LEHRBUCH DER PHYSIK

OBERSCHULE TEIL I

Lehrbuch der Physik

für die Oberschule

TEIL I

Kursunterricht 9. und 10. Schuljahr

Zweite, durchgesehene Auflage

Mit 309 Abbildungen

ARBEITSGEMEINSCHAFT

VOLK UND WISSEN VERLAGS GMBH

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT

BERLIN-LEIPZIG

1947

Herausgegeben von der physikalischen Lehrfachkommission
bei der Deutschen Verwaltung für Volksbildung
in der Sowjetischen Besatzungszone

Best.-Nr. 6002a · Preis RM 5.90
Genehmigt unter Nr. G-17324 am 19.8.1946

Satz: (M 109) B. G. Teubner, Leipzig C 1, Poststr. 3 — A 748
Druck: (M 165) Fischer & Wittig, Leipzig C 1, Teubnerstr. 12 — (Nr. 111) Liz.-Nr. 334

Inhaltsverzeichnis

Akustik

§ 1. Schallerzeugung 5
§ 2. Schallausbreitung und Schallempfang 9
§ 3. Die Tonleiter 12
§ 4. Töne gespannter Saiten 15
§ 5. Tönende Stäbe und Platten 17
§ 6. Tönende Luftsäulen 18
§ 7. Resonanz 20
§ 8. Das menschliche Stimmorgan und die Stimme 21
§ 9. Das Gehörorgan und das Hören .. 22
§ 10. Geschichtliche Entwicklung 24

Optik

§ 11. Ausbreitung des Lichtes im Raume 25
§ 12. Reflexion des Lichtes 28
§ 13. Reflexion des Lichtes an Hohlspiegeln 31
§ 14. Die Brechung des Lichtes 35
§ 15. Linsen und Linsenbilder 40
§ 16. Die optischen Instrumente und das Auge 44
§ 17. Geschichtliche Entwicklung 53
§ 18. Die Zerlegung des Lichtes 54
§ 19. Die Linsenfehler und ihre Berichtigung 59
§ 20. Lichtabsorption 61
§ 21. Körperfarben 62
§ 22. Geschichtliche Entwicklung 63
§ 23. Lichterzeugung 64
§ 24. Photometrie 65
§ 25. Lichttechnische Daten 67

Astronomie

A. Geozentrische Bewegungen der Himmelskörper 69
§ 26. Orientierung in der Horizontebene 69
§ 27. Orientierung am Sternenhimmel .. 71
§ 28. Die tägliche Bewegung der Sonne am ruhenden Himmel 74
§ 29. Der rotierende Fixsternhimmel ... 77
§ 30. Der jährliche Umlauf der Sonne am rotierenden Himmel 83
§ 31. Die Mondbewegung in geozentrischer Darstellung 87
§ 32. Die Planetenbahnen 90

B. Unser Sonnensystem 91
§ 33. Ältere Auffassungen bis Kopernikus 91
§ 34. Gestalt und Größe der Erde 92
§ 35. Die Achsendrehung der Erde 94
§ 36. Die jährliche Bewegung der Erde . 96
§ 37. Der Mond im Kopernikanischen System 98
§ 38. Die Planetenbahnen in heliozentrischer Darstellung 101
§ 39. Die Keplerschen Gesetze 104
§ 40. Die physische Beschaffenheit der Sonne 105
§ 41. Die physische Beschaffenheit der Planeten, Kometen, Meteoriten und des Mondes 107

C. Das Fixsternsystem 111
§ 42. Helligkeit und Zahl der Sterne .. 112
§ 43. Farbe. Spektrum. Temperatur ... 114
§ 44. Parallaxe und Entfernung 116
§ 45. Helligkeit und Entfernung 118
§ 46. Bewegung der Sterne 120
§ 47. Die Bewegung des Sonnensystems 122
§ 48. Die Milchstraße und das System der Fixsterne 123
§ 49. Das Universum 127

Mechanik

A. Bewegungslehre 130
§ 50. Die gleichförmige Bewegung 130
§ 51. Die ungleichförmige Bewegung .. 132
§ 52. Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung 135
§ 53. Der freie Fall 137
§ 54. Die Bewegung auf der schiefen Ebene 139
§ 55. Zusammensetzung von Bewegungen 140
§ 56. Die gleichförmige Kreisbewegung 143
§ 57. Geschichtliche Entwicklung 147

B. Kraft und Bewegung 148
§ 58. Kraft und Masse 148
§ 59. Das absolute Maßsystem 153
§ 60. Wichte und Dichte 154
§ 61. Die Zusammensetzung von Kräften. Die Zerlegung einer Kraft 155
§ 62. Der Wurf 159
§ 63. Bewegungshindernisse 162
§ 64. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße („Impulssatz") . 164
§ 65. Die Zentral- und die Fliehkraft .. 167
§ 66. Harmonische Schwingungen 171
§ 67. Das mathematische Pendel 174
§ 68. Drehung um eine feste Achse. Der Schwerpunkt 176
§ 69. Das Trägheitsmoment 180
§ 70. Der Kreisel 182
§ 71. Geschichtliche Entwicklung 186

C. Arbeit und Energie 187
§ 72. Die Arbeit 187
§ 73. Die Leistung 190
§ 74. Mechanische Energie 192
§ 75. Der Stoß 196
§ 76. Geschichtliche Entwicklung 199

D. Die Gravitation 200
§ 77. Das Gravitationsgesetz 200
§ 78. Anwendungen des Gravitationsgesetzes 202
§ 79. Die Gezeiten 205

E. Flüssigkeiten und Gase 207
§ 80. Die Moleküle 207
§ 81. Grundeigenschaften der Flüssigkeiten 208
§ 82. Auftrieb und Schwimmen 211
§ 83. Molekularkräfte 212
§ 84. Grundeigenschaften der Gase 214
§ 85. Die kinetische Gastheorie 217
§ 86. Folgerungen aus der Theorie 220
§ 87. Lösungen und Suspensionen 222
§ 88. Diffusion und Osmose 225
§ 89. Geschichtliche Entwicklung 226

F. Strömende Flüssigkeiten 227
§ 90. Wasserkraftmaschinen 227
§ 91. Aërodynamisches Paradoxon 231

Wärmelehre

§ 92. Die Temperatur und ihre Messung 233
§ 93. Die Ausdehnung fester Körper . 235
§ 94. Die Ausdehnung der Flüssigkeiten 238
§ 95. Die Ausdehnung der gasförmigen Körper 241
§ 96. Wärmemenge und spezifische Wärme 247
§ 97. Schmelzen und Erstarren 252
§ 98. Sublimieren und Kondensieren .. 255
§ 99. Sieden und Verflüssigung 255
§ 100. Der Dampf 258
§ 101. Die Kondensation der Gase 264
§ 102. Das Verhalten von Lösungen bei Temperaturänderungen 267
§ 103. Der Temperaturausgleich 268
§ 104. Die Dampfmaschinen 272
§ 105. Die Verbrennungsmotoren 280
§ 106. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Der erste Hauptsatz der Wärmelehre 284
§ 107. Die Energieausnutzung in den Wärmekraftmaschinen 291
§ 108. Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre 292
§ 109. Kälteerzeugung 296
§ 110. Die mechanische Theorie der Wärme 299
§ 111. Unsere Energiequellen 305
§ 112. Zur Geschichte der Wärmelehre 307

Witterungskunde

§ 113. Lufttemperatur, Luftdruck und Winde 311
§ 114. Wolken und Niederschläge 315
§ 115. Das Wetter in Mitteleuropa 317
§ 116. Geschichtliche Entwicklung 319

Sachverzeichnis 320

AKUSTIK

Alles, was wir mit dem Ohr wahrnehmen können, nennen wir **Schall.** Für die verschiedenen Arten des Schalles gibt es mannigfache Bezeichnungen. Man unterscheidet z. B. Töne, Klänge, Geräusche. Wir können gefühlsmäßig unmittelbar beurteilen, ob ein Ton höher oder tiefer oder ob er lauter oder leiser ist als ein anderer. Ist eine Geige nach einem Klavier gestimmt, dann empfinden wir entsprechende Töne als gleich hoch. Sie klingen aber, auch wenn sie gleich laut sind, ganz verschieden. Man sagt: die Töne einer Geige haben eine andere Klangfarbe als die des Klaviers. Unsere Erfahrungen lehren uns also, daß wir Töne nach ihrer **Höhe,** ihrer **Stärke** und ihrer **Klangfarbe** unterscheiden können.

§ 1. Schallerzeugung

1. Schallquellen. Wenn wir irgendeinen Schall wahrnehmen, dann können wir stets einen Körper nachweisen, von dem der Schall ausgeht. Man nennt ihn die Schallquelle. Solche Schallquellen sind ein z. B. in einen Schraubstock gespannter Stahlstreifen (Abb. 1), eine Stimmgabel, eine Saite, irgend ein Musikinstrument usw. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß in jeder tönenden Schallquelle lebhafte Bewegung herrscht. Sie ist unserem Auge häufig verborgen, wir können sie aber durch besondere Hilfsmittel nachweisen z. B. bei einer angeschlagenen Stimmgabel (Abb. 2) oder einer Glocke durch ein kleines Pendel (Glaskügelchen an einem Faden), bei einer angestrichenen Saite durch aufgesetzte Papierreiter, bei einer tönenden Platte durch aufgestreuten Sand usw. Bei dem Versuch mit dem Stahlstreifen können wir feststellen, daß schnelle elastische Schwingungen die Ursache des Tones sind. Wenn das freie Ende des Streifens lang ist, können wir die Schwingungen sehen, wir hören aber noch nichts. Verkürzen wir den Streifen, so folgen die Schwingungen schneller aufeinander, und wir vernehmen auch bald einen Ton. Dieser wird um so höher, je kürzer das freie Ende des Stahlstreifens ist, je schneller es also hin und her schwingt.

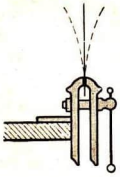


Abb. 1. Schwingender Stahlstreifen

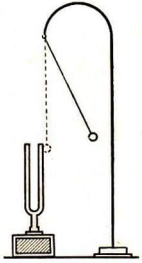


Abb. 2. Nachweis der Stimmgabelschwingungen

Wir können derartige Schwingungen noch auf andere Weise hervorrufen. Beim Sägen hört man ein kreischendes Geräusch; dreht man ein Zahnrad

und hält gegen die Zähne ein federndes Stück Pappe, so vernimmt man einen Ton, der um so höher wird, je schneller man dreht. Eine solche Vorrichtung zur Erzeugung von Tönen nennt man eine Zahnradsirene (Abb. 3).

Abb. 3. Zahnradsirene

Bei Sirenen, wie sie in Fabriken verwendet werden, wird der Ton durch regelmäßige Luftstöße hervorgerufen. Bläst man einen Luftstrom gegen eine sich drehende, mit einem Kranz von Löchern in gleichem Abstand versehene Scheibe, so werden in regelmäßiger Folge Luftstöße erzeugt, und wir hören einen Ton. Eine solche Vorrichtung heißt Lochsirene (Abb. 4).

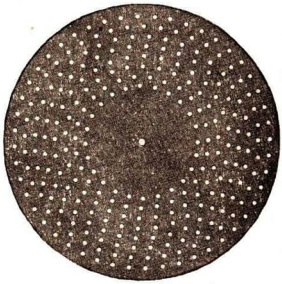


Abb. 4. Lochsirene

2. Tonhöhe und Tonstärke. Dreht sich die Scheibe schneller, dann wird der Ton höher. Der heulende Ton beim Anlaufen einer solchen Sirene wird also durch Änderung der Drehgeschwindigkeit erzeugt. Verstärkt man den Luftstrom, ohne die Geschwindigkeit der Drehung zu ändern, so bleibt die Tonhöhe erhalten, aber der Ton wird lauter. Ähnliches können wir bei den anderen Versuchen beobachten:

Abb. 5. Aufzeichnung der Schwingungen einer Stimmgabel (Schema)

Je kräftiger die Schwingungen sind, um so lauter ist der Ton. Je zahlreicher die Schwingungen in einer bestimmten Zeit sind, desto höher ist der Ton.

Gewöhnlich gibt man an, wieviel Schwingungen in 1 s ausgeführt worden sind, und nennt diese Zahl die „Schwingungszahl" oder Frequenz[1]) des betreffenden Tones. Man versieht sie mit der Benennung „Hertz", abgekürzt Hz[2]). Wir können im günstigsten Falle zwei Töne noch unterscheiden, wenn ihre Schwingungszahlen um 0,3 % verschieden sind.

3. Aufzeichnung von Schwingungen. An der einen Zinke einer Stimmgabel ist eine Schreibspitze befestigt. Wir schlagen die Gabel an und ziehen die Spitze über eine berußte oder mit Sporen von Bärlapp (Lykopodium) bestäubte Glasplatte. Auf dieser zeichnen sich Wellenlinien auf (Abb. 5 u. 6). Wir wiederholen den Versuch, ohne die Gabel aufs neue anzuschlagen. Dabei beobachten wir: die Gabel tönt mit der Zeit immer leiser, aber der Ton be-

1) frequens (lat.) = zahlreich. 2) Heinrich Hertz, 1857—1894.

hält unverändert seine Höhe. Die Ausbuchtungen der Wellenlinien werden immer flacher, aber ihr gegenseitiger Abstand ändert sich nicht, wenn die Bewegung der Spitze gegenüber der Platte ganz gleichmäßig war. Daraus erkennen wir: die Höhe der seitlichen Ausbuchtungen, die sog. **Schwingungsweite,** ist ein Kennzeichen für die Tonstärke. Da die Tonhöhe unverändert geblieben ist, so hat sich auch die Schwingungszahl der Gabel nicht geändert. Kennt man diese, so kann man durch Zählen der Ausbuchtungen feststellen, wie lange das Vorbeiziehen gedauert hat.

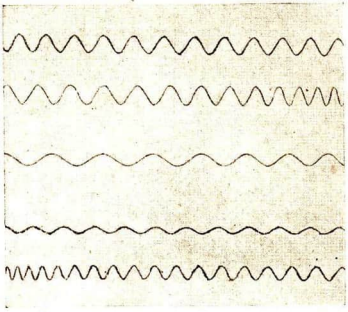


Abb. 6. Stimmgabelschwingungen

Eine Schreibstimmgabel mit bekannter Schwingungszahl ist also sehr gut zur Untersuchung der Dauer von Bewegungen geeignet. Mit einer Stimmgabel von 100 Hz kann man z. B. Zeiten bis auf $\frac{1}{100}$ s genau messen. Wir werden später davon Gebrauch machen. Wir können in ähnlicher Weise auch die Schwingungen einer Saite aufzeichnen. Zu diesem Zwecke löten wir an eine Messingsaite eine Schreibspitze, spannen die Saite auf einem Monochord[1]) (Abb. 7, vgl. S. 15) aus, bringen sie durch Anstreichen oder Zupfen zum Tönen und ziehen gleichzeitig die vorbereitete Glasscheibe an der Spitze vorbei. Auf der Glasplatte ergeben sich wieder Wellenlinien. Diese sind aber nicht so ebenmäßig geschlängelt wie bei der Stimmgabel, sondern zeigen viele große und kleine Zacken (Abb. 8). Je nach der Art der Erregung der Saite ergeben sich verschiedene Formen. Gleichzeitig können wir hören, daß auch der Klang der Saite sich ändert, wenn

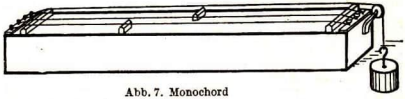


Abb. 7. Monochord

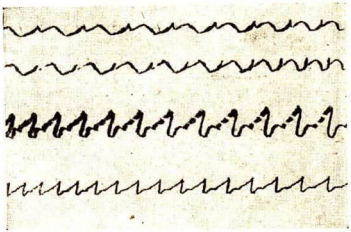


Abb. 8. Saitenschwingungen

1) mónos (griech.) = allein; chŏrdḗ (griech.) = Darm, Saite.

man sie an verschiedenen Stellen anstreicht. Wir stellen also fest, daß die Klangfarbe mit der Form der Schwingung zusammenhängt.

Es entsprechen sich demnach:

Tonhöhe und Schwingungszahl
Tonstärke und Schwingungsweite
Klangfarbe und Schwingungsform.

Will man Luftschwingungen sichtbar machen, so kann man dazu eine Vorrichtung nach Art der Abb. 9 benutzen. Sie besteht aus zwei halblinsenförmigen Kapseln, die durch eine dünne Membran getrennt sind. In den einen Raum K wird Leuchtgas eingeleitet. Es brennt zunächst mit ruhiger Flamme F. Hält man vor den Trichter T eine tönende Stimmgabel, so beginnt die Flamme zu zucken. Betrachtet man sie in einem Drehspiegel D, so wird das Bild der Flamme zu einem Zackenband auseinandergezogen. Bei gleichbleibender Drehgeschwindigkeit sind die Zacken um so zahlreicher, je höher der Ton ist. Singen wir verschiedene Vokale mit gleichbleibender Tonhöhe in den Trichter hinein, so ergeben sich wechselnde Lichtbänder regelmäßiger Form mit zahlreichen Nebenzacken je nach der Klangfarbe des betreffenden Vokals. Man sieht also auch hier den Zusammenhang von Klangfarbe und Schwingungsform.

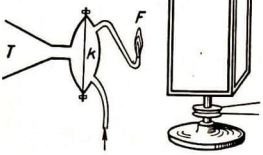


Abb. 9. Untersuchung von Luftschwingungen mit der Membrankapsel

Klatschen wir in die Hände oder erzeugen irgendein anderes Geräusch, so gerät die Flamme auch in Zuckungen, aber das Bild im Drehspiegel zeigt keinerlei Regelmäßigkeiten. Einem Geräusch kann man keine bestimmte Tonhöhe zuschreiben. Dementsprechend zeigt das Flammenbild, daß bei einem Geräusch ganz unregelmäßige Stöße der Luft auf die Membran ausgeführt werden.

Abb. 10. Bild einer Grammophonnadelspur

Auf einer Grammophonplatte erkennt man mit einer Lupe feine Wellenzüge (Abb. 10). Beim Abspielen wird eine Stahlnadel in diesen Kurven entlang geführt. Dadurch wird eine Membran in entsprechende Schwingungen versetzt; diese werden von uns als Töne wahrgenommen. Bei der Aufnahme von Musik werden umgekehrt die Luftschwingungen auf eine Membran und eine Nadel übertragen; diese gräbt die Schwingungen in eine Platte ein.

Der Gedanke der Konstruktion einer solchen „Sprechmaschine“ stammt von Edison. Er verwendete bei seinem „Phonographen“ 1880 zur Aufnahme

Walzen aus gehärtetem Wachs, in die durch eine Nadel Furchen verschiedener Tiefe eingegraben wurden. Die heute beim Grammophon gewählte Ausführung hat sich als vorteilhafter erwiesen.

Die Erfindung Edisons erregte seinerzeit großes Aufsehen. Als der Phonograph zum ersten Male in der Pariser Akademie vorgeführt wurde, erhob ein Mitglied Einspruch und glaubte an eine Irreführung durch den Trick eines Taschenspielers. So unglaubwürdig erschien die Wiedergabe der menschlichen Sprache auf rein mechanischem Wege.

§ 2. Schallausbreitung und Schallempfang

1. Schallausbreitung. Wir können den Schall rings um die Schallquelle herum an allen Stellen im Zimmer und im Freien mitunter über weite Entfernungen hinweg wahrnehmen. Es ist dabei nicht nötig, daß wir die Schallquelle auch gleichzeitig sehen können. Auch um die Ecke herum und durch Wände hindurch können wir hören. Allerdings empfinden wir besonders im Freien den Schall mit wachsender Entfernung immer schwächer. Wir beobachten auch, daß er durch Vorhänge, Doppeltüren, gepolsterte Wände u. dgl. merklich gedämpft wird. Zurufe über Wasser verstehen wir besser als am Ufer, und wenn wir das Ohr auf den Erdboden legen, können wir mitunter Geräusche aus großer Entfernung wahrnehmen, z. B. den Hufschlag eines Pferdes. Will man die Ursachen der genannten Erscheinungen feststellen, so muß man sie einzeln untersuchen und dabei die Versuchsbedingungen möglichst übersichtlich wählen.

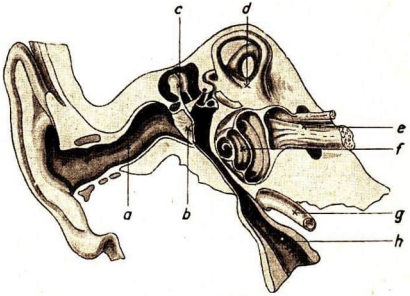


Abb. 11. Das menschliche Ohr
a äußerer Gehörgang, *b* Trommelfell, *c* Gehörknöchelchen, *d* Vorhof mit Bogengängen, *e* Gehörnerv, *f* Schnecke, *g* Halsschlagader, *h* Eustachische Röhre

2. Das Ohr. Zunächst denken wir daran, daß zum Hören ein gesundes Ohr gehört, und sehen uns den Bau des Ohres etwas näher an (Abb. 11). Von außen ist nur die Ohrmuschel zu erkennen. Von ihr aus führt der äußere Gehörgang *a* bis zum Trommelfell *b*. Dies ist ein kreisförmiges Häutchen, das am Rande festgewachsen ist und den Gehörgang vollkommen abschließt. Hinter dem Trommelfell liegen das mittlere Ohr oder die Paukenhöhle und das innere Ohr. Von der Paukenhöhle führt ein Gang, die Eustachische Röhre *h*, in die Rachenhöhle. Sonst bestehen nach außen hin keine Verbindungen. Mittelohr und inneres Ohr liegen geschützt im festesten Teil der Schädelkapsel, dem sog. Felsenbein. Das mittlere Ohr ist mit Luft gefüllt,

das innere Ohr enthält in allen seinen Teilen eine Flüssigkeit, das sog. Gehörwasser. Erfahrungen zeigen: Ein Verlust der Ohrmuschel bedingt nur eine geringfügige Minderung der Hörfähigkeit. Eine Verletzung des Trommelfells bei Unfällen oder Entzündungen des Mittelohrs schädigt das Gehör erheblich, schaltet es aber keineswegs ganz aus. Erst eine Zerstörung des inneren Ohres hat vollständige Taubheit zur Folge. Das innere Ohr ist also als das eigentliche Gehörorgan anzusehen (vgl. § 9).

3. Das Medium. In der Akustik können wir nur untersuchen, welche Vorgänge sich in der Außenwelt abspielen, wenn wir einen Schall wahrnehmen. Normalerweise befindet sich zwischen der Schallquelle und dem Trommelfell Luft. Erregen wir eine elektrische Klingel unter dem Rezipienten[1]) einer Luftpumpe und verdünnen die Luft, so tönt die Glocke immer schwächer und schließlich kann man den Klang kaum hören, während die Glocke genau so lebhaft wie am Anfang angeschlagen wird (Abb. 12). Das Geräusch einer Schiffsschraube kann durch einen Taucher unter Wasser auf weite Entfernungen gehört werden, sogar deutlicher als über Wasser. Halten wir eine Taschenuhr über einem Tisch so weit entfernt, bis wir das Ticken nicht mehr vernehmen, und legen sie dann auf den Tisch, so können wir sie wieder hören, ohne näher heranzugehen, wenn wir das Ohr auf die Tischplatte drücken. Wir können auch einen Holzstab hinter die Ohrmuschel auf die Schädelkapsel drücken und an das andere Ende des Stabes die Taschenuhr halten lassen. Dann vernehmen wir das Ticken deutlicher als ohne Stab.

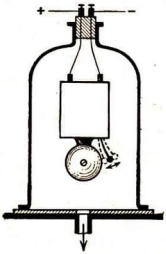


Abb. 12. Glocke im luftleeren Raum

Aus diesen Versuchen folgt:

Der Schall breitet sich nicht durch den leeren Raum aus. Zu seiner Übertragung müssen zwischen der Schallquelle und dem Ohr feste, flüssige oder gasförmige Körper vorhanden sein.

Den Stoff, der sich zwischen der Schallquelle und dem Ohr befindet, nennt man auch das Mittel oder das Medium[2]).
Die Schallquelle ist gewissermaßen der Sender, das Ohr der Empfänger und das Medium der Vermittler oder Träger.
Was sich zwischen der Schallquelle und dem Ohr abspielt, können wir nicht unmittelbar sehen. Wir können aber hierzu einen aufklärenden Versuch machen.
Ein beiderseits offenes Rohr (Abb. 13) ist an der einen Seite B verjüngt. Auf der anderen Seite A führt man etwas Rauch ein. Vor B stellen wir eine brennende Kerze auf. Erzeugt man vor A ein Geräusch etwa durch An-

1) recīpere (lat.) = aufnehmen. 2) médium (lat.) = Mitte.

einanderschlagen zweier Bücher, so zuckt die Flamme und wird vielleicht sogar ausgelöscht. Der Rauch bleibt aber an seiner Stelle liegen. Es wird also keine Luft von *A* nach *B* geschleudert, sondern nur ein Stoß durch die Luft fortgepflanzt. Wir können uns die Übertragung der Bewegung beim Schall so ähnlich vorstellen wie die Ausbreitung einer Erschütterung auf einer Wasserfläche, wenn wir einen Stein hineinwerfen. An einem schwimmenden Stück Holz sieht man hier, daß nur der Bewegungszustand sich kreisförmig ausbreitet, während die Wasserteile an ihren Stellen nur auf und ab schwingen. Wir sprechen daher von **Schallwellen,** die sich von der Schallquelle aus nach allen Richtungen hin ausbreiten (Abb. 14). Die der Schallquelle benachbarten Luftteilchen empfangen regelmäßige Stöße und geben sie an ihre Umgebung weiter, bis sie schließlich auf das Trommelfell treffen. Die Luft kann solche Bewegungen ausführen, da sie elastisch ist. Für die Schallwellen im Wasser (sie sind nicht mit den Oberflächenwellen auf dem Wasser zu verwechseln) gilt das entsprechende, ebenso für die Teilchen elastischer fester Körper. Unelastische Körper (lose Gewebe, Watte, Asche) leiten den Schall schlecht und sind daher zur Schalldämpfung geeignet.

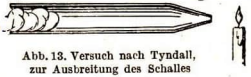


Abb. 13. Versuch nach Tyndall, zur Ausbreitung des Schalles

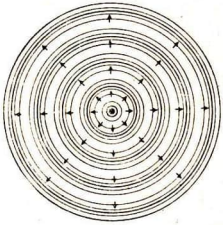


Abb. 14. Ausbreitung des Schalles durch Stoß

4. Schallgeschwindigkeit. Beobachtet man die Arbeit eines Holzfällers aus größerer Entfernung, so bemerkt man, daß man das Geräusch des Schlages erst hört, nachdem man das Aufschlagen der Axt gesehen hat. Ähnliche Erfahrungen macht man bei der Betrachtung eines Feuerwerks und beim Wahrnehmen von Blitz und Donner. Der Schall braucht Zeit zur Ausbreitung. Mit Hilfe einer Signalpfeife und einer Stoppuhr können wir selbst einen messenden Versuch im Freien ausführen und feststellen, daß der Schall in 1 s etwa $\frac{1}{3}$ km zurücklegt. Eingehende Untersuchungen haben gezeigt, daß die Schallgeschwindigkeit in Luft mit der Temperatur wächst. Genaue Messungen ergeben:

Die Schallgeschwindigkeit in Luft von 0° beträgt 331 m/s, bei 20° beträgt sie 340 m/s.

Vergehen zwischen der Wahrnehmung von Blitz und Donner 9 Sekunden, dann war der Blitz etwa 3 km von uns entfernt.

In Flüssigkeiten und festen Körpern ist die Schallgeschwindigkeit bedeutend größer.

Die Geschwindigkeit des Schalles beträgt in Wasser 1450 m/s, in Stahl und Glas etwa 5000 m/s.

5. Reflexion[1]) des Schalles. Man beobachtet im Freien, daß der Schall von Mauern und Waldrändern zurückgeworfen werden kann. Wir sprechen dann vom **Echo.** Ein Versuch zeigt uns, daß die Zurückwerfung der Schallstrahlen ebenso wie bei den Lichtstrahlen erfolgt. Wir legen auf den Boden eines Standzylinders etwas Watte und darauf eine Taschenuhr (Abb. 15). Wenn wir die Uhr in dem Spiegel erblicken, können wir auch das Ticken aus einer Entfernung vernehmen, in der wir es ohne den Spiegel nicht mehr hören würden. Von einem Hohlspiegel werden die Schallstrahlen wie Lichtstrahlen zurückgeworfen (Abb. 15). Bei einem Sprachrohr werden die seitlich verlaufenden Schallstrahlen umgelenkt und möglichst in eine bestimmte Richtung gezwungen.

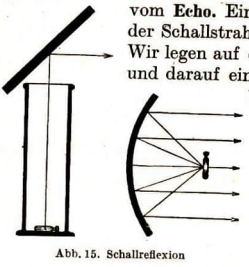


Abb. 15. Schallreflexion

In großen Zimmern und in Sälen beobachtet man gelegentlich den **Nachhall.** Er tritt auf, wenn zwischen dem gesprochenen Wort und dem von den Wänden zurückgeworfenen Schall so kurze Zeit vergeht, daß beide Eindrücke sich stören.

§ 3. Die Tonleiter

Auf der Scheibe der schon einmal benutzten Lochsirene befinden sich 8 Lochreihen (Abb. 4). Wir versetzen sie mit Hilfe eines Motors in möglichst regelmäßige Umdrehungen und blasen die Reihen in der Folge von innen nach außen an. Dabei hören wir eine Dur-Tonleiter. Ändern wir die Geschwindigkeit und wiederholen den Versuch, so ergibt sich wieder eine Dur-Tonleiter in tieferer oder höherer Lage. Die Beziehungen zweier Töne zueinander bezeichnet man in der Musik als ein **Intervall[2]).** Die Benennung des Intervalls richtet sich nach der Ordnungszahl der 8 Töne der Tonleiter. So heißt das Intervall zwischen dem 1. und 8. Ton der Tonleiter eine Oktave[3]), das zwischen dem 1. und 5. eine Quinte, dem 1. und 4. eine Quarte, dem 1. und 3. eine große Terz, zwischen dem 3. und 5. eine kleine Terz. Man gebraucht die für die Intervalle üblichen Bezeichnungen in etwas veränderter Bedeutung auch für die Töne der Tonleiter in ihrer Beziehung zum Grundton und nennt z. B. in einer C-Dur-Tonleiter g die Quinte von c, e die große Terz von c usw. Bestimmen wir in jeder Lochreihe der Sirene die Zahl der Löcher, so finden wir folgende Werte:

24 27 30 32 36 40 45 48.

Den tiefsten Ton erhalten wir beim Anblasen der Reihe mit 24 Löchern. Wir nennen ihn den **Grundton.** Der höchste entspricht der Lochreihe mit

1) reflectĕre (lat.) = zurückwenden. 2) intervállum (lat.) = Zwischenraum.
3) nach dem Lateinischen: octavus = der achte; quintus = der fünfte, quartus = der vierte, tertius = der dritte.

48 Löchern. Wir empfinden den höchsten Ton einer solchen Sirene als die höhere Oktave des tiefsten. Das Verhältnis der Schwingungszahlen des tiefsten und höchsten Tones ist bei jeder Drehgeschwindigkeit 1 : 2. Dieses Verhältnis ist also kennzeichnend für zwei Töne, die sich um das Intervall einer Oktave unterscheiden.

Für das Verhältnis der Schwingungszahlen von Grundton und Quinte ergibt sich 24 : 36 oder 2 : 3. Für die anderen Intervalle gelten ähnliche einfache Zahlenverhältnisse.

Intervall	Verhältnis der Schwingungszahlen
Oktave	1 : 2
Quinte	2 : 3
Quarte	3 : 4
Große Terz	4 : 5
Kleine Terz	5 : 6

Nur wenn das Verhältnis der Schwingungszahlen durch kleine ganze Zahlen ausgedrückt werden kann, empfinden wir die entsprechende Tonfolge oder den Zusammenklang der Töne als angenehm. Wir sprechen dann von einer **Konsonanz**[1]). Wird das Intervall durch weniger einfache Zahlen gekennzeichnet, so ist der Eindruck unbehaglich und wir sprechen von einer **Dissonanz**[2]). Am geläufigsten ist uns die C-Dur-Tonleiter. Für ihre Töne hat man die Bezeichnungen c d e f g a h c′ gewählt. Die Töne c e g bilden den Dreiklang. Ihre Schwingungszahlen verhalten sich wie 4 : 5 : 6. Die entsprechenden Intervalle sind: zwischen c und e eine große Terz, zwischen e und g eine kleine Terz und zwischen c und g eine Quinte (Abb. 16).

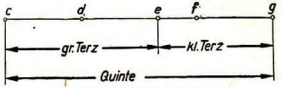


Abb. 16. Schema des Dreiklangs

Wenn also die Schwingungszahl eines Tones des Dreiklanges festgelegt wird, so sind relativ hierzu die anderen und schließlich die Schwingungszahlen aller Töne der Tonleiter bestimmt. Macht z. B. der Grundton 128 Schwingungen in der Sekunde, dann sind die Schwingungszahlen der Töne des Dur-Dreiklanges 128 Hz, 160 Hz, 192 Hz

$$128 : 160 : 192 = 4 : 5 : 6.$$

Man hat nun die Vereinbarung getroffen, daß in der Musik das eingestrichene a, der **„Kammerton“**, 440 Schwingungen in der Sekunde machen soll. Demnach ergeben sich für die absoluten Schwingungszahlen der Töne einer C-Dur-Tonleiter in der entsprechenden Höhenlage (in Hz)

c′	d′	e′	f′	g′	a′	h′	c″
264	297	330	352	396	**440**	495	528.

1) consonäre (lat.) = zusammentönen. 2) dissonäre (lat.) = verworren klingen.

Abb. 17 zeigt die C-Dur-Tonleiter in Notenschrift.

Wir sahen, daß die Natur eines musikalischen Intervalls durch das Verhältnis der Schwingungszahlen gekennzeichnet ist. Prüft man daraufhin die Intervalle zwischen aufeinanderfolgenden Tönen der Tonleiter (am einfachsten mit den Zahlenangaben der Lochsirene), so findet man:

Töne	c	d	e	f	g	a	h	c′
Intervalle	8/9	9/10	15/16	8/9	9/10	8/9	15/16	

Daraus erkennt man, daß die Tonleiter ungleichmäßig fortschreitet. Große Schritte liegen zwischen c, d, e sowie zwischen f, g, a, h (entsprechend den Werten 8/9 und 9/10), kleine liegen zwischen e und f sowie zwischen h und c′ (entsprechend dem Wert 15/16). Die großen bezeichnet man als Ganztöne, die kleinen als Halbtöne. Jede Dur-Tonleiter beginnt mit zwei Ganztonschritten. Hat man nun die Saiten eines Klaviers rein in C-Dur gestimmt und will darauf eine Tonleiter in D-Dur spielen, so fehlt streng genommen schon der Ton für den ersten Tonschritt, denn das erste Intervall müßte 8/9 betragen und nicht 9/10. Die Abweichung ist jedoch nicht groß. Aber der nächste Tonschritt müßte dann ein Ganzton sein, und für diesen ist zunächst noch keine brauchbare Saite da. Sie muß also eingefügt werden; der Ton erhält den Namen fis. Er entspricht der schwarzen Taste zwischen f und g.

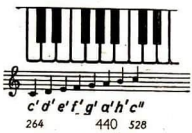


Abb. 17. Eine Oktave mit dem Kammerton

Um nun von jedem Ton aus eine Dur-Tonleiter aufbauen zu können, schaltet man in die 5 Ganztonintervalle je einen Zwischenton ein und richtet es so ein, daß das ganze Intervall der Oktave in 12 unter sich gleiche Halbtonstufen geteilt wird. Es ergibt sich also folgendes Bild:

Ursprüngliche Tonfolge	c		d		e	f	g	a	h	c
Eingeschaltete Töne		cis		dis		fis	gis	ais		

Eine Tonleiter, die in Halbtonstufen fortschreitet, nennt man chromatisch[1]). Die gewöhnliche Tonleiter mit fünf Ganzton- und zwei Halbtonstufen heißt diatonisch[2]). Die in die diatonische C-Dur-Tonleiter eingeschalteten

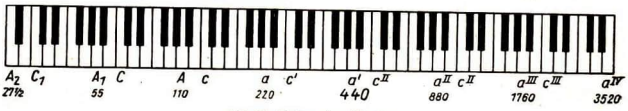


Abb. 18. Tasten eines Klaviers

Töne erkennt man auf dem Klavier an den schwarzen Tasten (Abb. 18). Der ganze Tonbereich eines Klaviers umfaßt etwa 7 Oktaven mit Tönen von 27,5 Hz bis 3520 Hz.

1) chroma (griech.) = Farbe. 2) diátonos (griech.) = durchgespannt, durchgehend.

§ 4. Töne gespannter Saiten

Zur Untersuchung der Gesetze tönender Saiten dient das Monochord (Abb. 7). Es ist dies ein hölzerner Kasten, auf dem Saiten aufgespannt werden können. Wir ziehen zwei Saiten auf und stimmen sie auf denselben Ton. Dann verkürzen wir die eine durch einen Klemmklotz, der die Saite wie eine Zange packt und einen Teil am Schwingen hindert, ohne die Spannung zu verändern. Dabei stellen wir fest: die verkürzte Saite gibt stets einen höheren Ton. Vergleichen wir diesen mit dem Ton der unveränderten Saite, so zeigt sich ein einfaches Gesetz (Abb. 19).

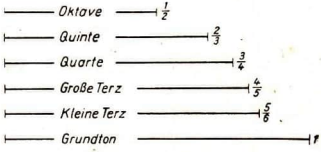


Abb. 19. Saitenlänge und Tonhöhe

In der Abb. 19 geben die Strecken die Längen der Saiten an. Die Länge der unverkürzten Saite ist mit 1 bezeichnet.

Verkürzt man z. B. die Saite auf die Hälfte, so gibt diese die höhere Oktave des Grundtones. Bei Verkürzung auf $\frac{2}{3}$ der Länge erhält man die Quinte usf. Es kehren hier dieselben einfachen Zahlenverhältnisse wieder, wie wir sie schon einmal in anderer Bedeutung kennengelernt haben. Damals waren es die Verhältnisse von Schwingungszahlen. Jetzt sind es die Verhältnisse von Saitenlängen.

Man kann das Ergebnis dahin zusammenfassen:

Die Schwingungszahlen gleichgespannter Saiten aus gleichem Material und sonst gleicher Beschaffenheit verhalten sich umgekehrt wie die Längen.

Untersucht man nicht nur den Einfluß der Länge, sondern auch den der Spannung, der Dicke und des Stoffes von Saiten, so findet man:

Der Ton einer Saite ist um so höher, je leichter, je dünner, je kürzer und je stärker gespannt die Saite ist.

Bei den Musikinstrumenten werden für die tiefen Töne umsponnene Saiten verwendet. Dadurch wird die Saite schwerer gemacht. Bei manchen Instrumenten sind die Saiten während des Spiels unveränderlich z. B. beim Klavier. Beim Baß und Cello, bei der Violine, der Gitarre und der Mandoline werden die Saiten zunächst gestimmt und während des Spiels auf ein Griffbrett niedergedrückt, so daß sie nur zum Teil schwingen können. Dabei werden Länge und Spannung geändert. Drückt man also eine Violinsaite genau in der Mitte nieder, so erhält man nicht die höhere Oktave, sondern einen etwas höheren Ton, da die Spannung verstärkt ist. Die Zither und manche Arten der Gitarre enthalten Saiten, die je nach Wunsch während des Spiels verkürzt werden und außerdem andere von unveränderlicher Länge.

Eine Saite kann wie ein Seil oder eine Schraubenfeder als Ganzes oder in einzelnen Abteilungen schwingen (Abb. 20). Es können z. B. nur die beiden Endpunkte in Ruhe bleiben, während der mittlere Teil lebhaft schwingt. Es kann sich auch in der Mitte noch ein Ruhepunkt ausbilden oder auch noch auf $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ der Länge. Die ruhenden Stellen nennt man **Schwingungsknoten,** die am stärksten bewegten **Schwingungsbäuche.** Auf der schwingenden Saite kann man die Knoten und Bäuche durch Papierreiter nachweisen. Berührt man während des Anstreichens die Saite leicht mit dem Finger an einer Stelle, an der sich ein Knoten bilden kann, so bleiben hier und an entsprechenden Stellen die Reiter sitzen und werden an den anderen abgeworfen.

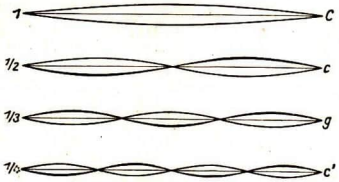


Abb. 20. Schwingende Saite.
Grundschwingung und Oberschwingung einer Saite

Schwingt die Saite in mehreren Abteilungen, so sind die entstehenden Töne höher als der Grundton. Sie heißen **Obertöne** (Abb. 20). Erzeugt man auf einer Geige durch leichtes Berühren und Anstreichen einen bestimmten Oberton, so klingt er anders als ein gewöhnlicher Geigenton. Man nennt ihn Flageoletton. Maßgebend für die Höhe eines solchen Tones ist nicht die Länge des angestrichenen Teiles der Saite, sondern die Länge des Restes. Streicht man die Saite irgendwie an, so klingen auch die Obertöne mehr oder weniger stark in wechselndem Grade mit. Wir sahen früher schon einmal (S. 7), daß die Form, die man beim Aufzeichnen der Schwingungen der Saite findet, und mit ihr die Klangfarbe von der Art des Anstreichens abhängt. Helmholtz hat (1860) nachgewiesen, daß die Klangfarbe eines Tones durch das mehr oder weniger starke Mitschwingen der Obertöne hervorgerufen wird.

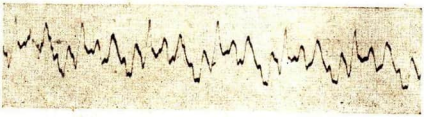


Abb. 21. Geigenklang. Ton g' auf der d'-Saite

Oberton	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Relative Schwingungsweiten	60	68	34	61	100	56	19	41	16	7	14	3	3	6	8

Diejenigen Obertöne, deren Schwingungszahlen sich zu der des Grundtones wie die natürlichen Zahlen 1 : 2 : 3 : 4 . . . verhalten, nennt man die Reihe der harmonischen[1]) Obertöne. Abb. 21 zeigt die Schwingungsform eines Geigenklanges.

1) harmonía (griech.) = Einklang.

§ 5. Tönende Stäbe und Platten

Bei einer tönenden Saite schwingen die Teile quer zur Längsrichtung der Saite. Solche Schwingungen nennt man **Querschwingungen** oder **Transversalschwingungen.** Stäbe können in derselben Weise zu Schwingungen angeregt werden, wenn man sie etwa am Ende oder in der Mitte festklemmt und seitlich anschlägt, wie wir es bei einem Versuch mit den Stahlstreifen gemacht haben (S. 5). Dabei können die Stäbe auch in mehreren Abteilungen schwingen, ähnlich wie Saiten (Abb. 22). So ist es z. B. bei der Stimmgabel. Diese kann als gebogener Stab aufgefaßt werden. Schlägt man sie an, so bilden sich am unteren Ende in der Nähe des Stieles zwei Knoten und der Stiel selbst wird nach oben und unten bewegt (Abb. 23). Stäbe können aber auch Schwingungen in der Längsrichtung ausführen, wenn man sie aufhängt oder festklemmt und mit einem Tuch, das durch Kolophonium rauh gemacht ist, in der Längsrichtung streicht (Abb. 24). Sie geben dabei recht starke, hohe Töne. Daß die Schwingungen in der Längsrichtung erfolgen, kann man mit dem kleinen Pendel nachweisen. Die Stäbe schwingen dann so wie etwa eine Schraubenfeder, die mit einem Gewicht belastet ist und etwas in die Länge gezogen wurde (Abb. 25). Derartige Schwingungen nennt man **Längsschwingungen** oder **Longitudinalschwingungen.** Auch eine in Längsschwingungen versetzte Schraubenfeder kann in einzelnen Abteilungen schwingen (es können sich an mehreren Stellen Knoten und Bäuche bilden). Eine Platte, ein Gong, eine Glocke geben beim Anschlagen ein ganzes Gemisch von Tönen und schwingen dabei in einzelnen Abteilungen. An schwingenden Platten kann man dies gut mit den Chladnischen[1]) Klangfiguren nachweisen (Abb. 26).

Eine Messingplatte ist in der Mitte festgeklemmt. Sie wird durch einen Geigenbogen zu Schwingungen angeregt, und diese werden

Abb. 22. Querschwingender Stab

Abb. 23. Schwingende Stimmgabel mit zwei Knotenpunkten

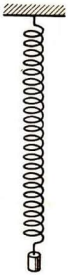


Abb. 25. Längsschwingungen einer Schraubenfeder

Abb. 24. Längsschwingender Stab

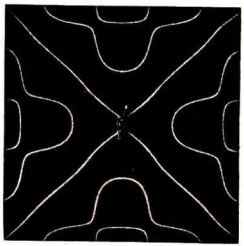


Abb. 26. Chladnische Klangfigur

1) Chladni, 1756–1827, Wittenberg.

durch aufgestreuten Sand dadurch sichtbar gemacht, daß der Sand von bewegten Stellen fortgeschleudert wird und sich an den Ruhestellen sammelt. Bei diesem Versuch bilden sich nicht einzelne Knotenpunkte aus, sondern zusammenhängende Knotenlinien, längs deren die Platte nicht schwingt. Durch Berühren der Platte während des Anstreichens an ausgewählten Stellen kann man einzelne bestimmte Obertöne und die ihnen entsprechenden Knotenlinien hervorrufen. Schraubt man die Glocke einer Klingel auf einen Stiel und streicht den Rand mit einem Bogen, so kann man ähnlich wie bei der schwingenden Platte verschiedene Töne erzeugen. Gießt man etwas Öl hinein, beleuchtet seitlich mit einer Bogenlampe und entwirft ein Bild der Oberfläche der Flüssigkeit an der Decke des Zimmers, so sieht man, daß auch hier die Glocke in mehreren Abteilungen schwingen kann.

Gläser geben sehr reine Töne, wenn man den Rand mit dem trockenen Finger streicht (Anwendung bei der Glasharmonika).

§ 6. Tönende Luftsäulen

Füllt man einen Standzylinder unter der Wasserleitung, so vernimmt man einen Ton, der immer höher wird, je mehr Wasser einläuft. Bläst man über die Öffnung eines leeren oder zum Teil mit Wasser gefüllten Zylinders oder eines hohlen Schlüssels, so hört man wieder einen Ton, der um so höher ist, je kürzer der Luftraum in der Höhlung ist. Schlägt man mit der Hand auf die Öffnung eines Papprohres, so kann man auch einen Ton wahrnehmen. In allen diesen Fällen wird die Luft im Inneren zum Schwingen angeregt. Daß das Gefäß selbst nicht am Schwingen beteiligt ist, erkennt man schon daraus, daß man es fest anfassen kann, ohne den Ton zu ersticken. Die Luftteilchen schwingen bei den geschilderten Vorgängen in der Längsrichtung des Zylinders hin und her. Es handelt sich also um Längsschwingungen oder Longitudinalschwingungen. In einem einseitig geschlossenen und an der Öffnung angeblasenen Zylinder schwingt die Luft in derselben Art wie eine belastete Schraubenfeder, die an einem Ende aufgehängt ist (Abb. 27). Die Luftsäule in einem Glasrohr kann auch in mehreren Abteilungen schwingen. Den Nachweis können wir folgendermaßen führen. Wir bringen in ein Glasrohr ein wenig trockene gebrannte Magnesia, halten das Rohr waagerecht und blasen vor der Öffnung eine Signalpfeife an. Dann wird die Luft im Inneren zu Schwingungen in mehreren Abteilungen angeregt und das Pulver ordnet sich dementsprechend.

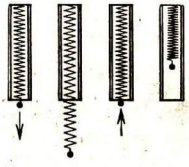


Abb. 27. Veranschaulichung einer schwingenden Luftsäule

Bei einer Orgel werden die Töne mit Lippen- und Zungenpfeifen erzeugt. Bei einer Lippenpfeife strömt die in den Blasebälgen zusammengepreßte Luft durch ein Ansatzrohr in eine Windkammer am unteren Ende,

dem Fuß der Pfeife (Abb. 28). Die Windkammer K ist bis auf einen schmalen Schlitz S geschlossen. Durch diesen drängt die Luft in der Form eines schmalen Luftblattes gegen die zugeschärfte Kante der Lippe L. Dabei kommt das Luftblatt in pendelnde Schwingungen. Diese regen den Luftraum $A\,B$ in der Pfeife zu Schwingungen an und erzeugen einen Ton, dessen Höhe durch die Länge der Pfeife bestimmt ist. Es werden oben offene und auch geschlossene (gedeckte oder gedackte) Pfeifen verwendet.

Die Zungenpfeife (Abb. 29) hat ihren Namen von der „Zunge", einem kleinen einseitig befestigten Metallstreifen, der vor einer Öffnung hin und her schwingen kann und in der Ruhelage die Öffnung nahezu verdeckt. In einfachster Form kennen wir solche Zungen von der Mundharmonika und Ziehharmonika her. Bei den Zungenpfeifen der Orgel strömt die Luft zunächst in eine Windkammer. Aus dieser kann sie nur entweichen, indem sie die Zunge beiseite drückt. Dadurch gerät die Zunge in Schwingungen und gibt der Luft den Weg nur in regelmäßigen Zeitabständen frei. Es entsteht ein Ton, dessen Höhe durch die Zahl der Schwingungen der Zunge bestimmt ist. Mit Hilfe eines Drahtes läßt sich ein Teil der Zunge festklemmen, dadurch kann man die Tonhöhe ändern und die Pfeife abstimmen. Solche Zungenpfeifen werden besonders beim Harmonium und der Drehorgel verwendet.

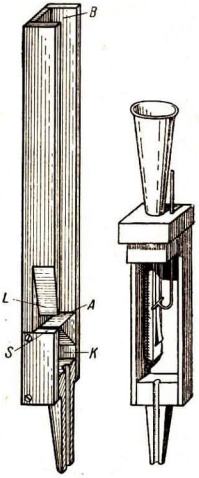


Abb. 28. Lippenpfeife — Abb. 29. Zungenpfeife

Tönende Luftsäulen spielen auch noch in anderen Musikinstrumenten eine Rolle. In den Flöten werden die Töne durch schwingende Luftsäulen erzeugt, deren Länge durch Freigeben oder Zudecken von Löchern geändert werden kann. Durch die Art des Anblasens kann man es erreichen, daß die Luftsäule als Ganzes oder in mehreren Abteilungen schwingt. Die Querflöte hat kein besonderes Mundstück. Bei der Blockflöte strömt die Luft wie bei einer Lippenpfeife gegen eine Schneide und wird dadurch zu Schwingungen angeregt. Bei der Trompete, der Posaune und dem Horn drückt der Bläser die Lippen gegen das Mundstück und regt den Ton durch Schwingungen der eigenen Lippen an. Bei der Klarinette, der Oboe und dem Fagott sind Zungen aus Rohrblättern am Mundstück befestigt. Diese nimmt der Musiker beim Anblasen in den Mund.

§ 7. Resonanz

Beim Schaukeln kann man die Ausschläge der Schaukel fortdauernd größer machen, wenn man sie im richtigen Augenblick immer wieder anstößt. Man kann aber dadurch nicht erreichen, daß die Schwingungen der Schaukel schneller aufeinander folgen. Ähnlich ist es bei einem Pendel, einer Stimmgabel oder einer Saite. Diese haben, wenn sonst nichts geändert wird, eine Eigenschwingung, die man durch die Art des Anstoßens oder Anschlagens nicht verändern kann. Zwei Pendel gleicher Länge haben dieselbe Eigenschwingung. Verbindet man zwei solche Pendel durch einen lose gespannten Faden oder durch eine Feder und stößt das eine an, so gerät das zweite in zunehmendem Maße in Schwingungen, während die des ersten immer schwächer werden (Abb. 30). Schließlich kommt das erste Pendel zur Ruhe, während das zweite kräftig schwingt. Dann kehrt sich der Vorgang um. Der erste Teil des Versuchs zeigt dasselbe wie die Erfahrungen beim Schaukeln. Das zweite Pendel erhält durch den Faden vom ersten Pendel her immer einen Ruck, wenn es zu einer neuen Schwingung ansetzen will. Nimmt man zwei Pendel ungleicher Länge, so gelingt es durch dieselbe Versuchsanordnung nicht, das eine durch das andere zum Schwingen anzuregen. Jetzt erfolgen die Anstöße nicht im gleichen Takt (Abb. 30).

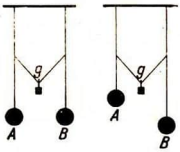


Abb. 30. Resonanzpendel

Abb. 31. Resonanz von Stimmgabeln

Stellt man zwei gleichgestimmte Stimmgabeln (Abb. 31) in einiger Entfernung voneinander auf und schlägt die eine an, so tönt auch bald die zweite. Hier ist es ähnlich wie bei den Pendeln. Der verbindende Faden ist gewissermaßen durch die Luft ersetzt. Die Luftteilchen geben die Stöße, die sie von der ersten Gabel erhalten haben, im richtigen Takt und im richtigen Augenblick an die zweite Gabel weiter und erregen sie zum Schwingen. Man nennt den Vorgang **Resonanz**[1]) (Mittönen). Verstimmt man die eine Gabel durch Anschrauben eines kleinen Gewichtes an eine Zinke, so kann man auf die geschilderte Art nicht eine durch die andere zum Mittönen bringen.

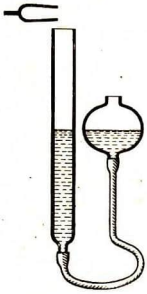


Abb. 32.
Resonanz einer Luftsäule

Wir sahen schon früher, daß die Luftsäule in einem Glaszylinder beim Anblasen tönt. Halten wir eine tönende Stimmgabel über einen solchen Zylinder (Abb. 32), so gerät die Luft im Zylinder nur dann

1) resonāre (lat.) = widerhallen.

in Schwingungen, wenn die Luftsäule beim Anblasen den Ton der Stimmgabel gibt. Die Gleichheit der Eigenschwingungen ist also auch hier Bedingung für die Resonanz. Ist der Zylinder zu lang, so kann man der Luftsäule durch Einfüllen von Wasser die richtige Länge geben. Diese beträgt für eine a'-Gabel 19 cm. Befestigt man eine solche Stimmgabel auf einem einerseits offenen Holzkasten von 19 cm Länge, einem Resonanzkasten, so tönt beim Anschlagen der Gabel die im Kasten enthaltene Luft mit, und der Ton wird verstärkt. Die Versuche zeigen:

Haben zwei schwingungsfähige Körper gleiche Eigenschwingungen, so kann einer durch den anderen erregt werden, wenn zwischen ihnen eine Verbindung zur Übertragung der Schwingungen besteht. Die vermittelnde Verbindung bezeichnet man auch als Koppelung.

Die beiden Pendel waren durch den Faden gekoppelt, die Stimmgabeln durch die Luft.

Beim Versuch mit den Stimmgabeln werden die starren Stahlzinken durch die leichten Luftteilchen in Schwingungen versetzt. Ähnlich ist es beim Läuten einer schweren Glocke durch Menschenkraft. Wenn nur die an sich geringen Anstöße durch das Seil im richtigen Takt erfolgen, kann auch eine Glocke von bedeutendem Gewicht zum Schwingen gebracht werden.

Abb. 33. Eingespannte Membran

Im Gegensatz zu den Stimmgabeln können dünne Platten aus Holz oder Metall und gespannte Häute (Membranen, Abb. 33) durch jeden beliebigen Ton zum Mitschwingen veranlaßt werden, z. B. der Resonanzboden einer Violine, das Trommelfell des Ohres. Werden solche Körper durch Vorrichtungen irgendwelcher Art zum Schwingen gebracht, so sind sie imstande, die entsprechenden Schwingungen an die Luft zu übertragen. Davon macht man Gebrauch beim Telephon, beim Lautsprecher, beim Grammophon. Man spricht hier von erzwungenen Schwingungen im Gegensatz zu den Eigenschwingungen. Es ist erstaunlich, daß die dünne Eisenmembran eines Telephons die kompliziertesten Schwingungen getreu wiedergibt und daher nicht nur einfache Töne, sondern auch die menschliche Stimme übertragen kann.

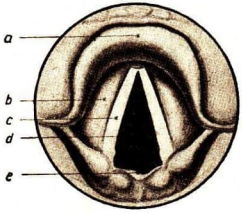


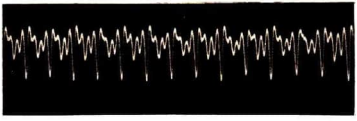
Abb. 34. Kehlkopf

a Kehldeckel, *b* Taschenband, *c* Stimmlippe, *d* Luftröhre, *e* Kehlkopfhinterwand

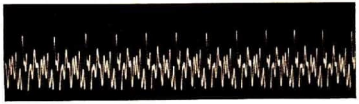
§ 8. Das menschliche Stimmorgan und die Stimme

Die menschliche Stimme selbst wird im Kehlkopf erzeugt (Abb. 34). Dieser sitzt am oberen Ende der Luftröhre und enthält zwei Stimmbänder, die einen Spalt, die Stimmritze, zwischen sich freilassen. Durch besondere Muskeln

kann diese verengt oder erweitert werden. Außerdem lassen sich die Stimmbänder mehr oder weniger stark spannen. Beim ruhigen Atmen sind die Stimmbänder schlaff, und die Luft kann ungehindert durch die Stimmritze strömen. Beim Sprechen und Singen wird die Stimmritze verengt, und die Stimmbänder werden gespannt. Sie geraten durch die vorbeigepreßte Luft in Schwingungen und regen die Luft in der Mundhöhle zum Schwingen an. Die Höhenlage der menschlichen Stimme ist von der Länge und Breite der Stimmbänder abhängig. In der Zeit des Stimmwechsels vergrößert sich das ganze Stimmorgan. Aus einer Sopran- oder Altstimme entwickelt sich dabei eine Tenor- oder Baßstimme.



i



u

Abb. 35. Menschliche Singstimme (*i* und *u*)

Singt man verschiedene Vokale in derselben Tonhöhe, so macht der durch die Stimmbänder erzeugte Grundton stets dieselbe Anzahl von Schwingungen in der Sekunde. Die Töne klingen aber ganz verschieden. Die gewünschte Klangfarbe erreichen wir durch Veränderung der Einstellung der Mundhöhle. Dabei werden durch Resonanzwirkungen bestimmte Obertöne mehr oder minder verstärkt. Das entstehende Tongemisch ergibt dann die Klangfarbe des betreffenden Vokals. Abb. 35 zeigt eine Aufnahme der menschlichen Singstimme mit Hilfe eines Oszillographen[1]) (vgl. Teil II, § 23).

§ 9. Das Gehörorgan und das Hören

1. Bau des inneren Ohres. Wir ergänzen die auf S. 9 zu Abb. 11 bereits gegebene Beschreibung über den Bau des menschlichen Ohres. Die Paukenhöhle enthält drei winzige, gelenkig miteinander verbundene Knochen (*c*): Hammer, Amboß und Steigbügel. Der Hammer ist mit seinem Stiel am Trommelfell angewachsen, der Steigbügel sitzt mit seiner Sohlenfläche auf einer dünnen Haut, dem ovalen Fenster, durch das die Paukenhöhle gegen das innere Ohr abgeschlossen ist. Am inneren Ohr unterscheidet man den Vorhof (*d*), die drei Bogengänge (*d*) und die Schnecke (*f*). Alle Hohlräume des inneren Ohres sind mit einer Flüssigkeit gefüllt. Im Inneren der Schnecke befindet sich das sog. Cortische Organ. Dieses enthält eine in den Windungen der Schnecke aufsteigende Membran, in der Tausende von Fasern verschiedener Länge angeordnet sind. Die Fasern stehen in Verbindung mit Zellen, in denen die Ner-

1) oscillatio (lat.) = das Schaukeln, graphein (griech.) = schreiben.

venfasern des Gehörnerven (*e*) endigen. Trifft ein Schall auf das Ohr, so wird zunächst das Trommelfell in erzwungene Schwingungen versetzt. Diese werden durch Vermittlung der Gehörknöchelchen auf das ovale Fenster und durch die Flüssigkeit auch auf das Innere der Schnecke übertragen. Dort erregen sie die Fasern des Gehörnerven. Auf diese Weise wird der Reiz bis zum Gehirn geleitet und erzeugt dort die Wahrnehmung des Schalles. Man nimmt an, daß entsprechend der Art des ankommenden Schalles bestimmte Fasern der Membran des Cortischen Organs durch Resonanz zum Mitschwingen veranlaßt werden und damit die entsprechenden Fasern des Gehörnerven erregen. Bei einer Zerstörung des Trommelfelles und der Paukenhöhle können doch noch Töne wahrgenommen werden, wenn nur das innere Ohr gesund ist. Der Schall kann auch durch den umgebenden Knochen unmittelbar auf die Flüssigkeit des inneren Ohres und das Cortische Organ übertragen werden. Die Leistungen des Gehörorgans sind erstaunlich. Es können nicht nur außerordentlich schwache Schwingungen als Töne und Geräusche wahrgenommen werden, das Ohr besitzt auch die Fähigkeit, die Bestandteile eines zusammengesetzten Klanges zu erkennen. So können wir z. B. beim Spiel eines Orchesters die einzelnen Instrumente heraushören.

2. Frequenzempfindlichkeit des Ohres. Ein normales menschliches Ohr kann Schwingungen von etwa 16 Hz bis 20000 Hz als Töne wahrnehmen. Im Alter nimmt die Hörfähigkeit besonders für hohe Töne ab, so daß z. B. dann das Zirpen der Grillen nicht mehr wahrgenommen werden kann.
Besonders hohe Töne empfinden wir als unangenehm. Sie erzeugen mitunter sogar Schmerzempfindungen.
Schallschwingungen von mehr als 20000 Hz bezeichnet man auch als Ultraschall. Man kann Ultraschallschwingungen von mehr als 1 Million Hz erzeugen und mit geeigneten Vorrichtungen nachweisen (vgl. Teil II, § 42).

3. Lautstärke. Mit dem Ohr kann man sehr verschiedene Schallstärken wahrnehmen. Der wahrnehmbare Bereich wird so in 130 Stufen geteilt, daß der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stufen eben noch durch das Ohr erkennbar ist. Diese Stufeneinheit der Lautstärke wird Phon[1]) genannt. Bei 0 Phon liegt die Hörschwelle, über 130 Phon tritt eine Schmerzempfindung im Ohr auf. Einen Begriff von der Lautstärke bekannter Geräusche soll die folgende Tabelle vermitteln.

Lautstärke in Phon	Geräuschquelle
10	leises Flüstern
20	Geräuschspiegel einer ruhigen Wohnung
30	Rauschen der Bäume
40	Zerreißen von Schreibpapier
50	Unterhaltungssprache, Schreibmaschine
60	Straßenbahn
70	Straßenverkehr auf belebter Straße Büromaschinen
80	Starker Straßenverkehr
90	Motorrad, Untergrundbahn
100	Lauteste Autohupe
110	Blechschmiede
120	Niethämmer

Bei 130 Phon liegt die Schmerzgrenze

1) phōnē (griech.) = Ton, Stimme, Sprache.

§ 10. Geschichtliche Entwicklung

Der Überlieferung nach haben Pythagoras und seine Schüler im 6. Jahrhundert v. d. Ztr. bereits erkannt, daß die Längen gleichgespannter Saiten in einfachen Zahlenverhältnissen zueinander stehen, wenn die entsprechenden Töne die Intervalle der diatonischen Tonleiter ergeben. Es ist verständlich, daß dieser erste geglückte Versuch, die Zahlen in den Dienst der Naturerkenntnis zu stellen, Anregungen für weitere Untersuchungen auch auf anderen Gebieten gegeben hat und bei den Pythagoreern zunächst zu der übersteigerten Vorstellung führte, daß alle Gesetzmäßigkeiten in der Natur sich durch die Beziehungen ganzer Zahlen in einfacher Form ausdrücken lassen. Die chromatische Tonleiter ist im 16. Jahrhundert in Gebrauch gekommen. Die Wellennatur des Schalles ist zuerst von Galilei (1564—1642) festgestellt worden. Er erkannte auch die Abhängigkeit der Schwingungszahl einer Saite von ihrer Länge. Die Schallgeschwindigkeit wurde von Gassendi (um 1600) gemessen. Berechnungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elastischer Stöße wurde von Newton ausgeführt (1643—1727). Den Zusammenhang zwischen der Klangfarbe und den Obertönen entdeckte G. S. Ohm (1843). Helmholtz hat das ganze Gebiet der Akustik in der „Lehre von den Tonempfindungen" ausführlich behandelt (1862). Wir verdanken ihm grundlegende experimentelle Untersuchungen über die Zusammensetzung der Klänge aus einfachen Tönen. Der Phonograph wurde von Edison (1847—1931) erfunden.

OPTIK

§ 11. Ausbreitung des Lichtes im Raume

1. Lichtquellen und beleuchtete Körper. Das Auge nimmt die uns umgebende Körperwelt nur wahr, wenn von ihr Licht ausgeht und ins Auge fällt. Im vollkommen verdunkelten Zimmer sehen wir nichts. Entzünden wir ein Streichholz oder schalten wir eine Glühlampe ein, so werden nicht nur die Flamme des Streichholzes und der Draht der Glühlampe sichtbar, sondern auch die Gegenstände, die sich im Zimmer befinden. Flamme und Glühdraht sind Selbstleuchter und damit Lichtquellen; sie senden Licht aus und beleuchten das Zimmer. Beim Auftreffen dieses Lichtes auf die Oberflächen der Körper wird es zurückgeworfen (reflektiert[1]), geht also scheinbar jetzt von den Gegenständen aus und macht sie sichtbar. Wir scheiden so durch unseren Gesichtssinn die Körper in selbstleuchtende und beleuchtete. Die Zahl der Lichtquellen ist gering. Eine natürliche Lichtquelle ist die Sonne, der Mond reflektiert nur Sonnenstrahlung. Die Sterne sind mit Ausnahme der Planeten Selbstleuchter. Unsere künstlichen Lichtquellen sind glühende Körper und die bei elektrischen Entladungen in Gasen auftretenden Leuchterscheinungen.

2. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. Wir wollen kurz einiges Bekannte über die Ausbreitung des Lichtes wiederholen. Eine punktförmige Lichtquelle (als solche können wir z. B. eine kleine Automobilscheinwerferlampe benutzen) strahlt Licht nach allen Seiten aus. Decken wir nun alle Strahlung bis auf ein schmales durch mehrere Blenden gehendes Bündel ab, so können wir den Weg, den das Licht nimmt, sichtbar machen, indem wir in seiner Umgebung Rauch erzeugen. Lassen wir das schmale Lichtbündel, das wir Lichtstrahl nennen, dann auf einen weißen Schirm fallen, so sehen wir einen Lichtfleck; er hat die Form der engen letzten Blende, durch die der Lichtstrahl ging; die Ränder sind scharf. Das Licht breitet sich also geradlinig aus.

Wir sprechen von einem Lichtstrom, um die Lichtstrahlung nach allen Seiten zu kennzeichnen, von einem Lichtstrahl, wenn wir ein sehr engbegrenztes Lichtstrahlenbündel vor uns haben.

3. Divergente[2]) und parallele[3]) Lichtstrahlbündel. Der Querschnitt des Lichtstrahlbündels, das wir aus dem Lichtstrom einer „punktförmigen" Lichtquelle ausblenden, wird, wenn die Entfernung von der Lichtquelle wächst, größer; ein solches Lichtstrahlenbündel nennen wir divergent. Wir wollen

1) reflectĕre = zurückwerfen. 2) divergĕre (lat.) = auseinanderneigen.
3) parállēlos (griech.) = nebeneinanderlaufend.

gleich untersuchen, wie sich der Querschnitt des Lichtstrahlenbündels mit der Entfernung von der Lichtquelle ändert. Wir benutzen dazu eine quadratische Blende von 5 cm Seitenlänge und bringen diese in 50 cm Entfernung von der punktförmigen Lichtquelle an. Das Lichtstrahlenbündel hat an dieser Stelle also eine Breite von 5 cm; sein Querschnitt ist 25 cm². Wir bringen nun einen Schirm, auf dem Quadrate zu je 5 cm Seitenlänge gezeichnet sind (Abb. 36), parallel zur Blende in den vom Lichtstrom durchsetzten Pyramidenraum und verändern seine Entfernung von der Lichtquelle so lange, bis der auf ihm zu sehende quadratische Lichtfleck eine Kantenlänge von 10 cm hat; der Querschnitt ist also 100 cm². Wir messen von diesem Ort aus die Entfernung zur Lichtquelle und finden 1 m. Nun verändern wir die Lage des Schirmes, bis die Kantenlänge der Lichtfigur 15 cm, der Querschnitt also 225 cm² beträgt. Die Messung des Abstandes von der Lichtquelle ergibt 150 cm. Wir finden also: der Querschnitt des Lichtbündels wächst auf den vierfachen Wert, wenn sich die Entfernung von der Lichtquelle verdoppelt, auf den neunfachen Wert, wenn sich die Entfernung verdreifacht.

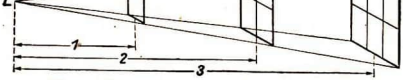


Abb. 36. Abhängigkit des Querschnitts eines Lichtbündels a von der Entfernung

Der Querschnitt eines abgegrenzten, von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehenden Lichtstrahlenbündels nimmt mit dem Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle zu.

Lassen wir nun Sonnenlicht durch eine Blende ins Zimmer fallen, und untersuchen den Querschnitt des herausgeblendeten Sonnenstrahlenbündels an verschiedenen Stellen, so finden wir, daß er überall gleich groß ist. Dies ist das Kennzeichen für Bündel parallelen Lichtes. Weshalb beobachten wir jetzt parallele Strahlen? Die Sonne ist ungefähr $150 \cdot 10^6$ km von uns entfernt; wir ändern bei unseren Versuchen die Entfernung von der Lichtquelle, der Sonne, nur um etwa ein Zehnbillionstel ihres Wertes. Die Entfernung von der Sonne ist also praktisch immer die gleiche, deshalb behält das Lichtstrahlenbündel seinen Querschnitt.

4. Lochkamera. Auf der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes beruht die Anwendung der Lochkamera. Sie ist ein vollständig geschlossener Kasten; die eine Wand besteht aus durchscheinendem Papier, in der gegenüberliegenden ist in der Mitte eine kleine Öffnung angebracht. Man richtet die Öffnung auf eine Kerze oder eine Glühlampe und blickt von hinten her auf die Wand, störendes Seitenlicht blendet man z. B. mit einem schwarzen Tuch ab. Man sieht dann auf dem durchscheinenden Papier ein Bild der Lichtquelle; es steht auf dem Kopf. Nähert man den Kasten der Lichtquelle, so wird das Bild größer, geht man mit dem Kasten weiter von der Lichtquelle fort, so wird das Bild kleiner. Macht man die Öffnung größer, so wird das Bild heller, aber verschwommen; je kleiner die Öffnung ist, desto schärfer, aber auch lichtschwächer erscheint das Bild.

Um die Entstehung des Bildes zu veranschaulichen, nehmen wir als Lichtquelle eine Reihe von kleinen Glühlampen, die in Form eines F angeordnet sind (Abb. 37). Von jedem Lämpchen geht ein divergentes schmales Lichtstrahlenbündel durch die Öffnung und erzeugt auf der gegenüberliegenden Wand einen Lichtfleck; infolge des Strahlenganges entspricht dabei einem oberen Lämpchen ein Lichtfleck unten, einer Lampe auf der rechten Seite ein links gelegener Lichtfleck. Im Bilde sind also oben und unten und rechts und links vertauscht: Das Bild ist vollständig umgekehrt.

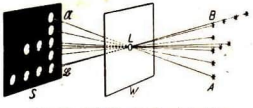


Abb. 37. Abbildende Hauptstrahlen bei der Lochkamera

Denkt man sich die Konstruktion für alle Punkte eines mit der Kamera abzubildenden Gegenstandes durchgeführt, so erhält man ein Bild, das aus Lichtflecken zusammengesetzt ist. Da sich die Lichtflecken bei größerer Öffnung zum Teil überdecken, ist das Bild unscharf. Wird die Öffnung verkleinert, so ist der eindringende Lichtkegel schmaler, die Lichtflecken werden kleiner, das Bild schärfer aber lichtschwächer. Man kann in der Lochkamera das Vorbild eines photographischen Apparates sehen.

5. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Das Licht braucht zu seiner Ausbreitung Zeit, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist jedoch so groß, daß das Aufleuchten irgendeiner Lichtquelle auf der Erde aus allen Entfernungen zur gleichen Zeit wahrgenommen wird. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu messen gelang zuerst (1675) dem dänischen Astronomen Olaf Römer.

Er beobachtete, daß die Umlaufszeit des 1. Jupitermondes, das ist die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Verfinsterungen, nicht konstant zu sein scheint. Ihr Wert ändert sich, wenn sich während der Messung die Entfernung zwischen Jupiter und Erde ändert. In Abb. 38 stellt der Kreis um S die Erdbahn um die Sonne, der kleine Kreis um J die Bahn des ersten Trabanten um den Jupiter dar; seine Umlaufszeit ist 1,769 Tage (rund $42\frac{1}{2}$ Stunden). Befindet sich die Erde in I oder III, so ergibt die Messung eines Beobachters auf der Erde für die Umlaufszeit des Jupitertrabanten einen Wert, der mit der wahren Umlaufszeit übereinstimmt. Zwar sieht der Beobachter den Eintritt der Verfinsterung nicht in dem Augenblick, in dem er eintritt, sondern um soviel später als das Licht Zeit braucht, um vom Jupiter bis zur Erde zu kommen; aber die Verspätung ist bei zwei aufeinanderfolgenden Verfinsterungen dieselbe, also stimmt der Zeitunterschied zwischen zwei Verfinsterungen mit der wahren Umlaufszeit überein. Wenn dagegen die Erde in II ist und sich nach III hinbewegt, so entfernt sie sich vom Jupiter, der Lichtweg nimmt also zwischen zwei Verfinsterungen stündlich zu, deshalb wächst auch die Zeit, die das Licht braucht, um vom Jupiter zur Erde zu kommen. Bei der Messung der Umlaufszeit des Jupitermondes ergibt sich daher ein Wert, der außer der wahren Umlaufszeit noch die Zeit enthält, die das Licht zum Durcheilen der Abstandsvergrößerung zwischen Jupiter und Erde braucht. Umgekehrt wird bei IV der Wert der Umlaufszeit zu klein ausfallen, da hier eine Abstandsverringerung zwischen Erde und Jupiter eintritt. Die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich dann als Quotient aus der Änderung des Abstandes und dem zugehörigen Unterschied der Zeit.

Abb. 38. Verschiedene Stellungen von Erde, Sonne und Jupiter

Messungen nach dieser und anderen Methoden ergaben, daß die **Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes 300 000 km/s** beträgt.

§ 12. Reflexion des Lichtes

1. Verhalten der Körper im Licht: Durchlässigkeit. Wir stellen uns ein Bündel parallelen Lichtes her (s. § 1, 3) und halten in den Lichtstrahl senkrecht zu ihm Platten aus verschiedenem Material oder bringen dünne Flüssigkeitsschichten hinein, die sich in Glasküvetten mit parallelen Wänden befinden. Wir betrachten zuerst die Lichterscheinungen auf der von der Lichtquelle abgewandten Seite. Bei einer Klarglasscheibe und einer dünnen Wasserschicht sehen wir, daß der Lichtstrahl hindurchtritt und weitergeht; seitlich vom Strahl sehen wir kein Licht. Wir sagen, diese Körper sind durchsichtig. Pergamentpapier oder Scheiben aus Trübglas lassen, wie wir feststellen, auch Licht hindurch, jedoch sehen wir keinen fest umrissenen Lichtstrahl. Die Rückseite dieser Körper scheint Licht nach allen Richtungen des Raumes auszusenden; wir nennen solche Körper durchscheinend. Wir halten Pappe oder eine Metallscheibe in den Lichtstrahl, ihre Rückseite ist dunkel, diese Körper lassen also kein Licht hindurch, sie sind undurchsichtig. Untersuchungen an anderen Körpern würden zeigen, daß alle Zwischenstufen zwischen durchsichtig und undurchsichtig vorkommen. Vollkommen lichtdurchlässig ist ein Körper nie, er läßt also nicht alles in ihn eintretende Licht ohne Schwächung (**Absorption**[1]) hindurch. Uns erscheint eine dünne Wasserschicht lichtdurchlässig, wir wissen aber aus Beschreibungen von Tauchern, daß der Meeresgrund dunkel ist (schon in 300 m Tiefe herrscht volle Dunkelheit), wir müssen also schließen, daß sehr dicke Wasserschichten lichtundurchlässig sind. Andererseits sind sehr dünne Schichten von Körpern, die wir als lichtundurchsichtig bezeichnen, lichtdurchlässig. Es lassen sich z. B. lichtdurchlässige Goldschichten herstellen, ihre Dicke ist etwa 10^{-5} cm.

Reflexion. Wir betrachten jetzt die der Lichtquelle zugekehrte Seite von Körpern, die wir schräg in den Lichtstrahl halten. – Von der ebenen Glasscheibe wird nur in einer ganz bestimmten Richtung Licht zurückgeworfen. Bringen wir unser Auge in einen Punkt des zurückgeworfenen Strahles, so sehen wir ein Bild der Blende; man nennt diese Erscheinung regelmäßige Reflexion.

Von der Trübglasscheibe wird Licht in den gesamten Raum reflektiert, es wird zerstreut (diffus[2]), zurückgestrahlt, außerdem sehen wir, daß auch hier Licht in einer bestimmten Richtung regelmäßig reflektiert wird. Bei weißem Papier finden wir eine diffuse Rückstrahlung und nur eine ganz schwache gerichtete Rückstrahlung, bei ganz rauhen weißen Oberflächen, wie z. B. einer dünnen Schicht aus Magnesiumoxyd, kann man nur diffuse, aber keine regelmäßige Reflexion nachweisen.

2. Gerichtete und diffuse Beleuchtung. Im gerichteten Licht, z. B. im Sonnenlicht oder dem Licht, das von einer punktförmigen Lichtquelle ausgeht, geben alle undurchsichtigen Körper scharfe Schatten, es ist also der Raum

1) absorbēre (lat.) = aufsaugen. 2) diffūsus = ausgegossen, zerstreut.

hinter ihnen, von dem aus man die Lichtquelle nicht sehen kann, dunkel. Wir können aber, außer in ganz wenigen schwer herzustellenden Fällen, vom Schattenraum niemals sagen, er sei völlig lichtlos, denn stets wird ihm irgendwie etwas Licht, das durch Reflexion von Körpern der Umgebung aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt ist, zugestrahlt. Verdecken Wolken die Sonne, so strahlt die Himmelskugel uns Licht zu, das Licht kommt also von vielen Seiten, ein Schatten bildet sich nicht; wir sagen die Beleuchtung ist diffus. Bei künstlichem Licht erzielt man eine diffuse Beleuchtung durch Verwendung großflächiger Lichtquellen oder dadurch, daß man den Lichtstrom, der von der Lichtquelle, z. B. einer Glühlampe, ausgeht, nicht direkt zur Beleuchtung benutzt, sondern ihn auf eine große weiße Fläche, z. B. die Zimmerdecke, richtet und den direkt auf die Arbeitsfläche fallenden Lichtstrom abblendet. Man nennt diese Beleuchtungsart indirekte[1]) Beleuchtung. Bei dieser Beleuchtung sind keine scharfen Schatten vorhanden.

3. Regelmäßige Reflexion. An der Klarglasscheibe haben wir bereits die Erscheinung der regelmäßigen Reflexion kennen gelernt. Das Bild der Blende, das wir sehen, ist lichtschwach, denn der größte Teil des Lichtes geht durch die Glasplatte hindurch, die Vorderseite reflektiert nur etwa 4%. Sollen größere Teile des Lichtes gerichtet reflektiert werden, so benutzen wir zur Reflexion die bekannten Spiegel. Sie bestehen entweder aus einem ganz fein polierten Metall oder aus einer Glasplatte, auf deren Rückseite eine dünne glänzende Silberschicht angebracht ist. Wir stellen ein paralleles Lichtbündel her und machen den Strahlengang durch Rauch sichtbar. Nun halten wir einen Spiegel in den Strahlengang und beobachten die Lage des reflektierten Strahles. Denken wir uns auf dem Spiegel in dem Punkte, in dem der Strahl auftrifft, das Lot **(Einfallslot)** errichtet, so ist durch dies und den einfallenden Strahl **(Einfallsstrahl)** die Ebene festgelegt, in der der reflektierte Strahl liegt. Drehen wir nun den Spiegel, so ändert sich auch die Lage des reflektierten Strahles. Wir untersuchen den Vorgang mit Hilfe der optischen Scheibe. Diese ist um ihren Mittelpunkt drehbar (Abb. 39). Der Rand der Scheibe ist mit einer Gradeinteilung versehen. Wir befestigen einen kleinen ebenen Spiegel senkrecht auf der Scheibenmitte und stellen ihn so ein, daß die im Scheibenmittelpunkt auf dem Spiegel errichtete Senkrechte SL auf den Teilstrich 90° zeigt. Wir lassen nun durch einen horizontalen Spalt paralleles Licht so einfallen, daß

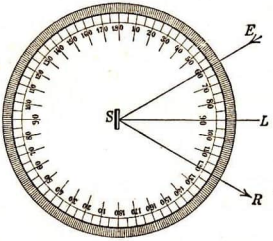


Abb. 39. Apparat zur Untersuchung der Reflexion

1) indirectus = mittelbar.

es an der Scheibe entlang streift; dabei wird seine Spur durch diffuse Reflexion an der weißen Scheibe sichtbar. Wir drehen die Scheibe so, daß der einfallende Strahl die Richtung SL hat. Wir sehen keinen weiteren Strahl, der reflektierte Strahl fällt mit dem Einfallsstrahl zusammen. Drehen wir nun die Scheibe in andere Stellungen und beobachten jedesmal den Winkel, den der einfallende Strahl mit dem Einfallslot bildet, den sog. **Einfallswinkel,** und den Winkel zwischen reflektiertem Strahl und dem Einfallslot, den sog. **Reflexionswinkel,** so finden wir: Der Reflexionswinkel ist stets gleich dem Einfallswinkel. Wir merken uns als

Reflexionsgesetz: Fällt ein Lichtstrahl auf einen ebenen Spiegel, so wird er so reflektiert, daß

1. der zurückgeworfene Strahl in der durch den Einfallsstrahl und das Einfallslot bestimmten Ebene liegt und

2. der Reflexionswinkel stets gleich dem Einfallswinkel ist.

4. Bildentstehung beim ebenen Spiegel. Den Ort, an dem wir in einem Spiegel das Bild eines Gegenstandes sehen, wollen wir durch einen Versuch bestimmen. Wir stellen eine Glastafel senkrecht auf den Tisch und zünden davor eine Kerze an. Wir können dann eine ebenso hohe Kerze unangezündet hinter der Glasplatte so lange verschieben, bis sie die Stelle des Bildes einnimmt, dann sieht es so aus, als ob die zweite Kerze hinter der Scheibe brennt. Durch Ausmessen stellen wir fest, daß das Bild der Kerze genau so weit hinter dem Spiegel steht, wie die brennende Kerze vor dem Spiegel. Wir machen uns klar, wie die Wahrnehmung des Bildes zustande kommt. Wenn das Licht einer punktförmigen Lichtquelle unser Auge trifft, dann ist ein divergentes Strahlenbündel durch die Pupille in unser Auge gedrungen. Wenn nun das Licht einer punktförmigen Lichtquelle auf einen Spiegel fällt, so ist das reflektierte Strahlenbündel wieder divergent (Abb. 40). Das Auge wird also wieder von einem divergenten Lichtstrahlenbündel getroffen, und wir haben die Vorstellung, daß sich an der Stelle L', von der die divergenten Strahlen herzukommen scheinen, eine punktförmige Lichtquelle befindet. In Wirklichkeit gehen von dieser Stelle keine Strahlen aus. Das Bild ist also nur scheinbar oder virtuell[1]). Betrachten wir gemeinsam ein Spiegelbild (Versuch mit der Glasplatte und Kerze), so sehen wir alle das Bild an der gleichen Stelle, aber für jeden einzelnen wird der Eindruck durch ein besonderes Strahlenbündel vermittelt. Geometrische Betrachtungen an der Abb. 41 zeigen, daß das virtuelle Bild L' der Lichtquelle L genau so weit hinter dem Spiegel SS zu liegen scheint, wie L vor dem Spiegel steht.

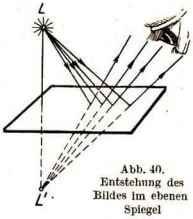


Abb. 40. Entstehung des Bildes im ebenen Spiegel

1) virtuel (franz.) = wirkungsfähig, möglich.

Beim ebenen Spiegel entsteht von einer punktförmigen Lichtquelle L ein virtuelles Bild L'. Die auf dem Spiegel senkrecht stehende Verbindungslinie LL' wird durch die Spiegelfläche halbiert. Handelt es sich um Bilder ausgedehnter beleuchteter Gegenstände, so gilt dies für jeden einzelnen Punkt. Das entstehende Spiegelbild liegt dann symmetrisch zum Gegenstand in Bezug auf die Spiegelebene, es hat dieselbe Größe, aber rechts und links sind vertauscht. Abb. 42 zeigt dies an dem Buchstaben F. Man bezeichnet die Spiegelbilder von Schriftzeichen als Spiegelschrift. Der Abdruck eines mit Tinte geschriebenen Wortes auf Löschpapier gibt dieses in „Spiegelschrift" wieder. Betrachtet man ihn im Spiegel, so sieht man die ursprüngliche Schrift.

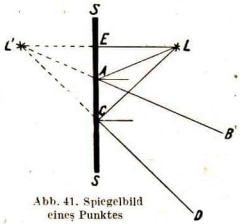


Abb. 41. Spiegelbild eines Punktes

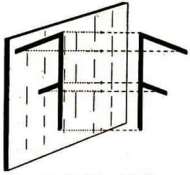


Abb. 42. Spiegelschrift

5. Winkelspiegel. Beobachtet man eine Kerze in zwei gegeneinander um 60° geneigten Spiegeln, so sieht man 5 virtuelle Spiegelbilder, die zusammen mit der Lichtquelle die Ecken eines Sechsecks bilden, das die Ebenen der beiden Spiegel als Symmetrieebenen besitzt. Bringt man irgendwelche Gegenstände zwischen die Spiegel, so sieht man im Winkelspiegel stets symmetrische Figuren.

6. Kaleidoskop[1]**).** Diese Tatsache ist bei der Konstruktion des Kaleidoskops verwendet. Bei ihm betrachtet man in einem Winkelspiegel (gewöhnlich sind die Spiegel unter 60° zueinander geneigt) bunte Glasstückchen, deren Lage zueinander man durch Schütteln verändern kann.

§ 13. Reflexion des Lichtes an Hohlspiegeln

1. Hohlspiegel (Konkavspiegel[2]**).** Versieht man ein Uhrglas auf einer Seite mit einem glatten Metallüberzug, so erhält man einen gewölbten Spiegel. Betrachtet man die hohle Seite, so hat man einen Hohlspiegel. Er bildet einen Teil einer Kugelfläche und heißt daher Kugelspiegel oder sphärischer[3]) Spiegel. Den Mittelpunkt der dazu gehörigen Kugel nennt man Krümmungsmittelpunkt M, den Mittelpunkt S des Spiegels, seinen Scheitel. Die Verbindungslinie zwischen M und S heißt die optische Achse des Hohlspiegels (Abb. 43). Läßt man Sonnenlicht in der Richtung parallel zur

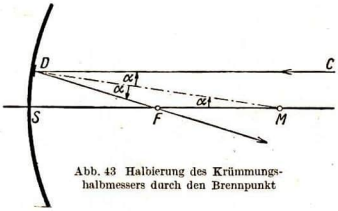


Abb. 43 Halbierung des Krümmungshalbmessers durch den Brennpunkt

1) kalós (griech.) = schön, eídos (griech.) = Form, skopeín (griech.) = sehen.
2) concavus (lat.) = hohl. 3) sphaíra (griech.) = Kugel.

Achse auf einen Kugelspiegel fallen, so werden die reflektierten Strahlen nach einem Punkt F hingelenkt, dem sog. **Brennpunkt.** Den Strahlengang kann man in Rauch erkennen. Untersucht man den Weg eines einzelnen Strahles CD, so sieht man, daß er so reflektiert wird, als ob der Hohlspiegel am Einfallsort eben wäre und diese Ebene senkrecht zum Radius r stünde. Sie ist also eine Berührungs- oder Tangentialebene für die Kugel. Der Radius ist das Einfallslot. Der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit dem Radius gleiche Winkel. Stellt man eine Blende mit mehreren Öffnungen in den Gang der Lichtstrahlen, so erkennt man:

1. **Ein auf der optischen Achse einfallender Strahl wird in Richtung der Achse reflektiert.**
2. **Parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen werden so reflektiert, daß die zurückgeworfenen Strahlen sich nahezu in einem Punkte, dem Brennpunkt, schneiden. Dieser liegt in der Mitte, zwischen Krümmungsmittelpunkt und Scheitel.**

Die Entfernung des Brennpunktes F vom Scheitel S heißt Brennweite f. Es ist $f = \frac{r}{2}$, deshalb bezeichnet man die Entfernung MS auch als doppelte Brennweite. Ein Versuch zeigt uns ferner: die Vereinigung der reflektierten Strahlen ist um so vollkommener, je kleiner und je schwächer gewölbt der Hohlspiegel ist. Bei Verwendung größerer Flächen gehen die reflektierten Strahlen nicht durch einen Punkt, sondern umhüllen eine krumme Fläche, die sog. Brennfläche oder Katakaustik[1]). Sie hat bei F eine Einschnürung. Bringen wir in den Brennpunkt eines sphärischen Hohlspiegels mit kleiner Öffnung eine punktförmige Lichtquelle, so tritt ein paralleles Strahlenbündel aus.

2. Parabolspiegel. Um Strahlenbündel parallelen Lichtes von größerem Querschnitt zu erzeugen, benutzt man Hohlspiegel, deren Flächen parabolisch gekrümmt sind.
Die Aufgabe, paralleles Licht auf einer kleinen Fläche zu konzentrieren, liegt z. B. bei der Mikroskopbeleuchtung[2]) vor. Die umgekehrte Aufgabe, aus dem Lichtstrom einer Lichtquelle mit kleiner leuchtender Fläche ein paralleles oder wenig divergentes Lichtbündel herzustellen, liegt bei den Scheinwerfern vor.

3. Hohlspiegelbilder. Mit Hilfe eines Hohlspiegels kann man auch von Lichtquellen oder beleuchteten Gegenständen Bilder entwerfen und auf einem Schirm auffangen. Es zeigt sich, daß die Bilder stets vollständig umgekehrt sind. Steht ein Gegenstand senkrecht zur Achse, so liegt sein Bild auch senkrecht zur Achse. Um das Zustandekommen der Bilder zu verstehen, machen wir folgende Versuche:
Wir befestigen im Mittelpunkt einer optischen Scheibe einen zylindrisch gebogenen, den Achsenschnitt eines Hohlspiegels darstellenden Spiegelstreifen.

1) katákausis (griech.) = das Verbrennen.
2) mikrós (griech.) = klein, skopein (griech.) = spähen, greifen.

Mit ihm zeigen wir, daß alle von einem Punkte A ausgehenden Lichtstrahlen sich nach der Reflexion am Hohlspiegel wieder in einem Punkt B vereinigen (Abb. 44). Von den vielen, von A ausgehenden und den Hohlspiegel treffenden Lichtstrahlen lassen sich die folgenden am leichtesten in ihrem Verlauf verfolgen und zeichnen:

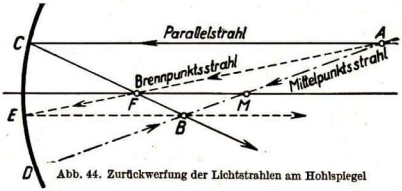


Abb. 44. Zurückwerfung der Lichtstrahlen am Hohlspiegel

1. der **Parallelstrahl** AC: Er fällt parallel zur Achse auf den Hohlspiegel und geht nach der Zurückwerfung durch den Brennpunkt F;
2. der **Mittelpunktstrahl** AMD: Er geht durch den Krümmungsmittelpunkt M, trifft also den Spiegel unter dem Einfallswinkel 0° und wird daher in sich selbst zurückgeworfen;
3. der **Brennpunktstrahl** AFE: Er geht durch den Brennpunkt F und wird parallel zur Achse zurückgeworfen.

Zur zeichnerischen Ermittlung des Hohlspiegelbildes eines Punktes A genügen zwei dieser Strahlen. Soll ein Gegenstand abgebildet werden, so zeichnet man die Bilder seiner einzelnen Punkte. Es sind in Abb. 45 mit Hilfe von Parallel- und Mittelpunktstrahl für einen Gegenstand, der sich 1. zwischen dem Brennpunkt F und dem Krümmungsmittelpunkt M, 2. im Krümmungsmittelpunkt und 3. jenseits des Krümmungsmittelpunktes befindet, die Hohlspiegelbilder gezeichnet. In all diesen Fällen schneiden sich die von jedem einzelnen Punkte ausgehenden Lichtstrahlen nach der Reflexion am Hohlspiegel wieder in einem Punkte. Es entsteht daher auch stets ein auf einem Schirm auffangbares, ein sog. wirkliches oder reelles[1]) Bild.

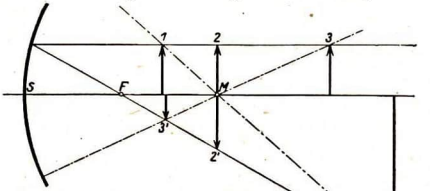


Abb. 45. Wirkliche Hohlspiegelbilder

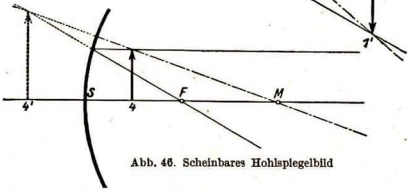


Abb. 46. Scheinbares Hohlspiegelbild

1) réel (franz.) = wirklich.

Diese Bilder sind vollständig umgekehrt. Durch Versuche an einem Hohlspiegel mit einer Kerze und einem Schirm prüfen wir die Ergebnisse der Zeichnung nach. – Befindet sich wie in Abb. 46 der Gegenstand zwischen Scheitel und Brennpunkt, so gehen die Lichtstrahlen nach der Zurückwerfung am Hohlspiegel auseinander; es können sich dann nur ihre Verlängerungen hinter dem Spiegel schneiden. Wir können wie bei einem ebenen Spiegel das Bild zwar sehen, aber nicht auf einem Schirm auffangen: es ist ein scheinbares oder virtuelles Bild. Das Bild steht aufrecht.

Aus Abb. 45 und 46 entnehmen wir folgende Beziehungen zwischen der Lage und Größe von Gegenstand und Bild am Hohlspiegel als **Hohlspiegelgesetz:**

Liegt bei einem Hohlspiegel der Gegenstand	so liegt sein Bild	und es ist
1. zwischen Brennpunkt F und Krümmungsmittelpunkt M (1 in Abb. 45),	**weiter als die doppelte Brennweite vom Spiegel entfernt,**	**reell, umgekehrt und größer als der Gegenstand (1′ in Abb. 45);**
2. im Krümmungsmittelpunkt M (2 in Abb. 45),	**ebenfalls im Krümmungsmittelpunkt,**	**reell, umgekehrt und ebenso groß wie der Gegenstand (2′ in Abb. 45);**
3. weiter als die doppelte Brennweite vom Spiegel entfernt (3 in Abb. 45),	**zwischen Brennpunkt F und Krümmungsmittelpunkt M,**	**reell, umgekehrt und kleiner als der Gegenstand (3′ in Abb. 45);**
4. zwischen Scheitelpunkt S und Brennpunkt F (4 in Abb. 46),	**hinter dem Spiegel,**	**virtuell, aufrecht und größer als der Gegenstand (4′ in Abb. 46).**

Die Abb. 45 zeigt, daß man Bild und Gegenstand miteinander vertauschen kann. Bestimmt man für eine Reihe verschiedener Stellungen die Entfernung eines Gegenstandes vom Hohlspiegel, die Gegenstandsweite g und die Entfernung des entsprechenden Bildes vom Spiegel, die Bildweite b, so kann man zeigen und durch Versuche bestätigen, daß zwischen b, g und der Brennweite f des Hohlspiegels die folgende sog. **„Hohlspiegelformel“** gilt:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Messen wir die Größe des Gegenstandes und seines Bildes, so ergibt sich:

Bildgröße zu Gegenstandsgröße wie Bildweite zu Gegenstandsweite ($B : G = b : g$).

Übung: Was geschieht, wenn der Gegenstand im Brennpunkt liegt? Wie verlaufen dann Mittelpunkt- und Brennstrahl?

4. Konvexspiegel. Kugelspiegel, deren Außenfläche spiegelt, heißen Konvexspiegel[1]). Wir nehmen die gleichen Bezeichnungen (Krümmungsmittelpunkt, Scheitel usw.) wie beim Hohlspiegel. Lassen wir auf einen Konvex-

1) convexus (lat.) = gewölbt.

spiegel parallele Lichtstrahlen fallen, so beobachten wir, daß die reflektierten Strahlen auseinanderlaufen. Sie scheinen von einem Punkt F (Abb. 47), dem Zerstreuungspunkt, herzukommen. F liegt hinter dem Spiegel und halbiert den Krümmungshalbmesser MS.

Durch Versuche und Zeichnungen (Abb. 47), die denen beim Hohlspiegel entsprechen, finden wir:

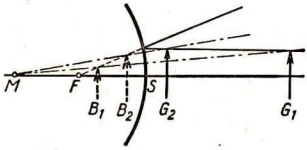


Abb. 47. Scheinbares Bild beim erhabenen Spiegel

Von einem vor dem Konvexspiegel befindlichen Gegenstande entsteht stets ein virtuelles, aufrechtes und verkleinertes Bild hinter dem Spiegel. Wenn der Gegenstand dicht vor dem Spiegel steht, ist sein Bild fast ebenso groß wie der Gegenstand.

Übung: Warum verwendet man Konvexspiegel als Rückblickspiegel am Auto?

§ 14. Die Brechung des Lichtes

1. Brechungszahl. Wir füllen Wasser in einen Glastrog, lassen einen Lichtstrahl schräg auf die Wasseroberfläche fallen und trüben das Wasser durch Fluoreszeïn, damit wir den Weg des Lichtstrahls verfolgen können. Dann sehen wir bei Verdunklung des Zimmers, daß der Strahl beim Übergang von Luft in Wasser seine Richtung ändert. Diese Erscheinung heißt Brechung des Lichtes. Zur genaueren Beobachtung bringen wir auf der inneren Hinterwand eines Glasgefäßes eine weiße Scheibe an, auf die ein Kreis gezeichnet ist (Abb. 48), und füllen in das Glasgefäß Wasser bis zum Durchmesser des Kreises JK. Dann steht der auf JK senkrechte Durchmesser LR auch auf der Wasseroberfläche senkrecht und bildet zugleich das Einfallslot für den im Kreismittelpunkte M schräg auf die Wasserfläche auftreffenden Lichtstrahl EAM. Dieser spaltet sich in M in zwei Strahlen: der eine wird in die Richtung MS zurückgeworfen, der andere tritt in das Wasser ein und verläuft nicht in seiner bisherigen Richtung weiter, sondern wird in der Richtung MB zum Einfallslot LMR hin abgelenkt.

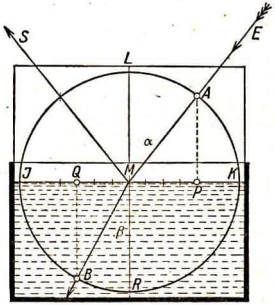


Abb. 48. Brechung und Zurückwerfung eines Lichtstrahls an der Wasseroberfläche

Verändern wir die Richtung des einfallenden Strahles, so ändert auch der in das Wasser eindringende Lichtstrahl seine Richtung. Fällt er senkrecht auf die Grenzfläche, so wird er nicht abgelenkt. Man nennt den in das Wasser eindringenden Strahl den gebrochenen Strahl; der Winkel, den er mit dem

Einfallslote LR bildet, ist der Brechungswinkel β (Abb. 49). Der einfallende Strahl bildet mit dem Einfallslot den Einfallswinkel α. Wir beobachten ferner, daß der reflektierte und der gebrochene Strahl in der durch das Einfallslot und den einfallenden Strahl bestimmten Ebene liegen.
Auch beim Übergang eines Lichtstrahles von Luft in Glas tritt eine Brechung ein. Man kann dies mit der optischen Scheibe nach Abb. 39 zeigen, wenn man in der Mitte der Scheibe einen Glaskörper von der Form eines Halbzylinders befestigt. Wir erhalten folgende Gesetzmäßigkeiten als

Brechungsgesetz:

1. **Der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl liegen in einer Ebene.**
2. **Treten Lichtstrahlen aus der Luft in einen anderen durchsichtigen Körper (optisches Mittel) ein, so werden sie von ihrer ursprünglichen Richtung zum Einfallslote hin abgelenkt, und zwar um so mehr, je größer ihr Einfallswinkel ist.**

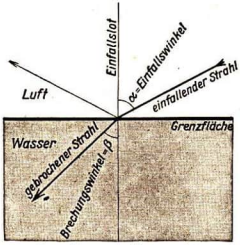


Abb. 49. Einfallswinkel und Brechungswinkel

Wir wollen die Richtungsänderung des Lichtstrahles bei seinem Übertritt von Luft in Wasser genauer untersuchen; dazu gehen wir von dem in Abb. 48 dargestellten Versuch aus. Der Kreis um M wird von dem in M auf die Wasseroberfläche auffallenden Lichtstrahl in A, von dem zugehörigen gebrochenen Strahl in B geschnitten. Messen wir die Länge der Strecke MP und MQ, die durch die Fußpunkte P und Q der Lote von A und B auf die Wasseroberfläche bestimmt sind, für möglichst viele Werte des Einfallswinkels α und des zugehörigen Brechungswinkels β, so finden wir, daß das Verhältnis $MP : MQ$ stets denselben Wert $\frac{4}{3}$ besitzt. Diese Größe nennen wir die Brechungszahl des Wassers gegen Luft. Führen wir die entsprechenden Messungen für den Übergang des Lichtes von Luft in Glas aus, so ergibt sich, daß der Wert der Brechungszahl von Glas gegen Luft $\frac{3}{2}$ beträgt.

Die Brechungszahl eines optischen Mittels ist von der Beschaffenheit des brechenden Stoffes abhängig; vom Einfallswinkel ist sie unabhängig.

Da $MA = MB$ ist, kann die Brechungszahl durch

$$\frac{MP/MA}{MQ/MB} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \quad \text{angegeben werden.}$$

Die Brechungszahl eines optischen Mittels ist gleich dem Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels.

Beim Übergang eines Lichtstrahls von einem durchsichtigen Körper in einen anderen findet stets eine Brechung des Lichtes statt.

Wird der Strahl wie beim Übergang von Luft in Wasser zum Einfallslote hin gebrochen, so nennt man den 2. Körper optisch dichter als den ersten. Wird der Strahl vom Einfallslot fort gebrochen, was wir gleich beobachten werden, dann nennt man den 2. Körper optisch dünner.

2. Totale Reflexion. Während wir bisher das Licht stets aus der Luft in ein optisch dichteres Mittel übergehen ließen, wollen wir nunmehr umgekehrt den Übergang des Lichtes aus dem optisch dichteren Mittel in Luft untersuchen. Wir können diesen Versuch für Glas mit der optischen Scheibe (Abb. 39) und für Wasser mit Hilfe geeigneter Spiegel (Abb. 50) ausführen. Wir finden, daß sich an unseren bisherigen Ergebnissen nur folgendes ändert: einfallender und gebrochener Lichtstrahl sind vertauscht, also auch Einfalls- und Brechungswinkel. Der Brechungswinkel ist daher stets größer als der Einfallswinkel. Vergrößert man den Einfallswinkel, so wächst gleichzeitig der Brechungswinkel, und er erreicht einen Wert von 90°, wenn der Einfallswinkel noch ein spitzer Winkel ist. Der gebrochene Lichtstrahl streift dann an der Wasseroberfläche entlang (Abb. 51). Lassen wir den Einfallswinkel über diesen Grenzwinkel hinaus wachsen, so wird der Lichtstrahl an der Wasseroberfläche nicht mehr gebrochen, sondern er wird an ihr vollständig in das Wasser zurückgeworfen. Wir nennen diesen Vorgang totale[1]) Reflexion. Der kleinste Einfallswinkel, bei dem sie eintritt, zu dem also der Brechungswinkel 90° gehört, heißt Grenzwinkel der totalen Reflexion; er hat für den Übergang von Wasser in Luft den Wert 48,5°, für den Übergang von Glas in Luft den Wert 42°.

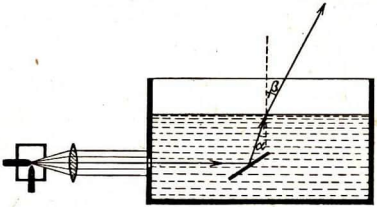


Abb. 50. Brechung des Lichts beim Übergang vom Wasser in Luft. (Der an der Wasseroberfläche zurückgeworfene Strahl ist der Übersichtlichkeit wegen weggelassen)

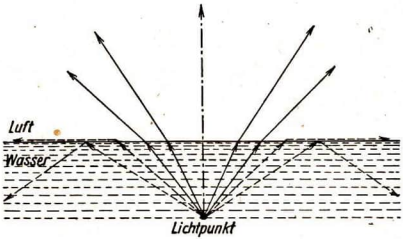


Abb. 51. Brechung und totale Reflexion an einer Wasseroberfläche. (Der an der Wasseroberfläche zurückgeworfene Anteil des Strahles ist nur für den Fall der vollständigen Spiegelung eingezeichnet)

1) total (franz.) = ganz.

Treten Lichtstrahlen aus einem optisch dichteren Mittel in ein optisch dünneres über, so werden sie, sobald der Einfallswinkel den Grenzwinkel erreicht hat und größer wird als dieser, an der Grenzfläche nicht mehr gebrochen, sondern vollständig zurückgeworfen.

Wir machen noch folgende Versuche:

Wir legen auf den Boden eines undurchsichtigen Gefäßes eine Münze und stellen uns so auf, daß sie für das Auge durch den oberen Rand des Gefäßes gerade noch verdeckt wird. Sie wird wieder sichtbar, wenn Wasser in das Gefäß gegossen wird. Die Erklärung ist aus Abb. 52 zu entnehmen.

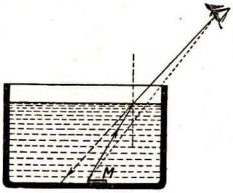


Abb. 52. Sichtbarmachen einer durch den Gefäßrand verdeckten Münze durch Eingießen von Wasser

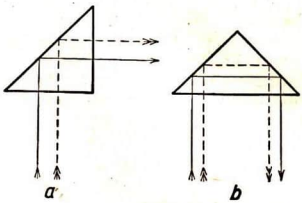


Abb. 53. Totalreflexion.
a an der Hypotenusenfläche, *b* an den Kathetenflächen eines totalreflektierenden Prismas

Wir drücken den Finger fest auf das Rohr eines Glastrichters und tauchen ihn mit nach unten gekehrter Öffnung in eine mit Wasser gefüllte Glaswanne. Der Kegelmantel erscheint infolge der totalen Reflexion silberglänzend. Entfernt man den Finger, so dringt Wasser in den Trichter, und die Erscheinung verschwindet.

Die totale Reflexion wird ausgenutzt, um mit dem sog. totalreflektierenden Prisma einen Lichtstrahl um 90° (Abb. 53a) oder um 180° (Abb. 53b) zu knicken. Das totalreflektierende Prisma ist ein gerades Glasprisma (s. u.), dessen Grundfläche ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck ist.

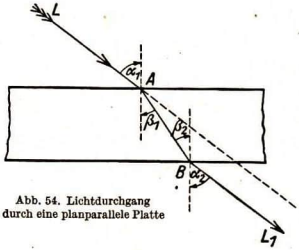


Abb. 54. Lichtdurchgang durch eine planparallele Platte

3. Lichtdurchgang durch planparallele Platten. Eine Platte, die von zwei parallelen Ebenen begrenzt wird, heißt eine planparallele[1]) Platte (Beispiele für durchsichtige planparallele Platten: Glasplatte, Wasserwanne mit durchsichtigen Seitenwänden). Wir betrachten den Durchgang eines Lichtstrahls durch eine solche Glasplatte an Hand der Abb. 54. Der Lichtstrahl LA fällt aus der Luft unter dem Einfallswinkel α_1 auf die vordere Begrenzungsebene; er wird im Glase unter dem Brechungswinkel β_1 zum Einfallslote hin gebrochen. Der im Glase verlaufende Strahl trifft in B unter dem Einfalls-

1) plānus (lat.) = eben.

winkel β_2 die zweite Begrenzungsebene und tritt dort unter dem Brechungswinkel α_2 in Richtung BL_1 in Luft über. Wegen der Parallelität der Begrenzungsebenen ist $\beta_1 = \beta_2$ und, weil sich der Lichtweg umkehren läßt, ist $\alpha_2 = \alpha_1$. Hieraus folgt, daß BL_1 parallel LA ist.

Beim Durchgange durch eine planparallele Platte wird ein Lichtstrahl nur seitlich verschoben; seine Richtung ist hinter der Platte dieselbe wie vor ihr.

Die Verschiebung ist um so größer, je dicker die Glasplatte und je größer der Einfallswinkel ist. Wenn dieser 0^0 beträgt, geht der Lichtstrahl ungebrochen durch die Platte.

4. Lichtdurchgang durch Prismen. Wenn die beiden Begrenzungsebenen des durchsichtigen Körpers, durch den wir einen Lichtstrahl hindurchgehen lassen, nicht parallel sind, sondern miteinander einen Winkel einschließen, so nennen wir diesen Körper ein optisches Prisma[1]). Die übrigen Begrenzungsflächen haben keinen Einfluß auf die Wirkungsweise des optischen Prismas. Die beiden Ebenen, durch die das Licht ein- und austritt (in Abb. 55 die Flächen $ABCD$ und $ABEF$), heißen die brechenden Flächen, ihre Schnittkante AB die brechende Kante, und der Winkel ε, den sie miteinander bilden, heißt der brechende Winkel. Abb. 56 stellt einen sog. Hauptschnitt durch ein Prisma dar; er wird senkrecht zur brechenden Kante geführt; diese steht also im Scheitelpunkt von ε auf der Zeichenebene senkrecht. L ist ein im Hauptschnitt verlaufender Lichtstrahl. Beim Eintritt aus Luft in das Prisma wird er zum Einfallslote hin gebrochen; er geht dann im Prisma geradlinig weiter, bis er die zweite brechende Ebene trifft; hier wird er vom Einfallslot fort gebrochen. L' ist der aus dem Prisma in die Luft austretende Strahl. Infolge dieser zweifachen Brechung erfährt der Strahl eine Richtungsänderung, eine Ablenkung. Die Gesamtablenkung wird gemessen durch den Winkel δ, den die Verlängerung des eintretenden Lichtstrahles mit der rückwärtigen Verlängerung des austretenden Lichtstrahles bildet. Der Winkel δ wächst mit dem Winkel ε. Ein von dem austretenden Lichtstrahl L' getroffenes Auge verlegt den Ausgangspunkt des zweimal gebrochenen Lichtstrahles L in die Rückwärtsverlängerung des Lichtstrahles L'.

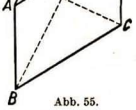


Abb. 55. Optisches Prisma

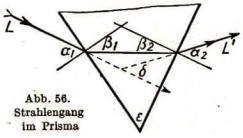


Abb. 56. Strahlengang im Prisma

Beim Durchgang durch das Prisma wird ein Lichtstrahl stets von der brechenden Kante fort, also nach dem breiteren Ende hin, gebrochen.

Wir lassen nun ein Bündel parallelen, einfarbigen Lichtes (vgl. § 18) auf ein gleichschenkliges Prisma und die Basisfläche fallen und stellen die Ablenkung

1) prísma (griech.) = das Abgesägte.

des Strahles fest. Drehen wir jetzt das Prisma aus der Lage *I* in Abb. 57 allmählich in die Lage *III*, so nimmt die Ablenkung erst ab, erreicht in *II* ein Minimum (Minimum der Ablenkung) und wächst dann wieder an. Es läßt sich zeigen, daß das Minimum der Ablenkung erreicht wird, wenn der Strahl symmetrisch durch das Prisma verläuft. Die kleinste Ablenkung läßt sich sehr scharf beobachten.

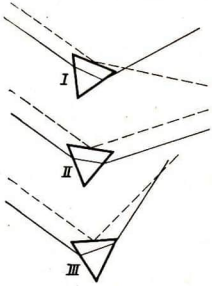


Abb. 57. Die kleinste Ablenkung bei symmetrischem Strahlengang

5. Die atmosphärische Strahlenbrechung. Ein von der Sonne oder einem Sterne ausgehender Lichtstrahl, der schräg zur Erdoberfläche auftrifft, muß, bevor er zur Erde gelangt, auf weite Strecken die Atmosphäre durchdringen. Auf seinem Wege durchläuft er dabei Luftschichten von zunehmender Dichte. Er wird dabei zum Einfallslot hin gebrochen; daher ist seine Bahn innerhalb der Atmosphäre eine schwach gekrümmte Linie. Da unser Auge eine Lichtquelle in der Rückwärtsverlängerung des das Auge treffenden Lichtstrahlbündels sucht, so erscheint dem Beobachter die Sonne oder der Stern höher, als er in Wirklichkeit steht. Diese scheinbare Hebung des beobachteten Gestirns heißt atmosphärische Strahlenbrechung. Da die Dicke der durchsetzten Luftschicht um so größer wird, je tiefer das Gestirn am Himmel steht, nimmt die atmosphärische Strahlenbrechung beim Sinken des Gestirns zu. Wir sehen noch Gestirne, die in Wirklichkeit schon unter dem Horizont verschwunden sind. In dem Augenblick, in dem abends der untere Sonnenrand den Horizont zu berühren scheint, steht in Wirklichkeit schon der obere Sonnenrand etwas unter dem Horizont.

6. Flimmern. Warme Luft ist optisch dünner als kalte. Daher werden Lichtstrahlen, die in erwärmte Luftschichten gelangen, wie sie sich z. B. über Schornsteinen, über einer von der Sonne bestrahlten Sandfläche oder vor dem offenen Fenster eines warmen Zimmers im Winter bilden können, gebrochen und von ihrer Richtung abgelenkt. Weil die aufsteigenden Luftströme dabei ihre Form und Lage ändern, erscheinen die hinter ihnen liegenden Gegenstände in zitternder oder flimmernder Bewegung. Auch das Flimmern der Fixsterne beruht auf der durch die verschiedene Dichte der Luftschichten verursachten Brechung der Lichtstrahlen.

§ 15. Linsen und Linsenbilder

1. Einteilung der Linsen. Durchsichtige Körper, die von zwei Kugelflächen begrenzt werden, heißen Linsen (Abb. 58). Die Mittelpunkte der dazugehörigen Kugeln nennt man die Krümmungsmittelpunkte, ihre Halbmesser die Krümmungshalbmesser, die Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte die Hauptachse der Linse. Der auf ihr liegende Mittelpunkt des Linsenkörpers heißt optischer Mittelpunkt. An die Stelle der einen Kugelhaube kann als Begrenzungsfläche auch eine Ebene treten. Linsen, die

in der Mitte dicker sind als am Rande, heißen konvexe Linsen, die in der Mitte dünner sind als am Rande, konkave Linsen. Bei jeder dieser beiden Linsengruppen haben wir drei verschiedene Arten zu unterscheiden, deren Form und Bezeichnungen sich aus Abb. 58 ergeben.

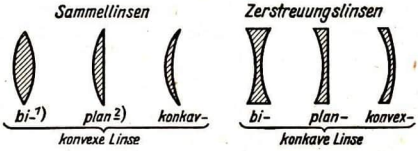


Abb. 58. Einteilung der Linsen

2. Konvexlinsen (Sammellinsen). Lassen wir auf eine Konvexlinse parallel zur Achse ein paralleles Strahlenbündel fallen, das wir durch Rauch sichtbar machen, so sehen wir, wie die vorher parallelen Strahlen nach dem Durchgange durch die Linse nahezu in einem Punkte, dem Brennpunkt F, vereinigt („gesammelt") werden (Abb. 59). Wegen dieser Eigenschaft heißt eine Konvexlinse auch Sammellinse. Die Entfernung des Brennpunktes vom optischen Mittelpunkt heißt die Brennweite der Linse. Kehren wir die Linse um, so daß die Sonnenstrahlen nunmehr zuerst auf die andere Begrenzungsfläche auftreffen, so erkennen wir, daß die Linse einen weiteren Brennpunkt besitzt und die Brennweiten für beide Seiten gleich groß sind. Diese Beobachtungen können wir durch folgende Überlegung erklären. Wir denken uns die Linse näherungsweise aus schmalen Prismenstücken zusammengesetzt. Die brechenden Winkel werden nach dem Rande zu immer größer. Das Mittelstück ist dann als kleine planparallele Platte aufzufassen, zu der die Prismen paarweise symmetrisch angeordnet sind (Abb. 59). Nun lenkt jedes Prisma die z. B. von links einfallenden Lichtstrahlen von den brechenden Kanten weg ab, und zwar die äußeren

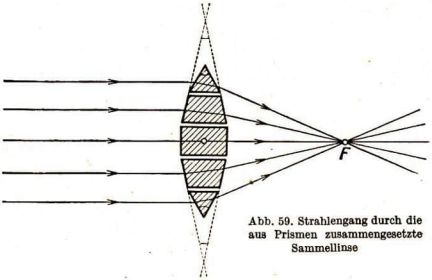


Abb. 59. Strahlengang durch die aus Prismen zusammengesetzte Sammellinse

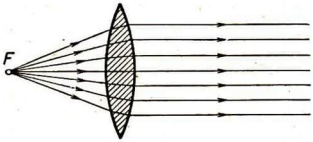


Abb. 60. Lichtquelle im Brennpunkt einer Sammellinse

1) bis (lat.) = zweimal, doppelt. 2) planus (lat.) = eben.

Strahlen mehr als die inneren, so daß also die oberen Strahlen nach unten und die unteren Strahlen nach oben hin gebrochen werden.
Bringen wir in Umkehrung des in Abb. 59 dargestellten Versuchs eine punktförmige Lichtquelle in den Brennpunkt einer Sammellinse, so werden die Strahlen durch diese so gebrochen, daß sie nach dem Austritt aus der Linse achsenparallel verlaufen (Abb. 60).

3. Durch Konvexlinsen erzeugte Bilder. Durch Versuche überzeugen wir uns, daß wir mit Hilfe von Sammellinsen Bilder von Lichtquellen und beleuchteten Gegenständen entwerfen und auf einem Schirm auffangen können. (Photographische Kamera, Projektionsapparat.) Diese Bilder sind in jedem Falle vollständig umgekehrt. Steht der Gegenstand senkrecht zur Achse, so gilt dasselbe auch für das Bild.

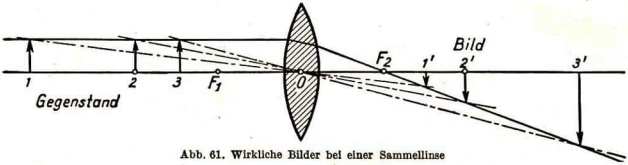


Abb. 61. Wirkliche Bilder bei einer Sammellinse

Wir zeigen mit einer punktförmigen Lichtquelle, einer Linse und einem Schirm oder mit der optischen Scheibe ähnlich wie beim Hohlspiegel, daß alle von einem Punkt ausgehenden Lichtstrahlen sich nach dem Durchgange durch die Linse nahezu wieder in einem Punkte vereinigen. Je dünner die Linse ist, um so besser ist die punktförmige Vereinigung. Wir wollen uns deshalb auf dünne Sammellinsen beschränken.
Von den vielen von dem Gegenstand 1 in Abb. 61 ausgehenden, die Linse durchsetzenden Lichtstrahlen lassen sich wie beim Hohlspiegel die folgenden am leichtesten in ihrem Verlauf verfolgen und zeichnerisch darstellen:

1. der **Parallelstrahl:** Er verläuft vor der Linse parallel zur Achse und hinter der Linse durch den jenseitigen Brennpunkt;
2. der **Brennpunktstrahl:** Er geht durch den vor der Linse liegenden Brennpunkt und verläßt die Linse parallel zur Achse;
3. der **Mittelpunktstrahl:** Er geht geradlinig durch den optischen Mittelpunkt der Linse, da auf ihn die Linse wie eine sehr dünne, planparallele Platte wirkt.

Zur zeichnerischen Ermittlung des zu einem Gegenstand gehörigen Linsenbildes genügen für jeden Punkt zwei dieser Strahlen. So sind in Abb. 61 mit Hilfe des Parallel- und des Mittelpunktstrahles Linsenbilder gezeichnet für einen Gegenstand, der sich in Lage 1 außerhalb der doppelten Brennweite, in Lage 2 in der doppelten Brennweite und in Lage 3 zwischen doppelter und einfacher Brennweite befindet. Abb. 62 zeigt den Strahlengang für den Fall,

daß der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite liegt. Es entsteht kein reelles Bild. Rückt der Gegenstand in den Brennpunkt, so werden die Lichtstrahlen nach dem Durchgang durch die Linse parallel, wir erhalten daher kein Bild. Die Abb. 61 und 62 ergeben folgende Beziehungen zwischen der Lage und Größe von Gegenstand und Bild bei einer Sammellinse.

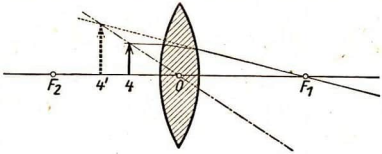


Abb. 62. Scheinbares Bild bei einer Sammellinse

Durch Versuche mit einer passenden Lichtquelle, einer Linse und einem Schirm bestätigen wir die Beziehungen.

der Gegenstand	Liegt bei einer Sammellinse so liegt sein Bild	und es ist
1. außerhalb der doppelten Brennweite (1 in Abb. 61),	**auf der anderen Seite der Linse zwischen einfacher und doppelter Brennweite,**	**umgekehrt, reell und kleiner als der Gegenstand (1′ in Abb. 61);**
2. in der doppelten Brennweite (2 in Abb. 61),	**auf der anderen Seite der Linse ebenfalls in der doppelten Brennweite,**	**umgekehrt, reell und ebenso groß wie der Gegenstand (2′ in Abb. 61);**
3. zwischen einfacher und doppelter Brennweite (3 in Abb. 61),	**auf der anderen Seite der Linse außerhalb der doppelten Brennweite,**	**umgekehrt, reell und größer als der Gegenstand (3′ in Abb. 61);**
4. innerhalb der einfachen Brennweite (4 in Abb. 62),	**auf derselben Seite der Linse,**	**aufrecht, scheinbar und größer als der Gegenstand (4′ in Abb. 62).**

Ähnlich wie beim Hohlspiegel bezeichnen wir die Gegenstands- und die Bildgröße mit G und B, die Entfernung des Gegenstandes von der Linse, die Gegenstandsweite, mit g, die Entfernung des Bildes von der Linse, die Bildweite, mit b und die Brennweite mit f (Abb. 63). Durch Versuche stellen wir fest, daß diese Größen durch dieselbe Formel wie beim Hohlspiegel verbunden sind. Aus Abb. 63 können wir die **Linsenformel** nach dem Strahlensatz ableiten. Es ist $\frac{G}{B} = \frac{g}{b}$, in Worten: **die Bildgröße verhält sich zur Gegenstandsgröße wie die Bildweite zur Gegenstandsweite.**

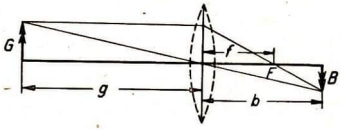


Abb. 63. Herleitung der Linsenformel

Weiter ist

$$\frac{G}{B} = \frac{f}{b-f},$$

folglich $$gb - gf = bf \quad \text{und} \quad bf + gf = gb,$$

also $$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \textbf{(Linsenformel).}$$

4. Zerstreuungslinsen (Konkavlinsen, Hohllinsen) werden von zwei Kugelflächen, die ihre hohle Seite nach außen kehren, begrenzt (s. Abb. 58). Wir denken sie uns, wie die Sammellinsen, aus kleinen schmalen Prismen zusammengesetzt, deren brechende Kanten sämtlich zur Linsenachse hin liegen (Abb. 64). In Richtung der Achse auffallende parallele Strahlen werden alle von dieser weg gebrochen und daher durch die Linse nach außen abgelenkt: sie laufen auseinander, sie werden „zerstreut". Versuche an der optischen Scheibe zeigen, daß ihre rückwärtigen Verlängerungen alle durch einen Punkt F_1 der Hauptachse gehen, der auf derselben Seite liegt wie die ankommenden parallelen Lichtstrahlen. Er heißt der scheinbare Brennpunkt oder auch der Zerstreuungspunkt der Linse. Jede Zerstreuungslinse besitzt zwei derartige Punkte, die auf der optischen Achse liegen und gleiche Abstände von der Linse haben. Entsprechende Versuche und Überlegungen, wie wir sie bei den Sammellinsen angestellt haben, führen hier zu folgendem Ergebnis (Abb. 65):

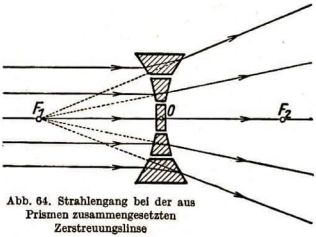


Abb. 64. Strahlengang bei der aus Prismen zusammengesetzten Zerstreuungslinse

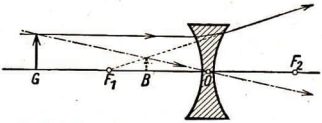


Abb. 65. Scheinbares Bild bei einer Zerstreuungslinse

Eine Zerstreuungslinse liefert nur scheinbare Bilder. Diese liegen auf derselben Seite der Linse wie die Gegenstände und sind verkleinert und aufrecht.

§ 16. Die optischen Instrumente und das Auge

1. Die photographische Kamera ist ein lichtdicht abgeschlossener Kasten; seine Seitenwände werden häufig von einem harmonikaartig gefalteten Lederbalg gebildet, der den Abstand zwischen Vorder- und Hinterwand zu verändern gestattet. In der beweglichen Vorderwand befindet sich das Objektiv[1]); es ist im einfachsten Fall eine Sammellinse, bei guten Apparaten besteht es aus einem System von Linsen, die in ihrer Gesamtheit wie eine Sammellinse wirken. Bei Apparaten für Aufnahmen auf photographischen Platten kann man in die Hinterwand anstatt der Kassette[2]) eine Mattscheibe einschieben

1) obiéctum (lat.) = Gegenstand. 2) cassette (franz.) = Kästchen.

und eine Feineinstellung des Bildes in der Ebene der Platte durch Änderung des Abstandes der Linse zur Platte vornehmen. Bei Rollfilmapparaten ist diese Art der Scharfeinstellung nicht möglich. Der Apparat ist bei der Herstellung geeicht, eine Skala ist an der Linsenführung angebracht und gibt für jede Stellung der Linse an, wie weit der Gegenstand entfernt ist, dessen Bild in dieser Stellung scharf abgebildet wird. Eine Blende befindet sich unmittelbar vor der Linse oder innerhalb des Objektives, wenn dieses aus mehreren Linsen zusammengesetzt ist. Sie heißt Öffnungs- oder Aperturblende[1]). Man reguliert mit ihr die Tiefenschärfe des Bildes.

2. Der Bildwerfer (Projektionsapparat). Bei jeder Sammellinse kann man die Lage von Bild und Gegenstand miteinander vertauschen. Bringt man daher in einem photographischen Apparat an die Stelle der Mattscheibe ein durchsichtiges Glasbild, das man hinreichend beleuchtet, so kann man in entsprechender Entfernung auf einem Schirm ein vergrößertes Bild des beleuchteten Gegenstandes auffangen. Durch Umkehrung des Lichtweges wird also eine photographische Kamera in einen Projektionsapparat[2]) verwandelt. Bei ihm (Abb. 66) verwendet man als Gegenstand ein durchscheinendes Glasbild, das sog. Diapositiv[3]) G. Dieses beleuchtet man mit einer starken Lichtquelle, deren Lichtkegel man durch ein aus zwei plankonvexen Linsen zusammengesetztes Linsensystem C, den Kondensor[4]) konvergent[5]) macht, d. h. so bricht, daß die Strahlen sich nähern. Dadurch erreicht man, daß alle Strahlen, die das unmittelbar vor dem Kondensor stehende Glasbild G treffen, durch das Objektiv O hindurchgehen. Durch dieses wird dann auf dem Schirm S ein reelles, vergrößertes Bild entworfen. Das als Gegenstand dienende Glasbild muß umgekehrt und seitenvertauscht in den Strahlengang gestellt werden, damit das Bild auf dem Schirm in richtiger Lage erscheint.

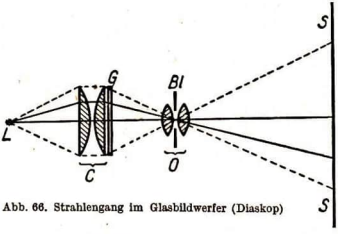


Abb. 66. Strahlengang im Glasbildwerfer (Diaskop)

Derartige Bildwerfer, bei denen die abbildenden Strahlen durch den Gegenstand (das Diapositiv) hindurchgehen, werden Diaskope genannt. Ist der Gegenstand hingegen undurchsichtig, also z. B. ein Papierbild, so muß man die von dem Gegenstand zurückgeworfenen Lichtstrahlen zur Bilderzeugung ausnützen. Das geschieht im Episkop[6]) (Abb. 67). Man be-

1) apertūra (lat.) = Öffnung. 2) proiectio (lat.) = das Hinwerfen.
3) diá (griech.) = hindurch. 4) condensāre (lat.) = verdichten.
5) cum (lat.) = zusammen, vérgĕre (lat.) = sich neigen.
6) epí (griech.) = auf, darauf.

leuchtet den abzubildenden Gegenstand P durch eine starke Lichtquelle L mit Hilfe von Hohlspiegeln H_1 und H_2 und Linsen möglichst kräftig und bildet ihn dann durch das zerstreut zurückgeworfene Licht mit Hilfe des ebenen Silberspiegels S und des Objektivs O ab. Das Bild ist viel lichtschwächer als beim Diaskop, da nur ein geringer Bruchteil des auf das Papierbild fallenden Lichtes so reflektiert wird, daß er auf den Spiegel S fällt.

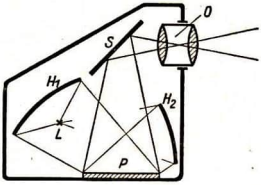


Abb. 67. Episkop

3. Der Kinematograph. Werden einzelne, schnell aufeinanderfolgende Zustände eines Bewegungsvorganges photographiert, indem man etwa 20–30 Aufnahmen in einer Sekunde macht, so erhält man Reihenbilder. Die Einzelbilder werden mit einem entsprechend eingerichteten Bildwerfer (Kinematograph[1]) dem Auge im Zeitmaß der Aufnahme ruckweise vorgeführt. Während des Bildwechsels wird das Licht abgeblendet. Der Strahlengang und Filmlauf in einem Kinematograph sind in Abb. 68 schematisch dargestellt. Der im Auge von einem Bilde hervorgerufene Lichtreiz dauert nach dem Verschwinden des Bildes noch kurze Zeit, etwa $\frac{1}{20}$ s an; innerhalb dieser Zeit erscheint das folgende Bild. Wir haben dann den Eindruck eines ununterbrochenen Bewegungsvorganges.

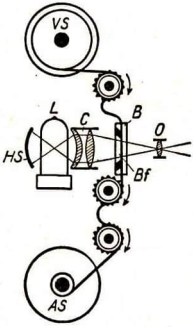


Abb. 68. Schematische Darstellung des Strahlenganges und Filmlaufes eines Vorführgerätes für Laufbilder. *HS* Hohlspiegel, *L* Lichtquelle, *C* Kondensor, *B* Bildbühne, *Bf* Bildfenster, *O* Objektiv, *VS* Vorratsspule, *AS* Aufwickelspule

Werden von einem Bewegungsvorgang in einer Sekunde nicht 30, sondern etwa 300 Aufnahmen gemacht und führt man diese nicht in einer, sondern in 10 Sekunden vor, so werden die in Wirklichkeit sehr rasch ablaufenden Vorgänge der betrachteten Bewegungen im Bilde stark verlangsamt: **Zeitlupe** (Anwendung in der Medizin, z. B. bei der Untersuchung der Herzbewegungen, und im Sport, z. B. beim Studium einer Sprungbewegung).

Werden hingegen z. B. die 24 Aufnahmen, die man in den 24 Stunden eines Tages von einer wachsenden Pflanze gemacht hat, in einer Sekunde vorgeführt, so spricht man von einem **Zeitraffer.**

4. Das Auge. Das optische System des Auges. Die lichtdurchlässigen Schichten des Auges bestehen aus folgenden Teilen: der Hornhaut, dem Kammerwasser, der eigentlichen Linse (Kristallinse) und dem Glaskörper. Die Brechungszahlen dieser ein-

1) kínema (griech.) = Bewegung; grápho (griech.) = ich schreibe.

zelnen optischen Medien sind verschieden groß, die Brechungsflächen annähernd kugelförmig. Die Pupille ist eine sich automatisch einstellende Blende; sie schützt durch ihre Verengung bei Einfall von starkem Licht die Netzhaut vor einer schädigenden Überbeanspruchung. Auf der Netzhaut entwirft das Linsensystem des Auges ein reelles, verkleinertes, umgekehrtes und seitenvertauschtes Bild des betrachteten Gegenstandes.

Der gelbe und der blinde Netzhautfleck. Unter Sehschärfe versteht man die Fähigkeit, möglichst viele Einzelheiten des betrachteten Gegenstandes zu erkennen. Diese Fähigkeit ist in der Netzhautgrube, die wegen der Farbe ihrer Umgebung auch gelber Fleck genannt wird, besonders entwickelt. Die Netzhautbeschaffenheit weicht im gelben Fleck von der Umgebung ab. Hier liegen als Sinneszellen nur Zäpfchen, von denen jedes einzelne eine Nervenableitung zum Gehirn hat und die hier viel dichter beieinander stehen als die Sinneszellen auf den übrigen Teilen der Netzhaut. An den anderen Teilen der Netzhaut sind neben den Zäpfchen auch Stäbchen vorhanden, die Sinneszellen sind hier gruppenweise zusammengefaßt und jede Gruppe hat nur eine gemeinsame Verbindung zum Gehirn. Die Netzhautgrube ist, wie gesagt, die Stelle höchster Sehschärfe, nicht aber die lichtempfindlichste Stelle der Netzhaut. Die anderen Stellen der Netzhaut, die auch Stäbchen enthalten, sprechen auf viel kleinere Lichtreize als die Netzhautgrube an. An der Stelle des Eintritts der Sehnerven sind keine Sinneszellen vorhanden, es ist der sog. blinde Fleck.

Tages- und Dämmerungssehen. Wir haben alle schon beobachtet, daß wir bei sehr kleinen Helligkeiten keine Farben wahrnehmen, alles erscheint grau. Im Gegensatz zum Tagessehen, bei dem uns die Umwelt farbig erscheint, bezeichnen wir diese Art des Sehens als Dämmerungs- oder Dunkelsehen. Man nimmt an, daß die Stäbchen die lichtaufnehmenden Organe beim Dämmerungssehen, die Zäpfchen die beim Tagessehen sind. Danach vermögen nur die Zäpfchen Farbeindrücke zu vermitteln. Das Auge ist bei Einstellung (Adaptation[1])) auf das Dämmerungssehen sehr lichtempfindlich. Um die Augen vom Tagessehen auf Dämmerungssehen umzustellen und zugleich beim Dämmerungssehen die größte Lichtempfindlichkeit zu erreichen, brauchen wir eine lange Zeit, etwa 30 Minuten.

Nachbilder. Der auf die Sinneszellen der Netzhaut durch das entstehende Bild ausgeübte Reiz hält eine kurze Zeit, etwa $\frac{1}{20}$ s, an.

Nah- und Fernpunkt. Akkommodation[2]). Im entspannten Zustand ist das Auge auf die Ferne eingestellt. Der am weitesten entfernte Punkt, den man noch scharf erkennen kann, heißt der Fernpunkt. Ist das Auge auf die Ferne eingestellt, so vereinigt das Linsensystem parallel ankommende Strahlen scharf auf der Netzhaut. Rückt der betrachtete Gegenstand näher an das Auge heran, so wird ein scharfes Bild durch Ver-

1) adaptäre (lat.) = anpassen. 2) accommodare = sich nach etwas richten.

kleinerung des Krümmungsradius der Kristallinse erzielt. Man nennt diesen Einstellungsvorgang **Akkommodation.** Ein jugendliches, normalsichtiges Auge kann die Linse so stark krümmen, daß noch von Gegenständen, die sich in 8 cm Abstand vom Auge befinden, scharfe Bilder auf der Netzhaut entstehen. Der dem Auge am nächsten liegende Punkt, auf den es noch scharf einstellen kann, wird der Nahpunkt genannt.

Weit-, Alters- und Kurzsichtigkeit. Ist der Nahpunkt schon im jugendlichen Alter weiter als 30 cm entfernt, so ist der Abstand zwischen Linsensystem und Netzhaut zu klein; das Bild B naher Gegenstände G fällt hinter die Netzhaut; man nennt ein solches Auge weit- oder übersichtig. Durch Vorsetzen einer Sammellinse wird die gemeinsame Brennweite des Augenlinsensystems und der Sammellinse verkleinert. Abb. 69 zeigt dies. Im Alter läßt die Akkommodationsfähigkeit nach, der Nahpunkt rückt weiter vom Auge ab. Bei 40- bis 50-Jährigen über 40 bis 50 cm. Bei älteren Leuten tritt also, auch wenn sie in der Jugend normalsichtig waren, Weitsichtigkeit (Alterssichtigkeit) ein, daher müssen sie beim Lesen Konvexbrillen tragen oder die Schrift weit von sich entfernt halten. Kurzsichtige Augen vereinigen von entfernten Gegenständen herkommende Lichtstrahlen schon vor der Netzhaut (in Punkt D der Abb. 70). Entfernte Gegenstände kann ein kurzsichtiges Auge daher nicht genau erkennen. Abb. 70 zeigt, daß zum deutlichen Sehen eine Brille in Form einer Konkavlinse erforderlich ist.

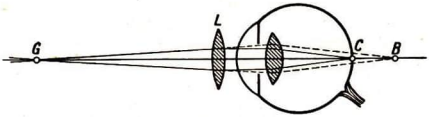


Abb. 69. Strahlengang im weitsichtigen Auge bei Betrachtung eines nahen Gegenstandes, ohne (gestrichelt) und mit Brille

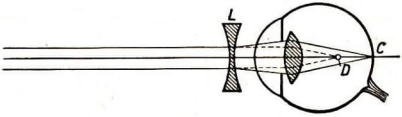


Abb. 70. Strahlengang im kurzsichtigen Auge bei Betrachtung eines entfernten Gegenstandes, ohne und mit Brille

***W*eitsichtige müssen kon*v*exe, *K*urzsichtige kon*k*ave Brillen tragen.**

Augenärzte und Optiker messen die Brechkraft einer Linse in Dioptrien[1]). Die Dioptrienzahl einer Linse ist der Kehrwert ihrer in Metern gemessenen Brennweite: $D = \frac{1}{f}$. Hat z. B. eine Sammellinse die Brennweite 0,25 m, so ist ihre Dioptrienzahl $+ 4$.

5. Das räumliche Sehen. Das Stereoskop. Visieren wir bei gestrecktem Arm erst mit dem linken, dann mit dem rechten Auge bei gleichzeitigem Schließen des anderen Auges über den lotrecht gehaltenen Daumen, so verschiebt sich der Daumen gegen den betrachteten Hintergrund: er

1) dioptreía (griech.) = das Spähen.

scheint dem rechten Auge nach links, dem linken Auge nach rechts zu rükken. Die in beiden Augen entstehenden Netzhautbilder des Daumens stimmen also nicht völlig überein.

Flächenhafte Gegenstände, z. B. eine Zeichnung, ergeben in beiden Augen übereinstimmende Netzhautbilder. Die beiden Netzhautbilder eines Körpers aber unterscheiden sich um so mehr, je größer seine Tiefenausdehnung ist. Betrachten wir z. B. einen quadratischen Pyramidenstumpf von oben abwechselnd mit dem linken und dem rechten Auge, so erscheint er dem linken Auge wie das linke, dem rechten wie das rechte Bild in Abb. 71. Halten wir zwischen die beiden Bilder ein Blatt steifes Papier so, daß das linke Auge nur das linke und gleichzeitig das rechte nur das rechte Bild sieht, so erhalten wir einen körperlichen Eindruck des Pyramidenstumpfes. Die Verschiedenheit der beiden Netzhautbilder ermöglicht es uns, räumlich ausgedehnte Gegenstände körperlich zu sehen, und vermittelt uns auch einen Eindruck von ihrer Tiefenausdehnung. Um mit Hilfe von zwei verschiedenen ebenen Bildern einen körperlichen Eindruck zu erzielen, bedient man sich des **Stereoskops**[1]). Mit diesem betrachtet man gleichzeitig zwei Bilder, die nach Art der Abbildung 71 den verschiedenen Netzhautbildern der beiden Augen entsprechen. Man stellt sie her, indem man mit einem photographischen Apparat von demselben Gegenstand je eine Aufnahme von zwei Standpunkten aus macht, die seitlich so weit voneinander entfernt sind wie die beiden Augen eines Menschen. Bei der in Abb. 72 schematisch dargestellten Form des Stereoskops betrachtet man zwei derartige Stereoskopbilder durch zwei aus einer Sammellinse herausgeschnittene Stücke P_1 und P_2, die mit ihren schmalen Rändern nach innen und gegeneinander gestellt sind. Die Abbildung zeigt, wie in den Augen *Al* und *Ar* der Eindruck erweckt wird, als ob die beiden Bilder B_1 und B_2 an derselben Stelle, nämlich in B, lägen.

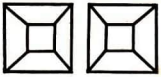


Abb. 71. Linkes und rechtes Netzhautbild eines Pyramidenstumpfes

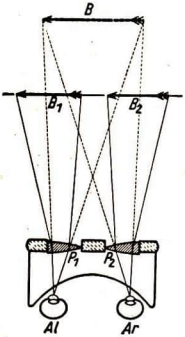


Abb. 72. Stereoskop

Sehwinkel. Wie groß uns ein Gegenstand erscheint, hängt von der Größe seines Netzhautbildes in unserem Auge ab. Diese ist durch die Größe des (auch Gesichtswinkel oder scheinbare Größe genannten) Sehwinkels AOB (Abb. 73) bedingt, unter dem wir den hier als Strecke AB angenommenen Gegenstand sehen. Die Größe des Sehwinkels hängt nicht nur von der des Gegenstandes, sondern auch von dessen Entfernung vom Auge ab: nach

1) stereós (griech.) = körperlich.

Abb. 73 erscheinen die verschieden großen Gegenstände AB und CD in den angegebenen Entfernungen unter demselben Sehwinkel AOB, die beiden gleichgroßen Gegenstände AB und A_1B_1, die sich in verschiedenen Entfernungen befinden, unter den verschiedenen Sehwinkeln AOB und A_1OB_1. Aus dem beim Sehen ermittelten Sehwinkel können wir daher nur dann auf die wahre Größe des Gegenstandes schließen, wenn wir seine Entfernung kennen, oder umgekehrt auf seine Entfernung, wenn uns seine wahre Größe bekannt ist.

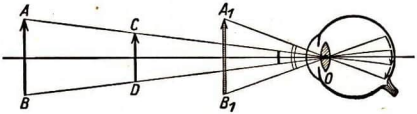


Abb. 73. Sehwinkel

Sonne und Mond, die annähernd denselben Sehwinkel haben, erscheinen uns gleich groß. Dabei ist der Durchmesser der Sonne 400 mal so groß wie der des Mondes. Die Sonne ist aber auch 400 mal so weit von der Erde entfernt wie der Mond.

Bei einem normalen Auge muß ein Gegenstand mindestens einen Sehwinkel von 1′ ausfüllen, wenn er getrennt von seiner Umgebung wahrgenommen werden soll. Die Ausdehnung des Bildes des Gegenstandes auf der Netzhaut beträgt dann 11,4 μ.

6. Lupe. Wenn wir einen sehr kleinen Gegenstand genauer betrachten wollen, bringen wir ihn möglichst nahe an das Auge heran; hierdurch wird sein Sehwinkel und damit sein Netzhautbild vergrößert. Das Auge kann aber nur solche Gegenstände noch scharf erkennen, die mindestens so weit entfernt sind wie der Nahpunkt. Wollen wir bei geringerer Entfernung einen kleinen Gegenstand scharf sehen, so bringen wir nahe vor das Auge eine Sammellinse und halten den Gegenstand so davor, daß er innerhalb der einfachen Brennweite liegt. Wir benutzen dann die Linse als Vergrößerungsglas und nennen sie eine Lupe[1]).

In Abb. 74 denken wir uns im Nahpunkt B des Auges einen sehr kleinen Gegenstand BG'', der unter einem so kleinen Sehwinkel α erscheint, daß das Auge seine Einzelheiten nicht mehr erkennt. Bringen wir jetzt eine Lupe vor das Auge, so können wir den Gegenstand näher heranbringen (bis in die Lage GG'), ohne daß sein Netzhautbild hinter die Netzhaut fällt; gleichzeitig wird sein Sehwinkel β dadurch größer. Durch die Lupe betrachtet erscheint uns also der in G befindliche

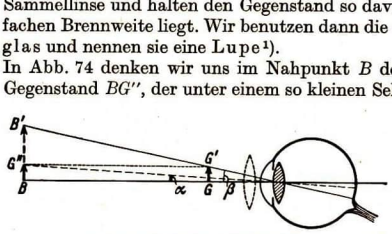


Abb. 74. Vergrößerung durch die Lupe

1) lupa (lat.) = Wolfsgeschwulst (Form der Linse).

kleine Gegenstand GG' so groß wie ein in B befindlicher großer Gegenstand BB'. Das Verhältnis $BB' : GG'$ nennen wir die Vergrößerung der Lupe; sie ist um so stärker, je stärker die Lupe gekrümmt, je kleiner also ihre Brennweite ist.

7. Das Mikroskop. Eine stärkere Vergrößerung als durch die Lupe erzielt man durch das Mikroskop[1]) (Abb. 75). Es besteht im wesentlichen aus zwei Sammellinsen; die eine von ihnen ist stark gekrümmt, hat also eine kleine Brennweite; sie ist dem Gegenstand (Objekt) zugekehrt und heißt daher Objektiv; dieses entwirft von dem Gegenstand ein umgekehrtes, reelles und vergrößertes Bild, das man durch die zweite Linse, das Okular[2]), wie durch eine Lupe betrachtet. Die Linsen eines Mikroskops sitzen an den Enden eines zylindrischen Rohres, des Tubus[3]). Bei den neuzeitlichen Mikroskopen verwendet man anstelle der beiden einfachen Sammellinsen Zusammenstellungen von Linsen.

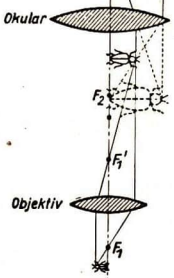


Abb. 75.
Strahlengang im Mikroskop

Man untersucht durchsichtige Gegenstände, wie dünne Membranen, dünne Flüssigkeitsschichten oder Dünnschliffe im durchfallenden Licht. Der Objekttisch, der sich unter dem Tubus befindet, hat dann eine runde Öffnung, durch die ein darunter angebrachter ebener oder hohler Spiegel (Beleuchtungsspiegel) Licht nach oben wirft. Untersucht man die Oberflächen irgendwelcher undurchsichtiger Stoffe, dann beleuchtet man von oben.

Auch mit den stärksten Mikroskopen kann man über eine 2000fache Vergrößerung nicht hinauskommen. Die kleinste mit ihnen noch erkennbare Strecke ist etwa $\frac{1}{4000}$ mm lang.

8. Fernrohre. Fernrohre dienen dazu, das Netzhautbild eines entfernten Gegenstandes zu vergrößern (Vergrößerung des Sehwinkels). Die in das Fernrohr eintretenden Strahlen sind parallel, die Fernrohre sind so gebaut, daß die austretenden ebenfalls parallel verlaufen.

Das Keplersche Fernrohr. Ein als Sammellinse von großer Brennweite wirkendes Linsensystem, das Objektiv, entwirft ein wirkliches, umgekehrtes und verkleinertes Bild, das in der Nähe des Objektivbrennpunktes entsteht. Man betrachtet es durch ein zweites, wie eine Lupe wirkendes Linsensystem, das Okular. Objektiv und Okular sind miteinander durch einen Tubus verbunden; sie liegen so zueinander, daß der zweite Brennpunkt des Objektivs fast mit dem ersten des Okulars zusammenfällt; die Tubuslänge ist also gleich

1) mikrós (griech.) = klein. 2) oculus (lat.) = Auge.
3) tubus (lat.) = Röhre.

der Summe der Brennweiten von Objektiv und Okular. Fernrohre dieser Art liefern umgekehrte Bilder; sie sind vornehmlich für astronomische Zwecke geeignet, da in diesem Falle die Umkehrung des Bildes nicht stört; sie heißen **astronomische** oder **Keplersche Fernrohre** (Abb. 76). Ihre Konstruktion wurde im Jahre 1611 von dem deutschen Astronomen Johann Kepler angegeben.

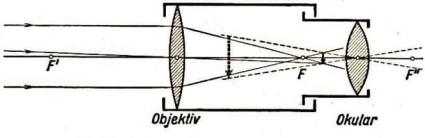


Abb. 76. Strahlengang im Keplerschen Fernrohr

Das im Jahre 1608 von einem holländischen Brillenschleifer Lippershey erfundene und bald darauf auch von dem italienischen Physiker und Astronomen Galileo Galilei nacherfundene **holländische** oder **Galileische Fernrohr** liefert aufrechte Bilder und ist daher auch für die Erdbeobachtung geeignet. Als Okular dient bei ihm eine Zerstreuungslinse. Dieses Fernrohr zeichnet sich durch Handlichkeit und große Helligkeit der Bilder aus; es findet Verwendung als Theaterglas und ist auch als Nachtglas verwendbar. Es gibt nur geringe Vergrößerungen und besitzt ein kleines Gesichtsfeld.

Für astronomische Zwecke verwendet man vielfach **Spiegelfernrohre;** bei ihnen wird das durch einen Hohlspiegel erzeugte Bild eines Gestirnes durch eine Lupe betrachtet.

Erdfernrohre. Um bei dem astronomischen Fernrohr ein aufrechtes und seitenrichtiges Bild zu erhalten, schaltet man zwischen Objektiv und Okular eine weitere Linse ein, die man als Umkehrlinse bezeichnet. Diese entwirft von dem durch das Objektiv in der Nähe seines Brennpunktes erzeugten reellen umgekehrten Bild wiederum ein reelles, abermals umgekehrtes Bild. Betrachten wir dieses Bild durch das Okular wie durch eine Lupe, so zeigt es dieselbe aufrechte Lage wie der Gegenstand. Ein derartiges Erdfernrohr wird durch die erhebliche Länge seines Rohres sehr unhandlich und ist daher für viele Zwecke wenig brauchbar.

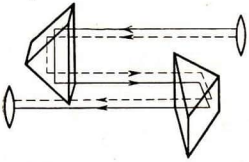


Abb. 77. Strahlengang in Prismengläsern

Prismenfernrohre. Schaltet man zwischen Objektiv und Okular eines astronomischen Fernrohres statt der Umkehrlinse zwei zweckentsprechend angeordnete, totalreflektierende Prismen ein, so erhält man ebenfalls aufrechte Bilder; solche Fernrohre nennt man Prismengläser. In ihnen werden die beiden Prismen mit den Hypotenusenflächen so gegeneinander gestellt, wie es die Abb. 77 zeigt. Die durch das Objektiv hindurchgegangenen Lichtstrahlen werden an den Kathetenflächen des ersten Prismas total

reflektiert und somit um 180° gedreht. Dies geschieht nochmals an den Kathetenflächen des zweiten Prismas. Die Lichtstrahlen verlaufen also wieder in ihrer ursprünglichen Richtung, wenn sie nunmehr in das Okular gelangen. Zugleich wird bei der zweimaligen vollständigen Zurückwerfung an den Kathetenflächen des ersten Prismas oben und unten, an denen des zweiten Prismas rechts und links vertauscht, so daß man bei der Betrachtung durch das als Lupe wirkende Okular das Bild in der richtigen Lage erhält.

§ 17. Geschichtliche Entwicklung

Im Altertum nahm man an, das Sehen käme in der Weise zustande, daß das Auge Strahlen aussende, die auf die sichtbaren Körper träfen. Man verwandte damals schon Spiegel aus Metall, sowohl Planspiegel als auch Hohlspiegel und erhabene Spiegel. Hohlspiegel haben zum Erzeugen von Feuer, besonders von Opferfeuern, gedient. Ebenso sind auch Sammellinsen zu diesem Zwecke benutzt worden. Der Schliff dieser Linsen war allerdings sehr ungleichmäßig.

Das Reflexionsgesetz ist schon im 3. Jahrhundert v. d. Ztr. bekannt gewesen. Die Ablenkung des Lichtes bei der Brechung ist ebenfalls schon von griechischen Forschern untersucht worden, doch ist das Brechungsgesetz in der heutigen Form erst um das Jahr 1620 von dem holländischen Physiker Snellius ausgesprochen worden. Die Totalreflexion ist von dem deutschen Astronomen Kepler (1571–1630) etwa um dieselbe Zeit entdeckt worden.

Von der vergrößernden Wirkung gläserner Kugelsegmente hat zuerst der arabische Gelehrte Alhazen im 11. Jahrhundert berichtet. Er hat auch als erster auf die Bedeutung der Augenlinse für die Entstehung des Bildes im Auge hingewiesen. Die Erfindung der Augengläser wird dem Florentiner Salvino degli Armati zugeschrieben, der im 13. Jahrhundert lebte. Sicher ist, daß sich im 14., 15. und 16. Jahrhundert in Italien und besonders in Flandern eine Brillenmacherzunft entwickelt hat.

Die Lochkamera war schon Leonardo da Vinci um 1500 bekannt. Die Kamera mit Linse ist zuerst von dem Neapolitaner della Porta im 16. Jahrhundert beschrieben worden.

Im Jahre 1590 hat der Glasschleifer Jansen in Holland das Mikroskop ersonnen. Seine Erfindung wurde von dem englischen Physiker Hooke im 17. Jahrhundert verbessert.

Im Jahre 1608 verbreitete sich von Holland aus die Kunde von der Erfindung des Fernrohres. Der Brillenmacher Lippershey hatte die Wirkung einer Konvex- und einer Konkavlinse in ihrer Zusammensetzung erkannt.

Noch in demselben Jahr hörte der italienische Physiker Galilei (1564–1642) von der Erfindung des Fernrohres. Er schuf sich nach der Beschreibung ein Fernrohr aus einer Konvex- und einer Konkavlinse. Mit diesem Instrument machte Galilei in den Jahren 1610–1612 wichtige astronomische Entdeckungen. Er stellte fest, daß der Planet Jupiter 4 Monde besitzt, daß der Planet Venus Lichtphasen wie der Mond zeigt und daß auf der Sonne dunkle Sonnenflecken entstehen und verschwinden. Er erkannte die Berge auf dem Mond.

Um dieselbe Zeit beschäftigte sich der deutsche Astronom Johannes Kepler mit der Konstruktion von Fernrohren und den Wirkungen, die Zusammenstellungen verschiedener Linsen zeigen. Dabei erkannte er, daß aus zwei Sammellinsen ein Fernrohr gebildet werden könnte. Er hat zum erstenmal besonders darauf hingewiesen, daß von einem leuchtenden Punkt nicht nur ein einziger Strahl, sondern ein ganzes Strahlenbündel ausgeht und daß dieses Strahlenbündel durch die Linse in einem Punkt vereinigt werden muß, wenn ein deutliches und scharfes Bild entstehen soll. So hat er den Grund zur modernen Optik gelegt. Das von ihm erfundene Fernrohr ist von den Jesuitenpater Scheiner einige Jahre später zuerst gebaut und zu erfolgreichen Beobachtungen und Entdeckungen am Sternenhimmel benutzt worden.

Achromatische Linsen sind erst um die Mitte des 18. Jahrhunderts von dem Engländer Dollond hergestellt worden. In Deutschland entstand im 19. Jahrhundert an vielen Orten (Rathenow, Jena) eine blühende optische Industrie. Die erzielten Fortschritte hingen erheb-

lich von der Entwicklung der Glashütten ab, die es allmählich lernten, Glassorten mit den verschiedensten optischen Eigenschaften herzustellen. Die optischen Instrumente sind anfänglich im wesentlichen auf Grund praktischer Erfahrungen entstanden. Erst als es gelang, Theorie und Praxis zu verbinden, wurden wesentliche Fortschritte erzielt. Joseph von Fraunhofer (1787–1826) und Ernst Abbe (1840–1905), der Schöpfer der Zeißwerke-Jena, haben hervorragenden Anteil an dieser Entwicklung. Die Firma Zeiß baute das erste Prismenfernrohr gegen Ende des 19. Jahrhunderts.

§ 18. Die Zerlegung des Lichtes

1. Das Spektrum. Wir lassen in einem verdunkelten Zimmer durch einen schmalen waagerechten Spalt die Strahlen des Sonnenlichtes auf einen weißen Schirm fallen und bringen in den Strahlengang ein Glasprisma *P*, dessen brechende Kante unten liegt (Abb. 78). Dann werden die Strahlen beim Durchgang durch das Prisma nicht nur von der brechenden Kante fort, also nach oben, abgelenkt, sondern gleichzeitig fächerartig auseinandergebreitet („zerstreut"). Dabei zeigt sich auf dem Schirm ein breites Farbenband, dessen am stärksten abgelenktes, also nach oben liegendes Ende violett, dessen am wenigsten abgelenktes, also nach unten liegendes Ende rot gefärbt ist. Zwischen rot und violett liegen sehr viele Farben. Sie lassen sich nicht scharf voneinander trennen, sondern gehen allmählich ineinander über.

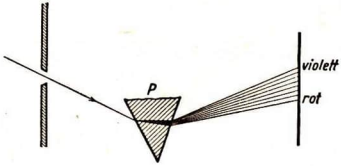


Abb. 78. Zerlegung des weißen Lichtes

Aus der Menge dieser Farben greift man gewöhnlich die sieben Farben rot, orange, gelb, grün, blau, indigo und violett heraus und nennt sie die **Spektralfarben.** Das ganze Farbband heißt **Spektrum**[1]).

Die Brechungszahl von Glas für das Licht der verschiedenen Spektralfarben nimmt von rot über gelb nach violett hin zu. Bringen wir Rauch oder einen weißen Schirm in den Gang der abgelenkten Lichtstrahlen, so sehen wir, daß unmittelbar hinter dem Prisma nur die äußersten Ränder des Strahlenfächers gefärbt sind. Erst in größerer Entfernung vom Prisma treten alle Farben vollständig und klar hervor.

Da das Prisma aus farblosem Glas besteht, ist zu vermuten, daß die verschiedenfarbigen Strahlen von vornherein in dem weißen Licht vorhanden gewesen sind und durch die verschieden starke Ablenkung im Prisma auseinandergebreitet werden. Man nennt diese Erscheinung die **Zerstreuung** oder **Dispersion**[2]) des zusammengesetzten Sonnenlichtes.

Die Richtigkeit unserer Vermutung wird dadurch bestätigt, daß wir die Farben wieder zu Weiß vereinigen können. Wir lassen sämtliche verschieden-

1) spéctrum (lat.) = Bild. 2) dispérsio (lat.) = Zerstreuung.

farbigen Strahlen eines Spektrums durch eine Sammellinse hindurchgehen oder auf einen Hohlspiegel fallen; dann erhalten wir dort, wo sich die Strahlen schneiden, einen weißen Fleck.

Blenden wir aus den Farben des Spektrums durch einen schmalen Spalt die Strahlen einer Farbe heraus und lassen sie durch ein zweites Prisma gehen, so werden sie zwar nochmals abgelenkt, aber nicht weiter zerlegt (zerstreut).

Sämtliche Spektralfarben, in die weißes Licht durch ein Prisma zerlegt wird, kann man wieder zu weißem Licht vereinigen: dieses ist also zusammengesetztes Licht. Die einzelnen Spektralfarben lassen sich nicht weiter zerlegen: sie sind einfaches, nicht zusammengesetztes Licht.

Die Zerlegung des Sonnenlichtes durch ein Prisma wurde Ende des 17. Jahrhunderts von dem englischen Physiker Isaac Newton entdeckt.

2. Achromatisches und geradsichtiges Prisma. Ersetzt man das bei dem Versuch über Farbenstreuung benutzte Prisma durch ein ebenso gestaltetes aus einer anderen Glassorte, so erscheint das Spektrum an einer anderen Stelle und hat auch eine andere Ausdehnung. Verschiedene Glassorten brechen und zerstreuen Licht in anderer Weise.

Wir machen einen Versuch mit Prismen aus Kron- und Flintglas; sie haben beide den gleichen brechenden Winkel. Wir stellen fest: 1. Die Ablenkung ist für Flintglas größer als für Kronglas, 2. Die Ausdehnung des Spektrums, das von dem Flintglasprisma erzeugt wird, ist etwa doppelt so groß wie die Ausdehnung des durch das Kronglasprisma erzeugten Spektrums.

Diese Eigenschaften machen es möglich, durch Zusammensetzung von Prismen aus verschiedenen Glassorten mit verschiedenen brechenden Winkeln die Farbenzerstreuung des durchgehenden Lichtstrahles aufzuheben. Er wird dann nur aus seiner Richtung abgelenkt. Eine solche Zusammenstellung nennt man achromatisches[1]) Prisma. Im Gegensatz hierzu wird bei den sogenannten geradsichtigen Prismen der Lichtstrahl in Spektralfarben zerlegt, aber nicht aus seiner Richtung abgelenkt.

3. Misch- und Ergänzungsfarben. Wir wollen jetzt untersuchen, was geschieht, wenn wir nicht alle Farben des Sonnenspektrums, sondern nur einige wieder vereinigen. Wir erzeugen ein Sonnenspektrum, blenden mit einem kleinen Prisma einen schmalen Streifen des Spektrums heraus und lassen beide Lichtstrahlteile durch eine Sammellinse gehen. Dann erhalten wir zwei farbige Bilder: das eine hat die Farbe des ausgeblendeten Teiles des Spektrums, das andere eine Farbe, die sich durch Mischung aus den übrigen Spektralfarben ergibt. Vereinigen wir die beiden Bilder, so ergänzen sie sich wieder zu weiß. Man nennt deshalb die beiden Farben Ergänzungs- oder Komplementärfarben[2]). Blenden wir nacheinander die verschiedenen Farben des Spektrums heraus, so finden wir folgende Reihe der Komplementärfarben:

1) achrómatos (griech.) = ungefärbt. 2) compleméntum = Ergänzung, Ausfüllung.

Herausgeblendet	rot	orange	gelb	grün	blau	violett
Entstehende Mischfarbe des Restes	grün	violett	blau	rot	gelb	orange

Wir sehen, bei diesen Farbpaaren kommt jede Farbe einmal als reine Spektralfarbe – obere Reihe – und einmal als Mischfarbe – untere Reihe – vor. Ein Versuch zeigt uns ferner, daß wir auch durch Mischung beispielsweise einer bestimmten gelben und einer bestimmten blauen Spektralfarbe weißes Licht herstellen können. Wir lernen hierdurch, daß wir nicht aus unserer Wahrnehmung die Zusammensetzung des Lichtes erschließen können. Wir können jedoch von einer großen Gruppe von Lichteindrücken, nämlich für weiß und alle nicht reinen, d. h. „weißlich" verfärbten Spektralfarben aussagen, daß sie zusammengesetztes Licht sind.

4. Spektralapparat. Untersuchungen der spektralen Zusammensetzung des Lichtes werden vielfach vorgenommen. Man benutzt dazu Spektralapparate, deren Prinzip wir jetzt an Abb. 79 kennenlernen. Ein Spalt (*1*) wird von der Lichtquelle, deren Spektrum man feststellen will, beleuchtet. Dieser Spalt steht im Brennpunkt einer im Spaltrohr (*2*) befindlichen Sammellinse (Kollimatorlinse), sie macht die Strahlen parallel. Die Strahlen gehen dann durch das unmittelbar hinter dem Spaltrohr angeordnete Prisma hindurch. Nach ihrem Austritt aus dem Prisma sind sie abgelenkt und zerlegt, sie fallen auf eine Sammellinse (Objektiv des Fernrohres (*3*)), die jede Gruppe der verschieden abgelenkten Strahlen in ihrer Brennebene zu einem Spaltbild vereinigt. Mit dem Okular des Fernrohres (*3*) betrachten wir die Bilder. Spalt und Kollimatorlinse sind meist in einem Rohr, dem Spalt- oder Kollimatorrohr, vereinigt. Das Beobachtungsfernrohr (*3*) ist auf unendliche Entfernung eingestellt. Der Teilkreis (*4*) gestattet den Winkel der Ablenkung, die die Strahlen beim Durchgang durch das Prisma erfahren, zu messen. – Zur schnellen Prüfung der spektralen Zusammensetzung der Lichtstrahlung benutzt man kleine Handspektroskope, die ein geradsichtiges Prisma enthalten. – Das Spektrum des Lichtes einer Stearinkerze (in der Flamme glüht Kohlenstoff) ist ein zusammenhängendes, farbiges Band; ein ebensolches

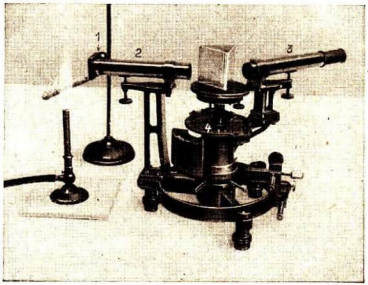


Abb. 79. Spektralapparat
1 Spalt, *2* Spaltrohr, *3* Beobachtungsfernrohr, *4* Teilkreis

finden wir bei der Zerlegung des Lichtes einer Glühlampe. Wollen wir zwei Spektren vergleichen, so entwerfen wir sie übereinander im Spektralapparat. Dazu klappen wir vor die eine Hälfte des Spaltes ein kleines rechtwinkliges Prisma. Mit dem Licht der einen Lichtquelle beleuchten wir den freigelassenen Teil des Spaltes, die andere Lichtquelle ordnen wir so an, daß ihr Licht nach Reflexion an der Hypotenusenfläche des Prismas in den Spalt gelangt. Wir erhalten dann zwei übereinanderliegende niedrigere Spektren. Wir stellen uns so die Spektren von zwei Glühlampen her; die eine brennt mit normaler Spannung, in den Stromkreis der zweiten haben wir einen Widerstand solcher Größe eingeschaltet, daß das Licht der Glühlampe die Farbe des Kerzenlichtes hat. Wir beobachten: 1. das Spektrum der zweiten Lampe ist viel lichtschwächer, 2. es erscheint kürzer, die blauen Spektralfarben sind so lichtschwach, daß sie nicht gesehen werden. Vom Sonnenlicht wissen wir, daß hier die blauen Spektralfarben noch viel heller hervorkommen als bei der normal brennenden Glühlampe. Untersuchen wir die Spektren anderer glühender fester Körper, so finden wir immer ein Spektrum, bei dem die Farben ineinander übergehen. Wir nennen dies ein kontinuierliches Spektrum.

Das Spektrum glühender, fester Körper ist kontinuierlich.

5. Linienspektrum. Wir untersuchen nun die spektrale Zusammensetzung des Lichtes einiger Flammen. Zuerst bringen wir in eine nichtleuchtende Bunsenflamme ein Natriumsalz, z. B. Kochsalz, und sehen, daß die Flamme sich gelb färbt. Die Gelbfärbung wird durch das Leuchten des dampfförmigen Natriums hervorgebracht. Bei der Zerlegung des Lichtes sehen wir, daß anstatt des breiten Farbenbandes nur ein schmaler gelber Streifen vorhanden ist; wir sagen: Das Spektrum des Natriums besteht aus einer gelben Linie. Nehmen wir ein Lithiumsalz, so werden zwei rote Linien sichtbar; Thalliumsalze geben eine grüne Linie, Kaliumsalze zwei rote und eine violette Linie. Auch die Spektren elektrisch angeregter Gase bestehen aus Linien.

Jedes Element sendet unter bestimmten Bedingungen ein ganz bestimmtes, das Element kennzeichnendes Spektrum aus, das sog. Emissionsspektrum des Elementes.

Aus der Lage der Linien kann das Element eindeutig bestimmt werden. In der sog. Spektralanalyse benutzt man die Spektren zum Nachweis von Elementen. Bei den zur chemischen Analyse benutzten modernen Spektralapparaten können die Spektren photographiert werden; an die Stelle des Okulars und des Auges tritt dann die Kamera. Die Analyse wird stets an Hand von Vergleichsspektren durchgeführt. Man nimmt dazu auf der gleichen Platte das Spektrum des zu untersuchenden Stoffes und das einer Vergleichssubstanz auf. Diese enthält meist mehrere Elemente, deren Emissionslinien bekannt sind.

§ 19. Die Linsenfehler und ihre Berichtigung

Wenn wir die durch einfache Sammellinsen entworfenen Bilder näher betrachten, dann bemerken wir an ihnen, besonders in gut abgedunkelten Räumen, mancherlei Unvollkommenheiten. Es erscheint die Umgebung des Bildes aufgehellt, seine Linien zeigen farbige Ränder. Wenn die Mitte des Bildes scharf eingestellt ist, sind die Bezirke am Rande unscharf, der Maßstab der Abbildung ist außerdem nicht überall derselbe, und daher weist das Bild eigentümliche Verzerrungen auf usf. Wir sahen schon, als wir den Strahlengang durch die Linse prüften und ein Verfahren zur Bildkonstruktion entwickelten, daß die damals gefundenen Gesetze nur annähernd zutreffen, die Abweichungen aber um so geringer sind, je dünner wir die Linse wählen. Wir wollen nun die Ursachen der erwähnten Unvollkommenheiten im einzelnen untersuchen und, soweit es möglich ist, Mittel zu ihrer Abhilfe angeben.

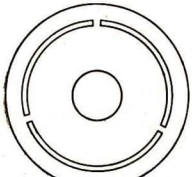


Abb. 80. Doppelblende

Zunächst beobachten wir, daß das Bild merklich besser wird, wenn wir die Randpartien der Linse abblenden. Dann wird aber auch das Bild erheblich lichtschwächer. Unser Ziel muß aber ein möglichst helles Bild sein. Wir müssen also danach trachten, eine größere Fläche der Linse für die Erzeugung des Bildes auszunutzen. Wir stellen uns eine Blende her, Abb. 80, die in der Mitte eine kreisförmige Öffnung und nach dem Rande zu einen schmalen konzentrischen Schlitz in der Form eines Kreisringes enthält, und befestigen sie zentrisch auf der Linse. Dann können nur zwei „Zonen" der Linse wirksam sein. Um je nach Belieben die eine oder die andere ausschalten zu können, hängen wir eine Kreisscheibe oder einen Kreisring aus Pappe über die Linsenfassung.

1. Sphärische Aberration. Nun bilden wir eine auf der Achse gelegene möglichst punktförmige Lichtquelle – etwa den Glühdraht G einer kleinen Lampe – ab, indem wir immer nur eine Zone der Linse freigeben. Dabei zeigt sich, daß die Randstrahlen und die Mittelpunktstrahlen die Bilder B_2 und B_1 an verschiedenen Stellen der Achse entwerfen, und zwar liegt das von den Randstrahlen erzeugte Bild näher an der Linse (Abb. 81). Die Entfernung zwischen beiden Bildorten ist um so größer, je kleiner die Brennweite der Linse ist. Bei einer plankonvexen Linse macht auch die Stellung der Linse etwas aus. Die Abweichung der Bildorte ist größer, wenn die ebene Seite der Linse dem Bildschirm zugekehrt ist. Die geschilderten Fehler bezeichnet man als sphärische Aberration[1]). Sie hat ihre Ursache

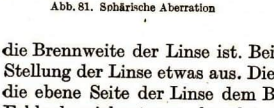


Abb. 81. Sphärische Aberration

1) aberratio (lat.) = Abirrung.

in der Gestalt der Linse. Bei plankonkaven Linsen treten ähnliche Unterschiede bei der Zerstreuung des Lichtes auf. Kombiniert man eine Konkav- und eine Konvexlinse in entgegengesetzten Stellungen, so arbeiten die Fehler der einen denen der anderen entgegen. Gleichzeitig wird die sammelnde Kraft der Konvexlinse geschwächt. Durch passende Auswahl der Linsen kann man es erreichen, daß die sphärische Aberration nicht mehr stört und das Linsenpaar noch wie eine Sammellinse wirkt, also zur Bilderzeugung verwendet werden kann.

2. Chromatische Aberration. Um das Auftreten der farbigen Ränder in den Bildern zu erklären, benutzen wir zunächst einfarbiges, z. B. rotes, Licht und bilden wieder die punktförmige Lichtquelle durch die Mittelpunktstrahlen ab. Verwenden wir dann bei derselben Blendenöffnung blaues Licht, so liegt der Vereinigungspunkt der Strahlen näher an der Linse. Machen wir die entsprechenden Versuche mit rotem und blauem Licht unter Verwendung der Randzone, so sehen wir, daß die entsprechenden Bilder sich beide der Linse genähert haben, das blaue aber in stärkerem Maße als vorher.

Sendet die Lichtquelle weißes Licht aus, so entwirft das Licht jeder darin enthaltenen Spektralfarben das Bild an einer anderen Stelle, auch wenn nur eine bestimmte Zone der Linse benutzt wird. Man erhält, wenn man die Linse mit voller Öffnung verwendet, eine Reihe von Bildern in den Farben des Spektrums, und zwar liegen die violetten Bilder der Linse näher als die roten. Es ist also unmöglich, mit Hilfe einer einfachen Linse alle farbigen Strahlen wieder an derselben Stelle des Schirmes zu sammeln. Stellt man auf eine Farbe scharf ein, so ergeben die anderen verschwommene Bilder, und es entstehen die beobachteten farbigen Säume. Man bezeichnet den hier auftretenden Fehler als chromatische[1]) Aberration.

Ihre Beseitigung gelang erst, als man Glassorten kennenlernte, die für Licht derselben Farbe verschiedene Brechungszahlen haben und außerdem weißes Licht verschieden stark zerstreuen. Solche Gläser haben wir schon benutzt, um durch Zusammenstellung entsprechender Prismen ein achromatisches Prisma herzustellen, das weißes Licht zwar ablenkt, aber nicht zerstreut. Man kann nun auch durch Verbindung einer Sammellinse aus Kronglas und einer Zerstreuungslinse aus Flintglas eine zusammengesetzte Linse herstellen, die wie eine Sammellinse wirkt, aber frei von chromatischer Aberration ist. Eine solche Zusammenstellung von Linsen heißt achromatische Linse oder Achromat.

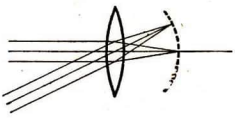


Abb. 82. Bildkrümmung

3. Bildkrümmung. Parallelstrahlen, die in der Richtung der Achse verlaufen, vereinigen sich im Brennpunkt. Fallen die Parallelstrahlen schief zur Achse ein, so liegt ihr Vereinigungspunkt näher an der Linse als der Brennpunkt (Abb. 82). Infolgedessen ist das Bild eines

1) chrōmátinos (griech.) = gefärbt.

ebenen, senkrecht zur Achse stehenden Gegenstandes gekrümmt und läßt sich nicht scharf auf einem ebenen Schirm auffangen.

Durch Kombination von Linsen kann man erreichen, daß ein ebenes Objekt wieder eben abgebildet wird. Man spricht dann von einem Aplanaten. Im allgemeinen kann die Bildkrümmung nur für eine bestimmte Gegenstandsweite befriedigend behoben werden.

4. Astigmatismus und Koma. Bei Aufnahmen mit Hilfe eines photographischen Apparates und bei der Projektion von Lichtbildern hat der Gegenstand bzw. das Bild oft eine bedeutende Ausdehnung, und an der Abbildung sind Strahlenbündel beteiligt, die sehr schräg zur Achse durch die Objektive gehen. Wir wollen das Verhalten derartig schiefer Strahlenbündel untersuchen, die von einem Punkt ausgehen und eine einfache Linse durchdringen.

Eine plankonvexe Linse von 10 cm Durchmesser und 30 cm Brennweite versehen wir mit der schon erwähnten Doppelblende und lagern den Stiel der Linse waagerecht. Zunächst decken wir den Randschlitz zu und entwerfen von einer punktförmigen Lichtquelle ein scharfes Bild auf dem einige Meter entfernten Schirm. Die Linse soll dabei zunächst in normaler Stellung die ebene Seite der Lichtquelle zukehren.

Drehen wir die Linse nun um etwa 10°, so wird das Bild undeutlich. Wir stellen fest, daß die beste Abbildung in etwa 30 cm Entfernung vor dem Schirm entsteht. Das Bild ist aber nicht annähernd so deutlich wie am Anfang. Nun drehen wir die Linse um etwa 20°. Jetzt erhalten wir überhaupt keine Abbildung mehr, aus der wir die Gestalt der Lichtquelle erkennen könnten. Haben wir als Lichtquelle den kreisförmigen Glühdraht einer kleinen Lampe genommen, so müßte das Bild ein Kreis sein. Wir erhalten aber dort, wo das Licht am engsten gesammelt ist, nur einen birnenförmigen Fleck. Außerdem beobachten wir eine auffällige Erscheinung: Vor dem Schirm entstehen statt des erwarteten hellen Kreises zwei scharfe senkrechte Striche, und ungefähr in der Mitte zwischen Linse und Schirm tritt ein waagerechter Doppelstrich auf. Es gibt also bei diesem Strahlenverlauf zwei Stellen, an denen nicht der ganze Kreis der Lichtquelle, sondern nur zwei gegenüberliegende Randstücke schärfer als an jeder anderen Stelle abgebildet werden. Das von einem Punkte der Lichtquelle ausgehende Licht wird nicht mehr in einem Punkt gesammelt, es wird vielmehr in zwei zueinander senkrechten Strichen in verschiedenen Entfernungen von der Linse vereinigt. Die Erscheinung heißt daher Astigmatismus[1]). Abb. 83 zeigt schematisch den Verlauf der Strahlen. Neigt man die Linse stärker, dann tritt die Erscheinung noch auffälliger hervor, und die Striche wandern

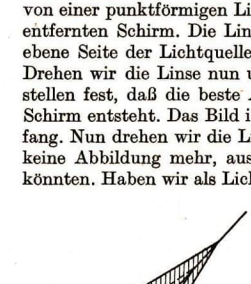


Abb. 83 Astigmatisches Strahlenbündel

1) a (griech.) = un; stígma (griech.) = Punkt.

näher an die Linse heran. Stellt man die Orte der Striche für verschiedene Neigungen der Linse fest, dann erkennt man, daß sie auf zwei stark gekrümmten Flächen liegen.
Macht man die entsprechenden Versuche unter Verwendung der Randzone, dann erhält man auf dem Schirm statt eines Lichtpunktes mehr oder weniger verschlungene Linien. Man bezeichnet diese Erscheinung als Koma. Es ist gelungen, durch Zusammenstellungen von Linsen aus verschiedenen Glassorten, deren Form genau berechnet ist, die genannten Fehler aufzuheben. Solche zusammengesetzten Objektive nennt man Anastigmate.

§ 20. Lichtabsorption

1. Absorptionsspektrum. Wir entwerfen das Spektrum von weißem Licht auf einem weißen Schirm und untersuchen, wie sich das Spektrum ändert, wenn wir in den Strahlengang farbige, durchsichtige optische Medien halten. Wir nehmen zuerst eine rote Glasscheibe und beobachten, daß das Spektrum nur noch den roten Teil enthält. Die übrigen Spektralfarben sind von der roten Scheibe verschluckt (absorbiert[1]) worden. Die Vereinigung des durchgelassenen Lichtes gibt uns die Farbe, die wir an der Glasplatte sehen. Ein blaues Stück Glas läßt den blauen und einen Teil des roten Spektrums durch, absorbiert im Gelb und Grün. Nun halten wir ein Stück Neophanglas, das keine solche ausgesprochene Farbe wie das rote oder blaue Glas hat, sondern in der Durchsicht nur schwach violett erscheint, in den Strahlengang und sehen, daß vor allem der gelbe Teil des Spektrums absorbiert worden ist. Auch hier gibt die Vereinigung der hindurchgelassenen Spektralfarben wieder den Farbton des Glases.
Nun prüfen wir die Absorption von Flüssigkeiten, z. B. von Wasser, in dem Kaliumpermanganat aufgelöst ist, oder von Wasser, das einige Tropfen Blut enthält; immer finden wir, daß aus dem Spektrum bestimmte Teile verschluckt sind und daß die Lage dieser Absorptionsstellen bei jedem Stoff anders ist. Auch mit Gasen können wir diesen Versuch machen. Wir nehmen z. B. ein Glasröhrchen mit Stickoxyd und finden wieder ein bestimmtes Absorptionsspektrum. Nun nehmen wir eine Glaskugel, in der Natriummetall eingeschmolzen ist, und erwärmen das Metall; dann füllt sich die Kugel mit Natriumdampf. Wir halten die Kugel in den Strahlengang, es fehlt im Spektrum nur eine gelbe Linie. Wir hatten schon gesehen, daß das Emissionsspektrum des Natriumdampfes aus einer gelben Linie besteht. Nun merken wir auf dem Schirm die Lage der Absorptionslinie des Natriums an und entwerfen dann nochmals das Emissionsspektrum des Natriums. Wir stellen fest, daß Absorptions- und Emissionslinie an der gleichen Stelle liegen. Dasselbe Ergebnis würde die Untersuchung bestimmter Emissions- und Absorptionslinien anderer Elemente liefern. Wir fassen zusammen:

---

1) absorbēre = aufsaugen.

Das Absorptionsspektrum von Stoffen ist für den Stoff kennzeichnend. Das von einem Element ausgesandte Emissionsspektrum enthält Linien, die unter bestimmten Bedingungen von diesem Element absorbiert werden.

2. Fraunhofersche Linien. Im Sonnenspektrum sehen wir eine große Anzahl schwarzer Linien. Sie sind durch Absorption der Strahlung, die aus dem Innern der Sonne kommt, beim Durchgang durch die äußere Sonnenhülle entstanden und zeigen uns an, welche Elemente in der äußeren Hülle im gasförmigen Zustand enthalten sind. Man nennt diese Absorptionslinien Fraunhofersche Linien.

3. Absorptionsanalyse. Die Untersuchung der Absorptionsspektren wird in manchen Fällen zur Analyse benutzt. Der bekannteste ist die Feststellung einer Kohlenoxydvergiftung, die durch Änderungen im Absorptionsspektrum des Blutes nachgewiesen wird.

§ 21. Körperfarben

1. Lichtabsorption und Körperfarben. Wir fangen jetzt das Spektrum von weißem Lichte auf einem roten, dann auf einem blauen Stück Papier auf und sehen, daß nur die Teile des Spektrums, die im roten und angrenzenden gelben bzw. im blauen und angrenzenden grünen Spektralgebiet liegen, aufleuchten. Die anderen Spektralfarben werden von dem Papier verschluckt. Im Gegensatz zu den Spektralfarben bezeichnet man die Körperfarben als Pigmentfarben[1]). Fassen wir dieses Ergebnis mit dem an durchsichtigen Körpern gefundenen zusammen, so ergibt sich:

Die Körperfarben entstehen dadurch, daß von dem Körper aus dem weißen Licht bestimmte Teile des Spektrums absorbiert werden.

Die Farben weiß, grau und schwarz entstehen, 1. wenn die Absorption im gesamten Spektrum gleichmäßig ist – bei weiß ist sie sehr klein, bei schwarz sehr groß – und 2. wenn das Spektrum nach der Absorption das zweier Ergänzungsfarben ist. Diese zweite Behauptung wollen wir mit dem Farbenkreisel prüfen: Wir nehmen eine Papierscheibe, bei der die Sektoren abwechselnd mit blauem und gelbem Papier beklebt sind, und lassen sie rotieren. Die Mischung (Addition) der von der gelben und von der blauen Farbe reflektierten Strahlung ruft einen weißgrauen Farbeneindruck hervor.
Wir sehen, daß blaue Pigmentfarben außer dem blauen Teil des Spektrums auch den grünen reflektieren, ebenso reflektiert gelb außer dem gelben Teil noch den grünen. Mischen wir nun eine blaue und eine gelbe Pigmentfarbe, dann reflektiert die Mischung nur den Teil des Spektrums, der von keiner der beiden Pigmentfarben absorbiert wird, also grün. So erklärt es sich, daß der Maler grün durch eine Mischung von blauer und gelber Farbe herstellen kann.

---

1) pigmentum (lat.) = Farbstoff.

2. Abhängigkeit der Körperfarben von der Lichtzusammensetzung. Wir haben festgestellt, daß die Farben der Gegenstände durch die unterschiedliche Absorption der einzelnen Lichtarten des Spektrums zustande kommen. Wir ordnen dabei dem Gegenstand die Farbe zu, die durch Absorption von Teilen des Spektrums des Sonnenlichtes entsteht. Bei künstlicher Beleuchtung behält er diese Farbe nur, wenn die zur Beleuchtung benutzte Lichtquelle ein Spektrum hat, das dem der Sonne ähnlich ist. Sehr einfach können wir uns von der Veränderung der Farben bei Beleuchtung mit nichtweißem Licht überzeugen: Schalten wir eine Glühlampe mit rotem Farbenüberzug – eine sogenannte Dunkelkammerlampe – ein, und beleuchten wir ein Stück weißes Papier, so erscheint es rot, ein grüner Stoff erscheint schwarz, nur rote Farben bleiben rot. Diese krassen Farbänderungen kommen bei den üblichen künstlichen Beleuchtungen nicht vor. Bei dem Vergleich des Sonnenspektrums mit dem der Glühlampe sahen wir aber, daß im Glühlampenspektrum verhältnismäßig wenig blaues, aber viel rotes Licht enthalten ist. Diese Verschiedenheit des Spektrums bedingt schon eine Farbänderung für viele Körperfarben. Muß man bei künstlichem Licht z. B. die Zusammenstellung von verschiedenfarbigen Stoffen, die bei Tageslicht aufeinander abgestimmt erscheinen sollen, vornehmen, so erhält man nur dann eine gute Abstimmung, wenn man mit sog. „künstlichem Tageslicht" beleuchtet. Das künstliche Tageslicht wird in den meisten Fällen aus Glühlampenlicht hergestellt. Man läßt dieses, ehe es zur Beleuchtung benutzt wird, durch eine dünne, bläuliche Glasscheibe hindurchgehen. Dadurch werden die roten Lichtfarben des Glühlampenlichtes stärker als die blauen absorbiert, der Lichtstrom wird dadurch geschwächt, aber die spektrale Zusammensetzung wird der des Sonnenlichtes besser angeglichen.

§ 22. Geschichtliche Entwicklung

Die Frage nach der physikalischen Natur der Farben ist erst spät gelöst worden. In den Jahren zwischen 1666 und 1704 hat der englische Physiker Isaak Newton (1643–1727) umfangreiche Untersuchungen über die Zerlegung des Lichtes durch das Prisma angestellt. Er hat dann die Ansicht vertreten und experimentell begründet, daß weißes Licht aus farbigen Lichtarten zusammengesetzt sei. Er hat die Körperfarben richtig erklärt und auf den Unterschied zwischen den einfachen und zusammengesetzten Farben hingewiesen. Es hat sehr lange gedauert, bis man allgemein diese Farbenlehre anerkannt hat.

Joseph von Fraunhofer (1787–1826)

Die dunklen Linien im Spektrum der Sonne sind zuerst von dem Optiker Joseph Fraunhofer in München untersucht worden (1814).

Kirchhoff und Bunsen haben 1860 das Entstehen der Fraunhoferschen Linien erklärt und gezeigt, daß Spektren zur Analyse leuchtender oder absorbierender Dämpfe benutzt werden können.

Verfahren zur photographischen Bilderzeugung wurden zwischen 1820 und 1840 erfunden. Daguerre gelang es, Bilder auf bromierten Silberplatten hervorzurufen. Der Engländer Talbot erzeugte sie zuerst auf Papier.

§ 23. Lichterzeugung

1. Glühlampen. Für Beleuchtungszwecke wird am häufigsten die Glühlampe benutzt. Wir wissen, daß in ihr ein Draht aus Wolframmetall, der zu einer Wendel gewickelt ist, zum Glühen gebracht wird. Wir rufen uns die Kennzeichnung dieser Lampen ins Gedächtnis zurück. Sie sind für 15, 25, 40, 100 Watt usw. zu haben. Außerdem muß man, um die richtige Lampe zu erhalten, die Spannung des Lichtnetzes, an das man sie anschließen will, angeben. Wir schalten jetzt eine Glühlampe über einen Widerstand in das Lichtnetz ein, legen also nicht die volle Spannung an die Glühlampe. Allmählich verringern wir den Widerstand, erhöhen also die an der Glühlampe liegende Spannung und zwar so lange, bis der Endwert erreicht ist. Wir beobachten dabei die Wolframwendel und sehen, daß sie bei einer gewissen Spannung anfängt zu glühen; sie ist dann auf eine Temperatur von etwa 600° C erwärmt. Das ausgesandte Licht hat eine rote Farbe. Bei Vergrößerung der Spannung erwärmt sich die Wendel immer mehr, ihre Temperatur steigt, sie sendet rotgelbes, gelbliches und schließlich weißes Licht aus, die entsprechenden Temperaturen sind etwa 1200° C, 1800° C und 2600° C. Die Größe des Lichtstromes nimmt mit Erhöhung der Temperatur sehr stark zu (vgl. Tabelle S. 67). Würden wir den Versuch weiterführen, an die Lampe also Spannungen legen, die höher sind als die, für die sie gebaut ist, dann würden wir eine weitere große Steigerung des Lichtstromes beobachten, aber wir würden die Lampe zerstören. Ihr Glühkörper hält nur kurze Zeit die höhere Temperatur aus; er brennt dann an irgend einer Stelle durch. — Die Temperatur des Glühdrahtes liegt weit unterhalb der Temperatur der Sonne. Aus der bei Temperatursteigerung beobachteten Farbänderung des Lichtes der Glühlampe können wir ersehen, daß das Spektrum des Wolframs bei tieferen Glühtemperaturen vor allem rotes Licht enthält und daß bei Temperatursteigerung allmählich auch gelbes, grünes und schließlich blaues Licht ausgesandt wird (wir sahen dies ja schon in § 18, 4). Denselben Farbgang können wir bei allen glühenden Körpern feststellen, nur daß wir bei anderem Material den Versuch schon bei tieferen Temperaturen abbrechen müssen, da Glühkörper aus anderen Stoffen schon bei einer tieferen Temperatur zerstört werden. Wir können mit keinem irdischen Körper die Temperatur der Sonne erreichen, also auch nicht ein Licht gleicher Farbzusammensetzung herstellen.

2. Kohlebogenlampen. Bei dem Kohlelichtbogen leuchten die Enden der Kohlen (der Elektroden), zwischen denen der Lichtbogen brennt. Bei den sog. Effektkohlenbogenlampen geht außerdem Licht von leuchtenden Gasen (Flammen) zwischen den Elektroden aus. Kohlebogenlampen werden überall dort benutzt, wo man große Lichtströme und hohe Leuchtdichten (s. § 24) benötigt, z. B. bei großen Projektionsapparaten.

3. Leuchtröhren. Neben Glühlampen und Kohlebogenlampen haben wir als weitere Lichtquellen die sog. Leuchtröhren. Sie werden vor allem zur Re-

klamebeleuchtung benutzt. In ihnen leuchtet ein elektrisch angeregtes Gas. Das Gas sendet dabei das ihm eigentümliche Spektrum aus (s. § 18, 5), meist ein Linienspektrum. Enthält die Leuchtröhre Natrium, so ist ihr Licht rein gelb, enthält sie Neon, so ist ihr Licht rötlich; Quecksilberdampf gibt dem Licht eine bläuliche Farbe.

Zur Übung: Warum kann man die Farbe des Lichtes einer Natriumleuchtröhre durch Benutzung gefärbten Glases nicht ändern?

4. Chemilumineszenz. Wir lernten bisher nur die Lichterzeugung durch Erhitzen fester Körper und durch Anregung von Gasen in der elektrischen Entladung kennen. Nun beobachten wir in der Natur auch Lichterscheinungen, die auf eine andere Weise hervorgerufen werden. Wir denken z. B. an das Leuchten von Phosphor und faulendem Holz, an das Leuchten der Glühwürmchen und an das Meeresleuchten. Diese Leuchterscheinungen entstehen beim Ablauf chemischer Reaktionen. Man nennt sie Chemilumineszenz[1]).

5. Leuchtfarben. Uns allen sind die Leuchtknöpfe bekannt, die im dunklen Zimmer das Auffinden des Lichtschalters erleichtern, oder die Leuchtzahlen auf den Weckern. Wir haben es bei diesen Leuchtfarben — Lumínophoren[2]) — nicht mit selbstleuchtenden Körpern zu tun, sondern mit nachleuchtenden Körpern. Die Leuchtfarben haben nämlich die Eigenschaft, Licht, das auf sie fällt, sozusagen aufzuspeichern und dann erst allmählich wieder auszustrahlen. Wir können durch einen Versuch feststellen, daß die Leuchtfarben keine Selbstleuchter sind, müssen aber die Prüfung über mehrere Tage erstrecken. Heute sehen wir, daß die Leuchtfarbe, die bis kurz zuvor dem Licht ausgesetzt war, im Dunklen hell leuchtet. Wir legen sie in einen lichtundurchlässigen Kasten und finden, wenn wir sie nach etwa zwei Tagen im verdunkelten Zimmer herausnehmen, daß die Leuchtfarbe kein Licht mehr aussendet. Belichten wir sie von neuem, geben ihr also Gelegenheit, wieder Licht zu speichern, so sehen wir nach Verdunklung des Zimmers, daß sie erneut hell leuchtet. Es gibt Leuchtfarben mit verschieden langer Leuchtdauer; man kann auch Leuchtfarben herstellen, deren Licht gelbliche, grünliche oder rötliche Farbtöne hat.

§ 24. Photometrie

Die Lichttechnik beschränkt sich nicht darauf, Lichtquellen herzustellen, sondern sie untersucht auch, wie eine Beleuchtung, die ausreichend und zugleich wirtschaftlich ist, zustandekommt. Die dazu nötigen Untersuchungen und Messungen bilden ein besonderes Gebiet der Physik, das Photometrie genannt wird.

1. Photometrisches Entfernungsgesetz. Wir wissen bereits, daß der Querschnitt eines Lichtstrahlenbündels mit dem Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle zunimmt. Fällt Licht auf einen Auffangschirm, der senkrecht auf der Verbindungslinie zwischen Lichtquelle und Schirm steht, so wird von ihm ein Teil des Lichtstroms aufgefangen, dessen Größe dem Quadrat des Abstandes zwischen Schirm und Lichtquelle umgekehrt proportional ist. Man nennt das Verhältnis der Größe des Lichtstromes zu der Flächengröße des Schirmes die Beleuchtungsstärke auf dem Schirm.

Die Beleuchtungsstärke auf einem Auffangschirm, der sich senkrecht zu der Verbindungslinie zwischen Lichtquelle und Schirm befindet, ist dem Quadrat der Entfernung zwischen Lichtquelle und Auffangschirm umgekehrt proportional.

---

1) lumen (lat.) = Licht. 2) phora (griech.) = das Tragen.

Stellt man den Schirm schräg zum Lichtstrom, so wird er von einem kleineren Teil des Lichtstromes getroffen, seine Beleuchtungsstärke ist kleiner.
Lichtmessungen beruhen immer auf dem Vergleich von Beleuchtungsstärken.

2. Lichtstärke. Die Lichtströme, die von einer Lichtquelle in die verschiedenen Richtungen des umgebenden Raumes ausgesandt werden, sind nicht gleich groß. Man muß also zur Bestimmung des gesamten Lichtstromes die Lichtströme in den einzelnen Richtungen messen. Die Lichtquelle sei der Mittelpunkt einer Kugel vom Halbmesser 1 m, die Kugelfläche hat die Größe 4π m². Man sagt, der gesamte Raumwinkel, in den die Lichtquelle strahlt, ist 4π. Der Begrenzungskegel des Raumwinkels 1 schneidet also auf der Einheitskugel die Fläche 1 m² heraus. Den Lichtstrom, der von der Lichtquelle in den Raumwinkel 1 in einer bestimmten Richtung ausgesandt wird, bezeichnet man als Lichtstärke der Lichtquelle in dieser Richtung.

3. Einheit der Lichtstärke. Alle lichttechnischen Messungen werden an eine bestimmte Lichtquelle angeschlossen. Bis 1941 war dies in Deutschland die Flamme der Hefnerlampe; die Lichtstärke der Hefnerlampe in horizontaler Richtung war die Lichtstärkeneinheit, sie wurde eine Hefnerkerze (HK) genannt. Fast dieselbe Lichtstärke besitzt eine Stearinkerze von 2 cm Durchmesser bei einer Flammenhöhe von 5 cm.
Seit 1941 ist die Einheit die Neue Kerze (NK). Diese weicht nicht viel von der Hefnerkerze ab.

4. Einheit des Lichtstromes. Eine Lichtquelle, die in allen Richtungen des Raumes die Lichtstärke 1 NK hat, sendet einen Lichtstrom von 4π Lumen (lm) aus.

5. Einheit der Beleuchtungsstärke. Wird auf eine 1 m² große Fläche der Lichtstrom 1 lm gleichmäßig verteilt, so herrscht überall die Beleuchtungsstärke 1 Lux[1]) (lx) vor.

6. Lichtmessung. Wir führen jetzt eine Lichtmessung aus und benutzen dazu ein ganz einfaches Photometer, das Bunsensche Fettfleckphotometer (Ab. 84). Sein wesentlicher Bestandteil ist ein weißer Papierschirm, in dessen Mitte sich ein Fettfleck befindet. Der Fettfleck reflektiert von dem auffallenden Licht weniger als das übrige Papier, er läßt aber mehr Licht hindurch. Wird der Schirm nur von einer Seite beleuchtet, so erscheint der Fettfleck auf der der Lichtquelle zugekehrten Seite („im auffallenden Licht") dunkel auf hellem Grund (Abb. 84a), auf der entgegengesetzten Seite („im durchfallenden Licht") hell auf dunklem Grund (Abb. 84b). Beleuchten wir

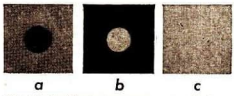


Abb. 84. Fettfleck, von vorn, von hinten, von beiden Seiten beleuchtet

1) lux (lat.) = Licht.

den Schirm von beiden Seiten mit je einer Lichtquelle (L_1 und L_2), so können wir durch Veränderung der Entfernung der einen Lichtquelle vom Schirm erreichen, daß der Fettfleck fast unsichtbar wird (Abb. 84c). Dann ist die Beleuchtungsstärke auf der einen Seite des Schirmes ebenso groß wie auf der anderen.

Ist die Lichtstärke K_1 der Lampe L_1 bekannt, und beträgt der Abstand von L_1 zum Schirm r_1 und ist der von L_2 zum Schirm r_2, so läßt sich die unbekannte Lichtstärke K_2 aus dem photometrischen Entfernungsgesetz berechnen. Die Beleuchtungsstärken B_1 und B_2 sind gleich. Von dem in Richtung zum Schirm ausgesandten Lichtstrom von L_1 fällt ein Teil, der umgekehrt proportional r_1^2 ist, auf den Schirm, von L_2 ein Teil, der umgekehrt proportional r_2^2 ist. Die Lichtstärken der Lichtquellen sind also den Quadraten der Entfernungen proportional:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}, \quad K_2 = \frac{K_1 r_2^2}{r_1^2}.$$

Zur Übung: Wie groß ist die Lichtstärke einer Lampe, wenn die Beleuchtungsstärke in 3 m Abstand ebenso groß ist wie die durch eine Lichtquelle von 40 HK in der Entfernung 2 m erzielte?

7. Leuchtdichte: Beträgt die Lichtstärke einer ebenen, 1 cm² großen Fläche einer Lichtquelle in senkrechter Richtung 1 HK, so sagt man, ihre Leuchtdichte ist 1 Stilb[1]) (sb).

§ 25. Lichttechnische Daten

1. Lichttechnische Daten von Lichtquellen. Wir kennen nun die Größen, durch die man die Lichtstrahlung kennzeichnet und können die in nachstehender Tabelle gebrachten Daten verstehen.

Lichtquelle	Spannung V	Leistung W	Lichtstrom lm	Lichtausbeute lm/W	Temperatur des Leuchtkörpers (Ungefähre Werte) °C	Leuchtdichte des Leuchtkörpers sb
Kohlefadenlampe	220	55	160	2,93	1850	75
Wolframlampe	110	15	150	10	2200	220
Wolframlampe	110	40	480	12	2450	660
Glühlampe f. Projektionszwecke	30	900	24 070	26,7	2900	2540
Sonne					5600	100 000 bis 150 000

Wir ersehen aus der Tabelle, in welch hohem Maße die Leuchtdichte mit der Temperatur zunimmt. Wir sehen ferner, daß die Lichtausbeute, das ist das

1) stilbó (griech.) = ich glänze.

Verhältnis zwischen Lichtstrom (lm) und aufgenommener Leistung (W), sehr stark mit der Temperatur ansteigt. Je höher die Temperatur ist, umso größer ist der Lichtstrom, den wir mit 1 Watt erzeugen können.

2. Beleuchtungsstärke bei Sonnen- und Mondlicht. Der höchste Wert der Beleuchtungsstärke, die in unseren Breiten bei Sonnenlicht auftritt, ist etwa 100000 lx. Bei Vollmond ist die Beleuchtungsstärke etwa 0,2 lx, in einer klaren Nacht ohne Mondschein $3 \cdot 10^{-4}$ lx.

Wir können bei vollständiger Dunkeladaptation beim Dämmerungssehen noch eine Lichtquelle wahrnehmen, durch die auf dem Auge eine Beleuchtungsstärke von etwa 10^{-9} lx hervorgerufen wird. Die niedrigste Leuchtdichte, die das Auge wahrnehmen kann, ist etwa $3 \cdot 10^{-10}$ sb. Vollständiges Dämmerungssehen tritt bei Beleuchtungsstärken unter 0,1 lx auf.

ASTRONOMIE

A. Geozentrische Bewegungen der Himmelskörper

§ 26. Orientierung in der Horizontebene

Wir begeben uns an einen Ort unserer Umgebung, wo unser Blick nicht durch Häuser, Bodenerhebungen usw. gehemmt wird. Dann überblicken wir ein fast ebenes Stück der Erdoberfläche. Über uns wölbt sich der Himmel und wir sehen bei Tage, wie die Sonne, bei Nacht, wie die Sterne und der Mond am Firmament ihre Kreise beschreiben. Wir können nicht schätzen, wie weit die Gestirne von uns entfernt sind; wer es versuchte, würde sich, wie wir noch sehen werden, gewaltig irren. Deshalb ist es auch belanglos, daß infolge einer optischen Täuschung das Himmelsgewölbe in waagerechter Richtung weiter ausgedehnt zu sein scheint als in lotrechter Richtung; wir betrachten es als eine Halbkugel, die durch eine unter unseren Füßen liegende, uns unsichtbare Halbkugel zur Himmelskugel ergänzt wird.

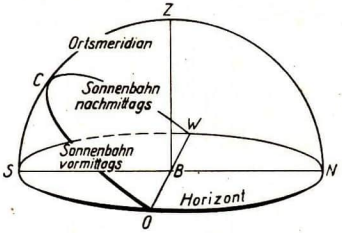


Abb. 85. Horizont und Ortsmeridian

Die Kreislinie, in der das Himmelsgewölbe auf der Erdoberfläche zu ruhen scheint, heißt unser **Horizont**[1]). Die im Standort des Beobachters (*B* in Abb. 85) auf der Horizontebene errichtete Lotrechte zeigt zu einem Punkte der Himmelskugel hin, der als **Scheitelpunkt** oder **Zenit**[2]) (*Z*) bezeichnet wird. Es ist einerlei, ob wir ihn uns 100 km oder 1 000 000 km oder noch viel weiter entfernt denken. Der ihm diametral gegenüberliegende Punkt auf der uns unsichtbaren Halbkugel heißt **Nadir**[2]).

Da wir die Entfernungen der Himmelskörper von uns zunächst nicht kennen, können wir auch ihren Abstand voneinander nicht in Längen-, sondern nur in Winkelmaß angeben. Der Zenit hat von jedem Punkte des Horizontes die Entfernung 90°. Sind zwei Sterne um 10° von einander entfernt, so sieht man sie unter demselben Winkel wie einen Stab (Bleistift) von 10 cm Länge, den man in Armweite (genauer: in 57 cm Entfernung) senkrecht zur Blick-

1) horízein (griech.) = begrenzen. 2) Die Worte Zenít und Nadír stammen aus dem Arabischen.

richtung vor das Auge hält. Zur Abschätzung von Winkeln gilt also die Regel:

1 Zentimeter in Armweite ≙ 1 Grad.

Die Durchmesser von Sonne und Vollmond sind ungefähr $\frac{1}{2}^0$ groß.

Wir beobachten an irgendeinem Tage den Lauf der Sonne. Sie bewegt sich am Himmel vormittags schräg aufwärts (Abb. 85), erreicht gegen Mittag ihren höchsten Stand, sie kulminiert[1]), und sinkt dann wieder schräg herab. Durch die Vertikallinie[2]) Zenit – Nadir und den Kulminationspunkt der Sonne denken wir uns eine Ebene gelegt. Sie steht senkrecht auf unserer Horizontebene und heißt **Meridianebene**[3]) des Beobachters. Sie schneidet die Himmelskugel im Ortsmeridian oder Meridian des Beobachters ($SCZN$ samt dem unter dem Horizont liegenden Halbkreis), so genannt, weil die Sonne zur Mittagszeit auf diesem Kreise steht.

Der Punkt des Horizontes, über dem die Sonne ihren höchsten Stand erreicht, also der eine der beiden Punkte, in denen der Ortsmeridian den Horizont schneidet, heißt Südpunkt (S). Blickt man zu ihm hin, so hat man zur Linken den Ostpunkt O, zur Rechten den Westpunkt W und hinter sich, als zweiten Schnittpunkt von Meridian und Horizont, den Nordpunkt N. Die Verbindungsgerade von Süd- und Nordpunkt, die Linie, in der die Meridianebene die Horizontebene schneidet, heißt Meridian- oder Mittagslinie des Ortes.

Zur Bestimmung des höchsten Sonnenstandes benutzten schon die Babylonier und Ägypter den Gnomon[4]). Wahrscheinlich dienten die Obelisken diesem Zweck. Das Prinzip des Gerätes beruht darauf, daß ein lotrecht stehender Stab zur Zeit des höchsten Sonnenstandes den kürzesten Schatten wirft. Wir stellen also einen Stab AB (Abb. 86) lotrecht auf und beschreiben um den Fußpunkt in der Horizontebene mehrere Kreise, deren Radien größer sind als die Länge des kürzesten Schattens. Man beobachtet dann, an welchen Stellen vormittags und nachmittags die Schattenlänge gleich dem Halbmesser eines bestimmten Kreises ist. Die Halbierungslinie des Winkels, den diese beiden Schatten bilden, ist die Nordsüd- oder Mittagslinie. Indem man mehrere Kreise benutzt, kann man die Beobachtungsfehler ausgleichen.

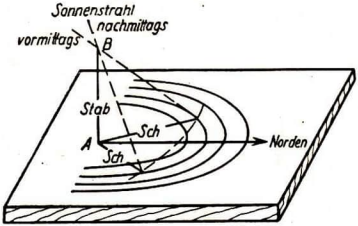


Abb. 86. Gnomon (*Sch* Schatten)

1) cúlmĕn (lat.) = Gipfel. 2) vértex (lat.) = Scheitel. 3) merídies (lat.) = Mittag.
4) gnōmōn (griech.) = Kenner, Zeiger (an der Sonnenuhr).

Statt einen Stab zu verwenden, kann man auch das Sonnenlicht durch eine kleine Öffnung fallen lassen, die in einem vertikal gestellten Schirm angebracht ist, und beobachten, wann das auf der Horizontebene wandernde Sonnenbildchen einen der konzentrischen Kreise passiert, die um den Fußpunkt der von der Öffnung ausgehenden Lotrechten beschrieben sind. Die Öffnung entspricht dann dem oberen Ende des Stabes.

Stellen wir unsere Beobachtungen an verschiedenen Tagen an, so finden wir: **Die Sonne erreicht ihren höchsten Stand an allen Tagen des Jahres auf ein und demselben Vertikalkreise, dem Meridian des Beobachtungsortes.**

§ 27. Orientierung am Sternenhimmel

1. Fixsterne. Etwa eine Stunde nach Sonnenuntergang werden am Himmel mehr und mehr Sterne sichtbar. Die weitaus meisten von ihnen ändern ihre gegenseitige Lage nicht. Wohl aber erkennen wir im Verlauf einer Stunde, daß sie zueinander parallele Kreisbogen zurückgelegt haben, als ob sie an der sich drehenden Himmelskugel angeheftet wären; sie heißen deshalb Fixsterne[1]). Schon die Phantasie der ältesten Völker vereinigte gewisse Fixsterne zu Gruppen, die man **Sternbilder** nennt. Ein Sternbild, das wir in sternenklarer Nacht immer irgendwo am Himmel finden, ist der Große Wagen, der die bekanntesten Sterne des Großen Bären umfaßt (Abb. 87). Man bezeichnet die einzelnen Sterne eines jeden Sternbildes mit griechischen Buchstaben; die hellsten Sterne haben außerdem besondere Namen, die meistens aus dem Arabischen stammen. Die Sterne α, β, ε, ζ, η des Großen Wagens sind Sterne zweiter Größe. Nur etwa 20 Fixsterne sind noch heller und heißen Sterne erster Größe. γ und δ des Großen Wagens sind dritter Größe. In nächster Nähe von ζ steht ein Stern vierter Größe, das „Reiterlein", das zur Prüfung der Augen dient; doch sehen gute Augen unter günstigen Umständen auch noch Sterne fünfter und sechster Größe. Im ganzen sind auf der nördlichen Halbkugel dem unbewaffneten Auge höchstens 3000 Sterne sichtbar (Genaueres s. § 42).

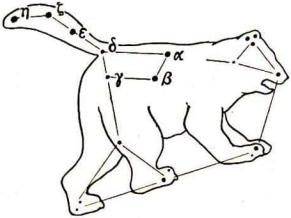


Abb. 87. Der Große Bär mit dem Großen Wagen

Wenn wir die Sterne nach ihrer Helligkeit in Größenklassen einteilen, so hat das mit dem wirklichen Rauminhalt und der wirklichen Lichtstärke der Sterne nichts zu tun; es soll vielmehr nur ausgedrückt werden, wie hell die Sterne uns erscheinen. Ein Stern „sechster Größe" kann einen sehr viel größeren Durchmesser und eine sehr viel größere Lichtstärke als ein Stern erster Größe haben. Dies ist der Fall, wenn er von uns die millionenfache Entfernung hat.

1) fíxus = angeheftet, von fígĕre (lat.) = anheften.

2. Die Himmelsachse. Verlängert man die Verbindungsgerade der Sterne $\beta\alpha$ des Großen Wagens fünfmal um sich selbst, so kommt man zu einem Stern zweiter Größe, der Polarstern heißt. In ihm endet die Deichsel des Kleinen Wagens. In seiner nächsten Nähe liegt der Himmelsnordpol. Wir verbinden ihn mit unserem Standort; die Verlängerung der Verbindungslinie weist zum Himmelssüdpol.

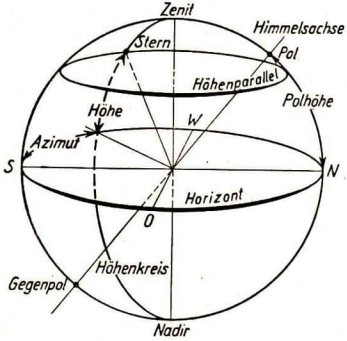


Abb. 88 Das Horizontsystem.
(Der Stern und sein Höhenkreis liegen auf der hinteren Halbkugel. Die Ebenen des Höhenparallels und des Horizonts sind undurchsichtig gedacht; daher ist der Höhenkreis zum Teil gestrichelt gezeichnet)

Man unterscheidet Himmelsnord- und Himmelssüdpol kürzer auch als **Pol** und **Gegenpol.** Die Gerade Pol–Auge–Gegenpol heißt Himmelsachse (Abb. 88). Betrachten wir von Stunde zu Stunde den Sternenhimmel, so erkennen wir, daß er sich um die Himmelsachse dreht. Durch Beobachtungen an Mond und Sonne stellen wir fest, daß auch diese sich um die Himmelsachse drehen.

Wenn der Mittelpunkt der Sonne morgens über unserem östlichen Horizont sichtbar wird, sagen wir „die Sonne geht auf"; an jedem Abend geht sie im Westen unter. Die Aufgangspunkte der Fixsterne verteilen sich auf den ganzen Halbkreis Nord–Ost–Süd.

Der Winkel, den die Himmelsachse mit der Horizontebene bildet, heißt Polhöhe. Um sie angenähert zu messen, stellen wir aus zwei Stäben eine Art Zirkel her, den wir mit einer Gradteilung versehen. Wir lagern den einen Schenkel horizontal und lassen ihn zum Nordpunkt zeigen; dem anderen geben wir die Richtung zum Himmelspol, indem wir an ihm entlang visieren. So finden wir, daß die Polhöhe rund 50° beträgt.

3. Das Horizontsystem. Um eine Stelle der Himmelskugel, z. B. den Ort eines Sternes, zu bezeichnen, bedient man sich sphärischer[1]) Koordinaten. Wir wollen zwei verschiedene Systeme kennenlernen, zunächst das Horizontsystem. In ihm ist die Horizontebene die Grundebene. Wir legen durch Zenit und Stern den größten Kugelkreis (Abb. 88); seine vom Zenit über den Stern bis zum Nadir reichende Hälfte heißt Vertikal- oder Höhenkreis (eigentlich Höhenhalbkreis); er steht im sog. Höhenfußpunkt auf dem Horizont senkrecht.

---

1) sphaira (griech.) = Kugel.

Das in Grad gemessene Stück des Höhenkreises von seinem Fußpunkt bis zum Stern heißt Höhe des Sternes; in Abb. 88 beträgt die Höhe des auf der westlichen Hälfte der Himmelskugel stehenden Sternes etwa 40°. Der Bogen Zenit–Stern heißt Zenitdistanz; sie ergänzt die Sternhöhe zu 90°.
Die Angabe der Höhe reicht zur Festlegung eines Himmelspunktes nicht aus; denn alle Punkte, die auf dem durch den Stern gehenden zum Horizont parallelen Kreise liegen, haben dieselbe Höhe. Man nennt diesen Kreis den Höhenparallel des Sternes. Der Höhenfußpunkt hat vom Südpunkt des Horizontes einen bestimmten, in Winkelmaß anzugebenden Abstand (in Abb. 88 etwa 55°). Er heißt das Azimut[1]) des Sternortes. Durch die Angabe von Azimut und Höhe, die der Abszisse und Ordinate eines ebenen rechtwinkligen Koordinatensystems entsprechen, ist der Sternort eindeutig festgelegt. Wir rechnen in der Astronomie das Azimut vom Südpunkt aus nach Westen hin von 0° bis 360°. In der Geodäsie und Nautik mißt man das Azimut vom Nordpunkt aus nach Ost und West von 0° bis 180°. Die Höhe wird vom Höhenfußpunkt aus zum Zenit und Nadir hin von 0° bis 90° gemessen und zum Nadir hin mit dem Minuszeichen versehen.

Zur Übung: 1. Wie groß sind Azimut und Höhe des Nordpunktes, des Ostpunktes, des Himmelspols? — 2. Welcher Bogen der Abb. 88 liefert die Höhe des Sternes in unverzerrter Größe?

4. Das ruhende Äquatorsystem. Der Großkreis auf der Himmelskugel, der von den beiden Himmelspolen überall gleich weit absteht, heißt der **Himmelsäquator.** Er geht durch den Ost- und Westpunkt des Horizontes (Abb. 89). Seine Ebene steht auf der Himmelsachse senkrecht. Ein im Ostpunkt aufgehender Stern beschreibt den Himmelsäquator, die Sonne vollführt am 21. März und 23. September auf ihm ihren Tageslauf. Der höchste Punkt des Äquators, die Stelle also, an der die Sonne an den genannten Tagen kulminiert, heißt Äquatorkulm; seine Höhe ergänzt, da der Winkel Pol–Zenit–Äquatorkulm 90° beträgt, die Polhöhe zu 90°. Die Ebene des Äquators teilt die Himmelskugel in zwei Halbkugeln, die nördliche, der der Pol, und die südliche, der der Gegenpol angehört.

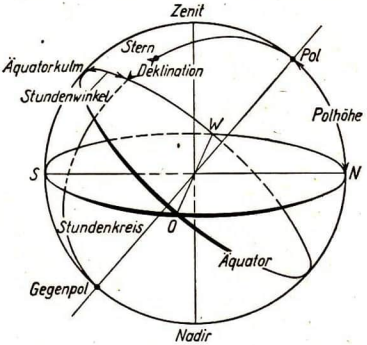


Abb. 89. Das ruhende Äquatorsystem. (Vgl. die Bem. unter Abb. 88)

1) Das Wort Azimút stammt aus dem Arabischen und bedeutet „Weg".

Wie wir im Horizontsystem durch Zenit und Stern den Höhenkreis legten, so legen wir jetzt durch Himmelspol und Stern den größten Kugelkreis. Er steht auf dem Äquator senkrecht und heißt Stundenkreis (besser wieder „-halbkreis", denn man versteht darunter nur den Bogen Pol–Stern–Gegenpol). Der auf ihm in Gradmaß gemessene Abstand des Sternes vom Äquator heißt seine Abweichung oder Deklination[1]). Sie wird vom Äquator aus zum Pol hin positiv, zum Gegenpol hin negativ gerechnet und als nördliche bzw. südliche Deklination bezeichnet. Die sog. Poldistanz ergänzt die Deklination zu 90°. Das Wort „Stundenkreis" wird in § 29,5 seine Erklärung finden.

Alle Punkte, die vom Äquator den gleichen Abstand, also dieselbe Deklination haben, liegen auf einem zum Äquator parallelen Kreise, der als Parallelkreis oder kurz Parallel bezeichnet wird. Er darf nicht mit dem entsprechenden „Höhenparallel" des Horizontsystems verwechselt werden. In der Abbildung ist er nicht eingezeichnet. Um den Ort eines Sternes eindeutig festzulegen, geben wir noch den Winkelabstand des Äquatorkulms von dem Punkte an, in dem der Stundenkreis des Sterns den Äquator schneidet und messen diesen sog. Stundenwinkel vom Äquatorkulm aus nach Westen hin von 0° bis 360°.

Zur Übung: 1. Welche der vier Größen Azimut, Höhe, Stundenwinkel, Deklination ändern sich dauernd? — 2. Wie groß sind schätzungsweise Deklination und Stundenwinkel des Sternes in Abb. 89? — 3. Denke dir das Äquatorsystem um die Ost-Westlinie links herum um 40° gekippt. Welche Punkte und Bogen der beiden Systeme kommen dadurch zur Deckung?

§ 28. Die tägliche Bewegung der Sonne am ruhenden Himmel

1. Die tägliche Sonnenbahn. Wir schätzen die scheinbare Größe des Sonnendurchmessers ab, indem wir uns vom Südpunkt zum Zenit hin Sonne an Sonne gereiht denken wie Perlen auf einer Schnur. Messungen lehren, daß der Durchmesser rund $\frac{1}{2}°$ beträgt, genauer, daß er zwischen $31\frac{1}{2}'$ Anfang Juli und $32\frac{1}{2}'$ Anfang Januar schwankt. Wenn wir vom Standort der Sonne sprechen, meinen wir den Ort des Sonnenmittelpunktes.

In unseren Breiten geht die Sonne täglich im Osten (nicht stets im Ostpunkte) auf, kulminiert auf dem Ortsmeridian zwischen Südpunkt und Zenit und geht im Westen unter. Dabei ändert sich ihre Höhe dauernd, morgens und abends schnell, mittags langsamer. Das Azimut hingegen nimmt morgens und abends langsamer zu als um die Mittagszeit. Auch der Stundenwinkel ändert sich fortwährend und zwar wächst er in einer Stunde um 15°. Die Deklination der Sonne jedoch ändert sich im Laufe eines Tages nicht merklich; deshalb, und weil sich die Sonne gleichförmig bewegt, sind die Sonnenhöhen zu gleichen Zeiten vor und nach der Kulmination gleich groß und die Schatten, die ein lotrechter Stab wirft, gleich lang; dies benutzten wir bei der Anwendung des Gnomons.

1) dēclināt̄io (lat.) = Abweichung.

Wenn die Deklination der Sonne genau konstant wäre, würde sie wie die Fixsterne Tag für Tag denselben Kreis beschreiben und immer an derselben Stelle des Horizontes aufgehen. Unsere Beobachtungen lehren uns aber folgendes:

2. Sonnenbahn vom 21. März bis 22. Juni. Am 21. März geht die Sonne im Ostpunkte gegen 6 Uhr auf, sie durchläuft den Himmelsäquator und geht im Westpunkte gegen 18 Uhr unter (Abb. 90). Dann hat sie einen Tagbogen von 180° zurückgelegt, es folgt der ebenso lange Nachtbogen. Da die Bewegung nahezu gleichförmig ist, sind Tag und Nacht gleich lang. Der Frühling beginnt; wir haben Frühlings-Tagundnachtgleiche oder Frühlings-Äquinoktium[1]). Am folgenden Morgen geht die Sonne etwas weiter nach Norden hin auf, ihre nördliche Deklination wird von Tag zu Tag größer, sie schraubt sich immer höher am Himmel empor, die Länge der Tage nimmt zu auf Kosten der Nacht, bis am 22. Juni die Deklination $23\frac{1}{2}°$ (genauer 23°27′) beträgt. Wir haben den längsten Tag, rund 16 Stunden, und nur 8 Stunden Nacht.

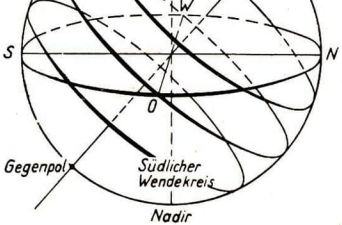


Abb. 90. Die tägliche Sonnenbahn

3. Sonnenbahn vom 22. Juni bis zum 23. September. Am 22. Juni nähert sich der Schraubengang der Sonne dem Pol nicht weiter, deshalb nennt man den Parallel, den sie dann beschreibt, den **nördlichen Wendekreis** oder den Wendekreis des Krebses (s. § 30, 1). Sie schraubt sich wieder herab, aber zunächst sehr langsam, die Schraubenwindungen liegen recht eng aneinander, so daß die Tage nur langsam kürzer werden; daher heißt die Zeit der Sommer-Sonnenwende auch die des Sommer-Solstitiums[2]). Am 23. September durchläuft die Sonne wieder den Äquator; es ist der Tag des Herbst-Äquinoktiums oder der Herbst-Tagundnachtgleiche. Das Sommerhalbjahr ist mit $2 \cdot 93 = 186$ Tagen vorbei. Der Herbst beginnt.

4. Sonnenbahn vom 23. September über den 22. Dezember bis zum 21. März. Die Sonne schraubt sich weiter hinab. Die Schraubenwindungen liegen in Äquatornähe nicht so dicht wie am nördlichen Wendekreis, da sich zur Zeit der Äquinoktien die Sonnendeklination rascher ändert; deshalb nehmen jetzt die Tageslängen schnell ab. Am 22. Dezember, dem Tag der Winter-

1) aequus (lat.) = gleich; nox (lat.) = Nacht. 2) sol (lat.) = Sonne; stare (lat.) = stehen.

Sonnenwende, erreicht die Sonnenbahn ihre größte Entfernung vom Äquator; sie durchläuft den **südlichen Wendekreis,** den Wendekreis des Steinbocks; ihre Deklination beträgt $-23\frac{1}{2}^0$. Gleichzeitig ist ihre Morgenweite, d. i. die auf dem Horizont gemessene Entfernung ihres Aufgangspunktes vom Ostpunkt, am größten geworden, nämlich für die in unseren Zeichnungen angenommene geographische Breite von 50^0 gleich etwa 38^0. Ebenso groß ist an diesem Tage ihre Abendweite, die Entfernung ihres Untergangspunktes vom Westpunkte; und ebenso groß sind auch Morgen- und Abendweite am Tage der Sommer-Sonnenwende, dann jedoch beide nach Norden gerichtet. – Vom 22. Dezember an, dem Tage, an dem der astronomische Winter beginnt, nähert sich die Sonne wieder, zunächst ganz allmählich, dem Äquator, den sie am 21. März wieder durchläuft.

Das Winterhalbjahr, Herbst und Winter, umfaßt $90 + 89 = 179$ Tage, ist also 7 Tage kürzer als das Sommerhalbjahr; doch decken sich die astronomischen Begriffe Sommer- und Winterhalbjahr wegen meteorologischer Einflüsse nicht mit den Begriffen warme und kalte Jahreszeit.

Genauer als vom Tage des Frühlings-Äquinoktiums müßte man eigentlich von dem Augenblick, in dem der Sonnenmittelpunkt auf seiner aufsteigenden Schraubenbahn durch den Äquator geht, als dem Frühlingsanfang reden. Dies kann zu jeder Tages- und Nachtstunde eintreten. Entsprechendes gilt für den Beginn der übrigen Jahreszeiten; deshalb schwanken ihre kalendermäßigen Angaben in den verschiedenen Jahren um einen Tag.

5. Die Zeitgleichung. Die Sonne bewegt sich nicht vollkommen gleichförmig auf ihrer Bahn. Daher sind die Zeiten zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen oder wahren Mittagen, die wahren Sonnentage, nicht gleich lang; sie sind daher als Zeitmaß nicht geeignet. Der Unterschied zwischen dem längsten und kürzesten Sonnentage beträgt zwar weniger als eine Minute, doch summieren sich die Unterschiede. Man denkt sich daher zu der wahren eine mittlere Sonne, die den Äquator mit gleichbleibender Geschwindigkeit durchläuft. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen der mittleren Sonne, den mittleren Sonnentag, bestimmt man als arithmetisches Mittel aller Sonnentage eines Jahres. In Abb. 91 sind die Abweichungen der wahren Zeit von der mittleren Zeit für die 12 Monate (I bis XII) des Jahres graphisch dargestellt. Wie man sieht, weichen mittlere und wahre Zeit zuweilen erheblich voneinander ab, am meisten am 3. November, nämlich um 16 Minuten.

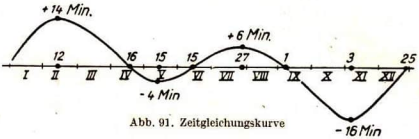


Abb. 91. Zeitgleichungskurve

Der Zeitunterschied zwischen der mittleren Zeit und der wahren Zeit heißt Zeitgleichung (besser würde man „Zeitausgleichung“ sagen). Man rechnet

sie positiv, wenn der mittlere Mittag früher als der wahre Mittag ist, wenn die wahre Sonne also „zu spät", negativ, wenn sie „zu früh" kulminiert:

Mittlere Zeit — wahre Zeit = Zeitgleichung.

An vier aus der Abb. 91 ersichtlichen Tagen ist die Zeitgleichung gleich Null.

Den ersten dieser Tage, den 16. April, hat man so gewählt, daß das Maximum der Zeitgleichung ungefähr gleich dem Minimum ist (genauer so, daß die Summe der über der Abszissenachse liegenden Flächen unserer graphischen Darstellung gleich der Summe der unter ihr liegenden Flächen ist).

Die größte positive Zeitgleichung haben wir am 12. Februar. Dann ist die wahre Sonne gegen die mittlere zurück. Sie kulminiert erst 14 Minuten nach 12 Uhr mittlerer Sonnenzeit. Der Vormittag, die Zeit vom Sonnenaufgang bis zum mittleren Mittag, ist also fast eine Viertelstunde „zu kurz" und der Nachmittag um ebenso viel „zu lang". Umgekehrt wird es Anfang November abends zu zeitig dunkel.

6. Die Sonnenuhr. Sie besteht aus einem „Zifferblatt", an dem ein Stab befestigt ist, der die Richtung der Himmelsachse hat. Der Schatten des Stabes dient als Uhrzeiger. Die Einteilung des Zifferblattes ist am einfachsten, wenn es auf dem schattenwerfenden Stabe senkrecht steht (Äquatorialuhr); dann rückt der Schatten in jeder Stunde um 15° vor. Für eine andere Lage des Zifferblattes findet man seine Einteilung entweder durch mathematische Berechnung oder auf empirischem[1]) Wege.

§ 29. Der rotierende Fixsternhimmel

1. Der Sterntag. Abb. 92 zeigt eine photographische Aufnahme mit feststehender Kamera der Gegend des nördlichen Sternhimmels um den Pol herum. Die Belichtungszeit betrug 5 Stunden. Man sieht, wie die Fixsterne in dieser Zeit etwa $\frac{1}{5}$ eines Kreises zurückgelegt haben. Man erkennt auch, daß der Polarstern nicht der ruhende Himmelspol ist; sein Abstand von ihm beträgt 1°7′.

Alle Sterne, die vom Pol nicht weiter entfernt sind als die Polhöhe angibt, gehen für uns nicht auf und nicht unter; sie heißen **Zirkumpolarsterne**[2]). Aber auch die übrigen Sterne beschreiben geschlos-

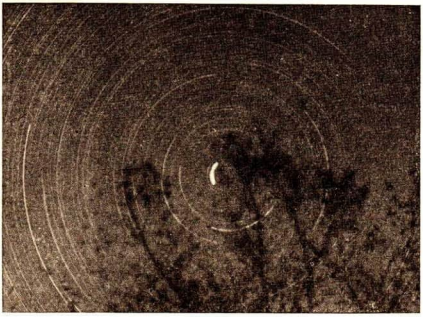


Abb. 92. Zirkumpolarsterne (5 Stdn. belichtet)

1) empeiría (griech.) = Erfahrung.
2) circūm (lat.) = um .... herum.

sene Kreise, wie wir es für die Sonne in Abb. 90 dargestellt haben. Während jedoch der heutige Aufgangspunkt der Sonne nur angenähert mit dem gestrigen zusammenfällt, gilt das für die Fixsterne vollkommen genau; sie bleiben jahraus, jahrein auf derselben Kreisbahn; ihre Deklination ändert sich im Laufe eines Jahres nicht.

Die Fixsterne, soweit sie nicht Zirkumpolarsterne sind, gehen irgendwo auf dem Halbkreis *NOS* auf, kulminieren auf dem Ortsmeridian und gehen auf dem Halbkreis *NWS* unter. Der „Tagbogen" – wenn wir einen bei der Sonnenbewegung eingeführten Begriff hier anwenden dürfen – aller Sterne, die nördlich vom Äquator stehen, ist länger als der „Nachtbogen"; bei den südlich vom Äquator stehenden Sternen, auf der dem Gegenpol zugewandten Halbkugel, ist es umgekehrt.

Wir legen an einem sternklaren Abend, wenn wir die Umrisse eines entfernten Daches o. ä. gerade noch erkennen können, eine Visierlinie fest von einem dem Auge nahen Punkte über einen entfernten Punkt zu einem Fixstern, der im Süden in der Nähe des Äquators steht. Zehn Tage später finden wir ihn schon 40 Minuten früher an derselben Stelle. (Nach Ablauf dieser 40 Minuten hat er sich auf seiner Kreisbahn um 20 Vollmondbreiten weiter bewegt.) Die mittlere Sonne, nach der unsere Uhr geht, ist also an jedem Tage 4 Minuten hinter den Fixsternen zurückgeblieben. Hieraus folgt, daß die Zeit, in der der Fixstern einen vollen Umlauf vollendet, 4 Minuten weniger beträgt als die Umlaufszeit der Sonne, also nur 23h 56 min. Man nennt diese Zeit einen Sterntag.

Der Sterntag ist um 4 Minuten kürzer als ein mittlerer Sonnentag.

2. Sternkarten. Da die Fixsterne ihre gegenseitige Lage zueinander nicht ändern, können sie auf Himmelsgloben und angenähert auch auf Sternkarten dargestellt werden. Auf einem gewöhnlichen Himmelsglobus sieht man den Sternhimmel von außen, wie wir ihn in Wirklichkeit nicht sehen. Von innen betrachtet man ihn im Zeißschen Planetarium. Man muß sich auch bei Sternkarten klar darüber sein, ob sie den Fixsternhimmel von außen oder von innen gesehen darstellen. Wir ziehen die zweite Art von Sternkarten vor, wie sie sich in der Regel in Atlanten finden. Eine derartige Karte zeigt Abb. 93. Sie stellt den Sternhimmel bis zum südlichen Wendekreis dar. Natürlich ist das, wie bei jeder Darstellung eines Teiles einer Kugeloberfläche in einer Ebene, nicht ohne Verzerrungen möglich. Bei unserer Karte sind die Sterne durch Strahlen, die alle vom Gegenpol ausgehen, auf die Äquatorebene projiziert. Dadurch wird der Abstand von je zwei Sternen, die in Wirklichkeit den gleichen Winkelabstand voneinander haben, am Rande der Karte etwa doppelt so groß wie in der Mitte. Es gibt auch andere Projektionsarten. Daher stimmen die Umrisse von weiter ausgedehnten Sternbildern verschiedener Sternkarten nicht überein. Man muß immer und immer wieder den gestirnten Himmel selbst betrachten.

3. Sternbilder. Das nächst Großem und Kleinem Wagen bekannteste Sternbild ist wohl die aus fünf Sternen zweiter und dritter Größe ein W bildende Kassiopeia. Wir kommen zu dem letzten Stern β dieser Zickzacklinie, wenn

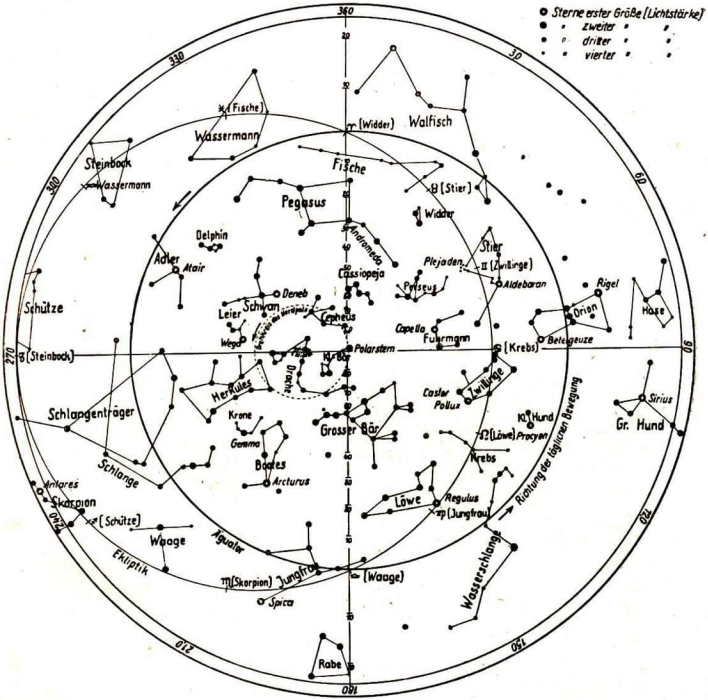


Abb. 93. Der nördliche Sternhimmel

wir den von δ im Großen Bären zum Polarstern reichenden Bogen um sich selbst verlängern. Man hat diesen Stern aus einem nachher anzugebenden Grunde Kolurstern genannt. Verlängert man abermals um denselben Bogen, so gelangt man zu einem Stern zweiter Größe, α in der Andromeda. Eine nochmalige Verlängerung um denselben Bogen führt zu einem Punkte

in einer sternarmen Himmelsgegend, der von größter Bedeutung ist, dem Frühlings- oder Widderpunkt. Kolurstern, α in der Andromeda und Frühlingspunkt haben die Deklinationen 59°, 29°, 0°.

Abb. 94. Orion

Von den Sternen erster Größe sind 15 in unserer geographischen Breite sichtbar, nach ihrer scheinbaren Größe oder Helligkeit geordnet: Sirius, Wega, Kapella, Arkturus, Rigel, Prokyon, Atair, Beteigeuze, Aldebaran, Pollux, Spika, Antares, Fomalhaut, Deneb und Regulus. Von diesen bilden Kapella, Pollux, Prokyon, Sirius, Rigel und Aldebaran das „große Sechseck um Orion", das häufig als schönster Teil des Himmels bezeichnet wird. Mitten im Sechseck liegt Beteigeuze, der Schulterstern des Orion. (Verlege die in Abb. 94 gezeichnete Kontur des Orion an den Himmel.) Orion ist in den Monaten Mai bis August nicht sichtbar, weil er dann bei Tage über unserem Horizonte steht.

Als Beispiel dafür, wie die Mythologie der Alten den Himmel belebte, mag die Sternsage von den Zwillingen hier Platz finden. „Pollux ist ein Sohn Jupiters und unsterblich; Kastor, sterblicher Natur, fällt im Kampf, und Pollux bittet Jupiter, er möge seinem so sehr geliebten Bruder auch olympische Unsterblichkeit verleihen. Jupiter verweigert dies, stellt es aber Pollux anheim, entweder allein im Olymp zu bleiben, oder abwechselnd je einen Tag im Olymp, den anderen in Gesellschaft des Bruders in der Unterwelt zuzubringen. Pollux entscheidet sich für das letztere; zur ewigen Erinnerung an diese innige Geschwisterliebe werden die Brüder unter die Sterne versetzt." (Thomas.)

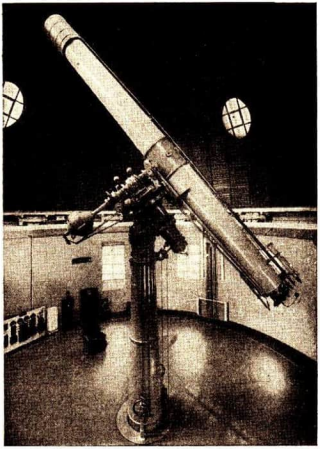


Abb. 95. Fernrohr

4. Das rotierende Äquatorsystem. Im Horizont- und im ruhenden Äquatorsystem ändern sich Azimut, Höhe und Stundenwinkel eines Sternes dauernd, nicht so die Deklination. Um die Lage eines Gestirns den Fixsternen gegenüber angeben zu können, führen wir jetzt ein drittes Koordinatensystem ein, das mit dem rotierenden Fixsternhimmel fest verbunden ist; wir nennen es das rotierende Äquatorsystem. Wie im ruhenden System teilen wir auch hier den Äquator in 360 Grad und legen vom Pol durch die Teilpunkte zum Gegenpol Halbkreise, die nun rotierende Stundenkreise

heißen. Auf ihnen messen wir, genau wie im ruhenden System, die Deklination. Sterne gleicher Deklination liegen auf einem rotierenden Parallelkreis, der stets mit dem entsprechenden ruhenden Parallelkreis in Deckung bleibt. Die großen Fernrohre der Sternwarten sind so aufgestellt, daß das Rohr durch eine Drehung um eine Achse der Bewegung eines Gestirns auf seinem Parallelkreise folgen kann; dazu liegt diese Achse in der Himmelsachse (Abb. 95). Der rotierende Stundenkreis eines Sternes schneidet den Äquator in einem bestimmten Punkt (Abb. 96); das zweite Bestimmungsstück des Sternes, die Abszisse des neuen Systems, ist der Abstand dieses Schnittpunktes von einem bestimmten anderen Punkt des rotierenden Äquators; und dieser Ausgangspunkt der Abszissenzählung ist der Frühlingspunkt. Während wir aber im ruhenden Äquatorsystem vom Äquatorkulm aus den Stundenwinkel im Sinne des Uhrzeigers (vom Pol aus gesehen) zählen, läuft die Zählung auf dem rotierenden Äquator im Gegenzeigersinn. Man nennt diese Zählung rechtläufig, während die Zählung im Uhrzeigersinn rückläufig heißt. Der im Äquator liegende Bogen vom (rotierenden) Frühlingspunkt bis zum „Fußpunkt" des rotierenden Stundenkreises heißt Rektaszension[1]) (Abb. 96).

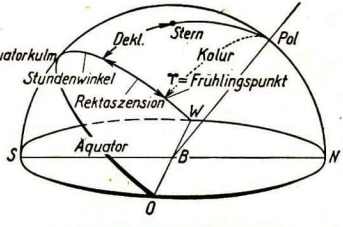


Abb. 96. Das rotierende Äquatorsystem

Folgendes ist sorgfältig zu beachten: Der Fixsternhimmel dreht sich von Osten über Süden nach Westen. Vom Pol aus gesehen, wie wir auch Abb. 96 betrachten, erfolgt diese Drehung im Sinne des Uhrzeigers. Blicken wir aber nach Norden, zum Polarstern, – und so betrachten wir unsere Sternkarte und den Sternhimmel – so erfolgt dieselbe Drehung links herum, im Gegenzeigersinn. In der entgegengesetzten Richtung, jetzt also rechts herum, „rechtläufig", messen wir die Rektaszension. In dieser Richtung ist am Rande der Sternkarte Abb. 93 vom Frühlingspunkt aus die Rektaszension im Winkelmaß angeschrieben. Um z. B. die Rektaszension des Aldebaran abzulesen, legt man durch ihn und den Pol den auf der Karte als Gerade erscheinenden Stundenkreis; er trifft die Kreiseinteilung am Rande unter $67\frac{1}{2}^0$. Auf dem durch den Frühlingspunkt gehenden Stundenkreis ist vom Äquator aus nach Norden und Süden die Deklination angeschrieben. Beschreibt man um den Pol einen Kreisbogen vom Aldebaran bis zu einem dieser Stundenkreise, so findet man als Deklination des Sternes $+ 16^0$.
Der Stundenhalbkreis des Frühlingspunktes und die von ihm um je 90^0 und

1) recta ascensio (lat.) = gerade Aufsteigung (sprich daher Rekt-aszension).

um 180° abstehenden Halbkreise sind in Abb. 93 als 4 zueinander senkrechte Halbmesser eingezeichnet. Sie haben besondere Namen erhalten, die im folgenden Paragraphen ihre Erklärung finden:

1. Der 0 Uhr-Halbkreis, der Kolur der Frühlings-Tagundnachtgleiche, vom Pol über den Kolurstern in der Kassiopeia zum Frühlingspunkt und weiter bis zum Gegenpol.

2. Der 6 Uhr-Halbkreis, der Kolur der Sommer-Sonnenwende, auf unserer Karte nach rechts gerichtet; alle Punkte auf ihm – Beteigeuze steht in seiner Nähe – haben die Rektaszension 90°.

3. Der 12 Uhr-Halbkreis, der Kolur der Herbst-Tagundnachtgleiche.

4. Der 18 Uhr-Halbkreis, der Kolur der Winter-Sonnenwende.

Der erste und dritte Halbkreis zusammen heißen auch Äquinoktialkolur, der zweite und vierte Solstitialkolur. Das Wort Kolur kommt von den griechischen Wörtern kólos = verstümmelt und oúra (sprich: ura) = Schwanz, vielleicht deshalb so, weil der Kolur der Tagundnachtgleichen vom Großen Bären und der der Sonnenwenden vom Kleinen Bären den Schwanz abschneidet.

5. Die Sternzeit. Der Fixsternhimmel rotiert vollkommen gleichförmig; deshalb ist irgend ein rotierender Stundenkreis, am besten der erste Kolur, der gekrümmte Zeiger einer absolut zuverlässigen Uhr. Wir denken uns im Pol an die Himmelskugel die Tangentialebene gelegt und auf dieser ein 24teiliges Zifferblatt angebracht; oben steht 0, unten 12; dann zeigt unser vom Pol zum Kolurstern gehender Zeiger stets 0 Uhr an, wenn der Frühlingspunkt kulminiert. Versetzt man sich in Gedanken an den Ort B der Abb. 96, so erkennt man, daß der Sternzeiger links herum läuft. In dieser Richtung ist das Zifferblatt unserer Sternuhr also beziffert; in dieser Richtung ist auch die Sternkarte zu drehen, wenn sie dem Lauf der Sterne folgen soll. Um das auszuführen, richte man den Blick gerade auf den Pol und halte die Sternkarte in geeignetem Abstand senkrecht zur Blickrichtung.

Wenn der Frühlingspunkt zum zweiten Male kulminiert, sind nach unserer „richtiggehenden" Taschenuhr nicht 24 Stunden, sondern erst 23 Stunden und 56 Minuten verflossen. Die Sternuhr gibt aber 24^h an, sie geht nicht nach mittlerer Sonnenzeit, sondern nach Sternzeit. Nach Sternzeit gehen alle Sternzeituhren der Sternwarten, sie lassen sich also nach dem Meridiandurchgang des Frühlingspunktes oder eines beliebigen Sternes, dessen Rektaszension bekannt ist, jederzeit kontrollieren.

Hieraus wird auch die Bezeichnung „Stundenwinkel" für die Abszisse eines Sternes im Äquatorsystem verständlich. Der durch den Stern gehende „Stundenkreis" dreht sich wie der Zeiger unserer Himmelsuhr in 24 Stunden um 360°. Der Stundenwinkel kann also leicht in Zeit umgerechnet werden. Dann gibt er an, vor wieviel Stunden der Stern kulminiert hat, also durch den Meridian des Beobachtungsortes gegangen ist. In der Astronomie

wird deshalb der Himmelsäquator statt in 360° auch in 24 Stunden geteilt und sowohl der Stundenwinkel wie auch die Rektaszension statt in Grad (°), Winkelminuten (′) und Winkelsekunden (″) in Stunden (h), Zeitminuten (min) und Zeitsekunden (s) angegeben. Zur Umrechnung hat man die Gleichungen:

$$24\,\mathrm{h} \mathrel{\widehat{=}} 360^\circ;\quad 1\,\mathrm{h} \mathrel{\widehat{=}} 15^\circ;\quad 4\,\mathrm{min} \mathrel{\widehat{=}} 1^\circ;\quad 1\,\mathrm{min} \mathrel{\widehat{=}} 15';\quad 4\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 1';\quad 1\,\mathrm{s} \mathrel{\widehat{=}} 15'',$$

wo z. B. die letzte Gleichung „1 Zeitsekunde entspricht 15 Winkelsekunden" zu lesen ist.

Bei der dritten Kulmination des Frühlingspunktes ist die mittlere Sonne um 8 Minuten und in den 30 Tagen eines Monats um 2 Stunden hinter dem Frühlingspunkt zurückgeblieben. Nun gebe im Augenblick des Frühlings-Äquinoktiums Sternzeituhr und mittlere Sonnenzeituhr dieselbe Zeit an, denn dann steht die Sonne im Frühlingspunkt. Einen Monat später, im April, ist die Sternzeituhr um 2 Stunden, im Mai um 4 Stunden, im Juni um 6 Stunden und, wenn die Sonne ein Jahr später wieder im Frühlingspunkte steht, um 24 Stunden vorausgeeilt. So ergibt sich:

Auf 365,2422 mittlere Sonnentage kommen 366,2422 Sterntage.

Da die Sternzeit die seit der Kulmination des Frühlingspunktes verflossene Zeit bedeutet, ergibt sich aus Abb. 96 für den augenblicklichen Stundenwinkel und die konstante Rektaszension jedes Gestirnes die Beziehung

Sternzeit = Stundenwinkel + Rektaszension.

Für genaue Beobachtungen von Kulminationen dient das Meridianinstrument, ein Fernrohr, das sich um eine waagerechte Achse nur in der Ebene des Ortsmeridians drehen läßt. Mit ihm wird die Polhöhe aus der oberen und unteren Kulmination eines Zirkumpolarsterns bestimmt, ebenso die zur Polhöhe komplementäre Höhe des Äquatorkulms und die Deklination eines Gestirns. Bestimmt man an irgendeinem Tage im Fernrohr den Durchgang des Frühlingspunktes durch den Meridian, so weiß man, daß es 0^{h} Sternzeit ist. Beobachtet man den Durchgang des Aldebaran mit der Rektaszension $67\frac{1}{2}^\circ$ oder 4 h 30 min, so ist es $4^{\mathrm{h}}\,30^{\mathrm{min}}$.

§ 30. Der jährliche Umlauf der Sonne am rotierenden Himmel

1. Die Ekliptik. Wenn wir den Mond gestern abend in der Nähe eines uns bekannten Sterns gesehen haben und heute abend zur gleichen Zeit wieder suchen, so finden wir, daß er ein beträchtliches Stück hinter dem Fixsternhimmel zurückgeblieben ist. Bei der Sonne können wir dieselbe Beobachtung nicht machen, weil ihr Licht die Sterne verdunkelt; wir mußten deshalb die gleiche Tatsache daraus erschließen, daß der Sterntag kürzer ist als der mittlere Sonnentag. Die Reaktaszension der Sonne nimmt also täglich zu, und zwar, da sie in einem Jahr um 360° hinter den Fixsternen zurückbleibt, täglich ungefähr um 1°. Diesen Befund können wir auch in die Worte kleiden: die Sonne hat sich am rotierenden Himmelsgewölbe in einer der Rotation entgegengesetzten Richtung fortbewegt. Dabei ist streng zu unter-

scheiden zwischen der Bewegung, wie wir sie von unserem Standort aus dem Ortsmeridian gegenüber beobachten, und der Bewegung in bezug auf den rotierenden Himmel.

So kommt es, daß wir in jedem Monat abends über der Untergangsstelle der Sonne andere Sternbilder erblicken, nämlich, wenn wir im März beginnen:

Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Waage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische.

Daraus, daß sich auch die Deklination der Sonne dauernd ändert, nämlich im Frühjahr von 0^0 bis $23^0 27'$ zunimmt (§ 28, 2), dann im Sommer und Herbst über 0^0 bis $-23^0 27'$ abnimmt, um im Winter wieder auf 0^0 zu wachsen, folgt:

Die Ebene der jährlichen Sonnenbahn am rotierenden Fixsternhimmel ist gegen die Äquatorebene um $23^0 27'$ geneigt. Diese jährliche Sonnenbahn heißt Ekliptik; der angegebene Neigungswinkel ist die Schiefe der Ekliptik[1]).

Abb. 97 zeigt die Lage der Ekliptik gegen unseren Horizont am 23. September morgens 6 Uhr. Dieselbe Lage hat sie ein, zwei, drei Vierteljahre später um 24^h, 18^h, 12^h. Im Laufe eines Sterntages dreht sich die Ekliptik ebenso wie der rotierende Äquator einmal um die Himmelsachse. Während dabei aber der Äquator mit sich selbst in Deckung bleibt, überstreicht die Ekliptik bei einer Drehung die ganze Kugelzone zwischen den beiden Wendekreisen. 12 Stunden nach dem Augenblick, für den Abb. 97 gilt, ist die Ekliptikebene statt $40^0 + 23\frac{1}{2}^0 = 63\frac{1}{2}^0$ nur $40^0 - 23\frac{1}{2}^0 = 16\frac{1}{2}^0$ gegen die Horizontebene geneigt. Die Punkte, die (ebenso wie der Pol vom Äquator) um 90^0 von der Ekliptik entfernt sind, heißen Pol und Gegenpol der Ekliptik. Sie haben die Poldistanz $23\frac{1}{2}^0$ und beschreiben in 24 Stunden (Sternzeit) Kreise mit diesen Radien um die Himmelspole.

Die genannten 12 Sternbilder umfassen einen Gürtel von 7^0 bis 8^0 Breite zu beiden Seiten der Ekliptik; man nennt ihn **Tierkreis** oder Zodiakus[2]).

2. Die Präzession der Tagundnachtgleiche. Die Ekliptikpole liegen dauernd bei denselben Fixsternen, der nördliche Pol im Sternbild des Drachen (s. Abb. 93). Der Nordpol des Äquators behält nicht nur dem Fixsternhimmel gegenüber, sondern auch im Horizontsystem Jahre hindurch seine Lage; er ist „der ruhende Pol in der Erscheinungen Flucht". Beobachtungen, die sich über sehr lange Zeiträume erstrecken, lehren jedoch, daß der Nordpol in 26000 Jahren einen Kreis um den Ekliptikpol beschreibt, in 12000 Jahren wird Wega Polarstern sein. Dadurch ändert auch der Äquator seine Lage gegen die Ekliptik, und ihre Schnittpunkte, der Frühlings- und der Herbstpunkt, rücken auf der Ekliptik weiter. In bezug auf die jährliche Bewegung der Sonne bleiben sie zurück; in bezug auf die tägliche Bewegung der Fixsterne rücken sie vor; deshalb wird diese Bewegung als Präzession[3]) der Tag-

1) Erklärung des Wortes folgt in § 37. 2) zōdiakos (griech.) = Tierkreis.
3) praecēdĕre (lat.) = vorrücken.

undnachtgleiche bezeichnet. Die Erscheinung wird später (§ 70, 3) erklärt werden.

Infolge der Präzession steht die Sonne, die vor 2000 Jahren bei Frühlingsanfang im Sternbild des Widders stand, heute zur selben Zeit im Sternbild der Fische. Es ist also streng zwischen den Zeichen und den Sternbildern der Ekliptik zu unterscheiden. Die heutigen Zeichen, je 30° umfassend, haben ihre Namen nach den benachbarten Sternbildern. Deshalb steht, wenn die Sonne schon untergegangen ist, das Sternbild noch über dem Horizont, das denselben Namen führt wie das Zeichen, in dem die Sonne steht. An der Stelle unserer Sternkarte, an der die Sonne auf ihrer jährlichen Bahn in das Zeichen des Widders tritt – sie heißt der Widderpunkt – stehen als Symbol des Zeichens die Widderhörner (♈). Auch die Gestalt der übrigen Symbole (Abb. 93) erinnert z. T. an die Namen der Sternbilder, nach denen die Tierkreiszeichen vor 2000 Jahren benannt wurden.

3. Das Ekliptiksystem. Infolge der Wanderung der Äquinoktialpunkte ändern sich im Laufe der Jahrzehnte auch Rektaszension und Deklination eines Fixsterns. Die entsprechenden Koordinaten in einem vierten System, dem Ekliptiksystem, sind konstant. Ausgangspunkt der Zählung ist hier wie im rotierenden Äquatorsystem der Frühlingspunkt auf der Ekliptik; der Rektaszension und Deklination entsprechen astronomische Länge (ebenfalls in rechtläufiger Richtung gemessen) und Breite (Abb. 97).

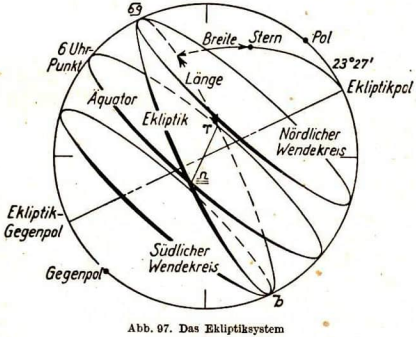


Abb. 97. Das Ekliptiksystem

4. Nochmals die Zeitgleichung. Die Sonne durchläuft in $365\frac{1}{4}$ Tagen die ganze Ekliptik, deshalb nimmt ihre Länge täglich um durchschnittlich $360^\circ : 365\frac{1}{4} = 0{,}986^\circ$ zu, „durchschnittlich", weil sich die Sonne auf der Ekliptik nicht ganz gleichförmig bewegt.

Dies ist der eine Grund für die Veränderlichkeit der Zeitgleichung (§ 28, 5); der Hauptgrund aber ist der folgende. Zur Einführung der mittleren Zeit dachten wir uns eine „mittlere Sonne", die sich auf dem Äquator gleichförmig bewegt, in 24 Stunden einmal herum. Die „wahre Sonne" führt eine Bewegung aus, die wir uns aus zwei Bewegungen „zusammengesetzt" denken: erstens nimmt sie teil an der ideal gleichförmigen Drehung des Fixsternhimmels; zweitens bewegt sie sich in entgegengesetzter Richtung mit einer Geschwindigkeit, die wir jetzt als konstant annehmen. Doch ist die zweite Bewegung der ersten nicht genau entgegengerichtet, da die Ekliptik gegen den Äquator geneigt ist. In Abb. 98 ist ein Stück des Äquators samt

seiner Umgebung so in eine Ebene abgewickelt, daß der Äquator eine Gerade ist. Wir grenzen auf der Ekliptik in der Umgebung eines Äquinoktiums und eines Solstitiums Bogen ab, AB und CD, die die Sonne in gleichen Zeiten, z. B. in einem Monat, zurücklegt. Die Rektaszensionen wachsen in diesen Zeiten um die Projektionen dieser Bogen auf die Richtung, in der sich der Himmel dreht oder auf den Äquator; und diese Projektionen $A'B'$ und $C'D'$ sind verschieden groß, am größten zur Zeit der Sonnenwenden.

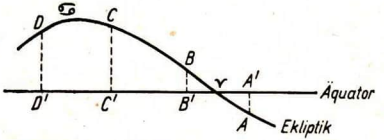


Abb. 98. Ungleichmäßige Änderung der Sonnenrektaszension $AB = CD$; $A'B' < C'D'$

So kommt es, daß infolge der Schiefe der Ekliptik die Rektaszension der Sonne zu verschiedenen Zeiten des Jahres verschieden stark zunimmt, nämlich, während sich die Länge um je 30° ändert, im ersten Tierkreiszeichen um 28° und im dritten um 32°. Die Zeitgleichungskurve (Abb. 91) läßt erkennen, daß diese Ursache von einer zweiten, der schon angeführten, überlagert wird.

5. Der Kalender. Die Sonne hat einen vollen Umlauf längs der Ekliptik vollendet, wenn sie wieder an derselben Stelle des Fixsternhimmels steht wie im Jahre vorher. Diese Zeit heißt ein siderisches[1]) Jahr. Es ist

1 siderisches Jahr = 365,25636 Tagen = 365 d 6 h 9 min 9 s.

Die Tage sind Tage mittlerer Sonnenzeit (d).

Bis die Sonne auf ihrer Jahresbahn wieder bis zum Frühlingspunkt gelangt, vergeht eine kürzere Zeit, weil dieser Punkt infolge der Präzession auf der Ekliptik wandert und zwar während eines Jahres durchschnittlich 50,221″. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen durch den Frühlingspunkt heißt ein tropisches[2]) Jahr. Es ist

1 tropisches Jahr = 365,24222 Tagen = 365 d 5 h 48 min 46 s.

Der Unterschied der beiden Jahre beträgt 20 min 23 s.

Unserer Zeitmessung ist das tropische Jahr zugrunde gelegt. Da dieses aber keine ganze Anzahl von Tagen umfaßt, bestimmte Julius Cäsar im Jahre 46 v. d. Ztr., daß jedes Jahr 365 Tage dauern und in jedem vierten Jahr ein Schalttag eingefügt werden solle (Julianischer Kalender). Das Jahr währte dann im Durchschnitt genau 365,25 Tage. In 400 Jahren mußte damit ein Unterschied von 3 Tagen gegen das tropische Jahr auftreten. Deshalb wurde durch die Kalenderreform des Papstes Gregor XIII. im Jahre 1582 festgesetzt, daß alle 400 Jahre 3 Schalttage ausfallen sollten, indem nur diejenigen Vielfachen von 100 (z. B. 1600) Schaltjahre blieben, bei denen die Hunderter sich durch 4 teilen lassen (Gregorianischer Kalender). Der noch verbleibende Fehler wird erst in 4000 Jahren wieder einen ganzen Tag betragen.

Dadurch, daß man damals auf den 4. Oktober unmittelbar den 15. Oktober folgen ließ, wurde erreicht, daß der Frühlingsanfang wieder auf den 21. März fiel.

1) sídus (lat.) = Gestirn. 2) trópos (griech.) = Wendung, Richtung.

§ 31. Die Mondbewegung in geozentrischer Darstellung

1. Die Mondphasen. Der Mond leuchtet nicht im eigenen Lichte, sondern er wirft nur das Licht zurück, das die Sonne ihm zustrahlt. Deshalb leuchtet immer nur die der Sonne zugewandte halbe Oberfläche, und wir sehen von dieser nur den Teil, der uns zugekehrt ist. Man unterscheidet vier Hauptphasen[1]: Erstes Viertel, Vollmond, letztes Viertel, Neumond. Wir fangen an, den Mond abends zu beobachten, wenn er noch „jung" ist. Er steht dann als schmale Sichel im Westen am Himmel, die konvexe Seite der untergegangenen Sonne zugewandt. Bald nach der Sonne geht auch der Mond unter.
Am folgenden Abend ist die Sichel breiter. Sie ist hinter der Sonne zurückgeblieben und zwar um 50 Minuten. Die Rektaszension der Sonne hat um 4 min, die des Mondes aber um 54 min zugenommen.

Ein „Mondtag", d. i. die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen des Mondes, ist also um 50 Minuten länger als ein mittlerer Sonnentag.

So vergrößert sich der Abstand des Mondes von der Sonne von Tag zu Tag, und nach einer Woche steht der Mond als erstes Viertel bei Sonnenuntergang über dem Südpunkte und geht um Mitternacht unter. Wieder eine Woche später geht der Mond als Vollmond im Osten auf, wenn die Sonne untergeht. Und wenn abermals eine Woche verflossen ist, erscheint er gegen Mitternacht als letztes Viertel über dem östlichen Horizont. Der leuchtende Teil seiner Scheibe wird von einem Halbkreis und einem Durchmesser begrenzt. In den folgenden Tagen wird die Sichel immer schmaler. Wieder wendet sie ihre konvexe Seite der Sonne zu. Man kann aus ihr jetzt den Buchstaben *a* (abnehmend) formen, während sich die Sichel des zunehmenden Mondes zu *d* vervollständigen läßt. Denkt man sich die Sichel des zu- oder abnehmenden Mondes als Flitzebogen, so zielt ein aufgelegter Pfeil stets zur Sonne hin.
Rund vier Wochen nach unserer ersten Beobachtung geht der Mond als Neumond mit der Sonne auf und unter, aber wir sehen ihn nicht. Man bezeichnet die Zeit von einem Neumond bis zum nächsten als einen synodischen[2] Monat. Er umfaßt

$$29\,\mathrm{d}\ 12\,\mathrm{h}\ 44\,\mathrm{min} \approx 29\tfrac{1}{2}\ \text{Tage}.$$

2. Siderischer Monat. Da der Mond bei seinem täglichen Umlauf gegen die Sonne zurückbleibt, verzögert er sich erst recht dem Fixsternhimmel gegenüber; mit anderen Worten: Am rotierenden Fixsternhimmel bewegt sich der Mond rechtläufig, also von West über Süd nach Ost, und zwar viel schneller als die Sonne, denn er legt nicht in einem Jahre, sondern in einem Monat einen vollen Kreis zurück. Der Mond durchläuft daher in vier Wochen den ganzen Tierkreisgürtel. Beobachten wir den jungen Mond als ganz schmale Sichel im

1) phásis (griech.) = das Erscheinen.
2) sýnodos griech.) = Zusammentreffen, gleichzeitiges Eintreten.

Herbst im Zeichen der Waage, so steht er zwei bis drei Tage später im Zeichen des Skorpions, zwei Wochen später im Zeichen des Widders und nach vier Wochen wieder bei demselben Fixstern wie am Anfang. Mittlerweile ist aber auch die Sonne um ein Sternbild auf der Ekliptik vorgerückt; deshalb dauert es noch zwei Tage, bis ein synodischer Umlauf vollendet ist, und die Dauer eines Mondumlaufs am Fixsternhimmel, der sog. siderische Monat, ist kürzer als der synodische. Er beträgt im Durchschnitt

$$27\,\mathrm{d}\ 7\,\mathrm{h}\ 43\,\mathrm{min}\ 12\,\mathrm{s} \approx 27\tfrac{1}{3}\ \text{Tage}.$$

3. Die Mondbahn am rotierenden Fixsternhimmel. Beobachten wir, an welchen Stellen des östlichen und westlichen Horizontes der Mond auf- und untergeht und in welcher Höhe über dem Südpunkte er kulminiert, so stellen wir fest, daß er sich ähnlich verhält wie die Sonne. Wenn er heute im Ostpunkte aufgeht, so liegt sein Aufgangspunkt an den folgenden Tagen immer weiter nach Norden oder nach Süden hin, und seine Höhe zur Zeit der Kulmination wird größer oder kleiner. Er beschreibt also am ruhenden Himmel wie die Sonne eine Schraubenlinie. Nur sind deren Windungen viel lockerer; schon eine Woche, nachdem er im Äquator stand, durchläuft der Mond den nördlichen oder südlichen Wendekreis und kehrt dann zum Äquator zurück. Während bei der Sonne die Änderung der Deklination in einem Tage kaum merkbar ist, ist sie beim Monde gut zu beobachten. Dem rotierenden Fixsternhimmel gegenüber legt der Mond also in einem Monat einen Kreis zurück, dessen Ebene gegen den Äquator geneigt ist. Sie fällt fast, aber nicht genau mit der Ebene der Ekliptik zusammen, indem sie mit ihr einen Winkel von $5^0\,9'$ bildet. Dort wo der Mond über die Ekliptik emporsteigt, liegt der aufsteigende Knoten; einen halben Monat später geht er im absteigenden Knoten durch sie hindurch. Der (auf einem rotierenden Stundenkreis gemessene) Winkel, um den sich der Mond höchstens vom Äquator entfernen kann, beträgt rund $23\frac{1}{2}^0 + 5^0 = 28\frac{1}{2}^0$.

Die Knoten weichen auf der Ekliptik in einem Jahre um etwa 19^0 zurück; ein ganzer Umlauf der Knoten beansprucht $\frac{360}{19} = 19$ Jahre. Diese Zeitspanne, die schon den Chaldäern bekannt war, nannten die Griechen Saros[1]). Sie diente ihnen zur Voraussage der Finsternisse.

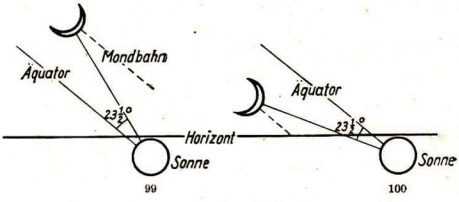
Bei der Kleinheit des Winkels, den die Ebene der Mondbahn mit der Ebene der Ekliptik bildet, dürfen wir zur Erklärung einiger uns auffallender Erscheinungen näherungsweise annehmen, daß beide Ebenen zusammenfallen.

Zu diesen Erscheinungen gehört erstens die Beobachtung, daß der Vollmond im Winter etwa doppelt so lange den nächtlichen Himmel erhellt wie im Sommer. Die Sonne steht zur Zeit der Winter-Sonnenwende im tiefsten Punkte der Ekliptik. Da der Mond in der Phase des Vollmondes ihr gegenübersteht, finden wir ihn gleichzeitig im höchsten Punkte der Ekliptik; er durchläuft angenähert den nördlichen Wendekreis. Dann geht er im NO auf, und sein „Tagbogen" (zurückgelegt in unserer Nacht) ist doppelt so lang

1) Saros (chaldäisch) = Periode, Zyklus.

wie der unter dem Horizont liegende Teil seiner Bahn. So erklärt sich die Länge der winterlichen Vollmondnächte.

Ferner: Eine Bauernregel sagt „Liegt der Mond auf dem Rücken, läuft das Wasser über die Brücken". Das bedeutet: Zur Zeit der Frühlings-Schneeschmelze bietet die abends sichtbare zunehmende Mondsichel den Anblick der Abb. 99, während sie im Herbst viel steiler steht (Abb. 100). Wir denken uns in den Mittelpunkt der in Abb. 97 dargestellten Himmelskugel versetzt. Es sei zur Zeit des Neumondes, der dem Frühlings-Äquinoktium am nächsten liegt. Wir blicken abends nach Westen; die nahe am Widderpunkt stehende Sonne ist untergegangen, der in derselben Richtung stehende Neumond mit ihr. Einige Tage später hat sich die Sonne, auf der Ekliptik emporsteigend, ein wenig vom Widderpunkte entfernt, und der Mond hat in derselben Richtung, ebenfalls rechtläufig, einen wesentlich größeren Bogen zurückgelegt. Dieser Augenblick, bald nach Sonnenuntergang, ist in Abb. 99 festgehalten; die leuchtende Sichel ist der Sonne zugewandt. Zur Zeit der Herbst-Tagundnachtgleiche tritt der Mond ins Zeichen der Waage. Um die Lage der Ekliptik zur Zeit des Sonnenuntergangs zu erhalten, müssen wir sie um 180° rotieren lassen. Dieselbe Überlegung wie vorhin zeigt, daß jetzt im Herbst einige Tage nach Neumond die Mondsichel abends den Anblick der Abb. 100 bietet.



Abendliche Stellung der Mondsichel
Abb. 99. z. Zt. des Frühlings-Äquinoktiums, Abb. 100 z. Zt. des Herbst-Äquinoktiums

Und drittens: Wir sagten oben, daß der Mond täglich 50 Minuten hinter der Sonne zurückbliebe. Müßte er dann nicht auch an jedem Tage fast eine Stunde später aufgehen als am Vortage? Die Angaben des Kalenders stimmen dazu nicht; aufmerksamen Beobachtern entgeht es auch nicht, daß besonders im September der Mond zur Vollmondzeit sich einige Abende hindurch in seiner Aufgangszeit nur wenig verspätet. Die Folgerung, daß der Mond alltäglich 50 Minuten später aufgehen muß, würde richtig sein, wenn er seinen monatlichen Umlauf im Himmelsäquator ausführte; er würde dann immer im Ostpunkte aufgehen. In Abb. 101 bedeute die Strecke $\blacktriangledown M'$ den Bogen, um den der Mond sich dann gegen den vorhergehenden Tag verspätet hätte. Ebenso

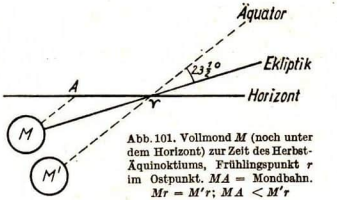


Abb. 101. Vollmond M (noch unter dem Horizont) zur Zeit des Herbst-Äquinoktiums, Frühlingspunkt γ im Ostpunkt. MA = Mondbahn. $M\gamma = M'\gamma$; $MA < M'\gamma$

lang ist der tatsächlich auf der Ekliptik liegende Bogen ΥM. Man sieht, daß jetzt der Weg bis zum Horizont wesentlich kürzer ist, als wenn der Mond auf dem Äquator um ebensoviel Grad zurückgeblieben wäre. Ein halbes Jahr später ist es zur Vollmondzeit umgekehrt.

§ 32. Die Planetenbahnen

Außer der Sonne und dem Monde ändern noch fünf mit freiem Auge sichtbare Gestirne ihre Lage den Fixsternen gegenüber: Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn. Man nennt sie deshalb **Wandelsterne** oder **Planeten**[1]). Ebenso wie der Mond stehen auch die Planeten stets in der Nähe der Ekliptik. Außer an ihrer Lagenänderung sind sie an ihrem ruhigen Lichte zu erkennen im Gegensatz zu den funkelnden hellen Fixsternen. Wie der Mond leuchten auch sie nur in reflektiertem Lichte.

Die Planeten nehmen an der täglichen Drehung des Himmels teil. Außerdem bewegen sie sich am rotierenden Himmel, und zwar wie Sonne und Mond im allgemeinen rechtläufig, also im Sinne *WSO*, zu Zeiten jedoch auch rückläufig, so daß Schleifen zustandekommen, wie Abb. 102 eine der Marsbahn zeigt. Die Zahlen oben und rechts an der Figur bedeuten die Rektaszension und Deklination des Mars; auf seiner Bahn sind seine Stellungen in Abständen von je einem Monat markiert.

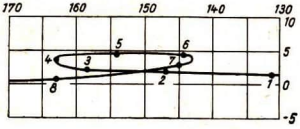


Abb. 102. Schleife der Marsbahn

Alle Planeten können sowohl abends als auch morgens am Himmel stehen, Venus jedoch nur am abendlichen Westhimmel, dann heißt sie Abendstern, oder am morgendlichen Osthimmel als Morgenstern; denn sie entfernt sich von der Sonne nie weiter als 48°. Merkur kehrt sogar schon, wenn er sich um 28° von der Sonne entfernt hat, zu ihr zurück; deshalb ist er nur schwer in der Abend- oder Morgendämmerung aufzufinden.

Wie beim Monde nennt man auch bei den Planeten die Zeit zwischen dem Durchgang durch den rotierenden Stundenkreis eines Fixsterns bis zum folgenden Durchgang durch denselben Stundenkreis die siderische Umlaufszeit. Die Zeitdauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Stellungen eines Planeten zur Sonne heißt seine synodische Umlaufszeit. Die siderische Umlaufszeit der Venus beträgt 225, die synodische 584 Tage. Bei Jupiter und Saturn sind umgekehrt die siderischen Umlaufszeiten sehr viel länger als die synodischen. (Genaueres hierüber in § 38.)

1) planētēs (griech.) = umherwandelnd.

B. Unser Sonnensystem

§ 33. Ältere Auffassungen bis Kopernikus

Die Bewegung der Himmelskörper hat seit den ältesten Zeiten das Interesse der Menschen erregt. Jahrtausende vor unserer Zeitrechnung sind schon von den Völkern am Nil und Euphrat astronomische Beobachtungen angestellt und aufgezeichnet worden. Priesterschaften pflegten diese Wissenschaft und waren so tief in die Geheimnisse des Himmels eingeweiht, daß sie z. B. die Periode kannten, in der sich die Sonnen- und Mondfinsternisse wiederholen.

Die Geschichte der Astronomie zeigt, wie der äußere Anschein oft zu irrtümlichen Erklärungen verleitet. Nur wenige Menschen haben im Altertum daran gezweifelt, daß die Erde im Mittelpunkt der Welt stände, daß die Sterne an einer Himmelskugel angeheftet seien und mit ihr sich täglich um die Erde drehten; und so haben auch wir bis jetzt die Bewegung der Gestirne beschrieben. Hipparch, einer der berühmtesten Astronomen des Altertums (um 150 v. d. Ztr.), folgerte aus der ungleichen Länge der Jahreszeiten, daß die Erde nicht genau im Mittelpunkt der kreisförmigen Sonnenbahn stände.

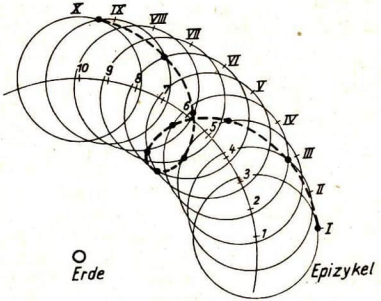


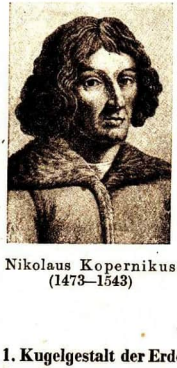
Abb. 103. Zur Epizykel-Theorie des Apollonius (265—190). (Die Ebenen der Epizykel sind gegen die Zeichenebene ein wenig geneigt zu denken)

Von Sonne und Mond nahmen die Alten an, daß sie auf der Himmelskugel wanderten. Die Schleifenbahn der Planeten erklärten sie durch die Annahme, um die Erde drehe sich auf einer Kreisbahn der Mittelpunkt (1, 2, 3, . . . in Abb. 103) eines kleineren Kreises, und dieser, der **Epizykel**[1]), sei die kreisförmige Bahn des Planeten. Wenn der Planet sich auf dem Epizykel nicht bewegte, würde er mit ihm in gleichen aufeinanderfolgenden Zeitspannen nach I, II, III, . . . gelangt sein. Von diesen Punkten ist der Planet aber auf dem Epizykel um immer gleiche Bogen weitergewandert und zu den markierten Stellen gelangt. Der Erdbewohner hat dann in der Tat den Eindruck, als ob der Planet bald vor-, bald rückwärts liefe.

Genaueren Beobachtungen am Himmel wurde die gegebene Erklärung nicht gerecht. Man nahm weitere Epizykel zur Hilfe; die Theorie wurde immer komplizierter. So wenig wir uns heute mit ihr befreunden können, weil wir, abgesehen von den Mängeln der Erklärung, nach den wirkenden Kräften fragen, so sehr lag für die Griechen die überzeugende Kraft der Vorstellung in der Harmonie der gleichförmigen Kreisbewegungen. Der in Alexandrien lebende Schriftsteller Ptolemaios legte 130 n. d. Ztr. diese Auffassung in seiner „Megálē syntaxis“ [2]) („Almagest“) nieder, die die Stürme der Völkerwanderung und die Kämpfe des folgenden Jahrtausends überstand und dann auf dem Wege über die Araber bei den westeuropäischen Völkern bekannt wurde. Diesen Erklärungsversuch bezeichnet man als das **Ptolomäische** oder **geozentrische**[3]) **Weltsystem.**

Schon um 270 v. d. Ztr. hatte jedoch Aristarch von Samos behauptet, nicht die Erde, sondern die Sonne stünde im Mittelpunkt der Welt. Von ihm erhielt Nikolaus Kopernikus (geb. 1473 zu Thorn, gest. 1543 als Domherr in Frauenburg) die erste Anregung zur Auf-

1) epí (griech.) = auf; kýklos (griech.) = Kreis. 2) „Große Zusammenstellung“.
3) gē (griech.) = Erde.



Nikolaus Kopernikus
(1473—1543)

stellung des **Kopernikanischen** oder **heliozentrischen**[1]) **Weltsystems.** Er erklärte den scheinbaren täglichen Umschwung des Fixsternhimmels aus der Drehung der Erde um ihre Achse; die Fixsterne ließ er in unmeßbarer Ferne ruhen. Die Sonne steht still; um sie drehen sich auf Kreisbahnen die Erde und die übrigen Planeten; nur der Mond dreht sich um die Erde. Kopernikus war sich bewußt, wieviel Widerspruch er finden würde, da er eine durch die Jahrhunderte hindurch geheiligte Anschauung zu stürzen unternahm. Deshalb ließ er sich erst in hohem Alter bewegen, sein Hauptwerk „De revolutionibus orbium coelestium" („Über den Umschwung der Himmelskörper") in Nürnberg drucken zu lassen. Wenige Stunden vor seinem Tode hatte er die Freude, das erste Exemplar in den Händen zu halten.

Wir werden im folgenden die Gründe kennenlernen, die für das Kopernikanische Weltsystem sprechen und auch sehen, wie es in der Folgezeit berichtigt und ausgebaut worden ist.

§ 34. Gestalt und Größe der Erde

1. Kugelgestalt der Erde. Wir blicken aus beispielsweise 20 m Entfernung nach der Spitze eines hohen Baumes oder nach der oberen Kante eines Schornsteins; die Visierlinie bildet mit der Horizontebene einen Höhenwinkel von z. B. 45°. Entfernen wir uns im ebenen Gelände um 10 m von dem Baum, so verkleinert sich dieser Höhenwinkel um 12°. Visieren wir die Baumspitze aus 50 m Abstand an, so hat sich der Höhenwinkel weiter auf 22° verkleinert. Schreiten wir dann abermals um 10 m zurück, so beträgt die Verringerung des Winkels statt 12° nur 4°. So verkleinert sich mit zunehmendem Abstand die in Grad gemessene Höhe des Baumes immer weniger. Visieren wir den Polarstern an – in der geographischen Breite Berlins erscheint er unter einem Höhenwinkel von etwa 52° (genauer $52\frac{1}{2}$°) –, so können wir, wenn wir rückwärts schreiten, keinerlei Änderung des Höhenwinkels feststellen; wir sagen deshalb, er sei „unendlich weit" von uns entfernt.

Aus Reiseberichten erfahren wir, daß in einem Ort, der in 2222 km Entfernung südlich von Berlin liegt (Tripolis an der nordafrikanischen Küste), der Polarstern die Höhe 32° hat, während er an einem um 2222 km nördlicher gelegenen Ort (Tromsö im Norden Norwegens) unter dem Höhenwinkel 72° erscheint. Stellen wir diese Beobachtungen in einer Zeichnung dar, wobei wir annehmen, daß die Erde eine Ebene sei (in Abb. 104 bedeuten dann A Berlin, B' Tripolis und C' Tromsö), so haben die Visierlinien von A und B' zum Polarstern einen anderen Schnittpunkt (P_1) als die Visierlinien von A und C' (P_2). Wir kommen also zu der widersinnigen Folgerung, daß es zwei verschiedene Polarsterne gibt, die sich bei weiteren Beobachtungsorten noch um beliebig viele vermehren.

Der Widerspruch verschwindet, wenn wir annehmen, die Erde sei nach Süden und Norden hin gleichmäßig gekrümmt. Reisen wir dann von A aus süd-

1) hélios (griech.) = Sonne.

wärts um 2222 km nach B, so kann sehr wohl die Visierlinie unter dem Erhebungswinkel von 32° der Visierlinie von A aus parallel sein und ebenso die von C aus unter 72°; sie sind es aus mathematischen Gründen tatsächlich, wenn die Bogen $A\,B$ und $A\,C$ 20° betragen. Die drei und alle weiteren Visierlinien weisen dann nach dem einen Polarstern in „unendlicher Ferne".

Daß auf einer Reise von Norden nach Süden die Polhöhe gleichmäßig mit der zurückgelegten Strecke abnimmt, ist also ein Beweis für die nord-südliche kreisförmige Krümmung der Erdoberfläche. Daß sie auch in ost-westlicher Richtung kreisförmig gekrümmt ist, geht aus folgender Beobachtung hervor. Reist man auf dem Erdäquator nach Westen, so zeigt eine Taschenuhr, daß irgendein Fixstern für je 111 km Reiseweg 4 Minuten später kulminiert, also um die Zeit später, die der Fixsternhimmel braucht, um sich um 1° zu drehen.

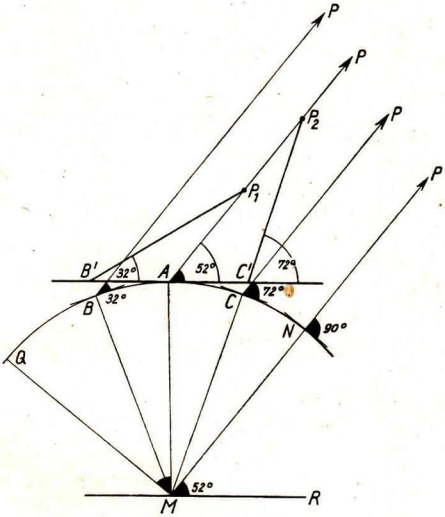


Abb. 104. Beweis für die Erdkrümmung

Als weitere Beweise für die Kugelgestalt der Erde gelten die folgenden. Von einem aus der Ferne herankommenden Schiffe sieht man zunächst die Mastspitze und dann allmählich die weiter unten liegenden Teile des Rumpfes. – Der Horizont ist kreisförmig begrenzt. – Er erweitert sich, wenn man auf einen Turm steigt. – Reist man westwärts, so kommt man schließlich von Osten her zum Ausgangspunkte zurück.

2. Die Größe der Erde. Um uns auf der Erdoberfläche zu orientieren, versehen wir sie mit einem Gradnetz. Die **Längenkreise** (richtiger Längenhalbkreise) oder **Meridiane** reichen vom Nordpol bis zum Südpol und werden in 2 ·90° geteilt. Die **Breiten-** oder **Parallelkreise** verlaufen von Osten nach Westen und werden in 360° unterteilt. Wir sahen, daß die Polhöhe sich um 20° ändert, wenn man sich um 2222 km auf einem Meridian bewegt. In § 35,5 werden wir zeigen, daß sich gleichzeitig auch die geographische Breite um 20° ändert.

Also hat ein Breitengrad die Länge 111,1 km, und der Erdumfang beträgt $360 \cdot 111{,}1$ km $= 40000$ km. Hieraus ergibt sich der Erdhalbmesser zu 6370 km, die Erdoberfläche zu 500 Millionen km² und das Erdvolum zu 1 Billion km³.

§ 35. Die Achsendrehung der Erde

1. Relativität der Bewegung. Wir denken uns eine Taschenuhr ohne Deckglas mit einem 24stündigen Zifferblatt. Der Minutenzeiger sei entfernt; der recht kräftig gehaltene Stundenzeiger sei auf das 10- oder 20fache verlängert; er dreht sich in 24 Stunden einmal um den Mittelpunkt der Uhr rechts herum und gibt die Uhrzeit an. Jetzt halten wir das Ende des Zeigers fest; das Uhrwerk geht weiter und bewegt nun die Uhr links herum, unter dem Zeiger fort; dieser zeigt auch jetzt die richtige Zeit.

Nun befestigen wir in Gedanken am Ende des Zeigers eine Kugel; sie bedeutet die Sonne. Auch die Uhr denken wir uns kugelförmig; sie bedeutet die Erde. Wir erkennen: Es kommt für einen Erdbewohner die gleiche Erscheinung zustande, mag die Erde ruhen und die Sonne sich in 24 Stunden einmal in der Richtung *OSWNO* um die Erde herum drehen oder mag die Sonne ruhen und die Erde in 24 Stunden in entgegengesetzter Richtung einmal um ihre Achse rotieren. Zur Beschreibung unserer Beobachtungen ist die eine Annahme genau so geeignet wie die andere. Es gibt nun aber doch eine Reihe von Gründen, die für die Achsendrehung der Erde sprechen; zwei der bekanntesten sind die folgenden.

2. Nachweis der Erdrotation durch Fallversuche. Tycho de Brahe (§ 39) hatte als Argument gegen die Erddrehung angeführt, daß dann ja ein aus großer Höhe herabfallender Körper nach Westen hinter der Erde zurückbleiben müsse, indem diese unter ihm sozusagen davonliefe, und das wurde niemals beobachtet. Galilei und Newton hatten im Gegenteil eine Abweichung nach Osten als Beweis für die Erdrotation vorausgesagt. Bei ruhender Erde nämlich würde eine von A aus fallende Bleikugel den Fußpunkt F der Lotrechten AF erreichen (Abb. 105). Bei rotierender Erde hat die relativ zur Erde ruhende Kugel in größerer Entfernung von der Erdachse eine größere Geschwindigkeit als der Fußpunkt jener Lotrechten. Da die Kugel diese größere west-östliche Geschwindigkeit während des Fallens beibehält, eilt sie dem Erdboden ein wenig nach Osten voraus und erreicht ihn, wenn A nach A' gelangt ist, im Punkt B. Bei einem Fallversuch aus einer Höhe von 158,5 m ergab sich in der Tat eine östliche Abweichung; sie betrug 28 mm, die Rechnung hatte 27,5 mm ergeben. Benzenberg wiederholte derartige schon vor ihm angestellte Versuche im Turm der Michaeliskirche in Hamburg (1802).

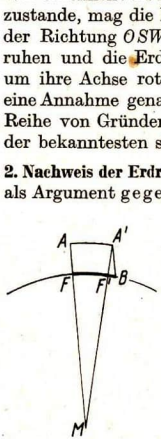


Abb. 105. Benzenbergs Fallversuch. (Die Figur ist nicht maßstabgerecht.)
$AA' = FB$; $FB > FF'$

3. Nachweis der Erdrotation durch Pendelversuche. Ein schwingendes Pendel behält seine Schwingungsebene unverändert bei (Versuch mit einer Schwungmaschine). Hinge man ein Pendel über dem Nordpol auf, so würde, falls sich die Erde von Westen nach Osten in 24 Stunden einmal herumdreht, die Schwingungsebene des Pendels scheinbar eine Umdrehung im entgegengesetzten Sinne ausführen. Am Äquator erfährt offenbar weder ein in der Meridian- noch ein in der Äquatorebene schwingendes Pendel eine Ablenkung. In Orten mittlerer geographischer Breite muß die Schwingungsebene eine mathematisch berechenbare Drehung erfahren, die in Berlin in einem Sterntag $285\frac{1}{2}^0$ beträgt. Diese Folgerung aus der Annahme der Achsendrehung ist durch Versuche immer wieder bestätigt worden, zum ersten Mal durch Foucault (1851) im Pariser Observatorium, darauf im Pantheon mit einem 62 m langen Pendel.

4. Der erste Hauptsatz des Kopernikanischen Systems. Für Kopernikus war der wichtigste Grund zur Aufstellung des heliozentrischen Systems die ungeheure Entfernung der Gestirne. Er hielt es für unmöglich, daß sie sich in einem Tage um die Erde drehen. Wir können heute hinzufügen, daß es im höchsten Maße unwahrscheinlich ist, daß die Millionen von Fixsternen, von denen die entferntesten viele millionenmal so weit von uns entfernt sind wie die nächsten, alle ihren Umschwung um die Erde in genau der gleichen Zeit vollenden sollten. Ihren eifrigsten Verfechter fand die neue Lehre in Galilei, der sie in seinen „Dialogen über die beiden größten Weltsysteme" gegen alle erdenklichen Einwände verteidigte. Galileis Entdeckung der vier größten Jupitermonde und die von Olaf Römer zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit (§ 11, 5) benutzten Tatsachen sind weitere Beweise für die Kopernikanische Lehre. Ein wesentlicher Grund für die Bevorzugung der heliozentrischen Auffassung beruht auch darin, daß sie die Vorgänge am Himmel weit einfacher erklärt, als es im geozentrischen System möglich ist. Das wird uns bei der Beschreibung der Planetenbewegung besonders deutlich werden. Wir fassen unsere Ergebnisse zusammen in den **ersten Hauptsatz** der Kopernikanischen Lehre:

Die Erde dreht sich in bezug auf den Fixsternhimmel um ihre Achse von West über Süd gen Ost völlig gleichförmig, und zwar vollendet sie eine volle Drehung in einem Sterntag (23 h 56 min mittlerer Sonnenzeit): tägliche Rotation der Erde.

So erklärt es sich, daß sich alle Fixsterne scheinbar in Kreisen bewegen, deren Ebenen parallel sind und auf der Himmelsachse senkrecht stehen. Wenn ein Fixstern „untergeht", hebt sich in Wirklichkeit der Westrand des Horizontes über ihn empor.

5. Geographische Breite und Polhöhe. Setzen wir unsere Reise auf dem in Abb. 104 dargestellten Meridian von A aus über C nach Norden hin fort, so kommen wir schließlich zu einem Erdort, an dem der Himmelspol für uns im

Zenit steht. Diesen Ort nennen wir den Nordpol (N) der Erde. Hiernach liegt die Erdachse in der Himmelsachse. Der Erdäquator ist vom Nordpol überall 90° entfernt. MQ ist ein Äquatorradius, und QMA ist die geographische Breite des Ortes A. Wir denken uns durch den Erdmittelpunkt M zur Horizontebene von A die parallele Ebene gelegt; die Himmelsachse bildet mit ihr einen Winkel NMR, der gleich der Polhöhe des Beobachtungsortes ist, denn die Schenkel der beiden Winkel sind paarweise parallel. Nun wird sowohl $\sphericalangle NMR$ wie auch $\sphericalangle QMA$ durch $\sphericalangle AMN$ zu 90° ergänzt; daraus folgt:

Die Polhöhe eines Erdortes ist gleich seiner geographischen Breite.

In Abb. 106 ist der zum Beweis dieses wichtigen Satzes erforderliche Teil der früheren Abbildung wiederholt. Die geographische Breite ist mit φ, die Polhöhe mit π bezeichnet. Die Horizontebene berührt die Erdkugel im Beobachtungsort A. Die Ebene, die durch den Erdmittelpunkt parallel zur Tangentialebene gelegt ist, heißt mathematischer Horizont. Der Erdradius AM ist, verglichen mit der Entfernung der Gestirne, sehr klein. Er beträgt 6370 km; der Mond hingegen ist fast 400000 km, die Sonne 150000000 km und die übrigen Fixsterne sind noch sehr viel weiter von uns entfernt. Infolgedessen gehen die Gestirne für beide Horizonte gleichzeitig auf. Deshalb dürfen wir uns bei der Beschreibung ihrer Bewegungen auf den mathematischen Horizont beziehen, indem wir uns in den Erdmittelpunkt versetzt denken.

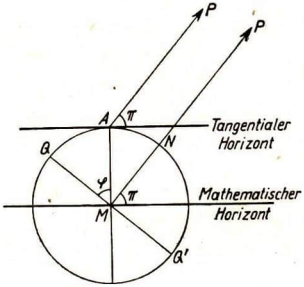


Abb. 106. Polhöhe gleich geographischer Breite

Von der Erdmitte aus können wir alle Linien der Erdkugel auf die konzentrische Himmelskugel projizieren. Dabei sind Erd- und Himmelsäquator konzentrische Kreise. Jedem Stundenkreise entspricht ein Erdmeridian, der mit dem Stundenkreis in derselben durch die Erd- und Himmelsachse gelegten Ebene liegt. Den Parallelkreisen am Himmel entsprechen die Parallel- oder Breitenkreise der Erdoberfläche; im besonderen werden bei der Projektion aus den irdischen Wendekreisen die himmlischen.

§ 36. Die jährliche Bewegung der Erde

1. Der zweite Hauptsatz des Kopernikanischen Systems. Ebenso wie die tägliche Bewegung des Fixsternhimmels ist auch die tägliche Drehung der Sonne im wesentlichen aus der Drehung der Erde um ihre Achse zu erklären. Daß aber die Sonne zu ihrem täglichen Umschwung vier Minuten länger braucht als der Fixsternhimmel, erklärt sich aus dem folgenden **zweiten Hauptsatz** der Kopernikanischen Lehre:

Die Erde dreht sich in einem Jahre in gleichförmiger Bewegung auf einem Kreise um die in bezug auf den Fixsternhimmel ruhende Sonne: jährliche Revolution der Erde.

Es ist für das erste Verständnis belanglos, daß die jährliche Erdbahn nicht genau kreisförmig und daß die Bewegung der Erde auf ihr nicht genau gleichförmig ist. Ferner wissen wir heute, daß die Sonne relativ zu den Fixsternen nicht ruht, sondern samt der Erde und den übrigen Planeten mit einer Geschwindigkeit von 20 km je Sekunde durch den Himmelsraum fliegt.

Die Erde vollendet ihren Umlauf um die Sonne in $365\frac{1}{4}$ Sonnentagen = $366\frac{1}{4}$ Sterntagen, und zwar dreht sie sich im Sinne *WSO*, denn in diesem Sinne scheint sich die Sonne durch die Zeichen des Tierkreises zu bewegen. Wenn die Sonne von der Erde aus gesehen nacheinander die Zeichen Widder, Stier, Zwillinge durchläuft, bewegt sich die Erde von der Sonne aus gesehen durch die diametral gegenüberliegenden Tierkreiszeichen Waage, Skorpion, Schütze.

2. Die Jahres- und die Tageszeiten. Um nun die „scheinbare" Bewegung der Sonne am Himmelsgewölbe aus der „wirklichen" Bewegung der Erde abzuleiten, müssen wir annehmen: Die Erdbahn liegt in einer durch den Mittelpunkt der Sonne gelegten Ebene, und zwar ist dies die Ebene der Ekliptik. Die Erdachse zeigt an allen Punkten der Bahn in derselben Richtung nach dem unendlich fernen Himmelspol, denn zu diesem weist zu allen Zeiten die Himmelsachse. Die Erdachse beschreibt also, sich selbst parallel bleibend, im Laufe eines Jahres die Oberfläche eines Zylinders. Sie bildet mit der Ebene der Ekliptik jederzeit einen Winkel von $66\frac{1}{2}^0$, so daß die irdische (und himmlische) Äquatorebene um $23\frac{1}{2}^0$ gegen die Ekliptikebene geneigt ist. Hieraus erklären sich dann die Jahres- und Tageszeiten folgendermaßen.

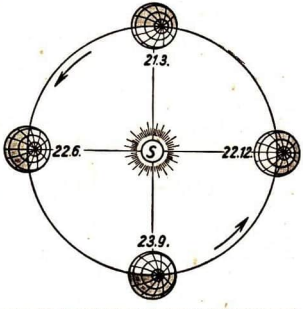


Abb. 107. Zur Entstehung der Jahreszeiten. (Inwiefern ist die Abbildung durchaus nicht maßstabgerecht?)

Am 22. 6. ist, wie Abb. 107 zeigt, die Erdachse mit ihrem Nordpol zur Sonne hin geneigt. Die Sonnenstrahlen fallen auf die Horizontebenen der Orte unter $23\frac{1}{2}^0$ nördlicher Breite mittags senkrecht auf. Für die Horizonte aller Orte eines nördlicheren Parallelkreises ist der Winkel, unter dem die Strahlen bei der Sonnenkulmination einfallen, größer als an irgendeinem anderen Tage des Jahres, und zwar ist er für alle Orte ein und desselben Parallelkreises im Laufe von 24 Stunden derselbe. Die nördliche Halbkugel hat

Sommer, die südliche Winter. – Am 23. 9. ist weder die nördliche noch die südliche Halbkugel bevorzugt. Für die Bewohner am Äquator steht die Sonne im Zenit. Für den Nordpol beginnt die halbjährige Polarnacht. Überall auf der Erdoberfläche ist Tagundnachtgleiche. – Abermals ein Vierteljahr später wendet die Erde ihren Nordpol von der Sonne ab (Abb. 107). Auf der nördlichen Halbkugel herrscht Winter; auf ihr liegt während eines Tages mehr als die Hälfte eines Parallelkreises in Dunkelheit; die Nacht ist länger als der Tag. – Am 21. 3. beginnt für uns der Frühling.

Wenn wir uns jetzt vorstellen, wo uns die Sonne erscheinen muß, während sich die Erde und mit ihr unser Standort in einem Sterntag einmal um ihre Achse dreht und gleichzeitig auf ihrer Bahn um die Sonne um ungefähr 1° weiterwandert, erkennen wir mit einiger Phantasie eine Windung der früheren Schraubenlinie wieder, und die scheinbare Bewegung der Sonne ist aus den wirklichen Bewegungen der Erde erklärt.

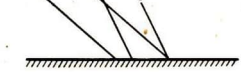


Abb. 108. Abhängigkeit der Erwärmung vom Einfall der Sonnenstrahlen

Wir haben bei den vorstehenden Überlegungen die Entstehung der Jahreszeiten auf die Größe des Winkels zurückgeführt, unter dem die Sonnenstrahlen auf die Erdoberfläche fallen. In Abb. 108 ist das gleiche Strahlenbündel (etwa mit quadratischem Querschnitt) zweimal dargestellt, in *a*, wie es in unserer geographischen Breite am 21. 3., und in *b*, wie es am 22. 6. einfällt. Man sieht, daß es sich in *a* auf eine etwa 1,4 mal so große Fläche verteilt wie in *b*; deshalb ruft es am 21. 3. eine entsprechend geringere Erwärmung der Erdoberfläche hervor. Hinzu kommt, daß im ersten Fall der Weg durch die Erdatmosphäre länger ist und deshalb ein größerer Teil der Wärme auf diesem Wege verschluckt wird.

Zur Übung: Unter der Breite $52\frac{1}{2}^{\circ}$ (Berlin) bilden die Sonnenstrahlen am Mittag des 22. 6. mit dem Erdboden den Winkel $37\frac{1}{2}^{\circ} + 23\frac{1}{2}^{\circ} = 61^{\circ}$ und am 22. 12. den Winkel $37\frac{1}{2}^{\circ} - 23\frac{1}{2}^{\circ} = 14^{\circ}$. Stelle durch eine Zeichnung fest, wie sich die Flächen zueinander verhalten, die von Sonnenstrahlbündeln gleichen Querschnittes erwärmt werden (Antwort: 1 : 3,6).

§ 37. Der Mond im Kopernikanischen System

1. Erklärung der Mondphasen. Der Mond ist das einzige Gestirn, das auch nach der heliozentrischen Auffassung die Erde umkreist. Die Umlaufszeit, der siderische Monat, beträgt $27\frac{1}{3}$ Tage; sie ist auch die Zeit, die der Mond braucht, um, von der Erde aus gesehen, einen Umlauf am Himmel zu vollenden.

In Abb. 109 bedeuten die drei geraden Pfeile die Richtung der Sonnenstrahlen und die acht kleineren Kreise den Mond zu acht verschiedenen Zeiten seines Umlaufs um die Erde *E*. Je nach seiner Stellung zu Sonne und Erde kehrt uns der Mond mehr oder weniger von seiner beleuchteten Seite zu. In Stellung I (erstes Viertel) ist von der Erde aus gesehen die rechte Hälfte des Mondes beleuchtet. Eine Woche später, Stellung II, haben wir Vollmond, bei III letztes Viertel und bei IV Neumond. In der zwischen III und IV liegenden Phase

kann aus der von uns gesehenen hellen Mondsichel ein ☾ gebildet werden. Wenn die Erde sich während eines Mondumlaufs nicht gleichzeitig um die Sonne bewegte, würden wir immer nach Ablauf von $27\frac{1}{3}$ Tagen wieder Vollmond haben. Mittlerweile ist aber auch die Erde auf ihrer Bahn in der Richtung des gekrümmten Pfeiles (oben in Abb. 109) weitergewandert und hat dabei den Mond mitgenommen. Deshalb vergehen noch gut zwei Tage, bis der Mond wieder in der Verlängerung der Geraden Sonne–Erde steht, und die Zeit von Vollmond zu Vollmond, der synodische Monat, ist $29\frac{1}{2}$ Tage lang.

Das Bogenstück, das die Erde in einem synodischen Monat zurücklegt, ist gegen den Abstand des Mondes von der Erde sehr groß (rund 200 mal so groß). Deshalb ist die Mondbahn relativ zur Sonne nicht eine Schleifenlinie, wie wir sie bei den scheinbaren Planetenbahnen kennenlernten, sondern eine von der Ekliptik nur sehr wenig abweichende Schlangenlinie, die, auch wenn der Mond auf der Sonnenseite der Erde steht, also um die Zeit des Neumondes, zur Sonne hin konkav ist. Man erkennt dies, wenn man zu dem Bogen, den die Erde von Vollmond zu Vollmond um die Sonne herum zurücklegt, maßstabgerecht die Stellungen des Mondes in Abständen von je zwei Tagen einzeichnet.

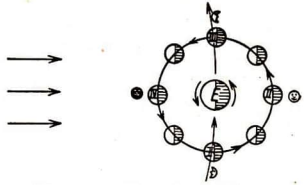


Abb. 109. Zur Erklärung der Mondphasen

Wir haben bis jetzt so getan, als ob die Ebene der Mondbahn mit der durch den Sonnenmittelpunkt gelegten Ebene der Erdbahn zusammenfiele; so ist auch Abb. 109 gezeichnet. Wäre das der Fall, so müßte bei jedem Vollmond eine Mondfinsternis und bei jedem Neumond eine Sonnenfinsternis stattfinden (siehe Physiklehrbuch 6.—8. Schulj., § 22, 3). In Wirklichkeit sind die beiden Ebenen um etwa 5^0 gegeneinander geneigt. Finsternisse können deshalb nur eintreten, wenn die Mondbahn gerade zur Zeit des Neu- oder Vollmondes die Ebene der Erdbahn (im auf- oder absteigenden Knoten, § 31, 3) schneidet. Aus diesem Grunde heißt die Erdbahn „Ekliptik“[1]).

Zur Übung: 1. Erkläre an Hand der Abb. 109, zu welchen Tageszeiten und in welchen Stellungen gegen die Sonne die verschiedenen Mondphasen von der Erde aus sichtbar sind. — 2. In welchen Phasen sieht man den Mond auch bei Tage?

2. Entfernung und Größe des Mondes. Wohl jeder hat schon beobachtet, daß der Vollmond beim Auf- oder Untergang bedeutend größer erscheint, als wenn er hoch am Himmel steht. Es ist dies eine optische Täuschung. Messungen lehren, daß in Wirklichkeit der Monddurchmesser vom Horizont bis zum Zenit um $\frac{1}{60}$ zunimmt. Diese Tatsache kann zur Bestimmung der Entfernung

1) ékleipsis (griech.) = das Verschwinden.

des Mondes von der Erde dienen. In Abb. 110 bedeutet E die Erdkugel, M_A den Mond, wenn er für einen (in der heißen Zone gelegenen) Erdort B aufgeht und M_Z den Mond im Zenit. Hier ist er dem Beobachter in B um den Erdhalbmesser näher als beim Aufgang. Deshalb erscheint sein Durchmesser um $\frac{1}{60}$ vergrößert, und wir schließen, daß er uns um $\frac{1}{60}$ nähergerückt ist. (Die Mathematik lehrt, daß dieser Schluß bei der Kleinheit der Winkel, unter denen der Mond erscheint, berechtigt ist.) Die Mondentfernung beträgt also das 60 fache des 6370 km langen Erdhalbmessers. Genauere Messungen ergeben:

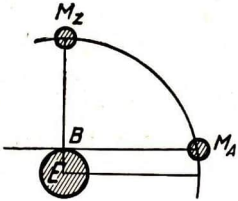


Abb. 110. Entfernung des Mondes

Der Abstand des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt beträgt 384 000 km.

Jetzt läßt sich auch der Monddurchmesser berechnen. Er erscheint uns unter einem Winkel von 31′. Wir denken uns um den Erdmittelpunkt einen Kreis gelegt, der durch den Mondmittelpunkt geht, also den Radius $e = 384\,000$ km hat. Ist x der gesuchte Durchmesser, so besteht die Proportion: $x : 2\pi e = 31' : 360^0$. Hieraus folgt $x = 3463$ km. Genauer gilt:

Der Monddurchmesser beträgt 3480 km.

Hieraus ergeben sich dann auch die Oberfläche und das Volum des Mondes: $O = 38$ Millionen km² und $V = 22\,000$ Millionen km³.

3. Entfernung und Größe der Sonne. Um die Entfernung eines unzugänglichen Punktes zu finden, messen wir in den Endpunkten einer Strecke von bekannter Länge, der sog. Basis, die Winkel, die sie mit den nach dem Punkte zielenden Visierlinien bildet und berechnen die Seiten des aus den genannten Strecken gebildeten Dreiecks auf trigonometrischem Wege. Ohne Trigonometrie löst man die Aufgabe angenähert durch eine möglichst genaue Zeichnung.

Nachdem wir den Mondabstand gefunden haben, wollen wir nach dieser Methode die Entfernung der Sonne bestimmen.

Wenn unser im Punkt B befindliches Auge den Mond genau im ersten Viertel sieht (Abb. 111), müssen die Sonnenstrahlen auf der Schattengrenze senkrecht stehen. Sehr genaue Messungen lehren, daß dann der von der Basis Auge–Mond (BM) und dem Visierstrahl Auge–Sonne (BS) gebildete Winkel MBS nicht 90^0 beträgt – so wäre es nur, wenn die Entfernung der Sonne unmeßbar groß wäre – sondern nur $89^0\,51'$. Berechnen

Abb. 111. Entfernung der Sonne
(Sie ist fast 100 000 mal so groß wie der Mondhalbmesser)

wir ein Dreieck mit den Winkeln 90° und 89° 51′, so finden wir, daß seine längste Seite ungefähr 400 mal so lang ist wie die kürzeste. Also ist die Sonne 400 mal so weit von uns entfernt wie der Mond.

Die Sonnenentfernung beträgt rund 150 Millionen km.

Man veranschauliche sich die Länge dieser Strecke an der Zeit, die ein Schnellzug (100 km je Stunde) und der Schall (330 m je Sekunde) und das Licht (300000 km je Sekunde) brauchen, um sie zu durcheilen.
Die Genauigkeit des Resultates hängt bei der Methode, nach der wir die Entfernung der Sonne bestimmt haben, ab von dem Verhältnis der Länge der Basis zu der zu messenden Entfernung. Hätten wir statt des Mondabstandes die größte uns auf der Erde zugängliche Strecke, den Erddurchmesser, zugrunde gelegt, so würde ein geringer Fehler in der Winkelmessung das Ergebnis in weit höherem Maße verfälscht haben, als bei der 60 mal so großen Basis Erde–Mond.
Jetzt finden wir auch den Durchmesser der Sonne. Mond und Sonne erscheinen unter dem gleichen Winkel von $\frac{1}{2}$°. Da die Sonne 400 mal so weit entfernt ist wie der Mond, muß sie auch einen 400 mal so großen Durchmesser haben.

Der Sonnendurchmesser beträgt 1 390 000 km.

Wir vergleichen noch die Dimensionen der Sonne mit denen der Erde und finden: Durchmesser, Oberfläche und Rauminhalt der Sonne sind 109, 109^2, 109^3 mal so groß wie die entsprechenden Größen des Erdkörpers.

§ 38. Die Planetenbahnen in heliozentrischer Darstellung

1. Der dritte Hauptsatz des Kopernikanischen Systems. Er lautet:

Wie die Erde, so bewegen sich auch alle anderen Planeten in kreisförmigen Bahnen um die Sonne.

Um keinen Irrtum aufkommen zu lassen, sei daran erinnert, daß die Bahnen nicht genau kreisförmig sind.

Kopernikus fügte die Erde in die Reihe der Planeten ein. Daraus, daß Merkur und Venus nie in größerem Abstand als 28° bzw. 48° von der Sonne erscheinen, schloß er, daß ihre Bahnen innerhalb der Erdbahn liegen. Sie heißen die unteren Planeten. Die übrigen Planeten findet man in allen nur möglichen Winkelabständen von der Sonne. Sie stehen zu ihr in **Konjunktion,** wenn sie von der Erde aus gesehen in derselben Richtung stehen. Sie erscheinen in **Opposition,** wenn die Erde zwischen ihnen und der Sonne steht. Opposition ist nur für die sog. oberen Planeten möglich, die weiter von der Sonne entfernt sind als die Erde.
Die außerhalb der Saturnbahn die Sonne umkreisenden Planeten Uranus, Neptun und Pluto wurden erst nach Kopernikus mit Hilfe des Fernrohrs entdeckt, Pluto erst im Jahre 1930.

Nach ihrem Abstand von der Sonne folgen die Planeten also so aufeinander:
Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, Pluto.

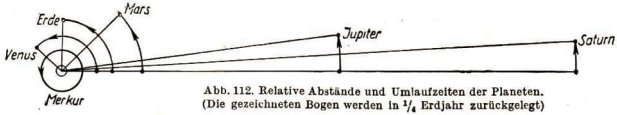


Abb. 112. Relative Abstände und Umlaufzeiten der Planeten. (Die gezeichneten Bogen werden in $^1/_4$ Erdjahr zurückgelegt)

Abb. 112 soll uns das Verhältnis der Abstände der Planeten von der Sonne und ihre Umlaufszeiten vor Augen führen. Man erkennt z. B., daß das Merkurjahr ein Viertel und das Marsjahr doppelt so lang wie ein Erdjahr ist. Abb. 113 zeigt, daß Merkur, Venus, Erde und Mars mit Recht als die kleinen Planeten bezeichnet werden. Außerdem ist zum Vergleich ein Viertel eines durch den Sonnenmittelpunkt gelegten Schnittes in demselben Maßstab dargestellt.

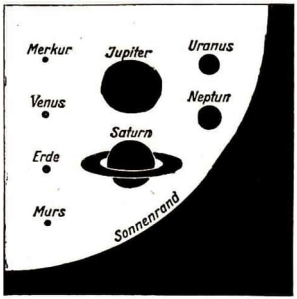


Abb. 113. Die relativen Größen der Planeten im Vergleich zur Sonne

Genauere Daten bietet die folgende Tabelle. Aus ihr ist auch zu entnehmen, in welchen Entfernungen von der Sonne man Uranus, Neptun und Pluto in Abb. 112 zeichnen müßte.

	Mittlere Entfernung von der Sonne in km	Siderische Umlaufszeit in Jahren	Synodische Umlaufszeit	Neigung gegen die Ekliptik	Durchmesser in km	Masse in Erdmassen	Dichtezahl	Anzahl der Monde
Merkur	$58 \cdot 10^6$	0,24	116 Tage	7°	4 800	0,04(?)	3,7	0
Venus	$108 \cdot 10^6$	0,62	1 J. 219 T.	3° 24′	12 200	0,82	5,2	0
Erde	$194{,}4 \cdot 10^6$	1,00	—	—	12 800	1,00	5,5	1
Mars	$228 \cdot 10^6$	1,88	2 J. 49 T.	1° 51′	6 800	0,11	4,0	2
Jupiter	$778 \cdot 10^6$	11,86	1 J. 34 T.	1° 18′	143 000	317,0	1,3	9
Saturn	$1430 \cdot 10^6$	29,46	1 J. 13 T.	2° 29′	121 000	94,8	0,7	10
Uranus	$2870 \cdot 10^6$	84,02	1 J. 4 T.	0° 46′	50 000	16,4	1,4	4
Neptun	$4490 \cdot 10^6$	164,78	1 J. 2 T.	1° 47′	53 000	17,0	1,3	1
Pluto	$\sim 6000 \cdot 10^6$	~ 250		17°	5000(?)	$\sim$0,8		

2. Die Planetenbewegung. Abb. 103 sollte dazu dienen, die merkwürdigen Schleifenbahnen der Planeten aus der Epizykeltheorie zu erklären. Das Gegenstück zu dieser Abbildung ist Abb. 114, an der wir erläutern wollen, wie die scheinbaren Schleifen in der Kopernikanischen Darstellung zustandekommen.

Die Erde umkreist die Sonne in der Ebene der Ekliptik vom Nordpol aus gesehen im entgegengesetzten Uhrzeigersinn, gleichsinnig mit ihrer Rotation. Zu Anfang der aufeinanderfolgenden Monate befindet sie sich in den Punkten I, II, III ... Ein oberer Planet, z. B. Mars, steht gleichzeitig an den Stellen 1, 2, 3 ... Die Ebene seiner Bahn ist gegen die der Ekliptik geneigt (die Neigung ist in der Abbildung übertrieben groß angenommen). Die scheinbare Bahn entsteht durch Projektion der wahren Planetenörter auf das ferne Himmelsgewölbe von den jeweiligen Erdörtern aus. So sind die Schleifen die Abbilder der Erdbahn, und die Zeit, die der Planet braucht, um seine Bahn von einem Punkte einer Schleife bis zum entsprechenden Punkte der nächsten Schleife zu durchlaufen, müßte mit der synodischen Periode übereinstimmen, also der Zeit, nach der Sonne, Erde und Planet wieder dieselbe Stellung zueinander haben. Dies ist tatsächlich so.

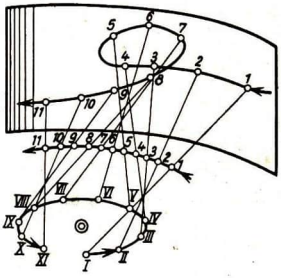


Abb. 114.
Die scheinbare Bewegung eines oberen Planeten

Eine weitere Bestätigung findet die Kopernikanische Lehre in der Aufdeckung des **Zusammenhangs der synodischen mit der siderischen Periode der Planeten.** In Abb. 115 sei SE_1P_1 die Oppositionsstellung eines oberen Planeten, SE_2P_2 die nächstfolgende. In dieser Zeit hat der Planet den zu dem Winkel α gehörigen Bogen P_1P_2, die Erde einen vollen Kreis und den Bogen E_1E_2 zurückgelegt. Es sei nun T_1 ein Erdjahr, T_2 die siderische und T_2' die synodische Umlaufszeit des Planeten; dann gilt

$$\text{für die Erde: } (360 + \alpha) : 360 = T_2' : T_1$$

$$\text{und für den Planeten: } \alpha : 360 = T_2' : T_2.$$

Hieraus folgt, wenn wir die zweite Gleichung umformen in

$$(\alpha + 360) : 360 = (T_2' + T_2) : T_2,$$

$$T_2' : T_1 = (T_2' + T_2) : T_2.$$

Bilden wir aus dieser Proportion die Produktengleichung, so ergibt sich

$$T_2' = \frac{T_2 \cdot T_1}{T_2 - T_1}.$$

Für einen unteren Planeten erhält man

$$T_2' = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2}.$$

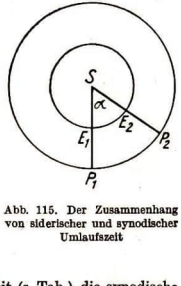


Abb. 115. Der Zusammenhang von siderischer und synodischer Umlaufszeit

Wenn man nach dieser Gleichung aus der siderischen Umlaufszeit (s. Tab.) die synodische berechnet, erhält man angenähert die beobachteten Werte. Daß sie nicht genau stimmen, liegt daran, daß die Planetenbahnen Ellipsen sind und nicht Kreise, wie wir bei der Ableitung der Formel angenommen haben.

Johannes Kepler
(1571—1630)

§ 39. Die Keplerschen Gesetze

Fast genau 100 Jahre später als Kopernikus wurde Johannes Kepler zu Weil in Württemberg geboren (1571). Aus langjährigen Beobachtungen Tycho de Brahes, die noch ohne Fernrohr ausgeführt waren, folgerte Kepler, daß die Planeten sich nicht auf Kreisen mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegen. Er versuchte, die Beobachtungen aus ungleichförmigen Bewegungen und anders gestalteten Bahnen zu erklären; sechs Jahre verwandte er allein auf die Erforschung der Marsbahn. Durch immer neue Annahmen suchte Kepler Rechnung und Beobachtung in Übereinstimmung zu bringen. Im Jahre 1619 endlich konnte er alle Ergebnisse in den „Harmonices mundi" („Zusammenklänge der Welt") in drei Gesetzen zusammenfassen:

Das erste Keplersche Gesetz: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

In Abb. 116 ist die Abweichung der elliptischen Planetenbahnen von einem Kreise außer für Pluto stark übertrieben gezeichnet. Wenn wir sie in richtiger Form darstellen, ist nur bei Pluto und Merkur die Abweichung vom Kreise ohne weiteres zu erkennen.

Das zweite Keplersche Gesetz: Ein von der Sonne zum Planeten gezogener Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Die in Abb. 116 schraffierten Flächen sind gleich groß. Sie unterscheiden sich in der Zeichnung infolge der Übertreibung viel stärker voneinander als in Wirklichkeit. Dadurch wird recht deutlich, daß die Geschwindigkeit in Sonnennähe, im Perihel[1]), größer ist als in Sonnenferne, im Aphel[1]). Hierin hat es seinen Grund, daß das Winterhalbjahr kürzer ist als das Sommerhalbjahr (§ 28, 4), denn die Erde ist am 2. Januar der Sonne am nächsten. Man könnte hiernach glauben, daß der Januar der wärmste Monat wäre. Die Entfernung der Erde von der Sonne im Perihel verhält sich aber zu der im Aphel wie 29 : 30; der Unterschied der Entfernungen ist so gering, daß er als Ursache für die Entstehung der Jahreszeiten neben der eigentlichen Ursache (§ 36, 2) keine Rolle spielt.

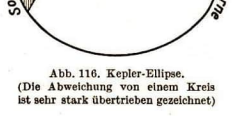


Abb. 116. Kepler-Ellipse.
(Die Abweichung von einem Kreis ist sehr stark übertrieben gezeichnet)

1) hélios (griech.) = Sonne; perí (griech.) = drum herum, in der Umgebung; apó (griech.) = fern. Sprich: Aph-hel.

Das dritte Keplersche Gesetz: Die Quadrate der Umlaufszeiten je zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Während das erste und zweite Gesetz für einen einzelnen Planeten gelten, bezieht sich das dritte Gesetz auf je zwei gemeinsam. Kepler fand es 9 Jahre später als die ersten beiden. Bedeuten T_1 und T_2 die Umlaufszeiten, r_1 und r_2 die Abstände zweier Planeten von der Sonne, so ist

$$T_1^2 : T_2^2 = r_1^3 : r_2^3$$

oder $r_1^3 / T_1^2 = r_2^3 / T_2^2$. Also ist r^3 / T^2 eine für alle Planeten konstante Größe.

Aus der von Johannes Kepler beschriebenen Planetenbewegung erkannte Isaac Newton ihre Ursache und vollendete damit unsere Kenntnis vom Gebäude unseres Sonnensystems (§ 77).

Zur Übung: 1. Bestätige das dritte Keplersche Gesetz mit Hilfe der Tabelle in § 38, 1. — 2. Berechne die Entfernung des Jupiter von der Sonne aus seiner siderischen Umlaufszeit mit Hilfe des 3. Keplerschen Gesetzes. (Entfernung und Umlaufszeit der Erde sind bekannt.)

§ 40. Die physische Beschaffenheit der Sonne

1. Die Natur der Sonne. Die Sonne ist ein selbstleuchtender, glühender Gasball. Da ihr Durchmesser (1390000 km) 109 mal so groß ist wie der Erddurchmesser, beträgt ihr Rauminhalt das 1300000fache des Erdinhaltes. Weil ihre Dichtezahl aber im Durchschnitt nur 1,4, die der Erde aber 5,5 ist, ist die Sonnenmasse nur gleich 332000 Erdmassen.

Die äußere leuchtende Schicht des Sonnenballs heißt **Photosphäre**[1]). Sie hat dunklere Stellen, sog. Sonnenflecken, von z. B. 100000 km Durchmesser (Abb. 117). In Zeitabständen von je 11 Jahren treten die Sonnenflecken besonders verbreitet auf.

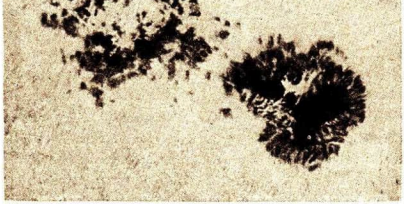


Abb. 117. Gruppe von Sonnenflecken

Aus ihrer Beobachtung erkennt man, daß sich die Sonne in etwa 27 Tagen einmal um eine Achse dreht, die mit der Achse der Ekliptik einen Winkel

1) phōs (griech.) = Licht; also „Lichtkugel".

Abb. 118. Korona. (Zeichnung nach photogr. Aufnahme)

von 7° bildet. Dabei drehen sich die polaren Gegenden etwas langsamer als die äquatorialen; die Sonnenoberfläche ist also nicht starr.

Die Photosphäre wird von der nur 500 km dicken „Umkehrschicht" umgeben. Auf diese folgt die rote **Chromosphäre**[1]), eine schwächer leuchtende Hülle leichter Gase (vor allem Wasserstoff und Helium) von 10000 km Höhe.

Den Übergang von der Chromosphäre zum leeren Raum bildet die **Sonnenatmosphäre,** deren Höhe etwa ein Viertel des Sonnenradius beträgt. (Bei Angaben der Dimensionen der Sonne ist die Atmosphäre nicht einbezogen.) Sie geht nach außen hin in die **Korona** (Abb. 118) über, die nur bei Sonnenfinsternissen sichtbar wird, und aus Sonnenmaterie von unmeßbar geringer Dichte besteht.

Bei totalen Sonnenfinsternissen beobachtet man auch gewaltige bis zu 600000 km Höhe aus der Chromosphäre hervorschießende Eruptionen, die sog. **Protuberanzen**[2]), die ebenfalls im wesentlichen aus Wasserstoff bestehen.

Die Temperatur der Sonne beträgt an der Oberfläche etwa 6000°. Sicher ist, daß sie nach innen hin stark zunimmt. Welche Temperaturen man für den Sonnenkern errechnet, hängt ganz davon ab, welche Vorstellung man sich von seinem Aufbau macht. Man hat für die Sonnenmitte Temperaturen von 50000000° angegeben. Auch die Dichte nimmt nach innen hin gewaltig zu; sie dürfte in der Mitte etwa 75mal so groß sein, wie die Dichte des Wassers. Es ist anzunehmen, daß bei diesen ungeheuren Drucken und Temperaturen nicht nur die Moleküle in ihre Atome, sondern die Atome weiter in ihre Bestandteile zerfallen sind (Teil II, § 64). Wahrscheinlich herrscht der Wasserstoff auch bis in die tiefsten Schichten als Baustoff vor. An der Sonnenoberfläche sind daneben – das lehrt uns die Spektralanalyse – Helium, Stickstoff, Natrium, Silizium, Magnesium, Kalium, Kalzium und Eisen am verbreitetsten. Diese Elemente wurden im Spektrum der Sonne durch die Fraunhoferschen Linien (§ 20) nachgewiesen, da ihre Linienspektren beim Durchgang der Strahlen durch die Umkehrschicht (daher der Name!) ausgelöscht werden.

---

1) chrōma (griech.) = Farbe. 2) protuberāre (lat.) = hervorschwellen.

2. Sonnenlicht und Sonnenwärme. Die Sonne leuchtet mit $3 \cdot 10^{27}$ oder 3000 Quadrillionen Kerzen (§ 24). Wenn sie im Zenit eines Erdortes steht, beträgt die Beleuchtungsstärke auf einer Fläche, auf die ihre Strahlen senkrecht auffallen, 135000 Lux.
Wir sind uns kaum bewußt, wie ungeheuer groß die Wärme ist, die uns die Sonne fortwährend zustrahlt. Dabei erhält die Erdoberfläche weniger als ein Zweitausendmillionstel der gesamten von der Sonne ausgestrahlten Wärmemenge (s. u.). Um die von der Erde aufgenommene Sonnenwärme anzugeben, denken wir uns an der oberen Grenze der Erdatmosphäre, senkrecht zur Richtung der Sonnenstrahlen, eine Kreisfläche, deren Halbmesser gleich dem Erdhalbmesser ist; sie fängt die gesamte der Erde zugestrahlte Wärme auf. (Zur Größe dieser Wärmemenge vgl. § 111.) Wodurch die ungeheuren von der Sonne in den Weltenraum ausgestrahlten Energiemengen gedeckt werden, ist noch nicht völlig aufgeklärt; wahrscheinlich sind inneratomare Vorgänge dabei beteiligt.

Zur Übung: Denke dir um den Sonnenmittelpunkt eine Kugel gelegt, auf der der Mittelpunkt der Erde liegt; ihre Oberfläche ist gleich $4\pi \cdot (149{,}4 \cdot 10^6)^2$ km². Sie schneidet aus der Erdkugel die Fläche $\pi \cdot 6370^2$ km² aus. Berechne hieraus die oben angegebene Zahl 2000 Millionen.

§ 41. Die physische Beschaffenheit der Planeten, Kometen, Meteoriten und des Mondes

Die Planeten empfangen als dunkle Weltkörper ihr Licht von der Sonne. Über ihre physische Beschaffenheit belehrt uns die Untersuchung des von ihnen reflektierten Lichtes.

1. Merkur ist der kleinste Planet. Wegen seiner Sonnennähe herrscht auf ihm eine hohe Temperatur, etwa 100°. Eine Atmosphäre scheint er nicht zu haben. Merkur zeigt eine Achsendrehung, deren Dauer wie bei unserem Monde (s. u.) gleich seiner Umlaufszeit ist, so daß er der Sonne stets dieselbe Seite zuwendet.

2. Venus ist von einer dichten Wolkenschicht umgeben, die den Anblick der Oberfläche des Planeten verhindert. Sie hat die Eigentümlichkeit, das Sonnenlicht sehr stark zurückzustrahlen. Wenn Venus vor der Sonnenscheibe vorübergeht, spricht man von einem Venusdurchgang. Er kann dazu dienen, die **Sonnenparallaxe** zu bestimmen, d. h. den Winkel, unter dem der Erdradius von der Sonne aus gesehen erscheint. Die Parallaxe liefert dann die Entfernung Erde–Sonne. Leider finden Venusdurchgänge nur selten statt, die letzten in den Jahren 1874 und 1882, die nächstfolgenden erst 2004 und 2012.
Es war eine Stütze für das heliozentrische System, als Galilei (1610) beobachtete, daß Venus Phasen zeigt, und daß ihr Durchmesser sich während eines Umlaufs scheinbar im Verhältnis 1 : 7 ändert, wie es ihrem Abstand von der Erde in ihrer sogenannten unteren und oberen Konjunktion entspricht.

3. Mars ist der unserer Erde ähnlichste Planet. Er hat eine Atmosphäre von etwa 200 km Höhe, dünner als die unsrige; er hat Jahreszeiten, wie wir sie

haben, nur wegen des längeren Marsjahres von längerer Dauer; und auch die Temperaturen auf dem Mars unterscheiden sich nicht allzu sehr von denen auf der Erde. Ob die dunkleren Stellen, die man im Fernrohr sieht, wirklich Wasserflächen und die helleren, von denen die rötliche Farbe des Mars herrührt, Kontinente bedeuten, steht noch nicht ganz fest. Die berühmten „Marskanäle" sind höchstwahrscheinlich nur optische Täuschungen. Daß sich auf dem Mars Organismen wie auf der Erde entwickeln können, läßt sich nicht bestreiten. Der Planet hat zwei Monde, Phobos und Deimos (Furcht und Schrecken); ihre Durchmesser betragen kaum 10 km.

4. Die Asteroiden sind wahrscheinlich Splitter eines größeren Planeten. Man hat bis jetzt weit über 1000 gezählt. Sie laufen im ganzen in einem Gürtel zwischen Mars und Jupiter; doch kommt z. B. Eros von außen her sehr nahe an die Erdbahn heran. Die Bahnen dieser Kleinstplaneten sind bis zu 37° gegen die Ekliptik geneigt und weichen z. T. stark von der Kreisform ab.

5. Jupiter ist der größte Planet. Seine Masse ist rund 300 mal so groß wie die Erdmasse und beträgt $\frac{1}{1000}$ der Sonnenmasse. Seine Achse, um die er in 10 h rotiert, steht fast senkrecht auf seiner Bahnebene, deshalb macht sich der Wechsel der Jahreszeiten, deren jede drei Erdjahre dauert, kaum bemerkbar. Als mittlere Temperatur wird $-150°$ und weniger angegeben. Parallel zum Äquator ziehen sich dunkle und hellere Streifen um den Planeten; die letzteren werden für dichte Eiswolken gehalten, die das Sonnenlicht gut zurückstrahlen.

6. Saturn ist stark abgeplattet; sein Äquatordurchmesser ist um $\frac{1}{10}$ länger als sein Durchmesser von Pol zu Pol. Wie Jupiter ist auch Saturn in dichte Wolken gehüllt. Seine Äquatorebene ist gegen seine Bahnebene um 26° geneigt. Die Temperatur dürfte etwa $-250°$ betragen; die der folgenden Planeten liegt noch tiefer.

In der Äquatorebene liegen die Bahnen der 10 Monde und, frei schwebend, das große Ringsystem. Sein äußerer Durchmesser ist doppelt so groß wie der Durchmesser des Planeten; seine Dicke beträgt 400 km. Der Ring scheint aus vielen kleinen Körpern zu bestehen, die selbständig um ihr Zentralgestirn kreisen wie die Planeten um die Sonne. Da die Ringebene, zugleich die Äquatorebene des Saturn, sich selbst immer parallel bleibt, sehen wir, wenn der Nordpol des Saturn uns am meisten zugewandt ist, die nördliche Ringfläche und ein halbes Saturnjahr (14 Erdjahre) später die südliche; die Umgrenzungen erscheinen uns dann als Ellipsen (Abb. 119). In der Zwischenzeit nimmt die kleine Achse der Ellipse bis auf Null ab und dann wieder zu. Von Uranus, Neptun und Pluto wissen wir wenig mehr, als in der Tabelle (§ 38, 1) mitgeteilt ist.

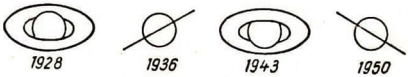


Abb. 119. Die vier Hauptphasen des Saturnringes

7. Kometen[1]) sind Himmelskörper, die sich in lang gestreckten Ellipsen um die Sonne bewegen. Ihre Umlaufszeiten sind sehr verschieden. Die engste Bahn beschreibt der Enckesche Komet[2]) mit einer Umlaufsdauer von $3\frac{1}{2}$ Jahren. Wahrscheinlich haben manche Kometen, die früher für nichtwiederkehrende gehalten wurden, Umlaufszeiten, die nach Hunderten und Tausenden von Jahren zählen. Den vordersten, leuchtenden Teil des Kometen nennt man Kopf; er ist oft größer als der Erdball, enthält einen sehr kleinen, blendend hellen Kern und ist von einer ausgedehnten Hülle umgeben. Im Sonnenlicht entsteht auf der von der Sonne abgewandten Seite ein Schweif, der

Abb. 120. Komet 1908c (Morehouse) am 16. November 1908

P. A. Lebedew
(1866—1912)

länger sein kann als die Entfernung Erde—Sonne (Abb. 120). Diese Schweifbildung in Sonnennähe erklärt sich folgendermaßen: Licht, das senkrecht auf eine reflektierende Wand trifft, übt auf sie einen Druck aus, der als Strahlungsdruck bezeichnet wird. Wie Lebedew[3]) zeigte, kann für Körperchen im Weltenraum, die eine gewisse Größe unterschreiten, dieser Lichtdruck größer sein als ihre Anziehung durch die Sonne, so daß sie von ihr abgestoßen werden. Nun wissen wir aber aus zwei Tatsachen, daß die Masse der

1) kōmētēs (griech.) = Haarstern.
2) Joh. Encke (1791—1865), Gründer der Berliner Sternwarte.
3) P. A. Lebedew war Professor der Physik in Moskau.

Kometen in der Tat außerordentlich gering ist: Wenn Kometen an kleinen Himmelskörpern, z. B. den Jupitermonden, nahe vorbeiziehen, werden diese nie im geringsten gestört; ferner: das Licht der Fixsterne durchdringt Schweif und Kopf ohne starke Absorption. Durch die Spektralanalyse sind u. a. Kohlenstoff, Natrium, Eisen und Nickel in den Kometen nachgewiesen. Sie leuchten teils in eigenem, teils in reflektiertem Lichte.
Einer der berühmtesten Kometen ist der Halleysche[1]). Seine Umlaufzeit um die Sonne beträgt 76,4 Jahre. Seit dem Jahre 87 v. d. Ztr. bis heute ist er 27 mal beobachtet worden. Erst 1682 erkannte man, daß es sich immer um ein und denselben Kometen gehandelt hatte. Sein nächstes Wiedererscheinen ist für 1986 vorausgesagt.

8. Meteoriten, meist ganz kleine Körper, selten über Kopfgröße, treten einzeln oder in Schwärmen auf. Wenn sie in die Erdatmosphäre geraten, kommen sie und die sie umgebende Luft infolge der Reibung ins Glühen, und sie werden in 150 und mehr Kilometer Höhe als **Sternschnuppen** oder **Meteore** sichtbar. Die kleineren Stücke verbrennen zu Asche; die Geschwindigkeit der größeren wird soweit abgebremst, daß sie zur Erde niederfallen; oft explodieren sie auch in der Luft. Schwächere Meteore kann man, wenn man darauf achtet, stündlich wahrnehmen; auf der ganzen Erde könnte man täglich Millionen von Sternschnuppen beobachten. Das Gewicht der größten niedergegangenen Meteore beträgt Zehntausende von Kilogramm. Besonders zahlreich ist der Laurentiusschwarm[2]) in der Zeit vom 9. bis 14. August und der Schwarm der Leoniden[3]) vom 12. bis 14. November, deren Bahn, fraglos nicht zufällig, mit der Bahn des Leonidenkometen identisch ist.

9. Der Erdmond. Himmelskörper, die um einen Planeten kreisen, heißen **Monde** oder **Trabanten**[4]). Der Erdmond wendet uns stets dieselbe Seite zu; der „Mann im Monde" blickt unverwandt zur Erde. Von uns aus beurteilt, hat der Mond also keine Achsendrehung; hingegen rotiert er von der Sonne aus gesehen während eines Monats einmal um eine zu seiner Bahnebene fast senkrechte Achse (Erklärung in § 79). Der Durchmesser des Mondes beträgt nicht ganz ein Viertel von dem der Erde. Sein Rauminhalt ist also etwa $\frac{1}{50}$ des Erdvolums. Da seine Dichte aber wesentlich geringer ist als die durchschnittliche Erddichte, beträgt die Mondmasse nur $\frac{1}{81}$ der Erdmasse.
Wenn der Mond vor einen Fixstern tritt, verschwindet dieser plötzlich, ohne die geringste Strahlenbrechung. Hieraus geht hervor, daß der Mond keine Atmosphäre besitzt. Deshalb erscheinen auch die Schatten seiner Berge im Fernrohr vollkommen dunkel und scharf begrenzt. Und deshalb sind auch die Temperaturgegensätze zwischen dem 2 Wochen dauernden Tage und

1) Edmund Halley (1656–1742), englischer Astronom.
2) Der 10. August ist der Laurentiustag. Man nennt den Schwarm auch die Perseïden, weil es so aussieht, als ob er aus dem Sternbild des Perseus käme (Rekt. 45°, Dekl. + 57°).
3) Benannt nach dem Sternbild des Löwen, lateinisch leo, von dem der Schwarm auszugehen scheint (Rekt. 151°, Dekl. + 23°).
4) Entstanden aus darabant (ungar.).

der ebenso langen Nacht sehr groß. Wenn eine Atmosphäre fehlt, kann auch kein Wasser vorhanden sein, denn es würde im luftleeren Raum sofort verdampfen. Trotzdem hat man die von alters her übliche Bezeichnung mare (lat. = Meer) für die dunklen, fast ebenen Flächen beibehalten. Die helleren Stellen sind die Ringgebirge und **Krater** des Mondes (Abb. 121). Die Ringgebirge erheben sich bis zu den Höhen der höchsten Gebirge auf der Erde. Die Krater sind nur der Form, nicht aber der Größe nach mit irdischen Kratern zu vergleichen, denn sie haben Durchmesser bis zu 200 und mehr Kilometern.

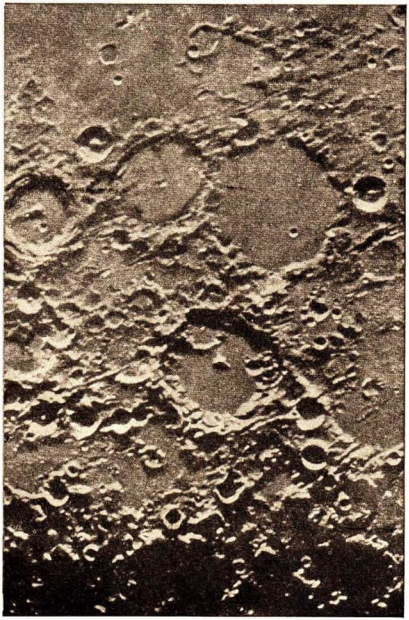


Abb. 121. Mitte der Mondscheibe im letzten Viertel, am 29. August 1907

Nach einer der vielen Hypothesen, die die Entstehung der Krater zu erklären suchen, hat sich in der Urzeit $\frac{1}{81}$ der Erdmasse als Mond von der Erde abgeschnürt, um selbständig in immer größer werdendem Abstand die Erde zu umkreisen. Damals hatte der Mond noch eine Achsendrehung, und das feurigflüssige Magma durchstieß unter dem Einfluß der von der Erde ausgeübten Anziehung immer wieder die noch dünne Kruste, um dann wieder zurückzufließen. So entstanden ringförmige Wälle, die im Laufe der Jahrmillionen allmählich zu den heutigen Kratern erstarrten.

C. Das Fixsternsystem

Wenn wir den Himmel mit einem größeren Fernrohr durchforschen oder photographische Aufnahmen machen, dann finden wir neben einer großen Zahl von Sternen verschiedener Helligkeit Sternpaare und lockere Sterngruppen, Sternhaufen und Nebelflecke. Der weißliche Schimmer der Milchstraße löst sich fast überall in Sterne auf, wenn man nur hinreichend starke

Vergrößerungen anwendet. Von den Nebelflecken erweist sich ein Teil bei spektroskopischer Untersuchung als echte Nebel, wie z. B. der Orionnebel, während andere, wie der große Andromedanebel, mit den größten Spiegelteleskopen der neuesten Zeit als Sternsysteme erkannt wurden.

In der Milchstraße gibt es an zahlreichen Stellen dunkle Flecke, die man früher als „Sternleeren" bezeichnet hat, von denen wir aber heute mit Sicherheit wissen, daß dort dunkle Nebel im Raum lagern, die das Licht der dahinter stehenden Sterne abfangen.

Die Frage, wie sich diese verschiedenartigen Objekte zu einem System höherer Ordnung zusammenfügen, wurde schon im 17. Jahrhundert aufgeworfen; ihre Beantwortung konnte aber erst im 19. Jahrhundert mit einiger Aussicht auf Erfolg in Angriff genommen werden. Die wirkliche Kenntnis vom Bau des Sternsystems ist eine Errungenschaft des 20. Jahrhunderts.

§ 42. Helligkeit und Zahl der Sterne

Die Helligkeiten der Sterne werden in **Sterngrößen** angegeben; die hellsten Sterne heißen 1. Größe, die schwächsten einem normalen Auge noch erkennbaren 6. Größe. Diese Skala der Größenklassen steht zu den Helligkeiten in einer einfachen Beziehung: die Sterne einer Größe sind jeweils rund 2,5 mal so hell wie die um eine Größenklasse schwächeren; einem Unterschied von 5 Größen entspricht genau ein Verhältnis der Helligkeiten von 1 : 100 (denn $2{,}5^5 \approx 100$). Ein Stern 1. Größe hat also gerade die Helligkeit von 100 Sternen 6. Größe zusammengenommen. Mit Hilfe dieser Definition kann man die Skala der Größenklassen nach oben und unten ausdehnen. Hellere Sterne haben die Größen 0, − 1, − 2, ..., schwächere die Größen + 7, + 8, ... Die Grenze der Beobachtbarkeit liegt heute etwa bei der 21. bis 22. Größe, d. h. bei Sternen, die scheinbar

Abb. 122. Sternkarte mit Sternen bis zur 9. Größe

eine Million mal schwächer sind als die schwächsten mit bloßem Auge noch erkennbaren Sterne.

Die dem bloßen Auge sichtbaren Sterne lassen sich verhältnismäßig leicht zählen und einzeln in Sternkarten eintragen; es sind am ganzen Himmel nicht viel über 5000. Nimmt man Fernrohre zu Hilfe, oder macht man photographische Aufnahmen, dann steigt die Zahl der beobachtbaren Sterne rasch an. Das zeigen die beiden Abb. 122 und 123.

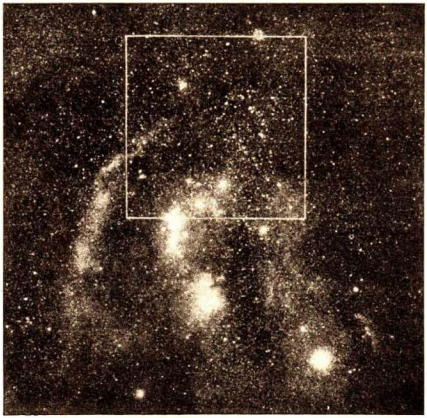


Abb. 123. Photographische Aufnahme der gleichen Himmelsgegend mit Sternen bis zur 16. Größe

Abb. 122 ist ein Ausschnitt aus einer Sternkarte der berühmten „Bonner Durchmusterung", die in einem Katalog von 3 Bänden und einem Atlas mit 39 Karten alle Sterne des nördlichen Himmels bis über die 9. Größe hinaus verzeichnet, im ganzen 324188. Die Quadrate des eingezeichneten Netzes haben Seitenlängen von 1^0, so daß man gerade 4 Vollmondscheiben von $\frac{1}{2}^0$ Durchmesser darin unterbringen könnte. Im Durchschnitt zählt man in jedem Quadrat 22 Sterne, auf dem ganzen Ausschnitt 1442 Sterne.

Die gleiche Gegend des Himmels – es ist der nördliche Teil des Sternbildes Orion – ist in der Abb. 123 auf einer Aufnahme eingerahmt, die mit einer Linse von der gleichen Größe wie die der „Bonner Durchmusterung" mit 5 Stunden Belichtungszeit gewonnen wurde. In einem kleinen Teilquadrat sind hier mehr Sterne zu zählen als in dem ganzen Feld der Bonner Karte. Die schwächsten Sterne sind 16. Größe. Die Aufnahme zeigt außerdem die

Sterngröße m	Scheinbare Helligkeit	Sternanzahl
0	100	3
1	40	14
2	16	48
3	6,3	164
4	2,5	530
5	1,0	1 620
6	0,40	4 850
7	0,16	14 300
8	0,063	41 000
9	0,025	117 000
10	0,010	324 000
11	0,004 0	870 000
12	0,001 6	2 270 000
13	0,000 63	5 700 000
14	0,000 25	13 800 000
15	0,000 10	32 000 000

ausgedehnten leuchtenden Nebelmassen, in die die Orionsterne eingebettet scheinen, und die dunklen Wolken, die die hellen Nebel begleiten.

Man kommt also rasch zu sehr großen Sternzahlen, wenn man immer schwächere Sterne in den Kreis der Betrachtung einbezieht, und es ist klar, daß man bei Untersuchungen über den Bau des Sternsystems im allgemeinen nicht mehr die Sterne einzeln vornehmen und beschreiben kann, wie die Mitglieder des Planetensystems, sondern daß man statistische Methoden anwenden muß. Die Beobachtung einzelner Sterne, vor allem der helleren, hat aber daneben ihre große Bedeutung; denn sie liefert die Grundlagen für die Anwendung der Statistik.

Die Tabelle auf S. 113 vermittelt einen Überblick über die vorliegenden Verhältnisse. Darin ist die scheinbare Helligkeit eines Sternes 5. Größe, die wir als Vergleichshelligkeit wählen, gleich 1 gesetzt. Unter „Sternanzahl" ist stets die Zahl aller Sterne gemeint von den hellsten bis zu der in der ersten Spalte stehenden Grenzgröße.

Man sieht, daß sich beim Fortschreiten um 1 Größenklasse die Sternzahlen am Anfang etwas mehr als verdreifachen. Bei den schwächeren Sternen erfolgt das Anwachsen langsamer; zuletzt ist der Faktor nur noch knapp $2\frac{1}{2}$.

§ 43. Farbe, Spektrum, Temperatur

Die Sterne haben verschiedene **Farben:** Sirius ist weiß, Kapella gelb, Arktur rot. Auf photographischen Himmelsaufnahmen zeigen die Sterne daher oft andere Helligkeiten als für das Auge. Man erkennt das sehr deutlich an der Abb. 123, wenn man die Hauptsterne des Orion mit dem Anblick am Himmel vergleicht. Der rote Stern Beteigeuze, der die linke obere Ecke des Orion bildet, ist auf der photographischen Aufnahme viel schwächer als der weiße Rigel in der rechten unteren Ecke, während dem Auge beide Sterne gleich hell erscheinen. Das so charakteristische Sternbild ist auf der photographischen Aufnahme

Abb. 124. Himmelsaufnahme, Sternenlicht durch ein Prisma zerlegt

im ersten Augenblick kaum zu erkennen.

Dieser Unterschied zwischen der „visuellen" Sterngröße und der „photographischen" kann als Maß für die Farbe der Sterne benutzt werden; man bezeichnet ihn als **Farbenindex.** Und dieser Farbenindex wiederum ist ein Maß für die Oberflächentemperatur der Sterne. Die roten Sterne haben niedrigere Temperaturen als die gelben und diese wieder niedrigere als die weißen.

Weitergehende Aufschlüsse über die Natur der Sterne erhält man, wenn man vor das Fernrohr ein Prisma setzt. Dann wird das Licht der Sterne zerlegt, das Bild jedes einzelnen Sternes wird auseinandergezogen in ein farbiges Band, das **Spektrum.** Wie eine solche Himmelsaufnahme aussieht, zeigt die Abb. 124, die dem berühmten Henry-Draper-Katalog entstammt, der die Spektra von 225000 Sternen verzeichnet.

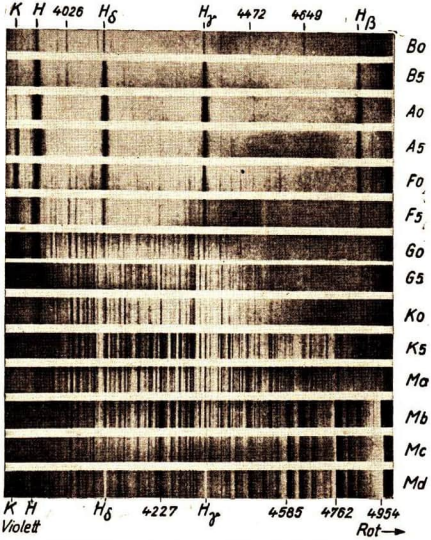


Abb. 125. Sternspektra der verschiedenen Spektralklassen

Man kann die Sternspektra, deren Verschiedenartigkeit in der Abb. 125 klar zum Ausdruck kommt, in eine Reihe einordnen, die von den Sternen höchster Temperatur zu denen niedrigster Temperatur fortschreitet und in Klassen unterteilt ist, die mit Buchstaben des Alphabets bezeichnet werden. 99% aller Sterne fallen in die 6 Hauptklassen B, A, F, G, K, M, die, noch weiter unterteilt, in Abb. 125 in vergrößerten Aufnahmen dargestellt sind. Der Rest sind die selteneren Typen P, O, N, R, S.

Die wesentlichen Merkmale der Sternspektra sind die auf dem kontinuierlichen Untergrund vorhandenen Linien. Aus ihrer Lage (Wellenlänge) kann man durch Vergleich mit irdischen Lichtquellen auf die Stoffe schließen, die in den Sternen vorhanden sind (chemische Spektralanalyse). So rühren z. B. die Linien $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$ vom Wasserstoff her, H und K vom Kalzium. Man findet in den Sternen die gleichen Elemente, die wir von der Erde her kennen.

Die Stärke der verschiedenen Linien ermöglicht die Berechnung der Temperatur und der Dichte.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Hauptmerkmale der Sterne zusammengestellt. Die Temperaturen sind runde Mittelwerte für die einzelnen Klassen.

Spektralklasse	Farbe	Oberflächentemperatur	Beispiel
B	bläulich-weiß	15000°	Spica, Rigel
A	weiß	9000°	Sirius, Wega
F	gelblich	7000°	δ Aquilae, Polaris
G	gelb	5000°	Sonne, Capella
K	orange	4000°	Arktur, Aldebaran
M	rot	3000°	Beteigeuze, Antares

§ 44. Parallaxe und Entfernung

In Abb. 126 bedeutet der Kreis 1 2 3 4 die Erdbahn mit der Sonne als Mittelpunkt. Infolge des jährlichen Umlaufes der Erde um die Sonne sehen wir einen Stern S (Abb. 126) zu 4 verschiedenen Zeiten des Jahres, an denen die Erde in den Punkten 1, 2, 3, 4 ihrer Bahn sich befindet, in den Richtungen 1 S, 2 S, 3 S, 4 S; der Stern beschreibt, von der Erde aus gesehen, scheinbar eine kleine Ellipse 1′ 2′ 3′ 4′ um den „mittleren Ort", an dem er von der Sonne aus gesehen würde. Die in Bogensekunden ausgedrückte halbe Achse dieser Ellipse heißt die **jährliche Parallaxe.** Die Parallaxe p ist der Winkel, unter dem vom Stern aus der Erdbahnhalbmesser a erscheint.

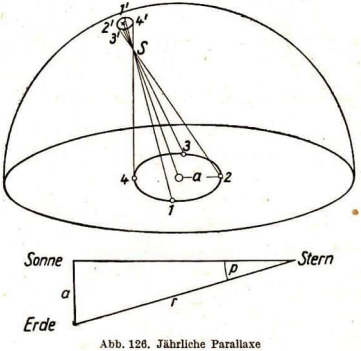


Abb. 126. Jährliche Parallaxe

Dieser Winkel an der Spitze des Dreiecks Sonne—Stern—Erde ist wegen der außerordentlich großen Entfernung r der Sterne im Verhältnis zur Basis a sehr klein. Man kann daher das Dreieck praktisch als Kreisausschnitt betrachten und schreiben

$$a : 2\pi r = p : 360 \cdot 60 \cdot 60''.$$

Daraus erhält man für den Zusammenhang zwischen Parallaxe und Entfernung die Beziehung

$$r = \frac{206265''}{p} \text{ Erdbahnradien.}$$

Für die Entfernungen im Sternsystem wird als neue Einheit der Entfernungen die Strecke von 206265 Erdbahnradien eingeführt; sie heißt „parsec" (Abkürzung aus Parallaxe – Sekunde, weil ein Stern in dieser Entfernung gerade die Parallaxe von 1″ hat).

$$\mathbf{1\ parsec = 206\,265\ Erdbahnradien = 31 \cdot 10^{12}\,km.}$$

Werden die Entfernungen in dieser Einheit ausgedrückt, dann gilt die einfache Gleichung

$$r = \frac{1}{p}$$

$$\textbf{Entfernung in parsec} = \frac{1}{\textbf{Parallaxe in Sekunden}}.$$

Vielfach werden die Entfernungen auch heute noch in Lichtjahren (L. J.) angegeben, so wie wir auf der Erde etwa Entfernungen in Wegstunden angeben. Ein Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht mit seiner Geschwindigkeit von 300000 km/s in einem Jahr (= 32 Millionen Sekunden) zurücklegt.

$$\mathbf{1\ Lichtjahr = 9{,}46 \cdot 10^{12}\,km = 0{,}31\ parsec;}$$

$$\mathbf{1\ parsec = 3{,}26\ Lichtjahre.}$$

Der uns nächste Stern hat eine Parallaxe von nur $\frac{3}{4}''$, ist also $\frac{4}{3}$ parsec oder 4 L. J. entfernt.

Mit den größten Instrumenten kann man noch Verschiebungen von etwa 0,01″ messen, d. h. man kann mit dieser geometrischen Methode der Entfernungsbestimmung bis in Entfernungen von 100 parsec vordringen. Der solcherweise erfaßbare Raum ist verschwindend klein gegenüber den Dimensionen des Sternsystems, und ebenso erscheint die Zahl 5000 der bisher bekannten Parallaxen unbedeutend im Vergleich mit der Zahl der Sterne überhaupt. Aber dennoch kommt gerade diesen Sternen mit geometrisch bestimmten Entfernungen eine große Bedeutung zu. Sie sind die Stützpunkte im Raum, von denen aus mit anderen Methoden die Brücken zu größeren Entfernungen geschlagen werden können. Sie sichern das Fundament, auf dem wir unser Weltgebäude aufbauen.

§ 45. Helligkeit und Entfernung

Würde man die Sonne in eine Entfernung von 10 parsec versetzen, dann erschiene sie uns als ein Stern 5. Größe. Ebenso kann man für alle Sterne mit bekannter Entfernung ausrechnen, in welcher Größe sie erschienen, wenn man sie in die gleiche Entfernung von 10 parsec versetzte. Diese Größe nennt man im Gegensatz zur scheinbaren Größe m die absolute Größe M der Sterne.

Die Sonne in einer Entfernung von 10 parsec ist die „Normalkerze", die wir als Einheit benutzen für die Angaben der Leuchtkräfte der Sterne, so wie wir irdische Lichtquellen in Kerzenstärken angeben, indem wir sie mit einer Normalkerze vergleichen. Kennt man die absolute Größe M eines Sternes, dann kann man aus der Tabelle S. 113 sofort seine Leuchtkraft entnehmen, denn in dieser Tabelle ist ja gerade die Helligkeit für die 5. Größe als Einheit gewählt.

Entfernungsmodul $m - M$	Entfernung parsec	Parallaxe Bogensekunden
− 5	1	1,0
− 4	1,6	0,63
− 3	2,5	0,40
− 2	4,0	0,25
− 1	6,3	0,16
0	10	0,10
+ 1	16	0,063
+ 2	25	0,040
+ 3	40	0,025
+ 4	63	0,016
+ 5	100	0,010
+ 10	1 000	0,001
+ 15	10 000	0,000 1
+ 20	100 000	0,000 01

Da die scheinbare Helligkeit einer Lichtquelle bekanntlich mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, hängt der Unterschied zwischen der scheinbaren Größe m und der absoluten Größe M eines Sternes nur von der Entfernung r ab. Die Beziehung zwischen der Differenz $m - M$ und der Entfernung bzw. Parallaxe gibt die nebenstehende Tabelle an.

Während diese Beziehung zunächst benutzt wurde, um für Sterne mit bekannter Parallaxe die absolute Größe M zu berechnen, kann man nun aber auch umgekehrt, wenn der Unterschied zwischen scheinbarer und absoluter Größe auf irgendeine Weise bekannt ist, daraus die Entfernung berechnen. Die vorstehende Tabelle wird so zur Grundlage der photometrischen Entfernungsbestimmung unter der Voraussetzung, daß es Möglichkeiten gibt, einem Stern seine absolute Größe (seine „Kerzenstärke") anzusehen. Die Differenz $m - M$ heißt daher „Entfernungsmodul"[1]).

Daß es in der Tat Möglichkeiten gibt, die absolute Größe unabhängig von der Entfernung zu bestimmen, wurde erkannt, als man daran ging, die Sterne mit bekannter Parallaxe nach ihren verschiedenen Eigenschaften zu gruppieren. Dabei entstanden Diagramm-Darstellungen von der Art der Abb. 127, wo in waagerechter Richtung die Spektralklassen (oder Farben), in dazu senkrechter Richtung die absoluten Größen (oder Leuchtkräfte) aufgetragen sind.

1) mŏdŭlus (lat.) = (kleines) Maß.

Das Bemerkenswerte an diesem Diagramm ist, daß die Sterne in zwei deutlich von einander unterschiedene Gruppen zerfallen, für die man die Bezeichnung Riesen und Zwerge geprägt hat. Der Unterschied ist am größten bei den roten Sternen (Spektralklasse M), wo die Riesen etwa die 200 fache Leuchtkraft der Sonne haben, die Zwerge dagegen nur etwa $\frac{1}{5000}$. Bei den gelben Sternen (Klasse G) ist das Verhältnis zwischen Riesen und Zwergen 100 : 1. Bei den weißen Sternen fällt der Unterschied ganz weg; sie haben alle die gleiche absolute Größe. Eine dritte Gruppe von Sternen, in dem Diagramm durch die 7 Punkte in der linken unteren Ecke vertreten, sind die „weißen Zwerge", die sich durch besondere Eigenschaften auszeichnen. Sie spielen in unserem Zusammenhang keine Rolle.

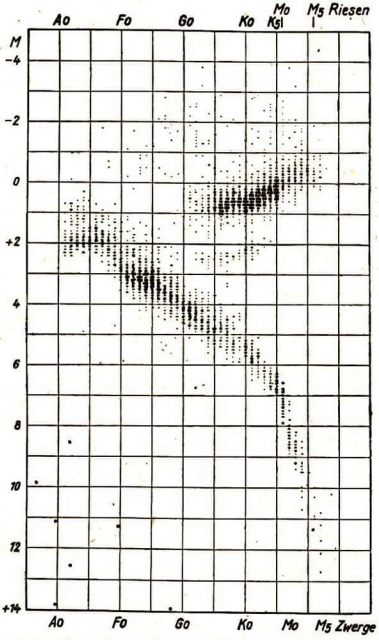


Abb. 127. Zusammenhang zwischen Spektralklasse und absoluter Größe

Kennt man den Spektraltypus (oder auch nur den Farbenindex) eines Sternes, dann braucht man also nur noch zu wissen, ob er zur Gruppe der Riesen oder der Zwerge gehört, um sofort aus dem Diagramm seine absolute Größe M zu entnehmen. Die Entscheidung Riese oder Zwerg aber läßt sich fällen auf Grund gewisser Unterschiede in den Stärken der Linien im Spektrum. Da hier das Spektrum auf dem Weg über die Leuchtkraft zu einer Bestimmung der Entfernung führt, spricht man oft auch von „spektroskopischen Parallaxen."

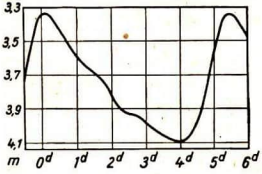


Abb. 128. Lichtschwankungskurve des veränderlichen Sternes δ Cephei

Eine ganz andere Möglichkeit zur photometrischen Entfernungsbestimmung bietet

eine Klasse von Sternen, deren Helligkeit in gesetzmäßigem Rhythmus schwankt. Nach dem bekanntesten Vertreter dieser Klasse von Veränderlichen, δ Cephei, dessen Lichtkurve Abb. 128 zeigt, nennt man sie δ Cephei-Sterne. Bei diesen Sternen hat man einen gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen der Periode der Lichtschwankung und der absoluten Größe feststellen können, den die nebenstehende Tabelle zeigt.

Absolute Größe M	Periode
0	0,5 Tage
— 1	1,8 „
— 2	5,0 „
— 3	10 „
— 4	17 „
— 5	30 „
— 6	60 „

Die δ Cephei-Sterne sind ausnahmslos Riesen von mindestens hundertfacher Sonnenhelligkeit und haben umso größere Leuchtkraft, je größer die Periode ist. Durch die Länge der Periode ist die absolute Größe eindeutig festgelegt. Man braucht also nur die Lichtkurve eines solchen δ Cephei-Veränderlichen aufzunehmen, um aus der Periode sofort die absolute Größe und daraus dann die Entfernung abzuleiten.

Die Bedeutung der photometrischen Entfernungsbestimmungen beruht ganz allgemein darin, daß hier keine Winkelmessungen nötig sind, sondern nur Helligkeitsbeobachtungen. Die Grenze, bis zu der man in den Raum vordringen kann, ist nicht mehr bestimmt durch die Genauigkeit, mit der parallaktische Verschiebungen gemessen werden können, sondern nur durch die Lichtstärke der Fernrohre, mit denen die Helligkeitsbeobachtungen angestellt oder Spektra aufgenommen werden. Beobachten wir z. B. an einem Stern der 18. Größe den typischen δ Cephei-Lichtwechsel mit einer Periode von 5 Tagen, dann wissen wir, daß dieser Stern die absolute Größe -2, also den Entfernungsmodul $m - M = 20$, hat. Nach Tabelle S. 118 befindet sich der Stern also in einer Entfernung von 100 000 parsec.

Die Messung der Entfernungen von kugelförmigen Sternhaufen und von Spiralnebeln ist dadurch möglich geworden, daß man in diesen Sternsystemen solche typische Veränderliche gefunden hat.

§ 46. Bewegungen der Sterne

Der Vergleich von Sternkatalogen aus verschiedenen Zeiten hat gezeigt, daß auch die „Fix-Sterne" ihren Ort am Himmel verändern. Diese Veränderungen erfolgen allerdings im Gegensatz zu den Bewegungen der Planeten so langsam, daß sie im allgemeinen erst nach vielen Jahren bemerkbar werden. Die größte bisher bekannte „Eigenbewegung" (EB) von 10″ im Jahr hat ein schwacher Stern 10. Größe; er rückt in 100 Jahren erst um eine halbe Vollmondbreite unter den Sternen weiter. Jährliche EB größer als 0,1″, d. h. 10″ im Jahrhundert, haben nur etwa 100 Sterne.

Die EB ist nur die eine Komponente der Bewegung der Sterne, die quer zur Gesichtslinie verläuft. Das Dopplersche Prinzip, das für das Licht ebenso gilt wie für den Schall, gestattet auch die Messung der Bewegung in der Gesichtslinie, der Radialgeschwindigkeit (RG). Bewegt sich ein Stern

auf uns zu, dann sind die Linien in seinem Spektrum gegenüber denen des irdischen Vergleichsspektrums nach Violett verschoben, im umgekehrten Fall einer von uns weggerichteten Bewegung nach Rot (vgl. Teil II, § 47, 4). Diese Linienverschiebungen, deren Größe von dem Verhältnis der Geschwindigkeit des Sternes zur Geschwindigkeit des Lichtes abhängt, sind recht klein, wie aus Abb. 129 zu ersehen ist. (Geschwindigkeiten, die auf uns zu

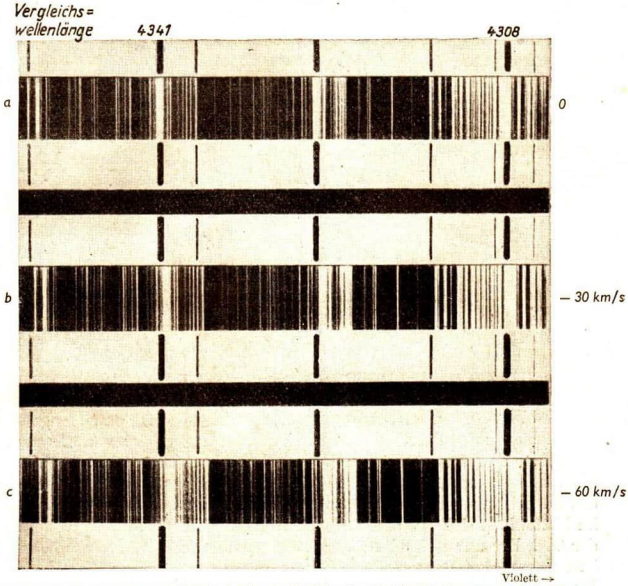


Abb. 129. Verschiebung der Spektrallinien infolge der Radialgeschwindigkeit. Die Bewegung auf die Erde zu bewirkt eine Verschiebung nach Violett. Die Geschwindigkeiten betragen in den vorstehenden Beispielen bei *a* 0, bei *b* —30, bei *c* —60 km/s. Über der Abbildung sind die Wellenlängen in Ångströmeinheiten (Å) angegeben; 1 Å = 10^{-8} cm

gerichtet sind, also die Sternentfernung für uns verringern, werden negativ gerechnet.) Die Genauigkeit der Ausmessung der Sternspektra ist aber heute so groß, daß man noch RG von 1 km/s feststellen kann. Die größten RG betragen mehrere 100 km/s; im Durchschnitt aber beobachtet man bei Sternen nur RG um 20 km/s herum.

Aus EB und RG kann man Größe und Richtung der wahren Bewegung im Raum ableiten, wenn die Entfernung des Sternes bekannt ist. Im Gegen-

satz zu den über 250000 Sternen der Eigenbewegungskataloge enthalten die letzten Verzeichnisse der Radialgeschwindigkeiten erst rund 7000 Sterne. Nur für diese kleine Zahl von Sternen, deren photometrische Entfernungen bekannt sind, konnte also die wirkliche Bewegung im Raum berechnet werden.

§ 47. Die Bewegung des Sonnensystems

Wenn alle Sterne sich bewegen, dann ist anzunehmen, daß auch unsere Sonne mit dem ganzen Planetensystem als Stern unter Sternen sich bewegt. Diese Bewegung der Sonne, die unsere Erde ja mitmacht, muß sich dann ebenso in scheinbaren Bewegungen der Sterne widerspiegeln wie die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne. Denken wir uns für den Augenblick einmal alle Sterne stillstehend, nur die Sonne bewegt, dann müßte am Sternhimmel die gleiche Erscheinung auftreten, wie wir sie beobachten, wenn wir uns etwa durch einen Wald bewegen, der sich scheinbar vor uns öffnet und in unserem Rücken wieder schließt. Die Sterne in der Zielrichtung der Bewegung kommen scheinbar auf uns zu und rücken zugleich am Himmel nach allen Richtungen von diesem Zielpunkt weg; im entgegengesetzten Punkt rücken sie scheinbar zusammen und laufen zugleich von uns weg.

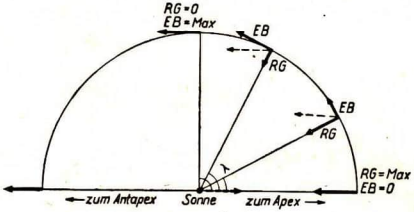


Abb. 130. Zur Eigenbewegung der Sonne

Da die Sterne selbst auch eigene Bewegungen haben und nicht wie die Bäume des Waldes in unveränderlicher Lage gegeneinander verharren, ist das Bild, das die scheinbaren Bewegungen der Sterne zeigen, nicht so einfach. Aber im Mittel läßt sich aus den beobachteten zusammengesetzten Bewegungen der Teil, der nur Spiegelung der Sonnenbewegung ist, herausschälen. Das ist ein typisches Beispiel für die Anwendung statistischer Methoden.

Im Mittel sind die EB aller Sterne von dem Zielpunkt der Sonnenbewegung, dem Apex[1]), weg und nach dem Gegenpunkt, dem Antapex[1]) hin gerichtet (Abb. 130). Im Apex und Antapex selbst sind sie Null, ihre größten Werte erreichen sie für Sterne auf dem größten Kreis, dessen Pole Apex und Antapex sind. Umgekehrt sind für Sterne auf diesem Kreis die RG Null und erreichen ihre größten Werte auf uns zu bzw. von uns weg im Apex und Antapex.

Das Studium der Gesetzmäßigkeiten der EB und RG führt zu einer Bestimmung der Richtung und Größe der Sonnenbewegung. Apex und Ant-

1) ăpex (lat.) = Spitze; anti (griech.) = gegen.

apex sind die Punkte, in denen im Mittel die Eigenbewegungen verschwinden und die Radialgeschwindigkeiten ihre größten und kleinsten Werte erreichen. Der Maximalwert der in der Umgebung des Apex beobachteten RG gibt direkt die Geschwindigkeit der Sonne relativ zu den Sternen ihrer Umgebung.

Die Sonne bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 20 km/s auf einen Punkt im Sternbild des Herkules zu, der die Koordinaten AR = 270°, Dekl. = + 30° hat.[1])

Innerhalb der Zeiten, über die sich unsere Beobachtungen erstrecken, hat man noch keine Veränderung in der Zielrichtung der Sonnenbewegung feststellen können, aus der man auf eine Abweichung von einer geradlinig gleichförmigen Bewegung schließen könnte. Diese Bewegung der Sonne eröffnet nun aber zugleich eine neue Möglichkeit zur geometrischen Entfernungsbestimmung der Sterne. Bei einer Geschwindigkeit von 20 km/s legt die Sonne in einem Jahr einen Weg gleich dem doppelten Erdbahndurchmesser zurück. In hundert Jahren schafft sie daher für die Parallaxenmessung bereits eine Basis, die 200 mal so groß ist wie die Basis für die jährlichen Parallaxen. Aus den hundertjährigen EB kann man daher noch mittlere Parallaxen ableiten für Sterne, die in Entfernungen von einigen tausend parsec stehen. Damit wird der Bereich der rein geometrischen Entfernungsbestimmung ganz außerordentlich erweitert, und das ist wichtig für die Sicherung der Grundlagen der photometrischen Entfernungsbestimmungen.

§ 48. Die Milchstraße und das System der Fixsterne

Die auffallendste Erscheinung am nächtlichen Himmel ist die Milchstraße, die als schwach leuchtendes Band von wechselnder Breite, mit helleren und dunkleren Stellen, ungefähr längs eines größten Kreises sich über den Himmel spannt. Dieses Band löst sich im Fernrohr in eine Unzahl schwacher und schwächster Sterne auf. Die Abzählungen der Sterne verschiedener Größe am ganzen Himmel ergeben, daß die Sterne nicht nur in der eigentlichen Milchstraße dichter stehen, sondern daß ganz allgemein die Sternzahl zunimmt beim Fortschreiten vom Pol der Milchstraße gegen die Milchstraße hin. Nur ist dieses Anwachsen um so ausgeprägter, je schwächere Sterne man betrachtet, so daß der Gesamteindruck der Milchstraße vor allem durch das Heer der schwachen und schwächsten Sterne hervorgerufen wird.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß die Milchstraße im Sternsystem eine ähnliche Rolle spielt wie die Ekliptik im Planetensystem. Man führt daher bei Untersuchungen über das Sternsystem die Ebene der Milchstraße als Fundamentalebene ein und bezieht die galaktischen[2]) Koordinaten (galaktische Länge und Breite) auf den größten Kreis, der durch die Milchstraße gelegt werden kann. Der Pol dieses Kreises hat im rotierenden Äquatorsystem die Koordinaten

$$\mathrm{AR} = 12\,\mathrm{h}\ 40\,\mathrm{min} \qquad \mathrm{Dekl.} = 28^\circ\,0'.$$

1) AR = ascensio recta = Rektaszension; Dekl. = Deklination. 2) gála (griech.) = Milch.

Sein bei 18 h 40 min gelegener Schnittpunkt mit dem Äquator ist Ausgangspunkt für die Zählung der galaktischen Längen.

Aus der scheinbaren Verteilung der Sterne an der Himmelskugel kann man ihre räumliche Verteilung berechnen, kann also angeben, wieviel Sterne etwa in der Raumeinheit an einer bestimmten Stelle vorhanden sind. Dazu bedarf es allerdings noch gewisser Kenntnisse über die Häufigkeit der Leuchtkräfte und der Farben der Sterne, die auf statistischem Wege erhalten werden; hier spielen z. B. die mittleren Parallaxen eine wichtige Rolle.

Gehen wir aus von der nächsten Umgebung der Sonne, indem wir den Raum betrachten, der von einer Kugel mit dem Radius 5 parsec umschlossen wird, so finden wir innerhalb dieser Kugel mit dem Rauminhalt 520 parsec^3 insgesamt 51 Sterne; es kommt also ein Stern auf einen Raum von 10 Kubikparsec. Diese Sterndichte nimmt mit der Entfernung von der Sonne nach allen Seiten hin ab, am raschesten in der Richtung nach den Polen der Milchstraße zu, sehr viel langsamer in der Milchstraßenebene. Man kommt so zu der Vorstellung, daß das Sternsystem ein flach-linsenförmiges Gebilde ist mit der größten Ausdehnung in Richtung der Milchstraße, und daß die Sonne nicht sehr weit ab vom Mittelpunkt des Systems steht.

Abb. 131. Kugelförmiger Sternhaufen im Herkules

Die Ergründung der wahren Anordnung des Milchstraßensystems gelang aber erst, als man mit den photometrischen Entfernungsbestimmungen in größere Tiefen des Raumes vordrang, als es die geometrischen und statistischen Methoden ermöglichten, die, wie wir heute wissen, nur einen Ausschnitt, das „lokale Sternsystem", erfaßten. Der entscheidende Schritt war die Messung der Entfernungen der kugelför-

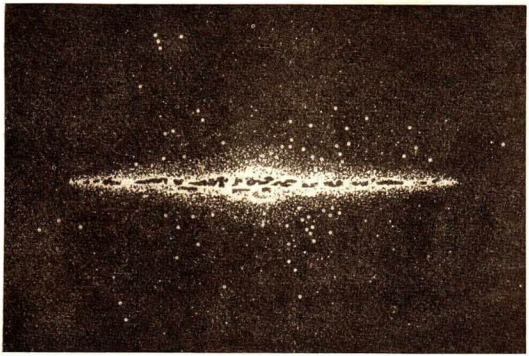


Abb 132. Schematische Darstellung des Milchstraßensystems

Abb. 133. Der große Andromedanebel mit seinen beiden Begleitern

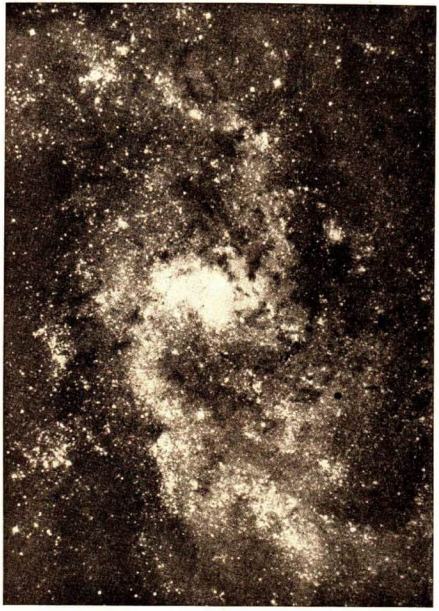


Abb. 134. Spiralnebel im Triangulus

migen Sternhaufen (Abb. 131) mit Hilfe der in ihnen gefundenen δ Cephei-Sterne. Die etwa 100 bekannten Sternhaufen bilden das Grundgerüst eines riesigen Sternsystems, dessen Mittelpunkt in einer Entfernung von 10 000 parsec in Richtung der großen Sternwolke im Sternbild des Schützen in galaktischer Länge 327° liegt.

Die Abb. 132 zeigt, wie dieses System einem weit außerhalb befindlichen Beobachter in der Ebene der Milchstraße sich darstellt. Es gleicht wahrscheinlich einem der bekannten großen Spiralnebel, die in Abb. 133 und 134 abgebildet sind. Unser Sonnensystem hat seinen Platz weit ab vom Mittelpunkt, nahe dem Rand, in einem der Spiralarme, und steht 15 parsec nördlich der Symmetrieebene. Der größte Durchmesser in der Milchstraßenebene beträgt etwa 30 000 parsec.

Während bei der Apexbestimmung aus den Radialgeschwindigkeiten der Sterne eine Sonnengeschwindigkeit von 20 km/s gefunden wurde, erhält man aus den RG der Kugelhaufen eine Geschwindigkeit von fast 300 km/s. Die 20 km/s charakterisieren nur die Bewegung der Sonne relativ zu den Sternen ihrer näheren Umgebung, d. h. die lokale Bewegung innerhalb des Spiralarmes, dem die Sonne angehört. Die große Geschwindigkeit dagegen rührt offenbar von der eigentlichen Bahnbewegung um das Zentrum des Sternsystems her.

Das Milchstraßensystem rotiert mit einer vom Zentrum nach außen abnehmenden Geschwindigkeit um eine Achse senkrecht zur Milchstraßenebene. In der Gegend, in der die Sonne sich befindet, ist die Rotations-

geschwindigkeit 285 km/s und ist nach einem Punkt in 55° galaktischer Länge hin gerichtet. Die Umlaufszeit der Sonne beträgt 220 Millionen Jahre. Das ganze System enthält einige hundert Milliarden Sterne, im Durchschnitt einen Stern auf 10 Kubikparsec.

§ 49. Das Universum

Daß unser Milchstraßensystem selbst wieder nur Teil eines größeren Systems ist, und daß die Spiralnebel von der Art des Andromedanebels oder des Nebels im Triangulus die Glieder dieses Systems höherer Ordnung sind, hat man zwar schon im 18. Jahrhundert vermutet, den Beweis dafür hat aber erst unser Jahrhundert erbracht.

Nachdem mit dem 150 cm-Spiegel des Mt. Wilson-Observatoriums in Kalifornien der Sprung zu den Kugelhaufen und bis an die Grenzen des Milchstraßensystems gelungen war, konnte der 250 cm-Spiegel weit darüber hinausgreifen und sich an die Spiralnebel wagen. Er löste den Andromedanebel in Sterne auf, wie die kleineren Instrumente die Milchstraße. Die hellsten dieser Sterne sind kaum 18. Größe. Unter ihnen fanden sich δ-Cephei-Sterne mit Perioden von 40 Tagen und mehr, also mit absoluten Leuchtkräften von etwa -5. Damit berechnete sich die Entfernung dieses fernen Sternsystems zu 250 000 parsec.

In eine Entfernung von 100 Millionen parsec versetzt, würde der Andromedanebel für uns zusammenschrumpfen zu einem winzigen Nebelfleckchen, das einem Stern 18. Größe gliche und von einem solchen ge-

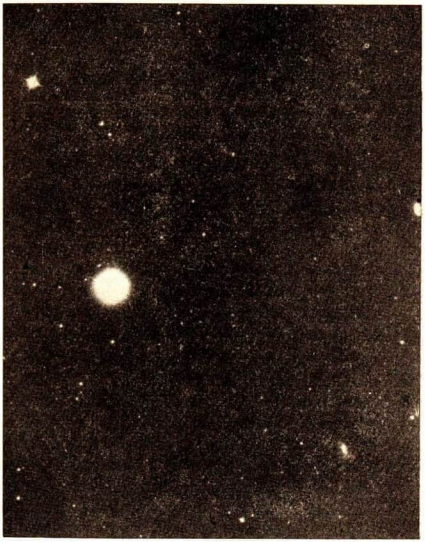


Abb. 135. Nebelhaufen

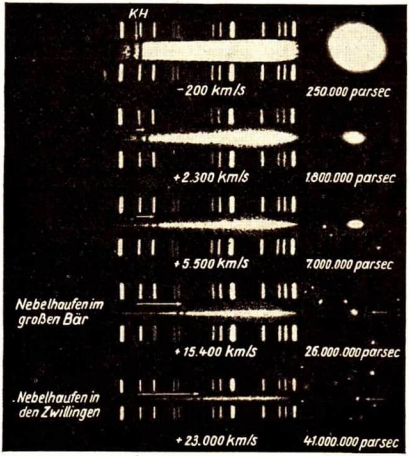


Abb. 136. Allgemeine Rotverschiebung der Spiralnebel. Die Entfernung der Nebel ist in parsec angegeben, die Geschwindigkeit in km/s. Die Pfeile geben die Verschiebung der Linien an

rade noch durch seine elliptische Gestalt unterscheidbar wäre. Es gibt am Himmel viele Millionen solcher Nebelflecke in allen scheinbaren Größen, vom Andromedanebel angefangen bis zu den winzigen fast sternartigen elliptischen Nebeln. Wir zweifeln heute nicht mehr daran, daß alle diese Nebel in Wahrheit „außergalaktische" Sternsysteme von der Art unseres Milchstraßensystems sind. Wenn dem so ist, dann können die Entfernungen aus den scheinbaren Helligkeiten berechnet werden; sie bewegen sich von einigen Millionen bis über 100 Millionen Lichtjahren. Das Megaparsec (1 Million parsec) ist die dieser größeren Welt angemessene Entfernungseinheit.

Die Nebel ordnen sich vielfach ebenso zu Haufen an wie innerhalb des Sternsystems die Sterne (Abb. 135). Auch unser Milchstraßensystem ist Mitglied einer lockeren Gruppe von 13 Systemen, zu der außer dem Andromedanebel mit seinen beiden Begleitern und dem großen Triangulusnebel auch die beiden Magellanwolken am südlichen Sternhimmel gehören.

Wenn es noch eines Beweises bedurfte, daß wir mit der Welt der Nebel die größere Welt jenseits des Milchstraßensystems erschlossen haben, dann wurde dieser erbracht durch die Entdeckung eines neuen Gesetzes, das für das ganze Universum eine ähnliche Rolle spielt wie die Keplerschen Gesetze für das Planetensystem. Die Spektra der Nebel zeigen Dopplersche Linienverschiebungen, die auf Radialgeschwindigkeiten von Tausenden von Kilometern in der Sekunde führen. Bemerkenswert ist indessen weniger die Größe dieser Bewegung als vielmehr die Tatsache, daß die Verschiebungen der Nebelspektra alle nur in einem Sinn, nach Rot, erfolgen, und daß sie umso größer sind, je weiter die Nebel von uns entfernt sind (Abb. 136). Die Nebel bewegen sich also alle scheinbar von uns weg mit Geschwindigkeiten, die für die entfernteren Nebel größer sind als für die näheren.

Die Geschwindigkeit der allgemeinen Nebelflucht wächst proportional

der Entfernung um je 580 km/s auf 1 Megaparsec; die größte bisher gemessene Rotverschiebung entspricht einer Geschwindigkeit von 42 000 km/s, d. i. fast $\frac{1}{7}$ der Lichtgeschwindigkeit (Abb. 136). Daß wir scheinbar im Mittelpunkt dieser ganzen Welt stehen, von dem aus die einzelnen Sternsysteme gleichmäßig nach allen Seiten wegstreben, ist offenbar eine Täuschung. Man kann sich leicht klarmachen, daß in einer gleichmäßig sich ausdehnenden Welt jeder beliebige Beobachter in irgendeinem der Sternsysteme den gleichen Eindruck hat, als ob gerade er Mittelpunkt der allgemeinen Fluchtbewegung sei.

Wie die Erde nur ein unbedeutendes Mitglied des Planetensystems, die Sonne ein Stern unter Milliarden anderen irgendwo am Rande des großen Milchstraßensystems, so ist das Milchstraßensystem selbst nur eines unter einigen hundert Millionen, das mit seinen nächsten Nachbarn eine kleine Gruppe irgendwo im Universum bildet.

MECHANIK

A. Bewegungslehre

§ 50. Die gleichförmige Bewegung

1. Längen- und Zeitmessung. Jede Untersuchung in der Physik ist gebunden an Maß und Zahl.

Man führt eine Messung aus, indem man die zu messende Größe mit einer **Maßeinheit** vergleicht und angibt, wie oft diese in der zu messenden Größe enthalten ist. Die Zahl, die sich hierbei ergibt, wird als **Maßzahl** oder **Zahlenwert** bezeichnet. Die physikalische Größe selbst ist gleich dem Zahlenwert mal der Maßeinheit.

Um verschiedene Längen miteinander vergleichen zu können, benutzt man in vielen europäischen Ländern dieselbe Längeneinheit, nämlich die Länge des **Urmeters**[1]), eines Stabes aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium mit dem aus Abb. 137 erkennbaren Querschnitt. Das Urmeter, mit dem mittelbar alle Meterstäbe verglichen werden, wird im internationalen Bureau der Maße und Gewichte zu Paris aufbewahrt. Man unterteilt das Meter in 1000 mm; der tausendste Teil eines Millimeters heißt ein Mikron[2]) (μ); hiervon der tausendste Teil ist ein Millimikron (mμ); also ist $1\ \mathrm{m}\mu = 10^{-6}$ mm.

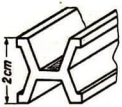


Abb. 137.
Form des Urmeters

Zur Zeitmessung ist jeder Vorgang geeignet, der sich in regelmäßiger Folge in immer derselben Weise wiederholt. Diese Bedingung erfüllt die Erdrotation; auf sie gründen wir unsere Zeitmessung. (Näheres hierüber in §§ 28 und 30.) Der mittlere Sonnentag hat 24 Stunden (h) oder 86400 Sekunden (s); die Sekunde dient in der Physik als Zeiteinheit.

2. Absolute und relative Bewegung. Wenn ein Körper gegen einen anderen seinen Ort ändert, so sagen wir: er bewegt sich in bezug auf den zweiten Körper. Wir lassen hierbei unentschieden, ob dieser zweite Körper sich selbst etwa gegen einen dritten Körper bewegt, wie bei der Bewegung eines Menschen auf dem Verdeck eines fahrenden Schiffes. Da wir den Ort eines Körpers im Weltenraum nicht absolut[3]), sondern nur in bezug auf andere Körper angeben können, so können wir auch nicht bestimmen, ob ein Körper in absoluter Ruhe ist.

Alle Bewegungen sind relativ[4]).

---

1) métron (griech.) = Maß. 2) mikrón (griech.) = das Kleine.
3) absolútus (lat.) = losgelöst (nämlich von Beziehungen auf die Umgebung).
4) relátio (lat.) = Beziehung, Verhältnis.

Es unterliegt ganz unserer Wahl, in bezug auf welchen Körper wir die Bewegung eines anderen betrachten. Meistens denken wir an die Bewegung gegen die Erdoberfläche, ohne Rücksicht darauf, daß diese selbst in Bewegung ist.

3. Die Geschwindigkeit. Je nachdem ob ein Punkt, der sich auf einer Geraden bewegt, in gleichen Zeiten gleiche oder ungleiche Wege zurücklegt, heißt seine Bewegung gleichförmig oder ungleichförmig.

Die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung wird angegeben durch den Quotienten aus Weglänge und Zeit oder, was dasselbe ist, durch die Länge des in der Zeiteinheit zurückgelegten Weges.

Benutzen wir als Zeiteinheit die Sekunde und als Weglängeneinheit das Meter, so hat ein gleichförmig bewegter Körper die Geschwindigkeit 1, wenn sich sein Standort in einer Sekunde um ein Meter verschiebt.
Als „Formelzeichen" nimmt man für Weglängen, Zeiten und Geschwindigkeiten die Buchstaben s, t und v[1]; definitionsgemäß ist $v = s/t$ oder

$$s = v \cdot t.$$

4. Vektoren. Zur eindeutigen Bestimmung einer Geschwindigkeit gehört außer der Angabe ihres Zahlenwertes nebst Maßeinheit die Angabe der Richtung. Man stellt Geschwindigkeiten durch Pfeile dar, das sind Strecken, deren Richtung mit der Bewegungsrichtung übereinstimmt und deren Länge gleich soviel willkürlich gewählten Längeneinheiten ist, wie die Maßzahl der Geschwindigkeit ergibt. Derartige gerichtete Größen heißen Vektoren[2]) im Gegensatz zu den ungerichteten Skalaren[3]), z. B. der Wichte und der Temperatur. Die Maßzahl mit der Maßeinheit eines Vektors, ohne Rücksicht auf seine Richtung, heißt sein Betrag.
Da zwei physikalische Größen nur dann gleich heißen, wenn die eine die andere ersetzen kann, ohne daß sich die Wirkung ändert, sind zwei Geschwindigkeiten nur gleich, wenn sie auch dieselbe Richtung haben.

5. Dimension einer physikalischen Größe. Im Gegensatz zu Meter und Sekunde, die Fundamentaleinheiten[4]) sind, ist die Geschwindigkeitseinheit eine abgeleitete Einheit. Um zu erkennen, in welchen Fundamentaleinheiten die Größen gemessen waren, aus denen die Maßzahl der Geschwindigkeit entstanden ist, geben wir dem Ergebnis die Maßeinheit m/s (gelesen: Meter je Sekunde), sagen also z. B.: die Geschwindigkeit eines Schnellzuges beträgt 25 m/s; mit anderen Worten: wir dividieren auch die Maßeinheiten. Das Symbol m/s ist die Geschwindigkeitseinheit. Zur Kennzeichnung des Zusammenhangs einer physikalischen Größe mit den Grundeinheiten pflegt man die sog. Dimension[5]) anzugeben. Dabei wählt man als Formelzeichen für Längen irgendwelcher Art und für Zeiten die Buchstaben

1) Es sei bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen, daß in diesem Buche alle Formelzeichen *schräg (kursiv)* und alle Einheitszeichen oder Maßeinheiten senkrecht gedruckt sind.
2) véctor (lat.) = Träger.
3) scálae (spätlat. scala) = Leiter, Treppe.
4) fundamentum (lat.) = Grundlage.
5) diménsio (lat.) = Ausmessung.

l und t und schließt bei Dimensionsangaben die Formelzeichen in eckigen Klammern ein. Die Länge und die Zeit selbst haben also die Dimensionen $[l]$ und $[t]$, die Geschwindigkeit hat die Dimension $[l \cdot t^{-1}]$.

6. Umrechnung physikalischer Größen. Die in einer Gleichung zwischen physikalischen Größen, z. B. $s = v \cdot t$, auftretenden Buchstaben stehen für Zahlenwert mal Einheit; beispielsweise ist, wenn ein Körper sich 7 Sekunden lang mit der Geschwindigkeit 5 m/s bewegt, der Weg $s = v \cdot t = 5\,\text{m/s} \cdot 7\,\text{s} = 35\,\text{m}$. Man darf 35 m als ein Produkt der Zahl 35 mit dem zweiten Faktor m auffassen, denn 35 m ist 35 mal die Einheit Meter. Diese Auffassung bewährt sich bei Umrechnungen in andere Einheiten.

Beispiel: Ein D-Zug legt in 4 h 288 km zurück; wie groß ist seine in m/s gemessene durchschnittliche Geschwindigkeit? Antwort:

$$v = \frac{288\,\text{km}}{4\,\text{h}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot \frac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

§ 51. Die ungleichförmige Bewegung

1. Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung. Da bei der gleichförmigen Bewegung der Weg der Zeit proportional ist, kann man der Berechnung von v jedes zusammengehörige Paar der Zahlenwerte von s und t zugrunde legen. Ist s_1 der nach t_1 und s_2 der nach t_2 Sekunden zurückgelegte Weg, so ist daher v bestimmbar durch $v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$. Man bezeichnet die hier auftretenden Differenzen in der Mathematik mit Δs und Δt; so ist

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ heißt **Differenzenquotient;** er hat für die gleichförmige Bewegung einen festen Wert.

Das ist bei einer ungleichförmigen Bewegung anders, denn da ist der zurückgelegte Weg der Zeit nicht proportional. Was verstehen wir aber dann unter der Geschwindigkeit?

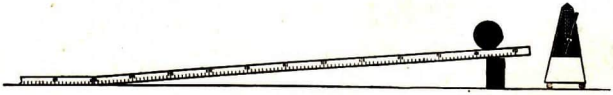


Abb. 138. Die Bewegung auf der schiefen Ebene

Wir lassen eine Kugel auf einer nur wenig geneigten Fallrinne (schiefen Ebene) herunterrollen (Abb. 138) und beobachten die Wege in den einzelnen Sekunden. Es betragen bei einer bestimmten Neigung der Bahn

in der	1.,	2.,	3.,	4.	..... s
die Wege etwa	0,1,	0,3	0,5	0,7	..... m.

Wir fragen nach der Geschwindigkeit am Ende der 4. Sekunde. Unsere Zahlenreihe lehrt, daß man zunächst nur von einer durchschnittlichen oder mittleren Geschwindigkeit in irgendeiner Zeitspanne reden kann. Wir berechnen sie nacheinander für die dem betrachteten Augenblick unmittelbar vorangehenden Zeiträume, indem wir sie immer wieder halbieren. Die mittlere Geschwindigkeit beträgt

während der 1. bis 4. Sekunde $\frac{0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}5 + 0{,}7}{4} = 0{,}4$ m/s,

„ „ 3. „ 4. „ $\frac{0{,}5 + 0{,}7}{2} = 0{,}6$ m/s,

in der 4. „ $\frac{0{,}7}{1} = 0{,}7$ m/s.

Unsere Hilfsmittel werden nicht ausreichen, die in der 2. Hälfte der 4. Sekunde zurückgelegte Strecke zu messen; sie wird größer sein als der Weg der 1. Hälfte. Genauere Versuche lehren, daß von den 0,7 m der 4. Sekunde auf die 1. Hälfte der Sekunde 0,325 m und auf die 2. Hälfte 0,375 m entfallen, so daß sich als mittlere Geschwindigkeit dieser Zeitspanne $\frac{0{,}375}{1/2} = 0{,}75$ m/s ergibt. Im letzten Viertel der 4. Sekunde beträgt sie 0,775 m/s.

Wählen wir die Zeiträume vor dem Ende der 4. Sekunde noch kleiner und berechnen für diese Zeiträume die durchschnittlichen Geschwindigkeiten, so wird, wie die Anschauung lehrt und unsere Zahlenreihe erkennen läßt, der errechnete Wert zwar dauernd größer, aber er wächst immer langsamer, indem er einem ganz bestimmten Grenzwert oder limes zustrebt, und diesen werden wir als die Geschwindigkeit des ungleichförmig bewegten Körpers am Ende der 4. Sekunde zu bezeichnen haben. Man schreibt diesen Grenzwert $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (lies: limes Δs durch Δt für Δt gegen Null) in der Form $\frac{ds}{dt}$ (gelesen: ds nach dt) und nennt ihn die Ableitung oder den Differentialquotienten des Weges nach der Zeit. Dieser Wert bedeutet nicht mehr die durchschnittliche Geschwindigkeit in einer längeren oder kürzeren Zeitspanne, sondern die augenblickliche Geschwindigkeit in einem Zeitpunkt. Wir definieren also die **Momentangeschwindigkeit** durch die Gleichung

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \equiv \frac{ds}{dt};$$

die Geschwindigkeit eines ungleichförmig bewegten Körpers wird ermittelt durch die Ableitung des Weges nach der Zeit.

Wir wollen beweisen, daß in unserem Beispiel der Grenzwert wirklich existiert, daß man also zu einem ganz bestimmten Wert für die Geschwindigkeit kommt, wenn man in $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ den Zeitraum Δt kleiner und kleiner werden läßt. Durch Addition der in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Strecken ergeben sich als Wege

in	1,	2,	3,	4	... s
die Gesamtstrecken	0,1	0,4	0,9	1,6	... m.

Die Bewegung erfolgt also nach dem Gesetz $s = 0{,}1 \cdot t^2$. Daher ist der Differenzenquotient

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{0{,}1\, t_2^2 - 0{,}1\, t_1^2}{t_2 - t_1} = 0{,}1 \cdot \frac{t_1^2 - t^2}{t_1 - t} = 0{,}1 \cdot (t_1 + t).$$

Jetzt können wir zur Grenze übergehen, also t_2 und t_1 zusammenfallen lassen oder t_2 gleich t_1 setzen; dann ergibt sich

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = 0{,}1 \cdot 2\,t;$$

und hieraus folgt für die Geschwindigkeit am Schluß der 4. Sekunde ($t = 4$ s) der Wert $v = 0{,}8$ m/s, was nach der obigen Zahlenreihe 0,4, 0,6, 0,7, 0,75 .... schon zu erwarten war.

2. Graphische Darstellung des Weges durch eine Fläche. Stellt man die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit graphisch dar, so erhält man die sog. Geschwindigkeitskurve.

Bei der gleichförmigen Bewegung mit der Geschwindigkeit c ist die Geschwindigkeitskurve eine im Abstand c zur Abszissenachse gezogene Parallele (Abb. 139). Der Weg, den der Körper bei seiner Bewegung vom Ende der $t_1$ten bis zum Ende der $t_2$ten Sekunde zurücklegt, ist

$$s = c \cdot (t_2 - t_1).$$

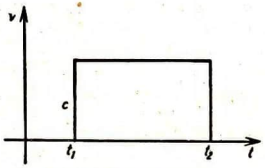


Abb. 139. Geschwindigkeitskurve bei gleichförmiger Bewegung

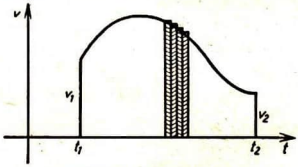


Abb. 140. Geschwindigkeitskurve bei ungleichförmiger Bewegung

Die Maßzahl für diesen Weg ist gleich der Maßzahl der Fläche, die von der Geschwindigkeitskurve, der Abszissenachse und den zu t_1 und t_2 gehörigen Ordinaten begrenzt wird.

Daß dieser Satz auch für die ungleichförmige Bewegung gilt, bei der die Geschwindigkeit eine Funktion von t ist, zeigt man, indem man die Fläche nach Abb. 140 in viele schmale Rechtecke zerlegt, die zu kleinen Zeitabschnitten $\Delta\, t$ gehören, während deren man die Geschwindigkeit als konstant betrachten kann. Wenn dann $v_1, v', v'', v''', \ldots$ die Geschwindigkeiten in den aufeinanderfolgenden Zeitspannen bedeuten, ist

$$s = v_1 \cdot \Delta t + v' \cdot \Delta t + v'' \cdot \Delta t + v''' \cdot \Delta t + \ldots.$$

Zur Übung: Ein Radfahrer fährt mit der Geschwindigkeit 15 km/h. Wie groß ist die Geschwindigkeit des untersten und die des obersten Punktes des Reifens relativ zur Erde?

§ 52. Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

1. Definition. Wenn ein Radfahrer eine belebte Straße durchfährt, ändert sich seine Geschwindigkeit wegen der immer wieder auftretenden Hindernisse völlig unregelmäßig.

Eine Bewegung, bei der die Geschwindigkeit in gleichen Zeitteilen um denselben Betrag wächst oder abnimmt, heißt gleichmäßig beschleunigt. Bei dieser Bewegung ist die Geschwindigkeitsänderung in 1 Sekunde konstant; sie heißt Beschleunigung.

Für die Beschleunigung ist die Richtung, in der der Geschwindigkeitszuwachs erfolgt, wesentlich; man ordnet ihr diese Richtung zu. Wir behandeln hier nur den Fall, daß die Beschleunigung in die Richtung der (geradlinigen) Bewegung fällt.

Wir bezeichnen die Beschleunigung mit b und die Geschwindigkeit am Ende der t^{ten} Sekunde mit v_t. Dann gilt, falls die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null ist, für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung definitionsgemäß die Gleichung

$$v_t = b \cdot t.$$

2. Das Weg-Zeit-Gesetz. Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung sind die Weglängen der einzelnen Sekunden zahlenmäßig gleich den durchschnittlichen Geschwindigkeiten in diesen Sekunden. Also sind in der

	1.,	2.,	3.,	4.,	... Sekunde
die Wege gleich	$\frac{0+b}{2} = \frac{b}{2}$,	$\frac{b+2b}{2} = 3 \cdot \frac{b}{2}$,	$\frac{2b+3b}{2} = 5 \cdot \frac{b}{2}$,	$\frac{3b+4b}{2} = 7 \cdot \frac{b}{2}$,	...;

in Worten:

Die in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Wege verhalten sich wie die ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : 7 : ...

Durch Addition erhält man hieraus

für	1	2	3	4	..... Sekunden
die Gesamtwege	$\frac{b}{2}$,	$4 \cdot \frac{b}{2}$,	$9 \cdot \frac{b}{2}$,	$16 \cdot \frac{b}{2}$,	.....

und für t Sekunden den Weg $t^2 \cdot \frac{b}{2}$. Also gilt das sog.

Weg-Zeit-Gesetz: Bei jeder gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit Null ist der zurückgelegte Weg dem Quadrat der Zeit proportional:

$$s = \frac{1}{2} b t^2.$$

Die Weglänge der ersten Sekunde ist zahlenmäßig gleich der halben Beschleunigung.

Wir erhielten diesen Satz als Folgerung aus der Definition der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Galilei bewies ihn nach dem obigen graphischen

Verfahren: Da die Geschwindigkeit in demselben Verhältnis wächst wie die Zeit, und da die Anfangsgeschwindigkeit Null ist, ist die Geschwindigkeitskurve eine vom Anfangspunkte ausgehende Gerade (Abb. 141). Der Flächeninhalt des entstehenden Dreiecks, der ja zahlenmäßig gleich dem zurückgelegten Wege ist, ist gleich $\frac{1}{2} \cdot t \cdot v_t$ oder, da $v_t = b \cdot t$ ist, gleich $\frac{1}{2} b t^2$.

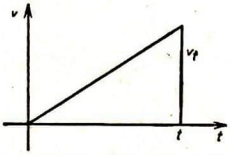


Abb. 141. Geschwindigkeitskurve bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung

Am einfachsten ist ein dritter Beweis mit Hilfe der Integralrechnung: Aus $v_t = b \cdot t$ oder $\frac{ds}{dt} = b \cdot t$ erhält man sofort $s = \int_0^t b t \cdot dt$ und für t als obere und 0 als untere Grenze hieraus $s = \frac{b}{2} \cdot t^2$.

3. Umkehrung des Weg-Zeit-Gesetzes. Das Weg-Zeit-Gesetz ist umkehrbar:

Kann man den Verlauf einer Bewegung durch das Gesetz $s = \frac{1}{2} b t^2$ darstellen, so ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt; dann ist $v_t = b \cdot t$ und b bedeutet die Beschleunigung.

Die Differentialrechnung liefert nämlich, da $v_t = \frac{ds}{dt}$ ist, aus $s = \frac{1}{2} b t^2$ sofort $v_t = b \cdot t$. Die gewonnenen Sätze lassen sich ohne weiteres auf die gleichmäßig verzögerte Bewegung, für die b nur negativ zu nehmen ist, übertragen.

4. Die Maßeinheit der Beschleunigung. Wenn v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten zu den Zeiten t_1 und t_2 bedeuten, ist bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung die Beschleunigung

$$b = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

einerlei, welche Zeitspanne mit den dazugehörigen Geschwindigkeitswerten wir zugrunde legen.

Die Beschleunigung hat also den Wert 1, wenn sich die Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (1 s) um die Geschwindigkeitseinheit (1 m s^{-1}) ändert.

In der Beschleunigungseinheit haben wir eine neue abgeleitete Einheit; wir schreiben sie, da der Quotient $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ den Einheitenquotienten $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$ enthält, in der Form

$$\text{m/s}^2 \text{ oder } \text{ms}^{-2}.$$

Die Dimension der Beschleunigung ist also $[l \cdot t^{-2}]$.

5. Erweiterte Definition der Beschleunigung. Bei einer ungleichmäßig beschleunigten Bewegung ändert sich der Geschwindigkeitszuwachs dauernd; dann können wir nur von einer Beschleunigung in einem bestimmten Zeitpunkt reden. Ebenso wie wir die Geschwindigkeit bei einer ungleichförmigen Be-

wegung durch den Grenzwert $\frac{ds}{dt}$ festlegten, dem $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ bei immer kleiner werdendem Δt zustrebt, definieren wir die Beschleunigung allgemein durch

$$b = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Zur Übung: 1. Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung eines Kraftwagens, der in 20 s aus dem Stand eine Fahrtgeschwindigkeit von 40 km/h (= ? m/s) erlangt? — 2. Wie lange dauert es, bis ein Zug, der mit 0,2 m/s² beschleunigt wird, die Fahrtgeschwindigkeit 20 m/s besitzt?

§ 53. Der freie Fall

1. Die Fallhöhe der 1. Sekunde. Das wichtigste Beispiel für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung bietet der freie Fall. Ein Körper fällt „frei", wenn keinerlei Hindernisse seine Bewegung hemmen. Der Luftwiderstand ist gering, wenn die Wichte des Körpers groß und das Verhältnis seiner Oberfläche zum Volum klein sind. Formen wie Kugel und Würfel erfüllen diese letzte Bedingung, nicht aber dünne Plättchen. Steine haben eine ziemlich große Wichte, und ihre Form genügt auch meistens der zweiten Bedingung. Benutzen wir sie bei unseren Versuchen, so können wir den Luftwiderstand vernachlässigen.

Läßt man einen Stein bei einem Schlage eines auf Sekunden eingestellten Metronoms[1]) los und verändert (z. B. im Treppenhaus) die Fallhöhe so lange, bis beim folgenden Schlage der Stein aufschlägt, so erkennt man, daß der Stein in der 1. Sekunde rund 5 m durchfällt. Versuche mit größeren Steinen und mit anderen geeigneten Körpern lehren:

Die Länge der von einem fallenden Körper zurückgelegten Strecke ist vom Gewicht und Stoff des Körpers unabhängig.

Wegen des großen Luftwiderstandes durchfällt ein ausgebreitetes Blatt Papier in 1 Sekunde eine wesentlich kürzere Strecke. Ballt man es jedoch zusammen, so fällt es schneller. Fallversuch mit einem Stückchen Papier auf einer Münze.

2. Das Fallgesetz. Bei Vergrößerung der Fallstrecke finden wir, daß die in 2 Sekunden durchfallene Strecke 20 m beträgt.

Da uns noch größere Fallhöhen kaum zur Verfügung stehen, wählen wir die Zeiteinheit kürzer, beispielsweise gleich 0,45 s (das Metronom steht dann auf 132). Dann betragen die in 1, 2, 3, ... Zeiteinheiten zurückgelegten Wege rund 1, 4, 9, ... m. Hieraus folgt das

Fallgesetz: Die Fallhöhe ist dem Quadrat der Fallzeit proportional.

Abb. 142. Nachweis des 2. Fallgesetzes

Man kommt zu diesem Gesetz auch durch die in Abb. 142 dargestellte Versuchsanordnung. Ein fallender Körper zieht einen leichten

1) métron (griech.) = Maß, Maßstab; nómos (gr.) = u. a. auch Musik.

Papierstreifen hinter sich her. Dieser gleitet durch einen Schlitz, in dem in $\frac{1}{5}$ s Zeitabstand elektrische Funken überspringen. Jeder Funke schlägt ein kleines Loch in das Papier und registriert so die Weglängen. Abb. 143 zeigt das Bild eines durchlöcherten Papierstreifens, den ein fallender Metallzylinder

Abb. 143. Lochstreifen zu Abb. 142

durch den Schlitz gezogen hat. Die Zahlen der Zeichnung geben (in cm) die Wege an, die der Zylinder zwischen zwei Funken zurückgelegt hat. Aus der Messung ergibt sich: In je $\frac{1}{5}$ s nehmen die zurückgelegten Wege jedesmal um rund 0,39 m zu; also ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt, und der Weg ist dem Quadrat der Zeit proportional.

Die Geschwindigkeitszunahme in $\frac{1}{5}$ Sekunde beträgt

$$\Delta v = \frac{0{,}39\,\mathrm{m}}{\frac{1}{5}\,\mathrm{s}} = 1{,}95\,\mathrm{m\,s^{-1}};$$

und für die Beschleunigung folgt

$$b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1{,}95\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{\frac{1}{5}\,\mathrm{s}} = 9{,}75\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

Eine Bestätigung des Fallgesetzes liefert auch der in Abb. 144 angedeutete Versuch. An einer Schnur sind 5 Kugeln angebracht, die unterste berührt den Fußboden, die oberste befindet sich an der Zimmerdecke. Läßt man die Schnur los, so schlagen die Kugeln nach gleichen Zeitintervallen auf, wenn sich ihre Abstände vom Fußboden verhalten wie 1 : 4 : 9 : 16. In welcher Zeitfolge hingegen hört man Kugeln aufschlagen, die gleichen Abstand voneinander haben?

Abb. 144. Bestätigung des Fallgesetzes

Wir haben also durch Versuche festgestellt, daß beim freien Fall der Weg in der ersten Sekunde 5 m, in der zweiten 20 m beträgt und daß die Strecken, die in 1, 2, 3, 4 Zeiteinheiten durchfallen werden, sich wie 1 : 4 : 9 : 16 verhalten. Diese beiden Tatsachen ergeben die Gleichung $s = 5\,t^2$ oder $s = \frac{1}{2} \cdot 10\,t^2$, wo s die Fallhöhe bedeutet. Also liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor mit der Beschleunigung $10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ oder nach dem durch Abb. 142 dargestellten Versuch mit der Beschleunigung $9{,}75\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Man bezeichnet diese für den freien Fall aller Körper geltende Beschleunigung mit dem Buchstaben g[1]). Dann lautet das Fallgesetz in Gestalt einer Gleichung:

$$s = \frac{1}{2} \cdot g\,t^2.$$

Die Geschwindigkeit zur Zeit t finden wir nach § 52, 3 zu

$$v^t = g \cdot t.$$

1) von grávitas (lat.) = Schwere.

Setzen wir hier nach der 1. Gleichung $t = \sqrt{2\,s/g}$, so ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Fallhöhe und der Geschwindigkeit in

$$v_t = \sqrt{2\,g\,s}\,.$$

Die Beschleunigung des freien Falls ist durch genaue Messungen für Orte auf dem 50. Breitenkreise und niedrige Höhenlagen (Meeresniveau) zu

$$g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

festgestellt. Die Erklärung für die Veränderlichkeit mit der Breitenlage und der Höhe wird sich aus späteren Ausführungen (§ 78) ergeben.

Zur Übung: 1. Bestimme nach der Formel $s = \frac{1}{2}\,g t^2$ mit einer guten Stoppuhr g als Mittel aus 5 Beobachtungen. (Eine Fallhöhe von einigen Metern genügt.) — 2. Wie groß ist die Strecke, die ein Körper in 4 s durchfällt? — Welche Geschwindigkeit hat er nach 4 s erreicht? Beantworte dieselben Fragen für 8 s. — 3. Wie lange dauert es, bis ein Stein, der von einem 125 m hohen Turm herabfällt (Funkturm in Berlin 138 m), auf dem Boden aufschlägt? — Welche Geschwindigkeit besitzt er beim Auftreffen? ($g \approx 10\ \mathrm{m\,s^{-2}}$). — 4. Ein Stein fällt in einen Schacht. Zwischen dem Augenblick, in dem man ihn losläßt, bis zu dem, in welchem man den Aufschlag hört, vergehen 5 s. Wie tief ist der Schacht, wenn die Schallgeschwindigkeit $c = 340$ m/s und $g = 10$ m/s² gesetzt wird? (Hilfe: Die Schachttiefe läßt sich auf zwei Arten ausdrücken.)

§ 54. Die Bewegung auf der schiefen Ebene

1. Die Beschleunigung auf der schiefen Ebene. Wir grenzen auf einer schiefen Ebene eine beliebig lange Strecke l ab (Abb. 145) und bezeichnen sie als **Länge** der schiefen Ebene. Vom oberen Endpunkt der Länge fällen wir auf die durch ihren unteren Endpunkt gezogene Horizontale das Lot h und nennen es die zu l gehörige **Höhe.** Als **Neigung** der schiefen Ebene bezeichnet man das Verhältnis Höhe : Länge, also in Abb. 145 das Verhältnis

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}\,.$$

Abb. 145.
Die schiefe Ebene (schematisch)

Wir stellen die Neigung 1 : 50 (= 0,02) her; dann beträgt nach früheren Versuchen (§ 51, 1) der in der ersten Sekunde zurückgelegte Weg 0,10 m, und der Weg in 2, 3, 4, . . . s ist 4, 9, 16, . . . mal so groß. Also liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor, und die Beschleunigung, die dann zahlenmäßig stets doppelt so groß ist wie der Weg der ersten Sekunde, beträgt 0,20 m s⁻².

Versuche mit anderen Neigungen liefern folgende Werte:

Neigung der Bahn	0,02	0,025	0,04	0,05	0,1	0,2	
Weg in der 1. Sekunde	0,1	0,125	0,2	0,25	0,5	1	m
Beschleunigung	0,2	0,25	0,4	0,5	1	2	m s⁻²

Die Beschleunigung auf der schiefen Ebene ist also der Neigung der Ebene proportional.

Die Tabelle zeigt, daß der Zahlenwert der Beschleunigung 10 mal so groß ist wie die Neigung. Bezeichnen wir die Beschleunigung mit b, so ist also $b = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \sin\alpha$ oder genauer

$$\boldsymbol{b = g \cdot \sin\alpha}.$$

Dieser Zusammenhang zwischen b und g findet später (§ 61, 5) seine Erklärung.

2. Die Gesetze der Bewegung. Wir stellen jetzt die Gesetze für die Bewegung auf der schiefen Ebene auf, indem wir die in § 52, 1 und 2 für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung gefundenen Formeln anwenden. Wir erhalten

$$v_t = g \cdot \sin\alpha \cdot t$$

$$s = \tfrac{1}{2} g \cdot \sin\alpha \cdot t^2.$$

Eliminiert man t aus diesen beiden Gleichungen, so erhält man

$$v_t = \sqrt{2\,s \cdot g \cdot \sin\alpha},$$

und da $s \cdot \sin\alpha = h$ ist, folgt $v_t = \sqrt{2\,g h}$.

Diese Gleichung enthält den Winkel α nicht; es ergibt sich die gleiche Geschwindigkeit, die auch ein die Strecke h frei durchfallender Körper erlangt. Wir fassen das Ergebnis in den Satz:

Die Endgeschwindigkeit eines auf einer schiefen Ebene fallenden Körpers hängt lediglich von der durchfallenen Höhe ab; sie ist also unabhängig von dem Neigungswinkel der Bahn.

Dies gilt auch dann noch, wenn die Neigung der Bahn wechselt.

Zur Übung: Wie groß wäre die Geschwindigkeit eines Rodelschlittens, dessen Beschleunigung $b = 0{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ ist, nach einer Strecke von 1000 m, wenn er reibungslos führe?

§ 55. Zusammensetzung von Bewegungen

1. Definition. Wenn sich ein Körper in bezug auf einen zweiten bewegt, der in bezug auf einen dritten in Bewegung ist, so wird im allgemeinen auch der erste in bezug auf den dritten in Bewegung sein. Wir denken z. B. an einen auf einem fahrenden Schiff spazierengehenden Menschen. Mathematisch ausgedrückt: Bewegt sich ein Körper in einem Koordinatensystem K und bewegt sich K gegen ein anderes System K′, so bewegt sich im allgemeinen der Körper auch in einer bestimmbaren Weise in bezug auf K′. So beschreibt ein Stein, den man aus dem Fenster eines fahrenden Eisenbahnwagens fallen läßt, vom Eisenbahnzug aus gesehen und auf ihn bezogen eine Gerade, vom Eisenbahndamm (System K′) aus gesehen jedoch eine gekrümmte Linie, eine Parabel.

Von der Bewegung, die der erste Körper in bezug auf den dritten ausführt, sagt man, sie sei zusammengesetzt aus der Bewegung des ersten Körpers gegen den zweiten und der des zweiten gegen den dritten. Diese beiden Bewegungen heißen Teilbewegungen oder **Komponenten**[1]), jene die resultierende[2]) Bewegung oder **Resultante.**

1) compōnĕre (lat.) = zusammensetzen. 2) resultāre (lat.) = zurückspringen (vgl. „Resultat").

2. Das Parallelogramm der Wege. Die beiden Teilbewegungen mögen zunächst geradlinig sein und die gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Ein Beispiel für solche Teilbewegungen liefert die Bewegung eines auf einem flußabwärts treibenden Floß in der Fahrtrichtung oder ihr entgegen sich bewegenden Menschen. Man erkennt:

Erfolgt die erste Bewegung in der Richtung der zweiten oder ist sie ihr entgegengerichtet, so ist der resultierende Weg gleich der Summe oder Differenz der Einzelwege.

Jetzt sollen die Teilbewegungen schräg zueinander verlaufen. Wir bewegen z. B. nach Abb. 146 die Spitze eines Bleistiftes gleichförmig längs der Kante einer dreieckigen Glasplatte um 50 cm von A bis B; dann bewegen wir die Glasplatte mit dem an unveränderter Stelle gehaltenen Bleistift um 30 cm von B bis D. Bewegt man statt dessen zunächst die Glasplatte nebst Bleistift und dann die Bleistiftspitze längs der Kante, so kommt man über C zu dem gleichen Orte D. Denselben Punkt erreicht man auch, wenn man abwechselnd die Bleistiftspitze um 10 cm und die Glasplatte um 6 cm bewegt, oder wenn man die 50 und 30 cm auf andere Weise in eine gleiche Anzahl von Teilstrecken zerlegt. Man kommt schließlich auch nach D, wenn man gleichzeitig den Bleistift längs der Kante und die Glasplatte bewegt. Diesen Befund fassen wir zusammen in dem

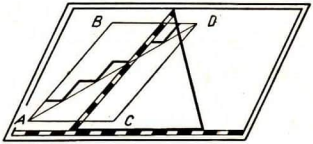


Abb. 146. Das Parallelogramm der Wege

Prinzip von der Unabhängigkeit der Bewegungen: Führt ein Körper gleichzeitig 2 Bewegungen aus, so erreicht er denselben Ort, wie wenn er die Bewegungen in beliebiger Reihenfolge nacheinander ausführt.

Man findet hiernach D als vierte Ecke des aus den Wegkomponenten AB und AC gebildeten Parallelogramms.
Dieser Satz sagt noch nichts aus über den Weg, den der Körper bei gleichzeitiger Bewegung beschreibt. Man erhält diesen offenbar, wenn man den Ort in jedem einzelnen Zeitpunkt konstruiert.
Die Punkte, welche die Bleistiftspitze nach Abb. 146 jedesmal, wenn sie sich um 10 cm in der einen und um 6 cm in der anderen Richtung bewegt hat, erreicht, liegen auf der Diagonale des erwähnten Parallelogramms. Das bleibt bestehen, wenn die Teilstrecken unbegrenzt kleiner und kleiner werden.
Daraus ergibt sich der

Satz vom Parallelogramm der Wege: Führt ein Körper gleichzeitig zwei gleichförmige, geradlinige Bewegungen aus, so bewegt er sich längs der Diagonale des aus den beiden Teilwegen gebildeten Parallelogramms. Seine Bewegung ist gleichförmig.

Eine ganz entsprechende Zeichnung und Überlegung für zwei gleichmäßig beschleunigte Bewegungen (mit der Anfangsgeschwindigkeit Null) zeigt, daß dieser Satz auch für sie gilt; auch die resultierende Bewegung ist dann gleichmäßig beschleunigt.

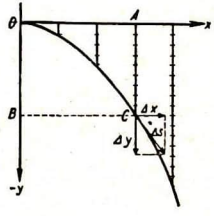


Abb. 147. Unabhängigkeit der Bewegungen

Wenn aber z. B. die eine Bewegung gleichförmig und die andere gleichmäßig beschleunigt ist, gilt zwar noch der Satz von der Unabhängigkeit der Bewegungen; man findet also den Ort, den ein Punkt erreicht, der sich gleichförmig in der Richtung der x-Achse (in Abb. 147 von O bis A) und gleichzeitig gleichmäßig beschleunigt in der Richtung der negativen y-Achse (von O bis B) bewegt, indem man ihn die Bewegungen nacheinander (von O bis A und dann von A bis C) ausführen läßt; der Weg des Körpers ist jedoch nicht mehr die Diagonale OC des Parallelogramms (hier Rechteckes) $OACB$.

3. Das Parallelogramm der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Da bei der gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit durch den in 1 Sekunde zurückgelegten Weg dargestellt wird, kann man bei zwei gleichförmigen Bewegungen auch die resultierende Geschwindigkeit der Richtung und dem Betrage nach als Diagonale des aus den Teilgeschwindigkeiten konstruierten Parallelogramms finden. Dieser Satz behält auch für zwei beliebige geradlinige Bewegungen seine Gültigkeit. Während eines genügend kleinen Zeitelementes Δt kann man nämlich jede Bewegung als gleichförmig ansehen, die zugehörigen Wegelemente (in Abb. 147 Δx und Δy) also nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen. Dasselbe gilt dann auch für die Geschwindigkeiten, denn in $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ bedeutet $\frac{1}{\Delta t}$ nur einen konstanten Faktor.

Für Beschleunigungen gilt dieselbe Überlegung. Also besteht der

Satz vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen: Geschwindigkeiten und Beschleunigungen lassen sich nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen. Die Diagonale liefert die resultierende Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung nach Richtung und Betrag.

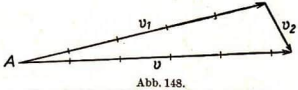


Abb. 148.
Geometrische Addition von Geschwindigkeiten

Man nennt diese Art der Zusammensetzung **vektorielle** oder **geometrische Addition** im Gegensatz zur **algebraischen Addition** der Skalaren.

Bei der geometrischen Addition brauchen nur zwei Seiten und die Diagonale des Parallelogramms gezeichnet zu werden. So löst Abb. 148 graphisch die Aufgabe: Die Eigengeschwindigkeit v_1 eines Motorbootes beträgt 5 m/s,

die Geschwindigkeit v_2 einer unter einem gegebenen Winkel wirkenden Strömung 1 m/s; wie groß ist die Geschwindigkeit v des Bootes?

4. Die Zerlegung von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung in Komponenten. Wie man Wege, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zusammensetzt, so kann man sie auch umgekehrt in Komponenten zerlegen, und zwar auf unendlich viele verschiedene Weisen. Man kann z. B. die Richtungen der Komponenten beliebig wählen. Besonders häufig kommt die Zerlegung in den Richtungen der x- und y-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems vor (vgl. Abb. 152). Da die Komponenten v_x und v_y dann einen rechten Winkel bilden, erhält man, nachdem sie durch Zeichnung oder Rechnung gefunden sind, die resultierende Geschwindigkeit aus

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Zur Übung: 1. Ein Schiff fährt mit der Geschwindigkeit 5 m/s nach Osten, während eine Strömung ihm die Geschwindigkeit 2 m/s nach SO erteilt. Wie groß ist die wahre Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) des Schiffes? (Lösung durch Zeichnung oder trigonometrisch.) — 2. Unter welchem Winkel muß eine Röhre auf einem mit der Geschwindigkeit 6 m/s fahrenden Schiffes in der Fahrtrichtung gegen die Lotrechte geneigt sein, damit ein mit der Geschwindigkeit 7 m/s lotrecht herabfallender Regentropfen seine Achse durchfällt?

§ 56. Die gleichförmige Kreisbewegung

1. Bahn- und Winkelgeschwindigkeit. Wenn bei der Drehung eines Schwungrades oder Drehschemels ein Halbmesser in gleichen Zeiten gleiche Winkel überstreicht, heißt die Kreisbewegung gleichförmig. Es ist üblich, bei diesem Vorgang die Winkel nicht im Gradmaß, sondern im sog. Bogenmaß anzugeben. In diesem benutzt man als Maß für einen Winkel das Verhältnis des Kreisbogens s, den der Winkel aus einem mit beliebigem Radius um den Scheitelpunkt beschriebenen Kreise herausschneidet, zu dem Radius r. Dieses Verhältnis ist gleich dem Zahlenwert des Kreisbogens σ auf dem mit dem Radius 1 beschriebenen Kreise: nach Abb. 149 ist nämlich wegen $\sigma : s = 1 : r$

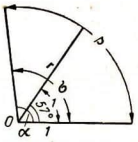


Abb. 149. Zur Einführung des Bogenmaßes

$$\sigma = \frac{s}{r}.$$

Der Kreisumfang ist bei einem Radius 1 gleich 2π. Der Bogen σ, den ein Winkel, der im Gradmaß gemessen gleich α ist, aus diesem sog. Einheitskreise ausschneidet, ist also, wie sich aus $\sigma : 2\pi = \alpha : 360^0$ ergibt,

$$\sigma = 2\pi \cdot \frac{\alpha}{360^0} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180^0}.$$

Die Bogenlänge wird 1 für einen Winkel $\alpha = 57^0 17' 45''$; diese Bogeneinheit hat den Namen **Radiant.** Für $\alpha = 1^0$ folgt aus vorstehender Gleichung der Zahlenwert 0,017453; also gilt

$$1^0 = 0{,}017453 \text{ Radiant}.$$

Überstreicht bei der gleichförmigen Kreisbewegung der Radius in t Sekunden den Winkel σ, so ist der in 1 Sekunde überstrichene Winkel

$$\omega = \frac{\sigma}{t}.$$

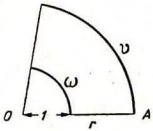


Abb. 150. Bahn- und Winkelgeschwindigkeit

Dieses Winkelzeitverhältnis heißt Winkelgeschwindigkeit des sich drehenden Körpers. Sie ist bei der gleichförmigen Kreisbewegung konstant.

Die Bahngeschwindigkeit eines Punktes, der vom Mittelpunkt den Abstand r hat (Abb. 149), ist $v = \frac{s}{t} = \frac{r \cdot \sigma}{t}$.

Aus dieser und der vorigen Formel oder aus Abb. 150 folgt $v : \omega = r : 1$ und hieraus

$$v = \omega \cdot r.$$

Die Zeit, in der ein Umlauf erfolgt, wird Umlaufsdauer oder Periode T genannt.

Die Zahl der Umläufe pro Sekunde (U/s) heißt Umlaufszahl, Drehzahl oder **Frequenz** f. Da U eine reine Zahl ist, hat f die Maßeinheit s^{-1}.

Bei $f = 20$ U/s ist $T = \frac{1}{20}$ s; allgemein:

$$T = \frac{1}{f};$$

Die Umlaufsdauer ist der Kehrwert der Umlaufszahl.

Da zu dem Winkel 2π die Umlaufszeit T gehört, ist

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist gleich der Zahl der Umläufe in 2π Sekunden.

Wenn die Bahngeschwindigkeit nicht konstant ist, sondern ein Punkt sich gleichmäßig beschleunigt mit der Beschleunigung $b = \frac{dv}{dt}$ auf der Kreisbahn bewegt, so ergibt sich die Winkelbeschleunigung $\beta = \frac{d\omega}{dt}$ durch Differenzieren von $\omega = \frac{v}{r}$ zu

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} \cdot b;$$

also

$$\beta = \frac{b}{r}.$$

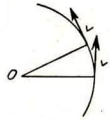


Abb. 151. Die Geschwindigkeit verändert ihre Richtung

2. Die Zentralbeschleunigung. Wir nennen eine Kreisbewegung gleichförmig, wenn sich der Betrag der Bahn-, also auch der Winkelgeschwindigkeit nicht ändert. Trotzdem ist die Bewegung beschleunigt, denn die Richtung der Bahngeschwindigkeit ändert sich dauernd, und wir nennen eine Bewegung auch dann beschleunigt, wenn der Betrag der Geschwindigkeit konstant und nur ihre Richtung veränderlich ist (Abb. 151). Also ist jede krummlinige Bewegung beschleunigt. Diese Erklärung des Begriffes „beschleunigt“ weicht von dem gewöhnlichen Sprachgebrauch ab, denn der

Laie wird die Bewegung eines Eisenbahnzuges, der, ohne den Betrag seiner Geschwindigkeit zu ändern, eine Kurve durchfährt, nicht als beschleunigt bezeichnen.

Bei den bisher betrachteten geradlinigen Bewegungen, z. B. dem freien Fall, liegt die Beschleunigung in der Richtung der ursprünglichen Geschwindigkeit und verändert lediglich deren Betrag. Bei der gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich umgekehrt nur die Richtung der Geschwindigkeit, ihr Betrag aber ist konstant. Damit dies eintritt, muß die Beschleunigung senkrecht zur jeweiligen Geschwindigkeit stehen, denn nur dann hat sie keine Komponente in der Richtung der Bahn. Da die Geschwindigkeit in jedem Augenblick die Richtung der Tangente hat, fällt also die Beschleunigung in die Richtung des Radius. Sie heißt dann **Zentralbeschleunigung.** Wir wollen ihre Größe b für die gleichförmige Kreisbewegung berechnen.

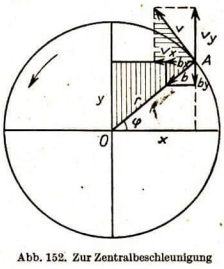


Abb. 152. Zur Zentralbeschleunigung

Wir machen den Mittelpunkt des Kreises zum Anfangspunkt eines rechtwinkligen Achsenkreuzes und zerlegen die Geschwindigkeit v des Punktes A in ihre den Achsen parallelen Komponenten v_x und v_y (Abb. 152). Die „Ableitungen" dieser Komponenten, also $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ und $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$, sind nach § 52, 5 die Komponenten der gesuchten Beschleunigung, die wir dann nach dem Parallelogrammsatz zusammensetzen, um die Beschleunigung zu erhalten:

Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke folgt

$$v_x = -\frac{v}{r}\,y; \qquad v_y = \frac{v}{r} \cdot x.$$

Man erhält dasselbe, wenn man $x = r \cdot \cos\varphi$ und $y = r \cdot \sin\varphi$ nach t differenziert, zu welchem Zwecke $\varphi = \omega \cdot t = \frac{v}{r} \cdot t$ zu setzen ist.

Die zugehörigen Beschleunigungen sind die schon genannten Grenzwerte, denen $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ und $\frac{\Delta v_y}{\Delta t}$ zustreben, wenn Δt immer kleiner wird. Wir bilden diese Ausdrücke aus den vorstehenden Gleichungen:

$$\frac{\Delta v_x}{\Delta t} = -\frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t}; \qquad \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Läßt man hier Δt immer mehr abnehmen, so werden $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ und $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ die achsenparallelen Komponenten der Geschwindigkeit v, und die Gleichungen gehen über in

$$b_x = -\frac{v}{r} \cdot v_y; \qquad b_y = \frac{v}{r} \cdot v_x.$$

Einfacher ergibt sich dasselbe wieder durch Differentiation von v_x und v_y nach t.

Als Resultierende dieser Beschleunigungen folgt durch vektorielle Addition (Pythagoreischer Lehrsatz):

$$b = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = \sqrt{\frac{v^2}{r^2} \cdot (v_y^2 + v_x^2)} = \sqrt{\frac{v^4}{r^2}};$$

also erhalten wir für die Zentralbeschleunigung den konstanten Wert

$$\boldsymbol{b = \frac{v^2}{r}}$$

oder, wenn $v = \omega \cdot r$ und dann $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ gesetzt wird,

$$\boldsymbol{b = \omega^2 r} \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{b = 4\pi^2 f^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r}.$$

Experimentelle Bestätigungen dieser Formeln folgen in § 65.

Bei verschiedenen Kreisbahnen ist b nach der Formel $b = \frac{v^2}{r}$ dem Radius r umgekehrt und nach $b = \omega^2 \cdot r$ ihm direkt proportional. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich dadurch, daß die Bahngeschwindigkeit v und die Winkelgeschwindigkeit ω selbst durch die Gleichung $v = \omega \cdot r$ miteinander verknüpft sind; b ist nach der 1. Formel bei konstantem v dem r umgekehrt, nach der 2. Formel bei konstantem ω ihm direkt proportional.

Setzt man in den Formeln für b_x und b_y die vorher für v_y und v_x angegebenen Ausdrücke ein, so folgt durch Division $b_x : b_y = x : y$. Also liegt, wie wir schon erkannten, die Beschleunigung b in der Richtung des Halbmessers r, und zwar ist sie, wie die Vorzeichen ihrer Komponenten lehren (auch b_y ist negativ!), auf den Mittelpunkt hin gerichtet.

Diese Beschleunigung $b = \frac{v^2}{r}$ liegt also vor, wenn sich ein Körper mit einer Bahngeschwindigkeit von dem konstanten Betrag v auf einem Kreise mit dem Radius r bewegt.

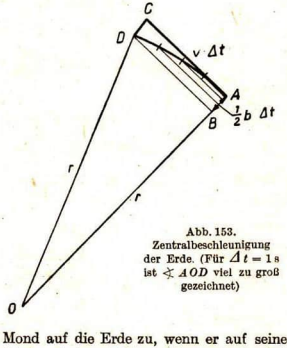


Abb. 153. Zentralbeschleunigung der Erde. (Für $\Delta t = 1$ s ist $\sphericalangle AOD$ viel zu groß gezeichnet)

Beispiel: Die (nahezu) gleichförmige Kreisbewegung der Erde um die Sonne kann aufgefaßt werden als zusammengesetzt aus einer gleichförmigen Bewegung in der Richtung der Tangente und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung auf die Sonne zu (Abb. 153). Auf der Tangente legt die Erde, indem sie sich von der Sonne „entfernt", in der Zeit $\Delta t = 1$ s die Strecke AC 30 km zurück. Gleichzeitig „fällt" sie mit der Beschleunigung $b = \frac{v^2}{r}$ nach dem Gesetz $s = \frac{1}{2} b \cdot \Delta t^2$ auf die Sonne zu, denn für das Sonnensystem gelten die Fallgesetze ebenso wie auf der Erdoberfläche. Aus $v = 30$ km/s und $r = 150\,000\,000$ km ergibt sich $b = 6$ mm/s² und $s = 3$ mm.

Zur Übung: Die Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 384 400 km. Wie groß ist die von der Erde auf den Mond ausgeübte Zentralbeschleunigung und um wieviel „fällt" in 1 s der Mond auf die Erde zu, wenn er auf seiner kreisförmigen Bahn in 1 s 1,023 km zurücklegt? (Antwort: $b = 2{,}66$ mm/s²; $s = 1{,}33$ mm.)

§ 57. Geschichtliche Entwicklung

Längenmessung. Schon vor 5000 Jahren besaßen die Babylonier ein Maßsystem. Ihre Doppelelle war fast genau so lang wie unser Meter. Ihre Gewichtseinheit war aus der Doppelelle ebenso abgeleitet wie unser Kilogramm aus dem Meter, so daß auch das babylonische „Pfund" mit unserem Pfund nahezu übereinstimmt. In Babylonien wie in Ägypten gab es Beamte, die die Gleichheit der Längen- und Gewichtsmaße überwachen mußten.
Bei vielen Völkern wurde die Längeneinheit, wie auch bei uns Elle, Schritt, Fuß, Spanne, vom menschlichen Körper entlehnt. Maße, die dieselbe Bezeichnung trugen, wichen oft beträchtlich voneinander ab. Dies machte sich besonders mißlich bemerkbar, als im 17. Jahrhundert die Naturwissenschaft durch messende Versuche die Gesetze der Natur zu finden strebte. Es wurde das Bedürfnis nach einem einheitlichen Maßsystem wach. Französische Forscher unternahmen es, ein neues Maß aus der Gestalt der Erde herzuleiten. Im 18. Jahrhundert war die Länge des Erdmeridians mehrmals bestimmt worden. 1791 beschloß die französische Nationalversammlung, den zehnmillionsten Teil der Länge des Erdquadranten, das Meter, als Längeneinheit zu wählen. Gleichzeitig wurde als Einheit des Gewichtes das Gewicht von 1 Kubikdezimeter Wasser eingeführt und Kilogramm genannt. Es wurden aus Platin-Iridium Originalmaße des Meters und des Kilogramms hergestellt, die in Paris aufbewahrt werden. Von ihnen wurden Kopien angefertigt, die in den einzelnen Ländern als Vergleichsmaße für die Eichämter dienen.
Dieses von den Franzosen geschaffene, im Grunde genommen ebenso willkürliche Maßsystem wie die früheren, ist von vielen Staaten heute übernommen worden. Seine Vorzüge bestehen in der dezimalen Einteilung der Maßeinheiten, in der Verknüpfung des Gewichtsmaßes mit dem Längenmaß und heute schließlich auch darin, daß eine große Anzahl wissenschaftlicher Messungen in diesem Maß ausgeführt und so ohne Umrechnung verwendbar ist.

Zeitmessung. Zur Zeitmessung bedienten sich die Babylonier außer der Sonnen- der Wasseruhren. Sie ließen Wasser aus einem Gefäß abtropfen, wobei sie dafür sorgten, daß das Gefäß gefüllt blieb. Aus der Menge des abgetropften Wassers schlossen sie auf die verflossene Zeit. Sie stellten fest, wieviel Wasser von einem Mittag bis zum nächsten ablief. Den Mittag (höchsten Sonnenstand) bestimmten sie mit dem Gnomon (§ 26). Einige Jahrhunderte v. d. Ztr. versahen sie ihre Wasseruhren mit einer Zeigervorrichtung. Anfänglich teilten die Chaldäer das Jahr in 12 Monate zu je 30 Tagen ein (daher wird der Kreis in 360 Grad geteilt); später wurden an dieser Zeitmessung Verbesserungen angebracht.
Auch die alten Griechen bedienten sich vielfach der Wasseruhren, in deren Ausgestaltung sie sehr viel Geschicklichkeit entfalteten. Noch am Ende des 16. Jahrhunderts war die genaueste Uhr des Astronomen Tycho de Brahe eine Quecksilberuhr. Sanduhren waren bis zum 17. Jahrhundert allgemein gebräuchlich. Im 11. Jahrhundert waren zwar Räderuhren aufgekommen, die durch ein fallendes Gewicht bewegt wurden; aber sie gingen sehr ungenau. Erst Christian Huygens versah 1656 die Räderuhr mit einem Pendel, durch dessen gleichförmiges Schwingen die Drehung des Räderwerkes geregelt wird (s. § 71).

Bewegungslehre. Die Lehre von der Bewegung hat sich erst in neuerer Zeit zu entwickeln vermocht. Im Altertum und noch mehr im Mittelalter stand sie durchaus unter dem Einfluß der Anschauungen des griechischen Philosophen Aristoteles. Dieser wurde 384 v. d. Ztr. in Stagira auf der Chalkidike, einer griechischen Kolonie, geboren; er war ein Schüler Platons und wurde später Erzieher Alexanders des Großen. Aristoteles faßte das ganze Wissen seiner Zeit zu einem Wissenschaftssystem zusammen und suchte aus bestimmten philosophischen Grundanschauungen heraus alles Geschehen zu erklären. Er gelangte also zu seinen naturwissenschaftlichen Erkenntnissen in der Hauptsache durch Überlegungen und vernachlässigte demgegenüber Erfahrung, Beobachtung und Experiment. Er nimmt vier Elemente an: Luft, Feuer, Wasser, Erde. Von diesen suchen sich Luft und Feuer von der Erdoberfläche zu entfernen, während die beiden anderen das Bestreben zeigen, sich nach unten zu bewegen. Auf dieser Eigenschaft der Elemente baut Aristoteles eine Bewegungslehre auf. Je schwerer ein

Galileo Galilei
(1564—1622)

Körper ist, desto schneller fällt er; ist er zehnmal so schwer wie ein anderer, so erreicht er den Erdboden in einem Zehntel der Zeit. Ein einfacher Versuch hätte diesen Irrtum widerlegt; aber die Autorität des Meisters galt mehr als ein Versuch. Wohl tauchten gelegentlich Zweifel an jener Lehre auf; endgültig beseitigte sie aber erst Galilei, fast zwei Jahrtausende nach Aristoteles.

Galileo Galilei, 1564 in Pisa geboren, ließ nach dem Bericht eines seiner Schüler Holz-, Blei- und Marmorstücke von dem schiefen Turm seiner Vaterstadt herabfallen. Sie kamen fast gleichzeitig unten an; geringe Unterschiede bewirkte, wie Galilei erkannte, der Luftwiderstand. Auf die Pendelgesetze soll Galilei durch Beobachtungen an schwingenden Kronleuchtern gekommen sein, wobei er die Zeit nach seinen Pulsschlägen maß. Bei seinen Versuchen an der schiefen Ebene bediente er sich einer Wasseruhr. Auch die Beschreibung und Erklärung der Wurfbewegung ist Galileis Verdienst; er erkannte sie als zusammengesetzt aus einer gleichförmigen und einer beschleunigten Bewegung. Die Größe der Fallbeschleunigung wurde durch Christian Huygens richtig bestimmt.

B. Kraft und Bewegung

§ 58. Kraft und Masse

1. Statische Kraftmessung. Wir behandelten bisher die Bewegungslehre rein beschreibend und kamen deshalb aus mit den physikalischen Grundbegriffen „Länge“ und „Zeit“ und den aus ihnen abgeleiteten Begriffen „Geschwindigkeit“ und „Beschleunigung“. Wenn wir jetzt nach der Ursache von Geschwindigkeitsänderungen fragen, treten zwei neue physikalische Größen auf, die Begriffe **„Kraft“** und **„Masse“.**

Der Begriff „Kraft“ kommt uns zuerst durch die Muskelanstrengung zum Bewußtsein, die wir empfinden, wenn wir z. B. versuchen, einen schweren Schrank zu verschieben, oder wenn wir ein schweres Gewichtsstück in der Hand halten. Ebenso können wir eine gespannte Feder nur bei Muskelanstrengung daran hindern, sich zu entspannen. Wird nun das Gewichtsstück durch eine gespannte Feder getragen, so sprechen wir von der Kraft der Feder, die der Last das Gleichgewicht hält; wir übertragen den Begriff Kraft auf alle anderen Ursachen, die dieselben Wirkungen hervorrufen wie unsere Muskelkraft.

Weiter sprechen wir von Kraftwirkungen, wenn ein Körper seine Bewegung ändert, z. B. von der Pferdekraft, die ein Fuhrwerk in Bewegung setzt, und der Dampfkraft der Lokomotive, die einen Eisenbahnzug beschleunigt.

Die verbreitetste Kraft ist das **Gewicht.** Jeder sich selbst überlassene Körper fällt zur Erde. Jeder unterstützte Körper übt auf seine Unterlage eine Druckkraft aus und drückt sie etwas ein, bis die entstehenden Spannungen der Kraft das Gleichgewicht halten. Ein an seinen Enden unterstütztes Brett

biegt sich durch, wenn wir in der Mitte ein Gewichtsstück aufsetzen (Abb. 154). Dann hebt eine gleich große Gegenkraft das Gewicht auf. Hiernach können wir eine unbekannte Kraft, im letzten Beispiel die elastische Kraft des durchgebogenen Brettes, messen, indem wir sie mit einer der Größe nach bekannten Kraft ins Gleichgewicht setzen. Man nennt diese Art, Kräfte zu messen, statische[1]) **Kraftmessung.**

Da das Gewicht eine Kraft ist, die leicht in Abstufungen hergestellt werden kann, benutzt man allgemein Gewichte zum Messen von Kräften.

Als Krafteinheit dient das Kilogramm (kg), d. i. die Druckkraft, die ein in Paris aufbewahrtes, aus Platin-Iridium hergestelltes „Urkilogramm" unter 45° geographischer Breite in Meeresspiegelhöhe auf eine ruhende Unterlage ausübt.

Abb. 154. Formänderung durch eine Kraft

Diese Festsetzungen sind nötig, da, wie die Erfahrung gezeigt hat, vom Äquator zu den Erdpolen hin das Gewicht eines Körpers um etwa $\frac{1}{2}$% zunimmt. Ferner nimmt das Gewicht mit zunehmender Höhe über dem Meeresspiegel ab (Genaueres in § 78, 3).

Statt durch Gewichtsstücke, kann man die zu messenden Kräfte auch mit elastischen Kräften ins Gleichgewicht bringen. Hierauf beruht die Anwendung der Federwaage. Eine Kraft hat z. B. die Größe 5 kg, wenn sie eine Schraubenfeder ebenso stark ausdehnt, wie es das Gewicht von 5 kg unter 45° Breite tut.

2. Der Trägheitssatz. Wir sahen schon, daß wir auch von einer Kraft sprechen, wenn der Bewegungszustand eines Körpers geändert wird (Fuhrwerk, Lokomotive). Nach unserer täglichen Erfahrung scheint es allerdings so, als ob für eine Bewegungsänderung nicht immer eine Kraft erforderlich wäre: Eine fortgeschleuderte Kegelkugel, ein auf ebener Erde dahinrollender Kinderreifen kommen scheinbar „von selbst" zur Ruhe; aber es bestehen Reibungskräfte am Erdboden und in der Luft, die der Bewegung entgegenwirken; je vollkommener wir sie forträumen, desto länger bleibt der Körper in Bewegung. Dies kommt zum Ausdruck in dem von Galilei erkannten und von Newton (1687) mit voller Klarheit ausgesprochenen

Trägheitssatz (1. Newtonsches Prinzip): Jeder Körper verharrt in Ruhe oder in geradliniger, gleichförmiger Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern.

Es heißt hier „in geradliniger Bewegung", denn auch zur Richtungsänderung, z. B. bei einer Kreisbewegung, ist eine Kraft erforderlich.

---

1) statós (griech.) = stehend.

Wir bezeichnen die Eigenschaft eines Körpers, vermöge deren er dem Trägheitssatz unterliegt, als seine **Trägheit**, seinen **Trägheitswiderstand**, sein **Beharrungsvermögen** oder seine **träge Masse**.

Zur Übung: 1. Wie verhält sich Wasser in einem Gefäß, das man rasch vorwärtsbewegt, wenn man plötzlich in der Bewegung einhält? — 2. Warum verliert man den Halt, und in welcher Richtung fällt man bei schnellem Anfahren oder bei plötzlichem Bremsen der Straßenbahn? — 3. Wenn jemand — z. B. bei Gefahr — von einem in Bewegung befindlichen Straßenbahnwagen abspringen will, muß er dies in der Fahrtrichtung tun; er muß mitlaufen, da er infolge der Trägheit seines Körpers die Bewegung noch eine Zeitlang beibehält. — 4. Wie treibt man den Hammerstiel in den Hammerkopf? — 5. Befestige ein Gewichtsstück von etwa 2 kg an einem Zwirnsfaden und an dem Gewicht einen zweiten gleich starken Zwirnsfaden (Abb. 155). Warum zerreißt der obere Faden, wenn du allmählich immer stärker am unteren Faden ziehst, und der untere, wenn du ruckartig ziehst? — 6. Wie reißt man beim Nähen einen Faden ab? — 7. Ausspritzen von Tinte aus der Feder; Fortschleudern von Wassertropfen, die an der Hand haften.

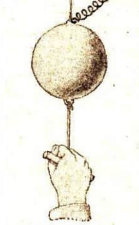


Abb. 155. Trägheit einer Kugel. (Die Schraubenfeder fängt die Kugel auf, wenn der obere Faden reißt)

3. Dynamische Kraftmessung. Wir wollen jetzt durch Versuche feststellen, in welcher Beziehung die wirkende Kraft zu der erzielten Beschleunigung steht. Auf einer waagerechten glatten Bahn steht ein kleiner leichtbeweglicher Wagen, der mit Bleistücken belastet ist (Abb. 156). An ihm zieht vermittels eines Fadens das Gewicht einer Waagschale mit aufgelegten Gewichtsstücken — es werde mit P bezeichnet — und versetzt ihn in beschleunigte Bewegung. Der Wagen zieht dabei einen Papierstreifen hinter sich her, der bei F durch einen elektrischen Funken taktmäßig durchlöchert wird (s. § 53, Abb. 143). Der geringe Reibungswiderstand wird durch ein Ausgleichsgewicht aufgehoben. Als Zeiteinheit wählen wir nicht die Sekunde, sondern die Zeitdauer zwischen zwei Funken. Aus dem Abstand der Löcher des Papierstreifens ergeben sich die in aufeinanderfolgenden Zeiteinheiten zurückgelegten Wege. Sie verhalten sich zueinander wie die ungeraden Zahlen 1 : 3 : 5 : . . . Daher ist der zurückgelegte Weg dem Quadrate der Zeit proportional und die Bewegung ist nach § 52 gleichmäßig beschleunigt. Der Versuch ergibt also:

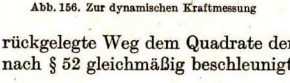


Abb. 156. Zur dynamischen Kraftmessung

Eine konstante Kraft erzeugt eine konstant bleibende Beschleunigung.

Man findet die (auf unsere Zeiteinheit bezogene) Beschleunigung b aus der Formel $s = \frac{b}{2} \cdot t^2$. Wir haben schon eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung im freien Fall kennen gelernt, ohne der Ursache der Beschleunigung nachzugehen. Die Kraft, die dort den fallenden Körper beschleunigt, ist sein Gewicht.

Jetzt verdoppeln (verdreifachen) wir die angreifende Kraft, ohne das Gesamtgewicht des zu beschleunigenden Körpers zu ändern. Zu dem Zweck nehmen wir von dem Wägelchen Bleistücke vom Gewicht P fort und legen sie auf die Schale (und nachher nochmals P). Wir finden, daß sich für die erzielte Beschleunigung der doppelte (dreifache) Wert ergibt. Gleichzeitig sehen wir bei diesem Versuch, wie auch beim freien Fall, daß die Richtung der Kraft und die der Beschleunigung gleich sind. Diese beiden Ergebnisse faßt das **2. Newtonsche Prinzip** zusammen in den Satz:

Die Beschleunigung, die ein Körper erfährt, ist der einwirkenden Kraft proportional und erfolgt in der Richtung, in der die Kraft wirkt:

$$b \sim P.$$

Eine Kraft ist also dann dreimal so groß wie eine andere, wenn sie ein und demselben Körper eine dreimal so große Beschleunigung erteilt.
Wir können daher Kräfte auch durch die an ein und demselben Körper bewirkten Beschleunigungen vergleichen. Diese Art, Kräfte zu messen, heißt **dynamische Kraftmessung**[1]).

Die einem Körper erteilte Beschleunigung ist der statisch gemessenen Kraft proportional.

Wir haben also zwei Möglichkeiten Kräfte zu messen: die statische und die dynamische Messung.

4. Die träge Masse. Nachdem wir festgestellt haben, wie bei Einwirkung einer Kraft auf einen Körper die erzielte Beschleunigung von der Kraft abhängt, wollen wir nun untersuchen, wie groß die Beschleunigung ist, die ein und dieselbe Kraft verschiedenen Körpern erteilt. Wirkt z. B. unsere Muskelkraft in waagerechter Richtung auf einen Gummiball, so ist die Beschleunigung, die sie ihm erteilt, wesentlich größer, als wenn dieselbe Kraft auf eine ebenso große Bleikugel wirkt. Ganz allgemein lehrt die Erfahrung, daß eine Kraft verschiedenen Körpern ungleiche Beschleunigungen erteilt, daß die Beschleunigung also außer von der Kraft von einer Eigenschaft des Körpers abhängt.
Diese Eigenschaft des Körpers ist nicht sein Gewicht. Legen wir nämlich eine Kugel auf eine möglichst glatte, waagerechte Unterfläche, oder hängen wir sie an einem langen Faden an der Zimmerdecke auf, so ist das Gewicht der Kugel ausgeschaltet. Trotzdem ist eine Kraft erforderlich, um die Kugel in Bewegung zu setzen.
Um zu quantitativen Ergebnissen zu kommen, setzen wir unsere Versuche fort.
Wir verdoppeln (verdreifachen) das Gesamtgewicht des in Bewegung gesetzten Wägelchens. Bei jeder beliebig gewählten Kraft P ist dann die Beschleunigung halb (ein Drittel) so groß. Also bewirkt eine konstante Kraft

1) dýnamis (griech.) = Kraft. Der Name „dynamische Kraftmessung" ist also nicht gut gewählt; man gewöhne sich daran, bei dem Wort „dynamisch" an „Beschleunigung" zu denken.

eine Beschleunigung, die dem Gewicht des beschleunigten Körpers umgekehrt proportional ist, ohne doch durch das Gewicht verursacht zu sein.
Daß die Änderung des Gewichts nicht die Ursache für die Änderung der Beschleunigung sein kann, geht daraus hervor, daß wir auch hier das Gewicht des Wagens durch die feste Unterlage ausgeschaltet haben. (Das Gewicht erzeugt nur eine geringe Verformung der Unterlage.) Folglich muß das Verhalten des Körpers von einer anderen Eigenschaft abhängig sein, die zwar an ein und demselben Ort dem Gewicht proportional, aber nicht mit ihm identisch ist.
Es ist Newtons Verdienst, dies erkannt zu haben und die strenge Unterscheidung zwischen dem ja nur durch die Anziehungskraft der Erde hervorgerufenen **Gewicht** eines Körpers und einer anderen Eigenschaft vorgenommen zu haben, die er als quantitas materiae bezeichnete und die wir heute die **träge Masse** des Körpers nennen.
Daß diese beiden Begriffe nicht identisch sind, ergibt sich auch aus der schon erwähnten Tatsache, daß in unseren Breiten das Gewicht einer Eisenkugel etwas größer ist als am Äquator. Trotzdem gehört die gleiche Kraft dazu, ihr hier und dort die gleiche Beschleunigung zu erteilen.
Wir fassen die Ergebnisse in den zwei Sätzen zusammen:

Die an einem Körper durch eine Kraft erzielte Beschleunigung ist der Masse des Körpers umgekehrt proportional:

$$b \sim \frac{1}{m}.$$

Die Masse eines Körpers ist (an demselben Erdort) seinem Gewicht proportional:

$$m \sim G.$$

5. Das Kraftwirkungsgesetz. Das frühere Ergebnis: die Beschleunigung eines Körpers ist der einwirkenden Kraft proportional ($b \sim P$), und das jetzige: sie ist der trägen Masse des Körpers umgekehrt proportional $\left(b \sim \frac{1}{m}\right)$ können wir in der Gleichung zusammenfassen:

$$b = k \cdot \frac{P}{m},$$

wobei k einen Proportionalitätsfaktor bedeutet. Diesen können wir durch passende Wahl der Masseneinheit, die ja noch nicht festgesetzt ist, zu 1 machen. Wir definieren zu diesem Zweck:

Die Masseneinheit ist diejenige Masse, die durch die Einheit der Kraft (1 kg) die Einheit der Beschleunigung (1 $\mathrm{m\,s^{-2}}$) erlangt.

Dann ist also $b = \frac{P}{m}$, und wir erhalten das

Kraftwirkungsgesetz: Zwischen der Masse m, der Kraft P und der Beschleunigung b besteht die Gleichung:

$$P = m \cdot b \qquad \textbf{Kraft = Masse mal Beschleunigung.}$$

Wir wenden dieses Gesetz auf die Schwerkraft an. Die auf einen Körper von der Masse m wirkende Schwerkraft ist sein Gewicht G. Daher ist

$$G = m \cdot g \qquad \textbf{Gewicht} = \textbf{Masse mal Fallbeschleunigung.}$$

Hieraus folgt

$$m = \frac{G}{g},$$

in Worten:

Man bestimmt die Masse eines Körpers, indem man sein Gewicht G mit einer (unter 45° Breite geeichten) Federwaage mißt und durch die Fallbeschleunigung am Ort der Gewichtsbestimmung dividiert. Ein Körper, dessen Masse gleich der Masseneinheit ist, hat in unseren Breiten das Gewicht 9,81 kg.

Hiernach ist die Masseneinheit eine abgeleitete Einheit, ebenso wie z. B. die Einheit der Geschwindigkeit, und zwar ist auf Grund der Formel $m = \frac{P}{b}$ die Maßeinheit der Masse $1\,\mathrm{kg} : 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1\,\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^2}$. Die Dimension der Masse ist daher $[\mathrm{K} \cdot \mathrm{l}^{-1}\mathrm{t}^2]$, wenn wir die Dimension der Kraft mit [K] bezeichnen. Als Abkürzung für die Masseneinheit gebraucht man vielfach das Formelzeichen ME.

Eine Vorstellung von der Einheit der Masse kann durch eine eiserne Kugel (Wichte 7,8 g/cm³ oder 7,8 kg/dm³) von 13,4 cm Durchmesser (oder 0,67 dm Radius) vermittelt werden, denn $\frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}67^3\ \mathrm{dm}^3 \cdot 7{,}8\ \mathrm{kg/dm}^3 = 9{,}81$ kg.

Die aus $G = m \cdot g$ folgende Gleichung $g = \frac{G}{m}$ ist der Ausdruck für die Tatsache, daß alle Körper an demselben Ort die gleiche Fallbeschleunigung haben.

§ 59. Das absolute Maßsystem

Ihren verschiedenen Bedürfnissen entsprechend haben Wissenschaft und Technik zwei verschiedene Maßsysteme ausgebildet, das absolute und das technische Maßsystem. Wir haben bisher stets das technische System benutzt. In ihm erscheinen Länge, Zeit und Kraft als Fundamentalgrößen; ihre Einheiten sind m, s und kg. Aus diesen werden alle anderen mechanischen Größen und ihre Einheiten abgeleitet. Die Einheit für die Beschleunigung z. B. ist m/s².

Auch im absoluten Maßsystem sind Länge und Zeit Fundamentalgrößen. Die Zeiteinheit ist die Sekunde, also die gleiche wie im technischen System; die Längeneinheit ist das Zentimeter (cm). Die dritte Fundamentalgröße ist die Masse. Als wir in dem Kraftwirkungsgesetz $b = k \cdot \frac{P}{m}$ den konstanten Faktor k gleich 1 machen wollten, standen wir vor der Wahl, ob sich die Masseneinheit nach der Krafteinheit oder diese sich nach der vorher festzusetzenden Masseneinheit richten sollte. Im absoluten Maßsystem wählt man den zweiten Weg. Man definiert als Masseneinheit die Masse von 1 cm³ Wasser von 4° C und bezeichnet diese Einheit als 1 Gramm. Dieses „Massen-

gramm" darf nicht mit der auch Gramm benannten Kraft, dem tausendsten Teil der Krafteinheit im technischen Maßsystem verwechselt werden. Wir hatten (§ 58, 1) als Krafteinheit das Gewicht eines in Paris aufbewahrten Urkilogramms angegeben, nämlich das Gewicht eines Platin-Iridium-Zylinders, der ebenso viel wiegt wie 1 dm^3 Wasser von 4° C unter 45° Breite. Dieser Platin-Iridium-Zylinder ist ursprünglich nicht als das Urmaß für die Kraft-, sondern für die Masseneinheit gedacht gewesen; $\frac{1}{1000}$ seiner Masse ist 1 Massengramm. Als Einheitszeichen benutzen wir für das Massengramm das Zeichen gr. Damit dann auch im absoluten System das Kraftwirkungsgesetz in der Form $b = \frac{P}{m}$ gilt, müssen wir definieren:

Im absoluten Maßsystem ist die Krafteinheit diejenige Kraft, die der Masseneinheit 1 gr die Einheit der Beschleunigung 1 cm/s² erteilt. Diese Krafteinheit heißt 1 dyn.

Wie sich aus $P = m \cdot b$ ergibt, kann statt 1 dyn auch $1\,\mathrm{gr} \cdot 1\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$ oder $1\,\mathrm{gr\,cm\,s^{-2}}$ geschrieben werden; aus dieser Form geht dann hervor, wie die Krafteinheit aus den Fundamentaleinheiten des absoluten Maßsystems entstanden ist.

Die Einheit der Beschleunigung ($1\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$) wird der Masseneinheit (1 gr) an Orten, wo $g = 981\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$ ist, durch die Kraft $\frac{1}{981}$ g erteilt, denn durch ihr Gewicht (1 g) erfährt die Masseneinheit die Beschleunigung $981\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$, also erfährt sie durch $\frac{1}{981}$ g die Beschleunigung $1\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$. Mithin gelten zur Umrechnung von Kräften aus dem einen System in das andere die Formeln

$$1\,\mathrm{dyn} = \frac{1}{981}\,\mathrm{g} \approx 1\,\mathrm{mg}; \qquad 1\,\mathrm{g} = 981\,\mathrm{dyn}; \qquad 1\,\mathrm{kg} = 981\,000\,\mathrm{dyn}.$$

Zur Umrechnung von Massen dient die Formel

$$\mathbf{1\,ME = 9810\,gr,}$$

denn 1 ME ist nach dem vorigen Paragraphen die Masse von 9,81 Kilogrammstücken.

Das absolute Maßsystem geht auf C. F. Gauß (Mathematiker in Göttingen, 1777—1855) zurück und ist seit dem Internationalen Elektrikerkongreß in Paris (1881) in der Physik allgemein in Gebrauch. Es führt seinen Namen deshalb, weil in ihm auch die dritte Fundamentaleinheit (1 gr), ebenso wie die Längen- und Zeiteinheit, eine vom Ort unabhängige Größe ist. Wegen der ihm zugrundeliegenden Einheiten heißt das absolute Maßsystem auch **Zentimeter-Gramm-Sekunden** oder **CGS-System.** (Unter „Gramm" ist hier das Massengramm zu verstehen.)

§ 60. Wichte und Dichte

1. Die Wichte.

Die Wichte (das spezifische Gewicht) γ des Stoffes, aus dem ein Körper besteht, ist das Verhältnis seines Gewichtes G zu seinem Volum V, d. i. sein in der Raumeinheit enthaltenes Gewicht:

$$\gamma = \frac{G}{V} \qquad \text{Maßeinheit: } \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}.$$

Es ist üblich, die Wichte nur im technischen Maßsystem anzugeben, dabei das Gewicht in kg, das Volum jedoch nicht in m^3 sondern in dm^3 oder, was auf dasselbe hinauskommt, das Gewicht in g und das Volum in cm^3 zu messen.

2. Die Dichte. Ebenso wie zwischen Gewicht und Masse eines Körpers, muß zwischen seiner Wichte und Dichte unterschieden werden.

Die Dichte ϱ eines Körpers ist das Verhältnis seiner Masse m zu seinem Volum V, d. i. seine in der Raumeinheit enthaltene Masse:

$$\varrho = \frac{m}{V} \qquad \text{Maßeinheit: } \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}.$$

Die Dichte wird stets im absoluten Maßsystem angegeben, also in gr cm^{-3}. Da nun die Maßzahlen der in gr gemessenen Masse und des unter 45° in g gemessenen Gewichtes eines Körpers gleich sind, hat die Dichte dieselbe Maßzahl wie die Wichte unter 45° Breite, aber eine andere Maßeinheit.

Die (dimensionslose) Maßzahl der Dichte heißt **Dichtezahl.** Weil im absoluten Maßsystem die Masse auf das Wasser als sog. Normalsubstanz bezogen ist, gibt die Dichtezahl an, wievielmal so groß die Masse eines Körpers ist als die Masse des gleichen Volums Wasser von 4° C.

Das Verhältnis der Wichte eines Stoffes zu der des Wassers heißt **Wichtezahl.** Sie ist identisch mit der Dichtezahl.

Dichten in gr · cm^{-3}, gleichzeitig Wichten in g · cm^{-3}

Gold	19,2	Eisen	7,8	Luft (0°, 760 Torr)	0,001 29
Blei	11,3	Aluminium	2,7	Kohlendioxyd	0,001 98
Kupfer	8,9	Quecksilber	13,6	Wasserstoff	0,000 09

Diese abgerundeten Werte gelten für alle Orte der Erdoberfläche, denn die Änderungen der Wichte mit der geographischen Breite sind kleiner als $\frac{1}{4}$%; die Dichte ist eine vom Ort völlig unabhängige Größe.

§ 61. Die Zusammensetzung von Kräften. Die Zerlegung einer Kraft

1. Die Kraft als Vektor. Zur eindeutigen Bestimmung einer Kraft gehört außer der Angabe ihres Betrages auch die ihrer Richtung; also ist die Kraft ein Vektor. Man pflegt sie geometrisch durch eine sog. Kraftstrecke darzustellen, die den Angriffspunkt der Kraft zum Ursprung hat, deren Richtung mit der Kraftrichtung zusammenfällt und deren Länge soviel willkürlich gewählte Längeneinheiten zählt, wie die Kraft Krafteinheiten besitzt. Die Beschleunigung, die eine Kraft einem Körper erteilt, liegt in Richtung der wirkenden Kraft, in ihrer sog. Wirkungslinie.

2. Das Kräfteparallelogramm. Wir legen über einen Nagel in einem waagerechten Brett einen Ring, an dem wir zwei, in Abb. 157 durch die Kraftstrecken KA und KB dargestellte Kräfte wirken lassen, die wir durch eingeschaltete Federwaagen messen. Eine dritte Kraft KC muß eine ganz bestimmte Größe (Betrag und Richtung) haben, wenn sie den beiden anderen Kräften das Gleichgewicht halten soll. Verlängern wir die durch einen Versuch gefundene Strecke CK um sich selbst, so liegt der Endpunkt D der Verlängerung im vierten Eckpunkt des aus KA und KB gebildeten Parallelogramms. Die Kraft KC würde eine Kraft KD aufheben, denn die Erfahrung liefert den Satz:

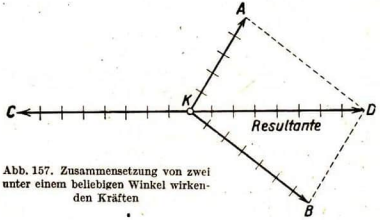


Abb. 157. Zusammensetzung von zwei unter einem beliebigen Winkel wirkenden Kräften

Wirken zwei Kräfte von gleichem Betrage in entgegengesetzten Richtungen auf einen Körper, so ist er im Gleichgewicht.

Andererseits lehrt unser Versuch, daß die Kraft KC die Kräfte KA und KB aufhebt, also ist KD gleichwertig mit KA und KB. So ergibt sich der

Satz vom Parallelogramm der Kräfte: Wirken auf einen Körper zwei in demselben Punkte angreifende Kräfte in beliebigen Richtungen, so ist der resultierende Kraftvektor die Diagonale des Vektorparallelogramms der Einzelkräfte.

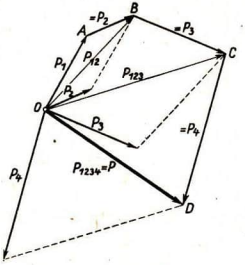


Abb. 158. Vektorielle Addition der 4 Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4; es ist $P_1 + P_2 = P_{12}$; $P_{12} + P_3 = P_{123}$; $P_{123} + P_4 = P_{1234} = P$

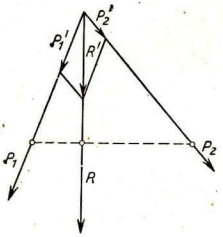


Abb. 159. Zusammensetzung der beiden in verschiedenen Punkten eines Körpers angreifenden Kräfte P_1 und P_2

Man benutzt auch hier, wie bei der Zusammensetzung von Bewegungen, die Bezeichnungen „Komponente“ und „Resultante“.

Drei und mehr Kräfte (in Abb. 158 P_1, P_2, P_3, P_4) werden durch wiederholte Anwendung des Parallelogrammsatzes vereinigt. Dabei sind die dünn und die gestrichelt gezeichneten Geraden zur Konstruktion überflüssig. $OABCD$ bildet das sog. Vektorpolygon.

Greifen zwei in ein und derselben Ebene wirkende Kräfte P_1 und P_2 in verschiedenen Punkten eines Körpers an, so gelingt die Zusammensetzung nach Abb. 159 auf Grund des Satzes:

Man darf den Angriffspunkt einer Kraft längs ihrer Wirkungslinie beliebig verschieben.

Die erhaltene Resultante R' kann dann, wie es die Abbildung zeigt, in ihrer Richtung wieder verschoben werden.

Die Zusammensetzung nach dem Kräfteparallelogramm versagt, wenn die beiden Kräfte parallel sind. Dieser Fall wird uns später beschäftigen (§ 68, 2).

3. Zerlegung einer Kraft. Die zur Zusammensetzung von Kräften umgekehrte Aufgabe „eine Kraft P ist in zwei (oder mehr) Kräfte zu zerlegen", ist unendlich vieldeutig, denn ein Parallelogramm ist durch seine Diagonale nicht bestimmt. Es müssen z. B. für die Zerlegung noch die Richtungen der Komponenten gegeben sein. Am häufigsten ist der Fall, daß sie einen rechten Winkel bilden. Dann sind also in Abb. 160 P und Winkel α bekannt, und man hat:

$$P_x = P \cdot \cos\alpha \qquad P_y = P \cdot \sin\alpha .$$

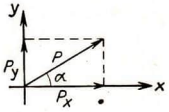


Abb. 160. Zerlegung einer Kraft in zwei zueinander senkrechte Komponenten

4. Die zwangsläufige Bewegung. Kann sich ein Körper nur in einer Fläche oder auf einer vorgeschriebenen Bahn bewegen, so heißt seine Bewegung zwangsläufig. Dieser Fall liegt z. B. bei einer Feldbahn vor. Wenn dann der Schienenweg nicht begangen werden kann, muß ein Pferd, das einen Wagen fortbewegen soll, in schräger Richtung ziehen. Bildet die Kraft P, die also nicht in die Richtung der Bahn fällt, mit ihr einen Winkel α (Abb. 161), so kann sie nicht in ihrer vollen Größe zur Fortbewegung ausgenutzt werden. Man zerlegt P in zwei Teilkräfte, von denen die eine in die Richtung der Bahn fällt und den Körper in Bewegung setzt (Bewegungskomponente W) und die andere senkrecht zur Bahn wirkt und eine Druck- oder Zugkraft auf sie ausübt (Druckkomponente D). Nach der Figur ist

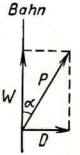


Abb. 161. Bewegungs- und Druckkomponente bei zwangsläufiger Bewegung

$$W = P \cdot \cos\alpha \qquad D = P \cdot \sin\alpha .$$

Mit dem in Abb. 162 dargestellten Gerät kann man beide Komponenten nachweisen: Ein belasteter Schlitten M vom Gewicht G kann sich an einer lotrechten Schiene bewegen; die Reibung ist äußerst gering. Auf den Schlitten wirkt schräg aufwärts unter dem Winkel α die Kraft P.

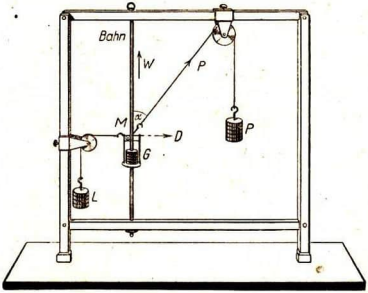


Abb. 162. Apparat zum Projektionssatz

Wenn

$$G = (-W =) - P \cos \alpha$$

und die die Druckkomponente aufhebende Kraft

$$L = (-D =) - P \sin \alpha$$

ist, kann man die Schiene entfernen, ohne daß sich die Stellung von M ändert.

Projektionssatz der Mechanik:

Eine Kraft P, die auf einen zwangsläufig geführten Körper unter einem Winkel α gegen die Bahn wirkt, ist für die Bewegung des Körpers gleichwertig mit der Projektion $W = P \cdot \cos \alpha$ der Kraft auf die Richtung der Bahn.

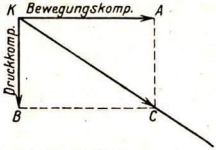


Abb. 163. Kraftzerlegung bei Anwendung des Bohnerbesens

Abb. 163 zeigt die Zerlegung einer Kraft KC, wie sie z. B. bei Anwendung eines Bohnerbesens ausgeübt wird, in eine Bewegungs- und eine Druckkomponente. Nach Abb. 164 wird eine schräg aufwärts gerichtete Kraft, die man beim Fortziehen eines Handwagens anwendet, in eine Bewegungs- und eine Hubkomponente zerlegt.

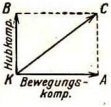


Abb. 164. Ziehen an langem oder kurzem Seil?

5. Die Bewegung auf der schiefen Ebene. Als weiteres Beispiel einer zwangsläufigen Bewegung behandeln wir die Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene (Abb. 165). Auf ihr befindet sich ein Wagen mit dem Gewicht G, das unter dem Winkel α $(= 90^0 - \beta)$ gegen die Bahn lotrecht nach unten wirkt. Die Bewegungskomponente ist daher

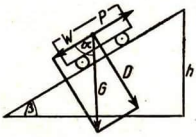


Abb. 165. Gleichgewicht auf der schiefen Ebene

$$W = G \cdot \cos \alpha .$$

Sie setzt den Körper in gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Soll der Körper durch eine Kraft P, die der schiefen Ebene parallel ist, im Gleichgewicht gehalten werden, so muß P entgegengesetzt gleich W

sein; soll der Körper durch die Kraft nach oben bewegt werden, so muß sie um einen geringen Betrag größer sein als W.

Die Komponente $D = G \cdot \sin \alpha$ bedeutet die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die schiefe Ebene drückt. Sie bewirkt eine Reibung, die bei der Bewegung des Körpers auf- oder abwärts ebenfalls überwunden werden muß (s. § 63).

Der Niederländer Simon Stevin (1548 bis 1620) dachte sich um ein dreiseitiges Prisma mit einer waagerechten Seitenfläche eine Kette gelegt (Abb. 166). Sie bleibt in Ruhe; also halten sich die Kräfte auf den beiden schrägen Seiten des Vertikalschnittes in der Abbildung im Gleichgewicht, wenn sie sich verhalten wie diese Seiten. Läßt man die eine der beiden Seiten lotrecht werden, so folgt als Gleichgewichtsbedingung

Kraft : Last = Höhe : Länge,

was dasselbe bedeutet wie die obige Gleichung $W = G \cdot \cos \alpha$.

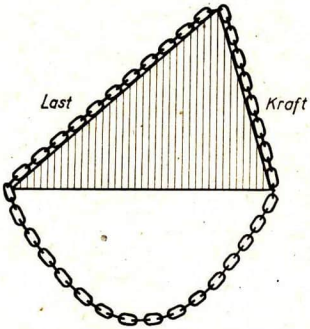


Abb. 166. Stevins Ableitung der Gleichgewichtsbedingung

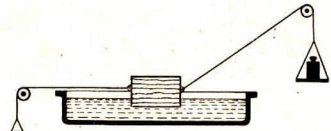


Abb. 167. Zerlegung einer Kraft. (Ein Holzklotz schwimmt auf Wasser)

Zur Übung: 1. Bestätige den Zerlegungssatz durch den in Abb. 167 dargestellten Versuch! — 2. Wie wirkt sich der Druck des Schnees auf flache und steile Dächer aus? — 3. Zwei Kräfte von 12 kg und 18 kg wirken in einem Punkt unter einem Winkel von 90°. Wie groß ist die Resultante? (Lösung durch Zeichnung und durch Rechnung.) — 4. Drei Kräfte von 5, 6 und 7 kg wirken in einem Punkt derart, daß je zwei Kräfte einen Winkel von 120° miteinander bilden. Sind sie im Gleichgewicht? Wenn nein, wie groß ist die Resultante? (Zeichnung!) — 5. Welche Neigung muß man einer schiefen Ebene geben, damit ein Körper mit der Beschleunigung $b = 1{,}70\,\mathrm{m/s}^2$ abwärts gleitet? (Von der Reibung ist abzusehen. Kraftwirkungsgesetz.)

§ 62. Der Wurf

1. Das Unabhängigkeitsprinzip. Den durch viele Erfahrungen erhärteten Befund, daß man Kräfte geometrisch, daß heißt nach dem Kräfteparallelogrammsatz addieren darf, hat bereits Newton ausgesprochen in dem

Unabhängigkeitsprinzip: Die Wirkungen mehrerer gleichzeitig vorhandener Kräfte überlagern sich, ohne sich gegenseitig zu stören; ihre gemeinsame Wirkung ist also die Summe der Wirkungen, die die Kräfte einzeln hervorrufen.

Wir hatten schon früher (§ 55, 2) das Prinzip von der Unabhängigkeit der Bewegungen gefunden. Damals waren jedoch die Teilstrecken durch Mechanis-

men festgelegt (vgl. Abb. 146); in dem durch Abb. 157 dargestellten Fall aber ist der Ring nach allen Richtungen beweglich, doch sind zwei voneinander unabhängige Ursachen vorhanden, die einzeln dem Ring zwei verschiedene Bewegungen vorschreiben. Das Prinzip sagt aus, daß auch jetzt die eine Bewegung die andere nicht stört, und daß der Körper nach der vierten Ecke des Parallelogramms gelangt, wenn die ihn dahin bringende resultierende Kraft nicht durch eine entgegengesetzt gleiche aufgehoben wird. Ein wichtiges Beispiel für das Unabhängigkeitsprinzip bietet der Wurf.

2. Der lotrechte Wurf. Wird ein Körper lotrecht nach unten geworfen, und zwar mit der Anfangsgeschwindigkeit c, so würde er sich nach dem Beharrungsgesetz mit dieser Geschwindigkeit auf geradliniger Bahn bewegen, wenn keine weitere Kraft auf ihn wirkte. Infolge seines Gewichtes führt er aber noch eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus: Die Zusammensetzung beider Bewegungen liefert für die Geschwindigkeit zur Zeit t den Wert

$$v = c + gt$$

und für die in dieser Zeit zurückgelegte Strecke

$$s = ct + \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Für den Wurf lotrecht nach oben ist

$$v = c - gt \qquad s = ct - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

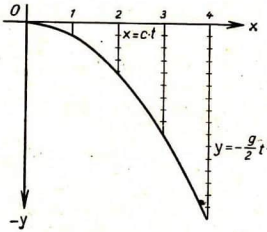


Abb. 168. Der waagerechte Wurf

Hieraus folgt für die Steigzeit (v ist dann gleich Null geworden)

$$t_1 = \frac{c}{g}$$

und für die Steighöhe (man setze den für t_1 gefundenen Wert in der Gleichung für s ein!)

$$s_1 = \frac{c^2}{2g}.$$

3. Der waagerechte Wurf. Die Bewegung eines in waagerechter Richtung geworfenen Körpers ist zusammengesetzt zu denken aus einer waagerechten gleichförmigen Bewegung und einer durch die Schwerkraft hervorgerufenen gleichmäßig beschleunigten Fallbewegung. Da die eine Bewegung sich der anderen überlagert, findet man den Ort zur Zeit t gemäß Abb. 168 nach den Gleichungen

$$x = ct \qquad y = -\tfrac{1}{2}gt^2.$$

Eliminiert man t, so ergibt sich als Gleichung der Bahn

$$x^2 = -2\frac{c^2}{g}\cdot y;$$

das ist die Gleichung einer Parabel.

Experimentelle Bestätigung durch Versuche mit einem geeigneten Wurfgerät und mit dem in Abb. 169 dargestellten Apparat, mit dem man zeigt, daß die Horizontalbewegung den freien Fall nicht stört, so daß eine in waagerechter Richtung fortgeschleuderte Kugel genau so schnell die Tischfläche erreicht, auf der das Gerät steht, wie eine andere Kugel im freien Fall.

Abb. 169. Loewys Wurfapparat

4. Der schräge Wurf. Wir benutzen auch hier zur Zusammensetzung der Bewegungen ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Abb. 170). Die Richtung des mit der Anfangsgeschwindigkeit c schräg aufwärts geworfenen Körpers schließt mit der waagerechten x-Achse den Erhebungswinkel α ein. Infolge der in die Wurfrichtung fallenden Teilbewegung befände sich der Körper zur Zeit t in Q ($OQ = c \cdot t$). In dieser Zeit durchfiele er die Strecke $QP = \frac{1}{2} g t^2$. Die Lage des tatsächlich erreichten Ortes P ist also, wenn x und y seine Koordinaten sind,

$$x = c \cdot t \cdot \cos\alpha \qquad y = c \cdot t \cdot \sin\alpha - \tfrac{1}{2} g t^2.$$

Die Kurvenpunkte bilden wieder eine Parabel (Elimination von t).

Indem wir die vorstehenden Wegkomponenten in den Richtungen der Koordinatenachsen nach t differenzieren, finden wir als Geschwindigkeitskomponenten

$$v_x = \frac{dx}{dt} = c \cdot \cos\alpha \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = c \cdot \sin\alpha - g t.$$

Für den höchsten Punkt der Bahn ist die lotrechte Geschwindigkeitskomponente v_y gleich Null. Daher folgt als Steigzeit $t_1 = \frac{c \cdot \sin\alpha}{g}$ und ferner, wenn dieser Wert für t_1 in der Gleichung für y eingesetzt wird, als Wurfhöhe $h = \frac{c^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$.

Für den Punkt, in dem der Körper die durch O gelegte Horizontalebene wieder erreicht, gilt die Bedingung $y = o$. Die eine Lösung dieser Gleichung lautet $t = o$, die andere liefert die Wurfzeit, die gleich der doppelten Steigzeit ist. Durch Einsetzen der Wurfzeit in die Gleichung für x ergibt sich die Wurfweite $w = \frac{c^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$.

Die größte Wurfweite liegt mithin vor für $\sin 2\alpha = 1$, also $2\alpha = 90^0$, $\alpha = 45^0$. Zu komplementären Erhebungswinkeln gehören gleiche Wurfweiten (flacher Wurf und Bogenwurf).

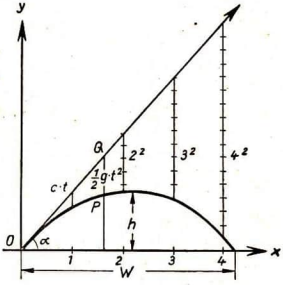


Abb. 170. Der schräge Wurf

Die vorstehenden Gesetze für den Wurf gelten nur für den luftleeren Raum. Ist die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers sehr groß, so wird die Bewegung durch den Luftwiderstand stark geändert (s. § 53, 1). Der zweite Teil der Wurfbahn fällt dann steiler ab, als der erste ansteigt; die zustandekommende Bahn heißt ballistische[1]) Kurve.

Zur Übung: Luftwiderstand und Wind sind nicht zu berücksichtigen. 1. Wie hoch steigt ein Körper, der, lotrecht emporgeschleudert, nach 16 s wieder zur Erde kommt? Wie groß ist seine Anfangsgeschwindigkeit? — 2. Es ist der Satz zu beweisen, daß ein Körper zum Durchfallen des lotrechten Durchmessers eines Kreises dieselbe Zeit braucht, wie zum Durchfallen einer beliebigen, vom höchsten Punkt des Kreises ausgehenden Sehne (schiefen Ebene). (Man drücke die Länge der Sehne durch den Kreisdurchmesser und einen Winkel aus und berechne dann die Zeit!) — 3. Es soll die Bahn eines mit der Geschwindigkeit $c = 25$ m/s waagerecht fortgeschleuderten Körpers gezeichnet und seine Bahngeschwindigkeit nach Größe und Richtung am Ende der 4. Sekunde bestimmt werden. ($v^2 = v_x^2 + v_y^2$; Parallelogramm der Geschwindigkeiten.)

§ 63. Bewegungshindernisse

1. Die gleitende Reibung. Wir legen nach Abb. 171 einen quaderförmigen Gegenstand K_1 mit glatter Unterfläche auf eine glatte waagerechte Ebene K_2.

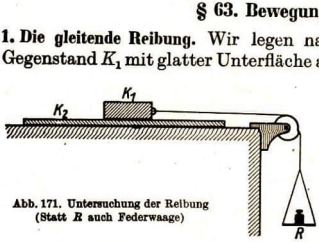


Abb. 171. Untersuchung der Reibung (Statt R auch Federwaage)

Geben wir dem Körper einen kleinen Stoß, so kommt er nach kurzer Zeit zur Ruhe. Wir bringen eine Zugvorrichtung an dem Quader an und legen soviel Gewichtsstücke auf die Waagschale, daß K_1 sich nach dem Stoß mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiterbewegt. Die aufgelegten Gewichte nebst dem Gewicht der Waagschale mögen mit R bezeichnet werden; diese Größe bezeichnen wir als Reibungswiderstand.

Wir machen denselben Versuch mit rauhen Flächen, indem wir die Berührungsflächen mit Schmirgelpapier überziehen; dann ist eine größere Kraft R nötig, um den Widerstand aufzuheben. Zwischen rauhen Berührungsflächen besteht also eine größere Reibung als zwischen glatten. Die Reibung rührt z. T. daher, daß selbst glatte Stoffe, wie Glas und poliertes Holz, mikroskopisch erkennbare Unebenheiten aufweisen. Diese werden bei der Bewegung der Körper gegeneinander verbogen, teilweise sogar abgerissen; dadurch wird der sich bewegende Körper gehemmt. Der andere Teil der Reibung hat seine Ursache in der Kraft, mit der die beiden Körper aneinander haften (Adhäsionskraft).

Bei unseren Versuchen überwinden wir die Reibung durch eine Kraft. Daraus, daß diese nur einer Kraft das Gleichgewicht halten kann, folgt:

Die Reibung ist eine Kraft. Sie ist der Bewegung, bei der sie auftritt, entgegengerichtet.

---

1) bállein (griech.) = werfen.

Geeignete Versuche lehren:

Der Reibungswiderstand R ist von der Größe der sich berührenden Flächen unabhängig. Er ist außer von der Art der Flächen, ihrer Rauhigkeit, nur abhängig von der Normalkraft N, d. h. der Druckkraft, die der gleitende Körper senkrecht zur Unterlage ausübt, und zwar ist er dieser proportional.

$$R = \mu \cdot N.$$

Der Quotient $\mu = \frac{R}{N}$ heißt Reibungszahl (Reibungskoeffizient). Sie beträgt für Metall auf Metall 0,15 bis 0,5, für Eisen auf Eis nur 0,02. μ ist eine dimensionslose Zahl.

Die Reibungszahl wird durch Schmiermittel (Fett, Öl, grüne Seife, Talkum, Graphit) wesentlich (bis auf 0,005) verkleinert, da diese Stoffe die Unebenheiten ausfüllen, so daß die festen Flächen sich nicht mehr unmittelbar berühren, sondern eine Gleitschicht zwischen ihnen ist.

Zur Bestimmung der Reibungszahl, z. B. zwischen Holz und Holz ($\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$), legt man einen hölzernen Quader vom Gewicht G auf eine schiefe Ebene und neigt diese, bis sich der Körper nach einem leichten Anstoß gleichförmig abwärts bewegt. Dieses trete beim Neigungswinkel β ein (man denke sich das Wägelchen in Abb. 165 durch einen Holzquader ersetzt); dann ist die Bewegungskomponente (§ 61, 5) gleich dem Reibungswiderstand, mithin, da $\alpha = 90^0 - \beta$ und $N = G \cdot \cos\beta$ ist,

$$G \cdot \sin\beta = \mu \cdot N; \qquad G \cdot \sin\beta = \mu G \cos\beta; \qquad \mu = \operatorname{tang}\beta.$$

2. Die rollende Reibung. Viel geringer als die gleitende Reibung, von der bis jetzt die Rede war, ist die rollende Reibung; sie ist vorhanden, wenn ein Körper auf einem anderen rollt. Bei den Rädern eines Wagens tritt nur an den Achsen gleitende Reibung ein, die man aber durch Anwendung von Kugellagern in rollende Reibung verwandeln kann.

3. Die Haftreibung. Größer als die im Anschluß an Abb. 171 erklärte Kraft R ist die Kraft R', die den ruhenden Körper K_1 gerade noch nicht in Bewegung setzt. Ebenso wie wir oben den Koeffizienten der gleitenden Reibung durch $R = \mu \cdot N$ definierten, erklären wir den Koeffizienten μ' der jetzt vorliegenden Haftreibung durch

$$R' = \mu' \cdot N.$$

Daß μ' größer als μ ist, hat seinen Grund darin, daß man jetzt durch eine Zusatzkraft den Körper erst in Bewegung setzen muß. Beispielsweise ist für Eichenholz auf Eichenholz parallel zu den Fasern $\mu = 0{,}48$ und $\mu' = 0{,}62$.

4. Wirkungen der Reibung. Wenn man auch oft bestrebt ist, die Reibung möglichst zu vermeiden, ist sie andererseits vielfach notwendig. Wir könnten nicht stehen und gehen, kein Wagen, keine Lokomotive könnte fahren, wenn es keine Reibung gäbe. Das Festhalten von Gegenständen mit der Hand, der Gebrauch der Bremse, das Festsitzen von Nägeln, der Zusammenhalt der Fäden in einem Gewebe und in einem Knoten, die Übertragung einer Kraft durch Treibriemen oder Seile, alles beruht auf Reibung.

5. Der Widerstand des Mittels. Von der Reibung ist ein zweites Bewegungshindernis, der Widerstand des Mittels, zu unterscheiden. Wenn sich ein Körper in der Luft oder im Wasser bewegt, drängt er einen Teil des Mittels zur Seite, einen Teil nimmt er mit sich fort oder schiebt ihn vor sich her. Der Widerstand des Mittels ist in hohem Maße von der Form des bewegten Körpers und von seiner Geschwindigkeit abhängig. Bei nicht zu großen Geschwindigkeiten (in der Luft bis etwa 50 m/s) ist er dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

Der größte Wert, den die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers erreicht, ist um so größer, je schwerer der Körper und je kleiner seine Widerstand bietende Fläche ist. Daher fallen eine Bleikugel, ein Stück Holz, ein Stück Papier aus großen Höhen nicht gleich schnell herab. Die Höchstgeschwindigkeit fallender Regentropfen ist wegen ihres geringen Gewichtes nur klein (bis zu 8 m/s), die kleiner Staubteilchen (vulkanischer Ausbrüche) noch viel geringer (s. auch § 53, 1).

Zur Übung: 1. Warum läuft die Eisenbahn auf Schienen? — 2. Warum haben Schlitten Kufen? — 3. Um genau aufeinander liegende Papierblätter abzählen zu können, fährt man auf dem obersten in der Mitte vielmals mit der Fingerspitze im Kreise herum. Was geschieht dann? — 4. Halte die Hände auseinander, die Handflächen einander zugewandt; laß dir einen Stab (Spazierstock) auf die Zeigefinger legen und bewege die Hände langsam aufeinander zu. Welche Hand bewegt sich jeweils weiter? Wo treffen sich die Hände? — 5. Erkläre die Wirkung des Schuhanziehers! — 6. Auf einer waagerechten Unterlage aus Holz liegt ein Stein von 300 kg Gewicht. Auf ihn wirkt eine unter 30° zur Waagerechten geneigte, schräg aufwärts gerichtete Kraft. a) Welche Kraft P' setzt den Körper in Bewegung ($\mu' = 0{,}7$)? (Beachte, daß die Normaldruckkraft durch P' verringert wird!) b) Welche Kraft P erhält den Körper in gleichförmiger Bewegung ($\mu = 0{,}3$)?

§ 64. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße („Impulssatz")

1. Wirkung und Gegenwirkung. Wir setzen zwei leicht bewegliche Wägelchen auf eine waagerechte Glasplatte (Abb. 172). Zwischen sie bringen wir eine zusammengedrückte Schraubenfeder, deren Entspannung wir durch einen Faden verhindern. Brennen wir ihn durch, so kommen die Wägelchen, wenn sie gleiche Massen haben, in derselben Zeit gleich weit. Die Kraft der Feder wirkt also nach beiden Seiten gleich stark.

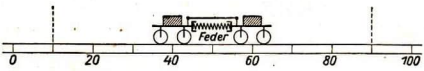


Abb. 172. Gespannte Feder zwischen Körpern gleicher Masse

In Abänderung dieses Versuches stellen sich zwei Menschen auf zwei Fahrzeuge (leichte Wagen oder Boote); in ihren Händen halten sie die Enden eines gespannten Seiles; die Massen seien auf beiden Seiten gleich. Zuerst ziehe nur der eine; beide Fahrzeuge bewegen sich und treffen sich in der Mitte ihres ursprünglichen Abstandes. Dann stellt man die Anfangsbedingungen wieder her, und beide Menschen ziehen; der Treffpunkt ist der gleiche.

Diese Versuche erläutern das

Wechselwirkungsgesetz („3. Newtonsches Prinzip“): Alle Kraftwirkungen zweier Körper aufeinander sind wechselseitig.

Niemals wirkt also eine Kraft auf einen Körper allein, sondern sie wirkt stets auf zwei Körper in entgegengesetzten Richtungen. Die Wirkung auf den einen Körper wird **Aktion**, die auf den anderen **Reaktion** genannt. Welche der beiden Wirkungen man Aktion nennt, ist willkürlich. Hiernach können wir das Wechselwirkungsgesetz auch in die Worte kleiden:

Aktion gleich Reaktion.

Wir wiederholen unseren ersten Versuch, nachdem wir die beiden Wagen verschieden belastet haben. Dann erteilt die Federkraft ihnen verschieden große Beschleunigungen (Abb. 173). Das erkennen wir daran, daß sich nach Entspannung der Feder der mehr belastete Wagen langsamer bewegt als der andere.

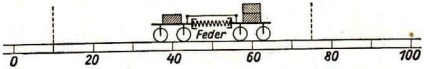


Abb. 173. Gespannte Feder zwischen Körpern verschiedener Masse

Ist der eine der beiden Angriffspunkte der Kraft fest, zieht man z. B. ein Boot mit Hilfe eines um einen Pfahl geschlungenen Seiles an Land, so läßt sich die Reaktion nur mit feineren Mitteln sichtbar machen, da sie sich nur in Verformungen zeigt.

Beispiele: Schlagen wir mit der Hand auf den Tisch, so empfinden wir einen Schlag des Tisches gegen die Hand. — Wechselseitige Anziehung von Magnet und Eisenstück. Befestige beide auf Korken und lasse sie auf Wasser schwimmen! — Man bringt auf einer Tafelwaage ein Becherglas mit Wasser ins Gleichgewicht. Taucht man einen am oberen Ende festgehaltenen Körper in das Wasser, so sinkt diese Waagschale (Gegenwirkung zum Auftrieb). — Nur Münchhausen zieht sich am eigenen Zopf aus dem Sumpf. — Jemand hat vorgeschlagen, die Segel eines Bootes bei unerwartet eingetretener Windstille durch mitgeführte Preßluft anzublasen. — Wie verträgt sich die Tatsache, daß ein Pferd einen Wagen fortbewegen kann, mit dem Wechselwirkungsgesetz?

2. Impuls und Bewegungsgröße. Wenn wir die Schraubenfeder in den durch Abb. 172 und 173 dargestellten Versuchen freigeben, entspannt sie sich innerhalb einer gewissen kurzen Zeit t. Die elastische Kraft hat während dieser Zeit einen feststellbaren Durchschnittswert P, ihre Wirkung ist der Zeit proportional; das Produkt $P \cdot t$ ist ein Maß für die Wirkung; man bezeichnet es als Kraftantrieb (Kraftstoß) oder Impuls[1]).

Wir wenden das Kraftwirkungsgesetz auf die durch den Impuls erzeugte Bewegung an. Der Impuls erteile einem Körper mit der Masse m die Beschleu-

1) impulsus (lat.) = Anstoß.

nigung b; dann gilt $P = m \cdot b$. Da die erreichte Geschwindigkeit $v = b \cdot t$ ist, folgt: $P = m \cdot \frac{v}{t}$; mithin gilt die als **Impulssatz** bezeichnete Gleichung

$$\boldsymbol{P \cdot t = m \cdot v}.$$

Das Produkt $m \cdot v$ heißt die Bewegungsgröße des Körpers mit der Masse m; sie ist das Ergebnis des Kraftantriebes $P \cdot t$.

Der Name „Impuls" wird oft auch für die Bewegungsgröße gebraucht.

Jetzt können wir das Ergebnis unseres in Abb. 173 dargestellten Versuches in einer Gleichung ausdrücken. Es seien m_1 und m_2 die Massen der beiden Wägelchen; da derselbe Kraftantrieb auf sie wirkt, sind die ihnen erteilten Bewegungsgrößen gleich groß. Daß diese entgegengesetzt gerichtet sind, bringen wir durch ein Minuszeichen zum Ausdruck und erhalten

$$m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2.$$

In der Form $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ sagt diese Gleichung aus: Die Summe der Bewegungsgrößen ist nach der Entspannung der Feder gleich Null. Bevor der Faden durchbrennt, ist die Bewegungsgröße beider Wägelchen ebenfalls gleich Null, denn sie sind in Ruhe; die gesamte Bewegungsgröße hat sich also während des Versuches nicht geändert. Die beiden Wägelchen mit der Schraubenfeder sind während des ganzen Vorganges ein gegen äußere Einwirkungen „abgeschlossenes System". Betrachten wir nur abgeschlossene Systeme, so können wir unsere Folgerungen verallgemeinern zu dem

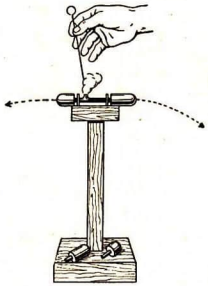


Abb. 174.
Schleudergerät nach Grimsehl

Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße:

$$\boldsymbol{m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 + \cdots = \text{const.}}$$

In einem gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Bewegungsgrößen unverändert.

Es ist zu beachten, daß dieser Erhaltungssatz für die vektorielle Summe der Bewegungsgrößen, nicht aber für ihre Beträge gilt, die ja z. B. bei dem letzten Versuch (Abb. 173) während der Entspannung beide zunehmen.

Weitere Beispiele: Nach Abb. 174 werden zwei eiserne Bolzen mit verschieden großer Masse durch dieselbe Kraft fortgeschleudert. Zur Bestätigung des Satzes $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ bestimmt man $v_1 : v_2$ als Verhältnis der Wege, die von den Bolzen bis zum Aufprall auf den Tisch in waagerechter Richtung zurückgelegt sind (s. Abb. 169).

Wenn ein Eisenbahnzug abfährt, so beschleunigt er die Schienen und die mit ihnen verbundene Erde in entgegengesetzter Richtung. Nimmt man einen drehbaren Unterbau mit geringer Masse (Abb. 175), so erkennt man die Rückwärtsbewegung. Kommen nach Ablauf des Uhrwerkes die Wagen zur Ruhe, so steht auch der Unterbau wieder still, wie es der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße fordert.

Diese Versuche und Beobachtungen sind Beweise für die Richtigkeit des 3. Newtonschen Prinzips, mit dem der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße im Grunde identisch ist.

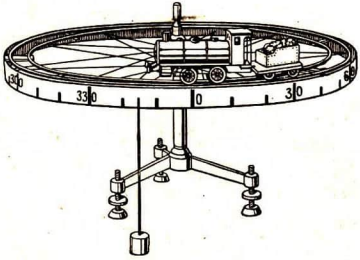


Abb. 175. Aktion gleich Reaktion

Zur Übung: 1. Was tritt ein, wenn man in einem ruhenden Boot sitzt und einem zweiten ruhenden Boot einen kräftigen Stoß gibt? Die Massen der Boote nebst Insassen seien m_1 und m_2. — 2. Man springt aus einem kleineren Boot an Land. — 3. Man stößt sich mit dem Ruder vom Ufer ab. Die zweite Masse, nämlich die Erde, ist in diesem Fall ungeheuer groß.

§ 65. Die Zentral- und die Fliehkraft

1. Die Zentralkraft. Wenn sich ein Körper mit einer Bahngeschwindigkeit vom konstanten Betrage v auf einem Kreis mit dem Radius r bewegt, hat (nach § 56, 2) die Beschleunigung seiner Bewegung die Größe

$$b = \frac{v^2}{r}$$

oder, wenn man die Winkelgeschwindigkeit ω und die Drehzahl f einführt,

$$b = \omega^2 r \quad \text{und} \quad b = 4\pi^2 f^2 r.$$

Der Beschleunigungsvektor steht senkrecht auf der Tangente; er ist zum Kreismittelpunkt hin gerichtet.

Nach dem Kraftwirkungsgesetz ist die Kraft Z, die diese Beschleunigung an einem Körper der Masse m hervorruft

$$Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

oder $Z = m \cdot \omega^2 r$

oder $Z = m \cdot 4\pi^2 f^2 r$.

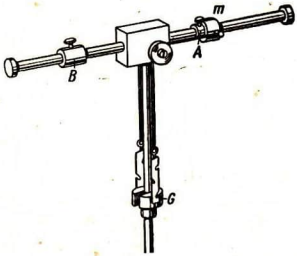


Abb. 176. Zentralkraftwaage

Ihre Richtung ist die der Beschleunigung; man nennt sie **Zentralkraft.** Schleudert man einen Körper an einem Gummiband im Kreise herum, so ist die elastische Kraft des Bandes die Zentralkraft Z.

Eine Prüfung der Gleichung $Z = m \cdot \omega^2 r$ ist mit dem in Abb. 176 dargestellten Gerät möglich: Ein Körper mit der Masse m kann auf einem Dreharm

gleiten; er ist durch eine über eine Rolle führende Schnur mit dem Gewichtsstück G verbunden, das die Zentralkraft liefert. Die Klemmschraube A grenzt die Länge des Dreharmes ab; B ist eine Ausgleichsmasse. Rotiert der Körper so schnell, daß er sich gerade von der Klemmschraube löst, so ist G die zu dieser Winkelgeschwindigkeit gehörende Zentralkraft. Verdoppelt man bei der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω den Drehradius r oder die Masse m, so ist G zu verdoppeln; es ist also $Z \sim r$ und $Z \sim m$. Läßt man jedoch r und m unverändert, so ist bei der doppelten Winkelgeschwindigkeit ω das vierfache Gewicht erforderlich: $Z \sim \omega^2$.

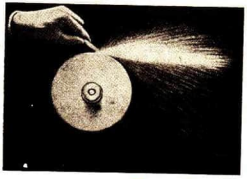


Abb. 177. Sprühender Schleifstein

Reißt der Faden, an dem man einen Stein im Kreise herumschwingt, so fliegt dieser in der Richtung der Tangente mit konstanter Geschwindigkeit fort. Man sieht dieses tangentiale Wegfliegen gut an den von einem Schleifstein abspringenden glühenden Teilchen (Abb. 177).

2. Die Fliehkraft. Wenn man in einem Fahrstuhl steht, der beim Anfahren eine abwärts gerichtete, beschleunigte Bewegung ausführt, hat man das Gefühl, als ob das Körpergewicht durch eine aufwärts wirkende Kraft vermindert würde. Wir machen einen entsprechenden Versuch, indem wir nach Abb. 178 einen Kraftmesser mit einem Körper vom Gewicht $G = m \cdot g$ belasten. Bewegen wir ihn gleichförmig abwärts, so zeigt der Kraftmesser wie im Ruhezustand das Gewicht des Körpers richtig an. Bewegen wir ihn aber beschleunigt nach unten, so macht sich der Trägheitswiderstand des Körpers bemerkbar: Es tritt eine nach oben gerichtete Trägheitskraft auf, die den Körper zu leicht erscheinen läßt.

Abb. 178. Trägheitswiderstand bei geradliniger Bewegung

In diesem Beispiel wird der Körper in der Richtung beschleunigt, in der er sich bewegt (fortschreitende Bewegung). Auch bei einer gleichförmigen Kreisbewegung liegt eine Beschleunigung vor, doch ändert sich nicht der Betrag, sondern die Richtung der Geschwindigkeit des umlaufenden Körpers. Um ihn in seiner Bahn zu erhalten, ihm also die Beschleunigung $b = \omega^2 r$ zu erteilen, muß eine Kraft aufgewandt werden, die wir Zentralkraft nannten. Versetzen wir uns in den Mittelpunkt des Kreises und rotieren mit, so daß wir den Körper dauernd anschen, so ist er in bezug auf uns in Ruhe. Es muß also auf den relativ zu uns ruhenden Körper eine nach außen gerichtete Kraft wirken, die der Zentralkraft das Gleichgewicht hält; sie wird als **Fliehkraft** oder **Zentrifugalkraft**[1]) bezeichnet und ist der Trägheitswiderstand, mit dem die Masse des herumgeschwungenen Körpers der dauernden

1) fúgĕre (lat.) = fliehen.

Richtungsänderung widerstrebt. Ebenso wie bei dem Versuch der Abb. 178 das Gewicht nur für den mitbeschleunigten Kraftmesser vermindert wird, besteht bei einem mit der Hand herumgeschwungenen Körper die in die Verlängerung des Radius fallende Fliehkraft nur für die den Körper haltende Hand. Da der Körper für uns in Ruhe bleibt, unsere nach innen gerichtete Muskelkraft also durch die nach außen gerichtete Fliehkraft gerade aufgehoben wird, gilt:

Die Fliehkraft ist der Zentralkraft entgegengesetzt gleich,

ein Satz, der sich ja auch aus dem Wechselwirkungsgesetz unmittelbar ergibt.
Für den Betrag der Fliehkraft gelten daher ebenfalls die Formeln

$$Z' = m \cdot \frac{v^2}{r}, \quad Z' = m \cdot \omega^2 r, \quad Z' = m \cdot 4\pi^2 f^2 r.$$

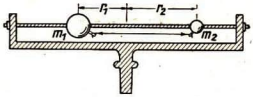


Abb. 179. Gleichgewicht auf der Schwungmaschine. $m_1 \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2$

Um die Fliehkraft zu messen, die sich nach der dritten Formel ergibt, und um sie auf diese Weise zu bestätigen, hängen wir ein $\frac{1}{2}$-kg-Stück ($m = 0{,}05$ ME) mit einem starken Faden an eine 25-kg-Federwaage und schleudern beide zusammen im Kreise herum. Ein vor dem Zeiger angebrachtes Korkstückchen wird bei schneller Drehung (man bestimme f!) beispielsweise bis zum 10-kg-Strich vorgeschoben.

In dem durch Abb. 179 dargestellten Versuch liefert der Trägheitswiderstand der einen Kugel die Zentralkraft für die andere. Mit anderen Worten: Es ist gleichgültig, welche Kraft als Zentrifugalkraft und welche als Gegenkraft bezeichnet wird. Die beiden Kugeln behalten bei der Rotation ihre Lage, wenn ihre Abstände von der Achse sich umgekehrt wie ihre Massen verhalten oder wenn das in der Formel $Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$ auftretende Produkt $m \cdot r$ (bei demselben ω) für die Kugeln das gleiche ist.

3. Anwendungen. In der Milchzentrifuge wird der Rahm dadurch von der Magermilch getrennt, daß man die Vollmilch, ein Gemisch von Fetttröpfchen in einer wässerigen Lösung, in einem Kessel in rasche Drehung versetzt; die Magermilch wird wegen ihrer größeren Dichte nach außen getrieben ($Z \sim m$), während sich der Rahm auf der Innenseite der rotierenden Flüssigkeitsmasse nahe der Drehachse abscheidet.

Abb. 180. Gefäß mit Quecksilber und Wasser

Man füllt ein Gefäß von der in Abb. 180 dargestellten Form halb mit Quecksilber und gefärbtem

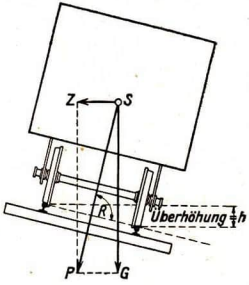


Abb. 181. Wagen in einer Kurve

Wasser und versetzt es in schnelle Drehung; was tritt ein? Zeichne dazu eine Figur!

Nach der Formel $Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ ist bei gleicher Bahngeschwindigkeit die Gefahr der Entgleisung einer Lokomotive umso größer, je stärker die Schienenbahn gekrümmt ist. Die Gefahr nimmt ferner mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zu. Um die Entgleisung zu verhüten, legt man bei Kurven die äußere Schiene höher als die innere (Abb. 181); dann setzt sich bei einer bestimmten Höchstgeschwindigkeit die Fliehkraft mit dem Gewicht der Lokomotive zu einer Resultante zusammen, die auf der Schienenbahn senkrecht steht.

Abb. 182. Die Oberfläche rotierenden Wassers

Weitere Beispiele: Wäscheschleuder; Schleifenfahrt (looping the loop); Abplattung der Erde (s. § 78, 3). Abb. 182 zeigt einen Vertikalschnitt durch die Oberfläche rasch rotierenden Wassers.

Auf der Fliehkraft beruht auch die Kreisel- oder Zentrifugalpumpe (Abb. 183). Sie besteht aus einem zylindrischen Gehäuse, in dem sich ein Schaufelrad dreht. Wenn das Gehäuse mit Wasser gefüllt ist, wird dieses durch die Fliehkraft nach außen getrieben und tritt durch das tangential ansetzende Steigrohr oben aus. Gleichzeitig entsteht in der Mitte ein Unterdruck, so daß der äußere Luftdruck neues Wasser in ein durch einen axialen Rohrstutzen angeschlossenes Saugrohr treibt. Die Pumpe hat den Vorzug, daß sie nicht stoßweise arbeitet, und daß sie keine Ventile hat und deshalb auch schlammiges Wasser ansaugen kann.

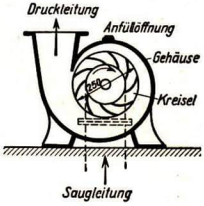


Abb. 183. Kreiselpumpe (Durch die „Anfüllöffnung" wird das Gehäuse mit Wasser gefüllt, wenn die Pumpe in Betrieb genommen werden soll.)

Um beim Radfahren eine Kurve zu nehmen, dreht man das Vorderrad mittels der Lenkstange und bestimmt dadurch den Kurvenradius r. Aber das genügt nicht; es ist eine Zentralkraft $Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ erforderlich, die der auftretenden Fliehkraft das Gleichgewicht hält. Diese Zentralkraft wird durch die Schwerkraft $G = m \cdot g$ bei geneigtem Rade geliefert. Wir zerlegen G in zwei Komponenten (Abb. 184). Z bildet die Zentralkraft, sie wird durch die Zentrifugalkraft Z' aufgehoben; die zweite Komponente G' muß in die Richtung fallen, in die das Rad geneigt ist, dann ist sie wirkungslos. Daher ist

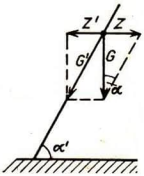


Abb. 184. Kräftespiel bei Kurvenfahrt (G greift an im Schwerpunkt von Rad und Fahrer). $\alpha' = 90^0 - \alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Z}{G} = m \frac{v^2}{r} : m g = \frac{v^2}{r \cdot g}.$$

Zu einer großen Geschwindigkeit v und einem kleinen Radius r gehört also ein großer Winkel α. Deshalb werden bei Radrennbahnen die Kurven stark überhöht (vgl. Abb. 181). Ohne diese Maßnahme würde ein Fahrrad, ein Auto in der Richtung der Tangente weitergleiten, sobald die Fliehkraft größer wird als die gleitende Reibung der Räder auf der Fahrbahn.

Will man beim Radfahren eine Rechtskurve machen, so kann man die Neigung nach rechts dadurch hervorrufen, daß man das Vorderrad kurz ein wenig nach links dreht, dann tritt eine Fliehkraft auf und bewirkt die erforderliche Neigung.

Zur Übung: 1. Wie groß muß die Geschwindigkeit und die Umlaufszeit eines Körpers sein, der bei der gleichförmigen Bewegung auf einer Kreisbahn von 1 m Radius eine Fliehkraft

erfährt, die gleich seinem Gewicht ist? Welche Lage nimmt dieser Körper ein, wenn er wie ein Pendel aufgehängt und in einer waagerechten Ebene herumgeschwungen wird? Bei welcher Geschwindigkeit ist die Fliehkraft doppelt so groß wie das Gewicht? — 2. Mit welcher Kraft wird Wasser in einer Wäscheschleuder von 25 cm Radius nach außen geschleudert, wenn sie 3000 Umdrehungen in der Minute ausführt? — 3. Wie stark muß sich ein Radfahrer, der mit einer Geschwindigkeit von 6 m/s durch eine Kurve von 20 m Radius fährt, nach innen neigen, damit die Resultante aus Gewicht und Fliehkraft in die Ebene des Rades fällt? (Verwerte Abb. 184!)

§ 66. Harmonische Schwingungen

1. Definition einer harmonischen Schwingung. Wir belasten eine elastische Schraubenfeder mit einem Gewichtsstück (Abb. 185). Hängen wir dann 10, 20, 30, ... g an, so verlängert sich die Feder jedesmal um dieselbe Strecke. Entsprechend verkürzt sie sich, wenn wir sie mit der Kraft 10, 20, 30, ... g zusammendrücken. Es ergibt sich das (nach Robert Hooke, 1645 bis 1703, benannte)

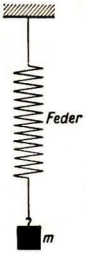


Abb. 185. Hookesches Gesetz

Hookesche Gesetz: Elastische Formveränderungen sind den formändernden Kräften proportional.

Wir bezeichnen einen Körper, wenn er diesem Gesetz vollkommen genügt, als „vollkommen elastisch".

Ziehen wir die belastete Schraubenfeder auseinander und lassen sie dann los, so führt sie Schwingungen aus, bei denen nach vorstehendem Gesetz die Kraft in jedem Augenblick dem Abstand des Gewichtsstückes von seiner Ruhelage proportional ist.

In Abänderung dieses Versuches befestigen wir eine Kugel zwischen zwei Schraubenfedern (Abb. 186). Um ihr Gewicht auszuschalten, hängen wir sie an einen mehrere Meter langen Faden. Dann lassen wir sie zwischen den Federn hin- und herschwingen.

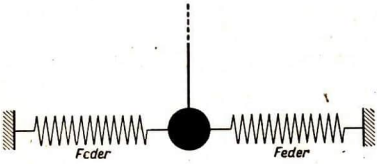


Abb. 186. Harmonische Schwingungen einer Kugel

Oder wir klemmen eine Blattfeder F, an deren einem Ende ein Spiegelchen Sp befestigt ist, in einen Schraubstock (Abb. 187). Ein von dem Spiegel zurückgeworfener Lichtstrahl entwirft auf einem Schirm einen hellen Fleck. Versetzen wir die Feder in Schwingungen, so führt der Lichtfleck sie in vergrößertem Maße aus. — Da auch die einzelnen Massenteilchen einer tönenden Saite derartige Schwingungen vollführen, bezeichnet man sie als harmonische Schwingungen.

Abb. 187. Harmonische Schwingungen eines an einer Blattfeder befestigten Spiegels

Ein Massenpunkt führt harmonische Schwingungen aus, wenn die Kraft, mit der er in seine Mittellage zurückgezogen wird, in jedem Augenblick seinem Abstand von der Mittellage proportional und ihm entgegen gerichtet ist.

Auch eine Wassersäule in einem U-Rohr schwingt harmonisch, denn der jeweilige Überdruck ist dem Höhenunterschied in den beiden Schenkeln, der doppelt so groß ist wie der Abstand von der Mittellage, proportional.

2. Die Gleichung harmonischer Schwingungen. Auf einem Kreis $(O; r)$ (Abb. 188) bewege sich ein Punkt gleichförmig von A' aus im Gegenzeigersinn in Ts einmal

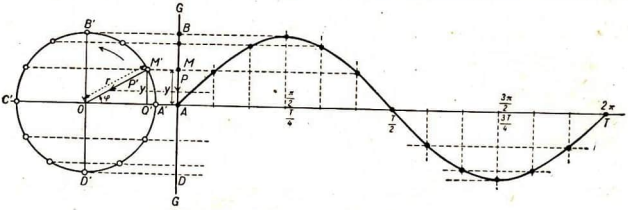


Abb. 188. Zur Gleichung harmonischer Schwingungen

herum. Wir zeichnen den zu OA' senkrechten Durchmesser $B'D'$ und hierzu eine Parallele GG und denken uns für jede beliebige Lage M' des auf dem Kreis umlaufenden Punktes das Lot auf GG gefällt. Dann führt während der Zeit T der Fußpunkt M des Lotes eine hin- und hergehende Bewegung aus, von der wir behaupten, daß sie harmonisch ist. Wenn sich nämlich ein Punkt mit der Masse m mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis (Radius r) bewegen soll, muß auf ihn in der Richtung des Halbmessers die Zentralkraft $P' = m \cdot \omega^2 r$ wirken (§ 65, 1). Die Bewegung des Punktes M verläuft so, als ob auf ihn in der Richtung MA die Komponente P dieser Kraft wirke. Nach dem Strahlensatz ist $P' : P = r : y$, folglich $P = \frac{P'}{r} \cdot y$. Die scheinbar auf den Punkt M wirkende Kraft ist also seinem Abstand von der Mittellage proportional; dieses ist aber das charakteristische Merkmal der harmonischen Bewegung:

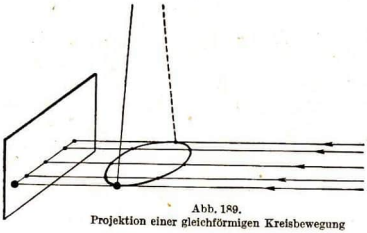


Abb. 189.
Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung

Betrachtet man die Bewegung eines sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn bewegenden Punktes von der Seite her, von einem Ort aus, der in der Bahnebene liegt, so erscheint sie als harmonische Bewegung.

Wenn man einen auf einer Kreisbahn umlaufenden Punkt (Kegelpendel) auf einen zu seiner Bahnebene senkrechten Schirm durch in dieser Ebene ver-

laufende parallele Lichtstrahlen projiziert (Abb. 189), führt daher das Schattenbild wie der Lichtfleck bei Abb. 187 harmonische Schwingungen aus.

Die größte Entfernung oder größte Elongation[1]) des schwingenden Punktes von seiner Mittellage ($AB = AD = r$ in Abb. 188) heißt **Schwingungsweite** oder **Amplitude**[2]). Die Dauer eines vollen Hin- und Herganges von M stimmt mit der Umlaufszeit T des Punktes M' überein und heißt **Schwingungsdauer** (Periode). Die Zahl f der Umläufe, die M' in einer Sekunde ausführt, ist zugleich die Anzahl der Schwingungen von M in einer Sekunde und wird **Schwingungszahl** (Frequenz) genannt; sie hat die Dimension $[t^{-1}]$. Ihre Einheit ist 1 Hertz (Hz) = 1 Schwingung je Sekunde. Zwischen Schwingungszahl und Schwingungsdauer besteht die Beziehung $f = \frac{1}{T}$ (§ 56).

Der Winkel φ, den der Punkt M' von A' aus in der Zeit t zurückgelegt hat, heißt Phasenwinkel oder kurz Phase[3]). Zwischen t und dem zugehörigen, im Bogenmaß gemessenen Phasenwinkel φ besteht die Beziehung $t : T = \varphi : 2\pi$; daher ist $\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \omega t$.

Für die jeweilige Entfernung $MA = M'Q' = y$ des schwingenden Punktes von der Mittellage ergibt sich aus der Abbildung

$$y = r \cdot \sin \varphi = r \cdot \sin \omega t.$$

Die Elongation ist dem Sinus des Phasenwinkels proportional.

Man nennt deshalb die harmonische Schwingung auch **Sinusschwingung.** In der rechten Hälfte von Abb. 188 ist die Zeit t als Abszisse abgetragen, während als Ordinaten die entsprechenden Elongationen eingezeichnet sind. Die entstandene Sinuslinie liefert den zeitlichen Verlauf der harmonischen Schwingung.

Man erhält die Sinuslinie durch einen Versuch, wenn man nach Abb. 187 den Lichtstrahl nicht auf einen festen Schirm, sondern auf einen Drehspiegel fallen läßt.

3. Die Schwingungsdauer. Aus $P' = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$ folgt für die Umlaufszeit bei der Kreisbewegung, also auch für die Schwingungsdauer der harmonischen Schwingung, $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{r}{P'}}$ oder, da $P' : P = r : y$ ist (Abb. 188),

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P}}.$$

Das hier auftretende Verhältnis $\frac{y}{P}$ ist für jede Lage des Punktes M dasselbe. Bezeichnen wir die Kraft, die auf den schwingenden Punkt bei der Elongation $y = 1$ m wirken würde, mit P_1, so ist $y : P = 1 : P_1$, und für die Schwingungsdauer folgt:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{P_1}}.$$

---

1) ē (lat.) = aus; longus (lat.) = lang, weit. 2) amplitúdo (lat.) = Weite.
3) phásis (griech.) = das Erscheinen; vgl. „Phase" des Mondes.

Da P_1 nicht von der Schwingungsweite abhängt, sondern eine Konstante der Feder ist – sie heißt deshalb Federkraft – lehrt die Formel:

Die Schwingungsdauer einer harmonischen Bewegung ist von der Schwingungsweite unabhängig.

Zur Übung: 1. Zur Bestätigung des letzten Satzes bestimmen wir nach Abb. 185 und 186 bei verschiedenen Schwingungsweiten mit Hilfe der Stoppuhr die Anzahl der Schwingungen in einer geeigneten Zeit panne. — 2. Wir bestimmen bei einer durch einen Körper mit der Masse m belasteten Schraubenfeder (Abb. 185) durch einen Versuch f und T. Um dann dasselbe T nach der Formel $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \frac{y}{P}}$ auch durch Rechnung zu finden, hängen wir ein beliebiges Gewicht P an und beobachten die dadurch hervorgerufene Verlängerung y der Schraubenfeder. — 3. Man überzeuge sich, daß in der soeben benutzten Formel die Dimension stimmt, daß also die Dimension der rechten Seite [f] ist.

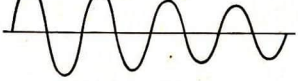


Abb. 190. Gedämpfte Schwingungen

Bei derartigen Versuchen findet man, daß die Schwingungsweite infolge der unvermeidlichen Reibungswiderstände immer kleiner wird; man erhält statt **„ungedämpfter“** Schwingungen **„gedämpfte“**; Abb. 190 zeigt den zeitlichen Verlauf einer gedämpften Schwingung. Das Verhältnis von je zwei aufeinander folgenden, auf derselben Seite liegenden Schwingungsweiten, das sog. Dämpfungsverhältnis, ist in der Abbildung gleich 1, 2. Wenn die Sinusform erhalten bleiben soll, muß dem schwingenden System fortwährend neue Energie zugeführt werden.

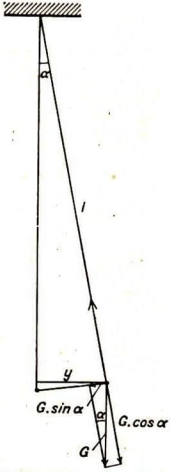


Abb. 191. Mathematisches Pendel

§ 67. Das mathematische Pendel

1. Das Pendelgesetz. Hängt man eine Kugel an einem Faden auf, so entsteht ein Pendel[1]). Wir denken uns zunächst den Faden gewichtslos und die gesamte Masse m des Pendelkörpers in einem Punkt zusammengezogen; dann spricht man von einem mathematischen Pendel. Man kann dies annähernd durch eine kleine, schwere Kugel verwirklichen. Die Länge des Fadens heißt Pendellänge l (Abb. 191).

Wir untersuchen die Pendelbewegung für kleine Winkelausschläge; der Pendelkörper bewegt sich dann auf einer nahezu geradlinigen Bahn. Sein jeweiliger Abstand von der lotrechten Lage werde mit y bezeichnet.

Die Pendelkugel sei ein wenig aus ihrer Ruhelage entfernt. Wir zerlegen das an ihr angreifende Gewicht G nach dem Parallelogrammsatz in zwei Komponenten, die eine in der Richtung des Fadens, die andere in der Richtung der Bahntangente. Dann tritt auch hier der Winkel α auf. Daher ist die erste

1) péndulum (lat.) = das Hängende.

Komponente gleich $G \cdot \cos\alpha$; sie spannt den Faden. Die zweite Komponente, $P = G \cdot \sin\alpha$, beschleunigt die Kugel in der Richtung der Bahn. Da $\sin\alpha = \frac{y}{l}$ ist, folgt

$$P = \frac{G}{l} \cdot y \qquad \text{oder} \qquad P = \frac{m \cdot g}{l} \cdot y.$$

Die beschleunigende Kraft ist also dem Abstand der Kugel von der Mittellage proportional. Da sie für kleine Winkelausschläge in die Richtung dieses Abstandes fällt, ergibt sich nach der Definition harmonischer Schwingungen:

Bei kleinen Winkelausschlägen schwingt ein Pendel harmonisch.

Den experimentellen Nachweis hierfür liefert der durch Abb. 192 dargestellte Versuch: Wir hängen an zwei langen Fäden ein mit feinem Sand gefülltes, unten offenes Trichtergefäß auf und lassen es schwingen; zieht man unter dem Trichter ein Brett mit gleichbleibender Geschwindigkeit senkrecht zur Schwingungsebene entlang, so zeichnet der ausfließende Sand eine Sinuslinie auf.

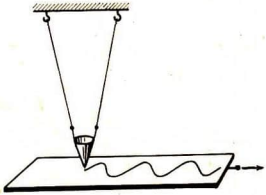


Abb. 192. Aufzeichnung der Pendelschwingungen

Die Bedeutung der in der Formel für harmonische Schwingungen

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P}}$$

auftretenden Größen m, y, P stimmt mit der Bedeutung, die sie jetzt beim Pendel haben, überein. Wir können die Formel also ohne weiteres anwenden. Setzen wir in ihr P gleich $\frac{m \cdot g}{l} \cdot y$, so folgt das

Pendelgesetz:

$$\boldsymbol{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}.$$

Bei kleinen Winkelausschlägen ist die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt und der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung umgekehrt proportional.

Bei kleinen Winkeln ist die Schwingungsdauer also wie bei jeder harmonischen Bewegung von dem Ausschlag unabhängig. Außerdem ist sie von der Masse des Pendels unabhängig. Diese zweite Eigenschaft hat unter allen schwingenden Körpern nur das mathematische Pendel.

Wenn der Winkelausschlag α unter 5^0 bleibt, beträgt der Fehler, den man bei der Berechnung von T nach der Pendelformel macht, weniger als $1\,^0/_{00}$. Deshalb bietet sie die Möglichkeit, g recht genau experimentell zu bestimmen. Man muß zu den Versuchen nur einen möglichst punktförmigen Pendelkörper und masselosen Faden anwenden.

Zur Übung: 1. Man bestimme g nach der aus dem Pendelgesetz folgenden Formel $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$, indem man die Anzahl der Schwingungen z. B. in 1 Minute zählt. — 2. Bestätige durch Versuche die Pendelformel! Jetzt wird $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ als bekannt vorausgesetzt. — 3. Berechne die Länge eines Sekundenpendels für Berlin ($g = 9{,}813\ \mathrm{m/s^2}$) und für den Äquator ($g = 9{,}781\ \mathrm{m/s^2}$), d. h. eines Pendels, das zu einem Hin- oder Hergang eine Sekunde braucht! — 4. Verfertige ein Sekundenpendel ($g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$) und stelle fest, wie genau das gelingt! — 5. Um wieviel geht eine zuvor richtig gehende Uhr mit einem Sekundenpendel an einem Tage falsch, wenn sich die Pendellänge um $\frac{1}{10}$ mm ändert?

Für das sog. **physische Pendel,** bei dem die Gesamtmasse nicht genähert in einem Punkt vereinigt ist, ergibt sich eine andere Formel (§ 69, 5).

2. Zusammensetzung von Schwingungen. Wir bringen den in Abb. 193 dargestellten Trichter, aus dem Sand ausläuft, nach vorn rechts aus seiner Ruhelage und lassen ihn los, dann führt der Trichter gleichzeitig zwei Bewegungen aus, deren Schwingungsrichtungen senkrecht aufeinander stehen. Je nach dem Verhältnis ihrer Schwingungszahlen und -weiten ergeben sich die mannigfaltigsten sog. Lissajousschen Figuren[1]). Noch schöner erhält man diese, wenn man einen Lichtstrahl nacheinander auf zwei in verschiedenen Ebenen schwingende Spiegelchen fallen und zu einem Schirm gelangen läßt.

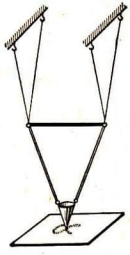


Abb 193.
Zusammensetzung von Pendelschwingungen

Wenn sich in dieser Weise die Schwingung eines Körpers aus zwei Teilschwingungen zusammensetzt, findet man seinen jeweiligen Ort durch eine Zeichnung nach dem Parallelogrammsatz. Wenn dabei die Schwingungsrichtungen der Teilbewegungen nicht, wie in unserem Versuch, einen Winkel miteinander bilden, sondern übereinstimmen wie bei einer schwingenden Saite, bei der die Schwingungen der Obertöne die Schwingung des Grundtons überlagern, so werden die Elongationen einfach algebraisch addiert.

§ 68. Drehung um eine feste Achse. Der Schwerpunkt

1. Gleichwertige Drehmomente. Ein Körper sei um eine zur Ebene der Zeichnung (Abb. 194) senkrechte Achse A drehbar. Es wirken auf ihn die in den markierten Punkten angreifenden Kräfte P_1 und P_2 in der Zeichenebene. Wir verlängern die Angriffslinien der beiden Kräfte bis zu ihrem Schnittpunkt B und verschieben die Kraftstrecken nach BC_1 und BC_2. Da sich der Körper nur um die Achse A drehen kann, bewegt sich der Punkt B auf dem gezeichneten Kreisbogen, und seine augenblickliche Richtung ist durch die Tangente BT angegeben. Nach dem Projektionssatz

Abb. 194.
Zwei gleichwertige Drehmomente

1) J. A. Lissajous, französischer Physiker (1822—1880).

(§ 61, 4) ist BC_1 gleichwertig mit der durch BD dargestellten Kraft P, die man erhält, wenn man BC_1 auf BT projiziert. (Die zweite Komponente von BC_1 bewirkt eine Druckverformung in der Richtung BA.) Da die Dreiecke ABD und ABC_1 inhaltsgleich sind, ergibt sich $P_1 \cdot a_1 = P \cdot a$, wo a_1 das Lot vom Punkt A auf die Richtung der Kraft P_1 und a die Strecke AB bedeutet.
Die durch BC_2 dargestellte Kraft P_2 ist für die Drehwirkung dann mit P_1 gleichwertig, wenn, wie in der Abbildung angenommen ist, ihre Projektion auf BT mit der Projektion von BC_1 zusammenfällt; es ist dann auch $P_2 \cdot a_2 = P \cdot a$, und hieraus folgt

$$\boldsymbol{P_1 \cdot a_1 = P_2 \cdot a_2}.$$

Man bezeichnet das von dem Punkt A der Achse auf die Richtung einer Kraft gefällte Lot, z. B. a_1, als Kraftarm. Multipliziert man die Kraft mit ihrem Hebelarm, so erhält man das sog. **Drehmoment**[1]). Mit Benutzung dieser Ausdrücke können wir die gewonnene Gleichung in folgende Worte kleiden:

Momentensatz: Zwei Kräfte, die auf einen um eine Achse drehbaren Körper wirken, und zwar in einer Ebene, auf der die Achse senkrecht steht, sind dann gleichwertig, wenn ihre Drehmomente gleich sind.

Ein solcher Körper wird auch als **Hebel** bezeichnet, und der Momentensatz wird deshalb auch **Hebelsatz** genannt. Der Hebel hat meistens die Form einer geraden, gebogenen oder winkligen Stange, die um eine Achse oder einen Stützpunkt drehbar ist. Er findet Anwendung als Hebebaum, Brecheisen, beim Türdrücker, Nußknacker, bei der Zange, Schere usw. Eine von der Stange abweichende Form hat er beim Göpelwerk, bei der Schiffswinde (Spill), beim Steuerrad, beim Rad an der Welle.
Das Drehmoment hat für die Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die Kraft für eine Verschiebungsbewegung.
Wirken an einem um eine Achse drehbaren Körper (Hebel) mehrere Kräfte mit den Drehmomenten $P_1 \cdot a_1$ usw., so kann man alle durch Kräfte ersetzen, deren Arme gleich der Längeneinheit sind, alle in demselben Punkt angreifen und alle gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Die Größen Q_1, Q_2 dieser Kräfte ergeben sich aus $Q_1 \cdot 1 = P_1 \cdot a_1$ usw.; man kann sie zur Bildung der Resultierenden M algebraisch addieren, wobei man die im Uhrzeigersinn drehenden Kräfte positiv und die im Gegenzeigersinn drehenden negativ rechnet. So folgt: $M = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$ oder $M = P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots + P_n a_n$, was kürzer in der Form

$$\boldsymbol{M = \sum_1^n (P_m a_m)}$$

(gelesen: Summe $P_m a_m$ über m von 1 bis n) geschrieben wird.

Man findet das resultierende Drehmoment mehrerer Drehkräfte in bezug auf eine feste Achse, indem man die Momente der einzelnen Kräfte addiert. Die sich ergebende algebraische Summe ist zahlenmäßig gleich einer resultierenden Drehkraft am Hebelarm 1.

1) moméntum (lat.), entstanden aus movimentum = das Bewegende.

Die Drehkräfte $P_1, P_2, \ldots P_n$ bewirken keine Drehung, wenn das resultierende Moment Null ist:

Die Gleichgewichtsbedingung für den um eine feste Achse drehbaren Körper lautet:

$$\sum_1^n (P_m\, a_m) = 0.$$

Anders ausgedrückt:

Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe der Drehmomente gleich Null ist.

2. Parallele Kräfte. Wir sahen (§ 61, 2), daß sich parallele Kräfte mit Hilfe des Kräfteparallelogramms nicht zusammensetzen lassen. In Abb. 195 sind zwei parallele auf einen Körper wirkende Kräfte gleich so verschoben, daß die Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte auf ihren Wirkungslinien senkrecht steht. Wir suchen die Kraft Q, die den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht hält; dieser Kraft Q ist dann die gesuchte Resultierende R entgegengesetzt gleich.

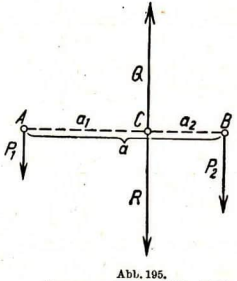


Abb. 195.
Zusammensetzung paralleler Kräfte

Wir gehen aus von dem Satz: Halten sich mehrere, in verschiedenen Punkten eines starren Körpers angreifende Kräfte das Gleichgewicht, so ändert sich hieran nichts, wenn man einen beliebigen Punkt oder eine beliebige Gerade des Körpers unbeweglich macht.

Hieraus folgt zunächst, daß Q auf AB senkrecht steht. Richtet man es nämlich so ein, daß der Körper sich nur längs der festen Geraden AB gleitend bewegen kann, so würde eine zu P_1 und P_2 hinzukommende Kraft Q, die mit AB einen Winkel bildete, eine Verschiebung längs AB bewirken.

Der Punkt C, in dem AB von der Wirkungslinie der Kraft Q geschnitten wird, und die Größe von Q ergeben sich folgendermaßen: Denken wir uns senkrecht zur Ebene der Kräfte eine Achse durch A gelegt, so müssen die Drehmomente von Q und P_2, bezogen auf diese Achse, entgegengesetzt gleich sein, da unter der Einwirkung von P_1, P_2 und Q eine Drehung nicht eintreten darf. Ebenso müssen die Drehmomente von Q und P_1 in bezug auf eine durch B gelegte Achse entgegengesetzt gleich sein. Man erhält also $a_1 \cdot Q = -\, a \cdot P_2$ und $a_2 \cdot Q = -\, a \cdot P_1$. Hieraus folgt durch Division

$$\boldsymbol{a_1 : a_2 = P_2 : P_1}$$

und durch Addition, da $a_1 + a_2 = a$ ist, $Q = -\,(P_1 + P_2)$; also

$$\boldsymbol{R = P_1 + P_2}.$$

Zwei parallele Kräfte können durch eine den ursprünglichen Kräften parallele Kraft ersetzt werden, deren Betrag gleich der Summe der Einzelkräfte ist und deren

Angriffslinie die Verbindungsstrecke der Angriffspunkte der Komponenten im umgekehrten Verhältnis dieser Seitenkräfte teilt.

Der Satz bleibt bestehen, wenn die beiden Kräfte antiparallel und ungleich groß sind (Abb. 196). Es ist dann, falls $P_2 > P_1$ ist,

$$R = P_2 - P_1 \quad \text{und} \quad AC : BC = P_2 : P_1 .$$

Wir sehen jedoch, daß diese Proportion keinen Angriffspunkt der Resultierenden liefert, wenn zwei antiparallele Kräfte gleiche Beträge haben; der Satz verliert dann seine Gültigkeit. Die Kräfte bilden ein sog. Kräftepaar. Es sei nur mitgeteilt, daß ein Kräftepaar eine ganz andere Bedeutung hat als eine Einzelkraft, daß es nämlich keine fortschreitende Bewegung, sondern eine Drehbewegung hervorruft.

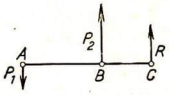


Abb. 196. Zusammensetzung antiparalleler Kräfte

Für die Zerlegung einer Kraft P in zwei ihr parallele Komponenten gilt der dem obigen Merksatz entsprechende Satz. Ein Versuch nach Abb. 197 gibt einen experimentellen Beweis für die abgeleiteten Beziehungen, die jetzt sinngemäß lauten:

$$P_1 + P_2 = P; \qquad P_1 : P_2 = a_2 : a_1 .$$

3. Der Schwerpunkt. Denkt man sich einen Körper in viele gleiche Massenteilchen zerlegt, so wirkt auf jedes die Anziehung der Erde mit gleicher Kraft. Wir setzen zwei von diesen parallelen Kräften zusammen; mit der Ersatzkraft vereinigen wir eine beliebige dritte Kraft usw. Schließlich erhalten wir eine Resultierende, die gleich dem Gewicht des ganzen Körpers ist und in einem Punkt angreift, der als Schwerpunkt bezeichnet wird.

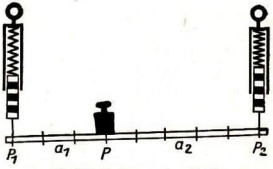


Abb. 197. Zerlegung einer Kraft in zwei ihr parallele Teilkräfte

Es ist für das Ergebnis gleichgültig, in welcher Reihenfolge man die vielen Kräfte zusammensetzt und in welche Lage man den Körper vor der Zusammensetzung gebracht hat.

Man bezeichnet den Schwerpunkt auch als Massenmittelpunkt, denn er behält seine Bedeutung, wenn der Körper nicht der irdischen Schwerkraft unterliegt, wenn aber doch die einzelnen Massenelemente durch Kräfte beeinflußt werden, die alle parallel und den Massen der Elemente proportional sind, die also allen Elementen dieselbe Beschleunigung erteilen.

Wenn es sich um Schwerkrafts- oder Trägheitswirkungen handelt, kann man sich jeden Körper durch einen ihm an Masse gleichen Massenpunkt im Schwerpunkt ersetzt denken.

Wir lernten in § 64 den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße kennen. Aus ihm erklären sich folgende Beobachtungen.

Wenn eine Ruine gesprengt wird, fliegen ihre Teile nach allen Seiten auseinander; ihr gemeinsamer Schwerpunkt aber bleibt wie bei den Versuchen mit den Wägelchen (Abb. 173) und mit den Bolzen (Abb. 174) in Ruhe. – Platzt ein Körper im Fluge, so bewegt sich, wenn keine äußeren Kräfte hinzukommen, der Schwerpunkt des „Systems" weiter, als ob nichts geschehen wäre. Man bezeichnet deshalb den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße auch als Satz von der Erhaltung des Schwerpunktes.

§ 69. Das Trägheitsmoment

1. Gleichwertige Drehmomente. Ein leichtes Aluminiumrohr hängt in waagerechter Lage an einem langen, torsionsfreien Faden (Abb. 198). In Fortsetzung des Fadens ist an dem Rohr eine kurze, stählerne Achse befestigt, die sich in einem Lager leicht drehen kann. Auf der Achse sitzt ein Zylinder C von 1 cm Radius. Um diesen Zylinder ist ein Faden geschlungen, der über eine Rolle führt und an seinem Ende eine Waagschale zur Aufnahme von Gewichten G trägt. Wir befestigen auf der Aluminiumstange die punktförmig gedachten Körper K_1 und K_1', die zusammen die Masse $m_1 = 1000$ gr haben mögen, im Abstand $r = 10$ cm von der Drehungsachse (K_2 und K_2' sind zunächst fortzudenken) und legen ein Gewichtsstück geeigneter Größe auf die Waagschale. Unter dem Einfluß des dadurch hervorgerufenen Drehmomentes kommt das Rohr in eine gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung. Beobachtet man die Zeit, in der die Waagschale um eine gemessene Strecke herabsinkt, so kann man hieraus die Beschleunigung des sinkenden Gewichtes, also auch die Winkelbeschleunigung des Aluminiumrohres bestimmen. Verschiebt man die Massen K_1 und K_1' nach außen (innen), so wird die Winkelbeschleunigung kleiner (größer). Ersetzt man K_1 und K_1' durch zwei Körper K_2 und K_2', die zusammen die Masse $m_2 = 250$ gr haben, so muß man diese in $r_2 = 20$ cm Abstand von der Achse anbringen, wenn sie durch dieselbe Kraft die gleiche Winkelbeschleunigung erfahren sollen wie die Masse $m_1 = 1000$ gr in 10 cm Abstand. Hieraus folgt:

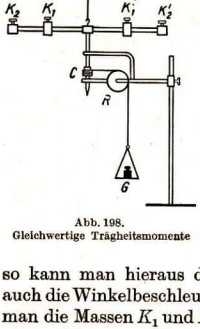


Abb. 198.
Gleichwertige Trägheitsmomente

Der Bewegungswiderstand, den verschiedene, um eine feste Achse drehbare Massen einer Drehung durch ein Drehmoment entgegensetzen, ist dann derselbe, wenn das für die beiden Massen gebildete Produkt $m r^2$ dasselbe ist, wenn also die Gleichung

$$m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2$$

erfüllt ist. Zwei drehbare Massen m_1 und m_2, für die diese Gleichung besteht, denen also ein und dasselbe Drehmoment die gleiche Winkelbeschleunigung erteilt, heißen gleichwertig oder äquivalent (in bezug auf die Drehung um jene Achse).

Wir wollen die experimentell gewonnene Äquivalenzbedingung für zwei um dieselbe Achse drehbare Massen m_1 und m_2 aus dem Newtonschen Kraftwirkungsgesetz ableiten. m_1 und m_2 seien von der Achse um r_1 und r_2 entfernt, und es mögen senkrecht zu r_1 und r_2 an m_1 und m_2 zwei Kräfte P_1 und P_2 angreifen, deren Drehmomente gleich sind, so daß also $P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$ ist. Wenn dann m_1 und m_2 die Beschleunigungen b_1 und b_2 erfahren, ist

$$P_1 = m_1 \cdot b_1 \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 \cdot b_2.$$

Die beiden Massen sollen äquivalent sein, die gleichwertigen Drehmomente sollen ihnen also dieselbe Winkelbeschleunigung β erteilen; daher ist $b_1 = \beta \cdot r_1$ und $b_2 = \beta \cdot r_2$ (§ 56, 1), mithin

$$P_1 = m_1 r_1 \beta \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 r_2 \beta.$$

Setzt man diese Ausdrücke in $P_1 r_1 = P_2 r_2$ ein, so ergibt sich

$$m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2.$$

Man bezeichnet das Produkt mr^2 als das **Trägheitsmoment** des Körpers mit der Masse m in bezug auf die gewählte Achse. Es hat für die Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die träge Masse für die fortschreitende Bewegung und wird deshalb treffend auch **Drehmasse** genannt; doch kommt die Drehmasse nicht einem Körper an sich zu, sondern ihr Wert ändert sich im allgemeinen, wenn man eine andere Achse wählt.

2. Verallgemeinerung. Wir denken uns die Masse m mit dem Arm r ersetzt durch eine Masse μ mit dem Arm 1. Es muß dann, damit das Trägheitsmoment dasselbe bleibt, $\mu \cdot 1^2 = m \cdot r^2$ sein. Man kann deshalb auch sagen: Das Trägheitsmoment einer Masse m mit dem Arm r ist (zahlenmäßig) gleich der im Abstand 1 angebrachten, für eine Drehbewegung gleichwertigen Masse $\mu = m \cdot r^2$.

Wenn mehrere fest miteinander verbundene Massen (Massenelemente) $m_1, m_2, \ldots$ mit den Armen $r_1, r_2, \ldots$ um dieselbe Achse drehbar sind, kann man sie alle durch die ihnen gleichwertigen Massen $\mu_1, \mu_2, \ldots$ am Arm 1 ersetzen. Als Trägheitsmoment J (lies Jot) der Gesamtheit aller Massen erhält man $J = \mu_1 + \mu_2 + \ldots = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots$ oder

$$\boldsymbol{J = \sum (m r^2).}$$

Man findet also das Trägheitsmoment J eines Körpers, indem man die Trägheitsmomente seiner Massenelemente addiert.

Der Ausdruck für J lehrt, daß das Trägheitsmoment eines Körpers außer von der Lage der gewählten Achse von der räumlichen Anordnung der Massenteilchen abhängt.

3. Grundgesetz der Rotation. Greifen an einem um eine feste Achse drehbaren Körper die Kräfte $P_1, P_2, \ldots$ mit den Armen $a_1, a_2, \ldots$ an, so ist die Wirkung aller dieser Kräfte bestimmt durch das am Arm 1 angreifende resultierende Drehmoment $M = \Sigma (P \cdot a)$. Eine Kraft, die zahlenmäßig gleich M

ist, wirke auf eine in der Entfernung 1 m von der Drehachse angebrachte Masse, die zahlenmäßig gleich J ist, dann ist die erzielte Beschleunigung gleich M/J. In unserem Falle, in dem der Radius der Bahn gleich 1 ist, ist diese lineare Beschleunigung gleich der Winkelbeschleunigung β (§ 56, 1); also erhält man

$$\beta = \frac{M}{J} = \frac{\sum (P\,a)}{\sum (m r^2)};$$

in Worten lautet dieses

Grundgesetz der Rotation: Bei jeder drehenden Bewegung ist die Winkelbeschleunigung der Quotient aus dem Gesamtdrehmoment und dem Trägheitsmoment.

Das vorstehende Gesetz entspricht völlig dem Kraftwirkungsgesetz $b = \frac{P}{m}$.

4. Trägheitsmomente. Die Berechnung von Trägheitsmomenten auf elementarem Wege bietet in der Regel große Schwierigkeiten, deshalb seien nur einige Ergebnisse mitgeteilt.
Das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe oder eines Kreiszylinders mit der im Körper gleichmäßig verteilten Masse m, dem Grundkreisradius r und der Höhe h in bezug auf die Körperachse ist $J = \frac{1}{2}\, m r^2$ (m ist proportional h). Für denselben Körper ist das Trägheitsmoment in bezug auf eine Drehachse, die auf der Zylinderachse in ihrer Mitte senkrecht steht:

$$J = m \cdot \left(\frac{1}{4}\, r^2 + \frac{1}{12}\, h^2\right).$$

Das Trägheitsmoment einer Kugel mit der Masse m und dem Radius r in bezug auf einen Durchmesser als Drehachse ist $J = \frac{2}{5}\, m r^2$.

5. Das physische Pendel. Als solches bezeichnet man jeden Körper, der unter dem Einfluß der Schwere um eine waagerechte Achse schwingen kann.
Ist s der Abstand des Schwerpunktes des Pendelkörpers von der Drehungsachse, J sein Trägheitsmoment und $G = m \cdot g$ sein Gewicht, so ist, was hier nicht abgeleitet werden soll, die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{m g \cdot s}}.$$

Zur Übung: Bei Mälzls Metronom wird, wenn man das Laufgewicht nach oben schiebt, s verkleinert und J vergrößert. Wie ändert sich infolgedessen T?

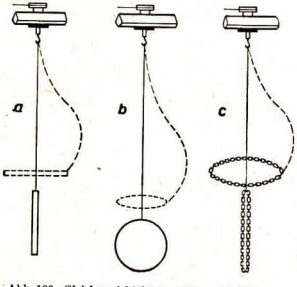


Abb. 199. Gleichgewichtslagen rotierender Körper

§ 70. Der Kreisel

1. Freie Achsen. Wir hängen nach Abb. 199 *a* einen Stab mit kreisförmigem oder rechteckigem Querschnitt an die Achse einer Schwungmaschine und versetzen ihn in rasche Drehung; dann rotiert der Stab um seine Längsachse. Neigt man ihn, so treten Fliehkräfte auf, die am oberen und am unteren Ende des Stabes am größten sind und sich nicht mehr gegenseitig aufheben; sie können bewirken, daß der Stab sich immer mehr neigt, bis er in der

gestrichelt gezeichneten Lage rotiert. Dabei baucht sich der Aufhängefaden infolge der Zentrifugalkraft birnenförmig auf. Ähnlich verhalten sich eine Scheibe oder ein Ring und eine Kette (Abb. 199 *b* und *c*).

Achsen, die nicht, wie z. B. bei einem Schwungrad, durch Lager festgelegt sind, und auf die der rotierende Körper infolge von Fliehkräften keinerlei Kraftwirkung ausübt, heißen freie Achsen. Eine Kugel hat unendlich viel freie Achsen, denn bei der Drehung um irgendeinen Durchmesser heben sich die Fliehkräfte auf. Die Körper der Abb. 199 rotieren in der gestrichelt gezeichneten Lage um freie Achsen. Jeder Körper hat mindestens zwei durch den Schwerpunkt gehende freie Achsen, nämlich die seines größten und seines kleinsten Trägheitsmomentes. Wie unsere Versuche zeigen, bevorzugt der Körper, wenn er in schnelle Rotation versetzt wird, die erstere.

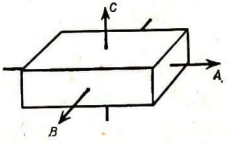


Abb. 200. *A* und *C* sind „freie Achsen"

Weitere Beispiele für freie Achsen: Man kann ein Geldstück oder einen flachen Teller um einen Durchmesser auf dem Tisch rotieren („tanzen") lassen. — Ein fortgeschleuderter Diskus dreht sich um seine Achse. — Wir schleudern auf dieselbe Art einen quaderförmigen Körper fort (Abb. 200), z. B. eine Zigarrenkiste, deren drei Paare von Seitenflächen verschiedenfarbig sind. Wenn sie um die Achsen *A* oder *C* rotiert, bleibt die Achsenrichtung, also auch die Drehebene erhalten; in jedem anderen Falle „torkelt" die Kiste. — Rollender Kinderreifen. — Diabolospiel. — Reifenspiel. — All diese Versuche lehren, daß eine freie Achse ihre Richtung im Raume beizubehalten sucht.

Abb. 201. Im Schwerpunkt unterstützter Kreisel

2. Kräftefreier Kreisel. Ein frei beweglicher oder höchstens in einem Punkt bei völliger Drehfreiheit festgehaltener rotierender Körper heißt ein Kreisel. Wir beschränken uns auf symmetrische Kreisel, z. B. Kreiszylinder, Kegel, Rad. Diese Körper haben eine Symmetrie- oder Figurenachse. Ferner sollen die Kreisel um diese Figurenachse, also nicht etwa um andere, durch den Kreiselschwerpunkt gehende Achsen rotieren.

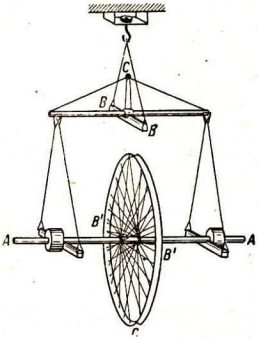


Abb. 202.
Kräftefrei aufgehängter Fahrradkreisel

Wenn auf einen Kreisel weder die Schwerkraft noch irgendwelche anderen Kräfte wirken, nennt man ihn kräftefrei. Der Kreisel in Abb. 201 ist dadurch der Schwerkraft entzogen, daß er unmittelbar im Schwerpunkt unterstützt ist. Auch der gemäß Abb. 202 aufgehängte Fahrradkreisel ist kräftefrei.

Er kann sich gleichzeitig um drei zueinander senkrechte Achsen AA, BB, CC, also in jeder Richtung drehen.

Wir geben der Achse eines kräftefreien Kreisels eine beliebige Lage und versetzen ihn in Drehung. Man erkennt:

Die Achse eines schnell rotierenden kräftefreien Kreisels behält ihre Lage im Raum bei. Einer Parallelverschiebung seiner Achse widersetzt sich der Kreisel nicht.

3. Der Kreisel unter dem Einfluß einer Kraft. Wir nehmen den Fahrradkreisel, dessen Felge durch eine Bleieinlage verstärkt ist, aus seinem Gehänge heraus, fassen die Enden der waagerechten Achse mit den Händen und versetzen ihn in schnelle Drehung (Vorsicht!). Versucht man, die Achse AA in der lotrechten Ebene, in der sie liegt, also um $B'B'$ herum, zu kippen, so spürt man einen starken Widerstand; die Achse dreht sich in der waagerechten Ebene. Es ist eigentümlich, daß sich die Achse senkrecht zu derjenigen Richtung dreht, in der man sie kippt. Dies hat seinen Grund in der Rotationsenergie des Kreisels (vgl. § 74, 3).

Jetzt soll die kippende Kraft andauernd auf die Achse des Fahrradkreisels wirken. Dazu bringen wir ihn in seine Aufhängevorrichtung zurück, versetzen ihn in Drehung und hängen an die waagerechte Achse rechts oder links ein Übergewicht. Bei ruhendem Kreisel würde sich das beschwerte Ende der Achse senken. Bei sich drehendem Kreisel geschieht das nicht, sondern die Achse dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in ihrer waagerechten Ebene. War die Achse des Kreisels nicht waagerecht, sondern schräg gestellt, so beschreibt sie, belastet, einen Kegelmantel. Dasselbe beobachtet man bei einem schrägstehenden Kinderkreisel, auf dessen Achse die Schwerkraft wirkt.

Einer Kraft, die die Achsenrichtung eines schnell rotierenden Kreisels zu ändern sucht, weicht die Achse rechtwinklig aus. Diese Erscheinung heißt Präzession[1]).

4. Der Kreiselkompaß. In Schiffen mit großen Eisenmassen versagt der Magnetkompaß. Deshalb hat man seit langem versucht, ihn durch andere Orientierungsmittel zu ersetzen. Man wollte zunächst einen Kreisel kräftefrei lagern, seine Achse auf den Himmelspol richten und durch einen Motor antreiben; dann muß die Achse die Nordsüdrichtung beibehalten. Die technische Ausführung scheiterte an der Unmöglichkeit, die drei Aufhängeachsen absolut genau durch den Kreiselschwerpunkt hindurchgehen zu lassen.

Hermann Anschütz-Kämpfe in Kiel änderte jenen Grundgedanken nach vielen vergeblichen Versuchen wesentlich ab und erreichte nicht mit einem kräftefreien Kreisel, sondern mit einem Kreisel, auf den die Anziehungskraft der Erde wirkt, sein Ziel (1910).

Über dem Erdäquator sei ein Kreisel so aufgehängt, wie es Abb. 203 zeigt. Seine waagerechte Achse zeige zunächst von Westen nach Osten. (Wir sehen

1) Zur Erklärung des Wortes s. § 78, 2.

von Süden her auf die Figur; M = Erdmittelpunkt.) Wenn der Kreisel schnell rotiert, sucht er seine Achsenrichtung beizubehalten; wenn er kräftefrei wäre, würde er daher nach einer Drehung der Erde um den Winkel α die in der Abbildung rechts gezeichnete Lage einnehmen. Nun zieht aber die Schwerkraft den Schwerpunkt des Kreisels unter seinen Aufhängepunkt; sie sucht daher die Kreiselachse in der Richtung der beiden Pfeile zu drehen. Die Achse antwortet hierauf, indem sie rechtwinklig ausweicht: Ihr links liegender Endpunkt wird nach vorn, auf den Beschauer zu, der andere nach hinten abgelenkt. Einige Zeit nachdem der Kreisel in Drehung versetzt ist, hat seine Achse die Nordsüdrichtung eingenommen. Dann bleibt sie, während sich die Erde weiterdreht, der Erdoberfläche parallel, so daß die Präzession fortfällt. In einem nicht auf dem Äquator liegenden Erdort wirkt nur eine Komponente des Drehmomentes, so daß sich der Kreisel mit geringerer Kraft von Süden nach Norden einstellt; im übrigen ändert sich nichts. Am Pol ist das Drehmoment gleich Null, deshalb ist der Kreiselkompaß ebenso wie der Magnetkompaß in den Polargegenden unbrauchbar.

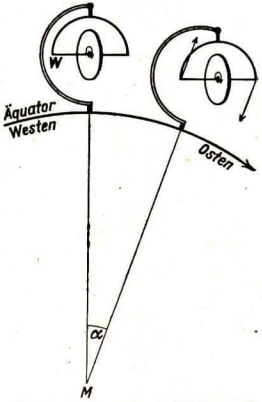


Abb. 203. Wirkungsweise des Kreiselkompasses. (Die Größe des Kreisels ist dem Erdradius gegenüber ungeheuer übertrieben)

Abb. 204 zeigt die Ausführung des Anschützschen Kreiselkompasses. Das mit dünnen Linien gezeichnete Gehäuse des Kreisels Kr wird von einem Eisenring S getragen, der in einem mit Quecksilber gefüllten Kessel Ke schwimmt. Fest verbunden mit dem Kreisel ist die Kompaßrose R (auf ihr zwei Libellen L), deren Bewegungen man durch einen Glasdeckel G hindurch beobachtet. Das ganze System ist an Schraubenfedern Sp aufgehängt. St ist eine Zentrierstange. Der Kreisel ist als Kurzschlußanker eines Drehstrommotors ausgebildet, dem der elektrische Strom durch die Drähte I, II, III zugeführt wird. Bei einem Durchmesser von etwa 15 cm macht der Kreisel 20 000 bis 30 000 Umdrehungen in der Minute. Auf einem Schiff treten infolge der Schlingerbewegungen Mißweisungen auf, die durch Koppelung von zwei Kreiseln beseitigt werden. Das Bestreben, sich in die Nordsüdrichtung einzustellen, ist auch in all den Fällen zu erwarten, in denen bei einem Fahrzeug mit massigen und schnell umlaufenden Teilen (Eisenbahn, Automobil, Schiff, Flugzeug) die Achsen der rotierenden Massen durch Schienenführung oder Steuerbewegungen verdreht werden.

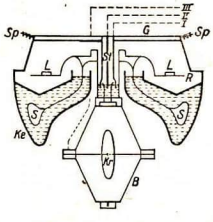


Abb. 204. Anschützscher Kreiselkompaß. (Nur der dicker gezeichnete, ringförmige Quecksilberbehälter ist fest an Schraubenfedern Sp aufgehängt)

§ 71. Geschichtliche Entwicklung

Der erste Forscher, der die Wichte eines Stoffes bestimmen konnte, war Archimedes, der von 287 bis 212 v. d. Ztr. in Syrakus lebte. Ihn soll der König Hiero beauftragt haben, einen goldenen Kranz auf die Reinheit des verwendeten Goldes zu untersuchen. Archimedes ist, so wird erzählt, beim Baden auf die Lösung dieser Aufgabe gekommen. Er formte einen Metallblock aus reinem Gold und einen aus reinem Silber, die dasselbe Gewicht wie der Kranz hatten. Mit einem Überlaufgefäß stellte er fest, wieviel Wasser von dem Goldklumpen, dem Silberklumpen und dem Kranz beim Eintauchen verdrängt wurde. Dann konnte er aus der verdrängten Wassermenge auf die Reinheit des Goldes schließen. Auch vom Schwerpunkt der Körper hat Archimedes schon richtige Vorstellungen gehabt.

Was die Griechen an physikalischen Kenntnissen besaßen, ging im Sturm der Völkerwanderung für das Abendland zunächst verloren. Die Wissenschaft fand im Mittelalter bei den Arabern eine bescheidene Fortbildung. Etwa um das zwölfte Jahrhundert waren den arabischen Gelehrten die Wichten der meisten Körper und das Verfahren ihrer Bestimmung bekannt.

Isaac Newton
(1642—1727)

Im Gegensatz zu Aristoteles und seinen Nachfolgern, die die Natur aus allgemeinen Prinzipien heraus zu begreifen suchten (Deduktion), machte Galilei (§ 57) das Experiment zur Grundlage (Induktion). Er hat die Prinzipien der Dynamik dem Sinne nach schon aufgestellt, allerdings nur auf Fall- und Wurfbewegung bezogen. Newton hat diese Prinzipien verallgemeinert und sie an den Anfang einer Lehre der Mechanik gestellt.

Christian Huygens
(1629—1695)

Isaac Newton wurde zu Woolsthorpe in Lincoln 1642 geboren. 1669 wurde er Professor an der Universität Cambridge und 1703 Präsident der Royal Society, der englischen Naturforschenden Gesellschaft. 1686 erschienen seine „Philosophiae naturalis principia mathematica" („Die mathematischen Grundlagen der Naturwissenschaft"), in denen er die Begriffe „Kraft", „Gewicht" und „Masse" klärte und dadurch die Bewegungslehre zum Abschluß brachte. Daraus, daß alle Stoffe gleich schnell fallen, folgerte Newton, daß Gewicht und Masse einander proportional sind. Er nannte die „quantitas materiae", die Menge des Stoffes, nach dem lateinischen Wort massa (= Klumpen) „Masse".

Die „Optik" Newtons (1704) enthält die Erklärung der Spektral- und Körperfarben; in der „Analysis" (1711) entwickelte er u. a. die Grundzüge der Infinitesimalrechnung. Seine hervorragendste Leistung ist die Entdeckung des Gravitationsgesetzes (§ 77). Newtons Wirken fand volle Anerkennung bei seiner Mitwelt.

Galilei hatte seine Untersuchungen über die Fallgesetze in enger Verbindung mit den Untersuchungen von Pendelschwingungen ausgeführt. Er hatte erkannt, daß Pendel von gleicher Länge gleich schnell schwingen, und zur Zeitmessung schon ein Pendel mit einem Zählwerk verbunden, nur mußte er das Pendel immer wieder anstoßen, um es in Gang zu halten.

Der eigentliche Erfinder der Pendeluhr ist Christian Huygens (1629—1695). Er ist als Sohn angesehener und begüterter Eltern im Haag in Holland geboren. Seine Erfindung der Pendeluhr (1656) machte ihn früh weithin bekannt. Indem er eine schwingende Spiralfeder mit der Unruhe verband, schuf er auch das Modell unserer Taschenuhr. In seinem Werk „Die Pendeluhr" („Horologium oscillatorium", 1673) veröffentlichte Huygens seine umfassenden Untersuchungen über die Bewegungen des mathematischen und physischen Pendels, die weit über

das hinausgehen, was wir besprochen haben. Auch die Formeln für die Fliehkraft gehen auf ihn als ersten Entdecker zurück. Sie wurden aber erst nach seinem Tode bekannt und waren inzwischen auch von Newton gefunden worden. Auf eine von der Royal Society gestellte Preisaufgabe über die Lehre vom Stoß lieferte Huygens eine Abhandlung, in der der wichtige Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße enthalten war. Über seine Undulationstheorie des Lichtes s. Teil II, § 45!

C. Arbeit und Energie

§ 72. Die Arbeit

1. Die verschiedenen Arten von Arbeit. Wenn ein Pferd einen Wagen zieht, wendet es Arbeit auf. Wir verrichten Arbeit, wenn wir einen schweren Gegenstand vom Fußboden auf den Tisch heben oder eine elastische Schraubenfeder auseinanderziehen. In der Physik und Technik spricht man von einer Arbeit nur dann, wenn unter Überwindung eines Widerstandes der Angriffspunkt einer Kraft einen Weg zurücklegt.

Man benennt eine Arbeit nach der Art der Kraft, die überwunden wird: Das Pferd leistet beim Ziehen eines Wagens auf einer waagerechten Straße Reibungsarbeit; ich verrichte Hubarbeit, wenn ich ein Gewichtsstück hebe, Spannarbeit, während ich eine Feder zusammendrücke. Diese Arten von Arbeit fassen wir zusammen unter dem Namen **Verschiebungsarbeit.** Bei ihr wird ein Körper unter Überwindung einer entgegengesetzt gleichen Kraft verschoben.

Wenn im Gegensatz hierzu eine Kraft auf einen Wagen wirkt, der auf einem waagerechten, jetzt reibungslos gedachten Geleise steht, so hat sie nur den durch die Masse des Wagens bedingten Trägheitswiderstand zu überwinden und setzt ihn in beschleunigte Bewegung; dann verrichtet die Kraft **Beschleunigungsarbeit.**

Unsere Muskeln ermüden auch, wenn wir einen Gegenstand frei schwebend in der Hand halten, ohne ihn aufwärts zu bewegen, oder wenn wir vergeblich versuchen, einen schweren Gegenstand zu bewegen. Im physikalischen Sinne wird dabei keine Arbeit geleistet. Daß man im gewöhnlichen Leben auch in diesen Fällen von Arbeit spricht, rührt daher, daß die Vorgänge mit Muskelanspannung, also mit demselben biologischen Vorgang verbunden sind wie der Kraftaufwand beim Verrichten einer Arbeit (im physikalischen Sinne).

2. Arbeitsmessung. Die Arbeit ist proportional der wirkenden Kraft und dem von ihr zurückgelegten Weg. Man mißt deshalb eine Arbeit durch das Produkt **Kraft mal Weg.** Hebe ich viermal je 1 kg um 1 m, so ist die Arbeit ebenso groß wie bei der Hebung von 4 kg um 1 m. Oder hebe ich 1 kg 10 mal um je 0,1 m, so ist die Arbeit ebenso groß wie die bei der Hebung von 1 kg auf 1 m. Ist die Kraft dreimal und der Weg viermal so groß wie vorher, so verzwölffacht sich die Arbeit.

Als Maßeinheit für die Arbeit dient das Kilogrammeter (kgm), d. i. die Arbeit, die verrichtet wird, wenn ein Kilogrammstück ein Meter hoch gehoben wird, oder, allgemein: wenn die Kraft 1 kg über die Weglänge 1 m wirkt.

Die Dimension der Arbeit ist $[K \cdot l]$.

Bei der Messung der Arbeit ist zu beachten, daß sich oft nicht die gesamte Kraft auf die Ausführung der Arbeit auswirkt. So kommt bei dem durch Abb. 161 (§ 61, 4) dargestellten Vorgang für die aufgewandte Arbeit nur die Kraftkomponente $P \cdot \cos\alpha$ in Betracht. Die jederzeit gültige Definition lautet daher:

Die Arbeit ist gleich dem Produkt „Weg mal Kraft in Richtung des Weges" oder gleich dem Produkt „Kraft mal Weg in Richtung der Kraft":

$$A = P \cdot s.$$

Hiernach verrichtet bei der Bewegung eines Körpers auf einem Kreise die Zentralkraft, da sie auf der Bahn senkrecht steht, keine Arbeit an dem rotierenden Körper.

3. Die Arbeit auf der schiefen Ebene. Auf einer schiefen Ebene (Schrotleiter, Rampe) mit dem Neigungswinkel $\beta = 37^0$ (Abb. 165, § 61, 5) soll eine Last $G = 100$ kg 5 m weit emporgezogen werden. Die hierzu erforderliche Kraft P wirke parallel zur schiefen Ebene; ihre Richtung fällt also in die Richtung des zurückzulegenden Weges. Wir berechnen unter Berücksichtigung der Reibung die Kraft P und die von ihr zu verrichtende Arbeit A.

Die Last G wirkt lotrecht nach unten unter dem Winkel $\alpha = 90^0 - \beta$ zur schiefen Ebene. Sie läßt sich in zwei Komponenten zerlegen: Parallel zur schiefen Ebene, schräg abwärts, wirkt die Komponente $W = G \cdot \cos\alpha = G \cdot 0{,}6$, denn es ist $\cos 53^0 = 0{,}6$. Die zweite Komponente $D = G \cdot \sin\alpha$ bewirkt einen Reibungswiderstand. Die Reibungszahl μ sei 0,1; dann ist der Reibungswiderstand $\mu \cdot D = \mu \cdot G \cdot \sin\alpha = 0{,}1 \cdot G \cdot 0{,}8$. Da die Reibung immer der Bewegung entgegengerichtet ist, hat diese zweite Komponente dieselbe Richtung wie W. Der gesamte, durch P zu überwindende Widerstand ist also für $G = 100$ kg

$$0{,}6\,G + 0{,}1 \cdot 0{,}8\,G = 68 \text{ kg}.$$

Die Arbeit ergibt sich zu $A = 68 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m} = 340$ kgm.

Wenn keine Reibung vorhanden wäre, betrüge die Arbeit $A = 60 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m} = 300$ kgm. Liegt der Endpunkt des Weges um h höher als der Ausgangspunkt, so folgt aus $\sin 37^0 = h : 5$ m, daß wir die Last um $h = 3$ m gehoben haben. Hätten wir sie ohne Benutzung der schiefen Ebene die 3 m lotrecht emporgehoben, so wäre die Arbeit gleich 100 kg · 3 m, also ebenfalls gleich 300 kgm. Hieraus folgt:

Die Arbeit, die man verrichten muß, um eine Last auf einer (reibungslosen) schiefen Ebene um eine bestimmte Höhe zu heben, ist vom Neigungswinkel der Ebene unabhängig.

4. Die Arbeit bei veränderlicher Kraft. Die Arbeit $P \cdot s$, die verrichtet wird, wenn eine konstante Kraft P über die Strecke s in der Kraftrichtung wirkt, stellen wir in Abb. 205 durch die Fläche eines Rechtecks dar, dessen Seiten s und P sind.

In vielen Fällen ist die Kraft, die man zur Ausführung einer Arbeit aufwendet, nicht konstant. Wir ziehen z. B. eine Federwaage um 24 cm aus; der Zeiger stehe dann auf 40 kg. Im Anfang der Arbeitsleistung ist die Kraft gleich 0, am Ende ist sie 40 kg, während der ganzen Zeit ist sie der Verlängerung der Feder proportional (§ 66, 1).

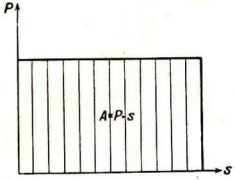


Abb. 205.
Arbeit bei konstanter Kraft

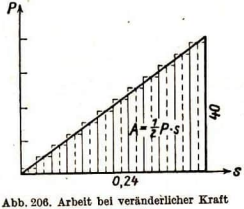


Abb. 206. Arbeit bei veränderlicher Kraft (Spannarbeit)

Auf genügend kurzen aufeinanderfolgenden Wegstrecken können wir die Kraft jedesmal als konstant ansehen. Die jeweilige Arbeit wird dann wieder durch ein schmales Rechteck dargestellt, und die gesamte Arbeit ergibt sich nach Abb. 206 als der Flächeninhalt eines Dreiecks zu $A = \frac{1}{2} \cdot 0{,}24 \cdot 40 = 4{,}8$ kgm. Bei elastischen Verformungen ist also, wenn P die Endkraft bedeutet, $A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot s$.

Zur Übung: 1. Welche Hubarbeit führt man aus, wenn man über ein 130 cm hohes Seil springt? (Beachte, daß man den im Unterleib liegenden Schwerpunkt des Körpers nicht um 130 cm, sondern beispielsweise um 70 cm hebt!) — 2. Jemand trägt eine Last von 50 kg drei Stockwerke (10 m) hoch; welche Arbeit verrichtet er? Und wie groß ist die Arbeit, wenn man einen Schlitten mit seinem Insassen (insgesamt wieder 50 kg) auf dem Eis 10 m weit schiebt? ($\mu = 0{,}02$). — 3. Welche Arbeit verrichtet man bei 30 Kniebeugen, wenn man den Schwerpunkt des Körpers jedesmal um 40 cm hebt? (Körpergewicht 60 kg). — 4. Wie groß ist die Arbeit, die ein Radfahrer auf einem Wege von 25 km verrichtet, wenn er bei einer Geschwindigkeit von 12 km/h eine Kraft von 2 kg aufwendet? (Muß die Geschwindigkeit gegeben sein?)

5. Die goldene Regel der Mechanik. Wir lernten früher die sog. einfachen Maschinen: lose Rolle, Flaschenzug, Hebel, Wellrad, schiefe Ebene als kraftändernde Maschinen kennen, als Vorrichtungen also, die dazu dienen, eine zur Verfügung stehende Kraft zweckmäßig auszunutzen. So schiebt man, wenn ein schwerer Stein angehoben werden soll, das eine Ende einer Eisenstange („Brecheisen") darunter, drückt das Ende der Stange gegen den Erdboden und benutzt sie als einseitigen Hebel. Oder wenn beim Bau eines Hauses die Kraft eines Arbeiters nicht ausreicht, um eine Last von 60 kg auf einer steilen Leiter nach oben zu tragen, verwendet man eine lose Rolle; dann

ist der Kraftaufwand nur halb so groß wie ohne Rolle. Da es bequemer ist, abwärts zu ziehen als aufwärts, führt man das Seil noch über eine feste Rolle; eine weitere Kraftersparnis bewirkt diese nicht.

Wir untersuchen jetzt die hierbei aufgewendete Arbeit: Trägt man die Last 8 m hoch, so verrichtet man eine Arbeit von $60 \cdot 8 = 480$ kgm. Bei Anwendung einer losen Rolle ist der Kraftaufwand nur halb so groß, aber der Angriffspunkt der Kraft legt einen doppelt so langen Weg zurück. Die verrichtete Arbeit beträgt also 30 kg · 16 m oder wieder 480 kgm; mithin wird die Arbeit durch Anwendung der Rolle nicht geändert:

Goldene Regel der Mechanik: Was an Kraft gespart wird, wird am Weg zugesetzt.

Ebenso wie für die schiefe Ebene und die lose Rolle gilt dieses Gesetz für alle Maschinen. Wegen seiner Wichtigkeit fassen wir es noch folgendermaßen in Worte:

Einfache Maschinen sind Arbeitsumformer. Sie ändern zwar die Größe der Kraft, aber nicht die aufzuwendende Arbeit; das Produkt aus Kraft und Weg bleibt unverändert:

$$P_2 \cdot s_2 = P_1 \cdot s_1 .$$

Hier bedeutet $P_1 \cdot s_1$ die in die Maschine gesteckte Arbeit, $P_2 \cdot s_2$ die von ihr verrichtete Arbeit.

Diese Gleichung gilt nur bei vollständiger Reibungslosigkeit; in Wirklichkeit ist stets $P_2 s_2 < P_1 s_1$. Während z. B. bei Anwendung einer reibungslos gedachten festen Rolle eine Last $P_2 = 95$ kg durch eine Kraft $P_1 = 95$ kg gehoben werden kann, ist in Wirklichkeit wegen des unvermeidlichen Reibungswiderstandes im Achsenlager und wegen der Steifigkeit des Seiles die größere Kraft $P_1 + W$, beispielsweise 100 kg erforderlich. Der Bruch $\frac{95}{100}$ oder 95 % ist das Verhältnis der bei Fehlen der Reibung notwendigen Kraft P_1 zu der tatsächlich unter Berücksichtigung aller Widerstände erforderlichen Kraft $P_1 + W$. Dieses Verhältnis

$$\eta = \frac{P_1}{P_1 + W}$$

heißt der Wirkungsgrad der Vorrichtung.

Der Höchstwert, den der Wirkungsgrad haben kann, ist offenbar 1; er wird von Rollen an den besten physikalischen Apparaten fast erreicht, bei gewöhnlichen Rollen beträgt er etwa 0,95.

§ 73. Die Leistung

1. Leistungseinheiten. Ein Arbeiter trägt 1000 Ziegelsteine zwei Stockwerke hoch, bei jedem Gang 10 Steine. Ein zweiter Arbeiter steigt die Leitern ebenso schnell hinauf, doch trägt er bei jedem Gang nur 8 Steine. Wenn beide Arbeiter je 1000 Steine nach oben getragen haben, ist zwar die von ihnen verrichtete Arbeit die gleiche, aber der zweite hat längere Zeit gebraucht. Um

auch die Zeit, in der eine bestimmte Arbeit erledigt wird, zu berücksichtigen, hat man den Begriff der **Leistung** oder des **Effektes**[1]) eingeführt.

Die Leistung ist das Verhältnis der Arbeit zu der für sie benötigten Zeit:

$$N = \frac{A}{t}; \qquad \textbf{Leistung} = \frac{\textbf{Arbeit}}{\textbf{Zeit}}.$$

Die Einheit der Leistung ist das Kilogrammeter je Sekunde (kgm/s). Die Dimension der Leistung ist $[K \cdot l \cdot t^{-1}]$.

Weitere Einheiten der Leistung sind die **Pferdestärke** (PS) und das der Elektrotechnik entlehnte **Kilowatt** (kW); es ist 1 PS = 75 kgm/s und 1 kW ≈ 102 kgm/s (s. u.). Der tausendste Teil von einem Kilowatt heißt Watt (W), also ist 1 kW = 1000 W. Ein Pferd ist imstande, kurze Zeit hindurch in jeder Sekunde die Arbeit 75 kgm zu verrichten; seine Dauerleistung beträgt etwa $\frac{2}{3}$ PS.

Zum Umrechnen dient folgende Tabelle:

1 Ps	=	75 kgm/s	≈	0,736 kW;
1 kW	≈	102 kgm/s	≈	1,360 PS;
1 kgm/s	≈	0,013 PS	≈	0,0098 kW.

Schiffsmaschinen leisten 100 000 kW, große Lokomotiven etwa 1000, Personenkraftwagen 25 und mehr Kilowatt. Die Leistung eines Menschen kann einige Sekunden hindurch 1 kW betragen. Beim gewöhnlichen Gehen (5 km/h) leistet ein Mensch von 70 kg Gewicht etwa 60 W. Die Arbeit beim Gehen beruht auf dem bei jedem Schritt erfolgenden Anheben des Schwerpunktes und der bei jedem Schritt erneut den Beinen erteilten Beschleunigung. Bei sehr schnellem Gehen (7 km/h) ist die Leistung unverhältnismäßig viel größer, nämlich 200 W. Bei andauernder körperlicher Arbeit rechnet man die durchschnittliche Leistung des Menschen zu etwa 75 W oder $\frac{1}{10}$ PS.— Das Herz eines 60jährigen Mannes hat von der Geburt an eine Arbeit von rund 10^9 kgm vollbracht, um den Blutkreislauf aufrechtzuerhalten.

Zur Übung: 1. Wie groß ist die Arbeit eines Kraftwagens, der mit 100 kg Zugkraft in einer Stunde 40 km zurücklegt? Wie groß muß die Leistung des Motors mindestens sein? — 2. Wie unterscheidet sich die beim Radfahren verrichtete Arbeit von der beim Gehen? — 3. Wie groß ist die Leistung des Radfahrers in Frage 4 von § 72, 4?

2. Einheiten im absoluten Maßsystem (s. § 59). Als Arbeitseinheit dient im CGS-System das Dynzentimeter oder **Erg,** also die Arbeit, die eine Kraft von 1 Dyn verrichtet, wenn sie über einen Weg von 1 cm wirkt. Wenn eine Fliege einen Wassertropfen von rund 1 mg Gewicht an einer Wand 1 cm weit lotrecht emporträgt, verrichtet sie die Arbeit 1 erg. (Außerdem hebt sie ihr Körpergewicht.) Man setzt

$$\mathbf{10^7\ erg = 1\ Joule.}$$

Die Leistungseinheit ist im absoluten Maßsystem

$$\mathbf{1\ W = 1\ \frac{Joule}{s}}.$$

1) efféctus (lat.) = Wirkung.

Zur Umrechnung aus dem einen System in das andere dient die oben schon angegebene Formel 1 kW ≈ 102 kgm/s, die sich folgendermaßen ergibt. Es ist

$$1\,\mathrm{W} = 1\,\frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{s}} = 10^7\,\frac{\mathrm{cm}\cdot\mathrm{dyn}}{\mathrm{s}} = 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{100}\cdot\frac{\mathrm{kg}}{981\,000}\cdot\frac{1}{\mathrm{s}} \approx 0{,}102\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}};$$

also 1 kW ≈ 102 kgm/s.

Die folgende Tafel gibt eine vergleichende Übersicht der wichtigsten mechanischen Größen in den beiden Maßsystemen.

	Formelzeichen	Technisches Maßsystem Einheit	Technisches Maßsystem Dimension	Absolutes Maßsystem Einheit	Absolutes Maßsystem Dimension
Länge	s	m	l	cm	l
Zeit	t	s	t	s	t
Kraft	P	kg	K	dyn $= \mathrm{cm}\cdot\mathrm{gr}\cdot\mathrm{s}^{-2}$	$l\,m\,t^{-2}$
Masse	m	ME $= \mathrm{kg\,m^{-1}\,s^2}$	$K\,l^{-1}\,t^2$	gr	m
Geschwindigkeit	v	$\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$	$l\,t^{-1}$	$\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$	$l\,t^{-1}$
Beschleunigung	b	$\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$	$l\,t^{-2}$	$\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-2}$	$l\,t^{-2}$
Druck	p	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-2}$ [1])	$K\,l^{-2}$	$\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{gr}\cdot\mathrm{s}^{-2}$	$l^{-1}m\,t^{-2}$
Impuls	I	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}$	$K\,t$	$\mathrm{gr}\cdot\mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$	$l\,m\,t^{-1}$
Arbeit	A	kgm	$K\,l$	erg $= \mathrm{dyn\,cm}^2$)	$l^2\,m\,t^{-2}$
Leistung	N	$\mathrm{kgm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$	$K\,l\,t^{-1}$	$\mathrm{erg\,s}^{-1}$ [3])	$l^2\,m\,t^{-3}$

§ 74. Mechanische Energie

1. Lagenenergie. Legt der Angriffspunkt einer Kraft unter Überwindung eines Widerstandes einen Weg zurück, so wird eine Verschiebungsarbeit ausgeführt (§ 72, 1). Ein besonderer Fall von Verschiebungsarbeit ist das Emporheben eines Körpers. Hebt z. B. der Schmied einen schweren Schmiedehammer von 20 kg um 1,2 m, so verrichtet er eine Arbeit von 24 kgm. Allgemein: Hebt man einen Körper seinem Gewicht G entgegen um eine lotrechte Strecke h, so ist die aufgewendete Arbeit

$$A = G \cdot h$$

Auf dem Erdboden stehen zwei gleiche Gewichtsstücke. Wir befestigen an dem einen einen Faden und führen ihn über eine feste Rolle. Am anderen Ende des Fadens befestigen wir das andere Gewichtsstück, nachdem wir es um die Strecke $AB = h$ gehoben haben (Abb. 207). Erteilen wir ihm einen

1) Jedoch wählt die Technik als Druckeinheit meistens 1 kg cm^{-2}. Über die bei Gasen benutzten Druckeinheiten s. § 84, 4.

2) Häufiger 1 Joule = 10^7 erg. Eine häufig benutzte Energie- oder Arbeitseinheit ist die Kilowattstunde (kWh); sie entspricht $3{,}6 \cdot 10^6$ Joule.

3) Häufiger 1 Watt = 1 Joule $\cdot\,\mathrm{s}^{-1} = 10^7\,\mathrm{erg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

schwachen abwärts gerichteten Stoß, so bewegt es sich bis auf den Erdboden und hebt dabei das erste Gewichtsstück ebenso hoch, wie es selbst fällt; es verrichtet also eine Arbeit, die ebenso groß ist wie die Arbeit, die zuvor an ihm verrichtet worden ist.

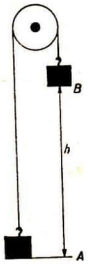


Abb. 207. Übertragung von Lagenenergie

Jeder Körper, an dem eine solche mechanische Arbeit verrichtet wird, erhält die Fähigkeit, später wieder eine Arbeit zu verrichten, er erlangt eine bestimmte **Energie der Lage** oder **potentielle Energie.**[1])

Lagenenergie ist die Fähigkeit eines Körpers, infolge seiner Lage oder infolge der Anordnung seiner Teilchen zueinander Arbeit zu leisten.

Wir benutzen als Formelzeichen für die potentielle Energie W_p, ihre Dimension ist im technischen Maßsystem $[K \cdot l]$.
Auch eine gespannte Schraubenfeder, der Dampf im Kessel der Lokomotive enthalten potentielle Energie.
Arbeit und Energie werden in derselben Maßeinheit, nämlich in Kilogrammeter, gemessen, sie sind aber doch begrifflich verschieden: Arbeit ist ein zeitlich ablaufender Vorgang, Energie ist ein Zustand, ganz allgemein nämlich die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten.
Wenn man sagt, ein Körper mit dem Gewicht G habe, wenn er um die Strecke h gehoben ist, die Lagenenergie $G \cdot h$, so bezieht man diese stillschweigend auf ein um h tiefer liegendes Niveau, in dem die Energie gleich Null gesetzt ist. Dies ist in demselben Sinne willkürlich, wie wenn man Bergeshöhen vom Meeresspiegel aus mißt.

2. Bewegungsenergie. In Gegensatz zur Verschiebungsarbeit, bei der Kraft und Gegenkraft längs des Weges gleich groß sind, steht die Beschleunigungsarbeit. Bei dieser überwindet die wirkende Kraft nur den Trägheitswiderstand des Körpers und versetzt ihn in eine beschleunigte Bewegung.
Dieser Fall liegt vor, wenn ein gehobener Rammbär fällt; er vermag dann infolge der im freien Fall erlangten Geschwindigkeit einen Pfahl in die Erde zu treiben. Wir wollen die Arbeitsfähigkeit eines sich bewegenden Körpers berechnen, und zwar sofort für den allgemeinen Fall, daß (nicht das Gewicht, sondern) eine beliebige konstante Kraft P längs des Weges s auf einen frei beweglichen Körper mit der Masse m gewirkt hat.
Die Zeit, in der der Weg s zurückgelegt wurde, sei t; b sei die Beschleunigung und v die Endgeschwindigkeit. Da m und v für den bewegten Körper charakteristisch sind, suchen wir die geleistete Arbeit $P \cdot s$ durch m und v auszudrücken.
Aus $P = m \cdot b$ und $s = \frac{1}{2} b t^2$ ergibt sich $P \cdot s = \frac{1}{2} m b^2 t^2$. Setzt man hier $b \cdot t = v$, so folgt

$$\boldsymbol{P \cdot s = \frac{1}{2} m v^2.}$$

1) ĕnĕrgeia (griech.) = Wirksamkeit; pŏtens (lat.) = fähig (zu etwas).

Der Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ heißt **Bewegungsenergie, Wucht** oder **kinetische**[1]) **Energie** des bewegten Körpers. Sie ist gleichwertig mit der Arbeit $P \cdot s$, aus der sie gewonnen wurde. Als ihr Formelzeichen wählen wir W_k.

Die Wucht eines Hammers treibt den Nagel in das Holz; die Bewegungsenergie des zu Tal strömenden Wassers bewegt Mühlräder und Turbinen; die des Windes treibt Segelschiffe und Windräder. Daraus, daß die Bewegungsenergie mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst, erklären sich die zerstörenden Wirkungen von schnellfahrenden Eisenbahnzügen und Kraftwagen bei Zusammenstößen.

Zur Übung: 1. Welche Arbeit verrichtet eine Lokomotive, wenn sie einen D-Zug von $6 \cdot 10^5$ kg Gewicht auf die Geschwindigkeit 20 m s^{-1} beschleunigt? Beachte, daß die gesuchte Arbeit gleich der Bewegungsenergie des D-Zuges ist! (Die Reibungsarbeit soll nicht berücksichtigt werden.) — 2. Wie groß ist die Weglänge s, auf der ein Körper von der Masse m und der Geschwindigkeit v, z. B. ein Kraftwagen nach Abstellung des Motors, eine konstante Kraft P überwinden kann? ($\frac{1}{2} m v^2 = P \cdot s$. Zahlenbeispiel: $m = 300$ ME, $v = 20$ ms^{-1}, $P = 1500$ kg.)

3. Rotationsenergie. Für die Bewegungsenergie einer rotierenden Masse (vgl. § 69) ergibt sich ein Ausdruck, der der Wucht der geradlinig bewegten Masse entspricht:

Die Rotationsenergie eines rotierenden Körpers mit dem Trägheitsmoment J und der Winkelgeschwindigkeit ω ist

$$W_r = \frac{1}{2} J \omega^2.$$

Beweis: Man findet die Bewegungsenergie des Körpers, indem man die Energien seiner Massenteilchen addiert. Bedeutet v die lineare Geschwindigkeit eines Massenelementes m mit dem Arm r, so ist also

$$W = \sum (\tfrac{1}{2} m v^2) = \sum (\tfrac{1}{2} m r^2 \omega^2) = \tfrac{1}{2} \omega^2 \sum (m r^2) = \tfrac{1}{2} J \omega^2.$$

Die Bewegungsenergie eines sich drehenden Körpers, z. B. eines Schwungrades, ist also dem Trägheitsmoment und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit proportional; das Trägheitsmoment ist, wie die Formel $J = \Sigma m r^2$ lehrt, um so größer, je größer der Radius des Schwungrades ist und je mehr Masse sich an seinem Umfang befindet.

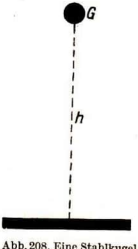


Abb. 208. Eine Stahlkugel tanzt auf einer Glasplatte

4. Umwandlung der Energiearten ineinander. Von großer Bedeutung ist es, daß sich die Energie der Lage in Bewegungsenergie und diese sich umgekehrt in Lagenenergie verwandeln läßt.

Auf einer dicken Glasplatte liegt eine kleine Stahlkugel mit dem Gewicht $G = m \cdot g$. Wir heben sie auf die Höhe h; dadurch erhält sie die potentielle Energie $W_p = G \cdot h$ (Abb. 208). Dann lassen wir sie zurückfallen. Ihre kinetische Energie $W_k = \frac{1}{2} m v^2$ ist dann gleich der potentiellen Energie in der Höhe h. Beim Aufprall der Kugel verformen sich die elastische Glasplatte und die Stahlkugel, und es entsteht wie bei einer zusammengedrückten Schraubenfeder potentielle Energie. Diese verwandelt sich wieder in Bewegungsenergie (s. § 75), indem sie in äußerst kurzer Zeit die Kugel nach oben beschleunigt. Indem diese Bewegungsenergie

1) kinētikós (griech.) = zum Bewegen dienend.

Hubarbeit leistet, trägt sie die Kugel wieder (fast) bis zur Höhe h empor, und das Spiel beginnt von neuem.

In jedem Augenblick, z. B. wenn die Kugel die Strecke h_1 ($h_1 < h$) durchfallen hat, ist die Summe der beiden Energiearten gleich $mg \cdot h$. Dann ist nämlich $W_p = mg \cdot (h - h_1)$ und $W_k = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot (\sqrt{2 g h_1})^2$, wenn v_1 die erlangte Geschwindigkeit bedeutet. Durch Addition folgt $W_p + W_k = mgh$.

Auch beim Pendel erfolgt die Umwandlung von Energie der Lage in Bewegungsenergie in regelmäßigem Wechsel. Wenn wir der tiefsten Lage dem Pendelkörper vom Gewicht G die Lagenenergie Null zuschreiben, ist sie im Punkt A (Abb. 209) gleich $G \cdot h$. In C ist sie vollständig in Bewegungsenergie umgewandelt. Dann nimmt diese wieder ab, und die Lagenenergie nimmt zu, um in B wieder den Wert $G \cdot h$ zu erreichen. Auch hier ist in jedem Zwischenpunkt z. B. D die Summe der Lagen- und der Bewegungsenergie gleich $G \cdot h$.

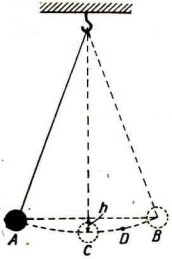


Abb. 209. Energieumwandlung beim Pendel

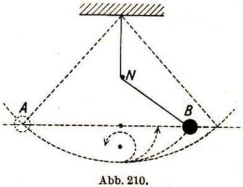


Abb. 210. Galileis Hemmungspendel

Aus der Gleichwertigkeit der beiden Energiearten erklärt es sich, daß ein Pendel, das nach Abb. 210 plötzlich verkürzt wird, doch bis zu derselben Höhe emporsteigt, von der es gefallen war.

Wie in diesen Beispielen kann jede beschleunigte Bewegung eines Körpers als eine Umwandlung von potentieller Energie in Bewegungsenergie und die verzögerte Bewegung als eine Umwandlung von Bewegungsenergie in potentielle Energie aufgefaßt werden.

Wir machen noch einen weiteren Versuch zur Prüfung der Verwandlung von potentieller in kinetische Energie.

Wir drücken durch einen Bolzen eine Schraubenfeder in einer Hülse um $s = 0{,}05$ m zusammen und erteilen ihr so durch elastische Verformung eine gewisse potentielle Energie. Um diese zu bestimmen, belasten wir die Feder nach Abb. 211, bis sie zusammengedrückt ist; dazu sind z. B. $P = 1{,}5$ kg erforderlich. Daher ist (nach § 72, 4) die aufgewandte Arbeit oder die in der Feder enthaltene Energie $W_p = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}05 = 0{,}0375$ kgm.

Abb. 211. Potentielle Energie einer Schraubenfeder

Jetzt lassen wir die in der Höhe $y = 54{,}5$ cm aufgestellte Feder in waagerechter Richtung auseinanderschnellen (Abb. 212) und messen die Wurfweite x des Bolzens. Die Fallzeit finden wir nach den Gesetzen des waagerechten Wurfes (§ 62, 3) zu $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{1{,}09 \text{ m}}{9{,}81 \text{ ms}^{-2}}} = \frac{1}{3}$ s. Dann wird in 1 s in waagerechter Richtung die Strecke $3 \cdot x$ zurückgelegt, und dies ist

zahlenmäßig die dem Bolzen erteilte Geschwindigkeit. Setzen wir diese Geschwindigkeit und die Masse des Bolzens in $W_k = \frac{1}{2} m v^2$ ein, so ergibt sich wieder angenähert $W_k = 0{,}0375$ kgm. Bei einem Bolzen von der Masse $m = \frac{0{,}1}{9{,}81}$ ME war z. B. $3 \cdot x = 3 \cdot 0{,}90$ m; bei $m = \frac{0{,}2}{9{,}81}$ ME war $x = 0{,}64$ m. Zusammenfassung:

Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie: Bei einer reibungslos verlaufenden Bewegung geht keine Energie verloren; Bewegungs- und Lagenenergie setzen sich ineinander um; ihre Summe ist konstant.

Abb. 212. Umwandlung der potentiellen Energie in Bewegungsenergie

Zur Übung: 1. Welche kinetische Energie besitzt ein 5 kg schwerer Stein beim Aufschlagen, wenn man ihn von einem 50 m hohen Turm herabfallen läßt? — 2. Wie groß ist die Leistung eines Wasserfalles, bei dem in jeder Sekunde 20 m³ Wasser aus einer Höhe von 100 m herunterfallen? — 3. Wie groß ist die Energie eines Eisenbahnzuges von 800 t Gewicht bei einer Geschwindigkeit von 20 m/s? — 4. Wenn ein Kraftwagen mit der Geschwindigkeit 60 km/h gegen ein Hindernis fährt, trifft er mit derselben Wucht auf, wie wenn er aus einer Höhe von rund 14 m frei fällt. Rechne nach! Aus welcher Höhe müßte er fallen, um dieselbe Wucht zu erhalten, die er bei einer Geschwindigkeit von nur 12 km/h besitzt?

§ 75. Der Stoß

Als Beispiel für den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße betrachten wir den **Stoß.** Wir beschränken uns auf den Zentralstoß zweier Kugeln; bei ihm fällt die Stoßrichtung in die Verbindungsgerade der Kugelmittelpunkte (Zentrale). Beim schiefen Stoß bildet die Bewegungsrichtung des stoßenden Körpers mit der Mittelpunktsgeraden einen Winkel.

Zwei Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 bewegen sich mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auf einer Geraden, entweder aufeinander zu, dann haben v_1 und v_2, also auch die Bewegungsgrößen $m_1 v_1$ und $m_2 v_2$ entgegengesetzte Richtung; oder die zweite bewegt sich hinter der ersten her, dann muß, damit ein Zusammenstoß erfolgen kann, $v_2 > v_1$ sein (Abb. 213).

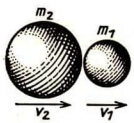


Abb. 213. Der zentrale Stoß

Die beim Stoß kurzzeitig auftretenden Kräfte hängen stark von der materiellen Beschaffenheit der Kugeln ab. Beim Fehlen äußerer Einwirkungen, z. B. der Schwerkraft, gilt für das aus den beiden Kugeln bestehende System der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße. Wir bezeichnen die Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit u_1 und u_2. Es ist dann also

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 .$$

Diese Gleichung reicht zur Bestimmung von u_1 und u_2 nicht aus, doch können wir aus der Undurchdringlichkeit der Kugeln folgern, daß $u_2 \leqq u_1$ ist. Für

die beiden Grenzfälle, den unelastischen und den elastischen Stoß, können wir weitere Aussagen machen.

1. Der unelastische Stoß. Ist das Material der Kugeln so beschaffen, daß die Kugeln nicht von einander abprallen, sondern mit gemeinsamer Geschwindigkeit ihren Weg fortsetzen, dann bezeichnen wir den Stoß als unelastisch. Ein Beispiel: Wir hängen zwei gleiche Bleikugeln oder zwei gleiche, (nicht prall) mit Sand gefüllte Beutel dicht nebeneinander auf. Entfernen wir den zweiten Beutel aus seiner Ruhelage und lassen ihn dann los, so stößt er mit einer gewissen Geschwindigkeit auf den ersten Beutel, und beide bewegen sich mit einer halb so großen Geschwindigkeit weiter. Heben wir beide Beutel nach entgegengesetzten Richtungen und lassen sie mit gleicher Geschwindigkeit aufeinander stoßen, so kommen sie zur Ruhe.
Allgemein ergibt sich aus der Gleichung $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$, wenn wir die gemeinsame Geschwindigkeit $u_1 = u_2$ mit u bezeichnen

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Unsere Versuche bestätigen diese Gleichung. In beiden Versuchen war $m_1 = m_2$. Im ersten Fall war $v_1 = 0$; dann ergibt die vorstehende Gleichung $u = \frac{v_2}{2}$. Im zweiten Fall war $v_1 = -v_2$; dann folgt $u = 0$.
Die Körper kommen auch zur Ruhe, wenn ihre entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten ihren Massen umgekehrt proportional sind; dann ist $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$, folglich auch $u = 0$.

Beim unelastischen Stoß geht mechanische Energie als solche verloren, wie man durch Berechnung der Differenz der Bewegungsenergien vor und nach den Stoß zeigen kann. Diese Differenz ist

$$D = \tfrac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - \tfrac{1}{2} u^2 \cdot (m_1 + m_2);$$

setzt man hier den oben für u erhaltenen Wert ein, so folgt

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot (v_1 - v_2)^2,$$

ein Ausdruck, der stets positiv ist.

Wir beobachten, daß hier wie überall, wo mechanische Energie verloren geht, Wärme erzeugt wird. (Über den Ersatz der mechanischen Energie durch Wärme später.)

2. Der elastische Stoß. Ein Stoß heißt vollkommen elastisch, wenn die beiden Körper durch den Stoß nur eine schnell vorübergehende Veränderung ihrer Beschaffenheit erleiden, also weder erwärmt, noch dauernd deformiert werden. Dann ist nach dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie

$$(1) \qquad \tfrac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) = \tfrac{1}{2}(m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2).$$

Außerdem gilt wieder wie für jeden Stoß

$$(2) \qquad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

Um aus diesen Gleichungen u_1 und u_2 zu berechnen, stellen wir zunächst in beiden Gleichungen die Glieder um:

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2),$$
$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2).$$

Die Division der ersten Gleichung durch die zweite ergibt

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2.$$

Zu dieser Gleichung nehmen wir Gleichung (2) und finden

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2\,m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \qquad u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2\,m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Der Stoß zwischen Elfenbeinkugeln ist angenähert elastisch.

Beispiele: 1. Stößt eine elastische Kugel gegen eine ruhende elastische Wand, deren Masse m_1 sei, so ist $v_1 = 0$ und m_1 sehr groß, so daß m_2 als Summand gegen m_1 vernachlässigt werden kann; dann folgt $u_2 = -v_2$, d. h. die Richtung der Geschwindigkeit der Kugel kehrt sich um.

2. Sind die beiden Massen m_1 und m_2 gleich, so folgt

$$u_1 = v_2, \qquad u_2 = v_1;$$

die Körper bewegen sich nach dem Stoß mit vertauschten Geschwindigkeiten weiter.

Abb. 214. Stoßübertragung

Zur Vorführung dieses Vorganges benutzt man das in Abb. 214 dargestellte Gerät. Zunächst verwendet man nur zwei Kugeln gleicher Masse, entfernt also die übrigen. Läßt man die zweite Kugel gegen die ruhende erste stoßen, so bewegt sich diese mit der Geschwindigkeit der zweiten Kugel weiter, und die zweite kommt zur Ruhe.

Dann hängt man mehrere Kugeln nebeneinander. Läßt man die erste Kugel (A) auf die übrigen stoßen, so steigt nur die äußerste (C) bis zur Fallhöhe von A empor; alle anderen bleiben in Ruhe. Das hat seinen Grund darin, daß die Verformung der gestoßenen Kugel während einer gewissen, wenn auch nur sehr kurzen Zeit erfolgt. Jede gestoßene Kugel gibt die erhaltene Geschwindigkeit an die nächste weiter. Würde die Übertragung unmittelbar auf die ganze Masse erfolgen, dann wäre es so, als wenn die Kugel A auf eine Kugel von 6facher Masse stieße.

Läßt man gleichzeitig zwei Kugeln mit der Geschwindigkeit v_2 auf die übrigen Kugeln stoßen, so würde es mit dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie in Übereinstimmung stehen, wenn nur die letzte Kugel sich mit der Geschwindigkeit $v_2 \cdot \sqrt{2}$ fortbewegte: $[2 \cdot \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m (v_2 \sqrt{2})^2]$. Wir beobachten jedoch, daß die beiden letzten Kugeln mit der Geschwindigkeit v_2 fortgestoßen werden. Es bleibt neben der Energie auch die Bewegungsgröße erhalten; ist m die Masse einer Kugel, n_2 die Zahl und v_2 die Geschwindigkeit der stoßenden Kugeln, n_1 die Zahl und v_1 die Geschwindigkeit der fortfliegenden Kugeln, so ist

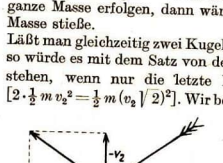


Abb. 215. Das Reflexionsgesetz

$$n_1 \cdot m v_1 = n_2 \cdot m v_2, \qquad n_1 \cdot \tfrac{1}{2} m v_1^2 = n_2 \cdot \tfrac{1}{2} m v_2^2;$$

hieraus folgt $v_1 = v_2$ und $n_1 = n_2$. (Versuch mit drei stoßenden Kugeln.)

Um die Gesetzmäßigkeit für den **schiefen Stoß gegen eine feste Wand** zu finden, zerlegen wir nach Abb. 215 die Geschwindigkeit v der stoßenden Kugel in die beiden Komponenten v_1 und v_2, v_1 parallel und v_2 senkrecht zur Wand.

v_1 bleibt unverändert und v_2 kehrt seine Richtung um. Setzt man v_1 und $-v_2$ zusammen, so ergibt sich die Geschwindigkeit der zurückgeworfenen Kugel (Billardspiel). Wir finden also das aus der Lehre vom Licht bekannte Reflexionsgesetz: Die Reflexionsrichtung liegt in der durch Einfallsrichtung und Einfallslot bestimmten Ebene; der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel; der Betrag der Geschwindigkeit der Kugel ändert sich nicht.

§ 76. Geschichtliche Entwicklung

Die alten Griechen haben die Lehre vom Gleichgewicht mit größerem Erfolge bearbeitet als die von den Bewegungen. Schon Aristoteles hatte das Ruder, die Zange, die Waage, das Rad untersucht und das Hebelgesetz erkannt. Als eigentlicher Begründer der Mechanik kann jedoch erst Archimedes (287–212 in Syrakus) gelten; denn erst er hatte eine mathematisch klare Einsicht in die beim Hebel, Flaschenzug usw. bestehenden Gleichgewichtsbedingungen. Er hat das Wellrad und Krane hergestellt und hat Wurfmaschinen zur Verteidigung seiner Vaterstadt konstruiert. Mit Bezug auf den ungleichseitigen Hebel schreibt man ihm das stolze Wort zu: „Gib mir einen Punkt, wo ich stehen kann, und ich werde die Erde bewegen."

Die Römer hatten weniger Sinn für reine Wissenschaft als für technische Anwendungen; so ist die Schnellwaage, ein ungleicharmiger Hebel mit einem Laufgewicht, ihre Erfindung.

Lionardo da Vinci (geb. 1452 bei Florenz) führte Rolle und Wellrad auf den Hebel zurück und untersuchte diesen für den Fall, daß die Kräfte in beliebiger Richtung auf ihn wirken. Er legte Wert auf eigenes Forschen und Experimentieren und kann in dieser Beziehung als Vorläufer Galileis gelten: „Wer sich auf die Autorität beruft, verwendet nicht seinen Geist, sondern sein Gedächtnis".

Lionardo ahnte auch das Trägheitsgesetz, das dann Galilei deutlicher erkannte. Dieser brachte auch die Lehre von den einfachen Maschinen zum Abschluß, indem er die goldene Regel der Mechanik in der Form aussprach: „Was an Leichtigkeit gewonnen wird, geht an Weg, Zeit und Langsamkeit verloren."

Die einfachen Maschinen (Hebel, Rolle, schiefe Ebene, Keil, Schraube) gehören zu den mechanischen Arbeitsmaschinen, an denen eine äußere Kraft Arbeit leistet, die durch die Maschine umgeformt wird. Ihnen stehen die Kraftmaschinen gegenüber, die eine zur Verfügung stehende Energieart (Lagenenergie des Wassers, Wärme) in die Form umwandeln, die gebraucht wird (Dampfmaschinen, Generatoren). Die Geschichte der Ausnutzung der mechanischen Kräfte der Natur reicht bis in die ersten Anfänge menschlicher Kultur zurück. Die Natur selbst wies auf die ihr innewohnenden Kräfte hin, wenn die Ströme gewaltige Lasten spielend zu Tal trugen. Mit Einbaum und Floß machte der Mensch sie nutzbar, seine Hand führte das Ruder. Noch während des Altertums ist die Schiffahrt und Technik fast ausschließlich auf die Arbeitsleistung menschlicher Arme angewiesen gewesen. Das Segel setzte sich erst ganz allmählich durch. Im ausgehenden Mittelalter verbreiteten sich Wasser- und Windmühlen in Formen, die den heutigen ähnlich sind. Die Segelschiffahrt blühte mächtig auf, nachdem die Weltverkehrswege gefunden waren. In den Bergwerken betrieben tierische Kräfte die Pumpen, und immer dringender wurde das Bedürfnis nach großen natürlichen Kraftquellen. Erfinderische Geister grübelten im 17. und 18. Jahrhundert über das perpetuum mobile, obwohl schon Huygens das Prinzip der Erhaltung der mechanischen Energie bei der Ableitung der Pendelformel und den Gesetzen des Stoßes angewandt hatte. Der französische Philosoph und Mathematiker René Descartes wies zu Beginn des 17. Jahrhunderts darauf hin, daß die Bewegung „unvergänglich" sei, und rechnete mit dem Produkt $m \cdot v$, das wir heute Bewegungsgröße nennen, während es früher als lebendige Kraft bezeichnet wurde. Auch Leibniz (1646–1716) sprach von der Erhaltung der lebendigen Kraft, verstand darunter aber die Größe mv^2, also die doppelte kinetische Energie. Die Ansichten waren am Ende des 18. Jahrhunderts so weit geklärt, daß die Akademie in Paris 1775 beschloß, Prüfungen von Arbeiten über ein perpetuum mobile nicht mehr vorzunehmen.

Es sollte aber noch mehr als ein halbes Jahrhundert vergehen, bis das Prinzip von der Erhaltung der Energie wirklich und auch in seiner allgemeinen Form ausgesprochen wurde (vgl. § 106, 5). Viel mag zu dem fruchtlosen Bemühen die unklare Begriffsbezeichnung beigetragen haben. Die falschen Ausdrücke lebendige Kraft für die Energie und Pferdestärke für eine bestimmte Leistungseinheit sind bis in unsere Tage erhalten geblieben. Der Begriff der mechanischen Arbeit und der Ausdruck $\frac{1}{2}mv^2$ für die Bewegungsenergie gehen auf den Franzosen Coriolis (1792—1843) zurück.
Das Maß für die Arbeit, das Kilogrammeter, ist von dem französischen Mathematiker und Ingenieur-Offizier Poncelet (1788—1867), das Wort Energie von dem englischen Ingenieur Rankine (1820—1872) eingeführt worden.

D. Die Gravitation

§ 77. Das Gravitationsgesetz

1. Von Ptolemäus bis Kepler. Kopernikus hatte das geozentrische Weltsystem des Ptolomäus durch das heliozentrische Weltsystem ersetzt (Gefaueres s. in § 33 ff.). Er erklärte den scheinbaren täglichen Umschwung des nixsternhimmels aus der Drehung der Erde um ihre Achse; die Fixsterne ließ er in unmeßbarer Ferne ruhen. Und er entthronte die Erde, indem er lehrte: Die Sonne steht still; um sie drehen sich auf Kreisbahnen die Erde und die übrigen Planeten; nur der Mond dreht sich um die Erde.

Johannes Kepler berichtigte und ergänzte die Vorstellungen des Kopernikus und faßte seine Forschungen in den drei nach ihm benannten Gesetzen zusammen (§ 39).

2. Newtons Entfernungsgesetz. Die drei Keplerschen Gesetze beschreiben die Planetenbewegung; Isaac Newton erkannte ihre Ursache.
Aus dem ersten Keplerschen Gesetz ergibt sich eine nach der Innenseite der elliptischen Bahn gerichtete Kraft, denn ohne diese müßte sich der Planet nach dem Trägheitsgesetz geradlinig bewegen. Wie Newton bewies, folgt aus dem zweiten Keplerschen Gesetz, daß diese Kraft beständig zur Sonne hin gerichtet ist. Da die Planetenbahnen sehr wenig von Kreisen abweichen, dürfen wir, ohne einen großen Fehler zu begehen, die für die Zentralbeschleunigung und Zentralkraft geltenden Formeln

$$b = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r, \qquad Z = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

anwenden (§ 56, 2 und 65, 1); hier bedeuten r den Abstand des Planeten von der Sonne, T seine Umlaufszeit und m seine Masse. Es ist also $Z \sim \frac{m \cdot r}{T^2}$. Da aber nach dem dritten Keplerschen Gesetz $T^2 \sim r^3$ ist, ergibt sich

$$Z \sim \frac{m}{r^2};$$

in Worten:

Entfernungsgesetz: Die von der Sonne auf einen Planeten ausgeübte Kraft ist seiner Masse direkt und dem Quadrate seiner Entfernung von der Sonne umgekehrt proportional.

Nach dem Wechselwirkungsgesetz (§ 64, 1) muß die zwischen Sonne und Planet wirkende Kraft gegenseitig sein, der Planet also auch die Sonne anziehen; wenn M die Sonnenmasse bedeutet, folgt daher

$$Z \sim \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

3. Newtons Mondrechnung. Auch die Bahn des Mondes um die Erde ist fast kreisförmig; daher gilt auch für die von der Erde auf den Mond ausgeübte Beschleunigung die Formel $b = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$. Wir setzen für die Entfernung des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt $r = 3{,}84 \cdot 10^{10}$ cm und für seine Umlaufszeit $T = 27\frac{1}{3}\,d = 2{,}36 \cdot 10^6$ s ein (§ 37 u. 31); dann ergibt sich $b = 0{,}27\,\mathrm{cm/s^2}$. Der Mondabstand beträgt das 60fache des Erdhalbmessers, und die Beschleunigung, die ein Körper auf der Erdoberfläche erfährt, ist gerade 60^2mal so groß wie die soeben berechnete, auf den Mond ausgeübte Beschleunigung ($0{,}27 \cdot 3600 \approx 980$). Dieses Beispiel lehrt also, daß die Beschleunigung, die die Erdanziehung einem Körper erteilt, dem Quadrat seines Abstandes vom Erdmittelpunkt proportional ist, daß mithin die Anziehung eines beliebigen Körpers durch die Erde nach dem obigen Entfernungsgesetz erfolgt. So kam Newton zu der wichtigen Erkenntnis, daß auch das Gewicht irdischer Körper nichts anderes als die von der Erde auf sie ausgeübte Massenanziehung ist.

Durch diese Verallgemeinerung ergibt sich das

Gravitationsgesetz: Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrate ihrer Entfernung voneinander umgekehrt proportional ist:

$$Z = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Hier bedeutet k einen noch zu bestimmenden Proportionalitätsfaktor, der als Gravitationskonstante[1]) bezeichnet wird.

Die Konstante ist keine reine Zahl; ihre Dimension berechnet man aus $k = \frac{Z \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$ im absoluten Maßsystem zu $[(Kraft \cdot l^2) : m^2] = [(m\,l t^{-2} \cdot l^2) : m^2] = [l^3 \cdot m^{-1} \cdot t^{-2}]$ und im technischen Meßsystem zu $\left[K \cdot l^2 : \left(\frac{K}{l \cdot t^{-2}}\right)^2\right] = [K^{-1} l^4 t^{-4}]$.

4. Bestimmung der Gravitationskonstante. Newton hielt einen unmittelbaren Nachweis des Gravitationsgesetzes an irdischen Körpern für unmöglich, denn er glaubte, daß die Anziehungskraft zwischen zwei irdischen Einzelkörpern zu klein sei, als daß sie gemessen werden könnte; er hielt also auch k für unmeßbar klein. Die erste experimentelle Bestimmung von k gelang seinem Landsmann Cavendish (1798). Die genauesten Messungen der Gravitationskonstante lieferten Richarz und Krigar-Menzel (1896). Sie hängten, um gegen Wärmeschwankungen und Erderschütterungen geschützt

1) grāvitās (lat.) = Schwere.

zu sein, in einer unterirdischen Kasematte in Spandau an den Enden des Balkens einer empfindlichen Waage zwei Kilogrammstücke, A an einem kurzen und B an einem langen Faden, so auf, daß sich das eine oberhalb, das andere unterhalb eines Bleiklotzes von 100 000 Massenkilogramm befand (Abb. 216). Die Bleimasse vermehrte die Anziehungskraft auf das über ihm und verminderte die Anziehung auf das unter ihm hängende Kilogrammstück. Der Unterschied wurde gemessen und hieraus die Gravitationskonstante nach der obigen Formel berechnet.

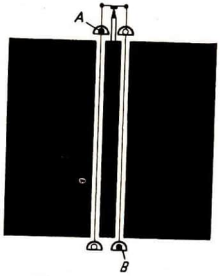


Abb. 216. Gravitationswaage: Bestimmung der Gravitationskonstante

Nach neueren Messungen ist

$$k = (6{,}670 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-8} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}^2}{\text{gr}^2}.$$

Zwei Grammassen ziehen sich im Abstande 1 cm also mit der Kraft $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ dyn, d. i. rund $7 \cdot 10^{-8}$ mg an. Für die Kraft, mit der sich zwei Kilogrammstücke aus der Entfernung 10 cm anziehen, findet man 0,0007 mg, also weniger als 1 Millionstel Gramm.

Da nach dem Wechselwirkungsgesetz nicht nur ein Zentralkörper seinem Trabanten, sondern auch dieser dem Zentralkörper eine bestimmte Beschleunigung erteilt, umkreisen Sonne und Planet oder Erde und Mond ihren gemeinsamen Schwerpunkt (besser: Massenmittelpunkt). Das erste Keplersche Gesetz bedarf also einer Berichtigung; doch überwiegt die Masse der Sonne die der Erde so sehr (§ 78), daß der gemeinsame Massenmittelpunkt fast in den Mittelpunkt der Sonne fällt.

Das Gravitationsgesetz führte zur Entdeckung des Planeten Neptun. Im Jahre 1846 berechnete der Astronom Leverrier in Paris aus Bahnstörungen, die der Planet Uranus erfuhr, die Stellung eines bis dahin noch unbekannten Planeten. Dadurch, daß Galle in Berlin diesen tatsächlich an der angegebenen Stelle mit dem Fernrohr fand, erfuhr das Gravitationsgesetz eine glänzende Bestätigung.

§ 78. Anwendungen des Gravitationsgesetzes

1. Die Masse der Himmelskörper. Die Gravitationsbeschleunigung, die ein Himmelskörper auf ein ihn umkreisendes Gestirn ausübt, ist identisch mit der ausgeübten Zentralbeschleunigung. Hat ein Himmelskörper einen Begleiter, wie die Sonne die Planeten oder die Erde den Mond, so kann man daher die Schwerebeschleunigung auf dem Himmelskörper aus der Umlaufszeit T und der Entfernung r des Trabanten berechnen. Wir führen die Rechnung für die Sonnenoberfläche aus.

Die Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 150 Mill. km $= 1{,}5 \cdot 10^{13}$ cm, die Umlaufszeit der Erde 365,256 d $= 3{,}156 \cdot 10^7$ s; daher ist ihre Zentral-

beschleunigung gegen die Sonne $b = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0{,}59\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$. Nun ist die Beschleunigung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional; deshalb folgt, wenn man den Sonnenhalbmesser gleich $700\,000\,\mathrm{km} = 7 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}$ setzt, als Schwerebeschleunigung auf der Sonnenoberfläche der Wert $0{,}59 \cdot \left(\frac{1{,}5 \cdot 10^{13}}{7 \cdot 10^{10}}\right)^2 \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2} = 2{,}7 \cdot 10^4\,\mathrm{cm\,s^{-2}}$.

Durch Verbindung des Gravitationsgesetzes mit dem Kraftwirkungsgesetz läßt sich auch die Sonnenmasse M ausrechnen. Bedeutet nämlich m die Erdmasse und wie vorhin r den Abstand Sonne–Erde und b die Schwerebeschleunigung der Erde durch die Sonne, so ist

$$k \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot b.$$

m hebt sich fort, und man findet $M = 1{,}98 \cdot 10^{33}$ gr. Hieraus folgt, da das Volum der Sonne bekannt ist (§ 37, 3), als Dichte der Sonne 1,4 gr/cm³, also nicht viel mehr als die Dichte des Wassers.

Für die Erde ergibt bei bekannter Schwerebeschleunigung eines beliebigen Körpers mit der Masse m an ihrer Oberfläche eine entsprechende Rechnung die Masse $5{,}97 \cdot 10^{27}$ gr. Die Sonnenmasse ist also etwa 330 000 mal so groß wie die Erdmasse. Als mittlere Erddichte erhält man 5,5 gr/cm³. Da die Dichte der obersten Erdschichten im Mittel etwa 2,7 gr/cm³ beträgt, müssen die Massen in der Tiefe bedeutend größere Dichten haben. Man nimmt deshalb und auf Grund anderer Beobachtungen an, daß der Erdkern hauptsächlich aus Eisen und Nickel besteht.

Die Masse des Mondes wird aus seiner Einwirkung auf die Erde gefunden. Sie beträgt etwa $\frac{1}{80}$ der Erdmasse.

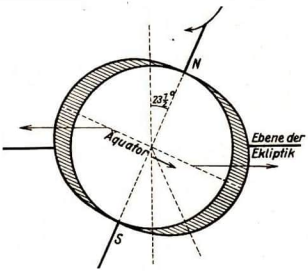


Abb. 217. Die Präzession der Erdachse

2. Die Präzession der Erdachse. Die Erde ist ein auf der Ebene der Ekliptik schräg stehender Kreisel, der sich in einem Tage einmal um seine Achse dreht. Infolge der (in Abb. 217 stark übertriebenen) Abplattung ist dieser Kreisel nicht kräftefrei: Im Erdmittelpunkt ist die vom jährlichen Umlauf um die Sonne herrührende Fliehkraft entgegengesetzt gleich der Sonnenanziehung. Auf den der Sonne zugewandten Äquatorwulst jedoch übt die Sonne wegen seines geringeren Abstandes eine Anziehung aus, die größer ist als im Erdmittelpunkt; auf der abgewandten Seite ist es umgekehrt. Hieraus ergibt sich wie bei dem Versuch, den Fahrradkreisel (§ 70, 3) zu kippen, ein Drehmoment, das die Erdachse aufzurichten sucht. Diese weicht rechtwinklig aus und beschreibt in 25 800 Jahren einen Kegelmantel in der Rich-

tung des gekrümmten Pfeiles. Infolge dieser Drehung ist die Erdachse nicht dauernd nach dem „Polarstern" gerichtet (in Abb. 93 ist der vom Himmelsnordpol beschriebene Kreis eingezeichnet) und die Schnittpunkte des Himmelsäquators mit der Ekliptik, der Frühlings- und der Herbstpunkt, behalten ihre Lage nicht unverändert bei, sondern sie wandern auf der Ekliptik im Sinne der Erdbewegung. Daher bezeichnet man diese Erscheinung als Präzession[1]) (der Tag- und Nachtgleichen). Hierdurch ändert sich für die Menschheit der Anblick des Sternenhimmels im Laufe der Jahrtausende; in etwa 12 000 Jahren wird der Fixstern Wega Polarstern sein.

3. Das Gewicht irdischer Körper. Wir untersuchen das Gewicht eines Körpers an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche. Nach dem Beschleunigungssatz ist das Gewicht eines Körpers der Beschleunigung, die er durch die Erde erfährt, proportional. Wir können daher statt des Gewichtes die Beschleunigung untersuchen.

Wir nehmen zunächst an, die Erde ruhe; so würde die Beschleunigung, die dann mit g' bezeichnet werde, wegen der Erdabplattung nach den Polen hin zunehmen nach der aus dem Gravitationsgesetz $m \cdot g' = k \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ folgenden Formel $g' = k \cdot \frac{M}{r^2}$, hier bedeuten M die Erdmasse und r den jeweiligen Erdradius. Diese nur von der Massenanziehung herrührende Beschleunigung heißt **Gravitations- oder Schwerebeschleunigung;** sie ist dem Quadrate der Entfernung des Körpers vom Erdmittelpunkte umgekehrt proportional.

Da die Erde um ihre Achse rotiert, dreht sich ein Erdort A auf einer Kreisbahn mit einem Radius r' (Abb. 218), der mit der geographischen Breite φ abnimmt. Die Masse m im Punkte A erhält dabei durch die Fliehkraft eine Beschleunigung $\gamma = \frac{4\pi^2 \cdot r'}{T^2}$; diese setzt sich mit der Schwerebeschleunigung g' vektoriell zu der Fallbeschleunigung g_φ zusammen. Die Zentrifugalbeschleunigung γ beträgt am Äquator, wo sie am größten ist, nur etwa $\frac{1}{300}$ von g', deshalb fällt g_φ (im Gegensatz zu der Figur) fast in die Richtung von g'. Es ist, wenn g_0 die Fallbeschleunigung unter 0^0 geographischer Breite bedeutet, $g_0 = 9{,}780\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, $g_{45} = 9{,}806\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, $g_{90} = 9{,}832\ \mathrm{m\,s^{-2}}$. Mit zunehmender Höhe über der Erdoberfläche nehmen die Werte von g_φ nach dem Gravitationsgesetz um etwa $0{,}003\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ je km ab. In demselben Maße ändert sich das Gewicht.

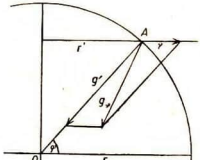


Abb. 218. Verminderung der Schwerebeschleunigung durch die Fliehkraft

Daß die Erde nicht kugelförmig ist, erklärt sich folgendermaßen. Die Oberfläche einer als kugelförmig angenommenen Erde würde nicht auf der Gesamtbeschleunigung g_φ senkrecht stehen, und ein Körper auf dieser Kugel

1) praecédēre (lat.) = vorangehen.

würde eine Bewegungskomponente zum Äquator hin erfahren. Tatsächlich hat die Erde, als sie noch nicht oberflächlich erstarrt war, eine solche Gestalt angenommen, daß ihre Oberfläche überall auf der Richtung von g_φ senkrecht steht; sie hat annähernd die Form eines an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoides mit den Halbachsen $r_a = 6{,}3784 \cdot 10^6$ m und $r_p = 6{,}3569 \cdot 10^6$ m.

Zur Übung: Berechne γ für den Äquator ($T = 86\,164$ s). Wievielmal so rasch müßte sich die Erde drehen, wenn alle Körper am Äquator gewichtslos erscheinen sollten?

§ 79. Die Gezeiten

An den Küsten beobachtet man zweimal am Tage ein Ansteigen des Meerwassers (Flut) bis zu einem höchsten Stande (Hochwasser) und wieder ein Fallen (Ebbe) bis zu einem niedrigsten Stande (Niedrigwasser). Ebbe und Flut dauern also je 6 Stunden. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hochwasserständen stimmt genau mit der Hälfte eines scheinbaren Mondumlaufs um die Erde, der 24 h 50 min erfordert, überein; daher liegt die Vermutung nahe, daß die Stellung des Mondes zur Erde die Ursache für Ebbe und Flut (Gezeiten, Tiden) ist. Nachdem Kepler das schon erkannt hatte, gelang es Newton den quantitativen Zusammenhang klarzustellen. Die Drehung (Revolution) des Mondes um die Erde erfolgt nicht um den Erdmittelpunkt, sondern beide Himmelskörper drehen sich in der Umlaufszeit $T = 27\frac{1}{3}$ Tagen um eine Achse, die durch den gemeinsamen Massenmittelpunkt von Erde und Mond geht. Da die Masse des Mondes nur $\frac{1}{80}$ der Erdmasse beträgt, teilt der Massenmittelpunkt die Verbindungsstrecke von Erd- und Mondmittelpunkt im Verhältnis 1 : 80. Da ferner der Abstand des Mondes von der Erde gleich 60 Erdradien ist, liegt der Massenmittelpunkt A (Abb. 219) noch innerhalb der Erde, um etwa $\frac{3}{4}\,r$ (r = Erdradius) von ihrem Mittelpunkt C entfernt; $CA = e = \frac{3}{4}\,r$. Der Kreis C stellt einen durch die Erdkugel gelegten Schnitt in einer Erd- und Mondmittelpunkt enthaltenden Ebene dar; für den Erdort D steht der Mond im Zenit, für F im Nadir. Wenn der Mond sich um den Winkel φ um A herum gedreht hat – er ist dann nach

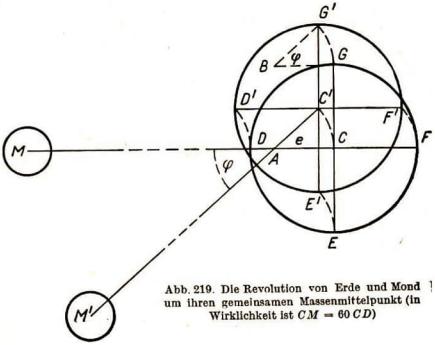


Abb. 219. Die Revolution von Erde und Mond um ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt (in Wirklichkeit ist $CM = 60\,CD$)

M' gelangt—, hat sich auch der Erdmittelpunkt C um φ gedreht. Sehen wir nun zunächst von der Umdrehung (Rotation) der Erde um ihre Achse ab, so haben alle Erdpunkte gleiche Kreisbögen zurückgelegt, die dem von C beschriebenen Bogen parallel sind, und die Orte D, E, F, G sind nach D', E', F', G' gelangt; dabei ist beispielsweise B der Mittelpunkt des Bogens, auf dem sich G bewegt hat. Hieraus folgt, daß die Zentrifugalbeschleunigungen vom Monde fort für alle Erdorte gleich sind, und zwar gleich der Zentrifugalbeschleunigung z, die der Erdmittelpunkt vom Monde fort erfährt, nämlich (da $e = 4{,}7655 \cdot 10^8$ cm und $T = 27\frac{1}{3}\ d = 2{,}3606 \cdot 10^6$ s)

$$z = \frac{4\pi^2 \cdot e}{T^2} = 0{,}0034 \text{ cm s}^{-2}.$$

Zahlenmäßig ebenso groß, nämlich gleich $1 \cdot \frac{4\pi^2 \cdot e}{T^2}$, ist die auf die Masseneinheit wirkende Fliehkraft.

Daß Erde und Mond trotz der gegenseitigen Massenanziehung nicht aufeinander stürzen, beruht darauf, daß die Fliehkraft der Anziehungskraft das Gleichgewicht hält. Dieses Gleichgewicht gilt aber nur für die Gesamtheit der Kräfte; an den einzelnen Orten der Erde besteht kein Gleichgewicht und die Resultierende aus Anziehungskraft und Fliehkraft an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche ist die fluterzeugende Kraft. Die Gravitationsbeschleunigung γ_0, die der Erdmittelpunkt C und mit ihm die gesamte feste Erdmasse durch den Mond erfährt, ist, vom Vorzeichen abgesehen, gleich der Zentrifugalbeschleunigung Z, also $\gamma_0 = 0{,}0034$ cm s^{-2} (Abb. 220). Nach dem Gravitationsgesetz ist die Beschleunigung der Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional. Da nun $DM : CM : FM = 59 : 60 : 61$ ist, ergeben sich für die Erdorte D und F die Gravitationsbeschleunigungen

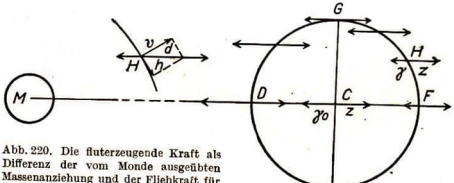


Abb. 220. Die fluterzeugende Kraft als Differenz der vom Monde ausgeübten Massenanziehung und der Fliehkraft für den Erdmittelpunkt und 7 verschiedene Erdorte.

$$0{,}0034 \text{ cm s}^{-2} \cdot \left(\frac{60}{59}\right)^2 = 0{,}0035 \text{ cm s}^{-2} \text{ und } 0{,}0034 \text{ cm s}^{-2} \cdot \left(\frac{60}{61}\right)^2 = 0{,}0033 \text{ cm s}^{-2}.$$

In D und F sind diese Werte also ein wenig größer bzw. kleiner als die Zentrifugalbeschleunigung; der Unterschied, viel geringer, als er nach Abb. 215 erscheint, vermindert die Schwerebeschleunigung um rund 1 Zehnmilliontel $\left(\frac{0{,}0035 - 0{,}0034}{9{,}80} \approx 10^{-7}\right)$.

Da der Erdradius CG nur $\frac{1}{60}$ der Mondentfernung CM beträgt, ist auch in G und in den übrigen Erdorten die Gravitationsbeschleunigung der Zentri-

fugalbeschleunigung fast genau entgegengerichtet, die Resultierende aus beiden also gleich ihrer Differenz und diese in G und E gleich Null. Für die übrigen Erdorte zerlegen wir die Differenz d oder die ihr zahlenmäßig gleiche auf die Masseneinheit wirkende Flutkraft in zwei Komponenten, von denen die eine vertikal aufwärts und die andere horizontal wirkt. Für den Punkt H ist dies in der Nebenfigur in verdoppeltem Maßstab ausgeführt: d ist zerlegt in v und h. Die vertikale Komponente v vermindert wieder ein wenig das Gewicht; die horizontale Komponente h bewirkt die Verschiebung von Wassermassen nach D und F hin. Bemerkenswert ist, daß in den Stellen des Hoch- und Niedrigwassers (D, F, E, G) die horizontale Komponente Null ist.

Wenn die Erde sich nicht um ihre Achse drehte, würden in D und F Wasserberge entstehen; infolge der täglichen Rotation aber wandern diese beiden Berge über die Erde hin und verursachen den etwa 12-stündigen Gezeitenwechsel. Wäre die Erde eine vollkommen glatte, überall mit einer Wasserschicht umgebene Kugel, so würde sie sich unter ihren Flutbergen einfach fortdrehen. In Wirklichkeit wirken jedoch die Festländer störend, und die Flutwelle muß sich jedesmal beim scheinbaren Mondumlauf aufs neue bilden. Auch die Sonne ruft Flutkräfte hervor, die aber infolge der großen Entfernung der Sonne etwas weniger als halb so groß wie die Flutkräfte des Mondes sind und mit genau 12-stündiger Periode verlaufen. Wenn Sonne und Mond mit der Erde in gerader Linie stehen, also bei Voll- und Neumond, addieren sich die Flutkräfte, es tritt **Springflut** ein, stehen sie der Erde gegenüber im rechten Winkel zueinander (Quadraturen), so heben sich die Flutkräfte teilweise auf, dann liegt **Nippflut** vor.

Ähnliche Gezeitenwirkungen, wie sie der Mond auf der Erde hervorruft, hat die Erde auf die Mondoberfläche ausgeübt, bevor der Mond völlig erstarrte. Damals rotierte der Mond noch um eine Achse, und der Mondkörper drehte sich unter den der Erde zugewandten und den von ihr abgewandten Orten des Hochwassers hinweg. Durch die zwischen den zähflüssigen Massen auftretenden Reibungskräfte wurde die Drehung allmählich so weit abgebremst, daß der Mondkörper der Flutwelle gegenüber schließlich nicht mehr wanderte. So erklärt sich die auffallende Tatsache, daß der Mond der Erde stets dieselbe Seite zukehrt.

E. Flüssigkeiten und Gase

§ 80. Die Moleküle

1. Teilbarkeit. Feste, flüssige und gasförmige Körper lassen sich in Teile zerlegen. Die Frage, ob die Teilbarkeit unbegrenzt ist oder nicht, läßt sich durch Versuche nicht entscheiden; bei Vervollkommnung der Hilfsmittel ist es noch stets gelungen, eine weitere Teilung auszuführen. Beispiele bieten elektrolytisch hergestellte Nickelfolien von $\frac{1}{10\,000}$ mm Dicke, die Gelbfärbung einer Bunsenflamme durch weniger als $\frac{1}{1\,000\,000}$ mg Kochsalz, die Verbreitung von Gerüchen (Kampfer, Moschus).

Trotz dieser weitgehenden Teilbarkeit füllt die Materie den Raum nicht lückenlos aus. Wir werden Erscheinungen kennenlernen, aus denen hervorgeht, daß alle Stoffe aus kleinsten Körperelementen von selbständiger Existenz, den **Molekülen**[1]), und diese in der Regel aus **Atomen**[2]) zusammengesetzt sind. Sie sind durch relativ große Zwischenräume voneinander getrennt.

2. Geschichtliches. Schon die alten Griechen nahmen an, daß die Welt aus kleinsten Bausteinen bestehe, und Anaxagoras (um 460 v. d. Ztr.) führte vorausahnend die qualitativen Unterschiede der Stoffe auf nur quantitative Unterschiede der Körperelemente zurück, die dann von Leukipp und Demokrit als Atome (unsere Moleküle!) bezeichnet wurden. Aristoteles (geb. 384 v. d. Ztr.) ist diesen Forschern, deren Verdienst er im übrigen aufs höchste anerkennt, leider nicht gefolgt. Nach ihm gibt es nur einen Urstoff, der durch je zwei der Eigenschaften warm—kalt, feucht—trocken seine „Form" erhält. So entstehen die vier Elemente, die schon Empedokles (geb. um 490 v. d. Ztr.) eingeführt hatte. Die warm-feuchte Luft und das warm-trockene Feuer haben ihren „natürlichen Ort" oben, das kalt-feuchte Wasser und die kalt-trockene Erde sind unten. Indem die eine oder die andere dieser Eigenschaften durch ihr Gegenteil ersetzt wird, verwandeln sich die Elemente ineinander. Wenn man z. B. Wasser erhitzt, also nach Aristoteles' Auffassung das Kalte aus ihm heraustreibt, so verdampft es und wird, wie er meint, zu Luft, die, „weil sie ihren Ort oben hat", in die Höhe steigt. Die schon bei den Griechen ebenfalls vertretene Ansicht, daß auch die Luft ein Gewicht habe, wurde durch die Autorität des Aristoteles bis ins Mittelalter hinein vollkommen zurückgedrängt. Die Neuzeit knüpfte dann wieder an Demokrits Anschauungen an. Boyle (vor 1700) unterschied an den Molekülen außer Größe, Gestalt und Anordnung auch eine eigene Bewegung. Diese Gedanken fanden zunächst wenig Beachtung, bis die Entwicklung der Chemie die Hypothese vom molekularen Aufbau der Materie zur Gewißheit erhob. Nachdem Lomonossow (1711—1765) und Lavoisier (1774) mit der Waage das Gesetz von der Erhaltung der Masse bewiesen hatten, fand Proust (1799) das Gesetz von den bestimmten Verbindungsgewichten und Dalton wenig später das Gesetz von ihren ganzzahligen Vielfachen. Dann häuften sich, wie wir sehen werden, auch in der Physik, besonders in der Elektrizitätslehre, Beobachtungen, die sich nur durch die Annahme von Molekülen und Atomen ungezwungen erklären lassen, so daß wir heute wissen:

Die materielle Welt ist aus Molekülen aufgebaut, die ihrerseits aus den Atomen von 92 verschiedenen chemischen Elementen bestehen.

Neuerdings hat sich diese Zahl durch mehrere sehr unbeständige Elemente erhöht.

§ 81. Grundeigenschaften der Flüssigkeiten

1. Beweglichkeit der Moleküle. Die hervorragendste Eigenschaft der Flüssigkeiten und der Gase im Gegensatz zu den festen Körpern ist die leichte Verschiebbarkeit ihrer Teilchen. Bei Gasen ist die Verschiebbarkeit sehr groß, bei Flüssigkeiten schwankt ihr Wert in weiten Grenzen. Von leichtflüssigen Körpern sagt man, ihre „Zähigkeit" oder innere Reibung sei gering; schwerflüssige Körper haben eine hohe Zähigkeit. Dazwischen liegen Flüssigkeiten mit mittleren Zähigkeiten. Leichtflüssig sind Äther, Benzin, Wasser, Petroleum, Öl; schwerflüssig Glyzerin, Sirup, Teer, Asphalt. Wir untersuchen im folgenden nur die leichtflüssigen Körper, die also aus leicht gegeneinander verschiebbaren Molekülen bestehen.

1) mŏlēs (lat.) = Masse; mŏlĕcula = kleine Masse. 2) ătŏmŏn (griech.) = das Unteilbare.

2. Die Oberfläche von Flüssigkeiten. Eine Folge der leichten Beweglichkeit ist es, daß Flüssigkeiten keine eigene Gestalt haben. Da sie der Schwerkraft unterliegen, besitzen sie eine bei geringer Ausdehnung ebene, horizontale Oberfläche. Andernfalls würden nämlich die leicht beweglichen Teilchen auf den geneigten Stellen der Oberfläche abwärts gleiten. Gleichgewicht herrscht erst dann, wenn die Resultierende aller auf ein Teilchen wirkenden Kräfte senkrecht zur Oberfläche steht. Die Oberfläche des Meeres ist gekrümmt, denn die Schwerkraft ist an jeder Stelle nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet.

3. Ausbreitung eines Druckes. In einem Gefäß sei eine Flüssigkeit enthalten; ein beweglicher Kolben (K in Abb. 221) schließt die Flüssigkeit oben ab. Ihr Eigengewicht bleibe zunächst unberücksichtigt. Belasten wir den Kolben mit einem Gewichtsstück, so wird die Flüssigkeit, wenn auch äußerst wenig, zusammengedrückt. Wenn wir die Flüssigkeit durch ein Gas ersetzen, erkennen wir, daß es sich in viel höherem Maße komprimieren läßt. Entfernen wir das Gewichtsstück, so nehmen die Flüssigkeit und das Gas ihren ursprünglichen Rauminhalt sofort wieder an; sie verhalten sich also in bezug auf ihr Volum so wie elastische feste Körper in bezug auf ihre Gestalt:

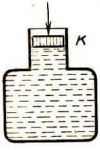


Abb. 221. Volumelastizität von Flüssigkeiten

Flüssigkeiten und Gase besitzen Volumelastizität.

Bei unseren Versuchen bewegt sich der Kolben so weit nach unten, bis die Flüssigkeit oder das Gas ihn mit gleicher Kraft nach oben drückt. Diese Kraft P verteilt sich gleichmäßig auf die ganze untere Fläche des Kolbens. Wird diese Fläche, gemessen in cm², mit q bezeichnet, so kommt auf jedes Quadratzentimeter die Kraft P/q, und diese Druckkraft nennen wir „Druck".

Unter „Druck" versteht man die auf die Flächeneinheit wirkende Kraft; in der Technik mißt man den Druck nach kg/cm². Seine Dimension ist $[K \cdot l^{-2}]$.

Andere Maßeinheiten des Druckes lernen wir später kennen (§ 84, 4).

Wird ein Druck auf den Kolben ausgeübt, so drücken die Moleküle unter dem Kolben auf die anliegenden Teilchen, diese übertragen die Kraft wieder auf andere usf., so daß sich der Druck in allen Teilen der Flüssigkeit bis zur Innenfläche des Gefäßes bemerkbar macht.

Wegen der leichten Verschiebbarkeit und der Elastizität der Teilchen muß der Druck überall gleich groß sein; andernfalls verschöben sich die Moleküle so lange, bis Gleichgewicht herrscht. So ergibt sich das

Gesetz von der gleichmäßigen Druckfortpflanzung: In einer räumlich abgeschlossenen Flüssigkeits- oder Gasmenge breitet sich ein von außen ausgeübter Druck nach allen Seiten gleich stark aus. Daher herrscht im Innern und an den Grenzflächen einer der Schwerkraft nicht unterworfenen ruhenden Flüssigkeit überall der gleiche sog. hydrostatische[1]) Druck.

1) hýdōr (griech.) = Wasser; stātós (griech.) = stehend. Hydrostatik = Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Drückt z. B. eine Kraft von 12 kg auf einen Kolben von 4 cm² Querschnitt, so herrscht überall und nach allen Richtungen in der Flüssigkeit oder dem Gase ein Druck von $12 : 4 = 3$ kg/cm².
Bringt man an dem Gefäß einen zweiten Kolben von dem Querschnitt 8 cm² an, so erfährt dieser die Druckkraft $8 \cdot 3 = 24$ kg (hydraulische Presse).

4. Der Gewichtsdruck in der Flüssigkeit. Wir haben bis jetzt von dem Gewicht der Flüssigkeit abgesehen. Nun aber erfährt jedes Teilchen im Innern einer Flüssigkeitsmenge durch das Gewicht der über ihm liegenden Schichten einen Druck, der von allen Richtungen, von oben, von unten und von den Seiten her gleich stark sein muß, denn sonst könnte das Teilchen nicht in Ruhe bleiben. Je weiter unten ein Flüssigkeitsteilchen liegt, desto stärker ist der Druck, den es von allen Seiten erfährt, und es ist auch hier wieder eine Folge der gleichmäßigen Druckfortpflanzung, daß stets der Satz gilt:

Der an irgendeiner Stelle innerhalb einer Flüssigkeit durch ihr Gewicht ausgeübte Druck ist gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule, die 1 cm² der gedrückten Fläche zur Grundfläche und den Abstand des Flächenschwerpunktes vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

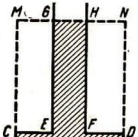


Abb. 222.
Hydrostatisches Paradoxon

Nach diesem Satze ist die Druckkraft, welche die Flüssigkeit in dem durch Abb. 222 dargestellten Gefäß auf den Boden AB ausübt, ebenso groß, als ob die Flüssigkeitssäule $ABNM$ vorhanden wäre. Der auf AB ausgeübte Bodendruck ist nicht zu verwechseln mit dem Gewicht der Flüssigkeit. Man muß die Druckkraft auf den Boden des Gefäßes um die auf CE und FD ausgeübte aufwärts gerichtete Druckkraft vermindern, um das Gewicht zu erhalten (hydrostatisches Paradoxon[1]); Nachweis mit dem Pascalschen Apparat).

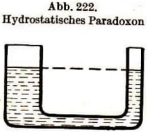


Abb. 223.
Verbundene Gefäße

Aus dem angeführten Satze folgt auch das Gesetz der **verbundenen** oder **kommunizierenden**[2]) **Gefäße** (Abb. 223), denn bei ruhender Flüssigkeit sind die Druckkräfte, die von beiden Seiten auf einen Querschnitt des Verbindungsrohres ausgeübt werden, nur dann gleich, wenn die Flüssigkeit in beiden Gefäßen gleich hoch steht. (Anwendungen: Wasserleitung, Wasserstandsglas am Dampfkessel, Kanalwaage.)

Zur Übung: 1. Wie hoch ist die Flüssigkeitssäule, die einen Druck von 1 kg/cm² ausübt, bei Quecksilber ($\gamma = 13{,}6$ g · cm^{-3}), Wasser, Alkohol ($\gamma = 0{,}79$ g · cm^{-3})? — 2. Welcher Druck herrscht im Kessel einer Warmwasserheizung, die in einem 20 m hohen Gebäude (vom Kessel an gerechnet) eingebaut ist? — 3. Welcher Druckunterschied besteht in der Wasserleitung zwischen dem untersten und einem 15 m darüber liegenden Stockwerk?

1) pará (griech.) = gegen; dóxa (griech.) = Meinung, Erwartung. 2) commūnicāre (lat.) = teilhaben.

§ 82. Auftrieb und Schwimmen

1. Das Archimedische Prinzip. Ein Zylinder aus beliebigem Material mit dem Querschnitt q ist vertikal in eine Flüssigkeit von der Wichte γ getaucht (Abb. 224); seine obere Fläche liegt um die Strecke h_1, seine untere um h_2 unter der Flüssigkeitsoberfläche. Der Zylinder wird mit der Kraft $P_1 = h_1 \cdot q \cdot \gamma$ nach unten und mit der Kraft $P_2 = h_2 \cdot q \cdot \gamma$ nach oben gedrückt; die auf ihn ausgeübten seitlichen Druckkräfte heben sich auf. Der Körper wird also durch den in der Flüssigkeit herrschenden Druck mit der Kraft

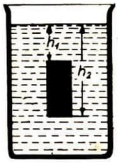


Abb. 224. Der Auftrieb

$$A = P_2 - P_1 = h_2 \cdot q \cdot \gamma - h_1 \cdot q \cdot \gamma = (h_2 - h_1) \cdot q \cdot \gamma$$

gehoben.

Diese Differenz zwischen der aufwärts und der abwärts gerichteten Druckkraft heißt Auftrieb.

Da $(h_2 - h_1) \cdot q$ gleich dem Volum V des Zylinders ist, ergibt sich

$$A = V \cdot \gamma.$$

Der Auftrieb ist also gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit. Dieser Satz gilt, wie sich theoretisch und experimentell zeigen läßt, für jeden irgendwie gestalteten Körper.

Archimedisches Prinzip: Der Auftrieb eines in einer Flüssigkeit untergetauchten Körpers ist gleich dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge. Infolge des Auftriebs verliert der Körper scheinbar so viel an Gewicht, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmenge wiegt.

2. Das Schwimmen. Wenn das Gewicht eines vollständig eingetauchten Körpers kleiner als sein Auftrieb ist, steigt er, wenn man ihn losläßt, empor, bis ein Teil von ihm aus der Flüssigkeit herausragt. Der Körper steigt so lange, bis der Auftrieb des noch in der Flüssigkeit befindlichen Teiles gleich dem Gewicht des Körpers ist.

Bei einem schwimmenden Körper ist das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich dem Gewicht des Körpers.

Holz und Kork schwimmen auf Wasser, Eisen auf Quecksilber; eiserne Schiffe schwimmen auf Wasser, weil sie große Hohlräume enthalten. Weitere Beispiele bieten das Aräometer, der Schwimmgürtel, Schwimmdocks zur Hebung von Schiffen. Das Gewicht eines Schiffes in Tonnen ist so groß wie das Volum der von ihm verdrängten Wassermenge in Kubikmetern.

Aufgaben: 1. Ein Stück Marmor von 30 g Gewicht wiegt in Wasser 19 g. Wie groß ist seine Wichte? — 2. Ein Körper von 100 g Gewicht wiegt in Wasser 60 g, in Alkohol 68 g. Wie groß ist die Wichte des Alkohols? — 4. Auf einer Waagschale steht ein Glas mit Wasser, das austariert ist. Man taucht einen Metallzylinder in lotrechter Lage teilweise in das Wasser; oder man hängt eine Kugel an einem Faden in das Wasser, ohne daß sie die Glaswand berührt. Bleibt die Waage im Gleichgewicht? (Hilfe: Die Gegenkraft zum Auftrieb drückt die Flüssigkeit nach unten.)

§ 83. Molekularkräfte

1. Kohäsion und Adhäsion. Es gibt eine Reihe von Erscheinungen, die uns vermuten lassen, daß zwischen den Molekülen eines Körpers eine Anziehungskraft vorhanden ist. Auch zwischen den Teilchen verschiedener Stoffe, z. B. zwischen Wasser und Glas, bestehen anziehende Kräfte.

Die zwischen den einzelnen Molekülen ein und desselben Körpers wirksamen Anziehungskräfte heißen Kohäsionskräfte[1]). Zwischen den Molekülen verschiedener Körper bestehen Adhäsionskräfte[2]).

Um beide Arten von Kräften kennen zu lernen, machen wir folgenden Versuch. Wir hängen eine gut gereinigte Glasplatte an die eine Seite einer Waage und bringen diese ins Gleichgewicht. Nähern wir dann der Glasplatte von unten Wasser in einem Gefäß bis zur Berührung (Abb. 225), so gehört ein beträchtliches Übergewicht dazu, die Platte abzureißen. Wir sehen, daß die Platte mit Wasser benetzt bleibt; wir haben also nicht die Adhäsionskraft zwischen Wasser und Glas, sondern die Kohäsionskraft zwischen den Wassermolekülen überwunden. Machen wir den Versuch mit Quecksilber statt mit Wasser, so sehen wir, daß die Adhäsion zwischen Glas und Quecksilber kleiner ist als die Kohäsion zwischen den Quecksilbermolekülen. Je nachdem, ob die Adhäsion oder die Kohäsion überwiegt, wird ein Körper benetzt oder unbenetzt aus einer Flüssigkeit herausgezogen. Dementsprechend wird die Oberfläche von Wasser, Alkohol, Benzin, Spiritus, Essig an der Innenwand eines Glasgefäßes nach oben gezogen (siehe Abb. 225), weil die Adhäsion überwiegt; diese Flüssigkeiten benetzen das Glas. Die Oberfläche von Quecksilber hingegen steht an der Innenwand tiefer als der Quecksilberspiegel. Ferner: In engen Röhren, sog. Haar- oder Kapillarröhren[3]), werden benetzende Flüssigkeiten in die Höhe gehoben (Abb. 226), nicht benetzende werden niedergedrückt (Abb. 227). Beispiele: Lampendochte, Handtücher, Löschpapier, Zucker in Kaffee.

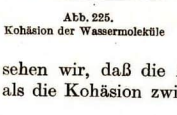


Abb. 225. Kohäsion der Wassermoleküle

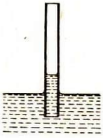


Abb. 226. Hebung bei benetzender Flüssigkeit

Abb. 227. Senkung bei nicht-benetzender Flüssigkeit

2. Oberflächenspannung. Durch die zwischenmolekularen Anziehungskräfte erklärt sich das Verhalten der Oberflächen von Flüssigkeiten. Eine geringe Menge Quecksilber nimmt Kugelgestalt an, ebenso eine kleine Wassermenge auf einer eingefetteten Glasscheibe. Etwas größere Mengen sind wegen

1) cōhaerēre (lat.) = zusammenhängen. 2) adhaerēre (lat.) = anhaften.
3) căpillus (lat.) = Haar.

der Wirkung der Schwerkraft abgeplattet und auseinander gezogen (Abb. 228). Ein Öltropfen, der in einem Gemisch von Wasser und Alkohol schwebt, so daß die Schwerkraft aufgehoben ist, besitzt auch bei recht ansehnlicher Größe noch die Gestalt einer Kugel. Auch Seifenblasen sind kugelförmig. Sie bestehen aus einer Flüssigkeitshaut, die durch die eingeblasene Luft gespannt wird. Daß in der Haut Spannungen wirken, erkennt man daran, daß sie sich wieder zusammenzieht, wenn man das Blasrohr, an dem sie hängt, nicht verschließt. Die Luft wird dabei so stark aus dem Rohr herausgedrückt, daß sie die Flamme einer Kerze zur Seite bläst. – Tauchen wir einen Drahtring in Seifenwasser und nehmen ihn dann heraus, so spannt sich in ihm eine Flüssigkeitshaut aus. Bringen wir eine Schlinge aus Zwirn in ihr an (Abb. 229) und durchstoßen die Haut in der Schlinge, so wird der Faden zum Kreise auseinandergezogen (Abb. 230). Die Spannung in der Flüssigkeitshaut ist also nach allen Seiten gerichtet. Sie wirkt so, als ob sie die Oberfläche verkleinern wollte und wird deshalb **Oberflächenspannung** genannt (s. u.).

Abb. 228. Wasser auf fettiger Unterlage

Abb. 229. Geschlossene Schlinge in Seifenhäutchen

Abb. 230. Aufgeweitete Schlinge in Seifenhäutchen

Durch sie kommen auch die folgenden Erscheinungen zustande. Eine etwas angefettete Nähnadel bleibt auf einer Wasserfläche liegen. Drückt man das eine Ende der Nadel in die Oberfläche hinein, so schießt sie in das Innere der Flüssigkeit, als ob die Oberfläche ein Loch bekommen hätte. – An Sommerabenden kann man beobachten, wie Insekten über die Oberfläche ruhiger Gewässer dahingleiten wie Schlittschuhläufer über eine Eisfläche. – Auch die Kugelgestalt der Tropfen ist eine Wirkung der Oberflächenspannung, denn unter allen Körpern mit gleichem Volum hat die Kugel die kleinste Oberfläche.

Mannigfache Erfahrungstatsachen lehren, daß die Kohäsionskräfte, zumal bei festen Körpern, außerordentlich stark sein können, wenn die Moleküle in inniger Berührung sind, daß sie aber schon bei nur wenig größerem Abstand völlig verschwinden. Sie haben also nichts mit den Newtonschen Gravitationskräften zu tun, die neben ihnen bestehen; sie sind vielmehr, wie wir später sehen werden, elektrischer Natur. Der kugelförmige Raum, der alle Moleküle enthält, die auf ein im Mittelpunkt befindliches Molekül durch Kohäsion einwirken, heißt molekulare Wirkungssphäre. Ihr Radius wechselt für die verschiedenen Stoffe; er ist von der Größenordnung 10^{-6} cm.

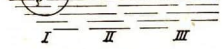


Abb. 231
Zur Erklärung der Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung erklärt sich folgendermaßen aus der Kohäsion. In Abb. 231 sind für drei Moleküle in verschiedenen Abständen von der

Oberfläche einer Flüssigkeit in ungeheuer stark vergrößertem Maßstab die Wirkungssphären mit dem Radius ϱ gezeichnet. Bei dem Molekül I heben sich die auf es einwirkenden Kohäsionskräfte auf. Liegt ein Molekül in der Oberfläche (II), so sind keine Nachbarmoleküle vorhanden, die es nach oben ziehen, es wird deshalb in die Flüssigkeit hineingezogen. Beim Molekül III wird nur ein Teil der Kräfte, die es nach unten ziehen, durch nach oben gerichtete Kräfte ausgeglichen. So kommt als Resultierende aller Kräfte, die auf ein in der Oberfläche oder in ihrer nächsten Nähe liegendes Molekül wirken, eine in das Innere der Flüssigkeit hinein gerichtete Kraft zustande, die ihre Oberfläche zu verkleinern sucht. Diese Kraft ist die Oberflächenspannung.

§ 84. Grundeigenschaften der Gase

1. Gewicht. Verglichen mit festen und flüssigen Körpern sind luftförmige Körper oder Gase außerordentlich leicht. Daß aber z. B. Luft doch ein Gewicht hat, zeigt man, indem man möglichst viel Luft aus einem mit einem Hahn versehenen Rundkolben heraussaugt; er wiegt dann weniger als vorher. Die Wichte der Luft beträgt bei 0° und normalem Barometerstand 0,001 293 oder $\frac{1}{773}$ g/cm³. 1 l Luft wiegt etwa 1,3 g, 1 l Leuchtgas wiegt halb so viel, 1 l Wasserstoff nur 0,1 g.

2. Der Gasdruck. Die Gase haben mit den Flüssigkeiten zwei wesentliche Eigenschaften gemeinsam: sie besitzen Volumelastizität, und ihre Teilchen lassen sich vollkommen leicht gegeneinander verschieben. Deshalb gilt auch für Gase das hieraus folgende Gesetz von der gleichmäßigen Druckfortpflanzung, das wir in § 81 gleich für Flüssigkeiten und Gase ausgesprochen haben.

Abb. 232.
Offenes Manometer

Man mißt Gasdrucke mit Manometern[1]). Ein sog. **offenes Manometer** besteht aus einem U-förmig gebogenen, mit einer Flüssigkeit, z. B. Wasser oder Quecksilber, gefüllten Rohr, das nach Abb. 232 an den Gasbehälter angesetzt ist. Enthält das Gefäß atmosphärische Luft, die man durch Hineinblasen komprimiert, so stellt sich die Flüssigkeit in beiden Schenkeln verschieden hoch ein, bis Gleichgewicht herrscht. Dann ist der von dem Gas ausgeübte Druck gleich dem Druck der Flüssigkeitssäule von der Höhe h, vermehrt um den äußeren Luftdruck. Saugt man Luft aus dem Gefäß heraus, so steht die Flüssigkeit im inneren Schenkel höher als im äußeren, denn jetzt ist der Gasdruck geringer als der äußere Luftdruck. Durch das Manometer wird also der Überdruck oder der Unterdruck gegenüber dem äußeren Luftdruck angegeben.

3. Der Luftdruck. Die Luft ist zwar sehr leicht und wird in der Lufthülle der Erde nach oben hin immer dünner. Da die Lufthülle aber weit über 100 km hoch ist, drückt sie doch mit beachtlicher Kraft. Man merkt von dieser

1) manós (griech.) = dünn.

Druckkraft nichts, weil sie mit gleicher Größe nach allen Richtungen, also auch nach oben, wirkt; um sie nachzuweisen, muß man sie einseitig wirken lassen. Das geschieht z. B. beim Torricellischen Versuch (Abb. 233). Dieser lehrt:

Der durchschnittliche Luftdruck in Meeresspiegelhöhe beträgt 760 Torr, d. h. er ist so groß, daß er einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe das Gleichgewicht hält.

Da eine Quecksilbersäule von 1 cm^2 Querschnitt und 760 mm Höhe bei 0^0 C $76 \cdot 13{,}596$ g = 1033 g wiegt, folgt hieraus:

Der durchschnittliche Luftdruck, den man 1 Atmosphäre (1 Atm) nennt, beträgt 1,033 kg/cm^2. Eine technische Atmosphäre (1 at) ist der nahezu ebenso große Druck von 1 kg/cm^2.

Da das Leuchtgas in den Gasleitungen viel leichter ist als Luft, nimmt der Druck in einer Gasleitung mit der Höhe weniger ab als der Druck der Außenluft. Deshalb ist der Überdruck des Gases über den äußeren Luftdruck im zweiten Stockwerk eines Hauses größer als unten.

Abb. 233. Torricellischer Versuch

4. Maßeinheiten für den Gasdruck. Wie den Luftdruck kann man auch jeden anderen Flüssigkeits- und Gasdruck in Torr oder, was dasselbe ist, in mm QS (gelesen: mm Quecksilbersäule) messen.

Statt durch eine Quecksilbersäule kann man den Druck auch durch die Höhe der Wassersäule angeben, der er das Gleichgewicht hält. Da die Wichtezahl des Quecksilbers gleich 13,596 ist, so ist 1 Atm $\hat{=}$ $13{,}596 \cdot 760$ mm oder 10,33 m Wassersäule (WS).

In der Wetterkunde (Meteorologie) wird der Luftdruck in Millibar (mb) gemessen. Es gilt die Umrechnungsformel:

$$\mathbf{750\ Torr \approx 1000\ mb.}$$

Diese Einheit entstammt dem absoluten Maßsystem, in dem 10^6 dyn/cm^2 als 1 Bar[1]), 10^3 dyn/cm^2 also als ein Millibar bezeichnet werden. Zur Bestätigung der angegebenen Gleichung rechnen wir beide Seiten um in g/cm^2.

$$750\ \text{Torr} = 750 \cdot 1{,}3596\ \text{g/cm}^2 = 1019{,}7\ \text{g/cm}^2;$$

$$1000\ \text{mb} = 10^6\ \text{dyn/cm}^2 = 10^6 \cdot \frac{1}{981}\ \text{g/cm}^2 = 1019{,}4\ \text{g/cm}^2.$$

Das Manometer in Abb. 232 gibt, wie wir sahen, den Druck, der in dem Gefäß herrscht, in der Form

$$p = b \pm h,$$

wo b den äußeren Luftdruck bedeutet. Ist Quecksilber bzw. Wasser die manometrische Flüssigkeit, so ist b in mm QS bzw. mm WS umzurechnen.

Oft wird in der Technik auch nur der Überdruck angegeben. Wenn man also sagt: Der Druck der Luft im Fahrradschlauch beträgt $\frac{1}{2}$ atü (d. h. $\frac{1}{2}$ technische Atmosphäre Überdruck), so ist er im ganzen gleich $1\frac{1}{2}$ at.

1) báros (griech.) = Schwere.

Weitere Beispiele: Druck der Luft im Autoreifen 2 atü und mehr; Dampfdruck im Kessel einer Lokomotive 16 atü; Druck in einer Kohlensäureflasche 120 atü. Zum Vergleich: Wasserdruck in der Wasserleitung bis 5 atü; Überdruck in der Gasleitung 40 bis 70 mm WS = 0,004 bis 0,007 atü.

5. Das Boylesche Gesetz. Wir füllen die untere Biegung eines U-Rohres, dessen abgekürzter Schenkel in einen Hahn endet, mit Quecksilber und schließen den Hahn (Abb. 234). Dann steht die in dem kurzen Schenkel abgesperrte Luft unter dem äußeren Luftdruck, beispielsweise 760 Torr = 1 Atm. Gießen wir Quecksilber in den langen Schenkel bis die Luft nur noch $\frac{2}{3}$ ihres ursprünglichen Volums einnimmt, so steht die Quecksilbersäule in dem langen Schenkel 380 mm höher als in dem kurzen (Abb. 235); der Druck der Luft hat sich also um $\frac{1}{2}$ Atm., d. h. auf $\frac{3}{2}$ Atm. erhöht. – Gießen wir weiter Quecksilber ein, so ist, wenn die Quecksilbersäule 760 mm höher als in dem kurzen Schenkel steht, der Druck also 2 Atm. beträgt, die Luft auf die Hälfte ihres ursprünglichen Volums komprimiert.

In graphischer Darstellung zeigt Abb. 236 diesen Zusammenhang zwischen Druck und Volum; dabei sind das Anfangsvolum und der Anfangsdruck (1 Atm.) durch 1 cm dargestellt. Es ergibt sich eine gleichseitige Hyperbel.

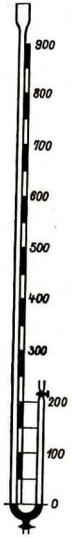


Abb. 234.
$p = 1$ Atm;
$V = 1$ Raumeinheit

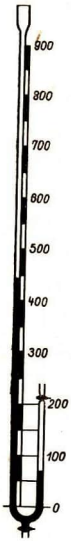


Abb. 235.
$p = \frac{3}{2}$ Atm;
$V = \frac{2}{3}$ Raumeinheit

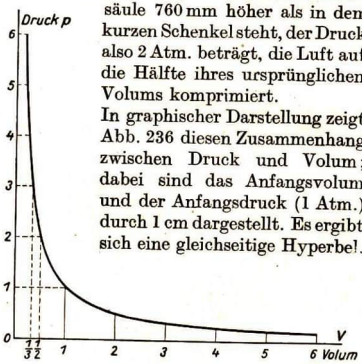


Abb. 236. $p \cdot V = \text{const}$

Unsere Versuche liefern das von dem Irländer Robert Boyle (1662) gefundene

Boylesche Gesetz: Bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volum einer abgeschlossenen Gasmenge konstant:

$$p \cdot V = \text{const} \quad \text{oder} \quad V_1 : V_2 = p_2 : p_1 .$$

Das Gesetz wird oft auch nach dem Franzosen Mariotte benannt, der es 14 Jahre später als Boyle entdeckte.

Schließt man den längeren Schenkel des Manometers in Abb. 232, so hat man ein **geschlossenes Manometer** (Abb. 237); es wird zur Messung höherer Drucke angewandt. Der verschlossene Schenkel ist bei der gezeichneten Stellung der Quecksilbersäule mit Luft von Atmosphärendruck gefüllt. Wird sie auf $\frac{1}{3}$ ihres Volums vermindert, so ist der Druck nach dem Boyleschen Gesetz dreimal so groß usw. Nach oben hin verringert sich der Abstand der Skalenstriche.

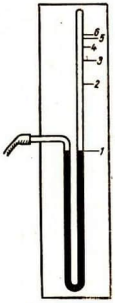


Abb. 237. Geschlossenes Manometer.

6. Die barometrische Höhenmessung. Der Druck, den eine Flüssigkeit in einem hohen Standzylinder vermöge ihres Gewichts ausübt, nimmt von unten nach oben ab, und zwar vermindert sich, wenn die Höhe um die Längeneinheit abnimmt, auch der Druck jedesmal um den gleichen Betrag. Auch der von der atmosphärischen Luft ausgeübte Druck verringert sich nach oben hin, jedoch, wenn man sich immer um dieselbe Strecke, also nach einer arithmetischen Reihe, erhebt, immer weniger, da nicht nur die Höhe, sondern auch die Wichte der drückenden Luftsäule nach oben hin abnimmt. Eine sich auf das Boylesche Gesetz stützende mathematische Überlegung lehrt, daß hier die Druckabnahme in Form einer geometrischen Reihe erfolgt; der Quotient dieser Reihe ist naturgemäß ein echter Bruch. Bedeutet b_0 den Luftdruck an der Erdoberfläche und b_n den Luftdruck in n m Höhe, so ist $b_n = 0{,}999\,875^n \cdot b_0$.

Löst man diese Gleichung, indem man links und rechts logarithmiert, nach n auf, so erhält man für die Höhe

$$n = 18\,400\,(\log b_0 - \log b_n) \text{ Meter.}$$

Dieses ist die zur Höhenmessung dienende **barometrische Höhenformel.** An ihr sind wegen der wechselnden Temperatur und Luftfeuchtigkeit noch Korrekturen anzubringen.

In den unteren Luftschichten sinkt bei je 11 m Erhebung der Luftdruck um 1 Torr.

Zur Übung: 1. Welchen Druck besitzt eine abgeschlossene Gasmenge, wenn der äußere Luftdruck 740 Torr beträgt und ein Quecksilbermanometer 12 cm Unterdruck bzw. 25 cm Überdruck anzeigt? — 2. Desgl., wenn ein Wassermanometer 40 cm Überdruck anzeigt? — 3. Wie groß ist das Volum von 1 m³ Leuchtgas, dessen Druck 750 Torr beträgt, bei 760 Torr? Wie groß bei 760 Torr, wenn der Druck zuvor 780 Torr betragen hat? — 4. Welches Gewicht hat 1 m³ Luft bei 760 Torr und 0° (§ 84, 1), welches Gewicht bei 740 Torr, bei 790 Torr?

§ 85. Die kinetische Gastheorie

1. Die Grundannahme. Die Tatsache, daß ebenso wie zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit auch zwischen denen eines Gases die Newtonschen Anziehungskräfte und, wenn auch nur schwache, Kohäsionskräfte bestehen, stimmt zunächst nicht zu der Beobachtung, daß sich die Moleküle eines

Gases immer weiter voneinander zu entfernen suchen. Zur Lösung dieser Schwierigkeit nahmen verschiedene Forscher schon im 17. Jahrhundert an, daß sich die Moleküle eines Gases in ständiger schneller Bewegung befänden, und daß sich hieraus der Gasdruck erkläre.

Wenn ein Gummiball gegen eine elastisch verschiebbare Wand prallt, weicht diese aus und bewegt sich dann in ihre alte Lage zurück. Folgen viele Bälle sehr schnell aufeinander, so sind die verschiedenen Stöße nicht mehr zu unterscheiden, und es ist so, als ob die Wand einen konstanten Druck erführe. Man lasse Schrotkügelchen in sehr schneller Folge auf eine Briefwaage fallen! In derselben Weise erklärt sich der Druck, den ein Gas ausübt, aus dem „molekularen Bombardement" seiner kleinsten Teilchen.

Man bezeichnet diese Anschauung als **kinetische Gastheorie.** Ihr eigentlicher Begründer ist Clausius (1850); sie wurde dann vor allem von Maxwell und Boltzmann weiter ausgebaut.

2. Die Grundgleichung der Theorie. Um den in einem Gase herrschenden Druck auf die Eigenschaften der Moleküle zurückzuführen, machen wir einige vereinfachende Annahmen.

1. In einem würfelförmigen Raum mit der Kantenlänge a mögen sich n Moleküle, jedes von der Masse m, befinden; wir nehmen an, daß sie sich alle mit der gleichen Geschwindigkeit v bewegen.

2. Wir nehmen an, daß die Moleküle nicht in allen möglichen Richtungen auf die Wände treffen, sondern nur in den Richtungen der drei Kanten den Würfel durchfliegen (Abb. 238), in jeder Richtung bewegen sich also $n/3$ Moleküle. Diese Annahme erhält Berechtigung dadurch, daß man jede Bewegung in drei zueinander senkrechte Komponenten zerlegen kann.

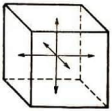


Abb. 238. Zur Ableitung der Grundgleichung

3. Wir dürfen voraussetzen, daß die Moleküle vollkommen elastisch sind, denn sonst müßten sie bei ihrem Zusammenstoß an Geschwindigkeit verlieren, und der Gasdruck müßte mit der Zeit von selbst abnehmen, was bekanntlich nicht der Fall ist. Dann dürfen wir aber zur Berechnung des Druckes auf die Wand auch annehmen, daß die Moleküle die ganze Strecke a frei durchfliegen, ohne zusammenzustoßen, denn bei gegenseitigem Anprall vertauschen sie ja nur ihre Geschwindigkeiten (§ 75, 2).

Um nun unsere Aufgabe zu lösen, benutzen wir den Impulssatz (§ 64); nach ihm ist der auf die Wand ausgeübte Kraftantrieb oder Impuls gleich der Änderung der Bewegungsgröße der Moleküle.

Wir berechnen zunächst die Änderung der Bewegungsgröße. Jedes Molekül durchfliegt zwischen zwei Stößen auf dieselbe Wand den Weg $2a$; da es in 1 s die Strecke v zurücklegt, wird es in dieser Zeit $\frac{v}{2a}$ mal auf diese Wand stoßen. Während der ersten Hälfte der Stoßzeit wird v auf Null verzögert, während der zweiten Hälfte die Geschwindigkeit auf den Wert $-v$

gebracht. Die Bewegungsgröße eines Moleküls ändert sich also bei jedem Anprall auf die Wand zweimal um den Betrag $m \cdot v$, also um $2mv$, und in 1 s um $\frac{v}{2a} \cdot 2mv = \frac{mv^2}{a}$. Da nun nicht 1, sondern $n/3$ Moleküle aufprallen, beträgt die Änderung der Bewegungsgröße im ganzen $\frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a}$.

Der Kraftantrieb oder Impuls, den die Wand durch die Gesamtheit der Moleküle erfährt, ist gleich $P \cdot t$, wenn P die ausgeübte Druckkraft bedeutet, in unserem Falle also gleich $P \cdot 1$, denn wir haben auch die Änderung der Bewegungsgröße für 1 s berechnet. Daher ist

$$P = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a}.$$

Die Wand hat die Größe a^2; also ist der Druck, d. i. die Druckkraft je Flächeneinheit,

$$p = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3a^3} = \frac{n \cdot m \cdot v^2}{3V},$$

wenn wir statt a^3 das Volum V einführen. Setzen wir noch die Anzahl der in der Raumeinheit enthaltenen Moleküle n/V gleich n_1, so erhalten wir die **Grundgleichung der kinetischen Gastheorie** in der Form:

$$\boldsymbol{p = \frac{1}{3} \cdot n_1 \cdot m \cdot v^2}.$$

Der Druck eines Gases ist gleich einem Drittel des Produktes aus der Anzahl der in der Raumeinheit enthaltenen Moleküle, der Masse eines Moleküls und ihrem mittleren Geschwindigkeitsquadrat.

Diese Grundgleichung der kinetischen Gastheorie ist von uns für einen Würfel abgeleitet; sie gilt aber allgemein, da man jeden Raum aus kleinen Würfeln zusammensetzen kann. Auch im Innern des Gases herrscht überall ein ebenso großer Druck.

v bedeutet in der vorstehenden Gleichung eine Geschwindigkeit, die alle Moleküle haben müßten, damit der Druck derselbe bliebe wie bei ihren in Wirklichkeit verschiedenen Geschwindigkeiten $v_1, v_2, v_3, \ldots$ Es ist also

$$n_1 \cdot v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots$$

oder

$$v^2 = (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots) : n_1.$$

Diese Größe heißt mittleres Geschwindigkeitsquadrat. Die Quadratwurzel aus ihr, die sog. mittlere quadratische Geschwindigkeit ist etwas größer als die Zahl, die als mittlere Geschwindigkeit bezeichnet wird, z. B. ist $\sqrt{\frac{1}{3} \cdot (3^2 + 6^2 + 12^2)} > \frac{1}{3} \cdot (3 + 6 + 12)$. Maxwell zeigte, daß die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle das 0,921fache der mittleren quadratischen Geschwindigkeit ist.

3. Maßeinheiten. Bei der Ableitung der Gleichung haben wir nicht angegeben, in welchen Einheiten wir die einzelnen physikalischen Größen messen. Die Formel gilt – und das ist immer so – in jedem Maßsystem; nur müssen natürlich alle Größen in Maßeinheiten ein und desselben Systems gemessen werden, also im technischen Maßsystem Geschwindigkeit in m/s, Masse in

ME, Druck in kg/m²; im absoluten Maßsystem Geschwindigkeit in cm/s, Masse in gr, Druck in dyn/cm².

Zur Übung: Nach § 59 ist $1\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 98{,}1\,\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$. Man überzeuge sich, daß die Berechnung des Druckes nach der Formel $p = \frac{n_1 \cdot m \cdot v^2}{3V}$ im absoluten Maßsystem in der Tat einen 98,1 mal so großen Wert ergibt wie im technischen.

§ 86. Folgerungen aus der Theorie

1. Volumenergie einer Gasmenge. Die gesamte kinetische Energie aller Moleküle einer gegebenen Gasmenge ist unter Benutzung der Formelzeichen des vorigen Paragraphen $W_k = \frac{1}{2}\,n m v^2$. Da nun $p \cdot V = \frac{1}{3}\,n m v^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\,n m v^2$ ist, folgt

$$\boldsymbol{p \cdot V = \frac{2}{3} W_k}.$$

Hier steht auf der linken Seite die Arbeit, die das Gas den äußeren Kräften gegenüber leisten mußte, als es, einen Gegendruck p überwindend, seinen Raum einnahm.

Um dies einzusehen, denken wir uns, ein Gas ströme in einen zylindrischen Behälter mit dem Querschnitt F, der durch einen Kolben abgeschlossen ist (Abb. 239). Der Kolben sei gewichtslos und lasse sich ohne Reibung verschieben. Zunächst befinde er sich am Boden des Gefäßes, und nun werde das Gas durch ein Ansatzrohr hineingedrückt. Dabei ist der auf dem Kolben lastende Druck p, etwa der Luftdruck, zu überwinden. Die gesamte Druckkraft ist also $F \cdot p$ und die geleistete Arbeit, wenn der Kolben um die Strecke h gehoben ist, gleich $F \cdot p \cdot h = V \cdot p$. Wenn das Gas unter dem Druck p seinen Raum V eingenommen hat, ist daher die Arbeit $V \cdot p$ geleistet; des, halb heißt $V \cdot p$ die Volumenergie der Gasmenge.

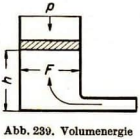


Abb. 239. Volumenergie

Die obige Gleichung besagt also:

Die Volumenergie eines Gases beträgt zwei Drittel von der kinetischen Energie seiner Moleküle.

2. Die Geschwindigkeit der Moleküle. In der Gleichung $p = \frac{1}{3}\,n_1 \cdot m \cdot v^2$ ist $n_1 \cdot m$ die in der Raumeinheit enthaltene Masse oder die Dichte ϱ des Gases; daher ist $p = \frac{1}{3}\,\varrho \cdot v^2$. Hieraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{3p}{\varrho}},$$

so daß sich v berechnen läßt.

Beispiel: Bei Atmosphärendruck $p = 1{,}033$ kg/cm² $= 1{,}013 \cdot 10^6$ dyn/cm² und der Temperatur 0° ist die Dichte der Luft $\varrho = 0{,}001\,293$ gr/cm³. Wir setzen diese Zahlen ein, wobei der zweite Wert für p zu benutzen ist, da auch ϱ im absoluten Maßsystem angegeben ist. So ergibt sich als mittlere quadra-

tische Geschwindigkeit der Wert $v = 485$ m/s. Hieraus folgt durch Multiplikation mit 0,921 als mittlere Geschwindigkeit der Luftmoleküle bei 0° und 1 Atm.

$$v = 447 \text{ m/s}.$$

Für das Wasserstoffmolekül folgt $v' = 1692$ m/s, und zwar entweder ebenso wie vorhin oder jetzt einfacher mit Hilfe der, aus vorstehender Formel folgenden Proportion

$$v : v' = \sqrt{\varrho'} : \sqrt{\varrho},$$

die in Worten lautet:

Die Geschwindigkeiten der Moleküle zweier Gase verhalten sich bei gleichem Druck und gleicher Temperatur umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Gasdichten.

Die folgenden Zahlenangaben vermitteln eine Vorstellung von den übrigen in diesem Zusammenhang interessierenden Größen. Die Anzahl der in 1 cm³ enthaltenen Gasmoleküle, gleichgültig, um welches Gas es sich handelt, beträgt bei 0° und Atmosphärendruck $27 \cdot 10^{18}$. Eine Billion Jahre hat ungefähr soviel Sekunden wie diese Zahl angibt. In einem Mol eines jeden Gases, d. i. in soviel Gramm eines Gases, wie sein Molekulargewicht Einheiten hat, befinden sich

$$6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ Moleküle.}$$

Dieses ist die **Loschmidtsche Zahl,** so genannt nach dem österreichischen Physiker Joseph Loschmidt (1821–1895). Der Durchmesser eines Wasserstoffmoleküls ist etwa gleich $3 \cdot 10^{-8}$ cm; die zwischen zwei Zusammenstößen durchschnittlich zurückgelegte Strecke beträgt 0,000 02 cm, und die Stoßzahl in 1 s ist gleich 10 Milliarden.

3. Statistisches Naturgesetz. Schreibt man die Grundgleichung in der Form $p \cdot V = \frac{1}{3} n m v^2$, so ergibt sich, da die Größen der rechten Seite bei gleichbleibender Temperatur konstant sind, als Folgerung das Boylesche Gesetz.

Der Inhalt dieses Gesetzes ist dadurch, daß wir es aus der Grundgleichung folgerten, nun aber ein anderer geworden. Ursprünglich faßte es einfach die Beobachtungen von Boyle und Mariotte in ein mathematisches Gewand: Wenn man die Luft in einer verschlossenen Fahrradpumpe zusammenpreßt, ist ihr Druck ihrem Volum umgekehrt proportional; man spürt wie bei einer zusammengedrückten Schraubenfeder einen Widerstand und führt diesen auf die Volumelastizität der Luft zurück. Dieser Begriff hat jetzt mit der Gestaltselastizität der Schraubenfeder nur noch den Namen gemein. Während wir für diese keine nähere Erklärung haben, wissen wir: die sog. Volumelastizität der Gase ist eine Wirkung der in völliger Regellosigkeit auf die Wandungen aufprallenden Moleküle.

Da die Stöße der Moleküle vollkommen gesetzlos erfolgen, kann der Fall eintreten, daß eine kurze Zeit hindurch einmal wesentlich weniger Moleküle auf eine Wand stoßen; bei der ungeheuren Anzahl von Stößen ist es allerdings im höchsten Grade unwahrscheinlich, daß dieser Unterschied für uns

wahrnehmbar wird. Man bezeichnet ein Gesetz, daß in diesem Sinne nur höchstwahrscheinlich ist, als ein statistisches Naturgesetz. Derartige Gesetze liegen immer vor, wenn es sich um atomistische Vorgänge handelt.

4. Van der Waalssche Gleichung. Bei der Untersuchung von Gasen findet man Abweichungen vom Boyleschen Gesetz; sie werden umso größer, je näher man dem Verflüssigungspunkt der Gase kommt, Der Holländer van der Waals führte sie (1873) auf verschiedene Vernachlässigungen zurück, die bei der Ableitung der Grundformel vorgenommen sind und kam zu der Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) \cdot (V - b) = \text{konst.}$$

a und b sind von der Natur des Gases abhängige Konstanten. a rührt daher, daß zwischen den Gasmolekülen Kohäsionskräfte bestehen, b daher, daß die Moleküle wegen ihres Eigenvolums den Raum bei ihrer Bewegung nicht völlig ausnutzen können.

5. Der Aggregatzustand. Die Erkenntnis vom molekularen Aufbau der Materie zwingt zu der Annahme von Kräften, die die einzelnen Moleküle zusammenhalten; wir bezeichneten sie als Kohäsions- und Adhäsionskräfte (§ 83). Wir haben uns vorzustellen, daß durch die Größe der Kohäsion der Aggregatzustand[1]) der Körper bedingt ist. Bei festen Körpern setzen sich einem Zerteilen sehr starke, bei flüssigen schwächere und bei gasförmigen sehr schwache Kohäsionskräfte entgegen. Wenn wir bei Gasen, wie wir noch sehen werden, aus dem Unterschied der Geschwindigkeiten der Moleküle die Verschiedenheit der Temperatur erklären können, wird das bei flüssigen und festen Körpern nicht anders sein. Bei festen Körpern bewegen sich die Moleküle nicht frei, sondern sie sind durch die von den Nachbarteilchen ausgeübten Kohäsionskräfte an eine Gleichgewichtslage gebunden, um die sie herumschwingen. Bei Flüssigkeiten ist es ähnlich, doch sind die Kohäsionskräfte so schwach, daß sich die Moleküle leicht voneinander trennen lassen. Im gasförmigen Zustand endlich bleiben die Moleküle nicht an einer bestimmten Stelle, sondern schwirren durcheinander wie die Mücken in einem Mückenschwarm.

§ 87. Lösungen und Suspensionen

1. Nicht mischbare Stoffe. Man unterscheidet mischbare und nicht mischbare Stoffe. Wasser und Quecksilber oder Wasser und Öl sind nicht mischbar. Werden feste Körper in einer Flüssigkeit, mit der sie nicht mischbar sind, z. B. feinstes Graphit- oder Schwefelpulver in Wasser, durch heftiges Schütteln aufgeschlämmt, so heißen die zustandekommenden Gemische Suspensionen[2]). Ein flüssiger Körper in einer Flüssigkeit ergibt unter den

1) aggrĕgāri (lat.) = sich anschließen. 2) suspensus (lat.) = schwebend.

gleichen Bedingungen eine Emulsion[1]); Milch ist eine Emulsion von Fetttröpfchen in einer wässerigen Lösung.

2. Mischbare Stoffe. Miteinander mischbare Flüssigkeiten, z. B. Wasser und Schwefelsäure, bilden sog. Lösungen. Auch feste und flüssige Körper können Lösungen bilden, z. B. Kochsalz und Wasser. In einer Lösung ist auch unter dem Mikroskop keinerlei Verschiedenheit der Bestandteile erkennbar, denn die Moleküle des gelösten Stoffes (oder gar deren Bestandteile, die Ionen, Teil II, § 26) sind in dem Lösungsmittel vollkommen verteilt. Im Gegensatz zu den Gemischen scheiden sich auch bei längerem Stehen die Bestandteile der Lösungen nicht wieder voneinander. Ihr Mengenverhältnis ist stetig veränderlich, und zwar lösen sich die beiden Stoffe entweder in jedem Verhältnis ineinander (Wasser und Alkohol) oder der eine vermag den anderen nur bis zu einer bestimmten Höchstgrenze aufzunehmen (Wasser und Äther, Wasser und Kochsalz, Wasser und Salpeter), dann ist die Lösung gesättigt. In Abb. 240 ist die maximale Löslichkeit dreier Salze in 100 g Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt.

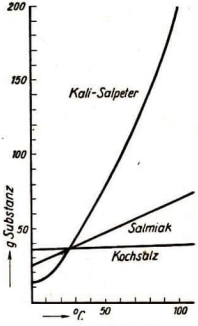


Abb. 240. Löslichkeit hängt von der Temperatur ab

Da Wasser sehr viele Stoffe, wenn auch z. T. nur in geringen Mengen, löst, ist es schwer, chemisch reines Wasser herzustellen.

Zwischen den Emulsionen und den Lösungen bilden die kolloiden[2]), d.h. leimartigen Lösungen (Gummiarabikum, Gelatinelösung) einen Übergang.

Gase sind mit Gasen unbegrenzt mischbar, weil bei dem Durcheinanderfliegen ihrer Moleküle die Moleküle des einen Gases leicht in den Raum zwischen den Molekülen des anderen Gases eindringen können.

3. Absorption. Wir füllen unter Quecksilberabschluß ein Probierglas mit Ammoniakgas und lassen durch das Quecksilber hindurch etwas Wasser in den Gasraum steigen. Dann löst das Wasser das Gas, und das Quecksilber steigt im Probierglas empor. Die Auflösung von Gasen in Flüssigkeiten heißt **Absorption**[3]). Läßt man Wasser aus einer frischen Quelle oder aus der Wasserleitung einige Tage frei stehen, so setzen sich, besonders im warmen Zimmer, an den Glaswandungen Gasblasen an; diese bestehen aus Luft und Kohlendioxyd, die in dem Wasser absorbiert waren. Die Fische können nur dann im Wasser leben, wenn es genügend Sauerstoff aufgelöst enthält; es ist deshalb von Bedeutung, daß Wasser aus der Luft verhältnismäßig mehr Sauerstoff als Stickstoff absorbiert.

1) ēmulgēre (lat.) = ausmelken. 2) kŏlla (griech.) = Leim.
3) absorbēre (lat.) = verschlucken.

Die (maximale) Löslichkeit der Gase in Flüssigkeiten wird durch Vergrößerung des Druckes erhöht (Selterswasser, Sekt; Ausscheidung von Luft aus Wasser unter dem Rezipienten der Luftpumpe), und zwar gilt: **Die Löslichkeit eines Gases in einer Flüssigkeit ist dem Druck, unter dem das Gas steht, proportional (Henrysches[1]) Absorptionsgesetz, 1803).**

Mit Erhöhung der Temperatur nimmt die Löslichkeit der Gase im allgemeinen ab. Man kann Wasser luftfrei machen, indem man es längere Zeit sieden läßt.

Die nebenstehende Tabelle gibt die Raummenge Gas von 0° an, die bei Atmosphärendruck von 1 cm³ Wasser bei zwei verschiedenen Temperaturen absorbiert werden kann.

Gas	20°	60°
Stickstoff	0,015	0,010 cm³
Sauerstoff.....	0,031	0,019 „
Kohlensäure ..	0,878	0,359 „
Chlorwasserstoff	442	339 „

Auch feste Körper haben, besonders in lockerem Zustand (z. B. Kohlepulver), die Fähigkeit, Gase zu absorbieren oder, wie man dann wohl sagt, zu adsorbieren. Läßt man bei dem eben beschriebenen Versuch ein Stückchen frisch ausgeglühte Holzkohle emporsteigen, so verschwindet das Ammoniakgas scheinbar vollkommen. Durch Temperaturerniedrigung wird auch hier die Adsorptionsfähigkeit erhöht. Bei der Adsorption tritt starke Erwärmung ein. Platin in feinverteiltem Zustande, Platinschwamm genannt, adsorbiert den Sauerstoff der Luft und reinen oder den in Leuchtgas enthaltenen Wasserstoff so lebhaft, daß die Gase sich zu Wasser miteinander verbinden. Dabei gerät er ins Glühen und entzündet das Gas (Gasanzünder).

4. Die Brownsche Molekularbewegung. Wir schlämmen etwas Zinnober aus dem Tuschkasten auf oder ein wenig chinesische Tusche und bringen eine Spur davon zwischen Objektträger und Deckgläschen unter ein Mikroskop mit 300- bis 500facher Vergrößerung. Wenn wir irgend eine Stelle scharf ins Auge fassen, sehen wir, wie winzige Zinnober- oder Rußteilchen eigentümlich hin und her zucken, völlig unregelmäßig und unabhängig von den benachbarten. Der englische Botaniker Brown beobachtete diese Bewegungen im Jahre 1827 im Saft von Pflanzen und glaubte zunächst, daß es sich um winzige Lebewesen handle, doch fand man diese nie aufhörende Bewegung bald bei allen in einer Flüssigkeit oder einem Gas suspendierten Körperchen, wenn sie nur leicht genug sind und noch groß genug, um unter dem Mikroskop gesehen zu werden.

Die Beobachtung ist so zu erklären: In jedem Augenblick stoßen Millionen von Wassermolekülen von allen Seiten auf ein schwebendes Teilchen. Welchen Erfolg die einzelnen Stöße haben, können wir nicht beobachten; da aber die Stoßwirkungen auf ein Teilchen sich nicht genau gegenseitig aufheben, wird seine Lage mit der Zeit eine andere, und das beobachten wir. So hat man in der Brownschen Molekularbewegung eine überzeugende Bestätigung der kinetischen Gastheorie.

1) N. E. Henry (Engländer) 1769—1832.

§ 88. Diffusion und Osmose

1. Diffusion bei Flüssigkeiten. Schichtet man vorsichtig reines Wasser über eine konzentrierte Kupfersulfatlösung, die spezifisch schwerer als Wasser ist, so tritt an der Trennungsfläche in wenigen Stunden, nach längerer Zeit jedoch bis oben und unten hin eine völlige Vermischung der beiden Flüssigkeiten ein.

Bedeckt man einen mit Wasserstoff oder Leuchtgas gefüllten Standzylinder mit einer Glasplatte, stellt ihn dann mit der Öffnung nach unten auf einen gleich großen, mit Luft gefüllten Standzylinder und entfernt nun die Glasplatte, so ist beim Leuchtgas nach einigen Minuten, beim Wasserstoff noch früher, Gas in den unteren Zylinder eingetreten; es hat sich in ihm ein explosives Gasgemisch gebildet.

Diese ohne Mitwirkung äußerer Kräfte, sogar entgegen der Schwerkraft, bei allen Gasen, bei allen mischbaren Flüssigkeiten und auch bei einigen festen Stoffen (Gold – Blei) auftretende Erscheinung heißt **Diffusion**[1]).

2. Osmose. Eine Glasglocke, die unten durch eine Schweinsblase verschlossen ist, wird mit Kupfersulfatlösung oder mit gefärbtem Alkohol gefüllt (Abb. 241) und in Wasser getaucht. Man beobachtet nach einiger Zeit, daß die Flüssigkeit in dem aufgesetzten Glasrohr steigt, daß also Wasser in die Glocke eingedrungen ist. An der Verfärbung des Wassers im äußeren Gefäß erkennt man, daß auch ein (kleinerer) Teil der Flüssigkeit von innen nach außen diffundiert ist. Erfolgt wie bei diesem Versuch die Diffusion durch eine poröse[2]) Scheidewand (Tonzelle, Schweinsblase, Pergamentpapier) hindurch, so heißt sie Osmose[3]). Hierbei durchdringen die getrennten Stoffe zunächst die Scheidewand infolge Kapillarwirkung; dann erfolgt die weitere Vermischung durch reine Diffusion.

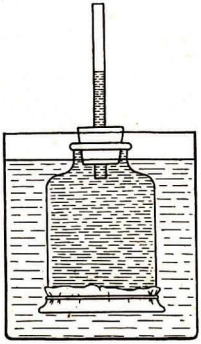


Abb. 241. Osmose

Durch Osmose gelangt das Wasser mit den Nährsalzen aus der Erde in die Pflanzenwurzeln und schreitet von Zelle zu Zelle fort. Durch Osmose dringt der Speisesaft aus dem Darm in die Blutbahnen.

Kristallisierbare Stoffe diffundieren leichter als leimartige (kolloide). Man kann daher derartige Stoffe voneinander trennen, indem man ihr Gemisch in eine Schale füllt, deren Boden aus Pergamentpapier besteht, und diese Schale auf Wasser schwimmen läßt. So scheidet man durch Osmose in Zuckerfabriken den Zucker aus ausgelaugten Rübenschnitzeln ab.

---

1) diffúsio (lat.) = Ausgießung, Zerstreuung.
2) pŏrŏs (griech.) = Durchgang; Pore.
3) ōsmŏs (griech.) = Stoß.

3. Diffusion bei Gasen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist bei leichten Gasen wesentlich größer als bei schwereren. Dies erkennt man aus dem durch Abb. 242a dargestellten Versuch. Eine poröse Tonzelle wird mit einem Stopfen verschlossen, durch dessen Bohrung ein langes Glasrohr hindurchgeht, das mit seinem unteren Ende in ein Glas mit Wasser taucht. Über die Tonzelle hängt man ein Becherglas. Läßt man in dieses nun von unten Wasserstoff eintreten, so diffundiert das Gas mit solcher Geschwindigkeit durch die porösen Wände, daß unten aus dem Glasrohr lebhaft Blasen aufsteigen. Entfernt man darauf das Becherglas, so ist die Tonzelle von außen mit Luft umgeben, während sie innen mit einem Luft-Wasserstoff-Gemisch erfüllt ist. Jetzt diffundiert der Wasserstoff so rasch nach außen, daß das Wasser zu beträchtlicher Höhe im Rohr emporsteigt. – Kohlendioxyd diffundiert, wie sich nach Abb. 242b zeigen läßt, langsamer als Luft. Entfernt man hier das Becherglas wieder, so steigen infolge der raschen Diffusion der Luft lebhaft Gasblasen im Wasser empor.

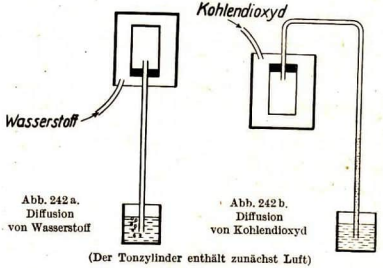


Abb. 242a. Diffusion von Wasserstoff

Abb. 242b. Diffusion von Kohlendioxyd

(Der Tonzylinder enthält zunächst Luft)

Messende Versuche lehren, daß die Diffusionsgeschwindigkeiten zweier Gase sich umgekehrt zueinander verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten. Da für die Geschwindigkeiten der Gasmoleküle dasselbe gilt (§ 86, 2), so verhalten sich die Diffusionsgeschwindigkeiten wie die Molekülgeschwindigkeiten. Diese Tatsache ist ein vorzüglicher Beweis für die Auffassung:

Die Diffusion ist eine Folge der Bewegung der Moleküle. Sie unterscheidet sich von der Brownschen Molekularbewegung nur durch die Größe und die Geschwindigkeit der sich bewegenden Teilchen.

§ 89. Geschichtliche Entwicklung

Wir lernten Archimedes als Begründer der Lehre vom Gleichgewicht der festen Körper kennen; fast noch mehr hat er die Lehre vom Gleichgewicht der flüssigen Körper gefördert. Besonders bekannt geworden ist sein Name durch das nach ihm benannte Prinzip über den Auftrieb, den ein in eine Flüssigkeit getauchter Körper erfährt.

Während des politischen Niedergangs des Griechentums verlegte sich der Hauptsitz der griechischen Bildung von Athen nach Alexandrien am unteren Nil. Hier erfand Ktesibios (um 180 v. d. Ztr.) die Druckpumpe und die Feuerspritze und konstruierte eine Wasserorgel, bei der mit Hilfe von Wasser in einem Kasten Luft zusammengepreßt wurde, die die durch eine Klaviatur geöffneten Orgelpfeifen anblies. Heron von Alexandrien (um 100 v. d. Ztr.), ein Schüler des Ktesibios, beschrieb viele Apparate seiner Zeit, unter anderem auch den schon vor ihm bekannten Heronsball. Daß die Luft ein Körper ist, wies er mit einem umgestülpt in Wasser getauchten Glas nach, wie wir es heute noch tun. Er gab den Stechheber und den Winkelheber an, allerdings ohne ihre Wirkungsweise richtig erklären zu können. Für Hebel und Flaschenzug kannte er auch schon die goldene Regel der Mechanik.

Otto von Guericke
(1602—1686)

Der holländische Wasserbaumeister Simon Stevin (1548—1620) bestimmte zum ersten Male die Größe der aufwärts gerichteten Druckkraft, die ein Körper in einer Flüssigkeit erfährt. Er entdeckte auch die auffallende Tatsache, daß verschieden große Wassermengen auf den Boden eines Gefäßes bei gleicher Grundfläche und Druckhöhe dieselbe Druckkraft ausüben. Zum Nachweis dieses sog. hydrostatischen Paradoxons konstruierte der französische Mathematiker und Philosoph Blaise Pascal (1623—1662) den nach ihm benannten Apparat.

Die Blütezeit der Physik im 17. Jahrhundert wurde eingeleitet durch die Entdeckung des Luftdruckes. Italienische Brunnenbaumeister hatten sich an Galilei mit der Frage gewandt, warum das Wasser in einer Saugpumpe nicht mehr als 10 m zu heben sei. Galilei wußte keinen Rat. Sein Schüler Evangelista Torricelli (1608—1647) erkannte die Bedeutung des Luftdruckes und konstruierte auf Grund des nach ihm benannten Versuches 1643 das erste Quecksilberbarometer. Vor Torricelli erklärte man alle Saugwirkungen aus einem horror vacui, einem „Abscheu der Natur vor einem leeren Raum". Angeregt durch Torricelli ließ Blaise Pascal ein Barometer am Fuß und auf der Spitze des Puy-de-Dome beobachten: das Quecksilber stand unten höher als oben; also war es das Gewicht der Luft, das das Quecksilber in die Höhe trieb.

Zur gleichen Zeit erfand der Magdeburger Bürgermeister Otto von Guericke die Luftpumpe. Er hatte zur Herstellung eines luftleeren Raumes ein Faß mit Wasser gefüllt und dieses mit einer Feuerspritzenpumpe aus dem Faß zu ziehen versucht. Dabei war aber unter Pfeifen und Sausen die Luft durch die Fugen in das Faß eingeströmt. Als er den Versuch an einem Kessel aus Kupferblech wiederholte, gelang er anfangs, doch wurde plötzlich der Kessel von der äußeren Luft zusammengedrückt. Guericke gewann dadurch eine Vorstellung von der ungeheuren Druckkraft, die die Atmosphäre auf alle Körper ausübt. Im Jahre 1654 waren seine Versuche so weit gediehen, daß er mit leichter Mühe Gefäße auspumpen und auf dem Reichstag zu Regensburg zeigen konnte, wie luftleer gepumpte Halbkugeln von 55 cm Durchmesser von beiderseits acht Pferden nicht auseinandergezogen werden konnten. Auch ein Wasserbarometer von 10 m Höhe hat Guericke hergestellt, indem er ein Rohr, das unten in Wasser tauchte, an der Außenseite seines Hauses bis zum vierten Stockwerk führte. Oben endete das Rohr in einem Rezipienten. Pumpte Guericke aus diesem die Luft aus, so stieg das Wasser bis zu einer bestimmten Höhe. Auf dem Wasser schwamm eine menschliche Figur, die auf am Glase angebrachte Marken deutete. Da die Wassersäule in Abhängigkeit vom Wetter schwankte, nannte Guericke die Figur das Wettermännchen.

F. Strömende Flüssigkeiten

§ 90. Wasserkraftmaschinen

1. Wasserräder. Die wichtigsten Aufgaben der Technik bestehen darin, die menschliche und tierische Kraft durch Maschinenkraft zu ersetzen und die in der Natur zur Verfügung stehenden Energiearten für die Zwecke des Menschen auszunutzen. **Unterschlächtige Wasserräder** (Abb. 243a) sind seit Jahrtausenden in

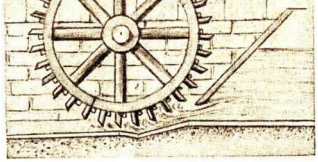


Abb. 243a. Unterschlächtiges Wasserrad älterer Bauweise

Gebrauch. Sie verwerten die Bewegungsenergie W_k des strömenden Wassers. Trifft in der Zeit t die Wassermasse m mit der Geschwindigkeit v auf die Schaufeln des Rades auf, so ist die verfügbare Leistung des Wassers $N_1 = \frac{1}{2} m v^2 : t$. Diese wird jedoch nicht völlig ausgenutzt; ein Teil wird verbraucht zur Überwindung der Reibung an der Achse des Rades, ein anderer Teil bleibt als Bewegungsenergie erhalten, indem das Wasser, wenn es das Rad verläßt, mit einer gewissen (geringeren) Geschwindigkeit weiterfließt. Den wirklich zur Geltung kommenden Teil der verfügbaren Leistung bezeichnet man als Nutzleistung (N_2); ihr Verhältnis zur aufgewandten Leistung heißt Wirkungsgrad (η); es ist also:

$$N_2 = N_1 \cdot \eta; \quad \textbf{Nutzleistung} = \textbf{verfügbare Leistung mal Wirkungsgrad.}$$

Der Wirkungsgrad unterschlächtiger Wasserräder ist höchstens gleich 0,35 oder 35%. Ein günstigeres Verhältnis (bis 0,75) haben die **oberschlächtigen Wasserräder** (Abb. 243b), bei denen das Gewicht des Wassers als treibende Kraft wirkt. Das Wasser strömt oben in die Radzellen ein und verläßt sie unten. Bei diesen Wasserrädern wird also die Lagenenergie des Wassers ausgenutzt; bei ihnen muß der Höhenunterschied der Wasserspiegel vor und hinter dem Rad mindestens gleich dem Durchmesser des Rades sein. Man erreicht dies Gefälle bei einem Fluß durch Abzweigung eines Ober- und Untergrabens nach Abb. 243b.

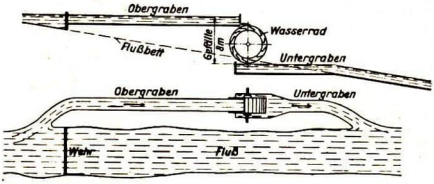


Abb 243b. Grabenanlage für ein oberschlächtiges Wasserrad (Aufriß und Grundriß)

2. Die Freistrahlturbine. Wasserräder werden nur noch selten gebaut. Ihre Abmessungen sind zu groß, ihre Drehzahl und ihr Wirkungsgrad gering, große Wassermengen und großes Gefälle können sie nicht ausnutzen. Das gelingt am günstigsten in den Wasserturbinen.

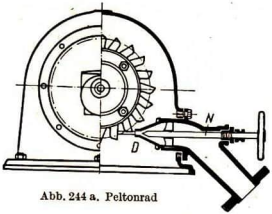


Abb. 244a. Peltonrad

Abb. 244b. Schaufel einer Freistrahlturbine

Für einen großen Höhenunterschied (über 270m) kommt nur die Freistrahlturbine (Peltonrad[1]), Abb. 244a) in Betracht. Das Wasser strömt aus einer oder mehreren Düsen D gegen die mittlere scharfe Kante von paarweise an-

1) Pelton, Water Wheel Co. in San Francisco.

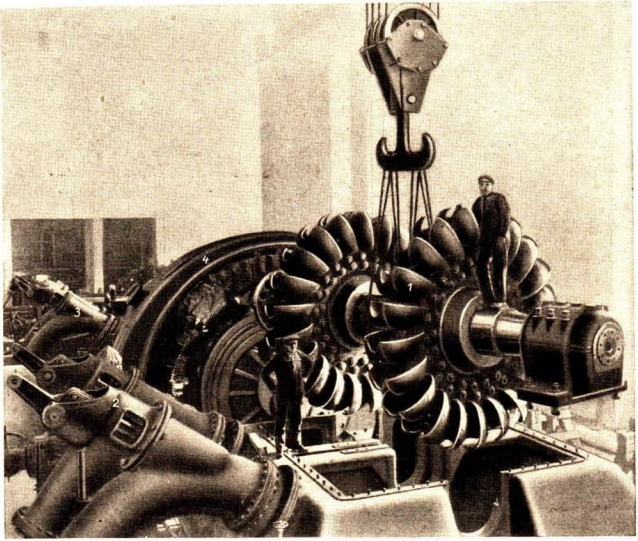


Abb. 245. Einbau der Laufräder einer der beiden Zwillingsfreistrahlturbinen des Kraftwerkes Nore in Norwegen; Leistung 36 600 PS. *1* Laufräder; *2* je zwei Düsenregler für die vordere, *3* für die hintere Zwillingsturbine; *4* Turbogenerator (s. S. 293)

geordneten, gebogenen Schaufeln (Löffeln oder Bechern, Abb. 244b) und gibt hier seine Energie vollständig ab, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwa halb so groß ist wie die des auftreffenden Wassers; denn dann verläßt der rückwärts gebogene Strahl das sich drehende Rad nahezu mit der Geschwindigkeit Null. Der Wasserzufluß wird durch eine „Nadel" *N*, die in die Düse geschoben werden kann, geregelt. Abb. 245 zeigt eine Freistrahlturbine.

3. Die Überdruckturbine. Bei kleinerem Gefälle haben die Freistrahlturbinen eine zu geringe Umlaufszahl; besonders zum Antrieb elektrischer Maschinen ist eine hohe Umlaufszahl (bis zu 1000 Umdrehungen in der Minute) notwendig. Diese erreicht man in den Überdruckturbinen (Francisturbinen[1])).

Als ihren Vorläufer kann man das Segnersche Wasserrad (Abb. 246)

1) Nach dem englischen Ingenieur J. B. Francis, 1845.

ansehen. Segner trieb mit einem derartigen Rade eine Getreidemühle bei Göttingen (1760).

Abb. 247 zeigt schematisch die äußere Anlage einer Überdruckturbine, *OW* bedeutet den Oberwasserspiegel, *UW* den Unterwasserspiegel. Die Turbinenachse kann wie hier lotrecht oder waagerecht liegen (Abb. 248). Die Turbine besteht aus einem Laufrad und einem Kranz feststehender Leitschaufeln, die das Laufrad umgeben. Das Wasser tritt unter hohem Druck von außen radial in die Kanäle zwischen den Leitschaufeln. Diese werden nach innen hin enger; dadurch erhöht sich die Geschwindigkeit des Wassers, das als ein großer Wirbel mit hoher Umlaufszahl zwischen die Schaufeln des Laufrades strömt (der Wirbel heißt lateinisch turbo, daher der Name „Turbine"). Die Laufradschaufeln sind nach der Austrittsseite des Wassers hin schraubenförmig gekrümmt, so daß das radial einströmende Wasser im Laufrad um 90° abgelenkt wird und in der Richtung der Achse austritt. Es wird dann durch ein gebogenes Rohr, das sich nach unten erweitert und daher saugend wirkt, dem Unterwasser zugeführt. Das Laufrad kann, da alle seine Zellen mit Wasser gefüllt sind, vollständig im Wasser laufen.

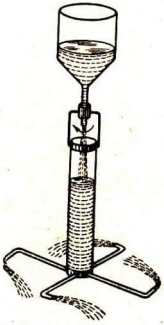


Abb. 246. Segnersches Wasserrad. Drehbar ist das lotrechte Rohr mit den 4 Armen unterhalb des gekrümmten Pfeiles

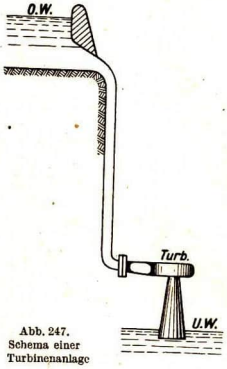


Abb. 247. Schema einer Turbinenanlage

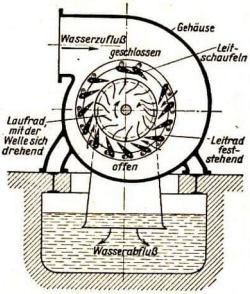


Abb. 248. Überdruckturbine. Von den oberen vier Leitschaufeln sind zwei fortgelassen und zwei im Gegensatz zu den übrigen geschlossen gezeichnet (Wasserzufluß hier abgesperrt)

Zur möglichst guten Ausnutzung der Wucht des einströmenden Wassers muß man den Laufradschaufeln die richtige Form geben. Das Wasser soll nicht durch Stoß, sondern auf seiner gekrümmten Bahn durch Druck wirken; es muß in der Richtung der an die bewegte Schaufel gelegten Tangente eintreten und die Zelle mit möglichst geringer Geschwindigkeit verlassen.

Es bleiben jedoch immer Verluste beim Eintritt und beim Austritt des Wassers bestehen, ferner

Reibungsverluste an den Schaufelwänden und in den Lagern der Turbinenwelle. Der gesamte Wirkungsgrad beträgt etwa 80%; er erhöht sich mit der Größe der Turbine.

Bei sehr schnelläufigen Turbinen (1000 U/min und mehr), z. B. den Kaplanturbinen (Abb. 249), läßt man das Wasser die Laufräder nur in axialer Richtung durchströmen. Die Form des Laufrades erinnert an eine Schiffsschraube; die zwei bis acht freistehenden, flügelförmigen Schaufeln des Rades sind verstellbar. Die erste derartige gebrauchsfähige Propellerturbine baute 1912 Kaplan in Brünn.

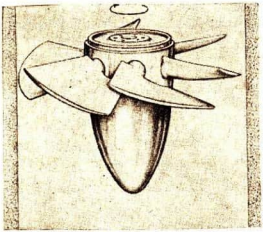


Abb. 249.
Laufrad einer Kaplanturbine. Das Wasser strömt von oben auf die verstellbaren Schaufeln

Praktische Bedeutung gewannen die Wasserturbinen erst seit 1891, als es gelang, bei Lauffen die Energie eines Wasserfalles des Neckars in einer Turbine auszunutzen und mit ihr eine elektrische Maschine zu betreiben, deren Strom nach Frankfurt a. M. geleitet wurde.

Zu den großartigsten Wasserturbinenanlagen gehört das Walchenseekraftwerk in den Bayrischen Alpen. Vom Walchensee, der 70 000 000 m³ Wasser faßt, führen 8 eiserne Druckrohre mit einem Nutzgefälle von 195 m zum „Krafthaus", in dem das Wasser 4 Überdruck- und 4 Freistrahlturbinen speist; durch diese werden elektrische Maschinen betrieben, die Bayern mit Elektrizität versorgen. Die gesamte Leistung des Werkes erreicht rund 125 000 kW (≈ 170 000 PS).

Die Turbinen beanspruchen viel weniger Platz als Wasserräder. Man baut sie von $\frac{1}{20}$ bis über 30 m³/s Wasserverbrauch, von 50 bis 1000 Umdrehungen in der Minute, von 2 bis 1700 m Gefälle und von nur 7 bis zu 50 000 kW (Niagarafälle). Sie sind überall dort von hoher wirtschaftlicher Bedeutung, wo Wasserkräfte zur Verfügung stehen.

Die in den Wasserkräften der Erde bereitstehende Leistung wird auf 350 Mill. kW (≈ 475 Mill. PS) geschätzt. Davon wurden 1935 rund 40 Mill. kW verwertet.

§ 91. Aërodynamisches Paradoxon

Wir stellen ein Glasrohr vertikal in eine Flüssigkeit und richten gegen seine obere Öffnung ein in eine Spitze auslaufendes horizontales Rohr (Abb. 250). Blasen wir Luft durch das waagerechte Rohr, so reißt diese zunächst Luft und dann Flüssigkeit aus dem vertikalen Rohr, die, in feine Tröpfchen verteilt, fortfliegt. Obwohl in das horizontale Rohr hineingeblasen wird, ergibt sich also nicht, wie man erwarten sollte, eine Drucksteigerung in dem vertikalen Rohr, sondern eine Druckverminderung. Man bezeichnet daher die

Erscheinung als aërodynamisches Paradoxon[1]). Baut man die beiden Rohre mit einem Flüssigkeit enthaltenden Gefäß zusammen, so erhält man einen Zerstäuber (Blumenspritze). Bei den gegen Kehlkopferkrankungen verwendeten Inhalationsapparaten[2]) schickt man Dampf aus einem Dampfkesselchen durch das waagerechte Rohr und läßt ihn eine medizinisch wirksame Flüssigkeit mitreißen.

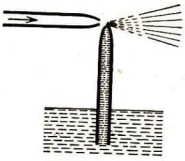


Abb. 250. Zerstäuber

Man kommt zu einem tieferen Verständnis des Vorganges, wenn man die energetischen Verhältnisse betrachtet. Die aus der engen Öffnung des waagerechten Rohres austretende Luft hat eine große Geschwindigkeit, denn es strömt durch ihren Querschnitt in der Sekunde dieselbe Menge Luft wie durch den Querschnitt des Rohres. Diese erhöhte Geschwindigkeit kann die ausströmende Luft nur auf Kosten ihrer potentiellen Energie (Volumenergie, § 87, 1), also auch auf Kosten ihres Druckes, erhalten haben. Bei großer Geschwindigkeit wird der Druck, den die ausströmende Luft auf ihre Umgebung ausübt, kleiner als der äußere Luftdruck, so daß dieser die Flüssigkeit in die Höhe treibt.

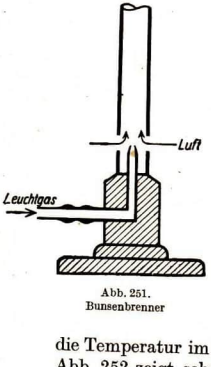


Abb. 251. Bunsenbrenner

Abb. 252. Wasserstrahlpumpe

Ein weiteres Beispiel für das aërodynamische Paradoxon bietet der Bunsenbrenner (Abb. 251). Das aus einer engen Öffnung ausströmende Gas saugt durch seitliche Öffnungen eines weiteren Rohres Luft an, die sich mit dem Gase mischt. Durch Verengung oder Erweiterung der Öffnungen kann die Zusammensetzung des Gemisches geändert werden. Auch oberhalb des Brenners wird durch das ausströmende Gas Luft von der Seite her angesogen; deshalb ist die Temperatur im Mantel der Gasflamme sehr hoch (über 1500°).

Abb. 252 zeigt schematisch eine als Luftpumpe dienende Wasserstrahlpumpe. Das in einem scharfen Strahl aus einer engen Öffnung herausspritzende Wasser reißt durch ein seitlich angesetztes Rohr aus einem angeschlossenen Gefäß Luft mit. Man erzielt Verdünnungen bis herab zu 20 Torr und weniger.

1) áër (griech.) = Luft. Aërodynamik = Lehre von der bewegten Luft. S. Fußnote 1) auf S. 210.
2) inhaläre (lat.) = zuhauchen.

WÄRMELEHRE

§ 92. Die Temperatur und ihre Messung

1. Wärmeempfindungen und Temperatur. Fassen wir einen Körper an, so haben wir Wärme- oder Kälteempfindungen. Wir führen diese Empfindungen auf den **Wärmegrad** oder die **Temperatur**[1]) des berührten Körpers zurück und nennen ihn heiß, warm oder kalt. Zwar ist die Beurteilung der Temperatur eines Körpers nach dem Gefühl unsicher.

Wir erinnern uns beispielsweise der folgenden Versuche: Hält man die rechte Hand in kaltes und die linke in warmes Wasser und dann beide gemeinsam in lauwarmes Wasser, so hat die rechte Hand die Empfindung „warm", die linke die Empfindung „kalt". — Haben ein Stück Holz und ein Stück Eisen gleiche Temperatur und liegt diese Temperatur weit über der der berührenden Hand, so halten wir das Eisen für heißer als das Holz. Liegt die beiden gemeinsame Temperatur beträchtlich unter der der berührenden Hand, so halten wir das Eisen für kälter als das Holz.

Trotz dieser Unsicherheit können wir aber nach unserem Gefühl feststellen, daß Änderungen eintreten, wenn Körper gleicher Art, die verschieden stark erwärmt waren (z. B. ein in der Sonne liegendes Stück Eisen und ein unter Leitungswasser gebrachtes Stück Eisen), in gute Berührung miteinander gebracht werden; wir empfinden, daß der eine Körper sich erwärmt und der andere sich abkühlt, bis schließlich die Wärmeempfindungen sich nicht mehr ändern. Wir sagen dann, daß die beiden Körper ihren Wärmegrad oder ihre Temperatur ausgeglichen haben.

Die Erfahrung lehrt bei kritischer Sichtung unserer Wärmeempfindungen:

Körper, die sich lange genug berühren, nehmen die gleiche Temperatur an.

Sie lehrt ferner:

Viele Eigenschaften der Körper sind mit der Temperatur veränderlich.

So dehnen sich die meisten Körper aus, wenn ihre Temperatur zunimmt, und ziehen sich zusammen, wenn sie abnimmt. Bei höheren Temperaturen beginnen feste Körper zu glühen; dabei ändert sich die Farbe des ausgesandten Lichtes mit steigendem Wärmegrad von rot über gelb nach weiß. Mit abnehmender Temperatur nimmt die Sprödigkeit der Körper zu: Glas, das sich bei der Temperatur des Schnittbrenners biegen läßt, springt, wenn man den Versuch bei Zimmertemperatur wiederholt. Dies sind Änderungen, die um so größer werden, je mehr die Temperatur sich ändert. Andere Veränderungen gehen sprunghaft bei ganz bestimmten Temperaturen vor sich, wie das Schmelzen des Eises oder das Sieden des Wassers.

---

1) temperāre (lat.) = warm machen.

Jede der mit der Temperatur veränderlichen Eigenschaften irgend eines Körpers kann man zur Messung seiner Temperatur benutzen. Ein bestimmtes Volum, eine bestimmte Farbe oder (wie wir später sehen werden) ein bestimmter elektrischer Widerstand eines Probekörpers zeigt eine bestimmte Temperatur an, und man kann auf diese Weise nicht nur die Temperatur des Probekörpers, sondern auch die seiner Umgebung messen, da Probekörper und Umgebung allmählich die gleiche Temperatur annehmen.

2. Die praktische Temperaturskala. Um die Temperatur eines Körpers zu messen, benutzt man **Thermometer**[1]). Im täglichen Leben begegnen uns am häufigsten Thermometer, in denen zur Temperaturanzeige die Ausdehnung einer „thermometrischen Substanz", meist einer Flüssigkeit, benutzt wird. Daneben wird aber auch die Ausdehnung von Gasen und Metallen zur Temperaturmessung benutzt. Letztere eignen sich besonders dazu, einen Temperaturverlauf fortlaufend selbsttätig aufzuzeichnen (Thermograph[2])). Das Quecksilberthermometer besteht aus einem Gefäß, das an dem einen Ende eines geschlossenen engen Glasrohres durch Aufblasen entstanden ist. Hierzu verwendet man Spezialglasröhren, bei denen der Flächeninhalt des inneren Rohrquerschnittes an allen Stellen des Rohres sehr genau der gleiche ist. (Bei kreisrundem Querschnitt muß also die lichte Weite überall gleich sein.) Das Gefäß und ein Teil des Thermometerrohres sind mit Quecksilber gefüllt. Der vom Quecksilber nicht eingenommene Raum des Rohres ist gewöhnlich luftleer. Werden das Glasgefäß und das darin enthaltene Quecksilber erwärmt, so dehnt sich das Quecksilber stärker als das Glas aus; es wird dadurch etwas Quecksilber vom Gefäß in das Glasrohr hineingetrieben; die Quecksilbersäule im Glasrohr steigt. Wie alle Meßwerkzeuge besitzt das Thermometer eine **Skala**[3]), die auf folgende Weise geeicht ist: Man bringt das Thermometer einmal in schmelzendes Eis und dann in den Dampf (bei einem Barometerstand von 760 Torr) siedenden Wassers und stellt fest, wo in beiden Fällen der Quecksilberspiegel im Glasrohr unverändert stehen bleibt. Diese beiden Punkte des Thermometers heißen **Fundamentalpunkte** (Eispunkt und Siedepunkt); ihr Abstand heißt Fundamentalabstand. Man teilt ihn nach Celsius (Upsala, 1742) in 100 gleiche Teile, die man Grade[4]) nennt und schreibt an den Eispunkt 0°, an den Siedepunkt 100°. Die für 1° gefundene Teilstrecke wird in gleicher Größe über die Fundamentalpunkte hinaus abgetragen und fortlaufend beziffert. Temperaturen unter 0° werden durch ein Minuszeichen bezeichnet.

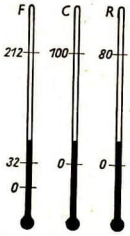


Abb. 253. Die Thermometerskalen nach Fahrenheit, Celsius und Réaumur

Ein Vergleich der neben der Celsiusskala in anderen Ländern noch benutzten

1) thermós (griech.) = warm.
2) gráphein (griech.) = schreiben.
3) scálae (spätlat.: scala) = Leiter.
4) grádus (lat.) = Schritt.

Réaumur- und Fahrenheitskalen ist in Abb. 253 dargestellt. Die Abbildung zeigt: 5 Einheiten der Celsiusskala entsprechen 4 Einheiten der Réaumurskala und 9 der Fahrenheitskala.

Bei diesen Thermometern wird also zur Temperaturmessung die Volumänderung, die das Quecksilber im Glas erfährt, genauer: die Volumänderung des Quecksilbers vermindert um die des Glases benutzt. Die Wahl des Quecksilbers und die gleichmäßige Unterteilung seiner Ausdehnung im Glas zwischen 0^0 und 100^0 zur Feststellung der Temperaturskala sind willkürlich. Füllt man Thermometerröhren statt mit Quecksilber mit anderen Flüssigkeiten, bestimmt für jede die Lage der Fundamentalpunkte und teilt den Abstand in 100 gleiche Teile, so stimmen die Angaben der Thermometer nicht überein (Vergleich eines mit Quecksilber gefüllten Thermometers mit einem mit Schwefelsäure gefüllten). Will man ein mit einem anderen Stoff als Quecksilber gefülltes Thermometer oder ein Metallthermometer benutzen, so muß man es nach einem Quecksilberthermometer eichen. Abb. 254 zeigt die Skala eines Alkoholthermometers neben der des Quecksilberthermometers, nach dem es geeicht wurde. Die Verhältnisse vom Querschnitt der Thermometerrohre zum Rauminhalt der Thermometergefäße wurden hier so aufeinander abgestimmt, daß die Fundamentalpunkte an gleichen Stellen der Flüssigkeitssäule liegen.

Abb. 254. Gegenüberstellung der Skalen eines Alkohol- und eines Quecksilberthermometers

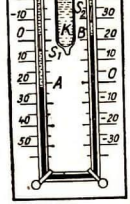


Abb. 255. Maximum-Minimum-Thermometer

3. Maximum- und Minimumthermometer. Will man die höchste und tiefste Temperatur eines Tages feststellen, ohne fortlaufende Beobachtungen machen zu müssen, so benutzt man ein Maximum- und Minimumthermometer, wie es beispielsweise in Abb. 255 dargestellt ist. Die Quecksilbersäule AB in dem unteren Teil des U-förmig gebogenen Rohres wird durch die Ausdehnung des in dem linken Gefäß K befindlichen Alkohols bewegt und treibt auf jeder Seite einen kleinen Eisenstift S vor sich her. Diese Eisenstifte bleiben, durch Reibung gehalten, an den von der Quecksilbersäule erreichten äußersten Grenzen stehen und zeigen daher mit ihren unteren Enden die Grenztemperaturen an. Nachdem man den Stand der Eisenstifte abgelesen hat, zieht man sie mit einem kleinen Magneten wieder zur Quecksilbersäule zurück. Die eigentliche thermometrische Substanz ist hier also der im linken Schenkel befindliche Alkohol, während der Quecksilberfaden nur als Anzeiger dient.

§ 93. Die Ausdehnung fester Körper

1. Der lineare Ausdehnungskoeffizient[1]). Im allgemeinen dehnen sich feste Körper bei Temperaturerhöhung in allen Richtungen in demselben Maße aus.

1) co- = cum (lat.) = zusammen; efficere (lat.) = bewirken.

Die Gestalt des Körpers bei erhöhter Temperatur ist also der ursprünglichen Gestalt ähnlich. Eine Ausnahme hiervon machen zum Beispiel die nicht regulären Kristalle.

Für den Regelfall genügt daher die Feststellung der Ausdehnung in einer Richtung. Um möglichst große Längenänderungen zu erzielen, nimmt man die Untersuchung an langgestreckten Körpern vor. Man untersucht also die Längenänderung von Stäben oder Röhren aus den zu untersuchenden Stoffen.

Messung des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper. Wir messen die Ausdehnung gleich langer, bei A in Abb. 256 eingespannter Röhren (etwa 1 m) aus Kupfer, Eisen, Zink, Messing usw. bei Zimmertemperatur und stellen mit Hilfe eines bei B angreifenden Winkelhebels die Längenänderung fest, die sie erfahren, wenn man sie durch hindurchgeleiteten Dampf auf 100° erwärmt. Es zeigt sich, daß die Verlängerung bei verschiedenen Stoffen verschieden groß ist. Unsere Messungen ergeben, daß sich ein 1 m langes Rohr aus Messing bei Erwärmung von 20° auf 100° um 1,5 mm ausdehnt. Setzen wir voraus, daß die Ausdehnung im ganzen Temperaturintervall gleichmäßig vor sich geht, so ist für 1° die Verlängerung 0,019 mm. Das Verhältnis der Längenzunahme für 1° Temperaturerhöhung zur ursprünglichen Länge ist also 0,019 mm zu 1000 mm, gleich 0,000019.

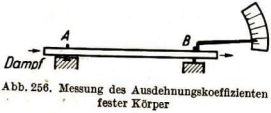


Abb. 256. Messung des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper

Man bezeichnet als linearen Ausdehnungskoeffizienten eines festen Körpers das Verhältnis der Längenzunahme, die der Körper bei einer Temperaturerhöhung um 1° erfährt, zu seiner Länge bei 0°.

Bei dieser Erklärung ist angenommen, daß der Längenzuwachs der Temperaturzunahme proportional ist. Für Metalle trifft dies zwischen 0° und 100° ziemlich genau zu.

Hat ein Stab bei 0° die Länge l_0 und wird sein linearer Ausdehnungskoeffizient mit β bezeichnet, so ist seine Länge l bei der Temperatur t gleich $l_0 + l_0 \beta t$ oder

$$l = l_0 (1 + \beta t).$$

Mittlerer linearer Ausdehnungskoeffizient einiger Stoffe zwischen 0° und 100°

Zink	0,000 030	Platin	0,000 009
Messing	0,000 019	Glas (Thüringer)	0,000 009
Kupfer	0,000 016	Invar[1])	0,000 002
Eisen	0,000 012	Quarz	0,000 000 5

2. Anwendungen. Die bei Temperaturänderungen entstehenden Längenänderungen sind zwar gering, müssen aber, z. B. beim Bau eiserner Brücken, berücksichtigt werden. Es treten nämlich sehr starke mechanische Spannungen auf, wenn man die Ausdehnung eines Körpers verhindert (eiserne Reifen werden

1) Eine Legierung aus Nickel und Eisen. invariábilis (lat.) = unveränderlich.

glühend über Räder gezogen). Bei der Abkühlung sind die zusammenziehenden Kräfte entsprechend stark (Zerbrechen eines Gußeisenbolzens durch einen an ihm angreifenden sich abkühlenden Eisenstab). Aus der Tabelle geht hervor, daß Platin und Glas denselben Ausdehnungskoeffizienten haben. Man hat daher lange Zeit dort, wo Metalldrähte durch Glas hindurch geschmolzen werden müssen (wie beispielsweise an den Sockeln von Glühbirnen), Platin verwendet. Jetzt hat man gelernt, Drähte aus anderen Metallen mit einem Ausdehnungskoeffizienten, der dem des üblichen Glases gleich ist, herzustellen. Auf der anderen Seite kennt man jetzt Glassorten, deren Ausdehnungskoeffizienten sich den Metallen, die man einzuschmelzen wünscht, anpassen, z. B. Wolframeinschmelzglas.

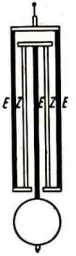


Abb. 257. Kompensationspendel

Für die genaue Zeitmessung mit Hilfe von Pendeluhren ist die Temperaturunabhängigkeit der Pendellänge von ausschlaggebender Bedeutung (vgl. § 67). Die Tabelle zeigt, daß ein Pendel aus Invar selbst bei Temperaturschwankungen von 10° seine Länge nur um 0,002% ändert. Ehe man derartige Legierungen kannte, half man sich durch sogenannte Kompensationspendel[1]), bei denen die Pendelstange meist aus drei Eisen- und zwei Zinkstäben in der aus Abb. 257 ersichtlichen Anordnung besteht. Die Länge der Stäbe ist so berechnet, daß die Ausdehnung der Eisenstäbe (nach unten hin) durch die der Zinkstäbe (nach oben hin) ausgeglichen wird.

Die verschiedene Ausdehnung der Metalle hat man zur Konstruktion von Metallthermometern ausgenutzt: Eine Art Metallthermometer besteht aus zwei miteinander vereinigten Streifen aus verschiedenem Metall, z. B. Eisen und Messing, einem sogenannten Bimetallstreifen[2]); dieser krümmt sich bei einer Temperaturerhöhung so, daß das Messing auf der konvexen Seite liegt, weil Messing einen etwa $1\frac{1}{2}$ mal so großen Ausdehnungskoeffizienten wie Eisen hat, vgl. Abb. 258. Ein als Thermograph ausgebildetes Metallthermometer zeigt Abbildung 259. Auch für selbsttätige Feuermelder eignen sich diese Bimetallstreifen.

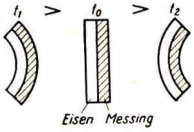


Abb. 258. Bimetallstreifen

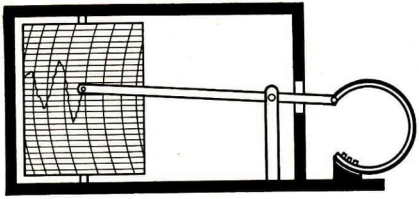


Abb. 259. Thermograph

1) compensäre (lat.) = abwägen, ausgleichen. 2) bis (lat.) = zweimal.

3. Der kubische Ausdehnungskoeffizient.

Man bezeichnet als räumlichen oder kubischen Ausdehnungskoeffizienten eines Körpers das Verhältnis der Volumvergrößerung, die der Körper bei einer Temperaturerhöhung um 1° erfährt, zu seinem Volum bei 0°.

Nennt man ihn α, so erhält man wie oben

$$V = V_0 (1 + \alpha t).$$

Um den Zusammenhang zwischen dem kubischen und dem linearen Ausdehnungskoeffizienten für einen Körper zu finden, der sich bei Erwärmung nach allen Richtungen in demselben Maße ausdehnt, überlegen wir das Folgende: Die Länge l_0, die Breite b_0 und die Höhe h_0 eines Quaders von 0° und dem linearen Ausdehnungskoeffizienten β wachsen bei der Temperaturerhöhung um t auf $l_0 (1 + \beta t)$, $b_0 (1 + \beta t)$ und $h_0 (1 + \beta t)$ an. Sein Volum steigt daher von $V_0 = l_0 b_0 h_0$ auf $V = l_0 b_0 h_0 (1 + \beta t)^3$, oder auf

$$V = V_0 (1 + 3 \beta t + 3 \beta^2 t^2 + \beta^3 t^3).$$

Da β eine sehr kleine Größe ist, kann man für praktische Zwecke die Glieder vom 2. und 3. Grade in der Klammer außer acht lassen. Dann ergibt sich

$$V = V_0 (1 + 3 \beta t).$$

Also ist der räumliche Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers (fast genau) dreimal so groß wie der lineare.

Ein Hohlgefäß dehnt sich so aus, als ob der Hohlraum aus demselben Stoff bestände wie die Wandung. Eine Hohlkugel z. B. kann sich nicht anders ausdehnen als die äußere Wandung der Vollkugel.

Mißt man die Länge eines Stabes bei t_1 unt t_2 zu l_1 und l_2, so gilt wegen $l_2 = l_0(1 + \beta t_2)$ und $l_1 = l_0(1 + \beta t_1)$,

$$l_2 - l_1 = l_0 \beta (t_2 - t_1).$$

Da l_0 sich von l_1 wegen der Kleinheit von β nur um einen sehr geringen Bruchteil unterscheidet, kann man diese Gleichung mit großer Annäherung ersetzen durch

$$l_2 - l_1 = l_1 \beta (t_2 - t_1)$$

oder

$$l_2 = l_1 [1 + \beta (t_2 - t_1)].$$

Entsprechend gilt auch

$$V_2 = V_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)].$$

Zur Übung: 1. Eine Kugel aus Eisen hat bei $t = 20°$ den Radius $r_1 = 2$ cm. Auf wieviel Grad darf sie erwärmt werden, damit sie gerade noch durch einen kreisförmigen Ring vom Radius $r_2 = 2{,}01$ cm hindurchgeht? — 2. Ein Maßstab aus Messing ist bei 0° richtig geteilt. Man mißt damit bei 25° die Länge einer Strecke zu $l = 34{,}75$ m. Wie groß ist ihre wahre Länge?

§ 94. Die Ausdehnung der Flüssigkeiten

1. Absolute Messung des Ausdehnungskoeffizienten. Da die flüssigen (und gasförmigen) Körper keine bestimmte Form haben, kann man bei ihnen nur den bereits oben definierten räumlichen Ausdehnungskoeffizienten messen. Er läßt sich nach dem Verfahren der korrespondierenden Flüs-

sigkeitshöhen bestimmen: Durch die Ausdehnung infolge Temperaturänderung werden die Körper spezifisch leichter. Ist G das Gewicht eines Körpers, und sind V_0 und V seine Rauminhalte bei den Temperaturen 0^0 und t, so ist seine Wichte bei diesen Temperaturen $\gamma_0 = G : V_0$ und $\gamma = G : V$, also $\gamma_0 : \gamma = V : V_0$. Setzt man hier $V = V_0 (1 + \alpha t)$, so erhält man

$$\gamma : \gamma_0 = \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Dulong und Petit benutzten (1816) diese Gleichung zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers. Bringt man die zu untersuchende Flüssigkeit, beispielsweise Quecksilber, in verbundene Röhren (Abb. 260) und umgibt die eine Röhre mit schmelzendem Eis, die andere mit einem Bad bekannter Temperatur t (Wasser oder Öl), so sind die Flüssigkeitshöhen h_0 und h in den beiden Röhren den Wichten umgekehrt proportional: $h_0 : h = \gamma : \gamma_0$. Setzen wir dies in die obige Gleichung ein, so ergibt sich die Beziehung

$$1 + \alpha t = h : h_0.$$

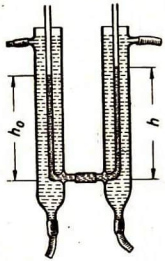


Abb. 260. Methode der korrespondierenden Flüssigkeitshöhen

Mißt man die Flüssigkeitshöhen, so ist in dieser Gleichung α die einzige Unbekannte und kann bestimmt werden. Befindet sich der erste Schenkel nicht auf der Temperatur des schmelzenden Eises, sondern auf der Temperatur t_1, so läßt sich α nach einer ähnlichen Gleichung berechnen.

Die beschriebene Methode erfordert zu ihrer genauen Durchführung eine umständliche Apparatur. Durch sie wurde der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers zu 0,000181 bestimmt und ist, da wir die Ausdehnung des Quecksilbers unserer Temperaturmessung zugrunde gelegt haben, bei allen Temperaturen die gleiche. Der Ausdehnungskoeffizient der meisten anderen Flüssigkeiten wächst etwas mit steigender Temperatur.

2. Relative Messung des Ausdehnungskoeffizienten. Einfacher ist es, die Ausdehnungskoeffizienten verschiedener Stoffe miteinander zu vergleichen. So läßt sich der Ausdehnungskoeffizient einer Flüssigkeit in einem Glasfläschchen (Pyknometer[1])) bestimmen, wenn man den Ausdehnungskoeffizienten des Glases kennt oder das Glasfläschchen mit Hilfe einer Flüssigkeit von bekanntem Ausdehnungskoeffizienten eicht. Im ersteren Falle geht man beispielsweise folgendermaßen vor:

Man füllt das Pyknometer (Abb. 261), ein Glasfläschchen, das mit einem der Länge nach durchbohrten Glasstöpsel verschlossen ist, bei der Temperatur t_1 vollständig mit der zu unter-

1) pyknós (griech.) = dicht. Das Fläschchen dient zur Dichtebestimmung von Flüssigkeiten.

suchenden Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, und bestimmt sein Gewicht G. Dann erwärmt man das Fläschchen in einem Wasserbade auf $t_2 = 100°$; dabei fließt ein Teil des Quecksilbers aus. Nach dem Abkühlen stellt man das Gewicht G' des zurückbleibenden Quecksilbers fest. Der Ausdehnungskoeffizient des Glases α_{Gl} sei bekannt. Dann gilt für den Inhalt des Glasfläschchens

Abb. 261. Pyknometer

$$V_2 : V_1 = 1 + \alpha_{Gl}(t_2 - t_1). \tag{1}$$

Das bei t_1 im Volum V_1 enthaltene Quecksilber vom Gewicht G möge bei der Temperatur t_2 das Volum V einnehmen; daher gilt

$$V = V_1[1 + \alpha_Q(t_2 - t_1)]. \tag{2}$$

Da bei der Temperatur t_2 die Menge G' des Quecksilbers das Volum V_2, die Menge G dagegen das Volum V ausfüllt, so gilt

$$V : V_2 = G : G'$$

oder

$$V = V_2 \cdot \frac{G}{G'}. \tag{3}$$

Eliminiert man V aus Gleichung (2) und (3), so erhält man

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{G'}{G}[1 + \alpha_Q(t_2 - t_1)]$$

und daher durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung (1)

$$\frac{G'}{G}[1 + \alpha_Q(t_2 - t_1)] = 1 + \alpha_{Gl}(t_2 - t_1),$$

oder

$$1 + \alpha_Q(t_2 - t_1) = \frac{G}{G'}[1 + \alpha_{Gl}(t_2 - t_1)]$$

und

$$\alpha_Q = \alpha_{Gl}\frac{G}{G'} + \frac{G - G'}{G'} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1}.$$

Abb. 262. Zur Wärmeausdehnung des Wassers

Auf diese Weise sind die in der Tabelle angegebenen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten ermittelt worden.

Kubischer Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten bei 18°

Äther	0,001 63	Quecksilber	0,000 18
Alkohol	0,001 10	Wasser	0,000 18
Petroleum	0,000 92		

3. Das Verhalten des Wassers bei Erwärmung. Besonders auffällig ist das Verhalten des Ausdehnungskoeffizienten des Wassers. Um das zu zeigen, füllen wir einen Kolben mit Wasser und verschließen ihn durch einen Stopfen mit durchgeführtem Glasrohr (A in Abb. 262). Der Kolben wird erwärmt und die Temperatur des Wassers an einem Thermometer B abgelesen. Die Ausdehnung der Glasflasche wird durch die Ausdehnung einer Luftblase geeigneter Größe (z. B. 2 cm³, falls die Glasflasche 350 cm³ faßt) ausgeglichen, die sich in einem unten offenen und erweiterten Rohr C befindet.

Tragen wir die Temperaturen als Abszissen und die zugehörigen Wasserstände im Rohr A als Ordinaten auf, so erhalten wir die in Abb. 263 dargestellte Kurve. Wenn wir von 0° ausgehen, so verliert das Wasser zunächst bis 4° an Volum, um dann wie die meisten anderen Körper bei steigender Temperatur eine Volumzunahme zu erfahren. Erst bei etwa 8° erreicht es dasselbe Volum wie bei 0°; dann wächst das Volum in immer steigendem Maße mit der Temperatur. Führt man genaue Messungen durch und bezieht die gewonnenen Werte auf das Volum des Wassers bei 4°, so erhält man die an der rechten Seite des Diagramms angegebenen Zahlenwerte.

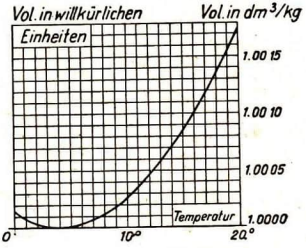


Abb. 263. Temperaturabhängigkeit des spezifischen Volums des Wassers

Eine Wirkung dieser unregelmäßigen Ausdehnung des Wassers läßt sich leicht durch einen Versuch zeigen: Man läßt zerkleinertes Eis auf Wasser von Zimmertemperatur schwimmen. Nach einiger Zeit zeigt ein Thermometer am Boden des Gefäßes 4° an; bewegt man es vorsichtig aufwärts in die Eisschicht, so zeigt es hier 0° an. Wegen der unregelmäßigen Ausdehnung bildet sich beim Zufrieren von Gewässern das Eis zunächst an der Oberfläche. Da Eis leichter als Wasser ist, bleibt es auf dem Wasser schwimmen (vgl. § 97, 1). Auch wäßrige Salzlösungen dehnen sich unregelmäßig aus; nur wird das Dichtemaximum bei tieferen Temperaturen erreicht, als bei reinem Wasser. So herrscht in der Tiefe der Ozeane, wo sich, ebenso wie bei dem zuletzt beschriebenen Versuch, das dichteste Wasser am Boden ansammelt, eine Temperatur von — 3°. Das Wasser ist hierbei zwar unter seinen normalen Gefrierpunkt, der für Meerwasser bei — 2° liegt, abgekühlt, aber es gefriert nicht, weil es unter dem sehr hohen Druck der auf ihm lastenden Wassersäule steht (§ 97, 2). Wenn man die Ausdehnung einer Flüssigkeit zu verhindern sucht, tritt ein sehr starker Druck auf. Ein Thermometer wird gesprengt, wenn man es über die höchste Temperatur, für die es verfertigt ist, erhitzt. An der durch Temperaturänderung bewirkten Zusammenziehung kann man eine Flüssigkeit auf keine Weise hindern.

Zur Übung: 1. Welches Volum V_2 nehmen $V_1 = 12$ cm³ Quecksilber von $t_1 = 20°$ ein, wenn sie auf $t_2 = 90°$ erwärmt werden? — 2. Die Wichte des Quecksilbers ist bei 0° gleich 13,596 g/cm³. Welchen Wert hat sie bei 100°?

§ 95. Die Ausdehnung der gasförmigen Körper

1. Erwärmung bei konstantem Druck. Schließt man wie in Abb. 264 eine Luftmenge in einem Glasgefäß durch einen kurzen Flüssigkeitsfaden ab, der sich in einem nicht zu engen horizontalen Rohr bewegen kann und erwärmt das Glasgefäß im Wasserbad, so dehnt sich die Luft aus; der Faden wandert im

Rohr nach außen. Der Druck, unter dem die in dem Gefäß abgeschlossene Luft steht, bleibt dabei unverändert und ist gleich dem auf dem Faden lastenden äußeren Luftdruck. Man findet bei einer quantitativen Ausführung des Versuches: Die eingeschlossene Luftmenge dehnt sich von Grad zu Grad um je $\frac{1}{273}$ ihres Volums bei 0° aus. Wiederholt man den Versuch mit irgend einem anderen Gas, z. B. Leuchtgas, so findet man das gleiche Ergebnis. Dasselbe findet man, wenn man die Versuche bei einem anderen Außendruck (etwa durch Vorschalten einer Quecksilbersäule am rechten Ende des horizontalen Rohres) wiederholt. **Alle Gase dehnen sich bei 1° Temperaturerhöhung unter gleichbleibendem Druck um $\frac{1}{273}$ ihres Volums bei 0° aus.**

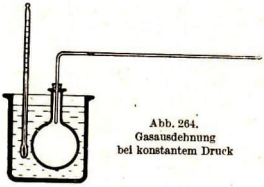


Abb. 264. Gasausdehnung bei konstantem Druck

Der räumliche Ausdehnungskoeffizient γ ist also für alle Gase bei allen Drucken und Temperaturen (nahezu) gleich und zwar

$$\gamma = \frac{1}{273},$$

so daß für konstanten Druck gilt $V = V_0 + V_0 \cdot \gamma \cdot t$

oder

$$V = V_0\,(1 + \gamma t). \qquad (1)$$

Diese Gleichung heißt das **Gay-Lussacsche Gesetz für konstanten Druck.** Gay-Lussac bestimmte den Wert von γ (1802 in Paris) nach dem angegebenen Verfahren.

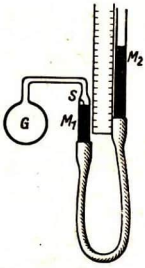


Abb. 265. Gasthermometer

2. Erwärmung bei konstantem Volum. Im Gegensatz zu den festen und flüssigen Körpern können wir ohne große Schwierigkeiten ein Gas bei konstantem Volum erwärmen. Wir verbinden eine mit trockener Luft gefüllte Glaskugel G durch einen starkwandigen Gummischlauch mit einem verschiebbaren Glasrohr M_2 (Abb. 265). Der Schlauch ist mit Quecksilber gefüllt, das in dem Ansatzrohr M_1 bis zu einer Marke s reicht, wenn die Glaskugel mit schmelzendem Eis umgeben ist. Wird die Luft in der Glaskugel erwärmt, so steigt das Quecksilber im Manometerrohr M_2. Wir heben M_2, bis der Quecksilberspiegel in M_1 wieder die Marke s erreicht. Die Luft nimmt jetzt wieder das gleiche Volum ein und steht dabei unter einem Druck, der gleich dem Atmosphärendruck, vermehrt um den durch das Manometer angezeigten Quecksilberdruck ist. Der für verschiedene Temperaturen wiederholte Versuch lehrt, daß die beobachtete Druckzunahme der Temperaturerhöhung proportional ist, und zwar ergibt sich bei genauer Messung, daß die Druckzunahme je Grad Temperaturerhöhung $\frac{1}{273}$ des Druckes bei 0° beträgt.

Für genaue Messungen der Druckzunahme mit der Temperatur muß man zweierlei berücksichtigen. Das Gefäß ändert sein Volum mit der Temperatur (und in noch geringerem Maße mit dem Druck), zweitens nimmt das in dem Verbindungsstück zwischen G und dem Quecksilberspiegel in M_1 enthaltene Gas irgend eine Temperatur zwischen Zimmertemperatur und der Temperatur an, auf die man das Gefäß G durch Einbetten in ein Temperaturbad (beispielsweise durch Umgeben mit schmelzendem Eis) bringt. Der erste Fehler ist klein, weil die Gase sich sehr viel stärker ausdehnen als Glas (etwa 150 mal so stark). Der zweite Fehler kann dadurch sehr klein gemacht werden, daß man zur Verbidnung eine enge Kapillare wählt.

Ferner hat die Erfahrung gezeigt, daß alle anderen Gase sich ebenso wie Luft verhalten. Wir haben also gefunden:

Der Druck einer beliebigen Gasmenge nimmt bei unverändertem Volum für jeden Grad Temperaturerhöhung um den gleichen Bruchteil zu, und zwar um $\frac{1}{273}$ des Druckes bei 0°.

Steht das Gas bei 0° unter dem Druck p_0 und wird der Druck bei t mit p bezeichnet, so ist also

$$p = p_0\,(1 + \gamma t)\,, \tag{2}$$

wo γ wieder nahezu $\frac{1}{273}$ ist.

Dies ist das **Gay-Lussaesche Gesetz für konstantes Volum.**

Das Verhältnis der Druckzunahme eines Gases bei konstantem Volum und bei einer Temperaturerhöhung um 1° zu seinem Druck bei 0° heißt sein **Spannungskoeffizient.** Es zeigt sich also:

Der Ausdehnungskoeffizient eines Gases ist stets gleich dem Spannungskoeffizienten.

3. Die Ausdehnung bei Veränderung aller Zustandsgrößen. Jetzt stellen wir uns vor, daß zunächst die Temperatur einer Gasmenge bei gleichbleibendem Volum eine Veränderung erfährt und danach bei gleichbleibender Temperatur das Volum. Druck und Volum der Gasmenge bei 0° seien p_0 und V_0 (Abb. 266). Der Druck nach der Temperaturänderung von 0° auf t sei p_t; dann ist $p_t = p_0\,(1 + \gamma t)$. Auf die darauf folgende Volumänderung von V_0 auf V bei der Temperatur t wenden wir das uns bereits bekannte Boylesche Gesetz $p \cdot V = \text{const}$ an (§ 84):

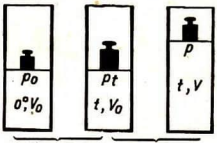


Abb. 266. Ableitung der Zustandsgleichung

Erreicht das Gas das Volum V unter dem Druck p, so gilt

$$V_0 p_t = V p\,.$$

Setzt man hier für p_t den vorher gefundenen Ausdruck ein, so folgt

$$V p = V_0 p_0\,(1 + \gamma t)\,.$$

Diese Gleichung heißt das **Boyle-Gay-Lussaesche Gesetz.** Es wird um so genauer von einem Gase erfüllt, je geringer sein Druck und je höher seine Temperatur ist, d. h. je weiter das Gas von seinem Verflüssigungspunkt entfernt

ist. Ein Gas, das das Boyle-Gay-Lussacsche Gesetz bei Änderung seines Zustandes genau befolgt, wird ein ideales Gas genannt; die Gleichung bezeichnet man daher auch als die **Zustandsgleichung der idealen Gase.** Sie gilt stets, in welcher Reihenfolge man auch die Änderungen des Druckes oder des Volums oder der Temperatur vornimmt. Auch gilt sie, wenn man alle drei Größen gleichzeitig verändert. Mit anderen Worten: Die Gleichung gilt unabhängig von dem Wege, auf dem man von dem „Zustand" mit den sog. „Zustandsgrößen" V_0, p_0, t_0 zu dem Zustand, der durch die Zustandsgrößen V, p, t gegeben ist, gelangt. Sie nimmt eine der Formen (1) und (2) des Gay-Lussacschen Gesetzes an, wenn bei sich ändernder Temperatur entweder der Druck oder das Volum konstant gehalten werden.

Wenn die Temperatur sich nicht ändert, geht die Gleichung in das Boylesche Gesetz über. Wir haben zu ihrer Ableitung neben dem Boyleschen Gesetz nur das eine der beiden Gay-Lussacschen Gesetze benutzt; das zweite oder, was dasselbe ist, die Gleichheit von Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten folgt also bereits aus dem Boyleschen Gesetz.

4. Reduktion auf den Normalzustand. Mit Hilfe des Boyle-Gay-Lussacschen Gesetzes löst man die Aufgabe, eine bei der Temperatur t unter dem Druck p (gemessen z. B. in Torr) aufgefangene Gasmenge auf den Normalzustand (0° und 760 Torr) zu reduzieren[1]). Man erhält für das reduzierte Volum V_0 aus dem bei p und t beobachteten Volum V:

$$V_0 = \frac{V}{1 + \gamma t} \cdot \frac{p}{p_0}.$$

Ist ferner G das Gewicht der Gasmenge und s_0 ihre Wichte im Normalzustand, so ist $G = V_0 \cdot s_0$. Hier kann man den Wert für V_0 aus der vorhergehenden Gleichung einsetzen; je nachdem, ob das Gewicht oder die Wichte bekannt sind, läßt sich dann die andere Größe berechnen.

Oft wird statt der Wichte für Gase die auf Luft bezogene Wichtezahl δ angegeben. Da die Wichte der Luft im Normalzustand 0,001293 g/cm³ beträgt, ist $s_0 = 0{,}001293\ \delta$ g/cm³.

5. Das Gasthermometer. Die in Abb. 265 dargestellte Vorrichtung ist ein Gasthermometer mit konstantem Volum. Umgibt man die Glaskugel mit schmelzendem Eis, so steht das Quecksilber, wenn es links bis zur Marke s reicht, rechts bei einem Skalenstrich, an den wir 0° schreiben. Das Gas steht unter dem Druck, den wir in der Gleichung $p = p_0\,(1 + \gamma t)$ mit p_0 bezeichneten. Wir finden p_0, indem wir den Überdruck der Quecksilbersäule zum Barometerstand addieren. Herrscht in der Glaskugel bei 0° Unterdruck, so muß dieser vom Barometerstand subtrahiert werden. Taucht man die Kugel darauf in eine Flüssigkeit, deren Temperatur gemessen werden soll, so findet man p, nachdem man die Quecksilberkuppe links wieder auf die Marke s gebracht hat. In der obigen Gleichung ist t dann die einzige Unbekannte. Hierbei macht man also nicht das Volum, sondern den Druck des Gases zum Maßstab der Temperatur.

1) redúcĕre (lat.) = zurückführen.

Die Gase verdienen als thermometrische Substanz deshalb vor einer Flüssigkeit den Vorzug, weil sie alle (nahezu) den gleichen Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten haben und weil sie in einem viel weiteren Meßbereich brauchbar sind. Im allgemeinen pflegt man Gasthermometer nicht direkt zur Temperaturmessung, sondern zur Eichung anderer Thermometer zu verwenden. Die Angaben eines nach den Vorschriften des § 92, 2 hergestellten Quecksilberthermometers weichen von den Angaben eines Helium- oder Luftthermometers kaum merklich ab.

6. Die absolute Temperatur und die Gaskonstante. Wir formen die Zustandsgleichung um in $V \cdot p = \frac{273+t}{273} \cdot V_0 p_0$ und setzen

$$t + 273 = T.$$

Dadurch führen wir eine Temperatur ein, die in denselben Gradeinheiten wie t gemessen wird, die sich aber auf einen Nullpunkt bezieht, der um 273° tiefer liegt als der Eispunkt. Dieser Ausgangspunkt wird der absolute Nullpunkt genannt, und die von ihm aus gemessene Temperatur heißt die **absolute Temperatur.** Der Eispunkt trägt bei dieser Skala die Bezeichnung T_0 oder 273° K. [K nach dem englischen Physiker Lord Kelvin.]

Durch die Einführung der absoluten Temperatur vereinfacht sich unsere Zustandsgleichung zu

$$\frac{Vp}{T} = \frac{V_0 p_0}{T_0},$$

oder in Worten:

Für jede gegebene Gasmenge ist das Produkt aus dem Druck und dem Volum, dividiert durch die absolute Temperatur, konstant.

Wir können der Gleichung auch die Form

$$Vp = \frac{V_0 p_0}{T_0} T$$

geben, d. h.

Das Produkt aus dem Druck und dem Volum einer gegebenen Gasmenge ist ihrer absoluten Temperatur proportional.

Die Gleichung lehrt ferner, daß für solche Gasmengen, die am Eispunkt unter gleichem Druck den gleichen Raum beanspruchen (beispielsweise 1 m³), die Proportionalitätskonstante, die gleich $\frac{V_0 p_0}{T_0}$ ist, für alle Gase gleich ist. Die geschichtliche Entwicklung unserer chemischen Erkenntnisse hat dazu geführt, daß wir diese Konstante für solche Gasmengen angeben, die einem Mol[1]) entsprechen. Nach einem von Avogadro gefundenen Gesetz nimmt 1 Mol eines jeden Gases bei 760 Torr und 273° K das gleiche Volum, nämlich

1) Hat eine chemische Verbindung das Molekulargewicht M, so hat ein Mol dieser Verbindung die Masse M in Massengramm; so hat z. B. 1 Mol Wasserstoff (H_2) die Masse 2 gr, 1 Mol Sauerstoff (O_2) die Masse 32 gr. (gr = Abkürzung für Massengramm) (s. § 59).

22,4 l ein (vgl. hierzu § 110, 3). Die Konstante für diese Gasmenge wird mit R bezeichnet. Nennen wir das einem Mol des Gases entsprechende Volum V_M, so nimmt die Zustandsgleichung die Form an

$$V_M p = RT.$$

Die Konstante R wird die **universelle**[1]) **Gaskonstante** genannt. Auf der linken Seite der Gleichung steht die Volumenergie je Mol. Daher ist auch RT ein Arbeitswert je Mol und R eine Energie je Mol und Grad. R bedeutet die Zunahme der Volumenergie $V_M \cdot p$ für ein Mol eines Gases pro Grad Temperaturzunahme.

Wir berechnen R im technischen Maßsystem (vgl. hierzu § 84):

$$p = 760 \text{ Torr} = 10\,332 \text{ kg/m}^2, \quad V_M = 22{,}4 \text{ dm}^3 = 0{,}0224 \text{ m}^3, \quad T = 273^\circ \text{K},$$

$$\boldsymbol{R = 0{,}848 \text{ kg m je Mol und Grad}}$$

(entsprechend (vgl. § 73, 2) $83{,}1 \cdot 10^6$ erg je Mol und Grad im abs. Maßsystem).

7. Graphische Darstellung der Zustandsgleichung. Isothermen[2]). In Abb. 267 ist angenommen, daß eine Gasmenge bei der Temperatur $T = 100^\circ$ K und bei dem Volum $V = 1$ dm³ den Druck $p = 0{,}1$ at ausübt. Es gilt also für $T = 100^\circ$ K:

$$V \cdot p = 0{,}1 \text{ at} \cdot \text{dm}^3$$
$$= 0{,}1 \text{ kg/cm}^2 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 = 1 \text{ kg m}.$$

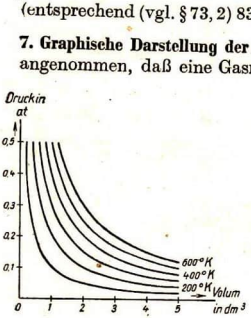


Abb. 267. Isothermen eines idealen Gases

Nach dem Boyleschen Gesetz ist auch für weitere Werte von p und V bei $T = 100^\circ$ K ihr Produkt gleich 0,1 at · dm³. Tragen wir in einem Diagramm die Rauminhalte als Abszissen und die zugehörigen Drucke als Ordinaten auf, so erhalten wir eine Kurve, die die zusammengehörigen Werte von p und V für die Temperatur $T = 100^\circ$ K darstellt. Es ist eine Hyperbel. Da die so entstehende Kurve für die konstante Temperatur $T = 100^\circ$ K gilt, heißt sie die Isotherme des Gases für 100° K. Die Isotherme für 200° K ergibt sich aus der Gleichung $V \cdot p = 0{,}2$ at · dm³, die für 300° K (etwas über Zimmertemperatur) aus $V \cdot p = 0{,}3$ at · dm³ usw. Alle Kurven sind Hyperbeln.

8. Die Zustandsgleichung realer Gase: Wir erwähnten bereits, daß die Gase der Gleichung $V_M p = RT$ um so besser folgen, je geringer ihre Dichte ist. Als Zustandsgleichung für verdichtete Gase hat sich die van der Waalssche Gleichung

$$(p + a/V_M^2)(V_M - b) = RT$$

bewährt. Die Bedeutung der Konstanten a und b wurde bereits in § 86, 4 erklärt. Wir gehen auf diese Gleichung später in § 101, 2 und § 110, 5 ein.

1) univérsus (lat.) = allgemein. 2) ísös (griech.) = gleich.

Zur Übung: 1. Welches Normalvolum besitzt Leuchtgas, das bei 20 °C und 735 bzw. 780 Torr ein Volum von 1 m³ einnimmt? — 2. Berechne, welchen Wert der Ausdruck $V_0 p_0 / T_0$ für 1 g Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff besitzt. (Anleitung: Ist s die Wichte des Gases, so ist sein Volum V_0 für 1 g gleich $1/s$. Es ist ferner $p_0 = 1{,}03$ kg/cm².) Wie verhalten sich die Werte zueinander?

§ 96. Wärmemenge und spezifische Wärme

1. Wärmeaustausch. 1. Versuch: Wir erhitzen ein Gefäß, das 0,5 l Wasser und ein gleiches, das 1 l Wasser enthält, mit gleichen Tauchsiedern oder mit Gasflammen, die gleich stark brennen. Wir beobachten den Anstieg der Temperatur mit der Zeit und finden, daß die Temperatur im ersten Gefäß annähernd doppelt so rasch ansteigt wie im zweiten. Wir müssen das zweite Gefäß mit beiden Tauchsiedern oder mit beiden Gasflammen erhitzen, damit in derselben Zeit dieselbe Temperaturerhöhung wie im ersten Gefäß hervorgerufen wird. Das, was in beiden Fällen die Temperatur des Wassers erhöht hat, nennt man **Wärmemenge.**

Durch das Wort Wärmemenge darf man sich nicht verleiten lassen, anzunehmen, daß es ein Stoff sei, den wir bei unseren Versuchen dem Wasser zuführen. Die Frage, was eigentlich Wärme sei, können wir erst später beantworten, vgl. hierzu § 106 und § 110.

2. bis 4. Versuch: Gießen wir 1 l Wasser von 80° in 1 l Wasser von 20°, so erhalten wir 2 l Wasser von annähernd 50°. Gießen wir 2 l Wasser von 80° in 1 l Wasser von 20°, so erhalten wir 3 l Wasser von 60°. Dagegen ergibt die Mischung von 1 l Wasser von 80° mit 2 l Wasser von 20° 3 l Wasser von 40°.

Diese Ergebnisse lassen sich durch folgende Annahmen erklären:

1. Die bei Abkühlung des Wassers abgegebene Wärmemenge ist der Wassermenge und der Differenz zwischen Anfangs- und Endtemperatur proportional.
2. Dasselbe gilt für die bei Erwärmung des Wassers aufgenommene Wärmemenge.
3. Die vom kalten Wasser aufgenommene Wärmemenge ist gleich der vom warmen Wasser abgegebenen Wärmemenge.

Wenn warmes Wasser von der Masse m_2 und der Temperatur t_2 zu kaltem Wasser mit der Masse m_1 und der Temperatur t_1 gegossen, die Temperatur t ergibt, so ist also die von m_2 abgegebene Wärmemenge

$$W_2 \sim m_2 (t_2 - t),$$

die von m_1 aufgenommene Wärmemenge

$$W_1 \sim m_1 (t - t_1)$$

und

$$W_2 = W_1.$$

2. Die Wärmeeinheit. Um Wärmemengen messen zu können, brauchen wir für sie eine Einheit.

Als Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie[1]) (cal) festgesetzt; das ist diejenige Wärmemenge, die ein Massengramm Wasser um 1° erwärmt.

1) calor (lat.) = Wärme.

Daneben verwendet man die tausendmal größere Kilokalorie (kcal), die 1 Massenkilogramm Wasser um 1° erwärmt.

Es ist nötig, für genaue Untersuchungen festzusetzen, bei welcher Temperatur diese Erwärmung um 1° vorgenommen werden soll, da die zur Temperaturerhöhung um 1° erforderliche Wärmemenge nicht für alle Anfangstemperaturen des Wassers gleich ist. Man wählte deshalb als wissenschaftliche Einheit den 100. Teil derjenigen Wärmemenge, die 1 Massengramm Wasser von 0° auf 100° erwärmt (mittlere Kalorie zwischen 0° und 100°). Sie ist gleich der Wärmemenge, die ein Massengramm Wasser von 14,5° auf 15,5° erwärmt (15°-Kalorie).

Auf Grund der Definition der Kalorie können wir nun

$$W_2 = m_2 (t_2 - t)$$

und

$$W_1 = m_1 (t - t_1)$$

setzen. Durch Gleichsetzen von W_1 und W_2 und Auflösen der Gleichung nach t erhalten wir für die im 2. bis 4. Versuch erzielte Temperatur t:

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

Ein Vergleich mit den gewonnenen Versuchsdaten erweist die Richtigkeit dieser Formel.

3. Die spezifische Wärme. Ändern wir den 1. Versuch so ab, daß wir in das eine Gefäß 1 l Wasser, in das andere aber $\frac{1}{2}$ l Wasser und die gleiche Menge Blei (in Gestalt einer Drahtspirale) füllen und beide durch gleiche Tauchsieder oder Gasflammen, die gleich stark brennen, erwärmen, so zeigt sich, daß die Temperatur in dem Gefäß mit Blei viel rascher ansteigt als in dem Gefäß, das nur Wasser enthält, obwohl in beiden Gefäßen die gleiche Menge erwärmt wird. Zu derselben Temperaturerhöhung braucht also Blei eine geringere Wärmemenge als Wasser.

Entsprechend dem 2. Versuch werden gleiche Mengen verschiedener fester Stoffe, die sich nicht im Wasser lösen, beispielsweise Eisen, Blei, Sand, auf 100° erhitzt und einzeln in die gleiche Menge Wasser von Zimmertemperatur eingetaucht. Dabei steigt die Temperatur verschieden an je nach dem Stoff, der eingetaucht wird; jedoch ist die Temperaturerhöhung geringer, als wenn man die gleiche Menge siedenden Wassers hinzufügt. Bei Eisen steigt z. B. die Temperatur des Wassers von 20° auf etwa 28°; das Wasser erwärmt sich also nur um 8°, während die gleiche Menge Eisen sich dabei um mehr als 70° abkühlt. Das Verhalten der Körper beim Wärmeaustausch hängt also von der Stoffart ab.

Diejenige Wärmemenge, gemessen in Kalorien, die erforderlich ist, um 1 Massengramm eines Körpers um 1° zu erwärmen, heißt die spezifische Wärme des Körpers.

Zur Erwärmung eines Körpers mit der m-fachen Masse um 1° ist die m-fache Wärmemenge erforderlich; ist also c die spezifische Wärme eines Körpers von der Masse m, so beträgt diese Wärmemenge

$$K = m\,c.$$

Man nennt dies Produkt die **Wärmekapazität**[1]) des betreffenden Körpers. Sie ist zahlenmäßig gleich der Wassermasse, die bei einer Temperaturänderung um 1° die gleiche Wärmemenge aufnimmt oder abgibt wie der betreffende Körper und heißt deshalb auch der Wasserwert des Körpers.

Für die Erwärmung eines Körpers von der spezifischen Wärme c und der Masse m von der Temperatur t_1 auf die Temperatur t_2 ist die Wärmemenge

$$W = m\,c\,(t_2 - t_1)$$

erforderlich. Diese Wärmemenge wird abgegeben, wenn der Körper sich von t_2 auf t_1 abkühlt. Ist die spezifische Wärme mit der Temperatur veränderlich, so bedeutet c in dieser Gleichung die mittlere spezifische Wärme des Körpers zwischen den Temperaturen t_1 und t_2. Werden zwei auf den Temperaturen t_1 und t_2 befindliche Körper mit den Massen m_1 und m_2 miteinander gemischt, oder gleichen sie auf anderem Wege ihre Temperaturen aus und erreichen sie dabei die Temperatur t, so gilt:

Die vom wärmeren Körper abgegebene Wärmemenge

$$W_2 = c_2 m_2\,(t_2 - t)$$

ist gleich der vom kälteren Körper aufgenommenen Wärmemenge

$$W_1 = c_1 m_1\,(t - t_1)\,.$$

Für den Fall, daß es sich um die Mischung von zwei verschiedenen Wassermassen nach dem 3. und 4. Versuch des 1. Abschnittes handelt, sind c_1 und c_2 gleich 1. Man erhält dann die bereits für diesen Fall abgeleitete Beziehung für die erreichte Mischungstemperatur. Wird ein Körper von der Masse m und der Temperatur t_2 in die Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gebracht, so folgt, wenn die Mischungstemperatur t ist, durch Gleichsetzen der beiden Werte W_1 und W_2 für die spezifische Wärme c des Körpers

$$c = \frac{m_W\,(t - t_W)}{m\,(t_2 - t)}\,. \tag{1}$$

Man kann diese Gleichung auch benutzen, um bei bekanntem c die Anfangstemperatur t_2 eines Körpers festzustellen. Beim Auflösen der Gleichung nach t_2 erhalten wir

$$t_2 = t + \frac{m_W}{c \cdot m}\,(t - t_w)\,.$$

Wir können diese Gleichung beispielsweise benutzen, um festzustellen, welche Temperatur ein Körper zu erreichen vermag, wenn wir ihn in der Flamme des Bunsenbrenners erhitzen.

Zur Übung: Ein Kupferstück (spezifische Wärme 0,09 cal/gr Grad) von 20 gr wird in der Flamme erwärmt und in ein mit 100 gr Wasser von 20° gefülltes Becherglas oder Kalorimeter (vgl. den folgenden Abschnitt) geworfen. Wir messen die Temperatur t, die das Wasser annimmt und berechnen daraus t_2.

Die Bunsenflamme ist sehr viel wärmer als der gefundene Wert von einigen hundert Grad. Zur Messung hoher Temperaturen benutzt man verschiedene Vorrichtungen; man nennt sie Pyrometer[2]).

1) capācitas (lat.) = Umfang; (spätlat.) = Fassungskraft. 2) pyr (griech.) = Feuer.

4. Das Kalorimeter. Die Messung der spezifischen Wärme von festen und flüssigen Körpern. Die Messung von Wärmemengen ist die Aufgabe der Kalorimetrie. Die hierzu benutzten Apparate heißen Kalorimeter; sie bestehen aus Gefäßen, die gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung möglichst geschützt sind.

Man kann die spezifische Wärme eines festen oder flüssigen Körpers in einem Mischungskalorimeter nach Formel (1) bestimmen. Das in Abb. 268 dargestellte als Kalorimeter dienende Vakuummantelgefäß ist mit einer gemessenen Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gefüllt; der zu untersuchende Körper, dessen Masse m mit der Hebelwaage bestimmt wird, beispielsweise Schnitzel aus Kupferblech, wird in einem Reagenzröhrchen im Wasserbade auf eine Temperatur t_2 erwärmt. Er kann, wenn es sich um einen festen Körper handelt, der sich im Wasser nicht löst, einfach in das Kalorimetergefäß geschüttet werden, worauf durch den rechts gezeichneten Rührer das Wasser lebhaft umgerührt und dann an dem eingeführten Thermometer die Temperatur t abgelesen wird.

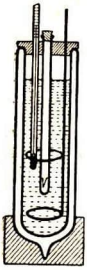


Abb. 268. Kalorimeter

Einen Teil der Wärme des eingetauchten Körpers nehmen Thermometer, Rührer und Kalorimetergefäß auf. Für genaue Messungen muß daher in Gleichung (1) m_w um den Wasserwert dieser drei Körper vermehrt werden. Man kann ihn rechnerisch oder durch Eichung des Kalorimeters mit einem Körper bekannter spezifischer Wärme ermitteln. An Stelle des Wassers kann man auch eine andere Flüssigkeit bekannter spezifischer Wärme verwenden.

Die spezifische Wärme von Flüssigkeiten kann man bestimmen, indem man sie zum Füllen des beschriebenen Kalorimeters benutzt und in sie einen festen Körper versenkt, dessen Masse und spezifische Wärme bekannt sind und dessen Temperatur man gemessen hat. Man kann die spezifische Wärme von Flüssigkeiten auch ebenso wie die in Wasser löslicher fester Körper dadurch untersuchen, daß man sie, in ein Gefäß (V in Abb. 268) eingeschlossen, in das Kalorimeter senkt. Der Wasserwert des Gefäßes muß bekannt sein. Um den Temperaturausgleich zu erleichtern, wählt man als Gefäßmaterial einen Wärme gut leitenden Stoff, z. B. Silber.

Uns wird im folgenden noch mehrere Male die Aufgabe gestellt werden, Wärmemengen zu messen, die unter den verschiedensten Umständen von festen oder flüssigen Körpern entwickelt oder verbraucht werden. Die Aufgabe läßt sich immer mit Hilfe eines Kalorimeters durchführen, das im Prinzip der dargestellten Ausführung entspricht.

Spezifische Wärme einiger fester und flüssiger Körper bei Zimmertemperatur in Kalorien pro Massengramm und Grad

Aluminium	0,21	Kupfer	0,091	Eis	0,5	Alkohol	0,58
Glas	0,19	Silber	0,055	Sand	0,2	Äther	0,56
Eisen	0,114	Blei	0,031	Wasser	1,00	Quecksilber	0,033

Fast alle Körper haben eine kleinere spezifische Wärme als Wasser. Die Gase Wasserstoff und Helium bilden Ausnahmen (s. folgenden Abschnitt 5). — Die hohe spezifische Wärme des Wassers wird in den Warmwasserheizungen praktisch ausgenützt. Eine verhältnismäßig kleine Wassermenge vermag im Kessel viel Wärme aufzunehmen. Diese Wärmemenge gibt sie beim Abkühlen in den Heizkörpern wieder ab. — Auf die gleiche Weise erklärt sich auch der gewaltige Einfluß warmer und kalter Meeresströmungen. — Der Unterschied zwischen der höchsten und tiefsten Jahrestemperatur ist im ozeanischen Klima sehr viel kleiner als im kontinentalen Klima. Dies beruht im wesentlichen darauf, daß das Wasser des Ozeans eine sehr viel höhere spezifische Wärme hat als das Festland. Bei der Aufnahme und Abgabe einer bestimmten Wärmemenge ändert sich daher die Meerestemperatur weniger als die des Festlandes.

Stoffe, für die die spezifische Wärme sowohl im festen als auch im flüssigen Zustand gemessen worden ist, beispielsweise für Eis und Wasser, für erstarrtes Quecksilber (unter — 39°) und flüssiges Quecksilber (bei normaler Temperatur), zeigen als Flüssigkeit eine höhere spezifische Wärme als im festen Zustand. Bei Wasser ist der Unterschied besonders groß, wie aus der Tabelle hervorgeht; die spezifische Wärme des Wassers ist doppelt so groß wie die des Eises. Die in der Tabelle angegebenen spezifischen Wärmen beziehen sich auf Zimmertemperatur; sie wachsen bei hohen Temperaturen erheblich über die angegebenen Werte hinaus und nehmen mit sinkender Temperatur stark ab. Die spezifischen Wärmen von festen Körpern werden bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt unmeßbar klein.

5. Die spezifischen Wärmen der Gase. Wir haben ein Gas sowohl unter konstantem Druck als auch bei konstantem Volum erwärmt; im ersten Fall wächst das Volum, im zweiten der Druck. Es hat sich gezeigt, daß die spezifischen Wärmen der Gase in beiden Fällen verschieden sind; wir unterscheiden daher ihre spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p von ihrer spezifischen Wärme bei konstantem Volum c_v.

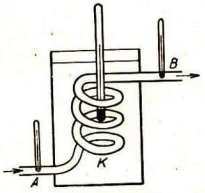


Abb. 269. Kalorimeter zur Messung von c_p der Gase

Die Dichte einer Gasmasse ist so gering, daß man ihre spezifische Wärme nicht in derselben Weise wie bei festen und flüssigen Körpern messen kann. Die **spezifische Wärme bei konstantem Druck** bestimmt man dadurch, daß man eine gemessene erwärmte Menge eines Gases durch ein Schlangenrohr leitet (Abb. 269), das in einem mit Wasser gefüllten Kalorimeter liegt. Dabei gibt das Gas unter Abkühlung eine gewisse Anzahl Kalorien an das Wasser und das Kalorimeter ab. Bei A wird die Temperatur des eintretenden, bei B die des austretenden Gases abgelesen. Hier ist die Endtemperatur des Gases nicht gleich der vom Kalorimeter erreichten End-

temperatur t, sondern sie liegt im allgemeinen zwischen seiner Anfangstemperatur t_2 und t. Auf diese Weise hat sich für (kohlensäurefreie) Luft der Wert $c_p = 0{,}24$ cal/gr Grad ergeben. Sehr hoch ist die spezifische Wärme des Wasserstoffs; sie beträgt 3,4 cal/gr Grad.

Die **spezifische Wärme bei konstantem Volum** läßt sich nicht so einfach messen. Die Schwierigkeit hat ihre Ursache in der geringen Dichte der Gase. Wegen dieser geringen Dichte ist die Wärmekapazität für jedes Gefäß, in das man ein Gas einschließt, immer sehr viel größer als die des eingeschlossenen Gases. Messungen, bei denen diese Schwierigkeit überwunden wurde, haben ergeben, daß die spezifische Wärme bei konstantem Volum bedeutend kleiner ist als die bei konstantem Druck (s. § 106, 6). So ist z. B. für Luft $c_p = 0{,}24$ cal/gr Grad und $c_v = 0{,}17$ cal/gr Grad. Es hat sich ferner gezeigt, daß das Verhältnis c_p/c_v bei den Edelgasen, sowie bei einatomigen Dämpfen, wie Quecksilberdampf, um den Wert 1,66 herum streut. Für Gase, die aus zweiatomigen Molekülen bestehen, wie Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und viele andere, ist das Verhältnis zu 1,4 bestimmt worden. Diese Werte lassen sich, wie wir später sehen werden (s. § 110, 4), auch aus der kinetischen Theorie der Gase ableiten.

Berechnet man aus der spezifischen Wärme der Gase bei konstantem Volum c_v durch Multiplikation mit der Masse eines Mols (vgl. § 95, 6) die Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 Mol des Gases um 1° zu erwärmen, so findet sich für die Edelgase bei allen untersuchten Temperaturen ein Wert von 3 cal pro Mol und Grad, für zweiatomige Gase, wie Stickstoff, Sauerstoff, Kohlenoxyd, Wasserstoff in einem weiten Temperaturbereich um Zimmertemperatur herum 5 cal pro Mol und Grad. Gase, deren Moleküle mehr als zwei Atome enthalten, ergeben noch höhere Werte.

Zur Übung: 35 gr Kupfer werden auf 57° erhitzt und in ein Kalorimeter geschüttet, das aus einem Glasgefäß mit Thermometer vom Wasserwert 4,2 cal/Grad, einem Rührer aus Kupfer von 3,5 gr besteht und mit 36,2 gr Alkohol gefüllt ist. Die Temperatur des gefüllten Kalorimeters steigt dabei von 16,0° auf 20,7°. Wie groß ist die spezifische Wärme des Alkohols?

§ 97. Schmelzen und Erstarren

1. Der Schmelzpunkt und die Schmelzwärme. Erwärmen wir ein mit Eisstückchen und Wasser beschicktes Gefäß über einer Gasflamme oder auf einer Heizplatte und messen von Minute zu Minute die Temperatur des Gemisches unter beständigem Umrühren, so beobachten wir folgendes: das Thermometer zeigt so lange 0° an, wie noch Eisstückchen im Wasser schwimmen. Erst wenn alles Eis geschmolzen ist, beginnt die Temperatur gleichmäßig anzusteigen. Die während der Zeit des Schmelzens dem Wasser-Eisgemisch zugeführte Wärmemenge dient also nicht zur Temperaturerhöhung, sondern wird zum Schmelzen des Eises verbraucht. Um festzustellen, daß Eis nur unter Wärmezufuhr schmilzt, füllen wir Eisstückchen in ein Vakuummantelgefäß (Thermosgefäß). Wir unterbinden dadurch die Wärmezufuhr

zum Eise aus der wärmeren Umgebung. Das Eis wird sich in dem Vakuummantelgefäß sehr viel länger halten als das zum Vergleich in einem Becherglas oder Kochtopf aufbewahrte Eis, und zwar um so länger, je besser das Thermosgefäß isoliert.

Jeder feste Körper, der sich durch Erwärmen in den flüssigen Zustand überführen läßt, schmilzt ebenso wie Eis bei einer ganz bestimmten Temperatur und verbraucht beim Schmelzen eine ganz bestimmte Wärmemenge.

Die Temperatur, bei der ein fester Körper schmilzt, heißt sein Schmelzpunkt; die Wärmemenge, die ein Massengramm eines festen Körpers beim Schmelzen verbraucht, heißt seine Schmelzwärme.

Man kann die Schmelzwärme eines Stoffes nach dem Mischungsverfahren mit dem in § 96 beschriebenen Kalorimeter messen. Zur Messung der Schmelzwärme des Eises wirft man in das mit der Wassermenge m_w von der Temperatur t_w gefüllte Kalorimeter, das den Wasserwert K hat, die Menge m trockenen Eises von der Temperatur $t_1 = 0^0$. Das Wasser möge durch das Schmelzen des Eises die Temperatur t annehmen. Die gesuchte Schmelzwärme S läßt sich aus

$$m\,S + m\,(t - 0^0) = (m_w + \mathrm{K})\,(t_w - t)$$

berechnen. Der 1. Summand der linken Gleichungsseite bedeutet die zum Schmelzen des Eises, der 2. Summand die zur Erwärmung des entstandenen Wassers auf die Temperatur t verbrauchte Wärmemenge. Die Schmelzwärme des Eises ergibt sich zu 79,7 cal/gr. In der folgenden Tabelle sind die Schmelzpunkte und Schmelzwärmen einiger fester Körper zusammengestellt. Die Schmelzwärme des Eises ist besonders hoch.

Schmelzpunkte und Schmelzwärmen einiger Stoffe

	Schmelzpunkt in Celsius-Graden	Schmelzwärme in cal/gr
Wasserstoff	— 259	14
Sauerstoff	— 219	3,3
Stickstoff	— 210	6,2
Äther	— 116	27
Quecksilber	— 39	2,8
Wasser	0	79,7
Schwefel (monoklin)	119	9,3
Blei	327	5,5
Silber	960	25
Kupfer	1083	50
Eisen	1530	65
Platin	1773	27
Wolfram	3380	~ 46

Bei der Temperatur ihres Schmelzpunktes kann eine Flüssigkeit auch wieder in die feste Formart übergehen (Erstarrungspunkt), wenn ihr eine Wärmemenge (Erstarrungswärme), die ebenso groß ist wie die Schmelz-

wärme, entzogen wird. Es genügt also nicht, daß sie auf den Erstarrungspunkt abgekühlt wird. Wir können das am einfachsten im Winter im Freien beobachten: Zeigt das Thermometer 0°, so sind nasse Straßen noch nicht vereist. Sinkt das Thermometer aber nur wenig unter 0°, so gibt das Wasser Wärme an die Umgebung, sei es an den Erdboden oder an die Luft, ab und beginnt zu Eis zu erstarren.

Die meisten Körper ziehen sich beim Erstarren zusammen.

Erinnern wir uns jedoch an den im Physiklehrbuch 6.—8. Schuljahr (§ 2, 1) beschriebenen Versuch; aus ihm geht hervor: Wasser dehnt sich beim Gefrieren um 10 % seines Volums aus, so daß Eis eine geringere Wichte als Wasser hat und auf ihm schwimmt (Eisberg, Eisschollen). Auf dieser starken Volumvergrößerung beruht die Sprengwirkung des Eises (Sprengen von Gefäßen, die Wasser enthalten, beim Gefrieren; Verwitterung der Gesteine).

2. Die Änderung des Schmelzpunktes mit dem Druck. Ändert man den auf dem Körper lastenden äußeren Druck, so ändert sich der Schmelzpunkt. Diese Schmelzpunktveränderungen sind sehr gering. So sinkt der Schmelzpunkt des Eises bei einem Druckzuwachs von 1 at nur um 0,0075°. Dies genügt aber für das Gleiten des Schlittschuhs auf dem Eis; denn der vom Körpergewicht durch die Schlittschuhschneide auf das Eis ausgeübte Druck ist sehr hoch und bringt das Eis zum Schmelzen. Dann dient das zwischen dem Schlittschuh und dem Eis entstehende Wasser als Schmiermittel. – Durch das Sinken des Eisschmelzpunktes unter Druck erklärt sich, daß man Schnee von 0° mit der Hand zu festen Eisstücken ballen kann, während das mit kälterem Schnee nicht gelingt. Aus demselben Grunde kann festgetretener Schnee in zusammenhängendes Eis übergehen.

Das Schmelzen von Eis von 0° unter Druck und das Wiedergefrieren des entstehenden Wassers bei der Entlastung kann man beobachten, wenn man eine Drahtschlinge, die über einen Eisblock gelegt ist, belastet. Der Draht wandert durch den Block, der oberhalb des Drahtes wieder zusammenwächst. Zerschlägt man den Eisblock, nachdem der Draht hindurchgewandert ist, so erweist sich die Nahtstelle als ebenso fest wie alle übrigen Stellen des Blockes.

Bei den meisten anderen Körpern wird der Schmelzpunkt durch Drucksteigerung erhöht.

3. Die Unterkühlung. Eine Flüssigkeit kann in einem vollkommen reinen Gefäß, das man vor Erschütterungen bewahrt, oft weit unter den normalen Erstarrungspunkt abgekühlt werden, ohne daß sie fest wird; man bezeichnet diesen Vorgang als Unterkühlung. So läßt sich Wasser bis auf etwa — 10° abkühlen. Erschüttert man es dann oder wirft ein kleines Stück Eis hinein, so erstarrt ein Teil des Wassers plötzlich, wobei die Temperatur durch Freiwerden der Erstarrungswärme auf 0° ansteigt. Dagegen ist es nicht möglich, einen Körper oberhalb seines Schmelzpunktes fest zu erhalten.

§ 98. Sublimieren und Kondensieren

Unter geeigneten Drucken gehen die festen Körper bei Wärmezufuhr nicht in den flüssigen, sondern unmittelbar in den gasförmigen Zustand über, sie sublimieren[1]). Unter normalen Bedingungen können wir diesen Vorgang an Mottenkugeln und am Kohlensäureschnee beobachten. Dieser entsteht, wenn man Kohlendioxyd aus einer auf den Kopf gestellten Bombe ausströmen läßt. Er hat eine Temperatur von — 78° und behält diese bei, bis er vollständig sublimiert ist. Der Übergang vom festen in den gasförmigen Zustand heißt **Sublimation,** und die Wärmemenge, die ein Massengramm des festen Stoffes beim Sublimieren verbraucht, heißt seine Sublimationswärme. Für den umgekehrten Vorgang des unmittelbaren Überganges vom gasförmigen in den festen Zustand (Reifbildung) gibt es keine besondere Bezeichnung; man faßt ihn gemeinsam mit der Verflüssigung eines Gases unter dem Begriff **Kondensation**[2]) zusammen.

§ 99. Sieden und Verflüssigung

1. Der Siedepunkt und die Verdampfungswärme. Führen wir den Versuch, durch den § 97 eingeleitet wurde, weiter fort und erhitzen das Gefäß mit Wasser, in dem alles Eis geschmolzen war, weiter, so beobachten wir das Folgende: Während etwas Wasser sich verflüchtigt, steigt die Temperatur an, bis das Wasser zu sieden (kochen) beginnt; dies geschieht bei ungefähr 100°. Setzen wir die Wärmezufuhr weiter fort, so verdampft das Wasser durch das Sieden sehr viel schneller als vorher; das anzeigende Thermometer bleibt, solange noch Wasser vorhanden ist, bei 100° stehen.

Dies ist ein Zeichen dafür, daß das Wasser zu seiner Umwandlung in Wasserdampf Wärme verbraucht. Alle Flüssigkeiten lassen sich durch Erwärmen in ihren Dampf, also in den gasförmigen Zustand überführen, und es hat sich gezeigt, daß sie dabei eine ganz bestimmte Wärmemenge verbrauchen.

Die Temperatur, bei der eine Flüssigkeit siedet, heißt ihr Siedepunkt.
Die Wärmemenge, die 1 Massengramm einer Flüssigkeit zum Verdampfen braucht, heißt ihre Verdampfungswärme.

Durch Entziehen von Wärme kann jedes Gas kondensiert, d. h. in den flüssigen oder festen Zustand übergeführt werden. Die Temperatur, bei der ein Gas sich verflüssigt, heißt der **Verflüssigungs-** oder der **Kondensationspunkt.** Er stimmt in der Regel mit dem Siedepunkt überein. Die beim Kondensieren von einem Massengramm eines Gases abgegebene Wärmemenge ist gleich der beim Verdampfen der Flüssigkeit verbrauchten Verdampfungswärme. Das Entsprechende gilt für den Übergang eines Gases in den festen Zustand.

1) sublimis (lat.) = in der Luft befindlich, schwebend.
2) con-densus (lat.) = sehr dicht, dicht gedrängt.

Auf Grund dieser Tatsache können wir die Verdampfungswärme des Wassers durch den folgenden Versuch bestimmen: Wir leiten nach Abb. 270 Dampf von siedendem Wasser in eine abgemessene Menge kalten Wassers m_w von bestimmter Temperatur t_w. Die Wassermenge wird durch den eingeleiteten Dampf von der Temperatur 100°, der in ihr kondensiert, um m vermehrt und ihre Temperatur dabei auf t erhöht. Der Wasserwert des das Wasser enthaltenden Gefäßes oder Kalorimeters mit seinem Thermometer sei K; die Kondensationswärme des Dampfes und damit die Verdampfungswärme des Wassers werde mit F bezeichnet. Dann ist

Abb. 270.
Messung der Verdampfungswärme des Wassers

$$mF + m\,(100^0 - t) = (m_w + \mathrm{K})\,(t - t_w),$$

woraus sich F berechnen läßt. In dieser Gleichung ist $m \cdot F$ die Wärmemenge, die bei der Kondensation des Wasserdampfes von der Temperatur 100° zu Wasser von 100° frei wird, und der 2. Summand der linken Seite bedeutet die Wärmemenge, die dieses Wasser bei seiner Abkühlung auf die Temperatur t abgibt. Die Genauigkeit des Versuches läßt sich wesentlich steigern, wenn man zwischen dem Verdampfungsgefäß und dem Kalorimeter, in dem der Dampf sich niederschlägt, ein kleines Gefäß zum Auffangen mitgerissener Wassertröpfchen anbringt.

Aus der folgenden Tabelle geht hervor, daß die Verdampfungswärme des Wassers besonders hoch ist. In Dampfheizungen wird im Kessel die große, zur Verdampfung verbrauchte Wärmemenge aufgenommen, um an entfernter Stelle in den Heizkörpern bei der Kondensation des Dampfes wieder abgegeben und zur Raumheizung verwendet zu werden.

Siedepunkt unter dem Druck von 760 Torr und Verdampfungswärme einiger Flüssigkeiten

	Siedepunkt bei 760 Torr in Celsiusgraden	Verdampfungswärme in cal/gr
Helium	— 269	56
Wasserstoff	— 253	112
Stickstoff	— 196	47
Sauerstoff	— 183	51
Äther	35	90
Alkohol	78	202
Wasser	100	539
Quecksilber	357	70
Schwefel	445	79
Zink	906	420
Blei	1750	203

In Abb. 271 ist der Wärmeverbrauch von 1 Massengramm Wasser, das unter dem Druck von 760 Torr steht, bei seiner Erwärmung von — 100° bis 200° graphisch dargestellt.

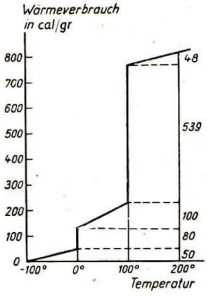


Abb. 271. Wärmeverbrauch des Wassers

2. Die Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. Die Höhe der Siedetemperatur ist stark von dem Druck abhängig, der auf der Flüssigkeit lastet. Als **normalen Siedepunkt** bezeichnet man die Temperatur, bei der eine Flüssigkeit unter einem Druck von 760 Torr siedet. In welcher Weise der Siedepunkt des Wassers über 100° von dem auf ihm lastenden Druck abhängig ist, läßt sich mit dem sog. **Papinschen Dampftopf** ermitteln (Abb. 272). Der Topf, der das Wasser enthält, ist allseitig geschlossen. Ein Manometer M zeigt den im Innern herrschenden Druck, ein Thermometer T die Temperatur an. Ein Ventil V wird jeweils so eingestellt, daß der gebildete Dampf bei einem gewissen Druck austritt. Wir finden die in Tabelle S. 261 angegebenen Werte für die Siedetemperaturen bei Drucken oberhalb 760 Torr. Verkleinern wir den Luftdruck über heißem Wasser, indem wir es unter die Glocke einer Luftpumpe bringen, so finden wir, daß durch Druckverminderung das Wasser auch unterhalb 100° zum Kochen gebracht werden kann. Wir könnten es bei jeder Temperatur zum Sieden bringen, wenn wir nur genügend Luft abpumpen. Mißt man zusammengehörige Werte von Druck und Temperatur, so findet man die in der Tabelle S. 261 für Drucke unterhalb 760 Torr angegebenen Siedepunkte.

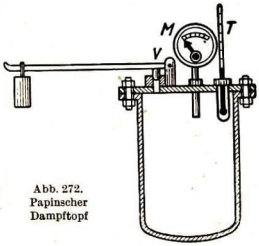


Abb. 272. Papinscher Dampftopf

Alle anderen Flüssigkeiten verhalten sich ebenso wie Wasser.

Der Siedepunkt von Flüssigkeiten liegt um so höher, je größer der Druck ist, unter dem die Flüssigkeit steht.

Der folgende Versuch zeigt dies in sehr eindrucksvoller Weise: Bringt man Wasser in einem Rundkolben zum Sieden, so vertreibt der sich entwickelnde Wasserdampf die in dem Kolben enthaltene Luft. Verschließt man dann den Kolben durch einen Gummistopfen, so siedet das Wasser noch weiter, wenn man die Flamme entfernt. Der Dampf über dem Wasser verdichtet sich nämlich, dadurch nimmt der Druck ab, und das Wasser siedet bei niedrigerer Temperatur. Das Sieden erfolgt mit erneuter Heftigkeit, wenn man die Kondensation des Wasserdampfes durch Übergießen des umgedrehten Rundkolbens mit kaltem Wasser beschleunigt (Abb. 273).

Bei der Destillation[1]) wird eine Flüssigkeit durch Erwärmung in Dampf verwandelt und dieser Dampf an anderer Stelle durch Abkühlung wieder verflüssigt. Abb. 270 gibt das Schema dieses Verfahrens. Man benutzt die Destillation zur Trennung von Flüssigkeiten verschiedenen Siedepunktes (Zerlegung des Erdöls in leichte und schwere Öle) und zur Trennung einer Flüssigkeit von einem in ihr aufgelösten Körper (Herstellung destillierten Wassers).

Abb. 273. Sieden des Wassers unter vermindertem Druck

3. Übersättigte Dämpfe, Siedeverzug. Gase können noch bei Temperaturen bestehen bleiben, die unter ihrem Kondensationspunkt bei dem herrschenden Druck liegen. Durch hineingeblasene feine Staubteilchen, die als **Kondensationskerne** dienen, erreicht man dann die plötzliche Kondensation: Nebelbildung in der Nähe rauchender Schornsteine.

Die Temperatur einer siedenden Flüssigkeit ist stets etwas höher als die Temperatur des Dampfes. (Deshalb mißt man die Siedetemperatur im Dampf.) Abgesehen von dieser Differenz ist es möglich, eine erschütterungsfrei aufgestellte Flüssigkeit einige Grade über den Siedepunkt zu erhitzen; man bezeichnet diesen Vorgang als **Siedeverzug.** Durch einen leichten Stoß kann das Sieden der überhitzten Flüssigkeit eingeleitet werden. Es erfolgt dann explosionsartig, wobei die Temperatur sofort bis zum normalen Siedepunkt sinkt.

Zur Übung: Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 3000 gr Eis von 0° in Dampf von 100° zu überführen?

§ 100. Der Dampf

1. Die Verdunstung. Flüssigkeiten gehen auch schon unterhalb ihrer Siedetemperatur in den gasförmigen Zustand über, und zwar um so schneller, je höher die Temperatur und je weniger Dampf im Gasraum enthalten ist. Deshalb trocknet aufgehängte, nasse Wäsche in warmer Luft schneller als in kalter. Bei Wind trocknet sie schneller als bei Windstille, weil dann immer von neuem die feuchte Luft entfernt wird. Wasser, Äther, Benzin verflüchtigen sich, wenn man sie in einem offenen Gefäß aufbewahrt. Man bezeichnet diesen Vorgang als **Verdunstung.** Beim Verdunsten erfolgt die Dampfbildung nur an der Oberfläche; beim Sieden werden außerdem Dampfblasen am Boden und im Innern der Flüssigkeit gebildet. Wenn beim Verdunsten keine Wärme zugeführt wird, beobachtet man, daß die verdunstende Flüssigkeit sich abkühlt: Zur Bildung des Dampfes wird Wärme verbraucht. Ein Versuch, der dies deutlich zeigt, ist folgender: Zwischen zwei ineinander gesteckte Reagenzgläser wird Wasser und in das innere Glas Äther gefüllt

1) destillare (lat.) = herabtropfen.

(Abb. 274). Beim raschen Verdunsten des Äthers wird die Abkühlung so stark, daß das Wasser zwischen den Gläsern gefriert. Eine schnelle Verdunstung des Äthers und seine Beseitigung erreicht man am leichtesten dadurch, daß man Leuchtgas durch den Äther hindurchperlen läßt und das aus einer Glasspitze austretende Gas-Äther-Gemisch verbrennt. Wir finden:

Abb. 274. Verdunstungskälte

Ohne Wärmezufuhr verdunstende Flüssigkeiten kühlen sich ab.

2. Gesättigter Dampf im Vakuum. Der gebildete Dampf nimmt wie alle Gase jeden verfügbaren Raum ein und übt einen Druck aus. Wollen wir diesen Druck messen, so müssen wir Dampf in einem Raum bilden, in dem vorher keiner war.

Am einfachsten geschieht dies dadurch, daß wir einen luftleeren Raum in einer Torricellischen Röhre erzeugen und mit Hilfe einer gebogenen Pipette eine kleine Menge der Flüssigkeit, die verdampfen soll, in der Röhre aufsteigen lassen. Machen wir den Versuch mit einer geringen Menge Wasser, so nehmen wir wahr, daß es zum Teil verdampft und daß der Stand der Quecksilbersäule um etwa 1,5 cm fällt. Vergrößern wir den Dampfraum, so bleibt die Höhe der Quecksilbersäule unverändert 1,5 cm niedriger als zu Beginn des Versuches; ein Teil des Wassers geht aber dabei in Dampfform über. Verkleinern wir den Dampfraum, so bleibt der Druck wieder unverändert; aber ein Teil des Dampfes schlägt sich nieder. Bringen wir statt Wasser Alkohol in das Vakuum, so fällt der Quecksilberstand um etwa 4 cm. Bringen wir Äther hinein, so fällt er gar um 40 cm (Abb. 275). Im übrigen verhalten sich beide Flüssigkeiten genau so wie Wasser.

Abb. 275. Dampfdruck von Wasser, Alkohol, Äther

Abb. 276. Unabhängigkeit des Sättigungsdruckes vom Volum

Es herrscht Gleichgewicht zwischen dem äußeren Luftdruck auf der einen Seite und dem Druck der Quecksilbersäule, vermehrt um den Druck des Dampfes, auf der anderen Seite. Wir können also aus den Versuchen entnehmen, daß bei der Versuchstemperatur (Zimmertemperatur) der Druck des Wasserdampfes 15 Torr, der des Alkoholdampfes 40 Torr und der des Ätherdampfes 400 Torr beträgt. Dieser Druck ist, — solange noch Flüssigkeit neben dem Dampf vorhanden ist — völlig unabhängig von der Größe des Dampfraumes. Wird der Raum vergrößert, so wird neuer Dampf gebildet (s. Abb. 276); wird er verkleinert, so kondensiert sich der Dampf. Wir können daher zweitens aus dem Versuch schließen, daß der Raum über dem Queck-

silber jederzeit mit dem Dampf der betreffenden Flüssigkeit gesättigt ist. Wäre er nicht gesättigt, so würde weitere Flüssigkeit verdampfen.

Erwärmen wir die Röhre von außen (für Äther genügt die Handwärme), während sich über dem Quecksilber eine Flüssigkeit im Gleichgewicht mit ihrem Dampf befindet, so fällt die Quecksilbersäule. Gleichzeitig verdampft Flüssigkeit. Kühlen wir die Röhre wieder ab, so steigt die Quecksilbersäule, und Dampf wird kondensiert. Wir erfahren daraus, daß der Druck des **gesättigten Dampfes** mit zunehmender Temperatur wächst. Man kann den **Sättigungsdruck,** den man auch als Dampfspannung bezeichnet, bei höheren Temperaturen dadurch bestimmen, daß man das ganze Rohr mit einem Heizmantel umgibt. Es genügt nicht, nur eine Stelle des Dampfraumes auf die gewünschte Temperatur zu bringen, denn der an einer wärmeren Stelle gebildete Dampf schlägt sich bei der Berührung mit einer kälteren Wand in Gestalt von Flüssigkeitstropfen nieder. So herrscht im ganzen Gefäß immer der Druck, der dem Sättigungsdruck an der kältesten Stelle entspricht. In Abb. 277 ist der Sättigungsdruck für Wasser, Alkohol und Äther in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch dargestellt. Wir erkennen aus dem Verlauf der Kurven, daß die Sättigungsdrucke der Flüssigkeiten bei niedriger Temperatur gering sind, daß sie aber bei hoher Temperatur stark anwachsen.

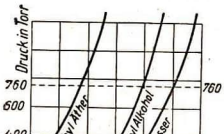


Abb. 277. Sättigungsdruckkurven für Wasser, Alkohol und Äther

Wir erkennen ferner, daß der Sättigungsdruck von 760 Torr bei Temperaturen erreicht wird, die den Siedepunkten der drei Stoffe unter dem Druck einer äußeren Atmosphäre von 760 Torr entsprechen (vgl. Tabelle auf S. 256). Wir haben also gefunden, daß eine Flüssigkeit unter dem Druck von 760 Torr immer bei der gleichen Temperatur siedet, unabhängig davon, ob der auf ihr lastende Druck durch ihren eigenen Dampf oder durch ein fremdes Gas (Luft) ausgeübt wird. Wir können das auch so ausdrücken:

Der Siedepunkt einer Flüssigkeit bei gegebenem äußeren Druck ist diejenige Temperatur, bei der der Sättigungsdruck den äußeren Druck erreicht.

Die folgende Tabelle enthält die für Temperaturen zwischen 0° und 200° gemessenen Drucke des Wasserdampfes, der sich im Gleichgewicht mit Wasser befindet. Sie gibt umgekehrt auch die Siedetemperaturen des Wassers für Drucke bis zu rund 12 000 Torr an.

Ebenso wie die Flüssigkeiten verdunsten auch die festen Körper, und es gibt für jede Temperatur einen Sättigungsdruck, bei dem fester Körper und Dampf im Gleichgewicht stehen. Diese Gleichgewichtsdrucke sind im allgemeinen sehr klein. Sie können aber auch, wie wir bereits für Kohlensäureschnee bei — 78° erfuhren, gleich dem Atmosphärendruck werden, so daß

Sättigungsdruck des Wasserdampfes in Torr

Temperatur	Druck in Torr	Temperatur	Druck in Torr	Temperatur	Druck in Torr
— 40	0,09	40	55	110	1 075
— 30	0,28	50	92	120	1 489
— 20	0,77	60	149	130	2 026
— 10	1,95	70	234	140	2 711
0	4,6	80	355	160	4 636
10	9,2	90	526	180	7 521
20	17,5	100	760	200	11 664
30	32				

der Körper sublimiert, ohne zu schmelzen. Die vorangehende Tabelle bringt die Wasserdampfdrucke, mit denen Eis zwischen — 40° und 0° im Gleichgewicht steht.

3. Gesättigter Dampf im lufterfüllten Raum. Wir untersuchen nun, wie sich die Dampfbildung in einem abgeschlossenen, mit Luft gefüllten Raum gestaltet. Dazu benutzen wir die gleiche Versuchsanordnung wie im vorigen Abschnitt, bringen aber zunächst eine Luftblase in das Vakuum oberhalb der Quecksilbersäule und messen den Stand der Säule. Bringen wir nun wieder Alkohol oder eine andere Flüssigkeit in den Raum, so sinkt die Quecksilbersäule zunächst rasch und dann langsam weiter. Schließlich erreicht sie ihren tiefsten Stand und wir stellen fest, daß sie bei Verwendung von Alkohol um etwa 4 cm gesunken ist. Dies ist derselbe Betrag, den wir im luftleeren Raum bei gleicher Temperatur gefunden haben. Eine Wiederholung des Versuches mit einer anderen Luftmenge zeigt das gleiche Ergebnis.

Wir machen einen zweiten Versuch: In einer großen dickwandigen Flasche hängen wir ein dünnwandiges, geschlossenes, mit Äther gefülltes Fläschchen auf und verschließen die große Flasche sehr fest mit einem durchbohrten Stopfen, durch den eine Verbindung zu einem Manometer führt (Abb. 278). Zerbrechen wir das Fläschchen, indem wir es gegen die Wand der Flasche schlagen lassen, so steigt der Druck im Innern, wie am Manometer zu sehen ist, anfangs rasch, später langsam, während die Flüssigkeit verschwindet. War genügend Äther in dem Fläschchen vorhanden, so daß zum Schluß noch Flüssigkeitströpfchen vorhanden sind, so steigt das Manometer um den Betrag, den wir für die Versuchstemperatur aus der Ätherkurve der Abb. 277 ablesen. Diese Versuche veranschaulichen das von dem Engländer Dalton 1807 gefundene Gesetz:

Abb. 278. Dampfdruck im lufterfüllten Raum

Luft (oder allgemein: ein fremdes Gas) im Dampfraum verzögert nur die Dampfbildung, vermindert aber nicht die Menge des sich bildenden Dampfes.

Die Dampfbildung hört erst auf, wenn der Dampfdruck gleich dem Sättigungsdruck geworden ist.

4. Ungesättigter Dampf. Wir bringen nun nur eine ganz geringe Menge Äther oder einer anderen Flüssigkeit in das Vakuum oder in einen lufterfüllten Raum. So lange noch nicht alle Flüssigkeit verdampft ist, stellt sich auch hier wieder der Gleichgewichtsdruck ein, der der herrschenden Temperatur entspricht. Vergrößern wir den Raum aber weiter, nachdem schon alle Flüssigkeit verdampft ist, so zeigt sich, daß der Druck abnimmt. In diesem Falle verhält sich der Dampf also wie ein Gas; er zeigt bei Volumvergrößerung einen geringeren Druck. Er verhält sich nicht mehr wie ein gesättigter Dampf. Dampf, dessen Druck geringer ist als der Sättigungsdruck bei der gleichen Temperatur, wird **ungesättigt** genannt. Man bezeichnet ihn auch als **überhitzt,** weil er durch Erwärmung eines bei einer niedrigeren Temperatur gesättigten Dampfes entstanden sein könnte. Wir können ungesättigten Dampf also außer durch Volumvergrößerung auch dadurch herstellen, daß wir die Temperatur steigern. Der Dampfdruck gesättigten Dampfes ist unabhängig vom Volum, weil bei Volumänderungen sich immer so viel Dampf niederschlägt oder Flüssigkeit verdampft, bis der Gleichgewichtsdruck wieder erreicht ist. Der Druck des ungesättigten Dampfes nimmt dagegen zu, wenn sein Volum verringert wird und ab, wenn sein Volum vergrößert wird. Wird ungesättigter Dampf weit über den Siedepunkt der Flüssigkeit erhitzt und genügend verdünnt, so befolgt er das Boylesche Gesetz ebenso wie Wasserstoff, Sauerstoff und alle übrigen Gase. Sind diese Versuchsbedingungen nicht erfüllt, so findet man Abweichungen vom Boyleschen Gesetz.

5. Die Luftfeuchtigkeit. Nach dem Daltonschen Gesetz ist zu erwarten, daß sich in der Atmosphäre außer Stickstoff und Sauerstoff noch alle Dämpfe finden, die aus offenen Flüssigkeiten aufsteigen. In der Küche, in Fabriken, in Laboratorien usw. können wir uns leicht davon überzeugen, daß es so ist. Bei der großen Verbreitung des Wassers kommt dem Wasserdampf dabei eine ganz besondere Rolle zu.

Wir nennen die Luft feucht, wenn sie Wasserdampf enthält. Ihre **absolute Feuchtigkeit** messen wir entweder durch die in Gramm gemessene Wassermenge, die in 1 m^3 Luft enthalten ist, oder durch den Druck des in ihr enthaltenen Wasserdampfes.

Im allgemeinen ist die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt. Kühlt sie sich bei gleichbleibendem Dampfgehalt ab, so nähert sich der Wasserdampf der Sättigungsgrenze. Wird die Temperatur so niedrig, daß die Sättigungsgrenze überschritten ist, so kondensiert sich der Wasserdampf zu Nebel, Tau, Reif usw. (§ 114). Man nennt diejenige Temperatur, bis zu der Luft mit einem bestimmten Feuchtigkeitsgehalt abgekühlt werden muß, damit die Sättigungsgrenze des Wasserdampfes erreicht wird, ihren **Taupunkt;** denn von dieser Temperatur ab beginnt dann die Kondensation des Dampfes.

So lange die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt ist, verdampft Wasser an jeder freien Oberfläche und zwar um so schneller, je größer der Unterschied zwischen dem Sättigungsdruck und dem Druck des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes ist. Also geht die Verdunstung rascher vor sich, wenn die Lufttemperatur bei gleichbleibender Wasserdampfmenge steigt.

Im praktischen Leben und im Wetterdienst gibt man an, wieviel Prozent des Wasserdampfes wirklich in der Luft vorhanden ist, der bei Sättigung in ihr enthalten wäre. Für diese **relative Feuchtigkeit** gilt also:

$$\text{relative Feuchtigkeit} = \frac{\text{absolute Feuchtigkeit}}{\text{größtmögliche Feuchtigkeit}}.$$

Aus der Tabelle der Sättigungsdrucke in Abhängigkeit von der Temperatur (S. 261) geht hervor, daß beispielsweise einem Wasserdampfdruck von 12 Torr in Luft von 20° eine relative Feuchtigkeit von 12/17,5 = 69% entspricht. Den zugehörigen Taupunkt findet man am leichtesten, wenn man nach der Tabelle eine graphische Darstellung der Sättigungskurve in Abhängigkeit von der Temperatur (vgl. Abb. 277) anfertigt. Man sucht dann die Temperatur, für welche die Kurve den Ordinatenwert 12 Torr besitzt.

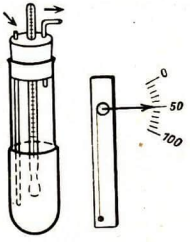


Abb. 279. Taupunkthygrometer

Abb. 280. Haarhygrometer

Umgekehrt kann man aus der Messung des Taupunktes die absolute Feuchtigkeit bestimmen; denn diese ist ja gleich dem Sättigungsdruck des Wasserdampfes am Taupunkt, und die Höhe dieses Sättigungsdruckes können wir der Sättigungsdruckkurve entnehmen. Die Messung des Taupunktes und damit der absoluten Feuchtigkeit wird mit dem **Taupunkthygrometer** vorgenommen, von denen eines in Abb. 279 dargestellt ist. Man kühlt ein Äther enthaltendes Gefäß durch Verdunstung des Äthers mittels eines Gebläses rasch ab und liest die Temperatur des Äthers ab, bei der sich außen am glänzend polierten Gefäß die Luftfeuchtigkeit in feinen Tröpfchen niederzuschlagen beginnt. Diese Temperatur entspricht dem Taupunkt der äußeren Atmosphäre. Die relative Feuchtigkeit der Luft wird direkt meist mit **Haarhygrometern** (Abb. 280) gemessen. Man benutzt zur Messung die Eigenschaft des entfetteten Haares, mit zunehmender relativer Feuchtigkeit ziemlich gleichförmig an Länge zuzunehmen. Diese Haarhygrometer sind nach Prozenten relativer Feuchtigkeit geeicht. Ähnlich wirkt eine Darmsaite im Wetterhäuschen.

Zur Übung: 1. Warum benutzt man auf hohen Bergen verschließbare Kochtöpfe? — 2. Unter welchen Umständen beschlagen die Fenster? Innen oder außen? — 3. Wie groß ist die relative Feuchtigkeit der Luft bei 25°, wenn ihr Taupunkt zu 17,5° gemessen wurde?

§ 101. Die Kondensation der Gase

1. Die Kondensation durch Druckerhöhung und durch Temperaturerniedrigung. Wollen wir Wasserdampf von 110° und 760 Torr zu flüssigem Wasser kondensieren, so gibt es dafür verschiedene Wege. Wir betrachten für unsere Überlegung die Sättigungsdruckkurve des Wassers in Abb. 277:

In dem Druck- und Temperaturbereich, der links oberhalb der Kurve liegt, ist das Wasser flüssig; in dem Druck- und Temperaturbereich, der rechts der Kurve liegt, tritt das Wasser in der Dampfform auf. Bei den durch den Kurvenzug gegebenen zusammengehörenden Werten für Temperatur und Druck stehen Wasser und Wasserdampf miteinander im Gleichgewicht; sie können bei dieser Temperatur und diesem Druck nebeneinander bestehen. Der Punkt für 110° und 760 Torr liegt im Dampfgebiet. Wir können den Dampf veranlassen, sich zu kondensieren, wenn wir seine Temperatur und seinen Druck so ändern, daß wir in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangen. Wir können, wie wir es bei der Destillation getan haben, den Dampf unter Atmosphärendruck in kaltes Wasser leiten: er schlägt sich nieder, sowie seine Temperatur unter 100° sinkt. Wir können aber auch in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangen, wenn wir bei konstanter Temperatur den Druck steigern oder, was dasselbe bedeutet, das Volum des Dampfes verkleinern. Sowie der Dampf bei 110° unter einem Druck steht, der gleich 1075 Torr ist, beginnt die Kondensation. Bei weiterer Volumverkleinerung bleibt der Druck solange konstant, bis aller Dampf flüssig geworden ist. Wir sind also auch auf diesem Wege in das Gebiet des flüssigen Wassers gelangt.

Auch mit anderen Stoffen gelingt die Verflüssigung auf beiden Wegen. Der große englische Experimentator Faraday hat (1826) bei einem Druck, der unter 760 Torr lag, eine Reihe von Gasen, darunter Kohlendioxyd, Schwefelwasserstoff und Chlorwasserstoff lediglich durch Abkühlung auf — 110° in den flüssigen Zustand übergeführt; und lediglich durch Druckerhöhung bei Temperaturen, die wenig unter 0° lagen, hat er (1823) eine andere Reihe von Gasen, darunter die drei genannten, verflüssigt. Er entwickelte das zu verflüssigende Gas durch eine chemische Reaktion in dem einen Schenkel einer gebogenen, starkwandigen, geschlossenen Glasröhre. Das Gas verdichtete sich dann in dem anderen Schenkel bei der genannten geringen Abkühlung unter seinem eigenen Druck.

In den mit Kohlendioxyd (Kohlensäure) gefüllten Stahlflaschen steht flüssiges Kohlendioxyd unter dem Druck seines eigenen Dampfes. Öffnet man das Ventil der aufrecht stehenden Flasche, so strömt gasförmiges Kohlendioxyd aus. Läßt man aus der umgestülpten Flasche flüssiges Kohlendioxyd austreten, so verdampft es sehr heftig und kühlt sich dabei so stark ab, daß es zum Teil zu Kohlensäureschnee erstarrt.

2. Die kritische Temperatur der Gase. Einige Gase, insbesondere Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, widerstanden lange Zeit allen Bemühungen, sie

zu verflüssigen, mochte man den Druck noch so weit steigern. Durch Versuche mit Kohlendioyxd zeigte Andrews, ebenfalls ein Engländer, daß auch für dieses Gas unter Umständen die Drucksteigerung allein nicht zur Verflüssigung genügt. Es ist unbedingt notwendig, daß Kohlendioxyd unter 31° abgekühlt wird, anderenfalls läßt es sich nicht verflüssigen. Allgemein ist es zur Verflüssigung eines jeden Gases unbedingt nötig, daß es unter eine charakteristische Temperatur, die man seine **kritische Temperatur** nennt, abgekühlt wird. Anderenfalls bleibt es auch bei den höchsten erreichbaren Drucken gasförmig.

Andrews trug die Werte für Druck und Volum einer gegebenen Menge Kohlendioxyd bei verschiedenen Temperaturen graphisch in ein Diagramm ein, das die spezifischen Volume als Abszissen, die Drucke als Ordinaten darstellt. Die bei gleichen Temperaturen gemessenen Werte verband er durch Kurvenzüge und erhielt so Isothermen, wie sie uns für ein ideales Gas bereits begegnet sind. Er fand, daß bei Temperaturen über 100° das Kohlendioxyd sich ebenso wie Luft und Wasserstoff verhält; es befolgt für alle Temperaturen oberhalb 100° das Boylesche Gesetz $p \cdot V = \text{const.}$ Für tiefere Temperaturen lassen sich die gefundenen Werte gut durch die van der Waalssche Gleichung darstellen, wenn man den Konstanten die Werte $a = 0{,}007\,16$ und $b = 0{,}001\,905$ gibt. Stellt man die für Temperaturen oberhalb 100° gefundenen Isothermen graphisch dar, so erhält man also Hyperbeln, und zwar für jede Temperatur eine andere, wie in Abb. 267. Die Isothermen für Temperaturen unterhalb 100° sind in Abb. 281 wiedergegeben. (Die Untersuchungen beginnen erst bei 45 at.) Wenn wir für die oberste, die 48,1°-Isotherme das Produkt pV an verschiedenen Stellen bilden (etwa im Anfangs- und im Endpunkt), so finden wir, daß der gefundene Wert nicht mehr konstant ist. Die Isotherme verläuft flacher als die eines idealen Gases; sie zeigt aber noch keine merkliche Unregelmäßigkeit. Komprimiert man Kohlendioxyd bei 13,1°, so erhält man die unterste Isotherme. Wir verfolgen sie bei der Kompression von rechts nach links: zunächst haben wir einen ungesättigten Dampf vor uns; der Gasdruck steigt bis auf etwa 48 at. Das ist der Sättigungsdruck bei 13,1°. Hier setzt die Verflüssigung ein; mit fortschreitender Volumverkleinerung verflüssigt sich allmählich der gesamte Dampf bei konstant bleibendem Druck. Erst wenn aller Dampf verschwunden ist, steigt der Druck wieder an und zwar sehr stark; das flüssige Kohlendioxyd setzt einer Volumverminderung einen sehr großen Widerstand entgegen. Bei 21,5° verhält sich das Kohlendioxyd ähnlich, nur daß, entsprechend dem höheren Sättigungsdruck bei dieser Temperatur, die Verflüssigung erst bei etwa 60 at einsetzt. Aber auch hier hat die Kurve ein horizontales Stück, und wir können bei der Kompression längs dieses Stückes beobachten, wie sich unterhalb des Gasraums Flüssigkeit ansammelt, deren Menge mit abnehmendem Volum fortschreitend wächst.

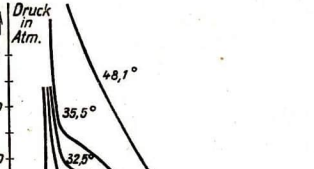


Abb. 281. Isothermen der Kohlensäure

Bei 32,5° verläuft überhaupt kein Stück der Kurve mehr horizontal; hier nimmt also der Druck bei abnehmendem Volum ständig zu; es wird keine Flüssigkeit mehr gebildet. Oberhalb 31,1° ist es unmöglich, Kohlendioxyd zu verflüssigen. 31,1° wird dehalb die **kritische**

Temperatur des Kohlendioxyds genannt und der Mindestdruck von 75 at, der dann gerade noch gesättigten Dampf hervorbringt, heißt sein **kritischer Druck.** Das Gebiet, in dem Dampf und Flüssigkeit nebeneinander vorkommen, ist in Abb. 281 durch die gestrichelte Linie umgrenzt; flüssiges Kohlendioxyd findet man neben gasförmigem nur, wenn der Zustand des Kohlendioxyds durch einen Punkt gegeben ist, der in diesem Gebiet liegt.
Tragen wir für Kohlendioxyd den Sättigungsdruck in Abhängigkeit von der Temperatur graphisch auf, wie wir es in Abb. 277 für Wasser, Äther und Alkohol getan haben, so hat die Kurve bei 31,1° ein Ende. Wir hatten gefunden, daß die Sättigungsdruckkurve das Gebiet des gasförmigen Zustandes rechts unterhalb der Kurve von dem Gebiet des flüssigen Zustandes links oberhalb der Kurve trennt. In Abb. 281 stellt das Gebiet großer Rauminhalte unten rechts, in dem die Isothermen bei Volumverringerung ansteigen, den Dampfzustand des Stoffes dar. Das Gebiet links, in dem die Isothermen bei Volumverringerung fast senkrecht zu hohen Drucken ansteigen, entspricht dem flüssigen Zustand. In dem durch die gestrichelte Kurve umschlossenen Gebiet sind Dampf und Flüssigkeit miteinander im Gleichgewicht.

Ist in einem starkwandigen Gasröhrchen so viel unter Druck verflüssigtes Kohlendioxyd eingeschlossen, daß das Röhrchen je 2 cm^3 Inhalt etwa 1 g Kohlendioxyd enthält, so können wir bei 0° eine deutliche Grenze zwischen der Flüssigkeit im unteren Teil des Röhrchens und dem darüber befindlichen Dampf beobachten. Der Druck in diesem Dampfraum entspricht dem Sättigungsdruck bei der herrschenden Temperatur. Erwärmt man das Röhrchen, so bleibt das dem Kohlendioxyd zur Verfügung stehende Volum konstant, und der Druck muß steigen. In Abb. 281 entspricht das einer Zustandsänderung längs der im Abszissenpunkt 2 cm^3/g errichteten Senkrechten, also zunächst Zuständen innerhalb der gestrichelten Kurve. Die Menge der Flüssigkeit nimmt sichtlich ab, weil soviel Flüssigkeit verdampft, daß der Druck immer gleich dem Sättigungsdruck ist. Bei der Erwärmung wird aber die Dichte der Flüssigkeit infolge der Wärmeausdehnung kleiner und die Dichte des Dampfes wegen des zunehmenden Sättigungsdruckes größer. Schließlich erreicht man eine Temperatur, bei der die Dichten von Flüssigkeit und Dampf einander gleich werden; an unserem Röhrchen merken wir das daran, daß die scharfe Grenze zwischen Flüssigkeit und Dampf verschwindet; wir können beide nicht mehr voneinander unterscheiden. Kühlen wir das Röhrchen wieder ab, so tritt die Scheidung in Flüssigkeit und Dampf wieder ein.
Diesem Nichtunterscheidenkönnen zwischen Flüssigkeit und Dampf im Gebiet der kritischen Temperatur entspricht in unseren graphischen Darstellungen, daß es oberhalb dieser Temperatur keine Trennungskurve zwischen dem flüssigen und dem gasförmigen Zustand gibt. Oberhalb seiner kritischen Temperatur nimmt jeder materielle Körper jeden Raum, der ihm zur Verfügung steht, ein. Er verhält sich damit wie ein Gas. Bei starker Kompression nimmt sein Volum aber nur wenig ab, was dem Verhalten einer Flüssigkeit entspricht.
Nachdem man die Bedeutung der kritischen Temperatur erkannt hatte, gelang auch die Verflüssigung der Bestandteile der Luft. Jetzt vermögen wir so tiefe Temperaturen herzustellen, daß alle bekannten Gase verflüssigt werden können (s. § 109, 3). Wie tief man zu diesem Zweck abkühlen muß,

ehe Druckanwendung zur Verflüssigung führt, lehrt die folgende Tabelle für einige Stoffe, die sich bei normalen Bedingungen wie ideale Gase verhalten. Zum Vergleich enthält die Tabelle die kritischen Temperaturen einiger Körper, die wir unter normalen Bedingungen als Flüssigkeiten kennen.

Die kritische Temperatur einiger Stoffe in Celsiusgraden

Helium	— 268°	Ammoniak	132°
Wasserstoff	— 240°	Äther	194°
Stickstoff	— 147°	Alkohol	243°
Sauerstoff	— 119°	Wasser	374°
Kohlendioxyd	31°		

§ 102. Das Verhalten von Lösungen bei Temperaturänderungen

1. Der Gefrierpunkt und die Lösungswärme der Lösungen. Wir lernten in § 87 bereits Lösungen von Salzen in Wasser kennen. Wir bezeichneten als gesättigt solche Lösungen, die kein weiteres Salz aufzunehmen vermögen, bei denen also zugesetztes Salz am Boden liegen bleibt. Wir fanden, daß die Löslichkeit, das ist die Menge Salz, die eine gegebene Menge Wasser aufzunehmen vermag, im allgemeinen mit der Temperatur veränderlich ist. Abb. 240 (S. 223) zeigt die Löslichkeit von drei verschiedenen Salzen im Wasser. Wir bemerken, daß die Löslichkeit des Kochsalzes temperaturunabhängig ist, denn seine Löslichkeitskurve ist der Temperaturachse parallel. Beim Auflösen eines Salzes in Wasser wird (wenn keine chemische Reaktion eintritt) Wärme verbraucht; wir beobachten das daran, daß das Wasser sich abkühlt. Die zum Lösen von 1 Massengramm eines Stoffes verbrauchte in Kalorien gemessene Wärmemenge nennen wir seine **Lösungswärme.** Wir können sie in dem in Abb. 268 (S. 250) dargestellten Kalorimeter messen. Wir beobachten, wenn wir den Versuch beispielsweise mit Kochsalz machen, daß die Temperatur unter 0° sinkt, ohne daß die Lösung gefriert. Haben wir Gelegenheit, eine ungesättigte Kochsalzlösung an einem kalten Wintertage oder durch Kohlendioxydschnee oder durch eine Kühlmischung aus Chlorkalzium und Eis, wie wir sie im Folgenden beschreiben werden, abzukühlen, bis sich Eis ausscheidet, so beobachten wir, daß trotz lebhaften Rührens die Temperatur der Lösung während des Gefrierens sinkt. Spülen wir das gebildete Eis mit Leitungswasser ab, so können wir am Geschmack feststellen, daß es kein Salz enthält. Es ist also alles Salz in der Lösung geblieben, und da sich die Menge des flüssigen Wassers durch die Eisbildung verringert hat, ist die Lösung salzreicher, konzentrierter[1]) geworden. Wir stellen also fest, daß der Gefrierpunkt des Eises in einer Salzlösung um so tiefer liegt, je konzentrierter die Lösung ist. Dieses Ergebnis wird durch die uns bereits bekannte Tatsache bestätigt, daß bei Meerwasser die Eisbildung erst bei — 2° einsetzt. Man kann auf diese Weise mit Kochsalz bis zu — 21° gelangen. Ist diese Temperatur erreicht und entzieht man der Lösung weiter Wärme, so scheidet sich

1) con (lat.) = cum (lat.) = mit; centrum (lat.) = Mittelpunkt.

jetzt auch Kochsalz ab, bis die gesamte Flüssigkeit erstarrt ist. Die Temperatur bleibt dabei unverändert — 21°. (Ähnlich verhalten sich Lösungen von Metallen ineinander, wir nennen sie **Legierungen.**)

2. Die Kühlmischungen. Bringen wir Eis von 0° und Salz zusammen, so bildet sich eine flüssige Salzlösung. Diese können wir uns so entstanden denken, daß zunächst das Eis geschmolzen und dann das Salz in dem gebildeten Wasser gelöst wurde. Hierzu bedarf es also außer der Lösungswärme des Salzes noch der Schmelzwärme des Eises. Bei der Bildung der Salzlösung aus Eis und Salz kühlt sich die Mischung also erheblich ab. Mit 1 Teil Salz auf 3 Teile Eis kann man die Temperatur auf — 21° erniedrigen, das ist, wie wir beobachteten, die Temperatur, bei der bei Abkühlung einer Salzlösung die Ausscheidung von festem Salz einsetzt. 10 Teile Eis und 7 Teile Kalziumchlorid ergeben Temperaturen bis — 55°. Solche Mischungen nennen wir **Kühlmischungen** oder auch Kältemischungen.

3. Der Siedepunkt. Der Sättigungsdruck von Lösungen. Bringt man eine Salzlösung zum Sieden, so stellt man fest, daß ihr Siedepunkt über dem des reinen Wassers liegt, und zwar liegt er um so höher, je konzentrierter die Salzlösung ist. Setzen wir das Sieden einer Lösung fort, so beobachten wir ein Ansteigen des Siedepunktes, bis sich schließlich eine Salzkruste absetzt. Wir schließen daraus, daß beim Sieden reines Wasser verdampft. Wir bestätigen diese Vermutung durch Untersuchung des Dampfes. Dazu bringen wir die Salzlösung in einer Anordnung nach Abb. 270 zum Sieden, in der der entstehende Dampf wieder kondensiert wird. Durch eine Geschmacksprobe stellen wir fest, daß das Kondensationsgefäß, also auch der übergehende Dampf, kein Salz enthält, sondern daß reiner Wasserdampf überdestilliert. Durch die Bestimmung des Siedepunktes haben wir festgestellt, daß gleicher Sättigungsdruck über Salzlösungen erst bei höheren Temperaturen erreicht wird, als über reinem Wasser; der Sättigungsdruck einer Salzlösung ist also kleiner, als der reinen Wassers bei gleicher Temperatur, und zwar um so kleiner, je konzentrierter die Lösung ist.

Zur Übung: 1. Bestimme die Wärme, die verbraucht wird, wenn sich 30 gr Kochsalz in 100 gr Wasser lösen (Kalorimeter). — 2. Miß den Siedepunkt des Wassers, wenn bestimmte Mengen Fixiersalz darin gelöst sind.

§ 103. Der Temperaturausgleich

Wir legten den in den letzten Abschnitten behandelten Versuchen die Erfahrung zu Grunde, daß Wärme von selbst von wärmeren zu kälteren Körpern und innerhalb eines Körpers von den heißen nach den kalten Stellen übergeht. Dies kann auf drei verschiedene Weisen geschehen: Strömen Flüssigkeiten oder Gase nach Orten abweichender Temperatur, so behalten sie ihren Wärmezustand bei. Dieser wird also zusammen mit der strömenden Materie von einem Ort zum anderen transportiert. Wir sprechen von Temperaturausgleich durch **Strömung.**

Wird Wärme in einem festen Körper von Stellen höherer Temperatur zu solchen tieferer Temperatur übertragen, z. B. von dem einen Ende eines Feuerhakens zum anderen, so handelt es sich um Wärmeausbreitung durch **Leitung.** Das Gleiche geschieht, wenn zwei verschieden erhitzte Körper bei Berührung ihre Temperatur ausgleichen. Die Wärmeübertragung geschieht durch Leitung. Dieser Temperaturausgleich durch Wärmeleitung erfordert keine Bewegung von Materie; er wird in § 110, 7 erklärt werden.

Schließlich kennen wir noch eine dritte Art der Wärmeübertragung, die weder Leitung noch Strömung ist, mit deren Hilfe Wärme von heißen Körpern auf kältere auch durch den leeren Raum übertragen werden kann, die **Wärmestrahlung.**

1. Die Ausbreitung der Wärme durch Strömung. Wird ein Gebiet einer Flüssigkeit oder einer Gasmenge erhitzt, so dehnt sie sich an dieser Stelle aus. Wegen der verminderten Dichte ist die Flüssigkeit dort bestrebt, aufzusteigen. Erhitzt man Wasser in einem Becherglase, so steigt es in der Mitte, wo es am stärksten erwärmt wird, in die Höhe und sinkt an den Wandungen wieder nach unten (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schuljahr, Abb: 21). Das großartigste Beispiel für die Übertragung von Wärme durch Strömung bilden die Winde und die Meeresströmungen. Hier werden durch Druckunterschiede, die Temperaturunterschiede zur Ursache haben, große Luft- und Meereswassermengen in Bewegung gesetzt. Dadurch wird Temperaturausgleich bewirkt, denn die warmen Winde und der warme Golfstrom führen Wärme aus heißen in kältere Gegenden mit. Durch kalte Winde und den Polarstrom wird die Temperatur wärmerer Gegenden erniedrigt. — In der Warmwasserheizung wird die im Heizkessel erzeugte Wärme auf die höheren Stockwerke übertragen, weil das erwärmte Wasser vom Kessel aus in Steigröhren in die Höhe steigt und abgekühlt in Fallröhren wieder in den Kessel zurückkehrt. Wir erinnern uns an den Versuch mit einem wassergefüllten ringförmigen Glasrohr (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schuljahr, Abb. 20), das wir an einer Seite mit der Flamme erwärmen. Indem wir in die obere Öffnung einen Tropfen Farbstofflösung einbringen, läßt sich verfolgen, wie durch ungleichmäßige Erwärmung eine Strömung entsteht. Die Strömung wird um so heftiger, je größer der Temperaturunterschied des Röhrensystems ist. Die Saugwirkung der Schornsteine, Luftströmungen im geheizten Zimmer sind weitere Beispiele. Will man die Wärmeübertragung durch Strömung verhindern, so muß man durch geeignete Zwischenwände dafür sorgen, daß keine Strömung entstehen kann (Kochkiste, Bekleidung, Federbetten, Doppelfenster).

2. Die Ausbreitung der Wärme durch Leitung. Hält man einen Metallstab (z. B. einen Nagel oder eine Stricknadel) mit dem einen Ende in eine Flamme, so kann man anfangs das andere Ende des Stabes mit ungeschützter Hand halten; bald aber erwärmt es sich so stark, daß man den Stab nicht mehr halten kann. Die Ausbreitung der Wärme durch Leitung erfordert also, ebenso wie die Ausbreitung durch Strömung, Zeit.

Hierdurch erklärt sich, daß die Quecksilbersäule eines Thermometers mit großem Gefäß beim plötzlichen Eintauchen des Thermometers in heißes Wasser etwas absinkt, ehe sie zu steigen beginnt. Die von außen einströmende Wärme gelangt zuerst in die Glaswand, und diese dehnt sich aus, während das Quecksilber noch kalt ist. Erst wenn auch das Quecksilber im Gefäß erwärmt wird, beginnt die Quecksilbersäule zu steigen.

Hält man gleichzeitig einen Kupferstab und einen Eisenstab von gleicher Länge und Dicke mit dem einen Ende in die Flamme, so muß man den Kupferstab früher aus der Hand legen, als den Eisenstab. Hieraus folgt, daß sich die Wärme im Kupferstab schneller ausbreitet als im Eisenstabe. Stellt man denselben Versuch mit einem Kupferstab und einem Glasstabe an, so wird der Glasstab an dem einen Ende glühend und bleibt am anderen Ende kalt, während der Kupferstab bereits am anderen Ende sehr heiß geworden ist. Diese Versuche lehren, daß die verschiedenen Stoffe die Wärme verschieden gut leiten. Körper, die Wärme leicht weiterleiten, heißen **gute Wärmeleiter;** zu ihnen gehören alle Metalle. Körper, die die Wärme langsam weiterleiten, heißen **schlechte Wärmeleiter,** zu ihnen gehören beispielsweise Glas und Holz.

Wir erinnern uns an die eingangs der Wärmelehre beim Anfassen von Eisen und Holz gesammelten Erfahrungen. Daß die bei gleichen Temperaturdifferenzen durch Eisen und Holz vermittelten Wärmeempfindungen verschieden sind, erklärt sich daraus, daß Eisen zu den guten, Holz zu den schlechten Wärmeleitern gehört.

3. Messung des Wärmeleitvermögens. Spannen wir zwei Stäbe aus verschiedenem Metall, z. B. Eisen und Kupfer, von gleicher Länge und Dicke an je einem Ende in ein Metallstativ ein und ordnen sie so an, daß wir ihr anderes Ende gemeinsam mit der gleichen Flamme erhitzen können (durch ein über den Bunsenbrenner gezogenes Rohr decken wir die Ausstrahlung der Flamme möglichst ab), so können wir den Temperaturverlauf längs der Stäbe dadurch verfolgen, daß wir an sie in gleichmäßigen Abständen Metallkügelchen mit Wachs ankleben. Das Wachs schmilzt bei etwa 60°; sobald eine Stelle eines Stabes eine Temperatur über 60° erreicht, fällt das Kügelchen an dieser Stelle ab. Bei der Erwärmung fallen zunächst die der Flamme benachbarten Kügelchen ab, allmählich auch weiter entfernte, bis ein Zustand erreicht ist, in dem keine Stelle der Stäbe ihre Temperatur mehr ändert. In diesem sog. stationären[1]) Zustand erhält jede Stelle der Stäbe ebensoviel Wärme von dem heißen Ende her, wie sie abgibt. Für die Wärmeabgabe kommt zweierlei in Betracht, erstens die Leitung der Wärme innerhalb des Stabes, die **innere Wärmeleitung** und zweitens die Wärmeabgabe an die Umgebung, die **äußere Wärmeleitung.** Je besser ein Stab leitet, in desto größerer Entfernung von der Flamme wird die 60°-Grenze noch erreicht. Man kann die äußere Wärmeleitung für alle untersuchten Stäbe dadurch gleichmachen, daß man ihre Oberflächen gleichartig macht, sie beispielsweise poliert und versilbert. Dann kann man durch Untersuchung des stationären Temperaturabfalls längs der Stäbe, die gleiche Abmessung haben, das Verhältnis der Wärmeleitvermögen (Wärmeleitzahlen) genau bestimmen. Am besten leitet

1) státiō (lat.) = das Stillestehen.

Silber; bezeichnet man sein Wärmeleitvermögen mit 1, so erhält man für die relativen Leitvermögen einiger anderer Körper die in der Tabelle angegebenen Werte.

Wärmeleitvermögen einiger Körper bei Zimmertemperatur bezogen auf das Leitvermögen des Silbers

Silber	1	Blei	0,08	Schiefer	0,000 8
Kupfer	0,90	Eis	0,005	Wasserstoff (bei 760 Torr)	0,000 45
Aluminium	0,50	Glas	0,002	Luft (bei 760 Torr)	0,000 06
Eisen	0,17	Wasser	0,0015		

Man kann durch Anbringen geeigneter Heizkörper die äußere Wärmeleitung längs eines Metallstabes unterbinden und untersucht auf diese Weise die absolute Wärmeleitzahl der Körper. Es zeigt sich, daß durch einen Silberstab von 1 cm² Querschnitt und 15 cm Länge, dessen beide Enden auf Temperaturen gehalten werden, die sich um 15° unterscheiden, in der Sekunde 1 cal vom warmen zum kalten Ende fließt. Ist der Stab doppelt so lang, so fließen nur 0,5 cal/s. Hat er den doppelten Querschnitt, oder wird die Temperaturdifferenz an den Enden verdoppelt, so fließen 2 cal/s.
Aus der Tabelle entnehmen wir, daß durch einen Glasstab nur 2/1000 der Wärmemenge fließt, die unter den gleichen Bedingungen durch einen Silberstab von der gleichen Gestalt fließen würde.

Sehr bemerkenswert ist, daß die Reihenfolge der nach ihrer Wärmeleitfähigkeit geordneten Metalle dieselbe ist, wie bei ihrer Ordnung nach der elektrischen Leitfähigkeit. Genau wie diese nimmt auch die Wärmeleitfähigkeit der Metalle mit sinkender Temperatur zu.
Der in Abb. 282 dargestellte Versuch zeigt, daß die Wärmeleitfähigkeit eines Metalldrahtnetzes so groß ist, daß man mit ihm eine Flamme abgrenzen kann, obwohl die brennbaren Gase hindurchgehen. Diese Gase verlangen, um zu brennen, eine bestimmte Mindesttemperatur, die man ihre Entzündungstemperatur nennt. Das Netz leitet aus den Gasen so viel Wärme ab, daß diese Temperatur jenseits des Netzes nicht mehr erreicht wird. In der Sicherheitslampe des Bergmannes, in der die Flamme von einem Drahtnetz umgeben ist, können zwar brennbare Gase (schlagende Wetter) zur Lampenflamme gelangen und in ihr abbrennen; die Flamme gelangt aber nicht aus dem Bereich des Drahtnetzes heraus und kann daher auch die Atmosphäre des Schachtes nicht zünden.

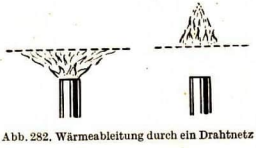


Abb. 282. Wärmeableitung durch ein Drahtnetz

Die Erde ist ein schlechter Wärmeleiter: Trotz der hohen Temperatur des Erdinneren nimmt die Temperatur in der oberen Erdschicht je 30 m Tiefe im Mittel nur um 1° zu. Dies wurde bis zu einer Tiefe von ungefähr 2 km (Bohrlöcher) gemessen. Die Schwankungen der Jahrestemperatur an der Erdoberfläche machen sich in 10 m Tiefe unter dem Erdboden kaum noch bemerkbar. – Die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten und Gasen kann man bestimmen, wenn man dafür sorgt, daß keine Strömung auftritt. In einem Reagenzglas kann man Wasser, das am Grunde ein durch einen Bleidraht

beschwertes Stück Eis enthält, am oberen Ende durch eine Flamme zum Sieden bringen, ohne daß das Eis schmilzt. Wasser hat also ein schlechtes Wärmeleitvermögen. Noch schlechter leiten die Gase; deshalb wählt man gern zur Wärmeisolierung lockere Materialien, in deren Zwischenräumen sich Luft befindet (Stroh, Torf, Asche, Kieselgur, Watte). Obgleich Eis Wärme besser leitet als Wasser, ist Schnee, der sehr viel Luft enthält, ein vorzüglicher Schutz der Saaten gegen Frost. Auch Wasserdampf ist ein schlechter Wärmeleiter; dies zeigt der Leidenfrostsche Versuch: ein Wassertropfen auf einer heißen, glatten Metallplatte (etwa einem Bügeleisen) verdampft zunächst an der Berührungsfläche. Der dabei zwischen Metallplatte und Tropfen gebildete Wasserdampf schützt den Tropfen vor weiterem Verdampfen. Erst wenn die Metallplatte sich (ehe der Tropfen die Temperatur von 100° erreicht) so weit abkühlt, daß die Dampfschicht den Tropfen nicht mehr tragen kann, fällt er auf die Platte und verzischt.
Der Wärmetransport durch Gase ist um so schlechter, je verdünnter sie sind. Diese Eigenschaft benutzt man zur Wärmeisolierung durch Vakuummantelgefäße, bei denen der Zwischenraum zwischen der inneren und äußeren Gefäßwand möglichst luftleer gepumpt ist.

4. Die Ausbreitung der Wärme durch Strahlung. Wir empfinden die Wärme einer Wärmequelle (Sonne, Ofen), auch wenn wir sie nicht berühren und wenn wir von ihr die Wärme nicht durch Strömung der Luft erhalten, also die Hand z. B. unter eine Lampe halten. Man nennt diese Art der Wärmeausbreitung, die auch durch den leeren Raum zwischen Sonne und Erde vor sich geht, **Wärmestrahlung.** Wir werden sie in einem späteren Abschnitt genauer untersuchen (Teil II, § 59).

§ 104. Die Dampfmaschinen

Wenn ein Körper sich gegen den konstanten Druck der umgebenden Atmosphäre ausdehnt, so leistet er eine Arbeit, von der wir aus § 72 wissen, daß sie allgemein gleich dem Wege s mal der überwundenen Kraft P ist:

$$A = P \cdot s.$$

Wir wissen, daß der Druck der Luft p auf eine Fläche F die Kraft

$$P = pF$$

ausübt. Dehnt sich z. B. ein Stab vom Querschnitt F in seiner Längsrichtung senkrecht zu diesem Querschnitt gegen den Luftdruck p um s aus, so schiebt er die Luft vor sich her und verrichtet dabei die Arbeit

$$A = p \cdot F \cdot s.$$

Die gleiche Arbeit verrichtet ein in einem Zylinder eingeschlossenes Gas, das einen in dem Zylinder gleitend beweglichen Kolben gegen den Druck der äußeren Atmosphäre vor sich her treibt. $F \cdot s$ ist die Volumzunahme $V_2 - V_1$, die das Gas bei der Ausdehnung erfährt. Wir können also schreiben

$$A = p\,(V_2 - V_1).$$

Für den Fall, daß die wirkende Kraft während der Arbeitsleistung nicht konstant bleibt, gilt für die längs einer kleinen Wegstrecke Δs geleistete Arbeit

$$\Delta A = P \cdot \Delta s.$$

Dehnt sich ein Gas gegen den veränderlichen Druck p aus, so ist die bei der kleinen Volumänderung V geleistete Arbeit

$$\Delta A = p \Delta V.$$

Wir haben gesehen, daß sich die meisten Körper bei der Erwärmung ausdehnen. Durch Erwärmung dieser Körper kann also Arbeit entgegen einer Kraft verrichtet werden. Wir haben ferner gefunden, daß bei der Erwärmung unter konstantem Druck die Gase und Dämpfe sich stärker ausdehnen als die festen Körper oder Flüssigkeiten. Eine noch stärkere Volumänderung als bei der Erwärmung von Gasen erreicht man durch Verdampfung einer Flüssigkeit. Läßt man beispielsweise 1 cm³ Wasser bei 100° unter dem Druck einer Atmosphäre verdampfen, so nimmt der gebildete Dampf 1607 cm³ ein. Die Möglichkeit, durch Zufuhr von Wärme mit Hilfe von Wasserdampf fortgesetzt Arbeit zu verrichten, hat man zuerst in den Dampfmaschinen ausgenutzt. Die wichtigsten **Wärmekraftmaschinen** sind heute die Kolbendampfmaschine und die Dampfturbine, in denen die Arbeitsfähigkeit hochgespannten Wasserdampfes benutzt wird und der Gas- und Dieselmotor, in denen die Ausdehnung von Gasen, die bei der Verbrennung von Treibstoffen entstehen, als Arbeitsquelle dient.

1. Die Kolbendampfmaschine. Jede Kolbendampfmaschinenanlage besteht aus drei Teilen, dem Dampfkessel zur Erzeugung des Dampfes, dem Dampfzylinder, in dem der Dampf Arbeit verrichtet, mit der Steuerung zur Regelung des Dampfeintrittes und dem Kondensator, in dem der Dampf sich wieder zu Wasser kondensiert. Der Kondensator wird bei einigen Maschinen, beispielsweise den Lokomotiven, durch die freie Atmosphäre der Umgebung ersetzt.

a) Der Dampfkessel, in dem gesättigter Dampf von hohem Druck erzeugt werden soll, besteht entweder aus wassergefüllten Röhren, die von den Flammen der Feuerung erhitzt werden (Wasserrohrkessel), oder aus einem mit Wasser beschickten Kessel, durch den Röhren gelegt sind, in welchen die Heizgase strömen (Flammrohrkessel). Der entwickelte Dampf sammelt sich in einem Raum oberhalb des Wasserspiegels; sein Druck kann an einem Manometer abgelesen werden. Beim Überschreiten des höchstzulässigen Dampfdruckes öffnet sich ein Sicherheitsventil.

Der im Kessel erzeugte Dampf führt noch Wassertröpfchen mit sich; auch scheiden sich bei der geringsten Abkühlung des gesättigten Dampfes auf dem Wege zum Zylinder weitere Wassertröpfchen aus, wobei der Druck des Dampfes stark vermindert wird. Daher wird der Dampf in Überhitzerrohren weiter erhitzt und tritt bei kleinen Anlagen als überhitzter (trockener) Dampf mit 12 bis 20 at Druck in den Dampfzylinder. In großen Anlagen geht man bis 100 at; besondere Maschinenkonstruktionen arbeiten neuerdings mit Drucken bis zu 200 at.

b) Der Dampfzylinder. In Abb. 283 ist der Dampfzylinder mit dem Schieberkasten zur Steuerung des Dampfeintrittes für eine Lokomotive dargestellt. Bei anderen Dampfmaschinen ist an Stelle des Lokomotivrades eine Welle mit einem daran befestigten Schwungrad zu denken. In dem Zylinder Z bewegt sich der dichtschließende Kolben K hin und her, wenn der Dampf abwechselnd links und rechts eintritt. Die Abb. 283 zeigt, wie die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens in die drehende des Rades verwandelt wird. In der äußersten Kolbenstellung links und rechts liegen die Kurbel H und

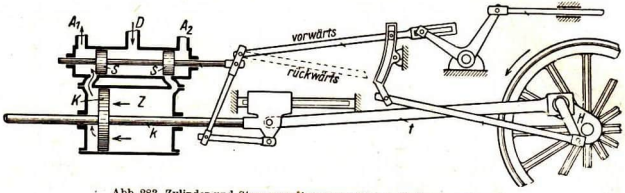


Abb. 283. Zylinder und Steuerung einer neuzeitlichen Kolbendampfmaschine

das Gestänge t in der durch die Kolbenachse k gegebenen Geraden. Durch das Schwungrad wird bewirkt, daß der Kolben während der Bewegung über diese toten Punkte hinweg geleitet wird. Eine Lokomotive würde aus diesen toten Punkten nicht anziehen können; daher wird die Kurbel H des bei ihr immer vorhandenen zweiten Zylinders gegen die erste um 90° versetzt.

Der Dampfeintritt in den Zylinder Z wird durch die **Steuerung** geregelt. Bei der Schiebersteuerung bewegt sich ein aus zwei Kolben SS bestehender Kolbenschieber in einem Schieberkasten hin und her und gibt dadurch dem bei D einströmenden Dampf den Zutritt zum Zylinder durch einen der zwei Kanäle im richtigen Augenblick frei. Drückt der Dampf von rechts auf den Kolben, so kann der links vor dem Kolben befindliche Dampf durch denselben Kanal, durch den er zuvor eingetreten war, in den links liegenden Teil des Schieberkastens und von da durch das Rohr A_1 in den Kondensator (bei der Lokomotive in die Außenluft) ausströmen. Dem einströmenden Dampf verschließen die Kolben SS den Zugang zu den Rohren A_1 und A_2. Bei der Rückbewegung des Kolbens sind die Kolben SS im Schieberkasten nach links verschoben; sie geben dem Dampf den Weg von D nach dem linken Kanal frei und gestatten dem rechts vor dem Kolben K befindlichen Dampf den Austritt durch A_2. Die Abb. zeigt, wie die Bewegung der Schieberkolben SS durch die Bewegung des Kolbens K gesteuert werden kann.

c) Der Kondensator. Wenn der aus dem Zylinder austretende Dampf in die Luft entweicht, so hat er den Gegendruck der Atmosphäre zu überwinden; dieser Druck von 1 at liegt dann auch auf dem Kolben K, und das Produkt aus Druck und Kolbenoberfläche geht für die gewinnbare Arbeit verloren.

Um diesen Gegendruck zu vermindern, läßt man den Abdampf in einen geschlossenen Behälter, den **Kondensator,** strömen, in dem er sich an wassergekühlten Wänden abkühlt und niederschlägt. Hat man zu Beginn die im Kondensator befindliche Luft durch Wasserdampf verdrängt und sorgt laufend dafür, daß die mit dem Kesselspeisewasser und durch Undichtigkeiten eindringende Luft abgepumpt wird, so herrscht im Kondensator der Sättigungsdruck des Wasserdampfes. Dieser beträgt je nach der Temperatur im Kondensator $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{20}$ at. Das niedergeschlagene Wasser wird abgepumpt und in vielen Fällen zur Speisung des Kessels benutzt (die Benutzung von Frischwasser im Kessel führt zur Bildung von Kesselstein). Dadurch, daß der Dampf sofort kondensiert wird, herrscht in dem Teil des Zylinders, aus dem er entweicht, nur ein sehr geringer Druck, der allerdings im allgemeinen höher ist, als der Sättigungsdruck im Kondensator. Die Maschine kann daher nahezu die ganze Arbeit nach außen abgeben, die der Kolben durch den ihn treibenden Dampfdruck längs seines Weges verrichten kann.

2. Die Arbeitsleistung im Dampfzylinder. Um zu untersuchen, wie der Dampf im Zylinder arbeitet, nehmen wir an, er habe einen Sättigungsdruck von 12 at; der vom Kolben zurückgelegte Weg, der Kolbenhub, betrage 30 cm und der Kolbenquerschnitt 300 cm² (Abb. 284a). Auf jedes Quadratzentimeter drückt der Dampf mit der Kraft 12 kg (denn 1 at = 1 kg/cm²); die ganze aufgewandte Kraft beträgt also 3600 kg, und die bei einem Kolbenhub vollführte Arbeit ist gleich $0{,}3 \cdot 3600$ kgm = 1080 kgm.

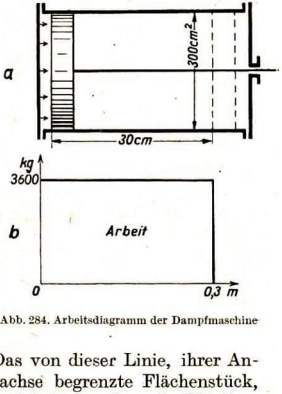


Abb. 284. Arbeitsdiagramm der Dampfmaschine

Wir zeichnen eine Schaulinie der Kraft (Abb. 284b), indem wir den zurückgelegten Weg als Abszisse und das Produkt aus dem jeweiligen Druck und dem Kolbenquerschnitt, das ist die ausgeübte Kraft, als Ordinate auftragen. Bei der konstanten Dampfspannung von 12 at ist das Bild dieser Kraft (ebenso wie des Druckes) dann eine zur Abszissenachse parallele Gerade. Das von dieser Linie, ihrer Anfangs- und Endordinate und der Abszissenachse begrenzte Flächenstück, ein Rechteck, stellt die vom Dampf geleistete Arbeit dar, denn der Flächeninhalt ist gleich Kraft mal Weg. Eine derartige Figur heißt ein Arbeitsdiagramm.

Man läßt nun aber den Dampf nicht während des ganzen Kolbenhubes in den Zylinder einströmen; denn in diesem Falle würde der Dampf am Schluß des Hubes mit hoher Spannung ausströmen, die nicht ausgenutzt würde. Man sperrt also den Dampfzutritt schon ab, wenn der Kolben z. B. erst $\frac{1}{6}$ seines Weges zurückgelegt hat (in Abb. 285a Punkt *B*), und verwendet weiterhin den Druck des sich ausdehnenden Dampfes zum Antrieb; dabei sinkt der Druck.

Man richtet es so ein, daß im zweiten Teil des Kolbenganges der Dampfdruck bis fast zur Spannung im Kondensator abnimmt (Punkt C), mit dem der Zylinderraum am Schluß des Hubes verbunden wird. Stellen wir wieder das Produkt aus Kolbenfläche und Druck als Funktion des Weges dar, so bedeutet auch hier die entstehende Fläche ($ABCDE$ in Abb. 285a) die geleistete Arbeit. Denn man kann sich die Fläche $ABCDE$ zusammengesetzt denken aus dem Rechteck mit den Seiten EA und AB und aus lauter schmalen Rechtecken, die die Breite eines kurzen Kolbenweges Δs und als Höhe die mittlere Kraft P während dieses Weges haben (s. Abb. 286). Jedes Rechteck stellt die Arbeit ΔA dar, die längs des Kolbenweges Δs verrichtet wird, ihre Summe also die im ganzen verrichtete Arbeit. Sie ist, wie die Abbildung zeigt, zwar kleiner geworden, es ist aber nur $\frac{1}{6}$ des von der Volldruckmaschine benötigten Dampfes verbraucht worden. Maschinen, welche die Ausdehnung (Expansion[1])) des Dampfes unter Druckverminderung ausnutzen, arbeiten wirtschaftlicher als Volldruckmaschinen.

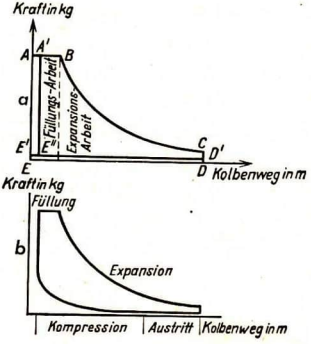


Abb. 285. Arbeitsdiagramm der Expansionsmaschine

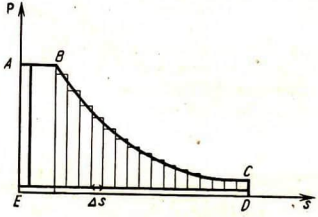


Abb. 286. Zerlegung der Diagrammfläche

Da die Maschine, um von neuem Arbeit leisten zu können, wieder in ihren ursprünglichen Zustand zurückkehren muß, verbindet am Schluß des Kolbenhubes (Punkt C) die Steuerung den Zylinder mit dem Kondensator (dort sei der Druck 0,05 at). Bei seinem Rückgang schiebt der Kolben den Dampf gegen diesen Druck hinaus. Die hierzu notwendige Kraft (Druck mal Kolbenfläche: 0,05 · 300 kg) tragen wir jetzt von rechts nach links in unsere Zeichnung ein und erhalten längs des Kolbenweges eine Parallele zur Abszissenachse. Sie begrenzt ein schmales Rechteck, $E'EDD'$, das die Gegendruckarbeit beim Kolbenrückgang darstellt; diese Arbeit wird in der Maschine selbst verbraucht, um sie wieder in den Anfangszustand zurückzuführen, so daß das Spiel von neuem beginnen kann. Die der Maschine entnehmbare Arbeit wird also durch die um dieses Rechteck verminderte Fläche $ABCDE$ dargestellt. Das ist die Fläche $ABCD'E'$. Der Kolben wird nicht völlig bis an die Zylinderwandung zurückgeschoben; es bleibt ein gewisser schädlicher Raum, den der einströmende Dampf zunächst ausfüllen muß. Die Arbeit des Kolbens setzt also nicht an der Stelle A, sondern erst an der Stelle A' ein, so daß die Arbeit durch die Fläche $A'BCD'E''$ in Abb. 285a dargestellt wird. Um die zur Erfüllung des schädlichen Raumes notwendige Dampfmenge, deren Arbeitsvermögen schlecht ausgenutzt würde, zu sparen, schließt man die Austrittsöffnung schon, wenn der Kolben erst einen Teil seines Rückweges zurückgelegt hat. Er drückt dann den noch im Zylinder enthaltenen Dampf bis fast auf die Eintrittspannung des Frischdampfes zusammen (Abb. 285b). Hierdurch wird die Arbeitsfläche zwar abermals verkleinert, aber dieser Verlust ist geringer als der durch die Dampfersparnis erzielte Gewinn. In Abb. 285a

1) expándere (lat.) = ausbreiten.

entspricht der Punkt D' der Dampfspannung im Kondensator. Aus der Abb. geht hervor, daß man den Dampf nicht bis zu dieser Spannung herab arbeiten läßt (C liegt höher als D'). Der Zylinder würde sonst unförmig lang und die Reibung auf dem langen Wege sehr groß.

Im Zylinder folgen vier Vorgänge aufeinander: Füllung, Expansion, Dampfaustritt, Kompression: der Kolben ist schließlich wieder an der Stelle E'' angelangt, von der aus er das Spiel von neuem beginnt. Wird nun noch das im Kondensator abgeschiedene Wasser in den Kessel zurückgepumpt, so ist der Ausgangszustand wieder erreicht. Wir nennen einen solchen Vorgang, an dessen Ende ein Körper wieder in den ursprünglichen Zustand zurückkehrt, einen **Kreisprozeß.** In dem von der Dampfmaschine beschriebenen Kreisprozeß leistet der einströmende und sich ausdehnende Dampf Arbeit, indem er den Kolben vor sich herschiebt; zum Ausstoßen des Dampfes durch Rücktreiben des Kolbens und zum Zurückpumpen des kondensierten Wassers wird eine kleinere Arbeit benötigt; die Differenz der beiden Beträge ist die Arbeit, die die Maschine nach außen abzugeben vermag.

3. Die indizierte Arbeit. Es gibt ein vorzügliches Mittel, um festzustellen, ob das durch Überlegung gefundene Arbeitsdiagramm mit der Wirklichkeit übereinstimmt: Man läßt den Dampf durch einen sog. Indikator das Diagramm selbst aufzeichnen. Wie ein Indikator eingerichtet ist, zeigt Abb. 287; doch ist er hier, verglichen mit dem Dampfzylinder, viel zu groß gezeichnet. Man verbindet den Indikatorzylinder mit dem einen Ende des Dampfzylinders und läßt die hin- und hergehende Kolbenstange des Dampfzylinders ein Papierblatt (mit Millimeterteilung) hin- und herbewegen (z. B. durch eine über vier Rollen laufende Schnur). Man erhält eine Kurve, wie sie in Abb. 288 wiedergegeben ist. Der obere Teil des Kurvenzugs gibt an, wie sich der Druck im Zylinder

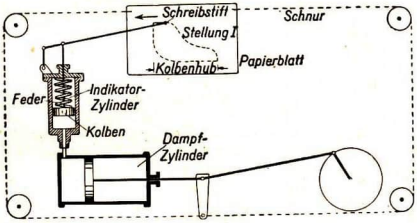


Abb. 287. Indikator

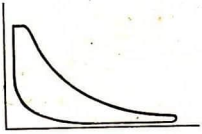


Abb. 288. Indikatordiagramm

auf der Arbeitsseite ändert. Der untere Kurvenzug zeigt, welcher Druck beim Zurückgehen vom Kolben überwunden werden muß. Das eingeschlossene Flächenstück stellt die während eines einfachen Kolben-Hin- und Herganges auf der linken Kolbenseite geleistete Arbeit dar. Für die rechte Seite erhält man ein entsprechendes Diagramm. Man bestimmt ein für allemal auf den Diagrammen den Maßstab für Kolbenweg und Kraft.

Dann erhält man direkt durch Inhaltsmessung (Auszählung oder Wägung) beider Flächen die bei einem Hin- und Hergang geleistete Arbeit. Durch Multiplikation mit der Umdrehungszahl der Maschine bestimmt man ihre Leistung. Für den Verlauf der Kurve *BC* in Abb. 285 wurde bereits berücksichtigt, daß der Dampf Wärme an die Zylinderwandung abgibt. Das Indikatordiagramm Abb. 288 unterscheidet sich von dem berechneten Diagramm, Abb. 285 dadurch, daß es an drei Ecken abgerundet ist. Das liegt daran, daß das Öffnen und Schließen der Kanäle für den Dampfeinlaß und -auslaß Zeit erfordert.

Zur Übung: Bestimme durch Ausmessen der Arbeitsfläche im Indikatordiagramm Abb. 288 unter Benutzung der im Text gegebenen Zahlenwerte für Kolbenweg, Zylinderquerschnitt, Kesseldruck und Kondensatordruck die Leistung der Maschine, die 240 Umdrehungen in der Minute macht!

4. Die Mehrzylindermaschine. Eine Dampfmaschine arbeitet wirtschaftlich, wenn sie die Expansion des Dampfes voll ausnutzt. Dazu ist erforderlich, daß der Dampfdruck bei der Arbeit auf einen Betrag sinkt, der nur wenig höher als der Druck im Kondensator ist. Soll der Druck eines Dampfes von 12 at auf $\frac{1}{4}$ at abnehmen, so muß sich der Dampf ungefähr auf das 48fache Volum ausdehnen. Das könnte in dem betrachteten Beispiel geschehen, wenn der Zylinder nahezu 2,5 m lang wäre. Eine derartige Länge ist nicht angängig. Man baut vielmehr alle Maschinen, die mit hohem Dampfdruck arbeiten, als Mehrzylindermaschinen. Dies hat auch den Vorzug, daß der Wärmeübergang vom Dampf an die Zylinderwände erheblich verringert wird. Bei einer Einzylindermaschine kommen die Zylinderwandungen beim Hingang des Kolbens mit Dampf von 187° (Sättigungstemperatur für Dampf von 12 at) in Berührung, beim Rückgang mit Dampf von 33° (entsprechend 0,05 at), so daß sie eine gewisse dazwischen liegende Temperatur annehmen werden. Bei Mehrzylindermaschinen sind die Temperaturunterschiede und damit der Wärmeübergang nicht so groß. Abb. 289 stellt eine Zweizylindermaschine dar. Im Hochdruckzylinder, der einen kleinen Kolbenquerschnitt besitzt, sinkt der Dampfdruck z. B. von 12 auf 2 at (entsprechend 120°). Von dort strömt der Dampf in den Niederdruckzylinder, der einen Kolben von wesentlich größerem Querschnitt hat und wird dort bis nahe an den im Kondensator herrschenden Druck ausgedehnt.

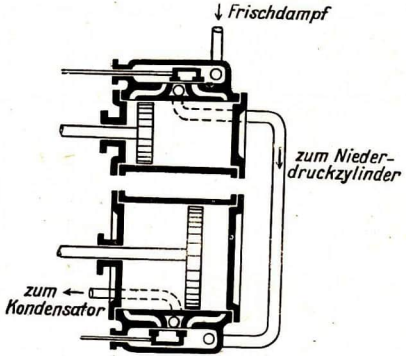


Abb. 289. Zweizylindermaschine

5. Die Dampfturbinen. Während bei der Kolbendampfmaschine der Dampf in einem geschlossenen Zylinder den Kolben vorwärts drückt, strömt bei der Dampfturbine der Dampf aus Düsen frei aus in die Schaufeln eines Laufrades (Abb. 290). Diese sind nach denselben Grundsätzen geformt, wie wir

es bei den Wasserturbinen im Anschluß an Abb. 244 besprochen haben. Die Dampfturbine besteht ebenso wie die Kolbendampfmaschine aus drei Teilen, dem Dampfkessel, dem Laufrad und dem Kondensator. Der Dampf kommt mit einer Spannung von beispielsweise 10 at aus einem Dampfkessel. Wenn er die sich nach außen erweiternden Düsen durchströmt, sinkt sein Druck auf den Druck im Kondensator, z. B. 0,05 at, und seine Druckenergie setzt sich in Bewegungsenergie des Dampfstrahles um. Unmittelbar vor und hinter dem Laufrad herrscht also derselbe Druck. Die bei dem angegebenen Kesseldruck erzielte Dampfgeschwindigkeit von 1000 m/s würde am besten ausgenutzt, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades etwa 500 m/s betrüge; denn dann strömt der Dampf bei geeignet geformten Schaufeln mit einer sehr geringen Restgeschwindigkeit in den Kondensator aus. Eine Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades von 500 m/s ist für praktische Bedürfnisse zu hoch und beansprucht das Turbinenmaterial zu sehr. Hat das Rad einen Durchmesser von 1 m, so würde dies eine Drehzahl von etwa 10 000 Umdrehungen in der Minute erfordern; für kleinere Durchmesser müssen entsprechend höhere Drehzahlen erreicht werden. Man läßt deshalb den Dampf nicht auf ein Rad, sondern auf mehrere auf derselben Achse sitzende Laufräder nacheinander wirken und setzt zwischen sie ähnlich gebaute aber feststehende Leiträder, die den Dampfstrahl auf die Schaufeln des nächsten Laufrades richten. So gibt der Dampf seine Energie stufenweise an die einzelnen Laufräder ab, die sich mit gleicher Umlaufzahl drehen. Der jeweiligen Dampfgeschwindigkeit paßt man die Umfangsgeschwindigkeit der einzelnen Laufräder durch geeignete Wahl ihrer Durchmesser an. Bei sehr hoher Dampfgeschwindigkeit ist der Strömungswiderstand, den der Dampf findet, sehr groß. Es ist daher zweckmäßig, die Dampfgeschwindigkeit verhältnismäßig klein zu halten. Dazu ist nur ein entsprechend geringer Druckunterschied erforderlich.

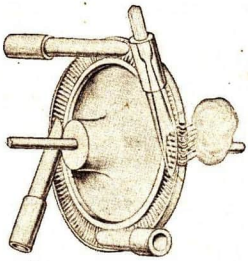


Abb. 290. Dampfturbinenlaufrad

Damit trotzdem eine hohe Dampfspannung angewendet werden kann, läßt man den Dampf sich in Druckstufen entspannen, in deren jeder er eine gewisse Geschwindigkeit erlangt, mit der er auf die Laufräder wirkt. Wegen der stärkeren Entspannung in den späteren Stufen sind die Laufräder von Stufe zu Stufe größer.

Endlich kann man beide Mittel in derselben Turbine gleichzeitig verwenden. Dann dehnt sich der Dampf während des Durchströmens durch die Laufräder aus. Die Schaufeln aufeinanderfolgender Laufräder sind dann verschieden groß. Ihre Größe wächst nach der Kondensatorseite zu.

Es ist zunächst überraschend, daß die Wucht des Wasserdampfes in Turbinen eine so außerordentlich große Arbeitsfähigkeit hat, angesichts des Umstandes, daß die Masse eines Raumteiles Wasserdampf von Atmosphärendruck etwa 1700 mal kleiner ist, als die Masse des gleichen Raumteiles Wasser. Es ist aber zu beachten, daß die Bewegungsenergie dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, und diese beträgt für die einströmenden Wasserteilchen der Wasserturbine etwa 20 m/s, bei der Dampfturbine jedoch 1000 m/s. Sie ist also 30 mal so groß wie die Höchstgeschwindigkeit eines D-Zuges.

6. Die Verwendung der Dampfmaschinen. Die Dampfturbinen besitzen vor den Kolbendampfmaschinen den Vorzug des ruhigen Ganges (keine hin- und hergehende Maschinenteile), des geringen Platzbedarfes und der größeren Nutzleistung. Sie sind aber nicht umsteuerbar (können nicht rückwärts laufen) und besitzen für manche Zwecke zu große Umlaufsgeschwindigkeiten. Die Dampfmaschine wird in absehbarer Zeit nicht verschwinden, da sie sich bei größter Betriebssicherheit so den verschiedensten Gebrauchszwecken anpassen läßt wie kaum eine andere Kraftmaschine. Die Kolbendampfmaschine findet vor allem in der Lokomotive und beim Schiffsantrieb Verwendung. Große Schiffe sind mit Turbinen ausgerüstet; für die Rückwärtsbewegung sind hier besondere Turbinen vorgesehen. Turbinen werden vor allem zum Antrieb von Dynamomaschinen verwendet, wo ihre hohe Umlaufsgeschwindigkeit ohne Untersetzung ausgenutzt werden kann.

§ 105. Die Verbrennungsmotoren

Bei der Dampfmaschine geht auf dem Wege des Dampfes vom Kessel zum Zylinder ein Teil der Spannung des Dampfes und damit seiner Arbeitsfähigkeit verloren. Es ist daher vorteilhaft, das treibende Gas im Zylinder selbst zu erhitzen. Dies gelingt in den Verbrennungsmotoren bei Verwendung von Brennstoffen, die, mit Luft gemischt, vollkommener als Kohle verbrennen. Dazu gehören Gase, die bei der Verschwelung von Holz und Kohle, d. h. bei ihrer Verbrennung unter ungenügender Sauerstoffzufuhr entstehen wie Leuchtgas oder Generatorgas; ferner leichtflüchtige, flüssige Brennstoffe wie Benzin, Benzol oder Spiritus und schließlich schwerflüchtige Brennstoffe von der Art der Rohöle und Teeröle, die wir wegen ihrer Verwendungsfähigkeit im Dieselmotor als „Dieselöle“ bezeichnen.

Die Wirkungsweise aller Verbrennungsmotoren beruht darauf, daß diese Kraftstoffe mit Luft vermischt im Zylinder der Maschine entzündet werden, und daß die bei der Verbrennung entstehenden Feuergase durch die entwickelte hohe Verbrennungswärme des Kraftstoffes eine starke Erwärmung erfahren und den Kolben des Zylinders vor sich hertreiben. Solche Verbrennungsmaschinen, bei denen ein auf 4–8 at verdichtetes Gemisch von Luft und Treibstoff durch einen Funken gezündet wird und in sehr kurzer Zeit unter starker Drucksteigerung verpufft, nennen wir **Explosionsmotoren.** In

einer zweiten Art von Verbrennungsmaschinen wird in hocherhitzte, auf etwa 40 at komprimierte Luft Treibstoff eingespritzt, der sich in der heißen Luft entzündet und ohne wesentliche Drucksteigerung verhältnismäßig langsam abbrennt, während die Feuergase den Kolben vor sich hertreiben; Verbrennungsmaschinen dieser Art heißen **Dieselmotoren.**

1. Der Explosionsmotor. Zum Betriebe des Explosionsmotors dienen die Treibgase und die leichtflüchtigen Kraftstoffe; das sind solche Stoffe, die vor der Zündung des Kraftstoff-Luft-Gemisches bereits völlig verdampft sind. Wird der Explosionsmotor mit einem bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen Kraftstoff, wie beispielsweise einem Benzin-Benzol-Gemisch betrieben, so

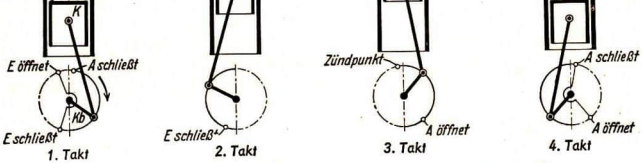


Abb. 291. Viertaktexplosionsmotor. Stellungen des Kolbens, der Kurbel und der Ventile

befindet sich vor dem Zylinder ein Vergaser, in dem der Kraftstoff zerstäubt und mit der richtigen Menge Luft gemischt wird. Bei Benutzung der auch bei gewöhnlicher Temperatur gasförmigen Kraftstoffe (beispielsweise „Holzgas"), geschieht die Mischung mit der richtigen Menge Luft auf dem Wege zum Zylinder. Wir sahen, daß in der Kolbendampfmaschine jeder Kolbenhub ein Arbeitstakt ist, denn der Dampf drückt bei jedem Hingang auf die eine Seite und jedem Hergang auf die andere Seite des Kolbens. Das Schwungrad hat nur die Aufgabe, die Maschine über die kurzen Augenblicke am Ende des Kolbenhubes hinwegzubringen, in denen das Gestänge zwischen Kolben und Welle in einer geraden Linie liegt. Beim üblichen **Viertaktmotor,** bei dem der Druck nur auf eine Seite des Kolbens wirkt und bei dem der Zylinder auf einer Seite offen ist, wird der Ausgangszustand erst nach zweimaligem Hin- und Hergehen des Kolbens in vier Hüben (Takten) erreicht. Abb. 291 ist eine schematische Darstellung dieser vier Takte und Abb. 292 bringt das dazu gehörige Arbeitsdiagramm, in dem als Abszisse das Gasvolum (Kolbenweg mal Zylinderquerschnitt) und als Ordinate der Druck aufgetragen sind. In jedem der vier Takte beschreibt das mit der Treibstange durch ein Gelenk verbundene Ende der Kurbel Kb einen Halbkreis, der in der Abb. 291 ausgezogen ist. Im ersten Takt wird das Gemisch aus Treib-

stoff und Luft durch das Ventil E in den warmen Zylinder gesaugt, wobei sein Brennstoffanteil verdampft. Dem entspricht im Arbeitsdiagramm die Parallele zur Abszisse von A nach B. Im zweiten Takt, zu dessen Beginn das Ventil E sich schließt (dies ist in Abb. 291 durch den Punkt bezeichnet, den das Ende der Kurbel Kb in dem betreffenden Augenblick erreicht), bewegt sich der Kolben K zurück; dadurch wird das zündfähige Gasgemisch verdichtet. Dem entspricht im Arbeitsdiagramm die Kurve BC. Nur im dritten Takt leistet der Motor Arbeit, nachdem das Gemisch durch den elektrischen Funken einer „Zündkerze" Z zur Explosion gebracht ist; der Druck fällt während des Arbeitstaktes von etwa 35 at auf wenig mehr als 1 at ab. Im Arbeitsdiagramm entspricht CD der Zündung und DE dem Arbeitstakt. Im vierten Takt schließlich werden die Verbrennungsgase durch das Ventil A ausgestoßen, entsprechend BA im Arbeitsdiagramm. Das Spiel beginnt also erst von neuem, wenn die Kurbel sich zweimal herumgedreht hat. Die rechtzeitige Öffnung und Schließung der Ventile sowie die Zündung der Kerze werden durch Vorsprünge (Nocken) ausgelöst, die auf einer Steuerwelle (Nockenwelle) sitzen. Da jeder Takt erst nach zwei Umdrehungen der Kurbelwelle wieder erreicht wird, muß die Steuerwelle sich halb so schnell drehen wie die Kurbel.

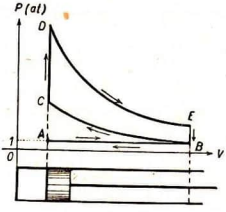


Abb. 292.
Arbeitsdiagramm des Viertaktmotors

Weil der Kolben nur in einem von vier Takten Arbeit leistet, muß die Maschine ein schweres Schwungrad haben. Trotzdem wird ihr Gang ungleichmäßig. Zum Ausgleich läßt man mehrere Zylinder mit abwechselndem Arbeitstakt auf dieselbe Welle arbeiten. Die Zylinder müssen in allen Verbrennungsmotoren dauernd zum Schutz des Zylindermaterials von außen gekühlt werden. Beim **Explosionsmotor** muß die Kühlung so stark sein, daß beim Verdichtungshub die Temperatur unterhalb der Entzündungstemperatur des Gasgemisches bleibt; liegt die Temperatur über der Entzündungstemperatur, so würde das zur Vorzündung des Gasgemisches und damit zu beträchtlicher Beeinträchtigung der Arbeitsleistung führen. Alle Gase erhitzen sich, wenn man sie komprimiert und nicht dafür sorgt, daß die gebildete Wärme abgeleitet wird; sie erhitzen sich um so stärker, je weiter die Verdichtung getrieben wird. Daher darf, um Vorzündung zu vermeiden, die Verdichtung vor der Zündung des Gemisches durch den Funken nicht über ein gewisses Maß hinausgehen.

Im **Zweitaktmotor** (Abb. 293) wird der Kolben auf jedem zweiten Wege angetrieben. Die Kurbel bewegt sich in einem luftdicht geschlossenen Gehäuse, das an den Zylinder anschließt und durch einen Überströmkanal mit dem abgewandten Zylinderteil verbunden ist. Dieser Kanal sowie der Gaseinlaß- und Auslaßkanal werden nicht durch Ventile bedient, sondern im geeigne-

ten Augenblick durch den Kolben freigegeben und geschlossen. Der erste Takt ist der Arbeitstakt: Das entzündete Gasgemisch treibt den Kolben nach außen auf das Kurbelgehäuse zu; gleichzeitig verdichtet der Kolben das vorher in das Kurbelgehäuse eingeströmte Gasgemisch. Am Ende des Taktes puffen die Verbrennungsgase aus und das im Kurbelgehäuse unter höherem Druck stehende Gas strömt durch den Überströmkanal in den Zylinder.

Im zweiten Takt verdichtet der Kolben das Gas im Zylinder, nachdem sein oberer Teil den Überström- und den Auslaßkanal abgesperrt hat. Dabei saugt der Kolben Frischgas aus dem Vergaser in das Kurbelgehäuse.

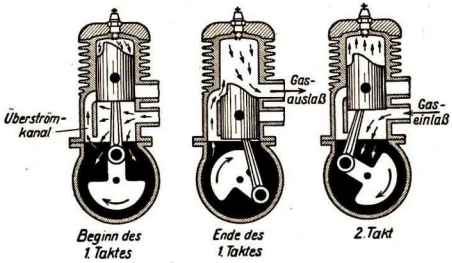


Abb. 293. Arbeitsweise des Zweitaktmotors

2. Der Dieselmotor. Der Dieselmotor arbeitet ebenfalls entweder im Vier- oder im Zweitakt. Beim Viertaktmotor wird während des ersten Kolbenhubes reine Luft aufgesaugt. Da hier keine Vorzündung zu befürchten ist, kann die Luft beim Kolbenrückgang beliebig hoch komprimiert werden. Durch Kompression auf etwa 40 at erreicht man eine Temperatur, die hoch genug ist (etwa 600°), daß der während des ersten Achtels des dritten Taktes eingespritzte Kraftstoff sich mit Sicherheit entzündet. Das Gemisch brennt während des Arbeitshubes verhältnismäßig langsam ab. Im vierten Takt werden die Feuergase ausgestoßen.

3. Verwendung des Verbrennungsmotors. Der Vorzug des Verbrennungsmotors als Kraftmaschine besteht vor allem darin, daß er im Vergleich zur Dampfmaschine bei gleicher Leistung ein geringes Gewicht und einen geringen Platzbedarf hat. Der Explosionsmotor ist immer betriebsbereit und leicht zu starten. Erst mit der Erfindung leichter Motore ist das Kraftfahrwesen möglich geworden. Der Dieselmotor erfordert eine etwas längere Anlaufdauer und muß vorgewärmt werden. Die Dampfmaschine, die eine lange Anheizdauer hat, eignet sich nur für Dauerbetrieb. Im Explosionsmotor können nur solche Treibstoffe verwendet werden, die sich leicht vergasen lassen und die bei der verhältnismäßig niedrigen Temperatur im Zylinder ohne Rußbildung verbrennen. Das Arbeitsverfahren des Dieselmotors gestattet dagegen die Verwendung schwer brennbarer und erst bei hohen Temperaturen siedender Brennstoffe, die wesentlich billiger sind, als die für den Explosionsmotor notwendigen leichten Treibstoffe.

§ 106. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Der erste Hauptsatz der Wärmelehre

1. Der Verlust mechanischer Energie durch Reibung. Wir haben in § 74, 4 davon gesprochen, daß sich Energie der Lage und Energie der Bewegung ineinander umwandeln können und als Beispiel dafür eine auf eine dicke Glasplatte fallende kleine Stahlkugel betrachtet. Bei der Ausführung des Versuches beobachteten wir, daß die Kugel nach jedem Zurückprallen nicht ganz die vorige Höhe erreicht. Wiederholen wir den Versuch mit einer kleinen Bleikugel, so löst sie sich beim Aufprallen kaum noch von der Unterlage. Die beiden Kugeln unterscheiden sich dadurch, daß beim Aufprallen Stahl sich elastisch, Blei dagegen sich unelastisch verformt. Die Stahlkugel hat beim Verlassen der Glasplatte wieder ihre ursprüngliche Gestalt; die Bleikugel bleibt abgeplattet. Auch beim Pendel verfolgten wir die Umwandlung von Energie der Lage in Bewegungsenergie in regelmäßigem Wechsel; auch hier wurden die Pendelausschläge mit der Zeit immer kleiner. Wir hatten als Pendel eine an einem Faden aufgehängte schwere Metallkugel gewählt. Ersetzen wir sie bei gleicher Pendellänge durch eine Holzkugel von gleicher Masse, so wird dies Pendel früher zur Ruhe kommen. Die Holzkugel hat eine wesentlich größere Oberfläche als die Metallkugel und erfährt daher bei der Bewegung durch Luft einen größeren Reibungswiderstand. Wir können durch geeignete Wahl der Versuchsbedingungen (Benutzung höchst elastischer Versuchskörper, Durchführung der Versuche im luftleeren Raum, allgemein: nach Möglichkeit Verminderung der Reibung) ein immer längeres Tanzen der Kugel auf der Platte und ein immer länger währendes Schwingen des Pendels erreichen und kamen so zu der Aussage, daß **bei einer reibungslos verlaufenden Bewegung keine Energie verloren geht.** Die Summe der Lagen- und der Bewegungsenergie bleibt dieselbe.

Dieser Satz von der „Erhaltung der mechanischen Energie" wird in Wirklichkeit von keinem Vorgang erfüllt, weil es keine idealen elastischen Stoffe und keine reibungslos verlaufenden mechanischen Vorgänge gibt. Stets tritt Reibung auf (auch die Vorgänge in einem gestoßenen unelastischen oder nicht vollkommen elastischen Körper können wir als Reibung auffassen). Durch die Reibung vermindert sich die mechanische Energie allmählich, bis sie ganz aufgezehrt ist.

2. Die gegenseitige Umwandelbarkeit von mechanischer Energie und Wärme. Wir untersuchen nun genauer, was eigentlich bei diesem Verschwinden der mechanischen Energie vor sich geht. Heben wir unter Arbeitsleistung einen Hammer auf und lassen ihn auf ein Stück Blei fallen, so hat sich zwar zunächst die dem Hammer mitgeteilte Energie der Lage in Bewegungsenergie verwandelt; diese verschwindet aber beim Auftreffen des Hammers auf das Blei, die nun beide in Ruhe sind und keine Lageenergie besitzen. Wiederholen wir den Vorgang mehrere Male, so können wir feststellen, daß Hammer und Blei sich erwärmt haben. -- Setzen wir ein unten geschlossenes Messing-

rohr, das etwas Äther enthält, auf die Achse einer Schwungmaschine und bremsen die drehende Bewegung des Rohres mit einer Holzzange (Abb. 294), so erwärmt sich der Äther; bei starker Abbremsung kommt der Äther zum Sieden, und ein eingesetzter Pfropfen wird durch den entstehenden Dampf emporgeschleudert. – Dieselben Beobachtungen können wir überall wiederholen, wo mechanische Arbeit verschwindet: Erwärmen von Bohrer und Säge; Heißlaufen ungenügend geschmierter Maschinenlager, Reiben der Hände zur Erwärmung, Verbrennung beim Gleiten eines belasteten Bindfadens über die Hand.

Abb. 294.
Durch Reibung entsteht Wärme

Allen diesen Vorgängen ist gemeinsam, daß eine mechanische Arbeit aufgewendet wird, ohne daß zum Schluß Energie der Lage oder Energie der Bewegung vorhanden wäre. Bei allen verschwindet also mechanische Arbeit. Dagegen können wir in allen diesen Fällen die Entstehung einer Wärmemenge beobachten, von der wir wissen, daß sie um so größer ist, je mehr Arbeit wir zur Überwindung der Reibung aufwenden mußten (vergleiche auch den Brandgeruch beim heftigen Bremsen eines Zuges). Selbst bei eifrigstem Suchen finden wir keinen Vorgang, bei dem mechanische Energie verschwindet, ohne daß Wärme dafür entsteht, solange wir das Auftreten elektrischer und magnetischer Vorgänge und chemischer Umwandlungen verhindern (vgl. hierzu § 106, 4).

Zusammenfassend können wir sagen: In allen untersuchten Fällen hat sich mechanische Energie in Wärme verwandelt. Auf der anderen Seite sahen wir am Beispiel der Wärmekraftmaschinen, daß wir durch Heizung des Kessels einer Dampfmaschine oder durch Verbrennung eines Treibstoffes im Zylinder eines Verbrennungsmotors Arbeit gewinnen können.

3. Das mechanische Wärmeäquivalent. Im Jahre 1842 hat der Heilbronner Arzt Julius Robert Mayer zum ersten Mal klar ausgesprochen:

1. daß bei jeder Umwandlung von Arbeit in Wärme die aufgewendete Arbeit zur entstandenen Wärmemenge in einem ganz bestimmten Verhältnis steht,

2. daß in jedem Falle, in dem Arbeit aus Wärme gewonnen wird, eine Wärmemenge verschwindet;

3. daß in Fall 1 und 2 das Verhältnis zwischen Arbeit und Wärmemenge gleich ist.

Messen wir also die verbrauchte mechanische Bewegungs- und Lageenergie in kgm und die gewonnene Wärme in cal, so stehen die gefundenen Beträge immer in einem ganz bestimmten Verhältnis. Das gleiche Verhältnis findet man, wenn man für eine Wärmekraftmaschine das Verhältnis der in kgm gemessenen gewonnenen Arbeit zu der verschwundenen Wärmemenge bildet. Dieser Satz bildet eine der wichtigsten Grundlagen unseres physikalischen Denkens; man hat sich daher die größte Mühe gegeben, seine Gültig-

keit durch immer wiederholte und immer genauere Versuche zu beweisen. Man untersucht zu diesem Zwecke die verschiedensten Vorgänge, bei denen mechanische Energie verschwindet und Wärme entsteht; hat man sich vergewissert, daß außerdem sich nichts verändert hat, also nicht etwa elektrische Spannung erzeugt wird, oder eine chemische Umsetzung erfolgt, so muß für alle diese Vorgänge das Verhältnis von verschwundener mechanischer Energie zu gewonnener Wärme gleich sein. Es hat sich nun in der Tat gezeigt, daß die Abweichungen zwischen den gefundenen Werten um so geringer werden, je genauer die zu Grunde gelegten Messungen ausgeführt werden können.

Es gilt:

$$0{,}427 \text{ kg m} \mathrel{\widehat{=}} 1 \text{ cal},$$

oder

$$1 \text{ kg m} \mathrel{\widehat{=}} 2{,}34 \text{ cal}.$$

Man bezeichnet die Größe 0,427 kgm, die also den Arbeitswert der Kalorie bedeutet, als das mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit oder kurz das **mechanische Wärmeäquivalent.** Mit seiner Hilfe kann man in Wärmeeinheiten gemessene Energiebeträge in mechanischen Einheiten und umgekehrt ausdrücken. Die ersten experimentellen Bestimmungen des mechanischen Wärmeäquivalents stammen von dem Engländer James Prescott Joule, der es auf verschiedenen Wegen in immer wiederholten Versuchen bestimmte.

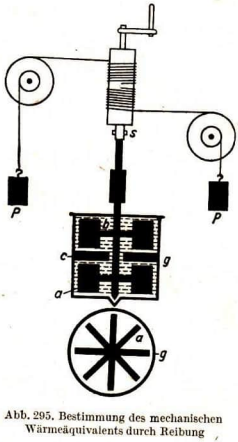


Abb. 295. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch Reibung

Wir beschreiben als Beispiel den Versuch, in dem er die Erwärmung von Wasser durch ein Rührwerk beobachtete, das durch fallende Gewichte angetrieben wurde. Die Versuchsanordnung ist in Abb. 295 schematisch dargestellt. In einem Kalorimetergefäß g befand sich ein um eine senkrechte Achse b drehbares Schaufelrad a; zwischen die übereinander angebrachten Schaufeln ragte eine ringförmige Zwischenwand c des Kalorimeters. Das Gefäß wurde mit Wasser gefüllt und das Schaufelrad durch das Fallen der Gewichte P in Umdrehung versetzt, die beide beim Fallen die Achse vermittels Übertragung mit Rolle und Schnur in gleicher Richtung drehten. Die Fallhöhe betrug etwa 1,7 m; die Gewichte konnten durch Lösung der Schraube s wieder gehoben werden, während das Schaufelrad in Ruhe blieb, so daß der Versuch beliebig verlängert werden konnte. Nach 20 Wiederholungen wurde die Temperaturerhöhung des Wassers gemessen, die ungefähr 0,3° betrug. Aus den Gewichten und der gesamten Fallhöhe ließ sich die aufgewendete Arbeit berechnen; von dieser mußte die

Energie der Bewegung in Abzug gebracht werden, mit der die Gewichte am Boden ankamen. Die erzeugte Wärmemenge ergab sich aus der Temperaturerhöhung, der erwärmten Wassermenge und dem Wasserwert des Kalorimeters samt Schaufelrad. Joule fand als Mittel aus einer großen Anzahl von Versuchen, daß zur Erzeugung einer Kalorie 0,425 kgm notwendig sind. Hirn stellte das mechanische Wärmeäquivalent für den unelastischen Stoß fest (1858) und fand damit den Wert, der heute als gültig angesehen wird und den wir bereits angegeben haben. Er ließ einen 350 kg schweren Eisenzylinder H (Abb. 296) aus der Lage H' gegen einen Steinblock S fallen, der eine als Amboß dienende Eisenplatte E trug. Der Steinblock wog mit der Eisenplatte zusammen 941 kg. Block und Eisenzylinder waren, wie die Abb. zeigt, an je zwei Paaren etwa 3 m langer Seile aufgehängt. Zwischen beiden war mit Hilfe einer leichten Holzgabel ein 2,948 kg wiegender Bleizylinder B angebracht, dessen Temperatur gemessen war. Das Blei erwärmte sich beim Stoß und behielt, weil es unelastisch ist, die ihm aufgezwungene Gestalt bei. Nach dem Stoß fuhren Steinblock und Eisenzylinder wieder etwas auseinander. Hirn maß die Fallhöhe des Eisenzylinders, sowie seine Steighöhe und die des Steinblocks. Die aus den beiden Steighöhen berechnete Bewegungsenergie war geringer als die aus der Fallhöhe des Eisenzylinders berechnete; die Differenz gibt die verschwundene mechanische Energie an. Die vom Blei aufgenommene Wärmemenge ließ sich unmittelbar nach dem Stoß in einem Kalorimeter bestimmen.

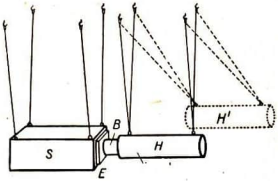


Abb. 296. Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch Stoß

Bei einem Versuch betrug die Fallhöhe des Eisenzylinders 1,166 m, die Steighöhe des Eisenzylinders nach dem Stoß 0,087 m, die Steighöhe des Steinblocks 0,103 m. Hirn fand, daß das Blei die Wärmemenge 656 cal aufgenommen hatte.

Abb. 297. Versuch zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents

Wir können mit einer sehr einfachen Versuchseinrichtung selbst einen ungefähren Wert des mechanischen Wärmeäquivalents bestimmen: Wir lassen in einer beiderseits verschlossenen Pappröhre (Abb. 297) 1 kg Bleischrot durch Umkippen von einem zum anderen Ende fallen. Die Fallstrecke sei 1 m. Wir sahen bereits, daß das Blei unelastisch ist; beim Auftreffen wandelt es seine Bewegungsenergie daher vollständig in Wärme um. Führen wir den Versuch 30mal rasch hintereinander aus und vermeiden dabei, daß das Blei an den Wänden entlang gleitet, so wird insgesamt die mechanische Energie $A = 30$ kgm in Wärme umgewandelt. Messen wir die Temperatur des Schrotes zu Anfang und Ende des Versuchs durch Einsetzen eines mit einem durchgeführten Thermometer versehenen Stopfens (Vorsicht!), so können wir aus der spezifischen Wärme des Bleis (0,03 cal/gr Grad) die erzeugte Wärme Q und das Verhältnis $A : Q$ bestimmen.

Sehr viel schwieriger ist die Bestimmung des Verhältnisses für die aus Wärme

gewonnenen Arbeit. Ist die Aussage richtig, daß in jedem Falle, in dem Arbeit aus Wärme gewonnen wird, die der gewonnenen Arbeit äquivalente Wärmemenge verschwindet, so muß auch in der Dampfmaschine die dem Kessel in der Zeiteinheit zugeführte Wärmemenge Q_1 größer sein, als die im Kondensator in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge Q_2. Beträgt die aus dem Arbeitsdiagramm berechenbare Arbeit für jeden Hub A, und vollführt die Maschine in der Zeiteinheit n Hübe, so ist die insgesamt in der Zeiteinheit geleistete Arbeit nA und das Verhältnis zwischen gewonnener Arbeit und aufgewendeter Wärme gleich $nA/(Q_1 - Q_2)$. Hirn hat als erster diesen Wert durch Versuche festgestellt (1858); seine Ergebnisse streuen um den Mittelwert 0,413 kg m/cal.

4. Der erste Hauptsatz der Wärmelehre. Nachdem wir das mechanische Wärmeäquivalent kennengelernt haben, können wir alle Energieänderungen, die ein Körper oder eine Maschine erfährt, im gleichen Maß, beispielsweise in kg m oder auch in cal messen. Geben wir den verbrauchten Energiemengen das negative Vorzeichen, so können wir den Satz von der Äquivalenz von mechanischer Arbeit und Wärme auch so ausdrücken:

Bei allen Umwandlungen von mechanischer Energie und Wärmeenergie bleibt die Summe der Energie unverändert. Energie geht weder verloren noch kann sie gewonnen werden.

Diesen Satz hat Hermann von Helmholtz auf **alle Energiearten** ausgedehnt und wir bezeichnen ihn in dieser allgemeinen Form als **Satz von der Erhaltung der Energie** oder als **1. Hauptsatz der Wärmelehre.**

Wird beispielsweise elektrische Energie in Wärme verwandelt (vgl. Teil II, §10), so findet sich immer das gleiche Verhältnis der in Kilowattstunden gemessenen elektrischen Energie zu der in Kilokalorien gemessenen entstandenen Wärmemenge, unabhängig von dem Wege, auf dem die Umwandlung vor sich geht. Wir messen das **elektrische Wärmeäquivalent,** indem wir die Wärmeabgabe eines Tauchsieders in einem Kalorimeter messen. Das Produkt aus Volt, Ampere und Zeit gemessen in Stunden liefert die elektrische Energie in Kilowattstunden; die Temperaturerhöhung bei bekannter Wasserfüllung des Kalorimeters und bekanntem Wasserwert von Kalorimeter und Tauchsieder liefert die entwickelte Wärmemenge in Kilokalorien. Es ergibt sich

$$\mathbf{1\ Kilowattstunde \mathrel{\widehat{=}} 860\ Kilokalorien.}$$

Wenn die Summe der Energie unverändert bleiben soll, muß zwischen mechanischer und elektrischer Arbeit immer das gleiche Verhältnis bestehen. Wir erkennen das, wenn wir uns vorstellen, daß wir einmal elektrische Energie in einen Elektromotor schicken und die entstehende mechanische Arbeit durch Reibung in Wärme verwandeln, und daß wir in einem zweiten Versuch die elektrische Energie direkt zur Heizung eines Kalorimeters verwenden. Es findet sich

$$\mathbf{1\ kWh \mathrel{\widehat{=}} 860\ kcal \mathrel{\widehat{=}} 860 \cdot 427\ kg\ m}$$
$$\mathbf{1\ kWh \mathrel{\widehat{=}} 367 \cdot 10^3\ kg\ m.}$$

5. Es gibt kein Perpetuum mobile. Helmholtz begründete den Satz von der Erhaltung der Energie mit der Erfahrung, daß es unmöglich ist, ein Perpetuum mobile[1]) herzustellen; darunter verstehen wir eine Maschine, die dauernd ohne Aufwand anderweitiger Energie nutzbringende Arbeit leistet. Wäre nämlich zum Beispiel die durch Reibung aus mechanischer Arbeit erzielte Wärmemenge größer als die Wärmemenge, die in der Dampfmaschine zum Hervorbringen der gleichen mechanischen Arbeit benötigt wird, so ließe sich durch Hintereinanderschalten der beiden Vorgänge ein dauernder Arbeitsüberschuß gewinnen und ein Perpetuum mobile wäre geschaffen. Davon, daß eine solche Maschine nicht konstruierbar ist, ist die physikalische Wissenschaft seit mehr als anderthalb Jahrhunderten überzeugt und damit auch von der unbedingten Gültigkeit des Satzes von der Erhaltung der Energie.

6. Die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents nach Robert Mayer. Wir denken uns 1 gr Luft unter Atmosphärendruck (760 Torr) bei 0° in einem Zylinder mit beweglichem Kolben eingeschlossen. Sie nimmt 0,77 dm³ ein. Erwärmen wir sie bei konstantem Druck auf 1°, so wird dazu eine Wärmemenge gebraucht, die durch die spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p gegeben ist.

Bei der Erwärmung dehnt sich die Luft um $\frac{1}{273}$ ihres Volums, also um $\frac{0,77}{273}$ dm³ aus. Sie verrichtet dabei die durch das Produkt aus Druck und Volumänderung gegebene Arbeit A. Der Druck einer Atmosphäre ist gleich 1,033 kg/cm², also ist

$$A = \frac{0,77 \cdot 1.033 \cdot 10^4}{273 \cdot 10^3} \text{ kg m} = 0,029 \text{ kg m}.$$

Nach dem Satz von der Erhaltung der Energie gibt umgekehrt 1 gr eingeschlossene Luft bei ihrer Abkühlung von 1° auf 0° die Wärmemenge c_p ab, wenn wir dafür sorgen, daß der Druck bei der Abkühlung unverändert gleich 760 Torr bleibt. Dazu muß der Kolben in den Zylinder hineingeschoben werden, was die Arbeit $A = 0,029$ kgm kostet. Im folgenden bezeichnen wir diesen Vorgang mit I.

Wir stellen uns nun vor, daß wir genau die gleiche Änderung mit der Luft vornehmen, wie im Anfang des Abschnittes. Wir vermeiden aber jede Arbeitsleistung der eingeschlossenen Luft. Wir wollen also 1 gr Luft von 0° und Atmosphärendruck, die das Volum 0,77 dm³ einnimmt, in den Zustand bei 1° und dem Volum $0,77\left(1+\frac{1}{273}\right)$ dm³, bei dem sie wieder den Druck 760 Torr hat, überführen. Das kann ohne Aufwand von Arbeit geschehen, wenn wir den Kolben im Zylinder gegen Verschiebung sichern und die Luft zunächst bei konstantem Volum 0,77 dm³ auf 1° erwärmen. Wir brauchen dazu die Wärmemenge, die durch die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Volum c_v gegeben ist. Wir wollen dies im folgenden Vorgang II nennen. Dann lassen wir die Luft sich ausdehnen, indem wir sie durch Öffnen eines Hahnes in ein zweites ausgepumptes Gefäß strömen lassen, dessen Rauminhalt $\frac{0,77}{273}$ dm³ beträgt. Wir sorgen dabei dafür, daß die Temperatur 1° erhalten bleibt. Wir werden dies als Vorgang III bezeichnen. Die Luft ist nun in der Tat in den zweiten Zustand ohne Arbeitsleistung übergeführt worden.

Es hat sich herausgestellt, daß bei solchen Überströmungsversuchen mit idealen Gasen, also auch mit Luft, bei gleichbleibender Temperatur keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird. Verhindert man den Wärmeaustausch mit der Umgebung, so ändert ein ideales Gas beim Ausströmen ins Vakuum, also bei der Ausdehnung ohne äußere Arbeit seine Temperatur dementsprechend nicht (anfängliche, durch die Strömung des Gases verursachte

1) perpétuum (lat.) = das Fortdauernde; mŏbilis (lat.) = beweglich.

Temperaturschwankungen innerhalb des Gases gleichen sich rasch aus). Die Luft beansprucht also für die Volumänderung in Vorgang III keine Energiezufuhr, und sie gibt auch keine Energie bei der Änderung ab. Wir lassen nun in Gedanken die Luft nacheinander die Vorgänge I, II und III durchlaufen; wir kühlen also zunächst von 1° auf 0° bei konstantem Druck 760 Torr ab, erwärmen dann bei konstantem Volum 0,77 dm³ auf 1° und dehnen schließlich bei gleichbleibender Temperatur soweit aus, daß der Druck wieder 760 Torr beträgt. Wir nannten einen solchen Vorgang, der zum Anfangszustand zurückführt, einen Kreisprozeß (§ 104, 2).

Wir untersuchen jetzt die insgesamt ausgetauschten Arbeits- und Wärmemengen. Im Vorgang I wird von außen die Arbeit $A = 0{,}029$ kg m aufgewendet. Die Luft gab im Vorgang I die Wärmemenge c_p nach außen ab, und nahm im Vorgang II die Wärmemenge c_v auf. Im III. Vorgang wurde weder Arbeit noch Wärme ausgetauscht. Nach dem Satz von der Erhaltung der Energie ist also

$$A = c_p - c_v .$$

Für die spezifischen Wärmen der Luft hatten wir bereits die Werte $c_p = 0{,}240$ cal/gr Grad und $c_v = 0{,}172$ cal/gr Grad angegeben; also ist $c_p - c_v = 0{,}068$ cal/gr Grad. Da die angegebene Arbeit A für 1 gr und 1 Grad Temperaturdifferenz berechnet ist, finden wir, daß

$$0{,}029 \text{ kg m} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}068 \text{ cal},$$

also

$$1 \text{ cal} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}427 \text{ kg m}.$$

Dies ist der Weg, auf dem zuerst R. Mayer 1842 mit den ihm bekannten Werten für die spezifischen Wärmen der Luft das mechanische Wärmeäquivalent berechnet hat.

Luft ist im wesentlichen ein Gemisch aus 77 Gewichtsteilen Stickstoff vom Molekulargewicht 28 und aus 23 Teilen Sauerstoff vom Molekulargewicht 32. Ihr mittleres Molekulargewicht beträgt also 29; ein Mol Luft enthält dementsprechend 29 Massengramm.

Die Zustandsgleichung für 1 Mol eines idealen Gases, also für 29 Gramm Luft lautet

$$p V_M = R T.$$

Für $T_0 = 273°$ K und $p_0 = 760$ Torr (1,033 kg/cm²) gilt

$$p_0 V_{M_0} = R T_0 .$$

Nach der Erwärmung um 1° bei dem konstanten Druck p_0 ist

$$p_0 V_M = R (T_0 + 1).$$

Durch Subtrahieren der ersten Gleichung von der zweiten erhalten wir

$$p_0 (V_M - V_{M_0}) = R.$$

Die linke Seite dieser Gleichung bedeutet das Produkt aus Druck und Volumverminderung bei der Abkühlung eines Moles Luft von 1° auf 0° C bei dem konstanten Druck einer Atmosphäre. Dieses Produkt liefert aber, wie wir wissen, die Arbeit, die im Vorgang I aufgewendet wurde. Es ist damit gleich der Arbeit A_M, die bei dem Kreisprozeß mit 1 Mol Luft verbraucht wird. Wir finden also: Die je Mol und Grad Temperaturdifferenz bei dem Kreisprozeß verbrauchte Arbeit A_M ist gleich der universellen Gaskonstante R:

$$A_M = R.$$

In der Tat finden wir $A_M = 29\,A$ und damit für R den Wert 0,841 kgm je Mol und Grad (vgl. hierzu § 95, 6). Wir können diesen Wert mit Hilfe des mechanischen Wärmeäquivalentes in cal je Mol und Grad umrechnen und finden

$$R = \frac{841}{427} \text{ cal je Mol und Grad}$$

oder

$$\mathbf{R = 2 \text{ cal je Mol und Grad.}}$$

Wegen $A = c_p - c_v$ gilt $\qquad A_M = 29\,(c_p - c_v)$,

wo $29\,c_p$ und $29\,c_v$ die Wärmemengen in Kalorien sind, die zur Erwärmung von einem Mol Luft bei konstantem Druck und konstantem Volum um 1^0 erforderlich sind. Wir nennen sie die Molwärmen der Luft bei konstantem Druck und konstantem Volum. Wir haben also gefunden, daß die Molwärmen der Luft bei konstantem Druck und konstantem Volum sich um 2 Kalorien, den Betrag von R, unterscheiden. Hätten wir den Kreisprozeß mit irgendeinem anderen idealen Gas durchgeführt, so hätten wir das gleiche Ergebnis gefunden:

Die Molwärmen bei konstantem Druck und konstantem Volum unterscheiden sich für alle idealen Gase um den gleichen Betrag, nämlich um 2 cal.

§ 107. Die Energieausnutzung in den Wärmekraftmaschinen

Nachdem wir das mechanische Wärmeäquivalent kennengelernt haben, können wir die Energieausnutzung in den Wärmekraftmaschinen untersuchen, indem wir die Arbeitsleistung der Maschine mit der im Kessel verbrauchten oder im Zylinder erzeugten Wärmeenergie vergleichen. Das Verhältnis der Arbeitsleistung zur aufgewendeten Wärmemenge nennt man den **Wirkungsgrad** der Maschine.

Die bei der Verbrennung eines Brennstoffs erzielbare Wärmemenge nennen wir seinen Heizwert. Die folgende Tabelle bringt die Heizwerte einer Reihe wichtiger Brennstoffe.

Heizwerte einiger Brennstoffe

Wasserstoff	34 000 kcal/kg	Kraftsprit	7 000 kcal/kg
Treibgas (Propan)	12 000 „	Steinkohle	bis zu 8 000 „
Leuchtgas	etwa 9 000 „	Braunkohle	„ „ 4 500 „
Petroleum, Benzin, Benzol	10 000 „	Holz	„ „ 3 600 „

1. Der Wirkungsgrad der Kolbendampfmaschine. 1 kg bester Steinkohle würde also ausreichen, um 8000 kg Wasser um 1^0 zu erwärmen oder um 12 kg Wasser von 20^0 in Dampf von etwas über 200^0 zu verwandeln (lies dies aus Abb. 271 ab). Dazu wäre aber nötig, daß alle Wärme an das Wasser abgegeben würde. Das ist nicht der Fall. Ein recht erheblicher Verlust tritt schon dadurch ein, daß die Kohle nicht vollständig zu Kohlendioxyd und Wasser

verbrennt, sondern auch Kohlenoxydgas und Ruß entstehen. Ferner erwärmen sich die Kesselwandungen und strahlen dauernd Wärme aus. So kommt es, daß beispielsweise nur 70% vom Heizwert der Kohle zur Erwärmung des Kesselwassers und zu seiner Umwandlung in Wasserdampf ausgenutzt werden. Aber auch diese 70% werden nicht vollständig in Arbeit umgesetzt. Reichlich $\frac{2}{3}$ dieser Wärmeenergie werden durch den heißen Abdampf beim Kondensieren auf den Kondensator (oder beim Auspuffen in die umgebende Atmosphäre) übertragen; geringere Energiemengen gehen durch Wärmeleitung und -strahlung des Zylinders und durch Reibung verloren. In der Feuerung einer gut wirkenden Kolbendampfmaschine muß für jede Pferdestärke, die die Maschine leisten soll, in der Stunde mindestens 0,5 kg beste Steinkohle verbrannt werden. 0,5 kg Kohle entsprechen 4000 kcal oder $4000 \cdot 427$ kg m; es werden also $1{,}7 \cdot 10^6$ kg m in der Stunde verbraucht. Einer Pferdekraft entspricht die Leistung von 75 kg m/s. Das sind $75 \cdot 60 \cdot 60$ kg m in der Stunde; in einer Stunde leistet die Maschine also nur $0{,}27 \cdot 10^6$ kg m, das sind im günstigsten Fall 16% der aufgewendeten Wärmeenergie. Es ergibt sich also, daß die Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit hier nur in einem Verhältnis möglich ist, das eine Verschwendung bedeutet. Daher werden auch in der Technik immer neue Anstrengungen gemacht, die Umwandlung günstiger zu gestalten und die Abdampfwärme besser auszunützen.

2. Der Wirkungsgrad anderer Wärmekraftmaschinen. In den Abb. 298 und 299 sind Beispiele für die Ausnutzung der Wärmeenergie in einem Turbogenerator, das ist eine zur Erzeugung von elektrischem Strom benutzte Dampfturbine, und einem Kraftwagenexplosionsmotor dargestellt. Die durch Verbrennung des Kraftstoffes der Maschine zugeführte Wärmeenergie (durch die volle Breite oben dargestellt) wird durch eine Reihe von Verlusten (die seitlich abgezweigt dargestellt sind) auf einen schließlich ausnutzbaren Teil vermindert, der senkrecht nach unten verlaufend gezeichnet ist.

Die Dampfturbinen haben einen ähnlichen Wirkungsgrad wie die Kolbendampfmaschinen, doch kommen die Verluste auf andere Art zustande. Die nutzbare elektrische Energie des Generators ist nur wenig geringer als die an die Turbinenwelle abgegebene Energie.

Beim Explosionsmotor fallen die Verluste fort, die in der Dampfmaschine schon bei der Dampferzeugung auftreten. Abb. 299 zeigt, daß 24% der aufgewendeten Wärmeenergie als Arbeit gewonnen werden können. Eine noch wesentlich bessere Wärmeausnutzung ermöglicht der Dieselmotor. Bei ihm werden etwa 35% der Brennstoffenergie in Arbeit umgesetzt.

§ 108. Der zweite Hauptsatz der Wärmelehre

1. Umkehrbare und nicht umkehrbare Vorgänge. Verfolgen wir noch einmal die Stahlkugel, die auf einer Glasplatte tanzt, in ihrer Bewegung, so sehen wir, daß jeder Bewegungszustand fortgesetzt abwechselnd in der einen und in

der entgegengesetzten Richtung durchlaufen wird. Ebenso bewegt sich das Pendel in ganz gleicher Weise in der einen und in der anderen Richtung, und es wird in beiden Beispielen immer abwechselnd Energie der Lage in Bewegungsenergie und umgekehrt umgewandelt.

Solche Vorgänge, die unterschiedslos in der einen und in der anderen Richtung durchlaufen werden, nennen wir **umkehrbare Vorgänge.** Wir sahen schon, daß sie sich nirgends genau verwirklichen lassen.

Wenn man das eine Ende eines Metallstabes erwärmt, wird auch das andere „von selbst" warm. Es geht aber niemals Wärme ohne weiteres von dem kühlen Ende auf das wärmere über, so daß dieses sich noch weiter erwärmt und jenes sich dafür abkühlt. Man wird auch, wenn in zwei durch eine offene Tür verbundenen Zimmern die Temperatur 15° herrscht, vergeblich darauf warten, daß es in dem einen Raum 18° warm wird und dafür die Temperatur in dem andern entspre-

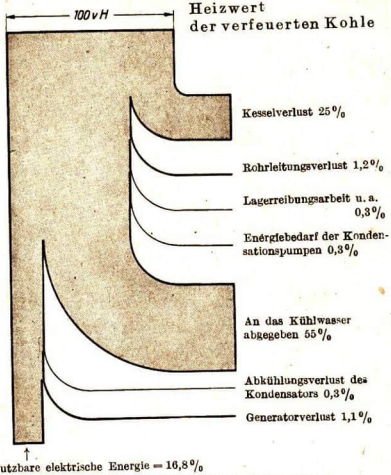


Abb. 298. Energieverbleib bei einem Turbogenerator

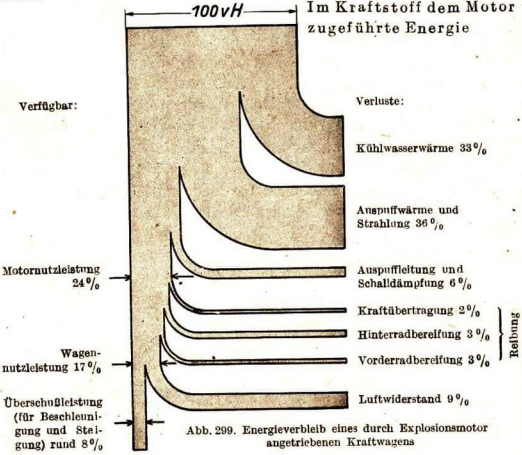


Abb. 299. Energieverbleib eines durch Explosionsmotor angetriebenen Kraftwagens

chend absinkt. Das soll natürlich nicht heißen, daß es nicht möglich wäre, einen Körper unter die Temperatur seiner Umgebung abzukühlen. Wenn wir uns die Abkühlungsvorgänge genauer ansehen, so finden wir aber, daß immer außer der Abkühlung des Körpers unter die Temperatur seiner Umgebung auch noch weitere Veränderungen eingetreten sind. Ein Kühlschrank verbraucht elektrischen Strom oder Gas; bei der Herstellung einer Kühlmischung schmilzt Eis und geht Salz in Lösung über; bei der Abkühlung durch Verdunstung verdampft Flüssigkeit. Wir können noch beliebig viele Beispiele zusammentragen, immer werden wir finden:

Wärme geht niemals von einem kälteren zu einem wärmeren Körper über, ohne daß dauernde Veränderungen in der Umgebung hervorgerufen werden

und

zwischen Körpern von gleicher Temperatur entstehen niemals Temperaturunterschiede, ohne daß dauernde Veränderungen in der Umgebung hervorgerufen werden.

Dies ist der **zweite Hauptsatz der Wärmelehre.**

Wir nennen solche Vorgänge, die von selbst nur in einer Richtung verlaufen, **nicht umkehrbare Vorgänge.** Der zweite Hauptsatz besagt also, daß es solche Vorgänge in der Natur gibt.

Wir haben bereits eine Reihe nicht umkehrbarer Vorgänge kennengelernt. Wir erzeugten Wärme durch Reibung, wobei mechanische Arbeit verbraucht wurde; wir lösten Kochsalz in Wasser auf; wir sahen, wie Körper sich durch Diffusion mischen; wir ließen ein Gas in einen leergepumpten Raum dringen. Ein anderer nicht umkehrbarer Vorgang, den wir auch bereits benutzt haben, ist die Erzeugung von Wärme im Tauchsieder; dabei wird elektrische Energie verbraucht (vgl. Teil II, § 10). Auch bei der Beobachtung chemischer Vorgänge haben wir solche kennengelernt, die immer nur in einem bestimmten Sinn verlaufen. So bildet sich bei der Vereinigung von abgestimmten Mengen Natronlauge und Salzsäure eine wässrige Kochsalzlösung. Wir haben aber nie beobachtet, daß sich von selbst aus einer Kochsalzlösung Natronlauge und Salzsäure bilden. Alle diese nicht umkehrbaren Vorgänge treten stets von selbst ein, wenn sich die Gelegenheit bietet. Ein Gas strömt unter allen Umständen in den luftleeren Raum, mit dem es in Berührung steht; der elektrische Strom erzeugt Wärme; das Salz löst sich im Wasser auf.

2. Die Verwandlung von Wärme in Arbeit. Wenn man eine Maschine konstruieren könnte, deren einzige Tätigkeit darin bestünde, Wärme in die äquivalente Menge Arbeit zu verwandeln, ohne daß sich nach der Rückkehr der Maschine in ihren Anfangszustand sonst irgend etwas geändert hätte, so wäre die Erzeugung von Wärme durch Arbeit ein umkehrbarer Vorgang. Aber auch alle anderen der aufgezählten nicht umkehrbaren Vorgänge könnte man mit einer solchen Maschine vollständig rückgängig machen; man könnte mit ihr die Energiearten so ineinander übergehen lassen, wie Bewegungsenergie und Lagenenergie beim Schwingen eines Pendels. Mit einer solchen Maschine könnte man den Wärmeübergang von wärmeren zu kälteren Kör-

pern folgendermaßen rückgängig machen: Man entzieht dem ursprünglich kälteren Körper die auf ihn übergegangene Wärme und setzt sie mit Hilfe der Maschine in die äquivalente Arbeit um; die so gewonnene Arbeit benutzt man dazu, den Körper, der die Wärme abgegeben hatte, durch Reibung wieder zu erhitzen. – Die Ausdehnung der Gase in einen leergepumpten Raum könnte man rückgängig machen, indem man das Gas zunächst unter Aufwendung von Arbeit komprimiert und die hierbei erhaltene Wärme mit Hilfe der Maschine zum Ersatz der aufgewendeten Arbeit benutzt. Auch für die übrigen als nicht umkehrbar bezeichneten Vorgänge ließen sich mit einer solchen Maschine Wege finden, sie vollständig rückgängig zu machen. Eine solche Maschine, bei der nur durch Abkühlung eines Wärmebehälters Arbeit geleistet wird, läge z. B. vor, wenn eine Schiffsmaschine ohne eine andere Antriebskraft (Wind, Brennstoff usw.) dem Meerwasser andauernd Wärme entzöge und in nutzbare Arbeit verwandelte. Eine solche Maschine würde bei den unerschöpflichen im Wasser, in der Luft und im Erdboden verfügbaren Wärmemengen praktisch von derselben Bedeutung sein wie ein Perpetuum mobile. Man hat sie daher ein Perpetuum mobile zweiter Art genannt, und hat der Maschine, die entgegen dem ersten Hauptsatz Arbeit aus nichts hervorbringen soll, den Namen Perpetuum mobile erster Art gegeben. Wir können den zweiten Hauptsatz also auch als den **Satz von der Unmöglichkeit, ein Perpetuum mobile zweiter Art zu konstruieren,** bezeichnen. Die Tatsache, daß es eine derartige Maschine nicht gibt, ist also gleichbedeutend damit, daß sich in der Natur Temperaturunterschiede ausgleichen, ohne daß sonst etwas zu geschehen braucht, daß aber Temperaturunterschiede nur dann entstehen, wenn irgendeine dauernde andere Änderung gleichzeitig eintritt. Das bedeutet, daß es Vorgänge gibt, die sich in der Natur nur in einer Richtung abspielen. Wir hatten dementsprechend bereits gefunden, daß alle uns bekannten Wärmekraftmaschinen für ihren Betrieb einen Temperaturunterschied zwischen dem im Zylinder arbeitenden Dampf oder Gas und dem Kondensator oder der Umgebung verlangen, und daß ein Teil der bei der Dampfmaschine im Kessel und beim Verbrennungsmotor im Zylinder entwickelten Wärme an diese kältere Umgebung abgegeben wird.

3. Der maximale Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschinen. Carnot (französischer Offizier und Physiker, 1824) und Clausius haben gezeigt, daß das Verhältnis der mit einer Wärmekraftmaschine erzielbaren Arbeit A zu der dem Zylinder der Dampfmaschine zugeführten oder im Zylinder des Verbrennungsmotors erzeugten Wärmemenge Q im günstigsten Falle, in dem von den Verlusten durch Reibung und Wärmeleitung oder -strahlung abgesehen wird,

$$\frac{A}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ist. T_1 bedeutet die höchste Temperatur im Zylinder in absoluten Graden und T_2 die absolute Temperatur des Kondensators oder allgemein des kühleren Wärmebehälters. Dieses günstigste Verhältnis von A durch Q heißt der maximale Wirkungsgrad der zwischen T_1 und T_2 arbeitenden Wärmekraftmaschine. Da T_2 im wesentlichen immer durch die Temperatur der Umgebung (Kühlwasser) fest gegeben ist, ist bei gleichbleibendem Brennstoffaufwand die erzielbare Arbeit um so größer, je höher T_1 ist. Man ist daher bei der Konstruk-

tion von Dampfmaschinen zu immer höheren Dampftemperaturen und zur Vermeidung zu hoher Dampfdrucke dabei zur Konstruktion von Heißdampfmaschinen (mit ungesättigtem Dampf) übergegangen. In dem in § 104 gebrachten Beispiel einer Kolbendampfmaschine strömt gesättigter Dampf von 12 at in den Zylinder; dem entspricht 187° C ≙ 460° K. Im Kondensator herrscht bei 0,05 at die Temperatur 33° C ≙ 306° K. Der maximale Wirkungsgrad $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ ist also gleich $\frac{154}{460}$ oder 0,335. Von der im Zylinder aufgenommenen Energie, die 70% der verbrauchten Heizenergie betrug, kann also im günstigsten Falle nur etwa $\frac{1}{3}$ ausgenutzt werden, d. h. $23\frac{1}{2}$% der gesamten zur Verfügung stehenden Energie; die übrigen $46\frac{1}{2}$% bleiben in dem in den Kondensator abgeführten Wasserdampf. Wir fanden, daß im Betriebe nur 16% der zugeführten Wärme in Arbeit umgesetzt wurde. Dies ist auf praktische Unzulänglichkeiten, besonders auf Verluste durch Reibung, Wärmeleitung und -strahlung zurückzuführen.

§ 109. Kälteerzeugung

1. Kälteerzeugung. Wir gießen Äther in ein Schälchen und in ein Reagenzglas; dieses verschließen wir mit einem Stopfen, durch den ein Thermometer hindurchführt. Wir beobachten, daß der Äther im verschlossenen Reagenzglas die gleiche Temperatur wie seine Umgebung hat. Die Temperatur des Äthers in dem Schälchen ist dagegen tiefer als die seiner Umgebung, so lange sich überhaupt noch Äther in dem Schälchen befindet. Ist aller Äther verdunstet, so nimmt auch die Schale wieder die Temperatur der Umgebung an. Wir erinnern uns an den Versuch § 100, 1, wo wir durch Verdampfen von Äther Wasser zum Gefrieren bringen konnten. Alle diese Versuche können wir dadurch erklären, daß wir feststellen: Der Äther kann nur so lange verdampfen, als der ihm zur Verfügung stehende Gasraum noch nicht mit Ätherdampf gesättigt ist; die bei der Verdunstung durch Verbrauchen der Verdampfungswärme bewirkte Abkühlung hört auf, sobald Sättigung erreicht ist. Soll die Abkühlung fortgesetzt werden, so muß der Dampf abgesaugt werden, was nur unter Arbeitsleistung möglich ist. Man kann diese Arbeit auch durch Aufwand von Wärmeenergie (Dampfmaschine) gewinnen. Allgemein gilt:

Eine Maschine, die fortgesetzt einem Wärmebehälter Wärme zu entziehen vermag, kann nur unter Aufwendung von Arbeit oder dadurch betrieben werden, daß Wärme an anderer Stelle von einem heißeren zu einem kälteren Behälter übergeht.

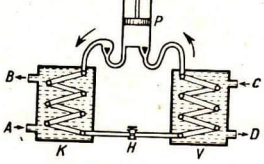


Abb. 300. Verdampfungskältemaschine

2. Die Kältemaschinen. Auf der durch Verdampfen einer Flüssigkeit hervorgerufenen Abkühlung beruht die Wirkung der **Verdampfungskältemaschine.** Sie enthält (Abb. 300) einen Zylinder *P*, in dem Ammoniakgas zusammengedrückt wird. Dabei erwärmt es sich. Das zusammengepreßte Gas strömt in eine Rohrleitung im Kühler *K*, wo es durch fließendes Wasser gekühlt wird, das in *A* ein- und in *B* wieder austritt. Das Gas wird durch den hohen

Druck bei der Temperatur des Kühlwassers flüssig. Durch einen Hahn H, der zeitweilig geöffnet wird, strömt das flüssige Ammoniak in die in V befindliche Rohrleitung. Diese steht mit dem Zylinder in Verbindung. Geht der Kolben zurück, so entsteht ein Unterdruck in der rechten Rohrleitung. Das flüssige Ammoniak verdampft dann stark und kühlt sich weit unter den Gefrierpunkt des Wassers ab. Die rechte Rohrleitung ist in V von Salzwasser umgeben, das nach der Abkühlung in V in Röhren durch die abzukühlenden Räume des Kühlhauses oder der Brauerei geleitet wird. Hängt man Gefäße mit reinem Wasser in die Salzlösung, so gefriert dieses. Die Salzlösung wird je nach dem Verwendungszweck der Kühlanlage auf -5^0 bis -20^0 abgekühlt. In V herrscht dauernd eine wesentlich tiefere Temperatur als in K; es wird dort dauernd Wärme von der Salzlösung abgegeben und vom Ammoniak aufgenommen; diese Wärme wird in K an das Kühlwasser bei wesentlich höherer Temperatur wieder abgegeben. Es geht also dauernd Wärme von niedriger Temperatur in solche von höherer Temperatur über. In Übereinstimmung mit dem zweiten Hauptsatz wird hierbei zur Verdichtung der Ammoniakdämpfe dauernd Arbeit verbraucht, die nach dem ersten Hauptsatz auch wieder als Wärme in K erscheint. In diesem Sinne ist der Vorgang in der Verdampfungskältemaschine eine Umkehrung der Arbeitsleistung der Dampfmaschine.

Dort, wo viel Abwärme zur Verfügung steht, werden auch Kühlanlagen verwendet, die keine Pumpe enthalten; sie werden durch Heizung betrieben, und oft geschieht die notwendige Kühlung nicht durch Kühlwasser, sondern durch die umgebende Luft. In diesen Kühlanlagen wird die Kompressionspumpe P dadurch ersetzt, daß das Ammoniakgas in Wasser absorbiert und bei höherer Temperatur und entsprechend höherem Druck durch Erwärmen wieder aus dem Wasser ausgetrieben wird. Diese **Absorptionskältemaschinen** haben den Vorzug, keine beweglichen Teile zu besitzen. Der Energieverbrauch ist aber bei gleicher Kühlwirkung erheblich größer als bei den Verdampfungskältemaschinen. Im Haushalt ist man geneigt, diesen Nachteil gegenüber der Betriebseinfachheit in Kauf zu nehmen.

3. Die Verflüssigung aller Gase. In § 101 sahen wir, daß ein Gas nur dann durch Druck verflüssigt werden kann, wenn seine Temperatur unterhalb der kritischen Temperatur des Gases liegt. Für Stickstoff und Sauerstoff, die Bestandteile der Luft, wird die kritische Temperatur mit einer einfachen Kältemaschine nicht erreicht. Ihre Verflüssigung gelang erst Pictet (in Genf 1877) durch Hintereinanderschalten von zwei Verdampfungsmaschinen. Er verflüssigte zunächst Schwefeldioxyd (SO_2), indem er das Gas bei gewöhnlicher Temperatur komprimierte, und die bei der Kompression entstehende Wärme ableitete. Vermindert man den Druck über der so gewonnenen Flüssigkeit bis auf 1 at, so kühlt sie sich durch teilweise Verdampfung auf die Temperatur des normalen Siedepunktes ab und kann durch Abpumpen des Dampfes über der Flüssigkeit leicht weiter auf -70^0 abgekühlt werden. Bei

dieser Temperatur verflüssigte Pictet lediglich durch Druckanwendung Stickoxyd (NO), das nun seinerseits unter vermindertem Druck zum Sieden gebracht, sich auf — 140° abkühlt. Damit war die kritische Temperatur des Sauerstoffs und Stickstoffs unterschritten und somit auch die Luftverflüssigung durch Kompression ermöglicht. Bei der Verflüssigung des Wasserstoffs und Heliums versagt diese Methode der Hintereinanderschaltung von Verdampfungskältemaschinen. Wir kennen nämlich keinen Körper, der zwischen dem Erstarrungspunkt des Sauerstoffs und der kritischen Temperatur des Wasserstoffs als Flüssigkeit existiert, so daß man keine Maschine hat, die man an die mit Sauerstoff betriebene anschließen könnte.

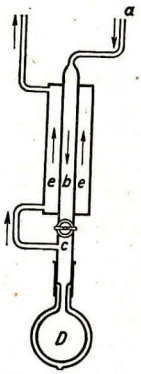


Abb. 301. Gegenströmer der Lindeschen Kältemaschine

Auf einem ganz anderen Prinzip beruht die **Lindesche Maschine zur Luftverflüssigung.** Versuche von Thomson und Joule haben ergeben, daß Gase, wenn sie Abweichungen von der idealen Zustandsgleichung zeigen, sich bei der Ausdehnung ohne Arbeitsleistung abkühlen. Diesen an sich nur geringen Effekt benutzt das Lindesche Verfahren (1895), um durch immer wiederholte Entspannung ein Gas immer weiter abzukühlen, bis es sich schließlich bei der Entspannung teilweise verflüssigt. Der wesentliche Teil der Lindeschen Maschine ist der Gegenstromapparat (Abb. 301), ein doppeltes, gut gegen Wärmeverluste geschütztes Rohr, in das innen Luft von 200 at, der die bei der Kompression entstandene Wärme durch Wasserkühlung entzogen wurde, von *a* aus einströmt. Am Ende des Rohres ist ein Hahn *c*, der die Luft mit etwa 40 at ausströmen und in dem äußeren Rohre zur Kompressionspumpe zurückkehren läßt. Es gibt auch Maschinen, bei denen auf Atmosphärendruck entspannt wird. Beim Ausströmen aus *c* kühlt sich die Luft, obwohl die Ausdehnung arbeitslos erfolgt, auf einige Grade unter den Eispunkt ab. Diese Luft streicht in *e* an dem inneren Rohr *b* entlang und kühlt die darin einströmende Luft ab. Dadurch erniedrigt sich die Temperatur beim Übergang aus der inneren in die äußere Röhre weiter usw. Durch dieses Gegenstromverfahren wird erreicht, daß die Luft bei 40 at flüssig wird und sich im Gefäß *D* ansammelt. Bei der Entnahme entspannt sie sich auf den Druck der Atmosphäre und kühlt sich dabei durch teilweise Verdampfung bis zum Siedepunkt bei normalem Druck ab (etwa — 190°). Diese Maschinen dienen in der Industrie zu Kühlanlagen und zur Trennung der Gase der Luft. Bei Wasserstoff setzt die Abkühlung durch Entspannung erst bei etwa — 80° und für Helium bei etwa — 250° ein. Diese Gase müssen also unter diese Temperaturen abgekühlt werden, ehe das Lindesche Verfahren zur Abkühlung und Verflüssigung führt. Auf diesem Wege hat der Engländer Dewar zum erstenmal (1898) flüssigen Wasserstoff erzeugt. Helium wurde zuerst (1908) von dem Holländer Kamerlingh Onnes verflüssigt.

Der russische Wissenschaftler Kapiza konstruierte einen neuen Apparat zur Herstellung von flüssiger Luft und flüssigem Sauerstoff. Außerdem entdeckte er die Supra-Dünnflüssigkeit des Helium II.

§ 110. Die mechanische Theorie der Wärme

1. Wärme als Bewegung. Wir fragen nun, was denn eigentlich die Wärme sei, die die Körper veranlaßt, ihr Volum zu ändern, die feste Körper zum Schmelzen und Flüssigkeiten zum Verdampfen bringt, die dort in ganz bestimmtem Verhältnis entsteht, wo mechanische oder elektrische oder auch chemische Energie anscheinend verloren geht und die wir benutzen können, um mechanische Arbeit zu leisten.

Wir erinnern uns an das, was wir über den Aufbau der Körper erfahren haben: daß die chemisch einheitlichen Stoffe aus kleinsten, einander gleichen Teilen, den Molekülen zusammengesetzt sind. In der kinetischen Theorie der Gase erfuhren wir, daß diese kleinsten Teilchen im Gasraum in beständiger Bewegung begriffen sind. Sie prallen von den Wänden ab; sie fahren auseinander, wenn sie zusammenstoßen und fliegen bis zum nächsten Zusammenstoß in gerader Linie durch den Raum. Wir sahen, daß der Druck des Gases dadurch zustande kommt, daß die Moleküle beim Aufprallen ihre Bewegungsgröße ändern. Die Wand erfährt dadurch bei jedem Stoß einen Impuls; durch die Summe aller Impulse in der Zeiteinheit ist die auf die Wand ausgeübte Kraft und damit auch der vom Gase ausgeübte Druck gegeben. Wir sahen ferner an der Brownschen Bewegung, daß auch in Flüssigkeiten eine solche regellose Bewegung der kleinsten Teilchen beobachtet werden kann (vgl. § 87, 4).

Wenn wir nun verfolgen, wie beipielsweise im Jouleschen Schaufelradversuch Bewegungsenergie verschwindet und dafür die Flüssigkeit erwärmt wird, so liegt die Vermutung nahe, daß bei dem Versuch die Bewegungsenergie erhalten bleibt. Man hat die folgende Theorie aufgestellt: Die gleichgerichtete Bewegung der kleinsten Teilchen, aus denen das Schaufelrad besteht, wird auf die Flüssigkeitsmoleküle übertragen. Deren Bewegung behält aber die gemeinsame Richtung nicht bei, sondern erfolgt völlig regellos. Der Erwärmung der Flüssigkeit entspricht somit eine Bewegungszunahme ihrer Moleküle. Wir verallgemeinern: Überall dort, wo ein Körper erwärmt wird, verstärkt sich die Bewegung seiner Moleküle. Diese Auffassung wird dadurch bestätigt, daß durch Erwärmung der Druck eines eingeschlossenen Gases vermehrt wird. Denn das bedeutet, daß wegen der Vergrößerung der Molekülgeschwindigkeiten durch die Erwärmung die Summe der an die Wand übertragenen Impulse ansteigt. Eine weitere Bestätigung sehen wir darin, daß die Brownsche Bewegung lebhafter wird, wenn man die Versuchstemperatur steigert.

Da jeder materielle Körper im festen, flüssigen oder gasförmigen Zustand bei der Abkühlung entsprechend seiner spezifischen Wärme mehr oder weni-

ger Wärme abzugeben vermag, müssen demnach seine Moleküle mindestens vor der Abkühlung in Bewegung sein. Die kleinsten Teilchen sollen also auch in festen Körpern nicht wie Steine einer Mauer unbeweglich gelagert sein, sondern um die Gleichgewichtslage, die ihnen durch die Wirkung der Nachbarn angewiesen wird, hin und her schwingen. Die frei beweglichen Moleküle der Gase und Flüssigkeiten können außer den fortschreitenden Bewegungen Drehungen ausführen, und innerhalb der einzelnen Moleküle schwingen die Atome, aus denen sie zusammengesetzt sind, gegeneinander, als ob sie durch elastische Federn miteinander verbunden wären. Die Moleküle wirken fortgesetzt aufeinander ein und tauschen dabei gegenseitig alle Formen der mechanischen Energie ihrer fortschreitenden, drehenden und schwingenden Bewegung aus. Die Gesamtheit aller dieser Energien nennen wir den **Wärmeinhalt** des Körpers.

Stellen wir uns die Wärme in dieser Weise vor, so verstehen wir auch, warum feste, flüssige und gasförmige Körper, die sich längere Zeit berühren, dieselbe Temperatur annehmen. In ihrer Grenzfläche erfolgen Molekülstöße vom heißen Körper auf den kalten und vom kalten auf den heißen. Solange die Temperatur beider noch verschieden ist, ist die Bewegungsenergie im heißen Körper größer als im kalten; solange wird also bei den Stößen mehr Energie vom heißen an den kalten Körper abgegeben als umgekehrt. Temperaturgleichgewicht, das heißt gleiche Temperatur in allen Teilen, herrscht, wenn die Summe aller Impulse von der einen Seite gleich der Summe aller Impulse von der anderen Seite ist, wenn also die mittlere Bewegungsenergie an der Grenzfläche auf beiden Seiten gleich ist. Es braucht deshalb nicht der gesamte Wärmeinhalt der Körper an der Grenzfläche gleich zu sein, denn für die Energieübertragung kommt nur die den Stoß begleitende Änderung der Bewegungsgröße, also die kinetische Energie der Stoßbewegung in Betracht.

Die Temperatur ist daher gegeben durch die mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung, mit der die Moleküle aufeinander oder auf die Wand treffen; der Wärmeinhalt ist abhängig von der Summe aller Lagen- und Bewegungsenergien der Moleküle des Körpers.

Je mehr Atome ein Molekül bilden, desto größer ist die Zahl der Bewegungsmöglichkeiten innerhalb des Moleküls, desto größer ist der Wärmeinhalt des Körpers je Mol. Den kleinsten Wärmeinhalt je Mol hat ein Körper, dessen Moleküle sich gegenseitig nicht beeinflussen, die sich nicht um sich selbst drehen und keine Schwingungen ausführen; das sind die Edelgase.

2. Die Temperatur. Wir wollen diese Gedankengänge im einzelnen für ein ideales Gas verfolgen: Wir fanden in § 85, 2 für ein Gas, dessen Moleküle keinerlei Kräfte aufeinander ausüben und sich beim Stoß vollkommen elastisch verhalten, die Grundgleichung

$$p \cdot V = \frac{1}{3}\, n m v^2. \qquad (1)$$

Hier bedeuten n die Anzahl der im Volum V enthaltenen Moleküle, m die Masse und v die mittlere quadratische Geschwindigkeit eines Moleküls, die einen in § 85 genau angegebenen Mittelwert aus all den verschiedenen Geschwindigkeiten der Moleküle darstellt. Wenn wir ein einzelnes Molekül verfolgen könnten, so würden wir finden, daß es fortgesetzt von Stoß zu Stoß nicht nur seine Richtung, sondern auch den Betrag seiner Geschwindigkeit ändert; dagegen ändert sich nach der Theorie die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle nicht, solange die Temperatur unverändert bleibt. So folgte aus dieser Gleichung das Boylesche Gesetz.

Für ein solches ideales Gas gilt die Zustandsgleichung

$$p \cdot V = \frac{p_0 V_0}{T_0} T .$$

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für pV erhalten wir

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} T = \frac{1}{3} n m v^2 .$$

Einer Erhöhung der Temperatur entspricht also eine Steigerung der Molekülgeschwindigkeit, da in dieser Gleichung außer T und v nur konstante Größen vorkommen. Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} T = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \frac{1}{2} m v^2 ,$$

so sagt sie aus:

Die absolute Temperatur eines Gases ist der Bewegungsenergie seiner Moleküle proportional.

Nach dieser Gleichung wäre also der **absolute Nullpunkt** diejenige Temperatur, bei der ein ideales Gas keine Bewegungsenergie mehr hätte. Eine tiefere Temperatur ist also nicht vorstellbar. Die Erfahrung hat gezeigt, daß alle Gase sich bei der Abkühlung bereits vor der Annäherung an den absoluten Nullpunkt kondensieren, und daß die Dampfdrucke der festen und flüssigen Körper bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt unmeßbar klein werden.

Wir entnehmen den mitgeteilten Tabellen über beobachtete Siede- und Schmelztemperaturen, daß auf den verschiedenen beschriebenen Wegen zur Kälteerzeugung sehr tiefe Temperaturen erreicht worden sind. Ein von dem deutschen Physiker und Chemiker Nernst (1906) aufgestellter Satz besagt, daß es nicht möglich ist, den absoluten Nullpunkt zu erreichen. Dieser Satz wird auch als der 3. Hauptsatz der Wärmelehre bezeichnet. Nach diesem Satz kann man dem absoluten Nullpunkt nur immer näher kommen. Je näher ihm aber eine Temperatur liegt, desto schwieriger ist es, sie zu erreichen. Die tiefste bisher erreichte Temperatur ist weniger als $\frac{1}{100}{}^0$ vom absoluten Nullpunkt entfernt.

In § 86, 3 hatten wir gezeigt, daß man das Boylesche Gesetz als ein statistisches Gesetz deuten kann, das nur wegen der außerordentlich großen Zahl der Stöße, die die Gasmoleküle auf die Wand ausführen, mit einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit erfüllt ist. Die von

dem einzelnen Gasmolekül an die Wand abgegebene Bewegungsgröße trägt zwar zum Druck bei; der Druck ist aber nur durch die Summe aller von den auftreffenden Molekülen an die Wand abgegebenen Bewegungsgrößen gegeben. Also besitzen auch nur alle Moleküle des Gases gemeinsam einen Druck, während man vom Druck eines einzelnen Moleküls nicht sprechen kann. Ebenso haben auch nur alle Moleküle des Gases gemeinsam eine Temperatur; das einzelne Molekül hat eine bestimmte Bewegungsenergie, die zu dem für alle Moleküle gebildeten Mittelwert beiträgt. Von der Temperatur eines einzelnen Moleküls zu sprechen hat also keinen Sinn.

3. Das Avogadrosche Gesetz. Avogadro, ein italienischer Physiker, hat im Jahre 1811 aus chemischen Tatsachen den nachstehenden Satz gefolgert:

Gleiche Volume verschiedener Gase enthalten bei demselben Druck und derselben Temperatur die gleiche Anzahl von Molekülen.

Diesen Satz können wir folgendermaßen aus unserer Theorie ableiten: Wenn 2 Gasmengen vom gleichen Volum V den gleichen Druck p ausüben, so gilt für sie

$$p\,V = \frac{1}{3}\,n_1 m_1 v_2^2 \quad \text{und} \quad p\,V = \frac{1}{3}\,n_2 m_2 v_2^2.$$

Hieraus folgt

$$n_1 m_1 v_1^2 = n_2 m_2 v_2^2.$$

Haben die beiden Gasmengen auch die gleiche Temperatur, so haben ihre Moleküle auch die gleiche mittlere Bewegungsenergie, also gilt auch

$$\frac{1}{2}\,m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}\,m_2 v_2^2.$$

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich

$$n_1 = n_2.$$

Die Anzahl Moleküle, die in 1 cm³ Gas bei 0° und 760 Torr enthalten sind, haben wir bereits zu $27 \cdot 10^{18}$ kennengelernt. Ein Mol eines Gases nimmt unter den gleichen Bedingungen 22 400 cm³ ein. Die in ihm enthaltene Anzahl Moleküle heißt die Loschmidtsche Zahl, sie beträgt

$$\boldsymbol{N = 60{,}3 \cdot 10^{22}}.$$

(Die Größe des Mols ist, wie oben erwähnt, so gewählt, daß die Anzahl Massengramm, die es enthält, gleich dem Molekulargewicht des Gases ist. Ein Mol Wasserstoff (H_2) mit dem Molekulargewicht 2 enthält also 2 Massengramm, ein Mol Sauerstoff (O_2) mit dem Molekulargewicht 32 enthält 32 Massengramm.)

Wir hatten für ein Mol eines Gases die Zustandsgleichung in der Form $p\,V = R\,T$ aufgestellt. Für ein Mol geht also Gleichung (1) über in

$$R \cdot T = \frac{2}{3} N \frac{1}{2} m v^2. \qquad (2)$$

4. Die Molwärme einatomiger Gase. Für Gase, deren Moleküle keine Kräfte aufeinander ausüben und keine Drehungen und inneren Schwingungen aus-

führen, besteht der gesamte Wärmeinhalt U in der Energie der fortschreitenden Bewegung seiner Moleküle. Diese Bedingungen erfüllt ein ideales Gas, dessen Moleküle je nur aus einem einzigen Atom bestehen. Für ein solches Gas gilt also

$$U = N \cdot \tfrac{1}{2} m v^2.$$

Durch Einsetzen des Wertes für $N \cdot \frac{1}{2} m v^2$ aus Gleichung (2) erhalten wir

$$U = \tfrac{3}{2} R T.$$

Kühlt man das Gas um 1° bei konstantem Volum ab, so vermindert sich der Wärmeinhalt auf $\frac{3}{2} R (T - 1^\circ)$. Bei der Abkühlung wird eine Wärmemenge abgegeben, die gleich der Molwärme C_v des Gases bei konstantem Volum ist. Da bei dem Vorgang keine Arbeit geleistet wird, ist die abgegebene Wärme nach dem 1. Hauptsatz gleich der Verringerung des Wärmeinhaltes des Gases und es gilt:

$$C_v = \tfrac{3}{2} R T - \tfrac{3}{2} R (T - 1^\circ) = \tfrac{3}{2} R.$$

Mit $R = 2$ cal je Mol und Grad finden wir für die Molwärme

$$C_v = 3 \text{ cal je Mol und Grad.}$$

Dieser Wert hat sich, wie bereits gezeigt wurde (s. § 96, 5), für die einatomigen Edelgase und einige einatomige Dämpfe (Quecksilberdampf) bestätigen lassen.

Es hat sich gezeigt, daß viele Gase, die der Zustandsgleichung für ideale Gase recht genau folgen, eine höhere Molwärme bei konstantem Volum haben. Beispiele fanden wir in § 96. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Moleküle dieser Gase aus mehreren Atomen zusammengesetzt sind, die gegeneinander schwingen und sich gemeinsam drehen können. Die kinetische Theorie der Gase vermag auch die für diese Gase gefundenen Werte der Molwärme befriedigend zu deuten.

5. Die realen Gase. Wird ein Gas verdichtet, so werden die Abstände zwischen den einzelnen Molekülen und damit auch der Weg, den ein Molekül zwischen zwei Zusammenstößen mit anderen Molekülen zurücklegt, kleiner. Üben nun, entgegen unserer bisherigen Annahme, die Moleküle Kräfte aufeinander aus, wenn sie sich näher kommen, so spielt dies bei großer Verdünnung des Gases eine geringe Rolle. Verdichtet man aber das Gas, so kommt jedes Molekül viel häufiger unter die Einwirkung eines andern Moleküls und es ist verständlich, daß Abweichungen vom idealen Verhalten um so deutlicher beobachtbar sind, je stärker das Gas verdichtet wird. So erklärt sich die Beobachtung, daß Gase der idealen Zustandsgleichung um so besser folgen, je verdünnter sie sind. Wie die van der Waalssche Gleichung für die realen Gase den von den Molekülen aufeinander ausgeübten Kräften und dem Raumbedarf der einzelnen Moleküle Rechnung trägt, haben wir bereits in § 86, 4 gesehen.

Üben die Moleküle bei der Annäherung gegeneinander Kräfte aufeinander aus, so macht sich das auch im Wärmeinhalt des Gases bemerkbar; er wird vom Volum abhängig. Ein solches Gas verändert seine Temperatur bei der Ausdehnung in einem gegen Wärmeaustausch geschützten Gefäß auch dann, wenn es dabei keine Arbeit zu leisten braucht, also in ein Vakuum einströmt. Wir sahen in § 109, daß man solche Temperaturänderungen in der Tat gefunden hat und mit ihrer Hilfe Luft in großem Maßstab verflüssigt.

6. Die Übergänge zwischen den Aggregatzuständen. Wird die Temperatur eines festen Körpers gesteigert, so nimmt die Schwingungsweite der Molekülbewegung um die Gleichgewichtslage zu; der Körper wird sich in den meisten Fällen dabei ausdehnen. Entfernen sich die Moleküle schließlich so weit aus der Gleichgewichtslage, daß sie nicht mehr dorthin zurückkehren, so beginnt ein Wandern der Moleküle; der Körper schmilzt.

Ebenso wie wir es für die Gase gesehen haben, haben auch im festen und flüssigen Körper nicht alle Moleküle die gleiche Geschwindigkeit. Die wahren Geschwindigkeiten weichen vom Mittelwert ab, und zwar, wie der englische Physiker Maxwell (gestorben 1879) mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung ableitete, bei verhältnismäßig vielen Molekülen um einen geringen Betrag, bei einigen Molekülen aber auch sehr stark. Die wenigen schnellen Moleküle des festen oder flüssigen Körpers haben infolge ihrer hohen kinetischen Energie die Fähigkeit, sich aus dem Anziehungsbereich der übrigen Moleküle zu entfernen und die Oberfläche zu verlassen, der Körper verdunstet. Sorgt man nicht durch Wärmezufuhr dafür, daß diese schnellen Moleküle immer wieder ersetzt werden, so sinkt der Durchschnittswert der Geschwindigkeiten für die zurückbleibenden Moleküle und damit ihre Temperatur. Bei steigender Erwärmung einer Flüssigkeit wird die Zahl derjenigen Moleküle, die genügend kinetische Energie haben, um die Anziehungskräfte zu überwinden, immer größer. Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampf herrscht dann, wenn die Zahl der aus der Oberfläche entweichenden Moleküle gerade gleich der Zahl derjenigen Moleküle ist, die aus dem Dampfraum auf die Flüssigkeitsoberfläche treffen. Dies stimmt mit der Erfahrung überein, daß die Verdunstung um so schneller vor sich geht, je höher die Temperatur ist und je weiter der Dampf vom Sättigungsdruck entfernt ist, und daß der Sättigungsdruck über einer Flüssigkeit stark mit der Temperatur ansteigt.

Die Theorie vermag alle die Erfahrungen zu erklären, die wir beim Erwärmen der Körper gemacht haben.

7. Die Wärmeleitung. Wir sahen, daß bei der Wärmeströmung sich eine gemeinsame Bewegung der Moleküle dadurch entwickelt, daß sie gemeinsam Druckunterschiede auszugleichen trachten; hier lehrt uns die kinetische Theorie der Wärme nicht mehr, als wir ohnedies wußten. Der Vorgang der Wärmeleitung wird durch die kinetische Theorie der Wärme verständlich; die Überlegung ist die gleiche wie bei der Untersuchung des Temperatur-

ausgleichs zweier Körper: es wird bei den Stößen der Moleküle von der heißen Seite nach der kalten mehr Bewegungsenergie abgegeben als umgekehrt; auf diese Weise wird der Energieüberschuß weiter geleitet, während die stoßenden Moleküle selbst ihre unregelmäßige Wärmebewegung ohne bestimmte Vorzugsrichtung weiterführen.

Nur die Erscheinung der Wärmestrahlung ist mit den Mitteln der kinetischen Theorie der Wärme nicht zu erklären. Dazu bedarf es eines noch wesentlich tiefergehenden Einblickes in den Aufbau der Materie, wie wir ihn erst gewinnen können, wenn wir die elektromagnetischen Erscheinungen kennen und deuten gelernt haben.

§ 111. Unsere Energiequellen

Wir haben den Satz von der Erhaltung der Energie kennengelernt, und wir haben erfahren, daß mechanische und elektrische Energie immer ineinander umwandelbar sind, daß aber Arbeit aus Wärme nur dort gewonnen werden kann, wo Temperaturunterschiede vorhanden sind, oder, beispielsweise durch Verbrennung von Heizstoffen, geschaffen werden können.

Es ist daher von größtem Interesse, die zur Verfügung stehenden Energiequellen zu kennen und auf ihre Ergiebigkeit zu untersuchen. Die beiden wichtigsten Energiequellen sind die Wärmeenergiequellen und die natürlichen Wasserkräfte. Unter den Wärmeenergiequellen ist die ergiebigste die von der Sonne auf die Erde gesandte Strahlung; eine sehr große Rolle spielt die durch Verbrennung der Heizstoffe entstehende Wärme.

1. Die Energie der Sonnenstrahlung. Die Sonne strahlt auf jeden ihr senkrecht gegenüberliegenden Quadratzentimeter der Erde etwa 2 cal/min ein. Diesen Leistungsbetrag bezeichnet man als Solarkonstante[1]). Man kann aus ihr die Einstrahlung von der Sonne für jeden Ort der Erde berechnen. In Deutschland, bei einer mittleren geographischen Breite von 50°, beträgt sie 600 cal je cm^2 und Tag. Im Mittel ergibt sich eine Einstrahlung von 720 cal je Tag für jeden cm^2 der Erdoberfläche. Diese Energiemengen würde die Erdoberfläche im Jahresdurchschnitt aufnehmen; wenn nicht ein Teil auf dem Wege durch die Atmosphäre und die Wolken zerstreut und absorbiert würde. Man hat berechnet, daß von der eingestrahlten Energie etwa die knappe Hälfte zur Erdoberfläche gelangt.

Zur Übung: Berechne, wieviele Kilokalorien auf einer Siedlerstelle von 5 ha Fläche in einem Jahr in Deutschland von der Sonne empfangen werden! — Welcher Menge bester Steinkohle entspricht dieser Betrag, wenn man, bei völliger Ausnutzung ihres Heizwertes, dieselbe Energie dem Boden durch Verbrennung der Kohle zuführen wollte?

Zur Arbeitsleistung wird die Sonnenwärme wegen der Unregelmäßigkeit der Einstrahlung bisher nicht verwendet. Letzten Endes geht aber sowohl die Energie, die wir durch Verbrennen von Heizstoffen, wie die Energie, die wir

1) sol (lat.) = Sonne.

durch Verwendung von Wasserkräften in Arbeit umsetzen, auf Sonnenwärme zurück. Denn die Kohlen- und Erdöllager sind Überreste früheren pflanzlichen und tierischen Lebens, das nur in der Sonnenwärme entstehen konnte. Und das Wasser, das wir zur Arbeitsleistung benutzen, erhält seine Energie der Lage auf Bergen nur vermittels der Wärmewirkung der Sonne (Verdunstung, Wolkenbildung und Niederschläge vgl. § 113 und § 114).

2. Die Heizstofförderung. Im Jahre 1938 betrug die Weltförderung an Steinkohle $1{,}2 \cdot 10^9$ t; 1940 die Erdölförderung etwa $3 \cdot 10^8$ t.
Braunkohle, die einen geringeren Heizwert hat, wird zur Vermeidung der Transportkosten zum großen Teil in Industrieanlagen verwendet, die in der Nähe der Braunkohlengruben entstehen (Mitteldeutsches Braunkohlenrevier). Will man die Energie außerhalb des Reviers verwenden, so wandelt man sie an Ort und Stelle in elektrische Energie um, indem man mit Hilfe von Dampfmaschinen Generatoren betreibt (vgl. den Turbogenerator in § 108). Der hochgespannte Strom kann über Hochspannungsleitungen einem verhältnismäßig weiten Umkreis zugeführt werden. So erhält beispielsweise Berlin einen Teil seines Bedarfs an elektrischer Energie aus dem mitteldeutschen Braunkohlengebiet.

Zur Übung: Berechne, wieviel Wärme durch die vollständige Verbrennung der geförderten Steinkohle- und Erdölmengen gewonnen werden kann!

3. Die Energie der Wasserkräfte. Im Jahre 1928 betrug die Leistung der vorhandenen Wasserkraftwerke auf der ganzen Erde $32{,}6 \cdot 10^6$ PS. Das entspricht bei 180 Tagen voller Ausnutzung im Jahr einem jährlichen Energiebetrag von etwas mehr als 10^{10} kWh. Auf einer Weltkraftkonferenz im Jahre 1930 wurde zusammengestellt, welche Leistung bereits durch Wasserkraftwerke gewonnen wurde und welche Leistung man bei Ausnutzung der vorhandenen Wassergefälle erzielen könnte. Während in Europa und Nordamerika rund ein Drittel bis die Hälfte der Wasserkräfte bereits ausgenutzt werden, wird im Durchschnitt für die gesamte Erde vorläufig nur etwa der zehnte Teil ausgenutzt. Die größte Zahl der Wasserkräfte ausnutzenden Betriebe in Deutschland stellen die vielen Mühlen an Gebirgsbächen dar. Sie haben nur ganz geringe Leistungen. Außerordentlich wichtig sind die wenigen Wassergroßkraftwerke, in denen die mechanische Energie des Wassers in elektrische Energie umgewandelt wird. In Ländern, die starke Wasserkräfte, aber wenig Kohle oder Öl besitzen, wie beispielsweise in der Schweiz oder in Norwegen, spielen die Wasserkraftwerke für die Industrie eine besonders große Rolle. Sie dienen zur Versorgung großer Gebiete mit elektrischer Energie. So werden beispielsweise von den oberbayrischen Wasserkraftwerken her die Eisenbahnen bis in die Gegend von Nürnberg mit elektrischem Strom versorgt.
Bei allen Wassergroßkraftwerken werden durch das herabfallende Wasser Turbinen betrieben, die mit Generatoren gekoppelt sind. Man unterscheidet solche Kraftwerke, in denen sehr große Wassermengen einen verhältnis-

mäßig kurzen Fallweg haben und solche Kraftwerke, in denen geringe Wassermengen eine hohe kinetische Energie auf einem langen Fallweg gewinnen. So hat z. B. das Kraftwerk bei Laufenburg am Rhein nur 8 m Gefälle bei einer Leistung von 57 000 PS. Dagegen hat das Walchenseekraftwerk mit 168 000 PS ein Gefälle von 195 m (s. auch § 90, 3).

Zur Übung: Berechne aus den angegebenen Zahlen, wieviel Wasser in den beiden Kraftwerken in der Sekunde gegen die Turbinen strömen muß, unter der Annahme, daß durch Reibung 20% der kinetischen Energie verloren gehen!

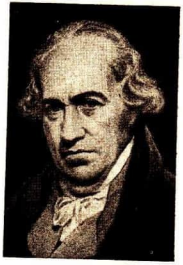
§ 112. Zur Geschichte der Wärmelehre

1. Das Thermometer. Um 1600 stellte Galilei ein Luftthermometer her, das jedoch erst brauchbar wurde, als man 100 Jahre später lernte, es von den Luftdruckschwankungen unabhängig zu machen. Von den ersten mit Weingeist gefüllten Thermometern berichtet die nach Galileis Tode gegründete Accademia del Cimento (Schule des Versuchs, 1657–67) in Florenz; doch fehlten noch feste Fundamentalpunkte. Erst Fahrenheit, ein Glasbläser in Danzig, schuf 1724 die ersten Thermometer mit zuverlässiger Skala. Er wählte als Nullpunkt die Temperatur einer Kühlmischung, die der tiefsten Temperatur in dem strengen Winter 1709 in Danzig gleich war und setzte die Blutwärme gleich $8 \cdot 12 = 96^0$. Fahrenheit füllte seine Thermometer mit Alkohol, später mit Quecksilber. Réaumur (in Paris 1730) führte Eis- und Siedepunkt des Wassers als Fundamentalpunkte ein. Celsius (1701–1744 in Upsala) bezeichnete diese Punkte mit 100 und 0^0; Linné (ebenfalls ein Schwede) vertauschte diese Bezeichnung.

2. Die Dampfmaschine. Heron von Alexandrien (um 100 v. d. Ztr.) setzte an zwei gegenüberliegenden Stellen einer um eine Achse drehbaren Hohlkugel Rohre an, die an ihren Enden umgebogen waren. Leitete er in die Kugel Dampf, der dann aus den Rohren ausströmte, so drehte sich die Vorrichtung. Die Anordnung entsprach der des Segnerschen Wasserrades (Abb. 246, § 90, 3).

Papin, ein Franzose, der in Marburg als Professor wirkte, konstruierte 1690 den ersten Dampfzylinder. Der in einen Eisenzylinder geleitete Dampf bewegte einen Kolben nach oben. Kühlte man den Dampf ab, so trieb der Luftdruck den Kolben zurück. Papin entdeckte auch die Abhängigkeit des Siedepunktes vom äußeren Druck; er erfand den Dampfkochtopf und das Sicherheitsventil. Zehn Jahre später verband Newcomen die Kolbenstange mit einer hebelartigen Wippe und ließ die Maschine Wasser aus einem Bergwerk pumpen. Auch jetzt noch wurde Arbeit nur beim jeweiligen Rückgang des Kolbens geleistet, wenn der Dampf im Zylinder durch aufgegossenes Wasser kondensiert war und der Luftdruck den Kolben zurücktrieb. Bald fand man, daß es viel wirkungsvoller war, wenn man das Kühlwasser in den Zylinder hineinspritzte. Ein Knabe, Humphrey Potter, der die

hierbei zu betätigenden Hähne bedienen sollte, verband diese durch Bindfäden so mit der Wippe, daß diese Steuerung selbsttätig vor sich ging.



James Watt
(1736—1819)

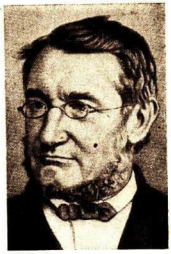
Watt (1765) verlegte die Verdichtung des Dampfes aus dem Zylinder in einen besonderen Kondensator; er ließ den Dampf abwechselnd auf beide Seiten des Kolbens wirken und setzte die geradlinige Bewegung des Kolbens über eine Schubstange und Kurbel in die drehende Bewegung einer Welle um. Kurz, er erfand alle wesentlichen Teile der heutigen Dampfmaschine. Die Dampfmaschine hat den Anstoß zu der industriellen Entwicklung gegeben, die in unseren Tagen einen weiteren Aufschwung durch die Erfindungen auf dem Gebiet der Elektrizität genommen hat.

Im Jahre 1807 fuhr Fultons erstes Dampfschiff auf dem Hudson. 1814 baute Stephenson seine erste Lokomotive; 1830 übergab er die erste Eisenbahnlinie (von Liverpool nach Manchester) dem Verkehr. Die erste Eisenbahn in Deutschland verband Nürnberg und Fürth; sie wurde 1835 in Betrieb genommen; dann folgte die Strecke zwischen Berlin und Babelsberg. Die ersten Schraubendampfer entstanden etwa um die gleiche Zeit. Die Dampfturbine ist erst 1886 in England und Frankreich in brauchbarer Form gebaut worden. Die Erfindung des Explosionsmotors führt bis in das Jahr 1860 zurück, in dem von dem Franzosen Lenoir die fabrikmäßige Herstellung begonnen wurde. In Deutschland haben Otto und Lange die Entwicklung des Explosionsmotors gefördert. Diesel hat 1893 ein Patent auf den von ihm erfundenen Motor erhalten. Die Formen der modernen Motoren für Kraftwagen und Flugzeuge haben sich dann im Wettbewerb aller in der Technik führenden Länder herausgebildet, nachdem Daimler 1885 den Benzinmotor für Fahrzeuge ersonnen und Benz 1886 das erste Patent für einen Kraftwagen erhalten hatte.

3. Das Wesen der Wärme. Obgleich schon in vorgeschichtlicher Zeit bekannt war, daß durch Reibung Wärme entsteht, hatte man doch bis ins 19. Jahrhundert eine falsche Vorstellung vom Wesen der Wärme. Nur vereinzelte Forscher kamen unseren heutigen Anschauungen nahe. So lehrte Amontons (1663–1705), ein Mitglied der Pariser Akademie, die Wärme bestehe in einer lebhaften Bewegung feiner Wärmeteile, die auch auf die Körperteile übergehen könne. Je größer die Geschwindigkeit der Wärme- und Körperteile sei, desto höher sei die Temperatur. Noch richtiger sah der russische Chemiker Lomonossow (um 1750) das Wesen der Wärme in einer kreisenden Bewegung der Moleküle. Im allgemeinen hielt man jedoch die Wärme für einen Stoff, der von der Wärmequelle in den erwärmten Körper übergehen und sich aus ihm beim Abkühlen wieder verflüchtigen sollte. Hieran

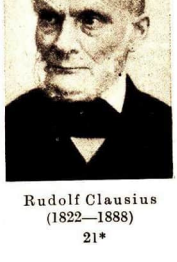
hielt auch der Schotte Black fest, der viel dazu beitrug, daß man zwischen Temperatur und Wärmemenge unterscheiden lernte. Er stellte die Begriffe Wärmemenge und spezifische Wärme auf und bestimmte Schmelz- und Verdampfungswärmen. Die Entstehung von Wärme durch Reibung z. B. beim Sägen von Holz wurde dadurch erklärt, daß die Sägespäne eine geringere spezifische Wärme haben sollten als das Holz, so daß beim Sägen dieser Überschuß frei würde. Erstaunlich ist, daß man diese Behauptung nicht sofort durch Versuche geprüft hat. Dies geschah erst 1798 durch den Amerikaner Benjamin Thompson (Graf Rumford), als er in München Kanonenrohre bohren ließ. Durch die Bohrarbeit wurde eiskaltes Wasser zum Sieden gebracht; dagegen konnte er nachweisen, daß die spezifischen Wärmen des Rohres und der Bohrspäne einander gleich waren. Davy brachte kurz darauf Eis durch Reiben zum Schmelzen, obgleich die spezifische Wärme des entstandenen Wassers größer war, als die des Eises. Die Stofftheorie war unhaltbar geworden, und allmählich gewann die Vorstellung Raum, daß Wärme und Arbeit wesensverwandt seien. Unter den vielen, die an der Lösung dieser Frage selbständig mitgearbeitet haben, sind vor allem drei Männer zu nennen: Robert Mayer (1814–1878), Arzt in Heilbronn, der als erster mit voller Klarheit folgerte, daß zwischen Wärme und Arbeit eine feste zahlenmäßige Beziehung bestehen müsse und der das mechanische Wärmeäquivalent aus bekannten Daten zu berechnen lehrte; der englische Privatgelehrte Joule (1818 bis 1889), der ohne Kenntnis der Mayerschen Arbeit das mechanische Wärmeäquivalent auf verschiedenen Wegen experimentell bestimmte; und Hermann v. Helmholtz (1821–1894), zuletzt Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, der das Prinzip der Erhaltung der Energie auf alle ihre Erscheinungsformen ausdehnte. Seine Abhandlung „Über die Erhaltung der Kraft“ vom Jahre 1847 gipfelt in dem Satz (wenn wir uns der heutigen Ausdrucksweise bedienen): Die Gesamtenergie des Weltalls ist konstant.

Den Ausbau der mechanischen Wärmetheorie verdanken wir Clausius (1822–88), zuletzt Professor in Bonn.



Robert Mayer
(1814—1878)

Hermann v. Helmholtz
(1821—1894)



Rudolf Clausius
(1822—1888)

Max Planck
(geb. 1858)

Der Satz von der Erhaltung der Energie hat um das Jahr 1900 dadurch eine noch größere Ausweitung erfahren, daß Einstein auch die Masse der Körper als eine Energieform aufzufassen lehrte. Es kann also z. B. Masse verschwinden und an ihrer Stelle Wärme in ganz bestimmtem Verhältnis entstehen. Diese Äquivalenz von Masse und Energie spielt bei den Wirkungen des Atomzerfalls eine große Rolle.

Ein vollständiges Bild von den ständigen Umsetzungen der Energie im Weltgeschehen können wir erst erwerben, wenn wir in einem späteren Abschnitt die Natur der Wärme- und Lichtstrahlen kennengelernt haben (vgl. Teil II, § 60). Durch die Untersuchung des Verhaltens der von heißen Körpern ausgesandten Strahlung wurde 1900 der Berliner Physiker Planck zu der Überzeugung geführt, daß Energie nur in ganz bestimmten kleinsten Mengen, den Energiequanten, ausgetauscht werden kann, so wie an Stelle einer stetig aufwärts führenden Rampe eine Treppe stufenweise in die Höhe führt.

WITTERUNGSKUNDE

§ 113. Lufttemperatur, Luftdruck und Winde

1. Die Atmosphäre. Die Erde ist von einer Gashülle, der Atmosphäre[1]) umgeben, deren Dichte mit der Höhe über dem Erdboden abnimmt. Sie reicht in großer Verdünnung bis in große Höhen. Noch in 300 km Höhe leuchten Sternschnuppen infolge von Reibung beim Durcheilen der Atmosphäre auf. Nordlicht entsteht durch Zusammenstoß kleinster, elektrisch geladener Teilchen, die von der Sonne ausgesandt werden, mit den kleinsten Teilen der Luft. Bei diesen Zusammenstößen werden die Luftteilchen zum Leuchten angeregt. Man hat Nordlicht noch in 700 bis 800 km Höhe beobachtet.

Die **Witterungskunde** oder **Meteorologie**[2]) beschäftigt sich mit den in den untersten Schichten der Atmosphäre (bis zu etwa 30 km) auftretenden Erscheinungen, die Wetter und Klima[3]) bestimmen. Hierher gehören Sonneneinstrahlung, Lufttemperatur, Luftdruck, Wind, Luftfeuchtigkeit, Bewölkung, Niederschläge und Gewitter.

2. Die Lufttemperatur. Die Erde gibt durch Strahlung dauernd Wärme an den Weltraum ab. Die Erde ist im Innern heiß; der Wärmestrom nach außen ist aber wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Gesteine, aus denen die Erdkruste besteht, sehr gering. Temperaturmessungen in Bergwerken und Bohrlöchern haben gezeigt, daß das Temperaturgefälle in den obersten 2 km im Mittel 1^0 auf 30 m beträgt (vgl. auch § 103).

Zur Übung: Versuche auf Grund der Überlegungen in § 103 festzustellen, wieviele Kalorien je cm^2 im Laufe eines Jahres aus dem Erdinnern an die Oberfläche geleitet werden, wenn die Wärmeleitfähigkeit der Gesteine bezogen auf Silber mit einem mittleren Wert von 0,005 angesetzt wird!

Die Temperatur an der Erdoberfläche ist im wesentlichen von der Wärme abhängig, die der Erde von der Sonne zugestrahlt wird. Die Sonnenstrahlen gehen zum Teil in der Atmosphäre verloren; der hindurchgehende Teil erwärmt die Erdoberfläche (vgl. hierzu § 111, 1); erst diese erwärmt die unteren Luftschichten. In der Nähe des Erdbodens ist die Luft also am wärmsten. Nach oben nimmt die Temperatur bis zu Höhen von 10 bis 17 km um $\frac{1}{2}{}^0$ bis 1^0 für 100 m Höhe ab. Über Deutschland herrscht beispielsweise in 2 km Höhe eine Temperatur von 0^0; in 4, 6, 10 km Höhe betragen die Temperaturen -10^0, -23^0, -50^0.

---

1) atmŏs (griech.) = Dampf; sphaíra (griech.) = Kugel.

2) ta mĕtĕōra (griech.) = Luft- und Himmelserscheinungen; lŏgŏs (griech.) = Wort, vernünftiges Denken.

3) klíma (griech.) = Neigung (der Erde nach den Polen zu), geographische Lage.

Die Temperatur am Erdboden folgt der Einstrahlung durch die Sonne, also dem Sonnenstande. Daraus ergeben sich die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen für einen gegebenen Ort. In der Gegend des Äquators fallen die Sonnenstrahlen steil auf. Dort herrscht jahraus, jahrein am Boden eine mittlere Tagestemperatur von etwa 26° bis 27°. In die Polargebiete fallen die Sonnenstrahlen nur schräg, und es herrscht die lange Polarnacht. Dort beträgt das Jahresmittel der Temperatur etwa — 24° mit großen Unterschieden zwischen Sommer und Winter.

Die Lufthülle wirkt als Schutz gegen die Wärmeausstrahlung der Erde. Diese Schutzwirkung ist stark mit der Bewölkung und dem Wasserdampfgehalt der Atmosphäre veränderlich. So erklären sich die starken Unterschiede der nächtlichen Abkühlung, die wir beobachten können.

3. Der Luftdruck. Der Luftdruck wird mit dem Barometer gemessen. Er beträgt in Meeresspiegelhöhe im Durchschnitt 760 Torr oder 1013 mb (vgl. § 84, 4) und nimmt nach oben hin ab. Trägt man auf einer Karte die zu bestimmten Zeiten gemessenen Barometerstände ein und verbindet die Orte gleichen Luftdrucks, wie es in Abb. 308 (S. 317) geschehen ist, so ergeben sich, wenn die Karte ein genügend großes Gebiet umfaßt, geschlossene Linien, die **Isobaren**[1]). Sie umgeben Stellen tiefsten und höchsten Luftdruckes, die als Tiefdruck- und Hochdruckgebiete (in Abb. 308 *T* „Tief" und *H* „Hoch") bezeichnet werden. Um Luftdruckmessungen an Orten, deren Höhe über dem Meeresspiegel verschieden ist, miteinander vergleichen zu können, berechnet man aus ihnen den Druck im Meeresniveau, indem man die barometrische Höhenformel (§ 84, 6) nach b_0 auflöst.

4. Der Wind. In Abb. 302 bedeuten die gestrichelten Geraden ebene Flächen gleichen Luftdruckes in bestimmten Abständen vom Erdboden, die an der

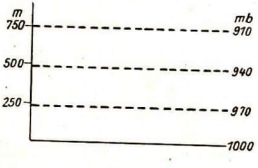


Abb. 302. Luftdruck im ungestörten Gleichgewicht

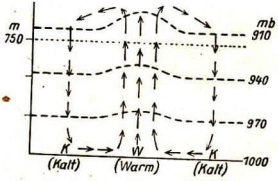


Abb. 303. Flächen gleichen Luftdruckes, gestört

Ordinatenachse angegeben sind. In 750 m Höhe z. B. beträgt der Druck der darüber stehenden Luftsäule 910 mb. Durch die Sonnenstrahlung wird dieser Gleichgewichtszustand gestört. Denn wird durch eine veränderliche Wolkendecke oder infolge der Verschiedenheit der Erdoberfläche ein begrenzter Teil der Erde (*W* in Abb. 303) stärker erwärmt, als seine Umgebung (*K*), so wird

1) ísŏs (griech.) = gleich; barýs (griech.) = schwer.

in W auch die Luft stärker erwärmt und dehnt sich aus. Diese durch die Erwärmung leichter gewordenen Luftmassen heben sich über W mehr als über K. Denken wir uns dann beispielsweise in 750 m Höhe eine waagerechte Ebene, so lastet auf ihr über W eine schwerere Luftsäule als in der Umgebung K; deshalb fließt oberhalb von W die Luft seitwärts ab. Die Folge hiervon ist, daß der Luftdruck am Erdboden bei W sinkt, während er bei K steigt. Zum Ausgleich dieses Druckunterschiedes setzt sich dann die Luft in der Nähe der Erdoberfläche in der Pfeilrichtung in Bewegung; auf diese Weise entstehen die Winde. — Am Tage erwärmt sich das Land stärker als das Wasser. In der Höhe entsteht daher auf die beschriebene Weise ein Druckgefälle von Land zum Meer; als Ausgleichsströmung weht unten ein Seewind zum Lande (Abb. 304). Nachts, wenn sich das Land stark abgekühlt hat, entwickelt sich die umgekehrte Strömung. — Ähnlich wie derartige See- und Landwinde entstehen je nach der Jahreszeit örtliche oder lokale[1]) Winde auch zwischen Feld und Wald und zwischen Berg und Tal (vgl. hierzu § 103, 1).

Abb. 304. Seewind bei Tage

Man benennt einen Wind nach der Richtung, aus der er weht. Diese Richtung bestimmt man seit alters her mit der Wetterfahne. Zur Messung der Windgeschwindigkeit oder Windstärke dient das Anemometer[2]); aus der Drehgeschwindigkeit eines Windrades schließt man auf die Windstärke (s. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 91). Die Wetterwarten benutzen folgende Windskala

Windstärke Nr.	0	2	4	6	8	10	12
Windstärke in m/s	0–0,5	1,8–3,3	5,3–7,4	9,9–12,4	15,3–18,2	21,6–25,1	über 29
Art des Windes	Windstille	leichter Wind	mäßiger Wind	starker Wind	stürmischer Wind	voller Sturm	Orkan

5. Die großen Luftströmungen auf der Erdoberfläche. Der Äquatorgürtel wird dauernd stärker erwärmt, als die übrigen Teile der Erde. Dadurch entsteht am Äquator ein aufsteigender Luftstrom, der, ähnlich wie wir es soeben für kleine Gebiete kennen lernten, in einigen Kilometern Höhe nach N und S abfließt. Zum Ausgleich strömen dicht über der Erdoberfläche Luftmassen dem Äquator zu.

Nun werden aber infolge der Drehung der Erde um ihre Achse auf der nördlichen Halbkugel alle Winde nach rechts abgelenkt. Die Luft nimmt nämlich an der von W nach O gerichteten täglichen Erddrehung teil. Je näher ein Erdort am Äquator liegt, desto größer ist sein Abstand von der Erdachse,

1) lŏcŭs (lat.) = Ort. 2) anemŏs (griech.) = Wind.

desto größer ist also auch seine Geschwindigkeit. Die südwärts strömenden Luftmassen haben daher in 30° n. Br. eine geringere westöstliche Geschwindigkeit als die Erdoberfläche in südlicheren Breiten. Da nun jeder sich bewegende Körper außer der Größe auch die Richtung seiner Geschwindigkeit beizubehalten sucht, bleibt der Wind gegen die Erdoberfläche zurück: aus dem Nordwind wird ein Nordostwind.

In den südlichen Breiten der Nordhalbkugel herrscht daher ein Nordostwind, der als **Passat**[1]) bezeichnet wird.

Zur Übung: Stelle die entsprechenden Überlegungen für die südliche Erdhalbkugel an!

Die in größeren Höhen vom Äquator nach N abfließenden Luftmassen gelangen umgekehrt in Breiten mit geringerer Geschwindigkeit. Weil sie ihre größere westöstliche Geschwindigkeit beibehalten, eilen sie der Erddrehung bei ihrem Übergang zu höheren Breiten voraus; also auch sie werden immer weiter nach rechts abgelenkt, so daß aus dem Südwind ein Südwestgegenpassat und in etwa 30° n. Br. („Roßbreiten") schließlich ein West-Ost-Strom geworden ist (Abb. 305). Da vom Äquator her immer neue Luft nachströmt, staut sich die Luft; es entsteht eine Zone hohen Luftdrucks, und die Luftmassen strömen zum Teil am Boden zum Äquator zurück. So ist der Kreislauf geschlossen.

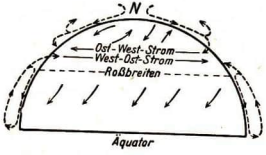


Abb. 305. Die großen Windsysteme der Erde

Von diesem Schema aber weichen z. B. die Winde in Ostasien im Sommer erheblich ab. Dort wird die Luft über dem Innern des Festlandes im Sommer so stark erhitzt, daß statt des Nordostpassats ein Wind vom Meer in Äquatornähe nach dem Innern des Festlandes in mittleren nördlichen Breiten weht. Auch diese Luftströmung wird abgelenkt, und so entsteht der im Sommer wehende Südwestmonsun.

6. Die Zone veränderlicher Winde. Über den Polen wird die Luft stark abgekühlt; es entwickelt sich ein starkes Hochdruckgebiet. Daher wehen an der Erdoberfläche Winde vom Pol fort. Die vom Nordpol südwärts wehenden Winde werden infolge ihrer Rechtsablenkung schließlich zu einem kalten Ost-West-Strom (Abb. 305). Wenn diese kalten Luftmassen und Luftmassen aus dem warmen West-Ost-Strom gegenseitig ineinander eindringen, entstehen die veränderlichen Tief- und Hochdruckgebiete, die das Wetter unserer Breiten beherrschen. Wir sahen, daß bei der

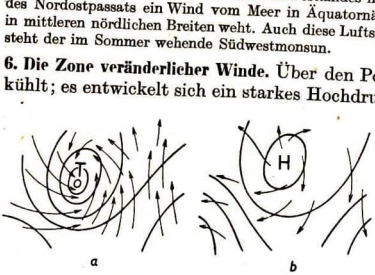


Abb. 306. a Zyklone, b Antizyklone

1) pássus (lat.) = Schritt; passáta (ital.) = Durchgang.

in Abb. 303 dargestellten Strömung im Kern *W* ein Tief herrscht. Die Luft strömt am Boden von außen nach dem Kern; wir nennen eine solche Bewegung eine **„Zyklone“**[1]). Luft strömt aus allen Richtungen zum Tief und wird dabei nach rechts abgelenkt; es entsteht eine linksdrehende Strömung nach innen. In *K* der Abb. 303 herrscht wegen der in der Höhe zufließenden Luftmassen ein Hoch. Die Luft strömt am Boden vom Kern fort nach allen Seiten, an denen der Luftdruck geringer ist; sie wird dabei nach rechts abgelenkt. Es entsteht eine **„Antizyklone“**[2]), eine rechtsdrehende Strömung nach außen. In Abb. 306a und 306b sind eine Zyklone und eine Antizyklone schematisch dargestellt.

§ 114. Wolken und Niederschläge

Die Methoden zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit lernten wir bereits in § 100, 5 kennen. Die nach dem Schema der Abb. 303 in *W* aufsteigende Luft dehnt sich aus, da ja der auf ihr lastende Druck nach der barometrischen Höhenformel um so geringer wird, je höher die Luft steigt. Bei dieser Ausdehnung gegen den Druck der darüber liegenden Luftsäule kühlt sich die Luft entsprechend der bei der Ausdehnung geleisteten Arbeit ab. Sie enthält Wasserdampf und hat am Boden eine gewisse relative Feuchtigkeit, die bei der Abkühlung während des Aufsteigens immer größer wird. Schließlich ist die Luft soweit abgekühlt, daß der Sättigungspunkt des Wasserdampfes erreicht ist. Was dann geschieht, machen wir uns durch den folgenden Versuch klar: Wir bringen nach Abb. 307 in einen großen Glaskolben etwas Wasser und eine geringe Menge Rauch. Dann blasen wir möglichst stark in die Flasche hinein und schließen sie. Wenn wir sie nach kurzer Zeit wieder öffnen, dehnt sich die zusammengepreßte Luft aus; dabei kühlt sie sich ab, und der in ihr enthaltene Wasserdampf verdichtet sich zu Nebeltröpfchen. So entstehen auch die Wolken: Bei der Abkühlung der Luft unter den Sättigungspunkt verdichtet sich der überschüssige Dampf, meistens an mikroskopisch kleinen Beimengungen der Luft, sog. Kondensationskernen, zu **Wolken,** die also aus feinsten Wassertröpfchen oder Eiskristallen bestehen und von der Luft noch getragen werden. Wolken, die auf dem Erdboden lagern, heißen **Nebel.**

Abb. 307. Versuch zur Nebelbildung

Kommt relativ feuchte Luft mit Körpern in Berührung, die sich durch Wärmeausstrahlung stark abgekühlt haben, so entstehen **Tau** oder **Reif,** je nachdem ob die Temperatur über oder unter 0° liegt.

Zur Übung: Überlege, warum Tau oft kurz nach Sonnenuntergang und kurz vor Sonnenaufgang gebildet wird!

---

1) kýklōs (griech.) = Kreis. 2) antí (griech.) = gegen.

Man unterscheidet vier Grundformen von Wolken: Die höchsten Wolken sind die Federwolken (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 94). Es sind feine, faserige Wolkenstreifen in etwa 7–13 km Höhe. Die Haufenwolken sind scharf umgrenzte mächtige Ballen, die hoch aufstreben (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 92). Sie leuchten blendend weiß in der Sonne und haben kräftige Schatten. Die dritte Art bilden die dicken, formlosen, dunklen Regenwolken mit zerfetzten Rändern. Am niedrigsten liegen die Schichtwolken, die sich als dünne zusammenhängende Schicht in $\frac{1}{2}$ bis 1 km Höhe über den Himmel ziehen. Zwischen diesen Hauptformen gibt es mannigfache Übergänge: Den Übergang zwischen Feder- und Haufenwolken bilden z. B. die Schäfchenwolken. Sie entstehen an der Grenze von zwei verschieden bewegten Luftschichten. Die wellenförmige Anordnung der Schäfchenwolken zeigt uns unmittelbar die Wellen an, die die beiden Luftschichten gegeneinander bilden.

Wenn die Wassertröpfchen oder Eiskristalle in den Wolken allmählich größer werden, so können sie schließlich nicht mehr in der Luft schweben und fallen als Regen, Schnee, Graupeln oder Hagel nieder. Um diese atmosphärischen Niederschläge zu messen, stellt man im Freien Regenmesser auf. Man mißt mit ihnen die Niederschlagshöhe; diese gibt an, wie hoch die Niederschläge den Boden bedecken würden (Schnee, Graupeln und Hagel, nachdem sie geschmolzen sind), wenn sie nicht abliefen, versickerten oder verdunsteten. Der Regenmesser (vgl. Physiklehrbuch 6.–8. Schulj., Abb. 97) hat eine obere Öffnung von genau bestimmtem Querschnitt. Die auf diese Fläche fallende Niederschlagsmenge wird durch einen Trichter in einem Meßzylinder gesammelt, dessen Querschnitt in dem dargestellten Regenmesser $\frac{1}{10}$ des oberen Querschnittes beträgt. So kann man aus der Höhe des Wasserstandes im Meßzylinder in Zentimetern die in Millimetern anzugebende Niederschlagshöhe direkt ablesen.

In Deutschland beträgt die mittlere jährliche Niederschlagshöhe etwa 700 mm. Durchschnittlich ist die Niederschlagsmenge am größten in den Tropen; es folgen an den Wendekreisen Trockengebiete; in den höheren Breiten ist die Niederschlagsmenge wieder größer und nimmt dann nach den Polen zu ab.

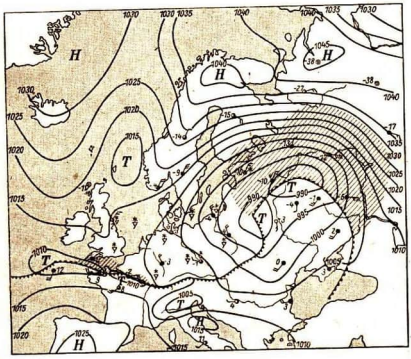
Die Niederschlagshöhe ist sehr stark von den örtlichen Verhältnissen abhängig. Am größten ist sie an den Abhängen der Gebirge, an denen die heranströmende Luft zum Aufsteigen gezwungen wird. Die größte jährliche Niederschlagsmenge wird in Hinterindien am Fuß des Himalaja zu 10 m beobachtet.

Diese großen Wassermengen werden durch Verdunstung und anschließende Luftströmung in die Höhe befördert, in der sich die Wolken bilden. Dort kondensieren sie sich und fallen schließlich als Niederschlag wieder herab. Die zur Verdunstung verbrauchte große Energie entstammt der Sonnenstrahlung.

§ 115. Das Wetter in Mitteleuropa

1. Die Wettervorhersage. Bricht warme Luft aus der West-Ost-Strömung der Roßbreiten in die kalte von der Polkappe stammende Luft ein, so übt sie wegen ihrer geringeren Dichte einen geringeren Druck am Boden aus, als die umgebende kalte Luft. Es entsteht, wie wir sahen, ein Tief und daraus eine Zyklone. Der Durchmesser der europäischen Zyklonen beträgt 2000 bis 3000 km, doch kommen auch viel kleinere Störungsgebiete vor. Da die warme Luft im Strömen von W nach O begriffen ist, wandern auch die Zyklonen im allgemeinen von W nach O. Die Erfahrung hat gezeigt, daß es geraume Zeit dauert, bis der Druckunterschied durch die Windströmungen ausgeglichen wird. Wir können also ein solches Tief in seiner Wanderung von W nach O verfolgen. Hierauf beruht die Möglichkeit der Wettervorhersage. Es sind nämlich mit dem Herannahen eines Tiefs bestimmte Wetterveränderungen verbunden.

2. Die Wetterkarte. Man hat an vielen Stellen des europäischen Festlandes und des Atlantischen Ozeanes Wetterstationen errichtet, in denen täglich dreimal der Barometerstand, die Temperatur, die Windrichtung und Windstärke, die Niederschlagsmenge, die Luftfeuchtigkeit, die Art und Dichte der Bewölkung usw. gemessen werden. Vor allem ist die Kenntnis des Luftdrucks wichtig, denn aus seiner räumlichen Verteilung erkennt man die Lage des Tiefs und aus den zeitlichen Veränderungen die Bewegungsrichtung des Tiefs. Die Meldungen der Wetterbeobachtungsstellen gehen an eine Hauptwetterwarte, wo die Angaben in eine Wetterkarte (Abb. 308) eingezeichnet werden. Außerdem werden durch Ballon- und Flugzeugaufstiege auch die höheren Luftschichten untersucht. Die Wetterkarte dient dann als Unterlage für die Wettervorhersage.



je nach dem Grad der Bewölkung gar nicht, zu $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ oder ganz ausgefüllt sind. Daneben steht die beobachtete Temperatur. Die Kreise bedeuten zugleich die Spitzen von Pfeilen, die mit dem Winde fliegen. Die Windgeschwindigkeit wird durch die Fiederung der Windpfeile dargestellt, und zwar jeder Grad der Windstärke durch ein halbes Fiederchen; zusammenhängende Niederschlagsgebiete sind schraffiert //////////. In unserm Beispiel weht also in Hamburg ein Wind von der Stärke 2 aus N; der Himmel ist zu drei Viertel bedeckt; die Temperatur beträgt — 3° und der Luftdruck 1007 mb. Der Stern bedeutet Schneefall. Ein Kreis um die Station herum bedeutet Windstille (z. B. die russischen Beobachtungsstationen im Nordosten).

Die Richtung der Windpfeile stimmt, wie wir sehen, im großen und ganzen mit der Richtung der Pfeile in Abb. 306a überein. In Abb. 308 ist die von Südwesten einbrechende Warmluft (vergleiche die Temperaturen um das Tief herum) durch zwei Fronten von dem Gebiet der kalten Luft getrennt.

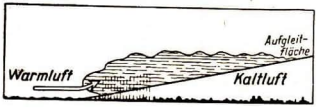


Abb. 309 Lotrechter Schnitt durch Warmfront

An der östlichen der beiden Fronten ▲▲▲▲▲ stößt die warme Luft auf kalte und gleitet auf ihr aufsteigend in die Höhe, vgl. Abb. 309, die einen lotrechten Schnitt durch die Warmfront darstellt. Man nennt diese Front die **Warmfront** oder **Aufgleitfront.** Beim Aufsteigen kühlt sich die Luft allmählich ab. Es bilden sich Wolken. In den Wolken entstehen Regentropfen. Ein weites Gebiet wird von Dauerregen, der aus der warmen aufsteigenden Luft fällt, bedeckt (//////////). Denken wir uns eine solche Warmfront über dem Ort, an dem wir das Wetter beobachten, von W nach O hinwegziehen. Wir beobachten dann zuerst ein Fallen des Barometers und ein Drehen des Windes gegen S, sowie das Auftreten von ganz hohen, weißen Federwolken. Die Temperatur ändert sich kaum. Dann wird die Wolkendecke bei weiter fallendem Luftdruck immer dichter, niedriger und grauer, bis schließlich Dauerregen oder Dauerschneefall einsetzt und solange anhält, bis die Aufgleitfront vorübergezogen ist. Dann hört der Niederschlag auf, und die Temperatur steigt rasch an. Zwischen den beiden Fronten sehen wir auf der Karte ein niederschlagfreies Gebiet, das aber größtenteils bewölkt ist. Die westliche Front ▲▲▲▲▲ stellt die hintere Grenze zwischen der eingedrungenen Warmluft und der kalten Luft dar. Hier schiebt sich die kalte nachdrängende Luft meist stürmisch unter die warme, was zu Böen und Schauern, im Sommer oft zu Gewittern führt. Diese **Kaltfront** wird daher auch **Böenfront** genannt. Die Schauer sind in der Wetterkarte durch das Zeichen ▼ angedeutet. Beim Vorüberziehen der Böenfront verstärkt sich der Wind und dreht gegen N; die Temperatur fällt. Im nördlichen Teil des Tiefs, das in Abb. 308 durch die beiden 990-mb-Isobaren gebildet wird, erreicht die Warmluft den Erdboden nicht mehr; ihre Anwesenheit in den

höheren Schichten verrät sich nur durch das Fallen des Barometers und durch den herrschenden Regen. Antizyklonen werden von der kalten Luft gebildet, die zwischen zwei Zyklonen liegt. Diese Antizyklonen wandern mit den Zyklonen. Daneben bilden sich in Europa auch Hochdruckgebiete aus, deren Kern kaum wandert. Wegen der absteigenden Bewegung der Luft in den Antizyklonen, die zu einer Erwärmung der Luft führt, lösen sich Wolken auf, und es herrscht heiteres, trockenes Wetter. Im Winter sind die untersten Schichten wegen der starken Wärmeausstrahlung des Bodens kalt, was zur Bildung von Nebel führt.

§ 116. Geschichtliche Entwicklung

Barometer und Thermometer wurden ziemlich gleichzeitig in der Mitte des 17. Jahrhunderts erfunden. Daraufhin wurden messende Wetterbeobachtungen schon von Angehörigen der Florentiner Akademie gemacht. In England und Rußland wurde um das Jahr 1800 eine einheitliche Beobachtung auf Veranlassung A. v. Humboldts eingeführt. Doch konnten die Ergebnisse noch nicht zur Wettervorhersage verwendet werden, weil die dazu notwendige schnelle Nachrichtenübermittlung noch fehlte. Wirklichen Aufschwung konnte die systematische Wetterbeobachtung erst nach der Einführung der telegraphischen Nachrichtenübermittlung nehmen.

Dies geschah um 1850. Im Jahre 1846 war in Berlin das Meteorologische Institut gegründet worden. 1848 wurde der erste deutsche Wetterdienst organisiert. Im Jahre 1910 besaß Deutschland bereits 300 Wetterwarten, auf denen dreimal täglich beobachtet wurde.

Die Erforschung der höheren Schichten der Atmosphäre begann in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Sie wird durch Ballonfahrten, Aufstiege von Drachen und Registrierballons, d. h. unbemannten Ballons mit selbstaufzeichnenden Instrumenten (bis zu fast 40 km Höhe), sowie von Flugzeugen aus durchgeführt.

Sachverzeichnis

Aberration, chromatische 59
—, sphärische 58
Absoluter Nullpunkt 245. 301
Absorption von Gasen 223
— des Lichtes 61
Absorptionsspektrum 61
Adaptation 47
Adhäsion 212
Adsorption 224
Aërodynamisches Paradoxon 231
Aggregatzustand 222
Aggregatzustände, Übergänge der 304
Akkommodation 48
Anemometer 313
Antapex 122
Anziehung von Massen 201
Apex 122
Aphel 104
Arbeit 187
Arbeitsdiagramm 275
Arbeitseinheit 188
Archimedisches Prinzip 211
Astigmatismus 60
Atmosphäre 311
— (Druck: at und Atm) 215
Atmosphärische Strahlenbrechung 40
Auftrieb 211
Auge 46
Ausdehnung von Gasen bei konst. Druck 241
— von Gasen bei konst. Volum 242
Ausdehnungskoeffizient 235
—, linearer 236
—, räumlicher oder kubischer 238
— von festen Stoffen 236
— von Flüssigkeiten 238
— von Gasen 242
Avogadrosches Gesetz 302
Azimut 73

Barometer 312
Barometrische Höhenmessung 217
Beleuchtung 28
Beleuchtungsstärke 66
Beschleunigung 135. 145
Bewegung, absolute 130
—, drehende 176
—, gleichförmige 131
—, relative 130
—, ungleichmäßige 132
Bewegungsenergie 193
Bewegungsgröße 165
Bild, reelles 33
—, virtuelles 30. 34
Bildkrümmung 59
Bildwerfer 45
Bimetallstreifen 237
Bogenlampe 64
Bogenmaß 143
Boylesches Gesetz 216
Boyle-Gay-Lussacsches Gesetz 243
Brechung, atmosphärische 40
Brechungsgesetz 36
Brechungswinkel 36
Brechungszahl 35
Brennfläche 32
Brennpunkt des Hohlspiegels 32
— der Linse 41
Brennweite des Hohlspiegels 31
— der Linse 41
Brownsche Molekularbewegung 224. 299
Bunsenbrenner 232

Chemilumineszenz 65
Chromosphäre der Sonne 106

Daltonsches Gesetz 261
Dämmerungssehen 47. 68
Dampf 258
Dampf, gesättigter 258
—, übersättigter 258
—, überhitzter 262
—, ungesättigter 262
Dampfdruck 259
Dampfmaschine 272
—, Mehrzylinder- 278
Dampfturbine 278
Deklination 81
Destillation 258
Diaskop 45
Dichte 155
Dieselmotor 281. 283
Diffusion 225
Dimension 131
Dispersion 54
Dissonanz 13
Dopplersches Prinzip 120
Drehmasse 181
Drehmoment 177
Dreiklang 13
Druck 209
—, hydrostatischer 209
—, kritischer 266
Druckeinheiten 209. 215
Dyn 154

Ebbe 205
Echo 12
Effekt 191
Eigenschwingung 20
Einfallswinkel 33. 36
Ekliptik 83
Elastischer Körper 171
Elektrisches Wärmeäquivalent 288
Emissionsspektrum 57
Emulsion 223
Energie der Bewegung 194
—, kinetische 194
— der Lage 193
—, potentielle 193
— der Rotation 194

Energie, Satz von der Erhaltung der 288
—, Satz von der Erhaltung der mechanischen 196
—, Umwandelbarkeit mechanischer — in Wärme 284
—, Umwandlung der —arten 194. 284
Energiequellen 305
Energieprinzip 288
Entfernungsgesetz, photometrisches 65
Entzündungstemperatur 271
Episkop 45
Erde, Abplattung 203
—, Dichte 102. 203
—, Drehung um die Erdachse 94
—, Drehung um die Sonne 97
—, Gestalt 92
—, Masse 203
Erdachse, Präzession 203
Erg 191
Erhaltungsgesetz der Bewegungsgröße 166
— der Energie 196. 288
Erstarrungspunkt 253
Expansionsmaschine 276
Explosionsmotor 281

Fallbeschleunigung 139. 153. 204
Fallgesetz 137
Farbempfindung 47
Farbe 62
Federkraft 174
Fernpunkt 47
Fernrohr 51
Feuchtigkeit, absolute 262
—, relative 263
Fixsterne 71. 111
—, Eigenbewegung 120
—, Entfernungsbestimmung 118
—, Farbenindex 115
—, Größenklasse 112
—, Radialbewegung 120
—, Spektralklasse 115. 116
Flageoletton 16
Fliehkraft 167. 182
Flimmern 40
Flöte 19
Flüssigkeit, benetzende 212
Flüssigkeiten, mischbare 223
Flut 205
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes 27
— des Schalles 11
Foucaultscher Pendelversuch 95
Frequenz 6. 144
Fraunhofersche Linien 62
Frühlingspunkt 81

Gas, ideales 244
—, Normalzustand 244
—, reales 246. 303
—, spezifische Wärme bei konstantem Druck 251. 289
—, spezifische Wärme bei Volum 252. 289
—, Verhältnis der spezifischen Wärmen 252
—, Volumenergie 220
Gasdruck 214
Gaskonstante, universelle 246. 290
Gastheorie, kinetische 217
Gasverflüssigung 297
Gay-Lussacsches Gesetz 243
Geräusch 23
Geschwindigkeit 131
— der Moleküle 221
Gewicht 148. 152
Gewichtseinheit 149
Gezeiten, fluterzeugende Kraft 205
Glühlampe 14
Gnomon 70. 74
Goldene Regel der Mechanik 189
Gramm, Gewichtsgramm (g) 154
—, Massengramm (gr) 154
Grammophon 8
Gravitation 201
Gravitationsbeschleunigung 204
Gravitationskonstante 201
Grenzwinkel der totalen Reflexion 37
Großkraftwerk 306

Harmonische Schwingung 171
Hauptsatz, 1. — der Wärmelehre 288
—, 2. — der Wärmelehre 294
—, 3. — der Wärmelehre 301
Hebel 177
Hefnerkerze 66
Heizwert von Brennstoffen 291
Hertz (Hz) 6. 173
Himmel, Koordinatensytem 72. 73. 80. 85
Himmelsachse 72
Hohlspiegel 31
Hohlspiegelformel 34
Hookesches Gesetz 171
Hörgrenzen 23
Horizont 69
Hydraulische Presse 210
Hygrometer 263

Impuls 165
Indikator 277
Indikatordiagramm 277
Intervall 12
Isobare 312
Isotherme 246. 265

Jahr, siderisches 86
—, tropisches 86
Joule (J) 191

Kalender, Julianischer 86
—, Gregorianischer 86
Kalorie (cal) 247
Kalorimeter 250
Kältemaschine, Verdampfungs- 296
—, Absorptions- 297
Kältemischung 268
Kammerton 13
Kapillarröhren 212
Kehlkopf 21
Kepplersche Gesetze 104
Kilogramm-Gewicht (kg) 149
Kilogrammeter (kgm) 188
Kilokalorie (kcal) 248
Kilowatt (kW) 191
Kilowattstunde (kWh) 288
Kinematograph 46
Kinetische Wärmetheorie 299
Klangfarbe 8. 16
Klangfiguren, Chladnische 17
Klavier 14
Kohäsion 212
Kolbendampfmaschine 273
Kolloide Lösung 223
Koma 60
Komet 109

Kompensationspendel 237
Komplementärfarben 55
Kondensation 255. 264
Kondensationskern 258
Kondensationspunkt 255
Kondensieren 255
Konkavlinse 44
Konkavspiegel 31
Konvexlinse 41
Konvexspiegel 34
Korona 106
Kraft 148
Krafteinheit, Dyn 154
—, Kilogramm 149
Kraft, Zentral- 167
Kräfte, parallele 178
—, Zusammensetzung 156
Kräftepaar 179
Kreisbewegung 143
Kreisel 182
Kreiselkompaß 185
Kreisfrequenz 144
Kreisprozeß 277
Kritische Temperatur 265
Kritischer Druck 266
Kühlmischung 268
Kulmination 70
Kurzsichtigkeit 48

Längeneinheit 130
Lautstärke 23
Leidenfrostscher Versuch 272
Leistung 191
Leuchtdichte 67
Leuchtfarbe 65
Leuchtröhre 64
Licht 25
Lichtgeschwindigkeit 27
Lichtjahr 117
Lichtquelle 25
Lichtstärke 66
Lichtstrom 25. 66
Linienspektrum 57
Linse 40. 58
—, achromatische 59
Linsenfehler 58
Linsenformel 43
Lippenpfeife 18
Lissajousche Figuren 176
Lochkamera 26
Longitudinalschwingung 17
Lochschmidtsche Zahl 221. 302
Lösung 223. 267
Lösung, gesättigte 223. 267
—, kolloide 223
Lösungswärme 267
Luftdruck 215. 312
Luftfeuchtigkeit 262
Luftschwingung 8
Luftverflüssigung 298
Lumen (lm) 66
Lupe 50
Lux (lx) 66

Manometer 214
Maschinen, einfache 189
Masse 148
—, träge 150
Massenanziehung 201
Masseneinheit im techn. Maßsystem 152
—, im abs. Maßsystem 153
Maßsystem, absolutes 153
—, technisches 153
Mechanisches Wärmeäquivalent 286
Mehrzylinderdampfmaschine 278
Meridian 70
Meridianinstrument 83
Meteorit 110
Meteorologie 311
Meter (m) 130
—, Urmeter 130
Mikron (μ) 130
Mikroskop 51
Milchstraße 123
Millibar (mb) 215
Mol 221
Molekül 208
—, Durchmesser 221
Molwärme 291. 303
Monat, siderischer 88
—, synodischer 88
Mond 87. 98. 110
Mondbewegung 87
Mondphasen 87. 99
Monochord 7. 15
Monsun 314

Nachbild 47
Nachhall 12
Nadir 69
Nahpunkt 48
Newtonsches Prinzip, erstes (Trägheitssatz) 149
Newtonsches Prinzip, zweites (Beschleunigungssatz) 151
—, drittes (Wechselwirkungsprinzip) 165
Niederschlag, atmosphärischer 315
Nullpunkt, absoluter 245. 301

Oberflächenspannung 213
Oberton 16
—, harmonischer 16
Objektiv 44. 51
Ohr 9. 22
Okular 51
Optische Achse 31
— Scheibe 29
Orgel 18
Osmose 225

Papinscher Topf 257
Parabolspiegel 32
Parallaxe 117
Parallele Kräfte 178
Parallelogramm der Beschleunigungen 142
— der Geschwindigkeiten 142
— der Kräfte 156
— der Wege 141
Parsec 117
Passat 314
Pendel 174. 195
—, physisches 176. 182
Pendelversuch, Foucaultscher 95
Perihel 104
Periode 144. 173
Perpetuum mobile 1. Art 289
— 2. Art 295
Pfeife 19
Pferdestärke (PS) 191
Phon 23
Phonograph 8
Photographische Kamera 44
Photometer 66
Photometrie 65
Photosphäre der Sonne 105
Pigmentfarbe 62
Planet 90. 102. 107
—, Bewegung 90. 101
Planparallele Platte 38
Polhöhe 72. 95
Präzession 84. 184. 203
Prisma, achromatisches 55
—, geradsichtiges 55

Prisma, optisches 39
—, total reflektierendes 38
Projektionsapparat 45
Pyknometer 239

Radialgeschwindigkeit 120
Radiant 143
Reflexion des Lichtes 29
— des Schalles 12
—, totale 37
Reflexionsgesetz 30
Reflexionswinkel 30
Regenwasser 316
Reibung 162. 284
—, innere 208
Rektaszension 81
Relativität der Bewegung 130
Resonanz 20
Rotation, Grundgesetz 182
Rotationsenergie 194
Rotverschiebung 121. 129

Saite 5. 7
Sammellinse 41
Sättigungsdruck 260
Schallausbreitung 9
Schallgeschwindigkeit 11
Schallquelle 5
Schallreflexion 12
Schallwelle 11
Schiefe Ebene 139. 158
Schiffskompaß 185
Schmelzpunkt 253
Schmelzwärme 253
Schwerebeschleunigung 203. 204
Schwerkraft 153
Schwerpunkt 179
Schwimmen 211
Schwingung, Eigenschwingung 20
—, erzwungene 21
—, harmonische 171
Schwingungsamplitude 173
Schwingungsbauch 16
Schwingungsdauer 173
Schwingungsfrequenz 173
Schwingungsknoten 16
Schwingungsperiode 173
Schwingungsphase 173
Schwingungsweite 7. 8. 173
Schwingungszahl 6. 8. 173
Segnersches Wasserrad 230
Sehschärfe 47
Sehwinkel 49
Sekunde (s) 130
Siedepunkt 255
Siedeverzug 258
Sinusschwingung 173
Sirene 6
Skalar 131
Solarkonstante 305
Sonne 83. 100. 105
—, Atmosphäre 106
—, Bewegung 83
—, Masse 203
Sonnenfleck 105
Sonnenstrahlung, Energie der 305
Sonnensystem, Bewegung 122
Sonnenuhr 77
Sonnenzeit, mittlere 74
—, wahre 74
Spannungskoeffizient 243
Spektralanalyse 57
Spektralapparat 56
Spektralfarbe 54
Spektroskop 56
Spektrum 54
Spezifische Wärme 248
— — von festen Körpern 250
— — von Flüssigkeiten 250
— — von Gasen bei konst. Druck 251
— — von Gasen bei konst. Volum 252
Spiegel, ebener 30
—, sphärischer 31
Spiralnebel 125
Stereoskop 49
Sternbild 71. 79
Sternkarte 78
Sterntag 78
Sternzeit 83
Stilb 67
Stimme 21
Stimmgabel 5. 17
Stoß, elastischer 197
—, unelastischer 197
Stundenkreis 74. 80
Stundenwinkel 74. 83
Sublimationswärme 255
Sublimieren 255
Suspension 222

Tag, mittlerer Sonnentag 83
—, mittlerer Sternentag 83
Tageslicht, künstliches 63
Tagessehen 47
Tag- und Nachtgleiche 75. 85
Taupunkt 262
Temperatur 233
—, kritische 265
Temperaturskala, absolute 245
—, Celsius 234
—, Kelvin 245
Termograph 237
Thermometer 234
—, Flüssigkeits- 234
—, Gas- 244
—, Maximum und Minimum- 235
—, Metall- 237
—, Quecksilber- 234
Tierkreis 84
Tonhöhe 6. 8
Tonleiter 12
—, chromatische 14
—, diatonische 14
—, Dur- 12
Tonstärke 6. 8
Torr 215
Torricellischer Versuch 215
Träge Masse 150
Trägheitssatz 149
Trägheitsmoment 181
Transversalschwingung 17
Turbine 228

Ultraschall 23
Universum 127
Unterkühlung 254

Vektor 131
Verbrennungsmotor 280
Verbundene Gefäße 210
Verdampfung 255
Verdampfungswärme 255
Verdunstung 258
Verflüssigung von Gasen 297
Verflüssigungspunkt 255
Vergrößerungsglas 50
Viertaktmotor 281
Vokal 8. 22
Volumenergie 220

Waalssche Gleichung, van der 222. 246. 303
Wärme, spezifische s. spezifische Wärme

Wärme, Verwandlung von — in Arbeit 294
Wärmeäquivalent, elektrisches 288
—, mechanisches 286
Wärmeeinheit 247
Wärmeinhalt 303
Wärmekapazität 249
Wärmekraftmaschine 273
Wärmeleitung 269. 304
Wärmeleitvermögen 270
Wärmemenge 247
Wärmestrahlung 269
Wärmetheorie, mechanische oder kinetische 299
Wasserkräfte 306
Wasserkraftmaschine 273
Wasserrad, unterschlächtiges 227
—, oberschlächtiges 228
Wasserstrahlpumpe 232
Wasserwert 249
Watt (W) 191
Wechselwirkungsgesetz 165
Weitsichtigkeit 48
Wellenbewegung s. Schwingungen
Wendekreis 75
Wetterkarte 317
Wettervorhersage 317
Wichte 154
Wind 312
Winkelgeschwindigkeit 143
Winkelspiegel 31
Wirkungsgrad 190
— von Wärmekraftmaschinen 291. 295
Witterungskunde 311
Wolken 315
Wucht 194
Wurf, lotrechter 160
Wurf, schräger 161
—, waagerechter 160

Zähigkeit 208
Zeiteinheit 130
Zeitgleichung 76. 85
Zeitlupe 46
Zeitraffer 46
Zenit 69
Zentralbeschleunigung 144. 204
Zentralkraft 167
Zentrifugalpumpe 170
Zerstäuber 232
Zerstreuungslinse 44
Zungenpfeife 19
Zustandsgleichung der idealen Gase 244
— der realen Gase 246
Zustandsgröße 243
Zweitaktmotor 282