Proletarier aller Länder, vereinigt euch!

LEIPZIGER VOLKSZEITUNG

Organ der Bezirksleitung Leipzig der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands

Dezember 1967 | Sonderausgabe | Preis 0,40 MDN

Liebe Mädel und Jungen!

Vor Euch liegt die sechste mathematische Sonderausgabe der Leipziger Volkszeitung. Sie will, wie alle ihre Vorgänger, Lust und Liebe zur Mathematik fördern helfen, eine Handhabe für das geistige Training bieten und Euch ein bißchen Freude bereiten.

Ohne die mathematische Wissenschaft als Produktivkraft ist die Entwicklung des gesellschaftlichen Systems des Sozialismus gar nicht denkbar. Welchen Beruf Ihr später auch ergreifen mögt, überall werdet Ihr es mit Maschinen zu tun haben, in denen und durch die physikalische und mathematische Gesetze wirksam werden. In zunehmendem Maße werden Automaten nicht allein die Handarbeit ersetzen, sondern auch die geistigen Kräfte des Menschen vervielfachen.

Eifert unseren acht Teilnehmern an der IX. Internationalen Mathematikolympiade nach, die in diesem Jahr drei 1., drei 2. und einen 3. Preis für unsere Republik errangen und damit den zweiten Platz nach der Sowjetunion einnahmen. Das ist bei einer Teilnahme von 13 Ländern ein beachtliches Ergebnis, auf das wir alle stolz sein können.

Wir sind sicher, daß Ihr die Gelegenheiten nützt, die sich Euch bieten, um mathematische Kenntnisse, die Ihr im Unterricht erwerbt, zu festigen und zu erweitern. Das geschieht in Arbeitsgemeinschaften und Zirkeln, in Mathematiklagern und allen Stufen der Olympiaden Junger Mathematiker. Die Hölzchenspiele, die wir Euch hier vorlegen, sind gut geeignet, das Denk- und Kombinationsvermögen zu entwickeln. Ihr könnt sie allein oder als Gesellschaftsspiele betreiben. Wie stets wurden sie ausgewählt und zusammengestellt von unseren ehrenamtlichen Mitarbeitern Johannes Lehmann, Verdienter Lehrer des Volkes, und Walter Unze, Fachlehrer für Mathematik. Mit beiden machen wir Euch auf dieser Seite etwas näher bekannt.

Wir wünschen Euch viel Spaß beim Knobeln und recht gutes Gelingen.

Redaktion der
Leipziger Volkszeitung

Begeistert für Mathematik

Gespräch mit den geistigen Vätern der Mathe-LVZ

LVZ: Die neue Sonderausgabe der Leipziger Volkszeitung ist fertig zum Druck. Sie, Herr Lehmann und Genosse Unze, richten die Gedanken bereits auf die nächste Mathe-LVZ, die wiederum einem bestimmten Thema gewidmet sein wird.

Johannes Lehmann: Seit 1963 hat die LVZ sechs mathematische Sonderausgaben mit 361 000 Exemplaren herausgegeben, darunter „Mathematik international" (Dezember 1964), „Rechenvorteile" (Dezember 1966) und – außer der Reihe – die 32seitige Ausgabe „Mathematik-Olympiaden" anläßlich der IMO, die 1965 in der DDR stattfand.

LVZ: Aus vielen Briefen und Gesprächen wissen wir, mit welcher Spannung Pioniere und FDJler jede neue Mathe-LVZ erwarten, wie Arbeitsgemeinschaften Junger Mathematiker sich darauf stürzen, daß Lehrer sich ihrer gern bedienen und auch Eltern zuweilen einen Blick hineinwerfen. Unsere Arbeit gedieh in einem günstigen Klima: Im Jahre 1962 faßte das Politbüro des Zentralkomitees der SED einen bedeutsamen Beschluß zur Verbesserung und Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts. Die Redaktion der LVZ möchte zu ihrem Teil dazu beitragen, daß die mathematische Wissenschaft mehr und mehr Freunde gewinnt, und daß diejenigen, die schon mit ihr auf du und du stehen, immer neue Anregungen erhalten.

Walter Unze: Ich bin sicher, daß unsere Aufgaben gut geeignet sind, Begeisterung für die Mathematik zu wecken. Die Mathe-LVZ ist auch in Ferienlagern, Tagesschulen und nicht zuletzt in Kliniken und Heilstätten für Kinder sehr erwünscht. Bei den Lösungen – zur Selbstkontrolle – sind meist auch die Lösungswege angegeben.

Johannes Lehmann: Selbst die vorliegenden Hölzchenspiele, auf den ersten Blick ein reiner Spaß, weisen auf mathematische Gesetzmäßigkeiten hin und sind theoretisch fundiert. Übrigens gingen beim Mathe-Quiz der Leipziger Volkszeitung in vier Jahren rund 35 000 Lösungen ein. Ebenso lange besteht die Straße der Mathematik beim Pionierpressefest der LVZ.

LVZ: Unsere erste mathematische Sonderausgabe war gleichsam ein Geschenk zum Pioniergeburtstag. Wir versuchen, dieser Tradition treu zu bleiben und alljährlich um den 13. Dezember eine neue Mathe-LVZ herauszubringen.

Johannes Lehmann: Das ist nicht ganz so einfach, wie es vielleicht aussieht. Fast ein Dreivierteljahr brauchen wir, um das Material zu sammeln und zu sichten, das sich der jeweiligen Idee unterordnet und mit den Anforderungen des Lehrplanes und dem Anliegen des Jugendverbandes im Einklang steht. Vieles geben mehrere tausend Bände mathematische Literatur her, die bei jedem von uns beiden im Bücherregal stehen. Zeitschriften und Tageszeitungen, Statistiken und Mitteilungen von Institutionen sind weitere Quellen, und von Reisen ins sozialistische Ausland bringe ich selbstverständlich Anregungen und Material auch für die Mathe-LVZ mit.

LVZ: Sie sind beide Fachlehrer für Mathematik?

Walter Unze: Beide begannen wir 1945 Kinder zu unterrichten, machten nach und nach die Lehrerprüfungen, stiegen 1954 zusammen ins Staatsexamen – Hauptfach Mathematik. Auf der Vorliebe für diese Wissenschaft beruht eigentlich unsere langjährige Freundschaft. Dabei sind wir sehr verschieden. Hannes sprüht geradezu vor Ideen...

Johannes Lehmann: ...und du bist das gute Gewissen unserer gemeinsamen Vorhaben, ungeheuer fleißig, mit großer pädagogischer Erfahrung.

Walter Unze: Ich unterrichte an einer Leipziger Sonderschule körperbehinderte Kinder, die sehr dankbar für alles sind, was ihnen neben dem Unterricht an Bildung und Erziehung geboten wird. Meine Steckenpferde, Musik und Philatelie, stehen in enger Beziehung zu meiner beruflichen Arbeit.

Johannes Lehmann: Wenn wir vom Hobby reden – seit Jahren trage ich Dokumente und Informationen zur Geschichte von Stötteritz zusammen. Hier spielte sich ein Stück Geschichte der Leipziger Arbeiterbewegung ab, deren Kenntnis meine berufliche und ehrenamtliche Tätigkeit in diesem Jahr des Roten Oktober ganz besonders bereichert. Die Arbeiten an der Mathe-LVZ sehen wir stets in Verbindung mit der gesamtgesellschaftlichen Entwicklung. Wir hoffen, daß sich etwas von unserer Liebe für die Mathematik auf die jungen Leser überträgt und wünschen allen viel Freude bei der neuen Sonderausgabe.

LVZ: Das soll ein Wort sein!

Das Gespräch führte Hanna Günther, Abteilung Kulturpolitik der LVZ.

Pioniere, Jugendfreunde!

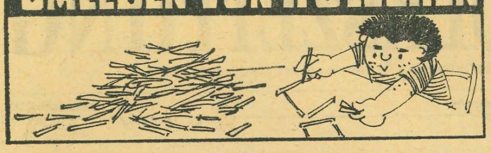
Beteiligt euch an unserem

PREISAUSSCHREIBEN

auf Seite 9

Es gibt wertvolle Preise.

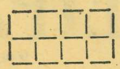
UMLEGEN VON HÖLZCHEN



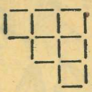
1 Lege 6 Hölzchen so um, daß genau 6 Quadrate entstehen!

2 Lege jetzt in dieser Figur, die aus 6 Quadraten besteht, nochmals 4 Hölzchen so um, daß nur noch 5 Quadrate vorhanden sind! (Die Quadrate müssen nicht flächengleich sein.)

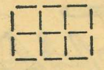
3 Nun sind abermals 8 Hölzchen so umzulegen, daß nur noch 3 Quadrate übrig bleiben!



4 Aus 18 Hölzchen kann man diese Figur mit 6 Quadraten legen. Man kann aus der Figur 6 oder 5 oder 4 oder 2 Hölzchen wegnehmen; stets bleiben genau 4 Quadrate übrig.



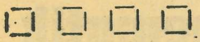
7 In der aus 6 Quadraten gebildeten Figur sollen durch Fortnehmen von 5 Hölzchen 3 Quadrate übrigbleiben!



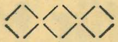
5 Lege in dieser aus 12 Hölzchen bestehenden Figur 2 Hölzchen so um, daß 6 Quadrate erkennbar sind!

6 Aus der gleichen Figur kann man durch eine andere Art des Umlegens von 2 Hölzchen 7 Quadrate entstehen lassen!

8 Durch Umlegen von 4 Hölzchen sind 5 gleichgroße Quadrate zu bilden!



9 Wie macht man aus 3 Quadraten 4 Quadrate, ohne die Lage der Hölzchen der beiden ersten Quadrate beim Umlegen zu verändern?

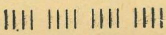


10 Diese Figur aus 4 Quadraten ist durch Umlegen von 3 Hölzchen in eine aus gleichgroßen Quadraten bestehende Figur zu verwandeln!

11 Aus der gleichen Figur mit 4 Quadraten lassen sich durch Umlegen
a) von 4 Hölzchen,
b) von 7 Hölzchen ebenfalls 3 gleichgroße Quadrate bilden. Untersuche weitere solche Umlegungen mit einer anderen Anzahl von Hölzchen!

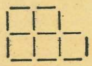
12 Nimm aus dieser Figur 2 Hölzchen weg, so daß du genau 2 Quadrate erkennen kannst!

15 Aus 16 Hölzchen sollen 5 gleichgroße Quadrate gelegt werden!

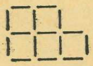


13 Nimm aus dieser Figur 4 Hölzchen weg, so daß 3 Quadrate übrig bleiben!

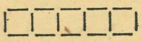
14 Nimm aus der gleichen Figur 4 Hölzchen weg, so daß du nur noch 2 Quadrate erkennen kannst!



16 Nimm von dieser Figur 3 Hölzchen weg; es sollen danach genau 3 Quadrate übrig bleiben!

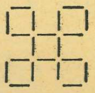


17 Aus diesen 5 Quadraten sind durch Umlegen von 4 Hölzchen 4 gleichgroße Quadrate zu bilden!



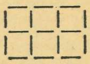
19 In dieser Figur mit 5 Quadraten sind 3 Hölzchen so umzulegen, daß 7 gleichgroße Quadrate entstehen!

20 In der gleichen Figur mit 5 Quadraten sind 3 Hölzchen auf eine andere Art umzulegen, so daß 9 Quadrate zu erkennen sind

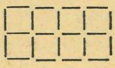


18 Aus 6 Hölzchen ist das größtmögliche Quadrat zu legen! (Ausnahmsweise dürfen Hölzchen zerbrochen werden!)

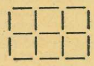
21 Nimm von den 17 Hölzchen dieser Figur 4 Hölzchen weg, so daß 3 Quadrate entstehen!



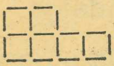
22 Nimm aus dieser Figur 6 Hölzchen fort; es sollen 4 gleichgroße Quadrate übrig bleiben!



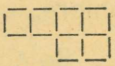
23 Entferne aus dieser Figur 5 Hölzchen, so daß nur noch 3 gleichgroße Quadrate übrig bleiben!



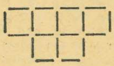
24 Von dieser Figur aus 6 Quadraten sollen 6 Hölzchen weggenommen werden, so daß 2 Quadrate zu erkennen sind!



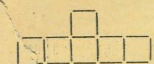
25 In dieser Figur wurden aus 18 Hölzchen 6 Quadrate gelegt. Ob man nun 8 oder 7 oder 6 oder 5 oder 4 Hölzchen entfernt, es müssen immer 3 Quadrate entstehen!



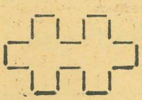
26 Ändre diese Figur aus 6 Quadraten in eine Figur aus 3 Quadraten, indem du 4 Hölzchen entfernst!



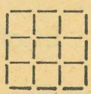
27 Nimm aus dieser Figur 7 Hölzchen weg; es sollen 3 gleichgroße Quadrate übrig bleiben!



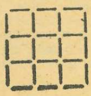
28 Aus dieser mit 20 Hölzchen gelegten Figur sollen durch Hinzulegen von 8 Hölzchen 9 gleichgroße Quadrate entstehen.



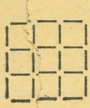
29 In dieser Figur sind 8 Hölzchen so umzulegen, daß 2 gleichgroße Quadrate erkannt werden.



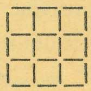
30 Nimm aus dieser Figur 8 Hölzchen fort, so daß nur noch 3 Quadrate erkennbar sind!



31 Nimm von der Figur 4 Hölzchen fort; es müssen noch 5 gleichgroße Quadrate übrig bleiben!



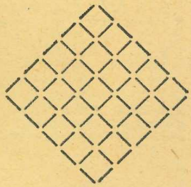
32 Nimm von den 24 Hölzchen der Figur 6 Hölzchen weg, so daß noch 3 Quadrate zu erkennen sind!



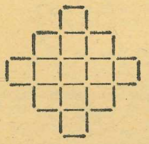
48 Man lege 3 Hölzchen dieser Figur so um, daß 3 gleichgroße Quadrate entstehen!

49 Aus dieser Figur sollen 4 Hölzchen so umgelegt werden, daß 2 Quadrate entstehen!

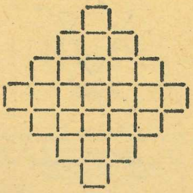
33 Nimm von den 60 Hölzchen der Figur 24 Hölzchen weg; die übrigbleibenden 36 Hölzchen sollen 9 gleichgroße Quadrate bilden.



34 Entferne aus der Figur 16 Hölzchen; es sollen 12 gleich große Quadrate übrig bleiben!



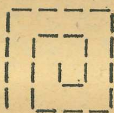
35 Entfernt man aus dieser mit 36 Hölzchen gelegten Figur 12 Hölzchen, so bilden die übriggebliebenen Hölzchen 5 Quadrate.



37 Bilde durch Umlegen von 4 Hölzchen aus dieser Figur 3 Quadrate!

36 Lege von den 15 Hölzchen dieser Figur 3 Hölzchen so um, daß 2 Quadrate entstehen!

38 Lege in der gleichen Figur 4 Hölzchen so um, daß 2 gleichgroße Quadrate zu erkennen sind!

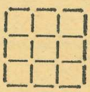


39 Bilde durch Umlegen von 12 Hölzchen aus der Figur 2 kleine und 2 große Quadrate!

40 Hier ist mit 16 Hölzchen ein großes Quadrat gelegt. Ich gebe dir noch 11 Hölzchen dazu. Du sollst mit diesen 11 Hölzchen das große Quadrat in vier inhaltsgleiche Flächen aufteilen!

41 Die Figur enthält 6 gleich große Quadrate. Nimm nur 2 Hölzchen aus der Figur fort, und du behältst vier der Quadrate übrig!

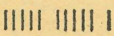
42 Nimm von den 24 Hölzchen der Figur 8 Hölzchen fort, so daß noch 2 Quadrate zu erkennen sind!



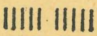
43 Lege aus 9 Hölzchen eine Figur, in der du 6 Quadrate erkennen kannst!

44 Bilde aus 10 Hölzchen 2 Quadrate!

45 Lege aus 11 Hölzchen 3 gleichgroße Quadrate!

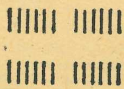


46 Bilde mit 10 Hölzchen eine Figur, die 3 gleichgroße Quadrate enthält!



47 Bilde aus 18 Hölzchen eine Figur, in der du 3 Quadrate erkennen kannst!

50 Mit 24 Hölzchen sollen 1, 2, 3, 4, ... jeweils untereinander gleichgroße Quadrate gelegt werden! Diese sollen sich
a) nicht berühren,
b) aneinandergrenzen,
c) sich teilweise überdecken.



53 In dieser Figur aus drei Quadraten sind 2 Hölzchen so umzulegen, daß 6 Quadrate erkennbar sind!

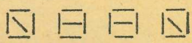
52 8 Hölzchen wurden in der abgebildeten Form aufgelegt. Davon sind 4 Hölzchen so umzulegen, daß ein Kreuz entsteht!

51 Untersuche weitere Möglichkeiten zu a), b) und c) der vorangehenden Aufgabe auch unter Berücksichtigung, daß die sich ergebenden Quadrate untereinander **n i c h t** gleichgroß sind!

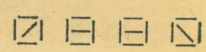
92 Mache mit 13 Hölzchen aus dem Vornamen L u i s e eine E l i s a; indem du nur 5 Hölzchen umlegst!

93 Von diesen 15 Hölzchen sind 6 fortzunehmen. Der Rest soll elf sein, nicht neun!

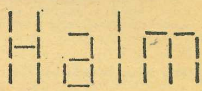
94 Aus 20 Hölzchen wurden diese vier Figuren gelegt. Nimm daraus sieben weg und laß noch neun stehen!



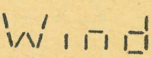
95 Auch diese vier Figuren wurden aus 20 Hölzchen gelegt. Wiederum sind sieben wegzunehmen, doch diesmal sollen zehn übrig bleiben!



96 Bildet aus 24 Hölzchen das Wort H a l m. Verwandelt es durch Umlegen von zunächst einem Hölzchen in ein Haustier, und durch weiteres Umlegen von 4 Hölzchen in ein Wasserfahrzeug!



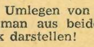
97 Mache mit 15 Hölzchen W i n d. Nimm 2 Hölzchen weg, lege 4 Hölzchen um, und es entsteht ein K i n d. Füge 1 Hölzchen zu und lege 2 Hölzchen um, es verwandelt sich in ein R i n d.



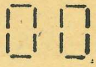
98 Wie kann man mit einem Griff eine R o s e in ein Kleidungsstück verwandeln?

? ? ?

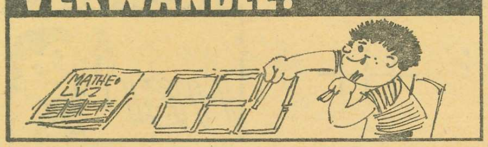
99 Durch Umlegen von 4 Hölzchen kann man aus beiden Figuren ein Getränk darstellen!



100 Wie kann man durch Umlegen von 4 Hölzchen aus diesen beiden Rechtecken Wasser in einem bestimmten Zustand nennen?

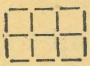


VERWANDLE:

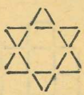


> Die Mathematik als Fachgebiet ist so ernst, daß man keine Gelegenheit versäumen sollte, dieses Fachgebiet etwas unterhaltsamer zu gestalten.
>
> Blaise Pascal

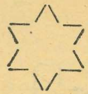
54 Verwandle diese 6 Quadrate in zwei gleichgroße Sechsecke – es sind Sechsecke besonderer Art –, indem du 4 Hölzchen wegnimmst!



55 Die aus 18 Hölzchen gebildete sechsstrahlige Sternfigur soll durch Umlegen von 6 Hölzchen in sechs kongruente Rhomben verwandelt werden!



56 Von den 12 Hölzchen, die diesen Stern bilden, sollen 6 Hölzchen so umgelegt werden, daß drei gleichgroße, symmetrisch liegende Vierecke entstehen.



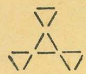
57 Diese sechs kongruenten gleichseitigen Dreiecke sollen durch Umlegen von 3 Hölzchen in sechs kongruente Parallelogramme verwandelt werden!

58 Entferne von diesen vier gleichseitigen Dreiecken 3 Hölzchen und bilde mit den restlichen Hölzchen vier gleichgroße Dreiecke!

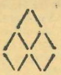
59 Verwandle diese sechs Dreiecke durch Umlegen von 3 Hölzchen in vier gleichgroße Vierecke!

60 Bilde mit diesen 12 Hölzchen ein rechtwinkliges Dreieck!

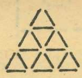
61 Aus dieser Figur sollen vier gleichgroße Vierecke entstehen. 8 Hölzchen dürfen dazu umgelegt werden!



62 Hier wurden mit 10 Hölzchen drei Vierecke gelegt. Man kann auch mit nur 9 Hölzchen drei Vierecke legen. Versuche das!

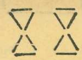


63 Nimm aus dieser Figur mit neun kongruenten Dreiecken 5 Hölzchen fort, so daß noch fünf kongruente Dreiecke verbleiben!



64 Zu dieser Figur aus gleichseitigen Dreiecken wurden 9 Hölzchen verwendet. Nimm 2 Hölzchen weg, so daß noch zwei gleichseitige Dreiecke übrigbleiben!

65 Wie kannst du diese vier gleichseitigen Dreiecke in ein Sechseck mit sechs gleichseitigen Dreiecken verwandeln, indem du nur 6 Hölzchen umlegst?

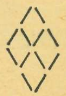


66 Für dieses Dreieck benötige ich 6 Hölzchen. Ich gebe dir noch 3 Hölzchen. Diese sollst du in die Figur so legen, daß du nunmehr vier kongruente Dreiecke erhältst!

67 Durch Umlegen von 3 Hölzchen in dieser Figur soll ein Sechseck entstehen!

68 Verwandle das aus 6 Hölzchen gelegte Dreieck in zwei Dreiecke!

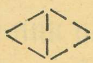
69 Durch Umlegen von 4 Hölzchen in dieser Figur soll eine neue Figur entstehen, die sechs Dreiecke und ein Sechseck enthält!



70 Aus diesen 12 Hölzchen soll ein Zwölfeck mit gleichen Seiten und mit rechten Winkeln gelegt werden!

71 Mit 9 Hölzchen kann man diese drei kongruenten gleichseitigen Dreiecke bilden. Durch Umlegen von 6 Hölzchen lassen sich daraus vier kongruente gleichseitige Dreiecke bilden!

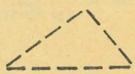
72 Durch Umlegen von 4 Hölzchen in dieser Figur kann man aus zwei gleichseitigen Dreiecken vier gleichseitige Dreiecke bilden!



73 Benutze die 7 Hölzchen dieses Dreiecks und lege daraus drei gleichgroße Dreiecke!

74 Durch Umlegen von 2 Hölzchen kannst du aus vier Dreiecken der Figur drei gleichgroße Dreiecke entstehen lassen!

75 Benutzt man zur Berechnung des Flächeninhalts dieses aus 12 Hölzchen gelegten pythagoreischen Dreiecks die Hölzchenlänge als Maßeinheit, so erhält man als Flächeneinheit aus $A = \frac{a \cdot b}{2}$; $A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ Flächeneinheiten. In diesem Dreieck sind nun 3 Hölzchen so umzulegen, daß eine Figur entsteht, die nur noch 4 Flächeneinheiten besitzt!



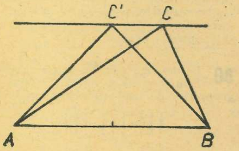
Die Form hat sich verändert, allein die Fläche blieb

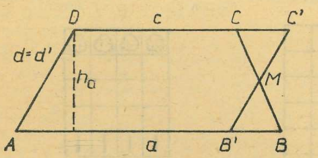
Eine geradlinig begrenzte Figur in eine andere verwandeln heißt: eine Figur zu konstruieren, die denselben Flächeninhalt besitzt wie die gegebene.
Euch ist sicher der Satz bekannt: Dreiecke von gleicher Grundlinie und Höhe sind flächengleich. Unter Beachtung dieses Satzes läßt sich die folgende Aufgabe leicht lösen. Das Dreieck ABC ($a = 3$ cm, $b = 5{,}5$ cm, $c = 6$ cm) ist in ein flächengleiches, gleichschenkliges Dreieck ABC′ zu verwandeln, das dieselbe Grundlinie ($c' = 6$ cm) hat. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf $\overline{AB}$ mit der Parallelen zu $\overline{AB}$ durch C ist der zu konstruierende Punkt C′.

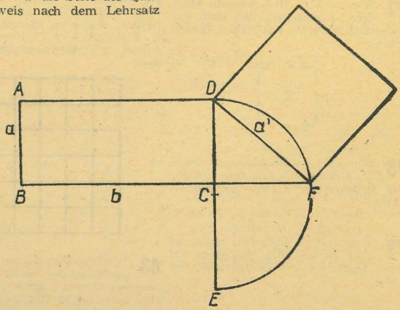
Versuchen wir nun einmal, ein gegebenes Trapez in ein flächengleiches Parallelogramm umzuwandeln. Das Trapez ABCD mit den Seiten $a = 7$ cm, $c = 3$ cm, $d = 4$ cm und der Höhe $h_a = 3$ cm ist so in ein flächengleiches Parallelogramm zu verwandeln, daß beide Figuren zwischen zwei Parallelen liegen und die Seite d′ des Parallelogramms 4 cm bleibt.
Wir ziehen im Trapez ABCD durch M, den Mittelpunkt von $\overline{BC}$, die Parallele zu $\overline{AD}$; sie schneidet die Gerade AB in B′ und die Gerade CD in C′. Da $\triangle B'BM \cong \triangle C'CM$ (WSW) ist, muß die Fläche des Trapezes ABCD gleich der Fläche des Parallelogramms AB′C′D sein.

Wer den Lehrsatz des Euklid kennt, dem gelingt es sogar, ein Rechteck in ein flächengleiches Quadrat zu verwandeln. Ein Rechteck ($a = 2$ cm, $b = 4{,}5$ cm) ist in ein flächengleiches Quadrat zu verwandeln! Wir zeichnen das Rechteck ABCD, schlagen um D mit b einen Kreis, der die Verlängerung von $\overline{DC}$ in E schneidet. Über $\overline{DE}$ als Durchmesser konstruieren wir den Halbkreis, der die Verlängerung von $\overline{BC}$ in F schneidet. Dann ist $\overline{DF} = a'$ die Seite des Quadrates. (Beweis nach dem Lehrsatz des Euklid.)

Flächenverwandlungen, nicht mit Hölzchen, sondern mit Zirkel und Lineal







Wir stellen vor:

alpha

Mathematische Schülerzeitschrift

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin

erscheint seit Februar 1967 zweimonatlich. Schüler der Oberschulen, erweiterten Oberschulen und Berufsschulen (Klassenstufe 5 bis 10) erhalten durch sie einen interessanten Lesestoff zur Bereicherung ihres Wissens. Veranstaltern und Teilnehmern von Mathematikolympiaden wird diese Zeitschrift viel Neues bieten. Jedes Heft enthält Fachartikel zur Unterstützung der Arbeit im Fach Mathematik. Es bringt Beiträge aus der Geschichte der Mathematik, über die Anwendung der Mathematik in der Praxis, Berichte über Tagungen und Kongresse, Berufsbilder mathematikintensiver Berufe. Erfahrungsberichte über die Tätigkeit von Arbeitsgemeinschaften, Zirkeln, Konsultationspunkten, talentierter Schüler wie auch Erfahrungsberichte ausländischer Arbeitsgemeinschaften vermitteln dem Leser viele Anregungen. Anekdoten und zwei Seiten *alpha*-heiter regen ihn zum Knobeln und Schmunzeln an, zeigen die Mathematik von der unterhaltsamen Seite.
Die Zeitschrift hat einen Umfang von 32 Seiten und 4 Seiten festem Umschlag, erscheint beim Verlag Volk und Wissen. Preis des Einzelheftes –,50 MDN – Abonnement: zweimonatlich 0,50 MDN – Bestellungen nehmen die Deutsche Post und der Buchhandel entgegen.

Diese Seite – alpha-heiter – ist aus Heft 4/67 entnommen. Sie wurde von Jochen Jordan, einem Graphiker der Leipziger Volkszeitung, für die Leser der Schülerzeitschrift gestaltet.

GYMNASTIK

76 Wie kann man 12 Hölzchen so im Quadrat aufstellen, daß in jeder Reihe 4 und in einer der Diagonalen 6 Hölzchen stehen?

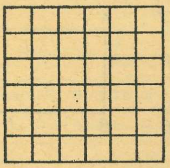
77 Wie sind 12 Hölzchen im Quadrat aufzustellen, daß man auf jeder Quadratseite 4 Hölzchen zählen kann?

78 Wie sind 12 Hölzchen im Quadrat aufzustellen, daß man auf jeder Quadratseite 5 Hölzchen zählen kann?

79 Wie sind 12 Hölzchen im Quadrat aufzustellen, daß man auf jeder Quadratseite 6 Hölzchen zählen kann?

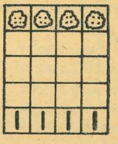
82 Wir verwenden wieder unser vorgezeichnetes Quadrat mit den 36 Feldern und legen auf jedes Quadrat ein Hölzchen. Die Aufgabe besteht nun darin, 6 Hölzchen aus der Figur so zu entfernen, daß man trotzdem in jeder waagerechten und senkrechten Reihe sowie in den Diagonalen eine gerade Zahl von Hölzchen zählen kann. Sicherlich gibt es mehrere Lösungen; welche fandet ihr?

81 Auf einen Bogen Papier zeichnen wir uns ein großes Quadrat mit 36 Feldern. Die Seite der kleinen Quadrate soll etwa Hölzchengröße haben. 18 Hölzchen sollen nun so auf die Quadrate verteilt werden, daß in den waagerechten und senkrechten Reihen, wie auch in den Diagonalen je 3 Hölzchen zu zählen sind! Wie müssen die Hölzchen aufgelegt werden?



83 Wir legen wiederum je ein Hölzchen auf die 36 Felder unseres vorgezeichneten großen Quadrats. Diesmal sind 12 Hölzchen so wegzunehmen, daß waagerecht und senkrecht und diagonal jeweils nur 4 Hölzchen zu liegen kommen. Welche Hölzchen bleiben auf den kleinen Quadraten liegen?

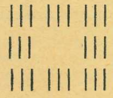
84 Zu einem Hölzchenspiel, das auch von zwei Partnern gespielt werden kann, brauchen wir ein Spielbrett mit 20 quadratischen Feldern und dazu zweimal 4 Hölzchen in zwei verschiedenen Farben. Das Spielbrett zeichnen wir uns selbst vor (auf Papier, mit Kreide auf den Tisch o. ä.), wie es die Abbildung zeigt.
Stehen keine verschiedenfarbigen Hölzchen zur Verfügung, so genügen auch 4 Hölzchen und 4 Knöpfe zum Spiel. Die Hölzchen und Knöpfe legen wir in die unterste bzw. oberste Reihe des Spielbrettes entsprechend der Abbildung auf. Es gilt nun, durch abwechselndes Ziehen in d i a g o n a l e r Richtung über b e l i e b i g v i e l e freie Felder einen Platzwechsel der Hölzchen und der Knöpfe zu bewirken. Über besetzte Felder zu springen, ist n i c h t gestattet. Am Schluß des Spiels müssen die Hölzchen oben und die Knöpfe unten liegen. Bei richtigem Verlauf des Spieles muß nach 18 Zügen eines jeden Partners — abwechselnd Hölzchen und Knöpfe — der Platzwechsel erfolgt sein. Versucht, ob euch das gelingt; ihr müßt dabei auf die Symmetrie der Züge für den Lösungsverlauf achten!



85 Zeichne dir ein Quadrat von etwa 15 cm Kantenlänge und teile es in 9 quadratische Felder auf. In das Quadrat sollst du nun 45 Hölzchen so auflegen, daß du in jeder Reihe, waagerecht, senkrecht und diagonal, 15 Hölzchen zählen kannst, und zwar unter den Bedingungen, daß
a) jedes Feld besetzt wird, und
b) in jedem Feld jeweils eine andere Anzahl Hölzchen zu liegen kommt!

86 32 Hölzchen wurden in acht Häufchen zu je 4 Hölzchen in Form eines Quadrates aufgelegt, wie es die Abbildung (s. Seite 11, nach Aufgabe 129) zeigt. Die Summe der Hölzchen von jeweils drei Häufchen an den Seiten des Quadrates (oben und unten waagerecht, rechts und links senkrecht) beträgt zwölf.
a) Von den 32 Hölzchen ist nun ein Hölzchen zu entfernen, unter der Bedingung, daß alle Seitensummen je dreier Häufchen weiterhin zwölf betragen. Es sind also noch 31 Hölzchen vorhanden; wie müssen diese Hölzchen verteilt werden?
b) Im Gegensatz hierzu ist ein Hölzchen hinzuzufügen, ebenfalls unter der Bedingung, daß alle Seitensummen je dreier Häufchen weiterhin zwölf betragen. Jetzt sind also 33 Hölzchen vorhanden; wie müssen diese Hölzchen liegen?
c) Ist es möglich, auch zwei oder mehr Hölzchen zu entfernen oder hinzuzufügen, unter der Bedingung, daß in jedem Falle die Seitensumme aus jeweils drei Häufchen weiterhin zwölf beträgt, bzw. bis zu welcher Anzahl lassen sich Hölzchen entfernen oder hinzufügen? Wie müssen die Hölzchen jeweils liegen?

80 In der Abbildung wurden acht Häufchen aus je 3 Hölzchen gruppiert. Je drei Häufchen an den vier Seiten der gelegten Figur (links und rechts senkrecht, oben und unten waagerecht) addiert, ergeben jeweils 9 Hölzchen. Die Aufgabe besteht darin, die Hölzchen so zu verschieben, daß die acht Häufchen an gleicher Stelle erhalten bleiben, die Summe der jeweils zu addierenden drei Häufchen an den vier Seiten der Figur aber nicht mehr 9, sondern nur noch 7 Hölzchen beträgt. Es dürfen weder Hölzchen hinzugefügt, noch weggenommen werden! Wie müssen die Hölzchen dann verteilt liegen?



BÜCHER bringen Freude und Entspannung!

Bücher, welche eine große Zahl von Unterhaltungsspielen, Knobeleien und Rätseln enthalten. Aus ihnen und aus weiteren Unterhaltungsbüchern und Zeitschriften wurden die in der 6. Mathe-LVZ enthaltenen Hölzchenspiele zusammengetragen und systematisiert.

Für den Weihnachtstisch empfehlen wir:

B. A. Kordemski
Köpfchen, Köpfchen!
Mathematik zur Unterhaltung
Urania-Verlag, Leipzig/Jena/Berlin, 1963, MDN 12,00

Ernst-Heinz Arnold
Mein kleines Rätselbuch
Alte und neue Rätsel und Ratespiele für Kinder
Der Kinderbuchverlag Berlin, 1964, MDN 5,20

Bruno Rüger
du bist dran
42 Spiele am Tisch
VEB Friedrich Hofmeister, Leipzig, 1962, MDN 5,80

Bruno Rüger
Rätsel, Jux und Zauberei
Ein Buch zur heiteren Unterhaltung
Henschelverlag Berlin, 1963, MDN 5,80

Rudolf Dietze
Was spielen wir?
Über 300 Gesellschaftsspiele zur Unterhaltung im Klubhaus, Ferienheim und im Kreise der Familie
Verlag Tribüne, Berlin-Treptow, 1962, MDN 9,00

Dieter Wilkendorf,
Peter Haunschild
Spiel mit - Rate mit
Verlag Neues Leben, Berlin, 1958, MDN 4,20

Als weitere unterhaltsame mathematische Kinder- und Jugendliteratur empfehlen wir:

J. I. Perelman
Unterhaltsame Algebra
Volk und Wissen, Berlin, 1965
MDN 4,65 (ab Klasse 6)

J. I. Perelman
Unterhaltsame Geometrie
Volk und Wissen, Berlin, 1962, MDN 3,80 (ab Klasse 6)

J. I. Perelmann
Heitere Mathematik
Kinderbuchverlag, Berlin, 1965, MDN 2,00 (ab Klasse 4)

Sowj. Autorenkollektiv
Mathematik Bausteine des Wissens
Urania, Leipzig-Jena-Berlin, 1965,
Band 1 MDN 12,00 (ab Klasse 7)
Band 2 MDN 12,00 (ab Klasse 9)

Vorschau auf 1968

Im Laufe des Jahres 1968 erscheinen folgende mathematische Kinder- und Jugendbücher. Wir empfehlen, diese bereits jetzt in den Buchhandlungen zu bestellen:

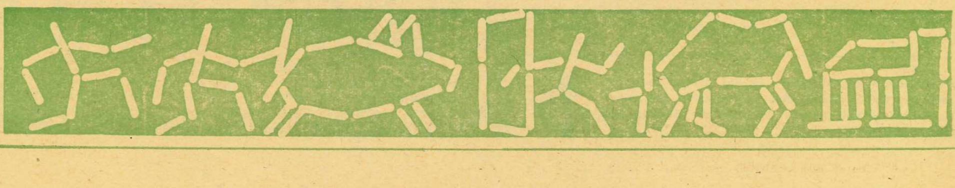
W. Krysicki
Zählen und Rechnen einst und jetzt
B. G. Teubner, Leipzig, 1968, etwa MDN 5,60 (ab Klasse 6)

H. Steinhaus
100 Aufgaben
Übersetzung aus dem Polnischen
Urania, Leipzig-Jena-Berlin, 1968, etwa 7,50 (ab Klasse 5)

F. Krbek
Von Formen und Formeln
Mathematik einst und jetzt
B. G. Teubner, Leipzig, 1968, etwa MDN 12,50 (ab Klasse 6)

Lehmann, E., G. Grosche, G. Kleinfeld
Übungen für Junge Mathematiker
B. G. Teubner, Leipzig, 1968,
Teil I, Zahlentheorie
etwa MDN 9,00 (ab Klasse 7)

Lustiges Figurenlegen – Wer hat die besten Ideen?



Spiel mit römischen Zahlzeichen

Aus „Drei" mach „Neunundvierzig"!

In diesem Abschnitt findet Ihr einige Scherzaufgaben, zu deren Lösung Grundkenntnisse über die römische Zahlenschreibweise erforderlich sind. Wir wollen deshalb zunächst euer Gedächtnis etwas auffrischen; dann werdet Ihr die Lösungen sicherlich finden. Wir schreiben heute selbst die größten Zahlen mit nur zehn Zeichen; die Möglichkeit, beliebig große Zahlen mit diesen wenigen Zeichen zu schreiben, beruht auf der Positionsschreibweise.

Eine Drei vor, eine Vier gestellt, bedeutet nicht mehr drei Einer, sondern drei Zehner; stellt man noch eine Zwei davor, kommen zwei Hunderter hinzu; setzt man, durch ein Komma getrennt, eine Fünf hinter die Vier, hat man fünf Zehntel hinzugefügt. So kommt man zu den Dezimalbrüchen. Jede Ziffer hat also nicht nur einen Z i f f e r n w e r t, sondern auch einen S t e l l e n w e r t. Unser Zahlensystem ist ein Dezimalsystem; die Einheit jeder folgenden Stufe entspricht zehn Einheiten der vorhergehenden. Es ist nun möglich, andere Positionssysteme mit weniger oder mehr als zehn Grundziffern zu entwickeln. Eine der Grundziffern muß allerdings stets 0 sein. Es wird dann nötig, als Stellenwertfaktoren Potenzen zu verwenden, die jeweils die betreffende Grundzifferzahl als Basis haben. Mit allen diesen Systemen kann man zählen und rechnen. Man muß nur bedenken, daß ein und dasselbe Zahlbild in jedem System einen anderen Zahlenwert repräsentiert. So bedeutet z. B. 40 213 im Zehnersystem:

$$4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0,$$

also

vierzigtausendzweihundertdreizehn;

im Fünfersystem:

$$4 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0,$$

also

zweitausendfünfhundertachtundfünfzig;

im Zwölfersystem:

$$4 \cdot 12^4 + 2 \cdot 12^2 + 1 \cdot 12^1 + 3 \cdot 12^0,$$

also

dreiundachtzigtausendzweihundertsiebenundvierzig.

Man erkennt, daß der Zahlenwert ein und desselben Zahlbildes mit wachsender Systemzahl zunimmt.

Neben solchen Positionssystemen sind auch andere Systeme möglich, bei denen die Grundsymbole nur mit ihrem tatsächlichen Zahlenwert zum Aufbau der größeren Zahlen verwendet werden. Ein Beispiel dafür ist das heute noch verwendete a d d i t i v e römische Zahlensystem. Die Grundsymbole mit ihren Zahlenwerten sind hierbei folgende:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000.

Zusammenstellung zu einer größeren Zahl bedeutet, daß diese Grundzahlen werte zu addieren sind, sofern eine kleinere Zahl rechts von einer größeren steht. Steht dagegen die kleinere Zahl links von der größeren, so ist sie von dieser zu subtrahieren.

Einige Beispiele mögen das näher erläutern:

MDXVI $\triangleq$ 1000 + 500 + 10 + 5 + 1 = 1516,

CMXLIII $\triangleq$ (1000 – 100) + (50 – 10) + 1 + 1 + 1 = 943,

MMCCCLXVIII $\triangleq$ 2368,

CDLXXXIX $\triangleq$ (500 – 100) + 50 + 10 + 10 + 10 + (10 – 1) = 489.

Beachte: Vorgestellt, also subtrahiert, werden nur I, X, C, aber nicht V und D; man schreibt nicht VL, sondern XLV. Subtraktiv vorgestellt wird nur vor die zwei nächsthöheren Grundzahlen und je nur einmal; man schreibt nicht XD, sondern CDXC; nicht IIX, sondern VIII. Eine Ausnahme bildet die I; sie kann vor jeden Wert einmal subtraktiv vorgestellt werden, also IL, IC, ID, IM.

Die Nachteile eines solchen Additionssystems sind:

Die Zahlzeichen sind im allgemeinen sehr lang und daher unübersichtlich; werden die Zahlen größer, so muß man immer neue Symbole erfinden, will man die Zahlzeichen nicht übermäßig lang machen; schriftliche Rechnungen sind im Additionssystem äußerst umständlich.

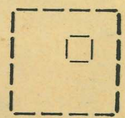
Nun zurück zu unseren Scherzaufgaben mit Hölzchen. Wenn es im Text heißt „Aus Drei mach Neunundvierzig", so zeigt das Bild, was [illegible] zu verstehen ist.

III (3) → IL (49)

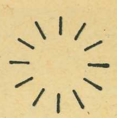
Und nun wünschen wir euch viel Spaß beim Lösen der nächsten Aufgaben!

87 Hier wurde das Bild eines Hauses aus 10 Hölzchen gelegt. Lege zwei Hölzchen so um, daß der Hausgiebel auf der anderen Seite liegt!

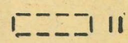
88 Die gelegte Figur soll einen quadratischen Garten, in dem sich ein kleiner quadratischer Teich befindet, darstellen. Die Gartenfläche soll mittels weiterer 10 Hölzchen in fünf flächen- und formgleiche Beete aufgeteilt werden.



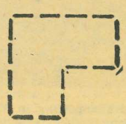
89 Hier siehst du ein Zifferblatt aus 12 Hölzchen gelegt. An den Hölzchen denkst du dir die Zahlen von 1 bis 12. Du sollst nun die Hölzchen so umlegen, daß bei den Zahlen von 1 bis 6 des Zifferblattes je zwei Hölzchen liegen; du darfst dabei aber stets nur genau 2 Hölzchen überspringen! Wie machst du das?



90 Ein Schäfer besaß eine Herde von 50 Schafen, die er abends durch 10 Hürden einschloß. 2 Hürden hatte er noch übrig. Als sich seine Herde verdoppelte, brauchte er auch den doppelten Platz zum Einschließen. Wie konnte er mit Hilfe der beiden noch vorhandenen Hürden den doppelten Platz abgrenzen?



91 Diese Figur aus 16 Hölzchen stellt die Form eines Gartengrundstückes dar. Der Besitzer hat 4 Söhne. Wie muß das Gartengrundstück aufgeteilt werden, damit jeder Sohn ein gleichgroßes Stück Garten von gleicher Form erhält? Zum Aufteilen gebe ich dir noch 8 Hölzchen dazu!



Aus „Drei" mach „Acht"!

101 Lege 3 Hölzchen nebeneinander! Füge noch 2 hinzu; als Ergebnis sollst du acht erhalten!

III

102 Lege 4 Hölzchen zur größtmöglichen Zahl!

IIII

103 Auf dem Tisch liegen 3 Hölzchen. Wie kannst du aus der Zahl 3 die Zahl 4 machen, ohne daß ein Hölzchen hinzugefügt wird? Zerbrechen darfst du auch kein Hölzchen!

III

104 Kannst du ebenso aus der Zahl 3 ohne Hinzufügen von Hölzchen die Zahl 11 machen?

III

105 Wieviel ergibt 7 weniger 3?

???

106 Wie kann man aus diesen 9 Hölzchen drei Dutzend machen?

III III III

107 Wie können 10 Hölzchen fünfzehn ergeben?

108 Lege in dieser Ungleichung ein Hölzchen so um, daß eine Gleichung daraus wird!

VI – IV ≠ X

109 Legt mit 12 Hölzchen die folgende Gleichung, die eine unwahre Aussage darstellt:
Legt ein Hölzchen so um, daß eine wahre Gleichung entsteht!

VI – IV = IX

110 Verwandle 4 Hölzchen in 5 Dutzend!

IIII

111 Verwandle die Ungleichung durch Umlegen von drei Hölzchen in eine Gleichung, deren Wert 1 beträgt.

VII > I

112 Fritz behauptet, er könne 9 Hölzchen in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 verwandeln. Zwei Beispiele zeigt uns Fritz: $14 - 6 = 8$, $\frac{21}{3} = 7$. Versucht

XIV – VI

$\frac{XXI}{III}$

nun selbst die Verwandlung der 9 Hölzchen in 6, 5, 4, 3, 2, 1! Mitunter gibt es mehrere Möglichkeiten; selbst 0 läßt sich darstellen!

Zahlen-Würfelspiel

I II III IV V VI

Jeder Spielteilnehmer bekommt 14 Hölzchen. Es wird reihum gewürfelt. Wer eine Eins hat, darf mit einem Hölzchen die römische Eins vor sich auflegen. Als nächsten Wurf muß er eine Zwei haben, um mit 2 Hölzchen die römische Zwei auflegen zu können, und so der Reihe nach die römische Drei, Vier, Fünf und Sechs. Wer seine Zahlenreihe zuerst fertig hat, ist Sieger.

Im Jahre 1967 begehen die Werktätigen aller Länder den 50. Jahrestag der Großen Sozialistischen Oktoberrevolution. Unter ihrem Einfluß veränderte sich die politische Landkarte der Erde, entstand das mächtige sozialistische Lager, begann das Kolonialsystem des Imperialismus zu zerfallen. Die Bürger der Deutschen Demokratischen Republik fühlen sich eng mit den Völkern der Sowjetunion und der Partei Lenins verbunden.

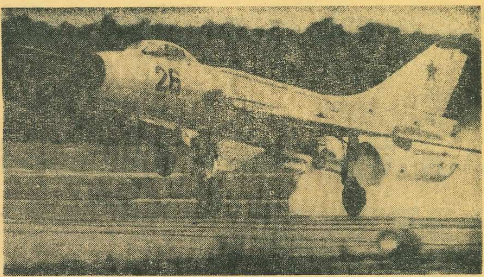
Ein Ausdruck dieser unverbrüchlichen Freundschaft ist die Waffenbrüderschaft zwischen der Nationalen Volksarmee, den sowjetischen Streitkräften und den Armeen der sozialistischen Staaten, deren Beziehungen der Freundschaft, der allseitigen Zusammenarbeit und des gegenseitigen Beistandes im Warschauer Vertrag völkerrechtlich fixiert sind.

Die Sowjetarmee ist die Armee des Landes mit der fortgeschrittensten Gesellschaftsordnung. Sie marschiert in Wissenschaft und Technik an der Spitze. Allein die UdSSR vermag die eigene Armee und die der Bruderländer mit den modernsten Waffensystemen auszurüsten. Die sowjetischen Raketen und Kernwaffen bilden den atomaren Schild und das atomare Schwert zur Verteidigung des sozialistischen Weltlagers.

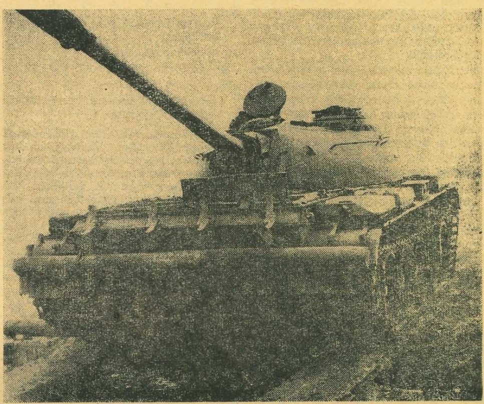
Die Bilder, die wir auf dieser Seite veröffentlichen, vermitteln einen Eindruck von der Stärke der sowjetischen Streitkräfte zu Lande, zu Wasser und in der Luft sowie von der herzlichen Verbundenheit der Jugend der DDR mit den Soldaten und Offizieren der im Warschauer Vertrag vereinten Armeen.

Mitglieder eines Klubs Junger Matrosen erhalten fachmännische Unterweisung.

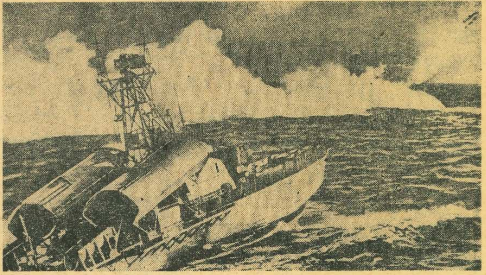
Abschiedskundgebung in Freiberg nach dem Manöver „Quartett": Tschechoslowakische Soldaten erhalten Blumen aus Kinderhänden.



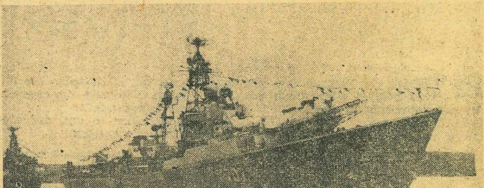
Sowjetische Militärmaschine mit Start- und Beschleunigungsvorrichtung.



Panzer einer sowjetischen Mot.-Schützen-Einheit, die seit Jahren auf dem ersten Platz im Kampf um den Titel „Beste Einheit der in der DDR stationierten Streitkräfte" steht. Diese Einheit gehörte 1941 zu den heldenhaften Verteidigern Moskaus; 1942 erhielt sie für die Kämpfe im Kursker Gebiet den Gardetitel.



Sowjetisches Schnellboot mit zwei Raketenabschußrampen an Deck im Angriff.



Bei einer Parade der nördlichen Flotte am Tag der sowjetischen Seestreitkräfte.

Fotos: ADN

Preisausschreiben - Preisausschreiben - Preisausschreiben

Löse die beiden Aufgaben aus deinem Schuljahr. Vergiß Rechenweg und Schlußsatz nicht, und gib deine genaue Anschrift und dein Alter an.

Besonders interessierte Jugendfreunde und Pioniere können selbstverständlich auch Aufgaben aus einer höheren Klassenstufe lösen und einsenden.

Letzter Einsendetermin: 23. Februar 1968 (Tag der Sowjetarmee)

Anschrift: Mathe-LVZ-Preisausschreiben 701 Leipzig, Postfach 660

Es gibt wertvolle Preise!

Viel Freude und Erfolg wünscht

Eure Leipziger Volkszeitung Redaktion

Klasse 2

1 Ein Hubschrauber brachte eine Infanterieeinheit der NVA zum Übungseinsatz. Die erste Gruppe besetzte genau alle 32 Plätze im Hubschrauber. Für die andere Gruppe waren zwei Flüge nötig, weil nach dem ersten Flug noch 23 Genossen zu befördern waren. Wieviel Genossen der Volksarmee gehörten insgesamt zu dieser Infanterieeinheit?

2 Am Montag nahmen 48 Genossen an einer Schießübung teil. Am Dienstag waren es 12 weniger als am Montag und am Mittwoch 5 weniger als am Dienstag.
Wieviel Genossen nahmen am Mittwoch an der Schießübung teil?

Klasse 3

1 In den letzten Jahren des Großen Vaterländischen Krieges wurden in der Sowjetunion jährlich durchschnittlich 120 000 Geschütze aller Arten hergestellt.
Wieviel Geschütze wurden durchschnittlich in einem Monat hergestellt?

2 Eine Panzerabteilung unserer Volksarmee hat in 5 Stunden einen Weg von 80 Kilometern zurückgelegt. Wieviel Kilometer wurden von dieser Abteilung durchschnittlich in einer Stunde geschafft?

Klasse 4

1 Ein bestimmter Fahrzeugtyp unserer Volksarmee verbraucht für 100 Kilometer Wegstrecke 26 Liter Treibstoff.
Wieviel Liter Treibstoff würden 70 solcher Fahrzeuge auf 190 Kilometern verbrauchen, und in wieviel Kanistern zu je 20 Liter Fassungsvermögen könnte dieser Treibstoff herangeschafft werden?

2 Während einer Geländeübung wird von 6 Schützen eine bestimmte Entfernung geschätzt. Die Schätzungen betragen:
240 m, 260 m, 250 m, 270 m, 280 m und 260 m.
Welcher Durchschnittswert kann aus diesen Schätzungen für die Entfernung angenommen werden?

Klasse 5

1 Die Brenndauer einer Zündschnur, gemessen in Sekunden, entspricht ihrer Länge, gemessen in Zentimetern.
Wie lang muß eine Zündschnur mindestens sein, wenn ein Sprengmeister bis zum sicheren Unterstand 200 m zurücklegen muß und er mit einer Geschwindigkeit von 10 km in der Stunde zurückläuft?

2 Auf einer Karte mit dem Maßstab 1 : 50 000 wird von der eingezeichneten Feuerstellung bis zum Ziel des Beschusses eine Entfernung von 21,4 cm gemessen.
Wie groß ist die Entfernung bei ebenem Gelände in Wirklichkeit?

Klasse 6

1 Der sowjetische Hubschrauber „Yak-24" (Fliegender Waggon) kann 4000 kp Nutzlast befördern.
Wieviel kp Fracht wurden insgesamt bei einem Auftrag transportiert, wenn dazu drei Hubschrauber eingesetzt waren, von denen der erste zu $\frac{4}{5}$, der zweite zu $\frac{7}{8}$, der dritte zu $\frac{15}{16}$ ausgelastet war?

2 Die zerlegbare transportable Laderampe ZLR, mit der auch schwere Kettenfahrzeuge bis zu 60 t Gewicht verladen werden können, ist im Verhältnis 1 : 6,6 geneigt und 8 m lang.
Stelle (durch maßstäbliche Zeichnung) fest, welche Höhe mit ihr erreicht werden kann!

Klasse 7

1 Die Geschwindigkeiten zweier Flugzeuge verhalten sich wie 5 : 7. Das erste Flugzeug durchfliegt eine bestimmte Strecke in 18 min.
Welche Zeit braucht das zweite Flugzeug zum Durchfliegen derselben Strecke?

2 In einer Wetterstation wurden im Verlaufe eines Tages folgende Temperaturen gemessen:

— 3,9° Celsius
+ 8,4° „
+ 6,6° „
— 2,8° „

Berechne aus diesen Messungen die Durchschnittstemperatur dieses Tages!

Klasse 8

1 Ein Winterzelt, das 6 Personen Platz bietet, hat die Form eines Quaders mit einer aufgesetzten geraden Pyramide; es besitzt folgende Maße:

Quaderförmiger Zeltteil:

Länge	3,30 m,
Breite	2,10 m,
Höhe	0,80 m;

Gesamthöhe des Zeltes: 2,20 m.

Wieviel m^3 Luftraum werden von diesem Zelt eingeschlossen?

2 Eine motorisierte Abteilung der Nationalen Volksarmee fährt mit einer Geschwindigkeit von $40\ km \cdot h^{-1}$. Nachdem sie 100 km zurückgelegt hat, wird ihr eine motorisierte Streife nachgeschickt, die die Abteilung in 4 Stunden einholen soll.
Mit welcher Geschwindigkeit muß diese Streife fahren?

Klasse 9

1 Die Flugbahn einer aus 600 m Höhe abgeworfenen Versorgungsbombe wird durch die Gleichung

$$y = 600 - \frac{1}{400} x^2$$

beschrieben. (x ist jeweils die horizontale Entfernung vom Abwurfpunkt gemessen in Metern.)
Berechnen Sie, wieviel Meter vom Abwurfpunkt entfernt die Versorgungsbombe den Erdboden erreicht!

2 Berechnen Sie nach der Formel

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

logarithmisch den Abstand r eines Fernmeldesatelliten vom Erdmittelpunkt in km!

(Umlaufzeit T = 24 h)

Wandeln Sie die Umlaufzeit T in Sekunden um!

Erdmasse $M = 5{,}977 \cdot 10^{24}$ kg;
Gravitationskonstante
$\gamma = 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$).

Klassen 10 bis 12

1 Bei einer Geländeübung ist die Bestimmung der Höhe eines Baumes im Vorderfeld des Geländes wichtig. Bei einer Sonnenhöhe von $\alpha = 47{,}2°$ beträgt die Schattenlänge s des Baumes 38,7 m. Der Schatten wird auf ein Gelände geworfen, das im Winkel $\beta = 10°$ abfällt.
Wie hoch ist der Baum?

2 Auf einem Küstenwachschiff, das in Richtung N 15,3° O fährt, wird das Feuer eines Leuchtturmes L in N 22,7° O gepeilt. Nach einer Fahrt von 8,4 sm wird das Feuer in S 30,4° O gepeilt.
Wie weit war das Schiff zur Zeit der Peilungen vom Leuchtturm jeweils entfernt?

Heute Revolutionär zu sein, heißt sich ernsthaft auf die Meisterung der wissenschaftlich-technischen Revolution vorzubereiten, darauf sich einzustellen, daß man sein ganzes Leben lernen muß!

Walter Ulbricht an die Jugend
am 15. Oktober in Leipzig

SO EINE HITZE war das am 1. Juli 1967 beim Pressefest der Leipziger Volkszeitung. Unter der Anleitung des Verdienten Lehrers des Volkes Johannes Lehmann haben an diesem Nachmittag 1000 Mädchen und Jungen 7000 vorbereitete Aufgaben gelöst.

Foto: LVZ (Naumann)

113 Das letzte Hölzchen

Auf den Tisch werden elf Hölzchen gelegt. Zwei Spieler sollen die Hölzchen unter sich verteilen, indem sie von dem Häufchen abwechselnd einige Hölzchen wegnehmen, aber nicht mehr als drei auf einmal. Wer gezwungen ist, das letzte Hölzchen zu nehmen, hat das Spiel verloren.

Eine **Verallgemeinerung** des Spiels:

Zwei Mitspieler nehmen nacheinander Hölzchen vom Tisch. Wie muß man das Spiel führen, um den Partner zu zwingen, das letzte Hölzchen zu nehmen, wenn zu Beginn des Spiels n Hölzchen auf dem Tisch liegen und es erlaubt ist, auf einmal 1 bis p Hölzchen wegzunehmen ($p < n$)?

Lösung:

Das Spiel gewinnt derjenige, der seinem Gegner die folgende Anzahl Hölzchen (gerechnet vom „Ende aus") übrig lassen kann: 1, $p + 2$, $2p + 3$, $3p + 4$ usw. bis zu der Zahl, die n am nächsten kommt, aber kleiner als n ist. Wir bezeichnen sie mit N. Es gewinnt der erste Spieler, wenn er unter Beachtung der aufgestellten Regeln beim ersten Mal $n - N$ Hölzchen wegnimmt. Beispiel:

$n = 27$; $p = 5$; $N = 25$; $n - N = 2$

$4p + 5 = 25$

$3p + 4 = 19$

$2p + 3 = 13$

$p + 2 = 7$

1

114 Erraten von Hölzchen

Alfred läßt Bernd in beide Hände gleichviel Hölzchen nehmen. Es wird dabei vereinbart, daß er nicht weniger als 5 Hölzchen in jeder Hand hat.

Aufgabe für Alfred ist, herauszufinden, wieviel Hölzchen Bernd insgesamt in seinen Händen hat.

Zuerst läßt er Bernd 5 Hölzchen aus der rechten in die linke Hand nehmen. Im Anschluß daran muß Bernd die gleiche Anzahl Hölzchen, die er noch in der rechten Hand hat, aus der linken in die rechte Hand nehmen.

Nach diesem Wechsel weiß Alfred bereits, daß Bernd 10 Hölzchen in der linken Hand zurückbehalten hat. Nun braucht er nur noch zu fragen, wieviel Bernd in der linken Hand mehr – oder weniger – Hölzchen hat, als in der rechten Hand. Die Differenz der genannten Zahl zu 10 wird von 10 subtrahiert oder zu 10 addiert und ergibt die Anzahl der Hölzchen in der rechten Hand.

Alfred addiert nun diese Zahl zu den 10 Hölzchen der linken Hand und kennt somit die Gesamtzahl der Hölzchen, die Bernd in beiden Händen hält.

Beispiel: Bernd hat in jeder Hand 12 Hölzchen. Aus der Rechten muß er 5 Hölzchen in die Linke nehmen. Er hat nun in der linken Hand 17 und in der rechten Hand 7 Hölzchen. Nun nimmt er die gleiche Anzahl Hölzchen, die er in der rechten Hand hat – also 7 – aus der linken ebenfalls in die rechte Hand. In der linken Hand behält er auf alle Fälle 10 Hölzchen, in der rechten Hand hat er nun 14 Hölzchen. Die Differenz, die Bernd an Alfred mitzuteilen hat, beträgt 4 Hölzchen mehr. Daraus folgt: $10 + 4 = 14$ in der rechten und 10 in der linken Hand ergibt insgesamt 24 Hölzchen.

Damit das Spiel nicht so leicht zu durchschauen ist, wird man von Fall zu Fall die Hölzchen, die man dem Mitspieler aus der rechten in die linke Hand nehmen läßt, verändern. Der Unterschied in der Rechnung besteht nur darin, daß bei 4 Hölzchen die Summe immer 8, bei 5 immer 10, bei 6 immer 12, bei 7 immer 14 usw. sein muß. Das ist stets die Anzahl der Hölzchen, die sich nach der Übergabe der gleichen Hölzchenzahl der rechten aus der linken Hand in die andere, noch in der linken Hand befinden müssen. Sonst ändert sich am Spiel nichts; die Endrechnung stimmt immer zur Verblüffung der Anwesenden.

Verallgemeinerung:

In jeder Hand befinden sich zunächst n Hölzchen, wobei n eine natürliche Zahl mit $n \geqq 5$ darstellt. Die auszuführenden Operationen sind dann folgende:

linke Hand	rechte Hand
n	n
$n + 5$	$n - 5$
$(n + 5) - (n - 5) = 10$	$2 \cdot (n - 5)$

1. Fall: $10 < 2 \cdot (n - 5)$

Aus

$2 \cdot (n - 5) - 10 = z$ folgt $2n = 20 + z$

2. Fall: $10 > 2 \cdot (n - 5)$

Aus

$10 - 2 \cdot (n - 5) = z$ folgt $2n = 20 - z$

Da die Differenz z genannt wird, läßt sich die Zahl 2n leicht ermitteln; sie stellt die Summen der Hölzchen aus beiden Händen dar.

3. Fall $10 = 2 \cdot (n - 5)$;
$10 - 2 \cdot (n - 5) = 0$

In diesem Fall ist $z = 0$ und $2n = 20$.

115 Mathematische Zauberei

Der Zauberkünstler fordert einen der Mitspieler auf, eine beliebige Anzahl Hölzchen auf den Tisch zu legen, und zwar in 2 Reihen, von denen die obere 1 Hölzchen mehr enthalten muß als die untere. Während dies geschieht, wendet sich der Zauberkünstler vom Tische ab, so daß er den Vorgang nicht beobachten kann. Er behauptet, ansagen zu können, wieviel Hölzchen auf dem Tische liegen.

Hat er davon Kenntnis erhalten, daß die Reihen richtig gelegt sind, läßt er – immer noch abgewandt –

1. aus der oberen Reihe eine von ihm selbst bestimmte Anzahl Hölzchen entfernen, dann

2. aus der unteren Reihe soviel Hölzchen fortnehmen, wie jetzt noch in der oberen Reihe liegen, und

3. aus der oberen Reihe alle übrigen Hölzchen wegnehmen.
Er sagt jetzt, wieviel Hölzchen auf dem Tische liegen.

Verallgemeinerung:

In der oberen Reihe liegen $n + 1$, in der unteren n Hölzchen.

1) Es sei k die Anzahl der Hölzchen, die der Zauberkünstler aus der oberen Reihe wegnehmen läßt; dann verbleiben in der oberen Reihe $n + 1 - k$ Hölzchen.

2) Von den n Hölzchen der unteren Reihe sind nun $n + 1 - k$ Hölzchen fortzunehmen; es verbleiben dann in der unteren Reihe $n - (n + 1 - k) = k - 1$ Hölzchen.

3) Nachdem nun die in der oberen Reihe noch verbliebenen Hölzchen fortgenommen werden, verbleiben auf dem Tisch genau $k - 1$ Hölzchen, also 1 Hölzchen weniger als der Zauberkünstler durch die Zahl k selbst bestimmt hat.

116 Hölzchen in 4 Häufchen

Bitte deinen Spielpartner, 4 Häufchen Hölzchen aufzulegen. Jedes Häufchen kann ein, zwei, drei bis neun Hölzchen enthalten. Du behauptest nun, die Anzahl der aufgelegten Hölzchen in jedem Häufchen „erraten" zu können. Wie ist das möglich? Gib deinem Spielpartner folgende Rechnung auf: Die Hölzchenzahl im ersten Häufchen multipliziere mit 2 und addiere zum Produkt 5. Das Ergebnis multipliziere mit 5 und addiere zum Produkt 10. Zu diesem Ergebnis addiere die Hölzchenzahl des zweiten Häufchens. Multipliziere die Summe mit 10. Addiere nun die Hölzchenzahl des dritten Häufchens und multipliziere die Summe wiederum mit 10. Schließlich addiere noch die Hölzchenzahl des vierten Häufchens. Das Endergebnis laß dir sagen und subtrahiere davon 3500. Die vier Ziffern der Differenz sind die vier Zahlen der Hölzchen in den vier Häufchen.

Verallgemeinerung:

Das erste Häufchen enthalte a, das zweite b, das dritte c, das vierte d Hölzchen; dabei gilt stets $1 \leqq a, b, c, d \leqq 9$. Es sind dann folgende Operationen auszuführen

$$\{[(2a + 5) \cdot 5 + 10 + b] \cdot 10 + c\} \cdot 10 + d - 3500 = x.$$

Umgeformt erhalten wir $1000a + 100b + 10c + d = x$.

x ist also eine vierstellige natürliche Zahl; a ist die Ziffer an der Tausenderstelle, b die Ziffer an der Hunderterstelle, c die der Zehnerstelle, d die der Einerstelle.

117 Wieviel Hölzchen wurden genommen?

Der erste Spielpartner nimmt sich eine beliebige, durch 4 teilbare Anzahl von Hölzchen. Der zweite Spielpartner soll das Siebenfache an Hölzchen von dem nehmen, wovon der erste das Vierfache genommen hat. Einen dritten Teilnehmer bittet ihr, das Dreizehnfache zu nehmen.

Jetzt soll der **dritte** Teilnehmer von der Anzahl seiner Hölzchen dem **ersten** und dem **zweiten** soviel Hölzchen abgeben, wieviel jeder von ihnen hat. Dann soll der **zweite** Teilnehmer dem **dritten** und dem **ersten** soviel Hölzchen abgeben, wieviel jeder hat. Schließlich soll auch der erste so verfahren.

Fragt einen der drei Teilnehmer, wieviel Hölzchen er hat, dividiert die euch genannte Zahl durch 2, und das Ergebnis besagt, wieviel Hölzchen der erste Teilnehmer ursprünglich hatte. Dividiert diese Zahl durch 4 und multipliziert mit 7, so erhaltet ihr die Hölzchenzahl des zweiten Teilnehmers. Beim dritten Teilnehmer dividieren wir ebenfalls durch 4 und erhalten nach Multiplikation mit 13 dessen ursprüngliche Hölzchenzahl.

Verallgemeinerung:

(Tabelle siehe S. 10 unten rechts)

Es sei a eine natürliche Zahl größer als Null.

Aus $z = 8a$ folgt $a = \frac{z}{8}$.

Spieler A nahm $4a = \frac{4z}{8} = \frac{z}{2}$,

Spieler B nahm $7a = \frac{7z}{8}$,

Spieler C nahm $13a = \frac{13z}{8}$ Hölzchen.

Da die Zahl z genannt wird, läßt sich schnell ermitteln, wieviel Hölzchen jeder Mitspieler genommen hatte.

118 Gerade oder ungerade

Ein Mitspieler nimmt beliebig viel Hölzchen in beide Hände, in die eine Hand eine gerade, in die andere Hand eine ungerade Anzahl. Der Zauberkünstler kann erraten, in welcher Hand die gerade und in welcher Hand die ungerade Anzahl von Hölzchen verborgen wird.

Verallgemeinerung:

1. Fall: In der linken Hand befinden sich 2n, in der rechten $2n + 1$ Hölzchen, wobei n eine natürliche Zahl ist. Es ist zu rechnen $2n \cdot 2m = 4mn$ und $(2n + 1)(2m + 1) = 4mn + 2m + 2n + 1$; eine Addition beider Produkte ergibt $8mn + 2m + 2n + 1 = 2 \cdot (4mn + m + n) + 1$. Diese Summe repräsentiert eine ungerade natürliche Zahl.

2. Fall: In der linken Hand befinden sich $2n + 1$, in der rechten 2n Hölzchen, wobei n eine natürliche Zahl ist. Es ist zu rechnen $(2n + 1) \cdot 2m = 4mn + 2m$ und $2n(2m + 1) = 4mn + 2n$; die Addition beider Produkte ergibt $8mn + 2m + 2n = 2 \cdot (4mn + m + n)$. Diese Summe repräsentiert eine gerade natürliche Zahl.

119 Die gerade Zahl siegt

Von 27 Hölzchen, die auf dem Tische liegen, nehmen zwei Mitspieler nacheinander wenigstens eins, aber nicht mehr als 4 Hölzchen weg. Als Sieger gilt derjenige, der am Ende des Spieles eine gerade Anzahl Hölzchen hat. Wie gewinnt man das Spiel?

120 Immer der Letzte

Im Rahmen eines kleinen Zauberprogramms behauptet ihr, „hypnotisieren" zu können. Ein Spieler bietet sich für das „Experiment" als Partner an. Laßt ihn eine beliebige Anzahl Hölzchen auf den Tisch legen, von denen ihr beide nach Vereinbarung z. B. bis zu 3, bis zu 4 oder bis zu 5 Hölzchen fortnehmen wollt. Ihr behauptet nun, euren Partner derart beeinflussen zu können, daß er die von euch gewünschte Zahl Hölzchen jeweils entnimmt, so daß ihr, gleichgültig, wer auch mit Nehmen anfängt, immer das oder die letzten Hölzchen erwischt.

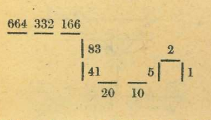
Tabelle zu Aufgabe 117 (Verallgemeinerung):

Spieler A	Spieler B	Spieler C	
$4 \cdot a$	$7 \cdot a$	$13 \cdot a$	Spielbeginn
8a	14a	2a	nach der ersten Verteilg.
16a	4a	4a	nach der zweiten Verteilg.
8a	8a	8a	nach der dritten Verteilg.

121 Die gedachte Zahl

Denkt euch eine ein- oder mehrstellige Zahl. Ist es eine gerade Zahl, so legt ein Hölzchen waagerecht auf den Tisch, ist es eine ungerade Zahl, so legt es senkrecht auf den Tisch. Nun müßt ihr im Kopfe rechnen, wer will, auch schriftlich. Ich werde es nicht sehen und nicht hören; am Ende werde ich dennoch sagen können, welche Zahl ihr euch gedacht habt, wenn ich eure Hölzchenfigur sehe.

Und nun die Aufgabe: Teilt eure gedachte Zahl durch 2. Ist das Ergebnis eine gerade Zahl, so legt ihr wieder 1 Hölzchen waagerecht auf den Tisch; ist es eine ungerade Zahl, so wird das Hölzchen senkrecht gelegt, fein ordentlich neben das erste. Bruchteile fallen fort. Heißt also eure Zahl $37\frac{1}{2}$, so legt ihr nur ein senkrechtes Hölzchen auf und bedenkt den Bruchteil nicht weiter. Nun halbiert ihr immer weiter, vergeßt nur nicht, jeweils ein Hölzchen waagerecht oder senkrecht anzulegen, so daß ein Streckenzug entsteht, bis ihr schließlich bei der Zahl 1 oder 2 ankommt. Nachdem alle unsere Mitspieler so aufgefordert wurden, warten wir, bis die fertige Figur gezeigt werden kann. Sie sieht nun etwa so aus:

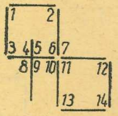


Diese Figur bedeutet die Zahl 664. Wie ist es möglich, sie aus der Hölzchenreihe abzulesen?

Würde z. B. die Zahl 333 gewählt, so ergeben sich verschiedene Bruchziffern bei der weiteren Rechnung, und die vorletzte Zahl ist $2\frac{1}{2}$. Nun kann man nicht mit 2 enden, sondern man muß den Bruch streichen und bis zur 1 teilen.

122 Die rechten Winkel

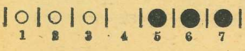
Uwe hat mit 9 Hölzchen die abgebildete Figur zusammengestellt, die 14 rechte Winkel enthält: Vier in jedem Quadrat, zwei zwischen den Quadraten und vier Winkel, die durch das senkrecht eingefügte Hölzchen gebildet werden.



Uwe stellt seinem Spielpartner die Aufgabe, die Hölzchen so umzulegen, daß genau 22 rechte Winkel zu zählen sind. Wie müssen die Hölzchen umgelegt werden, damit der Spielpartner den ausgemachten Preis erhalten kann?

123 Rot oder schwarz?

Zwei Spieler legen je 8 Hölzchen auf den Tisch und dazwischen je drei rote und drei schwarze Spielmarken, wie es die Skizze zeigt.



Nun sollen die roten Marken an die Stelle der schwarzen und umgekehrt die schwarzen an die Stelle der roten kommen. Es dürfen die roten Spielmarken nur nach rechts, die schwarzen nur nach links verschoben werden, selbstverständlich immer nur in ein leeres Feld. Außerdem darf nie mehr als eine Marke übersprungen werden. Wer die verlangte Umgruppierung mit den geringsten Zügen erreicht, hat das Spiel gewonnen.

124 100 Hölzchen

Es sind zwei Spieler beteiligt. Der erste Teilnehmer legt eine beliebige Anzahl Hölzchen auf, jedoch nicht mehr als 10, der zweite Teilnehmer legt nun soviel Hölzchen zu, als er will, allerdings auch nicht über 10. Jetzt wird die Anzahl der Hölzchen festgestellt. Dann folgt wieder der erste Teilnehmer mit dem Zulegen von Hölzchen und dem Feststellen der bisherigen Anzahl Hölzchen. Nun setzt der zweite Teilnehmer Zulegen und Auszählen fort, usw. usw. Gewinner des Spieles ist derjenige, der das einhundertste Hölzchen auflegen kann. Wie erlangt man diesen Sieg?

125 Richtig springen

12 Hölzchen, die in einer Reihe liegen, sollen in sechs nebeneinanderliegende Häufchen von je zwei Hölzchen gebracht werden. Es wird dabei nach rechts oder nach links gesprungen, wobei jedoch nie mehr oder nie weniger als 3 Hölzchen übersprungen werden dürfen. Nur beim letzten Mal dürfen 3 Doppelhölzchen übersprungen werden.

126 Der Pyramidentausch

Wir markiern mit 12 Hölzchen drei quadratische Plätze und legen auf den ersten Platz vier der Größe nach verschiedene Geldstücke übereinander. Wir legen zum Beispiel zu unterst ein Markstück, auf dieses ein Fünfzigpfennigstück, auf dieses ein Zehnpfennigstück und obenauf einen Pfennig.

Die Aufgabe besteht darin, diese Pyramide vom ersten auf den dritten Platz zu bringen, unter den Bedingungen, daß jeweils nur eine Münze umgesetzt, und daß bei jeder Umsetzung nur eine kleine auf eine größere Münze gelegt werden darf, sofern sie nicht einen Platz für sich allein bekommt.

Das Spiel eignet sich auch für 2 Partner, die versuchen wollen, mit der geringsten Zahl von Umlegungen zum Ziel zu kommen. Bei richtiger Lösung der Aufgabe wird die Pyramide nach der fünfzehnten Umstellung in der ersten Ordnung der Münzen auf dem dritten Platz stehen.

127 Hölzchen verraten Geldstücke

Man legt drei verschiedene Münzen auf den Tisch, etwa ein Einpfennigstück, ein Fünfpfennigstück und ein Zehnpfennigstück. Alsdann werden an drei Mitspieler Hölzchen ausgeteilt: A bekommt 12 Hölzchen, B bekommt 24 Hölzchen und C bekommt 36 Hölzchen. Nun wendet man sich von den Mitspielern ab, so daß man die weiteren Vorgänge nicht sehen kann. Dann läßt man A, B und C je eine der auf den Tisch liegenden Münzen nehmen. Jetzt ersucht man den Mitspieler, der das Zehnpfennigstück an sich nahm, die Hälfte seiner Hölzchen auf den Tisch zu legen, den Mitspieler, der das Fünfpfennigstück an sich nahm, ein Drittel seiner Hölzchen, und den Mitspieler, der das Pfennigstück besitzt, ein Viertel der empfangenen Hölzchen auf den Tisch zu legen. Alle Hölzchen liegen auf einem Häufchen. Die Anzahl der zurückgegebenen Hölzchen läßt man durch Auszählen feststellen; aus dieser sich ergebenden Zahl kann man ohne weiteres sagen, wer jedes einzelne Geldstück an sich nahm.

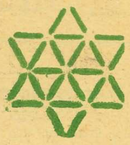
128 Sternaufgabe

Ich habe aus 24 Hölzchen diesen sechszackigen Stern gelegt.

a) Wieviel verschiedene Dreiecke und wieviel verschiedene Vierecke erkennst du in dieser Figur? Denke daran, daß auch Trapeze und Parallelogramme Vierecke sind!

b) Welche 4 Hölzchen müssen aus der Figur entfernt werden, damit die Anzahl der Dreiecke nur noch halb so groß und die Anzahl der Vierecke in der neuentstandenen Figur um 40 kleiner ist?

c) Wenn du jetzt aus den 24 Hölzchen der Grundfigur ein regelmäßiges Vierundzwanzigeck legst, welche Winkelsumme erhältst du dann im Vierundzwanzigeck?



129 Wettbewerb im Figurenlegen

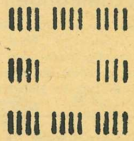
Bei diesem Figuren-Wettlegen kommt es darauf an, mit einer bestimmten, geradzahligen Anzahl von gleichlangen Hölzchen Begrenzungen der größtmöglichen Fläche bis zur kleinstmöglichen Fläche zu legen. Bedingung ist, daß nur rechte Winkel von den Begrenzungslinien gebildet werden und jeweils alle vorgegebenen Hölzchen verwendet werden.

Bewertet werden: Zeit und Anzahl der gefundenen Möglichkeiten. Mit 4 Hölzchen kann man nur eine rechtwinklig begrenzte Fläche, das Quadrat legen:

Mit 6 Hölzchen ist schon die Begrenzung von zwei Quadratflächen, aber auch nur diese eine Lösung möglich. Welche Möglichkeiten ergeben sich nun, wenn 8, 10, 12 Hölzchen gelegt werden sollen?

Versucht, beim Legen ein System zu erkennen, wonach man sowohl die größtmögliche als auch die kleinstmögliche Fläche zu umgrenzen vermag!

Zeichnung zu Aufg. 86, S. 6:



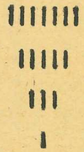
Zum Knobeln – zum Knobeln – zum Knobeln – zum Knob

10
67
WURZEL
schülerzeitung für mathematik

Die zu einem Freundschaftsbesuch in Jena weilende Delegation der Staatlichen Georgischen Universität Tbilissi teilte das folgende Spiel mit:

Man lege 16 Hölzchen in die in der Skizze gezeigte Anordnung. Die beiden Spielpartner dürfen nun abwechselnd aus einer beliebigen Reihe (aber bei jedem Zug nur aus genau einer) eine beliebige Anzahl von Hölzchen entfernen. Verloren hat derjenige, der das letzte Hölzchen nimmt.

Unsere Frage: Ist dieses Spiel etwa schon mit dem ersten Zug entschieden, falls beide Partner es genau kennen? Wie muß man spielen, um zu gewinnen?

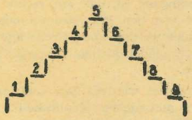


Herausgeber: FDJ-Aktiv der Sektion Mathematik an der Friedrich-Schiller-Universität Jena (für Schüler der Klassenstufen 9 bis 12; EOS, BBS, SpS)

Spiel mit!

Das Treppenspiel

Legt eine Hölzchentreppe mit beliebig vielen Stufen auf den Tisch. Wer kommt zuerst auf der anderen Seite an? Würfelt reihum. Bei 1, 2, 3 kommt ihr 1, 2, 3 Stufen vorwärts. Bei 4 müßt ihr stehenbleiben, und bei 5 und 6 sogar je 2 Stufen zurücksetzen. Ist die Stufe bereits besetzt, müßt ihr am alten Platz stehenbleiben. Nehmt Knöpfe, Steinchen oder ähnliches als Setzfiguren. Statt der Treppe könnt ihr auch eine Hölzchenleiter legen, die ihr herauf- und wieder heruntersteigen müßt.



Sechser würfeln

Jeder Spielteilnehmer bekommt sechs Hölzchen. (Soll das Spiel länger bzw. kürzer dauern, entsprechend mehr oder weniger Hölzchen). Es wird reihum gewürfelt. Wer eine Sechs hat, darf eines seiner Hölzchen an ein Bild anlegen, das gemeinsam von allen auf der Tischmitte gelegt wird.

Wer zuerst keine Hölzchen mehr hat, ist Sieger.

Hölzchenfangen

Das ist ein lustiges Wettspiel für viele Teilnehmer. Setzt euch um einen runden Tisch oder im Schneidersitz im Kreis auf den Boden. In der Mitte liegt ein Hölzchen weniger als Spieler vorhanden sind. Die Arme sind auf dem Rücken verschränkt. Ein Spielleiter spielt entweder auf einem Instrument oder schlägt den Takt einer Melodie. Sobald er aufhört, versuchen alle, ein Hölzchen aus der Mitte zu erhaschen. Wer keins erwischt, scheidet aus. Ein Hölzchen wird fortgenommen und die Musik beginnt wieder. Bei jeder Runde scheidet ein Mitspieler aus und ein Hölzchen wird entfernt. Wer übrig bleibt, hat gewonnen.

Habt ihr keinen „Musikanten", so würfelt reihum. Sobald dann eine „Sechs" fällt, fangt die Hölzchen.

Das Wettspiel mit den klebenden Hölzchen

Jeder Teilnehmer nimmt 4 Hölzchen so in die rechte Hand, daß die eine Seite der Hölzchen vom Daumen, die andere Seite der Hölzchen von den vier Fingerspitzen gestützt wird. Der Daumen wird nach unten gehalten, Finger und Hölzchen werden fest aneinandergedrückt. Auf das Kommando „Los" wird der Daumen nach unten weggezogen. Die Hölzchen bleiben dann mehr oder weniger lange an den Fingern hängen. Das Hölzchen, das zuletzt abfällt, bezeichnet den Sieger.

Wettschieben

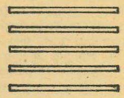
Jeder Mitspieler hat vor sich die gleiche Figur aus der gleichen Anzahl Hölzchen gelegt. Nun kommt es darauf an, mit Hilfe dieser Hölzchen eine völlig neue Figur zu legen, wobei die Finger nicht benutzt werden dürfen. Für das Umschieben steht nur ein weiteres Hölzchen zur Verfügung. Die Anzahl der Figuren bleibt der Entscheidung der Mitspieler überlassen; ebenso wird vorher festgelegt, inwieweit die Figuren nur geometrische Figuren oder aber andere erkennbare Abbildungen ergeben sollen.

Hölzchen und Trinkstrohhalm

Verteilt an alle Mitspieler je einen Trinkstrohhalm und je etwa 20 Hölzchen. Diese Hölzchen sollen quer zum Halm angesaugt werden. Sitzt ihr um einen runden Tisch, so stellt einen Teller in die Mitte, saugt die vor euch liegenden Hölzchen an und „tragt" sie mit dem Strohhalm auf den Teller. Fallen auf dem „Weg" Hölzchen herunter, müssen sie neu angesaugt werden; sie dürfen nicht mit den Fingern aufgehoben werden! Wer zu erst alle seine Hölzchen auf den Teller transportiert hat, ist Sieger!

Fünf Hölzchen und zehn Finger

Das unterste Hölzchen soll mit den beiden Daumen, das zweite mit den Zeigefingern, das dritte mit den Mittelfingern, das vierte mit den Ringfingern und das fünfte mit den kleinen Fingern aufgehoben werden. Das Aufheben kann auch in umgekehrter



Folge vor sich gehen, was erheblich schwerer ist. Die Aufgabe ist erst dann gelöst, wenn die fünf Hölzchen gleichzeitig hochgehalten werden.

Ein Hölzchen-Kompaß

Spaltet mit einem scharfen Messer ein beliebig langes Hölzchen. Kerbt in die innere Fläche einer Hälfte eine Rille, in die ihr eine dünne Nähnadel, die ihr durch Streichen mit einem Magneten magnetisch gemacht habt, einfügt. Klebt nun die Hölzchenhälfte mit wasserfestem Leim gut zusammen. Glättet eventuell mit feinem Sandpapier die Ansatzstellen, so daß nicht zu bemerken ist, daß im Hölzchen eine magnetische Nadel steckt.

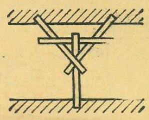
Auf eine Wasserfläche gelegt, wird sich das Hölzchen infolge der Magnetkraft stets in Nord-Süd-Richtung einstellen. Macht dieses kleine Kunststück recht spannend und haltet dabei einen entsprechenden Vortrag über die euch innewohnende magnetische Kraft, die ihr auf ein gewöhnliches Hölzchen übertragt. Haltet ihr in eurer Hand einen kleinen Magneten, etwa ein Stahlstäbchen, verborgen, so gehorcht das schwimmende Hölzchen euren Befehlen.

Von Ufer zu Ufer

Zur Überbrückung eines Grabens sind vier Bretter vorhanden; jedes ist kürzer als der Graben, von Ufer zu Ufer gemessen, breit ist. Kann man aus diesen Brettern eine Brücke herstellen? Versucht die Konstruktion mit vier (möglichst elastischen) Hölzchen.

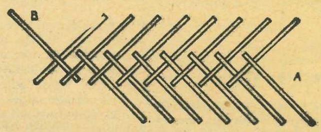
Die Konstruktion ist möglich; denn

$$\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

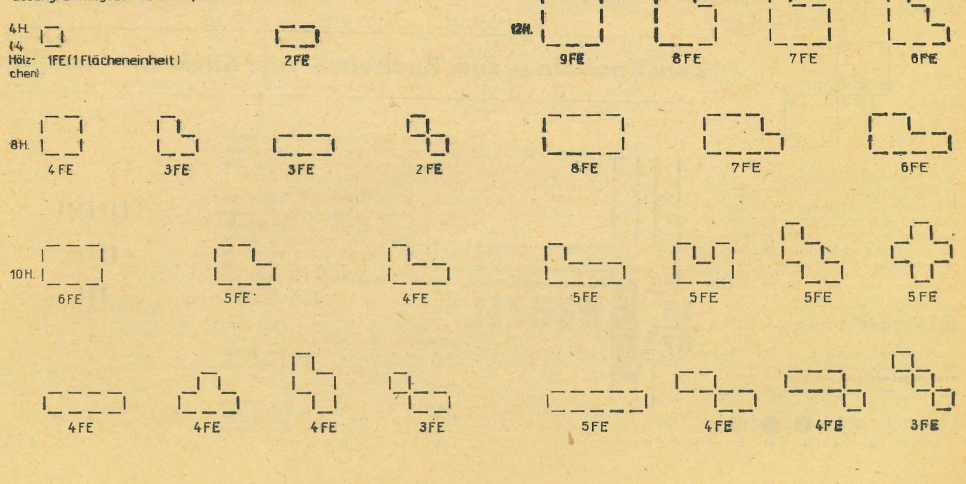


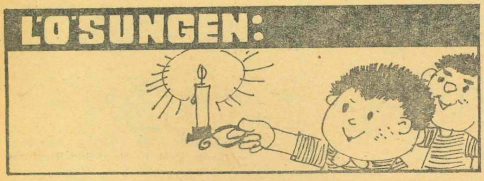
Der Telegraph

Die Hölzchen werden in der abgebildeten Form aufgelegt. Übt man auf A einen leichten Druck mit dem Finger aus, so pflanzt sich dieser durch die anderen Hölzchen bis zum letzten fort; dieses hebt und senkt sich, sowie man niederdrückt oder losläßt. Der hölzerne Telegraph kann in beliebiger Länge konstruiert werden; mit Geschick lassen sich auch Bogen oder Winkel einbauen.



Lösung zu Aufgabe 129 (Beispiele):





1 Seite 14, Figur 1: beachten: die 4 mittleren waagerechten Hölzchen nachzeichnen.

84 Folgende Züge sind abwechselnd auszuführen (Abb. 84 auf Seite 15 unten gibt die Feldnummer an).

	Hölzchen	Knöpfe
1. Zug	18 auf 15	3 auf 6
2. Zug	17 auf 8	4 auf 13
3. Zug	19 auf 14	2 auf 7
4. Zug	15 auf 5	6 auf 16
5. Zug	8 auf 3	13 auf 18
6. Zug	14 auf 9	7 auf 12
7. Zug	5 auf 10	16 auf 11
8. Zug	9 auf 19	12 auf 2
9. Zug	10 auf 4	11 auf 17
10. Zug	20 auf 10	1 auf 11
11. Zug	3 auf 9	18 auf 12
12. Zug	10 auf 13	11 auf 8
13. Zug	19 auf 16	2 auf 5
14. Zug	16 auf 1	5 auf 20
15. Zug	9 auf 6	12 auf 15
16. Zug	13 auf 7	8 auf 14
17. Zug	6 auf 3	15 auf 18
18. Zug	7 auf 2	14 auf 19

86 c) Es lassen sich 12er Summen an allen Quadratseiten mit mindestens 26 bzw. höchstens 44 Hölzchen bilden. Die Lösungsbeispiele – es gibt auch noch andere Lösungen – ergeben sich aus entsprechenden Zahlenfolgen.

89
1. von 7 auf 4,
2. von 10 auf 6,
3. von 12 auf 3,
4. von 9 auf 1,
5. von 11 auf 2,
6. von 8 auf 5.

95 (Die Lösung der Aufgabe befindet sich auf Seite 15, unter Lösung Nr. 94).

109 wie 108, siehe Seite 14, unten.

111 $\sqrt{|} = |$

113 Wenn man darauf achtet, daß man das sechste Hölzchen allein oder mit anderen zusammen in seinen Besitz bringt, so bekommt man auch stets das zehnte für sich und kann das elfte Hölzchen für den Gegenspieler liegenlassen. Liegen fünfzehn Hölzchen auf einem Haufen, so ist das sechste und zehnte Hölzchen für das Gewinnen des Spielers ausschlaggebend. Wurden dreißig Hölzchen aufgelegt, so strebe man an, zunächst das neunte Hölzchen zu bekommen. Die weitere Entscheidung liegt dann beim sechzehnten und dreiundzwanzigsten Hölzchen, um dem Gegenspieler das letzte Hölzchen zu überlassen.

115 Es bleibt stets 1 Hölzchen weniger liegen, als der Zauberkünstler zu Anfang wegnehmen ließ.
Beispiel: Der Mitspieler legt diese beiden Reihen Hölzchen auf den Tisch:

||||||||||||||||

|||||||||||||||

1. Der Zauberkünstler läßt von der oberen Reihe 7 Hölzchen fortnehmen: 16–7 = 9.
2. Aus der unteren Reihe werden soviele Hölzchen fortgenommen, wie noch oben liegen: 15–9 = 6.
3. Es werden alle Hölzchen der oberen Reihe fortgenommen: 9–9 = 0.
7–1 = 6.

Somit bleiben 6 Hölzchen übrig.

Um zu vermeiden, daß weniger Hölzchen hingelegt werden, als zu Anfang fortgenommen werden sollen, vereinbart man, daß für beide Reihen mindestens 13 Hölzchen verwendet werden.

117 Wir lassen die Anzahl Hölzchen, die der Mitspieler in seiner rechten Hand verborgen hält, stets mit einer ungeraden Zahl multiplizieren, die linke Hand mit einer geraden Zahl. Dann läßt man beide Produkte addieren; die Summe läßt man sich sagen. Ist die Summe geradzahlig, so befindet sich in der rechten Hand eine gerade, in der linken Hand eine ungerade Anzahl Hölzchen. Ist die genannte Summe eine ungerade Zahl, so befindet sich in der rechten Hand eine ungerade, in der linken Hand aber die gerade Anzahl der Hölzchen.

Beispiel 1:
rechts: $5 \cdot 3 = 15$, links: $8 \cdot 4 = 32$,
$\underline{\underline{15 + 32 = 47}}$;

Beispiel 2:
rechts: $6 \cdot 5 = 30$, links: $9 \cdot 2 = 18$,
$\underline{\underline{30 + 18 = 48}}$.

118 Zum „Erraten" muß man von der angesagten Summe subtrahieren:
35, wenn die Hölzchen in 2 Häufchen verteilt sind,
350, wenn die Hölzchen in 3 Häufchen verteilt sind,
3500, wenn die Hölzchen in 4 Häufchen verteilt sind, usw.

Es kann sich bei diesem Spiel nur um eine einstellige Anzahl von Hölzchen in den Häufchen handeln.

119 Wer das Spiel beginnt, muß beim ersten Zug 2 Hölzchen nehmen und dann, je nach dem, wieviel Hölzchen der Mitspieler nimmt, sich beim Spiel an folgende Regel halten: Wenn der Spielpartner eine gerade Anzahl Hölzchen hat, dann muß er ihm die mögliche Anzahl Hölzchen übriglassen, die um 1 g r ö ß e r ist als ein Vielfaches von 6 (19, 13, 7); hat aber der Spielpartner eine ungerade Zahl Hölzchen, dann muß er ihm die mögliche Anzahl Hölzchen übriglassen, die um 1 k l e i n e r ist als ein Vielfaches von 6 (23, 17, 11, 5), und wenn das nicht geht, dann muß er ihm die mögliche Anzahl Hölzchen übriglassen, die g l e i c h einem Vielfachen von 6 ist (24, 18, 12, 6). Beginnt der Spielpartner mit dem Wegnehmen von Hölzchen, muß man versuchen, auf die genannten Zwischenzahlen zu kommen, sonst geht das Spiel verloren.

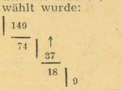
120 Natürlich hat euer Erfolg nichts mit Hypnose zu tun; ihr geht einfach von rechnerischen Überlegungen aus. Liegen z. B. 25 Hölzchen auf dem Tisch und sollen bis zu 5 Hölzchen entnommen werden, so müssen zum Schluß 6 Hölzchen, also eins mehr als zulässige Höchstzahl, für euren Partner übrigbleiben, damit ihr in jedem Fall das oder die letzten Hölzchen erwischt. Damit dies auch gewiß eintritt, müßt ihr bemüht sein, sobald als möglich zu erreichen, daß für euren Partner eine Zahl Hölzchen der 6er-Reihe aufliegt. Ist dies erreicht, so schließt ihr, was immer der andere auch nimmt, auf sechs auf. Nimmt der Partner 2, so nehmt ihr 4 usw. Beginnt ihr das Spiel, so nehmt ihr 1; somit bleiben für den Partner 24 Hölzchen, also eine Zahl der 6er-Reihe. Er nimmt 3, ihr ebenfalls 3, so verbleiben für ihn 18 usw. Und ihr bekommt in jedem Fall das oder die letzten Hölzchen. Liegen ein andermal 31 Hölzchen auf und sollen etwa bis zu 7 Hölzchen entnommen werden, so müßt ihr entsprechend bedacht sein, daß zum Schluß für den Partner 8 Hölzchen aufliegen. Dies ist dadurch zu erreichen, daß für den Partner sobald als möglich eine Zahl der 8er-Reihe, also 24, 16, 8 aufliegt.

121 Das letzte Hölzchen liegt senkrecht, bedeutet also 1. Wir wissen, daß jedes folgende Hölzchen doppelt soviel wert ist, als das vorhergehende, wenn sich ein waagerechtes Hölzchen zeigt; liegt das vorhergehende Hölzchen senkrecht, so hat es den um 1 vermehrten doppelten Wert. Wir nehmen nun die Rechnung der Mitspieler (natürlich heimlich) in umgekehrter Folge vor, also

| ≙ 1; — ≙ 2; | ≙ 5; — ≙ 10; — ≙ 20;
| ≙ 41; | ≙ 83; — ≙ 166; — ≙ 332; — ≙ 664.

$$\left\{\left[(1 \cdot 2^2 + 1) \cdot 2^3 + 1\right] \cdot 2 + 1\right\} \cdot 2^3 = 664.$$

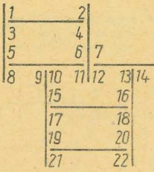
Aus der folgenden Hölzchenreihe würden wir ersehen, daß die Zahl 149 gewählt wurde:



Man darf aber nur mit glatter 2 oder glatter 1 aufhören.

$$[(2^3 + 1) \cdot 2^2 + 1] \cdot 2^2 + 1 = 149$$

123 Die Spielmarken müssen in folgender Weise geschoben werden:
3 nach 4, 5 nach 3, 6 nach 5, 4 nach 6, 2 nach 4, 1 nach 2, 3 nach 1, 5 nach 3, 7 nach 5, 6 nach 7, 4 nach 6, 2 nach 4, 3 nach 2, 5 nach 3, 4 nach 5.



124 Wer als erster das einhundertste Hölzchen auflegen will, muß auch das neunundachtzigste erreichen. Man muß den Gegner immer um 11 Hölzchen vom Sieg, also vom hundertsten Hölzchen fernhalten, das sind 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1. Kennt der zweite Teilnehmer diesen „Gewinnschlüssel", muß der erste Teilnehmer allerdings das Spiel verlieren, sofern er nicht mit einem Hölzchen beginnt.

125

|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Man legt 1 auf 5, 6 auf 10, 3 auf 7, 9 auf 6, 2 auf 6, 12 auf 9, 8 auf 11, 4 auf 9.

126 Mit I, II, III bezeichnen wir die Plätze.
M ≙ Markstück, F ≙ Fünfzigpfennigstück, Z ≙ Zehnpfennigstück, P ≙ Pfennigstück.

Die Reihenfolge der Umlegungen ist aus der Tabelle ersichtlich:

Plätze	I.	II.	III.
Grundstellung	M F Z P	–	–
1. Zug	M F Z	P	–
2. Zug	M F	P	Z
3. Zug	M F	–	Z P
4. Zug	M	F	Z P
5. Zug	M P	F	Z
6. Zug	M P	F Z	–
7. Zug	M	F Z P	–
8. Zug	–	F Z P	M
9. Zug	–	F Z	M P
10. Zug	Z	F	M P
11. Zug	Z P	F	M
12. Zug	Z P	–	M F
13. Zug	Z	P	M F
14. Zug	–	P	M F Z
15. Zug	–	–	M F Z P

Aus der Tabelle läßt sich herleiten, daß für zwei Münzen drei Umstellungen erforderlich sind, um die Aufgabe zu lösen. Für 3 Münzen sind 7 Umstellungen, für 4 M. sind 15 U., für 5 M. sind 31 U., für 6 M. sind 63 U., für 7 M. sind 127 U., und für 8 M. sind 255 U. erforderlich. Mit jeder einzelnen Münze, die die vorherige Anzahl von Münzen vergrößert, erhöht sich die Zahl der erforderlichen Umstellungen um das Doppelte plus eins.

127 Es seien A, B und C die drei Mitspieler und E, F und Z je ein Einpfennig-, Fünfpfennig- bzw. Zehnpfennigstück; es gibt dann genau sechs Möglichkeiten der Verteilung der Münzen an die Mitspieler:

$$\begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ E, & F, & Z \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ E, & Z, & F \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ F, & E, & Z \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array}$$

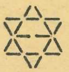
$$\begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ F, & Z, & E \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Z, & E, & F \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} A, & B, & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Z, & F, & E \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12, & 24, & 36 \end{array}$$

Auf Grund der angegebenen Vorschriften führen die auszuführenden Rechenoperationen zu folgenden Ergebnissen:

(3, 3, 18); (3, 12, 12); (4, 6, 18); (4, 12, 9); (6, 6, 12); (6, 8, 9). Die Summen der Zahlen in den Klammern betragen 29, 27, 28, 25, 24, 23.
Damit sind alle Fälle erschöpft. Der Vorführende muß sich also nur die Varianten bei der Verteilung der Münzen unter die drei Mitspieler merken, um mit Erfolg durch die Anzahl der zurückgelegten Hölzchen erraten zu können, wer welche Münze nahm. Es ist folgende Merktafel zu empfehlen:

A, B, C	A, B, C	A, B, C
Z, F, E	Z, E, F	F, Z, E
23	24	25
A, B, C	A, B, C	A, B, C
E, Z, F	F, E, Z	E, F, Z
27	28	29

128 a) Es entstehen 20 Dreiecke und 57 Vierecke. Bezeichnet man die aus 3 Hölzchen gelegte Fläche als eine Flächeneinheit (FE), so gliedern sich die Dreiecke bzw. Vierecke wie folgt auf: 12 Dreiecke aus 1 FE bestehend, 6 D. aus 4 FE, 2 D. aus 9 FE, insgesamt 20 Dreiecke.
12 Parallelogramme aus 2 FE bestehend, 18 Trapeze aus 3 FE, 12 Parallelogramme aus 4 FE, 6 Trapeze aus 5 FE, 3 Parallelogramme aus 8 FE, 6 Trapeze aus 8 FE, insgesamt 57 Vierecke.
b) Nachdem man 4 Hölzchen aus der Sternmitte entfernt hat, erhält man diese Figur:



Es verbleiben: 6 Dreiecke aus 1 FE bestehend, 2 D. aus 4 FE, 2 D. aus 9 FE, insgesamt 10 Dreiecke, d. s. der Aufgabe entsprechend die Hälfte der Dreiecke aus der ursprünglichen Figur und 2 Trapeze aus 3 FE bestehend, 2 Trapeze aus 5 FE bestehend, 4 Parallelogramme aus 4 FE bestehend, 3 Parallelogramme aus 8 FE bestehend, 6 Trapeze aus 8 FE bestehend, insgesamt 17 Vierecke, d. s. der Aufgabe entsprechend 40 Vierecke weniger als vorher.
c) Das Legen der Figur erfolgt am besten so: Man zeichnet sich ein entsprechend großes Achsenkreuz vor und versucht, ein Viertel der 24, also 6 Hölzchen, als Bogen in einen der vier Quadranten einzupassen. Man kann sich auch einen Kreis vorzeichnen, der bei einer Hölzchenlänge von etwa 5 cm rund 35 cm Durchmesser besitzen muß.
Zur Feststellung der Winkelsumme im 24-Eck müssen wir uns die Figur so ergänzt denken, daß sie aus 24 gleichschenkeligen Dreiecken besteht. Für die Dreieckswinkel an der Spitze gilt:

$\sphericalangle\, \gamma = \frac{360°}{24} = 15°$, allgemein: Mittelpunktswinkel $\gamma = \frac{360°}{n}$.

Jeder Basiswinkel dieser 24 Dreiecke beträgt nun:

$\sphericalangle\, \alpha = \frac{(180° - 15°)}{2} = 82{,}5°$, allgemein: Basiswinkel $\alpha = \frac{180° - \gamma}{2}$.

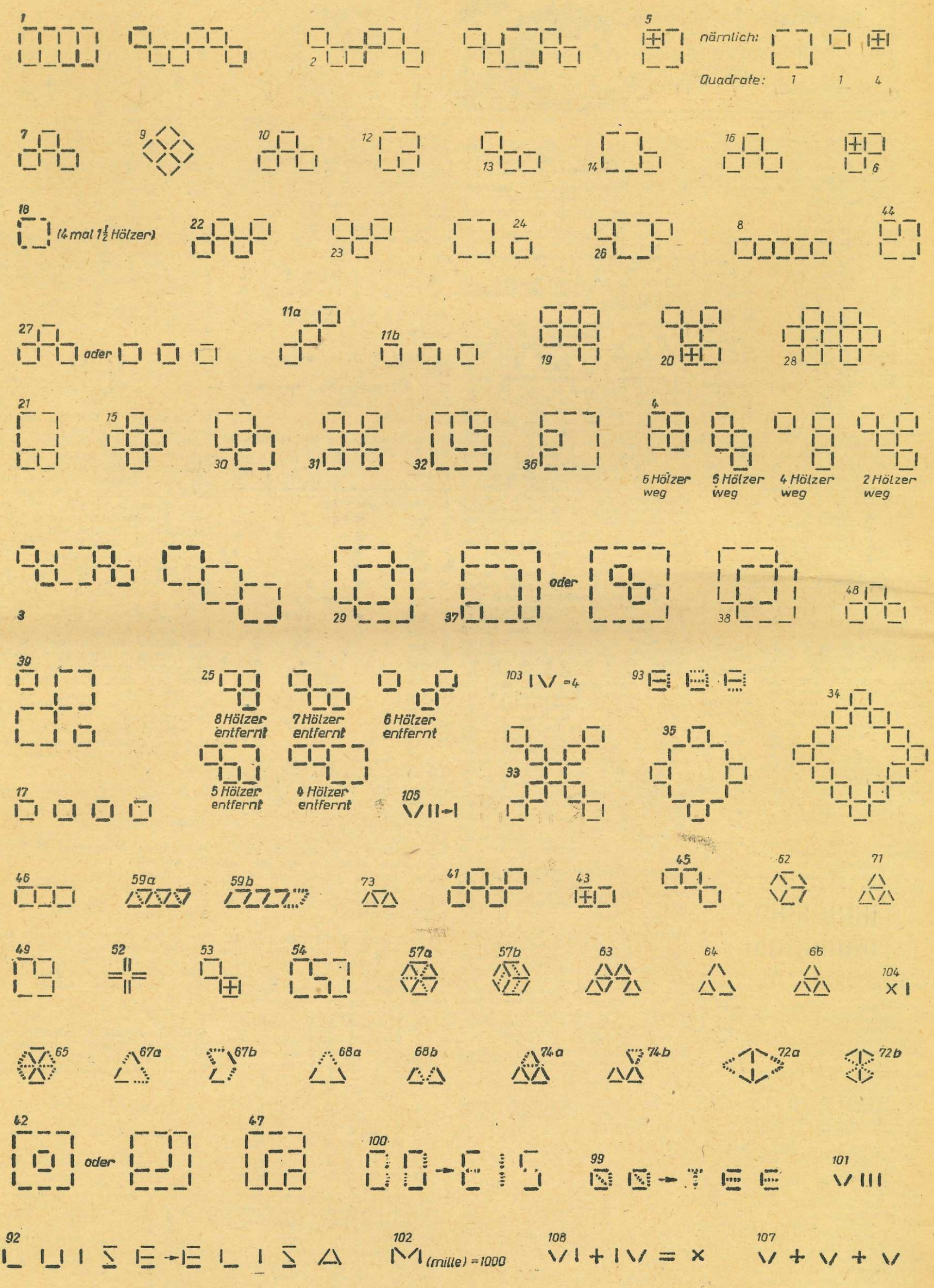
Im 24-Eck liegen $24 \cdot 2 = 48$ Basiswinkel aneinander, d. h., die Winkelsumme im 24-Eck beträgt $82{,}5° \cdot 48 = 3960°$. Allgemein: Die Winkelsumme des regelmäßigen n-Ecks beträgt $\frac{(n-2)}{2}\, 360° = (n-2) \cdot 180°$.

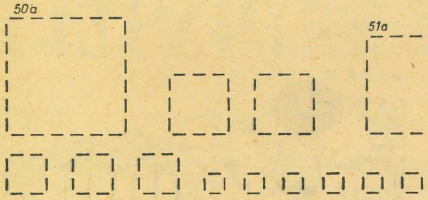
Eine zusätzliche Konstruktion über das 6-Eck, 12-Eck, mit jeweiliger Halbierung der Seiten, wird zum besseren Verständnis der Aufgabe empfohlen.

129 Lösung der Aufgabe siehe S. 12 unten!

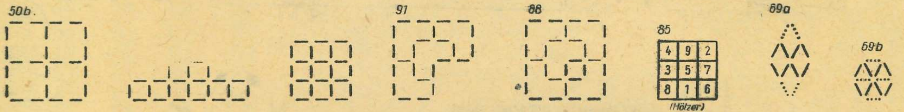
Die LVZ dankt, auch im Namen ihrer Autoren Studienrat Johannes Lehmann und Walter Unze, Leipzig und Oberlehrer Theo Scholl, Berlin, den Mitgestaltern dieser Sonderausgabe Brigitte Gubitz, Jungarbeiterin im VEB Fernmeldewerk Leipzig, technische Zeichnungen; Wolfgang Kunze, Maritta Riederich, Alfred Heim in der Buchdruckerei Frankenstein KG, Leipzig, Satz; Hans-Joachim Jordan, LVZ Leipzig, Vignetten.

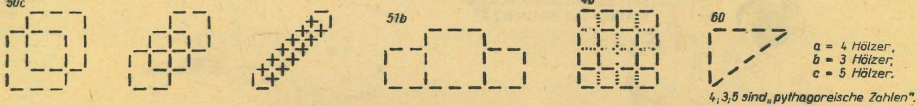
Veröffentlicht unter der Lizenznummer 607 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik. Druck: LVZ-Druckerei „Hermann Dunker", Leipzig III-18-138

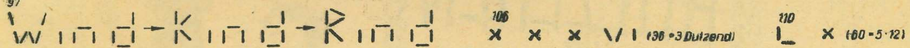

1
2
5
nämlich:
Quadrate: 1 1 4
7
9
10
12
13
14
16
6
18
(4 mal 1½ Hölzer)
22
23
24
26
8
44
27
oder
11a
11b
19
20
28
21
15
30
31
32
36
4
6 Hölzer weg
5 Hölzer weg
4 Hölzer weg
2 Hölzer weg
3
29
37
oder
38
48
39
25
8 Hölzer entfernt
7 Hölzer entfernt
6 Hölzer entfernt
5 Hölzer entfernt
4 Hölzer entfernt
103 IV =4
93
34
35
33
17
105
VII-I
46
59a
59b
73
41
43
45
62
71
49
52
53
54
57a
57b
63
64
66
104
X I
65
67a
67b
68a
68b
74a
74b
72a
72b
42
oder
47
100
99
101
VIII
92
LUISE-ELISA
102
M (mille) =1000
108
VI + IV = X
107
V + V + V

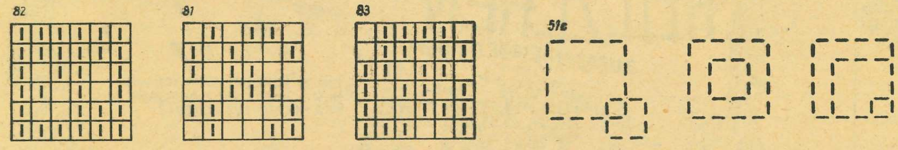


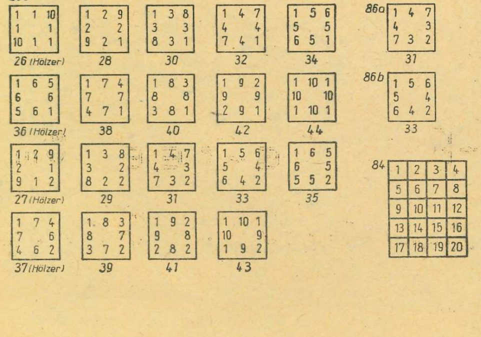
58 Mit den restlichen 6 Hölzchen läßt sich das Kantengerüst des Tetraeders (die von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzte Pyramide) bilden.

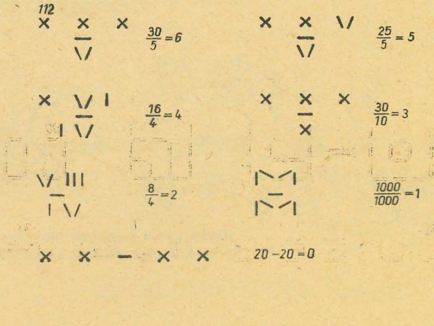













automatic
„SEIT WANN IST IHR SOHN DENN SO FLEISSIG, FRAU MÜLLER?"
„SEIT ER HÖLZCHEN FÜR DIE MATHE-LVZ BRAUCHT!"
„ESST MAL EIN WENIG SCHNELLER, ICH BRAUCHE DIE HAPPENSPIESSE FÜR DIE MATHE-LVZ!"
HÖLZCHEN FÜR HÖLZCHEN
ZUSAMMENGETRAGEN VON JOCHEN JORDAN
„EINEN MOMENT, PAPI, ICH WILL NUR SCHNELL EINE AUFGABE AUS DER MATHE-LVZ LÖSEN!
„HALLO, FRAU SCHULZE, IHR SOHN HAT EINE LADUNG HÖLZER BESTELLT!"
LEHMANN
UNZE
ALPDRÜCKEN!