Reinhard Göttner

Was ist - was soll Operationsforschung

1972 Urania Verlag Leipzig / Jena / Berlin
MSB: Nr. 56
Abschrift und LaTex-Satz: 2021 https://mathematikalpha.de

0. Vorwort

Auf dem VIII. Parteitag der SED wurde die Hauptaufgabe der Volkswirtschaft der DDR im Zeitabschnitt des Fünfjahrplanes bis 1975 wie folgt fixiert:
Weitere Erhöhung des materiellen und kulturellen Lebensniveaus des Volkes auf der Grundlage eines hohen Entwicklungstempos der sozialistischen Produktion, der Erhöhung der Effektivität, des wissenschaftlich-technischen Fortschritts und des Wachstums der Arbeitsproduktivität.

Zur Erfüllung dieser Hauptaufgabe ist es erforderlich, alle Möglichkeiten der sozialistischen Rationalisierung auszunutzen, wobei diese nicht in jedem Falle mit einem mehr oder weniger großen technischen Aufwand verbunden sein muss.
Es ist durchaus rationell, über die Anwendung von Methoden der Operationsforschung zu einem betriebswirtschaftlichen und in der Regel zugleich volkswirtschaftlichen Nutzen zu gelangen. Bei diesen Rationalisierungsmaßnahmen braucht keine Rückflussdauer von Investitionsmitteln berechnet zu werden, weil hierfür gar keine Investitionen notwendig sind.
Vor allem sind dazu jedoch kluge Köpfe und Kenntnisse der Operationsforschung sowie möglichst der elektronischen Datenverarbeitung erforderlich.

Da die sich in der Praxis bietenden Möglichkeiten um mit Hilfe der Mathematik zu Rationalisierungserfolgen zu gelangen - sowohl mit als auch ohne Einsatz von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen -, noch nicht genügend genutzt werden, soll dieses Buch einen kleinen Einblick in die Operationsforschung geben.
Mathematische Methoden der Entscheidungsvorbereitung, wie sie die Operationsforschung zur Verfügung stellt, entsprechen dem Entwicklungsstand der Produktivkräfte und dienen insbesondere auch dazu, die Produktivkraft Wissenschaft noch stärker in der Praxis wirksam werden zu lassen. Sie helfen vor allem Entscheidungsvorschläge zu berechnen, die unter bestimmten Bedingungen und einem ausgewählten Kriterium optimal sind. Das ist neben der vorrangigen Verbesserung der Arbeit mit den Menschen für die weitere qualitative Erhöhung des Niveaus der Leitungs- und Planungstätigkeit unerlässlich.

"Sehr wesentlich für die erfolgreiche Verwirklichung der Ökonomischen Gesetze des Sozialismus ist das wissenschaftliche Niveau der Leitung und Planung der Volkswirtschaft. Jede Entwicklungsstufe der Wirtschaftspraxis erfordert dabei die weitere Vervollkommnung dieser wissenschaftlichen Leitungstätigkeit. Der VIII. Parteitag der SED hat sich auch mit dieser Aufgabe gründlich befasst und dabei die Bedeutung des gut fundierten, real bilanzierten Planes in den Vordergrund gestellt ...

Bei alledem kommt solchen Wissenschaftszweigen wie der ökonomischen Mathematik, Kybernetik oder der Operationsforschung eine große Rolle zu. Natürlich können und dürfen sie die politische Ökonomie des Sozialismus als theoretische Grundlage der Wirtschaftspolitik nicht ersetzen."[1]

[1] Honecker, E.: Fragen von Wissenschaft und Politik in der sozialistischen Gesellschaft der DDR. Einheit, II. I, Jg. 1972, S. 18

Eine populärwissenschaftliche Einführung in die Operationsforschung muss sich in erster Linie darauf orientieren, breiteste Kreise unserer Bevölkerung mit den Grundzügen dieses Gebietes und mit wichtigen Problemen der Praxis vertraut zu machen. Das erfolgt hier vorwiegend an Hand von Beispielen und der Erörterung von Anwendungsmöglichkeiten.

Soweit notwendig, werden mathematische Zusammenhänge verständlich formuliert und nur einfache, einem breiten Leserkreis zugängliche Hilfsmittel der Mathematik angewendet.
Auf umfassende mathematische Darstellungen sowie Beweisführungen wurde verzichtet. Wechselbeziehungen zwischen der Operationsforschung, der Ökonomie und der Wirtschaftspolitik werden behandelt. Die Beispiele wurden vorwiegend aus dem betriebswirtschaftlichen oder dem technologischen Bereich eines Kombinats gewählt.

Diejenigen Leser, die auf bestimmten Gebieten noch tiefer in die Operationsforschung und ihre praktische Anwendung eindringen wollen, werden auf die spezielle Fachliteratur verwiesen.

Mein Dank gilt allen denjenigen, die mich bei der Abfassung des Manuskriptes und bei der Überarbeitung der 3. Auflage mit Rat und Tat unterstützt haben.

Der Verfasser

Inhaltsverzeichnis

1 Zentrale staatliche Planung und eigenverantwortliche Wirtschaftstätigkeit der Kombinate und Betriebe 6

2 Operationsforschung - Teilgebiet der Führungstechnik 8
2.1 Zielstellung . . . 8
2.2 Wesentliche Merkmale . . . 12
2.3 Grenzen für die Anwendung der Operationsforschung . . . 17
2.4 Erkenntnisse und Erfahrungen aus der Sowjetunion nutzen . . . 20

3 Problem- bzw. Systemanalyse 24

4 Modellierung 28
4.1 Verschiedenartige Modelle . . . 28
4.2 Ein mathematisches Modell . . . 33
4.3 Optimalitätskriterium . . . 43
4.4 Gruppierung von Modellen der Operationsforschung . . . 46
4.5 Makromodelle und Mikromodelle in der Sowjetunion . . . 51

5 Berechnung 53
5.1 Operationsforschung und elektronische Datenverarbeitung . . . 53
5.2 Die ungarische Methode - ein Berechnungsverfahren unter mehreren . . . 56

6 Automatisierte Informationsverarbeitung - automatisierte Leitungssysteme 62

7 Modelle und Probleme ihrer Zusammenfügung 71
7.1 Überblick und einige Probleme . . . 71
7.2 Zentralmodell . . . 78
7.2.1 Priorität . . . 78
7.2.2 Maximierung des Gewinns . . . 80
7.3 Teilmodelle . . . 91
7.3.1 Prognosemodelle, Prämissen für Forschung und Entwicklung . . . 91
7.3.2 Marktforschung . . . 98
7.3.3 Zur Anwendung der Netzplantechnik . . . 106
7.3.4 Über Investitionsmodelle . . . 121
7.3.5 Standortoptimierung . . . 123
7.3.6 Auswahl technologischer Verfahren . . . 127
7.3.7 Lagerkapazität und Transportbeziehungen . . . 131
7.3.8 Optimale Kapazitätsausnutzung . . . 135
7.3.9 Materialverflechtungen . . . 140
7.3.10 Optimale Materialqualität . . . 147
7.3.11 Bestmögliche Ausnutzung des Materials . . . 148
7.3.12 Optimale Lieferbeziehungen . . . 151
7.3.13 Optimale Rundfahrten auch im innerbetrieblichen Transport . . . 155

7.3.14 Kopplung von Rund- und Pendelfahrten . . . 160
7.3.15 Zuordnung von Spezialistenbrigaden zu Arbeitsaufgaben . . . 167
7.3.16 Mathematische Statistik auch beim Arbeitsstudium . . . 169
7.3.17 Rationeller Arbeitskräfteeinsatz . . . 178
7.3.18 Zur Problematik der Lagerhaltungsmodelle . . . 183
7.3.19 Ersatz- und Reparaturmodelle . . . 192

8 Arbeitsetappen **195**

9 Operationsforschung - vielseitig anwendbar **199**
9.1 Zu einigen weiteren Anwendungsmöglichkeiten der Operationsforschung in der Industrie und im Handel . . . 200
9.2 Zur Anwendung der Operationsforschung in der sozialistischen Landwirtschaft . . . 200
9.3 Optimierung im Transport- und Nachrichtenwesen . . . 202
9.4 Die mathematisch begründete Entscheidung des Kommandeurs . . . 205
9.5 Zur Anwendung der Operationsforschung im Gesundheitswesen und anderen nicht zur materiellen Produktion gehörenden Bereichen . . . 209

10 Literaturhinweise **211**

11 Kleines Lexikon **213**

1 Zentrale staatliche Planung und eigenverantwortliche Wirtschaftstätigkeit der Kombinate und Betriebe

"Darwin wusste nicht, welch bittre Satire er auf die Menschen und besonders auf seine Landsleute schrieb, als er nachwies, dass die freie Konkurrenz, der Kampf ums Dasein, den die Ökonomen als höchste geschichtliche Errungenschaft feiern, der Normalzustand des Tierreiches ist.
Erst eine bewusste Organisation der gesellschaftlichen Produktion, in der planmäßig produziert und verteilt wird, kann die Menschen ebenso in gesellschaftlicher Beziehung aus der übrigen Tierwelt herausheben, wie dies die Produktion überhaupt für die Menschen in spezifischer Beziehung getan hat.
Die geschichtliche Entwicklung macht eine solche Organisation unumgänglicher, aber auch täglich möglicher. Von ihr wird eine neue Geschichtsepoche datieren, in der die Menschen selbst, und mit ihnen alle Zweige ihrer Tätigkeit, namentlich auch die Naturwissenschaft, einen Aufschwung nehmen werden, der alles Bisherige in tiefen Schatten stellt."[2]

Friedrich Engels traf diese Feststellung vor etwa einhundert Jahren. Die neue geschichtliche Epoche ist mit dem Aufbau des Sozialismus bereits Wirklichkeit geworden.
Unsere Wirtschaft ist eine staatlich geleitete sozialistische Planwirtschaft, in der die zentrale staatliche Planung zwar eng mit der eigenverantwortlichen Wirtschaftstätigkeit der Betriebe verknüpft ist, aber die volkswirtschaftlichen Erfordernisse und Entscheidungen prinzipiell den Vorrang haben und für die Betriebe bindend sind.

Im Interesse der weiteren Erhöhung des materiellen und kulturellen Lebensniveaus des Volkes gibt die zentrale staatliche Planung den Betrieben die Zielstellung und wesentliche Bedingungen ihrer auf Intensivierung und Effektivitätserhöhung gerichteten Produktion vor.

Die Eigenverantwortlichkeit der Betriebe erfordert eine weitgehende Eigeninitiative ihrer Leitungen und Belegschaften. Das ist möglich, weil in der DDR objektiv die ökonomischen Interessen des einzelnen und des Betriebskollektivs unlösbar mit den Belangen der Gesellschaft verbunden sind. Auf dieser Grundlage können alle Reserven und Wachstumspotenzen unserer Volkswirtschaft umfassend genutzt werden.

Das bedeutet jedoch nicht, dass Zugeständnisse an die Spontaneität gemacht werden oder gar, um mit Engels zu sprechen, eine Rückkehr in den "Normalzustand des Tierreiches" erfolgt.

Gerade die zentrale staatliche Leitung und Planung ist ein wesentlicher Vorteil, den die sozialistische Gesellschaft gegenüber der kapitalistischen besitzt und der deshalb voll ausgenutzt werden muss.
Entscheidungen über die künftige Entwicklung der gesamten Volkswirtschaft werden auf zentraler Ebene unter dem Aspekt der gesamtwirtschaftlichen Effektivität, der dau-

[2] Marx, Engels: Werke, Band 20. Dietz Verlag. Berlin 1962, S. 324

erhaften, maximalen Steigerung des Nationaleinkommens und seiner rationellen Verwendung gefällt.

Die zentrale staatliche Leitung und Planung konzentriert sich auf die perspektivischen, aus der prognostischen Tätigkeit resultierenden Grundaufgaben der Volkswirtschaft, wobei der Fünfjahrplan das hauptsächliche Instrument der ökonomischen und gesellschaftlichen Entwicklung ist.
Durch ihn werden die Kräfte und Mittel vor allem auf jene Erzeugnisse, Erzeugnisgruppen und technologischen Verfahren gelenkt, die im Rahmen des wissenschaftlich-technischen Fortschritts besonders bedeutsam sind. Darauf baut die Jahresplanung auf.

Die Entscheidungen der Betriebsleitung auf der Grundlage des staatlichen Planes müssen die ständige Minimierung des Aufwandes sowie die Maximierung des Betriebsertrages im Interesse der Gesellschaft zum Ziel haben. Sie sind auf eine langfristige Sicherung maximaler Effektivität und Rationalität sowie auf die rechtzeitige Anpassung an veränderte Bedingungen gerichtet.
Die Höhe der Kosten für die verschiedenartigen Produkte des Kombinats und die sozialistische Rationalisierung spielen dabei eine entscheidende Rolle.

Die Aufgaben der sozialistischen Wirtschaft lassen sich nur mit wissenschaftlichen Leitungsmethoden und einem entsprechenden Instrumentarium einschließlich der elektronischen Datenverarbeitung lösen.
Die Einbeziehung der Operationsforschung in die zentrale sowie betriebliche Leitungs- und Planungstätigkeit ist ein grundlegendes Erfordernis wissenschaftlicher Betriebsführung.

Einige Beispiele sollen zeigen, welcher Nutzen durch die Operationsforschung erzielt werden ist.
Die Optimierung der Holztransporte erbrachte im Bezirk Potsdam für ein Jahr 850000 Mark an Einsparungen. Die für den VEB Baustoffversorgung Dresden vom Institut für Datenverarbeitung Dresden durchgeführte Optimierung der Ziegeltransporte half für diesen einen Betrieb bei gleichzeitiger Verbesserung der Kooperationsbeziehungen jährlich etwa 800000 Mark Transportkosten einsparen.
Die Optimierung der Halbzeugkooperation im Bereich der VVB Stahl- und Walzwerke ermöglichte es, innerhalb eines Jahres 12000 t Halbzeug mehr zu produzieren und in einem anderen Jahr eine planwirksame Erhöhung des Gewinns um 800000 Mark gegenüber den ursprünglichen Planvorschlägen zu erreichen.

Mit Hilfe von Optimierungsrechnungen für Produktions- und andere Pläne war in der Mehrzahl der Betriebe eine Steigerung des Betriebsergebnisses bis zu 10 Prozent möglich.

Ausgehend von derartigen Ergebnissen wurde in der Direktive des VIII. Parteitages der SED zum Fünfjahrplan für die Entwicklung der Volkswirtschaft der DDR 1971 bis 1975 festgelegt, dass die Forschung u. a. auf "die Entwicklung anwendungsreifer mathematischer und kybernetischer Lösungsverfahren auf der Basis der elektronischen Datenverarbeitung für die Modellierung und Optimierung von Prozessen in Wissenschaft, Technik und Ökonomie, Informationsgewinnung, -speicherung, -übertragung und -verarbeitung"[3] zu konzentrieren ist.

2 Operationsforschung - Teilgebiet der Führungstechnik

2.1 Zielstellung

"Operationsforschung - das heißt: Anwendung wissenschaftlicher Methoden und Verfahren zur Untersuchung ökonomischer, technologischer und auch gewisser gesellschaftlicher Prozesse, ihrer Organisation und Verhaltensweise, mit dem Ziel, optimale Lösungen zu erreichen."[4]

Als ein Teilgebiet der Führungstechnik stellt die Operationsforschung vorwiegend mathematische Methoden und Verfahren zur Analyse, Modellierung und Berechnung im Sinne der Entscheidungsfindung bereit. Diese Methoden und Verfahren zielen im Prinzip darauf hin. ein Optimum, im allgemeinen die unter den vorhandenen Bedingungen und dem vorgegebenen Kriterium höchste Effektivität, zu erreichen. Die Operationsforschung trägt zusammen mit der elektronischen Datenverarbeitung zur Erhöhung der Reaktionsfähigkeit der Leitungen, zur Verbesserung der Organisation sowie der Stabilität des jeweiligen Prozesses, Objektes oder Systems bei.

Eine Operation im Sinne der Operationsforschung ist die auf ein vorher bestimmtes einheitliches Ziel gerichtete Menge von Handlungen und Prozessen, die meist von mehr oder weniger komplizierten Mensch-Maschine-Systemen der verschiedensten Art ausgeführt werden.

Die Anwendung der Operationsforschung ist, unter wirtschaftlichen Aspekten betrachtet, vor allem notwendig,

- weil die "Ausnutzung der ökonomischen Gesetze des Sozialismus erfordert, bei jeder Aufgabe Aufwand und Nutzen zu berechnen, zu kalkulieren und zu vergleichen"[5]

- infolge der wachsenden Arbeitsteilung und Kooperation sowie den sich daraus ergebenden komplizierteren ökonomischen Beziehungen, die auf jeder Ebene der Leitung und Planung - angefangen vom Meisterbereich bis hin zum RGW - effektiver zu beherrschen sind

- um den Verantwortlichen exakte Hilfsmittel zur Verfügung zu stellen, die es ihnen gestatten, ihre Entscheidung durch Auswahl der optimalen Variante aus mehreren zulässigen Entscheidungsmöglichkeiten zu treffen und damit zu einer wissenschaftlich

[3] Direktive des VIII. Parteitages der SED zum Fünfjahrplan für die Entwicklung der Volkswirtschaft der DDR 1971-1975. In: Dokumente des VIII. Parteitages der SED. Dietz Verlag, Berlin 1971, S. 59/60

[4] Honecker, E.: Aus dem Bericht des Politbüros an die 10. Tagung des ZK der SED. Dietz Verlag, Berlin 1969, S. 10/11

[5] Stoph, W.: Bericht zur Direktive des VIII. Parteitages der SED zum Fünfjahrplan für die Entwicklung der Volkswirtschaft der DDR in den Jahren 1971-1975. Dietz Verlag, Berlin 1971, S. 31

fundierten Betriebsführung zu gelangen

- um einen möglichst messbaren ökonomischen Nutzen zu erzielen bzw. so wirtschaftlich wie möglich zu arbeiten sowie künftige Produktions- und Reproduktionsprozesse rationell und effektiv zu planen

- um dem Entwicklungsstand der Produktivkräfte Rechnung zu tragen und formalisierbare Prozesse mit Hilfe mathematischer Methoden besser zu durchdringen.

Die Zielstellung für die Anwendung der Operationsforschung in der Volkswirtschaft der DDR besteht darin, einen maximalen Beitrag zur Verwirklichung der bereits im Vorwort genannten Hauptaufgabe des Fünfjahrplanes bis 1975 zu leisten, insbesondere zur weiteren Intensivierung der gesellschaftlichen Produktion. Die Anwendung mathematischer Methoden in der Wirtschaft fördert diese Intensivierung, indem entsprechende Berechnungen beitragen

- zur weitgehenden Nutzung und Auslastung der bereits vorhandenen Produktionsstätten, Gebäude und Anlagen, insbesondere der hochproduktiven technischen Einrichtungen

- zur Materialökonomie mit dem Ziel der Senkung des Materialaufwands je Erzeugniseinheit und insgesamt zur sparsamsten und sinnvollsten Verwendung von Roh- und Brennstoffen, Energie usw.

- zur rationellen Nutzung der Arbeitszeit und zur Einsparung von Arbeitskräften, die an anderen Schwerpunkten des sozialistischen Aufbaus dringend benötigt werden

- zur Steigerung der Erzeugnisqualität.

Auf dem VIII. Parteitag der SED wurde die intensiv erweiterte Reproduktion als der hauptsächliche Weg zu höherer Effektivität unserer Volkswirtschaft gekennzeichnet. Die Operationsforschung soll mithelfen, zu erreichen, dass über die effektive menschliche Tätigkeit dem ökonomischen Grundgesetz des Sozialismus Rechnung getragen und das materielle und kulturelle Lebensniveau der Arbeiterklasse und ihrer Verbündeten erhöht wird.
Gerade weil die Effektivität der gesellschaftlichen Produktion an den jeweils eingesetzten Mitteln und dem erzielten Ergebnis gemessen wird, sind die mathematischen Methoden der Operationsforschung hierzu u. a. ein sehr brauchbares Hilfsmittel.

Die Operationsforschung wird damit zu einem wichtigen Instrument der Intensivierung und Rationalisierung von Produktions- und Reproduktionsprozessen, der Erreichung einer höheren betriebs- und volkswirtschaftlichen Effektivität, der wissenschaftlichen Analyse technischer und ökonomischer Vorgänge.

Die Ausnutzung der mit Hilfe der Operationsforschung erreichbaren Vorteile auf verschiedenen Gebieten trägt dazu bei, die DDR zu stärken. Mit diesem Ziel der Operationsforschung ist ihre weitgehende Anwendung ebenfalls eine politische Frage, eine Frage des Klassenkampfes.

Allerdings ist die Operationsforschung im Rahmen der Volkswirtschaft nur ein Hilfsmittel, ein Instrument neben vielen anderen. Sie ist auch kein Allheilmittel, mit dem alle

bisher nicht lösbaren Probleme schnell und unkompliziert gemeistert werden können. Eine solche Auffassung wäre gleichbedeutend mit einer Überschätzung der Möglichkeiten der Operationsforschung, die uns nichts nützen, sondern nur schaden würde.
Die reale Beurteilung der Möglichkeiten und Grenzen der Operationsforschung (vgl. Abschn. 2.3.) muss deshalb bei ihrer Einschätzung immer im Auge behalten werden.

Zweifellos werden Modelle und Methoden der Operationsforschung nicht nur in den sozialistischen Ländern verwendet, sondern auch unter kapitalistischen Bedingungen. Die verschiedenartigen Ziele, die dabei mit der Operationsforschung verfolgt werden, kommen in den Zielstellungen dieser beiden diametral entgegengesetzten Gesellschaftsordnungen zum Ausdruck.

Eindeutig ist das im jeweiligen ökonomischen Grundgesetz des Kapitalismus bzw. des Sozialismus formuliert. Bekanntlich ist der kapitalistischen Gesellschaftsordnung in ihrem gegenwärtigen Stadium das Streben nach maximalem Monopolprofit eigen. Deshalb ist die Operationsforschung in kapitalistischen Ländern dieser Zielstellung untergeordnet.
Bei der Gestaltung der entwickelten sozialistischen Gesellschaft in der DDR besteht das Ziel in der ständig besseren Befriedigung der materiellen und geistigen Bedürfnisse der Mitglieder der Gesellschaft, in der Entfaltung der sozialistischen Beziehungen und der Persönlichkeit der Menschen, ihrer schöpferischen Fähigkeiten sowie in der Stärkung ihres Staates.

Die sozialistische Gesellschaftsordnung bietet alle Voraussetzungen, die Operationsforschung auch auf der volkswirtschaftlichen Ebene voll anzuwenden, was im Kapitalismus auf Grund der bestehenden Widersprüche nicht möglich ist. Gerade diesen Vorteil gilt es in der DDR weitgehend auszunutzen.
Darüber hinaus unterscheidet sich auch das Herangehen an die Lösung von Aufgaben der Operationsforschung unter kapitalistischen und sozialistischen Bedingungen, und zwar in der Weise, wie kapitalistisches "team work" und sozialistische Gemeinschaftsarbeit grundlegend verschieden sind.

Die Ergebnisse aus der Anwendung der Operationsforschung schlagen sich im Kapitalismus auf den Bankkonten der Kapitalisten nieder. Die Operationsforschung wird dort vor allem ausgenutzt, um den Profit der Monopole zu erhöhen. Der zusätzlich mit Hilfe mathematischer Methoden erwirtschaftete Gewinn dient nicht den Arbeitern, sondern wird teilweise für ihre verstärkte Ausbeutung verwendet.
In der DDR kommt der Nutzen aus der Anwendung der Operationsforschung — wie das in der Hauptaufgabe des Fünfjahrplanes bis 1975 deutlich zum Ausdruck kommt - den Arbeitern und allen Werktätigen mittelbar und unmittelbar zugute. Leider werden diese grundlegenden Unterschiede in der prinzipiellen Zielstellung, dem Herangehen und der Verwendung der mit Hilfe der Operationsforschung erzielten ökonomischen Ergebnisse manchmal nicht beachtet.

Das rührt teilweise daher, dass in der Operationsforschung in der Form mathematischer Formeln klassenindifferente Elemente enthalten sind. Bereits Lenin wies auf folgendes hin: "Die reaktionären Neigungen werden durch den Fortschritt der Wissenschaft selbst erzeugt. Der große Erfolg der Naturwissenschaft, die Annäherung an so gleichartige und einfache Elemente der Materie, deren Bewegungsgesetze sich mathematisch bearbeiten lassen, lässt die Mathematiker die Materie vergessen. 'Die Materie verschwindet', es bleiben einzig und allein Gleichungen."[6]

Aber die Gleichungen der Operationsforschung existieren nicht in einer klassenlosen Gesellschaft. Ihre Anwendung dient, wie dargelegt wurde, einer bestimmten klassenmäßig bedingten Zielstellung.
Die Operationsforschung berührt eben damit die Interessen der Klassen und den Klassenkampf. Daran ändert auch die Tatsache nichts, dass ebenso wie eine Werkzeugmaschine oder eine automatische Taktstraße, die unter kapitalistischen und sozialistischen Produktionsverhältnissen die gleichen technischen oder technologischen Merkmale aufweisen können, auch bestimmte mathematische Methoden in kapitalistischen oder sozialistischen Betrieben anwendbar sind.
Bekanntlich ist in erster Linie immer das Ziel und nicht das Hilfsmittel, mit dem ein Ziel erreicht wird, ausschlaggebend bei einer solchen Charakterisierung.

Es wäre somit falsch, aus der Tatsache, dass teilweise dieselben mathematischen Methoden der Operationsforschung unter kapitalistischen und sozialistischen Verhältnissen angewendet werden, die Schlussfolgerung zu ziehen, dass man von Gemeinsamkeiten oder gar von einer Annäherung beider Gesellschaftsordnungen im Sinne der bürgerlichen Konvergenztheorie sprechen könne.

Obwohl also z. B. unsere Wissenschaftler und Praktiker ebenso wie Wissenschaftler und Praktiker der kapitalistischen Staaten u.a. mit Netzplänen oder mathematischen Modellen beides sind wichtige Elemente der Operationsforschung - arbeiten, lässt sich auch aus dieser Tatsache nicht eine Konvergenz dieser Gesellschaftsordnungen ableiten. Der Unterschied liegt also nicht nur in der grundsätzlich verschiedenen Struktur der jeweiligen Gesellschaftsordnung, sondern auch in der Zielstellung für die Anwendung der Operationsforschung.

Diese Zielstellung wird bei uns eben einerseits durch das ökonomische Grundgesetz des Sozialismus und die ihm entsprechende Hauptaufgabe des Fünfjahrplans bis 1975 sowie andererseits durch die sozialistische Ideologie, durch die Erkenntnis von der gesetzmäßigen Entwicklung der sozialistischen Gesellschaft bestimmt, in der unter der Führung der Arbeiterklasse und ihrer Partei jeder Werktätige an Prozessen der gesellschaftlichen Entwicklung bewusst und aktiv mitwirkt.

Die Operationsforschung ist ein Erfordernis der wissenschaftlich-technischen Revolution. Diese ist aber keine Revolution der Wissenschaftler oder Techniker. Man kann in der Gegenwart nicht revolutionär wirken, ohne den Marxismus-Leninismus anzuerkennen und zu verwirklichen.
Der Marxismus-Leninismus gibt nicht nur dem Wissenschaftler oder dem Techniker, sondern jedem Antwort auf die Frage nach dem Zweck des Schaffens der Menschen. Er hilft auch, die schon dargelegte unterschiedliche Zielstellung für die Ausnutzung der Operationsforschung im Kapitalismus und Sozialismus zu erkennen.

[6]Lenin, W. I.: Werke, Band 14. Dietz Verlag. Berlin 1962. S. 310

Die Anwender der Mathematik in der DDR wollen bestimmt nicht das gleiche Schicksal erleiden wie der große Mathematiker und Physiker des Altertums, Archimedes. Er "vergaß" bekanntlich über seinen in den Sand gezeichneten geometrischen Figuren, dass die in antagonistisch sich gegenüber stehende Klassen gespaltene Gesellschaft auch Kriege einschließt.
Sein Ausruf "Störe meine Kreise nicht!" hinderte den feindlichen Soldaten weder daran, ihn zu töten noch seine Kreise zu zerstören.

Nehmen wir noch ein "modernes" Beispiel und verdeutlichen wir uns daran einen anderen wesentlichen Zusammenhang der Operationsforschung.
In einem VEB hatte die Leitung richtig erkannt; dass man die bedeutenden neuen Vorhaben technischer und ökonomischer Art nicht mit veralteten Leitungsmethoden verwirklichen kann. Gerade deshalb wurden häufig Begriffe wie "wissenschaftliche Leitung", "Operationsforschung", "Kybernetik" u. ä. gebraucht. Teilweise wurden aber auch Termini aus diesen Einzelwissenschaften nur entlehnt, um schon längst bekannte Sachverhalte unter Missbrauch dieser Termini in ein neues Gewand zu kleiden.
Man wollte die neuen Aufgaben vor allem mit Modellen und Netzwerken meistern, ohne dass die Produzenten, die Menschen, die das alles verstehen, lernen und schließlich die höheren Aufgaben mit Tatkraft und Ideenreichtum verwirklichen müssen, in die Anwendung der neuen Leitungsmethoden, in die Entscheidungsvorbereitung mit Hilfe der Operationsforschung einbezogen und für die Lösung der neuen komplizierten Aufgaben begeistert wurden.

Das führte berechtigterweise zu Kritiken von Arbeitern und von Angehörigen der Intelligenz. Unter sozialistischen Produktionsverhältnissen ist eben die wissenschaftliche Leitung, auch die Anwendung der Operationsforschung, keine Domäne von einigen auserwählten Experten. Es gehört im Gegenteil zu den Prinzipien der sozialistischen Leitungstätigkeit, alle guten Ideen, die Initiative und die Schöpferkraft der Werktätigen voll und ganz zu nutzen. Ohne die Kraft der Werktätigen lässt sich eine komplizierte Situation auch mit mathematischen Modellen und Methoden nicht meistern.

2.2 Wesentliche Merkmale

Die Zielstellung für die Anwendung der Operationsforschung gipfelt schließlich in der Verwirklichung der Hauptaufgabe unserer sozialistischen DDR:
weitere Erhöhung des materiellen und kulturellen Lebensniveaus des Volkes auf der Grundlage eines hohen Entwicklungstempos der sozialistischen Produktion, der Erhöhung der Effektivität, des wissenschaftlich-technischen Fortschritts und des Wachstums der Arbeitsproduktivität.

Die im vorangegangenen Abschnitt gegebene Definition wies bereits darauf hin, dass die Operationsforschung vor allem Methoden für die Analyse. Modellierung und Berechnung von bestimmten Prozessen, Objekten oder Systemen - in der Regel mit dem Ziel ihrer Optimierung - zur Verfügung stellt.

Sie ist damit zugleich mit ihrem Instrumentarium ein Mittel der sozialistischen Rationalisierung. Ihre konsequente Ausnutzung trägt zur Intensivierung der gesellschaftlichen Produktion bei. Die Prozesse der Analyse, Modellierung und Berechnung laufen im allgemeinen in entsprechenden fixierten Arbeitsetappen ab, wobei die sozialistische Gemeinschaftsarbeit von Fachleuten verschiedener Disziplinen das Kennzeichnende ist (vgl. Abschn. 8).

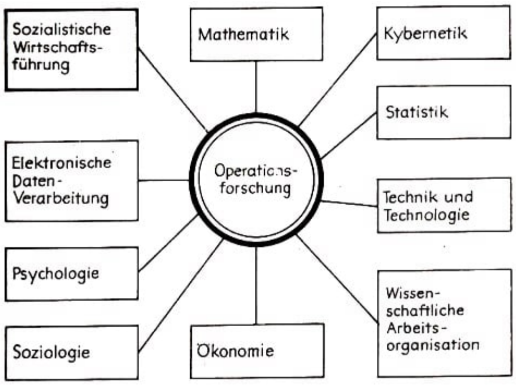


Abb. 1 Beziehungen der Operationsforschung zu anderen Disziplinen

Die von der Operationsforschung verwendeten Methoden, Verfahren und Hilfsmittel wurden der Praxis sowie den verschiedensten Disziplinen entlehnt. Einen Überblick über die hauptsächlich hierbei in Betracht kommenden Disziplinen zeigt Abbildung 1, wobei besonders hervorgehoben wird, dass die aufgeführten Gebiete selbständige Disziplinen sind, von denen die Operationsforschung eben nur bestimmte Aspekte, Methoden, Verfahren usw. übernommen hat.

Das Instrumentarium, dessen sich die Operationsforschung vornehmlich bedient, kann in Anlehnung an die in der Definition erwähnten Schwerpunkte - Analyse, Modellierung, Berechnung - in folgenden Gruppen zusammengefasst werden:

- Beobachtungs- und Analyseverfahren, z.B. Häufigkeitsstudien (u.a. die Anwendung der Multimomentmethode bei der Analyse von Arbeitsvorgängen) sowie andere Methoden auf der Grundlage der Stichprobentheorie, Korrelations- und Regressionsanalyse, Netzplantechnik, Simulationsverfahren

- Methoden der kybernetischen System- und Modelltheorie, z. B. beim Herangehen an die Analyse oder die Erarbeitung und mathematische Formulierung des adäquaten deterministischen oder stochastischen Modells

- mathematische Methoden, z. B. Anwendung der linearen oder der nichtlinearen Optimierung, bestimmter Methoden, die auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruhen, der Infinitesimalrechnung

- elektronische Datenverarbeitung, z. B. maschinelle Berechnung der Lösungen zu mathematischen Modellen, sofern dies wirtschaftlich ist, Speichern einer Vielzahl von Daten, Aufbereiten derselben sowie der Ergebnisse von Berechnungen nach verschiedenen Gesichtspunkten und Ausdrucken eventuell zusätzlicher Unterlagen, beispielsweise der Auftragspapiere für Kraftfahrer oder Meister

- bestimmte Methoden und Erkenntnisse gesellschaftswissenschaftlicher, technischer sowie. ggf. auch naturwissenschaftlicher Disziplinen, z. B. der sozialistischen Betriebswirtschaftslehre, der Soziologie, der Regelungstechnik, der Ingenieurpsychologie, der Arbeitswissenschaften (insbesondere aus den Gebieten Arbeitsstudium und Arbeitsgestaltung). Sie müssen ggf. entweder bei der Analyse, Modellierung und Berechnung oder bei den verschiedenen Instrumentarien und deren Anwendung berücksichtigt werden.

Die Operationsforschung ist eine spezielle Form der angewandten Kybernetik. Sie untersucht in bestimmten Fällen Operationen unter kybernetischen Aspekten (System-, Regelungs-, Informations- und spieltheoretische Aspekte).
Ein System im Sinne der Kybernetik und der Operationsforschung ist eine Menge von Elementen und eine Menge von Relationen zwischen diesen Elementen. Es kann sich dabei - um zwei Beispiele aus der Produktion zu bringen - um einen technologischen Bereich eines Betriebs oder um einen teilweise automatisierten Produktionsprozess o. ä. handeln.

Die Elemente müssen grundsätzlich aktiv sein, d. h. durch Eingaben (Inputs, Eingänge, Einsätze), Ausgaben (Outputs, Ausgänge, Ausstoß) und ihr Verhalten (Umwandlung der Inputs) im Inneren der Elemente in die Outputs gekennzeichnet sein.
Sie können verschiedene Zustände annehmen und ggf. das Verhalten des Systems, dem sie angehören, wesentlich beeinflussen. Die Elemente sind in einer bestimmten Weise, die gerade für den betreffenden Zustand charakteristisch ist, miteinander verbunden.

Diese Verbindungen oder Beziehungen werden Relationen genannt. Es wird unterschieden zwischen tatsächlich vorhandenen Relationen und solchen Zusammenhängen, die lediglich die Möglichkeiten oder das Vermögen, Relationen zwischen diesen Elementen herzustellen, ausdrücken.
Die Relationen, die mehrere aktive Elemente verbinden, sind die Kopplungsrelationen oder Kopplungen. Die Kybernetik befasst sich, da sie dynamische Systeme untersucht, vor allem mit diesen Kopplungen.

Die Kopplung bringt zum Ausdruck, dass bestimmte Outputs eines Elements oder Systems zugleich Inputs eines anderen Elements oder Systems sind. Kopplungen bestehen nicht nur zwischen Elementen, sondern ebenfalls zwischen Systemen.

Man unterscheidet: Die Kopplung für einen Zeitpunkt oder für einen Zeitabschnitt oder für dauernd.
Auf die aus der Sicht der Kybernetik sich ergebenden Betrachtungen zu den Systemen kann hier jedoch nicht näher eingegangen werden.

Die Anwendung der Operationsforschung erstreckt sich jedoch auch auf solche Untersuchungsgegenstände, die im strengen kybernetischen Sinne nicht als dynamische Systeme charakterisiert werden können. Oft wird - sowohl in der Praxis als auch in der Literatur - ebenfalls hierfür die Bezeichnung "System" verwendet.

Die Operationsforschung kommt vor allem nicht ohne die Erkenntnisse der Algorithmentheorie aus, die sich mit Lösungsvorschriften befasst. Dazu gehören die Konstruktion bzw. die Ausarbeitung der Algorithmen, ihre Bewertung sowie Synthese und auch die Probleme ihrer maschinellen Verarbeitung.

Unter einem Algorithmus versteht man eine exakt formulierte Anweisung zur Lösung einer Klasse von Aufgaben. Wir werden z. B. mehrere Algorithmen für mathematische Optimierungsverfahren - allerdings in der einfachen Form eines Ablaufschemas - angeben. Alle Aufgaben der Klasse, für die der betreffende Algorithmus gültig ist, können damit gelöst werden.

Die Untersuchungen im Sinne der Operationsforschung beruhen vor allem auf dem systemtheoretischen Aspekt, dem grundlegenden Aspekt der Kybernetik. Er findet zusammen mit dem regelungstheoretischen Aspekt seinen Niederschlag in der Systemanalyse und Modellierung. Für die Entscheidungsprozesse ist es dabei notwendig, sie nach entsprechender Aufgliederung in Teile oder Elemente zu quantifizieren, zu objektivieren und zu systematisieren.
Ausgehend von der Analyse wird unter Berücksichtigung der jeweils in der Praxis vorliegenden Bedingungen das betreffende Objekt modelliert, wobei die höchste Form der Modellierung, das mathematische Modell, angestrebt wird. Es kann meist mit einer entsprechenden Lösungsmethode berechnet werden.

In der Operationsforschung ist das mathematische Modell ein angenähertes Abbild der Wirklichkeit, das einen vorhandenen oder zu schaffenden Zustand bzw. Ablauf mit seinen wesentlichen Elementen und Beziehungen mit Hilfe mathematischer Formeln widerspiegelt.
Die gesamte Anwendung der Operationsforschung soll dazu beitragen, die optimale Verhaltensweise eines Gesamtsystems oder -prozesses oder -objektes zu ermitteln und zu gewährleisten. Im Falle wirtschaftlicher Objekte ist die Operationsforschung auf höchste Effektivität und Rationalität gerichtet.

Das Optimum im Sinne der Operationsforschung ist grundsätzlich das bestmögliche Resultat,

- das sich unter gegebenen Bedingungen, die zu fixieren sind. und

- nur bezogen auf ein vorher bestimmtes Optimalitätskriterium erreichen lässt.

Im Rahmen der praktischen Anwendung der Operationsforschung nehmen - vor allem auch im Wirtschaftsleben - die Optimierungsrechnungen eine besondere Stellung ein. Sie erstrecken sich

- entweder auf die Erzielung eines bestimmten Effekts in vorher festgelegter Höhe, wobei diejenige Variante zu berechnen ist, die dieses Ergebnis mit geringstmöglichem Mitteleinsatz garantiert.
Beispiele hierfür sind: Sicherung der regelmäßigen Materialversorgung unter normalen Bedingungen durch Ermittlung des optimalen Lagerbestands an verschiedenen Materialien bei geringstmöglichem Einsatz an Umlaufmitteln; Produktion eines festgelegten Sortiments an Erzeugnissen in bestimmten Mengen mit minimalem Materialeinsatz

- oder sie haben die Erreichung eines maximalen Effekts bei vorhandenen beschränkten Mitteln (Arbeitsmitteln, Arbeitsgegenständen und Arbeitskräften) und deren optimalen Einsatz zum Ziel.

Beispiele hierfür sind: Erzielung eines maximalen Gewinns oder minimaler Selbstkosten bei der Produktion von Erzeugnissen entsprechend der Planauflage mit den vorhandenen bzw. zugewiesenen Materialien, Maschinen und Arbeitskräften.

In beiden Möglichkeiten kommt das Prinzip der Rationalität, das zur Durchsetzung des Gesetzes der Ökonomie der Zeit unter sozialistischen Produktionsverhältnissen bewusst verwirklicht wird, zum Ausdruck. Optimierungsrechnungen setzen grundsätzlich eine Entscheidung über das Optimalitätskriterium sowie über die bei der Berechnung zu berücksichtigenden Bedingungen voraus.

Besonders kommt es darauf an, zu einer komplexen, aufeinander abgestimmten Anwendung der einzelnen mathematischen Modelle und Methoden der Operationsforschung im Interesse einer optimalen Gestaltung des gesamten Reproduktionsprozesses der Kombinate und Betriebe zu gelangen.
Der Weg zu diesem Ziel ist mit einem relativ großen Forschungs- und Entwicklungsaufwand verbunden. Er beginnt jedoch in der Regel mit kleinen Schritten, d.h. mit der Einführung von einzelnen Modellen und Methoden der Operationsforschung.

Der gegenwärtige Zustand ist deshalb dadurch charakterisiert, dass in einzelnen Betrieben der Produktionsplan optimiert wird oder andere Betriebe Verfahren der Transportoptimierung anwenden, wieder andere die Wirtschaftlichen Losgrößen errechnen, nach einer optimalen Maschinenbelegung oder mit Lagerhaltungsmodellen arbeiten.
Die weitere Aufgabe besteht darin, diese einzelnen Modelle der Operationsforschung unter einer einheitlichen Zielstellung zusammenzuführen. Eine relativ hohe Stufe in dieser Entwicklung ist die Anwendung von automatisierten Leitungssystemen, wie sie in der Sowjetunion schon eingeführt worden sind (vgl. Abschn. 6).

Unter sozialistischen Bedingungen kommt es aber nicht nur auf die konsequente Anwendung der Operationsforschung im betriebswirtschaftlichen, sondern ebenso im volkswirtschaftlichen Maßstab an. Gerade in ihrem Einsatz mit dem Ziel. die Vorzüge der sozialistischen Gesellschaftsordnung insgesamt voll wirksam werden zu lassen, besteht ein wesentlicher Vorteil, der bei der Gestaltung der entwickelten sozialistischen Gesellschaft in der DDR voll genutzt werden soll.

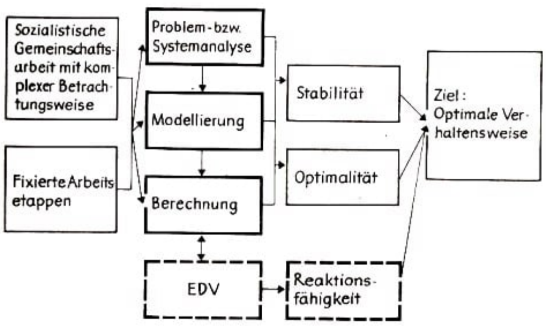


Abb. 2 Wesentliche Merkmale der Operationsforschung

Die Operationsforschung ist ein bedeutendes Hilfsmittel, um ein hohes Wachstumstempo bei bestmöglicher Ausnutzung aller vorhandenen Kräfte und Möglichkeiten der gesamten Volkswirtschaft sowie ihrer einzelnen Bereiche zu ermitteln und zu erzielen.

Der gesamte Reproduktionsprozess - sowohl auf der volkswirtschaftlichen als auch auf der betriebswirtschaftlichen Ebene - soll mit Hilfe aufeinander abgestimmter Modelle und Methoden der Operationsforschung optimal gestaltet werden.

Einen zusammenfassenden Überblick über die erörterten Merkmale der Operationsforschung gibt Abbildung 2.
Dabei ist zu beachten, dass die Operationsforschung der Entscheidungsvorbereitung dient, indem sie hilft, Leitungsprozesse zu quantifizieren, zu objektivieren und zu systematisieren. Die elektronische Datenverarbeitung ist nicht unmittelbarer Bestandteil der Operationsforschung, aber in vielen Fällen für ihr Wirksamwerden unerlässlich.
Auf die erwähnten Arbeitsetappen und die sozialistische Gemeinschaftsarbeit von Gesellschafts- und Naturwissenschaftlern bei der Lösung von Aufgaben der Operationsforschung wird in einem der folgenden Abschnitte noch näher eingegangen.

2.3 Grenzen für die Anwendung der Operationsforschung

Auf eines sei vordringlich hingewiesen: Die Anwendung der Operationsforschung kann und soll die verantwortliche Anleitung und Entscheidung der Leiter sowie die Initiative der Werktätigen nicht ersetzen, sondern ihre Arbeit nur erheblich erleichtern.
Diese wesentliche Erleichterung tritt dann ein, wenn die Leiter und ihre Stäbe frühzeitig bis ins Detail bestimmt haben, welche Daten, welche Wechselbeziehungen, welche Hauptkettenglieder für die Entscheidungen maßgebend sind.

In den vergangenen Jahren konnten verschiedenartige Erfahrungen mit der Anwendung der Operationsforschung in unserer Wirtschaftspraxis gesammelt werden. Neben sehr guten Beispielen einer effektiven Nutzung dieser mathematischen Methoden ist es stellenweise zu erheblichem Formalismus, zu wenig effektiven "Modellierungen" u. ä. gekommen. Die Folge waren kritische Auseinandersetzungen mit solchen Erscheinungen.

Es kann z. B. nicht gutgeheißen werden, wenn — obwohl die prinzipielle Rolle der Bilanzierung in der sozialistischen Planwirtschaft bekannt ist - Bilanzen als "vereinfachte" Planungsinstrumente in ihrer Funktion abgewertet und dafür Optimierungsmodelle überbewertet werden.
Solche Erscheinungen führten in der Vergangenheit zu einer Unterschätzung der Bilanzierung und damit zu nachteiligen Folgen für die proportionale Entwicklung der Volkswirtschaft.

Bilanzen sind die Voraussetzungen dafür, Optimierungsregelungen durchführen zu können. Die praktischen Erfahrungen der letzten Jahre beweisen, dass es nicht möglich ist, gewissermaßen 'in einem Zuge' ein System von Optimierungsmodellen auszuarbeiten und damit die traditionellen Bilanzen zu ersetzen.
Genau so falsch wäre es allerdings, sich allein mit diesen traditionellen Bilanzen zu begnügen und bei der Weiterentwicklung der Bilanzierung Versäumnisse zuzulassen. Bilanzen allein können indes nur Grundlagen für optimale Pläne schaffen, es lassen sich mit ihnen keine optimalen Varianten berechnen.

Dazu ist eine Verknüpfung von Bilanzierung und Normung, von Bilanzen und ökonomisch-mathematischen Modellen auf der Grundlage fortschrittlicher Normative erforderlich.[7]

Es ist also notwendig, einen realistischen Standpunkt einzunehmen. Einerseits ist es unbestreitbar, dass die Operationsforschung bei sachgemäßer Anwendung zu beträchtlichen Effektivitätssteigerungen führen kann. Das zeigen sowohl die Beispiele aus der DDR als auch vor allem die Ergebnisse bei der Anwendung automatisierter Leitungssysteme, durch die in sowjetischen Betrieben die Produktivität um fünf bis zehn Prozent gesteigert wurde.
Andererseits sind Tendenzen einer unsachgemäßen Anwendung, einer gewissen Überbewertung solcher Methoden zu überwinden.

Nicht die Anzahl und der Umfang der mathematischen Modelle und Methoden "schlechthin können das Kriterium für die Wissenschaftlichkeit der Leitung sein. Entscheidend dafür sind vielmehr die konkreten Ergebnisse, die bei der Verwirklichung der Beschlüsse des VIII. Parteitages der SED erzielt werden. Es geht also nicht um die komplizierte Darstellung mehr oder weniger bekannter Tatbestände mittels 'moderner' Methoden. Es geht darum, die Produktions- und Leitungsprozesse so zu gestalten, dass sie die Initiative und die Schöpferkraft der Werktätigen fördern, dass sie das Wachstumstempo beschleunigen und zu hoher Effektivität führen."[8]

Die Verwendbarkeit von Modellen und Methoden der Operationsforschung für die Praxis hängt insbesondere von der richtigen wirklichkeitsgetreuen Widerspiegelung der objektiven Realitäten (einschließlich der Auswirkungen jener in Vorbereitung der Anwendung dieser Modelle und Methoden durchzuführenden technisch-organisatorischen und sonstigen Maßnahmen) ab. Da das in der Praxis erreichte Optimum manchmal vom mathematisch ermittelten Optimum abweicht, muss geprüft werden, worin die Ursachen für eine eventuell unvertretbar große Differenz bestehen. Sie können u. a. darin zu sehen sein, dass das Modell nicht hinreichend genau die realen Verhältnisse der Praxis widergespiegelt hat.

Wurden Näherungsmethoden zur Berechnung benutzt, kann eventuell auch hierin eine der Ursachen liegen. Ein Problem, eine vermeintliche Grenze, entsteht in der Praxis oft dadurch, dass man versucht, die Operationsforschung einfach auf gegebene technologische oder ökonomische Sachverhalte "aufzupropfen", ohne den Vorbereitungsprozess zu ihrer Anwendung gleichzeitig als Rationalisierungsprozess aufzufassen, ohne die eventuelle Neuordnung der Gesamtprozesse zu durchdenken.
Das kann schnell dazu führen, dass man unbeabsichtigt auf einen Teil des erreichbaren Nutzens verzichtet. Gemeint ist der Teil des Nutzens, den man durch eine gründliche betrieblich-technologische und ökonomische Analyse des Gesamtkomplexes hätte gewinnen können.

Ein anderes Problem, eine weitere vermeintliche Grenze, besteht darin, dass häufig die

[7] Hölzer/Köhler/Ritzschke: Bilanzierung - Hauptinstrument der sozialistischen Planung. Einheit. H. 10, Jg. 1971, S. 1115

[8] Möbis, H.: Sozialistische Rationalisierung mit den Menschen — für die Menschen. Einheit, H. 7/8, Jg. 1971, S. 827

Kosteneinsparung als das alleinige Ziel der Anwendung von Modellen der Operationsforschung angesehen wird. Einsparungen sind zweifellos eine sehr schöne Begleiterscheinung.
Das wesentliche Ziel ist aber doch wohl, den Rationalisierungserfolg zu sichern und ständig die technologischen und ökonomischen Entscheidungen exakt zu begründen. Es sollen also möglichst nicht nur Einsparungen bei erstmaligem Anwenden eintreten, sondern für die Zukunft muss gewährleistet sein, dass bei Veränderung der einschränkenden Bedingungen ein erhöhter Aufwand vermieden und wiederum entsprechend dem gewählten Kriterium optimal gearbeitet wird.

Demzufolge muss die Operationsforschung dazu verhelfen, laufend - d. h. immer wieder bei Änderung der Bedingungen - den minimalen Aufwand bei der erforderlichen oder gewünschten Leistung nachzuweisen. Das kann man nur durch Berechnungen, die den neuen Bedingungen angepasst sind. Mithin ist es notwendig, die Anwendung der Operationsforschung zum festen Bestandteil der Leitungstätigkeit zu machen.

Die Operationsforschung hilft den Leitern, tiefgründiger zu analysieren und zu begründen, exakter zu leiten.

Bei einigen Werktätigen gibt es vielleicht noch subjektiv bedingte Vorbehalte gegenüber der Anwendung der Operationsforschung. Bekanntlich setzen sich neue Ideen und Methoden nicht von allein durch.
Zunächst muss man selbst erst einmal davon überzeugt sein und sich dann konsequent für die Verwirklichung der neuen Vorstellungen und zur Beseitigung von Schwierigkeiten einsetzen. Es wird sehr bald der Zeitpunkt kommen, an dem jeder Werktätige die Operationsforschung sowie die moderne Rechentechnik als selbstverständliches Mittel der Leitungstätigkeit ansieht, wie gegenwärtig etwa das Telefon und den Fernschreiber.

Nach dem gegenwärtigen Stand der Erkenntnisse werden sich jedoch auch nicht alle wesentlichen Entscheidungen unter Benutzung der Operationsforschung vorbereiten lassen. Vor allem Führungsentscheidungen laufen häufig auf eine Kombination oder eine Koordination mehrerer Maßnahmen und ihrer Auswirkungen in unterschiedlichen Bereichen hinaus.
Zur optimalen Lösung derartiger Aufgaben existieren befriedigende mathematische Modelle und Methoden noch nicht in ausreichender Anzahl und anwendungsbereiter Qualität.

Es gibt darüber hinaus einige wesentliche Hemmnisse, die die Ausnutzung der Vorteile der Operationsforschung erschweren, z. B.

- die Zählebigkeit einmal eingebürgerter Verfahrensweisen

- der auf dem Gebiet der sozialistischen Wirtschaftsführung, der Anwendung elektronischer Datenverarbeitungsanlagen und mathematischer Methoden zum Teil noch nicht ausreichende Wissensstand einzelner verantwortlicher Mitarbeiter

- der teilweise noch nicht ausreichende wissenschaftliche Vorlauf

- die in bestimmten Fällen unzulässig vorgenommene zu starke Vereinfachung bei der

Modellierung und die damit verbundenen Fehlschläge

- die Tatsache, dass sich noch nicht alle qualitativen Seiten und Einflussgrößen ökonomischer Probleme im erforderlichen Umfang und mit der notwendigen Genauigkeit quantifizieren lassen

- die zeitweise Begrenztheit der Forschungskapazitäten auf dem Gebiet der Operationsforschung

- die Tatsache, dass die Speicherkapazität und die Rechengeschwindigkeit der zur Verfügung stehenden elektronischen Datenverarbeitungsanlagen noch nicht zur Lösung aller Typen von Aufgaben ausreicht.

Die bisherigen Anstrengungen zum Anwenden der Operationsforschung in der DDR müssen unter den vorstehend genannten Aspekten betrachtet werden. Es ist notwendig, alle Möglichkeiten auszuschöpfen, um die gegenwärtig noch bestehenden Schranken und Hemmnisse so weit wie möglich zu beseitigen oder zumindest in ihrer negativen Wirkung zu vermindern.

2.4 Erkenntnisse und Erfahrungen aus der Sowjetunion nutzen

Wie auf allen Gebieten des gesellschaftlichen Lebens so verfügt die Sowjetunion auch im Hinblick auf die Anwendung von mathematischen Methoden über umfangreiche theoretische Erkenntnisse und praktische Erfahrungen. Besonders trifft das auf ihre Anwendung in der gesamten Volkswirtschaft sowie in den einzelnen Betrieben zu.

Aufbauend auf der Tatsache, dass schon Karl Marx und W. I. Lenin in der Mathematik ein wertvolles Hilfsmittel für die ökonomische Analyse sahen, beschäftigten sich sowjetische Experten auf dem Gebiet der Anwendung mathematischer Methoden in der Ökonomie in den ersten Jahren der Sowjetmacht vor allem mit verschiedenartigen volkswirtschaftlichen Bilanzierungsproblemen und deren mathematischer Fassung.

Nach der Aufstellung von Naturalbilanzen der Getreideproduktion und der Brennstoffe wurde im Jahre 1924 auf Beschluss der Sowjetregierung erstmalig eine Bilanz der Volkswirtschaft durch die statistische Zentralverwaltung der UdSSR ausgearbeitet. Prinzipiell neu war z. B. in dieser Bilanz gegenüber den üblichen wirtschafts-statistischen Untersuchungen und den amerikanischen und englischen Zählungen - wie in der Zeitschrift "Planowoje Chosjaistwo" dazu 1925 einschätzend festgestellt wurde - der Versuch, nicht nur die Produktion, sondern auch die Verteilung zahlenmäßig zu erfassen, um so ein Gesamtbild vom Reproduktionsprozess in Form eines "tableau économique" zu geben.

Bereits im Jahre 1926 lag ein umfangreiches Sammelwerk mit 28 Naturalbilanzen landwirtschaftlicher Produkte, 2 Bilanzen forstwirtschaftlicher Produkte und 8 Bilanzen industrieller Massengüter vor. Im Rahmen dieser praktischen volkswirtschaftlichen Bilanzierungsarbeiten war die Idee einer Bilanz der Aufwendungen und des Produktionsausstoßes schon nachweisbar.

Einen Schwerpunkt bildete dabei die Einbeziehung der Investitionen. Die Bilanz der

Produktion und des Verbrauchs von 1923/24 wies hierzu selten die Produktionsausrüstungen und die Bautätigkeit getrennt aus. Sie hatte die heute noch übliche Schachbrettform. Solche Tabellen werden häufig - auch wenn sie nicht nach den Regeln der Matrizenrechnung bearbeitet werden - als Matrizen bezeichnet.

In einem wissenschaftlichen Artikel aus dem Jahre 1928 von M. Barengolz zum Thema "Das Volumen des industriellen Marktes der UdSSR" wurde die Methodik weiter vervollkommnet. In dieser Veröffentlichung kommt die Idee der technischen Koeffizienten bereits deutlich zum Ausdruck:

"Fehlt die technische 'Revolution' in der Produktion, so ergeben die Koeffizienten des Umsatzes für den sogenannten 'Bruttoumsatz' innerhalb der Industrie im Naturalausdruck und bei entsprechenden Korrekturen für Preisänderungen auch im Wertausdruck völlig stabile dynamische Kennziffern.

Mit ihnen lassen sich sowohl der Gesamtverbrauch und -umsatz innerhalb der Industrie als auch die konkreten gegenseitigen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Industriezweigen ermitteln."[9]
M. Barengolz berechnete auch die Bedarfskoeffizienten innerhalb der Industrie prozentual zur Bruttoproduktion.

Auf diesen Erkenntnissen baute Später W. Leontief auf, der u. a. eine sogenannte Input-Output-Analyse für die USA aufstellte. Er schob - bildlich gesprochen - zwei Tabellen übereinander, nämlich einerseits die Bilanz der Produktion und der Verteilung des gesellschaftlichen Produktes sowie andererseits die Bilanz des Nationaleinkommens und gab eine mathematische Interpretation, indem er Gleichungen über den Zusammenhang zwischen Aufwendungen und Produktionsausstoß aufstellte.

Mit dieser Methode war der Versuch verbunden, auf der Grundlage einer Schachbrettbilanz nicht nur die direkten Aufwendungen an Arbeit und Investitionsmitteln, die im betreffenden Zweig selbst entstehen, zu bestimmen, sondern auch Aufwendungen aus anderen Wirtschaftszweigen, die aber für den betreffenden Zweig geleistet wurden.
Damit entstand eine Analyse der zwischenzweiglichen Beziehungen bzw. - wie sie auch noch genannt wird - die Einsatz-Ausstoß-Analyse oder Input-Output-Analyse.

Als das Institut für Mathematik und Mechanik der Leningrader Universität zur Lösung einiger Produktionsaufgaben unter Wahrung eines vorgegebenen Sortiments optimale Pläne für die Auslastung von Werkbänken und für den Zuschnitt von Blechen und Hölzern aufstellen sollte, entwickelte schon im Jahre 1939 L. W. Kantorowitsch in seiner Arbeit "Mathematische Methoden der Organisation der Produktionsplanung" Grundlagen der linearen Optimierung.

Ebenfalls trat auf diesem Gebiet W. W. Nowoshilow hervor, der seine grundlegenden Arbeiten zu diesen Fragen in den Jahren 1939, 1941 und 1946 veröffentlichte. Gerade die lineare Optimierung hat sich in der Wirtschaft für bestimmte Aufgabentypen gut bewährt.

[9] Planowoje Chosjaistwi, Nr. 7/1928. S. 329 (russ.)

Gleichzeitig wurde aber von den sowjetischen Experten auch auf ihre wesentliche Grenze hingewiesen. Jede mit Hilfe der linearen Optimierung ermittelte Lösung hat "keinen absoluten, sondern lediglich relativen Wert. Sie trifft nur für einen gegebenen, exakt definierten Standpunkt zu, der durch festgelegte Bewertungskriterien der Pläne in die Aufgabe eingeführt ist."[10]

In den letzten Jahren wurden gerade in der Sowjetunion besonders auf dem Gebiet der Anwendung mathematischer Methoden in der Wirtschaft viele neue Erkenntnisse publiziert.
Sie führen über die Lösung komplizierter Detailaufgaben bis hin zur Gestaltung automatisierter Leitungssysteme. Gerade der Entwicklung von Typenprojekten für solche automatisierten Leitungssysteme wird in der Sowjetunion große Aufmerksamkeit gewidmet (vgl. Abschn. 6).

Besonders haben sich in den letzten Jahren bei der Entwicklung mathematisch-ökonomischer Modelle und Methoden sowie automatisierter Leitungssysteme die über ein großes wirtschaftsmathematisches Forschungspotential verfügenden Wissenschaftszentren in Kiew, Leningrad, Moskau und Nowosibirsk verdient gemacht.
Durch diese Forschungseinrichtungen wurden die weltbekannten sowjetischen Traditionen auf dem Gebiet der Anwendung mathematisch-ökonomischer Modelle und Methoden mit begründet. Dabei ist deutlich auch die Abgrenzung von pseudowissenschaftlichen bürgerlichen Auffassungen einerseits und die kritische Auswertung mathematischer Forschungsergebnisse aus den kapitalistischen Staaten andererseits zu erkennen.

In einem im Jahre 1959 in Moskau erschienenen Buche wies W. S. Nemtschinow, der bereits in den zwanziger Jahren unseres Jahrhunderts bei der Anwendung mathematischer Methoden in der sowjetischen Wirtschaft bahnbrechend wirkte, darauf hin, dass "bürgerliche ökonomische Schulen, insbesondere die österreichische Grenznutzenschule und die anglo-amerikanische Schule der Ökonometrie, die sozial-ökonomische Analyse durch rein mathematische Methoden ersetzt haben, um so ihre pseudowissenschaftlichen apologetischen Konzeptionen zu retten.
Wenn dadurch die Mathematik in ökonomischen Untersuchungen missbraucht wird, so bedeutet das noch nicht, dass die sowjetische Wirtschaftswissenschaft auf ihre Anwendung verzichten muss.

Man kann die Mathematik mit einem Mühlstein vergleichen:
Schüttet man Unkraut auf, so wird der beste Mühlstein kein Weizenmehl hergeben, was noch nicht besagt, dass nicht Weizenmehl herauskommt, wenn tatsächlich Weizen aufgeschüttet wird. Die mathematischen Methoden müssen als bedeutendes Hilfsmittel der Analyse in geeigneter Form mit qualitativen und quantitativen ökonomischen Untersuchungen einhergehen.
Die Tatsache, dass sie hier eine Hilfswissenschaft sind, schränkt ihre gewaltige Bedeutung keinesfalls ein.
Der Missbrauch der Mathematik durch bürgerliche ökonomische Schulen kann für Marxisten nicht als Vorwand gelten, auf die Mathematik selbst zu verzichten."

[10] Nemtschinow, W. S.: Anwendung mathematischer Methoden in der Ökonomie. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963, S. 17

Nemtschinow betonte deshalb, dass sich die Wirtschaftswissenschaftler der sozialistischen Länder vielmehr von folgender These W. I. Lenins leiten lassen sollten: "Gegen die bürgerliche Wissenschaft nicht die Augen zu verschließen, sie im Blickfeld zu behalten und auszuwerten, sich jedoch kritisch zu ihr verhalten, ohne die Geschlossenheit und Bestimmtheit der Weltanschauung preiszugeben, ist eine völlig andere Sache ..."[11]

Diese Gedankengänge haben auch gegenwärtig nichts an Aktualität eingebüßt.
Insbesondere ist deutlich zu erkennen, dass die KPdSU die Arbeiten zur Anwendung mathematischer Methoden in der Wirtschaft fördert. Nicht zuletzt wurde das, wie die nachstehenden Ausführungen beweisen, auf ihrem XXIV. Parteitag wiederum sichtbar.
"Die Wissenschaft hat das theoretische Arsenal der Planung beträchtlich bereichert, indem sie die Methoden der ökonomisch-mathematischen Modellierung, der Systemanalyse und andere entwickelte. Diese Methoden sind noch umfassender anzuwenden."[12]
"Besondere Aufmerksamkeit ist in allen Teilen des ökonomischen Systems, sei es Betrieb, Vereinigung, Ministerium oder Staatliches Plankomitee, auf optimale Entscheidungen zu lenken."
Solchen optimalen Entscheidungen liegen Optimierungsrechnungen zugrunde.

"Es ist die Pflicht der Wirtschaftsfunktionäre, auf neue Weise leiten zu lernen, und zwar auf der Grundlage des tiefen Eindringens in die marxistisch-leninistische Theorie, in die Theorie und Praxis der Leitungstätigkeit, die wissenschaftliche Arbeitsorganisation, in die neuen Methoden der Planung und ökonomischen Stimulierung sowie die Anwendung ökonomisch-mathematischer Methoden und der modernen Rechentechnik."[13]

Es ist unbedingt notwendig, die in der Sowjetunion bei der Entwicklung und Anwendung mathematischer Modelle und Methoden in der Ökonomie gesammelten Erfahrungen weitgehend für unsere Verhältnisse in der DDR zu nutzen.
In dieser Richtung orientiert bekanntlich allgemein auch der VIII. Parteitag der SED.
"Wir halten es für bedeutungsvoll, dass zur Vervollkommnung der Leitung und Planung die langjährigen Erfahrungen und wissenschaftlichen Erkenntnisse der Sowjetunion beim sozialistischen und kommunistischen Aufbau umfassend genutzt werden ... Ein wichtiges Problem der Vervollkommnung der Leitung und Planung ist die allseitige Nutzung der fortgeschrittensten Erkenntnisse und Methoden."[14]

Im Komplexprogramm für die weitere Vertiefung und Vervollkommnung der Zusammenarbeit und Entwicklung der sozialistischen ökonomischen Integration der Mitgliedsländer des RGW spielen der Erfahrungsaustausch und die breite Anwendung der modernen Errungenschaften auf dem Gebiet der Leitungswissenschaft ebenfalls eine Rolle. Besonders wurden hierbei hervorgehoben:

- Vervollkommnung der Methoden für die Ausarbeitung und die Auswahl von Planvari-

[11] Lenin, W. I.: Werke, Band 3. Dietz Verlag. Berlin 1956, S. 656
[12] Breshnew, I.,I.: Rechenschaftsbericht des Zentralkomitees der KPdSU. APN-Verlag. Moskau 1971, S. 92
[13] 13 Kossygin, A. N.: Direktiven zum Fünfjahrplan für die Entwicklung der Volkswirtschaft der UdSSR in den Jahren 1971-1973. APN-Verlag. Moskau 1971, S. 62/63
[14] Stoph, W.: Bericht zur Direktive des VIII. Parteitages der SED zum Fünfjahrplan für die Entwicklung der Volkswirtschaft der DDR in den Jahren 1971-1975. Dietz Verlag, Berlin 1971. S. 60

anten

- Erfahrungsaustausch über Prinzipien, Kriterien und Methoden der wissenschaftlichen Entscheidungsfindung

- Ausarbeitung und Anwendung ökonomisch-mathematischer Modelle und Methoden in der Wirtschaftsplanung

- Gemeinsame Untersuchungen und Entwicklungen auf dem Gebiet der Operationsforschung.

Die Erfüllung dieser für die RGW-Länder auf dem Gebiet der Anwendung mathematischer Methoden gestellten Aufgaben dient letztlich dazu, die Effektivität in diesen sozialistischen Staaten zu erhöhen. Sie trägt dazu bei, die im Komplexprogramm des RGW insgesamt vorgezeichnete Entwicklung zu unterstützen und zu sichern.

Die Geschichte beweist, dass sich der Sozialismus in Gemeinschaft und mit gegenseitiger Förderung der sozialistischen Länder leichter aufbaut. Die wachsende Zusammenarbeit zwischen der RGW-Staaten ist zugleich eine bedeutende Grundlage für den erfolgreichen sozialistischen Aufbau in jedem der beteiligten Länder und für die Stärkung ihrer Kräfte in der Klassenauseinandersetzung mit dem Imperialismus.
Auch die Operationsforschung kann und muss hierbei den ihren Möglichkeiten entsprechenden Beitrag leisten.

3 Problem- bzw. Systemanalyse

Bei jeder Aufgabe der Operationsforschung ist prinzipiell eine Analyse des zu lösenden Problems durchzuführen. In bestimmten Fällen geht diese Analyse so weit, dass man von einer vollständigen Systemanalyse im Sinne der Kybernetik sprechen kann.
Ob eine umfassende kybernetische Systemanalyse notwendig ist, hängt jeweils von der Ziel- bzw. Problemstellung, von der Komplexität der Aufgaben und teilweise auch des zu untersuchenden Bereichs, insgesamt überhaupt von den vorliegenden Bedingungen ab.

In der Literatur zu Fragen der Operationsforschung werden jedoch die Begriffe "Problemanalyse" und "Systemanalyse" unterschiedlich verwendet, wobei im Rahmen dieser populärwissenschaftlichen Veröffentlichung nur die beiden Grundrichtungen interessieren.

Die eine Auffassung geht dahin, von Problemanalyse zu sprechen, wenn man ein einzelnes Problem im Hinblick auf die Schaffung eines einzelnen Modells analysiert. Nach dieser Auffassung wird eine kybernetische Systemanalyse im Zusammenhang mit der Operationsforschung in der Regel dann geplant, wenn Modellsysteme der Operationsforschung (vgl. Abschn. 7) und darauf aufbauend automatisierte Leitungssysteme (vgl. Abschn. 6) geschaffen werden sollen.

Bei der anderen Auffassung werden die Bezeichnungen "Problemanalyse" und "Systemanalyse" synonym verwendet.

Das bedeutet, dass in der Operationsforschung der Begriff Systemanalyse ebenfalls manchmal dann verwendet wird, wenn es sich um die Untersuchung von Bereichen oder Objekten handelt, die keine dynamischen Systeme im Sinne der Kybernetik darstellen oder wenn eine Analyse durchgeführt wird, die nicht voll den Anforderungen einer kybernetischen Systemanalyse entspricht.

Wir wollen diesem mehr oder weniger theoretischen Streit um die Anwendung dieser Begriffe in der Operationsforschung hier keine weitere Beachtung schenken, sondern uns den Belangen der Praxis zuwenden.

Bei der Problemanalyse wird in der Regel von einer groben Formulierung der Aufgabe ausgegangen. Zunächst steht die Zielstellung im Vordergrund. Dabei bilden die Beschlüsse der SED, der langfristige und der Fünfjahrplan sowie andere zentrale staatliche Vorgaben und Weisungen die Grundlage.
Die zu wählende Zielstellung muss prinzipiell unter dem Aspekt der Erreichung eines maximalen volkswirtschaftlichen Gesamtnutzens betrachtet werden. Die Vermehrung des verfügbaren Nationaleinkommens und dessen rationelle Verwendung stehen hierbei im Vordergrund.

Die Formulierung des Problems oder der Aufgabenstellung sowie des Zieles erfolgt durch den zuständigen Leiter. Er hat in der Regel einen umfassenden Überblick, so dass er auch die Zusammenhänge zu anderen Problemen bzw. Aufgaben und die sich dabei ergebenden Auswirkungen einschätzen kann.
Der verantwortliche Leiter hat auch die zur Problemanalyse erforderlichen Grundsatzentscheidungen zu treffen oder notwendige Prämissen vorzugeben. Die Aufgabenstellung, die Konzeption für diese Untersuchungen ist den einzusetzenden Spezialisten und - soweit das in dieser Phase notwendig ist - auch den Werktätigen in den betroffenen Bereichen zu erläutern.

Die vorgegebene Aufgabenstellung für die Problemanalyse zu einem Modell der Operationsforschung sollte z. B. zumindest auf folgende Fragen Antwort geben:

- Welche Rolle spielt das Teilmodell innerhalb des Modellsystems, und auf welches vorrangige zentrale Ziel muss es unter Beachtung volkswirtschaftlicher Gesichtspunkte ausgerichtet werden?

- Welche weiteren Teilziele sind zu beachten, und wie sollen die unterschiedlichen Zielstellungen auf die Gesamteffektivität orientiert werden?

- Welche Festlegungen sind beim Ermitteln und Formulieren der einschränkenden Bedingungen, und welche weiteren Vorgaben sind bei der Problemanalyse zu berücksichtigen ?

- Welcher ungefähre Nutzen wird von der Lösung dieser Problemstellung erwartet ?

Bei einer umfangreichen Problemanalyse sind über die vorstehenden Fragen hinaus noch folgende Gebiete einzubeziehen:

- die Leitungstätigkeit im zu untersuchenden Bereich

- der technologische oder organisatorische Ablauf und die strukturelle Gliederung im betreffenden Bereich

- der Einsatz der Arbeitskräfte, der Grad der Arbeitsteilung (Spezialisierung und Kombination). die Nutzung der Arbeitszeit

- der Einsatz und die Auslastung der technischen Einrichtungen (Maschinen, Anlagen usw.)

- die verschiedenartigen Aspekte der Materialökonomie

- die Qualität der Erzeugnisse und Leistungen

- der Grad der Versorgung der Bevölkerung, der Wirtschaft, der staatlichen sowie anderen gesellschaftlichen Einrichtungen

- die Ausnutzung ökonomischer Stimuli, z. B. des materiellen Anreizes u. a.

Diese Gebiete werden jedoch im Zusammenhang mit der Operationsforschung vorwiegend unter dem Gesichtspunkt analysiert. Grundlagen für die Formulierung eines mathematischen Modells und die Durchführung mathematisch-ökonomischer Berechnungen, die als Ergebnis einen konkret formulierten Nutzen ausweisen sollen zu schaffen.

Ausgehend von dem vom Leiter vorgegebenen Optimierungsziel werden während der Problemanalyse schon die ersten Überlegungen zur Formulierung des Optimalitätskriteriums angestellt und bei der Modellierung fortgeführt. Gleichzeitig wird während der Problemanalyse die Aufgabenstellung weiter präzisiert, so dass am Ende dieser Phase, wenn also alle wesentlichen Begebenheiten und Zusammenhänge aufgedeckt werden sind, in der Regel auch die detaillierte Aufgabenstellung vorliegt.
Die genaue, ins einzelne gehende Formulierung der Aufgabe ist ein Prozess, der sich über einen längeren Zeitabschnitt hinzieht. Er kann sich bei komplizierten Untersuchungen unter Umständen sogar fortsetzen über die Konstruktion des Entscheidungsmodells und die Auswahl einer Methode aus mehreren anwendbaren mathematischen Methoden bis zum Vorliegen der ersten Lösung. Das mag zunächst folgewidrig erscheinen.

Manchmal weiß man aber erst nach dem Vorliegen einer Lösung, ob die Aufgabe überhaupt richtig formuliert war.

Damit die Arbeiten auf das Hauptkettenglied gelenkt werden, ist zur Präzisierung und mathematischen Fassung der Aufgabe erst einmal das zu untersuchende System zu definieren, abzugrenzen und gründlich zu analysieren, wobei es sich um Teilanalysen oder umfassende Systemanalysen im Sinne von Struktur- und Funktionsanalysen handeln kann.

Diese Abgrenzung des Untersuchungsgegenstandes ist insofern von großer Bedeutung, weil in die Berechnung Parameter eingehen müssen, die sich nur auf einen bestimmten Bereich und bestimmte Bedingungen beziehen. Seine Grenzen sollten zweckmäßigerweise so abgesteckt werden, dass wenige Einflüsse von außen gegeben sind und man die Auswirkungen dieser Einflussfaktoren möglichst genau ermitteln kann. Das trifft ebenso auf die vom zu untersuchenden System ausgehenden Wirkungen zu.

Es gibt kein allgemeingültiges Schema für solche Ermittlungen. Im Prinzip können für umfassende Analysen - die teilweise weitergehen als Untersuchungen der Operationsforschung - die in der Fachliteratur allgemein zu kybernetischen Systemanalysen gegebenen Hinweise als Richtschnur verwendet werden.

Im Ergebnis dieser Analyse sowie der sich anschließenden Etappe der Modellierung wird auf der Grundlage der realen Bedingungen der ideale Zustand oder die Verhaltensweise des Systems projektiert. Hierbei müssen die wesentlichen Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Elementen des Systems - unter dem Gesichtspunkt der Zielstellung - und deren Verhalten bei bestimmten Operationen richtig herausgearbeitet sowie die Grundlagen für ihre quantitative Erfassung geschaffen werden.
Solche Beziehungen treten vorwiegend als technologische Abläufe, arbeitsorganisatorische Festlegungen, ökonomische Prozesse, Informationsströme und Verwertung von Informationen an bestimmten Stellen zu neuen Entscheidungen, Arbeitsabläufe zwischen den weisungsbefugten Stellen u. ä. auf.

Bei einer eingehenden Untersuchung dieser Wechselbeziehungen und Operationen wird man Mängel wie gegenläufige Bewegungen, Doppelgleisigkeit, Lücken in der innerbetrieblichen Nachrichtenübermittlung usw. feststellen können. Gleichzeitig regt diese Analyse zu Verbesserungen verschiedener Art an.

Besonderer Wert ist im Zusammenhang mit der Analyse der Leitungstätigkeit auf die Lenkung und Leitung bzw. Regelung des untersuchten Komplexes zu legen.
Es ist zweckmäßig, die wesentlichen Beziehungen zunächst schematisch darzustellen (vgl. Abschn. 4.2.), um darauf später gegebenenfalls das mathematische Modell aufbauen zu können. Ein weiteres methodisches Hilfsmittel sind Fragespiegel. Bei der Analyse müssen auch jene Komponenten mit beachtet werden, die sich nicht mathematisch erfassen lassen.

Durch eine gründliche Analyse des vorhandenen Zustandes soll auch der Versuch verhindert werden, die mathematischen Modelle und Methoden der Operationsforschung einfach auf vorhandene technologische, ökonomische oder andere Sachverhalte "aufzupfropfen", ohne den Vorbereitungsprozess zur Anwendung derartiger Modelle gleichzeitig als Rationalisierungsprozess aufzufassen, ohne die eventuelle Neuordnung des Gesamtkomplexes zu durchdenken. Vor allem gilt es, die Analyse und die Modellierung, eventuell auch die teilweise Optimierung von Informations- und Leitungssystemen, nur auf der Grundlage der vorangegangenen Analyse und Modellierung der technisch-technologischen und ökonomischen Grundprozesse vorzunehmen.

Alle Entscheidungen beruhen auf Informationen über vergangene, gegenwärtige sowie voraussichtlich künftig zu erwartende Tatbestände und deren Veränderung. Insofern ist im Zusammenhang mit der Analyse die Auswahl der Informationen gründlich vorzunehmen. Es ist auch erforderlich, systematisch und in regelmäßigen Zeitabständen immer wieder zu prüfen, über welche Tatbestände und Veränderungen Informationen gebraucht werden.

Die für die Analyse erforderlichen Angaben erhält man durch Auswerten vorhandener

Unterlagen, statistische Erhebungen (Messungen, Stichproben usw.), direkte Betriebsbeobachtungen. Befragen von Mitarbeitern u. ä.

Wenn man einen Überblick darüber hat, wie das zu untersuchende Gebiet im Detail aussieht bzw. aussehen soll, dann lässt sich auch die Aufgabe präzisieren. Zuvor werden gegebenenfalls spezielle zu lösende Teilprobleme des Gesamtkomplexes noch eingehender analysiert.
Danach geht es vor allem um die eindeutige detaillierte Formulierung des Optimalitätskriteriums, der einschränkenden Bedingungen, unter denen es gilt, sowie die Zusammenfassung der sonstigen Vorschläge, die sich bei der Analyse ergaben. Dabei sind u. U. zusätzliche Untersuchungen über die Aggregation mehrerer unterschiedlicher Kriterien zu einem einheitlichen Optimalitätskriterium (vgl. die Abschn. 4.3. sowie 7.2.1.) vorzunehmen.
Die Erreichung einer Gesamtwirksamkeit ist das erstrebenswerte Ziel. Der zu erwartende Nutzen sollte - soweit möglich - jetzt eingeschätzt werden.

Die Systemanalyse im kybernetischen Sinne kann bei solchen Untersuchungen - das sei hier nochmals hervorgehoben - zwar bedeutsam sein, sie ist jedoch in der Praxis nicht in jedem Falle und auch nicht immer mit allen Konsequenzen erforderlich. Die Systemanalyse führt - zumindest teilweise - zum Erkennen und Darstellen:

- der wichtigen Elemente und Relationen, die innerhalb des untersuchten Systems sowie zwischen diesem und anderen Systemen bestehen

- der steuernden Einflüsse, der Zielvorgaben für das Wirken des Systems, der Kriterien seiner Stabilität und seines Stabilitätsbereiches sowie seiner Regelung und

- seiner Verhaltensweisen unter bestimmten Bedingungen, insbesondere bei Störungen.

Das zu untersuchende System wird ein- oder abgegrenzt, indem man die zu dem betreffenden System gehörenden Elemente und Kopplungen erfasst und gruppiert. Erst auf dieser Grundlage kann eine spätere Optimierung des Systems mit Hilfe der von der Operationsforschung zur Verfügung gestellten Modelle und Methoden vorgenommen werden.

Um zu einer rechnerischen Bearbeitung zu kommen, muss der Schritt vom Blockschaltbild zur formelmäßigen Interpretation gefunden werden.
Die Systemanalyse ist deshalb eng mit der Modellierung verbunden. Im Prozess der Modellierung wird die Analyse weitergeführt, um abstrakte Vorstellungen von dem analysierten System zu schaffen.

4 Modellierung

4.1 Verschiedenartige Modelle

Im täglichen Leben können wir überall Modelle antreffen. Es sind mehr oder weniger vollständige, also angenäherte Abbilder der Wirklichkeit.

Sie treten uns in der Form stofflicher oder körperlicher Modelle entgegen, z. B. als Modelle von neuen Wohnbezirken unserer sozialistischen Städte, die im Zeitabschnitt eines Fünfjahrplanes errichtet werden sollen, oder von Flugzeugen, Schiffen, Eisenbahnen usw.
Das Modell der Stadtbebauung gibt beispielsweise eine Vorstellung über die Aufteilung der Baufläche, die räumliche Verteilung der Hochbauten und die Gestaltung von Parkanlagen, also eine vorwiegend geometrische und ästhetische Vorstellung vom "Gesicht" des künftigen Stadtteils.

Ebenso haben die Modelle der erwähnten Verkehrsmittel eine Anschauung über die verwendeten Fahrzeuge und bei der Modelleisenbahn sogar noch über verschiedene Teile der Bahnanlagen und den Eisenbahnbetrieb zu vermitteln. Schiffs- und Flugzeugmodelle werden aber gleichfalls für wichtige wissenschaftliche Versuche verwendet; um z. B. ihr Verhalten bei bestimmten Strömungen des Wassers oder der Luft im nachgebildeten "Fluss" oder im Windkanal zu erforschen. Auch zur Demonstration physikalischer Eigenschaften werden solche Anlagen benutzt und dann als Demonstrationsmodell bezeichnet.

Häufig stehen wir im Leben Modellen in der Form gedanklicher Vorstellungen von materiellen Prozessen oder Zuständen, d. h. abstrakten, geistigen Konstruktionen gegenüber. Das können z. B. bildhafte Modelle in der Form von Abbildungen, Skizzen von Zuständen usw. sein.

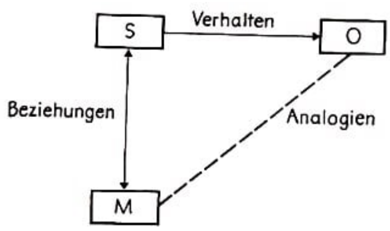


Abb. 3 Schematische Darstellung der Modellrelation

Wir begegnen ihnen u. a. in Blockschaltbildern. Modelle, die gedankliche Vorstellungen, Abstraktionen enthalten, sind ferner die formalen, die mathematischen Modelle.
Im Analogiemodell, z. B. der grafischen Darstellung der Planerfüllung in der Zeiteinheit, im Algorithmus, z. B. der algorithmischen Beschreibung eines Ablaufs, bringt der Mensch ebenfalls gedankliche Abbilder von Zuständen und Prozessen zum Ausdruck. Hierzu gehören auch die Leitungsalgorithmen.
Das sind nur einige Beispiele für die Vielzahl der Modelle, die es gibt. Für alle diese Modelle ist typisch, dass

- sie dem vorhandenen oder einem künftig zu schaffenden Prozess, Zustand, Gegenstand usw. entsprechen und

- viele Details weggelassen werden sind, gegenüber der Wirklichkeit abstrahiert wurde.

In allen Fällen hat der Mensch das Typische, das Allgemeine gegenüber dem Besonderen, von dem es eine Abbildung, ein Modell ist, herausgearbeitet.

(Eine Ausnahme von dieser Regel bildet - vielleicht neben anderen - das Modell eines

Axiomensystems. In diesem Falle ist es gerade umgekehrt, d. h., das Modell wird zur Konkretisierung und zum Beweis einer allgemeinen Erkenntnis verwendet. Es kann z. B. dazu dienen, die Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit eines Axiomensystems zu zeigen, wie das euklidische Modell der hyperbolischen Geometrie.)

Ähnlich wie ein Optimum immer nur gültig ist unter den einschränkenden Bedingungen, die in der Optimierungsaufgabe enthalten sind, sowie unter dem gewählten Optimalitätskriterium, ist ein Modell allgemein immer erst bestimmt "durch seine Beziehungen zu dem, wovon es Modell ist, und zu dem, wofür es Modell ist ..."

"Wenn zwischen einem Objekt M und einem Objekt O (dem 'Modelloriginal') Analogien bestehen, ist M für ein kybernetisches System S (das 'Modellsubjekt') in diesem verallgemeinerten Sinn ein Modell, sofern informationelle Beziehungen zwischen S und M dazu beitragen können, Verhaltensweisen von S gegenüber O zu beeinflussen" (siehe Abb. 3).[15]

Bei der Anwendung der Operationsforschung geht es vor allem um abstrakte Modelle in formalisierter, d.h. mathematischer Darstellung. Sie dienen einmal im Zusammenhang mit der Analyse als Mittel der Erkenntnisgewinnung. Zum anderen werden sie als Grundlage zur Beeinflussung des Verhaltens von Systemen verwendet.
Der bestehende Sachverhalt ist dabei einerseits Ausgangspunkt für die Gestaltung der Modelle.
Andererseits ist die Veränderung der Praxis im Sinne der Erreichung einer optimalen Verhaltensweise des betreffenden Systems das Ziel der Anwendung von Modellen der Operationsforschung.

In der Operationsforschung und speziell unter dem Gesichtspunkt ihrer Anwendung in der Wirtschaft ist das Modell vornehmlich eine wesentliche Hilfe für die Entscheidungsfindung der Leiter. Unter dem einschränkenden Gesichtspunkt der Entscheidungsfindung sprechen wir von einer speziellen Art der Modelle, den Entscheidungsmodellen. Sie stellen von den Modellen der Operationsforschung einen beträchtlichen Anteil dar.

Das Entscheidungsmodell kann definiert werden als das zum Finden einer optimalen Entscheidung zweckmäßig vereinfachte, aber trotzdem noch wirklichkeitsgetreue, mit Hilfe der Mathematik gewonnene Abbild eines Objekts aus der Praxis.
Es tritt uns häufig in einer Zielfunktion und einschränkenden Bedingungen (auch Restriktionen, Nebenbedingungen oder Randbedingungen genannt), die oft Gleichungen und (oder) Ungleichungen darstellen, entgegen. Diese Bestandteile werden an Hand eines Beispiels im nächsten Abschnitt erklärt.
Wozu benötigen wir überhaupt abstrakte, theoretische Modelle?

Ein Blick in die Geschichte der Wissenschaft gibt auf diese Frage schon eine Antwort. Das Aufstellen theoretischer Modelle eines zu untersuchenden Prozesses war und ist eine ausschlaggebende Voraussetzung und zugleich ein wesentlicher Beitrag zur Gewinnung neuer Erkenntnisse und zur Einflussnahme des Menschen auf bestimmte Prozesse, nicht zuletzt auch zur Ausnutzung naturwissenschaftlicher und ökonomischer Gesetze.

[15]Klaus. G.: Wörterbuch der Kybernetik. Dietz Verlag, Berlin 1968. S. 412/413

Als Beispiel für solche Modelle seien genannt: das Planetenmodell des Sonnensystems in der Astronomie und das Atommodell in der Physik. Aus der Geschichte der ökonomischen Wissenschaften sind das Modell der ökonomischen Ströme ("Tableau économique") von Francois Quesnay, das Modell der einfachen und erweiterten Reproduktion von Karl Marx und das Modell der Bildung des inneren Marktes von W. I. Lenin besonders hervorzuheben.

Die Bedeutung der erwähnten Modelle ist vor allem darin zu sehen, dass sie wichtige Entwicklungsetappen der genannten Wissenschaften begründeten oder einleiteten. Wie hoch z. B. Karl Marx den ersten bedeutenden Versuch einer Modellierung ökonomischer Prozesse von Quesnay trotz aller ihm anhaltenden Mängel einschätzte, geht aus folgender Feststellung hervor:

"... dieser Versuch, den ganzen Produktionsprozess des Kapitals als Reproduktionsprozess darzustellen, ... und alles dies in einem Tableau, das in fact immer nur aus fünf Linien besteht, die sechs Ausgangspunkte oder Rückkehrpunkte verbinden - und das im zweiten Drittel des 18. Jahrhunderts, der Kindheitsperiode der politischen Ökonomie - war ein höchst genialer Einfall, unstreitig der genialste, dessen sich die politische Ökonomie bisher schuldig gemacht hat."[16]

In der zweiten Hälfte.des 20. Jahrhunderts sind anwendbare wissenschaftliche Modelle eine Selbstverständlichkeit. Mit ihrer Hilfe können die quantitative und qualitative Analyse von Systemen organisch verbunden werden.

Um die Rolle der mathematischen Modelle innerhalb einer wissenschaftlichen Disziplin kurz zu skizzieren, sei ein Blick auf die Physik gestattet. Einem Schüler oder Studenten wird in Form des Physiklehrbuches u. a. eine Reihe von Thesen und Aussagen über das Verhalten bestimmter Modelle tatsächlich vor sich gehender physikalischer Prozesse in die Hand gegeben.
Diese Thesen und Aussagen werden mit mathematischen Symbolen charakterisiert. Es ist offensichtlich: Diese Modelle sind einfacher zu verstehen und zu handhaben als die Wirklichkeit selber.

Ein ähnlicher Prozess der mathematischen Durchdringung, wie er vor Jahrzehnten in der Physik vor sich ging, vollzieht sich gegenwärtig in anderen wissenschaftlichen Disziplinen.
Gerade die Ausnutzung von Modellen und Methoden der Operationsforschung spiegelt diesen Prozess wider. Die Zahl der Veröffentlichungen über neue bzw. veränderten Bedingungen angepasste Modelle und Methoden sowie über die praktische Anwendung theoretischer Erkenntnisse aus einigen mathematischen Spezialgebieten steigt ständig.

Die praktische Anwendung mathematischer Modelle setzt eine Quantifizierung voraus. Den in den verschiedensten Bereichen auftretenden Erscheinungen und Prozessen liegen im allgemeinen Quantitäten zugrunde. Wenn das der Fall ist, dann unterliegen diese Erscheinungen und Prozesse auch in irgendeiner Form Zahl und Maß. Demzufolge ist damit - bei gleichzeitiger qualitativer Aussage - eine Basis für die Ausnutzung von Mo-

[16] Marx. K.: Theorien über den Mehrwert. Teil I. Dietz Verlag. Berlin 1956, S. 306/307

dellen und Methoden der Operationsforschung gegeben, wobei prinzipiell gilt, dass ein Modell eine Synthese, eine Einheit von Qualität und Quantität darstellt.

Ein Teil der für die Anwendung von Modellen der Operationsforschung benötigten Quantitäten lässt sich durch Beobachtungen, z. B. in der Form von Statistiken-, oder für ökonomische Kategorien teilweise mit Hilfe des Rechnungswesens gewinnen. Bestimmte Parameter komplizierter Systeme können aber nur auf der Grundlage mehr oder weniger umfangreicher mathematischer oder mathematisch-statistischer Berechnungen bestimmt oder geschätzt werden.

Früher wurden Entscheidungen verschiedener Art häufig nur auf der Grundlage der Erfahrung intuitiv getroffen. Damit konnte meist nicht die jetzt unter bestimmten Bedingungen und unter einem Optimalitätskriterium ermittelte optimale Lösung gefunden werden.
Deshalb gehen die Bestrebungen auf den verschiedensten Gebieten berechtigterweise dahin, den Prozess der Entscheidungsvorbereitung stärker als bisher zu objektivieren, indem er in seine einzelnen Bestandteile und Phasen aufgegliedert, analysiert und rationalisiert wird. Wie man einen Vorgang im Produktionsprozess mit Hilfe der Arbeitsstudien in seine Bestandteile zerlegt, analysiert und rationalisiert, so muss man auch den Prozess der Leitung systematisch erforschen und zweckmäßig gestalten.

Einerseits ist es eine Tatsache, dass die Vorbereitung und Durchsetzung insbesondere ökonomischer Entscheidungen mehr und mehr objektiviert wird.
Andererseits kann aber auch - das ist besonders offensichtlich, wenn keine Modelle der Operationsforschung verwendet werden - der subjektive Faktor im Entscheidungsprozess zunehmen, weil die Entscheidungen ständig zukunftsbezogener und risikovoller werden.
Dieser zweiseitige Entwicklungsprozess erfordert, die Entscheidung soweit wie nur irgend möglich auf objektiven Maßstäben und Berechnungen aufzubauen, aber gleichzeitig die Fähigkeit der Leiter zur Voraussicht, zum Erkennen der für eine effektive Leitung des betreffenden Bereiches wesentlichen Entscheidungen zu fördern.

In solchen Fällen haben sich exakte und approximative Methoden zur Lösung eines Problems gegenüber der Intuition bewährt.

Bei der Vorbereitung von Entscheidungen haben die Modelle und Methoden der Operationsforschung gegenüber der Intuition als Vorteile für sich,

- dass sie dazu zwingen, die Probleme (Aufgaben) genau zu formulieren und sich eindeutig für Ziele und Kriterien zu entscheiden

- dass sich mit Hilfe eines mathematischen Modells die komplizierten wirtschaftlichen und anderen Wechselbeziehungen leichter erfassen und überschauen lassen als in der Wirklichkeit

- dass sich demzufolge konkrete logische und mathematische Schlüsse über die grundlegenden Eigenschaften, über die Struktur und die wichtigsten Züge der analysierten Erscheinungen und Prozesse gewinnen lassen

- dass der optimale Zustand eines Objekts oder die optimale Dynamik seiner Grundparameter ermittelt werden können

- dass es unter Einbeziehung der modernen Rechentechnik innerhalb verhältnismäßig kurzer Zeit möglich ist, mehrere Varianten durchzurechnen, damit eine auf konkreten Zahlen beruhende Entscheidung zu treffen und ggf. auch mehrere Varianten mit für die Zukunft geschätzten unterschiedlichen Werten zu ermitteln

- dass es möglich ist, die Berechnungsergebnisse mit den Daten zu vergleichen, die aus der Analyse der Wirklichkeit gewonnen wurden, so dass auf dieser Basis Schlussfolgerungen über die dem Modell zugrunde gelegten Konzeptionen und Hypothesen gezogen werden können

- dass Experimente oft, bevor sie in der Praxis durchgeführt werden, mit Hilfe mathematischer Methoden schon theoretisch vorgenommen werden können

- dass die mathematischen Modelle und Methoden es gestatten, Experimente statt in einem Bereich, in dem man nicht oder nur unter schwierigen Bedingungen experimentieren kann, durch analoge Experimente aus einem anderen Bereich, z. B. der Rechentechnik (Simulation), der Elektrotechnik oder der Physik, in dem sie leichter möglich sind und in dem formal gleiche Gesetzmäßigkeiten zugrunde liegen, zu ersetzen

- dass sie es ermöglichen, eben mit Hilfe der Mathematik zu beweisen, dass die Lösung tatsächlich optimal oder annähernd optimal ist.

Versteht man unter sozialistischer Rationalisierung auch die maximale Stimulierung der schöpferischen Initiative der Werktätigen zur Erfassung und Anwendung aller Mittel und Methoden in ihrer Gesamtheit, die die moderne Wissenschaft, Technik, Technologie, Ökonomie und Organisation zur Hebung der Wirtschaftlichkeit und für einen qualitativen und quantitativen Leistungsanstieg bieten können, so gehören hierzu zweifellos ebenfalls jene Modelle und Methoden der Operationsforschung, die es gestatten, nachzuweisen, dass eine Entscheidung tatsächlich die optimale Variante ist.

4.2 Ein mathematisches Modell

Nach der theoretischen Betrachtung des Entscheidungsmodells der Operationsforschung soll am Beispiel der Bearbeitung von Baugruppen für elektronische Geräte gezeigt werden, was unter einer Zielfunktion und den einschränkenden Bedingungen (Restriktionen) zu verstehen ist.

In einem Betrieb eines Kombinats ist das Produktionsprogramm für den nächsten Monat berechnet worden. In dem hier erörterten Produktionsbereich haben wir noch eine Restkapazität. Es kommt jetzt plötzlich eine kleine unvorhergesehene Produktionsaufgabe hinzu. Wegen dieser kleinen Veränderung sowie auch aus zeitlichen Gründen und infolge der Auslastung des Rechenzentrums ist es nicht möglich, das gesamte Produktionsprogramm nochmals neu mit der elektronischen Datenverarbeitungsanlage durchzurechnen.
Der für den betreffenden Produktionsbereich verantwortliche Leiter muss deshalb eine

Entscheidung treffen, die unter den gegebenen Bedingungen und einem noch zu wählenden Kriterium optimal ist.

Im Beispiel aus unserem Betrieb sind sechs Typen von Baugruppen zu bearbeiten.
Als "Ausgangsmaterial" werden der Abteilung vorgefertigte einheitliche Baugruppen geliefert, so dass nur noch durch sechs den Typen entsprechende zusätzliche Arbeitsaufgaben die Unterschiede herbeigeführt werden müssen. Diese Produktion ist ein gleichmäßig fortlaufender Prozess, wobei sich das Programm für 500 Baugruppen immer wiederholt.

Von den 500 Baugruppen - diese Menge wird als ein Los bezeichnet - müssen mit der Schaltung I 12%, Schaltung II 14%, Schaltung III 18%, Schaltung IV 16%, Schaltung V 18% und Schaltung VI 22 ($\hat{=}$ 100%) versehen werden.
Die sechs erwähnten Arbeitsaufgaben bestehen also im Anbringen der sechs unterschiedlichen Schaltungen. Sie werden mit Hilfe bestimmter Geräte gelöst, die in zwei Gruppen zusammengefasst sind. Wir wollen sie hier als Maschinengruppen bezeichnen.

Jede Baugruppe kann mit jeder Maschinengruppe bearbeitet werden. Während es sich bei der einen Maschinengruppe um eine moderne Anlage handelt, ist die andere schon etwas älter. Beide Gruppen verfügen daher über einen unterschiedlichen Grad der Mechanisierung bzw. Teilautomatisierung.
Aus diesem Grunde ist der Anteil an eingesetzter lebendiger Arbeit für die Erledigung dieser Arbeitsaufgaben unterschiedlich groß. Der mehr oder weniger lange Einsatz von hochbezahlten Facharbeitern beeinflusst die Kosten für die Ausführung der sechs Arbeitsaufgaben erheblich.

Die Abschreibungen treten bei dieser Zuordnungsaufgabe nicht unmittelbar in Erscheinung. Sie werden aber bei der Kalkulation für das gesamte Produkt entsprechend berücksichtigt. Deshalb soll die Zuweisung der Arbeitsaufgaben zu den beiden Maschinengruppen so vorgenommen werden, dass die Arbeitszeit oder die Lohnkosten für die Erfüllung der Arbeitsaufgaben minimal gehalten werden können. Damit kann zugleich eine minimale Einsatzzeit der hochqualifizierten Facharbeiter erreicht und die Grundlage für eine optimale Auslastung der Maschinengruppen (Grundfonds) gelegt werden.

Wir lassen uns zunächst die Zusammenhänge, die bei dieser Aufgabe in der Praxis vorliegen, noch einmal durch den Kopf gehen.

Da die Optimierungsrechnung eine eindeutige Entscheidung für ein Optimalitätskriterium erfordert, werden die Vor- und Nachteile der Anwendung der beiden in die engere Wahl gezogenen Kriterien, Arbeitszeit und Lohnkosten, einander gegenübergestellt:
Im großen und ganzen sind die Lohnkosten der Arbeitszeit proportional. Da die Werte für das Kriterium "Arbeitszeit" aber einfacher zu ermitteln und zu handhaben sind, entscheidet sich der zuständige Leiter für die Zeit als Optimalitätskriterium.

Der Gesamtaufwand an Zeit ist gleich der Summe aus den Produkten, die man bei der Multiplikation der einzelnen Zeitwerte für jede Arbeitsaufgabe (unterschieden nach den beiden Maschinengruppen) mit der Anzahl der mit der betreffenden Maschinengruppe bearbeiteten Baugruppe erhält. Dieser Gesamtaufwand an Zeit soll minimal werden.

Das ist also das Ziel der Optimierungsrechnung.

Der Leiter dieser Produktionsabteilung, der über die Zuordnung der Arbeitsaufgaben zu den Maschinengruppen entscheidet, kann bei der Lösung der Aufgabe auf die Höhe der insgesamt benötigten Zeit Einfluss nehmen.
Er kann aber nicht die Zeiten für die Bearbeitung einer Einheit (Baugruppe) mit einer der beiden Maschinengruppen beeinflussen. Diese Zeiten sind konstant. Sie ändern sich höchstens in größeren Zeitabständen, z. B. wenn durch Verbesserungsvorschläge die Bearbeitungszeit für den einzelnen Arbeitsgang gesenkt werden kann. Aber auch nach solchen Änderungen werden sie wieder als konstante Größen für die Berechnung festgelegt. Es sind die Koeffizienten und damit Parameter für das mathematische Modell.

Der Gesamtaufwand an Zeit für alle Arbeiten, den der Entscheidende beeinflussen kann, wird um so niedriger sein, je günstiger er im Hinblick auf die Arbeitszeit die Arbeitsaufgaben auf die beiden Maschinengruppen verteilt. Die Anzahl an Baugruppen, die die Quantität der Arbeitsaufgaben verkörpern, ist also in bestimmten Grenzen variabel.
Deshalb haben wir es hierbei mit den Entscheidungsvariablen zu tun.

Wir überlegen uns weiterhin, welche Bestandteile oder Größen zur Lösung dieser Aufgabe noch notwendig sind. Folgende Bestandteile für das zu konstruierende Modell erkennen wir als wesentlich:

- die Arbeitsaufgaben

- die Maschinengruppen

- den geforderten Losanteil, das ist der prozentuale Anteil an Baugruppen mit einer ganz bestimmten Schaltung am Los von 500 Stück

- die Kapazität jeder Maschinengruppe

- die Bearbeitungszeiten für die Arbeitsaufgaben je nachdem, welche Maschinengruppe verwendet wird

- die Anzahl der Baugruppen, an denen eine bestimmte Arbeitsaufgabe mit einer der beiden Maschinengruppen zu vollbringen ist

die Bearbeitungszeit für das Los insgesamt.

Gleichzeitig müssen wir die Einheiten bzw. Dimensionen der verschiedenen Größen und die Ordnungsmerkmale der Elemente einer Gruppe festlegen:
Wir entscheiden uns dafür, die Arbeitsaufgaben und die ihnen entsprechenden anteiligen Losgrößen sowie die Maschinengruppen und ihre Kapazität durch verschiedene Indizes darzustellen. Der Anteil an einem Los, die Kapazität der Maschinengruppen sowie die Entscheidungsvariablen sollen in der Stückzahl an Baugruppen ausgedrückt werden.

Für die Koeffizienten der Bearbeitungszeit wird als Einheit "Stunden" gewählt. Damit kann die Bearbeitungszeit für das Los insgesamt (500 Stück) ebenfalls in Stunden formuliert werden.

Um endgültig zum mathematischen Modell der Aufgabe, d. h. zum formelmäßigen Ansatz zu gelangen, werden allgemeine Symbole für die hier als wesentlich erkannten Bestandteile des Problems eingeführt:

A_i: Arbeitsaufgabe i ($i = 1, 2, ..., m$; in unserem Beispiel sind sechs Arbeitsaufgaben vorhanden, so dass i von 1 bis 6 läuft) (Zeile)

B_j: Maschinengruppe j ($j = 1, 2, ..., n$; in unserem Beispiel sind nur zwei Maschinengruppen vorhanden, so dass j nur von 1 bis 2 läuft) (Spalte)

a_i Losanteil mit der Schaltung i, ausgedrückt in der Stückzahl an Baugruppen, an denen die Arbeitsaufgabe A_i zu erledigen ist

b_j: Kapazität der Maschinengruppe B_j, ausgedrückt in der Stückzahl an Baugruppen

c_{ij} Bearbeitungszeit für die Arbeitsaufgabe A_i mit der Maschinengruppe B_j in Stunden (die Werte wurden lediglich zur Vereinfachung gerundet)

x_{ij}: Stückzahl der Baugruppen, an denen die Arbeitsaufgabe A_i mit der Maschinengruppe B_j ausgeführt wird

Z: Bearbeitungszeit für das Los insgesamt in Stunden (Optimalitätskriterium der Zielfunktion)

Wir benötigen nunmehr noch die Ausgangsdaten für die Aufgabe (vgl. Tab. 1.). Die prozentualen Anteile für die einzelnen Arbeitsaufgaben wurden bereits in Stückzahlen an Baugruppen umgerechnet.

A_i \ B_j	B_1	B_2	a_i
A_1	4	8	60
A_2	5	10	70
A_3	7	20	90
A_4	9	24	80
A_5	20	28	90
A_6	25	32	110
b_j	300	200	500

Tabelle 1

Die Bearbeitungszeiten c_{ij} stehen im inneren Teil der Tabelle im jeweiligen Feld rechts oben. Die unbekannten und deshalb noch nicht eingetragenen Stückzahlen der Baugruppen x_{ij} sollen so verteilt werden, dass sich insgesamt ein Minimum an Bearbeitungszeit ergibt.

Manchmal bestehen für gleichartige oder ähnliche Aufgaben schon empirische Lösungen im Betrieb. Es ist zweckmäßig, sich auch diese anzusehen, um vielleicht daraus noch entsprechende Anregungen für die Modellierung zu gewinnen. Das geschilderte Problem ist in einer Betriebsabteilung schon gelöst worden, indem - wie man sagte -

vom gesunden Menschenverstand ausgegangen wurde. Man verwendete kein mathematisches Modell und keine exakte Lösungsmethode. Die Arbeitsaufgaben wurden den Maschinengruppen folgendermaßen zugeordnet:

Die Maschinengruppe B_1 ist moderner als die Gruppe B_2. Die Zeitwerte sind hier absolut am niedrigsten. Wenn möglichst viele Baugruppen mit der modernen Maschinengruppe bearbeitet werden, ist auch ein niedriger Gesamtzeitaufwand zu erwarten.

Die Felder mit den niedrigsten Bearbeitungszeitwerten c_{ij} von 4, 5, 7 und 9 in der ersten Spalte der Tabelle 1 sollten maximal belegt werden. Der Rest wird auf die beiden verbliebenen Zeilen und die zweite Spalte aufgeteilt (vgl. Tab. 2).

A_i \ B_j	B_1	B_2	a_i
A_1	60 $\boxed{4}$	$\boxed{8}$	60
A_2	70 $\boxed{5}$	$\boxed{10}$	70
A_3	90 $\boxed{7}$	$\boxed{20}$	90
A_4	80 $\boxed{9}$	$\boxed{24}$	80
A_5	$\boxed{20}$	90 $\boxed{28}$	90
A_6	$\boxed{25}$	110 $\boxed{32}$	110
b_j	300	200	500

Tabelle 2

Aus Tabelle 2 geht hervor, dass z. B. für die Arbeitsaufgabe A_1, wenn sie mit der Maschinengruppe B_1 ausgeführt wird, 4 Stunden Zeitaufwand für eine Baugruppe, also für eine Mengeneinheit, entstehen. Da 60 Baugruppen zu bearbeiten sind, ergeben sich $4 \cdot 60$ Stunden.
Ebenso ist für die anderen Arbeitsaufgaben der jeweilige Zeitaufwand zu ermitteln. Für die nicht belegten Felder gilt, dass 0 Baugruppen anfallen.

Durch Addition der Produkte für jede Zeile erhalten wir den Zeitaufwand für jede Arbeitsaufgabe, d. h.

$$\begin{aligned} & c_{i1} \cdot x_{i1} + c_{12} \cdot x_{12} \\ 4 \cdot 60 + 8 \cdot 0 &= 240 \text{ h} \\ 5 \cdot 70 + 10 \cdot 0 &= 350 \text{ h} \\ 7 \cdot 90 + 20 \cdot 0 &= 630 \text{ h} \\ 9 \cdot 80 + 24 \cdot 0 &= 720 \text{ h} \\ 20 \cdot 0 + 28 \cdot 90 &= 2520 \text{ h} \\ 25 \cdot 0 + 32 \cdot 110 &= 3520 \text{ h} \\ Z &= 7980 \text{ h} \end{aligned}$$

Die Arbeitszeit für das gesamte Los beträgt somit 7980 Stunden.
Da wir vom gesunden Menschenverstand ausgegangen sind, wird die Lösung wahrscheinlich nicht die schlechteste sein.

Ob es aber die optimale Lösung ist, kann nur mit Hilfe einer exakten Methode zur Berechnung derartiger Aufgaben festgestellt werden. Im Abschnitt "Berechnung" wollen wir darauf zurückkommen und die optimale Lösung ermitteln.

Hier interessiert zunächst das mathematische Modell für diese Aufgabe. Mit einer schematischen Darstellung[17] des Modells soll aber zunächst noch eine Hilfestellung gegeben werden.

Wir gehen von den vorangegangenen Betrachtungen zur Aufgabe und damit von Tabelle 1 aus und entwickeln Abbildung 4.
In dieses Schema werden die Arbeitsaufgaben A_i, die Maschinengruppen B_j, die Losanteile a_i, die Kapazitäten b_j sowie die Bearbeitungszeiten c_{ij} als Rechtecke gezeichnet, die anstelle von Zeilen, Spalten, Tabellen oder einzelnen Werten stehen.

Bei der empirischen Lösung dieser Aufgabe werden die Zeiten für die jeweilige Arbeitsaufgabe mit der Stückzahl an Baugruppen, d.h. also die Koeffizienten c_{ij} (Zeitwerte) mit den in jedem Feld eingetragenen Stückzahlen je Baugruppe x_{ij} (Baugruppen) multipliziert.
Das kommt in Abbildung 4 durch die beiden Rechtecke c_{ij} und x_{ij} und das Zeichen $\circ - \circ$ zum Ausdruck.

Die Zwischenergebnisse P_{ij} dieser Multiplikation stellt man durch ein weiteres Rechteck dar. Danach werden diese Produkte für jede Zeile zusammengezählt oder — in der Sprache mathematischer Entscheidungsmodelle formuliert - über die Spalten summiert. Für diese Zwischenergebnisse, die wir für jede Zeile erhalten, wird das Symbol d_i eingeführt.

Jetzt sind, um die Gesamtzeit Z zu ermitteln, nur noch diese Beträge zu addieren (über die Zeilen zu summieren). Auch das ist aus Abbildung 4 zu ersehen. Der Buchstabe L steht für die Losgröße insgesamt und K für die Kapazitätsgröße insgesamt.
Die Größen d_i, P_{ij}, K und L haben nur für die schematische Demonstration des Modells Bedeutung. Die Zeichen innerhalb der Abbildungen 4 und 5 stehen für folgende Details:

$\circ$ Koeffizienten, Entscheidungsvariable oder Ergebnisse von Zwischenrechnungen
$-$ mathematische Beziehung
$\rightarrow$ zu bildende Absolutglieder oder Ergebnisse
$\leftrightarrow$ Summenzeichen mit Angabe der Richtung, in der zu summieren ist (ob über die Spalten oder die Zeilen)

Das Modell, das dabei in schematischer Darstellungsweise entstanden ist, wird allgemein als das Transportmodell bezeichnet.
Es ist auch für Probleme, die die gleiche Struktur wie die mit dem Transportmodell zu bearbeitenden Aufgaben haben, einsetzbar. Das ist hier der Fall. Das Transportmodell ist ein sehr vielseitig anwendbares mathematisches Modell.
Wir wollen die ausführliche Darstellung des Transportmodells etwas vereinfachen.

[17] Vgl. Menzel, W.: Probleme der mathematischen Modellierung von Entscheidungsaufgaben. In: Informationsheft des Instituts für Post- und Fernmeldewesen, Nr. 142. Berlin 1966, S. 59

Dazu verzichten wir zunächst vollkommen auf die Zwischenergebnisse, die mit P_{ij} und mit d_i gekennzeichnet wurden. Weiterhin fassen wir die Bearbeitungszeiten c_{ij} und die Stückzahlen der Baugruppen x_{ij} in einem Rechteck zusammen. Damit erhalten wir im Prinzip ein Schema (abgesehen von Z), das dem der Tabelle 2 entspricht (vgl. Abb. 5).

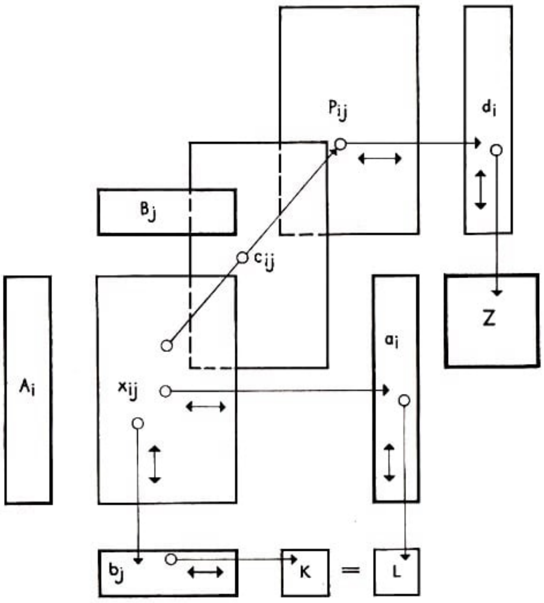


Abb. 4 Ausführliche schematische Darstellung des Transportmodells

Nunmehr haben wir drei Grundlagen für die mathematische Formulierung des Modells:

- unsere logischen Überlegungen einschließlich der festgelegten Symbole
- die Aufgabenstellung und die empirische Lösung bzw. den Lösungsweg und
- die schematische Darstellung des Modells.

Die logischen Überlegungen reichen schon vollkommen aus, um zum Modell hinzuführen. Eventuell kann man auch die Zusammenhänge schematisch aufzeichnen, wie das in den Abbildungen 4 und 5 geschehen ist. Eine empirisch gefundene Lösung braucht man nicht. Sie wurde hier lediglich zum besseren Verständnis eingefügt.

Unter Verwendung der schon eingeführten Symbole kann das mathematische Modell allgemein formuliert werden. Die Zielfunktion lautet:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + ... + c_{mn}x_{mn} \tag{1}$$

oder in der wesentlich kürzeren Summenschreibweise

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \tag{2a}$$

wobei dieser Ausdruck ein Minimum ergeben oder minimal werden soll. Fügen wir diese Forderung noch in (2a) ein, so erhalten wir:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min \tag{2b}$$

Die beiden Summenzeichen können aus Abbildung 5 oben an Hand der beiden zweiseitigen Pfeile (die für die Summierung) an der Linie, die zum Z führt stehen) entnommen werden. Zwei Summenzeichen sind erforderlich, da einmal über j und einmal über i zu summieren ist (vgl. Abb. 4).

Ebenso können einschränkende Bedingungen, Restriktionen, aus Abbildung 5 "abgelesen" werden. Wir konnten die einschränkenden Bedingungen bereits in den Tabellen 1 und 2 jeweils am rechten und unteren Rand feststellen. Da diese Absolutglieder am Rand stehen, werden die ihnen entsprechenden einschränkenden Bedingungen auch manchmal Randbedingungen genannt. In der ausführlichen, der Elementenschreibweise, lauten sie für die Zeilen

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} = a_2 \\ ... \\ x_{m1} + x_{m2} + ... + x_{mn} = a_m \end{array}\right\} \quad (3)$$

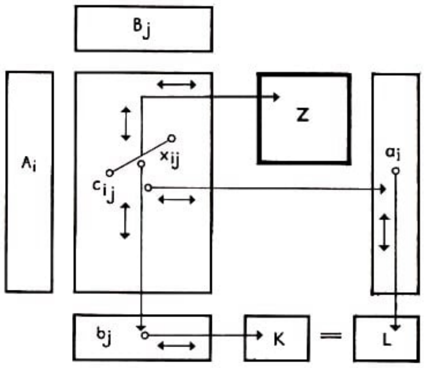


Abb. 5 Vereinfachte schematische Darstellung des Transportmodells

und für die Spalten

$$\left.\begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + ... + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + ... + x_{m2} = b_2 \\ ... \\ x_{1n} + x_{2n} + ... + x_{mn} = b_n \end{array}\right\} \quad (4)$$

Eine solche ausführliche Darstellung ist etwas umständlich. Bei der Benutzung der Summenschreibweise können wir von der Darstellung in der Elementenschreibweise oder noch einfacher von Abbildung 5 ausgehen.
In dieser Abbildung geben die Zeichen $\circ \rightarrow$ für die Bildung der Absolutglieder a_i und b_j sowie die Richtung der zweiseitigen Pfeile, die die Summierung kennzeichnen, Auskunft darüber, dass die x_{ij} für die a_i über die Spalten j und für die b_j über die Zeilen i zu summieren sind.
Für die einschränkenden Bedingungen ergeben sich demzufolge:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad (i = 1, 2, ..., m) \quad \text{und} \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad (j = 1, 2, ..., n) \qquad (6)$$

Die in Klammern befindliche Erläuterung für den Zeiger i bzw. j besagt, dass es sich jeweils um Gleichungssysteme mit m bzw. n Gleichungen handelt. Bei weiterer Verallgemeinerung kann man auch die Summierungsgrenzen und Klammern noch weglassen.

Aus Abbildung 5 ist für unser Beispiel weiterhin die Erfüllung folgender Bedingungen zu ersehen: Das Aufkommen an zu bearbeitenden Baugruppen, die Losgröße, stimmt mit der Kapazität der Maschinengruppen - ausgedrückt in Baugruppen - überein. Diese Beziehung wird durch das Gleichheitszeichen ausgedrückt.
Allgemein kann man im Sinne einer Transportaufgabe auch formulieren:
Bedarf = Aufkommen (hier: Kapazitätsgröße = Losgröße).[18]

Die diesem Zustand entsprechende Formel in der Summenschreibweise kann wiederum aus den im Schema (Abb. 5) enthaltenen zweiseitigen Pfeilen (die für Summenzeichen stehen) und dem Gleichheitszeichen entnommen werden. Dabei interessiert nur die vereinfachte bzw. zusammengefasste Form (7)

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = L = \sum_{j=1}^{n} b_j = K \qquad , \qquad \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \tag{7}$$

Sollte in der Praxis diese Bedingung nicht von vornherein erfüllt sein, so kann ggf. durch Einfügen eines fiktiven, angenommenen Aufkommenspunktes (zusätzliche Zeile in der Tabelle) oder eines fiktiven Verbrauchers (zusätzliche Spalte) die Übereinstimmung herbeigeführt werden.

Wäre in unserem Fall beispielsweise die Kapazität der Maschinengruppen höher als die für die Bearbeitung der Baugruppen benötigte Kapazität, so hätte dieser Überschuss in einer weiteren Zeile für die freie Kapazität (Reservekapazität) - dargestellt in einer angenommenen zu bearbeitenden Gruppe von Bauelementen - verbleiben können. Die Zeitwerte c_{ij} würden für alle Felder dieser Zeile = 0 gesetzt. Da eine Multiplikation der in die Felder dieser Zeile zu schreibenden restlichen x_{ij} mit den $c_{ij} = 0$ in jedem Falle wieder 0 ergibt, wird der Wert Z dadurch nicht beeinflusst.
Durch derartige kleine Veränderungen lassen sich viele Standardmodelle - das Transportmodell ist ein solches - den konkreten Gegebenheiten im jeweiligen Betrieb anpassen.

Für Modelle der linearen Optimierung gelten die sogenannten Nichtnegativitätsbedingungen.

$$x_{ij} \geq 0 \qquad (i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n) \tag{8}$$

Die Werte für die Baugruppen müssen also entweder positiv oder gleich 0 sein.

Der Vollständigkeit halber sei nochmals auf folgende Bedingung hingewiesen: Jede Baugruppe kann mit jeder Maschinengruppe bearbeitet werden.
Unter Berücksichtigung der Summenschreibweise sind in unserem mathematischen Modell sechs Summenzeichen vorhanden. Diesen Summenzeichen entsprechen in Abbildung 5 die sechs zweiseitigen Pfeile.

[18] Beim normalen Zuordnungsproblem liegen die Bedingungen meist noch etwas anders. Um die möglichst einfache Darstellung eines mathematischen Modells hier nicht weiter zu komplizieren, soll jedoch darauf verzichtet werden, auf diese anderen Fälle einzugeben.

Mathematische Modelle, insbesondere auch lineare Modelle, können einen großen Umfang (sehr viele Gleichungen und Ungleichungen) annehmen. Ihre Zahl kann bei praktischen Aufgaben in die Tausende gehen. Je mehr Unbekannte, Gleichungen und Ungleichungen vorhanden sind, um so schwieriger wird es - u. U. auch für den Rechenautomaten -, wenn sie (in der nächsten Etappe) berechnet werden sollen.
Deshalb ist es notwendig, zu prüfen, ob weitere Vereinfachungen oder Zusammenfassungen vorgenommen werden können.

Die erforderliche Wirklichkeitstreue des Modells darf jedoch dabei nicht beeinträchtigt werden. Andernfalls ist das Modell praktisch nicht mehr anwendbar. Das bedeutet jedoch nicht, dass es für die theoretische Darlegung von Zusammenhängen nicht noch brauchbar sei.
Im allgemeinen wird zunächst das nur theoretisch verwendbare Modell geboren und daraus das für die praktischen Belange verfeinerte entwickelt. Für die praktischen Belange gilt, dass ein Modell so genau wie nötig sein muss.
Dabei ist es gleichgültig, ob man sich dieser Forderung von der Seite eines zu groben oder zu feinen Modells nähert.

Noch rationeller, als ein Modell selbst auszuarbeiten, ist es, wenn man sich eines Standardmodells oder eines speziellen, aber in der Literatur schon veröffentlichten Modells bedienen kann. Trotzdem muss ebenfalls auf der Grundlage der Analyse der konkret gegebenen Situation im eigenen Bereich geprüft werden, ob das aus der Literatur entnommene Modell für die bestehenden Verhältnisse ausgenutzt werden kann.
Dieser Prozess der Überprüfung kommt im Prinzip dem eigentlichen Modellierungsprozess nahe. Es besteht im allgemeinen nur der Unterschied, dass dies nicht so lange dauert wie die Ausarbeitung eines Modells. Bei der Überprüfung kommt man häufig zu Erkenntnissen darüber, wie das Modell den konkreten Gegebenheiten noch vorteilhafter angepasst oder allgemein verbessert werden kann.

Wir betrachten rückblickend nochmals das behandelte Beispiel. Im Prozess der Modellierung entstand aus der zunächst vorhandenen verbal beschriebenen Entscheidungsaufgabe ein mathematisches Modell. Dabei traten die in der Gegenüberstellung der ökonomischen Entscheidungsaufgabe mit dem Entscheidungsmodell (Abb. 6) enthaltenen Komponenten besonders in den Vordergrund.

Weiterhin sind bei der Ausarbeitung bzw. Aufstellung eines mathematischen Modells der Operationsforschung folgende wesentlichen Schritte zu beachten:

Entscheidungsaufgabe	Entscheidungsmodell
Verbale Beschreibung	Mathematische Formeln
	Gleichungen und Ungleichungen
Ökonomisches Ziel mit Entscheidungskriterium	Zielfunktion mit Optimalitätskriterium
Technologische und ökonomische Bedingungen	Parameter
Mittel	Entscheidungsvariable

Abb. 6 Ökonomische Entscheidungsaufgabe und Entscheidungsmodell

- gründliches Durchdenken des Problems, eventuell weitere Detaillierung

- Entscheidung für ein Optimalitätskriterium

- Fixierung der zu beachtenden Parameter und

- Fixierung der Entscheidungsvariablen

- Festlegen der Ordnungsmerkmale der Parameter und damit Gruppierung der erforderlichen Ausgangsdaten

- Feststellen, welche Ausgangsdaten beschafft werden können und welche eventuell noch fehlen bzw. welche bei den bisherigen Überlegungen zur Modellbildung noch nicht berücksichtigt wurden, und deren Einbeziehung ins Modell

- Einordnen der Entscheidungsvariablen in die bisher fixierten mathematischen Beziehungen

- Feststellen der eventuell noch fehlenden Angaben zur Verknüpfung der Ausgangsdaten im Modell

- Prüfen, ob Vereinfachungen oder Zusammenfassungen vorgenommen werden können

- theoretisches Testen, Überprüfen des Modells, um festzustellen, ob alle wesentlichen Beziehungen erfasst und richtig dargestellt werden sind. Das Konfrontieren mit der Praxis kommt erst später (vgl. Abschn. 8).

4.3 Optimalitätskriterium

Das Optimalitätskriterium nimmt bei der Modellierung, bei der Berechnung und später beim Vergleich des tatsächlich erreichten mit dem errechneten Ergebnis eine besondere Stellung ein.
Die richtige Wahl des Optimalitätskriteriums entscheidet mit über den Erfolg oder Misserfolg bei der Lösung einer Aufgabe der Operationsforschung in der Praxis. Deshalb sollen diesem wichtigen Bestandteil eines Entscheidungsmodells noch einige Bemerkungen gewidmet werden.

In der Operationsforschung dient das Optimalitätskriterium (auch Optimierungskriterium genannt), dazu, zu beurteilen, ob eine Lösung und die darauf aufbauende Entscheidung optimal sind und ob die gemäß dieser Entscheidung ablaufende Operation das Optimum erbringt.

In einem vorangegangenen Abschnitt war bereits festgestellt worden, dass das Ziel der ökonomischen Prozesse und der ihnen entsprechenden Handlungen darin besteht, eine maximale Effektivität zu erreichen. Die "maximale Effektivität" ist aber in dieser allgemeinen Form für eine konkrete Optimierungsrechnung nicht verwendbar.
Sie muss erst für das jeweilige Problem definiert werden. Das geschieht durch die Festlegung des Optimalitätskriteriums. Es dient dazu, mehrere Lösungen miteinander vergleichen zu können, um die optimale herauszufinden. Das Optimum ist damit relativ. Es bezieht sich immer auf das Kriterium und die Lösung gilt unter den einschränkenden Bedingungen.

In dem im Abschnitt 4.2. behandelten Beispiel haben wir bereits eine Optimierung an einem praktischen Fall kennengelernt. Obwohl es sich nur um eine relativ kleine Aufgabe handelte, war aber schon zwischen zwei Möglichkeiten für die Wahl des Optimalitäts-

kriteriums, der Arbeitszeit und den Lohnkosten, zu entscheiden.
Wesentlich problematischer und auch komplizierter ist die Entscheidung für ein Optimalitätskriterium, wenn es sich um größere betriebswirtschaftliche oder volkswirtschaftliche Aufgabenstellungen handelt. Nachstehend werden einige Beispiele für Optimalitätskriterien. die bei betriebswirtschaftlichen Aufgaben in Betracht kommen können, erwähnt:

maximaler Gewinn (oder einheitliches Betriebsergebnis), maximaler Devisenerlös, minimaler Devisenverbrauch, maximaler Umsatz, maximaler Produktionsausstoß, maximale Rentabilitätsrate oder andere ähnliche Verhältniskennziffern, maximale Steigerung der Arbeitsproduktivität, minimale Selbstkosten. maximale Selbstkostensenkung, maximale Leistung, minimaler Arbeitszeitaufwand, minimaler Arbeitskräfteeinsatz, minimaler Lohnaufwand, minimaler Materialverbrauch, maximale Kapazitätsausnutzung, minimaler Transportaufwand, minimale Durchlaufzeit usw.

Es gibt viele Optimalitätskriterien und für diese wiederum vielseitige Ausdrucksmöglichkeiten. Es wäre z. B. denkbar, den minimalen Transportaufwand in Transportkosten (Mark), Strecken- oder Fahrtkilometern (Entfernung), Wagenkilometern, Achskilometern, Tonnenkilometern, Einheiten zur Charakterisierung der Kapazitätsausnutzung, Beförderungszeit (Stunden) u. a. auszudrücken (vgl. Abschn. 7).

Bei der Entscheidung für ein Optimalitätskriterium können diejenigen Kriterien von vornherein außer Betracht gelassen werden, die sich in anderen vollkommen oder annähernd widerspiegeln. In der Aufgabe des Abschnitts 4. 2. entsprechen die Lohnkosten im großen und ganzen (bei Arbeitern mit gleicher Lohngruppe) der Arbeitszeit. Deshalb wurde die einfacher zu ermittelnde Arbeitszeit als Kriterium gewählt.

Die Auswahl, die Festlegung nur eines Optimalitätskriteriums, ist u. a. deshalb notwendig, weil sich für eine Aufgabe normalerweise nur eine Zielfunktion optimieren lässt.
Eventuell muss man andere Ziele, die man gleichzeitig - neben dem in der Zielfunktion bereits zum Ausdruck kommenden - erreichen will, als Bedingungen der Aufgabe im Modell formulieren. Es ist auch möglich, das "führende Kriterium", für das man sich damit entschieden hat, zu wechseln.
In diesem Falle wird eines der anderen sinnvollen Kriterien zum "führenden Kriterium" erhoben und das bisherige Optimalitätskriterium in der Form einer einschränkenden Bedingung in das Modell mit einbezogen. Diese Bedingung gibt dann eine minimale oder maximale Grenze oder auch beides an.

Es sind auch Versuche zur Schaffung zusammengefasster, sogenannter aggregierter Optimalitätskriterien und damit entsprechender Zielfunktionen unternommen worden. Insbesondere sind sie für volkswirtschaftliche und komplexe betriebswirtschaftliche Optimierungsrechnungen bedeutungsvoll (vgl. Abschn. 7.2.1.).

Theoretisch sind wohl zunächst zwei Thesen unbestritten:

- dass die Identität von Optimalitätskriterium und Wirkungsrichtung der ökonomischen Hebel unbedingt gewährleistet werden muss sowie

- dass bei allen Vorhaben der erweiterten Reproduktion der Maßstab des maximalen Zuwachses an Nationaleinkommen und seiner zweckmäßigsten Verwendung anzulegen ist.

In der praktischen Arbeit ergeben sich aber im Hinblick auf die Verwirklichung dieser beiden Thesen manchmal schwierig zu meisternde Situationen. Beim Umsetzen der ersten These in die Praxis resultieren die Komplikationen oft daraus, dass auf einer bestimmten Leitungsebene eine vor der Arbeit mit einem Entscheidungsmodell intuitiv entstandene Entscheidung sich jetzt als nicht richtig erweist.
Durch das Entscheidungsmodell wird man jedoch gezwungen, sich eindeutig auf ein bestimmtes Optimalitätskriterium festzulegen. Das soll - wenn man die Wahl zwischen mehreren Kriterien hat - unter Bezugnahme auf die am Ende des. Gesamtproduktionsprozesses erreichte Leistung das vom volkswirtschaftlichen Standpunkt aus vorrangige sein. Das Optimalitätskriterium muss auf jeden Fall der zweiten These entsprechen.

Es ist manchmal gar nicht einfach, zu erkennen, welches das volkswirtschaftlich vorrangige Optimalitätskriterium unter den vorliegenden Verhältnissen ist und wie konkret z. B. die Wirkung des materiellen Anreizes mit der des Optimalitätskriteriums am besten in Einklang gebracht werden kann.
Zur Klärung solcher Probleme können u. U. neue selbständige Forschungsarbeiten oder zumindest neue Experimente erforderlich sein.

Bei der Verwirklichung der zweiten erwähnten These kann es im konkreten Einzelfall schwierig sein, von der wirtschaftspolitischen Zielstellung ausgehend, die Zielfunktion und die zugehörigen einschränkenden Bedingungen herauszufinden, festzulegen und anzuwenden, die den in der These erwähnten Forderungen voll Rechnung tragen.
Es sind hierbei oft verschiedenartige Aspekte zu beachten, die sich u. a. auch aus dem Modellaufbau, der rechnerischen Lösungsmethode oder der Speicherkapazität der Rechenanlagen ergeben können. Dabei wird es mitunter problematisch, verschiedene Kriterien auf einen Nenner zu bringen oder das richtige, das entscheidende als führendes Kriterium für die Optimierungsrechnung zu bestimmen.

Bei der Behandlung des Zentralmodells innerhalb eines Modellsystems für einen volkseigenen Betrieb oder ein Kombinat kommen wir auf diese Problematik nochmals kurz zurück.

Die Gültigkeit eines Optimalitätskriteriums ist begrenzt. Es kann durch den technischen Fortschritt (z. B. moralischer Verschleiß der Produktionsanlagen) oder ökonomische Veränderungen (z. B. neue Preisfestlegungen) seine Bedeutung im Vergleich mit einem anderen ebenfalls anwendbaren Kriterium verlieren. Deshalb sind die Kriterien der Optimierungsrechnungen den neuen Verhältnissen anzupassen.

Besonders trifft das zu, wenn Optimierungsrechnungen für Teilaufgaben im Rahmen eines Modellsystems ausgeführt werden (vgl. Abschn. 7).
Es ist in solchen Fällen gründlich zu prüfen, ob bei der Entscheidung für das in Aussicht genommene Optimalitätskriterium nicht negative Auswirkungen auf anderen Gebieten (z. B. Qualitätsverschlechterungen, übernormaler Verschleiß von Arbeitsmitteln usw.)

eintreten.

Da den einschränkenden Bedingungen nicht ein besonderer Abschnitt gewidmet wird, sollen noch einige Beispiele angeführt werden. Einschränkende Bedingungen können sich u.a. ergeben aus den begrenzt verfügbaren Mengen an Material, der vorhandenen oder zu schaffenden Kapazität, den verfügbaren Arbeitskräften, den festgelegten Kostenlimiten, den Festpreisen, den Kosten für das Lagern oder den Umschlag, den Fristen für technologische Prozesse, den physikalisch, chemisch, technisch oder technologisch bedingten Eigenschaften von Prozessen oder Produkten usw.

4.4 Gruppierung von Modellen der Operationsforschung

Die mathematischen Modelle der Operationsforschung sind sehr unterschiedlich. Haben wir nur die Optimierungsmodelle im Auge, so kann z. B. die in Abb. 7 dargestellte Unterscheidung nach verschiedenen Kriterien und damit eine Gruppierung dieser Modelle vorgenommen werden.[19]

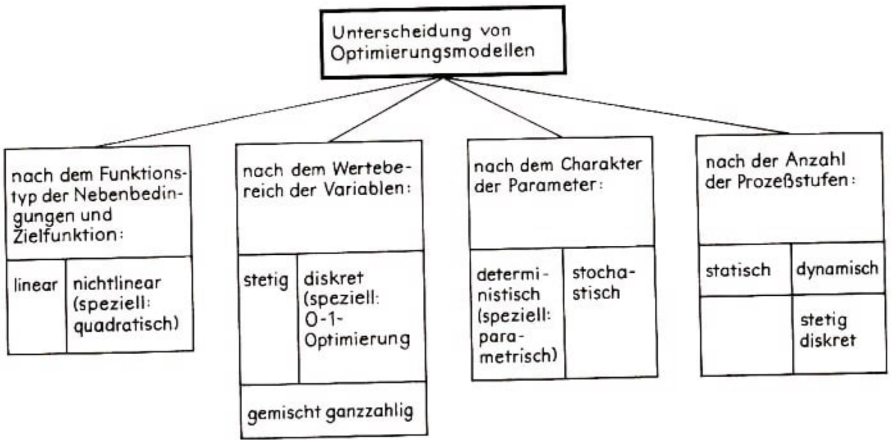


Abb. 7 Unterscheidungsmerkmale für Optimierungsmodelle

Legen wir die Betrachtung einerseits etwas breiter und andererseits auch etwas allgemeiner an, so können folgende wesentliche Gruppen erwähnt werden:

- deterministische Modelle und stochastische Modelle
- statische und dynamische Modelle
- makro- und mikro-ökonomische Modelle
- analytische und Simulationsmodelle.

Bei der zuerst erwähnten Gruppierung (vgl. Abb. 8) handelt es es sich vor allem darum, welchen Grad der Bestimmtheit ein Modell zum Ausdruck bringt.

Deterministische Modelle sind dadurch gekennzeichnet, dass alle auftretenden Zusammenhänge mit Hilfe eindeutiger mathematischer Beziehungen dargestellt werden und damit eindeutige Ergebnisse bei jeder der zulässigen Entscheidungen eintreten. Unter den jeweiligen Bedingungen und dem vorher festgelegten Kriterium wird mit Hilfe

[19] Autorenkollektiv: Kybernetik, Operationsforschung und Datenverarbeitung im Verkehrswesen. 4. Folge. DDR-Verkehr 4/1969, S. 153

bestimmter Verfahren die optimale Lösung - die maximale oder minimale Bewertung entsprechend dem Optimalitätskriterium — zu dem deterministischen Modell ausgewählt.
Deterministische Modelle sind also nur dort anwendbar, wo eindeutig fixierte Kenngrößen bzw. Zusammenhänge vorliegen.

Bei einem deterministischen stetigen Modell ist eine lückenlose Aufeinanderfolge der Werte einer veränderlichen Größe gegeben. Es bestehen z. B. außer den einschränkenden Bedingungen (vgl. das im Abschn. 4.2. erörterte Modell) keine weiteren zusätzlichen Bedingungen, die diese stetige Aufeinanderfolge beeinträchtigen.
Bei einem deterministischen diskreten Modell ist jedoch diese stetige Aufeinanderfolge nicht vorhanden. Wird z. B. von vornherein eine ganzzahlige Lösung gefordert und diese Bedingung zusätzlich in das Modell eingearbeitet, so kann dadurch ein deterministisches diskretes Modell entstehen.

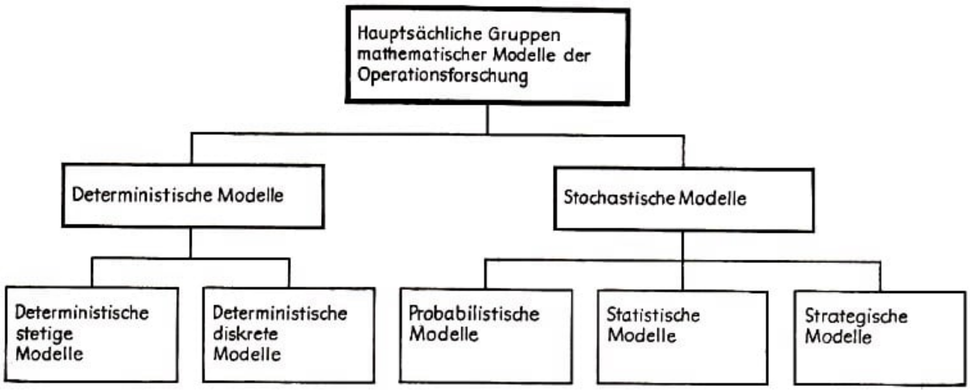


Abb. 8 Gruppierung mathematischer Modelle der Operationsforschung

Als Beispiel für deterministische Modelle kann man im allgemeinen anführen:

Verflechtungsmodelle, lineare Optimierungsmodelle (u. a. zur Optimierung des Produktionsprogramms, der Maschinenbelegung, des Materialverbrauches, der Transportoptimierung usw.), Modelle der nichtlinearen Optimierung, Modelle der parametrischen Optimierung, Optimierungsmodelle für Rundfahrten, Modelle für andere Reihenfolgeprobleme, deterministische Modelle der Netzplantechnik wie CPM, deterministische Simulationsmodelle.

Zur Lösung von Aufgaben, die auf der Grundlage von deterministischen Modellen bearbeitet werden, dienen die Matrizenrechnung, die lineare und die nichtlineare Optimierung, die Infinitesimalrechnung und spezielle Gebiete bzw. Methoden der Mathematik.

Abbildung 9 soll eine prinzipielle Anschauung von der dem deterministischen Entscheidungsmodell entsprechenden Situation geben. Die Handlung, die dem Input x_1 entspricht, führt genau zum Output y_1, der Input x_2 zum Output y_2 usw.

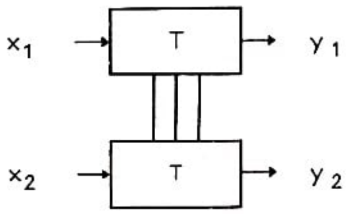


Abb. 9 Prinzipdarstellung der Entscheidungssituation bei deterministischen Entscheidungsmodellen ($T \hat{=}$ Transformation)

Den deterministischen Modellen steht die große Gruppe der stochastischen Modelle gegenüber. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Gruppen besteht darin, ob Zufallsvariable im Modell vorhanden sind oder nicht.

Entsprechend den Verhältnissen der Praxis müssen häufig vom Zufall abhängige Ereignisse beachtet werden. Solche zufälligen Ereignisse können u.a. sein:
die zufällige Ankunft von Fahrzeugen oder Kunden, die Ausfälle von Maschinen oder Arbeitskräften, Störungen im Materialfluss oder andere Störungen usw.

Im Modell spiegeln sie sich in von der Zeit abhängigen Zufallsgrößen wider. Es liegen hierfür entweder mehr oder weniger gesicherte Auskünfte über die Verteilung der zufälligen Ereignisse auf der Grundlage von Ermittlungen in vorangegangenen Zeitabschnitten oder - bei strategischen Modellen - Annahmen bzw. Vermutungen über das Eintreten von Ereignissen vor.

Unter diesen Voraussetzungen ist es nicht möglich, eindeutige Ergebnisse zu berechnen. Das Ergebnis ist - bei gegebenem Ausgangszustand - nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit gültig. Im einzelnen können z. B. der Erwartungswert (Mittelwert), die Standardabweichung, die Verteilung von Größen ermittelt werden. Die Grundlagen dazu sind vor allem die Wahrscheinlichkeitsrechnung oder darauf auf bauende Verfahren, z. B. der mathematischen Statistik.
Die Verwirklichung der Ergebnisse dieser Berechnungen ist - wenn man den Wahrscheinlichkeitscharakter der Aussagen nicht genügend berücksichtigt - mit einem gewissen Risiko behaftet.

Ist es möglich, die einem Prozess der Praxis zugrunde liegenden stochastischen Gesetzmäßigkeiten mit theoretischen Verteilungen zu beschreiben, so spricht man von probabilistischen Modellen. In diesem Falle ist z. B. mindestens ein Parameter nicht bekannt. Es bestehen aber Informationen darüber, wie die Verteilung dieses Parameters aussieht.

Es gibt auch Fälle, in denen es nicht möglich ist, den erwähnten Nachweis auf der Grundlage der theoretischen Verteilung zu erbringen. Das liegt z. B. vor, wenn Parameter vollständig oder teilweise unbekannt sind, weil das vorliegende empirische Zahlenmaterial unvollständig ist und auch nicht vervollständigt werden kann.
Bei einer solchen Situation muss erst noch versucht werden, zusätzliche Informationen zu erlangen. Da hierbei meist Methoden der mathematischen Statistik helfen können, nennt man Modelle für derartige Aufgaben häufig statistische Modelle. [20]

Bei den bisher behandelten stochastischen Modellen ist im Prinzip typisch, dass die Outputs, die Ergebnisse der Berechnungen, mit einer Wahrscheinlichkeit p gültig sind. Dies soll Abbildung 10 veranschaulichen.

[20] Sadowski. W.: Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1963. S. 19

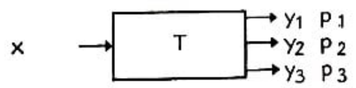


Abb. 10 Prinzipdarstellung der Entscheidungssituation bei probabilistischen und statistischen Entscheidungsmodellen

Weiterhin gibt es Fälle, bei denen für einen oder mehrere Parameter überhaupt keine oder nur sehr unvollständige Informationen beschafft werden können.
Das liegt z. B. vor, wenn bei prognostischen Ermittlungen bestimmte Faktoren, die die künftige Entwicklung maßgeblich beeinflussen werden, sowie deren Auswirkungen zum Zeitpunkt der Entscheidung noch nicht ausreichend eingeschätzt werden können.

Ein anderes Beispiel ist die Entscheidung des Kommandeurs bei Kampfhandlungen. Er kann über das Verhalten seines Gegners auf der Grundlage von Anhaltspunkten und von Erfahrungen nur Vermutungen aussprechen. Bei allen diesen Aufgaben ist typisch, dass die einzelnen Entscheidungen zu verschiedenen Ergebnissen führen und oft keine Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen von Ereignissen angegeben werden kann. Es liegt also eine ähnliche Situation wie beim Glücksspiel vor.

Derjenige, der eine Entscheidung zu treffen hat, muss sich eine Strategie erarbeiten. Deshalb nennt man Modelle für solche Aufgaben strategische Modelle (vgl. Abb. 11). Zu ihrer Lösung dient die Spieltheorie.

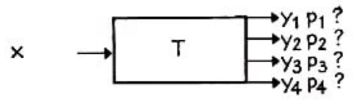


Abb. 11 Prinzipdarstellung der Entscheidungssituation bei strategischen Entscheidungsmodellen

Als Beispiel für stochastische Modelle kann man im allgemeinen anführen: stochastische Prognosemodelle, bedienungstheoretische Modelle, Modelle für Lagerhaltungsprobleme, stochastische Modelle der Netzplantechnik wie PERT, stochastische Simulationsmodelle.

Die stochastischen Modelle haben in allen Lebensbereichen eine nicht zu unterschätzende Bedeutung, weil im Sinne der kybernetischen Systemtheorie letztlich alle kybernetischen Systeme stochastisch sind.

Es wäre jedoch falsch, wollte man daraus den Schluss ziehen, dass die deterministischen Modelle damit keine Anwendungsgebiete oder gar keine Existenzberechtigung hätten. Selbstverständlich ist es möglich, diese Modelle in geeigneter Weise für praktische Aufgaben auszunutzen.
Das gilt vor allem auch deshalb, weil sie einfacher zu handhaben sind als die stochastischen. Im Verlaufe der weiteren Entwicklung der Operationsforschung und ihrer Methoden muss jedoch den stochastischen Modellen immer mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Darüber hinaus unterscheidet man generell noch zwischen analytischen und Simulationsmodellen. Die zuerst genannten bestehen aus mathematischen Beziehungen, wobei

die Outputs in funktionaler Beziehung zu den Inputs stehen. Liegen jedoch sehr komplizierte Verhältnisse vor, die eine direkte analytische Verbindung zwischen den Inputs und Outputs nicht gestatten oder sehr schwierig gestalten, oder wenn diese nicht mit vertretbarem Aufwand bearbeitet werden können, dann hilft u. U. das Simulationsmodell.
Es ermöglicht, über den entsprechenden Prozess der Praxis Aufschlüsse zu erhalten, indem dieser theoretisch auf dem Rechenautomaten "durchgespielt" oder eben simuliert wird. Simulationsmodelle dienen also dazu, mit Hilfe der elektronischen Datenverarbeitungsanlagen Versuche über das Verhalten wirtschaftlicher, technologischer oder anderer Phänomene durchzuführen.

Die Simulationsmodelle und -methoden lenken in letzter Zeit immer mehr die Aufmerksamkeit auf sich. Sie werden für die verschiedensten Aufgabenstellungen eingesetzt. Es ist bei einer Reihe von Problemen möglich, die Zusammenhänge analytisch zu fassen. Für bestimmte Aufgaben ist dieser Weg jedoch nicht gangbar, da nicht alle Komponenten in Gleichungen bzw. in ihrer zeitlichen Abhängigkeit dargestellt werden können.

Kompliziert ist dabei die Lage, wenn diese Entwicklung durch zufallsabhängige Größen beeinflusst wird, und sehr problematisch sind Situationen, wenn Entscheidungen von Gegnern (z. B. kapitalistischen Monopolen auf dem Weltmarkt oder militärischen Gegnern) in die Berechnung einbezogen werden.
Bei manchen dieser Fälle kann die Simulation für die Entscheidungsvorbereitung weiterhelfen. Auf analytischem Wege erzielte Ergebnisse sind ebenfalls durch sie überprüfbar.

Da ökonomische Experimente, auch wenn sie nur für einen kleinen Bereich vorgenommen werden, immer Kosten sowie Umstellungen im bisherigen normalen Ablauf und damit eventuell Schwierigkeiten bei der Erfüllung der Planaufgaben hervorrufen, ist die Durchführung derartiger Versuche auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage ein sehr großer Vorteil.
Gerade weil die ökonomischen Prozesse teilweise sehr kompliziert sind, bieten Simulationsuntersuchungen in solchen Situationen die Möglichkeit, das Verhalten von Parametern kennenzulernen, in denen analytische Lösungsverfahren versagen. Erst wenn man an Hand der Ergebnisse solcher Experimente die Auswirkungen bestimmter Maßnahmen überblicken kann, werden die Vorbereitungen für die Verwirklichung der Entscheidungen mit den gewünschten Resultaten getroffen.

Den Simulationsmodellen und -methoden kommt künftig in größerem Umfange als bisher Bedeutung zu, da sie einige Merkmale aufweisen, die sie gegenüber der Anwendung anderer mathematischer Modelle und Verfahren vor allem für technologische und wirtschaftliche Untersuchungen gut geeignet erscheinen lassen. Vorwiegend sind das

- die Möglichkeit der Anwendung von Simulationsmodellen und -methoden sowohl auf deterministische als auch auf stochastische Aufgabenstellungen

- die Beachtung der Zeitbezogenheit und damit die Benutzung von dynamischen Ansätzen, die den praktischen Verhältnissen gut entsprechen

- der operative, teilweise auf Zufallszahlen aufbauende und damit wiederum der Praxis besser Rechnung tragende Versuchscharakter der Simulation

- der Vorteil, gegebenenfalls die Auswirkungen subjektiver Elemente, z. B. das wahrscheinliche Verhalten von Menschen oder Entscheidungen, in das Experiment einbeziehen zu können.

Im Abschnitt 7.3.18. kommen wir am Beispiel der Anwendung von Simulationsmodellen für die Lagerhaltung auf diese Problematik nochmals zurück.
Bei bestimmten Anwendungsfällen der Operationsforschung ist es erforderlich, innerhalb eines Zeitabschnittes sich verändernde Größen zu beachten. Auf vorangegangenen Entscheidungen aufbauend, sind immer wieder neue Entscheidungen zu treffen. Es handelt sich dabei um fortlaufende mehrstufige oder multitemporale Entscheidungsprozesse.
Sie werden mit Modellen der dynamischen Optimierung bearbeitet. Solche Aufgaben wurden z. B. in der chemischen Industrie schon mit Erfolg gelöst. Grundsätzlich müssten auch innerhalb des Zeitabschnitts für einen Fünfjahrplan solche dynamischen Optimierungen für die gesamte Volkswirtschaft und für ihre Teile vorgenommen werden.

Dieser Gruppe von Modellen der Operationsforschung stehen die einstufigen Entscheidungsmodelle gegenüber. Sie stellen im übertragenen Sinne eine "Blitzlichtaufnahme" eines Zustandes der und haben die Optimierung nur dieses einen Zustandes, dieser einen Stufe, zum Inhalt. Sobald sich der Zustand ändert, ist in der Regel das Ergebnis der Optimierungsrechnung nicht mehr gültig.
Es muss erneut unter Verwendung der veränderten Parameter die optimale Lösung berechnet werden. Für bestimmte Aufgaben dieser Art können z. B. die Methoden benutzt werden, die für die deterministischen Modelle erwähnt wurden.

4.5 Makromodelle und Mikromodelle in der Sowjetunion

Bei den Makro- und Mikromodellen geht es um die "Größe" oder um die "Kleinheit" des Anwendungsbereiches.
In der Ökonomie entsprechen Makromodelle den volkswirtschaftlichen Modellen. Für die makro-ökonomische Betrachtungsweise ist also kennzeichnend, dass von der Volkswirtschaft als Ganzes ausgegangen und das Verhalten aggregierter Größen, wie des Nationaleinkommens, der Arbeitskräftestruktur, volkswirtschaftlicher Investitionen usw., sowie ihrer Wechselbeziehungen untereinander analysiert wird.

Während Makromodelle der oberen Ebene im ökonomischen Hierarchiesystem entsprechen, beziehen sich die Mikromodelle auf die untere Ebene dieser Gliederung der Ökonomik. Mikromodelle sind in der Ökonomie grundsätzlich betriebswirtschaftliche Modelle. Das sind sowohl komplexe Modelle oder Modellsysteme für eigenverantwortlich arbeitende betriebswirtschaftliche Einheiten, z. B. volkseigene Betriebe und Kombinate, oder Teilmodelle für deren Elemente, wie Betriebsabteilungen, oder für die Optimierung von Abläufen, die mehrere Abteilungen, aber nicht den gesamten Betrieb betreffen, oder ebenfalls nur Teilmodelle für bestimmte Aufgaben innerhalb einer einzelnen Abteilung des Betriebes.

In der Sowjetunion wurde den Forschungen für makro-ökonomische und mikro-ökonomische

Modelle große Bedeutung geschenkt. Es entstand ein neues Instrumentarium für volkswirtschaftliche Planberechnungen, das die volkswirtschaftlichen und zweiglichen Proportionen in sich vereint.
Dadurch konnte die Zahl der für die volkswirtschaftliche Planung zur Verfügung stehenden Varianten stark erhöht und außerdem die Zeit für die Aufstellung des Volkswirtschaftsplanes verkürzt werden. Gleichzeitig ergaben sich günstigere Möglichkeiten, um im Hinblick auf die Erhöhung des Nationaleinkommens den effektivsten ökonomischen Entwicklungsweg auszuwählen.

In der Sowjetunion besteht für die weiteren makro-ökonomischen Forschungen ein umfassendes Projekt der optimalen Planung und Leitung der Volkswirtschaft, an dem mehrere Forschungsinstitute arbeiten.

Auf dem Gebiet der Planung der Wirtschaftszweige konnten in der Sowjetunion insbesondere durch die optimale Planung der Entwicklung und Standortverteilung der Produktion große Einsparungen erreicht werden.

Weiterhin sind für die Optimierung der materiell-technischen Versorgung größere Versuche durchgeführt worden. Sie berechtigen zu der Schlussfolgerung, dass es möglich ist, in der Perspektive zu einem automatisierten Leitungssystem für die materiell-technische Versorgung des gesamten Landes überzugehen.

Auf der mikro-ökonomischen Ebene werden künftig die ökonomisch-mathematischen Teillösungen, die jeweils nur einzelne Seiten der Betriebstätigkeit zum Inhalt haben, immer mehr durch umfassende Projekte für die Leitung der Betriebe und Kombinate abgelöst werden.

"Dank der erfolgreichen Zusammenarbeit mit der Sowjetunion und den anderen sozialistischen Ländern bei der Entwicklung und Produktion von elektronischen Rechengeräten sind wir in der Lage, die elektronische Datenverarbeitung nutzbringend für die Berechnung der Pläne und Bilanzen sowie für die Informationsverarbeitung einzusetzen."[21]
Für einen erheblichen Teil der Aufgaben aus dem Bereich der Leitung und Planung, die durch Anwendung der elektronischen Datenverarbeitung gelöst werden sollen, sind ökonomisch-mathematische Modelle eine unbedingte Voraussetzung. Für alle müssen Algorithmen in Form von Programmablaufplänen vorliegen.

Im Moskauer Werkzeugmaschinenwerk „Ordshonikidse“ besteht dafür ein vorbildliches Beispiel. Schritt für Schritt wurde - zunächst im Werk "Freser" - zur Leitung und Planung der Computer Ural 11 eingesetzt. Als Ergebnis weist der Betrieb aus: Für die operative Produktionsplanung wurden vorher 800000 Stunden benötigt, danach ein Viertel davon und weniger.
Die technologische Vorbereitung dauerte vorher 18000 Stunden, danach nur 600. Die Kapazitätsermittlung der mechanischen Abteilung erforderte mit einem elektromechanischen Rechner 210 Tage, mit dem Ural 11 nur ein Drittel der Zeit. Das aufgestellte System ermittelt Engpässe, Arbeitskräfte- und Materialaufwand, es gibt den Leitern

[21] Honecker, E.: Bericht des Zentralkomitees an den VIII. Parteitag der SED. Dietz Verlag, Berlin 1971, S. 55/56

des Betriebes und der Abteilungen optimale Pläne in die Hand.

Im Abschnitt 6 wird auf die im Werk "Freser" gesammelten Erfahrungen noch näher eingegangen.

5 Berechnung

5.1 Operationsforschung und elektronische Datenverarbeitung

Wenn das Modell für eine Aufgabe der Operationsforschung vorliegt, ist die Berechnungsmethode oder das -verfahren auszuwählen oder eventuell sogar erst zu entwickeln. Diese Berechnungsmethoden und -verfahren verkörpern die Rechenvorschriften, mit deren Hilfe die jeweilige Aufgabe gelöst wird.
Die Berechnung erfolgt vorwiegend mit elektronischen Datenverarbeitungsanlagen. Bevor jedoch auf das Berechnen selbst näher eingegangen wird, erscheint es zweckmäßig, zu den Rechenvorschriften, den Algorithmen, noch einiges zu bemerken.

Im Zusammenhang mit der Ausarbeitung einer Rechenvorschrift wird manchmal davon gesprochen, dass ein Algorithmus aufzustellen ist. Dieser Vorgang wird auch als Algorithmisierung bezeichnet.
Im Abschnitt 2.2. war ein Algorithmus schon allgemein als eine exakt formulierte Anweisung zur Lösung einer Klasse von Aufgaben definiert werden.

In vielen Fällen werden für die Berechnung von Lösungen zu Aufgaben der Operationsforschung Iterationsverfahren benutzt. Darunter versteht man - von einer Näherungslösung ausgehend - das schrittweise, systematische Verbessern des Resultats durch wiederholtes Anwenden eines Algorithmus.
Es gibt Iterationsverfahren, die nach einer endlichen Zahl von Schritten zur exakten oder näherungsweisen Lösung des Problems führen. Es werden aber ebenfalls solche Verfahren ausgenutzt, bei denen theoretisch eine unendliche Schrittfolge denkbar ist. Im Verlaufe ihrer Anwendung wird das Verfahren nach einer bestimmten Anzahl von Schritten abgebrochen, und zwar dann, wenn erwartet werden kann, dass eine entsprechend gute Annäherung an das exakte Ergebnis erreicht wurde.
In jedem Falle dient die bei einem Iterationsschritt erzielte Lösung als Grundlage für den nächsten Schritt, der wiederum zu einem besseren oder zumindest gleichwertigen Ergebnis führt.

Eine numerische Lösung von Problemen der Operationsforschung wird also häufig mit Hilfe von Iterationsverfahren herbeigeführt. Demgegenüber steht bei analytischen Methoden die mathematische Ableitung im Vordergrund. Lösungen dieser Art bestehen in allgemeiner Form, in Symbolen, die erst nach dem Lösungsvorgang durch Zahlen ersetzt werden.
Bei der Mehrzahl der Aufgaben aus dem Gebiet der Operationsforschung sind große Mengen von Daten mit möglichst hoher Geschwindigkeit zu verarbeiten. Insbesondere trifft das auf solche aus dem Wirtschaftsleben zu. Die Daten sind zu erfassen, zu speichern, abzurufen, zu vergleichen bzw. miteinander zu verknüpfen, um auf diese Weise

Berechnungsergebnisse und dadurch wiederum neue Erkenntnisse für weitere Entscheidungen zu gewinnen.

Deshalb haben sich in der Wirtschaft, aber auch in anderen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens, mannigfaltige Einsatzgebiete für die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen herausgebildet. Die Operationsforschung und die elektronische Datenverarbeitung sind dabei meist sehr eng miteinander verflochten, denn beide Gebiete tragen u. a. dazu bei,

- eine wissenschaftlich begründete Führungstätigkeit zu ermöglichen

- die Entscheidungsfindung und die damit verbundenen arbeitsaufwendigen Prozesse zu rationalisieren

- die Leiter im Rahmen der Vorgaben schnell, umfassend und richtig zu informieren

- die Leitung von ökonomischen und anderen Prozessen elastisch und flexibel zu gestalten, z. B. indem in kurzer Zeit mehrere Varianten für ein und dasselbe Problem durchgerechnet werden

— dass im übrigen die bereits erwähnten Vorteile, die die Anwendung mathematischer Modelle und Methoden der Operationsforschung für die Entscheidungsvorbereitung gegenüber der Intuition bieten, wirksam werden.

Einerseits muss die Operationsforschung Modelle und Lösungsalgorithmen, die mit Rechenautomaten bearbeitet werden sollen, zur Verfügung stellen. Aus den Modellen ist zu entnehmen, welche Daten dem Rechner zuzuführen sind.
Die Operationsforschung ist in diesem Sinne eine Voraussetzung zur Lösung bestimmter Aufgaben mit Hilfe von Modellen und der elektronischen Datenverarbeitung.

Andererseits könnte eine große Anzahl von Problemen der Operationsforschung überhaupt nicht gelöst werden, wenn nicht moderne elektronische Datenverarbeitungsanlagen mit ihren umfangreichen Speichern und ihrer hohen Rechengeschwindigkeit einsetzbar wären. Die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen nehmen durch die ihnen immanenten umfassenden Anwendungsmöglichkeiten u. a. wesentlichen Einfluss mit auf die Gestaltung von Modellen und Methoden der Operationsforschung.
Letztere kann mit größtem Erfolg nur mit elektronischen Datenverarbeitungsanlagen wirksam werden.
Für die Operationsforschung sind die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen (vgl. Abb. 12) somit die technische Grundlage.

Wenn auch für die Berechnung bestimmter Modelle der Operationsforschung die elektronische Datenverarbeitung eingesetzt werden muss, so gibt es aber trotzdem eine Anzahl von Aufgaben, die sich durchaus noch manuell mit Tischrechenmaschinen oder mit üblichen Lochkartenanlagen lösen lassen.
In manchen solcher Fälle wäre der Einsatz von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen für die Berechnung derartig kleiner Probleme mit wenig Ausgangsdaten sogar unwirtschaftlich. Es ist demzufolge notwendig, die verschiedenen Berechnungsmöglichkeiten für Aufgaben der Operationsforschung systematisch und unter dem Aspekt der

Wirtschaftlichkeit auszunutzen.

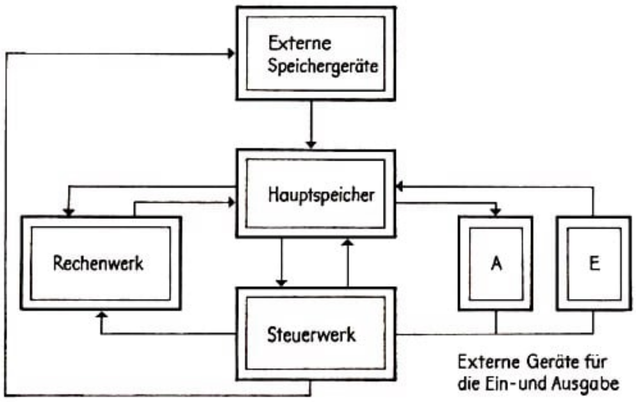


Abb. 12 Prinzipieller Aufbau einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage

Dazu gehört u. U. auch, auf ein exaktes Lösungsverfahren zu verzichten und dafür - weil es wirtschaftlich und ausreichend genau ist - ein Näherungsverfahren zu verwenden.

Die Prüfung der Möglichkeiten zur Zerlegung großer Aufgaben in mehrere Teilprobleme ist in diesem Zusammenhang ebenfalls zu erwähnen. Es wird versucht, hiervon vor allem Gebrauch zu machen, wenn das Problem so umfassend ist, dass die Speicherkapazität der elektronischen Datenverarbeitungsanlagen nicht ausreicht.

Die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen ermöglichen, zahlreiche Varianten zur Lösung eines Problems in relativ kurzer Zeit durchzurechnen. Deshalb trägt der Einsatz von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen im Zusammenhang mit den Modellen und Methoden der Operationsforschung zur Erhöhung der Reaktionsfähigkeit des jeweiligen Systems bei (vgl. Abb. 2).
Das bezieht sich sowohl auf gerade ablaufende Vorgänge als auch auf künftige. Die Primärdaten, die jeweils aus einer Quelle entnommen werden, dienen teilweise im herkömmlichen Sinne, z. B. für die Abrechnung und für Analysen, aber zugleich auch als Grundlage zur Befriedigung neuer Entscheidungssituationen im Sinne der Operationsforschung.
Vor allem trifft das bei der automatisierten Informationsverarbeitung zu, auf die unter dem Gesichtspunkt der Operationsforschung im Abschnitt 6 eingegangen wird.

Selbstverständlich erschöpfen sich die Einsatzmöglichkeiten für elektronische Datenverarbeitungsanlagen nicht in der Berechnung von Aufgaben der Operationsforschung. Sie gehen weit darüber hinaus.

Die Zahl der Berechnungsmethoden und -verfahren ist groß, und laufend werden neue publiziert. Es ist deshalb zweckmäßig, wegen der Berechnung von Aufgaben der Operationsforschung eine Stelle zu konsultieren, die einen relativ guten Überblick hierüber hat. Besonders sind das die Rechenzentren.
Die Berechnungsmethoden und die elektronische Datenverarbeitung sind zwar wichtig, aber eben nur Mittel zum Zweck, zur Erfüllung der Hauptaufgaben der betreffenden ökonomischen Einheit, z. B. eines Kombinats.

5.2 Die ungarische Methode - ein Berechnungsverfahren unter mehreren

Die ungarische Methode beruht auf einem mathematischen Theorem, das von zwei ungarischen Wissenschaftlern bewiesen wurde.
Auf dieser Grundlage entstand ein einfach zu handhabender, für die manuelle Berechnung gut geeigneter Algorithmus zur Lösung bestimmter linearer Optimierungsaufgaben, bei denen es um eine Zuordnung geht.

Bei der Transportoptimierung und bei dem im Abschnitt 4.2. behandelten Beispiel wird nach einer bestimmten Zuordnung gefragt. Das Problem bestand dort darin, die sechs Arbeitsaufgaben so auf die beiden Maschinengruppen zu verteilen, dass insgesamt ein Minimum an Arbeitszeit erreicht wird.

Wir wollen diese Aufgabe mit Hilfe der ungarischen Methode lösen. Zuvor muss jedoch noch eine Frage beantwortet werden: Gibt es auch andere Methoden zur Lösung dieser Aufgabe, und ist darunter vielleicht eine, mit der man noch rationeller als mit der ungarischen Methode zu einer Lösung kommt?

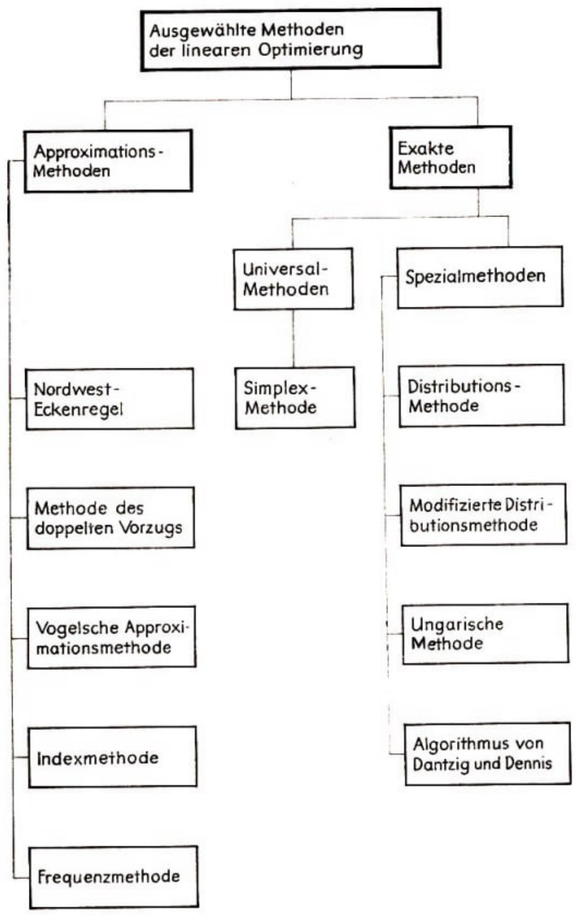


Abb. 13 Zur linearen Optimierung

Es ist selbstverständlich möglich, eine andere Methode zu wählen. Im allgemeinen fragt man, nachdem das Modell für eine Aufgabe vorliegt: Welche Lösungsmethoden kommen für diesen Aufgabentyp überhaupt in Betracht, und welche davon sind für den zur Verfügung stehenden Rechner programmiert?
In unserem Falle kann zwischen mehreren Lösungsmethoden entschieden werden, wobei wir diese kleine Aufgabe manuell lösen wollen. Einige Methoden sind aus Abbildung 13 zu ersehen.

Da bereits eine Näherungslösung vorliegt, scheiden die Approximationsmethoden aus. Für viele praktische Aufgaben genügen allerdings schon Näherungslösungen. Manchmal liefern die Näherungsmethoden Ergebnisse, die nur unwesentlich von der exakten optimalen Lösung abweichen.

In diesem Zusammenhang sei ebenfalls darauf hingewiesen, dass die Ausgangsdaten oft mit Mängeln behaftet sind. Unter solchen Umständen kann die Forderung nach hoher Genauigkeit sowieso nicht an den Algorithmus gestellt werden. Dabei gilt prinzipiell, dass ein Verfahren und die damit erzielte Lösung so genau wie nötig aber nicht so genau wie möglich sein sollen.

Im vorliegenden Beispiel wollen wir jetzt überprüfen, ob die vorhandene Lösung vielleicht schon optimal ist. Dieses Ziel kann nur mit einer exakten Methode erreicht werden.

Die Simplexmethode ist eine universelle Lösungsmethode für lineare Optimierungsaufgaben. Sie kann theoretisch immer verwendet werden.
Praktisch ist das aber problematisch, wenn es sich um große Probleme mit vielen Gleichungen und Ungleichungen handelt. Diese Methode hat einen erheblichen Nachteil:

Sie bringt einen sehr großen Rechenaufwand mit sich. Deshalb sollte, sofern Spezialmethoden für die betreffende Problemgruppe existieren, diesen der Vorzug gegeben werden.

Sie erfordern in der Regel weniger Rechenaufwand als die Universalmethode. Das trifft auch hier zu. Damit stehen - abgesehen vom Verfahren nach Dantzig und Dennis, das hier nicht erörtert werden soll - noch drei Methoden zur Auswahl. Es ist etwas schwierig, diese miteinander zu vergleichen. Im großen und ganzen kann aber wohl folgendes festgestellt werden:

- mit und ohne Ausgangslösung

- Bei der Distributions- und der modifizierten Distributionsmethode müssen Ausgangslösungen vorhanden sein, die erst mit Hilfe von Näherungsmethoden zu ermitteln sind. Man kann eventuell die schon in der Praxis vorhandene Lösung verwenden. Den Weg von den Ausgangsdaten bis zur exakten Lösung solcher Aufgaben zeigt Abbildung 14. Bei der ungarischen Methode ist keine Ausgangslösung notwendig.

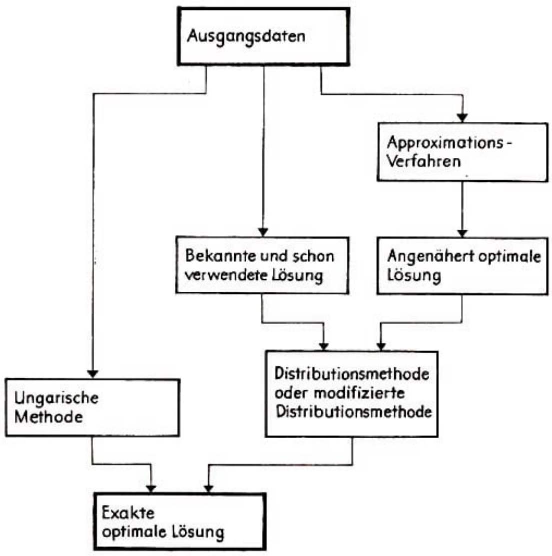


Abb. 14 Weg von den Ausgangsdaten zur exakten optimalen Lösung

- Der eventuelle Zerfall der Lösung in mehrere Teillösungen erfordert bei der Distributionsmethode sowie der modifizierten Distributionsmethode die Beachtung besonderer Regeln.

Bei der ungarischen Methode spielt diese sogenannte entartete oder degenerierte Lösung keine Rolle. Sie ist also gegenüber der Entartung nicht anfällig.

- Die Nebenrechnungen bei den direkt als Distributionsmethoden bezeichneten beiden Verfahren sind etwas zeitaufwendig. Die ungarische Methode verlangt keine umfangreichen Nebenrechnungen, so dass im allgemeinen der Arbeitsaufwand insgesamt geringer sein dürfte.

- Bei den direkt als Distributionsmethoden bekannten beiden Methoden kann man aus den Nebenrechnungen erkennen, ob mehrere mathematisch gleichwertige optimale Lösungen vorliegen. Bei Verwendung der ungarischen Methode muss dazu erst für jedes freie Feld der Tabelle eine entsprechende Überprüfung vorgenommen werden.

- Alle drei Methoden führen zu einer exakten Lösung.

Bei dem Abwägen der Vor- und Nachteile dieser Methoden könnte sich die "Waagschale" zugunsten der ungarischen Methode neigen. Der Ablauf der einzelnen Schritte, die bei ihrer Anwendung zu beachten sind, geht aus Abbildung 15 hervor. Um mit der ungarischen Methode die Aufgabe aus Abschnitt 4.2. zu lösen, wird die Koeffiziententabelle benötigt. Sie ergibt sich aus Tabelle 1.

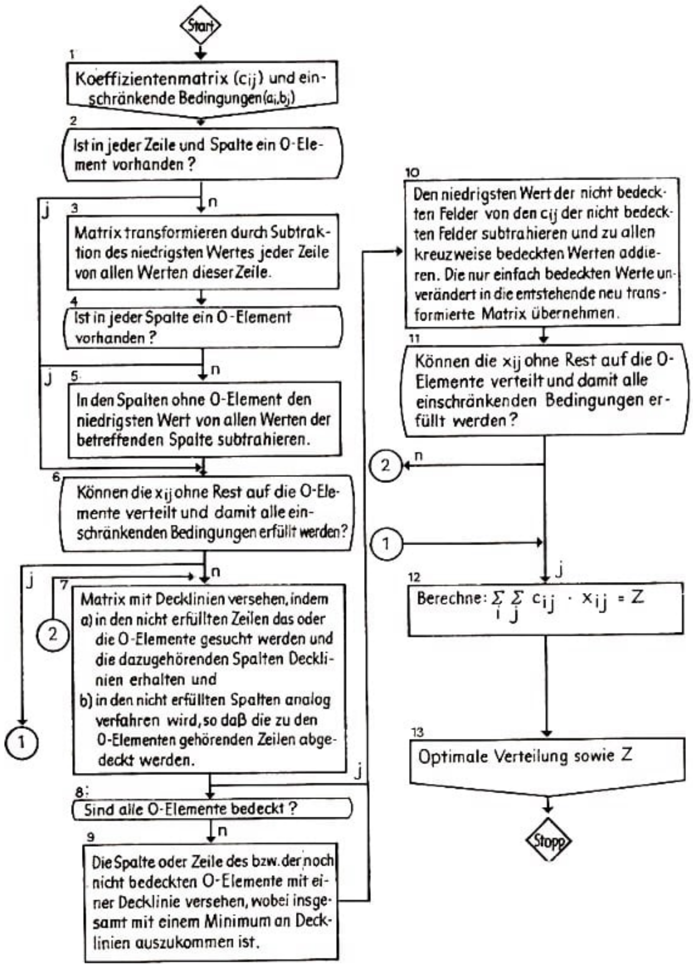


Abb. 15 Ablaufschema der "Ungarischen Methode" (Die Zeichen-Konnektoren 1 und 2 geben jeweils die Fortsetzung an)

Die Koeffiziententabelle (vgl. Tab. 3) ist entsprechend den im Ablaufschema (Abb. 15) erwähnten Regeln zu transformieren, d. h. umzuformen.

Tabelle 3

4	8
5	10
7	20
9	24
20	28
25	32

Im Ablaufschema der "Ungarischen Methode"- Abb. 15 - sowie in den folgenden Ablaufschemata bedeutet j jeweils ja und n jeweils nein, wie das in der TGL 22 451 festgelegt worden ist. Die Zahlen an den einzelnen Operationen geben die Reihenfolge der Schritte an.

Zunächst muss die Frage beantwortet werden, ob in jeder Zeile und jeder Spalte ein 0-Element enthalten ist. In Tabelle 3 trifft das nicht zu. Deshalb werden zunächst 0-1-Elemente für die Zeilen geschaffen, und zwar, indem der niedrigste Wert in jeder Zeile aufgesucht und dieser von sich selbst sowie von allen anderen Werten dieser Zeile subtrahiert wird.
Auf diese Weise entsteht Tabelle 4.

Tabelle 4

0	4
0	5
0	13
0	15
0	8
0	7

Da noch nicht in jeder Spalte ein 0-Element enthalten ist, wird für diejenigen Spalten, die kein 0-Element haben, analog vorgegangen. Im Beispiel ist das nur für die zweite Spalte notwendig. Der kleinste Wert (4) wird von allen Gliedern der Spalte subtrahiert. Die Werte der anderen Spalte werden unverändert in die Tabelle 5 übernommen.

Unter Berücksichtigung der einschränkenden Bedingungen werden nunmehr in Tabelle 5 die x_{ij} verteilt, wobei nur Felder mit 0-Elementen zu berücksichtigen sind.

Tabelle 5

0	0 60	60
0 70	1	70
0 90	9	90
0 80	11	80
0 60	4	90 x
0	3	110 x
300	200 x	500

Die Verteilung geht nicht auf. In den Zeilen 5 und 6 sowie in der Spalte 2 können die einschränkenden Bedingungen nicht erfüllt werden. Das wurde jeweils durch ein Kreuz gekennzeichnet. Die zulässige optimale Lösung liegt in Tabelle 5 noch nicht vor, denn sie ist dadurch gekennzeichnet, dass alle x_{ij} ohne Rest auf die Felder mit 0-Elementen verteilt werden können.

Für die ungarische Methode ist typisch, dass Decklinien angebracht werden. In den Zeilen, in denen die Rechnung nicht aufgegangen ist, werden das oder die 0-Elemente gesucht und in die dazu gehörenden Spalten - in unserem Beispiel betrifft das nur die erste Spalte - eine Decklinie gezeichnet.
Ebenso wird in der nicht erfüllten Spalte das 0-Element gesucht - es können auch mehrere sein - und die dazu gehörende Zeile (oder Zeilen) mit einer Linie abgedeckt.
(Eventuell müssen - bei größeren Aufgaben - noch zusätzliche Decklinien gezogen werden, bis alle 0-Elemente mit einem Minimum an Decklinien versehen worden sind.) Nunmehr sind aus der Tabelle drei Gruppen von Elementen zu erkennen:

- überhaupt nicht bedeckte Elemente
- einmal bedeckte Elemente
- kreuzweise oder doppelt bedeckte Elemente.

Je nach der Zugehörigkeit zu einer dieser Gruppen wird, um zur Tabelle 6 zu gelangen, mit den Elementen unterschiedlich verfahren.
Zuerst nehmen wir uns die nicht bedeckten Elemente vor. Es wird dasjenige mit dem niedrigsten Wert aufgesucht. In Tabelle 5 ist das der Wert 1. Er wird von allen nicht bedeckten Elementen subtrahiert, so dass sich in der zweiten Spalte für die in der zweiten bis zur sechsten Zeile stehenden Zahlen folgende neue Werte ergeben: 0, 8, 10, 3, 2.

1	0 60	60
0	0 70	70
0 90	8	90
0 80	10	80
0 90	3	90
0 40	2	110 x
300	200 x	500

Tabelle 6

Die nur einmal bedeckten Elemente werden einfach aus Tabelle 5 in Tabelle 6 übernommen. Das linke obere Feld ist kreuzweise oder doppelt bedeckt. In diesem Falle wird zu dem vorhandenen Wert 0 der bei den nicht bedeckten Elementen subtrahierte Betrag hinzugezählt. Somit ergibt sich für dieses Feld die neue Zahl 1 (vgl. Tab. 6).

Die Belegung der Felder mit x_{ij}-Werten ist jetzt in gleicher Weise wie in Tabelle 5 vorzunehmen. Wir sehen, dass die einschränkenden Bedingungen in einer Spalte und einer Zeile nicht erfüllt werden können. Sie wurden durch ein Kreuz gekennzeichnet.

Auch bei diesem Rechensehritt konnte also die zulässige optimale Lösung noch nicht erreicht werden. Es ist somit erforderlich, die Tabelle nochmals umzuformen, um zu neuen oder einer anderen Verteilung vorhandener 0-Elemente zu gelangen.
Wird in Tabelle 7 die Verteilung der x_{ij} vorgenommen, so können alle einschränkenden Bedingungen befriedigt werden. Es bleiben keine Reste übrig. Wenn die x_{ij} restlos auf die 0-Elemente verteilt sind, liegt die optimale Lösung (zumindest ein optimales Resultat, wenn mehrere möglich sind) vor.

3	0 60	60
2	0 70	70
0 90	6	90
0 80	9	80
0 90	1	90
0 40	0 70	110
300	200	500

A_i \ B_j	B_1	B_2	a_i
A_1	4	60 8	60
A_2	5	70 10	70
A_3	90 7	20	90
A_4	80 9	24	80
A_5	90 20	28	90
A_6	40 25	70 32	110
b_j	300	200	500

Tabelle 7,8

Tabelle 8 entsteht, indem die Ergebnisse aus Tabelle 7 in Tabelle 1 eingetragen werden. Ein Vergleich von Tabelle 8 mit Tabelle 2 zeigt, dass sich mit der ungarischen Methode eine andere Lösung als die, die bisher in der Praxis verwendet wurde, ergeben hat.
Auf den ersten Blick möchte man diesem mit der ungarischen Methode gefundenen Resultat gar nicht recht glauben, denn die Felder mit den niedrigsten c_{ij}-Werten (A_1 B_1 mit der Bewertung 4 und A_2 B_1 mit der Bewertung 5), die beim empirischen Herangehen an die Aufgabe als besonders günstig angesehen worden waren, sind in der optimalen Lösung (Tab. 8) gar nicht belegt. Wir berechnen deshalb für den genauen Vergleich beider Lösungen an Hand der Tabelle 8 den Wert der Zielfunktion, der dieser Verteilung entspricht. Er beträgt:

$$\begin{aligned}
4 \cdot 0 + 8 \cdot 60 &= 480 \text{ h}\\
5 \cdot 0 + 10 \cdot 70 &= 700 \text{ h}\\
7 \cdot 90 + 20 \cdot 0 &= 630 \text{ h}\\
9 \cdot 80 + 24 \cdot 0 &= 720 \text{ h}\\
20 \cdot 90 + 28 \cdot 0 &= 1800 \text{ h}\\
25 \cdot 40 + 32 \cdot 70 &= 3240 \text{ h}\\
Z &= 7570 \text{ h}
\end{aligned}$$

Das mit der ungarischen Methode ermittelte exakte Ergebnis weist also 410 Arbeitsstunden weniger aus. Durch die Nutzung einer Methode der Operationsforschung konnte in diesem Fall der Arbeitszeitaufwand um rund 5% gesenkt werden. So kann man sich, sofern keine mathematische Lösungsmethode eingesetzt wird, täuschen!

Wenn schon bei einer solch relativ kleinen Aufgabe das Herangehen an die Lösung nur auf der Grundlage der Erfahrung nicht zum optimalen Ergebnis führt, wie wird es dann erst bei einem viel umfangreicheren und unübersichtlicheren Problem sein?
Durchdenkt man sich dies einmal etwas tiefer, so ergibt sich zweifellos eine Antwort, die mit einer Feststellung des sowjetischen Professors W. W. Nowoshilow zusammengefasst werden kann:

"Ohne Anwendung der Mathematik einen optimalen Plan aufstellen zu wollen, ist so aussichtslos wie der Versuch, aufs Geratewohl aus einer Urne mit einer roten Kugel und einer Milliarde weißer Kugeln die rote herauszufinden."[22]

6 Automatisierte Informationsverarbeitung - automatisierte Leitungssysteme

Im Abschnitt 5.1. wurde bereits auf den Zusammenhang zwischen Operationsforschung und Datenverarbeitung hingewiesen. Wir wollen jetzt diese Betrachtung noch etwas weiter fortführen.

Das erstrebenswerte Ziel für alle wirtschaftlichen Einheiten besteht im Hinblick auf die Aufbereitung und Verarbeitung von Informationen darin, über unterschiedliche praktikable Teillösungen ihre jeweilige Gesamtkonzeption für die automatisierte Informationsverarbeitung zu verwirklichen. Darin werden alle wesentlichen für die Leitung und Planung der Produktions- und Reproduktionsprozesse erforderlichen Informationsverarbeitungsprozesse eingeschlossen.

Dabei sollen zur qualitativen Verbesserung der Leitung in unterschiedlicher Graduierung und mit verschiedenartiger Aufgabenstellung Daten für den gesamten Zeitabschnitt von der langfristigen, über die Fünfjahres-, die Jahres- und die operative Planung, die Durchführungsperiode bis zur Abrechnung und Analyse verarbeitet werden.

In der Sowjetunion verwendet man für den Einsatz von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen als Hilfsmittel für die Leitung und die Planung in den Betrieben auch den Begriff: automatisiertes Leitungssystem.
Sowohl die Erfahrungen in der Sowjetunion als auch die mit der Einführung der elektronischen Datenverarbeitung in der DDR gewonnenen Erkenntnisse zeigten, dass die Entwicklung und Realisierung großer komplexer Anwendungssysteme der elektronischen Datenverarbeitung für die Leitung von Wirtschaftseinheiten eine sehr komplizierte Aufgabe ist, die nur stufenweise über verschiedenartige Teillösungen und deren spätere Zusammenfügung erfüllt werden kann.

Die automatisierte Informationsverarbeitung wird sowohl für Kombinate und Großbetriebe der volkseigenen Industrie als auch für andere Bereiche der materiellen Pro-

[22] Nowoshilow, W. W.: Planung und ökonomisch-mathematische Methoden. Sammelband, Moskau 1966.

duktion, für Handelsbetriebe sowie für weitere Einrichtungen des nichtproduzierenden Bereiches bis hin zur volkswirtschaftlichen Ebene Schritt für Schritt vervollkommnet.
Bedingt durch die ständige Weiterentwicklung sowohl der Datenverarbeitungsanlagen, also der Technik, als auch der Anwendungsgebiete sowie der darin wirkenden Komponenten, z. B. auch unter Berücksichtigung der sozialistischen ökonomischen Integration im RGW, wird es - zumindest in den nächsten Jahren - hier keinen Abschluss, sondern einen Prozess der ständigen Weiterentwicklung geben.

Er führt von den zentralen Festlegungen und von gut durchdachten Gesamtkonzeptionen ausgehend über praktikable Teillösungen und das damit verbundene Sammeln weiterer praktischer Erfahrungen mit der Operationsforschung und der elektronischen Datenverarbeitung einerseits zur schnellen und rationellen Förderung der Erfüllung der Planaufgaben und andererseits zur immer komplexeren Gestaltung sowie Zusammenführung von Teillösungen und damit zu in sich geschlossenen komplexen Anwendungen. Da hierzu umfangreiche Forschungs- und Entwicklungsarbeiten sowie Aufwendungen zur Überführung in die Praxis notwendig sind, werden gerade auf diesem Gebiet die Vorteile der internationalen sozialistischen Zusammenarbeit bewusst genutzt.

In der weiteren Zukunft - von gegenwärtigen Versuchen in einigen ausgewählten Wirtschaftseinheiten abgesehen - wird dabei auch die Anwendung der elektronischen Datenverarbeitung in der Leitung und Planung mit der Anwendung der Prozessrechentechnik bei der Rationalisierung von Produktionsprozessen in der einen oder anderen Form verbunden werden.

Der Idealzustand, eine komplex in sich abgestimmte automatisierte Informationsverarbeitung, kann jedoch nicht von heute auf morgen erreicht werden. Dazu sind nicht nur umfangreiche Forschungs- und Entwicklungsarbeiten sowie praktische Erfahrungen auf den verschiedensten Gebieten notwendig, sondern ebenso müssen die erforderlichen technischen Voraussetzungen dazu geschaffen werden.

In der Vergangenheit kam es beim Einsatz von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen für voneinander isolierte einzelne Teilaufgaben darauf an, die neu eingesetzten technischen Einrichtungen der Datenverarbeitung auszulasten, Erfahrungen mit ihnen zu sammeln und schnell einen ökonomischen Nutzen daraus zu erzielen.
Deshalb wurden in den Betrieben und Institutionen den Datenverarbeitungsanlagen neben einigen technisch-wissenschaftlichen Berechnungen vor allem solche Aufgaben übertragen, wie die Materialbestellung und -abrechnung, die Abrechnung von Leistungen, die Grundmittelrechnung und -statistik, die Garantieabrechnung, bestimmte Aufbereitungen für die Kostenrechnung, die Arbeitskräfteberechnung, die Lohnfondsplanung, die Lohnabrechnung, die Kaderstatistik, die Kranken- und Unfallstatistik u. ä.
Die Verbindungen zwischen diesen Teilaufgaben mussten in der Regel außerhalb des Rechners in traditioneller Weise hergestellt werden.

In jener Zeit, als in der DDR die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen vom Typ Robotron 300 eingeführt wurden, hatten sich die qualitativen Anforderungen an den Einsatz von Datenverarbeitungsanlagen erhöht. Mit elektronischen Datenverarbeitungs-

anlagen hat man z. B. für ein Kombinat oder einen Großbetrieb auch bestimmte Teilaufgaben der betrieblichen Planung, der Vorbereitung der Produktion, Produktionsleitung, Kontrolle und Analyse gelöst.
Grundsätzlich wurden dabei die einmalig erfassten Primärdaten - sofern notwendig - mehrfach verarbeitet, d. h. insbesondere aufbereitet und ausgewertet. Mit den Nachfolgeeinrichtungen des R 300, insbesondere den EDVA R 21 und R 20, sowie weiteren Anlagen aus dem einheitlichen System der elektronischen Rechentechnik der RGW-Länder, die ab 1972 in Betrieb genommen wurden, ist die Lösung solcher Aufgaben weiter vervollkommnet werden. Gleichzeitig konnten ebenfalls bestimmte Teilgebiete miteinander gekoppelt werden.

Diese Entwicklungsstufe war und ist auch noch in starkem Maße durch die Einbeziehung von Algorithmen der Operationsforschung gekennzeichnet. Somit werden die Operationsforschung und die elektronische Datenverarbeitung in vorteilhafter Weise miteinander kombiniert sowie koordiniert und bereits teilweise zur Entscheidungsvorbereitung ausgenutzt.
Gleichzeitig werden hierfür noch herkömmliche Verfahren verwendet.

Eine weitere Komplettierung ist vor allem dadurch gekennzeichnet, dass einerseits zusätzlich die bisher nur geringfügig beteiligten Gebiete - wie Forschung und Entwicklung, Konstruktion, Technologie, technische Information und Dokumentation - einbezogen werden. Andererseits geht es aber nicht nur um eine quantitative Ausdehnung, sondern zugleich um eine qualitativ höhere Stufe. Diese gehobene Qualität drückt sich vornehmlich in folgendem aus:

- Konzeptionelle Überprüfung des gesamten Leitungsprozesses und seiner Teile unter dem Gesichtspunkt ihrer weitgehenden Integration sowie unter Beachtung der sich gegebenenfalls ergebenden neuen ökonomischen und leitungstheoretischen Anforderungen.

- Systematische Einbeziehung der Vorbereitung von weiteren Leitungsentscheidungen insbesondere in einer Form, die die Entscheidungsfindung durch den Leiter erleichtern und in die Richtung des Gesamtoptimums - aus volkswirtschaftlicher Sicht - lenken soll.

- Aufnahme von algorithmisierten oder zumindest organisatorisch streng geregelten Rückmeldungen, um die Auswirkungen von Leitungsentscheidungen zu verfolgen und für künftige Entscheidungszyklen auszuwerten.

- Verwendung einer einheitlichen Informationsbibliothek, der Datenbank, in der als Knotenpunkt der vorhandenen Informationsströme - vornehmlich in Form von Urdaten - die erforderlichen Informationen unabhängig von ihrer Verwendung usw. gespeichert sind. Aus den Urdaten werden gegebenenfalls kombinierte Kennziffern mit Hilfe des Rechners gebildet.

Es gibt in der DDR zahlreiche Varianten und Kombinationen der automatisierten Informationsverarbeitung. Datenverarbeitungskomplexe, die die Konstruktion und Technologie mit einschließen, bringen jedoch einen relativ großen Aufwand mit sich.

Prof. V. M. Gluschkow, Mitglied der Akademie der Wissenschaften der UdSSR und Direktor des Instituts für Kybernetik an der Akademie der Wissenschaften der Ukrainischen SSR, wies - bezogen auf die Sowjetunion - nach, dass zur Entwicklung eines der in der Sowjetunion schon seit längerer Zeit zur Rationalisierung der Leitung und Planung, insbesondere auch der Produktionsvorbereitung und -lenkung, bekannten automatisierten Leitungssysteme etwa Drei- bis Viertausend Mannjahre erforderlich sind.

Das bedeutet, dass etwa 750 bis 1000 wissenschaftliche Mitarbeiter vier Jahre ausschließlich für diesen Entwicklungsauftrag arbeiten müssen.

Auch das größte und reichste Land kann es sich nicht leisten, solche Projekte immer wieder neu zu entwickeln. Der volkswirtschaftliche Nutzen solcher Rationalisierungsobjekte tritt doch gerade erst durch die Verwendung von Typenprojekten ein. Die Anpassung eines Typenprojektes an die im jeweiligen Kombinat oder Betrieb vorliegenden konkreten betrieblichen Verhältnisse verursacht nur 10 bis 15 Prozent jener Kosten, die für die Erarbeitung eines völlig neuen Projekts erforderlich wären.

Im Prinzip gilt das auch für die Nachnutzung solcher Projekte innerhalb des sozialistischen Lagers. In der DDR wurden solche Beispiele aus der Sowjetunion ausgewertet und im Rahmen der sozialistischen ökonomischen Integration auch geschlossene, komplexe Projekte für die Rationalisierung der Leitung und Planung nach Möglichkeit übernommen und abgewandelt bzw. angepasst.
Diese Zusammenarbeit im Rahmen des RGW wird sich künftig noch verstärken.

Die hier skizzierte Entwicklung der Datenverarbeitung zielt darauf ab, die Entscheidungsfindung und -vorbereitung für die Leiter zu erleichtern. Ein solcher Prozess ist ohne Ausnutzung der Möglichkeiten, die die Operationsforschung bietet, undenkbar. Die Beiträge der Operationsforschung verlaufen in diesem Zusammenhang in zwei Richtungen, und zwar im Hinblick auf

- die unmittelbare Entscheidungsfindung durch Anwendung mathematischer Modelle und Algorithmen der Operationsforschung mit dem Ziel, diejenigen Entscheidungen zu ermitteln, die unter den gegebenen Bedingungen und dem gewählten Kriterium optimal sind sowie deren direkte Verwirklichung und

- die Mitwirkung bei der Vorbereitung künftiger Entscheidungen durch den Einsatz von Methoden der Operationsforschung - z. B. der mathematischen Statistik - zur exakten Aufbereitung von Daten oder durch die Ausnutzung von Resultaten der Operationsforschung, z. B. von Simulationsergebnissen, als Grundlagen für die von den Leitern zu treffenden späteren Entscheidungen.

Ein komplexes System der automatisierten Informationsverarbeitung zur Unterstützung der Entscheidungsfindung und damit der Leitung und Planung beruht mit auf einem auf der Grundlage der Operationsforschung erarbeiteten Modellsystem der betreffenden wirtschaftlichen Einheit (vgl. Abschn. 7). Insbesondere kommt es hierbei darauf an, die hierarchischen Beziehungen der Entscheidungsprozesse, die erforderlichen Teilmodelle und die zu ihrer Bearbeitung notwendigen Algorithmen herauszuarbeiten.

Im Rahmen des Einsatzes der automatisierten Informationsverarbeitung muss u. a. mit Hilfe der durch die Operationsforschung gebotenen Möglichkeiten versucht werden, die Planung und ihre Methodik in noch stärkerem Maße als bisher mathematisch zu durchdringen. Dazu gehört auch die Modellierung langfristiger Planungsprozesse.

Die gesamte Entwicklung auf dem Gebiet der Planung ist unmittelbar mit der Rationalisierung der Produktionsprozesse, der Verwaltungsarbeit sowie der Entscheidungsvorbereitung verknüpft. Es ist schon darauf hingewiesen werden, dass die Operationsforschung es teilweise ermöglicht, ohne den Einsatz von Investitionsmitteln, Einsparungen u. ä. Vorteile zu erzielen.
Sie hat demzufolge auch als Rationalisierungsmittel für die Erhöhung der Effektivität der betreffenden betriebswirtschaftlichen Einheit Bedeutung.

Wie notwendig solche Rationalisierungsmaßnahmen auf dem Gebiet der Leitung, Planung und Verwaltung sind, zeigte V. M. Gluschkow, indem er für die Sowjetunion folgendes berechnete:
Unter der Voraussetzung, dass der Aufwand für die Leitung, Planung und Verwaltung im Quadrat zur Erhöhung der Industrieproduktion zunimmt, würde das bei einer Steigerung der Industrieproduktion auf das Sechsfache dazu führen, dass sich der Verwaltungsaufwand auf das 36fache vergrößert.

Diesen Aufwand mit herkömmlichen Methoden bewältigen zu wollen, würde bedeuten, dass noch im Zeitabschnitt bis zur Jahrtausendwende die gesamte erwachsene Bevölkerung der Sowjetunion "genötigt" wäre, am Schreibtisch zu sitzen. Schon dieses Beispiel zeigt, dass der zweifellos vorhandenen Tendenz zur Aufblähung des Verwaltungsapparates mit den verschiedensten Mitteln entgegengewirkt werden muss.
Neben anderen gehören hierzu auch die Operationsforschung und die elektronische Datenverarbeitung.

Um den Überblick über die Beziehungen zwischen der Operationsforschung und der elektronischen Datenverarbeitung etwas zu vertiefen, soll noch ein Beispiel betrachtet werden. Wir knüpfen dabei an das im Abschnitt 4. 5. zum automatisierten Leitungssystem im sowjetischen Werk "Freser" Gesagte an.
Es wurde schon mehrfach darauf hingewiesen, die umfangreichen Erfahrungen, die auf diesem Gebiet in der Sowjetunion vorliegen, entsprechend auszunutzen. Das gilt für dieses Beispiel um so mehr, als es beweist: Die Leitung und Rationalisierung der Produktion und damit eine schnelle und hocheffektive Entwicklung der Volkswirtschaft sind nicht möglich ohne komplexe Anwendung von Erkenntnissen der Operationsforschung und den Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung.

Das Werk "Freser" stellt Schneidwerkzeuge her. Es ist der größte Betrieb dieser Art in der Sowjetunion. Er produziert über 5000 Typen bzw. Größen von Bohrern, Gewindeschneidern, Fräsern usw.

Der jährliche Ausstoß beträgt ca. 150 Millionen Stück. In den nächsten Jahren soll eine weitere Erhöhung der Produktion sowie der Qualität der Produkte erreicht werden.

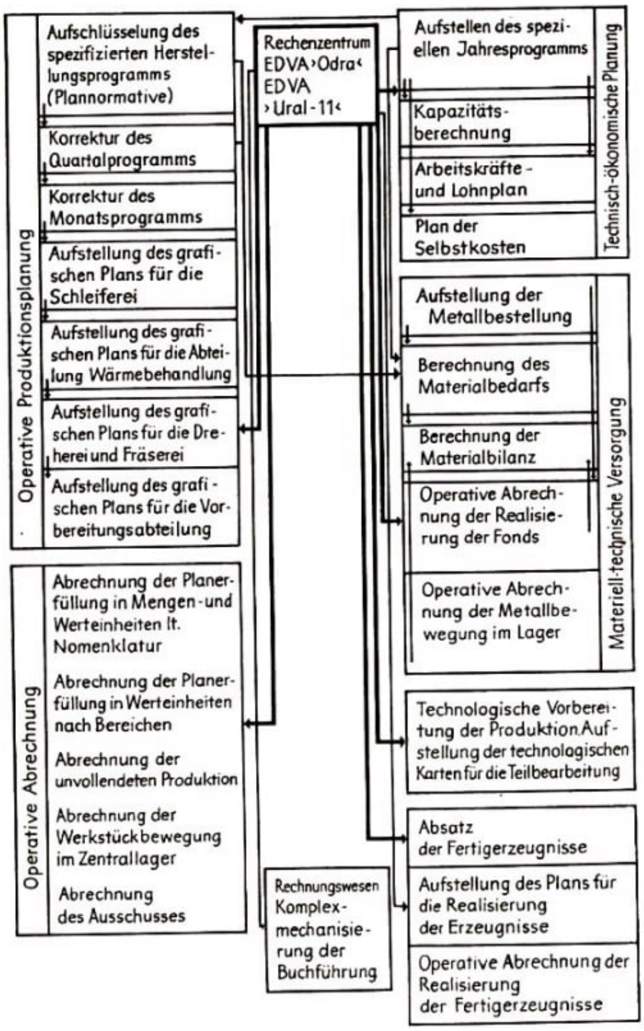


Abb. 16: System "Freser"

Im Werk wurden bedeutende Automatisierungsmaßnahmen durchgeführt, wobei überhaupt erstmalig in der Welt für die Herstellung von Schneidwerkzeugen automatische Fertigungsstraßen geschaffen worden sind. Für die nächsten Jahre ist vorgesehen, weitere 28 automatische und 70 komplexmechanisierte Fertigungsstraßen zu errichten und über 700 automatische sowie halbautomatische Werkzeugmaschinen in Betrieb zu nehmen. Damit wird zugleich der riesige Umfang dieses Werkes gekennzeichnet.

Um es rationell leiten zu können, wurden elektronische Datenverarbeitungsanlagen sowie Modelle und Methoden der Operationsforschung eingesetzt. Das teilweise mechanisierte bzw. automatisierte System zur Leitung der Produktion, des Absatzes und der Abrechnung ist dazu in mehrere Teilgebiete untergliedert werden, die aus Abbildung 16 zu ersehen sind.

Das Hauptkettenglied dieses Systems ist das mit zwei elektronischen Datenverarbeitungsanlagen ausgestattete Rechenzentrum. Der Schwerpunkt liegt auf der Verbesserung der technisch-ökonomischen und der operativen Planung.
Insbesondere werden in diesem automatisierten Leitungssystem eine Reihe von Teilmaßnahmen der Produktionsvorbereitung und Leitung zusammengefasst. Dazu gehören solche für die technische und technologische Vorbereitung der Produktion, die

technisch-ökonomische Planung, die operative Produktionsplanung, die Registrierung und Regelung des Produktionsablaufs, die Lenkung der materiell-technischen Versorgung, die Leitung des Absatzes, die Rationalisierung von Abrechnungsarbeiten u.a.

Der Einführung dieser Teile und ihrer Zusammenfügung zum automatisierten Leitungssystem gingen umfangreiche Vorarbeiten voraus, und zwar von der Ausarbeitung von Normativen und deren Speicherung, über die Neuorganisation der Primärdatenerfassung, die Klassifizierung und Kodierung von Zeichnungen, Erzeugnissen, Baugruppen, Einzelteilen, Materialien, Werkzeugen, Kadern, die Programmierung bestimmter Abläufe für die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen bis hin zur Ermittlung des ökonomischen Nutzens.

Durch die Präzisierung vorhandener sowie die Ausarbeitung neuer Normen und Normative wurden wesentliche Grundlagen für die rechnerische Fundierung der Produktionsplanung gelegt. Die erforderlichen Methoden, Algorithmen und Maschinenprogramme hat man für folgende Hauptteile des Betriebsplanes ausgearbeitet und eingeführt:
Für den Produktionsplan, den Absatzplan, die Arbeitskräfte- und Lohnplanung sowie die Planung und Kalkulation der Selbstkosten.

Der gesamte Produktionsplan wird unter dem Optimalitätskriterium "maximale Kapazitätsauslastung" berechnet. Es wäre jedoch auch möglich, andere Kriterien zu verwenden.
Dabei werden mit Hilfe der elektronischen Datenverarbeitungsanlagen Engpässe ausgewiesen und danach innerhalb der gegebenen Möglichkeiten beseitigt. Im Rahmen der weiteren Berechnungen kommt es darauf an, die optimale Aufteilung des Jahresproduktionsprogrammes zu ermitteln. Es wird zu diesem Zweck in Standardgruppen zerlegt, die eine unterschiedliche, sich jedoch periodisch im Verlaufe des Jahres wiederholende Nomenklatur von Erzeugnissen umfassen.
Durch die entsprechende Zusammensetzung der Programme der Abteilungen usw. aus solchen Standardgruppen wird eine weitgehende Auslastung der Ausrüstungen erreicht.

Die operative Korrektur der Produktionsprogramme geht immer von den geschaffenen bzw. entstandenen konkreten Produktionsbedingungen aus. Den Optimierungsrechnungen werden jeweils die Bedingungen mit dem Stand vom 1. des Monats zugrunde gelegt. Auf dieser Basis berechnet man die Produktionsauflagen nach Produktionsbereichen für einen Monat.

Darauf aufbauend werden wiederum die graphischen Arbeitspläne gemäß den Hauptstadien des technologischen Prozesses - untergliedert nach Tagen - angefertigt. Daran schließen sich die Schicht- und Tagesplanung an.
Die Planerfüllung wird operativ nach Hauptetappen und -stadien entsprechend den Gruppen abgerechnet. Dazu wird eine detaillierte Nomenklatur verwendet. Ebenso wird bei der Abrechnung des verbrauchten Rohmaterials, des Ausschusses usw. verfahren. Die Informationen über die laufenden Veränderungen werden maschinell verarbeitet.

Gerade die Einführung solcher automatisierter Leitungssysteme trägt in beträchtlichem Maße auch dazu bei, eine weitere stärkere Zunahme der Anzahl der im Verwaltungsap-

parat Tätigen zu verhindern. Um ein markantes Beispiel dafür zu nennen:
Die Produktion im Werk "Freser" stieg von 1965 bis 1970 auf 131,8 Prozent. Die Zahl des Leitungs- und Verwaltungspersonals - vom Werkleiter bis zum Meister - von 544 auf 574. Ohne Anwendung der elektronischen Rechentechnik aber wären wesentlich mehr Leitungs- und Verwaltungskräfte in diesem Betrieb nötig gewesen.

Der Nutzen des für Maschinenbaubetriebe mit großen Sortimenten und großen Serien bzw. Massenfertigung typischen Systems "Freser" kann nicht allein in den vom Werk selbst erzielten Vorteilen gesehen werden. Er wirkt sich darüber hinaus in anderen Betrieben und damit volkswirtschaftlich aus. Im wesentlichen kann er wie folgt zusammengefasst werden:

- Erreichung einer qualitativ höheren, im wahrsten Sinne des Wortes wissenschaftlichen Leitung der Produktion

- jährlicher Nutzen von etwa 2,3 Millionen Mark, wobei die Rückflussdauer für die aufgewendeten Investionsmittel 1,5 Jahre betrug, was wiederum bedeutet, dass bereits im zweiten Jahre der Anwendung eine Gewinnerhöhung des Betriebes um etwa 1,1 Millionen Mark eintrat und diese vom dritten Jahre ab 2,3 Millionen Mark betrug

- Einsparung an Arbeitskräften, Steigerung der Arbeitsproduktivität, Senkung der Selbstkosten, Steigerung der Rentabilität des Betriebes, Verminderung des Ausschusses u. a.

- Ausnutzung der mit dem System "Freser" gesammelten Erfahrungen in allen dafür geeigneten Betrieben

- Erhöhung der Qualität der Produkte, was gleichbedeutend ist mit einer Erhöhung der Lebensdauer der hergestellten Werkzeuge in den Anwenderbetrieben und einem Nutzen von etwa 100 Millionen Rubel ($\hat{=}$ 320 Millionen Mark).

- Gleichzeitig kann durch die längere Lebensdauer der Schneidwerkzeuge in den Anwenderbetrieben eine Produktivitätssteigerung der Werkzeugmaschinen von 5 bis 6% erreicht werden. Das entspricht der Einsparung von jährlich weiteren 200 Millionen Rubel ($\hat{=}$ 640 Millionen Mark).

Dieses Beispiel der komplexen Anwendung der elektronischen Datenverarbeitung und der Operationsforschung zeigt, welche bedeutenden Vorteile der verschiedensten Art damit erreichbar sind. Es kommt allerdings darauf an, von einer umfassenden Umgestaltung der gesamten Arbeit im Betrieb oder Kombinat auszugehen. Jeder Versuch, die Operationsforschung sowie die elektronische Datenverarbeitung auf vorhandene Organisationsformen und Verhältnisse einfach aufpfropfen zu wollen, muss zwangsläufig scheitern.

Die Tab. 9 zeigt die durch ein automatisiertes Leitungssystem gegenwärtig im allgemeinen erfassten hauptsächlichen Gebiete innerhalb eines Großbetriebes oder Kombinates. In der Sowjetunion werden jedoch solche automatisierten Leitungssysteme nicht nur für Industriebetriebe, sondern auch für andere Bereiche konzipiert. Das Kybernetik-Institut beim Landwirtschaftsministerium der UdSSR arbeitet z. B. an der Entwicklung eines automatisierten Zweigleitungssystems für die Landwirtschaft. Es soll der Vervollkommnung der Leitungsstruktur und -tätigkeit, der Prognose und Planung der Agrarproduktion, der maschinellen Verarbeitung von Berichts- und Analyseninformationen auf allen Ebenen dienen.

Zeitlicher Ablauf / Hauptgebiete	Fünfjahresplanung	Jahresplanung	Operative Planung	Lenkung und Kontrolle der Durchführung	Abrechnung	Statistik und Analyse
Forschung und Entwicklung					x	
Produktion		x	x	x	x	x
Materialwirtschaft		x	x	x	x	x
Arbeitskräfte und Lohn		x	x	x	x	
Grundmittel, Instandh. und Investitionen		x	x	x	x	x
Absatz und Versand			x	x	x	
Kosten und Finanzen		x	x		x	x

Tabelle 9: Die durch ein automatisiertes Leistungssystem im allgemeinen erfassten hauptsächlichen Gebiete innerhalb eines Großbetriebes oder Kombinats

Die gefundenen Lösungen will man durch regionale informationsverarbeitende Systeme in sieben Klima- und Bodenzonen experimentell überprüfen. In der Estnischen SSR wird ein solches System bereits in der Praxis angewendet.

Im Experiment wurden die automatisierten Leitungssysteme in zahlreichen Industriebetrieben und in Ministerien bzw. ähnlichen Verwaltungen der Sowjetunion erprobt. Die Frage, ob in einem Betrieb oder einer Verwaltung ökonomisch-mathematische Modelle und Methoden sowie elektronische Datenverarbeitungsanlagen im Sinne eines automatischen Leitungssystems eingeführt werden oder nicht, ist prinzipiell unter dem Aspekt der Effektivitätserhöhung beurteilt und entschieden werden. Im Rahmen der Erprobung in Industriebetrieben wurde u. a. folgendes bewiesen:

- Erhöhung des Auslastungskoeffizienten der Produktionskapazität um 7 bis 8 Prozent

- Verminderung der Materialvorräte um 20 bis 30 Prozent und damit Bindung geringerer Umlaufmittel

- Verkürzung der Zeitdauer vom Eingang der Aufträge bis zu ihrer Ausführung um 30 bis 35 Prozent

- Entlastung qualifizierter Fachkräfte von aufwendigen Arbeiten bei der Primärbearbeitung von Daten usw.

Im Planjahrfünft bis 1970 entstanden in der Sowjetunion 412 automatisierte Leitungssysteme. Im Zeitabschnitt bis 1975 sollen viermal so viel automatisierte Leitungssysteme geschaffen werden wie im vorangegangenen Fünfjahrplan. Der Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung in den Jahren 1971 bis 1975 wird in der Sowjetunion insbesondere konzentriert auf die

- Schaffung von automatisierten Leitungssystemen für Wirtschafts- bzw. Industriezweige in fast allen Unionsministerien sowie die Einführung von rund 1600 automatisierten Leitungssystemen in den größten Betrieben und Vereinigungen

- Entwicklung und Einsatz eines Einheitssystems elektronischer Rechenmaschinen mit integrierten Schaltungen, die eine weitgehende Kompatibilität bei der Anwendung in Leitungssystemen gewährleisten

- Schaffung und Erweiterung von Forschungs-, Projektierungs- und Konstruktionsorganisationen in Ministerien und Verwaltungen zur Entwicklung und Einführung automatisierter Leitungssysteme sowie zur effektiven Ausnutzung der elektronischen Datenverarbeitung

- Ausstattung der entwickelten und eingesetzten Leitungssysteme mit den notwendigen peripheren und Datenübertragungs- sowie Datenendgeräten

- weitere Ausarbeitung von Systemunterlagen für die eingesetzten elektronischen Datenverarbeitungsanlagen

- Erweiterung der Ausbildung von Spezialisten, in speziellen Fakultäten der Hoch- und Fachschulen.

Die umfassende Einführung automatisierter Leitungssysteme in alle Zweige der Volkswirtschaft ist eine neue wichtige Etappe zur weiteren Vervollkommnung der Leitungsformen. Um diese Aufgabe zu lösen, müssen alle Betriebe, Ministerien und Verwaltungen, alle Planungsorgane, Forschungs- und Konstruktionsorganisationen einen großen Komplex von Aufgaben zur Vervollkommnung der Struktur der Leitungsorgane, zur Verbesserung und Präzisierung der Normativwirtschaft, zur Reduzierung der Dokumentenformen, zur Vereinfachung des Dokumentenumlaufs, zur Regelung des Informationsumfanges und des Informationsflusses sowie zur Vervollkommnung der Produktionsorganisation und deren technische Vorbereitung bewältigen.

Das bedeutet, die Methoden und Formen der Leitung auf verschiedenen Gebieten der Volkswirtschaft weiter zu vervollkommnen und eine große Arbeit zur Typisierung und Vereinheitlichung der automatisierten Leitungssysteme zu bewältigen.

7 Modelle und Probleme ihrer Zusammenfügung

7.1 Überblick und einige Probleme

Einem automatisierten Leitungssystem - wie eben geschildert - liegen u. a. auch Modelle der Operationsforschung zugrunde. Damit werden vielfältige Beziehungen, die sich aus der Produktion und Reproduktion ergeben (z. B. in einem Kombinat), erfasst. Theoretisch könnte man zunächst von dem Gedanken ausgehen, diese Beziehungen in ein großes Modell einzubeziehen und nach einem vorher festgelegten Kriterium zu optimieren.
Praktisch ist das aber als nicht realisierbar anzusehen. Es kann für die Belange der Praxis weder ein einzelnes derartig kompliziertes Modell geschaffen noch dessen rechnerische Lösung mit Hilfe von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen ermöglicht werden.

Demzufolge besteht das Ziel darin, die zahlreichen einzelnen Modelle so miteinander zu koordinieren, dass ein Modellsystem oder mehrere unter einer zentralen Zielstellung miteinander verflochtene Modellsysteme für das Kombinat entstehen.
Dieses Zusammenfügen der einzelnen Modelle muss entsprechend den praktischen Gegebenheiten vorgenommen werden, wobei je nach den vorliegenden Bedingungen und Erfordernissen folgende grundsätzliche Möglichkeiten genutzt werden:

- Zwei Modelle werden mathematisch so miteinander gekoppelt, dass die Ausgangsdaten des einen Modells die Eingangsdaten des anderen sind. Es ist also keine Umformung der Daten notwendig.

- Zwei Modelle werden mit Hilfe eines speziellen mathematischen Transformationsmodells miteinander gekoppelt. In diesem Falle können die Ausgangsdaten des einen Modells in der Form, in der sie vorliegen, nicht sofort als Eingangsdaten für das andere Modell verwendet werden. Sie müssen vielmehr erst in die richtige Form umgewandelt, d. h. transformiert werden.

- Zwei Modelle werden mit Hilfe eines sogenannten Analysators gekoppelt. Das ist z. B. der Fall, wenn Ergebnisse eines Modells erst vom Menschen eingeschätzt bzw. bewertet und u. U. durch ihn Entscheidungen getroffen werden müssen, bevor die hierauf beruhenden Werte einem anderen Modell als Eingangsgrößen wieder zugeführt werden können. In diesem Falle ist der Mensch der Analysator, der sich zwischen zwei Modelle einschaltet.

Ein Modellsystem der Operationsforschung soll von vornherein bestimmten Anforderungen gerecht werden und ist durch wesentliche Merkmale charakterisiert. Es hat vor allem zu orientieren auf bzw. ist gekennzeichnet durch

- die weitere Entwicklung der sozialistischen Demokratie, vor allem die ausgeprägte Mitarbeit der Werktätigen an der Leitung und Planung

- die Fixierung von Prioritäten, insbesondere für das gesamte Kombinat, wobei von zwei Schwerpunktaufgaben auszugehen ist, und zwar der Herstellung von Produkten in der volkswirtschaftlich notwendigen quantitativen und qualitativen Relation zum Bedarf (staatliche Planauflage) sowie der Erzielung eines maximalen Beitrags zur Erhöhung des verfügbaren Nationaleinkommens

- die Vorgabe von exakten Kriterien und Bedingungen auf der Grundlage des langfristigen bzw. des Fünfjahrplanes bei Anwendung strenger ökonomischer Maßstäbe und Zielvorgaben auf der Basis der technischen Entwicklung und der sich daraus ergebenden Ökonomischen Konsequenzen

- die Widerspiegelung des zeitlichen Ablaufs des Produktions- und Reproduktionsprozesses und einen stetigen Zwang zum doppelten Soll-Ist-Vergleich

- die zweckmäßige inhaltliche und mathematische Verknüpfung der einzelnen Modelle unter weitgehender Ausnutzung von mathematisch gefassten Modellen und der ihnen adäquaten Lösungsmethoden, insbesondere von Optimierungsrechnungen sowie der elektronischen Datenverarbeitung

- die Berücksichtigung von gegenläufigen Tendenzen mit dem Ziel, Widersprüche im Modellsystem zu vermeiden

- die Bereitstellung von Ausgangsdaten in der notwendigen Qualität

- die ständige Minimierung der Kosten sowie die Unterstützung der exakten Bilanz- und Ergebnisrechnung, aber auch der Eigenerwirtschaftung der erforderlichen finanziellen Mittel

- eine hohe Beweglichkeit und Reaktionsfähigkeit der Leitung des Kombinats

- die Schaffung und Förderung stabiler Ökonomischer und vertraglich gesicherter Kooperationsbeziehungen.

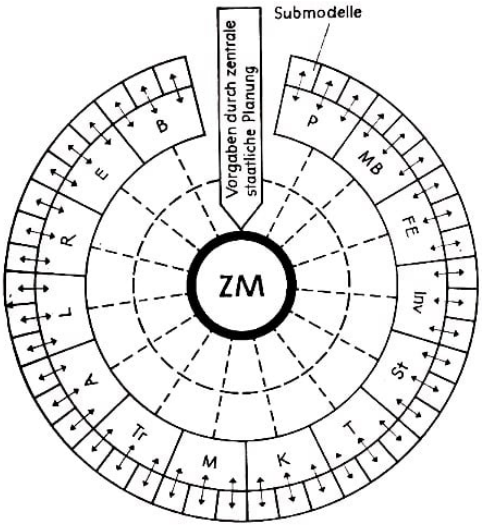


Abb. 17 Gliederung eines Modellsystems mit dem Zentralmodell als Mittelpunkt

ZM: Zentralmodell
P: Prognosemodelle, Prämissen für Forschung und Entwicklung
MB: Modelle der Markt- und Bedarfsforschung
FE: Modelle für Forschung und Entwicklung
Inv : Investitionsmodelle
St: Standortoptimierungsmodelle
T: Modelle für die Technologie
K: Kapazitätsmodelle
M: Materialmodelle
Tr: Transportmodelle
A: Modelle des Arbeitskräfteeinsatzes
L: Lagerhaltungsmodelle
H: Reparaturmodelle
E: Ersatzmodelle
B: weitere betriebswirtschaftliche Modelle

Es dürfte kaum möglich sein, bei den ersten Versuchen zur Gestaltung und Einführung eines auf ökonomisch-mathematischen Modellen aufgebauten Modellsystems für ein Kombinat alle diese Anforderungen und Merkmale von vornherein zu erreichen. Es wird in jedem Falle mit einigen wenigen Modellen, die miteinander verbunden werden, zu beginnen sein. Im Laufe der Entwicklung wird dieses zunächst kleine Modellsystem planmäßig erweitert.

Für ein Modellsystem eines Kombinats ist nicht ausschlaggebend, welche Gruppen mathematischer Modelle und Methoden vorhanden sind, sondern wozu sie angewendet werden. Das Modellsystem muss die Produktion und Reproduktion widerspiegeln und im Sinne der zentralen Zielfunktion des Kombinats beeinflussen helfen.
Über den Erfolg wird vor allem in der Produktion durch eine zweckmäßige und vorteilhafte Technologie und durch das ausgezeichnete Zusammenwirken der Produktionsabteilungen mit den ihnen vorgelagerten und nachfolgenden Prozessen entschieden. Die Folge hiervon sind positive oder negative ökonomische Ergebnisse.

Deshalb kommt die Priorität ganz allgemein der Ökonomie, dem ökonomischen Inhalt der Modelle und des gesamten Modellsystems zu. Die Mathematik wird diesem Zweck untergeordnet.

Ein betriebswirtschaftliches Modellsystem kann z. B. nach den Produktions- und Reproduktionsprozessen und deren zeitlichem Ablauf gegliedert werden. Es muss die aus dem Produktionsprozess sich ergebende Struktur berücksichtigen.
Die Darstellung erfolgt so, dass ein Zentralmodell, das die Priorität einer Zielfunktion für das gesamte Kombinat zum Ausdruck bringt, in den Mittelpunkt gestellt wird. Um dieses werden die einzelnen Modelle gruppiert (vgl. Abb. 17).

Die Möglichkeit, von einem Zentralmodell auszugehen und einzelne Modelle, die im Modellsystem auch als Teilmodelle bezeichnet werden, sowohl als Vor-, aber ebenso als Nachmodelle (je nach ihrer Stellung im Produktions- oder Reproduktionsprozess) in Relation zum Zentralmodell anzuordnen, geht im Prinzip aus Abbildung 18 hervor.

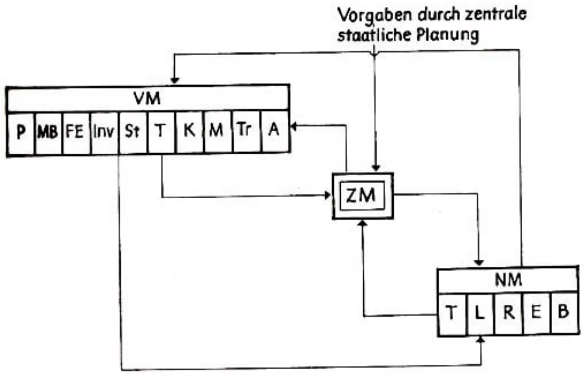


Abb. 18 Gliederung eines Modellsystems mit Zentralmodell sowie Vor- und Nachmodellen (Symbole wie Abb. 17)

Viele Typen mathematischer Modelle können entsprechend den jeweiligen Gegebenheiten, vornehmlich ausgehend von den differenzierten Zielsetzungen und Bedingungen, als Vor- oder Nachmodelle in Erscheinung treten. Die Modelle der Standortoptimierung sind hier z. B. als Vormodelle gekennzeichnet.
Es ist aber ebenso möglich, dass z. B. im Handel die Einrichtung von Verkaufsstellen mit Selbstbedienung und die dabei gegebenenfalls vorzunehmende Standortoptimierung als eine aus der Planauflage und dem Zentralmodell abzuleitende Aufgabe in die Nachmodelle eingereiht werden kann.

Noch offensichtlicher ist es bei den technologischen Modellen. Sie können von vornherein sowohl Vor- als auch Nachmodelle sein.
Das Modellsystem muss unter dem Aspekt der Leitung des Kombinats oder Betriebes mit der elektronischen Datenverarbeitung zu einer komplexen Einheit verschmelzen. Deshalb ist entsprechend den für das Kombinat festgelegten Zielstellungen auch die Problematik der Priorität in die Leitungs- und Informationssysteme mit einzubeziehen. Diese Priorität wäre eventuell auch in den einzelnen Phasen unterschiedlich zu fixieren.

Bei der langfristigen Planung würde sie allgemein von den grundsätzlichen Entwicklungsrichtungen der Wissenschaft und Technik bestimmt, im Fünfjahrplan von den in der entsprechenden Direktive enthaltenen Zielstellungen usf. Gegen dieses Gliederungs-

vorhaben spricht u. a., dass sich Überschneidungen zwischen den vorbereitenden Phasen und der Analysen- sowie Abrechnungsperiode nicht völlig vermeiden lassen werden.
Auf jeden Fall muss bei der Konzipierung solcher ökonomischer Modellsysteme davon ausgegangen werden, dass

- es sich um Modellsysteme der Produktion und Reproduktion handelt und

- eine Fusionierung mit der Datenverarbeitung unbedingt notwendig ist.

Für welche mögliche Gliederung sich die zuständige Leitung auch entscheiden mag, die Produktions- und Reproduktionsprozesse sind das Primäre. Demzufolge müssen sie in erster Linie die Grundlage für den Aufbau eines betriebswirtschaftlichen Modellsystems darstellen.
Das Modellsystem eines Kombinats basiert auf der Ausnutzung der ökonomischen Gesetze durch das gesamte Kollektiv der Werktätigen. Es muss die Produktions- und Reproduktionsprozesse vereinfacht, aber mit ihren wesentlichen Beziehungen wirklichkeitsgetreu widerspiegeln.

Das Modellsystem gehört - ebenso wie die Methoden der Operationsforschung und die Datenverarbeitung - zu den Instrumenten der Führungstätigkeit. Allerdings ist innerhalb dieser Instrumente das Modellsystem das Hauptkettenglied, denn es reflektiert die objektive Realität, die Produktion und Reproduktion. Im Modellsystem soll die Stabilität und die optimale Verhaltensweise des Kombinats zum Ausdruck kommen.

Unter optimaler Verhaltensweise wird vornehmlich eine solche Wirtschaftspolitik verstanden, die dem Kombinat insgesamt eine langfristige Optimalität und stabile Entwicklung sichert.
Das ist nur bei komplexer, das gesamte Modellsystem erfassender Betrachtung und Beurteilung erreichbar. Sie schließt ebenfalls nicht berechenbare Faktoren sowie gesonderte Einschätzungen der Fondsrentabilität, Fondsintensität, der Nettogewinnabführung, der Selbstkostensenkung u. a. in sich ein. Dadurch werden noch vorhandene Möglichkeiten zur Erhöhung der ökonomischen Effektivität des Kombinats aufgedeckt.

Nur ein kontinuierlich auf die komplexe Zielstellung hin ausgerichteter und sich der modernsten Mittel zur Führung großer Wirtschaftseinheiten bedienender Leitungsprozess kann diese optimale Verhaltensweise in Permanenz gewährleisten.

Die Problem- bzw. die Systemanalyse ist nicht nur eine Grundlage für die Modellierung, d. h. für das gesamte Modellsystem, sondern sie beeinflusst sowohl durch die Art und Weise, in der sie ausgeführt wird, als auch durch ihr Ergebnis wesentlich das Zentralmodell sowie die Teilmodelle und dient mit als Voraussetzung für die Verknüpfung dieser Modelle.

Einerseits geht es beim Modellsystem betriebswirtschaftlicher Einheiten darum, die wesentlichen Zusammenhänge verschiedenartiger Teilprozesse aufzudecken und zu beschreiben, und zwar unter den Aspekten

- der Stabilität und Störungsresistenz sowie

- der tatsächlichen Erreichung einer gezielten optimalen Verhaltensweise.

Andererseits sind auf dieser Grundlage diejenigen mathematischen Modelle zu erarbeiten, die das volle Beherrschen der ihnen zugrunde liegenden Prozesse ermöglichen und damit die dynamische Regelung im Sinne der Kybernetik gewährleisten.

In den Abbildungen 17 und 18 wurden nach dem gegenwärtigen Erkenntnisstand einige der mathematisch fassbaren Modelle aufgenommen, die ggf. in das Modellsystem - z. B. eines Kombinats - einbezogen werden könnten. Es sei jedoch gleichzeitig darauf hingewiesen, dass neben mathematischen Modellen auch Informationsflussmodelle unentbehrliche Hilfsmittel der Leitungstätigkeit sind (vgl. Abb. 19).

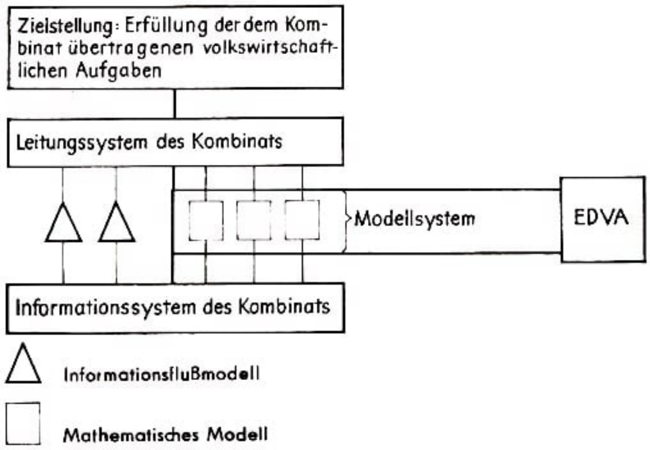


Abb. 19 Stellung eines Modellsystems zum Leitungs- und Informationssystem eines Kombinats

Da wir uns mit der Operationsforschung belassen, stehen hier selbstverständlich die mathematischen Modelle im Vordergrund.

In den hier noch zu erörternden Teilmodellen wird der wesentliche Inhalt der ihnen zugrunde liegenden Prozesse sowie deren Planung so erfasst und dargestellt, dass diese Prozesse weitgehend einer Berechnung und damit einer Optimierung zugänglich gemacht werden.

Ein sehr kompliziertes Problem besteht in der vollen Ausschöpfung der Vorteile, die ein gut organisiertes Zusammenwirken des Zentralmodells mit den Teilmodellen und umgekehrt bietet. Die Teilmodelle sind entweder über das Zentralmodell oder auch direkt miteinander verbunden. Alle Teilmodelle sind in der Regel dem Zentralmodell untergeordnet.

Zwischen dem Zentralmodell und den Teilmodellen bzw. zwischen den letzteren bestehen Kopplungen und Rückkopplungen. Im ersten Jahr der Anwendung des Modellsystems werden zunächst nur einige wenige Teilmodelle an das Zentralmodell angeschlossen. Von Jahr zu Jahr wird die Zahl der einzubeziehenden Modelle erhöht. Die Verknüpfungen zwischen ihnen werden weiter ausgebaut. Unter Verknüpfungen versteht man dabei in der Regel, dass die Outputs des einen Modells die Inputs für andere sind.

Ausgangswerte werden zu Resultaten verarbeitet, die u. U. ihrerseits wiederum als Eingangswerte für andere Modelle dienen, die eventuell korrigiert oder unter neuen Prämissen überrechnet werden müssen und danach vielleicht noch andere, bisher nicht beteiligte Modelle beeinflussen. Insgesamt spiegelt also das Modellsystem - ausgehend von der objektiven Realität - vielfältige Beziehungen, Wechselbeziehungen und Rückmeldungen wider. Das ordnungsgemäße Funktionieren des Modellsystems erfordert ein permanentes Aneinanderangleichen der verschiedenen Größen. Gerade diese Aufgabe soll mit Hilfe der Operationsforschung gelöst werden.

Innerhalb eines Modellsystems der Operationsforschung können mehrere Stufen, d. h. eine Hierarchie bestehen.
Die Abb. 20 deutet dies für einen Großbetrieb an. Innerhalb eines größeren Modellsystems können dabei wiederum kleinere Modellsysteme, die ebenfalls dem Zentralmodell des Großbetriebes oder des Kombinats untergeordnet und in irgendeiner Form angeschlossen sind, vorhanden sein. Gleichzeitig hat das Zentralmodell 1. Ordnung aber nicht nur Verbindung zu den Zentralmodellen 2. Ordnung, sondern auch zu anderen einzelnen Modellen (vgl. Abb. 20).

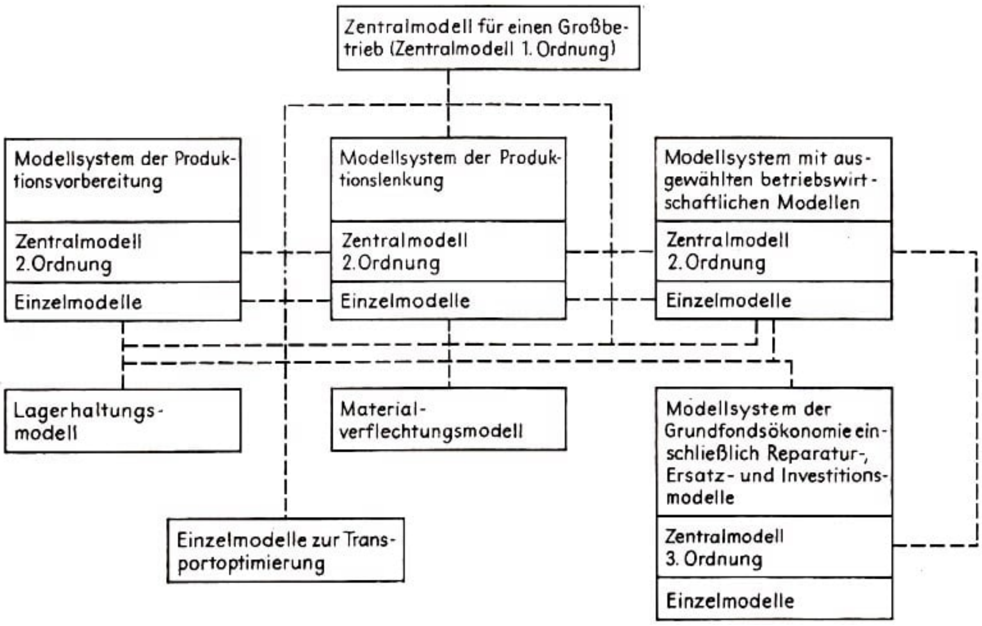


Abb. 20 Modellsystem eines Großbetriebs

In der Regel stehen die einem untergeordneten Modellsystem zugewiesenen Modelle nur untereinander und mit ihrem Zentralmodell in Verbindung. Die Kommunikation mit anderen, außerhalb dieses Subsystems stehenden Modellen und auch zum Zentralmodell 1. Ordnung erfolgt meist über das Zentralmodell des Subsystems.
Man kann im kybernetischen Sinne davon sprechen, dass es sich um Modelle bzw. Modellsysteme unterschiedlicher Rangordnung, d. h. um hierarchisch aufeinander abgestimmte Subsysteme handelt. Weitere Beispiele für Modellsysteme innerhalb eines Betriebes oder Kombinats sind solche für technologische oder Teilproduktionsprozesse; für die Entscheidung über Kapazitätserweiterungen, Investitionen und Standortprobleme; für die Materialbeschaffung, Transportprobleme sowie den Materialeinsatz u. ä.

Modellsysteme der Operationsforschung, die den automatisierten Leitungssystemen zugrunde liegen, wurden vor allem in der Sowjetunion sowie in einigen wenigen Betrieben

der DDR erprobt. Auf diesen Erprobungsergebnissen aufbauend werden im Rahmen der sozialistischen ökonomischen Integration im RGW Typenprojekte für verschiedenartige Betriebe und Kombinate eingeführt.
Bei diesen Typenprojekten handelt es sich um Standardprojekte, die jeweils entsprechend anzupassen bzw. zu modifizieren sind.

Die verstärkte Anwendung von Modellsystemen in betriebswirtschaftlichen Einheiten wird dazu führen, dass die gesamte Betriebsplanung auf eine neue, qualitativ höhere Stufe gehoben werden kann. Ökonomisch-mathematische Modelle werden in die Pläne integriert und eine ihrer wichtigsten methodischen Grundlagen.

7.2 Zentralmodell

7.2.1 Priorität

Für das Zentralmodell 1. Ordnung sind in erster Linie diejenigen Vorgaben wichtig, die sich aus zentralen staatlichen Planungsmaßnahmen ergeben. Vor allem handelt es sich hierbei um die Planziele und Führungsgrößen.
Die Prioritäten eines Modellsystems der Produktion und Reproduktion für ein Kombinat finden ihren Niederschlag in möglichen Optimalitätskriterien für das Zentralmodell. Handelt es sich um mehrere vorrangige Zielstellungen, wie es in der Praxis meist der Fall ist, so kann z. B. wie folgt verfahren werden:

- Es wird versucht, mehrere wirtschaftspolitische Zielsetzungen zu einer Zielfunktion bzw. deren Kriterium zu aggregieren.

- Eines der möglichen Kriterien wird zum führenden Kriterium erklärt und die Zielfunktion darauf aufgebaut.

In Fortführung der Überlegungen aus dem Abschnitt 4.3. sollen diese beiden Varianten erörtert werden.
Das Vorgehen nach der ersten Variante ist problematisch. Die Effektivität eines Betriebes kommt tatsächlich nicht nur in einer Kennziffer, z. B. in der Höhe des erzielten Gewinns, zum Ausdruck. Man muss zur umfassenden Beurteilung der Leistung der betreffenden betriebswirtschaftlichen Einheit, ausgehend vom Gewinn, auch unbedingt die Entwicklung dieser Größe sowie Verhältniszahlen berücksichtigen, die über die Fondsrentabilität u. ä. Aufschluss geben.
Diese Anforderungen können in der Praxis auch erfüllt werden, allerdings kaum in ausreichender akzeptabler Form durch die Aggregation vieler Kennziffern zu einer neuen. Das zeigen folgende Überlegungen:

Die verschiedenen Komponenten, die die gesamte Effektivität einer betriebswirtschaftlichen Einheit bestimmen, finden ihren Ausdruck in wirtschaftspolitischen Zielsetzungen. Einige für ein Kombinat wesentliche sind z. B.:

- Steigerung der Produktion, gegliedert nach bedeutenden Erzeugnissen, Erzeugnisgruppen oder technologischen Prozessen

- Erhöhung des Nutzens bei den Anwendern der hergestellten Produkte

- stärkere Ausnutzung der produktiven Fonds

- Anwachsen des Nutzens aus den außenwirtschaftlichen Beziehungen

- rationeller Einsatz des Materials

- Senkung der Gemeinkosten.

Es wird vorausgesetzt, dass sich die verschiedenen Ziele quantifizieren lassen. Für jedes Ziel wäre eine entsprechende Wichtung vorzunehmen, die ihrerseits wiederum auf objektiven Kriterien beruhen muss.
Hierzu verwendet man Bewertungsmethoden, die ebenfalls von der Operationsforschung zur Verfügung gestellt werden. Oft gelingt aber dieses "auf-einen-Nenner-bringen" nicht zufriedenstellend. Deshalb liegt darin die Problematik dieser aggregierten Zielfunktionen und ihrer Optimalitätskriterien.

Bei der zweiten Variante wird eines der Optimalitätskriterien, die vorrangigen wirtschaftspolitischen Zielstellungen entsprechen, zum führenden Kriterium für das Zentralmodell erklärt. Die anderen Zielstellungen werden - soweit möglich - als einschränkende Bedingungen des Zentralmodells, z. B. durch vorgegebene obere oder untere Grenzen, formuliert.

Die Entscheidung für das führende Kriterium wird entsprechend den Gegebenheiten des Kombinats sowie dem Stand der Ausarbeitung und der Anwendung eines Modellsystems unterschiedlich ausfallen. Es kommt hinzu, dass sich von vornherein mehrere Möglichkeiten zur Auswahl anbieten. Hier einige Beispiele dafür:

- Minimierung der Selbstkosten

- Rentabilitätsrate (auf die Kosten oder die Fonds bezogen)

- andere Verhältniskennziffern für Leistung/Aufwand

- Maximierung des Gewinns.

Jedes dieser Kriterien hat - wenn man ihm die Priorität zuordnet - Vor- und Nachteile, auf die nicht im einzelnen eingegangen werden soll. Die Leitung unseres Kombinats muss sich aber letzten Endes für ein zentrales Kriterium entscheiden, wobei das auch ein hier nicht genanntes sein kann.
Für die anderen Größen, die ebenfalls Vorrang haben und damit als Prioritäten anzusehen sind, die aber nicht als Optimalitätskriterium für das Zentralmodell gewählt wurden, ist zu prüfen, ob sie im zentralen Modell als einschränkende Bedingungen mit berücksichtigt werden können.

Die Maximierung des Gewinns ist auf jeden Fall als Kriterium für das Zentralmodell vorteilhaft, denn in dieser Kennziffer kulminieren viele, zumindest alle ökonomisch wesentlichen Maßnahmen der Kombinatsleitung.
Sie finden ihren Niederschlag, indem sie sich auf die Höhe dieser Kennziffer entweder

positiv oder negativ auswirken. Es ist aber genauso gut denkbar, einen Mindestwert oder ein Intervall vorzugeben, innerhalb dessen die tatsächlich erreichte Gewinnhöhe liegen muss.

Unter diesen Umständen könnte der Gewinn als einschränkende Bedingung im Zentralmodell fungieren. Wichtig ist hierbei, darauf hinzuweisen, dass die Einführung der Gewinn-Normative (einschließlich der sogenannten modifizierten Gewinn-Normative) relativ gute Ansätze für das Zentralmodell bietet.
Bei den Normativen handelt es sich um langfristige Plankennziffern für den Gewinn, die als Mindestgrößen gelten.

In gleicher Weise gibt es langfristige Richtwerte für die Gewinnverwendung sowie auch für die Gewinnabführung.
Der Gewinn ist in seiner Höhe vom gesunden Betriebsgeschehen abhängig. Besonders wirken sich aus: die Maßnahmen der sozialistischen Rationalisierung, die Senkung der Selbstkosten, die Steigerung der Arbeitsproduktivität, die Verbesserung der Qualität der Produkte, der reibungslose Absatz sowie vorbildlicher Kundendienst, eine rationelle Lagerwirtschaft usw.

Ein hoher Gewinn des Kombinats reflektiert die sparsame Verausgabung gesellschaftlicher Arbeit. Er spielt demzufolge als Gradmesser für den Erfolg der wirtschaftlichen Tätigkeit eines Kombinats eine hervorragende Rolle und ist insofern gut als Optimalitätskriterium für das Zentralmodell geeignet.

7.2.2 Maximierung des Gewinns

Auf Grund der umfassenden Problematik, die mit dem Zentralmodell und seiner Berechnung verbunden ist, kann leider kein "praktischer Fall" vorgeführt werden. Um jedoch nicht vollkommen auf ein Beispiel verzichten zu müssen, wird hier ein stark vereinfachter Fall einer Gewinnmaximierung (Nettogewinn) dargelegt.
Es kommt dabei darauf an, nicht nur einige Grundgedanken einer solchen Berechnung zu erläutern, sondern bei dieser Gelegenheit die Universalmethode der linearen Optimierung, die Simplexmethode, zu behandeln.

Wir nehmen an, dass in einer betriebswirtschaftlichen Einheit zwei verschiedenartige Produkte hergestellt werden. Dazu stehen drei Materialarten zur Verfügung.
Allerdings sind diese Materialien begrenzt verfügbar, und zwar vom ersten und zweiten Material je 540 Einheiten und vom dritten 600. Für die Herstellung eines Stückes der ersten Erzeugnisart benötigt man 6 Mengeneinheiten des ersten, 9 Mengeneinheiten des zweiten und 15 Mengeneinheiten des dritten Materials; für die Herstellung eines Exemplars der zweiten Erzeugnisart 12 Mengeneinheiten des ersten, 9 Mengeneinheiten des zweiten und 3 Mengeneinheiten des dritten Materials.

Für jedes Erzeugnis der ersten Art beträgt der Gewinn 30 Mark und für jedes Erzeugnis der zweiten Art 45 Mark.

Das Problem besteht darin, ein Maximum an Gewinn zu erreichen. Zunächst wollen wir allgemeine Symbole für die verschiedenen Größen aus unserem Beispiel einführen:

E_j : Erzeugnisart
M_i : Materialart
Z : Gesamtgewinn (Nettogewinn)
a_{ij} : benötigte Mengen der Materialart M_i für ein Stück der Erzeugnisart E_j in Mengeneinheiten
b_i : verfügbarer Fonds der Materialart M_i in Mengeneinheiten
c_j : Gewinnsatz (Gewinn bei der Herstellung eines Stücks) der Erzeugnisart E_j
x_j : herzustellende Stückzahl an Erzeugnissen der Art E_j

Die Angaben für die Aufgabe wurden unter Verwendung dieser Symbole in Tabelle 10 zusammengestellt.

Tabelle 10

M_i \ E_j	E_1	E_2	b_i
M_1	6	12	540
M_2	9	9	540
M_3	15	3	600
c_j	30	45	

Der Gewinn errechnet sich aus der herzustellenden Stückzahl für jede Erzeugnisart multipliziert mit dem Gewinnsatz der betreffenden Erzeugnisart. Im Beispiel soll der Ausdruck

$$Z = 30x_1 + 45x_2 \tag{9}$$

ein Maximum werden. Fügt man diese Forderung in (9) ein, so folgt

$$Z = 30x_1 + 45x_2 \to \max \tag{10}$$

Bei dieser Aufgabe resultieren einschränkende Bedingungen aus der Tatsache, dass die vorhandenen Materialfonds berücksichtigt werden müssen. Der Materialverbrauch darf somit nur geringer als der vorhandene Vorrat oder höchstens ihm gleich sein. Unter Beachtung der Mengeneinheiten, die von einer bestimmten Materialart M_i für ein Stück der Erzeugnisart E_j benötigt werden, ergibt sich:

$$6x_1 + 12x_2 \leq 540 \tag{11}$$
$$9x_1 + 9x_2 \leq 540 \tag{12}$$
$$15x_1 + 3x_2 \leq 600 \tag{13}$$

Weiterhin dürfen die Stückzahlen der herzustellenden Erzeugnisse jeder Art nicht negativ sein. Diese Nichtnegativitätsbedingung besagt

$$x_1, x_2 \geq 0 \tag{14}$$

Sowohl die Zielfunktionen als auch die einschränkenden Bedingungen sind im vorliegenden Fall linear. Die Aufgabe kann demzufolge mit einer Methode der linearen Optimierung gelöst werden.
Von den zulässigen Lösungen ist oder sind diejenigen (es können auch mehrere gleichwertige Lösungen vorliegen) auszuwählen, die der Forderung der Zielfunktion gerecht

werden. Unter zulässigen Lösungen werden jene verstanden, die alle einschränkenden Bedingungen erfüllen.

Es ist z. B. eine zulässige Lösung, wenn von der ersten Erzeugnisart 35 und von der zweiten Erzeugnisart 25 Stück hergestellt werden. Für die einschränkenden Bedingungen, die die Materialfonds charakterisieren, erhalten wir damit folgende Werte:

$$\begin{aligned} 6 \cdot 35 + 12 \cdot 25 &= 210 + 300 = 510 \\ 9 \cdot 35 + 9 \cdot 25 &= 315 + 225 = 540 \\ 15 \cdot 35 + 3 \cdot 25 &= 525 + 75 = 600 \end{aligned}$$

Die einschränkenden Bedingungen (11) bis (13) werden somit nicht verletzt. Demgegenüber handelt es sich bei einer Produktion von 40 Stück der ersten Erzeugnisart und 20 Stück der zweiten Erzeugnisart um eine unzulässige Lösung, denn in diesem Fall würde die Bedingung (13) nicht eingehalten, d. h.

$$15 \cdot 40 + 3 \cdot 20 = 660$$

Der Materialeinsatz darf für die dritte Materialart 600 Mengeneinheiten nicht überschreiten.

Mit Hilfe der Simplexmethode können kleinere Aufgaben, z. B. mehrere der in dieser Publikation erörterten, manuell gelöst werden. Da jedoch mit der Zunahme der Anzahl an Variablen und Gleichungen der Rechenaufwand ebenfalls schnell zunimmt, ist für viele praktische Aufgaben der Rechenautomat unbedingt erforderlich.

Im vorliegenden Falle handelt es sich um eine Maximumaufgabe, denn es wird das Maximum an Gewinn unter gegebenen Bedingungen gesucht. Diesem Aufgabentyp steht die Minimumaufgabe gegenüber. Ein praktisches Beispiel hierfür wurde schon im Abschnitt 5.2. behandelt.
Es ging darum, den Gesamtaufwand an Arbeitszeit zu minimieren. Unter den dort vorliegenden Bedingungen war jedoch die Lösung mit einer Spezialmethode möglich. Sie hätte aber ebenso gut mit der Simplexmethode berechnet werden können.

Jede lineare Optimierungsaufgabe kann einerseits als Maximumaufgabe und andererseits als Minimumaufgabe formuliert werden.

Maximumaufgabe in der Normalform:

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n \to \max \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ &... \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq b_m \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$x_1, ..., x_n \geq 0 \tag{17}$$

Minimumaufgabe in der Normalform:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \rightarrow \min \tag{15a}$$

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ &... \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b_m \end{aligned}\right\} \tag{16a}$$

$$x_1, ..., x_n \geq 0 \tag{17a}$$

Ein Vergleich von (15a) bis (17a) mit (15) bis (17) zeigt, dass zwei wesentliche Unterschiede bestehen:

- In der Zielfunktion wird statt des Maximums das Minimum für die optimale Lösung verlangt.

- Die einschränkenden Bedingungen geben bei der Maximumaufgabe obere Grenzen ($\leq$) und bei der Minimumaufgabe untere Grenzen ($\geq$) an.

Bei der direkten Umwandlung einer Maximumaufgabe in eine Minimumaufgabe oder umgekehrt machen sich auch Vorzeichenveränderungen notwendig. Das geht aus dem nachstehenden Beispiel[23] hervor, das jedoch nicht in der Normalform steht:

$$Z = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max \tag{15b}$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &\leq 8 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq -2 \end{aligned}\right\} \tag{16b}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \tag{17b}$$

Die Minimumaufgabe müsste lauten:

$$Z = -x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \min \tag{15c}$$

$$\left.\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 - x_3 &\geq -8 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 &\geq 2 \end{aligned}\right\} \tag{16c}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \tag{17c}$$

Jede Aufgabe der linearen Optimierung hat die ihr entsprechende duale Aufgabe. Die duale Aufgabe einer Minimumaufgabe ist die ursprüngliche Maximumaufgabe.

Die Normalform von Aufgaben der linearen Optimierung ist eine Maximumaufgabe. Sie wird durch ein normales Ungleichungssystem, wie es in (10) bis (14) oder in (15) bis (17) enthalten ist, gekennzeichnet. Das Wesentliche ist dabei:
Eine Maximumaufgabe befindet sich in der Normalform, wenn bei den Bedingungsgleichungen auf der rechten Seite ausschließlich nichtnegative Zahlen gegeben sind.

In (16) sind das die Größen $b_1, ..., b_m$. Liegen einschränkende Bedingungen in einer anderen Form vor, so ist die Aufgabe erst in die Normalform zu bringen, wobei auf die einschränkenden Bedingungen geachtet werden muss (Maximumaufgabe $b_j \geq 0$).

[23] Vgl. Kreko, B.: Lehrbuch der linearen Optimierung. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1964, S. 10/11

Für jede dieser Aufgaben, also auch für die mit dem Simplexalgorithmus zu rechnenden wird vorausgesetzt, dass die einschränkenden Bedingungen unabhängig sind, sich nicht widersprechen und die Zahl der einschränkenden Bedingungen kleiner ist als die Gesamtzahl der Variablen.

Zunächst ist eine Ausgangstabelle zu schaffen. Sie wird entsprechend den im Ablaufschema der Simplexmethode (Abb. 21) für diese Gruppe von Fällen zusammengefassten Regeln für die Umformung in eine neue Tabelle überführt. Diese sogenannte Simplextransformation von einer Tabelle in eine andere wird so lange vorgenommen, bis die optimale Lösung in der letzten Tabelle erreicht ist. Es bestehen endlich viele Lösungen des Problems.

Zur Vorbereitung der ersten Simplextabelle (Ausgangstabelle) sind zunächst für die in (16) dargestellten einschränkenden Bedingungen die Ungleichungen in Gleichungen zu verwandeln. Dazu führen wir die Schlupfvariablen u ein. Sie werden auch als Gegenstück zu den ursprünglichen, den primalen, also in der Aufgabe schon vorhandenen Variablen als duale Variable bezeichnet.
Wird davon ausgegangen, dass noch keine Materialmengen eingesetzt werden sind und demzufolge der numerische Wert der ursprünglichen Variablen gleich 0 ist, dann entspricht der Wert der dualen Variablen jeweils dem ursprünglichen Gesamtwert der zur Verfügung stehenden Materialmengen. Das bedeutet:

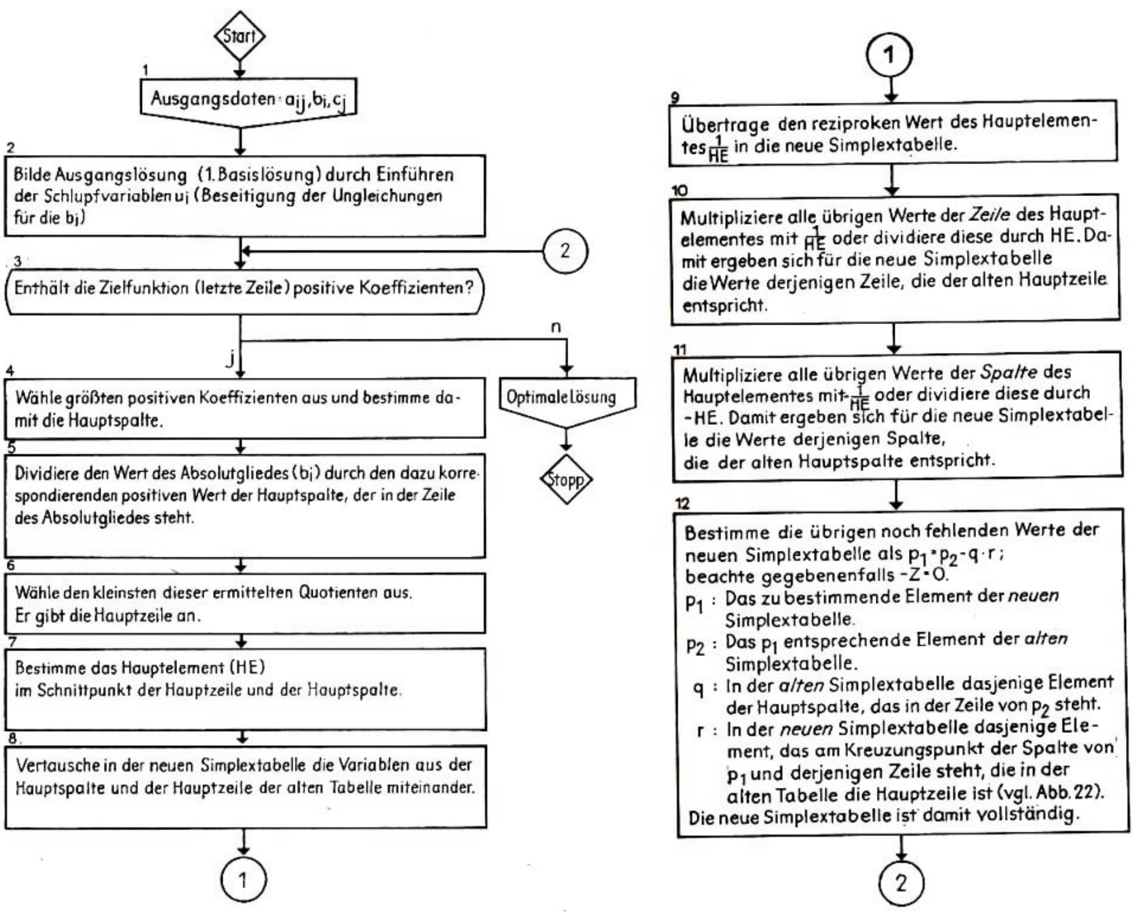


Abb. 21 Ablaufschema der Simplexmethode - Maximumaufgabe, Normalform
(Die Marken 1 und 2 geben jeweils die Fortsetzung an.)

$$u_i = b_i - (a_{ij}x_1 + ... + a_{in}x_n) \quad (i = 1, ..., m) \tag{18}$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + ... + a_{1n}x_n + u_1 = b_1 \\ ... \\ a_{m1}x_1 + ... + a_{mn}x_n + u_m = b_m \end{array}\right\} \tag{16d}$$

Solche Schlupfvariablen können auch für (15) und (17) eingeführt werden, und zwar

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + 0u_1 ... 0u_m \rightarrow \max(15d)$$

$$x_1, ..., x_m, u_1, ..., u_m \geq 0 \tag{17d}$$

Im Falle von (17b) bleibt es bei Ungleichungen, da hiermit die Nichtnegativitätsbedingungen ausgedrückt werden.
Wir schreiben alle wesentlichen Angaben für unsere Aufgabe mit allgemeinen Symbolen in eine neue Tabelle (vgl. Tab. 11).

Tabelle 11

	x_1	x_2	b_i
u_1	a_{11}	a_{12}	b_1
u_2	a_{21}	a_{22}	b_2
u_3	a_{31}	a_{32}	b_3
c_j	c_1	c_2	Z

Unter den dargelegten Voraussetzungen - vgl. (11) bis (13), (16d) sowie (18) - ergibt sich als Ausgangslösung für unsere Aufgabe:

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = 0; \qquad u_1 = 540, \qquad u_2 = 540, \qquad u_3 = 600 \tag{19}$$

Zum gegenwärtigen Stand der Bearbeitung des Beispiels findet keine Produktion statt, so dass zwangsläufig kein Gewinn erzielt werden kann. Mit anderen Worten: Der Wert der Zielfunktion, der Gewinn, ist 0 ($Z = 0$).
Ersetzen wie die Symbole teilweise durch Zahlen unseres Beispiels, so erhalten wir Tabelle 12:

Tabelle 12

	x_1	x_2	b_i
u_1	6	12	540
u_2	9	9	540
u_3	15	3	600
c_j	30	45	0

Mit Einführung der Schlupfvariablen ist die erste Simplextabelle oder die erste Basislösung entstanden. Tabelle 12 ist nunmehr nach den im Ablaufschema (Abb. 21) zusammengefassten Regeln umzuformen.
Da die Zielfunktion, die in der letzten Zeile der Tabelle 12 steht, nur positive Koeffizienten enthält, ist der größere davon auszuwählen. Er bestimmt die Hauptspalte (x_2).
Wir gehen dazu von der Überlegung aus, dass voraussichtlich das Produkt mit dem höheren Gewinnsatz schnell zu einem wesentlichen Gewinnzuwachs insgesamt führt. In

diesem Falle setzen wir $x_1 = 0$. Für x_2 muss ein solcher Wert ausgewählt werden, der die bestehenden Bedingungen nicht verletzt. Dazu gehen wir von (18) aus und erhalten

$$\begin{aligned} u_1 &= 540 - 6 \cdot 0 - 12x_2 = 540 - 12x_2 \\ u_2 &= 540 - 9 \cdot 0 - 9x_2 = 540 - 9x_2 \\ u_3 &= 600 - 15 \cdot 0 - 3x_2 = 540 - 3x_2 \end{aligned} \tag{20}$$

Da die Variablen keine negativen Werte annehmen dürfen, gilt somit auch

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 540 - 12x_2 \geq 0 \\ u_2 &= 540 - 9x_2 \geq 0 \\ u_3 &= 600 - 3x_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Auf Grund des Bestandes beim ersten Material könnten maximal 540 : 12 = 45 Stück produziert werden. Für die beiden anderen Materialarten folgt analog: 540 : 9 = 60 sowie 600 : 3 = 200.
Für x_2 stehen damit folgende Werte zur "Auswahl":

$$x_2 \leq \frac{540}{12} = 45, \qquad x_2 \leq \frac{540}{9} = 60, \qquad x_3 \leq \frac{600}{3} = 200 \tag{22}$$

Damit hätten wir den Wert jedes Absolutgliedes (b_i) durch den jeweils dazu korrespondierenden Wert der Hauptspalte, der in der Zeile des betreffenden Absolutgliedes steht, dividiert.
Von den Quotienten wird der kleinste (hier 45) ausgewählt, denn er stellt den Engpass dar. Dieser Wert kennzeichnet zugleich die Hauptzeile. Das Element, das sich im Kreuzungspunkt zwischen der Hauptspalte und der Hauptzeile befindet, ist das Hauptelement. In Tabelle 13 wurden diese Hauptbestandteile besonders gekennzeichnet. Wir benötigen sie zum Bilden der nächsten Simplextabelle.

Hauptspalte

Hauptelement

Hauptzeile

	x_1	x_2	
u_1	6	$\boxed{12}$	540
u_2	9	9	540
u_3	15	3	600
	30	45	Z = 0

Tabelle 13

Der niedrigste Wert für x_2 wird in (20) eingefügt und ergibt (23).

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 540 - 12 \cdot 45 = 0 \\ u_2 &= 540 - 9 \cdot 45 = 135 \\ u_3 &= 540 - 3 \cdot 45 = 465 \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Der benötigte Wert wird durch u_1 bzw. durch den für diese Materialart bestehenden Engpass bestimmt. Für Z erhalten wir nach (15):

$$Z = 0 + 45 \cdot 45 = 2025$$

Wir stellen alle Angaben für das neue Programm zusammen:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 45; \qquad u_1 = 0, \quad u_2 = 135, \quad u_3 = 465; \qquad Z = 2025 \tag{24}$$

Vergleichen wir (24) mit (19), so können wir u. a. erkennen:
Der Wert von x_2 ist positiv und der Wert von u_1 gleich 0 geworden. Für die Schlupfvariable u_1 ist die Variable x_2 aufgenommen worden, oder u_1 und x_2 wurden miteinander ausgetauscht. Ein solcher Austausch von zwei Variablen ist typisch für den Übergang von einer Simplextabelle zur nächsten.
Das findet auch für das Beispiel in der neuen Simplextabelle (Tab. 14) seinen Niederschlag. Darin wurden die Hauptspalte der alten Tabelle zur Zeile und die Hauptzeile der alten Tabelle zur Spalte.

In Tabelle 13 befindet sich das Hauptelement im Kreuzungspunkt zwischen der ersten Zeile und der zweiten Spalte. Sein Wert beträgt 12. Der Kehrwert (reziproke Wert) ist $\frac{1}{12}$ ($\widehat{=} \frac{1}{\text{HE}}$). Er geht in Tabelle 14 ein, und zwar tritt er an die Stelle des bisherigen Hauptelements.
Die Tabelle 14 hat beim gegenwärtigen Stand ihrer Bildung folgendes Aussehen:

Tabelle 14

	x_1	x_2	
x_2		$\frac{1}{12}$	
u_2			
u_3			

Wir wollen jetzt in der neuen Simplextabelle die Werte für diejenige Zeile bilden, die der Hauptzeile in Tabelle 13 entspricht. Zu diesem Zwecke sind entweder die übrigen Werte der Zeile des Hauptelementes aus Tabelle 13 mit $\frac{1}{\text{HE}}$ zu multiplizieren oder durch HE zu dividieren. Wir wählen den zuerst genannten Weg und erhalten:

$$6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{2}, \qquad 540 \cdot \frac{1}{12} = 45$$

Dieses Entwicklungsstadium der neuen Simplextabelle zeigt Tabelle 15.

Tabelle 15

	x_1	x_2	
x_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	45
u_2			
u_3			

Nunmehr sind die Werte der Spalte des Hauptelementes aus Tabelle 13 mit $-\frac{1}{\text{HE}}$ zu multiplizieren oder durch $-$HE zu dividieren. Auf diese Weise werden für die neue Simplextabelle die Werte derjenigen Spalte ermittelt, die in der alten Tabelle der Hauptspalte entspricht. Auch hier wählen wir den zuerst genannten Weg und erhalten:

$$9 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = -\frac{3}{4}, \qquad 3 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = -\frac{1}{4}, \qquad 45 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) = -\frac{15}{4}$$

Nach diesen Berechnungen ergibt sich die neue Simplextabelle (Tab. 16).

Tabelle 16

	x_1	u_1	
x_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	45
u_2		$-\frac{3}{4}$	
u_3		$-\frac{1}{4}$	
		$-\frac{15}{4}$	

Die Werte für die in Tabelle 16 noch offenen Felder werden wie folgt berechnet: Wir wollen zunächst den Wert für das Feld, das sich im Kreuzungspunkt von u_2 und x_1 befindet, ermitteln. Diesen Wert kennzeichnen wir mit p_1. In der alten Simplextabelle 13 finden wir an dieser Stelle p_2. Mit diesem Wert korrespondiert ein Wert aus der Hauptspalte.
Im Beispiel ist das der Wert 9 im Feld u_2/x_2 der Tabelle 13. Diesen Wert bezeichnen wir mit q. Jetzt verlassen wir die alte Tabelle und wenden uns der Tabelle 16 zu.
Wir suchen hier in der Spalte des Elementes p_1 das Element r. Das ist jenes Element, das am Kreuzungspunkt der Spalte von p_1 und derjenigen Zeile steht, die in der alten Tabelle die Hauptzeile ist. In der neuen Tabelle wird nunmehr für das Element p_1 der Wert gesetzt, der sich aus $p_2 - qr$ ergibt. Schematisch kann das aus Abbildung 22 ersehen werden.

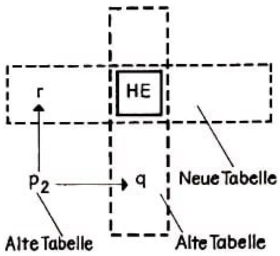


Abb. 22 Skizze zur Simplexmethode

Als Wert für das Feld u_2/x_1 der neuen Simplextabelle erhalten wir somit:

$$p_2 - q \cdot r = p_1 \quad , \quad 9 - 9 \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \tag{25}$$

In der eben beschriebenen Weise findet man alle noch fehlenden Werte der neuen Simplextabelle. Um die Rechenarbeit zu rationalisieren, ermitteln wir zunächst alle Elemente einer Zeile und danach die der nächsten Zeile usw.
Selbstverständlich ist es möglich, auch erst alle Elemente einer Spalte und danach die der nächsten Spalte usw. zu berechnen. Die Werte unseres Beispiels bestimmen wir wie folgt:

$$u_2/b_2 : 540 - 9 \cdot 45 = 135, \qquad u_3/x_1 : 15 - 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{27}{2}, \qquad u_3/b_3 : 600 - 3 \cdot 45 = 465$$
$$c_j/x_1 : 30 - 45 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}, \qquad c_j/-Z : 0 - 45 \cdot 45 = -2025$$

Nach Übernahme dieser Werte in die neue Simplextabelle ist diese - wie Tabelle 17 zeigt - vollständig.

Tabelle 17

	x_1	u_1	
x_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	45
u_2	$\boxed{\frac{9}{2}}$	$-\frac{3}{4}$	135
u_3	$\frac{27}{2}$	$-\frac{1}{4}$	465
	$\frac{15}{2}$	$-\frac{15}{4}$	-2025

Für den Wert der Zielfunktion Z steht im entsprechenden Feld aus rechentechnischen Gründen ein negativer Wert. Später wird mit -1 multipliziert, so dass wir wieder einen positiven Wert als Endresultat erhalten.
Aus der letzten Zeile der Tabelle 17, die über die Zielfunktion Aufschluss gibt, ist zu erkennen, dass noch nicht alle Werte in dieser letzten Zeile negativ sind, d. h., die optimale Lösung liegt noch nicht vor. Es ist demzufolge eine weitere Simplextransformation in analoger Weise erforderlich.

Da nur noch ein positiver Wert im ersten Feld der letzten Zeile vorhanden ist, wird die erste Spalte zur Hauptspalte erklärt. Um die Hauptzeile zu ermitteln, werden berechnet:

$$\frac{45}{\frac{1}{2}} = 90, \qquad \frac{135}{\frac{9}{2}} = 30, \qquad \frac{465}{\frac{27}{2}} = 34,44$$

Der niedrigste dieser Werte zeigt die Hauptzeile an. Es ist die zweite Zeile von oben in Tabelle 17. Damit steht auch das Hauptelement fest. Es wurde in der nunmehr alten Simplextabelle (Tab. 17) besonders gekennzeichnet.

Jetzt wird die neue Simplextabelle (Tab. 18) vorbereitet und dabei die Spalte x_1 mit der Zeile u_2 ausgetauscht. In das Feld, das in der alten Tabelle dem Hauptelement entspricht, wird der Wert $\frac{2}{9}$ eingetragen. Danach ermitteln wir die Werte für die Zeile, die in Tabelle 17 die Hauptzeile ist, wobei wir erhalten:

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{9} = -\frac{1}{6} \qquad , \qquad 135 \cdot \frac{2}{9} = 30$$

Für die Spalte der neuen Simplextabelle, die in der Tabelle 17 der Hauptspalte entspricht, ergeben sich folgende Resultate:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{1}{9}; \qquad \frac{27}{2} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = -3; \qquad \frac{15}{2} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{5}{3}$$

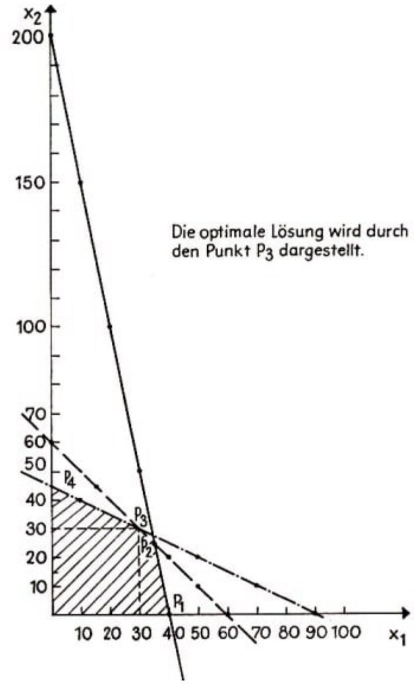
Für die restlichen Elemente werden berechnet:

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}; \qquad \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{27}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 2; \qquad \left(-\frac{15}{4}\right) - \frac{15}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{5}{2}$$

$$45 - \frac{1}{2} \cdot 30 = 30; \qquad 465 - \frac{27}{2} \cdot 30 = 60; \qquad (-2025) - \frac{15}{2} \cdot 30 = -2250$$

Tabelle 18

	u_2	u_1	
x_2	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	30
x_1	$\frac{2}{9}$	$-\frac{1}{6}$	30
u_3	-3	2	60
	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{5}$	-2250



Zum Rechengang wird nochmals auf das Ablaufschema in Abbildung 21 verwiesen.
Schreiben wir diese Lösung in der Form, wie das für die Ausgangslösung und die Zwischenlösung - vgl. (19) und (24) - getan wurde, so können aus Tabelle 18 abgeleitet werden:

$$x_1 = 30; \qquad u_1 = 0$$
$$x_2 = 30; \qquad u_2 = 0; \qquad u_3 = 60 \qquad (26)$$
$$Z = 30 \cdot 30 + 45 \cdot 30 = 2250$$

In Tabelle 18 sind in der letzten Zeile alle Werte negativ. Damit liegt die optimale Lösung vor. (Tritt der Wert 0 auf, so gibt es mehrere gleichwertige optimale Lösungen.)
Der daraus erkennbare Wert der Zielfunktion wird mit -1 multipliziert, und damit erhalten wir ebenfalls $Z = 2250$.
Für die optimale Lösung werden also 2250 Mark Gewinn ausgewiesen.

Das Programm sieht vor, dass jeweils 30 Stück von der ersten und der zweiten Erzeugnisart hergestellt werden müssen, um diesen Gewinn und damit die optimale Lösung zu realisieren. Der Verbrauch bei den einzelnen Materialarten geht aus Tabelle 19 hervor.

Materialart 1:	$6 \cdot 30 + 12 \cdot 30 = 540 : 540 = 1 \widehat{=} 100\%$	
Materialart 2:	$9 \cdot 30 + 9 \cdot 30 = 540 : 540 = 1 \widehat{=} 100\%$	Tabelle 19
Materialart 3:	$15 \cdot 30 + 3 \cdot 30 = 540 : 600 = 0,9 \widehat{=} 90\%$	

Da u_1 und u_2 jeweils 0 ist, wird von der ersten und zweiten Materialart der gesamte Vorrat aufgebraucht werden. Von der dritten Materialsorte bleibt ein Rest von 60 Mengeneinheiten.
Das entspricht, wie aus Tabelle 19 zu ersehen ist, 10%.

Die graphische Lösung der behandelten Aufgabe zur Maximierung des Nettogewinns wurde in Abbildung 23 dargestellt.
Diese veranschaulicht nochmals den Bereich der zulässigen Lösungen. Die optimale Lösung liegt immer in einem Eckpunkt des Lösungsgebietes. Eine solche graphische Lösung ist jedoch nur dann möglich, wenn nicht mehr als 2 Variablen gegeben sind.
Es kommt hinzu, dass zeichnerische Ungenauigkeiten auftreten können. Da die praktischen Probleme in der Regel mehr als 2 Variablen aufweisen, wird hier auf das graphische Lösungsverfahren nicht näher eingegangen.

Zu den einzelnen Simplextabellen sind auch Kontrollrechnungen möglich; hierzu wird jedoch auf die einschlägigen Lehrbücher der linearen Optimierung verwiesen.

7.3 Teilmodelle

Besondere Berücksichtigung verdienen neben dem Zentralmodell diejenigen Teilmodelle, in denen sich volkswirtschaftliche Vorgaben widerspiegeln, wie u. a. der Arbeitszeitfonds (Arbeitszeitbilanzierung), Kennziffern der materiell-technischen Sicherstellung u. a. m.
Weiterhin ist grundsätzlich der allgemeine Maßstab für die Effektivität der Teilbereiche, die mit Hilfe von Teilmodellen analysiert und berechnet werden sollen, immer die Optimalität des Gesamtsystems. Die speziellen Optimierungsrechnungen müssen demzufolge auf die Führungsgröße des Gesamtsystems mit ausgerichtet sein.

Ausgangsdaten für die Teilmodelle (aber auch für das Zentralmodell) stehen periodisch, in unregelmäßigen Zeitabständen oder auch nur einmalig zur Verfügung.
Bei der Auswahl der nachstehenden Beispiele für Teilmodelle eines Kombinats wurde von Abbildung 17 ausgegangen. Es sei besonders betont, dass es sich nur um Beispiele handelt.
Die über die schematische, bildhafte Darstellung in Abbildung 17 hinausgehenden Beziehungen zwischen den Teilmodellen und dem Zentralmodell sowie innerhalb der Gruppe "Teilmodelle" werden rechnerisch hier nicht erfasst und behandelt.

Das wäre einerseits in starkem Maße von den örtlichen Bedingungen und Zielen abhängig, unter denen bzw. nach denen das Kombinat arbeitet. Andererseits muss aber ebenfalls offen gesagt werden, dass noch nicht alle mit der Durchdringung der technologischen und ökonomischen Verflechtungen sowie damit der Verknüpfung der Modelle verbundenen Probleme eindeutig geklärt werden konnten.

7.3.1 Prognosemodelle, Prämissen für Forschung und Entwicklung

Da die Prognosen und die langfristigen Pläne den Ausgangspunkt für alle betrieblichen Arbeiten setzen, beginnen wir mit einigen Bemerkungen zu Prognosemodellen.

Prognosen beruhen auf den objektiven Gesetzmäßigkeiten der Natur und der Gesellschaft. Mit Hilfe der prognostischen Tätigkeit werden Entwicklungsmöglichkeiten und -ziele auf lange Sicht, d. h. auf 15, 20 oder 30 Jahre, im voraus erkundet. Bei Prognosen steht also die Orientierung über die künftige Entwicklung im Vordergrund.
Die Varianten, für die die Entscheidung getroffen wurde, schlagen sich in den langfristigen, 10, bis 15 Jahre umfassenden Plänen nieder.

Die Wahrscheinlichkeit der Vorhersage unter gegebenen Bedingungen einschließlich der qualitativen und quantitativen Toleranzen bezeichnet man als Prognosesicherheit. Sie spiegelt den Grad der Übereinstimmung zwischen der realen künftigen Entwicklung und der Vorhersage wider.
Versucht man nicht für Zeitpunkte, sondern für längere Zeitabschnitte zu prognostizieren, also Intervallprognosen auszuarbeiten, so tritt die quantitative Unsicherheit der Prognosen nicht mehr so stark in Erscheinung. Die gleichzeitige Prognose unter verschiedenen Aspekten, die sogenannte Simultanprognose, erhöht die Qualität der Vorhersagen.

Die Modelle für die prognostische Arbeit dienen der strategischen Entscheidungsfindung. Auch für prognostische Zwecke kommt es darauf an, die Vorteile von Modellsystemen auszunutzen, da in diesen verschiedenartige Teilmodelle miteinander vereinigt werden können. Eine komplexe Prognose enthält in der Regel

- mathematische Modelle und mit Hilfe mathematisch-statistischer Methoden gefasste Elemente der Voraussagen sowie

- Einschätzungen auf der Grundlage von Analysen, denen in der Regel keine mathematischen Algorithmen zugrunde liegen.

Prognosen oder Teile davon sind also nicht nur auf vorausschauende Berechnungen unter Verwendung von mathematischen Modellen und Methoden aufgebaut, sondern auch auf Analysen, bei denen Informationen "abgewogen" und daraus Ausblicke auf die künftige Entwicklung abgeleitet werden.
Gegenwärtig ist diese Form der Prognosen im internationalen Maßstab noch in relativ großem Umfange festzustellen. Die ideale Prognose beruht auf beiden Möglichkeiten. Besondere Schwerpunkte der prognostischen Untersuchungen sind die technologischen Verfahren, die Gebrauchswerteigenschaften der Erzeugnisse, ihre Kosten, Preise und die Produktivität.

Die Operationsforschung, die Kybernetik, die Mathematik und die mathematische Statistik stellen für die langfristige Prognosearbeit u. a. Modelle und Methoden aus folgenden speziellen Gebieten zur Verfügung:

1. Faktorenanalyse - das sind Verfahren zum quantitativen Nachweis einer durch verschiedene Faktoren verursachten bzw. beeinflussten Gesamtwirkung. Über die Größe der einzelnen Faktoren - relativ oder absolut - können sowohl das voraussichtliche Niveau von Erscheinungen oder Prozessen zu bestimmten Zeitpunkten als auch deren zeitliche Verknüpfungen nachgewiesen werden.
Die Erscheinungen oder Prozesse werden zu diesem Zwecke aus der Sicht der für ihr Zustandekommen verantwortlichen Faktoren (ursächliche Faktoren) bzw. der wesentlichen auf sie Einfluss nehmenden Faktoren (Einflussfaktoren) analysiert.

2. Untersuchung von Zeitreihen - vornehmlich Verfahren zur Widerspiegelung der Dynamik bestimmter Prozesse oder Erscheinungen innerhalb von Abläufen. Man unterscheidet Zeitreihen, die nach Zeitpunkten (Punktreihen) oder nach Zeitabschnitten (Intervallreihen) geordnet sind.
Die Zeitreihenforschung befasst sich vor allem mit Methoden zur Analyse der Dynamik der Zeitreihen. Dabei stehen wiederum Forschungen über den Trend, die periodischen Schwankungen und die Zufallskomponenten im Vordergrund.

3. Untersuchung von Strukturen mit Hilfe von Kopplungs- und Strukturmatrizen sowie den zu ihrer Analyse und Weiterentwicklung geeigneten Methoden, mit Verfahren zur Behandlung von Teilverflechtungsmatrizen, mit Ähnlichkeitsvergleichen und anderen Verfahren.

Anstelle der Behandlung eines speziellen Prognosemodells eines Kombinats sollen hier einige grundsätzliche Bemerkungen zu Prognosemodellen im Zusammenhang mit Methoden der Operationsforschung folgen.

In der Industrie stehen neben Erzeugnisgruppenprognosen die sogenannten Querschnittsprognosen im Vordergrund. Die letzteren geben Auskunft über die Entwicklung von Querschnittsgebieten, die mehrere Erzeugnisgruppen beeinflussen, z. B. technologische Gebiete, wie die Be- und Verarbeitung, die Montage, die Kombinierung von Maschinen und Geräten mit elektronischen Datenverarbeitungsanlagen.
Beide Arten der Prognosen erfordern ein unterschiedliches Herangehen und lassen sich nicht ohne weiteres vereinen.

Deshalb wird versucht, in einer dritten Form, der komplexen Wirtschaftsprognose, einen noch stärkeren Grad an Verallgemeinerung zu finden. Es werden dazu die allgemeinen Merkmale und Faktoren, die die Struktur und das Wachstum eines Wirtschafts- oder Industriezweiges bestimmen, herausgearbeitet. Je länger der Prognosezeitabschnitt von der Gegenwart entfernt ist, um so stärker ist die Zusammenfassung.

Die Wirtschaftsprognose liefert u. a. Informationen für die spezielleren Erzeugnisgruppen- und Querschnittsprognosen.

Die Aggregation soll an einem Beispiel veranschaulicht werden. "Das Produktionsprogramm wird nach verschiedenen Aggregationsstufen untersucht, die an einen bestimmten Zeitraum gebunden sind. Zur höheren Aggregation gegenüber den Erzeugnisgruppen kommen in Betracht:

- Anwendungsgebiete für Erzeugnisse aus verschiedenen Erzeugnisgruppen

- Klassifizierung des Produktionsprogramms nach bestimmten Prinziplösungen, z. B. Analysen- und Messtechnik, bis hin zur strukturlosen industriellen Warenproduktion."[24]

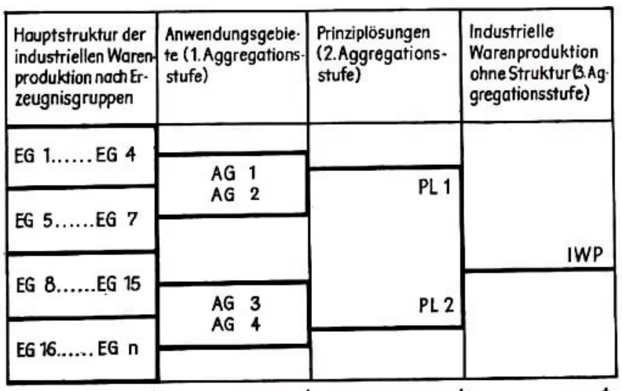


Abb. 24 Prinzipdarstellung für Aggregationsstufen der Prognose

In Abbildung 24 wird eine Prinzipdarstellung dieser Aggregationsstufen der Prognose gezeigt.
In diese Betrachtungen wird der Weltstandsvergleich vor allem unter Berücksichtigung verschiedener Prinzipien, die dem Aufbau des Erzeugnisses mit zugrunde liegen, einbe-

[24] Gallerach/Gabler/Wichler: Prognosemethoden. In: effekt. Zeitschrift für sozialistische Wirtschaftsführung. Heft 3/1968, S. 9

zogen, z. B. wie im Erzeugnis und den zu seiner Herstellung verwendeten technologischen Verfahren bestimmte wissenschaftliche Erkenntnisse ihren Niederschlag gefunden haben.

Auf diese Weise können ggf. prognostische Zielkriterien formuliert werden, und in der Prognosetätigkeit kann damit gearbeitet werden.
Da es sich bei Prognosen grundsätzlich um die Vorausschätzung künftiger Prozesse handelt, unterscheiden sich die hierzu verwendeten Modelle und Methoden von den üblichen Optimierungsrechnungen. Im Sinne einer weitgehenden Verallgemeinerung wird teilweise auch mit nach solchen Methoden verfahren, bei denen Faktoren bzw. deren Gewichte geschätzt werden.

Ein Beispiel für ein solches Vorgehen ist das Ausrichten prognostischer Forschungs- und Produktionssortimente nach dem sogenannten Kommunikationsmaß. Es dient zum Versuch, sichtbar zu machen, was den verschiedenen Zielen gemeinsam ist oder unter welchen Voraussetzungen mehreren von ihnen Rechnung getragen werden kann.
Im prognostischen Sinne sind dabei Forschungs- und Produktionssortimente optimal, deren Kommunikationsmaß ein Maximum beträgt.
Mit Hilfe dieses Maßes werden Ermittlungen vorgenommen unter Berücksichtigung

- des Prozessergebnisses und seiner Anwendung, wobei die Gebrauchswerteigenschaften des Erzeugnisses bzw. der Erzeugnisgruppe insbesondere unter dem Aspekt der technologischen Ähnlichkeit und der marktseitigen Ergänzungsfähigkeit im Vordergrund stehen

- des Herstellungsprozesses, wobei Gebrauchswert- und Wertbildungsprozess mit unterschiedlichen Faktorenkombinationen betrachtet und Vergleiche ebenso auf Ähnlichkeit in konstruktiver, technologischer und produktionsorganisatorischer Hinsicht durchgeführt werden

- der Prozessfaktoren, wie wissenschaftliche Führungstätigkeit, Arbeitskräfte, Arbeitsmittel, Arbeitsgegenstände, einschließlich der Konstruktion, der Technologie und der Organisation.

Im Prinzip handelt es sich um Ähnlichkeitsvergleiche, wie sie schon seit längerer Zeit in anderen wissenschaftlichen Disziplinen, z. B. in der Psychologie, angewendet werden.
Die Vergleiche nimmt man mit Hilfe von Bewertungs- und Kommunikationsmatrizen vor. Tabelle 20 zeigt für den vorstehend zuerst erwähnten Fall ein Beispiel für eine Bewertungsmöglichkeit.
In einer weiteren Untersuchung werden die Erzeugnisgruppen unterschiedlich bewertet und damit die volkswirtschaftlich bedeutenden hervorgehoben. Über die Zuordnung eines ermittelten gewichteten Kommunikationsmaßes je Kommunikationsaspekt für jede Erzeugnisgruppe und die Bestimmung eines Einheitsmaßes der Kommunikation werden u. a. Voraussetzungen geschaffen, um darauf eine gewisse prognostische Mengenoptimierung für Forschung und Produktion mit aufbauen zu können.

Tabelle 20

Kommunikationsaspekt	Bewertungskriterium	Bewertungsskala
1. technologische Ähnlichkeit	Anwendung gleicher oder ähnlicher technologischer Verfahren	1. Kriterium trifft nicht zu 2. Kriterium trifft teilweise nicht zu 3. Kriterium trifft voll zu, z.B. für 1: 0, 2: 5, 3: 30
2. marktseitige Ergänzungsfähigkeit	1. verkaufsfähiges Gerätesortiment ohne zwingenden gebrauchswertseitigen Zusammenhang 2. Gerätesystem, bestehend aus verschiedenen Erzeugnissen mit zwingendem gebrauchswertseitigem Zusammenhang	1. Kriterium trifft nicht zu 2. Kriterium trifft teilweise nicht zu 3. Kriterium trifft voll zu, z.B. für 1.1: 0, 1.2: 3, 1.3: 10, 2.1: 0, 2.2: 10, 2.3: 50

Dazu sind jedoch noch weitere Größen, z. B. über den Bedarf, strategische Marktanteile, die Wachstumsraten der Erzeugnisgruppen in den vorangegangenen 10 bis 15 Jahren u. a., erforderlich. Insgesamt sollen auf dieser Basis einerseits kombinierte Bewertungen für Wachstumsraten der Erzeugnisgruppen gefunden sowie andererseits Prämissen für die Forschung und Entwicklung abgeleitet werden.
Daraus müssen zugleich planbare und kontrollierfähige Aufgabenstellungen für die langfristige und die Fünfjahresplanung gewonnen werden.

Da es sich um Prognosemodelle und -verfahren handelt, muss man selbstverständlich gewisse Unsicherheiten einkalkulieren. Es wird mit Bewertungsfaktoren gearbeitet. Demzufolge haften diesen Verfahren alle jene Mängel an, die für mehr oder weniger objektive Bewertungen und für Ähnlichkeitsvergleiche typisch sind.
Teilweise können in dem Bestreben, die Objektivität zu erhöhen, zur Bestimmung der Gewichte der Faktoren in verstärktem Umfang mathematische Methoden mit herangezogen werden.

Im Transport- und Nachrichtenwesen ist es z. B. möglich. bestimmte prognostische Untersuchungen stärker auf statistischen Angaben aus vergangenen Zeitabschnitten aufzubauen. Hierzu werden verschiedenartige Verfahren benutzt, u. a. die Korrelations- und Regressionsrechnung.

So kann über die Berechnung des Korrelationskoeffizienten bzw. des Bestimmtheitsmaßes festgestellt werden, ob ein gesicherter Einfluss unabhängiger Variablen auf eine abhängige Variable gegeben ist. Gelingt dieser Nachweis, so wird häufig die Einflussfunktion fixiert, wobei verschiedenartige Funktionstypen in Betracht kommen können.
Ähnlich verhält es sich in bestimmten Fällen im Handel. Allerdings ist dort die Palette der Funktionstypen und auch der entsprechenden Berechnungsverfahren noch etwas breiter.

Einige Beispiele für Funktionstypen, die bei prognostischen Untersuchungen eine Rolle spielen können, sind: lineare, quadratische, Potenz-, Exponential- und logarithmische

Funktionen sowie weitere speziell entwickelte und nach den ersten Anwendern genannte Funktionen (z. B. Törnquistfunktionen).

Mit ihrer Hilfe werden die erforderlichen Parameter fixiert und - zumindest teilweise - unter Verwendung von Testverfahren kontrolliert, ob die funktionale Abhängigkeit statistisch gesichert ist oder ob nur ein zufälliger Zusammenhang besteht.

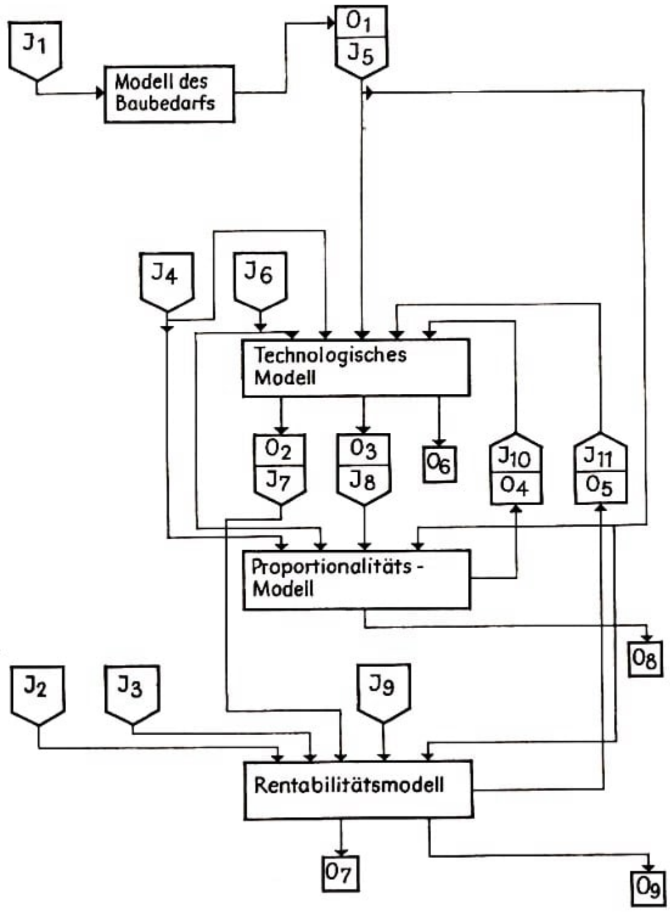


Abb. 25 Hauptmodelle für prognostische Vorhersagen der Bauwirtschaft

I_1: Baubedarfsbildende Faktoren der Gesellschaft
I_2: Höhe des zentralisierten Reineinkommens
I_3: Forderung nach Sicherung der Rentabilität bei eigener Erwirtschaftung der Mittel für die erweiterte Reproduktion
I_4: mögliches Aufkommen an Ressourcen für die Bauwirtschaft (Unter "Ressourcen" werden hier die verfügbaren Arbeitskräfte, Material und Maschinen verstanden.)
I_5: Umfang, Entwicklung und Struktur des Baubedarfs als volkswirtschaftliches Erfordernis
I_6: Aufwandskennzahlen der technischen Varianten als quantifizierter Ausdruck des wissenschaftlich-technischen Fortschritts zur Quantifizierung der Beziehungen der Elemente im technologischen Modell und im Proportionalitätsmodell
I_7: direkte Grundkostensumme entsprechend der technischen Gliederung der Bauproduktion
I_8: technische Struktur der Bauproduktion
I_9: Prognose spezieller ökonomischer Kennzahlen
I_{10}: Rückkopplung, Anforderung zur Aufnahme weiterer Ressourcenarten in die Optimierung der technischen Varianten

I_{11}: Rückkopplung, Anforderung zur Änderung der technischen Varianten zur Herstellung der Rentabilität

O_1: siehe I_5, O_2: siehe I_7, O_3: siehe I_8, O_4: siehe I_{10}, O_5: siehe I_{11}

O_6: Ergebnis des technologischen Modells; optimale technisch-technologische Variante

O_7: Ergebnis der Berechnungen spezieller ökonomischer Kennzahlen einschließlich Entscheidungsvarianten

O_8: Nachweis der äußeren Verflechtungsbeziehungen der Bauwirtschaft

O_9: Nachweis der Deckung des Baubedarfs bei Wahrung der Rentabilität Betrachten wir noch ein Beispiel für die Bauwirtschaft der DDR. Hier ist es vor allem notwendig, prognostische Vorhersagen für folgende Gebiete zu treffen:

- "Umfang, Entwicklung und Struktur des Baubedarfs

- optimale Möglichkeiten der technischen und technologischen Entwicklung der Bauproduktion

- Ausweis der quantitativen Verflechtungsbeziehungen der Bauwirtschaft zu ihren Zulieferzweigen

- Entwicklung der Rentabilität der Bauwirtschaft bei Eigenerwirtschaftung der Mittel für die erweiterte Reproduktion und Erfüllung der Verpflichtungen gegenüber dem Staatshaushalt."[25]

Diesen vier Problemkreisen entsprechen vier Hauptmodelle (vgl. Abb. 25), die ihrerseits wiederum zahlreiche Elemente enthalten. Als Beispiel wurde das zweite Hauptmodell ausgewählt.

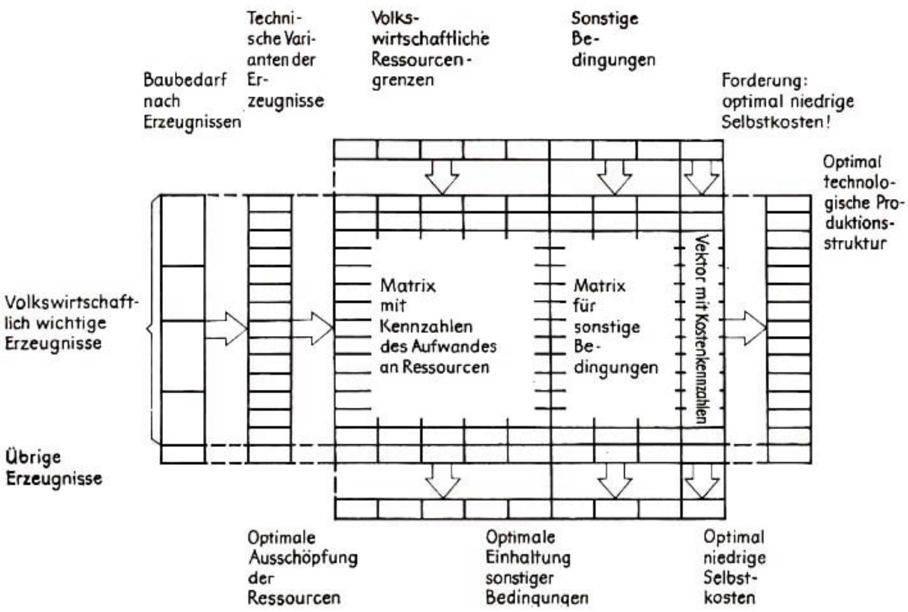


Abb. 26 Prinzipskizze der künftigen Optimierung der technisch-technologischen Struktur der Bauproduktion mit Hilfe des Simplexalgorithmus

Einen Überblick gibt hierüber Abbildung 26, die die prinzipielle Wirkungsweise des prognostischen technologischen Modells charakterisiert.

[25]Autorenkollektiv: Prognosemodelle. Deutsche Bauinformation. Berlin 1968, S. 8

7.3.2 Marktforschung

Im Sozialismus werden bekanntlich die Produktions- und die Marktbeziehungen prinzipiell auf der Grundlage der zentralen staatlichen Planung geregelt. Die materialwirtschaftlichen Prozesse spiegeln sich in den Bilanzen sowie in den Wirtschaftsverträgen zwischen Lieferern und Verbrauchern wider. Um aber Verträge und Bilanzen ausarbeiten bzw. aufstellen zu können, muss erst einmal bekannt sein oder geschätzt werden, was auf dem Markt benötigt wird.
Das bedeutet, dass nicht nur für die Maßnahmen der zentralen staatlichen Planung, sondern vor allem die Produktions- und Handelsbetriebe die Anwendung von Methoden der Markt- und Bedarfsforschung unabdingbar ist.

Die Marktforschung ist auf die Angebots- und Nachfrageverhältnisse einschließlich der verschiedenartigen Bedingungen des Marktes sowie deren Ursachen gerichtet. Unter sozialistischen Produktionsverhältnissen ist die Marktforschung ein bedeutendes Hilfsmittel der Wirtschaftsleitungen verschiedener Ebenen, um sicherzustellen, dass sich Angebot und Nachfrage in allen Bereichen der Volkswirtschaft unter Einhaltung von Proportionen planmäßig entwickeln.
Die Ergebnisse der Marktforschung stellen vorwiegend Grundlagen für langfristige Entscheidungen dar, aber ebenso für die Jahres- und die operative Planung.

Zur Marktforschung gehören die Sammlung, Aufbereitung und Analyse von sekundärstatistischen Unterlagen, die Marktbeobachtung und die Analyse ihrer Ergebnisse, verschiedenartige Tests und Primärerhebungen bei Verbrauchern, Handels- und Produktionsbetrieben sowie auch spezielle Modelle und Methoden der Operationsforschung.
Darüber hinaus sind vielseitige andere Verfahren benutzbar, u. a. für soziologische Beobachtungen, psychologische Experimente usw. Für das Auswerten der Marktbeobachtungen und das Ausarbeiten der Marktanalysen und -prognosen werden häufig mathematisch-statistische Methoden sowie die elektronischen Datenverarbeitungsanlagen herangezogen.

Die zentrale und zugleich komplexe Fragestellung der Marktforschung geht dahin: Welche Waren können in welchem Sortiment, mit welcher Qualität und in welchen Mengen, unter welchen Bedingungen und Preisen. wann und wo abgesetzt oder bezogen werden?
Ein wesentlicher Schwerpunkt innerhalb der Marktforschung ist demzufolge die Bedarfsforschung. Sie befasst sich mit der Untersuchung der Bedarfsentwicklung für vergangene und künftige Zeitabschnitte sowie mit der Aufdeckung und Analyse der verschiedenartigen hierbei wirkenden Ursachen bzw. Einflüsse.
Sie kann wiederum ohne ein umfangreiches mathematisch-statistisches Kompendium nicht auskommen.

Die Erforschung des Bedarfs ist auf mehreren Ebenen der Volkswirtschaft, angefangen vom Betrieb bis zur Staatlichen Plankommission, wichtig. Das Ergebnis der Forschungen muss vor allem darin bestehen, im voraus für einen bestimmten Zeitabschnitt das Intervall anzugeben, dessen untere Grenze die mindestens zu fertigende und dessen obere Grenze die maximal absetzbare Anzahl an Erzeugnissen eines bestimmten Typs ist.

Durch diese Forschungsarbeiten sollen entweder in der Regel eine der hauptsächlichen einschränkenden Bedingungen für die Optimierung des Produktionsplanes oder in Ausnahmefällen sogar das Ziel der Produktion bestimmt werden.

Die Marktforschung muss von der Tatsache ausgehen, dass zum Zeitpunkt der Ermittlung von Angaben für künftige Zeitabschnitte bei der betreffenden betriebswirtschaftlichen Einheit noch keine Aufträge vom Handel oder von anderen Kunden vorhanden sind. Oft ist auch über den Trend, über die mittleren Werte, die sich im allgemeinen zwischen den beiden Randpunkten des Intervalls befinden, nichts bekannt.

In bestimmten Fällen kann dieses Intervall auch einseitig offen sein und damit nur der Wert einer der beiden Randpunkte bestimmt sein. Trotzdem oder gerade deshalb ist es notwendig, Angaben über die künftige Entwicklung, auch im Hinblick auf eventuelle Saisonschwankungen, in einer geeigneten Form zu gewinnen.
Dabei soll ebenfalls der Verkauf der Bedarfsbewegung erfasst werden. Hierzu dient im allgemeinen ein bestimmter Funktionstyp. Für die erforderlichen Untersuchungen können u. a. folgende Methoden angewendet werden:

- Trendberechnung

- Faktorenanalyse, die zur Herausarbeitung der wesentlichen, auf den künftigen Bedarf sich auswirkenden Einflussfaktoren dient und die meist im Zusammenhang mit anderen Methoden angewendet wird (vgl. Abschnitt 7.3.1.)

- Regressionsrechnung, die ebenfalls die Einflussfaktoren einschließt und Vorausberechnungen ermöglicht

- Verfahren zur exponentiellen Glättung von Vorhersagen auf der Grundlage von Vergangenheitswerten

- Verfahren zur Berechnung von Saisonkennziffern und -indizes usw.

Dabei ist zu beachten, dass Bedarfsprognosen für längere Zeitabschnitte meist nur grobe Angaben enthalten. Mit der Fortführung der Untersuchungen müssen die Ergebnisse zunehmend detailliert werden mit dem Ziel, dass bei der operativen Bedarfsforschung schon konkrete Angaben über die einzelnen Sortimente und Artikel mit speziellen Gebrauchswerteigenschaften vorliegen.

Hier sollen Beispiele für die Trendberechnung, die für praktische Aufgaben in begrenztem Umfang anwendbar ist, sowie für die Regressionsrechnung und das Verfahren der exponentiellen Glättung erwähnt werden. Die beiden zuletzt genannten Verfahren liefern für längere Zeitabschnitte durch das Berücksichtigen der Veränderungen, die in der Zukunft zu erwarten sind, in der Regel günstigere, d. h. dem künftig eintretenden Bedarf besser angepasste Voraussagen als einfache Trendberechnungen. Sie sind deshalb im allgemeinen vor der Trendberechnung zu bevorzugen.

Gleichzeitig sind sie aber auch etwas komplizierter. In bestimmten Fällen, wenn keine wesentlichen Änderungen in den Auswirkungen der Einflussfaktoren gegenüber den vorangegangenen Zeitabschnitten zu erwarten sind, kann der ermittelte Trend Anhaltspunkte über die künftige Entwicklung geben. Er ist vor allem für erste grobe Einschätzungen akzeptabel.

Gehen wir zur Behandlung der Beispiele über: Einer der zu unserem Kombinat gehörenden Betriebe stellte in den Jahren 1956 bis 1968 ein Erzeugnis in den aus Tabelle 21 zu ersehenden Mengen her. Damit wurden sowohl der Bedarf des Binnenhandels befriedigt als auch die Exportverpflichtungen erfüllt.
Diesen Absatz bezeichnen wir mit s_i (Stückzahl an abgesetzten Produkten, bezogen auf ein Jahr).

Tabelle 21

Jahr	Absatz (in 10000 Stück) s_i	Jahr	Absatz (in 10000 Stück) s_i
1956	12,0	1957	13,0
1958	13,4	1959	15,6
1960	15,3	1961	16,0
1962	17,0	1963	18,0
1964	18,4	1965	20,0
1966	22,2	1967	22,8
1968	23,0	$n = 13$	226,7

Die Aufgabe besteht darin, die künftige Bedarfsentwicklung im voraus einzuschätzen. Es wird dazu angenommen, dass die in den kommenden Jahren auftretenden Einflussfaktoren sich im wesentlichen in gleicher Weise auswirken werden wie diejenigen der vorangegangenen Jahre, d. h., voraussichtlich wird eine in etwa lineare Weiterentwicklung anhalten.

Als Grundlage zur Lösung dieser Aufgabe dient eine statistische Zeitreihe, d. h. eine Aufeinanderfolge statistischer Angaben, die jeweils den aufeinanderfolgenden Zeitpunkten oder Zeitabschnitten entsprechen. Aus ihnen ist zu erkennen, wie sich eine statistische Erscheinung (im Beispiel ist das die Menge an Produkten) innerhalb einer Zeitspanne (im Beispiel von 1956 bis 1968, also in 13 Jahren) entwickelt hat.

Wohl die Mehrzahl aller Erscheinungen des gesellschaftlichen Lebens - vornehmlich auch ökonomische - weisen meist keine gleichmäßige, sondern eine durch Schwankungen gekennzeichnete Entwicklung auf. Dafür gibt es die verschiedensten Ursachen.
In dem Beispiel sind die Hauptursachen in einer Veränderung der Nachfrage auf dem Binnenmarkt und einer Erhöhung der Vertragsabschlüsse im Außenhandel zu sehen. Trotz dieser und anderer sich auswirkender Faktoren lässt aber die graphische Darstellung der Zeitreihe für die Jahre 1956 bis 1968 eine grundsätzliche Entwicklungsrichtung, den sogenannten "Trend", erkennen. Von einer Ausnahme (im Jahre 1960) abgesehen, ist die Produktenmenge von Jahr zu Jahr angestiegen. Es bestehen allerdings Unterschiede in den Steigerungsbeträgen für die einzelnen Jahre (Vgl. Abb. 27).

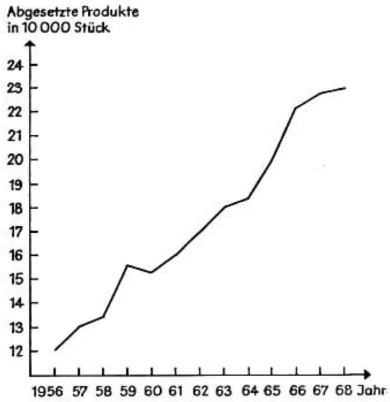


Abb. 27 Darstellung des Absatzes eines bestimmten Produkts (graphische Darstellung der Zeitreihe)

Man könnte nun den Trend graphisch bestimmen und in Abbildung 27 einzeichnen. Da ein solches Vorgehen doch zu wünschen übrig lässt, wird hier eine statistische Berechnung vorgenommen, um die Trendfunktion zu bestimmen.
Das ist diejenige Funktion, die die Entwicklungsrichtung einer statistischen Zeitreihe widerspiegelt, d. h., die den empirischen Daten gut angeglichen ist. Soll der Trend nicht graphisch, sondern analytisch, also rechnerisch ermittelt werden, so dient hierfür die Gleichung der Trendfunktion.

In manchen Fällen handelt es sich in der Praxis um eine lineare Gleichung und damit um eine lineare Trendfunktion. Das ist auch in unserem Beispiel der Fall. Abbildung 27 zeigt, dass die empirischen Werte der tatsächlich abgesetzten Produktenmenge einer Geraden nahekommen.
Allgemein liegt der Trendfunktion die Gleichung für die ganze rationale Funktion n-ten Grades

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n \tag{27}$$

zugrunde. In unserem Falle lautet die Gleichung der Trendfunktion

$$y = a_0 + mx \tag{28}$$

Ausgehend von den tatsächlich abgesetzten Produktenmengen, bezogen jeweils auf eine Zeiteinheit (s_i), ergibt sich, dass y ein theoretischer Wert ist, der unter Verwendung der Parameter a_0 und a_1 zustande kommt. Grundsätzlich ist in Trendfunktionen y eine Funktion der Zeit.

Bei einem anderen Verlauf der empirischen Kurve müsste geprüft werden - da der Trend möglichst gut dem empirischen Verlauf angepasst werden soll -, welche andere Verlaufsform des Trends den praktischen Gegebenheiten entspricht.
In der Sowjetunion betrug z. B. das durchschnittliche jährliche Wachstumstempo der Industrieproduktion 106,9 Prozent für die Zeit von 1918 bis 1929 und 116,5 Prozent von 1930 bis 1940.
Zur Widerspiegelung dieser Entwicklung dienen in beiden Fällen Exponentialfunktionen mit unterschiedlicher Basis.

Je nach dem Verlauf kann es sich also auch um ganze rationale Funktionen höheren

Grades oder gebrochene rationale Funktionen oder Exponentialfunktionen oder noch andere handeln.
Es ist selbstverständlich, dass man bei der Berechnung versucht, weitgehend mit einfach zu handhabenden Funktionen auszukommen.
Im Beispiel bedeuten:

s_i : tatsächlich abgesetzte Produktion in 10000 Stück, bezogen auf ein Jahr

x_i : Zeit, Zeitwert

Zur Lösung der Aufgabe wird die Methode der Summenpostulierung verwendet. Die statistische Zeitreihe mit den Werten $s_1, s_2, ..., s_n$ liegt für mehrere Jahre, also für die Zeitabschnitte $x_1, x_2, ..., x_n$ vor. Als Trendwerte ergeben sich unter Beachtung der oben dargestellten Trendfunktion:

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = a_0 + a_1 x_1 \\ y_2 = a_0 + a_1 x_2 \\ ... \\ y_n = a_0 + a_1 x_n \end{array}\right\} \tag{29}$$

Da eine gute Annäherung der theoretischen Trendfunktion, der y_i, an die empirischen Werte notwendig ist, wird postuliert (gefordert,) dass die Summe der Trendwerte mit der Summe der empirischen Werte übereinstimmt. Daher kommt auch der Name dieser Methode. Es gilt mithin:

$$\sum_{i=1}^{n} s_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{30}$$

oder

$$\sum_{i=1}^{n} s_9 = n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{31}$$

Um mit dieser Gleichung die Trendwerte bestimmen zu können, müssen die Parameter fixiert werden. Dazu wird eine weitere Gleichung benötigt, die wir aus der Multiplikation mit x_i erhalten.

$$\begin{array}{c|l} s_i x_i & y_i x_i \\ \hline s_1 x_1 & y_1 x_1 = a_0 x_1 + a_1 x_1^2 \\ s_2 x_2 & y_2 x_2 = a_0 x_2 + a_1 x_2^2 \\ ... & \\ s_n x_n & y_n x_n = a_0 x_n + a_1 x_n^2 \end{array} \tag{32}$$

$$\sum_{i=1}^{n} s_i x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \tag{33}$$

oder

$$\sum_{i=1}^{n} s_i x_i = a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \tag{34}$$

Das vorliegende Gleichungssystem mit den Gleichungen (31) und (34) hilft uns, die

Parameter a_0 und a_1 der Trendfunktion eindeutig zu bestimmen:

$$a_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} s_i \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \sum\limits_{i=1}^{n} s_i x_i}{n \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{35}$$

$$a_1 = \frac{n \sum\limits_{i=1}^{n} s_i x_i - \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \sum\limits_{i=1}^{n} s_i}{n \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{36}$$

Zur Erleichterung unserer Arbeit könnten wir einerseits statt der Jahreszahlen (Zeitwerte x_i) die Zahlen 1, 2, ..., 13 oder andererseits die x_i so geschickt wählen, dass ihre Summe gleich 0 ist, also:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 0 \tag{37}$$

Die Zeitreihe umfasst 13 Werte. Das ist eine ungerade Zahl. Wir können demzufolge das Jahr in der Mitte unserer Zeitreihe (1962) gleich 0 setzen und davon ausgehend dem Zahlenstrahl entsprechend verfahren, so dass sich ergibt:

1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6

In dem zuletzt erwähnten Fall ist die Bedingung (37) erfüllt.
Würde unsere Zeitreihe nicht über eine ungerade Zahl von Jahren verfügen, sondern über eine gerade, und wäre z. B. $n = 8$ (1961-1968), so könnte man von den beiden an zentraler Stelle in der Mitte der Reihe stehenden x_1 ausgehen, ihnen die Zahlen -1 und $+1$ zuordnen und mit den übrigen Werten analog wie oben verfahren.

1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968
-4	-3	-2	-1	+1	+2	+3	+4
-7	-5	-3	-1	+1	+3	+5	+7

Auch in diesem Falle ist (37) erfüllt.
Damit können die Gleichungen (35) und (36) wesentlich vereinfacht werden, und zwar verbleiben für die beiden Parameter

$$a_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} s_i}{n} = \frac{226,7}{13} = 17,44 \quad , \quad a_1 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} s_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2} = \frac{171,6}{182} = 0,94 \quad \text{(35a, 35b)}$$

Demzufolge lautet die Trendfunktion im vorliegenden Falle

$$y = 17,44 + 0,94x$$

Auf dieser Grundlage können für die Jahre 1956 bis 1968 die einzelnen Trendwerte berechnet werden.

Tabelle 22

Jahr	Abgesetzte Produkte in 10000 Stück s_i	Zeitwert x_i	$s_i x_i$	x_i^2	$y_i = a_0 + a_1 x_i$
1956	12,0	-6	-72,0	36	11,80
1957	13,0	-5	-65,0	25	612,74
1958	13,4	-4	-53,6	16	13,68
1959	15,6	-3	-46,8	0	14,62
1960	15,3	-2	-30,6	4	15,56
1961	16,0	-1	-16,0	1	16,50
1962	17,0	0	0	0	17,44
1963	18,0	+1	18,0	1	18,38
1964	18,4	+2	36,8	4	19,32
1965	20,0	+3	60,0	9	20,36
1966	22,2	+4	88,8	16	21,20
1967	22,8	+5	114,0	25	22,14
1968	23,0	+6	138,0	36	23,08
$n = 13$	$\sum_{i=1}^{13} s_i = 226,7$	$\sum_{i=1}^{13} x_i = 0$	$\sum_{i=1}^{13} s_i x_i = 171,6$	$\sum_{i=1}^{13} x_i^2 = 182$	$\sum_{i=1}^{13} y_i = 226,7$

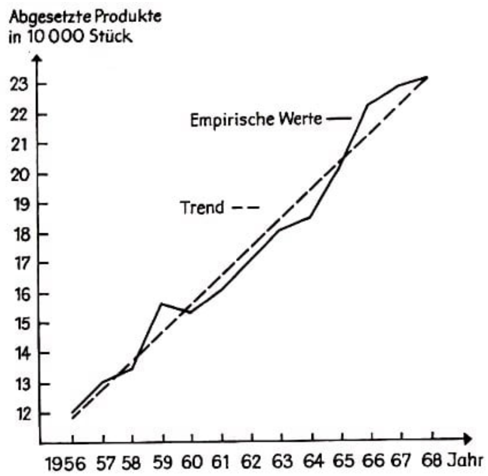


Abb. 28 Empirische und Trendwerte

So ergibt sich z. B. für 1956:

$$y_1 = 17,44 + 0,94x_1 \quad , \quad y_1 = 17,44 + 0,94 \cdot (-6)$$
$$y_1 = 17,44 + (-5,64) \quad , \quad y_1 = 11,80$$

In gleicher Weise werden die übrigen Trendwerte ermittelt. Sie sind aus Tabelle 22 zu ersehen. In Abbildung 28 wurden der Verlauf des Trends sowie die schon bekannte Kurve des tatsächlichen Absatzes während der Jahre 1956 bis 1968 graphisch dargestellt.
Da es darauf ankommt, Anhaltspunkte für die künftige Entwicklung zu erhalten, sind ebenfalls die Trendwerte für die Zeit bis 1975 berechnet worden:

Trendwert für 1969 $\hat{=}$ 24,02 Trendwert für 1970 $\hat{=}$ 24,96
Trendwert für 1971 $\hat{=}$ 25,71 Trendwert für 1972 $\hat{=}$ 26,84
Trendwert für 1973 $\hat{=}$ 27,78 Trendwert für 1974 $\hat{=}$ 28,73
Trendwert für 1975 $\hat{=}$ 29,66

Die Trendwerte für die vergangenen Jahre sowie die vorstehenden zeigt Abbildung 29.

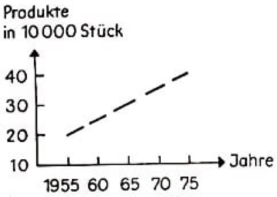


Abb. 29 Trendwerte für den Zeitabschnitt 1955 bis 1975

An einem anderen Beispiel 30[26] (siehe Abb. 30), das hier nicht im einzelnen behandelt werden soll, ist zu erkennen, dass der lineare Verlauf des Trends (Y_I) den empirischen Daten nicht im erforderlichen Maße Rechnung trägt. Um eine Angleichung zu erreichen, war in diesem Falle die Benutzung einer Funktion höheren Grades (Y_{II}) notwendig.

Eine Trendberechnung kann jedoch keine Variantenberechnungen im Rahmen der Planung ersetzen. Für die Planung gilt in erster Linie nicht der Trend, sondern der zuletzt erreichte Stand der Produktion usw. als Ausgangspunkt.

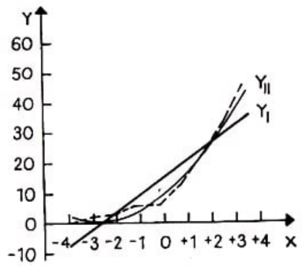


Abb. 30 Empirische Werte und Funktionswerte Y_I und Y_{II}

Trendberechnungen geben immer Anhaltspunkte für die Planung. Jedoch nur dann, wenn nachgewiesen ist, dass sich mit größter Wahrscheinlichkeit die Einflussfaktoren künftig in gleicher Weise auswirken werden wie in den vorangegangenen Zeitabschnitten, und wenn damit eine Berechtigung für die Fortsetzung des Trends in der Zukunft besteht, kann er unmittelbar als Planungsgrundlage dienen. Da das manchmal nicht der Fall ist, sollen hier noch zwei andere Methoden zur Ermittlung von langfristigen Angaben erörtert werden.

Ein Verfahren, das die Einflussfaktoren, die sich auf den Bedarf auswirken, relativ gut berücksichtigen kann, ist die Regressionsrechnung.
Der künftige Bedarf an einem bestimmten Produkt, verkörpert durch eine Variable (y), wird von Faktoren beeinflusst, die ebenfalls Variablen darstellen. Der Bedarf ist z. B. abhängig von der Bevölkerungszahl (x_1), dem Einkommen (x_2), den Preisen (x_3), der Werbung (x_4) u. a. Allgemein ausgedrückt ergibt sich somit als Funktionsgleichung

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{38}$$

oder

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n \tag{39}$$

[26] Richter, K.-J.: Technische Statistik, 3. Lehrbrief. Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1960, S. 182. unter Verwendung von Gebelein: Zahl und Wirklichkeit. Heidelberg 1952, S. 416

Mit Hilfe der Regression können unter bestimmten Umständen - trotz der auch hierbei auftretenden Probleme - brauchbare Voraussagen gemacht werden.

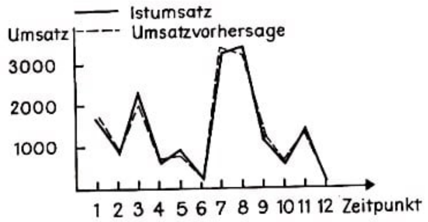


Abb. 31 Vorhersage mit Regression

Abbildung 31 stellt das Ergebnis einer solchen Berechnung graphisch dar.[27]
Die Probleme, die dabei auftreten, beziehen sich u. a. auf die Auswahl der wichtigsten Einflussfaktoren und deren Quantifizierung, die Qualität der Ausgangsdaten und, ähnlich wie bei den Trendberechnungen, auf die Wahl des Funktionstyps.

Da es möglich ist, mit Hilfe der Regression der künftigen Entwicklungsrichtung bei der Berechnung selbst gerecht zu werden, liefert dieses Verfahren gute Lösungen für die Praxis.

Bei dem Verfahren der exponentiellen Glättung werden wiederum Werte aus vergangenen Zeitabschnitten benutzt. Es wird hierbei ein mit einer sogenannten Glättungskonstante ermittelter fortgeschriebener Mittelwert aller vergangenen Beobachtungswerte verwendet. Die Beobachtungswerte der letzten Zeit werden stärker gewichtet als die der früheren Zeitabschnitte.
Ebenso können Entwicklungstrends mit beachtet werden. Beim Vorliegen einer linearen Trendfunktion besteht die Möglichkeit, den Trendwert und die Trendordnung oder anstelle der letzteren auch Saisonkoeffizienten getrennt fortzuschreiben.
Abbildung 32 zeigt das Ergebnis einer Berechnung zur Umsatzvorhersage mit Hilfe des Verfahrens der exponentiellen Glättung.

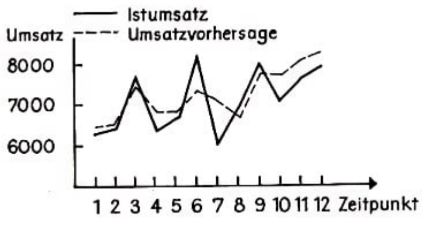


Abb. 32 Vorhersage mit exponentieller Glättung

7.3.3 Zur Anwendung der Netzplantechnik

Der Absatz der in der DDR hergestellten Produkte auf dem Weltmarkt hängt nicht nur davon ab, dass sie eine ausgezeichnete Qualität und niedrige Herstellungskosten aufweisen.
In zunehmendem Maße wird der Verkauf bei neuentwickelten Erzeugnissen mit dadurch beeinflusst, wieviel Zeit vom Zeitpunkt der ersten Überlegungen zur Entwicklung des

[27]31 Vgl. Angermann, D.: Mathematische Methoden in der Marktforschung. 2. Tagung "Mathematik und Kybernetik in der Ökonomie". Freiberg 1968, S.121/123

betreffenden Erzeugnisses bis zum Versand der Serienprodukte vergeht.

Die Bestrebungen gehen deshalb dahin, die Zeiten für die Forschung, die Entwicklung und die Überführung neuer Erzeugnisse in die Produktion wesentlich zu senken.
Bekanntlich ist die Entwicklung und Herstellung neuer Erzeugnisse für jeden Betrieb ein kompliziertes und komplexes Problem. Um es rationell zu lösen, müssen die Forschungs- und produktionsvorbereitenden Abteilungen eines Betriebes oder Kombinats reibungslos miteinander zusammenarbeiten.

Ein solches hocheffektives Zusammenwirken kann u. a. mit Hilfe von Modellen und Methoden der Netzplantechnik erreicht werden sowie indem die auf diese Weise erarbeiteten Pläne konsequent eingehalten und verwirklicht werden.
Jeder Netzplan - auch Netz oder Netzwerk oder Netzplanmodell genannt - ist das bildhafte Modell eines komplexen Vorhabens mit seinen einzelnen Teilprozessen, die entsprechend ihren logisch und technologisch bedingten Abhängigkeiten, also ihrer Reihenfolge dargestellt werden.

In der ersten Phase der Ablaufplanung oder Strukturanalyse werden die zur Entwicklung eines neuen Erzeugnisses notwendigen Tätigkeiten (Vorgänge) in ihren eben genannten Abhängigkeiten in der Form des Netzplans gezeichnet. Es handelt sich zunächst um einen groben Netzplan. In einer späteren Phase der Arbeit entsteht anstelle eines oder einiger weniger zusammengefasster Vorgänge ein eigener Teilnetzplan.
In unserem Kombinat werden in dieser entscheidenden Phase der Ablaufplanung detaillierte Teilnetzpläne zumindest für folgende Aufgaben entworfen:

- die konstruktive Vorbereitung
- die technologische Vorbereitung
- die Materialplanung und -bereitstellung
- den Musterbau
- die Teilefertigung und Montage
- den Absatz.

In diese Teilnetzpläne gehen die Aufgaben der übrigen Abteilungen, z. B. des Büros für Standardisierung und der technischen Kontrollorganisation, mit ein.

Die Entwürfe der Netzpläne werden im Leitungskollektiv und unter Hinzuziehung weiterer Angehöriger aus jeder Abteilung überprüft. Gleichzeitig müssen darin diejenigen Erzeugnisse fixiert werden, bei denen ein Wechsel der bearbeitenden Abteilungen eintritt. Diese Punkte dienen als Eckpfeiler für das Zusammenfügen der Teilnetzpläne zum gesamten Plan des Entwicklungsvorhabens.
Netzpläne für Entwicklungsarbeiten umfassen im allgemeinen 500 bis 1000 Teilprozesse (Vorgänge).

Zur Berechnung solch umfassender Netzpläne wird die moderne Rechentechnik herangezogen. In den Rechenzentren gibt es dazu verschiedenartige und vielseitige Programme

mit unterschiedlichen Zielstellungen.
Zu allen gehört aber zumindest die Berechnung des kritischen Weges. Darunter versteht man die Folge kritischer Vorgänge bzw. Ereignisse vom Beginn des Gesamtvorhabens bis zu dessen Abschluss. Als kritischer Weg wird der Weg (Folge von Vorgängen) verstanden, der den frühestmöglichen Abschluss des Gesamtvorhabens bestimmt.

Addiert man die Zeitdauer der einzelnen kritischen Vorgänge, so erhält man die Dauer des Gesamtvorhabens. Nach den Überprüfungen zur Verkürzung von Vorgängen, die sich auf dem kritischen Weg befinden, und den neuen Berechnungen entstehen die Planwerte, die nach Bestätigung des Vorhabens durch die Kombinatsleitung den einzelnen Betrieben bzw. Abteilungen übergeben werden.

Der Netzplan des Gesamtvorhabens ist für die Kombinatsleitung ein wichtiges Leitungsinstrument. Er dient nicht nur der sinnvollen und zeitsparenden Koordinierung aller beteiligten Stellen, sondern führt gleichzeitig zu der unter den gegebenen Bedingungen kürzestmöglichen Gesamtdauer.
Die Einsparungen an Entwicklungszeit durch Anwendung der Netzplantechnik liegen im allgemeinen zwischen 8 bis 30%. Soweit erforderlich, können Kapazitätsaufteilungen oder Kostenplanungen in die Vorbereitungsarbeiten zur Entwicklung und Einführung des neuen Erzeugnisses auf der Grundlage der Netzplantechnik mit einbezogen werden.

Eine Abstimmung dieses Vorhabens mit den anderen zur gleichen Zeit laufenden Entwicklungsarbeiten des Kombinats ist notwendig und kann gegebenenfalls auch mit: Hilfe eines Netzplans für alle Entwicklungsvorhaben erreicht werden.

In noch größerem Umfang als bei der Entwicklung eines neuen Erzeugnisses ist es bei der komplexen Großforschung erforderlich, verschiedene Einrichtungen "unter einen Hut zu bringen".
In diesem Falle sind es unterschiedliche Forschungsinstitute, Hochschulen, Betriebe und Kombinate mit ihren Forschungskapazitäten und Aufgaben, deren Arbeit unter einer einheitlichen Zielstellung koordiniert werden muss.

An der Lösung komplexer Forschungsprobleme sind - wie in der Sowjetunion - nicht nur Dutzende, sondern Hunderte von verschiedenen Forschungseinrichtungen beteiligt. Es kommt dabei vor allem darauf an, neben der Zeitplanung auch die Ausschöpfung der Ressourcen mit einzubeziehen. Gerade bestimmte Methoden der Netzplantechnik sind geeignet, den Umfang und den Inhalt der Forschungsarbeiten besser als früher mit den gegebenen materiellen Ressourcen und dem Fonds an vorhandenen qualifizierten Arbeitskräften abzustimmen. Die Ukrainische Filiale des Forschungsinstituts für Planung und Normative beim Staatlichen Plankomitee der UdSSR ist deshalb schon seit 1965 dazu übergegangen, diese Methoden der Netzplantechnik für die Koordinierung und die kontinuierliche Leitung der Gemeinschaftsarbeit sowie des Einsatzes der vorhandenen Hilfsquellen anzuwenden.

Jede Forschungsaufgabe ist durch einen gewissen Grad der Unbestimmtheit mit charakterisiert. Er entsteht u. a. dadurch, dass sich auf der Suche nach neuen Erkenntnissen, Methoden usw. grundsätzlich immer Schwierigkeiten und Komplikationen einstellen und einzelne Phasen der Arbeiten mit einem Misserfolg enden können.

Die Auswege aus solchen Situationen erfordern einen mehr oder weniger großen Zeitabschnitt und Kraftaufwand. Dieser Grad der Unbestimmtheit stellt sich z. B. bei "der Suche nach einem neuen Elementarteilchen auf einem Synchrophasotron anders dar als bei der Ausarbeitung einer Methodik für die Umlaufmittelplanung.
Hieraus ergeben sich auch die Unterschiede im Grad der Bestimmtheit bei der Festlegung des Umfangs der Aufgaben, der Termine und der Ergebnisse in den Forschungsplänen und -programmen."[28]

Die Zufälligkeiten, die in der Forschung auftreten, bedingen, dass dem stochastischen Charakter der Dauer komplexer Untersuchungen entsprechend mit Hilfe der Netzplantechnik Rechnung getragen werden muss. Es kommen demzufolge hierfür vor allem Modelle und Methoden der Netzplantechnik in Betracht, die einerseits diesen stochastischen Charakter widerspiegeln und die andererseits die Möglichkeit bieten, die vorhandenen Ressourcen mit zu berücksichtigen.
Die sowjetischen Erfahrungen bezeugen:

- Der Forschungsprozess kann in zweckmäßiger Weise mit Hilfe der Netzplantechnik modelliert, geplant und kontrolliert werden.

- Je mehr Forschungsinstitute usw. zu koordinieren sind, um so größer ist der Nutzen.

Wir wollen jetzt ein kleines Beispiel der Netzplantechnik behandeln, das eine Aufgabe der Operationsforschung selbst zum Inhalt hat. Allerdings ist es dabei nicht möglich, auf die Regeln, die bei der Aufstellung eines Netzplanes zu beachten sind, im einzelnen einzugehen. Die Aufgabe lautet:

Modelliere mit der Netzplantechnik die Erarbeitung eines mathematischen Modells und der entsprechenden Lösungsmethode für ein technologisches Problem und berechne den kritischen Weg. Für den Ablauf dieses Prozesses muss erst einmal das Modell in der Form eines Netzplans erarbeitet, d.h. die Ablaufplanung bzw. Strukturanalyse vorgenommen werden.

Zunächst zerlegen wir den Gesamtprozess, unser Gesamtvorhaben, in kleinere Teile. Bei einer etwas groben Einteilung erhalten wir:

1. Bildung einer Arbeitsgemeinschaft
2. Literaturauswertung
3. Komplexe Analyse des vorhandenen Zustands
4. Qualifizierung der Arbeitsgruppenmitglieder
5. Abschließende Formulierung der technologischen Aufgabe
6. Erarbeitung des Modellentwurfs
7. Vorbereitung eines Maßnahmeplanes für die spätere Einführung des Modells und der Lösung
8. Verbesserung des Modellentwurfs

[28]Vgl. Iklinski, A.: Die Netzwerkplanung in der ökonomischen Forschung. Sowjetwissenschaft. Gesellschaftswissenschaftliche Bei- träge, Heft 1/1969, S. 93

9. Erarbeitung eines Lösungsalgorithmus

Hier brechen wir ab. Selbstverständlich müssten sich, wie im Abschnitt über die Arbeitsetappen bei der Operationsforschung noch dargelegt wird, weitere Vorgänge anschließen. Wir wollen jedoch unser Beispiel nicht so weit ausdehnen und nur das Prinzipielle eines Netzplanmodells zeigen.

Diese Teilprozesse oder Abläufe bezeichnen wir in der Netzplantechnik als Vorgänge. Sie entsprechen allgemein der Erledigung bestimmter Arbeiten oder dem Ablauf planmäßiger Lieferfristen (z. B. bei Bauvorhaben) und sind durch drei Merkmale gekennzeichnet:

- Ausführung eines Teilprozesses

Verkörperung eines Zeitabschnittes (Verbrauch an Zeit für die Ausführung, Zeitdauer)

- in der Regel Einsatz von Arbeitskräften und (oder) Arbeitsmitteln.

Den Beginn und den Abschluss eines Teilprozesses nennen wir Ereignis. Beispiele hierfür sind: Beginn der Literaturauswertung, Beginn der Materialanlieferung, Abschluss der Abnahme der technischen Einrichtungen usw. Ereignisse sind dadurch charakterisiert, dass sie

- auf einen bestimmten Punkt im Ablauf des Gesamtprozesses hinweisen

- den Beginn oder Abschluss eines Vorganges (Teilprozesses) anzeigen und

- weder Arbeitszeit noch Arbeitsmittel erfordern.

Wir wählen als Symbol für das Ereignis „E“. Das Anfangsereignis wird durch den Index (I) und das Endereignis durch (J) symbolisiert. Wenn mit einem Rechenautomaten gearbeitet wird, sind die Indizes groß zu schreiben, in Klammern zu setzen und nicht tief zu stellen.
Da das bei der Anwendung der Netzplantechnik in der Regel der Fall ist, wollen wir hier auch so verfahren. Aus dem genannten Grunde sind im einschlägigen Standard auch große Buchstaben für die Indizes vorgesehen worden.

Für den Vorgang führen wir $V(I,J)$ ein und für seine Zeitdauer $D(I,J)$. Die letztere ist aber erst für die Zeitplanung bedeutungsvoll. Ereignisse sollen in unserem Netzplan durch Kreise und Vorgänge durch Pfeile (Vorgangspfeilnetz) veranschaulicht werden.

Es gibt auch noch andere Formen der Darstellung von Netzplanmodellen. Das Grundelement eines jeden Netzplans, entsprechend den vorstehenden Festlegungen, geht aus Abbildung 33 hervor.

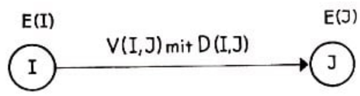


Abb. 33 Grundelement eines Netzplans

Nunmehr ist zu überlegen, in welcher Weise die einzelnen Teilprozesse voneinander abhängen. Dazu betrachten wir jeden Vorgang einzeln und beantworten für ihn jeweils drei Fragen:

1. Welche anderen Teilprozesse gehen diesem Vorgang unmittelbar voraus und müssen vor seinem Beginn abgeschlossen sein (Vorgänger)?

2. Welche anderen Teilprozesse können gleichzeitig, also parallel mit diesem Vorgang verlaufen ?

3. Welche anderen Teilprozesse müssen diesem Vorgang unmittelbar folgen, d. h., für welche weiteren Teilprozesse ist dieser Vorgang eine unabdingbare Voraussetzung (Nachfolger)?

Tabelle 23 a

Lfd. Nr.	Vorgang	Vorgänge die vorhergehen	Vorgänge die parallel verlaufen	Vorgänge die folgen
1	Bildung einer Arbeitsgemeinschaft	-	2	3, 4
2	Literaturauswertung	-	1, 3, 4, 5	6, 7
3	komplexe Analyse des vorhandenen Zustands	1	2, 4	5, 6, 7
4	Qualifizierung der Arbeitsgruppenmitglieder	1	2, 3, 5	6, 7
5	abschließende Formulierung der technologischen Aufgabe	3	2, 4, 6, 7, 8	9
6	Erarbeitung des Modellentwurfs	2, 3, 4	5, 7	8, 9
7	Vorbereitung des Maßnahmeplanes	2, 3, 4	5, 6, 8, 9	-
8	Verbesserung des Modellentwurfs	6	7, 9	-
9	Erarbeitung eines Lösungsalgorithmus	5, 6	7, 8	-

Bei der Beantwortung der ersten und dritten Frage ergeben sich die parallel verlaufenden Vorgänge von selbst. Wir ergänzen die schon vorhandene Liste der Vorgänge, so dass Tabelle 23a entsteht.

Nachdem die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Vorgängen fixiert worden sind, kann in der Form eines Netzplans das Modell des Gesamtprozesses "Erarbeiten eines mathematischen Modells und der speziellen Lösungsmethode für ein technologisches Problem" entworfen werden.
Es wurde in Abbildung 34 dargestellt, wobei die Zahlen an den Pfeilen jeweils der laufenden Nummer des betreffenden Vorgangs in Tabelle 23a entsprechen.

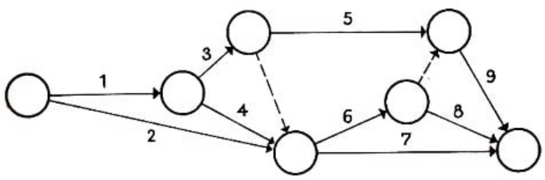


Abb. 34 Erster Entwurf des Netzplans

In Abbildung 34 wurden noch zwei Pfeile als unterbrochene Linien eingezeichnet. Hierbei handelt es sich um Scheinvorgänge mit der Zeitdauer 0. Sie bringen logische oder durch den Ablauf des Gesamtprozesses bedingte technologische Abhängigkeiten zum Ausdruck.
Es ist in der Praxis und demzufolge auch im hier behandelten Netzplan so, dass z. B. erst einmal die komplexe Analyse abgeschlossen sein muss, bevor der Modellentwurf

angefertigt werden kann. In ähnlicher Weise ist zumindest dieser erforderlich, bevor der Lösungsalgorithmus dazu entworfen wird.

Unter Berücksichtigung des Ablaufs der Teilprozesse und der Abhängigkeiten wird jetzt die Nummerierung der Ereignisse vorgenommen. Dabei ist es zweckmäßig, in aufsteigender Richtung entsprechend dem Ablauf des Gesamtprozesses zu nummerieren. Es gilt $I < J$.
Die Vorgänge sind jetzt (vgl. Definition) durch die Zahlen der sie begrenzenden Ereignisse gekennzeichnet. Man spricht deshalb auch von ereignisnummerierten (im Unterschied zu vergangsnummerierten) Netzplänen (vgl. Abb. 35). Es ist also nicht notwendig, die laufende Nummer jedes Vorgangs im Netzplan zu vermerken.

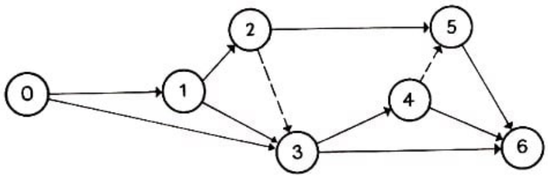


Abb. 35 Netzplandiagramm mit Ereignisnummerierung (Vorgangspfeilnetz)

Die sorgfältige Analyse des Ablaufs, der Anordnung der einzelnen Vorgänge innerhalb des gesamten Vorhabens ist die Hauptaufgabe bei der Ablaufplanung im Rahmen der Netzplantechnik. Sie ist die wichtigste Vorarbeit für die Zeitplanung und entscheidend für das Ergebnis.

Für die Zeitplanung, die sich nunmehr anschließt, sind zunächst erst einmal die erforderlichen Zeitwerte für jeden Vorgang festzulegen. Wir gehen dabei von der Annahme aus, dass auf Grund einer größeren Anzahl ähnlich zu lösender Aufgaben im Kombinat gewisse Erfahrungswerte für die Zeitdauer jedes einzelnen Teilprozesses existieren.

Unter dieser Voraussetzung ist es möglich, die Zeitwerte als determiniert anzusehen und die Zeitplanung mit der Methode des kritischen Weges, auch mit CPM (Critical Path Method) bezeichnet, vorzunehmen. In diesem Falle ist für jeden Vorgang nur ein Zeitwert erforderlich.

Für die vorliegende Aufgabenstellung wäre jedoch ebensogut der Standpunkt akzeptabel, dass die Zeitdauer jedes einzelnen Teilprozesses nicht eindeutig bestimmt ist.
Unter dieser Prämisse könnte für die Zeitplanung PERT (Program Evaluation and Review Technique) oder eine ähnliche auf wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen basierende Methode verwendet werden.

Im Gegensatz zum determinierten Fall handelt es sich bei "PERT" um eine stochastische Interpretation.
Wir wollen zur Lösung unserer Aufgabe die Methode des kritischen Weges verwenden. Tabelle 23a kann nunmehr um die Nummern der Anfangs- und Endereignisse sowie die beiden erwähnten Zeitwerte ergänzt werden. Damit ergibt sich

Tabelle 23 b.

Tabelle 23 b

Lfd. Nr.	E(I)	E(J)	Vorgang	Vorgänge die vorhergehen	parallel sind	folgen	MIND [ZE]	ND [ZE]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	Bildung einer Arbeitsgemeinschaft	-	2	3, 4	6	10
2	0	3	Literaturauswertung	-	1, 3, 4, 5	6, 7	30	48
3	1	2	komplexe Analyse des vorhandenen Zustands	1	2, 4	5, 6, 7	18	22
4	1	3	Qualifizierung der Arbeitsgruppenmitglieder	1	2, 3, 5	6, 7	10	18
5	2	5	abschließende Formulierung der technologischen Aufgabe	3	2, 4, 6, 7, 8	9	4	8
6	3	4	Erarbeitung des Modellentwurfs	2, 3, 4	5, 7	8, 9	3	4
7	3	6	Vorbereitung des Maßnahmeplanes	2, 3, 4	5, 6, 8, 9	-	8	20
8	4	6	Verbesserung Modellentwurfs	6	7, 9	-	10	16
9	5	6	Erarbeitung eines Lösungsalgorithmus	5, 6	7, 8	-	10	20

Die Zeitplanung soll u. a. dazu verhelfen, über die Berechnung des zeitlichen Ablaufs des Gesamtvorhabens und die Bestimmung der Termine für alle Ereignisse und damit zu- gleich für die Vorgänge, diejenigen Ereignisse und Vorgänge zu erkennen, die auf dem kritischen Weg liegen. Das ist jener Weg, der die kürzestmögliche Dauer des Gesamtvorhabens bestimmt. Es können auch mehrere kritische Wege existieren, die jedoch alle gleich lang sind.

Durch das kleine Netz unseres Beispiels führen, wie man ohne Schwierigkeiten aus Abbildung 35 erkennen kann, insgesamt zehn Wege mit teilweise unterschiedlicher Länge, von denen der längste, der kritische Weg aber nur einmal vorhanden ist. Bei großen Netzplänen kann man jedoch den oder die längsten Wege nur durch Berechnen mit Hilfe von EDVA ermitteln.

Ist die dabei ermittelte Gesamtdauer zu lang, werden gezielte Überprüfungen für einzelne Vorgänge, die auf dem kritischen Weg liegen, vorgenommen, und zwar mit dem Ziel, die Dauer von Vorgängen zu verkürzen. Damit entstehen die Voraussetzungen, um bei der nächsten Berechnung einen neuen kritischen Weg zu finden, eine kürzere Gesamtdauer zu erreichen und die gestellten zeitlichen Anforderungen insgesamt zu erfüllen.

Wir wollen jetzt den kritischen Weg für unser Beispiel bestimmen (vgl. Abb. 38). Bei kleineren Vorhaben oder Grobnetzplänen kann diese Berechnung auf dem Netzplan vorgenommen werden.
Bei größeren - wenn eine elektronische Datenverarbeitungsanlage verwendet wird - erhalten wir die Ergebnisse in Tabellenform ausgedruckt. Um diese Berechnungen für unser kleines Beispiel manuell vornehmen zu können, führen wir weiterhin ein:

$MIND$ Minimaldauer, geringster Wert, auf den ein Zeitabschnitt verkürzt werden darf

ND: Normaldauer, Zeitabschnitt bei normaler Intensität des Vorgangs

$FAT(I,J)$: Frühester Anfangstermin (Beginn, Anfangszeitpunkt) für einen Vorgang,

d. h., frühestmöglicher Zeitpunkt des Eintreffens von $E(I)$, bezogen auf den Startpunkt des Gesamtvorhabens zum Zeitpunkt 0, wobei $FAT(I, J) = FT(I)$. (40)

$SAT(I, J)$: Spätester Anfangstermin (Beginn, Anfangszeitpunkt) für einen Vorgang
$SAT(I, J) = SET(I, J) - D(I, J)$ (41)

$FET(I, J)$: Frühester Endtermin (Abschlusszeitpunkt) für einen Vorgang
$FET(I, J) = FAT(I, J) + D(I, J)$ (42)

$SET(I, J)$: Spätester Endtermin (Abschlusszeitpunkt) für einen Vorgang, d. h., spätester Zeitpunkt von $E(J)$ bezogen auf den Beginn des Gesamtprojekts zum Zeitpunkt 0, wobei
$SET(I, J) = ST(J)$. (43)

$FT(I)$: Frühester Termin eines Anfangsereignisses, wobei
$FT(I) = \max[FT(I') + D(I', I)] = \max[FAT(I, J)]$ (40a)
und sich I', I auf den vorangegangenen Vorgang bezieht.

$ST(I)$: Spätester Termin eines Anfangsereignisses, wobei
$ST(I) = \min[ST(J) - D(I, J)]$ (41a)

$FT(J)$: Frühester Termin eines Abschlussereignisses, wobei
$FT(J) = \max[FT(I) + D(I, J)]$ (42a)

$ST(J)$: Spätester Termin eines Abschlussereignisses, wobei
$ST(J) = \min[ST(J') - D(J, J')] = \min[SET(I, J)]$ (43a)
und sich J, J' auf den nachfolgenden Vorgang bezieht.

Für das Startereignis des Gesamtvorhabens ist grundsätzlich $FT(I) = 0$. Für das Zielereignis des Gesamtvorhabens wird $FT = ST$ gesetzt.

$GP(J)$: Pufferzeit oder Schlupfzeit eines Abschlussereignisses, wobei
$GP(J) = ST(J) - FT(I) \geq 0$ (46d)
sein muss.

Die Berechnung soll (s. Abb. 38) in Tabelle 24 durchgeführt werden. Dazu übertragen wir die Ausgangsdaten aus Tabelle 23 b in Tabelle 24, wobei die Spalten- und Zeilenbezeichnungen den Ereignissen entsprechen.

Die Werte für die Felder der Tabelle sind die Zeitwerte $D(I, J)$ (normal) für die einzelnen Vorgänge gemäß Tabelle 23. Für $V(0, 1)$ ist $D(0, 1) = 10$.
Dieser Wert steht im Feld 0/1 der Tabelle 24 usf. Für die Scheinvorgänge wird als Zeitwert 0 eingesetzt.

Die Tatsache, dass nur das obere Dreieck in dieser Tabelle ausgefüllt ist, ergibt sich aus der für die Nummerierung der Ereignisse aufgestellten Bedingung $I < J$.
Die frühesten Anfangstermine FT werden im Beispiel für die Ereignisse I, das sind die Anfangsereignisse, berechnet und die spätesten Endtermine ST für die Ereignisse J, das sind die Abschlussereignisse. Für die $FT(I)$ wird vorwärts addiert und bei mehreren Möglichkeiten der jeweils größte Wert genommen, für die $ST(J)$ rückwärts oder

retrograd subtrahiert und bei mehreren Möglichkeiten der niedrigste Wert eingesetzt.

Zunächst nehmen wir uns die $FT(I)$ vor, also die frühesten Termine für die Anfangsereignisse. Das Startereignis des Gesamtvorhabens beginnt zum Anfangstermin 0.
Der Vorgang $V(0,1)$ hat eine Dauer von $D(0,1) = 10$. Somit ergibt sich $0 + 10 = 10$. Der $FT(I)$ für diejenigen Vorgänge, die das Ereignis 1 als Anfangsereignis haben, kann nur nach 10 Zeiteinheiten liegen.

Tabelle 24

$E(I)$ \ $E(J)$	0	1	2	3	4	5	6	$FT(I)$
0	-	10		48				0
1		-	22	18				10
2			-	0		8		32
3				-	4		20	48
4					-	0	16	52
5						-	20	52
6							-	72
$ST(J)$	0	22	44	48	52	52	72	-
$ST(J) - FT(I)$	0	12	12	0	0	0	0	

In gleicher Weise erhalten wir den frühesten Anfangstermin für diejenigen Vorgänge, die mit dem Ereignis 2 beginnen, und zwar $10 + 22 = 32$. Für 3 als Anfangsereignis sind drei Möglichkeiten vorhanden:

$$0 + 48 = \boxed{48}, \qquad 10 + 18 = 28, \qquad 32 + 0 = 32$$

Es gilt das Maximum. Demzufolge wird der größte Wert (48) in der dritten Zeile der Tabelle 24 eingesetzt. In gleicher Weise werden die noch folgenden $FT(I)$-Werte ermittelt. Wir erhalten für die 4. Zeile:

$$48 + 4 = \boxed{52}$$

für die 5. Zeile:

$$32 + 8 = 40, \qquad 52 + 0 = \boxed{52}$$

Der größte Wert 52 wird eingesetzt für die 6. Zeile:

$$48 + 20 = 68, \qquad 52 + 16 = 68, \qquad 52 + 20 = \boxed{72}$$

Es gilt in diesem Falle wieder das Maximum = 72.
Wir sind zuletzt mechanisch vorgegangen und erkannten dabei:
Wir berechneten den $FT(I)$ für eine Zeile, indem wir in der Spalte mit der gleichen Ziffer die besetzten Felder aufsuchten. Den zum jeweiligen Feld schon bekannten $FT(I)$-Wert der betreffenden Zeile addierten wir mit dem Wert des entsprechenden Feldes. Gab es mehrere Möglichkeiten, so wurde der größte Betrag ausgewählt.

Mit dem Wert 72 wurde zugleich die Gesamtdauer des Vorhabens bestimmt. Um aber den kritischen Weg feststellen zu können, werden erst einmal die spätesten Endtermine $ST(J)$ berechnet.

Wir beginnen mit der Ermittlung der spätesten Termine für die Endereignisse, indem wir den Abschluss des gesamten Vorhabens voraussetzen und zum Startpunkt zurückrechnen.
Dazu setzen wir die 72 als spätesten Abschlusstermin für das Endereignis in Spalte 6 ein. Die Spalten verkörpern grundsätzlich Endereignisse, während die Zeilen Anfangsereignisse darstellen. Wollen wir für das Endereignis 5 den spätesten Termin bestimmen, so müssen wir den von 5 ausgehenden Vorgang berücksichtigen. Seine Zeitdauer beträgt 20 Zeiteinheiten (ZE).

Von dem Abschlusszeitpunkt des Gesamtvorhabens ziehen wir die 20 ZE ab und erhalten damit den spätesten Endtermin für das Ereignis 5. Er liegt nach 52 ZE. Die nächste Spalte, für die berechnet werden muss, ist die 4. In der 4. Zeile finden wir zwei Felder besetzt, d. h. vom Ereignis 4 gehen zwei Vorgänge aus, wobei einer - wie wir an der 0 erkennen können - ein Scheinvorgang ist. Unter Beachtung dieser beiden Felder erhalten wir auf der Grundlage der schon ermittelten $ST(J)$-Werte:

$$72 - 16 = 56, \qquad 52 - 0 = \boxed{52}$$

In diesem Falle gilt der minimale Wert, d. h. 52. Dieser Betrag wird in die 4. Spalte unten als $ST(J)$ eingesetzt. In gleicher Weise verfahren wir in der 3. Spalte:

$$72 - 20 = 52, \qquad 52 - 4 = \boxed{48}$$

Das Minimum (48) wird in der Tabelle vermerkt. Für die 2. Spalte:

$$52 - 8 = \boxed{44}, \qquad 48 - 0 = 48$$

Für die 1.Spalte:

$$48 - 18 = 30, \qquad 44 - 22 = \boxed{22}$$

Für die 0.Spalte:

$$48 - 48 = \boxed{0}, \qquad 22 - 10 = 12$$

Auch für die Berechnung der $ST(J)$ braucht also nur schematisch die Zeile aufgesucht zu werden, deren Zahl mit der der Spalte (J) übereinstimmt, für die berechnet werden soll. Entsprechend den besetzten Feldern in dieser Zeile werden die Subtraktionen ausgeführt. Die niedrigste Differenz wird verwendet.

Jetzt sind die ermittelten $FT(I)$ von den $ST(J)$ mit dem gleichen Index abzuziehen. Damit erhalten wir die Puffer- oder Schlupfzeit, die bei dem jeweiligen Endereignis besteht. Im Beispiel ergibt sich für die Ereignisse 1 und 2 eine Pufferzeit von jeweils 12 ZE. Das kann auch deutlich aus der auf dem Netzplan durchgeführten Berechnung (vgl. Abb. 39) ersehen werden.

Die Ereignisse, für die keine Puffer- oder Schlupfzeit vorhanden ist, für die also eine Differenz von 0 ausgewiesen wird, befinden sich auf dem kritischen Weg.

Sofern nur ein kritischer Weg besteht - wie im vorliegenden Beispiel - können an Hand dieser kritischen Ereignisse die kritischen Vorgänge im Netzplan gekennzeichnet werden. Es sind diejenigen, die die kritischen Ereignisse miteinander verbinden (siehe Abb.36, der kritische Weg ist doppelt gezeichnet).

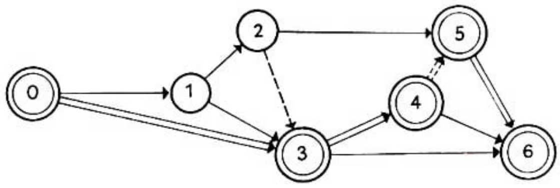


Abb. 36 Netzplandiagramm mit eingezeichnetem kritischen Weg nach der ersten Berechnung (nur ein kritischer Weg)

Dieses einfache Verfahren zur Kennzeichnung des kritischen Weges ist jedoch bei großen sowie unübersichtlichen Netzplänen und wenn mehrere kritische Wege vorhanden sind nicht anwendbar. Es muss dann noch berechnet werden, welche Vorgänge kritisch sind. Ein solcher Fall tritt beim nächsten Rechengang nach Verkürzung von zwei Vorgängen ein.
Deshalb wird auch erst dort auf diese Berechnung näher eingegangen. Zunächst sollen die Ergebnisse der oben durchgeführten Berechnung zusammengestellt und die Pufferzeiten für die Vorgänge ermittelt werden. Diese gehen aus Tabelle 25 hervor.

Tabelle 25

Lfd.	Vorgang			Vorgangsbezogene Größen							
Nr.	E(I)	E(J)	D(I,J)	FAT	SAT	FET	SET	GP	FP	BP	UP
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	0	1	10	0	12	10	22	12	0	12	0
2	0	3	48	0	0	48	48	0	0	0	0
3	1	2	22	10	22	32	44	12	0	12	10
4	1	3	18	10	30	28	48	20	20	0	8
5	2	5	8	32	44	40	52	12	12	0	0
6	3	4	4	48	48	52	52	0	0	0	0
7	3	6	20	48	52	68	72	4	4	0	4
8	4	6	16	52	56	68	72	4	4	0	4
9	5	6	20	52	52	72	72	0	0	0	0

Die Angaben für die Spalten 1 bis 4 der Tabelle 25 übernehmen wir aus Tabelle 23. Diejenigen für die Spalten 5, 8 und 11 können aus Tabelle 24 abgeschrieben werden, wobei

$$FT(I) \hat{=} FAT(I,J), \qquad ST(J) \hat{=} SET(I,J), \qquad \text{und } ST(J) - FT(I) = BP$$

ist. Die spätesten Anfangstermine (SAT) sowie die frühesten Endtermine (FET) werden für die Vorgänge nach den schon erwähnten Formeln berechnet. Für SAT bedeutet das: Wert aus Spalte 8 minus Wert aus Spalte 4; für FET: Wert aus Spalte 5 plus Wert der Spalte 4.
Die Formeln für die Pufferzeiten der Vorgänge lauten:

Gesamte Pufferzeit:

$$GP(I,J) = SET(I,J) - FAT(I,J) - D(I,J) = ST(J) - FT(I) - D(I,J) \qquad \text{(44a,44b)}$$

Freie Pufferzeit:

$$FP(I,J) = FAT(J,J') - FET(I,J) = FAT(J,J') - FT(I) - D(I,J) \qquad \text{(45a,45b)}$$

Bedingte Pufferzeit:

$$BP(I,J) = SAT(J,J') - FET(I,J) = SAT(J,J') - FAT(I,J) - D(I,J) = GP(J) \qquad \text{(46a,b,c)}$$

Unabhängige Pufferzeit:

$$UP(I,J) = \max[0; FAT(J,J') - SET(I',I) - D(I,J)] \qquad (47)$$

wobei $I' < I$ und $J' > J$ ist; $UP(I,J) \geq 0$, wird also der Ausdruck negativ, so ist $UP(I,J)$ gleich 0 zu setzen.

Die gesamte Pufferzeit erhalten wir, indem jeweils von dem Wert der Spalte 8 die Werte der Spalte 5 und 4 für jeden Vorgang subtrahiert werden. Sie sagt aus, wie weit ein Vorgang zeitlich ausgedehnt oder um welchen Zeitabschnitt er von seinem frühestmöglichen Anfang in Richtung auf das Ende des Gesamtvorhabens verschoben werden kann, ohne den Zeitpunkt für den Abschluss des Vorhabens zu verändern.
Voraussetzung dabei ist, dass alle vorhergehenden Vorgänge zum frühestmöglichen und alle nachfolgenden zum spätestmöglichen Zeitpunkt beginnen.

Die freie Pufferzeit können wir einfach als Differenz zwischen der gesamten Pufferzeit und der bedingten Pufferzeit bilden oder, anders ausgedrückt: Wert aus Spalte 9 minus Wert aus Spalte 11 = Spalte 10. Die freie Pufferzeit gibt an, um welchen Zeitabschnitt ein Vorgang ausgedehnt werden könnte, wenn alle vorhergehenden und nachfolgenden Vorgänge zu ihrem frühestmöglichen Anfangstermin beginnen.

Die bedingte Pufferzeit zeigt die erreichbare zeitliche Ausdehnung oder die mögliche zeitliche Verschiebung eines Vorgangs in Richtung auf das Ende des Vorhabens an unter der Voraussetzung, dass der Beginn aller nachfolgenden Vorgänge so weit wie möglich dem Ende des Vorhabens genähert wird. Bei Ausnutzung der bedingten Pufferzeit sind für die Nachfolger keine Pufferzeiten mehr vorhanden.

Bei der unabhängigen Pufferzeit ist vom frühesten Anfangstermin des Nachfolgers der späteste Endtermin des Vorgängers des Vorgangs, für den die Berechnung durchgeführt wird, abzuziehen. Sie kann ebenfalls zum Ausdehnen des betreffenden Vorgangs oder zu seiner Verschiebung in Richtung auf das Ende des Gesamtvorhabens verwendet werden, ohne dass der Ablauf des Gesamtvorhabens dadurch beeinflusst wird.

Tabelle 26

$E(I)$ \ $E(J)$	0	1	2	3	4	5	6	$FT(I)$
0	-	10		32				0
1		-	22	18				10
2			-	0		8		32
3				-	4		20	48
4					-	0	16	36
5						-	12	40
6							-	52
$ST(J)$	0	10	32	32	36	40	52	-
$ST(J)-FT(I)$	0	0	0	0	0	0	0	

Bei Ausnutzung der unabhängigen Pufferzeit beginnen die vorhergehenden Vorgänge zu ihrem spätestmöglichen und die nachfolgenden zu ihrem frühestmöglichen Zeitpunkt. Die Pufferzeiten geben also beim Überprüfen und bei der Durchführung des gesamten Vorhabens Anhaltspunkte für eventuell noch vorhandene Zeitreserven speziell der nichtkritischen Vorgänge sowie für die weitere Koordinierung der Arbeiten.

Um in unserem Beispiel die geforderte Dauer von einem Jahr für das Gesamtvorhaben zu erreichen, sind Vorgänge zu verkürzen. Es werden zwei ausgewählt, und zwar $V(0,3)$ mit einer Kürzung um 16 und $V(5,6)$ um 8 ZE. Die Berechnung wird dann in derselben Weise durchgeführt wie beim ersten Male.
Damit ergibt sich Tabelle 26. Das Vorhaben kann also in 52 ZE abgeschlossen werden. Alle Ereignisse liegen aber auf kritischen Wegen. Unter diesen Bedingungen ist erst noch festzustellen, welche Vorgänge kritisch sind. Dazu wird für jeden Vorgang die nachstehende Berechnung vorgenommen, wobei $FAT(I,J) \widehat{=} FT(I)$ und $SET(I,J) \widehat{=} ST(J)$:

$V(I,J)$	$FT(I)+D(I,J)=ST(J)$
$0,1$	$0+10=10$
$0,3$	$0+32=32$
$1,1$	$10+22=32$
$1,3$	$10+18<32$
...	
$4,5$	$36+0<40$
...	
$5,6$	$40+12=52$

Es sind also in unserem Beispiel jetzt nur noch zwei Vorgänge nicht kritisch (vgl. Abb. 37), und zwar $V(1,3)$ sowie $V(4,5)$, denn für sie trifft das Gleichheitszeichen nicht zu. Das bedeutet, dass es sich um ein sehr angespanntes Programm handelt. Bei anderen Aufgaben können jedoch wesentlich mehr und auch relativ lange Pufferzeiten für die Vorgänge, die nicht auf dem kritischen Weg liegen, auftreten. Sie werden u. a. als Reserven für eventuelle Kapazitätsverschiebungen bei den kritischen Vorgängen benutzt.

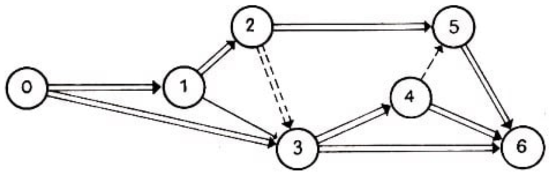


Abb. 37 Netzplandiagramm mit eingezeichnetem kritischen Weg nach der zweiten Berechnung (fünf Wege sind kritisch)

Somit führen nunmehr 5 kritische Wege (siehe Abb. 37) durch das Netzplandiagramm, die alle die gleiche Dauer von 52 ZE aufweisen, und zwar:

0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 6
0 - 1 - 2 - 3 - 6
0 - 1 - 2 - 5 - 6
0 - 3 - 4 - 6
0 - 3 - 6

Auf eine zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse dieser Lösung in einer Tabelle - analog zur Tabelle 25 - wird verzichtet.

Das Ablaufschema für dieses Verfahren des kritischen Weges (CPM) wurde in der Abbildung 38 zusammengefasst.

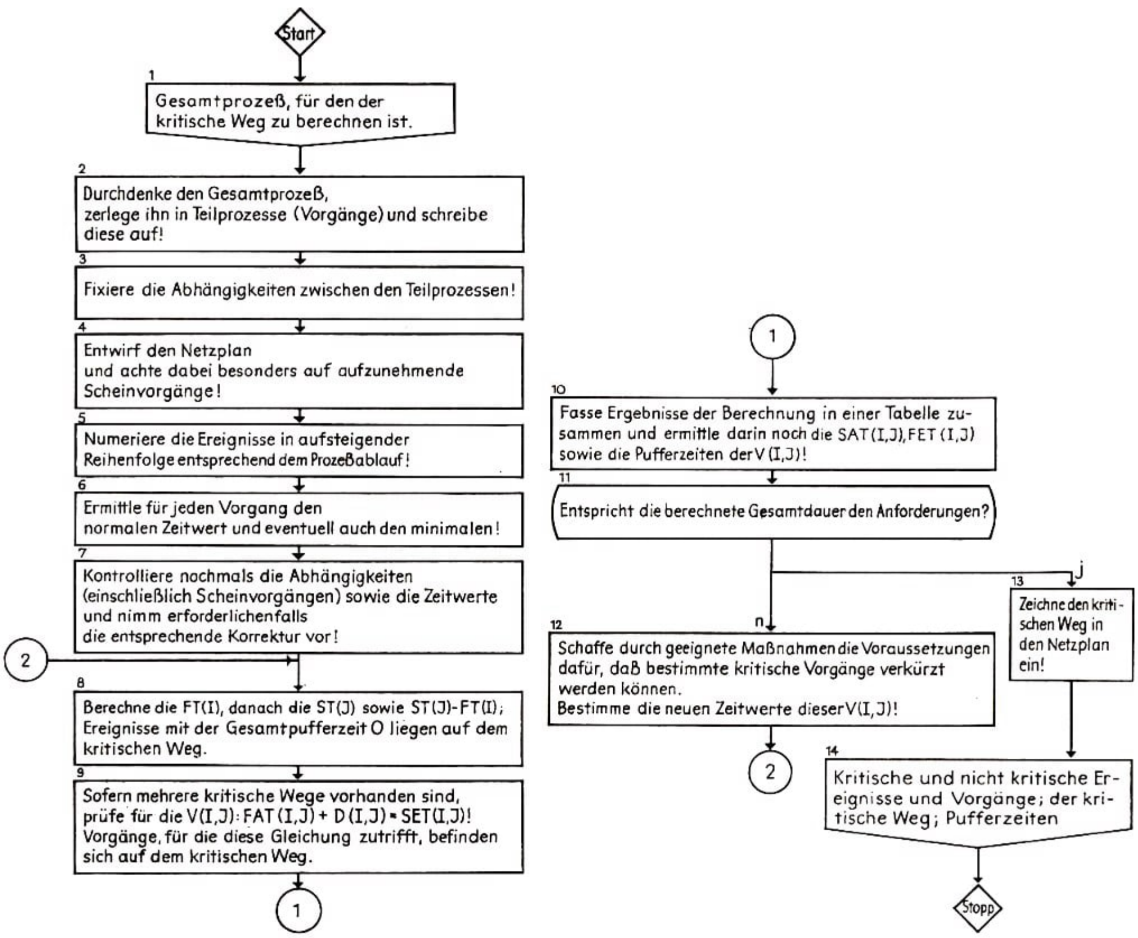


Abb. 38 Ablaufschema für die Ermittlung des kritischen Weges (CPM)

Die Berechnung kann bei kleinen Aufgaben im Netzplan selbst vorgenommen werden. Eine solche Berechnung zeigt Abbildung 39. Sie entspricht der Lösung, die Tabelle 24 ausweist (Stand vor der Verkürzung).
In Abbildung 39 bedeutet die Nummer in der oberen Hälfte eines jeden Kreises die Ereignisnummer. In dem linken unteren Viertel wurden die $FT(I)$ und in dem rechten unteren Viertel die $ST(J)$ eingetragen. Die Zahlen an den Pfeilen sind die, $D(I, J)$.

Zeichnet man den Netzplan auf Gitterpapier und legt einen Maßstab fest (Längeneinheit & Zeiteinheit), so kann man maßstabsgerechte Netzplandiagramme aufbauen. Ebenso ist es möglich, ein sogenanntes zeitgestrecktes Netzplandiagramm zu gestalten, indem eine Zeitachse unten der oben angebracht und die Pfeile entsprechend den zeitlichen Abständen auf der Achse gekennzeichnet werden.
Jede dieser verschiedenen Darstellungsformen hat ihre Vor- und Nachteile.

Im Zusammenhang mit der Erörterung der Zeitplanung war bereits auf das stochastische Modell PERT hingewiesen worden.

Darüber hinaus ist es vorteilhaft, in die Berechnungen des kritischen Weges ggf. noch Kapazitätsgrößen (Arbeitskräfte und Arbeitsmittel) oder Kostenplanungen mit einzubeziehen.
Weiterhin haben sich ebenfalls Entscheidungsnetzpläne für bestimmte Aufgaben bewährt. Sie sind durch Alternativereignisse und -vorgänge gekennzeichnet, d. h., sie enthalten auch Vorgänge, die später nicht ausgeführt werden. Eine besonders zweckmäßige Form der Anwendung der Netzplantechnik ist die simultane Kapazitätseinsatzplanung für mehrere zur gleichen Zeit auszuführende Vorhaben. Allerdings sind hierzu relativ große Rechenanlagen erforderlich.

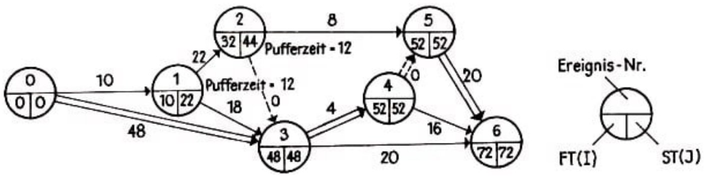


Abb. 39 Berechnung des kritischen Weges im Netzplandiagramm

7.3.4 Über Investitionsmodelle

Auf Grund des von Jahr zu Jahr steigenden Nationaleinkommens wächst in der DDR die Akkumulation. Die Vorbereitung und Durchführung der Investitionen muss insbesondere den Erfordernissen der ökonomischen Gesetze des Sozialismus und den objektiven Bedingungen des wissenschaftlich-technischen Fortschritts entsprechen.

Die volle Ausnutzung des Gesetzes der Ökonomie der Zeit und die Erwirtschaftung des höchstmöglichen Zuwachses an Nationaleinkommen sowie seine zweckmäßige Verwendung verlangen, dass die Investitionstätigkeit auf die intensiv erweiterte Reproduktion gerichtet wird. Die Investitionen sind mit den Erfordernissen der gesellschaftlichen Entwicklung des Territoriums in Übereinstimmung zu bringen.
Zur Sicherung einer hohen Effektivität der vorhandenen und der zu investierenden Grundfonds wurde die Investitionsplanung zur Grundfondsplanung weiterentwickelt (alle

Phasen der Reproduktion der Grundfonds einschließlich ihrer Erhaltung, Instandsetzung und Modernisierung).

Vor der Durchführung von Investitionsvorhaben sind objektive Kriterien und zum Teil auch mathematische Modelle zur Beurteilung und zur Beweisführung für die optimale Lösung erforderlich.
Zur Vorbereitung und Durchführung von Investitionen haben die im vorangegangenen Abschnitt erwähnten Verfahren der Netzplantechnik große Bedeutung. Deshalb können sie neben anderen mit in die Gruppe der Investitionsmodelle eingereiht werden. Betrachtet man die Investitionsmodelle im weiteren Sinne und fasst darunter alle Modelle, die zur Vorbereitung und Durchführung von Investitionsvorhaben dienlich sind, zusammen, so ergibt sich eine relativ breite Palette. Wir wollen uns auf einige Beispiele beschränken:

- Modelle zur Bilanzierung der vorhandenen Hauptanlagen (Kapazitäten) aller Eigentumsformen einer Erzeugnisgruppe mit den langfristig festgelegten Zielstellungen für die künftige Produktion

- Investitionsmodelle unter Zugrundelegung einer Gewinnfunktion

- Investitionsmodelle unter Verwendung einer Nachfragefunktion

- Investitionsmodelle mit Schranken, die durch die Finanzierung oder die Bauproduktion bedingt sind

- Modelle zum Entscheiden zwischen mehreren Investitionsmöglichkeiten bzw. Variantenberechnungen und -vergleiche unter verschiedenen Kriterien, wobei die Bewertung der Varianten, deren Begutachtung und die wissenschaftliche Fixierung von Bewertungskriterien eingeschlossen sind

- Berechnungen für Investitionen mit spezieller Zielstellung, z. B. für die Erweiterung der Exportproduktion

- Standortmodelle der verschiedensten Typen

- Modelle zur Kapazitätsbemessung und -auslastung, u. a. auch bedienungstheoretische Modelle und Simulationsmodelle

- Netzplanmodelle.

Aus dieser großen Anzahl von Modellen soll hier lediglich die Bewertungstabelle herausgegriffen werden, die dem Vergleich von Investitionsvarianten dient. Diese werden auf der Grundlage unterschiedlicher Kriterien miteinander verglichen.
Ein Teil davon gilt zugleich als Nutzenskennziffern. Auf diese Weise können die Varianten in ihren einzelnen Elementen einander gegenübergestellt werden. Diese Elemente sind quantitativ und qualitativ zu bewerten und entsprechend zu wichten, wobei die qualitative Seite auch durch Rang-Koeffizienten ausgedrückt werden kann. Das Prinzip der Bewertungstabelle geht aus Tabelle 27 hervor.

Tabelle 27

$V_i \backslash K_j$	$K_1, K_2, ..., K_n$
V_1 V_2 $\vdots$ V_m	V_i: Varianten K_j: Bewertungskriterien

Die optimale Variante für eine Investition kann jedoch nicht nur unter dem Aspekt des ökonomischen Nutzens der künftigen Produktionsprozesse, denen sie dient, gesehen werden. Sie muss zugleich die Effektivität der Investition selbst einschließen. Dazu gehört nicht zuletzt die Realisierungszeit der Investitionen. Das Streben geht dahin, auch hierfür immer kürzere Zeitabschnitte zu erreichen.

7.3.5 Standortoptimierung

Die Prognosen müssen über die Entwicklung der Hauptfaktoren des Produktions- und Reproduktionsprozesses, zu denen auch die Standorte der verschiedenen Einrichtungen gehören, eine Aussage treffen. Dabei werden häufig im Verlaufe der Prognosearbeit u. a. folgende Fragen aufgeworfen:

- Wo werden neue Prozesse verlaufen, wo sollten sich die dazu erforderlichen stationären Anlagen und Netze befinden, um im volkswirtschaftlichen Sinne die größtmögliche Effektivität zu sichern ?

- Entsprechen die Standorte vorhandener Einrichtungen den prognostischen Anforderungen ?

Das exakte Beantworten dieser Fragen ist um so notwendiger, wenn man davon ausgeht, dass Prognosen nicht nur die mögliche Entwicklung wesentlicher Prozesse und Erscheinungen konzipieren sollen, sondern gleichzeitig die Grundlage für Planentscheidungen sein müssen. Die Standortoptimierung ist unter den Bedingungen der wissenschaftlich-technischen Revolution Bestandteil der permanenten analytisch-prognostischen Tätigkeit.
Die Standortprobleme können jedoch nicht losgelöst von der gesamten räumlichen Struktur, insbesondere der produktionsterritorialen Struktur betrachtet werden.

Hierbei spielen die Standortbedingungen und die Effektivitätskriterien eine besondere Rolle. Einige Zusammenhänge, die zwischen diesen beiden Komplexen bestehen, gehen aus Abbildung 40 hervor.[29]
Prinzipiell ergibt sich:

- Langfristige Untersuchungen bedingen die Klärung von Standortproblemen, die wiederum zweckmäßigerweise mit Hilfe der Standortoptimierung durchgeführt werden sollte.

- Da bestimmte technische Anlagen Elemente der produktionsterritorialen Struktur des

[29] Autorenkollektiv: Mathematische Methoden zur Standortbestimmung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1968, S. 48

jeweiligen Wirtschaftsgebietes sind, ist eine im volkswirtschaftlichen Sinne optimale Lösung

- gemessen am Zuwachs an real verfügbarem Nationaleinkommen und dessen rationeller Verwendung - nur möglich durch Abstimmung der Probleme eines Kombinats oder Betriebes mit der gesamten gebietswirtschaftlichen Entwicklung.

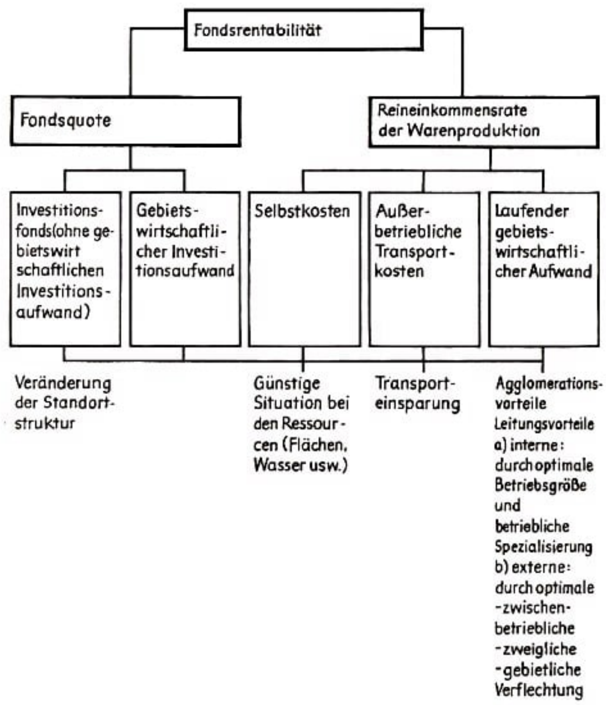


Abb. 40 Beziehungen zwischen Effektivitätskriterien und Standortbedingungen

Vorwiegend werden zwei Hauptgruppen von Standortproblemen und demzufolge auch von Modellen zu ihrer Lösung unterschieden, und zwar:

- Auswahl eines Standortes unabhängig von Standortvorgaben, lediglich unter Berücksichtigung bestimmter Bedingungen, z. B. Bedürfnisse, Kapazitäten, Verkehrsbeziehungen sowie

- Auswahl eines Standortes aus mehreren möglichen.

Innerhalb dieser Gruppen gibt es zahlreiche Modelle für Detailprobleme.
Nach diesen Betrachtungen grundsätzlicher Art zu Standortproblemen sowie deren Optimierung wollen wir ein praktisches Beispiel untersuchen.

Innerhalb eines verhältnismäßig großen Werkgeländes eines der Betriebe unseres Kombinats sind werktäglich zahlreiche Material- und Ersatzteiltransporte auszuführen. Es ist entschieden werden, ein neues zentrales Lager zu schaffen. Das Problem besteht darin, theoretisch festzulegen, wo der günstigste Standort für dieses zentrale Lager ist. Danach ist zu prüfen, ob es tatsächlich auch an diesem Punkt oder in der unmittelbaren Nähe errichtet werden kann.

Zur Lösung dieser Aufgabe wollen wir ein Verfahren zur Schwerpunktbestimmung (vgl.

Abb. 42) anwenden. Die Grundlage ist zunächst eine Karte des Werksgeländes, z. B. im Maßstab 1 : 5000 oder 1: 10000.
Wir denken uns diese Karte als den rechten oberen Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems und bringen die x- und die y-Achse an. In einem maßstabgerechten Verhältnis, dem etwa Quadrate von 200 m $\times$ 200 m der Wirklichkeit entsprechen, zeichnen wir auf der Karte ein Gitternetz.
Nun werden die Mittelpunktskoordinaten (x_1, y_1) zu diesen Quadraten aufgetragen.

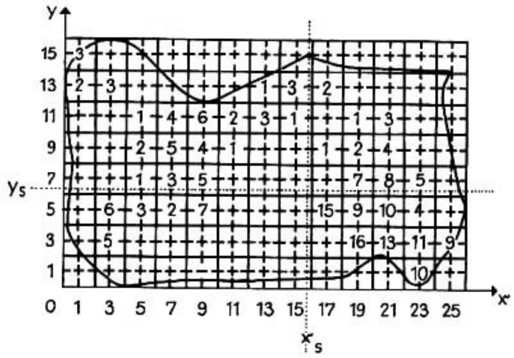


Abb. 41 Skizze zu einem Standortproblem

In die Mitte eines jeden Quadrats schreiben wir eine Bewertungszahl. Sie ergibt sich aus der Zahl an Paletten (geteilt durch zehn), die vom zentralen Lager aus werktäglich in dieses Quadrat transportiert werden müssen. (Die Division durch 10 dient lediglich zur Vereinfachung der Rechenarbeiten.)
Die Quadrate, die in Abbildung 41 keine Bewertungszahlen aufweisen, erhalten keine Zuführungen vom Zentrallager (Bewertung = 0). Zählen wir alle Paletten, die werktäglich vom zentralen Lager ausgehend im Werkgelände befördert werden, zusammen, so erhalten wir die $\sum\limits_{i=1}^{n} m_i$.

Die Schwerpunkt-Koordinaten des Zentrallagers, die wir suchen, werden mit x_s und y_s bezeichnet.
Bei dieser Standortbestimmung werden weiterhin noch folgende Festlegungen getroffen:

- Die Verwendung der Luftlinienentfernung wird als ausreichend angesehen.

- Alle in einem Quadrat befindlichen Abgabestellen für Paletten werden als auf den Mittelpunkt dieses Quadrats konzentriert betrachtet.

- Es genügt, wenn das Quadrat bestimmt wird, in dem sich das zentrale Lager befinden müsste.

Sofern der durch das Verwenden der Luftlinienentfernung eintretende Fehler nicht vernachlässigt werden kann, wäre zu prüfen, ob ein Umwegfaktor zu ermitteln und in die Betrachtung eventuell einzubeziehen ist. Dieser Faktor stellt das Verhältnis der tatsächlichen zur Luftlinienentfernung dar.

Zur Berechnung des zentralen Standortes wird zunächst die Bewertungszahl eines jeden Quadrats mit den Mittelpunkts-Koordinaten dieses Quadrats multipliziert, also $m_i \cdot x_i$

und $m_i \cdot y_i$. Diese Ergebnisse werden getrennt für x und y summiert und jeweils durch die $\sum_{i=1}^{n} m_i$ dividiert.
Auf diese Weise erhalten wir die gesuchten Schwerpunkts-Koordinaten für den Standort des Zentrallagers. Das Ablaufschema für dieses Verfahren zur Standortoptimierung mit Schwerpunktbestimmung ist aus Abbildung 42 zu ersehen.

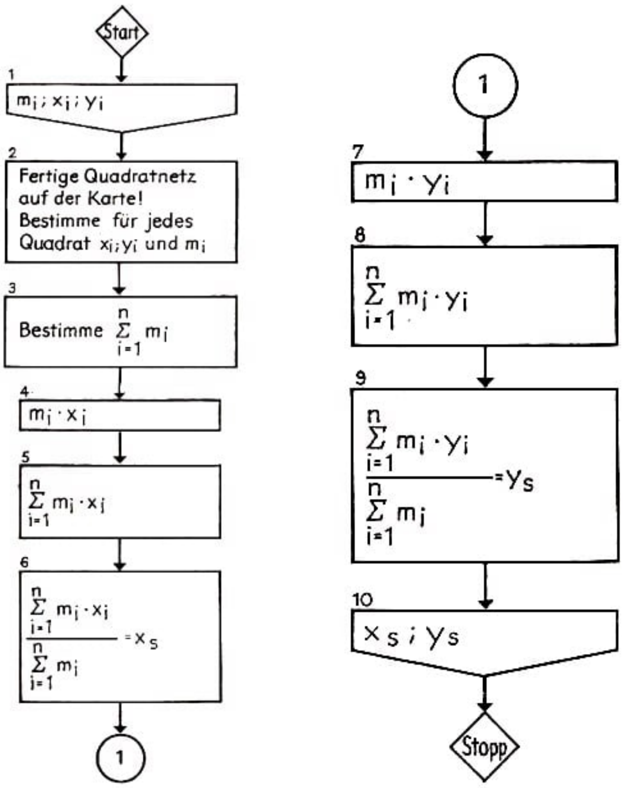


Abb. 42 Ablaufschema für ein Verfahren zur Standortoptimierung - Schwerpunktbestimmung

Für das Beispiel ergeben sich folgende Berechnungen:

x_i	y_i	m_i	m_ix_i	m_iy_i	x_i	y_i	m_i	m_ix_i	m_iy_i
1	15	3	8	45	7	7	3	21	21
1	13	2	2	26	9	7	5	45	35
3	13	3	9	39	19	7	7	133	49
13	13	1	13	13	21	7	8	168	56
15	13	3	45	39	23	7	5	115	35
17	13	2	34	26	3	5	6	18	30
5	11	1	5	11	5	5	3	15	15
7	11	4	28	44	7	5	2	14	10
9	11	6	54	66	9	5	7	63	35
11	11	2	22	22	17	5	15	255	75
13	11	3	39	33	19	5	9	171	45
15	11	1	15	11	21	5	10	210	50
19	11	1	19	11	23	5	4	92	20
21	11	3	63	33	3	3	5	15	15
5	9	2	10	18	19	3	16	304	48
7	9	5	35	45	21	3	13	273	39
9	9	4	36	30	23	3	11	253	33
11	9	1	11	9	25	3	9	225	27
17	9	1	17	9	23	1	10	230	10
19	9	2	38	18					
21	9	4	84	36	$\sum$		203	3207	1245
5	7	1	5	7					

$$\sum_{i=1}^{n} m_i = 203, \qquad \sum_{i=1}^{n} m_i x_i = 3207, \qquad \sum_{i=1}^{n} m_i y_i = 1245$$

$$x_s = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i} = \frac{3207}{203} = 15,8 \qquad , \qquad y_s = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i} = \frac{1245}{203} = 6,1$$

Die Koordinaten des zentralen Ersatzteil- und Materiallagers sind: $x_s = 15,8$ und $y_s = 6,1$ (vgl. Abb. 41). Eine Überprüfung im Betrieb ergab, dass dieses Zentrallager in dem Quadrat errichtet werden kann, für das der optimale Standort ermittelt wurde.

7.3.6 Auswahl technologischer Verfahren

Für einen Betrieb unseres Kombinats besteht die Möglichkeit, ein bestimmtes Erzeugnis nach drei verschiedenen technologischen Verfahren zu produzieren. Der Betrieb hat die Aufgabe, mit Hilfe der vorrätigen Rohstoffmengen und der unterschiedlichen Technologien soviel wie möglich von diesem Produkt auf den Markt zu bringen.

Bei den drei technologischen Verfahren kann jeweils in der gleichen Zeiteinheit die gleiche Menge des betreffenden Erzeugnisses hergestellt werden.
Für ein Erzeugnis sind folgende Rohstoffmengen erforderlich, und zwar nachdem technologischen Verfahren T_1:

vom Rohstoff R_1	20,0 Mengeneinheiten
vom Rohstoff R_2	2,5 Mengeneinheiten

nach dem technologischen Verfahren T_2:

vom Rohstoff R_1	15,0 Mengeneinheiten
vom Rohstoff R_2	5,0 Mengeneinheiten
vom Rohstoff R_3	2,5 Mengeneinheiten

nach dem technologischen Verfahren T_3:

vom Rohstoff R_1	50,0 Mengeneinheiten
vom Rohstoff R_2	10,0 Mengeneinheiten
vom Rohstoff R_3	15,0 Mengeneinheiten

An Rohstoffmengen stehen für die gesamte Produktion (vgl. Tab. 28) dieses Erzeugnisses zur Verfügung:

vom Rohstoff R_1	2700 Einheiten
vom Rohstoff R_2	750 Einheiten
vom Rohstoff R_3	450 Einheiten

Dabei bedeuten: R_i: Rohstoff (in Einheiten); T_j: technologisches Verfahren; b_i: vorhandene und von den Zulieferbetrieben für einen Planzeitabschnitt zu erwartende Rohstoffmenge (in Einheiten).

Tabelle 28

R_i \ T_j	T_1	T_2	T_3	b_i
R_1	20,0	15,0	5,0	2700
R_2	2,5	5,0	10,0	750
R_3	0,0	2,5	15,0	450

Es ist zu berechnen, wieviel Erzeugniseinheiten nach jeder Technologie hergestellt werden müssen, um einen möglichst großen Gesamtausstoß an Erzeugniseinheiten zu erhalten.
Dazu wird zunächst das Modell für diese Aufgabe ausgearbeitet. Es lautet:

Zielfunktion: $Z = x_1 + x_2 + x_3 \to$ Maximum
Einschränkende Bedingungen:

$$20,0x_1 + 15,0x_2 + 5,0x_3 \leq 2700$$
$$2,5x_1 + 5,0x_2 + 10,0x_3 \leq 750$$
$$2,5x_2 + 15,0x_3 \leq 450$$

Nichtnegativitätsbedingung: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$, x: Erzeugniseinheiten

Wie aus den vorstehenden Gleichungen und Ungleichungen zu ersehen ist, wurde die Aufgabe mit Hilfe eines linearen Modells beschrieben. Deshalb ist die Simplexmethode zur Lösung geeignet und soll hier angewendet werden. Es liegt eine Maximumaufgabe vor.

Die Ausgangstabelle 29 enthält die erste zulässige Lösung, die Ausgangslösung. Der Wert der Zielfunktion ist hier gleich 0. In der letzten Zeile der Tabelle 29 steht rechts außen der Wert der Zielfunktion (0). In die anderen Felder dieser Zeile wurde der Koeffizient 1 eingesetzt. Wir denken dabei daran, dass es sich jeweils um ein technologisches Verfahren handelt.

Tabelle 29

	x_1	x_2	x_3	b_i
u_1	20	15	5	2700
u_2	2,5	5	10	750
u_3	0	2,5	$\boxed{15}$	450

Bei der Transformierung der Tabelle 29 ist zu beachten, dass alle Koeffizienten dieser Zeile, die für die Auswahl der Hauptspalte in Betracht kommen, gleichgroß sind. Dadurch kann nach der im Abschnitt 7.2.2. erwähnten Regel die Hauptspalte auf der Grundlage des größten positiven Koeffizienten nicht bestimmt werden. Deshalb ist nach einem Ausweg zu suchen. Im vorliegenden Falle könnten wir die Hauptspalte zumindest auf zwei Wegen finden:

- Die Koeffizienten der ersten Zeile werden durch die jeweiligen Koeffizienten der Z-Zeile dividiert. Der kleinste der entstehenden Quotienten gibt die Hauptspalte an. Tritt dieser mehrmals auf, wird in diesen Spalten in der zweiten Zeile (eventuell auch in weiteren Zeilen) in gleicher Weise verfahren, bis ein kleinerer Quotient entsteht und damit die Hauptspalte bestimmt werden kann.

Im Beispiel lautet dann die erste Zeile: $\frac{20}{1} > \frac{15}{1} > \frac{5}{1}$.
Die Spalte x_3 wäre hiernach die Hauptspalte. Zur Festlegung der Hauptzeile und des Hauptelements wird entsprechend dem Ablaufschema (Abb. 21) weiterverfahren.

- Es wird für alle Felder der Tabelle der Quotient $\frac{b_j}{a_{ij}}$ gebildet, d. h., der Wert rechts außen in jeder Zeile wird durch jeden Koeffizienten dieser Zeile dividiert. Von den Quotienten wird der kleinste ausgewählt und zum Hauptelement bestimmt. Er kennzeichnet damit zugleich die Hauptspalte und die Hauptzeile. Im Beispiel liegt der kleinste Quotient im Feld u_3/x_3. In diesem Falle erhalten wir auf beiden Wegen das gleiche Hauptelement.

Jetzt kann Tabelle 29 in die Simplextabelle 30 transformiert werden (vgl. Abschn. 7.2.2). Für diese erste Transformation wurden die Zwischenrechnungen mit aufgenommen. Für die weiteren Simplextransformationen wird darauf verzichtet.

Zunächst wird in Tabelle 30 der reziproke Wert des Hauptelementes übertragen, das ist $\frac{1}{15}$. Für die Hauptzeile sind folgende Berechnungen vorzunehmen:

$$0 \cdot \frac{1}{15} = 0, \qquad \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{6}, \qquad \frac{450}{1} \cdot \frac{1}{15} = 30$$

Für die Hauptspalte:

$$5 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{3}, \qquad 10 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{2}{3}, \qquad 1 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{15}$$

Für die übrigen Elemente $p_2 - q \cdot r = p_1$:

$$20 - 5 \cdot 0 = 20, \qquad \frac{5}{2} - 10 \cdot 0 = \frac{5}{2}, \qquad 1 - 1 \cdot 0 = 1$$

$$15 - 5 \cdot \frac{1}{6} = \frac{85}{6}, \qquad 5 - 10 \cdot \frac{1}{6} = \frac{10}{3}, \qquad 1 - 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$
$$2700 - 5 \cdot 30 = 2550, \qquad 750 - 10 \cdot 30 = 450, \qquad 0 - 1 \cdot 30 = -30$$

Da in der Z-Zeile der Tabelle 30 noch zwei positive Werte stehen, liegt die optimale Lösung noch nicht vor.

Tabelle 30

	x_1	x_2	x_3	b_i
u_1	$\boxed{20}$	$\frac{85}{6}$	$-\frac{1}{3}$	2550
u_2	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{3}$	450
u_3	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	30
	1	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{15}$	-30

Wir wählen den größten dieser beiden Werte und erklären damit x_1 zur Hauptspalte.
Im übrigen wird entsprechend dem Ablaufschema (Abb. 21) verfahren.
Es entstehen auf diese Weise die Tabellen 31 und 32.

Tabellen 31,32

	x_1	x_2	x_3	b_i
u_1	$\frac{1}{20}$	$\frac{17}{24}$	$-\frac{1}{60}$	$\frac{225}{2}$
u_2	$-\frac{1}{8}$	$\boxed{\frac{25}{16}}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{525}{4}$
u_3	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	30
	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{20}$	$-\frac{315}{2}$

	x_1	x_2	x_3	b_i
u_1	$\frac{8}{75}$	$-\frac{34}{75}$	$\frac{4}{15}$	68
u_2	$-\frac{2}{25}$	$\frac{16}{25}$	$-\frac{2}{5}$	84
u_3	$\frac{1}{75}$	$-\frac{8}{75}$	$\frac{2}{15}$	16
	$-\frac{1}{25}$	$-\frac{2}{25}$	0	-168

Tabelle 32 weist in der letzten Zeile keinen positiven Koeffizienten auf. Damit ist die optimale Lösung gefunden. Wir multiplizieren den Wert der Zielfunktion mit -1 und erhalten 168. Es sind also insgesamt 168 Erzeugniseinheiten herzustellen, und zwar - wie die letzte Spalte der Tabelle 32 ausweist - nach der Technologie T_1 68, und T_2 84 und nach T_3 16.

Damit hat uns die Operationsforschung geholfen, eine optimale "Antwort" auf die Frage zu geben: Nach welchem technologischen Verfahren muss wieviel hergestellt werden ?

Nach dieser optimalen Lösung beträgt der Verbrauch an Rohstoffen:
für T_1: $68 \cdot 20R_1 = 1360$ Einheiten R_1, $68 \cdot 2,5R_2 = 170$ Einheiten R_2, $68 \cdot 0R_3 = 0$ Einheiten R_3;
für T_2: $84 \cdot 15R_1 = 1260$ Einheiten R_1, $84 \cdot 5R_2 = 420$ Einheiten R_2, $84 \cdot 2,5R_3 = 210$ Einheiten R_3;
für T_3: $16 \cdot 5R_1 = 80$ Einheiten R_1, $16 \cdot 10R_2 = 160$ Einheiten R_2, $16 \cdot 15R_3 = 240$ Einheiten R_3;

R_1	1360	für T_1	R_2	170	für T_1	R_3	0	für T_1
	1260	für T_2		420	für T_2		210	für T_2
	80	für T_3		160	für T_3		240	für T_3
$\sum$	2700		$\sum$	750		$\sum$	450	

Zur Herstellung der 168 Erzeugniseinheiten wird bei dieser Lösung das gesamte zur Verfügung stehende Rohmaterial aufgebraucht.
In der Zeile der Zielfunktion (vgl. Tab. 32) steht in der Spalte u_3 eine 0. Es ist somit noch eine zweite optimale Lösung der Aufgabe vorhanden. Wir betrachten deshalb jetzt die 0 als einen positiven Koeffizienten und nehmen entsprechend dem Ablaufschema eine neue Simplextransformation vor. Dabei entsteht Tabelle 33.

Tabellen 33

	x_1	x_2	x_3	b_i
u_1	$\frac{2}{25}$	$-\frac{6}{25}$	-2	36
u_2	$-\frac{1}{25}$	$\frac{8}{25}$	3	132
u_3	$\frac{1}{10}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{15}{2}$	120
	$-\frac{1}{25}$	$-\frac{2}{25}$	0	-168

Diese zweite optimale Lösung besagt, dass nach der Technologie T_1 36 und T_2 132, insgesamt also auch die 168 Erzeugniseinheiten herzustellen sind.
Der Verbrauch an Rohmaterial beträgt nach dieser Lösung
für T_1: $36 \cdot 20R_1 = 720$ Einheiten R_1, $36 \cdot 2,5R_2 = 90$ Einheiten R_2, $36 \cdot 0R_3 = 0$ Einheiten R_3;

für T_2: $132 \cdot 15R_1 = 1980$ Einheiten R_1, $132 \cdot 5R_2 = 660$ Einheiten R_2, $132 \cdot 2,5R_3 = 330$ Einheiten R_3;

R_1	720	für T_1
	1980	für T_2
$\sum$	2700	

R_2	90	für T_1
	660	für T_2
$\sum$	750	

R_3	0	für T_1
	330	für T_2
$\sum$	330	
	120	Rest
$\sum$	450	

Die Basisvariable u_3 in Tabelle 33 lässt erkennen, dass ein Rest an Material R_3 von 120 Einheiten verbleibt.
Da beide Lösungen mathematisch gesehen gleichwertig sind, kann vom technologischen Standpunkt oder aus der Sicht des Materialverbrauchs die Entscheidung für eine der beiden optimalen Varianten getroffen werden.

7.3.7 Lagerkapazität und Transportbeziehungen

Bei den Modellen der Operationsforschung für Kapazitätsberechnungen werden grundsätzlich zwei Hauptgruppen unterschieden, und zwar

- zur Berechnung der erforderlichen Kapazität unter gegebenen Bedingungen, sowie

zur Ermittlung der optimalen Kapazitätsauslastung.

In beiden Gruppen sind verschiedene mathematische Modelltypen anzutreffen. Während in diesem Abschnitt ein Beispiel für die zuerst erwähnte Hauptgruppe erörtert wird, ist der nächste einem Modell zur optimalen Kapazitätsausnutzung gewidmet.
Kapazitätsfragen sind meist noch mit anderen Problemen verknüpft. Kapazitätsmodelle können z. B. mit Investitionsproblemen oder mit Standortoptimierungen u. ä. Aufgaben verbunden sein.

In unserem Kombinat ist eine optimale Entscheidung für Kapazitäts- und Standortfragen unter Berücksichtigung der zwischen bestimmten Betrieben bestehenden Produktions- und Transportbeziehungen zu finden.
Einerseits sind die Anzahl, die Kapazität und die Standorte von Zwischenlagern zu bestimmen. Die Kapazität des oder der Lager soll insgesamt für eine Million Halbfabrikate einer bestimmten Art projektiert werden. Andererseits müssen die Transportbeziehungen zwischen den Betrieben des Kombinats unter Einbeziehung des oder der Lager optimiert werden.

Alle drei Betriebe stellen die gleichen Halbfabrikate, aber mit unterschiedlichen Produktionsselbstkosten, her. Diese Differenzierung in den Produktionsselbstkosten kommt durch die unterschiedliche Ausstattung mit teilweise automatischen Anlagen im Betrieb A_2, die weitgehend mechanisierte Produktion im Betrieb A_3 und die nur teilmechanisierte Produktion im Betrieb A_1 zustande.
Die Beziehungen der Betriebe des Kombinats sollen untereinander so rationell wie nur möglich gestaltet werden. Im einzelnen besteht somit folgendes Problem:

Drei Betriebe unseres Kombinats produzieren - bezogen auf ein Quartal - Halbfabrikate,

die in vier anderen Betrieben weiterverarbeitet werden. Aus den Produktionsbeziehungen resultieren Transportbeziehungen zwischen diesen Betrieben.
Da die Halbfabrikate nur in bestimmten Zeitabständen abbefördert und teilweise auch noch als Ersatzteile für den Handel produziert werden, sind bei den Herstellungsbetrieben Zwischenlager vorhanden.

a) Im Rahmen der Lösung ist zu prüfen, ob die Kapazität dieser Zwischenlager unter Berücksichtigung der Produktions-Transport-Beziehungen richtig bemessen ist. Es liegen differenzierte Produktionsselbstkosten sowie Transportkosten vor.

b) Gleichzeitig ist eine Entscheidung darüber vorzubereiten, wo, in welchem oder in welchen der Zwischenlager, die für den Handel zu liefernden Ersatzteile aufbewahrt werden sollen.

c) Das ebenfalls zu berechnende optimale Programm zur Belieferung der Verbraucherbetriebe muss dadurch gekennzeichnet sein, dass die Gesamtsumme aus Produktionsselbst- und Transportkosten bzw. die Summe der Transportkosten ein Minimum wird.
Es liegen die in Tabelle 34 zusammengestellten Ausgangsdaten vor:

Tabelle 34

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i	k_i
A_1	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	120	40
A_2	$\boxed{4}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{9}$	180	30
A_3	$\boxed{8}$	$\boxed{6}$	$\boxed{1}$	$\boxed{4}$	300	35
b_j	100	75	200	125	500 \ 600	

Dabei bedeuten:
A_i: Erzeugnis- und Lieferbetrieb $(i = 1, 2, ..., m)$
B_j: weiterverarbeitender, also Verbraucherbetrieb $(j = 1, 2, ..., n)$
a_i: hergestellte, zur Lieferung bei A_i bereitstehende Menge an Halbfabrikaten in 10000 Stück
b_j: Bedarf des Verbraucherbetriebes B_j an Halbfabrikaten in 10 000 Stück
k_i: Produktionskosten je 10000 Stück beim Erzeuger- und Lieferbetrieb A_i in 1000 M
c_{ij}: Transportkosten je 10000 Stück für den Transport von A_i nach B_j in 1000 M
x_{ij}: Halbfabrikate in Mengeneinheiten (10000 Stück), die von A_i nach B_j zu transportieren bzw. im Zwischenlager aufzubewahren sind.

Zunächst werden die Produktions- und Transportkosten für jeweils eine Mengeneinheit (= 10000 Stück) addiert und damit komplexe Bewertungskoeffizienten (Angaben in 1000 M) geschaffen. Weiterhin wird die Tabelle der Ausgangsdaten um einen fiktiven Verbraucher, der für die Zwischenlager steht ergänzt.
Die Transportkosten betragen für diesen fiktiven Verbraucher 0, da keine zwischenbetrieblichen Transporte stattfinden. Demzufolge sind hier nur die Herstellungskosten einzusetzen. Unter Berücksichtigung dieser Veränderungen entsteht Tabelle 35.

Dem ökonomischen Inhalt nach handelt es sich bei dieser Aufgabe neben der Kapazitätsbestimmung um ein Produktions-Transport-Modell. Das mathematische Modell für dieses Problem stimmt jedoch, wie die vorstehenden Erläuterungen und Tabelle 35 erkennen lassen, mit dem Transportmodell überein (vgl. Abschn. 4.2.).

Tabelle 35

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	Ersatzteillager	a_i
A_1	$\boxed{45}$	$\boxed{43}$	$\boxed{46}$	$\boxed{47}$	$\boxed{40}$	120
A_2	$\boxed{34}$	$\boxed{32}$	$\boxed{33}$	$\boxed{39}$	$\boxed{30}$	180
A_3	$\boxed{43}$	$\boxed{41}$	$\boxed{36}$	$\boxed{39}$	$\boxed{35}$	300
b_j	100	75	200	125	100	600

Die Aufgabe kann mit der Simplexmethode oder mit einer speziell für Transportprobleme geeigneten Methode gelöst werden. Wir bedienen uns der ungarischen. Methode (vgl. Abschnitt 5.2.).

Tabelle 34 enthält die ursprüngliche Koeffizientenmatrix der Transportkosten, bevor die Produktionsselbstkosten und die Transportkosten addiert worden sind. Die Berechnung kann auch ohne die Produktionsselbstkosten durchgeführt werden.
Wird die optimale Lösung unter Verwendung einer Zusammenstellung, die auch die Koeffizienten der Gesamtkosten enthält, ermittelt, so ergibt sich Tabelle 36.

Tabelle 36

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	Ersatzteillager	a_i
A_1	$\boxed{45}$	$\boxed{43}$	$\boxed{46}$	$\boxed{47}$ 20	$\boxed{40}$ 100	120
A_2	$\boxed{34}$ 100	$\boxed{32}$ 75	$\boxed{33}$ 5	$\boxed{39}$	$\boxed{30}$	180
A_3	$\boxed{43}$	$\boxed{41}$ 195	$\boxed{36}$ 105	$\boxed{39}$	$\boxed{35}$	300
b_j	100	75	200	125	100	600

Es bestehen mehrere mathematisch gleichwertige Lösungen des Problems. Das kann man feststellen, wenn man versucht, die freien Felder mit einer Mengeneinheit - unter Beachtung des Ausgleichs mit anderen Feldern - zu belegen, und zwar so, dass die einschränkenden Bedingungen eingehalten werden.
Ein solches Feld ist A_1/B_2, denn bei dem versuchten Austausch beträgt die Differenz 0. Es ist somit eine weitere optimale Lösung vorhanden. Außerdem hat die Aufgabe noch eine dritte optimale Lösung, und zwar vom Feld A_1/B_1 ausgehend. Belegt man das Feld A_1/B_2 mit 20, so erhält man die optimale Lösung nach Tabelle 37.

Tabelle 37

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	Ersatzteillager	a_i
A_1	$\boxed{45}$	$\boxed{43}$ 20	$\boxed{46}$	$\boxed{47}$	$\boxed{40}$ 100	120
A_2	$\boxed{34}$ 100	$\boxed{32}$ 55	$\boxed{33}$ 25	$\boxed{39}$	$\boxed{30}$	180
A_3	$\boxed{43}$	$\boxed{41}$	$\boxed{36}$ 175	$\boxed{39}$ 125	$\boxed{35}$	300
b_j	100	75	200	125	100	600

Die optimalen Lösungen besagen, dass für alle Halbfabrikate, die als Ersatzteile an den Handel zu liefern sind, nur bei einem der drei Hersteller- und Lieferbetriebe (A_1) ein Zwischenlager einzurichten ist.
Seine Kapazität muss auf $100 \cdot 10000 = 1$ Million Stück Halbfabrikate bemessen sein. Damit sind die Entscheidungen zu den Teilproblemen a) und b) vorbereitet worden. Darüber hinaus wurden die zwischen den Hersteller und den Verbraucherbetrieben bestehenden Lieferbeziehungen für Halbfabrikate optimiert, wobei zu Punkt c) drei Entscheidungsvarianten bestehen. Diese Lieferbeziehungen können nach den Tabellen 36 und 37 oder nach der dritten optimalen Lösung gestaltet werden. Existieren mehrere optimale Lösungen, so können in der Regel trotz gewisser Störungen in den Betrieben noch optimale Lieferbeziehungen aufrechterhalten werden.

Selbstverständlich wäre es auch möglich gewesen, in Tabelle 35 auf die Produktionsselbstkosten insgesamt oder als Koeffizienten für den fiktiven Verbraucherbetrieb (Lager) zu verzichten und die Lagerkoeffizienten gleich 0 zu setzen. Auf diese Weise steht in jeder Zeile eine 0. Dadurch kann mit der Umformung der Spalten begonnen werden. Auf diesem Wege kann man ebenfalls zu einer optimalen Lösung gelangen (vgl. Tab. 36). Vor der Überprüfung des hier geschilderten Problems mit Hilfe der Operationsforschung waren die Lieferbeziehungen zwischen den Betrieben des Kombinats schon relativ gut organisiert (siehe Tab. 38).

Tabelle 38

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	Ersatzteillager	a_i
A_1	$\boxed{45}$	$\boxed{43}$ 75	$\boxed{46}$ 15	$\boxed{47}$	$\boxed{40}$ 30	120
A_2	$\boxed{34}$ 100	$\boxed{32}$	$\boxed{33}$ 50	$\boxed{39}$	$\boxed{30}$ 30	180
A_3	$\boxed{43}$	$\boxed{41}$	$\boxed{36}$ 135	$\boxed{39}$ 125	$\boxed{35}$ 40	300
b_j	100	75	200	125	100	600

Trotzdem brachte die vorstehende Berechnung noch einen Nutzen von 180000 Mark je Quartal. Dieses Ergebnis resultiert als Differenz aus der Gegenüberstellung des Wertes der Zielfunktion für das optimale Programm mit dem Wert. den man nach der bisherigen Lösung (Tab. 38) erhält.

Für Tabelle 38:	Z = 22200000 M
Für Tabelle 36:	Z = 22020000 M
Einsparung	= 180000 M

Ohne Berücksichtigung der Produktionsselbstkosten:

Transportkosten bisher	= 1500000 M
Transportkosten künftig	= 1320000 M
Einsparung	= 180000 M

Der jährliche Nutzen beträgt somit 720000 Mark. Davon sind noch abzuziehen: 100000 Mark für die notwendige Erweiterung des Zwischenlagers im Betrieb A_1 sowie 20000 Mark für zusätzliche einmalige Aufwendungen, die aus der Verwirklichung dieser Rationalisierungsmaßnahme resultieren.
Damit entsteht dem Kombinat schon im ersten Jahr der Anwendung der Lösung ein Nutzen von 600000 Mark. Hinzu kommen noch Vorteile anderer Art, z. B., dass die in den Betrieben A_2 und A_3 beengten räumlichen Verhältnisse durch die Reduzierung der Zwischenlager für die Ersatzteile etwas aufgelockert werden können.

Bevor jedoch die Entscheidung zur Verwirklichung eines solchen optimalen Programms getroffen wird, ist erst noch zu überprüfen, ob sich eventuell dadurch ungünstige Bedingungen für die Abnehmer, insbesondere den Handel, einstellen. In unserem Falle wirkt sich die Zentralisierung in einem Lager - auch im Hinblick auf die Transportkosten bei den Handelsbetrieben insgesamt - günstig aus.
Es brauchen jetzt nur noch Beziehungen mit einem Lager und demzufolge nur noch mit einem Betrieb für jene Ersatzteile unterhalten zu werden.

Die Lösung dieser Rationalisierungsaufgabe mit Hilfe der Operationsforschung hat also nicht nur dem Kombinat einen beträchtlichen ökonomischen Nutzen gebracht, sondern darüber hinaus noch weitere Vorteile nach sich gezogen.

7.3.8 Optimale Kapazitätsausnutzung

Eine Aufgabe, deren Lösung indirekt zur optimalen Maschinenauslastung mit beitrug, wurde bereits im Abschnitt 4.2. erörtert. Ein etwas anders gelagerter Fall besteht in einem der zum Kombinat gehörenden Betriebe.
Im Zuge der Spezialisierung stellt dieser Betrieb nur noch drei Erzeugnisse her. Dazu sind drei selbständige Gruppen von technischen Anlagen (Kapazitäten) vorhanden. Sie werden hier als Maschinengruppen bezeichnet. Alle drei Maschinengruppen können für die Herstellung der drei Erzeugnisse eingesetzt werden.

Im Hinblick auf die technischen Einrichtungen besteht hier eine ähnliche Situation wie beim vorangegangenen Fall. Es wird gefordert, die Maschinengruppen weitgehend auszulasten.
Das ist vor allem auch deshalb notwendig, weil einzelne Maschinen aus den drei Gruppen noch für Zuarbeiten für andere Betriebe des Kombinats eingesetzt werden. Der für diese zusätzlichen Arbeiten zur Verfügung zu stellende Maschinenzeitfonds - im Beispiel als Reservezeitfonds bezeichnet - soll möglichst groß sein. Deshalb muss der gesamte

Aufwand an Maschinenzeit für die Herstellung der benötigten Mengen (x_{ij}) der drei Erzeugnisse so niedrig wie möglich sein (Z_1).

Von den drei Erzeugnissen (B_j) sind folgende Mengen - sie werden als Bedarf (b_j) bezeichnet - innerhalb einer Planperiode zu produzieren (Angaben in Mengeneinheiten):

$$b_1 = 1000, \quad b_2 = 1500, \quad b_3 = 1000$$

Der Maschinenzeitfonds (a_i) für die einzelnen Maschinengruppen (A_i) beträgt bei voller Auslastung in drei Schichten und bei Berücksichtigung der auf Grund der Beschaffenheit der Anlagen bedingten Reparatur- und Stillstandszeiten (Angaben in Zeiteinheiten)

$$a_1 = 2000, \quad a_2 = 1750, \quad a_3 = 2500$$

Die Bearbeitungszeit (c_{ij}) für je ein Erzeugnis auf den drei Maschinengruppen geht aus Tabelle 39 hervor (Angaben in Zeiteinheiten).

Tabelle 39

A_i \ B_j	1	2	3
1	1,5	1,3	1,0
2	2,0	1,1	0,7
3	1,2	0,8	0,5

Das zu lösende Problem besteht darin, festzustellen, welche Erzeugnismenge mit Hilfe jeder Maschinengruppe herzustellen ist, damit der Maschinenzeitfonds für diese Arbeiten insgesamt minimal in Anspruch genommen wird.
Wir fassen die bisher erwähnten Elemente unserer Aufgabe wie folgt zusammen:

Z_1: Gesamtaufwand an Maschinenzeit der zur Verfügung stehenden Maschinengruppen für die Herstellung der geforderten Erzeugnismengen in Zeiteinheiten
A_i: Maschinengruppe
B_j: Erzeugnisart
a_i: Maschinenzeitfonds der Maschinengruppe A_i in Zeiteinheiten
b_j: Bedarf an Erzeugnissen der Art B_j in Stück
c_{ij}: Bearbeitungszeit mit der Maschinengruppe A_i für ein Stück der Erzeugnisart B_j in Zeiteinheiten
x_{ij}: Menge der mit der Maschinengruppe A_i zu bearbeitenden Erzeugnisse der Art B_j in Stück.

Da aber in diesem Fall noch weitere Kapazitätsgrößen interessieren, führen wir noch ein:

e_i: eingesetzte Kapazität oder verbrauchter Maschinenzeitfonds der Maschinengruppe A_i in Zeiteinheiten
r_i: Reservekapazität oder Reserve-Maschinenzeitfonds der Maschinengruppe A_i in Zeiteinheiten
d_i: Menge an Erzeugnissen, die mit der Maschinengruppe A_i hergestellt werden, in Stück

v_j: gebundene Kapazität für die Herstellung des Erzeugnisses B_j in Zeiteinheiten
k_{ij}: erforderliche Kapazität der Maschinengruppe A_1 für die Herstellung von x Erzeugnissen der Art B_j in Zeiteinheiten

In dem hier erörterten Beispiel ergeben sich die nachstehenden in der Summenschreibweise dargestellten Beziehungen. Für die Erzeugnisse:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad (j = 1, 2, ..., n) \tag{48}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = d_i \qquad (i = 1, 2, ..., m) \tag{49}$$

$$\sum_{i=1}^{m} d_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \tag{50}$$

Für die Kapazitäten:

$$\sum_{j=1}^{n} k_{ij} = e_i \qquad (i = 1, 2, ..., m) \tag{51}$$

$$\sum_{i=1}^{m} k_{ij} = v_j \qquad (j = 1, 2, ..., n) \tag{52}$$

$$\sum_{i=1}^{m} e_i = \sum_{j=1}^{n} v_j \tag{53}$$

Die bisher entwickelten Formeln entsprechen in beiden Fällen (Erzeugnisse und Kapazitäten) denen der einschränkenden Bedingungen des Transportmodells.
Für die Kapazitäten gelten weiterhin:

$$r_i = a_i - e_i \qquad (i = 1, 2, ..., m) \tag{54}$$

$$a_i = e_i + r_i \qquad (i = 1, 2, ..., m) \tag{55}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{m} e_i + \sum_{i=1}^{m} r_i \tag{56}$$

Nach Umstellung lauten die Gleichungen:

$$\sum_{i=1}^{m} r_i = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{i=1}^{m} e_i \tag{57}$$

$$\sum_{i=1}^{m} e_i = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{i=1}^{m} r_i \tag{58}$$

Sowohl die Mengenangaben für die Erzeugnisse als auch die Größen der erforderlichen Kapazitäten für die Herstellung von x Erzeugnissen dürfen keine negativen Werte annehmen. Dar- aus folgt:

$$x_{ij}, k_{ij} \geq 0 \tag{59}$$

Nunmehr verbleibt nur noch, die Zielfunktion zu formulieren. Aus den vorstehenden Formeln ist zu erkennen, dass unsere Aufgabe praktisch in zwei Teile zerfällt. Ihnen entsprechen wiederum getrennte Zielfunktionen. Einmal soll die Summe der eingesetzten Kapazität ($\sum\limits_{i=1}^{m} e_i$) ein Minimum ergeben. Hier- für können wir auch schreiben:

$$Z_1 = \sum_{i=1}^{m} e_i = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min \tag{60}$$

Die Kehrseite besteht darin, die Reservekapazität ($\sum\limits_{i=1}^{m} r_i$) zu maximieren, mithin gilt:

$$Z_0 = \sum_{i=1}^{m} r_i = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{i=1}^{m} e_i \to \max \tag{61}$$

Für Z_0 muss die $\sum\limits_{i=1}^{m} e_i$ berechnet werden. Diese Summe entspricht Z_1. Es ist deshalb einfacher, Z_1 zu ermitteln und durch Bildung der Differenz (57) auf Z_0 zu schließen.

Diese Aufgabe kann - da es sich um ein lineares Modell handelt - mit Hilfe der Simplexmethode gelöst werden. Es müssten hier allerdings zwei verschiedene Arten von zusätzlichen Variablen eingeführt werden.
Die Aufgabe verlangt darüber hinaus die Erfüllung der Produktionsauflage. Die geforderten 3500 Mengeneinheiten sind unbedingt herzustellen. Dieses Ziel wäre durch das Einführen einer sekundären Zielfunktion, die durch Z' symbolisiert werden könnte, zu gewährleisten.
Sie ist außerdem vor allem aus rechentechnischen Gründen erforderlich.

Die sekundäre Zielfunktion wäre in der Simplextabelle in einer besonderen Zeile mit zum Ausdruck zu bringen.
Unter Berücksichtigung dieser Vorbemerkungen sowie der Tatsache, dass die einschränkenden Bedingungen hier nicht in der Normalform stehen, könnte eine Ausgangslösung zur Anwendung der Simplexmethode konstruiert werden. Bekanntlich erfordert die Simplexmethode aber mehr Rechenarbeit als eine spezielle Methode. Von der ersten Simplextabelle bis zur optimalen Lösung müssten bei diesem Beispiel fünf Simplextransformationen vorgenommen werden. Deshalb entsteht die Frage, ob die Aufgabe nicht mit einer einfachen Methode lösbar ist.

Die vorstehenden wesentlichen Beziehungen entsprechen dem Transportmodell (vgl. Abschn. 4.2.). Allerdings ist es ein Modell, das "rechts offen ist", denn wir kennen zwar die $\sum\limits_{i=1}^{m} d_i$, aber noch nicht die einzelnen d_i für die Maschinengruppen A_i.
Zur Vereinfachung der Arbeit versuchen wir, die definierten Größen - außer der Zielfunktion Z_1 - in einer Tabelle unterzubringen und tragen alle Ausgangsdaten ein (vgl. Tab. 40).

Die Felder im Inneren der Tabelle nehmen - sofern erforderlich - jeweils drei Werte auf, und zwar die c_{ij} (in Tab. 40 schon ausgefüllt), die x_{ij} (links von den c_{ij}) und die k_{ij} (unterhalb der c_{ij}).

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	d_i / e_i	r_i	a_i
A_1	1,5	1,3	• 1,0			2000
A_2	2,0	1,1	• 0,7			1750
A_3	• 1,2	• 0,8	•• 0,5			2500
b_j / v_j	1000	1500	1000	3500		6250

Tabelle 40

Zur Lösung dieser Aufgabe verwenden wir ein einfaches Näherungsverfahren, die Methode des doppelten Vorzugs (s. Abb. 43). Sie wird im Zusammenhang mit exakten Verfahren meist zum Aufstellen von Ausgangslösungen benutzt.

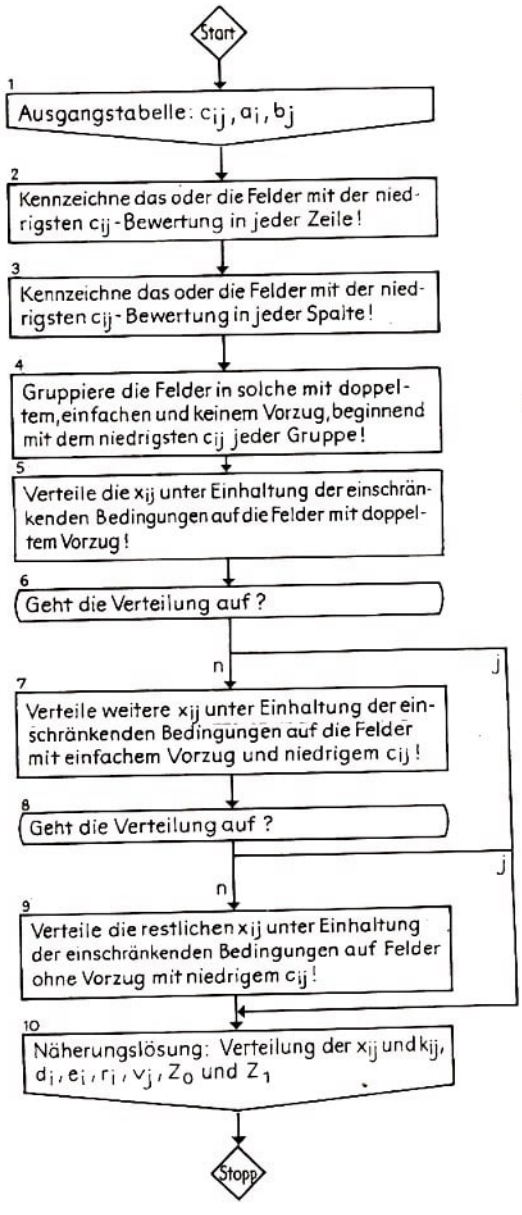


Abb. 43 Ablaufschema der Methode des doppelten Vorzugs (hier speziell auf das vorliegende Beispiel zugeschnitten)

Zunächst wird in jeder Zeile der niedrigste c_{ij}-Wert bestimmt.

Das entsprechende Feld erhält zur Kennzeichnung einen Stern (vgl. Tab. 40). Desgleichen geben wir dem Feld mit dem niedrigsten c_{ij}-Wert in jeder Spalte einen Stern. Bei der Verteilung der x_{ij} unter Berücksichtigung der einschränkenden Bedingungen, die in den b_j und den a_i zum Ausdruck kommen, werden zuerst die Felder mit zwei Sternen maximal belegt.
Danach werden diejenigen Felder, die mit einem Stern versehen worden waren, im Rahmen der einschränkenden Bedingungen mit einem möglichst großen Anteil bedacht.

Wir beginnen mit dem Feld, das den niedrigsten c_{ij}-Wert aufweist, und gehen dann zum nächstgrößeren über usw. Der Rest ist auf die übrigen Felder unter besonderer Beachtung derjenigen, die durch niedrige c_{ij} gekennzeichnet sind, so aufzuteilen, dass alle einschränkenden Bedingungen für die b_j erfüllt werden.

In unserem speziellen Falle muss für die k_{ij} eine Umrechnung vorgenommen und bei jedem Schritt die Einhaltung der Bedingungen a_i kontrolliert werden. Danach werden die d_i, e_i und v_j sowie die entsprechenden Summen für die e_i und die v_j gebildet. Unter Anwendung der dargelegten Approximationsmethode ergibt sich die Lösungstabelle 41.

Diese Lösung stimmt mit der auf der Grundlage der Simplexmethode entstandenen überein. Es wurde also mit dieser Näherungsmethode die optimale Lösung gefunden. Das braucht jedoch in anderen Fällen nicht unbedingt einzutreten.
Im allgemeinen sind aber auch die nahe dem Optimum liegenden Lösungen, die mit Approximationsmethoden erreicht werden, besser als manche in der Praxis zwar benutzte, aber überhaupt nicht berechnete Lösungen.

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	d_i / e_i	r_i	a_i
A_1	333 / 1,5 / 500	1,3	1,0	333 / 500	1500	2000
A_2	2,0	1,1	0,7	0 / 0	1750	1750
A_3	667 / 1,2 / 800	1500 / 0,8 / 1200	1000 / 0,5 / 500	3167 / 2500	0	2500
b_j / v_j	1000 / 1300	1500 / 1200	1000 / 500	3500 / 3000	3250	6250

Tabelle 41

7.3.9 Materialverflechtungen

Die Materialwirtschaft stellt einen wichtigen Anwendungsbereich der Operationsforschung dar.
Bekanntlich ist der sparsame Verbrauch an Materialien in allen Betrieben für die gesamte Volkswirtschaft und letzten Endes für jeden einzelnen Bürger unseres Staates von Vorteil. Manchmal wird aber in den Betrieben noch nicht ausreichend kalkuliert, wie das Material rationell ausgenutzt und der minimale Abfall erreicht werden kann.
Die optimale Materialausnutzung ist nur durch die Zusammenführung mehrerer Komponenten zu erreichen, z. B. durch

- geeignete Konstruktion
- materialsparende technologische Verfahren

- die straffe Anwendung von Materialverbrauchsnormen
- zentralisierten und vor allem optimierten Zuschnitt von Material

wobei insgesamt der Senkung der Materialverluste während des Produktionsprozesses große Aufmerksamkeit zu widmen ist.
Zur Erreichung einer hohen Materialausnutzung müssen auch die Möglichkeiten, die der sozialistische Wettbewerb und die Neuererbewegung unter Anwendung ökonomischer Hebel bieten, aber ebenso die Operationsforschung beitragen.

Mit der "Materialproblematik" können verschiedenartige Modelle verbunden werden. Es kann sich z. B. handeln um

- materialwirtschaftliche Verflechtungsmodelle (Verflechtungsbilanzen)

- die Erreichung einer hohen Qualität der Erzeugnisse durch optimalen Materialeinsatz

- den minimalen Materialverbrauch oder die maximale Materialausnutzung

- den Einsatz kostengünstiger Materialien bei Einhaltung bestimmter Qualitätsbedingungen

- Probleme der Material- und Ersatzteilbeschaffung, der Lagerhaltung und der Auswechslung verbrauchter Elemente durch neue u. a.

In diesem und den folgenden Abschnitten stehen einige "Fälle" aus den genannten Gruppen im Mittelpunkt der Erörterungen.
Bevor eine materialwirtschaftliche Verflechtung behandelt wird, ist es zweckmäßig, auf das Grundlegende der Verflechtungsbilanzen hinzuweisen.

Unter einem Verflechtungsmodell oder einer Verflechtungsbilanz versteht man ein mathematisch-ökonomisches Modell für die Planung, Bilanzierung und Analyse der Wechselbeziehungen zwischen Prozessen bzw. deren Erscheinungen. Verflechtungsmodelle werden mit Hilfe von Matrizen und Vektoren beschrieben. Sie treten vornehmlich in folgenden Typen auf:

- Aufwandsmodelle: Die eingesetzten Arbeitsgegenstände sind Inputs, die von anderen betrieblichen Einheiten zur Verfügung gestellt werden. Alle in der betrachteten Einheit hergestellten Erzeugnisse sind für die Endproduktion (den Absatz) bestimmt. Es besteht also kein Eigenverbrauch. Derartige Modelle entsprechen Betrieben mit einer Produktionsstufe.

- Stufenmodelle: Die Ergebnisse der Produktion sind nur zum Teil als Endprodukte für den Absatz bestimmt. Ein anderer Teil davon wird in weiteren Produktionsstufen desselben Betriebs erneut ver- oder bearbeitet. Diese Modelle sind Betrieben adäquat, bei denen ein Aufeinanderfolgen von Produktionsstufen typisch ist.

- Rückflussmodelle: Bestimmte Produkte fließen in vorherliegende Produktionsstufen zurück und werden dort produktiv konsumiert. Rückflussmodelle entsprechen jenen betrieblichen Einheiten, die durch Stufenproduktion gekennzeichnet sind, bei denen aber wiederum ein Teil der Produkte höherer Produktionsstufen als Materialeinsatz in niedere Stufen eingeführt wird.

- Modelle für Koppelproduktion: Es werden ein oder mehrere Erzeugnisse in einer oder mehreren Produktionsstufen (u. U. sogar mit Rückfluss von Zwischenprodukten) hergestellt. Durch den hierzu erforderlichen Produktionsprozess entstehen gleichzeitig in einem bestimmten quantitativen und qualitativen Verhältnis Haupt- und Nebenerzeugnisse (z. B. sogenannte Abfallprodukte).

- Modelle für verschiedene Technologien: Für sie ist kennzeichnend, dass ein und dasselbe Erzeugnis mit unterschiedlichen Technologien oder mit im Niveau differenzierten technischen Anlagen erzeugt wird.

Verflechtungsmodelle der Produktion werden auch als Verflechtungsbilanzen verschiedener Leitungsebenen bezeichnet. Hierzu gehören u. a. Verflechtungsbilanzen

- der Betriebe und Kombinate
- der VVB und gleichgestellter Leitungsorgane, wobei wiederum unterschieden wird zwischen Verflechtungsbilanzen für den Unterstellungsbereich und für die einzelnen Erzeugnisgruppen
- der zentralen Leitungsorgane, wobei Verflechtungsbilanzen für den Unterstellungsbereich und für mehrere Erzeugnisgruppen typisch sind.

Diese Modelle der Produktion (die Teilverflechtungsbilanzen der Produktion) sind in das gesamte System der volkswirtschaftlichen Verflechtungsbilanzen eingeordnet. Hierzu gehören u. a. Verflechtungsbilanzen des gesellschaftlichen Gesamtprodukts, bestimmte Erzeugnisgruppenbilanzen, Verflechtungsbilanzen der Waren-Geld-Zirkulation, der Arbeitskräfte und der Grundfonds auch bezogen auf Territorien, Industriezweige, Transportträger u. ä.

Die Verflechtungsmodelle der Produktion enthalten in ihren Matrizen verschiedenartige Koeffizienten, wie Materialaufwandskoeffizienten, technische bzw. technologische Koeffizienten u. a.

In einer Aufwandsmatrix stellen die Zeilen die unterschiedlichen Aufwandsarten und die Spalten die Erzeugnisse dar.
Eines wird dabei vorausgesetzt: Der Aufwand verhält sich proportional zum Produktionsvolumen, oder es bestehen zumindest nur solch geringe Abweichungen von der Proportionalität, dass die daraus entstehenden Fehler unbedeutend sind und vernachlässigt werden können.

Wird die Aufwandsmatrix mit einem Produktionsvektor, d. h. mit den zu produzierenden Mengen multipliziert, so erhält man die Gesamtaufwendungen für das Produktionsprogramm. Die Multiplikation von Kopplungs- und Aufwandsmatrix und Produktionsvektor ergibt den Absatzvektor.

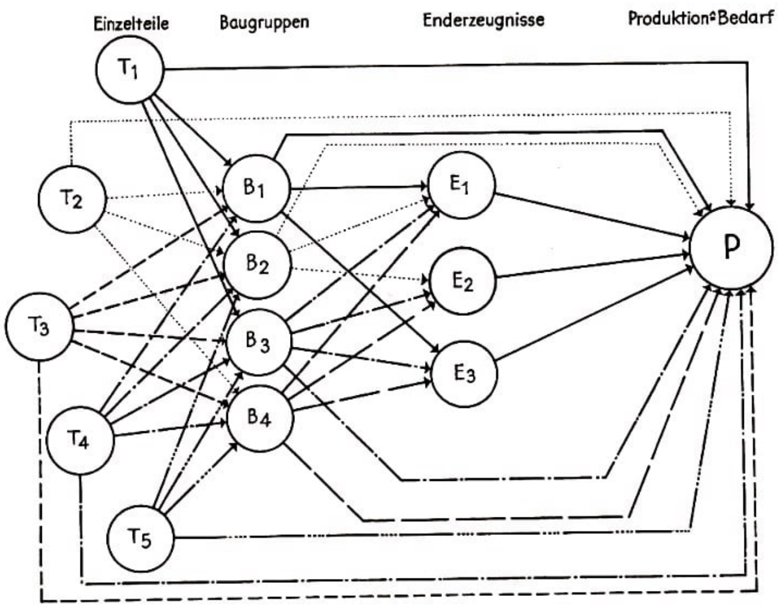


Abb. 44 Verflechtungen

Wir wollen jetzt ein kleines Beispiel für ein Verflechtungsmodell behandeln. Dazu kehren wir in einen der Betriebe unseres Kombinats zurück und verschaffen uns zunächst einen Überblick über die bestehenden Zusammenhänge. Das geschieht am besten durch deren Erfassung in einem Schema (vgl. Abb. 44).
Es spiegelt folgende Beziehungen wider:

Fünf verschiedene Arten von Einzelteilen (T_i) dienen der Herstellung von vier Baugruppen (B_j). Aus diesen Baugruppen entstehen im Produktionsprozess drei Enderzeugnisse (E_k). An den Handel werden sowohl die Enderzeugnisse geliefert als auch Baugruppen und Einzelteile, die als Ersatzteile Verwendung finden.
Diese Verflechtungen sollen nunmehr rechnerisch mit dem Ziel erfasst werden, die Höhe der Produktion zu bestimmen. Die Aufgabe lautet somit:

Wieviel muss vom Betrieb an
- Enderzeugnissen
- Baugruppen und
- Einzelteilen
produziert werden?

Wir gehen bei der Beantwortung dieser Frage vom Bedarf aus. Es werden insgesamt benötigt:

- Enderzeugnisse: 1000, 1500, 1800
- Baugruppen für Ersatzteillieferungen: 300, 350, 200, 600
- Einzelteile für Ersatzteillieferungen: 1000, 1400, 700, 1200, 900.

Die Zahlen der Enderzeugnisse sind uns schon vorgegeben. Für die Baugruppenproduktion müssen die Baugruppen,

- die in die Enderzeugnisse eingehen sowie
- diejenigen, die als Ersatzteile zu liefern sind

berücksichtigt werden. Bei der Produktion an Einzelteilen sind zu beachten:

- diejenigen, die über Baugruppen in die Enderzeugnisse eingebaut werden
- jene, die für die als Ersatzteile zu liefernden Baugruppen benötigt werden, und
- schließlich die Einzelteile, die als Ersatzteile erforderlich sind.

Wir betrachten Abbildung 44 und stellen nach und nach diese Zusammenhänge in miteinander verknüpften Matrizen und Vektoren dar. Der Ausgangspunkt sind zwei Matrizen, und zwar $\underline{A}$ und $\underline{E}$.[30]

$$\underline{A} = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Die Matrix $\underline{A}$ gibt an, wieviel Einzelteile der Art i für die Baugruppen j benötigt werden.

$$\underline{B} = (b_{jk}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Aus dieser Matrix $\underline{B}$ ist ersichtlich, wieviel Baugruppen der Art j für die Enderzeugnisse k gebraucht werden. Weiterhin führen wir ein:

$\underline{z}$: Vektor, der die Produktionshöhe der Enderzeugnisse darstellt
$\underline{z} = (z_1, z_2, z_3)^T = (1000\ 1500\ 1800)^T$

$\underline{y}$: Vektor, der den Bedarf an Baugruppen fixiert
$\underline{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T$ wobei $\underline{y} = \underline{Bz}$ (62)

$\underline{x}$: Vektor, der den Bedarf an Einzelteilen ausdrückt
$\underline{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T$ wobei $\underline{x} = \underline{Ay}$ (63)

Die Elemente c_{ik} der Matrix $\underline{C} = (c_{ik})$ zeigen die Anzahl der Einzelteile i an, die nach Verarbeitung in den Baugruppen in das Enderzeugnis k einfließen. Gehen wir von (62) und (63) aus, so erhalten wir unter Berücksichtigung der Matrix $\underline{C}$

$$\underline{y} = \underline{A}(\underline{Bz}) = \underline{Cz} \tag{64}$$

Der Betrieb hat aber neben den Enderzeugnissen noch Baugruppen und Einzelteile als Ersatzteile zu liefern (vgl. Abb- 44).
Da diese in (62) und (63) nicht mit eingingen, werden noch eingeführt:

$\underline{y}_0$: Vektor für die als Ersatzteile zu liefernden Baugruppen

[30] Matrizen werden durch große deutsche Buchstaben oder durch unterstrichene lateinische Buchstaben dargestellt. Ähnlich Werden Vektoren geschrieben, jedoch jeweils mit kleinen Buchstaben.

$\underline{x}_0$: Vektor für die als Ersatzteile zu liefernden Einzelteile.

Die an Baugruppen zu produzierende Menge (einschließlich der Ersatzteilproduktion) beträgt:

$$\underline{y} = \underline{Bz} + \underline{y}_0 \tag{62a}$$

wobei
$\underline{Bz}$: der Anteil für die Herstellung der Enderzeugnisse und
$\underline{y}_0$: der Anteil für die Ersatzteillieferungen ist.

Die an Einzelteilen zu produzierende Menge ist

$$\underline{x} = \underline{Ay} + \underline{x}_0 \tag{63}$$

wobei
$\underline{Ay}$: der Anteil für die Herstellung der Baugruppen, die für die Enderzeugnisse und als Ersatzteile benötigt werden, und
$\underline{x}_0$: der Anteil für die Ersatzteillieferungen ist.

Die Produktionshöhe an Einzelteilen ergibt sich mithin aus $(\underline{AB})\underline{z}$ (Anteil zur Herstellung der Enderzeugnisse);
$\underline{A}_{y_0}$ (Anteil zur Herstellung der für die Ersatzteillieferungen erforderlichen Baugruppen);
$\underline{x}_0$ (Anteil für die Ersatzteillieferungen an Einzelteilen).
In Fortsetzung dieses Gedankenganges können wir schreiben:

$$\underline{x} = \underline{A}(\underline{Bz} + \underline{y}_0) + \underline{x}_0 \qquad \text{oder} \qquad \underline{x} = (\underline{AB})\underline{z} + \underline{Ay}_0 + \underline{x}_0 \tag{65,66}$$

Um die Frage nach der Menge der zu produzierenden Einzelteile zu beantworten, sind die erforderlichen Berechnungen mit Hilfe der Matrizenrechnung vorzunehmen. Wir führen die Matrizenmultiplikation $\underline{AB}$ aus.
Damit entsteht in Form der drei Vektoren, die im Produkt der Matrizenmultiplikation $\underline{AB}$ enthalten sind, die Anzahl an Einzelteilen, die zur Herstellung je eines der drei unterschiedlichen Enderzeugnisse erforderlich ist. Zum Verfolgen des Rechengangs wurden für das erste Mal die Nebenrechnungen mit aufgenommen.

$$\overset{\underline{A}}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}} \cdot \overset{\underline{B}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}} = \overset{\underline{AB}}{\begin{pmatrix} 37 & 20 & 16 \\ 23 & 9 & 28 \\ 47 & 30 & 50 \\ 17 & 9 & 18 \\ 35 & 21 & 25 \end{pmatrix}}$$

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 6 \cdot 5 + 0 \cdot 2 = 37, \quad 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 3 + 0 \cdot 2 = 20, \quad 1 \cdot 11 + 2 \cdot 0 + 6 \cdot 2 + 0 \cdot 6 = 16$$
$$4 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 0 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 23, \quad 4 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 9, \quad 4 \cdot 4 + 5 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 6 = 28$$
$$1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2 = 47, \quad 1 \cdot 0 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 30, \quad 1 \cdot 4 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 6 = 50$$
$$2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 2 = 17, \quad 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 9, \quad 2 \cdot 4 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 6 = 18$$
$$0 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 35 \quad 0 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 21 \quad 0 \cdot +3 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 26$$

Die gewonnene Tabelle ($\underline{AB}$) wird ausgenutzt, um den Vektor $\underline{z}$ (die Zahlen der benötigten Enderzeugnisse der drei Sorten) damit zu multiplizieren.

$$(\underline{AB})\underline{z} = \begin{pmatrix} 37 & 20 & 16 \\ 23 & 9 & 28 \\ 47 & 30 & 50 \\ 17 & 9 & 18 \\ 35 & 21 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1000 \\ 1500 \\ 1800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 95800 \\ 86900 \\ 182000 \\ 62900 \\ 113300 \end{pmatrix}$$

Auf diese Weise erhält man die Anzahl an Einzelteilen für die Enderzeugnisse. Es müssen nun noch diejenigen Einzelteile hinzugerechnet werden, die zur Herstellung der als Ersatzteile verwendeten Baugruppen erforderlich sind. Die Anzahl dieser Baugruppen ist dem Vektor $\underline{y}_0$ zu entnehmen. Er ist mit der Matrix $\underline{A}$, die ihrerseits Aufschluss über die Anzahl der Einzelteile für jede Baugruppe gibt, zu multiplizieren.

$$\underline{Ay}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 350 \\ 200 \\ 600 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2200 \\ 4150 \\ 5950 \\ 1950 \\ 3650 \end{pmatrix}$$

Da noch Einzelteile als Ersatzteile geliefert werden müssen, kommt zu den Ergebnissen weiterhin der schon vorgegebene Vektor $\underline{x}_0$ hinzu. Die Bedarfszahlen für die fünf verschiedenen Einzelteile ermitteln wir, indem die drei errechneten Vektoren addiert werden.

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} 95800 \\ 86900 \\ 182000 \\ 62900 \\ 113300 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2200 \\ 4150 \\ 5950 \\ 1950 \\ 3650 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1000 \\ 1400 \\ 700 \\ 1200 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 99000 \\ 92450 \\ 1886650 \\ 66050 \\ 117850 \end{pmatrix}$$

Nunmehr ist die Menge der zu produzierenden Baugruppen zu bestimmen. Wir gehen dabei von der Matrix $\underline{B}$ aus. Sie besagt, wieviel Baugruppen für je eines der unterschiedlichen Enderzeugnisse k gebraucht werden. Wir multiplizieren diese Matrix $\underline{B}$ mit der Zahl der Enderzeugnisse (Vektor $\underline{z}$) und finden so die Zahlen der Baugruppen für die Enderzeugnisse.

$$\underline{Bz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1000 \\ 1500 \\ 1800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8200 \\ 4500 \\ 13100 \\ 15800 \end{pmatrix}$$

Dazu wählen wir die für die Ersatzteillieferungen benötigten Baugruppen (Vektor $\underline{y}_0$), so dass sich der Vektor $\underline{y}$, d. h. die gesuchte Zahl der insgesamt zu produzierenden Baugruppen ergibt.

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} 8200 \\ 4500 \\ 13100 \\ 15800 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 300 \\ 350 \\ 200 \\ 600 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8500 \\ 4850 \\ 13300 \\ 16400 \end{pmatrix}$$

Verflechtungsmodelle sind vielseitig einsetzbar. Es ist z. B. auch möglich, sie gemeinsam mit einem gerichteten Graphen - ähnlich wie wir ihn im Netzplan kennengelernt haben - zur zeitlichen Planung zu verwenden.

7.3.10 Optimale Materialqualität

In einem der Betriebe unseres Kombinats besteht folgendes Problem: Ein Produkt soll in optimaler Qualität hergestellt werden, die mit einer Wertigkeit gemäß einer Nomenklatur ausgedrückt wird. Die Qualität des Erzeugnisses ist um so höher einzuschätzen, je größer der Betrag der Wertigkeit ist.

Das Enderzeugnis entsteht im wesentlichen aus zwei Ausgangsstoffen. Von wenigen Zusätzen, die die Qualität nicht und die Menge nur ganz geringfügig beeinflussen, kann abgesehen werden. Der dadurch hervorgerufene Fehler ist so niedrig, dass er vernachlässigt werden kann. Die Ausgangsstoffe sind miteinander zu mischen. Das Mischungsverhältnis ist unter Beachtung, der technologischen Koeffizienten und weiterer Bedingungen zu ermitteln.

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um ein sogenanntes Mischungsproblem. Es kommt darauf an, diejenige Mischung der Ausgangsstoffe zu finden, die unter den gegebenen Bedingungen ein Maximum an Wertigkeit und damit die optimale Qualität garantiert. In unserem Beispiel sind gegeben:

a) Die Matrix $\underline{A}$ für die technologisch bedingten Koeffizienten

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Zwei Ausgangsstoffe, deren Mengeneinheiten mit x_1 und x_2 bezeichnet werden
c) Die Kapazitätsbeschränkungen unter Berücksichtigung der technologischen Koeffizienten in der Form

$$5x_1 + 2x_2 \leq 180 \qquad , \qquad 3x_1 + 3x_2 \leq 135$$

d) Die Qualitätsanforderung, die besagt, dass jene Qualität des Endproduktes optimal ist, bei der die Wertigkeit entsprechend der bestehenden Nomenklatur ein Maximum erreicht.
Diese Wertigkeit kann in einer linearen Funktion ausgedrückt werden, und zwar im Beispiel

$$Z = 300x_1 + 200x_2$$

e) Es gilt auch hier die Nichtnegativitätsbedingung $x_1, x_2 \geq 0$.

Dieses Problem ist mit Hilfe der Simplexmethode lösbar. Die Ausgangsdaten wurden in der ersten Simplextabelle (vgl. Tab. 42) zusammengestellt.
Das Maximum an Wertigkeit, das in diesem Falle der optimalen Qualität entspricht, wird mit Tabelle 44 erreicht. Die Wertigkeit des nach dieser Lösung herzustellenden Produkts beträgt 12000 Einheiten.

Tab. 42

	x_1	x_2	
u_1	5	2	180
u_2	3	3	135
	300	200	0

Tab. 43

	x_1	x_2	
u_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	36
u_2	$-\frac{3}{5}$	$\frac{9}{5}$	27
	-60	80	-10800

Tab. 44

	x_1	x_2	
u_1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{9}$	30
u_2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	15
	$-\frac{100}{3}$	$-\frac{400}{9}$	-12000

Mischungsprobleme treten in der Wirtschaft in den verschiedensten Formen auf, z. B. die Mischung von Brennstoffen verschiedener Qualität, von Futter in der Landwirtschaft, von chemischen Ausgangsstoffen, von Gasen usw.

7.3.11 Bestmögliche Ausnutzung des Materials

Zwischen mehreren Betrieben unseres Kombinats wurden die Materialausnutzungskoeffizienten verglichen. Unter diesen Koeffizienten versteht man das Verhältnis, in dem das fertige Produkt zum verwendeten Ausgangsmaterial steht, wobei die Fläche, die Masse o. ä. Kriterien für die Berechnung benutzt werden. Der Materialausnutzungskoeffizient (k_m) wird wie folgt berechnet:

$$k_m = \frac{F}{E} \tag{67}$$

Dabei bedeuten: F: Fläche, Masse o. ä. des zu fertigenden Produkts oder Teils und E: Fläche, Masse o. ä. des für die Herstellung dieses Erzeugnisses oder Teils einzusetzenden Materials.

In einigen Betrieben unseres Kombinats lagen die Materialausnutzungskoeffizienten in der Nähe von 0,9. In anderen Betrieben wurden für bestimmte Teile bzw. Erzeugnisse diese Koeffizienten verhältnismäßig niedrig ausgewiesen, z. B. mit 0,45 bis 0,75.
Die Überprüfung ergab, dass in den Betrieben mit hohen Materialausnutzungskoeffizienten schon mathematische Modelle und Methoden zur Minimierung des Abfalls dienten. In den anderen ist noch nach althergebrachten Verfahren der Materialzuschnitt vorgenommen werden. Die zuständigen Leiter erhielten deshalb den Auftrag, den Materialzuschnitt zu optimieren.

In dem hier ausgewählten Fall stehen große Materialrollen mit einer Breite von 215 cm zur Verfügung. Daraus sollen Bahnen mit einer vorgeschriebenen Breite zugeschnitten werden, und zwar

450 m mit einer Breite von 64 cm, $450 \cdot 0{,}64 = 288$ m^2
225 m mit einer Breite von 60 cm, $225 \cdot 0{,}60 = 135$ m^2
225 m mit einer Breite von 35 cm, $225 \cdot 0{,}35 = 78{,}75$ m^2
Summe 501,75 m^2

Da die Trennverluste im vorliegenden Fall geringfügig sind, können sie vernachlässigt werden. Die geforderten Bahnen brauchen nicht unbedingt aus einem Stück zu sein.

Dieses Problem ist mit Hilfe der Simplexmethode lösbar. Wie schon dargelegt, verursacht sie relativ viel Rechenaufwand.

Deshalb ist es zweckmäßig, einfachere Näherungsverfahren zu verwenden. Dabei wird zweierlei vorausgesetzt, und zwar

- dass es ein solches Verfahren überhaupt gibt und
- dass es im Hinblick auf die Genauigkeit seiner Ergebnisse den Anforderungen gerecht wird, d. h., die Ergebnisse dürfen sich nicht mehr als bis zu einem festgelegten niedrigen Prozentsatz vom Optimum entfernen.

Bei der Lösung der Aufgaben werden erst einmal alle möglichen Kombinationen der Breiten - zunächst ohne die Länge zu berücksichtigen — aufgeschrieben. Hierüber gibt Tabelle 45 einen Überblick. Abbildung 45 zeigt die zehn möglichen Schnittkombinationen.

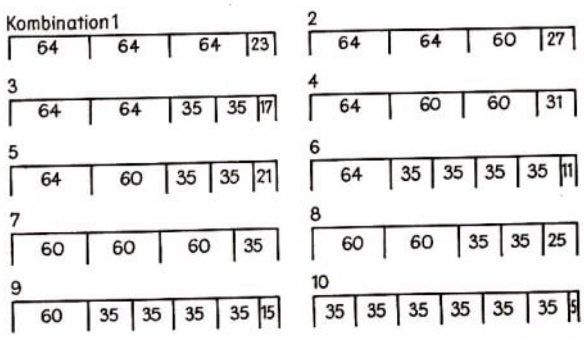


Abb. 45 Darstellung von Kombinationsmöglichkeiten für ein Zuschnittproblem

Da die Kombination 7 keinen Abfall ergibt, wird sie zuerst ausgewählt. In dieser Kombination sind die 60 cm breiten Bahnen dreimal enthalten. Es werden davon insgesamt 225 m benötigt.
Deshalb musste ein Stück von der gesamten Belle dafür vorgesehen werden, das 225 : 3 = 75 m lang ist. Damit wäre der Bedarf in der Bahnbreite von 60 cm vollkommen abgedeckt.

Tabelle 45

Kombination	Anzahl der Bahnen in einer Breite von			Abfall
	64 cm	60 cm	35 cm	
1	3	0	0	23 cm
2	2	1	0	27 cm
3	2	0	2	17 cm
4	1	2	0	31 cm
5	1	1	2	21 cm
6	1	0	1	11 cm
7	0	3	1	0 cm
8	0	2	2	25 cm
9	0	1	4	15 cm
10	0	0	6	5 cm

Gleichzeitig wird der Bedarf an der 35 cm breiten Bahn mit 75 m, d.h. zu einem Drittel, befriedigt. Somit ist eine neue Teilaufgabe zu lösen, bei der benötigt werden:

450 m mit einer Breite von 64 cm,
150 m mit einer Breite von 35 cm.

Für dieses Problem bestehen die restlichen Kombinationsmöglichkeiten, die aus Tabelle 45 noch verbleiben. Es sind diejenigen, bei denen in der mittleren Spalte der Tabelle 45 (60 cm Breite) der Wert 0 steht. Sie wurden in Tabelle 46 zusammengestellt.

Tabelle 46

Kombination	Anzahl der Bahnen in einer Breite von 64 cm	35 cm	Abfall
1	3	0	23 cm
2	2	2	17 cm
6	1	4	11 cm
10	0	6	5 cm

Der geringste Abfall entsteht bei der Kombination 10. Da noch 150 m mit einer Breite von 35 cm hergestellt werden müssen und sechsmal diese Breite aufgelegt werden kann, erhalten wir somit $150 : 6 = 25$ m.
Mit der Wahl der Kombination 10 würden die Kombinationen 3 und 6 ausscheiden, denn sie enthalten ebenfalls Breiten von 35 cm. Damit bleibt nur die Kombination 1 noch übrig, um den Bedarf an 64 cm breiten Bahnen zu decken. Es wird ein Stück von $450 : 3 = 150$ m Länge benötigt, womit der Gesamtbedarf gedeckt wäre.
Der Abfall bei diesen drei Zuschnitten beträgt:

1. Zuschnitt $= 0$ m^2
2. Zuschnitt 25 m $\cdot$ 0,05 m $=$ 1,25 m^2
3. Zuschnitt 150 m $\cdot$ 0,23 m $=$ 34,50 m^2

insgesamt 35,75 m^2

Da der Abfall für den 3. Zuschnitt recht hoch erscheint und bei den Kombinationen 3 und 6 teilweise sowohl 64 cm als auch 35 cm breite Bahnen zugeschnitten werden, sollen diese beiden Varianten ebenfalls überprüft werden.

Bei der Kombination 3 konnten zunächst 75 m mit einem Abfall von 17 cm abgeschnitten werden. Damit wäre der Bedarf an 35 cm breiten Bahnen vollkommen gedeckt sowie 150 in mit einer Breite von 64 cm.
Es ist nun nur noch eine Bahn von 300 m mit einer Breite von 64 cm erforderlich. Hierfür werden 100 m des Ausgangsmaterials verwendet, wobei ein Abfall von 23 cm entsteht. Der gesamte Abfall nach der Kombination 3 erreicht folgenden Wert:

1. Zuschnitt $= 0$ m^2
2. Zuschnitt 75 m $\cdot$ 0,17 m $=$ 12,75 m^2
3. Zuschnitt 100 m $\cdot$ 0,23 m $=$ 23,00 m^2

insgesamt 35,75 m^2

Dadurch wird eine gleichwertige Lösung wie bei der vorangegangenen Variante erzielt.

Bei der Kombination 6 müssen zunächst 150 : 4 = 37,5 m abgeschnitten werden, um den Bedarf an 35 cm breiten Bahnen zu befriedigen. Gleichzeitig werden damit auch 37,5 m einer 64 cm breiten Bahn gewonnen. Jetzt sind noch 450 - 37,5 = 412,5 m in 64 cm breiten Bahnen erforderlich.
Werden drei Bahnen jeweils zugeschnitten, so sind 412,5 : 3 = 137,5 m mit einer Abfallbreite von 23 cm zu berücksichtigen. Der gesamte Abfall nach dieser Variante beträgt:

1. Zuschnitt = 0 m^2
2. Zuschnitt 37,5 m · 0,11 m = 4,125 m^2
3. Zuschnitt 137,5 m · 0,23 m = 31,625 m^2
insgesamt 35,75 m^2

In allen drei Fällen ist somit ein gleichgroßer minimaler Abfall eingetreten. Es ist anzunehmen, dass es sich hierbei um optimale Lösungen handelt.
Das trifft auch zu. Nachdem hier eingeschlagenen Rechenweg kann das aber nicht immer eindeutig festgestellt werden. Dies ist nur möglich, wenn alle Kombinationen in gleicher Weise durchgerechnet und die Ergebnisse miteinander verglichen werden. Bei größeren Problemen ist ein solches Vorgehen unzumutbar. Es bleibt dann nur übrig zu den Verfahren der linearen Optimierung zurückzukehren.
Der Materialausnutzungskoeffizient (67) für die vorstehende Aufgabe errechnet sich wie folgt:

Gesamtlänge des verbrauchten Ausgangsmaterials (nach der ersten Lösung 75 m + 25 m + 150 m) = 250,00 m
Breite des verbrauchten Ausgangsmaterials = 2,15 m
Mithin Verbrauch an Ausgangsmaterial in m^2 (E): 250 · 2,15 = 537,50 m^2
davon Abfall -35,75 m^2
Fläche des genutzten Materials (F): 501,75 m^2

$$k_m = \frac{501,75}{537,50} = 0,93$$

7.3.12 Optimale Lieferbeziehungen

Eine bestmögliche Betriebsorganisation umfasst bekanntlich nicht nur die Fertigungsverfahren, sondern auch den innerbetrieblichen Transport. Bei vielen Kombinaten, die über mehrere Betriebe oder Betriebsteile an verschiedenen Orten verfügen, schließen sich an die innerbetrieblichen Transporte noch solche zur Versorgung der verschiedenen Betriebsteile an. Es kommen die Liefer- und Materialversorgungsbeziehungen zu anderen Betrieben hinzu.
Sie stellen zwischenbetriebliche Transporte dar. Alle diese Beförderungsaufgaben müssen ebenfalls optimiert werden. Dabei können verschiedenartige Probleme auftreten.
Wir wollen hier lediglich drei unterschiedliche Aufgabentypen herausgreifen, und zwar
- die Optimierung von Lieferbeziehungen zwischen einigen Betrieben des Kombinats und einigen Zulieferbetrieben
- die annähernd optimale Gestaltung von Rundfahrten im innerbetrieblichen Transport

und
- die optimale Kopplung von Rund- und Pendelfahrten.
Wenden wir uns in diesem Abschnitt den Lieferbeziehungen zu.

Tabelle 47

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{7}$	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	20
A_2	$\boxed{6}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{10}$	30
A_3	$\boxed{2}$	$\boxed{8}$	$\boxed{1}$	$\boxed{9}$	500
b_j	20	15	35	30	100

Es sind drei Lieferbetriebe, die vier Betriebe unseres Kombinats mit den hauptsächlichen Rohmaterialien versorgen. Es handelt sich dabei um Materialien gleicher Sorte, die gegeneinander austauschbar sind. Diese Materialien müssen bei den Lieferbetrieben mit Lastkraftwagen abgeholt werden.
Die Entfernungen zwischen diesen Betrieben (in Entfernungseinheiten) sowie die Anlagen über den Bedarf und das Aufkommen an Rohmaterialien in Mengeneinheiten wurden in Tabelle 47 zusammengestellt.

Bei diesem Problem liegen die mit Hilfe des schon behandelten Transportmodells erfassten Beziehungen vor. Aufkommen und Bedarf sind ausgeglichen. Die Aufgabe besteht darin, ein solches Beförderungsprogramm zu berechnen, das den minimalen Wert an Tonnenkilometern ausweist. Es bedeuten in diesem Falle:

A_i: Lieferant
B_j: Bedarfsträger (Empfänger)
a_i: Aufkommen bei A_i in Mengeneinheiten
b_j: Bedarf bei B_j in Mengeneinheiten
c_{ij}: Transportweg in Entfernungseinheiten
x_{ij}: Mengeneinheilen, die von A_i nach B_j zu transportieren sind
Z: Minimaler Gesamtwert des Transportprogramms in Tonnenkilometern.

Die Aufgabe könnte mit der in diesem Buch für andere Fälle verwendeten Simplexmethode oder mit der ungarischen Methode gelöst werden. Zweifellos wäre die zuletzt erwähnte Berechnungsmöglichkeit zweckmäßig.
Um aber noch eine weitere einfache Methode der Transportoptimierung einzuführen, soll die Distributionsmethode benutzt werden. Dazu ist jedoch eine Ausgangslösung erforderlich. Diese soll mit der Methode des doppelten Vorzuges (vgl. Abb. 43) gewonnen werden.
Es könnte aber auch ein anderes geeignetes Verfahren dafür herangezogen werden (vgl. Abb. 13). Das Ablaufschema für die Distributionsmethode ist aus Abbildung 46 zu ersehen. Die Ausgangslösung ist in Tabelle 48 enthalten.

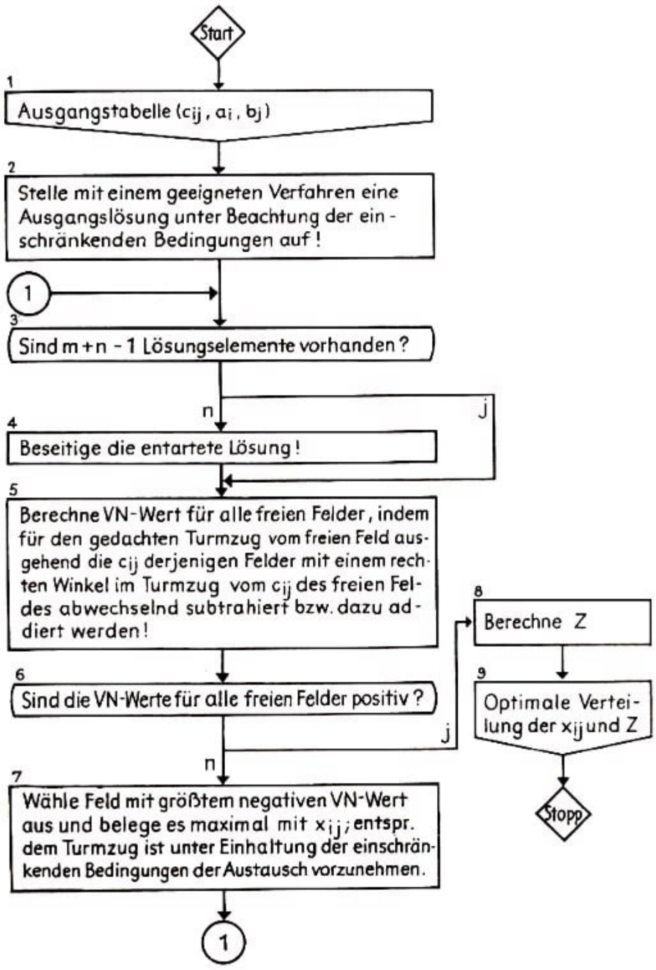


Abb. 46 Ablaufschema der Distributionsmethode

Tabelle 48

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{7}$	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$ 20xx	20
A_2	- $\boxed{6}$ 5	$\boxed{3}$ 15xx	+ $\boxed{4}$	$\boxed{10}$ 10	30
A_3	+ $\boxed{2}$ 15x	$\boxed{8}$	- $\boxed{1}$ 35xx	$\boxed{9}$	500
b_j	20	15	35	30	100

Die Anwendung der Distributionsmethode verhilft schrittweise zu einem günstigeren Wert der Zielfunktion. Für die freien Felder der Ausgangslösung ist zu überprüfen, ob ihre Belegung zu einer Verbesserung des gesamten Programms, d. h. zu einem niedrigeren Wert der Zielfunktion führt.
Wir stellen das fest, indem vom Austausch einer Mengeneinheit ausgegangen wird. Ergibt sich dabei für das freie Feld eine negative Differenz, so bringt seine Belegung einen kleineren Wert der Zielfunktion mit sich. Die Belegung selbst wird im Austausch mit anderen Feldern vorgenommen. Dazu dient ein sogenannter Turmzug als Hilfsmittel. Wir wollen das an Hand der Tabelle 48 durchführen.

Zunächst gehen wir vom Feld A_1/B_1 aus. Der Koeffizient für dieses Feld beträgt 7.

Belegen wir es mit einer Mengeneinheit, so würden wir eine Erhöhung des Wertes der Zielfunktion um $1 \cdot 7$ erhalten. Wir merken somit vor: $+7$.
Der Austausch wäre in der gleichen Zeile mit dem Feld A_1/B_4 durchzuführen. Dort würde dafür eine Mengeneinheit weniger zu transportieren sein, d. h. -2.
Da aber auch für die dazugehörenden Spalten die jetzt entstandene Differenz zur Einhaltung der einschränkenden Bedingungen wieder ausgeglichen werden muss, sind in den Austausch noch einzubeziehen: Das Feld A_2/B_4 mit $+10$ sowie das Feld A_2/B_1 mit -6.

Insgesamt ergibt sich für das Feld A_1/B_1: $7-2+10-6=9$. Der eben ermittelte Wert sagt uns, ob bei der Belegung des Feldes, zu dem er gehört, ein Vorteil oder ein Nachteil für das Gesamtprogramm entsteht. Deshalb wollen wir ihn als Vorteil-Nachteil-Wert (VN-Wert) bezeichnen.

Für den Austausch einer Mengeneinheit denken wir uns, vom Schachspiel ausgehend, im übertragenen Sinne einen mehrmaligen Turmzug auf dem Schachbrett. Die bei den Turmzügen entstehenden Figuren nehmen verschiedenartige Gestalt an, so dass oft mehrere Zeilen und Spalten beteiligt werden müssen.
Grundsätzlich sind in jeden Turmzug direkt nur ein freies Feld - für das die Berechnung durchgeführt wird - sowie eine ungerade Zahl an besetzten Feldern einzubeziehen. Wir interessieren uns also für diejenigen Felder, in denen durch den Turmzug ein rechter Winkel gebildet wird. Die anderen Felder, durch die der Turmzug hindurchgeht, lassen wir außer Betracht.

In den Feldern mit einem rechten Winkel denken wir uns - beginnend mit einem Pluszeichen in dem Feld, für das die Berechnung vorgenommen wird - abwechselnd ein Plus- oder Minuszeichen. Wir brauchen diese Operationen nur in Gedanken vorzunehmen. Gegebenenfalls schreiben wir lediglich die Ergebnisse, die VN-Werte, auf.

Tabelle 49

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	$\boxed{7}$	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$ 20	20
A_2	- $\boxed{6}$	$\boxed{3}$ 15	$+$ $\boxed{4}$ 5	$\boxed{10}$ 10	30
A_3	$+$ $\boxed{2}$ 20	$\boxed{8}$	- $\boxed{1}$ 30	$\boxed{9}$	500
b_j	20	15	35	30	100

Entstehen bei den Berechnungen für die freien Felder negative VN-Werte, so sind diese für eine Belegung günstig. Ihre Belegung führt zur Verbesserung des Wertes der Zielfunktion.
Wir wählen deshalb den größten negativen Wert aus und belegen dieses Feld entsprechend den einschränkenden Bedingungen.

Im Beispiel hat nur das Feld A_2/B_3 einen negativen VN-Wert. Es kann maximal - bedingt durch den niedrigsten Mengenbetrag in einem Feld mit negativen Vorzeichen beim Turmzug - mit 5 Mengeneinheiten belegt werden. Nur für dieses eine Feld wird der Turmzug tatsächlich ausgeführt.

Danach sind in der Tabelle 49 die VN-Werte erneut zu berechnen. Sind wiederum negative Ergebnisse vorhanden, so wird in gleicher Weise wie beschrieben verfahren. Im Beispiel ergeben sich nur noch positive Werte. Das bedeutet, dass höchstens Verschlechterungen des Programms möglich sind. Da wir das nicht wollen, wird die Berechnung abgeschlossen. Die optimale Lösung ist erreicht.
Es braucht nur noch der Wert der Zielfunktion berechnet zu werden. Er beträgt $Z = 275$ t km.

7.3.13 Optimale Rundfahrten auch im innerbetrieblichen Transport

Innerhalb eines der zum Kombinat gehörenden Betriebe sind innerbetriebliche Transporte in Form von Rundfahrten durchzuführen. Es ist dafür der kürzeste Weg zu bestimmen, bei dessen Befahren alle gegebenen Punkte einmal berührt werden.

Bei dem Rundfahrtproblem geht es mathematisch gesehen um folgendes: Unsere Rundfahrt umfasst n Punkte, die anzufahren sind. Im Beispiel ist $n = 10$.
Jeder Punkt der Rundfahrt ist nur einmal Start- und einmal Zielpunkt (68). Das bedeutet

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1 \tag{68}$$

wobei a_{ij}: 1 wenn die Strecke von i nach j Teil der Rundfahrt oder
: 0 wenn die Strecke von j nach i Teil der Rundfahrt ist.
Damit werden die i zu Start- und die j zu Zielpunkten erklärt.

Wir führen noch eine Bewertung in der Form der Entfernung, der Fahrzeit, der entfernungsabhängigen Kosten oder eines anderen Ausdrucks für den Transportaufwand ein. Im Beispiel bedeutet

c_{ij} : Entfernung zwischen den zwei Punkten i und j.

Damit ergibt sich als Zielfunktion für dieses Optimierungsproblem

$$Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}c_{ij} \to \min \tag{69a}$$

wobei $i, j = 1, 2, ..., n$ und $i \neq j$.
Da bei einer solchen Optimierungsrechnung die Gefahr besteht, dass die Rundfahrt in mehrere Teile zerfällt, was aber nicht erwünscht ist, muss noch eine entsprechende Schranke "eingebaut" werden:

$$x_{i_1 i_2} + x_{i_2 i_3} + ... + x_{i_\nu i_1} < \nu \qquad \text{für } \nu < n$$

Gerade aber durch diese Bedingung wird die Aufgabe kompliziert und der Rechenaufwand bei großem n für bestimmte Verfahren sehr umfangreich.

Man kann die Aufgabe ebenfalls aus der Sicht der Permutation betrachten, wie das an (70) schon zu erkennen ist. In diesem Falle würde die Aufgabe lauten: Es ist diejenige

Permutation $i_1, i_2, ..., i_n$ der Punkte $1, 2, ..., n$ zu finden, die die Eigenschaft hat

$$Z = \sum_{\nu=1}^{n-1} c_{i_\nu, i_{\nu+1}} + c_{i_n, i_1} \to \min \tag{69b}$$

wobei $c_{i_\nu, i_{\nu+1}}$ die Entfernung zwischen dem ν-ten Punkt i_ν und dem $(\nu+1)$-ten Punkt $i_{\nu+1}$ darstellt.

Es sind also bei n verschiedenen Punkten $(n-1)!$ Rundfahrten möglich. Es müssten alle Rundfahrten ermittelt, berechnet und miteinander verglichen werden, um die eine mit minimaler Weglänge - oder die wenigen, wenn mehrere optimale Lösungen vorliegen - auswählen zu können.

In einzelnen Wirtschaftszweigen treten jedoch Rundfahrten auf, die 60 bis 70 Punkte umfassen. Das ist beispielsweise im Postwesen bei der Briefkastenleerung der Fall. Nehmen wir aber nur eine kleine Rundfahrt an, und zwar $n = 16$, so ergeben sich schon $130 \cdot 10^{10}$ zulässige Lösungen.

Wollten wir diese Aufgabe auf der Grundlage der Permutation mit Hilfe eines Rechenautomaten lösen und würde dieser je Sekunde 100 zulässige Lösungen erarbeiten und vergleichen sowie 24 Stunden je Tag in Betrieb sein, so müsste er über 414 Jahre arbeiten, um zum Ergebnis zu kommen.[31][32]

Ein solches Herangehen an die Lösung der Aufgaben ist nicht möglich. In der Praxis werden häufig Näherungsmethoden benutzt. Von den über 50 bekannten Lösungsverfahren ist die Mehrzahl nur zur näherungsweisen Bearbeitung der Aufgaben entwickelt worden.
Sie beruhen alle darauf, eine vorteilhafte Einschränkung der Zahl der zulässigen Lösungen zu erreichen. Wir unterscheiden symmetrische ($c_{ij} = c_{ji}$) und unsymmetrische Entfernungstabellen ($c_{ij} \neq c_{ji}$) sowie vollständige und unvollständige.

Eine vollständige Tabelle enthält alle Entfernungen von jedem Punkt zu allen anderen Punkten. In einer unvollständigen Tabelle sind nur die Entfernungen von einem Punkt zu den unmittelbar benachbarten Punkten eingetragen. Entfernungen zu Punkten, die nur über einen dritten Punkt (oder weitere) führen, werden also weggelassen.
Durch die Verwendung von unvollständigen Entfernungstabellen ist es möglich, den Aufwand für die Ermittlung der Entfernungen zwischen den einzelnen Punkten zu senken. Allerdings kann die Benutzung solcher unvollständigen Tabellen u. U. zu ungünstigeren Ergebnissen bei der Optimierungsrechnung führen.

[31] Schoch, M.: Ein Verfahren zur Lösung des Rundreiseproblems. in: Mathematik und Wirtschaft. Band 3. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1966, S. 54

[32] Persönliche Anmerkung: Ein normaler PC löst mit einem einfachen Delphi-Programm das Problem heute (2021) in weniger als 20 Minuten; mit einem heuristischen Verfahren in Bruchteilen einer Sekunde.

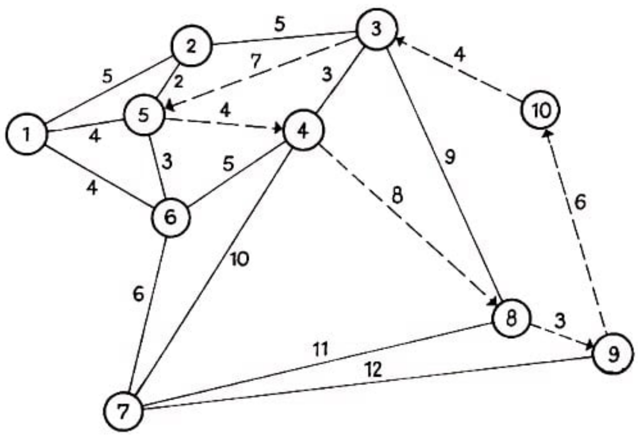


Abb. 47 Skizze eines innerbetrieblichen Transportnetzes

Abbildung 47 zeigt die Skizze des innerbetrieblichen Transportnetzes. Die gestrichelt gezeichneten Strecken können auf Grund der bestehenden räumlichen Verhältnisse nur in einer Richtung (siehe Pfeilspitze) befahren werden. Die an den Strecken stehenden Zahlen geben die Entfernung zwischen den einzelnen Punkten in Entfernungseinheiten an.
Wir entwickeln daraus eine Entfernungstabelle (vgl. Tab. 50). Bei ihrer Aufstellung mussten die nur in einer Richtung zu befahrenden Strecken besonders berücksichtigt werden, denn es bestehen bei den in Betracht kommenden Relationen Unterschiede zwischen der Länge des Hin- und Rückweges.

Für die Lösung dieser Aufgabe der Rundfahrtoptimierung wird ein Näherungsverfahren (nach Little) entsprechend dem Ablaufschema in Abb. 48 verwendet.

Tabelle 50

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	5	10	8	4	4	10	16	19	25
2	5	-	5	6	2	5	11	14	17	23
3	10	5	-	3	7	8	13	9	12	18
4	9	8	3	-	8	5	10	8	11	17
5	4	2	7	4	-	3	9	12	15	21
6	4	5	8	5	3	-	6	13	16	22
7	10	11	13	10	9	6	-	11	12	18
8	19	14	9	12	16	17	11	-	3	9
9	20	15	10	13	17	18	12	19	-	6
10	14	9	4	7	11	12	17	13	16	-

Zunächst wird die Tabelle 50 so transformiert, dass in jeder Zeile mindestens ein 0-Element vorhanden ist. Damit ergibt sich Tabelle 51. Da in den Spalten 1, 7 und 8 nicht gleichzeitig auch ein 0-Element entstanden ist, müssen diese Spalten analog - wie eben bei den Zeilen - behandelt werden. Die zu subtrahierenden Elemente wurden in der Tabelle 51 unterstrichen.

Tabelle 51

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	1	6	4	0	0	6	12	15	21
2	3	-	3	4	0	3	9	12	15	21
3	7	2	-	0	4	5	10	6	9	15
4	6	5	0	-	5	2	7	5	8	14
5	2	0	5	2	-	1	7	10	13	19
6	1	2	5	2	0	-	3	10	13	19
7	4	5	7	4	3	0	-	5	6	12
8	16	11	6	9	13	14	8	-	0	6
9	14	9	4	7	11	12	16	13	-	0
10	10	5	0	3	7	8	13	9	12	-

Wir erhalten auf diese Weise Tabelle 52. Die entsprechend dem Ablaufschema in Abb. 48 vorzunehmenden Schritte führen mit jeder weiteren Tabelle zu einem Lösungselement. Auf diese Weise erhalten wir die Tabellen bis zur Nummer 59 und die Lösung mit 51 Entfernungseinheiten.

Tabelle 52: 8 - 9

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	—	1	6	4	0^{0}	0^{0}	3	7	~~15~~	21
2	2	—	3	4	0^{2}	3	6	7	~~15~~	21
3	6	2	—	0^{3}	4	5	7	1	~~9~~	15
4	5	5	0^{0}	—	5	2	4	0^{0}	~~8~~	14
5	1	0^{2}	5	2	—	1	4	5	~~13~~	19
6	0^{1}	2	5	2	0^{0}	—	0^{3}	5	~~13~~	19
7	3	5	7	4	3	0^{0}	—	0^{0}	~~6~~	12
8	~~15~~	~~11~~	~~6~~	~~9~~	~~13~~	~~14~~	~~5~~	~~—~~	$\boxed{0}^{11}$	~~0~~
9	13	9	4	7	11	12	3	~~8~~	~~—~~	0^{9}
10	9	5	0^{3}	3	7	8	10	4	~~12~~	—

Tabelle 53: 8 - 9 - 10

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	10
1	—	1	6	4	0^{0}	0^{0}	3	7	~~21~~
2	2	—	3	4	0^{2}	3	6	7	~~21~~
3	6	2	—	0^{3}	4	5	7	1	~~15~~
4	5	5	0^{0}	—	5	2	4	0^{0}	~~14~~
5	1	0^{2}	5	2	—	1	4	5	~~19~~
6	0^{1}	2	5	2	0^{0}	—	0^{3}	5	~~19~~
7	3	5	7	4	3	0^{0}	—	0^{0}	~~12~~
9	~~13~~	~~9~~	~~4~~	~~7~~	~~11~~	~~12~~	~~3~~	~~—~~	$\boxed{0}^{15}$
10	9	5	0^{3}	3	7	8	10	~~4~~	~~—~~

Tabelle 54: 8 - 9 - 10 - 3 - 4

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8
1	—	1	6	~~4~~	0^{0}	0^{0}	3	7
2	2	—	3	~~4~~	0^{2}	3	6	7
3	~~6~~	~~2~~	~~—~~	$\boxed{0}^{3}$	~~4~~	~~5~~	~~7~~	~~1~~
4	5	5	~~0^{0}~~	~~—~~	5	2	4	0^{0}
5	1	0^{2}	5	~~2~~	—	1	4	5
6	0^{1}	2	5	~~2~~	0^{0}	—	0^{3}	5
7	3	5	7	~~4~~	3	0^{0}	—	0^{0}
10	9	5	0^{3}	~~3~~	7	8	10	—

Tabelle 55: 8 - 9 - 10 - 3 - 4

i \ j	1	2	3	5	6	7	8
1	—	1	~~6~~	0^{0}	0^{0}	3	7
2	2	—	~~3~~	0^{2}	3	6	7
4	5	5	~~—~~	5	2	4	~~0^{2}~~
5	1	0^{2}	~~5~~	—	1	4	5
6	0^{1}	2	~~5~~	0^{0}	—	0^{3}	5
7	3	5	~~7~~	3	0^{0}	—	0^{0}
10	~~9~~	~~5~~	$\boxed{0}^{8}$	~~7~~	~~8~~	~~10~~	~~—~~

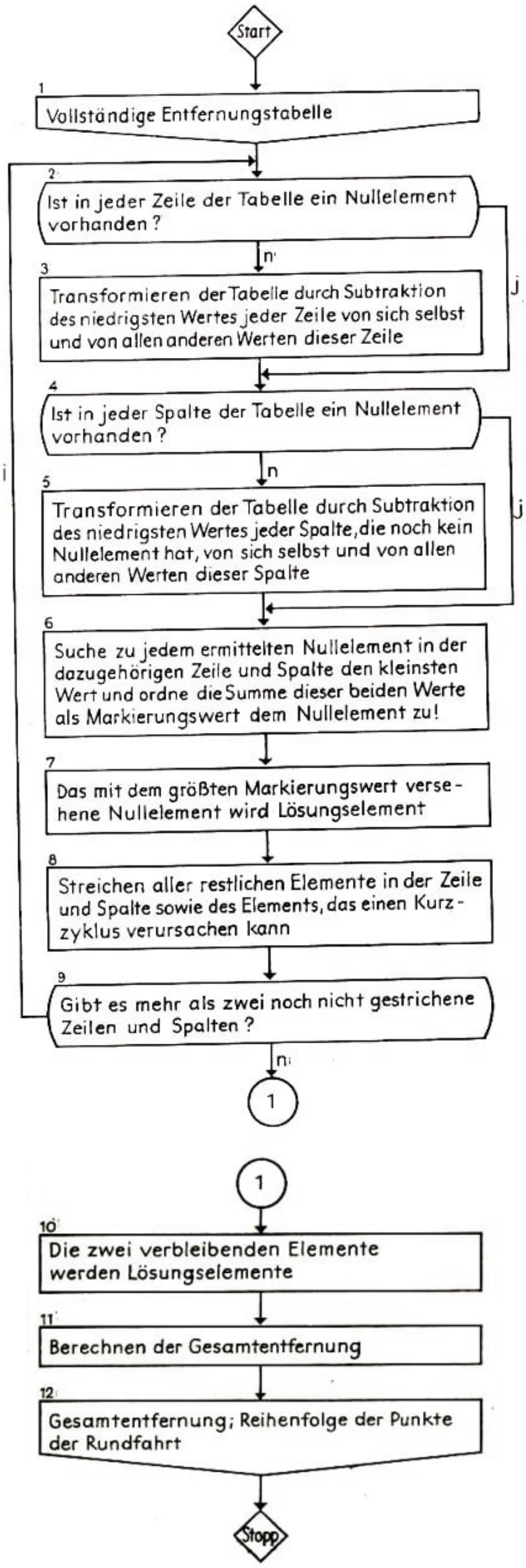


Abb. 48 Ablaufschema für das Näherungsverfahren nach Little

Tabelle 56: 7 - 8 - 9 - 10 - 3 - 4

i \ j	1	2	5	6	7	8
1	–	1	0^{0}	0^{0}	3	~~1~~
2	2	–	0^{2}	3	6	~~7~~
4	3	3	3	0^{2}	~~2~~	~~–~~
5	1	0^{2}	–	1	4	~~5~~
6	0^{1}	2	0^{0}	–	0^{2}	~~5~~
7	~~3~~	~~5~~	~~3~~	~~0^{0}~~		$\boxed{0^{5}}$

Tabelle 57: 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 3 - 4

i \ j	1	2	5	6	7
1	–	1	0^{0}	0^{0}	~~3~~
2	2	–	0^{2}	3	~~6~~
4	3	3	3	~~0^{3}~~	~~–~~
5	1	0^{2}	–	1	~~4~~
6	~~0^{1}~~	~~2~~	~~0^{0}~~	~~–~~	$\boxed{0^{3}}$

Tabelle 58: 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 3 - 4 - 2 - 5

i \ j	1	2	5	6
1	–	1	~~0^{0}~~	0^{1}
2	~~2~~	~~–~~	$\boxed{0^{2}}$	~~3~~
4	0^{1}	0^{0}	~~0^{0}~~	–
5	1	~~0^{1}~~	~~–~~	1

Tabelle 59: 1 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 3 - 4 - 2 - 5 - 1

i \ j	1	2	6
1	~~–~~	~~1~~	$\boxed{0^{1}}$
4	~~0^{0}~~	0^{1}	~~–~~
5	0^{0}	–	~~0^{0}~~

$$4+6+11+3+6+4+3+8+2+4=51$$
Entfernungseinheiten

Es handelt sich hierbei um die optimale Lösung. Das gezeigte Verfahren führte bei zahlreichen praktischen Aufgaben zu Ergebnissen die entweder dem Optimum sehr nahe kamen oder direkt dieses trafen. Deshalb kann dieses Näherungsverfahren besonders

empfohlen werden.
In dem Fall, dass in einer Tabelle mehrere Markierungswerte gleicher Größe auftreten, kann die Auswahl willkürlich vorgenommen werden.

Rundfahrtprobleme treten bei fast allen Transporteinrichtungen in der verschiedensten Art auf, u. a. beim Aufstellen von Fahrzeugeinsatzplänen im Kraftverkehr oder bei den Fahrmeistereien der Betriebe und Kombinate, für die Auslieferung von Waren, im Handel, im Postwesen, bei Tourneen von Künstlern usw.

Sogar bei der Maschinenbelegung sind "Rundfahrtprobleme" in der Form von Reihenfolgeaufgaben anzutreffen. Deshalb werden diese Methoden ebenfalls in Maschinenbau- und anderen Betrieben für Maschinenbelegungspläne mit verwendet.

Der mit Hilfe von Methoden der Rundfahrtoptimierung erreichte Nutzen ist beachtlich. Ein Beispiel soll wiederum für viele stehen.
Die Deutsche Post optimierte mit Hilfe solcher Näherungsverfahren die Landkraftpostfahrten. Dadurch konnten jährlich 1,5 Millionen Fahrtkilometer, 580000 Mark, 31 Fahrzeuge, 19 Arbeitskräfte sowie die entsprechenden Mengen an Treibstoff, Öl, Reifen usw. eingespart werden.

7.3.14 Kopplung von Rund- und Pendelfahrten

In unserem Kombinat bestehen mehrere Betriebe, die sich an verschiedenen Orten befinden. Zwischen diesen Betriebsteilen sind regelmäßig Materialien, Halbfabrikate und anderes zu befördern. Diese Transporte werden im allgemeinen mit Lastkraftwagen ausgeführt, wobei sowohl Pendel- als auch Rundfahrten in Betracht kommen.
Man könnte sich diese Situation ebenfalls im innerbetrieblichen Transport zwischen verschiedenen Abteilungen in einem großen, in sich abgeschlossenen Betriebsgelände vorstellen.

Abstrahiert man von den jeweiligen Besonderheiten, so erhält man ein Verkehrsnetz. In der Praxis sind die in diesem Netz fließenden Verkehrsströme zwischen den einzelnen Orten nicht ausgeglichen, d. h., die von A nach B zu befördernde Menge an Gütern usw. ist ungleich der von B nach A zu transportierenden. Für das hier behandelte Problem interessiert nur diejenige Teilmenge, die die in entgegengesetzter Richtung fließende Gesamtmenge übersteigt.
Diese Teilmenge wird als einseitiger, für eine bestimmte Richtung der betreffenden Strecke auftretender Ladebedarfsüberschuss gekennzeichnet.

Verschiedenartige Transportmittel können für die zu erfüllenden Transportaufgaben herangezogen werden, z. B. Kraftfahrzeuge, die Eisenbahn und in bestimmten Fällen sogar die Einrichtungen der Binnenschifffahrt oder des Luftverkehrs.

Für die Beförderung der übrigen Mengeneinheiten werden Pendelfahrten organisiert, wobei die Fahrzeuge sowohl auf der Hin- als auch auf der Rückfahrt voll ausgelastet sind. (Unter bestimmten Bedingungen sind auch Rundfahrten denkbar).
Die einseitigen Ladebedarfsüberschüsse können durch Pendel- und Rundfahrten abgedeckt werden.

Pendelfahrten führen im Unterschied zu Rundfahrten auf dem Hin- und dem Rückweg über die gleiche Strecke. Bei Pendelfahrten zum Transport der einseitigen Ladebedarfsüberschüsse ist die Ladekapazität des Transportfahrzeuges auf einer Strecke grundsätzlich nicht ausgenutzt. Einem Lastlauf von 50% steht ein Leerlauf von 50% gegenüber. Ein solcher ausschließlicher Pendelverkehr ist unwirtschaftlich. Deshalb sind Rundfahrten vorzuziehen, wenn sie dazu beitragen, eine bessere Auslastung der Ladekapazität der Transportfahrzeuge zu erreichen.

Das Problem besteht darin, eine solche optimale Kombination von Rund- und Pendelfahrten im Transportnetz zu erhalten. die gewährleistet, mit einem Minimum an Wagen-km die auf den Beförderungsstrecken vorhandenen einseitigen Ladebedarfsüberschüsse zu befriedigen. Dabei wird ein bestimmter Wagentyp (in der Regel der für die Mehrzahl der vorliegenden Transportaufgaben wirtschaftlichste Typ oder der am meisten vorhandene Typ) oder auch ein Behältertyp mit seiner Kapazität als Grundlage für die Umrechnung benutzt und als "Wageneinheit" bezeichnet. Die Lösung des hier aufgestellten Problems entspricht in der Praxis häufig dem Minimum an entfernungsabhängigen Kosten.

Zur Darstellung des Modells bzw. des Lösungsalgorithmus werden folgende Symbole eingeführt:

i: Rundfahrtstrecke ($i = n + 1, ..., p$, wobei n die Nummer der letzten Beförderungsstrecke und p die Nummer der letzten Rundfahrtstrecke ist)

j: Einzelne Beförderungsstrecke ($j = 1, 2, ..., n$)

w_i: Länge der i-ten Rundfahrtstrecke (Angaben in Entfernungseinheiten)

w_j: Länge der j-ten Beförderungsstrecke (Angaben in Entfernungseinheiten)

b_j: Einseitiger Ladebedarfsüberschuss der j-ten Beförderungsstrecke (Angaben in WE)

WE: Wageneinheit (einheitlich festgelegte Ladekapazitätsgröße)

x_i: Anzahl der Fahrten (einer Wageneinheit) auf der i-ten Rundfahrtstrecke

x_j: Anzahl der Einzelfahrten (einer Wageneinheit) auf der j-ten Beförderungsstrecke

d_{ij}: Element der Kopplungsmatrix

1: Die Richtung der i-ten Rundfahrt stimmt mit der Richtung des Ladebedarfsüberschusses auf der j-ten Beförderungsstrecke überein

-1: Die Richtung der i-ten Rundfahrt ist der Richtung des Ladebedarfsüberschusses auf der j-ten Beförderungsstrecke entgegengesetzt

0: In der i-ten Rundfahrt ist die j-te Beförderungsstrecke nicht enthalten (freies Feld)

Z: Anzahl der Wagen-km für das gesamte Programm zur Befriedigung des Ladebedarfsüberschusses

P_i: Potential der i-ten Rundfahrt

$(^k)$: Index der einzelnen Optimierungsschritte (in Klammern gesetzt und hochgestellt).

Wir wollen annehmen, dass es sich bei den Entfernungseinheiten um Kilometer handelt. An die optimale Lösung des Problems werden folgende Forderungen gestellt:

a) Die Zahl der auf jeder Beförderungsstrecke in Richtung des Ladebedarfsüberschusses verkehrenden Transportfahrzeuge darf nicht kleiner sein als der Ladebedarf b_j, so dass

$$\sum_i x_i d_{ij} + x_j \geq b_j \tag{71}$$

ist.

b) Die Entscheidungsvariablen dürfen in der Lösung nur ganzzahlige positive Werte annehmen oder gleich 0 sein, d. h. $x_i, x_j \geq 0$ (ganzzahlig) (72)

c) Die Summe der Wagen-km soll ein Minimum werden, das bedeutet

$$Z = \sum_i x_i w_i + 2 \sum_j x_j w_j \rightarrow \min \tag{73}$$

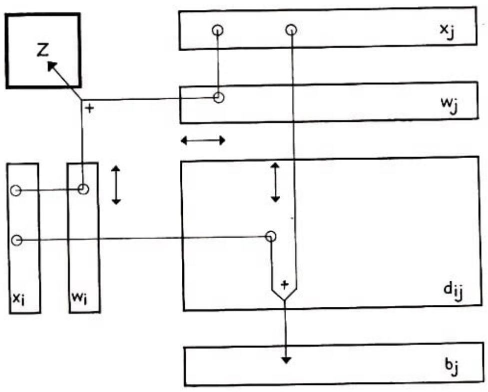


Abb. 49 Schematische Darstellung eines mathematischen Modells zur optimalen Kopplung von Rund- und Pendelfahrten

Die Beziehungen zwischen den Bestandteilen dieses Modells wurden in Abbildung 49 schematisch dargestellt.[33]
In Abbildung 49 deutet die Verbindung von zwei Kreisen auf die Multiplikation hin, die zweiseitigen Pfeile entsprechen den Summierungszeichen und die Pluszeichen den gleichen Zeichen wie in den Formeln (vgl. Abschn. 4.2.).

Die Lösung dieser Aufgabe ist mit der Simplexmethode möglich. Für praktische Fälle, in denen es sich meist um größere Netze mit vielen Rund- und Pendelfahrten handelt, bringt die Simplexmethode einen sehr großen Rechenaufwand mit sich.
Deshalb ist eine spezielle Methode vorteilhaft, die zumindest näherungsweise zur optimalen Lösung führt und mit der beliebig große Aufgaben auch manuell in relativ kurzer Zeit bearbeitet werden können. Das nachstehend erläuterte Lösungsverfahren entspricht diesen beiden Anforderungen.

In großen Netzen gibt es eine Vielzahl von Kombinationen zwischen Rund- und Pendelfahrten. Um den Rechenaufwand möglichst niedrig zu halten, werden - entsprechend

[33] Vgl. Menzel, W.: Berechnung optimaler Rundläufe bei Bahnpostwagen mit einem Approximationsverfahren. In: Probleme der Anwendung kybernetischer und mathematischer Erkenntnisse in der Ökonomie und Technologie des Post- und Fernmeldewesens, Teil. 2, Informationsheft des IPF, Berlin 1966. S. 78ff.

den Bedingungen der Praxis und den Forderungen an das Modell - diejenigen Rundfahrten ins Modell aufgenommen,

a) die auf Grund der Gesamtlänge der Rundfahrt für die praktischen Belange (Rückkehr des Wagens zum Ausgangspunkt) akzeptabel sind und

b) für die nach den Ausgangsdaten gilt:
$L_1 \geq L_2$ mit
L_1: Länge der Lastlaufstrecke, L_2: Länge der Leerlaufstrecke.

Die Differenz zwischen der Lastlauf- und der Leerlaufstrecke einer Rundfahrt wird als Potential der Rundfahrt bezeichnet, das bedeutet:

$$P_i = \sum_j d_{ij} w_j \tag{74}$$

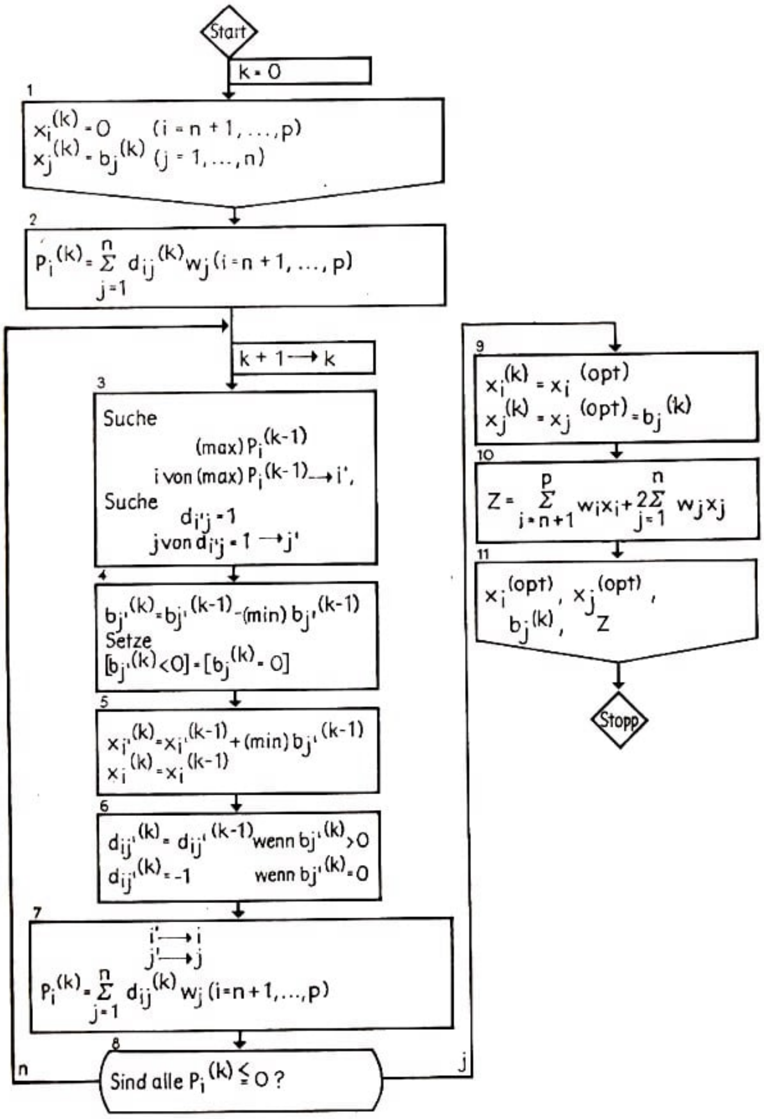


Abb. 50 Ablaufschema für ein Approximationsverfahren zur optimalen Kombination von Rund- und Pendelfahrten

Würde man ein solches Potential auch für die Pendelfahrten bilden, so wäre es grundsätzlich gleich 0, denn bei einer Pendelfahrt ist die Hinfahrt ebenso lang wie die Rück-

fahrt. Rundfahrten dürfen entsprechend der vorstehenden Forderung nur dann in die Lösung einbezogen werden, wenn $P_i \geq 0$ oder, anders ausgedrückt, $L_1 \geq L_2$ ist.
Der Lösungsalgorithmus ist aus Abbildung 50 ersichtlich.

Bei seiner Darstellung wurde allerdings von der in diesem Buch bisher angewendeten vereinfachten verbalen Form für die Ablaufschemata abgewichen. Der Lösungsalgorithmus wurde hier so dargestellt, wie er vom Transporttechnologen vorbereitet sein müsste, um ihn an das Rechenzentrum zur Programmierung weiterzuleiten.

Damit sollte ein Beispiel für ein einfaches, aber für das Rechenzentrum schon aufbereitetes Flussdiagramm vorgestellt werden. Zur Demonstration des Verfahrens selbst wird jedoch gleichzeitig ein Beispiel durchgerechnet. Die einzelnen Rechenschritte werden dabei eingehend erläutert, so dass der mit solchen Flussdiagrammen nicht Vertraute sich entweder in Abbildung 50 hineindenken oder an Hand der Erläuterungen zum Beispiel die einzelnen Rechenschritte verfolgen kann.
Wir wollen uns jetzt diesem Beispiel zuwenden.

Abbildung 51 zeigt einen Ausschnitt aus einem Streckennetz mit 10 einzelnen Strecken und 4 möglichen Rundfahrten.
Zunächst wird eine Lösungstabelle (vgl. Tab. 60) angefertigt, und die Elemente der ersten Matrix (linker oberer Teil) werden darin eingetragen. Sie ergeben sich aus Abbildung 51 entsprechend den vorangegangenen Definitionen. Ein leeres Feld bedeutet 0.

Danach wird in der ersten Zeile unter sowie in der ersten Spalte rechts neben dieser Matrix die Ausgangslösung festgehalten. Zu dem hier behandelten Modell gibt es von vornherein eine Lösung, und zwar die ökonomisch ungünstigste. Sie besteht darin, dass keine Rundfahrt gebildet, sondern alle Ladebedarfsüberschüsse durch Pendelfahrten abgedeckt werden.

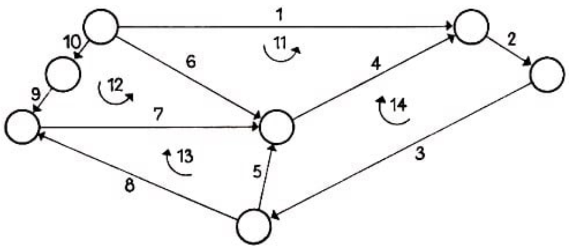


Abb. 51 Auszug aus einem Streckennetz

Diese Tatsache wird als Ausgangslösung benutzt, die demzufolge lautet:

$$x_i = 0 \qquad x_j = b_j \tag{75}$$

In Tabelle 60 steht diese Ausgangslösung in der Lösungszeile und der Lösungsspalte mit dem Index (^{0}).

Die Ausgangslösung wird nunmehr durch endlich viele Optimierungsschritte verbessert, indem nacheinander Rundfahrten in das Programm aufgenommen werden. Dadurch vermindern sich die für weitere Rundfahrten in Betracht kommenden b_j.

	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	x_i					P_i				
w_i	i \ w_j	30	4	28	15	14	15	18	27	5	3	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
60	11	—1			1		1					0				1	0				—30
41	12						—1	$\cancel{1}$		$\cancel{1}$	1	0			2		11			—35	
59	13					—1		$\cancel{1}$	$\cancel{1}$			0		1			31		—23	—59	
61	14		1	$\cancel{1}$	1	$\cancel{1}$						0	1				61	—23			—53

$b_j =$ x_j											
	(0)	4	3	1	2	1	4	3	1	2	4
	(1)		2	0	1	0					
	(2)							2	0		
	(3)							0		0	2
	(4)				0		3				

Tabelle 60

Da die Größe des Potentials der Rundfahrt ein unmittelbares Maß dafür darstellt, welche Verbesserung mit jedem Optimierungsschritt im Programm erreichbar ist, liegt es nahe, jeweils die Rundfahrt in die Lösung aufzunehmen, die nach einem Optimierungsschritt das größte Potential hat. Im Laufe der schrittweisen Optimierung scheiden diejenigen Rundfahrten als unwirtschaftlich aus, die zwar gegenüber der Ausgangslösung ein positives Potential hatten, aber mit den veränderten Daten nach einem bestimmten Optimierungsschritt jedoch ein negatives Potential besitzen.

Nach der Ermittlung aller $P_i^{(0)}$ wird das größte Potential (max) $P_i^{(0)}$ festgestellt. In der auf diese Weise gefundenen Zeile sind die Spalten mit $d_{ij} = 1$ aufzusuchen.
Von diesen zugeordneten Spalten wird das kleinste $b_j^{(0)}$, das ist das (min) $b_j^{(0)}$, von den übrigen $b_j^{(0)}$ in den ausgewählten Spalten subtrahiert. (Die Angaben für b_j erfolgen in WE.)
Die auf diese Weise errechneten Differenzen sind in die nächste Lösungszeile als $b_j^{(1)}$ einzusetzen. Die übrigen $b_j^{(0)}$ können als $b_j^{(1)}$ übernommen werden (für negative b_j gilt: $b_j = 0$).

Nunmehr ist die Lösungsspalte $x_i^{(1)}$ in der ausgewählten Zeile auszufüllen. Hier wird derjenige Betrag eingesetzt, der sich ergibt, wenn man das $x_i^{(0)}$ dieser Zeile um den Wert des $b_j^{(0)}$ vermehrt, der oben subtrahiert wurde, also $x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + (\min) b_j^{(0)}$.

In den Spalten, in denen $b_j^{(1)} = 0$ wurde, sind sämtliche $d_{ij}^{(0)} = 1$ durch $d_{ij}^{(1)} = -1$ zu ersetzen. Das wurde im vorliegenden Beispiel zur Vereinfachung - damit nur eine Lösungstabelle benötigt wird - durch das Streichen der jeweiligen Eins kenntlich gemacht. Für die übrigen Elemente der Kopplungsmatrix gilt:

$$d_{ij}^{(0)} = d_{ij}^{(1)}$$

Als letzter Teil des ersten Optimierungsschrittes sind die Potentiale für die bisher behandelte Zeile und eventuell weitere durch die Streichungen betroffene Zeilen neu zu bestimmen.

Dabei sind die gestrichenen Werte als -1 zu betrachten. Nach dieser Berechnung von $P_i^{(1)}$ unter Berücksichtigung der Veränderungen durch $d_{ij}^{(1)}$ ist zu prüfen, ob $P_i^{(1)} \leq 0$ ist. Trifft das zu, so scheidet diese Zeile (eventuell auch andere betroffene Zeilen) bei der weiteren Auswahl der positiven Potentiale aus.
In gleicher Weise wird auch für die übrigen Zeilen mit positiven Potentialen verfahren. Im Berechnungsbeispiel wäre nach der Größe der positiven Potentiale jetzt die Zeile $i = 13$ mit dem Potential 31 auszuwählen, und im einzelnen ist wie vorstehend beschrieben vorzugehen.

Nachdem im Beispiel $P_i^{(3)}$ bestimmt wurde, ist die Bedingung (alle $P_i \leq 0$) erfüllt. Jetzt kann man aus den Lösungszeilen die Anzahl der auf den Strecken einzurichtenden Pendelfahrten ablesen, wobei - sofern in der letzten Lösungszeile kein Wert eingetragen ist - immer der letzte Eintrag gilt. Folgende Pendelfahrten sind im Beispiel erforderlich:

$$x_1 = 4; \quad x_2 = 2; \quad x_4 = 1; \quad x_6 = 4; \quad x_{10} = 2$$

Ebenso sind aus den Lösungsspalten die in das Programm aufzunehmenden Rundfahrten zu entnehmen. Hier gilt auch wieder der letzte Eintrag. Es werden in das gesamte Programm folgende Rundfahrten aufgenommen:

$$x_{12} = 2; \qquad x_{13} = 1; \qquad x_{14} = 1$$

Das Potential 0 in der Zeile 11 lässt erkennen, dass noch eine zweite optimale Lösung vorliegt. Sie wurde mit der 4. Lösungszeile und -spalte angedeutet. In einem solchen Falle kann in der Praxis diejenige Lösung von beiden gewählt werden, die vom technologischen Standpunkt aus günstiger ist.

Abschließend ist der Wert der Zielfunktion (73) zu berechnen. Nach dem 3. Optimierungsschritt ergeben sich
a) für die Rundfahrten $x_i \cdot w_i$

$$\begin{aligned} x_{12} = 2; &\quad 2 \cdot 41 = 82 \text{ Wagen-km} \\ x_{13} = 1; &\quad 1 \cdot 59 = 59 \text{ Wagen-km} \\ x_{14} = 1; &\quad 1 \cdot 69 = 69 \text{ Wagen-km} \\ &\sum_i x_i \cdot w_i = 202 \text{ Wagen-km} \end{aligned}$$

b) für die Pendelfahrten $x_j \cdot w_j$

$$\begin{aligned} x_1 = 4; &\quad 4 \cdot 30 = 120 \text{ Wagen-km} \\ x_2 = 2; &\quad 2 \cdot 4 = 8 \text{ Wagen-km} \\ x_4 = 1; &\quad 1 \cdot 15 = 15 \text{ Wagen-km} \\ x_6 = 4; &\quad 4 \cdot 15 = 60 \text{ Wagen-km} \\ x_{10} = 2; &\quad 2 \cdot 3 = 60 \text{ Wagen-km} \\ &\sum_j x_j \cdot w_j = 209 \text{ Wagen-km} \\ &2\sum_j x_j \cdot w_j = 418 \text{ Wagen-km} \end{aligned}$$

und somit für das gesamte Programm

$$Z = \sum_i x_i w_i + 2 \sum_j x_j w_j \to \text{ Minimum} Z \qquad = 202 + 418 = 620 \text{ Wagen-km}$$

Das entspricht dem Minimum an Wagen-km für das gesamte Programm und stellt die optimale Lösung nach dem 3. Optimierungsschritt dar.

Nach dem 4. Optimierungsschritt ergeben sich in gleicher Weise
a) für die Rundfahrten 262 Wagen-km
b) für die Pendelfahrten 358 Wagen-km
für das gesamte optimale Programm 620 Wagen-km

Eine solche optimale Kopplung von Rund- und Pendelfahrten kann im Kraftverkehr, im Eisenbahnverkehr, im innerbetrieblichen Transport und ggf. auch beim Einsatz weiterer Transportmittel angewendet werden. Das Modell ist im Prinzip - sofern die gestellten Voraussetzungen erfüllt werden - auch für den Einsatz verschiedenartiger Transportmittel brauchbar. Gegebenenfalls ist eine entsprechende Modifizierung vorzunehmen.

7.3.15 Zuordnung von Spezialistenbrigaden zu Arbeitsaufgaben

Aus der sehr umfangreichen Gruppe der Modelle, die sich mit dem Einsatz der Arbeitskräfte und den damit zusammenhängenden Optimierungsaufgaben sowie ähnlichen Fragen befassen, sollen lediglich drei verschiedenartige Probleme herausgegriffen werden, und zwar

- die Zuordnung von Spezialistenbrigaden zu Arbeitsaufgaben
- Untersuchungen im Rahmen des Arbeitsstudiums mit Hilfe der mathematischen Statistik und
- die Berechnung der optimalen Schichtbesetzung.

Wir wenden uns zunächst der ersten Aufgabe zu. In unserem Kombinat wurden im Zuge der komplexen sozialistischen Rationalisierung zur regelmäßigen Pflege bestimmter technischer Einrichtungen vier Spezialistenbrigaden gebildet und eingesetzt. Ihre Aufgabe besteht darin, innerhalb eines festgelegten Zeitabschnittes den Ort, an dem sich die Anlagen befinden, aufzusuchen und diese zu pflegen sowie auch kleinere, vorbeugende Reparaturen daran auszuführen.
Sie betreuen Einrichtungen in zehn Betrieben oder Betriebsteilen des Kombinats.

Jede Brigade hat einen festen Standort. Sie pflegt in ihrem Heimatbetrieb die vorhandenen Anlagen und hat dort jeweils zwischenzeitlich noch weitere, regelmäßig wiederkehrende Verpflichtungen zu erfüllen. Zwangsläufig müssen diese Brigaden von ihrem Standort zu den anderen Einsatzorten hin- und zurückfahren. Dabei sind unterschiedliche Entfernungen zurückzulegen.

Für den Hin- und Rückweg geht immer wertvolle Arbeitszeit verloren. Deshalb soll versucht werden, diese unproduktiven Wegezeiten und die dafür entstehenden Kosten auf das unbedingt erforderliche Minimum zu senken.

Es wird hierbei vorausgesetzt, dass jede Brigade an jedem Einsatzort die anfallenden Überprüfungen usw. vornehmen kann.

Jede der vier Spezialistenbrigaden hat drei Pflegeeinsätze außerhalb des eigenen Standorts durchzuführen. In acht von den zehn Betrieben bzw. Betriebsteilen ist innerhalb des Zeitabschnitts, der der Aufgabe zugrunde liegt, je ein Aufenthalt einer Brigade für die regelmäßigen Pflegearbeiten ausreichend. In zwei Betriebsteilen sind jedoch in dem gleichen Zeitabschnitt je zwei Pflegeeinsätze erforderlich. Diese können aber nicht unmittelbar hintereinander absolviert werden.

Das Problem besteht darin, die optimale Zuordnung der Spezialistenbrigaden zu den Arbeitsaufgaben zu finden. Als optimal gilt diejenige Lösung, die insgesamt die niedrigsten Arbeitszeitverluste durch die Hin- und Abfahrt der Brigaden zum Einsatzort mit sich bringt. Mit anderen Worten: Minimiere die Wegezeiten insgesamt für alle vier Brigaden!

Dieses Problem lässt sich wiederum auf das Transportproblem und -modell zurückführen und mit einer dazu geeigneten Methode lösen. Wir führen zunächst ein:

A_i: Standort einer Spezialistenbrigade

B_j: Standort eines Betriebes oder Betriebsteils, an dem Pflegearbeiten auszuführen sind

a_i: Anzahl der Pflegeeinsätze der Spezialistenbrigade des Standortes i

b_j: Anzahl der erforderlichen Pflegeeinsätze im Betrieb oder Betriebsteil mit dem Standort j

c_{ij}: Wegezeit zwischen dem Standort der Spezialistenbrigade i und dem Betrieb oder Betriebsteil j, in dem der Pflegeeinsatz notwendig ist (in Zeiteinheiten ZE)

x_{ij}: Anzahl der Pflegeeinsätze, die die Spezialistenbrigade des Standortes i im Betriebsteil j auszuführen hat

Z: Wegezeit zur Durchführung aller erforderlichen Pflegeeinsätze in Zeiteinheiten (ZE).

Da Z die Wegezeiten für den Hin- und Rückweg umfasst, die c_{ij} aber nur die Zeit für einen Weg enthalten, muss der nach dem Transportmodell für Z sich ergebende Betrag mit 2 multipliziert werden. Wird unter Beachtung dieser Forderung die Zielfunktion formuliert, so erhalten wir

$$Z = 2\left(\sum_i \sum_j c_{ij}x_{ij}\right) \to \min \tag{76}$$

Die Ausgangsdaten für unsere Aufgabe wurden in Tabelle 61 zusammengestellt.

Wir lösen diese Aufgabe mit der ungarischen Methode (vgl. Abschn. 5.2.). Bei diesem Problem ist besonders auf die Abdeckung der 0-Elemente mit einer minimalen Anzahl an Decklinien zu achten. Der Weg von der Koeffizientenmatrix in Tabelle 61 führt über mehrere Tabellen zur optimalen Lösung in Tabelle 62.

Tabelle 61

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	a_i
A_1	$\boxed{17}$	$\boxed{19}$	$\boxed{33}$	$\boxed{40}$	$\boxed{90}$	$\boxed{100}$	$\boxed{17}$	$\boxed{155}$	$\boxed{30}$	$\boxed{45}$	3
A_2	$\boxed{40}$	$\boxed{17}$	$\boxed{45}$	$\boxed{80}$	$\boxed{130}$	$\boxed{110}$	$\boxed{70}$	$\boxed{105}$	$\boxed{65}$	$\boxed{60}$	3
A_3	$\boxed{15}$	$\boxed{125}$	$\boxed{40}$	$\boxed{10}$	$\boxed{7}$	$\boxed{18}$	$\boxed{27}$	$\boxed{15}$	$\boxed{6}$	$\boxed{122}$	3
A_4	$\boxed{114}$	$\boxed{3}$	$\boxed{30}$	$\boxed{20}$	$\boxed{104}$	$\boxed{13}$	$\boxed{51}$	$\boxed{60}$	$\boxed{5}$	$\boxed{70}$	3
b_j	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	12

Auf dieser Grundlage berechnen wir Z.

$$Z = 2 \cdot (17 + 17 + 45 + 17 + 45 + 60 + 10 + 7 + 15 + +26 + 5) = 528 \text{ ZE}$$

Es ergeben sich je 264 ZE für die Hin- und Rückwege, d. h. 528 ZE für das gesamte Programm für alle erforderlichen Pflegeeinsätze. Aus Tabelle 62 kann abgelesen werden, welche Brigade welche Arbeitsaufgabe wahrzunehmen hat.

Tabelle 62

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	a_i
A_1	$\boxed{17}$ 1	$\boxed{19}$	$\boxed{33}$	$\boxed{40}$	$\boxed{90}$	$\boxed{100}$	$\boxed{17}$ 1	$\boxed{155}$	$\boxed{30}$	$\boxed{45}$ 1	3
A_2	$\boxed{40}$	$\boxed{17}$ 1	$\boxed{45}$ 1	$\boxed{80}$	$\boxed{130}$	$\boxed{110}$	$\boxed{70}$	$\boxed{105}$	$\boxed{65}$	$\boxed{60}$ 1	3
A_3	$\boxed{15}$	$\boxed{125}$	$\boxed{40}$	$\boxed{10}$ 1	$\boxed{7}$ 1	$\boxed{18}$	$\boxed{27}$	$\boxed{15}$ 1	$\boxed{6}$	$\boxed{122}$	3
A_4	$\boxed{114}$	$\boxed{3}$	$\boxed{30}$	$\boxed{20}$	$\boxed{104}$	$\boxed{13}$ 2	$\boxed{51}$	$\boxed{60}$	$\boxed{5}$ 1	$\boxed{70}$	3
b_j	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	12

7.3.16 Mathematische Statistik auch beim Arbeitsstudium

Im Verlaufe von Untersuchungen im Sinne der Operationsforschung fallen manchmal Ergebnisse von Messungen (Beobachtungen) an. Meist handelt es sich dabei um statistische Stichproben. Solche Messergebnisse treten auch bei arbeitswissenschaftlichen Untersuchungen, z. B. des Arbeitszeitaufwandes, des Elektroenergieverbrauchs, des Materialverbrauchs, der Beleuchtungsstärke, der Staubdichte, des Lärms, der Luftfeuchtigkeit u. a., auf.
Neben diesen gibt es in den Betrieben unseres Kombinats selbstverständlich auch Messreihen, die in andere Gebiete fallen.

Da es nicht möglich ist, darauf im einzelnen einzugehen, wurde lediglich ein Beispiel zur Prüfung einer Messreihe aus dem Gebiet des Arbeitsstudiums ausgewählt, für das nachstehend eine auf einige wenige Aspekte beschränkte statistische Analyse und Auswertung vorgenommen werden soll.

Es besteht folgende Aufgabe: Im Rahmen des Arbeitsstudiums wurden Zeitmessungen durchgeführt. Eine dabei entstandene Messreihe (Stichprobe) soll unter bestimmten Gesichtspunkten mit Verfahren der mathematischen Statistik, die wiederum auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbauen, ausgewertet werden. Der zuständige Leiter möchte folgendes ermittelt haben:

- das arithmetische Mittel der Stichprobe
- die Streuung und die Standardabweichung der Stichprobe
- die Charakteristik der Verteilungskurve
- den erforderlichen Umfang der Stichprobe.

Die Messwerte unserer Stichprobe entstanden während eines bestimmten Zeitabschnitts. Es handelt sich um die Messung der Dauer einer während des Arbeitsprozesses häufig wiederkehrenden, allerdings zeitlich sehr kurzen Arbeitsverrichtung.

Insgesamt wurden 110 verschiedene, voneinander nicht abhängige Messungen ein und desselben Vorgangs durchgeführt, deren Ergebnisse aus Tabelle 63 zu ersehen sind. Diese Aufschreibungen über die Messwerte in der Stichprobe entsprechen der Urliste (Angaben in Sekunden je Stück).

Unter einer Stichprobe verstehen wir eine Teilmenge, deren Elemente zufällig aus der Gesamtmenge, der Grundgesamtheit, herausgegriffen werden sind. Es ist vor allem bedeutsam, dass es sich um eine Zufallsauswahl handelt. Jedes Element, in unserem Beispiel jede der oft auszuführenden Arbeitsverrichtungen, muss die Chance haben, ausgewählt, d.h. gemessen und damit in die Stichprobe aufgenommen zu werden.

22	28	27	25	21	25	23	27	19	24	23
19	20	20	21	22	22	21	23	25	26	25
23	23	26	24	27	23	25	22	21	27	20
26	25	23	18	23	21	27	21	22	20	26
21	21	22	22	20	20	22	18	24	23	21
20	25	24	24	22	23	23	24	20	21	24
19	22	21	19	21	10	20	20	23	19	26
22	23	25	25	22	21	24	25	22	20	22
20	21	20	23	24	24	24	19	23	24	26
24	23	20	21	20	22	23	22	26	25	23

Tabelle 63

Nur wenn es sich um zufällig ausgewählte Elemente handelt, kann die Stichprobe repräsentativ für die Grundgesamtheit sein. Die einzelnen Elemente, im Beispiel die einzelnen Zeitmessungen bezeichnen wir als $x_1, x_2, ..., x_n$. Der Umfang der Stichprobe, die Gesamtzahl der Messwerte, ist gleich n. Im Beispiel ist $n = 110$.

Der Statistiker unterscheidet zwischen kleinen und großen Stichproben. Die Grenze zwischen beiden befindet sich etwa bei 30 Messwerten. Da wir 110 Messwerte haben, liegt im statistischen Sinne eine große Stichprobe vor.

Die Grundgesamtheit ist die Gesamtheit aller gleichartigen Einheiten, die im Hinblick auf ein bestimmtes Merkmal, im Beispiel die Zeitdauer des Vorganges, untersucht werden sollen. Sie wird mit N symbolisiert. Im vorliegenden Fall stellen also alle Arbeitsverrichtungen dieser Art die Grundgesamtheit dar. Unter dem Gesichtspunkt der Zufallsauswahl kann unsere Stichprobe von 110 Elementen repräsentativ sein, denn die einzelnen gemessenen
Arbeitsverrichtungen derselben Art wurden zufällig ausgewählt. Ob sie aber tatsächlich repräsentativ für die Grundgesamtheit ist, wissen wir noch nicht.

Um diese Frage eindeutig beantworten zu können, muss eine ausreichende Anzahl von Elementen in der Stichprobe enthalten sein. Diese Anzahl wird nicht als ein Prozent- oder Promillesatz der Grundgesamtheit bestimmt. Oft ist N nicht bekannt, so dass ein solches Vorgehen nicht möglich wäre. Es ist vielmehr eine andere entsprechende Berechnung erforderlich. Sie soll aber erst durchgeführt werden, wenn wir unsere Stichprobe etwas näher betrachtet haben.

Umfang der Stichprobe $n = 110$, Tabelle 64

Lfd. Nr. i	Zeitwert x_i in s/Stück	Strichliste	absolute Häufigkeit h_m
1	2	3	4
1	17	𝍷	1
2	18	𝍷𝍷	2
3	19	𝍸 𝍷𝍷	7
4	20	𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	14
5	21	𝍸 𝍸 𝍸	15
6	22	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷	16
7	23	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷	17
8	24	𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷	13
9	25	𝍸 𝍸 𝍷𝍷	12
10	26	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
11	27	𝍷𝍷𝍷𝍷	4
12	28	𝍷	1

Da mit der Urliste, d. h. der ursprünglichen Aufschreibung der Messwerte, nicht ohne weiteres gearbeitet werden kann, wird dieses statistische Ausgangsmaterial zunächst erst einmal sortiert. Auf diese Weise entsteht Tabelle 64. Sie wird als die primäre Verteilungstafel bezeichnet. Darin wurden in Spalte 2 die Messwerte der Größe nach geordnet aufgeschrieben. Sie gibt uns weiterhin in der Form der Strichliste (Spalte 3) sowie der absoluten Häufigkeiten (Spalte 4) an, wie oft jeder gemessene Wert auftritt. Außerdem zeigt sie, dass die Mehrzahl der gemessenen Werte zwischen 20 und 25 Sekunden liegt. Die absolute Häufigkeit der gemessenen Werte steigt von einem Messwert (17 Sekunden) bis zu 17 (23 Sekunden) an und fällt dann wiederum auf einen Wert (28 Sekunden) ab.

Ist n groß, kann die primäre Verteilungstafel trotz der vorgenommenen Sortierung und Bildung von absoluten Häufigkeiten noch sehr umfangreich sein. Deshalb nimmt man eine weitere Gruppierung oder Einteilung in Klassen vor. Aus der primären Verteilungstafel wird auf diese Weise eine sekundäre Verteilungstafel entwickelt (vgl. Tab. 65). Dazu sind allerdings noch einige Erläuterungen notwendig.

Die Anzahl an Klassen k sollte so gewählt werden, dass man zwischen 6 und 20 Klassen benutzt. Werden weniger als 6 Klassen verwendet, so wird die Berechnung zu ungenau. Bei über 20 Klassen erhöht sich der Arbeitsaufwand beträchtlich.

Im vorliegenden Beispiel ist davon auszugehen, dass die Klassenbreite durch ein oder zwei Sekunden charakterisiert werden kann. Im ersten Falle erhalten wir 12 und im zweiten 6 Klassen. Wir entscheiden uns im vorliegenden Beispiel für 12 Klassen. Die Anzahl der Klassen und ihre Breite kann man nach bestimmten Formeln ermitteln.
Dabei bedeuten:

d: Klassenbreite einer empirischen Verteilung
k: Klassenanzahl einer empirischen Verteilung
R: Spannweite einer Messreihe (Stichprobe)
$x_{\max}$: größter Wert einer Messreihe (Stichprobe)
$x_{\min}$: kleinster Wert einer Messreihe (Stichprobe)

Die Anzahl an Klassen k einer empirischen Verteilung kann bestimmt werden nach[34]

$$k \leq 5 \cdot \lg n \tag{77}$$

wobei sich ergibt:

n	50	100	500	1000	10000
k	8	10	13	15	20

Man kann ebenso auch für $n > 10$ die Formel

$$k = \sqrt{n} \tag{78}$$

verwenden.
Die Klassenbreite d stellt die Differenz zwischen zwei benachbarten unteren und oberen Klassengrenzen dar. Bei der Wahl von d sind neben der Anzahl an Messungen n die Spannweite und vor allem der Zweck, dem die statistische Untersuchung dient, zu beachten.

Für die Klassenbreite gilt:

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{R}{k} \tag{79}$$

Die Spannweite beträgt

$$R = x_{\max} - x_{\min} \tag{80}$$

Im Zusammenhang mit der sekundären Verteilungstafel (Tab. 65) sind noch einzuführen:

[34] Storm, B.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle. VEB Fachbuchverlag Leipzig 1963, vgl. S. 75

Tabelle 65

Klassen-Nr.	Klassengrenzen	Klassenmitte	absolute Häufigkeit	Produkt aus Spalte 3 und 4	relative Häufigkeit	relative Summenprozenthäufigkeit
e_m	$e_{mu} e_{mo}$	u_m	h_m	$u_m h_m$	f_m in %	SP in %
1	2	3	4	5	6	7
1	16,5...17,5	17	1	17	0,9	0,9
2	17,5...18,5	18	2	36	1,8	2,7
3	18,5...19,5	19	7	133	6,4	9,1
4	19,5...20,5	20	14	280	12,7	21,8
5	20,5...21,5	21	15	315	13,6	35,4
6	21,5...22,5	22	16	352	14,6	50,0
7	22,5...23,5	23	17	391	15,5	65,5
8	23,5...24,5	24	13	312	11,8	77,3
9	24,5...25,5	25	12	300	10,9	88,2
10	25,5...26,5	26	8	208	7,3	95,5
11	26,5...27,5	27	4	108	3,6	99,1
12	27,5...28,5	28	1	28	0,9	100,0
k = 12			n= 110	2480	100,0	

e_m: Klassennummer der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung ($m = 1, 2, ..., k$)
e_{mo}: obere Klassengrenze der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung
e_{mu}: untere Klassengrenze der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung
f_m: relative Häufigkeit der Werte in der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung

$$f_m = \frac{h_m}{n} \cdot 100\% \qquad (81)$$

h_m: absolute Häufigkeit der Werte in der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung
SP: relative Summenprozenthäufigkeit für eine empirische Verteilung

$$SP = \sum_{m=1}^{k} \frac{h_m}{n} \cdot 100\% \qquad (82)$$

u_m: Klassenmitte der m-ten Klasse einer empirischen Verteilung

$$u_m = \frac{e_{mo} + e_{mu}}{2} \qquad (83)$$

Die sekundäre Verteilungstafel (Tab. 65) gibt Auskunft über die Klassennummer, die unteren und oberen Klassengrenzen und die Klassenmitten. Die absolute Häufigkeit entspricht der Zahl der Striche in der Strichliste. Die Spalte 5 wurde zur Berechnung des arithmetischen Mittels aufgenommen.

Wir wollen nun noch einige der von unserem Leiter gewünschten Angaben durch Symbole kennzeichnen. Dazu führen wir ein:

$\overline{x}$: arithmetisches Mittel der Messreihe (Stichprobe)

s^2: Streuung (Varianz) der Messreihe
s: Standardabweichung der Messreihe
n_{erf}: die erforderliche Anzahl von Messwerten (Umfang der Stichprobe).

Das arithmetische Mittel soll auf der Grundlage der Klasseneinteilung berechnet werden:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{k} h_m u_m \tag{84}$$

Wir beziehen in diesem Falle also das Mittel auf die Häufigkeitstabelle (Tab. 65) und nicht auf die Urliste. Das auf der Grundlage der einzelnen Messwerte gebildete arithmetische Mittel

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

wird durch ein Mittel, das auf die absolute Häufigkeit der Klassen - jeweils multipliziert mit der Klassenmitte - bezogen ist, ersetzt. Die hierbei durchzuführende Berechnung verursacht nicht so viel Rechenaufwand bei großem n. Der sich zwischen beiden Mitteln ergebende Unterschied ist vor allem von der Klassenbreite d abhängig. Im vorliegenden Beispiel spielt das jedoch keine Rolle.
Wir erhalten nach (84) also

$$\overline{x} = \frac{1}{110} \cdot 2490 = 22,5 \text{ Sekunden pro Stück}$$

Die verlangte Streuung s^2 wird im Interesse der Verminderung des Rechenaufwands ebenfalls aus der sekundären Verteilungstabelle berechnet. Wir legen dabei folgende Formel zugrunde:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{k} (u_m - \overline{x})^2 h_m \tag{85}$$

Zur Berechnung von s^2 fertigen wir eine weitere Tabelle an oder ergänzen die schon bestehende sekundäre Verteilungstabelle entsprechend (vgl. Tab. 66). Für das Beispiel ergibt sich

$$s^2 = \frac{1}{109} \cdot 600 = 5,5$$

Nachdem s^2 bestimmt wurde, wird die Standardabweichung s ermittelt, wobei wir die Quadratwurzel grundsätzlich positiv verstehen.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^{k} (u_m - \overline{x})^2 h_m} \tag{86}$$

$$s = \sqrt{5,5} \approx 2,3 \text{ Sekunden}$$

Allgemein drückt die Streuung zahlenmäßig die Summe der Abweichungsquadrate der Messwerte einer Messwertreihe von ihrem arithmetischen Mittel, dividiert durch die um Eins verminderte Anzahl der Messungen, aus.

Tabelle 66

e_m	$e_{mu}e_{mo}$	u_m	h_m	$u_m h_m$	f_m in %	SP in %	$u_m - \overline{x}$	$(u_m - \overline{x})^2 h_m$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	16,5...17,5	17	1	17	0,9	0,9	-5,5	30,25
2	17,5...18,5	18	2	36	1,8	2,7	-4,5	40,50
3	18,5...19,5	19	7	133	6,4	9,1	-3,5	85,75
4	19,5...20,5	20	14	280	12,7	21,8	-2,5	87,50
5	20,5...21,5	21	15	315	13,6	35,4	-1,5	33,75
6	21,5...22,5	22	16	352	14,6	50,0	-0,5	4,00
7	22,5...23,5	23	17	391	15,5	65,5	0,5	4,25
8	23,5...24,5	24	13	312	11,8	77,3	1,5	29,25
9	24,5...25,5	25	12	300	10,9	88,2	2,5	75,00
10	25,5...26,5	26	8	208	7,3	95,5	3,5	98,00
11	26,5...27,5	27	4	108	3,6	99,1	4,5	81,00
12	27,5...28,5	28	1	28	0,9	100,0	5,5	30,25
k = 12			n= 110	2480	100,0			599,50

Bei sehr großem n kann anstelle von $n-1$ auch n gesetzt werden. Die Berechnung bezieht sich auf die Stichprobe. Die Standardabweichung s ist als das Maß oder der Kennwert für die Streuung der Größen einer Messreihe um ihr Mittel anzusehen.
Der Wert 2,3 Sekunden gibt also Aufschluss darüber, wie stark die gemessenen Zeiten in der Stichprobe um den Mittelwert streuen. Nehmen wir eine Gegenüberstellung mit anderen Stichproben vergleichbarer Zeitmessungen vor, so kann dieser Wert bei einem stärkeren oder weniger starken Streuen für uns u. U. sehr wichtig sein.

Darüber hinaus benötigen wir die Streuung und die Standardabweichung für weitere statistische Berechnungen, z. B. für das Prüfen einer Verteilung. Die Streuung und die Standardabweichung haben als Vorzüge für sich, dass sie von Extremwerten der Stichprobe kaum beeinflusst werden und zuverlässige Schätzwerte für die Streuung in der Grundgesamtheit sind.

Verwenden wir die absoluten Häufigkeiten h_m, um sie in einer graphischen Darstellung über den Klassenmitten u_m aufzutragen und verbinden die h_m in den Klassenmitten, so erhalten wir eine Darstellung der Häufigkeiten, mit denen die einzelnen Klassen besetzt sind, die etwa der Dichtefunktion der Grundgesamtheit entspricht (vgl. Abb. 52).

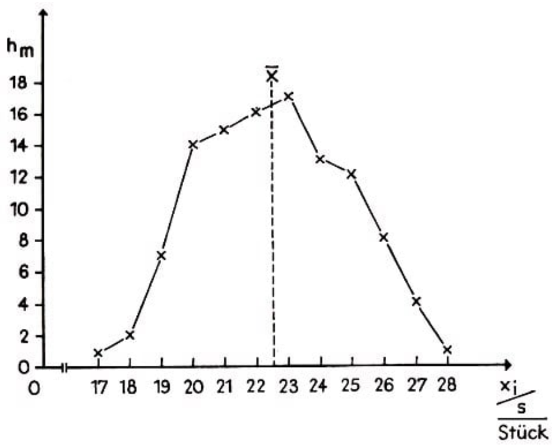


Abb.52 Häufigkeitspolygon

Die für die Grundgesamtheit gültige Dichtefunktion ist bei arbeitswissenschaftlichen Untersuchungen häufig die Gaußsche Normalverteilungskurve, die die Gestalt einer Glocke hat.
In unserem Beispiel deutet die Form des Häufigkeitspolygons darauf hin, dass die Dauer der Arbeitsverrichtung normalverteilt ist.

Im Prinzip erhält man gleichartige, nur im Maßstab veränderte Ergebnisse, wenn man anstelle der absoluten die relativen Häufigkeiten in der graphischen Darstellung benutzt. Abbildung 53 zeigt für unser Beispiel die Summenkurve, die sich aus Tabelle 65 ergibt und der Gestalt nach der Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit ähnlich ist. Die Summenkurve ist die graphische Darstellung von kumulativen Häufigkeiten, den Summenhäufigkeiten, bzw. die graphische Darstellung einer empirischen oder theoretischen Verteilungsfunktion.

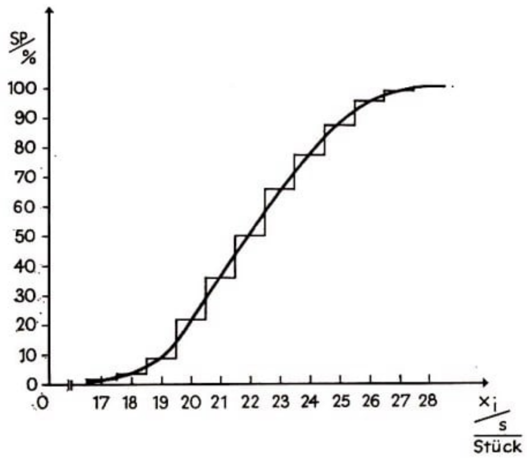


Abb.53 Summenkurve

Wir unterscheiden also zwischen der empirischen Verteilung (tatsächlich gemessene Werte) und der theoretischen Verteilung, die der Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße entspricht. Die Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße X ist

$$F(x) = P(X \leq x) \tag{87}$$

wobei x alle Werte der reellen Zahlengeraden durchläuft. Diese Funktion bringt die Wahrscheinlichkeit zum Ausdruck, dass X einen Wert unterhalb der Schranke x annimmt.

Bei arbeitswissenschaftlichen Untersuchungen ist es in bestimmten Fällen - so in diesem Beispiel - nicht erforderlich, zu überprüfen, ob die empirisch gefundene Verteilungskurve auch tatsächlich einer bestimmten theoretischen Verteilungskurve gerecht wird. In der Operationsforschung wird allgemein jedoch die Forderung nach Prüfung der Übereinstimmung erhoben.
Ist eine solche Prüfung notwendig, so kann die Abhängigkeit von der Art der Verteilung mit bestimmten Testverfahren vorgenommen werden. In unserem Beispiel wäre es möglich, den Chi-Quadrat-Test anzuwenden.

Bei diesem Verfahren würde die beobachtete empirische Verteilung der Stichprobe in der Form der absoluten oder relativen Häufigkeiten oder auch der relativen Summenhäufigkeiten unserer Messreihe mit einer angenommenen theoretischen Verteilung der dazugehörenden Grundgesamtheit zu vergleichen sein. Hierzu wird für das unbekannte Wahrscheinlichkeitsgesetz $F(x)$ der Grundgesamtheit eine Hypothese aufgestellt.
Mit Hilfe einer geeigneten Stichprobenfunktion wird diese Hypothese danach auf Ablehnung oder Annahme überprüft. Diese Funktion verkörpert dabei ein Maß, das charakterisiert, inwieweit die theoretische und die empirische Verteilung voneinander abweichen.

Nunmehr ist noch zu prüfen, ob die 110 in die Stichprobe gelangten Zeitmessungen auch repräsentativ für die Grundgesamtheit in unserer Untersuchung sind. Zur Berechnung wird folgende Formel verwendet:

$$n_{erf} = \frac{c^2 \cdot \sigma^2}{\delta^2} \tag{88}$$

Dabei bedeuten

n_{erf}: die erforderliche Anzahl von Messwerten, der erforderliche Umfang der Stichprobe

δ: ein vorgegebener zulässiger Fehler

c: Sicherheitsfaktor (ein Faktor, der angibt, dass ein vorgegebener zulässiger Fehler mit einer bestimmten, in Prozenten ausgedrückten Sicherheit nicht überschritten wird)

σ^2: Streuung der Grundgesamtheit.

Der notwendige Stichprobenumfang ist u. a. abhängig vom Verteilungsgesetz der Grundgesamtheit. Die in der Formel (88) angegebene Sicherheitszahl c muss dementsprechend gewählt werden. Häufig treten folgende Fälle auf:

1. Man weiß, dass es sich um eine Normalverteilung mit bekannter Streuung σ^2 der Grundgesamtheit handelt.

2. Es ist bekannt, dass die Grundgesamtheit eine eingipflige Verteilung besitzt.

3. Man hat keine Angaben über die Verteilung der Grundgesamtheit.

Tabelle 67

Statistische Sicherheit	c		
in %	Fall 1	Fall 2	Fall 3
99	2,58	6,64	10,00
95	1,96	2,98	4,47
90	1,65	2,11	3,16

Nach Tabelle 67 wird c für (88) bestimmt[35]. Da im 2. und 3. Fall σ^2 (die Streuung der Grundgesamtheit) nicht bekannt ist, wird hierfür näherungsweise s^2 verwendet.

Im behandelten Beispiel trifft Fall 2 zu. Wir gehen davon aus, dass eine solch relativ

[35] Vgl. Richter/Schneider: Statistische Methoden für Verkehrsingenieure. Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1968, S. 194

große Stichprobe in ihrer graphischen Darstellung (vgl. Abb. 52) mit großer Wahrscheinlichkeit eine annähernd richtige Widerspiegelung der Verteilung der Grundgesamtheit liefert.
Unter dieser Voraussetzung beantworten wir die letzte erwähnte Frage des zuständigen Leiters nach dem erforderlichen Umfang der Stichprobe. Es wird eine statistische Sicherheit von 95 % gefordert.

$$n_{erf} = \frac{2,98^2 \cdot 2,3^2}{0,7^2} = \frac{8,88 \cdot 5,29}{0,49} \approx 96$$

Wir können also feststellen, dass 110 Zeitmessungen ausreichend sind, wenn ein vorher festgelegter zulässiger Fehler von 0,7 Sekunden mit 95% Sicherheit nicht überschritten werden soll. Hierbei bedeutet eine statistische Sicherheit von 95%, dass innerhalb von 100 Fällen durchschnittlich in 5 Fällen der Fehler von 0,7 Sekunden überschritten wird.

Auch wenn für den angenäherten Wert der Standardabweichung von $2,3^2 = 5,29$ die ermittelte Streuung der Stichprobe mit 5,5 in die Formel eingesetzt wird, ergeben sich erst rund 100 erforderliche Zeitmessungen. Damit reichen die 110 tatsächlich vorgenommenen Zeitmessungen ebenfalls aus.

7.3.17 Rationeller Arbeitskräfteeinsatz

Der rationelle Einsatz von Arbeitskräften ist in manchen Fällen wegen des stark schwankenden Arbeitsanfalls relativ schwierig. Unter Berücksichtigung der gegebenen Bedingungen muss dieser Einsatz bestmöglich dem zu bewältigenden Arbeitsanfall entsprechen und dadurch mit dazu beitragen, die Arbeitszeitverluste auf ein Minimum zu senken.
Das kann geschehen, indem für vorher festgelegte Schichten die minimale Besetzung berechnet wird. In der Praxis wurden solche Aufgaben gelöst und die Ergebnisse verwirklicht. Dabei entstanden beträchtliche Einsparungen Arbeitskräften und Lohnkosten.

Im Verlaufe dieser Ermittlungen zeigte sich, dass derartige Berechnungen besonders dort erforderlich sind, wo

- eine in bestimmten Perioden stark schwankende Menge von Arbeiten festzustellen ist

- eine größere Gruppe von Beschäftigten mit gleicher oder ähnlicher Qualifikation gleiche oder ähnliche Tätigkeiten ausübt und

- es notwendig ist, im Interesse einer gleichbleibenden hohen Leistungsqualität sowie eines rationellen Arbeitskräfteeinsatzes die Dienstplangestaltung und die Schichtbesetzung dem Arbeitsanfall Optimal anzupassen.

Für das Modell werden eingeführt:

Z: minimaler Arbeitszeitaufwand während der vorgegebenen Schichten insgesamt

d_s: Dauer der s-ten Dienstschicht $(s = 1, 2, ..., n)$

x_s: zu bestimmende Anzahl an Arbeitskräften in der s-ten Dienstschicht $(s = 1, 2, ..., n)$

K_t: Anzahl der benötigten Arbeitskräfte während des t-ten Zeitabschnittes ($t = 1, 2, ..., m$)

a_{st}: Verbindungselement zwischen der s-ten Dienstschicht und dem t-ten Zeitabschnitt ($s = 1, 2, ..., n$; $t = 1, 2, ..., m$).

Die Zielfunktion bringt zum Ausdruck, dass die im Durchschnitt vorliegenden Arbeitsaufgaben mit einem Minimum an Arbeitszeitaufwand erledigt werden sollen, das bedeutet

$$Z = \sum_{s=1}^{n} d_s x_s \to \min \tag{89}$$

Um die anfallenden Arbeitsaufgaben unter Berücksichtigung der Qualitätskennziffern ordnungsgemäß erfüllen zu können, muss die Zahl der während des t-ten Zeitabschnitts Beschäftigten mindestens einer vorher ermittelten Anzahl an Arbeitskräften, dem Arbeitskräftebedarf K_t, entsprechen:

$$\sum_{s=1}^{n} x_s a_{st} \geq K_t \quad (t = 1, 2, ..., m) \tag{90}$$

Dabei soll das Verbindungselement a_{st} die jeweilige Dienstschicht wie folgt charakterisieren:
Wird in der s-ten Schicht während des t-ten Zeitabschnittes gearbeitet, so ist $a_{st} = 1$.
Wird in der s-ten Schicht während des t-ten Zeitabschnittes nicht gearbeitet, so ist $a_{st} = 0$.

Der erwähnte Mindestbedarf an Arbeitskräften kann mit Hilfe einer Tagesübersicht ermittelt werden. Sie stellt eine Relation her zwischen den während eines Zeitabschnittes (z. B. 30 oder 60 Minuten) anfallenden Mengen an zu bearbeitenden Gegenständen usw. - auf der Grundlage einer durchschnittlichen Bearbeitungszeit je Mengeneinheit - und den dazu entsprechend den Normen, Normativen, Erfahrungswerten usw. erforderlichen Arbeitskräften.
Natürlich kann der Arbeitskräftebedarf auch in anderer Weise festgelegt werden. Im Modell wird weiterhin die Einhaltung der Nichtnegativitätsbedingung

$$x_s \geq 0 \qquad (s = 1, 2, ..., n) \tag{91}$$

gefordert. Das bedeutet, dass die in der s-ten Dienstschicht einzusetzende Anzahl an Arbeitskräften nur größer oder gleich Null sein darf.

Auch für mehrere Abteilungen in den Betrieben unseres Kombinats kann die optimale Schichtbesetzung auf der Grundlage dieses Modells berechnet werden. Ein Fall wird hier als Beispiel herausgegriffen. Für den betreffenden Bereich ist eine durch bestimmte objektiv bedingte Faktoren hervorgerufene diskontinuierliche Produktion typisch.
Gerade unter solchen Bedingungen ist die Optimierung des Arbeitskräfteeinsatzes vorteilhaft.

Auf der Grundlage einer nochmaligen Überprüfung und nach neuen statistischen Ermittlungen wurde berechnet, dass die aus Tabelle 68 ersichtliche Anzahl an Arbeitskräften in der betreffenden Stunde des Tages gewährleistet sein muss. Der Schichtplan ist jedoch schon älter als die Angaben aus den letzten statistischen Erhebungen. Da jedoch nicht nur die Belange der Produktion, sondern auch noch soziale Aspekte - die Bestimmungen des Gesetzbuches der Arbeit, die Anfahrtmöglichkeiten zum Betrieb sowie ebenfalls die Beschäftigung von Teilkräften - hierbei zu beachten sind, soll der Schichtplan beibehalten werden.

Tabelle 68

Zeitabschnitt Uhrzeit	Arbeitskräftebedarf [Anzahl]	Zeitabschnitt Uhrzeit	Arbeitskräftebedarf [Anzahl]	Zeitabschnitt Uhrzeit	Arbeitskräftebedarf [Anzahl]
6...7	12	14...15	26	22...23	26
7...8	18	15...16	27	23...24	24
8...9	24	16...17	29	0...1	12
9...10	15	17...18	31	1...2	16
10...11	24	18...19	33	2...3	17
11...12	21	19...20	33	3...4	13
12...13	22	20...21	32	4...5	14
13...14	23	21...22	30	5...6	11

Diese Entscheidung ist hinsichtlich ihrer ökonomischen Zweckmäßigkeit anzuzweifeln. Trotzdem kann aber auch unter diesen Bedingungen eine optimale Schichtbesetzung berechnet werden. Sie gilt aber nur unter diesen Bedingungen als optimal.

Tabelle 69

Dienstschichten s	Dauer d der Dienstschichten [Stunden]	Uhrzeit
1	8	6.00...14.00
2	6	7.00...13.00
3	8	13.00...21.00
4	6	13.00...19.00
5	5	17.00...22.00
6	8	21.00...5.00
7	8	22.00...6.00

Sofern es möglich wäre, den Schichtplan zu verändern, würde sich eine über die jetzt zu berechnende optimale Lösung hinausgehende weitere Einsparung an Arbeitskräften ergeben. Die Schichten sind aus Tabelle 69 zu ersehen.
Die Zielfunktion für die vorliegende Aufgabe lautet:

$$Z = 8x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 5x_5 + 8x_6 + 8x_7 \to \min .$$

Als einschränkende Bedingungen sind zu beachten:

1. $x_1 \geq 12$	2. $x_1 + x_2 \geq 18$	3. $x_1 + x_2 \geq 24$
4. $x_1 + x_2 \geq 15$	5. $x_1 + x_2 \geq 24$	6. $x_1 + x_2 \geq 21$
7. $x_1 + x_2 \geq 22$	8. $x_1 + x_3 + x_4 \geq 23$	9. $x_3 + x_4 \geq 26$
10. $x_3 + x_4 \geq 27$	11. $x_3 + x_4 \geq 29$	12. $x_3 + x_4 + x_5 \geq 31$
13. $x_3 + x_4 + x_5 \geq 33$	14. $x_3 + x_5 \geq 33$	15. $x_3 + x_5 \geq 32$
16. $x_5 + x_6 \geq 30$	17. $x_6 + x_7 \geq 26$	18. $x_6 + x_7 \geq 24$
19. $x_6 + x_7 \geq 12$	20. $x_6 + x_7 \geq 16$	21. $x_6 + x_7 \geq 17$
22. $x_6 + x_7 \geq 13$	23. $x_6 + x_7 \geq 14$	24. $x_7 \geq 11$

Dazu kommt die Nichtnegativitätsbedingung

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

Wir überprüfen die einschränkenden Bedingungen und stellen dabei fest, dass verschiedene Ungleichungen schon durch andere mit erfüllt werden. Die Ungleichungen 2, 3, 4, 6 und 7 werden z. B. durch die Ungleichung 5 mit abgedeckt. Sie können deshalb bei der Optimierungsrechnung außer Betracht bleiben.
Nach dieser Verminderung der Restriktionen verbleiben für die zu lösende Aufgabe folgende einschränkende Bedingungen :

$$\begin{array}{lll} x_1 \geq 12 & x_1 + x_2 \geq 24 & x_1 + x_3 + x_4 \geq 23 \\ x_3 + x_4 \geq 29 & x_3 + x_4 + x_5 \geq 33 & x_3 + x_5 \geq 33 \\ x_5 + x_6 \geq 30 & x_6 + x_7 \geq 26 & x_7 \geq 11 \end{array}$$

Wir verwenden zum Lösen dieser Aufgabe die Simplexmethode.
Sie soll bei dieser Gelegenheit an einem etwas größeren Beispiel als den bisher behandelten demonstriert werden. Allerdings gibt es auch hierzu einen Ansatz, bei dem es mit Hilfe eines Graphen ermöglicht wird, ein spezielles Verfahren[36], z. B. die ungarische Methode, zu verwenden. Hier soll auf diesen mit Hilfe eines Graphen konstruierten Ansatz nicht näher eingegangen werden.

Im Falle einer Degeneration, d. h., wenn die Hauptspalte bzw. Hauptzeile nicht sofort eindeutig bestimmt werden kann, gelten folgende zusätzliche Regeln:

1. Aufsuchen der Spalten mit den gleichen größten Koeffizienten und Bestimmen der Elemente im Schnittpunktfeld dieser Spalten mit der ersten Zeile.

2. Division der positiven Werte in der ersten Zeile der aufgesuchten Spalten durch die betreffenden Koeffizienten der Lösungszeile.

3. Der niedrigste Wert der errechneten Quotienten gibt die Hauptspalte an.

4. Tritt der niedrigste Quotient mehrmals auf, so werden die Quotienten für diese Spalten sukzessiv in den weiteren Zeilen ausgerechnet.

5. Kann die Hauptzeile nicht eindeutig bestimmt werden, so sind die angeführten Rechenschritte analog vorzunehmen.

Die Ausgangsdaten zur vorstehend beschriebenen Optimierungsaufgabe wurden in Tabelle 70 zusammengestellt. Wir transponieren diese Matrix und erhalten dadurch Tabelle 71.
Damit haben wir eine für den Praktiker zweckmäßige Form der Überführung der Ausgangsdaten in die erste Lösungstabelle gefunden. Tabelle 70, die hier nur an die Darlegungen zur Simplexmethode in vorangegangenen Abschnitten anknüpfen sollte, kann selbstverständlich übersprungen werden.

Über mehrere Zwischenlösungen ermitteln wir Tabelle 72 und damit die optimale Lösung der Aufgabe.

[36] Frana, A./Rüger, S.: Anwendung des Transportalgorithmus der linearen Optimierung zur Besetzung von Dienstschichten. Die Deutsche Post, H. 12/1968, S. 371

Tabelle 70

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	K_t
u_1	1							12
u_2	1	1						24
u_3	1		1	1				23
u_4			1	1				29
u_5			1	1	1			33
u_6			1		1			33
u_7					1	1		30
u_8						1	1	26
u_9							1	11
d_s	8	6	8	6	5	8	8	

Tabelle 71

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9	d_s
x_1	1	1	1							8
x_2		1								6
x_3			1	1	1	1				8
x_4			1	1	1					6
x_5					1	$\boxed{1}$	1			5
x_6							1	1		8
x_7								1	1	8
K_t	12	24	23	29	33	30	30	26	11	$Z = 0$

Tabelle 72

	x_1	x_2	u_3	x_3	u_5	x_5	x_4	x_6	x_7	d_s
u_1	1	-1	1							2
u_2		1								6
u_4			1		1		1			6
u_7				-1	1	1	-1			3
u_6				1			-1			2
u_8				1	-1	-1	-1	1		5
u_9				-1	1	1	1	-1	1	3
K_t	-12	-12	-18	-18	-11	-15	-11	-15	-11	-661

Das Ergebnis ist mit -1 zu multiplizieren. Damit kann aus Tabelle 72 die optimale Besetzung der Schichten abgelesen werden. Sie wurde in Tabelle 73 zusammengestellt.

Tabelle 73

Schicht	Arbeitskräfte	Dauer der Schicht [Stunden]	Arbeitszeit [Stunden] insgesamt
1 ($s = 1$)	12	8	96
2 ($s = 2$)	12	6	72
3 ($s = 3$)	18	8	144
4 ($s = 4$)	11	6	66
5 ($s = 5$)	15	5	75
6 ($s = 6$)	15	8	120
7 ($s = 7$)	11	8	88
			661

Für die auszuführenden Arbeiten sind in der Zeit von 6.00 bis 6.00 Uhr bei der vorgegebenen Anzahl, Dauer und zeitlichen Lage der Dienstschichten insgesamt 661 Arbeitsstunden erforderlich. Der ökonomische Nutzen einer derartigen Optimierungsrechnung lässt sich wie folgt zusammenfassen:

1. Vermeidung von Arbeitszeitverlusten durch eine den gesellschaftlichen Belangen entsprechende optimale Besetzung der Dienstschichten

2. Freisetzen von Arbeitskräften für andere Tätigkeiten auf Grund der vermiedenen Arbeitszeitverluste

3. Einsparung an Lohnkosten entsprechend der Anzahl der freigewordenen Arbeitskräfte

4. Steigerung der Arbeitsproduktivität gegenüber der bisherigen empirisch-intuitiven Besetzung der Dienstschichten.

Die praktische Anwendung derartiger Optimierungsrechnungen in fünf Bereichen führte zu den in Tabelle 74 aufgeführten jährlichen Einsparungen:

Tabelle 74

Bereich	Einsparungen für ein Planjahr	
	Vollbeschäftigteneinheiten	Tausend Mark
1	8,0	51,6
2	12,8	73,2
3	19,0	102,9
4	2,0	10,0
5	7,0	48,4
	48,8	286,1

7.3.18 Zur Problematik der Lagerhaltungsmodelle

Die Produktion bedingt die Lagerung von Gegenständen (Materialien, Halb- und Fertigerzeugnisse, Ersatzteile usw.). Die Gesamtheit der mit der Lagerhaltung verbundenen Operationen bezeichnet man als Vollzug der Lagerfunktion.
Das Ziel besteht darin, unter gegebenen Kriterien einen optimalen Vollzug dieser Lagerfunktion zu gewährleisten. In diese Optimalität wird auch die Anlage und die Ausnutzung von Lagern eingeschlossen.

Es ist nicht möglich, für die Lagerhaltungsproblematik nur ein Modell anzuwenden. Deshalb gibt es je nach der Aufgabenstellung eine Reihe von mathematischen Ansätzen. Wir wollen einige dieser Modelle in der Form eines Überblicks betrachten und gehen dazu von den wesentlichen Beziehungen eines Lagers, die in Abbildung 54 dargestellt sind[37], aus.

Abb. 54 Wesentliche Beziehungen eines Lagers

[37] Vgl. Klemm, H./Mikut, M.: Mathematische Lagerhaltungsmodelle - ein Überblick. In: Mathematik und Wirtschaft, Band 5. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1968, S. 69

Das Lager hat den im Betrieb oder Kombinat vorhandenen Bedarf an Materialien, Ersatzteilen usw. zu decken. Durch rechtzeitige Bestellung muss der erforderliche Lagerbestand gesteuert werden. Die allgemeine Zielstellung für die Optimierungsrechnungen kann verschieden formuliert sein, wobei u. a. vor allem in Frage kommen:

- Sicherheit einer bestimmten Lieferbereitschaft des Lagers

- Minimierung der gesamten durch die Lagerhaltung beeinflussten Kosten.

Insgesamt ist mit mathematischen Modellen eine rationelle Lagerhaltung unter differenzierten Bedingungen zu erreichen.
Das bedeutet, dass bestimmte Parameter auf verschiedene Weise miteinander kombiniert werden. Allerdings sind diese bei zahlreichen Modellen nur auf eine Gut- oder Warenart bezogen.
Die wesentlichen Parameter, von denen bei Lagerhaltungsmodellen auszugehen ist, sind:

1. Die Nachfrage oder der Bedarf, d. h. die in einem festgelegten Zeitabschnitt benötigten Mengen des zu lagernden Gutes. Auf das Modell wirken sich besonders aus,

a) ob der Bedarf deterministisch oder stochastisch ist

b) ob ein den Bestand übersteigender Bedarf zeitweise in Kauf genommen werden kann oder nicht sowie

c) ob der nicht befriedigte Bedarf verlorengeht (Bedarf entfällt bzw. wird anderweitig gedeckt) oder vorgemerkt und mit der nächsten Lieferung befriedigt werden kann.

Ist der Bedarf deterministisch, so wird das in der Regel zur Anwendung eines deterministischen Modells führen. Ist die Nachfrage zufallsbedingt (stochastischer Bedarf), so können z. B.

- die Parameter der sie bestimmenden statistischen Verteilungen bekannt und konstant sein oder

- zusätzlich wesentliche Saisonschwankungen vorliegen

und damit unterschiedliche stochastische Modelle anzuwenden sein. Weitere Auswirkungen auf das Modell ergeben sich eventuell daraus, ob es sich um den Bedarf an einzelnen Artikeln oder um Gruppenbestellungen handelt.

2. Die Bestellregeln können festlegen, dass
- zu jedem Zeitpunkt bestellt werden kann oder
- Bestellungen nur zu bestimmten Terminen möglich sind, also ein Bestellrhythmus oder eine Bestellperiode zu beachten sind.

Entsprechend den unterschiedlichen Bedingungen sind verschiedene Varianten möglich. Allerdings wird man im allgemeinen anstelle der stufenförmigen, den Realitäten voll entsprechenden Funktion eine Gerade einführen, deren absolute Neigung dem durchschnittlichen Bedarf eines Zeitabschnitts nahekommt (vgl. Abb. 55).

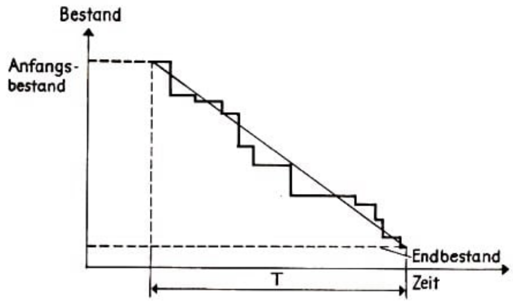
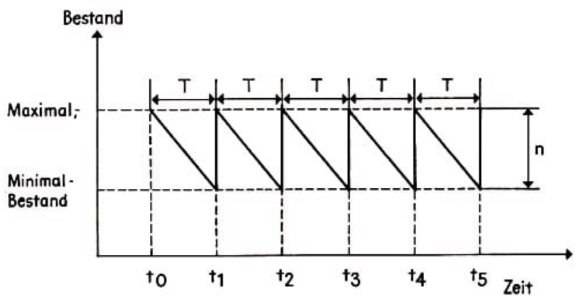


Abb. 55 Bestandskurve

Die Abbildungen 56 bis 60 zeigen (nach Untersuchungen von Faure, Boss und Garff) einige typische Varianten, die sich auf die Modellgestaltung auswirken.

Dabei bedeuten:

t: Zeitpunkt für die Bestellung
n: Mengen, die zu den Zeitpunkten t bestellt werden sollen
τ: Lieferzeit für die Bestellmengen
T: Zeitabschnitt für je einen Bestellzyklus zuzüglich der Lieferzeit (z. B. T_1 = Zeitabschnitt von $t_0 ... t_1 + \tau_1$ und T_2 = Zeitabschnitt von $t_1 + \tau_1 ... t_2 + \tau_2$).



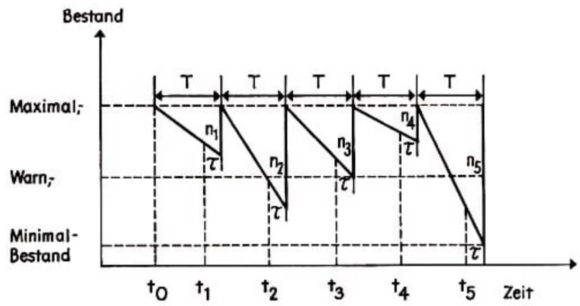
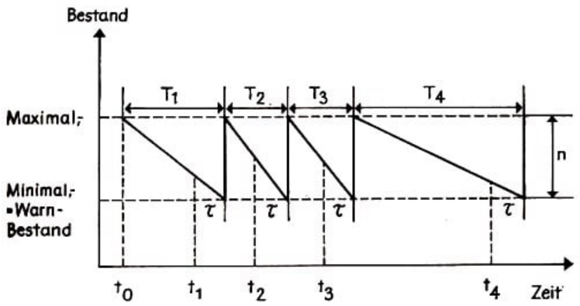


Abb. 56 Variante mit konstanten Bestellmengen und konstanten Bestellperioden
Abb. 57 Variante mit Bestellungen in unterschiedlicher Höhe in regelmäßigen Abständen

In Abbildung 56 liegt der einfachste, in der Praxis kaum vorkommende Idealfall vor, dass die Nachfrage konstant ist, die Bestellung sofort ausgeführt wird ($\tau_i \equiv 0$) und in regelmäßigen Zeitabständen ($T_i \equiv T$) immer in der gleichen Höhe ($n_i \equiv n$) bestellt wird.

Im Fall der Abbildung 57 ist in den einzelnen Zeitabschnitten ein unterschiedlicher Bedarf vorhanden. In regelmäßigen Zeitabständen ($T_i \equiv T$) werden verschieden große Mengen n_i bestellt. Die Lieferungen zum Auffüllen des Lagers sind konstant ($\tau_i \equiv \tau$). Die Bestellungen sind immer in solchen Mengen aufzugeben, das am Ende eines jeden Zeitabschnitts der Maximalbestand wieder erreicht wird.
Ist τ im Vergleich zu T nur ein kurzer Zeitabschnitt, so können die Bestellmengen zum Zeitpunkt t_i mit Hilfe einer Extrapolation der Verbrauchsgeraden geschätzt werden. Da bei diesem Beispiel keine Kontrolle des Mindestbestandes gewährleistet ist, sind Fehlbestände nicht ausgeschlossen.



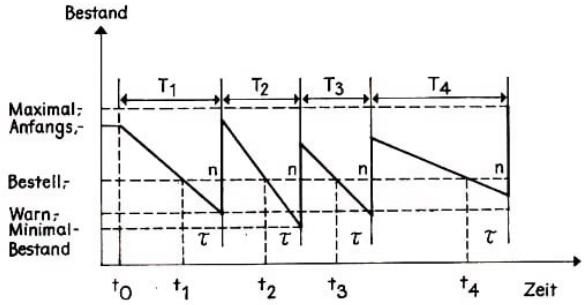


Abb. 58 Variante mit variabler Bestellperiode und konstantem Maximalbestand
Abb. 59 Variante mit variabler Bestellperiode und variablem Maximalbestand

Der nächste Fall - demonstriert in Abbildung 58 - geht ebenfalls von der Voraussetzung der Abbildung 57 aus. Die Bestellungen erfolgen hier jedoch in konstanter Höhe ($n_i \equiv n$), wenn ein bestimmter Mindestbestand (Warnbestand) erreicht wird. Daraus ergibt sich: $Ti \not\equiv T$. Der Verbrauch muss laufend überwacht werden.

Im Beispiel der Abbildung 59 sind die Bestellmenge und die Lieferzeit konstant ($n_i \equiv n$; $\tau_i \equiv \tau$). Es ist noch ein sogenannter Bestellbestand eingefügt. Man spricht auch von der "Zwei-Fächer-Methode", d. h., wenn ein Fach leer ist, muss sofort neu bestellt werden.
Der Bestellbestand ist größer als der Warnbestand. Minimal- sowie Warnbestand sind unterschiedliche Größen. Wird der Warnbestand erreicht, so tritt häufig eine zusätzliche Regel für die Auslieferung in Aktion, z. B., dass jetzt nur noch vorrangig bestimmte Bestellungen erledigt werden und die anderen zunächst liegen bleiben. Trotzdem ist auch hier die Möglichkeit eines Feldbestands nicht vollkommen ausgeschlossen. Sie ist aber geringer als bei den anderen Fällen.

3. Der Lieferrhythmus beeinflusst u. U. ebenfalls das aufzustellende Modell. Ähnliche Betrachtungen, wie sie vorstehend für die Bestellungen vorgenommen werden sind, könnten für die Lieferungen zum Auffüllen des Lagers in Erwägung gezogen werden. Es gibt jedoch auch Modelle, die von vornherein voraussetzen, dass Bestell- und Lieferrhythmus gleich sind und jeder Bestellung eine volle Lieferung gegenübersteht, also Teillieferungen ausgeschlossen sind.

Mit dem Lieferrhythmus steht die Lieferzeit (Zeit der Beschaffung von der Bestellung bis zum Eintreffen der Güter am Lager) in unmittelbarem Zusammenhang. Eventuell sind dann die Zeit für die Ermittlung der Bestellmenge und das Ausfertigen der Bestellung, die Zeit für die Postbeförderung der Bestellung, die Zeit für die Fertigstellung der Lieferung durch den Lieferanten, die Zeit für den Transport sowie die Eingangsbearbeitung und -kontrolle im Lager gesondert zu beachten.

Der Schwerpunkt liegt auf dem Zeitabschnitt vom Eingang der Bestellung beim Lieferanten bis zur Auslieferung der Waren durch ihn. Häufig wird zur Vereinfachung der Modelle mit einer konstanten und zusammengefassten Lieferzeit (vgl. die vorangegangenen Abbildungen) gearbeitet. In einigen, unter bestimmten Aspekten vereinfachten Modellen wird die Lieferzeit vernachlässigt.

4. Die Kosten können in Lagerhaltungsmodellen auftreten als Gesamtkosten (für die

Lagerung, Bestellung und Fehlbestände) sowie detailliert als

- Lagerkosten
- Bestellkosten
- Feldbestandskosten.

Die Lagerkosten umfassen alle finanziellen Aufwendungen für die Lagerung und eventuelle Verluste bei einer Gutart.
Hierzu gehören u.a. die Unterhaltungskosten für Lagergebäude, -plätze, -inventar, Mieten, die Lohnkosten für die im Lager Beschäftigten, eventuelle Umlaufmittelbindung oder Verluste an Umlaufmitteln, die durch Beschädigung, Verlust von Gütern o. ä. auftreten. Die Lagerkosten werden in der Regel in Mark auf Mengen und Zeiteinheiten bezogen.

Die Bestellkosten werden durch die Beschaffung des betreffenden Gutes verursacht. Es kann sich um feststehende Beschaffungskosten je Bestellung handeln, die unabhängig vom Umfang der Bestellung sind, z. B. Kosten, die mit dem Ermitteln der zu bestellenden Menge und deren Ausfertigung verbunden sind. Ebenso treten jedoch proportionale Beschaffungskosten auf, d. h., die Kosten sind der bestellten Menge proportional: z. B. Kaufpreis oder Herstellungskosten, proportionale Transportkosten, Kosten für den Wareneingang und die Warenkontrolle u. a.

Die Fehlbestandskosten sind solche Kosten und Verluste, die entstehen, wenn der Lagerbestand gleich 0 ist. Diese Kosten werden je Stück und Zeiteinheit ermittelt. Sie können in denjenigen Modellen auftreten, die einen Fehlbestand, der finanziell ausweisbar ist, berücksichtigen.
Darüber hinaus existieren solche Modelle, bei denen Überplanbestände mit "Strafkosten" belegt werden. Auf diese Weise soll zu ihrem Abbau angeregt werden.

5. In manche Lagerhaltungsmodelle wird ein sogenannter Reineinkommensfaktor mit aufgenommen, der zum Vergleich von Kosten unterschiedlicher Zeitabschnitte dient. Mit Hilfe dieses Faktors werden die künftig anfallenden Kosten gegenüber den Kosten, die in der Gegenwart entstehen. etwas abgemindert, da die finanziellen Mittel des Kombinats, die in einer späteren Periode erst erforderlich sind, in der Zwischenzeit für andere gewinnbringende Zwecke eingesetzt werden können.

Die vorstehend aufgeführten Parameter für Lagerhaltungsmodelle haben zur Folge, dass entsprechend ihrer Verwendung bzw. Kombinierung im Modell eine andere Aufgabenstellung herausgearbeitet und erfüllt werden kann. Damit wird angedeutet, wie vielfältig die Lagerhaltungsmodelle gestaltet sein können. Zugleich ergibt sich daraus ihre relativ komplizierte Handhabung, die im allgemeinen den Einsatz elektronischer Datenverarbeitungsanlagen voraussetzt.

Es ist nicht möglich, alle Kombinationen für Lagerhaltungsmodelle hier aufzuführen. Einige Beispiele werden jedoch einen gewissen Einblick ermöglichen.

Deterministische Lagerhaltungsmodelle

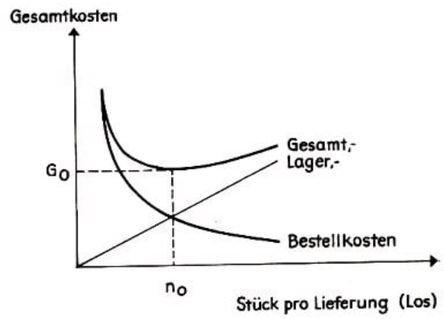


Abb. 60 Lagerhaltung mit konstanter Bestellmenge und konstantem Zeitabschnitt ohne Fehlbestandskosten

Beispiel 1

Bedingungen: Gegeben sind ein bekannter und ein konstanter Bedarf, ein konstanter Zeitabschnitt für die Bestellung ohne Einbeziehung von Fehlbestandskosten.

Aufgabe: Bestimme die wirtschaftliche Losgröße, bei der die Gesamtkosten aus Lagerkosten und Bestellkosten ein Minimum betragen. Das Prinzipielle dieser Optimierungsrechnung geht aus Abbildung 60 hervor.

Beispiel 2

Bedingungen: Wie unter 1, mit der Veränderung, dass die Kosten für einen eventuellen Fehlbestand berücksichtigt werden sollen.
Aufgabe: Minimiere die Gesamtkosten, bestehend aus Bestellkosten, Lagerkosten und Fehlbestandskosten.

Stochastische Lagerhaltungsmodelle

Beispiel 1

Bedingungen: Bekannt ist der Bedarf (s) für einen Zeitabschnitt (T) in der Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(s)$. Die Lager- und Bestellkosten werden vernachlässigt, da sie im Vergleich zu den Kosten, die für die Fehlbestände in der Form von Verlusten (k_1) oder zusätzlichen Kosten für außerordentliche Beschaffung (k_2) auftreten, nicht erheblich sind.

Aufgabe: Zu bestimmen ist der Erwartungswert der Summe aus k_1 und k_2 mit dem Ziel, ihn entsprechend der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit minimal, d.h. nahe 0 zu halten und die daraus abgeleitete Bestellpolitik zu fixieren.

Auch hier können ebenso wie bei den deterministischen Lagerhaltungsmodellen unterschiedliche Varianten auftreten. Eine davon ist z. B. die zur Beachtung stochastischer Nachfrage mit Produktionswartezeit. In diesem Falle stehen die Auswirkungen einer angemessenen Wartezeit zwischen der Entscheidung, für das Lager zu produzieren (oder zu bestellen), und dem Eintreffen der Waren im Lager im Vordergrund der Untersuchung.

Wir wollen etwas eingehender den Fall eines stochastischen Lagerhaltungsmodells betrachten, bei dem eine kostenoptimale Bestellmenge (Liefermenge) gesucht wird. Für

eine Produktionsabteilung eines Betriebes unseres Kombinats wird ein bestimmter Typ von Ersatzaggregaten benötigt.
Es hängt vom Zeitpunkt des Ausfalls des jeweiligen eingesetzten Aggregats und damit vom Zufall ab, wie oft in jeder Zeiteinheit (Woche) dieses Aggregat ausgewechselt werden muss und demzufolge wieviel Stück davon wöchentlich benötigt werden.
Die Anzahl an Ersatzaggregaten ist also eine Zufallsvariable. Mehr als 15 Ersatzaggregate wurden in einer Zeiteinheit nicht benötigt. Ebenfalls kam es nicht vor, dass überhaupt kein Ersatzaggregat während einer Zeiteinheit erforderlich war.

Aus statistischen Aufzeichnungen können wir entnehmen, wie oft Ersatzaggregate je Zeiteinheit (Woche) in der Vergangenheit benötigt wurden. Diese Angaben gehen aus der Tabelle 75 hervor. Die Wahrscheinlichkeiten $p(i)$ wurden dabei als relative Häufigkeiten aus der Statistik gewonnen.

Da die in jeder Woche erforderliche Stückzahl an Ersatzaggregaten nur eine ganze Zahl sein kann, ist der Bedarf in der Zeiteinheit hier eine diskrete Zufallsvariable mit den möglichen Werten $1, 2, ..., 15$.

Für ein nicht benötigtes, jedoch bestelltes Ersatzaggregat entstehen für dessen Wartung zusätzlich 40 Mark Kosten.
Fehlt ein Ersatzaggregat, so entstehen Kosten in Höhe von 200 Mark. Gefragt ist nach der kostengünstigsten Bestellmenge für die Ersatzaggregate.

Tabelle 75

Prozentualer Anteil der Zeiteinheiten im Untersuchungszeitabschnitt [%]	Bedarf an Ersatzaggregaten in einer Zeiteinheit S [Stück]	p(i)
1	1	p(1) = 0,01
2	2	p(2) = 0,02
5	3	p(3) = 0,05
7	4	p(4) = 0,07
8	5	p(5) = 0,08
10	6	p(6) = 0,10
11	7	p(7) = 0,11
12	8	p(8) = 0,12
10	9	p(9) = 0,10
10	10	p(10) = 0,10
9	11	p(11) = 0,09
7	12	p(12) = 0,07
4	13	p(13) = 0,04
3	14	p(14) = 0,03
1	15	p(15) = 0,01

Bei dieser Aufgabe bedeuten:

S: Bedarf an Ersatzaggregaten in der Zeiteinheit

p sowie P: Wahrscheinlichkeitsangaben
r: Liefermenge je Zeiteinheit
r_{opt}: die kostenoptimale Liefermenge je Zeiteinheit (zugleich Bestellmenge)
k_1: Kosten für die zusätzliche Wartung eines bestellten, jedoch nicht benötigten Ersatzaggregates
k_2: Kosten, die entstehen, wenn ein Ersatzaggregat fehlt

In diesem Beispiel können $S < r$ sowie $S > r$ auftreten. In beiden Fällen entsteht ein Nachteil, der in den jeweiligen Kosten k_1 und k_2 bzw. deren Mehrfachem zum Ausdruck kommt.
Der günstigste Fall ist $S = r$. Wir müssen versuchen, diesem Ziel mit Hilfe von r_{opt} möglichst nahe zu kommen, so dass die insgesamt auftretenden Kosten ein Minimum werden. Zu diesem Zwecke wurde das vorliegende Problem analysiert und mit Hilfe der Mathematik formuliert.
Der sich dabei ergebende mathematisch-statistische Ansatz erfordert für die Herleitung der in der Praxis verwendbaren Formel den Einsatz eines mathematischen Instrumentariums[38] auf dessen Darlegung in Anbetracht des populärwissenschaftlichen Charakters dieses Buches verzichtet werden muss.

Wir gehen deshalb davon aus, dass die optimale Liefermenge r_{opt} nach folgender Beziehung ermittelt wird:

$$\sum_{i=0}^{r_{opt}-1} p(i) = P(s \leq r_{opt} - 1) \leq \frac{k_2}{k_1 + k_2} P(S \leq r_{opt}) = \sum_{i=0}^{r_{opt}} p(i)$$

Für den hier betrachteten Fall ergibt sich demzufolge:

$$\begin{gathered}
\sum_{i=0}^{r_{opt}-1} p(i) \leq \frac{k_2}{k_1 + k_2} \leq \sum_{i=0}^{r_{opt}} p(i) \\
\frac{k_2}{k_1 + k_2} = \frac{200}{40 + 200} = 0,83 \\
\sum_{i=1}^{10} p(i) = 0,76 \leq 0,83 \leq \sum_{i=1}^{11} p(i) = 0,85, \qquad r_{opt} = 11
\end{gathered}$$

Die Bestellung von 11 Ersatzaggregaten pro Zeiteinheit ist somit unter dem Gesichtspunkt der minimalen Gesamtkosten am günstigsten.

Beispiel 2

Bedingungen: Gegeben sind
a) eine einfache Sortimentsstruktur sowie bestimmte näher zu fixierende ökonomische Bedingungen
b) eine differenzierte Sortimentsstruktur sowie weitere Bedingungen wie unter a)
c) saisonbedingte Bestände sowie weitere Bedingungen wie unter a)

[38] Vgl. Autorenkollektiv: Mathematische Standardmodelle der Operationsforschung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1971, S. 244 ff.

Aufgabe: Es sind die optimalen Bestände für bestimmte Typen von Betrieben oder Verkaufsstellen ihrer Größe oder einem anderen Kriterium entsprechend zu ermitteln. Diese Art von Lagerhaltungsmodellen ist vor allem für den Handel typisch.

Dynamische Modelle der Lagerhaltung

Hierbei handelt es sich in der Regel um stochastische mehrperiodische Modelle. In einem solchen Fall wird die Lagerhaltung nicht nur über einen Zeitabschnitt betrachtet, sondern - wie das auch den praktischen Belangen dienlicher ist - über mehrere Perioden. Es gibt zahlreiche Varianten der dynamischen Lagerhaltungsmodelle.

Sie unterscheiden sich vor allem - ähnlich wie die vorstehend behandelten Modelle - durch eine jeweils andere Konstellation der Bedingungen voneinander, z. B. ob unbefriedigter Bedarf vorgemerkt wird oder ob dieser verlorengeht, ob die Lagerkapazität begrenzt ist oder nicht.
Eine andere Modellvariante sieht vor, nicht eine feststehende Zahl von Perioden vorzugeben, sondern diese beliebig groß zu wählen, also die Anzahl der Perioden gegen Unendlich laufen zu lassen. Gesucht wird dann in der Regel eine solche Bestellpolitik, die die mittleren Lagerhaltungskosten über alle vorgegebenen Perioden minimiert.

Teilweise ist die Fragestellung auf die Einbeziehung der Produktionshöhe mit gerichtet. Es ist ein solcher Plan zu berechnen, der die Summe aus Lagerhaltungskosten, Bestellkosten, ggf. Produktionsvorbereitungskosten, Fehlmengenkosten oder eventuell auftretenden Kosten für die Änderung des Produktionsprogramms minimal hält.

Simulationsmodelle für die Lagerhaltung

Auf dem Gebiet der Lagerhaltung können ebenfalls Simulationsmodelle angewendet werden. Aus den vorher erwähnten Gruppen von Lagerhaltungsmodellen geht bereits hervor, dass in solchen Modellen zufallsbedingte Größen vorkommen. Diese können z. B. der Bedarf oder die Lieferfristen sein.
In einem Betrieb unseres Kombinats könnten z. B. der Bedarf für einen bestimmten Artikel statistisch erfasst und auf dieser Grundlage die Verteilungsfunktion und das arithmetische Mittel bestimmt werden. Danach legt man einige wenige mögliche Verhaltensvarianten fest, beispielsweise

- wöchentliche Nachbestellung in der Höhe des Verbrauchs und Berücksichtigung einer zufallsbedingten Lieferfrist

- Bestellung in Abständen von zwei Wochen und Beachtung einer zufallsbedingten Lieferfrist

- Bestellung einer konstanten Menge am Ende einer jeden Woche

- Bestellung einer konstanten Menge nach jeweils zwei Wochen.

Nunmehr werden auf dem Rechenautomaten diese vier Varianten theoretisch für einen bestimmten Zeitabschnitt von acht Wochen oder einem Vierteljahr "durchgespielt". Dabei wird beobachtet, wie sich jeweils die Gesamtkosten und die Bestandsentwicklung im Lager verhalten. Das Resultat eines derartigen Experiments wird eine Tendenz erkennen lassen, und zwar, welche der vier Varianten unter dem Gesichtspunkt der minimalen Gesamtkosten oder einem anderen vorgegebenen Kriterium die günstigste ist.

Simulationsverfahren werden auch für Lagerhaltungsprobleme benutzt, wenn man ein umfassendes Lagerhaltungsmodell - bevor es in die Praxis überführt wird - testen möchte. Im Institut für Datenverarbeitung Dresden wurde z. B. für einen Betrieb ein Lagerhaltungsmodell für Stufenerzeugnisse auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage unter den konkreten betrieblichen Bedingungen mit Originaldaten getestet.

Das Ziel bestand darin, ein einwandfreies, überprüftes Modell in die Praxis zu überführen und gleichzeitig Entscheidungsunterlagen für die Umlaufmittelbindung sowie weitere finanzielle Auswirkungen dieses Verfahrens zu erhalten. Dieses Modell beruhte auf dem bereits erwähnten Verfahren der exponentiellen Glättung.

Prinzipiell werden sich in der Praxis künftig die stochastischen Modelle der Lagerhaltung. diejenigen, die mit Simulationsmethoden bearbeitet werden, sowie die Lösung von Lagerhaltungsproblemen auf der Grundlage der dynamischen Optimierung immer mehr durchsetzen.
Das Bestreben geht ferner bei der Anwendung von Lagerhaltungsmodellen ebenfalls dahin, komplexe Modelle auszunutzen. Auf diese Weise wird versucht, auch den Bedingungen der Produktion weitgehend gerecht zu werden und die Gegebenheiten beider Bereiche (Produktion und Lagerhaltung) so miteinander abzustimmen, dass insgesamt eine optimale Lösung für den Betrieb oder das Kombinat entsteht.
Außerdem wurden Modelle entwickelt, bei denen mehrere Artikel sowie noch andere zusätzliche Bedingungen (z. B. beschränkte Lagerkapazität, begrenzte Umlaufmittel usw.) einbezogen werden.

7.3.19 Ersatz- und Reparaturmodelle

Untersuchungen über Probleme des Ersatzes bzw. der Reparatur von Arbeitsmitteln und deren Lösung mit Hilfe mathematischer Methoden gab es bereits vor dem Aufkommen der Operationsforschung.
Allerdings hat diese dazu geführt, dass die sogenannte Ersatztheorie sich schnell entwickelte. Außerdem wurden die Untersuchungen mit Hilfe neuer Problemstellungen und Methoden auf Gebiete ausgedehnt, die vorher nicht einbezogen waren.

Bei den Ersatz- und Reparaturproblemen geht es vornehmlich um die oft umstrittene Lebensdauer, den Zeitpunkt des Ersatzes von Arbeitsmitteln oder deren einzelnen Elementen sowie die Minimierung der Gesamtkosten bei der Ausführung von Reparaturen. Hierbei stehen sowohl Fragen der Wirtschaftlichkeit als auch der Betriebssicherheit im Mittelpunkt.
Auf den zuletzt erwähnten Aspekt soll hier aber nicht näher eingegangen werden.

Wenden wir uns zunächst der Lebensdauer von Teilen aus technischen Anlagen usw. zu. Prinzipiell werden im Hinblick auf die Lebensdauer verschiedene Arten von Problemen unterschieden. Einmal handelt es sichern diejenigen, bei denen die Lebensdauer bekannt ist, und zum anderen um jene, bei denen sie eine zufallsbedingte Größe darstellt.

Weiterhin ist zu differenzieren zwischen den Fällen, bei denen die Leistungsfähigkeit der Teile mit der Zeit abnimmt, und solchen, bei denen das betreffende Teil plötzlich ausfällt.

Bei bekannter Lebensdauer ist es auf Grund von Erfahrungswerten möglich, den Prozess der Alterung, also den Verschleiß und den Ausfall des betreffenden Teiles oder des Aggregates im voraus einzuschätzen. Liegen hierfür entsprechende Angaben vor, so ist die Berechnung selbst meist unkompliziert.
Es kommt darauf an, zu ermitteln, wann aus Gründen der Sicherheit oder der Genauigkeit der Arbeit oder der Wirtschaftlichkeit ein Teil bzw. eine Maschine o. ä. ersetzt werden muss.

Dieser zuletzt erwähnte Fall gilt z. B. dann als eingetreten, wenn die vorher erwähnte Höhe eines bestimmten Kriteriums, wie der Instandhaltungskosten, erreicht bzw. überschritten wurde. Die Ergebnisse solcher Berechnungen werden vielfach in Schemata bzw. Nomogrammen zum Ausdruck gebracht.

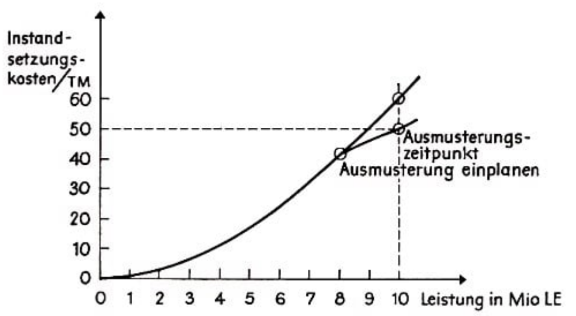


Abb. 61 Bestimmung des Ausmusterungszeitpunktes in Abhängigkeit von den Instandsetzungskosten und der Leistung

Abbildung 61 zeigt eine Prinzipdarstellung einer berechneten Reparaturkostenkurve mit dem Zeitpunkt der Ausmusterung des betreffenden Arbeitsmittels. Anstelle der Leistung wird in solchen Grafiken auch die Zeit verwendet.
Komplizierter ist das Problem, wenn der moralische Verschleiß - die Alterung der Maschinen usw. auf Grund des schnellen wissenschaftlich-technischen Fortschritts - mit berücksichtigt werden muss.

Wesentlich schwieriger wird die Aufgabenstellung auch, wenn die Lebensdauer eines Elements nicht feststeht. Um Anhaltspunkte zu erhalten, werden mit Hilfe der mathematischen Statistik Untersuchungen über die Lebensdauer von Bauelementen und anderen Teilen aus Arbeitsmitteln durchgeführt.
Vor allem laufen die Bemühungen darauf hinaus, die statistische Verteilung der Lebensdauer zu erfassen und die zu erwartenden Ausfälle als Funktion der Zeit darzustellen. In zunehmendem Maße werden für solche Untersuchungen auch Simulationsmethoden eingesetzt. Auf diesen Grundlagen wird also die Ausfallwahrscheinlichkeit analysiert.

Darunter versteht man die Wahrscheinlichkeit, dass der betreffende Teil in einem bestimmten Zeitintervall ausfällt. Die statistischen Urdaten oder die bei den unterschiedlichen Untersuchungen erzielten Ergebnisse werden in der Regel als Ausgangsmaterial zur Aufstellung von Lebensdauerkurven verwendet, aus denen man Schlussfolgerungen

über die Maßnahmen zum Ersatz von Teilen, die Beschaffung der benötigten Ersatzteile oder für die Festlegung von Sicherheitsbestimmungen zieht.
Hat man z. B. festgestellt, dass die Lebensdauerkurve eines bestimmten Teils einer Exponentialfunktion entspricht, so kann mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung die sogenannte Verbrauchswahrscheinlichkeit für Ersatzteile ermittelt werden. Weiterhin kann man darauf die Beschaffungspolitik für die Ersatzteile aufbauen.

Zur Problematik der Ersatz- und Reparaturmodelle gehört aber auch der vorbeugende Ersatz. Bei diesen Modellen stehen die Reparaturkosten und die als Folge der Produktionsstörung hervorgerufenen Kosten verschiedener Art im Mittelpunkt der Betrachtung. Mit Hilfe der Methoden der Operationsforschung wird in solchen Fällen die Entscheidung darüber vorbereitet, wann mit dem Ziel der niedrigsten Gesamtkosten ein bestimmter Teil vorzeitig auszuwechseln ist. In diesem Falle wird die Lebensdauerkurve vorzeitig "abgeschnitten".

Bestimmte Modelle für Ersatz- und Reparaturprobleme sind eng mit den Investitionsmodellen verknüpft bzw. entsprechen diesen unter dem Gesichtspunkt der Ersatzinvestitionen.

Im Bereich der Operationsforschung wurden Modelle und Methoden zur Organisierung der Pflege und Wartung sowie der Reparatur bei Ausfällen von Aggregaten entwickelt. Auch hierbei gibt es unterschiedliche Aufgabenstellungen. In einigen Betrieben wird z. B. für eine festgelegte Anzahl von Maschinen oder technischen Einrichtungen bestimmter Typen eine Anzahl an Arbeitskräften für die Reparaturen vorgesehen. Sie haben

- die technischen Einrichtungen in regelmäßig sich wiederholenden Zeitabständen zu pflegen und zu warten sowie die planmäßigen vorbeugenden Instandhaltungen auszuführen und

- die Reparatur zu übernehmen, wenn eine Anlage ausfällt.

Während die Arbeiten der ersten Gruppe von vornherein geplant werden können, ist das bei der zweiten Gruppe nicht möglich, da hier eine zweifache Unsicherheit vorliegt. Diese betrifft einmal den Zeitpunkt des Ausfalls und zum anderen die Zeitdauer der Reparatur.

Ein wichtiges, von der Operationsforschung zur Verfügung gestelltes Hilfsmittel zur Verminderung der Ausfallzeit für Produktionsanlagen infolge von planmäßigen, insbesondere vorbeugenden Überholungen ist die Netzplantechnik.
In der chemischen Industrie konnte damit der Zeitaufwand für Großreparaturen bis zu 20% gesenkt werden. Die Reparatur einer Luftzerlegungsanlage dauerte z. B. statt 150 nur noch 126 Tage.

Bei vielen technischen Einrichtungen kommt zu der erwähnten Problematik hinzu, dass fast jede Reparatur zu einem Ausfall des betreffenden Aggregats für einen mehr oder weniger großen Zeitabschnitt führt. Das hat in der Regel Störungen im Produktionsablauf zur Folge. Diese wirken sich ökonomisch negativ aus.
Das Ziel besteht darin, möglichst wenige solcher Störungen aufkommen zu lassen und

somit für eine schnelle Reparatur der Teile zu sorgen, um den Produktionsausfall niedrigzuhalten bzw. die Anlagen kurze Zeit nach dem Ausfall wieder in Betrieb nehmen zu können.

Die Leitung des Betriebs kann einerseits die für den Wartungs-, Pflege- und Reparaturdienst erforderlichen Arbeitskräfte relativ hoch ansetzen und muss dann mit Verlusten der ersten Art in der Form der nicht vollen Auslastung dieser Mitarbeiter rechnen. Sie hat aber dafür den Vorteil der schnellen Behebung des Schadens beim Ausfall technischer Anlagen.
Diese stehen schon nach kurzer Zeit wieder für die Produktion zur Verfügung.

Der Verlust der zweiten Art durch Produktionsausfall wäre also niedrig. Die Betriebsleitung kann aber andererseits ebenso einen etwas größeren Verlust dieser zweiten Art in Kauf nehmen und dafür den Verlust der ersten Art - Leerlauf bei den Reparaturbrigaden - mindern.
Auf Grund der sich ergebenden Sachlage besteht ein grundsätzliches Reparatur- problem darin, im Mittel die Summe des Gesamtverlustes über einen längeren Zeitabschnitt minimal zu halten. Das setzt allerdings voraus, dass der durch eine Stunde Maschinenausfall eintretende Verlust erfasst werden kann.
Ähnlich könnten für das Kombinat folgende Fragen gestellt werden:

- Ist es wirtschaftlicher, Reparaturbrigaden für das gesamte Kombinat zu unterhalten oder eigene für jeden Betrieb, oder wird die optimale Lösung zwischen diesen beiden Extremen liegen?

- Ist es wirtschaftlicher, fremde Reparaturbetriebe in Anspruch zu nehmen, als eigene Reparaturbrigaden zu unterhalten?

Diese Fragen könnten noch erweitert oder auch aus der Sicht eines Reparaturbetriebs, der vertragliche Bindungen mit festen Zusagen und der Fixierung von Vertragsstrafen eingehen muss, gesehen werden.

Zur Lösung der Ersatz- und Reparaturmodelle wird eine breite Palette von mathematischen Methoden eingesetzt, z. B. solche der linearen Optimierung, der dynamischen Optimierung. der Infinitesimalrechnung, spezielle, auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbauende Algorithmen sowie Simulationsverfahren.

8 Arbeitsetappen

Bei der Lösung eines Problems der Operationsforschung kommt es darauf an, den Zeitabschnitt von der Entstehung des Problems bis zur Realisierung der Lösung in der Praxis möglichst klein zu halten. Die Forderung nach kurzen Entwicklungs- und Überführungszeiten gilt auch für Aufgaben der Operationsforschung.

Es empfiehlt sich, bei der Lösung praktischer Aufgaben mit Modellen und Methoden der Operationsforschung bestimmte Arbeitsetappen einzuhalten. Für Forschungs- und Entwicklungsaufgaben auf dem Gebiet der Operationsforschung sind sie sogar als Nomenklaturstufen vorgeschrieben (vgl. Abb. 62).[39]

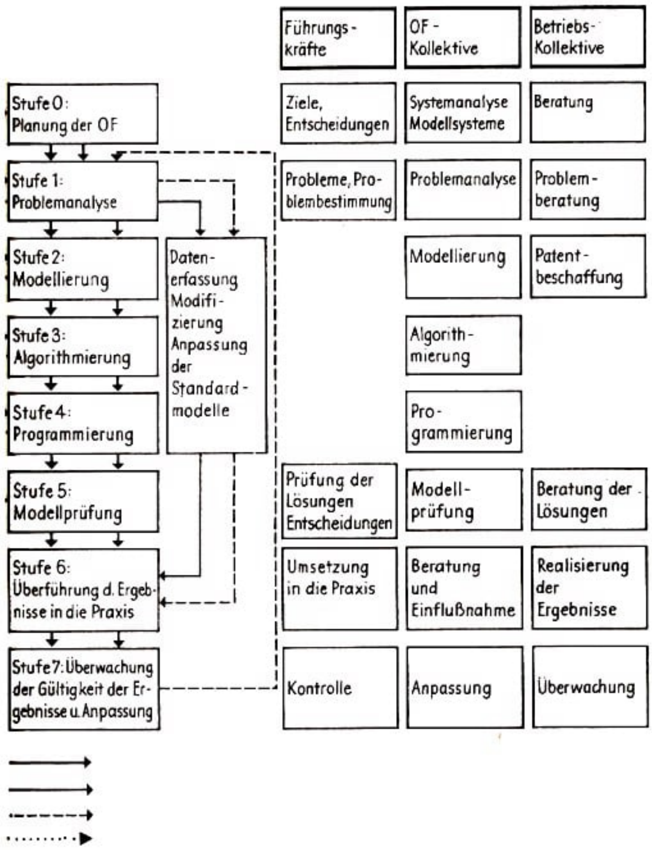


Abb. 62 Arbeitsetappen für die Bearbeitung von Aufgaben der Operationsforschung

Diese Arbeitsphasen laufen manchmal jedoch nicht streng nacheinander ab. Sie sind eng miteinander verflochten und greifen ineinander über. Das bedingt, dass sie teilweise auch parallel verlaufen bzw. sich gegenseitig überlappen.
Im Prinzip sind zumindest die Stufen MÖ 0, 1, 2, 5, 6 und 7 für jede Operationsforschungsaufgabe zu durchlaufen. Kann mit der Stufe 2 kein Standardmodell erreicht werden, so müssen auch die Stufen MÖ 3 und 4 bearbeitet werden (vgl. Abb. 62).

Wir wissen, die Anwendung von Modellen und Methoden der Operationsforschung ist grundsätzlich eine Aufgabe der sozialistischen Gemeinschaftsarbeit.
Zu den Operationsforschungs-Kollektiven sollen je nach der Aufgabenstellung nicht nur Systemanalytiker und Operationsforscher, sondern auch weitere Experten - möglichst verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen, wie Mathematiker, mathematische Statistiker, Programmierer von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen, Techniker, Technologen, Betriebswirtschaftler des betreffenden Betriebes sowie u. U. Soziologen und Psychologen - gehören.
Die Betrachtung eines Problems und die Untersuchungsmethoden sind um so vielseitiger, je mehr Vertreter unterschiedlicher Gebiete mitarbeiten. Immer bestätigt sich aufs neue:

[39]Autorenkollektiv: Operationsforschung in der sozialistischen Wirtschaft. Dietz Verlag, Berlin 1969, S. 193

- Ein Kollektiv ist um ein Mehrfaches klüger als ein einzelner.

- Die bei vielen Aufgaben der Operationsforschung zu untersuchenden Mensch-Maschine-Systeme, in denen sich physikalische, biologische, psychologische, soziologische, wirtschaftliche, technologische, technisch-konstruktive und nicht zuletzt auch politisch-ideologische Gesichtspunkte vereinen, können am besten von Fachkräften verschiedener Gebiete analysiert und modelliert werden.

Darüber hinaus müssen rechtzeitig erfahrene Arbeiter und Meister aus den Bereichen, in denen später die Lösungen eingeführt werden sollen, beteiligt und zu gegebener Zeit die öffentliche politisch-ideologische Diskussion hierzu geführt werden. Aufgaben der Operationsforschung gehören in der Phase ihrer mathematisch-technologischen oder mathematisch-ökonomischen Bearbeitung vor allem in den Bereich der Ingenieurbüros, Technologengruppen, Betriebslabors, Rechenzentren und anderer auf diesem Gebiet schon bewährter Kollektive.
Die Anwendung der Operationsforschung ist dabei für einen längeren Zeitabschnitt zu planen. Das geschieht in der Arbeitsstufe 0.

Ist beabsichtigt, auf der Grundlage eines Modellsystems der Operationsforschung ein automatisiertes Leitungssystem (vgl. Abschn. 6 und 7.) zu schaffen, so müssen in der Stufe 0 vor allem formuliert werden:

- Die Zielsetzung für das Modellsystem und damit verbunden das Optimalitätskriterium für das Zentralmodell

- die Zielsetzung und der Inhalt der hauptsächlichen Teilmodelle, die in dieses Modellsystem ein bezogen werden sollen

- die erforderlichen Kräfte und Mittel zur Durchführung dieser Arbeiten auf dem Gebiet der Operationsforschung und ihr zeitgebundener Einsatz.

Die Arbeitsstufe 1, die Problem- bzw. Systemanalyse, wurde bereits im Abschn. 3 erörtert. Hierbei geht es vor allem um die gründliche Analyse des zu lösenden Problems, des vorhandenen Zustandes bzw. Systems und die exakte, detaillierte Formulierung der Aufgabenstellung.
Auf der Grundlage der Problemanalyse und der formulierten Aufgabe ist das Modell zu, entwickeln oder aus der Literatur ein geeignetes Standardmodell zu entnehmen (vgl. Abschn. 4).
Das Modell hat hinreichend genau alle wesentlichen Zusammenhänge der Praxis widerzuspiegeln.

Im Prinzip treffen diese Ausführungen auch auf die Ausarbeitung bzw. Auswahl einer Lösungsmethode zu. Die Ausarbeitung des Lösungsalgorithmus fällt in den Kompetenzbereich der Mathematiker.
Die Programmierung des Algorithmus für den zur Verfügung stehenden Rechenautomaten ist Aufgabe der Programmierer. Die Ausarbeitung des Programms für die elektronische Datenverarbeitungsanlage schließt das Testen desselben auf dem Automaten mit ein. Die Stufen MÖ 4 und MÖ 5 zeigen zugleich nochmals den engen Zusammenhang

zwischen Operationsforschung und elektronischer Datenverarbeitung.

Ausgehend von den bei der Analyse des vorhandenen Zustands ermittelten bzw. aufbereiteten Daten, kann nunmehr die Lösung (vgl. Abschn. 5 und 6) berechnet werden.
Nun müssen das Modell und eventuell die erste Lösung mit der Praxis konfrontiert oder - in der Sprache der Operationsforschung formuliert - verifiziert werden. Um sicher zu gehen, werden bei großen Problemen für diese abschließende Überprüfung häufig Blindversuche, Proberechnungen oder Simulationen durchgeführt.

Beim Blindversuch bleibt zunächst für einen bestimmten Zeitabschnitt (einen Monat oder ein Vierteljahr) in der Praxis alles unverändert, und die neue Lösung "läuft theoretisch" nebenher. Man verfolgt die Auswirkungen, die hätten eintreten können, wenn nach der neuen Lösung gearbeitet worden wäre.
Allerdings ist es nicht in jedem Fall möglich, einen Blindversuch durchzuführen. Außerdem geht hierbei der Anteil des Nutzens für die Zeit des Versuchs verloren. Man hat jedoch dafür den Vorteil einer größeren Sicherheit bei der Überführung des Modells und der berechneten Lösung in die Praxis.

Weiterhin kann man den praktischen Ablauf für einen bestimmten Zeitabschnitt auf dem Rechenautomaten nachbilden, simulieren (vgl. Abschn. 7.3.18.). Das erfordert nicht so viel Zeitaufwand wie der Blindversuch. Proberechnungen können z. B. als theoretische Vorhersagen oder Berechnungen für zurückliegende Zeitabschnitte durchgeführt und die dabei erzielten Ergebnisse mit den in der Praxis beobachteten verglichen werden.

Nicht selten wird beim Modelltest festgestellt: Modell und (oder) Lösungsalgorithmus entsprechen noch nicht voll den Anforderungen. In diesem Fall ist es notwendig, zu prüfen welche Arbeitsetappen erneut zu durchlaufen sind. Es kann sogar eintreten, dass das mehrere Male geschehen muss.

Ein Maßnahme- und Terminplan zur Überführung des Modells und der Lösung in die Praxis sichert eine möglichst störungsfreie Überleitung. Die Verantwortung für diese Phase liegt unmittelbar beim zuständigen Leiter. Besonderer Wert ist auf die politisch-ideologische Vorbereitung und Schulung der Werktätigen in den beteiligten Abteilungen, Betrieben usw. zu legen.
Gleichzeitig sind hierbei die zur Überführung in die Praxis vorgesehenen Lösungen zu diskutieren. Dabei ergeben sich in der Regel zahlreiche wertvolle Vorschläge der Arbeiter, die unbedingt zu berücksichtigen und - soweit real - zu verwirklichen sind.

Da laufend Veränderungen eintreten bzw. zu erwarten sind, müssen nach der Einführung der Lösung bestimmte Kontrollen gewährleistet sein (vgl. Stufe MÖ 7). Dazu werden - soweit erforderlich - vorher Test- und Kontrollverfahren ausgearbeitet.
Ebenfalls wird vorgeschrieben, was zu unternehmen ist, wenn bestimmte Situationen eintreten; z. B. wenn Parameter ein Intervall verlassen o. ä. Weiterhin wird festgelegt, unter welchen Umständen neu zu berechnen ist. Es werden also alle erdenklichen Vorkehrungen getroffen, um zu sichern, dass in der Praxis für längere Zeit nach der optimalen Lösung verfahren oder beim Entstehen anderer Bedingungen eine neue optimale Lösung berechnet werden kann.

Das letzte Wort über die Einführung spricht selbstverständlich der zuständige verantwortliche Leiter. Hat er seine Entscheidung getroffen, so wird der ausgearbeitete Maßnahme- und Terminplan verwirklicht.
Daran schließt sich die ständige Beobachtung und Kontrolle an. Auf diese Weise soll die optimale Verhaltensweise des Systems oder Teilsystems unter dem gewählten Kriterium und den gegebenen Bedingungen gewährleistet werden.

Die Arbeitsstufen MÖ 6 und MÖ 7 gehören auch zur regelmäßigen Nutzung des Modells und des Lösungsalgorithmus, sofern es sich um eine wiederkehrende Aufgabe, wie z. B. bei der technologischen Planung, handelt. Haben sich die Bedingungen jedoch wesentlich geändert, so müssen eventuell einige der vorangegangenen Stufen zur Anpassung des Modells und des Lösungsalgorithmus an die neue Situation wieder durchlaufen werden.

9 Operationsforschung - vielseitig anwendbar

Die Operationsforschung kann in vielen Fällen überall dort mit Erfolg in der Praxis angewendet werden, wo auf ein bestimmtes Ziel gerichtete Handlungen berechnet und organisiert werden müssen.
Das ist in allen Industriebetrieben, Kombinaten, VVB, zentralen Leitungs- und Planungsorganen, in der Landwirtschaft, im Handel, im Transport- und Nachrichtenwesen, im Gesundheitswesen, im Bildungswesen, in den örtlichen Staatsorganen, in Einrichtungen der Parteien und gesellschaftlichen Organisationen, bei der Nationalen Volksarmee sowie in noch anderen Bereichen laufend der Fall.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass von Jahr zu Jahr durch die Entwicklung der Wissenschaft neue Anwendungsbereiche für die Operationsforschung in der Praxis erschlossen werden.
Außerdem wächst der Einsatzbereich von Modellen und Methoden der Operationsforschung in der Praxis durch die immer stärkere Verwendung von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen in den verschiedensten Einrichtungen. Zum Zwecke der Berechnung ist die mathematische Beschreibung bestimmter in der Praxis bedeutsamer Zusammenhänge, die der Bearbeitung mit elektronischen Datenverarbeitungsanlagen zugänglich gemacht werden sollen, eine unumgängliche Voraussetzung.

Nur das, was vorher in einem Algorithmus dargestellt werden konnte, d. h. wiederum nur das, was eben für die Berechnung vorher mathematisch erfasst wurde, ist programmierbar und somit vom Rechner bearbeitbar. Die Anwendung von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen zum Ermitteln optimaler Entscheidungen in vielen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens bedingt eben zwangsläufig umfangreiche Vorleistungen auf dem Gebiet der Operationsforschung.

Für die Praxis ist jedoch gleichzeitig in der Richtung zu orientieren, in der täglichen Arbeit ebenfalls weitgehend solche Methoden der Operationsforschung auszunutzen, die ohne Inanspruchnahme von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen für Zwecke der Rationalisierung und einer qualitativ hochwertigen Leitungstätigkeit verwendet werden können. Insgesamt sind dabei die umfangreichen Erfahrungen und Erkenntnisse der sowjetischen Wissenschaft auf dem Gebiet der Anwendung von Modellen und Methoden der Operationsforschung umfassend auszuwerten.

Prinzipiell müssen in jedem Anwendungsfall die realen Bedingungen objektiv und ausreichend genau widergespiegelt werden. Die Anwendung von Modellen und Methoden der Operationsforschung auf den verschiedensten Gebieten ist keine vorübergehende Modeerscheinung, sondern eine objektive Notwendigkeit.

9.1 Zu einigen weiteren Anwendungsmöglichkeiten der Operationsforschung in der Industrie und im Handel

Einige der in der Industrie, im Handel bzw. im Transportwesen vorhandenen Möglichkeiten zur vorteilhaften Ausnutzung der Operationsforschung wurden bereits an Hand von Beispielen erörtert, oder es wurde darauf hingewiesen. Darüber hinaus gibt es noch andere, von denen nur einige hier angedeutet werden können.
In der Industrie und im Handel gehören u. a. dazu

- die Gestaltung optimaler Produktionsprogramme
- die Berechnung und Auswahl optimaler technologischer Varianten
- die Optimierung von Walzstraßen oder anderen technisch-technologischen Objekten
- die Ermittlung eines bestmöglichen Programms der Mehrmaschinenbedienung
- die Berechnung der innerbetrieblichen Materialversorgung bei stochastischem Bedarf
- die Optimierung von Plänen der Betriebe oder von Teilbereichen für die kurz- und mittelfristige Produktion
- die Planung des Bau- und Montageablaufs auf großen Baustellen
- das sogenannte Warenhausproblem
- Modelle der Sortimentsplanung
- Modelle der Kostenrechnung in Handel und Industrie
- Modelle zur Verflechtung von Handel und Industrie.

Es wird nochmals betont, dass es sich nur um weitere Beispiele handelt. Alle Möglichkeiten zur Ausnutzung der Operationsforschung exakt zu erfassen ist hier nicht möglich. In den folgenden Abschnitten wird versucht, einen Einblick in bisher in diesem Buch noch nicht erwähnte Anwendungsgebiete zu geben.

9.2 Zur Anwendung der Operationsforschung in der sozialistischen Landwirtschaft

In allen LPG oder Kooperationsgemeinschaften oder den VEG sind verschiedenartige Optimierungsrechnungen zu bearbeiten. Es sollen lediglich einige Beispiele für die

Vielzahl der Möglichkeiten zur Nutzung von Modellen und Methoden der Operationsforschung in der Landwirtschaft erwähnt werden.
Hierzu gehören Aufgaben der Futterwirtschaft. Sie können u. a. als Problem des Anbaus von Futterpflanzen oder als Futtermischungsproblem formuliert werden. Nehmen wir zunächst die zuletzt genannte Aufgabe.

In einem Falle ist ein bestimmter Vorrat an Futtermitteln vorhanden, bzw. es sind verschiedene Futterarten geerntet werden. Davon ist ein Teil zur Versorgung des eigenen Viehbestandes erforderlich und ein anderer zum Verkauf vorgesehen.
Es ist jetzt möglich, auf der Grundlage von Nährwerttabellen der einzelnen Futtermittel die einschränkenden Bedingungen in der Weise zu formulieren, dass am Ende der Rechnung auf jeden Fall für den eigenen Bedarf Futtermittel mit ausreichend Nährstoffen zur Verfügung stehen. Gleichzeitig soll unter einem zu wählenden Optimalitätskriterium ermittelt werden, welche Anteile zu verkaufen sind. Will man eine möglichst hohe Einnahme beim Verkauf erreichen, so könnte das Optimalitätskriterium z. B. "maximaler Verkaufserlös" lauten.

Ein ähnliches Futterwirtschaftsproblem besteht darin, den Bedarf der Tiere an Nährstoffen usw. mit einem Minimum an Futtermitteln zu decken. Es geht in diesem Falle um die Aufstellung eines optimalen Futtermischungsplanes (vgl. Abschn. 7.3.10). Ebenso könnte man das gleiche Problem mit dem Ziel minimaler Futterkosten versuchen zu lösen.

Noch besser ist es aber, die Frage nach dem vorteilhaftesten Futtermittelanbau zu stellen. Von der im Vorjahr mit verschiedenen Sorten bestellten Hektaranzahl ausgehend, können die durchschnittlichen Erträge nicht nur in Mengen des jeweiligen Futters ausgedrückt, sondern auch in Einheiten an Grundnährstoffen umgerechnet werden. Davon lassen sich die auf einen Hektar bezogenen Werte an Grundnährstoffen ableiten.

Diese Werte bezeichnet man als technische Koeffizienten. Dabei ist es für praktische Aufgaben notwendig, dass über längere Zeitabschnitte hinweg statistisch gesicherte Berechnungen für die technischen Koeffizienten vorliegen. Das ist aber im Prinzip in der Praxis kein Problem mehr. Ausgehend von diesen Koeffizienten, berechnet man die unterschiedlichen Produktionskosten der einzelnen Futtermittel.

Die im Sinne der Operationsforschung zu lösende Aufgabe wird nun wie folgt formuliert: Es ist dasjenige Futter-Produktionsprogramm aufzustellen, das die gleiche Menge an Grundnährstoßen, aber mit minimalen Kosten ergibt. Das Resultat einer solchen Rechnung ist in der Regel eine Einsparung an Anbaufläche, die für andere benötigte Produkte vorgesehen werden kann. Allerdings darf der Futtermittelanbau nicht losgelöst von den anderen für die Feldwirtschaft geltenden Aspekten betrachtet werden. Deshalb ist es auch im landwirtschaftlichen Bereich zweckmäßig, komplexe Modelle anzustreben.

Eine andere Aufgabenstellung ist beispielsweise: Die Schlachttiere weisen während der Zeit ihres Lebens eine unterschiedliche Verwertung des Futters auf. Je nach Alter ist die Gewichtszunahme, bezogen auf eine bestimmte Futtermenge verschieden. Es kommt deshalb darauf an, den Zeitpunkt zu bestimmen, zu dem mit einem geringstmöglichen

Futterverbrauch ein höchstmögliches Gewicht der Schlachttiere erreicht werden kann.

Während es sich bei den vorstehend erwähnten Modellen um lineare Ansätze handelt, ist es auch möglich, noch andere Optimierungsmethoden mit heranzuziehen.
Das trifft z. B. auf quadratische Optimierungsmodelle zur Berechnung optimaler Anbaupläne unter Berücksichtigung der Ertragssicherheit zu.
In diesem Falle geht es im Rahmen der Erarbeitung optimaler Pläne der Bodennutzung darum, sowohl den Ertrag als auch die Ertragssicherheit zu maximieren.

Die Problematik besteht in der Beachtung der Zufallsabhängigkeit des Ertrags, also der Ertragsschwankungen und der Vielzahl der die Ertragssicherheit beeinflussenden Faktoren. Damit ist eine stochastische Aufgabenstellung gegeben. Unter bestimmten Voraussetzungen ist sie aber mit einem deterministischen Optimierungsmodell lösbar, und zwar unter Ausnutzung der quadratischen Optimierung.
Mit ihrer Hilfe werden unter Berücksichtigung der Ertragsunsicherheit Fruchtartenkombinationen konstruiert. Neben acker- und pflanzenbaulichen Begrenzungen, die als lineare Nebenbedingungen formuliert werden, und dem geforderten Mindestertrag, der als variierender Parameter dargestellt werden kann, gehen in das Modell die Erwartungswerte der Ernteerträge und die Varianzen bzw. Kovarianzen dieser Erträge für die einzelnen Fruchtarten ein.
Letztere sind mit Hilfe mathematisch-statistischer Ansätze aus den Betriebsdaten oder Feldversuchsdaten für die einzelnen Fruchtarten zu ermitteln.

Die sowjetischen Forschungen und Experimente auf dem Gebiet der Anwendung mathematischer Methoden in der Agrarökonomie, an denen sich neben dem Kybernetik-Institut beim Landwirtschaftsministerium der UdSSR noch 30 andere wissenschaftliche Einrichtungen beteiligen, sind langfristig angelegt. Eine Reihe ihrer Ergebnisse werden jedoch schon praktisch angewandt.

So erarbeitete das erwähnte Institut eine Methode zur Zehnjahresprognose der Entwicklung, Gliederung sowie Spezialisierung der landwirtschaftlichen Produktion und brachte einen Katalog ökonomisch-mathematischer Modelle, die auf Datenverarbeitungsanlagen berechnet werden, heraus.

9.3 Optimierung im Transport- und Nachrichtenwesen

In der Technik des Transportwesens wurden mathematische Hilfsmittel schon seit langem erfolgreich ausgenutzt. In den letzten Jahren werden mehr und mehr auch die Bereiche der Verkehrsökonomie und Verkehrstechnologie mit Hilfe der Operationsforschung durchdrungen.
Optimale Lösungen für komplizierte Probleme aus diesen Gebieten können oft nur mit modernen mathematischen Verfahren und mit der elektronischen Rechentechnik gewonnen werden.

Ausgehend von den Eigenheiten ökonomischer und technologischer Prozesse im Transportwesen, kann festgestellt werden, dass häufig keine streng funktionalen Zusammenhänge nachweisbar sind, sondern vorwiegend statistische Größen auftreten. Dadurch gewinnen die mathematische Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung als grundlegende Disziplinen und darauf aufbauende Gebiete, z. B. die Bedienungstheorie, für die hier zu behandelnden Bereiche besondere Bedeutung.

Im Transportwesen bietet sich die Transportoptimierung von vornherein an. Bei ihrer Anwendung konnten neben einer wesentlichen Reduzierung der Lieferbeziehungen Einsparungen in unterschiedlicher Höhe erzielt werden. Sie liegen bei den einzelnen Objekten im allgemeinen zwischen 2 und 15% der Transportkosten.
Nicht zuletzt sind auch die Einsparungen an Material, wie Lokomotivkohle bzw. Elektroenergie, Kraftfahrzeugtreibstoff, an Wagenstunden oder Fahrzeugen bemerkenswert. Mit diesen mathematischen Methoden wird weiterhin die Leerwagenoptimierung - auch im Maßstab des RGW durchgeführt.

Beachtliche wirtschaftliche Ergebnisse wurden ebenfalls durch die praktischen Anwendungen der Rundfahrtoptimierung erreicht. Es sind Rundfahrten des Handels, der Landwirtschaft und Industrie, vor allem aber des Kraftverkehrs und des Postwesens optimiert werden. Neben in Mark messbaren Erfolgen sind die Möglichkeiten zur Freisetzung und damit anderweitigen Verwendung von Arbeitskräften und Fahrzeugen hierbei bedeutungsvoll.

Die Korrelations- und Regressionsrechnung hat sich in der Praxis des Transportwesens ebenfalls für verschiedene Aufgabengebiete als vorteilhaft erwiesen. Als Beispiele seien lediglich erwähnt:
Bedarfsermittlungen im Zusammenhang mit der Arbeitsteilung zwischen den Verkehrsträgern, Analyse der Reiseströme, prognostische Untersuchungen verschiedener Art usw.

Andere nützliche Berechnungen liefen darauf hinaus, mit Hilfe logistischer Funktionen für Teilgebiete des Reiseverkehrs die Zahl der in den nächsten Jahren zu erwartenden privaten Reisenden zu bestimmen. Lineare Trendberechnungen dienten als Grundlagen für die Ermittlung von Werten der organisierten Touristenreisen und Trendberechnungen auf der Grundlage der multiplen bilogarithmischen Regression für Dienstreisen nach den sozialistischen Ländern.

Weiterhin konnten erfolgreich mathematisch-statistische Verfahren verwendet werden, um die Beziehungen zwischen den strukturellen und verkehrstechnischen Faktoren zu bestimmen und zu quantifizieren, um das künftige Verkehrsaufkommen im öffentlichen Personenverkehr bzw. den Transportbedarf für die Fünfjahr- und Jahresplanung im Güterverkehr festzustellen u. ä.
In der Mehrzahl der Fälle leistete bei der Lösung dieser Aufgaben die moderne Rechentechnik wertvolle Hilfe. Andere Probleme seien nur durch folgende Beispiele angedeutet: Markt- und Strukturanalysen für den Güterverkehr, Grundfragen der Entwicklung des Verkehrs in den Städten, Investitions- sowie Fondsmodelle usf.

Zur Projektierung und Planung von Fernmeldenetzen dienen Modelle der Operationsforschung schon seit längerer Zeit. Für die verschiedenen Netzebenen sind bei erforderlichen Neu- oder Erweiterungsbaumaßnahmen meist mehrere Varianten mit unterschiedlichen ökonomischen Merkmalen auszuarbeiten.

Da es sich beim Ausbau der Netzebenen um Objekte mit Millionenaufwendungen in Geldeinheiten handelt, bedeutet bereits eine Einsparung von nur 1% eine erhebliche Summe.

Die optimale Verteilung der Ortsvermittungsstellen innerhalb eines Ortsnetzes und die Bestimmung ihrer Kapazität sind ähnliche, in diesen Komplex gehörende Probleme. Von einer anderen Warte aus betrachtet, ergibt sich als Aufgabe, eine solche Variante für den Anschluss von Fernsprechteilnehmern an Teilämter auszuwählen, bei der die Gesamtinvestitionskosten für den Ausbau des Netzes minimiert werden können.

Durch die Anwendung von linearen Modellen gelang es z. B. bei der Projektierung des Netzes für zwei Neubaubezirke der Stadt Nowosibirsk, 200000 Rubel einzusparen. Dazu kommt noch die Senkung des Verbrauchs wichtiger Metalle, z. B. von Kupfer.

Im Funkwesen ist die optimale Projektierung des Rundfunk- und Fernsehübertragungsnetzes besonders bedeutungsvoll.
Zu diesem Problem gehören die optimale Verteilung von Sendern auf einem begrenzten Territorium, die Auswahl der günstigsten Parameter für jeden Sender unter Berücksichtigung bestimmter Störungen sowie die Ermittlung der minimalen Anzahl an Frequenzkanälen, die eine bestimmte Qualität der ausgestrahlten Programme gewährleisten.

Ebenso könnten gegebenenfalls auf der Grundlage von Modellen und Methoden der Operationsforschung die günstigsten Bereiche für Kurz- und Mittelwellensender unter den Bedingungen gegenseitiger Störungen und der verwendeten Antennen berechnet werden. Auch bei der Einführung zweiter und dritter Fernsehprogramme ist es möglich, entsprechende optimale Entscheidungen unter verschiedenen einschränkenden Bedingungen zu berechnen.

Im Fernmeldewesen sind zur Vorbereitung von Investitionsentscheidungen verkehrstheoretische Berechnungen und Simulationen wichtige Grundlagen. Aus den Simulationsergebnissen können in der Regel wertvolle Schlussfolgerungen für die Projektierung von Fernmeldeeinrichtungen gezogen werden.

Im Postbeförderungswesen sind vor allem auch Methoden zur Berechnung optimaler postalischer Rundfahrten sowie Algorithmen zur Optimierung von Transportproblemen vorteilhaft angewendet werden. In den Paketumschlagstellen werden u. a. die innerbetrieblichen Transportbeziehungen als Aufgaben der Operationsforschung mathematisch formuliert und gelöst.

Modelle der Operationsforschung zur Standortoptimierung können verwendet werden, um die unter bestimmten Bedingungen optimalen Standorte für Briefverteilämter, Paketumschlagstellen, von Ämtern für die zentrale Briefkastenleerung, Beutelausgleichstellen, Behälterausgleichstellen, eines Knotenamtes unter Berücksichtigung des postalischen Versorgungssystems einer Großstadt festzulegen sowie zur Berechnung der Zuordnung von örtlichen Postzeitungsvertrieben zum Druckort von Presseerzeugnissen bei dezentralem Druck zentral erscheinender Tageszeitungen u. a.

9.4 Die mathematisch begründete Entscheidung des Kommandeurs

Auch im Militärwesen sind mit Zahlen belegte Entscheidungen der Kommandeure erforderlich, um den Erfolg bestimmter militärischer Operationen zu gewährleisten. Diese quantitativ begründeten Entschlüsse sind meist in kurzer Zeit herbeizuführen.
Die Operationsforschung sowie die elektronische Datenverarbeitung sind den Kommandeuren und Armeestäben hierzu unentbehrliche Hilfsmittel. Erst durch sie ist es möglich geworden, Gefechtshandlungen mathematisch zu beschreiben und sehr schnell rechnerisch begründet zu entscheiden.

Im Bereich der militärischen Anwendungen der Operationsforschung wird nach technischen und taktischen Aufgaben unterschieden. Bei den technischen Aufgaben handelt es sich darum, rationelle Konstruktionsparameter für die Bewaffnung usw. auszuwählen. Darauf wird hier nicht eingegangen. Bei den taktischen Aufgaben sollen rationelle Methoden des Einsatzes bereits vorhandener Bewaffnung gefunden werden.

Die Methoden zur Einschätzung der Gefechtswirksamkeit verschiedener Waffensysteme sind eine erste Stufe der Operationsforschung im Militärwesen.[40] Sie bieten dem jeweiligen Stab und Kommandeur die Möglichkeit, in der unter gegebenen Bedingungen jeweils optimalen Art und Weise des Gefechtseinsatzes der Waffensysteme dem Gegner in relativ kurzer Zeit und mit begrenzten Mitteln einen maximalen Schaden zuzufügen. Diese Methoden gestatten es,

- die Wirksamkeit des Schießens (oder Bombenwurfs) mit beliebigen Geschossen gegen beliebige Ziele (Einzel-, Gruppen- oder Flächenziele) einzuschätzen;

- die Wirksamkeit verschiedener Organisationsmethoden des Schießens miteinander zu vergleichen;

- den Einfluss der technischen Daten der verwendeten Waffensysteme auf die Gefechtswirksamkeit zu bestimmen;

- den Einfluss der Methoden des Gefechtseinsatzes von Waffensystemen auf die Gefechtswirksamkeit zu bestimmen;

- das Kräfteverhältnis einzuschätzen;

- die zur Erfüllung einer Gefechtsaufgabe erforderlichen Mittel zu berechnen und so weiter.

Dieser Teil der Operationsforschung ist gegenwärtig am besten ausgearbeitet und in der Literatur behandelt. Zur Lösung diesbezüglicher Aufgaben wurden sehr vollkommene Rechenmethoden geschaffen.

Außer diesen Aufgaben gibt es noch jene, die die Gefechtshandlungen in ihrer dynamischen Entwicklung beschreiben und einschätzen lassen. In solchen Berechnungen

[40] Vgl. Wentzel, Jelena: Operationsforschung - Eine Einführung für Kommandeure und Stäbe. Deutscher Militärverlag, Berlin 1966, S. 13

müssen z. B. die Einwirkungen des Gegners, die Zuverlässigkeit oder die Störanfälligkeit der eingesetzten technischen und anderen Kampfmittel u. a. Komponenten ihren Niederschlag finden.
Derartige Berechnungsmethoden, die die Einflussfaktoren und den Grad dieses Einflusses auf die Wirksamkeit der Gefechtshandlungen, berücksichtigen, sind kompliziert. Sie bedürfen - zumindest bei größerem Umfang des zu lösenden Problems - in der Regel zu ihrer Bearbeitung schon moderner elektronischer Rechenanlagen.

Darüber hinaus existieren umfangreiche, komplexe militärische Aufgaben, die mit Methoden der Operationsforschung zu bearbeiten und zu lösen sind. Sie betreffen die Untersuchung der Handlungen komplizierter militärischer Systeme, also großer Verbände und Vereinigungen. Es geht hierbei im Komplex um den Einsatz der verschiedenartigen Kampfmittel und technischen Anlagen, die Einbeziehung der sicherstellenden und der verschiedenartigen Einrichtungen für das Sammeln und Bearbeiten von Informationen der Führungsorgane.

Die Reaktionsfähigkeit großer militärischer Verbände wird durch den Einsatz elektronischer Datenverarbeitungsanlagen erhöht.
Nicht zuletzt dient die Operationsforschung im Militärwesen im Rahmen eines vollständig oder teilweise automatisierten Führungssystems der Auswahl vorteilhafter Führungsalgorithmen. Darunter wird "die Gesamtheit von exakt formulierten formalisierten Regeln, nach denen das Führungssystem arbeitet", verstanden. "Die Methoden der Operationsforschung gestatten es, die Führungsalgorithmen kritisch einzuschätzen, verschiedene Varianten vom Standpunkt ihrer Wirksamkeit miteinander zu vergleichen und zweckmäßige Veränderungen an ihnen vorzunehmen."
Aus dem Bereich des Militärwesens sollen hier noch drei Beispiele erwähnt werden.

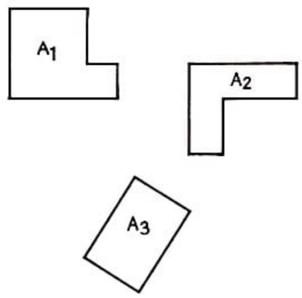


Abb. 63 Lage der Einzelziele

Im ersten Falle wurde der Auftrag erteilt, ein kompaktes Gruppenziel des Gegners mit einem Minimum an Geschossen zu vernichten. Das Gruppenziel besteht aus drei Einzelzielen (A_1, A_2, A_3), deren Lage zueinander aus der Abbildung 63 zu ersehen ist.

Es wird auf die gesamte Gruppe als Ganzes gezielt. Zur Verfügung stehen drei verschiedene Geschosstypen (B_1, B_2, B_3) in ausreichender Menge. Insgesamt wird angestrebt, dass an jedem Einzelziel ein Schaden von 100 Einheiten entsteht. Jeder Geschosstyp hat aber eine unterschiedliche Wirkung.
Dieser Wirkungsgrad - ausgedrückt in Schadenseinheiten - wird mit c_{ij} bezeichnet. Er ist, da es sich um unterschiedliche Einzelziele handelt, bei jedem Einzelziel verschieden hoch und aus Tabelle 76 zu ersehen.

Tabelle 76

Ziel \ Geschosstyp	B_1	B_2	B_3
A_1	9	4	2
A_2	5	2	8
A_3	7	10	6

Die noch nicht bekannte Anzahl an Geschossen der verschiedenen Typen wird durch x_i symbolisiert. Der entstandene Schaden wächst proportional mit der Anzahl der abgegebenen Schüsse.

Es ist zu bestimmen, mit wieviel Geschossen welchen Typs das Gruppenziel zu beschießen ist. Die Summe der Geschosse der verschiedenen Typen soll minimal sein. Aus dieser Forderung ergibt sich als Zielfunktion:

$$Z = x_1 + x_2 + x_3 \to \min \tag{93}$$

Da jedem Einzelziel ein Schaden von 100 Einheiten zugefügt werden soll, bestehen folgende einschränkenden Bedingungen:

$$\begin{aligned} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\geq 100 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 &\geq 100 \\ 7x_1 + 10x_2 + 6x_3 &\geq 100 \end{aligned} \tag{94a}$$

Zur Umwandlung dieser Bedingungen in Gleichungen werden die nicht negativen Schlupfvariablen u_1, u_2, u_3 eingefügt.

$$\begin{aligned} 9x_1 + 4x_2 + 2x_3 - u_1 &= 100 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 - u_2 &= 100 \\ 7x_1 + 10x_2 + 6x_3 - u_3 &= 100 \end{aligned} \tag{94b}$$

Wie zu erkennen ist, stellt diese Aufgabe ein Problem der linearen Optimierung dar. Sie ist mit Hilfe der Simplexmethode lösbar. Nach mehreren Lösungsschritten erhält man:

$$x_1 = 9, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 6,45, \quad u_1 = u_2 = 0, \quad u_3 = 6,44$$

Unter Verwendung dieser Werte sowie der entsprechenden An- gaben aus Tabelle 76 ergibt sich

$$\begin{aligned} 9 \cdot 9,68 + 4 \cdot 6,45 + 0 - 0 &= 100 \\ 5 \cdot 9,68 + 2 \cdot 6,45 + 0 - 0 &= 100 \\ 7 \cdot 9,68 + 10 \cdot 6,45 + 0 - 6,44 &= 100 \end{aligned}$$

Um bei möglichst niedrigem Munitionsverbrauch jedem Einzelziel den geforderten Schaden von mindestens 100 Einheiten zuzufügen, müssen verwendet werden:

Geschosse vom Typ $B_1 \approx 10$
Geschosse vom Typ $B_2 = 0$

Geschosse vom Typ $B_3 \approx 6$

Wir wollen als weiteres Beispiel eine Aufgabe zur Bestimmung von Strategien mit Hilfe der Spieltheorie betrachten. Die Einheiten A haben vier Fla-Raketenkomplexe. Damit ist ein Objekt zu sichern. Der Gegner B kann aus 4 Richtungen anfliegen.
Er verfügt über zwei Flugzeuge als Kernwaffenträger, durch die das Objekt vernichtet werden soll. Bereits eines der beiden Flugzeuge reicht, sofern ihm der Durchbruch gelingt, dazu aus. Die Einheiten B haben zwei Strategien, und zwar

- beide Flugzeuge aus einer Richtung oder
- die Flugzeuge aus verschiedenen Richtungen anfliegen zu lassen.

Demgegenüber haben die Einheiten A fünf verschiedene Möglichkeiten, ihr Objekt zu sichern, und zwar

- in jedem der vier Sektoren wird ein Fla-Raketenkomplex aufgestellt
- in zwei verschiedenen Sektoren werden je zwei Komplexe stationiert
- in einem Sektor werden zwei und in zwei anderen Sektoren je ein Komplex eingesetzt
- in einem Sektor können drei und in einem weiteren ein Komplex aufgestellt werden
- in einem der Sektoren werden alle vier Fla-Raketenkomplexe verwendet.

Da die beiden zuletzt genannten Strategien offensichtlich den anderen drei unterlegen sind, können sie von vornherein ausgeschaltet werden. Wird die verbleibende Aufgabe mit Hilfe der Spieltheorie gelöst, so erscheint es für die Einheiten B als optimale Strategie günstig; die Flugzeuge aus einer Richtung anfliegen zu lassen.
Dafür sprechen zumindest 62%, für einen Angriff aus zwei verschiedenen Richtungen dagegen nur 38%. Bei den Einheiten A resultieren 75% für die Aufstellung von je zwei Fla-Raketenkomplexen in zwei Sektoren bzw. 25% dafür, dass die Raketenkomplexe einzeln aufzustellen sind.

Als letztes Beispiel zur Anwendung der Operationsforschung im Militärwesen soll noch auf die Vorausberechnung des Ausgangs eines Gefechts zwischen zwei Panzergruppierungen eingegangen werden.
In diesem Falle verfügen die Einheiten B über 50 und die Einheiten A über 25 Panzer. Die mittlere Schussgeschwindigkeit beträgt unter Einbeziehung der für die Feuerverlegung erforderlichen Zeit 0,25 Schuss/min bei den Panzern der Einheiten B und 0,5 Schuss/min bei den Panzern der Einheiten A.
Die mittlere Vernichtungswahrscheinlichkeit eines Ziels beläuft sich bei A auf 0,56 und bei B auf 0,5.

Das Problem besteht darin, vorauszusagen, nach welcher Zeit unter Hinnahme welcher Verluste welche Seite siegen wird.
Nach Durchführung verschiedener Berechnungen sowie unter Zuhilfenahme von Tabellen ergibt sich, dass das Panzergefecht voraussichtlich nach wenigen Minuten mit einem Sieg der Einheiten B und 12 verlorenen eigenen Panzern endet.

9.5 Zur Anwendung der Operationsforschung im Gesundheitswesen und anderen nicht zur materiellen Produktion gehörenden Bereichen

Auch im Gesundheitswesen werden die Instrumentarien der Operationsforschung oft mit der elektronischen Rechentechnik gekoppelt.
Ob mit oder ohne Elektronenrechner - die letzte Entscheidung und die Verantwortung liegen selbstverständlich auch beim Einsatz moderner mathematischer Algorithmen sowie der Rechentechnik beim Arzt. Seine Arbeit, das Vorbereiten seiner Entscheidung können jedoch wesentlich durch die erwähnten Instrumentarien erleichtert werden.

Im Sinne der Operationsforschung handelt es sich beim Diagnostizieren um eine Entscheidungsfindung. Das Ermitteln der wesentlichen Symptome ist einer der allgemeinen Aspekte der analytischen Prozesse in der Diagnose. Mit der immer stärkeren Anwendung automatisierter Laboratorien und den damit verbundenen medizinischen Aufzeichnungen ist es möglich, große Mengen von Informationen über einen Patienten zu sammeln und zu verarbeiten.
Dabei treten den Ärzten Prozesse der Symptomerkennung und der Differential-Diagnose in einer außerordentlichen Vielfalt entgegen.

Betrachtet man die diagnostischen Tests in der Medizin vom Standpunkt der Operationsforschung, so haftet ihnen im Grunde genommen eine gewisse Unsicherheit an. Man spricht deshalb von der Empfindlichkeit der Tests, ihrer Aussagekraft bezüglich der Krankheit, sobald sie vorhanden ist, sowie der Besonderheit der gleichen Tests, ein Nichtvorhandensein dieser Krankheit anzuzeigen. Dies lässt sich in Zahlen als Wahrscheinlichkeit ausdrücken.

Ein Beispiel für Untersuchungen im Sinne der Operationsforschung zu organisatorischen Problemen in einem Krankenhaus ist die Struktur, die sich aus der Erfassung der zu behandelnden bzw. zu versorgenden Patienten ergibt.
Arbeitsstudien zeigen in Krankenhäusern verschiedenartige Belastungen des medizinischen Personals und ebenso eine breite Variation in der Verteilung der konzentrierten Patientenbehandlungszeiten. Ausgehend von der Zeit für die Versorgung bzw. Behandlung als Kriterium, kann eine Klassifikation der Patienten vorgenommen werden. Daraus abgeleitet ist für einen klinischen Bereich die Einteilung in

- Intensivpflegeeinheit
- Routinebetreuungs- oder Intermediärpflegeeinheit
- Selbstbedienungs- oder Minimalpflegeeinheit

Auf Ergebnissen der erwähnten Untersuchungen mit: aufbauend, wurde auf der Grundlage mathematisch-statistischer Analysen zu diesen drei klinischen Einheiten ein System der modernen Patientenversorgung entwickelt. Es beruht vor allem darauf, dass intensiv zu versorgende Patienten in einem speziell ausgestatteten Krankenhaus bzw. einer Station örtlich zusammengefasst werden, um die besonderen Untersuchungen und Behandlungen rationeller ausführen zu können.

Solche und ähnliche Studien in Stationen und Kliniken sowie die Analyse ihrer wahrscheinlichkeitstheoretischen Aspekte führten zu einigen Vorstellungen für organisatorische Lösungen, aber auch für verwaltungsmäßige Prozesse. Dabei bestand das Ziel der neuen Synthesen sowohl darin, ein Optimum zu erreichen, als auch Lösungen zu entwerfen, die sich mit der Natur der Belastung, denen diese Einrichtungen ausgesetzt sind, gut vertragen.

Mit Hilfe von Untersuchungen im Sinne der Operationsforschung wurde auch bewiesen, dass im Hinblick auf die Tätigkeiten bei der Versorgung der Patienten wenig spezialisierte Stationen kostenaufwendiger sind. Allerdings ist hierfür selbstverständlich ein bestimmtes Intervall vorgegeben, das bei der Spezialisierung nicht überschritten werden darf, d. h., eine zu weitgehende Spezialisierung wird wiederum teurer.

Ein weiteres Modell erfasst den Zugang und Abgang von einer Patientenkategorie zur anderen in Einrichtungen des Gesundheitswesens. Es müssen dabei außer den genannten drei Kategorien der Krankenhauspatienten die verschiedenen Gruppen der ambulanten Patienten beachtet werden. Erst dann ist es möglich, definitiv den Prozess der Patientenbehandlung in seiner Gesamtheit zu fixieren.

Im Gesundheitswesen ist darüber hinaus die Netzplantechnik für verschiedenartige Aufgaben einsetzbar. Das trifft nicht nur für die unterschiedlichen Leitungs- und Planungsaufgaben zu, sondern ebenfalls für komplizierte Operationen, bei denen es im wahrsten Sinne des Wortes auf die Sekunde ankommt.
Gerade deshalb wird für derartige Operationen oft die Sekunde als Zeiteinheit für die Zeitplanung bei der Netzplantechnik gewählt.

Zu prüfen wäre auch, ob nicht kurzfristige Voraussagemethoden - auf der Grundlage der Auswertung entsprechender statistischer Unterlagen - für die Verteilung von Hilfsmitteln usw. von einem zentralen Einsatzpunkt aus, für das Auftreten von Erkrankungen, für die Bedarfsplanung und Bevorratung von Arzneimitteln u. ä. Aufgaben angewendet werden können.
Wie schon angedeutet wurde, haben im Gesundheitswesen Häufigkeitsstudien und weitere Methoden der mathematischen Statistik beachtliche Bedeutung. Lediglich ein Beispiel sei aus diesem Komplex erwähnt.

Soll die Wirksamkeit eines bestimmten Medikamentes überprüft werden, so wäre als Gesamtverbrauchergruppe für dieses Medikament die Population maßgebend. Darunter versteht man die Gruppe der in Betracht kommenden Objekte.
Theoretisch könnte die Zahl, die hier unter Population verstanden wird, höchstens der Bevölkerungszahl im Absatzgebiet des Medikamentes gleich sein. Es wäre jedoch unmöglich und nicht sinnvoll, die gesamte Bevölkerung des Absatzgebietes in die Untersuchungen über die Wirksamkeit dieses Arzneimittels einzubeziehen. Bekanntlich kommt nicht jeder Einwohner für ein bestimmtes medizinisches Präparat in Betracht, und auch nicht jeder davon will bzw. wird es verwenden.

Das zu prüfende Medikament soll z. B. ein Schlafmittel sein. Es wird festgelegt, dass als Merkmal für die Untersuchung die Schlafdauer eines Menschen gilt, der zu einer

bestimmten Zeit und unter fixierten Bedingungen das Schlafmittel einnimmt.
Wird dieses Mittel von den Patienten einer Klinik erprobt, so ergibt sich damit praktisch eine Stichprobe. Das Ergebnis wäre eine Reihe von Beobachtungswerten, und zwar die Schlafdauer in Stunden. Aus der statistischen Aufbereitung und Auswertung der Untersuchungsergebnisse können vor einer Freigabe Schlüsse auf die Wirksamkeit des Schlafmittels gezogen werden.

Die Anwendung der Operationsforschung im Gesundheitswesen zeigt, wie diese Disziplin auch in nichtproduktiven Bereichen des gesellschaftlichen Lebens nützlich sein kann. Weitere solcher Beispiele finden wir in

- der Bildungsökonomie (z. B. die Analyse und die Optimierung der Aus- und Weiterbildung eines Bereiches, die Bearbeitung eines Studienplanes mit Hilfe der Netzplantechnik oder eines Stundenplanes mit dem Ziel der optimalen Raumausnutzung)

- der Planung umfangreicher wissenschaftlicher Experimente an Hochschulen und Akademien (z. B. im Rahmen der Forschung gemeinsam mit der Industrie).

Auch mit diesen Beispielen erschöpfen sich die Anwendungsmöglichkeiten der Operationsforschung nicht.
Aus den gesamten Darlegungen unseres Buches erkannten wir, dass die Mehrzahl der Aufwandskoeffizienten, die in die mathematischen Modelle eingehen, z. B. Materialverbrauchsnormen, Arbeitsnormen, technisch-wirtschaftliche sowie Kennziffern der technologischen Verfahren und andere ähnliche Größen, in beträchtlichem Umfange von den Arbeitern, Meistern, Ingenieuren und Ökonomen beeinflusst werden.
Ihre Erfahrungen und ihre Qualifikation entscheiden mit über die Höhe dieser Koeffizienten.

Die Ergebnisse der Analyse, die mathematischen Modelle und Methoden können deshalb nur nützlich sein, wenn alle Angehörigen eines jeden Betriebes sich für ihre Anwendung einsetzen und durch tatkräftige Mithilfe ihren konkreten Beitrag dazu leisten. Ohne die aktive Mitarbeit der Werktätigen bleibt die Operationsforschung ein totes Instrumentarium.

Die Operationsforschung befindet sich als Teil der Produktivkraft Wissenschaft in einer aufstrebenden Entwicklung.
Sie muss aber durch die schöpferische Arbeit aller Werktätigen in ökonomische Vorteile für unsere Volkswirtschaft und damit für jeden einzelnen umgewandelt werden.

10 Literaturhinweise

Für das weitere Eindringen interessierter Leser in die Operationsforschung und deren wichtigste Anwendungen empfiehlt der Autor folgende ausgewählte Bücher:

Autorenkollektiv : Mathematische Modelle und Verfahren der Operationsforschung. Institut für Datenverarbeitung, Dresden 1968

Autorenkollektiv : Mathematische Standardmodelle der Operationsforschung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1970

Autorenkollektiv : Mathematische Standardmodelle der Operationsforschung. Aufgabensammlung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1971

Autorenkollektiv : Operationsforschung in der sozialistischen Wirtschaft. Dietz Verlag, Berlin 1969

Autorenkollektiv : Programmierte Einführung in PERT. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1967

Blumenthal, B.: Die Anwendung mathematischer Methoden in der Wirtschaft. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1965

Churchman/Ackhoff/Arnoff: Operations Research. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1966

Körth, H. und Förster, E.: Wirtschaftsmathematik für die Berufsbildung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1968

Kornai, J.: Mathematische Methoden bei der Planung der ökonomischen Struktur. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1967

Krekó, B.: Lehrbuch der linearen Optimierung. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1964

Lange, O.: Optimale Entscheidungen. Akademie-Verlag, Berlin 1968

Nemtschinow, W. S.: Anwendung mathematischer Methoden in der Ökonomie. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963

Richter, K.-J.: Methoden der linearen Optimierung. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1966

Sadowski, W.: Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1963

Sasieni/Yaspan/Friedman : Methoden und Probleme der Unternehmensforschung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1967

Schreiter/Schubert/Frotscher/Weber: Simulationsmodelle für ökonomisch-organisatorische Probleme. Institut für Datenverarbeitung, Dresden - Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1968

Schreiter/Stempell/Frotscher : Kritischer Weg und PERT. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1965

Stempell, D.: Programmierte Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1972

Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematisch Statistik und statistische Qualitätskontrolle. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1972

Wentzel, Jelena: Operationsforschung - Eine Einführung für Kommandeure und Stäbe. Deutscher Militärverlag, Berlin 1966

Mathematik und Kybernetik in der Ökonomie, Teil I und II. Akademie-Verlag, Berlin 1965

Mathematik und Wirtschaft, Band 1 bis 8. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1963 bis 1973

11 Kleines Lexikon

Damit der Leser sich schnell über einige ausgewählte grundlegende Begriffe der Operationsforschung informieren kann, wird nachstehend deren wesentlicher Inhalt einfach und allgemeinverständlich erläutert.

Ablaufplanung - Methoden zum Planen von Abläufen wie die Balkendiagramm-, Zyklogramm- und Netzplantechnik, z. B. erste Stufe bei der Anwendung der Netzplantechnik. Sie hat die Zerlegung eines Gesamtprozesses (Gesamtvorhabens) in seine Teilprozesse (Vorgänge) unter Beachtung der gegenseitigen Abhängigkeiten dieser Teilprozesse sowie die Ausarbeitung des Netzplanes zum Inhalt.

Absatzvektor - Produkt aus der Multiplikation von Kopplungs- und Aufwandsmatrix sowie Produktionsvektor.

Algorithmus - Rechenvorschrift; exakt formulierte Anweisung zur Lösung einer Klasse von Aufgaben mit einer endlichen Anzahl von Ablaufschritten.

analytisches Modell - Darstellungsform für mathematische Beziehungen, wobei die Outputs in funktionaler Abhängigkeit zu den Inputs stehen.

Aufwandsmatrix - Matrix der Aufwandskoeffizienten, bei der sich in der Regel die Zeilen auf unterschiedliche Aufwandsarten und die Spalten auf die Erzeugnisse beziehen. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich der Aufwand proportional zum Produktionsvolumen verhält bzw. die Abweichungen nur unbedeutend sind.

Aufwandsmodell - Verflechtungsmodell, bei dem alle im betrachtenden Betrieb hergestellten Erzeugnisse für die Endproduktion bestimmt sind und kein Eigenverbrauch stattfindet.

Ausgangsdaten - Zahlenmaterial aus betrieblichen Unterlagen oder spezielle Mess- und Beobachtungswerte, die als Voraussetzung zur Berechnung aufzubereiten sind.

Ausgangslösung - erste Lösung, die in der Regel mit Hilfe eines Näherungsverfahrens ermittelt wird. Sie kann auch von dem vor der Optimierungsrechnung in der Praxis gegebenen Zustand abgeleitet werden.

Bedarfsforschung - wesentlicher Bestandteil der Marktforschung; Untersuchung der Bedarfsentwicklung für vergangene und künftige Zeitabschnitte und Analyse der verschiedenartigen hierbei wirkenden Ursachen bzw. Einflüsse.

Bedienungstheorie (Warteschlangen- oder Massenbedienungstheorie) - auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbauende mathematische Theorie zur Lösung von Bedienungsproblemen, wobei mathematische Beziehungen zwischen den entscheidenden Parametern (z. B. Wartezeit) und der Effektivität der Bedienung abgeleitet werden.

Datenbank - zentrale Aufbewahrungsstelle für die zu späteren Entscheidungen notwendigen Daten.

Datenverarbeitung - Erfassen, Aufbereiten, Berechnen, Weiterleiten, Auswerten und

Aufbewahren von Daten in dauernder Wiederholung.

Degeneration (Entartung) - Zerfall einer Lösung einer Aufgabe der linearen Optimierung in Teillösungen. Mindestens eine der Basisvariablen hat - bei Anwendung der Simplexmethode - den Wert 0 angenommen

Dekomposition - zur Lösung umfangreicher Optimierungsprobleme angewandtes Verfahren zur Zerlegung von Aufgaben.

deterministisches Modell - mathematisches Modell, bei dem eindeutige Beziehungen, insbesondere keine vom Zufall beeinflussten Größen vorliegen. Das d. M. führt zu eindeutig bestimmten Ergebnissen.

dynamisches Modell - Modell für ein mehrstufiges Entscheidungsproblem (s. dynamische Optimierung).

dynamische Optimierung - Verfahren zur Lösung mehrstufiger Entscheidungsprobleme. Die Optimierung einer Funktion von n bzw. $n \cdot m$ Variablen wird auf die Optimierung von n verschiedenen Funktionen mit je einer oder m Variablen zurückgeführt, wobei stufenweise vorgegangen wird.

Einsatz-Ausstoß-Analyse (Input-Output-Analyse) - Untersuchung von wechselseitigen Zusammenhängen (siehe Verflechtungsmodell).

einschränkende Bedingung - Gleichung oder Ungleichung, mit deren Hilfe der Wertebereich von Variablen einer Optimierungsaufgabe bestimmt wird.

einstufiges Modell - mathematisches Modell, das sich auf einen bestimmten fixierten Zustand und nicht auf die Dynamik eines Prozesses bezieht. Die Veränderung dieses Zustands bedingt eine neue Berechnung oder neue Modellierung.

empirisch Verteilung - die sich aus den tatsächlichen Mess- oder Beobachtungswerten ergebende Verteilung.

Entscheidungsmodell - das zum Finden einer optimalen Entscheidung zweckmäßig vereinfachte, aber trotzdem noch wirklichkeitsgetreue, mit Hilfe der Mathematik dargestellte Abbild eines Objekts aus der Praxis.

Entscheidungsvariable - wesentliche Größe eines Modells der Operationsforschung, deren Betrag im Verlaufe der Berechnung bestimmt werden soll.

Ersatzmodell - Widerspiegelung des Verschleißes und der Instandhaltung von Produktionsmitteln durch ein mathematisches Modell.

Faktorenanalyse - Verfahren zum quantitativen Nachweis einer durch verschiedene Faktoren verursachten bzw. beeinflussten Gesamtwirkung.

Graph - Möglichkeit zur Darstellung von Elementen und deren Verbindungen. Das Element wird als Knoten und die Verbindung zwischen zwei Elementen als Kante bezeichnet.

Grundgesamtheit - Menge aller gleichartigen Einheiten, die im Hinblick auf ein bestimmtes Merkmal untersucht werden.

Input-Output-Analyse - Analysierung wechselseitiger Zusammenhänge (s. Verflechtungsmodell).

Iterationsverfahren - Verfahren, bei dem durch wiederholtes Anwenden einer Rechenvorschrift die vorhandene näherungsweise Lösung systematisch schrittweise verbessert wird.

Klassen - allgemein Einteilungsmöglichkeit, z. B. für Typen von Aufgaben: speziell in der mathematischen Statistik die Zusammenfassung statistischer Mess- oder Beobachtungswerte in Gruppen gleicher Größe.

Kritischer Weg - der längste Weg durch einen Netzplan. der die kritischen Ereignisse und Vorgänge mit einer Pufferzeit von Null verbindet und die Dauer des Gesamtvorhabens bestimmt.

Lagerhaltungsmodell - Abbild des Prozesses der Lagerhaltung in Form mathematischer Beziehungen zur Berechnung einer optimalen Lagerhaltungspolitik.

lineare Optimierung - Möglichkeiten zur Lösung von Optimierungsproblemen, bei denen die Zielfunktion und die einschränkenden Bedingungen als lineare Beziehungen formuliert werden können.

Marktforschung - unter sozialistischen Produktionsverhältnissen ein bedeutendes Instrument der Wirtschaftsleitungen verschiedener Ebenen, um sicherzustellen, dass sich Angebot und Nachfrage in allen Bereichen der Volkswirtschaft unter Berücksichtigung von Einflussfaktoren und Einhaltung von Proportionen planmäßig entwickeln.

Matrix - rechteckige Anordnung von Zahlen oder mathematischen Ausdrücken (mathematische Größen) mit m Zeilen und n Spalten. Die $m \cdot n$ Elemente der Matrix werden durch je zwei Indizes (der erste für die Zeile und der zweite für die Spalte) unterschieden.

Maximumaufgabe - Optimierungsaufgabe, bei der der Wert der Zielfunktion unter Berücksichtigung der einschränkenden Bedingungen zu maximieren ist. Die dazu gehörende duale Aufgabe ist die Minimumaufgabe.

Mehrsortenproblem (Mehrsortentransportproblem) - Aufgabe aus der Transportoptimierung, wobei die zu transportierenden Güter nicht ohne weiteres gegeneinander ausgetauscht werden können.

mehrstufiges (multitemporales) Modell - mathematisches Modell zur Widerspiegelung mehrstufiger Entscheidungsprobleme (Entscheidungsprozesse). Zur Lösung dient die dynamische Optimierung

Methode des kritischen Weges (CPM) - eine der grundsätzlichen Methoden der Netzplantechnik auf der Basis eines deterministischen Modells.

Minimumaufgabe - Optimierungsaufgabe, bei der der Wert der Zielfunktion unter Berücksichtigung der einschränkenden Bedingungen zu minimieren ist. Die dazu gehörende duale Aufgabe ist die Maximumaufgabe.

Mischungsproblem - Optimierungsaufgabe, bei der aus verschiedenen Rohstoffen oder Ausgangsmaterialien mit bekannten technischen Koeffizienten eine vorgegebene Menge einer Mischung unter Gewährleistung der einschränkenden Bedingungen nach einem im Optimalitätskriterium angegebenen Ziel anzufertigen ist.

Modell - angenähertes Abbild der Wirklichkeit. M. treten in stofflicher bzw. körperlicher oder gedanklicher Form auf. Sie sollen den vorhandenen oder zu schaffenden Zustand mit seinen wesentlichen Elementen und Beziehungen widerspiegeln, wobei jedoch von zahlreichen Details abstrahiert wird.

Modell der Operationsforschung - Abbild von Strukturen und Funktionen eines Bereiches, in der Regel mit Hilfe der Mathematik dargestellt (s. Entscheidungsmodell).

Modell der Teilverflechtung - Verflechtungsmodell für Stufenerzeugnisse (Einzelteile, Baugruppen, Enderzeugnisse) mit Angabe der direkten Einsatzkoeffizienten. Bei bekannter Warenproduktion können die dafür erforderlichen Stückzahlen eines jeden Stufenerzeugnisses berechnet werden.

Modellierung - Weiterführung einer Analyse mit dem Ziel der Ausarbeitung oder Auswahl eines Modells, das abstrakt den in der Realität vorhandenen konkreten Zustand widerspiegelt. Die höchste Form der M. im Sinne der Operationsforschung ist die Schaffung eines mathematischen Modells, das meist mit einer entsprechenden Lösungsmethode berechnet werden kann.

Modellsystem - Verband von nach bestimmten Gesichtspunkten kombinierten und koordinierten einzelnen Modellen, die jeweils verschiedene wesentliche Beziehungen beinhalten. Das M. einer Wirtschaftseinheit muss die hauptsächlichen Prozesse und Erscheinungen der Produktion und Reproduktion widerspiegeln. Es besteht in der Regel aus einem Zentralmodell und Teilmodellen.

Netzplan (Netz, Netzwerk oder Netzplanmodell) - bildhaftes Modell eines komplexen Vorhabens (Gesamtprozesses) mit seinen einzelnen Teilprozessen, die entsprechend ihren Abhängigkeiten dargestellt werden.

Netzplantechnik - Modelle und Verfahren zur Planung und Kontrolle komplizierter Prozesse.

nichtlineare Optimierung - Optimierungsaufgaben, bei denen in der Zielfunktion oder (und) in den einschränkenden Bedingungen nichtlineare (z. B. quadratische) Beziehungen vorhanden sind.

Nichtnegativitätsbedingung - Bedingung bei Optimierungsaufgaben, die besagt, dass eine oder mehrere Variablen keinen negativen Wert annehmen dürfen (z. B. $x_{ij} \geq 0$).

Ökonometrie - allgemein die Anwendung mathematischer Methoden auf ökonomische Prozesse.

Operation - die auf ein vorher bestimmtes einheitliches Ziel gerichtete Menge von Handlungen und Prozessen, die meist von mehr oder weniger komplizierten Mensch-Maschine-Systemen der verschiedensten Art ausgeführt werden.

Operationsforschung - Teilgebiet der Wissenschaft von der Leitung. Diese Disziplin stellt wissenschaftliche Methoden und Verfahren (vorwiegend mathematische) zur Untersuchung (Analyse, Modellierung und Berechnung) von Systemen, Objekten oder Problemen und damit zur Entscheidungsfindung hinsichtlich der Ermittlung sowie Erreichung einer optimalen Verhaltensweise bereit.

Optimalitätskriterium - definiertes Kriterium, das zur Beurteilung dient, ob eine Lösung und die darauf aufbauende Entscheidung oder bestimmte Parameter optimal sind.

Optimierung - bestmögliche Gestaltung technologischer Prozesse, ökonomischer Komplexe, technischer Konstruktionen usw. Mit Hilfe bestimmter Methoden soll unter Gewährleistung der einschränkenden Bedingungen der Extremalwert der Zielfunktion berechnet werden.

Optimum - das bestmögliche Resultat, das sich unter gegebenen, fixierten Bedingungen und bezogen auf ein vorher bestimmtes Optimalitätskriterium erreichen lässt (Wert der Zielfunktion bei der optimalen Lösung).

Parameter - konkrete, ein Objekt charakterisierende Größe (meist gemeinsam mit anderen Parametern und Merkmalen). P. treten häufig als einschränkende Bedingungen in einer Optimierungsaufgabe in Erscheinung. Sie sind für das zu modellierende Problem von entscheidender Bedeutung und müssen deshalb im Modell sowie bei der rechnerischen Lösung berücksichtigt werden.

parametrische Optimierung - Optimierungsrechnung, bei der die Konstanten der Zielfunktion oder (und) der einschränkenden Bedingungen von Parametern abhängen.

PERT - eine der grundsätzlichen Methoden der Netzplantechnik auf der Basis eines stochastischen Modells. (Die Bezeichnung geht auf eine englischsprachige Abkürzung zurück.)

Problemanalyse - Prozess der Analyse eines Problems, das mit Hilfe der Methoden der Operationsforschung gelöst werden soll.

Produktionsvektor - Vektor, der bei einer Verflechtungsberechnung die zu produzierenden Mengen enthält.

Programmierung - in der Datenverarbeitung ist P. das Erarbeiten eines Programms für den Rechner. Es wird eine geordnete Folge von Befehlen in einer zur Einspeicherung in die Anlage geeigneten Form geschaffen.

Prozesssteuerung - Steuerung betrieblicher, insbesondere technologischer Prozesse mit Hilfe einer EDVA nach einem vorgegebenen Programm.

Pufferzeit (Schlupfzeit) - Zeitabschnitt, der sich für nicht auf dem kritischen Weg liegende Ereignisse oder Vorgänge allgemein als Differenz zwischen dem möglichen

Abschlusszeitpunkt des vorangegangenen Vorganges und dem notwendigen Beginnzeitpunkt des nachfolgenden Vorganges ergibt.

quadratische Optimierung - Aufgabe der nichtlinearen Optimierung, bei der Zielfunktion und (oder) einschränkende Bedingungen im Hinblick auf die Variablen quadratisch sind.

Restriktion - Beschränkung; einschränkende Bedingung; bei einer Optimierungsrechnung auch als Nebenbedingung bezeichnet.

Rückflussmodell - Verflechtungsmodell, bei dem bestimmte Produkte in davorliegende Produktionsstufen zurückfließen, wo sie als Arbeitsgegenstände produktiv konsumiert werden.

Rundfahrtproblem - Aufgabe zur Berechnung einer Strecke, bei der n gegebene Punkte berührt werden müssen, wobei jeder nur einmal Start- und einmal Zielpunkt ist, und die Länge der Strecke ein Minimum werden soll.

Schlupfvariable - bei der Simplexmethode zusätzlich eingeführte nichtnegative Variable, um eine Ungleichung in eine Gleichung umformen zu können.

Simplexmethode - universelle Methode der linearen Optimierung. Durch Umformung der Ausgangsdaten (sogenannte Simplextransformation) wird der Wert der Zielfunktion schrittweise verbessert und nach endlich vielen Schritten das Optimum erreicht.

Simulationsmodell - Modell, das dazu dient, mit EDV Versuche über das Verhalten wirtschaftlicher oder anderer Phänomene durchzuführen, und zwar insbesondere dann, wenn bei der Untersuchung stochastischer Prozesse keine rechnerische Lösung - z. B. mit der Bedienungstheorie - möglich ist. Mit Hilfe solcher Simulationsmodelle und -methoden können die Auswirkungen von Veränderungen beeinflussbarer Größen studiert und eingeschätzt werden. Da sie das "Durchspielen" von Prozessen mit zahlreichen Varianten und unter Verwendung von Zufallszahlen auf dem Rechner ermöglichen, sind sie für die Entscheidungsfindung besonders bedeutsam.

Spieltheorie - Mathematische Theorie der strategischen Spiele, die zum Analysieren und Beschreiben von Konfliktsituationen dient und mit deren Hilfe Lösungen für Spielmodelle gefunden werden können.

Stichprobe - Teilmenge, deren Elemente nach zufälligen Gesichtspunkten aus einer Grundgesamtheit ausgewählt werden und diese repräsentieren sollen.

stochastisches Modell - durch Zufallsvariable gekennzeichnetes Modell; das Ergebnis der dazugehörenden Berechnung gilt nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit.

Strategie - ein nach Prinzipien der Spieltheorie konstruierter Verhaltensplan, der in einem strategischen Spiel für jede mögliche Situation die Wahl aus den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten gestattet. In der Entscheidungstheorie entspricht die Entscheidungsregel der Strategie.

Stufenmodell - Verflechtungsmodell, bei dem die Ergebnisse der Produktion nur zum

Teil als Endprodukte für den Absatz bestimmt sind und ein anderer Teil in weiteren Produktionsstufen derselben Einrichtung erneut verarbeitet wird.

Submodelle (Untermodelle) - Modelle in einem Modellsystem. Im kybernetischen Sinne Modelle für hierarchisch aufeinander abgestimmte Subsysteme.

System - im Sinne der Kybernetik eine Menge von aktiven Elementen und eine Menge von Relationen zwischen diesen Elementen.

Systemanalyse - Untersuchung eines Systems unter Beachtung bestimmter methodischer Aspekte.

Teilmodell - einzelnes Modell aus einem Modellsystem der Operationsforschung, das dem Zentralmodell untergeordnet ist.

Testverfahren - in der Operationsforschung und Datenverarbeitung Techniken zur Prüfung von mathematischen Modellen, Algorithmen und Rechenprogrammen; in der mathematischen Statistik z. B. Möglichkeiten der Prüfung, ob eine vorliegende empirische Verteilung einer bestimmten theoretischen Verteilung entspricht.

theoretische Verteilung - eine der Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße adäquate Verteilung. z. B. die Normalverteilung nach Gauß, Exponentialverteilung usw.

Transportoptimierung - allgemein die Optimierung von Problemen aus dem Transportwesen; speziell die Anwendung des klassischen Transportmodells für Optimierungsrechnungen.

Trendfunktion - Funktion, die die Entwicklungsrichtung einer statistischen Zeitreihe widerspiegelt.

Urliste - erste schriftliche Zusammenstellung über die Messwerte einer Stichprobe.

Vektor - geometrisch eine gerichtete Strecke im Raum. In der Matrizenrechnung ein Spezialfall der Matrix, wenn diese nur aus einer Zeile (Zeilenvektor) oder einer Spalte (Spaltenvektor) besteht.

Verflechtungsmodell (Verflechtungsbilanz) - mathematisch-ökonomisches Modell, das wesentliche Verflechtungen (Beziehungen) innerhalb einer ökonomischen Einheit widerspiegelt. Es dient vorwiegend für die Planung, Bilanzierung und Analyse der Wechselbeziehungen zwischen technologischen und ökonomischen Prozessen bzw. deren Erscheinungen. Die Verflechtungen werden mit Hilfe von Matrizen und Vektoren beschrieben. Sie treten insbesondere auf als Aufwand-, Stufen- und Rückflussmodelle, als Modelle für Koppelproduktion und Modelle für verschiedene Technologien.

Verflechtungsmodell für Koppelproduktion - Modell zur Bearbeitung von Verflechtungen, bei denen in einer oder mehreren Produktionsstufen gleichzeitig in einem bestimmten quantitativen und qualitativen Verhältnis Haupt- und Nebenprodukte entstehen.

Verflechtungsmodell für verschiedene Technologien - Modell, das gekennzeichnet ist durch die Herstellung ein und desselben Erzeugnisses mit unterschiedlichen Technologien oder mit im Niveau differenzierten technischen Anlagen.

Verteilungsfunktion - die Funktion, die die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass die Zufallsvariable X einen Wert annimmt, der kleiner als der Wert x (oder höchstens gleich diesem Wert x ist $(F(x) = P(X \leq x))$. Zeitplanung - Arbeitsstufe der Netzplantechnik, bei der nach der Entwicklung des Ablaufplanes für die Vorgänge und Ereignisse die erforderlichen Zeitwerte ermittelt werden.

Zeitreihe - Reihe von Daten, die eine Folge von Werten einer bestimmten Kennziffer in gleichbleibenden zeitlichen Abständen wiedergibt.

Zeitreihenuntersuchung - Verfahren zur Widerspiegelung der Dynamik bestimmter Prozesse, vor allem von Erscheinungen in zeitlichen Abläufen.

Zentralmodell - ein im Mittelpunkt eines Modellsystems stehendes Modell, das die Priorität einer Zielfunktion für die gesamte Wirtschaftseinheit zum Ausdruck bringt.

Zielfunktion - die für ein Problem der Operationsforschung formulierte Funktion, die die Entscheidungsvariablen sowie die wichtigsten Parameter enthält und bezüglich des Optimalitätskriteriums den bestmöglichen Wert, das Optimum, liefern soll.