

Mathematik

Ergänzungsheft zum Lehrbuch „Über 1000 hinaus“
für die Klasse 4



VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1964

Verfasser:

**Dipl.-Math. Dieter Ilse und Werner Tietz · Teil 1
Hans Simon · Teil 2**

**Vom Ministerium für Volksbildung der Deutschen Demokratischen Republik
als Lehrbuch für die polytechnische Oberschule bestätigt.**

Redaktion: Siegmur Kubicek, Karlheinz Martin, Peter Pfeiffer

Zeichnungen: Edeltraud Schwabe

Redaktionsschluß: 1. Februar 1964

ES 11 C · Bestell-Nr. 00 04 04-1 · 0,40 DM · Lizenz Nr. 203 · 1000/64 (E)

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“ Bad Langensalza

1. Das Rechnen mit den Zahlen bis zur Million und darüber hinaus

1.1. Die Ordnung der natürlichen Zahlen

Die Zahlen 0; 1; 2; 3; 4; ... nennt man **natürliche Zahlen**. Dagegen sind 4,32 oder 7,41 keine natürlichen Zahlen. Solche Zahlen hast du zum Beispiel schon bei der Angabe von Preisen oder Mengen kennengelernt.

Wenn in unseren Aufgaben das Wort „Zahl“ vorkommt, dann sind damit immer natürliche Zahlen gemeint.

1. Schreibe jedesmal die größere der Zahlen a und b auf!

a)	a	b	b)	a	b	c)	a	b	d)	a	b
	20	40		300	100		460	370		8413	5068
	30	70		700	800		826	268		3624	3634
	50	10		900	400		219	304		5819	5818
	90	0		600	100		605	506		6090	6009
	60	80		0	500		918	999		2138	2238

Man schreibt $a < b$ und liest: a ist kleiner als b , z. B. $20 < 30$.

► Alle Ausdrücke, in denen das Zeichen „ $<$ “ vorkommt, heißen **Ungleichungen**.

- Ordne folgende Zahlen auf zwei verschiedene Arten nach ihrer Größe! 317; 98; 103; 5024; 2138; 843; 11.
- Mehrere Strecken wurden gemessen. Ordne sie nach wachsender Länge! 1 km; 972 m; 2025 m; 2 km 180 m; 0,635 km; 740 m.
- Seit 1955 besteht in der DDR für Lehrlinge die Möglichkeit, gleichzeitig mit der Berufsausbildung auch das Abitur zu erwerben.

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl der neu eingestellten Lehrlinge für einige Jahre wieder.

Jahr	Anzahl der Lehrlinge
1962	4000
1959	1030
1963	5300
1960	2930
1961	5100

- Übertrage die Angaben dieser Tabelle in eine neue Tabelle! Achte dabei auf die richtige Reihenfolge der Jahreszahlen!
- Schreibe die Zahlen der zweiten Spalte nach ihrer Größe geordnet auf!
- Wie änderte sich die Anzahl der Lehrlinge in der Zeit von 1959 bis 1963?

5. Die größten Flüsse der Sowjetunion haben folgende Längen:

Don	1900 km;
Wolga	3690 km;
Dwina	1780 km;
Petschora	1800 km;
Dnjestr	1410 km;
Ural	2530 km.

Ordne die Flüsse nach ihrer Länge!

6. Bilde aus den folgenden Zahlen zwanzig Paare, in denen die erste Zahl kleiner als die zweite ist!

26; 513; 8; 4156; 284; 3; 99; 768.

Beispiel: [26; 99].

Die eckigen Klammern, die um die Zahlenpaare gesetzt worden sind, bedeuten, daß du die Zahlen zwischen diesen Klammern nicht vertauschen darfst.

7. Bilde aus den folgenden Zahlen Paare, in denen die erste Zahl größer als die zweite ist!

279; 9; 3425; 71; 443; 108; 2; 8527.

8. Bilde Paare von Zahlen, die sich um 2; 5; 7; 10 unterscheiden, und schreibe in jedem Paar die kleinere Zahl zuerst!

- Alle Ausdrücke, in denen das Gleichheitszeichen „=“ vorkommt, heißen **Gleichungen**.

9. Bestimme die Zahl, die in jeder Aufgabe für x eingesetzt werden muß, damit eine richtige Aussage entsteht!

a) $80 + x = 100$ b) $700 + x = 900$ c) $600 + x = 638$

$64 + x = 70$ $470 + x = 500$ $512 + x = 600$

$20 + x = 24$ $300 + x = 800$ $731 + x = 800$

$50 + x = 90$ $600 + x = 740$ $500 + x = 571$

$40 + x = 73$ $200 + x = 400$ $182 + x = 200$

d) $2000 + x = 4000$ e) $18 + x = 25$ f) $334 + x = 400$

$4300 + x = 6000$ $95 + x = 100$ $900 + x = 988$

$1000 + x = 2700$ $8 + x = 66$ $450 + x = 610$

$8000 + x = 10000$ $49 + x = 72$ $351 + x = 851$

$5270 + x = 6000$ $73 + x = 100$ $624 + x = 800$

g) $4310 + x = 4400$

$1720 + x = 1800$

$6400 + x = 7200$

$5318 + x = 5324$

$2006 + x = 2060$

- Eine Zahl a ist kleiner als eine andere Zahl b , wenn man zu a eine weitere Zahl x addieren muß, um b zu erhalten, wenn also $a + x = b$ gilt. Dabei darf x nicht gleich Null sein.

10. Schreibe alle die Zahlen auf, die beim Einsetzen in die folgenden Gleichungen richtige Aussagen ergeben!

$x + y = 6$; $y + x = 7$; $x \cdot y = 12$.

In jeder Gleichung dieser Aufgabe stehen zwei Zahlen. Stelle jedesmal fest, wo die kleinere steht!

11. Setze für a und b die auf der nächsten Seite angegebenen Zahlen in die Ungleichung $a < b$ ein und stelle fest, für welche Zahlenpaare die Ungleichung richtig und für welche sie falsch wird!

■ Beispiel: Setzen wir für a die Zahl 14 und für b die Zahl 2 ein, so erhalten wir: $14 < 2$. Das ist **falsch**, weil die Zahl 14 größer als die Zahl 2 ist.

Schreibe kürzer: $14 < 2$ (falsch)!

a	b	a	b
170	201	909	990
6	2	4107	4700
6813	6813	83	11
835	471	95	95
41	42	612	700

Statt $170 < 201$ schreibt man auch $201 > 170$ und liest 201 ist größer als 170. Also: Statt $a < b$ schreibt man auch $b > a$.

12. Schreibe alle richtigen Ungleichungen aus Aufgabe 11 auf zweifache Weise.

► Alle Ausdrücke, in denen das Zeichen „ $>$ “ vorkommt, heißen ebenfalls **Ungleichungen**.

13. Stelle fest, für welche der in der folgenden Tabelle stehenden Werte von x und y die Ungleichung $x > y$ richtig wird und für welche sie falsch wird!

x	y	x	y
822	821	124	142
5904	5940	1	2
81	12	77	68
6300	6300	483	483
7536	964	8316	462

Welche Zeichen müssen zwischen die Zahlen gesetzt werden, für die die Ungleichung $x > y$ falsch wird?

14. Setze zwischen die Zahlen der folgenden Zahlenpaare eines der Zeichen $<$, $>$ oder $=$, so daß richtige Ungleichungen bzw. Gleichungen entstehen, und lies diese!

a) [17; 835]

[69; 69]

[8; 132]

[564; 318]

[6340; 3717]

b) [397; 502]

[25; 816]

[4001; 3999]

[877; 877]

[5; 16]

c) [36; 72]

[19; 9]

[8030; 8300]

[729; 216]

[25; 25]

Die Zahl 40 ist kleiner als die Zahl 400. Man schreibt dafür auch, wie wir gesehen haben, $40 < 400$. Wie können wir nun aus dieser Un-

gleichung eine Gleichung herstellen? Es gibt dazu z. B. die folgenden Möglichkeiten:

- (1) Wir addieren 360 zu 40. Es entsteht: $40 + 360 = 400$.
- (2) Wir subtrahieren 360 von 400. Es entsteht: $40 = 400 - 360$.
- (3) Wir multiplizieren 40 mit 10. Es entsteht: $40 \cdot 10 = 400$.
- (4) Wir dividieren 400 durch 10. Es entsteht: $40 = 400 : 10$.

15. Stelle aus den folgenden Ungleichungen auf möglichst viele verschiedene Arten Gleichungen her!

a) $5 < 20$	b) $7 > 3$	c) $63 < 630$	d) $250 > 50$
$11 < 44$	$98 < 102$	$729 > 81$	$750 < 2250$
$48 > 24$	$5 < 55$	$66 > 11$	$8000 > 500$
$96 > 8$	$170 > 17$	$6420 > 3210$	$30 < 1200$
$100 > 25$	$28 > 4$	$25 < 125$	$81 < 243$

16. Setze für x einige Zahlen ein, so daß die folgenden Ungleichungen richtig werden!

a) $x < 12$	b) $x > 9$	c) $638 < x$
$x < 1$	$x > 465$	$25 > x$
$x < 714$	$x > 1999$	$8317 > x$
$x < 29$	$x > 4366$	$65 < x$
$x < 7218$	$x > 865$	$534 < x$

17. Setze für x alle die Zahlen ein, für die beide Ungleichungen jeder der folgenden Aufgaben zugleich richtig werden! Man sagt dafür auch, daß die gesuchten Zahlen die Ungleichungen erfüllen.

a) $7 < x$ und $x < 9$	b) $x > 25$ und $x < 30$
$3 < x$ und $x < 10$	$x < 715$ und $x > 710$
$0 < x$ und $x < 6$	$x < 9000$ und $x > 8998$
$8 < x$ und $x < 12$	$x > 4638$ und $x < 4645$
$11 < x$ und $x < 13$	$x < 834$ und $x > 830$

18. Zeichne für jede Aufgabe aus 17a) einen Zahlenstrahl und trage die Zahlen mit Rotstift ein, für die die Ungleichungen richtig werden!

■ Beispiel: $3 < x$ und $x < 10$



19. Stelle fest, ob es Zahlen gibt, die die folgenden Ungleichungen erfüllen! Schreibe die gefundenen Zahlen auf!

a) $7 < x$ und $x < 5$

$75 < x$ und $x < 80$

$129 < x$ und $x < 120$

$299 < x$ und $x < 301$

$42 < x$ und $x < 50$

b) $6438 > x$ und $6430 < x$

$x < 711$ und $x > 720$

$433 < x$ und $x > 436$

$704 > x$ und $699 < x$

$x > 8344$ und $x < 8354$

▶ Sollen die beiden Ungleichungen $a < x$ und $x < b$ gleichzeitig erfüllt werden, so schreibt man dafür auch kürzer $a < x < b$.

■ Beispiel: $7 < 14$ und $14 < 20$, also $7 < 14 < 20$.

Genauso kann man für die beiden Ungleichungen $u > x$ und $x > v$ auch $u > x > v$ schreiben.

20. Schreibe kürzer!

a) $132 < 185$ und $185 < 331$ b) $485 > 407$ und $407 > 386$

c) $4568 < 5221$ und $5221 < 6708$ d) $7281 > 5391$ und $5391 > 4201$

e) $3005 < x$ und $x < 3007$ f) $981 > x$ und $x > 782$

21. Stelle fest, welche Werte von x die folgenden Ungleichungen erfüllen! Schreibe diese Zahlen auf!

a) $15 < x < 20$

$416 > x > 400$

$82 > x > 79$

$1109 < x < 1111$

$6538 > x > 6528$

b) $20 > x$ und $x > 25$

$635 < x$ und $x < 642$

$2917 < x$ und $x < 2917$

$945 < x$ und $x < 946$

$327 > x$ und $x > 315$

22. Welche ohne Rest durch 3 teilbaren Zahlen erfüllen die Ungleichung $15 < x < 33$? Beantworte die gleiche Frage für Zahlen, die durch 5; 7; 9; 11 teilbar sind!

23. Welche ohne Rest durch 20 teilbaren Zahlen erfüllen die Ungleichung $2105 < x < 2300$?

1.2. Das dekadische Stellenwertsystem

Alle Zahlen, die wir bisher kennengelernt haben, lassen sich allein mit Hilfe der Grundziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 schreiben. So ist z. B. die Ziffer 2693 aus den einstelligen Grundziffern 2, 6, 9 und 3 zusammengesetzt. Bei dieser Zusammensetzung ist es nicht gleich-

gültig, in welcher Reihenfolge die Grundziffern 2, 6, 9, 3 hingeschrieben werden. So gibt die am weitesten rechts stehende Grundziffer die Anzahl der Einer (E) an. Nach links fortschreitend, geben die darauf folgenden Grundziffern der Reihe nach die Anzahl der Zehner (Z), Hunderter (H), Tausender (T), Zehntausender (ZT) an.

Wir wollen nun die durch die Ziffer 2693 bezeichnete Zahl zerlegen:

$$2693 = 2 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 3 \cdot 1.$$

Die durch die Ziffer 2693 bezeichnete Zahl (wir sagen kürzer: die Zahl 2693) besteht also aus zwei Tausendern, sechs Hundertern, neun Zehnern und drei Einern. Übersichtlicher kann man das, wie wir bereits wissen, in eine Stellenwerttafel schreiben:

T	H	Z	E
2	6	9	3

Wir erkennen, daß der Wert einer jeden Stelle das Zehnfache des Wertes der rechts neben ihr stehenden Stelle ist. Wir nennen das System der auf diese Art zusammengesetzten Ziffern das **dekadische Stellenwertsystem** (griechisch: deka — zehn).

Die Zahl 7301 läßt sich also folgendermaßen zerlegen:

$$7301 = 7 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1.$$

Für 1000 schreibt man auch 10^3 und liest: „zehn hoch drei“. Die hochgestellte 3 gibt an, wie oft man die 10 als Faktor setzen muß, um Tausend als Produkt zu erhalten.

Es ist nämlich $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10$. Wir sehen, daß die 10 dreimal als Faktor gesetzt werden muß. Schreibt man 10^3 für 1000, so nennt man eine solche Schreibweise **Potenzschreibweise**.

24. Schreibe folgende Produkte in Potenzschreibweise!

$$100 = 10 \cdot 10 =$$

$$10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$$

$$64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$64 = 8 \cdot 8 =$$

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

► Eine **Zehnerpotenz** ist ein in Potenzschreibweise geschriebenes Produkt, dessen Faktoren alle gleich 10 sind.

Die Zerlegung der Zahl 7301 in Vielfache von Zehnerpotenzen ist also:

$$7301 = 7 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1.$$

25. a) Zerlege die folgenden Zahlen in Vielfache von Zehnerpotenzen!

9407; 603; 7050; 5324; 82; 3979; 8007.

- b) Trage die Ziffern aus a) in eine Stellenwerttafel ein!

26. Gib die zu den folgenden Stellenwerttafeln gehörenden Zerlegungen in Vielfache von Zehnerpotenzen an!

a)	T	H	Z	E
	10^3	10^2	10	1
		6	4	9
	2	0	3	0
	7	5	1	9
	6	0	4	8
	1	0	0	4
			3	8
		2	0	1

b)	T	H	Z	E
	10^3	10^2	10	1
	1	1	1	1
	2	3	4	5
	5	4	3	2
	9	7	5	3
		4	0	1
	1	0	1	0
			1	1

27. Schreibe die zu folgenden Zerlegungen gehörenden Ziffern auf!

<p>a) $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 1$</p> <p>$6 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1$</p> <p>$8 \cdot 10 + 3 \cdot 1$</p> <p>$5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1$</p> <p>$7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 9 \cdot 1$</p> <p>$8 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 0 \cdot 1$</p> <p>$7 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$</p>	<p>b) $9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 1$</p> <p>$7 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 0 \cdot 1$</p> <p>$7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1$</p> <p>$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$</p> <p>$4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 0 \cdot 1$</p> <p>$2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 1$</p> <p>$5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 1$</p>
--	--

1.3. Addition und Subtraktion bis 10000

28. Vervollständige die folgenden Tabellen! Rechne folgendermaßen:

$$6270 + 1010 = 6270 + 1000 + 10$$

$$6270 + 1010 = 7270 + 10$$

$$6270 + 1010 = 7280$$

und $5070 - 4030 = 5070 - 4000 - 30$

$$5070 - 4030 = 1070 - 30$$

$$5070 - 4030 = 1040 !$$

a)	x	$4000 + x$	b)	u	$6270 + u$	c)	y	$y + 3980$
	8			12			15	
	4			50			20	
	20			320			31	
	93			560			120	
	105			2000			205	
	170			3400			570	
	283			1010			920	
	3060			2800			2003	
	5113			920			2300	
d)	z	$3000 - z$	e)	v	$6800 - v$	f)	w	$5070 - w$
	7			5			3	
	40			50			42	
	300			700			90	
	1000			2000			170	
	2000			2300			280	
	54			81			3040	
	390			290			4090	
	998			840			4008	
	1350			4900			1072	

29. a) Stelle in den Aufgaben a), b), c) von 28 fest, wie sich die Summe verändert, wenn der veränderliche Summand größer oder kleiner wird!
- b) Stelle in den Aufgaben d), e), f) von 28 fest, wie sich die Differenz verändert, wenn der Subtrahend größer oder kleiner wird!

30. Vervollständige die folgende Tabelle!

a	b	$a + b$	$b + a$
3000	206		
500	2700		
38	6400		
3500	29		
4250	250		
9910	90		
4800	1100		

Was erkennst Du bei der Ausrechnung?

Wie in den letzten Aufgaben gilt für die Addition immer:

- In einer Summe von zwei Summanden kann man diese Summanden vertauschen. Für alle Zahlen a und b gilt also:

$$a + b = b + a.$$

31. Ergänze folgende Tabelle! Addiere die Summanden, die in Klammern stehen, zuerst!

a	b	c	$(a + b)$	$(a + b) + c$	$(b + c)$	$a + (b + c)$
5	8	9				
5	18	25				
37	100	43				
110	152	140				
7000	520	800				
5500	400	190				
70	3200	630				

Vergleiche die Zahlen, die du in die fünfte und in die siebente Spalte geschrieben hast!

Für die Addition gilt folgendes Rechengesetz:

- Für beliebige Zahlen a , b und c gilt:

$$a + (b + c) = (a + b) + c.$$

32. Rechne möglichst vorteilhaft, indem du diese beiden Rechengesetze auf die folgenden Additionen anwendest!

$$73 + 87$$

$$590 + 130$$

$$870 + 150$$

$$2382 + 428$$

$$6077 + 15$$

■ Beispiel: $73 + 87 = 73 + (80 + 7)$

$$73 + 87 = 73 + (7 + 80)$$

$$73 + 87 = (73 + 7) + 80$$

$$73 + 87 = 80 + 80$$

$$73 + 87 = 160.$$

33. Stelle fest, für welche Werte von a und b der folgenden Tabelle die Summe $a + b$ größer als 750, kleiner als 750 oder gleich 750 ist!

a	b	$a + b$
200	316	
700	150	
163	600	
0	750	
280	410	
420	330	

34. a) Bilde die Summen $x + y$ mit allen Zahlen x und y , die folgende Ungleichungen erfüllen! $350 < x < 354$; $569 < y < 572$
 b) Wieviel Summen sind es?
 c) Wie groß ist der kleinste und wie groß ist der größte Wert, den $x + y$ annehmen kann?
35. Prüfe nach, ob in folgenden Aufgaben das Gleichheitszeichen richtig gesetzt worden ist! Ersetze es durch die Zeichen $<$ oder $>$, wenn dies notwendig ist!
- | | |
|---------------------|------------------------|
| a) $350 + 27 = 377$ | b) $2400 + 120 = 2610$ |
| $410 + 90 = 501$ | $4800 + 1300 = 6100$ |
| $670 + 70 = 720$ | $5320 + 800 = 6100$ |
| $241 + 102 = 343$ | $3000 + 2150 = 4150$ |
| $526 + 290 = 810$ | $2500 + 3410 = 5910$ |
36. In Moskau verkehren täglich 5000 einstöckige Autobusse und 1800 Obusse. Wieviele Busse verkehren täglich in Moskau?
37. Im Bezirk Frankfurt beteiligten sich 1090 Eisenbahner an sozialistischen Wettbewerben. Im Bezirk Cottbus waren es 1402 Eisenbahner, die an einem Wettbewerb teilnahmen. Wieviel waren es zusammen?
38. Im Jahre 1962 erzeugte der Bezirk Gera 1500 Tonnen Kalbfleisch. Der Bezirk Dresden konnte im gleichen Jahr 2500 Tonnen Kalbfleisch erzeugen. Wieviel Tonnen Kalbfleisch wurden von beiden Bezirken zusammen produziert?
39. Die Kosten für den Bau einer elektrischen Anlage betragen 4600 DM. Durch Verbesserungsvorschläge konnten 1100 DM eingespart werden. Wie hoch sind jetzt die Kosten für eine Anlage?

40. Im Jahre 1961 konnten die landwirtschaftlichen Betriebe des Bezirks Frankfurt 2000 Tonnen Geflügel abliefern. Im Jahre 1962 steigerte sich der Ertrag an Schlachtgeflügel auf 2299 Tonnen. Wie groß war die Steigerung?

41. a) Ergänze die folgende Tabelle!

a	b	c	d	$a + b$	$c + d$
520	200	400	290		
270	300	210	290		
3600	210	3500	310		
7020	460	480	7030		
1100	900	1500	500		

- b) Vergleiche die Zahlen der beiden letzten Spalten miteinander! Schreibe diese Zahlen neu auf und setze zwischen diese Zahlen das richtige Zeichen!
42. a) Setze in der folgenden Tabelle für x die Zahl 100 ein und ergänze die Tabelle!

a	b	$a + x$	$b + x$
8270	9000		
2400	3200		
4290	5190		
2000	3850		
2020	5000		

Vergleiche nun die für a und b gewählten Zahlen und die für $a + x$ bzw. $b + x$ erhaltenen Zahlen!

■ Beispiel: $8270 < 9000$ und $8370 < 9100$.

- b) Löse die gleiche Aufgabe wie in a)! Setze dabei für x der Reihe nach die Zahlen 200 und 300 ein!

Wie in den Aufgaben 42 gilt immer:

► Sind a und b zwei Zahlen, für die $a < b$ gilt, und addiert man zu beiden Zahlen den gleichen Summanden x , so gilt auch $a + x < b + x$.

► Sind a und b zwei Zahlen, für die $a > b$ gilt, und addiert man zu beiden Zahlen den gleichen Summanden x , so gilt: $a + x > b + x$.

● Prüfe das an selbstgestellten Aufgaben!

43. a) Setze in der folgenden Tabelle für x die Zahl 50 ein, und ergänze die Tabelle!

a	b	$a - x$	$b - x$
3250	4000		
1900	3400		
4030	4300		
8100	9000		
5450	6500		

Vergleiche in jeder Zeile die für a und b gewählten Zahlen und die für $a - x$ bzw. $b - x$ erhaltenen Zahlen!

■ Beispiel: $3250 < 4000$ und $3250 - 50 < 4000 - 50$.

b) Löse die gleiche Aufgabe wie in a)! Setze dabei für x der Reihe nach die Zahlen 200 und 400 ein! Was stellst du fest?

44. In einem Silo einer LPG lagern 8900 kg Maissilage. Zur Fütterung des Viehbestandes wurden in einem Monat 1200 kg und im nächsten Monat noch einmal 2500 kg Silage entnommen. Wieviel Kilogramm bleiben noch im Silo?
45. Die Schüler einer Schule sammelten Altmaterial. Im April brachten sie 800 kg Schrott zusammen. Im Mai sammelten sie 1100 kg und im Juni sogar 1250 kg. Wieviel Schrott konnte die Schule nach Beendigung der Sammelaktion Ende Juni abliefern?
46. Im Jahre 1961 gab es in der DDR 2800 Omnibus-Überlandlinien. Am Ende des Jahres 1962 waren es 2974 Linien. Wieviel Linien kamen im Jahre 1962 hinzu?
47. Im Jahre 1961 exportierte die DDR 2990 Radtraktoren. Im Jahre 1962 waren es 3200 Traktoren. Wie groß war die Steigerung des Exports?
48. Der Heizer einer Schule verbrauchte je Tag 2000 kg Kohle. Nach der Erneuerung der Heizungsanlage lag der Verbrauch bei 1600 kg je Tag. Wieviel Kohle wurde je Tag eingespart?

49. Ergänze die folgenden Tabellen!

a)	$x + y$	x	y	b)	$x + y$	x	y	c)	$x + y$	x	y
	6400	1200			5000	1250			2870	1500	
	6400	2800			5300	1250			8700	2360	
	6400	5070			3800	1250			5090	2045	
	6400	3090			6200	1250			4008	2009	
	6400	4390			6500	1250			6300	1470	

50. a) Wieviel Zahlen erfüllen die folgenden Ungleichungen?

$$4000 + x < 4010$$

$$4000 + x < 4100$$

$$4000 + x < 5000$$

b) Beantworte dieselbe Frage für die Ungleichungen

$$4288 + x < 5002;$$

$$6729 + x < 7000!$$

c) Beschreibe den Weg, der zur Lösung der Aufgaben a) und b) führt!

51. Wieviel Zahlen erfüllen die folgenden Ungleichungen?

a) $2000 - x > 1000$ b) $x - 40 < 100$

$6380 - x > 6400$ $x - 300 < 7$

c) Beschreibe den Lösungsweg zu jeder Aufgabe!

Wir betrachten die Ungleichung $x + y < 4$. Diese Ungleichung wird von folgenden Zahlenpaaren erfüllt:

x	0	0	1	1	0	2	1	2	0	3
y	0	1	0	1	2	0	2	1	3	0

Wie wir schon wissen, können wir die Zahlenpaare auch so schreiben:

$[0;0]$; $[0;1]$; $[1;0]$; $[1;1]$; usw.

Beachte dabei den Unterschied zwischen $[0;1]$ und $[1;0]$!

52. Welche Zahlenpaare erfüllen die Ungleichung $2 < x + y < 6$?

1.4. Multiplikation und Division bis 10 000

53. Vervollständige die folgenden Tabellen!

a)	x	y	$x \cdot y$	b)	$x \cdot y$	x	y
	210	2			800	2	
	210	4			800	4	
	210	8			800	8	
	210	3			800	5	
	210	6			800	10	

c) Wie ändert sich in der Tabelle a) das Produkt, wenn der Faktor y größer oder kleiner wird?

d) Wie ändert sich in der Tabelle b) der Faktor y , wenn bei gleichbleibendem Produkt der Faktor x größer oder kleiner wird?

54. Welche Zahlen erfüllen die folgenden Gleichungen?

a) $5x = 30$ b) $15x = 150$ c) $400 = 10x$
 $7x = 91$ $12x = 300$ $720 = 9x$

55. Welche Zahlen erfüllen die folgenden Ungleichungen?

a) $5x < 30$ b) $15x < 150$ c) $400 < 10x < 700$
 $7x < 91$ $12x < 300$ $720 < 9x < 810$

Wir betrachten jetzt die Gleichung $x \cdot y = 60$ und suchen alle Zahlenpaare $[x; y]$, die die Gleichung erfüllen. Wir finden:

x	1	60	2	30	3	20	4	15	5	12	6	10
y	60	1	30	2	20	3	15	4	12	5	10	6

56. Untersuche, welche Zahlenpaare $[x; y]$ die Ungleichung $48 < x \cdot y < 51$ erfüllen!

1.5. Das schriftliche Verfahren der Addition

57. Addiere 4562 und 5; 4562 und 30;
 4562 und 200; 4562 und 4000 !

Wir wollen diese Aufgaben noch einmal mit Zerlegungen in Zehnerpotenzen rechnen:

Addiere	(1)	4562	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
und		5	=	$5 \cdot 1$
		4562 + 5	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$
		4567	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 1$
(2)	Addiere	4562	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
und		30	=	$3 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
		4562 + 30	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
		4592	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
(3)	Addiere	4562	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
und		200	=	$2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
		4562 + 200	=	$4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
		4762	=	$4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
(4)	Addiere	4562	=	$4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
und		4000	=	$4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
		4562 + 4000	=	$8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
		8562	=	$8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 1$

58. Rechne mit zerlegten Zahlen die folgenden Aufgaben!

$$2374 + 3; \quad 6729 + 40;$$

$$4517 + 300; \quad 1823 + 6000.$$

59. Wir wollen jetzt die folgenden Summen berechnen.

$$3624 + 6; \quad 4358 + 5; \quad 8219 + 2; \quad 5765 + 8; \quad 4129 + 4.$$

■ Beispiel: $3624 + 6$

Rechne folgendermaßen!

$$3624 = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

$$6 = 6 \cdot 1$$

$$3624 + 6 = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 10 \cdot 1$$

$$3624 + 6 = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 1$$

$$3624 + 6 = 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1$$

Wir erhalten also: $3624 + 6 = 3630$.

● Worin unterscheidet sich diese Aufgabe von den Aufgaben aus 57.?

● Rechne auf die gleiche Art auch die anderen Summen aus!

60. Addiere 4536 und 90; 2881 und 70; 8735 und 80!

■ Beispiel: $4536 + 90$

$$\begin{array}{r} 4536 \\ 90 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 1 \\ = + 9 \cdot 10 + 0 \cdot 1 \end{array}$$

$$4536 + 90 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$4356 + 90 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 10 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$4536 + 90 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$4536 + 90 = 4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

Wir erhalten also: $4536 + 90 = 4626$.

● Erkläre den Unterschied zu den Aufgaben aus 59!

61. Addiere 3466 und 600; 4688 und 600; 2922 und 100!

■ Beispiel: $3466 + 600$

$$\begin{array}{r} 3466 \\ 600 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} = 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 1 \\ = + 6 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1 \end{array}$$

$$3466 + 600 = 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$3466 + 600 = 3 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$3466 + 600 = 3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

$$3466 + 600 = 4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$

Wir erhalten also $3466 + 600 = 4066$.

● Rechne auch die anderen Summen auf diese Weise aus!

● Erkläre den Unterschied zu den vorigen Aufgaben!

Wenn wir z. B. die Summe von 4342 und 3531 ausrechnen wollen, so würde das beim Kopfrechnen schwierig sein, weil beide Summanden größer sind als die, mit denen wir bisher gerechnet haben. Rechnen wir die Summe mit zerlegten Summanden aus, so geht dies leichter:

$$4342 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1$$

$$3531 = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 1$$

$$4342 + 3531 = 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

$$4342 + 3531 = 7873.$$

Wir wollen bei der Rechnung weniger schreiben. Dazu schreiben wir die beiden Summanden so untereinander, daß die Einer unter den Einern, die Zehner unter den Zehnern, die Hunderter unter den

Hundertern und die Tausender unter den Tausendern stehen.

$$\begin{array}{r} 4342 \\ + 3531 \\ \hline \end{array}$$

Wir addieren jetzt der Reihe nach die Einer, Zehner, Hunderter und Tausender. Wir beginnen also mit den Einern. Dabei wollen wir in jeder Stelle von oben nach unten addieren. Zur Kontrolle addieren wir anschließend noch einmal von unten nach oben.

● Welches Gesetz verwenden wir dabei?

Unter die Summanden setzen wir einen Strich und schreiben das Ergebnis unter diesen, so daß wieder die Einer unter den Einern, die Zehner unter den Zehnern, die Hunderter unter den Hundertern und die Tausender unter den Tausendern stehen:

$$\begin{array}{r} 4342 \\ + 3531 \\ \hline 7873. \end{array}$$

Der Strich ersetzt also das Gleichheitszeichen.

62. Berechne die folgenden Summen!

$$\begin{array}{r} 6352 \\ + 2136 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1028 \\ + 4171 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3720 \\ + 4169 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8206 \\ + 1782 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4724 \\ + 2063 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2538 \\ + 7103 \\ \hline \end{array}$$

Überschlage zuerst das Ergebnis und kontrolliere dein Ergebnis!

■ Beispiel für den Überschlag:

$$\begin{array}{l} 6000 < 6352 < 7000 \\ 2000 < 2136 < 3000 \\ \hline 8000 < 6352 + 2136 < 10\,000 \end{array}$$

● Erkläre den Überschlag!

Wir haben im Beispiel die Zahlen 6000 und 7000 gewählt, weil wir mit diesen Zahlen sehr leicht rechnen können und weil sie außerdem nahe bei der Zahl 6352 liegen.

Willst du genauer überschlagen, so stelle folgende Ungleichungen auf:

$$\begin{array}{l} 6300 < 6352 < 6400 \\ 2100 < 2136 < 2200 \\ \hline 8400 < 6352 + 2136 < 8600. \end{array}$$

Die jetzt gewählten Zahlen 6300 und 6400 liegen noch näher an

der Zahl 6352. Dafür ist aber die Rechnung schwieriger geworden. Wir wollen nun die Summe $3265 + 4518$ ausrechnen. Bei der Addition der Einer erhalten wir 13. Diese Zahl zerlegen wir in einen Zehner und drei Einer. Die Einer schreiben wir hin. Den neu entstandenen Zehner addieren wir zur Summe der Zehner.

$$\begin{array}{r} 3265 \\ + 4518 \\ \hline \dots 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3265 \\ + 4518 \\ \hline \dots 83 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3265 \\ + 4518 \\ \hline 7783 \end{array}$$

Erhalten wir bei der Addition der Zehner mehr als neun Zehner, so addieren wir den entstandenen Hunderter zu den Hundertern der beiden Summanden und schreiben nur die restlichen Zehner hin.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 4372 \\ + 1457 \\ \hline x \end{array}$$

Die Summe der Einer ist 9. Die Addition der Zehner ergibt 12 Zehner. Wir zerlegen sie in einen Hunderter und zwei Zehner. Die Zehner schreiben wir hin. Die Addition der Hunderter ergibt 7 Hunderter. Dazu addieren wir den Hunderter aus der Summe der Zehner. Das gibt 8 Hunderter. Die Summe der Tausender ergibt fünf Tausender.

$$\begin{array}{r} 4372 \\ + 1457 \\ \hline 5829 \end{array}$$

Also gilt $x = 5829$.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 2731 \\ + 4862 \\ \hline x \end{array} \quad \begin{array}{r} 2731 \\ + 4862 \\ \hline \dots 93 \end{array}$$

In diesem Beispiel ergibt die Addition der Hunderter 15 Hunderter. Den entstandenen Tausender addieren wir zu den Tausendern der beiden Summanden.

Wir erhalten dann zusammen sieben Tausender.

Also gilt: $x = 7593$.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 5648 \\ + 2737 \\ \hline x \end{array}$$

Die Summe der Einer ist 15. Wir schreiben die 5. Den entstandenen Zehner addieren wir zur Summe der Zehner. Wir erhalten zusammen acht Zehner und schreiben die 8. Die Addition der Hunderter ergibt 13 Hunderter. Wir schreiben die 3. Den entstandenen Tausender addieren wir zur Summe der Tausender. Wir erhalten acht Tausender und schreiben die 8.

Also gilt: $x = 8385$.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 2798 \\ + 1503 \\ \hline x \end{array}$$

Die Summe der Einer ist 11. Wir schreiben die 1. Den entstandenen Zehner addieren wir zur Summe der Zehner und erhalten 10 Zehner. Wir schreiben die 0. Den entstandenen Hunderter addieren wir zur Summe der Hunderter. Wir erhalten 13 Hunderter und schreiben die 3.

Zur Summe der Tausender wird der entstandene Tausender addiert. Wir erhalten 4 Tausender und schreiben die 4.

Also gilt: $x = 4301$.

63. $\begin{array}{r} 6428 \\ + 2743 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4736 \\ + 2861 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5624 \\ + 2097 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3998 \\ + 1004 \end{array}$ $\begin{array}{r} 7244 \\ + 1963 \end{array}$

● Überschlage das Ergebnis vor dem Rechnen und vergiß niemals die Kontrolle!

64. Im Bezirk Dresden gibt es 2438 Plätze in Jugendherbergen. Der Bezirk Gera hat 1689 Plätze. Wieviel Plätze sind in beiden Bezirken zusammen vorhanden?

65. Im Jahre 1962 gab es im Verkehrswesen der DDR 6878 Lehrlinge. Bei der Post lernten im gleichen Jahr 2900 Lehrlinge. Wieviel Lehrlinge wurden insgesamt im Verkehrswesen und bei der Post ausgebildet?

66. In der Bauindustrie des Bezirks Halle arbeiteten im Jahre 1962 3540 Lehrlinge. In der Bauindustrie des Bezirks Erfurt waren es im gleichen Jahr 2483 Lehrlinge. Wieviel Lehrlinge arbeiteten in beiden Bezirken zusammen?
67. Im Jahre 1962 gab es im Bergbau der DDR 2304 Forschungsgemeinschaften. In der Chemieindustrie waren es 2836.

Bei der Addition von mehr als zwei Summanden rechnen wir genauso wie bei der Addition von zwei Summanden.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r}
 3738 \\
 + 2028 \\
 + 1567 \\
 + 2605 \\
 \hline
 x
 \end{array}$$

Die Summe der Einer ist 28. Wir schreiben die 8. Die entstandenen zwei Zehner werden zur Summe der Zehner addiert. Das sind 11 Zehner. Wir erhalten also insgesamt 13 Zehner und schreiben die 3. Der entstandene Hunderter wird zur Summe der Hunderter addiert. Wir erhalten zusammen 19 Hunderter. Wir schreiben die 9. Zusammen mit dem entstandenen Tausender erhalten wir 9 Tausender und schreiben die 9. Also gilt: $x = 9938$.

68. a)	638	b)	4692	c)	718
	+ 2005		+ 58		+ 2439
	<u>+ 4372</u>		+ 335		+ 3745
			<u>+ 2076</u>		<u>+ 38</u>

69. Im Jahre 1962 gab es in Berlin 17 landwirtschaftliche Produktionsgenossenschaften. Im Bezirk Rostock waren es 1106, im Bezirk Schwerin 1303, im Bezirk Magdeburg 1469 und im Bezirk Suhl 535 Produktionsgenossenschaften. Wieviel landwirtschaftliche Produktionsgenossenschaften waren es insgesamt?
70. Eine LPG erntete 1263 Tonnen Kartoffeln. Eine andere LPG konnte 578 Tonnen mehr ernten. Wieviel Tonnen Kartoffeln ernteten beide Produktionsgenossenschaften zusammen?

71. Rostock ist von Berlin 258 km entfernt. Die Entfernung von Berlin nach Erfurt ist um 13 km größer. Wieviel Kilometer legt ein Kraftwagen auf der Fahrt von Rostock über Berlin nach Erfurt zurück?
72. Im Jahre 1962 wurden im Bezirk Dresden 1 164 Tonnen Gemüsebohnen geerntet. Im Bezirk Leipzig wurden 1 462 Tonnen mehr geerntet. Im Bezirk Halle waren es 1 180 Tonnen mehr als in Leipzig. Wieviel Tonnen Gemüsebohnen wurden in diesen drei Bezirken zusammen geerntet?

1.6. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation

73. a) Vergleiche die folgenden Zahlen miteinander!

12 und 15

32 und 41

102 und 110

220 und 315

300 und 400

- b) Multipliziere jede Zahl mit 4 und vergleiche die erhaltenen Produkte!

■ Beispiel: $12 < 15$ und $48 < 60$.

Allgemein gilt:

- ▶ Sind a und b zwei Zahlen, für die $a < b$ gilt, und multipliziert man beide Zahlen mit dem gleichen Faktor x , so gilt auch $a \cdot x < b \cdot x$.

Dabei darf x nicht gleich Null sein.

- Vergleiche dieses Rechengesetz mit dem nach Aufgabe 42 genannten Rechengesetz!

74. Wir rechnen zur Wiederholung die folgenden Aufgaben!

a) $460 \cdot 4$	b) $708 \cdot 2$
$207 \cdot 7$	$603 \cdot 5$
$323 \cdot 3$	$380 \cdot 6$
$132 \cdot 8$	$812 \cdot 9$

■ Beispiel:

$$\begin{aligned}323 &= 300 + 20 + 3 \\323 \cdot 3 &= (300 + 20 + 3) \cdot 3 \\323 \cdot 3 &= 900 + 60 + 9 \\323 \cdot 3 &= 969.\end{aligned}$$

Bei dieser Rechnung haben wir jeden Summanden des einen Faktors einzeln multipliziert. Ein allgemeines Rechengesetz besagt, daß wir dies bei der Multiplikation **jeder** Summe tun dürfen. Abgekürzt schreiben wir, indem wir mit der Multiplikation der Einer beginnen:

$$\begin{array}{r}323 \cdot 3 \\ \hline 9 \quad (3 \cdot 3) \\ + 60 \quad (20 \cdot 3) \\ + 900 \quad (300 \cdot 3) \\ \hline 969.\end{array}$$

Wir können noch weiter abkürzen. Wir rechnen:

$$\begin{array}{r}323 \cdot 3 \\ \hline 969\end{array}$$

323 · 3 3 Einer mal 3 gleich 9 Einer. Wir schreiben die 9. 2 Zehner mal 3 gleich 6 Zehner. Wir schreiben die 6. 3 Hunderter mal 3 gleich 9 Hunderter. Wir schreiben die 9.

Wir wollen auch bei der Multiplikation einen Überschlag machen.

■ Beispiel:

$$\begin{aligned}320 &< 323 < 330 \\320 \cdot 3 &< 323 \cdot 3 < 330 \cdot 3 \\960 &< 323 \cdot 3 < 990.\end{aligned}$$

● Welches Gesetz hast du beim Überschlag angewendet?

75. Berechne die folgenden Produkte! Überschlage vorher das Ergebnis!

$$211 \cdot 4; 112 \cdot 3; 443 \cdot 2; 332 \cdot 3; 111 \cdot 5.$$

Wir berechnen jetzt das Produkt $218 \cdot 4$.

$$\begin{aligned}\bullet \quad 218 &= 200 + 10 + 8 \\218 \cdot 4 &= (200 + 10 + 8) \cdot 4 \\218 \cdot 4 &= 800 + 40 + 32 \\218 \cdot 4 &= 872.\end{aligned}$$

Wir schreiben:

$$\begin{array}{r} 218 \cdot 4 \\ \hline 32 \quad (8 \cdot 4) \\ + 40 \quad (10 \cdot 4) \\ + 800 \quad (200 \cdot 4) \\ \hline 872. \end{array}$$

Wir schreiben noch kürzer:

$218 \cdot 4$ 8 Einer mal 4 gleich 32 Einer. Wir schreiben die 2. 1 Zehner mal 4 gleich 4 Zehner. Wir addieren dazu die 3 Zehner der ersten Multiplikation und erhalten 7 Zehner. Wir schreiben die $\frac{218 \cdot 4}{872}$ 7. 2 Hunderter mal 4 gleich 8 Hunderter. Wir schreiben die 8.

76. Berechne die folgenden Produkte! Überschlage vorher das Ergebnis!

a) $2378 \cdot 3$	b) $3581 \cdot 2$
$1466 \cdot 5$	$2048 \cdot 4$
$887 \cdot 8$	$3746 \cdot 2$
$4322 \cdot 2$	$1096 \cdot 6$
$1901 \cdot 4$	$782 \cdot 9$

■ Beispiel für den Überschlag:

$$2000 \cdot 3 < 2378 \cdot 3 < 3000 \cdot 3 \\ 6000 < 2378 \cdot 3 < 9000$$

Willst du einen genaueren Überschlag haben, so rechne folgendermaßen:

$$2300 \cdot 3 < 2378 \cdot 3 < 2400 \cdot 3 \\ 6900 < 2378 \cdot 3 < 7200.$$

Wir wollen jetzt das Produkt $346 \cdot 23$ ausrechnen. Wir zerlegen den zweiten Faktor und rechnen folgendermaßen:

$$\begin{aligned} 346 \cdot 23 &= 346 \cdot (20 + 3); \\ 346 \cdot 23 &= 346 \cdot 20 + 346 \cdot 3; \\ 346 \cdot 23 &= 6920 + 1038; \\ 346 \cdot 23 &= 7958. \end{aligned}$$

● Welches Gesetz wurde hier benutzt?

Übersichtlicher können wir die Rechnung so schreiben :

$$\begin{array}{r} 346 \cdot 23 \\ 69 \ 20 \ (346 \cdot 20) \\ + 10 \ 38 \ (346 \cdot 3) \\ \hline 79 \ 58. \end{array}$$

Da wir bei der ersten Multiplikation mit Zehnern multiplizieren, hat das erste Produkt in der Einerstelle stets eine Null. Diese Null kann weggelassen werden, weil dadurch bei der Addition das Ergebnis nicht beeinflusst wird.

$$\begin{array}{r} 346 \cdot 23 \\ 69 \ 2 \\ 10 \ 38 \\ \hline 79 \ 58 \end{array}$$

Wir wissen jetzt, daß beim schriftlichen Verfahren der Multiplikation die einzelnen Produkte addiert werden müssen. Deshalb lassen wir auch noch das Pluszeichen fort.

77. a) $426 \cdot 36$ b) $617 \cdot 13$
 $387 \cdot 25$ $497 \cdot 19$
 $548 \cdot 14$ $218 \cdot 35$
 $239 \cdot 32$ $125 \cdot 43$
 $102 \cdot 49$ $344 \cdot 23$

78. Fülle die folgende Tabelle aus!

x	y	x · y
638	13	
245	27	
408	17	
283	11	
513	18	

79. Vergleiche die folgenden Produkte miteinander!

a) $325 \cdot 12$ und $337 \cdot 15$ b) $333 \cdot 13$ und $333 \cdot 15$
 $218 \cdot 26$ und $222 \cdot 27$ $286 \cdot 31$ und $286 \cdot 28$
 $164 \cdot 36$ und $165 \cdot 37$ $197 \cdot 22$ und $197 \cdot 25$
 $412 \cdot 18$ und $402 \cdot 13$ $486 \cdot 12$ und $486 \cdot 13$
 $329 \cdot 25$ und $317 \cdot 23$ $501 \cdot 19$ und $501 \cdot 17$

c) $213 \cdot 19$ und $231 \cdot 17$
 $398 \cdot 22$ und $400 \cdot 21$
 $219 \cdot 38$ und $211 \cdot 35$
 $431 \cdot 16$ und $450 \cdot 15$

1.7. Die natürlichen Zahlen bis zur Million und darüber hinaus

80. Zerlege die folgenden Zahlen in Vielfache von Zehnerpotenzen!

a) 26344	b) 123211	c) 3426280	d) 23586708
53728	248480	7386562	41738012
12033	708123	1234000	50072081
20504	227456	5000000	70000001
28003	471136	9075308	63972458

Beispiel:

$$35807049 = 3 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 9 \cdot 1$$

81. Schreibe die zu folgenden Zerlegungen gehörenden Ziffern auf!

- a) $8 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
b) $4 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
c) $6 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 1$
d) $6 \cdot 10^7 + 0 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 9 \cdot 1$
e) $9 \cdot 10^7 + 9 \cdot 10^6 + 0 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 1$

82. Setze zwischen folgende Zahlen eines der Zeichen $<$, $>$, $=$, so daß richtige Ungleichungen bzw. Gleichungen entstehen und lies diese!

- a) 990000 und 909000 b) 1500000 und 1499001
22000300 und 23000900 5000001 und 4999999
452836477 und 452836747 6899211 und 6900500
707000 und 708700 25211305 und 25212406
83627400 und 83627400 32466819 und 32466819
- c) 4566 und 3899 d) 999780 und 1000000
33871 und 34212 35999 und 36000
466783 und 467783 12718000 und 12717999
92566000 und 92666000 3635728516 und 3653728516
891401999 und 891402000 700000 und 800000

83. Bestimme die Werte für x , die folgende Gleichungen erfüllen!

- a) $4566 + x = 4600$ b) $5620 - x = 5600$
 $52980 + x = 53010$ $23701 - x = 23699$
 $600000 + x = 700000$ $42030 - x = 41980$
 $3720000 + x = 3850000$ $6356000 - x = 6350000$
 $89900 + x = 90000$ $527600000 - x = 520000000$

84. Welche Zahlen mußt du jeweils zu der kleineren Zahl addieren, um eine Gleichung zu erhalten?

a) $430\,000 < 440\,000$	b) $700\,000 < 800\,000$
$27\,600 > 27\,200$	$5\,000\,020 > 4\,999\,980$
$1\,003\,020 < 1\,004\,000$	$72\,800 < 73\,000$
$22\,730\,000 < 22\,800\,000$	$366\,599 < 366\,601$
$495\,000 < 500\,000$	$3\,289\,950 < 3\,390\,000$

85. Setze für x jeweils fünf Zahlen ein, für die die folgenden Ungleichungen richtig werden!

a) $x < 900\,000$	b) $x < 6\,335\,728$
$x > 499\,200$	$x > 438\,992$
$x < 1\,000\,000$	$x > 74\,620\,008$
$x < 2\,000\,001$	$x < 421\,718$
$x > 15\,999\,999$	$x < 33\,298\,901$

86. Stelle fest, wieviel Zahlen für x die folgenden Ungleichungen erfüllen!

a) $1\,000 < x < 1\,050$	b) $4\,360\,000 < x < 4\,400\,000$
$9\,870 < x < 9\,900$	$699\,000 < x < 700\,000$
$13\,900 < x < 14\,000$	$48\,900 < x < 48\,952$
$27\,000 < x < 28\,002$	$72\,800\,000 < x < 73\,000\,000$
$4\,899 < x < 4\,901$	$7\,001 < x < 8\,000$

87. Wieviel Zahlen gibt es, die, für x eingesetzt, die folgenden Ungleichungen erfüllen?

Bemerkung: Es kann vorkommen, daß es **keine** Zahl gibt, die eine Ungleichung erfüllt.

Beispiel:

$$5 < x \text{ und } x < 4$$

a) $8\,000 < x \text{ und } x < 8\,040$	b) $7\,000 > x \text{ und } 6\,000 < x$
$27\,900 > x \text{ und } x > 27\,900$	$x < 8\,012 \text{ und } 7\,991 < x$
$15\,288 < x \text{ und } x < 15\,300$	$x > 12\,402 \text{ und } x < 12\,400$
$72\,399 < x \text{ und } x < 72\,400$	$488\,230 < x \text{ und } x < 488\,300$
$813\,000 > x \text{ und } x > 812\,000$	$x < 288\,905 \text{ und } x > 288\,900$

88. Wieviel Werte für x erfüllen jeweils die Ungleichungen der vorigen Aufgabe?

89. Mit welcher Zahl muß du jeweils die kleinere Zahl multiplizieren, um eine Gleichung zu erhalten?

- | | | | | | |
|----|--------------|----|--------------------|----|---------------------|
| a) | $4 < 40$ | b) | $12300 > 1230$ | c) | $620 < 62000$ |
| | $600 < 6000$ | | $25000 > 2500$ | | $88000000 > 880000$ |
| | $125 < 1250$ | | $78300 < 783000$ | | $772400 > 7724$ |
| | $8000 > 800$ | | $4500020 > 450002$ | | $125 < 12500$ |
| | $520 < 5200$ | | $800000 < 8000000$ | | $6350 < 635000$ |

1.8. Das schriftliche Verfahren der Addition (über 10000)

90. a) $95378 + 214632$; $654321 + 77802$; $12917008 + 202403$

b)	721	638000	36750	970008
	+ 25030	+ 5962	+ 1102	+ 6385
	+ 79219	+410304	+512728	+38412618
	<u>+8834007</u>	<u>+ 72831</u>	<u>+ 47519</u>	<u>+ 9</u>

91. Die folgende Tabelle zeigt die monatliche Produktion von Mopeds in der DDR im Jahre 1962:

Januar	13650;	Februar	12630;
März	13780;	April	12050;
Mai	12650;	Juni	12700;
Juli	13420;	August	14180;
September	12465;	Oktober	14050;
November	13200;	Dezember	10725.

Wie groß war die Jahresproduktion?

92. Die Jahresproduktion von Armbanduhren in der DDR im Jahre 1962 verteilte sich auf die einzelnen Monate wie folgt:

Januar	127 846;	Februar	124222;
März	142756;	April	131 684;
Mai	157956;	Juni	188192;
Juli	148242;	August	148216;
September	152116;	Oktober	150698;
November	170211;	Dezember	121768.

93. Im Jahre 1960 wurden in der DDR 11038 elektrische Waschmaschinen hergestellt. Im Jahre darauf waren es 2307 Waschmaschinen mehr. Im Jahre 1962 stieg die Produktion gegenüber 1961 um 2997 Stück.

- a) Wie hoch waren die Produktionsziffern in den einzelnen Jahren?
 b) Wie groß war die Gesamtproduktion in den drei genannten Jahren?
94. Im Jahre 1962 wurden in der DDR 6004 Tonnen Zuckerwaren hergestellt. Das war gegenüber 1961 eine Steigerung um 210 Tonnen. Wieviel Tonnen Zuckerwaren wurden in den Jahren 1961 und 1962 insgesamt hergestellt?
95. Im Jahre 1962 wurden in der DDR im Monatsdurchschnitt 6017 PKW produziert. Das ist gegenüber 1961 eine Steigerung um 220 Stück je Monat. Im Jahre 1961 wurden im Monat 458 PKW mehr als im Jahre 1960 produziert. Wie hoch war die gesamte Produktion in den Jahren 1960, 1961 und 1962 zusammen?
96. Die Anzahl der Beschäftigten in der Bauwirtschaft verteilte sich im Jahre 1962 folgendermaßen auf die Bezirke Schwerin, Rostock und Leipzig:
 In Schwerin waren es 11256. In Rostock waren es 10104 mehr als in Schwerin und in Leipzig 5108 mehr als in Schwerin und Rostock zusammen. Wie groß war die Anzahl der Beschäftigten in den drei Bezirken zusammen?

1.9. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation (über 10000)

- | | | | | | |
|--------|--------------|----|-------------|----|---------------|
| 97. a) | 4355 · 7 | b) | 5367 · 33 | c) | 6443758 · 12 |
| | 26083 · 5 | | 622014 · 65 | | 85076020 · 93 |
| | 17912 · 8 | | 892501 · 77 | | 635817 · 25 |
| | 631451 · 4 | | 17834 · 27 | | 41712834 · 52 |
| | 10038516 · 6 | | 98371 · 61 | | 7032500 · 38 |

1.10. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion (ohne Überschreitung)

Wenn wir die Aufgabe $17 - 5 = x$ lösen wollen, haben wir die Zahl zu bestimmen, die 17 ergibt, wenn man sie zu 5 addiert. Für diese Zahl gilt also:

$5 + x = 17$. Diese gesuchte Zahl ist 12. Es gilt also $17 - 5 = 12$, denn $5 + 12 = 17$. Die Lösung heißt: $x = 12$.

Deshalb nennt man die Subtraktion die Umkehrung der Addition. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion größerer Zahlen wird so durchgeführt, daß wir, bei den Einern beginnend, stellenweise subtrahieren.

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 6789 \\ - 3251 \\ \hline x \end{array}$$

Bei der Rechnung benutzen wir die Tatsache, daß die Subtraktion die Umkehrung der Addition ist:

Die Differenz der Einer ist 8, denn $1 + 8 = 9$. Wir schreiben die 8. Die Differenz der Zehner ist 3, denn $5 + 3 = 8$. Wir schreiben die 3.

Die Differenz der Hunderter ist 5, denn $2 + 5 = 7$. Wir schreiben die 5.

Die Differenz der Tausender ist 3, denn $3 + 3 = 6$. Wir schreiben die 3.

Also gilt: $x = 3538$.

98. Subtrahiere ebenso!

$$\begin{array}{r} \text{a) } 35289 \quad 583591 \quad 1298467 \quad 25086739 \\ -24161 \quad -472171 \quad -258130 \quad -4082037 \\ \hline 463098270 \\ -243024230 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } 625319 - 14208; \quad 572612 - 2011; \\ 79043 - 25031; \quad 4638970 - 8000; \\ 88379215 - 80162215; \quad 687305019 - 600304012. \end{array}$$

● Führe eine Kontrolle durch, indem du die Differenz und den Subtrahenden addierst! Welche Zahl mußt du dabei erhalten?

99. Löse folgende Aufgaben!

$$\begin{array}{l} 76849 - 4120 - 607; \quad 543896 - 21050 - 314 - 310220; \\ 738487 - 320 - 5056 - 10000; \quad 97517 - 4200 - 51104. \end{array}$$

Du kannst diese Aufgaben auf zwei Arten lösen:

1. Art: $76849 - 4120 = 72729$

$$76849 - 4120 - 607 = 72729 - 607 = 72122$$

$$\text{also } 76849 - 4120 - 607 = 72122;$$

2. Art: $76849 - 4120 - 607 = 76849 - (4120 + 607)$.

Dabei bedeutet die Klammer, daß du zuerst die Addition ausführen mußt:

$$76849 - 4120 - 607 = 76849 - 4727;$$

$$76849 - 4120 - 607 = 72122.$$

Bei der ersten Lösung subtrahierst du also nacheinander erst 4120 und dann 607. Bei der zweiten Art subtrahierst du dagegen gleich die Summe der beiden Subtrahenden. Die zweite Art ist vorteilhafter, denn sie kann bei dem schriftlichen Verfahren der Subtraktion verkürzt durchgeführt werden:

$$\begin{array}{r} 76849 \\ -14120 \\ \hline -21607 \\ \hline \end{array} x.$$

Wir rechnen folgendermaßen:

$$7 + 0 + 2 = 9; \text{ wir schreiben die } 2;$$

$$0 + 2 + 2 = 4; \text{ wir schreiben die } 2;$$

$$6 + 1 + 1 = 8; \text{ wir schreiben die } 1;$$

$$1 + 4 + 1 = 6; \text{ wir schreiben die } 1;$$

$$2 + 1 + 4 = 7; \text{ wir schreiben die } 4.$$

Also gilt: $x = 41122$.

- Rechne auch die anderen Aufgaben aus 99 auf zwei Arten!
Kürzer schreiben wir:

$$\begin{array}{r} 76849 \\ -14120 \\ \hline -21607 \\ \hline 41122. \end{array}$$

1.11. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion (mit Überschreitung)

■ Beispiel:

$$\begin{array}{r} 546 \\ -219 \\ \hline \end{array} x$$

Bei der Subtraktion der Einer stellen wir fest, daß wir keine Zahl finden können, die zu 9 addiert 6 ergibt.

Die nächstgrößere Zahl mit 6 Einern ist 16. Es gibt aber eine Zahl, die zu 9 addiert 16 ergibt. Das ist 7. Wir schreiben die 7. Da wir zum Minuenden 10 addiert haben, müssen wir auch zum Subtrahenden 10 addieren, damit sich die Differenz der beiden Zahlen nicht verändert.

$$\begin{array}{r} 546 \\ -219 \\ \underline{1} \\ ..7 \end{array}$$

Wir addieren daher zum Subtrahenden einen Zehner und rechnen weiter: $1 + 1 + 2 = 4$.

$$\begin{array}{r} 546 \\ -219 \\ \underline{1} \\ .27 \end{array}$$

Wir schreiben die 2 und rechnen weiter: $2 + 3 = 5$.
Wir schreiben die 3.

$$\begin{array}{r} 546 \\ -219 \\ \underline{1} \\ 327 \end{array}$$

Also gilt: $x = 327$.

100. a) $\begin{array}{r} 36547 \\ -7328 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 43972013 \\ -27865327 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 780000 \\ -92458 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 26405006 \\ -9517229 \\ \hline \end{array}$

■ Beispiel:

Wir rechnen:

$$\begin{array}{r} 568394 \\ -27682 \\ \hline -208396 \end{array}$$

$6 + 2 + 6 = 14$ und schreiben die 6;
 $1 + 9 + 8 + 1 = 19$ und schreiben die 1;
 $1 + 3 + 6 + 3 = 13$ und schreiben die 3;
 $1 + 8 + 7 + 2 = 18$ und schreiben die 2;
 $x \quad 1 + 0 + 2 + 3 = 6$ und schreiben die 3;
 $2 + 0 + 3 = 5$ und schreiben die 3.

Also gilt: $x = 332316$.

101. Rechne ebenso die folgenden Aufgaben!

- a) $\begin{array}{r} 583729 \\ -98102 \\ \hline -109613 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 2408329 \\ -1642174 \\ \hline -873511 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 95608377 \\ -9413659 \\ \hline -8031 \\ -41629207 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 380007 \\ -901 \\ \hline -175364 \\ -91573 \end{array}$

102. Im Jahre 1958 arbeiteten in der metallverarbeitenden Industrie der DDR 1040726 Arbeiter und Angestellte. Das waren 84514 mehr als 1955 und 49912 weniger als 1961. Im Jahre 1962 war

die Anzahl der Arbeiter und Angestellten dieses Industriezweiges um 51 kleiner als im Jahre 1961. Gib die Anzahl der Beschäftigten in den einzelnen Jahren an!

103. An einem Sonntag im Sommer des Jahres 1962 beförderte die Berliner S-Bahn 1322360 Fahrgäste. Am Sonntag darauf waren es 339700 Fahrgäste weniger. Wieviel Fahrgäste wurden an beiden Sonntagen insgesamt befördert?

1.12. Verbindung von Multiplikation und Addition

104. Welche Zahl erhältst du, wenn du zu 700 das Dreifache von 500 addierst?
105. Welche Zahl erhältst du, wenn du die Summe von 500 und 700 verdreifachst?
106. Erkläre den Unterschied zwischen den Aufgaben 104 und 105!
107. Löse die folgenden Aufgaben!

a)	$1200 + 500 \cdot 7$	b)	$3480 \cdot 12 + 12300$
	$27000 + 920 \cdot 5$		$2374 \cdot 23 + 33617$
	$65370 + 7500 \cdot 44$		$593 \cdot 98 + 173$
	$4230 + 600 \cdot 28$		$5366 + 999 \cdot 99$
	$521740 + 830 \cdot 13$		$563218 + 7398 \cdot 32$

- Es ist festgelegt, daß die Multiplikation immer vor der Addition ausgeführt werden muß.
- Soll in Aufgaben, in denen addiert und multipliziert werden muß, die Addition zuerst ausgeführt werden, so setzt man die Summe in Klammern.

■ Beispiel:

$$(500 + 900) \cdot 3.$$

Führe zuerst die Addition aus! $500 + 900 = 1400$.

Nun multipliziere! $1400 \cdot 3 = 4200$,

$$\text{also: } (500 + 900) \cdot 3 = 4200.$$

Schreibt man die Klammern nicht, so heißt die Aufgabe $500 + 900 \cdot 3$.

Diesmal muß zuerst die Multiplikation ausgeführt werden:

$$900 \cdot 3 = 2700,$$

$$500 + 2700 = 3200,$$

$$\text{also: } 500 + 900 \cdot 3 = 3200.$$

108. Löse die folgenden Aufgaben!

a) $(6370 + 15218) \cdot 27$

$(21938 + 400) \cdot 9$

$(634720 + 100921) \cdot 54$

$(72974 + 22837500) \cdot 39$

b) $52835 + 62748 \cdot 17$

$(52835 + 62748) \cdot 17$

$462715 + 38600 \cdot 36$

$(462715 + 38600) \cdot 36$

- 109.** Drei Ziegeleien produzieren täglich jeweils 123000 Ziegel. Eine vierte Ziegelei stellt täglich 4500 Ziegel mehr als jede der drei anderen her. Wie groß ist die Produktion der vier Ziegeleien zusammen?
- 110.** Zwei Schuhfabriken stellen monatlich 25000 bzw. 32500 Paar Schuhe her. Wie groß ist die Jahresproduktion beider Schuhfabriken zusammen?
- 111.** Für ein Fußballspiel im Berliner WALTER-ULBRICHT-Stadion wurden 10000 Eintrittskarten für 2,00 DM, 22500 Karten für 3,00 DM und 27650 Karten für 5,00 DM verkauft. Wie hoch waren die Einnahmen?

1.13. Verbindung von Multiplikation und Subtraktion

112. a) $25360 - 1360 \cdot 12$

$99872 - 2561 \cdot 27$

$867277 - 7621 \cdot 67$

$2268400 - 23512 \cdot 72$

$7472612 - 76216 \cdot 58$

b) $963 \cdot 98 - 23461$

$2461 \cdot 24 - 39212$

$34563 \cdot 86 - 278519$

$41946 \cdot 39 - 1212900$

$638527 \cdot 100 - 638527$

- Es ist festgelegt, daß die Multiplikation immer vor der Subtraktion ausgeführt werden muß.
- 113. a)** Welche Zahl erhältst du, wenn du von 75830 das Vierfache der Zahl 1600 subtrahierst?
- b)** Welche Zahl erhältst du, wenn du die Differenz der Zahlen 75830 und 1600 mit 4 multiplizierst?
- 114.** Vergleiche die Aufgaben **113. a)** und **b)** und ihre Ergebnisse!
- Soll in Aufgaben, in denen subtrahiert und multipliziert werden muß, die Subtraktion zuerst ausgeführt werden, so setzt man die Differenz in Klammern.

115. a) $(8376 - 4322) \cdot 5$ b) $(75317 - 3519) \cdot 15$
 $(12377 - 5393) \cdot 12$ $75317 - 3519 \cdot 15$
 $(23566 - 12788) \cdot 23$ $(465927 - 5080) \cdot 61$
 $(35271 - 3008) \cdot 56$ $465927 - 5080 \cdot 61$
 $(406012 - 395801) \cdot 66$ $(37754887 - 491712) \cdot 32$
 $37754887 - 491712 \cdot 32$

116. Einem Betrieb stehen jährlich für Theaterbesuche und Festveranstaltungen 9680 DM zur Verfügung. In den Monaten Januar, Februar, März und April wurden davon jeweils 790 DM verbraucht. Wieviel Geld war am 1. Mai noch in der Kasse?
117. Auf ein neu eingerichtetes Konto bei der Sparkasse wurden in den Monaten Januar bis April monatliche Einzahlungen von 1750 DM geleistet. In den nächsten fünf Monaten wurden jeweils 1355 DM abgehoben. Wie hoch war der Betrag, der am 1. Oktober auf dem Konto stand?

1.14. Das schriftliche Verfahren der Division

Die Zahl 24 ist ein Vielfaches von 8, denn $3 \cdot 8 = 24$. Dafür sagen wir auch, daß 24 durch 8 **teilbar** ist.

Da 24 auch ein Vielfaches von 3 ist, weil $8 \cdot 3 = 24$ gilt, können wir auch sagen: 24 ist durch 3 teilbar.

118. Gib alle Zahlen an, durch die 24 teilbar ist!

119. Prüfe, ob folgende Zahlen a) durch 12, b) durch 14, c) durch 17 teilbar sind!

a) 36	b) 60	c) 51
50	70	84
73	126	119
96	160	160
135	200	187

Stelle bei den Zahlen, die nicht teilbar sind, die nächst kleinere teilbare Zahl fest!

■ Beispiel:

Wir schreiben: $125:12$ ist nicht lösbar.

Die nächstkleinere durch 12 teilbare Zahl ist 120. Wir schreiben $120:12 = 10$, denn $120 = 10 \cdot 12$.

Also gilt: $125 = 10 \cdot 12 + 5$.

Der Summand 5 gibt die Differenz von 125 und 120 an. Man sagt: 125 läßt bei der Division durch 12 den Rest 5.

- Dividiere 9369 durch 3, indem du den Dividenten folgendermaßen in eine Summe zerlegst!

$$9\ 369:3 = (9000 + 300 + 60 + 9):3;$$

$$9\ 369:3 = 3000 + 100 + 20 + 3;$$

$$9\ 369:3 = 3123$$

Bei dieser Rechnung haben wir jeden Summanden des Dividenten einzeln dividiert. Ein allgemeines Rechengesetz besagt, daß wir dies bei der Division **jeder** Summe durch eine Zahl tun dürfen. Wir müssen dabei die Summe wie eine Klammer ansehen. Läßt man die Klammer fort, so bedeutet das, daß nur der letzte Summand dividiert werden muß. Wir wollen jetzt die Aufgabe in abgekürzter Schreibweise rechnen.

$9\ 369:3 = x$. Wir rechnen der Reihe nach:

$$9:3 = 3 \text{ und schreiben die } 3;$$

$$3:3 = 1 \text{ und schreiben die } 1;$$

$$6:3 = 2 \text{ und schreiben die } 2;$$

$$9:3 = 3 \text{ und schreiben die } 3.$$

Also gilt: $x = 3123$.

Beachte, daß wir bei der am weitesten links befindlichen Stelle des Dividenten zu dividieren beginnen!

- Vergleiche das mit den schriftlichen Verfahren der Addition, Multiplikation und Subtraktion!

Wenn wir 2169 durch 3 dividieren wollen, so müssen wir den Dividenten anders zerlegen, da 2 nicht durch 3 teilbar ist.

$$2\ 169:3 = (2\ 100 + 60 + 9):3$$

$$2\ 169:3 = 700 + 20 + 3$$

$$2\ 169:3 = 723$$

Abgekürzt:

$2\ 169:3 = x$. Wir rechnen der Reihe nach:

$$21:3 = 7 \text{ und schreiben die } 7;$$

$$6:3 = 2 \text{ und schreiben die } 2;$$

$$9:3 = 3 \text{ und schreiben die } 3.$$

Also gilt: $x = 723$.

Wir rechnen noch ein Beispiel, in dem bei den einzelnen Divisionen Reste bleiben:

- Beispiel: $8\ 232:6 = x$. Wir rechnen:
 $6:6 = 1$, denn $8:6$ ist nicht lösbar. Wir schreiben die **1**.
 Den Rest von zwei Tausendern verwandeln wir in zwanzig Hunderter und addieren diese zu den Hundertern des Dividenden. Das ergibt 22 Hunderter. Wir rechnen weiter:
 $18:6 = 3$, denn $22:6$ ist nicht lösbar. Wir schreiben die **3**.
 Den Rest von vier Hundertern verwandeln wir in 40 Zehner und addieren sie zu den Zehnern des Dividenden. Das ergibt 43 Zehner. Wir rechnen weiter:
 $42:6 = 7$, denn $43:6$ ist nicht lösbar. Wir schreiben die **7**.
 Den Rest von einem Zehner addieren wir zu den Einern des Dividenden. Das ergibt 12 Einer.
 Wir rechnen weiter: $12:6 = 2$ und schreiben die **2**.
 Also gilt: $x = 1372$.
 Wir schreiben den Rechengang dieser Aufgabe noch einmal abgekürzt: $8\ 232:6 = 1\ 372$

$$\begin{array}{r} -6 \\ \underline{2\ 2} \\ -1\ 8 \\ \underline{4\ 3} \\ -42 \\ \underline{12} \\ -12 \\ \underline{0} \end{array}$$

Wir können die Teilrechnungen auch im Kopf ausführen:
 $8\ 232:6 = 1\ 372$

Wir rechnen noch ein weiteres Beispiel.

- Beispiel: $45\ 876:6 = 7\ 646$

$$\begin{array}{r} -42 \\ \underline{3\ 8} \\ -3\ 6 \\ \underline{27} \\ -24 \\ \underline{36} \\ -36 \\ \underline{0} \end{array}$$

Abgekürzt: $45\ 876:6 = 7\ 646$

Bemerkung:
 Bei der Division durch einstellige Divisoren soll stets das abgekürzte Verfahren benutzt werden.

- Zur Kontrolle der Ergebnisse multipliziere den Quotienten mit dem Divisor! Welche Zahl muß sich bei dieser Multiplikation ergeben, wenn du richtig gerechnet hast?

■ Beispiel: $8\ 232:6 = 1\ 372$; denn $1\ 372 \cdot 6 = 8\ 232$.

120. a) $2\ 429:7$ b) $14\ 046:6$ c) $117\ 110:5$
 $2\ 961:3$ $43\ 565:5$ $199\ 311:7$
 $2\ 972:4$ $37\ 436:7$ $151\ 476:4$
 $8\ 667:9$ $37\ 288:4$ $217\ 317:3$
 $1\ 318:2$ $62\ 829:9$ $832\ 383:9$

121. In einer Schule wurden sieben Klassenräume renoviert. Die Gesamtkosten betragen 3045,00 DM. Wieviel kostete die Renovierung eines Klassenzimmers?

122. a) $6\ 792:24$ b) $40\ 477:17$ c) $383\ 322:29$
 $16\ 485:35$ $79\ 856:23$ $1\ 085\ 762:41$
 $21\ 033:41$ $208\ 845:35$ $1\ 376\ 881:37$
 $27\ 507:53$ $395\ 712:54$ $3\ 932\ 019:63$

123. Eine Flugreise kostet 74,00 DM. Eine Reisegesellschaft bezahlte insgesamt 1 702,00 DM für einen Flug. Wieviel Mitglieder hatte die Gesellschaft?

124. Eine LPG erntete von 17 Hektar Ackerfläche 270 300 kg Frühkartoffeln. Wie groß war der durchschnittliche Ertrag pro Hektar?

1.15. Verbindung von Division mit Addition und Subtraktion

125. a) $204:17 + 16$ b) $69\ 687:89 + 978$
 $345:15 - 8$ $368\ 220:76 + 3\ 288$
 $851:23 + 13$ $401\ 056:83 - 2\ 371$
 $4\ 181:37 + 489$ $5\ 389 - 210\ 496:64$
 $38\ 429:83 - 217$ $12\ 389 - 418\ 647:53$

- Es ist festgelegt, daß die Division immer vor der Addition oder Subtraktion ausgeführt werden muß.

126. Für eine Geldlotterie stehen als Gewinnsumme 120 000 DM zur Verfügung. Die Lose sollen in 800 Kästen verteilt werden. Dabei soll in jedem Kasten ein Hauptgewinn von 100 DM liegen. Wieviel Geld bleibt für die kleineren Gewinne übrig?

2. Propädeutische Geometrie

2.1. Körper, Flächen, Linien

- 1. a)** Nimm eine leere Streichholzschachtel und lege sie so vor dich auf den Tisch, daß die Aufschrift oben zu sehen ist. Schätze, wie hoch die Schachtel ist! Dann miß die Höhe mit dem Zentimetermaß an deinem Lineal oder an deinem Zeichendreieck! Hattest du gut oder schlecht geschätzt? Wie groß war dein Schätzungsfehler?

b) Die Seitenfläche, auf der die Schachtel liegt, hat eine bestimmte Länge und Breite. Schätze beide, dann miß und beurteile dein Schätzungsergebnis wie oben!
- 2. a)** Du kannst die Streichholzschachtel auch mit einer anderen Seitenfläche auf den Tisch legen, z. B. mit einer Reibfläche. Wie hoch ragt sie jetzt über den Tisch? Wie lang und wie breit ist jetzt die Seitenfläche, auf der die Schachtel liegt?

b) Gibt es noch andere Möglichkeiten, die Streichholzschachtel auf den Tisch zu legen, so daß du für Länge, Breite und Höhe andere Maße angeben mußt? Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es insgesamt?
- 3.** Auch bei deinem Klassenzimmer läßt sich eine Länge, eine Breite und eine Höhe angeben. Schätze, wie lang, wie breit und wie hoch das Zimmer ist! Miß die Länge und die Breite mit einem Meßband oder mit einem Gliedermaßstab! Wie kannst du wohl die Höhe messen? Vergleiche wieder die Meßergebnisse mit deinen Schätzungen und bestimme die Schätzungsfehler!
- 4. a)** Hat auch der Fußball, der vor dir auf dem Spielfeld liegt, eine bestimmte Höhe? Schätze sie, miß sie und bestimme den Schätzungsfehler!

- b) Der Ball hat aber auch eine bestimmte Länge und Breite, denn wenn du ihn in einen Kasten legen willst, muß dieser entsprechend lang und breit sein, damit der Ball hineinpaßt. Vergleiche die Länge und die Breite mit der Höhe!
5. a) Lege ein Blatt hauchdünnes Papier auf den Tisch! Kannst du seine Dicke messen? Schätze und miß seine Länge und seine Breite!
- b) Zeichne mit Hilfe des Zeichendreiecks in dein Heft ein Rechteck, das 8 cm lang und 4,5 cm breit ist! Zeichne daneben mit dem Zirkel einen Kreis mit dem Radius 3 cm! Rechteck und Kreisfläche haben wohl eine bestimmte Länge und Breite, aber keine Höhe.
6. a) Zeichne in dein Heft mit Hilfe des Lineals eine beliebig lange Strecke! Verwende einen gut gespitzten Bleistift und zeichne ganz dünn! Die Strecke hat keine Breite und Höhe, wohl aber eine Länge! Schätze und miß die Streckenlänge!
- b) Schneide einen 30 cm langen Faden von einem Röllchen mit möglichst dünner Nähseide ab! Spanne ihn straff aus! Er veranschaulicht dir eine 30 cm lange Strecke. Lege jetzt den Faden so auf dein Heft, daß ein Kreis, eine Spirale, eine Wellenlinie usw. entstehen. Diese Linien, die du natürlich auch mit dem Bleistift nachzeichnen kannst, haben alle dieselbe Länge von 30 cm, aber keine Breite und keine Höhe.
- ▶ Gebilde, bei denen man eine Länge, eine Breite und eine Höhe angeben kann, heißen Körper. Man sagt:
 - ▶ **Körper** haben drei Ausdehnungen: Länge, Breite und Höhe.
 - ▶ **Flächen** und ebene Figuren haben nur zwei Ausdehnungen: Länge und Breite.
 - ▶ **Linien** haben nur eine einzige Ausdehnung: die Länge.
7. a) Nenne verschiedene Gegenstände aus deiner Umwelt, die die Form einer Kugel haben, und beschreibe, wozu sie benutzt werden!
- b) Woraus besteht dein Spielball? Eine Spielmurmel? Die Kugel, die beim Kugelstoßen von Leichtathleten benutzt wird?

c) Ordne die von dir genannten kugelförmigen Gegenstände der Größe nach!

d) In der Mathematik fragt man nicht danach, ob ein Gegenstand aus Eisen, der andere aus Glas, der dritte aus Gummi usw. besteht. Auch interessiert es in der Mathematik nicht, wozu der einzelne Gegenstand verwendet wird. In der Mathematik beschreibt man nur die Form und vergleicht die Größen der Gegenstände. Man nennt einen Körper dann eine Kugel, wenn er von allen Seiten aus wie ein Kreis erscheint. Man sagt, daß die Oberfläche einer Kugel allseitig gleichmäßig gekrümmt ist. Haben die von dir genannten Körper dann wirklich die Form von Kugeln oder haben sie nur annähernd Kugelgestalt?

► In der Mathematik ist vor allem die Form oder Gestalt und die Größe der Körper, Flächen, Figuren, Linien wichtig. Die mathematische Beschreibung und Untersuchung von Dingen unserer Umwelt erstreckt sich deshalb auf deren Gestalt und Größe, nicht aber auf das Material, aus dem der Gegenstand hergestellt ist, oder auf den praktischen Verwendungszweck u. ä.

2.2. Gerade Linien und Winkel

Es gibt gerade Linien (Geraden) und gekrümmte (krumme) Linien.

1. Zeichne, wie du geradlinig quer über den Schulhof läufst, den die Abbildung 1 zeigt, wenn du möglichst rasch deinen Freund erreichen willst? Warum läufst du nicht am Rande des Hofes herum oder auf einer gekrümmten Linie?

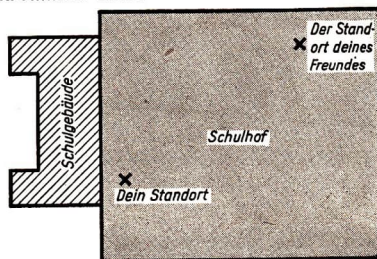
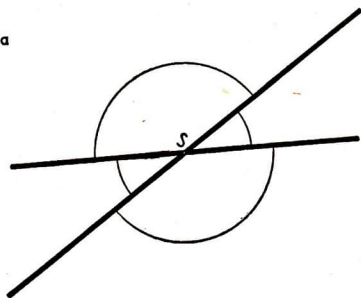


Abb.1

Du weißt aus Erfahrung:

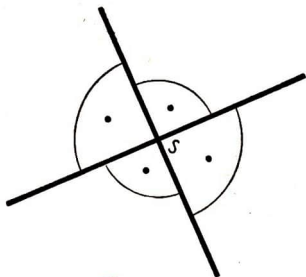
- Die gerade Linie ist die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten.
2. a) Gerade Linien zeichnest du mit Hilfe deines Lineals oder deines Zeichendreiecks. Sind die Zeichenkanten dieser Geräte auch wirklich „gerade“? Wie könntest du das überprüfen?
- b) Ein Weg ist folgender: Markiere auf einem Zeichenblatt zwei Punkte (durch kleine Kreuze)! Lege die Zeichenkante des Geräts an, das du überprüfen willst, und zeichne die Verbindungslinie! Lege jetzt die Zeichenkante von der anderen Seite her an die zwei Punkte (so daß derjenige Punkt, der eben linker Hand an der Zeichenkante lag, jetzt rechter Hand liegt und umgekehrt) und zeichne wiederum die Verbindungslinie! Woran erkennst du jetzt, ob deine Zeichenkante wirklich gerade ist? Begründe deine Antwort!
3. a) Man sagt mitunter, daß eine Straße „schnurgerade“ verlaufe. Was hat eine Gerade mit einer Schnur zu tun? Beobachte den Gärtner, den Maurer, den Steinsetzer, den Maler beim „Abschnüren“, d. h. beim Abstecken einer Geraden mit Hilfe einer straff gespannten Schnur!
- b) Überprüfe mit Hilfe einer Schnur, ob die Arbeitstische in deinem Klassenzimmer „gerade ausgerichtet“ sind!
- c) Wie kannst du dir helfen, wenn du keine Schnur zur Hand hast?

Abb. 2a



Wenn zwei Geraden einander in einem Punkt S schneiden, entstehen vier Winkel, die alle denselben Scheitelpunkthaben (Abb. 2 a). Sind diese vier Winkel gleich groß, so sagt man, die Geraden stehen senkrecht aufeinander; jeder der vier Winkel heißt dann ein **rechter Winkel** (oder kurz: ein Rechter) (Abb. 2 b).

Abb. 2b



4. a) Falte ein Blatt Papier zweimal so zusammen, daß die **Faltbrüche senkrecht aufeinander stehen!** Wie macht man das?
b) Falte das Blatt wieder auseinander und zeichne die **Faltbrüche mit Hilfe eines Lineals mit einem Bleistift nach!** Du erhältst zwei Geraden, die **senkrecht aufeinander stehen.**
c) Halte das Blatt auf dem Tisch im **Schnittpunkt der Geraden mit der Bleistiftspitze oder einer Nadel fest und drehe es!** Obwohl dadurch die Geraden ihre Lage z. B. zur Tischkante ändern, bleiben die beiden Geraden nach wie vor **senkrecht zueinander.**
5. a) Binde einen Schlüssel oder ähnliches an einen Faden und laß ihn frei herabhängen! Wo du das auch immer tust, stets weist der Faden in ganz bestimmter Richtung zum Erdboden. Diese Richtung heißt **lotrecht.**
b) Beobachte die **Wasseroberfläche in einer Waschschüssel, an einem Teich usw.!** Stets ist ihre Richtung in bezug auf den Erdboden die gleiche. Diese Richtung heißt **waagrecht.**
c) Vergleiche die **lotrechte und die waagerechte Richtung miteinander!** Du wirst feststellen: Beide verlaufen **senkrecht zueinander.**

6. a) Kann ein Kosmonaut in seinem Raumschiff beim Flug im Weltraum einen Stab „lotrecht“ oder „waagrecht“ halten?
- b) Kann er zwei Stäbe „senkrecht zu einander“ halten?
- ▶ Eine Gerade für sich allein betrachtet kann niemals „senkrecht verlaufen“. Wohl aber können zwei Geraden „zueinander senkrecht verlaufen“ oder „aufeinander senkrecht stehen“.
- ▶ Eine einzelne Gerade kann aber „lotrecht“ oder „waagrecht“ (gemeint ist in bezug auf die Erdoberfläche) verlaufen.
- ▶ „Lotrecht“ und „waagrecht“ bezeichnen zwei Richtungen bezogen auf die Erdoberfläche. Beide Richtungen stehen „senkrecht zueinander“.
7. a) Zeichne mit Hilfe deines Zeichendreiecks zwei zueinander senkrecht verlaufende Geraden g_1 und g_2 ! Warum sind die vier von ihnen gebildeten Winkel gleich groß?
- b) Lege einen Bleistift auf die eine der beiden Geraden (g_2) und drehe ihn ein Stück um den Schnittpunkt. Er bildet in der neuen Lage g_3 mit den anderen Geraden (g_1 und g_2) nicht mehr vier gleiche Winkel.
- c) Zeichne jetzt in die Figur eine dritte Gerade durch den Schnittpunkt der beiden ersten in der Lage g_3 deines Bleistifts, und vergleiche die vier Winkel, die g_3 mit g_1 bildet!

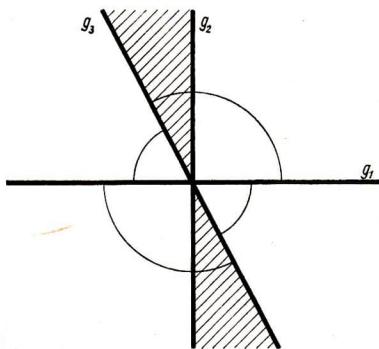


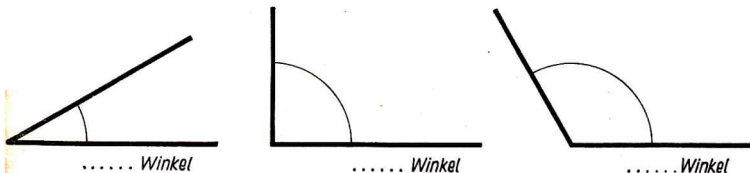
Abb. 3

Du wirst feststellen:

- Je zwei gegenüberliegende Winkel sind offenbar gleich groß. Durch die Drehung der Geraden g_2 in die neue Lage (g_3) sind ein Paar gegenüberliegender rechter Winkel um den schraffierten Winkel größer, das andere Paar rechter Winkel um denselben schraffierten Winkel kleiner geworden.

8. a) Wie heißen Winkel, die größer als rechte Winkel sind?
b) Wie heißen Winkel, die kleiner als rechte Winkel sind?
c) Was ergeben sich für Winkel, wenn die eine von zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden um den Schnittpunkt aus ihrer Lage gedreht wird?
9. a) Falte ein Blatt Papier zweimal so zusammen, daß die Faltlinien spitze und stumpfe Winkel bilden!
b) Kannst du durch zweimaliges Falten auch erreichen, daß nur spitze Winkel oder nur stumpfe Winkel entstehen?
c) Ist das bei mehr als zweimaligem Falten möglich?
10. a) Wenn du deinen Zirkel öffnest, stellt er das Modell eines Winkels dar. Öffne ihn so, daß ein spitzer, dann ein stumpfer, dann ein rechter Winkel entsteht!
b) Schließe den Zirkel wieder, halte den einen Schenkel fest und drehe den anderen allmählich um den Scheitelpunkt zu immer größerer Öffnung! Was für Winkelarten entstehen dabei der Reihe nach? Übertrage die Abbildung 4 in dein Heft und vollständige die Unterschriften!

Abb.4



2.3. Gekrümmte Linien, Kreis

Es gibt viele verschiedene gekrümmte Linien. Eine besonders wichtige ist die Kreislinie.

1. a) Zeichne aus freier Hand verschiedene gekrümmte Linien! Achte künftig auf solche Linien in deiner Umwelt!
- b) Zeichne mit Hilfe eines kleinen Kreuzes einen Punkt und dann mit Hilfe des Zirkels den Kreis mit dem Radius von 3 cm Länge um diesen Punkt! Wie heißt dieser Punkt des Kreises?
2. a) Entwirf weitere Kreisornamente, wie du einige auf den Seiten 42 bis 44 deines Lehrbuchs findest!
- b) Zeichne sechs Kreise um den gleichen Mittelpunkt und zwar so, daß der Abstand zweier benachbarter Kreislinien stets einen halben Zentimeter beträgt! Der Durchmesser des kleinsten Kreises soll eine Länge von 1 cm haben.
- c) Zeichne nochmals sechs Kreise um den gleichen Mittelpunkt, aber so, daß der Abstand zweier benachbarter Kreislinien von innen nach außen jeweils auf das Doppelte anwächst!
- d) Diesmal soll der Abstand zweier benachbarter Kreislinien von innen nach außen jeweils auf die Hälfte abnehmen.
3. a) Zeichne einen Kreis mit Hilfe eines Zirkels! Vergiß nicht, vorher den Mittelpunkt durch ein kleines Kreuz zu bezeichnen!
- b) Zeichne eine Gerade, die durch den Mittelpunkt des Kreises verläuft! Die Kreislinie schneidet aus dieser Geraden eine Strecke aus. Ziehe diese Strecke nochmals nach, so daß du sie deutlich siehst! Wie heißt sie?
- c) Zeichne weitere Durchmesser in den Kreis ein und vergleiche ihre Längen! Was stellst du fest? Begründe deine Feststellung!
4. a) Der halbe Durchmesser, der vom Mittelpunkt bis zur Kreislinie reicht, heißt Radius. Zeichne einen Kreis und in ihn mehrere Radien! Vergleiche ihre Längen! Was stellst du fest? Begründe deine Feststellung!
- b) Zwei Radien eines Kreises bilden einen Winkel. Zeichne in einen Kreis zwei Radien ein, die einen spitzen Winkel einschließen, zwei weitere, die einen rechten Winkel einschließen und schließlich zwei, die einen stumpfen Winkel einschließen!

5. a) Zeichne einen Kreis und eine Gerade, die ihn schneidet, die aber nicht durch den Mittelpunkt verläuft! Auch aus dieser schneidet die Kreislinie eine Strecke aus. Sie heißt Sehne.
 - b) Zeichne verschiedene Sehnen ein und vergleiche ihre Längen untereinander! Vergleiche die Längen der Sehnen auch mit der Länge des Durchmessers! Was stellst du fest?
 - c) Wie liegen diejenigen Sehnen zum Mittelpunkt, die sehr klein, wie diejenigen, die sehr groß sind? Benutze bei deiner Feststellung den Begriff „kürzeste Entfernung der Sehne vom Mittelpunkt“ (Abb. 5)! Dafür sagt man auch „Abstand des Mittelpunkts von der Sehne“.
 - d) Auch den Durchmesser kannst du als Sehne auffassen. Wie lang ist diese „Sehne“ im Vergleich zu allen anderen Sehnen?
6. Betrachte die Abbildung 6! Ist die eingezeichnete Gerade wirklich „gerade“? Überprüfe es!

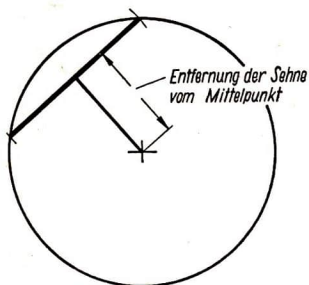


Abb. 5

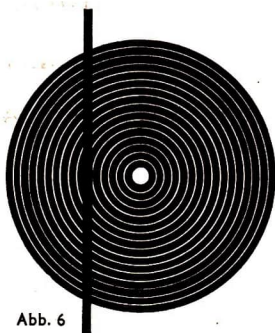


Abb. 6

2.4. Flächen und Figuren

Flächen können eben oder gekrümmt sein. Fast eben ist die Wasseroberfläche in einer ruhig stehenden Wasserschüssel; auch die Platte deines Arbeitstisches, der Deckel deines Rechenbuches, Fußboden, Wände und Decke deines Klassenzimmers sind nahezu eben. Dagegen

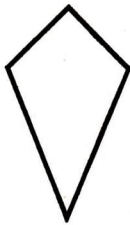
ist die Oberfläche einer Kugel (Ball, Murmel) oder eines Federhalters gekrümmt. Auch die Wasseroberfläche in der Wasserschüssel wird gekrümmt, wenn du z. B. mit der Hand das Wasser bewegst.

1. a) Lege ein glattes Blatt Schreibpapier auf die Platte deines Arbeitstisches und auf das Papierblatt ein gerades Stäbchen (Streichholz, Bleistift o. ä.)! Verschiebe das Stäbchen in alle möglichen Lagen! Liegt es stets mit seiner ganzen Länge auf dem (ebenen) Papierblatt auf?
- b) Rolle das Papierblatt zu einer Röhre zusammen und versuche wieder, das Stäbchen in allen möglichen Lagen so auf die (gekrümmte) Papierfläche zu legen, daß es mit seiner ganzen Länge auf der Papierfläche aufliegt! Gelingt das bei jeder Lage? Wie mußt du es legen, daß es mit seiner ganzen Länge auf der Fläche aufliegt?
- c) Rolle das Papierblatt jetzt zu einer spitzen Tüte zusammen und mache wieder deine Versuche mit dem Stäbchen!
- d) Nimm einen Spielball und versuche, das Stäbchen so zu halten, daß es mit seiner ganzen Länge auf der (gekrümmten) Oberfläche der Kugel aufliegt! Gelingt es diesmal?
Das Stäbchen veranschaulicht dabei eine Strecke, also ein Stück einer Geraden.

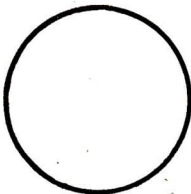
► Eine Fläche ist eben (ist eine Ebene), wenn sich eine Gerade in jeder beliebigen Lage so auf die Fläche legen läßt, daß sie in ihrer ganzen Länge auf der Fläche aufliegt. Ist das nur in bestimmten Richtungen oder überhaupt nicht möglich, heißt die Fläche gekrümmt.

Wird aus einer Fläche ein Stück herausgeschnitten, so entsteht eine Figur. Diese ist von einer bestimmten Linie umrandet. Ist diese Linie **teilweise oder vollständig gekrümmt**, heißt die Figur **krummlinig begrenzt**. Besteht die Umrandung nur aus **geraden Teilen** (Strecken), so nennt man die Figur **geradlinig begrenzt**. (Abb. 7)

2. a) Schneide aus einem ebenen Papierblatt mit der Schere verschiedene ebene Figuren heraus!
- b) Du erhältst solche Figuren auch, wenn du die Umrandung auf die Fläche aufzeichnest. Zeichne einen Kreis, ein Dreieck, ein Quadrat, ein Rechteck auf ein ebenes Papierblatt!



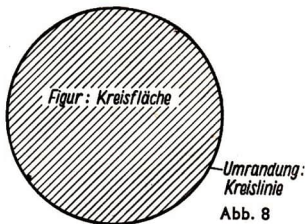
Geradlinig begrenzte Figuren



Ganz oder teilweise krummlinig begrenzte Figuren

Abb. 7

- c) Unterscheide die Figur selbst (die ganze Fläche der Figur) von der Umrandung! Male die Figur farbig an und ziehe die Umrandung mit einem anderen Farbstift nach! Die Abbildung 8 zeigt das für den Kreis.



3. a) Zeichne einen Kreis und teile die Kreisfläche mit Hilfe eines Durchmessers in zwei Halbkreise ($\frac{1}{2}$)! Male einen dieser Halbkreise farbig an! Wieviel halbe Kreisflächen ergeben eine ganze Kreisfläche?

b) Zeichne in einen anderen Kreis mit Hilfe zweier senkrecht zueinanderstehenden Radien einen Viertelkreis ($\frac{1}{4}$)! Wieviel Viertelkreisflächen ergeben eine ganze Kreisfläche?

c) Zeichne einen Kreis, und schlage einen kleinen Kreisbogen (ohne die Zirkelöffnung zu verändern) um irgendeinen Punkt der Kreislinie, so daß er die Kreislinie schneidet (Abb. 9)! Setze in diesen Schnittpunkt erneut die Zirkelspitze ein und fahre in gleicher Weise mit deiner Zeichnung fort, indem du den neuen

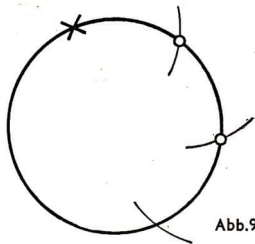


Abb.9

Kreisbogen um den eben erhaltenen Schnittpunkt schlägst! Wenn du sorgfältig zeichnest, endest du genau am Anfangspunkt. In wieviel gleiche Teile hast du auf diese Weise die Kreislinie geteilt?

d) Zeichne jetzt mit Hilfe zweier Radien einen Sechstelkreis ($\frac{1}{6}$)! Wieviel Sechstelkreisflächen ergeben eine ganze Kreisfläche?

e) Zeichne entsprechend einen Drittelkreis ($\frac{1}{3}$)! Wieviele Drittelkreisflächen ergeben eine ganze Kreisfläche?

Die Umrandung jeder geradlinig begrenzten Figur besteht aus Strecken und deren Schnittpunkten. Die Strecken heißen die Seiten der Figur, die Schnittpunkte Eckpunkte oder Ecken der Figur. Nach ihrer Anzahl unterscheidet man Dreiecke, Vierecke, Fünfecke usw.

4. a) Wieviel Seiten hat eine Figur, die 5 (6, 3, 4) Eckpunkte besitzt?

b) Wieviel Seiten und Ecken muß eine ebene Figur mindestens haben?

c) Je zwei benachbarte Seiten bilden einen Winkel. Wieviel solcher Winkel hat ein Fünfeck (Viereck, Dreieck)? Wo liegen die Scheitelpunkte dieser Winkel?

5. a) Dreiecke heißen (Abb. 10a)

ungleichseitig, wenn alle drei Seiten verschieden lang sind,

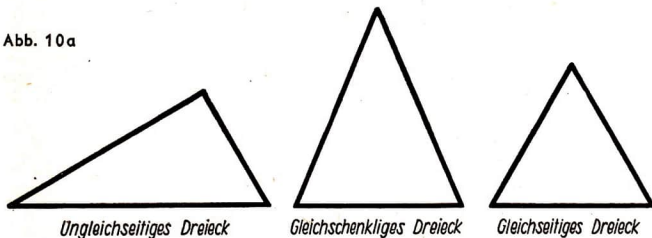
gleichschenkelig, wenn wenigstens zwei von den drei Seiten gleiche Längen haben,

gleichseitig, wenn alle drei Seiten gleiche Längen haben.

Beachte:

- ▶ Obwohl das gleichschenklige Dreieck nicht gleichseitig ist, heißt es doch nicht ungleichseitig, weil dazu alle drei Seiten verschiedene Längen haben müssen. Das trifft beim gleichschenkligen Dreieck aber nicht zu.
- b) Zeichne je zwei gleichseitige, gleichschenklige, ungleichseitige Dreiecke!
- c) Bei welchen Dreiecken nennt man einzelne seiner Seiten auch Schenkel? Welche Seiten sind es?

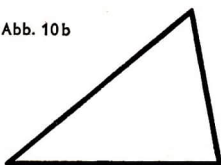
Abb. 10a



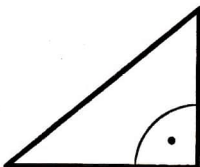
- d) Welche der folgenden Aussagen ist richtig, welche ist falsch?
 - (1) Wenn ein Dreieck gleichseitig ist, so ist es auch gleichschenklilig.
 - (2) Wenn ein Dreieck gleichschenklilig ist, so ist es auch gleichseitig.
 - (3) Alle gleichschenkligen Dreiecke sind gleichseitig.
 - (4) Es gibt gleichschenklige Dreiecke, die gleichseitig sind.
 - (5) Alle gleichseitigen Dreiecke sind gleichschenklilig.
 - (6) Es gibt gleichschenklige Dreiecke, die ungleichseitig sind.
- 6. a) Dreiecke heißen (Abb. 10b)
 - spitzwinklig, wenn alle drei Winkel spitz sind,
 - rechtwinklig, wenn einer der drei Winkel ein Rechter ist,
 - stumpfwinklig, wenn einer der drei Winkel stumpf ist.
- b) Zeichne je zwei spitzwinklige, rechtwinklige, stumpfwinklige Dreiecke!

- c) Was für Winkel (spitze, rechte, stumpfe) kommen im rechtwinkligen Dreieck außer dem rechten, im stumpfwinkligen Dreieck außer dem stumpfen noch vor?
- d) Kann ein spitzwinkliges Dreieck zugleich rechtwinklig oder stumpfwinklig sein?
- e) Kann ein rechtwinkliges Dreieck zugleich spitzwinklig oder stumpfwinklig sein?
- f) Kann ein stumpfwinkliges Dreieck zugleich spitzwinklig oder rechtwinklig sein? Begründe deine Antworten!
- g) Welcher Winkel ist im rechtwinkligen, welcher im stumpfwinkligen Dreieck der größte?

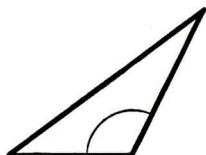
Abb. 10b



Spitzwinkliges Dreieck



Rechtwinkliges Dreieck



Stumpfwinkliges Dreieck

- 7. a) Zeichne ein beliebiges Viereck, d. h. ein Viereck, das vier verschieden lange Seiten und vier verschieden große Winkel hat!
- b) Die vier Seiten verbinden immer je zwei benachbarte Eckpunkte miteinander. Du kannst aber auch noch zwei Strecken einzeichnen, die gegenüberliegende Eckpunkte verbinden. Zeichne diese Strecken farbig ein! Sie verlaufen quer durch die Figur.
- Strecken, die in einer geradlinig begrenzten Figur zwei nicht benachbarte Eckpunkte verbinden, heißen Diagonalen.
- 8. a) Zeichne in ein Fünfeck alle möglichen Diagonalen ein. Wieviel gibt es?
- b) Kannst du auch beim Dreieck Diagonalen einzeichnen? Begründe deine Antwort!
- 9. a) Zeichne nebeneinander ein beliebiges Viereck, ein Rechteck und ein Quadrat!

b) Woran erkennst du ein Rechteck, woran ein Quadrat?

- ▶ Ein Rechteck ist ein Viereck mit vier rechten Winkeln.
- ▶ Ein Quadrat ist ein Viereck mit vier rechten Winkeln und vier Seiten von gleicher Länge.

c) Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche sind falsch?

- (1) Alle Rechtecke sind Vierecke.
- (2) Alle Quadrate sind Vierecke.
- (3) Alle Vierecke sind Rechtecke.
- (4) Alle Vierecke sind Quadrate.
- (5) Alle Rechtecke sind Quadrate.
- (6) Alle Quadrate sind Rechtecke.
- (7) Es gibt Vierecke, die Quadrate sind.
- (8) Es gibt Rechtecke, die Quadrate sind.

d) Zeichne in ein beliebiges Viereck, in ein Rechteck und in ein Quadrat die Diagonalen ein! Was stellst du jeweils fest?

2.5. Körper

1. Es gibt Bleistifte, die du auf dem Tisch entlangrollen kannst, und solche, die fest auf der Tischplatte liegen, ohne herabzurollen. Betrachte von jeder Sorte einen (noch nicht angespitzten) genau und vergleiche ihre Formen und ihre Oberflächen!

Der eine veranschaulicht einen krummflächig begrenzten Körper, der andere einen ebenflächig begrenzten, wenn du von den flachen Rundungen an den Enden absiehst. Zu den krummflächig begrenzten Körpern rechnet man alle Körper, deren gesamte Oberfläche gekrümmt ist (Kugel, Ei), aber auch diejenigen, deren Oberfläche nur zum Teil gekrümmt ist, während andere Oberflächenteile aus ebenen Figuren bestehen (Beispiele: Zylinder; Kegel).

Die Oberfläche ebenflächig begrenzter Körper besteht dagegen nur aus ebenen Figuren (Beispiele: Würfel, Quader).

2.5.1. Krummflächig begrenzte Körper

Wir wollen zunächst einige krummflächig begrenzte Körper genauer untersuchen.

2. a) Nimm einen „runden“ Bleistift, der nicht angespitzt und an den Enden nicht gewölbt, sondern eben abgeschnitten ist, und stelle ihn auf die Tischplatte aufrecht vor dich hin. Auf was für einer „Grundfläche“ steht er?
 - b) Oben ist er durch die Deckfläche abgeschlossen. Vergleiche Grund- und Deckfläche!
 - c) Du erkennst: Der Körper ist außer von der (meist lackierten) gekrümmten Fläche oben und unten noch von zwei ebenen Figuren, nämlich von zwei gleich großen Kreisflächen begrenzt. Ein solcher Körper heißt gerader Kreiszyylinder.
3. a) Rolle und klebe ein rechteckiges Papierblatt zu einem geraden Kreiszyylinder zusammen und stelle ihn aufrecht vor dich hin!
 - b) Der gekrümmte Teil der Oberfläche, d. h. der Teil, der durch das Papierblatt dargestellt wird, heißt die Mantelfläche oder der Mantel des Zylinders.
 - c) Drücke vorsichtig mit zwei Fingern die Papierrolle, die den Mantel darstellt, seitlich etwas zusammen. Dadurch ändern sich auch die Formen der Grund- und der Deckfläche. Trotzdem bleibt der Körper ein Zylinder. Es ist nur kein Kreiszyylinder mehr.
Beachte deshalb:

► Kreiszyylinder nennt man einen Zylinder, dessen Grund- und Deckfläche Kreise sind.
4. a) Nimm die zum Zylindermantel zusammengeklebte Papierrolle, presse sie zu einem (doppelten) Rechteck wie in Abbildung 11 zusammen und schneide dieses Rechteck an den beiden schmalen Seiten gleichmäßig schräg ab (Abb. 11)!
 - b) Falte das Papier wieder zu einem Zylindermantel auseinander und stelle den Körper auf die Tischplatte vor dich hin. Du erkennst: Er steht „schief“ auf der Tischplatte. Deshalb heißt ein solcher Körper „schiefer Zylinder“.
 - c) Schneide den Mantel längs des Klebstreifens wieder auseinander und lege ihn ausgebreitet vor dich auf die Tischplatte. Hat er wie beim geraden Zylinder die Form eines Rechtecks?
5. Suche nach Gegenständen, die die Form von geraden Kreiszyindern haben, z. B. Rundstäbe, Bonbonschachteln usw!

6. a) Schneide aus Papier einen großen Halbkreis aus (Radius etwa 10 bis 15 cm) und rolle und klebe ihn längs der beiden Radien zu einem Kegel zusammen! Stelle ihn aufrecht, mit der Spitze nach oben, vor dich hin! Begründe die Bezeichnung „gerader Kreiskegel“ für diesen Körper!
- b) Drücke die Mantelfläche vorsichtig seitlich etwas zusammen wie bei Aufgabe 3. c! Warum ist der Kegel jetzt kein Kreiskegel mehr?
- c) Warum steht der seitlich zusammengedrückte Kegel nicht mehr fest auf der Tischplatte, sondern „schaukelt“?

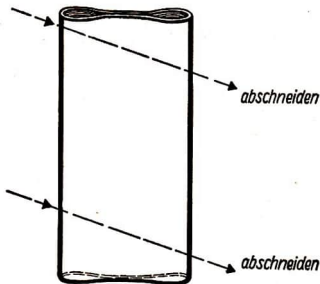


Abb. 11

- Kreiszyylinder und Kreiskegel sind beide von einem gekrümmten Mantel und einem Kreis als ebene Grundfläche begrenzt. Der Kreiszyylinder besitzt außerdem einen Kreis als Deckfläche, der denselben Radius wie der Grundflächenkreis hat. Dagegen hat der Kreiskegel statt des Deckkreises eine Spitze.
7. a) Lege einen Spielball oder eine Murmel vor dich auf die Tischplatte! Du kannst sie leicht zur Seite rollen, sie stehen nicht „fest“ wie der gerade Kreiszyylinder oder der gerade Kreiskegel. Wie kommt das?
- b) Hat die Kugel eine ebene „Grundfläche“, auf der sie stehen kann? Wie liegt sie vielmehr auf der Tischplatte auf?

- c) Versuche, deine Kugel in ein Blatt Papier „einzuwickeln“! Gelingt es, das Papier ohne Falten und Knitter an die Kugeloberfläche glatt anzupressen?
 - d) Was hältst du infolgedessen von dem Versuch, eine Kugeloberfläche (wie den Zylindermantel in Aufgabe 3a) oder den Kegelmantel in Aufgabe 6a) aus einem Blatt Papier durch Zusammenrollen und -kleben herzustellen?
- Die Oberfläche der Kugel läßt sich nicht glatt in einer Ebene ausbreiten.

2.5.2. Ebenflächig begrenzte Körper

Wir wollen jetzt einige besonders wichtige Arten von ebenflächig begrenzten Körpern genauer kennenlernen.

Die Oberfläche aller ebenflächig begrenzten Körper besteht aus ebenen Figuren; sie werden Seitenflächen genannt.

Die Seitenflächen stoßen in den Kanten des Körpers zusammen. Die Kanten treffen einander in den Ecken des Körpers.

8. Stelle aufrecht nebeneinander: einen kantigen noch nicht angespitzten Bleistift, der an den Enden nicht gewölbt, sondern glatt abgeschnitten ist, sowie eine Streichholzschachtel, ein noch unbenutztes Stück Wandtafelkreide, einen Würfel aus einem Holzbaukasten!

Allen diesen Körpern ist gemeinsam, daß sie (wie der gerade Kreiszylinder) auf einer Grundfläche stehen und dieselbe Figur nochmals als Deckfläche besitzen. Diese Flächen sind aber nicht Kreise wie beim Kreiszylinder, sondern geradlinig begrenzte ebene Figuren. Die übrigen Seitenflächen sind Rechtecke oder Quadrate. Solche Körper heißen gerade Prismen (Einzahl: Prisma).

9. a) Beim Bleistift hat die Grundfläche sechs Seiten. Ein solches gerades Prisma heißt gerades sechsseitiges Prisma. Wieviel Flächen insgesamt, wieviel Kanten und wieviel Ecken hat ein sechsseitiges Prisma? Lege dir die folgende Tabelle an und trage die Anzahl der Ecken, Flächen und Kanten ein! (Die vierte Spalte laß zunächst frei! Da du in diese Tabelle noch weitere Zahlen eintragen sollst, mache sie von vornherein groß genug!)

Name des Körpers	Anzahl der Ecken	Anzahl der Flächen		Anzahl der Kanten
Sechseckiges Prisma				

- b)** Die Streichholzschachtel hat ein Rechteck als Grundfläche. Ein solches gerades Prisma heißt **Quader**. Zähle Ecken, Flächen und Kanten und trage deren Anzahl in die Tabelle ein!
- c)** Das Kreidestück hat ein **Quadrat** als Grundfläche. Solche gerade Prismen heißen gerade quadratische Prismen. Ergänze deine Tabelle!
- d)** Der Holzwürfel hat ebenfalls eine quadratische Grundfläche. Er gehört also zu den geraden quadratischen Prismen. Doch ist seine Höhe genau so groß wie seine Länge und seine Breite. Ein solches gerades Prisma heißt **Würfel**. Ergänze deine Tabelle!
- 10.** Sieh dich in deiner Umwelt nach Gegenständen um, die die Form von geraden Prismen haben! Bezeichne sie richtig, zähle Ecken, Flächen und Kanten und nimm sie auch in deine Tabelle auf!
- 11. a)** Welche von folgenden Aussagen sind richtig, welche sind falsch?
- (1) Alle Würfel sind gerade Prismen.
 - (2) Es gibt gerade Prismen, die gerade quadratische Prismen sind.
 - (3) Alle geraden Prismen sind gerade quadratische Prismen.
 - (4) Alle geraden quadratischen Prismen sind gerade Prismen.
- b)** Bilde richtige und falsche Aussagen, indem du Würfel und gerade quadratische Prismen oder Quader und quadratische Prismen vergleichst!
- Ein gerades quadratisches Prisma ist eine Sonderform eines geraden Prismas, der Würfel eine Sonderform eines geraden quadratischen Prismas. Folglich ist auch der Würfel eine Sonderform des geraden Prismas.

12. a) Stelle eine entsprechende Beziehung für allgemeines Viereck, Rechteck und Quadrat auf!
- b) Kennst du einen entsprechenden Zusammenhang bei den Dreiecken?
13. a) Wie es schiefe Kreiskegel gibt, so gibt es auch schiefe Prismen. Wenn du einen kantigen Bleistift an beiden Enden in gleicher Richtung schräg abschneidest, hast du ein Beispiel dafür.
- b) Sind die Seitenflächen, die nicht Grund- oder Deckfläche sind, auch Rechtecke?
14. a) Zeichne vier zusammenhängende gleichseitige Dreiecke, wie du sie in der Abbildung 12 siehst, auf ein Blatt Papier und schneide die Figur aus! Falte sie jetzt längs der gestrichelten Linien und klappe die schraffierten Dreiecke nach oben zu einem Körper zusammen!

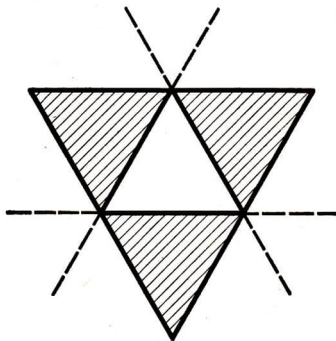


Abb. 12

- b) Verfahre genauso, indem du von einem Quadrat ausgehst und vier beliebige, aber untereinander gleiche gleichschenklige Dreiecke über den Quadratseiten nach außen zu errichst! Wie hoch müssen diese Dreiecke mindestens sein, damit beim Hochklappen ein Körper entsteht?
- c) Verfahre genauso mit einem Sechseck als Grundfläche!

Die entstandenen Körper heißen gerade Pyramiden. Sie bestehen aus einem Dreieck, Viereck, ... als Grundfläche und werden danach

dreiseitige, vierseitige, ... Pyramiden genannt. Die der Grundfläche gegenüberliegende Ecke einer Pyramide heißt (wie beim Kreiskegel) die Spitze. Die übrigen Seitenflächen sind bei geraden Pyramiden gleichschenklige Dreiecke.

15. Zähle bei einer dreiseitigen, vierseitigen und sechsseitigen Pyramide die Flächen, Ecken und Kanten und trage alles in deine Tabelle (Seite 59) ein!

16. Sieh dich in deiner Umwelt nach Gegenständen um, die die Form von geraden Pyramiden haben! Bestimme die Anzahl ihrer Flächen, Ecken und Kanten und trage auch diese Ergebnisse in deine Tabelle ein!

17. a) Zähle in deiner Tabelle für jeden Körper die Anzahl der Ecken und Flächen zusammen und trage das Ergebnis in die vierte, bisher frei gelassene Spalte ein!

b) Vergleiche bei jedem Körper die eben errechnete Anzahl mit der Anzahl der Kanten! Was stellst du fest?

► Bei jeder Pyramide und bei jedem Prisma ist die Summe aus der Anzahl der Ecken und der Flächen um 2 größer als die Anzahl der Kanten.

18. a) Ergänze folgende Übersicht über dir bekannte gerade Prismen und gerade Pyramiden!

	Ebenflächig begrenzte Körper			Krummflächig begrenzte Körper	
	Grundfläche	übrige Seitenflächen	Bezeichnung	Grundfläche	Bezeichnung
mit Grundfläche und gleicher Deckfläche			Prisma		
	Rechteck	Rechtecke			
	Quadrat	Rechtecke			
	Quadrat	Quadrate			
mit Grundfläche und Spitze					

b) Warum paßt die Kugel nicht in diese Übersicht?

INHALTSVERZEICHNIS

1. Das Rechnen mit den Zahlen bis zur Million und darüber hinaus	3
1.1. Die Ordnung der natürlichen Zahlen	3
1.2. Das dekadische Stellenwertsystem	8
1.3. Addition und Subtraktion bis 10 000	10
1.4. Multiplikation und Division bis 10 000	17
1.5. Das schriftliche Verfahren der Addition	17
1.6. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation	24
1.7. Die natürlichen Zahlen bis zur Million und darüber hinaus	28
1.8. Das schriftliche Verfahren der Addition (über 10 000)	30
1.9. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation (über 10 000)	31
1.10. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion (ohne Überschreitung)	31
1.11. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion (mit Überschreitung)	33
1.12. Verbindung von Multiplikation und Addition	35
1.13. Verbindung von Multiplikation und Subtraktion	36
1.14. Das schriftliche Verfahren der Division	37
2. Propädeutische Geometrie	41
2.1. Körper, Flächen, Linien	41
2.2. Gerade Linien und Winkel	43
2.3. Gekrümmte Linien, Kreis	48
2.4. Flächen und Figuren	49
2.5. Körper	55
2.5.1. Krümmflächig begrenzte Körper	55
2.5.2. Ebenflächig begrenzte Körper	58