

L ö s u n g s h e i t

zu Physikaufgaben für Schüler von
Spezialklassen physikalisch-techni-
scher und mathematischer Richtung

N u r f ü r d e n L e h r e r

1982

Das vorliegende Lösungsheft wurde im Auftrag der Haupt-
abteilung Oberschulen des Ministeriums für Volksbildung
von einem Autorenkollektiv unter Leitung von Prof. Dr.
Joachim Wendt, Pädagogische Hochschule Güstrow, erarbei-
tet und herausgegeben.

A u t o r e n :

Prof. Dr. Joachim Wendt,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Jürgen Buse,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Dr. Christian Hache,
Spezialschule "M. A. Nexö" Dresden

Dr. Sigrid Huster,
Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt

Gerd-Dietrich Schmidt,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Udo Walta,
Pädagogische Hochschule Güstrow

Dr. Wilhelm Weiß-Motz,
Spezialschule "C. F. Gauß" Frankfurt/Oder

Vorbemerkungen des Herausgebers

Die im folgenden Lösungsheft angegebenen Lösungsansätze und Ergebnisse sind für die Hand der Lehrer bestimmt. Sie wurden auf der Grundlage von Ergebnissen in Aufgabensammlungen aus der CSSR, VR Polen, SR Rumänien, UdSSR und der VR Ungarn erarbeitet.

Herausgeber und Autorenkollektiv danken einem Studentenkollektiv der Technischen Hochschule Karl-Marx-Stadt für unterstützende Arbeiten bei der Lösungsüberarbeitung.

Alle Nutzer der Aufgabensammlung und des Lösungsheftes werden gebeten, auftretende Unklarheiten und festgestellte Mängel in der Textgestaltung und bei den Lösungen dem Herausgeber mitzuteilen.

Güstrow, August 1982

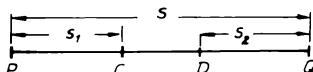
J. Wendt

Inhaltsverzeichnis

	Lösungen Seite
1. Kinematik	3
2. Dynamik	18
3. Mechanische Arbeit und Energie	29
4. Statik	34
5. Mechanik der Flüssigkeiten, Gase und Festkörper	40
6. Molekularphysik; Innere Energie	46
7. Ausdehnung der Körper bei Temperaturänderung	52
8. Energieaustausch zwischen thermodynamischen Systemen	55
9. Zustandsänderung von Gasen	57
10. Aggregatzustandsänderungen	61
11. Elastizität und Festigkeit von Festkörpern	63
12. Schwingungen und Wellen	65
13. Elektrische Ladungen und elektrische Felder	68
14. Elektrische Ströme in Metallen und einfache Stromkreise	73
15. Elektrische Leitung in Elektrolyten	78
16. Elektrische Leitung in Halbleitern	79
17. Elektrische Leitung in Gasen und im Vakuum	80
18. Elektromagnetische Induktion	83
19. Magnetismus	84
20. Gesetze des Wechselstromes	88
21. Lichtausbreitung	90
22. Interferenz und Beugung des Lichtes	94
23. Linsenkombinationen und optische Geräte	95
24. Atomphysik	103

1. Kinematik

1.



Nach der Zeit t_1 treffen sich die beiden Fußgänger in C. Bis dahin hat A den Weg s_1 , B den Weg $s-s_1$ zurückgelegt. Die Geschwindigkeiten sind

$$v_A = \frac{s_1}{t_1} \quad \text{und} \quad v_B = \frac{s-s_1}{t_1}$$

Daraus folgt
$$v_B = \frac{s-s_1}{s_1} \cdot v_A \quad (1)$$

In der folgenden Zeit t legen A und B die Wege $s-s_1+s_2$ und $s+s_1-s_2$ zurück und es gilt

$$t = \frac{s-s_1+s_2}{v_A} \quad (2) \quad \text{und} \quad t = \frac{s+s_1-s_2}{v_B} \quad (3)$$

Aus den Gleichungen (1), (2) und (3) erhält man

$$s = 3s_1 - s_2 \quad (\text{als einzige sinnvolle Lösung})$$

$$v_A = \frac{2s_1}{t} \quad \text{und} \quad v_B = \frac{4s_1 - 2s_2}{t}$$

$$s = 14 \text{ km}; \quad v_A = 4 \text{ km h}^{-1}; \quad v_B = 5,33 \text{ km h}^{-1}$$

2. Fliegt der Pilot genau bei Sonnenaufgang los, dann muß er, um den nächsten Aufgang zu sehen, in der Zeit $t = 12 \text{ h}$ den halben Breitenkreis überfliegen. Um die andere Hälfte dreht sich in dieser Zeit die Erde weiter.

$$\text{Es gilt } s = v \cdot t = \pi \cdot R \cdot \cos \varphi \quad (R = 6400 \text{ km, Erdradius})$$

$$\text{und damit } \cos \varphi = \frac{v \cdot t}{\pi \cdot R} \quad \varphi \geq 76^\circ$$

3. Bezeichnet man mit t die Fallzeit des zweiten Körpers und mit Δt das Zeitintervall, dann ist der Abstand d

$$d = \frac{g}{2} (t + \Delta t)^2 - \frac{g}{2} t^2 = g \cdot \Delta t \cdot t + \frac{g}{2} (\Delta t)^2 .$$

Mit $\Delta t = 1 \text{ s}$ und $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

$$d = 10 \text{ ms}^{-1} \cdot t + 5 \text{ m}$$

4. Für die Hangabtriebskraft gilt $F = m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha$.

Die Länge der geneigten Ebene ist

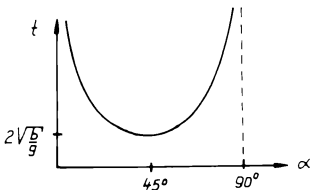
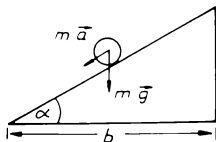
$$l = \frac{a}{2} t^2 = \frac{g \cdot \sin \alpha}{2} t^2 = \frac{b}{\cos \alpha} .$$

Daraus ergibt sich

$$t^2 = \frac{2b}{g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{4b}{g \cdot \sin 2\alpha}$$

$$\text{und } t = 2 \cdot \sqrt{\frac{b}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$$

t wird sehr groß für $\alpha \rightarrow 0$ und $\alpha \rightarrow 90^\circ$. Am kleinsten wird t für $2\alpha = 90^\circ$, d.h. $\alpha = 45^\circ$.



5. Die Fallzeiten der beiden Kugeln sind

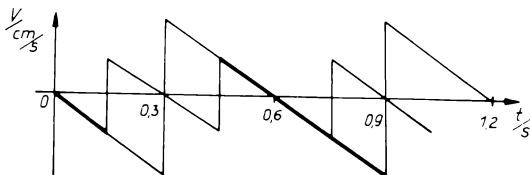
$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0,3 \text{ s} \quad \text{und} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0,15 \text{ s}$$

Die Fallzeiten verhalten sich wie 1 : 2.

Die Maximalgeschwindigkeiten verhalten sich ebenfalls wie 1 : 2, denn es ist

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \frac{1}{2} .$$

Mit $v = g \cdot t$ erhält man folgende Diagramme:



Dem v-t-Diagramm entnimmt man:

Für t_0 sind folgende Zeiten möglich $t_0 = 0,3 \text{ s}$;
 $0,6 \text{ s}$; ... k. $0,3 \text{ s}$... ($k = 1, 2, 3, \dots$)

Die Zeit t beträgt $0,3 \text{ s}$.

6. In der Zeit t vom Ertönen des Hupsignals bis zum Empfang des Echos legt der Motorradfahrer den Weg $s_M = \frac{D}{9}$ (1)

und der Schall den Weg $s_s = D + \frac{8}{9} D = \frac{17}{9} D$ (2)

zurück. Außerdem gilt $t = \frac{s_s}{v_s} = \frac{s_M}{v_M}$. (3)

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich:

$$v_M = \frac{v_s}{17}$$

$$v_M = 20 \text{ ms}^{-1}$$

7. Es soll sein $h_t = h_{t-\Delta t} = \frac{g}{2} t^2$ oder $\frac{g}{2} t^2 = \frac{g}{2} (t - \Delta t)^2 = \frac{g}{2} t^2$.

$$\text{bzw. } t^2 - 4 t \cdot \Delta t + 2(\Delta t)^2 = 0.$$

Da $t > \Delta t$ sein muß, ist die einzige sinnvolle Lösung

$$t = (2 + \sqrt{2}) \Delta t.$$

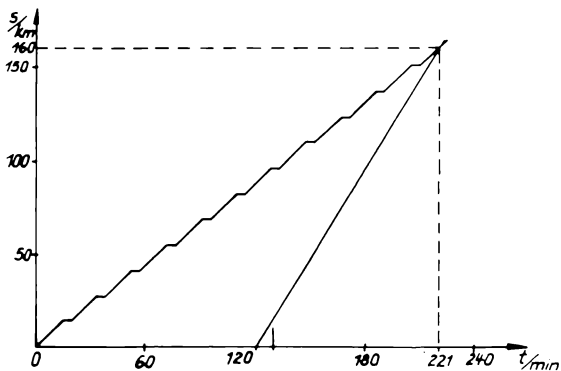
$$\text{Daraus ergibt sich } h_t = \frac{g}{2} (2 + \sqrt{2}) \cdot (\Delta t)^2$$

$$t = 3,41 \text{ s}$$

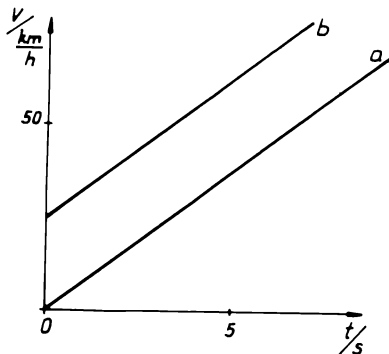
$$h_t = 58,3 \text{ m}$$

8. Aus der grafischen Darstellung entnimmt man

$s = 160 \text{ km}$ $t = 221 \text{ min} = 3 \text{ h } 41 \text{ min}$

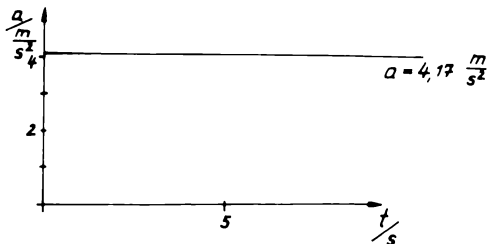


9. s. Abb. 2.1.9.



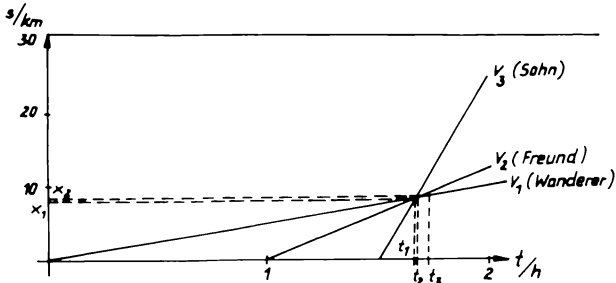
Aufg. 2.1.9

10. s. Abb. 2.1.10



Aufg. 2.1.10

11. Der Abbildung entnimmt man:



Vater, Sohn und Freund treffen etwa 100 min nach dem Abmarsch des Vaters, etwa 8,5 km vom Hause entfernt zusammen.

Errechnete Werte: $t_1 = 99,5 min$; $t_2 = 100 min$; $t_3 = 103 min$

$x_1 = 7,9 km$; $x_2 = 8,3 km$; $x_3 = 8,6 km$

(Sohn-Freund) (Sohn-Vater) (Freund-Vater)

12. Wegen $\Delta v \sim \Delta t$ ist die Geschwindigkeitsänderung Δv in der Zeit $t_2 - t_1 = 1,5s - 0,5s = 1s = \Delta t$ gleich der in der Zeit $t_3 - t_1 = 2,5s - 1,5s = 1s = \Delta t$.

Zur Zeit $t_3 = 2,5s$ ist die Geschwindigkeit $v_3 = 0$. (1)

Damit sind die Geschwindigkeiten zu den Zeiten $t_2 = 1,5s$ und $t_1 = 0,5s$ $v_2 = -\Delta v$ und $v_1 = -2\Delta v$.

Der in der Zeit $t_2 - t_1$ zurückgelegte Weg ist $s = -6m$.

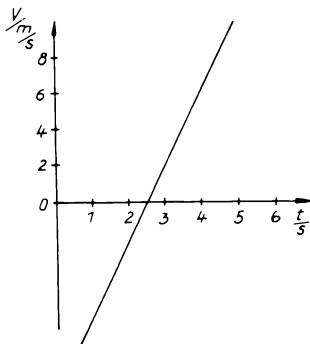
Es gilt damit

$$s = v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} \Delta v \cdot (t_2 - t_1) = -\frac{3}{2} \Delta v \Delta t.$$

Man erhält daraus die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeit $\Delta t = 1s$

$$\Delta v = -\frac{2s}{3\Delta t} = -\frac{2 \cdot (-6m)}{3s} = 4 \frac{m}{s}. \quad (2)$$

Mit (1) und (2) erhält man das folgende v-t-Diagramm:



13. Es ist für $0 < t < 2,5 \text{ s}$ $v_1 = 0$
 für $2,5 \text{ s} < t < 3,5 \text{ s}$ $v_2 = \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 3 \text{ m s}^{-1}$,
 für $3,5 \text{ s} < t < 5 \text{ s}$ $v_3 = 0$,
 für $5 \text{ s} < t < 6 \text{ s}$ $v_4 = -3 \text{ ms}^{-1}$
 und für $6 \text{ s} < t$ $v_5 = 0$.

14. Für $0 < t < 3,5 \text{ s}$ bewegt sich der Körper mit zunehmender Beschleunigung. Es ist $a = \frac{4}{-3,5} \text{ m s}^{-3} = 1,14 \text{ m s}^{-3}$.

Für $3,5 \text{ s} < t < 5,5 \text{ s}$ ist die Beschleunigung konstant

$$a = 2 \text{ ms}^{-2}.$$

Für $5,5 \text{ s} < t < 6,5 \text{ s}$ ist $\dot{a} = 2 \text{ ms}^{-3}$.

Für $6,5 \text{ s} < t < 7,5 \text{ s}$ ist $\dot{a} = -2 \text{ ms}^{-3}$.

Für $7,5 \text{ s} < t < 9 \text{ s}$ ist $a = 1 \text{ ms}^{-2}$ und

für $9 \text{ s} < t$ ist $\dot{a} > 0$.

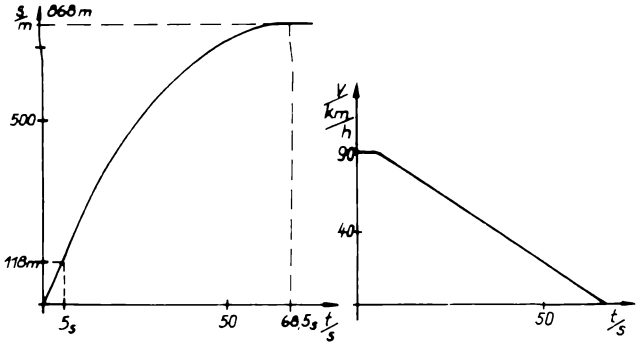
15. Für $0 < t < 2,5 \text{ s}$ ist die Bewegung gleichförmig mit $v = 3 \text{ ms}^{-1}$, für $2,5 \text{ s} < t < 4$ ist sie gleichmäßig verzögert mit $a = -\frac{3}{1,5} \text{ ms}^{-2} = -2 \text{ ms}^{-2}$,

für $4 \text{ s} < t < 6,5 \text{ s}$ ist $v = 0$, der Körper ist in Ruhe,

für $6,5 \text{ s} < t < 7,5 \text{ s}$ ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt mit $a = 3,5 \text{ ms}^{-2}$ und für $t > 7,5 \text{ s}$ wieder gleichförmig mit $v = 3,5 \text{ ms}^{-1}$.

16. Die Verzögerungszeit ergibt sich aus $t = \frac{2 \text{ s}}{v} = \frac{2 \cdot 750 \text{ m}}{85 \text{ km/h}}$
 $= 63,5 \text{ s}$.

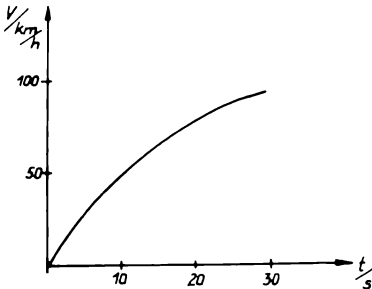
Man erhält folgende s-t- und v-t-Diagramme:



17. Nimmt man an, daß der Körper sich in jedem Zeitabschnitt gleichmäßig beschleunigt bewegt, dann erhält man die Beschleunigungen

$$a_1 = \frac{24 \text{ km/h}}{5 \text{ s}} = 1,33 \text{ ms}^{-2}; \quad a_2 = \frac{(50-24) \text{ km/h}}{5 \text{ s}} = 1,44 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_3 = \frac{(70-50) \text{ km/h}}{6 \text{ s}} = 0,93 \text{ ms}^{-2}; \quad a_4 = \frac{(95-70) \text{ km/h}}{12 \text{ s}} = 0,58 \text{ ms}^{-2}$$



18. Es handelt sich um eine gleichmäßig verzögerte Bewegung.
Die Beschleunigung beträgt $a = -\frac{6 \text{ m}}{11 \text{ s}^2} = -0,545 \text{ ms}^{-2}$.

Für die Geschwindigkeit gilt $v = v_0 + a \cdot t = 6 \text{ ms}^{-1} - 0,545 \text{ ms}^{-2} \cdot t$

Daraus ergibt sich die Endgeschwindigkeit $v_E = -0,54 \text{ ms}^{-1}$

Im Punkt B ist die Geschwindigkeit 0. Die Bewegungsrichtung des Körpers ändert sich.

Weg-Zeit Gleichung: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2$

19. Die Winkelgeschwindigkeiten sind für den großen Zeiger

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60 \text{ min}} = 0,104 \text{ min}^{-1} \text{ bzw. } \omega_1 = \frac{360^\circ}{60 \text{ min}} = 6^\circ \text{ min}^{-1}$$

und für den kleinen Zeiger

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{12,60 \text{ min}} = 8,727 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1} \text{ bzw. } \omega_2 = \frac{360^\circ}{12,60 \text{ min}} = 0,5^\circ \text{ min}^{-1}$$

Die Zeiger zeigen um 12.00 Uhr in die gleiche Richtung.
Das nächste Mal ist das der Fall, wenn der große Zeiger nach dem ersten Umlauf den kleinen überholt. Es ist dann

$$\omega_1 \cdot t = \omega_2 \cdot t + 360^\circ. \text{ Daraus ergibt sich } t = 65,45 \text{ min.}$$

Die Zeiger stehen also um 1.05.27 Uhr wieder übereinander.

20. Für gleichen Richtungssinn gilt mit $t_1 = 4 \text{ min}$

$$\omega_1 t_1 = \omega_2 t_1 + 360^\circ \quad (1)$$

und für entgegengesetzten Richtungssinn gilt mit

$$t_2 = 48 \text{ s} = 0,8 \text{ min}$$

$$\omega_1 t_2 = 360^\circ - \omega_2 t_2 \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich $\omega_1 = 360^\circ \text{ min}^{-1}$ und

$$\omega_2 = 270^\circ \text{ min}^{-1}.$$

Mit $v = \frac{\omega}{360^\circ} \cdot 1$ erhält man

$$\underline{v_1 = 560 \text{ min}^{-1} = 9,33 \text{ ms}^{-1}} \quad \text{und} \quad \underline{v_2 = 450 \text{ min}^{-1} = 7,5 \text{ ms}^{-1}}$$

Das Rad dreht sich bis zum Stillstand noch um

$$\varphi = \frac{\omega_0}{2} \cdot t = 27000^\circ \text{ weiter. Das entspricht}$$

$$N = \frac{\varphi}{360^\circ} = 75 \text{ Umdrehungen.}$$

23. Die Relativbewegung zwischen Tafel und Kreide setzt sich zusammen aus einem Horizontal- und einem Vertikalanteil. Der Horizontalanteil ist eine gleichförmige Bewegung mit der Abwurfgeschwindigkeit der Kreide v_h . Für den Vertikalanteil gilt:

$$v_v = v_T - v_{vK} = g \cdot t - g \cdot (t - \Delta t) = g \cdot \Delta t = \text{const.}$$

(v_T : Fallgeschwindigkeit der Tafel; v_{vK} : Vertikalgeschwindigkeit der Kreide;

Δt : Zeitdifferenz zwischen Beginn der Bewegungen von Tafel und Kreide)

Die Kreide hinterläßt auf der Tafel eine gerade Linie, die umso stärker ansteigt, je größer Δt ist.

24. Bezeichnet man mit h die Tiefe des Brunnens, t_1 die Fallzeit des Steins, t_2 die Zeit vom Auftreffen des Steins bis zum Empfang des Geräusches und mit v die Schallgeschwindigkeit, dann gilt $t = t_1 + t_2$ und $h = \frac{g}{2} t_1^2 = v \cdot t_2$.

$$\text{Damit wird } \sqrt{h} = -\frac{v}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{g}} \pm \sqrt{\frac{v^2}{2g} + v \cdot t}.$$

Als einzige physikalisch sinnvolle Lösung erhält man

$$\sqrt{h} = 9 \text{ m bzw. } h = 81 \text{ m}$$

25. h_1 und h_2 seien die Fallhöhen der Tropfen und $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ die Zeitdifferenz zwischen dem Abfallen des ersten und zweiten Tropfens. Dann ist der Abstand

$$\Delta h = h_1 - h_2 = h_1 - \frac{g}{2} (t_1 - \Delta t)^2$$

$$\text{und mit } t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$$\Delta h = h_1 - \frac{g}{2} \left(\sqrt{\frac{2h_1}{g}} - \Delta t \right)^2.$$

$$\Delta h = 8,75 \text{ m.}$$

26. Zur Zeit t der Begegnung gilt $h_x = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$ und

$$h_x = h - \frac{g}{2} t^2, \text{ damit ist } v_0 \cdot t = h.$$

a) $t = \frac{h}{v_0} \quad t = 3 \text{ s}$

b) $h_x = 132,3 \text{ m}$

c) Der Zeitabstand ist $\Delta t = \frac{2v_0}{g} \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \Delta t = 6 \text{ s}$

d) Die potentiellen Energien beider Körper sind gleich

$$W_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h_x \quad W_{\text{pot}} = 1,3 \text{ kJ}$$

und die kinetischen Energien beim fallenden Körper

$$W_{\text{kin}_1} = \frac{m}{2} (gt)^2 \quad W_{\text{kin}_1} = 433 \text{ J}$$

beim hochgeworfenen Körper

$$W_{\text{kin}_2} = \frac{m}{2} (v_0 - gt)^2 \quad W_{\text{kin}_2} = 431 \text{ J}$$

27a) $t = \frac{2h}{g} \quad t = 0,62 \text{ s}$

b) $x = v \cdot t \quad x = 20,7 \text{ m} > 15 \text{ m}$ (außerhalb des Tunnels)

c) An dem Körper wird Beschleunigungsarbeit verrichtet. Diese ist gleich der Verringerung der potentiellen Energie des Körpers.

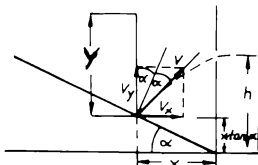
$$W_a = G \cdot h \quad W_a = 38 \text{ J}$$

Die gesamte kinetische Energie im Auftreffpunkt ist

$$W_{\text{kin}} = W_{\text{kin}_0} + W_{\text{pot}} = \frac{G}{2g} v^2 + G \cdot h \quad W_{\text{kin}} = 1,17 \text{ kJ}$$

d) Es ist $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\sqrt{2gh}}{v} \quad \alpha = 10,4^\circ$

28.



Damit die Kugel durch die Öffnung fliegt, muß der Betrag ihrer Geschwindigkeit v unmittelbar nach der Reflexion an der geneigten Ebene so groß sein, daß

$$v_x \cdot t = x \quad (1)$$

$$\text{und } v_y \cdot t = \frac{g}{2} t^2 = h - x \cdot \tan \alpha \quad (2)$$

(t : Zeit von der Reflexion bis zum Erreichen der Öffnung,

$$v_x = v \cdot \sin 2\alpha \quad ; \text{ Horizontal Komponente von } v \quad (3)$$

$$v_y = v \cdot \cos 2\alpha \quad ; \text{ Vertikal Komponente von } v \quad (4)$$

Bei vollkommen elastischer Reflexion ist auch die Auftreffgeschwindigkeit v . Dazu muß die Kugel aus der Höhe

$$y = \frac{v^2}{2g} \text{ fallen.} \quad (5)$$

Mit den Gleichungen (1) bis (4) erhält man aus (5)

$$y = \frac{x^2}{4 \sin^2 2\alpha [x(\tan \alpha + \cot 2\alpha) - h]} = \frac{x^2}{4 \sin 2\alpha (x - h \cdot \sin 2\alpha)}$$

$$y = 30,8 \text{ cm}$$

=====

29. Es gilt

$$x = v \cdot t \quad \text{und} \quad y = \frac{g}{2} t^2 \quad .$$

$$\text{Daraus folgt} \quad x = v \cdot \sqrt{\frac{2y}{g}} \quad .$$

Um diese Strecke muß die Last vor dem Ziel abgeworfen werden. Hier wurden Windrichtung und Luftwiderstand vernachlässigt. Normalerweise wird ein Lebensmittelpaket am Fallschirm abgeworfen.

30. a) Beide Körper werden nach oben geworfen. Die Körper begegnen einander, wenn der erste Körper nach Erreichen des Gipfelpunktes wieder fällt.

Aus der Skizze entnimmt man

$$t_m + t_1 = t_2 + t \quad t_m = t_1 + t_2 = \frac{v_0}{g}$$

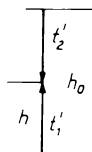
Daraus ergibt sich $t_1 = \frac{t}{2}$ (1)

Es gilt außerdem

$$h_m = \frac{1}{2g} \cdot v_0^2 = h + \frac{g}{2} t_1^2$$

Mit (1) ergibt sich daraus

$$v_0 = \sqrt{2gh + \frac{g^2 t^2}{4}}$$



- b) Der erste Körper wird von unten, der zweite von oben geworfen. Aus der Skizze entnimmt man

$$h = v_0 t'_1 - \frac{g}{2} t_1'^2 = h_M - \frac{g}{2} (t'_1 - t')^2 \pm v_0 (t'_1 - t') \quad (1)$$

Wird der von oben geworfene Körper aus der Höhe geworfen, die der von unten geworfene maximal erreicht, dann gilt

$$h_1 = \frac{1}{2g} \cdot v_0^2 \quad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt

$$t'_1 = \frac{v_0}{g} - \frac{1}{g} \sqrt{v_0^2 - 2gh} = t' - \frac{v_0}{g} + \frac{1}{g} \sqrt{2v_0^2 - 2gh} \quad (3)$$

Damit die Körper einander begegnen, muß gelten

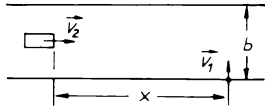
$$0 < t'_1 < \frac{v_0}{g} \quad \text{und} \quad t' < \frac{v_0}{g}$$

Daraus ergeben sich die Vorzeichen der Wurzeln.

Es ergibt sich für v_0 eine Gleichung 4. Grades.

31. Mit $b = v_1 t$ und $x = v_2 t$

ergibt sich $x = \frac{v_2}{v_1} \cdot b$ $x = 60 \text{ m}$



32. Sind l die Länge des LKW, l_1 die Strecken vor und hinter dem LKW und t die gesamte Überholzeit, dann gilt

$$t = \frac{l + 2 l_1}{v_1 - v_2} \quad \text{und} \quad x = v_1 \cdot t$$

Daraus ergibt sich für die Überholstrecke

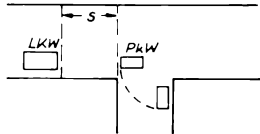
$$x = \frac{v_1}{v_1 - v_2} \cdot (l + 2 l_1) \quad x = 600 \text{ m}$$

33. Ist s zu klein, dann fährt der LKW nach der Zeit t auf den PKW auf. Der PKW hat dann den Weg

$$s_1 = \frac{a}{2} t^2 \quad \text{und der LKW den Weg}$$

$$s_2 = s_1 + s = v \cdot t \quad \text{zurückgelegt.}$$

$$t = \frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - \frac{2s}{a}}$$



Damit kein Zusammenstoß erfolgt, darf zu keiner Zeit t die Gleichung erfüllt sein, d.h. der Radikand muß negativ sein

$$\frac{v^2}{2} < \frac{2s}{a} \quad \text{bzw.} \quad s > \frac{v^2}{2a} \quad s > 63 \text{ m.}$$

34. Die Flugzeit des Geschosses betrug $\Delta t = t_1 - t_2$ $\Delta t = 5 \text{ s.}$

Nimmt man als Bahn eine Wurfparabel an, dann erreicht das Geschöß in der Zeit $\frac{\Delta t}{2}$ seine Gipfelhöhe

$$h = \frac{g}{2} \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 = \frac{v_v^2}{2g} \quad \text{bzw.} \quad v_v = \frac{g \cdot \Delta t}{2}$$

Daraus ergibt sich bei einem Abschußwinkel α die Ab-

$$\text{schußgeschwindigkeit} \quad v = \frac{v_v}{\sin \alpha} = \frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha} \quad v = 24,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin \alpha$$

35. Die Zeit, die zwischen dem Empfang des direkten und des reflektierten Signals liegen muß, damit beide getrennt wahrgenommen werden können, ist etwa $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

Die Wegdifferenz beider Signale muß deshalb (Skizze)

$$y - x > v \cdot \Delta t \quad \text{sein.} \quad (1)$$

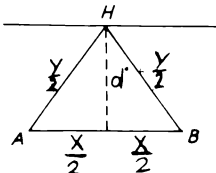
Außerdem ist

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 = d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad (2)$$

Mit (1) und (2) erhält man

$$x \leq \frac{4d^2 - v^2 \cdot \Delta t^2}{2 \cdot v \cdot \Delta t}$$

und mit $v = 340 \text{ ms}^{-1}$ $x \leq 6,53 \text{ m}$



2. Dynamik

1. Es gilt $v_t = v_0 + a \cdot t \quad (1)$

$$F_{\text{ges}} = P \pm F = a \cdot m \quad (2)$$

Das positive Vorzeichen gilt, wenn F nach unten, das negative, wenn F nach oben gerichtet ist.

Außerdem ist $P = g \cdot m \quad (3)$

Aus (2) und (3) erhält man $a = \frac{F_{\text{ges}} \cdot g}{P} = \frac{(P \pm F)}{P} \cdot g = \left(1 \pm \frac{F}{P}\right) g$.

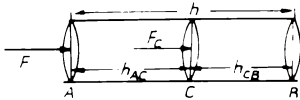
Damit wird nach (1)

$$v_t = v_0 + \left(1 \pm \frac{F}{P}\right) g \cdot t$$

2. Da der ganze Zylinder sich mit der Beschleunigung a bewegt, ist

$$a = \frac{F}{m_{AB}} = \frac{F_C}{m_{CB}} \quad \text{und damit} \quad F_C = F \cdot \frac{m_{CB}}{m_{AB}} \quad (1)$$

(m_{AB} , m_{CB} : Masse des von A und B bzw. C und B begrenzten Zylinders)



Wegen der Homogenität des Zylinders ist $\frac{m_{CB}}{m_{AB}} = \frac{h_{AB}}{h}$.

Damit wird aus (1)

$$F_C = \frac{h_{CB}}{h} F$$

Für $C = B$ wird

$$F_B = 0$$

3.1. a) Bei Stillstand wirkt auf das Seil das Gewicht des Aufzugs $G = m \cdot g$ $G = 5 \text{ kN}$

b) Die Zugkraft setzt sich zusammen aus dem Gewicht des Aufzugs und der beschleunigenden Kraft $m \cdot a$:

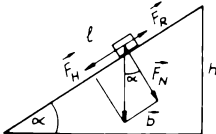
$$F_1 = G + m \cdot a \quad F_1 = 5,75 \text{ kN}$$

$$\text{o) Es gilt } F_2 = G \quad F_2 = 5 \text{ kN}$$

3.2. a) Es gilt $F_3 = m_1 \cdot g + m_1 \cdot a$ $F_3 = 11,5 \text{ N}$

b) Beim freien Fall ist $F_4 = 0$

4.



1) Bei $\alpha = 30^\circ$ ist $h = \frac{1}{2} l$
 $F_R = \mu_1 F_N = \mu_1 \frac{G}{2} \sqrt{3}$

$$\text{Damit gilt } \frac{F_H}{G} = \frac{h}{l} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Die beschleunigende Kraft ist

$$F_a = m \cdot a = F_H - F_R - \frac{1}{2} m \cdot g (1 - \mu_1 \sqrt{3})$$

und damit die Beschleunigung $a = \frac{1}{2} g (1 - \mu_1 \sqrt{3})$ $a = 3,2 \text{ ms}^{-2}$

2) Es ist $v = \sqrt{2 a \cdot l}$ $y = 8 \text{ m}$

3) Für die gleichmäßig verzögerte Bewegung auf der Waagerechten gilt

$$s = \frac{v \cdot (t - t_a)}{2} \quad \text{und mit } t_a = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{(t - \frac{v}{a}) \cdot v}{2} \quad s = 12 \text{ m}$$

4) Die Bremskraft auf der waagerechten Bahn ist

$$F_B = m \cdot g \cdot \mu_2$$

die durch die hervorgerufene Verzögerung $a = \frac{v^2}{2s}$

also ist $m \cdot g \cdot \mu_2 = \frac{m \cdot v^2}{2s}$ und $\mu_2 = \frac{v^2}{2s \cdot g}$ $\mu_2 = 0,27$

5. Bei Reibungsfreiheit bewegt sich die Plattform gleichmäßig beschleunigt unter der Kugel weg, die infolge ihrer Trägheit ihren Anfangsort während der Zeit t_1 beibehält und dann frei fällt. Während der Zeit t_1 legt die Plattform den Weg s_1 zurück und während der Fallzeit der Kugel t_2 den Weg d .

Es gilt $F = m \cdot a$ (1) mit $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2s_1}{t_1^2}$ (2), $s = s_1 + d$ (3),

$$t = t_1 + t_2 \quad (4) \quad \text{und } t_2 = \sqrt{\frac{2d}{g}} \quad (5)$$

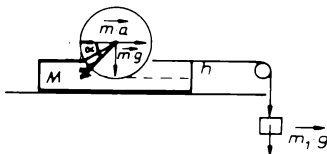
Aus (2), (3) und (4) erhält man

$$t_1 = \frac{t_2 \cdot \sqrt{s_1}}{\sqrt{s_1 + d} - \sqrt{s_1}}$$

Einsetzen in (1) bei Berücksichtigung von (5) ergibt

$$F = m \cdot \frac{g}{h} (2s_1 + d - 2\sqrt{s_1(s_1 + d)}) \quad F = 3,3 \text{ kN}$$

6.



Das ganze System bewegt sich bei Angreifen der Kraft

$F = m_1 \cdot g$ gleichmäßig beschleunigt mit der Beschleunigung $\vec{a}$ und es gilt $m_1 \cdot g = (m_1 + M + m) \cdot a$

$$\text{bzw. } a = \frac{m_1}{m_1 + M + m} \cdot g \quad (1)$$

Auf die Kugel wirken ihr Gewicht $m \cdot \vec{g}$ und die Trägheitskraft $m \cdot \vec{a}$.

Die Kugel rollt aus der Vertiefung, wenn der Winkel α zwischen $m \cdot \vec{a}$ und der Resultierenden aus $m \cdot \vec{a}$ und $m \cdot \vec{g}$ kleiner ist als $\angle BOA$. Das ist nur möglich bei $h < R$. Bei 90° ist dann auch

$$\tan \alpha = \frac{g}{a} < \tan \angle BOA = \frac{R-h}{\sqrt{R^2 - (R-h)^2}} \quad (2)$$

$$\text{Aus (1) folgt } \frac{g}{a} = \frac{M + m + m_1}{m_1} = 1 + \frac{M + m}{m_1}.$$

Damit erhält man aus (2) die gesuchte Bedingung für das Herausrollen der Kugel

$$m_1 > (M + m) \cdot \frac{\sqrt{h \cdot (2R - h)}}{R - h - \sqrt{h \cdot (2R - h)}}.$$

Es gibt nur sinnvolle Lösungen, wenn die rechte Seite positiv ist, d.h., wenn

$$R - h > \sqrt{h(2R - h)} \quad \text{bzw.} \quad h < R(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}).$$

7. Die Masse der Rolle wird vernachlässigt.

a) Die Geschwindigkeit nach der Zeit t ist

$$v_1 = a \cdot t \quad \text{mit } a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \cdot g}{\frac{g}{g} + m_2}$$

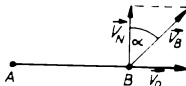
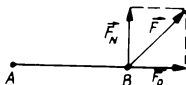
$$\text{Damit ist } v_1 = \frac{m_2 \cdot g \cdot t}{\frac{g}{g} + m_2} \quad v_1 = 0,04 \text{ m s}^{-1}$$

b) Damit der Körper in Bewegung gerät, muß mindestens die Reibungskraft zwischen Körper K_1 und der Unterlage überwunden werden. Diese beträgt $F_R = \mu \cdot G = 0,1 \cdot 100 \text{ N}$

$$= 10 \text{ N.}$$

Da die Zugkraft jedoch nur $F = m_2 g = 0,02 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m s}^{-2} = 0,2 \text{ N}$ beträgt, bleibt die Geschwindigkeit $v' = 0$.

8.



Der Betrag des Gesamtimpulses ist $I = m_B \cdot v$.

Dieser Impuls läßt sich zerlegen in Komponenten in nördlicher und östlicher Richtung. Da I in nordöstliche Richtung zeigt, sind die Winkel zwischen I und den Komponenten von I jeweils 45° . Über den Faden kann der Körper A nur in östlicher Richtung einen Impuls erhalten, d.h. I_O teilt sich auf auf A und B, I_N erhält B allein. Es gilt also

$$I_N = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot m_B v = m_B v_B \quad \text{bzw. } v_N = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot v \quad \text{und (2)}$$

$$I_O = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot I = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot m_B \cdot v = (m_A + m_B) v_O \quad \text{bzw. } v_O = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{m_B}{m_A + m_B} \quad (3)$$

Die Richtung der Geschwindigkeit v_B ergibt sich aus (Skizze2)

$$\tan \alpha = \frac{v_0}{v_N} \quad \text{und mit (2) und (3)} \quad \tan \alpha = \frac{m_B}{m_A + m_B}, \quad \alpha = 18,43^\circ$$

und ihr Betrag aus

$$v_B = \frac{v_N}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot v}{2 \cos \alpha} \quad v_B = 15,65 \text{ m s}^{-1}$$

Das gesuchte Verhältnis ist

$$\frac{I_A}{I} = \frac{m_A v_0}{m_B v} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \frac{m_A}{m_A + m_B} \quad \frac{I_A}{I} = 0,47$$

9. a) Unter dem Einfluß der Reibungskraft bewegt sich der Wagen vor dem Stoß gleichmäßig verzögert mit der Verzögerung

$$a = \frac{F_R}{m_1} = \mu \cdot g$$

Der bis zum Stoß zurückgelegte Weg ist damit

$$s_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{a}{2} t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \mu \cdot g t_1^2 \quad s_1 = 42,3 \text{ m}$$

und die Geschwindigkeit unmittelbar vor dem Stoß

$$v_1 = v_0 - a \cdot t = v_0 - \mu \cdot g \cdot t_1 \quad v_1 = 4,1 \text{ m s}^{-1}$$

- b) Der Stoß ist unelastisch und es gilt nach dem Impulserhaltungssatz

$$\text{mit } v_2 = 0 \quad m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v \quad \text{oder}$$

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad v = 1 \text{ m s}^{-1}$$

- c) Die Bremsbeschleunigung ist wie in a) $a = \mu \cdot g$

Damit ergibt sich

$$s = \frac{v_1^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad s = 0,54 \text{ m}$$

10. Aus dem Energie- und Impulserhaltungssatz ergibt sich für die zweite Kugel

$$v_2' = \frac{2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \quad . \quad (1)$$

Mit dieser Geschwindigkeit stößt die zweite Kugel auf die dritte und man erhält

$$v_3' = \frac{2m_2 \cdot v_2'}{m_2 + m_3}$$

und durch Einsetzen von (1)

$$v_3' = \frac{4m_1 m_2 \cdot v_1}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)} \quad .$$

11. Der Stoß ist unelastisch. Es gilt

$$m \cdot v = m \cdot v_1 + M \cdot V \quad (1) \quad \text{und} \quad \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} M \cdot V^2 + Q \quad (2)$$

Die abgegebene Wärmemenge Q ist gleich der Arbeit gegen die Widerstandskraft F beim Durchdringen der Tafel

$$Q = F \cdot d \quad (d: \text{Dicke der Tafel})$$

Da F und d konstant sind, ist für alle Geschwindigkeiten $v > v_0$, bei denen das Geschos die Tafel durchdringt, Q konstant.

Trifft die Kugel gerade mit der Geschwindigkeit v_0 auf die Tafel, dann haben nach dem Stoß Kugel und Tafel die gleiche Geschwindigkeit und aus (1) und (2) wird dann

$$m \cdot v_0 = (M + m) \cdot u \quad \text{und} \quad \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} (M + m) \cdot u^2 + Q$$

Daraus ergibt sich
$$Q = \frac{M \cdot m}{2(M + m)} \cdot v_0^2 \quad .$$

Damit erhält man aus (1) und (2) eine quadratische Gleichung für V mit den Lösungen

$$v_{1,2} = \frac{m}{M + m} \left(v \pm \sqrt{v^2 + v_0^2} \right) \quad (3)$$

Der Impuls ist umso größer, je größer die Durchstoßzeit bzw. je kleiner die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel ist. Damit wird die Geschwindigkeit der Tafel am größten bei $v = v_0$. Sie ist dann

$$V_{\max} = \frac{m}{M + m} \cdot v_0 \quad .$$

Für alle anderen v muß V kleiner sein, also kommt für (3) nur die Lösung

$$V = \frac{m}{M+m} (v - \sqrt{v^2 - v_0^2})$$

in Frage, und es wird für $v = 2 v_0$

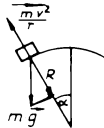
$$V = \frac{m}{M+m} (2 - \sqrt{3}) v_0$$

und für $v = n v_0$ $V = \frac{m}{M+m} (n - \sqrt{n^2 - 1}) v_0$.

12. Es muß während der gesamten Überfahrt Gleichgewicht zwischen der Fliehkraft und der Gewichtskomponente in Richtung des Radius (Normalkraft) bestehen (Abb.)
Es muß also sein

$$\frac{mv^2}{R} = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Daraus folgt $v = R \cdot g \cdot \cos \alpha$

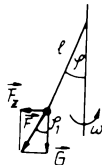


13. Durch den Stab muß der Resultierenden aus dem Gewicht $m \cdot g$ der Kugel und der Fliehkraft $F_z = m \cdot \omega^2 \cdot l \cdot \sin \varphi$ das Gleichgewicht gehalten werden. Aus der Abb. entnimmt man

$$F = m \cdot \sqrt{g^2 + \omega^2 l^2 \sin^2 \varphi}$$

Die Richtung ist gegeben durch

$$\tan \varphi_1 = \frac{F_z}{G} = \frac{\omega^2 l \sin \varphi}{g}$$



14. Der Weg vom Unterbrechen der Dampfzufuhr bis zum Anziehen der Bremsen ist

$$s_1 = v_0 \cdot t - \frac{a_1}{2} t^2 \quad \text{bzw. } t = \frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a_1^2} + \frac{2s_1}{t}}$$

Das Vorzeichen vor der Wurzel ist positiv wegen $t > 0$.
Die Geschwindigkeit am Ende von s_1 ist damit

$$v = v_0 - a_1 t = \sqrt{v_0^2 - 2a_1 s_1} \quad (1)$$

Der Weg vom Anziehen der Bremsen bis zum Stillstand ist

$$s_2 = \frac{v^2}{2a_2} \quad .$$

Mit (1) und $s = s_1 + s_2$ folgt daraus

$$s_2 = \frac{v_0^2 - 2a_1 s}{2(a_2 - a_1)}$$

Aus $a = \frac{11,5 \cdot g}{m}$ folgt $a_1 = \frac{g}{100}$ und $a_2 = g$.

Damit wird

$$s_2 = \frac{100v_0^2 - 2gs}{25g} \quad s_2 = 128 \text{ m}$$

15. a) Es gilt $h = \frac{g}{2} t^2$ $h = 19,62 \text{ m}$

und $v = a \cdot t$ $v = 19,62 \text{ m/s}^{-1}$

- b) Die Endgeschwindigkeit ist dann erreicht, wenn die Luftreibung das Gewicht des Fallschirmspringers kompensiert, wenn also

$$K \cdot v^2 = m \cdot g \quad \text{oder } v = \frac{m \cdot g}{K}$$

K ergibt sich aus $K \cdot \left(\frac{11}{g}\right)^2 = 44 \text{ N}$ $K = 44 \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}^2}$

Damit wird $y = 3,95 \text{ m/s}^{-1}$

- c) Die Kraft auf den Fallschirmspringer ist am größten, wenn die Geschwindigkeit am größten ist, also unmittelbar nach dem Öffnen. Dann ist $F = K \cdot v^2$

$$F = 16900 \text{ N}$$

(Die Geschwindigkeit vermindert sich schon während des Öffnungsvorgangs, so daß die Maximalkraft kleiner wird.)

16. Es ist $l = 2r \cdot \cos \varphi = \frac{a}{2} t^2$

Für die geneigte Ebene gilt

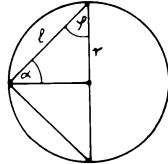
$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

und damit für

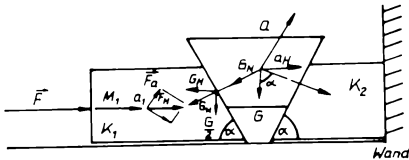
$$a = \frac{F_H}{m} = g \cdot \sin \varphi = g \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein und löst nach t auf, dann erhält man

$$t = 2 \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (\text{unabhängig von } \varphi)$$



17.



Die Kraft $\vec{F}$ setzt sich zusammen aus einem Anteil zur Beschleunigung von K_1 , $M_1 a_1$, einem Anteil zur Kompensation der Horizontalkomponente des Gewichts, $\vec{G}_H$, und einem Anteil zur Beschleunigung von K_2 , $\vec{F}_H$.

$$\text{Es gilt also } F = M_1 \cdot a_1 + G_H + F_H = M_1 a_1 + \frac{M_2 g}{2} \cdot \tan \alpha + F_H \quad (1)$$

F_H läßt sich zerlegen in einen Anteil in Richtung der Beschleunigung a (F_a) und einen dazu senkrechten Anteil (F_N). Es gilt

$$F_a = F_H \cdot \cos \alpha = M \cdot a \quad (2)$$

Die Relativgeschwindigkeiten (Beschleunigungen) von K zu K_1

und K_2 sind gleich, damit gilt für die Horizontalkomponente a_H der Beschleunigung $a_1 = 2a_H = 2 \cdot a \cdot \cos\alpha$. (3)

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich

$$F_H = F - M_1 \cdot 2a \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2} M \cdot g \cdot \tan\alpha = \frac{M \cdot a}{\cos\alpha} \text{ und daraus}$$

$$a = \frac{2F - M \cdot g \cdot \tan\alpha}{2(M_1 \cdot \cos\alpha + \frac{M}{\cos\alpha})}$$

Mit den gegebenen Werten und $\alpha = 45^\circ$:

$$a = \frac{2F - M \cdot g}{\sqrt{2} \cdot (2M_1 + M)} \quad a = 13,8 \text{ ms}^{-2}$$

18. Während der gleichförmigen Bewegung und während des Stillstands ist die Seilkraft gleich dem Gewicht des Lifts

$$F = 15 \text{ kN.}$$

In der Beschleunigungsphase erhöht sich diese Kraft um $M \cdot a$, d.h.

$$F_a = \frac{F}{g} (g+a).$$

Beim Anhalten ist $F_{-a} = \frac{F}{g} (g-a).$

19. Das Gewicht des Menschen auf der Erde ist

$$G_E = \gamma \cdot \frac{M_M \cdot M_E}{R^2} \quad (1)$$

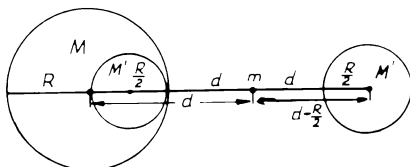
und auf dem Mond

$$G_m = \gamma \cdot \frac{M_M \cdot \frac{1}{81} M_E}{(\frac{1}{11} R)^2} \quad (2)$$

Dividiert man (2) durch (1), erhält man

$$G_m = \frac{121}{9 \cdot 81} G_E = 0,166 G_E \quad \text{und} \quad G_m = 117,2 \text{ N}$$

20.



Die Kraftwirkung auf den Massenpunkt wäre die gleiche, wenn die große Kugel voll wäre und sich dafür die kleine Kugel auf der entgegengesetzten Seite des Massenpunktes befände. Für den in der Skizze dargestellten Fall gilt dann

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{d^2} - \gamma \frac{M' m}{(d - \frac{R}{2})^2} \quad . \text{ Mit } M' = \frac{M}{8} \text{ ergibt sich daraus}$$

$$F = \gamma \cdot m \cdot M \frac{7d^2 - 8d \cdot R + 2R^2}{8d^2(d - \frac{R}{2})^2}$$

Wenn sich der Massenpunkt auf der der Hohlstelle gegenüberliegenden Seite der Kugel befindet, wird

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{d^2} - \gamma \frac{M' m}{(d + \frac{R}{2})^2} = \gamma \cdot m \cdot M \frac{7d^2 + 8dR + 4R^2}{8d^2(d + \frac{R}{2})^2}$$

3. Mechanische Arbeit und Energie

1. Die durch die Rakete verrichtete Arbeit ist

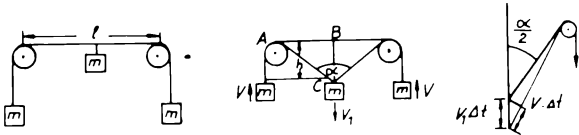
$$W = W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad W = 6,86 \cdot 10^8 \text{ J} = 686 \text{ MJ}$$

$$W_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \quad W_{\text{pot}} = 1,96 \cdot 10^8 \text{ J} = 196 \text{ MJ}$$

$$W_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2 \quad W_{\text{kin}} = 4,9 \cdot 10^8 \text{ J} = 490 \text{ MJ}$$

2. Ein System befindet sich im stabilen Gleichgewicht, wenn seine potentielle Energie ein Minimum annimmt. Bei kleinen Kartoffeln sind die Zwischenräume kleiner, also die Durchschnittsdichte größer. Sie fallen deshalb beim Schütteln nach unten.

3.



Bei Vernachlässigung der Reibung bleibt die Gesamtenergie des Systems konstant. $W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = \text{konst.}$

Es ist also

$$-2m \cdot g \cdot H = -2m \cdot g(H-h) - m \cdot g \cdot h_1 + 2 \frac{m}{2} v^2 + \frac{m}{2} v_1^2$$

Aus der Skizze (Zustand 2) entnimmt man

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad (2) \text{ und}$$

$$h = 2h_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} = 1\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

(Bei $\alpha = 120^\circ$ ist $\overline{AC} = 2h_1$)

Mit (2) und (3) wird aus (1) nach Vereinfachung

$$v^2 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot 1\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right) = 0 \quad (4)$$

Aus Abb. 3.2 entnimmt man mit der Näherung $\beta = \frac{\alpha}{2}$

$$v = v_1 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} v_1 \quad \text{Damit wird aus (4)}$$

$$\frac{3}{4} v_1^2 + g \cdot 1\left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - 1\right) = 0 \text{ und } v_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{g-1}{3} \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)}$$

und mit den gegebenen Werten:

$$\underline{v_1 = 126 \text{ cm s}^{-1}} \quad \text{und} \quad \underline{v = 63 \text{ cm s}^{-1}}$$

$$s = 2 \frac{W_m}{P} (v_0 + v_1) \quad s = 125 \text{ m}$$

=====

c) Die beschleunigte Kraft ist

$$F = \frac{W_m}{s} \quad F = 1,2 \text{ kN}$$

=====

7. Die Leistung des Motors ist

$$P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{\rho \cdot m \cdot g \cdot V \cdot h}{t} \quad P = 16,35 \text{ kW}$$

(v₀² - v²)

=====

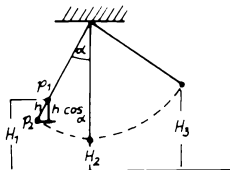
8. Es ist $P = \frac{\Delta W}{t} = \frac{m}{2t}$

Mit $m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot s = \rho \cdot A \cdot v_m \cdot t = \rho \cdot A \cdot \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$

wird daraus

$$P = \frac{1}{4} \rho \cdot A \cdot (v_0 + v) (v_0^2 - v^2)$$

9. Im ersten Umkehrpunkt ist die Höhe des Schwerpunktes P_1 des Menschen H_1 . (Das Gewicht des Schaukelbretts sei gegenüber dem des Menschen vernachlässigbar) Duckt sich der Mensch jetzt, dann verlagert sich sein Schwerpunkt um die Strecke h nach P_1 . Seine Höhe ist dann $H_1 - h \cdot \cos \alpha$ (Skizze)



Nach dem Energieerhaltungssatz ist im tiefsten Punkt die Energie

$$W_1 = \frac{m}{2} v^2 + m \cdot g \cdot H_2 = m \cdot g \cdot (H_1 - h \cdot \cos \alpha). \quad (1)$$

Wenn der Mensch sich jetzt aufrichtet, erhöht sich diese Energie um $m \cdot g \cdot h$ und ist

$$W_2 = \frac{m}{2} v^2 + m \cdot g \cdot H_2 + m \cdot g \cdot h$$

Damit ergibt sich beim Erreichen des zweiten Umkehrpunktes die potentielle Energie (Vgl. (1) !)

$$m \cdot g \cdot H_3 = m \cdot g \cdot (H_1 + h(1 - \cos \alpha)).$$

Man erkennt $H_3 > H_1$.

10. Verkürzt man den Faden um 1, dann wird der Punkt M um 3 l gehoben, da die Vierecke kongruent bleiben. Der Schwerpunkt des Systems, der sich in der Mitte befindet, wird dabei um $\frac{3}{2}$ l gehoben. Damit wächst die potentielle Energie um $\frac{3}{2} G \cdot l$. Ist die Fadenkraft F, dann gilt nach dem Energieerhaltungssatz

$$F \cdot l = \frac{3}{2} G \cdot l \quad \text{und} \quad F = \frac{3}{2} G = \text{const.}$$

11. Es seien: m_1 die Masse der Scheibe einschließlich des zur Scheibe gehörenden Teils der Welle ,
 m_2 die Masse des übrigen Teiles der Welle,
 r_1, r_2 die Radien von Scheibe und Welle,
 d die Dicke der Scheibe, l die Länge der Welle, h die Fallhöhe.

Die potentielle Energie, die das Maxwell'sche Rad durch das Hochrollen erhalten hat, hat sich im tiefsten Punkt vollständig in kinetische (Translations- und Rotations-) Energie umgewandelt.

$$\text{Es gilt also } (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + \frac{1}{2} (J_1 + J_2) \omega^2 \quad (1)$$

$$\text{Außerdem ist } m_1 = \rho \cdot d \cdot \pi \cdot r_1^2, \quad m_2 = \rho \cdot d \cdot (l-d) \cdot \pi \cdot r_2^2 \quad (2)$$

$$\text{und} \quad v = \omega \cdot r \quad (3)$$

Für das Trägheitsmoment

$$J = \int_0^l r^2 dm$$

eines Zylinders mit dem Radius r_i und der Länge l_i ergibt sich bezüglich der Zylinderachse

$$dm = \rho \cdot l_i \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

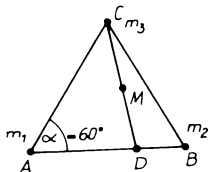
$$\text{und damit } J_1 = \frac{1}{2} \rho \cdot d \cdot \pi \cdot r_1^4 \quad \text{und} \quad J_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot d \cdot (l-d) \cdot \pi \cdot r_2^4 \quad (4)$$

Aus dem Gleichungssystem (1), (2), (3), (4) erhält man

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \cdot (r_1^2 d + r_2^2 (l-d)) \cdot g \cdot h}{d r_1^2 (r_1^2 + 2r_2^2) + 3(1-d)r_2^4}}$$

$$\omega = 84,4 \text{ rad s}^{-1}$$

12. Die Rotationsenergie ist $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2)$ (1)



Der gemeinsame Schwerpunkt von m_1 und m_2 ist D (Skizze) und es ist $m_1 \cdot AD = m_2 (a - AD)$ bzw. $AD = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot a$ (2)

Der Gesamtschwerpunkt M liegt auf CD und es ist (analog (1), Kosinussatz)

$$\overline{CM} = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot \overline{CD} = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \sqrt{a^2 + AD^2 - 2 a \cdot AD \cos \alpha} = r_3 \quad (3)$$

Mit den gegebenen Werten ist $r_3 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{7} \text{ m}$.

Analog dazu erhält man

$$r_2 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{13} \text{ m}$$

und

$$r_1 = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{19} \text{ m}$$

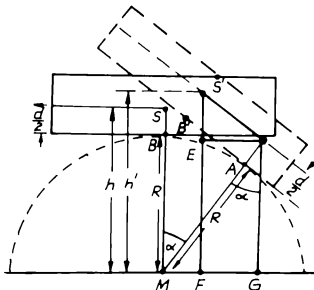
Damit ergibt sich aus (1)

$$E_{\text{rot}} = 0,92 \omega^2 \text{ kg m}^2$$

=====

4. Statik

1.



Im Gleichgewichtsfall liegt der Schwerpunkt des Bretts senkrecht über dem Mittelpunkt des Zylinderquerschnitts, in dem S liegt. Das Gleichgewicht ist stabil, wenn bei Neigung des Bretts ($S \rightarrow S'$)

$$\text{mit } h = MS = R + \frac{d}{2} \quad \text{und}$$

$$h' = FS = FE + ES$$

gilt

$$h' > h$$

E ist der Fußpunkt des Lotes von D auf FS' , wobei D der Schnittpunkt der Mittellinie des Bretts mit der Verlängerung des Berührungsradius nach der Neigung ist. Aus der Skizze entnimmt man:

$$FE = DG = MD \cos \alpha = (R + \frac{d}{2}) \cos \alpha \quad (3)$$

$$ES' = DS' \sin \alpha = AB' \sin \alpha \quad (4)$$

Mit (2), (3) und (4) folgt aus (1)

$$(R + \frac{d}{2}) \cos \alpha + AB' \sin \alpha > R + \frac{d}{2} \quad \text{bzw.} \quad (R + \frac{d}{2})(\cos \alpha - 1) + AB' \sin \alpha > 0 \quad (5)$$

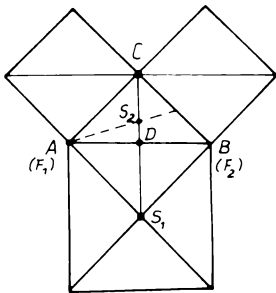
Aus $\cos x - \cos y = -\frac{1}{2} \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ folgt für $x = \alpha$ und $y = 0$

$$\cos \alpha - 1 = -2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (6)$$

Für kleine α kann man setzen:

$AB = R \cdot \alpha$, $\sin \alpha = \alpha$, $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$. Damit und mit (6) wird
wird aus (5) $-2(R + \frac{d}{2})\frac{\alpha^2}{4} + R\alpha^2 > 0$ und daraus $d \leq 2R$.

2.



Die auf die Nadeln wirkenden Kräfte seien F_1 , F_2 und F_3 .

Wegen der Symmetrie ist

$$F_1 = F_2$$

Die gesamte Fläche läßt sich zerlegen in 9 kongruente Dreiecke, von denen jedes das Gewicht $\frac{G}{9}$ hat.

Der gemeinsame Schwerpunkt der beiden Kathetenquadrate ist C, der des Hypotenusenquadrats S_1 .

Da sowohl die in den Punkten C und S_1 vereinigten Kräfte als auch die Abstände dieser Punkte von der Achse AB gleich sind, wirkt das Gewicht aller drei Quadrate nur auf die beiden Nadeln in A und B zu je $\frac{4}{9}G$.

Das Gewicht des Dreiecks ABC wirkt, da $\overline{S_2C} = 2\overline{S_2D}$ zu

$\frac{1}{27} G$ auf C und je $\frac{1}{27} G$ auf A und B.

Damit ist $F_1 = F_2 = \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{27}\right)G = \frac{13}{27} G$ $F_1 = F_2 = 13 \text{ p}$
 $\underline{\underline{F_1 = F_2 = 13 \text{ p}}}$

und $F_3 = \frac{1}{27} G$ $F_3 = 1 \text{ p}$
 $\underline{\underline{F_3 = 1 \text{ p}}}$

3. Für kraftumformende Einrichtungen ist bei Berücksichtigung der Reibung $W_2 = \eta \cdot W_1$ bzw. $F_2 s_2 = \eta \cdot F_1 s_1$

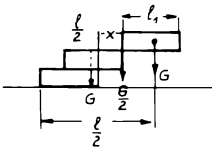
a) Für die feste Rolle gilt

$s_2 = s_1$ und damit $F'_2 = \eta \cdot F'_1$ $F'_2 = 72 \text{ kp}$
 $\underline{\underline{F'_2 = 72 \text{ kp}}}$

b) Für die lose Rolle gilt

$s''_2 = \frac{1}{2} s'_1$ und damit $F''_2 = 2 \cdot \eta \cdot F'_1$ $F''_2 = 144 \text{ kp}$
 $\underline{\underline{F''_2 = 144 \text{ kp}}}$

4.



Das Drehmoment auf dem zweiten Stein darf nicht so groß werden, daß er kippt.
 Es muß also sein

$$\frac{G}{2} \cdot x < G \left(\frac{1}{2} l_1 - x \right)$$

$$\text{bzw. } x < \frac{1}{3} l_1$$

Damit ergibt sich

$$1 < 3l_1 + 2x = 3l_1 + \frac{2}{3} l_1 \quad 1 < \frac{11}{3} l_1$$

5. Bei Gleichgewicht wirkt auf den Ring keine Kraft in Richtung des Stabes.

Es ist also $\alpha = 90^\circ$ (Skizze).

Die Gleichgewichtsbedingung ist mit $AP = x$ und $AB = a$

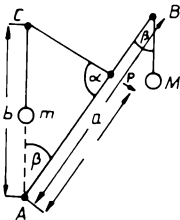
$$m \cdot g \cdot x = M \cdot g \cdot a \cdot \sin \beta \quad (1)$$

Der Skizze entnimmt man

$$x = b \cdot \cos \beta \quad (2)$$

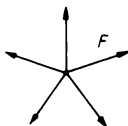
Aus (1) und (2) erhält man

$$\tan \beta = \frac{m \cdot b}{M \cdot a} \quad \text{und}$$



$$x = \frac{M}{\sqrt{\frac{M^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}}}$$

6.



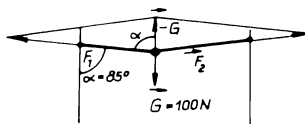
Aus Symmetriegründen ist die resultierende Kraft Null.

7.

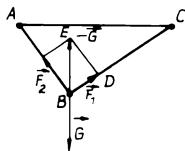
Es ist $\vec{G} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ mit $F_1 = F_2$
und nach dem Sinussatz

$$F_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin(180^\circ - 2\alpha)} \cdot G$$

$$\underline{\underline{F_2 = F_1 = 574 \text{ N}}}$$



8.



Es ist $2^2 = 1,2^2 + 1,6^2$.
Damit ist das Dreieck ABC
rechtwinklig und es ist

$$\triangle ABC \sim \triangle BDE.$$

Es gilt also

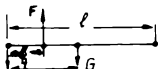
$$F_1 : F_2 : G = 1,2 \text{ m} : 1,6 \text{ m} : 2 \text{ m}.$$

Daraus ergibt sich

$$F_1 = \frac{1,2}{2} \cdot G \quad \underline{\underline{F_1 = 90 \text{ N}}}$$

$$F_2 = \frac{1,6}{2} \cdot G \quad \underline{\underline{F_2 = 120 \text{ N}}}$$

9.

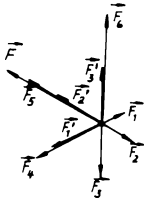


Es gilt

$$\frac{1}{4} \cdot F = \frac{1}{2} \cdot G$$

und damit $F = 2 \cdot G$

10.

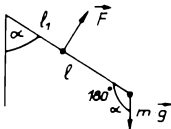


Die Resultierenden $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ aus je zwei gegeneinander gerichteten Kräften haben den Betrag 3 N. $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_3$ lassen sich durch eine Kraft in Richtung von $\vec{F}_2$ mit dem Betrag 3 N ersetzen. Damit hat die Gesamtkraft $\vec{F}$ den Betrag 6 N und die Richtung von $\vec{F}_2$ bzw. $\vec{F}_5$. Die gesuchte Beschleunigung ist

$$a = \frac{F}{m} \quad a = 1,5 \text{ m s}^{-2}$$

=====

11.



Es muß gelten $l_1 \cdot F = l \cdot m \cdot g \cdot \sin(180^\circ - \alpha)$
Daraus ergibt sich
 $F = \frac{l \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha}{l_1}$

$$F = 1,59 \text{ N}$$

=====

12. Es seien l_1 und l_2 die Längen der Hebelarme der Waage, m_1 und m_2 die bei den Teilwägungen erhaltenen Massen der Ware und m die Masse des Vergleichskörpers.

Die gesuchte Masse ist dann

$$m = m_1 + m_2 \quad (1)$$

$$\text{und es gilt } m_1 l_1 = 2 \text{ kg} \cdot l_2; \quad m_1 = \frac{l_2}{l_1} \cdot 2 \text{ kg} \quad (2)$$

$$m_2 \cdot l_2 = 2 \text{ kg} \cdot l_1; \quad m_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot 2 \text{ kg}$$

$$\text{Aus } m' \cdot l_1 = 3,5 \text{ kg} \cdot l_2$$

und $m' \cdot l_2 = 4,5 \text{ kg} \cdot l_1$ erhält man durch Division

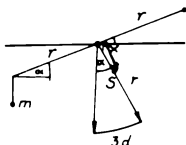
$$\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{3,5}{4,5}} = 0,882$$

$$\text{Damit ergibt sich aus (1) und (2) } m = 4,03 \text{ kg}$$

=====

Bei dieser Wägung hat der Kunde einen geringen Vorteil.

13.



Die Länge der Hebelarme ist r .
Beim Auflegen einer Masse m
auf eine Waagschale dreht sich
der Hebel um den Winkel α .
Der Schwerpunkt des Hebels (Ge-
samtmasse $M = 900 \text{ g}$) ist S .
Es gilt dann (Skizze)

$$m \cdot r \cdot \sin(90^\circ + \alpha) = M \cdot x \cdot \sin \alpha$$

Daraus folgt mit $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ $x = \frac{m \cdot r}{M} \cdot \cot \alpha$
ergibt sich aus

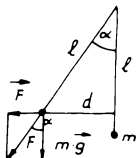
$$\alpha = \frac{3d}{r} \text{ (Bogenmaß)} \text{ bzw. } \alpha = \frac{3d \cdot 360^\circ}{r \cdot 2\pi}$$

Damit erhält man für den Abstand des Schwerpunktes vom Dreh-
punkt

$$x = 0,44 \text{ cm}$$

=====

14.



Bei Angreifen der Kraft F_H wird
der Faden um den Winkel α
abgelenkt. Dabei gilt

$$\sin \alpha = \frac{d}{l} \quad \alpha = 36,9^\circ$$

Die auf den Faden wirkende
Kraft ist nach der Auslenkung

$$\vec{F} = \vec{F}_H + m \cdot \vec{g}$$

Der Skizze kann man entnehmen

$$F_H = m \cdot g \cdot \tan \alpha \quad F_H = 0,74 \text{ N}$$

=====

und

$$F = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} \quad F = 1,23 \text{ N}$$

=====

5. Mechanik der Flüssigkeiten, Gase und festen Körper

1. $P_S = P_L$ Schweredruck P_S , Luftdruck P_L

$$P_S = \rho \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{P_S}{\rho \cdot g}$$

$$h = 10,13 \text{ m bei}$$

$$P_L = 101,3 \text{ kPa}$$

2. Die Kraft F_1 ist gleich der durch den Schweredruck hervorgerufenen Kraft F_a

$$F_a = P_S \cdot A$$

$$P_S = \rho \cdot g \cdot h$$

$$F_1 = F_a$$

$$F_1 = 14,7 \text{ N}$$

3. $P_1 = P_2$, weil der Unterdruck in beiden Schenkeln gleich groß ist.

$$\rho_1 h_1 g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g$$

$$\rho_2 = \frac{h_1}{h_2} \rho_1$$

$$\rho_1 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\rho_2 = 0,83 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$$

4. Die Druckänderung und damit die Längenänderung der Quecksilbersäule ergibt sich zu

$$\Delta P = P_w + P_k$$

$$\rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot \frac{V}{A} + \frac{G}{A}$$

$$\Delta h = 7,4 \text{ cm}$$

G ist Gegenkraft zum Auftrieb im Fall des Schwimmens

5. Das Minimum der Flüssigkeitsdichte ist durch die mögliche Eintauchtiefe des Aräometers (20 cm), das Maximum durch die ohne Umkippen des Aräometers erreichbare Schwimmlage. (Schwerpunkt des Aräometers unterhalb Wasseroberfläche)

- a) Minimum der Dichte

$$G = F_A = G_{GL}$$

$$\rho_{F1} = \frac{\rho_{G1} \cdot \frac{\pi}{4} [D^2 - (D-2d)^2] \cdot 1 + \rho_{Hg} \cdot V_{Hg}}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot 1}$$

$$\rho_{F1} = 1,4 \text{ g cm}^{-3}$$

b) Schwerpunktabstand l_1 vom unteren Ende des Aräometers

$$l_1 = \frac{\rho_{G1} \cdot \frac{\pi}{8} \cdot [D^2 - (D-2d)^2] \cdot l^2}{\rho_{Hg} \cdot V_{Hg} + \rho_{G1} \cdot \frac{\pi}{4} [D^2 - (D-2d)^2] \cdot l}$$

$$\underline{l_1 = 5,7 \text{ cm}}$$

c) Maximale Dichte bei $l_1 = 5,7 \text{ cm}$

$$\rho_{FL} = \frac{\rho_{G1} \cdot \frac{\pi}{4} [D^2 - (D-2d)^2] \cdot l + \rho_{Hg} \cdot V_{Hg}}{\frac{\pi}{2} \cdot D^2 \cdot l_1}$$

$$\rho_{FL} = 4,9 \text{ gcm}^{-3}$$

=====

6. $V = \frac{G'}{(\rho_E - \rho_W)}$

$$V = 60 \text{ cm}^3$$

=====

7. Für Luft gilt $G_0 = G_1 - G_2$

$$G_L = \gamma_L \cdot V_0$$

Analoge Gleichungen gelten für die Füllung mit Kohlensäure und Wasser.

Daraus ergibt sich

a) Volumen: $V_0 = \frac{G_3 - G_1}{\rho_w - \rho_L}$

$$\underline{V_0 = 1 \text{ dm}^3}$$

=====

b) Wichte der Kohlensäure

$$\gamma_k = \frac{G_L - G_1 + \gamma_L \cdot V_0}{V_0}$$

$$\underline{\gamma_k = 0,0229 \text{ N} \cdot \text{l}^{-1}}$$

=====

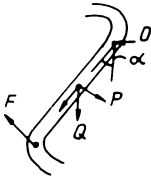
a) Gewicht des Gefäßes:

$$G_0 = G_1 - \gamma_L \cdot V_0$$

$$\underline{G_0 = 1,247 \text{ N}}$$

=====

8.



Rückstoß F durch Wasseraustritt

mit

$$\Delta P = \rho \cdot \Delta V \cdot v = d \cdot V \cdot \rho \Delta t \cdot v$$

$$\Delta P = F \cdot \Delta t \quad P: \text{Impuls}$$

$$F = d \cdot v^2 \cdot \rho$$

$$Q = (M + d \cdot l \cdot \rho) \cdot g$$

Q .. Gewicht des Röhrchens mit Wasser

Gleichgewicht $F \cdot l = P \cdot \frac{1}{2}$ $P = Q \cdot \sin \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{2d \cdot v^2}{(M + d \cdot l \cdot \rho) \cdot g}$$

$$\alpha = 12^\circ 51'$$

=====

9. Für den Gleichgewichtsfall in luftgefüllten Raum gilt

$$G_{\text{Mess}} - F_{\text{AM}} = G_{\text{Pl}} - F_{\text{AP1}}$$

Damit wird $\frac{1}{1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{M}}}}$

$$G_{\text{Pl}} = \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{M}}}}{1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{Pl}}}}$$

$$G_{\text{Pl}} = 0,26997 \text{ N}$$

=====

Im luftleeren Raum entfällt der Auftrieb. Damit wird

$$G_{\text{Mess}} = G_{\text{Pl}}$$

10. Auf der geneigten Ebene wirkt nur die scheinbare Kraft G' . Eine konstante Geschwindigkeit stellt sich ein für

$$F_{\text{H}} = F_{\text{W}} - F_{\text{R}} \approx 0$$

$$F_{\text{W}} = (m - \rho \cdot V) \cdot g (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

Eine Beziehung zur Geschwindigkeit liefert das Newtonsche Widerstandsgesetz

$$F_{\text{W}} : v_{\text{max}}^2 = F_0 : v_1^2$$

$$\text{Damit } v_{\max} = \sqrt{\frac{(m - \rho \cdot V) \cdot g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) v_1^2}{F_0}}$$

$$v_{\max} = 0,26 \text{ ms}^{-1}$$

=====

$$11. \text{ Es gilt } AP = \frac{\rho}{2} v^2 \quad v = 49 \text{ ms}^{-1}$$

=====

$$V = A \cdot s$$

$$V = 3,5 \text{ m}^3$$

=====

$$12. \text{ Es gilt } v = \frac{s}{t} ; V = A \cdot s \quad v = 10,6 \text{ ms}^{-1}$$

=====

$$13. \text{ Es gilt } V = \mu \cdot A \cdot S \quad \mu \text{ Verengungskoeffizient}$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h'} \quad t = 117 \text{ s}$$

=====

$$14. \text{ Es soll gelten } x_1 = x_2. \text{ Für das kleinere Gefäß gilt}$$

$$\frac{\rho}{2} v^2 = \rho \cdot g (h - h_1)$$

$$\text{mit } h_1 = \frac{g}{2} t^2. \text{ Analoges gilt für das größere Gefäß.}$$

$$\text{Daraus folgt } h_2 = h \pm \sqrt{h^2 - 0,25 h'}$$

$$1. \text{ Lösung } h_2 = 1,87 \cdot h$$

=====

$$2. \text{ Lösung } h_2 = 0,13 \cdot h$$

=====

$$15. \text{ Es gelten}$$

$$\frac{\rho}{2} v_1 + p_1 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + p_2, \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\text{Damit wird } v = \sqrt{\frac{2gh \cdot A_2^2 \cdot t^2}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)^2}} \quad V = 2,2 \text{ l}$$

=====

$$16. \text{ Die Kraftwirkung auf die Wand ist } F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$\text{Daraus folgt: } F = \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot v^2$$

$$F = 7,85 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

=====

17. Es gilt $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h + \frac{2 \Delta p}{\rho}}$

18. a) $\Delta p \gg \rho \cdot g \cdot \Delta h$ $v = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}}$

b) $\Delta p \ll \rho \cdot g \cdot \Delta h$ $v = \sqrt{2 g \cdot \Delta h}$

19. $v = 7,8 \text{ ms}^{-1}$ $V = 13500 \text{ m}^3$
 =====

20. $v = 7,87 \text{ ms}^{-1}$
 =====

21. $V = \frac{\rho \cdot t}{\rho \cdot g \cdot h}$

$V = 45000 \text{ m}^3$
 =====

22. Es gilt $F = c \cdot \frac{\rho}{2} v^2 \cdot A$ $F = 1,93 \text{ N}$
 =====

23. a) $v = 28,3 \text{ ms}^{-1}$
 =====

b) $h_w = 28,5 \text{ m}$
 =====

24. Der Druckunterschied zwischen der Luft im Schornstein und der Luft außerhalb des Schornsteins entsteht durch die geringe Dichte der Luft im Schornstein.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho_{\text{Luft}} \cdot h - \frac{\rho_{\text{Luft}} \cdot v_0}{v} \cdot g \cdot h$$

$$v_1 = v_0 \left(1 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho} \right)$$

mit $v = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho_{\text{Luft}}}}$ ergibt sich

$$v = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho_{\text{Luft}} \cdot \Delta h}{1 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho}} \cdot g \cdot h}, \quad v = 18,7 \text{ ms}^{-1}$$

25. $P = c \cdot \frac{\rho}{2} v^3 \cdot A$ $P = 10,9 \text{ kW}$
 =====

26. Konstante Geschwindigkeit ergibt sich für den Gleichgewichtsfall $G = F_A = F_R : 0$

$$G = \rho_M \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g; \quad F_A = \rho_{\text{fl}} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g$$

$$F_R = 6 \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$\eta = 4,36 \cdot 10^{-5} \text{ Poise (P)}$$

 =====

27. $\lg m = \lg \varrho + \lg \frac{\pi}{6} + 3 \lg d$ Geradengleichung mit
dem absoluten Glied $(\lg \varrho + \lg \frac{\pi}{6})$ und dem Anstieg 3
28. Geraden mit gleichem Anstieg (3) und unterschiedlichen
29. Abschnitten auf der Ordinate.

6. Molekularphysik, innere Energie

$$1. d_o = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \cdot \rho_o}} \quad d_o = 3,1 \cdot 10^{-10} m$$

$$n = \frac{1}{d_o} \quad n = 1,2 \cdot 10^{18}$$

$$N_M = \frac{N_A}{M} \quad N_M = 3,35 \cdot 10^{25} \text{ kg}^{-1}$$

$$m_{\text{Wasser}} = \frac{n}{N_M} \quad m_{\text{Wasser}} = 35,8 \cdot 10^{-6} g$$

2. Im CO_2 sind doppelt soviel Sauerstoffatome gebunden wie Kohlenstoffatome vorhanden sind.

$$N_o = \frac{N_A}{M_o} \cdot m_o \quad N_c = 7,5 \cdot 10^{24}$$

$$N_o = 15 \cdot 10^{24}$$

$$m_o = \frac{N_o \cdot M_o}{N_A}$$

$$m_o = 400 g$$

3. a) Flächeninhalt der Erdoberfläche $A_E = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$

b) Anzahl der Moleküle in 18 kg H_2O $N = 6 \cdot 10^{26}$

c) Anzahl der Wassermoleküle je mm^2 Erdoberfläche

$$n = \frac{N}{A_E} \quad n = 1,18 \cdot 10^6 \text{ mm}^{-2}$$

4. $m = M \cdot n$ $M = 18 \text{ g mol}^{-1}$

$$m = 18 g$$

5. Die Stoffmenge 1 mol gibt die Anzahl der Teilchen einer Teilchenart an. Sie gibt die Stoffmenge an, die ebensoviel Teilchen enthält wie 0,012 kg ^{12}C . Damit ist die Stoffmenge 1 mol keine Masseinheit, sondern eine Zählereinheit. Ihr Proportionalitätsfaktor zwischen Stoffmenge n und Teilchenzahl N ist die Avogadro-Konstante N_A .

$N_A = \frac{N}{n}$. Damit ist für alle Stoffmengenangaben ein einheitlicher Bezugspunkt gegeben.

6. Die Vergrößerung im Verhältnis $1 : 10^{16}$ ergibt
- | | | | |
|-----------------|---------------------------------------|--------------------|------|
| Atomkern | - $d_A = 1 \text{ m}$ | | |
| Kirsche | - $d_K = 1,5 \cdot 10^{14} \text{ m}$ | | |
| Tischtennisball | - $d_T = 3,5 \cdot 10^{14} \text{ m}$ | (250000
umfang) | Erd- |

7. $N = \frac{N_A}{M}$ $N = 10^{22}$
=====

$$x = y = z = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}$$

Die Gitterkonstante beträgt damit $a = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{N}}$

$N = 0,14 \cdot 10^{23}$ Elementarzellen $a = 5,85 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$
=====

13. $V = \frac{R \cdot T}{p}$ $l^3 = V_{\text{Dampf}} = \frac{R \cdot T}{N_A \cdot p} = \frac{k \cdot T}{p}$
 $l = \sqrt[3]{\frac{k \cdot T}{p}}$ mit $p = 1 \text{ at} = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ergibt sich
 $l = 3,72 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$
=====

14. $M_{U_4O_8} = 842 \text{ g mol}^{-1}$ $M_U = 238 \text{ g mol}^{-1}$

$x = \frac{m_U}{M_{U_4O_8}} \cdot m$ $m = 60 \text{ g}$

$x = \frac{238 \cdot 60}{842}$ $x = 50,88$

$N_U \cdot x_U = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 50,88$

$N_U = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 50,88}{238}$ $N_U = 1,28 \cdot 10^{23}$
=====

15. Die Masse eines Wasserstoffatoms beträgt

$m_H = \frac{2,016 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}}{12 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$ $m_H = 1,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
=====

Da die Dichte der interstellaren Materie mit $5 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ angegeben ist, könnten annähernd 3 Wasserstoffatome je Kubikzentimeter interstellare Materie vorhanden sein, wenn nur Wasserstoff vorhanden wäre. Die Zahl ist aber mit Sicherheit geringer, da auch noch He und geringe Mengen O_2 vorhanden sind.

16. $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$

$M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V}$

$M = \frac{6 \cdot R \cdot T}{p}$ $M = 2,44 \text{ kg kmol}^{-1}$
=====

$$17. a) \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3 R \cdot T}{M}} \quad \frac{p \cdot V}{m} = \frac{R \cdot T}{M}$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3 p \cdot V}{m}} \quad \sqrt{\frac{v^2}{3}} = 173,2 \text{ m s}^{-1}$$

$$b) N = \frac{m}{M} \cdot N_A \quad N = 9,4 \cdot 10^{23}$$

18. Auf 1 cm^2 trifft in 1 s die Masse $m \cdot N = Q \cdot d$
 Damit $d = \frac{m \cdot N}{Q}$ Dickenzunahme in cm s^{-1} mit einem
 Druck $p = m \cdot N \cdot v$ und $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ folgt $mN = p \sqrt{\frac{m}{2E}}$ mit
 $m = \frac{A}{N_0} \quad mN = p \sqrt{\frac{A}{2E \cdot N_0}}$
 Damit $d = \frac{p}{Q} \cdot \sqrt{\frac{A}{2E \cdot N_0}} \quad d = 9 \cdot 10^{-8} \text{ cm s}^{-1}$

$$19. a) \Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} \quad \Delta l = 1 \text{ cm}$$

$$b) \Delta U = W \quad W = \int_0^x F dx \quad W = \frac{\Delta l^2}{2l} E \cdot A$$

$$\Delta U = \frac{\Delta l^2}{2l} E \cdot A \quad \Delta U = 24 \text{ J}$$

$$c) m = \rho \cdot A \cdot l \quad d) \Delta m \cdot c^2 = \Delta U$$

$$m = 159 \text{ g} \quad \Delta m = \frac{\Delta U}{c^2}$$

$$\Delta m = 8 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

$$20. a) \Delta U_1 = m \cdot c \cdot \Delta \varphi \quad \text{mit } N = \frac{m \cdot N_A}{M} \quad \text{folgt}$$

$$\Delta U_1 = 1254 \text{ kJ} \quad \frac{\Delta U_1}{N} = \frac{c \cdot \Delta \varphi \cdot M}{N_A}$$

$$\frac{\Delta U_1}{N} = 7,5 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$b) \Delta U_2 = m \cdot c \cdot \Delta \varphi + m \cdot q \quad \text{mit } N = \frac{m \cdot N_A}{M} \quad \text{folgt}$$

$$\frac{\Delta U_2}{N} = \frac{m \cdot (c \cdot \Delta \varphi + q) \cdot M}{m \cdot N_A} \quad \frac{\Delta U_2}{N} = 77 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$\frac{\Delta U_2}{N} - \frac{\Delta U_1}{N} = 69,5 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$21. \Delta E = m \cdot H, \quad N = \frac{m \cdot N_A}{M}$$

a) $\frac{\Delta E}{N} = \frac{H \cdot M}{N_A}$ und mit $M = 12 \text{ g mol}^{-1}$ für Kohlenstoff
und $H = 29,3 \text{ kJ g}^{-1}$ für Steinkohle ist $\frac{\Delta E}{N} = 5,84 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

b) $\Delta m \cdot c^2 = \Delta E; \quad \frac{\Delta m}{N} = \frac{\Delta E}{N \cdot c^2} = 6,5 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$

Für eine Tonne Steinkohle wäre Δm :

$$\Delta m = \frac{\Delta m}{N} \cdot \frac{m \cdot N_A}{M} = 3,26 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$$

22. Wärmeleistung $P_w = \frac{Q}{t} \quad P_w = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \theta}{t}$

$$P_w = P_{el} \quad P_{el} = 1,2 \text{ kW}$$

23. $\Delta E_K = \Delta U \quad \frac{m}{2} (\Delta v)^2 = \Delta U \quad \Delta U = 42 \cdot 12000 \frac{\text{kg} \cdot \text{km}^2}{\text{h}^2}$
 $\Delta U = 325 \text{ kJ}$

24. $\frac{m}{2} v^2 = m \cdot c_{p0} \cdot \Delta \theta \quad \frac{m}{2} (\Delta v)^2 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot \Delta \theta$
 $\Delta \theta = \frac{v^2}{2c_{p0}} \quad \frac{\Delta E}{N} = \frac{3}{2} k \cdot \frac{\Delta v \cdot M}{m \cdot N_A}$
 $\Delta \theta = 1500 \text{ K} \quad \frac{\Delta E}{N} = 0,36 \cdot 10^{-45} \text{ J}$

25. $P = F \cdot v \quad F = \frac{W}{s}$
 $P = \frac{W \cdot v}{s} \quad W = m \cdot g \cdot \eta; \quad P = \frac{\eta \cdot m \cdot g \cdot v}{s}$
 $P = 27,72 \text{ kW}$

26. $W \cdot m \cdot g \cdot \eta = 4 \cdot F \cdot s$
 $m = \frac{4 \cdot F \cdot s}{g \cdot \eta} \quad m = 35000 \text{ kg}$

27. Es gilt der Ansatz:

$$\frac{m}{2} v^2 = c_{Pb} \cdot m \cdot \Delta \vartheta + q_s \cdot m_1$$

damit

$$\frac{m_1}{m} = \frac{\frac{v^2}{2} - c_{Pb} \Delta \vartheta}{q_s} \quad \text{Es sind der Tabelle also noch zu}$$

$$\text{entnehmen: } q_s = 25140 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad c_{Pb} = 0,126 \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\vartheta_s = 327^\circ\text{C und damit } \Delta \vartheta \approx 309 \text{ K}$$

$$\frac{m_1}{m} = 0,617 \quad (61,7 \%)$$

$$28. m c \cdot \Delta \vartheta = m_1 \cdot q_s \quad m = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho$$

$$m_1 = \pi r^2 \left(h + \frac{2}{3} r \right) \cdot \rho_o \text{ daraus ergibt sich}$$

$$h = \frac{\frac{4}{3} \rho_o}{\rho_s \cdot q_s} \cdot \Delta \vartheta \cdot r - \frac{2}{3} r \quad h = 1,2 \text{ cm}$$

29. Vom Aggregat wird in 1 min die Energie Q absorbiert.

Damit

$$m \cdot c \cdot \Delta \vartheta = Q \cdot t \quad \text{Abkühlen}$$

$$q_s \cdot m = Q \cdot t_1 \quad \text{Erstarren}$$

$$q_s = \frac{c \cdot \Delta \vartheta \cdot t_1}{t} \quad q_s = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

30. In einer Zeit t wird die Energie E = E_o . f . t erzeugt.
Es sind als Energie bei einem Wirkungsgrad η abzuführen

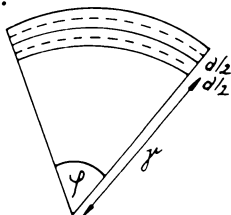
$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta = \frac{100 - \eta}{\eta} E$$

$$V \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta \vartheta = \frac{100 - \eta}{\eta} \cdot E_o \cdot f \cdot t$$

$$V = \frac{100 - \eta}{\eta} \cdot \frac{E_o \cdot f \cdot t}{\rho \cdot c \cdot \Delta \vartheta} \quad V = 107,4 \text{ l}$$

7. Ausdehnung der Körper bei Temperaturänderung

1.



Es gilt:

$$\varphi(r - \frac{d}{2}) = 1 + \Delta l_1$$

$$\varphi(r + \frac{d}{2}) = 1 + \Delta l_2$$

wobei,

$$\Delta l_1 = 1 \cdot \alpha_1 \Delta T \text{ und}$$

$$\Delta l_2 = 1 \cdot \alpha_2 \Delta T$$

$$(r - \frac{d}{2}) (1 + \alpha_2 \Delta T) =$$

$$(r + \frac{d}{2}) (1 + \alpha_1 \Delta T).$$

Damit ist

$$r = \frac{\frac{d}{2} (2 + (\alpha_1 + \alpha_2) \Delta T)}{(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T}$$

$$r = 20,03 \text{ cm}$$

2. Es gilt für $p = \text{const}$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{und damit } V_2 = 4 V_1$$

$$T_2 = 4 T_1$$

$$T_2 = 1172 \text{ K}$$

=====

$$3. \Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot T$$

$$\Delta V = 150 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 4,95 \text{ cm}^3$$

=====

$$4. \text{ Es gilt bei Erwärmung des Glases } V_1 = V_0 (1 + \gamma \Delta T)$$

$\gamma \dots$ Ausdehnungskoeffizient des Glases

Die Dichte des Quecksilbers hat sich geändert $\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \gamma_1 \Delta T}$

Somit sind die Massen $m_0 = V_0 \rho_0$ und $m_1 = V_1 \rho_1$ erhalten.

$$\text{Damit wird } \gamma_{\text{Glas}} = \frac{m_1 (1 + \gamma_1 \Delta T) - m_0}{m_0 \Delta T}$$

$$\gamma_{\text{Glas}} = 2,95 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

=====

$$5. V_1 = V_0 (1 + \gamma \Delta T) \text{ und } V_0 = \pi r^2 h_0$$

$$\Delta h = h_1 - h_0 = h_0 \gamma \Delta T$$

$$\Delta h = 1,56 \text{ mm}$$

=====

6. Es sei F_0 die Kraft, mit der die Röhre aus dem wasser herausgedrückt wird. Dann gilt im Falle des Gleichgewichts
- $$F_0 - G - F = 0 \quad \begin{array}{l} G \dots \text{Gewicht der Röhre} \\ F \dots \text{Kraft infolge des Luftdrucks} \end{array}$$
- Es ist $F_0 = \gamma \cdot h_1 \cdot A$ $\gamma \dots$ Wichte des Wassers
 $h_1 \dots$ Luftsäule nach Eindrücken

Diese Kraft entsteht durch die Druckdifferenz von unten nach oben auf das geschlossene Ende der Röhre.

$$F_0 = p_1 A - (p_0 + \gamma h) A \quad p_1 \dots \text{Luftdruck nach Eindrücken}$$

Es gilt für die Luftsäule das Boylesche Gesetz

$$p_0 \cdot h \cdot A = p_1 h_1 A$$

Daraus ergibt sich

$$F_0 = \frac{A}{2} \left[\sqrt{(p_0 + \gamma h)^2 + 4 p_0 \gamma h} - (p_0 + \gamma h) \right] - G$$

$$F_0 = 8,65 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

=====

7. In diesem Fall würde das Wasser in den Zustand eines idealen Gases übergehen. Für dieses gilt

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \quad p = 138,6 \text{ MPa}$$

=====

8. Ausgangszustand $p_1 V = \frac{m}{M_1} \cdot R \cdot T_1$

Endzustand $p_2 V = \frac{m}{M_2} \cdot R \cdot T_2$

$M_1 \dots$ Molare Masse von Ozon

$M_2 \dots$ molare Masse von Sauerstoff

Für das thermische Gleichgewicht gilt

$$\frac{m}{M_1} \cdot q_0 = c_v \frac{m}{M_2} \cdot (T_2 - T_1)$$

Damit wird $p_2 = p_1 \cdot \left[\frac{q_0}{c_v T_1} + \frac{M_1}{M_2} \right]$ $p_2 \approx 9,98 \cdot p_1$

=====

9. Es gilt $m = \frac{M \cdot p \cdot V}{R \cdot T}$ $M = 17$
 $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$$m = 34,5 \text{ g}$$

=====

10. Für $V_1 = V_2$ gilt $p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1}$ $p_2 = 310,9 \text{ kPa}$
- =====

11. Die Endtemperatur ergibt sich aus

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\gamma_{\text{Luft}} = 1,4$$

Zu bedenken ist, daß sich der Luftdruck mit zunehmender Höhe ändert. Nutzt man die barometrische Höhenformel, so wird

$$\frac{p_1}{p_2} = 10^{-\frac{h}{18400 \text{ m}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(10^{-\frac{h}{18400 \text{ m}}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_1 = T_2 \cdot 10^{-\frac{h(\gamma-1)}{18400 \text{ m} \cdot \gamma}}$$

$$T_1 = 282,9 \text{ K}$$

=====

12. $\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2}$

$$v_2 = \frac{p_1 v_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{p_2}$$

$$v_2 = 286,7 \text{ cm}^3$$

=====

13. Die Massen m_0 und m_1 bei den Temperaturen T_0 und T_1 betragen

$$m_0 = \frac{p_0 v_0}{R \cdot T_0} = \frac{M \cdot v}{V_0}$$

$$m_1 = \frac{M \cdot v}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T_1}$$

$$V_0 = 22,4 \text{ l}$$

Für einen Aufstieg muß gelten

$$m \cdot g \leq g(m_0 - m_1)$$

$m \dots$ Masse der Hülle

$$m \cdot g \leq \frac{R \cdot M \cdot v}{V_0} \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right)$$

Daraus ergibt sich die Minimaltemperatur $T_{\min}$

$$1 - \frac{T_0}{T_{\min}} = \frac{m}{M} \cdot \frac{V_0}{v}$$

$$T_{\min} = 546 \text{ K}$$

=====

14. Bei der Erwärmung ändern sich alle Längen im gleichen Verhältnis. Die Scheibe bleibt sich stets ähnlich, also ändert sich der Winkel nicht.

15. Ist ρ_0 die Dichte der Flüssigkeit bei 0°C , dann ist nach dem Archimedischen Gesetz die Masse des festen Körpers

$$m = (V - v) \cdot \rho_0 \quad (1)$$

Nach der Temperaturänderung auf T ist die Masse des festen Körpers weiterhin m und sein Volumen ist gleich dem der verdrängten Flüssigkeit. Es gilt also

$$m = V \cdot (1 + \gamma_1 T) \cdot \frac{\rho_0}{1 + \gamma_2 T} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich

$$T = \frac{\frac{v}{V}}{(1 - \frac{v}{V}) \gamma_2 - \gamma_1} \quad T = 25^\circ\text{C}$$

=====

8. Energieaustausch zwischen thermodynamischen Systemen

1. Der Wärmeaustausch mit der Umgebung ist proportional der Temperaturdifferenz zwischen Wasser und Umgebung, d.h., das Wasser gibt in der Zeit t eine größere Wärmemenge ab, wenn es noch nicht durch das Eis abgekühlt ist. Es ist also günstiger, zuerst zu warten und dann das Eis zuzugeben.

2. Es gilt: $\rho \cdot V_1 c (T_1 - T_m) = \rho \cdot V_2 (T_m - T_2)$ und $V_1 + V_2 = V$.
Damit erhält man

$$V_1 = \frac{V(T_m - T_2)}{T_1 - T_2} \quad V_1 = 250 \text{ l}$$

=====

$$V_2 = V - V_1 \quad V_2 = 300 \text{ l}$$

=====

3. Es gilt $W_w = m \cdot c \cdot \Delta T \quad (1)$

Aus $\Delta V = \frac{\gamma_m}{\rho_0} \Delta T$ folgt $\Delta T = \frac{\Delta V \cdot \rho_0}{\gamma \cdot m}$

und damit aus (1) mit $\gamma = 1,8 \cdot 10^4 \text{ K}^{-1}$

$$W_w = \frac{\Delta V \cdot \rho_0 \cdot c}{\gamma} \quad W_w = 156,4 \text{ J}$$

=====

4. Zum Schmelzen von n Motorgehäusen wird die Energie

$$\eta \cdot W = n(c \cdot m(T_2 - T_1) + q_s \cdot m)) \text{ genutzt.}$$

Daraus ergibt sich

$$n = \frac{1 \cdot W}{m \cdot (c(T_2 - T_1) + q_s)}$$

Mit den Tabellenwerten $c = 0,54 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$,

$T_2 = 1150^\circ\text{C}$ und $q_s = 0,96 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$

erhält man $n = 240$
=====

5. Bezeichnet man mit m die Masse und mit h den Heizwert des verbrauchten Benzins, dann gilt

$$P = \frac{W}{t} = \eta \frac{m \cdot h}{t} \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{\eta \cdot m \cdot h}{P} \quad t = 43465 \text{ s} \approx 12 \text{ h}$$

Mit $v = \frac{s}{t}$ erhält man $v = 53,8 \text{ kmh}^{-1}$
=====

6. Eisen ist ein besserer Wärmeleiter als Holz. Es leitet deshalb die Handwärme schneller ab. Man empfindet es deshalb als kälter.

7. Während des Herabstürzens wandelt sich die potentielle Energie des Wassers in kinetische Energie um und diese beim Auftreffen auf das Unterwasser in Wärme. Es ist

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \text{bzw.} \quad \Delta T = \frac{g \cdot h}{c}$$

und mit $c = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $\Delta T = 0,28 \text{ K}$
=====

8. Die von der Dampfmaschine verrichtete Arbeit ist

$$W = \eta \cdot \eta_t \cdot m \cdot q = \eta \cdot (1 - \frac{T_2}{T_1}) \cdot m \cdot q \quad W = 890 \text{ MJ}$$

=====

9. Es gilt $m_1 \cdot c (T_m - T_1) = m \cdot c (T_c - T_m)$

und damit $T_m = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$ $T_m = 46,25^\circ\text{C}$
=====

10. Es seien: q die Leistung der Wärmequelle, T_0 die Anfangstemperatur, T die Temperatur des Körpers zur Zeit t , m die Masse des Kupfers und $K = A \cdot \alpha$ eine Konstante. Die zur Zeit t vom Körper ausgenommene Wärme ist

$$Q_{\text{auf}} = q \cdot t - K(T - T_0) \quad t = m \cdot c_{\text{Cu}} \cdot (T - T_0) \quad (1)$$

Daraus ergibt sich die Temperatur-Zeit-Funktion

$$T = \frac{q}{K + \frac{m c}{t}} + T_0$$

Für $t \rightarrow \infty$ folgt daraus $T_{\text{max}} = \frac{q}{K} + T_0$

Das folgt auch aus (1) $Q_{\text{auf}} = 0$

Für $K = 65 \frac{\text{J}}{\text{Kmin}}$ ist nach 10 min $T_{\text{max}} - T < 0,1 \text{ K}$, d.h., von dieser Zeit an ist die Temperaturänderung nicht mehr feststellbar. Mit den gegebenen Werten ist dann

$$T_{\text{max}} = T_0 + 2,3 \text{ K}$$

11. Um bei konstantem Volumen eine Luftmenge mit der Masse m von T_1 um ΔT zu erwärmen, muß eine Wärmemenge W_1 zugeführt werden und es gilt $W_1 = c_v \cdot m \cdot \Delta T$. (1)

Erwärmt man Luft bei konstantem Druck, dann dehnt sie sich aus. Es wird also zusätzlich mechanische Arbeit $p \cdot \Delta V$ verrichtet. Bei gleicher Temperaturdifferenz wie bei (1) gilt also

$$W_2 = c_p \cdot m \cdot \Delta T = W_1 + p \cdot \Delta V = c_v \cdot m \cdot \Delta T + p \cdot \Delta V.$$

Daraus folgt

$$c_p = c_v + \frac{p \cdot \Delta V}{m \cdot \Delta T} > c_v \quad 1 \text{ kcal} = 4,18 \text{ kJ}$$

9. Zustandsänderung von Gasen

1. Es gilt: $V_1 = 2V_2$; $V'_1 = 3V'_2$

$$V_1 + V_2 = V'_1 + V'_2$$

$$p_0 V_1 = p_1 V'_1; \quad p_0 V_2 = p_2 V'_2$$

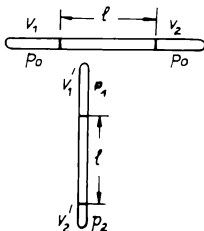
Daraus ergibt sich

$$p_1 = \frac{8}{9} p_0 \text{ und } p_2 = \frac{4}{3} p_0 \quad (1)$$

$$\text{Außerdem gilt } p_2 = p_1 + (c_{\text{Hg}} \cdot g \cdot l) \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich

$$l = \frac{4 p_0}{9 c_{\text{Hg}} g} \quad l = 33,8 \text{ cm}$$

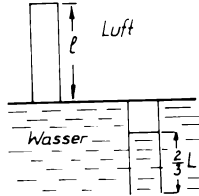


2. Es ist $V_0 = 3 V_1$; $p_1 = p_0 + \frac{1}{3} L \cdot \rho \cdot g$

Damit ergibt sich aus

$$\frac{V_0 \cdot p_0}{T_0} = \frac{V_1 p_1}{T_1}$$

$$T_0 = \frac{3 p_0 \cdot T_1}{p_0 + \frac{1}{3} L \cdot \rho \cdot g}$$



3. Es ist $(V_1 - V_x) p_1 = (V_2 - V_x) p_2$

$$V_x = \frac{V_2 p_2 - V_1 p_1}{p_2 - p_1} \quad V_x = 1,67 \text{ cm}^3$$

=====

4. Der Atmosphärendruck ist

$$p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_1 + p_1 = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h_2 + p_2$$

Nach dem Boyleschen Gesetz ist $p_2 = n \cdot p_1$.

$$\text{Damit ergibt sich } p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot \frac{n h_1 - h}{n - 1}$$

5. Bei konstantem Druck hat bei der Temperatur T_2 das gesamte Gas das Volumen $V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V$. Die Masse des entwichenen Gases ist

$$\Delta m = (V_2 - V_1) \cdot \rho_2 = V \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot \rho_2 \quad (1)$$

Dividiert man beide Seiten der Zustandsgleichung für ideale Gase durch m , dann ergibt sich

$$\frac{p}{\rho_2 T_2} = \frac{p_0}{\rho_0 T_0} \quad \rho_2 = \frac{p T_0}{p_0 T_2} \cdot \rho_0$$

$$\text{Damit wird aus (1)} \quad \Delta m = V \cdot \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot T_0 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

und mit $T_0 = 273 \text{ K}$ und $p_0 = 1,033 \text{ kp cm}^{-2}$

$$m = 1,45 \text{ g}$$

=====

6. Der Luftdruck ist $p_k = p_{ak} + p_{1k}$ (1)

p_{ak} : angezeigter Druck ($\rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h_k$)

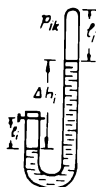
p_{1k} : Druck der eingeschlossenen Luft.

Dabei ist $p_{11} = 760 \text{ Torr} - 720 \text{ Torr} = 40 \text{ Torr}$

Für das Volumen V_1 der eingeschlossenen

Luft gilt $V_1 = A \cdot l_1$

Dann ist der Druck $p_{1k} = \frac{l_1 \cdot T_k}{l_1 \cdot T_1} \cdot p_{11}$ (2)



- a) $T_2 = T_1$; $l_2 = 16 \text{ cm}$;

$$p_2 = p_{a2} + \frac{l_2}{l_1} \cdot p_{11} \quad p_2 = 735 \text{ Torr}$$

=====

- b) $l_3 = l_1$

$$p_3 = p_{a3} + \frac{T_3}{T_1} \cdot p_{11} \quad p_3 = 759 \text{ Torr}$$

=====

- c) $l_4 = 16 \text{ cm}$

$$p_4 = p_{a4} + \frac{l_1 \cdot T_4}{l_4 \cdot T_1} \cdot p_{11} \quad p_4 = 731 \text{ Torr}$$

=====

7. Es ist $W_w = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$.

Aus $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ ergibt sich $T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1$

und damit $W_w = m \cdot c_v \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) T_1 \quad W_w = 609 \text{ kJ}$

=====

8. Aus der Zustandsgleichung folgt

$$p = m \cdot R \frac{T}{V}, \text{ aus dem Diagramm } p = -k \cdot V + \text{const} = -k(V + k_1)$$

Daraus ergibt sich $T \sim V \cdot (V + k_1)$.

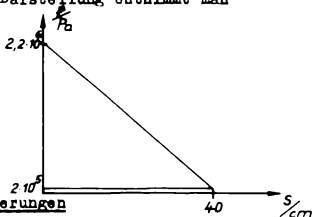
9. Der Vorstellung entnimmt man $p \sim T$. Die Zustandsänderung ist also isochor, d.h. $V = \text{const}$.

13. Aus der grafischen Darstellung entnimmt man

$$W_m = \frac{p_1 - p_2}{2} \cdot A \cdot s$$

$$W_m = 10 \text{ kJ}$$

=====



10. Aggregatzustandsänderungen

1. Es seien T_w und T_z die Schmelztemperaturen q_w und q_z die spezifischen Schmelzwärmen von Wasser und Zink und c_w , c_z und c_m die spezifischen Wärmekapazitäten von Wasser, Zink und Messing. Dann gilt

$$m \cdot c_z (T_z - T) + m \cdot q_z = (m_1 c_m + m_2 c_w) (T - T_w) + m_2 q_w$$

Daraus ergibt sich die Mischtemperatur

$$T = \frac{m \cdot (c_z T_z + q_z) + m_1 c_m T_w + m_2 (c_w T_w + q_w)}{m c_z + m_1 c_m + m_2 c_w}$$

2. Mit $Q = \frac{m}{t}$ gilt

a) $Q t_1 c_w (T_2 - T_0) = (m_w c_E + m_m c_m) (T_0 - T_1) + m_w q_w$ bzw.

$$t_1 = \frac{(m_w c_E + m_m c_m) (T_0 - T_1) + m_w q_w}{Q (T_2 - T_0) \cdot c_w} \quad t_1 = 21,35 \text{ min}$$

=====

- b) Aus $Q \cdot (t_2 - t_1) c_w (T_2 - T_3) = ((m_w + Q \cdot t_1) c_w + m_m c_m) (T_3 - T_0)$ folgt

$$t_2 = \frac{((m_w + Q t_1) c_w + m_m c_m) (T_3 - T_0)}{Q \cdot c_w (T_2 - T_3)} + t_1 \quad t_2 = 27,4 \text{ min}$$

=====

3. a) Bei bekannter Schmelzwärme des Wassers $q_w = 334 \text{ kJ kg}^{-1}$ läßt sich die spezifische Wärme von Wismut bestimmen:

$$m_{Bi} \cdot c_{Bi} \cdot (T_{Bi} - T_0) = m_w \cdot q_w$$

$$c_{Bi} = \frac{m_w q_w}{m_{Bi} (T_{Bi} - T_0)}$$

$$c_{Bi} = 0,125 \text{ kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$

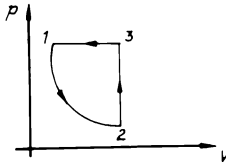
=====

10. Die Zustandsänderungen sind:

1 - 2 : Isotherme Expansion - $p \cdot V = \text{const}$ - Wärmeaufnahme

2 - 3 : Isochore Erwärmung - $\frac{p}{T} = \text{const}$ - Wärmeaufnahme

3 - 1 : Isobare Abkühlung - Wärmeabgabe



11. Bei adiabatischer Kompression wird die gesamte mechanische Arbeit zur Erhöhung der inneren Energie W_1 des Knallgases genutzt. Es gilt

$$W_m = W_1 = n \cdot C_V \Delta T \quad \Delta T = \frac{W_m}{n \cdot C_V}$$

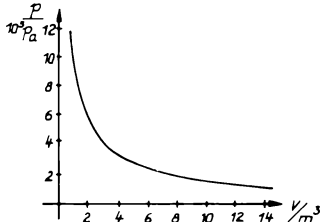
Mit $C_V = 5 \text{ cal Mol}^{-1} \text{K}^{-1} = 5.4,19 \text{ J Mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ (zweiatomiges Gas)

und $n = \frac{1 \text{ Mol} - 0,1 \text{ l}}{22,4 \text{ l}} = 4,46 \cdot 10^{-3} \text{ Mol}$

ergibt sich $\Delta T = 497 \text{ K}$ $T = 770 \text{ K}$
=====

12. Mit $p \cdot V = \text{const}$ erhält man folgende Wertepaare

$\frac{p}{10^5 \text{ Nm}^{-2}}$	$\frac{V}{\text{m}^3}$
12	1
6	2
3	4
1	12
18	0,67



b) Die Masse des je Stunde aufgenommenen Wassers ist

$$m_w = m_L(x_2 - x_1)$$

Mit $\varphi_2 = \frac{x_2}{x_{s2}}$ und den Gleichungen (1) wird daraus

$$m_w = \frac{(p - \varphi_1 p_{s1}) V_1}{R_L \cdot T_1} \cdot (\varphi_2 x_{s2} - \varphi_1 x_{s1}) \quad m_w = 11 \text{ kg}$$

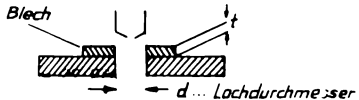
=====

11. Elastizität und Festigkeit von Festkörpern

1. $\tau = \frac{F_t}{A}$

$$\tau = \frac{F_t}{\pi \cdot d \cdot t} = 27 \text{ MPa}$$

=====



2. Es gilt für die Scherspannung $\tau = \frac{F}{A}$, damit $F = \tau \cdot \frac{\pi}{4} d^2$,

Für die Bleche gilt die Zugspannung $\epsilon = \frac{F}{A}$ mit $A = a \cdot t$
 damit $\epsilon = \frac{\tau \cdot \frac{\pi}{4} d^2}{a \cdot t} \quad \epsilon = 7009 \text{ MPa}$

=====

3. a) $\tau = \frac{4 F_t}{\pi d^2} \quad d = \sqrt{\frac{4 F_t}{\pi \tau}} \quad d = 6,2 \text{ cm}$

=====

b) Zugspannung $\epsilon = \frac{F}{A}$ mit $A = a \cdot b \quad \epsilon = \frac{F}{a \cdot b} \quad b = \frac{F}{a \cdot \epsilon}$

$$b = 0,3 \text{ cm}$$

=====

4. $\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \epsilon \quad E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa für Stahlguß}$

$$\Delta l = \frac{l_0 \cdot \epsilon}{E} \quad \Delta l = 0,24 \text{ cm}$$

=====

5. a) $\Delta l = \frac{l_0 \cdot F}{E \cdot A} \quad E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad \Delta l = 0,48 \text{ cm}$

=====

b) $\frac{\Delta l}{l_0} = 0,00096$

=====

c) $\epsilon = \frac{F}{A} \quad \epsilon = 200 \text{ MPa}$

=====

-64-

$$6. \quad l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad \Delta l = \frac{l_0 \cdot F}{E \cdot A} \quad \alpha \cdot \Delta T = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A}$$

$$F = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad F = 1100 \text{ N}$$

=====

7. Die Last von 1000 N verteilt sich auf die drei Drähte.
Für jeden Draht gilt:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E$$

Wegen der Symmetrie werden alle Drähte gleich stark verlängert

$$\Delta l_{\text{Stahl}} = \Delta l_{\text{Kupfer}}$$

Damit gilt

$$F_{\text{St}} = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot A \cdot E_{\text{St}}$$

$$F_{\text{K}} = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot A \cdot E_{\text{K}}$$

$$\frac{F_{\text{St}}}{F_{\text{K}}} = \frac{E_{\text{St}}}{E_{\text{K}}} = 2; \quad F_{\text{St}} = 2 F_{\text{K}}$$

Im Gleichgewichtsfall gilt

$$2 F_{\text{K}} + F_{\text{St}} = G \quad 4 F_{\text{K}} = G \quad F_{\text{St}} = \frac{G}{2}$$

$$F_{\text{K}} = 250 \text{ N}$$

=====

$$F_{\text{St}} = 500 \text{ N}$$

=====

8. Die Dehnungsarbeit ist

$$W_F = \frac{1}{2} F \cdot \Delta x$$

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ N} \cdot 16 \text{ cm} = 4 \text{ Nm}$$

=====

Die Federkonstante ergibt sich aus $F = k \cdot x$

$$k = \frac{F}{\Delta x}$$

$$k = \frac{50 \text{ N}}{16 \text{ cm}} = 312,5 \text{ Nm}^{-1}$$

=====

9. Es gilt

$$k = \frac{m \cdot g}{l_1} = \frac{V \cdot \rho_K \cdot g}{l_1}$$

$$k = \frac{m \cdot g - F_A}{l_2} = \frac{V \cdot g \cdot (\rho_K - \rho_W)}{l_2}$$

(ρ_K ... Dichte des Körpers

ρ_W ... Dichte des Wassers

V ... Volumen des Körpers und des verdrängten Wassers

F_A ... Auftriebskraft

Daraus erhält man

$$\rho_K = \frac{l_1}{l_1 - l_2} \rho_W$$

$$\rho_K = 2,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

=====

12. Schwingungen und Wellen

1. Im Nulldurchgang der Membran ist v maximal und damit $\cos \omega t = 1$. Also $v = x_{\max} \cdot 2\pi f$

Energie des Systems ist dann $W = m \cdot 2\pi^2 x_{\max}^2 \cdot f^2 = m \cdot g \cdot h$

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{g \cdot h}{2\pi^2 f^2}} \quad x_{\max} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

=====

2. $t = \frac{\pi \cdot v}{v} \quad t = 16,4 \text{ h}$

=====

3. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$

$$m_1 g + kx_1 = 0 \quad (m_1 + m_2) \cdot g + kx_2 = 0$$

$$x_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \cdot x_1 \quad x_2 = 1,44 \cdot x_1$$

=====

4. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{4 \cdot k}} \quad T = 0,25 \text{ s} \quad f = 4 \text{ Hz}$

=====

5. Für ein Sekundenpendel gilt $T = 2 \text{ s}$

Folglich $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Die Pendel sind nach 298 s synchron. Das Pendel mit Magnetkraft hat in 298 s 299 Schwingungen zurückgelegt. Also ist unter der zusätzlichen Wirkung der Beschleunigung a_m

$$\frac{298}{299} = \pi \sqrt{\frac{1}{g + a_m}} \quad \text{Daraus ergibt sich } a_m = 2,59 \text{ ms}^{-2}$$

=====

Die Kraft ist dann $F_m = m \cdot a_m \quad F_m = 2,10 \text{ mN}$

=====

6. $T_2 = T_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \quad T_2 = 0,27 \text{ s}$

=====

Auf waagerechter Bahn keine zusätzliche Beschleunigung, also $T_1 = 0,5 \text{ s}$

=====

7. Die Frequenz der Grundschiwingung einer Saite ergibt sich zu

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{A^2 \cdot \rho}} \quad \text{oder} \quad f_0 = \frac{1}{l \cdot d} \sqrt{\frac{F}{A \cdot \pi \cdot \rho}}$$

Das ergibt $f_0 = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$
 =====

8. Der Ton wird hörbar, wenn die Frequenz der schwingenden Stimmgabel gleich der Frequenz der Luftsäule ist. Für einseitig geschlossene Röhren gilt

$$f = \frac{2k+1}{4} \cdot \frac{v_s}{l_k} \quad \text{und} \quad k = 0, 1, 2 \dots$$

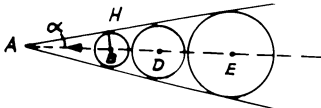
$$\text{Damit wird } l_k = \frac{2k+1}{4} \cdot \frac{v_s}{f}$$

Da die Röhre einen Meter lang sein sollte, kann eine Resonanz bei $k=0$ und $k=1$ eintreten.

$$l_0 = \frac{1}{4} \cdot \frac{340}{340} \text{ m} = 0,25 \text{ m} \quad l_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{340}{340} \text{ m} = 0,75 \text{ m}$$

=====

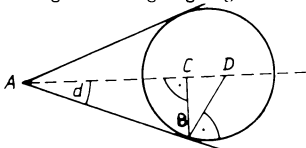
- 9.



Der Schall breitet sich vom Flugzeug in konzentrischen Kreisen aus. Wenn die Fluggeschwindigkeit größer als die Schallgeschwindigkeit ist, so bleiben die konzentrischen Kreise hinter dem Flugzeug. Es entsteht ein Kegel mit der Spitze A, in der sich das Flugzeug befindet. Der "Schallkegel" bewegt sich mit der Geschwindigkeit v des Flugzeugs mit. Es gilt für den Kegel

$$\sin \alpha = \frac{BH}{AB} = \frac{v_s \cdot t}{v_F \cdot t} = \frac{v_s}{v_F}$$

Bei vorbeifliegendem Flugzeug ergibt sich folgendes Bild:



Im Punkt B erreicht den Beobachter der Schall, der in D abgestrahlt wurde. CB beträgt 6 km, $AB = \frac{CB}{\sin \alpha} = CB \cdot \frac{v_F}{v_s}$

$$AB = 8,8 \text{ km} \approx 9 \text{ km}$$

=====

10. Es gilt für die Schwingung einer gespannten Saite

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$$

Für den Schwingkreis gilt $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$

Daraus folgt für die Spannkraft

$$F = \frac{m \cdot l}{\pi^2 \cdot L \cdot C} \quad F = 100 \text{ N}$$

=====

An der Mitte der Saite tritt infolge der Erregung ein Schwingungsbauch auf. Die Oberschwingungen können dabei nur ungeradzahlige Vielfache der Grundschwingung sein.

11. Es muß im Resonanzfall gelten $f_L = f_s$

$$f_L = \frac{v_L}{2(1 - \tau_1)} \quad f_s = 1700 \text{ Hz}$$

=====

12. $\lambda_L = \frac{l_L \cdot 4}{11}$ denn Knoten am Ende und Bauch an Öffnung

$$\lambda_L = 14,9 \text{ cm} \quad f_{Ev} = 2282 \text{ Hz} \quad \frac{\lambda_L}{\lambda_w} = \frac{v_L}{v_w}$$

$$v_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_L} \cdot v_L \quad \text{mit } \lambda_w = 53,5 \text{ cm} \quad v_w = 1221 \text{ ms}^{-1}$$

=====

13. Bei gedeckter Lippenpfeife entstehen Eigenfrequenzen

$$f_k = \frac{(2k+1)}{4l} \cdot v_L \quad 4l = 15 \text{ m}$$

Grundton $k = 0 \quad f_0 = 22,7 \text{ Hz}$

1.Oberton $k = 1 \quad f_1 = 68 \text{ Hz}$

2.Oberton $k = 2 \quad f_2 = 113 \text{ Hz}$

14. Stehende Wellen in Stäben haben die Wellenlänge $\lambda = 2l$

$$f \cdot \lambda = v_L \cdot 12 \quad f = \frac{340 \cdot 12}{2 \cdot 1,2} \text{ s}^{-1}$$

$$f = 1700 \text{ Hz}$$

=====

15. Es handelt sich um einen Doppler-Effekt. Für die Frequenz beim Doppler-Effekt gilt

$$f_2 = f_0 \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v_0}} \right) \quad \begin{array}{l} v_s \dots \text{Schiffsgeschwindigkeit} \\ v_0 \dots \text{Schallgeschwindigkeit} \end{array}$$

$$v_s = c \cdot \left(1 - \frac{t_0}{t_2} \right) \quad v_s = 13 \text{ ms}^{-1}$$

=====

$$f_3 = f_0 \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v_w}} \right) \quad \begin{array}{l} v_w \dots \text{Schallgeschwindigkeit im Wasser} \\ f_3 = 1287 \text{ Hz} \end{array}$$

=====

$$v_w = 1485 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$16. f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad f = 159 \text{ kHz}$$

$$17. \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}}$$

$$T = 9,5 \text{ ms}$$

Mit der Abklingkonstante eines Schwingkreises von $\delta = \frac{R}{2L}$ ist das logarithmische Dämpfungsdekrement

$$\Lambda = \delta \cdot T \quad \Lambda = \frac{R}{2L} \cdot T \quad \Lambda = 1,19$$

$$18. f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad L = \frac{4\pi N^2 A_1}{l} \cdot 10^{-9} \text{ H}$$

$$C = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{A_2}{4d} \frac{F}{m}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{4\pi \frac{1}{l} d \cdot 9 \cdot 10^{11}}{4\pi N^2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot 10^{-9}} \quad f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{6 \cdot 28} \sqrt{\frac{1 \cdot d}{N^2 \cdot A_1 \cdot A_2}}$$

$$f = 477 \text{ kHz}$$

$$19. l = \frac{d}{2} \quad l = \frac{c}{2f} \quad l = c \cdot \pi \sqrt{L \cdot C} \quad l = 2,98 \text{ m}$$

13. Elektrische Ladung - elektrisches Feld

$$1. \text{ Es ist } x = \frac{Q_1}{Q_2} \quad \text{und} \quad Q_1 + Q_2 = \text{const.}$$

Damit gilt vor dem Zusammenstoß

$$F_1 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \epsilon r^2} = \frac{x \cdot Q_1^2}{4\pi \epsilon r^2} \quad (1)$$

und danach

$$F_2 = \frac{\left(\frac{Q_1+Q_2}{2}\right)^2}{4\pi \epsilon \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{(x+1)^2 Q_1^2}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) erhält man

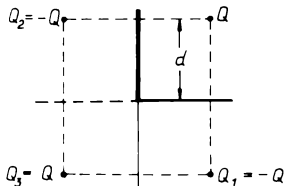
$$x^2 + \frac{2F_1 - F_2}{F_1} \cdot x + 1 = 0$$

$$\text{und daraus } x_{1,2} = \frac{F_2 - 2F_1}{2} \pm \frac{1}{2F_1} \cdot \sqrt{F_2(F_2 - 4F_1)}$$

$$\underline{\underline{x_1 = 2}} \quad \underline{\underline{x_2 = \frac{1}{2}}}$$

x_1 und x_2 gehen durch Vertauschung von Q_1 und Q_2 auseinander hervor.

2. Eine Metallplatte ist immer Äquipotentialfläche. Das vorliegende elektrische Feld stimmt überein mit dem von 4 Punktladungen (Abb.)



Für die Kraft auf Q gilt

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, wobei $\vec{F}_3$ der Resultierenden $\vec{F}_{12}$ entgegengerichtet ist. Der Betrag von $\vec{F}$ ist

$$F = \frac{Q^2}{32 \pi \epsilon d^2} \cdot (\epsilon \cdot \sqrt{2} - 1)$$

=====

3. Bewegt sich das Teilchen auf der Achse, dann ist die Resultierende der auf die Ladung wirkenden Kräfte im zylindrischen Teil Null. Im konischen Teil wirkt eine resultierende Kraft in Bewegungsrichtung. Die Geschwindigkeit des Teilchens wird also im Abschnitt AB größer.

4. a) $E_1 = \frac{F_1}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1^2}$ $E_1 = 300 \text{ kVm}^{-1}$
=====

b) $U_1 = \frac{W_1}{q} = \int_0^{r_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1}$ $U_1 = 90 \text{ kV}$
=====

c) $U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$ $U_{12} = 60 \text{ kV}$
=====

d) $W_{12} = U_{12} \cdot q$ $W_{12} = 4,2 \text{ mJ}$
=====

5. Vor der Vereinigung ist das Potential an den Kugeloberflächen

$$U_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad U_1 = 100 \text{ V}$$

und nach der Vereinigung mit $R^3 = 10^6 r^3$

$$U_2 = \frac{10^6 Q}{4\pi\epsilon R} = \frac{10^4 Q}{4\pi\epsilon r} = 10^4 U_1 \quad U_2 = 10^6 \text{ V}$$

6. Vor dem Einbringen der Porzellanplatte ist die Kapazität

$$C_1 = \frac{Q}{U_1} = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (1)$$

Danach läßt sie sich berechnen als Kapazität zweier hintereinandergeschalteter Kondensatoren.

$$C_2 = \frac{Q}{U_2} = \frac{C_L C_P}{C_L + C_P} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) erhält man $C_2 = \frac{U_1}{U_2} \cdot C_1$.

Damit, mit (1) und $C_L = \epsilon_0 \frac{A}{\frac{d}{2}}$ und $C_P = \epsilon_0 \epsilon_p \frac{A}{\frac{d}{2}}$ ergibt sich

aus (2)

$$\frac{U_1}{U_2} C_1 = \frac{U_1}{U_2} \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{2 \epsilon_0 A}{d \left(\frac{1}{\epsilon_p} + 1 \right)} \quad \text{und daraus}$$

$$\epsilon_p = \frac{U_1}{2U_2 - U_1} \quad \epsilon_p = 6$$

$$7. a) \quad Q = C U = \epsilon_0 \frac{A U}{d} \quad (1) \quad Q = 2,66 \text{ nC}$$

$$b) \quad F = \frac{1}{2} E Q = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \frac{U^2 A}{d^2} = \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 A} \quad (2) \quad F = 39,9 \text{ nN}$$

- c) Die Arbeit erfolgt bei konstanter Ladung, damit ist nach (2) auch die Kraft konstant und es gilt

$$W = F(d' - d) \quad W = 3,59 \text{ } \mu\text{J}$$

Es gilt außerdem

$$U' C' = U \cdot C \cdot U' = \frac{C}{C'} U = \frac{d'}{d} U \quad U = 3 \text{ kV}$$

Die Energieänderung ist

$$W_2 - W_1 = \frac{U' Q}{2} - \frac{U Q}{2} \quad W_2 - W_1 = 3,59 \text{ } \mu\text{J} = W$$

$$d) \quad W' = \int_a^{d'} F ds = \frac{1}{2} \epsilon_0 U^2 A \int_a^{d'} \frac{1}{d^2} dd = \frac{1}{2} \epsilon_0 U^2 A \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d} \right)$$

$$W' = -359 \text{ nJ}$$

$$\text{Aus } \frac{Q'}{C} = \frac{Q}{C} \text{ folgt } Q' = \frac{C'}{C} Q = \frac{d}{a} U \quad (3) \quad Q' = 0,266 \text{ nC}$$

Die Energieänderung ist

$$W'_2 - W_1 = \frac{U Q'}{2} - \frac{U Q}{2}$$

$$W'_2 - W_1 = -359 \text{ nJ} = W'$$

e) Die Ladung bleibt konstant, es gilt

$$Q = C'' \cdot U'' = C U; \quad U'' = \frac{C U}{C''} = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot U \quad U'' = 60 \text{ V}$$

Mit (2) ist

$$F'' = \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 \epsilon_r A} = \frac{1}{\epsilon_r} F \quad F'' = 7,98 \text{ } \mu\text{N}$$

f) Es ist wie in (3)

$$Q'' = \frac{C''}{C} \cdot Q = \epsilon_r \cdot Q \quad Q'' = 13,3 \text{ nC}$$

$$F'' = \frac{Q''^2}{2 \epsilon_0 \epsilon_r A} = \epsilon_r F \quad F'' = 0,2 \text{ mN}$$

8.

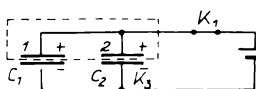


Abb. a

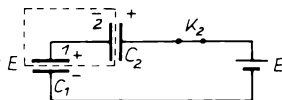


Abb. b

Schließt man die Schalter K_1 und K_2 , dann werden die Kondensatoren C_1 und C_2 parallel an die Spannung E gelegt.

Für die Ladungen gilt

$$Q_1 = C_1 E \quad \text{und} \quad Q_2 = C_2 E \quad (\text{Abb. a}) \quad (1)$$

Nach dem Öffnen K_1 und K_3 kann die Gesamtladung der Platten 1 und 2 sich nicht mehr ändern. Beim Schließen von K_2 werden die Kondensatoren hintereinandergeschaltet.

Es gilt $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1' - Q_2'$ und mit (1)

$$(C_1 + C_2) E = C_1 U_1' - C_2 U_2' \quad (\text{Abb. b}) \quad (2)$$

Außerdem ist $U_1' + U_2' = E$. (3)

Aus (2) und (3) erhält man $U_1' (1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}) E$
 =====

9. Die Aufladung der Kondensatoren erfolgt wie in der Skizze angegeben. Die Aufladungsrichtung von C_3 hängt von den Beträgen C_1, C_2, E_1, E_2 ab. Im Gebiet um K_1 können Ladungen nur durch Influenz verschoben werden, d.h., die Gesamtladung um K_1 bleibt auch nach Anlegungen der Spannungen Null.

Es gilt also

$$-C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3 = 0 .$$

Außerdem $U_1 + U_3 = E_1$ (2) und $U_1 + U_2 = E_1 + E_2$ (3)

Aus (1), (2) und (3) erhält man mit $Q = C \cdot U$ daraus die Ladungen

$$Q_1 = C_1 U_1 = \frac{C_3 E_1 + C_2 (E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_1 ;$$

$$Q_2 = C_2 U_2 = \frac{C_3 E_2 + C_1 (E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_2$$

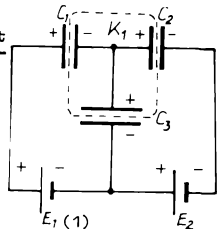
$$Q_3 = C_3 U_3 = \frac{C_1 E_1 - C_2 E_2}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot C_3$$

Die Aufladung des Kondensators C_3 erfolgt wie in der Skizze, wenn

$C_1 E_1 > C_2 E_2$ und entgegengesetzt, wenn

$C_1 E_1 < C_2 E_2$

Bei Gleichheit ist $U_3 = 0$ und damit auch $Q_3 = 0$.



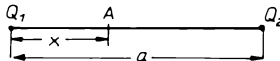
10. Solange der Schalter geschlossen ist, fließt über den Kondensator kein Strom. Die Spannung zwischen A und O ist $\frac{U}{2} = 100 \text{ V}$. Diese Spannung liegt auch am Kondensator. Nach dem Ausschalten sind Widerstand - Kondensator - Widerstand in Reihe geschaltet. An diesem Stromkreis liegt die Spannung U und am Anfang die Gegenspannung $\frac{U}{2}$ des Kondensators.

Es beginnt ein Ladestrom zu fließen, wobei über jedem Widerstand $\frac{U}{4}$ abfällt.

Die Spannung U_{OA} springt also beim Unterbrechen des Schalters

auf $\frac{U}{2} + \frac{U}{4} = 150 \text{ V}$ und wächst dann exponentiell auf 200 V an.

11.



Die Gesamtfeldstärke im Punkt A ist

$$E = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon(a-x)^2} - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon x^2}$$

Daraus folgt für $E = 0$

$$x = \sqrt{\frac{aQ_2}{Q_1}} + 1$$

$$x = 29 \text{ cm}$$

=====

14. Leitung in Metallen und einfache elektrische Stromkreise

$$1. \quad \frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad R_g = 0,65 \Omega$$

=====

$$\frac{1}{R_2} = \frac{R_1 - R_g}{R_g \cdot R_1} \quad R_2 = 12 \Omega$$

=====

3. Die Empfindlichkeit eines Galvanometers (Stromempfindlichkeit) ist definiert als $E = \frac{\Delta \psi}{\Delta I}$

Bei Herabsetzen der Empfindlichkeit muß der Innenwiderstand verringert werden.

$$R_2 = \frac{1}{50} R_1 \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} \quad R = 20,4 \Omega$$

$$4. U_1 = I_g R_1 \quad R_1 = \frac{R_1 \cdot R}{R_1 + R} \quad R_g = R + R_1$$

$$I_g = \frac{U}{R_g} \quad R_1 = 40 \Omega \quad R_g = 100 \Omega, I_g = 1,2 A$$

$$U_1 = I_g \cdot R_1 \quad U_1 = 48 V$$

$$5. P_1 = P_2 \quad \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{U_2^2}{R_2} \quad U_2 = \frac{U_1}{2}$$

$$\text{daraus folgt } R_2 = \frac{R_1}{4}$$

dies ist erreichbar, wenn die Hälfte der Heizwendel d.h.

$\frac{R_1}{2}$ parallel geschaltet an die 110 V angeschlossen werden, denn $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{R_1}{2}} \quad R_g = \frac{R_1}{4}$

6. Es gilt $W = P \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$ und damit $R = \frac{U^2}{W} \cdot t = k \cdot t$

Damit sind für die 3 Schaltungen die Widerstände

$$R' = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = k \cdot t_1 \quad (1)$$

$$R'' = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = k \cdot t_2 \quad (2)$$

$$R''' = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = k \cdot t_3 \quad (3)$$

Dividiert man (1) durch (2) und (1) durch (3), dann erhält man

$$\frac{R'}{R''} = \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_3} = \frac{t_1}{t_2} = 0,5 \quad \frac{R}{R'''} = \frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_3} = \frac{t_1}{t_3} = 1,25$$

$$\text{Daraus ergibt sich } R_1 = 3 R_3 \quad \text{und } R_2 = 7 R_3 \quad (4)$$

und damit $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 = 11 R_3 = k \cdot t_4$ (5)

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{31}{21 R_3} = k \frac{1}{t_5} \quad (6)$$

Aus (1), (4) und (5) erhält man

$$t_4 = \frac{88}{31} t_1 \quad t_4 = 56,8 \text{ min}$$

und aus (1), (4) und (6)

$$t_5 = \frac{168}{961} t_1 \quad t_5 = 3,5 \text{ min}$$

7. Leistung an Außenwiderstand R ist $P = U \cdot I$

Die wirkende Spannung ist in vorliegendem Fall

$$U = E - I \cdot R_i \quad \text{und} \quad I = \frac{E - U}{R_i}$$

Damit ist $P = \frac{E \cdot U - U^2}{R_i}$ Für U an der Batterie ergibt sich

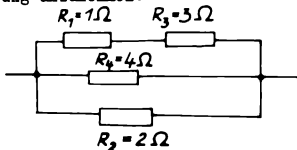
$$U = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} - R_i \cdot P} \quad U_1 = 9 \text{ V} \quad U_2 = 1 \text{ V}$$

Dieselbe Leistung kann demnach an verschiedenen Widerständen R erzeugt werden, je nachdem, wie groß die Stromstärke ist.

$$\text{Z.Bsp.} \quad R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad \text{mit } I_1 = 1 \text{ A} \quad R_1 = 9 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} \quad \text{mit } I_2 = 9 \text{ A} \quad R_2 = 0,1 \Omega$$

8. Wenn der Gesamtwiderstand 1Ω sein soll, so ist folgende Schaltung anzunehmen:



$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega} \quad \frac{1}{R_g} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{2}{4\Omega} = \frac{4}{4\Omega}$$

Wenn durch R_3 3 A fließen, so ergibt sich eine Spannung von $U = R \cdot I$

$$U = 4 \cdot 3 \text{ V}$$

$$U = 12 \text{ V}$$

=====

Dann fließen durch R_2 $I_2 = \frac{U}{R_2}$

$$I_2 = \frac{6 \text{ A}}{1} = 6 \text{ A}$$

=====

Die dort abgegebene Leistung ist dann $P = U \cdot I$

$$P = 72 \text{ W}$$

=====

9. a) $P_1 = U_1 \cdot I$ $P_2 = U_2 \cdot I = I^2 \cdot R$

$$P_1 + P_2 = P_g$$

$$U_1 I + R I^2 = P_g$$

$$I^2 + \frac{U_1}{R} I - \frac{P_g}{R} = 0 \quad I \approx 2 \text{ A}$$

=====

b) $Q = U_1 \cdot I \cdot t$

$$Q = 576 \text{ kJ}$$

=====

c) $\vartheta = \frac{U_L}{I \cdot R_0} - R_0$ $\vartheta = 3000^\circ\text{C}$

=====

10. $W_w = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

a) $\eta_{e1} = \frac{Q \cdot V \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{Q \cdot V \cdot c \cdot \Delta\vartheta}$

$$\eta = \frac{W_w}{W_{e1}}$$

$$\eta = 87 \%$$

=====

b) $W_{e1} = U \cdot I \cdot t$

$$= \frac{U^2}{R} \cdot t$$

$$R = \frac{U^2}{W_{e1}} \cdot t \quad R = 3,5 \Omega$$

=====

11. $P = \eta \cdot U \cdot I$

$$= \frac{P}{U \cdot I}$$

$$\eta = 73 \%$$

=====

$$W_w = \eta \cdot U \cdot I \cdot t$$

$$W_w = 1,6 \text{ kWh}$$

=====

-17-

$$12. \quad W_{el} = \frac{U^2}{R_g} \cdot t \quad W_w = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta \vartheta + m_v \cdot q_v$$

Parallelschaltung der Widerstände $R_{g1} = \frac{R}{2}$

Reihenschaltung der Widerstände $R_{g2} = 2R = 4 \cdot R_{g1}$

Ein Widerstand $R_{g3} = R = 2 \cdot R_{g1}$

$$a) \quad P_1 = \frac{\rho \cdot V c \Delta \vartheta + m_v q_v}{t} \quad P_1 = 809 \text{ W}$$

=====

$$b) \quad R_{g2} = 4 R_{g1} \quad W_{el2} = \frac{1}{4} W_{el1}, \text{ aber } t_2 = 4 t_1, \\ \text{also 100 g Wasser verdampfen ebenfalls}$$

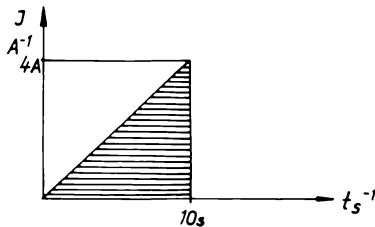
$$c) \quad R_{g3} = 2 R_{g1} \quad W_{el3} = \frac{1}{2} W_{el1}$$

$$\rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta \vartheta = \frac{U^2}{2R_g} \cdot t_3 \quad \frac{2 \rho V c \Delta \vartheta}{P_1} = t_3$$

$$t_3 = 20,7 \text{ min}$$

=====

13.



$$Q = \frac{I \cdot t}{2} \quad Q = 20 \text{ C} \quad (\text{vergl. Federspannarbeit!})$$

=====

14. a) Halbleiterdiode
 b) Halbleiterwiderstand
 c) $I \sim U$ Metallwiderstand bei $\vartheta = \text{const}$

15. Elektrische Leitung in Elektrolyten

1. $M = \ddot{A} \cdot I \cdot t$ $P = U \cdot I$ $K = W \cdot \text{Pr}$
 $= \frac{W}{t}$

$\ddot{A} = 0,3294 \frac{\text{mg}}{\text{As}}$ $K = \frac{U \cdot M \cdot \text{Pr}}{\ddot{A}}$ $K = 1,31 \text{ M}$
 =====

2. $m = \ddot{A} \cdot I \cdot t$ mit $\ddot{A} = \frac{M}{F \cdot z}$ $P = U \cdot I$

$m = \ddot{A} \cdot \frac{P}{U} \cdot t$ $\ddot{A} = 0,01045 \text{ mA}$
 $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ As mol}^{-1}$

$m = 7,315 \text{ mg Wasserstoff}$
 =====

3. $m = a \cdot b \cdot d \cdot \rho$ $m = Q \cdot \ddot{A}$ $\ddot{A}_{\text{Cu}} = \frac{M}{F \cdot z}$

$Q = \frac{m}{\ddot{A}} = \frac{a \cdot b \cdot d \cdot \rho}{\ddot{A}}$ $Q = 9,733 \cdot 10^4 \text{ As}$ $\ddot{A}_{\text{Cu}} = 0,3292 \frac{\text{mg}}{\text{As}}$
 =====

$n_e = \frac{Q}{e}$ $n_e = 6 \cdot 10^{23}$
 =====

4. Wenn die Zelle Strom liefert, gehen Zn^{++} -Ionen in Lösung und Cu^{++} -Ionen werden abgeschieden. Durch jeweils ein Zn-Atom wird in den äußeren Stromkreis eine Ladung von $Q_1 = -3,2 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ geliefert. Damit die Konzentration konstant bleibt, muß sich ständig soviel $\text{CuSO}_4 \cdot 5 \text{ H}_2\text{O}$ auflösen, wie Cu transportiert wird.

Transportierte Ladungsmenge $Q = 5760 \text{ As}$
 =====

Abgeschiedene Anzahl der Zinkatome

$n_{\text{Zn}} = \frac{Q}{Q_1}$ $n_{\text{Zn}} = 18 \cdot 10^{21} \text{ Atome}$

$m_{\text{Zn}} = \frac{n \cdot M_{\text{Zn}}}{h}$ $m_{\text{Zn}} = 1,95 \text{ g}$
 =====

$m_{\text{Cu}} = \frac{n \cdot M_{\text{Cu}}}{h}$ $m_{\text{Cu}} = 1,9 \text{ g}$
 =====

$\frac{m_{\text{CuSO}_4}}{m_{\text{Cu}}} = \frac{M_{\text{CuSO}_4}}{M_{\text{Cu}}}$ $m_{\text{CuSO}_4} = 7,46 \text{ g}$
 =====

5. Es wird eine Energie von $W = W_2 - W_1$ in der Zelle bei der Reaktion von 1 mol freigesetzt.
Es werden jeweils zwei Ladungen durch ein Ion transportiert.

$$Q = 2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

$$Q = 19,3 \cdot 10^4 \text{ As} \quad W = W_2 - W_1 = 209 \cdot 10^3 \text{ Js}$$

$$U = \frac{W}{Q} \quad U = 1,08 \text{ V}$$

=====

6. $U_0 = I (R_1 + R_V)$ $m = \dot{A} \cdot I \cdot t$ mit $\dot{A} = 67,08 \text{ mg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

$$R_V = 3,5 \Omega \quad I = 1,99 \text{ A}$$

=====

$$U_0 = 8 \text{ V} \quad Q = 600 \text{ As}$$

=====

16. Elektrische Leitung in Halbleitern

1. a) Da Antimon fünfwertig auftritt, entsteht ein n-leitender Halbleiter.

- b) Es sind in Ge $2,3 \cdot 10^{13}$ Ladungsträger/cm³ vorhanden.
Das ergibt mit $\rho = 5,35 \text{ g/cm}^3$ für 0,5 kg Ge

$$n_{\text{Ge}} = 2,15 \cdot 10^{15}$$

Bei Zimmertemperatur ist praktisch wegen der geringen Bindungsenergie der Elektronen jedes Antimonatom ionisiert.
Für 0,1 g Sb liegen vor

$$n_{\text{Sb}} = \frac{N_L \cdot m}{M} \quad n_{\text{Sb}} \approx 5 \cdot 10^{20}$$

Es handelt sich um eine Vergrößerung der Leitfähigkeit um 5 Größenordnungen.

2. Die elektrische Leitfähigkeit hängt vor allem ab von der Ladungsträgerkonzentration und der Beweglichkeit der Ladungsträger. Es gilt dann für den spezifischen Widerstand

$$\rho = \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot h \cdot u} \quad \rho = 0,115 \Omega \text{ m} \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

===== $n = 3 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}; u = 0,18 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$

3. Aus der angegebenen Beziehung für das Konzentrationsverhältnis folgt durch Logarithmieren

$$\Delta = \frac{\left[\ln \frac{n_1}{n_2} - \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{3/2} \right] \cdot 2k}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

$$\text{Damit ist } \Delta = 3,72 \cdot 10^{-20} \text{ Js}$$

$$\Delta = 0,232 \text{ eV}$$

=====

4. Für die Hallspannung gilt

$$U_H = R \cdot \frac{B \cdot I}{d} \quad U_H = \frac{b}{\sigma} \cdot \frac{B \cdot I}{d}$$

$$\text{Daraus erhält man } \sigma = 3,87 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

=====

Dieses Material könnte Al mit $\sigma = 3,6 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \cdot m}$ sein.

5. Mit obiger Gleichung ergibt sich $U_H = 80,2 \text{ mV}$
- =====

6. Es gilt für die entstehende Ladungsmenge

$$Q = e \cdot N = e \cdot \frac{E_L}{E_P}$$

$$Q = \frac{E_L \cdot \lambda \cdot e}{h \cdot c} \quad Q = 16,12 \mu\text{As}$$

=====

7. Lösung siehe 14.14

17. Elektrische Leitung in Gasen und im Vakuum

1. $\frac{m}{2} v^2 = e \cdot U$ damit $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$

$$v = 3,75 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1} \quad E = 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

=====

2. $v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U} \quad v = 2,3 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$

=====

3. Für die Ablenkung im Feld gilt

$$\Delta x = \frac{E_x \cdot l^2}{4 U} \quad \text{Dabei gilt für die Flugzeit}$$

$$T^2 = \frac{l^2}{2 \frac{e}{m} U} \quad \Delta x = \frac{a}{2} T^2 \quad \Delta x = 1 \text{ mm}$$

=====

4. $F_{el} = q \cdot E \quad F_{mgn} = q \cdot v \cdot B$

$$F_{el} = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ N} \quad F_{mgn} = 9,7 \cdot 10^{-16} \text{ N}$$

=====

in Richtung E senkrecht zu E und B

5. Der Strom, der den Spannungsabfall $U = I \cdot R$ hervorruft, ist der gleiche, der durch den Kondensator fließt.

$$I = e \cdot n \cdot A \cdot d \text{ mit } A = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0}$$

$$I = \frac{e \cdot n \cdot C \cdot d^2}{\epsilon_0} \text{ und } U = \frac{e \cdot n \cdot C \cdot d^2}{\epsilon_0} \cdot R$$

$$U = 6,5 \mu V \quad \text{mit } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

=====

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F cm}^{-1}$$

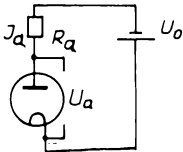
6. Es ergibt sich

$$a) \tan \alpha = \frac{1}{2} \frac{U_y}{U_x} \quad b) y_0 = \frac{2 \cdot l \cdot U_y}{2 d U_x}$$

$$c) v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{e}{m} \cdot \frac{4 d^2 U_x^2 + l^2 U_y^2}{2 d^2 U_x}}$$

$$d) U_{y\max} = \frac{2 d^2 U_x}{l^2}$$

- 7.



Es gilt $U_0 = I_a R_a + U_a$ mit

$$I_a = U_a + B U_a^2$$

$$I_a = \frac{U_0}{R_a} + \frac{(A R_a + 1) - \sqrt{(A R_a + 1)^2 + 4 U_0 B R_a}}{2 B R_a^2}$$

$$I_a = 5 \text{ mA}$$

=====

$$8. e \cdot U = W_j \quad E = \frac{U}{d} \quad d = \frac{W_j}{e \cdot E} \quad a = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$9. I = \frac{n \cdot e}{t} \quad n = \frac{I \cdot t}{e} \quad n = 6,25 \cdot 10^{15} \text{ Elektronen/s}$$

=====

$$\begin{aligned}
 10. \quad v &= \sqrt{2 \frac{e}{m} U} & v &= 10^7 \text{ ms}^{-1} \\
 & & &===== \\
 a &= \frac{eU}{m \cdot s} & a &= 5,3 \cdot 10^{15} \text{ ms}^{-2} \\
 & & &===== \\
 t &= \frac{v}{a} & t &\approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ s} \\
 & & &=====
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad E_K &= \frac{m}{2} \cdot v^2 = e \cdot U \\
 E_K &= 4,8 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 3 \cdot 10^4 \text{ eV} \\
 &=====
 \end{aligned}$$

$$12. \quad U_a = I \cdot R_a \text{ mit } I = k \cdot \pi \cdot d \cdot l \quad U_a \approx 151 \text{ V} \\
 &=====$$

$$13. \quad a) \quad y = \frac{E_y}{4 \cdot U_x} \cdot x^2 \quad eU_x = \frac{m}{2} v_x^2$$

$$v_x = \sqrt{\frac{e \cdot l \cdot E_y}{m y_0}} \cdot (D - \frac{1}{2}) \quad D = x = 30 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 v_x &\approx 10^7 \text{ ms}^{-1} \\
 b) \quad & \begin{array}{c} \text{Spule} \\ \downarrow H \\ A \text{-----} B \\ \downarrow E \\ A' \text{-----} B' \end{array}
 \end{aligned}$$

durch E Ablenkung vertikal
 durch H Ablenkung horizontal
 mit Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$

Leuchtfleck beschreibt auf dem Schirm eine Ellipse.
 Sollten die durch E und H hervorgerufenen Amplituden
 gleich groß sein, so entsteht ein Kreis.

$$\begin{aligned}
 14. \quad a) \quad W &= e \cdot U = \Delta mc^2 = mc^2 - mc_0^2 \\
 &= m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \\
 v &= c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{eU}{m_0 c^2}\right)^2}} \\
 v &= 2,33 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \\
 &=====
 \end{aligned}$$

$$b) I = \frac{n \cdot e}{t} \quad \frac{n}{t} = \frac{I}{e} \quad \frac{n}{t} = 3,12 \cdot 10^{16} s^{-1}$$

=====

$$c) E_g = h \cdot f_g = h \cdot \frac{e}{\lambda_{\min}} \quad E_g = e \cdot U$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e \cdot U} \quad \lambda_{\min} = 4,1 \cdot 10^{-12} m$$

=====

18. Elektromagnetische Induktion

$$1. \text{ Es gilt } U_{\text{ind}} = -B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = -B \cdot l \cdot v$$

$$U_{\text{ind}} = 0,4 \cdot 10^{-2} V$$

=====

$$2. U_{\text{ind}} = \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} \quad U_{\text{ind}} = 0,05 V$$

=====

$$3. U_{\text{ind}} = \frac{B \cdot l^2 \cdot \pi \cdot n}{30} \quad \text{damit}$$

$$n = \frac{30 \cdot U_{\text{ind}}}{B \cdot l^2 \cdot \pi} \quad n = 63,7 \text{ min}^{-1} = 3822 s^{-1}$$

=====

$$4. U_{\text{ind}} = B \cdot l \cdot v \cdot \cos \alpha \quad U_{\text{ind}} = 43 \text{ mV}$$

=====

5. Dreht sich die Scheibe im Uhrzeigersinn, so fließt der Strom von der Achse der Scheibe zum unteren Ende, d.h. zum "Badanschluß". Im anderen Fall fließt der Strom entgegengesetzt.

$$6. U_2 = N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad N_2 \dots \text{Windungszahl der Sekundärspule}$$

$$\Delta \Phi_1 = A \cdot \mu_0 \cdot \Delta I$$

$$\Delta \Phi_1 = A \cdot \mu_0 \cdot \Delta I \cdot \frac{N_1}{l}$$

$$\Delta \Phi_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot \frac{\Delta I \cdot N_1}{l}$$

$$\Delta \Phi_2 = \Delta \Phi_1 = \Delta \Phi = 6,1 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\text{Damit } U_1 = 101,6 \text{ mV}$$

=====

$$U_2 = 6,1 V$$

=====

7. Es gilt $Q = \frac{\mu_0 N_1 \cdot I_1 \cdot v \cdot H_2 \cos \alpha}{2 I_1 l}$

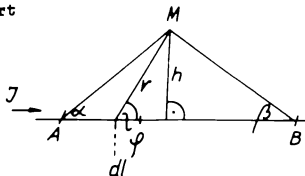
$Q = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ C}$
=====

8. $\frac{d_1}{\mu_0 A} + \frac{1}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{d_2}{\mu_0 A} + \frac{1}{\mu_0 \mu_r A}$
 $d_2 = d_1 + l \int_0 \frac{H_1 - H_2}{B} \quad d_2 = 3 \text{ mm}$
=====

19. Magnetismus

1. a) Gesetz von Biot-Savart

$dH = \frac{I}{4\pi r^3} (dl \cdot r)$



$d\varphi = \frac{dl \cdot \sin \varphi}{r} = \frac{h}{r^2} = \sin \varphi$

$H = \frac{I}{4\pi} \int \frac{1}{r^2} d\varphi \cdot \sin \varphi \cdot r^2 \sin \varphi \cdot d\varphi$
 $\varphi(A) = \alpha \quad \varphi(B) = (180^\circ - \beta)$

$H = \frac{I}{4\pi h} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} \sin \varphi d\varphi \quad H = \frac{I}{4\pi h} (\cos \beta + \cos \alpha)$
w. z. b. w.

b) $F = \frac{\mu_0 I \cdot I' \cdot l}{2\pi d}$

Die anziehende Kraft aus der Wechselwirkung mit dem parallelen Leiterstück tritt viermal auf. Also

$F_{anz} = 4 F = \frac{\mu_0 I I' \cdot 4 a}{2\pi d}$

$F_{abs} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot I' \cdot a}{2\pi \sqrt{a^2 + d^2}} \approx \frac{\mu_0 I I'}{2\pi}$

weil $a \gg d \quad \sqrt{a^2 + d^2} \approx a \quad F_{anz} = 4 F_{abs} = \frac{2\mu_0 I \cdot I'}{\pi}$

$$\text{Gesamtkraft: } F = F_{\text{anz}} - F_{\text{abs}} = \frac{\mu_0 I \cdot I'}{2\pi d} \cdot l_{\text{ges}}$$

$$\text{weil } l_g \gg 4d \quad F = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$2. \quad F_g = F_{\text{mag}} \quad \rho \cdot A \cdot l \cdot g = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot l}{2 \cdot x \cdot \pi}$$

$$x = \frac{2 \mu_0 I_1 I_2}{\pi^2 \cdot \rho \cdot D^2 \cdot g} \quad x = 0,98 \text{ cm}$$

$$3. \text{ Aus Biot-Savart folgt } dH = \frac{I \, dl}{4\pi r^2}$$

$$H = \frac{I}{4r} \quad \text{damit } H_I = H_{II} = \frac{I}{4(r_1 + r_2)}$$

$$H_I = H_{II} = 0,51 \text{ A m}^{-1}$$

$$H_{90^\circ} = \sqrt{H_I^2 + H_{II}^2} = \sqrt{2} \cdot H_I \quad H_{90^\circ} = 0,73 \text{ A m}^{-1}$$

$$H_{180^\circ} = 2 H_I \quad H_{180^\circ} = 1,02 \text{ A m}^{-1}$$

4. Für kleine Ausschläge der Magnetnadel gilt $\alpha \sim I$.
Außerdem gilt das Faradaysche Gesetz und damit $m \sim I$.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad m_2 = 6 \text{ mg}$$

5. Für den Mittelpunkt der Spule gilt

$$H = \frac{N \cdot I}{\sqrt{4R^2 + l^2}} \quad (\text{nach Hänsel/Neumann Physik III, S. 72})$$

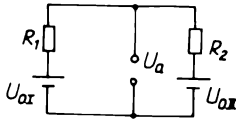
$$a) \quad H = 1,185 \cdot 10^4 \text{ A m}^{-1}$$

$$b) \quad H \sim \frac{N \cdot I}{l} \quad \text{mit } H \approx 1,2 \cdot 10^4 \text{ A m}^{-1} \quad \text{Fehler } 1,25 \%$$

$$6. \quad U_{oI} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{ABl}{t} = \pi r_1^2 B_0 \quad U_{oII} = \pi r_2^2 B_0$$

Für Ohmsche Widerstände gilt $\frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1}$

a) Ersatzschaltbild



$$I = \frac{U_{oI} - U_{oII}}{R_1 + R_2}$$

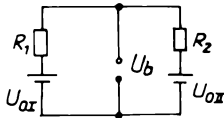
$$U_a = U_{oI} - I \cdot R_1$$

$$I = \pi r_2^2 \cdot \frac{B_0}{R_2} \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right)$$

$$U_a = \pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot B_0$$

=====

b) Ersatzschaltbild



$$I = \frac{\pi B_0 (r_1^2 + r_2^2)}{\left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) R_2}$$

$$U_b = U_{oI} - I R_1$$

$$U_b = \pi B_0 \frac{r_1 r_2 (r_1 - r_2)}{r_1 + r_2}$$

=====

7. $\Phi = B \pi \cdot l^2$

$\Phi = 0,157 \text{ Vs}$
=====

8. $\mu_r = \frac{B(H)}{\mu_0 H}$

$\mu_r = 1400$
=====

$B(H = 796 \frac{\text{A}}{\text{m}}) = 1,45$

9. $\Phi = \frac{I \cdot N}{\frac{l_L}{\mu_0 \mu_L} + \frac{l_{Fe}}{\mu_0 \mu_{Fe}}}$

B ist im Kern und im Luftspalt gleich groß, also

$B_L = B_{Fe} = \frac{\Phi}{A}$ $B_{Fe} = \frac{I \cdot N \cdot \mu_0}{l_L + \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe}}}$

$\mu_{Fe} = \frac{l_{Fe} \cdot B}{\mu_0 N I - l_L B}$ $\mu_{Fe} = 440$
=====

10. Es gilt $\varphi = \frac{2 l \cdot M}{8 \pi G \cdot d^4}$ M... Drehmoment

und $F = B \cdot b \cdot I$ $M = \mu_0 \cdot a \cdot b \cdot H \cdot I$

$I = \frac{8 \pi \cdot \varphi \cdot d^4 \cdot G}{\mu_0 \cdot a \cdot b \cdot H}$ $I = 10^{-7} \text{ A}$
=====

20. Gesetze des Wechselstroms

1. In jeder Periode des Wechselstroms hat die Helligkeit der Lampe zweimal ein Maximum. Wenn durch die Spalte immer gerade diese Maxima wahrgenommen werden, erscheint das Licht kontinuierlich. Dazu muß gelten (n : Drehzahl ; z : Zahl der Spalte)

$$f = \frac{n \cdot z}{2}$$

$$f = 3000 \text{ min}^{-1} = 50 \text{ Hz}$$

=====

Für Personen, deren Flimmererschmelzungsfrequenz unter 50 s^{-1} liegt, verschwindet schon bei der halben Drehzahl das Flimmern. Es wird dann jedes zweite Maximum wahrgenommen.

2. a) Die gesamte Momentanstromstärke ergibt sich aus

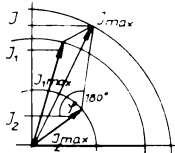
$$I = I_{1\text{max}} \sin \omega t + I_{2\text{max}} \sin (\omega t - \varphi)$$

I ist ebenfalls ein sinusförmiger Wechselstrom. Dem Zeigerdiagramm entnimmt man

$$I_{\text{max}}^2 = I_{1\text{max}}^2 + I_{2\text{max}}^2 + 2 I_{1\text{max}} I_{2\text{max}} \cos \varphi$$

$$\text{Daraus ergibt sich mit } I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\text{max}}$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{I_{1\text{eff}}^2 + I_{2\text{eff}}^2 + 2 I_{1\text{eff}} I_{2\text{eff}} \cos \varphi}$$



$$I_{\text{eff}} = 71,2 \text{ A}$$

=====

b) $P_1 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$

$$P_1 = 880 \text{ W}$$

=====

$$P_2 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

$$P_2 = 311 \text{ W}$$

=====

3. a) $U_{\text{eff}} = I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = I_{\text{eff}} \sqrt{R^2 + 4\pi^2 \omega^2 L^2}$ $U_{\text{eff}} = 1,41 \text{ V}$

=====

b) $= \arctan \frac{2\pi f L}{R}$

$$\varphi = 45^\circ$$

=====

4. a) Die Stromstärke ist am größten im Resonanzfall

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$f = 503 \text{ Hz}$$

=====

b) $I_f = \frac{U}{R}$

$$I_f = 12 \text{ A}$$

=====

$$I_{2f} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (4\pi f L - \frac{1}{4\pi f C})^2}}$$

$$I_{2f} = 0,25 \text{ A}$$

=====

$$5. a) I = \frac{U_1}{R_1} \quad I = 2,5 \text{ A}$$

$$b) \text{ Es gilt } \frac{U}{\sqrt{(R+R_1)^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = I = \frac{U_1}{R_1}$$

Daraus ergibt sich

$$R = \frac{R_1}{2} \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{U_1^2} \quad R = 0,68 \Omega$$

und

$$c) L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U_2^2}{U_1^2} R_1^2 - R^2} \quad L = 89 \text{ mH}$$

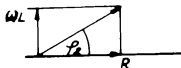
$$d) P_1 = U_1 \cdot I = \frac{U_1^2}{R_1} \quad P_1 = 125 \text{ W}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P_2 = U_2 I \frac{R}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}}$$

$$P_2 = 4,23 \text{ W}$$

$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad P_{\text{ges}} = 129,23 \text{ W}$$



$$\cos \varphi = 0,594$$

$$6. \text{ Es gilt } \eta E_1 I_1 = E_2 I_2 \quad \text{und } k = \frac{E_2}{E_1}$$

$$\text{Daraus folgt } I_2 = \eta k \cdot I_1 \quad I_2 = 48 \text{ A}$$

7. Es sei $P_1 = p \cdot \cos \varphi$ die aufgenommene Leistung. Nimmt man an, daß die gesamte in Wärme umgewandelte Energie vom Ölbad aufgenommen wird, dann gilt für den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_1 - \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{t}}{P_1} = 1 - \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{t \cdot P_1 \cdot \cos \varphi} \quad \eta = 0,99 \text{ (99 \%)}$$

8. Das Meßgerät zeigt die Stromstärke $I = \frac{U}{R_s}$ an. (1)
Für den gesamten Scheinwiderstand gilt

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_M} \quad (2)$$

$$R_M = \sqrt{R_1^2 + R_{ind}^2} \quad (3)$$

Mit (2) und (3) folgt aus (1)

$$I = U \left(\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + R_{ind}^2}} + \frac{1}{R} \right) \quad I = 10,14 \text{ A}$$

=====

21. Lichtausbreitung

- Der Weg von 3 km wird in 10^{-5} s zurückgelegt. Diese kurze Zeit zwischen Öffnen der Lampenöffnung und Eintreffen des reflektierten Strahls ist mit Hilfe des menschlichen Auges nicht registrierbar.
- Das Licht trifft den Film nicht, wenn der Zeitunterschied zwischen Blitzaussendung und Verschlußöffnung etwas größer als 10^{-3} s ist. Für ihn ergibt sich

$$s = \frac{c \cdot t}{2} \quad s = 150 \text{ km}$$

=====

Es handelt sich um ein Gedankenexperiment, das in der Realität nicht durchführbar war (Lichtstärken zu gering).

- Für die frequenzabhängige Lichtgeschwindigkeit gilt $c_f = \frac{c_0}{n_f}$, wobei n_f die Brechzahl für Licht der Frequenz f ist. Damit wird

$$c_{rot} = 2,257 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \quad c_v = 2,232 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

Für eine Strecke von 50 m ergibt sich die Zeitdifferenz zwischen rotem und violettem Lichtanteil zu

$$\Delta t = t_v - t_{rot} \quad \Delta t = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Damit hat das rote Licht den violetten Anteil in einer Entfernung $l = c_v \cdot \Delta t$ $l = 0,558 \text{ m}$ überholt.

=====

4. Der Einfallswinkel auf der zweiten Prismenfläche ist gleich dem brechenden Winkel ϵ : $\gamma = \epsilon = 10^\circ$.

$$\sin \alpha_R = n_R \sin \gamma \quad \text{damit } \alpha_R = 16^\circ 32'$$

$$\sin \alpha_V = n_V \sin \gamma \quad \text{damit } \alpha_V = 17^\circ 4'$$

Die Winkeldifferenz ist $\beta = \alpha_V - \alpha_R \quad \beta = 32'$.

Damit muß der Schirm, wenn $d = 10 \text{ cm}$ sein soll,

$$l = \frac{d}{\sin \beta} \quad l = 11 \text{ m}$$

=====

entfernt aufgestellt werden.

5. Mit $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ ergibt sich $\beta = 19,5^\circ$.
- =====

Die Parallelverschiebung ist dann

$$a = \frac{d \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \quad a = 0,4 \text{ cm}$$

=====

6. Für die Abbildung durch die brechende Kugeloberfläche gilt

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

g... Gegenstandsabstand } vom Scheitelpunkt der
b... Bildabstand } Kugeloberfläche

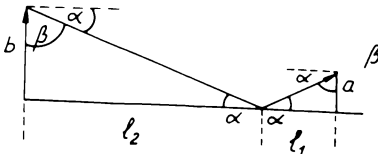
$n_1 \dots n \rightarrow$ Glas $n_2 = 1$ Luft; $g = R$.

$$\frac{n}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1 - n}{R} \quad \text{Damit wird } b = \frac{R}{1 - 2n} = -\frac{3}{5} R$$

=====

Der Beobachter sieht den Fisch $\frac{3}{5} R$ unterhalb des Scheitelpunktes der Kugeloberfläche.

7.



$$l_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot a$$

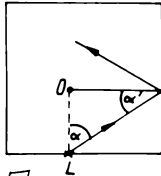
$$l_2 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot b$$

Die Flußbreite ist $l = l_1 + l_2$.

$$l = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} (a+b) \quad l = 97 \text{ m}$$

=====

8.



Totalreflexion bei A
für alle Strahlen von L

$$\sin \alpha' = \frac{1}{n} \quad \alpha' = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin \alpha' = \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \geq \frac{1}{n}$$

=====

Damit $n \geq \sqrt{2}$ $n \geq 1,41$

=====

9. Der Lichtstrahl wird in Richtung zur brechenden Kante abgelenkt. Es gilt

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_L}{n_W} \quad \text{und} \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{n_W}{n_L}$$

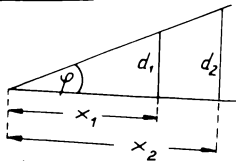
$$\beta_1 = \varepsilon - \alpha_2 \quad \text{damit folgt} \quad \alpha_2 = 29,88^\circ \quad \beta_2 = 0,1^\circ$$

$$\text{Ablenkwinkel } \delta = \alpha_1 + \beta_2 - \varepsilon \quad \delta = -7,9^\circ$$

=====

22. Interferenz und Beugung des Lichtes

1.



$$2d_1 n = k \lambda$$

$$2d_2 n = (k+1) \lambda$$

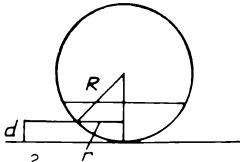
$$\tan \varphi = \frac{d_1}{x_1} = \frac{d_2}{x_2}$$

$$x_2 - x_1 = (d_2 - d_1) \cot \varphi$$

$$\text{Damit ist } x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2n} \cot \varphi \quad x_2 - x_1 = 0,4 \mu\text{m}.$$

Auf einen Zentimeter Keillänge entfallen damit 24000 dunkle Interferenzstreifen.

2.



$$2dn = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{maximale Verstärkung}$$

$$(2R-d) d = r^2 \quad \text{für kleine } d$$

$$2Rd = r^2$$

$$R = \frac{2nr^2}{k\lambda} \quad \text{für } n = 1; k = 6 \quad R = 10 \text{ m}$$

=====

3. Es gilt für die maximale Verstärkung des Lichtes

$$d = \frac{\lambda}{4} \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad \alpha \dots \text{Einfallswinkel}$$

$$d = 130 \text{ nm}$$

=====

4. Es gilt für die Interferenz an einer dünnen Schicht

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad \text{Für } k = 0 \text{ ergibt sich die minimale}$$

Dicke $d_{\min} = 0,14 \text{ } \mu\text{m}$

=====

5. Aus $d = \frac{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin 21^\circ \cdot \sigma_1}$ ergibt sich $d = 15 \text{ } \mu\text{m}$

=====

6. $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \quad \sin \alpha = k_1 \frac{\lambda_1}{g} \quad \text{und} \quad \sin \alpha = k_2 \frac{\lambda_2}{g}$

Damit wird $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2}$

Von den Lösungen $k_1 = 2, k_2 = 3$ und $k_1 = 4, k_2 = 6$ kommt wegen $k_2 \leq 5$ nur die erste Variante in Betracht.

$$g = \frac{2\lambda_1}{\sin \alpha} = \frac{3\lambda_2}{\sin \alpha} \quad g = 2,2 \text{ } \mu\text{m}$$

=====

7. Es gilt $\sin \vartheta_{\max} = k \frac{\lambda}{g}$

$$\sin \vartheta_2 = \frac{3}{2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \vartheta_1 \quad \vartheta_2 = 55^\circ$$

=====

8. Mit $\sin \alpha = k \frac{\lambda}{b}$ errechnet sich

$$\alpha_1 = 17,1^\circ$$

=====

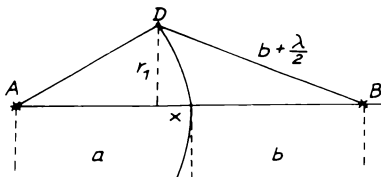
$$\alpha_2 = 36,1^\circ$$

=====

$$\alpha_3 = 62^\circ$$

=====

9. Es kommt darauf an, die Anzahl k der Fresnelschen Zonen für gegebene Aperturöffnung zu ermitteln. Die Konstruktion mit Fresnelschen Zonen ist eine Näherungskonstruktion zur Bestimmung von Schwingungszuständen in einem Punkt B, der von Huygensschen Wellen getroffen wird, die von Punkt A einer ebenen Welle ausgehen.



Es ergibt sich aus der geometrischen Beziehung

$$r_1^2 = a^2 - (a-x)^2 = (b + \frac{\lambda}{2})^2 - (b-x)^2.$$

Da $\lambda \ll b$, gilt $x = \frac{b \cdot \lambda}{2(a+b)}$ und $r_1^2 = 2ax - x^2$.

Der Wert x ist ebenfalls sehr klein, so daß angenähert gilt

$$r_1 = \sqrt{\frac{a \cdot b \cdot \lambda}{a+b}}.$$

Für den k -ten Beugungsring gilt dann $r_k = \sqrt{\frac{a \cdot b \cdot k \cdot \lambda}{a+b}}$

In unserem Fall besteht zwischen a und b eine zusätzliche Beziehung über die Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \text{ somit } r_k = \sqrt{\frac{k \cdot \lambda \cdot f \cdot b}{b-f}} \quad r_k = 0,9 \sqrt{k \cdot \lambda \cdot f}$$

=====

10. $r_k = \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{k \cdot a \cdot b \cdot \lambda}{a+b}}$

Mit den gegebenen Werten wird $k=3$. Wird die Apertur vergrößert, so können fast vier Beugungsringe beobachtet werden. Damit geht die Beleuchtungsstärke im Aufpunkt B zurück.

11. Es gilt $n\lambda = 2d \sin \vartheta$ $d^3 = \frac{N \cdot m_0}{\rho \cdot L}$

N... Anzahl der Bausteine je Elementarzelle

m_0 ... molare Masse ρ L... Loschmidtsche Konstante

Für $n = 2$ ergibt sich

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{N \cdot m_0}{\rho \cdot L}} \quad \lambda = 243,79 \text{ pm}$$

=====

12. $P = U \cdot I \cdot \eta$ $E_{\text{Ph}} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

Damit wird die Anzahl der Photonen $N = \frac{U \cdot I \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c}$

Kugelförmige Abstrahlung vorausgesetzt, gilt

$$N' = \frac{4\pi r^2 \cdot U \cdot I \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} \quad N' = 32431573$$

=====

23. Linienkombinationen und optische Geräte

1. $f = \frac{g \cdot b}{g + b}$ $f = 2,23 \text{ cm}$

=====

2. Es gilt die Abbildungsgleichung. Bei einer Brennweite von 50 cm in einer Entfernung von 50 cm das Bild zu erhalten, bedeutet, daß der Gegenstand relativ zur Bildweite sehr weit entfernt ist (Parallellicht). Unter der Bedingung ist die Brennweite der zweiten Linse $f_2 = 35 \text{ cm}$

=====

3. $b_1 = b_2$ f_1 ... Brennweite für $g_1 = 12 \text{ cm}$
 f_2 ... Brennweite für $g_2 = 60 \text{ cm}$

Kurzsichtigkeit bedeutet Verwendung einer Zerstreuungslinse.

Es gilt mit Brille

$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_{\text{Br}}}$$

Damit ergibt sich für Nahpunkt

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_{\text{Br}}} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{b_1}$$

und für Fernpunkt

$$\frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_{\text{Br}}} = \frac{1}{b_2} \quad \text{da } l_3 \rightarrow \infty$$

Aus den Gleichungen ergibt sich

$$f_{\text{Br}} = -l_2 = -60 \text{ cm} \quad \text{und } l_3 = 15 \text{ cm}$$

=====

4. Deutliche Sichtweite sollte sein $g_2 = 25 \text{ cm}$.

Ohne Brille: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1}$

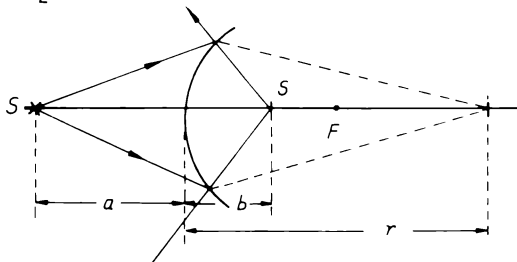
mit Brille: $\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{f_{\text{Br}}} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{b_1}$

zusammengefaßt:

$$D_{\text{Br}} = \frac{g_1 - g_2}{g_1 \cdot g_2} \quad D_{\text{Br}} = -1 \text{ Dpt}$$

=====

5. Es handelt sich um einen Konvexspiegel mit der Brennweite $f = -\frac{F}{2} = -8 \text{ cm}$.



Abstand: $d = -F_{\text{Br}} - \frac{F}{2} \quad d = 12 \text{ cm}$

=====

Es gilt ferner: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ und $a - b = -F_{\text{Br}}$

und damit $a^2 - a(F_{\text{Br}} - 2F) - F_{\text{Br}}F = 0$.

Daraus folgt $a = 14,8 \text{ cm}$

=====

6. Die genannte Erscheinung ist auf den Öffnungsfehler bei Linsen zurückzuführen. Achsenferne Strahlen schneiden sich in einem der Linse näher gelegenen Brennpunkt als Achsen-nahe Strahlen bei einer Sammellinse. Die Unterschiede in den Brennweiten sind abhängig vom Unterschied der Krümmungsradien, von der Brechzahl und von der Gegenstandsweite.
7. Ursache ist für die chromatische Aberration die Abhängigkeit der Brechzahl von der Lichtwellenlänge (Dispersion). Auch das menschliche Auge besitzt eine chromatische Aberration, die dazu benutzt wird, bei weißem Licht die Akkomodation zu schonen. Weitsehen - vorwiegend auf langwelliges Licht -, Nahsehen - vorwiegend auf kurzwelliges Licht eingestellt. Chromatische Aberration bei Linsen wird durch Verwendung von Konkav-Konvexlinsenpaaren mit unterschiedlicher Brechzahl vermindert (Kron-Flint-Glas).

8. $\frac{y}{y'} = \frac{g-f}{f}$ daraus folgt $g = (\frac{y}{y'} + 1)f$ $g = 73,5 \text{ cm}$
=====

9. $y = \frac{g-f}{f} \cdot y'$ $y = 105 \text{ km}$
=====

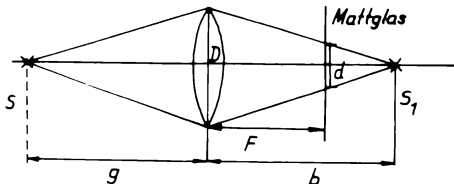
mit $y' = 0,07 \text{ m}$ wegen der Vergrößerung.

10. Achtung Korrektur der Aufgabe!
- $g_1 = 15 \text{ m}$ statt 30 m

$$\frac{y}{y'} = \frac{g_1 - f}{f} \quad \frac{y}{y' \cdot 1} = \frac{g_2 - f}{f}$$

daraus folgt $f = \frac{g_1 y' - g_2 y'}{y - y'}$ $f = 42,9 \text{ cm}$
=====

11.



$$\left(\frac{D}{f}\right)^2 = I \text{ (Lichtstärke)}$$

$$b = \frac{g \cdot f}{g - f} \text{ (Optik) und } \frac{a}{b - f} = \frac{D}{b} \text{ (Geometrie)}$$

$$\frac{d}{f} = \frac{D}{g} \quad \text{Damit} \quad \frac{D^2}{f^2} = \left(\frac{g \cdot d}{f^2}\right)^2 \quad I \approx 0,01$$

=====

12. Der Kondensor muß ein Bild der Lichtquelle in der Ebene des Objektivs erzeugen, das in seiner Größe gleich dem Durchmesser ist. Daher gilt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{und} \quad \frac{d}{D_0} = \frac{a}{b}, \text{ außerdem } a + b = l.$$

$$f = \frac{d \cdot l \cdot D_0}{(d + D_0)^2} \quad f = 7,1 \text{ cm}$$

=====

Der Durchmesser des Kondensors muß gleich der Länge der Diagonale des Diapositivs sein. $D \approx 11 \text{ cm}$

=====

13. Die Vergrößerung soll betragen $k = \frac{y'}{y}$ $y' = 120 \text{ cm}$
 $y = 5 \text{ cm}$

$$\text{Es gilt } \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \frac{y'}{y} = \frac{b}{a} = k$$

$$\text{und damit } a = f \cdot \left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad k = 24 \quad a = 13,02 \text{ cm}$$

=====

14. Beim Mikroskop werden die Teilvergrößerungen multiplikativ verknüpft: $V = V_{\text{Obj}} \cdot V_{\text{Ok}}$ $V = 400$
- =====

$$V_{\text{Ok}} = \frac{V}{V_{\text{Obj}}} \quad V_{\text{Ok}} = 15$$

=====

15. Bei Tubuslänge s und deutlicher Sehweite l_0 berechnet sich die Vergrößerung eines Mikroskops zu

$$V = \frac{s \cdot l_0}{f_{\text{Obj}} \cdot f_{\text{Ok}}} \quad V = 3200$$

=====

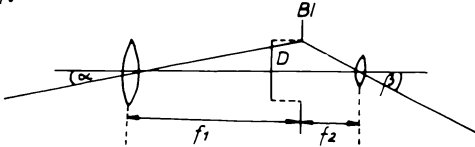
$$16. I = \frac{\Phi}{\omega} \quad \Phi = 4 \pi I \quad \Phi = 1256 \text{ lm}$$

=====

$$E = \frac{I}{R^2} \quad E = 1 \text{ lx}$$

=====

17.



Bei einem auf Unendlich eingestellten Fernrohr ist der Abstand Objektiv - Okular gleich $f_1 + f_2$.

Das Zwischenbild entsteht in der gemeinsamen Brennebene. Für ein scharf begrenztes Sehfeld muß die Blende in dieser Ebene angeordnet werden. Die Blendengröße ist vom Schwinkel 2α abhängig. Für kleine α gilt

$$2\alpha = 2 \tan \alpha = \frac{D}{f_1} \quad 2\alpha = 2^\circ 15' .$$

Die Winkelvergrößerung ist dann

$$\gamma = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{2f_2}{\frac{D}{f_1}} = \frac{f_1}{f_2} \quad \gamma = 7,5$$

18. Der Abstand Milohglas-Okular wird mit Hilfe der Linsengleichung berechnet. Dabei gilt $a = f_1 + f_2$,

$$b = \frac{f_2(f_1 + f_2)}{f_1} \quad b = 6 \text{ cm}$$

Das Verhältnis der Durchmesser ist

$$\frac{D'}{D} = \frac{b}{a} = \frac{f_2}{f_1} \quad D' = \frac{f_2}{f_1} D \quad D' = 1 \text{ cm}$$

19. Achtung Aufgabenkorrektur! Winkel $\alpha = 30^\circ$

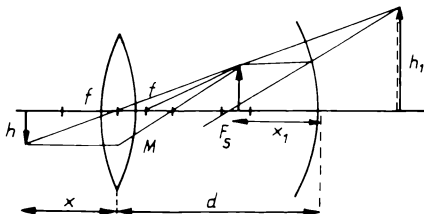
Der Abstand Objektiv - Okular ist im gegebenen Fall

$$l = f_1 + f_2$$

$$\frac{\tan \frac{\beta}{2}}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{f_1}{f_2}$$

Für kleine Winkel α und β folgt $\beta \cdot \frac{f_1}{f_2} \approx \beta = 2,5^\circ$

20.



Für die Linse gilt: $y = \frac{fx}{x-f}$

für den Spiegel gilt:

$$y_1 = \frac{f_1 x_1}{x_1 - f_1}$$

Dabei ist

$$x_1 = d - y = d - \frac{fx}{x-f}$$

$$y_1 = \frac{f_1 [d(x-f) - fx]}{d(x-f) - xf + f_1(f-x)}$$

$$y_1 = 20 \text{ cm}$$

Gesamtvergrößerung. $V = V_1 \cdot V_2$

$$V = \frac{ff_1}{d(x-f) - xf + f_1(f-x)}$$

$$V = -10$$

$$h_1 = 10 \text{ cm}$$

21. Für den angegebenen Fall ist $R_1 = R_2 = R$

und damit

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n-1) \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad a + b = l$$

$$n = 1 + \frac{R \cdot 1}{2b(1-b)}$$

$$n = 1,36$$

22. Das Sonnenlicht fällt parallel ein. Damit erfolgt eine Brechung durch die Zerstreuungslinse wie bei Brennpunktstrahlen. Die Gegenstandsweite der Sammellinse ist dann

$$a = f + d$$

d ... Abstand der beiden Linsen

Für den Schirmabstand b' ergibt sich aus

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f_1} \quad b' = \frac{f_1(f+d)}{f+d-f_1} \quad b' = 60 \text{ cm}$$

23. Es wird folgende Festlegung getroffen:

$x_1, y_1, f_1 \dots$ Größen für Sammellinse 1

$x_2, y_2, f_2 \dots$ Größen für Sammellinse 2

damit gilt: $y_1 = \frac{f_1 x_1}{x_1 - f_1} \quad y_2 = \frac{x_1 - f_1}{f_1} \quad x_2 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1 x_1}{f_1}$

$$\beta_1 \beta_2 = \frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = 1 \quad x_2 = d - y_1 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1 x_1}{x_1 - f_1}$$

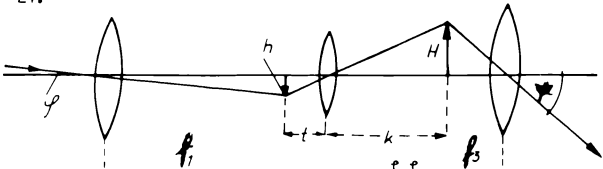
$$x_2 = 18 \text{ cm}$$

$$f_2 = \frac{dx_1 - df_1 - f_1 x_1}{x_1}$$

$$f_2 = 6 \text{ cm}$$

$f_1 x_1 < 2f_1$ und $x_2 > 2f_2$. Somit ist das Bild reell.

24.



Die Gesamtbrennweite ergibt zu $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$.

In unserem Fall ergeben sich folgende Möglichkeiten:

- 1) f_1 und f_2 ergibt $f_{01} = 10 \text{ cm}$ kombiniert mit $f_3 = -100 \text{ cm}$
- 2) f_2 und f_3 ergibt $f_{02} = 100 \text{ cm}$ " " $f_1 = 12,5 \text{ cm}$
- 3) f_3 und f_1 ergibt $f_{03} = 14,28 \text{ cm}$ " " $f_2 = 50 \text{ cm}$

Fall 1: kein reelles Bild

Fall 3: $V = f_1/f_2$ Verkleinerung

Fall 2: $V = 8$ Vergrößerung

Es gilt $\frac{H}{h} = \frac{k}{t}$

Soll für die mittlere Linse $f_1 = 12,5$ cm sein, dann haben die beiden anderen Linsen eine Vergrößerung von $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.

Da die Gesamtvergrößerung 8 sein soll, muß die mittlere Linse eine Vergrößerung von 16 haben.

Mit $\frac{1}{t} = \frac{1}{k} = \frac{1}{12,5}$ und $\frac{k}{t} = 16$ folgt

$t =$

$t = 13,28$ cm

$k = 260,5$ cm

Linse 1 muß daher im Abstand $f_2 + t = 63,28$ cm vom Objektiv angeordnet werden. Der Abstand zum Okular beträgt dann $260,5$ cm - 100 cm = $160,5$ cm.

Die Gesamtlänge des Fernrohrs ist

$l = 63,28$ cm + $160,5$ cm $l = 223,78$ cm
=====

24. Atomphysik

1. a) Das Elektron wird durch die Coulombkraft auf der Bahn gehalten. Diese ist gleich der Radialkraft

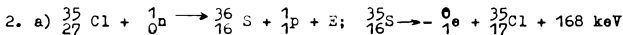
$$\frac{m v^2}{r} = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}, \quad v = e \cdot \sqrt{\frac{1}{4 \pi \epsilon_0 r m_e}}$$

Mit $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$

$m_e = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ erhält man daraus $v = 2185 \text{ kms}^{-1}$
=====

b) Für $k_1 = \frac{v}{v_1}$ erhält man mit $v_1 = 7,9 \text{ kms}^{-1}$ $k_1 = 287$
=====

c) $k_2 = \frac{f_e}{f_T} = \frac{v}{2 \pi r f_T}$ $k_2 = 3,3 \cdot 10^{13}$
=====



- b) Der Massendefekt ist

$$\Delta m = m_{\text{Cl}} + m_{\text{n}} - m_{\text{S}} - m_{\text{p}} \quad (34,98007 + 1,00898 - 34,98022 - 1,00759) \text{ ME}$$

$\Delta m = 0,00124 \text{ ME}$. Daraus folgt mit $1 \text{ ME} \hat{=} 931 \text{ MeV}$

$E = 1,154 \text{ MeV}$
=====

Der Prozeß ist exotherm.

- c) Trifft ein Neutron den Chlorkern, dann entsteht bei der nachfolgenden Umwandlung des radioaktiven Schwefels eine Energie von $E_1 = 168 \text{ keV} = 168 \cdot 1,602 \cdot 10^{-16} \text{ J}$

$E_1 = 2,69 \cdot 10^{-14} \text{ J}$
=====

Damit in einer Sekunde die Energie 10 J frei wird, müssen

$$N = \frac{10 \text{ J}}{E_1} = 3,72 \cdot 10^{14} \text{ Schwefelkerne zerfallen. Dazu müssen}$$

vorher N_0 Schwefelkerne entstanden, d.h. ebensoviele Chlorkerne getroffen worden sein. Da $1 \text{ s} \ll 87 \text{ a}$, gilt

$$\Delta N = N_0 \lambda \cdot \Delta t \quad \text{mit } \lambda = \frac{0,693}{T}. \text{ Die Zahl der notwendigen Neutronen ergibt sich damit zu}$$

$$Z = \frac{N_0}{0,75} = \frac{\Delta N \cdot T}{0,75 \cdot 0,693} \quad Z = 5,32 \cdot 10^{21}$$

3. a) Aus $E = m \cdot c^2$ ergibt sich mit $c = 2.99793 \text{ ms}^{-1}$,

$1 \text{ J} = 6,34 \cdot 10^{18} \text{ eV}$ und $1 \text{ kg} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ ME}$

$E = 981 \text{ MeV/ME}^{-1}$ und damit

$$E_1 = 931 \text{ MeV/ME} \quad m_1 = 931 \text{ MeV/ME} (2m_D - m_T - m_p) \quad E_1 = 4,55259 \text{ MeV}$$

$$E_2 = 931 \text{ MeV/ME} \quad m_2 = 931 \text{ MeV/ME} (2m_D - m_{\text{He}_3} - m_n) \quad E_2 = 3,28643 \text{ MeV}$$

$$E_3 = 931 \text{ MeV/ME} \quad m_3 = 931 \text{ MeV/ME} (m_D + m_T - m_{\text{He}_4} - m_n) \quad E_3 = 17,58659 \text{ MeV}$$

$$E_4 = 931 \text{ MeV/ME} \quad m_4 = 931 \text{ MeV/ME} (m_D + m_{\text{He}_3} - m_{\text{He}_4} - m_p) \quad E_4 = 18,85275 \text{ MeV}$$

b) 1 l Wasser entspricht $\frac{1}{18}$ kmol und enthält damit

$\frac{6,023 \cdot 10^{23} \cdot 1000}{18}$ Moleküle, davon $\frac{1}{6000}$ Moleküle schweren Wassers. Bei gleichmäßiger Verteilung entfallen je ein Viertel auf jede Reaktion. Die Energie ist also

$$E = \frac{6,023 \cdot 10^{26}}{18 \cdot 4 \cdot 6000} (E_1 + E_2 + E_3 + E_4) = 6,173 \cdot 10^{22} \text{ MeV} = 9880 \text{ MJ}$$

Diese Energie entsteht bei der Verbrennung von

$$\frac{9880}{46} \text{ kg} = 214,8 \text{ kg} \hat{=} 268,5 \text{ l Benzin}$$

c) Bei der Spaltung von 1 g Uran wird die Energie

$$E' = \frac{200 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{235} \text{ MeV frei. Die gesuchte Uranmenge ergibt}$$

$$\text{sich aus} \quad m_U = \frac{E}{E'} \cdot 1 \text{ g} \quad m_U = 0,12 \text{ g}$$

d) Die Zeit ergibt sich aus

$$t = \frac{E}{580 \text{ MJh}^{-1}} \quad t = 17 \text{ h}$$

-105-

4. Es gilt

$$N_p = N_{op} \cdot e^{-\lambda_p t} = N_{op} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_p} t} \quad \text{und} \quad N_j = N_{oj} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_j} t}$$

Daraus ergibt sich durch Division bei Berücksichtigung von

$$N_{oj} = 2 N_{op}, \quad N_j = \frac{1}{2} N_p \quad \text{und} \quad \frac{e^a}{e^b} = e^{(a-b)}$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot e^{(-\frac{\ln 2}{T_p} + \frac{\ln 2}{T_j})t}$$

$$\text{und daraus } \ln 4 = (\frac{\ln 2}{T_j} - \frac{\ln 2}{T_p})t$$

$$\text{und } t = \frac{2T_j T_p}{T_j - T_p} \quad t = 28 \text{ d}$$

=====

5. Die an das Elektron abgegebene Energie ist

$$\Delta E = h(f - f_1) = h \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_1} \right) = \frac{h c \cdot \Delta \lambda}{\lambda(\lambda + \Delta \lambda)}$$

Mit $\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta)$ ergibt sich beim Streuwinkel $\vartheta = 90^\circ$

$$\Delta E = \frac{h^2}{\lambda(m_e \cdot \lambda + \frac{h}{c})} \quad E = 3,9 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

=====

6. Wir nehmen an, die gegebene Wärmekapazität C bezieht sich auf das Kalorimeter einschließlich Wasser. Vorausgesetzt, daß die aufgenommene Wärmemenge während der Zeit t nicht abgegeben wird,

mit $E = a \cdot t \cdot E$

$$\Delta T = \frac{E}{C} = \frac{a \cdot t \cdot E}{C} = \frac{0,2 \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \cdot 10 \text{ h} \cdot 5 \text{ MeV}}{16,5 \text{ JK}^{-1}}$$

$$\Delta T = 12,9 \text{ K}$$

=====