge, deren Arbeitsvermögen schlecht ausgenutzt würde, zu sparen, schließt man die Austrittsöffnung schon, wenn der Kolben erst einen Teil seines Rückweges zurückgelegt hat. Er drückt dann den noch im Zylinder enthaltenen Dampf bis fast auf die Eintrittsspannung des Frischdampfes zusammen (Abb. 161b). Hierdurch wird die Arbeitsfläche zwar abermals verkleinert, aber dieser Verlust ist geringer als der durch die Dampfersparnis erzielte Gewinn. In Abb. 161a

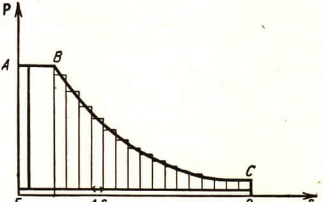


Abb. 162. Zerlegung der Diagrammfläche

---

1) expándere (lat.) = ausbreiten

entspricht der Punkt D' der Dampfspannung im Kondensator. Aus der Abb. geht hervor, daß man den Dampf nicht bis zu dieser Spannung herab arbeiten läßt (C liegt höher als D'). Der Zylinder würde sonst unförmig lang und die Reibung auf dem langen Wege sehr groß.

Im Zylinder folgen vier Vorgänge aufeinander: Füllung, Expansion, Dampfaustritt, Kompression; der Kolben ist schließlich wieder an der Stelle E'' angelangt, von der aus er das Spiel von neuem beginnt. Wird nun noch das im Kondensator abgeschiedene Wasser in den Kessel zurückgepumpt, so ist der Ausgangszustand wieder erreicht. Wir nennen einen solchen Vorgang, an dessen Ende ein Körper wieder in den ursprünglichen Zustand zurückkehrt, einen **Kreisprozeß.** In dem von der Dampfmaschine beschriebenen Kreisprozeß leistet der einströmende und sich ausdehnende Dampf Arbeit, indem er den Kolben vor sich herschiebt; zum Ausstoßen des Dampfes durch Rücktreiben des Kolbens und zum Zurückpumpen des kondensierten Wassers wird eine kleinere Arbeit benötigt; die Differenz der beiden Beträge ist die Arbeit, die die Maschine bei einem Hin- und Hergang nach außen anzugeben vermag. Je öfter die periodisch arbeitende Maschine den Kreisprozeß wiederholt, desto mehr Arbeit vermag sie nach außen abzugeben.

3. Die indizierte Arbeit. Es gibt ein vorzügliches Mittel, um festzustellen, ob das durch Überlegung gefundene Arbeitsdiagramm mit der Wirklichkeit übereinstimmt: Man läßt den Dampf durch einen sog. Indikator das Diagramm selbst aufzeichnen. Wie ein Indikator eingerichtet ist, zeigt Abb. 163; doch ist er hier, verglichen mit dem Dampfzylinder, viel zu groß gezeichnet. Man verbindet den Indikatorzylinder mit dem einen Ende des Dampfzylinders und läßt die hin- und hergehende Kolbenstange des Dampfzylinders ein Papierblatt (mit Millimeterteilung) hin- und herbewegen (z.B. durch eine über vier Rollen laufende Schnur). Der vor dem Kolben des Dampfzylinders und damit vor dem Kolben des Indikatorzylinders herrschende Druck

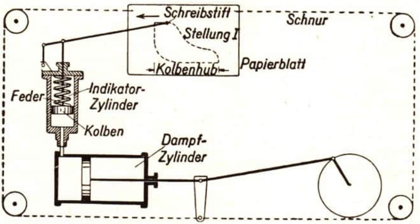


Abb. 163. Indikator

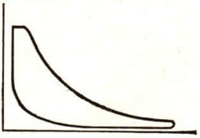


Abb. 164. Indikatordiagramm

drückt je nach seiner Höhe die hinter dem Indikatorkolben befindliche Feder mehr oder weniger zusammen, und die Bewegung des Indikatorkolbens wird über einen Winkelhebel auf einen Schreibstift übertragen, der auf dem bewegten Papierblatt den jeweiligen Druck vermerkt. Man erhält eine Kurve, wie sie in Abb. 164 wiedergegeben ist. Der obere Teil des Kurvenzugs gibt an, wie sich der Druck im Zylinder auf der Arbeitsseite ändert. Der untere Kurvenzug zeigt, welcher Druck beim Zurückgehen vom Kolben überwunden werden muß. Das eingeschlossene Flächenstück stellt die während eines Kolben-Hin- und -Herganges auf der linken Kolbenseite geleistete Arbeit dar. Für die rechte Seite erhält man ein entsprechendes Diagramm. Man bestimmt ein für allemal auf den Diagrammen den Maßstab für Kolbenweg und Kraft. Dann erhält man direkt durch Inhaltsmessung (Auszählung oder Wägung) beider Flächen die bei einem Hin- und Hergang geleistete Arbeit. Durch Multiplikation mit der Umdrehungszahl der Maschine bestimmt man ihre Leistung. Für den Verlauf der Kurve BC in Abb. 161 wurde bereits berücksichtigt, daß der Dampf Wärme an die Zylinderwandung abgibt. Das Indikatordiagramm Abb. 164 unterscheidet sich von dem berechneten Diagramm (Abb. 161) dadurch, daß es an drei Ecken abgerundet ist. Das liegt daran, daß das Öffnen und Schließen der Kanäle für den Dampfeinlaß und -auslaß Zeit erfordert.

Zur Übung: Bestimme durch Ausmessen der Arbeitsfläche im Indikatordiagramm Abb. 164 unter Benutzung der im Text gegebenen Zahlenwerte für Kolbenweg, Zylinderquerschnitt, Kesseldruck und Kondensatordruck die Leistung der Maschine, die 240 Umdrehungen in der Minute macht.

4. Die Mehrzylindermaschine. Eine Dampfmaschine arbeitet wirtschaftlich, wenn sie die Expansion des Dampfes voll ausnutzt. Dazu ist erforderlich, daß der Dampfdruck bei der Arbeit auf einen Betrag sinkt, der nur wenig höher als der Druck im Kondensator ist. Soll der Druck eines Dampfes von 12 at auf $\frac{1}{4}$ at abnehmen, so muß sich der Dampf ungefähr auf das 48fache Volumen ausdehnen. Das könnte in dem betrachteten Beispiel geschehen, wenn der Zylinder nahezu 2,5 m lang wäre. Eine derartige Länge ist nicht angängig. Man baut vielmehr alle Maschinen, die mit hohem Dampfdruck arbeiten, als Mehrzylindermaschinen. Dies hat auch den Vorzug, daß der Wärmeübergang vom Dampf an die Zylinderwände erheblich verringert wird. Bei einer Einzylindermaschine kommen die Zylinderwandungen beim Hingang des Kolbens mit Dampf von 187° C (Sättigungstemperatur für Dampf von 12 at) in Berührung, beim Rückgang mit Dampf von 33° C (entsprechend 0,05 at), so daß sie eine gewisse dazwischenliegende Temperatur annehmen werden. Bei Mehrzylindermaschinen sind die Temperaturunterschiede und damit der Wärmeübergang nicht so groß. Abb. 165 stellt eine Zweizylindermaschine dar. Im Hochdruckzylinder, der einen kleinen Kolbenquerschnitt besitzt, sinkt der Dampfdruck z. B. von 12 auf 2 at (entsprechend 120° C). Von dort strömt der

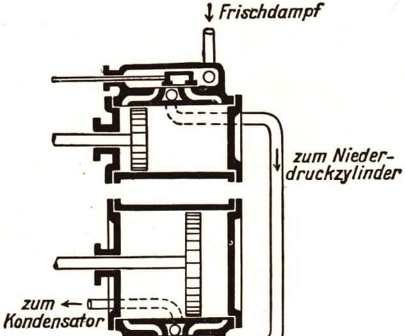


Abb. 165. Zweizylindermaschine

Dampf in den Niederdruckzylinder, der einen Kolben von wesentlich größerem Querschnitt hat, und wird dort bis nahe an den im Kondensator herrschenden Druck ausgedehnt.

5. Die Dampfturbinen. Während bei der Kolbendampfmaschine der Dampf in einem geschlossenen Zylinder den Kolben vorwärts drückt, strömt bei der Dampfturbine der Dampf aus Düsen frei gegen die Schaufeln eines Laufrades (Abb. 166). Diese sind nach denselben Grundsätzen geformt, wie wir es bei den Wasserturbinen in § 44, 3 besprochen haben. Die Dampfturbine besteht ebenso wie die Kolbendampfmaschine aus drei Teilen: dem Dampfkessel, dem Laufrad und dem Kondensator. Der Dampf kommt mit einer Spannung von beispielsweise 10 at aus einem Dampfkessel. Wenn er die sich nach außen erweiternden Düsen durchströmt, sinkt sein Druck auf den Druck im Kondensator, z. B. 0,05 at, und seine Druckenergie setzt sich in Bewegungsenergie des Dampfstrahles um. Unmittelbar vor und hinter dem Laufrad herrscht also derselbe Druck. Die bei dem angegebenen Kesseldruck erzielte Dampfgeschwindigkeit von 1000 m/s würde am besten ausgenutzt, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades etwa 500 m/s betrüge; denn dann strömt der Dampf bei geeignet geformten Schaufeln mit einer sehr geringen Restgeschwindigkeit in den Kondensator aus. Eine Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades von 500 m/s ist für praktische Bedürfnisse zu hoch und beansprucht das Turbinenmaterial zu sehr. Hat das Rad einen Durchmesser von 1 m, so würde dies eine Drehzahl von etwa 10 000 Umdrehungen in der Minute erfordern; für kleinere Durchmesser müßten entsprechend höhere Drehzahlen erreicht werden. Man läßt deshalb den Dampf nicht auf ein Rad, sondern auf mehrere auf derselben Achse sitzende Laufräder nacheinander wirken und setzt zwischen sie ähnlich gebaute, aber feststehende Leiträder, die den Dampfstrahl auf die Schaufeln des nächsten Laufrades richten. So gibt der Dampf seine Energie stufenweise an die einzelnen Laufräder ab, die sich mit gleicher Umlaufzahl drehen. Der jeweiligen Dampfgeschwindigkeit paßt man die Umfangsgeschwindigkeit der einzelnen Laufräder durch geeignete Wahl ihrer Durchmesser an. Bei sehr hoher Dampfgeschwindigkeit ist der Strömungswiderstand, den der Dampf findet, sehr groß. Es ist daher zweckmäßig, die Dampfgeschwindigkeit verhältnismäßig klein zu halten. Dazu ist nur ein entsprechend geringer Druckunterschied erforderlich.

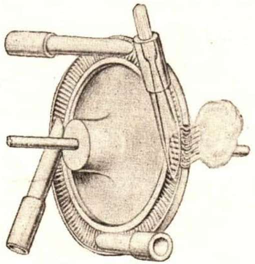


Abb. 166. Dampfturbinenlaufrad

Damit trotzdem eine hohe Dampfspannung angewendet werden kann, läßt man den Dampf sich in Druckstufen entspannen, in deren jeder er eine gewisse Geschwindigkeit erlangt, mit der er auf die Laufräder wirkt. Wegen der

stärkeren Entspannung in den späteren Stufen sind die Laufräder von Stufe zu Stufe größer.
Endlich kann man beide Mittel in derselben Turbine gleichzeitig verwenden. Dabei dehnt sich der Dampf während des Durchströmens durch die Laufräder aus. Die Schaufeln aufeinanderfolgender Laufräder sind dann verschieden groß. Ihre Größe wächst nach der Kondensatorseite zu.
Es ist zunächst überraschend, daß die Wucht des Wasserdampfes in Turbinen eine so außerordentlich große Arbeitsfähigkeit hat, angesichts des Umstandes, daß die Masse eines Raumteiles Wasserdampf von Atmosphärendruck etwa dem 1700. Teil der Masse des gleichen Raumteiles Wasser beträgt. Es ist aber zu beachten, daß die Bewegungsenergie dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, und diese beträgt für die einströmenden Wasserteilchen der Wasserturbine etwa 20 m/s, bei der Dampfturbine jedoch 1000 m/s. Sie ist also 30 mal so groß wie die Höchstgeschwindigkeit eines D-Zuges.

6. Die Verwendung der Dampfmaschinen. Die Dampfturbinen besitzen vor den Kolbendampfmaschinen den Vorzug des ruhigen Ganges (keine hin- und hergehenden Maschinenteile), des geringen Platzbedarfes und der größeren Nutzleistung. Sie sind aber nicht umsteuerbar (können nicht rückwärts laufen) und besitzen für manche Zwecke zu große Umlaufsgeschwindigkeiten. Die Dampfmaschine wird in absehbarer Zeit nicht verschwinden, da sie sich bei größter Betriebssicherheit so den verschiedensten Gebrauchszwecken anpassen läßt wie kaum eine andere Kraftmaschine. Die Kolbendampfmaschine findet vor allem in der Lokomotive und beim Schiffsantrieb Verwendung. Große Schiffe sind mit Turbinen ausgerüstet; für die Rückwärtsbewegung sind hier besondere Turbinen vorgesehen. Turbinen werden vor allem zum Antrieb von Dynamomaschinen verwendet, wo ihre hohe Umlaufsgeschwindigkeit ohne Untersetzung ausgenutzt werden kann.

§ 59. Die Verbrennungsmotoren

Bei der Dampfmaschine geht auf dem Wege des Dampfes vom Kessel zum Zylinder ein Teil der Spannung des Dampfes und damit seiner Arbeitsfähigkeit verloren. Es ist daher vorteilhaft, das treibende Gas im Zylinder selbst zu erhitzen. Dies gelingt in den Verbrennungsmotoren bei Verwendung von Brennstoffen, die, mit Luft gemischt, vollkommener als Kohle verbrennen. Dazu gehören Gase, die bei der Verschwelung von Holz und Kohle, d. h. bei ihrer Verbrennung unter ungenügender Sauerstoffzufuhr, entstehen, wie Leuchtgas oder Generatorgas; ferner leichtflüchtige flüssige Brennstoffe, wie Benzin, Benzol oder Spiritus, und schließlich schwerflüchtige Brennstoffe von der Art der Rohöle und Teeröle, die wir wegen ihrer Verwendungsfähigkeit im Dieselmotor als „Dieselöle“ bezeichnen.
Die Wirkungsweise aller Verbrennungsmotoren beruht darauf, daß diese Kraftstoffe mit Luft vermischt im Zylinder der Maschine entzündet werden

und daß die bei der Verbrennung entstehenden Feuergase durch die entwickelte hohe Verbrennungswärme des Kraftstoffes eine starke Erwärmung erfahren und den Kolben des Zylinders vor sich hertreiben. Solche Verbrennungsmaschinen, bei denen ein auf 4 bis 8 at verdichtetes Gasgemisch von Luft und Treibstoff durch einen Funken gezündet wird und in sehr kurzer Zeit unter starker Drucksteigerung verpufft, nennen wir **Explosionsmotoren.** In einer zweiten Art von Verbrennungsmaschinen wird in hocherhitzte, auf etwa 40 at komprimierte Luft flüssiger Treibstoff eingespritzt, der sich in der heißen Luft entzündet und ohne wesentliche Drucksteigerung verhältnismäßig langsam abbrennt, während die Feuergase den Kolben vor sich hertreiben; Verbrennungsmaschinen dieser Art heißen **Dieselmotoren.**

1. Der Explosionsmotor. Zum Betriebe des Explosionsmotors dienen die Treibgase und die leichtflüchtigen Kraftstoffe; das sind solche Stoffe, die vor der Zündung des Kraftstoff-Luft-Gemisches bereits völlig verdampft sind. Wird der Explosionsmotor mit einem bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen Kraftstoff, wie beispielsweise einem Benzin-Benzol-Gemisch, betrieben, so befindet sich vor dem Zylinder ein V e r g a s e r, in dem der Kraftstoff zerstäubt und mit der richtigen Menge Luft gemischt wird. Bei Benutzung der auch bei gewöhnlicher Temperatur gasförmigen Kraftstoffe (beispielsweise „Holzgas“) geschieht die Mischung mit der richtigen Menge Luft auf dem Wege zum Zylinder. Wir sahen, daß in der Kolbendampfmaschine jeder Kolbenhub ein Arbeitstakt ist, denn der Dampf drückt bei jedem Hingang auf die

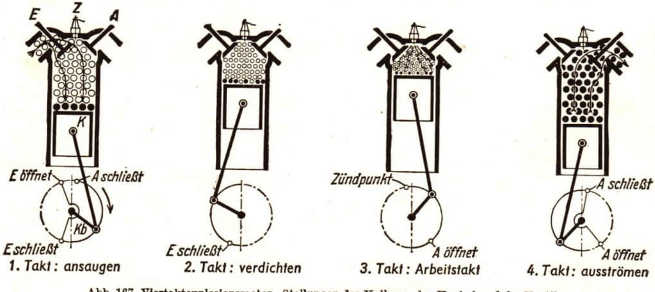


Abb. 167. Viertaktexplosionsmotor. Stellungen des Kolbens, der Kurbel und der Ventile

eine Seite und jedem Hergang auf die andere Seite des Kolbens. Das Schwungrad hat nur die Aufgabe, die Maschine über die kurzen Augenblicke am Ende des Kolbenhubes hinwegzubringen, in denen das Gestänge zwischen Kolben und Welle in einer geraden Linie liegt. Beim üblichen **Viertaktmotor,** bei dem der Druck nur auf eine Seite des Kolbens wirkt und bei dem der Zylinder auf einer Seite offen ist, wird der Ausgangszustand erst nach zweimaligem Hin- und Hergehen des Kolbens in vier Hüben (Takten) erreicht. Abb. 167 ist eine schematische Darstellung dieser vier Takte, und Abb. 168 bringt das dazu gehörige Arbeitsdiagramm, in dem als Abszisse das Gasvolumen (Kolbenweg mal Zylinderquerschnitt) und als Ordinate der Druck aufgetragen sind. In jedem der vier Takte beschreibt das mit der Treibstange durch ein Gelenk verbundene Ende der Kurbel Kb einen Halbkreis, der in der Abb. 167 ausgezogen ist. Im ersten Takt wird das Gemisch aus Treibstoff und Luft durch das Ventil E in den warmen Zylinder gesaugt, wobei sein Brennstoffanteil verdampft. Dem entspricht im Arbeitsdiagramm die Parallele zur Abszisse von A nach B. Im zweiten Takt, zu dessen Beginn das Ventil E sich schließt (dies ist in Abb. 167 durch den Punkt bezeichnet, den das Ende der Kurbel Kb in dem betreffenden Augenblick erreicht), bewegt sich der Kolben K zurück; dadurch wird das zündfähige Gasgemisch verdichtet. Dem entspricht im Arbeitsdiagramm die Kurve BC. Nur im dritten Takt leistet der Motor Arbeit, nachdem das Gemisch durch den elektrischen Funken einer „Zündkerze“ Z zur Explosion gebracht ist; der Druck fällt während des Arbeitstaktes von etwa 35 at auf wenig mehr als 1 at ab. Im Arbeitsdiagramm entsprechen CD der Zündung und DE dem Arbeitstakt. Im vierten Takt schließlich werden die Verbrennungsgase durch das Ventil A ausgestoßen, entsprechend BA im Arbeitsdiagramm. Das Spiel beginnt also erst von neuem, wenn die Kurbel sich zweimal herumgedreht hat. Die rechtzeitige Öffnung und Schließung der Ventile sowie die Zündung der Kerze werden durch Vorsprünge (Nocken) ausgelöst, die auf einer Steuerwelle (Nockenwelle) sitzen. Da jeder Takt erst nach zwei Umdrehungen der Kurbelwelle wieder erreicht wird, muß die Steuerwelle sich halb so schnell drehen wie die Kurbel.

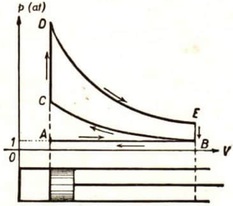


Abb. 168.
Arbeitsdiagramm des Viertaktmotors

Weil der Kolben nur in einem von vier Takten Arbeit leistet, muß die Maschine ein schweres Schwungrad haben. Trotzdem wird ihr Gang ungleichmäßig. Zum Ausgleich läßt man mehrere Zylinder mit abwechselndem Arbeitstakt auf dieselbe Welle arbeiten. Die Zylinder müssen in allen Verbrennungsmotoren dauernd zum Schutz des Zylindermaterials von außen gekühlt werden. Beim **Explosionsmotor** muß die Kühlung so stark sein, daß beim Verdichtungshub die Temperatur unterhalb der Entzündungstemperatur des Gasgemisches bleibt; liegt die Temperatur über der Entzündungstemperatur, so würde das zur Vorzündung („klopfen“) des Gasgemisches und damit zu beträchtlicher Beeinträchtigung der Arbeitsleistung führen. Alle Gase erhitzen sich, wenn man sie komprimiert und nicht dafür sorgt, daß die gebildete Wärme abgeleitet wird; sie erhitzen sich um so stärker, je weiter die Verdichtung getrieben wird. Daher darf, um Vorzündung zu vermeiden, die Verdichtung vor der Zündung des Gemisches durch den Funken nicht über ein gewisses Maß hinausgehen. Je höher also die Entzündungstemperatur eines Brennstoffes ist, desto klopffester ist er.

Im **Zweitaktmotor** (Abb. 169) wird der Kolben auf jedem zweiten Wege angetrieben. Die Kurbel bewegt sich in einem luftdicht geschlossenen Gehäuse, das an den Zylinder anschließt und durch einen Überströmkanal mit dem abgewandten Zylinderteil verbunden ist. Dieser Kanal sowie der Gaseinlaß- und Gasauslaßkanal werden nicht durch Ventile bedient, sondern im geeigneten Augenblick durch den Kolben freigegeben und geschlossen.

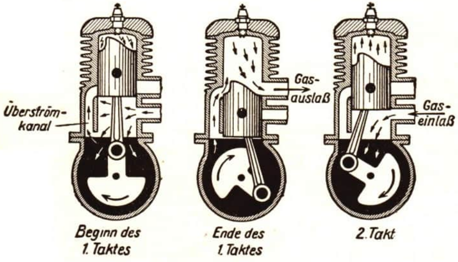


Abb. 169. Arbeitsweise des Zweitaktmotors

Der erste Takt ist der A r b e i t s t a k t: Das entzündete Gasgemisch treibt den Kolben nach außen auf das Kurbelgehäuse zu; gleichzeitig verdichtet der Kolben das vorher in das Kurbelgehäuse eingeströmte Gasgemisch. Am Ende des Taktes puffen die Verbrennungsgase aus, und das im Kurbelgehäuse unter höherem Druck stehende Gas strömt durch den Überströmkanal in den Zylinder.

Im z w e i t e n Takt verdichtet der Kolben das Gas im Zylinder, nachdem sein oberer Teil den Überström- und den Auslaßkanal abgesperrt hat. Dabei saugt der Kolben Frischgas aus dem Vergaser in das Kurbelgehäuse.

2. Der Dieselmotor. Der Dieselmotor arbeitet ebenfalls entweder im Vier- oder im Zweitakt. Beim Viertaktmotor wird während des ersten Kolbenhubes reine Luft aufgesaugt. Da hier keine Vorzündung zu befürchten ist, kann die Luft beim Kolbenrückgang beliebig hoch komprimiert werden. Durch Kompression auf etwa 40 at erreicht man eine Temperatur, die so hoch ist (etwa 600° C), daß sich der während des ersten Achtels des dritten Taktes eingespritzte Kraftstoff mit Sicherheit entzündet. Das Gemisch brennt während des Arbeitshubes verhältnismäßig langsam ab. Im vierten Takt werden die Feuergase ausgestoßen.

3. Verwendung des Verbrennungsmotors. Der Vorzug des Verbrennungsmotors als Kraftmaschine besteht vor allem darin, daß er im Vergleich zur Dampfmaschine bei gleicher Leistung ein geringes Gewicht und einen geringen Platzbedarf hat. Der Explosionsmotor ist immer betriebsbereit und leicht zu starten. Erst mit der Erfindung leichter Motore ist das Kraftfahrwesen möglich geworden. Der Dieselmotor erfordert eine etwas längere Anlaufdauer und muß vorgewärmt werden. Die Dampfmaschine, die eine lange Anheizdauer hat, eignet sich nur für Dauerbetrieb. Im Explosionsmotor können nur solche Treibstoffe verwendet werden, die sich leicht vergasen lassen und die bei der verhältnismäßig niedrigen Temperatur im Zylinder ohne Rußbildung verbrennen. Das Arbeitsverfahren des Dieselmotors gestattet dagegen die Verwendung schwer brennbarer und erst bei hohen Temperaturen siedender Brennstoffe, die wesentlich billiger sind als die für den Explosionsmotor notwendigen leichten Treibstoffe.

§ 60. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Der erste Hauptsatz der Wärmelehre

1. Der Verlust mechanischer Energie durch Reibung. Wir haben in § 26, 4 davon gesprochen, daß sich Energie der Lage und Energie der Bewegung ineinander umwandeln können, und als Beispiel dafür eine auf eine dicke Glasplatte fallende kleine Stahlkugel betrachtet. Bei der Ausführung des Versuches beobachteten wir, daß die Kugel nach jedem Zurückprallen nicht ganz die vorige Höhe erreicht. Wiederholen wir den Versuch mit einer kleinen Bleikugel, so löst sie sich beim Aufprallen kaum noch von der Unterlage. Die beiden Kugeln unterscheiden sich dadurch, daß sich beim Aufprallen Stahl elastisch, Blei dagegen unelastisch verformt. Die Stahlkugel hat beim Verlassen der Glasplatte wieder ihre ursprüngliche Gestalt; die Bleikugel bleibt abgeplattet. Auch beim Pendel verfolgten wir die Umwandlung von Energie der Lage in Bewegungsenergie in regelmäßigem Wechsel; auch hier wurden die Pendelausschläge mit der Zeit immer kleiner. Wir hatten als Pendel eine an einem Faden aufgehängte schwere Metallkugel gewählt. Ersetzen wir sie bei gleicher Pendellänge durch eine Holzkugel von gleicher Masse, so wird dies Pendel früher zur Ruhe kommen. Die Holzkugel hat eine wesentlich größere Oberfläche als die Metallkugel und erfährt daher bei der Bewegung durch Luft einen größeren Reibungswiderstand. Wir können durch geeignete Wahl der Versuchsbedingungen (Benutzung höchst elastischer Versuchskörper, Durchführung der Versuche im luftleeren Raum, allgemein: nach Möglichkeit Verminderung der Reibung) ein immer längeres Tanzen der Kugel auf der Platte und ein immer länger währendes Schwingen des Pendels erreichen und kommen so zu der Aussage, daß **bei einer reibungslos verlaufenden Bewegung keine Energie verlorengeht.** Die Summe der Lagen- und der Bewegungsenergie bleibt dieselbe.
Dieser Satz von der „Erhaltung der mechanischen Energie“ wird in Wirklichkeit von keinem Vorgang erfüllt, weil es keine idealen elastischen Stoffe und keine reibungslos verlaufenden mechanischen Vorgänge gibt. Stets tritt Reibung auf; auch die Vorgänge in einem gestoßenen unelastischen oder nicht vollkommen elastischen Körper können wir als Reibung auffassen. Durch die Reibung vermindert sich die mechanische Energie allmählich, bis sie ganz aufgezehrt ist.

2. Die gegenseitige Umwandelbarkeit von mechanischer Energie und Wärme. Wir untersuchen nun genauer, was eigentlich bei diesem Verschwinden der mechanischen Energie vor sich geht. Heben wir unter Arbeitsleistung einen Hammer auf und lassen ihn auf ein Stück Blei fallen, so hat sich zwar zunächst die dem Hammer mitgeteilte Energie der Lage in Bewegungsenergie verwandelt; diese verschwindet aber beim Auftreffen des Hammers auf das Blei, die nun beide in Ruhe sind und keine Lageenergie besitzen. Wiederholen wir den Vorgang mehrere Male, so können wir feststellen, daß Hammer und Blei sich erwärmt haben. – Setzen wir ein unten geschlossenes Messingrohr, das etwas Äther enthält, auf die Achse einer Schwungmaschine und bremsen die drehende Bewegung des Rohres mit einer Holzzange (Abb. 170), so erwärmt sich der Äther; bei starker Abbremsung kommt er zum Sieden, und ein eingesetzter Pfropfen wird durch den entstehenden Dampf emporgeschleudert. – Dieselben Beobachtungen können wir überall wiederholen, wo mechanische Arbeit verschwindet: Erwärmen von Bohrer und Säge; Heißlaufen ungenügend geschmierter Maschinenlager, Reiben der Hände zur Erwärmung, Verbrennung beim Gleiten eines belasteten Bindfadens über die Hand.

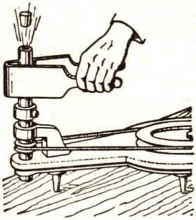


Abb. 170
Durch Reibung entsteht Wärme.

Allen diesen Vorgängen ist gemeinsam, daß eine mechanische Arbeit aufgewendet wird, ohne daß zum Schluß Energie der Lage oder Energie der Bewegung vorhanden wäre. Bei allen verschwindet also mechanische Arbeit. Dagegen können wir in allen diesen Fällen die Entstehung einer Wärmemenge beobachten, von der wir wissen, daß sie um so größer ist, je mehr Arbeit wir zur Überwindung der Reibung aufwenden mußten (vergleiche auch den Brandgeruch beim heftigen Bremsen eines Zuges). Selbst bei eifrigstem Suchen finden wir keinen Vorgang, bei dem mechanische Energie verschwindet, ohne daß Wärme dafür entsteht, solange wir das Auftreten elektrischer und magnetischer Vorgänge und chemischer Umwandlungen verhindern (vgl. hierzu 4.).

Zusammenfassend können wir sagen: In allen untersuchten Fällen hat sich mechanische Energie in Wärme verwandelt. Auf der anderen Seite sahen wir am Beispiel der Wärmekraftmaschinen, daß wir durch Heizung des Kessels einer Dampfmaschine oder durch Verbrennung eines Treibstoffes im Zylinder eines Verbrennungsmotors Arbeit gewinnen können.

3. Das mechanische Wärmeäquivalent. Im Jahre 1842 hat der Heilbronner Arzt J u l i u s R o b e r t M a y e r zum ersten Male klar ausgesprochen:

a) daß bei jeder Umwandlung von Arbeit in Wärme die aufgewendete Arbeit zur entstandenen Wärmemenge in einem ganz bestimmten Verhältnis steht,

b) daß in jedem Falle, in dem Arbeit aus Wärme gewonnen wird, eine Wärmemenge verschwindet;

c) daß in Fall a) und b) das Verhältnis zwischen Arbeit und Wärmemenge gleich ist.

Messen wir also die verbrauchte mechanische Bewegungs- und Lageenergie in kpm und die gewonnene Wärme in cal, so stehen die gefundenen Beträge immer in einem ganz bestimmten Verhältnis. Das gleiche Verhältnis findet man, wenn man für eine Wärmekraftmaschine das Verhältnis der in kpm gemessenen gewonnenen Arbeit zu der verschwundenen Wärmemenge bildet. Bei jeder Umwandlung von Arbeit in Wärme und umgekehrt stehen Arbeit und Wärmemenge in einem ganz bestimmten Verhältnis.

Dieser Satz bildet eine der wichtigsten Grundlagen unseres physikalischen Denkens; man hat sich daher die größte Mühe gegeben, seine Gültigkeit durch immer wiederholte und immer genauere Versuche zu beweisen. Man untersucht zu diesem Zwecke die verschiedensten Vorgänge, bei denen mechanische Energie verschwindet und Wärme entsteht; hat man sich vergewissert, daß außerdem sich nichts verändert hat, also nicht etwa elektrische Spannung erzeugt wird oder eine chemische Umsetzung erfolgt, so muß für alle diese Vorgänge das Verhältnis von verschwundener mechanischer Energie zu gewonnener Wärme gleich sein. Es hat sich nun in der Tat gezeigt, daß die Abweichungen zwischen den gefundenen Werten um so geringer werden, je genauer die zugrunde gelegten Messungen ausgeführt werden können.

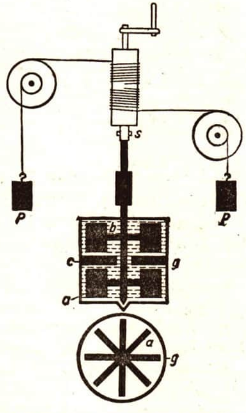


Abb. 171. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch Reibung

Es gilt **427 kpm $\triangleq$ 1 kcal,**

oder **1 kpm $\triangleq$ 2,34 · 10^{-3} kcal.**

Man bezeichnet die Größe 0,427 kpm, die also den Arbeitswert der Kalorie bedeutet, als das mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit oder kurz das **mechanische Wärmeäquivalent.** Mit seiner Hilfe kann man in Wärmeeinheiten gemessene Energiebeträge in mechanischen Einheiten und umgekehrt ausdrücken. Die ersten experimentellen Bestimmungen des mechanischen Wärmeäquivalents stammen von dem Engländer James Prescott Joule, der es auf verschiedenen Wegen in immer wiederholten Versuchen bestimmte.

Wir beschreiben als Beispiel den Versuch, in dem Joule die Erwärmung von Wasser durch ein Rührwerk beobachtete, das durch fallende Gewichte angetrieben wurde. Die Versuchsanordnung ist in Abb. 171 schematisch dargestellt. In einem Kalorimetergefäß g befand sich ein um eine senkrechte Achse b drehbares Schaufelrad a; zwischen die übereinander angebrachten Schaufeln ragte eine ringförmige Zwischenwand c des Kalorimeters. Das Gefäß wurde mit Wasser gefüllt und das Schaufelrad durch das Fallen der Gewichte P in Umdrehung versetzt, die beide beim Fallen die Achse vermittels Übertragung mit Rolle und Schnur in gleicher Richtung drehten. Die Fallhöhe betrug etwa 1,7 m; die Gewichte konnten durch Lösung der Schraube s wieder gehoben werden, während das Schaufelrad in Ruhe blieb, so daß der Versuch beliebig wiederholt werden konnte. Nach 20 Wiederholungen wurde die Temperaturerhöhung des Wassers gemessen; sie betrug ungefähr 0,3° C. Aus den Gewichten und der gesamten Fallhöhe ließ sich die aufgewendete Arbeit berechnen; von dieser mußte die Energie der Bewegung in Abzug gebracht werden, mit der die Gewichte am Boden ankamen. Die erzeugte Wärmemenge ergab sich aus der Temperaturerhöhung, der erwärmten Wassermenge und dem Wasserwert des Kalorimeters samt Schaufelrad. Joule fand als Mittel aus einer großen Anzahl von Versuchen, daß zur Erzeugung einer Kalorie 0,425 kpm notwendig sind.

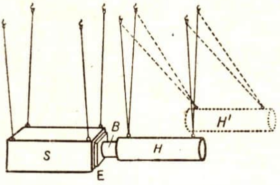


Abb. 172. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch Stoß

Hirn stellte das mechanische Wärmeäquivalent für den unelastischen Stoß fest (1858) und fand damit den Wert, der heute als gültig angesehen wird und den wir bereits angegeben haben. Er ließ einen 350 kp schweren Eisenzylinder H (Abb. 172) aus der Lage H' gegen einen Steinblock S fallen, der eine als Amboß dienende Eisenplatte E trug. Der Steinblock wog mit der Eisenplatte zusammen 941 kp. Block und Eisenzylinder waren, wie die Abbildung zeigt, an je zwei Paaren etwa 3 m langer Seile aufgehängt. Zwischen beiden war mit Hilfe einer leichten Holzgabel ein 2,948 kp wiegender Bleizylinder B angebracht, dessen Temperatur gemessen war. Das Blei erwärmte sich beim Stoß und behielt, weil es unelastisch ist, die ihm aufgezwungene Gestalt bei. Nach dem Stoß fuhren Steinblock und Eisenzylinder wieder etwas auseinander. Hirn maß die Fallhöhe des Eisenzylinders sowie seine Steighöhe und die des Steinblocks. Die aus den beiden Steighöhen berechnete Bewegungsenergie war geringer als die aus der Fallhöhe des Eisenzylinders berechnete; die Differenz gibt die verschwundene mechanische Energie an. Die vom Blei aufgenommene Wärmemenge ließ sich unmittelbar nach dem Stoß in einem Kalorimeter bestimmen.

Bei einem Versuch betrug die Fallhöhe des Eisenzylinders 1,166 m, die Steighöhe des Eisenzylinders nach dem Stoß 0,087 m, die Steighöhe des Steinblocks 0,103 m. Hirn fand, daß das Blei die Wärmemenge 656 cal aufgenommen hatte.

Wir können mit einer sehr einfachen Versuchseinrichtung selbst einen ungefähren Wert des mechanischen Wärmeäquivalents bestimmen: Wir lassen in einer beiderseits geschlossenen Papprohre (Abb. 173) 1 kp Bleischrot durch Umkippen von einem zum anderen Ende fallen. Die Fallstrecke sei 1 m. Wir sahen bereits, daß das Blei unelastisch ist; beim Auftreffen wandelt es seine Bewegungsenergie daher vollständig in Wärme um. Führen wir den Versuch 30mal rasch hintereinander aus und vermeiden dabei, daß das Blei an den Wänden entlang gleitet, so wird insgesamt die mechanische Energie $A = 30$ kpm in Wärme umgewandelt. Messen wir die Temperatur des Schrotes zu Anfang und Ende des Versuchs durch Einsetzen eines mit einem durchgeführten Thermometer versehenen Stopfens (Vorsicht!), so können wir aus der spezifischen Wärme des Bleis (0,03 cal/g · Grad) die erzeugte Wärme Q und das Verhältnis $A : Q$ bestimmen.

Sehr viel schwieriger ist die Bestimmung des Verhältnisses für die aus Wärme gewonnene Arbeit. Ist die Aussage richtig, daß in jedem Falle, in dem Arbeit aus Wärme gewonnen wird, die der gewonnenen Arbeit äquivalente Wärmemenge verschwindet, so muß auch in der Dampfmaschine die dem Kessel in der Zeiteinheit zugeführte Wärmemenge Q_1 größer sein als die im Kondensator in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge Q_2. Beträgt die aus dem Arbeitsdiagramm berechenbare Arbeit für jeden Hub A und vollführt die Maschine in der Zeiteinheit n Hübe, so ist die insgesamt in der Zeiteinheit geleistete Arbeit $n\,A$ und das Verhältnis zwischen gewonnener Arbeit und aufgewendeter Wärme gleich $n\,A/(Q_1 - Q_2)$. Hirn hat als erster diesen Wert durch Versuche festgestellt (1858); seine Ergebnisse streuen um den Mittelwert 0,413 kpm/cal.

Abb. 173 Versuch zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents

4. Der erste Hauptsatz der Wärmelehre. Nachdem wir das mechanische Wärmeäquivalent kennengelernt haben, können wir alle Energieänderungen, die ein Körper oder eine Maschine erfährt, im gleichen Maß, beispielsweise in kpm oder auch in cal messen. Geben wir den verbrauchten Energiemengen das negative Vorzeichen, so können wir den Satz von der Äquivalenz von mechanischer Arbeit und Wärme auch so ausdrücken:

Bei allen Umwandlungen von mechanischer Energie und Wärmeenergie bleibt die Summe der Energie unverändert. Energie geht weder verloren, noch kann sie gewonnen werden.

Diesen Satz hat Hermann von Helmholtz auf **alle Energiearten** ausgedehnt, und wir bezeichnen ihn in dieser allgemeinen Form als **Satz von der Erhaltung der Energie** oder als **1. Hauptsatz der Wärmelehre.**

Wird beispielsweise elektrische Energie in Wärme verwandelt (vgl. Teil II A, §10), so findet sich immer das gleiche Verhältnis der in Kilowattstunden gemessenen elektrischen Energie zu der in Kilokalorien gemessenen entstandenen Wärmemenge, unabhängig von dem Wege, auf dem die Umwandlung vor sich geht. Wir messen das **elektrische Wärmeäquivalent,** indem wir die Wärmeabgabe eines Tauchsieders in einem Kalorimeter messen. Das Produkt aus Spannung, gemessen in Volt, Stromstärke, gemessen in Ampere, und Zeit, gemessen in Stunden, liefert die elektrische Energie in Wattstunden (Wh). 1000 Wh sind, wie wir wissen, gleich 1 Kilowattstunde (kWh). Die Temperaturerhöhung bei bekannter Wasserfüllung des Kalorimeters und bekanntem Wasserwert von Kalorimeter und Tauchsieder liefert die entwickelte Wärmemenge in Kilokalorien. Es ergibt sich

1 Kilowattstunde $\triangleq$ 860 Kilokalorien.

Wenn die Summe der Energie unverändert bleiben soll, muß zwischen mechanischer und elektrischer Arbeit immer das gleiche Verhältnis bestehen. Wir erkennen das, wenn wir uns vorstellen, daß wir einmal elektrische Energie in einen Elektromotor schicken und die entstehende mechanische Arbeit durch Reibung in Wärme verwandeln und daß wir in einem zweiten Versuch die elektrische Energie direkt zur Heizung eines Kalorimeters verwenden. Es findet sich

$$\mathbf{1\ kWh \triangleq 860\ kcal \triangleq 860 \cdot 427\ kpm}$$

$$\mathbf{1\ kWh \triangleq 367 \cdot 10^3\ kpm.}$$

5. Es gibt kein Perpetuum mobile. Helmholtz begründete den Satz von der Erhaltung der Energie mit der Erfahrung, daß es unmöglich ist, ein Perpetuum mobile[1]) herzustellen; darunter verstehen wir eine Maschine, die dauernd ohne Zuführung von Energie nutzbringende Arbeit leistet. Wäre nämlich zum Beispiel die durch Reibung aus mechanischer Arbeit erzielte Wärmemenge größer als die Wärmemenge, die in der Dampfmaschine zum Hervorbringen der gleichen mechanischen Arbeit benötigt wird, so ließe sich durch Hintereinanderschalten der beiden Vorgänge ein dauernder Arbeitsüberschuß gewinnen, und ein Perpetuum mobile wäre geschaffen. Davon, daß eine solche Maschine nicht konstruierbar ist, ist die physikalische Wissenschaft seit mehr als anderthalb Jahrhunderten überzeugt und damit auch von der allgemeinen Gültigkeit des Satzes von der Erhaltung der Energie.

6. Differenz der Molwärme idealer Gase. Luft ist im wesentlichen ein Gemisch aus 77 Gewichtsteilen Stickstoff vom Molekulargewicht 28 und aus 23 Teilen Sauerstoff vom Molekulargewicht 32. Ihr mittleres Molekulargewicht beträgt also 29; ein Mol Luft enthält dementsprechend 29 Gramm.
Die Zustandsgleichung für 1 Mol eines idealen Gases, also für 29 Gramm Luft, lautet

$$p V_M = R T.$$

Für $T_0 = 273°$ K und $p_0 = 760$ Torr (1,033 kp/cm²) gilt

$$p_0 V_{M_0} = R T_0.$$

Nach der Erwärmung um 1° bei dem konstanten Druck p_0 ist

$$p_0 V_M = R (T_0 + 1).$$

Durch Subtrahieren der ersten Gleichung von der zweiten erhalten wir

$$p_0 (V_M - V_{M_0}) = R. \qquad (1)$$

1) perpětŭum (lat.) = das Fortdauernde; mŏbilis (lat.) = beweglich

Die linke Seite dieser Gleichung bedeutet das Produkt aus Druck und Volumvermehrung bei der Erwärmung eines Moles Luft von 0° auf 1° C bei dem konstanten Druck einer Atmosphäre. Dieses Produkt stellt aber, wie wir wissen, die Arbeit dar, die bei der Erwärmung des Moles Luft unter dem Druck von 1 Atmosphäre von 0° auf 1° C aufgewendet wird.
Ein Mol Luft nimmt bei 1 Atmosphäre und 0° C 22,4 dm³ ein. Bei der Erwärmung auf 1° dehnt sich die Luft um 1/273 ihres Volumens aus, also um 22,4/273 dm³. Sie verrichtet dabei die durch das Produkt aus Druck und Volumänderung gegebene Arbeit A_m. Der Druck einer Atmosphäre ist gleich 1,033 kp/cm², also ist

$$A_m = \frac{22{,}4 \cdot 1{,}033 \cdot 10^4}{273 \cdot 10^3} = 0{,}841 \text{ kpm}.$$

Da nach (1) $$A_m = p_0(V_M - V_{M_0}) = R$$

ist, haben wir auf einem neuen Wege den Wert von R zu 0,841 kpm je Mol und Grad berechnet (vgl. hierzu § 44, 6).
Um ein Mol Luft bei einer Atmosphäre Druck von 0° auf 1° C zu erwärmen, brauchen wir die Wärmemenge $C_p = M c_p$. Wir können nun die Luft auch auf einem anderen Wege aus dem Zustand bei 1 Atmosphäre und 0° C in den Zustand bei 1 Atmosphäre und 1° C überführen. Wir erwärmen zunächst das Mol Luft in einem geschlossenen Gefäß von 0° auf 1° C. Dazu brauchen wir die Wärmemenge $C_v = M c_v$; Arbeit wird dabei nicht geleistet. Dann lassen wir die Luft sich ausdehnen, indem wir sie durch Öffnen eines Hahnes in ein zweites ausgepumptes Gefäß strömen lassen, dessen Rauminhalt 22,4/273 dm³ beträgt. Es hat sich herausgestellt, daß bei solchen Überströmungsversuchen mit idealen Gasen, also auch mit Luft, bei gleichbleibender Temperatur keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird. Verhindert man den Wärmeaustausch mit der Umgebung, so ändert ein ideales Gas beim Ausströmen ins Vakuum, also bei der Ausdehnung ohne äußere Arbeit, seine Temperatur dementsprechend nicht (anfängliche, durch die Strömung verursachte Temperaturschwankungen innerhalb des Gases gleichen sich rasch aus). Die Luft beansprucht also für die Volumänderung keine Energiezufuhr, und sie gibt bei der Änderung auch keine Energie ab. Die Luft befindet sich jetzt in demselben Zustand wie nach dem ersten Versuch. Auf dem ersten Wege wurde die Wärmemenge C_p aufgenommen, und das Gas leistete die Arbeit A_m. Im zweiten Versuch nahm das Gas die Wärmemenge C_v auf und leistete keine Arbeit. Der Unterschied der beiden Wärmemengen $C_p - C_v$ muß also nach dem ersten Hauptsatz gleich der Arbeit A_m sein:

$$C_p - C_v = M(c_p - c_v) = A_m = R.$$

Hier sind $M c_p$ und $M c_v$ die Wärmemengen, die zur Erwärmung von einem Mol Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen erforderlich sind. Wir nennen $C_p = M c_p$ die Molwärme der Luft bei konstantem Druck und $C_v = M c_v$ die Molwärme der Luft bei konstantem Volumen. Wir haben also gefunden, daß die Molwärmen der Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen sich um den Betrag von R unterscheiden. Hätten wir den Versuch mit irgendeinem anderen idealen Gase durchgeführt, so hätten wir das gleiche Ergebnis gefunden.

Die Molwärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen unterscheiden sich für alle idealen Gase um den gleichen Betrag, nämlich um den Betrag von R.

Für die spezifischen Wärmen der Luft hatten wir in § 50,5 die Werte $c_p = 0{,}240$ cal/g · Grad und $c_v = 0{,}172$ cal/g · Grad angegeben; also ist

$$c_p - c_v = 0{,}068 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}.$$

Durch Multiplikation mit M erhalten wir dadurch den Wert für R direkt in Kalorien, nämlich

$$R = 29 \cdot 0{,}068 \text{ cal je Mol und Grad},$$

$$\mathbf{R = 2 \text{ cal je Mol und Grad}.}$$

Um 2 Kalorien unterscheiden sich also auch die Molwärmen der idealen Gase.

Aus $A_m = C_p - C_v$ können wir das mechanische Wärmeäquivalent berechnen:

$$0{,}841 \text{ kpm} \triangleq 29 \cdot 0{,}068 \text{ cal},$$

also $$1 \text{ cal} \triangleq 0{,}427 \text{ kpm}.$$

Dies ist der Weg, auf dem zuerst J. R. Mayer 1842 mit den ihm bekannten Werten für die spezifischen Wärmen der Luft das mechanische Wärmeäquivalent berechnet hat.

§ 61. Die Energieausnutzung in den Wärmekraftmaschinen

Nachdem wir das mechanische Wärmeäquivalent kennengelernt haben, können wir die Energieausnutzung in den Wärmekraftmaschinen untersuchen, indem wir die Arbeitsleistung der Maschine mit der im Kessel verbrauchten oder im Zylinder erzeugten Wärmeenergie vergleichen. Das Verhältnis der Arbeitsleistung zur aufgewendeten Wärmemenge nennt man den **Wirkungsgrad** der Maschine.

Die bei der Verbrennung eines Brennstoffs erzielbare Wärmemenge nennen wir seinen Heizwert. Die folgende Tabelle bringt die Heizwerte einer Reihe wichtiger Brennstoffe:

Heizwerte einiger Brennstoffe

Wasserstoff	34 000 kcal/kg	Kraftsprit	7 000 kcal/kg
Treibgas (Propan)	12 000 „	Steinkohle ... bis zu	8 000 „
Leuchtgas ... etwa	9 000 „	Braunkohle .. „ „	4 500 „
Petroleum, Benzin, Benzol	10 000 „	Holz ... „ „	3 600 „

1. Der Wirkungsgrad der Kolbendampfmaschine. 1 kg bester Steinkohle würde also ausreichen, um 8000 kg Wasser um 1° zu erwärmen oder um 12 kg Wasser von 20° C in Dampf von etwas über 200° C zu verwandeln (lies dies aus Abb. 147 ab). Dazu wäre aber nötig, daß alle Wärme an das Wasser abgegeben würde. Das ist nicht der Fall. Ein recht erheblicher Verlust tritt schon dadurch ein, daß die Kohle nicht vollständig zu Kohlendioxyd und Wasser verbrennt, sondern daß auch Kohlenoxydgas und Ruß entstehen. Ferner erwärmen sich die Kesselwandungen und strahlen dauernd Wärme aus. So kommt es, daß beispielsweise nur 70% vom Heizwert der Kohle zur Erwärmung des Kesselwassers und zu seiner Umwandlung in Wasserdampf ausgenutzt werden. Aber auch diese 70% werden nicht vollständig in Arbeit umgesetzt. Reichlich $\frac{2}{3}$ dieser Wärmeenergie werden durch den heißen Abdampf beim Kondensieren auf den Kondensator (oder beim Auspuffen in die umgebende Atmosphäre) übertragen; geringere Energiemengen gehen durch Wärmeleitung und -strahlung des Zylinders und durch Reibung verloren. In der Feuerung einer gut wirkenden Kolbendampfmaschine muß für jede Pferdestärke, die die Maschine leisten soll, in der Stunde mindestens 0,5 kg beste Steinkohle verbrannt werden. 0,5 kg Kohle entsprechen 4000 kcal oder $4000 \cdot 427$ kpm; es werden also $1{,}7 \cdot 10^6$ kpm in der Stunde verbraucht. Einer Pferdekraft entspricht die Leistung von 75 kpm/s. Das sind $75 \cdot 60 \cdot 60$ kpm in der Stunde; in einer Stunde leistet die Maschine also nur $0{,}27 \cdot 10^6$ kpm, das sind im günstigsten Fall 16% der aufgewendeten Wärmeenergie. Es ergibt sich also, daß die Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit hier nur in einem Verhältnis möglich ist, das eine Verschwendung bedeutet. Daher werden auch in der Technik immer neue Anstrengungen gemacht, die Umwandlung günstiger zu gestalten und die Abdampfwärme besser auszunützen.

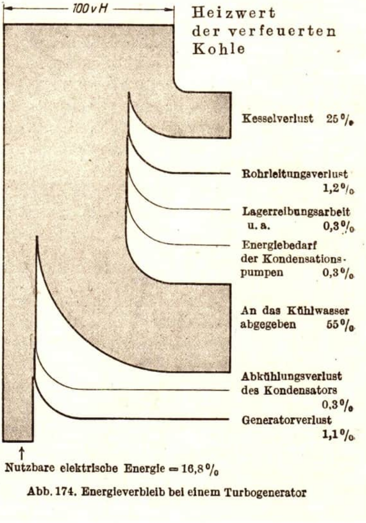


Abb. 174. Energieverbleib bei einem Turbogenerator

2. Der Wirkungsgrad anderer Wärmekraftmaschinen. In den Abb. 174 und 175 sind Beispiele für die Ausnutzung der Wärmeenergie in einem Turbogenerator, das ist eine zur Erzeugung von elektrischem Strom benutzte Dampfturbine, und einem Kraftwagenexplosionsmotor dargestellt. Die durch Verbrennung des Kraftstoffes der Maschine zugeführte Wärmeenergie (durch die volle Breite oben dargestellt) wird durch eine Reihe von Verlusten (die seitlich abgezweigt dargestellt sind) auf einen schließlich ausnutzbaren Teil vermindert, der senkrecht nach unten verlaufend gezeichnet ist.

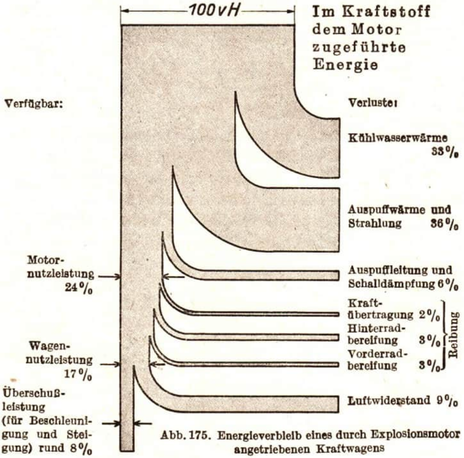


Abb. 175. Energieverbleib eines durch Explosionsmotor angetriebenen Kraftwagens

Die Dampfturbinen haben einen ähnlichen Wirkungsgrad wie die Kolbendampfmaschinen, doch kommen die Verluste auf andere Art zustande. Die nutzbare elektrische Energie des Generators ist nur wenig geringer als die an die Turbinenwelle abgegebene Energie.

Beim Explosionsmotor fallen die Verluste fort, die in der Dampfmaschine schon bei der Dampferzeugung auftreten. Abb. 175 zeigt, daß 24% der aufgewendeten Wärmeenergie als Arbeit gewonnen werden können. Eine noch wesentlich bessere Wärmeausnutzung ermöglicht der Dieselmotor. Bei ihm werden etwa 35% der Brennstoffenergie in Arbeit umgesetzt.

§ 62. Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre

1. Umkehrbare und nicht umkehrbare Vorgänge. Verfolgen wir noch einmal die Stahlkugel, die auf einer Glasplatte tanzt, in ihrer Bewegung, so sehen wir, daß jeder Bewegungszustand fortgesetzt abwechselnd in der einen und in der entgegengesetzten Richtung durchlaufen wird. Ebenso bewegt sich das Pendel in ganz gleicher Weise in der einen und in der anderen Richtung, und es wird in beiden Beispielen immer abwechselnd Energie der Lage in Bewegungsenergie und umgekehrt umgewandelt.

Solche Vorgänge, die unterschiedslos in der einen und in der anderen Richtung durchlaufen werden, nennen wir **umkehrbare Vorgänge.** Wir sahen schon, daß sie sich nirgends genau verwirklichen lassen.

3. Wenn man das eine Ende eines Metallstabes erwärmt, wird auch das andere „von selbst" warm. Es geht aber niemals Wärme ohne weiteres von dem kühlen Ende auf das wärmere über, so daß dieses sich noch weiter erwärmt und jenes sich dafür abkühlt. Man wird auch, wenn in zwei durch eine offene Tür verbundenen Zimmern die Temperatur 15° C herrscht, vergeblich darauf warten, daß es in dem einen Raum 18° C warm wird und dafür die Temperatur in dem andern entsprechend absinkt. Das soll natürlich nicht heißen, daß es nicht möglich wäre, einen Körper unter die Temperatur seiner Umgebung abzukühlen. Wenn wir uns die Abkühlungsvorgänge genauer ansehen, so finden wir aber, daß immer außer der Abkühlung des Körpers unter die Temperatur seiner Umgebung auch noch weitere Veränderungen eingetreten sind. Ein Kühlschrank verbraucht elektrischen Strom oder Gas; bei der Herstellung einer Kühlmischung schmilzt Eis und geht Salz in Lösung über; bei der Abkühlung durch Verdunstung verdampft Flüssigkeit. Wir können noch beliebig viele Beispiele zusammentragen, immer werden wir finden:

Wärme geht niemals von einem kälteren zu einem wärmeren Körper über, ohne daß dauernde Veränderungen in der Umgebung hervorgerufen werden,

und

zwischen Körpern von gleicher Temperatur entstehen niemals Temperaturunterschiede, ohne daß dauernde Veränderungen in der Umgebung hervorgerufen werden.

Dies ist der **zweite Hauptsatz der Wärmelehre.**

Wir nennen solche Vorgänge, die von selbst nur in einer Richtung verlaufen, **nicht umkehrbare Vorgänge.** Der zweite Hauptsatz besagt also, daß es solche Vorgänge in der Natur gibt.

Wir haben bereits eine Reihe nicht umkehrbarer Vorgänge kennengelernt. Wir erzeugten Wärme durch Reibung, wobei mechanische Arbeit verbraucht wurde; wir lösten Kochsalz in Wasser auf; wir sahen, wie Körper sich durch Diffusion mischen; wir ließen ein Gas in einen leergepumpten Raum dringen. Ein anderer nicht umkehrbarer Vorgang, den wir auch bereits benutzt haben, ist die Erzeugung von Wärme im Tauchsieder; dabei wird elektrische Energie verbraucht (vgl. Teil II A, § 10). Auch bei der Beobachtung chemischer Vorgänge haben wir solche kennengelernt, die immer nur in einem bestimmten Sinn verlaufen. So bildet sich bei der Vereinigung von abgestimmten Mengen Natronlauge und Salzsäure eine wäßrige Kochsalzlösung. Wir haben aber nie beobachtet, daß sich von selbst aus einer Kochsalzlösung Natronlauge und Salzsäure bilden. Alle diese nicht umkehrbaren Vorgänge treten stets von selbst ein, wenn sich die Gelegenheit bietet. Ein Gas strömt unter allen Umständen in den luftleeren Raum, mit dem es in Berührung steht; der elektrische Strom erzeugt Wärme; das Salz löst sich im Wasser auf.

2. Die Verwandlung von Wärme in Arbeit. Wenn man eine periodisch arbeitende Maschine konstruieren könnte, deren einzige Tätigkeit darin bestünde, eine Last zu heben und einen Wärmebehälter abzukühlen, ohne daß sich nach der Rückkehr der Maschine in ihren Anfangszustand sonst irgend etwas geändert hätte, so wäre die Erzeugung von Wärme durch Arbeit ein umkehrbarer Vorgang. Aber auch alle anderen der aufgezählten, nicht umkehrbaren Vorgänge könnte man mit einer solchen Maschine vollständig rückgängig machen; man könnte mit ihr die Energiearten so ineinander übergehen lassen wie Bewegungsenergie und Lageenergie beim Schwingen eines Pendels. Mit einer solchen Maschine könnte man den Wärmeübergang von wärmeren zu kälteren Körpern folgendermaßen rückgängig machen: Man entzieht dem ursprünglich kälteren Körper die auf ihn übergegangene Wärme und setzt sie mit Hilfe der Maschine in die äquivalente Arbeit um; die so gewonnene Arbeit benutzt man dazu, den Körper, der die Wärme abgegeben hatte, durch Reibung wieder zu erhitzen. – Die Ausdehnung der Gase in einen leergepumpten Raum könnte man rückgängig machen, indem man das Gas zunächst unter Aufwendung von Arbeit komprimiert und die hierbei erhaltene Wärme mit Hilfe der Maschine zum Ersatz der aufgewendeten Arbeit benutzt. Auch für die übrigen als nicht umkehrbar bezeichneten Vorgänge ließen sich mit einer solchen Maschine Wege finden, sie vollständig rückgängig zu machen. Eine solche Maschine, bei der nur durch Abkühlung eines Wärmebehälters Arbeit geleistet wird, läge z. B. vor, wenn eine Schiffsmaschine ohne eine andere Antriebskraft (Wind, Brennstoff usw.) dem Meerwasser andauernd Wärme entzöge und in nutzbare Arbeit verwandelte. Eine solche Maschine würde bei den unerschöpflichen im Wasser, in der Luft und im Erdboden verfügbaren Wärmemengen praktisch von derselben Bedeutung sein wie ein Perpetuum mobile. Man hat sie daher ein Perpetuum mobile zweiter Art genannt und hat der Maschine, die entgegen dem ersten Hauptsatz Arbeit aus nichts hervorbringen soll, den Namen Perpetuum mobile erster Art gegeben. Wir können also dem zweiten Hauptsatz auch die Form geben: **Es ist unmöglich, ein Perpetuum mobile zweiter Art zu konstruieren.** Die Tatsache, daß es eine derartige Maschine nicht gibt, ist also gleichbedeutend damit, daß sich in der Natur Temperaturunterschiede ausgleichen, ohne daß sonst etwas zu geschehen braucht, daß aber Temperaturunterschiede nur dann entstehen, wenn irgendeine dauernde andere Änderung gleichzeitig eintritt. Das bedeutet, daß es Vorgänge gibt, die sich in der Natur nur in einer Richtung abspielen. Wir hatten dementsprechend bereits gefunden, daß alle uns bekannten Wärmekraftmaschinen für ihren Betrieb einen Temperaturunterschied zwischen dem im Zylinder arbeitenden Dampf oder Gas und dem Kondensator oder der Umgebung verlangen und daß ein Teil der bei der Dampfmaschine im Kessel und beim Verbrennungsmotor im Zylinder entwickelten Wärme an diese kältere Umgebung abgegeben wird.

8. Der maximale Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschinen. Carnot (französischer Offizier und Physiker, 1824) und Clausius haben gezeigt, daß das Verhältnis der mit einer Wärmekraftmaschine erzielbaren Arbeit A zu der dem Zylinder der Dampfmaschine zugeführten oder im Zylinder des Verbrennungsmotors erzeugten Wärmemenge Q im günstigsten Falle, in dem von den Verlusten durch Reibung und Wärmeleitung oder -strahlung abgesehen wird,

$$\frac{A}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ist. T_1 bedeutet die höchste Temperatur im Zylinder in absoluten Graden und T_2 die absolute Temperatur des Kondensators oder allgemein des kühleren Wärmebehälters. Dieses günstigste Verhältnis von A durch Q heißt der **maximale Wirkungsgrad** der zwischen T_1 und T_2 arbeitenden Wärmekraftmaschine. Da T_2 im wesentlichen immer durch die Temperatur der Umgebung (Kühlwasser) fest gegeben ist, ist bei gleichbleibendem Brennstoffaufwand die erzielbare Arbeit um so größer, je höher T_1 ist. Man ist daher bei der Konstruktion von Dampfmaschinen zu immer höheren Dampftemperaturen und zur Vermeidung zu hoher Dampfdrucke dabei zur Konstruktion von Heißdampfmaschinen (mit ungesättigtem Dampf) übergegangen. In dem in § 58 gebrachten Beispiel einer Kolbendampfmaschine strömt gesättigter Dampf von 12 at in den Zylinder; dem entsprechen 187° C oder 460° K. Im Kondensator herrscht bei 0,05 at die Temperatur 33° C oder 306° K. Der maximale Wirkungsgrad $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ ist also gleich $\frac{154}{460}$ oder 0,335. Von der im Zylinder aufgenommenen Energie, die 70% der verbrauchten Heizenergie betrug, kann also im günstigsten Falle nur etwa $\frac{1}{3}$ ausgenutzt werden, d. h. $23\frac{1}{2}$% der gesamten zur Verfügung stehenden Energie; die übrigen $46\frac{1}{2}$% bleiben in dem in den Kondensator abgeführten Wasserdampf. Wir fanden, daß im Betriebe nur 16% der zugeführten Wärme in Arbeit umgesetzt wurde. Dies ist auf praktische Unzulänglichkeiten, besonders auf Verluste durch Reibung, Wärmeleitung und -strahlung zurückzuführen.

§ 63. Kälteerzeugung

1. Kälteerzeugung. Wir gießen Äther in ein Schälchen und in ein Reagenzglas; dieses verschließen wir mit einem Stopfen, durch den ein Thermometer hindurchführt. Wir beobachten, daß der Äther im verschlossenen Reagenzglas die gleiche Temperatur wie seine Umgebung hat. Die Temperatur des Äthers in dem Schälchen ist dagegen tiefer als die seiner Umgebung, so lange sich überhaupt noch Äther in dem Schälchen befindet. Ist aller Äther verdunstet, so nimmt auch die Schale wieder die Temperatur der Umgebung an. Wir erinnern uns an den Versuch § 54,1, wo wir durch Verdampfen von Äther Wasser zum Gefrieren bringen konnten. Alle diese Versuche können wir dadurch erklären, daß wir feststellen: Der Äther kann nur so lange verdampfen, als der ihm zur Verfügung stehende Gasraum noch nicht mit Ätherdampf gesättigt ist; die bei der Verdunstung durch Verbrauchen der Verdampfungswärme bewirkte Abkühlung hört auf, sobald Sättigung erreicht ist. Soll die Abkühlung fortgesetzt werden, so muß der Dampf abgesaugt werden, was nur unter Arbeitsleistung möglich ist. Man kann diese Arbeit auch durch Aufwand von Wärmeenergie (Dampfmaschine) gewinnen. Allgemein gilt:

Eine Maschine, die fortgesetzt einem Wärmebehälter Wärme zu entziehen vermag, kann nur unter Aufwendung von Arbeit oder dadurch betrieben werden, daß Wärme an anderer Stelle von einem heißeren zu einem kälteren Behälter übergeht.

2. Die Kältemaschinen. Auf der durch Verdampfen einer Flüssigkeit hervorgerufenen Abkühlung beruht die Wirkung der **Verdampfungskältemaschine.** Sie enthält (Abb. 176) einen Zylinder *P*, in dem Ammoniakgas zusammengedrückt wird. Dabei erwärmt es sich. Das zusammengepreßte Gas strömt in eine Rohrleitung im Kühler *K*, wo es durch fließendes Wasser gekühlt wird, das in *A* ein- und in *B* wieder austritt. Das Gas wird durch den hohen Druck bei der Temperatur des Kühlwassers flüssig. Durch einen Hahn *H*, der zeitweilig geöffnet wird, strömt das flüssige Ammoniak in die in *V* befindliche Rohrleitung. Diese steht mit dem Zylinder in Verbindung. Geht der Kolben zurück, so entsteht ein Unterdruck in der rechten Rohrleitung. Das flüssige Ammoniak verdampft dann stark und kühlt sich weit unter den Gefrierpunkt des Wassers ab. Die rechte Rohrleitung ist in *V* von Salzwasser umgeben, das nach der Abkühlung in *V* in Röhren durch die abzukühlenden Räume des Kühlhauses oder der Brauerei geleitet wird. Hängt man Gefäße mit reinem Wasser in die Salzlösung, so gefriert dieses. Die Salzlösung wird je nach dem Verwendungszweck der Kühlanlage auf — 5° bis — 20° C abgekühlt. In *V* herrscht dauernd eine wesentlich tiefere Temperatur als in *K*; es wird dort dauernd Wärme von der Salzlösung abgegeben und vom Ammoniak aufgenommen; diese Wärme wird in *K* an das Kühlwasser bei wesentlich höherer Temperatur wieder abgegeben. Es geht also dauernd Wärme von niedriger Temperatur in solche von höherer Temperatur über. In Übereinstimmung mit dem zweiten Hauptsatz wird hierbei zur Verdichtung der Ammoniakdämpfe dauernd Arbeit verbraucht, die nach dem ersten Hauptsatz auch wieder als Wärme in *K* erscheint. In diesem Sinne ist der Vorgang in der Verdampfungskältemaschine eine Umkehrung der Arbeitsleistung der Dampfmaschine.

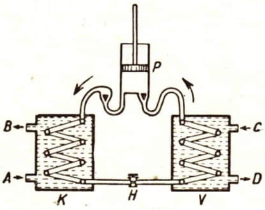


Abb. 176. Verdampfungskältemaschine

Dort, wo viel Abwärme zur Verfügung steht, werden auch Kühlanlagen verwendet, die keine Pumpe enthalten; sie werden durch Heizung betrieben, und oft geschieht die notwendige Kühlung nicht durch Kühlwasser, sondern durch die umgebende Luft. In diesen Kühlanlagen wird die Kompressionspumpe *P* dadurch ersetzt, daß das Ammoniakgas in Wasser absorbiert und bei höherer Temperatur und entsprechend höherem Druck durch Erwärmen wieder aus dem Wasser ausgetrieben wird. Diese **Absorptionskältemaschinen** haben den Vorzug, keine beweglichen Teile zu besitzen. Der Energieverbrauch ist aber bei gleicher Kühlwirkung erheblich größer als bei den Verdampfungskältemaschinen. Im Haushalt ist man geneigt, diesen Nachteil gegenüber der Betriebseinfachheit in Kauf zu nehmen.

3. Die Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes der Temperatur. Wir sehen, daß die Verdampfungskältemaschinen als eine Umkehrung der Vorgänge in einer Dampfmaschine anzusehen sind. Hier gilt (vgl. § 62, 3): Im günstigsten Falle besteht für die Wärmemenge Q, die von der tieferen Temperatur T_2 (an der Kühlstelle) auf die höhere Temperatur T_1 der Umgebung gebracht wird, wenn die Maschine die Arbeit A verbraucht, die Beziehung

$$\frac{Q}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Dieses Verhältnis wird um so kleiner, je niedriger die Kühltemperatur T sein soll. Um also eine bestimmte Wärmemenge, z.B. 1 cal, von der im Kühlraum V herrschenden Temperatur T_2 auf die höhere Temperatur T_1 im Raum K zu bringen, muß man umso mehr Arbeit aufwenden, je niedriger T_2 ist. Man sieht, daß es mit einer solchen Maschine selbst im günstigsten Fall, in dem von Reibung und anderen Verlusten abgesehen wird, nicht möglich ist, den absoluten Nullpunkt zu erreichen. Die Verallgemeinerung dieses Satzes ist bekannt als der Satz von der Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes (vgl. § 64,2). Eine strenge Begründung dieses Satzes ist jedoch erst in der Quantenphysik möglich.

4. Die Verflüssigung aller Gase. In § 55 sahen wir, daß ein Gas nur dann durch Druck verflüssigt werden kann, wenn seine Temperatur unterhalb der kritischen Temperatur des Gases liegt. Die Verflüssigung von Stickstoff und Sauerstoff, den Bestandteilen der Luft, gelang Pictet (in Genf 1877) durch Hintereinanderschalten von zwei Verdampfungsmaschinen. Er verflüssigte zunächst Schwefeldioxyd (SO_2), indem er das Gas bei gewöhnlicher Temperatur komprimierte und die bei der Kompression entstehende Wärme ableitete. Vermindert man den Druck über der so gewonnenen Flüssigkeit bis auf 1 at, so kühlt sie sich durch teilweise Verdampfung auf die Temperatur des normalen Siedepunktes ab und kann durch Abpumpen des Dampfes über der Flüssigkeit leicht weiter auf — 70° C abgekühlt werden. Bei dieser Temperatur verflüssigte Pictet lediglich durch Druckanwendung Stickoxyd (NO), das nun seinerseits, unter vermindertem Druck zum Sieden gebracht, sich auf — 140° C abkühlt. Damit war die kritische Temperatur des Sauerstoffs und Stickstoffs unterschritten und somit auch die Luftverflüssigung durch Kompression ermöglicht. Bei der Verflüssigung des Wasserstoffs und Heliums versagt diese Methode der Hintereinanderschaltung von Verdampfungskältemaschinen. Wir kennen nämlich keinen Körper, der zwischen dem Erstarrungspunkt des Sauerstoffs und der kritischen Temperatur des Wasserstoffs als Flüssigkeit existiert, so daß man keine Maschine hat, die man an die mit Sauerstoff betriebene anschließen könnte.

Auf einem ganz anderen Prinzip beruht die **Lindesche Maschine zur Luftverflüssigung.** Versuche von Thomson und Joule haben ergeben, daß viele Gase, wenn sie Abweichungen von der idealen Zustandsgleichung zeigen, sich bei der Ausdehnung ohne Arbeitsleistung abkühlen. Diesen an sich nur geringen Effekt benutzt das Lindesche Verfahren (1895), um durch immer wiederholte Entspannung ein Gas immer weiter abzukühlen, bis es sich schließlich bei der Entspannung teilweise verflüssigt. Der wesentliche Teil der Lindeschen Maschine ist der Gegenstromapparat (Abb. 177), ein doppeltes, gut gegen Wärmeverluste geschütztes Rohr, in das innen Luft von 200 at, der die bei der Kompression entstandene Wärme durch Wasserkühlung entzogen wurde, von *a* aus einströmt. Am Ende des Rohres ist ein Hahn *c*, der die Luft mit etwa 40 at ausströmen und in dem äußeren Rohre zur Kompressionspumpe zurückkehren läßt. Es gibt auch Maschinen, bei denen auf Atmosphärendruck entspannt wird. Beim Ausströmen aus *c* kühlt sich die Luft, obwohl die Ausdehnung arbeitslos erfolgt, auf einige Grade unter den Eispunkt ab. Diese Luft streicht in *e* an dem inneren Rohr *b* entlang und kühlt die darin einströmende Luft ab. Dadurch erniedrigt sich die Temperatur beim Übergang aus der inneren in die äußere Röhre weiter usw. Durch dieses Gegenstromverfahren wird erreicht, daß die Luft bei 40 at flüssig wird und sich im Gefäß *D* ansammelt. Bei der Entnahme entspannt sie sich auf den Druck der Atmosphäre und kühlt sich dabei durch teilweise Verdampfung bis zum Siedepunkt bei normalem Druck ab (etwa —190° C). Diese Maschinen dienen in der Industrie zu Kühlanlagen und zur Trennung der Gase der Luft. Bei Wasserstoff setzt die Abkühlung durch Entspannung erst bei etwa — 80° C und für Helium bei etwa — 250° C ein. Diese Gase müssen also unter diese Temperaturen abgekühlt werden, ehe das Lindesche Verfahren zur Abkühlung und Verflüssigung führt. Auf diesem Wege hat der Engländer Dewar zum erstenmal (1898) flüssigen Wasserstoff erzeugt. Helium wurde zuerst (1908) von dem Holländer Kamerlingh Onnes verflüssigt.

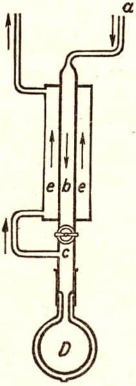


Abb. 177. Gegenströmer der Lindeschen Kältemaschine

Der sowjetische Wissenschaftler Kapiza konstruierte einen neuen Apparat zur Herstellung von flüssiger Luft und flüssigem Sauerstoff. Außerdem entdeckte er die Supra-Dünnflüssigkeit des Helium II.

§ 64. Die mechanische Theorie der Wärme

1. Wärme als Bewegung. Wir fragen nun, was denn eigentlich die Wärme sei, die die Körper veranlaßt, ihr Volumen zu ändern, die feste Körper zum Schmelzen und Flüssigkeiten zum Verdampfen bringt, die dort in ganz bestimmtem Verhältnis entsteht, wo mechanische oder elektrische oder auch chemische Energie anscheinend verloren geht, und die wir benutzen können, um mechanische Arbeit zu leisten.

Wir erinnern uns an das, was wir über den Aufbau der Körper erfahren haben: daß die chemisch einheitlichen Stoffe aus kleinsten, einander gleichen Teilen, den Molekülen, zusammengesetzt sind. In der kinetischen Theorie der Gase erfuhren wir, daß diese kleinsten Teilchen im Gasraum in beständiger Bewegung begriffen sind. Sie prallen von den Wänden ab; sie fahren auseinander, wenn sie zusammenstoßen, und fliegen bis zum nächsten Zusammenstoß in gerader Linie durch den Raum. Wir sahen, daß der Druck des Gases dadurch zustande kommt, daß die Moleküle beim Aufprallen ihre Bewegungsgröße ändern. Die Wand erfährt dadurch bei jedem Stoß einen Impuls; durch die Summe aller Impulse in der Zeiteinheit ist die auf die Wand ausgeübte Kraft und damit auch der vom Gase ausgeübte Druck gegeben. Wir sahen ferner an der Brownschen Bewegung, daß auch in Flüssigkeiten eine solche regellose Bewegung der kleinsten Teilchen beobachtet werden kann (vgl. § 41, 7).

Wenn wir nun verfolgen, wie beipielsweise im Jouleschen Schaufelradversuch Bewegungsenergie verschwindet und dafür die Flüssigkeit erwärmt wird, so liegt die Vermutung nahe, daß bei dem Versuch die Bewegungsenergie erhalten bleibt. Man hat die folgende Theorie aufgestellt: Die gleichgerichtete Bewegung der kleinsten Teilchen, aus denen das Schaufelrad besteht, wird auf die Flüssigkeitsmoleküle übertragen. Deren Bewegung behält aber die gemeinsame Richtung nicht bei, sondern erfolgt völlig regellos. Der Erwärmung der Flüssigkeit entspricht somit eine Bewegungszunahme ihrer Moleküle. Wir verallgemeinern: Überall dort, wo ein Körper erwärmt wird, verstärkt sich die regellose Bewegung seiner Moleküle. Diese Auffassung wird dadurch bestätigt, daß durch Erwärmung der Druck eines eingeschlossenen Gases vermehrt wird. Denn das bedeutet, daß wegen der Vergrößerung der Molekülgeschwindigkeiten durch die Erwärmung die Summe der an die Wand übertragenen Impulse ansteigt. Eine weitere Bestätigung sehen wir darin, daß die Brownsche Bewegung lebhafter wird, wenn man die Versuchstemperatur steigert.

Da jeder materielle Körper im festen, flüssigen oder gasförmigen Zustand bei der Abkühlung entsprechend seiner spezifischen Wärme mehr oder weniger Wärme abzugeben vermag, müssen demnach seine Moleküle mindestens vor der Abkühlung in Bewegung sein. Die kleinsten Teilchen sollen also auch in festen Körpern nicht wie Steine einer Mauer unbeweglich gelagert sein, sondern um die Gleichgewichtslage, die ihnen durch die Wirkung der Nachbarn angewiesen wird, hin- und herschwingen. Die frei beweglichen Moleküle der Gase und Flüssigkeiten können außer den fortschreitenden Bewegungen Drehungen ausführen, und innerhalb der einzelnen Moleküle schwingen die Atome, aus denen sie zusammengesetzt sind, gegeneinander, als ob sie durch elastische Federn miteinander verbunden wären. Die Moleküle wirken fortgesetzt aufeinander ein und tauschen dabei gegenseitig alle Formen der mechanischen Energie ihrer fortschreitenden, drehenden und schwingenden Bewegung aus. Die Gesamtheit aller dieser Energien nennen wir den **Wärmeinhalt** des Körpers.

Stellen wir uns die Wärme in dieser Weise vor, so verstehen wir auch, warum feste, flüssige und gasförmige Körper, die sich längere Zeit berühren, dieselbe Temperatur annehmen. In ihrer Grenzfläche erfolgen Molekülstöße vom heißen Körper auf den kalten und vom kalten auf den heißen. Solange die Temperatur beider noch verschieden ist, ist die Bewegungsenergie im heißen Körper größer als im kalten; solange wird also bei den Stößen mehr Energie vom heißen an den kalten Körper abgegeben als umgekehrt. Temperaturgleichgewicht, das heißt gleiche Temperatur in allen Teilen, herrscht, wenn die Summe aller Impulse von der einen Seite gleich der Summe aller Impulse von der anderen Seite ist, wenn also die mittlere Bewegungsenergie an der Grenzfläche auf beiden Seiten gleich ist. Es braucht deshalb nicht der gesamte Wärmeinhalt der Körper an der Grenzfläche gleich zu sein, denn für die Energieübertragung kommt nur die den Stoß begleitende Änderung der Bewegungsgröße, also die kinetische Energie der fortschreitenden Stoßbewegung in Betracht.

Die Temperatur ist daher gegeben durch die mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung, mit der die Moleküle aufeinander oder auf die Wand treffen; der Wärmeinhalt ist abhängig von der Summe aller Lage- und Bewegungsenergien der Moleküle des Körpers.

Je mehr Atome ein Molekül bilden, desto größer ist die Zahl der Bewegungsmöglichkeiten innerhalb des Moleküls, desto größer ist der Wärmeinhalt des Körpers je Mol. Den kleinsten Wärmeinhalt je Mol hat ein Körper, dessen Moleküle sich gegenseitig nicht beeinflussen, die sich nicht um sich selbst drehen und keine Schwingungen ausführen; das sind die Edelgase.

2. Die Temperatur. Wir wollen diese Gedankengänge im einzelnen für ein ideales Gas verfolgen: Wir fanden in § 39, 3 für ein Gas, dessen Moleküle keinerlei Kräfte aufeinander ausüben und sich beim Stoß vollkommen elastisch verhalten, die Grundgleichung

$$p \cdot V = \frac{1}{3}\, n m v^2. \qquad (1)$$

Hier bedeuten n die Anzahl der im Volumen V enthaltenen Moleküle, m die Masse und v die mittlere quadratische Geschwindigkeit eines Moleküls, die einen in § 39 genau angegebenen Mittelwert aus all den verschiedenen Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle darstellt. Wenn wir ein einzelnes Molekül verfolgen könnten, so würden wir finden, daß es fortgesetzt von Stoß zu Stoß nicht nur seine Richtung, sondern auch den Betrag seiner Geschwindigkeit ändert; dagegen ändert sich nach der Theorie die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle nicht, solange die Temperatur unverändert bleibt. So folgte aus dieser Gleichung das Boylesche Gesetz.

Für ein solches ideales Gas gilt die Zustandsgleichung

$$p \cdot V = \frac{p_0 V_0}{T_0} T .$$

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für $p V$ erhalten wir

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} T = \frac{1}{3} n m v^2 .$$

Einer Erhöhung der Temperatur entspricht also eine Steigerung der Molekülgeschwindigkeit, da in dieser Gleichung außer T und v nur konstante Größen vorkommen. Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} T = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \frac{1}{2} m v^2 ,$$

so sagt sie aus:

Die absolute Temperatur eines Gases ist der Bewegungsenergie seiner Moleküle proportional.

Nach dieser Gleichung wäre also der **absolute Nullpunkt** diejenige Temperatur, bei der ein ideales Gas keine Bewegungsenergie mehr hätte. Eine tiefere Temperatur ist also nicht vorstellbar. Die Erfahrung hat gezeigt, daß alle Gase sich bei der Abkühlung bereits vor der Annäherung an den absoluten Nullpunkt kondensieren und daß die Dampfdrucke der festen und flüssigen Körper bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt unmeßbar klein werden.

Wir entnehmen den mitgeteilten Tabellen über beobachtete Siede- und Schmelztemperaturen, daß auf den verschiedenen beschriebenen Wegen zur Kälteerzeugung sehr tiefe Temperaturen erreicht worden sind. Ein von dem deutschen Physiker und Chemiker Nernst (1906) aufgestellter Satz besagt, daß es nicht möglich ist, den absoluten Nullpunkt zu erreichen. Dieser Satz wird auch als der 3. Hauptsatz der Wärmelehre bezeichnet. Nach diesem Satz kann man dem absoluten Nullpunkt nur immer näher kommen. Je näher ihm aber eine Temperatur liegt, desto schwieriger ist es, sie zu erreichen. Die tiefste bisher erreichte Temperatur ist weniger als $\frac{1}{100}{}^\circ$ vom absoluten Nullpunkt entfernt.

In § 40, 2 hatten wir gezeigt, daß man das Boylesche Gesetz als ein statistisches Gesetz deuten kann, das nur wegen der außerordentlich großen Zahl der Stöße, die die Gasmoleküle auf die Wand ausführen, mit einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit erfüllt ist. Die von dem einzelnen Gasmolekül an die Wand abgegebene Bewegungsgröße trägt zwar zum Druck bei; der Druck ist aber nur durch die Summe aller von den auftreffenden Molekülen an die Wand abgegebenen Bewegungsgrößen gegeben. Also besitzen auch nur alle Moleküle des Gases gemeinsam einen Druck, während man vom Druck eines einzelnen Moleküls nicht sprechen kann. Ebenso haben auch nur alle Moleküle des Gases gemeinsam eine Temperatur; das einzelne Molekül hat eine bestimmte Bewegungsenergie, die zu dem für alle Moleküle gebildeten Mittelwert beiträgt. Von der Temperatur eines einzelnen Moleküls zu sprechen, hat also keinen Sinn.

3. Das Avogadrosche Gesetz. Avogadro, ein italienischer Physiker, hat im Jahre 1811 aus chemischen Tatsachen den nachstehenden Satz gefolgert:

Gleiche Volumina verschiedener Gase enthalten bei demselben Druck und derselben Temperatur die gleiche Anzahl von Molekülen.

Diesen Satz können wir folgendermaßen aus unserer Theorie ableiten: Wenn 2 Gasmengen vom gleichen Volumen V den gleichen Druck p ausüben, so gilt für sie

$$p\,V = \tfrac{1}{3}\,n_1 m_1 v_2^{\,2} \quad \text{und} \quad p\,V = \tfrac{1}{3}\,n_2 m_2 v^2.$$

Hieraus folgt

$$n_1 m_1 v_1^{\,2} = n_2 m_2 v_2^{\,2}.$$

Haben die beiden Gasmengen auch die gleiche Temperatur, so haben ihre Moleküle auch die gleiche mittlere Bewegungsenergie; also gilt auch

$$\tfrac{1}{2}\,m_1 v_1^{\,2} = \tfrac{1}{2}\,m_2 v_2^{\,2}.$$

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich

$$n_1 = n_2.$$

Die Anzahl Moleküle, die in 1 cm³ Gas bei 0° C und 760 Torr enthalten sind, haben wir bereits zu $27 \cdot 10^{18}$ kennengelernt. Ein Mol eines Gases nimmt unter den gleichen Bedingungen 22 400 cm³ ein. Die in ihm enthaltene Anzahl Moleküle heißt die Loschmidtsche Zahl; sie beträgt

$$\boldsymbol{N = 60{,}3 \cdot 10^{22}}.$$

(Die Größe des Mols ist, wie oben erwähnt, so gewählt, daß die Anzahl Gramm, die es enthält, gleich dem Molekulargewicht des Gases ist. Ein Mol Wasserstoff (H_2) mit dem Molekulargewicht 2 enthält also 2 Gramm, ein Mol Sauerstoff (O_2) mit dem Molekulargewicht 32 enthält 32 Gramm.) Einen Weg zur Bestimmung der Anzahl Moleküle, die in einem Mol enthalten sind, werden wir später (II A, § 26) kennenlernen.
Wir hatten für ein Mol eines Gases die Zustandsgleichung in der Form $p\,V = R\,T$ aufgestellt. Für ein Mol geht also Gleichung (1) über in

$$R \cdot T = \tfrac{2}{3} N\, \tfrac{1}{2}\, m v^2. \tag{2}$$

4. Die Molwärme einatomiger Gase. Für Gase, deren Moleküle keine Kräfte aufeinander ausüben und keine Drehungen und inneren Schwingungen ausführen, besteht der gesamte Wärmeinhalt U in der Energie der fortschreitenden Bewegung ihrer Moleküle. Diese Bedingungen erfüllt ein ideales Gas, dessen Moleküle je nur aus einem einzigen Atom bestehen. Für ein solches Gas gilt also

$$U = N \cdot \tfrac{1}{2} m v^2.$$

Durch Einsetzen des Wertes für $N \cdot \frac{1}{2} m v^2$ aus Gleichung (2) erhalten wir

$$U = \tfrac{3}{2} R\,T.$$

Kühlt man das Gas bei konstantem Volumen um 1° ab, so vermindert sich der Wärmeinhalt auf $\frac{3}{2} R\,(T-1)$. Bei der Abkühlung wird eine Wärmemenge abgegeben, die gleich der Molwärme C_v des Gases bei konstantem Volumen ist. Da bei dem Vorgang keine Arbeit geleistet wird, ist die abgegebene Wärme nach dem 1. Hauptsatz gleich der Verringerung des Wärmeinhaltes des Gases, und es gilt:

$$C_v = \tfrac{3}{2} R\,T - \tfrac{3}{2} R(T-1) = \tfrac{3}{2} R.$$

Mit $R = 2\,\mathrm{cal}$ je Mol und Grad finden wir für die Molwärme

$$C_v = 3\,\mathrm{cal} \text{ je Mol und Grad.}$$

Dieser Wert hat sich, wie bereits gezeigt wurde (s. § 50), für die einatomigen Edelgase und einige einatomige Dämpfe (Quecksilberdampf) bestätigen lassen.

Es hat sich gezeigt, daß viele Gase, die der Zustandsgleichung für ideale Gase recht genau folgen, eine höhere Molwärme bei konstantem Volumen haben. Beispiele fanden wir in § 50. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Moleküle dieser Gase aus mehreren Atomen zusammengesetzt sind, die gegeneinander schwingen und sich gemeinsam drehen können. Die kinetische Theorie der Gase vermag auch die für diese Gase gefundenen Werte der Molwärme befriedigend zu deuten.

5. Die realen Gase. Wird ein Gas verdichtet, so werden die Abstände zwischen den einzelnen Molekülen und damit auch der Weg, den ein Molekül zwischen zwei Zusammenstößen mit anderen Molekülen zurücklegt, kleiner. Üben nun, entgegen unserer bisherigen Annahme, die Moleküle Kräfte aufeinander aus, wenn sie sich näher kommen, so spielt dies bei großer Verdünnung des Gases eine geringe Rolle. Verdichtet man aber das Gas, so kommt jedes Molekül viel häufiger unter die Einwirkung eines andern Moleküls, und es ist verständlich, daß Abweichungen vom idealen Verhalten um so deutlicher beobachtbar sind, je stärker das Gas verdichtet wird. So erklärt sich die Beobachtung, daß Gase der idealen Zustandsgleichung um so besser folgen, je verdünnter sie sind. Wie die van der Waalssche Gleichung für die realen Gase den von den Molekülen aufeinander ausgeübten Kräften und dem Raumbedarf der einzelnen Moleküle Rechnung trägt, haben wir bereits in § 40,3 gesehen.

Üben die Moleküle bei der Annäherung gegeneinander Kräfte aufeinander aus, so macht sich das auch im Wärmeinhalt des Gases bemerkbar; er wird vom Volumen abhängig. Ein solches Gas verändert seine Temperatur bei der Ausdehnung in einem gegen Wärmeaustausch geschützten Gefäß auch dann, wenn es dabei keine Arbeit zu leisten braucht, also in ein Vakuum einströmt. Wir sahen in § 63, daß man solche Temperaturänderungen in der Tat gefunden hat und mit ihrer Hilfe Luft in großem Maßstab verflüssigt.

6. Die Übergänge zwischen den Aggregatzuständen. Wird die Temperatur eines festen Körpers gesteigert, so nimmt die Molekülbewegung um die Gleichgewichtslage zu; der Körper wird sich in den meisten Fällen dabei ausdehnen. Kehren schließlich die Moleküle nicht mehr in ihre Gleichgewichtslage zurück, so beginnt ein Wandern der Moleküle; der Körper schmilzt. Ebenso wie wir es für die Gase gesehen haben, haben auch im festen und flüssigen Körper nicht alle Moleküle die gleiche Geschwindigkeit. Die wahren Geschwindigkeiten weichen vom Mittelwert ab, und zwar, wie der englische Physiker Maxwell (gestorben 1879) mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ableitete, bei verhältnismäßig vielen Molekülen um einen geringen Betrag, bei einigen Molekülen aber auch sehr stark. Die wenigen schnellen Moleküle des festen oder flüssigen Körpers haben infolge ihrer hohen kinetischen Energie die Fähigkeit, sich aus dem Anziehungsbereich der übrigen Moleküle zu entfernen und die Oberfläche zu verlassen, der Körper verdunstet. Sorgt man nicht durch Wärmezufuhr dafür, daß diese schnellen Moleküle immer wieder ersetzt werden, so sinkt der Durchschnittswert der Geschwindigkeiten für die zurückbleibenden Moleküle und damit ihre Temperatur. Bei steigender Erwärmung einer Flüssigkeit wird die Zahl derjenigen Moleküle, die genügend kinetische Energie haben, um die Anziehungskräfte zu überwinden, immer größer. Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampf herrscht dann, wenn die Zahl der aus der Oberfläche entweichenden Moleküle gerade gleich der Zahl derjenigen Moleküle ist, die aus dem Dampfraum auf die Flüssigkeitsoberfläche treffen. Dies stimmt mit der Erfahrung überein, daß die Verdunstung um so schneller vor sich geht, je höher die Temperatur ist und je weiter der Dampf vom Sättigungsdruck entfernt ist, und daß der Sättigungsdruck über einer Flüssigkeit stark mit der Temperatur ansteigt.

Die Theorie vermag alle die Erfahrungen zu erklären, die wir beim Erwärmen der Körper gemacht haben.

7. Die Wärmeleitung. Wir sahen, daß bei der Wärmeströmung sich eine gemeinsame Bewegung der Moleküle dadurch entwickelt, daß sie gemeinsam Druckunterschiede auszugleichen trachten; hier lehrt uns die kinetische Theorie der Wärme nicht mehr, als wir ohnedies wußten. Der Vorgang der Wärmeleitung wird durch die kinetische Theorie der Wärme verständlich; die Überlegung ist die gleiche wie bei der Untersuchung des Temperaturausgleichs zweier Körper: Es wird bei den Stößen der Moleküle von der heißen Seite nach der kalten mehr Bewegungsenergie abgegeben als umgekehrt; auf diese Weise wird der Energieüberschuß weitergeleitet, während die stoßenden Moleküle selbst ihre unregelmäßige Wärmebewegung ohne bestimmte Vorzugsrichtung weiterführen.

Nur die Erscheinung der Wärmestrahlung ist mit den Mitteln der kinetischen Theorie der Wärme nicht zu erklären. Dazu bedarf es eines noch wesentlich tiefergehenden Einblickes in den Aufbau der Materie, wie wir ihn erst gewinnen können, wenn wir die elektromagnetischen Erscheinungen kennen und deuten gelernt haben.

§ 65. Unsere Energiequellen

Wir haben den Satz von der Erhaltung der Energie kennengelernt, und wir haben erfahren, daß mechanische und elektrische Energie immer ineinander umwandelbar sind, daß aber Arbeit aus Wärme nur dort gewonnen werden kann, wo Temperaturunterschiede vorhanden sind oder, beispielsweise durch Verbrennung von Heizstoffen, geschaffen werden können.

Es ist daher von größtem Interesse, die zur Verfügung stehenden Energiequellen zu kennen und sie auf ihre Ergiebigkeit hin zu untersuchen. Die beiden wichtigsten Energiequellen sind die Wärmeenergiequellen und die natürlichen Wasserkräfte. Unter den Wärmeenergiequellen ist die ergiebigste die von der Sonne auf die Erde gesandte Strahlung; eine sehr große Rolle spielt die durch Verbrennung der Heizstoffe entstehende Wärme.

1. Die Energie der Sonnenstrahlung. Die Sonne strahlt auf jeden ihr senkrecht gegenüberliegenden Quadratzentimeter der Erde etwa 2 cal/min ein. Diesen Leistungsbetrag bezeichnet man als Solarkonstante[1]). Man kann aus ihr die Einstrahlung von der Sonne für jeden Ort der Erde berechnen. In Deutschland, bei einer mittleren geographischen Breite von 50°, beträgt sie im Jahresmittel 600 cal je cm^2 und Tag. Im Mittel ergibt sich eine Einstrahlung von 720 cal je Tag für jeden cm^2 der Erdoberfläche. Diese Energiemengen würde die Erdoberfläche im Jahresdurchschnitt aufnehmen, wenn nicht ein Teil auf dem Wege durch die Atmosphäre und die Wolken zerstreut und absorbiert würde. Man hat berechnet, daß von der eingestrahlten Energie etwa die knappe Hälfte zur Erdoberfläche gelangt.

Zur Übung: Berechne, wieviele Kilokalorien auf einer Siedlerstelle von 5 ha Fläche in einem Jahr in Deutschland von der Sonne empfangen werden. — Welcher Menge bester Steinkohle entspricht dieser Betrag, wenn man, bei völliger Ausnutzung ihres Heizwertes, dieselbe Energie dem Boden durch Verbrennung der Kohle zuführen wollte?

Zur Arbeitsleistung wird die Sonnenwärme wegen der Unregelmäßigkeit der Einstrahlung bisher nicht verwendet. Letzten Endes geht aber sowohl die Energie, die wir durch Verbrennen von Heizstoffen, wie die Energie, die wir

1) sol (lat.) = Sonne

durch Verwendung von Wasserkräften in Arbeit umsetzen, auf Sonnenwärme zurück. Denn die Kohlen- und Erdöllager sind Überreste früheren pflanzlichen und tierischen Lebens, das nur in der Sonnenwärme entstehen konnte. Und das Wasser, das wir zur Arbeitsleistung benutzen, erhält seine Energie der Lage auf Bergen nur vermittels der Wärmewirkung der Sonne (Verdunstung, Wolkenbildung und Niederschläge vgl. § 67 und § 68).

2. Die Heizstoffförderung. Im Jahre 1938 betrug die Weltförderung an Steinkohle $1{,}2 \cdot 10^9$ t; 1940 die Erdölförderung etwa $3 \cdot 10^8$ t.
Braunkohle, die einen geringeren Heizwert hat, wird zur Vermeidung der Transportkosten zum großen Teil in Industrieanlagen verwendet, die in der Nähe der Braunkohlengruben entstehen (Mitteldeutsches Braunkohlenrevier). Will man die Energie außerhalb des Reviers verwenden, so wandelt man sie an Ort und Stelle in elektrische Energie um, indem man mit Hilfe von Dampfmaschinen Generatoren betreibt (vgl. den Turbogenerator in § 62). Der hochgespannte Strom kann über Hochspannungsleitungen einem verhältnismäßig weiten Umkreis zugeführt werden. So erhält beispielsweise Berlin einen Teil seines Bedarfs an elektrischer Energie aus dem mitteldeutschen Braunkohlengebiet.

Zur Übung: Berechne, wieviel Wärme durch die vollständige Verbrennung der geförderten Steinkohle- und Erdölmengen gewonnen werden kann.

3. Die Energie der Wasserkräfte. Im Jahre 1928 betrug die Leistung der vorhandenen Wasserkraftwerke auf der ganzen Erde $32{,}6 \cdot 10^6$ PS. Das entspricht bei 180 Tagen voller Ausnutzung im Jahr einem jährlichen Energiebetrag von etwas mehr als 10^{10} kWh. Auf einer Weltkraftkonferenz im Jahre 1930 wurde zusammengestellt, welche Leistung bereits durch Wasserkraftwerke gewonnen wurde und welche Leistung man bei Ausnutzung der vorhandenen Wassergefälle erzielen könnte. Während in Europa und Nordamerika rund ein Drittel bis die Hälfte der Wasserkräfte bereits ausgenutzt wird, beläuft sich dieser Betrag im Durchschnitt für die gesamte Erde vorläufig auf nur etwa den zehnten Teil. Die größte Zahl der Wasserkräfte ausnutzenden Betriebe in Deutschland stellen die vielen Mühlen an Gebirgsbächen dar. Sie haben nur ganz geringe Leistungen. Außerordentlich wichtig sind die wenigen Wassergroßkraftwerke, in denen die mechanische Energie des Wassers in elektrische Energie umgewandelt wird. In Ländern, die starke Wasserkräfte, aber wenig Kohle oder Öl besitzen, wie beispielsweise in der Schweiz oder in Norwegen, spielen die Wasserkraftwerke für die Industrie eine besonders große Rolle. Sie dienen zur Versorgung großer Gebiete mit elektrischer Energie. So werden beispielsweise von den oberbayrischen Wasserkraftwerken her die Eisenbahnen bis in die Gegend von Nürnberg mit elektrischem Strom versorgt.
Bei allen Wassergroßkraftwerken werden durch das herabfallende Wasser Turbinen betrieben, die mit Generatoren gekoppelt sind. Man unterscheidet solche Kraftwerke, in denen sehr große Wassermengen einen verhältnis-

mäßig kurzen Fallweg haben, und solche, in denen geringe Wassermengen eine hohe kinetische Energie auf einem langen Fallweg gewinnen. So hat z. B. das Kraftwerk bei Laufenburg am Rhein nur 8 m Gefälle bei einer Leistung von 57 000 PS. Dagegen hat das Walchenseekraftwerk mit 168 000 PS ein Gefälle von 195 m (s. auch § 44, 3).

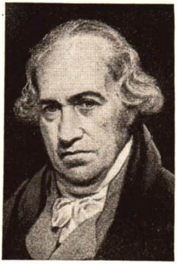
Zur Übung: Berechne aus den angegebenen Zahlen, wieviel Wasser in den beiden Kraftwerken in der Sekunde durch die Turbinen strömen muß, unter der Annahme, daß durch Reibung 20% der kinetichen Energie verlorengehen.

§ 66. Zur Geschichte der Wärmelehre

1. Das Thermometer. Um 1600 stellte Galilei ein Luftthermometer her, das jedoch erst brauchbar wurde, als man 100 Jahre später lernte, es von den Luftdruckschwankungen unabhängig zu machen. Von den ersten mit Weingeist gefüllten Thermometern berichtet die nach Galileis Tode gegründete Accademia del Cimento (Schule des Versuchs, 1657–67) in Florenz; doch fehlten noch feste Fundamentalpunkte. Erst Fahrenheit, ein Glasbläser in Gdansk, schuf 1724 die ersten Thermometer mit zuverlässiger Skala. Er wählte als Nullpunkt die Temperatur einer Kühlmischung, die der tiefsten Temperatur in dem strengen Winter 1709 in Gdansk gleich war, und setzte die Blutwärme gleich $8 \cdot 12 = 96°$. Fahrenheit füllte seine Thermometer mit Alkohol, später mit Quecksilber. Réaumur (in Paris 1730) führte Eis- und Siedepunkt des Wassers als Fundamentalpunkte ein. Celsius (1701–1744 in Upsala) bezeichnete diese Punkte mit 100° und 0°; Linné (ebenfalls ein Schwede) vertauschte diese Bezeichnungen.

2. Die Dampfmaschine. Heron von Alexandrien (um 100 v. u. Ztr.) setzte an zwei gegenüberliegenden Stellen einer um eine Achse drehbaren Hohlkugel Rohre an, die an ihren Enden umgebogen waren. Leitete er in die Kugel Dampf, der dann aus den Rohren ausströmte, so drehte sich die Vorrichtung. Die Anordnung entsprach der des Segnerschen Wasserrades (Abb. 120, § 44, 3).

Papin, ein Franzose, der in Marburg als Professor wirkte, konstruierte 1690 den ersten Dampfzylinder. Der in einen Eisenzylinder geleitete Dampf bewegte einen Kolben nach oben. Kühlte man den Dampf ab, so trieb der Luftdruck den Kolben zurück. Papin entdeckte auch die Abhängigkeit des Siedepunktes vom äußeren Druck; er erfand den Dampfkochtopf und das Sicherheitsventil. Zehn Jahre später verband Newcomen die Kolbenstange mit einer hebelartigen Wippe und ließ die Maschine Wasser aus einem Bergwerk pumpen. Auch jetzt noch wurde Arbeit nur beim jeweiligen Rückgang des Kolbens geleistet, wenn der Dampf im Zylinder durch aufgegossenes Wasser kondensiert war und der Luftdruck den Kolben zurücktrieb. Bald fand man, daß es viel wirkungsvoller war, wenn man das Kühlwasser in den Zylinder hineinspritzte. Ein Knabe, Humphrey Potter, der die hierbei zu betätigenden Hähne bedienen sollte, verband diese durch Bindfäden so mit der Wippe, daß diese Steuerung selbsttätig vor sich ging.



James Watt
(1736—1819)

Watt (1765) verlegte die Verdichtung des Dampfes aus dem Zylinder in einen besonderen Kondensator; er ließ den Dampf abwechselnd auf beide Seiten des Kolbens wirken und setzte die geradlinige Bewegung des Kolbens über eine Schubstange und Kurbel in die drehende Bewegung einer Welle um. Kurz, er erfand alle wesentlichen Teile der heutigen Dampfmaschine. Die Dampfmaschine hat den Anstoß zu der industriellen Entwicklung gegeben, die in unseren Tagen einen weiteren Aufschwung durch die Erfindungen auf dem Gebiet der Elektrizität genommen hat.
Im Jahre 1807 fuhr Fultons erstes Dampfschiff auf dem Hudson. 1814 baute Stephenson seine erste Lokomotive; 1830 übergab er die erste Eisenbahnlinie (von Liverpool nach Manchester) dem Verkehr. Die erste Eisenbahn in Deutschland verband Nürnberg und Fürth; sie wurde 1835 in Betrieb genommen; dann folgte die Strecke zwischen Berlin und Babelsberg. Die ersten Schraubendampfer entstanden etwa um die gleiche Zeit. Die Dampfturbine ist erst 1886 in England und Frankreich in brauchbarer Form gebaut worden. Die Erfindung des Explosionsmotors führt bis in das Jahr 1860 zurück, in dem von dem Franzosen Lenoir die fabrikmäßige Herstellung begonnen wurde. In Deutschland haben Otto und Lange die Entwicklung des Explosionsmotors gefördert. Diesel erhielt 1893 ein Patent auf den von ihm erfundenen Motor. Die Formen der modernen Motoren für Kraftwagen und Flugzeuge haben sich dann im Wettbewerb aller in der Technik führenden Länder herausgebildet, nachdem Daimler 1885 den Benzinmotor für Fahrzeuge ersonnen und Benz 1886 das erste Patent für einen Kraftwagen erhalten hatte.

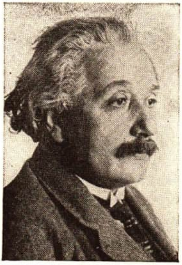
3. Das Wesen der Wärme. Obgleich schon in vorgeschichtlicher Zeit bekannt war, daß durch Reibung Wärme entsteht, hatte man doch bis ins 19. Jahrhundert eine falsche Vorstellung vom Wesen der Wärme. Nur vereinzelte Forscher kamen unseren heutigen Anschauungen nahe. So lehrte Amontons (1663–1705), ein Mitglied der Pariser Akademie, die Wärme bestehe in einer lebhaften Bewegung feiner Wärmeteile, die auch auf die Körperteile übergehen könne. Je größer die Geschwindigkeit der Wärme- und Körperteile sei, desto höher sei die Temperatur. Noch richtiger sah der russische Chemiker Lomonossow (um 1750) das Wesen der Wärme in einer kreisenden Bewegung der Moleküle. Im allgemeinen hielt man jedoch die Wärme für einen Stoff, der von der Wärmequelle in den erwärmten Körper übergehen und sich aus ihm beim Abkühlen wieder verflüchtigen sollte. Hieran hielt auch der Schotte Black fest, der viel dazu beitrug, daß man zwischen Temperatur und Wärmemenge unterscheiden lernte. Er stellte die Begriffe Wärmemenge und spezifische Wärme auf und bestimmte Schmelz- und Verdampfungswärmen. Die Entstehung von Wärme durch Reibung z. B. beim Sägen von Holz wurde dadurch erklärt, daß die Sägespäne eine geringere spezifische Wärme haben sollten als das Holz, so daß beim Sägen dieser Überschuß frei würde. Erstaunlich ist, daß man diese Behauptung nicht sofort durch Versuche geprüft hat. Dies geschah erst 1798 durch den Amerikaner Benjamin Thompson (Graf Rumford), als er in München Kanonenrohre bohren ließ. Durch die Bohrarbeit wurde eiskaltes Wasser zum Sieden gebracht; dagegen konnte er nachweisen, daß die spezifischen Wärmen des Rohres und der Bohrspäne einander gleich waren. Davy brachte kurz darauf Eis durch Reiben zum Schmelzen, obgleich die spezifische Wärme des entstandenen Wassers größer war, als die des Eises. Die Stofftheorie war unhaltbar geworden, und allmählich gewann die Vorstellung Raum, daß Wärme und Arbeit wesensverwandt seien. Unter den vielen, die an der Lösung dieser Frage selbständig mitgearbeitet haben, sind vor allem drei Männer zu nennen: J. Robert Mayer (1814–1878), Arzt in Heilbronn, der als erster mit voller Klarheit folgerte, daß zwischen Wärme und Arbeit eine feste zahlenmäßige Beziehung bestehen müsse, und der das mechanische Wärmeäquivalent aus bekannten Daten zu berechnen lehrte; der englische Privatgelehrte Joule (1818 bis 1889), der ohne Kenntnis der Mayerschen Arbeit das mechanische Wärmeäquivalent auf verschiedenen Wegen experimentell bestimmte; und Hermann v. Helmholtz (1821–1894), zuletzt Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, der das Prinzip der Erhaltung der Energie auf alle ihre Erscheinungsformen ausdehnte. Seine Abhandlung „Über die Erhaltung der Kraft“ vom Jahre 1847 gipfelt in dem Satz (wenn wir uns der heutigen Ausdrucksweise bedienen): Die Gesamtenergie des Weltalls ist konstant.

Den Ausbau der mechanischen Wärmetheorie verdanken wir Clausius (1822–88), zuletzt Professor in Bonn.

Julius Robert Mayer (1814—1878)

Hermann v. Helmholtz (1821—1894)

Rudolf Clausius (1822—1888)



Albert Einstein
(geb. 1879)

Max Planck
(1858—1947)

1905 wies Albert Einstein im Rahmen seiner Relativitätstheorie nach, daß Energie und Masse einander proportional sind, und daß die Gleichung

$$E = m \cdot c^2$$

gilt, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Hiermit besitzen auch Körper, die sich im relativen Ruhezustand befinden und nur eine geringe Wärmeenergie haben, einen sehr großen Energievorrat, der zu einem gewissen Teil bei Atomkernreaktionen frei wird. Umgekehrt besitzt ein Körper um so mehr Masse, je größer seine Energie ist. Die Masse eines Körpers wächst also beispielsweise mit seiner Temperatur, da ja seine Wärmeenergie wächst. Allerdings ist dieser Massenzuwachs wegen der Größe des Quadrats der Lichtgeschwindigkeit sehr klein und kann daher gewöhnlich vernachlässigt werden.

Ein vollständiges Bild von den ständigen Umsetzungen der Energie im Weltgeschehen können wir erst erwerben, wenn wir in einem späteren Abschnitt die Natur der Wärme- und Lichtstrahlen kennengelernt haben (vgl. Teil IIB, § 22). Durch die Untersuchung des Verhaltens der von heißen Körpern ausgesandten Strahlung wurde 1900 der Berliner Physiker Max Planck zu der Überzeugung geführt, daß die Energie nur in ganz bestimmten kleinsten Mengen, den Energiequanten, ausgetauscht werden kann, so wie an Stelle einer stetig aufwärtsführenden Rampe eine Treppe stufenweise in die Höhe führt.

WITTERUNGSKUNDE

§ 67. Lufttemperatur, Luftdruck und Winde

1. Die Atmosphäre. Die Erde ist von einer Gashülle, der Atmosphäre[1]) umgeben, deren Dichte mit der Höhe über dem Erdboden abnimmt. Sie reicht in großer Verdünnung bis in große Höhen. Noch in 300 km Höhe leuchten Sternschnuppen infolge von Reibung beim Durcheilen der Atmosphäre auf. Nordlicht entsteht durch Zusammenstoß kleinster elektrisch geladener Teilchen, die von der Sonne ausgesandt werden, mit den kleinsten Teilen der Luft. Bei diesen Zusammenstößen werden die Luftteilchen zum Leuchten angeregt. Man hat Nordlicht noch in 700 bis 800 km Höhe beobachtet.

Die **Witterungskunde** oder **Meteorologie**[2]) beschäftigt sich mit den in den untersten Schichten der Atmosphäre (bis zu etwa 30 km) auftretenden Erscheinungen, die Wetter und Klima[3]) bestimmen. Hierher gehören Sonneneinstrahlung, Lufttemperatur, Luftdruck, Wind, Luftfeuchtigkeit, Bewölkung, Niederschläge und Gewitter.

2. Die Lufttemperatur. Die Erde gibt durch Strahlung dauernd Wärme an den Weltraum ab. Die Erde ist im Innern heiß; der Wärmestrom nach außen ist aber wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Gesteine, aus denen die Erdkruste besteht, sehr gering. Temperaturmessungen in Bergwerken und Bohrlöchern haben gezeigt, daß das Temperaturgefälle in den obersten 2 km im Mittel 1° auf 30 m beträgt (vgl. auch § 57).

Zur Übung: Versuche auf Grund der Überlegungen in § 57 festzustellen, wieviele Kalorien je cm² im Laufe eines Jahres aus dem Erdinnern an die Oberfläche geleitet werden, wenn die Wärmeleitfähigkeit der Gesteine bezogen auf Silber mit einem mittleren Wert von 0,005 angesetzt wird.

Die Temperatur an der Erdoberfläche ist im wesentlichen von der Wärme abhängig, die der Erde von der Sonne zugestrahlt wird. Die Sonnenstrahlen gehen zum Teil in der Atmosphäre verloren; der hindurchgehende Teil erwärmt die Erdoberfläche (vgl. hierzu § 65, 1); erst diese erwärmt die unteren Luftschichten. In der Nähe des Erdbodens ist die Luft also am wärmsten. Nach oben nimmt die Temperatur bis zu Höhen von 10 bis 17 km um $\frac{1}{2}$° bis 1° für 100 m Höhe ab. Über Deutschland herrscht beispielsweise in 2 km Höhe eine Temperatur von 0° C; in 4, 6, 10 km Höhe betragen die Temperaturen — 10° C, — 23° C, — 50° C.

---

1) atmŏs (griech.) = Dampf; sphaíra (griech.) = Kugel
2) ta mĕtĕōra (griech.) = Luft- und Himmelserscheinungen; lŏgŏs (griech.) = Wort, vernünftiges Denken
3) klíma (griech.) = Neigung (der Erde nach den Polen zu), geographische Lage

Die Temperatur am Erdboden folgt der Einstrahlung durch die Sonne, also dem Sonnenstande. Daraus ergeben sich die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen für einen gegebenen Ort. In der Gegend des Äquators fallen die Sonnenstrahlen steil auf. Dort herrscht jahraus, jahrein am Boden eine mittlere Tagestemperatur von etwa 26° bis 27° C. In die Polargebiete fallen die Sonnenstrahlen nur schräg, und es herrscht die lange Polarnacht. Dort beträgt das Jahresmittel der Temperatur etwa — 24° C mit großen Unterschieden zwischen Sommer und Winter.

Die Lufthülle wirkt als Schutz gegen die Wärmeausstrahlung der Erde. Diese Schutzwirkung ist mit der Bewölkung und dem Wasserdampfgehalt der Atmosphäre stark veränderlich. So erklären sich die großen Unterschiede der nächtlichen Abkühlung, die wir beobachten können.

3. Der Luftdruck. Der Luftdruck wird mit dem Barometer gemessen. Er beträgt in Meeresspiegelhöhe im Durchschnitt 760 Torr oder 1013 mb (vgl. § 37, 3) und nimmt nach oben hin ab. Trägt man auf einer Karte die zu bestimmten Zeiten gemessenen Barometerstände ein und verbindet die Orte gleichen Luftdrucks, wie es in Abb. 184 (S. 211) geschehen ist, so ergeben sich, wenn die Karte ein genügend großes Gebiet umfaßt, geschlossene Linien, die **Isobaren**[1]). Sie umgeben Stellen tiefsten und höchsten Luftdruckes, die als Tiefdruck- und Hochdruckgebiete (in Abb. 184 *T* „Tief" und *H* „Hoch") bezeichnet werden. Um Luftdruckmessungen an Orten, deren Höhe über dem Meeresspiegel verschieden ist, miteinander vergleichen zu können, berechnet man aus ihnen den Druck im Meeresniveau, indem man die barometrische Höhenformel (§ 38, 3) nach b_0 auflöst.

4. Der Wind. In Abb. 178 bedeuten die gestrichelten Geraden ebene Flächen gleichen Luftdruckes in bestimmten Abständen vom Erdboden, die an der

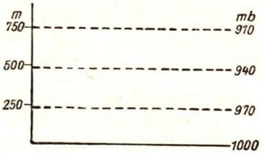


Abb. 178. Luftdruck im ungestörten Gleichgewicht

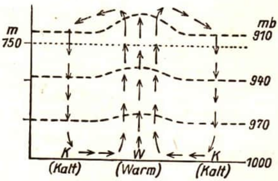


Abb. 179. Flächen gleichen Luftdruckes, gestört

Ordinatenachse angegeben sind. In 750 m Höhe z. B. beträgt der Druck der darüberstehenden Luftsäule 910 mb. Durch die Sonnenstrahlung wird dieser Gleichgewichtszustand gestört. Denn wird durch eine veränderliche Wolkendecke oder infolge der Verschiedenheit der Erdoberfläche ein begrenzter Teil der Erde (*W* in Abb. 179) stärker erwärmt als seine Umgebung (*K*), so wird

1) ísŏs (griech.) = gleich; barýs (griech.) = schwer

in *W* auch die Luft stärker erwärmt und dehnt sich aus. Diese durch die Erwärmung leichter gewordenen Luftmassen heben sich über *W* mehr als über *K*. Denken wir uns dann beispielsweise in 750 m Höhe eine waagerechte Ebene, so lastet auf ihr über *W* eine schwerere Luftsäule als in der Umgebung *K*; deshalb fließt oberhalb von *W* die Luft seitwärts ab. Die Folge hiervon ist, daß der Luftdruck am Erdboden bei *W* sinkt, während er bei *K* steigt. Zum Ausgleich dieses Druckunterschiedes setzt sich dann die Luft in der Nähe der Erdoberfläche in der Pfeilrichtung in Bewegung; auf diese Weise entstehen die Winde. — Am Tage erwärmt sich das Land stärker als das Wasser. In der Höhe entsteht daher auf die beschriebene Weise ein Druckgefälle vom Land zum Meer; als Ausgleichsströmung weht unten ein Seewind zum Lande (Abb. 180). Nachts, wenn sich das Land stark abgekühlt hat, entwickelt sich die umgekehrte Strömung. – Ähnlich wie derartige See- und Landwinde entstehen je nach der Jahreszeit örtliche oder lokale[1]) Winde auch zwischen Feld und Wald und zwischen Berg und Tal (vgl. hierzu § 57, 1).

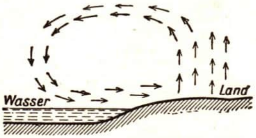


Abb. 180. Seewind bei Tage

Man benennt einen Wind nach der Richtung, aus der er weht. Diese Richtung bestimmt man von alters her mit der Wetterfahne. Zur Messung der Windgeschwindigkeit oder Windstärke dient das Anemometer[2]); aus der Drehgeschwindigkeit eines Windrades schließt man auf die Windstärke (s. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 90). Die Wetterwarten benutzen folgende Windskala:

Windstärke Nr.	0	2	4	6	8	10	12
Windstärke in m/s	0–0,3	1,8–3,3	5,3–7,4	9,9–12,4	15,3–18,2	21,6–25,1	über 29
Art des Windes	Windstille	leichter Wind	mäßiger Wind	starker Wind	stürmischer Wind	voller Sturm	Orkan

5. Die großen Luftströmungen auf der Erdoberfläche. Der Äquatorgürtel wird dauernd stärker erwärmt als die übrigen Teile der Erde. Dadurch entsteht am Äquator ein aufsteigender Luftstrom, der, ähnlich wie wir es soeben für kleine Gebiete kennenlernten, in einigen Kilometern Höhe nach N und S abfließt. Zum Ausgleich strömen dicht über der Erdoberfläche Luftmassen dem Äquator zu.

Nun werden aber infolge der Drehung der Erde um ihre Achse auf der nördlichen Halbkugel alle Winde nach rechts abgelenkt. Die Luft nimmt nämlich an der von W nach O gerichteten täglichen Erddrehung teil. Je näher ein Erdort am Äquator liegt, desto größer ist sein Abstand von der Erdachse,

1) lŏcŭs (lat.) = Ort 2) anemŏs (griech.) = Wind

desto größer ist also auch seine Geschwindigkeit. Die südwärts strömenden Luftmassen haben daher in 30° n. Br. eine geringere westöstliche Geschwindigkeit als die Erdoberfläche in südlicheren Breiten. Da nun jeder sich bewegende Körper außer der Größe auch die Richtung seiner Geschwindigkeit beizubehalten sucht, bleibt der Wind gegen die Erdoberfläche zurück: aus dem Nordwind wird ein Nordostwind.

In den südlichen Breiten der Nordhalbkugel herrscht daher ein Nordostwind, der als **Passat**[1]) bezeichnet wird.

Die in größeren Höhen vom Äquator nach N abfließenden Luftmassen gelangen umgekehrt in Breiten mit geringerer Geschwindigkeit. Weil sie ihre größere westöstliche Geschwindigkeit beibehalten, eilen sie der Erddrehung bei ihrem Übergang zu höheren Breiten voraus; also auch sie werden immer weiter nach rechts abgelenkt, so daß aus dem Südwind ein Südwestgegenpassat und in etwa 30° n. Br. („Roßbreiten") schließlich ein West-Ost-Strom geworden ist (Abb. 181). Da vom Äquator her immer neue Luft nachströmt, staut sich die Luft; es entsteht eine Zone hohen Luftdrucks, und die Luftmassen strömen zum Teil am Boden zum Äquator zurück. So ist der Kreislauf geschlossen.

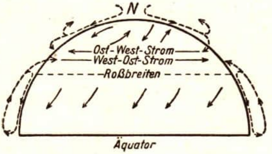


Abb. 181. Die großen Windsysteme der Erde

Zur Übung: Stelle die entsprechenden Überlegungen für die südliche Erdhalbkugel an.

Von diesem Schema aber weichen z. B. die Winde in Ostasien im Sommer erheblich ab. Dort wird die Luft über dem Innern des Festlandes im Sommer so stark erhitzt, daß statt des Nordostpassats ein Wind vom Meer in Äquatornähe nach dem Innern des Festlandes in mittleren nördlichen Breiten weht. Auch diese Luftströmung wird abgelenkt, und so entsteht der im Sommer wehende Südwestmonsun.

6. Die Zone veränderlicher Winde. Über den Polen wird die Luft stark abgekühlt; es entwickelt sich ein starkes Hochdruckgebiet. Daher wehen an der Erdoberfläche Winde vom Pol fort. Die vom Nordpol südwärts wehenden Winde werden infolge ihrer Rechtsablenkung schließlich zu einem kalten Ost-West-Strom (Abb. 181). Wenn diese kalten Luftmassen und Luftmassen aus dem warmen West-Ost-Strom gegenseitig ineinander eindringen, entstehen die veränderlichen Tief- und Hochdruckgebiete, die das Wetter unserer Breiten beherrschen. Wir sahen, daß bei der in Abb. 179 dargestellten Strömung im Kern *W* ein Tief herrscht. Die Luft strömt am Boden von außen nach dem Kern; wir nennen eine solche Bewegung eine **„Zyklone"**[2]). Luft strömt aus allen Richtungen zum Tief und wird dabei nach rechts abgelenkt; es entsteht eine linksdrehende Strömung nach innen. In *K* der

1) pássus (lat.) = Schritt; passáta (ital.) = Durchgang
2) kȳklŏs (griech.) = Kreis

Abb. 179 herrscht wegen der in der Höhe zufließenden Luftmassen ein Hoch. Die Luft strömt am Boden vom Kern fort nach allen Seiten, an denen der Luftdruck geringer ist; sie wird dabei nach rechts abgelenkt. Es entsteht eine **„Antizyklone"**[1]), eine rechtsdrehende Strömung nach außen. In Abb. 182 sind eine Zyklone (a) und eine Antizyklone (b) schematisch dargestellt.

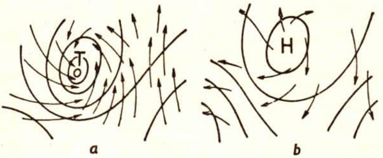


Abb. 182. a Zyklone, b Antizyklone

§ 68. Wolken und Niederschläge

Die Methoden zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit lernten wir bereits in § 54, 5 kennen. Die nach dem Schema der Abb. 179 in *W* aufsteigende Luft dehnt sich aus, da ja der auf ihr lastende Druck nach der barometrischen Höhenformel um so geringer wird, je höher die Luft steigt. Bei dieser Ausdehnung gegen den Druck der darüberliegenden Luftsäule kühlt sich die Luft entsprechend der bei der Ausdehnung geleisteten Arbeit ab. Sie enthält Wasserdampf und hat am Boden eine gewisse relative Feuchtigkeit, die bei der Abkühlung während des Aufsteigens immer größer wird. Schließlich ist die Luft soweit abgekühlt, daß der Sättigungspunkt des Wasserdampfes erreicht ist. Was dann geschieht, machen wir uns durch den folgenden Versuch klar: Wir bringen nach Abb. 183 in einen großen Glaskolben etwas Wasser und eine geringe Menge Rauch. Dann blasen wir möglichst stark in die Flasche hinein und schließen sie. Wenn wir sie nach kurzer Zeit wieder öffnen, dehnt sich die zusammengepreßte Luft aus; dabei kühlt sie sich ab, und der in ihr enthaltene Wasserdampf verdichtet sich zu Nebeltröpfchen. So entstehen auch die Wolken: Bei der Abkühlung der Luft unter den Sättigungspunkt verdichtet sich der überschüssige Dampf, meistens an mikroskopisch kleinen Beimengungen der Luft, sog. Kondensationskernen, zu **Wolken**, die also aus feinsten Wassertröpfchen oder Eiskristallen bestehen und von der Luft noch getragen werden. Wolken, die auf dem Erdboden lagern, heißen **Nebel**.

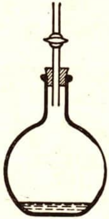


Abb. 183. Versuch zur Nebelbildung

Kommt relativ feuchte Luft mit Körpern in Berührung, die sich durch Wärmeausstrahlung stark abgekühlt haben, so entstehen **Tau** oder **Reif**, je nachdem ob die Temperatur über oder unter 0° C liegt.

Zur Übung: Überlege, warum Tau oft kurz nach Sonnenuntergang und kurz vor Sonnenaufgang gebildet wird!

---

1) antí (griech.) = gegen

Man unterscheidet vier Grundformen der Wolken: Die höchsten Wolken sind die Federwolken (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 93). Es sind feine, faserige Wolkenstreifen in etwa 7 bis 13 km Höhe. Die Haufenwolken sind scharf umgrenzte mächtige Ballen, die hoch aufstreben (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 91). Sie leuchten blendend weiß in der Sonne und haben kräftige Schatten. Die dritte Art bilden die dicken, formlosen, dunklen Regenwolken mit zerfetzten Rändern. Am niedrigsten liegen die Schichtwolken, die sich als dünne zusammenhängende Schicht in $\frac{1}{2}$ bis 1 km Höhe über den Himmel ziehen. Zwischen diesen Hauptformen gibt es mannigfache Übergänge: Den Übergang zwischen Feder- und Haufenwolke bilden z.B. die Schäfchenwolken. Sie entstehen an der Grenze von zwei verschiedenen bewegten Luftschichten. Die wellenförmige Anordnung der Schäfchenwolken zeigt uns unmittelbar die Wellen an, die die beiden Luftschichten gegeneinander bilden.

Wenn die Wassertröpfchen oder Eiskristalle in den Wolken allmählich größer werden, so können sie schließlich nicht mehr in der Luft schweben und fallen als Regen, Schnee, Graupeln oder Hagel nieder. Um diese atmosphärischen Niederschläge zu messen, stellt man im Freien Regenmesser auf. Man mißt mit ihnen die Niederschlagshöhe; diese gibt an, wie hoch die Niederschläge den Boden bedecken würden (Schnee, Graupeln und Hagel, nachdem sie geschmolzen sind), wenn sie nicht abliefen, versickerten oder verdunsteten. Der Regenmesser (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb.96) hat eine obere Öffnung von genau bestimmtem Querschnitt. Die auf diese Fläche fallende Niederschlagsmenge wird durch einen Trichter in einem Meßzylinder gesammelt, dessen Querschnitt in dem dargestellten Regenmesser $\frac{1}{10}$ des oberen Querschnittes beträgt. So kann man aus der Höhe des Wasserstandes im Meßzylinder in Zentimetern die in Millimetern anzugebende Niederschlagshöhe direkt ablesen.

In Deutschland beträgt die mittlere jährliche Niederschlagshöhe etwa 700 mm. Durchschnittlich ist die Niederschlagsmenge am größten in den Tropen; es folgen an den Wendekreisen Trockengebiete; in den höheren Breiten ist die Niederschlagsmenge wieder größer und nimmt dann nach den Polen zu ab.

Die Niederschlagshöhe ist sehr stark von den örtlichen Verhältnissen abhängig. Am größten ist sie an den Abhängen der Gebirge, an denen die heranströmende Luft zum Aufsteigen gezwungen wird. Die größte jährliche Niederschlagsmenge wird in Hinterindien am Fuß des Himalaja zu 10 m beobachtet.

Diese großen Wassermengen werden durch Verdunstung und anschließende Luftströmung in die Höhe befördert, in der sich die Wolken bilden. Dort kondensieren sie sich und fallen schließlich als Niederschlag wieder herab. Die zur Verdunstung verbrauchte große Energie entstammt der Sonnenstrahlung.

§ 69. Das Wetter in Mitteleuropa

1. Die Wettervorhersage. Bricht warme Luft aus der West-Ost-Strömung der Roßbreiten in die kalte, von der Polkappe stammende Luft ein, so übt sie wegen ihrer geringeren Dichte einen geringeren Druck am Boden aus, als die umgebende kalte Luft. Es entsteht, wie wir sahen, ein Tief und daraus eine Zyklone. Der Durchmesser der europäischen Zyklonen beträgt 2000 bis 3000 km, doch kommen auch viel kleinere Störungsgebiete vor. Da die warme Luft im Strömen von W nach O begriffen ist, wandern auch die Zyklonen im allgemeinen von W nach O. Die Erfahrung hat gezeigt, daß es geraume Zeit dauert, bis der Druckunterschied durch die Windströmungen ausgeglichen wird. Wir können also ein solches Tief in seiner Wanderung von W nach O verfolgen. Hierauf beruht die Möglichkeit der Wettervorhersage. Es sind nämlich mit dem Herannahen eines Tiefs bestimmte Wetterveränderungen verbunden.

2. Die Wetterkarte. Man hat an vielen Stellen des europäischen Festlandes und des Atlantischen Ozeans Wetterstationen errichtet, in denen täglich dreimal der Barometerstand, die Temperatur, die Windrichtung und Windstärke, die Niederschlagsmenge, die Luftfeuchtigkeit, die Art und Dichte der Bewölkung usw. gemessen werden. Vor allem ist die Kenntnis des Luftdrucks wichtig, denn aus seiner räumlichen Verteilung erkennt man die Lage des Tiefs und aus den zeitlichen Veränderungen die Bewegungsrichtung des Tiefs. Die Meldungen der Wetterbeobachtungsstellen gehen an eine Hauptwetterwarte, wo die Angaben in eine Wetterkarte (Abb. 184) eingezeichnet werden. Außerdem werden durch Ballon- und Flugzeugaufstiege auch die höheren Luftschichten untersucht. Die Wetterkarte dient dann als Unterlage für die Wettervorhersage.

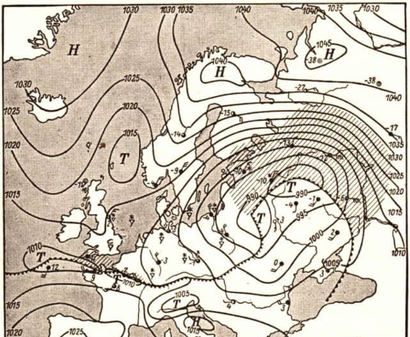


Abb. 184. Wetterkarte

1015, 1020 usw. Barometerstand in mb — 3, — 6 usw. Temperatur — Windrichtung, Windstärke (Nordost Stärke 2) — Bewölkung (wolkenlos, halb, ganz bedeckt) — Böenfront — Aufgleitfront — Schneefall — Front in der Höhe — Schauer — Niederschlagsgebiete

Auf der Wetterkarte sind die wichtigsten Beobachtungsorte als kleine Kreise eingetragen, die je nach dem Grad der Bewölkung gar nicht, zu $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ oder ganz ausgefüllt sind. Daneben steht die beobachtete Temperatur. Die Kreise bedeuten zugleich die Spitzen von Pfeilen, die mit dem Winde fliegen. Die Windgeschwindigkeit wird durch die Fiederung der Windpfeile dargestellt, und zwar jeder Grad der Windstärke durch ein halbes Fiederchen; zusammenhängende Niederschlagsgebiete sind schraffiert /////////. In unserm Beispiel weht also in Hamburg ein Wind von der Stärke 2 aus N; der Himmel ist zu drei Viertel bedeckt; die Temperatur beträgt — 3° C und der Luftdruck 1007 mb. Der Stern bedeutet Schneefall. Ein Kreis um die Station herum bedeutet Windstille (z. B. die russischen Beobachtungsstationen im Nordosten).

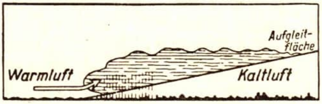


Abb. 185 Lotrechter Schnitt durch Warmfront

Die Richtung der Windpfeile stimmt, wie wir sehen, im großen und ganzen mit der Richtung der Pfeile in Abb. 182a überein. In Abb. 184 ist die von Südwesten einbrechende Warmluft (vergleiche die Temperaturen um das Tief herum) durch zwei Fronten von dem Gebiet der kalten Luft getrennt. An der östlichen der beiden Fronten stößt die warme Luft auf kalte und gleitet auf ihr aufsteigend in die Höhe (vgl. Abb. 185, die einen lotrechten Schnitt durch die Warmfront darstellt). Man nennt diese Front die **Warmfront** oder **Aufgleitfront.** Beim Aufsteigen kühlt sich die Luft allmählich ab. Es bilden sich Wolken. In den Wolken entstehen Regentropfen. Ein weites Gebiet wird von Dauerregen, der aus der warmen aufsteigenden Luft fällt, bedeckt (//////////). Denken wir uns eine solche Warmfront über dem Ort, an dem wir das Wetter beobachten, von W nach O hinwegziehen: Wir beobachten dann zuerst ein Fallen des Barometers und ein Drehen des Windes gegen S, sowie das Auftreten von ganz hohen, weißen Federwolken. Die Temperatur ändert sich kaum. Dann wird die Wolkendecke bei weiter fallendem Luftdruck immer dichter, niedriger und grauer, bis schließlich Dauerregen oder Dauerschneefall einsetzt und so lange anhält, bis die Aufgleitfront vorübergezogen ist. Dann hört der Niederschlag auf, und die Temperatur steigt rasch an. Zwischen den beiden Fronten sehen wir auf der Karte ein niederschlagfreies Gebiet, das aber größtenteils bewölkt ist. Die westliche Front stellt die hintere Grenze zwischen der eingedrungenen Warmluft und der kalten Luft dar. Hier schiebt sich die kalte nachdrängende Luft meist stürmisch unter die warme, was zu Böen und Schauern, im Sommer oft zu Gewittern führt. Diese **Kaltfront** wird daher auch **Böenfront** genannt. Die Schauer sind in der Wetterkarte durch das Zeichen ∇ angedeutet. Beim Vorüberziehen der Böenfront verstärkt sich der Wind und dreht gegen N; die Temperatur fällt. Im nördlichen Teil des Tiefs, das in Abb. 184 durch die beiden 990-mb-Isobaren gebildet wird, erreicht die Warmluft den Erdboden nicht mehr; ihre Anwesenheit in den höheren Schichten verrät sich nur durch das Fallen des Barometers und durch den herrschenden Regen. Antizyklonen werden von der kalten Luft gebildet, die zwischen zwei Zyklonen liegt. Diese Antizyklonen wandern mit den Zyklonen. Daneben bilden sich in Europa auch Hochdruckgebiete aus, deren Kern kaum wandert. Wegen der absteigenden Bewegung der Luft in den Antizyklonen, die zu einer Erwärmung der Luft führt, lösen sich Wolken auf, und es herrscht heiteres, trockenes Wetter. Im Winter sind die untersten Schichten wegen der starken Wärmeausstrahlung des Bodens kalt, was zur Bildung von Nebel führt.

§ 70. Geschichtliche Entwicklung

Barometer und Thermometer wurden ziemlich gleichzeitig in der Mitte des 17. Jahrhunderts erfunden. Daraufhin wurden messende Wetterbeobachtungen schon von Angehörigen der Florentiner Akademie gemacht. In England und Rußland wurde um das Jahr 1800 eine einheitliche Beobachtung auf Veranlassung A. v. Humboldts eingeführt. Doch konnten die Ergebnisse noch nicht zur Wettervorhersage verwendet werden, weil die dazu notwendige schnelle Nachrichtenübermittlung noch fehlte. Wirklichen Aufschwung konnte die systematische Wetterbeobachtung erst nach der Einführung der telegraphischen Nachrichtenübermittlung nehmen.

Dies geschah um 1850. Im Jahre 1846 war in Berlin das Meteorologische Institut gegründet worden. 1848 wurde der erste deutsche Wetterdienst organisiert. Im Jahre 1910 besaß Deutschland bereits 300 Wetterwarten, auf denen dreimal täglich beobachtet wurde.

Die Erforschung der höheren Schichten der Atmosphäre begann in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Sie wird durch Ballonfahrten, Aufstiege von Drachen und Registrierballons, d. h. unbemannten Ballons mit selbstaufzeichnenden Instrumenten (bis zu fast 40 km Höhe), sowie von Flugzeugen aus durchgeführt.

Sachverzeichnis