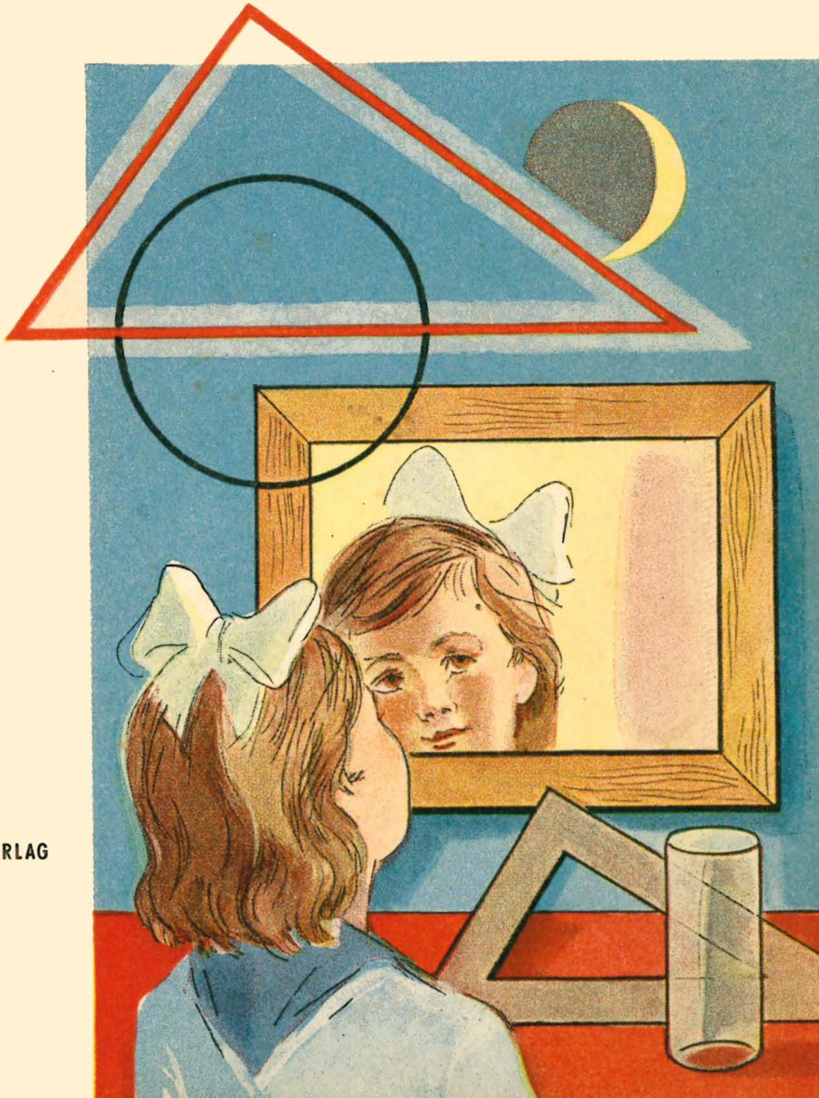
UNSERE WELT
GRUPPE 2

MATHEMATIK

VON DER NATUR UND
IHREN GESETZEN

GEOMETRISCHE DENKAUFGABEN

VON J. I. PERELMAN



DER KINDERBUCHVERLAG
BERLIN

13513 ●●

J. I. PERELMAN

GEOMETRISCHE DENKAUFGABEN

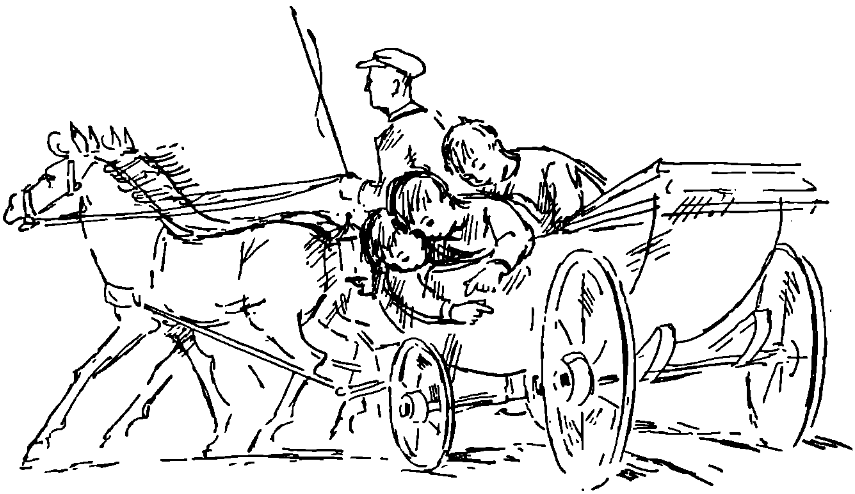
DER KINDERBUCHVERLAG BERLIN

Entnommen dem Werk „Живая Математика" von Я. И. Перельман
Aus dem Russischen übersetzt von Hermann Asemissen. Für die deutsche Ausgabe bearbeitet
Umschlagbild: Rudolf Meissner. Illustrationen im Innenteil: Rudolf Meissner und Edgar Leidreiter

 Genehmigungs-Nummer 376/66/51. Satz und Druck: (III/9/1) Sachsenverlag, Druckerei- und Verlags-Gesellschaft mbH, Dresden N 23, Riesaer Straße 32. 5172

Preis: 0,60 DM

Bestellnummer 13513. 1.—30. Tausend 1951. Für Leser von 12 Jahren an



GEOMETRISCHE DENKAUFGABEN

Zur Lösung der in diesem Heft zusammengestellten Denkaufgaben braucht man nicht das ganze Gebiet der Geometrie zu beherrschen. Auch derjenige wird mit ihnen fertig werden, der nur in bescheidenem Umfang mit den geometrischen Anfangsgründen vertraut ist. Die hier vorgelegten Aufgaben können dem Leser als Prüfstein dafür dienen, ob er wirklich über die geometrischen Kenntnisse verfügt, die er sich zu eigen gemacht zu haben glaubt. Die wahre Kenntnis der Geometrie besteht nicht nur darin, daß man die Merkmale der Figuren aufzählen kann, sondern versteht, sie im praktischen Leben zur Lösung realer Aufgaben auszunutzen. Welchen Sinn hat der Besitz einer Geige für einen Menschen, der nicht darauf zu spielen versteht?

1. Der Wagen

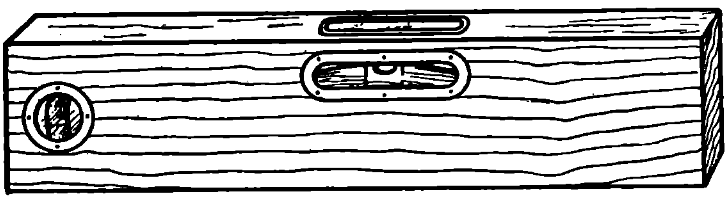
Es gibt Wagen, deren Vorderräder kleiner sind als die Hinterräder. Warum nutzt sich die vordere Achse dieser Wagen schneller ab, und warum wird sie leichter heiß als die hintere?

2. Durch das Vergrößerungsglas

Ein Winkel von $1^1/_2°$ wird durch eine Lupe mit vierfacher Vergrößerung betrachtet. Mit wieviel Grad wird der Winkel unter der Lupe erscheinen?

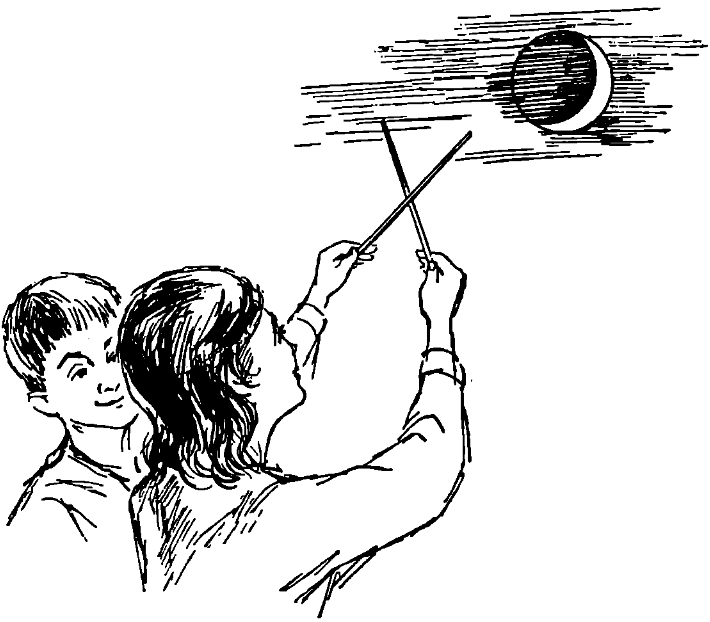
3. Die Wasserwaage

Ihr kennt doch die Wasserwaage mit der kleinen Luftblase, die sich von dem Markierungspunkt entfernt, sobald die Basis der Waage geneigt wird. Je größer die Neigung ist, um so weiter entfernt sich das Bläschen von dem Markierungspunkt in der Mitte. Das liegt daran, daß das Bläschen leichter ist als die Flüssigkeit, in der es sich befindet, und daher an der Oberfläche bleibt.



Wenn das Röhrchen gerade wäre, würde das Bläschen bei der geringsten Neigung ganz bis ans Ende des Röhrchens, das heißt bis zu dessen höchstem Punkt, entweichen. Eine solche Wasserwaage wäre sehr unpraktisch. Man benutzt deshalb meist ein gewölbtes Röhrchen, wie es die Zeichnung zeigt. Bei einer waagerechten Stellung der Wasserwaage befindet sich das Bläschen, das sich auf dem höchsten Punkt des Röhrchens hält, in seiner Mitte. Sobald aber die Wasserwaage geneigt wird, verlagert sich der höchste Punkt des Röhrchens seitwärts und stellt nun nicht mehr seine Mitte dar; das Bläschen entfernt sich daher von dem Markierungspunkt und nimmt in dem Röhrchen einen anderen Platz ein. (Richtiger wäre es zu sagen: „Der Markierungspunkt entfernt sich vom Bläschen"; denn dieses bleibt an seinem Platz, während das Röhrchen mit seinem Markierungspunkt an ihm vorbeigleitet.)

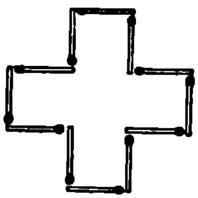
Die Aufgabe besteht darin, festzustellen, um wieviel Millimeter sich das Bläschen vom Markierungspunkt entfernt, wenn die Wasserwaage eine Neigung von $^1/_2°$ aufweist und der Radius der Wölbung des Röhrchens 1 m beträgt.



4. Die Mondsichel

Die Figur der Mondsichel soll durch nicht mehr als 2 gerade Linien in 6 Teile geteilt werden.

Wie ist das zu machen?



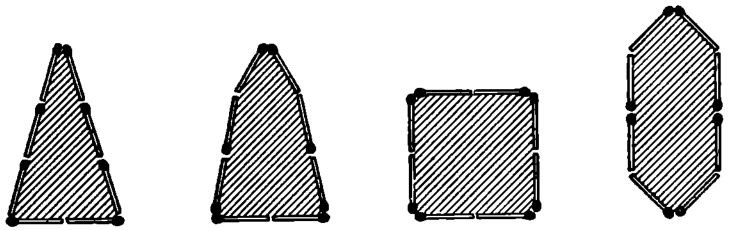
5. Aus 12 Streichhölzern

Aus 12 Streichhölzern kann man eine kreuzförmige Figur bilden, deren Fläche fünf Streichholzquadraten entspricht.

Die Streichhölzer sollen so umgruppiert werden, daß die Figur eine Fläche umfaßt, die nur vier Streichholzquadraten entspricht. Meßinstrumente sollen dabei nicht benutzt werden.

6. Aus 8 Streichhölzern

Aus 8 Streichhölzern lassen sich recht verschiedenartige, in sich geschlossene Figuren zusammensetzen. Einige solcher Figuren, deren Flächeninhalte natür-



lich verschieden sind, zeigt die Zeichnung. Bildet aus den 8 Streichhölzern eine Figur, die einen möglichst großen Flächeninhalt hat.

7. Der Weg der Fliege

An der Innenwand eines zylinderförmigen Glasgefäßes klebt 3 Zentimeter vom oberen Rande entfernt ein Tropfen Honig, während an der Außenwand auf einem genau gegenüberliegenden Punkt eine Fliege sitzt.

Welches ist der kürzeste Weg, auf dem die Fliege zu dem Honigtropfen kriechen kann?

Das Gefäß ist 20 cm hoch und hat einen Durchmesser von 10 cm.

8. Der passende Pfropfen

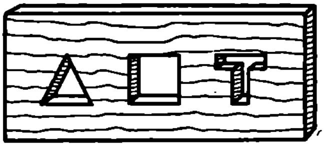
Die Zeichnung stellt ein Brettchen mit drei Öffnungen dar: einer quadratischen, einer dreieckigen und einer runden. Läßt sich ein Pfropfen von solcher Form herstellen, daß sich mit ihm jede dieser Öffnungen schließen läßt?

9. Der zweite Pfropfen

Wenn ihr mit der vorstehenden Aufgabe zurechtgekommen seid, gelingt es euch vielleicht auch, einen Pfropfen zum Schließen dieser Öffnungen zu finden.

10. Der dritte Pfropfen

Schließlich noch eine Aufgabe gleicher Art: Gibt es einen Pfropfen, der gleichzeitig für diese drei Öffnungen paßt?



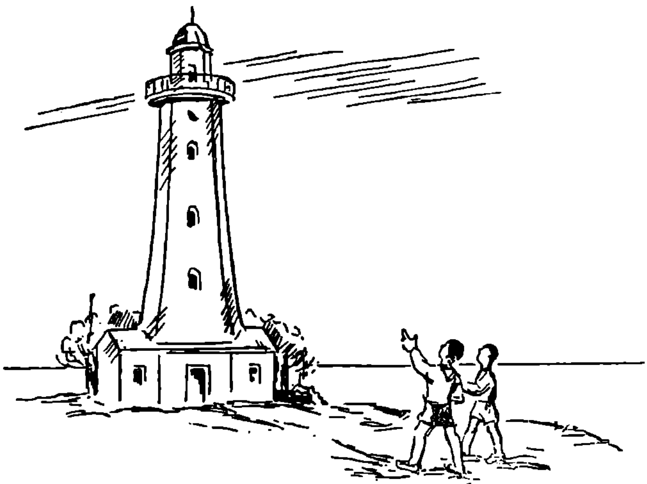
11. Durchstecken einer Münze

Nehmt zwei der jetzt in Umlauf befindlichen Münzen zur Hand: ein Zehnpfennigstück und ein Einpfennigstück. Zeichnet auf ein Stück Papier einen Kreis auf, der genau dem Umfang des Pfennigstücks entspricht, und schneidet sorgfältig ein kreisförmiges Loch aus.

Was meint ihr — läßt sich das Zehnpfennigstück durch diese Öffnung stecken? Hier handelt es sich nicht etwa um eine Falle, sondern um eine ernsthafte geometrische Aufgabe.

12. Die Turmhöhe

Wir stehen vor einem Turm, dessen Höhe uns nicht bekannt ist. Wir können jedoch seine Grundlinie messen. Außerdem besitzen wir eine Ansichtspostkarte mit einer fotografischen Abbildung des Turms. Wie läßt sich mit Hilfe dieses Bildes die Höhe des Turms ermitteln?

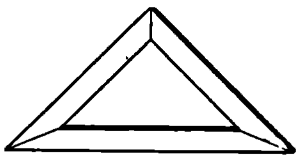


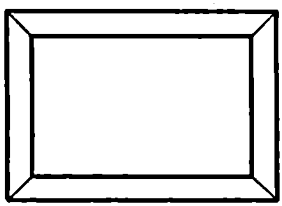
13. Ähnliche Figuren

Diese Aufgabe setzt voraus, daß man weiß, was in der Geometrie unter ähnlich zu verstehen ist. Es sollen die beiden folgenden Fragen beantwortet werden.

1. Sind bei einem dargestellten Zeichenwinkel das äußere und das innere Dreieck ähnlich?

2. Sind bei einem Bilderrahmen das äußere und das innere Rechteck ähnlich?





14. Das Ziegelsteinchen

Ein gewöhnlicher Bauziegel wiegt 3,5 kg. Wieviel wiegt ein Spielzeugziegel aus gleichem Material, dessen Abmessungen nur $^1/_4$ so groß sind?

15. Die Kirsche

Die Schicht des Fruchtfleisches, das den Stein einer Kirsche umschließt, hat dieselbe Dicke wie der Stein selbst. Könnt ihr im Kopf berechnen, um wievielmal der Rauminhalt des saftigen Teils größer ist als der des Steins?

16. Das Modell des Eiffelturms

Zum Bau des Eiffelturms in Paris, der ganz aus Eisen besteht und 300 m hoch ist, sind etwa 8 000 000 kg Eisen gebraucht worden. Ich habe die Absicht, ein genaues Modell des berühmten Turms zu bestellen, das ebenfalls aus Eisen bestehen, aber nicht mehr als 1 kg wiegen soll. Wie hoch wird das Modell?

17. Zwei Kasserollen

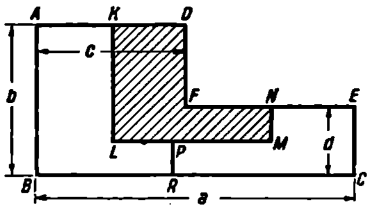
Wir haben in der Küche zwei alte Kupferkasserollen von gleicher Form und gleich dicken Wänden. Das Fassungsvermögen der einen Kasserolle ist achtmal so groß wie das der anderen. Wievielmal so schwer ist die erste?

18. Zwei Teekessel

Zwei Teekessel, ein größerer und ein kleinerer von gleicher Form und gleichem Material, sind mit kochendem Wasser gefüllt. Welcher von ihnen kühlt schneller ab?

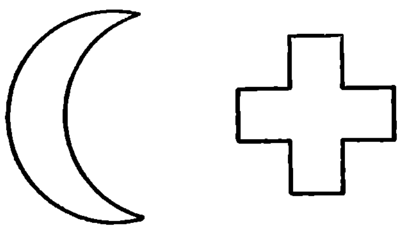
19. Wie teilen?

Bekannt ist die Aufgabe, eine Ecke (ein angeschnittenes Rechteck) in vier gleiche Teile zu teilen. Versucht es, eine ähnliche Figur wie die Ecke unserer Abbildung so in drei Teile zu teilen, daß alle Teile gleich sind. Ist die Lösung dieser Aufgabe möglich?



20. Kreuz und Halbmond

Die Zeichnung stellt eine Mondsichel dar, die aus zwei Kreisbogen gebildet ist. Die Aufgabe besteht darin, das Abzeichen des Roten Kreuzes so zu zeichnen, daß seine Fläche mit derjenigen der Mondsichel geometrisch genau übereinstimmt.

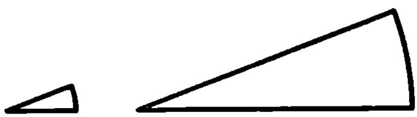


AUFLÖSUNGEN DER DENKAUFGABEN 1–20

1. Auf den ersten Blick scheint diese Aufgabe überhaupt nichts mit Geometrie zu tun zu haben. Aber darin besteht eben die Beherrschung dieser Wissenschaft, daß man den geometrischen Kern einer Aufgabe auch dann erkennt, wenn er hinter nebensächlichen Einzelheiten versteckt ist. Unsere Aufgabe ist zweifellos geometrischer Art; ohne Kenntnis der Geometrie ist sie nicht zu lösen.

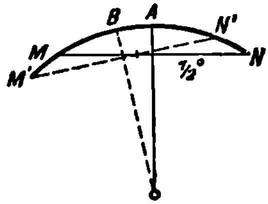
Warum also nutzt sich die vordere Achse eines Wagens schneller ab als die hintere, wenn die Vorderräder kleiner sind als die Hinterräder?

Auf ein und derselben Fahrstrecke drehen sich die kleineren Räder häufiger als die größeren, weil bei den kleineren Rädern der Kreisumfang kleiner ist und sie deshalb auf der gleichen Strecke eine größere Anzahl Umdrehungen ausführen müssen. Hiernach ist es klar, daß sich die Vorderräder des Wagens bei jeder Fahrt häufiger umdrehen als die Hinterräder. Durch die größere Zahl der Umdrehungen läuft sich die Vorderachse heißer und nutzt sich stärker ab.



2. Wenn ihr etwa annehmen solltet, daß sich unter der Lupe ein Winkel von $1^1/_2° \cdot 4 = 6°$ ergibt, so habt ihr falsch geraten. Der Winkel vergrößert sich unter der Lupe nicht. Gewiß, der von dem Winkel eingeschlossene Kreisbogen erscheint vergrößert, aber dasselbe trifft auch für die Radien dieses Kreises zu, so daß die Größe des Zentriwinkels unverändert bleibt.

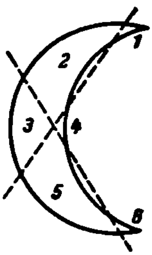
3. Untersuchen wir die Zeichnung. Die ursprüngliche Stellung des Kreisbogens wird durch MAN und seine neue Stellung durch M'BN' dargestellt, wobei die Sehne M'N' mit der Sehne MN einen Winkel von $^1/_2$° bildet. Das Bläschen, das sich am Punkt A befand, ist an diesem Punkt verblieben, aber die Mitte MN hat sich nach B verlagert. Wir ermitteln nun, wie lang der Bogen AB ist, wenn sein Radius bei einem Zentriwinkel von $^1/_2$° einen Meter beträgt. (Die Länge des Bogens folgt aus der Gleichheit des Winkels, den die Sehnen MN und M'N' miteinander bilden, mit dem Winkel, den die auf den Sehnen senkrecht stehenden Radien AO und BO miteinander bilden.)



Die Ermittlung ist nicht schwierig. Bei einem Radius von 1 m (1000 mm) ist die Länge des vollen Kreisumfangs gleich $2 \cdot 3{,}14 \cdot 1000 = 6280$ mm. Da der Kreis 360° oder 720 halbe Grade enthält, erhält man die Länge des Kreisbogens über einen Zentriwinkel von $^1/_2$° durch die Division

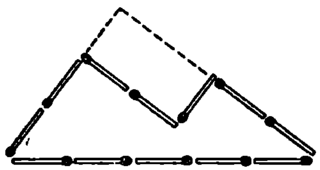
$$6280 \text{ mm} : 720 = 8{,}7 \text{ mm}.$$

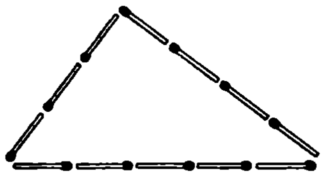
Das Bläschen entfernt sich von dem Markierungspunkt (richtiger: der Markierungspunkt vom Bläschen) etwa 9 mm, also nahezu einen ganzen Zentimeter. Man erkennt leicht, daß die Wasserwaage um so empfindlicher ist, je größer der Radius für die Krümmung des Röhrchens ist.

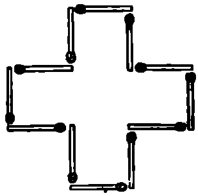


4. Die geraden Linien müssen so gezogen werden, wie es in der Zeichnung gezeigt ist. Es ergeben sich dann 6 Teile, die der besseren Übersicht wegen numeriert worden sind.

5. Die Streichhölzer sind so auszulegen, wie man es in der Zeichnung sieht. Die Fläche dieser Figur entspricht der vervierfachten Fläche eines „Streichholzquadrats". Wie kann man sich davon überzeugen? Wir ergänzen unsere Figur in Gedanken zu einem Dreieck. Nun haben wir ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Basis drei und dessen Höhe vier Streichhölzern entspricht. (Leser, die den sogenannten Pythagoreischen Lehrsatz kennen, werden wissen, warum

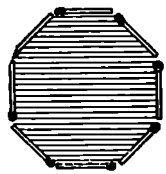




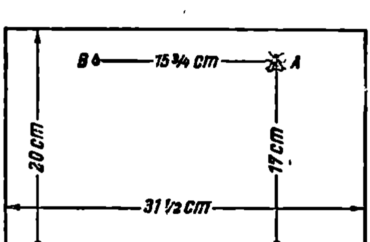


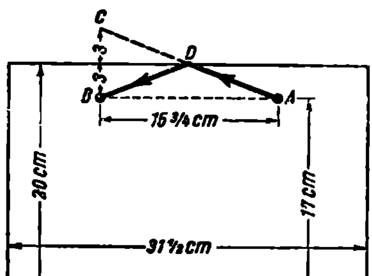
wir mit Bestimmtheit behaupten können, daß dieses Dreieck rechtwinklig ist: $3^2 + 4^2 = 5^2$.) Seine Fläche ist gleich der Hälfte des Produkts aus der Basis und der Höhe, nämlich $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ Quadraten, deren Seiten je eine Streichholzlänge haben. Unsere ursprüngliche Figur nimmt dagegen eine Fläche ein, die, wie aus der Zeichnung ersichtlich, um zwei Streichholzquadrate kleiner ist als die Fläche des Dreieckes. Sie entspricht also vier solchen Quadraten.

6. Von allen Figuren mit gleichem Umfang nimmt nachweisbar der Kreis die größte Fläche ein. Aus Streichhölzern läßt sich allerdings kein Kreis bilden; immerhin kann man aus 8 Streichhölzern eine Figur zusammensetzen, die einem Kreis am nächsten kommt: ein regelmäßiges Achteck. Letzteres stellt somit die Figur dar, die die Bedingungen unserer Aufgabe erfüllt: Sie hat den größtmöglichen Flächeninhalt.

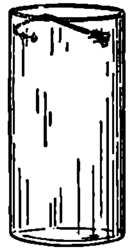


7. Zur Lösung dieser Aufgabe rollen wir die Seitenwand des zylinderförmigen Gefäßes auf eine ebene Fläche ab. Wir erhalten ein Rechteck, dessen Höhe 20 cm beträgt und dessen Basis dem Kreisumfang des Gefäßes, nämlich $10 \cdot 3\frac{1}{7}$ = rund $31\frac{1}{2}$ cm, entspricht. Wir markieren auf diesem Rechteck den





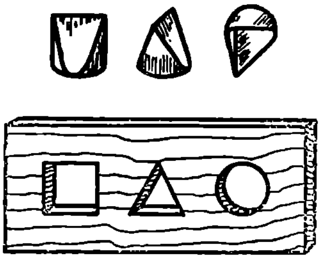
Platz der Fliege und den des Honigtropfens. Die Fliege befindet sich im Punkt A, 17 cm von der Basis entfernt; der Honigtropfen im Punkt B auf der gleichen Höhe und vom Punkt A in einer Entfernung, die dem halben Kreisumfang des Gefäßes entspricht, nämlich $15^3/_4$ cm.



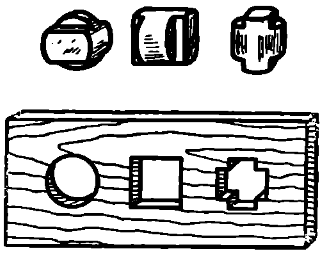
Um jetzt den Punkt zu finden, an dem die Fliege über den Rand des Gefäßes kriechen müßte, verfahren wir folgendermaßen: Von B ziehen wir eine gerade Linie senkrecht zu der oberen Seite des Rechteckes und setzen sie in derselben Länge fort, wobei wir zu dem Punkt C kommen. Diesen Punkt verbinden wir durch eine gerade Linie mit Punkt A. Punkt D bezeichnet dann die Stelle, an der die Fliege über den Rand kriechen müßte, und die Strecke ADB stellt den kürzesten Weg dar.

Nachdem wir auf dem abgewickelten Rechteck den kürzesten Weg gefunden haben, fügen wir es wieder zu einem Zylindermantel zusammen, damit wir sehen können, wie die Fliege kriechen müßte, um am schnellsten zu dem Honigtropfen zu gelangen.

8. Einen Pfropfen von der in diesem Falle erforderlichen Art gibt es. Er hat die in der Zeichnung dargestellte Form. Man erkennt leicht, daß sich mit einem solchen Pfropfen sowohl eine quadratische als auch eine dreieckige oder runde Öffnung schließen läßt.

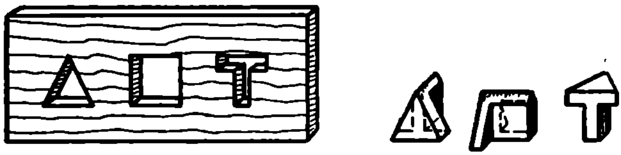


9. Auch für diese Öffnungen — eine quadratische, eine runde und eine kreuzförmige — gibt es einen für alle passenden Pfropfen. Wir sehen ihn in drei verschiedenen Stellungen dargestellt.



10. Auch einen solchen Pfropfen gibt es; er ist in der Zeichnung von drei Seiten gezeigt.

Vor Aufgaben der hier behandelten Art sehen sich häufig die technischen Zeichner gestellt, wenn sie auf Grund dreier Projektionen eines Maschinenteils dessen Form feststellen sollen.



11. So sonderbar es scheinen mag, aber es ist durchaus möglich, ein Zehnpfennigstück durch eine so kleine Öffnung zu stecken. Man muß die Sache nur richtig anzufangen wissen. Das Stück Papier wird so auseinandergebogen, daß die runde Öffnung einen geraden Schlitz bildet; durch einen solchen Schlitz geht das Zehnpfennigstück hindurch.

Eine geometrische Berechnung kann uns dazu verhelfen, diesen auf den ersten Blick komplizierten Kniff zu verstehen. Ein Einpfennigstück hat einen Durchmesser von 17 mm und, wie sich leicht errechnen läßt, einen Kreisumfang von rund $53\frac{1}{2}$ mm. Die Länge des geraden Schlitzes muß naturgemäß halb so groß sein wie der Kreisumfang der Öffnung und beträgt demnach $26\frac{3}{4}$ mm. Andererseits hat das Zehnpfennigstück einen Durchmesser von 21 mm; es geht also durch einen $26\frac{3}{4}$ mm breiten Schlitz bequem hindurch, selbst wenn man seine Dicke ($1\frac{1}{2}$ mm) in Betracht zieht.

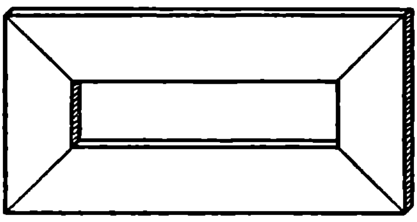
12. Um auf Grund einer fotografischen Aufnahme die tatsächliche Höhe des Turms festzustellen, muß man zunächst die Höhe des Turms und die Länge seiner Grundlinie (Basis) möglichst genau auf dem Bilde ausmessen. Nehmen wir die Höhe auf dem Bilde mit 95 mm und die Länge der Basis mit 19 mm an. Dann messen wir die tatsächliche Länge der Turmbasis aus und wollen annehmen, wir seien dabei auf 14 m gekommen.

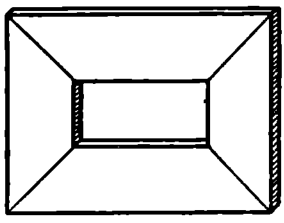
Nachdem wir dies getan haben, stellen wir folgende Erwägungen an:
Die fotografische Abbildung des Turms und seine tatsächlichen Umrisse sind einander geometrisch ähnlich. Das Verhältnis von Höhe zur Basis auf dem Bilde entspricht folglich dem Verhältnis von tatsächlicher Turmhöhe zur Länge seiner Basis. Das erstere Verhältnis ist 95 : 19, also 5; hieraus ergibt sich, daß die Höhe des Turms fünfmal so groß ist wie die Länge seiner Basis und in der Wirklichkeit $14 \cdot 5 = 70$ m beträgt.

Der Turm ist demnach 70 m hoch.

Bemerkt sei jedoch, daß für die Ermittlung der tatsächlichen Höhe eines Turms nicht jede Aufnahme geeignet ist, sondern nur eine solche, in der die Proportionen nicht verzerrt sind, wie es bei ungeübten Fotografen oft vorkommt (man spricht dann von „stürzenden Linien").

13. Oft wird auf beide in der Aufgabe gestellten Fragen bejahend geantwortet. Tatsächlich aber sind nur die beiden Dreiecke ähnlich, das äußere und das innere Rechteck in der Figur des Rahmens sind es dagegen nicht. Für die Ähnlichkeit der Dreiecke genügt eine Gleichheit ihrer Winkel; und da die Seiten des äußeren und des inneren Dreiecks parallel sind, sind diese Figuren ähnlich. Aber für die Ähnlichkeit anderer vieleckiger Figuren ist die Gleichheit der Winkel (oder, was dasselbe ist, die Parallelität der Seiten) allein nicht genügend; außerdem müssen die S e i t e n vieleckiger Figuren proportional zueinander sein. Für das äußere und innere Rechteck in der Figur eines Rahmens trifft dies nur bei Quadraten (und überhaupt bei Rhomben) zu. In allen anderen Fällen dagegen verhalten sich die Seiten des äußeren Vierecks nicht proportional zu den Seiten des inneren, so daß die Figuren nicht ähnlich sind. Bei den rechteckigen Rahmen mit breiten Leisten auf dieser Seite sehen wir das ganz deutlich. Bei dem linken Rahmen verhalten sich die äußeren Seiten zueinander wie 2 : 1, die inneren wie 4 : 1. Beim rechten Rahmen verhalten sich die äußeren Seiten wie 4 : 3, die inneren wie 2 : 1.





14. Die Antwort, daß das Spielzeugziegelchen $^1/_4$ von 3,5 kg wiege, wäre völlig falsch. Das Ziegelchen hat ja nicht nur ein Viertel der Länge eines gewöhnlichen Ziegels, sondern ist auch ein Viertel so breit und ein Viertel so hoch; sowohl sein Rauminhalt als auch sein Gewicht sind deshalb $^1/_4 \cdot {}^1/_4 \cdot {}^1/_4 = {}^1/_{64}$ des Normalziegels. Die richtige Antwort lautet also: Das Spielzeugziegelchen wiegt 3500 g : 64 = rund 55 g.

15. Aus den Bedingungen der Aufgabe geht hervor, daß der Durchmesser der ganzen (als Kugel angenommenen) Kirsche dreimal so groß ist wie der Durchmesser des (ebenfalls kugelförmigen) Steins. Der Rauminhalt der Kirsche ist folglich $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$mal so groß wie der des Steins; auf den Stein entfällt $^1/_{27}$ des gesamten Rauminhalts, der 26mal so groß wie der des Steins ist. Das Fruchtfleisch hat also den 26fachen Rauminhalt von dem des Steins.

16. Wenn der Originalbau 8000000mal so schwer ist wie das Modell und beide aus dem gleichen Metall hergestellt sind, dann muß der Rauminhalt des Originalbaus 8 000 000mal so groß sein wie der des Modells. Wir wissen bereits, daß sich die Rauminhalte solcher Körper zueinander verhalten wie die dritte Potenz ihrer Höhen. Folglich muß der Originalbau 200mal höher sein als das Modell, denn

$$200 \cdot 200 \cdot 200 = 8\,000\,000.$$

Die tatsächliche Höhe des Turms beträgt 300 m. Hiernach ist die Höhe des Modells

$$300 \text{ m} : 200 = 1^1/_2 \text{ m}.$$

Das Modell hat nahezu Manneshöhe.

17. Beide Kasserollen dieser Aufgabe stellen geometrisch ähnliche Körper dar. Wenn das Fassungsvermögen der größeren Kasserolle achtmal so groß ist, sind ihre Längenmaße doppelt so groß; sie ist also doppelt so hoch und doppelt so breit. Daraus ergibt sich, daß ihre Oberfläche $2 \cdot 2 = 4$mal so groß ist, denn die Oberflächen derartiger Körper verhalten sich zueinander wie die Quadrate ihrer Längenmaße. Bei gleicher Dicke der Wände hängt das Gewicht der Kasserolle von der Größe ihrer Oberfläche ab. Hieraus ergibt sich die Antwort auf die in unserer Aufgabe gestellte Frage: Die größere Kasserolle ist v i e r m a l so schwer wie die kleinere.

18. Diese auf den ersten Blick gar nicht mathematische Aufgabe wird im Grunde genommen mit denselben geometrischen Schlußfolgerungen gelöst, die wir in der vorhergehenden Aufgabe angewendet haben.

Die Abkühlung erfolgt in der Hauptsache an der Oberfläche. Infolgedessen wird derjenige Kessel schneller abkühlen, bei dem auf jede Einheit seines Rauminhalts (Volumens) eine größere Oberfläche entfällt. Wenn ein Kessel $x$mal so hoch und so breit ist wie der andere, so ist seine Oberfläche um x^2, sein Volumen um x^3mal so groß; auf eine Einheit der Oberfläche entfällt bei dem größeren Kessel ein $x$mal so großes Volumen. Der kleinere Kessel muß demnach schneller abkühlen.

Hieraus erklärt sich unter anderem auch, warum die Finger oder die Nase frostempfindlicher sind und leichter erfrieren als andere Teile unseres Körpers, deren Oberfläche im Verhältnis zu ihrem Volumen nicht so groß ist.

Und hierhin gehört schließlich auch noch folgende Aufgabe:

Warum brennt ein Span schneller an als ein dickes Holzscheit, von dem er abgehackt ist?

Die Erhitzung geht von der Oberfläche aus (weil die Entflammbarkeit gleicher Stoffe von verschiedener geometrischer Form entscheidend von der Möglichkeit des Sauerstoffzutritts abhängt) und erstreckt sich über das ganze Volumen des Körpers. Daher muß man die Oberfläche und das Volumen des Spans (nehmen wir an, er habe einen quadratischen Querschnitt) mit der Oberfläche und dem Volumen eines Holzscheits von gleicher Länge und ebenfalls quadratischem Querschnitt vergleichen, um festzustellen, eine wie große Oberfläche in beiden Fällen auf jeden Kubikzentimeter Holzmasse entfällt. Wenn das Scheit zehnmal so dick ist wie der Span, dann sind seine Seitenflächen ebenfalls zehnmal so groß wie die Oberfläche des Spans, während sein Volumen hundertmal so groß ist wie das Volumen des Spans. Folglich entfällt bei dem Span auf jede Einheit der Oberfläche ein zehnmal kleineres Volumen als beim Scheit: Die gleiche Wärmemenge erwärmt beim Span eine zehnmal so kleine Menge an Stoff, und daher fängt mit derselben Wärmemenge der Span schneller Feuer als das Scheit.

Wir haben dabei allerdings völlig außer acht gelassen, daß Holz ein schlechter Wärmeleiter ist. Unsere Berechnungen sind daher ungenau; sie sollen nur den allgemeinen Gang des Prozesses charakterisieren.

19. Das Charakteristische dieser Aufgabe besteht darin, daß sie sich nicht bei allen beliebigen a, b, c, d lösen läßt, sondern nur bei ganz bestimmten.

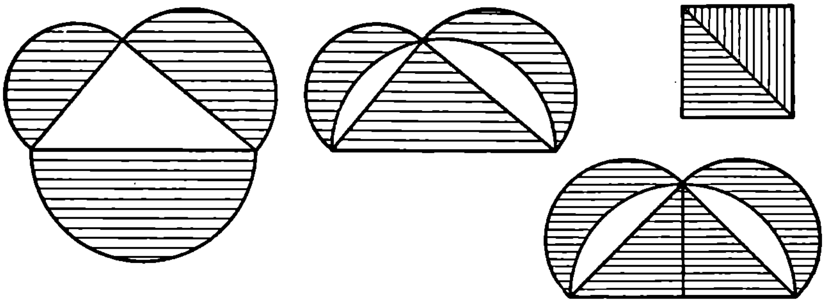
Wir wünschen, daß die schraffierte Ecke in der Abbildung jeder der unschraffierten Ecken entsprechen soll. Die Seite LM ist, wie man deutlich sieht, länger als KL und muß folglich AB entsprechen. LM muß aber andererseits RC entsprechen; folglich ist $LM = RC = b$. Hieraus folgt $BR = a - b$. BR muß aber KL und CE entsprechen. Daher $BR = KL = CE$, also $a - b = d$ und $KL = d$.

Wir sehen, daß a, b und d nicht willkürlich gewählt werden können. Die Seite d muß der Differenz zwischen den Seiten a und b entsprechen. Doch damit nicht genug. Wir werden gleich sehen, daß alle Seiten bestimmten Teilen der Seite a entsprechen müssen.

Offensichtlich ist $PR + KL = AB$ oder $PR + (a - b) = b$, also $PR = 2b - a$. Wenn wir die entsprechenden Seiten der schraffierten und der rechten unschraffierten Ecke miteinander vergleichen, dann muß $PR = MN$ sein, also $PR = \frac{d}{2}$; hieraus folgt: $\frac{d}{2} = 2b - a$. Aus dem Vergleich der letzten Gleichung mit $a - b = d$ kommen wir auf $b = \frac{3}{5}a$ und $d = \frac{2}{5}a$. Wenn wir jetzt die schraffierte und die linke unschraffierte Figur miteinander vergleichen, sehen wir, daß $AK = MN$ sein muß, also auch $AK = PR = \frac{1}{5}a$. Auf dieselbe Weise überzeugen wir uns davon, daß $KD = PR = \frac{1}{5}a$ und folglich $AD = \frac{2}{5}a$ sein muß.

Hieraus geht hervor, daß man die Seiten unserer Figur nicht willkürlich wählen kann. Sie müssen bestimmte Bruchteile, nämlich $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{5}$, der Seite a darstellen. Nur in diesem Falle ist die Lösung möglich.

20. Leser, die von der Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises gehört haben, werden wahrscheinlich der Ansicht sein, daß auch bei der vorliegenden Aufgabe eine streng geometrische Lösung unmöglich sei. Wenn sich aus einem vollen Kreis kein gleich großes Quadrat bilden läßt — so werden viele urteilen —, dann ist es auch unmöglich, aus einer aus zwei Kreisbogen zusammengesetzten Sichel ein Rechteck zu bilden.

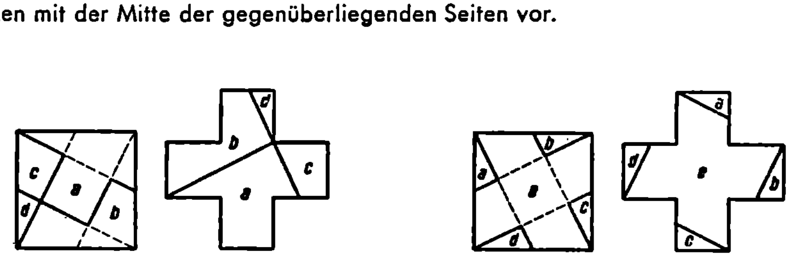


Indessen, die Aufgabe ist geometrisch einwandfrei lösbar, wenn man sich einer interessanten Folgerung des bekannten Pythagoreischen Lehrsatzes bedient. Sie besagt, daß die Summe der Flächeninhalte von Halbkreisen über den Katheten einem Halbkreise über der Hypothenuse entspricht. Wenn wir den großen Halbkreis auf die andere Seite umklappen, sehen wir, daß die beiden schraffierten kleinen Sicheln zusammen so groß sind wie das Dreieck. (In der Geometrie kennt man diese Stellung unter der Bezeichnung „Lehrsatz von den Hippokratischen Möndchen".) Wenn man ein gleichschenkliges Dreieck nimmt, dann entspricht jedes einzelne Sichelchen der Hälfte dieses Dreiecks.

Hieraus geht hervor, daß man ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck bilden kann, dessen Fläche derjenigen der Sichel entspricht.

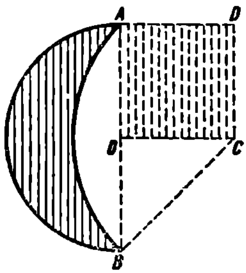
Und da ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck leicht in ein gleich großes Quadrat umzuwandeln ist, läßt sich auch aus unserer Sichel durch rein geometrische Konstruktion ein gleich großes Quadrat bilden.

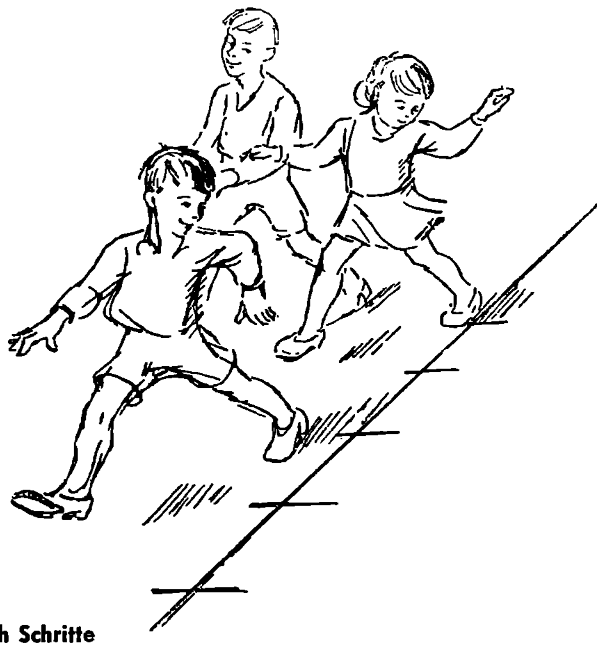
Es bleibt nur noch übrig, dieses Quadrat in ein gleich großes Abzeichen des Roten Kreuzes umzugestalten (das bekanntlich aus 5 aneinandergefügten gleich großen Quadraten besteht). Es gibt mehrere Arten zur Ausführung einer solchen Konstruktion; zwei von ihnen werden durch die Abbildungen veranschaulicht. Beide Konstruktionen sehen als erstes eine Verbindung der Quadratecken mit der Mitte der gegenüberliegenden Seiten vor.



Eine wichtige Bemerkung: Eine Sichel läßt sich nur dann in ein gleich großes Kreuz umgestalten, wenn sie aus zwei Kreisbogen gebildet ist: aus dem äußeren Halbkreis und einem Viertel des inneren Kreises, entsprechend dem größeren Radius. (Die Mondsichel, die wir am Himmel sehen, hat eine etwas andere Form: Ihr äußerer Bogen stellt einen Halbkreis, ihr innerer Bogen dagegen eine Halbellipse dar. Von Künstlern wird die Mondsichel oft falsch dargestellt, so als bestünde sie aus Kreisbogen.)

Ein Kreuz, das der Größe der Sichel entspricht, wird demnach folgendermaßen konstruiert: Man verbindet die Spitzen A und B der Sichel durch eine Gerade; von dem Punkt O in der Mitte dieser Geraden zieht man eine Senkrechte; OC = OA. Das gleichschenklige Dreieck OAC wird zum Quadrat OADC ergänzt, das man auf eine der beiden gezeigten Arten in ein Kreuz umgestaltet.





OHNE METERMASS

21. Ausmessen eines Weges durch Schritte

Wenn ihr eine Strecke ausmessen wollt, wird ein Metermaß oder Meßband nicht immer zur Hand sein. Es ist nützlich zu wissen, wie man sich ohne Metermaß behelfen kann, um wenigstens ein ungefähr richtiges Ergebnis zu bekommen.

Das Ausmessen einer mehr oder weniger langen Strecke, zum Beispiel auf Wanderungen, geschieht am einfachsten durch Abschreiten. Hierzu ist erforderlich, daß man die Länge seines Schrittes kennt und Schritte zu zählen versteht. Sie sind natürlich nicht immer gleich lang: Wir können kleine Schritte machen und können, wenn wir wollen, auch weiter ausschreiten. Aber immerhin, bei normalem Gehen sind unsere Schritte ungefähr gleich lang, und wenn man ihre Durchschnittslänge kennt, kann man eine Entfernung ohne große Fehler durch Schritte ausmessen.

Um die Durchschnittslänge seines Schrittes zu ermitteln, mißt man die Gesamtlänge vieler Schritte und errechnet hiernach die Länge eines einzelnen. Hierbei kann man begreiflicherweise nicht ohne Meßband auskommen.

Wir ziehen das Band über eine ebene Fläche und messen 20 m ab. Dann markieren wir diese Linie auf dem Boden und legen das Band beiseite. Nun gehen wir die Linie mit normalen Schritten ab und zählen die gemachten Schritte. Möglicherweise ergibt sich dabei zum Schluß ein Rest, der kleiner ist als ein ganzer Schritt. Wenn der Rest weniger ausmacht als einen halben Schritt, kann man ihn einfach weglassen; ist er größer als ein halber Schritt oder gleich einem halben Schritt, zählt man ihn für einen ganzen. Indem wir die Gesamtlänge von 20 m durch die Zahl der Schritte dividieren, kommen wir auf die Durchschnittslänge eines Schrittes. Dieses Maß muß man sich merken, um davon Gebrauch zu machen.

Damit man sich nicht verzählt, kann man, besonders wenn es sich um größere Entfernungen handelt, folgendermaßen verfahren. Man zählt zunächst nur 10 Schritte; nach jeweils 10 Schritten wird ein Finger der linken Hand eingebogen. Sobald alle Finger der linken Hand eingebogen, also 50 Schritte zurückgelegt sind, biegt man einen Finger der rechten Hand ein. Auf diese Weise kann man bis zu 250 Schritten zählen, worauf man wieder von vorne anfängt und sich nur zu merken hat, wievielmal alle Finger der rechten Hand eingebogen wurden. Wenn wir am Ende einer Strecke alle Finger der rechten Hand zweimal eingebogen hatten und dazu nochmals 3 Finger der rechten und 4 Finger der linken Hand, dann bedeutet das, daß wir

$$2 \cdot 250 + 3 \cdot 50 + 4 \cdot 10 = 690 \text{ Schritte}$$

gemacht haben. Hinzuzufügen wären noch die wenigen Schritte, die wir vielleicht gemacht haben, nachdem wir zum letztenmal einen Finger der linken Hand eingebogen haben.

Erwähnt sei bei dieser Gelegenheit folgende alte Regel: Die Durchschnittslänge eines Schrittes ist bei einem erwachsenen Menschen angenähert gleich der Hälfte des Abstandes zwischen seinen Augen und seinen Fußsohlen.

Eine andere alte Regel praktischer Art bezieht sich auf die Geschwindigkeit beim Gehen: Der Mensch geht in einer Stunde soviel Kilometer, wie er Schritte in 3 Sekunden macht. Diese Regel trifft aber nur bei einer bestimmten und zudem ziemlich großen Schrittlänge zu. Nehmen wir an, die Länge des Schrittes sei gleich x Meter und die Zahl der Schritte in 3 Sekunden gleich y. Dann geht der Fußgänger in 3 Sekunden xy Meter und in einer Stunde (3600 Sekunden) $1200\,xy$ Meter oder $1{,}2\,xy$ Kilometer. Die Übereinstimmung dieser Entfernung mit der Anzahl der in 3 Sekunden gemachten Schritte drückt sich durch folgende Gleichung aus:

$$1{,}2\,xy = y$$

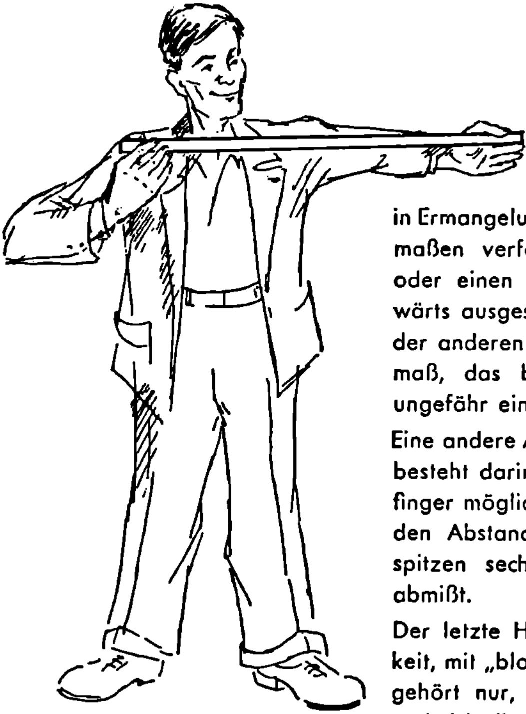
oder

$$1{,}2\,x = 1,$$

somit

$$x = 0{,}83 \text{ Meter.}$$

Wenn die erste Regel richtig ist, der zufolge die Schrittlänge vom Wuchs des Menschen abhängt, dann trifft die zuletzt untersuchte Regel nur für Menschen mittleren Wuchses (etwa 1,75 Meter) zu.



22. Das lebende Metermaß

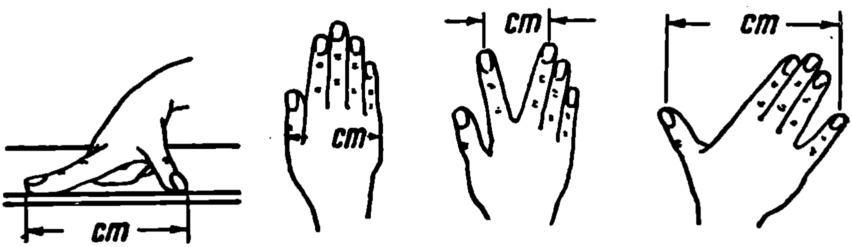
Zum Ausmessen von Dingen mittlerer Größe kann man in Ermangelung eines Metermaßes folgendermaßen verfahren. Man führt eine Schnur oder einen Stock von der Spitze des seitwärts ausgestreckten Armes bis zur Schulter der anderen Seite; wir erhalten ein Längenmaß, das bei einem erwachsenen Mann ungefähr einem Meter entspricht.

Eine andere Art, annähernd 1 m auszumessen, besteht darin, daß man Daumen und Zeigefinger möglichst weit auseinanderspreizt und den Abstand zwischen den beiden Fingerspitzen sechsmal an einer geraden Linie abmißt.

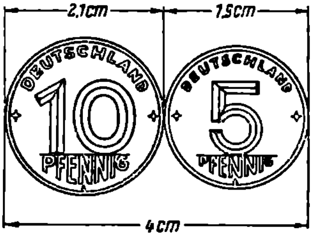
Der letzte Hinweis führt uns zu der Fertigkeit, mit „bloßen Händen" zu messen. Hierzu gehört nur, daß man seine Hand ausmißt und sich die einzelnen Maße gut merkt.

Aber was soll man an der Hand ausmessen? Vor allem die Breite der Handfläche, wie es die Zeichnung zeigt. Bei einem erwachsenen Menschen ist sie etwa 10 cm breit. Eure Handfläche ist vielleicht etwas schmaler; ihr müßt euch dann den Unterschied merken. Ferner mißt man den Abstand zwischen den Spitzen von Zeige- und Mittelfinger, die möglichst weit auseinandergespreizt werden. Außerdem ist es zweckmäßig, die Länge des Zeigefingers zu kennen, den man von der Daumenbasis aus mißt, wie wir es in der Zeichnung sehen. Und endlich messen wir den Abstand zwischen den Spitzen des Zeigefingers und des kleinen Fingers in auseinandergespreiztem Zustand.

Unter Ausnutzung dieses „lebenden Metermaßes" sind wir in der Lage, kleinere Gegenstände zu messen.



23. Messungen mit Hilfe von Münzen



Einen guten Dienst kann uns auch unser Kleingeld leisten. Viele wissen nicht, daß der Durchmesser des Einpfennigstückes genau 17 mm und der Durchmesser des Fünfpfennigstücks genau 19 mm beträgt, so daß diese beiden Münzen nebeneinandergelegt rund 3½ cm ergeben. Das Zehnpfennigstück hat einen Durchmesser von 21 mm und das Fünfzigpfennigstück 20 mm Durchmesser. Wenn ihr einige Münzen bei euch habt, könnt ihr nachstehende Längen ziemlich genau ausmessen:

1 Einpfennigstück + 1 Fünfpfennigstück rund . .	3½ cm
1 Fünfpfennigstück + 1 Zehnpfennigstück . . .	4 „
5 Fünfpfennigstücke	9½ „
5 Zehnpfennigstücke	10½ „
6 Einpfennigstücke rund	10 „
5 Fünfzigpfennigstücke	10 „

Wenn ihr nun wißt, daß ein Fünf- und ein Zehnpfennigstück nebeneinandergelegt 4 cm ergeben, könnt ihr euch im Notfall selbst ein Zentimetermaß herstellen, indem ihr das so gefundene Maß auf einen Papierstreifen übertragt und diesen zweimal zusammenfaltet. Dann habt ihr ein Zentimetermaß von 4 cm Länge.

Ihr seht, daß man mit etwas Mühe und bei einiger Findigkeit auch ohne Metermaß praktisch brauchbare Messungen vornehmen kann.

Hinzugefügt sei noch, daß unsere Münzen in geeigneten Fällen nicht nur als Zentimetermaß, sondern auch als handliche Gewichte beim Auswiegen von Gegenständen dienen können. Ihre Gewichte könnt ihr mit Hilfe einer Briefwaage selbst feststellen. Die Geldstücke müssen freilich noch neu und dürfen nicht abgenutzt sein.

REGEN- UND SCHNEEGEOMETRIE

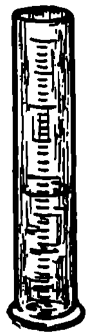
24. Regenmesser

Allgemein wird Leningrad für eine sehr regenreiche Stadt gehalten, für viel regenreicher als zum Beispiel Moskau. Die Wissenschaftler sind aber anderer Ansicht; sie behaupten, daß die durchschnittliche Niederschlagsmenge eines Jahres in Moskau größer sei als in Leningrad. Woher wissen sie das? Kann man den Regen denn messen?

Das scheint eine schwierige Aufgabe zu sein, und doch könnt ihr selbst die Berechnung der Regenmenge erlernen. Ihr dürft nicht glauben, daß man hierzu alles Wasser aufsammeln müsse, das als Regen auf die Erde niedergegangen ist. Es genügt, daß man die Höhe der Wasserschicht mißt, die sich auf der Erde bilden würde, wenn sich das niedergegangene Wasser nicht verteilte und nicht in die Erde eindränge. Und das zu machen, ist gar nicht so schwer. Denn wenn es regnet, fällt ja der Regen in der ganzen Umgegend gleichmäßig nieder: Es ist nicht so, daß das eine Beet mehr und das Beet daneben weniger Wasser abbekommen könnte. Um die Höhe der Wasserschicht für die ganze Fläche festzustellen, auf die der Regen niedergegangen ist, braucht man sie daher nur an einer beliebigen Stelle zu messen.

Nun werdet ihr euch wohl schon denken können, was man zu unternehmen hat, um die Höhe der mit dem Regen niedergegangenen Wasserschicht zu messen. Es kommt darauf an, wenigstens eine kleine Fläche zu haben, auf der das Regenwasser nicht auseinanderläuft und nicht in die Erde sickert. Hierzu eignet sich jedes beliebige offene Gefäß, zum Beispiel eine Konservendose. Wenn ihr ein solches zylinderförmiges Gefäß, das oben und unten den gleichen Durchmesser hat, besitzt, dann stellt ihr es beim nächsten Regen ins Freie. Die Dose muß auf einen erhöhten Platz gestellt werden, damit nicht die Spritzer hineingeraten, die durch den Aufschlag des Regens auf die Erde entstehen. Wenn der Regen aufgehört hat, meßt ihr die Höhe des in der Dose angesammelten Wassers — und ihr habt alles, was ihr zur Berechnung braucht.

Befassen wir uns nun ausführlicher mit unserem selbstkonstruierten „Regenmesser". Wie mißt man die Höhe des Wasserspiegels in der Dose? Taucht man ein Zentimetermaß ins Wasser? Das wäre nur dann angebracht, wenn sich viel Wasser in der Dose befände. Wenn es sich aber, wie es meist der Fall ist, um eine 2 bis 3 Zentimeter oder gar nur einige Millimeter hohe Wasserschicht handelt, ist es nicht möglich, sie auf diese Weise einigermaßen genau auszumessen. Hier ist indessen jedes Millimeter, ja selbst der zehnte Teil eines Millimeters von Wichtigkeit. Was tun?



Am besten gießt man das Wasser aus der Dose in ein schmales Glasgefäß, zum Beispiel ein Reagenzglas. In einem solchen Gefäß wird das Wasser einen höheren Stand haben, den man durch die Glaswand gut sehen kann. Die in dem schmalen Glasgefäß ermittelte Wasserhöhe stellt natürlich nicht die Höhe der Wasserschicht dar, die wir zu messen haben. Es ist aber leicht, aus der Wasserhöhe in dem Glasgefäß die Wasserhöhe in der Dose zu berechnen. Angenommen, der Durchmesser des schmalen Gefäßes beträgt $^1/_{10}$ des Durchmessers der Konservendose. Der Boden der Glasröhre ist dann $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ des Bodens der Konservendose. Hieraus folgt, daß das aus der Dose umgefüllte Wasser in dem Glasgefäß hundertmal so hoch stehen muß. Wenn die Schicht des Regenwassers in der Dose eine Höhe von 2 mm hatte, wird also dieselbe Wassermenge in der Glasröhre einen Höhenstand von 200 mm = 20 cm haben.

Ihr seht aus dieser Berechnung, daß das Glasgefäß im Vergleich zu der als Regenmesser benutzten Dose nicht allzu schmal sein darf — sonst müßte man ein übermäßig hohes Gefäß wählen. Es genügt vollkommen, wenn der Durchmesser des Glasgefäßes $^1/_5$ von dem Durchmesser der Dose beträgt; dann ist seine Bodenfläche $^1/_{25}$ der Bodenfläche der Dose, und in dem gleichen Verhältnis steigt in ihm der Wasserspiegel. Jedem Millimeter der Wasserhöhe in der Dose entsprechen 25 mm Wasserhöhe im schmalen Gefäß. Es ist daher zweckmäßig, auf die Außenseite des Glasgefäßes einen Papierstreifen zu kleben und auf diesem Abstände von je 25 mm einzuzeichnen, die man mit den Ziffern 1, 2, 3 usw. numeriert. Mit einem Blick auf die Wasserhöhe im schmalen Gefäß hat man dann ohne lange Berechnungen auch gleich die Höhe der Wasserschicht in der Regenmesserdose. Wenn der Durchmesser des schmalen Gefäßes nicht $^1/_5$, sondern nur $^1/_4$ der Dose beträgt, müßte der Streifen auf dem Glasgefäß in Abstände von je 16 mm eingeteilt sein.

Das Wasser aus der Konservendose in das schmale Meßgefäß auszukippen, ist sehr unbequem. Ratsamer ist es, in die Wand der Dose eine kleine runde Öffnung zu bohren und in diese ein Glasröhrchen mit einem Pfropfen einzuführen; mittels dieser Vorrichtung läßt sich das Wasser bedeutend bequemer umfüllen.

Somit steht euch bereits ein Gerät zur Verfügung, mit dem ihr die Höhe der Regenwasserschicht ausmessen könnt. Selbstverständlich läßt sich die Regenmenge mit der Dose und dem selbstkonstruierten Meßgefäß nicht so genau berechnen, wie es mit einem richtigen Regenmesser und den Meßgläschen möglich ist, die auf den meteorologischen Stationen benutzt werden. Immerhin werden euch eure einfachen und billigen Geräte behilflich sein, viele lehrreiche Berechnungen vorzunehmen.

Mit solchen Berechnungen wollen wir uns nun befassen.

25. Wie stark hat es geregnet?

Angenommen, wir haben einen 40 m langen und 24 m breiten Gemüsegarten vor uns. Es hat geregnet, und ihr möchtet wissen, wieviel Wasser sich im ganzen über den Gemüsegarten ergossen hat. Wie läßt sich das berechnen?

Anfangen muß man natürlich damit, daß man die Höhe der vom Regen gebildeten Wasserschicht feststellt, ohne diese Ziffer sind keinerlei Berechnungen möglich. Nehmen wir an, euer selbstkonstruierter Regenmesser hatte eine Wasserschicht von 4 mm Höhe ergeben. Wir berechnen, wieviel Kubikzentimeter Wasser auf jedem Quadratmeter des Gemüsegartens stehen würden, wenn das Wasser nicht in die Erde eingesickert wäre. Ein Quadratmeter hat 100 cm in der Breite und 100 cm in der Länge; auf ihm steht eine 4 mm = 0,4 cm hohe Wasserschicht. Der Rauminhalt einer solchen Wasserschicht ist also:

$$100\ \text{cm} \cdot 100\ \text{cm} \cdot 0{,}4\ \text{cm} = 4000\ \text{cm}^3.$$

Ihr wißt, daß 1 cm^3 Wasser 1 g wiegt. Folglich sind auf jedem Quadratmeter des Gemüsegartens 4000 g = 4 kg Regenwasser niedergegangen. Im ganzen umfaßt der Gemüsegarten

$$40\ m \cdot 24\ m = 960\ m^2.$$

Demnach sind auf ihn

$$4\ kg \cdot 960 = 3840\ kg$$

Regenwasser niedergegangen — nahezu 4 Tonnen.

Um einen Überblick zu gewinnen, wollen wir nun noch berechnen, wieviel Eimer Wasser herbeigeschafft werden müßten, wenn man dem Gemüsegarten durch Gießen dieselbe Wassermenge zuführen wollte, die ihm durch den Regen zuteil geworden ist. Ein großer Eimer enthält 12 kg Wasser. Dann entspricht die Regenmenge dem Inhalt von

$$3840 : 12 = 320\ \text{Eimern}.$$

Ihr würdet also zum Gießen 320 Eimer Wasser brauchen, um die Benetzung zu ersetzen, die durch den Regen erfolgt ist, der vielleicht eine knappe Viertelstunde angehalten hat.

Wie wird ein starker oder schwacher Regen durch Zahlen ausgedrückt? Zu diesem Zweck muß die „Niederschlagsstärke" festgestellt werden. Darunter versteht man die Höhe der Wasserschicht in Millimetern, die durch den Regen in einer Minute niedergegangen ist. Wenn in jeder Minute durchschnittlich 2 mm Wasser niedergegangen sind, dann hat es sich um einen außerordentlich heftigen Regenguß gehandelt. Fällt dagegen im Herbst ein feiner Sprühregen, dann dauert es eine ganze Stunde oder sogar mehr, bis sich 1 mm Wasser ansammelt.

Wie ihr seht, ist das Messen der Regenmenge nicht nur möglich, sondern auch gar nicht besonders umständlich. Noch mehr: Wenn ihr wollt, könnt ihr sogar die ungefähre Zahl der niedergehenden Regentropfen berechnen. (Der Regen fällt immer in Tropfen auf die Erde, auch dann, wenn er scheinbar in dichten Strömen niedergeht.) Warum auch nicht? Bei einem normalen Regen wiegen die einzelnen Tropfen so viel, daß durchschnittlich 12 von ihnen 1 g ausmachen. Folglich sind bei dem Regen, von dem vorhin die Rede war, auf jeden Quadratmeter des Gemüsegartens

$$4000 \cdot 12 = 48\,000\ \text{Tropfen}$$

niedergegangen. Ebenso kann man ohne weiteres die Anzahl der Tropfen berechnen, die auf den ganzen Gemüsegarten niedergegangen ist. Aber die Berechnung der Tropfenzahl ist nur interessant; einen praktischen Nutzen kann man aus ihr nicht ziehen. Wir haben sie lediglich erwähnt, um zu zeigen, daß man selbst zunächst ganz unmöglich scheinende Berechnungen vornehmen kann, wenn man sie richtig anzufassen weiß.

26. Wieviel Schnee ist gefallen?

Wir haben eben erfahren, wie man die durch Regen niedergehende Wassermenge mißt. Wie aber mißt man das Wasser, das der Hagel bringt? Auf die gleiche Weise. Die Hagelkörner fallen in euren Regenmesser und tauen dort; ihr meßt das aus dem Hagel entstandene Wasser — und ihr habt, was ihr braucht.

Anders verfährt man beim Messen des Wassers, das aus Schnee entsteht. In diesem Falle wären die Feststellungen im Regenmesser sehr unzuverlässig, denn der Schnee, der in die Dose fällt, wird zum Teil vom Winde wieder hinausgeweht. Aber bei der Berechnung des Schneewassers kann man auch ohne Regenmesser auskommen: Man mißt einfach mit Hilfe einer Holzleiste (Meßlatte) die Höhe der Schneedecke auf dem Hof, im Garten oder auf dem Feld. Um dagegen die Höhe der Wasserschicht festzustellen, die aus diesem Schnee beim Tauen entstehen wird, müssen wir ein Experiment machen. Wir füllen die Dose bis an den Rand mit Schnee gleicher Festigkeit, lassen diesen tauen und lesen dann die Höhe der entstandenen Wasserschicht ab.

Man ermittelt die Gesamtmenge des Wassers, die in einem Jahr niedergeht, indem man während der warmen Jahreszeit Tag für Tag die Menge des Regenwassers mißt und ihr dann die Wassermenge hinzufügt, die sich im Laufe des Winters in Form von Schnee angesammelt hat. Das ist ein sehr wichtiges Resultat, das die Niederschlagsmenge für die betreffende Gegend ergibt. („Niederschläge" nennt man alles niedergehende Wasser, unabhängig davon, ob es in Form von Regen, Hagel oder Schnee zur Erde fällt.)

Nachstehend bringen wir eine Aufstellung, aus der die Niederschlagsmenge zu ersehen ist, die durchschnittlich im Laufe eines Jahres in verschiedenen Städten der Sowjetunion niedergeht. Sucht euch die Städte auf der Karte auf und stellt Vergleiche an mit den Niederschlagsmengen unserer deutschen Städte, soweit ihr diese Angaben in den Geographiebüchern findet.

Leningrad	47 cm	Kutaissi	179 cm
Wologda	45 cm	Baku	24 cm
Archangelsk	41 cm	Swerdlowsk	36 cm
Moskau	55 cm	Tobolsk	43 cm
Kostroma	49 cm	Semipalatinsk	21 cm
Kasan	44 cm	Alma-Ata	51 cm
Kuibyschew	39 cm	Taschkent	31 cm
Tschkalow	43 cm	Jenisseisk	39 cm
Odessa	40 cm	Irkutsk	44 cm
Astrachan	14 cm		

Von den angeführten Städten hat Kutaissi die reichsten Niederschläge (179 cm) und Astrachan die geringsten (14 cm), das ist nur $^1/_{13}$ der Niederschläge von Kutaissi. Aber es gibt Orte auf der Erde, in denen die Niederschlagsmenge noch erheblich größer ist als in Kutaissi. Eine Gegend in Indien zum Beispiel wird vom Regen buchstäblich überflutet: Dort beträgt die jährliche Niederschlagsmenge 1260 cm, das sind $12^1/_2$ m! Es ist vorgekommen, daß hier im Laufe von 24 Stunden über 100 cm Wasser niedergegangen sind. Umgekehrt gibt es auch Gegenden, in denen die Niederschlagsmenge noch geringer ist als in Astrachan. In einem Teil Südamerikas, zum Beispiel in Chile, beträgt die Niederschlagsmenge eines g a n z e n J a h r e s nicht einmal 1 cm.

Gebiete, in denen die jährliche Niederschlagsmenge geringer ist als 25 cm, sind der Dürre ausgesetzt. Dort ist kein Getreideanbau möglich ohne künstliche Bewässerung.

Da ihr in keiner der eben genannten Städte wohnt und auch nicht jeder von euch seinen Wohnort im Schulbuch finden kann, müßt ihr es selber unternehmen, die Niederschlagsmenge für euern Wohnort zu messen. Wenn ihr ein ganzes Jahr hindurch unermüdlich nachmeßt, wieviel Wasser bei jedem Regen und Hagelschauer niedergegangen ist und wieviel Wasser sich in Form von Schnee angesammelt hat, dann werdet ihr eine Vorstellung davon gewinnen, welchen Platz euer Wohnort hinsichtlich seiner Niederschlagsmenge unter den übrigen Orten der Erde einnimmt.

Auf Grund der Niederschlagsmengen eines Jahres, die man überall auf der Erdkugel festgestellt hat, kann man natürlich auch den Jahresdurchschnitt an

Niederschlägen auf der ganzen Erde ermitteln. Dabei hat sich ergeben, daß auf dem Festlande (auf den Ozeanen finden Beobachtungen nicht statt) die durchschnittliche Niederschlagsmenge eines Jahres 78 cm beträgt. Es wird angenommen, daß über den Ozeanen annähernd ebensoviel Wasser niedergeht wie auf einer Fläche des Festlandes von gleicher Größe. Man kann also leicht ausrechnen, wieviel Wasser alljährlich auf unseren ganzen Planeten in Form von Regen, Hagel oder Schnee niedergeht. Hierzu muß man aber die Größe der Erdoberfläche kennen. Wenn ihr diese Größe nicht im Kopf habt, könnt ihr sie selbst ausrechnen.

Ihr wißt, daß ein Meter fast genau gleich dem vierzigmillionsten Teil des Erdumfangs ist. Mit anderen Worten, der Umfang der Erde beträgt rund 40 000 000 m = 40 000 km. Der Umfang eines jeden Kreises ist π mal so groß wie der Durchmesser. Dabei ist π = rund 3,14... Hiervon ausgehend, ermitteln wir den Durchmesser unserer Erde:

$$40\,000 \text{ km} : \pi = 12\,760 \text{ km}.$$

Die Oberfläche einer Kugel aber errechnet man nach folgender Regel: Man multipliziert den Durchmesser mit sich selbst und mit π:

$$12\,760 \text{ km} \cdot 12\,760 \text{ km} \cdot 3{,}14 = \text{rund } 510\,000\,000 \text{ km}^2.$$

(Von der vierten Ziffer an drücken wir das Resultat durch Nullen aus, denn nur die ersten drei Ziffern sind zuverlässig.)

Die ganze Oberfläche der Erde beträgt somit rund 510 Millionen km².

Wir berechnen nun, wieviel Wasser auf jeden Quadratkilometer der Erdoberfläche niedergeht. Auf einen Quadratmeter oder auf 10 000 cm² entfallen

$$78 \text{ cm} \cdot 10\,000 \text{ cm}^2 = 780\,000 \text{ cm}^3.$$

Ein Quadratkilometer besteht aus $1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$. Folglich beträgt die auf ihn niedergehende Wassermenge

$$780\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 = 780\,000 \text{ m}^3.$$

Für die gesamte Erdoberfläche beträgt die Niederschlagsmenge

$$780\,000 \cdot 510\,000\,000 = 397\,800\,000\,000\,000 \text{ m}^3.$$

Um diese Zahl von Kubikmetern in Kubikkilometer zu verwandeln, muß man sie durch $1000 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1$ Milliarde teilen. Wir kommen auf 397 800 km³. Somit ergießen sich aus der Atmosphäre alljährlich rund 400 000 Kubikkilometer Wasser auf die Oberfläche unserer Erde.

Und hiermit wollen wir unsere Unterhaltung über die Regen- und Schneegeometrie abschließen. In meteorologischen Büchern könnt ihr euch ausführlicher über alles hier Gesagte unterrichten.

INHALTSVERZEICHNIS

UNSERE WELT

GRUPPE 1

- Märchen und Geschichten
- Fahrten und Abenteuer
- Menschen und Tiere
- Singen und Musizieren
- Aus fernen Ländern
- Dichtung und Wahrheit
- Unsere Schule
- Bilder und Bauten
- Wir diskutieren
- Für die gerechte Sache
- Zeitgenossen erzählen
- Der Vorhang geht auf
- Spiel und Sport
- Unsere Heimat

GRUPPE 2

- Mathematik
- Physik und Geophysik
- Chemie
- Biologie
- Geographie und Geologie
- Astronomie und Astrophysik
- Aus der Geschichte der Naturwissenschaften

GRUPPE 3

- Wie wir uns nähren und kleiden
- In Werkstatt und Betrieb
- Mit Werkzeug und Maschine
- Wir bauen Häuser, Dörfer, Städte
- Auf Wegen, Straßen, Brücken
- Wie der Mensch die Erde verändert
- Aus der Geschichte der Arbeit und Technik