# Aufgabe der Woche

# Thomas Jahre
# 60 Mathematikaufgaben
# des Chemnitzer Schulmodells

**https://www.schulmodell.eu/aufgabe-der-woche.html**

Abschrift, Bearbeitung, Zeichnungen und LaTex-Satz der Aufgaben und Lösungen:
Steffen Polster 2018
https://mathematikalpha.de

# 1 Aufgaben

## 1.1 Aufgaben Serie 1

**Aufgabe 1**

Wie viele Möglichkeiten einen 50-Euro Schein in Euroscheine zu wechseln gibt es?

**Aufgabe 2**

Fünf Läufer laufen gegen einander. Wie viele Möglichkeiten für den Zieleinlauf gibt es?

**Aufgabe 3**

Peter hat eine Gruppe von Schülern überredet eine Radtour zu machen.
Damit die Mitfahrer nicht erschrecken, fängt er harmlos an und steigert dann jeden Tag die Strecke um 20 km. Am neunten Tag haben Sie das Ziel ihrer Rundreise erreicht und damit sagenhafte 1170 km zurück gelegt. Wie lang sind die erste und die letzte Etappe?

**Aufgabe 4**

Gesucht sind zwei natürliche Zahlen. Werden die beiden Zahlen addiert, so ergibt sich als Summe die 545. Lässt man bei der einen Zahl die letzte Ziffer weg, so erhält man die zweite Zahl.
Wie heißen die beiden Zahlen?

**Aufgabe 5**

Hans Blond erhält einen gefährlichen Auftrag. Er muss die Welt retten - wie immer - und dazu muss er den Code zum Abschalten des atomaren Infernos herausbekommen.
Nach vielen überwundenen Hindernissen dringt er in den Raum mit dem Abschaltmechanismus ein. Es ist genau 16.00 Uhr und in diesem Moment erkennt er, dass er nur noch eine kurze Zeitspanne zur Verfügung hat.
Das Inferno beginnt, wenn die Zeiger der gepanzerten Uhr genau übereinander stehen. Wann stehen die Zeiger genau übereinander?

**Aufgabe 6**

Auf dem Weg nach Süden treffen sich Störche an einem See in Spanien. Wie lange benötigen 100 Störche, um 100 Frösche zu fangen, wenn 5 Störche 5 Minuten brauchen, um 5 Frösche zu fangen?

**Aufgabe 7**

Einem Wirt geht am Sonntag sein 1 Liter Maßkrug kaputt, er kann also keinen Ersatz besorgen. Er hat nur noch seinen 3 und seinen 5 Liter Krug.
Wie kann er trotzdem seinen Gästen 1 Liter Wein in einer Karaffe anbieten?

**Aufgabe 8**

Sokrates ist im Streitgespräch mit einem reichen Mitbürger. Dieser behauptet, dass die Methode von Sokrates durch Nachfragen zum Ziel zu kommen bei einfachen Sklaven versagt. Sokrates stellt dem anwesenden jungen Mundschenk folgende Frage:
Wie lässt sich die Fläche eines Quadrates konstruktiv verdoppeln?
Erste spontane Antwort: "Ich verdoppele die Seitenlänge".

Diese Antwort weist Sokrates geschickt zurück und bringt den Mundschenk nach kurzer Zeit zur richtigen Lösung. Wie würdest du vorgehen und warum ?

**Aufgabe 9**

Gegeben ist dieses Feld aus 7 mal 7 Feldern:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Finde eine Lösung, bei der in jeder Zeile, jeder Spalte und in den Hauptdiagonalen, die Zahlen von 1 bis 7 genau einmal vorkommen.

**Aufgabe 10**

Im Lehrerzimmer treffen sich früh 15 Lehrer. Jeder gibt jedem die Hand - sind ja höfliche Menschen.
Wie oft werden dabei Hände geschüttelt?

**Aufgabe 11**

Ein Schwan trifft auf einen Zug Wildgänse. ”He, ihr seid ja wohl 100”, rief er aus.
”Falsch mein Lieber” schnatterte die Obergans. ”Wenn wir noch einmal so viele wären wie wir sind und dann noch einmal Halb so viele und ein Viertel mal so viele und du dazu, erst dann sind die 100 erreicht.”
”Aber du Schwan wirst wohl nun heraus bekommen, wie viele wir wirklich sind.”

**Aufgabe 12**

Immer wieder stehen die Leute vor der Frage, wie lassen sich die Kerzenbrennzeiten und der Kerzenverbrauch optimieren für den Adventskranz optimieren?
Vor kurzem stand in der Zeitung ein recht brauchbarer Vorschlag wie das Problem recht optimal gelöst werden könnte. Die Idee ist wie fast immer recht simpel, aber man muss eben drauf kommen?
Es werden 5(!) gleiche Kerzen insgesamt eingesetzt. Wie muss man vorgehen, damit an jedem Adventssonntag, die entsprechende Zahl von Kerzen brennt und die Brenndauer an jedem Sonntag gleich ist?

## 1.2 Aufgaben Serie 2

**Aufgabe 13**

Die unsichtbaren Helfer des Weihnachtsmannes müssen noch eingekleidet werden, wegen der Polarnacht aber tappen sie im Dunkeln. Bekannt ist, dass im Schrank 6 Handschuhe sind, die links und rechts passen und dazu noch 9 Socken aus dem gleichen Material.

1. Wie viele Stücke muss man mindestens aus dem Schrank holen, damit man ein vollständiges Paar hat?
2. 2. Wie viele Stücke muss man höchstens aus dem Schrank holen, damit man mit Sicherheit 3 vollständige Paare Handschuhe oder Socken hat?

3. Wie viele Stücke muss man höchstens aus dem Schrank holen, damit man 4 vollständige Paar Socken hat?

**Aufgabe 14**

Jeder Buchstabe steht genau für eine positive Zahl. Finde alle Lösungen und gib ein Begründung an.

$$\begin{array}{ccccc} a & + & b & = & c \\ + & & + & & + \\ b & + & d & = & a \\ \hline c & + & a & = & 13 \end{array}$$

**Aufgabe 15**

Jeder Buchstabe steht genau für eine positive Zahl. Gesucht ist die Lösung des Gleichungssystems:

1. $3a = a + b$
2. $6a = a + b + c$
3. $10a = a + b + c + d$
4. $(10a)^2 = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$
5. $(6a)^2 = a^3 + b^3 + c^3$
6. $(3a)^2 = a^3 + b^3$

**Aufgabe 16**

Jeder Buchstabe steht für eine andere Ziffer. Gleiche Buchstaben gleiche Ziffern. Es kommen also alle zehn Ziffern vor.

$$M\ A\ T\ H\ E + I\ S\ T = S\ C\ H\ \ddot{O}\ N$$

**Aufgabe 17**

Ein Junge fragt seinen Onkel nach dessen Alter. Dieser antwortet: 1981 war ich so alt wie die Quersumme meines Geburtsjahres $19xx$.
Da diese Quersumme meinem Geburtstag im Monat mit den wenigsten Buchstaben entspricht, so solltest du jetzt herausbekommen, wie alt ich im Jahr 2002 geworden bin.

**Aufgabe 18.1**

Ein Mann antwortet auf die Frage nach seinem Alter so:
Meine Mutter war vor vier Jahren doppelt so alt wie ich jetzt bin. Mein Vater wird in fünf Jahren doppelt so alt sein, wie ich dann sein werde. Addiert man die momentanen Lebensalter, so sind wir drei zusammen 109 Jahre.
Wie alt sind Mutter, Vater und Sohn jetzt?

**Aufgabe 18.2**

Gib Name, Haarfarbe, Körpergröße und Platzierung eines 100 m Laufes an.
Die Namen sind Axel, Bernd und Christoph.
Die Haarfarben sind blond, rot und schwarz.
Die Körpergrößen sind 162 cm, 164 cm und 165 cm.
Wenn Axel schwarzes Haar hat, so ist Christoph nicht der Sieger. Der Sieger ist blond und größer als Bernd. Der 3. hat schwarzes Haar. Axel ist kleiner als Bernd.

## Aufgabe 19

Da ich gerne Karten spiele lud ich mir 4 Mädchen ein. Anna, Britta, Cecil und Doreen. Jede brachte noch ihren Bruder mit.
Da ich in der Küche zu tun hatte, haben die 8 alle 32 Karten des Spiels schon mal aufgeteilt.
Anna hatte eine, Britta hatte zwei, Cecil hatte drei und Doreen hatte vier Karten. Ralf Müller hatte so viele Karten wie seine Schwester, Steffen Fischer hatte doppelt so viele Karten wie seine Schwester, Thomas Schmidt sogar dreimal so viele wie seine Schwester und Ulf Müller genau vier mal so viele wie seine Schwester.
Finde die Geschwisterpaare heraus.

## Aufgabe 20

Welches ist die kleinste natürliche Zahl, die alle 10 Ziffern genau einmal enthält?

## Aufgabe 21

Ein Mann kommt mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf an einen Fluss. Dort findet er ein kleines Boot vor, mit dem er jeweils nur den Wolf, die Ziege oder Kohlkopf transportieren kann.
Er überlegt: Den Wolf kann er mit der Ziege nicht allein lassen, ebenso wenig ist es möglich, die Ziege und den Kohlkopf ohne Aufsicht zu lassen. Da die nächste Brücke viel zu weit entfernt ist, muss er das Boot zum Übersetzen benutzen.
Gib eine Möglichkeit an, wie der Mann mit möglichst wenig Fahrten, Wolf, Ziege und Kohlkopf verlustfrei zum anderen Ufer schaffen kann.

## Aufgabe 22

Das Jahr 1989 war ein sehr wichtiges Jahr der jüngeren Geschichte.
Aber auch mathematisch lässt sich sich mit den Ziffern viel anfangen. Die vier Ziffern sollen genau einmal und das in der Reihenfolge 1 9 8 9 zur Berechnung verwendet werden. Es sind die Grundrechenarten, das Setzen von Klammern, das Quadratwurzelziehen (kurz Wurzel), Fakultät und das Potenzieren erlaubt. Beispiele:

$$14 = -1 - 9 + 8 \cdot \sqrt{9} \quad ; \quad 23 = -19 + 8 \cdot \sqrt{9} \quad ; \quad 36 = 19 + 8 + 9$$

$$65 = (1 + \sqrt{9}!) \cdot 8 + 9 \quad ; \quad 70 = -19 + 89$$

Finde je eine Darstellung für: 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97.

## Aufgabe 23

Wieviel Minuten sind es bis 8.00 Uhr, wenn es vor 50 Minuten genau viermal soviel Minuten nach 5 Uhr war?

## Aufgabe 24

Grundwissen in schriftlichen Multiplikation ist gefragt: x steht für irgendwelche fehlenden Ziffern

$$\begin{array}{ccccccc}
4 & x & x & \cdot & x & 2 & x \\
\hline
 & & & x & x & 4 & x \\
 & & & 9 & 1 & 2 & \\
 & x & 3 & x & x & & \\
\hline
 & x & x & x & x & x & 8
\end{array}$$

### 1.3 Aufgaben Serie 3

**Aufgabe 25**

Es sind für folgende Brüche EINE Zerlegung in Stammbrüche zu finden. Es kann, aber es muss nicht das Verfahren benutzt werden. Bedingung ist, dass keiner der Brüche in der Zerlegung mehrfach verwendet wird.
$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ ist keine zugelassene Lösung, sondern beispielsweise $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$.
Brüche: $\frac{7}{11}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{13}{15}$ und $\frac{5}{39}$.

**Aufgabe 26**

Um einen quadratischen Teich sollen Bäume symmetrisch herum gepflanzt werden, so das dieses Muster entsteht:

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 3 | 3 |
| 3 | | 3 |
| 3 | 3 | 3 |

Es werden also 24 Bäume benötigt.
Der Entwurf wird dem Gartenamt vorgelegt und für zu teuer empfunden. Gib eine Möglichkeit an, mit weniger Bäumen ebenfalls dieses symmetrische Muster zu erreichen. Es müssen also mit der neuen Zahl von Bäumen der Eindruck von 9 Bäumen erzielt auf jeder Seite werden und auf jeder Seite steht die gleiche Anzahl von Bäumen.

**Aufgabe 27**

Aus Anlass eines Klassentreffens schreibt Peter alle ehemaligen Lehrer an. Bis auf drei sagen alle ihre Teilnahme zu. In dem Brief an seine ehemaligen Mitschüler schreibt der als Matheass bekannte Peter folgendes:
Die drei Lehrer Schulze, Ufer und Krause, die jeweils genau zwei der Fächer unterrichteten, können leider nicht kommen.
Die Fächer Deutsch, Russisch, Geschichte, Mathematik, Physik und Biologie bleiben uns also leider erspart.
Wer nicht mehr weiß, wer was unterrichtet hat, bekommt es mit folgenden Aussagen sicher heraus.
Sowohl der Lehrer für Biologie als auch der Lehrer für Physik sind älter als Herr Schulze.
In ihrer Freizeit spielten der Lehrer für Russisch, der Lehrer für Mathematik und Herr Schulze gern Skat. Dabei gewann Herr Krause öfter als der Lehrer für Biologie und der Lehrer für Russisch.
Welcher Lehrer unterrichtete welche Fächer?

**Aufgabe 28**

Eine grüne Kugel ist so schwer wie zwei rote Kugeln und zwei blaue Kugeln sind so schwer wie eine rote Kugel.
Wie viele blaue Kugeln sind so schwer wie drei grüne Kugeln?

**Aufgabe 29**

Der kleine Bernd stapelt seine sieben Würfel aus dem neuen Mensch-ärgere-dich-nicht-Spiel übereinander.
Es sind alles regelgerechte Würfel.
Wie groß ist die sichtbare Augenzahl aller Würfel, wenn ganz oben auf eine drei liegt?

**Aufgabe 30**

Der kleine Bernd erwischt bei seiner großen Schwester einen Stapel Blätter mit leeren Schachbrettern drauf. Mit seiner neuen Schere schneidet aus einem Blatt ein 3 x 3 Feld raus, aus dem nächsten ein 4 x 4 Feld, dann ein 5 x 5 Feld, ein 6 x 6 Feld, ein 7 x 7 Feld und ein vollständiges Blatt nahm er so mit in sein Zimmer.
Als er stolz die Schachbrettstücke betrachtete fiel ihm bei dem kleinsten Brett auf, dass er ja dort ein großes 3 x 3 sehen kann, aber auch 2 x 2 Quadrate und natürlich die 1 x 1 Felder. Er rechnete zusammen und fand heraus, dass er auf dem 3 x 3 Feld insgesamt 14 Quadrate finden konnte.
Mit etwas systematischer Suche lassen sich auch Anzahl der möglichen Quadrate auf dem 4 x 4 Feld, 5 x 5 Feld, 6 x 6 Feld, 7 x 7 Feld und 8 x 8 Feld ermitteln.

**Aufgabe 31**

Im verschlossenen Hinterzimmer der Monster-Bar. Es ist kurz nach Mitternacht. Auf dem runden Tisch liegen noch die Karten. Ihnen gilt kein Blick.
Vor 10 Minuten saßen noch sechs Männer am Tisch. Der alte Frisky, John Dalmas, George Hawkins, Allan Cunneway, Fred Buster und Tom Snider.
Nun aber liegt einer von ihnen tot über dem Tisch. Der tote Falschspieler hält noch sein Whiskyglas in der Hand. Da keiner den Raum verlassen hatte und auch der Wirt sich Stunden nicht hatte blicken lassen, musste einer der sechs der Mörder sein.
Wer sind Täter und Opfer, wenn folgendes bekannt ist:
George sitzt links vom Onkel des Mannes, der Georges direkt gegenüber sitzt.
Der Täter hatte keine Verwandten am Tisch.
Der alte Frisky bittet Allan neben ihm um ein Taschentuch.
Der Täter sitzt nicht neben Onkel und Neffe, der Tote liegt zwischen beiden.
Der Mann an Freds rechter Seite, er heißt nicht George, sitzt links vom Täter.
Frisky sitzt Tom gegenüber, der sehr nervös in die Runde blickt.

**Aufgabe 32**

Bernd unterhält sich mit seinem Vater. Irgendwie kommen sie auf seinen Freund Mike zu sprechen. Dieser hat noch drei Brüder. Das ist doch echt selten, dass bei vier Kinder alle Jungs bzw. Mädchen sind.
Da die Chance für ein Mädchen und einen Jungen ja gleich sind, meint Bernd, dass die Anzahl der Mädchen und Jungen doch am ehesten gleich sein müssten. Also beispielsweise: M, J, J, M.
Schreibe alle Möglichkeiten der Geburtsreihenfolge auf.
Hat Bernd recht oder ist die Möglichkeit, dass drei der vier Kinder das gleiche Geschlecht haben größer?

**Aufgabe 33**

Eine Schnecke fällt in einen 10 Meter tiefen Brunnen und treibt auf dem Wasser. Sie erreicht den Rand und beginnt nach oben zu kriechen.
Am Tag schafft sie so 4 Meter nach oben. In der Nacht rutscht sie während des Schlafes wieder drei Meter zurück. Unverdrossen probiert sie den Rand zu erreichen.
Am wievielten Tagen erreicht sie den Rand?

**Aufgabe 34**

Bernd feiert seinen 10. Geburtstag. Seine Schwester ist genau so viele Jahre älter als er wie sein Bruder jünger ist als er. Mit anderen Worten, Bernd ist wirklich der Mittlere von den dreien. Wenn er die Quadrate der Lebensalter aller drei addiert erhält er 318.
Wie alt sind die drei Geschwister?

**Aufgabe 35**

Bernd ist mit seinen Geschwistern und Eltern im Urlaub. Auf dem gleichmäßig dahin fließenden Fluss wird ein kleines Familienrennen organisiert.
Bei den Probefahrten ergeben sich für die Besatzung Bernd und Anna - seine Schwester, dass diese in einer halben Stunde 3 km schaffen, während die Mutter zusammen mit Christian es auf beachtliche 10 Kilometer in der Stunde bringen.
Da die Chancen so unterschiedlich sind, wird es dann doch eher ein Ausflug als ein echtes Rennen.
Anne und Bernd bekommen 6 Kilometer Vorsprung. Wie viel Kilometer holen Christian und seine Mutter in einer halben Stunde auf?
Wie lange dauert es bis das erste Boot eingeholt wird und wie viel Kilometer war die Wasserwanderung lang, wenn sie mit dem Einholen endet?

**Aufgabe 36**

Bernd und Ines wollen sich von ihrem gemeinsamen Taschengeld ein Fahrrad kaufen. Sie gehen in einen Second-Hand-Shop und fragen, was sie für 50 Euro kriegen können.
Der Verkäufer bietet den beiden gleich ein Fahrrad zu diesem Preis an. Die beiden zahlen und verlassen den Laden. Dann bekommt der Verkäufer ein schlechtes Gewissen, da es eine ziemlich alte Mühle war, an der nicht mal das Licht geht.
Also will er den beiden 5 Euro zurückerstatten.
Er schickt seinen Angestellten los, den beiden zu folgen und ihnen die 5 Euro noch zu geben. Der Angestellte fühlt sich aber chronisch unterbezahlt und steckt davon erst mal 2 Euro in die eigene Tasche.
Er erwischt die beiden noch und gibt jedem 1,50 Euro zurück mit den besten Grüßen vom Chef.
Was ein ordentlicher Mathematiker ist, der macht erst mal die Probe, ob auch alles stimmt: Bernd und Ines haben ursprünglich jeder 25 Euro gezahlt. Nun bekamen sie 1,50 Euro zurück, d.h. sie bezahlten nur 23,50 Euro.
Wenn man nun die 23,50 von Bernd mit den 23,50 von Ines addiert, erhält man 47 Euro. Addiert man nun noch die zwei Euro des Angestellten, fehlt aber ein Euro bis zum Ausgangswert von 50 Euro.
Frage: Wer hat den Euro?

## 1.4 Aufgaben Serie 4

**Aufgabe 37**

In die Klasse von Bernd gehen 12 Mädchen. Alle haben im gleichen Jahr Geburtstag.
Als Bernd sich für die Mädchen zu interessieren beginnt - oder so - schreibt er die Geburtstage alle auf. Dabei ergibt sich, dass jedes der Mädchen in einem anderen Monat Geburtstag hat. Bernd multipliziert die Tagzahl des Geburtstages mit der Monatszahl (das wäre also beim 14.7. dann die 98 gewesen, war aber nicht dabei) und erhält folgende Ergebnisse:

Astrid 49, Beate 3, Christina 52, Doris 130, Evelyn 187, Friederike 300, Gudrun 14, Heike 42, Ines 81, Kerstin 135, Liane 128 und Martina 153.

Als Bernd nach Hause kommt, möchte er die Geburtsdaten in seinen Kalender eintragen. Allerdings hat er nur noch den Ergebniszettel. Ob er seine Liste verloren hat oder ob Mike sie an sich genommen hat, ist nicht heraus zu bekommen; wer an welchem Tag Geburtstag hat schon.
Es ist eine Liste in kalendarischer Reihenfolge mit genauem Datum zu ermitteln!

**Aufgabe 38**

Bernd hat für ein paar Tage den Hund von Mike. Er geht mit ihm auf den Sportplatz. Beide stellen sich am Start für die 400-Meterstrecke auf.
Beide rennen los, allerdings läuft der Dackel anders herum um die Bahn. Nach wie viel Sekunden treffen sich die beiden wieder, wenn Bernd 5 $\frac{m}{s}$ und der Dackel 3 $\frac{m}{s}$ schafft?
Wie viele Meter ist Bernd gerannt?

**Aufgabe 39**

Bernd findet im Schrank seines Vaters ein altes Briefmarkenalbum. Obwohl er sich eigentlich gar nicht für die langweiligen Papierschnipsel interessiert, fallen ihm die besonderen Marken mit den Weltwundern ins Auge.
Das muss ich mal meiner Geschichtslehrerin erzählen, das ist vielleicht mal was, was die nicht weiß.
Vorher zählt er noch schnell alle Marken durch.
Als er am nächsten Tag Mike davon berichtet, sagte der, da habe ich ja genau doppelt so viele Marken wie dein Vater. Allerdings hat mein kleiner Mirko, obwohl er 2 Alben mit je 350 Marken hat, nur 40 Marken mehr als dein Vater.
Wie viele Marken haben alle drei Sammler zusammen?

**Aufgabe 40**

Bernd lernt in der Schule, was eine Quersumme einer natürlichen Zahl ist. Das ist die Summe ihrer Ziffern.
Er denkt sich einen neuen Begriff aus, das Querprodukt, also sollen die Ziffern multipliziert werden. Bei 36 ist das Querprodukt dann 18, da 3 mal 6 18 ergibt. Seinem Freund Mike, dem er von seiner Erfindung erzählt, fällt dazu folgende Aufgabe ein:
Finde die größte vierstellige Zahl, deren Querprodukt 504 ergibt! Während Bernd seine Erfindung etwas verflucht, sollte die Lösung doch zu finden sein, oder?

**Aufgabe 41**

Gulliver kam auf seiner Reise bekanntlich in Lilliput vorbei. Er war 12 mal größer als die Landesbewohner.
Nach dem der Schrecken vorbei war, den sie wegen des Riesen hatten, wollten sie es ihm ein wenig bequemer machen und gaben eine Zudecke und einen Krug in Auftrag der in entsprechender Vergrößerung angefertigt werden sollte.
Die normale Decke maß bei den Lilliputanern 3 lilmeter mal 1 lilmeter.
Wie viel limeter$^2$ brauchten die Schneider?
Ein Krug fasste normalerweise 1 Lilliter. Wie viel Lilliter musste in den entsprechend vergrößerten Krug für Gulliver hineinpassen?
Anmerkung: In vielen Ausgaben von Gullivers Reisen wird der dritte Aufenthalt einfach weggelassen. Dieser führte ihn auf eine Insel mit schlauen Pferden, den Yahoos, deren Namen heute in einem anderen Zusammenhang wieder zu Ehren gekommen ist.

**Aufgabe 42**

Bernd hat in den Sommerferien 4 Mädchen kennengelernt, die kannten sich auf unterschiedliche Weise und hießen Anne, Birgit, Celia und Damaris und wohnten in Berlin, Cottbus, Halle und Leipzig:
1. Birgit und das Mädchen aus Halle hatten sich in Chemnitz kennen gelernt.
2. Anne und Birgit schreiben sich mit den Mädchen aus Berlin und Leipzig regelmäßig SMS.
3. Celia und das Mädchen aus Berlin waren neulich zusammen in Dresden.
Welches Mädchen wohnt in welcher Stadt?

**Aufgabe 43**

In einem Haus wohnen 12 Familien mit insgesamt 41 Personen. Die Familien bestehen aus 3, 4 oder 5 Personen. Familien mit drei Personen gibt es am häufigsten, die mit 5 Personen sind am wenigsten vertreten. Stelle die Familienverteilung für das Haus zusammen.

**Aufgabe 44**

Aus einem Korb mit Eiern entnahm Bernd die Hälfte aller Eier, seine jüngere Schwester die Hälfte des Restes, Mike die Hälfte des neuen Restes und zum Schluss nahm Bernds Mutter die Hälfte des letzten Restes. Im Korb waren danach noch 10 Eier.
Wie viele Eier waren am Anfang im Korb und wie viele Eier nahmen die einzelnen Leute heraus?

**Aufgabe 45**

Bei dieser Aufgabe stehen gleiche Buchstaben für die gleiche Ziffer und verschiedene Buchstaben für verschiedene Ziffern.

$$ABCDC \cdot C = CDCBA$$

**Aufgabe 46**

In der Klasse von Bernd ist ein Fußball in eine Scheibe geflogen. Der Hausmeister fragt bei den vier anwesenden Schülern nach und bekommt folgendes zu hören.
1. Anton sagt, dass Britta geschossen hat.
2. Britta sagt, es sei Claus gewesen.
3. Claus sagt, ich war es nicht.
4. Dieter sagt, ich war es auch nicht.

Der Hausmeister ist ratlos. Bernd kommt dazu und ist sich sicher, dass drei der Aussagen falsch sind. Mit wem muss er reden, damit sich der - oder die - Schuldige, zu der Tat bekennt.

**Aufgabe 47**

Bernd liest einen Artikel über die Fibo-Kaninchen. Mit diesen hat es folgende Bewandtnis.
Diese Tiere werden bereits mit einem Monat geschlechtsreif und werfen dann nach einer Tragzeit von jeweils einem Monat monatlich genau ein Pärchen Kaninchen, die in einem Monat geschlechtsreif werden und dann nach einer Tragzeit von einem Monat monatlich genau ein Pärchen Kaninchen, die in ...
Wenn nun Bernd sich so ein gerade geworfenes Pärchen Kaninchen wirklich kaufen würde, wie groß müsste die Anzahl der Boxen in seinem Stall sein, damit nach einem Jahr jedes Pärchen seine eigene Box hat?

**Aufgabe 48**

Bernd bekommt Besuch von seinem Cousin Nick. Der ist erst 1 Jahr alt und kommt deshalb mit seiner Mutter zu Besuch.
Nick kann natürlich noch nicht aufs Töpfchen gehen, weshalb er Windeln dran hat. Nicks Mutter behauptet, dass man durch die Verwendung von Stoffwindeln unwahrscheinlich Geld sparen kann. Bernd will das nun ganz genau wissen und überprüfen. Dazu holt er sich alle nötigen Daten ein:
Die Stoffwindeln mussten nicht gekauft werden, da Nick diese von seinem großen Bruder geerbt hat. Davon benötigt er in 24 h durchschnittlich 7 Stück. Eine Waschmaschinenladung fasst 23 Stoffwindeln. Das Waschmittel kostet pro Waschgang 0,07 Euro. Die Waschmaschine verbraucht 70 Liter Wasser pro Waschgang und 1,1 kWh pro Waschgang.
Bei den Stadtwerken hat Bernd nachgefragt, was Wasser und Strom kosten. Dort erhielt er folgende Auskünfte: 1000 l Trinkwasser kosten 4,50 Euro und 1 kWh kostet 0,17 Euro.

Außerdem legt Nicks Mutter immer ein Vlies in die Windel, das wann weggeworfen wird. Davon kosten 100 Stück 4,95 Euro. Sie verbraucht noch 25 Euro im Jahr für neue Windelhöschen, die einfach ab und zu erneuert werden müssen, weil der Kleine noch im Wachstum ist.
Bei Pampers und Co. entstehen folgende Kosten: Nick braucht davon 6 Windeln in 24 Stunden, da diese saugstärker sind. 70 Stück kosten 9,59 Euro.
Wie viel Euro spart die Mutter in 1 Jahr (365 Tagen), wenn sie konsequent Stoffwindeln verwendet?

## 1.5 Aufgaben Serie 5

**Aufgabe 49**

Bernd hatte Anfang Oktober Geburtstag und bekam von Mike ein nicht mehr neues Buch mit mathematischen Knobeleien. Anfangs war er nicht so begeistert, aber dann kam seine Neugierde doch durch und er fand etliche Aufgaben, die ihn regelrecht fesselten, so auch diese:
Irgendwann im Mittelalter kurz nach 16.00 Uhr wurde Prinz Albert, seine Braut Beatrix und deren Dienerin Corinna überfallen und trotz heftiger Gegenwehr der drei (ja auch die Frauen kämpften mit) wurden sie gefangengenommen und in in einen hohen Turm eingesperrt, welcher zu diesem Zwecke neu erbaut worden war.
Als die Wachen sich zurückzogen, untersuchten die drei ihr Gefängnis. Sie sahen, dass zwei Baukörbe, mit denen die Steine nach oben transportiert worden waren, noch in greifbarer Nähe hingen und mit einem Seil verbunden an einer Rolle hingen.
Eine feste Rolle halt, an der die zwei Körbe hingen.
Nun konnte sich zwar eine oder einer oder auch zwei in so einen Korb setzen, aber dann wäre der natürlich so schnell herunter gesaust, dass die Verletzungsgefahr enorm gewesen wäre. Im letzten Licht des Tages sahen die drei noch sehr viele Steine liegen, die noch nicht vermauert waren.
Albert meinte, dass die jeweils 5 kg wiegen. Also wenn nun Albert 90 kg (mit Schwert), Beatrix 50 kg und Corinna 40 kg wiegen, dann sollte es doch möglich sein, die Körbe so zu beladen, dass der Unterschied in den Körben nicht mehr als 5 kg beträgt und so mit der Aufprall so gering sei, das zum einen der Lärm recht gering sei und auch die Verletzungsgefahr minimiert würde.
Das Seil war so lang, dass die Möglichkeit den oben seienden Korb in den Turm zu ziehen, gegeben war.
Schreibe eine Möglichkeit auf die Körbe mit Menschen (max. 2) und (oder) Steinen zu beladen, so dass die drei ihrem Gefängnis unverletzt entkommen können.

**Aufgabe 50**

Nach der körperlich so schweren Aufgabe 1, nun wieder was für die die kleinen grauen Zellen.
In dem alten Buch von Bernd findet sich auch diese recht alte Aufgabe:
Ein Mann hinterlässt seinen drei Söhnen 17 Kamele. Zum Verlesen des Testaments gehen die drei zu ihrem Dorfrichter. Dieser verkündet folgendes. Der erste Sohn bekommt die Hälfte aller Kamele, der zweite Sohn bekommt $\frac{1}{3}$ und der dritte Sohn $\frac{1}{9}$ aller Kamele.
Nun fängt eine große Diskussion an. Das Testament muss so angewendet werden, wie es da steht, aber schlachten wollen sie die wertvollen Tiere ja auch nicht. Da hat der Dorfrichter eine Idee.
Er stellt sein Kamel hinzu und nun geht die Teilung ohne jede Schlachterei ab, ja es bleibt sogar am Ende das Kamel des Richters übrig.
Wie so klappt das eigentlich?

**Aufgabe 51**

Eine Frau trug einen Eierkorb zum Markt. Ein Passant rannte an ihr so knapp vorbei, dass der Korb so auf die Straße fiel, dass kein Ei mehr heil blieb.
Die Frau schimpfte erst mächtig, dann erkannte sie, dass es der Stadtmathematikus war, der wahrscheinlich mit seinen Gedanken wieder ganz wo anders gewesen war. Er wollte ihr die Eier ersetzen

und fragte wie viele Eier waren es denn. Da bekam er folgendes zu hören.
"Wenn ich immer nur 2 Eier aus dem Korbe genommen hätte, dann wäre ein Ei im Korb geblieben. Hätte ich immer nur 3 verkauft, dann wäre auch ein Ei im Korb geblieben. Genau so wäre es bei 4, 5 oder auch 6 Eiern gewesen. Nur wenn ich immer 7 Eier jeweils verkauft hätte, dann wäre mein Korb leer geworden."
Nun war es für den Stadtmathematikus kein Problem, die Anzahl zu ermitteln. Zwar gibt es viele solche Zahlen, aber die Größe des Korbes sagte ihm, dass es nur die kleinste dieser Zahlen sein konnte.
Wie viel Franc musste er bezahlen, wenn ein Ei 2 Centimes kostet?

**Aufgabe 52**

Bernd und sein Freund Mike waren in den Herbstferien mit Mike's Eltern unterwegs. Es war eine Art Rundtour in Sachsen.
Am dritten Tag sollte eine Radtour für die Jungs sein. Der Start war in A und sollte nach genau 100 km in B enden. Die Eltern fuhren mit dem Auto schon mal voraus, weil sie sich in B ein Museum anschauen wollten, wo zu Mike und Bernd sowieso keine Lust hatten.
Kurz vor 9.00 Uhr starteten sie und mit 20 $\frac{km}{h}$ brausten sie dahin. Es kam wie es kommen musste, nach einer Stunde ging Mike's Fahrrad kaputt.
Nach dem Sie kurz beratschlagt hatten beschlossen sie folgendes:
Wir schließen das kaputte Fahrrad an. Dann fährt Bernd eine Stunde mit dem Rad und läuft weiter. Mike läuft bis zu dem abgestellten Rad, dann fährt er eine Stunde mit dem Rad und lässt es wieder stehen ...
Wann ist die Tour in B zu Ende (Ende zählt, wenn beide da sind), wenn die restlichen 80 km um 10.00 Uhr in Angriff genommen werden und der Fußgänger $5\frac{km}{h}$ schafft?
Wären Sie mit einer 2-Stunden Radzeit oder $\frac{1}{2}$-Stunden Radzeit besser gekommen?

**Aufgabe 53**

Bernd hat in seinem alten Buch wieder eine sehr alte Aufgabe gefunden:
Ali und Bobo sind in einer Oase und treffen dort auf den Kaufmann Chalim. Dieser hat zwar viel Geld, aber kein Brot. Ali dagegen hat 5 Brote und Bobo hat 3. Ich gebe Euch am Ende der Reise 8 Goldstücke, wenn wir die Reise glücklich überstehen. Abgemacht.
Nach 8 Tagen erreichen Sie abgekämpft, das Brot hat genau gereicht und jeder hat unterwegs die gleiche Menge gegessen.
Chalim gibt ihnen - wie versprochen - die 8 Goldstücke. Mit der Verteilung 5 Goldstücke für Ali und 3 für Bobo ist Ali nicht einverstanden. Sie gehen zu dem schlauen Dorfrichter, der überlegt eine Weile und gibt dann dem Ali recht.
Welchen - mathematisch richtigen - Vorschlag macht der Dorfrichter, welches wäre der - menschlich richtige - Vorschlag?

**Aufgabe 54**

Bernds Mutter hat 21 Gläser für das Einkochen von Marmelade eingekauft.
Da Sie die Früchte aus dem Garten immer frisch verarbeitet hat, sind manche Gläser voll und andere nur halbvoll. Als Sie jetzt nachzählte, stellte sie fest, es waren genau 7 volle Gläser, 7 waren halbvoll und 7 Gläser waren leer geblieben.
Das erinnerte sie an eine Aufgabe aus dem Buch "Beremis, der Zahlenkünstler". Diese lautete bezogen auf die Gläser so: Wie kann ich die Gläser auf drei Regale verteilen, so dass in jedem Regal gleich viele Gläser und gleich viel Marmelade untergebracht wird? Der Inhalt der Gläser darf nicht verändert werden.

**Aufgabe 55**

Im Nachbarhaus von Bernd ist vor 4 Wochen eine neue Familie eingezogen. Oh, das sind ja noch mehr Kinder als bei uns, dachte sich Bernd als er sie beim Spaziergang traf.
Er unterhielt sich mit ihnen und dachte, schön, da sind einige dabei, mit denen werde ich wohl ab und spielen können. Natürlich nur mit den großen, denn Kindergartenniveau, also nein.
Umso erstaunter war er, als der kleine Klaus Mike erzählte, er hätte genauso viele Schwestern wie Brüder und seine 5-jährige Schwester Maxi schlagfertig meinte, ätsch, ich habe doppelt so viele Brüder wie Schwestern. Ganz schön pfiffig die Kleinen. Sie hatten ja recht.
Wie viele Kinder (Brüder und Schwestern) sind in der Familie?

**Aufgabe 56**

Die sieben Kinder aus dem Nachbarhaus sowie Bernd und seine beiden Schwestern stellen sich entlang einer gerade Linie in jeweils 10 Meter Entfernung voneinander auf.
Mike testet die Genauigkeit aus, in dem er vom ersten bis zum 10. läuft. Er zählt seine Doppelschritte aus und da er weiß, dass ein Doppelschritt 1,50 m entspricht, ist die Überprüfung kein Problem. Die Entfernungen stimmen und tja wie viele Doppelschritte ist Mike denn nun gegangen?

**Aufgabe 57**

Weihnachten steht vor der Tür und Bernd träumt von seinem neuen Fahrrad. So plant er schon mal eine Einweihungstour. Dies soll eine Rundtour werden.
Er wohnt in A-Hausen. Die Tour soll durch B-Dorf, C-Hütte, D-rode und E-leben führen und bei ihm zu Hause enden.
Als er auf seine Radwanderkarte schaut, stellt Bernd fest, dass es von jedem der Orte eine Verbindung zu einem der anderen Orte gibt. Er kann also eine Tour $ABCDEA$ genau so machen wie $AECDBA$ usw.
Wie viele solche Touren gibt es, wo er durch jeden Ort genau einmal fahren will?

**Aufgabe 58**

Bernd stöbert im Internet, da findet er beim Chemnitzer Schulmodell in einem alten Weihnachtskalender eine interessante Aufgabe:

**Einstein's Weihnachtsrätsel**
**Gehörst Du zu den 2% der intelligentesten Personen auf der Welt?**

Es gibt KEINEN Trick bei diesem Rätsel, nur pure Logik. Also: Viel Glück und gib nicht auf!

01. Es gibt fünf Häuser mit je einer Farbe.
02. In jedem Haus wohnt eines der Kinder.
03. Jeder Hausbewohner bevorzugt ein bestimmtes Getränk, isst eine weihnachtliche Spezialität und hält ein bestimmtes Haustier.
04. Keines der 5 Kinder trinkt das gleiche Getränk, isst die gleiche Spezialität oder hält das gleiche Tier wie einer seiner Nachbarn.
05. Der Artikel "der" ist kein Hinweis auf das Geschlecht.
Frage: Wem gehört der Fisch?

Die Hinweise:
01. Paul lebt im roten Haus.
02. Maxi hält einen Hund.
03. Friedrich trinkt gerne Tee.
04. Das grüne Haus steht direkt links vom weißen Haus.
05. Der Bewohner des grünen Hauses trinkt gerne Limo.

06. Das Kind, das die Brezel isst, hält einen Vogel.
07. Das Kind, das im mittleren Haus wohnt, trinkt gerne Milch.
08. Der Bewohner des gelben Hauses isst Stollen.
09. Max wohnt im ersten Haus.
10. Der Pfefferkuchen-Esser wohnt neben dem, der eine Katze hält.
11. Das Kind, das ein Pferd hält, wohnt neben dem, der Stollen isst.
12. Der Apfelsinen-Esser trinkt gerne Cola.
13. Neben dem blauen Haus wohnt Max.
14. Pauline isst Walnüsse.
15. Derjenige, der Pfefferkuchen isst, hat einen Nachbarn, der Wasser trinkt.

Das Weihnachtsrätsel entstand nach der Vorlage des nach Einstein verfassten Rätsels. Er behauptete, 98% der Weltbevölkerung seien nicht in der Lage, es zu lösen. Viel Spaß!!!
Kleiner Tipp: Es hilft sich die Häuser in einer Reihe vorzustellen, auch wenn dies nicht explizit erwähnt wird.

**Aufgabe 59**

Bernd hat in den Zwischentagen mit seiner Oma ferngesehen. Da gibt es einen Sender, der andauernd irgendwelche Fragen stellt und die Leute dazu bringen will, das sie anrufen.
Viele der Fragen sind sehr einfach, so dass man sich gar nicht traut, sie zu nennen, aber bei einer hat Bernd denn doch gestutzt und dann kam das AHA-Erlebnis.
Marias Vater hat fünf Töchter. Folgende Namen wurden genannt:
ANNA , BETTINA, CELIA und DAMARIS
Wie heißt die fehlende Schwester?

**Aufgabe 60**

Bernd liest Mike einen Aufsatzentwurf vor:
Edeltraut aus Endover saß einsam im Wald. Sie war verzweifelt. Sie beobachtete die Vögel. Da kam ihr ein schönes Lied in den Sinn. Sie benutzte Ihre Mundharmonika und spielte die Melodie nach. Theo hörte es und sang dazu. Elfengleich klang es durch den Wald.
Danach fragte Theo sie nach der Hausaufgabe, die Elvi, er und Edeltraut bis zum nächsten Tag zu erledigen hatten. Wenn wir hier noch zehn Minuten sitzen, macht es auch nichts, dass schaffen wir schon. ...
Mike sagte zu Bernd, also in Mathe bist du deutlich besser, da wirst du wohl noch mal anfangen müssen, aber als Zahlenversteck ist die Story gut. Ich habe einige Zahlen entdeckt, sogar über Wortenden hinweg.
Schreibe die Zahlen der Reihe nach heraus und ermittle die Summe.

# 2 Lösungen

## 2.1 Lösungen Serie 1

**Lösung Aufgabe 1**

Hier hilft systematisches Probieren. Z steht für 20, z steht für 10, f steht für 5 und damit

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | Z+Z+z | 2 | Z+Z+f+f |
| 3 | Z+z+z+z | 4 | Z+z+z+f+f |
| 5 | Z+z+f+f+f+f | 6 | Z+f+f+f+f+f+f |
| 7 | z+z+z+z+z | 8 | z+z+z+z+f+f |
| 9 | z+z+z+f+f+f+f | 10 | z+z+f+f+f+f+f+f |
| 11 | z+f+f+f+f+f+f+f+f | 12 | f+f+f+f+f+f+f+f+f+f |

Also gibt es 12 Möglichkeiten.

**Lösung Aufgabe 2**

Es handelt sich um eine Permutation. Es geht also darum, Elemente; Läufer; in einer Reihe zu ordnen. Für den ersten gibt es 5 Möglichkeiten $= (n)$, wenn dieser feststeht, bleiben für den zweiten Platz noch 4 Möglichkeiten $= (n-1)$, d.h. 5 mal 4 Möglichkeiten, für den 3. Platz bleiben noch $3 = (n-2)$ Möglichkeiten, d.h. 5 mal 4 mal 3 Möglichkeiten usw.
Damit ergibt sich eine Anzahl von 120 Möglichkeiten: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
Bei nur einem Läufer mehr sind dies dann schon 720 Möglichkeiten. Die Zahl wächst sehr schnell an.

**Lösung Aufgabe 3**

x steht für die Länge der ersten Etappe:

$$x + (x+20) + (x+40) + (x+60) + (x+80) + (x+100) + (x+120) + (x+140) + (x+160) = 1170 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9x + 720 = 1170 \rightarrow 9x = 450 \rightarrow x = 50$$

Damit ergibt sich als Lösung: Die erste Etappe ist 50 Kilometer, die letzte 210 Kilometer lang.

**Lösung Aufgabe 4**

Man kann die Lösung durch systematisches Probieren finden. Berechnen ginge beispielsweise so:
a sei die kleinere Zahl und die b die letzte Ziffer der anderen Zahl, dann gilt:

$$(10a + b) + a = 545 \rightarrow 11a + b = 545$$

Teilt man nun 545 durch 11, ergibt dies 49 Rest 6. Also gilt: $11 \cdot 49 + 6 = 545$. Durch Vergleich mit der ersten Gleichung sieht man die Lösung jetzt sofort: Die eine Zahl heißt 496, die andere 49.

**Lösung Aufgabe 5**

Der Weg in Grad, den die Zeiger zurück legen müssen, lässt sich mit $s = v \cdot t$ berechnen. t ist dabei die gesuchte Zeit.
Geschwindigkeit großer Zeiger: $v_g = \frac{360°}{60\ min}$ und
Geschwindigkeit kleiner Zeiger: $v_k = \frac{30°}{60\ min}$.
Beide Zeiger treffen sich bei: $s_g = v_g \cdot t$ bzw. $s_k = v_k \cdot t + 120°$. Daraus folgt:

$$v_g \cdot t = v_k \cdot t + 120° \quad \text{bzw.} \quad \frac{360°}{60\ min} \cdot t = \frac{30°}{60\ min} \cdot t + 120°$$

Diese Gleichung aufgelöst nach t ergibt: $t = 21\frac{9}{11}$ min. Das sind 21 Minuten $49\frac{1}{11}$ Sekunden. Da wird unser Hans Blond sich wohl 21 Minuten 49 Sekunden Zeit lassen.

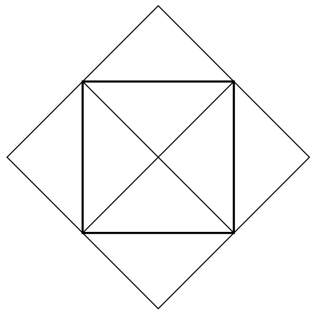
**Lösung Aufgabe 6**

Die Lösung der Scherzaufgabe war nicht schwer. Aus dem zweiten Teil der Aufgabe geht hervor, dass ein Frosch 5 Minuten braucht für einen Frosch, also schaffen 100 Störche es auch in fünf Minuten.

**Lösung Aufgabe 7**

Der Wirt füllt den 3-Liter Krug und gießt dessen Inhalt in den 5-Liter Krug. Dann füllt den 3-Liter Krug noch einmal und gießt dessen Inhalt vorsichtig in den 5-Liter Krug. Da dort schon 3 Liter drin sind, passen nur noch 2 Liter hinein, also bleibt im 3-Liter Krug genau noch ein Liter übrig.

**Lösung Aufgabe 8**



Die Lösung des Sokrates kann man dem Bild entnehmen. Das Originalquadrat ist das innere, welches aus 4 Dreiecken besteht, das große Quadrat, dessen Kantenlänge der Diagonalen des kleinen Quadrates entspricht umfasst dann insgesamt 8 Teildreiecke.
Eine weitere Begründung lässt sich mittels der Formel für die Diagonale herleiten.

**Lösung Aufgabe 9**

Eine mögliche vollständige Lösung ist:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 |
| 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

**Lösung Aufgabe 10**

Jeder der 15 Lehrer gibt 14 mal einem anderen die Hand. Rechnet man nun 15 mal 14 gleich 210 ist zu berücksichtigen, dass bei dieser Berechnung jedes Handgeben doppelt gezählt wird. (A B und B A). Deshalb ist 210 zu halbieren. Es werden also 105 mal die Hände gegeben.

**Lösung Aufgabe 11**

Ich bezeichne die Anzahl der Wildgänse in dem Zug mit z. Dann gilt:

$$z + z + \frac{z}{2} + \frac{z}{4} + 1 = 100 \to \frac{11}{4}z = 99 \to z = 36$$

Es sind also 36 Wildgänse gewesen. Der Schwan lag ziemlich daneben.

**Lösung Aufgabe 12**

Wenn man an jedem Advent die Kerzen vollständig abbrennen lassen würde, bräuchte man 10 Kerzen. Da bloß 5 zur Verfügung stehen, ergibt sich pro Sonntag eine Brenndauer einer halben Kerze. Die Kerzen werden mit A, B, C, D und E bezeichnet:
1. Advent: Kerze A
2. Advent: Kerzen A und B. Kerze A ist damit herunter gebrannt und wird durch Kerze E ersetzt.
3. Advent: Kerzen C, D und E (auch wenn B einen angebrannten Docht hat.)
4. Advent: Kerzen B, C, D und E
Das Fest kann kommen.

## 2.2 Lösungen Serie 2

**Lösung Aufgabe 13**

1. Es müssen drei Stücke aus dem Schrank geholt werden.
2. Es müssen 11 Stücke aus dem Schrank geholt werden, denn bei 10 könnten in schlimmsten Fall je 5 Handschuhe oder Socken dabei sein, das 11. Teil macht drei Paare komplett.
3. Wenn man Pech hat zieht man immer wieder mal einen Handschuh mit (6), so dass man noch 8 Socken herausholen muss. Es sind also 14 Stücke notwendig, dann sind mit Sicherheit die georderten vier Paare dabei.

**Lösung Aufgabe 14**

Wegen der 1. Zeile muss c größer sein als a. Aus den Angaben der dritten Spalte folgt dann, dass c 7, 8, 9, 10, 11 oder 12 sein kann.
Wegen $c - a = b$ und $b + d = a$ fallen für c die Zahlen 9, 10, 11 und 12 weg. Damit bleiben die 7 und 8 übrig. Die beiden Lösungen lauten damit:

$$\begin{array}{ccccc} 6 & + & 1 & = & 7 \\ + & & + & & + \\ 1 & + & 5 & = & 6 \\ \hline 7 & + & 6 & = & 13 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 5 & + & 3 & = & 8 \\ + & & + & & + \\ 3 & + & 2 & = & 5 \\ \hline 8 & + & 5 & = & 13 \end{array}$$

**Lösung Aufgabe 15**

Die erste Lösung ist trivial und lautet $a = b = c = d = 0$ und steht nicht im Widerspruch zum ersten Satz der Aufgabenstellen.
Um diese Lösung auszuschließen wäre die Formulierung: Jeder Buchstabe steht andere für eine positive Zahl, notwendig gewesen.

$$3a = a + b \Rightarrow b = 2a \quad | \, (1)$$
$$6a = a + b + c \Rightarrow c = 3a \quad | \, (2) - (1)$$
$$10a = a + b + c + d \Rightarrow d = 4a \quad | \, (3) - (2)$$
$$(3a)^2 = a^3 + b^3 \Rightarrow 9a^2 = a^3 + (2a)^3 = a^3 + 8a^3 = 9a^3 \Rightarrow a^2 = a^3 \Rightarrow a_1 = 0 \text{ oder } a_2 = 1 \quad (6)$$

Damit ergeben sich (s.o.) $b_1 = 0$, $c_1 = 0$, $d_1 = 0$ bzw. $b_2 = 2$, $c_2 = 3$, $d_2 = 4$.
Sind auch (4) und (5) erfüllt?

$$(10a)^2 = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \Rightarrow 0 = 0 \quad | \, \text{i.O.}$$
$$(6a)^2 = a^3 + b^3 + c^3 \Rightarrow 0 = 0 \quad | \, \text{i.O.}$$

## Lösung Aufgabe 16

Bei dieser Aufgabe gibt es mehrere Lösungen, denn nur wenige Buchstaben sind eindeutig.
$A = 9, C = 0$ und $M = S - 1$. Eingesandte Lösungen:

$$39721 + 547 = 40268 \qquad 19845 + 628 = 20473 \qquad 69843 + 578 = 70421$$

## Lösung Aufgabe 17

Da der Onkel im Mai (Monat mit den wenigsten Buchstaben) geboren ist, kann er 1981 höchstens 31 gewesen sein. Damit braucht man mit dem Probieren erst ab bzw. bis 1950 probieren.

| Jahr | Quersumme | Alter |
|---|---|---|
| 1965 | 21 | 16 |
| 1964 | 20 | 17 |
| 1963 | 19 | 18 |
| 1962 | 18 | 19 |
| 1961 | 17 | 20 |
| 1960 | 16 | 21 |
| 1959 | 24 | 22 |
| 1958 | 23 | 23 |

Daraus ergibt sich, dass der Onkel am 23. Mai 1958 geboren wurde und damit im Jahr 2002 44 Jahre alt wurde.
Zweimal wurde eine nicht geplante Lösung entdeckt. Diese geht davon aus, dass der Onkel sein Alter 1981 vor seinem Geburtstag angab.
Er wäre dann 1962 geboren. (Quersumme: 18, dieses Alter hätte er 1981 bis zum 17. Mai gehabt) Im Jahr 2002 wäre er dann 40 geworden.

## Lösung Aufgabe 18.1

V - Vater, M - Mutter, S - Sohn. Daraus lässt sich das Gleichungssystem aufstellen:

$$\begin{aligned} M - 4 &= 2S \\ V + 5 &= 2(S + 5) \\ M + V + S &= 109 \end{aligned}$$

Daraus folgt: $M = 2S + 4$ und $V = 2S + 5$. Diese Beziehungen in 3. eingesetzt führen zu:

$$\begin{aligned} 2S + 4 + 2S + 5 + S &= 109 \qquad | - 9 \\ 5S &= 100 \qquad | : 5 \\ S &= 20 \end{aligned}$$

Der Sohn ist jetzt also 20, die Mutter 44 (war also vor vier Jahren doppelt so alt wie der Sohn jetzt) und der Vater ist 45 Jahre alt (wird in 5 Jahren 50, also doppelt so alt sein, wie der Sohn dann ist).

## Lösung Aufgabe 18.2

Aus 1, 3, 5 und 7 folgt Christoph ist blond, 165 cm groß und Goldmedaillengewinner, Bernd ist 164 cm groß und Axel ist 162 cm groß. Aus diesen ersten Erkenntnissen folgt aus 4., dass Axel rote Haare hat und so muss Bernd schwarze Haare haben. Wegen 6. Bernd dann der 3., so dass Axel den zweiten Platz belegt. Zusammenfassung:

| | | |
|---|---|---|
| Christoph | blond | 165 cm |
| Axel | rot | 162 cm |
| Bernd | schwarz | 164 cm |

**Lösung Aufgabe 19**

Die Geschwisterpaare sind:
Anna und Thomas Schmidt
Britta und Ulf Müller
Cecil und Ralf Müller
Doreen und Steffen Fischer
Die Mädel sind: $A = 1, B = 2, C = 3, D = 4$ Die Brüder sind: $RM = x, SF = 2y, TS = 3z, UM = 4r$ mit $\{x,y,z,r\}$ Element aus $\{A,B,C,D\} = \{1,2,3,4\}$ (nicht notwendigerweise in dieser Reihenfolge). Weiterhin muss gelten:

$$A+B+C+D+RM+SF+TS+UM = 1+2+3+4+x+2y+3z+4r = 10+x+2y+3z+4r = 32$$

also $x + 2y + 3z + 4r = 22$.

1. Fall: $r = 4$

$$x + 2y + 3z + 4r = x + 2y + 3z + 4 * 4 = x + 2y + 3z + 16 = 22 \Rightarrow x + 2y + 3z = 6$$

mit $\{x,y,z\}$ Element aus $\{1,2,3\}$. Durch die Faktoren 1,2,3 ergibt sich ein Minimum der linken Seite für

$$x = 3, y = 2, z = 1 \Rightarrow x + 2y + 3z \geq 3 + 4 + 3 = 10 > 6 \Rightarrow x + 2y + 3z > 6 \Rightarrow \text{ Widerspruch}$$

2. Fall: $r = 3$:

$$x + 2y + 3z + 4r = x + 2y + 3z + 3 * 4 = x + 2y + 3z + 12 = 22 \Rightarrow x + 2y + 3z = 10$$

mit $\{x,y,z\}$ Element aus $\{1,2,4\}$. Durch die Faktoren 1,2,4 ergibt sich ein Minimum der linken Seite für

$$x = 4, y = 2, z = 1 \Rightarrow x + 2y + 3z \geq 4 + 4 + 3 = 11 > 10 \Rightarrow x + 2y + 3z > 10 \Rightarrow \text{ Widerspruch}$$

3. Fall: $r = 2$:

$$x + 2y + 3z + 4r = x + 2y + 3z + 2 * 4 = x + 2y + 3z + 8 = 22 \Rightarrow x + 2y + 3z = 14$$

mit $\{x,y,z\}$ Element aus $\{1,3,4\}$.
Systematische Suche:

$$\begin{aligned} x = 1; y = 3; z = 4 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 1 + 6 + 12 = 19 \neq 14 \\ x = 1; y = 4; z = 3 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 1 + 8 + 9 = 18 \neq 14 \\ x = 3; y = 1; z = 4 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 3 + 2 + 12 = 17 \neq 14 \\ \text{Lösung} \Rightarrow \quad x = 3; y = 4; z = 1 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 3 + 8 + 3 = 14 \\ x = 4; y = 1; z = 3 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 4 + 2 + 9 = 15 \neq 14 \\ x = 4; y = 3; z = 1 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 4 + 6 + 3 = 13 \neq 14 \end{aligned}$$

4. Fall: $r = 1$:

$$x + 2y + 3z + 4r = x + 2y + 3z + 1 * 4 = x + 2y + 3z + 4 = 22 \Rightarrow x + 2y + 3z = 18$$

mit $\{x,y,z\}$ Element aus $\{2,3,4\}$. Durch die Faktoren 2,3,4 ergibt sich ein Maximum der linken Seite für

$$x = 2, y = 3, z = 4 \Rightarrow x + 2y + 3z \leq 2 + 6 + 12 = 20$$

sowie ein Minimum für

$$x = 4, y = 3, z = 2 \Rightarrow x + 2y + 3z \geq 4 + 6 + 6 = 16$$

Auch hier könnte es eine Lösung geben. Systematische Suche:

$$\begin{aligned}
x = 2; y = 3; z = 4 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 2 + 6 + 12 = 20 \neq 18\\
x = 2; y = 4; z = 3 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 2 + 8 + 9 = 19 \neq 18\\
x = 3; y = 2; z = 4 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 3 + 4 + 12 = 19 \neq 18\\
x = 3; y = 4; z = 2 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 3 + 8 + 6 = 17 \neq 18\\
x = 4; y = 2; z = 3 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 4 + 4 + 9 = 17 \neq 18\\
x = 4; y = 3; z = 2 &\Rightarrow x + 2y + 3z = 4 + 6 + 6 = 16 \neq 18
\end{aligned}$$

Es gibt also genau eine Lösung: $RM = x = 3 \Rightarrow$ Bruder von C, $SF = 2y = 8 \Rightarrow$ Bruder von D, $TS = 3z = 3 \Rightarrow$ Bruder von A, $UM = 4r = 8 \Rightarrow$ Bruder von B.

**Lösung Aufgabe 20**

Die einfache Form 0123456789 entfällt, da die ja eigentlich nur 9-stellig ist. So ergibt sich als echte Lösung: 1023456789

**Lösung Aufgabe 21**

Vorschläge wie Kohlkopf auf dem Wasser treiben lassen oder ihn einen Rucksack zu tun, entsprechen nicht der Aufgabenstellung. Das Hauptproblem ist die Ziege, da diese nicht mit dem Wolf und dem Kohlkopf alleine gelassen werden kann.
Mögliche Lösung:
1. Fahrt: Ziege zum anderen Ufer.
2. Fahrt: Leerfahrt zurück.
3. Fahrt: Kohlkopf zum anderen Ufer.
4. Fahrt: Ziege zurück.
5. Fahrt: Wolf zum anderen Ufer.
6. Fahrt: Leerfahrt zurück.
7. Fahrt: Ziege zum anderen Ufer.
Alle Dinge sind jetzt am anderen Ufer. Mögliche andere Lösungen sind nicht mit weniger Fahrten machbar.

**Lösung Aufgabe 22**

Hier ist jeweils eine Möglichkeit angegeben:

$$\begin{array}{lll}
7 = -1 - 9 + 8 + 9 & 17 = 19 \cdot 8 + 9 & 27 = 1 + 9 + 8 + 9\\
37 = (-1 + \sqrt{9}!) \cdot 8 - \sqrt{9} & 47 = (1 + \sqrt{9}!) \cdot 8 - 9 & 57 = 1 \cdot \sqrt{9}! \cdot 8 + 9\\
67 = (-1 + 9) \cdot 8 + \sqrt{9} & 77 = (1 + 9) \cdot 8 - \sqrt{9} & 87 = 1 - \sqrt{9} + 89\\
97 = -1 + 9 + 89 & &
\end{array}$$

**Lösung Aufgabe 23**

Es fehlen x Minuten bis 8.00 Uhr, dann 50 Minuten zurück und nun sind es noch $4x$ Minuten bis 5.00 Uhr, da es von 5 bis 8 Uhr 180 Minuten sind ergibt sich:

$$x + 50 + 4x = 180 \to 5x = 130 \to x = 26$$

Es sind noch 26 Minuten bis 8.00 Uhr, also ist es 7.34 Uhr.

**Lösung Aufgabe 24**

Der erste Faktor ist leicht aus dem zweiten Teilergebnis zu ermitteln.
912 : 2 = 456 (Die Angabe der 4 an dieser Stelle wäre also nicht notwendig gewesen, aber nun ja.)

Wegen der 8 an der letzten Stelle im Ergebnis, kommt für die letzte Stelle des zweiten Faktors nur die 3 oder 8 in Frage. ($6 \cdot 3 = 18$ bzw. $6 \cdot 8 = 48$).
Das erste Teilergebnis wäre dann 1368 bzw. 3648. Da als vorletzte Stelle die 4 vorgegeben ist, fällt die 3 aus und der zweite Faktor heißt jetzt $x28$.
Das letzte Teilergebnis hat eine 3 an der Hunderterstelle. Gesucht ist also eine einstellige Zahl z, so dass $z \cdot 456 = x3xx$ ist. Durch Probieren lässt sich zeigen, dass nur $z = 3$ die Bedingung erfüllt. Damit ist die Aufgabe vollständig gelöst und gezeigt, es gibt nur die eine Lösung.

$$\begin{array}{ccccccc}
4 & 5 & 6 & \cdot & 3 & 2 & 8 \\
\hline
 & & & 3 & 6 & 4 & 8 \\
 & & & 9 & 1 & 2 & \\
 & 1 & 3 & 6 & 8 & & \\
\hline
 & 1 & 4 & 9 & 5 & 6 & 8
\end{array}$$

## 2.3 Lösungen Serie 3

**Lösung Aufgabe 25**

Lösungen:

$$\frac{7}{11} = \frac{7}{14} + \left(\frac{7}{11} - \frac{7}{14}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{22} = \frac{1}{2} + \frac{3}{24} + \left(\frac{3}{22} - \frac{3}{24}\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{88}$$

$$\frac{9}{11} = \frac{9}{18} + \left(\frac{9}{11} - \frac{9}{18}\right) = \frac{1}{2} + \frac{7}{22} = ... = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + \frac{1}{660}$$

$$\frac{13}{15} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} \qquad ; \qquad \frac{5}{39} = \frac{1}{8} + \frac{1}{312}$$

**Lösung Aufgabe 26**

Um den Eindruck von 9 Bäumen zu erreichen und wegen der geforderten Symmetrie ergeben sich folgende weitere Möglichkeiten:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 7 | 1 |
| 7 | | 7 |
| 1 | 7 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 5 | 2 |
| 5 | | 5 |
| 2 | 5 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 1 | 4 |
| 1 | | 1 |
| 4 | 1 | 4 |

Das Zusammenrechnen der Bäume zeigt, dass nur die letzte Variante sparsamer ist. Hier nun eine Pflanzungsvariante:

```
x               x
  x     x     x
    x       x
      x   x
  x         x
      x   x
    x       x
  x     x     x
x               x
```

**Lösung Aufgabe 27**

Herr Schulze unterrichtet nicht Biologie und Physik - wegen 2. - und auch nicht Russisch und Mathematik - wegen 3. -. Also bleibt für Herrn Schulze nach 1. nur Deutsch und Geschichte.
Herr Krause unterrichtet nicht Russisch und Biologie - wegen 3. - und da Deutsch und Geschichte schon weg sind, folgt: Herr Krause unterrichtet Mathematik und Physik. Somit bleiben nach 1. für Herrn Ufer die Fächer Russisch und Biologie.

**Lösung Aufgabe 28**

Wenn eine grüne Kugel so schwer ist wie zwei rote, dann sind drei grüne Kugeln so schwer wie 6 rote Kugeln.
Da eine rote Kugel so schwer ist wie zwei blaue, sind 6 rote Kugeln so schwer wie 12 blaue.
Also sind drei grüne Kugeln so schwer wie 12 blaue Kugeln.

**Lösung Aufgabe 29**

Regelgerecht sind Würfel, wenn die Augenzahl gegenüber liegender Seiten 7 ergibt. Daraus folgt, dass bei den Würfeln die Augenzahl an den sichtbaren Seiten 14 beträgt. Bei sieben Würfeln sind das dann 98 und mit der 3, die oben drauf liegt, ergibt sich der gesuchte Wert zu 101.

**Lösung Aufgabe 30**

Um das System zu finden, sollte ganz von vorn begonnen werden.
1 x 1 Feld → 1 Quadrat
2 x 2 Feld → 5 Quadrate, es sind also zu dem einen vier dazu gekommen: $5 = 1 + 4$
3 x 3 Feld → 14 Quadrate, es sind also 9 Quadrate mehr geworden: $14 = 1 + 4 + 9$
Das System für ein n x n Feld ist beschreibbar als $Anzahl(n) = Anzahl(n-1) + n^2$ oder als $Anzahl(n) = 1^2 + 2^2 + ... + n^2$.
Eine andere Überlegung zur Herleitung der Formel ist die Gedankenspielerei mit Schablonen:
Ein n x n Feld besitzt ein Quadrat der Kantenlänge n. Eine Schablone der Kantenlänge n-1 lege ich links unten auf, die Schablone kann ich eins nach rechts verschieben und wenn ich dasselbe eine Verschiebung weiter oben mache habe ich alle 4 Möglichkeiten für die n-1 Schablone erreicht.
Die n-2 Schablone kann nun nach dem Auflegen noch zweimal nach rechts verschoben werden und ich kann das zweimal auch nach oben ausführen. Das ergibt $3 \cdot 3 = 9 = 3^2$ Möglichkeiten. Damit ist die Formel $Anzahl(n) = 1^2 + 2^2 + ... + n^2$ auch bestätigt.
Ergebnisse: 4 x 4 Feld → 30; 5 x 5 Feld → 55; 6 x 6 Feld → 91; 7 x 7 Feld → 140; 8 x 8 Feld → 204.

**Lösung Aufgabe 31**

Aus 4. folgt, dass A und E Onkel bzw. Neffe sind. Wegen 1. ergibt sich D ist George und damit wird nach 4. C zum Täter.
A ist Fred wegen 5. Damit wird 6. aber nur durch E und B erfüllt. Nach 3. gilt nun B heißt Frisky und E muss Tom sein Damit ist C, also der Täter, Allan Cunnuway und John Dalmas das Opfer.
Warum hat er auch falsch gespielt, wo bei Mord ein noch größeres Verbrechen ist. Aber es war ja nur ein Traum.

**Lösung Aufgabe 32**

M = Mädchen, J = Junge: Möglichkeiten:

$$MJJM; JMJM; JJMM; MMJJ; MJMJ; JMMJ; MJMM; MMJM; JMMM; MMMJ$$

$$JJJM; JJMJ; JMJJ; MJJJ; JJJJ; MMMM$$

Bernd hat damit nicht recht, dass die Wahrscheinlichkeit je 2 Mädchen und 2 Jungen am größten sein müsste. Es gibt 6 Möglichkeiten für die gleiche Anzahl, 8 Möglichkeiten für 3 Mädchen oder Jungen und zusätzlich noch 2 Möglichkeiten, dass 4 Kinder Mädchen oder Jungen sind.

**Lösung Aufgabe 33**

Sie beginnt am Tag 1 schafft 4 m, rutscht wieder in der Nacht 3 m runter und ist auf 1 m.
Tag 2: $+4m = 5m - 3m = 2m$.

3. Tag: von 2 m auf 6 m auf 3 m; 4. Tag: von 3 m auf 7 m auf 4 m; 5. Tag: von 4 m auf 8 m auf 5 m; 6. Tag: von 5 m auf 9 m auf 6 m. 7. Tag: von 6 m auf 10 m.
Sie erreicht den Rand am 7. Tag.

**Lösung Aufgabe 34**

Mit dem Altersunterschied b zum Bernd ergibt sich folgende Gleichung:

$$(10-b)^2 + 10^2 + (10+b)^2 = 318 \to 100 - 20b + b^2 + 100 + 100 + 20b + b^2 = 318 \to$$

$$300 + 2b^2 = 318 \to 2b^2 = 18 \to b^2 = 9 \to b = 3 \text{ oder } b = -3$$

Der Altersunterschied ist also 3 und damit ist der Bruder 7 und die Schwester 13. Probe: $7^2+10^2+13^2 = 49 + 100 + 169 = 318$.

**Lösung Aufgabe 35**

Das Boot mit Vorsprung schafft in der halben Stunde 3 km, das Verfolgerboot 5 km, also holen diese in einer halben Stunde 2 km auf.
Daraus folgt, dass die 6 km Vorsprung nach 1,5 Stunden ausgeglichen werden. Die Bootstour ist also nach 15 km zu Ende.
Das Verfolgerboot braucht also 1,5 Stunden, während das andere Boot 2,5 Stunden unterwegs war, wenn man davon ausgeht, dass sie ihren Vorsprung selber erpaddelt haben und nicht einfach nur 6 km weiter einsetzten.

**Lösung Aufgabe 36**

Was ein ordentlicher Mathematiker ist, der macht erst mal die Probe, ob auch alles stimmt. Nun dann machen wir das mal.
Ein kleiner Logikfehler ist es, der hier die Frage aufkommen lässt.
Von den 47 Euro, die Bernd und Ines letztendlich bezahlen, hat der Verkäufer 45 (50 Euro vorher - 5 Euro zurück) in seiner Kasse und sein Angestellter hat die 2 Euro. Es fehlt also kein Euro, sondern die Überlegung mit der Addition der 2 Euro zu den 47 Euro war falsch.

## 2.4 Lösungen Serie 4

**Lösung Aufgabe 37**

Es geht also darum, die vorgegeben Zahlen in je zwei Faktoren zu zerlegen. Einige der Zerlegungen sind eindeutig:
$49 = 7 \cdot 7 \to$ Astrids Geburtstag 7.7.
$187 = 11 \cdot 17 \to$ Evelins Geburtstag 17.11.
Es ist nicht jede Zerlegung sinnvoll, da einer der Faktoren nicht größer als 12 sein darf und die Monatszahl darf bei jedem nur einmal vorkommen.
Die einzige Zahl, die 12 als Teiler hat ist die 300. $300 = 25 \cdot 12 \to$ Friederikes Geburtstag 25.12.
$153 = 17 \cdot 9 \to$ Martinas Geburtstag 17.9.
Damit kommt nun von den möglichen Zerlegungen der $81 = 9 \cdot 9 = 3 \cdot 27$ nur noch die $3 \cdot 27$ in Frage, da der Septembermonat schon für die Martina vergeben ist. $\to$ Ines Geburtstag 27.3.
Damit kommt in Auswertung der $3 = 3 \cdot 1$ nur der 1.3 für Beate in Frage und zugleich ist die Zerlegung von $14 = 1 \cdot 14$ ausgeschlossen. Also muss $14 = 2 \cdot 7$ genommen werden $\to$ (wegen Astrid) Gudruns Geburtstag 7.2.
$42 = 6 \cdot 7 = 3 \cdot 14 = 2 \cdot 21$ von diesen Zerlegungen entfallen die beiden letzten (Ines 27.3. und Gudrun 7.2.) wegen Astrid (7.7) $\to$ Heikes Geburtstag 7.6.
Das System ist jetzt klar wie also die Zerlegungen weiter untersucht werden. Hier nun die komplett

sortierte Liste:
Beate 3.1. ; Gudrun 7.2. ; Ines 27.3. ; Christina 13.4. ; Kerstin 27.5. ; Heike 7.6. ; Astrid: 7.7. ; Liane 16.8. ; Martina 17.9. ; Doris 13.10. ; Evelin 17.11. ; Friederike 25.12.

**Lösung Aufgabe 38**

Auch wenn sie am gleichen Ort loslaufen, so ist doch der Gesamtweg den sie absolvieren müssen 400 m, die sie praktisch auf einander rennen.
Mit 1 für Bernd und 2 für den Dackel ergibt sich, da ja beide dieselbe Zeit t unterwegs sind:

$$400m = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t \to 400m = 5\frac{m}{s}t + 3\frac{m}{s}t \to 400m = 8\frac{m}{s}t \to t = 50 \text{ s}$$

Für Bernd ergibt das also einen Weg von 250 m, wo er dann nach 50 Sekunden den Dackel wieder findet.

**Lösung Aufgabe 39**

Mirko hat 2 mal 350 Marken, also 700. Der Vater hat 40 Marken weniger, also 660 Marken.
Mike hat doppelt so viele wie der Vater, also 1320 Marken. Insgesamt hat die drei Sammler also 2680 Marken.

**Lösung Aufgabe 40**

Die Zahl 504 lässt sich in Primfaktoren zerlegen: $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9$.
Die größten einstelligen Faktoren sind also 8, 7, 9. Da die Zahl vierstellig sein soll, kann nur noch die Ziffer 1 fehlen, da jede andere Zahl das Querprodukt ändern würde. Die Sortierung der Ziffern liefert das Ergebnis: 9871.

**Lösung Aufgabe 41**

Teil 1: Die Decke muss in Länge und Breite jeweils 12 mal größer sein. Die Maße sind also 36 bzw. 12 lilmeter. Die Schneider brauchen also 432 lilmeter$^2$.
Teil 2: Auch hier findet die Ähnlichkeit wieder Anwendung. Allerdings in 3 Dimensionen. Die Grundfläche wird in Länge und Breite 12 mal größer und natürlich müsste auch die Höhe 12 mal größer sein. Daraus ergibt sich, dass der Krug 1 Lilliter $\cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$ Lilililiter fassen würde.

**Lösung Aufgabe 42**

Aus 1. folgt Birgit wohnt nicht in Halle.
Aus 2. folgt Birgit und Anne wohnen nicht in Berlin und Leipzig.
Birgit wohnt in Cottbus und Anne wohnt in Halle.
Aus 3. folgt Celia wohnt nicht in Berlin. Celia wohnt in Leipzig, Damaris wohnt in Berlin.
Zusammenfassung in alphabetischer Reihenfolge: Anne wohnt in Halle, Birgit in Cottbus, Celia in Leipzig und Damaris in Berlin.

**Lösung Aufgabe 43**

Ich verwende die Variablen d für drei Personen, v für vier Personen und f für fünf Personen. Es gilt: $d > v > f$. Es sind nur positive ganze Zahlen erlaubt.
1. Gleichung: $d + v + f = 12$
2. Gleichung: $3d + 4v + 5f = 41$
Dieses Gleichungssystem ist unterbestimmt, aber dass f kann nicht sehr groß sein, genauer gesagt $< 4$, ist schnell erkennbar, denn die Ungleichungsbedingung verlangte in dem Fall $f = 4$ v mindestens 5 und d mindestens 6 $\Rightarrow$ Widerspruch zu 1. (größeres f analog)
Es sind also nur noch drei Fälle zu untersuchen:

1. Fall: $f = 3$
Aufgrund der Ungleichung und 1. ergibt sich nur die Variante $v = 4$ und $d = 5 \Rightarrow$ Widerspruch zu 2.
2. Fall: $f = 2$
1$*$: $d + v = 10$ und 2$*$: $3d + 4v = 31$
$1 * *$: $d = 10 - v$ in 2$*$ eingesetzt, ergibt

$$3(10 - v) + 4v = 31 \rightarrow 30 - 3v + 4v = 31 \rightarrow v = 1 \text{ und } d = 9$$

Die Gleichungen 1 und 2 sind zwar erfüllt, aber nicht die Ungleichung also entfällt auch Fall 2.
3. Fall: $f = 1$
1$*$: $d + v = 11$ und 2$*$: $3d + 4v = 36$, eingesetzt, ergibt

$$3(11 - v) + 4v = 36 \rightarrow 33 - 3v + 4v = 36 \rightarrow v = 3 \text{ und } d = 8$$

Der Fall 3 erfüllt alle Bedingungen und auch der einzige. Es sind 8 Familien mit 3 Personen, 3 Familien mit 4 Personen und 1 Familie mit 5 Personen.

**Lösung Aufgabe 44**

Die Mutter nahm 10 Eier heraus, denn sie nahm als letzte die Hälfte heraus. Damit sind es zu dem Zeitpunkt 20 Eier.
Mike nahm 20 Eier heraus, denn ... Damit sind es zu dem Zeitpunkt 40 Eier. Die jüngere Schwester nahm 40 Eier heraus, denn ... Damit sind es zu dem Zeitpunkt 80 Eier.
Bernd nahm 80 Eier heraus, denn ... Damit waren es am Anfang 160 Eier.

**Lösung Aufgabe 45**

Die zentrale Rolle spielt die Ziffer C. C kann nicht 0 sein, wegen der verschiedenen Ziffernbedeutung.
C kann nicht 1 sein, sonst wäre $C = A(1 \cdot 1 = 1)$.
Daraus folgt $CDCBA > ABCDC$ und damit $C > A$. (1)
Weitere $C \cdot C$ Untersuchung: $2 \cdot 2 = 4$ Widerspruch zu (1). Dieser Widerspruch ergibt sich ebenso für die Ziffern 3 bis 7.
Für C = 8 wäre A = 4 und damit allerdings würde das Produkt sechsstellig.
So bleibt also nur C = 9 als einzige Möglichkeit. Daraus folgt A = 1.
Zwischenergebnis: $1B9D9 \cdot 9 = 9D9B1$.
Nun ist B = 0 zwingend, denn B kann nicht mehr 1 sein und für größere Ziffern würde das Produkt sechsstellig.
Zwischenergebnis: $109D9 \cdot 9 = 9D901$.
Da $109XX \cdot 9$ bereits für $XX = 00$ auf 98100 führt liegt damit auch die letzte Ziffer eindeutig fest, D = 8.
Die Aufgabe hat nur eine einzige Lösung: $10989 \cdot 9 = 98901$.

**Lösung Aufgabe 46**

Systematisch wird der Wahrheitsgehalt untersucht, d.h. ist die untersuchte Aussage wahr, dann sind die drei anderen falsch und daraus muss auf einen einzigen Täter geschlossen werden können.
1. Aussage wahr $\Rightarrow$ es waren Britta (1.), aber auch Claus(3.) und Dieter (4.) $\Rightarrow$ die Variante entfällt
2. Aussage wahr $\Rightarrow$ es waren Claus(2., 3.) und Dieter (4.) $\Rightarrow$ die Variante entfällt
3. Aussage wahr $\Rightarrow$ es war nicht Britta (1.), es war nicht Claus (2., 3.). Es war Dieter (4.) $\Rightarrow$ die Variante ist möglich
4. Aussage wahr $\Rightarrow$ es war nicht Claus (2.) und es war Claus (3.) $\Rightarrow$ die Variante entfällt. Alle Aussagen sind untersucht. Es bleibt nur die Variante 3, d.h. Dieter war der Täter und er sollte sich dazu bekennen.

**Lösung Aufgabe 47**

Diese Aufgabe aus dem 12. Jahrhundert von Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci, ist natürlich sehr idealisiert. Keines der Kaninchen stirbt, es gibt keine Inzuchterscheinungen, ...
1. Monat: 1 Paar
2. Monat: 1 Paar, am Ende wird das erste neue Paar geboren, also
3. Monat: 2 Paare, am Ende wirft das erste Paar wieder ein Paar, also
4. Monat: 3 Paare, am Ende wirft das erste Paar wieder ein Paar, aber das zweite Nachwuchspaar bekommt auch sein erstes Nachwuchspaar, also
5. Monat: 5 Paare, am Ende wirft das erste Paar wieder ein Paar, aber das zweite Nachwuchspaar bekommt auch sein zweites Nachwuchspaar,aber das dritte Nachwuchspaar bekommt auch sein erstes Nachwuchspaar, also
6. Monat: 8 Paare, am Ende wirft das erste Paar wieder ein Paar, aber das erste Nachwuchspaar bekommt auch wieder Nachwuchspaar, das zweite Nachwuchspaar bekommt auch sein Nachwuchspaar, das dritte Nachwuchspaar bekommt auch sein zweites Nachwuchspaar,das vierte Nachwuchspaar bekommt auch sein erstes Nachwuchspaar, also
7. Monat: 13 Paare, ...

Wenn man sich die Zahlenentwicklung anschaut, ergibt sich die aktuelle Monatszahl immer durch Addition der beiden Vormonatszahlen, also 8. Monat: 21 Paare; 9. Monat: 34 Paare; 10. Monat: 55 Paare; 11. Monat: 89 Paare; 12. Monat: 144 Paare.
Am Ende des Jahres sind es es sage und schreibe: 233 Paare.

**Lösung Aufgabe 48**

gegebene Größen: Pampers: 6 Stück pro Tag; 70 Stück 9,95 Euro
Stoffwindeln: 7 Stück pro Tag
Vlies: 7 Stück pro Tag; 100 Stück 4,95 Euro
Waschmaschine: 23 Windeln / Ladung; pro Waschgang: 0,07 Euro Waschmittel; 70 l Wasser; 1,1 kWh Strom
Stadtwerke: 1000 l Wasser 4,50 Euro; 1 kWh 0,17 Euro
Windelhöschen: 25,00 Euro pro Jahr

Lösung:
Stoffwindeln: $7 \cdot 365 = 2555$
Vlies: $2555 : 100 \cdot 4{,}95 = 126{,}47$ Euro
Waschen: Wasser: $70l : 1000l \cdot 4{,}50 = 0{,}315$ Euro
Strom: 1,1 kWh $\cdot\, 0{,}17 = 0{,}187$ Euro, d.h.
$0{,}315 + 0{,}187 + 0{,}07 = 0{,}572$ Euro (pro Waschgang)
$2555 : 23 \cdot 0{,}572 = 63{,}54$ Euro, $126{,}47 + 63{,}54 + 25{,}00$ (Windelhöschen) $= 215{,}01$ Euro
Pampers: $365 \cdot 6 = 2190$; $2190 : 70 \cdot 9{,}59 = 300{,}03$ Euro
$\Rightarrow$ Differenz: 300,03 - 215,01 = 85,02 Euro
Mit den Stoffwindeln spart man 85,02 Euro pro Jahr.

## 2.5 Lösungen Serie 5

**Lösung Aufgabe 49**

Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten, da es am Ende nur die wichtige Bedingung gibt, den Unterschied von 5 kg in den Körben einzuhalten.
Beispiellösung:
Als erstes den Korb mit 5 kg beladen und nach unten lassen. Den angekommenen Korb mit 10 kg

beladen und wieder ablassen, dann wieder plus 10 kg usw. bis in dem einem Korb (der hoch kam) 80 kg drin sind und in dem der dann unten ist 85 kg.
Albert (der sich für am wichtigsten hält und deshalb als erstes runter will) steigt nun (nachdem die Steine herausgenommen wurden) in diesen Korb und schreitet mit einer Gegenmasse von 85 kg sanft zu Boden.
Unten angekommen nehmen Beatrix und Corinna die Steine oben wieder raus, bis auf einen Stein von 5 kg.
Dann steigt Albert aus und der Korb geht wieder runter. Albert nimmt diesen Stein dann heraus. Die beiden Frauen legen nun immer einen Stein in den Korb den Albert dann wieder heraus nimmt, bis er 85 kg zusammen hat.
Dann machen sie das gleiche, was als erstes gemacht wurde (erst 5 kg und dann immer 10 kg in den ankommenden), bis der der unten ist 85 kg an Masse hat.
Sie steigen dann zusammen in den Korb und gleiten hinunter.
Dort werden unten in den Korb alle Steine die schon herunter geschafft wurden gehievt. Dann steigen Beatrix und Corinna aus und der Korb wird sich irgendwo einpendeln oder auch (da die Steine ja nicht exakt gleich viel wiegen) unten bleiben oder nach oben gehen. So können sie fliehen, ohne Lärm verursacht oder sich Brüche zugezogen zu haben.

**Lösung Aufgabe 50**

Das Testament des alten Herrn ist nicht perfekt. Werden die Erbanteile zusammengerechnet, so ergibt sich:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$$

17 Kamele des Mannes und das Kamel des Richters ergeben 18 Kamele, die ganze Herde mit $\frac{18}{18}$. Diese lässt sich in die gegebenen Anteile und das eine Kamel teilen. Deshalb geht dass halt so auf.
PS.: Wenn die Herde aus 35 Kamelen besteht, springt für den Richter sogar noch ein Kamel als Belohnung heraus.

**Lösung Aufgabe 51**

Die gesuchte Zahl muss zum einen bei der Division durch $2; 3; 4; 5$ und 6 immer den Rest 1 lassen. Die kleinste Zahl (kgV), die durch all diese Zahlen teilbar ist, ist die 60. Die Zahl die den Rest lässt, ist dann $60 + 1$ oder $2 \cdot 60 + 1$, ... kurz $n \cdot 60 + 1$.
Diese Zahl muss allerdings auch durch 7 teilbar sein. Da bei sieben Zahlen mit gleichem Abstand eine durch sieben teilbar sein muss, lohnt sich das einfache Probieren mit den Kandidaten:
61 geht nicht, 121 geht nicht, 181 geht nicht, 241 geht nicht, 301 geht.
Da die kleinste Zahl gesucht war, für die all diese Bedingungen gelten, ist 301 die Anzahl der Eier und da ein Ei 2 Centimes kostet, muss er 602 Centimes bzw. 6,02 Franc bezahlen.

**Lösung Aufgabe 52**

Teil 1: Bernd fährt eine Stunde (20 km), wenn er danach 4 Stunden läuft (20 km), schafft er so in 5 Stunden 40 km.
Mike läuft 4 Stunden (20 km), dort ist das Rad und fährt danach eine Stunde (20 km), so schafft auch er in 5 Stunden 40 km.
Also haben sie nach 5 Stunden, die halbe Strecke absolviert und die Ausgangsbedingungen liegen vor. D.h., sie brauchen für die 80 km genau 10 Stunden, kommen zur gleichen Zeit an und die Eltern sind erleichtert.
Teil 2: Es ändert sich nichts an der Zeit, 2 Stunden Rad (40 km) + 8 Stunden laufen (40 km) bzw. umgekehrt für Mike, macht wieder 10 Stunden.
Teil 3: Es ändert sich wieder nichts an der Zeit, 0,5 Stunden Rad (10 km) und 2 Stunden laufen (10 km) für Bernd, entsprechend umgekehrt für Mike. Das Ganze 4 mal, ...
Die eine Stunde vom Anfang kann man dazurechnen oder auch nicht, dass ändert ja nichts am Prinzip.

**Lösung Aufgabe 53**

Die acht Brote werden auf drei Leute verteilt, das ergibt $8 = \frac{24}{3}$. Jeder isst $\frac{8}{3}$. Damit gibt Ali von seinen 5 Broten ($\frac{15}{3}$) sieben Stücke und Bobo von seinen 3 Broten ($\frac{9}{3}$) nur eins.
Mathematisch gesehen stehen Ali also 7 Goldstücke und Bobo nur 1.
Menschlich wäre wohl eher, dass sich die beiden das Geld 4 : 4 teilen, schließlich haben sie ja beide das Brot geteilt, verzichten sollten sie auf das Geld nicht, denn schließlich kam ja der Vorschlag vom Kaufmann Chalim selber.

**Lösung Aufgabe 54**

Ausgehend von der Marmelade - 7 volle und 7 halbvolle Gläser - ist eine Zahl von $\frac{21}{2}$ vollen Gläsern auf drei Regale zu verteilen, also pro Regal $\frac{7}{2}$ Gläser in je sieben Gläsern.
Folgende Lösungen wurden gefunden, eine war nur verlangt. v steht für voll, h für halbvoll und l für leer
1. 3v, 1h, 3l + 3v, 1h, 3l + 1v, 5h, 1l
2. 3v, 1h, 3l + 2v, 3h, 2l + 2v, 3h, 2l
Beide Lösungen entsprechen der Aufgabenstellung. Es sind, abgesehen von der Reihenfolge, auch alle.

**Lösung Aufgabe 55**

Die Lösungsvariante als Gleichungssystem zeigt, dass es genau eine Lösung gibt. Es sei hier aber auf eine mehrfach verwendete inhaltliche Vorgehensweise verwiesen:
Die Aussage, ich habe doppelt so viele Brüder wie Schwestern, von Maxi zeigt automatisch, dass die Zahl der Jungen eine gerade Zahl sein muss. Also $2; 4; 6$ usw.
2 Jungen würde aus der Sicht von Klaus bedeuten, er hätte einen Bruder und eine Schwester, also Maxi, die dann allerdings keine Schwester hätte. Widerspruch.
4 Jungen würde aus der Sicht von Klaus bedeuten, er hätte 3 Brüder und müsste also auch 3 Schwestern haben. Maxi hätte dann 4 Brüder und zwei Schwestern. Alle Bedingungen erfüllt.
Die Familie hat sieben Kinder, davon 4 Jungen und 3 Mädchen.

**Lösung Aufgabe 56**

Bei 10 Menschen sind es 9 Abstände, also 90 Meter. Da ein Doppelschritt 1,50 m lang ist, sind es genau 60 Doppelschritte.

**Lösung Aufgabe 57**

Es kam darauf an, herauszufinden wie viele Möglichkeiten es bei der Kombination der Ort B, C, D, E gab. Eine der vielen Varianten sei hier aufgezeigt:
Von A-Hausen hat Bernd vier Möglichkeiten, wenn er dann in einem der vier Orte ist, hat er noch 3 Möglichkeiten, also sind es bis dahin $4 \cdot 3$. Im dritten Ort hat er dann in jedem Fall noch 2 Möglichkeiten, also sind es bis dahin $4 \cdot 3 \cdot 2$. Hat er dann den dritten Ort erreicht, gibt es nur noch eine Möglichkeit und von dem Ort fährt er dann nach Hause.
Damit steht fest, es gibt genau 24 Möglichkeiten.

**Lösung Aufgabe 58**

Für die Lösung der Aufgabe ist etwas Vorarbeit sinnvoll.
Zuerst mal zusammenstellen, welche Hausfarben, Kindernamen, Getränke, Speisen und Haustiere zugeordnet werden müssen.
Farbe: rot - grün - weiß - gelb - blau
Kind: Paul - Max - Friedrich - Pauline - Maxi

Getränk: Tee - Limo - Milch - Cola - Wasser
Essen: Brezel - Stollen - Pfefferkuchen - Apfelsine - Walnüsse
Haustier: Vogel - Katze - Pferd - Hund - Fisch
Um unsere Erkenntnisse eintragen zu können, brauchen wir noch eine Tabelle.
Vorn stehen untereinander Farbe, Kind, Getränk, Essen und Haustier. Im Tabellenkopf nummerieren wir die Häuser von links nach rechts von 1 bis 5 durch.
1) Aus Hinweis 9 ergibt sich, dass Max im 1.Haus wohnt.
2) Hinweis 13 → 2.Haus blaue Farbe
3) Hinweis 7 → 3.Haus Milch
4) nach Hinweis 4 hätte Haus 3 oder 4 die grüne Farbe; beim 3.Haus Widerspruch wegen Hinweisen 5 und 7 → 4.Haus grün und 5.Haus weiß → nach Hinweis 4 im 4.Haus Limo
5) jetzt die Farben rot und gelb verteilen. 3.Haus Paul und rote Farbe, weil Max im 1.Haus wohnt → 1.Haus gelb
6) Hinweis 8 → 1.Haus Stollen
7) Hinweis 11 → 2.Haus Pferd
8) aus der Kombination der Hinweise 12 und 3 ergibt sich, dass Max Wasser trinkt
9) Hinweis 15 → 2.Haus Pfefferkuchen
10) Hinweis 12 → im 5.Haus Cola und Apfelsinen → nach Hinweis 3 im 2.Haus Friedrich und Tee
11) wegen Hinweis 14 und der noch freien Felder ergibt sich: im 4.Haus Pauline und Walnüsse → nach Hinweis 2 im 5.Haus Maxi und Hund → nach Hinweis 6 im 3.Haus Brezel und Vogel
12) nach Hinweis 10 im 1.Haus Katze
Damit bleibt nur noch 1 Feld offen, nämlich für den Fisch im 4.Haus. Er gehört Pauline. So sieht jetzt unsere Tabelle aus:

| | 1.Haus | 2.Haus | 3.Haus | 4.Haus | 5.Haus |
|---|---|---|---|---|---|
| Farbe | gelb | blau | rot | grün | weiß |
| Kind | Max | Friedrich | Paul | Pauline | Maxi |
| Getränk | Wasser | Tee | Milch | Limo | Cola |
| Essen | Stollen | Pfefferkuchen | Brezel | Walnüsse | Apfelsine |
| Haustier | Katze | Pferd | Vogel | Fisch | Hund |

**Lösung Aufgabe 59**

Es war Maria, denn ihr Vater hat fünf Töchter, von denen ungerechterweise nur vier noch einmal genannt werden, also ist sie die fünfte.

**Lösung Aufgabe 60**

Ich markiere die versteckten Zahlen:

Edeltraut aus Endover saß einsam im Wald. Sie war verzweifelt. Sie beobachtete die Vögel.
Da kam ihr ein schönes Lied in den Sinn. Sie benutzte Ihre Mundharmonika und spielte die Melodie nach. Theo hörte es und sang dazu. Elfengleich klang es durch den Wald.
Danach fragte Theo sie nach der Hausaufgabe, die Elvi, er und Edeltraut bis zum nächsten Tag zu erledigen hatten. Wenn wir hier noch zehn Minuten sitzen, macht es auch nichts, dass schaffen wir schon. ...

Die Rechnung lautet also: $1000 + 1 + 2 + 8 + 1 + 7 + 8 + 11 + 4 + 10 + 8 = 1060$.