Lehrplan Mathematik

Klassen 5 bis 10

Ministerrat
der Deutschen
Demokratischen
Republik
Ministerium
für Volksbildung

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag
Berlin

MINISTERRAT DER DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
MINISTERIUM FÜR VOLKSBILDUNG

Lehrplan Mathematik Klassen 5 bis 10

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN · 1980

4. Auflage (Zusammendruck)
Lizenz Nr. 203/1000/80 (DN 003018-4)
LSV 0645
Printed in the German Democratic Republic
Druck: Fotomechanischer Nachdruck
(52) Nationales Druckhaus, Betrieb der VOB National, Berlin
Bestellnummer: 706 271 9
DDR 1,20 M

INHALT

Lehrplan für Mathematik Klasse 5

KLASSE 5

Im Mathematikunterricht der Klasse 5 sind, aufbauend auf den Unterrichtsergebnissen der Klassen 1 bis 4, die für das sichere und schnelle Rechnen mit natürlichen Zahlen notwendigen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten weiterzuentwickeln. Dabei gilt es, alle Schüler zu befähigen, beliebige Rechnungen mit natürlichen Zahlen auszuführen und die entsprechenden Rechenfertigkeiten für die gebräuchlichen Fälle weitgehend zu automatisieren, die mathematische Terminologie konsequent anzuwenden, die Kenntnisse über charakteristische Eigenschaften natürlicher Zahlen zu systematisieren und arithmetische Gesetze mit Hilfe von Variablen sowie in Worten zu formulieren und beim Begründen beziehungsweise Erläutern des Rechenweges diese Gesetze anzuwenden. Die Fertigkeiten im Rechnen mit natürlichen Zahlen sind so weit zu entwickeln, daß die Schüler sich im nachfolgenden Unterricht voll auf die mathematischen Probleme konzentrieren können. Am Ende der Klasse 5 darf kein Schüler mehr Schwierigkeiten bei rechnerischen Umformungen haben, in denen nur Operationen mit natürlichen Zahlen auszuführen sind. Die Maßnahmen, die der Erhöhung der Sicherheit im Arbeiten mit natürlichen Zahlen dienen, sind zu verbinden mit Übungen im Lösen verschiedenartiger Text-, Sach- und Anwendungsaufgaben, die auch auf dieser Klassenstufe von großer Bedeutung für die zielstrebige Bildung und Erziehung sind.

Bei der Entwicklung der Rechenfertigkeiten, beim Schätzen, Überschlagen und Runden, beim Bestimmen von Längen, Flächen- und Rauminhalten sowie bei der Behandlung der Dezimalbrüche ist immer wieder auf das dekadische Positionssystem einzugehen. Auf diese Weise sind die Schüler zu überlegtem Handeln und zu kritischer Haltung gegenüber den Ergebnissen ihrer mathematischen Arbeit zu erziehen. Beim Schätzen, Runden und Überschlagen wird die Entwicklung klarer Vorstellungen über Größenordnungen zunächst von natürlichen Zahlen, später auch von Brüchen, Längen, Flächen- und von Rauminhalten, fortgesetzt. Obwohl das Schätzen, Runden und Überschlagen in Klasse 5 nicht mehr ein gesondert zu behandelnder Unterrichtsgegenstand ist, tritt es als Prinzip beim Lösen aller mathematischen Aufgaben in Erscheinung. Es ist unerläßlich, die Schüler fest daran zu gewöhnen, rechnerisch oder zeichnerisch gewonnene Ergebnisse mit den Vorüberlegungen zu vergleichen sowie Kontrollrechnungen beziehungsweise Kontrollzeichnungen auszuführen.

Im Unterricht der Klasse 5 werden die bereits erworbenen Kenntnisse über das Messen und die wichtigsten Maßeinheiten so systematisiert, daß ein tragfähiges Fundament sowohl für den nachfolgenden Mathematikunterricht als auch für den Unterricht in den Naturwissenschaften und den polytechnischen Unterrichtsfächern geschaffen wird. Die Schüler müssen Fertigkeiten im Verwenden geeigneter Maßeinheiten, im Messen mit Hilfe des Lineals, des Meßbandes, des Winkelmessers sowie im Umrechnen von Maßzahlen bei Wechsel der Maßeinheiten erwerben. Erst auf dieser Grundlage wird es den Schülern möglich, Berechnungen von einfachen geometrischen Figuren und Körpern sowie von naturwissenschaftlich und technisch bedeutsamen Größen erfolgreich vorzunehmen. Daher sind im Rahmen der Übungen zum Messen und zu den Maßeinheiten vielfältige Sach- und Anwendungsaufgaben zu lösen. Auf diese Weise ist eine enge Verbindung zwischen den verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts, zwischen dem Mathematikunterricht und dem Unterricht in anderen Fächern sowie zwischen dem Mathematikunterricht und der außerschulischen Erfahrungswelt der Schüler herzustellen.

Bei der Einführung in die Bruchrechnung steht die sorgfältige und wissenschaftlich einwandfreie Erweiterung des Zahlbegriffs im Vordergrund. Den Schülern ist klarzumachen, daß jeder Bruch eine gebrochene Zahl darstellt und diese gebrochene Zahl durch beliebig viele äquivalente Brüche, Repräsentanten aus der gleichen Klasse, dargestellt werden kann. Das mit der Einführung in die Bruchrechnung verbundene Rechnen mit den neu erarbeiteten Zahlen hat in erster Linie unter dem Blickwinkel der richtigen Begriffsbildung und -entwicklung zu geschehen. Das Konkretisieren mit Hilfe von Anschauungsmaterial, das Vergleichen, Ordnen und Zusammenfassen von gebrochenen Zahlen sind ebenso wichtig wie vielfältige Rechenübungen. Dezimalbrüche sind als gebrochene Zahlen in einer besonderen Darstellungsweise zu behandeln.

Anknüpfend an die umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich selbst durch Verschiebung, die die Schüler in Klasse 4 kennenlernten, werden im Geometrieunterricht der Klasse 5 zwei weitere umkehrbar eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich selbst, die Drehung und die Spiegelung, behandelt. Dabei werden zugleich geometrische Grundbegriffe, die den Schülern bereits bekannt sind, vertieft und präzisiert. Ferner führen die Anwendungen der umkehrbar eindeutigen Abbildungen der Ebene auf sich selbst hin zu den für den gesamten weiteren Geometrieunterricht besonders wichtigen Grundkonstruktionen, die in Klasse 6 systematisch behandelt werden.

Die Lehrplanabschnitte 1. und 2. stehen in so enger Wechselbeziehung zueinander, daß in den ersten zwanzig Unterrichtswochen von den fünf Wochenstunden für den Arithmetikunterricht jeweils etwa zwei für die Behandlung des Lehrplanabschnitts 1., jeweils etwa drei für die Behandlung des Lehrplanabschnittes 2. genutzt werden sollten. Der Geometrieunterricht (Lehrplanabschnitt 4.) erstreckt sich über das gesamte Schuljahr, im allgemeinen sollte wöchentlich eine Stunde Geometrieunterricht erteilt werden. Die Einführung in die Bruchrechnung (Lehrplanabschnitt 3.) erfolgt als geschlossener Lehrgang in den letzten sieben Wochen am Ende des Schuljahres.

Gültig ab 1. 9. 1968

STOFFÜBERSICHT

		Stunden	Stunden	Woche	Woche
1.	**Die vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen**	**55**		**1./23.**	
1.1.	Zusammenstellen von bedeutsamen Gesetzen für das Rechnen mit natürlichen Zahlen		10		1./5.
1.2.	Formale Aufgaben		15		6./13.
1.3.	Sach- und Anwendungsaufgaben		30		13./23.
2.	**Messen und Maßeinheiten**	**60**		**1./20.**	
2.1.	Längenmessung, Längenmaße		9		1./3.
2.2.	Flächeninhaltsbestimmung, Flächenmaße, Berechnungen an Rechtecken		15		4./8.
2.3.	Rauminhaltsbestimmung, Raummaße, Berechnungen an Quadern		18		9./14.
2.4.	Maßeinheiten der Masse, Geld- und Zeitmaße		8		15./17.
2.5.	Winkel und Winkelmessung		10		17./20.
3.	**Einführung der gebrochenen Zahlen; Bruchrechnung**	**35**		**24./30.**	
3.1.	Bruchbegriff		5		24.
3.2.	Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche		10		25./26.
3.3.	Dezimalbrüche, dezimale Schreibweise		10		27./28.
3.4.	Begriff der gebrochenen Zahl		10		29./30.
4.	**Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen**	**30**		**1./30.**	
4.1.	Drehung		15		1./15.
4.2.	Spiegelung		15		16./30.
		180	180	30	30

1. Die vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen

1. bis 20. Woche / 40 Stunden
21. bis 23. Woche / 15 Stunden

Am Ende dieses Unterrichtsabschnittes ist von allen Schülern Sicherheit und Schnelligkeit in der Ausführung der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen zu fordern. Die Beziehungen zwischen den Grundrechenarten müssen erkannt und in der Arbeit sinnvoll genutzt werden. Die Gesetze der Kommutativität, Assoziativität und Distributivität müssen in ihrer Bedeutung voll erfaßt, bewußt angewendet und exakt in Worten beziehungsweise mit Hilfe von Variablen formuliert werden können; die Monotoniegesetze sind durch vielfältige Anwendungen inhaltlich zu erschließen.

Besondere Beachtung verdient das Rechnen mit der Zahl 0 beziehungsweise mit der Zahl 1, den neutralen Elementen der additiven beziehungsweise multiplikativen Verknüpfung. Die Kenntnisse über das dekadische Positionssystem sind weiterhin zu festigen. Beim schriftlichen Rechnen sind vor allem auch diejenigen Rechenfälle zu beachten, bei denen wegen zu großer Stellenzahl im Mathematikunterricht der Klasse 4 noch keine ausreichende Sicherheit erzielt werden konnte. Vor jeder umfangreichen Rechnung ist ein Lösungsplan aufzustellen.

Auch im vorangegangenen Unterricht sind schon viele Textaufgaben, Sachaufgaben und Anwendungsaufgaben gelöst worden; in diesem Unterrichtsabschnitt kommt es nunmehr darauf an, daß die Schüler durch das systematische Lösen solcher Aufgaben ihre mathematischen Kenntnisse bewußt und zielstrebig nutzen lernen. Es gilt, den Schülern bestimmte Bereiche des gesellschaftlichen Lebens durch Lösen arithmetischer Aufgaben tiefer und vollständiger zu erschließen und dadurch wertvolle Überzeugungen und Verhaltensweisen entwickeln zu helfen.

Bei der Behandlung mathematisch eingekleideter Aufgaben sind solche zu bevorzugen, die der Wiederholung und Vertiefung geometrischer Kenntnisse dienen. Dabei ist insbesondere Wert zu legen auf vielfältige Anwendung und Festigung der Kenntnisse über das Messen und das Arbeiten mit Maßeinheiten, die sinnvoll, d. h. den Bedürfnissen der Praxis entsprechend, zu wählen sind. Beim Lösen aller Text- und Sachaufgaben kommt es auf eine zielstrebige Weiterentwicklung der mathematischen, logischen und sprachlichen Bildung der Schüler an.

Voraussetzung für das erfolgreiche Arbeiten auch mit komplizierten Text- und Sachaufgaben ist die völlig sichere Beherrschung der vier Grundrechenarten im Bereich der natürlichen Zahlen und der für diesen Bereich erklärten Begriffe und Symbole. Durch vielfältige Übungen im richtigen Beschreiben mathematischer Zusammenhänge und im Analysieren vorgelegter Texte beziehungsweise Sachverhalte sind die Schüler zu befähigen, genau zu erfassen, was ausgesagt wird. Umgekehrt sind die Schüler auch zu befähigen, solche Texte beziehungsweise Sachverhalte sowie ihre Gedanken zur Lösung von Aufgaben exakt zu formulieren.

Wenngleich beim Lösen arithmetischer Aufgaben immer wieder mit Variablen, Gleichungen, Gleichungssystemen und Ungleichungen gearbeitet wird, werden dazu auf dieser Klassenstufe noch keine Algorithmen vermittelt, sondern die Lösungen der Aufgaben werden durch inhaltliche Betrachtungen gewonnen. Das

Niederschreiben sprachlich gegebener Zusammenhänge in Form von Gleichungen, Gleichungssystemen oder Ungleichungen, auch mit Hilfe von Variablen, dient in erster Linie der Erleichterung und Rationalisierung beim Aufstellen des Lösungsplanes und beim schrittweisen Ermitteln der Lösung.

1.1. Zusammenstellen von bedeutsamen Gesetzen für das Rechnen mit natürlichen Zahlen — 1. bis 5. Woche / 10 Stunden

Möglichkeit und Eindeutigkeit der Bestimmung von x in

$a + b = x, \quad a \cdot b = x,$

$a - b = x, \quad a : b = x$ (b von null verschieden),

wobei a und b natürliche Zahlen sind;

Die Gleichungen:

$a + 0 = a, \quad a \cdot 1 = a,$

$a - 0 = a, \quad a : 1 = a,$

$a - a = 0, \quad a : a = 1,$ (a von null verschieden);

Die Gleichungen:

$a + a = 2a, \quad a \cdot a = a^2,$

$a + a + a = 3a, \quad a \cdot a \cdot a = a^3, \ldots$

$$\underbrace{a + a + \ldots + a}_{n \text{ Summanden}} = n \cdot a, \quad \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n;$$

Wiederholung der bisher erarbeiteten Rechengesetze (Kommutativgesetze, Assoziativgesetze, Distributivgesetz, Anwendungen zu den Monotoniegesetzen).

1.2. Formale Aufgaben — 6. bis 13. Woche / 15 Stunden

Vielfältiges, abwechslungsreiches Üben und Veranschaulichen der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen, Begründen des Rechenweges, Rechenvorteile;

Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen;

Umkehrbarkeit von Additions- und Multiplikationsaufgaben, Potenzen mit natürlichen Zahlen (außer null) als Exponenten;

Arithmetisches Mittel (Durchschnitt);

Übungen im Erkennen der Rechenoperationen bei formalen Textaufgaben;

Übungen im textlichen Einkleiden textfreier formaler Aufgaben.

1.3. Sach- und Anwendungsaufgaben — 13. bis 23. Woche / 30 Stunden (ab 21. Woche je 5 Stunden)

Anwenden der vier Grundrechenarten beim Lösen von geometrisch eingekleideten Aufgaben und von Aufgaben aus der Bewegungslehre;

Übungen im Erkennen der mathematischen Zusammenhänge bei Sachaufgaben;

Übungen im Bilden von Sachaufgaben nach Angabe von Zahlenmaterial oder der Verknüpfungsvorschriften;

Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben aus der gesellschaftlichen Praxis, insbesondere aus verschiedenen Zweigen der Volkswirtschaft;

Verwenden von Variablen und Arbeiten mit linearen Gleichungen bzw. Systemen von linearen Gleichungen beim schriftlichen Fixieren der Zusammenhänge und der Lösungsschritte;

Aufgaben, bei deren Lösung mehrere Operationen durchzuführen sind und Zwischenlösungen Voraussetzung für die Lösung der Gesamtaufgabe werden;

Aufgaben, bei deren Lösung von einem Vielfachen auf ein anderes Vielfaches geschlossen werden muß (Schließen bei direkter und umgekehrter Proportionalität).

2. Messen und Maßeinheiten — 1. bis 20. Woche / 60 Stunden

Aufbauend auf den bereits erworbenen Kenntnissen über Maßeinheiten und den gewonnenen Vorstellungen über Größen und Größenordnungen, sind nunmehr bei den Schülern durch vielfältige systematische Übungen und Anwendungen klare Vorstellungen von den jeweiligen Maßeinheiten und über das Messen zu entwickeln. Den Schülern muß völlig klar werden, daß Messen ein Vergleichen mit zweckmäßig gewählten Maßeinheiten ist. Erst auf diese inhaltliche Klärung gestützt, wird in geeigneten Fällen (Rechteck, Quader u. ä.) zur Berechnung übergegangen.

Da dem Bestimmen von Flächen- beziehungsweise Rauminhalten durch Messen mit Hilfe von Einheitsquadraten beziehungsweise Einheitswürfeln in vielen Fällen praktische Grenzen gesetzt sind, wird für die Schüler die Zweckmäßigkeit der Entwicklung von Berechnungsformeln motiviert. Dabei sind jedoch für Spezialfälle (Quadrat als spezielles Rechteck, Würfel als spezieller Quader) keine besonderen Formeln zu entwickeln und einzuprägen.

Sowohl beim Messen als auch beim Berechnen ist zu beachten, daß den Schülern bisher nur natürliche Zahlen bekannt sind. Es ist jedoch nicht notwendig, stets nur natürliche Zahlen als Maßzahlen auftreten zu lassen, es können auch endliche Dezimalzahlen als Maßzahlen gewählt werden, wenn die Schüler die dabei anzuwendende dezimale Schreibweise als zweckmäßige Verkürzung gegenüber der Verwendung verschiedener Maßeinheiten erfassen. Die Rechnungen sind jedoch nicht in dezimaler Schreibweise durchzuführen. Da die Schüler mit rationalen Zahlen noch nicht rechnen können, sind vor der Durchführung von Berechnungen solche Maßzahlen, die als endliche Dezimalzahlen gegeben sind, durch Wahl einer hinreichend kleinen Maßeinheit in Maßzahlen umzuwandeln, die natürliche Zahlen sind.

Die Schüler sind dazu zu erziehen, daß sie auf der Grundlage konkreter Vorstellungen entscheiden können, welche Maßeinheiten für die quantitative Beschreibung bestimmter Größen zweckmäßigerweise zu wählen sind. Auch das sinnvolle Runden und Schätzen und das Umwandeln der Maßzahlen, die bei der Verwendung einer Maßeinheit auftreten, in Maßzahlen, die sich beim Verwenden einer anderen Maßeinheit ergeben, dienen der Herausbildung klarer Größenvorstellungen. Dabei sind den Schülern wichtige Vergleichsmaße einzuprägen. Bei den Umwandlungsübungen von Maßzahlen zu verschiedenen Maßeinheiten der Länge, des Flächeninhalts und des Rauminhalts sind immer wieder die erworbenen Grundkenntnisse über das dekadische Positionssystem zu nutzen und zu festigen, durch das Gegenüberstellen zu solchen Maßeinheiten, die nicht nach dem Dezimalsystem aufgebaut sind (Zeit- und Winkelmaße), ist ein tieferes Erfassen der Positionssysteme anzustreben; vgl. Lehrplan der Klasse 4, Abschnitt 1.2. Es sind geeignete Schülerübungen durchzuführen, wobei jedoch keine Fertigkeiten im Umgang mit einer Vielzahl von Meßgeräten herauszubilden sind. Das Messen ist in enger Verbindung zum Werken durchzuführen; Fertigkeiten sind im Messen mit Hilfe des Lineals im Heft beziehungsweise an der Tafel zu entwickeln. Bei Rechnungen mit Zeitmaßen werden das Jahr im allgemeinen mit 360 Tagen, der Monat mit 30 Tagen angesetzt. Auf den geringfügigen Unterschied zwischen 1 dm³ und 1 l wird nicht eingegangen.

Während bei Messungen stets die Angabe der Größe, also der Maßzahl und der Maßeinheit, unerläßlich ist, sollten Berechnungen im allgemeinen nur mit den Maßzahlen durchgeführt werden. Treten in einer Sachaufgabe oder in einer Anwendungsaufgabe Größen auf, so ist auch die Lösung in Größen anzugeben (Antwortsatz) selbst dann, wenn bei den Zwischenrechnungen nur mit den Maßzahlen gearbeitet wurde. Es muß jedoch streng darauf geachtet werden, daß innerhalb der Lösung einer Aufgabe ein und dieselbe Variable stets entweder nur als Größe oder nur als Maßzahl verwendet wird. Da Messen, Berechnen und Darstellen einfacher geometrischer Gebilde eng zusammengehören, sind bei der Behandlung verschiedener Maßeinheiten die Fertigkeiten im Konstruieren mit Hilfe von Lineal, Zirkel und Zeichendreiecken auf vielfältige Weise weiterzuentwickeln, insbesondere beim Anfertigen von Netzen zum Bau von Körpermodellen.

2.1. Längenmessung, Längenmaße — 1. bis 3. Woche / 9 Stunden

Wiederholung und Vertiefung der Kenntnisse über Geraden, Strahlen und Strecken;

Das Messen von Strecken als Vergleichen mit zweckmäßig gewählten Maßeinheiten der Länge;

Die Maßeinheiten 1 m, 1 dm, 1 cm, 1 mm und 1 km;

Umwandeln von Maßzahlen bei verschiedenen Maßeinheiten;

Größenangaben mit Hilfe von zwei Maßeinheiten und in dezimaler Schreibweise mit Hilfe einer Maßeinheit;

Messen, Zeichnen, An- und Abtragen von Strecken;

Abstecken von Strecken im Gelände;

Abstand zweier Punkte.

2.2. Flächeninhaltsbestimmung, Flächenmaße, Berechnungen an Rechtecken **4. bis 8. Woche / 15 Stunden**

Zeichnen von Strecken und Streifen mit geradliniger, paralleler Begrenzung mit Hilfe des Lineals auf Kästchenpapier, Zeichnen von Rechtecken auf Kästchenpapier und auf Millimeterpapier;

Aufbauen von Rechtecken aus Einheitsquadraten;

Auslegen solcher Rechtecke mit Einheitsquadraten, Ermitteln des Flächeninhalts durch Auszählen der Einheitsquadrate;

Ermitteln des Flächeninhalts eines Rechtecks durch streifenweises Auszählen der Einheitsquadrate und Feststellen der Anzahl der dabei benutzten Streifen, streifenweises Aufbauen eines Rechtecks aus Einheitsquadraten;

Streifenweises Auslegen eines Rechtecks mit Einheitsquadraten, wobei das Auslegen ein und desselben Rechtecks sowohl parallel als auch senkrecht zu ein und derselben Rechteckseite erfolgt;

Aufteilen eines Rechtecks durch zwei Scharen von Streifen gleicher Breite in Einheitsquadrate;

Vergleichen der verschiedenen Möglichkeiten zur Ermittlung der Anzahl der Einheitsquadrate eines Rechtecks, schriftliches Fixieren des Vergleichs in der Form: $a \cdot b = b \cdot a$;

Zusammensetzen eines Rechtecks aus einer vorgegebenen Anzahl von Einheitsquadraten auf zweierlei Weise: mit Hilfe von a Streifen, in die jeweils b Einheitsquadrate gelegt werden, und mit Hilfe von b Streifen, in die jeweils a Einheitsquadrate gelegt werden;

Das Quadratzentimeter und das Quadratdezimeter als Maßeinheiten für die Flächeninhaltsbestimmung von Rechtecken mit Seitenlängen, deren Maßzahlen beim Messen mit den Maßeinheiten 1 cm und 1 dm natürliche Zahlen sind;

Die Maßeinheiten 1 m², 1 dm², 1 cm², 1 mm²;

Die Maßeinheiten 1 m², 1 ha, 1 km²;

Umwandeln von Maßzahlen bei verschiedenen Maßeinheiten;

Größenangaben mit Hilfe von zwei Maßeinheiten und in dezimaler Schreibweise mit Hilfe einer Maßeinheit;

Übungen im Bestimmen von Umfängen und Flächeninhalten ebener rechteckiger Figuren mit Hilfe von Längenmessungen, Flächenmessungen und Berechnungen.

Sinnvolles Runden bei Angaben über Umfänge und Inhalte von rechteckigen Flächenstücken;

Abstecken von rechteckigen Flächenstücken im Gelände;

Vielfältige Aufgaben zur Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung ebener rechteckiger Figuren.

2.3. Rauminhaltsbestimmung, Raummaße, Berechnungen an Quadern **9. bis 14. Woche / 18 Stunden**

Aufbauen von Quadern aus Einheitswürfeln, Ausfüllen von Quadern mit Einheitswürfeln, Ermitteln des Rauminhalts eines Quaders durch schichtenweises

Auszählen der Einheitswürfel und Feststellen der Anzahl der dabei benutzten Schichten;

Schichtenweises Aufbauen eines Quaders aus Einheitswürfeln;

Schichtenweises Ausfüllen eines Quaders mit Einheitswürfeln, wobei das Ausfüllen ein und desselben Quaders sowohl parallel als auch senkrecht zu ein und derselben Begrenzungsfläche erfolgt;

Aufteilen eines Quaders durch drei Scharen von Schichten in Einheitswürfel;

Vergleichen der verschiedenen Möglichkeiten zur Ermittlung der Anzahl der Einheitswürfel eines Quaders, schriftliches Fixieren des Vergleichs in der Form:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c);$$

Zusammensetzen eines Quaders aus einer vorgegebenen Anzahl von Einheitswürfeln auf verschiedene Weise;

Das Kubikzentimeter und das Kubikdezimeter als Maßeinheiten für die Rauminhaltsbestimmung von Quadern mit Kantenlängen, deren Maßzahlen beim Messen mit den Maßeinheiten 1 cm und 1 dm natürliche Zahlen sind;

Die Maßeinheiten 1 m^3, 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3;

Umwandeln von Maßzahlen bei verschiedenen Maßeinheiten;

Größenangaben mit Hilfe von zwei Maßeinheiten und in dezimaler Schreibweise mit Hilfe einer Maßeinheit;

Übungen im Bestimmen von Kantenlängen, Oberflächeninhalten und Rauminhalten quaderförmiger Körper mit Hilfe von Längen-, Flächen- und Raummessungen sowie Berechnungen;

Sinnvolles Runden bei Angaben über Rauminhalte quaderförmiger Körper;

Die Maßeinheiten 1 l, 1 dl, 1 ml und 1 hl;

Konstruktion des Netzes von Quadern, Anfertigen von Körpermodellen aus Netzen und als Kantenmodelle von Quadern;

Der Grundriß eines Quaders, Sichtbarkeit von Kanten im Grundriß;

Vielfältige Aufgaben zur Oberflächen- und Rauminhaltsberechnung quaderförmiger Körper.

2.4. Maßeinheiten der Masse, Geld- und Zeitmaße — 15. bis 17. Woche / 8 Stunden

Wiederholung und Festigung der Kenntnisse über die Maßeinheiten der Masse: 1 t, 1 kg, 1 g, 1 mg und 1 dt;

Wiederholung und Festigung der Kenntnisse über Mark und Pfennig;

Angabe von Geldbeträgen mit Hilfe der Bezeichnungen M und Pf sowie in dezimaler Schreibweise nur mit Hilfe der Bezeichnung M;

Wiederholung und Festigung der Kenntnisse über:

Jahr, Monat, Woche, Tag
und Tag, Stunde, Minute, Sekunde;

Schreibweise von Zeitangaben, Lesen von Fahrplänen.

2.5. Winkel und Winkelmessung — 12. bis 20. Woche / 10 Stunden

Wiederholung des Winkelbegriffs, Drehsinn, vgl. Abschnitt 4.1.;

Bezeichnen von Winkeln auch mit griechischen Buchstaben (in Klasse 5 beschränkt auf $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$);

Winkelgröße als Maß der Drehung;

Winkelmessung, Grad – Minute – Sekunde als Maßeinheiten, Winkelmesser;

Einteilen der Winkel in spitze, rechte, stumpfe, gestreckte und überstumpfe Winkel, Vollwinkel durch Angabe der Winkelgrößen im Gradmaß;

Zeichnen von Winkeln vorgeschriebener Größe, auch mit Hilfe des Winkelmessers.

3. Einführung der gebrochenen Zahlen; Bruchrechnung

24. bis 30. Woche / 35 Stunden

Mit der Einführung der gebrochenen Zahlen erfolgt die erste Zahlenbereichserweiterung. Wenngleich hier nicht sofort der Begriff der rationalen Zahlen herausgearbeitet werden kann – vergleiche Plan der Klasse 7, Abschnitt 1. – ist diese Zahlenbereichserweiterung mit größter Sorgfalt vorzunehmen, wobei alle Schritte vom Anschaulichen zum Begrifflichen (Begriff der gebrochenen Zahl) vollständig zu durchlaufen sind. Die Übungen im Vergleichen, Erweitern, Kürzen, Ordnen, Zusammenfassen und Umwandeln in andere Darstellungsweisen haben letztlich der Erarbeitung des Begriffs der gebrochenen Zahl zu dienen. Alle Brüche, die derselben Klasse angehören, weil sie durch Kürzen beziehungsweise Erweitern aus einem Repräsentanten dieser Klasse gewonnen werden können, sind als e i n e gebrochene Zahl zu erfassen. Das Rechnen mit den sogenannten „gemischten Zahlen" sollte auch aus diesem Grunde, nicht nur aus praktischen Erwägungen, weitgehend vermieden werden.

Bei der Einführung der Dezimalbrüche ist an die den Schülern bereits geläufige dezimale Schreibweise anzuknüpfen. Beim Rechnen mit Dezimalbrüchen ist das nur mechanische Einprägen von Regeln über das Setzen des Kommas zu vermeiden; die Schüler müssen vielmehr lernen, auch beim Arbeiten mit Dezimalbrüchen ihre Kenntnisse aus der Bruchrechnung und über das dekadische Positionssystem anzuwenden.

Zur Veranschaulichung von Brüchen sind vor allem Kreisteilungen, lineare und rechteckige Darstellungen zu nutzen. Im Zusammenhang mit der regelmäßigen Teilung der Kreisfläche ist die Winkelmessung zu wiederholen, außerdem ist das Arbeiten mit Kreisdiagrammen vorzubereiten.

3.1. Bruchbegriff — 24. Woche / 5 Stunden

Bilden gleicher Teile einer Einheit;

Bilden gleicher Teile mehrerer Einheiten;

Vergleichen von gleichnamigen Brüchen.

3.2. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche **25. bis 26. Woche / 10 Stunden**

Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche;

Echte und unechte Brüche, Umwandeln unechter Brüche in eine Summe, deren einer Summand ein ganzzahliger Bestandteil und deren anderer Summand ein echter Bruch ist;

Vervielfachen von Brüchen als verkürzte Addition;

Veranschaulichen von Brüchen und ihrer Addition, Subtraktion und Vervielfachung, zum Beispiel am Strahl und am Kreis.

3.3. Dezimalbrüche, dezimale Schreibweise **27. bis 28. Woche / 10 Stunden**

Dezimalbrüche als Brüche in einer speziellen Darstellung;

Erweitern der Stellenwerttafel auf Zehntel, Hundertstel usw.;

Addieren und Subtrahieren von gleichnamigen Dezimalbrüchen;

Vervielfachen von Dezimalbrüchen als verkürzte Addition.

3.4. Begriff der gebrochenen Zahl **29. bis 30. Woche / 10 Stunden**

Erweitern und Kürzen von Brüchen;

Klasseneinteilung, Begriff der gebrochenen Zahl;

Zahlenstrahl.

4. Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen **1. bis 30. Woche / 30 Stunden**

Als weitere umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich selbst lernen die Schüler zunächst die Drehung kennen. Damit werden zugleich die Grundlagen geschaffen, den Begriff des Winkels tiefer und präziser zu erarbeiten.

Im Geometrieunterricht lernen die Schüler Winkel nach rein geometrischen Merkmalen unterscheiden, bei der Behandlung des Abschnitts 2. (Messen und Maßeinheiten) hingegen klassifizieren sie die Winkel durch Angabe von Maßzahlen. Obwohl eine enge Verbindung zwischen dem Geometrieunterricht und der Behandlung des Messens und der Maßeinheiten anzustreben ist, dürfen die geometrischen Überlegungen und Untersuchungen gegenüber den Rechnungen und Messungen nicht zu kurz kommen.

Als weiteres Beispiel für eine umkehrbare eindeutige Abbildung der Ebene auf sich selbst lernen die Schüler die Spiegelung kennen. Die Untersuchung der Symmetrieeigenschaften führt zu Erkenntnissen, die die Grundlage für die in Klasse 6 systematisch zu behandelnden und dort zu Fertigkeiten zu entwickelnden „Grundkonstruktionen" bilden.

Die Zeichenfertigkeiten sind so zu entwickeln, daß der systematische Lehrgang in der Planimetrie, der in Klasse 6 einsetzt, sich voll darauf stützen kann. Auch bei Übungen, die in erster Linie dem Erwerb von Zeichenfertigkeiten dienen, sollte von den Schülern gefordert werden, daß sie die einzelnen Tätigkeiten genau beschreiben, daß sie sich dabei der ihnen bekannten Begriffe richtig bedienen und daß sie die einzelnen Konstruktionsschritte begründen. Der Geometrieunterricht hat also in allen seinen Teilen ebenso wie der Arithmetikunterricht stets auch der Entwicklung des logischen Denkens und des sprachlichen Ausdrucksvermögens zu dienen.

Bei der Behandlung der Drehung und der Spiegelung in Klasse 5 sind ebenso wie bei der Behandlung der Schiebung in Klasse 4 noch keine Kongruenzbetrachtungen durchzuführen. Jedoch sind die Schüler durch vielfältige geistig-praktische Tätigkeiten zu der Erkenntnis zu führen, daß bei Schiebungen Streckenlängen und Winkelgrößen nicht verändert werden, damit für die Behandlung der Kongruenz in Klasse 6 eine tragfähige Grundlage geschaffen wird.

4.1. Drehung — 1. bis 15. Woche / 15 Stunden

Zeichnen von Kreisen mit Hilfe des Zirkels, Wiederholung der Begriffe „Kreismittelpunkt", „Radius" und „Durchmesser";

Unterscheiden von Punkten der Ebene,
- die im Innern des Kreises liegen (innere Punkte),
- die auf dem Kreis liegen (Randpunkte),
- die außerhalb des Kreises liegen (äußere Punkte);

Drehen des Kreises in sich, Drehsinn;

Drehen eines Strahls um seinen Anfangspunkt, Bahn einzelner Punkte des Strahls;

Der Winkel als geordnetes Paar von Strahlen („Schenkel"), die von einem Punkte („Scheitel") ausgehen;

Unterscheiden von Punkten der Ebene,
- die im Innern des Winkels liegen (innere Punkte),
- die auf den Schenkeln des Winkels liegen (Randpunkte),
- die außerhalb des Winkels liegen (äußere Punkte);

Drehung von Strecken und Dreiecken um einen bestimmten Punkt nach gegebener Vorschrift (Drehwinkel gegeben);

Ausführen von zwei bzw. drei Drehungen um denselben Punkt nacheinander, Antragen von Winkeln;

Erarbeiten des Begriffs „gestrecker Winkel" durch Drehen eines Strahls (Ausgangslage und Endlage des Strahl bilden zusammen eine Gerade);

Charakterisieren der rechten Winkel durch Vergleich mit gestreckten Winkeln; Winkelvergleich (ohne Winkelmesser);

Zusammenhänge zwischen spitzen, rechten, stumpfen und gestreckten Winkeln.

4.2. Spiegelung **16. bis 30. Woche / 15 Stunden**

Erzeugen und Zuordnen von symmetrisch zu einer Geraden gelegenen Punkten und Figuren;

Die Begriffe „Original" und „Bild", „entsprechende Punkte", „Spiegelung", „Symmetrieachse";

Spiegelung an einer Geraden als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich selbst, der Begriff „Achsiale Symmetrie";

Konstruieren des Spiegelbildes einer gegebenen Figur;

Konstruieren der Symmetrieachse zu zwei vorgegebenen Punkten;

Spiegeln eines Strahls, dessen Anfangspunkt auf der Symmetrieachse liegt;

Hintereinanderausführen von Spiegelungen an zwei bzw. drei zueinander parallelen Geraden;

Hintereinanderausführen von Spiegelungen an zwei zueinander senkrechten Geraden;

Hintereinanderausführen von Spiegelungen an zwei beliebigen Geraden.

Präzisierter Lehrplan für Mathematik Klassen 6 bis 8

Der Präzisierte Lehrplan für Mathematik,
Klassen 6 bis 8,
tritt am 1. September 1969 für den Unterricht
in der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule
in Kraft.

Berlin, Juni 1968

Der Minister für Volksbildung
M. Honecker

Der Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8

ZIELE UND AUFGABEN

Der Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8 wird durch Merkmale gekennzeichnet, die sich aus seiner Stellung am Ende der Mittel- und zu Beginn der Oberstufe unserer zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule ergeben.

Die Schüler müssen sich in diesem Zeitraum mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten in einem solchen Umfang und in einer solchen Qualität aneignen, daß sie einmal in zunehmendem Maße mathematische Mittel und Methoden zum besseren Erkennen und tieferen Verstehen ihrer Umwelt einsetzen können und zum anderen den erhöhten Anforderungen in den beiden Abschlußklassen der polytechnischen Oberschule gerecht zu werden vermögen. Durch die weitere Schulung des Abstraktionsvermögens, durch die Befähigung zum Verallgemeinern, zur Begriffsbildung, zum Erkennen von Zusammenhängen und zum Systematisieren sowie durch das Herausbilden erster Fähigkeiten im Definieren und Beweisen trägt der Mathematikunterricht gleichzeitig zur allgemeinen geistigen Entwicklung der Schüler bei.

In den Klassen 6 bis 8 treten stärker als in den vorangehenden Klassenstufen Betrachtungsweisen, Auffassungen und Methoden in den Vordergrund, die denen der Fachwissenschaft nahekommen, werden Kenntnisse vermittelt und Fertigkeiten geformt, die für ein wissenschaftliches Arbeiten auf verschiedensten Gebieten unbedingte Voraussetzung sind. Insbesondere für die Fächer Physik, Chemie, Biologie und für den polytechnischen Unterricht muß der Mathematikunterricht in diesen Klassen Vorleistungen erbringen, die das Erkennen und Beschreiben von Gesetzmäßigkeiten und eine quantitative Behandlungsweise von Erscheinungen und Prozessen in der Natur und in der Technik ermöglichen. Darüber hinaus sind die Schüler zu befähigen, ihr mathematisches Wissen in zunehmendem Maße auch auf Problemstellungen anwenden zu können, die sich aus der gesellschaftlichen Entwicklung ergeben.

Der Mathematikunterricht der Klassen 6 bis 8 hat die *Aufgabe*, auf der Grundlage der in den vorhergehenden Klassenstufen erzielten Unterrichtsergebnisse den Bereich der gebrochenen Zahlen weiter und den Bereich der rationalen Zahlen neu aufzubauen sowie die Schüler durch die Erörterung der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung auf die Behandlung der reellen Zahlen vorzubereiten. Die Schüler sollen sichere Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren gebrochener und rationaler Zahlen erwerben und lernen, rationale Quadratwurzeln beziehungsweise rationale Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln zu bestimmen. Sie müssen befähigt werden, diese Rechenfertigkeiten beim Lösen von linearen Gleichungen, von Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie sowie von anderen Sach- und Anwendungsaufgaben sicher anwenden zu können. Durch den Gebrauch von Rechenstab und Zahlentafel wird dabei eine Rationalisierung des Rechnens bewirkt.

Die Schüler sollen ihr Wissen über den Begriff „Variable" erweitern und vertiefen sowie auf der Basis des Rechnens mit rationalen Zahlen sichere Fertigkeiten im Umformen von Termen erlangen. Feste Kenntnisse über einige Grundbegriffe der Mengenlehre müssen es ihnen ermöglichen, den wichtigen mathematischen Begriff „Funktion" auf mengentheoretischer Grundlage zu erfassen.

Die geometrischen Stoffgebiete des Mathematikunterrichts der Klassen 6 bis 8 haben das Ziel, die Schüler auf abbildungsgeometrischer Grundlage mit den Begriffen „Kongruenz" und „Ähnlichkeit" sowie mit wichtigen Eigenschaften der entsprechenden umkehrbar eindeutigen Abbildungen der Ebene auf sich vertraut zu machen und sie zu befähigen, unter Verwendung dieser Kenntnisse wichtige Lehrsätze über ebene Figuren abzuleiten beziehungsweise zu beweisen.

Die Schüler sollen des weiteren lernen, geometrische Grundelemente (Punkt, Strecke, Gerade), ebene Figuren und einfache Körper mittels schräger Parallelprojektion sowie senkrechter Ein- und Zweitafelprojektion in die Ebene abzubilden.

Der Geometrieunterricht der Klassen 6 bis 8 muß die Schüler darüber hinaus befähigen, aufbauend auf ihren Vorkenntnissen über Flächenmaße und Flächeninhaltsberechnungen für Rechtecke, auch Flächeninhalt und Umfang von n-Ecken ($n = 3, 4, \ldots, k$) und Kreisen sowie Oberflächen- und Rauminhalt von Prismen, Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sicher und schnell zu berechnen.

Hinsichtlich der vorstehend kurz umrissenen Aufgaben des Arithmetik- und Geometrieunterrichts muß bei Abschluß von Klasse 6, 7 beziehungsweise 8 folgendes *Niveau des Wissens und Könnens* erreicht sein:

KLASSE 6

Den Schülern sind die Begriffe „Menge", „Element einer Menge" und „Teilmenge" sowie „Aussage", „Satz" und „Definition" vertraut. Sie können diese Begriffe bei der Beschreibung sehr unterschiedlicher mathematischer Sachverhalte fachgerecht anwenden.

Die Schüler haben die Klassendefinition des Begriffs „gebrochene Zahl" inhaltlich erfaßt, können Repräsentanten gebrochener Zahlen in Form von gemeinen Brüchen oder Dezimalbrüchen angeben und verstehen die den Definitionen der Rechenoperationen zugrunde liegenden Isomorphiebetrachtungen. Sie besitzen sichere Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren gebrochener Zahlen (in beiden Darstellungsformen), beherrschen insbesondere die schriftlichen Rechenverfahren für Dezimalbrüche und können gemeine Brüche in Dezimalbrüche umwandeln.

Die Schüler beherrschen die Kriterien für direkte und umgekehrte Proportionalität von Zahlenfolgen und vermögen diese Kenntnisse bei der Untersuchung von Zahlenfolgen sowie von Größen zu benutzen. Sie können die direkte und umgekehrte Proportionalität mit Hilfe eines Koordinatensystems (I. Quadrant) veranschaulichen. Die Schüler sind in der Lage, Gleichungen der im Stoffteil genannten beiden Typen zu lösen und verstehen es, diese Fertigkeiten bei der Bearbeitung von Sach- und Anwendungsaufgaben, denen (direkte oder umgekehrte) Proportionalität zugrunde liegt und die dann auf Verhältnisgleichungen führen, einzusetzen.

Die Schüler haben sich den Kongruenz-Begriff umfassend angeeignet und vermögen diesen bei der Untersuchung von beliebigen ebenen Figuren (einschließlich Strecken und Winkeln) zu benutzen. Sie haben ein festes Wissen über Beziehungen zwischen Winkeln, über Dreiecks- und Vierecksarten erworben. Die Schüler können einfache Konstruktionen von Dreiecken aus gegebenen Seiten, Winkeln und Höhen unter Verwendug der Grundkonstruktionen exakt und sauber ausführen, die Ausführbarkeit dieser Konstruktionen mit Hilfe der Kongruenz-Kriterien für Dreiecke untersuchen beziehungsweise deren Eindeutigkeit begründen. Sie sind in der Lage, die Durchführung der Konstruktion unter richtiger Verwendung der Fachsprache zu beschreiben. Die Schüler besitzen sichere Kenntnisse über charakteristische Eigenschaften spezieller Vierecke (Trapez, Parallelogramm, Rhombus, Rechteck, Quadrat, Drachenviereck) sowie gleichschenkliger, gleichseitiger und rechtwinkliger Dreiecke, zeigen Verständnis für die Beweisnotwendigkeit bestimmter geometrischer Aussagen, vermögen Beweise zu begreifen und in einfachen Fällen wiederzugeben. Sie können den Umfang von Vierecken sowie den Flächeninhalt von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen unter Verwendung der entsprechenden Formeln berechnen. Sie besitzen die Fähigkeit, die Berechnung von Vielecken auf die Berechnung einfacher Figuren zurückzuführen.

KLASSE 7

Die Schüler sind mit dem Gebrauch des Rechenstabs zum Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren, Quadratwurzelziehen vertraut und wenden dieses Hilfsmittel bei allen geeigneten Berechnungen an.

Die Schüler haben den Inhalt des Begriffs „rationale Zahl" erfaßt, die Analogie zwischen dem Aufbau des Bereichs der gebrochenen und des Bereichs der rationalen Zahlen verstanden und besitzen Klarheit über die Zweckmäßigkeit der Definitionen der Rechenoperationen.

Die Behandlung von Quadratwurzeln führt die Schüler zu der Einsicht, daß auch im Bereich der rationalen Zahlen noch nicht jede Rechenoperation uneingeschränkt ausführbar beziehungsweise jede Gleichung lösbar ist.

Die Schüler können rationale Zahlen sicher ordnen, addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, die zweiten und dritten Potenzen rationaler Zahlen berechnen sowie rationale Quadratwurzeln aus nichtnegativen rationalen Zahlen beziehungsweise rationale Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln mit Hilfe von Rechenstab oder Zahlentafel bestimmen.

Sie besitzen Sicherheit im Umformen von linearen Gleichungen in zu diesen äquivalenten (abgesehen von den erst im Stoffgebiet 3. der Klasse 8 ausgewiesenen Formen), lösen solche Gleichungen rationell und zielstrebig und sind in der Lage, diese Kenntnisse und Fertigkeiten bei der Bearbeitung von Text- und Sachaufgaben (insbesondere auch von Grundaufgaben der Prozentrechnung) erfolgreich einzusetzen.

Die Schüler sind mit den grundlegenden Begriffsbildungen und Methoden der Darstellenden Geometrie vertraut. Sie können die im Stoffgebiet 5. der Klasse 7 angeführten Grundaufgaben der Ein- und Zweitafelprojektion sicher lösen, diese bei der Lösung weiterer Aufgaben anwenden, einfache ebenflächig begrenzte Körper in Kavalierperspektive, im Ein- und im Zweitafelverfahren darstellen und die dabei auszuführenden Tätigkeiten (insbesondere die Konstruktionen) unter Verwendung der angegebenen mathematischen Fachtermini beschreiben.

Sie besitzen die Fähigkeit, aus gegebenem Grund- und Aufriß richtige Vorstellungen über das dargestellte geometrische Objekt zu gewinnen (sofern dies bei Verwendung von nur zwei Bildtafeln möglich ist) sowie dessen Art und Eigenschaften zu kennzeichnen.

Die Schüler kennen die Definition des Kreises, die möglichen Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade (einschließlich der entsprechenden Begriffe), die Sätze über Kreissehnen und -tangenten sowie über Winkel am Kreis. Sie vermögen diese Kenntnisse beim Lösen von Aufgaben anzuwenden.

Das Beweisverständnis der Schüler hat sich vergrößert. Sie besitzen die Fähigkeit, die im Unterricht erläuterten Beweise wiederzugeben und in einfachen Fällen selbständig Beweise zu finden.

Die Schüler kennen die Formeln für die Berechnung von Kreisfläche und Kreisumfang, können mit deren Hilfe Kreisringe, Kreisbögen und Kreisausschnitte berechnen und besitzen sichere Fertigkeiten im Benutzen der genannten Formeln zum Lösen von Anwendungsaufgaben. Ihnen sind die Begriffe „Prisma" und „Kreiszylinder" bekannt. Die Schüler verstehen es, Sach- und Anwendungsaufgaben zur Berechnung von Prismen, Zylindern, Hohlzylindern und einfachen zusammengesetzten Körpern unter Verwendung der entsprechenden Formeln zu lösen. Sie machen bei Kreis- und Körperberechnungen umfassend von Rechenstab, Zahlentafel und Formelsammlung Gebrauch. Den Schülern ist das Arbeiten mit Variablen geläufig. Insbesondere haben sie gelernt, alle Formeln als Gleichungen mit mehreren Variablen aufzufassen und entsprechend umzuformen.

KLASSE 8

Die Schüler besitzen sichere Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen. Sie können den Wert von Termen mit Variablen berechnen beziehungsweise Gleichungen mit Variablen in Aussagen überführen, indem sie für die Variablen Zahlen (aus verschiedenen Grundbereichen) einsetzen.

Sie beherrschen den Kalkül zum Umformen von Termen in dem im Stoffteil gekennzeichneten Umfang.

Die Schüler können unter Verwendung des Mengen-Begriffs definieren, was eine Funktion ist. Sie verstehen es, Funktionen in Form von Wortvorschriften, Wertetabellen oder Gleichungen mit zwei Variablen anzugeben sowie lineare Funktionen mit Hilfe eines kartesischen Koordinatensystems graphisch darzustellen.

Die Schüler kennen den Zusammenhang zwischen linearer Funktion, linearer Gleichung und Lösungsmenge, zwischen Nullstelle der Funktion und Schnittpunkt des Funktionsbildes mit der Abszissenachse und sind in der Lage, auf Grund einer gegebenen linearen Gleichung Aussagen über das Bild der entsprechenden Funktion zu machen sowie aus der graphischen Darstellung die Gleichung näherungsweise zu bestimmen.

Sie besitzen schließlich sichere Fertigkeiten im Lösen schwieriger linearer Gleichungen von der im Stoffgebiet 3. der Klasse 8 angegebenen Form.

Die Behandlung des Stoffgebiets „Ähnlichkeit" befähigt die Schüler, die zentrische Streckung als weitere umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich zu erkennen und deren Eigenschaften mittels der vorher erworbenen Kenntnis der Strahlensätze aufzufinden. Die Schüler erfassen den mathematischen Begriff „ähnlich" und wenden ihn bei der Untersuchung geometrischer Objekte an. Sie verstehen den Zusammenhang zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit, können wichtige Sätze über das rechtwinklige Dreieck (Satzgruppe des Pythagoras) mit Hilfe des Lehrers herleiten und diese bei der Lösung von Aufgaben aus der Geometrie und der Technik anwenden. Die Schüler können unter Verwendung der Strahlensätze verschiedene Arten von Streckenteilungen konstruktiv vornehmen, vermögen die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke anzuwenden sowie Aussagen über Umfang und Flächeninhalt beziehungsweise Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher (ebener) Figuren und Körper zu machen.

Die Fähigkeit der Schüler, (direkte) Beweise selbständig zu finden, hat sich weiter erhöht. Ihnen ist das indirekte Beweisverfahren bekannt. Sie verstehen indirekte Beweise und können diese in einfachen Fällen wiedergeben.

Die Schüler haben sich die Begriffe „Pyramide", „Kreiskegel" und „Kugel" angeeignet. Sie kennen den Satz des Cavalieri und verstehen die mit dessen Hilfe vorgenommenen Herleitungen von Volumenformeln.

Die Schüler besitzen sichere Fertigkeiten im Berechnen von Prismen, Pyramiden, Kreiszylindern, Kreiskegeln und Kugeln und vermögen entsprechende Sach- und Anwendungsaufgaben unter umfassender Verwendung von Zahlentafel, Formelsammlung und Rechenstab zu lösen.

Den Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8 durchziehen eine Anzahl von *Leitlinien*, die nicht allein die Vermittlung eines bestimmten Wissens und Könnens zum Ziel haben, sondern vor allem auch für die *geistige Bildung* der Schüler von Bedeutung sind:

1. Nach der Einführung des Mengenbegriffs zu Beginn von Klasse 6 wird von diesem fundamentalen mathematischen Begriff bei allen geeigneten Gelegenheiten Gebrauch gemacht. Die Schüler müssen lernen, in verschiedensten Gegenstandsbereichen Mengen zu bilden und zu erkennen sowie Elemente und Teilmengenbeziehungen aufzufinden. Sie sollen diese Einsichten beim Beschreiben mathematischer Zusammenhänge und Lösen bestimmter Aufgaben anwenden. Auf diese Weise erhöht sich ihre Fähigkeit, den gemein-

samcn „mathematischen Kern" unterschiedlicher konkreter Sachverhalte durch Abstraktion vom mathematisch Unwesentlichen herauszufinden, in der Vielfalt des Einzelnen das mathematisch interessante Allgemeine zu entdecken.

2. Vorbereitet durch Überlegungen in Klasse 5, erfolgt in den Klassen 6 und 7 die Erweiterung des Bereichs der natürlichen Zahlen zum Bereich der gebrochenen und schließlich der rationalen Zahlen. Die Motivation für diese Zahlenbereichserweiterungen wird dabei jeweils aus der Erkenntnis gewonnen, daß mit den bereits bekannten Zahlen gewisse (praktische) Probleme nicht erfaßt beziehungsweise Aufgaben nicht gelöst werden können, da in dem betreffenden Bereich bestimmte Rechenoperationen nicht uneingeschränkt ausführbar sind. Die Schüler gelangen dadurch zu der Einsicht, daß die Zahlenbereichserweiterungen keinesfalls mathematischen „Selbstzweck" darstellen, sondern erforderlich sind, um das mathematische „Handwerkszeug" zu vervollständigen, um Hilfsmittel für das Lösen ganz bestimmter Aufgaben, die die Praxis stellt, zu schaffen. Das Wissen von der Existenz irrationaler Zahlen lehrt sie, daß sie durchaus noch nicht am Ende dieses Weges angelangt sind.

3. Nachdem die Schüler bereits in den Klassen 1 bis 5 Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen gelöst haben, werden sie nun in Klasse 6 mit einigen Grundbegriffen der Gleichungslehre vertraut gemacht und lernen ein Lösungsverfahren für zwei sehr einfache Gleichungstypen kennen. Die Erarbeitung eines vollständigen Systems von Umformungsregeln für lineare Gleichungen erfolgt dann im Anschluß an die Behandlung der rationalen Zahlen (Klasse 7), und die Betrachtung komplizierterer linearer Gleichungen ist schließlich Gegenstand einer Stoffeinheit der Klasse 8. Die Untersuchung der Verhältnisgleichungen („Proportionen") wie auch das „Auflösen" von Formeln nach der gesuchten Größe ist in jedem Falle auf der Grundlage der Gleichungslehre vorzunehmen.
   Durch die Vorgabe verschiedener Variablengrundbereiche erkennen die Schüler, daß die Frage nach der Existenz von Lösungen einer Gleichung niemals absolut, sondern eben stets nur bezüglich eines bestimmten Grundbereichs beantwortet werden kann.

4. Der Abbildungsbegriff bildet die Grundlage für die Behandlung von Kongruenz und Ähnlichkeit in den Klassen 6 beziehungsweise 8 sowie der Darstellenden Geometrie in Klasse 7. Den Schülern wird erläutert, daß sowohl die Kongruenz- als auch die Ähnlichkeitstransformation eine umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich darstellt, beide sich jedoch bezüglich ihrer Invarianten unterscheiden. Durch die in der Darstellenden Geometrie betrachteten Projektionsarten werden jeweils Punkte des Raumes eindeutig auf Punkte der Ebene abgebildet. Hier wie auch bei den zuerst genannten Stoffgebieten bildet stets die Betrachtung der geometrischen Grundelemente den Ausgangspunkt.

5. Die Erörterung eindeutiger Abbildungen in geometrischen Bereichen, die Untersuchung der Proportionalität von Zahlenfolgen und Größen sowie alle Überlegungen zu Flächeninhalts- und Volumenformeln dienen gleichzeitig als Vorbereitung auf die explizite Behandlung des Funktionsbegriffs in Klasse 8. Die Schüler werden mit diesem wichtigen mathematischen Begriff in einer wissenschaftlich einwandfreien Form vertraut gemacht, so daß dann für die

anschließende Erörterung linearer Funktionen sowie für die Betrachtung weiterer Funktionstypen in den Klassen 9 und 10 ein tragfähiges Fundament zur Verfügung steht.

6. Von großer Bedeutung für die gesamte mathematische Bildung der Schüler ist die Fähigkeit, Beweise verstehen, wiedergeben und schließlich selbständig führen zu können. An der Formung dieser Fähigkeit, die für die Entwicklung eines lückenlosen und folgerichtigen Denkens, einer klaren und übersichtlichen Darstellungsweise von hohem Wert ist, muß deshalb auch im Verlauf der Klassen 6, 7 und 8 ständig und systematisch gearbeitet werden. Die Schüler sollen zunächst vor allem erkennen, daß man jeden mathematischen Lehrsatz durch einen Beweis auf andere Sätze zurückzuführen vermag, daß also ein Satz nicht isoliert steht, sondern stets in seinem logischen Zusammenhang mit anderen Sätzen zu sehen ist. Unabhängig davon, ob die zur Verfügung stehende Unterrichtszeit oder die Kenntnisse der Schüler es gestatten, einen bestimmten Lehrsatz im Unterricht wirklich zu beweisen, muß die Notwendigkeit eines Beweises immer wieder bewußtgemacht werden.

   In Klasse 6 werden die Schüler erstmalig mit einem (direkten) Beweis bekannt gemacht. Sie lernen, Beweise zu verstehen und wiederzugeben sowie später (ab Klasse 7) in einfachen Fällen selbst zu führen. Sie erkennen, daß der Beweis für einen Satz nicht durch die Untersuchung einiger Beispiele erbracht werden kann – daß allerdings ein Gegenbeispiel ausreicht, um eine (Universal-)Aussage als falsch nachzuweisen.

   Das Beweisverständnis muß bis zum Abschluß von Klasse 8 so entwickelt werden, daß die Schüler dann auch schwierigere Beweise inhaltlich erfassen und wiedergeben, vor allem aber einfache Beweise weitgehend selbständig führen können.

   Die indirekte Beweismethode lernen die Schüler in Klasse 8 kennen. Sie wird hier vor allem für Beweise der Umkehrung von Lehrsätzen verwendet. Ziel des Unterrichts muß sein, daß die Schüler derartige Beweise verstehen und in einfachen Fällen auch wiedergeben können.

Im Zusammenhang mit der Realisierung dieser Leitlinien ist die Entwicklung der *sprachlichen Bildung* der Schüler, insbesondere ihr sprachliches Ausdrucksvermögen, zu fördern. Die Schüler sind zu befähigen, die mathematische Terminologie und Symbolik sowie gewisse fachspezifische Redeweisen in dem im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" näher gekennzeichneten Umfang zu verstehen und sachgerecht zu verwenden, um dadurch zu einer knappen, aber präzisen Ausdrucksweise zu kommen. Indem man von den Schülern immer wieder eine solch exakte Ausdrucksweise fordert, werden sie veranlaßt, gründlicher über den jeweiligen Sachverhalt nachzudenken, zu einem höheren Niveau seiner gedanklichen Beherrschung vorzudringen. Auf diese Weise sollen sie ihre Kenntnisse über die Sache selbst erweitern und vertiefen.

Der Gebrauch bestimmter „normierter" sprachlicher Wendungen, das Streben nach einer klaren, jede Vagheit ausschließende Ausdrucksweise darf allerdings nicht zu einer sprachlichen Uniformierung des Mathematikunterrichts führen. Die Schüler sind immer wieder anzuhalten, mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten zu beschreiben, Lehrsätze, Definitionen und ähnliches umzuformulieren sowie formalisiert gegebene Aussagen oder Definitionen in die natürliche Sprache zu „übersetzen". Die Arbeit am sprachlichen Ausdruck trägt auf diese Weise zugleich zur Entwicklung des Denkvermögens der Schüler, zu ihrer allgemeinen geistigen Entwicklung bei, denn die im mathematischen Bereich erworbenen sprachlichen Fähigkeiten bleiben ebenso wie die Denkfähigkeiten nicht auf diesen beschränkt.

Im Zusammenwirken mit den anderen Unterrichtsfächern hat der Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8 einen wesentlichen Beitrag für die *Erziehung* der Schüler zu leisten.

Dabei obliegt ihm als wichtigste Aufgabe, die Bedeutung der Mathematik für jeden gebildeten Bürger unseres Staates verständlich und überzeugend darzulegen, dadurch das Interesse der Schüler an dieser Wissenschaft zu wecken und bei ihnen eine positive Lernhaltung zu entwickeln. Jedem Schüler muß bewußt werden, daß er solide mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten benötigt, um seine zukünftige beruflich-gesellschaftliche Tätigkeit erfolgreich ausüben zu können.

An Hand des vorgesehenen Stoffs ist den Schülern dabei immer wieder zu verdeutlichen, welche wichtige Rolle die Mathematik im Leben der menschlichen Gesellschaft spielt. Die Schüler müssen an die Einsicht herangeführt werden, daß der Mensch auch die Mathematik benutzt und ständig weiterentwickelt, um die Welt zu erkennen und zu verändern, um sein Wissen über die Dinge und Erscheinungen der objektiven Realität zu erhöhen, ihre Gesetze zu erforschen und somit zum bewußten Gestalter seines Lebens zu werden. Unter diesem Aspekt sind auch historische Betrachtungen in den Unterricht einzufügen.

Einführungsbeispiele und Anwendungsaufgaben müssen genutzt werden, um das Verständnis der Schüler für Probleme des sozialistischen Aufbaus zu erhöhen, um ihnen sowohl das Erreichte als auch die noch vor uns stehenden Aufgaben zu verdeutlichen. Dabei ist vor allem Zahlenmaterial aus dem unmittelbaren Erfahrungsbereich der Schüler (Patenbetrieb, Gemeinde, Stadt usw.) zu verwenden.

Durch die (vereinfachte) Erörterung von Beispielen für die wachsende Bedeutung der Mathematik auf den verschiedensten Gebieten des gesellschaftlichen Lebens (Industrie, Landwirtschaft, Verkehrswesen, Landesverteidigung u. a.) sollen die Schüler darüber hinaus verstehenlernen, daß auch die Forschungsergebnisse derjenigen Wissenschaftler unseres Staates, die auf mathematischem Gebiete tätig sind, letztlich zur weiteren Stärkung und Festigung unserer Deutschen Demokratischen Republik, zur Erhöhung ihres Ansehens und ihrer internationalen Wertschätzung beitragen. Die Mathematik ist in diesem Sinne eben durchaus keine „unpolitische Wissenschaft" – und der Mathematiker arbeitet genausowenig wie etwa ein Physiker oder Chemiker in einem politisch „leeren Raum". Gerade der Fachlehrer für Mathematik sollte deshalb den Schülern nicht nur an aktuellen Beispielen zeigen, wie immer mehr bedeutende Wissenschaftler sich der aus dieser Erkenntnis erwachsenden Verantwortung bewußt werden und mit Stimme und Tat für die Sache des Sozialismus eintreten – er muß vor allem durch seine eigene politische Haltung, durch ein klares Bekenntnis zu unserer Deutschen Demokratischen Republik ein Vorbild für seine Schüler sein.

Durch die Erörterung der Beweisnotwendigkeit mathematischer Aussagen, durch die Befähigung der Schüler, Beweise zu verstehen und selbständig zu führen, und durch das Bekanntmachen mit bestimmten Kontrollmethoden (z. B. Proben bei Gleichungen, Überschlagsrechnungen) trägt der Mathematikunterricht zur Schulung des Denkvermögens und zur Entwicklung einer kritischen Denkhaltung bei. Es muß für die Schüler Selbstverständlichkeit werden, sowohl ihre eigenen Arbeitsergebnisse ständig zu kontrollieren als auch gegenteilige Ansichten anderer gewissenhaft und vorurteilsfrei zu prüfen.

An geeigneten Beispielen ist insbesondere zu demonstrieren, zu welchen Fehlentscheidungen voreilige Verallgemeinerungen oder unbedachte Analogieschlüsse führen können.

An Hand des nun bereits recht anspruchsvollen mathematischen Stoffes sowie durch Verwendung von Erkenntnissen aus den neu einsetzenden Fächern Physik, Chemie und den polytechnischen Unterrichtsfächern sind die Einsicht in die Notwendigkeit einer sorgfältigen, gewissenhaften Arbeitsweise sowie Zielstrebigkeit und Beharrlichkeit zu entwickeln.

Den Schülern muß deutlich werden, daß saubere Heftführung, übersichtliche Anordnung der Rechnungen oder Genauigkeit beim Schreiben der mathematischen Symbole nicht allein eine Frage der Ästhetik darstellen, sondern mit zunehmender Kompliziertheit der Aufgaben geradezu eine Voraussetzung für deren Lösung sind.

Auf der Grundlage ihres erhöhten Verständnisses für technisch-wissenschaftliche Fragen und im Zusammenhang mit dem Problem der Berufswahl sollte den Schülern schließlich auch gezeigt werden, welche Konsequenzen Sorglosigkeit, mangelnde Genauigkeit und ähnliches in der Praxis haben können.

Durch das im Mathematikunterricht der Klassen 6 bis 8 vermittelte Wissen und Können wird auch ein wesentlicher Beitrag zur *polytechnischen Bildung* der Schüler geleistet.

Die Schüler erwerben sichere Fertigkeiten im Rechnen mit rationalen Zahlen sowie feste Kenntnisse über die Eigenschaften ebener Figuren und einfacher Körper. Sie lernen, funktionale Zusammenhänge graphisch darzustellen und aus graphischen Darstellungen bestimmte Werte zu entnehmen. Die Schüler erlangen die Fähigkeit, geometrische Grundelemente, ebene Figuren und einfache Körper in Ein- und Zweitafelprojekten sowie einfache Körper in schräger Parallelprojektion darzustellen und aus den Darstellungen zu erkennen. Dadurch vergrößert sich ihr räumliches Vorstellungsvermögen erheblich. Außerdem werden die Fertigkeiten der Schüler im sachgemäßen Gebrauch der Zeichengeräte erweitert.

Die Behandlung von formalen Aufgaben sowie einer wohlabgewogenen Anzahl repräsentativer Sach- und Anwendungsaufgaben trägt zur weiteren Entwicklung des konstruktiven Denkens der Schüler bei. Sie lernen, den mathematischen „Kern" naturwissenschaftlich-technischer Fragestellungen herauszufinden, neue Probleme auf bereits bewältigte zurückzuführen und die sich daraus ergebenden Aufgaben unter rationeller Verwendung ihrer mathematischen Kenntnisse zu lösen.

Die Schüler werden mit dem logarithmischen Rechenstab, der Zahlentafel und der Formelsammlung vertraut gemacht und erwerben Fertigkeiten in der umfassenden Anwendung dieser Hilfsmittel (Körper- und Flächenberechnungen, Prozentrechnung, Fehlerrechnung u. a.).

HINWEISE ZUR METHODISCHEN UND ORGANISATORISCHEN GESTALTUNG DES UNTERRICHTS

Die Zielsetzung und die Vielfalt der in den Klassen 6 bis 8 zu behandelnden mathematischen Themen machen es in ganz besonderem Maße erforderlich, bei der methodischen Gestaltung des Unterrichts gewisse durchgehende inhaltliche Grundgedanken zu beachten und diese durch vertiefende Übungen, durch Wiederholungen, Zusammenfassungen, Systematisierungen, Analogiebetrachtungen und anderes den Schülern auch bewußtzumachen. Es sei deshalb an dieser Stelle noch einmal auf die Leitlinien verwiesen, die den Unterricht in den Klassen 6 bis 8 kennzeichnen (s. Seite 27 bis Seite 29).

In allen drei Klassenstufen ist auf das ständige Festigen des grundlegenden mathematischen Wissens und Könnens besonders zu achten. Dazu sind Übungs- und Anwendungsaufgaben zu jedem Stoffgebiet im Hinblick auf die Sicherung des erworbenen Wissens und Könnens sorgfältig auszuwählen. Insbesondere müssen die ersten Übungskomplexe zu einem bestimmten Gegenstand so angelegt werden, daß die Schüler sich voll auf das inhaltlich Neue konzentrieren können und nicht durch Schwierigkeiten, die aus unübersichtlichen Zahlenangaben, unnötig komplizierten Texten und ähnlichem resultieren, vom Wesentlichen abgelenkt werden.

Dem selbständigen Lösen von Aufgaben durch die Schüler kommt bei der Festigung des mathematischen Wissens und Könnens – ebenso wie bei der Neuerarbeitung – eine große Bedeutung zu, denn es erfordert eine größere Aktivität und Denkintensität. Der Unterricht ist so zu gestalten, daß die Schüler mehr und mehr zu produktiver geistiger Tätigkeit befähigt werden, daß sie also nicht allein vom Lehrer demonstrierte Verfahren auf gleichartige Aufgaben übertragen können, sondern auch in der Lage sind, selbständig neue Lösungswege zu finden und ihre mathematischen Kenntnisse in inner- und außermathematischen Gebieten anzuwenden.

Die Schüler müssen lernen, mit den ihnen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln (wie Rechenstab, Zahlentafel, Formelsammlung, Schablonen) sicher und schnell umzugehen sowie diese der jeweiligen Problemstellung entsprechend einzusetzen. Es ist jedoch auch darauf zu achten, daß die Schüler geeignete Aufgaben (besonders Überschlagsrechnungen) „im Kopf" lösen und sich einen gewissen Grundbestand wichtiger Fakten und Formeln fest einprägen.

Neben einer genügenden Anzahl Übungsstunden sind während des gesamten Schuljahres auch planmäßig Wiederholungsstunden durchzuführen sowie die vielfältigen Möglichkeiten der immanenten Wiederholung und der täglichen Übung voll zu nutzen. An besonders wichtigen Punkten des Lehrgangs werden im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" Wiederholungsstunden explizit ausgewiesen.

Gegenstand von Wiederholungen dürfen nicht nur einzelne Formeln, Regeln, Definitionen, Lehrsätze oder Methoden zur Lösung von Aufgaben sein. Die Wiederholungen müssen vielmehr auch mit dem Ziel erfolgen, bei den Schülern bewußte Verbindungen des Neuen mit dem Alten zu schaffen, Gemeinsames und Unterschiedliches zwischen den Regeln und Methoden für das Lösen analoger Probleme festzustellen, die rationellsten Lösungsmethoden auszuwählen, das Erlernte zu systematisieren und von einem neuen, allgemeineren Gesichtspunkt aus zu beleuchten. Nach Abschluß der Behandlung eines wesentlichen Teilabschnitts ist den Schülern jeweils noch einmal bewußtzumachen, was erreicht wurde, welche Fortschritte sie erzielt haben. Zugleich muß aber an Beispielen verdeutlicht werden, daß bestimmte Probleme noch offengeblieben sind. Da der mathematische Stoff mit wachsender Abstraktheit immer weniger Gelegenheit bietet, praktische Probleme als Ausgangspunkt der Überlegungen zu verwenden, ist es dringend erforderlich, auch auf diese Weise das Interesse der Schüler wachzuhalten.

Im Zusammenhang mit den für die Klassen 6 bis 8 vorgesehenen Stoffgebieten müssen eine Anzahl Begriffe von zum Teil großer mathematischer Bedeutung behandelt werden. Im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" ist hierbei zwischen dem „Einführen" und dem „Definieren" dieser Begriffe unterschieden. Von der *Einführung* eines Begriffs wird gesprochen, wenn die Schüler mit dem Begriff lediglich durch Umschreibung seines Inhalts und Umfangs, durch seine Verwendung in verschiedenen Zusammenhängen, durch Angabe von Beispielen und ähnliches vertraut zu machen sind. Ist dagegen vom *Definieren* des betreffenden Begriffs die Rede, so soll das Erarbeiten des Begriffs tatsächlich bis zu dessen Definition in der logischen Bedeutung dieses Wortes geführt werden. (Alle im Lehrplan verwendeten Begriffe, die nicht als „einzuführen" oder „zu definieren" gekennzeichnet sind, bilden *keinen* Behandlungsgegenstand.) Der Grad der Begriffsbeherrschung durch die Schüler darf selbstverständlich nicht allein an der Kenntnis einer vorgegebenen Definition gemessen werden. Es ist erforderlich, zur Einschätzung des Verständnisses der Schüler für einen Begriff vor allem deren Fähigkeiten heranzuziehen, eine bekannte Definition in einer bestimmten Blickrichtung (etwa unter Verwendung gegebener Termini) umzuformulieren, den jeweiligen Begriff in ein Begriffssystem einzuordnen (also seine wechselseitigen Beziehungen zu anderen Begriffen zu erkennen) und schließlich diesen Begriff als Bestandteil von Aussagen zur Beschreibung bestimmter Sachverhalte richtig zu verwenden.

Nachdem die Schüler zu Beginn von Klasse 6 erstmalig in elementarer Form mit dem Unterschied zwischen einem Lehrsatz und einer Definition bekannt gemacht worden sind, müssen sie im Verlaufe des weiteren Unterrichts mehr und mehr befähigt werden, für einfache Begriffe selbständig Definitionen zu formulieren. Dabei ist von einer genügend umfangreichen Menge konkreten Materials auszugehen, das es dem Schüler erleichtert, die charakteristischen Merkmale herauszufinden.

Ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts besteht darin, die Schüler zu befähigen, ihr mathematisches Wissen in den verschiedensten Bereichen anwenden zu können. Nachdem an den Grundlagen für die Entwicklung dieser Fähigkeit bereits von Klasse 1 an gearbeitet wurde, sind die nunmehr umfangreicheren mathematischen Kenntnisse der Schüler zu nutzen, um auch Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad zu bearbeiten. Dem Herauslösen des mathematischen Kerns aus einer bestimmten praktischen Problemstellung und seiner mathematisch exakten Formulierung gebührt dabei besondere Aufmerksamkeit. Alle Anwendungsaufgaben sollten sich auf *echte* praktische Sachverhalte beziehen und nicht „gekünstelte" Angaben irgendwelcher Art enthalten. Ebenso sind Aufgaben zu vermeiden, deren mathematischer Bildungswert in keinem annehmbaren Verhältnis zu dem für die Bearbeitung notwendigen Zeitaufwand steht.

Weiterhin ist zu beachten, daß die Schüler die Resultate von Anwendungsaufgaben mit sinnvoller Genauigkeit angeben, deren Richtigkeit am betreffenden Sachverhalt überprüfen und vollständige Antwortsätze in einwandfreiem Deutsch formulieren.

Erfahrungsgemäß fällt es vielen Schülern nicht leicht, diese Forderungen zu erfüllen. Deshalb muß der Mathematikunterricht so angelegt sein, daß den Schülern häufig Gelegenheit gegeben wird, sich zusammenhängend sprachlich zu äußern, etwa beim Vortragen und Erläutern von Lösungswegen für eine gestellte Aufgabe (einschließlich Beweisaufgaben), beim Begründen von Lösungswegen und beim Beschreiben von Konstruktionen.

Beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben unter Verwendung von Variablen ist durch die Angabe des Grundbereichs (in geeigneter Form) jeweils eindeutig festzulegen, ob die auftretenden Gleichungen Größen- oder Zahlenwertgleichungen darstellen. Vor allem muß streng darauf geachtet werden, daß ein Zeichen nicht in ein und demselben Zusammenhang sowohl als Variable für eine Größe als auch für den entsprechenden Zahlenwert benutzt wird.

Der Zeitplanung wurden im vorliegenden Lehrplan 30 Unterrichtswochen pro Jahr zugrunde gelegt. Die angegebenen Stundenzahlen für die Stoffgebiete (einstellig numeriert) sind als verbindlich zu betrachten, die Zeitangaben für die Stoffabschnitte (zweistellig numeriert) stellen Empfehlungen dar und sollen lediglich zur Orientierung dienen.

Wie aus der auf Seite 38 angegebenen Übersicht hervorgeht, sind in den Klassen 6 und 7 einige Stoffgebiete parallel zueinander zu behandeln. Dies ist einmal auf Grund der dort zur Verfügung stehenden Wochenstundenzahl realisierbar und zum anderen im Hinblick auf das rechtzeitige Bereitstellen bestimmter Vorleistungen, auf vielfältige Übungsmöglichkeiten und nicht zuletzt im Interesse einer Auflockerung des Unterrichts von Wert.

Neben zahlreichen kurzen Kontrollarbeiten (etwa 10 Minuten Dauer) sind in Klasse 6 sieben bis acht einstündige, in Klasse 7 drei bis vier einstündige und zwei zweistündige sowie in Klasse 8 zwei bis drei einstündige und zwei zweistündige Klassenarbeiten zu schreiben.

Während sich dabei die Kurzkontrollen in der Regel auf den unmittelbar zuvor behandelten Stoff beziehen, sind durch die Klassenarbeiten auch früher erworbene Kenntnisse und Fertigkeiten zu überprüfen. Auf eine ansprechende äußere Form der Schülerarbeiten muß größter Wert gelegt werden.

STOFFÜBERSICHT

KLASSE 6

1.	**Teilbarkeit natürlicher Zahlen**	**20 Stunden**
1.1.	Wiederholung	(3 Stunden)
1.2.	Teilbarkeitssätze	(11 Stunden)
1.3.	Gemeinsame Vielfache; gemeinsame Teiler	(6 Stunden)
2.	**Gebrochene Zahlen**	**60 Stunden**
2.1.	Ordnung gebrochener Zahlen	(8 Stunden)
2.2.	Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen	(14 Stunden)
2.3.	Multiplikation und Division gebrochener Zahlen	(20 Stunden)
2.4.	Gemeine Brüche und Dezimalbrüche; Division von gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung	(10 Stunden)
2.5.	Übung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen	(8 Stunden)
3.	**Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität**	**30 Stunden**
3.1.	Einführung in die Gleichungslehre	(7 Stunden)
3.2.	Proportionalität und Verhältnisgleichungen	(23 Stunden)
4.	**Planimetrie**	**70 Stunden**
4.1.	Wiederholung und systematische Zusammenfassung	(6 Stunden)
4.2.	Bewegung und Kongruenz	(7 Stunden)
4.3.	Beziehungen zwischen Winkeln	(7 Stunden)
4.4.	Dreiecke	(8 Stunden)
4.5.	Kongruenz von Dreiecken	(18 Stunden)
4.6.	Vierecke und Vielecke	(13 Stunden)
4.7.	Flächeninhalt und Umfang von Vielecken	(11 Stunden)
	insgesamt:	**180 Stunden**

KLASSE 7

1.	**Rechenstab; Anwendung von Verhältnisgleichungen**	**38 Stunden**
1.1.	Einführung in den Gebrauch des Rechenstabs und Wiederholung des Rechnens mit Verhältnisgleichungen	(15 Stunden)
1.2.	Prozentrechnung	(23 Stunden)
2.	**Rationale Zahlen**	**37 Stunden**
2.1.	Der Begriff „rationale Zahl"	(6 Stunden)
2.2.	Ordnung rationaler Zahlen	(4 Stunden)
2.3.	Addition und Subtraktion rationaler Zahlen	(10 Stunden)
2.4.	Multiplikation und Division rationaler Zahlen	(7 Stunden)
2.5.	Isomorphiebetrachtungen; ganze Zahlen	(5 Stunden)
2.6.	Einige Grundbegriffe der Fehlerrechnung	(5 Stunden)
3.	**Gleichungen**	**21 Stunden**
3.1.	Äquivalente Gleichungen	(6 Stunden)
3.2.	Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	(15 Stunden)
4.	**Quadratzahl und Quadratwurzel**	**13 Stunden**
4.1.	Quadrieren	(3 Stunden)
4.2.	Die Quadratwurzel	(6 Stunden)
4.3.	Übungen	(4 Stunden)
5.	**Darstellende Geometrie**	**30 Stunden**
5.1.	Projektionsbegriff; Projektionsarten; Kavalierperspektive	(6 Stunden)
5.2.	Senkrechte Eintafelprojektion	(10 Stunden)
5.3.	Senkrechte Zweitafelprojektion	(14 Stunden)
6.	**Der Kreis**	**29 Stunden**
6.1.	Definition des Kreises; Sätze über den Kreis	(20 Stunden)
6.2.	Kreisberechnung	(9 Stunden)
7.	**Stereometrie**	**12 Stunden**
7.1.	Prismen	(4 Stunden)
7.2.	Kreiszylinder	(4 Stunden)
7.3.	Übungen und Anwendung	(4 Stunden)
	insgesamt:	**180 Stunden**

KLASSE 8

1.	**Arbeiten mit Variablen**	**18 Stunden**
1.1.	Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen	(3 Stunden)
1.2.	Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen	(15 Stunden)
2.	**Ähnlichkeit**	**52 Stunden**
2.1.	Der Strahlensatz	(10 Stunden)
2.2.	Zentrische Streckung	(7 Stunden)
2.3.	Ähnliche Figuren	(17 Stunden)
2.4.	Die Satzgruppe des Pythagoras	(18 Stunden)
3.	**Lineare Funktionen**	**28 Stunden**
3.1.	Der Funktionsbegriff	(3 Stunden)
3.2.	Lineare Funktionen	(10 Stunden)
3.3.	Nullstellen linearer Funktionen; lineare Gleichungen	(4 Stunden)
3.4.	Lösung linearer Gleichungen	(11 Stunden)
4.	**Flächen- und Rauminhaltsberechnung**	**22 Stunden**
4.1.	Volumenvergleiche	(3 Stunden)
4.2.	Pyramiden	(8 Stunden)
4.3.	Kreiskegel	(6 Stunden)
4.4.	Kugel	(5 Stunden)
	insgesamt:	**120 Stunden**

ANORDNUNG DER STOFFGEBIETE

Klasse 6
180 Std.

1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen
20 Std.

2. Gebrochene Zahlen
60 Std.

4. Planimetrie
70 Std.

3. Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität
30 Std.

Klasse 7
180 Std.

1. Rechenstab; Anwendung von Verhältnisgleichungen
38 Std.

2. Rationale Zahlen
37 Std.

3. Gleichungen
21 Std.

5. Darstellende Geometrie
30 Std.

4. Quadratzahl und Quadratwurzel
13 Std.

6. Der Kreis
29 Std.

7. Stereometrie
12 Std.

Klasse 8
120 Std.

1. Arbeiten mit Variablen
18 Std.

2. Ähnlichkeit
52 Std.

3. Lineare Funktionen
28 Std.

4. Flächen- und Rauminhaltsberechnung
22 Std.

INHALT DES UNTERRICHTS

KLASSE 6

1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen — 20 Stunden

Auf der Grundlage fester Kenntnisse über natürliche Zahlen, über deren Darstellung im dekadischen Positionssystem und über das Rechnen mit natürlichen Zahlen sowie der entsprechenden Fertigkeiten sollen die Schüler die Teilbarkeitsrelation zwischen zwei natürlichen Zahlen und die Sätze für die Teilbarkeit durch 10, 5, 2, 4, 8, 9, 3, 6 inhaltlich verstehen und bei Untersuchungen zur Teilbarkeit gegebener natürlicher Zahlen sicher anwenden können. Sie sollen die Begriffe „gemeinsamer Teiler", „gemeinsames Vielfaches" und „kleinstes gemeinsames Vielfaches" („k.g.V.") von zwei und mehr als zwei natürlichen Zahlen kennenlernen und Fertigkeiten im Ermitteln des k.g.V. gegebener natürlicher Zahlen erreichen.

Dabei sind die Schüler mit grundlegenden mathematischen Begriffen und Denkweisen, die für ihre gesamte mathematische und geistige Bildung und Erziehung eine große Bedeutung besitzen, bekannt zu machen. Hierzu gehören wichtige Grundbegriffe der Mengenlehre, die an dieser Stelle explizit eingeführt und auch später an allen geeigneten Stellen verwendet werden. Beispiele für Mengen in *diesem* Stoffgebiet sind etwa die Menge der Teiler einer gegebenen natürlichen Zahl, die Menge der gemeinsamen Teiler von zwei oder mehr gegebenen natürlichen Zahlen, die Menge der natürlichen Zahlen (Symbol: N), die Menge der Primzahlen, die Menge der natürlichen Zahlen, die durch eine gegebene natürliche Zahl teilbar sind usw.

Im Zusammenhang mit der Behandlung der Teilbarkeitssätze ist der Begriff „Aussage" für solche sprachlichen Äußerungen einzuführen, die die Eigenschaft besitzen, entweder wahr oder falsch zu sein. Anhand von Beispielen werden die Schüler mit dem Unterschied zwischen einem Lehrsatz (als spezielle wahre Aussage) und einer Definition bekannt gemacht. Dabei sind auch für die ihnen bereits bekannten Begriffe (siehe 1.2.) exakte Definitionen zu erarbeiten. Es muß darauf geachtet werden, daß die Schüler den Inhalt der Definitionen wirklich erfassen und nicht etwa nur den Text unverstanden auswendig lernen.

Beispiele mathematischer Aussagen, die zu voreiligen Verallgemeinerungen, zu Trugschlüssen verleiten (wie etwa: „Die Summe $x \cdot x + x + 11$ ergibt für jede natürliche Zahl x eine Primzahl"), sind zu nutzen, um das Beweisbedürfnis der Schüler zu wecken, um sie an die Einsicht der Beweisnotwendigkeit heranzuführen.

Anschließend wird den Schülern – wiederum an einem Beispiel – erstmalig gezeigt, wie man einen mathematischen Satz beweisen kann. Dabei sollte immer wieder auf den prinzipiellen Unterschied zwischen der Untersuchung von Einzelfällen beziehungsweise Plausibilitätsbetrachtungen und einem Beweis aufmerksam gemacht werden. Ist es nicht möglich, einen bestimmten Satz im Unterricht zu beweisen, so ist das den Schülern zunächst mitzuteilen – im Verlaufe des weiteren Unterrichts müssen sie dann jedoch mehr und mehr dazu erzogen werden, selbst darauf zu achten, ob eine Aussage gesichert ist oder nicht.

Bei den Übungen zur Anwendung der Teilbarkeitssätze und zur Ermittlung des k. g. V. sind vorwiegend solche natürlichen Zahlen zu verwenden, die im folgenden Stoffgebiet als Zähler oder Nenner von gemeinen Brüchen auftreten. Die Schüler sollen angehalten werden, in geeigneten Fällen das k. g. V. natürlicher Zahlen durch Kopfrechnen zu bestimmen.

1.1. Wiederholung (3 Stunden)

Die Folge der natürlichen Zahlen und deren Darstellung im dekadischen Positionssystem;
die Addition und ihre Umkehrung, die Subtraktion;
die Multiplikation und ihre Umkehrung, die Division;
Rechengesetze für die Addition und Multiplikation;

Wiederholen von „Nachfolger", „Vorgänger",
„gerade Zahl" und „ungerade Zahl".

1.2. Teilbarkeitssätze (11 Stunden)

Definieren der Begriffe „ist größer als", „ist kleiner als", „ist teilbar durch" beziehungsweise „ist ein Vielfaches von", „ist ein Teiler von" sowie „Primzahl";
die Schreibweise „$a|b$" (a, b natürliche Zahlen);

Einführen von „zusammengesetzte Zahl" und
„Primfaktor (von)".

Sätze über die Teilbarkeit einer Summe oder eines Produkts von natürlichen Zahlen durch eine natürliche Zahl (Wiederholung);

Sätze über die Teilbarkeit einer natürlichen Zahl
- durch 10 und 5;
- durch 2, 4 und 8;
- durch 9 und 3;
- durch 6.

Im Zusammenhang mit den Teilbarkeitssätzen:

Einführen von „Menge", „Element einer Menge" und „Teilmenge einer Menge";
Beispiele für endliche und unendliche Mengen sowie (echte) Teilmengen dieser Mengen; dabei Angabe der Mengen durch Aufweisen ihrer Elemente oder durch Anführen einer charakteristischen Eigenschaft der Elemente;
Einführen der Schreibweise $M = \{\ldots\}$ für endliche Mengen sowie der Zeichen „$\in$" und „$\subset$";
die Gleichheit zweier Mengen.
Veranschaulichen der Teilmengenbeziehung mittels Diagrammen:
Einführen von „Aussage";
Beispiele für (wahre oder falsche) Aussagen;
Einführen von „Definition" und „(Lehr-) Satz";
erstes Bekanntmachen mit dem Unterschied zwischen einer Definition

(Festlegung) und einem (Lehr-) Satz (spezielle wahre Aussage) anhand von Beispielen.

Motivieren der Beweisnotwendigkeit für einen mathematischen Satz; Einführen von „Beweis";

erstes Bekanntmachen mit einem Beweis anhand eines einfachen Satzes der Teilbarkeitslehre.

Übungen unter Verwendung der behandelten Teilbarkeitssätze sowie der Begriffe „Menge", „Element (von)" und „Teilmenge (von)".

1.3. Gemeinsame Vielfache; gemeinsame Teiler (6 Stunden)

Zerlegen natürlicher Zahlen in Primfaktoren;
Hinweis auf die Existenz und Eindeutigkeit der Zerlegung einer natürlichen Zahl in Primfaktoren;
die Menge aller Primzahlen, die in der Primfaktorenzerlegung einer natürlichen Zahl auftreten;
Wiederholen und Verwenden der Potenzschreibweise sowie der Begriffe „Potenz", „Basis", „Exponent".
Gemeinsame Teiler und gemeinsame Vielfache mehrerer natürlicher Zahlen;
Definieren des Begriffs „kleinstes gemeinsames Vielfaches" (k. g. V.) natürlicher Zahlen;
Hinweis auf den größten gemeinsamen Teiler natürlicher Zahlen; Einführen von „teilerfremd";
Übungen im systematischen Ermitteln des k. g. V. natürlicher Zahlen.

2. Gebrochene Zahlen 60 Stunden

Nachdem die Schüler bereits in Klasse 5 den Begriff der gebrochenen Zahl kennengelernt haben, sollen sie nun mit den Definitionen der Grundrechenoperationen für diesen Zahlenbereich vertraut gemacht werden und sichere Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren beliebiger gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche oder Dezimalbrüche gegeben sind, erlangen.

Die Schüler müssen erkennen, daß die Definitionen der Rechenoperationen für gebrochene Zahlen in zweckmäßiger Weise – und nicht etwa willkürlich! – erfolgen. Dabei ist konsequent auf den Vorleistungen der Klasse 5 aufzubauen. Im Anschluß an die Behandlung der Ordnungsrelation, der Addition und der Subtraktion wird deshalb jeweils herausgearbeitet, daß der Bereich der gebrochenen Zahlen, die sich in der Form $\frac{a}{1}$ schreiben lassen, isomorph bezüglich der betreffenden Relation oder Operation zum Bereich der natürlichen Zahlen ist. Diese Einsicht dient dann bei der Einführung der Multiplikation und der Division als *Ausgangspunkt*, das heißt, Multiplikation und Division werden so definiert, daß die beiden genannten Bereiche auch hinsichtlich dieser Operationen zueinander isomorph sind.

Damit den Schülern bewußt wird und bewußt bleibt, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche zwei gleichberechtigte Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind, erfolgen Einführen und Üben der einzelnen Rechenoperationen jeweils

unter Verwendung dieser beiden Schreibweisen, jedoch zunächst mit Beschränkung auf endliche Dezimalbrüche; später ist je nach dem Zusammenhang die bequemste Darstellung zu wählen.
Ist der Begriff der gebrochenen Zahl ausreichend gefestigt worden, wird zur Vereinfachung der Formulierungen im Unterricht zu der verkürzten Sprechweise „Die gebrochene Zahl $\frac{3}{4}$ ..." (oder auch „Die gebrochene Zahl $\frac{6}{8}$ ..." usw.) übergegangen. Auf „gemischte Zahlen" ist im Anschluß an die Betrachtungen zur Isomorphie zwischen der Menge der natürlichen Zahlen und der Menge der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ hinsichtlich der Addition und Subtraktion kurz einzugehen. Das Rechnen mit „gemischten Zahlen" beschränkt sich auf wenige einfache Beispiele. Es ist jedoch erforderlich, daß die Schüler Fertigkeiten im Überführen gemischter Zahlen in entsprechende gemeine Brüche beziehungsweise Dezimalbrüche (und umgekehrt) erwerben. Sie werden dadurch in die Lage versetzt, jede Aufgabe mit „gemischten Zahlen" lösen zu können.
Um für jede gebrochene Zahl eine Darstellung als Dezimalbruch angeben zu können, werden die Schüler mit den unendlichen periodischen Dezimalbrüchen bekannt gemacht, wobei der Divisionskalkül formal Anwendung findet.
In diesem Stoffgebiet sollen vor allem sichere Fertigkeiten im Lösen formaler Aufgaben, in denen nur eine Rechenoperation mit gebrochenen Zahlen beziehungsweise dieselbe Rechenoperation mehrmals durchzuführen ist, erreicht werden. Außerdem sind Fertigkeiten im Lösen von formalen Aufgaben, in denen mehr als zwei gebrochene Zahlen durch zwei verschiedene Rechenoperationen verknüpft werden, anzustreben. Dabei ist die Anzahl der gebrochenen Zahlen, die in einer Aufgabe vorkommen, gemäß den vorstehenden Zielsetzungen zu beschränken. Größere natürliche Zahlen im Zähler und Nenner gemeiner Brüche, deren Addition, Subtraktion beziehungsweise Multiplikation nicht mehr durch Kopfrechnen bewältigt werden kann, sind zu vermeiden. Das Rechnen mit den sogenannten „Doppelbrüchen" wird mittels der auf gebrochene Zahlen a, b erweiterten Beziehung „$\frac{a}{b} = a : b$" auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind, zurückgeführt. Es werden also keine besonderen Regeln formuliert. Die schriftlichen Verfahren für das Rechnen mit gebrochenen Zahlen in Gestalt endlicher Dezimalbrüche sind in Analogie zu den entsprechenden Verfahren für natürliche Zahlen zu wiederholen beziehungsweise zu entwickeln und durch ausreichende Übungen zu festigen.
Die Addition und Subtraktion beziehungsweise die Multiplikation und Division gebrochener Zahlen sind in engem inhaltlichen Zusammenhang zu behandeln. Von den im Stoffgebiet „Teilbarkeit natürlicher Zahlen" erworbenen Kenntnissen und Fertigkeiten ist systematisch Gebrauch zu machen. Für Übungen sind auch in Gleichungsform erteilte Aufgaben

$$\left(\text{wie z. B. } \frac{1}{2} + x = \frac{5}{6}, \frac{2}{3} \cdot x = \frac{7}{6}\right)$$

zu verwenden, die dann durch inhaltliche Überlegungen gelöst werden. Die Fertigkeiten im Berechnen des k. g. V. sind im Zusammenhang mit der Hauptnennerbestimmung bis zur völligen Sicherheit zu entwickeln, wobei auch verkürzte Verfahren benutzt werden sollten.

Anwendungsaufgaben, zu deren Lösung mit gebrochenen Zahlen gerechnet werden muß, bilden keinen Schwerpunkt dieses Stoffgebietes. Insbesondere müssen gekünstelte Anwendungsaufgaben, in denen die gebrochenen Zahlen als gemeine Brüche oder gemischte Zahlen gegeben sind, zugunsten der Verwendung endlicher Dezimalbrüche vermieden werden. Dabei ist auf sinnvolle Genauigkeit und Berücksichtigung der Anzahl der „zuverlässigen Stellen" zu achten. Der Anwendung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen und auch der weiteren Entwicklung und Sicherung dieser Rechenfertigkeiten dienen das Stoffgebiet 3. und der Stoffabschnitt 4.7. in Klasse 6 sowie das Stoffgebiet 1. in Klasse 7.

2.1. Ordnung gebrochener Zahlen (8 Stunden)

Wiederholung

Gemeine Brüche; Kürzen und Erweitern gemeiner Brüche; eine gebrochene Zahl als Klasse von gemeinen Brüchen, die durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen;

$a \cdot d = b \cdot c$ als Bedingung dafür, daß zwei gemeine Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ in derselben Klasse liegen ($a, b, c, d \in N;\ b \neq 0,\ d \neq 0$);

Darstellen gebrochener Zahlen auf einem Zahlenstrahl.

Dezimalbrüche als zweite, gleichberechtigte Darstellung für solche gebrochene Zahlen, die sich in der Gestalt $\frac{a}{10^n}$ $(a \in N, n \in N, n > 0)$ schreiben lassen;

gleichnamige gemeine Brüche; gleichnamige Dezimalbrüche.

Einführen von „Term" als Sammelbezeichnung für Ausdrücke wie

$$3;\ \frac{1}{2};\ \frac{2}{5};\ \frac{1}{5};\ 3^2;\ 1{,}8;\ 4:4;\ \ldots;\ a;\ a+b;\ a^2;\ \frac{a}{b}\ (b \neq 0);$$

Einführen von „Grundbereich einer Variablen".

Definieren der Relationen „gleich", „ist kleiner als" und „ist größer als" für gebrochene Zahlen; „R^*" als Symbol für die Menge der gebrochenen Zahlen;

Vergleichen gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;

Definieren des Begriffs „Hauptnenner" zweier gemeiner Brüche als k. g. V. der Einzelnenner;

Ermitteln des Hauptnenners zweier gemeiner Brüche;

Vergleichen gebrochener Zahlen, die als Dezimalbrüche gegeben sind;

Übungen im Ordnen gebrochener Zahlen (in beiden Darstellungsformen);

Verwenden der Relation „liegt zwischen".

Erläutern der Isomorphie zwischen der Menge der natürlichen Zahlen und der Menge der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ $(a \in N)$ hinsichtlich der Ordnungsrelation.

2.2. Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen (14 Stunden)

Definieren der Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen;
Anwenden dieser Definitionen auf gebrochene Zahlen, die als Dezimalbrüche gegeben sind;
Üben des Addierens und Subtrahierens gebrochener Zahlen in beiden Darstellungsformen;
Kommutativgesetz und Assoziativgesetz der Addition;
Erläutern der Isomorphie zwischen der Menge der natürlichen Zahlen und der Menge der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ $(a \in N)$ hinsichtlich der Addition und Subtraktion.

„Gemischte Zahlen" als Schreibweise für gebrochene Zahlen $\frac{a}{b}$ mit $a > b$ $(a, b \in N;\ b \neq 0)$; Rechtfertigung dieser Schreibweise; Übungen im Umformen.

2.3. Multiplikation und Division gebrochener Zahlen (20 Stunden)

Definieren der Multiplikation gebrochener Zahlen;
Üben des Multiplizierens gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Multiplizieren von gebrochenen Zahlen, die als Dezimalbrüche dargestellt sind, durch Zurückführen auf das Multiplizieren gebrochener Zahlen, die in Form gemeiner Brüche dargestellt sind; dabei Angabe des Resultats als Dezimalbruch;
Regel für das schriftliche Multiplizieren von gebrochenen Zahlen, die als Dezimalbrüche dargestellt sind (Erweiterung des Verfahrens für das schriftliche Multiplizieren natürlicher Zahlen); Übungen.
Kommutativgesetz und Assoziativgesetz der Multiplikation gebrochener Zahlen;
Distributivgesetz;
Formulieren der Gesetze unter Verwendung von Variablen für natürliche Zahlen.
Definieren des Begriffs
„Reziprokes der gebrochenen Zahl $\frac{a}{b}$" $(a, b \in N;\ a \neq 0,\ b \neq 0)$
Definieren der Division gebrochener Zahlen;
Üben des Dividierens gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Bestätigen der Isomorphie zwischen der Menge der natürlichen Zahlen und der Menge der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ $(a \in N)$ hinsichtlich der Multiplikation und Division.
Zusammenfassen der bisherigen Isomorphie-Betrachtungen; die Gültigkeit der Beziehung

$$\frac{a}{b} = a : b \quad (a, b \in N;\ b \neq 0)$$

in der Menge der gebrochenen Zahlen.

Ermitteln von gebrochenen Zahlen, die zwischen zwei gegebenen gebrochenen Zahlen liegen;
Erarbeiten der Tatsache, daß in der Menge der gebrochenen Zahlen keine Zahl einen unmittelbaren Nachfolger besitzt; Einführen von „überall dicht liegen".

Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der gebrochenen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind.

Verwenden der Menge der gebrochenen Zahlen als Variablen-Grundbereich;
Formulieren der Kommutativ- und Assoziativgesetze der Addition und Multiplikation sowie des Distributivgesetzes unter Verwendung von Variablen für gebrochene Zahlen;

Erweitern der Gültigkeit von $\frac{a}{b} = a : b$ auf gebrochene Zahlen a und b.

Regel für das schriftliche Dividieren von gebrochenen Zahlen, die als Dezimalbrüche gegeben sind, unter Verwendung des Verfahrens für die schriftliche Division natürlicher Zahlen;
Üben des schriftlichen Dividierens von gebrochenen Zahlen, die als endliche Dezimalbrüche gegeben sind und deren Quotient ein endlicher Dezimalbruch ist.

2.4. Gemeine Brüche und Dezimalbrüche; Division von gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung (10 Stunden)

Übungen im Umformen von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche;
Definieren der Begriffe „endlicher Dezimalbruch", „unendlicher Dezimalbruch" und „periodischer Dezimalbruch";
Beispiele für unendliche nichtperiodische Dezimalbrüche;
endliche Dezimalbrüche als Näherungswerte für unendliche (Wiederholung: Runden);
Übungen im Umformen endlicher Dezimalbrüche in gemeine Brüche;
Erläutern der Tatsache, daß sich jedem periodischen Dezimalbruch ein gemeiner Bruch zuordnen läßt (Veranschaulichung am Zahlenstrahl).

Üben des schriftlichen Dividierens gebrochener Zahlen, die als endliche Dezimalbrüche gegeben sind (Quotient beliebig).

2.5. Übung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen (8 Stunden)

Verknüpfung mehrerer Rechenoperationen mit gebrochenen Zahlen;
einfache Anwendungsaufgaben (unter besonderer Berücksichtigung der Dezimalschreibweise);
Erarbeiten von Regeln (an Hand von Beispielen) für die Anzahl der zuverlässigen Stellen beim Addieren und Subtrahieren bzw. für die Anzahl der zuverlässigen Ziffern beim Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen.

3. Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität 30 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet hat zwei Aufgaben zu erfüllen, die eng miteinander verbunden sind. Einmal lernen die Schüler die Definitionen der wichtigen mathematischen Begriffe „Gleichung" und „Proportionalität" sowie mit diesen Begriffen im Zusammenhang stehende Denk- und Arbeitsweisen kennen. Zum anderen muß durch die vielseitige Verwendung gebrochener Zahlen die Fertigkeit der Schüler im Rechnen mit diesen Zahlen weiter erhöht werden.

Die systematische Einführung in die Gleichungslehre schafft die Voraussetzungen dafür, die bei der Untersuchung direkt proportionaler und umgekehrt proportionaler Zahlenfolgen auftretenden Verhältnisgleichungen fachlich fundiert und unter Benutzen der spezifischen Terminologie der Gleichungslehre behandeln zu können. Dabei ist auf die bereits in den Klassen 1 bis 5 vermittelten Kenntnisse über Gleichungen Bezug zu nehmen.

Die Begriffe „Gleichung" beziehungsweise „Ungleichung" werden als solche Ausdrücke (im umgangssprachlichen Sinne verstanden) erklärt, in denen Terme durch die Zeichen „=" beziehungsweise „>", „<" zueinander in Beziehung gesetzt sind. Sofern die Terme keine (freien) Variablen enthalten, stellen sowohl Gleichungen als auch Ungleichungen entweder wahre oder falsche Aussagen dar. Es ist herauszuarbeiten, daß Gleichungen beziehungsweise Ungleichungen *mit* (freien) Variablen erst dann ein Wahrheitswert zukommt, wenn für die auftretenden (freien) Variablen Zahlen aus einem gegebenen Variablen-Grundbereich eingesetzt werden. Eine Gleichung (bzw. Ungleichung) *lösen* heißt, *alle* diejenigen Zahlen aus dem gegebenen Grundbereich zu ermitteln, die diese Gleichung (bzw. Ungleichung) erfüllen beziehungsweise in eine wahre Aussage überführen.

Zum Festigen der neu eingeführten Begriffe sind zunächst einige Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen zu lösen. Darauf aufbauend ist ein Lösungsverfahren für die beiden im Stoffabschnitt 3.1. angeführten Gleichungstypen zu erarbeiten. Die Schüler müssen befähigt werden, Gleichungen dieses Typs prinzipiell lösen zu können; die Entwicklung der entsprechenden Fertigkeiten erfolgt in Zusammenhang mit dem Lösen von Verhältnisgleichungen.

Durch Vorgabe verschiedener Variablen-Grundbereiche für ein und dieselbe Gleichung beziehungsweise Ungleichung sollte den Schülern verdeutlicht werden, daß man die Frage nach der Existenz und Anzahl von Lösungen nicht absolut, sondern nur bezüglich des angegebenen Grundbereichs beantworten kann.

Die Schüler müssen von Anfang an daran gewöhnt werden, daß zu jeder vollständigen Gleichungslösung eine *Probe* gehört. Obwohl die Probe bei *äquivalenten* Umformungen der Gleichungen kein mathematisches Erfordernis ist, gestattet sie doch, noch einmal zu kontrollieren, ob eine Lösung der Endgleichung auch eine Lösung der Ausgangsgleichung ist. Damit gibt sie dem Schüler die Möglichkeit, seine Arbeit kritisch einzuschätzen und eventuelle Rechenfehler zu beheben.

Die Probe ist stets an der Ausgangsgleichung durchzuführen; erst wenn sich eine *wahre* Aussage ergibt, ist der Schüler berechtigt, von einer „Lösung" der Gleichung zu sprechen und diese kenntlich zu machen.

Mit dem Begriff der Proportionalität werden die Schüler durch den Vergleich von Zahlenfolgen vertraut gemacht. Diese Überlegungen dienen gleichzeitig der Vorbereitung auf spätere Untersuchungen funktionaler Zusammenhänge. Die Schüler sollen erkennen, daß unter den betrachteten Zahlenfolgepaaren auch solche auftreten, bei denen jedes Glied der einen Folge stets das gleiche Vielfache des entsprechenden Glieds (mit derselben „Nummer") der anderen Folge ist, also $a_i = kb_i$ ($i \in N, k \in R^*$) gilt. (Die Schreibweisen „$a_i = kb_i$", „$a_1 ; \ldots ; a_n$", „$\frac{a_i}{b_i}$" und ähnliche sollen nicht im Unterricht verwendet werden.)

Derartige Zahlenfolgen nennt man „(direkt) proportional". Darauf aufbauend ist herauszuarbeiten, unter welchen Bedingungen zwei Größen (direkt) proportional sind. Entsprechende Überlegungen sind für die umgekehrte Proportionalität durchzuführen. Die Bezeichnungsweise „*direkt* proportional" wird nur in solchen Zusammenhängen verwendet, in denen es auf eine Gegenüberstellung mit „umgekehrt proportional" besonders ankommt. In allen anderen Fällen braucht lediglich von „proportional" und „umgekehrt proportional" gesprochen zu werden.

Nachdem der Begriff „Verhältnisgleichung" auf dem Wege über die Verhältnisgleichheit bestimmter Paare von Gliedern direkt beziehungsweise umgekehrt proportionaler Zahlenfolgen erarbeitet wurde, haben die Schüler derartige Gleichungen, ausgehend von der Tabellen-Schreibweise für Zahlenfolgen, aufzustellen und mit Hilfe der im Stoffabschnitt 3.1. erarbeiteten Verfahren zu lösen. Anschließend sind einfache Anwendungsaufgaben zu behandeln, die auf Verhältnisgleichungen führen. Dabei ist besonders darauf zu achten, daß die Schüler nicht formal von Verhältnisgleichungen Gebrauch machen, sondern stets zuvor untersuchen, ob die in den Aufgaben angeführten Größen tatsächlich (direkt oder umgekehrt) proportional sind.

Bei Übungen und Anwendungen sollen vorrangig gebrochene Zahlen benutzt werden.

An geeigneter Stelle sind Bemerkungen zur historischen Entwicklung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen und zum Proportionalitätsbegriff einzufügen.

3.1. Einführung in die Gleichungslehre (7 Stunden)

Wiederholen von „Term" anhand von Beispielen;
Definieren der Begriffe „Gleichung" und „Ungleichung" unter Verwendung von „Term";
Gleichungen und Ungleichungen ohne Variable als wahre oder falsche Aussagen;
Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen als Ausdrücke, denen kein Wahrheitswert zugeordnet werden kann;
Übungen im Überführen von Gleichungen oder Ungleichungen mit Variablen in Aussagen durch Einsetzen von natürlichen oder gebrochenen Zahlen für die Variablen; Wiederholen des Begriffes „Grundbereich einer Variablen";
Definieren der Begriffe „erfüllen", „lösen" beziehungsweise „Lösung" und „Lösungsmenge";
Lösen einiger Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen.
Abhängigkeit der Existenz beziehungsweise der Anzahl der Lösungen vom gewählten Grundbereich; Definieren des Begriffs „leere Menge"; das Zeichen „$\emptyset$";

Übungen im Umformen und Lösen von Gleichungen der Form

$ax = b$ und $\frac{a}{x} = b$ ($a, b \in N$ oder $a, b \in R^*$, $a \neq 0$, $x \neq 0$, $b \neq 0$)

unter Verwendung von Division oder Multiplikation;
Durchführen der Probe.

3.2. Proportionalität und Verhältnisgleichungen **(23 Stunden)**

Vergleichen entsprechender Glieder zweier Folgen von natürlichen oder gebrochenen Zahlen (gegeben durch eine Wertetabelle); Einführen von „Zahlenfolge“: Betrachten solcher Zahlenfolgen

$a_1; a_2; \ldots; a_i; \ldots; a_n$ und $b_1; b_2; \ldots; b_i; \ldots; b_n$, für die gilt:
$a_i = \mathrm{k} \cdot \mathrm{b}_i$ ($i = 1, \ldots, n$);

Definieren der Begriffe „direkt proportionale Zahlenfolgen“ beziehungsweise „direkte Proportionalität“ sowie „Proportionalitätsfaktor“;
Einführen von „proportionale Größen“; das Zeichen „$\sim$“.
Wiederholen der Darstellung natürlicher und gebrochener Zahlen auf einem Strahl;
Einführen von „geordnetes Paar“;
Darstellen von geordneten Paaren natürlicher oder gebrochener Zahlen als Punkte in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (I. Quadrant); dabei Einführen von „rechtwinkliges Koordinatensystem“, „Koordinaten eines Punktes“, „Abszisse eines Punktes“, „Ordinate eines Punktes“ sowie der Schreibweise

$P(x; y)$ ($x, y \in N$ oder $x, y \in R^*$);
Übungen.

Darstellen der Proportionalität mit Hilfe eines Koordinatensystems.

Definieren von „umgekehrt proportionale Zahlenfolgen“ beziehungsweise „umgekehrte Proportionalität“ an Hand von Zahlenfolgen

$a_1; a_2; \ldots; a_i; \ldots; a_n$ und $b_1; b_2; \ldots; b_i; \ldots; b_n$,

für die gilt: $a_i = \mathrm{k} \cdot \frac{1}{b_i}$ ($b_i \neq 0$) beziehungsweise $a_i \cdot b_i = k$ ($i = 1, \ldots, n$);

Einführen von „umgekehrt proportionale Größen“.

Darstellen der umgekehrten Proportionalität mit Hilfe eines Koordinatensystems.

Verwenden von „Verhältnis“ für Quotienten $\frac{a}{b}$ beziehungsweise a : b

$$(a, b \in R^*, b \neq 0);$$

Gleichheit aller Verhältnisse (Quotienten) $\frac{a_i}{a_j}$ und $\frac{b_i}{b_j}$ beziehungsweise $\frac{a_i}{b_i}$ und $\frac{a_j}{b_j}$ als Eigenschaft direkt proportionaler Zahlenfolgen;

Gleichheit aller Verhältnisse (Quotienten) $\frac{a_i}{a_j}$ und $\frac{b_j}{b_i}$ beziehungsweise aller Produkte $a_i \cdot b_i$ und $a_j \cdot b_j$ als Eigenschaft umgekehrt proportionaler Zahlenfolgen;

Einführen von „produktgleich";

Beispiele für direkte und umgekehrte Proportionalität (vor allem aus der Physik und dem täglichen Leben).

Einführen von „Verhältnisgleichung" für Gleichungen der Form

$\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$ und $\frac{a}{x} = \frac{c}{b}$ beziehungsweise $x : a = b : c$ und $a : x = c : b$

(x, a, b, c natürliche oder gebrochene Zahlen; $x, a, b, c \neq 0$);

Hinweis auf die Bezeichnung „Proportion";

Übungen im Aufstellen von Verhältnisgleichungen (ausgehend von der Tabellen-Schreibweise);

Übungen im Lösen von Verhältnisgleichungen;

einfache Anwendungsaufgaben.

4. Planimetrie **70 Stunden**

Auf der Grundlage der in den Klassen 4 und 5 erworbenen Kenntnisse über Lagebeziehungen für Punkte und Geraden sowie über Verschiebungen, Drehungen um einen Punkt und Spiegelungen an einer Geraden sollen die Schüler in diesem Stoffgebiet mit dem Begriff „Bewegung" (als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich) und mit den wichtigsten Eigenschaften der Bewegung vertraut gemacht werden. Die Schüler lernen dann die Definition des Begriffs „kongruent" für beliebige Figuren kennen und wenden diesen Begriff bei Untersuchungen von Strecken, Winkeln und vor allem von Dreiecken an. Sie erweitern durch die damit verbundene Behandlung von einer größeren Anzahl planimetrischer Sätze und deren Umkehrungen ihr geometrisches Wissen und Können erheblich. Die Sätze über die Winkel und Seiten von Dreiecken und die Kongruenzsätze für Dreiecke sind dabei von besonderer Bedeutung, weil sie von den Schülern anschließend – zum Beispiel bei Dreieckskonstruktionen, geometrischen Grundkonstruktionen und bei der Behandlung von Vierecken und Vielecken – ständig angewendet werden müssen. Schließlich sollen die Schüler, aufbauend auf ihren Vorkenntnissen über Flächenmaße und Flächeninhaltsberechnungen für Rechtecke, befähigt werden, Umfangs- und Flächeninhaltsberechnungen für Drei-, Vier- und Vielecke sicher durchzuführen. Die benutzten Formeln sind unter Verwendung der im Stoffgebiet 3. erworbenen Kenntnisse nach der jeweils gesuchten Größe aufzulösen.

Im gesamten Stoffgebiet ist ein anschauliches Vorgehen unbedingt erforderlich, was vor allem durch Zeichen- und Konstruktionsübungen möglich wird. Andererseits muß jedoch erreicht werden, daß die Schüler von speziellen Veranschaulichungen abstrahieren und die umfassende Gültigkeit von Aussagen inhaltlich verstehen sowie auf einfache planimetrische Problemstellungen richtig anwenden lernen. Dem Herausbilden dieser Elemente des deduktiven Denkens der Schüler ist besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Das Beweisbedürfnis der Schüler und ihre Fähigkeit, Beweise zu verstehen sowie in einfachen Fällen auch wiederzugeben, sind zu entwickeln. Dabei muß auf sorgfältige Unterscheidung von Definition und Lehrsatz durch die Schüler ständig geachtet werden. Auch das Begründen als eine wichtige Vorform des Beweisens ist immer wieder zu üben und zum Beispiel bei den einzelnen Schritten in umfangreicheren Beweisen anzuwenden. Auf die Notwendigkeit eines Beweises für Satzumkehrungen sollte besonders eingegangen werden.

Die Grundkonstruktionen und die Konstruktionen von Dreiecken und Vierecken sind zu nutzen, um durch vorausgehende beziehungsweise nachträgliche Betrachtungen zur Konstruierbarkeit beziehungsweise zur Eindeutigkeit der Konstruktion die behandelten planimetrischen Sätze, insbesondere die Kongruenzsätze für Dreiecke, anzuwenden.

Die Schüler müssen Fertigkeiten im Beschreiben der Konstruktionen sowie im schriftlichen Fixieren dieser Beschreibungen erwerben.

4.1. Wiederholung und systematische Zusammenfassung (6 Stunden)

Die Begriffe „Gerade“, „Punkt“, „Strahl“, „Strecke“, „Winkel“ und „Ebene“;
die Begriffe „Original“ und „Bild“;
gegenseitige Lage von Punkten und Geraden; gegenseitige Lage von zwei Geraden in der Ebene;
Verschiebung und deren Eigenschaften; Konstruktion von Verschiebungen;
Drehung um einen Punkt; Eigenschaften der Drehung; Konstruktion von Drehungen;
Spiegelung an einer Geraden; Eigenschaften der Spiegelung; Konstruktion von Spiegelungen;
Kennzeichnung von Verschiebung, Drehung um einen Punkt und Spiegelung an einer Geraden als umkehrbar eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich; Einführen von „eindeutig“ und „umkehrbar eindeutig“ beziehungsweise „eineindeutig“;
weitere gemeinsame Eigenschaften von Verschiebung, Drehung um einen Punkt und Spiegelung an einer Geraden. (Das Bild einer Geraden, eines Strahls, einer Strecke, eines Winkels, eines Dreiecks ist wieder eine Gerade, ein Strahl, eine Strecke, ein Winkel beziehungsweise ein Dreieck. Das Bild eines Punktes liegt genau dann auf dem Bild einer Geraden, wenn für die Originale dieselbe Lagebeziehung gilt.)
Nacheinanderausführen von Verschiebungen, von Drehungen und von Spiegelungen.

4.2. Bewegung und Kongruenz (7 Stunden)

Übungen im Nacheinanderausführen von Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen in verschiedener Kombination;
Definieren des Begriffs „Bewegung“ als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich, die das Ergebnis der Nacheinanderausführung einer endlichen

Anzahl von Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen ist; Verwenden dieses Begriffs;
Ermitteln von Eigenschaften der Bewegung aus den entsprechenden Eigenschaften von Verschiebung, Drehung und Spiegelung.
Definieren des Begriffs „kongruent" für beliebige geometrische Figuren; das Zeichen „$\cong$";
Anwenden der Relationen „kongruent", „größer als" und „kleiner als" auf Strecken und Winkel.
Hinweis auf kongruente Körper.

4.3. Beziehungen zwischen Winkeln (7 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „spitzer Winkel", „rechter Winkel", „stumpfer Winkel" und „gestreckter Winkel".
Einführen von „Scheitelwinkel"; Kongruenz von Scheitelwinkeln;
Einführen von „Nebenwinkel"; rechte Winkel als Winkel, die ihren Nebenwinkeln kongruent sind.
Einführen von „Stufenwinkel", „Wechselwinkel" und „entgegengesetzt liegende Winkel" als Winkelpaare an zwei Geraden, die von einer dritten Geraden geschnitten werden;
Sätze über Stufenwinkel, Wechselwinkel und entgegengesetzt liegende Winkel an geschnittenen Parallelen (mit Beweis);
Umkehrungen dieser Sätze.

4.4. Dreiecke (8 Stunden)

Klassifizieren von Dreiecken nach Seiten und Winkeln; Systematisieren unter Verwendung des Mengenbegriffs (Veranschaulichung durch Diagramme).
Satz über die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks (mit Beweis);
Außenwinkelsatz (mit Beweis);
Symmetrieeigenschaften besonderer Dreiecke;
Winkel-Seiten-Relation und Seiten-Relation („Dreiecksungleichung") am Dreieck (ohne Beweis).

4.5. Kongruenz von Dreiecken (18 Stunden)

Anwenden des Kongruenz-Begriffs auf Dreiecke;
Eigenschaften kongruenter Dreiecke (Kongruenz gleichliegender Seiten und Winkel);
Kongruenzsätze (SWS, WSW, SSS, SSW) als Kriterien für die Kongruenz von Dreiecken; Beweis für die Kongruenzsätze SWS, WSW und SSS;
Übungen im Konstruieren von Dreiecken aus gegebenen Seiten und Winkeln (unter Berücksichtigung von Aufgaben, die keine oder keine eindeutige Lösung haben); Verwenden der Winkel-Seiten- und der Seiten-Relation sowie der

Kongruenzkriterien zur Begründung der Eindeutigkeit der Konstruktion beziehungsweise zur Untersuchung der Konstruierbarkeit.

Die Grundkonstruktionen: Halbieren von Strecken und Winkeln; Errichten einer Senkrechten in einem Punkt einer Geraden; Fällen des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade; Einführen von „Grundkonstruktion"; Übungen im Ausführen der Grundkonstruktionen; Begründen der Grundkonstruktionen sowie des konstruktiven Antragens eines Winkels mit Hilfe der Kongruenzkriterien.

Kennzeichnen von Parallelen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden als Punktmengen mit bestimmten Eigenschaften;

Einführen von „Seitenhalbierenden", „Höhen", „Mittelsenkrechten" und „Winkelhalbierenden" eines Dreiecks;

Übungen im Konstruieren dieser Dreieckstransversalen;

Sätze über den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten (mit Beweis), der Höhen (ohne Beweis), der Seitenhalbierenden (ohne Beweis) und der Winkelhalbierenden (mit Beweis) eines Dreiecks; Lagemöglichkeiten dieser Schnittpunkte bei verschiedenen Dreiecken.

Einfache Konstruktionen von Dreiecken aus gegebenen Seiten und Winkeln beziehungsweise aus Seiten, Winkeln und einer Höhe.

4.6. Vierecke und Vielecke (13 Stunden)

Spezielle Vierecksarten und ihre Eigenschaften;

Diagonalen (Wiederholung).

Satz über die Winkelsumme im Viereck (mit Beweis);

Definieren der Begriffe „Trapez", „Parallelogramm", „Rhombus", „Rechteck", „Quadrat" und „Drachenviereck" als Viereckssonderfälle;

Systematisieren der Vierecksarten unter Verwendung des Mengen-Begriffs (Veranschaulichung durch Diagramme);

Eigenschaften der genannten Vierecke (mit Beweisen);

Einführen von „n-Eck" beziehungsweise „Vieleck";

Ausführen einfacher Konstruktionen.

4.7. Flächeninhalt und Umfang von Vielecken (11 Stunden)

Einführen von „flächengleich";

Sätze über die Flächeninhalte von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen (Herleitung);

Berechnen des Umfangs von Dreiecken und Vierecken.

Berechnungsprinzip für Flächeninhalt und Umfang von Vielecken.

Übungen im Berechnen von Flächeninhalten und Umfängen (beziehungsweise von Seiten oder Höhen aus gegebenen Flächeninhalten) unter vorrangiger Benutzung gebrochener Zahlen;

einfache Anwendungsaufgaben.

KLASSE 7

1. Rechenstab; Anwendung von Verhältnisgleichungen — 38 Stunden

Das vorliegende erste Stoffgebiet des Mathematikunterrichts in Klasse 7 hat die Aufgabe, durch die Anwendung von Verhältnisgleichungen in verschiedenen Zusammenhängen den Anschluß an die in Klasse 6 behandelten Gegenstände herzustellen. Dabei wird nach einer Einführung in das Arbeiten mit dem logarithmischen Rechenstab ausgiebig von diesem wichtigen Rechenhilfsmittel Gebrauch gemacht.

Obwohl die mathematische Begründung für den Aufbau und die Anwendung des Rechenstabs erst in Klasse 9 erfolgen kann, erhalten die Schüler doch bereits jetzt durch das Erlernen der entsprechenden Arbeitstechniken die Möglichkeit, Berechnungen im Mathematikunterricht und im Unterricht verschiedener anderer Fächer (vor allem Physik, Chemie, UTP) rationeller auszuführen.

Das Schwergewicht von Stoffabschnitt 1.1. liegt auf dem Üben des richtigen Einstellens und Ablesens – also auf dem Verständnis für die unterschiedliche Skalenteilung – sowie auf der prinzipiellen Kenntnis der für die Multiplikation und Division erforderlichen Arbeitsgänge. Zur Einführung sollte auf die Addition mit Hilfe eines Additionsrechenstabs Bezug genommen werden.

Die Entwicklung von Fertigkeiten im Gebrauch des Rechenstabs ist durch dessen kontinuierliche Verwendung bei allen geeigneten Aufgaben der folgenden Stoffabschnitte zu sichern (z. B. Prozent- und Zinsrechnung, Fehlerrechnung, Kreislehre, Stereometrie). Bei allen Aufgaben, die mit Hilfe des Rechenstabs gelöst werden sollen, haben die Schüler zunächst eine Überschlagsrechnung durchzuführen, um die Größenordnung des Ergebnisses zu ermitteln.

Nach einer kurzen Wiederholung der in Klasse 6 erarbeiteten Verfahren für das Umformen und Lösen von Verhältnisgleichungen sowie entsprechenden Übungen (wobei die Schüler u. a. auch mit der sogenannten „Proportionaleinstellung" des Rechenstabs vertraut gemacht werden) erfolgt die Behandlung der Prozentrechnung als wichtige Anwendung des Rechnens mit Verhältnisgleichungen. Die Schüler müssen hierbei erkennen, daß sich jede Grundaufgabe der Prozentrechnung mittels Verhältnisgleichungen lösen läßt beziehungsweise daß man die benötigte „Formel" durch Auflösen der (zuvor erarbeiteten) Gleichung $\frac{P}{G}=\frac{p}{100}$ (Grundwert G, Prozentsatz p, Prozentwert P) nach der betreffenden Variablen erhält.

Die Zinsrechnung als Anwendung der Prozentrechnung auf das Geldwesen ist nur an einfachen Beispielen zu behandeln.

Die Aufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung sind zu benutzen, um die Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen weiter zu festigen. Dabei sollten Anwendungsbeispiele, die den Gebrauch „bequemer" Prozentsätze zulassen, vor allem auch zum Üben des Kopfrechnens benutzt werden.

Der Stoffabschnitt „Prozentrechnung" bietet besonders günstige Möglichkeiten, durch Verwenden aktuellen Zahlenmaterials einen Beitrag zur staatsbürgerlichen Erziehung der Schüler zu leisten. Durch den Vergleich von Angaben über die Höhe der Produktion in Vergangenheit und Gegenwart mit denen des Plans, von Zuwachsraten der Produktion in den sozialistischen und den imperialistischen Staaten muß die Aufmerksamkeit der Schüler vor allem auf die *Veränderungen* und *Entwicklungstendenzen* gelenkt werden. Insbesondere sind die Erfolge der sozialistischen Entwicklung der Deutschen Demokratischen Republik zu demonstrieren und erzieherisch voll zu nutzen. Die Schüler sind hierbei zu einfacher Auswertung statistischen Materials (Veröffentlichungen in der Tagespresse, Statistische Jahrbücher u. ä.) anzuhalten.

Bei allen Aufgaben ist streng auf die Einhaltung einer sinnvollen Genauigkeit der Resultatsangabe in Abhängigkeit von der Genauigkeit der in die Lösung eingehenden Zahlenwerte und im Hinblick auf den praktischen Sachverhalt zu achten.

1.1. Einführung in den Gebrauch des Rechenstabs und Wiederholung des Rechnens mit Verhältnisgleichungen (15 Stunden)

Gleichmäßig und ungleichmäßig geteilte Skalen;
Aufbau des Rechenstabs; Teilung der Skalen C/D; Ablesеübungen;
Benutzen der Skalen C/D zur näherungsweisen Berechnung von Quotienten und Produkten;
Gebrauch des Rechenstabs zur Berechnung von Termen der Form $\frac{a \cdot b}{c}$ $(c \neq 0)$
dabei Verwenden der Überschlagsrechnung.
Wiederholen des Umformens und Lösens von Verhältnisgleichungen;
Auflösen von Verhältnisgleichungen mit mehreren Variablen nach einer dieser Variablen;
einige Anwendungsaufgaben, die das Lösen von Verhältnisgleichungen erfordern;
Benutzen der „Proportionaleinstellung" des Rechenstabs zum Lösen von Verhältnisgleichungen.

1.2. Prozentrechnung (23 Stunden)

Die Zahl 100 als zweckmäßige Vergleichszahl;
Einführen der Begriffe „Prozent", „Grundwert", „Prozentwert" und „Prozentsatz";
Übungen im Lösen der Grundaufgaben der Prozentrechnung mit Hilfe von Verhältnisgleichungen;
Gebrauch „bequemer" Prozentsätze.
Graphische Darstellungen (Streifen- und Kreisdiagramme, Verwenden eines Koordinatensystems);
Sach- und Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung (unter besonderer Berücksichtigung der Sprechweisen „Steigerung [Senkung] *auf*" und „*Steigerung* [Senkung] *um*").
Zinsrechnung als Anwendung der Prozentrechnung; Erläutern der Begriffe „Guthaben", „Zinsen" und „Zinssatz"; Berechnen von Jahres- und Tageszinsen.

2. Rationale Zahlen 37 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet hat das Ziel, nach Begründung der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung die Definition des Begriffs „rationale Zahl" zu erarbeiten, Relationen und Operationen in diesem neuen Zahlenbereich auf geeignete Weise festzulegen und den Schülern sichere Fertigkeiten im Rechnen mit rationalen Zahlen zu vermitteln.

Zu Beginn erfolgt ein systematisierender Rückblick auf den Bereich der gebrochenen Zahlen und den dort beschrittenen Weg des Aufbaus. Den Schülern soll hierbei vor allem bewußt werden, welche Rechenoperationen in dieser Menge uneingeschränkt ausführbar und welche Aufgabentypen folglich immer lösbar sind. Ausgehend von Problemen, die auch mit Hilfe gebrochener Zahlen noch nicht bearbeitet werden können, ist das Ziel der zweiten Zahlenbereichserweiterung zu kennzeichnen.

Die methodische Gestaltung dieses Stoffgebiets muß gewährleisten, daß die Schüler klar erkennen, wie durch zielgerichtetes Erweitern des mathematischen Begriffssystems, durch sinnvolles Festlegen von Regeln für das Operieren mit diesen Begriffen bisher unlösbare Aufgaben bewältigt werden können und sich damit der Anwendungsbereich der Mathematik vergrößert. Den Schülern ist zu verdeutlichen, wie neue Erkenntnisse auf früher erworbenem Wissen basieren, wie gleiche Denkweisen (z. B. Klassenbildung) und Konstruktionsprinzipien (z. B. Erzielen von Isomorphie) in verschiedenen Zusammenhängen angewendet werden. Diese Einsichten sind nicht allein von hohem Wert für die mathematische Bildung der Schüler, sondern tragen zugleich wesentlich zu ihrer geistigen Entwicklung bei.

In Analogie zu dem Weg, der beim Aufbau des Bereichs der gebrochenen Zahlen gewählt wurde, ist der Begriff „rationale Zahl" mit Hilfe von Klassen differenzengleicher Paare gebrochener Zahlen einzuführen. Die Schüler müssen zunächst erkennen, daß man zur Bezeichnung einer rationalen Zahl prinzipiell *jedes* Paar aus der entsprechenden Klasse benutzen kann. Erst anschließend wird der Einfachheit halber vereinbart, zur Kennzeichnung einer rationalen Zahl den Namen eines ausgezeichneten Vertreters aus der betreffenden Klasse zu verwenden: Die rationale Zahl, in der das Paar

$$(a - 0), (0 - a) \text{ oder } (0 - 0) \, (a \in R^*, a \neq 0)$$

vorkommt, wird nunmehr mit $+a$, $-a$ beziehungsweise 0 bezeichnet.

Auf Grund der zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit sind die Regeln für das Rechnen mit rationalen Zahlen nicht unter Verwendung des Klassenbegriffs herauszuarbeiten. Nach einer kurzen Wiederholung der Betrachtungen über die Isomorphie zwischen dem Bereich der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ und dem Bereich der natürlichen Zahlen hinsichtlich der genannten Verknüpfungen werden die dort gewonnenen Erkenntnisse jetzt vielmehr als *Leitgedanken* benutzt. Das heißt: Die Rechenregeln für nichtnegative rationale Zahlen werden so festgelegt, daß sie den Regeln für das Rechnen mit gebrochenen Zahlen entsprechen, somit also die Bereiche der nichtnegativen rationalen und der gebrochenen Zahlen bezüglich der betrachteten Verknüpfungen isomorph sind. Die Ausdehnung des Gültigkeitsbereichs auf *alle* rationale

Zahlen hat durch Symmetriebetrachtungen zu erfolgen. Die methodische Gestaltung des Unterrichts muß gewährleisten, daß die Schüler dieses Arbeitsprinzip inhaltlich erfassen und seine Zweckmäßigkeit klar erkennen. Auf die Möglichkeit einer exakten Herleitung der Rechenregeln aus der Klassendefinition der rationalen Zahlen ist hinzuweisen.

Durch Verwenden der Menge der rationalen Zahlen als Variablen-Grundbereich wird das Verständnis der Schüler für den Begriff „Variable" weiter erhöht. Die Konsequenzen dieses Übergangs zu einem umfassenderen Variablen-Grundbereich sind deutlich herauszuarbeiten. Insbesondere müssen die Schüler erkennen, daß eine Variable a nunmehr sowohl für eine positive als auch für eine negative rationale Zahl oder die Zahl 0 stehen kann und demzufolge entweder $|a| = a$ (für $a \geqq 0$) oder $|a| = -a$ (für $a < 0$) gilt.

Beim Üben des Rechnens mit rationalen Zahlen sollten anfangs hauptsächlich solche Aufgaben gestellt werden, deren Schwierigkeit vorrangig im richtigen Ermitteln des Vorzeichens des Ergebnisses liegt. Mehr und mehr sind jedoch dann auch Aufgaben einzubeziehen, die das Anwenden der beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen erworbenen Fertigkeiten verlangen und diese dadurch sichern helfen.

Den Abschluß des vorliegenden Stoffgebiets bildet die Anwendung der rationalen Zahlen bei einigen elementaren Problemen der Fehlerrechnung.

2.1. Der Begriff „rationale Zahl" (6 Stunden)

Systematisierender Rückblick auf die Menge der gebrochenen Zahlen und den dort beschrittenen Weg des Aufbaus;

Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der gebrochenen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind; Beispiele für Aufgaben, die in diesem Zahlenbereich nicht gelöst werden können;

Begründen der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung.

Erarbeiten des Begriffs „rationale Zahl" auf der Grundlage von Klassenbildung;

Bedingung dafür, daß zwei Paare gebrochener Zahlen in derselben Klasse liegen;

Definition des Begriffs „rationale Zahl" als Klasse differenzengleicher Paare gebrochener Zahlen;

Veranschaulichen rationaler Zahlen mittels Streckenabtragung auf einer Geraden; Einführen des Begriffs „Zahlengerade"; die eindeutige Zuordnung jeder rationalen Zahl zu einem Punkt der Zahlengeraden;

Einführen von „Vorzeichen", „positive rationale Zahl", „negative rationale Zahl" und „nichtnegative rationale Zahl".

Verwenden der Menge der rationalen Zahlen (Symbol: R) als Variablen-Grundbereich.

2.2. Ordnung rationaler Zahlen (4 Stunden)

Definieren der Begriffe „entgegengesetzte Zahl“ und „absoluter Betrag einer rationalen Zahl“.

Kurze Wiederholung der Betrachtungen über die Isomorphie zwischen der Menge der gebrochenen Zahlen von der Form $\frac{a}{1}$ und der Menge der natürlichen Zahlen hinsichtlich der Ordnungsrelation;
Vergleichen eines Zahlenstrahls, auf dem gebrochene Zahlen veranschaulicht sind, mit einer Zahlengeraden, auf der rationale Zahlen veranschaulicht sind;
Erklären der Relation „ist kleiner (größer) als“ für rationale Zahlen (unter Verwendung ihrer Veranschaulichung auf einer Zahlengeraden);
Übungen im Vergleichen und Ordnen rationaler Zahlen.

2.3. Addition und Subtraktion rationaler Zahlen (10 Stunden)

Der Unterschied zwischen Vorzeichen und Operationszeichen;
Erarbeiten der Regel für die Addition rationaler Zahlen;
Üben im Addieren rationaler Zahlen.

Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition rationaler Zahlen (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise).

Addition und Subtraktion als Umkehroperationen;
die Subtraktion einer rationalen Zahl als Addition der zu ihr entgegengesetzten rationalen Zahl; Erweitern des Begriffs „Summe“ auf Terme, in denen „+“ oder (und) „–“ als Operationszeichen auftreten;
Üben im Subtrahieren rationaler Zahlen voneinander.
Lösen von Aufgaben, die sowohl das Addieren als auch das Subtrahieren rationaler Zahlen erfordern.

2.4. Multiplikation und Division rationaler Zahlen (7 Stunden)

Erarbeiten der Regel für die Multiplikation rationaler Zahlen;
Üben im Multiplizieren rationaler Zahlen;
Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation rationaler Zahlen (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise);
Distributivgesetz (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise).
Multiplikation und Division als Umkehroperationen;
Regel für die Division rationaler Zahlen;

die Beziehung $\frac{a}{b} = a : b$ $(a, b \in R, b \neq 0)$;

das Reziproke einer rationalen Zahl;
Üben im Dividieren einer rationalen Zahl durch eine (von Null verschiedene) rationale Zahl;
Lösen von Aufgaben, die das Ausführen von zwei Rechenoperationen (gleicher und verschiedener Stufe) mit rationalen Zahlen erfordern.

2.5. Isomorphiebetrachtungen; ganze Zahlen (5 Stunden)

Zusammenfassende Betrachtung der Isomorphie zwischen der Menge der gebrochenen Zahlen und der Menge der nichtnegativen rationalen Zahlen hinsichtlich der Ordnungsrelation und der erklärten Operationen;
Begründen einer vereinfachten Schreibweise für Summen rationaler Zahlen (ohne Klammern); Übungsaufgaben.
Definieren des Begriffs „ganze Zahl";
die Menge der ganzen Zahlen (Symbol: G) als Teilmenge der Menge der rationalen Zahlen;
Möglichkeit der Darstellung jeder rationalen Zahl in der Form

$$\frac{p}{q}\ (p,\ q \in G,\ q \neq 0).$$

Systematisierender Überblick über die Zahlenbereiche unter Verwendung der Begriffe „Menge" und „Teilmenge";
graphische Veranschaulichungen;
Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der natürlichen, der gebrochenen, der ganzen, der rationalen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind;
Frage der Existenz des unmittelbaren Nachfolgers einer Zahl für die verschiedenen Zahlbereiche;
Ermitteln einer rationalen Zahl, die zwischen zwei beliebig gegebenen rationalen Zahlen liegt;
Wiederholen von „überall dicht liegen".

2.6. Einige Grundbegriffe der Fehlerrechnung (5 Stunden)

Wiederholen der Rundungsregeln (einschließlich der „Geradzahlregel") sowie der Regeln für die Anzahl der zuverlässigen Ziffern beim Rechnen mit Dezimalzahlen; Definieren der Begriffe „absoluter Fehler", „relativer Fehler", „prozentualer Fehler";
Übungen (unter Verwendung des Rechenstabs).

3. Gleichungen 21 Stunden

Das Ziel dieses Stoffgebiets besteht darin, die Kenntnisse der Schüler über den Begriff „Gleichung" zu erweitern und zu vertiefen, ihre Fertigkeiten im Umformen und Lösen linearer Gleichungen zu entwickeln und zu festigen sowie im Zusammenhang damit das Rechnen mit rationalen Zahlen ständig zu üben.
Der Schwerpunkt von Stoffabschnitt 3.1. liegt auf dem schrittweisen Aufbau eines vollständigen Systems von Umformungsregeln für lineare Gleichungen anhand von Beispielen. Es ist herauszuarbeiten, welche Konsequenzen die zweite Zahlenbereichserweiterung hinsichtlich der Lösbarkeit bestimmter Gleichungstypen besitzt.
Im Stoffabschnitt 3.2. steht dann das Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen unter Verwendung der vorher erarbeiteten Umformungsregeln im Vordergrund, wobei unterschiedliche Variablen-Grundbereiche vorzugeben sind. Auf die exakte Durchführung der Probe zu jeder Gleichung ist zu achten.

Neben formalen Textaufgaben sind auch einfache geometrisch oder sachbezogen eingekleidete Aufgaben, die auf lineare Gleichungen führen, zu lösen. Die Schüler müssen erkennen, daß bei solchen Aufgaben das Einsetzen der ermittelten Werte in die aus dem Sachverhalt gewonnene Ausgangsgleichung nicht ausreicht, sondern daß hier eine Probe an diesem Sachverhalt selbst erforderlich ist. Das schriftliche Fixieren dieser Probe ist (im Gegensatz zu der Probe bei textfreien Aufgaben) nur in einfachen Fällen zu verlangen.

Bei der Lösung von Aufgaben aus der Geometrie, der Physik, der Chemie und der Technik sind die für die jeweiligen Größen üblichen Variablen zu verwenden.

Um zu zeigen, wie mit Hilfe eines einzigen abstrakten mathematischen Ausdrucks sehr unterschiedliche konkrete Zusammenhänge bezüglich bestimmter Eigenschaften beschrieben werden können, sollten die Schüler auch beauftragt werden, zu einigen – durch Analyse bestimmter praktischer Sachverhalte gewonnenen – Gleichungen neue, möglichst vielfältige Sachverhalte zu finden, die auf dieselben Gleichungen führen. Dabei ist jeweils ein – sinnvoll begrenzter – Variablen-Grundbereich anzugeben.

Auf die geschichtliche Entwicklung des Begriffs der rationalen Zahl, des Rechnens mit rationalen Zahlen und des Lösens linearer Gleichungen ist kurz einzugehen.

3.1. Äquivalente Gleichungen (6 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „Term", „Gleichung", „Ungleichung", „Grundbereich einer Variablen", „Aussage", „erfüllen", „Lösung", „Lösungsmenge".

Definieren des Begriffs „einander äquivalente Gleichungen" (bezüglich eines gewissen Grundbereichs); Einführen von „Koeffizient";

Erörtern aller Möglichkeiten der systematischen Umformung einer linearen Gleichung in eine zu ihr äquivalente Gleichung an Hand von Beispielen; Umformungsregeln.

3.2. Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen (15 Stunden)

Übungen im Lösen linearer Gleichungen durch Anwenden der Umformungsregeln; Angabe eines Grundbereichs; Durchführen der Probe.
Übungen im Lösen von einigen einfachen Ungleichungen

$$\text{(z. B.: } x + 3 > 5;\ 3x - 7 < 10;\ \frac{1}{2}x > 4;\ 10 - x > 4)$$

durch inhaltliche Überlegungen sowie von einigen Gleichungen der Form $|x| + a = b$ und $|x + a| = b$ mittels Fallunterscheidung (bei jeweils vorgegebenem Grundbereich);

Untersuchen der Existenz beziehungsweise der Anzahl der Lösungen einer Gleichung oder Ungleichung bei verschiedenen Grundbereichen.

Formale Textaufgaben, die auf lineare Gleichungen führen; geometrisch eingekleidete und sachbezogen eingekleidete Aufgaben (vor allem aus der Physik), die mit Hilfe linearer Gleichungen gelöst werden können.

4. Quadratzahl und Quadratwurzel 13 Stunden

Durch das vorliegende Stoffgebiet sollen die Schüler mit dem Begriff „Quadratwurzel" vertraut gemacht werden und lernen, rationale Quadratwurzeln beziehungsweise rationale Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln unter Verwendung des Rechenstabs und der Zahlentafel zu ermitteln. Diese Erörterungen haben gleichzeitig die Aufgabe, die spätere Behandlung des Bereichs der reellen Zahlen vorzubereiten.

Die Einführung von Quadratwurzeln ist mit Bezug auf frühere Überlegungen zur Umkehrung und uneingeschränkten Ausführbarkeit bestimmter Rechenoperationen zunächst arithmetisch zu motivieren. Die Schüler sollen durch das Quadrieren natürlicher Zahlen erkennen, daß zwar jede dieser Zahlen offensichtlich ein Quadrat besitzt, aber nicht alle natürlichen Zahlen Quadrate anderer natürlicher Zahlen sind. Dies ermöglicht nach Definition des Begriffs „Quadratwurzel" die Feststellung, daß man vorerst nur aus gewissen natürlichen Zahlen – eben den Quadratzahlen – die Quadratwurzel ziehen kann.

Im weiteren Verlauf des Unterrichts müssen die Schüler durch Untersuchen einiger Beispiele zu der Vermutung gelangen, daß sich auch im Bereich der rationalen Zahlen nicht jede Zahl als Quadrat einer anderen schreiben läßt, daß also zunächst wiederum nur aus bestimmten rationalen Zahlen die Quadratwurzel gezogen werden kann. Anschließend ist den Schülern mitzuteilen: Es existiert ein Zahlenbereich, der die rationalen Zahlen als Teilmenge enthält, in dem jede nichtnegative rationale Zahl genau eine Quadratwurzel besitzt. Damit ist man nun berechtigt, beliebige nichtnegative Zahlen als Radikand unter das Wurzelzeichen zu schreiben.

Durch die Konstruktion einer Strecke mit der Länge von $\sqrt{2}$ Einheiten (etwa als Seite eines Quadrats, das aus vier kongruenten gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken zusammengesetzt wurde) erkennen die Schüler, daß es Punkte der Zahlengeraden gibt, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann. Damit wird noch einmal unter einem anderen Blickwinkel die Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung motiviert.

Die sich an diese Überlegungen anschließende schrittweise Berechnung von rationalen Näherungswerten nichtrationaler Quadratwurzeln soll den Schülern die Tatsache verständlich machen, daß jede nichtrationale Zahl mit beliebiger Genauigkeit durch rationale Zahlen angenähert werden kann. Die hierzu analoge schrittweise Annäherung an den entsprechenden Punkt der Zahlengeraden durch fortgesetzte Zehnteilung muß die Schüler dann zu der Einsicht führen, daß man die Lage jedes Punktes der Zahlengeraden durch sukzessive Angabe der Stellen eines Dezimalbruchs beliebig genau zu beschreiben vermag.

Eine wichtige Aufgabe des vorliegenden Stoffgebiets besteht darin, die Schüler in den Gebrauch des Rechenstabs und der Zahlentafel beim Quadrieren und Radizieren einzuführen sowie sie zum Anwenden dieser Rechenhilfsmittel zu befähigen. Es sind sichere Fertigkeiten im Lösen solcher Aufgaben zu entwickeln, deren Resultate direkt (d. h. ohne Abtrennen von Zehnerpotenzen und ohne Interpolation) aus der Zahlentafel entnommen beziehungsweise ohne umfangreiche und schwierige Überschlagsrechnungen mit Hilfe des Rechenstabs ermittelt werden können.

4.1. Quadrieren

(3 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „Quadrieren" und „Quadratzahl";
Quadrieren von natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen; Übungen;
die Skalen A/B des Rechenstabs;
Verwenden des Rechenstabs und der Zahlentafel (ohne Interpolation) zum Quadrieren.

4.2. Die Quadratwurzel

(6 Stunden)

Umkehrung des Quadrierens natürlicher Zahlen;
Definieren des Begriffs „Quadratwurzel" und „Quadratwurzelziehen".
Beweis, daß zum Beispiel 2, 7, 33 ... keine Quadrate natürlicher Zahlen sind;
Umkehrung des Quadrierens rationaler Zahlen;
Erarbeiten der Vermutung, daß zum Beispiel $+2$, $+7$, $+33$ ... auch keine Quadrate rationaler Zahlen sind;
Mitteilen der Tatsache, daß ein umfassender Zahlenbereich existiert, dem unter anderem auch die Quadratwurzeln aus allen nichtnegativen rationalen Zahlen angehören;
Einführen des Zeichens „$\sqrt{}$" und des Begriffs „Radikand".
Konstruieren einer Strecke mit der Länge $\sqrt{2}$ Einheiten; Hinweis auf die Existenz von Punkten der Zahlengeraden, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann.
Schrittweises Berechnen von rationalen Näherungswerten nichtrationaler Quadratwurzeln; schrittweises Annähern an den entsprechenden Punkt der Zahlengeraden durch fortgesetzte Zehnteilung;
Erläutern der Möglichkeit, die Lage jedes Punktes der Zahlengeraden durch fortlaufende Angabe der Stellen eines Dezimalbruchs beliebig genau beschreiben zu können;
Einführen des Begriffs „irrationale Zahl" als unendlicher nichtperiodischer Dezimalbruch.

4.3. Übungen

(4 Stunden)

Verwenden von Rechenstab und Zahlentafel (ohne Interpolation) zum Radizieren.

5. Darstellende Geometrie

30 Stunden

In diesem Stoffgebiet sollen die Schüler mit grundlegenden Kenntnissen und Fertigkeiten im Darstellen geometrischer Grundgebilde und ebenflächig begrenzter Körper ausgerüstet werden. Ausgehend vom Projektionsbegriff, lernen sie – auf anschaulichem Wege – einige Projektionsarten kennen und werden dann mit der schrägen Parallelprojektion – speziell mit der Kavalierperspektive – für ebenflächig begrenzte Körper sowie den wichtigsten Eigenschaften dieser Abbildung vertraut gemacht. Die Schüler sollen befähigt werden, ebenflächig begrenzte Körper in Kavalierperspektive sicher und genau zu zeichnen sowie aus den Zeichnungen die dargestellten Körper zu erkennen. Diese Fertigkeiten sind auch im Stoffgebiet 7. in Klasse 7 und Stoffgebiet 4. in Klasse 8 anzuwenden und weiterzuentwickeln.

Mit der Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion beginnt dann ein systematischer Lehrgang der senkrechten Parallelprojektion, in dem der Abbildungsgedanke konsequent beachtet wird. Die Schüler sollen durch eine anschaulich-konstruktive Behandlung die wichtigsten Gesetzmäßigkeiten der senkrechten Eintafelprojektion erfassen, sie auf Punkte, Strecken, geradlinig begrenzte ebene Figuren und ebenflächig begrenzte Körper (unter Einbeziehung eines Höhenmaßstabs) anwenden können und die nachstehend angegebenen Grundaufgaben lösen lernen.
Nach dieser gründlichen Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion werden die Schüler – wiederum auf anschaulichem Wege – mit der senkrechten Zweitafelprojektion vertraut gemacht. Sie müssen erkennen, daß die Verwendung einer zweiten (senkrecht zur Grundrißtafel stehenden) Bildebene es gestattet, auf die Angabe eines Höhenmaßstabes zu verzichten, da nunmehr jedem Punkt des Raumes umkehrbar eindeutig ein Bildpunktpaar (Grund- und Aufriß des Punktes) zugeordnet werden kann. Durch Hervorheben der Höhen markanter Punkte ist es den Schülern zu erleichtern, Grund- und Aufriß denkend zu einem Objekt zu vereinen.
Unter Verwendung der Einsichten und Erkenntnisse, die die Schüler bei der Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion gewonnen haben, sind sie zu befähigen, sowohl die verlangten Konstruktionen selbständig durchzuführen als auch – sofern dies in dem betreffenden Falle möglich ist – die dargestellten Körper aus den Zeichnungen zu erkennen. Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler ist dadurch verstärkt zu entwickeln.
Auch der Erörterung der Lagebeziehungen von Punkten und Geraden, von Punkten und Ebenen, von Geraden zueinander sowie von Geraden und Ebenen kommt aus diesem Grunde große Bedeutung zu.
Schließlich ist dieses Stoffgebiet zu nutzen, die Zeichenfertigkeiten in bezug auf Genauigkeit, Sauberkeit und Arbeitstempo wesentlich weiterzuentwickeln.

5.1. Projektionsbegriff; Projektionsarten; Kavalierperspektive (6 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „Original", „Bild" und „eindeutig".
Kennzeichnen der Projektion als eindeutige Abbildung der Punkte des Raumes auf eine Ebene;
Einführen von „Projektion", „projizieren", „Projektionsgerade" und „Bildebene" auf anschaulichem Wege (optische Projektion);
Veranschaulichen der Zentralprojektion, der Parallelprojektion und der senkrechten Projektion (als Sonderfall der Parallelprojektion).
Demonstrieren der schrägen Parallelprojektion eines Würfels, dabei Einführen von „Verkürzungsverhältnis q" und „Verzerrungswinkel α";
die Parallelität als Invariante der Parallelprojektion.
Einführen von „Kavalierperspektive" als Spezialfall der schrägen Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$;
das Bild eines räumlichen Dreibeins in Kavalierperspektive; Übungen im Darstellen von einfachen, ebenflächig begrenzten Körpern (wie Würfel, Quader, gerade Prismen, gerade quadratische Pyramiden) in Kavalierperspektive.

5.2. Senkrechte Eintafelprojektion (10 Stunden)

Einführen von „senkrechte Eintafelprojektion";
senkrechte Eintafelprojektion von Punkten, Strecken und geradlinig begrenzten ebenen Figuren;
senkrechte Eintafelprojektion von Geraden und Ebenen; Bezeichnungsweise für die Bilder.

Bedingungen für die Invarianz von Streckenlänge und Orthogonalität bei senkrechter Eintafelprojektion;
Einführen von „Höhenlinie";
senkrechte Eintafelprojektion von Würfeln, Quadern, regelmäßigen Prismen und Pyramiden; Benennen der Bilder der Eckpunkte; Übungen.

Wiederholen von „umkehrbar eindeutig" beziehungsweise „eineindeutig";
Erzielen der Eineindeutigkeit der Abbildung von Punkten durch Hinzufügen eines Höhenmaßstabs.

Grundaufgaben:

> Konstruieren der wahren Länge einer Strecke und des Neigungswinkels einer Geraden gegen die Bildebene (durch Umklappung); dabei Einführen von „Neigungswinkel (einer Geraden gegen die Bildebene)" und „wahre Länge";
> Konstruieren des Neigungswinkels einer Ebene gegen die Bildebene durch Umklappen eines Stützdreiecks; dabei Einführen von „Fallinie", „Stützdreieck" und „Neigungswinkel (einer Ebene gegen die Bildebene)".

Übungen zu den Grundaufgaben.

Konstruieren von wahrer Größe und Gestalt der Seitenflächen einer geraden Pyramide; dabei Einführen von „wahre Größe und Gestalt".

5.3. Senkrechte Zweitafelprojektion (14 Stunden)

Erzielen der Eineindeutigkeit der Abbildung von Punkten durch zusätzliche Bildebenen, die senkrecht zur ersten Bildebene stehen.

Abbilden von Punkten auf eine horizontale und eine in ihrer Stellung beliebig wählbare vertikale Bildebene durch senkrechte Projektion;
Einführen von „senkrechte Zweitafelprojektion", „Grundriß", „Grundrißebene", „Aufriß", „Aufrißebene", „Rißachse", „Ordnungslinie";
Bezeichnungsweise für Grund- und Aufriß eines Punktes;
senkrechte Zweitafelprojektion von Strecken, Geraden und geradlinig begrenzten ebenen Figuren;
Übungen;
senkrechte Zweitafelprojektion von Ebenen, die senkrecht zur Aufrißebene verlaufen.

Erörtern (ohne Projektionen) möglicher Lagebeziehungen von Punkt und Gerade, Punkt und Ebene, Gerade und Ebene sowie von zwei Geraden;

senkrechte Zweitafelprojektion paralleler, einander schneidender und windschiefer Geraden;
senkrechte Zweitafelprojektion von Würfeln, Quadern, geraden Prismen und geraden Pyramiden; Benennen der Bilder der Eckpunkte; Übungen.

Grundaufgabe:

Konstruieren der wahren Länge einer Strecke aus gegebenen Grund- und Aufrissen (durch Umklappung).

Ebener Schnitt senkrecht zur Aufrißtafel durch ein gerades Prisma; Konstruieren von wahrer Größe und Gestalt dieser Schnittfigur.

6. Der Kreis — 29 Stunden

Dieses Stoffgebiet hat die Aufgabe, den in Klasse 6 begonnenen Planimetrielehrgang systematisch fortzusetzen.

Nach der Definition des Kreises als Punktmenge und der Untersuchung möglicher Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade lernen die Schüler einige wichtige Lehrsätze über Winkel am Kreis kennen. Durch die Behandlung dieser Sätze muß das Verständnis der Schüler für die Beweisnotwendigkeit mathematischer Aussagen gefestigt und ihre Fähigkeit entwickelt werden, Beweise zu verstehen sowie einfache Beweise wiederzugeben beziehungsweise selbständig zu finden. Im Zusammenhang damit ist auf die Bedeutung der Vollständigkeit von Fallunterscheidungen und auf die bereits in Klasse 6 einmal erörterte Frage der Umkehrung eines Lehrsatzes einzugehen. Anhand einfacher Gegenbeispiele sollte den Schülern gezeigt werden, daß durchaus nicht jeder Lehrsatz eine wahre Umkehrung besitzt.

Die eindeutige Bestimmtheit eines Kreises durch drei – nicht in einer Geraden liegende – Punkte ist konstruktiv herauszuarbeiten. Anschließend sind auch In- und Umkreise von Dreiecken und die Mittelpunkte vorgegebener Kreise zu konstruieren, was gleichzeitig der Wiederholung der Grundkonstruktionen dient. Weiterhin sollen die Schüler Fertigkeiten im Anwenden der behandelten Sätze (insbesondere des Satzes von Thales) zum Lösen von Konstruktionsaufgaben erwerben. Dabei sind Aufgaben, die mehrere Teilkonstruktionen erfordern (wie z. B. die Konstruktion gemeinsamer Tangenten an zwei Kreise) für die Erziehung zu einer sorgfältigen Arbeitsweise besonders wertvoll.

Die Formel für den Kreisumfang ist auf induktivem Wege zu erarbeiten. Zu diesem Zwecke haben die Schüler durch Messen Näherungswerte u_i der Umfänge von Kreisen mit verschiedenen Durchmessern d_i zu bestimmen. Der Vergleich der Folgen (u_i) und (d_i) muß sie zu der Vermutung führen, daß für beliebige Kreise $u = k \cdot d$ (und damit $u = 2\,k \cdot r$) gilt.

Anschließend wird den Schülern mitgeteilt: Mit Hilfsmitteln, die in Klasse 7 noch nicht zur Verfügung stehen, läßt sich die Allgemeingültigkeit der ermittelten Beziehung nachweisen. Der Proportionalitätsfaktor k ist ebenso wie die Mehrzahl der Quadratwurzeln eine irrationale Zahl, die mit dem Symbol „π" bezeichnet wird. Die näherungsweise Bestimmung von π mit Hilfe der Quotienten $\frac{u_i}{d_i}$ schließt dann diese Überlegung ab.

Zur Erarbeitung der Flächeninhaltsformel für Kreise ist als Ausgangspunkt die näherungsweise Bestimmung von Kreisflächeninhalten durch Auszählen von Einheitsquadraten zu wählen und dann analog dem Vorgehen bei der Gewinnung der Kreisumfangsformel zu verfahren.

Bei Berechnung der Flächeninhalte von Kreisausschnitten und der Länge von Kreisbögen ist ausdrücklich auf die Kenntnisse der Schüler über das Lösen von Verhältnisgleichungen Bezug zu nehmen und die entsprechende Terminologie zu verwenden. Das Auflösen von Formeln nach der gesuchten Größe ist als Umformen von Gleichungen mit mehreren Variablen zu behandeln.

Beim Lösen von Anwendungsaufgaben zur Kreisberechnung sollen die Schüler umfassend von der Zahlentafel und dem Rechenstab (Markierung „π") Gebrauch machen und dadurch ihre Fertigkeiten im Umgang mit diesen wichtigen Rechenhilfsmitteln weiter erhöhen.

6.1. Definition des Kreises; Sätze über den Kreis (20 Stunden)

Definieren des Begriffs „Kreis" als Punktmenge;
Lagebeziehungen von Kreis und Gerade;
Einführen von „Sekante", „Tangente" und „Sehne".

Satz über die Orthogonalität von Tangente und Berührungsradius (mit Beweis);
Umkehrung dieses Satzes (ohne Beweis);
Symmetrieverhältnisse am Kreis;
Konstruieren eines Kreises, der durch drei – nicht auf einer Geraden liegende – Punkte verläuft;
Konstruieren der In- und Umkreise von Dreiecken; Übungen;
Einführen von „Inkreis" und „Umkreis".

Einführen von „Sehnenviereck", „Peripheriewinkel", „Zentriwinkel" und „Sehnentangentenwinkel";
Satz über die gegenüberliegenden Winkel eines Sehnenvierecks (mit Beweis);
Peripheriewinkelsatz (mit Beweis);
Satz des Thales (mit Beweis); Umkehrung des Satzes des Thales (ohne Beweis);
Anwenden des Satzes von Thales bei einfachen Dreieckskonstruktionen sowie zur Konstruktion der Tangenten an einem Kreis, die durch einen gegebenen Punkt außerhalb des Kreises verlaufen;
Lagebeziehungen zweier Kreise;
Einführen von „konzentrisch" und „Kreisring";
Anwenden des Satzes von Thales zur Konstruktion gemeinsamer Tangenten an zwei Kreise.

Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz (mit Beweis);
der Satz des Thales als Grenzfall des Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satzes;
Sätze über Sehnentangentenwinkel (mit Beweis);
Anwenden der behandelten Sätze zur Lösung von Konstruktionsaufgaben.

6.2. Kreisberechnung (9 Stunden)

Empirische Ermittlung der Länge von Kreisumfängen;
Einführen der irrationalen Zahl π als Proportionalitätsfaktor;
die Formel für den Kreisumfang;
Einführen von „Kreisbogen";
Berechnen der Länge eines Kreisbogens.

Empirische Ermittlung des Inhalts von Kreisflächen; die Kreisflächenformel;
Erläutern der Tatsache, daß in der Kreisumfangs- und der Kreisflächenformel derselbe Faktor π auftritt.

Verwenden der Zahlentafel (ohne Interpolation) zur Kreisflächenberechnung;
Berechnen des Flächeninhalts eines Kreisrings als Anwendung der Kreisflächenformel;
Einführen von „Kreisausschnitt";
Berechnen des Flächeninhalts eines Kreisausschnitts.

Anwendungsaufgaben zur Kreisberechnung (Verwenden der Zahlentafel und des Rechenstabes).

7. Stereometrie 12 Stunden

Aufbauend auf früher erworbenen Kenntnissen über Volumen- und Flächenmaße, über die Berechnung des Quadervolumens, die Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken, Vierecken, Vielecken und Kreisen sowie über das Arbeiten mit Variablen, sollen die Schüler in diesem Stoffgebiet die Herleitung der Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von beliebigen Prismen und von Kreiszylindern inhaltlich erfassen und diese Formeln in formalen Aufgaben sowie in Sach- und Anwendungsaufgaben anwenden lernen. Die Formeln sind dabei als Gleichungen mit mehreren Variablen aufzufassen und entsprechend umzuformen. In diesem Zusammenhang müssen die Schüler immer wieder auf die Angabe und sorgfältige Beachtung des gewählten Variablen-Grundbereichs (entweder Größen oder Zahlen) aufmerksam gemacht werden.

Zur Wiederholung und Festigung ihrer Kenntnisse aus dem Stoffgebiet „Darstellende Geometrie" und zur weiteren Entwicklung ihres räumlichen Anschauungsvermögen haben die Schüler die zu berechnenden Körper zunächst zu skizzieren, Prismen gelegentlich jedoch auch in Kavalierperspektive beziehungsweise in Zweitafelprojektion exakt darzustellen. Beim Lösen von Aufgaben sollen sie von ihren Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen Gebrauch machen, aber auch den Rechenstab und geeignete Tafeln benutzen.

7.1. Prismen (4 Stunden)

Definieren des Begriffs „Prisma";
Würfel und Quader als spezielle Prismen;
Herleiten der Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen;
Übung im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt drei-, vier- und regelmäßiger n-seitiger Prismen.

7.2. Kreiszylinder (4 Stunden)

Der gerade Kreiszylinder als Rotationskörper;

Einführung von „Mantel";

Herleiten der Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiszylinder;

Übung im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiszylinder;

Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt eines geraden Hohlzylinders unter Verwendung der Formel für das Zylindervolumen.

7.3. Übungen und Anwendung (4 Stunden)

Sach- und Anwendungsaufgaben zur Berechnung von Prismen, Zylindern und Hohlzylindern; dabei Üben des Auflösens von Gleichungen nach einer bestimmten Variablen.

Verwenden des Rechenstabs und der Zahlentafel.

KLASSE 8

1. Arbeiten mit Variablen **18 Stunden**

Dieses Stoffgebiet hat – im Gegensatz zu allen anderen – nicht die Einführung in einen neuen mathematischen Gegenstandsbereich zum Inhalt, sondern bezweckt die Entwicklung eines Kalküls, eines Systems von Regeln für die Umformung von Termen mit Variablen auf der Basis des Rechnens mit rationalen Zahlen.
Der Begriff „Variable" und der Gebrauch von Variablen sind den Schülern schon aus früheren Schuljahren bekannt. An dieser Stelle ist es notwendig, das bisherige Wissen der Schüler zusammenzutragen, zu ergänzen und dadurch ihr Verständnis für den Begriff „Variable" weiter zu erhöhen.
Die Bedeutung der Variablen für die Formulierung mathematischer Zusammenhänge ist den Schülern bewußtzumachen; dabei sind wichtige Gesetze (wie Kommutativ- und Assoziativgesetze der Addition bzw. Multiplikation sowie das Distributivgesetz) zu wiederholen und durch Angabe des jeweiligen Grundbereichs sowie Verwendung von Quantifikatoren als wahre Aussagen zu formulieren.
Da bei der Behandlung aller weiteren Stoffgebiete das Arbeiten mit Variablen zu einer sicher beherrschten Fertigkeit zu entwickeln ist, sind für die Übungen in diesem Stoffgebiet solche Aufgaben zu wählen, an denen das Grundsätzliche der anzuwendenden Verfahren in übersichtlicher Form vom Lehrer erläutert und von den Schülern angeeignet werden kann. Von komplizierten und umfangreicheren Termumformungen ist in dieser Klassenstufe noch abzusehen. Es sollte eine Beschränkung auf jeweils höchstens drei verschiedene Summanden, Faktoren beziehungsweise Klammerungen erfolgen.
Die binomischen Formeln werden in Klasse 8 noch nicht systematisch behandelt, obwohl im Rahmen der Übungen zur Multiplikation von Summen auch die Fälle auftreten sollten, die als sogenannte „binomische Formeln" später besonders hervorgehoben werden.

1.1. Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen **(3 Stunden)**

Zusammenstellen von Beispielen für die Verwendung von Variablen (Wiederholung);
Übersicht über bisher benutzte Variablen-Grundbereiche (auch aus geometrischen Gebieten);
Beispiele für Terme;
Einsetzen von Zahlen (aus verschiedenen Grundbereichen) für die Variablen in Termen; Berechnen des Werts der Terme;
Überführen von Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen in Aussagen durch Einsetzen von Zahlen (aus verschiedenen Grundbereichen) für die Variablen; Untersuchen des Wahrheitswerts der Aussagen;
Beispiele für das Beschreiben mathematischer Zusammenhänge mit Hilfe von Variablen; dabei Angabe des jeweiligen Variablen-Grundbereichs und Einführen der Redeweisen „für alle (jedes, beliebige) ... gilt (ist gültig, ist wahr)" und „es gibt ..., so daß gilt ...".

1.2. Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen (15 Stunden)

Vielfachbildung, Addieren und Subtrahieren unter Verwendung von Variablen; Übungen;
Wiederholen von „Koeffizient“ und „Summe“;
Beispiele für Summen mit Variablen;
Einführen von „Glieder einer Summe“;
Ordnen einer Summe;
Übungen im Addieren und Subtrahieren von Summen; dabei Auflösen von Klammern und Setzen von Klammern.
Übungen im Multiplizieren und Dividieren eingliedriger Ausdrücke mit eingliedrigen Ausdrücken beziehungsweise durch eingliedrige Ausdrücke;
Einführen von „ausklammern“;
Ausklammern eines gemeinsamen (im allgemeinen eingliedrigen) Faktors zum Zwecke der Umformung einer Summe in ein Produkt; Übungen;
Multiplizieren von Summen mit Summen; Formulieren einer Regel für die Multiplikation von Summen; Übungen;
Beispiele für Beweisführungen unter Verwendung von Variablen.

2. Ähnlichkeit 52 Stunden

Mit diesem Stoffgebiet wird der Geometrielehrgang unter konsequenter Weiterführung des Abbildungsprinzips, das sowohl dem Stoffgebiet „Planimetrie“ in Klasse 6 als auch dem Stoffgebiet „Darstellende Geometrie“ in Klasse 7 zugrunde liegt, fortgesetzt. Zunächst lernen die Schüler die Strahlensätze und deren Umkehrungen sowie die entsprechenden Beweise kennen, wobei im Zusammenhang mit irrationalen Streckenverhältnissen beziehungsweise Streckungsfaktoren auch auf die im Stoffgebiet 4. von Klasse 7 vermittelten Kenntnisse Bezug genommen wird. Die Schüler sind zu befähigen, die Strahlensätze bei der rechnerischen und vor allem bei der konstruktiven Lösung einfacher Aufgaben anzuwenden. Dabei ist auf eine genaue und saubere Arbeitsweise größter Wert zu legen. Anschließend werden sie mit der „zentrischen Streckung“ als einfachster Ähnlichkeitsabbildung bekannt gemacht, lernen deren wichtigste Eigenschaften kennen und eignen sich ein Konstruktionsverfahren für solche Streckungen an, das sie dann auch mehrfach nacheinander auszuführen vermögen.
Die Kenntnisse über Bewegungen und zentrische Streckungen versetzen die Schüler nun in die Lage, die Definition des Begriffs „ähnlich“ (bzw. „Ähnlichkeit“) für gerad- und krummlinig begrenzte Figuren unter unmittelbarer Anleitung durch den Lehrer zu ermitteln sowie auch ähnliche Körper mit in die Betrachtungen einzubeziehen. Der Zusammenhang zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit ist den Schülern bewußtzumachen. Weiterhin sollen die Schüler die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke inhaltlich voll verstehen und diese sowie andere Sätze über ähnliche Figuren – einschließlich der Sätze über Umfang und Flächeninhalt ähnlicher Figuren sowie über Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher Körper – in Beweisen, Konstruktionen, beim Lösen praktischer Problemstellung und beim Erläutern der Wirkungsweise von technischen Geräten anwenden können.
Eine weitere sehr bedeutsame Anwendung erfahren die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke und die anderen Sätze über ähnliche Dreiecke bei den Beweisen

zur Satzgruppe des Pythagoras. Die Schüler sollen sich den Inhalt dieser Sätze und ihrer Umkehrungen fest aneignen und auf rechnerisch zu lösende Problemstellungen aus der Geometrie und aus verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis anwenden können. Die Sätze aus der Satzgruppe des Pythagoras sind als Aussagen über Beziehungen zwischen Produkten (und Quadraten) von Streckenlängen beziehungsweise deren Maßzahlen zu formulieren. Die Schüler müssen befähigt werden, diese Sätze auch in Aussagen über Flächengleichheiten umzuformulieren.

Auf saubere Begriffsbildung und -verwendung – auch im Hinblick auf die Unterscheidung von Definition und Satz, Plausibilitätsbetrachtung und Beweis – ist sorgfältig zu achten. Die Fähigkeiten der Schüler im selbständigen Führen kleinerer (direkter) Beweise sind durch geeignete Übungen weiterzuentwickeln. Das Begründen ist im Zusammenhang mit Konstruktionen ähnlicher Figuren, beim Herausarbeiten von Eigenschaften ähnlicher Figuren und Körper und beim Erläutern praktischer Anwendung der Ähnlichkeit immer wieder zu üben. Die Schüler sollen in diesem Stoffgebiet darüber hinaus erstmalig mit dem indirekten Beweisverfahren bekannt gemacht werden und lernen, einfache Beweise dieser Art selbständig wiederzugeben.

Die praktische Bedeutung der im vorliegenden Stoffgebiet erarbeiteten mathematischen Erkenntnisse ist den Schülern an einigen ausgewählten Beispielen zu erläutern.

An geeigneten Stellen ist auf die historische Entwicklung der Ähnlichkeitslehre und auf die kulturhistorische Bedeutung des Pythagoreischen Lehrsatzes einzugehen.

2.1. Der Strahlensatz (10 Stunden)

Einführen von „Streckenverhältnis" als Quotient der Maßzahlen zweier Strecken (bei gleicher Maßeinheit); Hinweis auf die Existenz irrationaler Streckenverhältnisse.

Erster Teil des Strahlensatzes (Beziehung zwischen Strahlenabschnitten); Beweis auf dem Wege über die Flächengleichheit von Parallelogrammen beziehungsweise Dreiecken; dabei Einführen von „Strahlenbüschel", „Parallelenschar", „gleichliegende Strahlenabschnitte";

zweiter und dritter Teil des Strahlensatzes (Beziehung zwischen Strahlen- und Parallelenabschnitten; Beziehung zwischen Parallelenabschnitten); Beweis; dabei Einführen von „zugehörige Strahlen- und Parallelenabschnitte" sowie „gleichliegende Parallelenabschnitte"; Einführen von „Geradenbüschel"; die Gültigkeit der Strahlensätze für Geradenbüschel.

Umkehrungen des Strahlensatzes (mit Beweis).

Anwenden der Strahlensätze beim Lösen folgender Aufgaben:

Teilen einer Strecke in kongruente Teile;
Teilen einer Strecke im Verhältnis $p : q$ $(p, q \in G)$;
innere und äußere Teilung einer Strecke;
Konstruieren des $\frac{p}{q}$-fachen einer Strecke;
Hinweis auf das Vorgehen bei irrationalem Vervielfachungsfaktor.

Praktische Anwendungen des Strahlensatzes (Meßkeil, Transversalmaßstab, optische Projektion).

2.2. Zentrische Streckung (7 Stunden)

Wiederholen von
- „Bewegung" und der Eigenschaften der Bewegung;
- „Kongruenz" von Figuren und der Kongruenzkriterien für Dreiecke;
- „Maßstab".

Betrachten maßstäblicher Vergrößerungen beziehungsweise Verkleinerungen unter Einbeziehung von krummlinig begrenzten ebenen Figuren und Körpern.

Definieren der Begriffe „zentrische Streckung" für $k > 0$ ($k \in R$) und „Streckungsfaktor k"; Hinweis auf das Vorgehen bei irrationalem Streckungsfaktor;

Einführen von „entsprechend" für Punkte und Figuren, die durch zentrische Streckung aufeinander abgebildet worden sind;

Eigenschaften der zentrischen Streckung:

Das Bild jeder Geraden ist eine Gerade.
Original- und Bildgerade sind einander parallel.
Parallele Originalgeraden haben parallele Bilder.
Jede Bildstrecke ist k-mal so lang wie ihr Original.
Teilverhältnisse bleiben erhalten.
Jeder Bildwinkel ist seinem Original kongruent.
Jedes Dreieck hat als Bild ein Dreieck.
Jedes n-Eck hat als Bild ein n-Eck.
Regelmäßige n-Ecke haben regelmäßige n-Ecke als Bilder.
Jeder Kreis hat als Bild einen Kreis.

Übungen im Zusammensetzen zweier zentrischer Streckungen mit gleichem und mit unterschiedlichem Zentrum.

2.3. Ähnliche Figuren (17 Stunden)

Zusammensetzen einer zentrischen Streckung mit einer Bewegung; Übungen;
Definieren der Begriffe „Ähnlichkeitsabbildung" und „Ähnlichkeitspunkt".
Definieren des Begriffs „ähnlich" beziehungsweise „Ähnlichkeit" (für Figuren); das Zeichen „$\sim$";
Einführen von „gleichsinnig ähnlich" und „ungleichsinnig ähnlich";
Erklären einer Streckung ($k > 0$) mit anschließender Spiegelung am Streckzentrum als eine einzige Streckung mit $k < 0$;
Hinweis für ähnliche Körper;
Kongruenz als Sonderfall der Ähnlichkeit;
Satz über die paarweise Kongruenz entsprechender Winkel und die Gleichheit der Verhältnisse entsprechender Seiten (Strecken) in ähnlichen Figuren (mit Beweis – ausgehend von den Eigenschaften einer Ähnlichkeitsabbildung);
Umkehrung dieses Lehrsatzes (mit Beweis);
Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke;
Bemerkungen zur Ähnlichkeit krummlinig begrenzter Figuren, unter anderem Ähnlichkeit aller Kreise.

Umfang und Flächeninhalt ähnlicher (ebener) Figuren;
Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher Körper.

Lösen von Konstruktionsaufgaben, bei denen zunächst eine zur gesuchten Figur ähnliche konstruiert werden muß.

Praktische Anwendungen der Ähnlichkeitslehre (Storchschnabel, Meßtischverfahren, Entfernungs- und Höhenbestimmung, Erdumfangsbestimmung durch Eratosthenes, geneigte Ebene);
Vermessungsübungen im Freien.

2.4. Die Satzgruppe des Pythagoras (18 Stunden)

Sätze über das rechtwinklige Dreieck (Herleitung unter Verwendung der Ähnlichkeitslehre):

Höhensatz,
Kathetensatz,
Satz des Pythagoras.

Umkehrung dieser Sätze (mit Beweis);
Einführen der Sprechweise „dann und nur dann, wenn" beziehungsweise „genau dann, wenn";
Einführen in die indirekte Beweismethode.

Berechnungen unter Verwendung der Satzgruppe des Pythagoras; das Quadrieren und Quadratwurzelziehen mit Hilfe des Rechenstabs und der Zahlentafel.

Formale und einige geometrisch-konstruktive Anwendungen der Satzgruppe des Pythagoras;
Anwenden des Satzes von Pythagoras in praktischen Sachverhalten.

3. Lineare Funktionen 28 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet hat die Aufgabe, die Schüler mit dem außerordentlich bedeutsamen Begriff „Funktion" vertraut zu machen, sie speziell zur Untersuchung linearer Funktionen zu befähigen sowie ihre Kenntnisse über Gleichungen weiterzuentwickeln.

Als Vorbereitung auf die Behandlung des Funktionsbegriffs sind einleitend zunächst noch einmal die bereits in der Klasse 6 begonnenen und später kontinuierlich fortgesetzten Betrachtungen zum Begriff „Menge" kurz zusammenzufassen. Die Schüler sollen diesen Begriff von dem umgangssprachlichen Gebrauch des Wortes „Menge" sicher abgrenzen und die Begriffe „Element (von)" und „Teilmenge (von)" sowie die entsprechende Symbolik richtig verwenden können.

Bei der Einführung des Funktionsbegriffs ist von solchen Beispielen für eindeutige und nicht eindeutige Abbildungen auszugehen, die sich nur durch eine Wortvorschrift oder eine Wertetabelle kennzeichnen lassen. Erst anschließend sind dann auch Gleichungen als Abbildungsvorschriften zu verwenden. Aufbauend auf dem Begriff „(direkt) proportionale Zahlenfolgen" sind die linearen Funktionen, ihre Eigenschaften und ihre graphische Darstellung (mit Hilfe von zwei geeigneten Punkten) im rechtwinkligen Koordinatensystem zu behandeln.

Dabei müssen die Beziehungen zwischen linearer Funktion und linearer Gleichung klar herausgearbeitet werden.

Als Nullstelle einer Funktion ist jedes Element des Definitionsbereiches zu erklären, das bei dieser Funktion auf das Element 0 des Wertebereichs abgebildet wird (sofern 0 diesem Bereich als Element angehört). Erst anschließend ist der Zusammenhang zwischen Nullstelle und graphischer Darstellung der entsprechenden Funktion zu erörtern.

Mit dem rechnerischen Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen wird das Stoffgebiet „Gleichungen" aus Klasse 7 fortgesetzt.
Treten in linearen Gleichungen mehrere Variablen auf, so sind die Gleichungen nach verschiedenen Variablen (und nicht immer nur nach x) aufzulösen. In den Übungen sind besonders Gleichungen aus dem Fach Physik zu berücksichtigen.

Auch außerhalb dieses Stoffgebiets, besonders in den täglichen Übungen im Mathematikunterricht, sind immer wieder Gleichungen zu lösen. Da auch im Unterricht anderer Fächer – insbesondere in Physik – Gleichungen verwendet werden, ist hier eine sorgfältige Koordinierung erforderlich. Das Umformen und das Lösen linearer Gleichungen sind in Klasse 8 zu Fertigkeiten zu entwickeln.

3.1. Der Funktionsbegriff (3 Stunden)

Wiederholen von „Menge", „Element einer Menge" und „Teilmenge (von)" sowie der entsprechenden Zeichen; die leere Menge ($\emptyset$); endliche und unendliche Mengen.

Abbildung einer Menge auf eine andere beziehungsweise auf sich selbst; Wiederholen von „geordnetes Paar";

Beispiele für eindeutige und für nicht eindeutige Abbildungen;

Definieren des Begriffs „Funktion" als Menge geordneter Paare;

Einführen von „Definitionsbereich", „Wertebereich" und „Funktionswert".

3.2. Lineare Funktionen (10 Stunden)

Wiederholung

> Einander direkt proportionale Zahlenfolgen und ihre Darstellung in Form einer Wertetabelle;
>
> das rechtwinklige Koordinatensystem (I. Quadrant);
>
> die Begriffe „Koordinaten", „Abszisse", „Ordinate", „Abszissenachse" und „Ordinatenachse".

Erweitern der Koordinatenachsen zu Zahlengeraden beziehungsweise des Koordinatensystems auf vier Quadranten; Einführen von „Quadrant";

Übungen im Eintragen von Punkten $P_i\ (x_i;\ y_i)\ (x_i;\ y_i \in R)$ in ein Koordinatensystem und im Ablesen der Koordinaten gegebener Punkte;

Hinweis auf Punkte der Ebene, die sich nicht durch die Angabe eines geordneten Paares *rationaler* Zahlen beschreiben lassen.

Das Koordinatensystem als Hilfsmittel für die graphische Darstellung funktionaler Zusammenhänge.

Funktionen mit einer Gleichung der Form $y = mx$ $(m \in R, m \neq 0)$; Berechnen von geordneten Zahlenpaaren, die einer solchen Gleichung genügen; Deuten von m als Proportionalitätsfaktor;
Übungen im graphischen Darstellen dieser Funktionen; Nachweis, daß sämtliche Punkte der graphischen Darstellung auf ein und derselben (durch den Koordinatenursprung verlaufenden) Geraden liegen;
Hinweis auf die Lückenhaftigkeit der Geraden, sofern sie die graphische Darstellung einer Funktion ist, deren Definitionsbereich nur rationale Zahlen angehören;
Einführen von „Anstieg m"; der Zusammenhang zwischen m und der Lage der Geraden;
die graphische Darstellung der Funktion mit der Gleichung $y = |x|$.

Funktionen mit einer Gleichung der Form $y = mx + n$ $(m, n \in R, m \neq 0)$;
Berechnen von geordneten Zahlenpaaren, die einer solchen Gleichung genügen;
Übung im graphischen Darstellen dieser Funktionen;
Bedeutung des Summanden n für die Lage der Geraden im Koordinatensystem;
Bedingung für die Parallelität von Geraden;
Hinweis auf die graphischen Darstellungen von Funktionen mit der Gleichung $y = 0x + b$ und $y = |x| + b$;
einige Beispiele für näherungsweises Bestimmen der Gleichung einer Funktion aus der graphischen Darstellung.

Einführen von „lineare Funktion" und „lineare Gleichung".

3.3. Nullstellen linearer Funktionen; lineare Gleichungen (4 Stunden)

Wiederholen von „Gleichung", „erfüllen", „Lösung" und „Lösungsmenge".

Beziehungen zwischen linearer Funktion und linearer Gleichung;
Berechnen von Zahlenpaaren, die eine gegebene lineare Gleichung mit zwei Variablen erfüllen;
Berechnen von x und y in $(x; b)$ beziehungsweise $(a; y)$ bei gegebenen a, b und gegebener Gleichung.

Definieren des Begriffs „Nullstelle einer Funktion"; Deuten der Nullstelle als Abszisse des Schnittpunktes zwischen Abszissenachse und graphischer Darstellung der entsprechenden Funktion; die Frage der Existenz eines solchen Schnittpunkts;
Hinweis auf Funktionen, die mehrere Nullstellen (z. B. $y = x^2 - 4$, $y = |x| - 2$) oder keine Nullstelle (z. B. $y = |x| + 3$) besitzen.

3.4. Lösung linearer Gleichungen (11 Stunden)

Wiederholen der Umformungsregeln für Gleichungen und des Begriffs „einander äquivalente Gleichungen".

Lösen
- linearer Gleichungen mit einer Variablen, die Klammern oder Brüche enthalten;

– einiger (nichtlinearer) Gleichungen mit einer Variablen, die auf lineare Gleichungen führen;

dabei stets Angabe des Variablen-Grundbereichs;

Übungen im Auflösen von linearen Gleichungen mit mehreren Variablen nach den einzelnen auftretenden Variablen.

Textgleichungen, einfache mathematische oder sachbezogen eingekleidete lineare Gleichungen.

4. Flächen- und Rauminhaltsberechnung 22 Stunden

Dieses Stoffgebiet setzt den Lehrgang Stereometrie aus den vorherigen Schuljahren mit der Behandlung einiger weiterer einfacher Körper fort und führt ihn zu einem vorläufigen Abschluß. Dabei ist das gesamte bisherige Wissen der Schüler über Flächeninhalts- und Volumenberechnung zusammenzufassen, zu ordnen und zu systematisieren.

Die Formeln für die Berechnung des Volumens von schiefen Prismen, schiefen Kreiszylindern, von Pyramiden und Kugeln sind unter Verwendung des Satzes von Cavalieri herzuleiten. Dabei sind das Arbeiten mit Variablen und Gleichungen sowie die Sätze aus dem Stoffgebiet „Ähnlichkeit" zu festigen. Den Schülern sollte mitgeteilt werden, daß der Satz des Cavalieri mit den ihnen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln noch nicht bewiesen werden kann.

Nur die wichtigsten Grundformeln haben sich die Schüler fest im Gedächtnis einzuprägen. Sie müssen jedoch befähigt werden, die benötigten Formeln aus der Formelsammlung zu entnehmen beziehungsweise in einfachen Fällen selbständig herzuleiten. Alle Formeln sind als Gleichungen mit mehreren Variablen aufzufassen und entsprechend umzuformen.

Von wesentlicher Bedeutung für die Weiterentwicklung der mathematischen Bildung der Schüler sind funktionale Betrachtungen zu den verschiedenen Formeln.

Der Unterricht in der Stereometrie muß auch dazu beitragen, das räumliche Anschauungsvermögen der Schüler zu entwickeln und darf deshalb niemals rein rechnerisch durchgeführt werden. Die zu berechnenden Flächen und Körper sind stets zu skizzieren beziehungsweise zu konstruieren. Dabei sind die Kenntnisse der Schüler aus der Darstellenden Geometrie zu festigen.

Die Fertigkeiten im Umgang mit Tafeln, Tabellen und dem Rechenstab müssen ständig weiterentwickelt werden.

Bei praktischen Berechnungen von Kegeln und Kugeln sind die Formeln zu bevorzugen, in denen der Durchmesser vorkommt.

4.1. Volumenvergleiche (3 Stunden)

Wiederholen von „Prisma" und „Kreiszylinder" und der Volumenberechnung gerader Prismen und gerader Kreiszylinder.

Erläutern des Satzes von Cavalieri;

Berechnen des Volumens schiefer Prismen und schiefer Kreiszylinder.

4.2. Pyramiden (8 Stunden)

Definieren des Begriffs „Pyramide";
Pyramidenformen;
Herleiten der Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Pyramiden;
Übung im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Pyramiden.

4.3. Kreiskegel (6 Stunden)

Der gerade Kreiskegel als Rotationskörper;
Kegelformen;
Herleiten der Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiskegel;
Übung im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiskegel.

4.4. Kugel (5 Stunden)

Die Kugel als Rotationskörper;
Herleiten der Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Kugeln;
Übung im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Kugeln.
Einführen von „Kubikwurzel";
Verwenden des Rechenstabs und der Zahlentafel (ohne Interpolation) zur Berechnung von 3. Potenzen und Kubikwurzeln.

Lehrplan
für Mathematik
Klassen 9 und 10

Der Lehrplan für Mathematik
tritt

für die Klasse 9 am 1. September 1970
für die Klasse 10 am 1. September 1971

für den Unterricht in der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule in Kraft.

Berlin, 30. Juni 1969

Der Minister für Volksbildung
M. Honecker

Der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10

ZIELE UND AUFGABEN

Im Zusammenwirken mit allen anderen — insbesondere den naturwissenschaftlichen — Unterrichtsfächern hat der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10 einen wichtigen Beitrag zur weiteren Bildung und Erziehung allseitig entwickelter sozialistischer Persönlichkeiten zu leisten — Persönlichkeiten, die sowohl die Befähigung als auch den Willen und die Bereitschaft besitzen, die entwickelte sozialistische Gesellschaft in der Deutschen Demokratischen Republik mit aufzubauen und gegen jede imperialistische Bedrohung zu verteidigen.

Der Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 hat das Ziel, die mathematische Grundlagenbildung der Schüler weiter zu vertiefen, um damit sowohl zur Vorbereitung der jungen Menschen auf ihr gesamtes künftiges Leben als sozialistische Staatsbürger der Deutschen Demokratischen Republik, auf ihre berufliche, politische, militärische und kulturelle Tätigkeit, beizutragen als auch die unmittelbaren Voraussetzungen für ein erfolgreiches Absolvieren der anschließenden Bildungsstufen zu schaffen.
Im einzelnen sollen die Schüler das folgende grundlegende W i s s e n u n d K ö n n e n erwerben:
In der *Klasse 9* ist der Bereich der rationalen Zahlen zum Bereich der reellen Zahlen zu erweitern. Die Schüler müssen lernen, mit reellen Zahlen unter Verwendung rationaler Näherungswerte sicher zu rechnen.
Die Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit Variablen beziehungsweise im Umformen von Termen über verschiedenen Grundbereichen sind weiter zu vertiefen, wodurch wichtige Voraussetzungen sowohl für anschließende mathematische Stoffgebiete (z. B. Gleichungen) als auch für einige andere Fächer geschaffen werden.
Aufbauend auf den grundlegenden Begriffen „Menge" und „Abbildung" ist das Verständnis der Schüler für den Funktionsbegriff durch die Behandlung der Potenzfunktionen (mit natürlichen, ganzen und rationalen Exponenten), der quadratischen Funktionen, der Exponential- und der Logarithmusfunktionen (einschließlich deren Eigenschaften und graphischen Darstellungen) zu erhöhen. Die Schüler müssen lernen, ihr Wissen über die genannten Funktionen bei der Lösung von Aufgaben aus der Mathematik, der Physik und aus anderen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis anzuwenden.
Das Rechnen mit Potenzen ist nur so weit zur Fertigkeit zu entwickeln, wie dies die Zielsetzungen des weiteren Mathematikunterrichts und der Praxis sowie die Erfordernisse der anderen Fächer notwendig machen.

Logarithmische Rechnungen sind nicht durchzuführen, sondern die Kenntnisse der Schüler über die Logarithmusfunktion sind lediglich zu nutzen, um das Arbeiten mit dem Rechenstab — der schon in Klasse 7 eingeführt wurde — mathematisch zu begründen und die entsprechenden Fertigkeiten weiter zu festigen.
Nachdem die Schüler schon in den Klassen 6 bis 8 Umformungs- und Lösungsverfahren für lineare Gleichungen kennengelernt haben, sind sie nun in Klasse 9 systematisch mit derartigen Verfahren für lineare Gleichungssysteme, für Ungleichungen und quadratische Gleichungen vertraut zu machen, wodurch gleichzeitig die Befähigung der Schüler zu kalkülmäßig-algorithmischem Arbeiten erhöht werden soll. In diesem Zusammenhang sind die mengentheoretischen Kenntnisse der Schüler zu nutzen und durch die Behandlung des Durchschnitts zweier Mengen zu erweitern. Die Schüler müssen außerdem lernen, neben den genannten Gleichungstypen auch einfachste Exponentialgleichungen durch inhaltliche Überlegungen zu lösen. Bei der Behandlung von Gleichungen ist immer wieder der Zusammenhang mit den entsprechenden Funktionen herzustellen, um eine inhaltliche Anreicherung dieser Stoffgebiete zu erzielen und das Verständnis der Schüler für den Gesamtzusammenhang zu erhöhen. Die Schüler sind zu befähigen, ihr Wissen und Können aus der Gleichungslehre beim Lösen formaler Aufgaben sicher anzuwenden sowie beim Bearbeiten praktischer Probleme mehr und mehr selbständig zu nutzen.
In der *Klasse 10* sind die Kenntnisse der Schüler über Funktionen durch die systematische Behandlung von Winkelfunktionen abermals zu erweitern und zu vertiefen, wobei das Schwergewicht auf der Erörterung der Sinusfunktion liegen muß. Auf diese Weise werden gleichzeitig wesentliche Voraussetzungen für die quantitative Behandlung der Schwingungserscheinungen im Physikunterricht geschaffen. Durch die Verwendung der Winkelfunktionen bei der Berechnung von Dreiecken und der Lösung darauf aufbauender Probleme aus Stereometrie und Technik ist ein weiteres wichtiges Anwendungsgebiet dieser Funktionsklasse zu erschließen. Gleichzeitig muß dieses Gebiet der Wiederholung von Sätzen aus der Planimetrie sowie der Erhöhung der Fähigkeiten und Fertigkeiten der Schüler im Herleiten und Beweisen dienen.
Große Aufmerksamkeit im Hinblick auf die Systematisierung und Festigung des in den vergangenen Schuljahren erworbenen Wissens und Könnens ist dem letzten Stoffgebiet der Klasse 10 zu widmen. Nach einer Wiederholung des im Teil „Inhalt des Unterrichts" näher ausgewiesenen Wissens und Könnens aus der darstellenden Geometrie sind hier die Schüler mit der Darstellung der angegebenen Körperstümpfe und krummflächig begrenzten Körper vertraut zu machen. Dabei muß das räumliche Vorstellungsvermögen sowie das technisch-konstruktive Denken durch das Darstellen von Körpern beziehungsweise durch das Lesen von Zeichnungen weiter geschult werden.
Im engen Zusammenhang mit der Körperdarstellung sind Körperberechnungen durchzuführen. Die Übungen im Aufsuchen bereits bekannter Formeln zur Stereometrie in der Formelsammlung sowie deren Umformung und Anwendung sind dabei auch auf Pyramiden- und Kreiskegelstümpfe auszudehnen.

Eine wichtige Aufgabe des Mathematikunterrichts besteht darin, den Schülern Beziehungen zwischen verschiedenen mathematischen Begriffen und Aussagen bewußtzumachen und ihr Verständnis für typische Denkweisen von fachübergreifender Bedeutung zu vergrößern. Zu diesem Zwecke werden die in den Lehrplänen für die Klassen 6 bis 8 genannten Leitlinien wie folgt weitergeführt:

1. Nach der Einführung des *Mengenbegriffs* zu Beginn von Klasse 6 und seiner konsequenten Verwendung in den beiden folgenden Klassenstufen ist dieser fundamentale mathematische Begriff auch in den Klassen 9 und 10 bei allen geeigneten Gelegenheiten zu benutzen. Auch in diesen Klassen müssen die Schüler in verschiedenen Gegenstandsbereichen Mengen bilden, Element- und Teilmengenbeziehungen auffinden sowie außerdem Durchschnitte von Mengen ermitteln. Durch die mengentheoretische Behandlungsweise von Gleichungen, Ungleichungen und Funktionen sollen sie ihr Verständnis für diese Begriffe weiter vertiefen.
   Die Verfahrensweisen der Mengenlehre finden auch in allen naturwissenschaftlichen und technischen Disziplinen immanente Anwendung. Dadurch wird nicht nur das Unterscheidende zwischen den einzelnen Objekten, Strukturen und Prozessen sichtbar, sondern die wesentlichen gemeinsamen Merkmale der unterschiedlichen Erscheinungen werden zum Systemaspekt der mathematisch-naturwissenschaftlichen und technischen Bildung.
2. *Variable* sind den Schülern schon seit Klasse 1 bekannt, und sie haben damit in allen folgenden Klassen gearbeitet.
   In der Klasse 8 wurde das bisherige Wissen und Können der Schüler zusammengefaßt, und einfache Umformungen von Termen mit Variablen wurden erstmals als selbständiger Unterrichtsgegenstand behandelt; in Klasse 9 ist dann das Umformen von Termen — in erster Linie von solchen, die in Mathematik, Naturwissenschaften und Technik (bzw. den entsprechenden Unterrichtsfächern) benötigt werden — zur sicheren Fertigkeit zu entwickeln. Die Schüler müssen begreifen, daß die Verwendung von Variablen nur dann sinnvoll ist, wenn für jede Variable ein dazugehöriger Grundbereich angegeben wird. Obgleich als Variablen-Grundbereich vorwiegend die Menge der reellen Zahlen auftritt, so sind doch auch hin und wieder Aufgaben zu lösen, in denen andere Grundbereiche — einschließlich Größenbereiche — Verwendung finden.
   In der Klasse 10 sind die bisher erworbenen Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen beim Formulieren verschiedener mathematischer, naturwissenschaftlicher und technischer Zusammenhänge, beim Lösen von Beweis- und Anwendungsaufgaben, beim Umformen von Gleichungen u. ä. zu nutzen (insbesondere in den Stoffabschnitten 1.4. und 2.2.). Dabei sollen die Schüler erkennen, daß allgemeine mathematische Beziehungen mittels Variablen nicht nur kürzer beschrieben werden können, sondern dadurch erst ihre Struktur deutlich sichtbar wird.
   Außerdem muß den Schülern in Zusammenarbeit mit dem naturwissenschaftlichen Unterricht an Beispielen die Bedeutung der mathematischen Terminologie und Symbolik für die Formulierung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse verdeutlicht werden. Die Schüler sind zu be-

fähigen, in Textform gegebene mathematische Sachverhalte unter Verwendung von Variablen ausdrücken, die Struktur von Termen (ihren prinzipiellen Aufbau) erkennen und in Worten beschreiben zu können. Dabei ist den Schülern an geeigneten Beispielen immer wieder deutlich zu machen, welchen universellen Charakter die Mathematik besitzt, welche Vielfalt von Einzelzusammenhängen etwa durch eine einzige mathematische Gleichung erfaßt wird.

3. Nachdem im Mathematikunterricht bis zur Klasse 8 bereits die Bereiche der natürlichen, der gebrochenen und der rationalen Zahlen behandelt wurden, erfolgt in Klasse 9 die Erweiterung des Bereichs der rationalen Zahlen zum Bereich der reellen Zahlen. Durch diese abermalige *Zahlenbereichserweiterung* werden wesentliche Voraussetzungen für die Behandlung einiger folgender Stoffteile (z. B. Funktionen) geschaffen. Die Motivation für die Zahlenbereichserweiterung wird dabei wiederum aus der Erkenntnis gewonnen, daß mit den bereits bekannten Zahlen gewisse Probleme nicht erfaßt beziehungsweise gewisse Aufgaben nicht gelöst werden können, da in dem betreffenden Bereich bestimmte Rechenoperationen nicht uneingeschränkt ausführbar sind. Die Schüler werden dadurch zu der Einsicht geführt, daß die Zahlenbereichserweiterungen keinesfalls allein aus innermathematischen Gründen erfolgen, sondern erforderlich sind, um Hilfsmittel für das Lösen ganz bestimmter Aufgaben, die die Praxis stellt, bereitzustellen. Durch die Betrachtung von Gleichungen der Form $x^2 + a = 0$ $(a > 0)$ sollen die Schüler darauf hingewiesen werden, daß auch im Bereich der reellen Zahlen noch nicht alle Aufgaben lösbar sind.

4. Bereits von Klasse 1 an lösten die Schüler einfache *Gleichungen und Ungleichungen* durch inhaltliche Überlegungen. In den Klassen 6 bis 8 wurden sie dann mit Verfahren zur systematischen Lösung von linearen Gleichungen unter Verwendung von Umformungsregeln vertraut gemacht. Diese Linie ist in der Klasse 9 in zweierlei Hinsicht weiterzuführen. Einmal sind Kalküle für das Lösen von linearen Ungleichungen, linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen sowie von quadratischen Gleichungen zu erarbeiten. Zum anderen werden aber wiederum bestimmte Gleichungstypen durch inhaltliche Überlegungen gelöst — wie etwa einfachste Exponentialgleichungen. Durch gelegentliche Vorgabe verschiedener Variablengrundbereiche soll dabei den Schülern bewußt bleiben, daß die Frage nach der Existenz von Lösungen einer Gleichung niemals absolut, sondern stets nur bezüglich eines bestimmten Grundbereichs beantwortet werden kann.
   In der Klasse 10 sind die Fertigkeiten der Schüler im kalkülmäßig-algorithmischen Lösen von bereits bekannten Aufgabentypen zu festigen und daneben einfachste goniometrische Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen zu lösen.
   Der Gleichungskalkül wurde von den Schülern bislang außerdem beim Umformen von Größengleichungen nach einer bestimmten Variablen verwendet. Derartige Aufgaben treten nun auch in fast allen Stoffgebieten der Klassen 9 und 10 auf, was zu einer weiteren Erhöhung der Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit Gleichungen beiträgt. Gleichzeitig soll dadurch ein wichtiges Hilfsmittel für die Mehrzahl der natur-

wissenschaftlichen Fächer (insbesondere für Physik) in einer besseren Qualität bereitgestellt werden.

5. Die Begriffe „Abbildung“ und „Menge“ bilden die Grundlage für die Behandlung des wichtigen mathematischen Begriffs *„Funktion“*, mit dem die Schüler bis zur Klasse 8 in wissenschaftlich einwandfreier Form vertraut gemacht wurden. In der Klasse 9 erfolgt nun eine starke Ausweitung der Behandlung von Funktionen, wobei sich jetzt die Leitlinie „Abbildung“ praktisch auf die Leitlinie „Funktion“ reduziert, da nahezu ausschließlich eindeutige Abbildungen betrachtet werden.
Durch die Behandlung von speziellen ganzrationalen, gebrochenrationalen sowie einigen nichtrationalen Funktionen (deren Eigenschaften und Bilder) wird das Verständnis der Schüler für den Funktionsbegriff vertieft. Dadurch erwerben sie wichtige mathematische Grundlagen für das Erkennen und Beschreiben von Vorgängen und Gesetzmäßigkeiten in Natur, Technik und Gesellschaft, und sie werden insbesondere in die Lage versetzt, elementare Probleme der Physik und deren Anwendung in der Technik mit mathematischen Mitteln zu lösen. Durch die fusionistische Behandlungsweise, durch das Herausarbeiten von gemeinsamen und unterschiedlichen Merkmalen sowie durch die Einteilung der Funktionen in Klassen wird den Schülern außerdem gezeigt, wie man viele Einzelfakten in ein System einordnet.
Mit der Behandlung trigonometrischer Funktionen in Klasse 10 erfährt diese Leitlinie ihre Fortsetzung. Dadurch wird nicht allein die mathematische Bildung der Schüler wesentlich erhöht, sondern gleichzeitig die Grundlage für das Verständnis des Stoffgebiets „Schwingungen“ im Physikunterricht geschaffen.

Der im Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 zu behandelnde Stoff bietet vielfältige Möglichkeiten, die mathematischen F ä h i g k e i t e n der Schüler planmäßig weiterzuentwickeln. Diese spezifischen Potenzen des wissenschaftlichen Gegenstandes sind optimal zu nutzen, da im mathematischen Bereich erworbene Fähigkeiten auch für die allgemeine geistige Entwicklung sozialistischer Persönlichkeiten große Bedeutung besitzen. Der Mathematikunterricht soll wesentlich dazu beitragen, das Verständnis der Schüler für die Gesetzmäßigkeiten in Natur und Gesellschaft zu erhöhen und ihnen die für jeden Bürger unseres Staates erforderliche geistige Disponibilität zu verleihen. Diese Persönlichkeitseigenschaft ist als bedeutungsvolle Komponente der Fähigkeit zu betrachten, in unserem Staat effektiv mitarbeiten, mitplanen und mitregieren zu können.
In der Klasse 6 wurde den Schülern an Beispielen erstmalig verdeutlicht, was eine *Definition* ist und worin sich eine Definition von einer Aussage (insbesondere einem Lehrsatz) unterscheidet. Die Aufnahme einer größeren Anzahl von Definitionen in den Stoff der Klassen 6, 7 und 8 schuf die Voraussetzungen dafür, an der Vertiefung des Verständnisses der Schüler für diesen grundlegenden Begriff weiterzuarbeiten. Auch im Verlaufe der beiden Abschlußklassen sind alle sich bietenden Möglichkeiten zu nutzen, um die Schüler tiefer in das Wesen einer Definition eindringen zu lassen (siehe z. B.: Definition des Begriffs „reelle Zahl“, Definitionen im Zusammenhang mit der Erweiterung des Potenzbegriffs, Definition des Logarithmus, Definitionen der trigonometrischen Funktionen). Die Schüler müssen

erkennen, daß Definitionen in jeder Wissenschaft eine notwendige Bedingung für erfolgreiche Arbeit mit einem beliebigen Begriff sind, daß insbesondere erst die klare, unmißverständliche Festlegung des Begriffsinhalts und -umfangs in Form einer Definition es erlaubt, den betreffenden Begriff zur Argumentation und Beweisführung sinnvoll zu verwenden. Die Schüler sollen verstehen, daß eine Definition erst auf der Grundlage eines bestimmten Wissens formuliert werden kann und daß mit Wachsen der Erkenntnisse unter Umständen ein Wandel des Umfangs beziehungsweise Inhalts des betreffenden Begriffs eintritt, was eine Veränderung der ursprünglichen Definition beziehungsweise sogar die Formulierung einer neuen Definition nach sich zieht. (Auf das Problem der Grundbegriffe sollte hingewiesen werden.)

Die Schüler müssen bis zum Abschluß der Klasse 10 die Fähigkeit erlangt haben, die im Stoffteil genannten Definitionen inhaltlich zu erfassen, mit eigenen Worten wiederzugeben und in entsprechenden Zusammenhängen (insbesondere beim Beweisen) anzuwenden sowie sehr einfache Definitionen (z. B. Definitionen elementarer geometrischer Körper im Zusammenhang mit Wiederholungen) ausgehend von einem reichhaltigen Beispielmaterial selbständig zu formulieren.

Von großer Bedeutung für die Allgemeinbildung der Schüler ist ebenfalls die Fähigkeit, *Beweise* verstehen, wiedergeben und schließlich selbständig führen zu können. An der Ausbildung dieser Fähigkeit, die für die Entwicklung eines schöpferischen und folgerichtigen Denkens, einer klaren und übersichtlichen Darstellungsweise von hohem Wert ist, muß deshalb auch im gesamten Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 ständig und systematisch gearbeitet werden.

Die Schüler sollen bis zur Klasse 9 erkannt haben, daß man jeden mathematischen Lehrsatz durch einen Beweis auf Definitionen oder andere Sätze zurückzuführen vermag, daß also ein Satz nicht isoliert steht, sondern stets in seinem logischen Zusammenhang mit anderen Sätzen beziehungsweise mit Definitionen zu sehen ist. Dabei ist in enger Zusammenarbeit mit den naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächern der Unterschied zwischen dem Beweis eines mathematischen Satzes und dem Nachweis der Existenz eines zunächst nur vermuteten Naturgesetzes herauszuarbeiten.

In den Klassen 9 und 10 ist das Beweisverständnis so zu entwickeln, daß die Schüler auch schwierigere Beweise inhaltlich erfassen und wiedergeben, vor allem aber einfache Beweise selbständig führen können. Unabhängig davon, ob der Lehrplan die Behandlung des Beweises zu einem bestimmten Lehrsatz vorsieht oder nicht, müssen die Schüler in jedem Fall auf die Notwendigkeit des Beweises für einen mathematischen Satz hingewiesen werden.

Wie bereits in den Klassen 6 bis 8 ist dabei auch in den Klassen 9 und 10 immer wieder zu verdeutlichen, daß der Beweis für einen Satz nicht durch die Untersuchung einiger Beispiele erbracht werden kann — daß allerdings ein Gegenbeispiel ausreicht, um eine Universalaussage als falsch nachzuweisen. Dabei muß in allen geeigneten Zusammenhängen auf die Notwendigkeit vollständiger Fallunterscheidungen hingewiesen werden. Die Schüler sind zu befähigen, derartige Operationen in einfachen Fällen selbständig vorzunehmen.

Eine wichtige Aufgabe des Mathematikunterrichts besteht in der Entwicklung der sprachlichen Bildung der Schüler.
Die Schüler sind zu befähigen, die *mathematische Terminologie und Symbolik* sowie gewisse fachspezifische und logische Redeweisen in dem im Lehrplan näher gekennzeichneten Umfang zu verstehen und zur Beschreibung mathematischer sowie — in Zusammenarbeit mit den entsprechenden Unterrichtsfächern — naturwissenschaftlicher und technischer Sachverhalte anzuwenden, um dadurch zu einer knappen, aber präzisen Ausdrucksweise zu kommen.
Indem von den Schülern immer wieder eine solche exakte Ausdrucksweise gefordert wird, werden sie veranlaßt, gründlicher über den jeweiligen Sachverhalt nachzudenken, wodurch sie zu einem höheren Niveau seiner gedanklichen Beherrschung vordringen.
Die Schüler müssen erkennen, daß sich in der Exaktheit der mathematischen Ausdrucksweise, in der Schärfe und Eindeutigkeit der Formulierungen, in der Lückenlosigkeit und Strenge ihres Aufbaus die Denkweise der Wissenschaft Mathematik widerspiegelt. Der Gebrauch bestimmter „normierter" sprachlicher Wendungen, das Streben nach einer klaren, jede Vagheit ausschließenden Ausdrucksweise darf allerdings nicht zu einer sprachlichen Uniformierung des Mathematikunterrichts führen. Die Schüler sind immer wieder anzuhalten, mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten zu beschreiben und Lehrsätze, Definitionen u. ä. umzuformulieren. Wenngleich das Erkennen des mathematischen Sachverhalts einer in Textform gegebenen Aufgabe und dessen Formulierung — oft mittels Variablen — von großer Wichtigkeit ist, so muß man dem „Übersetzen" mit Hilfe von Symbolen gegebener Aussagen in die natürliche Sprache nicht minder große Bedeutung für die allgemeine geistige Entwicklung der Schüler beimessen.
Auf den richtigen Gebrauch der mathematischen Symbolik durch die Schüler ist genau zu achten. Es kommt darauf an, den Schülern zu zeigen, wie die mathematische „Zeichensprache" nicht allein eine knappe, übersichtliche, eindeutige und international verständliche Darstellung von Aussagen, Definitionen usw. gestattet, sondern gleichzeitig auch ermöglicht, die Struktur komplizierter Sachverhalte leichter zu erkennen und die Denkarbeit zu verringern.
Das gilt um so mehr, als die Fähigkeit, Informationen — speziell in Form von Zeichen — aufzunehmen und umzusetzen, im Rahmen der wissenschaftlich-technischen Revolution ständig an Bedeutung gewinnt und hinsichtlich einer wachsenden Anzahl von Berufen — zum Beispiel im Bereich der elektronischen Datenverarbeitung — geradezu zur Voraussetzung erfolgreicher Tätigkeit wird. Durch das Betrachten von Beispielen auch aus anderen — wie etwa physikalischen, chemischen, geographischen oder technischen — Zeichensprachen ist dabei ein Beitrag zur Entwicklung bestimmter wissenschaftsmethodologischer Einsichten zu leisten.
Die Vermittlung einfacher *Techniken der geistigen und praktischen Tätigkeit*, des Umgangs mit entsprechenden *Hilfsmitteln* an die Schüler ist von großer Bedeutung für die Entwicklung der Fähigkeit, Informationen rationell aufnehmen, verarbeiten, darstellen, speichern und anwenden zu können. Die Schüler sollen lernen, weniger produktive geistige Tätigkeiten

durch den Gebrauch von Hilfsmitteln einzuschränken und sich auf ökonomische Art und Weise Wissen und Können anzueignen.
Im Verlaufe der Klasse 9 sind den Schülern zu diesem Zweck einige wichtige Denk- und Handlungsalgorithmen zu vermitteln beziehungsweise schon früher behandelte bewußtzumachen, von denen sie dann im folgenden bei allen geeigneten Gelegenheiten zielgerichtet Gebrauch machen sollen.

Beispiele: Das Umformen von Termen;
Das Lösen von Gleichungssystemen;
das Verwenden des Rechenstabs;
das Arbeiten mit der Formelsammlung;
das Lösen von Textaufgaben;
das Anwenden des Prinzips der Rückführung eines unbekannten Problems auf ein bereits gelöstes Problem.

Die Niveausteigerung in Klasse 10 muß dann darin bestehen, daß die Schüler lernen, das für die Lösung einer Aufgabe günstigste Verfahren auszuwählen, die zweckmäßigste Darstellungsform zu finden oder bestimmte Denkweisen mehr und mehr bewußt anzuwenden.
Außerdem muß der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10 das Können der Schüler weiter erhöhen, mit Rechen- und Zeichenhilfsmitteln — wie Rechenstab, Zahlentafeln, Kurvenlinealen, Schablonen, Millimeterpapier — schnell und sicher umzugehen, das Lehrbuch für den selbständigen Wissenserwerb anzuwenden, Nachschlagewerke (Formelsammlungen und andere Wissensspeicher) richtig und rationell zu gebrauchen sowie Diagramme, Tabellen usw. anzufertigen und zu lesen.
Untrennbar verbunden mit der Vermittlung des Bildungsgutes hat der Mathematikunterricht die E r z i e h u n g der Schüler zu sozialistischen Staatsbürgern der Deutschen Demokratischen Republik weiterzuführen.
Der Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 muß zur Entwicklung solch sozialistischer Persönlichkeiten beitragen, die sich nicht nur durch hohes Wissen und Können, sondern insbesondere durch einen festen Klassenstandpunkt, durch gesellschaftliche Aktivität, eine wissenschaftliche Weltanschauung und hohe moralische Qualitäten auszeichnen.
Dem Mathematikunterricht obliegt hierbei die wichtige Aufgabe, den Schülern die Bedeutung der Mathematik für jeden gebildeten Bürger unseres Staates verständlich und überzeugend darzulegen, dadurch das Interesse der Schüler an dieser Wissenschaft zu verstärken und ihre positive Lernhaltung weiter zu festigen. Jeder Schüler muß zu der Überzeugung gelangen, daß er solide mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten benötigt, um seine künftige beruflich-gesellschaftliche Tätigkeit erfolgreich ausüben und die sich für ihn ganz persönlich aus der wissenschaftlich-technischen Revolution und den Veränderungen im Militärwesen ergebenden Aufgaben lösen zu können.
In jedem Stoffgebiet sollte daher in geeigneter Weise auf die Anwendung des betreffenden mathematischen Stoffs in den folgenden Stoffgebieten, in Stoffgebieten anderer Fächer beziehungsweise in der gesellschaftlichen Praxis hingewiesen werden.
Durch die Behandlung von vielfältigen Sach- und Anwendungsaufgaben

sind die Schüler zu der Einsicht zu führen, daß der Sinn mathematischer Forschung nicht allein in der Erweiterung des Wissens liegt, sondern vor allem in der Anwendung des Erkannten für die ständige Verbesserung der Lebensbedingungen der Menschen zu sehen ist. (Ansatzpunkte hierfür ergeben sich in fast allen Stoffgebieten.)
Dabei muß der Lehrer den Zusammenhang zwischen mathematisch-naturwissenschaftlichen Erkenntnissen und ihrer technisch-ökonomischen Verwertung einerseits sowie den herrschenden gesellschaftlichen Verhältnissen andererseits hervorheben, um die Schüler zu der Einsicht zu führen, daß die Art der Nutzung wissenschaftlicher Kenntnisse und insbesondere ihrer Anwendung in der Technik vom Charakter der Gesellschaftsordnung abhängig ist.
Einführungsbeispiele und Anwendungsaufgaben müssen weiterhin genutzt werden, um das Verständnis der Schüler für Probleme der sozialistischen Entwicklung zu erhöhen, um bei ihnen sowohl Stolz auf das Erreichte zu erzielen als auch die noch zu lösenden Aufgaben zu verdeutlichen. Dabei ist vor allem Zahlenmaterial aus dem unmittelbaren Erfahrungsbereich der Schüler (Patenbetrieb, Gemeinde, Stadt usw.) zu verwenden.
Ansatzpunkte ergeben sich zum Beispiel bei Berechnungen mit dem Rechenstab im Stoffabschnitt 5.2. der Klasse 9 sowie in den Abschnitten 1.4. und 2. der Klasse 10 oder bei der Lösung verschiedenster Aufgaben im Zusammenhang mit der Prüfungsvorbereitung.
Durch die (vereinfachte) Erörterung von Beispielen für die wachsende Bedeutung der Mathematik auf den verschiedensten Gebieten des gesellschaftlichen Lebens (Industrie, Landwirtschaft, Verkehrswesen, Landesverteidigung u. a.) sollen die Schüler verstehen lernen, daß auch die Forschungsergebnisse derjenigen Wissenschaftler unseres Staates, die auf mathematischem Gebiet tätig sind, letztlich zur weiteren Stärkung und Festigung der Deutschen Demokratischen Republik, zur Erhöhung ihres Ansehens und ihrer internationalen Wertschätzung beitragen. Die Schüler sollen angeregt werden, entsprechende Pressemeldungen zu verfolgen.
Beispiele für die Anwendung der Mathematik im Militärwesen sind zu nutzen, um die Schüler zu der Einsicht zu führen, daß mathematisch-naturwissenschaftliche Erkenntnisse in der Hand eines sozialistischen Staates der Sicherung des Friedens dienen, daß die gleichen Erkenntnisse aber von den Regierungen imperialistischer Staaten zu aggressiven Zwekken mißbraucht werden. Daraus ist die Schlußfolgerung abzuleiten, daß der Erwerb eines hohen mathematischen Wissens und Könnens auch im Hinblick auf die Erhöhung der Verteidigungsbereitschaft gegenüber imperialistischen Bedrohungen eine moralische Pflicht eines jeden jungen Menschen unseres Staates ist. Die Schüler müssen zu der Überzeugung gelangen, daß der humanistische Auftrag eines Wissenschaftlers — wie der eines jeden Werktätigen — nur in der sozialistischen Gesellschaft seine volle Verwirklichung finden kann. An aktuellen Beispielen ist den Schülern zu zeigen, wie auch bedeutende Persönlichkeiten aus nichtsozialistischen Ländern sich der aus dieser Erkenntnis erwachsenden Verantwortung bewußt werden und mit Stimme und Tat für die Sache des Friedens und des Fortschritts eintreten. Vor allem muß aber der Mathematiklehrer durch seine eigene politische Haltung, durch ein klares Bekenntnis zu der

sozialistischen Deutschen Demokratischen Republik ein Vorbild für seine Schüler sein.
Zur Formung des wissenschaftlichen Weltbildes der Schüler hat der Mathematikunterricht der Abschlußklassen dadurch beizutragen, daß er sie erkennen läßt, wie auch die mathematischen Begriffe, die mathematischen Denk- und Arbeitsweisen u. ä. letztlich ihren Ursprung in den Gegebenheiten und Bedürfnissen der Praxis haben. Die Schüler müssen mehr und mehr zu der Einsicht geführt werden, daß mathematische Untersuchungen genauso wie Forschungen auf naturwissenschaftlichem oder technischem Gebiet das Ziel haben, bestimmte praktische Probleme zu lösen oder zumindest mathematische Hilfsmittel für die Bewältigung künftiger Aufgaben zur Verfügung zu stellen. Unter diesem Aspekt sind auch historische Bemerkungen an geeigneter Stelle in den Unterricht einzufügen. Die Tatsache, daß mit ein und demselben mathematischen Ausdruck die verschiedensten Sachverhalte der objektiven Realität bezüglich bestimmter Eigenschaften beschrieben werden können, ist zu nutzen, um das Verständnis der Schüler für die Existenz gleichartiger Strukturen in mannigfaltigen Gegenstandsbereichen zu erhöhen. Anhand von Beispielen aus den verschiedensten Bereichen des gesellschaftlichen Lebens — wie Naturwissenschaft, Technik und Landesverteidigung — muß den Schülern weiterhin der große Wert der mathematischen Begriffe und Denkweisen, der mathematischen Terminologie und Symbolik für die exakte Fassung und die Lösung von Problemen aus diesen Gebieten gezeigt werden. Auf diese Weise soll den Schülern deutlich werden, welche Bedeutung die Mathematik für das Erkennen und Verändern der Welt durch den Menschen besitzt.
Im Zusammenwirken mit allen anderen Unterrichtsfächern hat der Mathematikunterricht der Abschlußklassen zur weiteren Ausbildung solcher moralischen Qualitäten der Schüler beizutragen, die einen sozialistischen Staatsbürger auszeichnen.
Anhand des nun bereits recht anspruchsvollen mathematischen Stoffes sowie durch Verwenden von Erkenntnissen aus anderen Fächern, wie Physik, Chemie und polytechnischer Unterricht, sind die Einsicht in die Notwendigkeit einer sorgfältigen, gewissenhaften Arbeitsweise sowie Zielstrebigkeit, Willensstärke und Beharrlichkeit zu entwickeln.
Den Schülern muß deutlich werden, daß saubere Heftführung, übersichtliche Anordnung der Rechnungen oder Genauigkeit beim Schreiben der mathematischen Symbole nicht allein aus Gründen der Ästhetik wünschenswert, sondern mit zunehmender Kompliziertheit der Aufgaben geradezu eine Voraussetzung für deren Lösung sind.
Auf der Grundlage ihres erhöhten Verständnisses für technisch-wissenschaftliche Fragen und im Zusammenhang mit dem Problem der Berufswahl sollte den Schülern auch gezeigt werden, welche Konsequenzen Sorglosigkeit, mangelnde Genauigkeit u. ä. in der Praxis haben können.
Durch das Vertrautmachen der Schüler mit bestimmten Kontrollmethoden (z. B. Proben bei Gleichungen, Überschlagsrechnungen, Anwenden mehrerer Lösungsverfahren) hat der Mathematikunterricht zur Entwicklung einer kritischen Denkhaltung beizutragen. Es muß für die Schüler zur Selbstverständlichkeit werden, sowohl ihre eigenen Arbeitsergebnisse

ständig zu kontrollieren als auch gegenteilige Ansichten anderer gewissenhaft und vorurteilsfrei zu prüfen. An geeigneten Beispielen ist insbesondere zu demonstrieren, zu welchen Fehlentscheidungen voreilige Verallgemeinerungen oder unbedachte Analogieschlüsse führen können.
Indem der Lehrer an geeigneten Stellen des Unterrichts Ausblicke auf während der Oberschulzeit nicht zu behandelnde Gebiete der Mathematik (wie z. B. Ungleichungssysteme, Grundlagen der Elektronischen Datenverarbeitung usw.) gibt und auf deren Bedeutung für die Praxis hinweist, muß den Schülern sowohl die Grenze ihres bisher erworbenen Wissens aufgezeigt als auch die Notwendigkeit ständiger Weiterbildung deutlich gemacht werden.
Der Mathematikunterricht der Klasse 10 hat nicht allein durch die Verwirklichung der vorstehend genannten fachübergreifenden Zielstellungen gemeinsam mit allen anderen Fächern zur Realisierung der allgemeinen Bildungs- und Erziehungsziele beizutragen, sondern muß auch ganz spezielle Voraussetzungen für die erfolgreiche Behandlung bestimmter Stoffgebiete besonders im Fach Physik und im polytechnischen Unterricht schaffen. Andererseits sind im Mathematikunterricht die durch die genannten Fächer bereitgestellten Vorleistungen zu nutzen. Die Ausführungen zur Koordinierung im Teil „Inhalt des Unterrichts“ müssen deshalb bei der Unterrichtsgestaltung genau beachtet werden.

HINWEISE ZUR METHODISCHEN UND ORGANISATORISCHEN GESTALTUNG DES UNTERRICHTS

Der vorliegende Lehrplan baut unmittelbar auf dem nach dem „Lehrplan für den Mathematikunterricht der Klassen 6 bis 8 der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule“ bis zum Ende der Klasse 8 vermittelten mathematischen Wissen und Können auf und stellt die konsequente Weiterführung des dort ausgewiesenen Weges dar.
Entsprechend der Spezifik der Klassen 9 und 10 als Abschlußklassen unserer zehnklassigen polytechnischen Oberschule ermöglicht und fordert der Lehrplan, den Unterricht in diesen beiden Klassen so zu gestalten, daß alle Schüler eine feste und anwendbare mathematische Grundlagenbildung erwerben. Dazu ist es notwendig, daß ihr in den Vorjahren erworbenes Wissen und Können immer wieder aufgegriffen, verarbeitet, systematisiert, angewendet und mit dem neuen Wissen und Können zu einem einheitlichen Ganzen verschmolzen wird. Bei der Gestaltung des Unterrichts sind die den Mathematiklehrgang durchziehenden Leitlinien zu beachten und durch vertiefende Übungen, durch Wiederholungen, Zusammenfassungen, Systematisierungen, Analogiebetrachtungen u. a. den Schülern auch bewußtzumachen. Hierzu sollten geeignete Ansatzpunkte in beiden Schuljahren, besonders aber auch die im Plan der Klasse 10 ausgewiesenen Stunden für die Festigung und die Vorbereitung auf die schriftliche und mündliche Prüfung genutzt werden.
Neben einer genügenden Anzahl Übungsstunden sind jeweils während des gesamten Schuljahres auch planmäßig Wiederholungs- und Systematisierungsstunden durchzuführen sowie die vielfältigen Möglichkeiten der immanenten Wiederholung und der täglichen Übung voll zu nutzen. An besonders wichtigen Punkten des Lehrgangs ist im Teil „Inhalt des Unterrichts“ des vorliegenden Plans der Inhalt notwendiger Wiederholungen (z. T. unter Angabe der hierzu vorgesehenen Unterrichtszeit) explizite ausgewiesen. Damit sollen dem Lehrer aber keinesfalls Beschränkungen hinsichtlich methodischer Gestaltung und Zeitpunkt der Durchführung von Wiederholungen auferlegt werden.
Durch eine lebendige, abwechslungsreiche Gestaltung des Unterrichts unter zweckmäßiger Einbeziehung von Unterrichtsmitteln ist das Interesse der Schüler am Fach Mathematik und die Freude am Lernen weiter zu erhöhen.
Ausgehend von den Zielstellungen des Lehrplans sollten in den Klassen 9 und 10 vorrangig solche Unterrichtsmethoden gewählt werden, die die Aktivität und Selbständigkeit der Schüler bei der Aneignung und Anwendung von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten fördern.
Um die Befähigung der Schüler zu schöpferischem Denken und damit zu produktiver geistiger Tätigkeit zu fördern, sind weiterhin in verstärktem Maße gewisse wissenschaftliche Denk- und Arbeitsmethoden (einschließlich Algorithmen) sowie Techniken geistiger Arbeit zu vermitteln beziehungsweise schon früher verwendete bewußtzumachen. Auf diese Weise sollen die Schüler gleichzeitig an eine rationelle Form der selbständigen Aneignung von Wissen und Können herangeführt werden. Sie erhalten damit

die Möglichkeit, in ihrem weiteren Leben auch ihre mathematische Bildung zu vervollkommnen und den wachsenden Anforderungen entsprechend zu erweitern.
Neben der Fähigkeit zum selbständigen Wissenserwerb muß in den beiden Abschlußklassen insbesondere auch das Bedürfnis zum Weiterlernen verstärkt entwickelt werden. Die Schüler sollten dazu angeregt werden, sich auch außerhalb des Unterrichts und erst recht nach Abschluß ihrer Oberschulzeit auf mathematischem Gebiet weiterzubilden.
Ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts besteht darin, die Schüler zu befähigen, ihr mathematisches Wissen in den verschiedensten Bereichen anwenden zu können. Nachdem an den Grundlagen für die Entwicklung dieser Fähigkeit bereits von Klasse 1 an gearbeitet wurde, sind die nunmehr umfangreichen mathematischen Kenntnisse der Schüler zu nutzen, um auch Aufgaben mit höherem Schwierigkeitsgrad zu bearbeiten.
Dem Herauslösen des mathematisch Wesentlichen aus einer bestimmten praktischen Problemstellung und seiner mathematisch exakten Formulierung gebührt dabei besondere Aufmerksamkeit. Um dieses Ziel zu erreichen, ist es notwendig und erforderlich, daß alle Schüler durch eine entsprechende Unterrichtsgestaltung die Fähigkeit zum selbständigen Finden des Lösungsweges erwerben.
Große Bedeutung besitzt dabei die Entwicklung beziehungsweise Vorgabe von heuristischen Regeln (verkürzte Algorithmen), um alle Schüler in die Lage zu versetzen, zielgerichtet und rationell den mathematischen Ansatz bei der Lösung von vielfältigen Sach- und Anwendungsaufgaben zu finden. Es genügt deshalb oftmals, nach Formulierung des mathematischen Ansatzes die Bearbeitung der Aufgabe abzubrechen, also keine numerische Rechnung durchzuführen.
Besondere Beachtung gebührt auch in den Klassen 9 und 10 dem exakten Gebrauch der Muttersprache. Hierbei sind vor allem diejenigen Aspekte zu berücksichtigen, die im Lehrplan für das Fach Deutsch genannt werden. Der Mathematikunterricht ist so anzulegen, daß die Schüler häufig Gelegenheit erhalten, sich zusammenhängend — mündlich und schriftlich — sprachlich zu äußern, etwa beim Vortragen und Erläutern von Lösungswegen für eine gestellte Aufgabe (einschließlich Beweisaufgaben), beim Begründen von Lösungswegen und beim Beschreiben von Konstruktionen.
Es wird empfohlen, neben zahlreichen kurzen mündlichen und schriftlichen Leistungskontrollen in den Klassen 9 und 10 etwa je vier — darunter auch mehrstündige — Klassenarbeiten zu schreiben.
Während sich die Kurzkontrollen in der Regel auf den unmittelbar zuvor behandelten Stoff beziehen, sollte durch die Klassenarbeiten auch früher erworbenes Wissen und Können überprüft werden. Der Lehrer sollte dabei in den mündlichen wie schriftlichen Leistungskontrollen von den Schülern vorrangig das Lösen mathematischer Probleme verlangen und nicht das Erfassen von Einzelkenntnissen in den Vordergrund stellen. Neben dem Wissen sind außerdem ständig der Grad des Verständnisses für mathematische Zusammenhänge, der Entwicklungsstand bestimmter Fähigkeiten und die Beherrschung wichtiger Arbeitsverfahren zu kon-

trollieren. Auf eine entsprechende äußere Form der schriftlichen Schülerarbeiten ist größter Wert zu legen, wobei die Hinweise zur Bewertung der Form in Abschlußarbeiten als Maßstab gelten müssen.
Im Zusammenhang mit den für die Klassen 9 und 10 vorgesehenen Stoffgebieten muß eine Anzahl Begriffe von zum Teil großer mathematischer Bedeutung behandelt werden. Im Stoffteil des vorliegenden Plans ist hierbei zwischen dem „Einführen" und dem „Definieren" dieser Begriffe unterschieden. Von der *Einführung* eines Begriffes wird gesprochen, wenn die Schüler mit dem Begriff lediglich durch Beschreibung seines Inhalts und Umfangs, durch seine Verwendung in verschiedenen Zusammenhängen, durch Angabe von Beispielen u. ä. vertraut zu machen sind. Ist dagegen vom *Definieren* des betreffenden Begriffs die Rede, so soll die Erarbeitung des Begriffs tatsächlich bis zu dessen Definition in der logischen Bedeutung dieses Wortes geführt werden. (Alle im Lehrplan verwendeten Begriffe, die nicht als „einzuführen" oder „zu definieren" gekennzeichnet sind, bilden keinen Behandlungsgegenstand.)
Mit dem Hinweis *Zur Information* sind im vorliegenden Plan all jene nicht zum Grundwissen gehörende Stoffteile gekennzeichnet, auf die der Lehrer im Unterricht zwar eingehen kann, die aber nicht Gegenstand von Leistungskontrollen sein dürfen. Es handelt sich dabei um fest umrissene Stoffe, deren Beherrschung nicht notwendige Voraussetzung für das Verständnis der folgenden Gebiete ist, die aber der Ergänzung, Abrundung und Vertiefung des Wissens und Könnens der Schüler dienen, die Ausblicke auf Anwendungsmöglichkeiten bestimmter mathematischer Erkenntnisse ermöglichen und Anregungen zum selbständigen Weiterlernen geben.
Der Zeitplanung wurden für die Klasse 9 30 Unterrichtswochen mit je 5 Wochenstunden und für die Klasse 10 28 Unterrichtswochen mit je 4 Wochenstunden sowie 2 Wochen für die mündliche und schriftliche Prüfung zugrunde gelegt. Fünf der 28 Unterrichtswochen der Klasse 10 sind für das Festigen und Systematisieren sowie für die Vorbereitung auf die mündlichen und schriftlichen Prüfungen (unter besonderer Berücksichtigung der in den Leitlinien ausgewiesenen Schwerpunkte) vorgesehen.
Die angegebenen Stundenzahlen für die Stoffgebiete (einstellig numeriert) sind als verbindlich zu betrachten, die Zeitangaben für die Stoffabschnitte (zweistellig numeriert) stellen Empfehlungen dar und sollen lediglich zur Orientierung dienen.

STOFFÜBERSICHT

KLASSE 9

1.	**Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen**	**43 Stunden**
1.1.	Wiederholung und Systematisierung	(9 Stunden)
1.2.	Reelle Zahlen	(9 Stunden)
1.3.	Arbeiten mit Variablen	(25 Stunden)
2.	**Ungleichungen und Gleichungssysteme**	**25 Stunden**
2.1.	Lineare Ungleichungen	(13 Stunden)
2.2.	Systeme aus zwei linearen Gleichungen	(12 Stunden)
3.	**Potenzen und Potenzfunktionen**	**32 Stunden**
3.1.	Potenzen	(18 Stunden)
3.2.	Potenzfunktionen	(14 Stunden)
4.	**Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen**	**30 Stunden**
4.1.	Quadratische Funktionen	(10 Stunden)
4.2.	Quadratische Gleichungen	(20 Stunden)
5.	**Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel**	**20 Stunden**
5.1.	Exponential- und Logarithmusfunktionen	(8 Stunden)
5.2.	Rechenhilfsmittel	(12 Stunden)
	insgesamt	**150 Stunden**

KLASSE 10

1.	**Winkelfunktionen**	**62 Stunden**
1.1.	Die Funktion $y = \sin x$	(10 Stunden)
1.2.	Die Funktionen $y = \cos x$, $y = \tan x$ und $y = \cot x$	(8 Stunden)
1.3.	Beziehungen zwischen Winkelfunktionswerten	(14 Stunden)
1.4.	Anwendung der Winkelfunktionen bei Dreiecksberechnungen	(30 Stunden)
2.	**Körperdarstellung und Körperberechnung**	**30 Stunden**
2.1.	Wiederholung und Ergänzung	(16 Stunden)
2.2.	Pyramiden- und Kreiskegelstümpfe	(14 Stunden)
3.	**Festigung und Systematisierung; Prüfungsvorbereitung**	**20 Stunden**
	insgesamt	**112 Stunden**

INHALT DES UNTERRICHTS

KLASSE 9

1. Reelle Zahlen; Arbeiten mit Variablen — 43 Stunden

Das erste Stoffgebiet von Klasse 9 hat zwei Hauptaufgaben zu erfüllen. Einmal sollen die Schüler – ausgehend von einem systematisierenden Überblick über die bereits behandelten Zahlenbereiche sowie über das Rechnen in diesen Bereichen und der anschließenden Begründung der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung – mit dem Begriff der reellen Zahl vertraut gemacht werden und lernen, in welcher Weise mit reellen Zahlen gerechnet wird. Zum anderen muß dieses Stoffgebiet zur Vertiefung und Festigung der Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit Variablen führen, wodurch wichtige Voraussetzungen für eine erfolgreiche Behandlung der anschließenden Stoffgebiete geschaffen werden.

In der einleitenden Wiederholung sind den Schülern noch einmal wesentliche Eigenschaften der bisher behandelten Zahlenbereiche im Hinblick auf die Einführung der reellen Zahlen bewußtzumachen. Bereits in Klasse 7 wurde den Schülern an Beispielen erläutert, daß sich zwar zu zwei beliebigen rationalen Zahlen immer noch eine dritte finden läßt, die zwischen den beiden gegebenen liegt, daß aber trotzdem Punkte auf der Zahlengeraden existieren, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann. Zu Beginn des Stoffabschnitts 1.2. sind nun diese beiden Aussagen zu beweisen, wobei von den Kenntnissen auszugehen ist, die die Schüler bereits früher erwarben. Ohne den Unterschied zwischen Zahl und zugeordnetem Punkt zu verwischen, ist im folgenden immer wieder auf die Anschauung Bezug zu nehmen. Die Schüler müssen wissen, daß zum Beispiel der Endpunkt der von 0 aus abgetragenen Diagonale des Einheitsquadrats ein solcher „irrationaler Punkt“ ist, da keine rationale Zahl die Gleichung $x^2 = 2$ erfüllt. Der Beweis hierfür ist indirekt zu führen, wodurch gleichzeitig die Kenntnisse der Schüler über diese Beweisform wie auch über einige einfache zahlentheoretische Beziehungen weiterentwickelt werden. Damit ist ein Motiv für die Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung geschaffen. Die Schüler sollen durch dieses Vorgehen – Wahl eines mit den bisher erworbenen Kenntnissen nicht lösbaren Problems als Ausgangspunkt – außerdem in der Einsicht bestärkt werden, daß auch mathematische Begriffe letztlich dazu dienen, bestimmte Sachverhalte der objektiven Realität oder unseres Denkens zu beschreiben beziehungsweise einer weiteren Bearbeitung zugänglich zu machen.

Ausgehend von der Erkenntnis der Schüler, daß die rationalen Zahlen nicht zur Kennzeichnung aller Punkte der Zahlengeraden ausreichen, ist nun ein Verfahren zu erörtern, das es gestattet, auch irrationale Punkte arithmetisch zu beschreiben. Hierzu wird zunächst (in Analogie zu Stoff-

gebiet 4 von Klasse 7) kurz angedeutet, wie ein solcher Punkt durch ein in beliebiger Weise ständig verfeinertes Netz von Intervallen immer weiter eingeschachtelt werden kann. Mit Hinweis auf die praktische Bedeutung geht man dann jedoch schnell zu der Intervallschachtelung über, die durch fortgesetzte Zehnteilung entsteht. Die Folge der Zahlen, durch die jeweils die unteren Intervallenden charakterisiert werden, ermöglicht eine eindeutige Kennzeichnung des betreffenden Punktes. Eine reelle Zahl wird dann als unendlicher Dezimalbruch definiert.
Bei der Einführung der Ordnungsrelation und der Addition in der Menge P der reellen Zahlen ist auf die Kenntnisse der Schüler über das Rechnen mit rationalen Zahlen Bezug zu nehmen. Sie sollen erkennen, daß die Ordnung der reellen Zahlen mit der ihnen schon bekannten Ordnung in der Teilmenge R von P — also der Menge der rationalen Zahlen — verträglich ist. Die Rechenoperationen mit reellen Zahlen sind nicht zu definieren. Es soll lediglich an Beispielen erläutert werden, wie man reelle Zahlen unter Verwendung rationaler Näherungswerte addiert, multipliziert usw. Die Schüler müssen zum Beispiel verstehen, welche Überlegungen erforderlich sind, um feststellen zu dürfen, daß der rationale Näherungswert für die Summe der rationalen Näherungswerte zweier reeller Zahlen bis zu einer bestimmten Stelle gesichert ist.
Die Tatsache, daß im Bereich der reellen Zahlen dieselben Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ- und Monotoniegesetze sowie das Distributivgesetz) wie im Bereich der rationalen Zahlen und in engeren Bereichen gelten, wird den Schülern ohne weitergehende Erläuterung lediglich mitgeteilt.
Bei dem sich anschließenden Abschnitt „Arbeiten mit Variablen" findet nach einem zusammenfassenden Überblick über die bisher benutzten Variablengrundbereiche — einschließlich Größenbereiche — die Menge P als Variablengrundbereich Verwendung. (Es ist zu vereinbaren, daß auch im folgenden — sofern nicht ausdrücklich anders vermerkt — diese Menge stets als Variablengrundbereich zugrunde gelegt wird.) Den Schülern muß in Klasse 9 völlig klar sein, daß eine Variable ein Zeichen für ein beliebiges Element einer fest vorgegebenen Menge, des Variablengrundbereichs, darstellt und daß demzufolge die Verwendung von Variablen nur dann sinnvoll ist, wenn man für jede Variable einen dazugehörigen Grundbereich angibt.
Zur Festigung dieser Erkenntnis ist an einfachen Beispielen auch das Abschätzen und Vergleichen der Werte zu üben, die ein Term mit Variablen bei gegebenem Grundbereich annehmen kann.

Beispiele: Welchen kleinsten Wert kann der Term $(x-2)(x+2)$ annehmen? $(x \in R)$

Setze in die Termen $\frac{n^2}{2}$ und $\frac{n^3}{8}$ für n natürliche Zahlen ein und vergleiche die erhaltenen Werte!

Für welche reellen Zahlen existiert der Term $\frac{2}{3-b}$ nicht?

Um den universellen Charakter der Mathematik zu verdeutlichen, ist den Schülern anhand geeigneter Beispiele zu zeigen, wie sich verschiedenartigste Sachverhalte bezüglich bestimmter Eigenschaften durch ein und denselben mathematischen Ausdruck beschreiben lassen.

Beispiel: Mit Hilfe einer Gleichung der Form $d = \frac{a \cdot b}{c}$

berechnet man zum Beispiel

– den Prozentwert ($P = \frac{p \cdot G}{100}$);

– den elektrischen Widerstand eines homogenen Leiters ($R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$);

– die an einem Hebelarm angreifende Kraft ($F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_1}$);

– das Volumen einer Pyramide ($V = \frac{G \cdot h}{3}$).

Beim Wiederholen und Üben des Rechnens unter Verwendung von Variablen sollte den Schülern auch bewußtgemacht werden, daß Variable kein Untersuchungsobjekt der Mathematik sind, sondern einen wichtigen Bestandteil der mathematischen Fachsprache darstellen. Aus diesem Grunde gibt es auch keine Regeln für das Arbeiten mit Variablen an sich – vielmehr wird mit ihnen so „gerechnet" wie mit Elementen des betreffenden Variablengrundbereichs. Die Schüler sollten darauf hingewiesen werden, daß unter anderem deshalb Begriffe wie „gemeinsame Vielfache" oder „gemeinsame Nenner", die an sich nur für Zahlen erklärt sind, auch beim Arbeiten mit Variablen Verwendung finden.
Die binomischen Formeln sind als wichtige Spezialfälle der Multiplikation von zweigliedrigen Summen zu kennzeichnen (Beschränkung auf zwei Summanden). Die Schüler sollen sich die beiden genannten binomischen Formeln fest einprägen und sicher anwenden können. Dabei ist gleichzeitig das Rechnen mit rationalen Zahlen ständig zu üben.
Das Umformen von vollständigen Quadraten in Quadrate von Binomen beziehungsweise das Bilden vollständiger Quadrate durch quadratische Ergänzung muß als unmittelbare Vorbereitung auf die Betrachtung quadratischer Funktionen beziehungsweise das Lösen quadratischer Gleichungen angesehen werden. Auch alle anderen Übungen im Umformen von Termen sollten möglichst so gestaltet werden, daß entweder wichtige Vorleistungen für nachfolgende Stoffgebiete erbracht werden oder zumindest die Zweckmäßigkeit, die erzielte Vereinfachung im Hinblick auf die weitere Verwendung des jeweiligen Terms offensichtlich ist. Unter dem gleichen Aspekt sind die im Stoffteil angeführten Einschränkungen hinsichtlich des Rechnens mit Quotienten zu betrachten.
Beim Addieren und Subtrahieren von Quotienten ist auf das Prinzip der Rückführung neuer Probleme auf bereits gelöste hinzuweisen.
Als Übungsmaterial für das Umformen von Termen beziehungsweise Auflösen von Gleichungen nach einer Variablen sind vorrangig Gleichungen aus dem Unterricht in Planimetrie, Stereometrie sowie aus dem Physikunterricht und dem polytechnischen Unterricht zu verwenden.

Beispiele: $V = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h$

$A_0 = \pi r (r + s)$

$\frac{\pi}{4} d_1^2 - \frac{\pi}{4} d_2^2 = \frac{\pi}{4} (d_1 + d_2)(d_1 - d_2)$

$s = \frac{a}{2} t^2$

$P = U \cdot J$

$R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Die Übungen im Arbeiten mit Variablen sind mit dem Lösen einfacher Beweisaufgaben zu verbinden. Weiterhin muß das vorliegende Stoffgebiet dazu beitragen, die Schüler zu befähigen, die Struktur gegebener Terme und die Reihenfolge der durchzuführenden Rechenoperationen zu erkennen sowie in Textform gegebene mathematische Sachverhalte unter Verwendung von Variablen ausdrücken und einfache Terme „in Worte fassen" zu können. Diese Fähigkeiten sind auch für die polytechnische Bildung der Schüler bedeutsam.

1.1. Wiederholung und Systematisierung (9 Stunden)

Die Begriffe „Menge", „Element von", „Teilmenge von";
die Begriffe „natürliche Zahl", „gebrochene Zahl", „rationale Zahl", „ganze Zahl" und die Teilmengenrelation zwischen den entsprechenden Zahlenmengen; Veranschaulichung der Teilmengenrelation mit Hilfe von Mengendiagrammen.
Das Rechnen in den genannten Zahlenbereichen unter besonderer Beachtung
- der Größer-(Kleiner-)als-Relation und des Ordnens;
- der Darstellung gebrochener Zahlen als Dezimalbrüche;
- des Arbeitens mit Näherungswerten (vgl. Lehrplan Klasse 6, Abschnitt 2.5.).

Veranschaulichen von Zahlen aus den genannten Bereichen auf dem Zahlenstrahl beziehungsweise auf der Zahlengeraden;
die Begriffe „ein" und „genau ein" sowie „eindeutig" und „eineindeutig";
der Begriff „überall dicht liegen";
Existenz von Punkten der Zahlengeraden, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann (Wiederholung dieser in Klasse 7 lediglich mitgeteilten Tatsache); Einführen von „irrationaler Punkt".
Übersicht über die Rechenoperationen, die in den einzelnen Zahlenbereichen uneingeschränkt beziehungsweise nicht uneingeschränkt ausführbar sind.

Bemerkung: Es ist dem Lehrer freigestellt, bestimmte Teile aus dem Abschnitt 1.1. im Zusammenhang mit der Behandlung von geeigneten Stoffen des Abschnitts 1.2. zu wiederholen.

1.2. Reelle Zahlen (9 Stunden)

Beweis des Satzes über die Dichtheit (im Bereich der rationalen Zahlen); indirekter Beweis, daß keine rationale Zahl die Gleichung $x^2 = 2$ erfüllt; dabei Wiederholen von „irrationale Zahl".

Kurzer Hinweis auf verschiedene Möglichkeiten der Einschachtelung von irrationalen Punkten auf einer Zahlengeraden; Einführen von „Intervall";

Intervallschachtelung durch fortgesetzte Zehnteilung; Beschreiben der Lage irrationaler Punkte auf einer Zahlengeraden durch eine Zahlenfolge;

Mitteilen der Tatsache, daß sich jeder Punkt der Zahlengeraden eindeutig durch eine solche Folge beschreiben läßt;

Definieren des Begriffs „reelle Zahl" als unendlichen Dezimalbruch;

schrittweises Berechnen von rationalen Näherungswerten für einige reelle Zahlen.

Die Menge aller periodischen – einschließlich aller endlichen – Dezimalbrüche (bzw. aller rationalen Zahlen) und die Menge aller nichtperiodischen Dezimalbrüche (bzw. aller irrationalen Zahlen) als Teilmengen der Menge der reellen Zahlen (Symbol: P);

Veranschaulichen durch Mengendiagramme.

Erläutern der Notwendigkeit, die Ordnungsrelation und die Rechenoperationen für reelle Zahlen zu definieren;

Erläutern der Ordnung reeller Zahlen durch Stellenvergleich anhand von Beispielen;

Erläutern der Grundrechenoperationen – insbesondere der Addition – für reelle Zahlen anhand von Beispielen.

Mitteilen der Gültigkeit der aus engeren Zahlenbereichen bekannten Rechengesetze im Bereich der reellen Zahlen;

Verdeutlichen der Ergebnisse der Erweiterung des Bereichs der rationalen zum Bereich der reellen Zahlen (wie: Existenz einer Lösung von $x^2 = 2$; Möglichkeit, jeden Punkt der Zahlengeraden durch eine Zahl zu beschreiben);

Erweitern des Wurzelbegriffs durch Definieren von

$\sqrt[n]{a} \quad (a \in P,\ a \geqq 0,\ n \in N,\ n \geqq 1).$

Zur Information: Existenz von $\sqrt[n]{a}$
Existenz des Bereichs der komplexen Zahlen.

1.3. Arbeiten mit Variablen (25 Stunden)

Wiederholung:

Die Begriffe „Variable", „Term" und „Variablengrundbereich";
Einsetzen von Zahlen und Größen für Variable in Termen;
Wiederholen der in Klasse 8 behandelten Arten von Termumformungen.

Übungen im Erkennen der Gestalt von Termen und der Reihenfolge der durchzuführenden Rechenoperationen; Übungen im Beschreiben der Struktur von Termen.
Die binomischen Formeln $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ und $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, $(a, b \in P)$;
Übungen im Anwenden der binomischen Formeln wie
— Umformen von Summen in Produkte (und umgekehrt);
— Ermitteln der quadratischen Ergänzung.
Übungen im Erweitern und Kürzen von Quotienten (mit ein- oder zweigliedrigen Erweiterungsfaktoren beziehungsweise mit vorwiegend eingliedrigen Kürzungsfaktoren);
Multiplizieren und Dividieren von Quotienten (Dividend und Divisor ein- oder zweigliedrig); Hinweis auf „Doppelbrüche".
Addieren und Subtrahieren von Quotienten (Dividend ein- oder mehrgliedrig, Divisor im allgemeinen eingliedrig).

Zur Information: Aufgaben mit zweigliedrigen Divisoren.

Übungen im Umformen von Gleichungen nach einer der darin auftretenden Variablen;
Übungen im Formulieren von in Textform gegebenen mathematischen Sachverhalten unter Verwendung von Variablen;
Übungen im Beweisen unter Verwendung von Variablen.

Zur Information: Verwendung von Variablen in anderen Wissenschaften; Bedeutung der von Vieta eingeführten Symbolik.

2. Ungleichungen und Gleichungssysteme — 25 Stunden

Dieses Stoffgebiet hat das Ziel, die Kenntnisse der Schüler über Gleichungen und Ungleichungen durch die systematische Erörterung von Umformungs- und Lösungsverfahren für Ungleichungen und lineare Gleichungssysteme zu erweitern und sichere Fertigkeiten im Anwenden dieser Verfahren zu vermitteln.
Analog zu dem Vorgehen in den Klassen 6 bis 8 — auf das in Form von Wiederholungen, Gegenüberstellungen, Vergleichen usw. häufig Bezug zu nehmen ist — erfolgt auch die Behandlung der Gleichungssysteme und Ungleichungen auf mengentheoretischer Grundlage.
Im Abschnitt 2.1. werden die Schüler anhand von Beispielen mit Umformungsregeln für Ungleichungen in zu diesen äquivalente vertraut gemacht, wobei die Unterschiede zu den Umformungsregeln für Gleichungen deutlich herauszuarbeiten sind. Durch vielfältige Übungen müssen die Schüler Sicherheit im Anwenden dieser Regeln beim Lösen von linearen Ungleichungen mit einer Variablen erwerben und befähigt werden, lineare Ungleichungen aus praktischen Sachverhalten aufzustellen.
Beim Aufstellen und Lösen linearer Gleichungen und Ungleichungen sind auch Sachverhalte aus dem polytechnischen Unterricht sowie aus dem Chemie- und Physikunterricht zu verwenden.

Beispiele: — Berechnen von Übersetzungsverhältnissen an einfachen Stirnradgetrieben;

- Berechnen von elektrischen Leistungen;
- Umrechnungsübungen am Vielfachmeßgerät;
- Volumenberechnung bei der Äthanbildung aus Äthen und Wasserstoff;
- Geschwindigkeitsberechnungen.

Für Übungen sind weiterhin auch Beispiele zu wählen, in denen Variable als Koeffizienten auftreten (mit anschließender Lösungsdiskussion). Dadurch sollen gleichzeitig die Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit Variablen weiter erhöht werden.
Auch bei der Einführung linearer Gleichungssysteme ist wiederum an den früher behandelten Stoff anzuknüpfen (vgl. Lehrplan Klasse 8, Abschnitt 3.3.). Dazu wird von der Tatsache ausgegangen, daß die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit zwei Variablen eine Menge von Zahlenpaaren ist. Anschließend ist dann die Lösungsmenge eines Systems als Durchschnitt der Lösungsmengen aller Einzelgleichungen zu definieren.
Die Schüler sind zu befähigen, auf Grund ihrer Kenntnisse über den Einfluß der Variablen m und n auf die Lage des Bildes der Funktion $y = mx + n$ im Koordinatensystem Aussagen über die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems zu machen, bevor sie diese berechnet haben.
Von der Möglichkeit, aus der graphischen Darstellung Näherungslösungen des Gleichungssystems abzulesen, sollte Gebrauch gemacht werden, ohne hierzu jedoch Übungen in größerem Umfange durchzuführen.
Es sind nur Systeme aus zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen zu behandeln. Auf Systeme mit mehr als zwei Gleichungen beziehungsweise Variablen kann an geeigneter Stelle hingewiesen werden. Auch hinsichtlich der Lösungsalgorithmen erfolgt eine Beschränkung auf ein Verfahren (empfohlen wird das Einsetzungsverfahren). Die Schüler sollen dieses eine Verfahren vollinhaltlich verstehen und — unterstützt durch vielfältige Übungen — sicher anwenden können. Bei der Erarbeitung des gewählten Lösungsverfahrens ist wiederum (vgl. Stoffgebiet 1.) auf das Prinzip der Rückführung neuer Fragen auf bereits gelöste hinzuweisen.
Für Übungen im Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungssystemen sind neben einfachen formalen Aufgaben Beispiele aus verschiedenen Stoffgebieten des Mathematikunterrichts und vor allem auch solche Sachverhalte zu wählen, bei deren Bearbeitung die Schüler auf ihre im Physik-, Chemie- und polytechnischen Unterricht erworbenen Kenntnisse zurückgreifen müssen.

Beispiele:
- Reihen- und Parallelschaltungen von Widerständen;
- Aufgaben aus der Kinematik und Dynamik;
- stöchiometrische Aufgaben;
- Getriebeberechnungen.

Die Schüler sind zu einer (auch für ihre polytechnische Bildung bedeutsamen) kritischen Einstellung gegenüber ihren Arbeitsergebnissen zu erziehen. Deshalb darf der Schüler sein Arbeitsergebnis erst dann als „Lösung" der Aufgabe kennzeichnen, wenn er sich von dessen Richtigkeit durch eine Kontrolle (im allgemeinen Probe) überzeugt hat.

2.1. Lineare Ungleichungen (13 Stunden)

Wiederholung:

Die Begriffe „Aussage“, „Gleichung“, „Ungleichung“, „erfüllen“, „Lösung“, „Lösungsmenge“ und „einander äquivalente Gleichungen“;
Umformungsregeln für lineare Gleichungen;
Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen.

Einführen von „einander äquivalente Ungleichungen“;
Erarbeiten von Regeln für das Umformen von Ungleichungen in zu diesen äquivalente anhand von Beispielen; dabei Formulieren der Monotoniegesetze mittels Variablen;
Kennzeichnen von Intervallen durch Ungleichungen.
Einführen von „lineare Ungleichung“;
Übung im Lösen linearer Ungleichungen mit einer Variablen, die sich auf den Typ $ax + b > 0$ beziehungsweise $ax + b < 0$ $(a \neq 0)$ zurückführen lassen;
Wiederholen von „Nullstelle einer linearen Funktion“ als Lösung der zugehörigen Gleichung mit einer Variablen; graphische Veranschaulichung der Lösungsmenge einer linearen Gleichung beziehungsweise linearen Ungleichung mit einer Variablen (bei verschiedenen Variablengrundbereichen) an einer Zahlengeraden;
Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen aus verschiedenen mathematischen und aus praktischen Sachverhalten.

Zur Information: Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen.

2.2. Systeme aus zwei linearen Gleichungen (12 Stunden)

Wiederholung:

Lineare Funktionen als Mengen geordneter Paare, die lineare Gleichungen der Form $y = mx + n$ erfüllen;
graphische Darstellungen linearer Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + n$;
der Einfluß von m und n auf die Lage der entsprechenden Geraden im Koordinatensystem.

Einführen von „Durchschnitt zweier Mengen“ anhand von Beispielen aus verschiedenen Sachbereichen; dabei Erläutern von „und“ im Sinne von „sowohl – als auch“; Veranschaulichen des Durchschnitts zweier Mengen mittels Mengendiagrammen.
Einführen von „System aus zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen“;
Definieren von „Lösungsmenge eines Gleichungssystems“ als Durchschnitt der Lösungsmengen aller Einzelgleichungen;
Deuten der Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen als Menge von Koordinatenpaaren der gemeinsamen Punkte der entsprechenden zwei Geraden;
Erörtern der Lagemöglichkeiten dieser Geraden und der sich daraus ergebenden Feststellungen über die Menge der gemeinsamen Punkte; Übertragen der Feststellungen auf die Lösungsmenge des Systems.

Ermitteln von Näherungslösungen des Systems aus der graphischen Darstellung;
Erarbeiten eines Lösungsverfahrens für Gleichungssysteme anhand von Beispielen; Anwenden auf formale Übungsaufgaben (auch mit Variablen als Koeffizienten).

Zur Information: Weitere Lösungsverfahren für Gleichungssysteme.

Übungen im Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungssystemen aus verschiedenen Sachverhalten.

Zur Information: Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen. Einfache Ungleichungssysteme beziehungsweise Systeme aus Gleichungen und Ungleichungen.

3. Potenzen und Potenzfunktionen — 32 Stunden

Das Ziel dieses Stoffgebiets besteht darin, die Kenntnisse der Schüler über den Funktionsbegriff durch die Erörterung der Klasse der Potenzfunktionen weiter zu festigen und zu vertiefen, den Potenzbegriff zu erweitern und den Schülern Fertigkeiten im Rechnen mit Potenzen bei praktischen Aufgabenstellungen zu vermitteln.
Nach der Wiederholung des den Schülern bereits bekannten Potenzbegriffs für natürliche Exponenten sind ihnen die Potenzgesetze an Beispielen verständlich zu machen und anschließend unter Verwendung von Variablen zu formulieren. (In diesem Zusammenhang ist die Variablenbindung mit Hilfe von „für alle" und „es gibt" zu wiederholen.) Die Schüler sind darauf hinzuweisen, daß es notwendig ist, die Potenzgesetze zu beweisen, hierzu aber ihre bisherigen Kenntnisse noch nicht ausreichen.
Im folgenden ist dann der Potenzbegriff auf ganzzahlige und rationale Exponenten zu erweitern. Anhand von unzweckmäßigen, ganz offensichtlich zu (logischen) Widersprüchen führenden Festlegungen (z. B. $a^0 = 0$, $a \neq 0$) muß den Schülern bewußtgemacht werden, daß Erweiterungen eines Begriffsumfangs oder -inhalts nicht beliebig erfolgen dürfen, sondern stets eine kritische Überprüfung (im Hinblick auf die Zweckmäßigkeit der Erweiterung) verlangen.
Die Verträglichkeit der verwendeten Definitionen mit allen vorher behandelten Gesetzen für das Rechnen mit Potenzen (Exponent natürlich) ist nur für zwei geeignet gewählte Beispiele zu beweisen, für alle anderen Fälle ist diese Tatsache den Schülern lediglich mitzuteilen.
Für das Festigen des (erweiterten) Potenzbegriffs und das Üben der Potenzrechnung sind vorrangig einfache Beispiele zu wählen. Übungen im Lösen von schwierigen formalen Aufgaben sind zugunsten von Aufgabenstellungen mit praktischer Bedeutung (vor allem aus dem Physikunterricht und dem polytechnischen Unterricht) stark einzuschränken.

Beispiele: $1\,N = 1\,kg \cdot m \cdot s^{-2}$;
$L = 6{,}024 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$;
$v_{max} = 50\,km \cdot s^{-1}$;
$11 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$;
Berechnen der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ($v = \sqrt{2gh}$ mit $g = 9{,}81\,m \cdot s^{-2}$).

Das Rechnen mit Größen und die Schreibweise mit abgetrennten Zehnerpotenzen ist als wichtige Vorleistung des Mathematikunterrichts besonders für den Physikunterricht, aber auch für den Astronomie-, Chemie- und polytechnischen Unterricht zu betrachten.

Mit den Potenzfunktionen lernen die Schüler eine neue wichtige Funktionsklasse kennen; dabei ist von einer Wiederholung des Funktionsbegriffs und der mit diesem im Zusammenhang stehenden Begriffe auszugehen. Nachdem noch einmal der Unterschied zwischen einer Funktion und der (evtl. existierenden) Funktionsgleichung herausgestellt wurde, sollte zum Zwecke einer Vereinfachung vereinbart werden, künftig anstelle von „Die Funktion mit der Gleichung $y = \ldots$" die Sprechweise „Die Funktion $y = \ldots$" zu verwenden.

Durch die graphische Darstellung ausgewählter Repräsentanten von Funktionen der Form $y = x^n$ $(n \in R)$ in einem gemeinsamen Koordinatensystem sind die Schüler auf anschauliche Weise mit wichtigen Eigenschaften dieser Funktionen vertraut zu machen. Dabei sollen sich die Schüler unter Verwendung schon früher eingeführter oder neu erlernter Begriffe im Beschreiben, Vergleichen und Systematisieren wesentlicher Merkmale der einzelnen Funktionsklassen üben. Definitions- und Wertebereiche, Intervalle usw. sind auch als Ungleichungen anzugeben. Auf das Verhalten der Funktionen an der Stelle $x_1 = 0$ und deren Umgebung sowie für beliebig große (bzw. kleine) Werte von x ist hinzuweisen. Die Begriffe „stetig" beziehungsweise „unstetig" sind nicht zu benutzen. Anstelle der Bezeichnung „graphische Darstellung einer Funktion" kann auch „Graph einer Funktion" verwendet werden.

Durch Betrachtung von Funktionen der Form $g(x) = f(x) + e$ und $h(x) = a \cdot f(x)$ sind unter Verwendung der im Stoffteil ausgewiesenen Beispiele für $f(x)$ Erkenntnisse über die Veränderung von Lage und Form der graphischen Darstellung der Funktion f in Abhängigkeit von e und a zu gewinnen und auf das Verhalten der Funktion selbst zu übertragen. Damit werden wichtige Vorleistungen für die Behandlung der quadratischen Funktionen, der Sinusfunktionen und für den Physikunterricht (Klasse 10: Schwingungen) geschaffen.

Die Begriffe „proportional" und „umgekehrt proportional" sind insbesondere in Anbetracht ihrer Bedeutung für den Physikunterricht zu wiederholen und an den entsprechenden speziellen Potenzfunktionen zu verdeutlichen.

Bei der Darstellung verschiedener Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem ist auf eine saubere, genaue und übersichtliche Arbeitsweise zu achten. Die Schüler müssen dabei zum rationellen Gebrauch von Kurvenlinealen und Schablonen befähigt werden. Auf die Möglichkeit der Verwendung von Koordinatensystemen mit unterschiedlich geteilten Achsen ist vor allem im Hinblick auf die praktische Bedeutung dieses Verfahrens bei der Anfertigung und beim Lesen von Diagrammen in den Fächern Physik, Chemie und Polytechnik hinzuweisen.

Bei allen Übungen mit Potenzfunktionen müssen Beispiele aus anderen Bereichen der Mathematik sowie insbesondere aus dem Physik- und dem polytechnischen Unterricht herangezogen werden.

Beispiele: $V(a) = a^3$

$$V(a) = \frac{1}{3} h \cdot a^2$$

$$F(a) = m \cdot a$$

$$s(t) = v \cdot t$$

$$s(t) = \frac{g}{2} t^2$$

$$I(U) = \frac{1}{R} \cdot U$$

$$I(R) = \frac{U}{R}$$

$$R(l) = \varrho \cdot \frac{l}{A}$$

$$R(A) = \frac{\varrho \cdot l}{A}$$

$$F(r) = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

3.1. Potenzen

(18 Stunden)

Wiederholung der Begriffe „Potenz a^n" (für $a \in P$, $n \in N$, $n > 1$), „Basis", „Exponent";
die Potenzgesetze; einfache Übungen im Anwenden der Potenzgesetze, dabei Unterscheiden von Basisvorzeichen und Potenzvorzeichen.
Erweiterung des Potenzbegriffs durch die Definitionen
$a^1 = a$ ($a \in P$),
$a^0 = 1$ ($a \in P$, $a \neq 0$),
$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ($a \in P$, $a \neq 0$, $m \in G$, $m \geqq 0$),
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a \in P$, $a > 0$; $m, n \in G$, $n > 0$).
Erläutern der Zweckmäßigkeit dieser Definitionen (Beispiele für andere Festlegungen, die zu Widersprüchen führen würden);

Sätze über das Rechnen mit Potenzen der Form $a^{\frac{m}{n}}$;
Wurzelgesetze als Spezialfälle der Potenzgesetze.
Übungen im Lösen formaler Potenzrechenaufgaben;
Anwenden der Potenzrechnung
- beim Abtrennen von Zehnerpotenzen (Angabe physikalischer Größen; Vorsätze für Maßeinheiten);
- beim Rechnen mit physikalischen Größen;
- bei der Darstellung von Zahlen als Summe von Potenzvielfachen (Exponent ganzzahlig) zu einer bestimmten Basis (insbesondere 2 und 10); dabei Hinweis auf die Bedeutung des Dualsystems für die elektronische Datenverarbeitung.

Rationalmachen eingliedriger Nenner.

3.2. Potenzfunktionen

(14 Stunden)

Wiederholung:

Mengen; mehrdeutige, eindeutige und eineindeutige Abbildungen von einer Menge auf eine Menge; graphische Veranschaulichung dieser Abbildungen (auch unter Verwendung von Koordinatensystemen);

Funktionsbegriff; verschiedene Darstellungsarten der Abbildungsvorschrift; die Begriffe „Definitionsbereich", „Wertebereich" und „Funktionswert".

Einführen von „Potenzfunktion" für Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ $(x \in P;\ n \in R)$.

Potenzfunktionen $y = x^n$ mit

$$\begin{aligned} &n \geqq 2 \quad (n \in G);\\ &n = 1;\\ &n = 0 \quad (x \neq 0);\\ &n \leqq -1\ (x \neq 0;\ n \in G). \end{aligned}$$

Einführen von „rationale Funktion".
Verwenden der vereinfachten Sprechweise „die Funktion $y = \ldots$".
Graphisches Darstellen ausgewählter Repräsentanten von Funktionen der Form $y = x^n$ $(n \in G)$; Untersuchen der entstehenden Kurvenscharen (gemeinsame Punkte; gegenseitige Lage der Scharelemente); Hinweis auf das Verhalten der Funktionen und ihrer graphischen Darstellungen in der Umgebung von 0 und für beliebig große beziehungsweise beliebig kleine Werte von x; Anwenden des Monotoniebegriffs auf das Verhalten von Potenzfunktionen in bestimmten Intervallen (steigen, fallen).
Einführen von „Parabel", „Achse der Parabel" und „Scheitelpunkt der Parabel"; Einführen von „Hyperbel".
Wiederholen von „proportional" und „umgekehrt proportional" sowie der Funktionen der Form $y = k \cdot x$ $(x, y \in P,\ k \in R)$ und
$y = k \cdot x^{-1}$ $(x, y \in P,\ x \neq 0,\ k \in R)$.

Potenzfunktionen $y = x^n$ mit $n = \frac{p}{q}$ $(p, q \in G,\ q \neq p;\ q > 0;\ x > 0)$;

Einführen von „nichtrationale Funktion";

graphisches Darstellen der Funktionen $y = x^{\frac{1}{2}}$ und $y = x^{\frac{1}{3}}$ $(x \in P,\ x \geqq 0)$.

Zur Information: Begriff der Umkehrfunktion.

Erläutern von „Verschiebung", „Stauchung", „Streckung" und „Spiegelung" des Bildes einer Funktion $f(x)$ unter Verwendung der Gleichungen $g(x) = f(x) + e$ beziehungsweise $h(x) = a\,f(x)$ für die Beispiele $f(x) = x$ und $f(x) = x^2$.
Zusammenstellen von Beispielen für Potenzfunktionen aus verschiedenen Bereichen.

Bemerkung: Es ist dem Lehrer freigestellt, die Stoffabschnitte 3.1. und 3.2. auch parallel zueinander zu behandeln.

4. Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen — 30 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet hat zwei Aufgaben zu erfüllen, die eng miteinander verbunden sind. Einmal sollen die Schüler durch die Behandlung der quadratischen Funktionen mit einer Funktionsklasse vertraut gemacht werden, die für zahlreiche Gebiete der Naturwissenschaft und

der Technik von Bedeutung ist; zum anderen führt die Frage nach den Nullstellen quadratischer Funktionen zum Problem der Lösung einer quadratischen Gleichung, wodurch eine wesentliche Leitlinie des Mathematiklehrgangs unserer Oberschulen ihre konsequente Fortsetzung findet.
Ausgehend von der allgemeinen Form der Gleichung quadratischer Funktionen $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c reelle Zahlen, $a \neq 0$), sind einleitend Fallunterscheidungen durchzuführen, um diejenigen Spezialfälle der quadratischen Funktionen zu finden, die noch nicht im Zusammenhang mit den Potenzfunktionen behandelt wurden, aber für die weiteren Untersuchungen der quadratischen Funktionen wichtig sind.
Nachdem die Schüler gelernt haben, diese Spezialfälle quadratischer Funktionen mittels Wertetafeln beziehungsweise Schablone zu zeichnen und bezüglich Scheitelpunkt, Nullstellen und Lage im Koordinatensystem zu untersuchen, liegt der Schwerpunkt der weiteren Betrachtungen auf den Funktionen der Form $y = x^2 + px + q$. Die Schüler sollen die Koordinaten des Scheitelpunktes der entsprechenden Parabel berechnen und die Parabel mittels Schablone zeichnen lernen. Die graphischen Darstellungen sind auch zu nutzen, um die Nullstellen der entsprechenden Funktionen näherungsweise zu bestimmen, ohne jedoch spezielle Übungen zu diesem Verfahren durchzuführen. Die Schüler müssen aber bereits in diesem Zusammenhang die Bedeutung der Diskriminante D für die Lage der Parabel im Koordinatensystem und damit für die Existenz beziehungsweise Anzahl der Nullstellen erkennen.
Auf die Unterscheidung der Begriffe „Nullstelle der quadratischen Funktion“ und „Schnittpunkt der Parabel mit der Abszissenachse“ ist dabei stets zu achten.
Im Mittelpunkt des zweiten Teils dieses Stoffgebietes steht das Lösen quadratischer Gleichungen, das allerdings nicht isoliert von der Betrachtung quadratischer Funktionen erfolgen darf. Insbesondere müssen den Schülern die Beziehungen zwischen den Lösungen einer quadratischen Gleichung und den Nullstellen der entsprechenden Funktion beziehungsweise den Schnittpunkten der dazugehörigen Parabel mit der Abszissenachse bewußtgemacht werden. Analog zur Erarbeitung quadratischer Funktionen sind zunächst – ausgehend von der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ beziehungsweise $x^2 + px + q = 0$ – die einzelnen Spezialfälle quadratischer Gleichungen herauszustellen und dann anschließend einzeln zu behandeln. Zuvor sollten jedoch die Kenntnisse der Schüler über das Umformen quadratischer Terme in Produkte von Linearfaktoren wiederholt und so gefestigt werden, daß sie beim Lösen quadratischer Gleichungen sicher Anwendung finden können.
Die Herleitung der Lösungsformel für die Normalform der quadratischen Gleichung und deren Anwendung ist als ein Schwerpunkt des Abschnitts 4.2. zu betrachten. Es wird empfohlen, die Lösungsformel mittels Linearfaktorenzerlegung zu gewinnen. Die Diskriminantendiskussion ist vor der Umformung von $x^2 + px + q = 0$ in $\left(x + \frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(x + \frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) = 0$ durchzuführen (also im Hinblick auf die Möglichkeit einer solchen Zerlegung) – und nicht etwa erst anhand der vollständigen Lösungsformel.

Die Schüler müssen sichere Fertigkeiten im Lösen quadratischer Gleichungen erwerben. Sie sind darüber hinaus zu befähigen, mit Hilfe der Diskriminantenuntersuchung über die Existenz von Lösungen einer quadratischen Gleichung befinden zu können. Diesem Verfahren muß besonders bei den in einem späteren Übungsstadium einzubeziehenden quadratischen Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten Beachtung geschenkt werden. Aus Untersuchungen der Lösungsexistenz und -anzahl sollen die Schüler auch auf die Lage der graphischen Darstellungen der entsprechenden Funktionen in einem Koordinatensystem schließen können.
Übungen im Lösen quadratischer Gleichungen sollen gleichzeitig zur Wiederholung und Vertiefung der Ähnlichkeitslehre, der Kreislehre und der Satzgruppe des Pythagoras genutzt werden. Bei der näherungsweisen Bestimmung von Wurzelwerten ist der Rechenstab oder die Zahlentafel zu verwenden.
In enger Zusammenarbeit mit dem Physiklehrer sind auch häufig Aufgaben aus der Mechanik zu lösen, die auf quadratische Funktionen beziehungsweise quadratische Gleichungen führen. Dadurch soll einmal den Schülern die Anwendbarkeit ihres im vorliegenden Stoffgebiet erworbenen Wissens und Könnens in der Physik verdeutlicht werden. Zum anderen erhält man auf diese Weise die Möglichkeit, die bereits zu einem früheren Zeitpunkt im Physikunterricht benutzten quadratischen Funktionen und Gleichungen nunmehr noch einmal unter speziell mathematischem Aspekt zu betrachten.

Beispiele: $s(t) = \frac{a}{2} t^2$

$$P(U) = \frac{1}{R} \cdot U^2$$

$$W_{\text{kin}}(v) = \frac{m}{2} v^2$$

$$F(v) = \frac{mv^2}{r}$$

4.1. Quadratische Funktionen (10 Stunden)

Einführen von „quadratische Funktion“ für $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$; a, b, $c \in P$); Fallunterscheidungen (bezüglich a, b, c);
graphisches Darstellen von Funktionen der Form $y = (x + d)^2 + e$ unter Verwendung von Wertetafeln und mit Hilfe von Schablonen;
Wiederholen von „Verschiebung“, „Achse der Parabel“ und „Scheitelpunkt der Parabel“;
Bestimmen des Scheitelpunktes $S(-d; e)$;
Untersuchen der Existenz von Schnittpunkten mit der x-Achse in Abhängigkeit von e (Fallunterscheidung).
Überführen der Gleichung $y = (x + d)^2 + e$ in die Normalform der Gleichung der quadratischen Funktion $y = x^2 + px + q$ und umgekehrt;
Einführen von „Diskriminante“ für die Differenz $D = \frac{p^2}{4} - q$;

Herleiten der Koordinaten des Scheitelpunktes in der Form $S\left(-\frac{p}{2}; -D\right)$;

Übungen im graphischen Darstellen von Funktionen der Form $y = x^2 + px + q$ mit Hilfe einer Schablone nach vorheriger Bestimmung der Scheitelpunktskoordinaten;
Klären des Zusammenhangs zwischen der Diskriminante D und der Lage des Bildes der Funktion $y = x^2 + px + q$ mit dem Scheitelpunkt

$S\left(-\frac{p}{2}; -D\right)$;

Übungen im Aufstellen der Gleichungen einiger quadratischer Funktionen ($a = 1$) bei gegebenen Koordinaten des Scheitelpunkts der entsprechenden Parabel.
Wiederholen von „Nullstelle einer Funktion";
Untersuchen der Existenz von Nullstellen einer Funktion $y = x^2 + px + q$ in Abhängigkeit von D anhand der graphischen Darstellungen; näherungsweises Bestimmen der Nullstellen aus der graphischen Darstellung.
Graphisches Darstellen einiger Beispiele für quadratische Funktionen $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).
Beispiele für quadratische Funktionen (insbesondere aus anderen Bereichen der Mathematik und aus den Naturwissenschaften).

4.2. Quadratische Gleichungen (20 Stunden)

Wiederholen des Verfahrens zur rechnerischen Bestimmung der Nullstellen einer Funktion $y = f(x)$ durch Lösen der Gleichung $f(x) = 0$;
Anwenden dieses Verfahrens auf die Funktion $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$; $a, b, c \in P$); dadurch Übergang zu der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$);
Einführen von „quadratische Gleichung" beziehungsweise „Gleichung 2. Grades";
Zurückführen der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) auf die Normalform $x^2 + px + q = 0$ ($p, q \in P$);

Unterscheiden folgender Fälle:
$p = 0$, $q = 0$ beziehungsweise $x^2 = 0$;
$p = 0$, $q \neq 0$ beziehungsweise $x^2 + q = 0$;
$p \neq 0$, $q = 0$ beziehungsweise $x^2 + px = 0$;
$p \neq 0$, $q \neq 0$ beziehungsweise $x^2 + px + q = 0$;
dabei Erläutern der Notwendigkeit vollständiger Fallunterscheidungen.

Wiederholung:
Das Verfahren der quadratischen Ergänzung;
das Umformen von Summen in Produkte durch Ausklammern sowie speziell unter Verwendung der Beziehung $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Lösen von Gleichungen der Form $x^2 + q = 0$ ($q \leqq 0$) und $x^2 + px = 0$ ($p \neq 0$) durch Linearfaktorenzerlegung; dabei Erläutern des Unterschieds zwischen „oder" (nicht ausschließend) und „entweder – oder" (ausschließend);
Übungen im Lösen der genannten Gleichungsformen;

Hinweis auf Gleichungen der Form $x^2 + q = 0$ mit $q > 0$ sowie auf die Notwendigkeit einer weiteren Zahlenbereichserweiterung.
Herleiten der allgemeinen Lösungsformel für die Normalform der quadratischen Gleichung; dabei Diskriminantendiskussion;
Übungen im Lösen quadratischer Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$ $(p, q \in P; p \neq 0)$ mit Hilfe der Lösungsformel;
Bewußtmachen der Tatsache, daß die Lösungsformel auch in den Spezialfällen $p \neq 0$ und $q = 0$, $p = 0$ und $q \neq 0$ sowie $p = 0$ und $q = 0$ anwendbar ist;
Übungen im Umformen einiger quadratischer Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten; dabei Untersuchen der Bedingungen für die Existenz von Lösungen (Fallunterscheidung).
Aufstellen und Lösen quadratischer Gleichungen aus verschiedenen mathematischen, naturwissenschaftlichen und aus praktischen Sachverhalten.

Zur Information: Ermitteln von quadratischen Gleichungen aus vorgegebenen Lösungen.
Der Würzelsatz des Vieta.
Gleichungen höheren Grades und das Problem der Existenz von Lösungsformeln für Gleichungen n-ten Grades $(n > 2)$.
Quadratische Ungleichungen.

5. Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechenhilfsmittel 20 Stunden

Dieses Stoffgebiet hat das Ziel, die Schüler mit weiteren nichtrationalen Funktionen bekannt zu machen, ihr Wissen über Rechenhilfsmittel zu ergänzen und zu vertiefen und die Fertigkeiten der Schüler im Stabrechnen weiter zu erhöhen.
Das Motiv für die abermalige Erweiterung des Potenzbegriffs auf Potenzen mit reellen Exponenten wird aus der Tatsache gewonnen, daß (z. B.) die Gleichung $10^x = 3$ keine rationale Lösung besitzt. Den Schülern ist mitzuteilen, daß a^x für jede reelle Zahl x und jede positive reelle Zahl a definiert ist.
Durch die Einführung der Exponential- und Logarithmusfunktionen, die graphische Darstellung ausgewählter Vertreter dieser nichtrationalen Funktionsklassen und durch Beispiele für Anwendungen der genannten Funktionen soll das Wissen der Schüler über Funktionen erweitert und vertieft werden.
Die Erarbeitung der Eigenschaften der dekadischen Logarithmen und die Behandlung von Logarithmengesetzen (ausgehend von den Potenzgesetzen) hat in erster Linie das Ziel, den Schülern den Logarithmus-Begriff verständlich zu machen sowie den Aufbau des Rechenstabs und den Gebrauch dieses Hilfsmittels nachträglich mathematisch zu begründen. Diese sogenannten Logarithmengesetze sind daher ausgehend von den Potenzgesetzen zu gewinnen und sollten gewissermaßen als andere „Schreibweise" der Potenzgesetze betrachtet werden.
In Fortsetzung der Leitlinie „Gleichungen" sind einige einfache Exponentialgleichungen (wie z. B. $3^x = 27$, $2^x = \frac{1}{8}$, $7^x = 1$) durch inhaltliche Über-

legungen zu lösen. Ebenso muß das Bestimmen des Logarithmus einer Zahl b zur Basis a als das Lösen von Gleichungen $a^x = b$ aufgefaßt werden. Eine systematische Behandlung dieser Gleichungstypen ist jedoch nicht vorgesehen.
Die Fähigkeit der Schüler, Beweise zu führen, ist an den ausgewiesenen Beweisen weiterzuentwickeln.
Anwendungsaufgaben sollen genutzt werden, um die Flächen- und Körperberechnung zu wiederholen sowie die Kenntnisse der Schüler aus dem Physik-, dem Chemie- und dem polytechnischen Unterricht zu vertiefen. Hierbei sind auch Abschätzungen über die Genauigkeit der Resultate vorzunehmen. Auf sinnvolles Runden der Resultate ist größter Wert zu legen.
Anknüpfend an Bemerkungen über die Bedeutung der Logarithmenrechnung und des Rechenstabs in Vergangenheit und Gegenwart, ist den Schülern ein kurzer Überblick über weitere Rechenhilfsmittel und über die Bedeutung der Informationsverarbeitungstechnik für die Volkswirtschaft der Deutschen Demokratischen Republik zu geben.

5.1. Exponential- und Logarithmusfunktionen (8 Stunden)

Wiederholung des Potenzbegriffs und seiner Erweiterung auf rationale Exponenten;
Lösen einiger einfacher Exponentialgleichungen durch inhaltliche Überlegungen;
indirekter Beweis des Satzes „Es gibt Gleichungen $a^x = b$ (a, $b \in R$), die keine rationale Lösung besitzen“ an einem Beispiel;
Mitteilen der Existenz von Potenzen mit reellem Exponenten sowie der Gültigkeit der Potenzgesetze.
Definieren des Begriffs „Logarithmus“; die Schreibweise „$\log_a x$“;
Beweis der Irrationalität von (z. B.) $\log_{10} 2$.
Einführen von „Exponentialfunktion“ für Funktionen der Form $y = a^x$ (a, $x \in P$; $a > 0$);
graphisches Darstellen der Funktionen $y = 2^x$ und $y = 10^x$.
Einführen von „Logarithmusfunktion“ für Funktionen der Form $y = \log_a x$ (a, $x \in P$; a, $x > 0$; $a \neq 1$);
graphisches Darstellen der Funktionen $y = \log_2 x$ und $y = \log_{10} x$.
Wiederholen von „nichtrationale Funktion“.
Beispiele für Anwendungen dieser Funktionen in verschiedenen Bereichen.

Zur Information: Logarithmusfunktion und Exponentialfunktion als Umkehrfunktionen.

5.2. Rechenhilfsmittel (12 Stunden)

Logarithmieren und Radizieren als Umkehrung des Potenzierens.
Einführen von „dekadischer Logarithmus“, „lg“, „Kennzahl“ und „Mantisse“;
Erläutern der logarithmischen Skala des Rechenstabs; dazu Entnahme einiger spezieller dekadischer Logarithmen aus der Zahlentafel.

Herleiten der Logarithmengesetze aus den Potenzgesetzen;
mathematische Begründung des Arbeitens mit dem Rechenstab.
Überblick über weitere Rechenhilfsmittel und über die Bedeutung der elektronischen Datenverarbeitung in der Deutschen Demokratischen Republik.
Übungen im Lösen von Aufgaben mit Hilfe des Rechenstabs aus verschiedenen Bereichen des mathematischen, naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterrichts – unter Einbeziehung von Aufgaben aus dem aktuellen gesellschaftlichen Leben – bei besonderer Beachtung
– der Aufstellung von Lösungsplänen;
– des Überschlags;
– der Schreibweise mit abgetrennten Zehnerpotenzen;
– der Angabe des Resultats mit sinnvoller Genauigkeit.

KLASSE 10

1. Winkelfunktionen **62 Stunden**

Das vorliegende Stoffgebiet hat die Aufgabe, die bis zur Klasse 10 erarbeiteten Kenntnisse der Schüler über Funktionen durch die systematische Behandlung der Winkelfunktionen zu erweitern und zu vertiefen sowie das hierbei von den Schülern erworbene Wissen und Können bei der Berechnung von Dreiecken zu nutzen.
Mit der Einführung speziell der Sinusfunktion während der ersten Unterrichtswochen von Klasse 10 sind wesentliche Voraussetzungen für die Behandlung des Stoffgebiets „Schwingungen" im Physikunterricht der Klasse 10 zu schaffen. Durch enge Zusammenarbeit mit dem Physiklehrer ist zu gewährleisten, daß an entsprechenden Stellen im Physikunterricht von den mathematischen Voraussetzungen optimal Gebrauch gemacht wird.
Nach einer einleitenden Wiederholung und nach Erweiterung der Kenntnisse der Schüler über Winkel und Winkelmessung ist der Sinus eines Winkels – gemessen in Bogenmaß – an einem Kreis mit beliebigem Radius einzuführen und die Funktion $y = \sin x$ – ebenso wie die bisher behandelten Funktionen – als Menge geordneter Paare reeller Zahlen zu definieren. Anschließend sollten die Schüler darauf hingewiesen werden, daß auf Grund der eineindeutigen Beziehung zwischen Grad- und Bogenmaß auch eine Angabe wie „sin 30°" erlaubt und gebräuchlich ist.
Die graphische Darstellung (der Graph) der Sinusfunktion ist zu nutzen, um – analog zu dem Vorgehen in Klasse 9 – wichtige Eigenschaften dieser Funktion (wie Wertebereich, Monotonieverhalten u. ä.) zu ermitteln. Durch die Ausdehnung der Betrachtungen auf Funktionen der Form $y = a \cdot \sin bx$ sind die Belange des Physikunterrichts und des polytechnischen Unterrichts zu berücksichtigen.

Beispiel: $y = y_{\max} \cdot \sin \omega t$

Die Kosinus-, Tangens- und Kotangensfunktion sind in wesentlich knapperer Form als die Sinusfunktion zu behandeln, wobei auf das bei der Erörterung dieser Funktion von den Schülern erworbene Wissen und Können ständig Bezug zu nehmen ist.
Wichtige Zusammenhänge zwischen den Winkelfunktionen sind herauszuarbeiten, wobei sich die Schüler die grundlegenden Gleichungen $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ und $\tan x \cdot \cot x = 1$ fest einzuprägen haben. Sie müssen aber darüber hinaus befähigt werden, weitere einfache Beziehungen zwischen den Winkelfunktionswerten – wie zum Beispiel $\tan x = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$ $\left(0 \leqq x < \frac{\pi}{2}\right)$ – herzuleiten beziehungsweise zu beweisen sowie von der Formelsammlung Gebrauch zu machen.
Das Bestimmen der Winkelfunktionswerte zu gegebenen Winkeln (und umgekehrt) ist in Fortführung der entsprechenden Leitlinie des Mathema-

tiklehrgangs unserer Schule als das Lösen von Gleichungen aufzufassen. Weitere einfachste goniometrische Gleichungen sind durch inhaltliche Überlegungen zu lösen; eine systematische Behandlung soll nicht durchgeführt werden.

Beispiele: $2 \sin x = 1; \quad \cos^2 x = \frac{3}{4}$

Bei der Berechnung spezieller Winkelfunktionswerte sind die Schüler darauf hinzuweisen, daß die Winkelfunktionswerte im allgemeinen keine rationalen Zahlen sind.
Nachdem die Schüler bei der Behandlung von Schwingungsvorgängen im Physikunterricht eine erste wichtige Anwendung der Winkelfunktionen (speziell der Sinusfunktion) kennengelernt haben, werden sie dann im Mathematikunterricht durch die Behandlung der Dreiecksberechnung und der sich daran anschließenden Lösung von Aufgaben aus Planimetrie, Stereometrie und Technik mit einem weiteren Anwendungsgebiet dieser Funktionsklasse vertraut gemacht. Das Lösen eines planimetrischen, stereometrischen oder technischen Problems darf dabei nicht auf das formale Lösen einer Dreiecksaufgabe eingeengt werden. Vielmehr muß das mit Hilfe trigonometrischer Verfahren zu lösende Problem diskutiert, ein geeignetes Verfahren ausgewählt und das Ergebnis vom ursprünglichen Sachverhalt her gedeutet werden. Hierbei ist gleichzeitig das Wissen und Können der Schüler aus der Planimetrie und Stereometrie zu wiederholen, zu festigen und zu vertiefen.
Auch in diesem Stoffgebiet sind die sich ergebenden Möglichkeiten (vgl. Stoffteil) zur Erhöhung der Fähigkeiten und Fertigkeiten der Schüler im Herleiten und Beweisen von Sätzen zu nutzen.
Das Rechnen mit Hilfe der Winkelfunktionsskalen des Rechenstabs – insbesondere mittels der Proportionaleinstellung – beziehungsweise das Stabrechnen mit Werten der Winkelfunktionen, die den Tafeln entnommen werden, muß zur Fertigkeit entwickelt werden.
Größter Wert ist darauf zu legen, daß die Schüler neben der Rechnung eine maßstäbliche Zeichnung oder eine Skizze anfertigen. Damit werden sie zur Kontrolle der auf einem anderen Weg gefundenen Lösung angehalten, festigen aber gleichzeitig auch ihre Konstruktionsfertigkeiten und ihr Wissen und Können aus der Geometrie.

1.1. Die Funktion $y = \sin x$ (10 Stunden)

Wiederholung:

Die Begriffe „Funktion", „Definitionsbereich", „Wertebereich", „Funktionswert", „Winkel" sowie die Einheiten „Grad", „Minute", „Sekunde".

Erweitern des Winkelbegriffs auf Winkel $\alpha > 360°$ und Winkel $\alpha < 0°$;
Einführen von „einander äquivalente Winkel" und „Hauptwert einer Klasse einander äquivalenter Winkel";
Einführen von „Einheitskreis".
Einführen von „Bogenmaß eines Winkels" und von „Radiant"; einfache Übungen im Umrechnen von Grad- in Bogenmaß (und umgekehrt).

Definieren des Begriffs „Sinus eines Winkels" an einem Kreis mit beliebigem Radius;
Definieren der Funktion $y = \sin x$ als Menge geordneter Paare reeller Zahlen; Einführen von „Sinusfunktion".

Berechnen der Sinusfunktionswerte an den Stellen $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ $(k \in G)$;

näherungsweises Bestimmen einiger weiterer Sinusfunktionswerte;
graphisches Darstellen der Sinusfunktion in einem geeigneten Intervall (unter Verwendung des Einheitskreises);
Untersuchen der Sinusfunktion hinsichtlich
- Wertebereich,
- Nullstellen,
- Vorzeichen der Funktionswerte,
- Monotonieverhalten in bestimmten Intervallen,
- Periodizität;

Einführen von „Periode".
Wiederholen der Begriffe „Streckung" und „Stauchung";
Skizzieren ausgewählter Beispiele der Funktionen $y = a \cdot \sin x$, $y = \sin bx$ und $y = a \cdot \sin bx$ unter Verwendung der graphischen Darstellung der Funktion $y = \sin x$;
Untersuchen der Eigenschaften dieser Funktionen (Wertebereich, Vorzeichen, Nullstellen, Periode, Einfluß von a und b).

1.2. Die Funktionen $y = \cos x$, $y = \tan x$ und $y = \cot x$ (8 Stunden)

Definieren des Begriffs „Kosinus eines Winkels" an einem Kreis mit beliebigem Radius, Definieren der Funktion $y = \cos x$;
Einführen von „Kosinusfunktion";

Berechnen der Kosinusfunktionswerte an den Stellen $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ $(k \in G)$;

graphisches Darstellen der Kosinusfunktion in einem geeigneten Intervall;
Untersuchen der Kosinusfunktion hinsichtlich
- Wertebereich,
- Nullstellen,
- Vorzeichen der Funktionswerte,
- Periodizität.

Definieren der Begriffe „Tangens eines Winkels" und „Kotangens eines Winkels" durch

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ für $x \in P$ und $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in G$;

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ für $x \in P$ und $x \neq k \cdot \pi$, $k \in G$;

Begründen der Notwendigkeit der angegebenen Beschränkungen;
Definieren der Funktionen $y = \tan x$ und $y = \cot x$; Einführen von „Tangensfunktion" und „Kotangensfunktion";

Untersuchen dieser Funktionen hinsichtlich
- Wertebereich,
- Nullstellen,
- Vorzeichen der Funktionswerte,
- Periodizität,
- des Verhaltens bei Annäherung an die Stellen $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ ($k \in G$).

Berechnen der Sinus- und Kosinusfunktionswerte sowie der Tangens- und Kotangensfunktionswerte an den Stellen $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$.

Skizzieren der graphischen Darstellungen der Tangens- und Kotangensfunktion.

1.3. Beziehungen zwischen Winkelfunktionswerten (14 Stunden)

Herleiten der Gleichungen $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ und $\tan x \cdot \cot x = 1$

($x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$; $k \in G$);

Darstellen von $\cos x$, $\tan x$ und $\cot x$ (bzw. $\sin x$, $\tan x$, $\cot x$) allein durch $\sin x$ (bzw. $\cos x$) unter Verwendung der Umformungsregeln für Gleichungen und der Wurzelgesetze; dabei jeweils Angabe des zulässigen Variablengrundbereichs.
Wiederholen von „Komplementwinkel";
Herleiten der Komplementwinkelbeziehungen zwischen einer Winkelfunktion und ihrer Kofunktion;
Einführen von „Kofunktion".
Aufsuchen der Beziehungen zwischen den Winkelfunktionswerten an der Stelle x und an den Stellen $\pi - x$, $\pi + x$ beziehungsweise $2\pi - x$ („Quadrantenbeziehungen") in der Zahlentafel;
Erläutern dieser Beziehungen;
Übungen im Beweisen einiger Quadrantenbeziehungen.
Erläutern der Tafeln der Winkelfunktionswerte und der entsprechenden Skalen des Rechenstabes; Übungen im Gebrauch von Tafel (ohne Interpolation) und Rechenstab zur Bestimmung der Winkelfunktionswerte gegebener Winkel (und umgekehrt);
Lösen einiger einfachster goniometrischer Gleichungen.

1.4. Anwendung der Winkelfunktionen bei Dreiecksberechnungen (30 Stunden)

Anwenden der Winkelfunktionen auf das rechtwinklige Dreieck;
Übungen im Lösen der Grundaufgaben (Berechnen von Seitenlängen, Winkelgrößen und Flächeninhalten) für rechtwinklige Dreiecke unter Verwendung des Rechenstabs beziehungsweise der Zahlentafel.
Anwenden der Grundaufgaben bei Berechnungen am gleichschenkligen Dreieck und am regelmäßigen n-Eck.

Anwenden der Grundaufgaben bei der Berechnung einiger beliebiger ebener Dreiecke;
Herleiten des Sinus- und des Kosinussatzes sowie der Flächeninhaltsformel $A = \frac{1}{2}$ ab sin γ, dabei Hinweis auf das Prinzip der Rückführung neuer Probleme auf bereits gelöste.
Übungen im Anwenden dieser Sätze bei der Berechnung der Größe von Seiten, von Winkeln und des Flächeninhalts beliebiger Dreiecke; dabei Berücksichtigung solcher Aufgaben, die keine oder zwei Lösungen besitzen.
In diesem Zusammenhang: Wiederholen der Kongruenzsätze, der Winkel-Seiten-Relation und der Seiten-Relation („Dreiecksungleichung") am Dreieck sowie einfacher Konstruktionen.
Übungen im Lösen von Anwendungsaufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie sowie aus verschiedenen praktischen Bereichen einschließlich der Landesverteidigung.

2. Körperdarstellung und Körperberechnung **30 Stunden**

Dieses Stoffgebiet hat zwei Hauptaufgaben zu erfüllen. Einmal soll das in der darstellenden Geometrie und in der Stereometrie der Klassen 7 und 8 vermittelte Wissen und Können wegen seiner mathematischen und polytechnischen Bedeutung gründlich wiederholt, systematisiert und ergänzt werden. Zum anderen sollen aber auch die sich dabei ergebenden vielfältigen Möglichkeiten der Festigung durch Wiederholung, Übung und Anwendung von Definitionen, Sätzen und Verfahren aus verschiedenen Gebieten des Mathematikunterrichts genutzt werden, um eine Abrundung der mathematischen Bildung der Schüler im Hinblick auf den bevorstehenden Abschluß ihrer Oberschulzeit zu erreichen.
Körperberechnungen spielen in verschiedenen Bereichen der Praxis eine bedeutende Rolle, so daß den Schülern in Klasse 10 noch einmal ein Überblick über die verschiedenen Berechnungsfälle vermittelt werden soll. Das Stoffgebiet birgt aber auch Ansatzpunkte, die für die Formung der allgemein-mathematischen Bildung der Schüler von Wert sind.
So ist durch sorgfältige Wahl der Übungsaufgaben zu gewährleisten, daß das Verständnis der Schüler für den funktionalen Zusammenhang zwischen den gegebenen Größen einerseits und der gesuchten Größe andererseits weiter vertieft wird. Alle Formeln sind dementsprechend als Gleichungen von Funktionen (mit jeweils einer unabhängigen Variablen) aufzufassen.

Beispiele: $V(a) = a^3$

$$V(a) = \frac{1}{3} h a^2$$

$$V(h) = \frac{1}{3} h a^2$$

Erforderliche Umformungen müssen gleichzeitig zur Festigung der Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen und Gleichungen genutzt werden.

Beim Lösen von Anwendungsaufgaben sollen die Schüler erkennen, daß die in den zur Verfügung stehenden Formeln enthaltenen Größen durchaus nicht immer auch die einer praktischen Messung am leichtesten zugänglichen Größen sind. Sie müssen daher das zielgerichtete, planmäßige Ersetzen bestimmter Größen durch andere als ein typisch mathematisches Verfahren beherrschen lernen.
Auf eine sinnvolle praxisbezogene Genauigkeit der Resultatsangaben ist insbesondere bei Anwendungsaufgaben zu achten.
Es ist nicht Aufgabe des vorliegenden Stoffgebiets, alle benötigten Formeln herzuleiten beziehungsweise zu beweisen — zumal hierfür zum Teil Verfahren der Infinitesimalrechnung erforderlich sind, die den Schülern nicht zur Verfügung stehen. Dieses Stoffgebiet dient vielmehr in erster Linie dazu, den in der Praxis üblichen Gebrauch von Hilfsmitteln (Tafelwerk mit Formelsammlung, Rechenstab, dazu Kurvenlineale, Schablonen) zu üben.
Zur weiteren Entwicklung der Fähigkeiten der Schüler im Herleiten und Beweisen sollten Aufgaben dienen, die die Anwendung der bekannten Formeln auf gewisse Sonderfälle, das Ersetzen von Größen, das Nutzen trigonometrischer Beziehungen u. ä. verlangen.
Die Schüler sind darauf hinzuweisen, daß mathematische Körper Idealisierungen darstellen, die aus der objektiven Realität durch einen Abstraktionsprozeß hervorgehen.
Im Zusammenhang mit der Körperberechnung sind die Körper häufig auch darzustellen. Dabei kommt es auf eine methodisch geschickte Unterrichtsgestaltung an, die eine rationelle Behandlung beider Teilgebiete ermöglicht, ohne ihre Eigengesetzlichkeit zu verletzen.
Nach einer Wiederholung bestimmter — im Stoffteil detailliert ausgewiesener — Kenntnisse aus der darstellenden Geometrie, Klasse 7, sind die Schüler mit dem Abbilden der angegebenen krummflächig begrenzten Körper und der Körperstümpfe vertraut zu machen. (Hierbei kann sich der Lehrer — unter Beachtung der Spezifik der Unterrichtsfächer — auf Vorleistungen aus dem polytechnischen Unterricht stützen, speziell auf den Lehrgang „Technisches Zeichnen“, Klasse 7 und 8, und auf die Körperdarstellungen in den Klassen 9 und 10). Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Entwicklung des Abstraktionsvermögens der Schüler, nicht aber auf der Herausbildung von Zeichenfertigkeiten. Deshalb müssen die Schüler insbesondere auch befähigt werden, die Gestalt und Größe von Körpern aus deren Projektionen zu erkennen. Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler ist in diesem Stoffgebiet weiterzuentwickeln.
Die Schüler sind anzuhalten, ihre Rechnungen und Zeichnungen (einschließlich der Skizzen) in einer sauberen und ordentlichen Form anzufertigen, die sich durch klare Gliederung und Übersichtlichkeit der Lösungen auszeichnet.

2.1. Wiederholung und Ergänzung (16 Stunden)

Wiederholung:

Systematisierende Wiederholung der bisher behandelten Körper (Prismen, Kreiszylinder, Pyramiden, Kreiskegel und Kugeln);

Lösen von (formalen und praxisbezogenen) Aufgaben zur Körperberechnung;
dabei Übung im
- Aufstellen und Begründen von Lösungsplänen;
- Aufsuchen der Formeln in der Formelsammlung;
- Auflösen von Formeln nach der gesuchten Größe;
- Schätzen und Überschlagen der zu bestimmenden Größe;
- sachgemäßen und rationellen Einsatz von Hilfsmitteln (Rechenstab, Lehrbuch, Zahlentafel, Tabellen, Skizzen, Formelsammlung);
- Anwenden von Kontrollverfahren;
- Berechnen von Schnittfiguren.

Darstellen von ebenflächig begrenzten Körpern in Kavalierperspektive und Zweitafelprojektion;
Lesen dieser Darstellungen.
Konstruieren der wahren Länge einer Strecke aus gegebenem Grund- und Aufriß (Umklappung);
ebene Schnitte senkrecht zur Aufrißtafel durch gerade Prismen;
Konstruieren von wahrer Größe und Gestalt dieser Schnittfiguren (durch Umklappen).

Skizzieren von geraden Kreiszylindern sowie Kreiskegeln in schräger Parallelprojektion ($\alpha = 90°$, $q = \frac{1}{2}$) und in Zweitafelprojektion;
ebene Schnitte durch gerade Kreiszylinder senkrecht zur Aufrißtafel, Skizzieren der Schnittfiguren.

2.2. Pyramiden- und Kreiskegelstümpfe **(14 Stunden)**

Einführen von „Pyramidenstumpf" und „Kreiskegelstumpf";
Aufsuchen der Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt von geraden Pyramiden- und Kreiskegelstümpfen in der Formelsammlung;
Erörtern und Anwenden dieser Formeln bei Berechnungen;
dabei Darstellen von geraden Pyramidenstümpfen in Kavalierperspektive und Zweitafelprojektion und von geraden Kreiskegelstümpfen in Zweitafelprojektion sowie Skizzieren von Kreiskegelstümpfen in schräger Parallelprojektion
($\alpha = 90°$, $q = \frac{1}{2}$);

Übungen im Erkennen der Originale aus deren Projektionen.
Übungen im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt einfacher zusammengesetzter Körper.

Zur Information: Skizzieren einfacher zusammengesetzter Körper beziehungsweise Erkennen der Originale aus deren Projektionen; Berechnen einfacher Schnittfiguren.

Kurzwort: 00 30 18 Lehrpl. Mathe 5–10
DDR 1,20 M