

IPhO- Übungsaufgaben

**Ministerium
für
Volksbildung**

**Zentrales
Methodisches
Kabinett
für außer-
unterrichtliche
Tätigkeit**

HEFT 2

I P h O -
Ü b u n g s a u f g a b e n

Ministerium
für
Volksbildung
Zentrales
Methodisches
Kabinett
für außer-
unterrichtliche
Tätigkeit

Heft 2

Autorenkollektiv: Prof. Dr. J. Wendt
OL U. Walta
Dr. P. Bartsch

Leiter des Autorenkollektivs: Prof. Dr. J. Wendt

Adresse der Autoren: Pädagogische Hochschule
"Liselotte Herrmann"
Sektion Mathematik/Physik
2600 Güstrow
Goldberger Str. 12

1. Auflage

Ausgabe 1983

Lizenz-Nr. 203/1000/83 (E)

LSV 0600

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: (52) VOB Nationales Druckhaus Berlin

Verlagstitelnummer: 30 09 08-1

Aufgaben

Aufgabe 1

Ein Eisenbahnzug, der mit einer Geschwindigkeit von 70 kmh^{-1} bewegt wird, rollt nach Abstellen der Zugkraft mit einer Verzögerung von $0,25 \text{ ms}^{-2}$ weiter. Welchen Weg hat er nach 50 s zurückgelegt? Nach welcher Zeit kommt er zum Stillstand? Wie groß ist die mit abnehmender Geschwindigkeit zurückgelegte Strecke?
(J. Wendt)

Aufgabe 2

Der Schwerpunkt eines Eisenbahnwagens liegt $h = 1,25 \text{ m}$ über der Schiene. Die Spurweite der Bahn ist $b = 1,435 \text{ m}$. Die Gleise sind mit einem Krümmungsradius von $r = 175 \text{ m}$ verlegt. Bei welcher Geschwindigkeit kippt der Eisenbahnwagen noch nicht um? Wie groß müßte der Krümmungsradius mindestens sein, wenn der Zug bei 250 kmh^{-1} im Gleichgewicht bleiben soll?
(J. Wendt)

Aufgabe 3

In einem Wasserfall mit einer Fallhöhe von 10 m fallen je Sekunde 150 l Wasser herab. Dieses Wasser wird auf eine Turbine gelenkt mit einer Achse von 30 cm Durchmesser. Die Turbine macht dann in 5 s eine Umdrehung, wenn um die Achse der Turbine ein Seil mit einer Last von G gelegt ist. Wie groß ist G, wenn von Energieverlusten durch Reibung abgesehen wird?
(J. Wendt)

Aufgabe 4

Ein PKW mit einer Masse von 800 kg steht auf einer geneigten Straße mit einem Anstiegswinkel von $\alpha = 13^\circ$. Welche Kraft muß aufgewendet werden, damit der Wagen in Ruhe bleibt? Wie groß muß die Kraft sein, wenn er mit einer Beschleunigung von $a = 0,5 \text{ ms}^{-2}$ aufwärts bewegt werden soll? ($\mu = 0,05$)
(J. Wendt)

Aufgabe 5

Von einer geneigten Ebene, die mit der Horizontalen einen Winkel von $\alpha = 27^\circ$ bildet, gleitet ein Körper ohne Reibung in $t_1 = 9 \text{ s}$, mit Reibung in $t_2 = 14,5 \text{ s}$ herab. Es sind zu bestimmen

- a) die Reibungszahl μ , b) die Länge der geneigten Ebene und c) die Endgeschwindigkeit des Körpers in den beiden Fällen.

Aufgabe 6

Eine Kugel fällt aus einer Höhe von $h = 7 \text{ m}$ frei herab. Sie trifft auf eine geneigte Ebene, die unter einem Winkel $\alpha = 30^\circ$ gegen die Horizontale geneigt ist. Nach welcher Zeit und in welchem Punkt erreicht diese Kugel nach einer vollen elastischen Reflexion die Waagerechte, wenn sie die geneigte Ebene 4 m vom unteren Ende trifft?

(J. Wendt)

Aufgabe 7

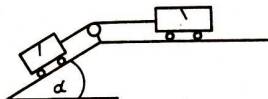
Ein Dachstein rutscht unter dem Einfluß der Schwerkraft 3 s lang auf einem Dach mit dem Neigungswinkel $\alpha = 60^\circ$. Danach fällt er $h = 17,56 \text{ m}$ tief auf die Straße. Wie groß ist die Fallzeit des Dachsteins in der Luft? Wo trifft er die Straße? ($\mu = 0,40$)

(J. Wendt)

Aufgabe 8

Ein Wagen mit der Masse $m_1 = 17 \text{ kg}$ wird durch einen Wagen der Masse $m_2 = 8 \text{ kg}$ beschleunigt, der sich auf einer geneigten Ebene bewegt ($\alpha = 30^\circ$). Welche Lage haben die Pendel in den Wagen?

(N. Vermes, Physikaufgaben aus der UVR 1975)



Aufgabe 9

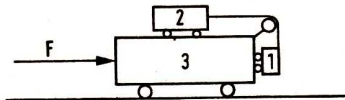
Die Motoren des Schiffes "France" haben eine Leistung von 118 MW , Die Fahrgeschwindigkeit beträgt 63 kmh^{-1} . Das Schiff hat eine

Masse von 66 000 t. Wie groß ist die Beschleunigung im Moment der Abfahrt?

(N. Vermees, Physikaufgaben aus der UVR 1975)

Aufgabe 10

Ein mechanisches System besteht aus drei kleinen Wagen 1, 2 und 3 (siehe Abbildung). Sie haben die Massen $m_1 = 300 \text{ g}$, $m_2 = 200 \text{ g}$, $m_3 = 1500 \text{ g}$.



1. Auf den Wagen 3 wirkt eine horizontale Kraft von solcher Größe, daß die Wagen 1 und 2 relativ zum Wagen 3 in Ruhe bleiben.
 - a) Man berechne die Zugkraft im Faden, der die Wagen 1 und 2 verbindet.
 - b) Man bestimme die Größe der Kraft F .
2. Man betrachte das System unter der Voraussetzung, daß der Wagen 3 in Ruhe ist.
 - a) Wie groß ist die Beschleunigung der Wagen 1 und 2?
 - b) Wie groß ist jetzt die Zugkraft im Faden, der 1 und 2 verbindet?

Widerstands- und Reibungskräfte sowie die Masse des Fadens und die Trägheitsmomente aller rotierenden Teile sind zu vernachlässigen.

(IPhO 1969, ČSSR)

Aufgabe 11

In einem engen Glasrohr befindet sich eine Quecksilbersäule. Das Rohr wurde in horizontaler Lage an beiden Enden zugeschmolzen, so daß an jedem Ende eine Luftmenge unter Normaldruck eingeschlossen wurde. Das Volumen der Luft auf der einen Seite (V_1) ist doppelt so groß wie das Luftvolumen auf der anderen Seite (V_2). Hält man das Rohr senkrecht, gilt für die Luftvolumina:

$$V_1 : V_2 = 3 : 1.$$

Wie lang ist die Quecksilbersäule?
(Olympiade SR Rumänien 1959)

Aufgabe 12

Wie groß ist das scheinbare Gewicht eines Körpers mit der Masse m , der bei der Temperatur t in eine Flüssigkeit eingetaucht wird? Gegeben sind mit ϱ_0 die Dichte des Körpers bei 0°C , mit ϱ' die Dichte der Flüssigkeit bei 0°C , mit γ der kubische Wärmeausdehnungskoeffizient des Körpers und mit k der Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit.

(Olympiade SR Rumänien 1960)

Aufgabe 13

Ein mit 1000 m^3 Wasserstoff gefüllter Ballon schwebt bei Normaldruck in Bodennähe.

Wie groß ist an diesem Tag die Lufttemperatur?

Als Masse der völlig leeren zusammengefalteten Hülle und des Korbes mit Inhalt wurden bei gleichen Temperatur- und Druckverhältnissen wie beim Start 1100 kg ermittelt. Es wurde eine Balkenwaage mit Wägestücken von vernachlässigbarem Volumen benutzt.

Unter Normalbedingungen beträgt die Dichte der Luft $1,293\text{ kg/m}^3$, die des Wasserstoffs $0,0899\text{ kg/m}^3$.

(V. Koos/U. Walta)

Aufgabe 14

Ein Kraftfahrzeug mit einer Leistung von 22 kW und einem Wirkungsgrad von 20% verbraucht für eine Strecke $s = 648\text{ km}$ $103,7\text{ kg}$ Benzin mit dem Heizwert $46\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

a) Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit des Kraftfahrzeugs?

b) In welcher Zeit wurde die Strecke durchfahren?

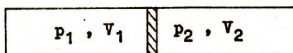
(Olympiade SR Rumänien 1962)

Aufgabe 15

Ein zylindrisches Gefäß, in dem sich ein Gas befindet, wird durch einen Kolben in zwei Teile geteilt. Volumen und Druck im linken Teil sind V_1 , p_1 und im rechten Teil V_2 , p_2 (Skizze). Die Anfangstemperatur sei in beiden Teilen gleich. Läßt man den

Kolben frei, dann verdoppelt sich die absolute Temperatur im linken Teil. Im rechten Teil wird die Temperatur konstant gehalten.

Wie groß ist dann das Volumen im linken Teil?



(Olympiade UdSSR)

Aufgabe 16

Zum Abbremsen eines Rades mit dem Durchmesser $d = 1$ m wird ein Bremsklotz mit einer Kraft von 8 kN gegen die Peripherie gedrückt. Bis zum völligen Stillstand führt das Rad noch 200 Umdrehungen aus. Die Reibungszahl zwischen Rad und Bremsklotz beträgt 0,2.

Zu berechnen ist die Temperatur des Bremsklotzes am Ende der Bremsung, wenn 50 % der umgewandelten Energie vom Klotz aufgenommen werden.

Masse des Bremsklotzes: $m = 15$ kg

Anfangstemperatur: $T_1 = 283$ K

Spezifische Wärmekapazität

des Bremsklotzmaterials: $c = 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ ($1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$)

(Olympiade SR Rumänien 1955)

Aufgabe 17

Die zylindrische Schwungscheibe eines Motors hat den Durchmesser $d = \frac{0,8}{\pi}$ m. Sie wird 2 Minuten lang mit Hilfe eines Bremsklotzes mit einer Reibungskraft von 10 kN gebremst. In dieser Zeit macht die Scheibe 427 Umdrehungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit.

- Welche Wärmemenge entsteht während der Reibungszeit?
- Um wieviel Grad erwärmen sich Scheibe und Bremsklotz, wenn 60 % der entstandenen Wärmemenge abgestrahlt wird? Scheibe und Bremsklotz bestehen aus einem Material mit der spezifischen Wärmekapazität

$$418 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

- Welche Leistung hat der Motor?

Schwungscheibe und Bremsklotz haben zusammen eine Masse $m = 100$ kg.

(Olympiade SR Rumänien 1960)

Aufgabe 18

Zwei Wassermengen mit den Temperaturen $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$ und $\vartheta_2 = 80^\circ\text{C}$ haben die zugehörigen Rauminhalte $V_1 = 200\text{ cm}^3$ und $V_2 = 300\text{ cm}^3$. Wie groß ist das Gesamtvolumen nach dem Mischen, wenn keine Wärme nach außen abgegeben wird?

Aufgabe 19

In einem Zylinder befinden sich 0,58 kg Luft unter einem Druck von 760 Torr. Wie groß ist die Arbeit beim isobaren Erwärmen der Luft von 25°C auf 100°C ? Die relative Molekularmasse der Luft ist 29 kg/kMol .

(Auswahlklausur DDR 1975)

Aufgabe 20

Eine vorgegebene Wassermenge wird in 20 Minuten zum Sieden gebracht, wenn ein elektrisches Heizgerät benutzt wird, das an eine Spannung von 120 V angeschlossen ist. Die gleiche Wassermenge wird in 28 Minuten zum Sieden gebracht, wenn das gleiche Heizgerät an eine Spannung von 110 V angeschlossen wird. Nach welcher Zeit siedet das Wasser, wenn das Gerät an 100 V angeschlossen wird?

Die durchschnittlichen Wärmeverluste je Sekunde werden für alle drei Fälle als gleich angenommen.

(Olympiade VR Polen)

Aufgabe 21

Nach den Keplerschen Gesetzen bewegen sich die Planeten im Gravitationsfeld der Sonne auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

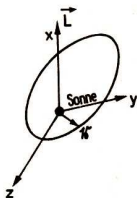
Neben dieser Ellipsenbahn kann ein Körper mit der Masse m im Gravitationsfeld sich auch auf einer Kreis-, Parabel- und Hyperbelbahn bewegen. Die physikalischen Größen, die die Bahnform eindeutig bestimmen, sind die beiden Erhaltungsgrößen Gesamtenergie und Bahndrehimpuls des Körpers.

Diese Aussage gilt es zu beweisen.

Ferner ist der Maximalabstand $r_{\max}$ und der Minimalabstand $r_{\min}$ als Funktion der Energie E und des Drehimpulses L für alle Bahnformen anzugeben.

Hilfen: Man beginne zweckmäßig mit der zweiten Fragestellung und schließe dann auf die Beantwortung der ersten Aufgabenstellung.

Aufgrund der Drehimpulserhaltung liegt die Bahnebene fest, sie richtet sich nach der Richtung des Drehimpulsvektors $\vec{L}$ (siehe Abbildung).



Da die potentielle Energie des Körpers nur vom Betrag des Ortsvektors r abhängt, ist es nützlich, den Energiesatz

$$E = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] - \gamma \cdot \frac{m M}{r}$$

durch die Transformation $x = r(t) \cos \varphi(t)$

$y = r(t) \sin \varphi(t)$ in ebenen Polarkoordinaten r, φ darzustellen. In diesen Koordinaten lautet der Energiesatz

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{L^2}{mr^2} - \gamma \cdot \frac{m M}{r}$$

mit $\dot{r} = \frac{dr(t)}{dt}$ und $L = m r^2 \dot{\varphi}$.

(P. Bartsch)

Aufgabe 22

Unter Verwendung der Resultate der vorherigen Aufgabe ist der Betrag der Geschwindigkeit zu ermitteln, die ein Körper im Abstand r_0 von der Erde erhalten muß, damit er eine Hyperbel-, Parabel- oder Ellipsenbahn beschreibt.

Es wird vorausgesetzt, daß der Körper im Abstand r_0 bereits eine Geschwindigkeit mit dem Betrag v_0 besitzt.

(P. Bartsch)

Lösungen

Aufgabe 1

$$v = 70 \text{ km h}^{-1} = 19,44 \text{ ms}^{-1}$$

$$\Delta v_1 = a \cdot \Delta t_1$$

$$\Delta v_1 = 12,5 \text{ ms}^{-1}$$

$$s_1 = \frac{a}{2} t_1^2$$

$$\underline{s_1 = 312,5 \text{ m}}$$

$$\Delta v_2 = a \cdot \Delta t_2$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta v}{a}$$

$$\underline{\Delta t_2 = 77,8 \text{ s}}$$

$$\underline{s_2 = 756,6 \text{ m}}$$

Der Wagen hat nach 50 s 312,5 m zurückgelegt. Seine Geschwindigkeit nahm um $12,5 \text{ ms}^{-1}$ ab. Nach 77,8 s kommt der Wagen zum Stillstand. Er hat 756,6 m mit abnehmender Geschwindigkeit zurückgelegt.

Aufgabe 2

$$\frac{mv^2}{v} = m \cdot g \cdot \frac{b}{2}$$

$$v = \sqrt{r \cdot g \cdot \frac{b}{2}}$$

$$v = 35,08 \text{ ms}^{-1}$$

Der Wagen kippt gerade noch nicht um, wenn seine Geschwindigkeit $126,3 \text{ kmh}^{-1}$ beträgt.

$$r_{250} = \frac{v^2}{g \cdot \frac{b}{2}}$$

$$r_{250} = 685,6 \text{ m}$$

Für superschnelle Züge muß die Streckenführung in langen Bögen erfolgen. Bei $v = 250 \text{ km h}^{-1}$ ist mindestens ein Krümmungsradius von 685,6 m erforderlich.

Aufgabe 3

$$E_h = m \cdot g \cdot h$$

$$E_1 = 15000 \text{ Nm}$$

$$P_1 = 15000 \text{ Nms}^{-1}$$

Das Seil legt in 1 s die Strecke $l = \frac{r}{2} \cdot \frac{2\pi}{t}$ zurück ($l = 9,42 \text{ cm}$).

Ist die Last G, so wird in 1 s eine Leistung $P_2 = G \cdot l \text{ Nms}^{-1}$ verrichtet.

Es soll gelten $P_1 = P_2$

$$15000 \text{ Nms}^{-1} = G \cdot 0,094 \text{ Nms}^{-1}$$

$$G = 159574,4 \text{ N}$$

=====

Aufgabe 4

Die Normalkraft ist $F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

$$R = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

a) Kraft für Stillstand $F = F_A - R = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$

b) Kraft für Bewegung $F = \mu m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot a$

$$\begin{aligned} \text{a) } F &= 800 \text{ kg} \cdot 9,81 \cdot \sin 13^\circ - 0,05 \cdot 800 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot \cos 13^\circ \\ &= 1765,42 \text{ N} - 382,34 \text{ N} = \underline{\underline{1383,07 \text{ N}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } F_B &= 0,05 \cdot 800 \cdot 9,81 \cdot \cos 13^\circ + 800 \cdot 0,5 \text{ N} \\ &= 382,34 \text{ N} + 400 \text{ N} = \underline{\underline{782,34 \text{ N}}} \end{aligned}$$

Aufgabe 5

a) Reibungszahl

Für den Fall der Bewegung mit Reibung gilt

$$F_2 = F_H - F_R \quad F_H = mg \sin \alpha \quad F_R = \mu mg \cos \alpha$$

$$F_2 = ma_2 \quad a_2 = \frac{2l}{t_2^2}$$

$$\frac{2l}{t_2^2} g = \sin \alpha - \mu \cos \alpha$$

$$\mu = \tan \alpha - \frac{2l}{t_2^2 g \cos \alpha}$$

$$\mu = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2^2} \cdot \tan \alpha$$

$$\underline{\underline{\mu = 0,313}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } l &= \frac{a_1}{2} t_1^2 = \frac{1}{2} g t_1^2 \sin \alpha \\ l &= 180,37 \text{ m} \end{aligned}$$

=====

$$\text{c) } v_1 = a_1 t_1 = g t_1 \sin \alpha$$

$$v_1 = 40,08 \text{ ms}^{-1}$$

=====

$$v_2 = a_2 t_2 \quad \text{mit} \quad a_2 = a_1 - \mu g \cos \alpha$$

$$= g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$= g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$v_2 = g t_2 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$v_2 = 142,25 (0,4539 - 0,2788) \text{ ms}^{-1}$$

$$v_2 = 24,91 \text{ ms}^{-1}$$

Aufgabe 6

Die Kugel hat beim Auftreffen eine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh} \quad v = 11,72 \text{ ms}^{-1} \quad v^2 = 137,34$$

Der Abprellwinkel gegenüber der Horizontalen beträgt:

$$\beta = 30^\circ$$

Im xy-Koordinatensystem gilt für den Bewegungsablauf:

$$y = x \tan \beta - \frac{x^2 \cdot g}{2 v^2 \cos^2 \beta}$$

Für $y = -a \sin \alpha$ ergibt sich

$$+ a \sin \alpha = -x \tan \beta + \frac{x^2 \cdot g}{2 v^2 \cos^2 \beta}$$

$$\frac{g}{2 v^2 \cos^2 \beta} x^2 - \tan \beta \cdot x - a \sin \alpha = 0.$$

Daraus ergibt sich

$$x = 14,93 \text{ m}$$

$$x_2 = x - a \cos \alpha$$

$$x_2 = 11,47 \text{ m}$$

$$\text{Für die Flugzeit gilt: } t_2 = \frac{x}{v \cdot \cos \beta}$$

$$t_2 = 1,10 \text{ s}$$

$$\text{Die Fallzeit beträgt } t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,19 \text{ s}$$

$$\text{Gesamtzeit } t_1 + t_2 = 2,29 \text{ s}$$

Aufgabe 7

Für die Geschwindigkeit am Ende des Daches ergibt sich

$$v_0 = g t (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$v_0 = 19,60 \text{ ms}^{-1}$$

Die Fallzeit erhält man über die Komponentenzerlegung in y- und x-Richtung. Es ergibt sich für t_F

$$t_F^2 + \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} t_F - \frac{2h}{g} = 0$$

$$t_F = 0,83 \text{ s.}$$

Er trifft in der Entfernung $x = v_0 t_F \cdot \cos \alpha$ auf der Straße auf.

$$x = 8,13 \text{ m}$$

Aufgabe 8

Die Beschleunigung der Wagen beträgt $a = \frac{m_2 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$.

$$a = 1,57 \text{ ms}^{-2}$$

Das Pendel im Wagen der Masse m_1 bleibt zurück und wird um den Winkel $\alpha_1 = \arctan \frac{a}{g}$ ausgelenkt.

$$\alpha_1 = 9^{\circ}06'$$

Für α_2 folgt nach dem Sinussatz

$$\sin \alpha_2 : \sin (120^{\circ} - \alpha_2) = \frac{a}{g}$$

Daraus folgt $\tan \alpha_2 = \frac{\sin 60^{\circ}}{\frac{a}{g} - \cos 60^{\circ}}$.

$$\alpha_2 = 8^{\circ}34'$$

Aufgabe 9

Die Kraft ergibt sich zu $F = \frac{P}{v}$.

$$F = 6,74 \cdot 10^6 \text{ N}$$

Bei der Abfahrt ist die Beschleunigung $a = \frac{F}{m}$

$$a = 0,102 \text{ ms}^{-2}$$

Aufgabe 10

1. In einem xy-Koordinatensystem gilt für das beschriebene System

$$F_2 = m_2 a_x$$

$$F_1 - mg = 0$$

$$F_1 = F_2$$

am Faden wirkt die Zugkraft

$$F_2 = m_1 g$$

Für das Gesamtsystem gilt

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a_x \quad F \dots \text{einzige äußere Kraft}$$

$$\text{mit } a_x = \frac{m_1}{m_2} \cdot g \text{ folgt}$$

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot g$$

$$F_2 = F_1 = 2,94 \text{ N} \quad F = 29,43 \text{ N}$$

2. Wagen 3 sei unbeweglich. Wagen 1 und 2 haben die Beschleunigungen a_y und a_x , für die wegen der Konstanz der Fadenlänge gilt $a_x = -a_y = a$

$$F_1 - G_1 = -m_1 a \quad \text{Kräfte am Faden } F_1 = F_2$$

$$F_2 = m_2 \cdot a$$

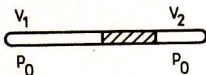
$$(m_1 + m_2) a = m_1 g \quad \text{Damit ergibt sich}$$

$$a = a_x = -a_y = \frac{m}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$F_2 = F_1 = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

$$a = 5,88 \text{ ms}^{-2} \quad F_2 = F_1 = 1,18 \text{ N}$$

Aufgabe 11



Es gelten folgende Gleichungen:

$$V_1 = 2V_2; \quad V_1' = 3V_2'; \quad V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$$

$$p_0 \cdot V_1 = p_1 \cdot V_1'; \quad p_0 \cdot V_2 = p_2 \cdot V_2'$$

$$\text{Daraus erhält man } p_1 = \frac{8}{9} p_0 \text{ und } p_2 = \frac{4}{3} p_0 \quad (1)$$

$$\text{Andererseits ist } p_2 = p_1 + \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot l \text{ (Abbildung)} \quad (2)$$

Setzt man (1) in (2) ein, erhält man $\frac{4}{3} p_0 = \frac{8}{9} p_0 + \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot l$

und daraus

$$l = \frac{4p_0}{9 \rho_{\text{Hg}} \cdot g}$$

Mit $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ und $p_0 = 760 \text{ Torr}$ erhält man

$$h = \frac{4 \cdot 760 \text{ Torr}}{9 \cdot 13,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot g} = \frac{4 \cdot 76 \text{ p} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot 13,6}{9 \cdot 13,6 \text{ p} \cdot \text{cm}^{-3}}$$

$$h = 33,7 \text{ cm}$$

=====

Bemerkung: Beim Lösungsansatz wird angenommen, daß das Quecksilber beim Senkrechtstellen der Röhre so bleibt wie in der Abbildung.

Aufgabe 12

Für das scheinbare Gewicht des Körpers gilt

$$G' = G - F_A. \quad (1)$$

G : Gewicht des Körpers

F_A : Auftrieb des Körpers in der Flüssigkeit

Wird der Körper vollständig in die Flüssigkeit eingetaucht, so ist das Volumen der verdrängten Flüssigkeit V' gleich seinem eigenen Volumen V .

$$V' = V \quad (2)$$

Nach dem Archimedischen Prinzip gilt dann für den Auftrieb

$$F_A = \rho'_t \cdot g V' = \rho'_t \cdot \dots \cdot V \quad (3)$$

ρ'_t : Dichte der Flüssigkeit bei der Temperatur t

$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$: Erdbeschleunigung

Das Volumen des Körpers ist

$$V = \frac{m}{\rho_t}. \quad (4)$$

ρ_t : Dichte des Körpers bei der Temperatur t

Damit wird

$$F_A = \frac{\rho'_t}{\rho_t} m \cdot g. \quad (5)$$

$$\text{Es gilt weiter } \frac{1}{\varrho'_t} = \frac{1}{\varrho'_o} (1 + k \cdot t) \quad (6)$$

$$\frac{1}{\varrho_t} = \frac{1}{\varrho_o} (1 + \gamma \cdot t).$$

Setzt man (6) in (5) ein, dann erhält man

$$F_A = \frac{\varrho'_o (1 + \gamma \cdot t)}{\varrho_o (1 + k \cdot t)} m \cdot g. \quad (7)$$

Für das scheinbare Gewicht folgt damit aus (1)

$$G' = m \cdot g \left(1 - \frac{\varrho'_o (1 + \gamma \cdot t)}{\varrho'_o (1 + k \cdot t)} \right).$$

=====

Aufgabe 13

Nach dem Aufblasen hat sich das Volumen des Ballons mit Korb und Inhalt um das Volumen des Wasserstoffs V_h vergrößert. Dadurch ist auch der Auftrieb gegenüber dem, den die leere Hülle mit Korb und Inhalt bei der Wägung erfuhr, um das Gewicht G_1 der durch den Wasserstoff zusätzlich verdrängten Luft größer geworden. Schwebt der Ballon, dann hält dieser zusätzlich Auftrieb $F_A = G_1$ gerade der Summe aus dem Gewicht des Wasserstoffs G_h und $m_b \cdot g$ das Gleichgewicht, wobei m_b die bei der Wägung ermittelte Masse ist. Es gilt also

$$G_1 = F_A = G_h + m_b \cdot g \text{ bzw.}$$

$$m_1 \cdot g = m_h \cdot g + m_b \cdot g$$

$$\text{und mit } m = \varrho V \text{ wegen } V_h = V_1 \quad \varrho_1 V_h = \varrho_h \cdot V_h + m_b. \quad (1)$$

ϱ_1 und ϱ_h sind die Dichten bei Normaldruck und der Temperatur T . Sie lassen sich darstellen durch die Dichten ϱ_{1o} und ϱ_{ho} bei dem gleichen Druck und der Normtemperatur T_o durch

$$\frac{T}{T_o} = \frac{V}{V_o} = \frac{\frac{m}{\varrho}}{\frac{m}{\varrho_o}} = \frac{\varrho_o}{\varrho}$$

$$\text{bzw. } \varrho = \varrho_o \frac{T_o}{T}.$$

Damit ergibt sich aus Gleichung (1)

$$\varrho_{1o} \cdot V_h \cdot \frac{T_o}{T} = \varrho_{ho} V_h \frac{T_o}{T} + m_b.$$

Daraus erhält man die gesuchte Temperatur

$$T = \frac{V_h \cdot T_o \cdot (\rho_{lo} - \rho_{ho})}{m_b}$$

=====

Mit den gegebenen Werten:

$$T = \frac{1000 \text{ m}^3 \cdot 273 \text{ K} \cdot 1,293 \text{ kg/m}^3 - 0,0899 \text{ kg/m}^3}{1100 \text{ kg}}$$

$$T = 298,6 \text{ K} \hat{=} 85,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

=====

Aufgabe 14

Mit den Bezeichnungen

Leistung des Fahrzeugs: P

Masse des Benzins: m

gefahrte Wegstrecke: s

Heizwert des Benzins: h

Fahrzeit: t

Wirkungsgrad: η

Durchschnittsgeschwindigkeit: v

gilt

$$v = \frac{s}{t} \quad (1)$$

Aus $P \cdot t = \eta \cdot m \cdot h$ folgt $t = \frac{\eta \cdot m \cdot h}{P}$ (2)

=====

(2) in (1) eingesetzt ergibt $v = \frac{s \cdot P}{\eta \cdot m \cdot h}$ (3)

=====

Mit den gegebenen Werten erhält man aus (3)

$$v = \frac{648 \text{ km} \cdot 22 \text{ kW}}{0,2 \cdot 103,7 \text{ kg} \cdot 46 \text{ MJ/kg}} \quad v = 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$$

=====

und aus (2)

$$t = \frac{0,2 \cdot 103,7 \text{ kg} \cdot 46 \text{ MJ/kg}}{22 \text{ kW}} \quad t = 43365 \text{ s} = 12 \text{ h}$$

=====

Aufgabe 15

Die Größen nach der Veränderung seien V_1' , V_2' , p_1' , p_2' , T_1' , T_2' . Das Volumen V_1' ergibt sich aus

$$\frac{p_1' V_1'}{T_1'} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \quad V_1' = \frac{p_1 V_1 T_1'}{p_1'} \quad (1)$$

Es gilt $T_1' = 2 T_1$. (2)

Für den Gleichgewichtsfall ist $p_1' = p_2'$. (3)

Im rechten Teil des Zylinders ist wegen $T = \text{const.}$

$$p_2' V_2' = p_2 V_2$$

$$\text{bzw. } p_2' = \frac{p_2 V_2}{V_2'}. \quad (4)$$

Mit $\Delta V = V_1 - V_1'$ gilt $V_2' = V_2 + \Delta V$

$$\text{bzw. } V_2' = V_2 + V_1 - V_1'. \quad (5)$$

Setzt man (2) und (3) in (1) ein, erhält man

$$V_1' = \frac{2p_1 V_1}{p_2}, \quad (6)$$

nach Einsetzen von (4) in (6)

$$V_1' = \frac{2p_1 V_1 V_2'}{p_2 V_2} \quad (7)$$

$$\text{und von (5) in (7) } V_1' = \frac{2p_1 V_1 (V_2 + V_1 - V_1')}{p_2 V_2}.$$

Daraus ergibt sich

$$V_1' = \frac{2p_1 V_1 (V_1 + V_2)}{2p_1 V_1 + p_2 V_2}.$$

=====

Aufgabe 16

Die Temperatur T des Bremsklotzes nach dem Ende der Bremsung ergibt sich aus

$$W = c \cdot m \cdot (T - T_1). \quad (1)$$

(W : vom Klotz aufgenommene Wärmemenge)

W ist 50 % der beim Bremsen aufgewandten Reibungsarbeit

$$W = 0,5 \cdot \mu \cdot F \cdot n \cdot \pi \cdot d$$

(n : Zahl der Umdrehungen bis zum Stillstand)

$$\text{Damit wird aus (1) } T = \frac{0,5 \cdot \mu \cdot F \cdot n \cdot \pi \cdot d + c \cdot m \cdot T_1}{c \cdot m}.$$

Nach Einsetzen der gegebenen Werte erhält man

$$T = \frac{0,5 \cdot 0,2 \cdot 8 \text{ kN} \cdot 200 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m} + 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15 \text{ kg} \cdot 283 \text{ K}}{0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15 \text{ kg}}$$

$$T = 366 \text{ K} \quad \text{bzw.} \quad T = 93 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Der Klotz hat sich auf 366 K (93 °C) erwärmt.

Aufgabe 17

- a) Die entstandene Wärmemenge ist gleich der bei der Reibung aufgewandten Arbeit

$$W_w = F_R \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$W_w = 10 \text{ kN} \cdot \frac{0,8 \text{ m}}{\pi} \cdot 427$$

$$W_w = 3416 \text{ kJ} = 341,6 \text{ kpm} = 8 \text{ kcal.}$$

=====

- b) Die Temperaturerhöhung ergibt sich aus

$$W_w = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta (1 - \eta) \quad \Delta \vartheta = \frac{W_w (1 - \eta)}{c \cdot m}$$

$$\Delta \vartheta = 32,7 \text{ K}$$

=====

- c) Die Leistung des Motors ist

$$P = \frac{W_w}{t}$$

$$P = \frac{3416 \text{ kJ}}{120 \text{ s}} = 28,5 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

$$P = 28,5 \text{ kW.}$$

=====

Aufgabe 18

Setzt man beim Wärmeaustausch $W_{\text{auf}} = W_{\text{ab}}$ voraus, dann bleibt die gesamte Energie im System (kaltes Wasser und warmes Wasser) erhalten, es erfolgt kein Austausch mit der Umgebung. Würde sich das Gesamtvolumen vergrößern, dann müsste gegen den Luftdruck Arbeit verrichtet werden, dann wäre aber

$$W_{\text{auf}} < W_{\text{ab}}, \text{ bzw. bei Volumenverringerung}$$

$$W_{\text{auf}} > W_{\text{ab}}.$$

Das widerspricht der Voraussetzung. Also ist das Gesamtvolumen nach dem Mischen gleich dem vorher. Es ist

$$V_{\text{ges}} = V_{120} + V_{280} = V_{1M} + V_{2M}.$$

Aufgabe 19

Die mechanische Arbeit beim isobaren Ausdehnen ist

$$W_m = p \cdot \Delta V. \quad (1)$$

Das Volumen V der Luft bei $T_0 = 0^\circ \text{C} \hat{=} 273 \text{ K}$ ergibt sich aus

$$\frac{V_0}{22,4 \text{ m}^3} = \frac{m}{M} \quad (22,4 \text{ l Molvolumen der Luft im Normalzustand})$$

$$V_0 = \frac{m \cdot 22,4 \text{ m}^3}{M} = \frac{0,58 \text{ kg} \cdot 22,4 \text{ m}^3}{29 \text{ kg}}$$

$$\underline{V_0 = 4,48 \text{ m}^3.}$$

Die Volumina bei den Temperaturen T_1 und T_2 , V_1 und V_2 ergeben sich bei isobarer Zustandsänderung aus

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_0}{T_0} \quad \text{und} \quad \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_0}{T_0}$$

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot T_1}{T_0} = \frac{4,48 \text{ m}^3 \cdot 298 \text{ K}}{273 \text{ K}} \quad \text{und}$$

$$V_2 = \frac{4,48 \text{ m}^3 \cdot 373 \text{ K}}{273 \text{ K}}$$

Daraus erhält man

$$V = V_2 - V_1 = \frac{4,48 \text{ m}^3}{273 \text{ K}} (373 \text{ K} - 298 \text{ K}) = 1,23 \text{ m}^3$$

Mit Gleichung (1) folgt für die Arbeit:

$$W_m = 760 \text{ Torr} \cdot 1,23 \text{ m}^3 = 1,033 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} \cdot 1,23 \text{ m}^3 = 10330 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2} \cdot 1,23 \text{ m}^3$$

$$\underline{W_m = 12500 \text{ kpm}}$$

Aufgabe 20

Die Heizquelle gibt in der Zeit t die Energie $U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$ ab.
(U : anliegende Spannung, I : Stromstärke, R : Widerstand der Heizwendel)

Bezeichnet man die Verlustleistung mit K , dann nimmt das Wasser in der gleichen Zeit die Wärmemenge

$$W = \left(\frac{U^2}{R} - K \right) \cdot t \quad \text{auf.}$$

Da jedesmal die gleiche Wassermenge um die gleiche Temperatur erwärmt werden soll, gilt

$$\left(\frac{U_1^2}{R} - K \right) \cdot t_1 = \left(\frac{U_2^2}{R} - K \right) \cdot t_2 = \left(\frac{U_3^2}{R} - K \right) \cdot t_3. \quad (1)$$

$$\text{Daraus ergibt sich } t_3 = \frac{U_1^2 - K \cdot R}{U_3^2 - K \cdot R} \cdot t_1 \quad (2)$$

=====

$$\text{und } K \cdot R = \frac{U_2^2 t_2 - U_1^2 t_1}{t_2 - t_1} \quad (3)$$

=====

Mit den gegebenen Werten erhält man aus (3)

$$K \cdot R = \frac{110^2 \text{ V}^2 \cdot 28 \text{ min} - 120^2 \text{ V}^2 \cdot 20 \text{ min}}{28 \text{ min} - 20 \text{ min}} = 6350 \text{ V}^2$$

und damit aus (2)

$$t_3 = \frac{120^2 \text{ V}^2 - 6350 \text{ V}^2}{100^2 \text{ V}^2 - 6350 \text{ V}^2} \cdot 20 \text{ min}$$

$$t_3 = 44,1 \text{ min.}$$

=====

Aufgabe 21

$$\text{Der Energiesatz } E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr} - \gamma \frac{mM}{r^2} \quad (1)$$

kann formal als eine Bestimmungsgleichung für r_1, r_2 als Funktion von (E, L, r) aufgefaßt werden.

Gemäß der Aufgabenstellung sind die "Umkehrpunkte" $r_{\max}, r_{\min}$ gefragt. Diese Punkte zeichnen sich dadurch aus, daß $\dot{r} = 0$ ist.

Aus diesem Grunde wird $r_{\max}, r_{\min}$ eine Funktion (E, L) .

Aus den möglichen Lösungen kann man auf die Bahnform als Funktion von (E, L) schließen.

Gleichung (1) liefert eine quadratische Gleichung

$$r_{\max}, r_{\min} = -\frac{a}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} \right) \quad (2)$$

$$\text{mit } a = \frac{\gamma \cdot mM}{E}; \quad b = \frac{L^2}{mE}, \quad (2a) \quad (2b)$$

von der reelle, positive Lösungen gesucht sind.

Fall $a < 0$ d. h. $E < 0$,

in diesem Fall existieren $r_{\max}, r_{\min}$, wenn

$$0 < \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} < 1 \quad (3)$$

Nur eine Lösung existiert, wenn $\sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} = 0$, (3a)

welche einer Kreisbahn entspricht.

Aus (3a) folgt mit (2)

$$E_{\text{Kreis}} = - \frac{\gamma^2 m^3 M^2}{4 L^2}$$

$$r = \frac{2 L^2}{\gamma \cdot m^2 \cdot M}.$$

Damit ist das Problem der möglichen Kreisbahn gelöst.

Aus $E < 0$ und (3) ergibt sich,

daß eine Ellipsenbahn durch die möglichen Energiewerte

$$- \frac{\gamma^2 m^3 M^2}{4 L^2} < E < 0 \quad \text{ausgezeichnet ist}$$

und die Radien sich nach (2) unter obiger Einschränkung ergeben.

Fall $a > 0$ d. h. $E > 0$,

in diesem Fall existiert nur eine positive reelle Lösung von (1) mit

$$r_{\min} = - \frac{a}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} \right),$$

da mit $a > 0$ auch $b > 0$ ist, existiert die Wurzel stets.

Die Bahnform ist demnach offen und entspricht einer Hyperbel.

Fall $a = 0$ d. h. $E \rightarrow \infty$ ist uninteressant,

da $r \rightarrow 0$.

Interessant ist noch der Fall $E \rightarrow 0$.

In diesem Fall ist $a \rightarrow \infty$, $b \rightarrow \infty$, da $a \sim \frac{1}{E}$; $b \sim \frac{1}{E}$.

Es ist Sorgfalt geboten bei der Lösung von (2).

Das Betrachten der Wurzel $\lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{4b}{a^2}} \approx 1 + \frac{4b}{2a^2}$

zeigt, es existiert nur eine positive reelle Wurzel von (1)

$$r_{\min} = \frac{L^2}{m^2 \gamma \cdot M}.$$

Dieser Fall ist als Grenzfall zwischen der Ellipsen- und Hyperbelbahn, also als Parabelbahn aufzufassen.

Zusammenfassung:

$$E_{\text{Kreis}} = - \frac{\gamma^2 m^2 M}{4 L^2} \quad \text{Kreisbahn} \quad r_{\text{Kr}} = \frac{2 L^2}{\gamma m^2 M}$$

$$< E < 0 \quad \text{Ellipsenbahnen}$$

$$E = 0 \quad \text{Parabelbahn} \quad r_{\text{min}} = \frac{L^2}{m^2 \gamma M}$$

$$E > 0 \quad \text{Hyperbelbahn} \quad r_{\text{min}} = - \frac{m M}{\gamma 2 E} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 L^2 E}{\gamma^2 m^3 M}} \right)$$

Damit ist gezeigt, daß die möglichen Bahnformen von der Energie und dem Drehimpuls abhängen.

Aufgabe 22

Der Grenzfall zwischen der Hyperbel- und Ellipsenbahn ist die Parabelbahn, die ausgezeichnet ist durch $E = 0$.

$$\text{Es ist } E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_o^2 - \frac{\gamma \cdot m M}{r_o}$$

$$v_{\text{Parabel}} = \sqrt{\frac{2 \gamma M}{r_o} - v_o^2}$$

und somit $v > v_{\text{Parabel}} \rightarrow \text{Hyperbel}$

$v < v_{\text{Parabel}} \rightarrow \text{Ellipse.}$

I P h O -
Ü b u n g s a u f g a b e n

Ministerium
für
Volkebildung
Zentrales
Methodisches
Kabinett
für außer-
unterrichtliche
Tätigkeit

Heft 3

Autorenkollektiv: Prof. Dr. Joachim Wendt
Dr. Rudolf Gau
OL Udo Walta

Leiter des Autorenkollektivs: Prof. Dr. Joachim Wendt

Adresse der Autoren: Pädagogische Hochschule
"Liselotte Herrmann"
Sektion Mathematik/Physik
2600 Güstrow
Goldberger Str. 12

1. Auflage

Lizenz Nr. 203/1000/84 (E)

LSV 0600

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: (52) VOB Nationales Druckhaus

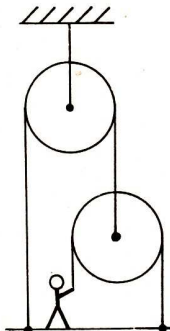
Verlagstitelnummer 30 09 64-1

Aufgaben

Aufgabe 1

In der abgebildeten Anordnung beträgt das Gewicht der oberen Rolle 200 N und das der unteren Rolle 100 N. Auf dem horizontalen Brett mit einem Gewicht von 80 N steht ein Mann. Mit welcher Kraft muß der Mann am Seil ziehen, wenn Gleichgewicht herrschen soll? Wie groß ist das Gewicht des Mannes mindestens, wenn Gleichgewicht vorhanden ist?

(Ungarn 1980)



Aufgabe 2

Entwirf einen Schaltplan für einen elektrischen Kocher mit einer Leistung von 1 kW. Er soll aus zwei Widerständen aufgebaut werden. Der Kocher soll an 220 V oder an 110 V anschließbar sein. Berechne die Widerstandswerte. Zeichne mögliche Schaltpläne für die Stromkreise mit Angabe des Schalters und der Sicherungen (Bemessung angeben)!

(Ungarn 1980)

Aufgabe 3

Es werden 2 Liter Wasser mit einer Temperatur von 15°C durch Verbrennen von 50 ml Benzin zum Sieden gebracht.

Wie groß ist die an das Wasser abgegebene Wärme, wenn ein Wärmeverlust von 20 % angenommen wird?

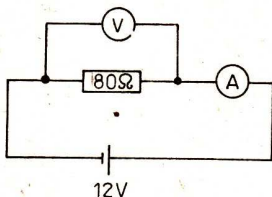
In das siedende Wasser wird ein Eisstück mit einem Volumen von 1 dm^3 mit einer Temperatur von 0°C gegeben. Wieviel Wasser erhält man und wie groß ist die Endtemperatur, wenn ein weiterer Energieverlust von 15 % angenommen wird? ($H_B = 4,4 \cdot 10^4\text{ kJ/kg}$; $\rho_B = 0,7\text{ kg/dm}^3$)

(Ungarn 1980)

Aufgabe 4

In dem angegebenen Schaltplan sind zwei gleiche Meßinstrumente enthalten. Das eine mißt die Spannung, das andere die Stromstärke. Der Stromstärkemesser zeigt eine Stromstärke von 0,1 A an. Der Innenwiderstand der Batterie beträgt 2 Ohm. Es ist der Innenwiderstand der Instrumente zu berechnen!

(Ungarn 1980)



Aufgabe 5

In der südlichen Hemisphäre gibt es den Stern α -Centauri A. Verschiedene Beobachtungen ergeben, daß dieser Stern unserer Sonne sehr ähnlich ist. Genaue Messungen ergeben, daß die Beleuchtung der Erde durch die Sonne $50 \cdot 10^9$ mal so groß ist wie die durch α -Centauri A.

Es ist der Abstand des Sterns von der Erde zu berechnen. Dabei ist anzunehmen, daß das Licht in 8,3 Minuten von der Sonne zur Erde gelangt. (Die Gleichung für die Beleuchtungsstärken kann einer Formelsammlung entnommen werden.)

(Schweden 1983)

Aufgabe 6

In Schweden gilt die Regel, daß Autos auch am Tage mit Licht fahren müssen. Dies erhöht natürlich den Kraftstoffverbrauch. Benutze nachfolgende Informationen und berechne:

- Wie hoch steigen dadurch der Kraftstoffverbrauch und die durchschnittlichen Treibstoffkosten für einen Autofahrer?
- Wieviel Liter Treibstoff bedeutet dies für das ganze Land?

Es gibt 2 300 000 Autos in Schweden. Ein Auto fährt durchschnittlich 15 000 km im Jahr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 55 km/h. Der Wirkungsgrad der Maschine beträgt 25 % und die Verbrennung von 1 kg Treibstoff liefert 41 MJ. Eine Scheinwerferlampe nimmt 45 W auf. Die Umwandlung von mechanischer in elektrische Energie erfolgt nahezu zu 100 %. Die Autos werden durchschnittlich zu 80 % am Tage gefahren. Die Dichte des Treibstoffs beträgt 0,8 kg/l. Ein Liter Treibstoff kostet 3,70 Kr. (Schweden 1983)

Aufgabe 7

Mit Hilfe eines Wassersprengers wird eine kreisrunde Fläche mit dem Radius 12 m mit 80 l Wasser je Minute bewässert. Der Sprenger befindet sich in Bodenhöhe, und das Wasser wird aus einem Brunnen gefördert, dessen Wasserspiegel 4 m unterhalb der Bodenoberfläche liegt.

- Berechnen Sie die Leistung, die aufgebracht werden muß, um das Wasser aus dem Brunnen bis zur Tülle zu saugen.
- Welche Leistung muß der Pumpenmotor aufbringen, um das Wasser zu fördern und zu verteilen, wenn man annimmt, daß alles Wasser die Tülle mit der gleichen Geschwindigkeit verläßt? (Es wird über die ganze Oberfläche gleichmäßig genau in der Form der Tülle verteilt.)

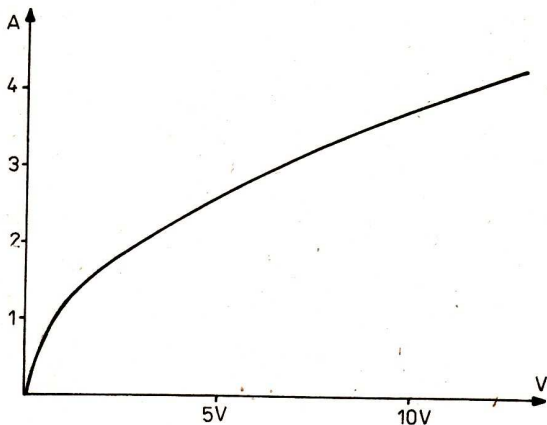
(Schweden 1983)

Aufgabe 8

Die grafische Darstellung zeigt für die Halogenlampe eines Autoscheinwerfers den Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung. Die Spannung der elektrischen Anlage des Autos ist 12 V. Bei Tagfahrten genügt eine Lampenleistung von 40 W. Das kann man erreichen, indem man einen Widerstand zur Lampe in Reihe schaltet.

- Wie groß ist dieser Widerstand, wenn die Lampenleistung 40 W beträgt?
- Wie groß ist die gesamte Leistungsänderung in Prozent, wenn der Widerstand zugeschaltet wird?

(Schweden 1983)

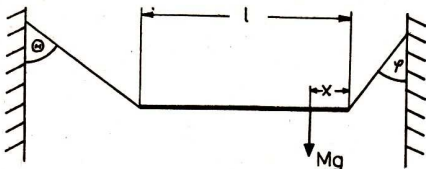


Aufgabe 9

Ein inhomogener Stab der Masse M wird durch zwei leichte Seile in horizontaler Lage gehalten (siehe Abb.). Die Winkel zwischen den Seilen und der Senkrechten betragen $\varphi = 38^\circ$ und $\Theta = 51^\circ$. Die Länge des Stabes ist $l = 6 \text{ m}$.

Es ist der Schwerpunktabstand x vom rechten Ende des Stabes zu bestimmen.

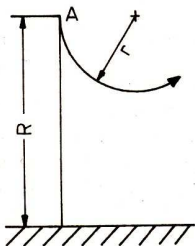
(Schweden 1983)



Aufgabe 10

Ein Motorboot beginnt eine Bogenfahrt an einem Punkt A, der sich im Abstand R von der Kaiwand befindet. Die Bogenfahrt erfolgt auf einem Kreis mit dem Radius $r = \frac{R}{2}$ mit einer Geschwindigkeit $v = 18 \text{ km/h}$. Am Beginn der Bogenfahrt hat das Boot die Richtung auf die Kaiwand. Die Wellen vom Boot erzeugt, erreichen die Mauer in 3 Minuten, nachdem das Boot die Kreisfahrt begann. Die Geschwindigkeit von Oberflächenwellen auf dem Wasser beträgt $u = 9 \text{ km/h}$.

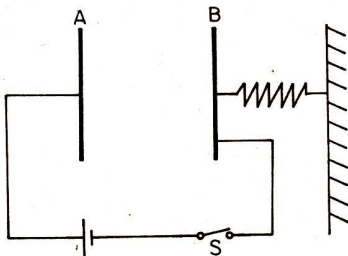
Wie groß ist die Entfernung R ?
(Siehe Abbildung!)



Aufgabe 11

Die Platte A eines Plattenkondensators ist in Ruhe. Die Platte B ist mit einer Feder an einer Wand befestigt. Sie kann sich bewegen, bleibt dabei aber parallel zur Platte A. Nachdem der Schalter S geschlossen wurde, bewegt sich die Platte B in eine neue Gleichgewichtslage, wobei der Abstand der Platten um $\alpha = 10\%$ abnimmt.

Wie würde sich der Gleichgewichtsabstand verändern, wenn der Schalter nur für einen kurzen Augenblick geschlossen wird? Es wird angenommen, daß die Platte B sich während der Schließzeit nicht merklich bewegt. (Siehe Abbildung!)

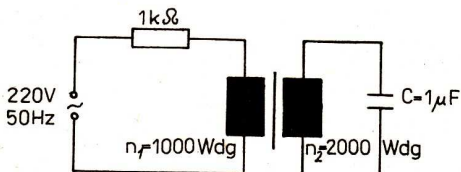


Aufgabe 12

Ein Körper mit der Masse m und dem Volumen V wird in ein Gefäß gebracht, das mit einer Flüssigkeitsmischung gefüllt ist. Die Dichte der Flüssigkeit ändert sich mit der Tiefe nach dem Gesetz $\rho = \rho_0 + kh$. Der Körper wird völlig in die Flüssigkeit eingetaucht. Wie tief taucht er ein, wenn seine Oberfläche kubisch, wie tief, wenn sie kugelig ist?

Aufgabe 13

Im abgebildeten Stromkreis (siehe Abbildung) ist der Transformator ideal. Die Parameter für die Schaltung sind angegeben. Es sind der Effektivwert der Stromstärke und die Phasenverschiebung im Primärstromkreis zu berechnen.



Aufgabe 14

Ein Ball mit einer Masse $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ hängt an einer langen Schnur an der Zimmerdecke. Ein anderer Ball mit einer Masse von $m_2 = 0,05 \text{ kg}$ wird an dem ersten Ball mit einem Faden der Länge $l = 0,2 \text{ m}$ befestigt. Dem unteren Ball wird ein Stoß versetzt, so daß er sich mit einer Geschwindigkeit v_0 horizontal bewegt. Für welche Geschwindigkeit v_0 können beide Bälle gleiches Niveau erreichen?

Lösungen

Aufgabe 1

$$G_1 = 80 \text{ N}$$

$$G_2 = 100 \text{ N}$$

G ... Gewicht des Mannes

x ... Abstand Mann - linker
Angriffspunkt des
Seiles am Brett

F ... Zugkraft des Mannes

F₁ ... Kraft am linken
Brettende

$$(1) F_1 - 2F - G_2 = 0$$

$$(2) F_1 + F - G_1 - (G - F) = 0 \text{ im}$$

Gleichgewichtsfall.

Daraus folgt für Zugkraft F
des Mannes

$$(3) F = \frac{G + G_1 - G_2}{4} = \frac{G - 20 \text{ N}}{4} = \frac{G}{4} - 5 \text{ N.}$$

Der Drehpunkt des Hebels liegt bei A. Der Mann soll vor ihm
in einem Abstand x stehen. Dann gilt im Gleichgewichtsfall:

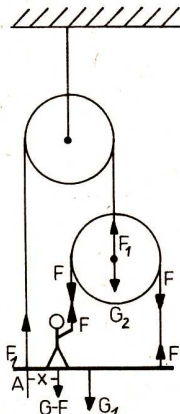
$$(G - F) \cdot x + G_1 \cdot \frac{1}{2} - F \cdot l = 0.$$

Daraus wird mit Gleichung (3):

$$x = \frac{l(G - 180 \text{ N})}{3G + 20 \text{ N}}.$$

Weil $x > 0$ muß $G - 180 \text{ N} > 0$ sein. Damit $G > 180 \text{ N}$.

Der Mann muß mindestens ein Gewicht von 180 N haben, wenn
Gleichgewicht erreicht werden soll.



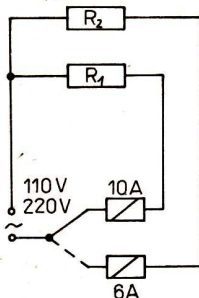
Aufgabe 2

Die für 110 V oder 220 V getrennt einzuschaltenden Widerstände
ergeben sich nach der Beziehung $P = U^2/R$. Die Belastbarkeit der
Widerstände ist durch $I = U/R$ gegeben.

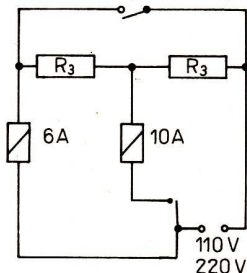
Fall 1 $U = 110 \text{ V}$ $R_1 = 12,1 \text{ Ohm}$ $I_1 = 9,1 \text{ A}$ 10 A-Sicherung

Fall 2 $U = 220 \text{ V}$ $R_2 = 48,4 \text{ Ohm}$ $I_2 = 4,5 \text{ A}$ 6 A-Sicherung

Schaltung 1



Schaltung 2



Reihen- und Parallelschaltung
von zwei gleich großen Wider-
ständen $R_3 = R_4 = 24,2 \text{ Ohm}$

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Parallelschaltung eines
Widerstandes $R_2 = 48,1 \text{ Ohm}$ mit einem abschaltbaren Widerstand R_4

$$R_4 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$$

$$R_4 = 16,13 \text{ Ohm.}$$

Dieser muß dann mit 7 A abgesichert werden (10 A-Sicherung).

Aufgabe 3

Für die an das Wasser abgegebene Energie gilt:

$$Q_1 = m_B \cdot H_B \cdot \eta_1 = \rho_B \cdot V_B \cdot H_B \cdot \eta_1$$

mit $H_B = 4,4 \cdot 10^4 \text{ kJ/kg}$; $\rho_B = 0,7 \text{ kg/dm}^3$.

$$Q_1 = 1232 \text{ kJ.}$$

=====

Mit der spezifischen Wärmekapazität des Wassers $c_W = 4,2 \text{ kJ/kg} \cdot K$
ergibt sich, daß für die Temperaturerhöhung folgende Energie be-
nötigt wird:

$$Q_2 = c_W \cdot m \cdot \Delta T$$

$$Q_2 = 714 \text{ kJ.}$$

Das Wasser siedet also bereits nach der Aufnahme von 714 kJ.
Es verbleiben somit 518 kJ. Diese werden zum Verdampfen einer

Masse m_2 verbraucht. Mit der spezifischen Verdampfungswärme des Wassers $q_v = 2256 \text{ kJ/kg}$ ergibt sich:

$$m_2 = Q_3 / q_v$$

$$m_2 = 0,23 \text{ kg Wasser verdampfen.}$$

Es verbleiben $1,77 \text{ kg}$ Wasser mit einer Temperatur von 100°C , in welches $m_E = 0,092 \text{ kg}$ Eis gegeben werden.

Die Energiebilanz liefert die Beziehung

$$q_s \cdot m_E + c_W \cdot m_E (t - 0^\circ\text{C}) = c_W \cdot m_W (100^\circ\text{C} - t) \cdot \eta_2.$$

Die Temperatur t ist dann $t = 89,6^\circ\text{C}$.

Die vorhandene Wassermenge beträgt:

$$m_3 = 1,77 \text{ kg} + 0,092 \text{ kg}; \quad m_3 = 1,86 \text{ kg.}$$

Aufgabe 4

Wenn eine Stromstärke von $0,1 \text{ A}$ angezeigt wird, so ist der Gesamtwiderstand

$$R = \frac{U}{I}. \quad R = 120 \text{ Ohm}$$

Er setzt sich aus den Teilwiderständen zusammen

$$R = R_1 + R_A + \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)^{-1}.$$

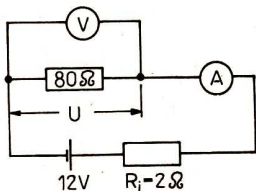
Daraus ergibt sich für R_A $R_A = 78,4 \text{ Ohm.}$

Es liegt eine Spannung von $U_1 = I (R_1 + R_A)$ an.

$$U_1 = 8,04 \text{ V.}$$

Über dem Widerstand R liegt dann eine Spannung von

$$U_2 = U_0 - U_1 \quad U_2 = 3,96 \text{ V.}$$



Aufgabe 5

Es seien s_1, s_2 die Abstände der Erde von der Sonne und von α -Centauri A und E_1 und E_2 die zugehörigen Beleuchtungsstärken; dann gilt

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{E_2}{E_1} \text{ und damit } s_2 = s_1 \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}.$$

Daraus ergibt sich mit $s_1 = c \cdot t$ ($c = 3 \cdot 10^9 \text{ km s}^{-1}$,
 $t = 8,3 \cdot 60 \text{ s}$)

$$s_2 = c \cdot t \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}$$

und mit den gegebenen Werten

$$s_2 = 8,3 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot \sqrt{\frac{50 \cdot 10^9}{1}}$$

$$s_2 = 3,34 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,58 \text{ ly}$$

Aufgabe 6

- a) Die für beide Scheinwerfer eines Autos jährlich zusätzlich benötigte Energie ist

$$E = 2 \cdot 0,8 \cdot P \cdot t = 2 \cdot 0,8 \cdot P \cdot \frac{s}{v} \quad (1)$$

Außerdem ist $E = \eta \cdot m \cdot h$ (h : Heizwert des Kraftstoffes) (2)

Aus (1) und (2) folgt

$$m = \frac{2 \cdot 0,8 \cdot P \cdot s}{\eta \cdot h \cdot v}$$

und mit $m = \rho \cdot V$

$$V = \frac{2 \cdot 0,8 \cdot P \cdot s}{\eta \cdot h \cdot v}$$

$$V = \frac{2,08 \cdot 45 \text{ W} \cdot 15\,000 \text{ km}}{0,25 \cdot 41 \text{ MJkg}^{-1} \cdot 55 \text{ km h}^{-1} \cdot 0,8 \text{ kg l}^{-1}} \quad V = 8,62 \text{ l}$$

$$\text{Die Kosten betragen } 8,62 \cdot 3,70 \text{ Kr} = 31,89 \text{ Kr} \quad K = 32 \text{ Kr}$$

- b) Im ganzen Land werden $2\,300\,000 \cdot 8,62 \text{ l} = 1\,986\,000 \text{ l} =$
 $= 19\,860 \text{ hl}$ Kraftstoff zusätzlich verbraucht.

Aufgabe 7

- a) Die Leistung der Pumpe beim Fördern des Wassers auf Bodenhöhe ist

$$P_1 = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$$

$$P_1 = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ min}}$$

$$P_1 = 52,3 \text{ W}$$

- b) Die Gesamtleistung ist $P = P_1 + P_2$ (1)

P_2 ist die Leistung zum Verteilen des Wassers. Das Wasser kann dann auf die gesamte Fläche gleichmäßig verteilt werden, wenn die Austrittsgeschwindigkeit ausreicht, um das Was-

ser $r = 12 \text{ m}$ weit zu spritzen. Bei minimaler Leistung muß dabei das Wasser aus den Randdüsen unter einem Winkel von $\alpha = 45^\circ$ austreten. Es gilt dann

$$v_x = v \cdot \cos \alpha = \frac{r}{2t_g} \quad \text{und} \quad v_y = v \cdot \sin \alpha = g \cdot t_g$$

(t_g : Steigzeit bzw. Fallzeit)

$$\text{Daraus folgt } v^2 = \frac{r \cdot g}{\sin 2\alpha} \quad \text{und} \quad P_2 = \frac{m \cdot v^2}{2t} = \frac{m \cdot r \cdot g}{2t \sin 2\alpha}$$

$$\text{und mit (1) } P = \frac{m \cdot g}{t} \left(h + \frac{r}{2 \sin 2\alpha} \right)$$

$$P = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2}}{1 \text{ min}} \left(4 \text{ m} + \frac{12 \text{ m}}{2 \cdot 1} \right) \quad P = 130,8 \text{ W}$$

Aufgabe 8

a) Für das Wertepaar $U_1 = 10,5 \text{ V}$; $I_1 = 3,8 \text{ A}$, das man der grafischen Darstellung entnehmen kann, ergibt sich

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 10,5 \text{ V} \cdot 3,8 \text{ A} = 39,9 \text{ W} \approx 40 \text{ W}.$$

Über dem Vorwiderstand muß also eine Spannung von

$$U = 12 \text{ V} - 10,5 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$$

abfallen. Daraus ergibt sich

$$R = \frac{U}{I_1} = \frac{1,5 \text{ V}}{3,8 \text{ A}} \quad R = 0,4 \text{ Ohm}.$$

b) Die relative Leistungsänderung ist

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{U \cdot I - U \cdot I_1}{U \cdot I} = \frac{I - I_1}{I}.$$

Mit dem der Grafik entnommenen Wertepaar (12 V; 4,15 A)

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{4,15 \text{ A} - 3,8 \text{ A}}{4,15 \text{ A}} = 0,084 \quad (\text{etwa } 8 \%).$$

Aufgabe 9

Wäre die ganze Masse des Stabes im Schwerpunkt S vereinigt, dann würde sich dieser bei gleichen Winkeln φ und Θ an der Stelle S' befinden. Der Abbildung entnimmt man

$$\tan \varphi = \frac{x}{a} \quad \tan \Theta = \frac{1-x}{a}.$$

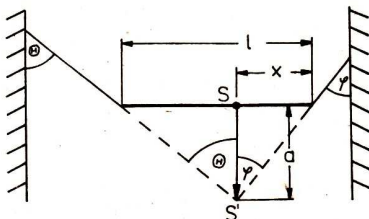
Daraus ergibt sich

$$x = 1 \cdot \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi + \tan \Theta}$$

und mit den gegebenen Werten

$$x = 6 \text{ m} \cdot \frac{\tan 38^\circ}{\tan 38^\circ + \tan 51^\circ}$$

$$x = 2,33 \text{ m.}$$



Aufgabe 10

Die Zeit $t = 3 \text{ min.}$ setzt sich aus der Zeit t_1 des Bootes auf der Kreisbahn und der Zeit t_2 , die die Wasserwellen bis zur Kai-mauer benötigen, zusammen. Es ist

$$t_1 = \frac{r \cdot \alpha}{v} \quad \text{mit:} \quad \begin{array}{l} r \cdot \alpha - \text{ist der Weg des Bootes auf der} \\ \text{Kreisbahn} \\ \alpha - \text{ist der Ablenkwinkel zwischen } v \text{ und } u \\ \text{zur Zeit } t_1 \end{array}$$

$$t_2 = \frac{x}{u} \quad \text{mit:} \quad x = R - r \cos \alpha \text{ ist der Abstand des Bootes} \\ \text{zur Zeit } t_1 \text{ von der Kai-mauer}$$

Mit $r = \frac{R}{2}$ und $\cos \alpha = \frac{u}{v}$ erhält man aus

$$t = t_1 + t_2 = \frac{R}{u} \left(1 - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) + \frac{R \cdot \alpha}{2 \cdot v}$$

für den Abstand $R = 545 \text{ m.}$

Aufgabe 11

Wird der Schalter geschlossen, stellt sich der Abstand

$x_1 = \alpha_1 d$ zwischen den Platten ein. Die Ladung des Kondensators ist dann

$Q_1 = \frac{\epsilon_0 AU}{d(1-\alpha_1)}$. $E_1 = \frac{1}{2} \frac{U}{d(1-\alpha_1)}$ ist die Feldstärke, erzeugt von der Ladung auf einer Platte. Das Kräftegleichgewicht zwischen Federkraft und elektrostatischer Kraft ergibt dann

$$k x_1 = \frac{1}{2} \frac{U^2 \epsilon_0 A}{d^2 (1-\alpha_1)^2}. \quad (1)$$

Wird der Schalter nur kurz geschlossen, erhält man aus Ladung und Feldstärke im Abstand d

$$F_2 = \frac{\epsilon_0 A U^2}{2 d^2}. \quad (2)$$

Diese Kraftwirkung entspricht einer Federkraft $F_2 = kx_2$ im Abstand $x_2 = \alpha_2 d$

Damit ergibt sich aus (1) und (2) für die prozentuale Abweichung

$$\alpha_2 = \alpha_1 (1 - \alpha_1)^2 = 8,1 \%$$

Aufgabe 12

Ist H die mittlere Eintauchtiefe eines Kubus mit der Kantenlänge a , dann ist die Dichte an der Oberkante $\rho_1 = \rho_0 + k(H - \frac{a}{2})$ und an der Unterkante $\rho_2 = \rho_0 + k(H + \frac{a}{2})$. Für den mittleren Auftrieb gilt dann

$$F = g A a \left(\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \right). \quad A - \text{ ist die Grundfläche des Kubus.}$$

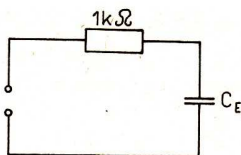
Daraus ergibt sich für die Eintauchtiefe

$$H = \frac{m - \rho_0 V}{k V}.$$

Diese ist unabhängig von der Gestalt des Körpers, so daß Körper mit gleich großem Volumen gleich tief eintauchen.

Aufgabe 13

Die Phasenverschiebung im Sekundärkreis bewirkt auch eine Verschiebung im Primärkreis um $\frac{\pi}{2}$, so daß folgende Ersatzschaltung gilt - siehe Abbildung.



Die Ersatzkapazität ergibt sich aus

$$X_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{\omega C_E}. \text{ Da ein idealer Transformator vorliegt, erhält man aus } \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} \text{ bzw. } \frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

für die Ersatzkapazität

$$C_E = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot C. \text{ Die Stromstärke ergibt sich dann aus}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{zu } I = 0,17 \text{ A.}$$

Aufgabe 14

v_0 - Anfangsgeschwindigkeit der Kugel

v_x - Geschwindigkeit in x-Richtung

Aus dem Impulserhaltungssatz erhält man aus

$$m v_0 = m v_x + 2 m v_x \quad \text{für } v_0 = 3 v_x.$$

Die Energiebilanz

$$\frac{m}{2} v_0^2 = \frac{m}{2} v_x^2 + m v_x^2 + m g l \quad \text{ergibt für die Anfangsgeschwindigkeit}$$

$$v_0 = \sqrt{3 g l} = 2,43 \text{ m/s.}$$