MATHE MIT PFIFF

44 Aufgaben

Verlag Leipziger Volkszeitung

10 JAHRE MATHE + LVZ

▲ 10 Jahre Mathematik-Olympiaden in Leipzig. – Am 13. Juni 1960 ging die erste *Stadtolympiade Junger Mathematiker* zu Ende. Ein Kollektiv von Mathematiklehrern wählte aus über 200 interessierten Schülern auf Initiative und unter Leitung von StR *J. Lehmann*, V. L. d. V., die Besten aus, überreichte Preise sowie Urkunden und gab damit den Startschuß für eine intensive mathematische Förderung der Jugend in unserem Bezirk.

□ 10 Jahre aktive Unterstützung der außerunterrichtlichen Arbeit im Fach Mathematik durch die LVZ. – In ununterbrochener Folge gab die LVZ jeweils zu Ehren des Geburtstages der Pionierorganisation „Ernst Thälmann“ am 13. Dezember die nunmehr zur Tradition gewordene „Mathe-LVZ“ heraus (Gesamtauflage 600000): *Mit Zirkel und Rechenstab – Mathe heiter – Mathe Rechenvorteile – Mathe unterhaltsam – Mathe International – Mathe-Olympiaden – Mathe und Sport – Mathe Astronautik und Aeronautik – Mathe und Bauwesen* 13.12.70 – Die 10. Ausgabe ist schon in Vorbereitung für 13.12.1971.

△ 75 Monate Mathe auf der Jugendseite der LVZ. – Seit über sechs Jahren erscheint monatlich eine Aufgabe unter dem Motto: *Mathe-Quiz.* 75000 Einsendungen zeugen vom großen Interesse unserer jungen Leser für die Mathematik.

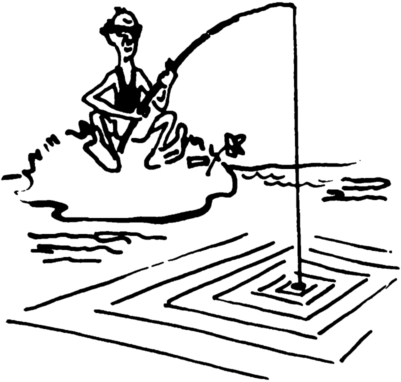
≒ 2 × 1000 Schüler auf dem Pressefest der LVZ betreut. – Jedes Jahr beteiligen sich rund 2000 Pioniere und Jugendfreunde an der *Wissensstraße Mathematik*, betreut vom *alpha*-Club der 29. OS Leipzig.

○ Aus der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ (3/70) zitiert: Die LVZ hilft seit einigen Jahren in sehr anerkennenswerter Weise, den *Mathematikbeschluß* zu realisieren... Sie ist m. E. die einzige Tageszeitung der DDR, die solche Initiative entfaltet...

Mathe mit Pfiff

Mit welchen Ziffern müssen die Leerstellen in 52□2□ belegt werden, damit die entstehende fünfstellige Zahl durch 36 teilbar wird? Wieviele Möglichkeiten gibt es?

Nach der Mathematikolympiade: „Und das sage ich Dir, Fredi: Wenn Du nächstes Jahr nicht mit einem 1. Preis wiederkehrst, dann lasse ich mir die Konstellation zwischen *Venus* und *Eros* von einem anderen berechnen...“



„Er denkt gradlinig.“

Das ist ein Prachtkerl von Fisch

Sein Kopf ist viertel so lang wie der Rumpf, sein Schwanz ist halb so lang wie Kopf und halber Rumpf zusammen; der ganze Fisch ist 32 cm länger als Kopf und Schwanz zusammen. Wie lang ist der Fisch?

„Ich weiß gar nicht, was Sie wollen, Kollege. Ist doch ein prima Netzwerk, wenn man alle an der Strippe hat.“

Drei Herstellerbetriebe E_1, E_2, E_3 liefern die gleiche Ware (also austauschbares Gut) an fünf Abnehmer A_1, A_2, A_3, A_4, A_5. Die Liefermengen und die Transportwege haben sich seit Aufnahme der Lieferverträge nach und nach bis zum heutigen Tage nach folgendem Bild entwickelt:

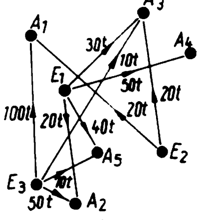
Bedarf (in t)

Liefermenge (in t)

		120	70	60	50	110
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
140	E_1	4	8	11	11	5
40	E_2	12	9	10	6	5
230	E_3	10	3	17	16	7

Die Zahlen in den Schnittpunkten von E nach A stellen die Transportkosten dar, z.B. Ablesung: $E_1 \rightarrow A_2$ bedeutet: Der Transport von E_1 nach A_2 kostet 8 M.
Der Transportaufwand von E nach A beträgt:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
E_1		20	30	50	40
E_2	20		20		
E_3	100	50	10		70



a) Welche Transportkosten der 140 t vom ersten Erzeuger E_1 zu den vier Abnehmern A_2, A_3, A_4 und A_5 entstehen nach diesem Netzbild?

b) Welche Verbesserung der Transportwege und welche prozentuale Einsparung von Transportkosten ist denkbar? Versuchen Sie eine optimale Lösung durch ein Netzbild und Aufstellung einer Tabelle zu finden!

≈

In einem Bücherschrank sind *Leonard Eulers* Werke durcheinander geraten. Die fünf Bände stehen jetzt in folgender Reihenfolge:

3, 5, 4, 2, 1.

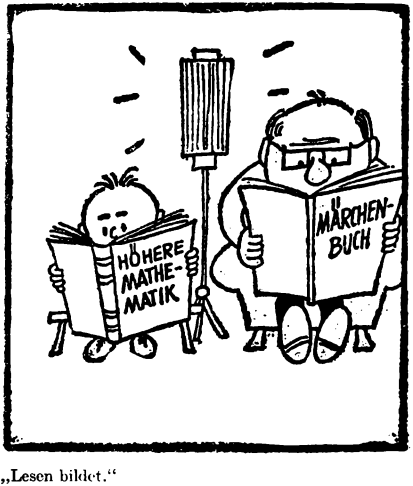
Mit *drei* Griffen, wobei jeweils zwei nebeneinanderstehende Bände genommen werden dürfen, um sie an eine andere Stelle zu setzen, soll die Reihenfolge

1, 2, 3, 4, 5

hergestellt werden.

a) Ist dies mit drei Griffen möglich?

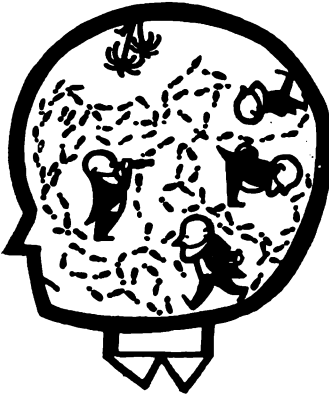
b) Ist die Aufgabe lösbar, wenn die Reihenfolge 5, 3, 4, 2, 1 war?



„Lesen bildet."

Die Oase

Max Planck beobachtete im Vorzimmer der Prüfungskommission einen aufgeregten Prüfling. „Aber, aber, warum so nervös?“ ermunterte er den jungen Mann. Der Prüfling stöhnte: „Herr Professor, mein Kopf ist wie eine Wüste.“
Planck nahm den Gedanken auf: „Aber, aber, eine Oase wird doch da noch drin sein.“
Der Kandidat sah ihn an: „Das sagen Sie so, Herr Professor; ob die da drinnen aber die Oase auch finden?“

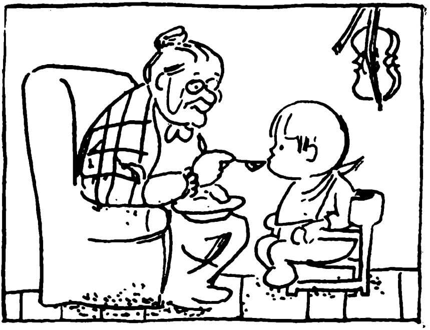


Bestimme x in der Gleichung

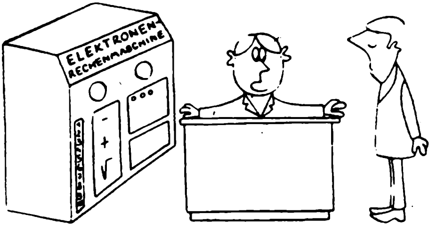
$$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{5}\left\{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}x-5\right)-5\right\}-5\right]-5=0.$$

<

Aus der „Coß“ von *Christoph Rudolff* (1525): Ich habe drei Zahlen, die sich wie 1:2:4 verhalten. Die Summe ihrer Quadrate ist 189. Wie heißen die Zahlen? Hat diese Aufgabe nur eine Lösung?



„Einen Löffel für *Pythagoras*, einen für *Gauß*, einen für *Rudolff*...“



„Wieviel ist 2×2, Kollege Kovács?“ – „Ich weiß nicht, es ist Stromausfall!“

Ersetze jede Leerstelle durch eine Ziffer, so daß du stets eine wahre Aussage erhältst. Beachte dabei, daß es mehrere Möglichkeiten geben kann.

a) $3 \mid 8327\square$ (lies: 3 ist Teiler von $8327\square$),

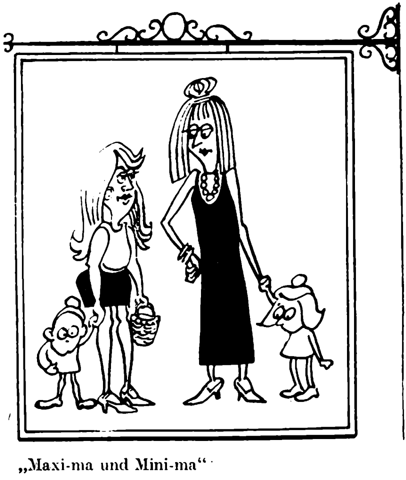
b) $3 \nmid 84\square72$ (lies: 3 ist nicht Teiler von $84\square72$),

c) $9 \mid 23\square58$,

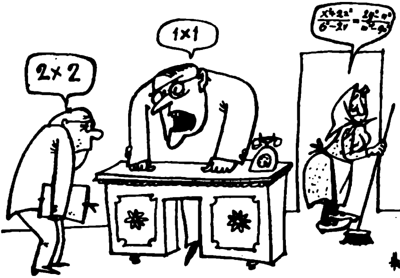
d) $4 \nmid 587\square6$.

≦

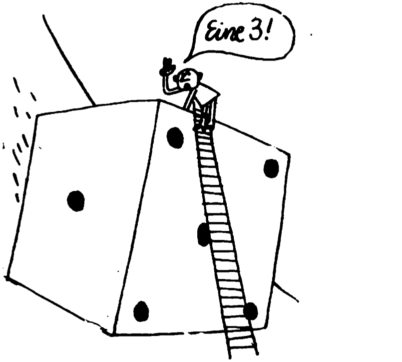
In den arabischen Erzählungen von den tausendundein Nächten, die vor vielen hundert Jahren gesammelt worden sind, finden wir in der 458. Nacht ein schönes Rätsel: „Eine fliegende Taubenschar kam zu einem hohen Baume, und ein Teil von ihnen setzte sich auf den Baum, ein anderer darunter. Da sprachen die auf dem Baume zu denen, die unten waren: ‚Wenn eine von euch herauffliegt, so seid ihr ein Drittel von uns allen; und wenn eine von uns hinabfliegt, so werden wir euch an Zahl gleich sein.'" Wieviel Tauben waren auf dem Baum, wieviel unter dem Baum?

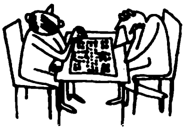


„Maxi-ma und Mini-ma"

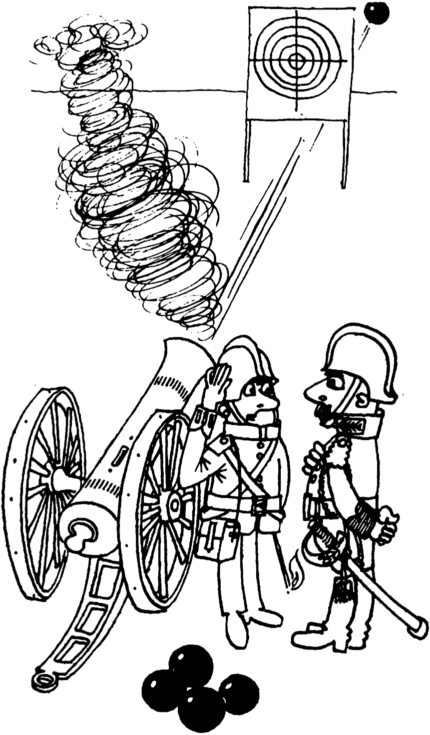


Die beiden Klassen 6a und 6b einer Schule hatten bei einem Leistungsvergleich dieselbe Mathematikarbeit geschrieben. Gerd wußte von seiner Klasse, der 6a, daß sie einen Zensurendurchschnitt von genau 2,6 erreicht hatte. Um zu erfahren, welche der beiden Klassen bessere Ergebnisse erzielte, befragte er seinen Freund Klaus, einen Schüler der Klasse 6b, nach dem Ergebnis der Arbeit in dessen Klasse. Klaus antwortete ihm: „Mehr als die Hälfte aller Schüler erhielt die Note ‚Drei‘. Die Note ‚Vier‘ kam häufiger vor als die Note ‚Eins‘, aber nicht so oft wie die Note ‚Zwei‘. Genau ein Neuntel der Gesamtzahl der Schüler meiner Klasse hat entweder eine ‚Eins‘ oder eine ‚Fünf‘ geschrieben. Die Note ‚Vier‘ haben doppelt soviel Schüler erhalten wie die Note ‚Eins‘. Die Anzahl der Noten ‚Eins‘ war größer als das Doppelte, aber kleiner als das Vierfache der Anzahl der Noten ‚Fünf‘. Alle 36 Schüler meiner Klasse haben die Klassenarbeit mitgeschrieben.“ Gerd freute sich daraufhin; denn seine Klasse hatte besser abgeschnitten. Weise nach, daß Gerd richtig gerechnet hatte!





Ein Würfel von 12 cm Kantenlänge wird schwarz angestrichen. Dann wird er so zerschnitten, daß 27 kleine Würfel entstehen. Es entstehen dabei Würfel mit drei schwarzen Seitenflächen, andere mit zwei, einige mit nur einer, und solche, die überhaupt keine schwarzen Seitenflächen haben.
Wieviel Würfel sind in jeder Gruppe vorhanden und welche Länge haben die Kanten der 27 kleinen Würfel?



Mit fünf Schuß sollen bei einem Schießwettbewerb 40 Ringe erzielt werden. Welche Möglichkeiten gibt es hierzu, wenn „Fahrkarten“ ausgeschlossen und Zwölfer-Ringscheiben benutzt werden? Kein Schuß darf unter 7 Ringen liegen. (Die Reihenfolge der je Schuß erzielten Ringzahlen soll unberücksichtigt bleiben.)

%

Durch welche natürlichen Zahlen werden folgende Ungleichungen erfüllt:

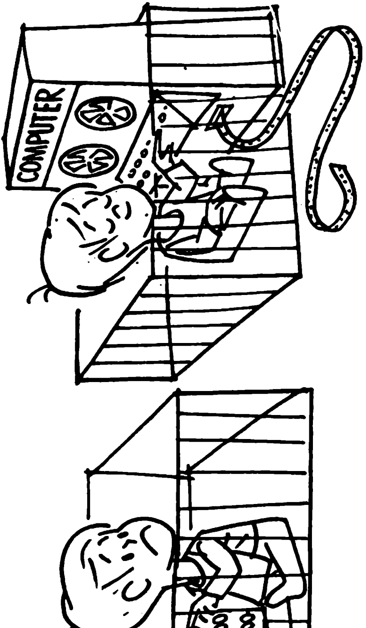
a) $30 \cdot 89 < x < 31 \cdot 89$

b) $576 - 325 > y > 576 - 335$

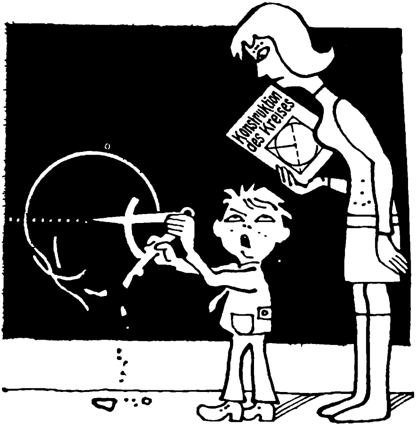
c) $8800:100 > z > 8800:200$.

„Wenn Ihr heute Mathematik habt, schlage ich Dir ein schlichtes, einfarbiges Kleid vor!“

Selbstgefällig



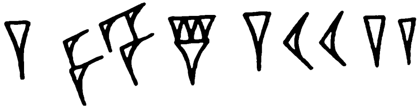
Bestimme die Menge aller natürlichen Zahlen a, für die die folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden:
a) $0 < a < 4000$; b) die Zahlen sind durch 4, durch 5 und auch durch 9 zugleich teilbar; c) 8.25 und 27 sind nicht Teiler von **a**; d) subtrahiert man von den Zahlen a die Zahl 8, so ist diese Differenz durch 11 teilbar.



„Hauptsache, das Abrunden nach oben klappt!“

Einem gleichseitigen Dreieck von der Seitenlänge s ist ein Kreis, diesem wiederum ein Quadrat einbeschrieben. Der Flächeninhalt des Quadrates ist durch s auszudrücken. Welche der fünf angeführten Lösungen ist richtig?

a	b	c	d	e
$\frac{s^2}{24}$	$\frac{s^2}{6}$	$\frac{s^2\sqrt{2}}{6}$	$\frac{s^3\sqrt{3}}{6}$	$\frac{s^2}{3}$

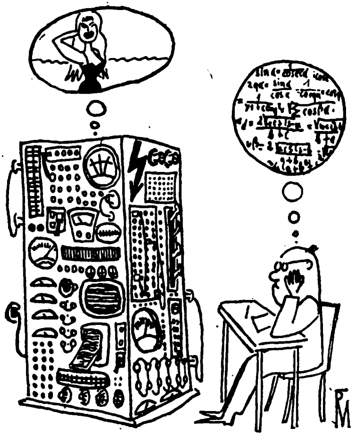


$1 \quad 60^3 + 54 \cdot 60^2 + 60 + 22$

Diese Babylonischen Zahlzeichen fanden Verwendung im sexagesimalen Positionssystem. Das Beispiel ist durch Potenzen dieses Systems erläutert. Wie lautet diese Zahl in unserem dekadischen- oder Zehnersystem?

11

Es ist die kleinste natürliche Zahl zu finden, die beim Dividieren
durch 2 den Rest 1,
durch 3 den Rest 2,
durch 4 den Rest 3,
durch 5 den Rest 4 und
durch 6 den Rest 5
aufweist.



Zu einem Straßenbahnhof in einer Stadt gehören insgesamt 83 Straßenbahnwagen. Davon sind 46 Wagen Anhänger.
Zu einer bestimmten Tageszeit befinden sich 8 Triebwagen mit je zwei Anhängern und 23 Triebwagen mit je einem Anhänger im Einsatz.
Welche Anzahl von Triebwagen und Anhängern sind zu dieser bestimmten Tageszeit *nicht* im Einsatz? 14

Δ

In das *linke* Quadrat sind waagerecht folgende Begriffe einzutragen: 1. Ergebnis der Multiplikation, 2. Teil des Bruches (ä = ae), 3. unbegrenzte Linie (Mehrzahl), 4. Zeiteinteilung oder Zehnereinteilung (Mehrzahl), 5. Viereck, 6. Begriff aus der Bruchrechnung (ü = ue), 7. Körper (ü = ue).
Nach Einsetzen der richtigen Wörter erhält man auf der Diagonalen von links oben nach rechts unten den Namen einer besonderen Kurve.

1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						

Im *rechten* Quadrat haben die einzusetzenden Wörter folgende Bedeutung: 8. große Zahl, 9. Teil einer Menge, 10. Entfernung, 11. Viereck (wie Nr. 5), 12. eine Art von Brüchen, 13. Zahl (ein Zehntel von Nr. 8), 14. begrenzte Linie.

R					
	R				
		R			
			R		
				R	
					R

In diesem Quadrat mit 36 Kästchen sind sechs mathematische Begriffe enthalten, die nacheinander lauten:

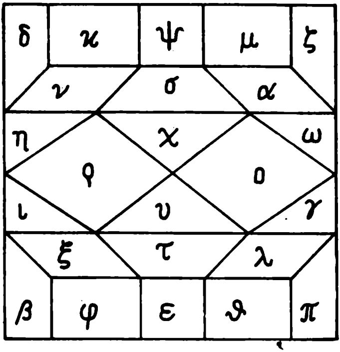
1. Halbmesser, 2. Viereck, 3. Körper, 4. Begriff in der darstellenden Geometrie, 5. Winkelart, 6. Flächenmaß (ß ist ein Buchstabe, Umlaut ist ein Buchstabe).
Wie lauten die Begriffe?

Die beiden Zahlenreihen sehe man sich etwa eine Minute lang genau an; dann sind sie aus dem Kopf niederzuschreiben. (Ohne das Erkennen eines Vorteils wird das kaum möglich sein.)

1	9	3	8	7	6	1	5	2	0	
	9	6	4	8	2	4	1	2	6	3

HIER GEHT'S UM SCHNELLIGKEIT!

In dieser Zeichnung ist das griechische Alphabet eingetragen. Nimm eine Stoppuhr und prüfe, in welcher Zeit du alle Buchstaben dem Alphabet nach zeigen kannst! Wird dein Nachbar schneller sein?



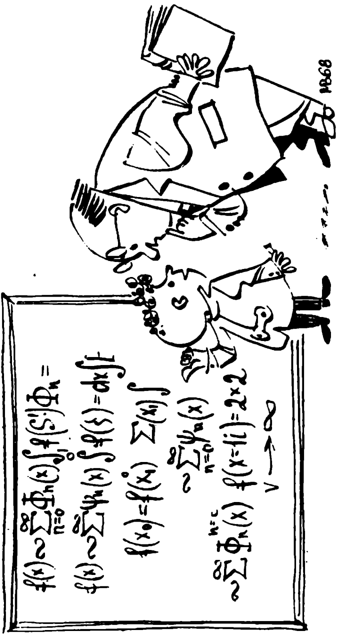
α β γ δ ε ζ η ϑ
Alpha Beta Gamma Delta Epsilon Zeta Eta Theta

ι κ λ μ ν ξ ο π ρ
Jota Kappa Lambda My Ny Ksi Omikron Pi Rho

σ τ υ φ χ ψ ω
Sigma Tau Ypsilon Phi Chi Psi Omega

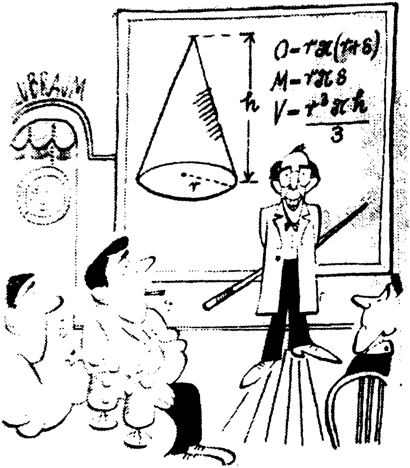
4

Ein Mann war x Jahre alt, und das im Jahre x^2. Der Mann lebt noch; wie alt ist er heute?



„Glauben Sie nun, daß $2 \times 2 = 4$ ist?“

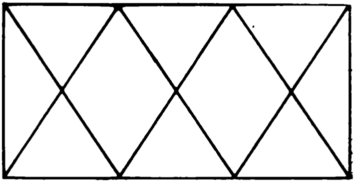
Eine sechsstellige natürliche Zahl beginnt mit der Ziffer 7. Diese erste Ziffer ist zu streichen und an das Ende der Zahl zu setzen. Die so erhaltene Zahl ist mit 10 zu multiplizieren. Das Produkt ist gleich dem Doppelten der ursprünglichen Zahl.
Wie lautet die ursprüngliche Zahl?



WÖRTLICH GENOMMEN

„Freue mich, daß Sie meiner Einladung zu einem volkstümlichen Kegelabend Folge geleistet haben!“

Wieviel Dreiecke, Vierecke und Fünfecke enthält diese Figur?



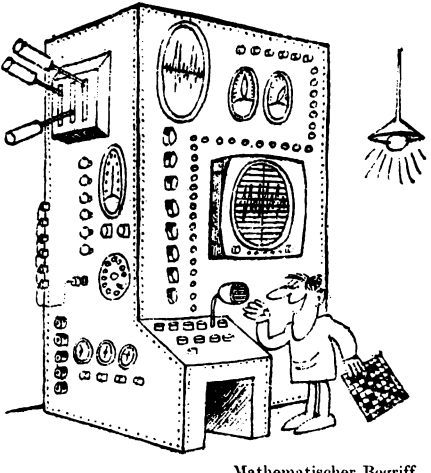
Vier Freunde, und zwar Axel. Bernd, Ernst und Fred, sind entweder Abonnent des Jugendmagazins „Neues Leben“ oder der Zeitung „Junge Welt“. Von diesen Freunden wissen wir:

a) Der 19jährige ist nicht Abonnent der „Jungen Welt“, aber der 16jährige und Ernst haben die „Junge Welt abonniert.

b) Axel und der 17jährige sind Abonnent von „Neues Leben“, Bernd dagegen nicht.

c) Der 20jährige, der 19jährige und Bernd waren kürzlich Gäste auf der Geburtstagsfeier von Fred.

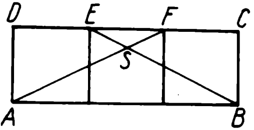
Es ist herauszufinden, wie alt jeder der vier Freunde ist und welche Zeitung bzw. Zeitschrift er abonniert hat.



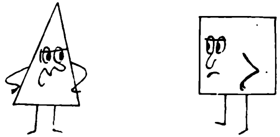
„Mathematischer Begriff mit 5 Buchstaben.“

AB

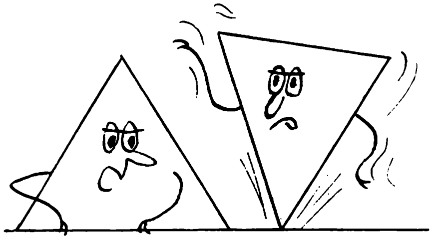
Die nachstehend abgebildete Figur stellt ein Rechteck dar, das sich aus drei kongruenten Quadraten zusammensetzt.



Den wievielten Teil des Flächeninhalts des Rechtecks $ABCD$ nimmt
a) der Flächeninhalt des Dreiecks SFE,
b) der Flächeninhalt des Dreiecks ABS,
c) der Flächeninhalt des Vierecks $ASED$
ein?



„Denken Sie bloß nicht, mir fehlt eine Ecke!“



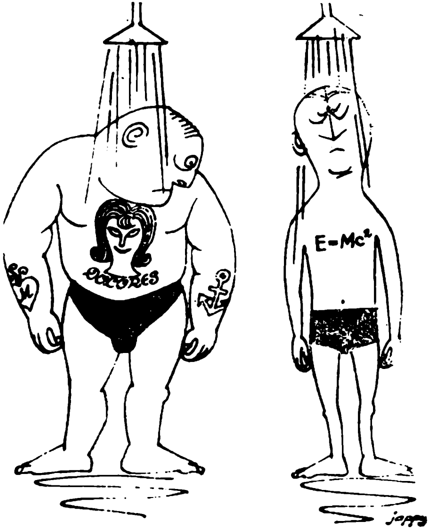
„An der Basis bleiben, Kollege!“

Der junge Hirt

Ein junger Hirt ließ mit Freuden
1008 Schafe weiden,
Bis daß der Sonne letzter Strahl
Entwich aus seinem grünen Thal,
Und grauer Abend war geworden.
Jetzt führte er sie in 12 Horden,
doch so, daß jegliche 2 mehr
Enthielt, als das nächstvor'ge Heer.
Sag', wieviel in die erste kommen,
Und jede andre aufgenommen?

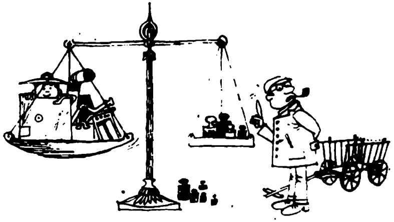
Aus: „Die Wunder der Rechenkunst“
von Joh. Christ. Schäfer. Weimar 1857

„Was soll bloß aus dem mal werden?“

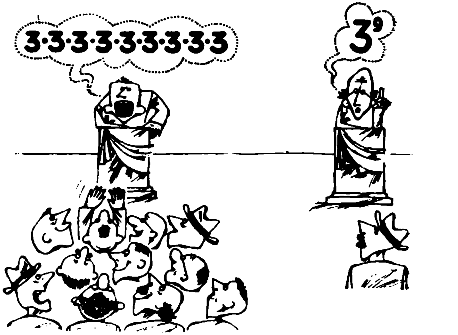


Wie heißt der Bruch mit dem einstelligen Nenner, der größer als $\frac{7}{9}$ und kleiner als $\frac{8}{9}$ ist?

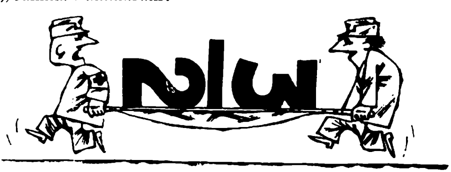
Ein Händler im Orient benutzt zum Wiegen seiner Ware statt geeichter Wägestücke Steine.
Er hat 4 Steine im Gebrauch, die es ihm gestatten, jede Masse bis zu 40 kg abzuwiegen. Welche Masse haben die einzelnen Steine des Händlers?



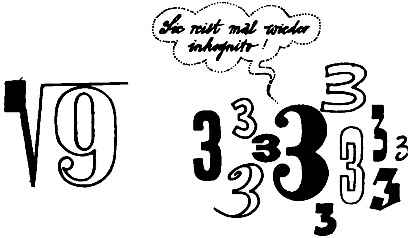
„Wo bist Du denn geblieben, Kleiner? Es sind 50 Kilo!“



„Summa Summarum!“



„Das ist heute schon der vierte gemeine Bruch!“



Aus vier Dreien sind die Zahlen von 1 bis 15, verbunden durch mathematische Zeichen, gleich welcher Art, darzustellen; z. B. $3^3 - 3 \cdot 3 = 18$ oder $33 + \frac{3}{3} = 34$.

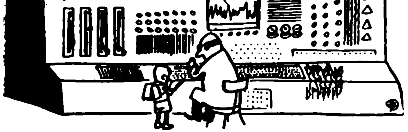
ln

Der neu eingesetzte Expreßzug *Ex 2* von Berlin nach Leipzig fährt in Berlin-Schönefeld um 8.26 Uhr ab und trifft in Leipzig um 9.56 Uhr ein. Der Schnellzug D 273 fährt in Leipzig um 8.19 Uhr ab und trifft in Berlin-Schönefeld um 10.14 Uhr ein.

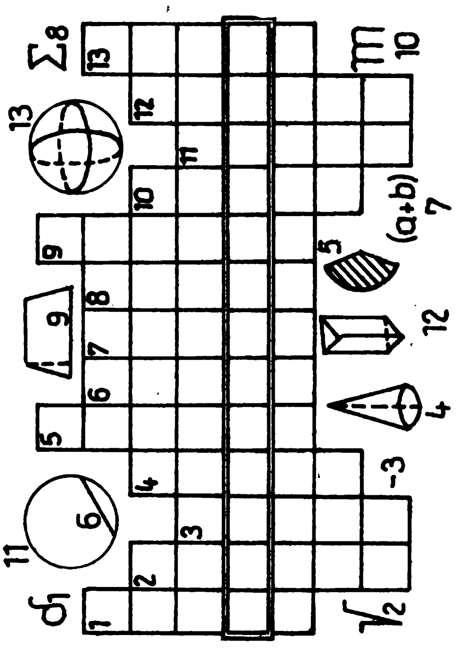
a) Wann begegnen sich beide Züge, konstante Geschwindigkeit vorausgesetzt?

b) Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit (in km/h) dieser beiden Züge? (Berlin-Schönefeld — Leipzig 162.7 km)

c) In welcher Entfernung von Leipzig begegnen sich die beiden Züge?



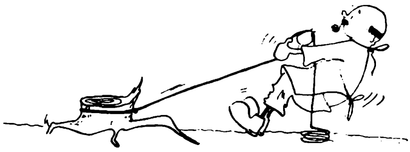
„Also – wie war das? Der Zug verließ Punkt P mit 72 km/h Geschwindigkeit..."

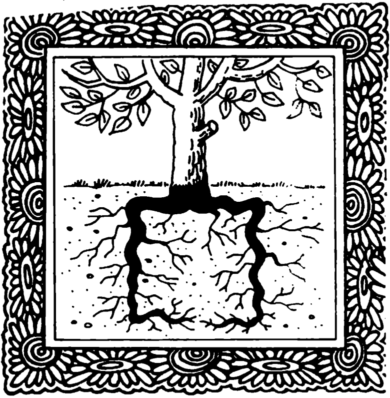


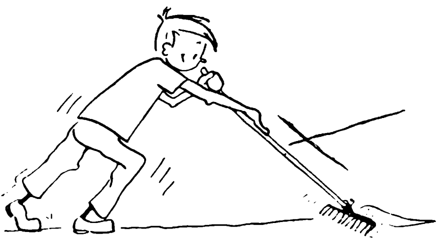
In die leeren Felder ist die Bedeutung der verschiedenen Zeichnungen und Symbole einzutragen. Die Zahlen nennen die betreffende Spalte. Bei richtiger Lösung ergibt sich in der umrandeten Zeile ein Teilgebiet der Mathematik.

V

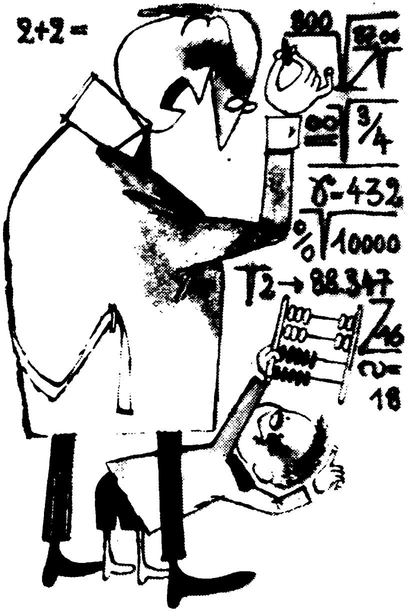
WÖRTLICH GENOMMEN!







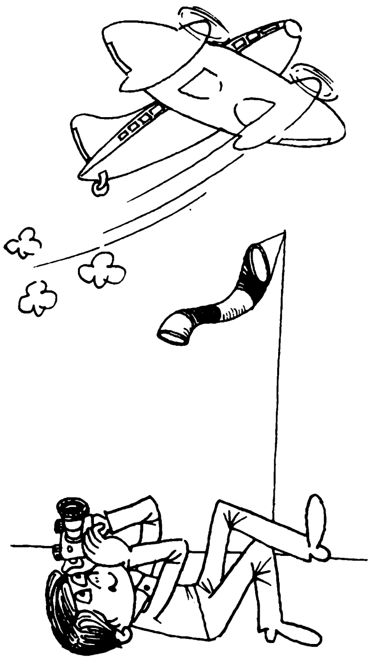
∈



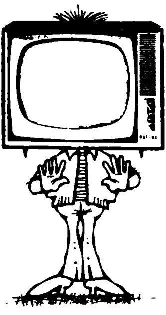
„Sei still, so einfach machen wir's uns nicht!“

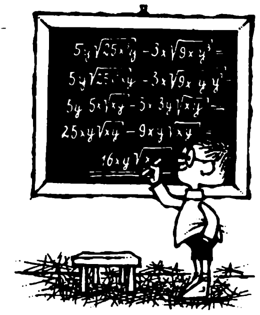
Die Summe von acht ungeraden natürlichen Zahlen beträgt 20.
Wieviel Lösungsmöglichkeiten gibt es, wenn unter diesen acht Zahlen auch gleiche Summanden vorkommen dürfen?

Ein Gemüselöffel, ein Eßlöffel und eine Gabel wiegen insgesamt 240 p. Der Gemüselöffel und die Gabel wiegen zusammen dreimal soviel wie der Eßlöffel. Der Eßlöffel und die Gabel wiegen zusammen soviel wie der Gemüselöffel. Berechne das Gewicht des Gemüselöffels und der Gabel.



Manfred wohnt in der Nähe des Zentralflughafens Berlin-Schönefeld. Beim Anflug und beim Start haben die Flugzeuge fast immer die gleiche Flughöhe, die Manfred gern wissen möchte. Mit seiner Kamera, die ein Objektiv mit einer Brennweite von 50 mm hat, fotografiert er eine Maschine vom Typ IL-14 genau in dem Augenblick, als sie sich senkrecht über ihm befindet. Auf dem Papierabzug seiner entwickelten Filmes mißt er die Spannweite der Maschine mit 2 mm. Aus seinen Büchern ist ihm die wirkliche Spannweite der Maschine mit 31,70 m (rund 32 m) bekannt.
In welcher Höhe fliegt die IL-14 bzw. auf welche Weise konnte er die Flughöhe ermitteln?





Es sind alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen zu ermitteln!

a) $$\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{2x+3}}}} = \sqrt{(6-x)\sqrt{(6-x)\sqrt{(6-x)\sqrt{6-x}}}}; \quad (1)$$

b) $$\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{2x+3}}}} = \sqrt{(2x+1)\sqrt{(2x+1)\sqrt{(2x+1)\sqrt{2x+1}}}}; \quad (2)$$

c) $$\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{2x+3}}}} = \sqrt{\left(x+\tfrac{1}{2}\right)\sqrt{\left(x+\tfrac{1}{2}\right)\sqrt{\left(x+\tfrac{1}{2}\right)\sqrt{x+\tfrac{1}{2}}}}}; \quad (3)$$

d) $$\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{(2x+3)\sqrt{2x+3}}}} = \frac{2}{\sqrt[16]{2}}\sqrt{\left(x+\tfrac{3}{2}\right)\sqrt{\left(x+\tfrac{3}{2}\right)\sqrt{\left(x+\tfrac{3}{2}\right)\sqrt{x+\tfrac{3}{2}}}}}. \quad (4)$$

ZUM AUSSUCHEN!

1. $\sqrt[2]{36} - \sqrt[4]{81} - \sqrt[6]{64} = x$

2. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = x$

3. $142857 \cdot 7 + \frac{142857}{142857} = x$

4. $2^3 \cdot 5^3 \cdot 13^3 : (2 \cdot 5 \cdot 13) = x$

5. $\left(\frac{169}{30} + \frac{13}{15}\right) : \left(\frac{169}{30} : \frac{13}{15}\right) = x$

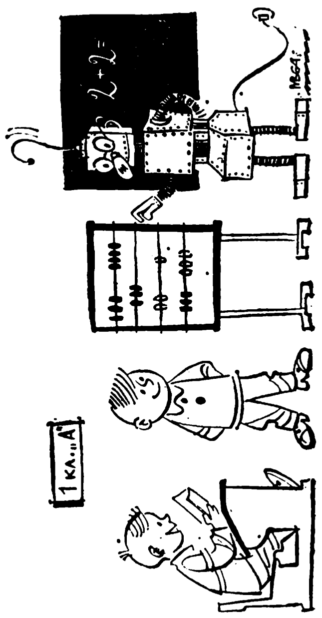
6. $99 - 97 + 95 - 93 + \cdots + 3 - 1 = x$

7. $\sqrt{5\frac{5}{24}} : 5\sqrt{\frac{5}{24}} = x$

8. $\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = x$

9. $41^2 + 43^2 + 45^2 = x$

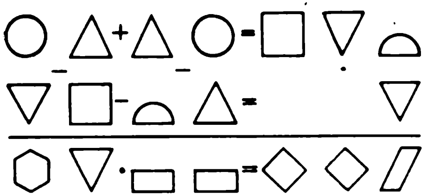
10. $321\frac{1}{2} \cdot 72 \cdot 5\frac{1}{3} = x$



In einem Fotogeschäft fragt ein Kunde: „Wieviel kostet dieses Objektiv?“ Die Verkäuferin antwortet: „Mit Lederetui 115 Mark, mein Herr.“ – „Und wieviel kostet das Objektiv ohne Etui?“ fragt der Kunde weiter. „Genau 100 Mark mehr als das Etui“, sagt lächelnd die Verkäuferin.

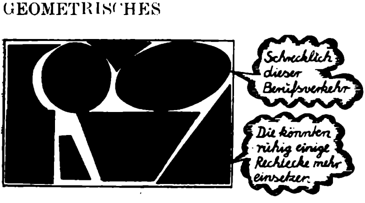
Wieviel kostet das Objektiv?

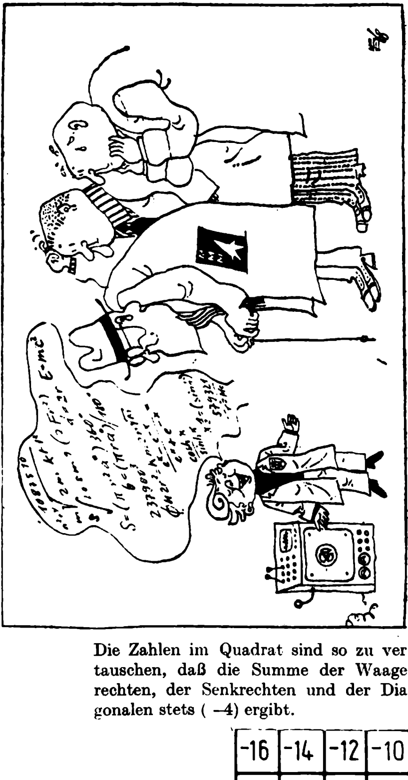
sin



Jede abgebildete geometrische Figur stellt eine bestimmte Ziffer dar. Gleiche Figuren bedeuten gleiche Ziffern. Wie lautet die Lösung?

GEOMETRISCHES





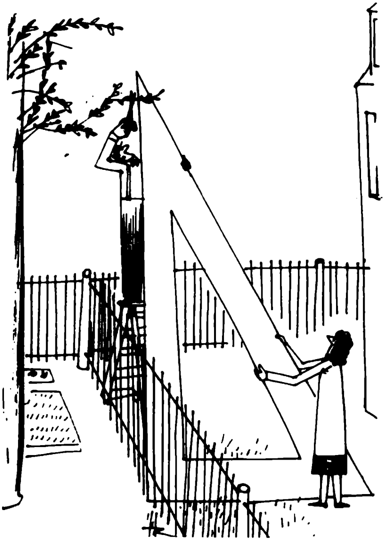
„Sonst noch'ne Frage?“

Die Zahlen im Quadrat sind so zu vertauschen, daß die Summe der Waagerechten, der Senkrechten und der Diagonalen stets (–4) ergibt.

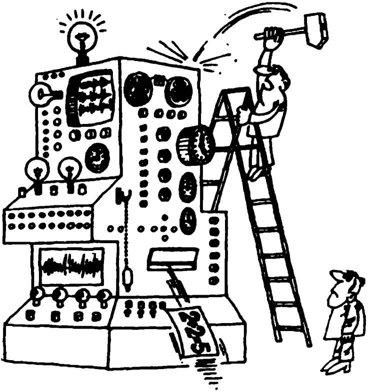
-16	-14	-12	-10
-8	-6	-4	-2
0	+2	+4	+6
+8	+10	+12	+14

„Hurra! Ich habe eine Million gewonnen! Aber sage nichts im Betrieb, sonst stimmen sie gegen meine Prämie!"

Egon sucht sein letztes Geld zusammen. Es sind genau 1,61 M. Darunter befinden sich Ein-, Fünf-, Zehn- und Fünfzigpfennigstücke, von jeder Sorte mindestens eine Münze. Im ganzen sind es 10 Geldstücke. Wieviel Münzen jeder Sorte besitzt Egon?

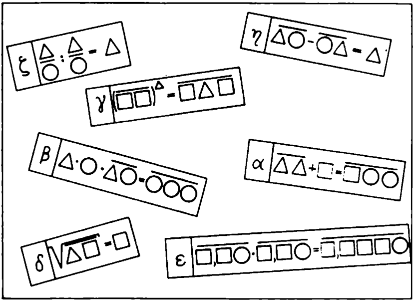


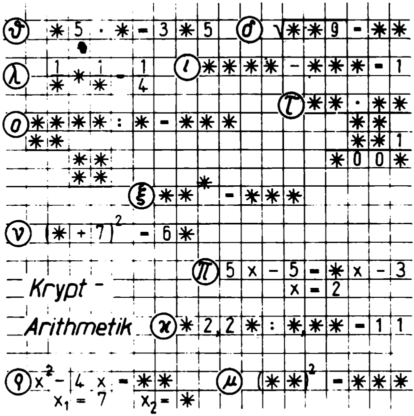
Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lassen sich in der Gestalt eines gleichseitigen Dreiecks anordnen, so, daß jede Dreieckseite aus 4 Zahlen gebildet wird.
Es gilt nun die Zahlen von 1 bis 9 innerhalb der Dreieckseiten so einzusetzen, daß beim Addieren jede Seite die gleiche Summe ergibt.
Wie muß die Anordnung erfolgen?

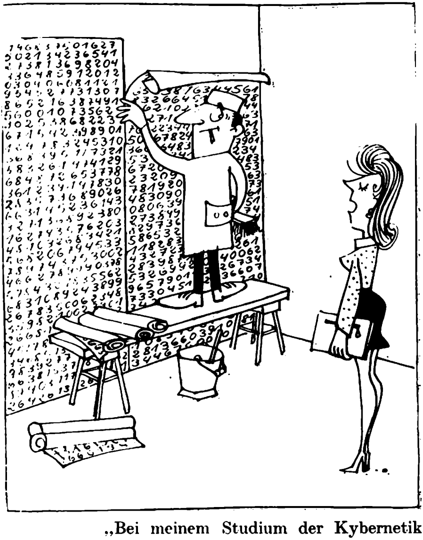


Jeder Buchstabe des nachstehenden Schemas bedeutet eine Ziffer; gleiche Buchstaben bedeuten immer gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern. Diesen Angaben entsprechend sind Zahlen zu finden, die die waagerechten und senkrechten Rechenaufgaben richtig lösen.

$$\begin{array}{lllllllll}
(ca & + & ba) & : f & - & g & = & d \\
+ & & - & + & & \cdot & & + \\
(\ b & + & f) & \cdot\ f & + & a & = & bc \\
\hline
(cb & : & h) & \cdot\ d & + & a & = & bc
\end{array}$$







„Bei meinem Studium der Kybernetik möchte ich keinesfalls durch ein albernes Blumenmuster abgelenkt werden.“

Wer alpha liest, kann auch beta sagen!

$$\begin{array}{r} \text{ALPHA} \\ +\ \text{MATHE} \\ \hline \text{HEITER} \end{array}$$

Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern, ungleiche Buchstaben ungleiche Ziffern. Setze die Ziffern 0, 1, ... 7, 8 so ein, daß eine wahre Aussage entsteht. Wieviele Lösungen sind möglich?

$$\sqrt{\text{ALPHA}} = \text{HHA}$$

$$\text{PPP} \cdot \text{PPP} = \text{ALPHA}$$

$$\left| \begin{array}{l} (\text{XY})^{\text{Y}} = \text{ALPHA} \\ \text{X} + \text{Y} = \text{A} \end{array} \right.$$

$$(\text{AX})^3 = \text{ALPHA}$$

$$\begin{array}{ccccc} A & \_ & \_ & \cdot\, A\,\_\,\_ & \\ \hline A & \_ & \_ & & \\ & \_ & A & \_ & \\ & A & \_ & \_ & A \\ \hline A & L & P & H & A \end{array}$$

(In dieser Aufgabe kommt kein weiteres A vor.)

alpha ist *die* mathematische Schülerzeitschrift der DDR, welche interessierte und talentierte Schüler (ab Klasse 5), aber auch Erwachsene anspricht.

Ein Teil der in „Mathe mit Pfiff" enthaltenen Aufgaben ist *alpha* (und den *Mathe*-LVZs) entnommen. Wer Lust hat, kontinuierlich weiter zu knobeln, bestelle **alpha** bei seinem zuständigen Postamt. (Bestell-Nr. Index 31059)

Erscheinungsweise zweimonatlich (1 Heft) 0,50 M

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin

□ Sieben Mathe-Lehrer stehen in Verdacht, das vorliegende Buch „Mathe mit Pfiff" zusammengestellt zu haben. „Täter" ist derjenige, von dem sich mit absoluter Sicherheit sagen läßt, wie er mit Vor- und Zunamen heißt. Einer heißt mit Zunamen Schulze, zwei heißen Meier und vier heißen Lehmann. Einer hört auf den Vornamen Franz, einer auf Fritz, einer auf Karl und vier haben den Vornamen Johannes. Wie heißt der „Täter"? (Unser Zeichner, K.-H. Guckuk hat ihn für unsere Leser gezeichnet.)

○ Fünf Mathelehrer einer Schule sitzen zusammen und diskutieren über ihr Alter. Folgende Altersvergleiche sind bekannt:

1. Herr George ist älter als Frau Kurth,
2. Herr Weidlich ist jünger als Herr Unze,
3. Frau Diecke ist jünger als Herr George,
4. Herr Unze ist älter als Frau Kurth,
5. Herr Weidlich ist älter als Frau Diecke,
6. Frau Diecke ist älter als Frau Kurth,
7. Herr George ist jünger als Herr Unze,
8. Frau Kurth ist jünger als Herr Weidlich,
9. Herr Unze ist älter als Frau Diecke,
10. Herr George ist jünger als Herr Weidlich.

a) Wie ist die Altersfolge dieser Mathematiklehrer und wie heißt der älteste davon – er ist Mitarbeiter an „Mathe mit Pfiff"?

b) Welche Altersvergleiche sind als überflüssig zu bezeichnen?

So selten es klingen mag, die Stärke der Mathematik beruht auf dem Vermeiden jeder unnötigen Annahme und auf ihrer großartigen Einsparung an Denkarbeit.

Ernst Mach

Man kann ein großer Rechner sein, ohne die Mathematik zu ahnen.

Novalis

Die Mathematik ist die Königin der Wissenschaften und die Arithmetik die Königin der Mathematik.

C. F. Gauß

MATHE MIT PFIFF

44

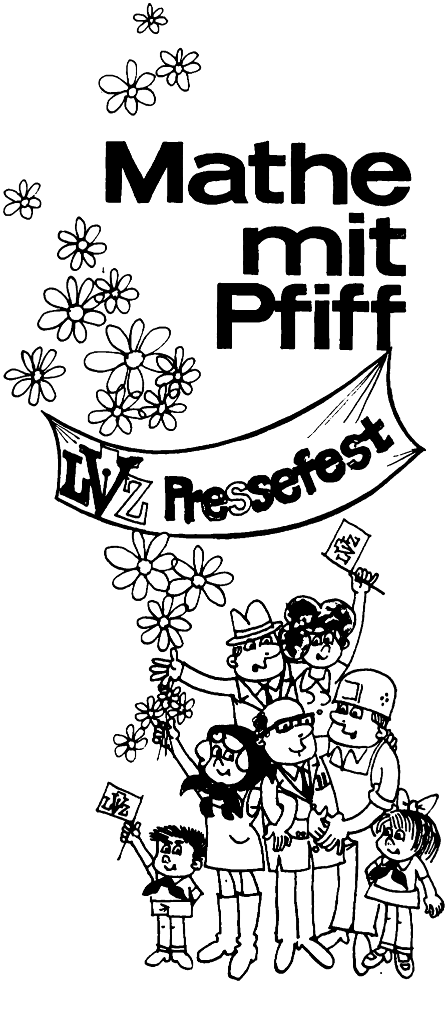
Lösungen

Verlag Leipziger Volkszeitung

MATHEMATISCHE ZEICHEN

$=$	ist gleich
$\equiv$	identisch gleich
$\neq$	nicht gleich, ungleich
$\sim$	proportional, ähnlich
$\approx$	angenähert, rund
$\hat{=}$	entspricht
$<$	kleiner als
$>$	größer als
$\leqq$	kleiner oder gleich, höchstens gleich
$\geqq$	größer oder gleich, mindestens gleich
$+$	plus
$-$	minus
%	Prozent
‰	Promille
∞	unendlich
$\perp$	rechtwinklig zu, senkrecht auf
$\parallel$	parallel
$\nparallel$	nicht parallel
$\triangle$	Dreieck
$\cong$	kongruent
$\sphericalangle$	Winkel
AB	Gerade AB
$\overrightarrow{AB}$	gerichtete Strecke
$\overline{AB}$	Strecke AB
$\overset{\frown}{AB}$	Bogen AB
$\lvert z \rvert$	Betrag von z
$n!$	n Fakultät
$\rightarrow$	gegen, strebt nach, konvergiert nach
Σ	Summe
$\sqrt{\ }$	Wurzel
lg	Zehnerlogarithmus
ln	natürlicher Logarithmus
$\in$	Element aus
$\notin$	nicht Element aus
$\subseteqq$	enthalten in
$\varnothing$	leere Menge
$\Rightarrow$	wenn ..., so...
$\Leftrightarrow$	genau dann, wenn
sin	Sinus
cos	Kosinus
tan	Tangens
cot	Kotangens
$\{a_n\}$	Folge a_n
lim	Limes (Grenzwert)
Δf	Delta f
$\ll$	liegt vor

Mathe mit Pfiff



Die Mathematik als Fachgebiet ist so ernst, daß man keine Gelegenheit versäumen sollte, dieses Fachgebiet etwas unterhaltsamer zu gestalten.

Blaise Pascal
Französischer Mathematiker
(1623 bis 1662)

LÖSUNGEN

=

29	·	29	=	841
890	:	10	=	89
7	+	2	=	9
69	—	8	=	61
995		49		1000

≡ Eine Zahl ist durch 36 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 9 teilbar ist. Aus 4|20 4|24, 4|28 folgt zunächst 52□20, 52□24, 52□28. Die Quersummen der noch unvollständigen Zahlen betragen (unter Auslassung der Leerstelle) 9, 13, 17. Also muß die erste Leerstelle mit 0 oder 9, die zweite mit 5, die dritte mit 1 belegt werden. Wir erhalten die Zahlen 52020, 52920, 52524, 52128.

+ Kopf $\triangleq x$
Rumpf $\triangleq y$
Schwanz $\triangleq z$

(I) $$x = \frac{y}{4}$$

(II) $$z = \left(x + \frac{y}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

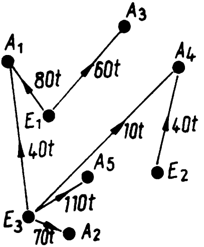
(III) $x + y + z = x + z + 32$

Aus (III) folgt: $y = 32$,
aus (I) folgt: $x = 8$,
aus (II) folgt: $z = 12$,
d.h. der ganze Fisch ist 52 cm lang.

~ a) $E_1 \rightarrow A_2 = 8\text{ M} \cdot 20 = 160,\text{- M}$
$E_1 \rightarrow A_3 = 11\text{ M} \cdot 30 = 330,\text{- M}$
$E_1 \rightarrow A_4 = 11\text{ M} \cdot 50 = 550,\text{- M}$
$E_1 \rightarrow A_5 = 5\text{ M} \cdot 40 = 200,\text{- M}$
$= 1240,\text{- M}.$

b) Eine optimale Lösung für Transportweg und Transportkosten wäre:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
E_1	80		60		
E_2				40	
E_3	40	70		10	110



Danach betragen die Kosten:

$E_1 \rightarrow A_1 = 4\text{ M} \cdot 80 = 320\text{ M}$
$E_1 \rightarrow A_3 = 11\text{ M} \cdot 60 = \underline{660\text{ M}} = 980,\text{- M}.$

Aus $p = \frac{100 \cdot w}{g} = \frac{100 \cdot (1240 - 980)}{1240}$
$= \frac{100 \cdot 260}{1240} = 20{,}88 \ldots$

folgt, daß die Einsparung allein für den ersten Erzeuger $E_1 \approx 21\%$ der Kosten beträgt.

≈ a) Eine der möglichen Umstellungen wäre

	3,	5,	4,	2	1
1. Griff	4,	2,	3,	5,	1
2. Griff	4,	5,	1,	2,	3
3. Griff	1,	2,	3,	4,	5

d.h. die Umstellung ist mit drei Griffen möglich.
b) Unter den gegebenen Bedingungen (drei Griffe, zwei Bände) gibt es für die Reihenfolge keine Lösung.

$\triangleq$ Das Auflösen der Klammern erfolgt von innen nach außen, also

$$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{5}\left\{\frac{1}{25}x-\frac{5}{5}-5\right\}-5\right]-5=0$$
$$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{5}\left\{\frac{1}{25}x-6\right\}-5\right]-5=0$$
$$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{125}x-\frac{6}{5}-5\right]-5=0$$
$$\frac{1}{5}\left[\frac{1}{125}x-\frac{31}{5}\right]-5=0$$
$$\frac{1}{625}x-\frac{31}{25}-5=0$$
$$\frac{1}{625}x-\frac{156}{25}=0$$
$$\frac{1}{625}x=\frac{3900}{625}$$
$$x=3900.$$

$<$ Ist die erste Zahl gleich x, so ist die zweite gleich $2x$ und die dritte gleich $4x$.

Daher gilt

$$x^2+(2x)^2+(4x)^2=189,$$
$$x^2+4x^2+16x^2=189,$$
$$21x^2=189, \qquad x^2=9.$$

Diese Gleichung hat aber zwei relle Lösungen, nämlich $x_1=3$ und $x_2=-3$. Daher hat auch die Aufgabe genau zwei Lösungen; die Zahlentripel (3, 6, 12) und (—3, —6, —12) erfüllen die Bedingungen der Aufgabe.

$>$ Unter Beachtung der Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 3, 9 und 4 erhalten wir

a) $3 \mid 83271$, $3 \mid 83274$, $3 \mid 83277$;

b) $3 \nmid 84172$, $3 \nmid 84272$, $3 \nmid 84472$, $3 \nmid 84572$, $3 \nmid 84772$, $3 \nmid 84872$;

c) $9 \mid 23058$, $9 \mid 23958$;

d) $4 \nmid 58706$, $4 \nmid 58726$, $4 \nmid 58746$, $4 \nmid 58766$, $4 \nmid 58786$.

$\leqq$ Es seien x die Anzahl der Tauben auf dem Baum und y die Anzahl der Tauben unter dem Baum. Dann gilt $y-1=\frac{x+y}{3}$. Ferner gilt $x-1=y+1$, also $x=y+2$. Daraus folgt $(y-1)\,3=y+2+y$,
$3y-3=2y+2$, $y=5$. Ferner ergibt sich $x=y+2=7$.

7 Tauben waren auf dem Baum, 5 Tauben unter dem Baum. Die Probe bestätigt das Ergebnis:

$5 - 1 = \frac{7+5}{3}, \quad 7 - 1 = 5 + 1.$

$\geqq$ Wir nehmen an, von der Klasse 6b haben a Schüler die Note ‚Eins‘, b Schüler die Note ‚Zwei‘, c Schüler die Note ‚Drei‘, d Schüler die Note ‚Vier‘ und e Schüler die Note ‚Fünf‘ erhalten. Die Aussagen von Klaus lassen sich dann durch die folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen ausdrücken:

a) $a + b + c + d + e = 36$; b) $c > 18$;
c) $a < d < b$; d) $a + e = 4$;
e) $2e < a < 4e$; f) $2a = d$.

Aus d) und e) folgt $a = 4$ und $e = 1$, und damit ist wegen f) $d = 6$. Die Gleichung a) und die Ungleichung b) und c) lassen sich dann vereinfachen; wir erhalten

a) $b + c = 26$ b) $c > 18$; c) $6 < b$.

Aus a) und b) folgt $b < 8$. Aus $b > 6$ und $b < 8$ folgt $b = 7$. Da 36 Schüler anwesend waren, muß $c = 19$ sein.
3 Schüler erhielten die Note ‚Eins‘, 7 die Note ‚Zwei‘, 19 die Note ‚Drei‘, 6 die Note ‚Vier‘ und 1 Schüler die Note ‚Fünf‘. Der Klassendurchschnitt errechnet sich wie folgt:

$3 \cdot 1 = 3, \quad 19 \cdot 3 = 57, \quad 1 \cdot 5 = 5.$
$7 \cdot 2 = 14, \quad 6 \cdot 4 = 24,$
$3 + 14 + 57 + 24 + 5 = 103;$

$103 : 36 = 2{,}86\ldots$ Da 2,86 größer als 2,6 ist, hatte Gerd richtig gerechnet.

-+- 8 Würfel mit 3 schwarzen Seitenflächen,
12 Würfel mit 2 schwarzen Seitenflächen,
6 Würfel mit 1 schwarzen Seitenfläche,
1 Würfel ohne schwarze Seitenfläche.

27 Würfel mit einer Kantenlänge von je 4 cm.

— 8, 8, 8, 8, 8 Ringe;
7, 7, 8, 9, 9 Ringe;
7, 8, 8, 8, 9 Ringe;
7, 7, 7, 9, 10 Ringe;
7, 7, 7, 8, 11 Ringe;
7, 7, 7, 7, 12 Ringe;
7, 7, 8, 8, 10 Ringe.

% a) $x \in \{2671, 2672, \ldots, 2758\}$
b) $y \in \{242, 243, \ldots, 250\}$
c) $z \in \{45, 46, \ldots, 87\}$

‰ Aus b) folgt $180|a$, denn $4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$. Also $0 < 180x < 4000$ für $x = 1, 2, 3, \ldots$
Aus d) folgt $11|180x - 8$; $11|4 \cdot 45x - 8$; $11|4(45x - 2)$: Damit das Produkt $4(45x - 2)$ durch 11 teilbar ist, muß der zweite Faktor $45x - 2$ durch 11 teilbar sein.
$11|45x - 2$; $11|44x + (x - 2)$.
Damit die Summe $44x + (x - 2)$ durch 11 teilbar ist, muß der zweite Summand $x - 2$ durch 11 teilbar sein. Aus $11|x - 2$ folgt $x = 13, 24, 35, 46, \ldots$ Nur $x = 13$ erfüllt die Ungleichung $0 < 180x < 4000$. Weil $13 \cdot 180 = 2340$ und $2340 - 8 = 2332$, ist $a = 2332$. Nur die Zahl 2332 erfüllt die gestellten Bedingungen.

∞ Lösung b ist richtig: $\frac{s^2}{6}$.

⊥
$$\begin{aligned} 1 \cdot 60^3 &= 216000 \\ +54 \cdot 60^2 &= 194400 \\ +\ 1 \cdot 60^1 &= 60 \\ +22 \cdot 60^0 &= 22 \\ \hline & 410482 \end{aligned}$$
410482 lautet die Zahl.

|| Man untersucht zunächst die Folge der natürlichen Zahlen, die bei der Division durch 6 den Rest 5 lassen, also 5, 11, 17, 23 ... Dann streicht man von diesen Zahlen, die bei der Division durch 5 den Rest 4 lassen, usw. usw. Man findet auf diese Weise 59 als kleinste natürliche Zahl, die der Aufgabe entspricht.

ǂ Zum Straßenbahnhof gehören $(83 - 46) = 37$ Triebwagen und 46 Anhänger.
Davon sind im Einsatz:
8 Triebwagen mit je zwei Anhängern
= 8 Triebwagen und 16 Anhänger,
und 23 Triebwagen mit je einem Anhänger
= 23 Triebwagen und 23 Anhänger.

Eingesetzt sind somit
31 Triebwagen und 39 Anhänger
und damit sind *nicht* im Einsatz:
6 Triebwagen und 7 Anhänger.

△ Linkes Quadrat: 1. Produkt, 2. Zähler, 3. Gerade, 4. Dekaden, 5. Rhombus, 6. Kürzen, 7. Würfel. Diagonale: PARABEL.
Rechtes Quadrat: 8. Tausend, 9. Element, 10. Abstand, 11. Rhombus, 12. Gemeine, 13. Hundert, 14. Strecke. Diagonale von links unten nach rechts oben: SUMMAND.

1. Radius, 2. Trapez, 3. Würfel, 4. Aufriß, 5. Zentri, 6. Hektar.

≃ Vorteile etwa sind:
1. Zahlenreihe: 19 38 76 sind Verdopplungen der Zahl 19;
2. Zahlenreihe: 96 48 24 12 sind Halbierungen der Zahl 96.

∢ Die Quadratzahlen des angenommenen Alters 43, 44, 45 Jahre betragen 1849, 1936, 2025.
Da der Mann noch lebt, scheidet 43^2 aus. Er war also 1936 44 Jahre alt, wurde somit 1892 geboren und ist heute (im Jahre 1970) 78 Jahre alt.

AB Die ursprüngliche Zahl sei $7 \cdot 100000 + x$. Dann ist die neue Zahl $100 \cdot x + 70$.
Nach der Voraussetzung ist
$(7 \cdot 100000 + x)\,2 = 100x + 70$. Daraus folgt

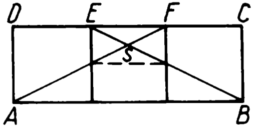
$$\begin{aligned} 1400000 + 2x &= 100x + 70, \\ 98x &= 1399930, \\ x &= \frac{1399930}{98} = 14285. \end{aligned}$$

Die ursprüngliche Zahl ist also 714285. Streicht man die 7, hängt man sie hinten an und fügt noch die Ziffer 0 hinzu, so erhält man 1428570. Tatsächlich gilt $714285 \cdot 2 = 1428570$.

$\overline{\text{AB}}$ Aus a) folgt unmittelbar: Ernst ist Abonnent der *Jungen Welt*; aus b) folgt unmittelbar: Axel ist Abonnent von *Neues Leben*, und Bernd ist Abonnent von *Junge Welt*; aus c) folgt: Fred ist entweder 16 oder 17 Jahre alt, Bernd ist entweder 17 oder 16 Jahre alt;
aus b) folgt: Bernd ist nicht 17 Jahre alt, also ist Bernd 16 Jahre und Fred damit 17 Jahre alt; weiterhin folgt daraus, daß Fred Abonnent von *Neues Leben* ist;
aus a) und b) folgt: Ernst ist 20 Jahre alt; dann ist Axel 19 Jahre alt.

$\overrightarrow{AB}$ 16 Dreiecke, 27 Vierecke und 20 Fünfecke.

$\widehat{AB}$ Aus der nachstehenden Zeichnung ist unmittelbar folgendes abzulesen: Der Flächeninhalt eines der drei Quadrate beträgt $\frac{1}{3}$ des Flächeninhalts des Rechtecks $ABCD$. Der Flächeninhalt des Dreiecks SFE ist gleich $\frac{1}{4}$ des Flächeninhalts eines halben Quadrates, also gleich $\frac{1}{24}$ des Flächeninhalts der Rechtecks $ABCD$. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABS ist gleich der Summe der Flächeninhalte eines Quadrates und des Dreiecks SFE, also gleich $\frac{1}{3} + \frac{1}{24} = \frac{3}{8}$ des Flächeninhalts des Rechtecks $ABCD$. Der Flächeninhalt des Vierecks $ASED$ ist gleich der Differenz aus dem Flächeninhalt eines Quadrates und dem Flächeninhalt des Dreiecks SFE, also gleich $\frac{1}{3} - \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$ des Flächeninhalts der Rechtecks $ABCD$.



|z| $$x + x + 2 + x + 4 + \cdots x + 22 = 1008$$
$$12x + 132 = 1008$$
$$x = 73$$
73 Schafe (1. Horde); 75 Schafe (2. Horde); ...; 95 Schafe (12. Horde).

---

n! $\frac{7}{8}$; denn $\frac{7}{9} < \frac{7}{8} < \frac{8}{9}$.

→ Aus den Potenzen von 3 ergeben sich folgende Masseeinheiten:
1. Stein $3^0 \triangleq 1$ kg, 2. Stein $3^1 \triangleq 3$ kg, 3. Stein $3^2 \triangleq 9$ kg, 4. Stein $3^3 \triangleq 27$ kg.
Daraus lassen sich alle Massen bis zu 40 kg zusammensetzen.

lg Für manche Zahlen gibt es mehrere Bildungsmöglichkeiten; es sei hier nur je ein Beispiel genannt.

$1 = \frac{3+3-3}{3}$ $\quad 6 = \frac{3(3+3)}{3}$

$2 = (3:3) + (3:3)$ $\quad 7 = 3 + 3 + \frac{3}{3}$

$3 = \frac{3+3+3}{3}$ $\quad 8 = 3 \cdot 3 - \frac{3}{3}$

$4 = \frac{3 \cdot 3 + 3}{3}$ $\quad 9 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3}$

$5 = 3 + 3 - \frac{3}{3}$ $\quad 10 = \frac{33-3}{3}$

$11 = 3! + 3! - \frac{3}{3}$

$12 = 3 + 3 + 3 + 3$

$13 = 3! + 3! + \frac{3}{3}$

$14 = 33:3 + 3$

$15 = 3 \cdot 3 + 3 + 3 + 3$

---

ln a) *Ex 2* möge von Schönefeld bis zur Begegnung der Züge x min gefahren sein; dann ist D 273 von Leipzig $(x + 7)$ min gefahren, da dieser Zug in Leipzig 7 min früher abfährt. Ferner betrage die Entfernung von Berlin-Schönefeld nach Leipzig a km. Dann beträgt die Geschwindigkeit von *Ex 2* $\frac{a}{90}$ km/min, da die Fahrzeit 90 min beträgt. *Ex 2* hat also bis zur Begegnung $\frac{x \cdot a}{90}$ km zurückgelegt. Die Geschwindigkeit von D 273 beträgt $\frac{a}{115}$ km; daher hat dieser Zug bis zur Begegnung $\frac{(x+7)\,a}{115}$ km zurückgelegt. Wir erhalten daher die Gleichung

$$\frac{x\,a}{90} + \frac{(x+7)\,a}{115} = a$$

und nach Division durch a

$$\frac{x}{90} + \frac{x+7}{115} = 1$$

Daraus folgt

$$115x + 90x + 630 = 10350.$$

Die Fahrzeit von *Ex 2* bis zur Begegnung beträgt also rund 47 min, d. h., die beiden Züge begegnen sich um 9.13 Uhr.

b) Die mittleren Geschwindigkeiten betragen

für *Ex 2* $\quad v_1 = \frac{162{,}7 \cdot 60}{90}$ km/h $\approx$ 108,5 km/h

für D 273 $\quad v_2 = \frac{162{,}7\ 60}{115}$ km/h $\approx$ 84,9 km/h.

Man erkennt, daß der Expreßzug *Ex 2* eine sehr hohe Geschwindigkeit hat.

c) *Ex 2* hat bis zur Begegnung die Strecke $47{,}4 \cdot \frac{162{,}7 \text{ km}}{90} \approx 85{,}7$ km zurückgelegt. Daher treffen sich die beiden Züge in einer Entfernung von 77 km von Leipzig.

Σ 1. delta; 2. Wurzel; 3. minus; 4. Kegel; 5. Sektor; 6. Sehne; 7. Binom; 8. Summe; 9. Trapez; 10. Meter; 11. Kreis; 12. Prisma; 13. Kugel. TRIGONOMETRIE

$\sqrt{\ }$ *Wörtlich genommen*

Wurzelzeichen (Radizieren), Quadratwurzel, Rechenschieber

$\in$ Es gibt genau die folgenden elf Möglichkeiten:

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 13 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 11 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 9 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 7 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 9 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 5 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 5 = 20$
$1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 20$

$\notin$ Der Eßlöffel wiege x Pond, dann wiegen der Gemüselöffel und die Gabel zusammen $3x$ Pond. Aus $3x + x = 240$ folgt $x = 60$, das heißt, der Eßlöffel wiegt 60 p. Die Gabel wiege y Pond; aus $y + 60 = 240:2$ folgt $y = 60$. Die Gabel wiegt ebenfalls 60 p, der Gemüselöffel wiegt dann 120 p.

$\subseteq$ Aus dem Strahlensatz folgt

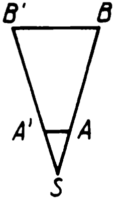
$\overline{SA}:\overline{SB} = \overline{AA'}:\overline{BB'}$

bzw. unter Benutzung der bekannten Bildgröße und Brennweite:

$50:(50+x) = 2:32000$

$x \approx 800000,$

d.h. die Maschine flog in etwa 800000 mm bzw. in 800 m Höhe.



---

a) Es gilt

$$2x+3 \geqq 0, \quad \text{also } x \geqq -\frac{3}{2}, \text{ und}$$

$$6-x \geqq 0, \quad \text{also } x \leqq 6, \quad \text{d.h.} \quad -\frac{3}{2} \leqq x \leqq 6.$$

Wegen $\sqrt{2x+3} = (2x+3)^{\frac{1}{2}}$,

$\sqrt{\sqrt{2x+3}} = (2x+3)^{\frac{1}{4}}$ usw. ist die Gleichung genau dann erfüllt, wenn

$$(x+3)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}} = (6-x)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}},$$

d.h. $(2x+3)^{\frac{15}{16}} = (6-x)^{\frac{15}{16}}$

$$2x+3 = 6-x$$

$$x = 1$$

b) Analog erhält man

$$(2x+3)^{\frac{15}{16}} = 2x+1)^{\frac{15}{16}}$$

$$2x+3 = 2x+1$$

$$3 = 1$$

Das ist eine falsche Aussage. Die Gleichung b) hat daher keine reelle Lösung.

c) Keine reelle Lösung

d) $(2x+3)^{\frac{15}{16}} = 2^{\frac{15}{16}}\left(x+\frac{3}{2}\right)^{\frac{15}{16}},$

daraus folgt

$$(2x+3) = 2\left(x+\frac{3}{2}\right), \quad \text{also}$$

$$2x+3 = 2x+3$$

was für alle reellen Zahlen zutrifft $\left(\text{mit } x \geqq -\frac{3}{2}\right)$.

⇒ *Zum Aussuchen*

1. $x = 1$

2. $x = 1$

3. $x = 999999 + 1 = 1000000$

4. $x = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 13^2 = 4 \cdot 25 \cdot 169 = 100 \cdot 169$
$= 16900$

5. $x = \frac{13}{2} : \frac{13}{2} = 1$

6. Jeweils 2 Zahlenpaare ergeben eine Folgezunahme um 2. Da es 50 ungerade Zahlen gibt, gibt es 25 solche Zahlenpaare, d.h. $x = 25 \cdot 2 = 50$

7. Aus der Beziehung

$$\sqrt[n]{a + \frac{a}{a^n - 1}} = \sqrt[n]{\frac{a^n + 1}{a^n - 1}} = a\sqrt[n]{\frac{n}{a^n - 1}}$$

folgt Zähler = Nenner bzw. $x = \frac{Z}{N} = 1$

8. Es gilt für den Zähler
$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$
und für den Nenner $100 + 121 + 144 = 365.$

Daraus folgt: $x = \frac{365 + 365}{365} = 2$

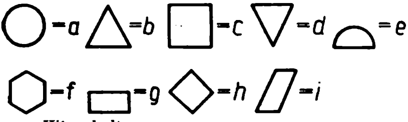
9. $x = 5555$

10. $x = 123456$

⇔ $x + y = 115$
$x = y + 100$
107,50 M + 7,50 M = 115,– M
Das Objektiv kostet 107,50 M.

---

sin Wir setzen für



Wir erhalten

ab + ba = cde
— — ·
dc — eb = d
fd · gg = hhi

Man erhält für a = 8, b = 6, c = 1, d = 5, e = 4, f = 3, g = 2, h = 7, i = 0; und die Lösung lautet

86 + 68 = 154
— — ·
51 — 46 = 5
35 · 22 = 770

cos	—16	+12	+10	—10
	+6	—6	—4	0
	—2	+2	+4	—8
	+8	—12	—14	+14

---

tan Es können nur zwei Fünfzigpfennigstücke und ein Einpfennigstück dabeisein, weil sonst unter den gegebenen Bedingungen keine zehn Münzen möglich sind. Die restlichen sieben Münzen sind zwei Fünf- und fünf Zehnpfennigstücke.

---

cot Es sind mehrere Lösungen möglich. Zwei Lösungsbeispiele sind:

```
      3                   6
    6   4               9   7
  7       8           1       2
1   9   5   2       4   3   8   5
```

Die Summe ist 17. Die Summe ist 20.

$\{a_n\}$ Aus $ba - f = h$ folgt $b = 1$; aus $ca + b = cb$ folgt $a = 0$. Aus $f + f = d$ folgt, daß d eine gerade Zahl ist, also entweder $d = 2$ oder $d = 4$ oder $d = 6$ oder $d = 8$.

Aus $d = 2$ und $f + f = d$ folgt $f = 1$; das ist nicht möglich, da die Ziffer 1 bereits für b vergeben ist.

Aus $d = 4$ folgt $f = 2$ und wegen $10 - f = h$ ferner $h = 8$, aus $d = 6$ folgt $f = 3$ und somit $h = 7$, aus $d = 8$ folgt $f = 4$ und somit $h = 6$.

Der dritten Zeile entnehmen wir, daß $\frac{10c + 1}{h} \cdot d$ eine ganze Zahl ist; das ist aber, weil d eine gerade Zahl ist nur möglich, wenn $h = 7$ ist; also gilt $d = 6$, $f = 3$, $h = 7$. Die zweite Zeile lautet nun $(1 + 3) \cdot 3 + 0 = 1c$, also $c = 2$. Aus $d + bc = be$, also $6 + 12 = 1e$, folgt $e = 8$.

Die erste Zeile lautet nun $(20 + 10):3 - g = 6$, also $g = 4$. Wir erhalten daher

$$\begin{array}{l} (20 + 10):3 - 4 = 6 \\ +\quad\;\; -\;\; +\;\; \cdot\;\; + \\ \underline{(1 + 3) \cdot 3 + 0 = 12} \\ (21 : 7) \cdot 6 + 0 = 18 \end{array}$$

und stellen fest, daß alle waagerechten und senkrechten Rechenaufgaben richtig gelöst sind.

Lösungen zur Kryptarithmetik

α $99 + 1 = 100$

β $3 \cdot 7 \cdot 37 = 777$

γ $11^2 = 121$

δ $\sqrt{25} = 5;\quad \sqrt{36} = 6$

ε $0{,}01 \cdot 0{,}01 = 0{,}0001$

ζ $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1 \ldots \frac{1}{9} : \frac{1}{9} = 1$

η $98 - 89 = 9$

ϑ $65 \cdot 5 = 325;\quad 45 \cdot 7 = 315;\quad 75 \cdot 5 = 375;$
$55 \cdot 7 = 385;\quad 35 \cdot 9 = 315$

ι $1000 - 999 = 1$

---

lim $\varkappa$ $12{,}21 : 11{,}1 = 11;\quad 32{,}23 : 2{,}93 = 11$
usf.

λ $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4};\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4};\quad \frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

μ $10^2, 11^2, \ldots, 31^2$

ν $(1 + 7)^2 = 64$

ξ $22^2 = 484$

o $1008 : 9 = 112$

π $5x - 5 = 4x - 3$

ϱ $x^2 - 4x = 21$
$x_2 = -3$

σ $\sqrt{169} = 13;\quad \sqrt{289} = 23;\quad \sqrt{529} = 17;$
$\sqrt{729} = 27$

τ $77 \cdot 13 = 1001$

$\ll$ Lösungen zu *alpha* + *mathe* = *heiter*
Mehrere Lösungen:

$$\begin{array}{r} 58015 \\ +65412 \\ \hline 123427 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 67016 \\ +56412 \\ \hline 123428 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43014 \\ +84512 \\ \hline 127526 \end{array}$$

$\sqrt{50625} = 225$

$222 \cdot 222 = 49284$

$43^3 = 79507$
$4 + 3 = 7$

$28^3 = 21952$

$139 \cdot 139 = 19321$

Δf □ Der Täter ist Johannes Lehmann.

○ a) Die Reihenfolge ist:
Frau Kurth; Frau Diecke; Herr George; Herr Weidlich und als ältester Herr Unze.

b) Die Angaben unter Nummer 1; 4; 5; 7; 8; 9 sind überflüssig.

Vorliegende Zeichnungen wurden aus der Sammlung „alpha-heiter“ des *alpha*-Clubs der 29. OS Leipzig (Ltg. StR J.Lehmann, V. L. d. V.) entnommen. Sie erschienen in: DLZ, Die Sowjetunion, Eulenspiegel, LVZ. NBI, Ungarische Rundschau, mathematical pie (England), Für Dich, Freie Welt, The Teacher (USA), Junge Mathematiker (Leipzig), Junge Welt, Zeit im Bild, Trommel, Polen, Utschilskaja gazeta, Magazin, Rakete (MMM), Resumée 2 (Buch). Die Zeichner sind: K-H. Guckuk, L. Haas, W. Miroschin, H. Kretschmar, F. Berger, H. Hiibus, B. Henniger. H. Büttner, G. Lerch, L. Rauwolf, Otto, Cork, R.Fritsche, H. Hendrik, W. Malachow, F. Fricke, joppi, Vonderwerth, H.J. Starke, J. Królikowski, K. Schrader, F. Leuchte, J. Puchalski, W.Schubert, A.Alisch, R.Männel.

Die LVZ dankt den Zeichnern, welche freundlicherweise die Erlaubnis zum Nachdruck der in diesem Buch veröffentlichten Vignetten erteilten.

Idee und Gestaltung: Studienrat J. Lehmann, Verdienter Lehrer des Volkes, 29. OS Leipzig

Zusammenstellung der Aufgaben:
W. Unze, Sonderschuleinrichtung f. Körperbehinderte i.d. Städt. Orth. Klinik „Dr.-Georg-Sacke“, Leipzig und J. Lehmann (29. OS Leipzig)

Umschlag und Typographie:
K.-H. Guckuk, Leipzig

Satz und Druck: Buchdruckerei Frankenstein, KG. Leipzig, III-18-127. L392/1970
EVP: 2 M

Ein Mathematiker, der nicht irgendwie ein Dichter ist, wird nie ein vollkommener Mathematiker sein.

Karl Weierstraß

Ein Mathematiker, der nicht irgendwie ein Dichter ist, wird nie ein vollkommener Mathematiker sein.

Karl Weierstraß