AKADEMIE DER PÄDAGOGISCHEN WISSENSCHAFTEN DER DDR
Institut für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht
Forschungsgruppe Physik/Astronomie

Physik, Ergänzungen für Klasse 12

Spezialschulen mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Richtung

Lösungsheft

Herausgeber: Dr. Christian Hache

(Als Manuskript gedruckt)
- 1990 -

9. Atomphysik

9.1. Elektronenhülle

9.1.1. Mit $P = A \cdot \sigma \cdot T^4$ und $\lambda_{max} \cdot T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$

erhält man $\lambda_{max} = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\ K \cdot m}{\sqrt[4]{\dfrac{P}{A \cdot \sigma}}}$

$$\underline{\underline{\lambda_{max} = 2{,}86\ \mu m}}$$

9.1.2. Aus $P \cdot \eta = \sigma \cdot A\,(T^4 - T_u^4)$ folgt mit $A = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P \cdot \eta}{\sigma \cdot A} + T_u^4}$$

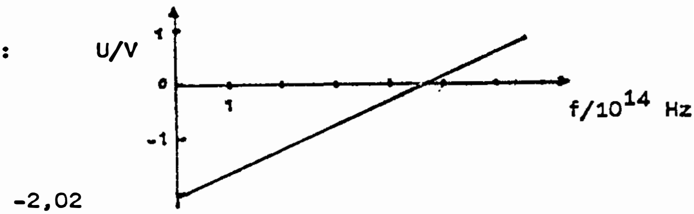
$$\underline{\underline{T = 869\ K}} \quad (592\,^\circ C)$$

9.1.3. Rechnerisch:

$$h = \frac{e \cdot (U_1 - U_2)}{f_1 - f_2} = \underline{\underline{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ W \cdot s^2}}$$

$$W_A = h \cdot f_1 - e \cdot U_1 = \underline{\underline{2{,}02\ eV}}$$

Grafisch:



9.1.4. $e \cdot U = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$ $\quad \underline{\underline{\lambda = 106{,}9\ nm}}$, ultraviolett

9.1.5. $f = \dfrac{c}{\lambda} = R_H(1/4 - 1/m^2)$ $\quad \underline{\underline{m = 4}}$

$$\Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \underline{\underline{2{,}55\ eV}}$$

9.1.6. 11,7 μm, ja $E_7 - E_6$ 521,4 nm, nein

121,6 nm , ja $E_2 - E_1$ 397,0 nm, ja $E_6 - E_2$

9.1.7. a) $E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \underline{\underline{1,787\ \text{eV}}}$

b) $\underline{\underline{N \approx 10^{19}}}$

9.1.8. $\frac{h \cdot c}{\lambda_g} = e \cdot U$ $\lambda_g = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} = \underline{\underline{35,45\ \text{pm}}}$

Katodenmaterial hat keinen Einfluß auf die Grenzfrequenz!

9.1.9. $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \vartheta$

$\vartheta_1 = 15,66^\circ$ $\vartheta_2 = 32,68^\circ$

$\vartheta_3 = 54,09^\circ$

9.2. Atomkerne

9.2.1. a) ${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{234}_{90}Th$, Thorium

b) $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \frac{\ln 2}{T_H}$, $\frac{N_o}{N} = 100$

$$t = \frac{T_H\,(\ln 100 - \ln 1)}{\ln 2} = \underline{\underline{2,99 \cdot 10^{10}\ a}}$$

9.2.2. $T_H = \frac{-\ln 2 \cdot t}{\ln(N/N_o)} = \underline{\underline{3,825\ d}}$ 3,58 d

9.2.3. $N_o = \frac{N}{e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_H}}} \Longrightarrow \underline{\underline{0,1919\ \%}}$

9.2.4. $E = \left[m_K(\text{Na}) - m_K(\text{Ne}) \right] \cdot c^2 = 2,84\ \text{MeV}$

davon: γ Paar-Bildung 1,022 MeV,

β^+-Strahlung 0,543 MeV

γ-Strahlung 1,275 MeV

9.2.5. $\gamma_1 = 59$ keV $\qquad \beta_1 = 1{,}541$ MeV
$\gamma_2 = 1{,}173$ MeV $\qquad \beta_2 = 309$ keV
$\gamma_3 = 1{,}332$ MeV $\qquad \beta_3 = 1{,}482$ MeV

Folgekern: Nickel

9.2.6. a) $3{,}2 \cdot 10^7$ Ws $\qquad$ b) $8{,}2 \cdot 10^{13}$ Ws
c) $5{,}7 \cdot 10^{14}$ Ws $\qquad$ d) $9 \cdot 10^{16}$ Ws

9.2.7. $$E_p = \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r} = 2{,}3 \cdot 10^{-14} J = 0{,}14 \text{ MeV}$$

pro Deuteron $1{,}15 \cdot 10^{-14} J = \frac{3}{2} k \cdot T$, $\underline{\underline{T = 5{,}6 \cdot 10^8 \text{ K}}}$

9.2.8. $$E_B = c^2 \cdot (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_K)$$

a) 2,2 MeV $\qquad$ b) 535,5 MeV $\qquad$ c) 1785,5 MeV

9.2.9. klassisch gerechnet: $h \cdot c/\lambda = E_k + h \cdot c/\lambda'$,

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 - \frac{E_k \cdot \lambda}{h \cdot c}} = \underline{\underline{7{,}8 \text{ pm}}}, \qquad f' = \underline{\underline{3{,}8 \cdot 10^{19} \text{ Hz}}}$$

$$\Delta\lambda = 2\, h/(m_o \cdot c) \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2} , \qquad \frac{\varphi}{2} = \underline{\underline{49{,}5^o}} \qquad \underline{\underline{\varphi = 99^o}}$$

9.2.10. klassische Rechnung möglich:

$$h \cdot c/\lambda = E_k + h \cdot c/\lambda' \quad \text{und} \quad \Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_o \cdot c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$E_k = m \cdot v^2/2$$
$$v^2 = \frac{2\, h \cdot c}{m_o} (1/\lambda - 1/(2 \cdot \Lambda \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \lambda))$$

$$v = \underline{\underline{2 \cdot 10^7 \text{ m/s}}}$$

Wegen $\varphi = 90^o$ gilt $\tan \vartheta = \frac{\lambda}{\lambda'}$ und $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda$

$$\tan \vartheta = \lambda/(\Lambda + \lambda) , \qquad \vartheta = \underline{\underline{46{,}42^o}}$$

9.2.11. $I = I_o \cdot e^{-\mu \cdot x}$, $I/I_o = 1/100$

$$x = \frac{\ln 100}{\mu}$$

$x(\text{Blei}) = 8{,}36$ cm, $x(\text{Wasser}) = 190{,}3$ cm

$x(\text{Beton}) = 67{,}6$ cm

10. Astrophysik

10.1. $r_{ES} = a$, $m_E \cdot \omega^2 \cdot a = \gamma \cdot m_E \cdot m_S/a^2$

$m_s = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg , $\varrho = m_s/(\frac{4}{3}\pi \cdot r_s^3) = 1{,}4 \frac{kg}{dm^3}$

10.2. $P = 4 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot E_S = 3{,}86 \cdot 10^{23}$ kW

$$m_v/m_o = \frac{P \cdot t}{m_o^2 \cdot c^2} = 3{,}3 \cdot 10^{-4} = 0{,}033\ \%$$

$T = 5766$ K, aus $T = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi \cdot r^2 \cdot \sigma}}$

10.3. $\lambda_m \cdot T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ K·m $\qquad \lambda_m \approx 500$ nm

10.4. Mit $r = 1/p$ erhält man $r = 18{,}8$ pc

und daraus mit $M = m + 5 - 5 \cdot \lg(r/\text{pc})$

$M = 2^m{,}8.$

Die Leuchtkraft des Sterns ergibt sich dann aus

$M = 4^m{,}62 - 2{,}5 \cdot \lg \frac{P}{P_\odot}$ zu $P = 5{,}3\ P_{Sonne}$

10.5. $M = -3^m{,}26$ $\qquad$ (230 ly = 70,541 pc)

10.6. Mit $M = m + 5 - 5 \cdot \lg(r/\text{pc})$ und

$\lg \frac{P}{P_\odot} = (4^m{,}62 - M)/2{,}5$ kann aus $P = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_e^4$

der Radius errechnet werden: $R = 1{,}6 \cdot 10^9$ m.

Aus dem Diagramm ergibt sich als Näherungswert für die Sternmasse

$$\underline{\underline{m = 2 \cdot m_{Sonne}}};$$

die damit errechnete mittlere Dichte beträgt

$$\underline{\underline{\overline{\varrho} = 250\ kg/m^3}}.$$

10.7. Aus $\frac{D_1 + D_2}{t_4 - t_1} = v$ und $\frac{D_1 - D_2}{t_3 - t_2} = v$

folgen die Durchmesser der Komponenten:

$$\underline{\underline{D_1 = 3{,}3 \cdot 10^6\ km}}$$

$$\underline{\underline{D_2 = 3{,}1 \cdot 10^6\ km}}.$$

10.8. Aus dem Hertzsprung-Russell-Diagramm ergeben sich als Näherungswerte für effektive Temperatur und Leuchtkraft

$$\underline{\underline{T_e = 3\,900\ K}},$$

$$\underline{\underline{P = 250\ P_{Sonne}}}.$$

Mit $P_{Sonne} = 3{,}8 \cdot 10^{26}$ W

folgt aus $P = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_e^4$

$$\underline{\underline{R = 2{,}4 \cdot 10^{10}\ m}}.$$

10.9. Die Massensumme folgt aus

$m_1 + m_2 = 4\pi^2 \cdot a^3 / \gamma \cdot T_U^2$. Sie beträgt

$$\underline{\underline{m_1 + m_2 = 1{,}95\ m_{Sonne}}}.$$

Die Anwendung des Schwerpunktsatzes ermöglicht die Berechnung der Einzelmassen:

$m_1/m_2 = a_2/a_1$; folglich:

$$\underline{\underline{m_1 = 1{,}06 \cdot m_{Sonne} = 2{,}08 \cdot 10^{30}\ kg}}$$

$$\underline{\underline{m_2 = 0{,}89 \cdot m_{Sonne} = 1{,}76 \cdot 10^{30}\ kg}}$$

10.10. $m = \frac{v_o^2 \cdot r}{\gamma} = \underline{\underline{1{,}9 \cdot 10^{41}\ \mathrm{kg}}}$

11.1. <u>Mechanik des Massepunktes</u>

11.1.1. Aus $a_x(t) = -\,0{,}6\ \mathrm{m/s^3}\ t$ erhält man durch Integration

$v_x(t) = -\,0{,}3\ \mathrm{m/s^3} \cdot t^2 + v_{ox}$ und (1)

$x\,(t) = -\,0{,}1\ \mathrm{m/s^3} \cdot t^3 + v_{ox} \cdot t$ (2)

Aus (1) folgt, da $v_x(t_1) = 0$ ist, $\underline{t_1 = 9\ \mathrm{s}}$

Aus (2) ergibt sich dann $\underline{x_1 = 146\ \mathrm{m}}$

Da $v_x(t_2) = \frac{1}{2}\,v_{xo}$, erhält man aus (1) $\underline{t_2 = 6{,}4\ \mathrm{s}}$

und aus Gleichung (2) für $\underline{x_2 = 129\ \mathrm{m}}$

Aus den Gleichungen $v_x = a_{x1}\ t + v_{ox}$ und

$x_1 = \frac{1}{2}\,a_{x1}\ t^2 + v_{ox} \cdot t$ folgt für $v_x(t_3) = 0$

$a_{x1} = -\,\frac{v^2_{ox}}{2\,x_1}$, $\underline{a_{x1} = -\,2\ \mathrm{m/s^2}}$; $\underline{t_3 = 12{,}2\ \mathrm{s}}$

Die Bremsung im ersten Fall ist zeitlich günstiger zu beurteilen als im zweiten $(t_1 < t_3)$.

11.1.2. Für den Personenzug gilt im Intervall $t_o = 0 \leq t \leq t_1$

$a(t) = -\,\frac{a_o}{t_1} \cdot t + a_o$ (1)

$v(t) = -\,\frac{a_o}{2 \cdot t_1} \cdot t^2 + a_o\ t$ (2)

$s(t) = -\,\frac{a_o}{6\,t_1} \cdot t^3 + \frac{1}{2}\,a_o\ t^2$ (3)

Aus (2) ergibt sich die Geschwindigkeit v_1 nach dem Beschleunigungsvorgang.

Für $t = t_1$ ist $v_1 = \frac{1}{2}\,a_o \cdot t_1$ (4)

Damit erhält man den gemeinsamen Weg nach der Zeit t_2 für beide Züge aus (3) und (4):

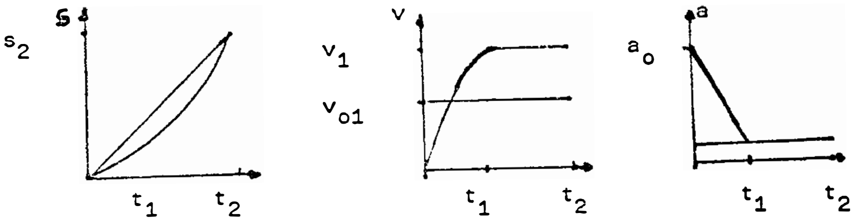
$$s_2 = -\frac{1}{6} a_o \cdot t_1^3 + \frac{1}{2} a_o \cdot t_1^2 + (t_2 - t_1) \frac{1}{2} a_o \cdot t_1 \qquad (5)$$

$$s_2 = v_{o1} \cdot t_2$$

Aus (5) und (6) folgt $\underline{t_2 = 67 \text{ s}}$

Aus (6) ergibt sich $\underline{s_2 = 1 \text{ km}}$

Aus (4) folgt: $\Delta v = \frac{1}{2} a_o\, t_1 - v_{o1} = \underline{18 \text{ km/h}}$



11.1.3. $r + l = r \cdot \cos\varphi + l \cdot \cos\beta + x \qquad (1)$

$$r \cdot \sin\varphi = l \cdot \sin\beta\,, \qquad \sin\beta = \frac{r}{l} \cdot \sin\varphi$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\varphi} \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt

$$x = r(1 - \cos\varphi) + l(1 - \cos\beta)$$

$$\underline{x(\varphi) = r(1 - \cos\varphi) + \frac{r}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2\varphi}\right)}$$

$$\underline{x(t) = r(1 - \cos\omega \cdot t) + \frac{r}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}\right)} \qquad (3)$$

$$\underline{\dot{x}(t) = r \cdot \omega \cdot \sin\omega \cdot t + \frac{\lambda \cdot r \cdot \omega \cdot \sin(2\omega \cdot t)}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\omega \cdot t)}}}$$

$$\underline{\ddot{x}(t) = r \cdot \omega^2 \left[\cos\omega t + \lambda \cdot \frac{\cos^7(\omega t) - \sin^2(\omega t) \cdot (1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega t))}{\sqrt{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t))^3}}\right]}$$

Für $x_1 = r$ und $\lambda = \frac{1}{5}$ folgt aus (3)

$$r = r - r\cos\varphi_1 + l - l\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\varphi}$$ und damit

$$\cos\varphi_1 = \frac{\lambda}{2} = 0{,}1 \qquad \underline{\varphi_1 = 1{,}47 + 2k\pi;}$$

$$\underline{\varphi_2 = 4{,}81 + 2k\pi}$$

11.1.4. $x(t) = r\cdot\cos\omega\cdot t$

$y(t) = r\cdot\sin\omega\cdot t \qquad \underline{\vec{r}(t) = r(\vec{i}\cdot\cos\omega\cdot t + \vec{j}\cdot\sin\omega\cdot t)}$

$\dot{x}(t) = -r\cdot\omega\cdot\sin\omega\cdot t$

$\dot{y}(t) = r\cdot\omega\cdot\cos\omega\cdot t \qquad \underline{\vec{v}(t) = r\cdot\omega\cdot(-\vec{i}\sin\omega\cdot t + \vec{j}\cos\omega\cdot t)}$

$\ddot{x}(t) = -r\cdot\omega^2\cos\omega t$

$\ddot{y}(t) = -r\cdot\omega^2\sin\omega t$

$$\underline{\vec{a}(t) = -r\cdot\omega^2(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t) = -\omega^2\cdot\vec{r}(t)}$$

Für $\omega = 1{,}2\ s^{-1}$ und $t_1 = 2{,}0$ s ist $\underline{\varphi_1 = 2{,}4}$

Damit ergeben sich:

$\vec{r_1} = (-3{,}69\,\vec{i} + 3{,}38\,\vec{j})$ cm

$\vec{v_1} = (-4{,}05\,\vec{i} - 4{,}42\,\vec{j})$ cm/s

$\vec{a}_{r1} = (5{,}31\,\vec{i} - 4{,}86\,\vec{j})$ cm/s^2

$\dot{x}_2 = 5{,}23$ cm/s , $\dot{y}_2 = -2{,}94$ cm/s ;

P liegt im 3. Quadranten

$\varphi_2 = \arctan\left(-\frac{\dot{x}}{\dot{y}}\right) = 1{,}06 + \pi \qquad \underline{\varphi_2 = 4{,}2}$

$t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega} \qquad \underline{t_2 = 3{,}5\ s}$

11.1.5. Aus $y = -\frac{g \cdot x^2}{2 v_o^2 \cos^2\alpha} + x \cdot \tan\alpha$ folgt für P_1 und

$\alpha = 45^0$ $\underline{v_o = 8{,}9 \text{ m/s}}$

Im zweiten Fall ist P_1 Gipfelpunkt. Darum gilt

$\tan \alpha_1 = \frac{2 \cdot y_1}{x_1}$, also $\underline{\alpha_1 = 26{,}6^0.}$

Da y_1 maximale Wurfhöhe ist, gilt

$y_1 = \frac{v_{o1}^2 \cdot \sin^2\alpha_1}{2 g}$ $\underline{v_{o1} = 12{,}1 \text{ m/s}}$

Berechnung der Zeiten:

$t_1 = \frac{x_1}{v_o \cdot \cos\alpha}$ $\underline{t_1 = 0{,}95 \text{ s}}$

$t_2 = \frac{x_1}{v_{o1} \cdot \cos\alpha_1}$ $\underline{t_2 = 0{,}55 \text{ s}}$

11.1.6. $a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{\dot{x}^2}{l}$

$\dot{x} = -\omega \cdot x_o \cdot \sin \omega t$; $\dot{x}^2 = \omega^2 \cdot x_o^2 \cdot \sin^2 \omega t$

Für kleine Ausschläge gilt $\omega^2 = \frac{g}{l}$

$a_r = \frac{x_o^2}{l^2} \cdot g \cdot \sin^2\omega t$; $a_s = \ddot{x} = -\frac{x_o}{l} \cdot g \cdot \cos \omega t$

$t_1 = 0$: $\underline{a_{r1} = 0}$; $\underline{a_{s1} = -19{,}6 \text{ cm/s}^2}$

$t_2 = \frac{T}{4}$: $\underline{a_{r2} = 0{,}39 \text{ cm/s}^2}$; $\underline{a_{s2} = 0}$

11.1.7. Aus $F = m\,\ddot{x} = k \cdot t$ folgt

$a(t) = \ddot{x} = \frac{k}{m}\, t$ $\underline{a_1 = 20 \text{ m/s}^2}$

$v(t) = \dot{x} = \frac{k}{2m} \cdot t^2$ $\underline{v_1 = 20 \text{ m/s}}$

$x(t) = \frac{k}{6 \cdot m} \cdot t^3$ $\underline{x_1 = 13{,}3 \text{ m}}$

11.1.8. $\underline{a = \ddot{x} = \frac{g}{l}(1 + \mu)\,x - \mu \cdot g}$

$F = \frac{x}{l} \cdot m\,(g - \ddot{x}) = \underline{\frac{x}{l}\,mg\,(1 + \mu)\,(1 - \frac{x}{l})}$

$F_0 = F_R; \quad \frac{x_0}{l}\,mg = \mu_0\,\frac{l - x_0}{l}\,mg \quad , \quad \underline{x_0 = \frac{\mu_0 \cdot l}{1 + \mu_0}}$

11.1.9. (a) $-F_0 \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \quad ;$

$v_1 = -\frac{F_0 \cdot t_1}{m} + v_0 = \underline{-\,2\ m/s}$

(b) $\int_{t_0}^{t_1} F(t)\,dt = m \cdot v\,(t_1) - m \cdot v\,(t_0)$

$v_1 = -\frac{1}{m}\,(F_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2}\,b \cdot t_1^2) + v_0$

$\underline{v_1 = 0{,}5\ m/s}$

11.1.10. $x = r \cdot \cos\varphi \qquad \dot{\varphi} = \omega = 2\pi n$

$\dot{x} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -\,r \cdot \omega \cdot \sin\varphi$

$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi} = -\,r \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi$

$F_x = m\,\ddot{x} = \underline{-\,m \cdot r \cdot \omega^2\,\cos\varphi}$

F_x wird zur Maximalkraft F_{max} für $\cos\varphi = \pm 1$,
also für $\varphi = k\pi \quad (k \in N)$

$\underline{F_{max} = 2{,}37\ kN}$

11.1.11. Aus der Bewegungsgleichung $m\ddot{s} = mg\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ folgt für die Beschleunigung $\ddot{s} = g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Durch Integration erhält man unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen:

$$\dot{s} = g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot t\,;$$

$$s = \frac{1}{2}\,g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}\;;\quad \underline{t_1 = 0{,}44\ \mathrm{s}}$$

11.1.12. Aus $\ddot{x} = \frac{Fo}{m}\sin\omega\cdot t$ und $\ddot{y} = \frac{Fo}{m}\cos\omega\cdot t$ folgen unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen:

$$x = -\frac{F_o}{m\cdot\omega^2}\sin\omega\cdot t + x_o \qquad (1)$$

$$y = -\frac{Fo}{m\cdot\omega^2}\cos\omega\,t + \frac{Fo}{m\cdot\omega^2} \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) ergibt sich die Bahngleichung

$$\underline{(x - x_o)^2 + \left(y - \frac{Fo}{m\cdot\omega^2}\right)^2 = \left(\frac{Fo}{m\cdot\omega^2}\right)^2}$$

Die Bewegungsbahn ist also ein Kreis mit dem Radius $r = \frac{Fo}{m\cdot\omega^2} = 20$ mm und dem Mittelpunkt M (40 mm; 20 mm).

11.1.13. Bahngleichung: $y = \frac{g}{2\,v_o^2\cos^2\alpha}\,x^2 + x\cdot\tan\alpha + h$

Für $y = 0$ ergibt sich die Wurfweite w:

$$-\,g\cdot w^2 + w\cdot v_o^2\cdot\sin 2\alpha + v_o^2\cdot h\,(1 + \cos 2\alpha) = 0 \qquad (1)$$

Gleichung (1) abgeleitet:

$$-\,2g\cdot w\cdot w'(\alpha) + 2w\cdot v_o^2\cos 2\alpha + w'(\alpha)\cdot v_o^2\sin 2\alpha - 2\cdot v_o^2\cdot h\cdot\sin 2\alpha = 0$$

$$w'(\alpha_o) = 0 \quad \text{ergibt} \quad \tan 2\alpha_o = \frac{wo}{h} \qquad (2)$$

Unter Verwendung der Additionstheoreme

$$\sin\varphi = \frac{\tan\varphi}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}} \quad \text{und} \quad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2}}$$

und den Gleichungen (1) und (2) erhält man

$$w_o^4 - w_o^2\left(\frac{2}{g} v_o^2 \cdot h + \frac{v_o^4}{g^2}\right) = 0 \; ; \quad w_o = 0 \text{ entfällt}$$

$$\underline{w_o = \frac{vo}{g}\sqrt{v_o^2 + 2\cdot g\cdot h}} \; ; \quad \underline{w_o = 12{,}03\ \text{m}}$$

$$\underline{\alpha_o = 40{,}3^o}$$

11.1.14. $(F_1 - m\,g\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)) \cdot T = m\,(v_1 - v_o)$

$$\underline{F_1 = \frac{m}{T}(v_1 - v_o) + m\cdot g\cdot(\sin\alpha + \mu\cdot\cos\alpha)}$$

11.1.15. $(m\cdot g\cdot\sin\alpha - \mu_1\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha)\cdot s_1 - \mu_2\cdot m\cdot g\cdot s_2 = \frac{1}{2}\,m\,\cdot$

$\cdot(v_1^2 - v_o^2)$; $v_1 = 0$; $s_1 = \frac{h}{\sin\alpha}$

$$s_2 = \frac{v_o^2}{2\cdot g\cdot\mu_2} + \frac{h}{\mu_2} - \frac{\mu_1\cdot h\cdot\cot\alpha}{\mu_2} \; ; \quad \underline{s_2 = 20{,}6\ \text{m}}$$

11.1.16. Aus der Bewegungsgleichung $F = m\,\ddot{x} = k\,(q - t)$ ergibt sich unter Beachtung der Anfangsbedingungen durch Integration

$$v = \dot{x} = \frac{k}{m}\left(q\cdot t - \frac{1}{2}t^2\right) + v_o. \qquad (1)$$

$$x = \frac{k}{m}\left(\frac{1}{2}q\,t^2 - \frac{1}{6}t^3\right) + v_o\cdot t. \qquad (2)$$

Aus (1) folgt für $v_1 = 0$: $\underline{t_1 = 2{,}02\ \text{s}}$

Aus (2) folgt für $t_1 = 2{,}02_s$: $\underline{x_1 = 7{,}07\ \text{m}}$

$\vec{S} = \Delta\vec{p}$, $\vec{S} = m\cdot\vec{v_o} = \underline{\underline{2{,}0\ \text{N}\cdot\text{s}\cdot\vec{i}}}$

11.1.17. $v^2 = \frac{\gamma \cdot M}{R + h}$; $\underline{v = 7{,}35 \text{ km/s}}$

$W = \gamma \cdot m \cdot M \int_R^{R+h} \frac{1}{r^2} \, dr + \frac{1}{2} m v^2$; $\underline{W = 7{,}1 \cdot 10^9 \text{ Nm}}$

11.1.18. $E_{ges} = \frac{k}{2} \cdot x_o^2 = \underline{1{,}25 \text{ J}}$, $x_o = -5{,}0$ cm

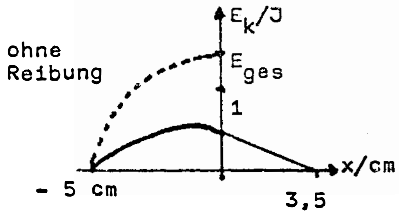
für $-5{,}0$ cm , x 0 gilt:

$E_k(x) = \frac{k}{2} (x_o^2 - x^2) - m \cdot g \cdot \mu (x - x_o)$

$E_k(0) = \underline{0{,}5 \text{ J}}$

für $0 < x < x_2$ mit $E_k(x_2) = 0$ gilt:

$E_k(x) = E_k(0) - \mu \cdot m \cdot g \cdot x$, $\underline{x_2 = 3{,}5 \text{ cm}}$



11.1.19. $(m \cdot u)^2 = (m_1 \cdot v_1)^2 + (m_2 \cdot v_2)^2$

$\underline{p = m \cdot u = 5{,}0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}$

$\underline{u = 5{,}0 \text{ m/s}}$

$\Delta E = \frac{1}{2} (m_1 v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \; u^2$; $\underline{\Delta E = 15 \text{ Nm}}$

11.1.20. $F \cdot s = \frac{M}{2} v_M^2$ $\quad m \cdot v_k + M \cdot v_M = 0 \quad F = \frac{m^2 \cdot v_k^2}{2 \cdot M \cdot s} = \underline{\underline{167 \text{ N}}}$

11.1.21. $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0{,}99$ m/s ; $v_2 = 0$

$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$; $h_1 = \frac{u_1^2}{2 g} = \underline{2 \text{ mm}}$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2\, m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} \;;$$

$$h_2 = \frac{u_2^{\,2}}{2\,g} = \underline{72 \text{ mm}}.$$

11.1.23. $D = \frac{F}{s^2} = 4000 \text{ N/m}^2 \;;\quad \underline{F_1 = Ds_1^{\,2} = 250 \text{ N}}$

$$E_p = \int_0^{s_1} Ds^2\, ds = \frac{1}{3}\; Ds_1^{\,3} \;;\quad \underline{E_p = 20{,}85 \text{ Nm}}$$

$$\frac{1}{2}\, m \cdot v_o^{\,2} = \frac{1}{3}\, Ds_1^{\,3} \;;\qquad \underline{v_o = 28{,}9 \text{ m/s}}$$

Maximalhöhe $y_M = \frac{v_o^{\,2}}{2\,g} = \underline{42{,}6 \text{ m}}$

$$y = x \cdot \tan\alpha - \frac{g}{2\, v_o^{\,2} \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2$$

$$30{,}4 \text{ m} = 28{,}9 \text{ m} \cdot \tan\alpha - \frac{9{,}81 \text{ m s}^2 \cdot 28{,}9^2 \text{ m}^2}{s^2 \cdot 2 \cdot 28{,}9^2 \text{ m}^2 \cdot \cos^2\alpha}$$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \tan^2\alpha}$ eingesetzt und umgeformt, ergibt

$$\tan^2\alpha - 5{,}89 \tan\alpha + 7{,}2 = 0$$

$\tan\alpha_1 = 4{,}16$ $\qquad \underline{\alpha_1 = 76{,}5^\circ}$

$\tan\alpha_2 = 1{,}73$ $\qquad \underline{\alpha_2 = 60^\circ}$

11.1.24. $\int_{r_1}^{r_2} F(r)\, dr = \int_{r_1}^{r_2} \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{1}{r^2}\, dr$

$$= -\gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right]$$

$$\frac{1}{2}\, m_2\; v_2^{\,2} = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

mit $r_1 = R_E = 3670$ km, $r_2 \longrightarrow \infty$

$m_1 = m_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ km und

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2 \cdot kg^{-2}$ ergibt sich

$$\underline{v = 11{,}18\ km/s.}$$

11.2. Mechanik des starren Körpers

11.2.1. Man nimmt z. B. das linke Ende der Stange als Drehpunkt an. Dann muß das linksdrehende Moment ($m_{ges} \cdot x$) gleich der Summe der drei rechtsdrehenden sein.

$\underline{\underline{x = 1{,}75\ m}}$

11.2.2. Mit $F_R = \mu \cdot m \cdot g$ (Reibungskraft), $F_W = -F_R$ (Anlehnkraft an der Wand) und $F_G = m \cdot g$ und der Annahme des Drehpunktes am Fußpunkt der Leiter gilt:

$M_1 = m \cdot g \cdot \cos\varphi \cdot x$ und $M_2 = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi$

Aus $M_1 + M_2 = 0$ folgt $x = \mu \cdot l \cdot \tan\varphi = \underline{\underline{1{,}4\ m}}$

11.2.3. $\omega = 2 \cdot \pi / T$, $v = \omega_1 \cdot r_E$ bzw. $v_2 = \omega_2 \cdot a$

$\omega_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$ $\qquad v_1 = \underline{\underline{463\ m/s}}$

$\omega_2 = 1{,}99 \cdot 10^{-7} s^{-1}$ $\qquad v_2 = \underline{\underline{29{,}8\ km/s}}$

$v(50^0) = \omega_1 \cdot r \cdot \cos 50^0 = \underline{\underline{298\ m/s}}$

11.2.4. $v(\varphi) = \frac{dh(\varphi)}{dt} = \frac{dh(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \underline{h_o \cdot \omega \cdot \sin 2\varphi}$

$a(\varphi) = \frac{dv(\varphi)}{dt} = \frac{dv(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \underline{2\, h_o \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\varphi}$

Die Geschwindigkeit $v(\varphi_1) = v_1$ ist ein Extremwert, wenn $|\sin 2\varphi_1| = 1$ oder $a(\varphi_1) = 0$. Daraus erhält man $\underline{\varphi_1 = \frac{\pi}{4}}$ und $\underline{\varphi_2 = \frac{3}{4}\pi}$

11.2.5. $\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = 8\ (1/s) - 4\ (1/s^2)\ t \qquad (1)$

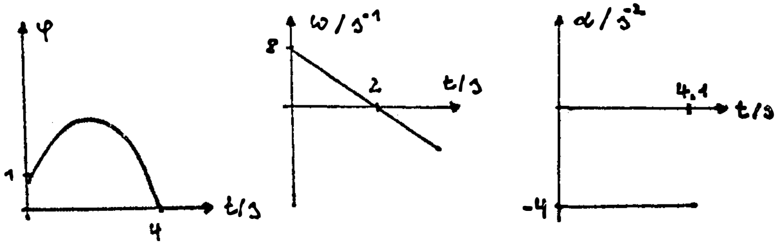
$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = -4\ (1/s^2) \qquad (2)$

Aus (1) folgt für $\omega(t_1) = 0$ $\qquad \underline{t_1 = 2\ s}$

Als obere Grenze des Zeitintervalls erhält man aus der Gleichung $\varphi(t_2) = 0$ den Wert $\underline{t_2 = 4.1\ s}$

(t_3 = - 0,1 s entfällt).
Damit sind die Diagramme im Intervall $0 \leq t \leq 4{,}1$ s zu zeichnen.

t/s	0	1	2	3	4,1
$\varphi(t)$	0,82	6,82	8,82	6,82	0



11.2.6. $\omega(t) = \int \alpha(t)\,dt = \underline{a_o t - \frac{1}{2} b \cdot t^2 + \omega_o}$

$$\varphi(t) = \int \omega(t)\,dt = \underline{\frac{1}{2}\alpha_o \cdot t^2 - \frac{1}{6} \cdot b \cdot t^3 + \omega_o \cdot t}$$

$$\alpha(t_1) = 0:\ \underline{t_1 = \frac{\alpha_o}{b}}$$

$$\underline{\omega(t_1) = \frac{\alpha_o^2}{2\,b} + \omega_o}$$

$$\underline{\varphi(t_1) = \frac{\alpha_o^3}{3\,b^2} + \frac{\alpha_o \cdot \omega_o}{b}}$$

$$\omega(t_2) = 0:\quad \underline{t_2 = \frac{\alpha_o}{b} + \sqrt{\frac{\alpha_o^2 + 2 \cdot b \cdot \omega_o}{b^2}}}$$

11.2.7. $v = 2 \cdot \pi \cdot r_H \cdot n_H\,,\quad n_H = \frac{n_K}{ü}$

$v = 4{,}18$ m/s = 15 km/h

$F_H = m \cdot g \cdot \sin\varphi\,,\quad F_H \cdot r_H = M_H = ü \cdot M_K$

$$\varphi = \arcsin \frac{ü \cdot M_K}{r_H \cdot m \cdot g} = 20{,}5^\circ\ (\hat{=}\ 35\ \%)$$

11.2.8. $dJ = r^2 \cdot dm = r^2 \cdot \varrho \cdot dV = \varrho \cdot A \cdot r^2 \cdot dr$

$$J = 2\varrho \cdot A \int_0^{l/2} r^2 \cdot dr = \underline{\underline{m \cdot l^2/12}}$$

$$J_1 = J + m\,(l/2)^2 = \underline{\underline{m \cdot l^2/3}}$$

11.2.9. $dJ = \frac{1}{2} r^2 \cdot dm\ ,\quad dm = \pi \cdot r^2 \cdot dx$

$$J = \frac{1}{2}\varrho \cdot \int_{-R}^{+R} r^4\,dx = \varrho \cdot \pi \cdot \frac{8}{15} \cdot R^5$$

mit $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$ und $m = \varrho \cdot V$ folgt:

$$\underline{\underline{J = \frac{2}{5}\,m \cdot R^2}}$$

11.2.10. Das Drehpendel allein hat die Schwingungsdauer

$T_1 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{J}{K^1}}$ bei Hinzufügen eines Körpers mit bekanntem J_2 ergibt sich die Zeit $T_2 = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{J_1 + J_2}{k}}$.

Daraus kann durch Bilden des Quotienten T_2/T_1 J_1 ermittelt werden, damit kann k berechnet werden. Anschließend wird der zu untersuchende Körper an der Drehwaage befestigt und bei nunmehr bekanntem k und J_1 das unbekannte J bestimmt.

11.2.11. $E_{rot} = E_{pot}$:

$$\frac{J \cdot \omega^2}{2} = \frac{m \cdot g \cdot l}{2} \qquad \omega = l^{-1} \cdot v$$

$$v = \sqrt{3 \cdot g \cdot l} = \underline{\underline{9{,}4\ m/s}}$$

11.2.12. $E_{rot} = J \cdot \alpha^2 \cdot t^2/2 \quad (\omega = \alpha \cdot t \text{ und } \alpha = M/J)$

$$= M^2 \cdot t^2/(2 \cdot J) = \underline{\underline{6{,}7 \cdot 10^5\ N \cdot m}}$$

$$P(t) = dE/dt = \frac{M^2 \cdot t}{J}$$

$$\underline{\underline{P(20\ s) = 6{,}7 \cdot 10^4\ W}}$$

11.2.13. $J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2$ $\qquad J_2 = 0{,}88\ J_1$

$$\omega_2 = \omega_1/0{,}88 \qquad \omega_2 = 2\pi \cdot n_2$$

$$\underline{\underline{n_2 = 2{,}71/s}}$$

11.2.14. $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

$$J_K = \frac{2}{5} m \cdot r^2 , \quad J_Z = \frac{1}{2} m \cdot r^2 , \quad J_{HZ} = \frac{1}{2} m(r_a^2 + r_i^2)$$

$$\omega = v/r$$

$$v_K = \sqrt{\frac{10}{7} g \cdot h} \qquad v_Z = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot h}$$

$$v_{HZ} = \sqrt{\frac{16}{13} g \cdot h}$$

mit $t = 2\ s/v$ und $s = h / \sin\alpha$

gilt: $t = \frac{2\ h}{v \cdot \sin\alpha}$

$$\underline{t_K/t_Z = \sqrt{14/15}} \qquad \underline{t_K/t_{HZ} = \sqrt{56/65}} \qquad \underline{t_Z/t_{HZ} = \sqrt{12/13}}$$

11.2.15. $F \cdot r = M = J \cdot \alpha$

$$F = m_K(g - a) \qquad \alpha = a/r \qquad J = m_Z \cdot r^2/2$$

$$a = \frac{m_K \cdot g}{m_K + m_Z/2} = \underline{\underline{3{,}27\ m/s^2}}$$

12. Elektrodynamik

12.1. Statisches elektrisches Feld

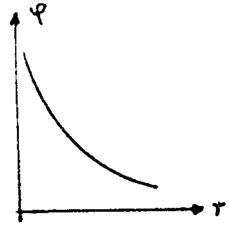
12.1.1. Elektrische Leiter - Ladungen frei beweglich. Verschiebung an der Oberfläche parallel so lange, bis

Kräftegleichgewicht besteht, d. h. wenn sich die Komponenten der Feldstärken parallel zur Oberfläche kompensieren. Also bleiben nur die senkrecht zur Oberfläche gerichteten Komponenten übrig.

12.1.2. $\varphi = -\int E(r)\,dr \quad \text{mit} \quad E(r) = \dfrac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$

$$\varphi(r) = -\frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \int \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} + C$$



mit $\lim\limits_{r \to \infty} \varphi = 0$ folgt $C = 0$

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

12.1.3. Aus der Skizze entnimmt man:

$$\tan\alpha = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot a^2 \cdot m \cdot g} = \frac{a}{\sqrt{l^2 - a^2}}$$

Die Ladungen Q_1 und Q_2 sind den Kapazitäten

$C_1 = 4\pi \cdot \varepsilon\, r_1$ und $C_2 = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot r_2$ proportional,

also $\quad Q_1/Q_2 = r_1/r_2$

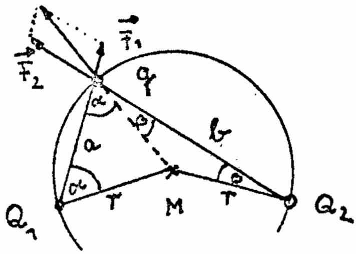
$$Q_1^2 \cdot \frac{r_1}{r_2} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon \cdot a^3 \cdot m \cdot g}{\sqrt{l^2 - a^2}}$$

$Q_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{A \cdot s} \qquad Q_1 = 44 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{A \cdot s}$

12.1.4. $Q_1 = \sqrt{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot 4 \cdot l^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot \tan\alpha \cdot m \cdot g}$

$Q_1 = 6{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$

12.1.5. Die Stabilitätsbedingung lautet: Die Resultierende aus F_1 und F_2 darf keine Tangentialkomponente besitzen, sie muß radial verlaufen.



Im einzelnen gilt: $F_1/F_2 = \sin\beta / \sin\alpha$

$$F_1 = \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot a^2} \qquad F_2 = \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot b^2}$$

$$Q_1/Q_2 = (a^2 \cdot \sin\beta)/(b^2 \cdot \sin\alpha)$$

Für die Dreiecke im Kreis gilt:

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{2r}\right)^2} \quad \text{und} \quad \sin\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2r}\right)^2}$$

$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot \sqrt{\frac{4r^2 - a^2}{4r^2 - b^2}} = \underline{\underline{20 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}}}$$

12.1.6. Die Ladungen in den Eckpunkten seien Q_1, die Ladung im Mittelpunkt Q_2. Die Seitenlänge des Quadrates sei a, die Diagonale d.

Kräftegleichgewicht herrscht bei:

$$\frac{2 \cdot Q_1^2 \cdot \cos 45^\circ}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot a^2} + \frac{Q_1^2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot d^2} = \frac{-Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot (d/2)^2}$$

$$-Q_2 = Q_1 \cdot \frac{(\sqrt{2} + 0,5)}{2} = \underline{\underline{-2,23 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}}$$

12.1.7. Es ist
$$Q_3 = \frac{C_1 \cdot C_3 \cdot U}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$\Delta Q_3 < 0$ für $\Delta C_2 > 0$ und $\Delta C_3 < 0$ bedeutet:

$$\frac{C_1 \cdot (C_3 + \Delta C_3) \cdot U}{C_1 + C_2 + C_3 + \Delta C_2 + \Delta C_3} - \frac{C_1 \cdot C_3 \cdot U}{C_1 + C_2 + C_3} < 0$$

das ist eine wahre Aussage für

$\Delta C_3 < \frac{C_3}{C_1 + C_2} \cdot \Delta C_2$, so muß z. B. für $\Delta C_2 = 50$ pF

$\Delta C_3 < 12{,}5$ pF realisiert werden.

12.1.8. a) $Q_1 = C_1 \cdot U_1 \qquad Q_2 = (C_1 + C_2) \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_1 + C_2}} \cdot U_1$

$$Q_2 = C_1 \cdot U_1 \sqrt{1 + C_2/C_1} > Q_1$$

b) Ladungserhaltungssatz $\Delta Q = 0$

$$C_1 \cdot U_1 = (C_1 + C_2) \cdot U_2$$

$$U_2 = U_1 \cdot C_1/(C_1 + C_2) = \underline{\underline{2{,}0 \text{ V}}}$$

c) Beim Schließen des Schalters fließt ein Strom und ein Verschiebungsstrom. Das führt zu Joulscher Wärme und zur Abstrahlung einer elektromagnetischen Welle.

12.1.9. $\frac{m}{2} \cdot v^2 = \left| \int_{r_1}^{r_2} F \, dr \right| \qquad v^2 = \frac{|Q \cdot q|}{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$$\underline{\underline{v = 54{,}8 \text{ m/s}}}$$

12.1.10. $\frac{m}{2} \cdot v_2^2 = q \cdot U + \frac{m}{2} \cdot v_1^2$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2q \cdot U}{m}} = \underline{\underline{5{,}1 \cdot 10^5 \text{ m/s}}}$$

$$\underline{\underline{t = 2{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}}$$

12.1.11. a) $v_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$

bei $s_1 = 10$ cm ist $v_{a1} = 1{,}40$ m/s

bei $s_2 = 20$ cm ist $v_{a2} = 1{,}98$ m/s

b) U = konstant, Kantenlänge sei a

$$C = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot a$$

Energiesatz:

$$\frac{m}{2} v_b^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot a \cdot U^2 = m \cdot g \cdot a + \frac{1}{2} \varepsilon_o \cdot a \cdot U^2$$

$$v_b = \sqrt{2 g \cdot a - \frac{\varepsilon_0 \cdot a \cdot U^2}{m} (\varepsilon_r - 1)}$$

$$\underline{\underline{v_{b1} = 1{,}20 \text{ m/s}}}$$

c) Q = konstant

Energiesatz:

$$\frac{m}{2} v_c^2 + \frac{Q^2}{2 \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r \cdot a} = m \cdot g \cdot a + \frac{Q^2}{2 \cdot \varepsilon_o \cdot a}$$

mit $C = Q/U$ ist $Q = {}_o \cdot a \cdot U$

$$v_c = \sqrt{2 \cdot g \cdot a + \frac{a \cdot \varepsilon_o \cdot U^2}{m} (1 - \frac{1}{r})}$$

$$\underline{\underline{v_{c1} = 1{,}45 \text{ m/s}}}$$

Die Geschwindigkeiten v_{b2} und v_{c2} sind aus energetischen Gründen gleich v_{a2}!

12.1.12. Für die Auslenkung z. B. nach rechts gilt:

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \pi \cdot \varepsilon \cdot (a + x)^2} - \frac{Q_1 \cdot Q_3}{4 \pi \cdot \varepsilon \cdot (a - x)^2}$$

mit $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$

$$F = \frac{Q^2}{4 \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{- 4 a \cdot x}{(a^2 - x^2)^2}$$

für $x \ll a$ wird $a^2 - x^2 \approx a^2$

also $F = - \dfrac{Q^2}{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot a^3} \cdot x = -k \cdot x$

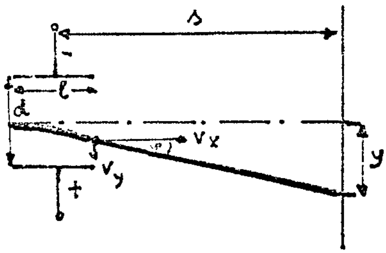
$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{Q^2}{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot a^3}} = \underline{\underline{9{,}5\ \text{Hz}}}$$

12.1.13. Nach Skizze gilt für die Strahlablenkung auf dem Schirm

$y = s_y + (s - \frac{l}{2}) \tan \varphi$

$v_y = \dfrac{eEt}{m_e}$; $s_y = \dfrac{eEt^2}{2m_e}$

$\tan \varphi = \dfrac{eEt}{m_e v}$; $t = \dfrac{l}{v}$



$$\underline{\underline{y = \frac{esEl}{m_e v^2} = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{U \cdot l \cdot s}{d \cdot v^2}}}$$

eingesetzt ($U = U_A$)

$$y = \frac{1{,}76 \cdot 10^{11}\ \text{As} \cdot 40\ \text{V} \cdot 2{,}5\ \text{cm} \cdot 12\ \text{cm} \cdot \text{s}^2}{1{,}2\ \text{cm} \cdot 14{,}5^2 \cdot 10^{12}\ \text{m}^2 \cdot \text{kg}} = \underline{\underline{0{,}84\ \text{cm}}}$$

Beschleunigungsspannung: $2e \cdot U = m_2 \cdot v^2$

$$U = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{e}{m}} = \underline{\underline{600\ \text{V}}}$$

Einfluß der Schwerkraft ist verschwindend klein:

$(F_{el} \approx 7 \cdot 10^{15}\ F_g)$

Einfluß - Massenzunahme

$\dfrac{v}{c} = \dfrac{14{,}5 \cdot 10^3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{300 \cdot 10^3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}} = 0{,}05 = 5\ \%$ von c, deshalb noch unbedeutend.

12.1.14. (1) $E_n = m \cdot v^2/2 - e^2/(4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_n)$

(2) $m \cdot v^2/r_n = e^2/(4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_n^2)$

(3) $m \cdot v \cdot r_n = n \cdot h/2\pi$

$$f = \frac{m \cdot e^4}{8\,\varepsilon_o 2 \cdot h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

12.1.15. $dU = \frac{1}{C} \cdot dQ$ $\qquad dQ = - I \cdot dt = - \frac{U}{C \cdot R}\, dt$

$$\frac{dU}{U} = - \frac{1}{R \cdot C}\, dt$$

$$U = U_o \cdot e^{-t/R \cdot C}$$

12.1.16. siehe z. B. Hänsel/Neumann, Physik III, Studienbücherei, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.

12.2. Statisches magnetisches Feld

12.2.1. $\vec{v}$ (Elektronengeschwindigkeit) in zwei Komponenten zerlegen: $\vec{v}_t$: Komponente länge Feldlinien
$\vec{v}_n$: Komponente senkrecht zu Feldlinien

Die Projektion der Bahn auf die Ebene senkrecht zu $\vec{B}$ ist ein Kreis mit dem gesuchten Radius der Schraubenlinie, deshalb gilt:

$$\frac{m \cdot v_n}{r} = e \cdot B \qquad m \cdot v_n = m \cdot v \cdot \sin\alpha$$

folgt $r = \frac{m \cdot v \cdot \sin\alpha}{e \cdot B}$ $\qquad r = 1\ \text{cm}$

Die Umlaufzeit ist $T = \frac{2\pi \cdot r}{v \cdot \sin\alpha} = \frac{2\pi \cdot m}{e \cdot B}$

Ganghöhe: $l = v_t \cdot T = \frac{2\pi \cdot m}{e \cdot B}\, v \cdot \cos\alpha = 11\ \text{cm}$

12.2.2. a) Für $0 \leq x \leq x_1$ erfolgt die Bewegung auf einer Kreisbahn: $x^2 + (y - r)^2 = r^2$ mit $r = \frac{m \cdot v^2}{q \cdot v \cdot B}$

Für $x > x_1$ erfolgt die Bewegung auf der Tangente

$$x_1 \cdot x_2 + (y_2 - r) \quad (y_1 - r) = r^2$$

Also gilt:

$$y_2 = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} + \left[x_1 \cdot x_2 - \frac{m^2 \cdot v^2}{q^2 \cdot B^2} \right] \cdot$$

$$\left[\frac{m^2 \cdot v^2}{q^2 \cdot B^2} - {x_1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Es ergibt sich also keine Proportionalität zwischen y_2 und B.

b) Die Bedingung ergibt sich z. B. aus der Forderung, daß der Radikant in der obigen Gleichung größer als Null sein muß.

$$B \frac{m \cdot v}{q \cdot x_1} \quad \text{damit} \quad r > x_1$$

12.2.3. Wegen $\frac{m \cdot v^2}{r} = q \cdot v \cdot B$ gilt $v_2 = 1{,}5\ v_1$

und aus $\omega = v/r = q \cdot B/m$ folgt $\Delta t = 0$

12.2.4. Das Teilchen bewegt sich im Feld auf einem Kreisbogen der Länge b. Da der Betrag der Geschwindigkeit konstant ist, wird t minimal für minimales b. Da der Radius mit $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$ festliegt, ist b minimal, wenn die zugehörige Sehne minimal ist. Die minimale Sehne ist aber y_B.

Deshalb gilt:

$$\cos \alpha = \frac{y_B}{2 \cdot r} \quad \text{und} \quad \alpha = \arccos \frac{y_B \cdot q \cdot B}{2\, m \cdot v_0}$$

12.2.5. Für das Drehmoment gilt einerseits $M = D \cdot \alpha$ und andererseits $M = F \cdot d$ ($d = 10$ mm). Mit $h = 15$ mm und $F = N \cdot B \cdot h \cdot I$ folgt $I = \frac{D}{d \cdot N \cdot B \cdot h} = \underline{\underline{2{,}0 \text{ mA}}}$

12.2.6. a) Aus $F_L = e \cdot v \cdot B$ und $F_{el} = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{b}$

folgt: $U_H = B \cdot b \cdot v = \underline{\underline{0{,}125\ mV}}$

b) Bestimmen der Konzentration freier Ladungsträger, elektrisches Multiplizieren, Messung der Stärke magnetischer Felder.

12.2.7. b) Lorentzkraft = Fliehkraft

$evB = \frac{m \cdot v^2}{r}$ ergibt $r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$.

c) Anwendungsgrenzen – relativistische Massezunahme, da z. B. keine Beschleunigung von Elektronen möglich.

Zyklotron — B = konst., d. h. r = f(v)

Synchrophasotron — r = konst., d. h. B = f(v)

d) $v_D = 3{,}84 \cdot 10^7\ m \cdot s^{-1}$ (relativist. Masseänderung ist bemerkbar!)

12.2.8. q/m für α – Teilchen:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B} = \frac{v}{r \cdot \mu_0 \cdot H} = \underline{\underline{4{,}8 \cdot 10^6\ C \cdot kg^{-1}}}$$

Für Protonen wäre der Radius halb so groß, für Elektronen nur etwa ein Viertausendstel.

12.2.9. Entwickeln der Gleichung zur Bestimmung von e/m:

Ausgang: $e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ und $\frac{m \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$

ergibt $\frac{e}{m} = \frac{2\ U}{B^2 \cdot r^2}$ und mit $B = \mu_0 \cdot H$

$$\frac{e}{m} = \frac{2\ U}{\mu_0^2 \cdot H^2 \cdot r^2}$$

Meßwerte eingesetzt ergibt:

$$\underline{\underline{\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\ As \cdot kg^{-1}}}$$

12.3. Elektromagnetische Induktion

12.3.1. $k_1 = -1\ T \cdot s^{-2}$ und $k_2 = 2\ T \cdot s^{-1}$

$$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = -N \cdot A \cdot (2 \cdot k_1 \cdot t + k_2)$$

t/s	0	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
U/V	-2,0	-1,5	-1,5	-0,5	0	0,5	1,0	1,5	2,0

12.3.2. $ü = U_1/U_2 = \underline{\underline{18,33}}$

$R_1 = ü^2 \cdot R_2 = \underline{\underline{1,63\ k\Omega}}$

12.3.4. $u(t) = -N \cdot B \cdot \frac{dA}{dt}$ $A(t) = A_0 \cdot \cos(\frac{2\pi}{T}\, t)$

$$\frac{2\pi}{T} = \omega$$

$u(t) = N \cdot A_0 \cdot B \cdot \omega \cdot \sin \omega \cdot t$

12.3.5. a) Die Energiedichte E/V ist gleich $\frac{1}{2}\, B \cdot H$

$$E = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot l \cdot A \cdot H^2}{2} \quad \text{mit } H = N \cdot I/l$$

$$E = \frac{B \cdot I \cdot N \cdot A}{2} = \underline{\underline{250\ J}}$$

b) Aus $E = L \cdot I^2/2$ ergibt sich $L = 2\, E/I^2 = \underline{\underline{0,05\ H}}$

c) Mit $I = I_0\, (1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t})$ folgt $t = \frac{L}{R} \cdot \ln 6$

Der Vorgang dauert ca. $\underline{\underline{9\ s}}$.

12.3.6. $d = 2$ mm , $a = 2$ cm , $r = 8$ cm

$R' = \frac{\varrho \cdot a}{a \cdot d}$ $R = 2\, R'$

$U_i = B \cdot a \cdot r \cdot \omega = 6,4 \cdot 10^{-3}\ V$

$I = U_i/R = 224\ A$

$P = U_i \cdot I = \underline{\underline{1,43\ W}}$ $M = \frac{P}{\omega} = \underline{\underline{0,143\ N \cdot m}}$