Lehrplan

der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule

Mathematik

Klassen 6 bis 8

Ministerrat
der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag Berlin
1987

Der Lehrplan tritt in Kraft
für Klasse 6 am 1. 9. 1988,
für Klasse 7 am 1. 9. 1985,
für Klasse 8 am 1. 9. 1986.

Der Minister für Volksbildung
M. Honecker

Lehrplan der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule Mathematik Klassen 6 bis 8/Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik, Ministerium für Volksbildung. – 1. Aufl. – Berlin: Volk und Wissen, 1987. – 60 S.
NE: DDR/Ministerium für Volksbildung

ISBN 3-06-003031-6

1. Auflage
Ausgabe 1987
Lizenz-Nr. 203/1000/87 (E 003031-1)
LSV 0670
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Bestell-Nr. 7092598
00065

INHALT

Der Mathematikunterricht in den Klassen 6, 7 und 8

Inhalt des Unterrichts

Der Mathematikunterricht in den Klassen 6, 7 und 8

ZIELE UND AUFGABEN

Der Mathematikunterricht in den Klassen 6, 7 und 8 hat die Aufgabe, das arithmetisch-algebraische und geometrische Wissen und Können der Schüler zu vertiefen und bezüglich grundlegender Themenkreise wesentlich zu erweitern. Verbunden damit sind die Schüler zielgerichtet mit wichtigen mathematischen Denk- und Arbeitsweisen (einschließlich entsprechender Hilfsmittel) bekannt zu machen und schrittweise zu deren Anwendung zu befähigen.
Die Schüler müssen sich dazu bis zum Ende der Klasse 8 das in den Plänen für die einzelnen Klassenstufen ausgewiesene Wissen und Können hinsichtlich grundlegender Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren in einer solchen Qualität aneignen, daß sie Anforderungen des Mathematikunterrichts selbst, des Unterrichts in den naturwissenschaftlichen und polytechnischen Fächern sowie des täglichen Lebens zu erfüllen vermögen und auf diese Weise in die Lage versetzt werden, mathematische Verfahren zunehmend selbständig zum besseren Verstehen ihrer Umwelt einzusetzen. Das stellt zugleich die wichtigste Voraussetzung für eine aktive geistige Auseinandersetzung der Schüler mit den in den Klassen 9 und 10 zu betrachtenden vielfältigen Themen und für das Lösen damit verbundener Aufgaben dar. Die Behandlung grundlegender mathematischer Begriffe und Aussagen, das damit mögliche Ordnen und Systematisieren früher erworbener Kenntnisse, das Vertrautwerden mit dem Definieren und Beweisen, die erweiterten Möglichkeiten zum elementaren mathematischen Modellieren vielfältiger Zusammenhänge und Prozesse sowie die systematische Beschäftigung mit ebenen und räumlichen geometrischen Objekten sind über die damit erreichte Erweiterung der mathematischen Bildung im engeren Sinne hinaus zu nutzen, um zur allgemeinen geistigen Entwicklung der Schüler, ihres Denkens und ihrer Sprache, ihres räumlichen Wahrnehmungs-, Vorstellungs- und Darstellungsvermögens beizutragen.

Im Mittelpunkt der **arithmetisch-algebraischen Stoffgebiete** der Klassen 6 bis 8 steht die Aufgabe, ausgehend von den in den vorangegangenen Klassenstufen erreichten Unterrichtsergebnissen zu gewährleisten, daß die Schüler auf der Grundlage sicheren Wissens über entsprechende Begriffe, Sätze und Regeln solides Können und hierbei insbesondere feste Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren sowie im Potenzieren/Radizieren gebrochener und rationaler Zahlen erwerben. Im Zusammenhang damit sollen die Schüler ab Klasse 7 Fertigkeiten im überlegten Nutzen des Taschenrechners erwerben, wobei für ein ausgewogenes Verhältnis zwischen hilfsmittelfreiem Arbeiten und dem Verwenden des Taschenrechners (und der Zahlentafel) Sorge zu tragen ist. Die Vertiefung und Erweiterung des Könnens der Schüler im Rechnen ist zu verbinden mit der systematischen Befähigung zum Arbeiten mit Variablen (einschließlich der Entwicklung von Fertigkeiten im Umformen von Termen) und zum Anwenden dieses Könnens beim Lösen von Gleichungen. Die Erarbeitung des fundamentalen Begriffs der Funktion und die genauere Untersuchung linearer Funktionen schließt diesen Teilkurs in Klasse 8 ab.

Der **Geometrieteil** des Mathematikunterrichts der Klassen 6 bis 8 hat das Ziel, auf abbildungsgeometrischer Grundlage die Begriffe „Kongruenz“ und „Ähnlichkeit“ einzuführen, die Schüler mit wichtigen Eigenschaften der entsprechenden Abbildungen der Ebene auf sich sowie mit grundlegenden planimetrischen Begriffen und Sätzen bekannt zu machen und sie zu befähigen, diese Kenntnisse beim Lösen entsprechender Aufgaben anzuwenden. Die Schüler sollen lernen, geometrische Grundelemente, ebene Figuren und einfache Körper mittels schräger Parallelprojektion sowie senkrechter Ein- und Zweitafelprojektion in der Ebene abzubilden bzw. entsprechende Darstellungen zu „lesen". Sie müssen das Können erwerben, Flächeninhalt und Umfang von n-Ecken (insbesondere für $n = 3$ und $n = 4$) und Kreisen sowie Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen, Kreiszylindern, Pyramiden, Kreiskegeln und Kugeln sicher und schnell zu berechnen.

Gestützt auf die gekennzeichnete Erweiterung des mathematischen Instrumentariums der Schüler, ist durch den gesamten Mathematikunterricht der Klassen 6 bis 8 zu gewährleisten, daß auch hier die Befähigung der Schüler zum Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben aus vielfältigen inner- und außermathematischen Bereichen zielstrebig weiterentwickelt wird. Dabei sind zunehmende Selbständigkeit bei der Ansatzfindung, Sicherheit bei der numerischen Bearbeitung, unter Beachtung sinnvoller Genauigkeit, überlegte Interpretation und kritische Wertung der erhaltenen Resultate durchgängig anzustreben.

Hinsichtlich der vorstehend umrissenen Aufgaben des Arithmetik/Algebra- und des Geometrieunterrichts muß bei Abschluß der Klassen 6, 7 bzw. 8 folgendes **Niveau des Wissens und Könnens** der Schüler erreicht sein:

Klasse 6

Den Schülern sind die Begriffe „Menge", „Element einer Menge" und „Teilmenge" sowie „Aussage", „Satz" und „Definition" bekannt. Sie können diese Begriffe bei der Beschreibung mathematischer Sachverhalte sachgerecht anwenden.
Die Schüler haben den Begriff „gebrochene Zahl" inhaltlich erfaßt, können Repräsentanten gebrochener Zahlen in Form von gemeinen Brüchen oder Dezimalbrüchen angeben und diesen die entsprechenden Punkte des Zahlenstrahls richtig zuordnen.
Sie besitzen sichere Fertigkeiten im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren gebrochener Zahlen in beiden Darstellungsformen (entsprechend den im Stoffteil getroffenen Einschränkungen für das Zahlenmaterial) und sind in der Lage, gemeine Brüche in Dezimalbrüche beziehungsweise endliche Dezimalbrüche in gemeine Brüche umzuwandeln.
Die Schüler können in dem für das Rechnen mit gebrochenen Zahlen erforderlichen Maße die Teilbarkeit natürlicher Zahlen untersuchen und gemeinsame Vielfache natürlicher Zahlen ermitteln.
Die Schüler haben die Definitionen der Begriffe „direkte Proportionalität" und „umgekehrte Proportionalität" erfaßt und kennen die wesentlichen Merkmale der graphischen Darstellungen von direkter und umgekehrter Proportionalität in einem Koordinatensystem (I. Quadrant). Sie können anhand von Wertetabellen und graphischen Darstellungen untersuchen, ob gegebenen Sachverhalten direkte oder umgekehrte Proportionalität zugrunde liegt bzw. zugrunde liegen könnte.

Die Schüler sind in der Lage, Gleichungen der Form $a \cdot x = b$ und $\frac{a}{x} = b$ auch algorithmisch-kalkülmäßig zu lösen und verstehen es, dieses Können für die Bearbeitung von Sach- und Anwendungsaufgaben einzusetzen (bei denen direkte oder umgekehrte Proportionalität begründet vorausgesetzt werden darf).
Die Schüler sind daran gewöhnt, insbesondere beim Bearbeiten von Anwendungsproblemen auf das Einhalten einer sinnvollen Genauigkeit von Resultatsangaben zu achten. Sie können beim Addieren und Subtrahieren beziehungsweise Multiplizieren und Dividieren von Näherungswerten selbständig entscheiden, auf welche Dezimalstelle Resultate zu runden sind, und dies beim Aufgabenlösen anwenden.

Die Schüler sind mit dem Kongruenz-Begriff vertraut und vermögen diesen bei der Untersuchung von beliebigen ebenen Figuren zu benutzen.
Sie besitzen festes Wissen über Beziehungen zwischen Winkeln (Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufen- und Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen) sowie über Dreiecks- und Vierecksarten. Die Schüler können einfache Konstruktionen von Dreiecken und Vierecken (insbesondere bei gegebenen Seiten und Winkeln) exakt und sauber ausführen sowie die Eindeutigkeit dieser Konstruktionen mit Hilfe von Kongruenzkriterien für Dreiecke untersuchen. Sie sind in der Lage, ihr Vorgehen unter Verwendung der Fachsprache zu beschreiben. Die Schüler besitzen sichere Kenntnisse über charakteristische Eigenschaften spezieller Vierecke (Trapez, Parallelogramm, Rhombus, Rechteck, Quadrat, Drachenviereck) sowie gleichschenkliger, gleichseitiger und rechtwinkliger Dreiecke. Sie können den Umfang von Vierecken ermitteln sowie den Flächeninhalt von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen unter Verwendung der entsprechenden Formeln berechnen und besitzen die Fähigkeit, die Berechnung von Vielecken auf die Berechnung einfacher Figuren zurückzuführen.
Die Schüler haben die Einsicht erworben, daß mathematische Sätze eines Beweises bedürfen. Insbesondere haben sie an Beispielen erkannt, daß der Beweis für einen Satz im allgemeinen nicht durch die Untersuchung einiger Einzelfälle erbracht werden kann – daß allerdings ein Gegenbeispiel ausreicht, um eine Universalaussage als falsch nachzuweisen. Sie verstehen die im Teil „Inhalt des Unterrichts" festgelegten und mit ihnen unter Anleitung des Lehrers erarbeiteten Beweise und können diese in einfachen Fällen auch zusammenhängend wiedergeben.

Klasse 7

Die Schüler haben den Inhalt des Begriffs „rationale Zahl" erfaßt und sind durch die Behandlung von Quadratwurzeln zu der Einsicht gelangt, daß es Punkte der Zahlengeraden gibt, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann. Sie kennen den Begriff „irrationale Zahl" und wissen, daß rationale und irrationale Zahlen zusammen den Bereich der reellen Zahlen bilden. Die Schüler können rationale Zahlen sicher ordnen, addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren sowie die zweite und dritte Potenz rationaler Zahlen berechnen. Sie sind mit dem Gebrauch des Taschenrechners zum Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren und Quadrieren vertraut, können mittels Taschenrechner oder Zahlentafel rationale Quadratwurzeln aus nichtnegativen rationalen Zahlen bzw. rationale Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bestimmen und wenden diese Hilfsmittel sicher und überlegt für das effektive Ausführen von Berechnungen an.
Die Schüler besitzen Sicherheit im Umformen von linearen Gleichungen (abgesehen von den erst im Stoffgebiet 3. der Klasse 8 ausgewiesenen Formen). Sie lösen solche Gleichungen rationell und zielstrebig und sind in der Lage, diese Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben (insbesondere auch von Aufgaben der Prozentrechnung) erfolgreich einzusetzen.
Die Schüler sind mit den grundlegenden Begriffen und Methoden der Darstellenden Geometrie vertraut. Sie können die im Stoffgebiet 5. genannten Grundaufgaben der Ein- und Zweitafelprojektion sicher ausführen, diese bei der Lösung komplexerer Aufgaben anwenden, einfache ebenflächig begrenzte Körper in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°, q = \frac{1}{2}\right)$ darstellen und die hierzu erforderlichen Tätigkeiten (insbesondere die Konstruktionen) unter Verwendung der angegebenen Fachtermini beschreiben. Die Schüler besitzen die Fähigkeit, aus gegebenem Grund- und Aufriß richtige Vorstellungen über das dargestellte geometrische Objekt zu gewinnen (soweit dies bei

Verwendung von nur zwei Bildtafeln möglich ist) sowie dessen Art und Eigenschaften zu kennzeichnen.
Die Schüler kennen die Definition des Kreises, die möglichen Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade (einschließlich der entsprechenden Begriffe), Sätze über Kreissehnen und -tangenten sowie über Winkel am Kreis. Sie vermögen diese Kenntnisse beim Lösen von Aufgaben anzuwenden.
Die Schüler kennen die Formeln für die Berechnung von Kreisfläche und Kreisumfang, können mit deren Hilfe Kreisringe, Kreisbögen und Kreisausschnitte berechnen und besitzen sicheres Können im Benutzen der genannten Formeln zum Lösen von Anwendungsaufgaben.
Das Beweisverständnis der Schüler hat sich vergrößert. Sie besitzen die Fähigkeit, die im Unterricht erläuterten Beweise wiederzugeben und in einfachsten Fällen selbständig Beweise zu finden.
Die Schüler kennen die Begriffe „Prisma“ und „Kreiszylinder“. Sie können Sach- und Anwendungsaufgaben zu Prismen, Zylindern, Hohlzylindern und einfachen zusammengesetzten Körpern unter Verwendung der entsprechenden Formeln lösen. Dabei machen sie hier wie beim Bearbeiten anderer Aufgaben, die Näherungswerte enthalten, selbständig und sicher von den Regeln für sinnvolle Genauigkeit bei Resultatsangaben Gebrauch. Die Schüler verstehen es, bei Flächen- und Volumenberechnungen Taschenrechner, Zahlentafel und Formelsammlung effektiv einzusetzen.

Klasse 8

Die Schüler besitzen sichere Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen und im Berechnen von Termwerten. Dabei machen sie von ihrem Können im Rechnen mit rationalen Zahlen Gebrauch und setzen auch den elektronischen Taschenrechner (unter Einbeziehung des Speichers und verbunden mit dem Aufstellen von Rechenablaufplänen) sinnvoll ein. Die Schüler beherrschen den Kalkül zum Umformen von Termen in dem im Stoffteil gekennzeichneten Umfang. Ihre Befähigung zur Verwendung von Variablen für die Beschreibung mathematischer Eigenschaften bzw. Zusammenhänge hat sich vergrößert.
Die Schüler kennen eine Definition des Begriffs „Funktion“. Sie sind in der Lage, in verschiedenster Form auftretende funktionale Zusammenhänge zu erkennen, Funktionen mittels Wortvorschriften, Wertetabellen oder Gleichungen mit zwei Variablen anzugeben sowie lineare Funktionen mit Hilfe eines kartesischen Koordinatensystems graphisch darzustellen.
Die Schüler verstehen den Zusammenhang zwischen linearer Funktion und linearer Gleichung, zwischen Nullstelle der Funktion und Schnittpunkt des Funktionsbildes mit der Abszissenachse und können zu einer gegebenen linearen Gleichung Aussagen über das Bild der entsprechenden Funktion machen sowie aus der graphischen Darstellung die Gleichung näherungsweise bestimmen. Sie besitzen sichere Fertigkeiten im Lösen schwierigerer linearer Gleichungen von der im Stoffgebiet 3. der Klasse 8 angegebenen Form.
Die Schüler haben verstanden, daß die zentrische Streckung eine weitere umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich ist, und können deren Eigenschaften mittels der Strahlensätze begründen. Sie haben den mathematischen Begriff „ähnlich“ erfaßt und vermögen ihn bei der Untersuchung geometrischer Objekte anzuwenden. Die Schüler verstehen den Zusammenhang zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit, haben sich wichtige Sätze über das rechtwinklige Dreieck (Satzgruppe des Pythagoras) fest eingeprägt und sind in der Lage, diese mit Unterstützung des Lehrers herzuleiten. Die Schüler können die Strahlensätze, die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke und die Satz-

gruppe des Pythagoras beim Lösen einfacher Aufgaben aus der Geometrie und aus der Praxis anwenden. Sie vermögen Aussagen über Umfang und Flächeninhalt bzw. Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher Figuren und Körper zu machen.
Die Fähigkeit der Schüler, (direkte) Beweise selbständig zu finden, hat sich weiter erhöht. Ihnen ist das indirekte Beweisverfahren bekannt. Sie verstehen indirekte Beweise und können diese in einfachen Fällen wiedergeben.
Die Schüler haben sich die Begriffe „Pyramide“, „Kreiskegel“ und „Kugel“ angeeignet. Sie kennen den Satz des Cavalieri und verstehen die mit dessen Hilfe vorgenommenen Herleitungen von Volumenformeln.
Die Schüler besitzen sichere Fertigkeiten im Berechnen von Prismen, Pyramiden, Kreiszylindern, Kreiskegeln und Kugeln und vermögen entsprechende Sach- und Anwendungsaufgaben unter umfassender Nutzung von Tabellen, Tafeln und Taschenrechner zu lösen. Dabei machen sie hier wie beim Bearbeiten anderer Aufgaben, die Näherungswerte enthalten, selbständig und sicher von den Regeln für sinnvolle Genauigkeit bei Resultatsangaben Gebrauch.

Auf der Grundlage der in den Klassen 6, 7 und 8 zu behandelnden Unterrichtsstoffe ist auch in diesen Klassen zur Realisierung bestimmter Schwerpunktaufgaben des gesamten Mathematikunterrichts beizutragen, wie sie in den nachfolgenden **Leitlinien** zum Ausdruck kommen:

1. Durch Bezugnahme auf **Mengen** realer und gedanklicher Objekte wird im Mathematikunterricht von Klasse 1 an dafür Sorge getragen, daß trotz der in diesem Fach dominierenden Arbeit mit Zahlzeichen, Formeln, Konstruktionsvorschriften, Umformungs- oder Lösungskalkülen usw. die Schüler das durch diese Beschreibungen Erfaßte als das Wesentliche erkennen. Unterstützt durch die in Klasse 6 erfolgende Einführung der Begriffe „Menge“ sowie „Element“ und „Teilmenge“ und ihre vielfältige Nutzung, ist an der Vertiefung dieser auch für die weltanschauliche Erziehung der Schüler bedeutsamen Einsicht hier und in den folgenden Klassenstufen kontinuierlich weiterzuarbeiten. Die Schüler müssen zur Fundierung ihres inhaltlichen Verständnisses lernen, in den verschiedenen Bereichen, die Gegenstand des Unterrichts sind, Mengen zu bilden bzw. zu erkennen sowie Element- und Teilmengenbeziehungen aufzufinden. Sie sollen diese Einsichten beim Beschreiben mathematischer Zusammenhänge, beim Vergleichen, Ordnen und Systematisieren verwenden und auf diese Weise zugleich auch immer besser lernen, in unterschiedlichen konkreten Sachverhalten durch Abstraktion vom mathematisch Unwesentlichen den gemeinsamen „mathematischen Kern“ herauszufinden. Die Verwendung der eingeführten Begriffe und Symbole der Mengenlehre darf dabei niemals Selbstzweck sein, sondern muß stets der Qualität des Wissens und Könnens der Schüler bezüglich der behandelten mathematischen Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren dienen.
   Im Sinne des eingangs genannten Hauptanliegens des Arbeitens mit Mengen sollten auch das ab Klasse 8 verstärkte Beschreiben realer oder innermathematischer Zusammenhänge mittels Variablen oder das „Interpretieren“ von Termen bzw. Gleichungen mit Variablen bezüglich des damit erfaßbaren oder erfaßten Sachverhalts, das Erkennen funktionaler Beziehungen zwischen unterschiedlichen Objektbereichen oder die Deutung einer z. B. durch eine Gleichung beschriebenen Funktion entsprechend dem Charakter des jeweiligen inhaltlichen Zusammenhangs genutzt werden.

2. Die Weiterentwicklung des Könnens der Schüler im **Rechnen** – insbesondere die Herausbildung sicherer Fertigkeiten – ist auch in den Klassen 6 bis 8 eines der Hauptanliegen des Mathematikunterrichts. Vorbereitet durch Überlegungen in Klasse 5, wird in Klasse 6 der Aufbau des Bereichs der gebrochenen Zahlen zum Abschluß gebracht. In Klasse 7 lernen die Schüler dann den Bereich der rationalen

Zahlen kennen und werden anschließend in einfacher Form mit dem Begriff der reellen Zahl bekannt gemacht. Die Motivation für die Zahlenbereichserweiterung wird dabei vorrangig aus der Erkenntnis gewonnen, daß mit den bereits bekannten Zahlen gewisse praktische Sachverhalte nicht erfaßt bzw. Aufgaben nicht gelöst werden können, da in dem betreffenden Bereich bestimmte Rechenoperationen nicht uneingeschränkt ausführbar sind. Die Schüler sollen dadurch zu der Einsicht gelangen, daß Zahlenbereichserweiterungen keinen mathematischen „Selbstzweck" darstellen, sondern erforderlich sind, um immer leistungsfähigere Instrumente für das Lösen bestimmter Aufgaben zur Verfügung zu haben. Ab Klasse 7 steht den Schülern dann außer der Zahlentafel als wichtiges Hilfsmittel der Taschenrechner zur Verfügung, den sie hier und in Klasse 8 – in ausgewogenem Verhältnis zum mündlichen und schriftlichen Rechnen – immer besser beherrschen lernen. Durch entsprechend gewählte Aufgaben ist dafür Sorge zu tragen, daß im Mathematikunterricht aller drei Klassenstufen neben diesen Grundfertigkeiten auch die Fähigkeiten der Schüler zum Durchführen von Überschlagsrechnungen, zum Abschätzen, zum Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit, zum Kontrollieren der erhaltenen Resultate systematisch vervollkommnet werden, damit ihnen am Ende von Klasse 8 in Form soliden, stets anwendungsbereiten Rechnenkönnens ein wirksames Instrument für das Eindringen in weitere mathematische Zusammenhänge und zum Lösen von Aufgaben im Mathematikunterricht selbst, in anderen Fächern, in der Arbeit und im täglichen Leben zur Verfügung steht.

3. Nachdem die Schüler bereits in den Klassen 1 bis 5 **Gleichungen und Ungleichungen** durch inhaltliche Überlegungen gelöst haben, werden sie in Klasse 6 mit einigen Grundbegriffen der Gleichungslehre vertraut gemacht und lernen algorithmisch-kalkülmäßige Lösungsverfahren für zwei einfache Gleichungstypen kennen. Die Erarbeitung eines vollständigen Systems von Umformungsregeln für lineare Gleichungen erfolgt dann im Anschluß an die Behandlung der rationalen Zahlen in Klasse 7, und die Befähigung zum Lösen komplizierter linearer Gleichungen ist schließlich Gegenstand des Unterrichts in Klasse 8. Das Hauptziel (bei Beachtung der im Teil „Inhalt des Unterrichts" gekennzeichneten Zwischenniveaus) besteht jeweils darin, den Schülern, verbunden mit der Erweiterung und Vertiefung ihres Könnens im Rechnen, feste Fertigkeiten im Umformen und sicheres Können im Lösen solcher Gleichungen zu vermitteln, wobei die Befähigung zum algorithmisch-kalkülmäßigen Arbeiten durch Übungen zum inhaltlichen Lösen – insbesondere von Ungleichungen, aber auch einiger nichtlinearer Gleichungen – zu ergänzen ist. Durch die Vorgabe verschiedener Variablengrundbereiche erkennen die Schüler außerdem, daß die Frage nach der Existenz und der Anzahl von Lösungen im allgemeinen nur bezüglich eines bestimmten Grundbereichs beantwortet werden kann.
Das „Auflösen" der in den verschiedensten Zusammenhängen im Mathematikunterricht und im Unterricht anderer Fächer auftretenden Formeln nach der gesuchten Größe, insbesondere das Lösen von Verhältnisgleichungen ist stets auf der Grundlage der Umformungsregeln für Gleichungen vorzunehmen.
In Klasse 8 sind dann die von den Schülern erworbenen Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen der graphischen Darstellung einer Funktion, ihrer Nullstelle(n) und der Lösung(en) der zugehörigen Gleichungen zu nutzen, um ihr Verständnis für das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen zu vertiefen und sie mit graphischen Lösungsverfahren bekannt zu machen.

4. Gestützt auf das von den Schülern in den Klassen 4 und 5 erworbene Wissen und Können bezüglich Verschiebung, Drehung und Spiegelung, erfolgt in Klasse 6 die Behandlung der Kongruenz und in Klasse 8 die der Ähnlichkeit auf der Basis des **Abbildungsbegriffs**. Die Schüler sollen erkennen, daß es sich in jedem Falle um umkehrbar eindeutige Abbildungen der Ebene auf sich handelt, die bestimmte Eigen-

schaften besitzen. Die Schüler müssen das Können erwerben, die sich durch das Anwenden des Kongruenz- bzw. des Ähnlichkeitsbegriffs auf Dreiecke ergebenden Sätze beim Lösen von inner- und außermathematischen Aufgaben vielfältig zu nutzen.

Der Abbildungsbegriff bildet auch eine Grundlage für die Behandlung der Darstellenden Geometrie in Klasse 7. Die Schüler sollen erkennen, daß durch die betrachteten Projektionsarten jeweils Punkte des Raumes eindeutig auf Punkte der Ebene abgebildet werden, während die Eindeutigkeit in der umgekehrten Richtung nicht gegeben zu sein braucht. Solche Betrachtungen wie auch die Ausdehnung des Ähnlichkeitsbegriffs auf Körper sind zugleich für die Entwicklung des räumlichen Wahrnehmungs- und Vorstellungsvermögens der Schüler zu nutzen.

5. Vorbereitet durch die im bisherigen Mathematikunterricht behandelten vielfältigen Beispiele für eindeutige Abbildungen – insbesondere Kongruenz, Ähnlichkeit, Proportionalität – sowie ausgehend von entsprechenden Beziehungen, die den Schülern aus dem Unterricht in anderen Fächern und aus dem täglichen Leben bekannt sind, wird in Klasse 8 der grundlegende mathematische Begriff **„Funktion“** eingeführt. Die Schüler erlernen eine Definition dieses Begriffs und gewinnen anhand von Beispielen Verständnis für dessen Bedeutung und seine Anwendbarkeit zur mathematischen Charakterisierung sehr unterschiedlicher Zusammenhänge, Sachverhalte und Prozesse. Damit steht dann für die anschließende Behandlung von linearen Funktionen sowie für die Betrachtung weiterer Funktionsklassen in den Klassen 9 und 10 und deren Anwendung im naturwissenschaftlich-technischen Bereich ein tragfähiges Fundament zur Verfügung.

6. Von großer Bedeutung für die Allgemeinbildung und speziell für die mathematische Bildung der Schüler ist die Fähigkeit, Aussagen oder Lösungswege sauber zu begründen, Herleitungen oder Schlußfolgerungen lückenlos und logisch zwingend vorzunehmen und schließlich Lehrsätze im mathematischen Sinne exakt zu **beweisen**. An der Formung dieser Fähigkeiten, die für die Entwicklung des gesamten Denkens sowie einer klaren und übersichtlichen Darstellungsweise von hohem Wert ist, muß deshalb von Klasse 1 an zielstrebig gearbeitet werden. In Klasse 6 tritt dieser Prozeß nun insofern in eine neue, höhere Phase ein, als die Schüler hier erstmalig mit einem (direkten) Beweis bekannt gemacht werden. Dies ist mit einer – auch in den folgenden Schuljahren ständig weiter zu beachtenden – Vertiefung der Einsicht der Schüler zu verbinden, daß mathematische Sätze eines Beweises bedürfen. Werden Sätze dennoch im Unterricht nicht bewiesen, so wird dies den Schülern anfangs mitgeteilt – langfristig sind sie jedoch zu erziehen, selbst darauf zu achten, ob eine Aussage als wahr gesichert ist oder nicht. In diesem Zusammenhang ist auch allmählich das Verständnis der Schüler dafür anzubahnen, daß ein mathematischer Satz nicht isoliert steht, sondern in einem logischen Zusammenhang mit anderen Sätzen zu sehen ist, die aus ihm hervorgehen bzw. auf die er zurückzuführen ist.

In Klasse 6 liegt der Schwerpunkt auf der Befähigung der Schüler, einfachste Beweise zu verstehen und – mit Unterstützung des Lehrers – wiederzugeben. Hierfür sind nicht nur – und dies gilt auch für die folgenden Klassenstufen – die Behandlung geschlossener Beweise zu nutzen, sondern vor allem auch deduktive Gedankengänge, die in anderen Zusammenhängen auftreten.

Aufbauend auf den elementaren Vorleistungen aus Klasse 6, werden die Schüler in Klasse 7 befähigt, weitere elementare Beweise zu verstehen und zunehmend selbständig wiederzugeben sowie für einfachste Fälle Beweise oder Beweisschritte bereits selbst zu finden.

Diese Arbeit an den Grundelementen der Beweisfähigkeit ist auch in Klasse 8 – bezogen auf den dort zu behandelnden Stoff – fortzusetzen, wobei an das Bedürfnis der Schüler zum Begründen ihrer Behauptungen, Lösungsschritte, Folgerungen usw.

nun bereits höhere Anforderungen zu stellen sind. Am Ende der Klasse 8 sollen die Schüler auch schwierigere Beweise bzw. Herleitungen inhaltlich erfassen und – ggf. noch bei Unterstützung des Lehrers – wiedergeben, vor allem aber einfache (direkte) Beweise zunehmend selbständig führen können.
Außerdem lernen die Schüler in Klasse 7 an einem Beispiel einen indirekten Beweis kennen und werden dann in Klasse 8 näher mit diesem Beweisverfahren vertraut gemacht. Dabei kommt es darauf an, den Schülern die für eine indirekte Beweisführung kennzeichnenden Überlegungen an entsprechenden Schlußweisen aus ihrem Erfahrungsbereich zu erläutern und sie zu befähigen, derartige Beweise zu verstehen und in einfachsten Fällen in vielfältiger sprachlicher Form auch wiedergeben zu können.

Im Zusammenhang mit der Realisierung der oben genannten Schwerpunktaufgaben ist das **sprachliche Rezeptions- und Ausdrucksvermögen** der Schüler weiterzuentwikkeln. Die Schüler sind zu befähigen, ihre Muttersprache auch im mathematischen Zusammenhang korrekt zu gebrauchen, dabei die mathematische Terminologie und Symbolik sowie gewisse fachspezifische Redeweisen in dem im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" näher gekennzeichneten Umfang zu verstehen und sachgerecht zu verwenden, um dadurch zu einer knappen, aber präzisen Ausdrucksweise zu kommen. Damit wird zugleich auf Anforderungen vorbereitet, wie sie die wissenschaftlich-technische Entwicklung in zunehmendem Maße an jeden Werktätigen stellt. Indem man von den Schülern immer wieder eine exakte Ausdrucksweise fordert, werden sie außerdem veranlaßt, gründlicher über den jeweiligen Sachverhalt nachzudenken, zu einem höheren Niveau seiner gedanklichen Beherrschung vorzudringen. Auf diese Weise sollen sich ihre Kenntnisse über die Sache selbst erweitern und vertiefen.
Der Gebrauch bestimmter „normierter" sprachlicher Wendungen, das Streben nach einer klaren, jede Vagheit ausschließenden Ausdrucksweise darf allerdings nicht zu einer sprachlichen Uniformierung des Mathematikunterrichts führen. Die Schüler sind immer wieder anzuhalten, mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten zu beschreiben, Lehrsätze, Definitionen und ähnliches umzuformulieren sowie formalisiert gegebene Aussagen oder Definitionen in die natürliche Sprache zu „übersetzen". Die Arbeit am sprachlichen Ausdruck trägt auf diese Weise zugleich zur Entwicklung des Denkvermögens der Schüler, zu ihrer allgemeinen geistigen Entwicklung bei, denn die im mathematischen Bereich erworbenen sprachlichen Fähigkeiten bleiben ebenso wie die Denkfähigkeiten in ihrer Wirkung nicht auf diesen beschränkt.

Untrennbar verbunden mit der Erfüllung der genannten Aufgaben, hat der Mathematikunterricht der Klassen 6, 7 und 8 einen wesentlichen Beitrag zur **kommunistischen Erziehung** der Schüler zu leisten. Dazu sind die im Stoff, vor allem aber die in der Gestaltung des Unterrichts liegenden Potenzen voll auszuschöpfen. Die Schüler müssen im Prozeß mathematischen Arbeitens in Anforderungssituationen versetzt werden, deren Bewältigung ihre weltanschaulichen Einsichten vertieft, positive Charaktereigenschaften weiter ausprägt und ihr geistiges Leistungsvermögen weiterentwickelt. Insbesondere sollen die Schüler selbst erleben, welch universelles Werkzeug die Mathematik für das Lösen von Problemen in unterschiedlichsten Bereichen von Wissenschaft, Technik, Produktion, im gesamten gesellschaftlichen Leben ist und wie wichtig es deshalb für das erfolgreiche Ausüben künftiger beruflich-gesellschaftlicher Tätigkeit ist, solides mathematisches Wissen und Können zu erwerben. Für die Herausbildung dieser Einsichten sind Beispiele aus den sich im Verlaufe der Klassen 6, 7 und 8 wesentlich vergrößernden Anwendungsfeldern zu nutzen, die durch die Erfahrungen und durch die in diesem Zeitraum einsetzenden naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterrichtsfächer erschlossen werden.
Das Lösen von Anwendungsaufgaben ist auch zu nutzen, um das Verständnis der Schüler für Probleme des sozialistischen Aufbaus zu erhöhen, um ihnen sowohl das Er-

reichte als auch noch vor uns stehende Aufgaben zu verdeutlichen. Dabei ist vor allem Zahlenmaterial aus dem unmittelbaren Erfahrungsbereich der Schüler (Patenbetrieb, Gemeinde, Stadt usw.) sowie aus der Tagespresse, aus Jugendzeitschriften, Rundfunk- und Fernsehsendungen usw. zu verwenden.

Durch eine Unterrichtsgestaltung, die sowohl die Leistungsfähigkeit mathematischer Methoden bewußt werden läßt als auch die Schüler zum erfolgreichen Lösen von Aufgaben befähigt, ist das Interesse der Schüler an der Mathematik sowie ihr Vertrauen in das eigene Leistungsvermögen zu bewahren und weiterzuentwickeln.
Die Erfahrungen der Schüler beim eigenen mathematischen Arbeiten sind ferner zu nutzen, um zur Herausbildung von Arbeitseinstellungen und Arbeitsgewohnheiten beizutragen, die in umfassender Weise für die Lebensvorbereitung bedeutungsvoll sind. So sollen die Schüler bei ihren Bemühungen um das Lösen einer anspruchsvollen mathematischen Aufgabe besser verstehen lernen, wie wichtig Zielstrebigkeit und Beharrlichkeit bei der Überwindung von Schwierigkeiten sind. Ihnen muß deutlich werden, daß Ordnung und Exaktheit, daß saubere Heftführung, übersichtliche Anordnung der Rechnungen oder Genauigkeit beim Schreiben mathematischer Symbole insbesondere bei komplexeren Aufgaben geradezu eine Voraussetzung für deren Lösung sind und ebenso wie das Gewinnen eines zwingenden, eleganten Lösungsweges die ästhetische Seite mathematischen Arbeitens ausmachen.
Auch durch die Erörterung der Beweisnotwendigkeit mathematischer Aussagen, durch das Erzeugen von Verständnis für die Anforderungen an einen mathematischen Beweis, durch die Befähigung zum Erarbeiten und Darstellen eines schlüssigen und deshalb überzeugenden Gedankengangs sowie durch das Bekanntmachen mit bestimmten Kontrollmethoden (z. B. Proben bei Gleichungen, Überschlagsrechnungen, graphische Veranschaulichungen) und die Gewöhnung an deren selbständige und konsequente Anwendung muß der Mathematikunterricht zur Schulung des Denkvermögens und zur Entwicklung einer kritischen Denkhaltung beitragen. An geeigneten Beispielen sollte insbesondere demonstriert werden, wie voreilige Verallgemeinerungen oder unbedachte Analogieschlüsse zu falschen Aussagen führen können. Es muß für die Schüler zur Selbstverständlichkeit werden, sowohl ihre eigenen Arbeitsergebnisse ständig zu kontrollieren als auch gegenteilige Ansichten anderer gewissenhaft und vorurteilsfrei zu prüfen.

HINWEISE ZUR METHODISCHEN UND ORGANISATORISCHEN GESTALTUNG DES UNTERRICHTS

Die gesamte methodische Gestaltung des Mathematikunterrichts auch in den Klassen 6 bis 8 muß von dem Hauptziel bestimmt sein, den Erwerb soliden Wissens über die vom Lehrplan vorgesehenen grundlegenden mathematischen Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren sowie sicheren Könnens im zunehmend selbständigen Arbeiten mit diesem Wissen beim Lösen von Aufgaben durch alle Schüler zu gewährleisten. Mit Blick auf dieses Hauptziel sind daher sowohl die methodische Grundlinie für die Behandlung ganzer Stoffgebiete zu bestimmen als auch die Entscheidung hinsichtlich der für jede Stunde erforderlichen Detaillösungen zu treffen. Die Realisierung des Hauptziels verlangt insbesondere, sich bei der Vorbereitung und Durchführung des Unterrichts immer wieder zu fragen, auf welche Weise jeder Schüler der Klasse in jeder Unterrichtsphase zu aktiver geistiger Tätigkeit veranlaßt werden kann, wie zu erreichen ist, daß jeder Schüler lernt, mit dem einmal erworbenen Wissen und Können beim Eindringen in neue Probleme, beim Lösen inner- und außermathematischer Aufgaben zunehmend selbständig zu arbeiten und damit dieses Wissen und Können zugleich noch fester, noch anwendungsbereiter anzueignen. Entscheidendes Mittel hierfür ist ein geeignet gestaltetes Arbeiten mit Aufgaben, verstanden als ein Komplex von Handlungen, der die Aufgabenauswahl bzw. -zusammenstellung sowie die Planung und Führung der erforderlichen Schülertätigkeit durch den Lehrer, das Lösen von Aufgaben durch den Schüler und schließlich die von Lehrer und Schülern gemeinsam vorzunehmende Auswertung der gewonnenen Ergebnisse umschließt.

Um die angestrebte geistige Aktivität der Schüler im gesamten Unterricht wirklich zu erreichen, muß gesichert werden, daß den Schülern die zuvor behandelten Stoffelemente auch tatsächlich in Form festen Wissens und Könnens zur Verfügung stehen, daß sie von ihnen als „Instrumente" beim Erwerb neuer Bildung genutzt werden können.
Dem ständigen, streng zielorientierten und auf sorgfältigen Analysen des aktuellen Entwicklungsstandes der Schüler beruhenden **Festigen** kommt deshalb im Mathematikunterricht ausschlaggebende Bedeutung zu – es ist der entscheidende Grundprozeß, dessen Qualität über den Erfolg des gesamten Unterrichts wesentlich bestimmt. Dies gilt in ganz besonderem Maße für die Klassen 6 bis 8, wo die Schüler – in gewissem Unterschied zu den vorhergehenden Klassenstufen – in rascher Aufeinanderfolge mit einer großen Anzahl neuer Sachgebiete, mit neuen Begriffen, Sätzen, Regeln, Arbeitsverfahren, Denkweisen usw. bekannt gemacht werden, auf die im folgenden dann ständig wieder zurückgegriffen werden muß und die bereits wesentliche Elemente des Abschlußniveaus der Oberschule darstellen.

Im Rahmen des Festigens nimmt das **Üben** – verbunden mit langfristig geplantem Wiederholen, mit Vertiefen und Systematisieren – eine zentrale Position ein. Als kontinuierlich durchgeführte **„tägliche Übung"** sollte es genutzt werden, um Wissen und Können über gerade neu Erlerntes zu sichern, um notwendige Voraussetzungen für den folgenden Unterricht bereitzustellen oder auch die Verfügbarkeit des Wissens und Könnens der Schüler bezüglich solcher Teilbereiche zu sichern, die z. Z. gerade nicht Gegenstand des Unterrichts sind. Es empfiehlt sich, die mit der Neueinführung von Stoff verbundenen **ersten Übungen** so anzulegen, daß die Schüler sich voll auf das inhaltlich Neue konzentrieren können und nicht durch Schwierigkeiten, die aus unübersichtlichen Zahlenangaben, unnötig komplizierten Texten und ähnlichem resultieren, vom Wesentlichen abgelenkt werden.
In zunehmendem Maße ist dann zu **„vielfältigen Übungen"** überzugehen, bei denen Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zu berücksichtigen sind, um Sicher-

heit im selbständigen Anwenden des erworbenen Wissens und Könnens zu erreichen.

Besondere Bedeutung besitzen schließlich die **„komplexen Übungen"**, für die in den Plänen aller drei Klassenstufen spezielle Abschnitte vorgesehen sind. Die zugehörigen Unterrichtsteile ersetzen nicht etwa das in allen Phasen unabdingbar notwendige Üben, sondern ihre Spezifik besteht darin, daß hier das Üben nicht mehr allein eine – wenn auch außerordentlich wesentliche – „Begleiterscheinung" der Behandlung neuen Stoffs ist. Vielmehr ist es an diesen Stellen in dem Sinne Hauptinhalt, als eine erhöhte Qualität in der Aneignung des bereits vorher kennengelernten Stoffs, eine erhöhte Qualität vor allem bezüglich des Könnens im Anwenden durch überlegte Auswahl und Synthese früher erworbener Wissens- und Könnenselemente angestrebt wird. Von den Schülern wird hier verlangt, zunehmend selbständig – und wohlabgestimmt bezüglich der Forderungen in den Klassen 6, 7 und 8 – Lösungswege zu finden, dazu die erforderlichen Elemente aus einem wachsenden Wissens- und Könnensbestand auszuwählen und den Aufgabenbedingungen entsprechend einzusetzen. Die einzelnen Stoffabschnitte „Komplexe Übungen" im Teil „Inhalt des Unterrichts" enthalten Hinweise auf wesentliche stoffspezifische Inhalte der dort zu stellenden Aufgaben. Darüber hinaus ist zu sichern, daß in all diesen Abschnitten durchgängig Forderungen gestellt werden, die der Entwicklung solcher Persönlichkeitseigenschaften dienen wie

- Können im Ermitteln des „mathematischen Kerns" eines Problems und eines geeigneten mathematischen Modells (ggf. unter Nutzung von Skizzen, Tabellen u. ä.);
- Können im Begründen von Lösungswegen durch Bezug auf entsprechende Definitionen, Sätze, Regeln usw.;
- Gewöhnung an das überlegte Verwenden der jeweiligen Lösungsverfahren (mündlich/schriftlich; ab Klasse 7: mit Taschenrechner/mit Zahlentafel oder ohne solche Hilfsmittel u. ä.);
- Befähigung zum Arbeiten mit sinnvoller, dem Sachverhalt sowie den Ausgangswerten angemessener Genauigkeit;
- Befähigung zum Wiedererkennen geometrischer Figuren in der Realität, zum Vorstellen solcher Figuren auf Grund von Beschreibungen, zum Skizzieren und Konstruieren ebener Figuren;
- Befähigung zum sachgerechten Nutzen der Muttersprache in Verbindung mit Elementen der Fachsprache beim Beschreiben mathematischer Sachverhalte, beim Begründen von Lösungswegen, beim Interpretieren und ggf. Werten der Resultate.

Durch die Übungen muß ferner gewährleistet werden, daß die Schüler lernen, mit den ihnen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln (wie Lehrbuch, Schablonen, ab Klasse 7 Taschenrechner, Zahlentafel, Formelsammlung, weitere Nachschlagewerke) sicher und schnell umzugehen sowie diese dem jeweiligen Problem entsprechend sinnvoll einzusetzen. Es ist jedoch auch darauf zu achten, daß die Schüler geeignete Aufgaben (wie Überschlagsrechnungen; Prozentaufgaben, die das Arbeiten mit „bequemen" Prozentsätzen erlauben; Grundrechenoperationen mit einfachen gemeinen Brüchen) „im Kopf" lösen und sich einen gewissen Grundbestand wichtiger Fakten und Formeln, Definitionen, Sätze und Regeln fest gedächtnismäßig und jederzeit reproduzierbar einprägen.

Um das Können der Schüler im Anwenden ihrer mathematischen Hilfsmittel im Verlaufe der Klassen 6 bis 8 zielgerichtet weiterzuentwickeln, ist es erforderlich, dem Schüler hinreichend Gelegenheit zur ***vollständigen*** Bearbeitung elementarer, aber zunehmend anspruchsvollerer Anwendungsprobleme zu geben. Wie in den Hinweisen zu den komplexen Übungen bereits angedeutet, gebührt dabei besondere Aufmerksamkeit der systematischen Ausbildung von Fähigkeiten zum Finden eines Lösungsansatzes für Sach- und Anwendungsaufgaben – vor allem dem Herauslösen des mathematischen Kerns aus einer praktischen Problemstellung – sowie der Interpretation der formal erhaltenen Resultate im Hinblick auf den zugrunde liegenden praktischen Sachverhalt. Sach- und Anwendungsaufgaben sind deshalb nicht nur mit Blick auf zu festigende Stoffelemente auszuwählen, sondern auch mit dem Ziel, wichtige Teilhandlungen des Lösens solcher Aufgaben planmäßig zu üben (zum Beispiel das Veranschaulichen eines Sachverhalts, das Zusammenstellen gegebener und gesuchter Größen in einer Tabelle oder das Aufsuchen einer geeigneten Formel). Bei der Aufgabenauswahl ist außerdem auf Lebensverbundenheit und Aktualität zu achten. Verlangt das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben das Verwenden von Variablen, so ist durch die Angabe des Grundbereichs (in geeigneter Form) jeweils eindeutig festzulegen, ob die auftretenden Gleichungen Größen- oder Zahlenwertgleichungen darstellen. Vor allem muß darauf geachtet werden, daß ein Zeichen nicht in ein und demselben Zusammenhang sowohl als Variable für eine Größe als auch für den entsprechenden Zahlenwert benutzt wird.

Neben einer genügenden Anzahl Übungsabschnitte sind während des gesamten Schuljahres auch planmäßig Wiederholungen vorzusehen sowie die vielfältigen Möglichkeiten der **immanenten Wiederholung** voll zu nutzen. An besonders wichtigen Punkten des Lehrgangs wird im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" explizit der zu wiederholende Stoff ausgewiesen. Je nachdem, wieweit dieser Stoff von den Schülern beherrscht wird, sind bei der Wiederholung Akzente zu setzen und die Übungen entsprechend den unterschiedlichen Voraussetzungen differenziert zu gestalten.
Gegenstand von Wiederholungen dürfen nicht nur einzelne Formeln, Regeln, Definitionen, Lehrsätze oder Lösungsverfahren sein. Die Wiederholungen müssen vielmehr auch mit dem Ziel erfolgen, bei den Schülern eine bewußte Verbindung des Neuen mit dem Alten zu schaffen, Gemeinsames und Unterschiedliches zwischen den Regeln und Verfahren für das Lösen analoger Probleme festzustellen, die rationellsten Lösungsmethoden auszuwählen, das Erlernte zu systematisieren und von einem neuen, allgemeineren Gesichtspunkt aus zu beleuchten.

Nach Abschluß der Behandlung eines wesentlichen Teilabschnitts ist den Schülern jeweils noch einmal bewußtzumachen, was erreicht wurde, welche Fortschritte sie erzielt haben. Zugleich muß aber an Beispielen verdeutlicht werden, daß bestimmte Probleme noch offengeblieben sind. Auch auf diese Weise ist das Interesse der Schüler wachzuhalten.

Im Zusammenhang mit den für die Klasse 6 bis 8 vorgesehenen Stoffgebieten müssen eine Anzahl Begriffe von zum Teil großer mathematischer Bedeutung behandelt werden. Im Lehrplanteil „Inhalt des Unterrichts" ist hierbei zwischen dem „Einführen" und dem „Definieren" dieser Begriffe unterschieden. Von der *Einführung* eines Begriffs wird gesprochen, wenn die Schüler mit dem Begriff lediglich durch Umschreibung seines Inhalts und Umfangs, durch seine Verwendung in verschiedenen Zusammenhängen, durch Angabe von Beispielen und ähnliches vertraut zu machen sind. Ist dagegen vom *Definieren* der betreffenden Begriffe die Rede, so soll das Erarbeiten des Begriffs tatsächlich bis zu dessen Definition in der logischen Bedeutung dieses Wortes geführt werden. (Alle im Lehrplan verwendeten Begriffe, die nicht als „einzuführen" oder „zu definieren" gekennzeichnet sind, bilden *keinen* Behandlungsgegenstand.) Der Grad der Begriffsbeherrschung durch die Schüler darf selbstverständlich nicht allein an der Kenntnis einer vorgegebenen Definition gemessen werden. Es ist erforderlich, zur Einschätzung des Verständnisses der Schüler für einen Begriff vor allem deren Fähigkeiten heranzuziehen, eine bekannte Definition in einer bestimmten Blickrichtung (etwa unter Verwendung gegebener Termini) umzuformulieren, den jeweiligen Begriff in ein Begriffssystem einzuordnen (also seine wechselseitigen Beziehungen zu anderen

Begriffen zu erkennen) und schließlich diesen Begriff als Bestandteil von Aussagen zur Beschreibung bestimmter Sachverhalte richtig zu verwenden.

Neben zahlreichen kurzen Kontrollarbeiten (etwa 10 Minuten Dauer) sind in Klasse 6 sieben bis acht einstündige, in Klasse 7 drei bis vier einstündige und zwei zweistündige sowie in Klasse 8 zwei bis drei einstündige und zwei zweistündige Klassenarbeiten zu schreiben. Während sich dabei die Kurzkontrollen in der Regel auf den unmittelbar zuvor behandelten Stoff beziehen, sind durch die Klassenarbeiten auch früher erworbenes Wissen und Können zu überprüfen. Auf eine ansprechende äußere Form der Schülerarbeiten muß größter Wert gelegt werden.

Der Zeitplanung wurden im vorliegenden Lehrplan für alle drei Klassenstufen 30 Wochen pro Jahr zugrunde gelegt. Die angegebenen Stundenzahlen für die Stoffgebiete (einstellig numeriert) sind als verbindlich zu betrachten, die Zeitangaben für die Stoffabschnitte (zweistellig numeriert) stellen Empfehlungen dar und sollen zur Orientierung dienen. Die Anordnung der Stoffgebiete ist aus der Übersicht auf S. 21 zu entnehmen. Dabei ist die vorgesehene Parallelbehandlung einiger Stoffgebiete in den Klassen 6 und 7 einmal auf Grund der dort zur Verfügung stehenden Wochenstundenzahl realisierbar und zum anderen im Hinblick auf das rechtzeitige Bereitstellen bestimmter Vorleistungen, auf vielfältige Übungsmöglichkeiten und nicht zuletzt im Interesse einer Auflockerung des Unterrichts von Wert.

Für die Klasse 6 wird empfohlen, die Behandlung der Stoffabschnitte „Komplexe Übungen" der Stoffgebiete 3. und 4. miteinander zu verknüpfen, um den teilweise engen Beziehungen zwischen arithmetischen und geometrischen Stoffen Rechnung zu tragen. Es bleibt allerdings freigestellt, die dafür insgesamt zur Verfügung stehende Unterrichtszeit auf zwei Übungskomplexe aufzuteilen oder vollständig für komplexe Übungen am Schuljahresende zu verwenden.

STOFFÜBERSICHT

Klasse 6

1.	**Teilbarkeit natürlicher Zahlen**	**20 Stunden**
1.1.	Wiederholung und Teilbarkeitssätze	(14 Stunden)
1.2.	Gemeinsame Vielfache; gemeinsame Teiler	(6 Stunden)
2.	**Gebrochene Zahlen**	**58 Stunden**
2.1.	Ordnung gebrochener Zahlen	(8 Stunden)
2.2.	Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen	(12 Stunden)
2.3.	Multiplikation und Division gebrochener Zahlen	(16 Stunden)
2.4.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
2.5.	Gemeine Brüche und Dezimalbrüche; Division von gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung	(7 Stunden)
2.6.	Übung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen; Ergebnisangaben mit sinnvoller Genauigkeit	(10 Stunden)
3.	**Planimetrie**	**70 Stunden**
3.1.	Wiederholung und Zusammenfassung	(5 Stunden)
3.2.	Bewegung und Kongruenz	(7 Stunden)
3.3.	Beziehungen zwischen Winkeln	(6 Stunden)
3.4.	Dreiecke	(7 Stunden)
3.5.	Kongruenz von Dreiecken	(18 Stunden)
3.6.	Vierecke und Vielecke	(13 Stunden)
3.7.	Flächeninhalt und Umfang von Vielecken	(9 Stunden)
3.8.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
4.	**Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität**	**32 Stunden**
4.1.	Einführung in die Gleichungslehre	(8 Stunden)
4.2.	Proportionalität und Verhältnisgleichungen	(19 Stunden)
4.3.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
	insgesamt	**180 Stunden**

Klasse 7

1.	**Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisgleichungen**	**38 Stunden**
1.1.	Einführung in den Gebrauch des Taschenrechners und Wiederholung des Rechnens mit Verhältnisgleichungen	(15 Stunden)
1.2.	Prozentrechnung	(23 Stunden)
2.	**Rationale Zahlen**	**37 Stunden**
2.1.	Der Begriff „rationale Zahl“	(3 Stunden)
2.2.	Ordnung rationaler Zahlen	(4 Stunden)
2.3.	Addition und Subtraktion rationaler Zahlen	(10 Stunden)
2.4.	Multiplikation und Division rationaler Zahlen	(8 Stunden)
2.5.	Übungen mit dem Taschenrechner	(3 Stunden)
2.6.	Einige Grundbegriffe der Fehlerrechnung	(3 Stunden)
2.7.	Komplexe Übungen	(6 Stunden)
3.	**Gleichungen**	**21 Stunden**
3.1.	Äquivalente Gleichungen	(6 Stunden)
3.2.	Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	(15 Stunden)
4.	**Quadratzahl und Quadratwurzel**	**13 Stunden)**
4.1.	Quadrieren	(3 Stunden)
4.2.	Die Quadratwurzel	(6 Stunden)
4.3.	Komplexe Übungen	(4 Stunden)
5.	**Darstellende Geometrie**	**30 Stunden**
5.1.	Projektionsbegriff; Projektionsarten; schräge Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$	(5 Stunden)
5.2.	Senkrechte Eintafelprojektion	(9 Stunden)
5.3.	Senkrechte Zweitafelprojektion	(11 Stunden)
5.4.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
6.	**Der Kreis**	**29 Stunden**
6.1.	Definition des Kreises; Sätze über den Kreis	(16 Stunden)
6.2.	Kreisberechnung	(6 Stunden)
6.3.	Komplexe Übungen	(7 Stunden)

7.	**Stereometrie**	**12 Stunden**
7.1.	Prismen und Kreiszylinder	(7 Stunden)
7.2.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
	insgesamt	**180 Stunden**

Klasse 8

1.	**Arbeiten mit Variablen**	**20 Stunden**
1.1.	Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen	(5 Stunden)
1.2.	Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen	(15 Stunden)
2.	**Ähnlichkeit**	**52 Stunden**
2.1.	Zentrische Streckung	(17 Stunden)
2.2.	Ähnliche Figuren	(14 Stunden)
2.3.	Die Satzgruppe des Pythagoras	(13 Stunden)
2.4.	Komplexe Übungen	(8 Stunden)
3.	**Lineare Funktionen**	**27 Stunden**
3.1.	Der Funktionsbegriff	(4 Stunden)
3.2.	Lineare Funktionen	(7 Stunden)
3.3.	Nullstellen linearer Funktionen; lineare Gleichungen	(3 Stunden)
3.4.	Lösen linearer Gleichungen	(8 Stunden)
3.5.	Komplexe Übungen	(5 Stunden)
4.	**Stereometrie**	**21 Stunden**
4.1.	Wiederholung; Volumen schiefer Prismen und schiefer Zylinder	(5 Stunden)
4.2.	Pyramiden	(5 Stunden)
4.3.	Kreiskegel	(3 Stunden)
4.4.	Kugel	(4 Stunden)
4.5.	Komplexe Übungen	(4 Stunden)
	insgesamt:	**120 Stunden**

ANORDNUNG DER STOFFGEBIETE

Klasse 6
180 Std.

1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen
20 Std.

2. Gebrochene Zahlen
58 Std.

4. Planimetrie
70 Std.

3. Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität
32 Std.

Klasse 7
180 Std.

1. Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisgleichungen
38 Std.

2. Rationale Zahlen
37 Std.

3. Gleichungen
21 Std.

5. Darstellende Geometrie
30 Std.

4. Quadratzahl und Quadratwurzel
13 Std.

6. Der Kreis
29. Std.

7. Stereometrie
12 Std.

Klasse 8
120 Std.

1. Arbeiten mit Variablen
20 Std.

2. Ähnlichkeit
52 Std.

3. Lineare Funktionen
27 Std.

4. Stereometrie
21 Std.

INHALT DES UNTERRICHTS

Klasse 6

1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen 20 Stunden

Das Hauptziel dieses Stoffgebiets besteht darin, durch Festigung und Erweiterung des Wissens der Schüler über natürliche Zahlen und durch Ausbildung von Können im Untersuchen der Teilbarkeit natürlicher Zahlen sowie im Ermitteln gemeinsamer Vielfacher wichtige Voraussetzungen für die nachfolgende Entwicklung von Können im Rechnen mit gebrochenen Zahlen zu schaffen.
In Verbindung mit Teilbarkeitsuntersuchungen sind die Schüler mit grundlegenden mathematischen Begriffen und Arbeitsweisen bekannt zu machen, die nicht allein die Arbeit in den folgenden Stoffgebieten stützen, sondern darüber hinaus große eigenständige Bedeutung für die mathematische Allgemeinbildung besitzen. So lernen sie hier den Begriff Primzahl sowie Grundbegriffe der Mengenlehre kennen und werden in elementarer Form in das Definieren und Beweisen eingeführt.

Im Stoffabschnitt 1.1. sollen die Schüler ihr Verständnis für die Teilbarkeitsrelation zwischen zwei natürlichen Zahlen vertiefen und lernen, die Sätze für die Teilbarkeit eines Produkts, einer Summe und einer Differenz natürlicher Zahlen durch eine natürliche Zahl sowie einige ausgewählte Teilbarkeitsregeln sicher anzuwenden. Damit im Zusammenhang ist früher angeeignetes Wissen und Können der Schüler hinsichtlich natürlicher Zahlen und ihrer Eigenschaften zu festigen.
Bei der Einführung von Grundbegriffen der Mengenlehre sind unter anderem die Menge der Teiler einer gegebenen natürlichen Zahl, die Menge der natürlichen Zahlen (Symbol: N), die Menge der Primzahlen oder die Menge der natürlichen Zahlen, die durch eine gegebene Zahl teilbar sind, als Beispiele für Mengen zu nutzen.
Es wird der Begriff Aussage für solche sprachlichen Äußerungen eingeführt, die die Eigenschaft besitzen, entweder wahr oder falsch zu sein. An Hand von Beispielen werden die Schüler dann mit dem Unterschied zwischen einem Satz (als eine wichtige wahre Aussage) und einer Definition bekannt gemacht. Dazu sind auch die den Schülern bereits bekannten Begriffe Teiler und Vielfaches zu definieren. Werden im Unterricht mathematische Begriffe definiert, muß darauf geachtet werden, daß die Schüler den Inhalt der Definitionen wirklich erfassen und nicht etwa nur den Text unverstanden auswendig lernen.
Es ist den Schülern (ebenfalls an Hand geeigneter Beispiele) zu verdeutlichen, daß mathematische Sätze eines Beweises bedürfen und daß die Wahrheit einer Aussage über viele Zahlen nicht durch den Wahrheitsnachweis für einige Einzelfälle bewiesen werden kann, ein Gegenbeispiel aber ausreicht, eine solche Aussage als falsch nachzuweisen. Für einen Satz der Teilbarkeitslehre ist mit ihnen ein Beweis zu erarbeiten. Dabei sind die Schüler mit Gedankenfolge und Gliederung eines Beweises bekannt zu machen. Bei der Behandlung weiterer Teilbarkeitssätze ist den Schülern dann mitzuteilen, daß im Unterricht auf einen Beweis verzichtet wird.

Im Stoffabschnitt 1.2. sollen die Schüler die Begriffe gemeinsamer Teiler, gemeinsames Vielfaches und kleinstes gemeinsames Vielfaches (k. g. V.) von zwei und mehr als zwei natürlichen Zahlen kennenlernen. Sie müssen wissen, daß das Produkt natürlicher Zahlen ein gemeinsames Vielfaches dieser Zahlen ist. Sie sollen aber auch lernen, vor allem für zwei (höchstens zweistellige) natürliche Zahlen weitere gemeinsame Vielfache – insbesondere das k. g. V. – durch systematisches Probieren (durch Kopfrechnen) zu ermitteln.

Die Übungen sind gleichzeitig zu nutzen, das im ersten Stoffabschnitt angeeignete Wissen und Können weiter zu festigen.

1.1. Wiederholung und Teilbarkeitssätze (14 Stunden)

Wiederholung

Die Folge der natürlichen Zahlen und deren Darstellung im dekadischen Positionssystem;
die Addition und ihre Umkehrung, die Subtraktion;
die Multiplikation und ihre Umkehrung, die Division;
Rechengesetze für die Addition und Multiplikation;
die Begriffe „Nachfolger“, „Vorgänger“
sowie „gerade Zahl“ und „ungerade Zahl“;
Potenzschreibweise sowie die Begriffe „Potenz“, „Basis“, „Exponent“.

Definieren der Begriffe „ist teilbar durch“ beziehungsweise „ist ein Vielfaches von“, „ist ein Teiler von“ sowie „Primzahl“; die Schreibweise $a|b$ (a, b natürliche Zahlen);
Beschreiben von Teilbarkeitseigenschaften mit Hilfe von Variablen;
Einführen von „zusammengesetzte Zahl“ und „Primfaktor (von)“;
Zerlegen natürlicher Zahlen in Primfaktoren;
Hinweis auf die Existenz und Eindeutigkeit der Zerlegung einer natürlichen Zahl in Primfaktoren;
die Menge aller Primzahlen, die in der Primfaktorenzerlegung einer natürlichen Zahl auftreten.

Sätze über die Teilbarkeit eines Produkts natürlicher Zahlen und die Teilbarkeit bzw. Nichtteilbarkeit einer Summe oder Differenz zweier natürlicher Zahlen durch eine natürliche Zahl;
Regeln für die Teilbarkeit einer natürlichen Zahl
- durch 2, 5 und 10 (Wiederholung);
- durch 4;
- durch 3 und 9;
- durch 6.

Im Zusammenhang mit den Teilbarkeitssätzen:

Einführen von „Menge“, „Element einer Menge“ und „Teilmenge einer Menge“;
Beispiele für endliche und unendliche Mengen sowie (echte) Teilmengen dieser Mengen; dabei Angabe der Mengen durch Aufweisen ihrer Elemente oder durch Anführen einer charakteristischen Eigenschaft der Elemente;
Einführen der Schreibweise $M = \{\ldots\}$ für endliche Mengen sowie der Zeichen „$\in$“ und „$\subset$“;
Veranschaulichen der Teilmengenbeziehung mittels Diagrammen;
Einführen von Aussage;
Beispiele für (wahre oder falsche) Aussagen;
Einführen von „Definition“ und „(Lehr-)Satz“; Definieren bereits bekannter Begriffe; erstes Bekanntmachen mit dem Unterschied zwischen einer Definition (Festlegung) und einem (Lehr-)Satz (wichtige, wahre Aussage) an Hand von Beispielen.
Motivieren der Beweisnotwendigkeit für einen mathematischen Satz;
Einführen von „Beweis“;
erstes Bekanntmachen mit einem Beweis an Hand eines Satzes der Teilbarkeitslehre.

Vielfältige Übungen unter Verwendung der behandelten Teilbarkeitssätze sowie der Begriffe „Menge“, „Element (von)“ und „Teilmenge (von)“.

1.2. Gemeinsame Vielfache; gemeinsame Teiler (6 Stunden)

Gemeinsame Teiler und gemeinsame Vielfache mehrerer natürlicher Zahlen;
Einführen des Begriffs „kleinstes gemeinsames Vielfaches (k. g. V.)" natürlicher Zahlen;
Hinweis auf den größten gemeinsamen Teiler natürlicher Zahlen;
Einführen von „teilerfremd";
Übungen im systematischen Ermitteln eines gemeinsamen Vielfachen (zum Beispiel des k. g. V.) von zwei und in einigen Fällen auch von drei natürlichen Zahlen;
Vielfältige Übungen im Untersuchen natürlicher Zahlen auf Teilbarkeit.

2. Gebrochene Zahlen 58 Stunden

Die Hauptaufgabe des vorliegenden Stoffgebiets besteht darin, allen Schülern solides und dauerhaftes Können im Rechnen mit gebrochenen Zahlen zu vermitteln, wobei auf dem in Klasse 5 erworbenen Können im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung aufzubauen ist. Insbesondere müssen die Schüler anwendungsbereite Kenntnisse über den Begriff „gebrochene Zahl" über die Festlegungen zur Ordnung und zum Rechnen im Bereich der gebrochenen Zahlen und über die dafür geltenden Gesetze sowie solide Fertigkeiten im mündlichen und schriftlichen Ausführen der Grundrechenoperationen mit diesen Zahlen erwerben.
Verbunden damit sind die Schüler zu befähigen, einfache Gleichungen oder Ungleichungen, in denen gebrochene Zahlen auftreten, inhaltlich zu lösen, Überschläge und Kontrollen beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen auszuführen und Resultate mit sinnvoller Genauigkeit anzugeben.

Im Stoffabschnitt 2.1. sollen die Schüler Fertigkeiten im Vergleichen und Ordnen von gebrochenen Zahlen (in beiden Darstellungsformen) sowie im Gleichnamigmachen von gemeinen Brüchen erwerben. Dazu ist es erforderlich, daß die Schüler sicher einen gemeinsamen Nenner gegebener Brüche ermitteln können (der aber nicht unbedingt das k. g. V. der Einzelnenner sein muß).
Der Begriff „gebrochene Zahl" ist beim Vergleichen und Ordnen gebrochener Zahlen zu vertiefen. Die Schüler sollen erkennen, daß die gebrochenen Zahlen überall dicht liegen.
Von der Begriffsfestlegung der gebrochenen Zahlen ausgehend, wird die Sprechweise „Die gebrochene Zahl $\frac{3}{4}$ ..." (oder auch „Die gebrochene Zahl $\frac{6}{8}$ ..." usw.) eingeführt.

In den Stoffabschnitten 2.2. und 2.3. sind die Schüler unter Verwendung der Darstellung gebrochener Zahlen als gemeine Brüche mit den Festlegungen der Grundrechenoperationen für diesen Zahlenbereich sowie (unter Anwendung dieser Festlegungen) mit Begründungen der Regeln für das Rechnen mit gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung vertraut zu machen. Die Schüler müssen dabei erkennen, daß die Rechenoperationen für gebrochene Zahlen in zweckmäßiger Weise festgelegt werden. Dazu ist konsequent an das bereits vorhandene Wissen und Können hinsichtlich des Rechnens mit natürlichen Zahlen anzuknüpfen. Insbesondere ist das Wissen zu nutzen und weiter zu vertiefen, daß gebrochene Zahlen, die sich in der Form $\frac{a}{1}$ ($a \in N$) schreiben lassen, beim Rechnen durch die natürliche Zahl a ersetzt werden können (und umgekehrt).

Die Addition und Subtraktion beziehungsweise die Multiplikation und Division gebrochener Zahlen werden in ihrem engen inhaltlichen Zusammenhang behandelt.
Damit den Schülern bewußt wird und bewußt bleibt, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche zwei gleichberechtigte Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind, erfolgen Einführen und Üben der einzelnen Rechenoperationen zunächst unter Verwendung dieser beiden Schreibweisen (mit Beschränkung auf endliche Dezimalbrüche); mit zunehmenden Fertigkeiten im Ausführen der einzelnen Rechenoperationen ist später die für den vorliegenden Zusammenhang bequemste Darstellung zu wählen. Werden von den Schülern Rechenergebnisse als gemeine Brüche angegeben, so ist im allgemeinen ein Kürzen zu fordern.
Das Rechnen mit gemischten Zahlen beschränkt sich auf wenige einfache Beispiele.
Das Rechnen mit den sogenannten Doppelbrüchen wird mittels der auf gebrochene Zahlen a, b erweiterten Beziehung $\frac{a}{b} = a : b$ auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen zurückgeführt, die als gemeine Brüche gegeben sind. Es werden keine besonderen Regeln formuliert.

Durch vielfältiges Üben sind sichere Fertigkeiten im Lösen formaler Aufgaben, in denen nur eine Rechenoperation mit gebrochenen Zahlen beziehungsweise dieselbe Rechenoperation mehrmals durchzuführen ist, sowie erste Fertigkeiten im Lösen solcher Aufgaben, in denen mehr als zwei gebrochene Zahlen durch zwei verschiedene Rechenoperationen verknüpft werden, zu entwickeln. Dabei ist die Anzahl der gebrochenen Zahlen, die in einer Aufgabe vorkommen, im allgemeinen auf drei bis vier zu beschränken. Größere natürliche Zahlen im Zähler oder Nenner gemeiner Brüche, deren Addition, Subtraktion beziehungsweise Multiplikation nicht mehr durch Kopfrechnen bewältigt werden kann, sind zu vermeiden. Inhaltlich zu lösende Gleichungen oder Ungleichungen sollen nicht wesentlich über das etwa durch die Beispiele
$\frac{1}{2} + x = \frac{5}{6}$, $\frac{3}{5} \cdot x = \frac{21}{20}$, $0{,}4x + 1{,}2 = 2{,}8$, $\frac{8}{3} - x > 2$
gekennzeichneten Niveau hinausgehen. (Für Ungleichungen sind dabei nur einige Lösungen zu ermitteln.)

Bei den vielfältigen Übungen kommt es darauf an, neben der Ausbildung von Rechenfertigkeiten auch früher angeeignetes Wissen und Können zu festigen und gegebenenfalls zu erweitern sowie die Schüler zu Einsichten über Gesetzmäßigkeiten des Rechnens im Bereich der gebrochenen Zahlen zu führen. So ist
- im Zusammenhang mit der Bestimmung gemeinsamer Nenner das Ermitteln gemeinsamer Vielfacher durch Kopfrechnen bis zur Fertigkeit zu entwickeln;
- insbesondere beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung das Ermitteln eines Überschlags zu üben;
- beim Multiplizieren und Dividieren gebrochener Zahlen zu diskutieren, wie es sich auf das Resultat auswirkt, wenn ein Faktor beziehungsweise der Divisor kleiner als, gleich oder größer als 1 ist.

In die vielfältigen Übungen werden auch einfache Sach- und Anwendungsaufgaben einbezogen, zu deren Lösung mit gebrochenen Zahlen gerechnet werden muß. Das Lösen dieser Aufgaben gibt Gelegenheit, die bereits in Klasse 5 entwickelte Einsicht zu festigen, daß das Rechnen mit Näherungswerten ebenfalls nur Näherungswerte liefert und daß es deshalb notwendig ist, Ergebnisse mit sinnvoller Genauigkeit anzugeben. In diesen Sach- und Anwendungsaufgaben sind – zugunsten der Verwendung endlicher Dezimalbrüche – für die beschriebenen Sachverhalte untypische Angaben als gemeine Brüche oder als gemischte Zahlen zu vermeiden.

Um für jede gebrochene Zahl eine Darstellung als Dezimalbruch angeben zu können, werden die Schüler im Stoffabschnitt 2.5. mit den unendlichen periodischen Dezimalbrüchen bekannt gemacht, wobei der Divisionskalkül formal Anwendung findet. In den Übungen sind insbesondere die Fertigkeiten im schriftlichen Dividieren gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung (nun auch mit periodischem Dezimalbruch als Ergebnis) weiterzuentwickeln.

Nachdem das Können im Rechnen mit gebrochenen Zahlen schon im Stoffabschnitt Komplexe Übungen vertieft wurde, ist es im Stoffabschnitt 2.6. zu dem für das Stoffgebiet gekennzeichneten Niveau zu führen. Dazu sind in zunehmendem Maße die Verknüpfung mehrerer Rechenoperationen mit gebrochenen Zahlen sowie einfache Sach- und Anwendungsaufgaben beim Üben zu berücksichtigen. Am Beispiel geeigneter Sach- und Anwendungsaufgaben wird mit den Schülern erarbeitet, wie man zweckmäßig bei der Bestimmung derjenigen Dezimalstelle vorgeht, auf die beim Rechnen mit Näherungswerten (Addieren und Subtrahieren beziehungsweise Multiplizieren und Dividieren) zu runden ist, um Resultate mit sinnvoller Genauigkeit zu erhalten. Das Wesentliche dieses Vorgehens wird in einprägsamen Regeln zusammengefaßt. Das Ermitteln von Resultaten mit sinnvoller Genauigkeit ist dann vielfältig zu üben.

2.1. Ordnung gebrochener Zahlen (8 Stunden)

Wiederholung

Gemeine Brüche; Kürzen und Erweitern gemeiner Brüche; gleichnamige gemeine Brüche;
Dezimalbrüche;
Umformen gemeiner Brüche – auf dem Wege über Zehnerbrüche – in Dezimalbrüche und umgekehrt;
Darstellen von gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen auf dem Zahlenstrahl;
eine gebrochene Zahl als Menge von Brüchen, die ein und demselben Punkt des Zahlenstrahls zugeordnet wird;
Bedingung dafür, daß zwei Brüche zu ein und derselben gebrochenen Zahl gehören.

Einführen von „Grundbereich einer Variablen“.
Definieren der Relation „ist kleiner als“ für gebrochene Zahlen; Einführen der Schreibweise „$\leqq$“; Q_+ als Symbol für die Menge der gebrochenen Zahlen; die Menge der natürlichen Zahlen als Teilmenge der Menge der gebrochenen Zahlen;
Vergleichen gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Ermitteln eines gemeinsamen Nenners (nicht notwendig immer das k. g. V. der Einzelnenner) und Gleichnamigmachen zweier gemeiner Brüche; Einführen des Begriffs „Hauptnenner“ zweier gemeiner Brüche;
Vergleichen gebrochener Zahlen, die als Dezimalbrüche gegeben sind (Wiederholung);
Übungen im Ordnen gebrochener Zahlen (in beiden Darstellungsformen);
Einführung der Relation „liegt zwischen“;
Ermitteln von gebrochenen Zahlen, die zwischen zwei gegebenen gebrochenen Zahlen liegen;
Erarbeiten der Tatsache, daß in der Menge der gebrochenen Zahlen keine Zahl einen unmittelbaren Nachfolger besitzt;
Einführen von „überall dicht liegen“.

2.2. Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen (12 Stunden)

Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind; Wiederholen und Begründen der aus Klasse 5 bekannten Regel für die Addition gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung;
Übungen im Addieren und Subtrahieren gebrochener Zahlen in beiden Darstellungsformen;
Kommutativgesetz und Assoziativgesetz der Addition.
Gemischte Zahlen als Schreibweise für gebrochene Zahlen
$\frac{a}{b}$ mit $a > b$ ($a, b \in N$; $b \neq 0$); Beispiele für das Rechnen mit gemischten Zahlen.
Vielfältige Übungen im mündlichen und schriftlichen Rechnen mit gebrochenen Zahlen.

2.3. Multiplikation und Division gebrochener Zahlen (16 Stunden)

Multiplikation gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Übungen im Multiplizieren gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Wiederholen und Begründen der aus Klasse 5 bekannten Regel für die Multiplikation zweier gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung; Übungen.
Kommutativgesetz und Assoziativgesetz der Multiplikation gebrochener Zahlen;
Distributivgesetz; Übungen.
Definieren des Begriffs „Reziprokes der gebrochenen Zahl $\frac{a}{b}$" ($a, b \in N$; $a \neq 0, b \neq 0$).
Division gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind;
Übungen im Dividieren gebrochener Zahlen, die als gemeine Brüche gegeben sind.
Beziehung $\frac{a}{b} = a : b$ ($a, b \in N$; $b \neq 0$) in der Menge der gebrochenen Zahlen und Erweiterung der Gültigkeit dieser Beziehung auf gebrochene Zahlen a und b.
Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der gebrochenen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind.
Regel für das schriftliche Dividieren von gebrochenen Zahlen, die als Dezimalbrüche gegeben sind, unter Verwendung des schriftlichen Verfahrens für die Division natürlicher Zahlen; Übungen im schriftlichen Dividieren von gebrochenen Zahlen, die als endliche Dezimalbrüche gegeben sind und deren Quotient ein endlicher Dezimalbruch ist (der Divisor soll sich in ein Produkt aus einer ein- oder zweistelligen natürlichen Zahl und einer Zehnerpotenz zerlegen lassen).
Vielfältige Übungen im mündlichen und schriftlichen Rechnen.

2.4. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen im Ordnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren gebrochener Zahlen in beiden Darstellungsformen (die Einschränkung in 2.3. beim Dividieren gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung ist weiterhin gültig);
Verbinden dieser Übungen mit Übungen im
- Untersuchen natürlicher Zahlen auf Teilbarkeit;
- Ermitteln gemeinsamer Vielfacher und des k. g. V.;
- Darstellen gebrochener Zahlen auf dem Zahlenstrahl;

- Umformen gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt;
- inhaltliches Lösen einfacher Gleichungen und Ungleichungen;
- Begründen von Aussagen.

Bei diesen Übungen sind insbesondere die Anforderungen hinsichtlich folgender Gesichtspunkte ständig zu wechseln:
- Darstellungsform der auftretenden gebrochenen Zahlen (gemeiner Bruch/Dezimalbruch);
- anzuwendende Rechenverfahren (Überschlag, Kopfrechnen, schriftliches Rechnen);
- Lösbarkeit der Aufgaben.

Die genannten Übungen sind durch Folgendes zu ergänzen bzw. mit folgendem zu verbinden:
- Berechnen von Winkelgrößen;
- Konstruieren der Bilder von Figuren bei Bewegungen;
- Aufsuchen kongruenter Figuren.

2.5. Gemeine Brüche und Dezimalbrüche; Division von gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung (7 Stunden)

Übungen im Umformen von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche durch Division;
Definieren der Begriffe „endlicher Dezimalbruch“, „unendlicher Dezimalbruch“ und „periodischer Dezimalbruch“;
Beispiele für unendliche nicht periodische Dezimalbrüche;
endliche Dezimalbrüche als Näherungswerte für unendliche (Wiederholung: Runden);
Übungen im Umformen endlicher Dezimalbrüche in gemeine Brüche;
Erläutern der Tatsache, daß sich auch jeder periodische Dezimalbruch als gemeiner Bruch schreiben läßt, er also eine gebrochene Zahl angibt.
Übungen im schriftlichen Dividieren gebrochener Zahlen, die als endliche Dezimalbrüche gegeben sind (Quotient beliebig, Divisor wie 2.3.).

2.6. Übung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen; Ergebnisangaben mit sinnvoller Genauigkeit (10 Stunden)

Übungen im Rechnen mit gebrochenen Zahlen bei Verknüpfung mehrerer Rechenoperationen; einfache Sach- und Anwendungsaufgaben (unter besonderer Berücksichtigung der Dezimalschreibweise).

Einführen von „zuverlässige Ziffer“;
Erarbeiten von Regeln (an Hand von Beispielen) zur Bestimmung der Dezimalstelle, auf die beim Addieren und Subtrahieren beziehungsweise Multiplizieren und Dividieren von Näherungswerten zu runden ist (wenn nur berücksichtigt wird, welche Ziffern in den Näherungswerten zuverlässig sind);
Übungen im Ermitteln von Resultaten mit sinnvoller Genauigkeit.

Vielfältige Übungen im Rechnen mit gebrochenen Zahlen, dabei Lösen von einfachen Sach- und Anwendungsaufgaben unter Beachtung sinnvoller Genauigkeit,
Arbeiten mit Größen,
Arbeiten mit Variablen (zum Beispiel beim Lösen einfacher Gleichungen).

Das Hauptziel dieses Stoffgebiets besteht darin, den Schülern klare inhaltliche Vorstellungen über den Begriff Kongruenz für beliebige Figuren zu vermitteln und sie zu befähigen, diesen Begriff bei der Untersuchung von Vielecken und speziell von Dreiekken anzuwenden. Dabei sollen die Schüler zugleich wichtige planimetrische Sätze kennenlernen, sich fest einprägen und das Können erwerben, diese beim Lösen inner- und außermathematischer Aufgaben (unter Einschluß von Vielecksberechnungen) anzuwenden.

Im gesamten Stoffgebiet ist ein anschauliches Vorgehen unbedingt erforderlich – wozu nicht nur Skizzen und Konstruktionen ebener Figuren zu nutzen sind, sondern auch reale Objekte des Anschauungsraumes. Gleichzeitig muß jedoch erreicht werden, daß die Schüler von speziellen Veranschaulichungen abstrahieren und die umfassende Gültigkeit von Aussagen inhaltlich verstehen sowie auf einfache planimetrische Aufgabenstellungen richtig anwenden lernen. Dem Herausbilden dieser Elemente des deduktiven Denkens der Schüler ist besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Das Verständnis der Schüler für die Unterscheidung von Definition und Satz sowie für die Notwendigkeit von Beweisen und ihre Fähigkeit, Beweise zu verstehen sowie in einfachen Fällen auch wiederzugeben, sind weiterzuentwickeln. Die in diesem Stoffgebiet vielfältig vorhandenen Möglichkeiten, die Schüler langfristig an das selbständige Führen eines Beweises heranzuführen, sollten konsequent genutzt werden. So ist immer wieder das Begründen mathematischer Aussagen zu üben und zum Beispiel bei den einzelnen Schritten in umfangreicheren Herleitungen und Beweisen anzuwenden.
Mit der Behandlung von Beweisen soll bei den Schülern auch das Verständnis für die dabei benutzte Vorgehensweise vertieft werden. Bei der Behandlung von Sätzen, für die im Stoffteil ein Beweis gefordert wird, ist es nicht erforderlich, stets zuerst den Satz zu formulieren und danach den Beweis zu führen. In einigen Fällen (insbesondere in 3.6. und 3.7.) kann der Satz auch im Ergebnis einer Herleitung formuliert werden, wobei den Schülern bewußt werden muß, daß der Satz damit bewiesen ist.
Auf die Notwendigkeit eines Beweises für Satzumkehrungen ist besonders einzugehen.

Im Zentrum des Stoffabschnitts 3.1. steht die Festigung des in den Klassen 4 und 5 von den Schülern angeeigneten Wissens und Könnens hinsichtlich Verschiebungen, Spiegelungen an einer Geraden und Drehungen um einen Punkt. Bei den Schülern ist dabei das Verständnis dafür zu vertiefen, daß Verschiebungen, Spiegelungen und Drehungen die Ebene umkehrbar eindeutig auf sich abbilden. Es werden in diesem Zusammenhang nun auch die Begriffe „Abbildung“, „eindeutig“ sowie „umkehrbar eindeutig“ verwendet.
Auf der Grundlage ihres Wissens über Verschiebungen, Spiegelungen und Drehungen werden die Schüler im Stoffabschnitt 3.2. mit dem Begriff Bewegung und mit wichtigen Eigenschaften der Bewegungen vertraut gemacht. Der Begriff Bewegung wird anschließend genutzt, um „kongruent“ zu definieren. Es sind dann Paare von Figuren auf Kongruenz zu untersuchen. Soll bei diesen Untersuchungen nachgewiesen werden, daß zwei Figuren einander nicht kongruent sind, so sind die Eigenschaften der Bewegungen zu nutzen. Der Begriff „kongruent“ ist speziell auf Strecken und Winkel anzuwenden.

Bemerkung: Es ist dem Lehrer freigestellt, die Behandlung der Stoffabschnitte 3.1. und 3.2. miteinander zu verknüpfen.

In den Stoffabschnitten 3.3. und 3.4. sind die Schüler unter Anwendung des Begriffs „kongruent“ bei der Untersuchung von Winkelpaaren und von Dreiecken mit planimetrischen Sätzen über Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufen- und Wechselwinkel an ge-

schnittenen Parallelen sowie über Winkel-, Seiten- und Winkel-Seiten-Relationen an Dreiecken bekannt zu machen. Durch vielfältige Übungen ist zu sichern, daß sich die Schüler diese Sätze einprägen und sie beim Aufgabenlösen zweckentsprechend anwenden lernen. Die Untersuchung von Winkelpaaren ist auch zu nutzen, um die Schüler mit dem Umkehren von Sätzen vertraut zu machen und ihnen zu zeigen, daß eine Umkehrung eines Satzes falsch sein kann.
Im folgenden lernen die Schüler mit den Kongruenzsätzen eine einfachere Möglichkeit kennen, die Kongruenz von Dreiecken festzustellen. Durch vielfältiges Anwenden der Kongruenzsätze sowohl im Stoffabschnitt 3.5. als auch im Stoffabschnitt 3.6. – hier speziell bei der Untersuchung von Vier- und Vielecken – sollen sich die Schüler diese Sätze ebenfalls einprägen und sie anwenden lernen sowie gleichzeitig ihr früher erworbenes geometrisches Wissen festigen und erweitern. Bei den Grundkonstruktionen und bei den Konstruktionen von Drei- und Vielecken sind die Kongruenzsätze für Dreiecke – gegebenenfalls auch weitere Sätze über Dreiecke – insbesondere durch vorausgehende beziehungsweise nachträgliche Betrachtungen zur Konstruierbarkeit beziehungsweise zur Eindeutigkeit der Konstruktion anzuwenden. Die Schüler müssen befähigt werden, ihre Konstruktion exakt zu beschreiben und diese Konstruktionsbeschreibung schriftlich zu fixieren.

Im Stoffabschnitt 3.7. sollen die Schüler schließlich, aufbauend auf ihren Vorkenntnissen über Flächenmaße und Flächeninhaltsberechnungen für Rechtecke befähigt werden, Umfangs- und Flächeninhaltsberechnungen für Drei-, Vier- und Vielecke sicher durchzuführen. Die dazu benötigten Formeln müssen sie sich fest einprägen. Soweit diese Formeln nicht schon in Klasse 5 behandelt wurden, sind sie mit den Schülern zu erarbeiten. Benutzte Formeln, die Gleichungen der im Stoffabschnitt 4.1. behandelten Formen entsprechen, sind unter Verwendung des kennengelernten Verfahrens nach der jeweils gesuchten Größe aufzulösen.

3.1. Wiederholung und Zusammenfassung (5 Stunden)

Die Begriffe „Gerade“, „Punkt“, „Strahl“, „Strecke“ und „Ebene“; die Begriffe „Winkel“, „spitzer Winkel“, „rechter Winkel“, „stumpfer Winkel“, „gestreckter Winkel“ und „überstumpfer Winkel“; die Begriffe „Original“ und „Bild“;
gegenseitige Lage von Punkten und Geraden; gegenseitige Lage von zwei Geraden in der Ebene;
Verschiebung und deren Eigenschaften; Konstruktion von Bildpunkten und Bildfiguren bei Verschiebungen;
Spiegelung an einer Geraden; Eigenschaften der Spiegelung; Konstruktion von Bildpunkten und Bildfiguren bei Spiegelungen; dabei Einführen von „Mittelpunkt einer Strecke“ und „Mittelsenkrechte einer Strecke“;
Drehung um einen Punkt; Eigenschaften der Drehung; Konstruktion von Bildpunkten und Bildfiguren bei Drehungen;
Kennzeichnung von Verschiebung, Spiegelung an einer Geraden und Drehung um einen Punkt als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich;
Einführen von „Abbildung“, „eindeutig“ und „umkehrbar eindeutig“ beziehungsweise „eineindeutig“;
gemeinsame Eigenschaften von Verschiebungen; Spiegelungen an einer Geraden und Drehungen um einen Punkt.

3.2. Bewegung und Kongruenz (7 Stunden)

Beispiele für das Nacheinanderausführen von Verschiebungen, von Drehungen und von Spiegelungen;
Einführen des Begriffs „Bewegung“ als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich, die das Ergebnis der Nacheinanderausführung einer endlichen Anzahl von Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen ist; Verwenden dieses Begriffs; Ermitteln von Eigenschaften der Bewegungen aus den entsprechenden Eigenschaften von Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen.
Definieren des Begriffs „kongruent“ für beliebige geometrische Figuren; das Zeichen „$\cong$“;
Untersuchen von Figuren-Paaren auf Kongruenz;
Anwenden der Relation „kongruent“ auf Strecken und Winkel.
Hinweis auf zueinander kongruente Körper.
Vielfältige Übungen unter Verwendung der zuvor behandelten Definitionen und Sätze.

3.3. Beziehungen zwischen Winkeln (6 Stunden)

Einführen von „Scheitelwinkel“, Kongruenz von Scheitelwinkeln; Einführen von „Nebenwinkel“, rechte Winkel als Winkel, die ihren Nebenwinkeln kongruent sind.
Einführen von „Stufenwinkel“ und „Wechselwinkel“ als Winkelpaare an zwei Geraden, die von einer dritten Geraden geschnitten werden;
Sätze über Stufenwinkel und Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen (mit Beweis); Umkehrungen dieser Sätze.
Vielfältige Übungen unter Verwendung der Sätze über Scheitel- und Nebenwinkel sowie über Stufen- und Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen.

3.4. Dreiecke (7 Stunden)

Klassifizieren von Dreiecken nach Seiten und Winkeln;
Systematisieren unter Verwendung des Mengenbegriffs (Veranschaulichung durch Diagramme);
Wiederholen von „Innenwinkel“ und Einführen von „Außenwinkel“ eines Dreiecks;
Satz über die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks (mit Beweis);
Außenwinkelsatz (mit Beweis);
Symmetrieeigenschaften besonderer Dreiecke;
Einführen von „Winkelhalbierende“;
Einführen von „Basis“ und „Basiswinkel“ eines gleichschenkligen Dreiecks;
Winkel-Seiten-Relation und Seiten-Relation (Dreiecksungleichung) an Dreiecken (ohne Beweis).
Vielfältige Übungen unter Verwendung der Sätze über Dreiecke.

3.5. Kongruenz von Dreiecken (18 Stunden)

Eigenschaften kongruenter Dreiecke (Kongruenz einander entsprechender Seiten und Winkel);
Kongruenzsätze (sws, wsw, sss, ssw) als Kriterien für die Kongruenz von Dreiecken;
Beweis des Kongruenzsatzes sws; Übungen im Konstruieren von Dreiecken bei gegebenen Seiten und Winkeln (unter Berücksichtigung von Aufgaben, die keine oder keine eindeutige Lösung haben); Verwenden der Winkel-Seiten- und der Seiten-Rela-

tion sowie der Kongruenzkriterien zur Begründung der Eindeutigkeit der Konstruktion beziehungsweise zur Untersuchung der Konstruierbarkeit.

Die (Grund-)Konstruktionen: Halbieren von Strecken und Winkeln; Errichten einer Senkrechten in einem Punkt einer Geraden;
Fällen des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade;
Ausführen dieser Konstruktionen; Begründen dieser Konstruktionen sowie des konstruktiven Antragens eines Winkels mit Hilfe der Kongruenzkriterien.
Kennzeichnen von Parallelen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden als Punktmengen mit bestimmten Eigenschaften; Einführen von „Seitenhalbierende“ und „Höhe“ eines Dreiecks sowie Anwenden der Begriffe „Mittelsenkrechte“ und „Winkelhalbierende“ auf Dreiecke;
Übungen im Konstruieren dieser Dreieckstransversalen; Sätze über den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten (mit Beweis), der Höhen (ohne Beweis), der Seitenhalbierenden (ohne Beweis) und der Winkelhalbierenden (mit Beweis) eines Dreiecks; Lagemöglichkeiten dieser Schnittpunkte bei verschiedenen Dreiecken.
Einfache Konstruktionen von Dreiecken aus gegebenen Seiten und Winkeln beziehungsweise aus Seiten, Winkeln und einer Höhe sowie deren Beschreibung.

3.6. Vierecke und Vielecke (13 Stunden)

Einführen von „n-Eck“ beziehungsweise „Vieleck“; Diagonalen eines Vielecks.
Satz über die Winkelsumme im Viereck (mit Beweis);
Definieren der Begriffe „Trapez“, „Parallelogramm“, „Rhombus“, „Rechteck“, „Quadrat“ und „Drachenviereck“ als Vieruckssonderfälle;
Systematisieren der Vierecksarten unter Verwendung des Mengen-Begriffs (Veranschaulichung durch Diagramme);
Eigenschaften der genannten Vierecke (für einige Eigenschaften von Parallelogramm, Rhombus und Rechteck mit Beweis);
Ausführen einfacher Konstruktionen.

3.7. Flächeninhalt und Umfang von Vielecken (9 Stunden)

Sätze über die Flächeninhalte von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen (mit Beweis).
Berechnen des Umfangs von Dreiecken und Vierecken. Berechnungsprinzip für Flächeninhalt und Umfang von Vielecken.
Vielfältige Übungen im Berechnen von Flächeninhalten und Umfängen (beziehungsweise von Seiten oder Höhen aus gegebenen Flächeninhalten) unter vorrangiger Benutzung gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung (einfache Anwendungsaufgaben eingeschlossen).

3.8. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Folgendes ist in besonderem Maße und in gegenseitiger Verbindung zu üben:
- Skizzieren und Konstruieren ebener Figuren;
- Konstruieren der Bilder von Figuren bei Bewegungen;
- Aufsuchen kongruenter Figuren;
- Begründen von Aussagen;

- Berechnen von Größen (insbesondere Seitenlängen, Höhen, Umfänge und Flächeninhalte von Vielecken sowie entsprechende Größen von Quadern, Winkel in Dreiecken und an geschnittenen Geraden);
- Umrechnen von Größenangaben.

Bei diesen Übungen sind insbesondere die Anforderungen hinsichtlich folgender Gesichtspunkte zu wechseln:
- Art der darzustellenden, zu untersuchenden oder zu berechnenden Figuren (Strecke, Winkel, 3-, 4- oder anderes *n*-Eck, räumliche Figur);
- Art der Darstellung (Skizze/Konstruktion);
- Art der Vorgabe der Figuren (durch Beschreibung, mittels Lochschablone, durch Punktkoordinaten);
- Notwendigkeit des Umstellens von Formeln;
- Lösbarkeit der Aufgaben.

4. Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität — 32 Stunden

Die Hauptaufgabe dieses Stoffgebiets besteht darin, die Schüler durch die Behandlung von direkter und umgekehrter Proportionalität an die Untersuchung funktionaler Beziehungen heranzuführen und ihnen grundlegendes Können im algorithmisch-kalkülmäßigen Lösen der hierbei auftretenden Gleichungstypen zu vermitteln. Dabei sind zugleich die Fertigkeiten der Schüler im Rechnen mit gebrochenen Zahlen weiterzuentwickeln.

Im Stoffabschnitt 4.1. werden mit der systematischen Einführung in die Gleichungslehre die Voraussetzungen dafür geschaffen, daß die Schüler die bei der Untersuchung direkter und umgekehrter Proportionalität auftretenden Gleichungen sicher und schnell lösen können. Dabei ist auf die bereits in den Klassen 1 bis 5 vermittelten Kenntnisse über Gleichungen Bezug zu nehmen. Unter Verwendung des Begriffs „Term" wird das Verständnis der Schüler für die Begriffe „Gleichung" und „Ungleichung" vertieft. Es ist herauszuarbeiten, daß Gleichungen und Ungleichungen, sofern sie keine (freien) Variablen enthalten, entweder wahre oder falsche Aussagen darstellen, Gleichungen beziehungsweise Ungleichungen mit (freien) Variablen dagegen erst dann ein Wahrheitswert zukommt, wenn für diese Variablen Zahlen aus einem gegebenen Variablen-Grundbereich eingesetzt werden. In diesem Zusammenhang werden die Begriffe „erfüllen", „lösen", „Lösung" und „Lösungsmenge" einer Gleichung beziehungsweise Ungleichung eingeführt.
Zum Festigen der eingeführten Begriffe sind zunächst einige Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen zu lösen. Darauf aufbauend, sind Lösungsverfahren für die beiden im Stoffabschnitt 4.1. angeführten Gleichungstypen zu erarbeiten. Die Schüler müssen befähigt werden, Gleichungen dieser Typen vom Prinzip her lösen zu können; die Entwicklung der entsprechenden Fertigkeiten erfolgt im Zusammenhang mit dem Lösen vielfältiger Aufgaben in den Stoffabschnitten 4.2. und 4.3., die auf diese Gleichungstypen führen.
Durch Vorgabe verschiedener Variablengrundbereiche für ein und dieselbe Gleichung beziehungsweise Ungleichung soll den Schülern verdeutlicht werden, daß man die Frage nach der Existenz und Anzahl von Lösungen nicht absolut, sondern im allgemeinen nur bezüglich des angegebenen Grundbereichs beantworten kann. Die Schüler müssen von Anfang an daran gewöhnt werden, die Richtigkeit der erhaltenen Lösung durch eine Probe zu kontrollieren. Wenn die Probe auch bei äquivalenten Umformungen einer Gleichung kein mathematisches Erfordernis ist, gibt sie dem Schüler jedoch

die Möglichkeit, seine Arbeit kritisch einzuschätzen und eventuelle Rechenfehler zu beheben. Die Probe ist stets an der Ausgangsgleichung durchzuführen; erst wenn sich eine wahre Aussage ergibt, ist der Schüler berechtigt, von einer Lösung der Gleichung zu sprechen und diese kenntlich zu machen.

Im Stoffabschnitt 4.2. werden die Schüler mit den Begriffen direkte Proportionalität und umgekehrte Proportionalität vertraut gemacht.
An Beispielen für direkte Proportionalität aus ihrer Erfahrungswelt beziehungsweise aus anderen Unterrichtsfächern sollen die Schüler erkennen, daß in allen Paaren $(a; b)$ einander zugeordneter Werte stets der Wert b das gleiche Vielfache des Wertes a ist und damit alle Quotienten $b : a$ $(a \neq 0)$ einander gleich sind. In analoger Weise sind die Schüler an Beispielen für umgekehrte Proportionalität zu der Erkenntnis zu führen, daß alle Produkte $a \cdot b$ einander zugeordneter Werte untereinander gleich sind. Den Schülern wird mitgeteilt, daß man derartige Zusammenhänge zwischen den Werten a und b „direkt proportional“ beziehungsweise „umgekehrt proportional“ nennt. Dabei wird die Bezeichnungsweise „direkt proportional“ als Gegenüberstellung zu „umgekehrt proportional“ eingeführt und nur in solchen Fällen verwendet, in denen es auf diese Gegenüberstellung besonders ankommt. In allen anderen Fällen braucht lediglich von „proportional“ und „umgekehrt proportional“ gesprochen zu werden. Es ist den Schülern mitzuteilen, daß man statt „umgekehrt proportional“ manchmal „indirekt proportional“ verwendet.
Wertetabellen sind auf das Vorliegen von direkter oder umgekehrter Proportionalität zu untersuchen. Dabei ist auch auf das Auswerten von Meßreihen sowie auf die Berücksichtigung von Einheiten einzugehen. Über das Darstellen der bei solchen Untersuchungen auftretenden Wertepaare in einem Koordinatensystem werden die Schüler mit wesentlichen Merkmalen der graphischen Darstellung von direkter und umgekehrter Proportionalität vertraut gemacht.
Insbesondere für den Physikunterricht in den Klassen 6 bis 8, aber auch für das Ermitteln von Überschlägen bei den im weiteren dann zu lösenden Aufgaben, ist es erforderlich, daß die Schüler erkennen, wie sich ein Verdoppeln/Halbieren, Verdreifachen/Dritteln usw. des Wertes von a bei direkter beziehungsweise umgekehrter Proportionalität auf den Wert von b auswirkt.

Mit der Erarbeitung des Begriffs „Verhältnisgleichung“ wird die Voraussetzung geschaffen, um bei Kenntnis beziehungsweise Annahme des Vorliegens direkter Proportionalität interessierende Werte aus gegebenen Werten berechnen zu können. Die Schüler sollen, ausgehend von Wertetabellen, Verhältnisgleichungen aufstellen und mit Hilfe der im Stoffabschnitt 4.1. erarbeiteten Verfahren lösen lernen. Es ist herauszuarbeiten, daß man bei umgekehrter Proportionalität sowohl über einen Vergleich von Verhältnissen als auch über einen Vergleich von Produkten (unter Verwendung der Definition der umgekehrten Proportionalität) eine Gleichung aufstellen kann. Bei den anschließenden Übungen soll dann jedoch eine Konzentration auf eine dieser Vorgehensweise erfolgen.
Zur Festigung des Wissens und Könnens hinsichtlich direkter und umgekehrter Proportionalität sowie hinsichtlich des Lösens der in 4.1. behandelten Gleichungstypen sind einfache Sach- und Anwendungsaufgaben zu lösen. Hier ist besonders darauf zu achten, daß die Schüler nicht formal von Verhältnis- bzw. Produktgleichungen Gebrauch machen, sondern stets zuvor untersuchen, ob bei den beschriebenen Sachverhalten tatsächlich direkte oder umgekehrte Proportionalität vorliegt oder angenommen werden darf. Die Schüler sind sowohl beim formalen Üben des Aufstellens einer Gleichung aus einer Wertetabelle als auch beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben daran zu gewöhnen, schon vor dem Aufstellen einer Gleichung einen Überschlag für das zu erwartende Ergebnis zu ermitteln (unter Nutzung der Eigenschaften direkter beziehungsweise umgekehrter Proportionalität).

Bei Übungen und Anwendungen sollen vorrangig gebrochene Zahlen benutzt werden.
An geeigneter Stelle sind Bemerkungen zur historischen Entwicklung des Rechnens mit gebrochenen Zahlen und zum Proportionalitätsbegriff einzufügen.

4.1. Einführung in die Gleichungslehre (8 Stunden)

Einführen von „Term" an Hand von Beispielen;
Gleichungen und Ungleichungen als Verbindung zweier Terme durch die Zeichen „=" beziehungsweise „<", „>" oder „≠";
Gleichungen und Ungleichungen ohne Variable als wahre oder falsche Aussagen;
Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen als Ausdrücke, denen kein Wahrheitswert zugeordnet werden kann;
Übungen im Überführen von Gleichungen oder Ungleichungen mit Variablen in Aussagen durch Einsetzen von natürlichen und gebrochenen Zahlen für die Variablen;
Wiederholen des Begriffs „Grundbereich einer Variablen";
Einführen der Begriffe „erfüllen", „lösen" beziehungsweise „Lösung" und „Lösungsmenge" und Anwenden beim Lösen einiger Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen. Abhängigkeit der Existenz beziehungsweise der Anzahl der Lösungen vom gewählten Grundbereich; Einführen des Begriffs „leere Menge"; das Zeichen $\emptyset$.

Lösen von Gleichungen der Typen $ax = b$ und $\frac{a}{x} = b$;
algorithmisch-kalkülmäßige Lösungsverfahren für diese Gleichungstypen (für $a \neq 0$ beziehungsweise $a \neq 0$ und $b \neq 0$);
Übungen im algorithmisch-kalkülmäßigen Lösen von Gleichungen dieser Typen.

4.2. Proportionalität und Verhältnisgleichungen (19 Stunden)

Wiederholung

Darstellen natürlicher und gebrochener Zahlen auf einem Strahl;
geordnetes Zahlenpaar, Koordinatensystem;
Schreibweise $P(x; y)$ für den zum Zahlenpaar $(x; y)$ gehörenden Punkt P.

Vergleichen von Paaren einander zugeordneter Werte für Sachverhalte, bei denen Proportionalität vorliegt;
Definieren von „proportional" beziehungsweise von „Proportionalität" sowie von „Proportionalitätsfaktor";
Berücksichtigen von Einheiten bei Proportionalität;
das Zeichen „~".
Darstellen von geordneten Paaren natürlicher oder gebrochener Zahlen als Punkte in einem rechtwinkligen Koordinatensystem (I. Quadrant); dabei Einführen von „Koordinaten eines Punktes", „Abszisse eines Punktes", „Ordinate eines Punktes"; Übungen.
Darstellen von Proportionalitäten in einem Koordinatensystem. Vergleichen von Paaren einander zugeordneter Werte für Sachverhalte, bei denen umgekehrte Proportionalität vorliegt;
Definieren von „umgekehrt proportional" beziehungsweise von „umgekehrte Proportionalität";
Einführen von „direkt proportional" und von „direkte Proportionalität" als Gegenüberstellung zu „umgekehrt proportional" und „umgekehrte Proportionalität";
Berücksichtigen von Einheiten bei umgekehrter Proportionalität.
Darstellen von umgekehrten Proportionalitäten in einem Koordinatensystem.

Verwendung von „Verhältnis“ für Quotienten $\frac{a}{b}$ beziehungsweise $a:b$ ($a, b \in Q_+$, $b \neq 0$);
Gleichheit von Verhältnissen (Quotienten) bei direkter und von Verhältnissen beziehungsweise von Produkten bei umgekehrter Proportionalität.
Weitere Beispiele für direkte und umgekehrte Proportionalität (vor allem aus der Physik und dem täglichen Leben).
Einführen von „Verhältnisgleichung“ für Gleichungen der Form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ beziehungsweise $a:b = c:d$ (a, b, c, d natürliche oder gebrochene Zahlen; b, $d \neq 0$); Hinweis auf die Bezeichnung „Proportion“;
Übungen im Aufstellen von Gleichungen (ausgehend von Wertetabellen) bei bekanntem oder angenommenem Vorliegen direkter oder umgekehrter Proportionalität;
Übungen im Lösen aufgestellter Gleichungen;
einfache Sach- und Anwendungsaufgaben.

4.3. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen im Rechnen mit gebrochenen Zahlen; verbunden mit Übungen im
- Aufstellen und Lösen von Gleichungen (insbesondere bei direkter und umgekehrter Proportionalität);
- Berechnen von Größen (einschließlich im Physikunterricht der Klasse 6 behandelter Größen);
- Umrechnen von Größenangaben;
- Untersuchen von Zusammenhängen auf direkte und umgekehrte Proportionalität;
- Darstellen von Wertepaaren in einem Koordinatensystem;
- Ermitteln von Resultaten mit sinnvoller Genauigkeit.

Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:
- Darstellungsform der auftretenden gebrochenen Zahlen (gemeiner Bruch/Dezimalbruch) bei deutlicher Bevorzugung von Dezimalbrüchen;
- Aufgabenart (formale Aufgaben/Sach- und Anwendungsaufgaben);
- anzuwendende Rechenverfahren (Überschlag, Kopfrechnen, schriftliches Rechnen);
- Lösbarkeit der Aufgaben.

Klasse 7

1. Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisgleichungen — 38 Stunden

Das erste Stoffgebiet des Mathematikunterrichts in Klasse 7 hat zwei eng miteinander verbundene Aufgaben zu erfüllen. Zum einen sind den Schülern sichere Fertigkeiten im Anwenden des Taschenrechners zum Ausführen der vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen und mit gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung zu vermitteln. Zum anderen ist in diesem Stoffgebiet durch Anwendung von Verhältnisgleichungen ein Anschluß an die in Klasse 6 behandelten Gegenstände herzustellen.

Der Schwerpunkt des Stoffabschnittes 1.1. liegt auf dem Bekanntmachen der Schüler mit dem Schulrechner sowie vor allem auf dem Üben des richtigen Ausführens der vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen und mit gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung. Dabei sind insbesondere auch Werte solcher Terme zu berechnen, in denen verschiedene Rechenoperationen auftreten oder Klammern vorkommen.
Bereits in diesem ersten Stoffabschnitt ist zu erreichen, daß alle Schüler den Taschenrechner prinzipiell richtig und sicher bedienen können. Der vielfältige Gebrauch dieses Gerätes bewirkt eine ständige Vervollkommnung der entsprechenden Fertigkeiten. Von Anfang an ist bei den Schülern die Gewohnheit auszubilden, jede Eingabe durch Blick auf die Anzeige zu kontrollieren sowie jedes Resultat durch einen Überschlag, durch Konfrontation mit der Erfahrung oder durch nochmaliges Rechnen (möglichst auf anderem Wege) zu überprüfen. Neben dieser Entwicklung der Selbstkontrolle ist es in erzieherischer Hinsicht auch wichtig, die Forderung nach sorgsamem Umgang mit dem Taschenrechner konsequent durchzusetzen.
Im Zusammenhang mit der Verwendung des Taschenrechners sind Betrachtungen zur Genauigkeit der Resultate bei Verwendung von Näherungswerten durchzuführen. Hierzu sind die in Klasse 6 eingeführten Regeln zu wiederholen und durch häufiges Anwenden weiter zu festigen.

Nach einer kurzen Wiederholung der in Klasse 6 erarbeiteten Verfahren für das Umformen und Lösen von Verhältnisgleichungen sowie entsprechenden Übungen erfolgt die Behandlung der Prozentrechnung. Im Mittelpunkt des Stoffabschnitts 1.2. muß das Entwickeln richtiger inhaltlicher Vorstellungen über Begriffe und Verfahren der Prozentrechnung sowie deren Anwendung stehen. Die Schüler müssen erkennen, daß sich jede Aufgabe der Prozentrechnung durch Rückgang auf den Wert von 1% lösen läßt, und sie müssen lernen, wie man dabei den Taschenrechner verwenden kann (einschließlich der Benutzung der Prozenttaste).
Den Schülern ist zu verdeutlichen, daß die Zusammenhänge zwischen Grundwert G, Prozentsatz p und Prozentwert W durch die Verhältnisgleichung $\frac{W}{G} = \frac{p}{100}$ ausgedrückt werden, aus der man durch Auflösen nach der jeweils gesuchten Größe eine Formel zu deren Berechnung erhalten kann. Sie müssen befähigt werden, dieses Wissen beim Lösen entsprechender Aufgaben anzuwenden.
Die Zinsrechnung als Anwendung der Prozentrechnung auf das Geldwesen ist nur an einfachen Beispielen zu behandeln.
Die Aufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung sind zu benutzen, um die Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen weiter zu festigen. Dabei sollten Anwendungsbeispiele, die den Gebrauch „bequemer“ Prozentsätze zulassen, vor allem auch zum Üben des Kopfrechnens benutzt werden.

Der Stoffabschnitt „Prozentrechnung" bietet besonders günstige Möglichkeiten, durch Verwenden aktuellen Zahlenmaterials einen Beitrag zur staatsbürgerlichen Erziehung der Schüler zu leisten. Durch den Vergleich von Angaben über die Höhe der Produktion in Vergangenheit und Gegenwart mit denen des Plans, von Zuwachsraten der Produktion in den sozialistischen und den imperialistischen Staaten muß die Aufmerksamkeit der Schüler vor allem auf die *Veränderungen und Entwicklungstendenzen* gelenkt werden. Insbesondere sind die Erfolge der sozialistischen Entwicklung der Deutschen Demokratischen Republik zu demonstrieren und erzieherisch voll zu nutzen. Die Schüler sind hierbei zu Auswertungen entsprechenden statistischen Materials (Veröffentlichungen in der Tagespresse, Statistische Jahrbücher u. ä.) – auch unter Verwendung des Taschenrechners – anzuhalten.
Bei allen Aufgaben ist streng auf die Einhaltung einer sinnvollen Genauigkeit der Resultatsangabe in Abhängigkeit von der Genauigkeit der in die Lösung eingehenden Zahlenwerte und im Hinblick auf den praktischen Sachverhalt zu achten.

1.1. Einführung in den Gebrauch des Taschenrechners und Wiederholung des Rechnens mit Verhältnisgleichungen (15 Stunden)

Eingeben und Ablesen von natürlichen Zahlen und gebrochenen Zahlen in Dezimalbruchdarstellung, dabei Erörtern von Möglichkeiten und Grenzen des Taschenrechners; Ausführen der Grundrechenoperationen;

Berechnen von Termen mit mehreren (gleichen bzw. verschiedenen) Operationszeichen – insbesondere der Form

$$a + b \cdot c, (a + b) \cdot c, \frac{a + b}{c}, \frac{a \cdot b}{c},$$

dabei Verwenden von geeigneten Kontrollverfahren;
Wiederholen und Anwenden der Regeln zur Bestimmung der sinnvollen Genauigkeit beim Rechnen mit Näherungswerten;
Wiederholen des Umformens und Lösens von Verhältnisgleichungen; Auflösen von Verhältnisgleichungen mit mehreren Variablen nach einer dieser Variablen; einige Anwendungsaufgaben, die das Lösen von Verhältnisgleichungen erfordern;
Verwenden des Taschenrechners beim Lösen derartiger Aufgaben;
Übungen zum Arbeiten mit dem Taschenrechner.

1.2. Prozentrechnung (23 Stunden)

Die Zahl 100 als zweckmäßige Vergleichszahl;
Einführen der Begriffe „Prozent", „Grundwert", „Prozentwert" und „Prozentsatz";
Übungen im Lösen der Grundaufgaben der Prozentrechnung mit Hilfe von Verhältnisgleichungen;
Gebrauch „bequemer" Prozentsätze;
Graphische Darstellungen (Streifen- und Kreisdiagramme, Verwenden eines Koordinatensystems);
Sach- und Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung (unter besonderer Berücksichtigung der Sprechweisen „Steigerung [Senkung] auf" und „Steigerung [Senkung] um");
Zinsrechnung als Anwendung der Prozentrechnung; Erläutern der Begriffe „Guthaben", „Zinsen" und „Zinssatz"; Berechnen von Jahres- und Tageszinsen.

Das vorliegende Stoffgebiet hat das Ziel, nach Begründung der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung die Definition des Begriffs „rationale Zahl" zu erarbeiten, Relationen und Operationen in diesem neuen Zahlenbereich auf geeignete Weise festzulegen und den Schülern sichere Fertigkeiten im Rechnen mit rationalen Zahlen – einschließlich der Verwendung von Taschenrechnern – zu vermitteln.

Zu Beginn erfolgt ein systematisierender Rückblick auf den Bereich der gebrochenen Zahlen und den dort beschriebenen Weg des Aufbaus. Den Schülern soll hierbei vor allem bewußt werden, welche Rechenoperationen in dieser Menge uneingeschränkt ausführbar und welche Aufgabentypen folglich immer lösbar sind. Ausgehend von Problemen, die auch mit Hilfe gebrochener Zahlen noch nicht bearbeitet werden können, ist das Ziel der zweiten Zahlenbereichserweiterung zu kennzeichnen.

Die methodische Gestaltung dieses Stoffgebiets muß gewährleisten, daß die Schüler klar erkennen, wie durch zielgerichtetes Erweitern des mathematischen Begriffssystems, durch sinnvolles Festlegen von Regeln für das Operieren mit diesen Begriffen bisher unlösbare Aufgaben bewältigt werden können und sich damit der Anwendungsbereich der Mathematik vergrößert. Den Schülern ist zu verdeutlichen, wie neue Erkenntnisse auf früher erworbenem Wissen basieren. So müssen sie nach einer kurzen Wiederholung der Regeln für das Rechnen im Bereich der gebrochenen Zahlen erkennen, daß die dort gewonnenen Erkenntnisse jetzt als *Leitgedanken* benutzt werden. Das heißt: Die Rechenregeln für nichtnegative rationale Zahlen werden so festgelegt, daß sie den Regeln für das Rechnen mit gebrochenen Zahlen entsprechen.
Die methodische Gestaltung des Unterrichts muß gewährleisten, daß die Schüler dieses Arbeitsprinzip inhaltlich erfassen und seine Zweckmäßigkeit klar erkennen. Auf die Möglichkeiten einer exakten Herleitung der Rechenregeln für die rationalen Zahlen ist hinzuweisen.
Durch Verwenden der Menge der rationalen Zahlen als Variablen-Grundbereich wird das Verständnis der Schüler für den Begriff „Variable" weiter erhöht. Die Konsequenzen dieses Übergangs zu einem umfassenderen Variablen-Grundbereich sind deutlich herauszuarbeiten. Insbesondere müssen die Schüler erkennen, daß eine Variable a nunmehr sowohl für eine positive als auch für eine negative rationale Zahl oder die Zahl 0 stehen kann und demzufolge

entweder $|a| = a$ (für $a \geqq 0$) oder $|a| = -a$ (für $a < 0$)

gilt.
Beim Üben des Rechnens mit rationalen Zahlen sollten anfangs hauptsächlich solche Aufgaben gestellt werden, deren Schwierigkeit vorrangig im richtigen Ermitteln des Vorzeichens des Ergebnisses liegt, und die ohne Verwendung des Taschenrechners zu lösen sind. Mehr und mehr sind jedoch dann auch Aufgaben einzubeziehen, die das Anwenden der beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen erworbenen Fertigkeiten verlangen und diese dadurch sichern helfen. Durch sinnvolle Auswahl von Aufgaben, die mit dem Taschenrechner gelöst werden, sind die Fertigkeiten der Schüler im Umgang mit diesem Gerät weiterzuentwickeln.

Den Abschluß des vorliegenden Stoffgebiets bildet die Anwendung der rationalen Zahlen bei einigen elementaren Problemen der Fehlerrechnung.

2.1. Der Begriff „rationale Zahl“ (3 Stunden)

Systematisierender Rückblick auf die Menge der gebrochenen Zahlen und den dort beschrittenen Weg des Aufbaus;
Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der gebrochenen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind; Beispiele für Aufgaben, die in diesem Zahlenbereich nicht gelöst werden können;
Begründen der Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung;

Veranschaulichen von Differenzen gebrochener Zahlen mittels Streckenabtragung auf einer Geraden; Einführen des Begriffs „Zahlengerade“; die eindeutige Zuordnung jeder rationalen Zahl zu einem Punkt der Zahlengeraden;
Einführen von „Vorzeichen“, „positive Zahl“, „negative Zahl“ und „nichtnegative Zahl“; Definieren des Begriffs „rationale Zahl“;
Verwenden der Menge der rationalen Zahlen (Symbol: Q) als Variablen-Grundbereich.

2.2. Ordnung rationaler Zahlen (4 Stunden)

Definieren der Begriffe „entgegengesetzte Zahl“, „ganze Zahl“ und „absoluter Betrag einer rationalen Zahl“; die Menge der ganzen Zahlen (Symbol: Z) als Teilmenge der Menge der rationalen Zahlen;
Vergleichen eines Zahlenstrahls, auf dem gebrochene Zahlen veranschaulicht sind, mit einer Zahlengeraden, auf der rationale Zahlen veranschaulicht sind;
Erklären der Relation „ist kleiner (größer) als“ für rationale Zahlen (unter Verwendung ihrer Veranschaulichung auf einer Zahlengeraden); Frage der Existenz des unmittelbaren Nachfolgers einer Zahl für die verschiedenen Zahlenbereiche;
Ermitteln einer rationalen Zahl, die zwischen zwei beliebig gegebenen rationalen Zahlen liegt;
Wiederholen von „überall dicht liegen“;
Übungen im Vergleichen und Ordnen rationaler Zahlen.

2.3. Addition und Subtraktion rationaler Zahlen (10 Stunden)

Der Unterschied zwischen Vorzeichen und Operationszeichen;
Erarbeiten der Regel für die Addition rationaler Zahlen;
Übungen im Addieren rationaler Zahlen;
Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition rationaler Zahlen (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise);
Addition und Subtraktion als Umkehroperationen;
die Subtraktion einer rationalen Zahl als Addition der zu ihr entgegengesetzten rationalen Zahl; Erweitern des Begriffs „Summe“ auf Terme, in denen „+“ oder (und) „−“ als Operationszeichen auftreten;
Übungen im Subtrahieren rationaler Zahlen voneinander;
Lösen von Aufgaben, die sowohl das Addieren als auch das Subtrahieren rationaler Zahlen erfordern.

2.4. Multiplikation und Division rationaler Zahlen (8 Stunden)

Erarbeiten der Regel für die Multiplikation rationaler Zahlen; Übungen im Multiplizieren rationaler Zahlen;
Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation rationaler Zahlen (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise);
Distributivgesetz (Verdeutlichen an Beispielen unter Verwendung der Tabellen-Schreibweise);
Multiplikation und Division als Umkehroperationen;
Regel für die Division rationaler Zahlen;
die Beziehung $\frac{a}{b} = a : b$ ($a, b \in Q$, $b \neq 0$);
das Reziproke einer rationalen Zahl;
Übungen im Dividieren einer rationalen Zahl durch eine (von Null verschiedene) rationale Zahl;
Möglichkeit der Darstellung jeder rationalen Zahl in der Form

$\frac{p}{q}$ ($p, q \in Z$, $q \neq 0$);

Systematisierender Überblick über die Zahlenbereiche unter Verwendung der Begriffe „Menge“ und „Teilmenge“;
graphische Veranschaulichungen;
Zusammenstellen der Rechenoperationen, die in der Menge der natürlichen, der gebrochenen, der ganzen, der rationalen Zahlen uneingeschränkt ausführbar sind;
Lösen von Aufgaben, die das Ausführen von zwei Rechenoperationen (gleicher und verschiedener Stufe) mit rationalen Zahlen erfordern.

2.5. Übungen mit dem Taschenrechner (3 Stunden)

Einführen der Vorzeichenwechseltaste;
Ausführen der Grundrechenoperationen im Bereich der rationalen Zahlen;
Lösen formaler Aufgaben, bei denen mehr als zwei Zahlen durch gleiche oder verschiedene Operationen verknüpft sind.

2.6. Einige Grundbegriffe der Fehlerrechnung (3 Stunden)

Wiederholen der Rundungsregeln sowie der Regeln für die Anzahl der zuverlässigen Ziffern beim Rechnen mit Näherungswerten;
Einführen der Begriffe „absoluter Fehler“, „Schranke für den absoluten Fehler“, „relativer Fehler“, „prozentualer Fehler“;
Übungen (unter Verwendung des Taschenrechners).

2.7. Komplexe Übungen (6 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen zum Rechnen mit rationalen Zahlen. Dabei sind hinsichtlich der folgenden Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der Rechenoperationen; Struktur der Terme; Darstellung der rationalen Zahlen (Dezimalbruch, gemeiner Bruch),
- Aufgabenart (formale Aufgaben/Sach- und Anwendungsaufgaben; Aufgaben mit/ohne Variable),

- anzuwendende Rechenverfahren (Kopfrechnen/Verwenden des Taschenrechners/ schriftliches Rechnen in einfachen Fällen),
- Lösbarkeit der Aufgaben.

3. Gleichungen 21 Stunden

Das Ziel dieses Stoffgebiets besteht darin, die Kenntnisse der Schüler über den Begriff „Gleichung" zu erweitern und zu vertiefen, ihre Fertigkeiten im Umformen und Lösen linearer Gleichungen zu entwickeln und zu festigen sowie im Zusammenhang damit das Rechnen mit rationalen Zahlen ständig zu üben.

Der Schwerpunkt von Stoffabschnitt 3.1. liegt auf dem schrittweisen Aufbau eines vollständigen Systems von Umformungsregeln für lineare Gleichungen anhand von Beispielen. Es ist herauszuarbeiten, welche Konsequenzen die zweite Zahlenbereichserweiterung hinsichtlich der Lösbarkeit bestimmter Gleichungstypen besitzt.

Im Stoffabschnitt 3.2. steht dann das Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen unter Verwendung der vorher erarbeiteten Umformungsregeln im Vordergrund, wobei unterschiedliche Variablen-Grundbereiche vorzugeben sind. Auf die exakte Durchführung der Probe zu jeder Gleichung ist zu achten.
Neben formalen Textaufgaben sind auch einfache geometrisch oder sachbezogen eingekleidete Aufgaben, die auf lineare Gleichungen führen, zu lösen. Die Schüler müssen erkennen, daß bei solchen Aufgaben das Einsetzen der ermittelten Werte in die aus dem Sachverhalt gewonnene Ausgangsgleichung nicht ausreicht, sondern daß hier eine Probe an diesem Sachverhalt selbst erforderlich ist. Das schriftliche Fixieren dieser Probe ist (im Gegensatz zu der Probe bei textfreien Aufgaben) nur in einfachen Fällen zu verlangen.
Bei der Lösung von Aufgaben aus der Geometrie, der Physik, der Chemie und der Technik sind die für die jeweiligen Größen üblichen Variablen zu verwenden.
Um zu zeigen, wie mit Hilfe eines einzigen abstrakten mathematischen Ausdrucks sehr unterschiedliche konkrete Zusammenhänge bezüglich bestimmter Eigenschaften beschrieben werden können, sollten die Schüler auch beauftragt werden, zu einigen – durch Analyse bestimmter praktischer Sachverhalte gewonnenen – Gleichungen, neue, möglichst vielfältige Sachverhalte zu finden, die auf dieselben Gleichungen führen. Dabei ist jeweils ein – sinnvoll begrenzter – Variablen-Grundbereich anzugeben.
Auf die geschichtliche Entwicklung des Begriffs der rationalen Zahl, des Rechnens mit rationalen Zahlen und des Lösens linearer Gleichungen ist kurz einzugehen.

3.1. Äquivalente Gleichungen (6 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „Term", „Gleichung", „Ungleichung", „Grundbereich einer Variablen", „Aussage", „erfüllen", „Lösung", „Lösungsmenge";
Definieren des Begriffs „einander äquivalente Gleichungen" (bezüglich eines gewissen Grundbereichs); Einführen von „Koeffizient";
Erörtern aller Möglichkeiten der systematischen Umformung einer linearen Gleichung in eine zu ihr äquivalente Gleichung an Hand von Beispielen; Umformungsregeln.

3.2. Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen (15 Stunden)

Übungen im Lösen linearer Gleichungen durch Anwenden der Umformungsregeln; Angabe eines Grundbereichs; Durchführen der Probe;
Übungen im Lösen von einigen einfachen Ungleichungen

(z. B.: $x + 3 > 5; 3x - 7 < 10; \frac{1}{2}x > 4; 10 - x > 4$)

durch inhaltliche Überlegungen sowie von einigen Gleichungen der Form $|x| + a = b$ und $|x + a| = b$ mittels Fallunterscheidung (bei jeweils vorgegebenem Grundbereich);
Untersuchen der Existenz beziehungsweise der Anzahl der Lösungen einer Gleichung oder Ungleichung bei verschiedenen Grundbereichen.
Formale Textaufgaben, die auf lineare Gleichungen führen; geometrisch eingekleidete und sachbezogen eingekleidete Aufgaben (vor allem aus der Physik), die mit Hilfe linearer Gleichungen gelöst werden können.

4. Quadratzahl und Quadratwurzel 13 Stunden

Durch dieses Stoffgebiet sollen die Schüler mit dem Begriff „Quadratwurzel" vertraut gemacht werden und lernen, rationale Quadratwurzeln beziehungsweise rationale Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln unter Verwendung des Taschenrechners und der Zahlentafel zu ermitteln. Diese Erörterungen haben gleichzeitig die Aufgabe, die Schüler mit dem Bereich der reellen Zahlen bekannt zu machen.
Die Einführung von Quadratwurzeln ist mit Bezug auf frühere Überlegungen zur Umkehrung und uneingeschränkten Ausführbarkeit bestimmter Rechenoperationen zunächst arithmetisch zu motivieren. Die Schüler sollen durch das Quadrieren natürlicher Zahlen erkennen, daß zwar jede dieser Zahlen offensichtlich ein Quadrat besitzt, aber nicht alle natürlichen Zahlen Quadrate anderer Zahlen sind. Dies ermöglicht nach Definition des Begriffs „Quadratwurzel" die Feststellung, daß man vorerst nur aus gewissen natürlichen Zahlen – eben den Quadratzahlen – die Quadratwurzel ziehen kann.
Im weiteren Verlauf des Unterrichts müssen die Schüler durch Untersuchen einiger Beispiele zu der Vermutung gelangen, daß sich auch im Bereich der rationalen Zahlen nicht jede Zahl als Quadrat einer anderen schreiben läßt, daß also zunächst wiederum nur aus bestimmten rationalen Zahlen die Quadratwurzel gezogen werden kann. Anschließend ist den Schülern mitzuteilen: Es existiert ein Zahlenbereich, nämlich der Bereich der reellen Zahlen, der die rationalen Zahlen als Teilmenge enthält, in dem jede nichtnegative rationale Zahl genau eine Quadratwurzel besitzt. Damit ist man nun berechtigt, beliebige nichtnegative Zahlen als Radikand unter die Wurzelzeichen zu schreiben.

Durch die Konstruktion einer Strecke mit der Länge von $\sqrt{8}$ Einheiten (etwa als Seite eines Quadrats, das aus vier kongruenten gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken zusammengesetzt wurde), erkennen die Schüler, daß es Punkte der Zahlengeraden gibt, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann. Damit wird noch einmal unter einem anderen Blickwinkel die Notwendigkeit einer abermaligen Zahlenbereichserweiterung motiviert.
Die sich an diese Überlegungen anschließende schrittweise Berechnung von rationalen Näherungswerten nichtrationaler Quadratwurzeln soll den Schülern die Tatsache verständlich machen, daß jede nichtrationale Zahl mit beliebiger Genauigkeit durch rationale Zahlen angenähert werden kann. Die hierzu analoge schrittweise Annäherung an den entsprechenden Punkt der Zahlengeraden durch fortgesetzte Zehnteilung muß die

Schüler dann zu der Einsicht führen, daß man die Lage jedes Punktes der Zahlengeraden durch sukzessive Angabe der Stellen eines Dezimalbruchs beliebig genau zu beschreiben vermag.

Eine wichtige Aufgabe des vorliegenden Stoffgebiets besteht darin, die Schüler in den Gebrauch des Taschenrechners und der Zahlentafel beim Quadrieren und Radizieren einzuführen sowie sie zum Anwenden dieser Rechenhilfsmittel zu befähigen. Bei der Verwendung der Zahlentafel sind vorwiegend solche Aufgaben zu lösen, deren Resultate direkt (d. h. ohne Abtrennung von Zehnerpotenzen und ohne Interpolation) der Tafel entnommen werden können. Die Befähigung der Schüler zu (rechnerunabhängigen) Kontrollen ist weiterzuentwickeln. Insbesondere sind die Schüler daran zu gewöhnen, Quadrate und Quadratwurzeln abzuschätzen, indem sie ihre Kenntnisse über Quadrate natürlicher Zahlen (insbesondere im Bereich von 1 bis 20) anwenden.

4.1. Quadrieren (3 Stunden)

Wiederholen der Begriffe „Quadrieren“ und „Quadratzahl“;
Quadrieren von natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen; Übungen;
die Taste $\boxed{x^2}$ des Taschenrechners;
Verwenden des Taschenrechners und der Zahlentafel (ohne Interpolation) zum Quadrieren.

4.2. Die Quadratwurzel (6 Stunden)

Umkehrung des Quadrierens natürlicher Zahlen;
Definieren der Begriffe „Quadratwurzel“ und „Quadratwurzelziehen“;
Beweis, daß zum Beispiel 2, 7, 33 ... keine Quadrate natürlicher Zahlen sind;
Umkehrung des Quadrierens rationaler Zahlen;
Erarbeiten der Vermutung, daß zum Beispiel +2, +7, +33 ... auch keine Quadrate rationaler Zahlen sind;
Mitteilen der Tatsache, daß ein umfassender Zahlenbereich existiert, nämlich die reellen Zahlen, dem unter anderem auch die Quadratwurzeln aus allen nichtnegativen rationalen Zahlen angehören;
Einführen des Zeichens „$\sqrt{\ }$“ und des Begriffs „Radikand“;
Konstruieren einer Strecke mit der Länge $\sqrt{8}$ Einheiten; Hinweis auf die Existenz von Punkten der Zahlengeraden, denen keine rationale Zahl zugeordnet werden kann;
Schrittweises Berechnen von rationalen Näherungswerten nichtrationaler Quadratwurzeln; schrittweises Annähern an den entsprechenden Punkt der Zahlengeraden durch fortgesetzte Zehnteilung;
die Taste $\boxed{\sqrt{\ }}$ des Taschenrechners;
Erläutern der Möglichkeit, die Lage jedes Punktes der Zahlengeraden durch fortlaufende Angabe der Stellen eines Dezimalbruchs beliebig genau beschreiben zu können;
Einführen des Begriffs „irrationale Zahl“ als unendlicher nichtperiodischer Dezimalbruch;
Mitteilen der Tatsache, daß die Menge der rationalen Zahlen und die Menge der irrationalen Zahlen zusammen den Bereich der reellen Zahlen (Symbol: R) bilden und daß zu jeder reellen Zahl genau ein Punkt der Zahlengeraden und zu jedem Punkt der Zahlengeraden genau eine reelle Zahl gehört.

4.3. Komplexe Übungen (4 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen im Quadrieren und Radizieren. Dabei sind hinsichtlich der folgenden Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art des Zahlenmaterials (natürliche/gebrochene/rationale Zahlen; Dezimalbrüche/gemeine Brüche),
- Art des Berechnens (Kopfrechnen/Zahlentafel, Taschenrechner),
- Genauigkeitsforderungen.

5. Darstellende Geometrie 30 Stunden

In diesem Stoffgebiet sollen die Schüler mit grundlegenden Kenntnissen und Fertigkeiten im Darstellen geometrischer Grundgebilde und ebenflächig begrenzter Körper ausgerüstet werden. Ausgehend vom Projektionsbegriff lernen sie – auf anschaulichem Wege – einige Projektionsarten kennen und werden dann mit der schrägen Parallelprojektion – speziell mit dem Sonderfall $\alpha = 45°$; $q = \frac{1}{2}$ – für ebenflächig begrenzte Körper sowie mit den wichtigsten Eigenschaften dieser Abbildung vertraut gemacht. Die Schüler sollen befähigt werden, ebenflächig begrenzte Körper in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$ sicher und genau zu zeichnen sowie aus den Zeichnungen die dargestellten Körper zu erkennen. Diese Fertigkeiten sind auch im Stoffgebiet 7. in Klasse 7 und im Stoffgebiet 4. in Klasse 8 anzuwenden und weiterzuentwickeln.

Mit der Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion beginnt dann ein systematischer Lehrgang der senkrechten Parallelprojektion, in dem der Abbildungsgedanke konsequent beachtet wird. Die Schüler sollen durch eine anschaulich-konstruktive Behandlung die wichtigsten Gesetzmäßigkeiten der senkrechten Eintafelprojektion erfassen, sie auf Punkte, Strecken, geradlinig begrenzte ebene Figuren und ebenflächig begrenzte Körper (unter Einbeziehung eines Höhenmaßstabs) anwenden können und die nachstehend angegebenen Grundaufgaben lösen lernen.

Nach dieser gründlichen Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion werden die Schüler – wiederum auf anschaulichem Wege – mit der senkrechten Zweitafelprojektion vertraut gemacht. Sie müssen erkennen, daß die Verwendung einer zweiten (senkrecht zur Grundrißtafel stehenden) Bildebene es gestattet, auf die Angabe eines Höhenmaßstabes zu verzichten, da nunmehr jedem Punkt des Raumes umkehrbar eindeutig ein Bildpunktpaar (Grund- und Aufriß des Punktes) zugeordnet werden kann. Durch Hervorheben der Höhen markanter Punkte ist es den Schülern zu erleichtern, Grund- und Aufriß denkend zu einem Objekt zu vereinen.
Unter Verwendung der Einsichten und Erkenntnisse, die die Schüler bei der Behandlung der senkrechten Eintafelprojektion gewonnen haben, sind sie zu befähigen, sowohl die verlangten Konstruktionen selbständig durchzuführen als auch – sofern dies in dem betreffenden Falle möglich ist – die dargestellten Körper aus den Zeichnungen zu erkennen. Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler ist dadurch verstärkt zu entwickeln. Auch der Erörterung der Lagebeziehungen von Punkten und Geraden, von Punkten und Ebenen, von Geraden zueinander sowie von Geraden und Ebenen kommt aus diesem Grunde große Bedeutung zu.
Schließlich ist dieses Stoffgebiet zu nutzen, die Zeichenfertigkeit in bezug auf Genauigkeit, Sauberkeit und Arbeitstempo wesentlich weiterzuentwickeln.

5.1. Projektionsbegriff; Projektionsarten; schräge Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$ **(5 Stunden)**

Wiederholen der Begriffe „Original“, „Bild“ und „eindeutig“;
Kennzeichnen der Projektion als eindeutige Abbildung der Punkte des Raumes auf eine Ebene;
Einführen von „Projektion“, „projizieren“, „Projektionsgerade“ und „Bildebene“ auf anschaulichem Wege (optische Projektion);
Veranschaulichen der Zentralprojektion, der Parallelprojektion und der senkrechten Projektion (als Sonderfall der Parallelprojektion);
Demonstrieren der schrägen Parallelprojektion eines Würfels, dabei Einführen von „Verzerrungsverhältnis q“ und „Verzerrungswinkel α“;
die Parallelität als Invariante der Parallelprojektion;
Spezialfall der schrägen Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$;
Übungen im Darstellen von einfachen, ebenflächig begrenzten Körpern (wie Würfel, Quader, gerade Prismen, gerade quadratische Pyramiden) in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$.

5.2. Senkrechte Eintafelprojektion **(9 Stunden)**

Einführen von „Senkrechte Eintafelprojektion“;
senkrechte Eintafelprojektion von Punkten, Strecken und geradlinig begrenzten ebenen Figuren;
senkrechte Eintafelprojektion von Geraden und Ebenen; Bezeichnungsweise für die Bilder;
Bedingungen für die Invarianz von Streckenlänge und Orthogonalität bei senkrechter Eintafelprojektion;
Einführen von „Höhenlinie“;
senkrechte Eintafelprojektion von Würfeln, Quadern, regelmäßigen Prismen und Pyramiden; Benennen der Bilder der Eckpunkte; Übungen;
Wiederholen von „umkehrbar eindeutig“ beziehungsweise „eineindeutig“;
Erzielen der Eineindeutigkeit der Abbildung von Punkten durch Hinzufügen eines Höhenmaßstabs.

Grundaufgaben:

- Konstruieren der wahren Länge einer Strecke und des Neigungswinkels einer Geraden gegen die Bildebene (durch Umklappung); dabei Einführen von „Neigungswinkel (einer Geraden gegen die Bildebene)“ und „wahre Länge“;

  Konstruieren des Neigungswinkels einer Ebene gegen die Bildebene durch Umklappen eines Stützdreiecks; dabei Einführen von „Fallinie“, „Stützdreieck“ und „Neigungswinkel (einer Ebene gegen die Bildebene)“.

Übungen zu den Grundaufgaben;
Konstruieren von wahrer Größe und Gestalt der Seitenflächen einer geraden Pyramide; dabei Einführen von „wahre Größe und Gestalt“.

5.3. Senkrechte Zweitafelprojektion (11 Stunden)

Erzielen der Eineindeutigkeit der Abbildung von Punkten durch zusätzliche Bildebenen, die senkrecht zur ersten Bildebene stehen;
Abbilden von Punkten auf eine horizontale und eine in ihrer Stellung beliebig wählbare vertikale Bildebene durch senkrechte Projektion;
Einführen von „senkrechte Zweitafelprojektion", „Grundriß", „Grundrißebene", „Aufriß", „Aufrißebene", „Rißachse", „Ordnungslinie";
Bezeichnungsweise für Grund- und Aufriß eines Punktes;
senkrechte Zweitafelprojektion von Strecken, Geraden und geradlinig begrenzten ebenen Figuren;
Übungen;
senkrechte Zweitafelprojektion von Ebenen, die senkrecht zur Aufrißebene verlaufen;
Erörtern (ohne Projektionen) möglicher Lagebeziehungen von Punkt und Gerade; Punkt und Ebene, Gerade und Ebene sowie von zwei Geraden;
senkrechte Zweitafelprojektion paralleler, einander schneidender und windschiefer Geraden;
senkrechte Zweitafelprojektion von Würfeln, Quadern, geraden Prismen und geraden Pyramiden; Benennen der Bilder der Eckpunkte; Übungen.

Grundaufgabe:

Konstruieren der wahren Länge einer Strecke aus gegebenen Grund- und Aufrissen (durch Umklappung).

Ebener Schnitt senkrecht zur Aufrißtafel durch ein gerades Prisma; Konstruieren von wahrer Größe und Gestalt dieser Schnittfigur.

5.4. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen im Darstellen der in 5.1. bis 5.3. genannten Objekte. Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der darzustellenden Objekte (Punkte/Geraden/Strecken, Körper verschiedener Form),
- Art der Darstellung (vom Modell zum Schrägbild/Zweitafelbild; vom Schrägbild zum Zweitafelbild und umgekehrt).

Damit verbunden ist zu sichern, daß weitere Übungen zu den Grundaufgaben hinreichend oft einbezogen werden. Außerdem sind Berechnungen von Flächeninhalten und -umfängen zu berücksichtigen.

6. Der Kreis 29 Stunden

Dieses Stoffgebiet hat die Aufgabe, den in Klasse 6 begonnenen Planimetrielehrgang systematisch fortzusetzen.

Nach der Definition des Kreises als Punktmenge und der Untersuchung möglicher Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade lernen die Schüler einige wichtige Lehrsätze über Winkel am Kreis kennen. Durch die Behandlung dieser Sätze muß das Verständnis der Schüler für die Beweisnotwendigkeit mathematischer Aussagen gefestigt und ihre Fähigkeit entwickelt werden, Beweise zu verstehen sowie einfache Beweise wiederzugeben beziehungsweise selbständig zu finden. Im Zusammenhang damit ist auf die Bedeutung der Vollständigkeit von Fallunterscheidungen und auf die bereits in Klasse 6 einmal erörterte Frage der Umkehrung eines Lehrsatzes einzugehen. An Hand einfacher Gegenbeispiele sollte den Schülern gezeigt werden, daß durchaus nicht jeder Lehrsatz eine wahre Umkehrung besitzt.

Die eindeutige Bestimmtheit eines Kreises durch drei – nicht auf einer Geraden liegende – Punkte ist konstruktiv herauszuarbeiten. Anschließend sind auch Umkreise von Dreiecken und die Mittelpunkte vorgegebener Kreise zu konstruieren, was gleichzeitig der Wiederholung der Grundkonstruktionen dient. Weiterhin sollen die Schüler Fertigkeiten im Anwenden der behandelten Sätze (insbesondere des Satzes von Thales) zum Lösen von Konstruktionsaufgaben erwerben. Dabei sind Aufgaben, die mehrere Teilkonstruktionen erfordern, für die Erziehung zu einer sorgfältigen Arbeitsweise besonders wertvoll.

Die Formel für den Kreisumfang ist auf induktivem Wege zu erarbeiten. Zu diesem Zweck haben die Schüler durch Messen Näherungswerte u_i der Umfänge von Kreisen mit verschiedenen Durchmessern d_i zu bestimmen. Der Vergleich der Folgen (u_i) und (d_i) muß sie zu der Vermutung führen, daß für beliebige Kreise $u = k \cdot d$ (und damit $u = 2k \cdot r$) gilt.
Anschließend wird den Schülern mitgeteilt: Mit Hilfsmitteln, die in Klasse 7 noch nicht zur Verfügung stehen, läßt sich die Allgemeingültigkeit der ermittelten Beziehung nachweisen. Der Proportionalitätsfaktor k ist ebenso wie die Mehrzahl der Quadratwurzeln eine irrationale Zahl, die mit dem Symbol „π" bezeichnet wird. Die näherungsweise Bestimmung von π mit Hilfe der Quotienten $\frac{u_i}{d_i}$ schließt dann diese Überlegung ab.

Zur Erarbeitung der Flächeninhaltsformel für Kreise ist als Ausgangspunkt die näherungsweise Bestimmung von Kreisflächeninhalten durch Auszählen von Einheitsquadraten zu wählen und dann analog dem Vorgehen bei der Gewinnung der Kreisumfangsformel zu verfahren.

Bei Berechnung der Flächeninhalte von Kreisausschnitten und der Länge von Kreisbögen ist ausdrücklich auf die Kenntnisse der Schüler über das Lösen von Verhältnisgleichungen Bezug zu nehmen und die entsprechende Terminologie zu verwenden. Das Auflösen von Formeln nach der gesuchten Größe ist als Umformen von Gleichungen mit mehreren Variablen zu behandeln.
Beim Lösen von Anwendungsaufgaben zur Kreisberechnung sollen die Schüler umfassend von der Zahlentafel und dem Taschenrechner Gebrauch machen und dadurch ihre Fertigkeiten im Umgang mit diesen wichtigen Rechenhilfsmitteln weiter erhöhen.

6.1. Definition des Kreises; Sätze über den Kreis (16 Stunden)

Definieren des Begriffs „Kreis" als Punktmenge;
Lagebeziehungen von Kreis und Gerade;
Einführen von „Sekante", „Tangente" und „Sehne";
Satz über die Orthogonalität von Tangente und Berührungsradius (mit Beweis);
Umkehrung dieses Satzes (ohne Beweis);
Symmetrieverhältnissse am Kreis;
Konstruieren eines Kreises, der durch drei – nicht auf einer Geraden liegende – Punkte verläuft;
Konstruieren der Umkreise von Dreiecken; Übungen;
Einführen von „Umkreis";

Einführen von „Sehnenviereck“, „Kreisbogen“, „Peripheriewinkel“ und „Zentriwinkel“;
Satz über die gegenüberliegenden Winkel eines Sehnenvierecks (mit Beweis);
Peripheriewinkelsatz (mit Beweis);
Satz des Thales (mit Beweis); Umkehrung des Satzes des Thales (ohne Beweis);
Anwenden des Satzes von Thales bei einfachen Dreieckskonstruktionen sowie zur Konstruktion der Tangenten an einen Kreis, die durch einen gegebenen Punkt außerhalb des Kreises verlaufen;
Lagebeziehungen zweier Kreise;
Einführen von „konzentrisch“ und „Kreisring“;
Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz (mit Beweis);
der Satz des Thales als Spezialfall des Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satzes;
Anwenden der behandelten Sätze zur Lösung von Konstruktionsaufgaben.

6.2. Kreisberechnung (6 Stunden)

Empirische Ermittlung der Länge von Kreisumfängen;
Einführen der irrationalen Zahl π als Proportionalitätsfaktor;
die Formel für den Kreisumfang;
Berechnen der Länge eines Kreisbogens;
Empirische Ermittlung des Inhalts von Kreisflächen; die Kreisflächenformel;
Erläutern der Tatsache, daß in der Kreisumfangs- und der Kreisflächenformel derselbe Faktor π auftritt;
Verwenden der Zahlentafel (ohne Interpolation) zur Kreisflächenberechnung; Berechnen des Flächeninhalts eines Kreisrings als Anwendung der Kreisflächenformel;
Einführen von „Kreisausschnitt“;
Berechnen des Flächeninhalts eines Kreisausschnitts;
Anwendungsaufgaben zur Kreisberechnung (Verwenden des Taschenrechners und der Zahlentafel).

6.3. Komplexe Übungen (7 Stunden)

Abwechlungsreiche Übungen zu Anwendungen der Definition und der Sätze über den Kreis sowie zu Kreisberechnungen.
Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der Verwendung der behandelten Theorieelemente (Identifikation/Realisation des Begriffes „Kreis“/Verwenden der Sätze zum Beweisen/Konstruieren),
- Verbindung von Kreisberechnung mit Anwendung der Sätze über den Kreis,
- erforderliche Verwendung des Taschenrechners.

7. Stereometrie 12 Stunden

Aufbauend auf früher erworbenen Kenntnissen über Volumen- und Flächenmaße, über die Berechnung des Quadervolumens, die Flächeninhaltsberechnung von Dreiekken, Vierecken, Vielecken und Kreisen sowie über das Arbeiten mit Variablen, sollen die Schüler in diesem Stoffgebiet die Herleitung der Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von geraden Prismen und von Kreiszylindern inhaltlich erfassen und diese Formeln in formalen Aufgaben sowie in Sach- und Anwendungsaufgaben anwenden lernen. Die Formeln sind dabei als Gleichungen mit mehreren Variablen aufzufassen und entsprechend umzuformen. In diesem Zusammenhang müssen die Schüler immer wieder auf die Angabe und sorgfältige Beachtung des gewählten Variablen-Grundbereichs (entweder Größen oder Zahlen) aufmerksam gemacht werden.

Zur Wiederholung und Festigung ihrer Kenntnisse aus dem Stoffgebiet „Darstellende Geometrie" und zur weiteren Entwicklung ihres räumlichen Anschauungsvermögens haben die Schüler die zu berechnenden Körper zunächst zu skizzieren, Prismen gelegentlich jedoch auch in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°; q = \frac{1}{2}\right)$ beziehungsweise in Zweitafelprojektion exakt darzustellen. Beim Lösen von Aufgaben sollen sie von ihren Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen Gebrauch machen, aber auch den Taschenrechner und geeignete Tafeln benutzen.

7.1. Prismen und Kreiszylinder (7 Stunden)

Definieren des Begriffs „Prisma";
Würfel und Quader als spezielle Prismen;
Herleiten der Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen;
Übungen im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt drei-, vier- und regelmäßiger n-seitiger Prismen.
Der gerade Kreiszylinder als Rotationskörper;
Einführung von „Mantel";
Herleiten der Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiszylinder;
Übungen im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiszylinder;
Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt eines geraden Hohlzylinders unter Verwendung der Formel für das Zylindervolumen.

7.2. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen im Berechnen von Volumen und Oberflächen, besonders bei Sach- und Anwendungsaufgaben.
Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art und Lage der zu berechnenden Körper (Prismen mit unterschiedlicher Grundfläche/Zylinder/Hohlzylinder/zusammengesetzte Körper),
- Art der Aufgabenstellung (verbale Beschreibung/Schrägbild/Zweitafelbild),
- Notwendigkeit des Umstellens von Formeln,
- erforderliche Verwendung des Taschenrechners.

Klasse 8

1. Arbeiten mit Variablen 20 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet dient der weiteren Entwicklung des Könnens der Schüler im Arbeiten mit Variablen. Sie sollen erste Fertigkeiten im Anwenden eines Regelsystems für das Umformen von Termen mit Variablen erwerben, das auf der Basis des Rechnens mit rationalen bzw. reellen Zahlen erarbeitet wird. Dabei ist den Schülern auch mitzuteilen, daß für das Rechnen mit reellen Zahlen die gleichen Gesetze wie für das Rechnen mit rationalen Zahlen gelten. Gleichzeitig ist den Schülern die Bedeutung von Variablen für das Formulieren mathematischer Eigenschaften und Zusammenhänge bewußtzumachen.
Dabei sind wichtige Gesetze (wie Kommutativ- und Assoziativgesetze der Addition bzw. Multiplikation sowie das Distributivgesetz) zu wiederholen und durch Angabe des jeweiligen Grundbereichs sowie Verwendung von Quantifikatoren als wahre Aussagen zu formulieren. Da bei der Behandlung aller weiteren Stoffgebiete das Arbeiten mit Variablen zu einer sicher beherrschten Fertigkeit zu entwickeln ist, sind für die Übungen in diesem Stoffgebiet solche Aufgaben zu wählen, an denen das Grundsätzliche der anzuwendenden Verfahren in übersichtlicher Form vom Lehrer erläutert und von den Schülern angeeignet werden kann. Von komplizierten und umfangreicheren Termumformungen ist in dieser Klassenstufe noch abzusehen. Es sollte eine Beschränkung auf jeweils höchstens drei verschiedene Summanden, Faktoren beziehungsweise Klammerungen erfolgen. Die binomischen Formeln werden in Klasse 8 noch nicht systematisch behandelt, obwohl im Rahmen der Übungen zur Multiplikation von Summen auch die Fälle auftreten sollten, die als sogenannte „binomische Formeln“ später besonders hervorgehoben werden.

Im Zusammenhang mit dem Einsetzen von Zahlen für Variable in Terme sind die Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit dem Taschenrechner weiterzuentwickeln. Dabei ist die Verwendung des Speichers und der Reziproktaste einzuführen und das Arbeiten nach Ablaufplänen, die zunehmend selbständig aufzustellen sind, weiter zu üben.

1.1. Grundlagen für das Arbeiten mit Variablen (5 Stunden)

Wiederholen des Rechnens mit rationalen Zahlen, auch unter Verwendung des Taschenrechners; dabei Verwenden des Speichers und der Reziproktaste $\boxed{\frac{1}{x}}$.
Zusammenstellen von Beispielen für die Verwendung von Variablen (Wiederholung);
Beispiele für das Beschreiben mathematischer Zusammenhänge mit Hilfe von Variablen; dabei Angabe des jeweiligen Variablen-Grundbereichs und Verwenden der Redeweisen „für alle (jedes, beliebige) ... gilt (ist gültig, ist wahr)“ und „es gibt ..., so daß gilt ...“;
Einsetzen von Zahlen (aus verschiedenen Grundbereichen) für die Variablen in Terme;
Berechnen des Werts der Terme, auch unter Verwendung des Taschenrechners;
Untersuchen des Wahrheitswertes von Aussagen;
Entscheiden, ob vorgegebene Zahlen Lösungen gegebener Gleichungen bzw. Ungleichungen sind.

1.2. Rechenoperationen unter Verwendung von Variablen (15 Stunden)

Vielfachbildung, Addieren und Subtrahieren unter Verwendung von Variablen;
Übungen;
Wiederholen von „Koeffizient" und „Summe";
Beispiele für Summen mit Variablen;
Einführen von „Glieder einer Summe";
Ordnen einer Summe;
Übungen im Addieren und Subtrahieren von Summen; dabei Auflösen von Klammern und Setzen von Klammern.
Übungen im Multiplizieren und Dividieren eingliedriger Ausdrücke mit eingliedrigen Ausdrücken beziehungsweise durch eingliedrige Ausdrücke;
Multiplizieren von Summen mit eingliedrigen Ausdrücken, dabei auch Hinweis auf das Zurückführen der Division einer Summe durch einen eingliedrigen Ausdruck auf die Multiplikation mit dem Reziproken; Einführen von „ausklammern";
Ausklammern eines gemeinsamen (im allgemeinen eingliedrigen) Faktors zum Zwecke der Umformung einer Summe in ein Produkt;
Übungen.
Multiplizieren von Summen mit Summen, Formulieren einer Regel für die Multiplikation von Summen; Übungen;
Beispiele für Beweisführungen unter Verwendung von Variablen.

2. Ähnlichkeit 52 Stunden

Mit diesem Stoffgebiet wird der Geometrielehrgang unter konsequenter Weiterführung des Abbildungsprinzips, das sowohl dem Stoffgebiet „Planimetrie" in Klasse 6 als auch dem Stoffgebiet „Darstellende Geometrie" in Klasse 7 zugrunde liegt, fortgesetzt.
Ausgehend von vorhandenen inhaltlichen Vorstellungen über Ähnlichkeit von Figuren sowie unter Bezug auf den bekannten Begriff „Maßstab", ist der Begriff „Streckenverhältnis" einzuführen. (Dabei sollte die Frage der Kommensurabilität und Inkommensurabilität von Strecken außer Betracht bleiben.) Die einführenden Betrachtungen sind zur Motivation für eine Wiederholung von „Bewegung" und „Kongruenz" sowie wesentlicher Eigenschaften der Bewegung zu nutzen. Mit dem Ziel, analog zu dem Vorgehen in Klasse 6 zu einer exakten Definition der Ähnlichkeit zu gelangen, ist der Begriff „zentrische Streckung" (mit positivem Streckungsfaktor) zu gewinnen. In diesem Zusammenhang sind die Strahlensätze zu behandeln und Betrachtungen zu ihrer Umkehrbarkeit anzustellen, ohne dabei Vollständigkeit anzustreben.

Die Schüler sind zu befähigen, die Strahlensätze bei der rechnerischen Lösung einfacher Aufgaben anzuwenden. Ferner sind die Schüler mit einfachen Anwendungen dieser Sätze bei Konstruktionsaufgaben bekannt zu machen. Dabei geht es vorrangig um das Festigen des entsprechenden Wissens und Könnens durch eigene Tätigkeit sowie um die Entwicklung des konstruktiven Denkens und nicht primär um das Erzielen von Konstruktionsfertigkeiten. Jedoch ist auf genaue und saubere Arbeitsweise großer Wert zu legen.
Die Kenntnisse über Bewegungen und zentrische Streckungen versetzen die Schüler nun in die Lage, relativ selbständig zur Definition des Begriffs „ähnlich" (bzw. „Ähnlichkeit") für beliebige ebene Figuren zu gelangen sowie auch ähnliche Körper mit in die Betrachtungen einzubeziehen.

Der Zusammenhang zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit ist den Schülern bewußtzumachen. Weiterhin sollen die Schüler die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke inhaltlich voll verstehen und diese sowie andere Sätze über ähnliche Figuren – einschließlich der Sätze über Umfang und Flächeninhalt ähnlicher ebener Figuren sowie über Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher Körper – in Beweisen, Konstruktionen, beim Lösen praktischer Problemstellungen und beim Erläutern der Wirkungsweise von technischen Geräten anwenden können. Eine weitere sehr bedeutsame Anwendung erfahren die Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke und die anderen Sätze über ähnliche Dreiecke bei den Beweisen zur Satzgruppe des Pythagoras. Die Schüler sollen sich den Inhalt dieser Sätze und ihrer Umkehrungen fest aneignen und auf rechnerisch zu lösende Problemstellungen aus der Geometrie und aus verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis anwenden können.

Auf saubere Begriffsbildung und -verwendung – auch im Hinblick auf die Unterscheidung von Definition und Satz, Plausibilitätsbetrachtung und Beweis – ist sorgfältig zu achten. Die Fähigkeiten der Schüler im selbständigen Führen kleinerer (direkter) Beweise sind durch geeignete Übungen weiterzuentwickeln. Das Begründen ist im Zusammenhang mit Konstruktionen ähnlicher Figuren, beim Herausarbeiten von Eigenschaften ähnlicher Figuren (auch Körper) und beim Erläutern praktischer Anwendungen der Ähnlichkeit immer wieder zu üben. Die Schüler sollen in diesem Stoffgebiet darüber hinaus das indirekte Beweisverfahren bewußt kennenlernen und befähigt werden, einfache Beweise dieser Art selbständig wiederzugeben. Die praktische Bedeutung der im vorliegenden Stoffgebiet erarbeiteten mathematischen Erkenntnisse ist den Schülern an einigen ausgewählten Beispielen zu erläutern.

An geeigneten Stellen ist auf die historische Entwicklung der Ähnlichkeitslehre und auf die kulturhistorische Bedeutung des Pythagoreischen Lehrsatzes einzugehen.

2.1. Zentrische Streckung (17 Stunden)

Wiederholen von „Maßstab“; Betrachten maßstäblicher Vergrößerungen beziehungsweise Verkleinerungen; Verwenden von „ähnlich“;
Einführen von „Streckenverhältnis“ als Quotient zweier Streckenlängen (bei gleicher Einheit).

Wiederholen von

- „Bewegung“ und der Eigenschaften der Bewegung;
- „Kongruenz“ von ebenen Figuren und der Kongruenzkriterien für Dreiecke; (Hinweis auf die Kongruenz von Körpern).

Definieren der Begriffe „zentrische Streckung“ und „Streckungsfaktor k“ ($k > 0$);
Konstruieren von Bildpunkten bei zentrischen Streckungen.
Erster Strahlensatz (Beziehungen zwischen Strahlenabschnitten) (mit Beweis); Anwenden des 1. Strahlensatzes zum Teilen einer Strecke in kongruente Teile.
Zweiter Strahlensatz (Beziehungen zwischen Strahlen- und Parallelenabschnitten) (mit Beweis);
praktische Anwendungen der Strahlensätze.

Eigenschaften der zentrischen Streckung:

- Jede Gerade AB hat als Bild die Gerade $A'B'$; AB und $A'B'$ sind parallel.
- Jede Strecke $\overline{AB}$ hat als Bild die Strecke $\overline{A'B'}$.
- Für jede Strecke $\overline{AB}$ und ihr Bild $\overline{A'B'}$ gilt: $\overline{A'B'} = k \cdot \overline{AB}$.

- Jeder Winkel hat als Bild einen Winkel gleicher Größe.
- Wenn für zwei Geraden g und h $g \parallel h$ ($g \perp h$) gilt, so gilt für ihre Bilder $g' \parallel h'$ ($g' \perp h'$).
- Das Bild eines n-Ecks ist wieder ein n-Eck.
- Das Bild eines Kreises ist ein Kreis.

(Dabei ist eine dieser Eigenschaften unter Verwendung der Strahlensätze zu beweisen, während die anderen lediglich mitgeteilt werden.)

2.2. Ähnliche Figuren (14 Stunden)

Zusammensetzen einer zentrischen Streckung mit einer Bewegung;
Definieren der Begriffe „Ähnlichkeitsabbildung" und „Ähnlichkeitsfaktor";
Definieren des Begriffs „ähnlich" beziehungsweise „Ähnlichkeit" (für Figuren); das Zeichen „~", Kongruenz als Sonderfall der Ähnlichkeit.
Eigenschaften der Ähnlichkeitsabbildungen im Vergleich zu denen der zentrischen Streckung und denen der Bewegungen.
Nacheinanderausführen zweier Ähnlichkeitsabbildungen (am Beispiel).
Ähnlichkeitskriterien für Dreiecke; Hauptähnlichkeitssatz (mit Beweis);
Mitteilen eines Satzes über die Ähnlichkeit zweier n-Ecke.
Bemerkungen zur Ähnlichkeit krummlinig begrenzter ebener Figuren (unter anderem Ähnlichkeit aller Kreise) und zur Ähnlichkeit von Körpern.
Umfang und Flächeninhalt ähnlicher ebener Figuren;
Oberflächen- und Rauminhalt ähnlicher Körper.
Lösen von Konstruktionsaufgaben, bei denen zunächst eine zur gesuchten Figur ähnliche konstruiert werden muß.
Praktische Anwendungen der Ähnlichkeitslehre.

2.3. Die Satzgruppe des Pythagoras (13 Stunden)

Sätze über das rechtwinklige Dreieck (Herleitung unter Verwendung der Ähnlichkeitslehre):

Höhensatz, Kathetensatz, Satz des Pythagoras.

Umkehrung dieser Sätze (mit Beweis);
Einführen der Sprechweise „dann und nur dann, wenn" beziehungsweise „genau dann, wenn";
Einführen in die indirekte Beweismethode.
Berechnungen unter Verwendung der Satzgruppe des Pythagoras, dabei Verwenden des Taschenrechners und der Zahlentafel.
Formale und einige geometrisch-konstruktive Anwendungen der Satzgruppe des Pythagoras;
Anwendung des Satzes von Pythagoras in praktischen Sachverhalten.

2.4. Komplexe Übungen (8 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen zur Anwendung des in den vorangegangenen Abschnitten 2.1. bis 2.3. ausgewiesenen Stoffes. Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Schwerpunkte der Aufgaben (Konstruieren/Beweisen/Berechnen; formale Aufgaben/Anwendungsaufgaben);
- Einbeziehung zurückliegenden Stoffes (Kongruenz/Bewegung/Kongruenzbeweise; Berechnungen von Umfängen, Flächen- und Rauminhalten; Elemente der darstellenden Geometrie).

3. Lineare Funktionen — 27 Stunden

Das vorliegende Stoffgebiet hat die Aufgabe, die Schüler mit dem bedeutsamen Begriff „Funktion" vertraut zu machen, sie speziell zur Untersuchung linearer Funktionen zu befähigen und ihr Können im Lösen von Gleichungen weiterzuentwickeln.

Bei der Einführung des Funktionsbegriffs ist von solchen Beispielen für eindeutige und nicht eindeutige Abbildungen auszugehen, die die Schüler aus dem bisherigen Unterricht (vor allem in den Fächern Mathematik und Physik) bzw. aus dem täglichen Leben kennen. Dabei sind diese zunächst durch eine Wortvorschrift oder eine Wertetabelle anzugeben. Erst anschließend sind dann auch Gleichungen als Abbildungsvorschriften zu verwenden.
Nach der Wiederholung des rechtwinkligen Koordinatensystems sind Funktionen graphisch darzustellen. Anschließend sind die linearen Funktionen, ihre Eigenschaften und ihre graphische Darstellung (mit Hilfe von zwei geeigneten Punkten) zu behandeln. In diesem Zusammenhang ist das Wissen und Können der Schüler über Proportionalität und Verhältnisgleichungen zu reaktivieren.
Die Beziehungen zwischen linearer Funktion und linearer Gleichung müssen klar herausgearbeitet werden. Ausgehend von Beispielen für „graphisches Lösen" geeigneter linearer Gleichungen ist der Begriff „Nullstelle" zu definieren und der Zusammenhang zwischen Nullstelle und graphischer Darstellung der entsprechenden Funktion zu erörtern.

Mit dem rechnerischen Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen wird das Stoffgebiet „Gleichungen" aus Klasse 7 fortgesetzt. Treten in linearen Gleichungen mehrere Variablen auf, so sind die Gleichungen nach verschiedenen Variablen (und nicht nur nach x) aufzulösen. In den Übungen sind besonders Gleichungen aus dem Fach Physik zu berücksichtigen.
Auch außerhalb dieses Stoffgebietes, besonders in den täglichen Übungen im Mathematikunterricht, sind immer wieder Gleichungen zu lösen. Da auch im Unterricht anderer Fächer – insbesondere in Physik – Gleichungen verwendet werden, ist hier eine sorgfältige Koordinierung erforderlich. Das Umformen und das Lösen linearer Gleichungen sind in Klasse 8 zu Fertigkeiten zu entwickeln. Das Einbeziehen einiger „nichtlinearer" Gleichungen hat der Vertiefung des Verständnisses der Schüler für die grundlegenden Begriffsbildungen und ihrer weiteren Befähigung zum inhaltlichen Lösen zu dienen.

3.1. Der Funktionsbegriff — (4 Stunden)

Beispiele für eindeutige und für nicht eindeutige Abbildungen;
Definieren des Begriffs „Funktion";
Wiederholen von „geordnetes Paar", „Koordinatensystem",
„Koordinaten eines Punktes", „Abszisse eines Punktes", „Ordinate eines Punktes"
sowie die Schreibweise $P\ (x;\ y)$.

Einführen der Begriffe „Abszissenachse", „Ordinatenachse" und „Quadrant".
Übungen im Eintragen von Punkten P_i $(x_i; y_i)$ $(x_i; y_i \in R)$ in ein Koordinatensystem und im Ablesen der Koordinaten gegebener Punkte.
Graphische Darstellung einiger einfacher Funktionen;
Einführen von „Definitionsbereich", „Argument", „Wertebereich", „Funktionswert" und der Schreibweise $y = f(x)$.

3.2. Lineare Funktionen (7 Stunden)

Beispiele für lineare Funktionen; dabei Wiederholen der Begriffe „Proportionalität" und „Proportionalitätsfaktor" sowie des graphischen Darstellens direkt proportionaler Zusammenhänge.
Funktionen mit einer Gleichung der Form $y = f(x) = mx$ $(m \in R, m \neq 0)$;
Berechnen von geordneten Zahlenpaaren, die einer solchen Gleichung genügen; dabei auch Verwenden des Taschenrechners, insbesondere der Konstantenautomatik;
Deuten von m als Proportionalitätsfaktor.
Einführen von „Anstieg m"; der Zusammenhang zwischen m und der Lage der Geraden.
Funktionen mit einer Gleichung der Form $y = f(x) = mx + n$ $(m, n \in R, m \neq 0)$;
Berechnen von geordneten Zahlenpaaren, die einer solchen Gleichung genügen;
Übung im graphischen Darstellen dieser Funktionen; Einführen von „lineare Funktion";
Bedeutung des Summanden n für die Lage der Geraden im Koordinatensystem;
Hinweis auf konstante Funktion $y = f(x) = n$ und deren graphische Darstellung.
Bedingung für die Parallelität von Geraden;
Satz, daß für eine lineare Funktion $y = f(x) = mx + n$ stets gilt:
$\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = m$ $(x_1 \neq x_2)$ (mit Beweis).

3.3. Nullstellen linearer Funktionen; lineare Gleichungen (3 Stunden)

Wiederholen von „Gleichung"; „erfüllen", „Lösung" und „Lösungsmenge".
Ablesen von Lösungen von Gleichungen aus der graphischen Darstellung der zugehörigen Funktion.
Graphische Darstellung der Funktion $y = |x|$;
Hinweis auf die graphische Darstellung der Funktion $y = |x| + n$.
Einführen von „lineare Gleichung";
Beziehungen zwischen linearer Funktion und linearer Gleichung;
Berechnen von x und y in $(x; b)$ beziehungsweise $(a; y)$ bei gegebenen a, b und gegebener Gleichung $y = f(x) = mx + n$.
Definieren des Begriffs „Nullstelle einer Funktion"; Deuten der Nullstelle als Abszisse des Schnittpunktes zwischen Abszissenachse und graphischer Darstellung der entsprechenden Funktion; die Frage der Existenz eines solchen Schnittpunktes.
Näherungsweises Bestimmen der Nullstelle einer linearen Funktion aus ihrer graphischen Darstellung.
Hinweis auf Funktionen, die mehrere Nullstellen (z. B. $y = x^2 - 4$, $y = |x| - 2$) oder keine Nullstelle (z. B. $y = |x| + 3$) besitzen.

3.4. Lösen linearer Gleichungen (8 Stunden)

Wiederholen der Umformungsregeln für Gleichungen und des Begriffs „einander äquivalente Gleichungen".

Lösen

- linearer Gleichungen mit einer Variablen, die Klammern oder Brüche enthalten;
- einiger (nichtlinearer) Gleichungen mit einer Variablen, die entweder auf lineare Gleichungen führen oder „inhaltliches Lösen" erfordern;

dabei stets Angabe des Variablen-Grundbereichs;
Übungen im Auflösen von linearen Gleichungen mit mehreren Variablen nach den einzelnen auftretenden Variablen.
Einfache eingekleidete lineare Gleichungen.

3.5. Komplexe Übungen (5 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen zum Festigen der in den Abschnitten 3.1. bis 3.4. ausgewiesenen Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren. Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der Verwendung der behandelten Theorieelemente (Identifizieren/Realisieren von Begriffen; Benutzen von Sätzen und Regeln zum Begründen bzw. Beweisen/Kontrollieren);
- Verbindung von rechnerischen und graphischen Vorgehensweisen (Veranschaulichung von Begriffen, z. B. Funktionswert, Nullstelle, Anstieg/Lösungsverfahren für lineare Gleichungen/gegenseitiges Kontrollieren der Ergebnisse);
- Art der Aufgaben (formale/Sach- und Anwendungsaufgaben; Umfang und Vielfalt der erforderlichen Umformungsschritte).

4. Stereometrie 21 Stunden

Dieses Stoffgebiet setzt den Lehrgang Stereometrie aus der Klassenstufe 7 mit der Behandlung einiger weiterer einfacher Körper fort. Dabei ist das gesamte bisherige Wissen der Schüler über Flächeninhalts- und Volumenberechnung zusammenzufassen, zu ordnen und zu systematisieren.

Die Formeln für die Berechnung des Volumens von schiefen Prismen, schiefen Kreiszylindern, von Pyramiden und Kugeln sind unter Verwendung des Satzes von Cavalieri zu gewinnen. Dabei sind das Arbeiten mit Variablen und Gleichungen sowie die Sätze aus dem Stoffgebiet „Ähnlichkeit" zu festigen. Den Schülern sollte mitgeteilt werden, daß der Satz des Cavalieri mit den ihnen zur Verfügung stehenden Hilfsmitteln noch nicht bewiesen werden kann. Die wichtigsten Grundformeln haben sich die Schüler fest im Gedächtnis einzuprägen. Sie müssen jedoch befähigt werden, die benötigten Formeln aus der Formelsammlung zu entnehmen beziehungsweise in einfachen Fällen selbständig herzuleiten. Alle Formeln sind als Gleichungen mit mehreren Variablen aufzufassen und entsprechend umzuformen.

Von wesentlicher Bedeutung für die Weiterentwicklung der mathematischen Bildung der Schüler sind funktionale Betrachtungen zu den verschiedenen Formeln.
Der Unterricht in der Stereometrie muß auch dazu beitragen, das räumliche Anschauungsvermögen der Schüler zu entwickeln und darf deshalb niemals rein rechnerisch durchgeführt werden. Die zu berechnenden Flächen und Körper sind stets zu skizzie-

ren beziehungsweise zu konstruieren. Dabei sind die Kenntnisse der Schüler aus der Darstellenden Geometrie zu festigen.
Die Fertigkeiten im Umgang mit Tafeln, Tabellen und dem Taschenrechner müssen ständig weiterentwickelt werden.
Bei praktischen Berechnungen von Kegeln und Kugeln sind die Formeln zu bevorzugen, in denen der Durchmesser vorkommt.

4.1. Wiederholung; Volumen schiefer Prismen und schiefer Kreiszylinder (5 Stunden)

Wiederholen von „Prisma" und „Kreiszylinder" und der Volumenberechnung gerader Prismen und gerader Kreiszylinder.

Einführen von „Kubikwurzel";
Verwenden des Taschenrechners (Taste $\boxed{y^x}$) zur Berechnung 3. Potenzen und (in Verbindung mit der Taste $\boxed{\frac{1}{x}}$) zur Berechnung von Kubikwurzeln;
Ablesen von 3. Potenzen und Kubikwurzeln aus der Zahlentafel.

Erläutern des Satzes von Cavalieri;
Berechnen des Volumens schiefer Prismen und schiefer Kreiszylinder.

4.2. Pyramiden (5 Stunden)

Definieren des Begriffs „Pyramide";
Pyramidenformen;
Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Pyramiden (Begründen dieser Formeln);
Übung im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Pyramiden.

4.3. Kreiskegel (3 Stunden)

Der gerade Kreiskegel als Rotationskörper;
Kegelformen;
Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiskegel (Begründen dieser Formeln);
Übung im Berechnen von Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt gerader Kreiskegel.

4.4. Kugel (4 Stunden)

Die Kugel als Rotationskörper;
Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt von Kugeln (Verdeutlichen des Weges ihrer Gewinnung);
Übung im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Kugeln.

4.5. Komplexe Übungen (4 Stunden)

Abwechslungsreiche Übungen zur Körperberechnung. Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der zu berechnenden Flächen und Körper (Dreieck/Rechteck/Trapez/Kreis; Prisma, Zylinder, Pyramide/Kegel/Kugel);
- Art und Umfang der einbezogenen Elemente aus zurückliegenden Stoffgebieten (z. B. schräge Parallelprojektion, Zweitafelverfahren; Ähnlichkeit von Flächen und Körpern; Satzgruppe des Pythagoras);
- Anzuwendende Rechenverfahren (Kopfrechnen; Verwenden von Taschenrechner und Zahlentafel; schriftliches Rechnen in einfachen Fällen).