

# **Erläuterung des Lehrplanes Mathematik**





---

# **Erläuterung des Lehrplanes Mathematik**

---

# **Erläuterung des Lehrplanes Mathematik**

**Akademie  
der Pädagogischen Wissenschaften  
der Deutschen Demokratischen Republik**

**Karlheinz Weber**

**Der Lehrplan Mathematik  
der zehnklassigen  
allgemeinbildenden  
polytechnischen Oberschule**

---

**Inhaltliche und didaktisch-methodische Erläuterungen**



**Volk und Wissen  
Volkseigener Verlag Berlin  
1988**

Die Entwicklung der Erläuterungen zu den Lehrplänen wird inhaltlich angeleitet und koordiniert durch eine Arbeitsgruppe der APW, der angehören:

Prof. Dr. Harald Meixner (Leiter)

Prof. Dr. Hans-Jörg König

Prof. Dr. Hans Leutert

Prof. Dr. Günter Schulze

Das vorliegende Material nutzt Forschungsergebnisse der Abteilung Mathematik der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften, aller Wissenschaftsbereiche Mathematikmethodik an den Universitäten und Pädagogischen Hochschulen der DDR sowie der Fachgruppen Mathematik und Mathematikmethodik einer Reihe von Instituten für Lehrerbildung, ohne daß darauf im einzelnen jeweils verwiesen werden kann.

**Weber, Karlheinz:**

Der Lehrplan Mathematik der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule: inhaltl. u. didaktisch-method. Erl. / Karlheinz Weber. – 1. Aufl. – Berlin: Volk u. Wissen, 1988. – 74 S.

NT: Erläuterung des Lehrplanes Mathematik

NE: NT

ISBN 3-06-002217-8

1. Auflage

© Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1988

Lizenz-Nr. 203·1000/88 (E 00 22 17-1)

Printed in the German Democratic Republic

Schrift: 9/10 p Times gewöhnlich

Satzherstellung: Graphische Werkstätten Zittau-Görlitz, Werk II

Druck und Bindearbeiten: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden

Redaktion: Annemarie Mai

Einband: Herbert Lemme

Typographische Gestaltung: Atelier vvw

Redaktionsschluß: 25. Januar 1988

LSV 0645

Bestell-Nr. 709 386 5

00400

# **Inhalt**

1.	Mathematische Bildung als Bestandteil sozialistischer Allgemeinbildung und die Funktion des Mathematikunterrichts . . . . .	6
2.	Hauptrichtungen der Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts; die Ziel-Inhalts-Konzeption des Mathematikunterrichts . . . . .	9
3.	Hauptziele und wesentliche Inhalte des Mathematikunterrichts in den einzelnen Abschnitten des Gesamtlehrgangs der Oberschule . . . . .	14
3.1.	Der Mathematikunterricht in der Unterstufe . . . . .	14
3.2.	Der Mathematikunterricht in den Klassen 4 und 5 . . . . .	24
3.3.	Der Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8 . . . . .	32
3.4.	Der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10 . . . . .	40
4.	Zur durchgängigen Arbeit an der Realisierung von Hauptzielen des Mathematikunterrichts im Verlaufe der Klassen 1 bis 10 . . . . .	50
5.	Hauptmerkmale der Konzeption für die Gestaltung des Mathematikunterrichts (Prozeßkonzeption) . . . . .	63
	Literaturverzeichnis . . . . .	74

# 1. Mathematische Bildung als Bestandteil sozialistischer Allgemeinbildung und die Funktion des Mathematikunterrichts

Wie jedes Fach unserer allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule, so hat auch der Mathematikunterricht zielgerichtet an der Lösung der Aufgabe mitzuwirken, die das Programm der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands dem Bildungswesen als Ganzes stellt, nämlich *„junge Menschen zu erziehen und auszubilden, die, mit solidem Wissen und Können ausgerüstet, zu schöpferischem Denken und selbständigem Handeln befähigt sind, deren marxistisch-leninistisch fundiertes Weltbild die persönlichen Überzeugungen und Verhaltensweisen durchdringt, die als Patrioten ihres sozialistischen Vaterlandes und proletarische Internationalisten fühlen, denken und handeln“*. ([1], S. 66)

Die Realisierung dieses Anliegens verlangt, im Mathematikunterricht unter Nutzung der spezifischen Potenzen seines Gegenstandes und der Art seiner Vermittlung und Aneignung sowohl die Verwirklichung genereller Bildungs- und Erziehungsaufgaben zu unterstützen als auch zugleich einen ganz speziellen, aus seinem Sachbereich „Mathematik“ resultierenden Beitrag zur allgemeinen Lebensvorbereitung der Jugend zu leisten. In der Einheit dieser zwei Aspekte realisiert sich der Anteil des Mathematikunterrichts an der Vermittlung und dem Erwerb sozialistischer Allgemeinbildung als einer soliden, ausbaufähigen Grundlagenbildung für alle Kinder (vgl. dazu [2], Abschnitte 1.1. und 1.2.).

Sichere, anwendungsbereite mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten haben große Bedeutung für die gesamte weitere Entwicklung der Schüler, für erfolgreiches Lernen in anderen Fächern und in weiterführenden Bildungseinrichtungen, für ihre spätere Tätigkeit in fast allen Berufen, für den Ehrendienst in der Nationalen Volksarmee sowie für die Bewältigung von Anforderungen des Alltagslebens. Zusammen mit dem Beherrschen der deutschen Sprache gehören sie zu den grundlegenden „Kulturtechniken“ eines jeden allgemeingebildeten Menschen unseres Landes.

Dazu kommt, daß der wissenschaftlich-technische Fortschritt nicht allein durch ständig zunehmende, immer neue Anwendungsbereiche erschließende Nutzung mathematischer Methoden und Verfahren (in enger Verbindung mit der informationsverarbeitenden Technik) gekennzeichnet ist. Vielmehr stellt die gesamte gesellschaftliche Entwicklung wachsende Anforderungen an das allgemeine geistige Leistungsvermögen eines jeden Bürgers, an seine Bereitschaft und Befähigung zu selbständiger, zu schöpferischer Tätigkeit, an Erkenntnisinteresse, Freude am Knobeln und Entdecken – Persönlichkeitseigenschaften, zu deren Herausbildung ein entsprechend gestalteter Mathematikunterricht auf Grund der Spezifik seines Gegenstandes wesentlich beitragen kann und dies deshalb auch muß. Diese Spezifik resultiert daraus, daß selbst elementarste mathematische Begriffe, Aussagen, Regeln, Verfahren usw. einen relativ hohen Allgemeinheitsgrad besitzen. Dadurch werden sie zwar zu einem vielfältig einsetzbaren „Instrument“ – aber ihre Aneignung verlangt deshalb vom Lernenden auch besondere geistige Anstrengungen, die



ihrerseits dann die Entwicklung des Denkens und Verhaltens in einem den Rahmen mathematischer Bildung weit überschreitenden Umfang bewirken können.

Bereits an dieser Stelle muß jedoch nachdrücklich hervorgehoben werden: Die im mathematischen Inhalt liegenden Potenzen für die Entwicklung der Persönlichkeit des Schülers im fachlich-speziellen und übergreifenden Sinne erschließen sich nicht gewissermaßen „automatisch“, sie sind nicht eine sich „von selbst“ einstellende Folge der Aneignung von Wissen über mathematische Sachverhalte schlechthin. Der angestrebte Effekt tritt vielmehr nur dann ein, wenn die Schüler von Klasse 1 an zielgerichtet **zu aktiver geistiger Auseinandersetzung** mit entwicklungs- und altersgerecht ausgewählten mathematischen Fragen veranlaßt und immer besser dazu befähigt werden. Sie müssen lernen, mit dem angeeigneten Wissen und Können **zunehmend selbständig zu arbeiten**, dieses „Handwerkszeug“ **zum Eindringen in Neues, zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme zu nutzen** und im Prozeß des Anwendens zugleich **früher oder gerade neu Kennengelerntes zu vertiefen und zu festigen**.

Dieser Standpunkt ist sowohl Konsequenz der Stellung elementarmathematischer Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten in der gesamten Erkenntnistätigkeit als auch fachspezifischer Ausdruck der psychologischen Grundthese, wonach ein menschliches Individuum *„in dem Maße zur Persönlichkeit (wird), in dem es auf der Grundlage der Aneignung der jeweils historisch-konkreten Kultur in der Lage ist, orientiert an gesellschaftlichen Werten und Erfahrungen in Gemeinschaft mit anderen selbständig, zielbezogen und bewußt zu handeln“* ([5], S. 43 f.), weshalb auch die Entwicklung der Persönlichkeit sich *„stets in der aktiven Wechselwirkung des Individuums mit der Umwelt, auf Persönlichkeitsebene also in der Tätigkeit“* ([5], S. 49) vollzieht. Spricht man demzufolge von „instrumentaler Orientierung“ mathematischer **Allgemeinbildung**, so soll das keinesfalls eine Abwertung theoretisch-mathematischer Kenntnisse zum Ausdruck bringen – dies schon deshalb nicht, weil dann ein systematischer Wissensaufbau unmöglich wäre. Vor allem bedeutet diese Orientierung aber auch keine vordergründige Ausrichtung des Mathematikunterrichts auf schematisches Lösen „praktischer“ Aufgaben oder eine Reduzierung der Ziele dieses Faches auf das formale Einprägen und Abarbeiten von Handlungsvorschriften. Vielmehr steht dahinter die Position: Die unbedingt erforderliche solide Aneignung mathematischen Grundwissens und -könnens auf anspruchsvollem theoretischem Niveau, das Erschließen der damit verbundenen Potenzen für die Ausformung von Charakter und Willen, von Überzeugungen und Verhalten der Schüler ist nur im Prozeß mathematischen Tätigseins erreichbar. Dieses Tätigsein bedeutet letztlich aber immer Arbeiten **mit** früher Angeeignetem, was seinerseits allmählich die Befähigung der Schüler zum elementaren Nutzen des Instruments Mathematik und ihre Freude am Lösen von Problemen mit intellektuellen Mitteln herausbilden hilft.

Aus der Gesamtheit der genannten Anforderungen wird zudem der spezifische Beitrag deutlich, den der Mathematikunterricht zur weiteren Ausprägung des polytechnischen Charakters unserer Oberschule zu leisten hat: Es geht darum, mathematisches Wissen und Können solide zu vermitteln, die Schüler zur Anwendung mathematischer Hilfsmittel für das Lösen von Auf-

gaben aus unterschiedlichen Bereichen zu befähigen und dabei Fähigkeiten, Charakter- und Verhaltensqualitäten auszubilden, die für jegliche Arbeit bedeutungsvoll sind. Es geht um jene Gerichtetheit des Unterrichts als Ganzes, die sich nicht auf einige „praktische Bezüge“ beschränkt, sondern in Verbindung mit dem Unterricht in anderen Fächern wissenschaftliche Erkenntnisse den Schülern so nahebringt, daß sie deren Funktion beim Erreichen der unter unseren konkreten gesellschaftlichen Bedingungen gesetzten Zwecke erkennen – und mag dieser Zusammenhang auch nur über viele Zwischenstufen vermittelt verfolgbar sein.

Von diesen hier knapp skizzierten Positionen waren im Prinzip bereits die Lehrgangskonzeption und die darauf fußenden Materialien bestimmt, die in den Jahren nach dem Mathematikbeschluß ab 1967 Gültigkeit erlangten. Noch konsequenter wurden sie allen Überlegungen zur Vervollkommnung der Ziel-, Inhalts- und der Prozeßkonzeption zugrunde gelegt, auf deren Basis die nunmehr vorliegenden neuen Lehrpläne, Lehrbücher und Unterrichtshilfen entstanden, deren Einführung den Übergang zu einer neuen Entwicklungsetappe unseres Mathematikunterrichts bedeutet.

Zusammenfassend läßt sich feststellen: Die spezifische **Funktion des Mathematikunterrichts** an der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule besteht in der Realisierung zweier untrennbar miteinander verbundener Aufgaben, nämlich

- die Schüler durch den Erwerb soliden Wissens über grundlegende mathematische Begriffe, Sätze, Regeln, Methoden und Verfahren sowie entsprechenden Könnens<sup>1)</sup> mit einem **wichtigen, vielfältig einsetzbaren geistigen Instrument für das Lösen inner- und außermathematischer Aufgaben auszustatten und sie zu dessen flexibler Anwendung zu befähigen**, damit verbunden ihr Verständnis für elementare mathematische Zusammenhänge zu gewährleisten und eine hinreichend breite tragfähige Basis für eine spätere selbständige Erweiterung und Vertiefung ihrer mathematischen Bildung zu schaffen sowie zugleich
- zielgerichtet die in einem solchen Prozeß des Erwerbs und der Anwendung mathematischen Wissens und Könnens liegenden Potenzen für die **Entwicklung der Persönlichkeit der Schüler als Ganzes** zu nutzen – insbesondere hinsichtlich der Denkentwicklung, der Herausbildung von positiver Einstellung und Bereitschaft zu konzentrierter geistiger Tätigkeit, von Interesse und Freude an der Mathematik, der Formung des Willens zur Überwindung von Schwierigkeiten, der Befähigung zu selbständiger Arbeit und zum kooperativen Zusammenwirken mit anderen sowie der Anbahnung eines elementaren Verständnisses für die Rolle der Mathematik im Erkenntnisprozeß und in der gesellschaftlichen Praxis.

<sup>1)</sup> Hier und im folgenden werden als **K ö n n e n** die zu einem Gesamtsystem integrierten Prozesse und Eigenschaften der Persönlichkeit verstanden, die es dieser ermöglichen, bestimmte Aufgaben erfolgreich zu lösen bzw. bestimmte Leistungen zu vollbringen, und die sich im Vollzug dieser Tätigkeit weiterentwickeln. Insbesondere gehen so in den Begriff „Können“ entsprechende Kenntnisse, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Gewohnheiten und Verhaltensweisen ein (vgl. [5], S. 288 f.). Wenn dennoch mitunter vom „Wissen und Können“ gesprochen wird, so allein, um die Basisfunktion des Wissens noch einmal hervorzuheben.

## 2. Hauptrichtungen der Weiterentwicklung des Mathematiklehrplanes; die Ziel-Inhalts-Konzeption des Mathematikunterrichts

Die im Vorfeld der Ausarbeitung der neuen Lehrpläne durchgeführte Bilanzierung der bislang gültigen Materialien sowie die Analyse der auf ihrer Basis in der Schulpraxis erreichten Resultate erlaubten die Einschätzung: Das den Ende der 60er und Anfang der 70er Jahre eingeführten Lehrplänen, Lehrbüchern und Unterrichtshilfen zugrunde liegende Ziel-Inhalts-Konzept hat sich prinzipiell bewährt. Seine Ausarbeitung war mit einer solchen Neubestimmung von Ziel und Inhalt mathematischer Allgemeinbildung verbunden, die den wachsenden Ansprüchen an das mathematische Wissen und Können eines jeden jungen Menschen entsprach und zugleich das dabei von **allen** Kindern zu erreichende Niveau im wesentlichen realistisch und ausgewogen bestimmte. Drei Positionen, die für die Bewährung des Ziel-Inhalts-Konzepts von entscheidender Bedeutung waren und auch für die neuen Lehrpläne volle Gültigkeit haben, seien hier besonders hervorgehoben:

1. Es entspricht den realen gesellschaftlichen Bedürfnissen sowie den Grundanforderungen an eine trag- und ausbaufähige mathematische Allgemeinbildung eines jeden Absolventen unserer Schule und hat sich in diesem Sinne bewährt, dem Erwerb soliden Wissens und Könnens hinsichtlich grundlegender, meist elementarer mathematischer Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren das Primat zuzuweisen, **diese** Elemente in das **Zentrum** des Lehrganges zu stellen. Es war und bleibt richtig, der Ziel- und Inhaltsbestimmung für alle Klassenstufen die Position zugrunde zu legen, daß Mathematik „modern“ zu unterrichten wohl unterschieden werden muß von dem Weg, als „modern“ verstandene neue Inhalte zum Gegenstand des Mathematikunterrichts an der allgemeinbildenden Schule zu machen. Mathematik „modern“, d. h. aus der Sicht auf gegenwärtige und zukünftige Anforderungen an den jungen Menschen, mit Blick auf die Stellung und den Wert bestimmter Komponenten in der Mathematik von heute und vor allem in ihren Anwendungsgebieten zu unterrichten, bedeutet nicht etwa, von den „klassischen“ Inhalten mathematischer Bildung vorschnell abzugehen. Vielmehr verlangt dies in erster Linie, danach zu fragen, auf welche Weise die Potenzen der Aneignung dieser Inhalte noch wirksamer für die Persönlichkeitsentwicklung, für die Vorbereitung der Schüler auf ihr künftiges Leben genutzt werden können.

Dieses Bekenntnis zur bleibenden Bedeutung des Elementaren, des Grundgenden für die Allgemeinbildung führte bei der Ausarbeitung der neuen Lehrpläne natürlich nicht zu einem „Abschirmen“ vor den Anforderungen, die sich aus der modernen wissenschaftlich-technischen Entwicklung ergeben. Nur war eben immer zuerst die entscheidende Frage zu beantworten: Welche für Wissenschaft und Technik, für die Arbeit in den verschiedenen gesellschaftlichen Bereichen u. U. sehr bedeutungsvollen Sachgebiete, Aussagen, Regeln, Fakten usw. müssen aus welchem Grunde über das Bisherige hinaus Bestandteil mathematischer Allgemeinbildung sein? (Vgl. [2], S. 36 ff.)

Welche unabdingbaren Ziele des Mathematikunterrichts lassen sich allein dann realisieren, wenn bestimmte neue Inhalte in den Gesamtlehrgang aufgenommen werden? Welche Entlastungen lassen sich dafür an anderer Stelle vornehmen?

Aus einer solchen Sicht wurde bereits an die Erarbeitung der ab 1967/71 gültigen Lehrpläne herangegangen. Sie führte z. B. zu der gewissen Zurückhaltung bezüglich der Aufnahme von Elementen der Mengenlehre in den Unterricht, zu einer deutlich auf Wesentlichstes konzentrierten Berücksichtigung abbildungsgeometrischer Gedankengänge oder auch zu einem Verzicht auf Fragen der Vektorrechnung und explizite algebraisch-strukturelle Überlegungen – Entscheidungen, die sich in der Praxis bewährten.

Auch der Ausarbeitung der neuen Lehrpläne lag folglich das Prinzip zugrunde, vor jeder Änderung von Zielen und Inhalten stets den zu erwartenden Effekt sorgsam zu prüfen. Dies hatte beispielsweise die gründlich durchdachte Vorgehensweise bei der Einführung der Taschenrechner in den Unterricht, das Beibehalten der Reihenfolge für die Behandlung der einzelnen Zahlenbereiche und ihrer zeitlichen Einordnung in den Gesamtlehrgang (vgl. Abschnitt 3) oder das Zurückstellen der Aufnahme von Elementen der Stochastik bis zur völligen theoretischen und praktischen Absicherung eines solchen Schrittes zur Konsequenz. Auch hier handelte es sich wieder um Entscheidungen, die die Unterstützung von Wissenschaftlern wie Schulpraktikern fanden und die Kontinuität bei der Vervollkommnung des Mathematikunterrichts sichern halfen.

2. Es entspricht den generellen Auffassungen sozialistischer Pädagogik von Wissenschaftlichkeit des Unterrichts sowie den Anforderungen an eine trag- und ausbaufähige Grundlagenbildung und hat sich in diesem Sinne bewährt, den Mathematiklehrgang der Schule bezüglich Inhalt und Systematik an relevanten Teilbereichen der Fachwissenschaft Mathematik zu orientieren und dabei auch hinsichtlich der Darstellungs- und Sprechweise, Terminologie und Symbolik eine weitgehende Übereinstimmung anzustreben. Das Bemühen, in den Lehrplänen, Lehrbüchern und Unterrichtshilfen fachwissenschaftliche Fragen, ausgehend von den Grundprinzipien sozialistischer Allgemeinbildung, methodisch-didaktisch so aufzubereiten, daß sie dem Fassungs- und Leistungsvermögen der Schüler entsprechen, ohne dabei in Widerspruch zum fachwissenschaftlichen Verständnis der einzelnen Probleme zu geraten, erbrachte Erfolge. Eine genaue Analyse zeigte jedoch, daß die genannte grundsätzlich richtige Orientierung in den bis in die 80er Jahre hinein gültigen Materialien nicht immer ausgewogen realisiert wurde. Manche theoretische Überhöhung, manche Überspitzungen als Folge überzogener und daher pädagogisch falscher Erwartungen an „Exaktheit“, manche stoffliche Überlastung einzelner Gebiete wirkten sich ungünstig auf die wirklich solide Aneignung des Grundlegenden aus. Die Entwicklung der neuen Lehrpläne, Lehrbücher und Unterrichtshilfen war deshalb wesentlich von dem Anliegen bestimmt, unter Beibehaltung der eingangs genannten und als prinzipiell richtig erkannten Position, noch deutlicher auf das wirklich von **allen** Schülern zu erreichende Niveau mathematischer Bildung zu orientieren. Bezüglich der anzustre-

benden „mathematischen Strenge“ wurde dabei konsequenter von dem Standpunkt ausgegangen, daß diese „Strenge“ erst dann zu einer pädagogisch-methodisch relevanten Maxime wird, wenn sie nicht allein die erforderliche (zumindest partielle) Abstimmung mit der Art des Denkens und Arbeitens in elementaren Teilgebieten der Wissenschaft Mathematik bewirkt. Der Schüler muß vor allem Sinn und Notwendigkeit einer solchen „strengen“ Vorgehensweise verstehen. Allein dann kann allmählich erreicht werden, daß der Stil mathematischen Denkens auch die geistige Tätigkeit des Schülers positiv beeinflusst. Von derartigen Überlegungen ausgehend, wurde so in den neuen Plänen und Büchern u. a. die Verwendung gleicher Bezeichnungen für z. B. eine Strecke und deren Länge (weiterhin) zugelassen, es wurde die Definition für den Begriff „rationale Zahl“ vereinfacht und der Aufwand für das Gewinnen eines Grundverständnisses für reelle Zahlen stark verringert.

3. Es entspricht den Erwartungen an einen langfristig geplanten und zielgerichtet geführten schulischen Bildungs- und Erziehungsprozeß, es vermeidet Brüche und Sprünge bei der Aneignung mathematischen Wissens und Könnens und hat sich in diesem Sinne bewährt, den Mathematikunterricht von Klasse 1 an nach einheitlichen Prinzipien aufzubauen. Dies verlangt, den Mathematikunterricht aller Stufen als unverzichtbaren Bestandteil eines Gesamtprozesses zu konzipieren, dessen einzelne Abschnitte zwar jeweils spezifische Aufgaben im mathematischen Bildungsgang der Schüler zu erfüllen haben, ihre Hauptorientierung jedoch in jedem Falle aus den Gesamtzielen mathematischer Allgemeinbildung auf dem Niveau der zehnklassigen Oberschule erhalten. Beispielsweise zeigte die Arbeit an den neuen Lehrplänen, wie wichtig es ist, sich sowohl beim Abstecken der Grundanlage eines Stoffgebietes als auch bei der Entscheidung über Teilziele oder Stoffelemente von solchen wichtigen Prinzipien leiten zu lassen wie
  - pädagogisch wohlbedachte Orientierung an der Fachwissenschaft (im Sinne des oben Gesagten),
  - nachdrückliche Betonung der Könnensentwicklung (insbesondere des Könnens im inner- und außermathematischen Anwenden) auf der Basis solide angeeigneten Wissens,
  - systematische Herausbildung mathematisch wie fachübergreifend bedeutsamer Fähigkeiten (z. B. der Fähigkeit zum Beschreiben, zum Begründen/Beweisen, zum sachgerechten Gebrauch der Symbolik, zum exakten Anwenden der Muttersprache im mathematischen Kontext) vom ersten Schultag an (vgl. Abschnitt 4).

Die auf dieser Basis für den Unterricht ausgewählten und bereits in den bislang gültigen Lehrplänen enthaltenen Gegenstandsbereiche bilden auch den Kern des Mathematiklehrgangs unserer Oberschule, wie er in den neuen Lehrplänen seinen Niederschlag gefunden hat. Im Zentrum stehen

- natürliche, gebrochene und rationale Zahlen,
- elementare geometrische Gebilde, also Punkte, Geraden, Strecken, Strahlen, Drei- und Vierecke sowie Kreis, deren wichtigste Eigenschaften bzw. die für sie geltenden Aussagen,

- einfache Körper, ihr Oberflächeninhalt und Volumen sowie ihre Darstellung in der Ebene,
- lineare, quadratische, Potenz- und Winkelfunktionen,
- lineare und quadratische Gleichungen, lineare Ungleichungen, lineare Gleichungssysteme

(jeweils verbunden mit entsprechenden Regeln und Verfahren, mit Definitionen von Begriffen, Beweisen von Sätzen, mit dem Nutzen von Elementen der mathematischen Symbolik und spezifischer mathematischer „Redeweisen“ sowie mit der Verwendung von Hilfsmitteln).

So sehr mit Blick auf die wissenschaftlich-technische Entwicklung, die schulpraktischen Erfahrungen, die Erkenntnisse einschlägiger Nachbarwissenschaften sicher immer wieder Akzentsetzungen, Ergänzungen, Streichungen usw. im einzelnen notwendig sind und in den neuen Lehrplänen ja auch vorgenommen wurden: Insgesamt gesehen bildet sich auf sicheres Wissen gründendes Können hinsichtlich der eben umrissenen Gegenstandsbereiche die Basis für mathematische Bildung auf anspruchsvollem theoretischem Niveau. Es ist unabdingbare Voraussetzung für den späteren Erwerb und die Nutzung weitergehender mathematischer Erkenntnisse; es ist Grundlage für das Erschließen der im mathematischen Arbeiten liegenden Potenzen für die Persönlichkeitsentwicklung und in diesem Sinne zugleich von großer Bedeutung bei der Lösung der wichtigsten Aufgaben unserer Oberschule, die Schüler gut auf das Leben, vor allem auf die Arbeit in der sozialistischen Gesellschaft vorzubereiten. Das Bekenntnis zum bleibenden Wert solchen Wissens und Könnens auch für eine moderne mathematische Allgemeinbildung stellt somit zugleich einen spezifischen Ausdruck der auf dem XI. Parteitag der SED formulierten generellen Position dar: *„Bei der Ausarbeitung der Konsequenzen für Bildung und Erziehung aus der weiteren Gestaltung der entwickelten sozialistischen Gesellschaft, eingeschlossen die Ansprüche aus der wissenschaftlich-technischen Revolution, ist davon auszugehen, daß die Gesamtheit der Erfordernisse beachtet werden muß, wie sie sich aus der Entwicklung der Produktion, der Wissenschaft, der sozialistischen Demokratie, der Entfaltung des geistig-kulturellen Lebens ergeben.“* ([6], S. 61)

Bei der Realisierung der Hauptziele des Mathematikunterrichts wurden seit der Einführung der Lehrpläne von 1967/71 in allen Klassenstufen deutliche Erfolge erzielt, wobei die fortgeschrittensten Lehrer dabei inzwischen mehr und mehr zu methodischen Lösungen gelangten, die teilweise eine beträchtlich höhere Qualität aufwiesen als in den Lehrplänen, Lehrbüchern und Unterrichtshilfen angelegt. Trotz dieser Fortschritte mußte aber festgestellt werden, daß insgesamt gesehen der erreichte Entwicklungsstand in wichtigen Bereichen mathematischer Bildung noch nicht den Anforderungen entsprach. Dabei zeugten die Unterrichtsergebnisse vieler Lehrer einerseits wohl von der Realisierbarkeit und der prinzipiellen Tragfähigkeit des vorliegenden Ziel-Inhalt-Konzepts, von dem ständig wachsenden Leistungsvermögen der Lehrer und der zunehmenden Qualität der Führung des Mathematikunterrichts. Daneben wurde an den ausgeprägten Unterschieden zwischen den Bildungs- und Erziehungsergebnissen der einzelnen Kollegen, verschiedener Schulen und z. T. sogar Kreise andererseits aber auch immer deutlicher, daß es in den Lehrplänen selbst, aber ebenso in den Lehrbüchern und Unterrichtshilfen noch nicht durchgehend gelungen war,

die grundsätzlichen Positionen zu Ziel, Inhalt und Gestaltung des Mathematikunterrichts in der erforderlichen Qualität praxiswirksam umzusetzen.

Das **Hauptanliegen** bei der Erarbeitung der nunmehr vorliegenden neuen Materialien bestand demzufolge darin, dem Lehrer noch besser zu helfen, das angestrebte Niveau mathematischer Bildung mit jedem Schüler zu erreichen, jeden Schüler in jeder Stunde bestmöglich weiterzuentwickeln. Die Realisierung dieses Anliegens verlangte eine gründliche pädagogisch-methodische Durcharbeitung des gesamten Lehrgangs, die letztendlich zu einer bedeutsamen Weiterentwicklung des Ziel-Inhalt-Konzepts selbst und der Grundkonzeption für die Prozeßgestaltung führte.

Die genannte Durcharbeitung war besonders gerichtet auf

- eine genauere Kennzeichnung der bezüglich des Wissens und Könnens zu erreichenden Ziele bei gleichzeitiger stärkerer Betonung des Wesentlichen und der konsequenten Beseitigung theoretischer Überhöhungen,
- eine damit zu erreichende Verbesserung des Stoff-Zeit-Verhältnisses,
- eine deutlichere Orientierung des Unterrichts jeder einzelnen Klassenstufe an dem Beitrag, der hier vorrangig zur Realisierung der Gesamtziele des Mathematikunterrichts geleistet werden muß,
- eine wesentlich verstärkte und durch Veränderungen im Lehrgangsaufbau unterstützte Betonung ständigen Nutzens, Wiederholens, Übens und damit Festigens früher erworbenen Wissens und Könnens bei der aktiven Aneignung neuen Stoffes durch die Schüler und
- das Hervorheben der Befähigung zum inner- und außermathematischen Anwenden des mathematischen „Handwerkszeugs“ als letztendlich entscheidendes Kriterium für den Unterrichtserfolg.

Der Anspruch, der mit der Umsetzung dieses komplexen Anliegens verbunden war, berührte jedes Stoffgebiet des Gesamtlehrganges (s. Tabellen in den Abschnitten 3.1. bis 3.4.). Auch gegenüber den früheren Lehrplänen unverändert gebliebene Stoffgebietsüberschriften oder Stoffauswahl dürfen deshalb nicht zu dem Trugschluß verführen, daß „alles beim Alten“ geblieben sei und an dieser Stelle in „althergebrachter“ Weise unterrichtet werden könne... Vielmehr machen insbesondere die Gesamt- und Stoffgebietsvorworte deutlich, daß hinter dieser äußerlichen Übereinstimmung häufig eine wesentlich veränderte Konzeption des Unterrichts steht, daß Ziele einen anderen Akzent erhielten, daß sich die Wertigkeit eines bestimmten Stoffabschnittes im Rahmen des Gesamtlehrganges veränderte usw. (vgl. auch Abschnitt 3). Deshalb wäre es auch völlig falsch, beim Einarbeiten in den neuen Lehrplan die Aufmerksamkeit einseitig auf die dort erkennbaren Veränderungen zu konzentrieren. Nicht allein, daß quantitativ das substantiell Beibehaltene in Ziel und Inhalt eindeutig dominiert – viel wichtiger ist noch, die vorgenommenen Veränderungen stets als einen zwar besonders akzentuierten (nämlich sich im Lehrplan *t e x t* äußernden) Beitrag zur Realisierung des oben genannten Ziels der gesamten Lehrplannerarbeitung zu verstehen, der aber seine pädagogische Wirkung nur dann erzielen kann, wenn man ihn in Einheit mit allen anderen Bestandteilen des Planes sieht und die Gestaltung des Unterrichtsprozesses darauf abstimmt.

### 3. Hauptziele und wesentliche Inhalte des Mathematikunterrichts in den einzelnen Abschnitten des Gesamtlehrgangs der Oberschule

#### 3.1. Der Mathematikunterricht in der Unterstufe

Der Mathematikunterricht der Klassen 1 bis 3 als erster Abschnitt des Mathematiklehrgangs der Oberschule hat die Aufgabe, die solide Aneignung grundlegender Bestandteile einer anspruchsvollen mathematischen Allgemeinbildung durch alle Schüler zu gewährleisten und in Einheit damit zugleich zur Realisierung der Bildungs- und Erziehungsziele beizutragen, die dem Unterricht in der Unterstufe insgesamt gestellt sind. Wenngleich man eine analoge „Doppelaufgabe“ sicher auch für andere Stufen des Mathematikunterrichts formulieren könnte, so kommt ihrer Realisierung doch hier eine ganz besondere Bedeutung zu: Mit dem Eintritt in Klasse 1, mit der Unterstufe beginnt für die Kinder ein völlig neuer Lebensabschnitt, der bei aller Vorbereitung in der Vorschulzeit die Kinder mit inhaltlich neuen, höheren Forderungen konfrontiert. Das Lernen wird zur Haupttätigkeit, der ganze Tagesrhythmus ist auf die Schule abgestimmt, viele kleine und größere Pflichten gilt es nun zunehmend selbständig zu bewältigen. Deshalb muß der Unterricht in jedem Fach neben seinen fachspezifischen Aufgaben stets mit gleichem Nachdruck seine Verpflichtungen um die Gesamtentwicklung des Kindes gerade in dieser ersten Phase berücksichtigen. Das verlangt auch, daß schon der Lehrplan dem Lehrer Veranlassung, vor allem aber Möglichkeiten gibt, mitzuhelfen, die Kinder die Anfangsgründe des Lernens zu lehren, dabei überlegt, „wohl-dosiert“ an die Spielgewohnheiten und -erfahrungen der Kinder im Interesse ihrer Befähigung zum Lernen anzuknüpfen, sie an neue Disziplinanforderungen zu gewöhnen, die physische und psychische Belastbarkeit richtig einzuschätzen und daraus entsprechende Schlußfolgerungen für seinen Unterricht zu ziehen usw.

Vor diesem Hintergrund sind nun die fachspezifischen Aufgaben des Mathematikunterrichts zu lösen. Es geht in der gesamten Unterstufe darum, den Schülern vor allem sicheres, anwendungsbereites Wissen und Können im Rechnen mit natürlichen Zahlen zu vermitteln und sie mit einfachen geometrischen Objekten und Tätigkeiten vertraut zu machen. Dieser Prozeß ist mit der zielgerichteten Ausbildung der geistigen und geistig-praktischen Fähigkeiten der Schüler zu verbinden. Er muß darauf gerichtet sein, im Sinne des oben Ausgeführten zur Entwicklung ihrer Lernbereitschaft und zur Gewöhnung an diszipliniertes, aktives Lernen beizutragen, zugleich aber auch bei allen Schülern die Freude am Lernen im Fach Mathematik und ihr Vertrauen in das eigene Leistungsvermögen ständig weiter auszubilden und zu bekräftigen – Aufgaben, deren Erfüllung von außerordentlicher Bedeutung für den gesamten Mathematikunterricht ist.

Dieses generelle Anliegen des Mathematikunterrichts in der Unterstufe findet konzentrierten Ausdruck in dem neuen **Gesamtvorwort** zum Lehrplan der Klassen 1 bis 3 [7]. Hierin wird in gedrängter Form ein Überblick über die hier zu erfüllenden „Ziele und Aufgaben“ vermittelt, das in jeder Klassenstufe zu erreichende Niveau bezüglich der entscheidenden Zielkomponenten gekenn-



zeichnet und in den „Hinweisen zur methodischen und organisatorischen Gestaltung“ auf stufenspezifische Anforderungen an die Prozeßgestaltung aufmerksam gemacht. Zugleich ist in diesem Lehrplanteil angedeutet, wie sich der Mathematikunterricht der Unterstufe einordnet in den Gesamtlehrgang und die hier zu erfüllenden Aufgaben. Bei den Niveaue kennzeichnungen wurde auf alles Zweitrangige, auf die Angabe von Zwischenzielen, von zwar „lokal“, aber nicht „global“ Wichtigem usw. verzichtet. Was blieb und hier angeführt wird, ist das wirklich Unveräußerliche, das für den weiteren Lernerfolg Unverzichtbare... Dieser Lehrplanteil muß deshalb immer wieder zu Rate gezogen werden, wenn es um die Einordnung der einzelnen Stoffgebiete, um die langfristige Planung, um die Akzentsetzungen bei der Festigung oder die abschließende Kontrolle geht.

Aus den im Vorwort aufgeführten Gesamtzielstellungen ist ersichtlich, daß im **Arithmetikunterricht** (vgl. auch Tabelle 1, S. 16 bis 18) die Entwicklung sicheren, dauerhaften und anwendungsbereiten Könnens und insbesondere entsprechender Fertigkeiten im Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 20 in Klasse 1, bis 100 in Klasse 2 und bis 10000 in Klasse 3 im Mittelpunkt steht. Das gedächtnismäßige Beherrschen der Grundaufgaben der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (also der Aufgaben mit genau zwei einstelligen Summanden bzw. Faktoren und deren „Umkehrung“) durch alle Schüler stellt hierfür eine entscheidende Voraussetzung dar. Die Entwicklung des genannten Rechnen-Könnens verlangt außerdem, den Schülern solides Wissen bezüglich der natürlichen Zahlen und ihrer Ordnung sowie inhaltliches Verständnis für die vier Grundrechenoperationen mit ihnen und Kenntnisse über bestimmte Eigenschaften und Zusammenhänge (wie die Kommutativität und Assoziativität von Addition bzw. Multiplikation, die Distributivität der Multiplikation bezüglich Addition und Zusammenhänge zwischen Addition und Subtraktion, zwischen Multiplikation und Addition sowie zwischen Multiplikation und Division) zu vermitteln. Eng verbunden mit der Entwicklung des Könnens der Schüler im mündlichen und (ab Klasse 3) schriftlichen Rechnen sind die Schüler von Klasse 1 an schrittweise zu befähigen, mit Variablen (in Termen und Tabellen) zu arbeiten, einfache Gleichungen und Ungleichungen auf Grund inhaltlicher Überlegungen sowie Text- und Sachaufgaben zunehmend selbständig zu lösen. Die dabei zu befolgende Systematik der Schwierigkeitssteigerung ist im Lehrplan genau beschrieben.

Im **Geometrieunterricht** sind die Schüler mit einfachen linearen, ebenen und räumlichen Figuren (und zwar Punkt, Gerade, Strecke, Strahl, Dreieck, Viereck, Kreis, Trapez, Parallelogramm, Rechteck und Quadrat, Würfel, Quader, Pyramide, Kegel, Zylinder und Kugel) anschaulich und durch vielfältige Tätigkeiten vertraut zu machen. Sie sollen lernen, diese Figuren zu zeichnen (außer Körper) oder (ggf. unter Verwendung von Unterrichtsmitteln) in anderer Form darzustellen (z. B. zu legen, zu modellieren, auszuschneiden), die Figuren zu beschreiben sowie sie in ihrer Umwelt wiederzuerkennen. Dies trägt zugleich zur Entwicklung des räumlichen Wahrnehmungs- und Vorstellungsvermögens bei.

Der Mathematikunterricht der Klassen 1 bis 3 hat weiter die Aufgabe, die Schüler mit wichtigen **Größen** (und zwar Länge, Zeit, Masse wie auch Geld)

**Tabelle 1 a: Mathematik Klasse 1**

<p><b>30 Std. Die natürlichen Zahlen bis 10</b> (16) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 5; ihre Ordnung</p>	
<p>(14) Die natürlichen Zahlen von 6 bis 10; die Ordnung der natürlichen Zahlen bis 10</p>	<p><b>10 Std.</b> <b>G e o m e t r i e</b></p>
<p><b>32 Std. Addition und Subtraktion bis 10</b> (7) Einführung der Addition und Subtraktion</p>	
<p>(20) Die Grundaufgaben der Addition und Subtraktion bis 10</p>	
<p>(5) Addieren mehrerer Summanden, Subtrahieren mehrerer Subtrahenden</p>	
<p><b>10 Std. Die natürlichen Zahlen von 0 bis 20</b></p>	
<p><b>40 Std. Addition und Subtraktion bis 20</b> (8) Addition und Subtraktion bis 20 ohne Überschreiten der Zahl 10</p>	
<p>(32) Grundaufgaben der Addition und Subtraktion, in denen die Summe bzw. der Minuend eine zweistellige natürliche Zahl ist</p>	
<p><b>28 Std. Die natürlichen Zahlen von 0 bis 100</b> (6) Einführung der Multiplikation</p>	
<p>(15) Die natürlichen Zahlen von 21 bis 100</p>	
<p>(7) Die Ordnung der natürlichen Zahlen bis 100; zusammenfassende Übungen und Anwendungen</p>	

**Tabelle 1 b: Mathematik Klasse 2**

<p><b>72 Std. Addition und Subtraktion bis 100</b> (10) Wiederholung der Addition und Subtraktion bis 20 und Wiederholung der natürlichen Zahlen bis 100</p>	<p><b>20 Std. Geometrie</b> (3) Lagebez. zw. Pkt. u. Gera.; Strahl</p>
<p>(8) Addition und Subtraktion einstell. natürl. Zahlen zu bzw. von zweistell. natürl. Zahlen ohne Überschreiten eines Vielfachen von 10</p>	
<p>(15) Addition und Subtraktion einstelliger natürlicher Zahlen zu bzw. von zweistelligen natürlichen Zahlen mit Überschreiten eines Vielfachen von 10</p>	
<p>(15) Addition und Subtraktion zweistelliger natürlicher Zahlen ohne Überschreiten</p>	
<p>(24) Addition und Subtraktion zweistelliger natürlicher Zahlen mit Überschreiten</p>	
<p><b>88 Std. Multiplikation und Division bis 100</b> (18) Multiplikation und Division mit den Zahlen 2 und 10</p>	<p>(4) Dreieck, Viereck und Kreis</p>
<p>(30) Multiplikation und Division mit den Zahlen 3, 4, 5, 1 und 0</p>	
<p>(30) Multiplikation und Division mit den Zahlen 6, 7, 8 und 9</p>	<p>(5) Lagebez. zwisch. Geraden bzw. Streck.</p>
<p>(10) Zusammenfassende Übungen und Wiederholungen</p>	<p>(5) Parallelogramm, Rechteck u. Quadrat</p>
	<p>(3) Würfel und Quader</p>

**Tabelle 1 c: Mathematik Klasse 3**

<b>28 Std. Die natürlichen Zahlen bis 10 000; ihre Ordnung</b> (7) Vielfache von 100 und von 1 000	<b>20 Std. Geometrie</b> (5) Punkte u. Gera.; Zeichn. zuein. parall. bzw. senkr. Geraden
(12) Die Zahlen bis 10 000	
(9) Die Ordnung der Zahlen bis 10 000	
<b>60 Std. Addition und Subtraktion bis 10 000</b> (24) Addition und Subtraktion bis 10 000 (mündliches Rechnen)	(2) Kreis
(12) Das schriftliche Verfahren der Addition	
(18) Das schriftliche Verfahren der Subtraktion	(7) Vierecke
(6) Übungen und Anwendungen	
<b>72 Std. Multiplikation und Division bis 10 000</b> (29) Multiplikation und Division bis 10 000 (mündliches Rechnen)	
(15) Das schriftliche Verfahren der Multiplikation	
(18) Das schriftliche Verfahren der Division	(6) Räumliche Figuren
(10) Übungen und Anwendungen	

und deren gebräuchlichsten Einheiten vertraut zu machen. Die Schüler sollen Größenvorstellungen erwerben und in der Lage sein, mit Größen zu rechnen, was das Umrechnen von Größenangaben einschließt.

Diese hier knapp skizzierten Hauptziele und -inhalte des Unterstufenmathematikunterrichts bedeuten keine grundsätzliche Veränderung gegenüber früheren Plänen. Der erzielte Entwicklungsfortschritt wird vielmehr erst dann hinreichend deutlich, wenn man in die Betrachtung einbezieht, zu welchen Konsequenzen die pädagogisch-methodische Durcharbeitung des Unterstufenlehrgangs im einzelnen führte und wie sich das in den Plänen selbst ausdrückt.

Besonders sei hervorgehoben:

- a) Die neuen Pläne schaffen im Vergleich zu den bisher gültigen bessere Voraussetzungen für die kontinuierliche Arbeit am Rechnenkönnen der Schüler, insbesondere hinsichtlich des festen Aneignens der Grundaufgaben (das gedächtnismäßiges Beherrschen einschließt) und der Herausbildung sicheren Könnens im mündlichen und schriftlichen Rechnen. So erfolgt jetzt in Klasse 1 die Erarbeitung der Grundaufgaben der Addition und Subtraktion auf der Basis einer weiterentwickelten und breit erprobten Systematik. Diese ist gekennzeichnet durch stärkere Orientierung auf das feste Einprägen bei gleichzeitiger Betonung bewährter methodischer Formen (wie mehrfaches lautes oder stilles Lesen der erarbeiteten Grundaufgaben-gleichungen, ihr wiederholtes Nennen aus dem Gedächtnis, Nutzung spielerischer Elemente bei strenger Zielorientierung). Außerdem wurde in Klasse 1 die bisherige Behandlung der Multiplikation und Division auf eine erste Einführung in elementare Fragen der Multiplikation beschränkt. Sie ist auf das Ziel gerichtet, daß die Schüler bei der Einführung der Zahlen bis 100 die Vielfachen von 10 als Produkte mit einem Faktor 10 erkennen können.
- b) Es wurde eine deutlichere Schwerpunktsetzung bezüglich der für die einzelnen Stoffgebiete bzw. -abschnitte vorgesehenen Übungsformen vorgenommen. Der Lehrplan orientiert so für die gesamte Unterstufe nachdrücklich auf eine besondere Beachtung von Aufgaben, die in Termform ohne Variable gestellt sind. In Klasse 1 wird außerdem zum Beispiel auf das Lösen von Gleichungen wie  $a + 3 = 5$  und  $a - 3 = 5$  – in denen also die Variable an erster Stelle steht – völlig verzichtet. Das Lösen von Ungleichungen wie  $3 + a < 5$  oder  $8 - a > 4$  erfolgt nicht mehr schon im 1. Halbjahr bei den Grundaufgaben bis 10, sondern erst nach Abschluß der Behandlung der Grundaufgaben „über 10“. Schließlich sollen beim Üben der Addition/Subtraktion bis 20 – also bei Aufgaben wie  $14 + 3$  oder  $17 - 3$  – die Übungsformen mit Variablen auf zweispaltige Tabellen beschränkt bleiben, ohne hier Gleichungen oder Ungleichungen mit Variablen einzubeziehen. Im Abschnitt *Die natürlichen Zahlen von 0 bis 100* schließlich wird keine Übungsform mit Variablen mehr gefordert.

Auch in Klasse 2 erfolgt eine Verringerung der Anzahl der Übungsformen – und in Klasse 3 konnte (schon mit Blick auf die veränderten Anforderungen in der Oberstufe) eine größere Variabilität bei den Anforderungen an die Rechenfertigkeiten dadurch erreicht werden, daß nunmehr schriftliche

Wege auch für das Lösen von Aufgaben zugelassen sind, die bislang ausschließlich mündlich zu lösen waren – wie etwa das Addieren/Subtrahieren zweier vierstelliger Zahlen, die Vielfache von 100 sind.

Die hier skizzierte Akzentsetzung in den Übungsformen hatte zum Ziel,  
– deutlicher zu betonen, was vor allem geübt werden soll, und dabei zugleich

– die mit den Übungsformen selbst verbundenen Anforderungen allmählich zu steigern bzw. unter Beachtung der Gesamtheit der Anforderungen an die Schüler einzuschränken.

Die Veränderungen bedeuten demgegenüber **keinerlei Abstriche** an der grundsätzlichen Position, daß

– das Können im Arbeiten mit Variablen, mit Tabellen, im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen u. ä., welches für die gesamte mathematische Bildung grundlegende Bedeutung besitzt, von Klasse 1 an systematisch entwickelt werden muß,

– eine vernünftige, wohlüberlegt bestimmte Vielfalt von Übungsformen erforderlich ist, um die notwendige Solidität bei der Aneignung des Grundlegenden zu gewährleisten.

In diesem Sinne formuliert das Gesamtvorwort für jede Klassenstufe spezifische Ziele bezüglich der o. g. Aspekte, enthält ab Stoffgebiet 2 der Klasse 1 jedes arithmetische Stoffgebiet konkrete Angaben zu den hier im Arbeiten mit Variablen, mit Tabellen, Gleichungen und Ungleichungen zu stellenden Anforderungen und umfassen die Lehrbücher dementsprechende Übungsaufgaben. All dies ist jedoch stets geprägt durch das oben dargestellte neue Verständnis von den Hauptaufgaben der einzelnen Stoffgebiete. Im Zusammenhang mit dem zu erwerbenden Rechnenkönnen war auch noch einmal genau zu prüfen, ob die Festlegungen zum anzustrebenden theoretischen Niveau in den bislang gültigen Lehrplänen genau das Wesen der Sache trafen und realistisch fixiert waren. In der Regel ließ sich diese Frage positiv beantworten – nur an einigen wenigen Stellen machten sich Veränderungen erforderlich: So ist z. B. in der Klasse 2 nicht mehr die Behandlung von Quadratzahlen vorgesehen. In den Klassen 2 und 3 wird künftig auf die Formulierung der Rechengesetze mit Hilfe von Variablen zugunsten eines vertieften inhaltlichen Verständnisses für die dahinter stehenden Zusammenhänge verzichtet – und die Einführung des Begriffes „Zehnerpotenz“ und der Potenzschreibweise bleibt künftig der Klasse 4 vorbehalten.

- c) Für den Geometrieunterricht orientiert der neue Plan nachdrücklich auf ein stärker anschauliches Vorgehen unter Einbeziehung von Gegenständen und Sachverhalten aus der Umwelt der Kinder sowie auf geistig praktische Tätigkeiten wie Legen, Zerlegen, Zusammensetzen, Zeichnen, Ausschneiden, Falten und Färben von Figuren. Auch diese Tätigkeiten dürfen natürlich keinesfalls zum „Selbstzweck“ werden, sondern müssen stets dem Erwerb soliden Wissens und Könnens durch die Schüler dienen. Unterstützt wird die Realisierung des Hauptanliegens des Geometrieunterrichts durch Vereinfachungen wie den Verzicht auf die Behandlung der Begriffe „Streifen“ und „Winkel“ in Klasse 2 und auf die bisherige strikte Unterscheidung zwischen „Figur“ und „Fläche einer Figur“ in den Klassen 2 und 3

[s. Pkt. f)]. Die Einführung des Winkelbegriffs erfolgt jetzt erst in Klasse 5. Lediglich der Spezialfall zueinander senkrechter Geraden und Strecken wird bereits in der Unterstufe behandelt.

d) Auch beim Arbeiten mit Größen konzentriert der Lehrplan die Aufmerksamkeit stärker als bisher auf das Gewinnen inhaltlicher Vorstellungen und auf das Einprägen von Beziehungen zwischen benachbarten Einheiten einer Größe. Eine Verbesserung der Stoff-Zeit-Relation wurde überdies dadurch erreicht, daß nunmehr in Klasse 2 die Behandlung von „Quadrat-zentimeter“ und in Klasse 3 von „Quadratmillimeter“ nicht mehr Unterrichtsziel ist. Die Einführung dieser Einheiten erfolgt jetzt erst in Klasse 5.

e) Große Aufmerksamkeit wird schließlich in den neuen Plänen für den Mathematikunterricht in der Unterstufe der Befähigung der Schüler zum Lösen von Text- und Sachaufgaben gewidmet – einer Zielkomponente, die im Sinne der Ausführungen im Abschnitt 1 schon für die Unterstufe von außerordentlicher Bedeutung ist. Analysen hatten gezeigt, daß trotz der auch in diesem Bereich erzielten Fortschritte das insgesamt erreichte Niveau noch nicht den Anforderungen entspricht. Dabei machten viele Lehrer vor allem darauf aufmerksam, daß es ihnen Schwierigkeiten bereitet, das Anforderungsniveau stetig zu erhöhen und alle Schüler zu befähigen, immer selbständiger solche Aufgaben von der Analyse des Sachverhaltes bis zur Formulierung des Antwortsatzes zu bearbeiten. Ein wesentliches Anliegen der Weiterentwicklung der Lehrpläne wie auch der Lehrbücher und Unterrichtshilfen bestand deshalb gerade darin, bereits durch diese zentralen Materialien den Lehrern wirksamere Hilfe für die systematische, die Anforderungen in kleinen Schritten steigernde Behandlung von Text- und Sachaufgaben zu geben.

Für Klasse 1 wird nun beispielsweise verlangt, daß die Schüler in der Lage sind, solche einfachen Text- und Sachaufgaben mündlich zu lösen, die einen Lösungsschritt erfordern und deren Sachverhalt durch praktische Tätigkeit, bildhaft oder sprachlich dargeboten wird. In Klasse 2 sollen die Schüler dann solche Text- und Sachaufgaben mit altersgemäßer sprachlicher und inhaltlicher Gestaltung selbständig lösen können, die einen Lösungsschritt bzw. zwei voneinander unabhängig auszuführende Lösungsschritte erfordern. Sie lernen, für die Rechnung nicht notwendige Zahlenangaben zu erkennen sowie für das Finden des Lösungsansatzes und das Planen des Lösungsweges Tabellen und Skizzen zu nutzen. Als Abschlußniveau für Klasse 3 ist gekennzeichnet, daß die Schüler gelernt haben, Text- und Sachaufgaben (natürlich wieder in ihrem Alter und ihrem Wissensstand entsprechender sprachlicher und inhaltlicher Gestaltung) selbständig zu bearbeiten, zu deren Lösung ein Lösungsschritt bzw. zwei Lösungsschritte unabhängig oder abhängig voneinander auszuführen sind (vgl. Tabelle 2, S. 22).

f) Aus der Vielzahl der Veränderungen gegenüber früheren Lehrplänen bzw. Vorgehensweisen, die zwar allein eine bestimmte Klassenstufe oder einen bestimmten Aspekt betreffen, jedoch bezüglich des gesamten Lehrgangs und der bei seiner pädagogisch-methodischen Durcharbeitung verfolgten Ziele bedeutungsvoll sind, seien hier genannt:

**Tabelle 2: Steigerung der Anforderungen an das Können der Schüler im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben im Verlaufe der Klassen 1 bis 5**

Lehrplanforderung	Beispiele
<p><b>Klasse 1:</b> Die Schüler sind in der Lage, solche einfachen Text- und Sachaufgaben mündlich zu lösen, die einen Lösungsschritt erfordern und deren Sachverhalt durch praktische Tätigkeit, bildhaft oder sprachlich dargeboten wird.</p>	<p>In einem Kasten sind 12 Buntstifte. Frank nimmt 3 davon heraus. Wieviel Stifte bleiben in diesem Kasten?</p>
<p><b>Klasse 2:</b> Die Schüler können solche Text- und Sachaufgaben (mit altersgemäßer sprachlicher und inhaltlicher Gestaltung) selbständig lösen, die einen Lösungsschritt bzw. die zwei unabhängig voneinander auszuführende Lösungsschritte erfordern. Insbesondere sind sie in zunehmendem Maße befähigt worden, einen Lösungsansatz für eine solche Aufgabe selbständig zu finden. Sie sind in der Lage, für die Rechnung nicht notwendige Zahlenangaben zu erkennen und beim Planen des Lösungsweges Tabellen und Skizzen zu nutzen.</p>	<p>Susanne kauft 7 Brötchen zu 5 Pf das Stück. Thomas kauft für 45 Pf Brötchen.            a) Wieviel Pfennig zahlt Susanne?            b) Wieviel Brötchen kauft Thomas?</p>
<p><b>Klasse 3:</b> Die Schüler haben gelernt, Sachaufgaben (mit altersgemäßer sprachlicher und inhaltlicher Gestaltung) selbständig zu lösen, zu deren Lösung ein Lösungsschritt bzw. zwei Lösungsschritte unabhängig oder abhängig voneinander auszuführen sind.</p>	<p>In einer Kaufhalle stehen zwei Behälter mit insgesamt 370 kg Kartoffeln. Im ersten Behälter sind 280 kg. Wieviel Beutel zu je 5 kg sind im zweiten Behälter?</p>
<p><b>Klasse 4:</b> Die Schüler sind in der Lage, Sach- und Anwendungsaufgaben (mit altersgemäßer sprachlicher und inhaltlicher Gestaltung), die zwei voneinander abhängige Lösungsschritte (gleiche oder verschiedene Operationen) erfordern, selbständig zu lösen. Insbesondere sind sie in zunehmendem Maße befähigt, den Lösungsansatz für eine solche Aufgabe selbständig zu finden. Sie erkennen für die Rechnung nicht notwendige Zahlenangaben.</p>	<p>Im 2. Stock des Palastes der Republik haben „Spreerestaurant“ und „Lindenrestaurant“ je 220 Plätze, das „Palastrestaurant“ 294 Plätze. Wieviel Plätze stehen dort insgesamt zur Verfügung?</p>
<p><b>Klasse 5:</b> Beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben können die Schüler in zunehmendem Maße sicher und selbständig die Aufgabeninhalte erfassen und mit eigenen Worten wiedergeben. Sie können die gegebenen und gesuchten Größen und etwaige unwesentliche Angaben im Text erkennen. In Textform formulierte Beziehungen können sie zunehmend selbständig in Terme, Gleichungen bzw. Ungleichungen „übersetzen“. Sie sind in der Lage, Tabellen bzw. Skizzen zum Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben zu nutzen. Die Schüler können erkennen, welche der ihnen bekannten Formeln gegebenenfalls anzuwenden ist, und dann diese Formeln auch zum Lösen der Aufgaben nutzen.</p>	<p>Eine Kolonne von 11 schweren Kettenfahrzeugen legt in einer Stunde 15 km zurück. Wie lange braucht sie bei gleichbleibender Geschwindigkeit für 19,5 km?</p>



- Zur Vereinfachung der Sprechweise wird im gesamten Plan auf die bisherige Unterscheidung von Zahl und Ziffer verzichtet und in Verbindung damit statt „Grundziffer“ die Bezeichnung „Ziffer“ gebraucht. Demzufolge heißt es z. B. in Klasse 1 anstelle von „Schreiben und Lesen der Grundziffern 6, 7, 8, 9 und der Ziffer 10“ nunmehr „Schreiben und Lesen der Zahlen 6, 7, 8, 9, 10“. Natürlich hatte die bisherige Ausdrucksweise im Hinblick auf eine klare Unterscheidung zwischen „Zeichen“ und „Bezeichnetem“ ihren Wert. Jedoch zeigte sich, daß die Lehrplanformulierung nicht selten über die Sprache des Lehrers auf den Unterricht „durchschlug“ und damit zu einer Überforderung der Schüler führte, die überdies an dieser Stelle auch gar nicht bildungswirksam wurde, sondern vom Wesentlichen ablenkte. In ähnlicher Weise ist die Verwendung von „Dreieck“, „Viereck“ u. ä. für den jeweiligen Linienzug **und** die entsprechende Fläche zu verstehen. Wohl muß sich der Schüler in einem bestimmten Sachzusammenhang darüber im klaren sein, was gemeint ist, jedoch dürfte diese gewisse Kontextabhängigkeit im Interesse von Lebensverbundenheit des Unterrichts, Alltagserfahrungen der Schüler und – wiederum – Konzentration der Aufmerksamkeit auf Wesentliches gerechtfertigt sein.
- Bei einem Vergleich des früheren Lehrplanes der Klasse 3 mit dem nunmehr gültigen fällt auf, daß auf ein gesondertes Stoffgebiet zur Wiederholung der natürlichen Zahlen bis 100 und zum Rechnen mit ihnen zu Beginn des Schuljahres verzichtet wurde. Dies bringt nicht etwa eine Geringschätzung von Wiederholungen zum Ausdruck, sondern soll ganz im Gegenteil zu einer Erhöhung der Effektivität dieser für den Enderfolg außerordentlich bedeutungsvollen methodischen Maßnahme führen: Der Lehrer kann nunmehr nämlich selbst entscheiden, wann und in welcher Form er Wiederholungen zu welchem Inhalt in den Unterricht einfügt. Bei der Zeitplanung wurde dies berücksichtigt. Der Lehrplan bringt dieses Anliegen zum Ausdruck, indem er fordert, zu Beginn der Klasse 3 eine gründliche Analyse des Entwicklungsstandes des (vorher genannten) mathematischen Wissens und Könnens durchzuführen und auf dieser Grundlage zielstrebig noch vorhandene Lücken zu schließen. Dazu sollen – entsprechend der Situation in der Klasse – spezielle Wiederholungsstunden und tägliche Übungen genutzt werden. Durch diese Orientierung wird die Aufmerksamkeit nachdrücklich auf eine Forderung an den Lehrer gelenkt, die von genereller Bedeutung für den gesamten Mathematikunterricht ist – nämlich insbesondere Festigungsmaßnahmen nach Inhalt und Form immer auf den Boden einer möglichst genauen Kenntnis des Erreichten zu stellen (vgl. Abschnitt 5). Das heißt also im vorliegenden Falle, nicht formal zu wiederholen, was die Schüler bezüglich des Rechnens bis 100 kennengelernt haben, sondern zielgerichtet und u. U. hinreichend differenziert die ermittelten Schwächen zu „bekämpfen“. Das verlangt, die Wiederholung dort einzuplanen, wo sie den höchsten Effekt verspricht, wo z. B. anschließend mit dem Wiederholten in neuem Zusammenhang weitergearbeitet werden kann. Das erfordert schließlich vom Lehrer, die notwendige „Ausgangsanalyse“ so zu planen, so in den Unterricht einzufügen, daß die angestrebten Erkenntnisse möglichst „nebenbei“ aus dem „normalen“ Unterrichtsgeschehen, speziell aus dem Lösen geeigneter

ter Aufgaben gewonnen werden – und nicht etwa spezielle zeitaufwendige Kontrollarbeiten vorzusehen, die überdies dem etwas schwächeren Schüler ein übriges Mal klarmachen, was er alles noch nicht kann, und ihm gleich zu Beginn des neuen Schuljahres den Optimismus und die Freude am Lernen nehmen.

- Ein neues Strukturelement des Lehrplanes der Klasse 3 stellen die speziellen Abschnitte *Übungen und Anwendungen* dar. Mit ihnen wird schon hier einer Konzeption gefolgt, die dann in den von Klasse 5 bis 10 im Plan jeder Klassenstufe enthaltenen Stoffabschnitten *Komplexe Übungen* ihren deutlichen Ausdruck findet (vgl. Abschnitte 3.2. und 5.). In diesen Stoffabschnitten sollen in besonders nachdrücklicher Weise dadurch Sicherheit und Flexibilität des Wissens und Könnens erhöht werden, daß die Schüler Aufgaben zu lösen haben, die einen Wechsel der Anforderungen hinsichtlich der Art der Rechenoperationen, des Schwierigkeitsgrades, der Aufgabenart enthalten. Es sollten Aufgaben eingesetzt werden, die Schwerpunkte aus dem betreffenden Stoffgebiet, aber auch solche aus vorhergehenden Gebieten berücksichtigen, und die es gestatten, den von den einzelnen Schülern erwarteten Selbständigkeitsgrad der Arbeit zu differenzieren.

### 3.2. Der Mathematikunterricht in den Klassen 4 und 5

Der Mathematikunterricht der Klassen 4 und 5 hat die Aufgabe, das in der Unterstufe von den Schülern erworbene grundlegende mathematische Wissen und Können in einer solchen Weise zu festigen und zu erweitern, daß dann für den Mathematikunterricht der folgenden Klassen, nunmehr aber auch unmittelbar für die Bewältigung der mathematischen Anforderungen im naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht eine tragfähige Basis zur Verfügung steht. Im Mittelpunkt des Arithmetikunterrichts steht dabei die Entwicklung sicheren, dauerhaften und anwendungsbereiten Könnens im Rechnen mit beliebigen natürlichen Zahlen sowie seine Erweiterung auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen – vor allem in Dezimalbruchdarstellung. Im Geometrieunterricht sind die Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit geometrischen Grundbegriffen und im Ausführen einfacher Konstruktionen zu vertiefen und durch die Behandlung von Verschiebung, Spiegelung und Drehung (als eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich) zu erweitern. Verbunden mit der Erörterung dieser arithmetischen und geometrischen Stoffe ist das Können der Schüler im Arbeiten mit Variablen und mit Größen, im inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sowie im selbständigen Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben weiter auszubilden (vgl. [8]). Bezogen auf Klasse 4, ordnet sich diese Zielstellung unmittelbar in den generellen Auftrag ein, hier – in der ersten Klasse der Mittelstufe – *„die in den ersten drei Jahren erworbenen Kenntnisse zu systematisieren, zu festigen und zu erweitern und zugleich durch die allmähliche Herausbildung fachspezifischer Arbeitsweisen und den Erwerb einfacher Techniken des Lernens die Schüler zielstrebig auf den in der Klasse 5 voll einsetzenden Fachunterricht vorzubereiten“* ([9], S. 53), also eine *„Übergangsfunktion von der Unter- zur Mittelstufe“* ([9], S. 54) auszuüben. Resultierend aus der oben genannten Spezifik des

Mathematikunterrichts der Klassen 4 und 5 im Rahmen des Gesamtlehrgangs, nämlich hier eine äußerst solide Ausprägung von solchen Elementen mathematischer Bildung zu sichern, die von grundlegender, den Lernerfolg entscheidend mitbestimmender Bedeutung für das gesamte weitere Lernen sind, erstreckt sich diese konsolidierende Funktion aber über die Klasse 4 bis in die Klasse 5 hinein. Mehr und mehr treten zwar auch neue Elemente hinzu – wie etwa das schriftliche Verfahren der Division mit beliebigem (insbesondere zweistelligem) Divisor, Streckendiagramme, Maßstab (Klasse 4), Potenzbegriff, Aufgaben, die das Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen erfordern – eingeschlossen das Beachten der Reihenfolge der Operationen, das Erkennen der Termstruktur, das Anwenden der bekannten Rechengesetze (Klasse 5). Trotzdem bleibt in Klasse 4 die Verschiebung das einzige völlig neue geschlossene Teilgebiet, während dann in Klasse 5 etwa ab der 8. Unterrichtswoche mit der Behandlung der gebrochenen Zahlen (und später dann in den Stoffgebieten *Größen* und *Geometrie*) eine wesentliche thematische Erweiterung des Wissens und Könnens der Schüler erfolgt. Dies ist freilich auch hier wieder verbunden mit einem ständigen Rückgriff auf in den vorangehenden Klassen erworbene Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten (vgl. hierzu Tabelle 3, S. 26 und 27).

Der hohe Anteil der im Mathematikunterricht der Klassen 4 und auch 5 für Festigung und Vertiefung vorgesehenen Unterrichtszeit hat nicht allein die besondere weitreichende Bedeutung der hier im Zentrum stehenden Stoffe zur Ursache. Bei der Konzipierung dieser Lehrpläne wurde außerdem die Gesamtbelastung der Schüler bedacht, die aus dem Einsetzen des Russisch-, Geschichts-, Geographie- und Biologieunterrichts, aus dem damit verbundenen Übergang zum Fachlehrersystem in Klasse 5 (von den wachsenden Anforderungen in den anderen Fächern und entwicklungspsychologischen Faktoren – vgl. z. B. [17] – einmal ganz abgesehen) sowie aus der Tatsache resultiert, daß die deutliche Zunahme mündlich zu erfüllender Aufgaben und die nunmehr wegfallende Unterstützung durch den Hort Veränderungen im Arbeits- und Lernstil, insbesondere einen höheren Grad von Selbständigkeit verlangen.

Auf ein Problem sei im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht der Klassen 4 und 5 besonders aufmerksam gemacht: Auch die angestrengteste Arbeit von Lehrern und Schülern im Unterricht dieser beiden Klassenstufen wird dann nur teilweise Frucht tragen, wenn sie nicht konsequent orientiert ist an den Anforderungen im weiteren Mathematikunterricht und wenn umgekehrt in den folgenden Klassen nicht bewußt, kenntnisreich und einfühlsam auf dem zuvor Erreichten aufgebaut wird.

Der Übergang von Klasse 4 zu Klasse 5, manchmal – wenn der Lehrerwechsel später erfolgt – der von Klasse 5 zu Klasse 6, ist eine derjenigen Stellen in unserem Mathematikunterricht, wo die Gefahr von Sprüngen oder Lücken im Bildungsgang der Schüler mangels guter Abstimmung am größten ist und wo diese Verluste auch nach wie vor wirklich auftreten. Hier durch eine verbesserte Zusammenarbeit von Unterstufen- und Fachlehrern, durch ein kontinuierliches Zusammenwirken der entsprechenden Fachzirkel, Fachkommissionen und Fachberater Fortschritte zu erzielen, ist gleichbedeutend mit dem Erschließen in ihrer Bedeutung kaum zu überschätzender Potenzen für die Verbesserung der Gesamtergebnisse des Mathematikunterrichts.

**Tabelle 3 a: Mathematik Klasse 4**

<p><b>65 Std. Natürliche Zahlen</b> (25) Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000</p>	<p><b>30 Std. Geometrie</b> (12) Grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen</p>
<p>(15) Die Folge der natürlichen Zahlen</p>	
<p>(15) Näherungswerte</p>	
<p>(10) Streckendiagramme; Maßstab</p>	
<p><b>85 Std. Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen</b> (15) Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen</p>	<p>(18) Verschiebung</p>
<p>(25) Multiplikation natürlicher Zahlen</p>	
<p>(45) Division natürlicher Zahlen</p>	

**Tabelle 3 b: Mathematik Klasse 5**

<b>45 Std. Natürliche Zahlen</b>	
(24)	Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen
(15)	Weitere Anwendungen des Rechnens mit natürlichen Zahlen
(6)	Komplexe Übungen
<b>38 Std. Gebrochene Zahlen</b>	
(5)	Teile von Ganzen; Brüche
(10)	Gebrochene Zahlen und ihre Darstellungsformen
(8)	Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen
(8)	Multiplikation von Dezimalbrüchen
(7)	Komplexe Übungen
<b>52 Std. Größen</b>	
(13)	Größen (Masse, Zeit, Länge) und ihre Einheiten
(27)	Flächen- und Rauminhalt
(12)	Komplexe Übungen
<b>45 Std. Geometrie</b>	
(10)	Winkel und Winkelmessung
(5)	Verschiebung (Wiederholung)
(15)	Spiegelung
(15)	Drehung

Vor dem Hintergrund der generellen Bemerkungen zu Stellung und Funktion des Mathematikunterrichts der Klassen 4 und 5 im Gesamtlehrgang sollen die folgenden **speziellen Merkmale** hervorgehoben werden. Diese sind nicht nur für das Verständnis des Übergangscharakters der Klasse 4 bzw. der Einordnung der Klasse 5 allein, sondern auch hinsichtlich wichtiger Fragen des Mathematikunterrichts in der gesamten Mittel- und Oberstufe bedeutsam:

- a) Der Vervollkommnung und Sicherung des Rechnenkönnens der Schüler wird in beiden Klassen durchgängig besondere Aufmerksamkeit geschenkt. In Klasse 4 findet das darin seinen Ausdruck, daß 150 der insgesamt 180 Mathematikstunden der Vertiefung und partiellen Erweiterung des Könnens im Rechnen mit natürlichen Zahlen gewidmet sind. Dabei wird hier wie im gesamten Lehrgang das „Rechnenkönnen“ (vgl. Fußnote S. 8) stets als eine komplexe Persönlichkeitsqualität verstanden, die vor allem die folgenden drei Komponenten umfaßt:
- Kenntnisse (z. B. der Grundaufgabengleichungen, der Verfahren für das schriftliche Rechnen oder der Umrechnungszahlen für die behandelten Größenangaben);
  - Fertigkeiten (z. B. im mündlichen Lösen von Aufgaben, die sich auf Grundaufgaben zurückführen lassen, oder im richtigen Anordnen der Summanden bzw. Faktoren beim schriftlichen Rechnen);
  - Fähigkeiten und Gewohnheiten (z. B. im Auswählen eines vorteilhaften Rechenweges, im Durchführen von Abschätzungen und Überschlägen, im Durchführen einer Kontrolle mittels geeigneter Verfahren als ständiges Arbeitsprinzip, im zunehmenden Beachten einer „sinnvollen“ Genauigkeit bei Resultsangaben – als Vorbereitung auf die in Klasse 6 beginnenden speziellen Überlegungen zu dieser Frage).

Im Zentrum des Rechnenkönnens stehen dabei neben der Kenntnis der Grundaufgaben ohne Zweifel **Rechenfertigkeiten** als automatisierte, unverzichtbare Komponente. Dabei schloß die Erarbeitung des neuen Lehrplans immer auch die kritische Prüfung ein, für welche Aufgabenarten dieser Perfektionsgrad angestrebt werden muß, wenn man den gesamten Mathematikunterricht und insbesondere die in Klasse 7 einsetzende Nutzung des elektronischen Taschenrechners im Auge behält. Beispielsweise verlangt der Lehrplan der Klasse 4 ausdrücklich keine Fertigkeiten hinsichtlich der schriftlichen Subtraktion mehrerer Subtrahenden in einem Schritt und beschränkt auch die Tiefe der Behandlung der schriftlichen Division bei drei- bzw. vierstelligem Divisor nur auf eine Information.

Der erste Teil des Arithmetikunterrichts der Klasse 4 (Stoffgebiet 1) wird von dem Ziel bestimmt, die Kenntnisse der Schüler über die Folge der natürlichen Zahlen zu erweitern, wobei die Aneignung elementar-theoretischen Wissens stets organisch mit Übungen im – vor allem mündlichen – Rechnen zu verbinden ist. Eingebettet darin sind Übungen und Wiederholungen zu Längen-, Masse- und Zeiteinheiten, die Einführung von Längenangaben unter Verwendung von zwei Einheiten und der Kommaschreibweise, eine Information über römische Ziffern (wobei hier die Übungen auf das Lesen „römischer Zahlen“ in einigen einfachen Beispielfällen zu beschränken sind) sowie Betrachtungen von Näherungswerten (einschließlich Rundungsregeln), Streckendiagrammen und Maßstab (verbunden mit

einer Einführung in die Verwendung des rechtwinkligen Koordinatensystems). Im 2. Stoffgebiet liegt dann das Schwergewicht auf dem Erreichen von Sicherheit und Schnelligkeit bei der Anwendung der schriftlichen Verfahren. Trotz dieser Akzentuierung ist aber auch hier das Können im mündlichen Rechnen weiter zu festigen – vor allem die Kenntnis der Grundaufgabengleichungen durch deren Anwendung bei Überschlagsrechnungen zur Bestimmung von Produkten und Quotienten.

Im Stoffgebiet 1 von Klasse 5 wird die Arbeit an der Vervollkommnung und Sicherung des Könnens im Rechnen mit natürlichen Zahlen fortgesetzt, wiederum verbunden mit dem und unterstützt durch das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben, das Arbeiten mit Größen sowie mit Variablen in Termen, Gleichungen und Ungleichungen, das Bestimmen von Näherungswerten. Die Konzentration des schriftlichen Rechnens auch hier auf Aufgaben mit wenigen Summanden, Subtrahenden bzw. Faktoren und mit praktisch bedeutsamem Zahlenmaterial unterstützt das Erreichen von Sicherheit im grundlegenden Können, das jeder Schüler trotz der späteren Nutzung leistungsfähiger Hilfsmittel erwerben muß. Das Hauptziel des sich daran anschließenden Stoffgebietes *Gebrochene Zahlen* besteht darin, sicheres Können der Schüler im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen herauszubilden. Den Schülern wird dazu auf anschaulichem Wege bewußtgemacht, was ein „Bruch“ ist, daß unterschiedliche Brüche ein und dieselbe gebrochene Zahl darstellen können und daß Dezimalbrüche eine weitere Darstellungsform gebrochener Zahlen sind. Die Übungen im Vergleichen, Ordnen, Addieren und Subtrahieren gemeiner Brüche bleiben hier auf solche gebrochenen Zahlen und Aufgaben beschränkt, die bei Sachverhalten des täglichen Lebens auftreten bzw. durch inhaltliche Überlegungen gelöst werden können.

- b) Wie bereits angedeutet, durchzieht die in der Unterstufe begonnene Arbeit an der Befähigung der Schüler zum Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben auch den gesamten Mathematikunterricht der Klassen 4 und 5. Der Qualitätszuwachs resultiert dabei nicht allein aus der anspruchsvolleren mathematischen Struktur der Aufgaben, dem umfassenderen Zahlenmaterial oder der komplexeren und nicht immer sofort „überschaubaren“ sprachlichen Gestaltung, sondern auch aus den erhöhten Anforderungen an die selbständige Ansatzfindung (vgl. Tabelle 2, S. 22). Dabei werden nunmehr elementare heuristische Verfahren (wie graphische oder tabellarische Veranschaulichung des jeweiligen Sachverhalts) und – in Klasse 5 – die Nutzung von Termen und Gleichungen bzw. bekannten Formeln als „Modellierungsmittel“ zum Unterrichtsgegenstand. Die Schüler sollen Schritt um Schritt verstehen und für die eigene Arbeit nutzen lernen, daß es sich beim Lösen von „Anwendungsaufgaben“ – stark vereinfacht ausgedrückt – stets um das Ausführen der folgenden drei Hauptschritte handelt (eine Einsicht, an deren Ausprägung dann im gesamten weiteren Unterricht bis Klasse 10 zu arbeiten ist):

- 1) Analyse des vorliegenden Sachverhalts (bzw. der gegebenen Beschreibung eines Sachverhalts) und Ermitteln des mathematisch Wesentlichen/ Finden des mathematischen Ansatzes, der den Zusammenhang mit

mathematischen Mitteln darstellt, ihn „modelliert“ (was sich in einfachen Fällen auf ein „Übersetzen“ unter Verwendung mathematischer Symbolik reduziert;

- 2) Arbeiten mit diesem Ansatz (oder in diesem Modell) – also z. B. Durchführen der erforderlichen arithmetischen Operationen, der Termumformung; Lösen der Gleichung oder Ungleichung, des Gleichungssystems – und zwar einschließlich Prüfung der Rechnung;
- 3) Interpretieren des „formal“ erhaltenen Resultats im Hinblick auf den Ausgangssachverhalt und in dessen „Sprache“; Kontrolle durch Einordnung in den Sachzusammenhang (häufig auch „Kontrolle am Sachverhalt“ genannt), durch Vergleich mit den eigenen Erfahrungen und den Erkenntnissen aus dem Unterricht in anderen Fächern; Resultatsangaben mit sinnvoller Genauigkeit.

Im Hinblick auf den letztgenannten Arbeitsschritt wird im Mathematikunterricht der Klasse 5 insofern eine neue Etappe eingeleitet, als hier der Lehrplan ausdrücklich fordert, bei den Schülern *„die Einsicht zu entwickeln, daß das Rechnen mit Näherungswerten ebenfalls nur Näherungswerte liefert und es deshalb oft nicht sinnvoll ist, im Ergebnis alle durch formales Rechnen erhaltenen Stellen anzugeben – daß die Ergebnisse also mit ‚sinnvoller Genauigkeit‘ anzugeben sind“* ([8], S. 27). Mit voller Absicht wird dabei hier der für Zielangaben in Mathematiklehrplänen wenig gebräuchliche Ausdruck „Einsicht“ verwendet. Es geht in dieser Klassenstufe eben tatsächlich vor allem darum, bei den Schülern die Bereitschaft und das Bedürfnis herauszubilden, überhaupt darüber nachzudenken, ob die Genauigkeit, mit der eine Zahlenangabe erfolgt, vernünftig ist. Diese Orientierung auf das inhaltliche Verständnis der gesamten Problematik, der damit verbundene Beitrag zur Erziehung zu einem kritischen und selbstkritischen Verhalten gegenüber den Arbeitsergebnissen bleibt auch dann das zentrale Anliegen aller Überlegungen zum Thema „sinnvolle Genauigkeit“, wenn den Schülern (ab Klasse 6) spezielle Regeln und weitergehende mathematische Hilfsmittel (wie etwa das Berechnen von Fehlerschranken) zur Verfügung stehen.

- c) Eine wichtige Funktion bei der Verbindung des Mathematikunterrichts mit dem Leben, bei der Befähigung der Schüler zum Lösen von Anwendungsaufgaben sowie bei der mathematischen Bearbeitung von Problemen im nachfolgenden naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht hat das Können im Arbeiten mit Größen. Um diese Tatsache schon durch den Lehrplan hinreichend zu betonen, wurden über das spezielle Stoffgebiet zum Arbeiten mit Größen in Klasse 5 (das bereits in früheren Lehrplänen enthalten war) hinaus auch in allen anderen Stoffabschnitten, vor allem der Klasse 4, entsprechende detaillierte Forderungen ausgewiesen. Insbesondere aber wird das Arbeiten mit Größen zum durchgängigen Prinzip für die Arbeit im gesamten Mathematikunterricht gemacht. Besonderer Wert muß hierbei, wie letztlich schon von Klasse 1 an, darauf gelegt werden, das Können im Arbeiten mit Größen durch feste inhaltliche Vorstellungen zu fundieren und in allen Phasen ein ausgewogenes Verhältnis zwischen der – unbedingt notwendigen – Entwicklung von Fertigkeiten im Umrechnen von Größenangaben (einschließlich des sicheren gedächtnismäßigen Einprägens von Umrechnungszahlen und anschaulichen „Fest-



werten“) einerseits und dem Verständnis für die hierzu erforderlichen Operationen andererseits zu erreichen. Die Realisierung dieses Anliegens kann insbesondere beim Bestimmen von Flächen- und Rauminhalten wesentlich unterstützt werden durch Übungen im Messen und Schätzen.

- d) Aufbauend auf den im Unterstufenunterricht vermittelten Grundlagen, beginnt in Klasse 4 der zweite Abschnitt des systematischen Geometrielehrgangs unserer Oberschule. Orientiert an abbildungsgeometrischen Überlegungen, sind die Schüler hier mit der Verschiebung und dann in Klasse 5 mit Spiegelung und Drehung (jeweils als eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich verstanden) vertraut zu machen, womit die Grundlagen für die Behandlung der Kongruenz in Klasse 6 geschaffen werden. Im Zentrum der entsprechenden Stoffgebiete steht demzufolge die Aneignung von Kenntnissen über die genannten Abbildungsarten und deren wesentlichste Eigenschaften sowie die Herausbildung von Können im Anwenden dieses Wissens beim Konstruieren der Bilder geometrischer Objekte bei solchen Abbildungen. So sehr auf diese Weise sicher auch die Meß- und Zeichenfertigkeiten der Schüler gefestigt und weiterentwickelt werden, ist dies doch nicht das Hauptanliegen: Die geometrischen Tätigkeiten sollen vielmehr gewährleisten, daß die Schüler in und durch entsprechend gestaltetes „Selbständig-tätig-Sein“ – gestützt auf ihre in den vorhergehenden Klassen erworbene geometrische Bildung und ihren Erfahrungsbereich – zu einer Erweiterung des geometrischen Wissens und Könnens gelangen. Verschiedene gegenüber früheren Plänen vorgenommene Veränderungen, wie der Verzicht auf die Entwicklung von Fertigkeiten im Nacheinanderausführen von Verschiebungen, Spiegelungen bzw. Drehungen, das frühzeitigere Nutzen des Winkelmessers, die Behandlung der konstruktiv einfacheren Spiegelung vor der Drehung, unterstützen die Absicht, die Aufmerksamkeit auf das mathematisch Wesentliche der verschiedenen Abbildungen zu lenken.

Günstige methodische Lösungen werden auch durch das konsequente Nutzen des in Klasse 4 eingeführten Koordinatensystems für das geometrische Arbeiten ermöglicht. Beispielsweise lassen sich insbesondere in der Anfangsphase der Behandlung von Spiegelung und Drehung aufwendige Konstruktionen ersetzen durch die Vorgabe von Punkten mittels ihrer Koordinaten, was wiederum eine bessere Konzentration auf das Wesentliche gestattet. Die Empfehlung des Lehrplans, bei der Einführung von Verschiebung und Drehung von den entsprechenden mechanischen Vorgängen und bei der Spiegelung vom optischen Vorgang des Spiegelns auszugehen, gestattet überdies eine anschauliche Erarbeitung unter Einbeziehung des Erfahrungsbereiches der Schüler, bevor dann die Charakterisierung von Verschiebung, Spiegelung und Drehung als mathematische Abbildungen erfolgt und die Unterschiede zu den genannten „praktischen“ Prozessen herausgearbeitet werden.

Erhöhte Ansprüche an die Gestaltung der Geometriestunden selbst wie an die systematische Berücksichtigung geometrischer Fragen bei den Übungen, Wiederholungen und Anwendungen im gesamten Mathematikunterricht ergeben sich auch aus der – verglichen mit den Klassen 1 bis 3 – veränderten Einpassung des Teillehrgangs „Geometrie“ in den gesamten Mathe-

matikunterricht. Während nämlich in der Unterstufe die Geometriestunden über das ganze Schuljahr zu verteilen waren, sind nunmehr in Klasse 4 die 30 Geometriestunden in jeweils einer (2.–13. Woche) bzw. in zwei Geometriestunden (14.–22. Woche) und in Klasse 5 die 45 Stunden in ein bis drei Wochenstunden während der 9. bis 26. Woche zu erteilen (vgl. Tabelle 3, S. 26 und 27).

- e) Für das Erreichen von Sicherheit und zunehmend selbständigerer flexibler Anwendbarkeit des mathematischen Wissens und Könnens der Schüler hat ein Lehrplanelement besondere Bedeutung, das im Plan der Klasse 5 erstmals explizite auftritt. Es handelt sich um die Abschnitte *Komplexe Übungen*, für die (vorbereitet durch die Abschnitte *Übungen und Anwendungen* im Lehrplan der Klasse 3 und entsprechende Orientierungen in den Abschlußphasen von *Übungen* in Klasse 4) hier in Klasse 5 insgesamt 25 Stunden vorgesehen sind und die dann in den Lehrplänen aller folgenden Klassenstufen als äußerst wichtige Bestandteile des Gesamtlehrganges im Umfang von rund 130 Stunden und damit knapp 15 Prozent der Unterrichtszeit Aufnahme fanden (vgl. Abschnitt 5.7.).

### 3.3. Der Mathematikunterricht in den Klassen 6 bis 8

Im Mathematikunterricht der Klassen 6, 7 und 8 wird sowohl das arithmetisch-algebraische als auch das geometrische Wissen und Können der Schüler bedeutend vertieft und bezüglich grundlegender Themen und Fragen ganz wesentlich erweitert (vgl. Tabelle 4, S. 33 bis 35). Solche Gebiete wie gebrochene und rationale Zahlen, algorithmisch-kalkülmäßiges Lösen von Gleichungen, Funktionen, Planimetrie (eingeordnet Kongruenz und Ähnlichkeit), Darstellende Geometrie und Stereometrie bilden tragende Bestandteile des Mathematikurses unserer Oberschule.

Verbunden damit sind die Schüler in diesen Klassenstufen zielgerichtet und explizite mit wichtigen mathematischen Denk- und Arbeitsweisen (vor allem dem Definieren und Beweisen) sowie mit leistungsfähigen Hilfsmitteln (dem Taschenrechner und der Zahlentafel) bekannt zu machen und schrittweise zu deren Anwendung zu befähigen, worin ein wesentliches Merkmal des mit Klasse 6 beginnenden Teils des Gesamtlehrgangs besteht (vgl. [10]). Die – verglichen mit den vorhergehenden Klassenstufen – große Anzahl neuer Sachgebiete, in die die Schüler eindringen müssen, die Vielzahl neuer Begriffe, Sätze, Regeln, Arbeitsverfahren usw. stellen an die Qualität der Arbeit des Lehrers wie der Schüler hohe Anforderungen. Dies gilt um so mehr, als es sich dabei um die Aneignung von solchem Wissen und Können handelt, das häufig bereits wesentlich das Abschlußniveau der Oberschule mitbestimmt, zumindest aber eine bedeutsame Voraussetzung für erfolgreiche weitere Arbeit im Mathematikunterricht selbst und im Unterricht in naturwissenschaftlichen und polytechnischen Fächern darstellt, ohne daß es bis Klasse 10 noch einmal spezieller Unterrichtsgegenstand ist. Die im Mathematikunterricht der Klassen 6, 7 und 8 erfolgende Behandlung grundlegender mathematischer Begriffe und Aussagen, das damit mögliche Ordnen und Systematisieren früher erworbener Kenntnisse, das allmähliche Vertrautwerden mit dem Definieren und Beweisen, die erweiterten Möglichkeiten zum elementaren mathematischen Modellieren vielfältiger Zu-

### Tabelle 4 a: Mathematik Klasse 6

<b>20 Std. Teilbarkeit natürlicher Zahlen</b>	
(14)	Wiederholung der Teilbarkeitssätze
(6)	Gemeinsame Vielfache; gemeinsamer Teiler
<b>58 Std. Gebrochene Zahlen</b>	<b>70 Std. Planimetrie</b>
(8)	Ordnung gebrochener Zahlen
(12)	Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen
(16)	Multiplikation und Division gebrochener Zahlen
(5)	Komplexe Übungen
(7)	Gemeine Brüche und Dezimalbrüche; Division von gebrochenen Zahlen
(10)	Übung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen; Ergebnisangaben mit sinnvoller Genauigkeit
<b>32 Std. Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität</b>	
(8)	Einführung in die Gleichungslehre
(19)	Proportionalität und Verhältnisgleichungen
(5)	Komplexe Übungen
(5)	Wiederh. u. Zusammenfassung
(7)	Bewegung und Kongruenz
(6)	Beziehungen zwischen Winkeln
(7)	Dreiecke
(18)	Kongruenz von Dreiecken
(13)	Vierecke und Vielecke
(9)	Flächeninhalt und Umfang von Vielecken
(5)	Komplexe Übungen

**Tabelle 4 b: Mathematik Klasse 7**

<b>38 Std. Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisleichungen</b>	
(15)	Einführung in den Gebrauch des Taschenrechners und Wiederholung des Rechnens mit Verhältnisleichungen
(23)	Prozentrechnung
<b>37 Std. Rationale Zahlen</b>	
(3)	Der Begriff „rationale Zahl“
(4)	Ordnung rationaler Zahlen
(10)	Addition und Subtraktion rationaler Zahlen
(8)	Multiplikation und Division rationaler Zahlen
(3)	Übungen mit dem Taschenrechner
(3)	Grundbegriffe der Fehlerrechnung
(6)	Komplexe Übungen
<b>21 Std. Gleichungen</b>	
(6)	Äquivalente Gleichungen
(15)	Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen
<b>13 Std. Quadratzahl und Quadratwurzel</b>	
(3)	Quadrieren
(6)	Die Quadratwurzel
(4)	Komplexe Übungen
(6)	Kreisberechnung
(7)	Komplexe Übungen
<b>12 Std. Stereometrie</b>	
(7)	Prismen und Kreiszylinder
(5)	Komplexe Übungen
<b>30 Std. Darstellende Geometrie</b>	
(5)	Projektionsbegriff; Projektionsarten; schräge Parallelprojektion
(9)	Senkrechte Eintafelprojektion
(11)	Senkrechte Zweitafelprojektion
(5)	Komplexe Übungen
<b>29 Std. Der Kreis</b>	
(16)	Definition des Kreises; Sätze über den Kreis

**Tabelle 4 c: Mathematik Klasse 8**

<b>20 Std. Arbeiten mit Variablen</b>
(5) Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen
(15) Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen
<b>52 Std. Ähnlichkeit</b>
(17) Zentrische Streckung
(14) Ähnliche Figuren
(13) Die Satzgruppe des Pythagoras
(8) Komplexe Übungen
<b>27 Std. Lineare Funktionen</b>
(4) Der Funktionsbegriff
(7) Lineare Funktionen
(3) Nullstellen linearer Funktionen; lineare Gleichungen
(8) Lösen linearer Gleichungen
(5) Komplexe Übungen
<b>21 Std. Stereometrie</b>
(5) Wiederholung; Volumen schiefer Prismen und schiefer Zylinder
(5) Pyramiden
(3) Kreiskegel
(4) Kugel
(4) Komplexe Übungen

sammenhänge und Prozesse sowie die systematische Beschäftigung mit ebenen und räumlichen geometrischen Gebilden: Alle diese Aspekte sind über die damit erreichte Erweiterung der mathematischen Bildung im engeren Sinne hinaus auch zu nutzen, um zur allgemeinen Entwicklung der Schüler, ihres Denkens und ihrer Sprache, ihres räumlichen Wahrnehmungs-, Vorstellungs- und Darstellungsvermögens beizutragen.

Die neuen Lehrpläne für den Mathematikunterricht der Klassen 6, 7 und 8 schaffen in Einheit mit den entsprechenden Lehrbüchern und Unterrichtshilfen günstigere Voraussetzungen für die Realisierung dieser anspruchsvollen Ziele mit allen Schülern. Das geschieht insbesondere durch genauere Zielbestimmung, stärkere Betonung des Wesentlichen und die daraus sich ergebende Verbesserung des Stoff-Zeit-Verhältnisses (vgl. S. 13).

Diese Weiterentwicklung des Lehrplanes sowie der Lehrbücher und Unterrichtshilfen war zugleich verbunden mit einer realistischen Festlegung des in wichtigen Stoffgebieten zu erreichenden mathematisch-theoretischen Anspruchsniveaus, mit dem Verzicht auf einige zweitrangige Stoffelemente und der maßvollen, wohlüberlegten Beachtung von Konsequenzen, die sich aus grundlegenden Entwicklungen auf dem Gebiet der Informatik und der informationsverarbeitenden Technik für die mathematische Allgemeinbildung ergeben. Hauptanliegen und wesentliche Weiterentwicklung der Lehrpläne für die Klassen 6 bis 8 werden insbesondere an den folgenden **wichtigen Merkmalen** deutlich:

a) Im Mittelpunkt der arithmetisch-algebraischen Stoffgebiete dieser Klassen steht die Aufgabe, ausgehend von den bis Klasse 5 erreichten Unterrichtsergebnissen zu gewährleisten, daß die Schüler auf der Grundlage sicheren Wissens über entsprechende Begriffe, Sätze und Regeln solides Können und hierbei insbesondere sichere Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren sowie im Potenzieren/Radizieren gebrochener und rationaler Zahlen erwerben. Detailliertere Erörterungen zu den Schritten der Zahlenbereichserweiterung treten demgegenüber in ihrer Bedeutung zurück.

Diesem Hauptanliegen dient die in dem entsprechenden Stoffgebiet der Klasse 6 vorgenommene deutlichere Akzentuierung auf den Erwerb von Grundfertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen, z. B. durch

- Beschränkungen bezüglich Stellenzahl bzw. Kompliziertheit der Nenner,
- den Ersatz expliziter Definitionen einer Reihe von Begriffen durch deren Einführung in vereinfachter Form (wie für „Hauptnenner“, „Addition“, „Subtraktion“, „Multiplikation“ und „Division“ gebrochener Zahlen) – was natürlich keinen Verzicht auf die Entwicklung des für mathematische Bildung unerläßlichen elementaren Könnens im Definieren bedeutet, sondern vielmehr eine Konzentration der entsprechenden Anforderungen auf besonders wichtige und „ergiebige“ Stellen des Lehrgangs ermöglicht,
- die frühzeitigere Verwendung von Variablen für gebrochene Zahlen, wodurch unnötige Doppelungen bei der Behandlung von Rechengesetzen vermieden werden.

Durch die Weiterentwicklung des Stoffgebietes *Rationale Zahlen* der Klasse 7 wurde erreicht, daß nunmehr innerhalb der theoretischen Betrachtungen zu diesem Thema der Akzent auf solchen Aspekten liegt, die dem

Verständnis der Schüler für die Grundprobleme wirklich zugute kommen, von allen Schülern in angemessener Zeit erfaßt werden können und insbesondere deutlicher der Entwicklung des Rechnenkönnens, speziell der Rechenfertigkeiten dienen. Entgegen der früher verwendeten Definition des Begriffs „rationale Zahl“ mittels Klassenbildung lernen die Schüler nunmehr auf anschaulichem Weg – nämlich durch Spiegelung des (positiven) Zahlenstrahls an einer Geraden, die senkrecht zu diesem Strahl durch 0 geht – die negativen Zahlen kennen. Diese bilden zusammen mit den bekannten gebrochenen Zahlen die Menge der rationalen Zahlen. Diese vereinfachte Vorgehensweise bedeutet keine Abstriche an fachliche Exaktheit. Sie hat vielmehr und allein den Verzicht auf bestimmte – fachmathematisch durchaus bedeutungsvolle – Theorieaspekte zur Konsequenz, die ausgehend von der Hauptfunktion des Mathematikunterrichts an der Oberschule nicht zu der für alle Schüler verbindlichen Bildung zu zählen sind. Der jetzt in Lehrplan und Lehrbuch beschrittene Weg verlangt überdies keine Isomorphiebetrachtungen zu den Bereichen der gebrochenen und der nichtnegativen rationalen Zahlen, was einen frühzeitigen Verzicht auf das Vorzeichen „+“ und damit eine wesentliche Vereinfachung der Schreibweise ermöglicht. Damit kann im Sinne des oben Ausgeführten das Schwergewicht nachdrücklicher auf die Entwicklung des Rechnenkönnens gelegt werden, wengleich man nicht erwarten darf, daß die Schüler die letztlich erforderliche Sicherheit bereits bei der Behandlung dieses Stoffgebietes im vollen Umfang erwerben. Dies ist eine Aufgabe, die durch Übung und Anwendung im gesamten weiteren Unterricht der Klasse 7 wie natürlich dann auch in Klasse 8 – beispielsweise im Stoffgebiet *Arbeiten mit Variablen* – gelöst werden muß und die bis zum Abschluß der Klasse 10 nicht aus dem Auge verloren werden darf.

Im Rahmen des Stoffgebietes *Quadratzahl und Quadratwurzel* der Klasse 7 lernen die Schüler schließlich den Begriff „irrationale Zahl“ kennen. Es wird ihnen mitgeteilt, daß die Menge der rationalen Zahlen und die Menge der irrationalen Zahlen zusammen den Bereich der reellen Zahlen bilden, daß zu jeder reellen Zahl genau ein Punkt der Zahlengeraden und zu jedem Punkt der Zahlengeraden genau eine reelle Zahl gehört. Diese elementare Einführung des Begriffes „reelle Zahl“ bereits in Klasse 7 erspart nicht nur einschränkende oder komplizierende Formulierungen, wie sie ohne Kenntnis dieses Begriffes z. B. bei der Behandlung des Bildes einer linearen Funktion (Klasse 8) durch den Hinweis auf die „Lückenhaftigkeit“ erforderlich wären. Sie ist darüber hinaus auch völlig ausreichend für die fachlich saubere Erarbeitung des in den Klassen 9 und 10 vorgesehenen Stoffes. Dies ändert nichts an fachlicher Bedeutsamkeit und auch dem pädagogischen Wert einer ausführlicheren Behandlung reeller Zahlen, z. B. mittels Intervallschachtelung. Bezogen auf das generelle Anliegen jedoch, eine stärkere Konzentration des gesamten Lehrgangs der zehnklassigen polytechnischen Oberschule auf das für die Allgemeinbildung wirklich Wesentliche zu erreichen und dabei vor allem zu prüfen, in welchem Umfang, in welcher Qualität der Schüler mit dem vermittelten Wissen wirklich arbeitet, stellt der nunmehr gewählte Weg die bessere Lösung dar.

- b) Ein wichtiger Bestandteil des Könnens der Schüler im Rechnen ist ihre Befähigung zum überlegten Nutzen von Hilfsmitteln. Beginnend mit Klasse 7, lernen die Schüler zu diesem Zweck, die Zahlentafel und den **T a s c h e n r e c h n e r** zu nutzen. Insbesondere der Taschenrechner tritt dabei nicht einfach an die Stelle des bisher vor allem verwendeten Rechenstabes: Das Vertrautwerden mit diesem Gerät gestattet nämlich nicht allein, Rechen tempo und Erfolgssicherheit zu erhöhen, größere Praxisnähe des in den Aufgaben verwendeten Zahlenmaterials zu erreichen oder mehr Möglichkeiten für selbständige Schülerarbeit zu schaffen. Vielmehr erforderte die Einführung des Taschenrechners in unseren Mathematikunterricht bereits bei der Lehrplan-, Lehrbuch- und Unterrichtshilfenausarbeitung ein Durchdenken von Akzentsetzung und methodischer Anlage der Mehrzahl der Stoffgebiete in den Klassen 7 bis 10. Vor allem aber ergaben sich daraus auch neue Forderungen an die konkrete methodische Gestaltung jeder einzelnen Unterrichtsstunde. So muß einmal durch ein ausgewogenes Verhältnis zwischen der Verwendung dieses hochleistungsfähigen Hilfsmittels und hilfsmittelfreiem Arbeiten gewährleistet werden, daß die bereits genannten positiven Effekte nicht zu einer Abhängigkeit vom Rechner führen, daß also die Kopfrechenfertigkeiten und die Zahlenvorstellungen nicht verkümmern, die Bereitschaft und Befähigung zur Kontrolle von Rechenresultaten nicht abnimmt usw. Zum anderen gilt es, die Entwicklung solcher Elemente mathematischer Bildung wie Befähigung zum Abschätzen, zum Überschlagen, zum Vergleichen mit Erfahrungen aus anderen Bereichen – und natürlich zum Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit zielstrebig und noch betonter fortzusetzen. Schließlich will bedacht sein, daß die ständige Verfügbarkeit des Taschenrechners für jeden Schüler – ob im Unterricht oder zu Hause, ob im Mathematikunterricht oder in anderen Fächern – nicht allein dessen umfassende Verwendung als Rechenhilfsmittel oder Wertespeicher gestattet. Darüber hinaus eröffnet dies auch Wege für elementares mathematisches „Experimentieren“, für das (numerische) Ausprobieren von Lösungsvarianten, das Durchrechnen von Sonderfällen, für das Suchen nach den effektivsten oder elegantesten Wegen u. ä. Der Lehrplan sieht vor, in enger Verbindung mit den jeweils zu behandelnden mathematischen Inhalten das Können der Schüler im Arbeiten mit dem Taschenrechner bis Klasse 10 ständig zu erweitern. Das gibt zugleich die Möglichkeit, die Schüler mit gewissen Denk- und Arbeitsweisen bekannt zu machen, wie sie für die Arbeit mit jeglicher informationsverarbeitenden Technik bedeutsam sind. Als Beispiele seien etwa das Aufstellen von Rechenablaufplänen unter Beachtung des „Arbeitsregimes“ des Rechners (also z. B. der Konstanten- oder Vorrangautomatik), das Beachten gewisser numerischer Effekte, die durch den beschränkten Zahlbereichs- und Stellenumfang des Rechners hervorgerufen werden können, oder die Gewöhnung an den exakten Gebrauch festgelegter Symbolik (einschließlich der richtigen „Lesart“ des vom Taschenrechner angezeigten Wertes) genannt.
- c) Die Weiterentwicklung des Geometrieteils in den Lehrplänen der Klassen 6 bis 8 war ebenfalls von dem Hauptanliegen bestimmt, die Solidität des hier zu erwerbenden grundlegenden Wissens und Könnens so zu verbessern, daß die Schüler auch über diesen Teil ihres mathematischen



Instrumentariums mit größerer Flexibilität und Selbständigkeit verfügen können. Dies findet insbesondere seinen Ausdruck in den Akzentsetzungen, Vereinfachungen und Umstrukturierungen innerhalb der Stoffgebiete *Planimetrie* und *Ähnlichkeit* der Klassen 6 bzw. 8. So kennzeichnet der Lehrplan der Klasse 6 als das Hauptziel des o. g. Stoffgebietes, „den Schülern klare inhaltliche Vorstellungen über den Begriff ‚Kongruenz‘ für beliebige Figuren zu vermitteln und sie zu befähigen, diesen Begriff bei der Untersuchung von Vielecken und speziell von Dreiecken anzuwenden. Dabei sollen die Schüler zugleich wichtige planimetrische Sätze kennenlernen, sich fest einprägen und das Können erwerben, diese beim Lösen inner- und außermathematischer Aufgaben . . . anzuwenden“. Diese klare Orientierung auf die „instrumental“ wirksamen Begriffe bzw. Sätze bedeutet wiederum keinerlei Abstriche am mathematischen Wert der im Vorfeld hierzu vorgenommenen Untersuchungen zu den Begriffen „Verschiebung“ (Klasse 4), „Spiegelung“, „Drehung“ (Klasse 5) und „Bewegung“ (Klasse 6). Sie lenkt lediglich die Aufmerksamkeit auf das, was auf alle Fälle ständig verfügbarer, anwendbarer Bestandteil der mathematischen Bildung der Schüler sein und bleiben muß, was also im „Endeffekt“ zum Kern geometrischer Bildung eines **jeden** Schülers gehören muß.

Eine dem Wesen nach gleiche Akzentsetzung kennzeichnet die neue Konzeption für die Behandlung des Stoffgebietes *Ähnlichkeit* in Klasse 8. Ausgangspunkt stellen hier – nach Reaktivierung des entsprechenden Wissens und Könnens der Schüler aus Klasse 6 – Überlegungen zur Abbildung durch zentrische Streckung dar. Dies ist verbunden mit der Behandlung der Strahlensätze, deren innermathematische Motivation aus ihrer Bedeutung als Beweismittel für Eigenschaften der zentrischen Streckung erwächst. Diese Einordnung der Strahlensätze ist ein wichtiges Merkmal der methodischen Struktur des gesamten Stoffgebietes, da sie einer Überbetonung der Strahlensätze entgegenwirkt. Selbstverständlich sollen die Schüler auch weiterhin lernen, die Strahlensätze beim Lösen entsprechender Anwendungsaufgaben zu nutzen – aber es ist eben nur ein Mittel neben den anderen, die sich die Schüler im weiteren Unterricht aneignen und aus denen sinnvoll auszuwählen sie befähigt werden müssen. Diese Konzentration bei der Behandlung der Strahlensätze auf das für ihre Anwendung Wesentliche wird unterstützt durch die Beschränkung auf jeweils zwei Geraden mit zwei schneidenden Parallelen sowie den Verzicht auf den „3. Strahlensatz“.

Nachdem mittels der Kenntnisse über zentrische Streckungen und die Strahlensätze dann Grundeigenschaften ähnlicher Figuren, speziell die Ähnlichkeitskriterien und der Hauptähnlichkeitssatz für Dreiecke, sowie die Satzgruppe des Pythagoras erarbeitet wurden, tritt analog zu dem für Klasse 6 Gesagten nun die Anwendung dieser neuen „Instrumente“ für das Lösen von Bestimmungs-, Beweis- und Konstruktionsaufgaben in das Zentrum. Sicher ist es auch jetzt noch erforderlich, an geeigneten Stellen des Unterrichts einen Bezug zu den das Stoffgebiet einleitenden Stoffelementen herzustellen, insbesondere also die Kenntnisse über die Eigenschaften der zentrischen Streckung zu festigen. Im festen Aneignen – das gedächtnismäßige Einprägen eingeschlossen – der im Endergebnis gewonnenen wichti-

gen Sätze und im Erlangen der Befähigung, diese Hilfsmittel zweckmäßig auszuwählen und zunehmend selbständig beim Lösen von Aufgaben anzuwenden, muß jedoch das letztlich entscheidende Ziel dieses Stoffgebiets hinsichtlich der von den Schülern in der Oberschule zu erwerbenden mathematischen Bildung gesehen werden.

Auf weitere wichtige Merkmale des Teilehrganges der Klassen 6 bis 8, die insbesondere im Zusammenhang mit der Entwicklung mathematischer Denk- und Arbeitsweisen stehen, wird bei der Erörterung von Linienführungen des Lehrgangs (Abschnitt 4) eingegangen, da gerade die hierbei zu erreichenden Ziele nur aus der Sicht des Gesamtlehrgangs dargestellt und begründet werden können.

### **3.4. Der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10**

Der Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 hat die Aufgabe, in konsequenter Fortsetzung des bis Klasse 8 beschrittenen Weges die Aneignung einer solchen soliden, tragfähigen mathematischen Allgemeinbildung durch alle Schüler zum Abschluß zu führen, die eine sichere Basis für deren erfolgssicheres Lernen in weiterführenden Bildungseinrichtungen, für ihre spätere berufliche Tätigkeit sowie für ihr gesamtes Leben darstellt (vgl. [11]). Das schließt zum einen als Zentralglied die Aufgabe ein, das Wissen der Schüler über grundlegende mathematische Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren zu sichern und zu erweitern, kontinuierlich an der Ausbildung ihres mathematischen Könnens zu arbeiten und sie so zu befähigen, entsprechende Aufgaben aus der Mathematik selbst und aus anderen Bereichen zunehmend selbständig zu lösen. Zum anderen verlangt das Erfüllen des Gesamtziels unseres Mathematikunterrichts aber auch, gerade in dieser Abschlußphase den Prozeß der Wissens- und Könnensaneignung so zu gestalten, daß

- die Schüler auf der Basis der durch ihre gesamte Lern- und Arbeitstätigkeit gewachsenen Voraussetzungen zu zunehmend selbständigem, elementar schöpferischem Denken befähigt werden,
- ihre Bereitschaft zu konzentrierter geistiger Tätigkeit, ihre positiven Charakter- und Willensqualitäten weiter ausgeformt werden und
- sie die Funktion der Mathematik bei der Erkenntnisgewinnung und ihre Rolle beim Aufbau der entwickelten sozialistischen Gesellschaft immer besser verstehen lernen.

Gewiß sind beide genannten Aspekte Ziele des Mathematikunterrichts von Klasse 1 an. Jetzt jedoch, in den letzten beiden Klassen der Oberschule bestehen durch das inzwischen erlangte Wissens- und Könnensniveau wie durch die Entwicklung der Persönlichkeit der Schüler als Ganzes die Voraussetzungen dafür, bezüglich der Ausprägung aller Komponenten mathematischer Bildung in ihrer Einheit und ihrer wechselseitigen Durchdringung noch weiter voranzukommen. Insbesondere wird es möglich, im Hinblick auf die Befähigung und die Bereitschaft zu selbständigem, angestrengtem, diszipliniertem mathematischem Arbeiten sowie zum flexiblen Anwenden des mathematischen Instrumentariums einen weiteren wesentlichen Zuwachs zu erreichen.

Um die Realisierung dieses Anliegens bereits durch den Lehrplan selbst zielgerichtet zu unterstützen, waren gegenüber dem bis 1987 bzw. 1988 gültigen

Plan inhaltliche und strukturelle Verbesserungen erforderlich, die nach Tiefe und Umfang die Veränderungen in anderen Klassenstufen bedeutend übersteigen.

Insbesondere verlangte dies,

- den Lehrplan für die Klassen 9 und 10 als einheitliches Ganzes so zu konzipieren, daß die enge Verbindung zwischen Neuem und bereits Bekanntem, also zwischen der Erweiterung des Wissens und Könnens einerseits und dem ständigen Aufgreifen, Anwenden, Systematisieren und damit Festigen bereits früher erworbener Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten andererseits mit aller Deutlichkeit hervortritt, wobei dieser zweite Aspekt immer stärker zu betonen war;
- das Profil der beiden Klassenstufen und jedes einzelnen Stoffgebietes klarer zu fixieren und verbunden damit den Lehrern größere Unterstützung bei ihrem Bemühen um die Sicherung eines soliden Abschlußniveaus aller Schüler zu geben;
- den sich aus der wissenschaftlich-technischen Entwicklung ergebenden Anforderungen dadurch in angemessener Weise Rechnung zu tragen, daß bereits durch den Lehrplan auf die Herausbildung von Denk- und Arbeitsweisen orientiert wird, die für eine spätere Verwendung informationsverarbeitender Technik besonders bedeutsam sind – eingeschlossen die Festigung und Erweiterung des Könnens der Schüler im Arbeiten mit dem Taschenrechner, wie es im Unterricht der Klassen 7 und 8 erworben wurde.

Daraus ergaben sich folgende **charakteristische Merkmale** des neuen Lehrplans der Klassen 9 und 10:

- a) Die Gesamtstruktur des Lehrplanes der Klasse 9 (vgl. Tabelle 5, S. 42 und 43) läßt eine klare **Schwerpunktsetzung** der Stoffgebiete im Sinne der oben genannten Forderung erkennen: Stark vereinfacht und ohne Berücksichtigung der vielfältigen Wechselbeziehungen kann man sagen, daß der Akzent vom Stoffgebiet 1 auf der Erweiterung des elementar-mathematischen Handwerkszeugs der Schüler liegt, auf der Erweiterung ihres Könnens im Nutzen von Hilfsmitteln (im weitesten Sinne verstanden), die beim mathematischen Arbeiten immer wieder benötigt werden. Die Vervollkommnung des Wissens und Könnens der Schüler im Arbeiten mit Funktionen ist auf das Stoffgebiet 3 konzentriert, wobei hier wiederum der Schwerpunkt auf den quadratischen Funktionen liegt. Stoffgebiet 2 und Abschnitt 3.2. zusammen sind vorrangig auf den algorithmisch-kalkülmäßigen Aspekt mathematischer Bildung, auf das Können im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen ausgerichtet. Stoffgebiet 4 hat schließlich geometrische Probleme zum Gegenstand. Diese Strukturierung und Akzentsetzung (verbunden mit dem Verzicht auf die im früheren Plan enthaltenen „theorieintensiven“, aber wenig anwendungsorientierten Abschnitte *Reelle Zahlen* und *Exponential- und Logarithmusfunktionen*, die Eingliederung von 5.2. *Rechenhilfsmittel* mit Blick auf den ETR in Stoffgebiet 1 und ein geringerer zeitlicher Aufwand für die Behandlung der Potenzfunktionen) erhöhen die Überschaubarkeit, verringern die Notwendigkeit des ständigen „Umschaltens“ und verbessern zugleich die Stoff-Zeit-Bilanz.

**Tabelle 5 a: Mathematik Klasse 9**

<b>45 Std. Arbeiten mit Variablen</b>				
(12)	Gebrauch von Variablen; Termwertberechnungen			
(15)	Umformen von Termen			
(18)	Rechnen mit Potenzen			
<b>30 Std. Ungleichungen und Gleichungssysteme</b>				
(12)	Lineare Ungleichungen			
(13)	Systeme linearer Gleichungen			
(5)	Komplexe Übungen			
<b>55 Std. Quadratische Funktionen; quadratische Gleichungen; Potenzfunktionen</b>				
(12)	Quadratische Funktionen			
(23)	Quadratische Gleichungen			
	<table border="1"> <tr> <td><b>20 Std. Körperdarstellung und Körperberechnung</b></td> </tr> <tr> <td>(9) Wiederholung und Ergänzung</td> </tr> <tr> <td>(11) Berechnung und Darstellung zusammengesetzter Körper</td> </tr> </table>	<b>20 Std. Körperdarstellung und Körperberechnung</b>	(9) Wiederholung und Ergänzung	(11) Berechnung und Darstellung zusammengesetzter Körper
<b>20 Std. Körperdarstellung und Körperberechnung</b>				
(9) Wiederholung und Ergänzung				
(11) Berechnung und Darstellung zusammengesetzter Körper				
(10)	Potenzfunktionen			
(10)	Komplexe Übungen			

**Tabelle 5 b: Mathematik Klasse 10**

<b>24 Std. Winkelfunktionen</b> (12) Die Funktion $y = \sin x$
(12) Die Funktionen $y = \cos x$ und $y = \tan x$ ; Beziehungen zwischen Winkelfunktionen
<b>36 Std. Anwendungen von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie</b> (12) Anwendungen von Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck
(14) Anwendungen von Winkelfunktionen auf beliebige Dreiecke
(10) Komplexe Übungen
<b>30 Std. Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Funktionen</b> <b>(Wiederholung, Systematisierung und Ergänzung)</b> (10) Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen
(20) Arbeiten mit Funktionen; Exponentialfunktionen
<b>22 Std. Lösen komplexer Aufgaben; spezielle Prüfungsvorbereitung</b>

- b) Der Lehrplan für den Mathematikunterricht der Klasse 10 macht schon durch seine äußere Struktur und die Stoffgebietsüberschriften die hier ihren Höhepunkt erreichende nachdrückliche Orientierung auf das Erreichen des Gesamtzieles mathematischer Allgemeinbildung durch alle Schüler deutlich. Insbesondere das Verhältnis zwischen „*Vermittlung substantiell neuen Stoffs*“ (bzw. „*Erwerb substantiell neuen Wissens und Könnens*“) einerseits und „*Erhöhung der Qualität des Wissens und Könnens bezüglich bereits früher behandelter mathematischer Gegenstände durch Wiederholung und zunehmend komplexe Anwendung*“ andererseits wird immer mehr zugunsten der zweiten Komponente verschoben.

Trotz aller anderen wichtigen Veränderungen ist in dieser intensiven Ausrichtung auf die Befähigung der Schüler zum **A r b e i t e n** mit solide angeeignetem Wissen und Können und damit auf dessen Vertiefung und Festigung das **W e s e n** der gerade hinsichtlich des Lehrplans der Klasse 10 vorgenommenen Weiterentwicklung zu sehen. Als Bestandteil der Prozeßkonzeption (vgl. Abschnitt 5) gilt diese Orientierung natürlich für den **gesamten** Mathematikunterricht ab Klasse 1. Wie erläutert (vgl. S. 32 und Abschnitt 5.7.), werden besonders durch die Aufnahme *Komplexer Übungen* in die Lehrpläne ab Klasse 5 spätestens von da an auch spezielle „Konzentrationspunkte“ für die Sicherung und Weiterentwicklung des Könnens der Schüler im verständnisvollen Nutzen des „Werkzeugs“ Mathematik geschaffen. In **jedem** Falle resultiert dabei die Komplexität der Übungen nicht allein aus der „Bündelung“ jeweils stoffgebietspezifischer Anforderungen, sondern auch aus der Einbeziehung von „stoffübergreifenden“ Anforderungen, gerichtet auf die Ausbildung von Persönlichkeitsqualitäten, die Ziel des gesamten Mathematikunterrichts sind. Aber dennoch: Hier am Ende des Mathematiklehrgangs der Oberschule steht den Schülern nun derart vielfältiges „Baumaterial“ zur Verfügung. Jetzt müssen sie veranlaßt werden, aus einem so reichhaltigen Instrumentarium die jeweils geeigneten Werkzeuge auszuwählen und sinnvoll zu kombinieren – jetzt, nach einem 10 Jahre währenden, anspruchsvollen Prozeß, sind solche Anforderungen an Selbständigkeit, an Willensstärke, an Sorgfalt und Konzentrationsfähigkeit usw. zu stellen, daß man durchaus berechtigt ist, nochmals von einer neuen Qualitätsstufe zu sprechen, die hier in dieser Abschlußklasse von den Schülern erklommen werden muß.

- c) Bezüglich einzelner Stoffgebiete der Klasse 9 sei folgendes besonders hervorgehoben:

– Das erste Stoffgebiet **A r b e i t e n** mit **V a r i a b l e n** knüpft an das entsprechende Stoffgebiet von Klasse 8 und die nun schon vielfältigen Erfahrungen der Schüler an und hat die Aufgabe, nun ihr Können im Umgang mit Variablen zu vertiefen und zu erweitern. Es geht dabei um vielfältige Tätigkeiten im Zusammenhang mit Variablen – nämlich das Berechnen von Termwerten, das Umformen von Termen, das Verwenden von Variablen als „Sprachmittel“ (also zum Beschreiben inner- und außermathematischer Sachverhalte) und zum Führen von Beweisen. Eine wesentliche Erweiterung der den Schülern zur Verfügung stehenden Möglichkeiten für das kalkülmäßige Arbeiten mit Variablen bedeutet die Einbeziehung des Rechnens mit Potenzen, das bis zu den Wurzel-

gesetzen und einem knappen Bekanntmachen mit dem Logarithmusbegriff hinzuführen ist (ohne allerdings den Erwerb von Können im Arbeiten mit Logarithmen anzustreben).

Es erwies sich als angebracht, an den Anfang des Schuljahres ein solches Stoffgebiet zu stellen, das gute Möglichkeiten bietet, an früher erworbenen Wissen und Können anzuknüpfen, dieses zu festigen und für den weiteren Unterricht voll verfügbar zu machen.

Insbesondere gestattet die gewählte Anlage, das Rechnenkönnen der Schüler und, darin eingebettet, die Befähigung zum Arbeiten mit dem ETR bei unterschiedlichen Aufgabenstrukturen zu festigen sowie im Zusammenhang mit dem Aufstellen und Diskutieren von Rechenablaufplänen das Können der Schüler im algorithmischen Arbeiten weiterzuentwickeln. Dabei sind die Schüler – wie es im Lehrplanvorwort heißt – „auf anschauliche Weise mit dem Begriff ‚Algorithmus‘ vertraut zu machen“. Das bedeutet, ihnen an Beispielen zu zeigen, daß ein Algorithmus ein Verfahren ist, das aus endlich vielen, unmißverständliche Anweisungen enthaltenden Schritten besteht und auf beliebige Werte eines Grundbereiches anwendbar ist, wobei feststeht, mit welchem Schritt begonnen, ob und wie nach einem bestimmten Schritt fortgesetzt werden muß bzw. ob das Verfahren zu beenden ist.

Über die Verbindung des Arbeitens mit Variablen mit dem Rechnen mit dem ETR hinaus bietet die Nutzung von Variablen als „Sprachmittel“ (bei „Übersetzen“ in beiden Richtungen) und beim Führen von Beweisen vielfältige Möglichkeiten, die Schüler mit interessanten Anforderungen zu konfrontieren. Damit wird zugleich die Bedeutsamkeit des hier zu erwerbenden Wissens und Könnens noch klarer erkennbar. Gerade von einer gelungenen Verbindung zwischen mehr syntaktisch oder mehr semantisch orientierten Übungen im Arbeiten mit Variablen wird der Effekt der Behandlung dieses Stoffgebietes sehr abhängen.

Die gegenüber den bisherigen Plänen vorgezogene Behandlung der Potenzrechnung stellt nicht nur für mathematische Übungen, sondern auch für die Anwendung in den naturwissenschaftlichen und polytechnischen Fächern einen begünstigenden Faktor dar. Demgegenüber ist die gegenseitige „Abstützung“ des Rechnens mit Potenzen und des Arbeitens mit Potenzfunktionen nicht als so wichtig einzuschätzen, als daß die im Unterschied zu früheren Vorgehensweisen nunmehr getrennte Behandlung dieser beiden Teilgebiete einen wesentlichen Verlust bedeuten würde.

- Eine bedeutsame Bereicherung erfuhr der Mathematikunterricht der Klasse 9 durch die Aufnahme des Stoffgebietes *Körperdarstellung* und *Körperberechnung* in den Lehrplan. Damit wurde eine wichtige Voraussetzung für die Kontinuität der Arbeit an der geometrischen Bildung der Schüler geschaffen. Zwei Hauptaufgaben sind hier zu erfüllen. Einmal geht es darum, das in den Stoffgebieten *Darstellende Geometrie* und *Stereometrie* der Klassen 7 und 8 vermittelte Wissen und Können als wesentliche Bestandteile der in der Oberschule zu erwerbenden Bildung zu wiederholen, zu systematisieren und zu ergänzen. Zum anderen sollen die Schüler lernen, dieses Wissen und Können zur Berechnung und Darstellung von Körpern zu verwenden, die sich durch Zusam-

mensetzung bisher behandelter Körper bzw. „Herausnehmen“ oder „Abtrennen“ von solchen Körpern aus anderen ergeben. Über das Aufgreifen und Erweitern geometrischen Wissens und Könnens hinaus bietet dieses Stoffgebiet aber auch vielfältige Möglichkeiten der Festigung durch Wiederholung, Übung und Anwendung von Definitionen, Sätzen und Verfahren aus verschiedenen Gebieten des Mathematikunterrichts sowie zur Realisierung wesentlicher übergreifender Ziele des Mathematikunterrichts. Als Beispiele seien hier genannt die Entwicklung des funktionalen Denkens, das Aufstellen und Abarbeiten von Rechenablaufplänen, das Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit oder das Nutzen von Formelsammlung und Zahlentafel. Im Lehrplan ist verlangt, das Stoffgebiet 4 ab 19. Unterrichtswoche mit 2 Wochenstunden parallel zum Stoffgebiet 3 zu behandeln. Damit wird nicht allein eine gewisse „Auflockerung“ des 55-Stunden-Stoffgebietes 3 erreicht und eine Konzentration der gesamten Geometrie-Thematik auf einen relativ kleinen Abschnitt am Ende des Schuljahres vermieden. Vor allem ergeben sich bei der Behandlung der quadratischen und der Potenzfunktionen auch eine Reihe inhaltlicher Querbezüge zu Gleichungen der Stereometrie, die dann im Sinne der Lehrplanforderungen sofort als Funktionen gekennzeichnet und bearbeitet werden können und müssen.

d) Für Klasse 10 sei besonders betont:

- Die Integration des Problemkreises „Anwendung der Winkelfunktionen bei Dreiecksberechnungen“ in die wesentlich umfassendere Thematik „Anwenden von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie“ des jetzigen Stoffgebiets 2 hat im Sinne der eingangs genannten Grundorientierung für die Klasse 10 das Ziel, über die Befähigung der Schüler zum Anwenden ihres Wissens und Könnens bei Berechnungen von ihnen bekannten ebenen Figuren und Körpern hinaus zielstrebig Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus Planimetrie, Darstellender Geometrie und Stereometrie zu festigen. So verlangt der Lehrplan beispielsweise, die im Abschnitt 2.1. vorgesehene Anwendung der Winkelfunktionen auf das rechtwinklige Dreieck mit einer systematisierenden Wiederholung zu Eigenschaften und Sätzen bezüglich des rechtwinkligen Dreiecks zu verbinden. Dies soll die Schüler in die Lage versetzen, mit zunehmender Selbstständigkeit ihr – neues oder reaktiviertes – Wissen und Können auf gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke, auf Vier- und Vielecks Sonderfälle sowie beim Lösen von Aufgaben aus der Stereometrie und der Darstellenden Geometrie anzuwenden – verbunden mit einer Wiederholung wesentlicher Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren aus diesen Gebieten. Analog dazu werden die Schüler im Abschnitt 2.2. mit dem „Anwenden von Winkelfunktionen beim Berechnen von Seiten, Winkeln und des Flächeninhalts beliebiger Dreiecke . . .“ vertraut gemacht. Dies ist zu verflechten mit der Festigung solcher wichtigen Elemente wie der Seiten- und der Winkel-Seiten-Beziehung für Dreiecke sowie mit Berechnungen an Vierecken, Vielecken und Körpern, die sich auf Dreiecksberechnung zurückführen lassen. Dazu kommen natürlich auch hier solche Aspekte wie das Aufstellen und Abarbeiten von Lösungs- und Rechenablaufplänen, das Arbeiten mit Näherungswerten, das Benutzen



von Kontrollmöglichkeiten u. ä. sowie das Lösen von Anwendungsaufgaben aus unterschiedlichen Bereichen. Den Abschluß dieses Stoffgebietes bildet ein Abschnitt *Komplexe Übungen*, wo 10 Stunden noch einmal speziell für das Üben im Lösen von Aufgaben zur Verfügung stehen, die vielfältige Anforderungen im Sinne des eingangs Gesagten in sich vereinen.

- Eingordnet in die gesamte Arbeit zur Sicherung des angestrebten Abschlußniveaus, wird die Arbeit im Stoffgebiet 3 dann darauf konzentriert, das Wissen und Können der Schüler beim Arbeiten mit Variablen und Gleichungen sowie vor allem mit Funktionen weiter zu festigen sowie durch eine knappe Behandlung der Exponentialfunktionen und einen Hinweis auf Logarithmusfunktionen zu erweitern.

Da der Anteil des zu festigenden Stoffes gegenüber dem neuen hier nun zur dominierenden Größe wird, die Detailanforderungen demzufolge also in starkem Maße, ausgehend von dem konkreten Entwicklungsstand, von den konkreten Festigungsbedürfnissen in der jeweiligen Klasse durch den Lehrer bestimmt werden müssen, kennzeichnet der Lehrplan lediglich die inhaltlichen Schwerpunkte. Dadurch wird gesichert, daß der Unterricht zu diesem Lehrplanteil nicht etwa in eine mehr oder weniger vollständige und deshalb von vornherein unrealisierbare, verkürzte Neubehandlung des gesamten Stoffes zum jeweiligen Thema abgeleitet. Die stofflichen Orientierungen des Lehrplans sind gerade hier in erster Linie als eine Interpretation des grundsätzlichen Anliegens des Stoffgebiets zu verstehen. Sie dürfen also nicht als „Dogma“, nicht als Kanon des unabhängig von der realen Klassensituation unbedingt zu Wiederholenden aufgefaßt werden. Man sollte darin vor allem eine Aufforderung an den Lehrer und eine Anleitung zum eigenen Nachdenken über den effektivsten Weg der Sicherung des hier im Zentrum stehenden Wissens und Könnens bei allen Schülern durch deren selbständige mathematische Tätigkeit sehen.

Der Hauptweg zur Realisierung des Ziels dieses Stoffgebietes muß im Lösen solcher Aufgaben durch die Schüler bestehen, die das Reaktivieren ihres theoretisch-mathematischen Wissens über grundlegende Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren erfordern und zugleich der weiteren Fundierung ihres Könnens im Anwenden dieses Wissens auf Sachverhalte bzw. Probleme aus der Mathematik und aus außermathematischen Bereichen dienen. Damit verbunden sind die Möglichkeiten zu nutzen, im Verlaufe der gesamten Schulzeit und in verschiedenen stofflichen Kontexten erworbenes Wissen und Können zu systematisieren, in größere Zusammenhänge einzuordnen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede deutlich zu machen. Zugleich geht es aber auch darum, die gedächtnismäßige Beherrschung grundlegender Wissens Elemente zu sichern und die weitere Ausprägung wichtiger Fertigkeiten durch den zielgerichteten Einsatz unterschiedlicher methodischer Mittel zu gewährleisten.

Dabei ist beispielsweise an solche, die Selbständigkeit und geistige Selbsttätigkeit der Schüler fördernde Vorgehensweise gedacht wie das Erteilen kurz- und längerfristiger, u. U. differenzierter Hausaufgaben, das Vorbereiten und Halten von Schülervorträgen oder die Zusammenarbeit in – bezüglich des aktuellen mathematischen Leistungsvermögens – homogen

oder heterogen zusammengesetzten Gruppen beim Erledigen komplexer Aufgaben. Von außerordentlicher Bedeutung ist es dabei aber, hier (wie natürlich bei allen Festigungsmaßnahmen) eine Gestaltungsform zu finden, die möglichst j e d e n Schüler optimal fördert, die jedem Schüler auf „seinem“ Weg zum gesetzten Ziel des Mathematikunterrichts in der Oberschule die effektivste Hilfe bietet, die an seine „Stärken“ anknüpft, um ihn zur Überwindung evtl. noch vorhandener Schwächen zu führen.

Mit dieser Blickrichtung sind der Stoffabschnitt 3.1. und der größere Teil des Abschnitts 3.2. auf das Festigen des Wissens und Könnens der Schüler im Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Funktionen konzentriert. Die – freilich knappe – Behandlung von Exponentialfunktionen bildet dann den Abschluß der in der Oberschule zu erarbeitenden Funktionsklassen. Ausgehend von einfachen Beispielen für Wachstumsvorgänge mit konstantem Wachstumsfaktor, dem Aufstellen entsprechender Wertetafeln (unter Nutzung des Taschenrechners) und der graphischen Veranschaulichung dieser Zusammenhänge ist der Begriff „Exponentialfunktion“ einzuführen. Daran schließt sich die Erarbeitung von Wissen über wichtige Grundeigenschaften dieser Funktionen, gewonnen an den Beispielen  $y = 2^x$  und  $y = 10^x$ , und das Lösen einiger Übungsaufgaben an.

Es ist wichtig, sich bei der Arbeit in diesem Abschnitt besonders genau an den vom Lehrplan genannten Zielen zu orientieren. Eine von dem verständlichen Streben nach ausführlicherer Behandlung dieses auch praktisch sehr bedeutsamen mathematischen Gegenstandes bestimmte Stoffausweitung würde demgegenüber eine Akzentverlagerung zu Lasten des Hauptziels dieses Stoffgebietes zur Folge haben. Noch mehr gilt dies für die Logarithmusfunktion, die lediglich im Sinne eines abrunden, auch die Potenzen des Taschenrechners nutzenden Hinweises zu behandeln ist. Der erzieherische Effekt dieser knappen „Ausblicke“ sollte nicht zuletzt darin gesehen werden, daß die Schüler die im Unterricht erworbene Bildung als einen Grundstock begreifen, der erweitert werden kann und erweitert werden muß, wenn es zukünftige Aufgaben vom einzelnen verlangen.

- Gestützt auf die Vorleistungen aus dem gesamten vorangegangenen Unterricht, hat das abschließende Stoffgebiet 4 der Klasse 10 in spezifischer Weise der Festigung des grundlegenden mathematischen Wissens und Könnens der Schüler, der Befähigung zum vielfältigen Anwenden und d a r i n e i n g e o r d n e t auch der speziellen Vorbereitung der Schüler auf die schriftliche und mündliche Abschlußprüfung zu dienen. Die Spezifik der in diesen 22 Stunden an die Schüler zu stellenden Anforderungen resultiert daraus, daß hier nun zum einen keine aus der Behandlung neuer mathematischer Gegenstände resultierende Erweiterung des mathematischen Wissens und Könnens der Schüler mehr vorgesehen ist. Zum anderen erfolgt auch keine Ausrichtung der Festigung auf bestimmte stoffliche Schwerpunkte, wie sie bei aller Komplexität der Aufgaben ja für die vorangegangenen Stoffgebiete noch kennzeichnend war. Hier geht es jetzt vielmehr darum, durch das weitgehend selbständige Lösen von Aufgaben der Befähigung der Schüler zum überlegten,

flexiblen Arbeiten mit ihrem im gesamten bisherigen Unterricht erworbenen – natürlich wesentlichen, grundlegenden! – Wissen und Können unter Einschluß der erlernten mathematischen Denk- und Arbeitsweisen den Zuschnitt zu geben, wie er für das Endniveau der mathematischen Schulbildung kennzeichnend sein muß. Es geht hier also um das Konfrontieren der Schüler mit Anforderungen, die in ihrer Gesamtheit die volle Breite der Ziele repräsentieren, welche im Hinblick auf Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, auf Denk- und Arbeitsgewohnheiten und auch auf Willens- und Charaktereigenschaften im Mathematikunterricht der Oberschule zu erfüllen sind. So selbstverständlich es auch ist, daß diese Anforderungen nur auf der Basis entsprechender Vorleistungen aus dem gesamten bisherigen Unterricht erbracht werden können: Der Erfolg in diesem Stoffgebiet ist trotzdem nicht etwa „automatische Konsequenz“ der Vorzüge alles Vorhergehenden . . . Vielmehr ist hier vom Lehrer wiederum methodisches Schöpferturn, sind pädagogische Meisterschaft, Einschätzungs- und Einfühlungsvermögen verlangt, um jeden Schüler zu veranlassen, sein Leistungsvermögen voll auszuschöpfen, um ihm Gelegenheit zu geben, Leistungsbereitschaft zu zeigen, und ihm Sicherheit auch im Hinblick auf die abschließenden Prüfungen zu geben.

Die Erfüllung dieses Anliegens verlangt vom Lehrer sehr überlegte Aufgabenauswahl. Der Lehrplan kennzeichnet die Anforderungen an die zu stellenden komplexen Aufgaben, betont dabei, daß „*neben theoretisch-mathematischen Aufgaben (Identifizieren und Realisieren von Begriffen, Vermuten und Formulieren mathematischer Aussagen) . . . vor allem in einem ausgewogenen Verhältnis Bestimmungs- bzw. Konstruktions- sowie Beweisaufgaben zu berücksichtigen (sind)*“, u. U. auch mehrere solcher Aufgabenformen in derselben komplexen Aufgabe ([11], S. 41). Die erforderliche Komplexität kann sich auch darin zeigen, daß die betreffenden Aufgaben nicht allein vorwiegend oder ausschließlich voneinander unabhängige Teilaufgaben umfassen, sondern auch aufeinander aufbauende, also voneinander abhängige Forderungen umschließen, ggf. überhaupt erst aus einem umfassenden Problem herauszulösen und in der richtigen „Reihenfolge“ anzuordnen sind. Auf diese Weise wird zur Realisierung der generellen Lehrplanforderung beigetragen, in diesem Stoffgebiet planmäßig und systematisch die hauptsächlichsten geistigen Tätigkeiten beim Aufgabenlösen weiterzuentwickeln. Dies verlangt eine Vorgehensweise, die auf dem in der Klasse insgesamt erreichten Stand aufbaut und in der Klasse bestehende Leistungsunterschiede so berücksichtigt, daß für alle Schüler ein deutlicher Leistungsfortschritt erreicht wird. Der Lehrplan hebt aus den o. g. geistigen Tätigkeiten beim Aufgabenlösen das Analysieren der Aufgabe, das Planen des Lösungswegs, das Ausführen des Lösungsplans sowie die Befähigung zur Eigenkontrolle (einschließlich der Weiterentwicklung des Bedürfnisses hierzu) besonders hervor und weist auf dabei zu beachtende Schwerpunktfragen hin. Eines sei aber noch einmal besonders betont: Wie schon die vorhergehenden Stoffgebiete, so ist auch dieser letzte Teil des Mathematikunterrichts an unserer Oberschule auf das Erreichen des angestrebten End-

niveaus mathematischer Schulbildung in ihrer vollen Breite orientiert. Eine einseitige Konzentration auf Anforderungen, wie sie gemeinhin in der schriftlichen Abschlußprüfung auftreten – und die aus inhaltlichen wie zeitlichen Gründen nur einen gewissen Ausschnitt aus dem Zielkanon repräsentieren können –, würde dem Anliegen dieses letzten Stoffgebietes zuwiderlaufen. Ein systematisches Umsetzen des Konzepts zur umfassenden Festigung und Vervollkommnung der mathematischen Bildung unserer Schüler, wie es in den Plänen aller Klassenstufen und insbesondere hier dann in dem der Klasse 10 angelegt ist, bietet vielmehr zugleich die **beste Gewähr**, ist zugleich die **effektivste Methode**, um die Schüler gut auf die schriftlichen Abschlußprüfungen vorzubereiten, um sie erfolgreich diese ganz persönliche „Rechen-schaftslegung“ absolvieren zu lassen.

#### **4. Zur durchgängigen Arbeit an der Realisierung von Hauptzielen des Mathematikunterrichts im Verlaufe der Klassen 1 bis 10**

Lehrplanverständnis hat genaue Kenntnis der in den einzelnen Schuljahren und Stoffgebieten zu erreichenden Ziele und der dazu zu behandelnden Stoffe zur Voraussetzung, erschöpft sich jedoch nicht darin. Um zu verstehen,

- **warum** ein bestimmter Stoff ausgewählt und gerade so in den Lehrgang eingeordnet wurde,
- **welche Funktion** ein bestimmtes Stoffelement, eine bestimmte Anforderung im gesamten Fachlehrgang hat,
- **wie bedeutsam** bestimmte Wissens- und Könnenselemente für das letztlich anzustrebende Endniveau mathematischer Schulbildung sind, ob sie also gewissermaßen „globale“ oder lediglich „lokale“ Bedeutung besitzen,

muß der Lehrer darüber hinaus überblicken, in welchen Hauptphasen, mit welchem Akzent, mit welchen Einzelzielen im Verlaufe der Klassen 1 bis 10 an Hauptbestandteilen mathematischer Allgemeinbildung gearbeitet wird, wie sich gewissermaßen Stein auf Stein fügt. Im Zusammenhang mit den Ausführungen zu den einzelnen Klassen wurde dies bereits exemplarisch demonstriert. Als Hilfsmittel für solche „Längsschnitte“ durch den Fachlehrgang hat sich aber auch schon in der Vergangenheit das Herausheben konkret an den Stoff gebundener „Leitlinien“ erwiesen, so daß darauf nachfolgend auch bei der Interpretation der neuen Lehrpläne zurückgegriffen werden soll. Dies wird freilich unter stärkerer Beachtung der Akzente geschehen, wie sie durch die weiterentwickelte Prozeßkonzeption (s. Abschnitt 5) gesetzt werden. Vor allem muß dabei die Könnens- und Anwendungsorientierung deutlicher werden – ergänzt durch Aspekte, die im Hinblick auf die wachsenden Anforderungen an die mathematische Bildung unserer Schüler mehr und mehr Bedeutung erlangen (vgl. hierzu auch [2], Abschnitt 1.6., [12], S. 110 f., [13], S. 122 ff.). Das Hervorheben wichtiger „Kettfäden“ des Fachlehrganges darf überdies nie so verstanden werden, als hätte man damit den Unterricht als Ganzes im Blick: Es geht hier lediglich um eine unterstützende Betrachtung, in der sich

Ziel, Inhalt und Prozeßelemente zu einem bestimmten Bereich vereinen – wie gesagt: um ein Hilfsmittel. Damit verbunden ist, daß Auswahl, Benennung und Anordnung der Leitlinien nicht als ein für allemal fixiert angesehen werden dürfen. Vielmehr spiegeln sich darin auch solche Aspekte wie mathematikmethodischer Erkenntnisstand und aktuelle Schwerpunktsetzung wider.

**4.1. Die Orientierung des gesamten Mathematikunterrichts auf die Befähigung der Schüler zum Anwenden fest angeeigneten Wissens und Könnens beim Lösen von Aufgaben aus inner- und außermathematischen Bereichen ist eng verbunden mit dem ganz allmählich im Prozeß eigener Tätigkeit erfolgenden Herausbilden der Einsicht, daß die **Mathematik ein Hilfsmittel zum Erkennen und Verändern der Welt** darstellt. Die Schüler sollen immer besser verstehen: Die Mathematik ist wohl durch menschliches Denken entstanden, aber keine „willkürliche“ Schöpfung menschlichen Geistes, sondern letztlich Abbild von Eigenschaften und Zusammenhängen der Realität – und deshalb wieder auf diese anwendbar. Die gesamte Unterrichtsgestaltung muß gewährleisten, daß trotz der im Fach Mathematik dominierenden Arbeit mit Zahlzeichen, Formeln, Konstruktionsvorschriften, Umformungs- oder Lösungskalkülen die Schüler das durch diese Beschreibungen Erfasste als das Wesentliche erkennen. In der Herausbildung dieses elementaren Verständnisses von Mathematik und mathematischem Arbeiten besteht auch das Hauptanliegen einer gewissen mengentheoretischen Durchdringung unseres Fachlehrgangs – ein Anliegen, dessen Umsetzung nicht das Einführen eines umfänglichen Begriffs- und Zeichenapparates verlangt und deshalb in unseren Plänen schon immer nur mit einem bescheidenen Aufwand dieser Art Widerspiegelung fand. Die genannte inhaltliche Grundorientierung ist allerdings von Klasse 1 an bestimmend: Die Schüler eignen sich in Klasse 1 die Kenntnis der natürlichen Zahlen bis 10 auf dem Weg über das Vergleichen von Mengen realer Objekte und anschließendes Abstrahieren dieser Zahlen aus Mengen entsprechender Mächtigkeit an. Sie lernen Zahlen durch Vergleichen entsprechender Mengen vergleichen, sie werden mit dem Addieren und Subtrahieren auf dem Weg über das Vereinigen bzw. Zerlegen von Mengen vertraut gemacht usw. Dabei erleichtern bestimmte, für die Veranschaulichung mengentheoretischer Probleme mitunter verwendete Darstellungsformen (Venn-Diagramme, Zuordnungspfeile) das Verständnis der Schüler für den Weg von den Dingen, Eigenschaften und Zusammenhängen der Realität zu den Begriffen, Regeln und Verfahren der Mathematik. Wenngleich dieses Bezugnehmen auf Mengen konkreter Objekte dann natürlich mehr und mehr zurücktritt, bleibt es doch als Mittel für die Herausbildung und Fundierung des inhaltlichen Verständnisses der Schüler auch für große Zahlen in der gesamten Unterstufe präsent. Das schon hier auf ganz elementarer Stufe einsetzende und sich bis Klasse 10 immer mehr verstärkende Beschreiben realer oder innermathematischer Zusammenhänge mittels Variablen, die „Interpretation“ von Termen bzw. Gleichungen mit Variablen bezüglich der damit erfassbaren oder erfassten Sachverhalte, das „inhaltliche“ Lösen von Gleichungen und Ungleichungen usw. muß ebenfalls im eingangs genannten Sinne genutzt werden. Darüber hinaus sollen die Schüler ab Klasse 6, unterstützt durch die dort erfolgende Einführung von „Menge“ sowie „Element“ und „Teilmenge“, lernen, in den verschiedenen Bereichen, die Gegenstand des Unterrichts sind,**

Mengen zu bilden bzw. zu erkennen sowie Element- und Teilmengenbeziehungen aufzufinden. Sie sollen diese Einsichten beim Beschreiben mathematischer Zusammenhänge, beim Vergleichen, Ordnen und Systematisieren bis hin zur Klasse 10 verwenden und auf diese Weise auch immer besser lernen, in unterschiedlichen konkreten Sachverhalten durch Abstraktion vom mathematischen Unwesentlichen den gemeinsamen „mathematischen Kern“ herauszufinden. Dabei gilt jedoch immer: Die Verwendung der eingeführten Begriffe und Symbole der Mengenlehre darf niemals Selbstzweck sein, sondern muß stets der Qualität des Wissens und Könnens der Schüler bezüglich der behandelten mathematischen Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren dienen.

**4.2. Solides, anwendungsbereitetes Können** (und insbesondere sichere Fertigkeiten) im **mündlichen und schriftlichen Rechnen** ist – wie bereits im Abschnitt 3 betont – ein unverzichtbarer Bestandteil der in unserer Oberschule zu vermittelnden mathematischen Bildung, an dessen ständiger Vervollkommnung und Festigung von Klasse 1 bis Klasse 10 kontinuierlich gearbeitet werden muß. Bis zur Klasse 7 Gegenstand selbständiger Stoffgebiete, ist es dann in den Klassen 8 bis 10 ständig genutztes Hilfsmittel in praktisch allen Stoffgebieten (vgl. Tabelle 6, S. 53 und 54). Dieser breite Raum, den die Herausbildung und Vertiefung des Rechnenkönnens auch in unserem neuen Lehrgang einnimmt, ist unmittelbar Reflex sowohl seiner fundamentalen Rolle für den Erwerb jeglicher mathematischer Bildung als auch seiner Potenzen für die Ausprägung wichtiger Seiten geistigen Arbeitens (wie Genauigkeit, Übersichtlichkeit, Vorstellungskraft, Merkfähigkeit). Die Betonung des Rechnenkönnens hat demgegenüber natürlich überhaupt nichts zu tun mit einer Reduzierung der Vermittlung mathematischer Bildung auf das Absolvieren eines „Rechenunterrichts“ alter Prägung . . . Können im Rechnen besitzt vielmehr in unserem an den Anforderungen der Zukunft orientierten Lehrgang eine Basisfunktion: Im Rechnenkönnen erschöpft sich nicht mathematische Allgemeinbildung, aber über ihm erheben sich wesentliche Teile des Gesamtgebäudes, da es eben sowohl unbedingte Voraussetzung für nahezu jedes weitere Arbeiten im Mathematikunterricht selbst, für erfolgreiches Lernen in anderen – insbesondere den naturwissenschaftlichen und polytechnischen – Unterrichtsfächern als auch eines der wichtigsten Hilfsmittel für die Anwendung der Mathematik beim Lösen von Aufgaben aus vielen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis ist. Umgekehrt wirken sich Mängel im Rechnenkönnen nicht allein bis zu den Abschlußklassen der Oberschule hin, sondern dann auch in der weiterführenden Bildung unheilvoll aus. Sie behindern manchmal entscheidend den Erwerb neuen mathematischen Wissens und überdecken prinzipiell mögliche Leistungen in u. U. wesentlich anspruchsvolleren mathematischen, naturwissenschaftlichen oder technischen Bereichen. Derartige Mängel sind deshalb nicht selten die Quelle von Schwierigkeiten mancher Schüler im Mathematikunterricht, beim Erfüllen von Anforderungen in anderen Fächern bzw. dann in Berufs- oder Studieneinrichtungen, die Rechnenkönnen verlangen, wie auch im Alltag.

Von großer Bedeutung für die Anwendbarkeit und Lebensverbundenheit der mathematischen Bildung der Schüler ist das Wissen und Können im Arbeiten mit Größen, das sie eingeordnet in die Entwicklung ihres Rechnenkönnens insbesondere in den Klassen 1 bis 5 erwerben. Tabelle 7, S. 55 und 56, macht

**Tabelle 6: Entwicklung des Könnens im Mathematikunterricht**

Entwicklung des Könnens im Rechnen <sup>1)</sup>	Kl.	Entwicklung des Könnens im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen <sup>1)</sup>
<p>↑</p> <p>Natürliche Zahlen von 0 bis 100; ihre Ordnung; Einprägen der Grundaufgaben der Addition/Subtraktion</p>	1	<p>↑</p> <p><b>Inhaltliches Lösen im Zusammenhang mit Erwerb und Festigung des Rechnenkönnens mit natürlichen Zahlen bis zu Aufgaben wie</b>  <math>6 + x = 13</math>      <math>8 + a &lt; 12</math>  <math>12 - x = 5</math>      <math>13 - e &gt; 9</math></p>
<p>Addition, Subtraktion, Multiplizieren und Dividieren bis 100; Einprägen der Grundaufgaben der Multiplikation/Division</p>	2	<p><b>. . . bis zu Aufgaben wie</b>  <math>28 + a = 34</math>      <math>22 + x &lt; 27</math>  <math>34 - b = 28</math>      <math>27 - x &gt; 22</math></p>
<p>Natürliche Zahlen bis 10000; ihre Ordnung; Können im mündlichen und schriftlichen Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren bis 10000</p>	3	<p><b>. . . bis zu Aufgaben wie</b>  <math>1500 - x = 800</math>  <math>800 : a = 8</math>  <math>e \cdot 9 = 720</math>  <math>6986 : 7 &lt; b &lt; 4012 : 4</math></p>
<p>Natürliche Zahlen bis 1000000; ihre Ordnung; Können im Ausführen der vier Grundrechenoperationen in diesem Bereich; Näherungswerte; Maßstab</p>	4	<p><b>. . . bis zu Aufgaben wie</b>  <math>48 \cdot x = 40 \cdot 7 + 8 \cdot 7</math>  <math>7(x - 5) = 0</math>  <math>w : 38 = 53</math>  <math>c \cdot 57 = 22971</math>  <math>783 \cdot 119 &lt; y &lt; 783 \cdot 121</math></p>
<p>Können im Erweitern und Kürzen von gemeinen Brüchen; Können im Vergleichen, Addieren, Subtrahieren u. Multiplizieren von Dezimalbrüchen und im Addieren und Subtrahieren einfacher – vor allem gleichnamiger gemeiner Brüche</p>	5	<p><b>Inhaltliches Lösen im Zusammenhang mit Erwerb bzw. Vertiefung und Festigung des Könnens im Rechnen mit natürlichen Zahlen und Dezimalbrüchen bis zu Aufgaben wie</b>  <math>72,4 - a + 9,7 = 80</math>  <math>10 \cdot g - 4,0 = 2,5</math>  <math>8,2 \cdot a = 57,4</math>  <math>40 : d = 25</math>  <math>8 &lt; 1,5 \cdot c &lt; 9</math></p>

Rechnen ohne spezielle Hilfsmittel

Inhaltliches Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

<sup>1)</sup> ↗ Fußnote S. 56

Fortsetzung von Tabelle 6

Entwicklung des Könnens im Rechnen <sup>1)</sup>	Kl.	Entwicklung des Könnens im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen <sup>1)</sup>
Mündliches und schriftliches Rechnen mit gebrochenen Zahlen; Beachten einer sinnvollen Genauigkeit	6	- im Zusammenhang mit Rechnen mit gebrochenen Zahlen v. Gl. des Typs $a \cdot x = b$ $\frac{a}{x} = b$
Mündliches und schriftliches Rechnen mit rationalen Zahlen und mit rationalen Näherungswerten irrationaler (reeller) Zahlen - Quadrat- und Wurzeltafel; - TR <sup>2)</sup> ; + - × ÷ , +/- 0 ... 9 C-CE % √ x <sup>2</sup> π Vorrangautomatik	7	- von Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen - von einfachen Exponential- und Wurzelgleichungen (Beispiele: $3^x = 27$ $\sqrt{4-b} = 16$ - einfacher linearer Gleichungen
- TR: Speicher MR x→M M+ Konstantenautomatik 1/x	8	- von Gleichungen und Ungleichungen der in den Klassen 6 und 7 genannten Typen - linearer Gleichungen mit Klammern und Brüchen
- TR: Berechnen von Potenzen und Wurzeln mit $y^x$ EEX lg F	9	- linearer Ungleichungen - linearer Gleichungssysteme - quadratischer Gleichungen
- Tafeln der Winkelfunktionen - TR: sin cos tan auch in Verbindung mit F Umschalter für Grad- und Bogenmaß	10	- von einfachen goniometrischen Gleichung. - von Gleichungen und Ungleichungen der in den Klassen 6 bis 9 genannten Typen, auch in komplexen Aufgaben 2) ↗ Fußnote S. 56

Rechnen ohne spezielle Hilfsmittel

Verwenden von speziellen Hilfsmitteln

Inhaltliches Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Algorithmisch-kalkülartiges Lösen



**Tabelle 7: Entwicklung des Könnens im Arbeiten mit Größen in den Klassen 1 bis 5**

Kl.		Länge	Zeit	Masse
1	Einführung der Einheit (ihre Anwendung beim Zeichnen und Messen von Strecken) Einführung der Einheit und der Beziehung	1 cm  1 m 1 m = 100 cm	-  -	-  -
2	Einführung der Einheiten  sowie von l als Volumeneinheit Einprägen der Beziehungen  Anwenden dieser Kenntnisse beim Rechnen mit Größen; beim Lösen von Sachaufgaben	1 dm, 1 mm, 1 km  cm – mm; dm – cm Anwenden beim Umrechnen in andere Einheit	1 min, 1 h, 1 Tag, 1 Woche  h – min; Woche – Tag Anwenden bei Zeitpunkt- und Zeitdauerberechnungen	1 kg
3	Festigung der Kenntnisse bez. – der Einheiten  – der Beziehungen  Einführung der Einheiten Einprägen der Beziehungen  Einführung der Kommaschreibweise bei Größenangaben wie	1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km m – cm; cm – mm; dm – cm – km – m; m – mm  2,75 m	1 min, 1 h, 1 Tag, 1 Woche h – min; Woche – Tag  1 s min – s; Jahr – Monat; Tag – Stunde	1 kg    1 g, 1 t, 1 dt kg – g; t – kg; t – dt; dt – kg
	Sicheres Anwenden dieser Kenntnisse beim Umrechnen von Größenangaben, beim Rechnen mit Größen, beim Lösen von Sachaufgaben			
4	Festigung der Kenntnisse bez. – der Einheiten  – der Beziehungen  Einführung der Einheit Einprägen der Beziehung Kommaschreibweise bei Größenangaben wie	1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km  km – m; m – cm; cm – mm  0,05 m 8,420 km 2,6 cm	1 s, 1 min, 1 h, 1 d, 1 Woche, 1 Jahr min – s; h – min; Woche – d; d – Stunde; Jahr – Monat	1 g, 1 kg, 1 dt, 1 t  kg – g; t – kg; t – dt; dt – kg  1 mg g – mg  3,040 kg 17,500 t 3,725 g
	Sicheres Anwenden dieser Kenntnisse beim Umrechnen von Größenangaben, beim Rechnen mit Größen, beim Lösen von Sachaufgaben			

Fortsetzung von Tabelle 7

Kl.		Länge	Zeit	Masse
5	Festigung der Kenntnisse bez. der Einheiten und der zwischen ihnen bestehenden Beziehungen; Vertiefen des Könnens im Umrechnen, Schätzen, Messen	1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km	1 s, 1 min, 1 h, 1 d, 1 Woche, 1 Monat, 1 Jahr	1 mg, 1 g 1 kg, 1 dt 1 t
	Einführen von Einheiten – des Flächeninhalts – des Rauminhalts – der Winkelmessung Einprägen der Beziehungen, insbesondere zwischen Sicheres Anwenden dieser Kenntnisse beim Berechnen des Umfangs und Flächeninhalts von Rechtecken, des Oberflächen- und Rauminhalts von Quadern bzw. beim Messen gegebener Winkel und beim Zeichnen von Winkeln vorgegebener Größe	$1 \text{ mm}^2, 1 \text{ cm}^2, 1 \text{ dm}^2, 1 \text{ m}^2, 1 \text{ ha}, 1 \text{ km}^2$ $1 \text{ mm}^3, 1 \text{ cm}^3, 1 \text{ dm}^3, 1 \text{ m}^3$ 1 ml, 1 hl $1^\circ$ $\text{mm}^2 - \text{cm}^2; \text{cm}^2 - \text{dm}^2; \text{cm}^2 - \text{m}^2; \text{dm}^2 - \text{m}^2;$ $\text{m}^2 - \text{ha}; \text{ha} - \text{km}^2$ $\text{mm}^3 - \text{cm}^3; \text{cm}^3 - \text{dm}^3; \text{dm}^3 - \text{m}^3; 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$		

deutlich, wie in diesen Klassenstufen sowohl die Kenntnisse der Schüler über grundlegende Größen, deren Einheiten und die für diese geltenden Umrechnungszahlen als auch das Können im Anwenden solcher Kenntnisse beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben systematisch herausgebildet werden. Dies findet auch in speziellen Lerneinheiten der Lehrbücher seinen Ausdruck. Ab Klasse 6 realisiert sich das Vertiefen und Erweitern des Könnens im Arbeiten mit Größen in enger Beziehung zum naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht dann vorrangig durch das Bearbeiten von Anwendungsproblemen.

**4.3.** Als weiterer tragender Bestandteil des gesamten Fachlehrgangs ist die kontinuierliche Erweiterung und Festigung grundlegenden geometrischen Wissens und Könnens der Schüler anzusehen. Feste Kenntnisse und gesicherte inhaltliche Vorstellungen über wichtige geometrische Begriffe, dazu Fertigkeiten im Skizzieren und Konstruieren, Können im Darstellen räumlicher Gebilde in der Ebene bzw. „Lesen“ solcher Darstellungen, solides Wissen bezüglich grundlegender geometrischer Sätze (einschließlich planimetrischer und stereometrischer Formeln) und die Befähigung, mit diesem Wissen und Können zu arbeiten: Dies alles ist nicht allein im Hinblick auf seine vielfältige Anwendbarkeit beim Lösen von Aufgaben unterschiedlichsten Anspruchs äußerst wichtig für die Lebensvorbereitung der Schüler. Die Notwendigkeit, der Geometrie im gesamten Mathematikunterricht Rechnung zu tragen, ergibt sich ebenso daraus, daß geometrisches Arbeiten die Befähigung zum Be-

- 1) Diese vereinfachte Übersicht gibt in der Regel nur die in einem bestimmten Lehrgangabschnitt hin zu k o m m e n d e n Anforderungen bzw. Aufgabentypen an.
- 2) Hier ist nur angegeben, welche Eigenschaften des Taschenrechners SR 1 (TR) bzw. welche Tasten die Schüler in der betreffenden Klasse neu kennenlernen bzw. benutzen lernen.

schreiben von Objekten, Lagebeziehungen usw. und generell zur Raumwahrnehmung und -vorstellung im weiten Sinne herauszubilden hilft sowie die Schüler in die Lage versetzt, durch geometrische Veranschaulichungen als heuristisches Mittel u. U. auch Zugänge zu nichtgeometrischen Problemen zu finden. Der neue Lehrplan setzt deshalb konsequent den bereits bislang beschrittenen Weg fort, den systematischen Geometrieunterricht mit Klasse 1 (unter Beachtung der in 3.1. genannten Modifizierungen) zu beginnen. Gestützt auf das von den Schülern in den Klassen 4 und 5 zu erwerbende Wissen und Können bezüglich Verschiebung, Spiegelung und Drehung, erfolgt dann in Klasse 6 die Behandlung der Kongruenz und in Klasse 8 die der Ähnlichkeit auf der Basis des Abbildungsbegriffs. Die Schüler sollen erkennen, daß es sich in jedem Falle um umkehrbar eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich handelt, die bestimmte Eigenschaften besitzen. Insbesondere müssen sie das Können erwerben, die sich durch das Anwenden des Kongruenz- bzw. des Ähnlichkeitsbegriffs auf Dreiecke ergebenden Sätze beim Lösen von inner- und außermathematischen Aufgaben vielfältig zu nutzen. Wissen und Können bezüglich des Kreises und hier geltender Sätze erwerben die Schüler in Klasse 7. Hier werden sie außerdem mit Grundelementen der Darstellenden Geometrie vertraut gemacht. Sie lernen, geometrische Grundgebilde und ebenflächig begrenzte Körper vor allem in schräger Parallelprojektion und senkrechter Zweitafelprojektion darzustellen und aus Zeichnungen die dargestellten Körper zu erkennen. Fragen der Körperberechnung – jeweils verbunden mit der Erweiterung des darstellend-geometrischen Könnens – stehen im Mittelpunkt der Stoffgebiete „Stereometrie“ in Klasse 7 (Prismen, Kreiszyylinder) und Klasse 8 (Pyramide, Kreiskegel, Kugel), nachdem bereits in Klasse 5 Volumen und Oberfläche von Quadern untersucht worden waren. In den Klassen 9 und 10 werden dann diese Betrachtungen zu stereometrischen, planimetrischen und darstellend-geometrischen Fragen aufgegriffen, wie im Abschnitt 3.4. bereits ausführlicher erläutert. Durch diese den Mathematikunterricht aller Klassenstufen durchziehende „Geometrie-Strecke“, die noch ergänzt gedacht werden muß durch Rückgriffe auf geometrische Kenntnisse, Darstellungsweisen, Hilfsmittel u. ä. in anderen Stoffgebieten (z. B. bei der Darstellung von Proportionalitäten in einem Koordinatensystem, bei der graphischen Veranschaulichung der Lösungsmenge einer linearen Ungleichung), wird nunmehr eine kontinuierliche Arbeit am geometrischen Wissen und Können der Schüler geleistet, die der Bedeutung dieses Bestandteils mathematischer Allgemeinbildung angemessen ist.

An der Seite der in 4.2. und 4.3. skizzierten Vermittlungs- und Aneignungslinien, die sich auf die zwei tragenden Bestandteile des gesamten Fachlehrgangs bezogen, stehen weitere, die ebenfalls die kontinuierliche Arbeit an Hauptzielen des Mathematikunterrichts betreffen, aber sehr eng untereinander und mit den schon genannten Linien verbunden bzw. nur in bezug auf diese darstellbar sind.

**4.4. Entwicklung von Können – und hierbei wiederum besonders von Fertigkeiten – im Arbeiten mit Variablen** ist ein Ziel des Mathematikunterrichts, dessen Bedeutung den Rahmen dieser Disziplin weit überschreitet. Es hat das Vertrautwerden mit einer Denk- und Arbeitsweise zum Inhalt, die – eng mit

dem allgemeinen „Symbolverständnis“ verbunden – in Theorie und Praxis vielfältige Anwendung findet. Bereits in der Unterstufe lernen die Schüler, mit Variablen in Termen, Tabellen, Gleichungen und Ungleichungen umzugehen. Ab Klasse 4 werden Variable für die Kinder zu einem Hilfsmittel, um Gesetzmäßigkeiten zu formulieren bzw. Zusammenhänge in Form von Formeln zum Ausdruck zu bringen. Auch in der Geometrie werden Variable nun verstärkt verwendet. Verbunden mit dem algorithmisch-kalkülmäßigen Lösen von Gleichungen und dem Arbeiten mit Funktionen, vertieft sich das Können der Schüler im Nutzen der Variablen weiter – in den Klassen 8 und 9 dann gezielt unterstützt durch spezielle Stoffgebiete, die das kalkülmäßige Umformen von Termen mit Variablen und das Verwenden von Variablen als mathematisches „Sprachelement“ zum Hauptgegenstand haben. Durch die Vielfalt des nunmehr zur Verfügung stehenden Beispiel- und Übungsmaterials begreifen die Schüler, daß die Verwendung von Variablen nur sinnvoll ist, wenn jeweils ein dazugehöriger Grundbereich angegeben ist. Sie erkennen überdies, daß allgemeine mathematische Beziehungen mittels Variablen nicht nur kürzer beschrieben werden können, sondern daß dadurch auch ihre Struktur deutlicher sichtbar wird. Diese Befähigung zum Erkennen und Beschreiben von Termstrukturen ist zugleich von Bedeutung für die Sicherheit im Rechnen sowie den sachgerechten und effektiven Einsatz des Taschenrechners.

**4.5. Die Befähigung der Schüler zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen** ist ein weiteres Anliegen des gesamten Mathematikunterrichts (s. Tabelle 6, S. 53 f.). Bereits in der ersten Hälfte der Klasse 1 lernen die Schüler, Gleichungen und Ungleichungen wie  $3 + a = 5$ ,  $8 - a = 5$  bzw.  $a < 3$  und  $4 > e$  inhaltlich zu lösen – dort natürlich noch als Übung zum Festigen der Grundaufgaben und vorwiegend allein mündlich. Das inhaltliche Lösen von Gleichungen und Ungleichungen begleitet nun den gesamten Arithmetikkurs bis Klasse 5 – zunehmend wird dabei das Aufstellen und Lösen von Gleichungen als Hilfsmittel beim Bearbeiten von Sach- und Anwendungsaufgaben genutzt. In Klasse 6 werden die Schüler dann bekanntlich erstmals mit einigen Grundbegriffen der Gleichungslehre bekannt gemacht und lernen algorithmisch-kalkülmäßige Lösungsverfahren für zwei einfache Gleichungstypen und dann in den Klassen 7 und 8 für beliebige lineare Gleichungen kennen. Dies wird hier und im folgenden immer begleitet durch Übungen zum inhaltlichen Lösen – insbesondere von Ungleichungen, aber hier auch schon von einigen nicht-linearen Gleichungen. Diese „Doppellinie“ durchdringt dann auch den Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10: Einmal sind dort Kalküle für das Lösen linearer Ungleichungen, linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen und quadratischer Gleichungen zu erarbeiten. Zum anderen werden aber wiederum einzelne Beispiele für bestimmte andere Gleichungstypen durch inhaltliche Überlegungen gelöst – wie etwa Gleichungen höheren Grades, goniometrische Gleichungen und einfachste Exponentialgleichungen.

Eng verbunden mit dem Lösen von Gleichungen, dem Arbeiten mit Variablen und dem Nutzen des Taschenrechners, wird in den Klassen 9 und 10 überdies eine neue Qualität in der Befähigung der Schüler zum **algorithmischen Arbeiten** insgesamt angestrebt. Dies ist dadurch gekennzeichnet, daß bisher verwendete algorithmische Vorschriften (auch hier liegt der Ausgangspunkt in

Form der schriftlichen Rechenverfahren wieder bereits in der Unterstufe) sowie neu zu vermittelnde Algorithmen den Schülern bewußtgemacht werden – ergänzt durch ein auf Veranschaulichung beruhendes Verständnis für den Begriff „Algorithmus“. Dazu kommt, daß die Schüler zunehmend selbständig die zum Lösen einer Aufgabe erforderlichen Algorithmen, Regeln und Verfahren aus den ihnen bekannten Möglichkeiten auswählen, diese gegebenenfalls modifizieren, diszipliniert „abarbeiten“ und – falls angebracht – abschließend auch methodenkritisch beurteilen müssen.

**4.6.** In Klasse 8 wird der grundlegende mathematische Begriff „**Funktion**“ eingeführt – vorbereitet durch die vielfältigen Beispiele für eindeutige Zuordnungen bzw. Abbildungen, mit denen die Schüler im Unterricht ab Klasse 1 bekannt wurden. Hierzu zählen das Ausfüllen von Tabellen wie „ $i \mid 20 - i$ “, aber auch schon „ $a \mid b \mid a + b$ “ in Klasse 1, wie „ $a \cdot b \mid a \mid b$ “ in Klasse 2, das Zuordnen von Punkten eines Strahls und Zahlen (ab Klasse 1) bzw. von Punkten und Zahlenpaaren mittels eines Koordinatensystems ab Klasse 4 (ohne daß dort bereits über dieses „Abilden“ reflektiert wird). Dazu gehören Kongruenz, Ähnlichkeit und Proportionalität sowie vielfältige weitere Beziehungen, die den Schülern aus dem Unterricht in anderen Fächern und aus dem täglichen Leben bekannt sind. In Klasse 8 erlernen die Schüler nun eine Definition des Begriffs „Funktion“ und gewinnen durch Rückgriff auf anschauliche Beispiele Verständnis für dessen Bedeutung und seine Anwendbarkeit zur mathematischen Charakterisierung sehr unterschiedlicher Zusammenhänge, Sachverhalte und Prozesse. Die systematische Behandlung linearer Funktionen in Klasse 8, quadratischer und ausgewählter Potenzfunktionen in Klasse 9 und wichtiger trigonometrischer Funktionen sowie einiger Exponentialfunktionen in Klasse 10 vertieft und erweitert dann das Wissen und Können der Schüler bezüglich Funktionen wesentlich. Zugleich wird damit ein tragfähiges Fundament für das Erfassen und Beschreiben von Vorgängen und Gesetzmäßigkeiten in Natur, Technik und Gesellschaft und für das Lösen entsprechender Aufgaben geschaffen.

Der Erwerb inhaltlichen Verständnisses für den Funktionsbegriff und die Befähigung zum Arbeiten mit Funktionen in diesem weiten Sinne tragen so zur Herausbildung des funktionalen Denkens der Schüler bei, das durch solche Merkmale wie Beachten von Veränderlichkeit, Dualität, wechselseitigem Zusammenhang und wechselseitiger Abhängigkeit einen wichtigen Aspekt dialektischen Denkens ausmacht.

**4.7.** Von großer Bedeutung für die Allgemeinbildung und speziell die mathematische Bildung der Schüler ist die Fähigkeit, den Inhalt und Umfang von grundlegenden Begriffen zunehmend genauer zu beschreiben und diese Begriffe schließlich **zu definieren** sowie Aussagen oder Lösungswege sauber zu begründen, Ableitungen oder Schlußfolgerungen lückenlos, logisch zwingend vorzunehmen und schließlich Lehrsätze im mathematischen Sinne **exakt zu beweisen**. In dieser Formulierung ist bewußt zuerst die den engeren Bereich des Mathematischen weit überschreitende „Bedeutung für die Allgemeinbildung“ genannt. Es wird hier nämlich ein Komplex von Fähigkeiten angesprochen, der für exaktes Denken in allen Bereichen, für effektive Kommunikation, für

überzeugende Argumentation, für unmißverständliche Beschreibung und klare Anweisung usw. unentbehrlich ist. Deshalb wird in diesem Bereich der Bezug zum Muttersprachunterricht auch besonders deutlich, dessen weiterentwickelte Konzeption sich ganz prononciert zu dem Anliegen bekennt, die höheren Erwartungen der Gesellschaft hinsichtlich der Entwicklung des sprachlichen Könnens der Schüler zu erfüllen (vgl. [13], S. 122 f.). Wenn so z. B. der Lehrplan Deutsch/Klasse 3 fordert: *„Bei den Übungen im Beschreiben lernen die Schüler, sorgfältig zu beobachten und ihre Beobachtungen genau wiederzugeben. Sie beschreiben Tätigkeiten bzw. Gegenstände so, daß sie von anderen nachvollzogen bzw. wiedererkannt werden.“* (s. [14], S. 57) – wenn in Klasse 4 (nachdem die Schüler in den Klassen 1 bis 3 im Zusammenhang mit verschiedenen Darstellungsaufgaben auch übten, einfache kausale Beziehungen zu verdeutlichen) verlangt wird: *„Genaues Erfassen und richtiges Darstellen einfacher kausaler Beziehungen; zweckmäßige Verwendung sprachlicher Möglichkeiten (z. B. ‚weil‘, ‚darum‘, ‚aus diesem Grunde‘, ‚wenn – dann‘), um diese Beziehungen auszudrücken“* ([15], S. 56 f.), so ist der Bezug zu dem oben zitierten Anliegen des Mathematikunterrichts offensichtlich. Konkret heißt es z. B. im Vorwort zum Lehrplan Mathematik, Klassen 1 bis 3: *„Bereits von Klasse 1 an lernen die Schüler, mathematische Objekte sowie ihr Vorgehen beim Rechnen und beim Ausführen von Tätigkeiten im Geometrieunterricht zu beschreiben“*, sie sollen *„erhaltene Ergebnisse erst in einfacher (konkreter) Form und in Klasse 3 teilweise schon unter Verwendung ihrer Kenntnisse über vorher behandelte allgemeine Zusammenhänge begründen“* sowie *„einfache Vergleiche mathematischer Objekte (z. B. verschiedener Vierecksarten) mit Bezug auf übereinstimmende und voneinander abweichende Merkmale durchzuführen. Damit werden erste einfache Schritte im Definieren und Beweisen getan.“* ([7], S. 6) Hierin wird zugleich die Position deutlich, daß eben solche mündlichen Begründungen, wie z. B. die in Klasse 1 geforderte: *„ $17 - 3 = 14$ , denn  $14 + 3 = 17$ “*, völlig exakte „Beweise“ darstellen und sich voll (und nicht als irgendeine minderwertige „Propädeutik“) in die Leitlinie „Können im Beweisen“ einordnen. Entsprechendes gilt für solche im gesamten Lehrgang auftretende Tätigkeiten wie den Nachweis

- der Wahrheit oder Falschheit von Aussagen über einzelne Objekte durch direktes Überprüfen,
- der Wahrheit von Existenzaussagen durch Angabe eines Beispiels,
- der Falschheit einer Allaussage durch Angabe eines Gegenbeispiels.

Gestützt auf die Vorleistungen der Klassen 1 bis 5, tritt in Klasse 6 die Arbeit an der Befähigung der Schüler zum Definieren und vor allem zum Beweisen in eine neue, höhere Phase ein. Die Schüler lernen hier den Begriff „Beweis“ kennen und werden mit damit verbundenen Gedanken und Darstellungsweisen erstmals explizit bekanntgemacht. Von nun an ist die Vertiefung des Verständnisses der Schüler für die Notwendigkeit, mathematische Aussagen zu beweisen, und die Befähigung zum Verstehen, Nachvollziehen und selbständigen Führen von Beweisen wichtiger Zielaspekt in den Lehrplänen aller Klassenstufen. Dabei bleibt die schon für die Unterstufe zutreffende Orientierung auch für die oberen Klassen voll gültig, daß die Entwicklung des Könnens im Beweisen nicht erst dort einsetzt, nicht erst dort gezielt beachtet werden darf, wo „Beweise“ zu behandeln sind. Vielmehr gilt es, alle das Denken in dieser

Richtung fordernden und daher fördernden Ansatzpunkte zu nutzen, also die Schüler daran zu gewöhnen und dazu zu befähigen, auch einzelne Aussagen, Lösungsschritte, Überlegungen, Entscheidungen usw. selbständig, exakt, zwingend (u. U. durch Bezug auf geeignete Theorieelemente) zu begründen. Durch das eben Ausgeführte ist eine weitere Grundrichtung durchgängiger Arbeit im Mathematikunterricht bereits angesprochen worden: Es geht

**4.8.** um die wertvollen Potenzen und demzufolge auch die hohe Verantwortung, die der Mathematikunterricht für die **sprachliche Bildung und Erziehung** der Schüler, für die Entwicklung ihres sprachlichen Rezeptions- und Ausdrucksvermögens besitzt (vgl. [20]). Die Lehrpläne aller Klassenstufen verlangen unter Beachtung der Altersspezifik und des erreichten generellen Standes der sprachlichen Entwicklung, die Schüler zu befähigen, ihre Muttersprache auch im mathematischen Kontext korrekt zu gebrauchen, dabei die mathematische Terminologie und Symbolik sowie gewisse fachspezifische Redeweisen, die im Lehrplan näher gekennzeichnet sind, zu verstehen und sachgerecht zu verwenden. Dabei will die Reihenfolge der Forderungen auch als gewisser Ausdruck der Wertigkeit verstanden werden: **Erstes Ziel** ist es, bei **jedlichem** Gebrauch der Muttersprache im Mathematikunterricht ein höheres Niveau zu erreichen – und das schließt mündlichen und schriftlichen Ausdruck wie grammatikalische und orthographische Richtigkeit ein! – und **in Verbindung damit** geht es dann um die sprachliche Gestaltung speziell mathematischer Sachverhalte unter Einschluß von Fachtermini und Symbolik.

Durch die Erfüllung solcher Aufgaben im Bereich der sprachlichen Bildung und Erziehung trägt der Mathematikunterricht zur Vorbereitung auf Anforderungen bei, wie sie die gesamtgesellschaftliche und speziell die wissenschaftlich-technische Entwicklung in zunehmendem Maße an jeden Werk tätigen stellen. Gewöhnung an knappe, präzise Ausdrucksweisen unterstützt die Kommunikationsfähigkeit, erhöht die Wirksamkeit von Erläuterungen, Anweisungen usw. – und ist mit Blick auf Inhalt und Form nicht zuletzt eine wichtige Voraussetzung für den sachgerechten Umgang mit informationsverarbeitender Technik. Befähigung zum Verstehen komprimierter, u. U. mit Symbolen „durchsetzter“ Texte, im „Auflösen“ komplexer Aussagen in eine sinnvoll geordnete Folge von Einzelaussagen ist eine Bedingung für effektiven Informationsgewinn aus der Literatur, für das richtige Ausführen schriftlich gegebener Aufträge usw. Zugleich dient die Arbeit am sprachlichen Können der Schüler natürlich auch im engeren Sinne der Vervollkommnung ihrer mathematischen Bildung. Indem man von den Schülern immer wieder eine exakte Ausdrucksweise fordert, werden sie veranlaßt, gründlicher über den jeweiligen Sachverhalt nachzudenken und damit auch zu einem höheren Niveau seiner gedanklichen Beherrschung vorzudringen.

Der Gebrauch bestimmter „normierter“ sprachlicher Wendungen, das Streben nach einer klaren, jede Vagheit ausschließenden Ausdrucksweise darf allerdings nicht zu einer sprachlichen Uniformierung des Mathematikunterrichts führen. Die Schüler sind immer wieder anzuhalten, mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten zu beschreiben, Lehrsätze, Definitionen u. a. umzuformulieren sowie formalisiert gegebene Aussagen oder Definitionen in die natürliche Sprache zu „übersetzen“. Vom Lehrer verlangt dies, u. U. sehr

vielfältige sprachliche Äußerungen der Schüler zu ein und demselben Sachverhalt vor einer Wertung auf den inhaltlichen „Kern“ zurückzuführen. Es ist von ihm also in Abhängigkeit vom jeweiligen Erkenntnisstand der Schüler, von der Aufgaben- oder Fragenformulierung, vom Ziel der betreffenden Unterrichtsphase usw. genau zu prüfen, wo korrigiert oder zurückgewiesen werden muß, welche eventuell noch „verunglückte“ Formulierung doch das Gemeinte im Kern richtig widerspiegelt – oder welche vom Schüler gebrauchte und vielleicht im bisherigen Unterricht, im Lehrbuch usw. nie verwendete Ausdrucksweise völlig äquivalent zu der „allgemein üblichen“ ist. Diese Entscheidung – meist doch sehr schnell zu treffen – verlangt viel Fingerspitzengefühl des Lehrers, da Förderung und Bewahrung sprachlicher Aktivität und fachliche Richtigkeit im Blick behalten werden müssen.

Im Sinne dieses oben skizzierten Anliegens verweist bereits der Lehrplan der Klassen 1 bis 3 im Vorwort auf generelle Anforderungen bezüglich der sprachlichen Bildung und Erziehung und konkretisiert diese dann an vielen Stellen des Teils „Inhalt des Unterrichts“. Explizite ausgewiesen ist der (vom Lehrer) einzuführende bzw. der (von Lehrer und Schülern) zu verwendende Fachwortschatz. Daneben wird aber auch auf im mathematischen Kontext zu nutzende allgemeinere sprachliche Wendungen oder Bezeichnungen hingewiesen. Stoffgebiet 2 der Klasse 1 verlangt z. B. „Verwenden von ‚denn‘ und von ‚weil‘ beim Begründen“ (... der Resultate von Subtraktionsaufgaben mittels der Addition), „Verwenden der Sprechweise ‚wenn – so‘ bzw. ‚wenn – dann‘“ (bei mündlichen Übungen wie „wenn  $a = 4$ , so  $3 + a = 7$ “). In Klasse 2 nutzen die Schüler z. B. „verdoppeln“, das „Doppelte“, „halbieren“, „die Hälfte“. In Klasse 3 werden sie mit den Redeweisen „um ... vergrößern/verkleinern“, „auf ... vergrößern/verkleinern“, „der ... te Teil“, „das ... fache von“ vertraut gemacht u. ä. Dieser Weg wird dann in Klasse 4 mit dem Einführen und Verwenden von „für alle ... gilt“, „Durchschnitt“ bzw. „durchschnittlich“, „wahr“ und „falsch“ (im Zusammenhang mit Gleichheits- und Ungleichheitsaussagen) fortgesetzt. Ab Klasse 5 besteht der substantielle Zuwachs auf diesem Gebiet zwar vorrangig in einer Erweiterung des Fachwortschatzes, daneben stehen aber ebenso immer wieder Vertiefungen, Präzisierungen oder fachspezifische Interpretationen von Worten oder Redeweisen, die auch in der Alltagssprache auftreten – wie z. B. „eindeutig“, „erfüllen“, „Lösung“, „wahre/falsche Aussage“ (Klasse 6), „Steigerung/Senkung auf/um“ (Klasse 7), „für alle (jedes, beliebige) ... gilt (ist gültig, ist wahr)“, „es gibt ... , so daß gilt“, „ähnlich“/„Ähnlichkeit“ (Klasse 8), „und“ (im Sinne von „sowohl – als auch“) (Klasse 9).

**4.9.** Der gesamte Mathematikunterricht hat schließlich auch wichtige Beiträge zur Vermittlung von **grundlegenden Techniken der geistigen Arbeit** an die Schüler und zu ihrer Befähigung zum **Umgang mit Hilfsmitteln** zu leisten. Das beginnt wiederum in der Unterstufe mit dem schriftlichen Fixieren von Ergebnissen, dem Entnehmen von Informationen zunächst aus einem Bild, später auch aus Texten und Tabellen, aus dem Lehrbuch und aus den Arbeitsheften, mit dem Gewöhnen an das Nutzen von Kontrollmöglichkeiten und an das Einhalten bestimmter Arbeitsvorschriften. Die Schüler lernen, Lineal, Zirkel, Parallelschablone, später dann Zeichendreiecke zu verwenden – alles Könnenskomponenten, an deren Ausbildung bis zur Klasse 10 auf ständig höherem



Niveau zu arbeiten ist. Als wichtige Arbeitstechnik kommt in Klasse 4 – vorbereitet durch das Arbeiten mit dem Zahlenstrahl ab Klasse 1 – das Nutzen des Koordinatensystems dazu – die Schüler erweitern ihre Fertigkeiten im Anfertigen von Konstruktionen, Zeichnungen und Skizzen, vor allem unterstützt durch die entsprechenden Forderungen in den geometrischen Stoffgebieten. Eine wesentliche Steigerung der Anforderungen an das Können der Schüler im Arbeiten mit Hilfsmitteln setzt dann – wie schon erwähnt – in Klasse 7 ein, wo die Schüler mit dem elektronischen Taschenrechner im Unterricht zu arbeiten beginnen und ihnen in Form des Tafelwerks ein wichtiges Mittel zur Verfügung gestellt wird, das sie – genauso wie andere Nachschlagewerke und die Lehrbücher – immer besser beherrschen und sinnvoll zu nutzen lernen müssen. Unter dem Aspekt „Arbeitstechniken“ kann ferner das ebenfalls bereits von Klasse 1 an herausgebildete Können der Schüler eingeordnet werden,

- in Termen oder Gleichungen bzw. Ungleichungen für Variable Zahlen einzusetzen (was dann einen wichtigen Aspekt des Arbeitens mit Formeln in den verschiedensten Fächern darstellt),
- mit algorithmischen Vorschriften zunehmend bewußt zu arbeiten,
- Tabellen für Zahlenangaben, Systematisierungen usw. zu nutzen,
- Lösungspläne (speziell Rechenablaufpläne) aufzustellen und schriftlich zu fixieren,
- Meßgeräte (insbesondere für Längen- und Winkelmessung) zu verwenden oder
- maßstäbliche Darstellungen anzufertigen bzw. auszuwerten.

## **5. Hauptmerkmale der Konzeption für die Gestaltung des Mathematikunterrichts (Prozeßkonzeption)**

Damit die mit den neuen Lehrplänen, Lehrbüchern und Unterrichtshilfen angestrebte Verbesserung des Mathematikunterrichts und seiner Ergebnisse Wirklichkeit werden kann, war es erforderlich, in Einheit mit der Vervollkommnung der Ziel-Inhalts-Konzeption eine adäquate Weiterentwicklung der grundsätzlichen Positionen zu den Hauptmerkmalen der Unterrichtsgestaltung in diesem Fach zu erreichen (vgl. auch [2], Abschnitt 3.1.). Dies wurde bereits in den Ausführungen der vorangegangenen Abschnitte in verschiedenster Weise deutlich. Die Rolle einer solchen weiterentwickelten Prozeßstrategie für die Realisierung des Gesamtanliegens kann auch kaum überschätzt werden, realisiert sich doch erst im Unterricht, in der vom Lehrer zielgerichtet geführten Tätigkeit der Schüler all das, was wir in generellen Orientierungen, in den genannten Materialien usw. niedergeschrieben haben. Dies gilt um so mehr, als – wie bereits hervorgehoben – in vielen Teilabschnitten des Mathematiklehrgangs der wesentliche Schritt nach vorn, die wesentlichen Verbesserungen gegenüber dem Bisherigen eben nicht in auffälligen Veränderungen von Ziel und Inhalt bestehen, sondern vor allem in einer solchen Qualifizierung der Prozeßgestaltung gesehen werden muß, daß ein höherer Effekt der Beschäftigung mit elementar-mathematischen Gegenständen für die Entwicklung der Schülerpersönlichkeit erreicht wird. Damit diese Prozeßstrategie

von jedem Mathematiklehrer als die seine akzeptiert und unter Einsatz aller Kräfte umgesetzt wird, mußte sie in kontinuierlicher Fortsetzung und Vervollkommnung der in den bisherigen Dokumenten verfolgten Linien, unter Berücksichtigung neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse, vor allem aber ausgehend von den Erfahrungen unserer erfolgreichsten, die fortgeschrittene Praxis repräsentierenden Lehrer ausgearbeitet werden. Insonderheit diese weiterentwickelte Konzeption für die methodische Gestaltung des Mathematikunterrichts ist also als Resultat einer großen Gemeinschaftsarbeit zu verstehen, in die vieles nach sorgsamer Prüfung Eingang fand, was Hospitationen, Erfahrungsberichte, Pädagogische Lesungen, Veröffentlichungen in den Fachzeitschriften u. a. an Bewährtem, Verallgemeinerungswertem und -würdigem erbrachten. Diese Prozeßkonzeption ist insofern neu, als sie auch hinsichtlich der Unterrichtsgestaltung deutlicher als bisher das Wesentliche, die Schwerpunkte betont und dabei mit größerer Konsequenz von der spezifischen Funktion und den Hauptzielen des Mathematikunterrichts ausgeht. Sie stellt insofern aber zugleich nur eine „relative Wahrheit“ dar, als sie im Prozeß ihrer praktischen Realisierung und der theoretischen Aufarbeitung der in der praktischen Tätigkeit gewonnenen Erkenntnisse und Erfahrungen auch ständig weiter ausgestaltet, bereichert, präzisiert und durch erprobte Lösungen in breiter Front, d. h. für jeden Lehrer, umsetzbar werden muß ... Das Betonen dieser Relativität ist freilich allein dann produktiv, wenn jeder Lehrer zunächst erst einmal das vorliegende Konzept für sich erschließt und dann von diesem Niveau ausgehend – aber nicht unter diesem bleibend – mit nach neuen, besseren bzw. den konkreten Bedingungen seiner Klasse optimal entsprechenden Lösungen sucht. Genaue Lehrplankenntnis schließt also volles Verständnis und geistige Verarbeitung der Prozeßkonzeption ein. Die „Hinweise zur methodischen und organisatorischen Gestaltung“ im neuen Lehrplan, die methodischen Empfehlungen in den Stoffgebietsvorworten, natürlich die Aussagen in den Unterrichtshilfen geben dafür eine wesentliche Hilfe. Dabei verbieten es aber sowohl der Rahmen des Lehrplans als auch die ja auf eine bestimmte Klassenstufe ausgerichtete Zwecksetzung der Unterrichtshilfen, diese Prozeßkonzeption in stärker abgehobener, generalisierender Weise darzustellen. Deshalb sei nachfolgend in knapper Form auf solche wichtigen Aspekte hingewiesen, die die Gestaltung des Mathematikunterrichts als Ganzes, also relativ unabhängig vom jeweiligen Inhalt, betreffen – verstanden als Unterstreichungen, als Hervorhebung wesentlicher Merkmale, die freilich auch in ihrer Summe kein vollständiges Bild vom Unterricht zu geben vermögen. So wird all das kaum erwähnt, was die pädagogisch-didaktische „Grundqualität“ des Unterrichts ausmacht, was also den ganzen Komplex von Disziplin, Ordnung, Sauberkeit, von Lehrer-Schüler-Verhältnis, sozialen Beziehungen in der Klasse u. v. a. m. umfaßt und dessen positive Ausprägung im Grunde erst methodisches Denken im engeren Sinne aussichtsreich werden läßt.

**5.1.** Die methodische Gestaltung des Mathematikunterrichts in jeder Klassenstufe muß **an dem Hauptziel orientiert sein**, den Erwerb soliden Wissens über die vom Lehrplan vorgesehenen grundlegenden mathematischen Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren sowie sicheren Könnens (eingeschlossen feste

Fertigkeiten und Gewohnheiten) im zunehmend selbständigen Arbeiten mit diesem Wissen beim Lösen von Aufgaben durch alle Schüler zu gewährleisten. So selbstverständlich diese Forderung auch sein mag – sie muß als erste genannt werden; denn ausgehend von diesem Hauptziel sind dann stets sowohl die methodische Grundlinie für die Behandlung ganzer Stoffgebiete zu bestimmen als auch die Entscheidung hinsichtlich der für jede Stunde erforderlichen Detaillösungen zu treffen (vgl. [2], Abschnitt 3.2.). Auf diese Orientierung am Hauptziel wurde natürlich bereits in den vorangegangenen Abschnitten mehrfach hingewiesen. Um es hier nur noch einmal anzudeuten: Welches Gewicht man beispielsweise einer bestimmten Übungsform bei der Planung einer Stoffeinheit oder der Vorbereitung einer bestimmten Stunde beimißt, hängt primär (wenn auch nicht allein) davon ab, welche Potenzen diese Übungsform für die feste Aneignung etwa einer bestimmten Gruppe von Grundaufgaben gerade in dieser bestimmten Unterstufenklasse, unter Beachtung des hier erreichten Wissens- und Könnensstandes besitzt. Und ob man hinsichtlich der Übungsformen bei der selbständigen Schülerarbeit überdies noch differenzieren muß, wird von dem im wesentlichen einheitlichen oder u. U. noch breit streuenden Leistungsniveau bestimmt sein müssen. Oder: Welchen „Stellenwert“ man bei der methodischen Grobplanung eines ganzen geometrischen Stoffgebietes der Unterstufe dem Ausführen geistig-praktischer Tätigkeiten wie Modellieren, Ausschneiden, Färben, Legen u. ä. zuerkennt, ist in erster Linie davon abhängig, welche aktivierenden, den Erkenntnisprozeß beflügelnden Wirkungen man davon gerade in dieser Klasse, bei dieser oder jener Schülergruppe (und bei einer anderen vielleicht gerade nicht) bezüglich der Aneignung des für die geometrische Bildung Wesentlichen erwarten darf. Und analog: Ob man z. B. beim Lösen einer bestimmten Aufgabe im Unterricht der Klassen 8 und 9 dem Schüler die Entscheidung überläßt, mit oder ohne Taschenrechner zu arbeiten – oder ob man ihm dies vorschreibt, muß bestimmt sein vom Niveau des Könnens im hilfsmittelfreien oder -unterstützten Rechnen, bezogen auf die angestrebten Ziele.

**5.2. Der Hauptweg** zu dem genannten Ziel besteht darin, daß die Schüler in möglichst allen Phasen des Unterrichts zu aktiver geistiger Tätigkeit veranlaßt werden. Um diesen Weg wirklich für jeden Schüler gangbar zu machen, keinen zurückzulassen, bedarf es einer entwicklungsgerechten Gestaltung des Unterrichts, die sich auf die Kenntnis etappenspezifischer Merkmale der Persönlichkeitsentwicklung stützt (vgl. auch [3], [17], [18], [19]) – es erfordert einen Unterricht, in dem jede methodische Maßnahme auf einen hinreichend detaillierten Einblick in individuelle Besonderheiten der Schüler, ihre Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungseigenheiten gegründet ist (vgl. hierzu [16], S. 91 ff.). Erst dies erlaubt es, auch unter den „vergrößernden“ Bedingungen des Klassenunterrichts (die bei allen Differenzierungsmöglichkeiten natürlich manche Grenzen ziehen) die Akzente richtig zu setzen und für die jeweilige Unterrichtsphase ein optimales Niveau geistiger Aktivität der Schüler anzustreben. Nur so wird es möglich, Höhe- und Ruhepunkte, äußerste Konzentration und der Erholung dienendes „Abschweifen“, ernste Arbeit und auflockerndes Spiel von vornherein einzuplanen.

Jeder Lehrer weiß doch in diesem Sinne aus vielfältigen Erfahrungen und jeden Tag dies bestätigenden Beobachtungen: Dem einen Schüler nützt eine geeignete Abbildung besonders gut, um sich etwas zu merken, dem anderen mehr das vielfache Sprechen; der eine muß in seinem „Tatendrang“ eher gestoppt und zum nochmaligen Nachdenken veranlaßt werden als der andere, bedächtige, vielleicht etwas an sich zifelnde, den man aus der „Reserve“ zu locken, auch zu äußerer Aktivität zu veranlassen hat. Darüber hinaus ist zu bedenken: Ständige geistige Aktivität, ständiges individuelles „Schöpferum“, ja natürlich überhaupt ständige geistige Tätigkeit schon über eine ganze Stunde, wohl gar über mehrere Unterrichtsstunden hinweg erreichen zu wollen, ist unsinnig, ist psychologisch und pädagogisch falsch. Vielmehr brauchen wir gerade in dem geistig anspruchsvollen Mathematikunterricht die wechselnde Anforderung, wir brauchen auch die Freude, den Spaß, das Lachen . . . Dies nicht trotz des hohen Anspruchs an die in diesem Fach zu vollbringenden Leistungen, sondern wegen dieser, um das angestrebte Ergebnis zu erreichen, um jeden Schüler zum Erfolg zu führen. Mit anderen Worten: Heitere Passagen – Passagen, die eine positive, optimistische Einstellung zum Lernen im Mathematikunterricht hervorbringen, die wertvolle Motivationen entwickeln helfen: Das ist nicht irgendetwas „Aufgesetztes“, ist keine Verbrämung des „eigentlich“ Wichtigen. Es ist vielmehr ein von vornherein eingeplanter, bei der Gestaltung jeder Stunde – hier natürlich oft aus der Situation heraus – zu berücksichtigender Bestandteil der Prozeßkonzeption.

Die Erfahrungen unserer erfolgreichsten Lehrer zeigen in diesem Sinne immer wieder, daß mehr oder weniger große „Beliebtheit“ eines Unterrichtsfaches nicht etwa unmittelbar Folge der dort gestellten Anforderungen ist, sondern in hohem Maße eben von der gesamten „Atmosphäre“ im Unterricht abhängt. Alle Schüler zu geistiger Aktivität als wichtigste Voraussetzung für einen erfolgreichen Aneignungsprozeß zu veranlassen, verlangt eben das Verständnis und die Berücksichtigung der Tatsache, daß Wissenschaftlichkeit nicht nur „Strenge“, „Genauigkeit“, „Konzentration“ und „Zielstrebigkeit“, sondern auch „Freude“, „Spannung“, „Begeisterung“ und „Vergnügen“ bedeutet und bedeuten muß.

In einem Unterricht, der

- an die Interessen und Neigungen der Schüler anknüpft,
- Verbindungen zu ihrem Erfahrungsbereich, zu aktuellen Ereignissen oder lokalen Gegebenheiten herstellt,
- ihre im täglichen Leben, im Gespräch mit Eltern und Freunden, beim Lesen von Büchern, durch Rundfunk- und Fernsehsendungen usw. entstandenen Fragen beantworten hilft,

in solch einem Unterricht wird sich der Schüler auch mit weit größerer Aufgeschlossenheit den Problemen und Schwierigkeiten des Lernens, den Anstrengungen geistiger Aktivität stellen, als wenn er darin allein die Erfüllung einer Pflicht sieht. Natürlich soll dies nicht etwa als Aufforderung zu einer Unterrichtsgestaltung verstanden werden, die den Schülern im Unterricht jegliche Schwierigkeiten erspart oder sich mit der Einstellung abfindet, mit der sie „von sich aus“ an das Lernen im Fach Mathematik herangehen. Vielmehr gehört es zu den wichtigsten erzieherischen Aufgaben des Mathematikunterrichts, zur Entwicklung der Einstellung beizutragen, daß Wissens- und

Könnenserwerb nur bei Aufwenden von Mühe und Fleiß möglich ist, daß man auch weniger Interessantes mit Sorgfalt erledigen, daß man eben hartnäckig arbeiten lernen muß, um den Anforderungen von heute und morgen genügen zu können. Nur läßt sich eben auch dieses Ziel nur erreichen, wenn man ausgewogen, bei überlegter Wahl der Akzente und der „Dosierung“ daran arbeitet.

**5.3. Das Hauptmittel** zur Gewährleistung entwicklungsfördernder geistiger Aktivität im Mathematikunterricht ist ein geeignet gestaltetes, d. h. genau auf das Erreichen des jeweiligen Zieles orientiertes **Arbeiten mit Aufgaben**. Dabei ist dieses Arbeiten mit Aufgaben als ein komplexer Prozeß zu verstehen, der sowohl die Tätigkeit des Lehrers bei der Auswahl bzw. Zusammenstellung oder „Konstruktion“ der Aufgaben, bei der Planung ihres Einsatzes im Unterricht und der Organisation des Lösungsprozesses durch die Schüler umfaßt, als auch die Tätigkeit der Schüler selbst beim Lösen der Aufgaben und die gemeinsame Auswertung der erzielten Resultate. In der Vielfalt ihrer Formen sind mathematische Aufgaben eben gerade Ausdruck jener Forderungen, die an die Schüler im Mathematikunterricht gestellt werden müssen, damit diese das angestrebte Wissen und Können erwerben, damit sich letztlich ihre Persönlichkeit in der beabsichtigten Richtung entwickelt.

Zweierlei muß also nachdrücklich betont werden: Einmal ist die Kennzeichnung von „Arbeiten mit Aufgaben“ als Hauptmittel zur Realisierung des Auftrags des Mathematikunterrichts allein dann gerechtfertigt, wenn man es im genannten weiten Sinne versteht. Vor allem ist also die Gestaltung des Lösungsprozesses einzubeziehen, denn die Aufgabe „an sich“ bewegt in der Regel zunächst erst einmal gar nichts: Erst wenn man gewährleistet, daß der Schüler sie „annimmt“, wenn man sichert, daß die durch die Aufgabe repräsentierten Forderungen um jenes „Quentchen“ oberhalb des aktuellen Entwicklungsstandes des jeweiligen Schülers liegen, das einen Zugang ermöglicht, aber eben zugleich wohltdosierte „Schwierigkeiten“ bereitet – erst dann werden wir erreichen, daß der Schüler im Prozeß der Überwindung dieser Schwierigkeiten jenen Schritt nach vorn vollführt, der auf dem Weg zum Gesamtziel erforderlich ist. Und zum anderen verlangt die erwähnte „Vielfalt der Formen“, den Begriff der Aufgabe zumindest in diesem Zusammenhang hinreichend weit zu sehen: Er reicht z. B. von der Aufforderung zu einfacher Reproduktion (etwa einer Grundaufgabe oder einer Formel) über das – bereits mehr oder weniger „automatisierte“ Lösen „formaler“ Aufgaben (wie „ $14 + 3$ “ in Klasse 1 unter Nutzung von Grundaufgabenkenntnissen oder das Lösen einer linearen Gleichung in Klasse 8) bis hin zum Bearbeiten von Sach- und Anwendungsaufgaben oder zum Begründen von Lösungswegen, Zusammenhängen u. ä.

**5.4.** Bereits im Zusammenhang mit der Kennzeichnung der Funktion des Mathematikunterrichts wurde angedeutet: Der im Mathematikunterricht von den Schülern zu durchlaufende Erkenntnisprozeß (und um so mehr ihr Aneignungsprozeß) findet erst bei erfolgreicher Arbeit mit dem erworbenen Wissen sowie den entsprechenden Fertigungs- und Fähigkeitselementen einen vorläufigen, relativen Abschluß. Das bedeutet für die Planung und Gestaltung des Unterrichts: **Anwenden** von gerade erst erarbeitetem Wissen und Kö-

nen in inner- und außermathematischen Bereichen ist nicht als ein auf das vollständige Erkennen folgender Abschnitt anzusehen und in das methodische Konzept einzufügen. Anwenden gestattet vielmehr überhaupt erst vollständiges Erkennen und darauf fußendes sicheres Aneignen, es ist ein entscheidendes Glied in diesem Prozeß. Natürlich wird die Bedeutsamkeit der Befähigung, mit dem geistigen Instrument „Mathematik“ auf elementarer Stufe zu arbeiten, mit steigender Klassenstufe immer deutlicher. Aber das ändert nichts an der Berechtigung dieser Grundaussage auch schon für den Unterstufenmathematikunterricht. Analysiert man die Unterrichtsführung der erfolgreichsten Kollegen, so stellt man in diesem Sinne auch fest: Neben gewiß vielen anderen Momenten ist gerade die Art und Weise, wie diese Lehrer ihre Schüler veranlassen, mit dem Erworbenen zunehmend selbständig, in unterschiedlicher Einbettung und bei sorgsam bedachter Niveausteigerung zu arbeiten, ein wichtiges Kennzeichen ihrer Vorgehensweise. Im Unterstufenunterricht ist das vielleicht markanteste Beispiel der ständige Rückgriff auf die Grundaufgaben. Bei der Erarbeitung der Verfahren für das schriftliche Rechnen mit Dezimalbrüchen in Klasse 5 wird auf das entsprechende Vorgehen bei natürlichen Zahlen zurückgegriffen. Bei der Behandlung der Satzgruppe des Pythagoras macht man vom Wissen und Können bezüglich rechtwinkliger Dreiecke, von den für ähnliche Dreiecke geltenden Aussagen sowie natürlich vom Können im Arbeiten mit Variablen in Gleichungen Gebrauch usw. – Je weiter der Schüler im Mathematiklehrgang voranschreitet, desto prinzipiell leistungsfähiger wird sein „mathematisches Instrumentarium“ und seine Möglichkeit, sich zunehmend selbständig in Neues „hineinzuarbeiten“, vorausgesetzt freilich, daß er durch die gesamte Unterrichtsführung von Klasse 1 an dazu befähigt und veranlaßt wurde.

**5.5.** Die Orientierung auf die Befähigung der Schüler zum Anwenden ist im Sinne von 5.4. bei der Gestaltung aller Phasen des Unterrichts konsequent zu beachten. Bereits die **Einführung in ein neues Teilgebiet, die Erarbeitung neuen Stoffs** muß deshalb einmal so erfolgen, daß sie an vorhandene Erfahrungen und Kenntnisse anknüpft, sie zielgerichtet nutzt und die Schüler dadurch aktiv einbezieht. Zum anderen ist aber auch zu gewährleisten, daß die Schüler mit dem Grundlegenden schon hier in einer solchen Qualität vertraut gemacht werden, die es ihnen erlaubt, in den anschließenden Phasen das eben Gelernte zu gebrauchen, es verständnisvoll und nicht formal zu festigen sowie überdies möglichst schon hier zu spüren, wozu das Neue „gut“ ist. Also: Die Konsequenz aus der Anwendungsorientierung darf nicht etwa flüchtiges „Bekanntmachen“ mit dem „Hintergrund“ z. B. eines schriftlichen Rechenverfahrens oder oberflächliches Hinweisen auf die dem Lösen einer Gleichung zugrunde liegenden Überlegungen sein – um damit Zeit für mehr oder weniger formales „Training“, für das Lösen einer Vielzahl von Aufgaben allein nach vorgegebenem Muster oder das „Einüben“ gleichsam algorithmischer Vorschriften für jeden Gleichungstyp zu gewinnen. Vielmehr geht es darum, jene inneren Zusammenhänge, jene u. U. bescheidensten Theorieelemente so zu unterrichten, daß die Schüler deren „instrumentale Wirksamkeit“ mehr und mehr erkennen, daß sie lernen, bewußt damit zu arbeiten, daß dieses Wissen in ihren Köpfen zu einem flexibel nutzbaren Werkzeug wird.

**5.6.** Die angestrebte geistige Aktivität der Schüler in allen Phasen des Mathematikunterrichts und ihre zunehmende Befähigung zum Anwenden ist nur dann zu erzielen, wenn ihnen früher Behandeltes in Form entsprechender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten (verbunden mit entsprechenden Arbeitsgewohnheiten, Willens- und Einstellungsqualitäten) auch wirklich zur Verfügung steht. Ohne Sicherung dieser Voraussetzungen ist auf Grund der engen Verflechtung der meisten wesentlichen Bestandteile des Mathematiklehrgangs jedes Bemühen um Bildungszuwachs unter aktiver Mitwirkung der Lernenden von vornherein aussichtslos. Deshalb muß die zielgerichtete, auf einer soliden Analyse des Erreichten und auf genauer Kenntnis des zu Erreichenden beruhende **Festigung** als der **Grundprozeß des gesamten Mathematikunterrichts** verstanden werden – als ein Prozeß, der wohl bestimmte Konzentrationspunkte ausweist, aber als Gestaltungsprinzip unbedingt in **allen** Phasen des Unterrichts zu beachten ist. Das letztlich entscheidende Kriterium für den pädagogischen Effekt des Festigens besteht darin, wie weit durch diese methodische Maßnahme wirklich **alle** Schüler erreicht und vorgebracht, in welchem Maße die individuellen Voraussetzungen genutzt und weiterentwickelt werden.

**5.7.** Im Gesamtprozeß des Festigens nimmt das **Üben** – verbunden mit langfristig geplante Wiederholen, mit Vertiefen und Systematisieren – einen zentralen Platz ein. Dies gilt insofern, als in den Mathematiklehrplänen „Üben“ in einem weiten Sinne verstanden wird. Wohl hat es an erster Stelle die Formung von Fertigkeiten als Voraussetzung für gewissermaßen „automatische“ Handlungsabläufe zum Ziele. Genauso ist es aber auf das Einprägen von Kenntnissen (mit Blick auf das gedächtnismäßige Beherrschen) und auf das Gewöhnen an bestimmte Arbeits- und Verhaltensweisen (im Sinne des selbstverständlichen, nicht mehr besonders zu betonenden Beachtens) gerichtet. Schließlich umschließt „Üben“ sogar die Herausbildung gewisser relativ stoffunabhängiger „Strategien“ oder Grundsätze beim Lösen von Aufgaben, über die zwar nicht gesondert theoretisch reflektiert wird, die die Schüler aber durch vielfaches und vielfältiges Ausführen beachten, verstehen und anwenden lernen. Als Beispiele seien etwa das Heraussuchen von wesentlichen und nebensächlichen Angaben in einem Text, das Notieren des Gegebenen und des Gesuchten, das Ermitteln zweckmäßiger Veranschaulichungsmöglichkeiten – aber auch solche Aspekte wie das bewußte Zurückführen einer Aufgabe auf eine bereits gelöste oder das „Entdecken“ eventueller Analogien genannt. In diesem weiten Sinne aufgefaßt, schafft das Üben im Mathematikunterricht entscheidende Voraussetzungen für die Entwicklung des letztlich angestrebten Könnens im Anwenden – ebenso wie umgekehrt natürlich auch gerade das Arbeiten mit dem Kennengelernten diese Solidität herauszubilden gestattet.

**5.8.** Üben realisiert sich in Abhängigkeit von seiner jeweiligen Einordnung in den gesamten Unterrichtsprozeß und den damit zu realisierenden speziellen Zielen in unterschiedlichen methodischen Formen. Eine Grundforderung an die **Übungsgestaltung** wird davon aber nicht berührt: So unerläßlich es ist, einen hinreichenden Zeitfonds für das Üben von vornherein einzuplanen – nicht die Quantität entscheidet in erster Linie über den hier erreichten Effekt.

Vor allem kommt es darauf an, die Übungsschwerpunkte und die Art der Gestaltung dieser Prozeßabschnitte so zu bestimmen, daß wirklich **j e d e r** Schüler erreicht und ggf. in einer spezifischen Weise gefördert wird. Dies setzt voraus, daß der Lehrer sich wieder und wieder einen hinreichenden, die (zweifellos nicht unbegrenzten) Möglichkeiten des Klassenunterrichts optimal nutzen- den Einblick in den Leistungsstand seiner Schüler und dessen individuelle Ausprägung verschafft – daß möglichst genau das von dem einzelnen Schüler oder der Schülergruppe geübt wird, was noch nicht fest genug „sitzt“, was noch nicht flexibel genug gehandhabt werden kann. Eine Übungsgestaltung, die diese Bedingung ignoriert und sich generell undifferenziert an alle Schüler wendet, verfehlt ihr Ziel. Sie birgt die Gefahr, daß die an sich schon leistungs- starken Schüler hier schnell zum Erfolg kommen, sich bestätigt und im Selbst- vertrauen gestärkt sehen – aber langsam auch die Pflicht zu „alltäglicher An- strengung“ mangels sie voll fordernder Aufträge aus dem Auge verlieren. Auf der anderen Seite erhält der etwas langsamere arbeitende Schüler oder der, welcher auf einem bestimmten Gebiet Schwächen aufzuweisen hat, dann u. U. auch in diesen Phasen keine Gelegenheit, seinen Rückstand aufzuholen oder zumindest zu verringern. Vielmehr bekommt er abermals seine Wissens- und Könnenslücken bestätigt, zweifelt vielleicht mehr und mehr an der Leistbar- keit, verliert das Selbstvertrauen und dann schnell auch das Interesse am Ma- thematikunterricht.

Die Lehrpläne nennen als die grundlegenden Übungsformen „tägliche Übungen“, „erste Übungen“, „vielfältige Übungen“ und schließlich die bereits ge- nannten „komplexen Übungen“.

Unter strikter Beachtung der eben genannten Grundbedingungen stellen da- bei „t ä g l i c h e Ü b u n g e n“ ein wirksames Mittel dar,

- um Wissen und Können bezüglich des gerade neu Erlernten zu sichern,
- um notwendige Voraussetzungen für den folgenden Unterricht zu schaffen oder auch
- um die ständige Verfügbarkeit grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus solchen Teilgebieten zu gewährleisten, die z. Z. gerade nicht Gegenstand des Unterrichts sind.

Bezüglich der mit der Neueinführung von Stoff verbundenen „ersten Übungen“ hat es sich bewährt, diese so anzulegen, daß die Schüler sich voll auf das inhaltlich Neue konzentrieren können und nicht durch Schwierig- keiten, die z. B. aus „unbequemen“ Zahlenangaben, unnötig komplizierten Texten oder aus „ungewöhnlichen“ Lagen zu berechnender oder darzustellen- der Körper resultieren können, vom in dieser Phase Wesentlichen abgelenkt werden. Allmählich treten dann „vielfältige Übungen“ hinzu, in de- nen die Schüler Aufgaben zu lösen haben, die zwar z. B. mathematisch unter- schiedlich formuliert, mit anderen Problemen verknüpft, mehr oder weniger „eingekleidet“ sind, aber immer auf einen ganz bestimmten, einheitlichen Schwerpunkt der Wissens- und Könnensentwicklung zielen. Sehr große Be- deutung hat dabei das auf genauer Analyse des erreichten Standes beruhende Bestimmen des richtigen Verhältnisses zwischen dem Bearbeiten von Serien gleichartiger Aufgaben und dem Lösen eben solcher vielfältiger Aufgaben. Einerseits darf der Wert eines gewissen „Trainings“ im Lösen wichtiger Auf- gabetypen (wie etwa die Grundaufgaben in der Unterstufe oder das



Umformen und Lösen von linearen Gleichungen der Form  $ax + b = 0$  in Klasse 7) für die Könnens- und speziell die Fertigkeitentwicklung keinesfalls unterschätzt werden. Andererseits wird Sicherheit aber nur dann erzielt, wenn der Lehrer im rechten Moment (und diesen kann nur er selbst bestimmen . . .) beginnt, die Einheitlichkeit einer Aufgabenserie durch andere Anforderungen zu durchbrechen, in eine Folge von Subtraktionsaufgaben eben solche zur Addition einfügt oder auch nur andere Buchstaben für die Variablen in einer Gleichung verwendet, das zu berechnende dreiseitige Prisma auf eine Seitenfläche „legt“ usw. Erst dieses rechtzeitige Einbeziehen „anderer“ oder auch lediglich anders formulierter Aufgaben sichert die erfolgreiche Konzentration und geistige Aktivität der Schüler, befähigt sie, nicht allein das vom Lehrer oder einem Mitschüler demonstrierte bzw. gemeinsam erarbeitete Lösungsverfahren auf andere Beispiele zu übertragen, sondern auch selbständig einen Lösungsweg zu finden und dabei ihr Wissen und Können anzuwenden.

Die umfassendsten Anforderungen stellen in dieser Hinsicht dann die „komplexen Übungen“, für die die Lehrpläne ab Klasse 5 bekanntlich spezielle Abschnitte vorsehen, die auch in dieser konzentrierten Form in den gesamten Unterricht einzufügen sind und nicht wieder in eine Vielzahl von Einzelstunden aufgelöst werden dürfen, weil dies dem Anliegen dieser Abschnitte zuwiderlaufen würde.

Die Abschnitte *Komplexe Übungen* ersetzen nicht etwa das in allen anderen Unterrichtsteilen unverzichtbare Üben, sollen keinesfalls das Üben auf einen abschließenden Abschnitt konzentrieren. Nur: In diesen Abschnitten ist das Üben nicht mehr ein die Auseinandersetzung mit neuem Stoff begleitender Vorgang, sondern in dem Sinne alleiniger Hauptinhalt, als hier in erster Linie eine erhöhte Qualität in der Aneignung des bereits vorher kennengelernten Stoffes, eine erhöhte Qualität insbesondere bezüglich des Könnens im Anwenden durch überlegte Auswahl und Synthese früher erworbener Wissens- und Könnenselemente anzustreben ist. Darüber hinaus schaffen diese Abschnitte wesentlich günstigere Bedingungen dafür, betont an solchen Zielen zu arbeiten, die allein durch das **kontinuierliche** Einfügen entsprechender Anforderungen in die von den Schülern zu lösenden Aufgaben realisiert werden können. Das betrifft z. B.

- die Befähigung zum gründlichen Analysieren eines Textes und zum Bestimmen des darin dargestellten Problems (einschließlich der Unterscheidung zwischen wesentlichen und unwesentlichen Angaben);
- das Können im Ermitteln des „mathematischen Kerns“ eines Problems und eines geeigneten mathematischen Modells (ggf. unter Nutzung von Skizzen, Tabellen);
- das Können im Begründen von Lösungswegen durch Bezug auf entsprechende Definitionen, Sätze, Regeln;
- die Gewöhnung an das überlegte Verwenden der jeweiligen Lösungsverfahren bzw. Hilfsmittel;
- die Befähigung zum Arbeiten mit sinnvoller, dem Sachverhalt sowie den Ausgangswerten angemessener Genauigkeit;
- die Befähigung zum Wiedererkennen geometrischer Objekte und Formen in der Realität, zum Vorstellen solcher Objekte auf Grund von Beschrei-

- bungen, zum Darstellen (vor allem Skizzieren) räumlicher Gebilde in der Ebene;
- die Befähigung zum sachgerechten Nutzen der Muttersprache in Verbindung mit Elementen der Fachsprache beim Beschreiben mathematischer Sachverhalte, beim Begründen von Lösungswegen, beim Interpretieren und ggf. Werten der Resultate.

Diese *Komplexen Übungen* bilden also einmal insofern einen – durch die Zeitdauer spürbaren, wenngleich nur relativen – Ruhe- oder Konsolidierungspunkt, als die Schüler hier keine neuen mathematischen Inhalte kennenlernen. Sie stellen zugleich aber insofern besonders hohe Anforderungen an die Schüler, als hier von ihnen ein zunehmend freies, flexibles „Hantieren“ mit dem im vorhergehenden Unterricht angeeigneten Wissen und Können unter Einbeziehung allgemeiner Denk- und Arbeitsweisen verlangt wird.

Damit dienen diese Abschnitte *Komplexe Übungen* in besonders prononcierter Weise der Realisierung des Anliegens, das im Abschnitt 1 als letztlisches Hauptziel und zugleich als ein entscheidendes Kriterium für den Erfolg des Mathematikunterrichts genannt wurde, nämlich die Schüler zu befähigen, mit ihrem mathematischen Wissen und Können zu arbeiten, es zum Lösen von verschiedensten Problemen anzuwenden.

Eine wesentliche und gerade für den Mathematikunterricht u. E. unverzichtbare Form des Übens sind die *H a u s a u f g a b e n* (vgl. [4]). Sie ermöglichen es; in wesentlich ausgeprägterem Maße, als dies der Unterricht selbst gestattet, dem individuellen Bedarf des einzelnen Schülers, seinem Arbeitstempo, seiner Konzentrationsfähigkeit oder Ablenkbarkeit Rechnung zu tragen. Das setzt allerdings voraus, daß gerade diese Hausaufgaben qualitativ wie quantitativ sehr gut durchdacht gestellt werden, daß man nicht in die Hausaufgaben verlagert, was im Unterricht nicht „geschafft“ wurde, daß die Bewältigung der Anforderungen nicht von vornherein die Hilfe durch andere „einplant“ – und nicht zuletzt, daß die Hausaufgabenausführung dann auch kontrolliert und ausgewertet wird. Letzteres freilich nicht – wie immer noch und nicht nur beim „Hausaufgabenvergleich“ zu beobachten – nach dem gröbsten aller „Analyseverfahren“, nämlich mittels der Fragen „Wer hat alles richtig?“, „Wer hat einen Fehler?“, „Wer hat zwei?“ usw., sondern zumindest an Schwerpunktstellen darauf gerichtet, zu ermitteln, *welcher Schüler welche Anforderung aus welchem Grunde nicht bewältigt hat.*

**5.9.** In untrennbarer Verbindung mit den bereits genannten Anforderungen an die Prozeßgestaltung im Mathematikunterricht muß gesichert werden, daß die im Stoff selbst, vor allem aber die in der Art der methodischen Gestaltung des Unterrichts liegenden Potenzen für die **kommunistische Erziehung** der Schüler zum Tragen kommen. So wichtig und unverzichtbar es ist, z. B. durch das Sujet von Anwendungsaufgaben, durch die Einbeziehung von Erfahrungen der Schüler aus dem täglichen Leben ihr Verständnis für die Erfolge unseres sozialistischen Aufbaus zu vertiefen, ihre Verbundenheit mit unserem Staat, seinen Werktätigen, seiner Armee zu festigen, Möglichkeiten der parteilichen Wertung rechnerisch erhaltener Resultate von Anwendungsaufgaben zu nutzen: Von wesentlich weitgehender Bedeutung für die kommunistische Erziehung, von größerer Ausstrahlungskraft auf das gesamte Denken,

Fühlen und Handeln der Schüler ist es, sie im unmittelbaren Prozeß mathematischen Arbeitens in solche, ihrem Alter gemäße Anforderungssituationen zu versetzen, deren Bewältigung weltanschauliche Einsichten und positive Charaktereigenschaften weiter ausprägen, wertvolle Arbeitseinstellungen und -gewohnheiten ausbilden hilft und ihr geistiges Leistungsvermögen steigert. Insbesondere sollen die Kinder von Klasse 1 an wirklich „erleben“, wie mathematische Begriffe, Aussagen, Regeln usw. mit der Wirklichkeit verbunden sind, welches leistungsfähige Instrument die Mathematik für das Lösen verschiedenster praktischer Aufgaben ist – und wie wichtig es deshalb ist, im Mathematikunterricht fleißig und gewissenhaft zu lernen, bei Schwierigkeiten nicht zu verzagen, sondern hartnäckig zu knobeln, immer wieder nachzudenken. In dieser eigenen Tätigkeit sollen die Schüler immer besser lernen, aktiv zu sein, Verantwortung zu übernehmen, diszipliniert und zugleich schöpferisch Anweisungen umzusetzen, ordentlich und sauber ihre Aufgaben zu erledigen . . . Dies mit allen Schülern erreichen zu wollen, fordert vom Lehrer Konsequenz und Geduld, Überzeugungskraft, Vorbildwirkung und Einfühlungsvermögen. Die Lösung dieser Aufgabe verlangt, immer wieder nach neuen Wegen zu suchen, auch als Lehrer bei Mißerfolgen nicht zu verzagen, eingedenk der Tatsache, daß es hier um Forderungen geht, deren Erfüllung wohl schon für das Erreichen der Ziele mathematischer Bildung selbst unerläßlich ist, über diesen Rahmen hinaus aber die Entwicklung unserer Schüler zu Persönlichkeiten unterstützt, wie sie die sozialistische Gesellschaft benötigt.

## Literaturverzeichnis

- [1] *Programm der sozialistischen Einheitspartei Deutschlands*. Dietz Verlag, Berlin 1982.
- [2] Autorenkollektiv unter Leitung von GERHART NEUNER: *Allgemeinbildung und Lehrplanwerk*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [3] Autorenkollektiv unter Leitung von ADOLF KOSSAKOWSKI: *Psychische Entwicklung der Persönlichkeit im Kindes- und Jugendalter*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [4] DREWELOW, H.; HESS, D.; WECK, H.: *Hausaufgaben*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1985 (Ratschläge für Lehrer).
- [5] *Wörterbuch der Psychologie*. VEB Bibliographisches Institut, Leipzig 1976.
- [6] *Bericht des Zentralkomitees der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands an den XI. Parteitag der SED*. Dietz Verlag, Berlin 1986.
- [7] *Lehrplan Mathematik. Klassen 1 bis 3*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [8] *Lehrplan Mathematik. Klassen 4 und 5*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [9] HONECKER, MARGOT: *Referat des Ministers für Volksbildung. VII. Pädagogischer Kongreß der Deutschen Demokratischen Republik vom 5. bis 7. Mai 1970. Protokoll*. Staatsverlag der Deutschen Demokratischen Republik, Berlin 1970.
- [10] *Lehrplan Mathematik. Klassen 6 bis 8*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [11] *Lehrplan Mathematik. Klassen 9 und 10*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987.
- [12] NEUNER, GERHART: *Sozialistische Allgemeinbildung und Lehrplanwerk*. In : Pädagogik, Heft 2/1986.
- [13] MEIXNER, HARALD: *Lehrplanwerk und didaktisch-methodische Gestaltung des Unterrichts*. In: Pädagogik, Heft 2/1986.
- [14] *Lehrplan Deutsch. Klasse 3*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1985.
- [15] *Lehrplan Deutsch. Klasse 4*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1986.
- [16] CLAUSS, GÜNTER: *Differentielle Lernpsychologie*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1984.
- [17] KOSSAKOWSKI, ADOLF; LOMPSCHER, JOACHIM: *Erziehung im mittleren Schulalter – aus psychologischer Sicht*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1985 (Ratschläge für Lehrer).
- [18] KOSSAKOWSKI, ADOLF: *Erziehung älterer Schüler – psychologisch betrachtet*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1983 (Ratschläge für Lehrer).
- [19] KISLAT, G.; OTTO, K.: *Erziehung jüngerer Schüler – psychologisch betrachtet*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987 (Ratschläge für Lehrer).
- [20] RAUSCH, E.: *Sprache im Unterricht*. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1986 (Ratschläge für Lehrer).



**Kurzwort: 002217 Erl.Lp.Mathematik**  
**ISBN 3-06-002217-8**