L ö s u n g s h e f t

zu Physikaufgaben für Schüler von Spezialklassen physikalisch-technischer und mathematischer Richtung

---

N u r   f ü r   d e n   L e h r e r

1982

Das vorliegende Lösungsheft wurde im Auftrag der Hauptabteilung Oberschulen des Ministeriums für Volksbildung von einem Autorenkollektiv unter Leitung von Prof. Dr. Joachim Wendt, Pädagogische Hochschule Güstrow, erarbeitet und herausgegeben.

A u t o r e n :

Prof. Dr. Joachim Wendt,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Jürgen Buse,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Dr. Christian Hache,
Spezialschule "M. A. Nexö" Dresden

Dr. Sigrid Huster,
Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt

Gerd-Dietrich Schmidt,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Udo Walta,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Dr. Wilhelm Weiß-Motz,
Spezialschule "C. F. Gauß" Frankfurt/Oder

Druck: Wissenschaftlich-Technisches Zentrum der
Pädagogischen Hochschule "Karl Liebknecht" Potsdam

1/16/18/11.82/1259   Ag 124/207/82

<u>Vorbemerkungen des Herausgebers</u>

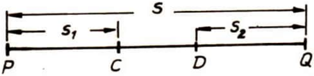
Die im folgenden Lösungsheft angegebenen Lösungsansätze und Ergebnisse sind für die Hand der Lehrer bestimmt. Sie wurden auf der Grundlage von Ergebnissen in Aufgabensammlungen aus der CSSR, VR Polen, SR Rumänien, UdSSR und der VR Ungarn erarbeitet.
Herausgeber und Autorenkollektiv danken einem Studentenkollektiv der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt für unterstützende Arbeiten bei der Lösungsüberarbeitung.
Alle Nutzer der Aufgabensammlung und des Lösungsheftes werden gebeten, auftretende Unklarheiten und festgestellte Mängel in der Textgestaltung und bei den Lösungen dem Herausgeber mitzuteilen.

Güstrow, August 1982 J. Wendt

Inhaltsverzeichnis

1. Kinematik

1.



Nach der Zeit t_1 treffen sich die beiden Fußgänger in C. Bis dahin hat A den Weg s_1, B den Weg $s-s_1$ zurückgelegt. Die Geschwindigkeiten sind

$$v_A = \frac{s_1}{t_1} \quad \text{und} \quad v_B = \frac{s-s_1}{t_1} \quad .$$

Daraus folgt $$v_B = \frac{s-s_1}{s_1} \cdot v_A \quad . \qquad (1)$$

In der folgenden Zeit t legen A und B die Wege $s-s_1+s_2$ und $s+s_1-s_2$ zurück und es gilt

$$t = \frac{s-s_1+s_2}{v_A} \quad (2) \qquad \text{und} \qquad t = \frac{s+s_1-s_2}{v_B} \quad (3)$$

Aus den Gleichungen (1), (2) und (3) erhält man

$s = 3s_1-s_2$ (als einzige sinnvolle Lösung)

$$v_A = \frac{2s_1}{t} \quad \text{und} \quad v_B = \frac{4s_1-2s_2}{t} \quad .$$

$\underline{\underline{s = 14\ \text{km}}}$; $\underline{\underline{v_A = 4\ \text{km h}^{-1}}}$; $\underline{\underline{v_B = 5{,}33\ \text{km h}^{-1}}}$

2. Fliegt der Pilot genau bei Sonnenaufgang los, dann muß er, um den nächsten Aufgang zu sehen, in der Zeit $t = 12$ h den halben Breitenkreis überfliegen. Um die andere Hälfte dreht sich in dieser Zeit die Erde weiter.

   Es gilt $s = v \cdot t = \pi \cdot R \cdot \cos\varphi$ (R = 6400 km, Erdradius)

   und damit $\cos\varphi = \frac{v \cdot t}{\pi \cdot R}$ $\quad \underline{\underline{\varphi \geq 76^\circ}}$

3. Bezeichnet man mit t die Fallzeit des zweiten Körpers und mit Δt das Zeitintervall, dann ist der Abstand d

$$d = \frac{g}{2}(t+\Delta t)^2 - \frac{g}{2}t^2 = g\cdot\Delta t\cdot t + \frac{g}{2}(\Delta t)^2 \quad .$$

Mit $\Delta t = 1\,s$ und $g = 10\ ms^{-2}$

$$\underline{\underline{d = 10\ ms^{-1}\cdot t + 5\ m}}$$

4. Für die Hangabtriebskraft gilt $F = m.a = m.g.\sin\alpha$.
Die Länge der geneigten Ebene ist

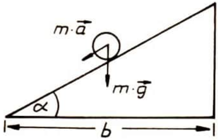
$$l = \frac{a}{2}t^2 = \frac{g\cdot\sin\alpha}{2}\cdot t^2 = \frac{b}{\cos\alpha} \quad .$$

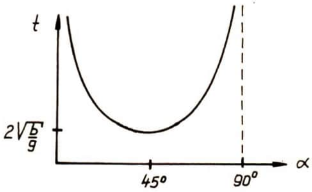
Daraus ergibt sich

$$t^2 = \frac{2b}{g\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{4\,b}{g\cdot\sin 2\alpha}$$

und $t = 2\cdot\sqrt{\frac{b}{g}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$

t wird sehr groß für $\alpha \to 0$ und $\alpha \to 90^\circ$. Am kleinsten wird t für $2\alpha = 90^\circ$, d.h. $\alpha = 45^\circ$.





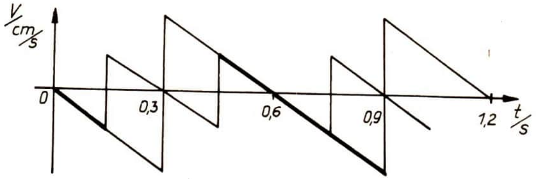
5. Die Fallzeiten der beiden Kugeln sind

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0{,}3\ s \quad \text{und} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0{,}15\ s$$

Die Fallzeiten verhalten sich wie 1 : 2.
Die Maximalgeschwindigkeiten verhalten sich ebenfalls wie 1 : 2, denn es ist

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \frac{1}{2} \quad .$$

Mit $v = g \cdot t$ erhält man folgende Diagramme:



Dem v-t-Diagramm entnimmt man:
Für t_o sind folgende Zeiten möglich $t_o = 0{,}3$ s; 0,6 s ; ... k. 0,3 s ... (k = 1,2,3...)

Die Zeit t beträgt 0,3 s.

6. In der Zeit t vom Ertönen des Hupsignals bis zum Empfang des Echos legt der Motorradfahrer den Weg $s_M = \frac{D}{9}$ (1)

und der Schall den Weg $s_s = D + \frac{8}{9} D = \frac{17}{9} D$ (2)

zurück. Außerdem gilt $t = \frac{s_s}{v_s} = \frac{s_M}{v_M}$. (3)

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich:

$$v_M = \frac{v_s}{17} \qquad \underline{\underline{v_M = 20 \text{ ms}^{-1}}}$$

7. Es soll sein $h_t - h_{t-\Delta t} = \frac{h_t}{2}$ oder $\frac{g}{2}t^2 - \frac{g}{2}(t - \Delta t)^2 = \frac{g}{4}t^2$.

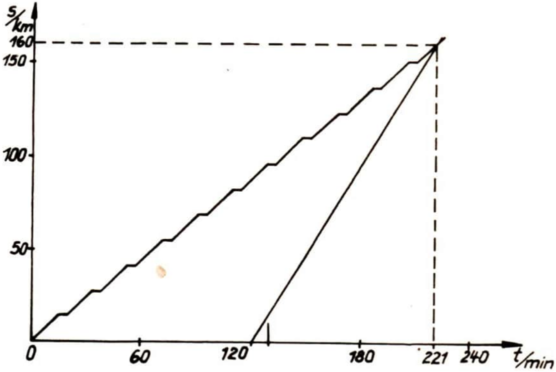
bzw. $t^2 - 4\, t \cdot \Delta t + 2(\Delta t)^2 = 0$.

Da $t > \Delta t$ sein muß, ist die einzige sinnvolle Lösung $t = (2 + \sqrt{2})\, \Delta t$.
Daraus ergibt sich $h_t = \frac{g}{2}\,(2 + \sqrt{2}) \cdot (\Delta t)^2$

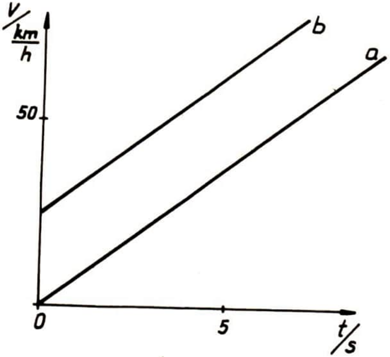
$$\underline{\underline{t = 3{,}41 \text{ s}}} \qquad \underline{\underline{h_t = 58{,}3 \text{ m}}}$$

8. Aus der grafischen Darstellung entnimmt man

<u>s = 160 km</u>   <u>t = 221 min = 3 h 41 min</u>

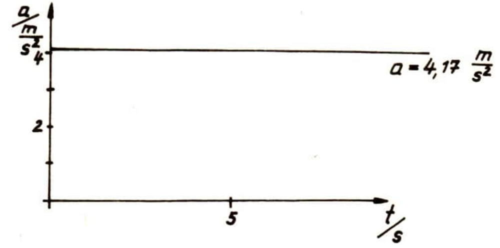


9. s. Abb. 2.1.9.



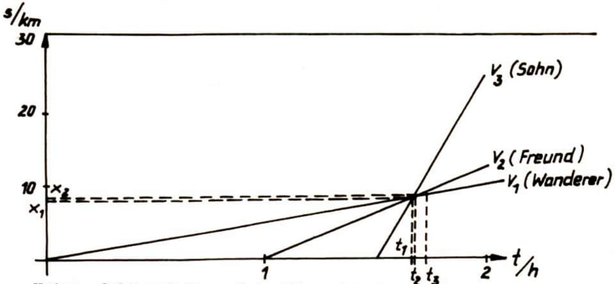
Aufg. 2.1.9.

10. s. Abb. 2.1.10



Aufg. 2. 1. 10.

11. Der Abbildung entnimmt man:



Vater, Sohn und Freund treffen etwa 100 min nach dem Abmarsch des Vaters, etwa 8,5 km vom Hause entfernt zusammen.

Errechnete Werte: t_1 = 99,5 min; t_2 = 100 min; t_3 = 103min

x_1 = 7,9 km; t_2 = 8,3 km; x_3 = 8,6 km

(Sohn-Freund) (Sohn-Vater) (Freund-Vater)

12. Wegen $\Delta v \sim \Delta t$ ist die Geschwindigkeitsänderung Δv in der Zeit $t_2 - t_1 = 1{,}5s - 0{,}5s = 1\ s = \Delta t$ gleich der in der Zeit $t_3 - t_1 = 2{,}5s - 1{,}5s = 1\ s = \Delta t$.

Zur Zeit $t_3 = 2{,}5s$ ist die Geschwindigkeit $v_3 = 0$. (1)
Damit sind die Geschwindigkeiten zu den Zeiten $t_2 = 1{,}5\ s$ und $t_1 = 0{,}5\ s$ $v_2 = -\Delta v$ und $v_1 = -2\,\Delta v$.

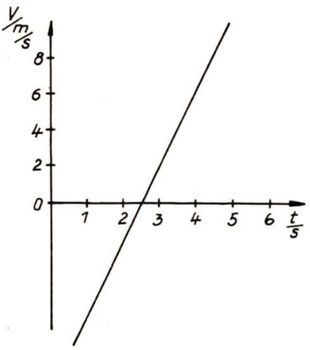
Der in der Zeit $t_2 - t_1$ zurückgelegte Weg ist $s = -6\ m$.
Es gilt damit

$$s = v_1(t_2-t_1) - \frac{1}{2}\Delta v \cdot (t_2-t_1) = -\frac{3}{2}\Delta v\, \Delta t.$$

Man erhält daraus die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeit $\Delta t = 1\ s$

$$\Delta v = -\frac{2s}{3\Delta t} = -\frac{2\cdot(-6m)}{3\ s} = 4\ \frac{m}{s}\ . \qquad (2)$$

Mit (1) und (2) erhält man das folgende v-t-Diagramm:



13. Es ist für $0 < t < 2{,}5$ s $\quad v_1 = 0$
für $2{,}5\,s < t < 3{,}5$ s $\quad v_2 = \frac{3m}{1s} = 3\ m\ s^{-1}$,
für $3{,}5\,s < t < 5$ s $\quad v_3 = 0$,
für $5\,s < t < 6$ s $\quad v_4 = -3\ ms^{-1}$
und für $6\,s < t$ $\quad v_5 = 0$.

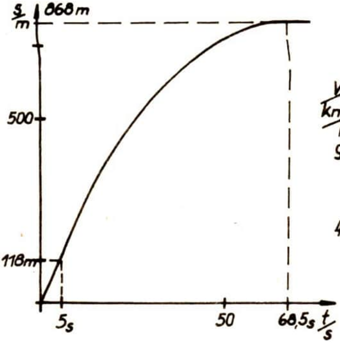
14. Für $0 < t < 3{,}5$ s bewegt sich der Körper mit zunehmender Beschleunigung. Es ist $\dot{a} = \frac{4}{3{,}5}\ m\ s^{-3} = 1{,}14\ m\ s^{-3}$.

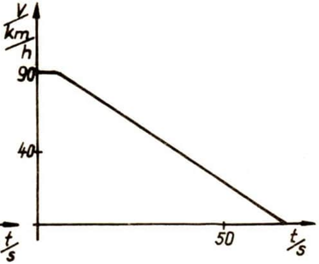
Für $3{,}5\ s < t < 5{,}5$ s ist die Beschleunigung konstant $a = 2\ m\ s^{-2}$.
Für $5{,}5\ s < t < 6{,}5$ s ist $\dot{a} = 2\ ms^{-3}$.
Für $6{,}5\ s < t < 7{,}5$ s ist $\dot{a} = -2\ ms^{-3}$.
Für $7{,}5\ s < t < 9$ s ist $a = 1\ ms^{-2}$ und
für $9\ s < t$ ist $\dot{a} > 0$.

15. Für $0 < t < 2{,}5$ s ist die Bewegung gleichförmig mit $v = 3\ ms^{-1}$, für $2{,}5\ s < t < 4$ ist sie gleichmäßig verzögert mit $a = -\frac{3}{1{,}5}\ ms^{-2} = -2\ ms^{-2}$,
für $4\ s < t < 6{,}5$ s ist $v = 0$, der Körper ist in Ruhe,
für $6{,}5\ s < t < 7{,}5$ s ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt mit $a = 3{,}5\ ms^{-2}$ und für $t > 7{,}5$ s wieder gleichförmig mit $v = 3{,}5\ ms^{-1}$.

16. Die Verzögerungszeit ergibt sich aus $t = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 750m}{85\ km/h}$
$= 63{,}5$ s.

Man erhält folgende s-t- und v-t-Diagramme:

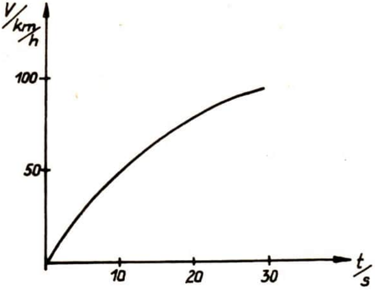




17. Nimmt man an, daß der Körper sich in jedem Zeitabschnitt gleichmäßig beschleunigt bewegt, dann erhält man die Beschleunigungen

$$a_1 = \frac{24\ \text{km/h}}{5\ \text{s}} = 1{,}33\ \text{ms}^{-2}; \quad a_2 = \frac{(50-24)\ \text{km/h}}{5\ \text{s}} = 1{,}44\ \text{ms}^{-2}$$

$$a_3 = \frac{(70-50)\ \text{km/h}}{6\ \text{s}} = 0{,}93\ \text{ms}^{-2} \quad a_4 = \frac{(95-70)\ \text{km/h}}{12\ \text{s}} = 0{,}58\ \text{ms}^{-2}$$



18. Es handelt sich um eine gleichmäßig verzögerte Bewegung. Die Beschleunigung beträgt $a = -\frac{6\ m}{11\ s^2} = -0{,}545 ms^{-2}$.

Für die Geschwindigkeit gilt $v = v_0 + a.t = 6\ ms^{-1} - 0{,}545\ ms^{-2}.t$

Daraus ergibt sich die Endgeschwindigkeit $v_e = -0{,}54\ ms^{-1}$

Im Punkt B ist die Geschwindigkeit 0. Die Bewegungsrichtung des Körpers ändert sich.
Weg-Zeit Gleichung: $s = s_0 + v_0.t + \frac{a}{2}t^2$

19. Die Winkelgeschwindigkeiten sind für den großen Zeiger

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60\ min} = 0{,}104\ min^{-1} \text{ bzw. } \omega_1 = \frac{360^\circ}{60\ min} = 6^\circ min^{-1}$$

und für den kleinen Zeiger

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{12{,}60\ min} = 8{,}727.\ 10^{-3}\ min^{-1} \text{ bzw. } \omega_2 = \frac{360^\circ}{12{,}60\ min} = 0{,}5^\circ min^{-1}$$

Die Zeiger zeigen um 12.00 Uhr in die gleiche Richtung. Das nächste Mal ist das der Fall, wenn der große Zeiger nach dem ersten Umlauf den kleinen überholt. Es ist dann

$\omega_1 . t = \omega_2 .t + 360^\circ$. Daraus ergibt sich t = 65,45 min.

Die Zeiger stehen also um 1.05.27 Uhr wieder übereinander.

20. Für gleichen Richtungssinn gilt mit $t_1 = 4$ min

$$\omega_1 t_1 = \omega_2 t_1 + 360^\circ \qquad (1)$$

und für entgegengesetzten Richtungssinn gilt mit

$t_2 = 48\ s = 0{,}8$ min

$$\omega_1 t_2 = 360^\circ - \omega_2 t_2 . \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich $\omega_1 = 360^\circ min^{-1}$ und

$\omega_2 = 270^\circ min^{-1}$.

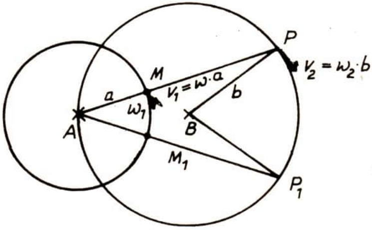
Mit $v = \frac{\omega}{360^\circ} . l$ erhält man

$\underline{\underline{v_1 = 560 m min^{-1} = 9{,}33\ ms^{-1}}}$ und $\underline{\underline{v_2 = 450\ m\ min^{-1} = 7{,}5\ ms^{-1}}}$

und mit $a = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{\frac{l}{2\pi}}$

$\underline{\underline{a_1 = 0{,}98 \text{ ms}^{-2}}}$ und $\underline{\underline{a_2 = 0{,}59 \text{ ms}^{-2}}}$

21.



In der gleichen Zeit, in der sich P nach P_1 bewegt, bewegt sich M nach M_1.
Im Kreis um B ist $\sphericalangle PBP_1$ Zentriwinkel und $\sphericalangle PAP_1$ Peripheriewinkel über dem Bogen PP_1. Also ist $\sphericalangle PBP_1 = 2 \sphericalangle PAP_1$.
Damit ist $\omega_2 = 2\omega_1$.

Mit $v_1 = a \cdot \omega_1$ und $v_2 = b \cdot \omega_2 = 2b\,\omega_1$ ergibt sich

$$v_2 = 2\frac{b}{a} \cdot v_1$$

und die Beschleunigung $a_Z = \frac{v_2^2}{b} = \frac{4\,b\,v_1^2}{a^2} = 4\,b\,\omega_1^2$.

22. Am Anfang ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_0 = n \cdot 360^\circ = 108\ 000^\circ \text{ min}^{-1} = 1800^\circ \text{ s}^{-1}$$

Aus $\omega_0 + \alpha t = 0$ ergibt sich die Winkelbeschleunigung

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = 60^\circ \text{ s}^{-2} \mathrel{\hat{=}} \frac{\pi}{3} \text{ s}^{-2} .$$

Das Rad dreht sich bis zum Stillstand noch um

$$\varphi = \frac{\omega_o}{2} \cdot t = 27000^o$$ weiter. Das entspricht

$$N = \frac{\varphi}{360^o} = 75$$ Umdrehungen.

23. Die Relativbewegung zwischen Tafel und Kreide setzt sich zusammen aus einem Horizontal- und einem Vertikalanteil. Der Horizontalanteil ist eine gleichförmige Bewegung mit der Abwurfgeschwindigkeit der Kreide v_h. Für den Vertikalanteil gilt:

$$v_v = v_T - v_{v_K} = g \cdot t - g \cdot (t - \Delta t) = g \cdot \Delta t = \text{const.}$$

(v_T: Fallgeschwindigkeit der Tafel; v_{vK}: Vertikalgeschwindigkeit der Kreide;

Δt: Zeitdifferenz zwischen Beginn der Bewegungen von Tafel und Kreide)

Die Kreide hinterläßt auf der Tafel eine gerade Linie, die umso stärker ansteigt, je größer Δt ist.

24. Bezeichnet man mit h die Tiefe des Brunnens, t_1 die Fallzeit des Steins, t_2 die Zeit vom Auftreffen des Steins bis zum Empfang des Geräusches und mit v die Schallgeschwindigkeit, dann gilt $t = t_1 + t_2$ und $h = \frac{g}{2} t_1^2 = v \cdot t_2$.

Damit wird $\sqrt{h} = -\frac{v}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{g}} \pm \sqrt{\frac{v^2}{2g} + v \cdot t}$.

Als einzige physikalisch sinnvolle Lösung erhält man $\sqrt{h} = 9$ m bzw. $\underline{\underline{h = 81 \text{ m}}}$.

25. h_1 und h_2 seien die Fallhöhen der Tropfen und $\Delta t = 0,5$ s die Zeitdifferenz zwischen dem Abfallen des ersten und zweiten Tropfens. Dann ist der Abstand

$$\Delta h = h_1 - h_2 = h_1 - \frac{g}{2} (t_1 - \Delta t)^2$$

und mit $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$

$$\Delta h = h_1 - \frac{g}{2} \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \Delta t\right)^2.$$

$$\underline{\underline{\Delta h = 8,75 \text{ m}}} \ .$$

26. Zur Zeit t der Begegnung gilt $h_x = v_o t - \frac{g}{2} t^2$ und

$h_x = h - \frac{g}{2} t^2$, damit ist $v_o \cdot t = h$.

a) $t = \frac{h}{v_o}$ $\underline{\underline{t = 3\ s}}$

b) $\underline{\underline{h_x = 132{,}3\ m}}$.

c) Der Zeitabstand ist $\Delta t = \frac{2v_o}{g} - \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\underline{\underline{\Delta t = 6\ s}}$

d) Die potentiellen Energien beider Körper sind gleich

$W_{pot} = m \cdot g \cdot h_x$ $\underline{\underline{W_{pot} = 1{,}3\ kJ}}$

und die kinetischen Energien beim fallenden Körper

$W_{kin_1} = \frac{m}{2} (gt)^2$ $\underline{\underline{W_{kin_1} = 433\ J}}$

beim hochgeworfenen Körper

$W_{kin_2} = \frac{m}{2} (v_o - gt)^2$ $\underline{\underline{W_{kin_2} = 431\ J}}$

27a) $t = \frac{2h}{g}$ $\underline{\underline{t = 0{,}62\ s}}$

b) $x = v \cdot t$ $\underline{\underline{x = 20{,}7\ m}} > \underline{15}$ m (außerhalb des Tunnels)

c) An dem Körper wird Beschleunigungsarbeit verrichtet. Diese ist gleich der Verringerung der potentiellen Energie des Körpers .

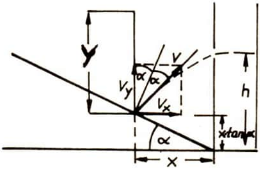
$W_a = G \cdot h$ $\underline{\underline{W_a = 38\ J}}$

Die gesamte kinetische Energie im Auftreffpunkt ist

$W_{kin} = W_{kin_o} + W_{pot} = \frac{G}{2g} v^2 + G \cdot h$ $\underline{\underline{W_{kin} = 1{,}17\ kJ}}$

d) Es ist $\tan\alpha = \frac{v_v}{v_h} = \frac{\sqrt{2gh}}{v}$ $\underline{\underline{\alpha = 10{,}4^\circ}}$

28.



Damit die Kugel durch die Öffnung fliegt, muß der Betrag ihrer Geschwindigkeit v unmittelbar nach der Reflexion an der geneigten Ebene so groß sein, daß

$v_x \cdot t = x$ (1)

und $v_y \cdot t - \frac{g}{2}t^2 = h - x \cdot \tan\alpha$. (2)

(t: Zeit von der Reflexion bis zum Erreichen der Öffnung,

$v_x = v \cdot \sin 2\alpha$: Horizontalkomponente von v (3)

$v_y = v \cdot \cos 2\alpha$: Vertikalkomponente von v) (4)

Bei vollkommen elastischer Reflexion ist auch die Auftreffgeschwindigkeit v. Dazu muß die Kugel aus der Höhe $y = \frac{v^2}{2g}$ fallen. (5)

Mit den Gleichungen (1) bis (4) erhält man aus (5)

$$y = \frac{x^2}{4\sin^2 2\alpha \left[x(\tan\alpha + \cot 2\alpha) - h\right]} = \frac{x^2}{4\sin 2\alpha\,(x - h\cdot\sin 2\alpha)}$$

$y = 30{,}8$ cm

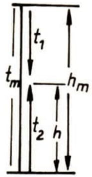
29. Es gilt

$$x = v \cdot t \quad \text{und} \quad y = \frac{g}{2}\,t^2 \quad .$$

Daraus folgt $x = v \cdot \sqrt{\frac{2y}{g}}$.

Um diese Strecke muß die Last vor dem Ziel abgeworfen werden. Hier wurden Windrichtung und Luftwiderstand vernachlässigt. Normalerweise wird ein Lebensmittelpaket am Fallschirm abgeworfen.

30. a) Beide Körper werden nach oben geworfen. Die Körper begegnen einander, wenn der erste Körper nach Erreichen des Gipfelpunktes wieder fällt.



Aus der Skizze entnimmt man

$$t_m + t_1 = t_2 + t \qquad t_m = t_1 + t_2 = \frac{v_o}{g}$$

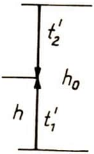
Daraus ergibt sich $t_1 = \frac{t}{2}$ (1)

Es gilt außerdem

$$h_m = \frac{1}{2g} \cdot v_o^2 = h + \frac{g}{2} t_1^2 \; .$$

Mit (1) ergibt sich daraus

$$v_o = \sqrt{2gh + \frac{g^2t^2}{4}}$$



b) Der erste Körper wird von unten, der zweite von oben geworfen. Aus der Skizze entnimmt man

$$h = v_o t_1' - \frac{g}{2} t_1'^2 = h_M - \frac{g}{2}(t_1' - t')^2 \pm v_o(t_1' - t') \qquad (1)$$

Wird der von oben geworfene Körper aus der Höhe geworfen, die der von unten geworfene maximal erreicht, dann gilt

$$h_1 = \frac{1}{2g} \cdot v_o^2 \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt

$$t_1' = \frac{v_o}{g} - \frac{1}{g}\sqrt{v_o^2 - 2\,gh} = t' - \frac{v_o}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{2v_o^2 - 2gh} \qquad (3)$$

Damit die Körper einander begegnen, muß gelten

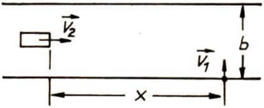
$$0 < t_1' < \frac{v_o}{g} \quad \text{und} \quad t' < \frac{v_o}{g} \; .$$

Daraus ergeben sich die Vorzeichen der Wurzeln.

Es ergibt sich für v_o eine Gleichung 4. Grades.

31. Mit $b = v_1 t$ und $x = v_2 t$

ergibt sich $x = \frac{v_2}{v_1} \cdot b$ $\underline{\underline{x = 60 m}}$



32. Sind l die Länge des LKW, l_1 die Strecken vor und hinter dem LKW und t die gesamte Überholzeit, dann gilt

$$t = \frac{l + 2\,l_1}{v_1 - v_2} \quad \text{und} \quad x = v_1 \cdot t \;.$$

Daraus ergibt sich für die Überholstrecke

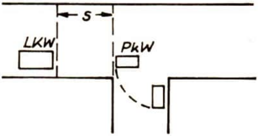
$$x = \frac{v_1}{v_1 - v_2} \cdot (l + 2\,l_1) \qquad \underline{\underline{x = 600\ m}}$$

33. Ist s zu klein, dann fährt der LKW nach der Zeit t auf den PKW auf. Der PKW hat dann den Weg

$s_1 = \frac{a}{2} t^2$ und der LKW den Weg

$s_2 = s_1 + s = v \cdot t$ zurückgelegt.

$$t = \frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - \frac{2s}{a}} \;.$$



Damit kein Zusammenstoß erfolgt, darf zu keiner Zeit t die Gleichung erfüllt sein, d.h. der Radikand muß negativ sein

$$\frac{v^2}{2} < \frac{2s}{a} \quad \text{bzw.} \quad s > \frac{v^2}{2a} \qquad \underline{\underline{s \geq 63\ m}}.$$

34. Die Flugzeit des Geschosses betrug $\Delta t = t_1 - t_2$ $\Delta t = 5$ s.

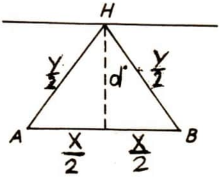
Nimmt man als Bahn eine Wurfparabel an, dann erreicht das Geschoß in der Zeit $\frac{\Delta t}{2}$ seine Gipfelhöhe

$$h = \frac{g}{2} \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = \frac{v_v^2}{2g} \;. \quad \text{bzw.} \quad v_v = \frac{g \cdot \Delta t}{2}$$

Daraus ergibt sich bei einem Abschußwinkel α die Abschußgeschwindigkeit $v = \frac{v_v}{\sin\alpha} = \frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin\alpha}$ $\underline{\underline{v = 24{,}5\ s \cdot \sin^{-1}\alpha}}$

35. Die Zeit, die zwischen dem Empfang des direkten und des reflektierten Signals liegen muß, damit beide getrennt wahrgenommen werden können, ist etwa $\Delta t = 0{,}1$ s.

Die Wegdifferenz beider Signale muß deshalb (Skizze)



$$y - x > v \cdot \Delta t \quad \text{sein.} \qquad (1)$$

Außerdem ist

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \qquad (2)$$

Mit (1) und (2) erhält man

$$x \leq \frac{4d^2 - v^2 \cdot \Delta t^2}{2\, v \cdot t}$$

und mit $v = 340\ \mathrm{ms}^{-1}$ $\underline{\underline{x \leq 6{,}53\ \mathrm{m}}}$

2. Dynamik

1. Es gilt $v_t = v_o + a.t$ (1)

$$F_{ges} = P \pm F = a.m \qquad (2)$$

Das positive Vorzeichen gilt, wenn F nach unten, das negative, wenn F nach oben gerichtet ist.

Außerdem ist $P = g \cdot m$. (3)

Aus (2) und (3) erhält man $a = \dfrac{F_{ges} \cdot g}{P} = \dfrac{(P \pm F)}{P} \cdot g = (1 \pm \frac{F}{P})g$.

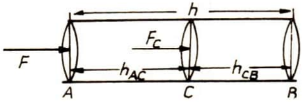
Damit wird nach (1)

$$\underline{\underline{v_t = v_o + (1 \pm \frac{F}{P})\, g \cdot t}} \ .$$

2. Da der ganze Zylinder sich mit der Beschleunigung a bewegt, ist

$$a = \frac{F}{m_{AB}} = \frac{F_C}{m_{CB}} \quad \text{und damit} \quad F_C = F \cdot \frac{m_{CB}}{m_{AB}} \qquad (1)$$

(m_{AB}, m_{CB}: Masse des von A und B bzw. C und B begrenzten Zylinders)



Wegen der Homogenität des Zylinders ist $\frac{m_{CB}}{m_{AB}} = \frac{h_{AB}}{h}$.

Damit wird aus (1)

$$\underline{\underline{F_C = \frac{h_{CB}}{h}}}$$

Für C = B wird $\underline{\underline{F_B = 0}}$

3.1. a) Bei Stillstand wirkt auf das Seil das Gewicht des Aufzugs $G = m \cdot g$ $\underline{\underline{G = 5\ kN}}$

b) Die Zugkraft setzt sich zusammen aus dem Gewicht des Aufzugs und der beschleunigenden Kraft $m \cdot a$:

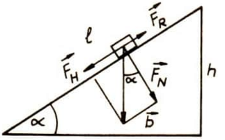
$F_1 = G + m \cdot a$ $\underline{\underline{F_1 = 5{,}75\ kN}}$

c) Es gilt $F_2 = G$ $\underline{\underline{F_2 = 5\ kN}}$

3.2. a) Es gilt $F_3 = m_1 \cdot g + m_1 \cdot a$ $\underline{\underline{F_3 = 11{,}5\ N}}$

b) Beim freien Fall ist $\underline{\underline{F_4 = 0}}$

4.



1) Bei $\alpha = 30^\circ$ ist $h = \frac{l}{2}$;
$F_R = \mu_1 F_N = \mu_1 \frac{G}{2}\sqrt{3}$

Damit gilt $\frac{F_H}{G} = \frac{h}{l} = \frac{G}{2}$ (1)

Die beschleunigende Kraft ist

$F_a = m.a = F_H - F_R = \frac{1}{2} m.g(1-\mu_1\sqrt{3})$

und damit die Beschleunigung $a = \frac{1}{2} mg(1-\mu_1 \cdot \sqrt{3})$ $\underline{\underline{a = 3{,}2\ ms^{-2}}}$

2) Es ist $v = \sqrt{2\,a\,.\,l}$ $\qquad \underline{\underline{v = 8\ ms^{-1}}}$

3) Für die gleichmäßig verzögerte Bewegung auf der Waagerechten gilt

$$s = \frac{v\,.\,(t-t_a)}{2} \qquad \text{und mit} \quad t_a = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{(t - \frac{v}{a})\,.\,v}{2} \qquad \underline{\underline{s = 12\ m}}$$

4) Die Bremskraft auf der waagerechten Bahn ist

$F_B = m.g.\ \mu_2$.

die durch sie hervorgerufene Verzögerung $a = \frac{v^2}{2\,s}$

also ist $m.g.\ \mu_2 = \frac{m.v^2}{2s}$ und $\mu_2 = \frac{v^2}{2s\ g}$ $\quad \underline{\underline{\mu_2 = 0{,}27}}$

5. Bei Reibungsfreiheit bewegt sich die Plattform gleichmäßig beschleunigt unter der Kugel weg, die infolge ihrer Trägheit ihren Anfangsort während der Zeit t_1 beibehält und dann frei fällt.
Während der Zeit t_1 legt die Plattform den Weg s_1 zurück und während der Fallzeit der Kugel t_2 den Weg d.

Es gilt $F = m.a$ (1) mit $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2s_1}{t_1^{\,2}}$ (2), $s = s_1 + d$ (3),

$$t = t_1 + t_2 \quad (4) \quad \text{und} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (5)$$

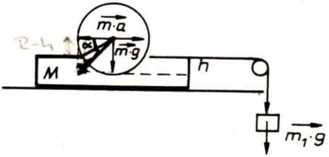
Aus (2), (3) und (4) erhält man

$$t_1 = \frac{t_2\,.\,\sqrt{s_1}}{\sqrt{s_1 + d} - \sqrt{s_1}} \quad .$$

Einsetzen in(1) bei Berücksichtigung von (5) ergibt

$$F = m\,.\,\frac{g}{h}\left(2s_1 + d - 2\sqrt{s_1(s_1 + d)}\right) \qquad \underline{\underline{F = 3{,}3\ kN}}$$

6.



Das ganze System bewegt sich bei Angreifen der Kraft

$F = m_1 \cdot g$ gleichmäßig beschleunigt mit der Beschleunigung $\vec{a}$ und es gilt $m_1 \cdot g = (m_1 + M + m) \cdot a$

$$\text{bzw.} \quad a = \frac{m_1}{m_1 + M + m} \cdot g \qquad (1)$$

Auf die Kugel wirken ihr Gewicht $m \cdot \vec{g}$ und die Trägheitskraft $m \cdot \vec{a}$.
Die Kugel rollt aus der Vertiefung, wenn der Winkel α zwischen $m \cdot \vec{a}$ und der Resultierenden aus $m \cdot \vec{a}$ und $m \cdot \vec{g}$ kleiner ist als BOA. Das ist nur möglich bei $h < R$. Bei 90° ist dann auch

$$\tan\alpha = \frac{g}{a} < \tan \sphericalangle BOA = \frac{R - h}{\sqrt{R^2 - (R - h)^2}} \qquad (2)$$

$$\text{Aus (1) folgt } \frac{g}{a} = \frac{M + m + m_1}{m_1} = 1 + \frac{M + m}{m_1} \; .$$

Damit erhält man aus (2) die gesuchte Bedingung für das Herausrollen der Kugel

$$m_1 > (M + m) \cdot \frac{\sqrt{h \cdot (2R - h)}}{R - h - \sqrt{h \cdot (2R - h)}} \; .$$

Es gibt nur sinnvolle Lösungen, wenn die rechte Seite positiv ist, d.h., wenn

$$R - h > \sqrt{h(2R - h)} \quad \text{bzw.} \quad h < R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) .$$

7. Die Masse der Rolle wird vernachlässigt.

a) Die Geschwindigkeit nach der Zeit t ist

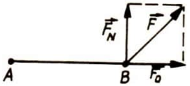
$$v_1 = a.t \quad \text{mit } a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \cdot g}{\frac{G}{g} + m_2}$$

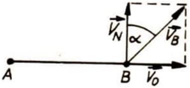
Damit ist $v_1 = \dfrac{m_2 . g . t}{\frac{G}{g} + m_2}$ $\qquad \underline{\underline{v_1 = 0{,}04 \text{ m s}^{-1}}}$

b) Damit der Körper in Bewegung gerät, muß mindestens die Reibungskraft zwischen Körper K_1 und der Unterlage überwunden werden. Diese beträgt $F_r = \mu . G = 0{,}1 . 100 N$
$= 10$ N.

Da die Zugkraft jedoch nur $F = m_2 g = 0{,}02$ kg$.10 ms^{-2} = 0{,}2 N$ beträgt, bleibt die Geschwindigkeit $v' = 0$.

8.





Der Betrag des Gesamtimpulses ist $I = m_B . v$.
Dieser Impuls läßt sich zerlegen in Komponenten in nördlicher und östlicher Richtung. Da I in nordöstliche Richtung zeigt, sind die Winkel zwischen I und den Komponenten von I jeweils 45°. Über den Faden kann der Körper A nur in östlicher Richtung einen Impuls erhalten, d.h. $I_{\ddot{O}}$ teilt sich auf auf A und B, I_N erhält B allein. Es gilt also

$$I_N = \frac{1}{2}\sqrt{2}.I = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.m_B v = m_B v_B \quad \text{bzw.} \quad v_N = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.v \text{ und } (2)$$

$$I_0 = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.I = \frac{1}{2}\sqrt{2}.m_B.v = (m_A + m_B)v_0 \quad \text{bzw.} \quad v_0 = \frac{1}{2}.\sqrt{2}\,\frac{.m_B}{m_A + m_B} \quad (3)$$

Die Richtung der Geschwindigkeit v_B ergibt sich aus (Skizze2)

$$\tan\alpha = \frac{v_0}{v_N} \quad \text{und mit (2) und (3)} \quad \tan\alpha = \frac{m_B}{m_A+m_B}; \quad \underline{\alpha = 18{,}43^0}$$

und ihr Betrag aus

$$v_B = \frac{v_N}{\cos\alpha} = \frac{2 \cdot v}{2\cos\alpha} \qquad \underline{\underline{v_B = 15{,}65\ \mathrm{m\ s^{-1}}}}$$

Das gesuchte Verhältnis ist

$$\frac{I_A}{I} = \frac{m_A v_0}{m_B v} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ \frac{m_A}{m_A + m_B} \qquad \underline{\underline{\frac{I_A}{I} = 0{,}47}}\ .$$

9. a) Unter dem Einfluß der Reibungskraft bewegt sich der Wagen vor dem Stoß gleichmäßig verzögert mit der Verzögerung

$$a = \frac{F_R}{m_1} = \mu \cdot g\ .$$

Der bis zum Stoß zurückgelegte Weg ist damit

$$s_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{a}{2}\, t_1^{\,2} = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2}\,\mu \cdot g\, t_1^{\,2} \qquad \underline{\underline{s_1 = 42{,}3\ \mathrm{m}}}$$

und die Geschwindigkeit unmittelbar vor dem Stoß

$$v_1 = v_0 - a \cdot t = v_0 - \mu \cdot g \cdot t_1 \qquad \underline{\underline{v_1 = 4{,}1\ \mathrm{m\ s^{-1}}}}\ .$$

b) Der Stoß ist unelastisch und es gilt nach dem Impulserhaltungssatz

mit $v_2 = 0$ $\quad m_1 \cdot v_1 = (m_1+m_2) \cdot v$ $\quad$ oder

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1+m_2} \qquad \underline{\underline{v = 1\ \mathrm{ms^{-1}}}}$$

c) Die Bremsbeschleunigung ist wie in a) $\quad a = \mu \cdot g$.

Damit ergibt sich

$$s = \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot \mu \cdot g} \qquad \underline{\underline{s = 0{,}54\ \mathrm{m}}}$$

10. Aus dem Energie- und Impulserhaltungssatz ergibt sich für die zweite Kugel

$$v_2' = \frac{2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \quad . \qquad (1)$$

Mit dieser Geschwindigkeit stößt die zweite Kugel auf die dritte und man erhält

$$v_3' = \frac{2m_2\ v_2'}{m_2 + m_3}$$

und durch Einsetzen von (1)

$$v_3' = \frac{4m_1 m_2\ v_1}{(m_1+m_2)\cdot(m_2+m_3)} \quad .$$

11. Der Stoß ist unelastisch. Es gilt

$$m \cdot v = m \cdot v_1 + M \cdot V \quad (1) \quad \text{und} \quad \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2}m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2}m \cdot v_2^2 + Q \quad (2)$$

Die abgegebene Wärmemenge Q ist gleich der Arbeit gegen die Widerstandskraft F beim Durchdringen der Tafel

$$Q = F \cdot d \qquad \text{(d: Dicke der Tafel)}$$

Da F und d konstant sind, ist für alle Geschwindigkeiten $v > v_o$, bei denen das Geschoß die Tafel durchdringt, Q konstant.

Trifft die Kugel gerade mit der Geschwindigkeit v_o auf die Tafel, dann haben nach dem Stoß Kugel und Tafel die gleiche Geschwindigkeit und aus (1) und (2) wird dann

$$m \cdot v_o = (M+m) \cdot u \quad \text{und} \quad \frac{1}{2}m \cdot v_o^2 = \frac{1}{2}(M+m) \cdot u^2 + Q$$

Daraus ergibt sich $$Q = \frac{M \cdot m}{2(M+m)} \cdot v_o^2 \quad .$$

Damit erhält man aus (1) und (2) eine quadratische Gleichung für V mit den Lösungen

$$V_{1,2} = \frac{m}{M+m}\left(v \pm \sqrt{v^2 + v_o^2}\right) \qquad (3)$$

Der Impuls ist umso größer, je größer die Durchstoßzeit bzw. je kleiner die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel ist. Damit wird die Geschwindigkeit der Tafel am größten bei $v = v_o$. Sie ist dann

$$V_{max} = \frac{m}{M+m} \cdot v_o \quad .$$

Für alle anderen v muß V kleiner sein, also kommt für (3) nur die Lösung

$$V = \frac{m}{M + m} \left(v - \sqrt{v^2 - v_o^2}\right)$$

in Frage, und es wird für $v = 2\, v_o$

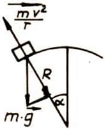
$$V = \frac{m}{M + m} \left(2 - \sqrt{3}\right) v_o$$

und für $v = n v_o$ $\quad V = \frac{m}{M + m} \left(n - \sqrt{n^2 - 1}\right) v_o$.

12. Es muß während der gesamten Überfahrt Gleichgewicht zwischen der Fliehkraft und der Gewichtskomponente in Richtung des Radius (Normalkraft) bestehen (Abb.)
Es muß also sein

$$\frac{mv^2}{R} = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

Daraus folgt $v = R \cdot g \cdot \cos\alpha$

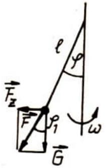


13. Durch den Stab muß der Resultierenden aus dem Gewicht m.g der Kugel und der Fliehkraft $F_z = m \cdot \omega^2 \cdot l \cdot \sin\varphi$ das Gleichgewicht gehalten werden. Aus der Abb. entnimmt man

$$F = m \cdot \sqrt{g^2 + \omega^2 l^2 \sin^2\varphi} \ .$$

Die Richtung ist gegeben durch

$$\tan\varphi_1 = \frac{F_z}{G} = \frac{\omega^2 l \sin\varphi}{g}$$



14. Der Weg vom Unterbrechen der Dampfzufuhr bis zum Anziehen der Bremsen ist

$$s_1 = v_o \cdot t - \frac{a_1}{2} t^2 \qquad \text{bzw.} \quad t = \frac{v_o}{a} + \sqrt{\frac{v_o^2}{a_1^2} + \frac{2s_1}{t}}$$

Das Vorzeichen vor der Wurzel ist positiv wegen $t > 0$.
Die Geschwindigkeit am Ende von s_1 ist damit

$$v = v_o - a_1 t = \sqrt{v_o^2 - 2a_1 s_1} \quad . \qquad (1)$$

Der Weg vom Anziehen der Bremsen bis zum Stillstand ist

$$s_2 = \frac{v^2}{2a_2} \quad .$$

Mit (1) und $s = s_1 + s_2$ folgt daraus

$$s_2 = \frac{v_o^2 - 2a_1 s}{2(a_2 - a_1)}$$

Aus $a = \frac{\mu . m . g}{m}$ folgt $a_1 = \frac{g}{100}$ und $a_2 = \frac{g}{8}$.

Damit wird $s_2 = \frac{100 v_o^2 - 2\,gs}{25\,g}$ $\qquad \underline{\underline{s_2 = 128 \text{ m}}}$

15. a) Es gilt $h = \frac{g}{2} t^2$ $\qquad \underline{\underline{h = 19.62 \text{ m}}}$

und $v = a \cdot t$ $\qquad \underline{\underline{v = 19.62 \text{m} . \text{s}^{-1}}}$

b) Die Endgeschwindigkeit ist dann erreicht, wenn die Luftreibung das Gewicht des Fallschirmspringers kompensiert, wenn also

$$K \cdot v^2 = m . g \qquad \text{oder} \quad v = \frac{m . g}{K} \quad .$$

K ergibt sich aus $K . (1 \frac{m}{s})^2 = 44 \text{ N}$ $\quad K = 44 \frac{Ns^2}{m^2}$

Damit wird $\underline{\underline{v = 3.95 \text{ ms}^{-1}}}$.

c) Die Kraft auf den Fallschirmspringer ist am größten, wenn die Geschwindigkeit am größten ist, also unmittelbar nach dem Öffnen. Dann ist $F = K \cdot v^2$

$\underline{\underline{F = 16900 \text{ N}}}$.

(Die Geschwindigkeit vermindert sich schon während des Öffnungsvorgangs, so daß die Maximalkraft kleiner wird.)

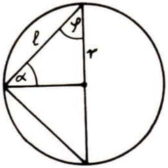
16. Es ist $l = 2\ r\ .\ \cos\varphi = \frac{a}{2}\ t^2$

Für die geneigte Ebene gilt

$F_H = m.g.\sin\alpha$

und damit für

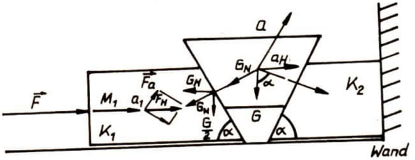
$$a = \frac{F_H}{m} = g.\sin\varphi = g\ .\ \cos\alpha \qquad (2)$$



Setzt man (2) in (1) ein und löst nach t auf, dann erhält man

$t = 2.\sqrt{\frac{r}{g}}$ (unabhängig von φ)

17.



Die Kraft $\vec{F}$ setzt sich zusammen aus einem Anteil zur Beschleunigung von K_1, $M_1\vec{a}_1$, einem Anteil zur Kompensation der Horizontalkomponente des Gewichts, $\overleftarrow{G}_H$, und einem Anteil zur Beschleunigung von K_2, $\vec{F}_H$.

Es gilt also $F = M_1.a_1 + G_H + F_H = M_1 a_1 + \frac{M.g}{2}\ .\tan\alpha + F_H$ (1)

F_H läßt sich zerlegen in einen Anteil in Richtung der Beschleunigung a (F_a) und einen dazu senkrechten Anteil (F_N). Es gilt

$$F_a = F_H .\ \cos\alpha = M.a \qquad (2)$$

Die Relativgeschwindigkeiten (Beschleunigungen) von K zu K_1

und K_2 sind gleich, damit gilt für die Horizontalkomponente a_H der Beschleunigung $a_1 = 2a_H = 2.\ a\ .\ \cos\alpha$. (3)

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich

$$F_H = F - M_1\ .\ 2a.\cos\alpha - \frac{1}{2} M.g\ .\ \tan\alpha = \frac{M.a}{\cos\alpha}$$ und daraus

$$a = \frac{2F - M\ .\ g\ .\ \tan\alpha}{2(2M_1.\cos\alpha + \frac{M}{\cos\alpha})}$$

Mit den gegebenen Werten und $\alpha = 45^0$:

$$a = \frac{2F - M.g}{\sqrt{2}.\ (2M_1 + M)} \qquad \underline{\underline{a = 13,8\ ms^{-2}}}$$

18. Während der gleichförmigen Bewegung und während des Stillstands ist die Seilkraft gleich dem Gewicht des Lifts

$$F = 15\ kN.$$

In der Beschleunigungsphase erhöht sich diese Kraft um $M\ .\ a$, d.h.

$$F_a = \frac{F}{g}\ (g+a).$$

Beim Anhalten ist $F_{-a} = \frac{F}{g}\ (g-a).$

19. Das Gewicht des Menschen auf der Erde ist

$$G_e = \gamma . \frac{M_M \cdot M_E}{R^2} \qquad (1)$$

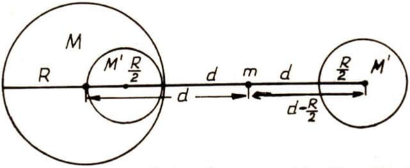
und auf dem Mond

$$G_m = \gamma . \frac{M_M \cdot \frac{1}{81} M_E}{(\frac{3}{11}\ R)^2} \qquad (2)$$

Dividiert man (2) durch (1), erhält man

$$G_m = \frac{121}{9\ .\ 81} G_E = 0,166\ G_E \quad \text{und} \quad \underline{\underline{G_m = 117,2\ N}}$$

20.



Die Kraftwirkung auf den Massenpunkt wäre die gleiche, wenn die große Kugel voll wäre und sich dafür die kleine Kugel auf der entgegengesetzten Seite des Massenpunktes befände. Für den in der Skizze dargestellten Fall gilt dann

$$F = \gamma \frac{M.m}{d^2} - \gamma \frac{M'.m}{(d-\frac{R}{2})^2} \quad . \text{ Mit } M' = \frac{M}{8} \text{ ergibt sich daraus}$$

$$F = \gamma .m.M \frac{7d^2 - 8d.R + 2 \cdot R^2}{8\, d^2\, (d-\frac{R}{2})^2} \quad .$$

Wenn sich der Massenpunkt auf der der Hohlstelle gegenüberliegenden Seite der Kugel befindet, wird

$$F = \gamma \frac{M.m}{d^2} - \gamma \frac{M'.m}{(d+\frac{R}{2})^2} = \gamma m M \frac{7\, d^2 + 8dR + 4\, R^2}{8\, d^2 (d + \frac{R}{2})^2}$$

3. Mechanische Arbeit und Energie

1. Die durch die Rakete verrichtete Arbeit ist

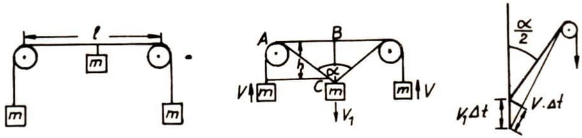
$W = W_{pot} + W_{kin} = m.g.h + \frac{1}{2}\, m\, .v^2$ $\quad \underline{\underline{W = 6{,}86.10^8 J = 686\ MJ}}$

$W_{pot} = m.g.h$ $\quad \underline{\underline{W_{pot} = 1{,}96\ .\ 10^8\ J = 196\ MJ}}$

$W_{kin} = \frac{m}{2}\, v^2$ $\quad \underline{\underline{W_{kin} = 4{,}9\ .\ 10^8\ J = 490\ MJ}}$

2. Ein System befindet sich im stabilen Gleichgewicht, wenn seine potentielle Energie ein Minimum annimmt. Bei kleinen Kartoffeln sind die Zwischenräume kleiner, also die Durchschnittsdichte größer. Sie fallen deshalb beim Schütteln nach unten.

3.



Bei Vernachlässigung der Reibung bleibt die Gesamtenergie des Systems konstant. $W_{pot} + W_{kin} = \text{konst.}$

Es ist also

$$- 2\, m \cdot g \cdot H = - 2\, m \cdot g(H-h) - m \cdot g \cdot h_1 + 2\frac{m}{2}\, v^2 + \frac{m}{2} v_1^{\,2}$$

Aus der Skizze (Zustand 2) entnimmt man

$$h_1 = \frac{l}{2} \cdot \cot\frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2 \cdot \sqrt{3}} \qquad (2) \quad \text{und}$$

$$h = 2h_1 - \frac{l}{2} = \frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{l}{2} = l\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right) \qquad (3)$$

(Bei $\alpha = 120^\circ$ ist $\overline{AC} = 2h_1$)

Mit (2) und (3) wird aus (1) nach Vereinfachung

$$v^2 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot l\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right) = 0 \quad . \qquad (4)$$

Aus Abb. 3.2 entnimmt man mit der Näherung $\beta = \frac{\alpha}{2}$

$$v = v_1 \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\, v_1 \ .$$ Damit wird aus (4)

$$\frac{3}{4} v_1^{\,2} + g \cdot l\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right) = 0 \text{ und } v_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot l}{3}\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}$$

und mit den gegebenen Werten:

$$\underline{\underline{v_1 = 126 \text{ cm s}^{-1}}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{v = 63 \text{ cm s}^{-1}}}$$

$s = \frac{W_m}{2P}(v_o + v_1)$ $\qquad$ $\underline{\underline{s = 125 \text{ m}}}$

c) Die beschleunigte Kraft ist

$F = \frac{W_m}{s}$ $\qquad$ $\underline{\underline{F = 1{,}2 \text{ kN}}}$

7. Die Leistung des Motors ist

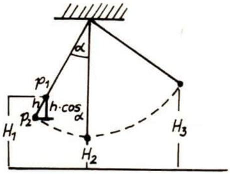
$P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{\varrho \cdot m \cdot g \cdot V \cdot h}{t}$ $\qquad$ $\underline{\underline{P = 16{,}35 \text{ kW}}}$

8. Es ist $P = \frac{\Delta W}{t} = \frac{m}{2\,t}(v_o^2 - v^2)$

Mit $m = \varrho \cdot V = \varrho \cdot A \cdot s = \varrho \cdot A \cdot v_m \cdot t = \varrho \cdot A \cdot \frac{v_o + v}{2} \cdot t$

wird daraus

$P = \frac{1}{4}\varrho \cdot A \cdot (v_o + v)(v_o^2 - v^2)$



9. Im ersten Umkehrpunkt ist die Höhe des Schwerpunktes P_1 des Menschen H_1. (Das Gewicht des Schaukelbretts sei gegenüber dem des Menschen vernachlässigbar) Duckt sich der Mensch jetzt, dann verlagert sich sein Schwerpunkt um die Strecke h nach P_1. Seine Höhe ist dann

$H_1 - h \cdot \cos\alpha$ (Skizze)

Nach dem Energieerhaltungssatz ist im tiefsten Punkt die Energie

$W_1 = \frac{m}{2} v^2 + m \cdot g \cdot H_2 = m \cdot g \cdot (H_1 - h \cdot \cos\alpha)$. $\qquad$ (1)

Wenn der Mensch sich jetzt aufrichtet, erhöht sich diese Energie um $m \cdot g \cdot h$ und ist

$W_2 = \frac{m}{2} v^2 + m \cdot g \cdot H_2 + m \cdot g \cdot h$

Damit ergibt sich beim Erreichen des zweiten Umkehrpunktes die potentielle Energie (Vgl. (1) !)

$m \cdot g \cdot H_3 = m \cdot g \cdot (H_1 + h(1 - \cos\alpha))$.

Man erkennt $H_3 > H_1$.

10. Verkürzt man den Faden um l, dann wird der Punkt M um 3 l gehoben, da die Vierecke kongruent bleiben. Der Schwerpunkt des Systems, der sich in der Mitte befindet, wird dabei um $\frac{3}{2}$ l gehoben. Damit wächst die potentielle Energie um $\frac{3}{2}\, G \cdot l$. Ist die Fadenkraft F, dann gilt nach dem Energieerhaltungssatz

$F \cdot l = \frac{3}{2} G \cdot l$ und $F = \frac{3}{2} G = \text{const.}$

11. Es seien: m_1 die Masse der Scheibe einschließlich des zur Scheibe gehörenden Teils der Welle,

m_2 die Masse des übrigen Teiles der Welle,

r_1, r_2 die Radien von Scheibe und Welle,

d die Dicke der Scheibe, l die Länge der Welle, h die Fallhöhe.

Die potentielle Energie, die das Maxwellsche Rad durch das Hochrollen erhalten hat, hat sich im tiefsten Punkt vollständig in kinetische (Translations- und Rotations-) Energie umgewandelt.

Es gilt also

$$(m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 + \frac{1}{2}(J_1 + J_2)\,\omega^2 \qquad (1)$$

Außerdem ist

$$m_1 = \varrho \cdot d \cdot \pi \cdot r_1^2 \quad , \quad m_2 = \varrho \cdot (l - d) \cdot \pi \cdot r_2^2 \qquad (2)$$

und

$$v = \omega \cdot r \quad . \qquad (3)$$

Für das Trägheitsmoment

$$J = \int_0^{r_1} r^2 \, dm$$

eines Zylinders mit dem Radius r_i und der Länge l_i ergibt sich bezüglich der Zylinderachse

$dm = \varrho \cdot l_i \cdot 2\pi \cdot r dr$.

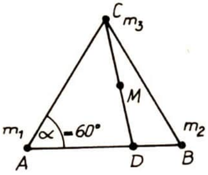
und damit $J_1 = \frac{1}{2} \varrho \cdot d \cdot \pi \cdot r_1^4$ und $J_1 = \frac{1}{2} \cdot \varrho \cdot (l-d) \cdot \pi \cdot r_2^4$ (4)

Aus dem Gleichungssystem (1), (2), (3), (4) erhält man

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \cdot (r_1^2 d + r_2^2 (l-d)) \cdot g \cdot h}{d\, r_1^2 (r_1^2 + 2 r_2^2) + 3(l-d) r_2^4}}$$

$\underline{\underline{\omega = 84{,}4 \text{ rad s}^{-1}}}$

12. Die Rotationsenergie ist $E_{rot} = \frac{1}{2}\omega^2(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2)$ (1)



Der gemeinsame Schwerpunkt von m_1 und m_2 ist D (Skizze) und es ist

$$m_1 \cdot \overline{AD} = m_2(a - \overline{AD}) \text{ bzw. } \overline{AD} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot a \qquad (2)$$

Der Gesamtschwerpunkt M liegt auf $\overline{CD}$ und es ist (analog (1), Kosinussatz)

$$\overline{CM} = \frac{m_3}{m_1+m_2+m_3} \cdot \overline{CD} = \frac{m_3}{m_1+m_2+m_3}\sqrt{a^2 + \overline{AD}^2 - 2\,a\,\overline{AD}\cos\alpha} = r_3 \qquad (3)$$

Mit den gegebenen Werten ist $r_3 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{7}$ m .

Analog dazu erhält man $r_2 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{13}$ m

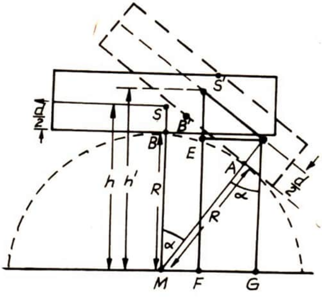
und $r_1 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{19}$ m

Damit ergibt sich aus (1)

$E_{rot} = 0{,}92\,\omega^2$ kg m^2

4. Statik

1.



Im Gleichgewichtsfall liegt der Schwerpunkt des Bretts senkrecht über dem Mittelpunkt des Zylinderquerschnitts, in dem S liegt. Das Gleichgewicht ist stabil, wenn bei Neigung des Bretts (S → S')

mit $h = MS = R + \frac{d}{2}$ und

$h' = FS' = FE + ES'$

gilt

$h' > h$

E ist der Fußpunkt des Lotes von D auf FS', wobei D der Schnittpunkt der Mittellinie des Bretts mit der Verlängerung des Berührungsradius nach der Neigung ist. Aus der Skizze entnimmt man:

$$\overline{FE} = \overline{DG} = \overline{MD}\cos\alpha = \left(R + \frac{d}{2}\right)\cos\alpha \qquad (3)$$

$$\overline{ES'} = \overline{DS'}\cdot\sin\alpha = \overline{AB}'\cdot\sin\alpha \qquad (4)$$

Mit (2), (3) und (4) folgt aus (1)

$$\left(R+\frac{d}{2}\right)\cos\alpha + \overline{AB}'\cdot\sin\alpha > R+\frac{d}{2} \quad \text{bzw.} \quad \left(R+\frac{d}{2}\right)(\cos\alpha - 1) + \overline{AB}'\sin\alpha > 0 \qquad (5)$$

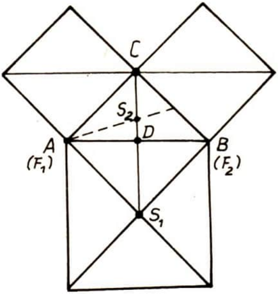
Aus $\cos x - \cos y = -\frac{1}{2}\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$ folgt für $x = \alpha$ und $y = 0$

$$\cos\alpha - 1 = -2\sin^2\frac{\alpha}{2} \qquad (6)$$

Für kleine α kann man setzen:

$\overline{AB} = R.\alpha$, $\sin\alpha = \alpha$, $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ Damit und mit (6) wird wird aus (5) $-2\left(R+\frac{d}{2}\right)\frac{\alpha^2}{4} + R\alpha^2 > 0$ und daraus $\underline{\underline{d < 2R.}}$

2.



Die auf die Nadeln wirkenden Kräfte seien F_1, F_2 und F_3.

Wegen der Symmetrie ist

$F_1 = F_2$

Die gesamte Fläche läßt sich zerlegen in 9 kongruente Dreiecke, von denen jedes das Gewicht $\frac{G}{9}$ hat.

Der gemeinsame Schwerpunkt der beiden Kathetenquadrate ist C, der des Hypotenusenquadrats S_1.

Da sowohl die in den Punkten C und S_1 vereinigten Kräfte als auch die Abstände beider Punkte von der Achse AB gleich sind, wirkt das Gewicht aller drei Quadrate nur auf die beiden Nadeln in A und B zu je $\frac{4}{9}$ G

Das Gewicht des Dreiecks ABC wirkt, da $\overline{S_2C} = 2\,\overline{S_2D}$ zu

$\frac{1}{27}$ G auf C und je $\frac{1}{27}$ G auf A und B.

Damit ist $F_1 = F_2 = (\frac{4}{9} + \frac{1}{27})G = \frac{13}{27}G$ $\qquad \underline{\underline{F_1 = F_2 = 13 \text{ p}}}$

und $F_3 = \frac{1}{27}G$ $\qquad \underline{\underline{F_3 = 1 \text{ p}}}$

3. Für kraftumformende Einrichtungen ist bei Berücksichtigung der Reibung $W_2 = \eta \cdot W_1$ bzw. $F_2 s_2 = \eta \cdot F_1 \cdot s_1$

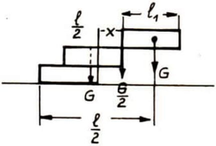
   a) Für die feste Rolle gilt

   $s_2 = s_1$ und damit $F_2' = \eta \cdot F_1'$ $\qquad \underline{\underline{F_2' = 72 \text{ kp}}}$

   b) Für die lose Rolle gilt

   $s_2'' = \frac{1}{2} s_1''$ und damit $F_2'' = 2 \cdot \eta \cdot F_1''$ $\qquad \underline{\underline{F_2'' = 144 \text{ kp}}}$

4.



Das Drehmoment auf dem zweiten Stein darf nicht so groß werden, daß er kippt.
Es muß also sein

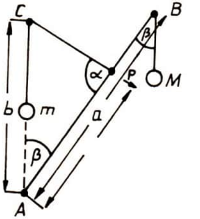
$$\frac{G}{2} \cdot x < G\left(\frac{1}{2}l_1 - x\right)$$

bzw. $x < \frac{1}{3}l_1$

Damit ergibt sich

$l < 3l_1 + 2x = 3l_1 + \frac{2}{3}l_1 \qquad l < \frac{11}{3}l_1$

5. Bei Gleichgewicht wirkt auf den Ring keine Kraft in Richtung des Stabes.



Es ist also $\alpha = 90^\circ$ (Skizze).

Die Gleichgewichtsbedingung ist mit $\overline{AP} = x$ und $\overline{AB} = a$

$m \cdot g \cdot x = M \cdot g \cdot a \cdot \sin\beta \quad . \qquad (1)$

Der Skizze entnimmt man

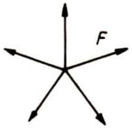
$x = b \cdot \cos\beta \quad . \qquad (2)$

Aus (1) und (2) erhält man

$\tan\beta = \frac{m \cdot b}{M \cdot a}$ und

$$x = \frac{M}{\sqrt{\frac{M^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}}}$$

6.



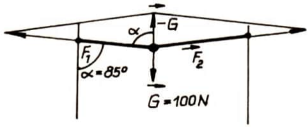
Aus Symmetriegründen ist die resultierende Kraft Null.

7.

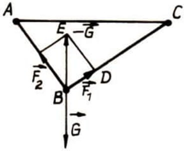
Es ist $\vec{G} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ mit $F_1 = F_2$
und nach dem Sinussatz

$$F_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \cdot G$$

$$\underline{\underline{F_2 = F_1 = 574 \text{ N}}}$$



8.

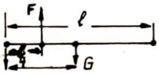


Es ist $2^2 = 1{,}2^2 + 1{,}6^2$.
Damit ist das Dreieck ABC rechtwinklig und es ist
$\triangle ABC \sim \triangle BDE$.
Es gilt also
$F_1 : F_2 : G = 1{,}2 \text{ m} : 1{,}6 \text{ m} : 2 \text{ m}$.
Daraus ergibt sich

$F_1 = \frac{1{,}2}{2} \cdot G$ $\qquad \underline{\underline{F_1 = 90 \text{ N}}}$

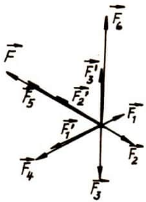
$F_2 = \frac{1{,}6}{2} \cdot G$ $\qquad \underline{\underline{F_2 = 120 \text{ N}}}$

9.



Es gilt
$\frac{1}{4} \cdot F = \frac{1}{2} \cdot G$
und damit $F = 2 \cdot G$

10.

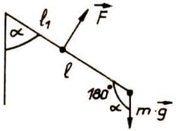


Die Resultierenden $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$, $\vec{F}_3'$ aus je zwei gegeneinander gerichteten Kräften haben den Betrag 3 N, $\vec{F}_1'$ und $\vec{F}_3'$ lassen sich durch eine Kraft in Richtung von $\vec{F}_2'$ mit dem Betrag 3 N ersetzen. Damit hat die Gesamtkraft $\vec{F}$ den Betrag 6 N und die Richtung von $\vec{F}_2'$ bzw. $\vec{F}_5$.

Die gesuchte Beschleunigung ist

$a = \frac{F}{m}$ $\quad$ $\underline{\underline{a = 1{,}5 \text{ m s}^{-2}}}$

11.



Es muß gelten $l_1 \cdot F = l \cdot m \cdot g \cdot \sin(180° - \alpha)$

Daraus ergibt sich

$$F = \frac{l \cdot m \cdot g \cdot \sin\alpha}{l_1}$$

$\underline{\underline{F = 1{,}59 \text{ N}}}$

12. Es seien l_1 und l_2 die Längen der Hebelarme der Waage, m_1 und m_2 die bei den Teilwägungen erhaltenen Massen der Ware und m die Masse des Vergleichskörpers.

Die gesuchte Masse ist dann

$$m = m_1 + m_2 \qquad (1)$$

und es gilt $m_1 l_1 = 2 \text{ kg} \cdot l_2$; $m_1 = \frac{l_2}{l_1} \cdot 2 \text{ kg}$

$$m_2 \cdot l_2 = 2\text{kg} \cdot l_1; \; m_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot 2 \text{ kg} \qquad (2)$$

Aus $m' \cdot l_1 = 3{,}5 \text{ kg} \cdot l_2$

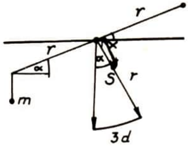
und $m' l_2 = 4{,}5 \text{ kg} \cdot l_1$ erhält man durch Division

$$\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{3{,}5}{4{,}5}} = 0{,}882$$

Damit ergibt sich aus (1) und (2) $\quad \underline{\underline{m = 4{,}03 \text{ kg}}}$

Bei dieser Wägung hat der Kunde einen geringen Vorteil.

13.



Die Länge der Hebelarme ist r. Beim Auflegen einer Masse m auf eine Waagschale dreht sich der Hebel um den Winkel α. Der Schwerpunkt des Hebels (Gesamtmasse M = 900 g) ist S. Es gilt dann (Skizze)

$$m \cdot r \cdot \sin(90^\circ + \alpha) = M \cdot x \cdot \sin\alpha$$

Daraus folgt mit $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\quad x = \frac{m \cdot r}{M} \cdot \cos\alpha$

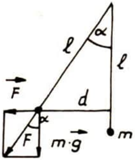
ergibt sich aus

$$\alpha = \frac{3d}{r} \text{ (Bogenmaß) bzw. } \alpha = \frac{3d \cdot 360^\circ}{r \cdot 2\pi}$$

Damit erhält man für den Abstand des Schwerpunktes vom Drehpunkt

$$\underline{\underline{x = 0{,}44 \text{ cm}}}$$

14.



Bei Angreifen der Kraft F_H wird der Faden um den Winkel α abgelenkt. Dabei gilt

$\sin\alpha = \frac{d}{l} \qquad \alpha = 36{,}9^\circ$.

Die auf den Faden wirkende Kraft ist nach der Auslenkung

$\vec{F} = \vec{F}_H + m \cdot \vec{g}$.

Der Skizze kann man entnehmen

$F_H = m \cdot g \cdot \tan\alpha \qquad \underline{\underline{F_H = 0{,}74 \text{ N}}}$

und

$F = \frac{m \cdot g}{\cos\alpha} \qquad \underline{\underline{F = 1{,}23 \text{ N}}}$

5. **Mechanik der Flüssigkeiten, Gase und festen Körper**

1. $P_S = P_L$ Schweredruck P_S, Luftdruck P_L

$P_S = \varrho \cdot g \cdot h$

$h = \frac{P_S}{g \cdot \varrho}$ $\underline{\underline{h = 10{,}13\ m}}$ bei $P_L = 101{,}3$ kPa

2. Die Kraft F_1 ist gleich der durch den Schweredruck hervorgerufenen Kraft F_a

$F_a = P_S \cdot A$ $P_S = \varrho \cdot g \cdot h$

$F_1 = F_a$ $\underline{\underline{F_1 = 14{,}7\ N}}$

3. $P_1 = P_2$, weil der Unterdruck in beiden Schenkeln gleich groß ist.

$\varrho_1 h_1 g = \varrho_2 \cdot h_2 \cdot g$ $\varrho_2 = \frac{h_1}{h_2}\ \varrho_1$

$\varrho_1 = 10^3 \mathrm{kg\ m^{-3}}$

$\underline{\underline{\varrho_2 = 0{,}83 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg\ m^{-3}}}}$

4. Die Druckänderung und damit die Längenänderung der Quecksilbersäule ergibt sich zu

$\Delta P = P_w + P_k$

$\varrho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h = \varrho_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{V}{A} + \frac{G}{A}$

$\underline{\underline{\Delta h = 7{,}4\ \mathrm{cm}}}$. G ist Gegenkraft zum Auftrieb im Fall des Schwimmens

5. Das Minimum der Flüssigkeitsdichte ist durch die mögliche Eintauchtiefe des Aräometers (20 cm), das Maximum durch die ohne Umkippen des Aräometers erreichbare Schwimmlage. (Schwerpunkt des Aräometers unterhalb Wasseroberfläche)

a) Minimum der Dichte

$G = F_A = G_{GL}$

$$\varrho_{Fl} = \frac{\varrho_{Gl} \cdot \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (D-2d)^2\right] \cdot 1 + \varrho_{Hg} \cdot V_{Hg}}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot 1}$$

$\underline{\underline{\varrho_{Fl} = 1{,}4\ \mathrm{gcm^{-3}}}}$

b) Schwerpunktabstand l_1 vom unteren Ende des Aräometers

$$l_1 = \frac{\varrho_{Gl} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \left[D^2 - (D - 2d)^2\right] \cdot l^2}{\varrho_{Hg} \cdot V_{Hg} + \varrho_{Gl} \cdot \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (D-2d)^2\right] \cdot l}$$

$$\underline{\underline{l_1 = 5{,}7\ \text{cm}}}$$

c) Maximale Dichte bei $l_1 = 5{,}7$ cm

$$\varrho_{FL} = \frac{\varrho_{Gl} \cdot \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (D-2d)^2\right] \cdot l + \varrho_{Hg} \cdot V_{Hg}}{\frac{\pi}{2} \cdot D^2 \cdot l_1}$$

$$\underline{\underline{\varrho_{FL} = 4{,}9\ \text{gcm}^{-3}}}$$

6. $$V = \frac{G'}{(\varrho_E - \varrho_W)}$$

$$\underline{\underline{V = 60\ \text{cm}^3}}$$

7. Für Luft gilt $\quad G_o = G_1 - G_2$

$$G_L = \gamma_L \cdot V_o$$

Analoge Gleichungen gelten für die Füllung mit Kohlensäure und Wasser.
Daraus ergibt sich

a) Volumen: $\quad V_o = \dfrac{G_3 - G_1}{\varrho_w \cdot g - \gamma_L}$

$$\underline{\underline{V_o = 1\ \text{dm}^3}}$$

b) Wichte der Kohlensäure

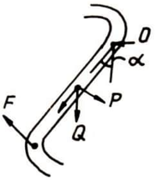
$$\gamma_k = \frac{G_L - G_1 + \gamma_L \cdot V_o}{V_o}$$

$$\underline{\underline{\gamma_k = 0{,}0229\ \text{N} \cdot \text{l}^{-1}}}$$

c) Gewicht des Gefäßes:

$$G_o = G_1 - \gamma_L \cdot V_o \qquad \underline{\underline{G_o = 1{,}247\ \text{N}}}$$

8\.



Rückstoß F durch Wasseraustritt

mit

$\Delta P = \rho \cdot \Delta V \cdot v = d \cdot V \cdot \rho \Delta t \cdot V$

$\Delta P = F \cdot \Delta t$ P: Impuls

$F = d \cdot V^2 \cdot \rho$

$Q = (M + d \cdot l \cdot \rho) \cdot g$

Q.. Gewicht des Röhrchens mit Wasser

Gleichgewicht $F \cdot l = P \cdot \frac{l}{2}$ $P = Q \cdot \sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{2d\,V^2 \cdot \rho}{(M + d \cdot l\,\rho) \cdot g}$$

$$\alpha = 12^\circ\,51'$$

9\. Für den Gleichgewichtsfall im lufterfüllten Raum gilt

$G_{Mess} - F_{AM} = G_{Pl} - F_{APl}$

Damit wird

$$G_{Pl} = \frac{1 - \frac{\rho_2}{\rho_M}}{1 - \frac{\rho_1}{\rho_{Pl}}}$$

$G_{Pl} = 0{,}26997\ \mathrm{N}$

Im luftleeren Raum entfällt der Auftrieb. Damit wird $G_{Mess} = G_{Pl}$

10\. Auf der geneigten Ebene wirkt nur die scheinbare Kraft G'. Eine konstante Geschwindigkeit stellt sich ein für

$F_H = F_W - F_R = 0$

$F_W = (m - \rho \cdot V) \cdot g\,(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)$

Eine Beziehung zur Geschwindigkeit liefert das Newtonsche Widerstandsgesetz

$F_W : v_{max}^{\;2} = F_o : v_1^{\;2}$

Damit $v_{max} = \sqrt{\frac{(m - \varrho \cdot V) \cdot g\,(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)\, v_1^2)}{F_o}}$

$v_{max} = 0{,}26\ ms^{-1}$

11. Es gilt $\Delta P = \frac{\varrho}{2}\, v^2$ $v = 49\ ms^{-1}$

$V = A \cdot s$
$V = 3{,}5\ m^3$

12. Es gilt $v = \frac{s}{t}$; $V = A \cdot s$ $v = 10{,}6\ ms^{-1}$

13. Es gilt
$V = \mu \cdot A \cdot S$ μ Verengungskoeffizient
$v = \sqrt{2g \cdot h}$ $t = 117\ s$

14. Es soll gelten $x_1 = x_2$. Für das kleinere Gefäß gilt
$\frac{\varrho}{2}\, v^2 = \varrho \cdot g\,(h - h_1)$
mit $h_1 = \frac{g}{2}\, t^2$. Analoges gilt für das größere Gefäß.
Daraus folgt $h_2 = h \pm \sqrt{h^2 - 0{,}25\, h}$
1. Lösung $h_2 = 1{,}87 \cdot h$
2. Lösung $h_2 = 0{,}13 \cdot h$

15. Es gelten
$\frac{\varrho}{2}\, v_1 + p_1 = \frac{\varrho}{2}\, v_2^2 + p_2$, $A_1 v_1 = A_2 v_2$
Damit wird $V = \sqrt{\frac{2gh \cdot A_2^2 \cdot t^2}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}}$ $V = 2{,}2\ l$

16. Die Kraftwirkung auf die Wand ist $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$
Daraus folgt: $F = \varrho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot v^2$
$F = 7{,}85 \cdot 10^{-6}\ N$

17. Es gilt $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h + \frac{2 \Delta p}{\varrho}}$

18. a) $\Delta p \gg \varrho \cdot g \cdot \Delta h$ $\qquad v = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\varrho}}$

b) $\Delta p \ll \varrho \cdot g \cdot \Delta h$ $\qquad v = \sqrt{2g \cdot \Delta h}$

19. $\underline{\underline{v = 7{,}8 \ \mathrm{ms}^{-1}}}$ $\qquad \underline{\underline{V = 13500 \ \mathrm{m}^3}}$

20. $\underline{\underline{v = 7{,}87 \ \mathrm{ms}^{-1}}}$

21. $V = \frac{p \cdot t}{\varrho \cdot g \cdot h}$

$\underline{\underline{V = 45000 \ \mathrm{m}^3}}$

22. Es gilt $F = c \cdot \frac{\varrho}{2} v^2 \cdot A$ $\qquad \underline{\underline{F = 1{,}93 \ \mathrm{N}}}$

23. a) $\underline{\underline{v = 28{,}3 \ \mathrm{ms}^{-1}}}$

b) $\underline{\underline{h_W = 28{,}5 \ \mathrm{m}}}$

24. Der Druckunterschied zwischen der Luft im Schornstein und der Luft außerhalb des Schornsteins entsteht durch die geringe Dichte der Luft im Schornstein.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \varrho_2 g \cdot h - \frac{\varrho_L \cdot V_0}{V'} \cdot g \cdot h$$

$$V_1 = V_0 \, (1 + \gamma \Delta \vartheta)$$

mit $v = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\varrho_L}}$ ergibt sich

$$v = 2 \cdot \sqrt{\frac{\gamma \Delta \vartheta}{1 + \gamma \Delta \vartheta} \cdot g \cdot h}, \quad v = 18{,}7 \ \mathrm{ms}^{-1}$$

25. $P = c \cdot \frac{\varrho}{2} v^3 \cdot A$ $\qquad \underline{\underline{P = 10{,}9 \ \mathrm{kW}}}$

26. Konstante Geschwindigkeit ergibt sich für den Gleichgewichtsfall $G - F_A - F_R = 0$

$$G = \varrho_M \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g; \quad F_A = \varrho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g$$

$$F_R = 6 \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$\underline{\underline{\eta = 4{,}36 \cdot 10^{-5} \ \text{Poise (P)}}}$

27. $\lg m = \lg \varrho + \lg \frac{\pi}{6} + 3 \lg d$ Geradengleichung mit
dem absoluten Glied ($\lg \varrho + \lg \frac{\pi}{6}$) und dem Anstieg 3

28. Geraden mit gleichem Anstieg (3) und unterschiedlichen
29. Abschnitten auf der Ordinate.

6. Molekularphysik; innere Energie

1. $d_0 = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \cdot \varrho_0}}$ $d_0 = 3,1 \cdot 10^{-10}$m

$n = \frac{1}{d_0}$ $n = 1,2 \cdot 10^{18}$

$N_M = \frac{N_A}{M}$ $N_M = 3,35 \cdot 10^{25}$ kg^{-1}

$m_{Wasser} = \frac{n}{N_M}$ $m_{Wasser} = 35,8 \cdot 10^{-6}$g

2. Im CO_2 sind doppelt soviel Sauerstoffatome gebunden wie Kohlenstoffatome vorhanden sind.

$N_c = \frac{N_A}{M_c} \cdot m_c$ $N_c = 7,5 \cdot 10^{24}$

$N_o = 15 \cdot 10^{24}$

$m_o = \frac{N_o \cdot M_o}{N_A}$ $m_o = 400$ g

3. a) Flächeninhalt der Erdoberfläche $A_E = 5,1 \cdot 10^{14}$ m^2

b) Anzahl der Moleküle in 18 kg H_2O $N = 6 \cdot 10^{26}$

c) Anzahl der Wassermoleküle je mm^2 Erdoberfläche

$n = \frac{N}{A_E}$ $n = 1,18 \cdot 10^6$ mm^{-2}

4. $m = M \cdot n$ $M = 18$ g mol^{-1}

$m = 18$ g

5. Die Stoffmenge 1 mol gibt die Anzahl der Teilchen einer Teilchenart an. Sie gibt die Stoffmenge an, die ebensoviel Teilchen enthält wie 0,012 kg C^{12}. Damit ist die Stoffmenge 1 mol keine Masseeinheit, sondern eine Zähleinheit. Ihr Proportionalitätsfaktor zwischen Stoffmenge n und Teilchenzahl N ist die Avogadro-Konstante N_A.

$N_A = \frac{N}{n}$. Damit ist für alle Stoffmengenangaben ein einheitlicher Bezugspunkt gegeben.

6. Die Vergrößerung im Verhältnis 1 : 10^{16} ergibt

Atomkern – $d_A = 1$ m

Kirsche – $d_K = 1,5 \cdot 10^{14}$ m

Tischtennisball – $d_T = 3,5 \cdot 10^{14}$ m (250000 Erdumfang)

7. $N = \frac{N_A}{M}$ $N = 10^{22}$

8. Mit einer molaren Masse von $M_o = 16$ g mol^{-1} für Sauerstoff werden bei der Zerlegung von n mol

$m_o = 16 \cdot n$ g Sauerstoff freigesetzt.

$m_o = 16 \cdot 5$ g $m_o = 80$ g

9. Anzahl der Eisenatome im Stecknadelkopf

$N = N_o \cdot V$ N_o .... Anzahl je Volumeneinheit

V .... Volumen des Stecknadelkopfes

$N_o = \frac{N_A}{M} \cdot \varrho$ $V = \frac{1}{6} \pi d^3$

$N_o = 8,4 \cdot 10^{22}$ cm^{-3} $V = 1,4 \cdot 10^{-5} cm^3$

$N = 1,2 \cdot 10^{18}$

10. $V_D = \frac{m}{\varrho}$ $V_T = \frac{r^3}{12} \cdot \sqrt{2}$

$N_T = \frac{V_D}{V_T} \cdot 34$ % $N = N_T \cdot 4$

$V_D = 0,285$ cm^3 $V_T = 4,3 \cdot 10^{-25}$ cm^3

$N_T = 2,25 \cdot 10^{23}$ $N = 9 \cdot 10^{23}$

11. $N = \frac{N_A}{M} \cdot \varrho \cdot V$ $M = 108$ kg $kmol^{-1}$

$N_A = 6 \cdot 10^{26}$ $kmol^{-1}$ $N = 5,8 \cdot 10^{28}$

12. Bei einem kubisch flächenzentrierten Gitter entfallen 4 Gitterbausteine auf eine Elementarzelle. Damit ist die Anzahl der Elementarzellen je cm^3

$N = \frac{N_A}{M} \cdot \frac{\varrho}{4}$

Auf 1 cm entfallen damit die Kantenlängen der Elementarzelle

$$x = y = z = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}$$

Die Gitterkonstante beträgt damit $a = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2}$; $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{N}}$

$N = 0{,}14 \cdot 10^{23}$ Elementarzellen $\quad a = 5{,}85 \cdot 10^{-8}$ cm

13. $V = \frac{R \cdot T}{p}$ $\quad l^3 = V_{Dampf} = \frac{R \cdot T}{N_A \cdot p} = \frac{k \cdot T}{p}$

$l = \sqrt[3]{\frac{k \cdot T}{p}}$ mit $p = 1$ at $= 10^5$ Nm^{-2} ergibt sich

$l = 3{,}72 \cdot 10^{-7}$ cm

14. $M_{U_4O_8} = 842$ $gmol^{-1}$ $\quad M_U = 714$ $gmol^{-1}$

$x = \frac{M_U}{M_{U_4O_8}} \cdot m$ $\quad m = 60$ g

$x = \frac{714 \cdot 60}{842}$ $\quad x = 50{,}88$

$N_U \cdot x_U = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 50{,}88$

$N_U = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 50{,}88}{238}$ $\quad N_U = 1{,}28 \cdot 10^{23}$

15. Die Masse eines Wasserstoffatoms beträgt

$m_H = \frac{2{,}016 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{23}} \frac{kg\,mol^{-1}}{mol^{-1}}$ $\quad m_H = 1{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg

Da die Dichte der interstellaren Materie mit $5 \cdot 10^{-27}$kg angegeben ist, könnten annähernd 3 Wasserstoffatome je Kubikzentimeter interstellarer Materie vorhanden sein, wenn nur Wasserstoff vorhanden wäre. Die Zahl ist aber mit Sicherheit geringer, da auch noch He und geringe Mengen O_2 vorhanden sind.

16. $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$

$M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V}$

$M = \frac{\varrho \cdot R \cdot T}{p}$ $\quad M = 2{,}44$ kg $kmol^{-1}$

17. a) $\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3\,R\,.\,T}{M}}$ $\qquad \frac{p\,.\,V}{m} = \frac{R\,.\,T}{M}$

$\sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3p\,.\,V}{m}}$ $\qquad \underline{\underline{\sqrt{\bar{v}^2} = 173{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}}}$

b) $N = \frac{m}{M}\,.\,N_A$ $\qquad \underline{\underline{N = 9{,}4\,.\,10^{23}}}$

18. Auf 1 cm^2 trifft in 1 s die Masse $\quad m\,.\,N = \varrho\,.\,d$
Damit $d = \frac{m\,.\,N}{\varrho}$ Dickenzunehme in $\mathrm{cm\,s^{-1}}$ mit einem
Druck $p = m\,.\,N\,.\,v$ und $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ folgt $mN = p\sqrt{\frac{m}{2\,E}}$ mit
$m = \frac{\mu}{N_o}$ $\qquad mN = p\sqrt{\frac{\mu}{2\,E\,N_o}}$
Damit $d = \frac{p}{\varrho}\,.\sqrt{\frac{\mu}{2E\,.\,N_o}}$ $\qquad \underline{\underline{d = 9\,.\,10^{-8}\ \mathrm{cm\,s^{-1}}}}$

19. a) $\Delta l = \frac{l}{E}\,.\,\frac{F}{A}$ $\qquad \underline{\underline{\Delta l = 1\ \mathrm{cm}}}$

b) $\Delta U = W$ $\qquad W = \int_0^{s_1} F\,dx$ $\qquad W = \frac{\Delta l^2}{2l}\,E\,.\,A$

$\Delta U = \frac{\Delta l^2}{2\,l}\,E\,.\,A$ $\qquad \underline{\underline{\Delta U = 24\ \mathrm{J}}}$

c) $m = \varrho\,.\,A\,.\,l$
$\underline{\underline{m = 159\ \mathrm{g}}}$

d) $\Delta m\,.\,c^2 = \Delta U$
$\Delta m = \frac{\Delta U}{c^2}$

$\underline{\underline{\Delta m = 8\,.\,10^{-8}\ \mathrm{kg}}}$

20. a) $\Delta U_1 = m\,.\,c\,.\,\Delta\vartheta$ $\quad$ Mit $N = \frac{m\,.\,N_A}{M}$ $\quad$ folgt

$\underline{\underline{\Delta U_1 = 1254\ \mathrm{kJ}}}$ $\qquad \frac{\Delta U_1}{N} = \frac{c\,.\,\Delta\vartheta\,.\,M}{N_A}$

$\underline{\underline{\frac{\Delta U_1}{N} = 7{,}5\,.\,10^{-21}\ \mathrm{J}}}$

b) $\Delta U_2 = m\,.\,c\,.\,\Delta\vartheta + m\,.\,q$ $\quad$ mit $N = \frac{m\,.\,N_A}{M}$ $\quad$ folgt

$\frac{\Delta U_2}{N} = \frac{m\,.\,(c\,.\,\Delta\vartheta + q)\,.\,M}{m\,.\,N_A}$; $\qquad \frac{\Delta U_2}{N} = 77\,.\,10^{-21}\,\mathrm{J}$

$\underline{\underline{\frac{\Delta U_2}{N} - \frac{\Delta U_1}{N} = 69{,}5\,.\,10^{-21}\,\mathrm{J}}}$

21. $\Delta E = m \cdot H$, $N = \frac{m \cdot N_A}{M}$

a)

$\frac{\Delta E}{N} = \frac{H \cdot M}{N_A}$ und mit $M = 12\ \mathrm{gmol}^{-1}$ für Kohlenstoff

und $H = 29{,}3\ \mathrm{kJ\ g}^{-1}$ für Steinkohle ist $\frac{\Delta E}{N} = 5{,}84 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

b) $\Delta m \cdot c^2 = \Delta E$; $\frac{\Delta m}{N} = \frac{\Delta E}{N \cdot c^2} = 6{,}5 \cdot 10^{-36}\ \mathrm{kg}$

Für eine Tonne Steinkohle wäre Δm:

$\Delta m = \frac{\Delta m}{N} \cdot \frac{m \cdot N_A}{M} = 3{,}26 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{kg}$

22. Wärmeleistung $P_W = \frac{Q}{t}$ $P_W = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{t}$

$P_W = P_{el}$ $P_{el} = 1{,}2\ \mathrm{kW}$

23. $\Delta E_K = \Delta U$ $\frac{m}{2} (\Delta v)^2 = \Delta U$ $\Delta U = 42\ 12000\ \frac{\mathrm{kg\,km}^2}{\mathrm{h}^2}$

$\Delta U = 325\ \mathrm{kJ}$

24. $\frac{m}{2} v^2 = m \cdot c_{Pb} \cdot \Delta\vartheta$ $\frac{m}{2} (\Delta v)^2 = \frac{3}{2} \cdot k \Delta\vartheta$

$\Delta\vartheta = \frac{v^2}{2c_{Pb}}$ $\frac{\Delta E}{N} = \frac{3}{2} k \cdot \frac{\Delta\vartheta \cdot M}{m \cdot N_A}$

$\Delta\vartheta = 1500\ \mathrm{K}$ $\frac{\Delta E}{N} = 0{,}36 \cdot 10^{-45}\ \mathrm{J}$

25. $P = F \cdot v$ $F = \frac{W}{s}$

$P = \frac{W \cdot v}{s}$ $W = m \cdot q \cdot \eta$; $P = \frac{\eta \cdot m \cdot q \cdot v}{s}$

$P = 27{,}72\ \mathrm{kW}$

26. $W \cdot m \cdot q \cdot \eta = 4 \cdot F \cdot s$

$m = \frac{4 \cdot F \cdot s}{q \cdot \eta}$ $m = 35000\ \mathrm{kg}$

27. Es gilt der Ansatz:

$\frac{m}{2} v^2 = c_{Pb} \cdot m \cdot \Delta\vartheta + q_s \cdot m_1$

damit

$\frac{m_1}{m} = \frac{\frac{v^2}{2} - c_{Pb}\Delta\vartheta}{q_s}$ Es sind der Tabelle also noch zu entnehmen: $q_s = 25140 \frac{J}{kg}$ $c_{Pb} = 0{,}126 \cdot \frac{kJ}{kgK}$

$\vartheta_s = 327^\circ C$ und damit $\Delta\vartheta \approx 309$ K

$\frac{m_1}{m} = 0{,}617$ (61,7 %)

28. $mc \cdot \Delta\vartheta = m_1 \cdot q_s$ $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \varrho$

$m_1 = \pi r^2 (h + \frac{2}{3} r) \cdot \varrho_0$ daraus ergibt sich

$h = \frac{4}{3} \frac{\varrho c}{\varrho_0 \cdot q_s} \cdot \Delta\vartheta \cdot r - \frac{2}{3} r$ $h = 1{,}2$ cm

29. Vom Aggregat wird in 1 min die Energie Q absorbiert. Damit

$m \cdot c \cdot \Delta\vartheta = Q \cdot t$ Abkühlen

$q_s \cdot m = Q \cdot t_1$ Erstarren

$q_s = \frac{c \cdot \Delta\vartheta \cdot t_1}{t}$ $q_s = 3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg

30. In einer Zeit t wird die Energie $E = E_o \cdot f \cdot t$ erzeugt. Es sind als Energie bei einem Wirkungsgrad η abzuführen

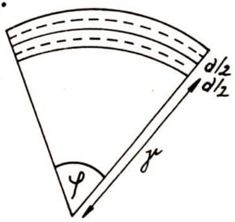
$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta = \frac{100 - \eta}{\eta} E$

$V \cdot \varrho \cdot c \cdot \Delta\vartheta = \frac{100 - \eta}{\eta} \cdot E_o \cdot f \cdot t$

$V = \frac{100 - \eta}{\eta} \cdot \frac{E_o \cdot f \cdot t}{\varrho \cdot c \cdot \Delta\vartheta}$ $V = 107{,}4$ l

7. Ausdehnung der Körper bei Temperaturänderung

1.



Es gilt:

$\varphi(r - \frac{d}{2}) = l + \Delta l_1$

$\varphi(r + \frac{d}{2}) = l + \Delta l_2$

wobei,

$\Delta l_1 = l \cdot \alpha_1 \Delta T$ und

$\Delta l_2 = l \cdot \alpha_2 \cdot \Delta T$

$(r - \frac{d}{2})(1 + \alpha_2 \Delta T) =$

$(r + \frac{d}{2})(1 + \alpha_1 \Delta T)$.

Damit ist

$$r = \frac{\frac{d}{2}\,(2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta T)}{(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T} \qquad \underline{\underline{r = 20{,}03 \text{ cm}}}$$

2. Es gilt für p = const $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

und damit $V_2 = 4\,V_1$ $\qquad T_2 = 4\,T_1$

$\underline{\underline{T_2 = 1172 \text{ K}}}$

3. $\Delta V = V_o \cdot \gamma \cdot T$

$\Delta V = 150 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \text{ cm}^3 \qquad \underline{\underline{\Delta V = 4{,}95 \text{ cm}^3}}$

4. Es gilt bei Erwärmung des Glases $V_1 = V_o\,(1 + \gamma \Delta T)$

γ... Ausdehnungskoeffizient des Glases

Die Dichte des Quecksilbers hat sich geändert $\varrho_1 = \frac{\varrho_o}{1 + \gamma_1 \Delta T}$

Somit sind die Massen $m_o = V_o\,\varrho_o$ und $m_1 = V_1\,\varrho_1$ enthalten.

Damit wird $\gamma_{Glas} = \frac{m_1(1 + \gamma_1 \Delta T) - m_o}{m_o \Delta T}$

$\underline{\underline{\gamma_{Glas} = 2{,}95 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}}}$

5. $V_1 = V_o\,(1 + \gamma \Delta T)$ und $V_o = \pi\, r^2\, h_o$

$\Delta h = h_1 - h_o = h_o \cdot \gamma \Delta T$

$\underline{\underline{\Delta h = 1{,}56 \text{ mm}}}$

6. Es sei F_0 die Kraft, mit der die Röhre aus dem wasser herausgedrückt wird. Dann gilt im Falle des Gleichgewichts

$F_0 - G - F = 0$ G ... Gewicht der Röhre
F ... Kraft infolge des Luftdrucks

Es ist $F_0 = \gamma \cdot h_1 \cdot A$ γ... Wichte des Wassers
h_1... Luftsäule nach Eindrücken

Diese Kraft entsteht durch die Druckdifferenz von unten nach oben auf das geschlossene Ende der Röhre.

$F_0 = p_1 A - (p_0 + \gamma h)A$ p_1... Luftdruck nach Eindrücken

Es gilt für die Luftsäule das Boylesche Gesetz

$p_0 h \cdot A = p_1 h_1 A$

Daraus ergibt sich

$$F_0 = \frac{A}{2}\left[\sqrt{(p_0 + \gamma h)^2 + 4\, p_0 \gamma l} - (p_0 + \gamma h)\right] - G$$

$F_0 = 8{,}65 \cdot 10^{-2}$ N

7. In diesem Fall würde das Wasser in den Zustand eines idealen Gases übergehen. Für dieses gilt

$p = \frac{m}{M} \cdot \frac{R \cdot T}{V}$ $p = 138{,}6$ M Pa

8. Ausgangszustand $p_1 V = \frac{m}{M_1} \cdot R \cdot T_1$

Endzustand $p_2 V = \frac{m}{M_2} \cdot R \cdot T_2$

M_1 ... molare Masse von Ozon
M_2 ... molare Masse von Sauerstoff

Für das thermische Gleichgewicht gilt

$\frac{m}{M_1} \cdot q_0 = c_v \frac{m}{M_2} \cdot (T_2 - T_1)$

Damit wird $p_2 = p_1 \cdot \left[\frac{q_0}{c_v T_1} + \frac{M_1}{M_2}\right]$ $p_2 \approx 9{,}98 \cdot p_1$

9. Es gilt $m = \frac{M \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$ $M = 17$
$R = 8{,}314$ J $mol^{-1} K^{-1}$

$m = 34{,}5$ g

10. Für $V_1 = V_2$ gilt $p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1}$ $p_2 = 310{,}9$ kPa

11. Die Endtemperatur ergibt sich aus

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} \qquad \varkappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\varkappa_{Luft} = 1{,}4$$

Zu bedenken ist, daß sich der Luftdruck mit zunehmender Höhe ändert. Nutzt man die barometrische Höhenformel, so wird

$$\frac{p_1}{p_2} = 10^{-\frac{h}{18400\,m}} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(10^{-\frac{h}{18400\,m}}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}$$

$$T_1 = T_2 \cdot 10^{-\frac{h(\varkappa-1)}{18400\,m \cdot \varkappa}}$$

$$T_1 = 282{,}9\ K$$

12. $$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad V_2 = \frac{p_1V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{p_2}$$

$$V_2 = 286{,}7\ cm^3$$

13. Die Massen m_o und m_1 bei den Temperaturen T_o und T_1 betragen

$$m_o = \frac{Mp_oV}{R \cdot T_o} = \frac{M \cdot V}{V_o} \qquad m_1 = \frac{M \cdot V}{V_o} \cdot \frac{T_o}{T}$$

$$V_o = 22{,}4\ l$$

Für einen Aufstieg muß gelten

$$m \cdot g \leq g(m_o - m_1) \qquad m \ldots \text{Masse der Hülle}$$

$$m \cdot g \leq \frac{g \cdot M \cdot V}{V_o} \cdot \left(1 - \frac{T_o}{T}\right)$$

Daraus ergibt sich die Minimaltemperatur T_{min}

$$1 - \frac{T_o}{T_{min}} = \frac{m}{M} \cdot \frac{V_o}{V} \qquad T_{min} = 546\ K$$

14. Bei der Erwärmung ändern sich alle Längen im gleichen Verhältnis. Die Scheibe bleibt sich stets ähnlich, also ändert sich der Winkel nicht.

15. Ist ϱ_o die Dichte der Flüssigkeit bei 0^oC, dann ist nach dem Archimedischen Gesetz die Masse des festen Körpers

$$m = (V-v) \cdot \varrho_o \qquad (1)$$

Nach der Temperaturänderung auf T ist die Messe des festen Körpers weiterhin m und sein Volumen ist gleich dem der verdrängten Flüssigkeit. Es gilt also

$$m = V \cdot (1+\gamma_1 T) \cdot \frac{\varrho_o}{1+\gamma_2 T} \cdot \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich

$$T = \frac{\frac{v}{V}}{(1-\frac{v}{V})\,\gamma_2 - \gamma_1} \qquad \underline{\underline{T = 25^oC}}$$

8. Energieaustausch zwischen thermodynamischen Systemen

1. Der Wärmeaustausch mit der Umgebung ist proportional der Temperaturdifferenz zwischen Wasser und Umgebung, d.h., das Wasser gibt in der Zeit t eine größere Wärmemenge ab, wenn es noch nicht durch das Eis abgekühlt ist. Es ist also günstiger, zuerst zu warten und dann das Eis zuzugeben.

2. Es gilt: $\varrho \cdot V_1 c(T_1-T_m) = \varrho \cdot V_2(T_m-T_2)$ und $V_1 + V_2 = V$.
Damit erhält man

$$V_1 = \frac{V(T_m-T_2)}{T_1 - T_2} \qquad \underline{\underline{V_1 = 250\ l}}$$

$$V_2 = V - V_1 \qquad \underline{\underline{V_2 = 300\ l}}$$

3. Es gilt $W_W = m \cdot c \cdot \Delta T$ (1)

Aus $\Delta V = \gamma \frac{m}{\varrho_o} \Delta T$ folgt $\Delta T = \frac{\Delta V \cdot \varrho_o}{\gamma \cdot m}$

und damit aus (1) mit $\gamma = 1,8 \cdot 10^4\ K^{-1}$

$$W_w = \frac{\Delta V \cdot \varrho_o \cdot c}{\gamma} \qquad \underline{\underline{W_w = 156,4\ J}}$$

4. Zum Schmelzen von n Motorgehäusen wird die Energie
$\eta \cdot W = n(c \cdot m(T_2-T_1) + q_s \cdot m))$ genutzt.
Daraus ergibt sich

$$n = \frac{\eta \cdot W}{m \cdot (c(T_2-T_1) + q_s)}$$

Mit den Tabellenwerten $c = 0{,}54 \cdot 10^3\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$,
$T_2 = 1150^\circ C$ und $q_s = 0{,}96 \cdot 10^5\ J\ kg^{-1}$
erhält man $\underline{\underline{n = 240}}$

5. Bezeichnet man mit m die Masse und mit h den Heizwert des verbrauchten Benzins, dann gilt

$$P = \frac{W_W}{t} = \eta \frac{m \cdot h}{t} \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{\eta \cdot m \cdot h}{P} \qquad t = 43465\ s \approx 12\ h$$

Mit $v = \frac{s}{t}$ erhält man $\underline{\underline{v = 53{,}8\ kmh^{-1}}}$

6. Eisen ist ein besserer Wärmeleiter als Holz. Es leitet deshalb die Handwärme schneller ab. Man empfindet es deshalb als kälter.

7. Während des Herabstürzens wandelt sich die potentielle Energie des Wassers in kinetische Energie um und diese beim Auftreffen auf das Unterwasser in Wärme. Es ist

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta T \qquad \text{bzw.} \qquad \Delta T = \frac{g \cdot h}{c}$$

und mit $c = 4187\ Jkg^{-1}K^{-1}$ $\underline{\underline{\Delta T = 0{,}28\ K}}$

8. Die von der Dampfmaschine verrichtete Arbeit ist

$$W = \eta \cdot \eta_t \cdot m \cdot q = \eta \cdot (1 - \frac{T_2}{T_1}) \cdot m \cdot q \qquad \underline{\underline{W = 890\ MJ}}$$

9. Es gilt $m_1 c\ (T_m - T_1) = m \cdot c\ (T_c - T_m)$
und damit

$$T_m = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \qquad \underline{\underline{T_m = 46{,}25^\circ C}}$$

10. Es seien: q die Leistung der Wärmequelle, T_o die Anfangstemperatur, T die Temperatur des Körpers zur Zeit t, m die Masse des Kupfers und K = A.α eine Konstante. Die zur Zeit t vom Körper ausgenommene Wärme ist

$$Q_{auf} = q \cdot t - K(T-T_o)\,t = m \cdot c_{Cu} \cdot (T - T_o) \qquad (1)$$

Daraus ergibt sich die Temperatur-Zeit-Funktion

$$T = \frac{q}{K + \frac{mc}{t}} + T_o$$

Für $t \to \infty$ folgt daraus $T_{max} = \frac{q}{K} + T_o$

Das folgt auch aus (1) $Q_{auf} = 0$

Für $K = 65\ \frac{J}{K\,min}$ ist nach 10 min $T_{max} - T < 0{,}1$ K, d.h., von dieser Zeit an ist die Temperaturänderung nicht mehr feststellbar. Mit den gegebenen Werten ist dann

$T_{max} = T_o + 2{,}3$ K

11. Um bei konstantem Volumen eine Luftmenge mit der Masse m von T_1 um ΔT zu erwärmen, muß eine Wärmemenge W_1 zugeführt werden und es gilt $W_1 = c_v \cdot m \cdot \Delta T$. (1)

Erwärmt man Luft bei konstantem Druck, dann dehnt sie sich aus. Es wird also zusätzlich mechanische Arbeit $p \cdot \Delta V$ verrichtet. Bei gleicher Temperaturdifferenz wie bei (1) gilt also

$$W_2 = c_p \cdot m \Delta T = W_1 + p \cdot \Delta V = c_v \cdot m \cdot \Delta T + p \cdot \Delta V.$$

Daraus folgt

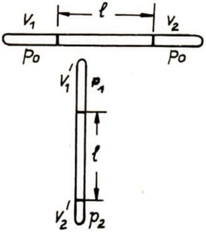
$$c_p = c_v + \frac{p \cdot \Delta V}{m \cdot \Delta T} > c_v \qquad 1\ \text{kcal} = 4{,}18\ \text{kJ}$$

9. Zustandsänderung von Gasen

1. Es gilt: $V_1 = 2V_2$; $V_1' = 3V_2'$

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$$

$$p_o V_1 = p_1 V_1'\ ;\ p_o V_2 = p_2 V_2'$$



Daraus ergibt sich

$$p_1 = \frac{8}{9}\,p_o \text{ und } p_2 = \frac{4}{3}\,p_o \quad (1)$$

Außerdem gilt $p_2 = p_1 + \varrho_{Hg} \cdot g \cdot l$ (2)

Aus (1) und (2) ergibt sich

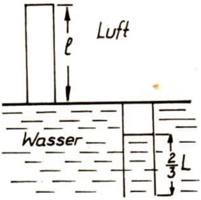
$$l = \frac{4\,p_o}{9\varrho_{Hg} \cdot g} \qquad l = 33{,}8 \text{ cm}$$

2. Es ist $V_o = 3\,V_1$; $p_1 = p_o + \frac{1}{3}\,L\cdot\varrho\cdot g$

Damit ergibt sich aus

$$\frac{V_o \cdot p_o}{T_o} = \frac{V_1 p_1}{T_1}$$

$$T_o = \frac{3\,p_o \cdot T_1}{p_o + \frac{1}{3}\,L\cdot\varrho\cdot g}$$



3. Es ist $(V_1 - V_x)\,p_1 = (V_2 - V_x)\,p_2$

$$V_x = \frac{V_2 p_2 - V_1 p_1}{p_2 - p_1} \qquad \underline{\underline{V_x = 1{,}67\ \text{cm}^3}}$$

4. Der Atmosphärendruck ist

$$p = \varrho_{Hg}\cdot g\cdot h_1 + p_1 = \varrho_{Hg}\cdot g\cdot h_2 + p_2 \ .$$

Nach dem Boyleschen Gesetz ist $p_2 = n\cdot p_1$.

Damit ergibt sich $p = \varrho_{Hg}\cdot g\,\frac{n h_1 - h_2}{n - 1}$

5. Bei konstantem Druck hat bei der Temperatur T_2 das gesamte Gas das Volumen $V_2 = \frac{T_2}{T_1}\cdot V$. Die Masse des entwichenen Gases ist

$$\Delta m = (V_2 - V_1)\cdot\varrho_2 = V\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\cdot\varrho_2 \qquad (1)$$

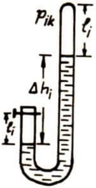
Dividiert man beide Seiten der Zustandsgleichung für ideale Gase durch m, dann ergibt sich

$$\frac{p}{\varrho_2 T_2} = \frac{p_o}{\varrho_o T_o} \qquad \varrho_2 = \frac{p\,T_o}{p_o T_2}\cdot\varrho_o \ .$$

Damit wird aus (1) $\Delta m = V\cdot\varrho_o\cdot\frac{p}{p_o}\cdot T_o\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$.

und mit $T_o = 273$ K und $p_o = 1{,}033$ kp cm^{-2}

$$\underline{\underline{m = 1{,}45\ \text{g}}}$$



6. Der Luftdruck ist $p_k = p_{ak} + p_{ik}$ (1)

p_{ak} : angezeigter Druck $(\varrho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_k)$

p_{ik} : Druck der eingeschlossenen Luft.

Dabei ist p_{i1} = 760 Torr − 720 Torr = 40 Torr

Für das Volumen V_i der eingeschlossenen Luft gilt $V_i = A \cdot l_i$

Dann ist der Druck $p_{ik} = \dfrac{l_1 \cdot T_k}{l_i \cdot T_1} \cdot p_1$ (2)

a) $T_2 = T_1$; l_2 = 16 cm;

$$p_2 = p_{a2} + \frac{l_1}{l_2} \cdot p_{i1}$$ p_2 = 735 Torr

b) $l_3 = l_1$

$$p_3 = p_{a3} + \frac{T_3}{T_1} \cdot p_{i1}$$ p_3 = 759 Torr

c) l_4 = 16 cm

$$p_4 = p_{a4} + \frac{l_1 \cdot T_4}{l_4 \cdot T_1} \cdot p_{i1}$$ p_4 = 731 Torr

7. Es ist $W_w = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$.

Aus $\dfrac{p_2}{T_2} = \dfrac{p_1}{T_1}$ ergibt sich $T_2 = \dfrac{p_2}{p_1} \cdot T_1$

und damit $W_w = m \cdot c_v \cdot \left(\dfrac{p_2}{p_1} - 1 \right) T_1$ W_w = 609 kJ

8. Aus der Zustandsgleichung folgt

$p = m \cdot R \dfrac{T}{V}$, aus dem Diagramm $p = -k \cdot V + \text{const} = -k(V+k_1)$

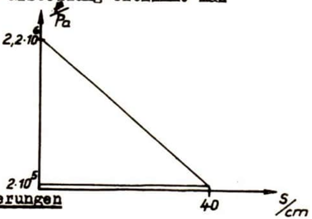
Daraus ergibt sich $T \sim V \cdot (V+k_1)$.

9. Der Darstellung entnimmt man $p \sim T$. Die Zustandsänderung ist also isochor, d.h. V = const.

13. Aus der grafischen Darstellung entnimmt man

$$W_m = \frac{p_1 - p_2}{2} \cdot A \cdot s$$

$$W_m = 10 \text{ kJ}$$



10. Aggregatzustandsänderungen

1. Es seien T_W und T_Z die Schmelztemperaturen q_W und q_Z die spezifischen Schmelzwärmen von Wasser und Zink und c_W, c_Z und c_m die spezifischen Wärmekapazitäten von Wasser, Zink und Messing. Dann gilt

$$m \cdot c_Z (T_Z - T) + m \cdot q_Z = (m_1 c_m + m_2 c_W)(T - T_W) + m_2 q_W$$

Daraus ergibt sich die Mischtemperatur

$$T = \frac{m \cdot (c_Z T_Z + q_Z) + m_1 c_m T_W + m_2 (c_W T_W - q_W)}{m c_Z + m_1 c_m + m_2 c_W}$$

2. Mit $Q = \frac{m}{t}$ gilt

a) $$Q t_1 c_W (T_2 - T_o) = (m_W c_E + m_m c_m)(T_o - T_1) + m_W c \qquad \text{bzw.}$$

$$t_1 = \frac{(m_W c_E + m_m c_m)(T_o - T_1) + m_W q_W}{Q (T_2 - T_o) \cdot c_W} \qquad t_1 = 21{,}35 \text{ min}$$

b) Aus $Q \cdot (t_2 - t_1) c_W (T_2 - T_3) = ((m_W + Q \cdot t_1) c_W + m_W c_m)(T_3 - T_o)$ folgt

$$t_2 = \frac{((m_W + Q t_1) c_W + m_m c_m)(T_3 - T_o)}{Q \cdot c_W (T_2 - T_3)} + t_1 \qquad t_2 = 27{,}4 \text{ min}$$

3. a) Bei bekannter Schmelzwärme des Wassers $q_W = 334 \text{ kJ kg}^{-1}$ läßt sich die spezifische Wärme von Wismut bestimmen:

$$m_{Bi} \cdot c_{Bi} \cdot (T_{Bi} - T_o) = m_W \cdot q_W$$

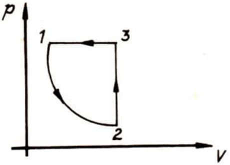
$$c_{Bi} = \frac{m_W q_W}{m_{Bi}(T_{Bi} - T_o)} \qquad c_{Bi} = 0{,}125 \text{ kJ kg}^{-1}\text{K}^{-1}$$

10. Die Zustandsänderungen sind:

1 – 2 : Isotherme Expansion $-p.V = const$ – Wärmeaufnahme

2 – 3 : Isochore Erwärmung – $\frac{p}{T} = const$ – Wärmeaufnahme

3 – 1 : Isobare Abkühlung – Wärmeabgabe



11. Bei adiabatischer Kompression wird die gesamte mechanische Arbeit zur Erhöhung der inneren Energie W_i des Knallgases genutzt. Es gilt

$W_m = W_i = n \cdot C_v \Delta T \qquad \Delta T = \frac{W_m}{n \cdot C_v}$

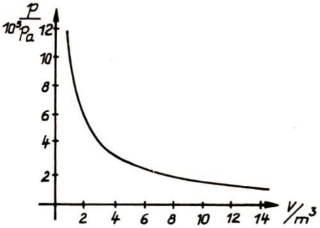
Mit $C_v = 5$ cal $Mol^{-1}K^{-1} = 5 \cdot 4{,}19$ J $Mol^{-1}K^{-1}$ (zweiatomiges Gas)

und $n = \frac{1 \text{ Mol} \cdot 0{,}1 \text{ l}}{22{,}4 \text{ l}} = 4{,}46 \cdot 10^{-3}$ Mol

ergibt sich $\Delta T = 497$ K $\qquad T = 77^0$ K

12. Mit $p.V = const$ erhält man folgende Wertepaare

$\frac{p}{10^5 Nm^{-2}}$	$\frac{V}{m^3}$
12	1
6	2
3	4
1	12
18	0,67



b) Die Masse des je Stunde aufgenommenen Wassers ist

$m_W = m_L(x_2 - x_1)$

Mit $\varphi_2 = \frac{x_2}{x_{s2}}$ und den Gleichungen (1) wird daraus

$$m_W = \frac{(p - \varphi_1 p_{s1})\, V_1}{R_L \cdot T_1} \cdot (\varphi_2 x_{s2} - \varphi_1 x_{s1}) \qquad \underline{\underline{m_W = 11\ \text{kg}}}$$

11. <u>Elastizität und Festigkeit von Festkörpern</u>

1. $\tau = \frac{F_t}{A}$

$$\underline{\underline{\tau = \frac{F_t}{\pi \cdot d \cdot t} = 27\ \text{MPa}}}$$

2. Es gilt für die Scherspannung $\tau = \frac{F}{A}$, damit $F = \tau \cdot \frac{\pi}{4}\, d^2$.

Für die Bleche gilt die Zugspannung $\varepsilon = \frac{F}{A}$ mit $A = a.t$

damit $\varepsilon = \frac{\tau \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2}{a.t}$ $\qquad \underline{\underline{\varepsilon = 7009\ \text{MPa}}}$

3. a) $\tau = \frac{4\, F_t}{\pi d^2}$ $\qquad d = \sqrt{\frac{4\, F_t}{\pi \cdot \tau}}$ $\qquad \underline{\underline{d = 6{,}2\ \text{cm}}}$

b) Zugspannung $\varepsilon = \frac{F}{A}$ mit $A = a.b$ $\qquad \varepsilon = \frac{F}{a.b}$ $\qquad b = \frac{F}{a.\varepsilon}$

$\underline{\underline{b = 0{,}3\ \text{cm}}}$

4. $\frac{\Delta l}{l_o} = \frac{1}{E} \cdot \varepsilon$ $\qquad E = 2{,}1.10^{11}$ Pa für Stahlguß

$\Delta l = \frac{l_o \cdot \varepsilon}{E}$ $\qquad \underline{\underline{\Delta l = 0{,}24\ \text{cm}}}$

5. a) $\Delta l = \frac{l_o \cdot F}{E \cdot A}$ $\qquad E = 2{,}1.10^{11}$ Pa $\qquad \underline{\underline{\Delta l = 0{,}48\ \text{cm}}}$

b) $\frac{\Delta l}{l_o} = \underline{\underline{0{,}00096}}$

c) $\varepsilon = \frac{F}{A}$ $\qquad \underline{\underline{\varepsilon = 200\ \text{MPa}}}$

6. $l = l_o \cdot \alpha \cdot \Delta T \qquad \Delta l = \frac{l_o \cdot F}{E.A} \qquad \alpha \cdot \Delta T = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A}$

$F = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T \qquad \underline{\underline{F = 1100\ N}}$

7. Die Last von 1000 N verteilt sich auf die drei Drähte.
Für jeden Darht gilt:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\Delta l}{l_o} \cdot E$$

Wegen der Symmetrie werden alle Drähte gleich stark verlängert

$\Delta l_{Stahl} = \Delta l_{Kupfer}$ Damit gilt

$$F_{St} = \frac{\Delta l}{l_o} \cdot A \cdot E_{St}$$

$$F_K = \frac{\Delta l}{l_o} \cdot A \cdot E_K \qquad \frac{F_{St}}{F_K} = \frac{E_{St}}{E_K} = 2; \qquad F_{St} = 2\ F_K$$

Im Gleichgewichtsfall gilt

$2\ F_K + F_{St} = G \qquad 4\ F_K = G \qquad F_{St} = \frac{G}{2}$

$\underline{\underline{F_K = 250\ N}} \qquad \underline{\underline{F_{St} = 500\ N}}$

8. Die Dehnungsarbeit ist

$W_F = \frac{1}{2}\ F \cdot \Delta x \qquad \underline{\underline{W_F = \frac{1}{2} \cdot 50\ N \cdot 16\ cm = 4\ Nm}}$

Die Federkonstante ergibt sich aus $F = k \cdot x$

$k = \frac{F}{\Delta x} \qquad \underline{\underline{k = \frac{50\ N}{16\ cm} = 312{,}5\ Nm^{-1}}}$

9. Es gilt

$$k = \frac{m.g}{l_1} = \frac{V \cdot \varrho_K \cdot g}{l_1} \qquad k = \frac{m.g - F_A}{l_2} = \frac{V.g.(\varrho_K - \varrho_W)}{l_2}$$

(ϱ_K ... Dichte des Körpers
ϱ_W ... Dichte des Wassers
V ... Volumen des Körpers und des verdrängten Wassers
F_A ... Auftriebskraft

Daraus erhält man

$\varrho_K = \frac{l_1}{l_1 - l_2} \varrho_W \qquad \underline{\underline{\varrho_K = 2{,}5\ g \cdot cm^{-3}}}$

12. Schwingungen und Wellen

1. Im Nulldurchgang der Membran ist v maximal und damit $\cos\omega t = 1$. Also $v = x_{max} \cdot 2\pi f$

   Energie des Systems ist dann $W = m \cdot 2\pi^2 x_{max}^2 \cdot f^2 = m \cdot g \cdot h$

   $x_{max} = \sqrt{\dfrac{g \cdot h}{2\pi^2 f^2}}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{x_{max} = 7{,}8 \cdot 10^{-5}\ m}}$

2. $t = \dfrac{\pi \cdot r}{v}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{t = 16{,}4\ h}}$

3. $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$ $\quad\quad$ $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 + m_2}{k}}$

   $m_1 g + kx_1 = 0 \quad (m_1+m_2)\cdot g + kx_2 = 0$

   $x_2 = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^2 \cdot x_1$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{x_2 = 1{,}44 \cdot x_1}}$

4. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{4 \cdot k}}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{T = 0{,}25\ s}}$ $\quad$ $\underline{\underline{f = 4\ Hz}}$

5. Für ein Sekundenpendel gilt $T = 2\ s$

   Folglich $T = \pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

   Die Pendel sind nach 298 s synchron. Das Pendel mit Magnetkraft hat in 298 s 299 Schwingungen zurückgelegt. Also ist unter der zusätzlichen Wirkung der Beschleunigung a_m

   $\dfrac{298}{299} = \pi\sqrt{\dfrac{l}{g + a_m}}$ $\quad$ Daraus ergibt sich $\underline{\underline{a_m = 2{,}59\ ms^{-2}}}$

   Die Kraft ist dann $F_m = m \cdot a_m$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{F_m = 2{,}10\ mN}}$

6. $T_2 = T_1\sqrt{1 - \sin\alpha}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{T_2 = 0{,}27\ s}}$

   Auf waagerechter Bahn keine zusätzliche Beschleunigung, also $\underline{\underline{T_1 = 0{,}5\ s}}$

7. Die Frequenz der Grundschwingung einer Saite ergibt sich zu

$$f_o = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{A^2 \cdot \varrho}} \qquad \text{oder } f_o = \frac{1}{l \cdot d}\sqrt{\frac{F}{A \cdot \pi \cdot \varrho}}$$

Das ergibt $\underline{\underline{f_o = 6{,}3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{Hz}}}$

8. Der Ton wird hörbar, wenn die Frequenz der schwingenden Stimmgabel gleich der Frequenz der Luftsäule ist. Für einseitig geschlossene Röhren gilt

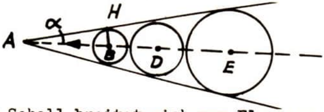
$$f = \frac{2k+1}{4} \cdot \frac{v_s}{l_k} \qquad \text{und } k = 0,\ 1,\ 2\ \ldots$$

Damit wird $l_k = \frac{2k+1}{4} \cdot \frac{v_s}{f}$

Da die Röhre einen Meter lang sein sollte, kann eine Resonanz bei $k = 0$ und $k = 1$ eintreten.

$\underline{\underline{l_o}} = \frac{1}{4}\ \frac{340}{340}\ \mathrm{m} = \underline{\underline{0{,}25\ \mathrm{m}}} \qquad \underline{\underline{l_1}} = \frac{3}{4}\ \frac{340}{340}\ \mathrm{m} = \underline{\underline{0{,}75\ \mathrm{m}}}$

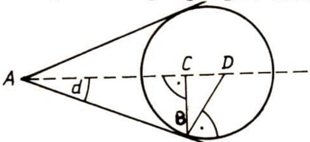
9.



Der Schall breitet sich vom Flugzeug in konzentrischen Kreisen aus. Wenn die Fluggeschwindigkeit größer als die Schallgeschwindigkeit ist, so bleiben die konzentrischen Kreise hinter dem Flugzeug. Es entsteht ein Kegel mit der Spitze A, in der sich das Flugzeug befindet. Der "Schallkegel" bewegt sich mit der Geschwindigkeit v des Flugzeugs mit. Es gilt für den Kegel

$$\sin\alpha = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{v_s \cdot t}{v_F \cdot t} = \frac{v_s}{v_F}$$

Bei vorbeifliegendem Flugzeug ergibt sich folgendes Bild:



Im Punkt B erreicht den Beobachter der Schall, der in D abgestrahlt wurde. CB beträgt 6 km, $AB = \frac{CB}{\sin\alpha} = CB \cdot \frac{v_F}{v_s}$

$\underline{\underline{\overline{AB} = 8{,}8\ \mathrm{km} \approx 9\ \mathrm{km}}}$

10. Es gilt für die Schwingung einer gespannten Saite

$$f_s = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$$

Für den Schwingkreis gilt $f_e = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$

Daraus folgt für die Spannkraft

$$F = \frac{m \cdot l}{\pi^2 \cdot L.C} \qquad \underline{\underline{F = 100\ N}}$$

An der Mitte der Saite tritt infolge der Erregung ein Schwingungsbauch auf. Die Oberschwingungen können dabei nur ungeradzahlige Vielfache der Grundschwingung sein.

11. Es muß im Resonanzfall gelten $f_L = f_s$

$$f_L = \frac{v_L}{2(l_2 - l_1)} \qquad \underline{\underline{f_s = 1700\ Hz}}$$

12. $\lambda_L = \frac{l_L \cdot 4}{11}$ denn Knoten am Ende und Bauch an Öffnung

$\lambda_L = 14{,}9$ cm $\qquad f_{Ev} = 2282$ Hz $\qquad \frac{\lambda_L}{\lambda_w} = \frac{v_L}{v_w}$

$$v_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_L} \cdot v_L \quad \text{mit } \lambda_w = 53{,}5\ \text{cm} \qquad \underline{\underline{v_w = 1221\ ms^{-1}}}$$

13. Bei gedeckter Lippenpfeife entstehen Eigenfrequenzen

$$f_k = \frac{(2k+1)}{4l} \cdot v_L \qquad 4\ l = 15\ m$$

Grundton $k = 0$ $\qquad f_o = 22{,}7$ Hz

1.Oberton $k = 1$ $\qquad f_1 = 68$ Hz

2.Oberton $k = 2$ $\qquad f_2 = 113$ Hz

14. Stehende Wellen in Stäben haben die Wellenlänge $\lambda = 2\ l$

$f \cdot \lambda = v_L \cdot 12$ $\qquad f = \frac{340 \cdot 12}{2 \cdot 1{,}2}\ s^{-1}$

$$\underline{\underline{f = 1700\ Hz}}$$

15. Es handelt sich um einen Doppler-Effekt. Für die Frequenz beim Doppler-Effekt gilt

$$f_2 = f_o \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{c}}\right)$$

v_s... Schiffsgeschwindigkeit

c ... Schallgeschwindigkeit

$$v_s = c \cdot \left(1 - \frac{t_o}{t_2}\right) \qquad \underline{\underline{v_s = 13\ ms^{-1}}}$$

$$f_3 = f_o\left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v_w}}\right) \qquad \underline{\underline{f_3 = 1287\ Hz}}$$

v_w ...Schallgeschwindigkeit im Wasser

$v_w = 1485\ \frac{m}{s}$

16. $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ $\quad$ $\underline{\underline{f = 159 \text{ kHz}}}$

17. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ $\quad$ $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{L^2}}}$

$\underline{\underline{T = 9{,}5 \text{ ms}}}$

Mit der Abklingkonstante eines Schwingkreises von $\delta = \frac{R}{2L}$ ist das logarithmische Dämpfungsdekrement

$\Lambda = \delta \cdot T$ $\quad$ $\Lambda = \frac{R}{2L} \cdot T$ $\quad$ $\underline{\underline{\Lambda = 1{,}19}}$

18. $f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ $\quad$ $L = \frac{4\pi N^2 A_1}{l} \cdot 10^{-9}$ H

$C = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{A_2}{4\,d}\ \frac{F}{m}$

$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi\ l\ d\ .\ 9 \cdot 10^{11}}{4\pi N^2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot 10^{-9}}}$ $\quad$ $f = \frac{3\ .\ 10^{10}}{6.28} \sqrt{\frac{l\ .\ d}{N^2 \cdot A_1 \cdot A_2}}$

$\underline{\underline{f = 477 \text{ kHz}}}$

19. $l = \frac{\lambda}{2}$ $\quad$ $l = \frac{c}{2f}$ $\quad$ $l = c \cdot \pi \sqrt{L \cdot C}$ $\quad$ $\underline{\underline{l = 2{,}98 \text{ m}}}$

13. <u>Elektrische Ladung - elektrisches Feld</u>

1. Es ist $\quad x = \frac{Q_1}{Q_2}$ $\quad$ und $\quad Q_1 + Q_2 = \text{const.}$

Damit gilt vor dem Zusammenstoß

$$F_1 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{x \cdot Q_1^2}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad (1)$$

und danach

$$F_2 = \frac{\left(\frac{Q_1+Q_2}{2}\right)^2}{4\pi\,\varepsilon\,\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{(x+1)^2\,Q_1^2}{4\pi \cdot \varepsilon\ r^2} \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) erhält man

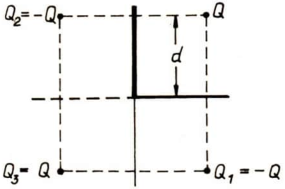
$$x^2 + \frac{2F_1 - F_2}{F_1} \cdot x + 1 = 0$$

und daraus $x_{1,2} = \frac{F_2 - 2F_1}{2} \pm \frac{1}{2F_1} \cdot \sqrt{F_2(F_2 - 4F_1)}$

$\underline{\underline{x_1 = 2}}$ $\underline{\underline{x_2 = \frac{1}{2}}}$

x_1 und x_2 gehen durch Vertauschung von Q_1 und Q_2 auseinander hervor.

2. Eine Metallplatte ist immerÄquipotentialfläche. Das vorliegende elektrische Feld stimmt überein mit dem von 4 Punktladungen (Abb.)



Für die Kraft auf Q gilt
$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, wobei $\vec{F}_3$ der Resultierenden $\vec{F}_{12}$ entgegengerichtet ist, Der Betrag von $\vec{F}$ ist

$$\underline{\underline{F = \frac{Q^2}{32 \pi \varepsilon d^2} \cdot (2 \cdot \sqrt{2} - 1)}}$$

3. Bewegt sich das Teilchen auf der Achse, dann ist die Resultierende der auf die Ladung wirkenden Kräfte im zylindrischen Teil Null.
Im konischen Teil wirkt eine resultierende Kraft in Bewegungsrichtung. Die Geschwindigkeit des Teilchens wird also im Abschnitt AB größer.

4. a) $E_1 = \frac{F_1}{q} = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon r_1^2}$ $\underline{\underline{E_1 = 300 \text{ kVm}^{-1}}}$

b) $U_1 = \frac{W_1}{q} = \int_0^{r_1} \frac{Q}{4 \pi \varepsilon r_1^2} = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon\, r_1}$ $\underline{\underline{U_1 = 90 \text{ kV}}}$

c) $U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ $\underline{\underline{U_{12} = 60 \text{ kV}}}$

d) $W_{12} = U_{12} \cdot q$ $\underline{\underline{W_{12} = 4{,}2 \text{ mJ}}}$

5. Vor der Vereinigung ist das Potential an den Kugeloberflächen

$U_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{U_1 = 100\ V}}$

und nach der Vereinigung mit $R^3 = 10^6 r^3$

$U_2 = \frac{10^6 Q}{4\pi\varepsilon R} = \frac{10^4 Q}{4\pi\varepsilon r} = 10^4 U_1$ $\qquad$ $\underline{\underline{U_2 = 10^6 V}}$

6. Vor dem Einbringen der Porzellanplatte ist die Kapazität

$C_1 = \frac{Q}{U_1} = \varepsilon_o \frac{A}{d}$ $\qquad\qquad$ (1)

Danach läßt sie sich berechnen als Kapazität zweier hintereinandergeschalteter Kondensatoren.

$C_2 = \frac{Q}{U_2} = \frac{C_L C_P}{C_L + C_P}$ $\qquad\qquad$ (2)

Aus (1) und (2) erhält man $C_2 = \frac{U_1}{U_2} \cdot C_1$.

Damit, mit (1) und $C_L = \varepsilon_o \frac{A}{\frac{d}{2}}$ und $C_p = \varepsilon_o \varepsilon_p \frac{A}{\frac{d}{2}}$ ergibt sich

aus (2)

$\frac{U_1}{U_2} C_1 = \frac{U_1}{U_2} \cdot \varepsilon_o \frac{A}{d} = \frac{2\varepsilon_o A}{d(\frac{1}{\varepsilon_p} + 1)}$ $\qquad$ und daraus

$\varepsilon_p = \frac{U_1}{2U_2 - U_1}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{\varepsilon_p = 6}}$

7. a) $Q = C\,U = \varepsilon_o \frac{A\,U}{d}$ $\qquad$ (1) $\qquad$ $\underline{\underline{Q = 2{,}66\ nC}}$

b) $F = \frac{1}{2} E\,Q = \frac{1}{2}\varepsilon_o \cdot \frac{U^2 A}{d^2} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_o A}$ $\qquad$ (2) $\qquad$ $\underline{\underline{F = 39{,}9\ \mu N}}$

c) Die Arbeit erfolgt bei konstanter Ladung, damit ist nach (2) auch die Kraft konstant und es gilt

$W = F(d' - d)$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{W = 3{,}59\ \mu J}}$

Es gilt außerdem

$U'C' = U \cdot C;\ U' = \frac{C}{C'} U = \frac{d'}{d} U$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{U = 3\ kV}}$

Die Energieänderung ist

$W_2 - W_1 = \frac{U'Q}{2} - \frac{U\,Q}{2}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{W_2 - W_1 = 3{,}59\ \mu J = W}}$

d) $W' = \int_{d}^{d'} F\,ds = \frac{1}{2}\varepsilon_0 U^2 A \int_{d}^{d'} \frac{1}{d^2}\,ds = \frac{1}{2}\varepsilon_0 U^2 A\left(\frac{1}{d'} - \frac{1}{d}\right)$

$\underline{\underline{W' = -\,359\ \mathrm{nJ}}}$

Aus $\frac{Q'}{C'} = \frac{Q}{C}$ folgt $Q' = \frac{C'}{C} Q = \frac{d}{d'} U$ (3) $\underline{\underline{Q' = 0{,}266\ \mathrm{nC}}}$

Die Energieänderung ist

$W'_2 - W_1 = \frac{U\,Q'}{2} - \frac{U\,Q}{2}$ $\underline{\underline{W'_2 - W_1 = -\,359\ \mathrm{nJ} = W'}}$

e) Die Ladung bleibt konstant, es gilt

$Q = C'' \cdot U'' = C\,U;\quad U'' = \frac{C\,U}{C''} = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot U$ $\underline{\underline{U'' = 60\ \mathrm{V}}}$

Mit (2) ist

$F'' = \frac{Q^2}{2\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r A} = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot F$ $\underline{\underline{F'' = 7{,}98\ \mu\mathrm{N}}}$

f) Es ist wie in (3)

$Q'' = \frac{C''}{C} \cdot Q = \varepsilon_r \cdot Q$ $\underline{\underline{Q'' = 13{,}3\ \mathrm{nC}}}$

$F'' = \frac{Q''^{\,2}}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r A} = \varepsilon_r F$ $\underline{\underline{F'' = 0{,}2\ \mathrm{mN}}}$

8.

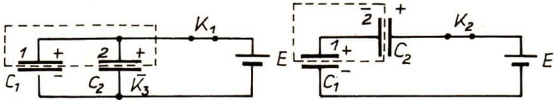


Abb. a　　　Abb. b

Schließt man die Schalter K_1 und K_3, dann werden die Kondendatoren C_1 und C_2 parallel an die Spannung E gelegt.

Für die Ladungen gilt

$Q_1 = C_1 E$ und $Q_2 = C_2 E$ (Abb. a) (1)

Nach dem Öffnen K_1 und K_3 kann die Gesamtladung der Pâatten 1 und 2 sich nicht mehr ändern. Beim Schließen von K_2 werden die Kondensatoren hintereinandergeschaltet.

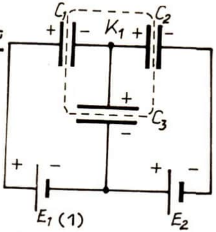
Es gilt $\quad Q = Q_1 + Q_2 = Q_1' - Q_2'$ und mit (1)

$$(C_1 + C_2)\, E = C_1 U_1' - C_2 U_2' \qquad \text{(Abb. b)} \qquad (2)$$

Außerdem ist $U_1' + U_2' = E$. $\qquad (3)$

Aus (2) und (3) erhält man $\underline{\underline{U_1' \left(1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right) E}}$

9. Die Aufladung der Kondensatoren erfolgt wie in der Skizze angegeben. Die Aufladungsrichtung von C_3 hängt von den Beträgen C_1, C_2, E_1, E_2 ab. Im Gebiet um K_1 können Ladungen nur durch Influenz verschoben werden, d.h., die Gesamtladung um K_1 bleibt auch nach Anlegungen der Spannungen Null.



Es gilt also

$$-C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3 = 0 \quad . \qquad (1)$$

Außerdem $U_1 + U_3 = E_1$ (2) und $U_1 + U_2 = E_1 + E_2$ (3)

Aus (1), (2) und (3) erhält man mit $Q = C \cdot U$ daraus die Ladungen

$$Q_1 = C_1U_1 = \frac{C_3E_1 + C_2(E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_1;$$

$$Q_2 = C_2U_2 = \frac{C_3E_2 + C_1(E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_2$$

$$Q_3 = C_3U_3 = \frac{C_1E_1 - C_2E_2}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_3$$

Die Aufladung des Kondensators C_3 erfolgt wie in der Skizze, wenn

$C_1E_1 > C_2E_2$ und entgegengesetzt, wenn

$C_1E_1 < C_2E_2$

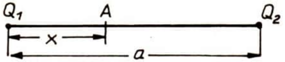
Bei Gleichheit ist $U_3 = 0$ und damit auch $Q_3 = 0$.

10. Solange der Schalter geschlossen ist, fließt über den Kondensator kein Strom. Die Spannung zwischen A und O ist $\frac{U}{2} = 100$ V. Diese Spannung liegt auch am Kondensator.
Nach dem Ausschalten sind Widerstand - Kondensator - Widerstand in Reihe geschaltet. An diesem Stromkreis liegt die Spannung U und am Anfang die Gegenspannung $\frac{U}{2}$ des Kondensators.

Es beginnt ein Ladestrom zu fließen, wobei über jedem Widerstand $\frac{U}{4}$ abfällt.

Die Spannung U_{OA} springt also beim Unterbrechen des Schalters auf $\frac{U}{2} + \frac{U}{4} = 150$ V und wächst dann exponentiell auf 200 V an.

11.



Die Gesamtfeldstärke im Punkt A ist

$$E = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon\,(a-x)^2} - \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\, x^2}$$

Daraus folgt für E = 0

$$x = \frac{a}{\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} + 1} \qquad \underline{\underline{x = 29 \text{ cm}}}$$

14. <u>Leitung in Metallen und einfache elektrische Stromkreise</u>

1. $$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \qquad \underline{\underline{R_g = 0{,}65\ \Omega}}$$

2. $$\frac{1}{R_2} = \frac{R_1 - R_g}{R_g \cdot R_1} \qquad \underline{\underline{R_2 = 12\ \Omega}}$$

3. Die Empfindlichkeit eines Galvanometers (Stromempfindlichkeit) ist definiert als $E = \frac{\Delta \omega}{\Delta I}$

Bei Herabsetzen der Empfindlichkeit muß der Innenwiderstand verringert werden.

$R_2 = \frac{1}{50} R_i \qquad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R} \qquad \underline{\underline{R = 20{,}4\ \Omega}}$

4. $U_1 = I_g R_1 \qquad R_1 = \frac{R_i \cdot R}{R_i + R} \qquad R_g = R + R_1$

$I_g = \frac{U}{R_g} \qquad R_1 = 40\,\Omega \quad R_S = 100\,\Omega, I_g = 1{,}2\ A$

$U_1 = I_g \cdot R_1 \qquad \underline{\underline{U_1 = 48\ V}}$

5. $P_1 = P_2 \qquad \frac{U_1^{\,2}}{R_1} = \frac{U_2^{\,2}}{R_2} \qquad U_2 = \frac{U_1}{2}$

daraus folgt $R_2 = \frac{R_1}{4}$

dies ist erreichbar, wenn die Hälfte der Heizwendel d.h. $\frac{R_1}{2}$ parallel geschaltet an die 110 V angeschlossen werden, denn $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{\frac{R_1}{2}} + \frac{1}{\frac{R_1}{2}} \qquad R_g = \frac{R_1}{4}$

6. Es gilt $W = P \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$ und damit $R = \frac{U^2}{W} \cdot t = k \cdot t$

Damit sind für die 3 Schaltungen die Widerstände

$$R' = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = k \cdot t_1 \qquad (1)$$

$$R'' = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = k \cdot t_2 \qquad (2)$$

$$R''' = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = k \cdot t_3 \qquad (3)$$

Dividiert man (1) durch (2) und (1) durch (3), dann erhält man

$$\frac{R'}{R''} = \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_3} = \frac{t_1}{t_2} = 0{,}5 \qquad \frac{R'}{R'''} = \frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_3} = \frac{t_1}{t_3} = 1{,}25$$

Daraus ergibt sich $R_1 = 3\ R_3$ und $R_2 = 7\ R_3$ (4)

und damit $R = R_1 + R_2 + R_3 = 11\ R_3 = k \cdot t_4$ (5)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{31}{21\ R_3} = \frac{1}{k\ t_5} \qquad (6)$$

Aus (1), (4) und (5) erhält man

$$t_4 = \frac{88}{31}\ t_1 \qquad \underline{\underline{t_4 = 56{,}8\ \text{min}}}$$

und aus (1), (4) und (6)

$$t_5 = \frac{168}{961}\ t_1 \qquad \underline{\underline{t_5 = 3{,}5\ \text{min}}}$$

7. Leistung an Außenwiderstand R ist $P = U \cdot I$

Die wirkende Spannung ist in vorliegendem Fall

$U = E - I \cdot R_i$ und $I = \frac{E - U}{R_i}$

Damit ist $P = \frac{E \cdot U - U^2}{R_i}$ Für U an der Batterie ergibt sich

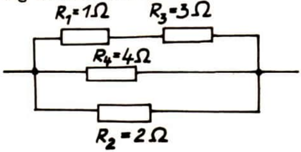
$U = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} - R_i + P}$ $\quad U_1 = 9\ V \quad U_2 = 1\ V$

Dieselbe Leistung kann demnach an verschiedenen Widerständen R erzeugt werden, je nachdem, wie groß die Stromstärke ist.

Z.Bsp. $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$ mit $I_1 = 1\ A$ $\quad R_1 = 9\ \Omega$

$R_2 = \frac{U_2}{I_2}$ mit $I_2 = 9\ A$ $\quad R_2 = 0{,}1\ \Omega$

8. Wenn der Gesamtwiderstand $1\ \Omega$ sein soll, so ist folgende Schaltung anzunehmen:



$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega} \qquad \frac{1}{R_g} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{2}{4\Omega} = \underline{\underline{\frac{4}{4\Omega}}}$$

Wenn durch R_3 3 A fließen, so ergibt sich eine Spannung von $U = R \cdot I$

$U = 4 \cdot 3$ V

$U = 12$ V

Dann fließen durch R_2 $\quad I_2 = \frac{U}{R_2}$

$I_2 = 6$ A

Die dort abgegebene Leistung ist dann $P = U \cdot I$

$P = 72$ W

9. a) $P_1 = U_1 \cdot I \qquad P_2 = U_2 \cdot I = I^2 \cdot R$

$P_1 + P_2 = P_g$

$U_1 I + R\, I^2 = P_g$

$I^2 + \frac{U_1}{R} I - \frac{P_g}{R} = 0 \qquad I \approx 2$ A

b) $Q = U_1\, I \cdot t$

$Q = 576$ kJ

c) $\vartheta = \dfrac{\frac{U_L}{I} - R_o}{R_o \cdot \alpha} \qquad \vartheta = 3000\,°C$

10. $W_w = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

a) $\eta W_{el} = \varrho \cdot V \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

$\eta = \dfrac{\varrho \cdot V \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{W_{el}} \qquad \eta = 87\,\%$

b) $W_{el} = U \cdot I \cdot t \qquad R = \frac{U^2}{W_{el}} \cdot t \qquad R = 3{,}5\,\Omega$

$= \frac{U^2}{R} \cdot t$

11. $P = \eta \cdot U \cdot I \qquad W_w = \eta \cdot U \cdot I \cdot t$

$= \frac{P}{U \cdot I} \qquad \eta = 73\,\% \qquad W_w = 1{,}6$ kWh

12. $W_{el} = \frac{U^2}{R_g} \cdot t$ $\qquad W_w = \varrho \cdot V \cdot c \cdot \Delta\vartheta + m_v \cdot q_v$

Parallelschaltung der Widerstände $\qquad R_{g1} = \frac{R}{2}$

Reihenschaltung der Widerstände $\qquad R_{g2} = 2\ R = 4 \cdot R_{g1}$

Ein Widerstand $\qquad R_{g3} = R = 2 \cdot R_{g1}$

a) $P_1 = \frac{\varrho \cdot V c \Delta\vartheta + m_v q_v}{t}$ $\qquad \underline{\underline{P_1 = 809\ W}}$

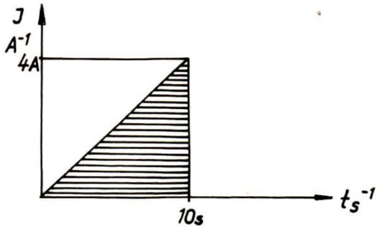
b) $R_{g2} = 4\ R_{g1}$ $\qquad W_{el2} = \frac{1}{4} W_{el1}$, aber $t_2 = 4\ t_1$,
also 100 g Wasser verdämpfen ebenfalls

c) $R_{g3} = 2\ R_{g1}$ $\qquad W_{el\,3} = \frac{1}{2} W_{el\,1}$

$$\varrho V \cdot c \cdot \Delta\vartheta = \frac{U^2}{2R_g} \cdot t_3 \qquad \frac{2 \varrho V c \cdot \Delta\vartheta}{P_1} = t_3$$

$\underline{\underline{t_3 = 20{,}7\ \text{min}}}$

13.



$Q = \frac{I \cdot t}{2}$ $\qquad \underline{\underline{Q = 20\ C}}$ $\qquad$ (vergl. Federspannarbeit !)

14. a) Halbleiterdiode

b) Halbleiterwiderstand

c) $I \sim U$ Metallwiderstand bei ϑ = const

15. <u>Elektrische Leitung in Elektrolyten</u>

1. $M = Ä \cdot I \cdot t$ $\quad P = U \cdot I$ $\quad K = W \cdot Pr$

$= \frac{W}{t}$

$Ä = 0{,}3294 \ \frac{mg}{As}$ $\quad K = \frac{U \cdot M \cdot Pr}{Ä}$ $\quad \underline{\underline{K = 1{,}31\ M}}$

2. $m = Ä \cdot I \cdot t$ mit $Ä = \frac{M}{F \cdot z}$ $\quad P = U \cdot I$

$m = Ä \cdot \frac{P}{U} \cdot t$ $\quad Ä = 0{,}01045$ mA

$F = 9{,}65 \cdot 10^4$ As mol^{-1}

$\underline{\underline{m = 7{,}315 \text{ mg Wasserstoff}}}$

3. $m = a \cdot b \cdot d \cdot \varrho$ $\quad m = Q \cdot Ä$ $\quad Ä_{Cu}\ \frac{M}{F \cdot z}$

$Q = \frac{m}{Ä} = \frac{a.b.d.}{Ä}$ $\quad Q = 9{,}733 \cdot 10^4$ As $\quad \underline{\underline{Ä_{Cu}\ 0{,}3292\ \frac{mg}{As}}}$

$n_e = \frac{Q}{e}$ $\quad \underline{\underline{n_e = 6 \cdot 10^{23}}}$

4. Wenn die Zelle Strom liefert, gehen Zn^{++}-Ionen in Lösung und Cu^{++}-Ionen werden abgeschieden. Durch jeweils ein Zn-Atom wird in den äußeren Stromkreis eine Ladung von $Q_1 = -3{,}2 \cdot 10^{-19}$ As geliefert. Damit die Konzentration konstant bleibt, muß sich ständig soviel $CuSO_4 \cdot 5\ H_2O$ auflösen, wie Cu transportiert wird.

Transportierte Ladungsmenge $\underline{\underline{Q = 5760 \text{ As}}}$

Abgeschiedene Anzahl der Zinkatome

$n_{Zn} = \frac{Q}{Q_1}$ $\quad n_{Zn} = 18 \cdot 10^{21}$ Atome

$m_{Zn} = \frac{n \cdot M_{Zn}}{h}$ $\quad \underline{\underline{m_{Zn} = 1{,}95 \text{ g}}}$

$m_{Cu} = \frac{n \cdot M_{Cu}}{h}$ $\quad \underline{\underline{m_{Cu} = 1{,}9 \text{ g}}}$

$\frac{m_{CuSO_4}}{m_{Cu}} = \frac{M_{CuSO_4}}{M_{Cu}}$ $\quad \underline{\underline{m_{CuSO_4} = 7{,}46 \text{ g}}}$

5. Es wird eine Energie von $W = W_2 - W_1$ in der Zelle bei der Reaktion von 1 mol freigesetzt.
Es werden jeweils zwei Ladungen durch ein Ion transportiert.

$$Q = 2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{As}$$

$$Q = 19{,}3 \cdot 10^{4}\ \text{As} \qquad W = W_2 - W_1 = 209 \cdot 10^{3}\ \text{Ws}$$

$$U = \frac{W}{Q} \qquad \underline{\underline{U = 1{,}08\ \text{V}}}$$

6. $U_o = I\,(R_i + R_v)$ $\qquad m = \ddot{A} \cdot I \cdot t$ mit $\ddot{A} = 67{,}08\ \text{mg}\ \text{A}^{-1}\text{min}^{-1}$

$$\underline{\underline{R_v = 3{,}5\,\Omega}} \qquad I = 1{,}99\ \text{A}$$

$$\underline{\underline{U_o = 8\ \text{V}}} \qquad \underline{\underline{Q = 600\ \text{As}}}$$

16. Elektrische Leitung in Halbleitern

1. a) Da Antimon fünfwertig auftritt, entsteht ein n-leitender Halbleiter.

b) Es sind in Ge $2{,}3 \cdot 10^{13}$ Ladungsträger/cm^3 vorhanden.
Das ergibt mit $\varrho = 5{,}35\ \text{g/cm}^3$ für 0,5 kg Ge

$$n_{Ge} = 2{,}15 \cdot 10^{15}\ .$$

Bei Zimmertemperatur ist praktisch wegen der geringen Bindungsenergie der Elektronen jedes Antimonatom ionisiert.
Für 0,1 g Sb liegen vor

$$n_{Sb} = \frac{N_L \cdot m}{M} \qquad n_{Sb} \approx 5 \cdot 10^{20}$$

Es handelt sich um eine Vergrößerung der Leitfähigkeit um 5 Größenordnungen.

2. Die elektrische Leitfähigkeit hängt vor allem ab von der Ladungsträgerkonzentration und der Beweglichkeit der Ladungsträger. Es gilt dann für den spezifischen Widerstand

$$\varrho = \frac{1}{b} = \frac{1}{e \cdot n \cdot u} \qquad \underline{\underline{\varrho = 0{,}115\,\Omega\,\text{m}}} \qquad e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{As};\ n = 3 \cdot 10^{20}\ \text{m}^{-3};\ u = 0{,}18\ \text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

3. Aus der angegebenen Beziehung für das Konzentrationsverhältnis folgt durch Logarithmieren

$$\Delta = \frac{\left[\ln \frac{n_1}{n_2} - \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2}\right] \cdot 2k}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

Damit ist $\Delta = 3{,}72 \cdot 10^{-20}\ \text{Ws}$

$$\underline{\underline{\Delta = 0{,}232\ \text{eV}}}$$

4. Für die Hallspannung gilt

$U_H = R \cdot \frac{B \cdot I}{d}$ $\qquad U_H = \frac{b}{\sigma} \cdot \frac{B \cdot I}{d}$

Daraus erhält man $\underline{\underline{\sigma = 3{,}87 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m}}}$

Dieses Material könnte Al mit $\sigma = 3{,}6 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega m}$ sein.

5. Mit obiger Gleichung ergibt sich $\underline{\underline{U_H = 80{,}2 \text{ mV}}}$

6. Es gilt für die entstehende Ladungsmenge

$Q = e \cdot N = e \cdot \frac{E_L}{E_P}$

$Q = \frac{E_L \cdot \lambda \cdot e}{h \cdot c}$ $\qquad \underline{\underline{Q = 16{,}12 \, \mu As}}$

7. Lösung siehe 14.14

17. <u>Elektrische Leitung in Gasen und im Vakuum</u>

1. $\frac{m}{2} v^2 = e \cdot U$ damit $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$

$\underline{\underline{v = 3{,}75 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}}}$ $\qquad \underline{\underline{E = 6{,}4 \cdot 10^{-16} J}}$

2. $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$ $\qquad \underline{\underline{v = 2{,}3 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}}}$

3. Für die Ablenkung im Feld gilt

$\Delta x = \frac{E_x \cdot l^2}{4 U}$ $\qquad$ Dabei gilt für die Flugzeit

$\tau^2 = \frac{l^2}{2 \frac{e}{m} \cdot U}$ $\qquad \Delta x = \frac{a}{2} \tau^2$ $\qquad \underline{\underline{\Delta x = 1 \text{ mm}}}$

4. $F_{el} = q \cdot E$ $\qquad F_{mgn} = q \cdot v \cdot B$

$\underline{\underline{F_{el} = 3{,}2 \cdot 10^{-16} N}}$ $\qquad \underline{\underline{F_{mgn} = 9{,}7 \cdot 10^{-16} N}}$

in Richtung E $\qquad$ senkrecht zu E und B

5. Der Strom, der den Spannungsabfall $U = I \cdot R$ hervorruft, ist der gleiche, der durch den Kondensator fließt.

$$I = e \cdot n \cdot A \cdot d \quad \text{mit} \quad A = \frac{C \cdot d}{\varepsilon_0}$$

$$I = \frac{e \cdot n \cdot C \cdot d^2}{\varepsilon_0} \quad \text{und} \quad U = \frac{e \cdot n \cdot C \cdot d^2}{\varepsilon_0} \cdot R$$

$\underline{\underline{U = 6{,}5\ \mu V}}$ mit $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-14}\ F\ cm^{-1}$

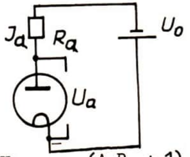
6. Es ergibt sich

a) $\tan\alpha = \frac{l U_y}{2\, d\, U_x}$ b) $y_0 = \frac{2 \cdot l \cdot U_y}{2\, d\, U_x}$

c) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{e}{m} \cdot \frac{4d^2 U_x^2 + l^2 U_y^2}{2\, d^2\, U_x}}$

d) $U_{ymax} = \frac{2\, d^2\, U_x}{l^2}$

7.



Es gilt $U_0 = I_a R_a + U_a$ mit

$$I_a = U_a + B\, U_a^2$$

$$I_a = \frac{U_0}{R_a} + \frac{(A\, R_a + 1) - \sqrt{(A\, R_a + 1)^2 + 4\, U_0\, B\, R_a}}{2\, B\, R_a^2}$$

$\underline{\underline{I_a = 5\ mA}}$

8. $e \cdot U = W_j$ $E = \frac{U}{d}$ $d = \frac{W_j}{e \cdot E}$ $\underline{\underline{d = 5 \cdot 10^{-6}\ m}}$

9. $I = \frac{n \cdot e}{t}$ $n = \frac{I \cdot t}{e}$ $\underline{\underline{n = 6{,}25 \cdot 10^{15}\ \text{Elektronen/s}}}$

10. $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$ $\qquad$ $v = 10^7 \ ms^{-1}$

$a = \frac{eU}{m \cdot s}$ $\qquad$ $a = 5{,}3 \cdot 10^{15} ms^{-2}$

$t = \frac{v}{a}$ $\qquad$ $t \approx 2 \cdot 10^{-9} \ s$

11. $E_K = \frac{m}{2} \cdot v^2 = e \cdot U$

$E_K = 4{,}8 \cdot 10^{-15} \ J = 3 \cdot 10^4 \ eV$

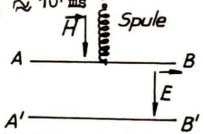
12. $U_a = I \cdot R_a$ mit $I = k \cdot \pi \cdot d \cdot l$ $\qquad$ $U_a \approx 151 \ V$

13. a) $y = \frac{E_y}{4 U_x} \cdot x^2$ $\qquad$ $eU_x = \frac{m}{2} \ v_x^2$

$v_x = \sqrt{\frac{e \cdot l \cdot E_y}{m y_o} \cdot (D - \frac{l}{2})}$ $\qquad$ $D = x = 30$ cm

$v_x \approx 10^7 ms^{-1}$

b)



durch E Ablenkung vertikal
durch H Ablenkung horizontal
mit Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$

Leuchtfleck beschreibt auf dem Schirm eine Ellipse. Sollten die durch E und H hervorgerufenen Amplituden gleich groß sein, so entsteht ein Kreis.

14. a) $W = e \cdot U = \Delta mc^2 = mc^2 - mc_o^2$

$$= n_o c \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \frac{eU}{n_o c^2})^2}}$$

$v = 2{,}33 \cdot 10^8 \ ms^{-1}$

b) $I = \frac{n \cdot e}{t}$ $\qquad \frac{n}{t} = \frac{I}{e}$ $\qquad \underline{\underline{\frac{n}{t} = 3{,}12 \cdot 10^{16} s^{-1}}}$

c) $E_g = h \cdot f_g = h \cdot \frac{c}{\lambda_{min}}$ $\qquad E_g = e \cdot U$

$\lambda_{min} = \frac{hc}{e.U}$ $\qquad \underline{\underline{\lambda_{min} = 4{,}1 \cdot 10^{-12}\ m}}$

18. Elektromagnetische Induktion

1. Es gilt $U_{ind} = - B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = - B \cdot l \cdot v$

$\underline{\underline{U_{ind} = 0{,}4 \cdot 10^{-2}\ V}}$

2. $U_{ind} = \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t}$ $\qquad \underline{\underline{U_{ind} = 0{,}05\ V}}$

3. $U_{ind} = \frac{B \cdot l^2 \cdot \pi \cdot n}{30}$ $\qquad$ damit

$n = \frac{30 \cdot U_{ind}}{B \cdot l^2 \cdot \pi}$ $\qquad \underline{\underline{n = 63{,}7 min^{-1} = 3822\ s^{-1}}}$

4. $U_{ind} = B \cdot l \cdot v \cdot \cos\alpha$ $\qquad \underline{\underline{U_{ind} = 43\ mV}}$

5. Dreht sich die Scheibe im Uhrzeigersinn, so fließt der Strom von der Achse der Scheibe zum unteren Ende, d.h. zum "Badanschluß". Im anderen Fall fließt der Strom entgegengesetzt.

6. $U_2 = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\qquad N_2$... Windungszahl der Sekundärspule

$\Delta\Phi_1 = A \mu_o \Delta H$

$\Delta\Phi_1 = A \cdot \mu_o \cdot \Delta I \cdot \frac{N_1}{l}$

$\Delta\Phi_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \mu_o \cdot \frac{\Delta I \cdot N_1}{l}$

$\Delta\Phi_2 = \Delta\Phi_1 = \Delta\Phi \underline{\quad = 6{,}1 \cdot 10^{-5}\ Wb}$

Damit $\underline{\underline{U_1 = 101{,}6\ mV}}$ $\qquad \underline{\underline{U_2 = 6{,}1\ V}}$

7. Es gilt $Q = \frac{\mu_0 N_1 \cdot I_1 \cdot v \cdot H_2 \cos\alpha}{2 I_1 \varrho}$

$\underline{\underline{Q = 2{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{C}}}$

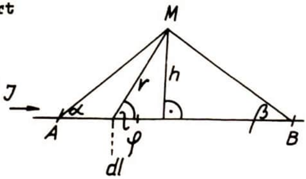
8. $\frac{d_1}{\mu_0 A} + \frac{l}{\mu_0 \mu_{r1} A} = \frac{d_2}{\mu_0 A} + \frac{l}{\mu_0 \mu_{r2} A}$

$d_2 = d_1 + l \mu_0 \frac{H_1 - H_2}{B}$ $\qquad \underline{\underline{d_2 = 3\ \text{mm}}}$

19. <u>Magnetismus</u>

1. a) Gesetz von Biot-Savart

$dH = \frac{I}{4\pi r^3}\ (dl . r)$



$d\varphi = \frac{dl \cdot m\varphi}{r} \qquad \frac{h}{r} = m\varphi$

$H = \frac{I}{4\pi} \int_{\varphi(A)}^{\varphi(B)} \frac{1}{r}\, d\varphi\ ; \quad \varphi(A) = \alpha \quad \varphi(B) = (180^\circ - \beta)$

$H = \frac{I}{4\pi h} \cdot \int_{\alpha}^{180-\beta} \sin\varphi\, d\varphi \qquad \underline{H = \frac{I}{4\pi h} (\cos\beta + \cos\alpha)}$

w.z.b.w.

b) $F = \frac{\mu_0\, I . I' . l}{2\pi d}$

Die anziehende Kraft aus der Wechselwirkung mit dem parallelen Leiterstück tritt viermal auf. Also

$F_{anz} = 4\ F = \frac{\mu_0\ I\ I' \cdot 4\ a}{2\pi d}$

$F_{abs} = \frac{\mu_0 . I . I' . a}{2\pi\sqrt{a^2 + d^2}} \approx \frac{\mu_0 I I'}{2\pi}$,

weil $a \gg d \quad \sqrt{a^2 + d^2} \approx a \quad F_{anz} = 4\ F_{abs} = \frac{2\mu_0\ I . I'}{\pi}$

Gesamtkraft: $F = F_{anz} - F_{abs} = \frac{\mu_0 I \cdot I'}{2\pi d} \cdot l_{ges}$

weil $l_g \gg 4d$ $\qquad \underline{\underline{F = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\,N}}$

2. $F_g = F_{mag}$ $\qquad \varrho \cdot A \cdot l \cdot g = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot l}{2 \cdot x \cdot \pi}$

$x = \frac{2 \mu_0 I_1 I_2}{\pi^2 \cdot \varrho \cdot D^2 \cdot g}$ $\qquad \underline{\underline{x = 0{,}98\ cm}}$

3. Aus Biot-Savart folgt $dH = \frac{I\,dl}{4\pi r^2}$

$H = \frac{I}{4r}$ $\qquad$ damit $H_I = H_{II} = \frac{I}{4(r_1+r_2)}$

$\underline{\underline{H_I = H_{II} = 0{,}51\ A\ m^{-1}}}$

$H_{90°} = \sqrt{H_I^2 + H_{II}^2} = \sqrt{2} \cdot H_I$ $\qquad \underline{\underline{H_{90°} = 0{,}73\ A\ m^{-1}}}$

$H_{180°} = 2\,H_I$ $\qquad \underline{\underline{H_{180°} = 1{,}02\ A\ m^{-1}}}$

4. Für kleine Ausschläge der Magnetnadel gilt $\alpha \sim I$.
Außerdem gilt das Faradaysche Gesetz und damit $m \sim I$.

$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m_1}{m_2}$ $\qquad \underline{\underline{m_2 = 6\ mg}}$

5. Für den Mittelpunkt der Spule gilt

$H = \frac{N \cdot I}{\sqrt{4R^2 + l^2}}$ $\qquad$ (nach Hänsel/Neumann Physik III, S. 72)

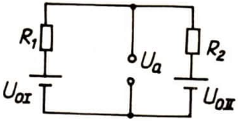
a) $\underline{\underline{H = 1{,}185 \cdot 10^4\ A\ m^{-1}}}$

b) $H \sim \frac{N \cdot I}{l}$ $\qquad$ mit $H \approx 1{,}2 \cdot 10^4\ A\ m^{-1}$ $\qquad$ $\underline{\underline{\text{Fehler } 1{,}25\ \%}}$

6. $U_{oI} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{ABl}{t} = \pi r_1^2 B_o$ $\qquad U_{oII} = \pi r_2^2 B_o$

Für Ohmsche Widerstände gilt $\frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1}$

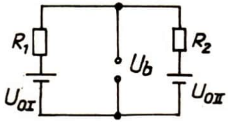
a) Ersatzschaltbild



$$I = \frac{U_{oI} - U_{oII}}{R_1 + R_2} \qquad U_a = U_{oI} - I \cdot R_1$$

$$I = \pi r_2^2 \cdot \frac{B_o}{R_2} \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right) \qquad \underline{\underline{U_a = \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot B_o}}$$

b) Ersatzschaltbild



$$I = \frac{\pi B_o (r_1^2 + r_2^2)}{\left(\frac{r_1}{r_2} + 1\right) R_2}$$

$$U_b = U_{oI} - I\, R_1 \qquad \underline{\underline{U_b = \pi B_o \frac{r_1 r_2 (r_1 - r_2)}{r_1 + r_2}}}$$

7. $\Phi = B \cdot \pi \cdot l^2$

$\Phi = 0{,}157\ Vs$

8. $\mu_r = \dfrac{B(H)}{\mu_o H}$ $\qquad B(H = 796\ \frac{A}{m}) = 1{,}45$

$\mu_r = 1400$

9. $\Phi = \dfrac{I.N}{\dfrac{l_L}{A\,\mu_o\,\mu_L} + \dfrac{l_{Fe}}{A\,\mu_o\,\mu_{Fe}}}$

B ist im Kern und im Luftspalt gleich groß, also

$B_L = B_{Fe} = \dfrac{\Phi}{A}$ $\qquad B_{Fe} = \dfrac{I.N.\mu_o}{l_L + \dfrac{l_{Fe}}{\mu_{Fe}}}$

$\mu_{Fo} = \dfrac{l_{Fe} \cdot B}{\mu_o NI - l_L B}$ $\qquad \mu_{Fe} = 440$

10. Es gilt $\varphi = \dfrac{2\ l\ .\ M}{8\pi.G.d^4}$ $\qquad$ M... Drehmoment

und $F = B.b.I$ $\qquad M = \mu_o\ .a.b.H.I$

$I = \dfrac{8\pi.\varphi\ .d^4.G}{\mu_o.a.b.H}$ $\qquad I = 10^{-7}\ A$

20. Gesetze des Wechselstroms

1. In jeder Periode des Wechselstroms hat die Helligkeit der Lampe zweimal ein Maximum. Wenn durch die Spalte immer gerade diese Maxima wahrgenommen werden, erscheint das Licht kontinuierlich. Dazu muß gelten (n: Drehzahl ; z: Zahl der Spalte)

   $f = \frac{n \cdot z}{2}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\underline{f = 3000\ \text{min}^{-1} = 50\ \text{Hz}}}$

   Für Personen, deren Flimmerverschmelzungsfrequenz unter $50\ s^{-1}$ liegt, verschwindet schon bei der halben Drehzahl das Flimmern. Es wird dann jedes zweite Maximum wahrgenommen.

2. a) Die gesamte Momentanstromstärke ergibt sich aus

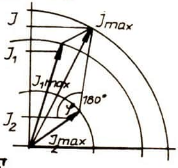
   $I = I_{1max} \sin \omega t + I_{2max} \sin (\omega t - \varphi)$

   I ist ebenfalls ein sinusförmiger Wechselstrom. Dem Zeigerdiagramm entnimmt man

   $I^2_{max} = I^2_{1max} + I^2_{2max} + 2 I_{1max} I_{2max} \cos \varphi$

   Daraus ergibt sich mit $I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{max}$

   $I_{eff} = \sqrt{I^2_{1eff} + I^2_{2eff} + 2 I_{1eff} I_{2eff} \cos \varphi}$



   $\underline{\underline{I_{eff} = 11{,}2\ \text{A}}}$

   b) $P_1 = U_{eff} I_{eff}$ $\qquad$ $\underline{\underline{P_1 = 880\ \text{W}}}$

   $P_2 = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$ $\qquad$ $\underline{\underline{P_2 = 311\ \text{W}}}$

3. a) $U_{eff} = I_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = I_{eff} \sqrt{R^2 + 4\pi^2 \omega^2 L^2}$ $\qquad$ $\underline{\underline{U_{eff} = 1{,}41\text{V}}}$

   b) $= \text{arc tan} \frac{2\pi f L}{R}$ $\qquad$ $\underline{\underline{\varphi = 45^\circ}}$

4. a) Die Stromstärke ist am größten im Resonanzfall

   $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ $\qquad$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{f = 503\ \text{Hz}}}$

   b) $I_f = \frac{U}{R}$ $\qquad$ $\underline{\underline{I_f = 12\ \text{A}}}$

   $I_{2f} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (4\pi f L - \frac{1}{4\pi f \cdot C})^2}}$ $\qquad$ $\underline{\underline{I_{2f} = 0{,}25\ \text{A}}}$

5. a) $I = \frac{U_1}{R_1}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{I = 2{,}5\ A}}$

b) Es gilt $\frac{U}{\sqrt{(R+R_1)^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = I = \frac{U_1}{R_1}$

Daraus ergibt sich

$R = \frac{R_1}{2\ U_1^2}\ (U^2 - U_1^2 - U_2^2)$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{R = 0{,}68\ \Omega}}$

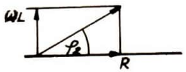
und

c) $L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U_2^2}{U_1^2}\ R_1^2 - R^2}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{L = 89\ mH}}$

d)

$P_1 = U_1 \cdot I = \frac{U_1^2}{R_1}$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{P_1 = 125\ W}}$

$P_2 = U_2 . I . \cos\varphi_2$



$P_2 = U_2\ I\ \frac{R}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}}$

$\underline{\underline{P_2 = 4{,}23\ W}}$

$P_{ges} = P_1 + P_2 = U . I . \cos\varphi$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{P_{ges} = 129{,}23\ W}}$

$\underline{\underline{\cos\varphi = 0{,}594}}$

6. Es gilt $\eta E_1 I_1 = E_2 I_2$ $\quad$ und $k = \frac{E_2}{E}$

Daraus folgt $\quad I_2 = \eta k . I_1$ $\quad\quad$ $\underline{\underline{I_2 = 48\ A}}$

7. Es sei $P_1 = p . \cos\varphi$ die aufgenommene Leistung. Nimmt man an, daß die gesamte in Wärme umgewandelte Energie vom Ölbad aufgenommen wird, dann gilt für den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_1 - \frac{m . c . \Delta T}{t}}{P_1} = 1 - \frac{m . c . \Delta T}{t . P_1 . \cos}$$

$\underline{\underline{\eta = 0{,}99\ (99\ \%)}}$

8. Das Meßgerät zeigt die Stromstärke $I = \frac{U}{R_s}$ an. (1)
Für den gesamten Scheinwiderstand gilt

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_M} \qquad (2)$$

$$R_M = \sqrt{R_1^2 + R_{ind}^2} \qquad (3)$$

Mit (2) und (3) folgt aus (1)

$$I = U \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^{\,2} + R_{ind}^{\,2}}} + \frac{1}{R} \right) \qquad \underline{\underline{I = 10{,}14\ A}}$$

21. Lichtausbreitung

1. Der Weg von 3 km wird in 10^{-5}s zurückgelegt. Diese kurze Zeit zwischen Öffnen der Lampenöffnung und Eintreffen des reflektierten Strahls ist mit Hilfe des menschlichen Auges nicht registrierbar.

2. Das Licht trifft den Film nicht, wenn der Zeitunterschied zwischen Blitzaussendung und Verschlußöffnung etwas größer als 10^{-3} s ist. Für ihn ergibt sich

$$s = \frac{c \cdot t}{2} \qquad \underline{\underline{s = 150\ km}}$$

Es handelt sich um ein Gedankenexperiment, das in der Realität nicht durchführbar war (Lichtstärken zu gering).

3. Für die frequenzabhängige Lichtgeschwindigkeit gilt

$c_f = \frac{c_o}{n_f}$, wobei n_f die Brechzahl für Licht der Frequenz f ist. Damit wird

$$c_{rot} = 2{,}257 \cdot 10^8\ ms^{-1} \qquad c_v = 2{,}232 \cdot 10^8 ms^{-1}$$

Für eine Strecke von 50 m ergibt sich die Zeitdifferenz zwischen rotem und violettem Lichtanteil zu

$$\Delta t = t_v - t_{rot} \qquad \Delta t = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ s$$

Damit hat das rote Licht den violetten Anteil in einer Entfernung $l = c_v \cdot \Delta t$ $\underline{\underline{l = 0{,}558\ m}}$ überholt.

4. Der Einfallswinkel auf der zweiten Prismenfläche ist gleich dem brechenden Winkel ε: $\gamma = \varepsilon = 10^\circ$.

$\sin\alpha_R = n_R \sin\gamma$ damit $\alpha_R = 16^\circ\ 32'$

$\sin\alpha_V = n_V \sin\gamma$ damit $\alpha_V = 17^\circ\ 4'$

Die Winkeldifferenz ist $\beta = \alpha_V - \alpha_R$ $\beta = 32'$.
Damit muß der Schirm, wenn d = 10 cm sein soll,

$l = \frac{d}{\sin\beta}$ $\underline{\underline{l = 11\ m}}$

entfernt aufgestellt werden.

5. Mit $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ ergibt sich $\underline{\underline{\beta = 19{,}5^\circ}}$.

Die Parallelverschiebung ist dann

$a = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$ $\underline{\underline{a = 0{,}4\ cm}}$

6. Für die Abbildung durch die brechende Kugeloberfläche gilt

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

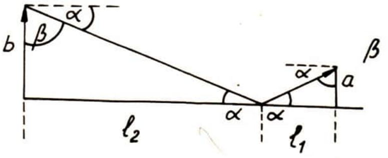
g... Gegenstandsabstand, b... Bildabstand } vom Scheitelpunkt der Kugeloberfläche

n_1.. n ⟶ Glas $n_2 = 1$ Luft; $g = R$.

$\frac{n}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1-n}{R}$. Damit wird $\underline{\underline{b = \frac{R}{1-2n} = -\frac{3}{5} R}}$

Der Beobachter sieht den Fisch $\frac{3}{5}$ R unterhalb des Scheitelpunktes der Kugeloberfläche.

7.

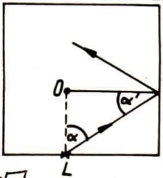


$l_1 = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \cdot a$ $l_2 = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \cdot b$

Die Flußbreite ist $l = l_1 + l_2$.

$l = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\ (a+b)$ $\qquad$ $\underline{\underline{l = 97\ m}}$

8.



Totalreflexion bei A
für alle Strahlen von L

$\sin\alpha' = \frac{1}{n} \qquad \alpha' = 90^\circ - \alpha$

$\sin\alpha' = \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\underline{= \sqrt{1-\frac{1}{n^2}} \geqq \frac{1}{n}}$

Damit $n \geqq \sqrt{2}$ $\qquad$ $\underline{\underline{n \geqq 1{,}41}}$

9. Der Lichtstrahl wird in Richtung zur brechenden Kante abgelenkt. Es gilt

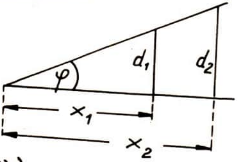
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_L}{n_W} \quad \text{und} \quad \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} = \frac{n_W}{n_L}$$

$\beta_1 = \varepsilon - \alpha_2$ $\quad$ damit folgt $\quad \underline{\alpha_2 = 29{,}88^\circ} \qquad \underline{\beta_2 = 0{,}1^\circ}$

Ablenkwinkel $\delta = \alpha_1 + \beta_2 - \varepsilon$ $\qquad$ $\underline{\underline{\delta = -7{,}9^\circ}}$

22. Interferenz und Beugung des Lichtes

1.



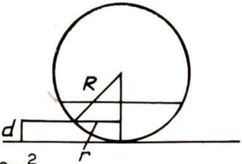
$2d_1n = k\lambda \qquad\qquad 2d_2n = (k+1)\lambda$

$\tan\varphi = \frac{d_1}{x_1} = \frac{d_2}{x_2} \qquad\qquad x_2 - x_1 = (d_2 - d_1)\cot\varphi$

Damit ist $x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2n}\cot\varphi \qquad x_2 - x_1 = 0{,}4\ \mu m$.

Auf einen Zentimenter Keillänge entfallen damit 24000 dunkle Interferenzstreifen.

2.



$2dn = k\frac{\lambda}{2}$ maximale Verstärkung

$(2R-d)\,d = r^2$ für kleine d

$2Rd = r^2$

$R = \frac{2nr^2}{k\lambda}$ für $n = 1$; $k = 6$ $\quad$ $R = 10\ \mathrm{m}$

3. Es gilt für die maximale Verstärkung des Lichtes

$$d = \frac{\lambda}{4}\,\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$$

α ... Einfallswinkel

$d = 130\ \mathrm{nm}$

4. Es gilt für die Interferenz an einer dünnen Schicht

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$$

. Für $k = 0$ ergibt sich die minimale

Dicke $\quad d_{min} = 0{,}14\ \mu\mathrm{m}$

5. Aus $\quad d = \lambda\,\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{\sin 2i\cdot\delta_i}$ $\quad$ ergibt sich $\quad d = 15\ \mu\mathrm{m}$

6. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ $\quad \sin\alpha = k_1\frac{\lambda_1}{g}$ und $\sin\alpha = k_2\frac{\lambda_2}{g}$.

Damit wird $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3}$

Von den Lösungen $k_1 = 2$, $k_2 = 3$ und $k_1 = 4$, $k_2 = 6$ kommt wegen $k_2 \leqq 5$ nur die erste Variante in Betracht.

$$g = \frac{2\lambda_1}{\sin\alpha} = \frac{3\lambda_2}{\sin\alpha}$$

$g = 2{,}2\ \mu\mathrm{m}$

7. Es gilt $\quad \sin\vartheta_{max} = k\frac{\lambda}{g}$

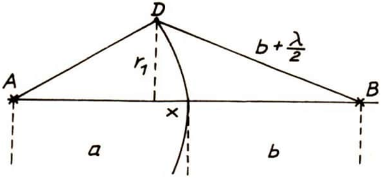
$$\sin\vartheta_2 = \frac{3}{2}\,\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\,\sin\vartheta_1$$

$\vartheta_2 = 55^\circ$

8. Mit $\sin\alpha = k\ \frac{\lambda}{b}$ errechnet sich

$\alpha_1 = 17{,}1^\circ$ $\alpha_2 = 36{,}1^\circ$ $\alpha_3 = 62^\circ$

9. Es kommt darauf an, die Anzahl k der Fresnelschen Zonen für gegebene Aperturöffnung zu ermitteln. Die Konstruktion mit Fresnelschen Zonen ist eine Näherungskonstruktion zur Bestimmung von Schwingungszuständen in einem Punkt B, der von Huygensschen Wellen getroffen wird, die von Punkt A einer ebenen Welle ausgehen.



Es ergibt sich aus der geometrischen Beziehung

$r_1^2 = a^2 - (a-x)^2 = (b+\frac{\lambda}{2})^2 - (1-x)^2.$

Da $\lambda \ll b$, gilt $x = \frac{b.\ \lambda}{2(a+b)}$ und $r_1^2 = 2ax - x^2$.

Der Wert x ist ebenfalls sehr klein, so daß angenähert gilt

$r_1 = \sqrt{\frac{a.b.\lambda}{a+b}}$.

Für den k-ten Beugungsring gilt dann $r_k = \sqrt{\frac{a.b.k.\lambda}{a+b}}$

In unserem Fall besteht zwischen a und b eine zusätzliche Beziehung über die Linsengleichung

$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, somit $r_k = \sqrt{\frac{k.\ \lambda.f.b}{b-f}}$ $r_k = 0{,}9\sqrt{k}$

10. $r_k = \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{k.a.b.\lambda}{a+b}}$

Mit den gegebenen Werten wird k= 3. Wird die Apertur vergrößert, so können fast vier Beugungsringe beobachtet werden. Damit geht die Beleuchtungsstärke im Aufpunkt B zurück.

11. Es gilt $n\lambda = 2d \sin\vartheta$ $\quad d^3 = \frac{N.m_o}{\varrho.L}$

N... Anzahl der Bausteine je Elementarzelle

m_o.. molare Masse ; L... Loschmidtsche Konstante

Für n = 2 ergibt sich

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{N.m_o}{\varrho.L}} \qquad \underline{\underline{\lambda = 243{,}79 \text{ pm}}}$$

12. $P = U.I.\eta$ $\quad E_{Ph} = \frac{h.c}{\lambda}$.

Damit wird die Anzahl der Photonen $N = \frac{U.I.\ .t.\lambda}{h.c}$.

Kugelförmige Abstrahlung vorausgesetzt, gilt

$$N' = \frac{AN.U.\eta.I.t.\lambda}{4\pi r^2 .h.c} \qquad \underline{\underline{N' = 32431573}}$$

23. <u>Linsenkombinationen und optische Geräte</u>

1. $f = \frac{g\ .\ b}{g + b}$ $\qquad \underline{\underline{f = 2{,}23 \text{ cm}}}$

2. Es gilt die Abbildungsgleichung. Bei einer Brennweite von 50 cm in einer Entfernung von 50 cm das Bild zu erhalten, bedeutet, daß der Gegenstand relativ zur Bildweite sehr weit entfernt ist (Parallellicht). Unter der Bedingung ist die Brennweite der zweiten Linse $\underline{\underline{f_2 = 35 \text{ cm}}}$

3. $b_1 = b_2$ $\qquad f_1$ ... Brennweite für $g_1 = 12$ cm
$\qquad f_2$ ... Brennweite für $g_2 = 60$ cm

Kurzsichtigkeit bedeutet Verwendung einer Zerstreuungslinse. Es gilt mit Brille

$$\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_{Br}}$$

Damit ergibt sich für Nahpunkt

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_{Br}} = \frac{1}{l_3} + \frac{1}{b_1}$$

und für Fernpunkt

$$\frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_{Br}} = \frac{1}{b_2} \quad \text{da } l_3 \rightarrow \infty$$

Aus den Gleichungen ergibt sich

$\underline{\underline{f_{Br} = -\ l_2 = -\ 60 \text{ cm}}}$ $\quad$ und $\underline{\underline{l_3 = 15 \text{ cm}}}$

4. Deutliche Sichtweite sollte sein $g_2 = 25$ cm.

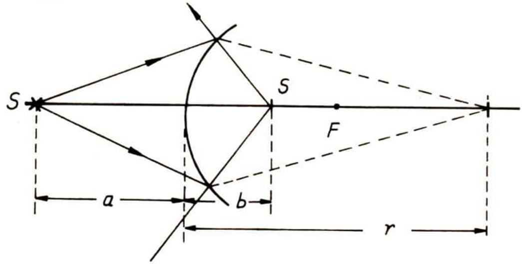
Ohne Brille: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1}$

mit Brille : $\frac{1}{f_{ges}} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{f_{Br}} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{b_1}$

zusammengefaßt:

$$D_{Br} = \frac{g_1 - g_2}{g_1 \cdot g_2} \qquad \underline{\underline{D_{Br} = -1 \text{ Dpt}}}$$

5. Es handelt sich um einen Konvexspiegel mit der Brennweite $f = -\frac{r}{2} = -8$ cm.



Abstand: $d = -F_{Br} - \frac{R}{2}$ $\qquad \underline{\underline{d = 12 \text{ cm}}}$

Es gilt ferner:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{und} \quad a - b = -F_{Br}$$

und damit $a^2 - a(F_{Br} - 2F) - F_{Br} F = 0.$

Daraus folgt $\underline{\underline{a = 14{,}8 \text{ cm}}}$

6. Die genannte Erscheinung ist auf den Öffnungsfehler bei Linsen zurückzuführen. Achsenferne Stranlen schneiden sich in einem der Linse näher gelegenen Brennpunkt als Achsennahe Strahlen bei einer Sammellinse. Die Unterschiede in den Brennweiten sind abhängig vom Unterschied der Krümmungsradien, von der Brechzahl und von der Gegenstandsweite.

7. Ursache ist für die chromatische Aberration die Abhängigkeit der Brechzahl von der Lichtwellenlänge (Dispersion).
Auch das menschliche Auge besitzt eine chromatische Aberration, die dazu benutzt wird, bei weißem Licht die Akkomodation zu schonen. Weitsehen - vorwiegend auf langwelliges Licht -, Nahsehen - vorwiegend auf kurzwelliges Licht eingestellt.
Chromatische Aberration bei Linsen wird durch Verwendung von Konkav-Konvexlinsenpaaren mit unterschiedlicher Brechzahl vermindert (Kron-Flint-Glas).

8. $\frac{y}{y'} = \frac{g - f}{f}$ daraus folgt $g = (\frac{y}{y'} + 1)f$ $\quad$ $\underline{\underline{g = 73{,}5 \text{ cm}}}$

9. $y = \frac{g - f}{f} \cdot y'$ $\quad$ $\underline{\underline{y = 105 \text{ km}}}$

mit $y' = 0{,}07$ m wegen der Vergrößerung.

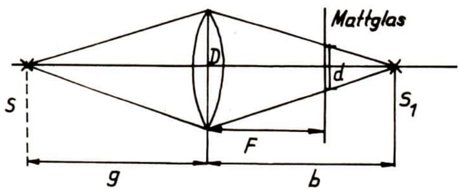
10. Achtung Korrektur der Aufgabe!

$g_1 = 15$ m statt 30 m

$\frac{y}{y'} = \frac{g_1 - f}{f}$ $\quad$ $\frac{y}{y''} = \frac{g_2 - f}{f}$

daraus folgt $f = \frac{g_1 y' - g_2 y''}{y' - y''}$ $\quad$ $\underline{\underline{f = 42{,}9 \text{ cm}}}$

11.



$(\frac{D}{F})^2 = I$ (Lichtstärke)

$b = \frac{g \cdot F}{g-F}$ (Optik) und $\frac{d}{b-F} = \frac{D}{b}$ (Geometrie)

$\frac{d}{F} = \frac{D}{g}$ Damit $\frac{D^2}{F^2} = (\frac{g \cdot d}{F^2})^2$ $\quad I \approx 0{,}01$

12. Der Kondensor muß ein Bild der Lichtquelle in der Ebene des Objektivs erzeugen, das in seiner Größe gleich dem Durchmesser ist. Daher gilt

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ und $\frac{d}{D_o} = \frac{a}{b}$, außerdem $a + b = l$.

$f = \frac{d \cdot l \cdot D_o}{(d + D_o)^2}$ $\quad f = 7{,}1$ cm

Der Durchmesser des Kondensors muß gleich der Länge der Diagonale des Diapositivs sein. $\quad D \approx 11$ cm

13. Die Vergrößerung soll betragen $k = \frac{y'}{y}$ $\quad y' = 120$ cm, $y = 5$ cm

Es gilt $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ $\quad \frac{y'}{y} = \frac{b}{a} = k$

und damit $a = f \cdot (1+\frac{1}{k})$ $\quad k = 24$ $\quad a = 13{,}02$ cm

14. Beim Mikroskop werden die Teilvergrößerungen multiplikativ verknüpft: $V = V_{Obj} \cdot V_{Ok}$ $\quad V = 400$

$V_{Ok} = \frac{V}{V_{Obj}}$ $\quad V_{Ok} = 15$

15. Bei Tubuslänge s und deutlicher Sehweite l_o berechnet sich die Vergrößerung eines Mikroskops zu

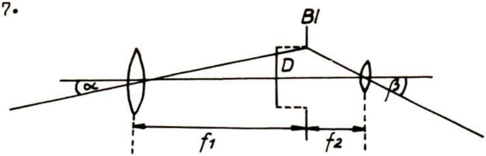
$V = \frac{s \cdot l_o}{f_{Obj} \cdot f_{Ok}}$ $\quad V = 3200$

16. $I = \frac{\Phi}{\omega}$ $\quad \Phi = 4\pi I$ $\quad \Phi = 1256$ lm

$E = \frac{I}{R^2}$

$E = 1$ lx

17.



Bei einem auf Unendlich eingestelltem Fernrohr ist der Abstand Objektiv - Okular gleich $f_1 + f_2$.

Das Zwischenbild entsteht in der gemeinsamen Brennebene. Für ein scharf begrenztes Sehfeld muß die Blende in dieser Ebene angeordnet werden. Die Blendengröße ist vom Sehwinkel 2α abhängig. Für kleine α gilt

$2\alpha = 2\tan\alpha = \frac{D}{f_1}$ $\qquad$ $\underline{\underline{2\alpha = 2^{\circ}15'}}$.

Die Winkelvergrößerung ist dann

$\gamma = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{\frac{D}{2f_2}}{\frac{D}{2f_1}} = \frac{f_1}{f_2}$ $\qquad$ $\underline{\underline{\gamma = 7{,}5}}$

18. Der Abstand Milchglas-Okular wird mit Hilfe der Linsengleichung berechnet. Dabei gilt $a = f_1 + f_2$,

$b = \frac{f_2(f_1 + f_2)}{f_1}$ $\qquad$ $\underline{\underline{b = 6 \text{ cm}}}$

Das Verhältnis der Durchmesser ist

$\frac{D'}{D} = \frac{b}{a} = \frac{f_2}{f_1}$ $\qquad$ $D' = \frac{f_2}{f_1} D$ $\qquad$ $\underline{\underline{D' = 1 \text{ cm}}}$

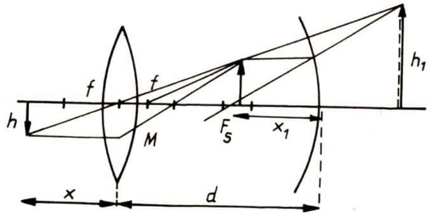
19. Achtung Aufgabenkorrektur! Winkel $\alpha = 30'$

Der Abstand Objektiv - Okular ist im gegebenen Fall $l = f_1 + f_2$

$$\frac{\tan\frac{\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{f_1}{f_2}$$

Für kleine Winkel α und β folgt $\beta \approx \frac{f_1}{f_2}\alpha$ $\qquad$ $\underline{\underline{\beta = 2{,}5^{\circ}}}$

20.



Für die Linse gilt: $y = \frac{fx}{x-f}$

für den Spiegel gilt:

$$y_1 = \frac{f_1x_1}{x_1-f_1}$$

Dabei ist

$$x_1 = d - y = d - \frac{fx}{x-f}$$

$$y_1 = \frac{f_1\left[d(x-f)-fx\right]}{d(x-f)-xf+f_1(f-x)}$$

$\underline{\underline{y_1 = 20 \text{ cm}}}$

Gesamtvergrößerung: $V = V_1 \cdot V_2$ $\qquad V = \frac{ff_1}{d(x-f)-xf+f_1(f-x)}$

$\underline{\underline{V = -10}}$ $\qquad \underline{\underline{h_1 = 10 \text{ cm}}}$

21. Für den angegebenen Fall ist $R_1 = R_2 = R$

und damit

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\,\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \qquad a + b = l$$

$$n = 1 + \frac{R \cdot l}{2b(l-b)}$$

$\underline{\underline{n = 1{,}36}}$

22. Das Sonnenlicht fällt parallel ein. Damit erfolgt eine Brechung durch die Zerstreuungslinse wie bei Brennpunktstrahlen. Die Gegenstandsweite der Sammellinse ist dann

$a = f + d$ $\qquad$ d ... Abstand der beiden Linsen

Für den Schrimabstand b' ergibt sich aus

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f_1} \qquad b' = \frac{f_1(f+d)}{f+d-f_1} \qquad \underline{\underline{b' = 60 \text{ cm}}}$$

23. Es wird folgende Festlegung getroffen:

x_1, y_1, f_1 ... Größen für Sammellinse 1

x_2, y_2, f_2 ... Größen für Sammellinse 2

damit gilt: $y_1 = \frac{f_1 x_1}{x_1 - f_1} \qquad y_2 = \frac{x_1-f_1}{f_1}\, x_2 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1x_1}{f_1}$

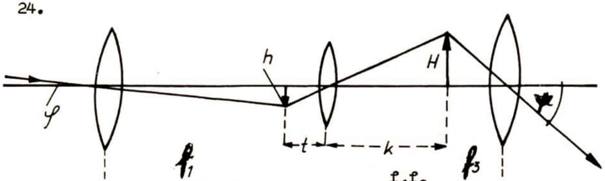
$$\beta_1\beta_2 = \frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = 1 \qquad x_2 = d - y_1 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1x_1}{x_1 - f_1}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 18 \text{ cm}}}$$

$$f_2 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1x_1}{x_1} \qquad \underline{\underline{f_2 = 6 \text{ cm}}}$$

$f_1 < x_1 < 2f_1$ und $x_2 > 2f_2$. Somit ist das Bild reell.

24.



Die Gesamtbrennweite ergibt zu $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$.

In unserem Fall ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1) f_1 und f_2 ergibt f_{o1} = 10 cm kombiniert mit f_3 = - 100cm

2) f_2 und f_3 ergibt f_{o2} = 100 cm " " f_1 = 12,5 cm

3) f_3 und f_1 ergibt f_{o3} = 14,28 cm " " f_2 = 50 cm

Fall 1: kein reelles Bild

Fall 3: V = f_1/f_2 Verkleinerung

Fall 2: V = 8 Vergrößerung

Es gilt $\frac{H}{h} = \frac{k}{t}$

Soll für die mittlere Linse $f_1 = 12{,}5$ cm sein, dann haben die beiden anderen Linsen eine Vergrößerung von $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.
Da die Gesamtvergrößerung 8 sein soll, muß die mittlere Linse eine Vergrößerung von 16 haben.
Mit $\frac{1}{t} = \frac{1}{k} = \frac{1}{12{,}5}$ und $\frac{k}{t} = 16$ folgt

$\underline{\underline{t = 13{,}28 \text{ cm}}}$ $\underline{\underline{k = 260{,}5 \text{ cm}}}$

Linse 1 muß daher im Abstand $f_2 + t = 63{,}28$ cm vom Objektiv angeordnet werden. Der Abstand zum Okular beträgt dann $260{,}5 \text{ cm} - 100 \text{ cm} = 160{,}5$ cm.
Die Gesamtlänge des Fernrohrs ist
$l = 63{,}28 \text{ cm} + 160{,}5 \text{ cm}$ $\underline{\underline{l = 223{,}78 \text{ cm}}}$

24. Atomphysik

1. a) Das Elektron wird durch die Coulombkraft auf der Bahn gehalten. Diese ist gleich der Radialkraft

$$\frac{m\ v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\quad v = e.\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\, r\, m_e}}$$

Mit $e = 1{,}602.10^{-19}$ C, $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ F m $^{-1}$

$m_e = 9{,}108.10^{-31}$ kg erhält man daraus $\underline{\underline{v = 2185\ \text{kms}^{-1}}}$

b) Für $k_1 = \frac{v}{v_1}$ erhält man mit $v_1 = 7{,}9$ kms^{-1} $\underline{\underline{k_1 = 287}}$

c) $k_2 = \frac{f_e}{f_T} = \frac{v}{2\pi r f_T}$ $\underline{\underline{k_2 = 3{,}3.10^{13}}}$

2. a) ${}^{35}_{27}Cl + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{36}_{16}S + {}^{1}_{1}p + E;\quad {}^{35}_{16}S \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{35}_{17}Cl + 168$ keV

b) Der Massendefekt ist

$\Delta m = m_{Cl} + m_n - m_S - m_p\quad (34{,}98007 + 1{,}00898 - 34{,}98022 - 1{,}00759)$ ME

$\Delta m = 0{,}00124$ ME . Daraus folgt mit 1 ME ≙ 931 MeV

$\underline{\underline{E = 1{,}154\ \text{MeV}}}$

Der Prozeß ist exotherm.

c) Trifft ein Neutron den Chlorkern, dann entsteht bei der nachfolgenden Umwandlung des radioaktiven Schwefels eine Energie von $E_1 = 168$ keV $= 168 \cdot 1{,}602.10^{-16}$ J

$\underline{\underline{E_1 = 2{,}69.10^{-14}\ \text{J}}}$

Damit in einer Sekunde die Energie 10 J frei wird, müssen $N = \frac{10\ \text{J}}{E_1} = 3{,}72.10^{14}$ Schwefelkerne zerfallen. Dazu müssen vorher N_0 Schwefelkerne entstanden, d.h. ebensoviele Chlorkerne getroffen worden sein. Da 1 s $\ll$ 87 a, gilt $\Delta N = N_0\,\lambda\cdot\Delta t$ mit $\lambda = \frac{0{,}693}{T}$. Die Zahl der notwendigen Neutronen ergibt sich damit zu

$$Z = \frac{N_0}{0{,}75} = \frac{\Delta N \cdot T}{0{,}75 \cdot 0{,}693 \cdot t}\qquad \underline{\underline{Z = 5{,}37.10^{21}}}$$

3. a) Aus $E = m.c^2$ ergibt sich mit $c = 2.99793$ ms^{-1},
1 J = $6{,}34.10^{18}$ eV und 1 kg = $6{,}023.10^{23}$ ME
$E = 981 \; m$ MeV/ME^{-1} und damit

$E_1 = 931$ MeV/ME $m_1 = 931$ MeV/ME $(2m_D - m_T - m_p)$ $\quad \underline{\underline{E_1 = 4{,}55259 \text{ MeV}}}$

$E_2 = 931$ MeV/ME $m_2 = 931$ MeV/ME $(2m_D - m_{He_3} - m_n)$ $\quad \underline{\underline{E_2 = 3{,}28643 \text{ MeV}}}$

$E_3 = 931$ MeV/ME $m_3 = 931$ MeV/ME $(m_D + m_T - m_{He_4} - m_n)$ $\quad \underline{\underline{E_3 = 17{,}58659 \text{ MeV}}}$

$E_4 = 931$ MeV/ME $m_4 = 931$ MeV/ME $(m_D + m_{He_3} - m_{He_4} - m_p)$ $\quad \underline{\underline{E_4 = 18{,}85275 \text{ MeV}}}$

b) 1 l Wasser entspricht $\frac{1}{18}$ kmol und enthält damit
$\frac{6{,}023 \, . \, 10^{23} . 1000}{18}$ Moleküle, davon $\frac{1}{6000}$ Moleküle schweren Wassers. Bei gleichmäßiger Verteilung entfallen je ein Viertel auf jede Reaktion. Die Energie ist also

$$E = \frac{6{,}023.10^{26}}{18.4.6000} (E_1 + E_2 + E_3 + E_4) = 6{,}173.10^{22} \text{ MeV} = 9880 \text{ MJ}$$

Diese Energie entsteht bei der Verbrennung von

$\underline{\underline{\frac{9880}{46} \text{ kg} = 214{,}8 \text{ kg} \mathrel{\hat{=}} 268{,}5 \text{ l Benzin}}}$

c) Bei der Spaltung von 1 g Uran wird die Energie
$E' = \frac{200.6{,}02.10^{23}}{235}$ MeV frei. Die gesuchte Uranmenge ergibt sich aus $\quad m_U = \frac{E}{E'} \, . \, 1 \text{ g} \qquad \underline{\underline{m_U = 0{,}12 \text{ g}}}$

d) Die Zeit ergibt sich aus

$t = \frac{E}{580 \text{ MJh}^{-1}} \qquad \underline{\underline{t = 17 \text{ h}}}$

4. Es gilt

$$N_p = N_{op} \cdot e^{-\lambda_p t} = N_{op} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_p} t} \quad \text{und} \quad N_j = N_{oj} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_j} t}$$

Daraus ergibt sich durch Division bei Berücksichtigung von

$$N_{oj} = 2\, N_{op},\ N_j = \frac{1}{2}\, N_p \quad \text{und} \quad \frac{e^a}{e^b} = e^{(a-b)}$$

$$2 = \frac{1}{2}\, e^{\left(-\frac{\ln 2}{T_p} + \frac{\ln 2}{T_j}\right)t}$$

und daraus $\ln 4 = \left(\frac{\ln 2}{T_j} - \frac{\ln 2}{T_p}\right)t$

und $t = \frac{2T_j T_p}{T_j - T_p}$ $\qquad$ $t = 28\ d$

5. Die an das Elektron abgegebene Energie ist

$$\Delta E = h(f - f_1) = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1}\right) = \frac{h\, c \cdot \Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}$$

Mit $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\vartheta)$ ergibt sich beim Streuwinkel $\vartheta = 90^\circ$

$$\Delta E = \frac{h^2}{\lambda\left(m_e \cdot \lambda + \frac{h}{c}\right)} \qquad E = 3{,}9 \cdot 10^{-15} J$$

6. Wir nehmen an, die gegebene Wärmekapazität C bezieht sich auf das Kalorimeter einschließlich Wasser. Vorausgesetzt, daß die aufgenommene Wärmemenge während der Zeit t nicht abgegeben wird,

mit $E = a \cdot t \cdot E$

$$\Delta T = \frac{E}{C} = \frac{a \cdot t \cdot E}{C} = \frac{0{,}2 \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10} s^{-1} \cdot 10\ h \cdot 5\ MeV}{16{,}5\ JK^{-1}}$$

$$\Delta T = 12{,}9\ K$$