Lehrplan Mathematik

Klassen 9 und 10

Ministerrat
der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung

Lehrplan

der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule

Mathematik

Klassen 9 und 10

**Ministerrat
der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung**

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag Berlin
1988

Der Lehrplan tritt in Kraft
für Klasse 9 am 1. 9. 1987,
für Klasse 10 am 1. 9. 1988.

Der Minister für Volksbildung
M. Honecker

Lehrplan der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule Mathematik Klassen 9 und 10 / Ministerrat der DDR, Ministerium für Volksbildung. – 2. Aufl. – Berlin : Volk u. Wissen, 1988. – 48 S.
NE: DDR / Ministerium für Volksbildung

ISBN 3-06-003028-6

2. Auflage
Ausgabe 1987
Lizenz-Nr. 203/1000/88 (UN 00 30 28-2)
LSV 0670
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Bestell-Nr. 709 243 2
00050

INHALT

Der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10

ZIELE UND AUFGABEN

Der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10 hat das Ziel, die Vermittlung solider mathematischer Allgemeinbildung an alle Schüler weiterzuführen und dabei ein Abschlußniveau zu erreichen, das eine sichere Basis für ihr Lernen in weiterführenden Bildungseinrichtungen, für ihre spätere berufliche Tätigkeit sowie ihr gesamtes Leben darstellt.

Im Zentrum steht dabei die Aufgabe, das Wissen der Schüler über grundlegende mathematische Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren zu sichern und zu erweitern, kontinuierlich an der Ausbildung ihres mathematischen Könnens zu arbeiten und sie so zu befähigen, entsprechende Aufgaben aus der Mathematik selbst und aus anderen Bereichen zunehmend selbständig zu lösen.

Der Prozeß der Aneignung dieses mathematischen Wissens und Könnens ist so zu gestalten, daß die Schüler zu zunehmend selbständigem, elementar schöpferischem Denken befähigt werden, daß ihre Bereitschaft zu konzentrierter geistiger Tätigkeit, ihre positiven Charakter- und Willensqualitäten weiter ausgeformt werden und daß sie die Funktion der Mathematik bei der Erkenntnisgewinnung und ihre Rolle beim Aufbau der entwickelten sozialistischen Gesellschaft immer besser verstehen lernen.

Im einzelnen muß dabei folgendes **Niveau des Wissens und Könnens** erreicht werden:

Klasse 9

Die Schüler sind in der Lage, Variablen zur Kennzeichnung inner- und außermathematischer Zusammenhänge zu nutzen sowie die Struktur von Termen zu erkennen und zu beschreiben. Sie besitzen sichere Fertigkeiten im Umformen von Termen (auch unter Nutzung der Potenzgesetze) sowie im Berechnen von Termwerten. Sie können sicher mit rationalen Zahlen bzw. mit rationalen Näherungswerten irrationaler reeller Zahlen rechnen sowie dabei selbständig über das jeweils zweckmäßige Vorgehen (schriftlich/mündlich/mit Taschenrechnern bzw. Überschlags- oder „genaue" Rechnung) entscheiden und sind an ein Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit gewöhnt. Die Schüler beherrschen ihren Taschenrechner und vermögen Rechenablaufpläne aufzustellen, exakt abzuarbeiten und zu bewerten. Sie besitzen ein elementares Verständnis für einen Algorithmus und kennen Beispiele für lineare und verzweigte Algorithmen. Sie sind mit dem Begriff „Potenz" (für rationale Exponenten) vertraut und kennen die beiden Umkehrungen des Potenzierens.

Das Verständnis der Schüler für den Funktionsbegriff hat sich durch die Behandlung von quadratischen Funktionen und deren Eigenschaften sowie einiger Repräsentanten von Potenzfunktionen und deren Grundeigenschaften weiter erhöht. Die Schüler sind in der Lage, die genannten Funktionen graphisch darzustellen bzw. zu Darstellungen entsprechende Funktionsgleichungen zu finden. Sie vermögen, ihr Wissen über diese Funktionen bei der Lösung von Aufgaben aus der Mathematik, der Physik, der Technik und aus anderen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis anzuwenden.

Die Schüler besitzen sicheres Können im Lösen linearer Ungleichungen, linearer Gleichungssysteme (aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen) und quadratischer

Gleichungen auf algorithmisch-kalkülmäßigem Wege und sind in der Lage, auch für einfache Gleichungen oder Ungleichungen, die nicht auf diesem Wege lösbar sind, durch inhaltliche Überlegungen Lösungen zu finden.

Die Schüler können ihr in den Klassen 7 und 8 erworbenes Wissen und Können aus der Planimetrie, der Stereometrie und der Darstellenden Geometrie nunmehr komplex bei der Darstellung und Berechnung zusammengesetzter Körper selbständig anwenden. Sie sind in der Lage, erforderliche Maße aus Angaben in Darstellungen dieser Körper (Zweitafelbilder bzw. Schrägbilder) zu entnehmen sowie solche Darstellungen nach verbalen Vorgaben, anderen Abbildungen bzw. ausgehend von Modellen anzufertigen.

Klasse 10

Die Schüler besitzen feste Kenntnisse über die Sinusfunktion sowie die Kosinus- und die Tangensfunktion, über wesentliche Eigenschaften dieser Winkelfunktionen und über deren Graphen. Sie sind in der Lage, Winkelfunktionen bei der Berechnung von Dreiecken und beim Lösen darauf zurückführbarer Probleme aus inner- und außermathematischen Gebieten sicher anzuwenden. Die Schüler haben elementare Kenntnisse über Exponentialfunktionen und deren Bedeutung für die Beschreibung von Sachverhalten und Prozessen in Natur und Technik erworben und kennen die Funktion
$y = f(x) = \lg x$.

Die Schüler sind in der Lage, beim Lösen zunehmend komplexerer Aufgaben aus inner- und außermathematischen Bereichen das im bisherigen Mathematikunterricht erworbene grundlegende Wissen und Können flexibel, überlegt und immer selbständiger anzuwenden, Einzelfakten in größere Zusammenhänge einzuordnen sowie bestimmte mathematische Denk- und Arbeitsweisen (insbesondere Definieren und Beweisen, Nutzen symbolischer und anschaulicher Darstellungsformen, algorithmisch-kalkülmäßiges und inhaltliches, insbesondere auch heuristisches Arbeiten) sachgerecht anzuwenden. Sie machen selbständig, zweckmäßig und effektiv von ihrem Taschenrechner Gebrauch und sind dabei in der Lage, die zur Lösung führenden Algorithmen zu erkennen, in Form von Ablaufplänen anzugeben, abzuarbeiten und zu bewerten.

Auf der Grundlage des in den Klassen 9 und 10 zu behandelnden Unterrichtsstoffes ist in diesen beiden Klassen die Erfüllung bestimmter Schwerpunktaufgaben des gesamten Mathematikunterrichts zum Abschluß zu bringen, wie sie in den nachfolgenden Leitlinien zum Ausdruck kommen:

1. Durch Bezugnahme auf Mengen realer oder gedanklicher Objekte ist den Schülern auch im Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 verständlich zu machen, daß trotz der in diesem Fach oftmals dominierenden Arbeit mit Zahlzeichen, Formeln, Vorschriften usw. das durch diese Beschreibungen Erfaßte das Wesentliche ist, daß die Mathematik also eine spezifische – meist mittelbare – Widerspiegelung bestimmter Seiten der Realität ist. Wenngleich hier keine prinzipiell neuen Betrachtungen mit mengentheoretischem Hintergrund und auch kaum Erweiterungen der Kenntnisse bezüglich der mengentheoretischen Terminologie und Symbolik vorgesehen sind, bieten sich dafür vielfältige Ansatzpunkte. Die Beschreibung realer oder innermathematischer Zusammenhänge mittels Variablen, das Einbeziehen solcher Darstellungen – vor allem Formeln – aus Wissenschaft und Technik in die Überlegungen, die „Interpretation" von Termen bzw. Gleichungen mit Variablen bezüglich der damit erfaßbaren oder erfaßten Sachverhalte, das Erkennen funktionaler Zusammenhänge oder die inhaltliche Deutung eines durch eine Funktion beschriebenen Zusammenhangs u. a. sollten in diesem Sinne genutzt werden.

Die im Rahmen der komplexen Übungen und speziell der Prüfungsvorbereitung durchzuführenden Systematisierungen, die rückblickende Ordnung von Begriffen, Sätzen usw. läßt sich überdies durch Verwendung der den Schülern bekannten mengentheoretischen Begriffe und Symbole häufig effektiv und übersichtlich gestalten.

2. Obwohl in den Klassen 9 und 10 keine Erweiterung der theoretischen Kenntnisse der Schüler über Zahlen und Zahlbereiche vorgesehen ist, bleibt doch auch in beiden Klassenstufen die Festigung des Könnens – und insbesondere der Fertigkeiten – im **Rechnen** eine außerordentlich wichtige Aufgabe.
   Bei der Behandlung aller Stoffgebiete ist deshalb dafür zu sorgen, daß die Schüler hinreichende Sicherheit im Rechnen behalten bzw. erlangen, um den Anforderungen ohne Schwierigkeiten entsprechen zu können, die auf diesem Gebiet in der Schule und im späteren Leben an sie gestellt werden. Durch ein ausgewogenes Verhältnis zwischen Arbeiten mit dem Taschenrechner, schriftlichem oder mündlichem Rechnen oder auch Nutzen geeigneter Zahlentafeln, durch das systematische Einbeziehen von Abschätzungen, Überschlagsrechnungen und Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit ist zu gewährleisten, daß die Schüler auch an das Lösen numerischer Aufgaben überlegt herangehen, daß sie nach rationellen Lösungswegen suchen, sich durch Kontrollen Sicherheit verschaffen und in angemessenem Umfang die den Rechnungen zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeiten kennen und bewußt anwenden.

   In enger Verbindung mit dem Zahlenrechnen sind die Fertigkeiten der Schüler im **Arbeiten mit Größen** zu festigen, wobei das Vorgehen eng mit dem naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht abzustimmen ist.

3. Der weiteren Entwicklung des Könnens – und hier wiederum besonders der Fertigkeiten – im **Arbeiten mit Variablen** als einer für die Mathematik bedeutungsvollen, den Rahmen dieser Disziplin aber weit überschreitenden Denk- und Arbeitsweise wird große Aufmerksamkeit gewidmet. Dem dienen sowohl das spezielle Stoffgebiet 1 der Klasse 9, wo das Wissen und Können im kalkülmäßigen Umformen von Termen mit Variablen insbesondere durch die Einbeziehung der Potenzgesetze erweitert und die Befähigung zum Nutzen von Variablen als mathematisches „Sprachelement" vertieft werden, als auch das vielfältige Anwenden von Variablen in allen anderen Stoffgebieten. Die Schüler müssen dabei begreifen, daß die Verwendung von Variablen nur sinnvoll ist, wenn jeweils ein dazugehöriger Grundbereich explizit angegeben wird. Sie sollen erkennen, daß allgemeine mathematische Beziehungen mittels Variablen nicht nur kürzer beschrieben werden können, sondern daß dadurch auch ihre Struktur deutlich sichtbar wird. Die Befähigung zum Erkennen und Beschreiben von Termstrukturen ist zugleich auch von Bedeutung für die Sicherheit im Rechnen sowie den sachgerechten und effektiven Einsatz des Taschenrechners.

   In Zusammenarbeit mit dem naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht muß den Schülern der Wert der mathematischen Terminologie und Symbolik für die Formulierung naturwissenschaftlicher und technischer Erkenntnisse verdeutlicht werden. Dabei ist jedem formalen Herangehen vorzubeugen, indem z. B. Grundbereiche von Variablen und Gültigkeitsbereiche von Formeln betrachtet werden, die „Bedeutung" der einzelnen Variablen bewußtgemacht wird bzw. Beziehungen zwischen den rechnerisch erhaltenen Resultaten und dem zu untersuchenden Sachverhalt hergestellt werden.

4. Die Befähigung der Schüler zum Arbeiten mit **Gleichungen und Ungleichungen** ist auch in den Klassen 9 und 10 in zwei Richtungen weiterzuentwickeln. Einmal sind Kalküle für das Lösen von linearen Ungleichungen, linearen Gleichungssystemen

mit zwei Variablen sowie von quadratischen Gleichungen zu erarbeiten. Zum anderen werden aber wiederum einzelne einfache Beispiele für bestimmte andere Gleichungstypen durch inhaltliche Überlegungen gelöst – wie etwa Gleichungen höheren Grades, goniometrische Gleichungen und einfache Exponentialgleichungen. Durch gelegentliche Vorgabe unterschiedlicher Variablengrundbereiche soll den Schülern dabei bewußt bleiben, daß die Frage nach Lösbarkeit und Lösungsmenge einer Gleichung niemals absolut, sondern stets nur bezüglich des jeweiligen Grundbereichs beantwortet werden kann. In diesem Zusammenhang spielt auch das Arbeiten mit Größen eine Rolle.
Der Gleichungskalkül wurde von den Schülern bisher auch beim Umformen von Größengleichungen nach bestimmten Variablen verwendet, wobei dem Einsetzen von Größen für Variable bzw. dem Ersetzen einer Variablen durch einen Term mit einer oder mehreren anderen Variablen inhaltliche Überlegungen zugrunde lagen. Derartige Aufgaben treten nun auch in fast allen Stoffgebieten der Klassen 9 und 10 – insbesondere in den „Komplexen Übungen" – auf, was zu einer weiteren Erhöhung der Fertigkeiten im Umformen und des Könnens im Lösen von Gleichungen beiträgt.

5. Die Begriffe „Abbildung" und „Menge" bilden die Grundlage für die Behandlung des wichtigen mathematischen Begriffs **„Funktion"**. Die Kenntnisse der Schüler über den Funktionsbegriff und über spezielle Funktionen erfahren nun in Klasse 9 durch die ausführliche Behandlung von quadratischen Funktionen und die Erörterung ausgewählter Potenzfunktionen eine wesentliche Erweiterung. Mit der Behandlung wichtiger trigonometrischer Funktionen und einiger Exponentialfunktionen wird diese Leitlinie in Klasse 10 fortgesetzt, wodurch die Voraussetzungen für die mathematische Betrachtung weiterer wesentlicher Problemkreise zur Verfügung stehen. Anhand vielfältiger Beispiele ist das Verständnis der Schüler für die Bedeutung des Funktionsbegriffs und für seine Anwendbarkeit zur mathematischen Charakterisierung sehr unterschiedlicher Zusammenhänge, Sachverhalte und Prozesse zu vertiefen. Zugleich wird damit ein tragfähiges Fundament für das Erfassen und Beschreiben von Vorgängen und Gesetzmäßigkeiten in Natur, Technik und Gesellschaft geschaffen, und die Schüler vertiefen ihre Fähigkeit, einfache Probleme aus diesen Bereichen mit mathematischen Mitteln zu bearbeiten.

6. Von großer Bedeutung für die Allgemeinbildung und speziell die mathematische Bildung der Schüler ist die Fähigkeit, den Inhalt und Umfang von grundlegenden Begriffen zunehmend genauer zu beschreiben und diese Begriffe schließlich **zu definieren** sowie Aussagen oder Lösungswege sauber zu begründen, Ableitungen oder Schlußfolgerungen lückenlos, logisch zwingend vorzunehmen und schließlich Lehrsätze im mathematischen Sinne exakt **zu beweisen**. An der Formung der insbesondere mit dem Definieren verbundenen Befähigung der Schüler, sich sprachlich exakt und klar ausdrücken zu können, muß auch in beiden Klassenstufen kontinuierlich weitergearbeitet werden. Auch das Verständnis der Schüler für die Notwendigkeit, mathematische Aussagen zu beweisen, und die Befähigung zum Verstehen, Nachvollziehen und selbständigen Führen von Beweisen ist in den Klassen 9 und 10 weiterzuentwickeln. Die Schüler sollen anhand vielfältiger Beispiele Klarheit darüber erlangen, daß man jeden mathematischen Lehrsatz durch einen Beweis auf andere Sätze (bzw. auf Axiome) zurückführen kann, daß also ein Satz nicht isoliert steht, sondern stets in seinem logischen Zusammenhang mit anderen Sätzen zu sehen ist.

   Die in den Klassen 9 und 10 zu erreichende Steigerung im Beweisverständnis der Schüler ist nicht allein darin zu sehen, daß sie jetzt auch schwierigere Beweise verstehen und wiedergeben sowie einfachere Beweise selbständig führen können. Sie müssen vor allem auch daran gewöhnt und dazu befähigt sein, einzelne Aussagen, Lösungsschritte, Überlegungen, Entscheidungen usw. selbständig (auch durch Bezug auf geeignete Theorieelemente) zu begründen. Dies setzt u. a. voraus, daß wesentliche Definitionen und Sätze von den Schülern fest angeeignet sind.

7. Hinsichtlich der Befähigung der Schüler zum **algorithmischen Arbeiten** wird in den Klassen 9 und 10 eine neue Qualität angestrebt. Diese ist zum einen dadurch gekennzeichnet, daß bisher verwendete algorithmische Vorschriften und Regeln sowie neu zu vermittelnde Algorithmen den Schülern **bewußtgemacht werden** – ergänzt durch ein anschauliches Verständnis für „Algorithmus". Zum anderen wird von ihnen gefordert, daß sie zunehmend selbständig die zum Lösen einer Aufgabe erforderlichen Algorithmen, Regeln oder Verfahren aus den ihnen bekannten Möglichkeiten auswählen, diese gegebenenfalls modifizieren, diszipliniert abarbeiten und anschließend methodenkritisch beurteilen. Möglichkeiten für eine solche Arbeitsweise ergeben sich z. B. beim Umformen von Termen, beim Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen oder auch beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben.

   Besonders durch eine zweckmäßige Nutzung des elektronischen Taschenrechners wird die Befähigung der Schüler zum algorithmischen Arbeiten gefördert. Sie lernen Ablaufpläne als Beispiele für die Notation von Algorithmen kennen und erfahren, daß das Aufstellen geeigneter Rechenablaufpläne die Entwicklung eines Lösungsplanes und seine Aufgliederung in einzelne Schritte erfordert, wobei sowohl mathematische Zusammenhänge (z. B. die Struktur der zu bearbeitenden Terme) als auch Eigenheiten des verwendeten Taschenrechners (z. B. Vorrang- oder Konstantenautomatik) zu beachten sind. Das Abarbeiten eines Ablaufplanes zwingt zu Disziplin und Sorgfalt, seine rückblickende Wertung (z. B. bezüglich Kürze) führt zu bewußten Einsichten in algorithmisches Vorgehen. In diesem Sinne wird mit der Befähigung der Schüler zum algorithmischen Arbeiten ein wichtiger Beitrag zu ihrer Vorbereitung auf Anforderungen geleistet, die im Ergebnis der wissenschaftlich-technischen Entwicklung Arbeit und Beruf an sie stellen werden.

8. Der Befähigung der Schüler zum zweckmäßigen und rationellen **Umgang mit Hilfsmitteln** wird große Aufmerksamkeit gewidmet. In erster Linie geht es dabei um die sinnvolle und effektive **Verwendung des elektronischen Taschenrechners** als **Rechenhilfsmittel** (z. B. beim Berechnen von Term- und Funktionswerten, von Flächen- und Rauminhalten, von Lösungen von Gleichungen und Ungleichungen) sowie als **Wertespeicher** (z. B. für Quadrate und Wurzeln, für Werte von Potenzfunktionen, trigonometrischer Funktionen und Exponentialfunktionen). Dabei sollen die Schüler immer besser befähigt werden, selbständig zu entscheiden, ob und in welchem Umfang der Taschenrechner einzusetzen ist. Daneben werden auch die Fähigkeiten der Schüler im Umgang mit **Tabellen** und **Formelsammlungen** weiterentwickelt. Sie arbeiten z. B. mit den Tafeln der Winkelfunktionswerte und machen (verbunden mit dem festen Einprägen grundlegender Fakten und Formeln) in vielfältiger Weise von der Formelsammlung im „Tafelwerk" Gebrauch. Letzteres geschieht insbesondere in den Stoffabschnitten „Komplexe Übungen" sowie in den beiden letzten Stoffgebieten der Klasse 10.

   Zielstrebig ist auch daran zu arbeiten, die Schüler zum selbständigen **Arbeiten mit dem Lehrbuch** zu befähigen. So werden sie immer öfter veranlaßt, sich bestimmten Stoff durch selbständiges Durcharbeiten bestimmter Lehrbuchabschnitte anzueignen bzw. spezielle Schülervorträge, die auch im Hinblick auf eine langfristige Prüfungsvorbereitung bedeutsam sind, anhand des Lehrbuches vorzubereiten. Höhere Sicherheit im zweckmäßigen Gebrauch von Hilfsmitteln erlangen die Schüler, indem sie ihre Fertigkeiten im **Anfertigen von Konstruktionen, Zeichnungen und Skizzen** vervollkommnen, dabei u. a. Schablonen (z. B. für Parabeln, Graphen von

Winkelfunktionen) verwenden und insbesondere derartige Darstellungen auch nutzen, um genauere Einsichten in vorliegende Zusammenhänge zu erhalten und brauchbare Lösungsansätze zu gewinnen.

Wertvolle Potenzen und demzufolge auch eine hohe Verantwortung besitzt der Mathematikunterricht für die **sprachliche Bildung und Erziehung,** für die weitere Ausbildung des Sprachverständnisses wie des sprachlichen Ausdrucksvermögens der Schüler. Dies gilt für jeglichen Gebrauch der Muttersprache innerhalb des Mathematikunterrichts und darf nicht auf den Gebrauch von mathematischer Terminologie und Symbolik oder die sprachliche Gestaltung spezieller mathematischer Sachverhalte beschränkt werden.

Zugleich dient die Arbeit am sprachlichen Können der Schüler der Entwicklung ihrer mathematischen Bildung. Das Streben nach einer exakten Ausdrucksweise veranlaßt sie, gründlicher über den jeweiligen Sachverhalt nachzudenken, womit sie auch zu einem höheren Niveau der inhaltlichen Beherrschung des jeweiligen Sachverhalts gelangen.

Die Schüler verstehen durch ihre eigene Tätigkeit besser, daß in der Exaktheit der Ausdrucksweise, in der Schärfe und Eindeutigkeit der Formulierungen, in der Lückenlosigkeit und Strenge der Schlüsse wesentliche Merkmale mathematischen Arbeitens bestehen.

Der Gebrauch bestimmter „normierter" sprachlicher Wendungen, das Streben nach einer klaren, jede Vagheit ausschließenden Ausdrucksweise darf allerdings nicht zur sprachlichen Uniformierung des Mathematikunterrichts führen. Die Schüler sind immer wieder anzuhalten, mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten zu beschreiben und Lehrsätze, Definitionen u. ä. umzuformulieren. Wenngleich das Erkennen des mathematischen Sachverhalts einer in Textform gegebenen Aufgabe und dessen Formulierung – oft mittels Variablen – von großer Wichtigkeit ist, so muß man dem „Übersetzen" mit Hilfe von Symbolen gegebener Aussagen in die natürliche Sprache nicht minder große Bedeutung für die allgemeine geistige Entwicklung der Schüler beimessen.

Stets zu achten ist auch auf den richtigen Gebrauch der mathematischen Symbolik durch die Schüler. Es kommt darauf an, ihnen zu zeigen, wie die mathematische „Zeichensprache" durch ein höheres Abstraktionsniveau nicht allein eine knappe, übersichtliche, eindeutige und international verständliche Darstellung von Aussagen, Definitionen usw. gestattet, sondern es gleichzeitig ermöglicht, die Struktur komplizierter Sachverhalte leichter zu erkennen und die Denkarbeit effektiver und rationeller zu gestalten.

Untrennbar verbunden mit der Erfüllung der genannten Aufgaben hat der Mathematikunterricht in den Klassen 9 und 10 zur Erziehung der Schüler zu gebildeten Kommunisten beizutragen, die aktiv unsere sozialistische Gesellschaft mitgestalten. Dabei gilt es, alle Potenzen auszuschöpfen, die im Stoff bzw. im Prozeß seiner Vermittlung und Aneignung liegen, um an der Entwicklung von Persönlichkeiten mitzuwirken, die sich nicht nur durch hohes fachliches Wissen und Können, sondern auch durch einen festen Klassenstandpunkt, durch gesellschaftliche Aktivität, eine wissenschaftliche Weltanschauung und hohe moralische Qualitäten auszeichnen. Jeder Schüler muß begreifen, daß er solides, anwendungsbereites und ausbaufähiges mathematisches Wissen und Können benötigt, um gut auf künftige Anforderungen, auf das Weiterlernen, die Berufstätigkeit, den Dienst in der Nationalen Volksarmee – auf das gesamte Leben in der entwickelten sozialistischen Gesellschaft vorbereitet zu sein.

Durch die Einbeziehung historischer Betrachtungen, durch die Behandlung geeigneter Sach- und Anwendungsaufgaben sowie durch (vereinfachte) Erörterung von Beispielen für Anwendungen auf verschiedensten Gebieten des gesellschaftlichen Lebens (Industrie, Landwirtschaft, Verkehrswesen, Handel, Militärwesen) sollen die Schüler immer besser verstehen lernen, daß die Mathematik beim Aufbau unserer entwickelten sozialistischen Gesellschaft eine wichtige Rolle spielt.

Hieraus muß auch zunehmendes Interesse der Schüler für das Fach Mathematik und ihr Streben erwachsen, sich ein hohes mathematisches Wissen und Können anzueignen.

Einen wesentlichen Beitrag hat der Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 zur Herausbildung bzw. Weiterentwicklung solcher moralischer Qualitäten und Charaktereigenschaften zu leisten, wie sie für eine kommunistische Persönlichkeit kennzeichnend sind. So sind durch das selbständige Bearbeiten auch anspruchsvollerer mathematischer Aufgaben Beharrlichkeit, Ausdauer und der Wille zur Überwindung von Schwierigkeiten zu entwickeln. In der gesamten mathematischen Tätigkeit müssen ferner die Schüler an ein sorgfältiges, genaues und systematisches Vorgehen gewöhnt werden. Dabei ist ihnen bewußtzumachen, daß eine derartige Arbeitsweise, die sich z. B. in sauberer Heftführung, klar gegliederter Darstellung von Lösungswegen u. ä. äußert, nicht allein aus Gründen der Ästhetik wünschenswert, sondern mit zunehmender Kompliziertheit der Aufgaben geradezu notwendig für deren richtiges Lösen ist. Besonderer Wert ist auf die Befähigung der Schüler zur Kontrolle ihrer Arbeitsergebnisse und auf die Entwicklung entsprechender Gewohnheiten zu legen. Es muß für die Schüler zur Selbstverständlichkeit werden, die von ihnen erzielten Resultate in geeigneter Weise (z. B. durch Proben, Vergleiche von graphischen und rechnerischen Lösungen, Überschläge und Abschätzungen, Konfrontation mit der eigenen Erfahrung, nochmaliges Lösen [möglichst auf anderem Wege], Überprüfen der Verträglichkeit mit anderen grundlegenden mathematischen Kenntnissen) selbständig zu kontrollieren. In diesem Zusammenhang sind die Schüler auch dazu zu erziehen, Resultate bzw. gegenteilige Ansichten anderer gewissenhaft und vorurteilsfrei zu prüfen und sich kritisch damit auseinanderzusetzen.

Durch Hinweise auf Gebiete, die während der Oberschulzeit nicht Gegenstand des Mathematikunterrichts sind, aber evidente praktische Bedeutung besitzen (Ungleichungssysteme, lineare Optimierung, Informatik usw.), muß den Schülern die Grenze ihres bisher erworbenen mathematischen Wissens und Könnens verdeutlicht sowie zugleich die Notwendigkeit ständigen Weiterlernens begründet und der Wille hierzu gefördert werden.

HINWEISE ZUR METHODISCHEN UND ORGANISATORISCHEN GESTALTUNG DES UNTERRICHTS

Die gesamte Gestaltung des Mathematikunterrichts muß auf das Hauptziel gerichtet sein, den Erwerb soliden Wissens über grundlegende mathematische Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren sowie sicheres Können im zunehmend selbständigen Arbeiten mit diesem Wissen beim Lösen von Aufgaben durch alle Schüler zu gewährleisten. Dabei soll jeder einzelne Schüler entsprechend seinen individuellen Anlagen und Fähigkeiten so entwickelt werden, daß seine Stärken voll zum Tragen kommen. Aus der besonderen Bedeutung, die der Befähigung der Schüler zum Arbeiten mit dem Handwerkzeug Mathematik zukommt, ergibt sich, daß sie möglichst in allen Phasen des Unterrichts durch geeignete Anforderungen zu entsprechender aktiver geistiger Tätigkeit zu veranlassen sind. Für die Realisierung einer derartigen Unterrichtsgestaltung hat ein Stellen und Lösen von Aufgaben, das die Schüler in die ihrer Entwicklung dienenden Anforderungssituationen versetzt, außerordentliche Bedeutung. Um aber diese Potenzen zur Wirkung zu bringen, muß das Stellen und Lösen von Aufgaben fest eingebettet sein in eine methodische Strategie, die die Tätigkeit des Lehrers bei der Auswahl und Anordnung der Aufgaben sowie vor allem bei der Planung und Organisation der Tätigkeit der Schüler genauso umfaßt wie das Lösen dieser Aufgaben durch den Schüler selbst.

Aus dem oben genannten Hauptziel des Mathematikunterrichts der Klassen 9 und 10 ergibt sich zwingend die zentrale Stellung des Festigens bei der Gestaltung des Unterrichts. Dem Festigen in vielfältigen, aber streng zielorientierten Formen, das auf einer sorgfältigen Berücksichtigung des Entwicklungsstandes der Schüler basiert, muß bei der Gestaltung aller Unterrichtsphasen große Aufmerksamkeit geschenkt werden. In diesem Sinne ist Festigen nicht eine neben anderen didaktischen Kategorien, sondern beginnt bereits bei der Motivation und Zielorientierung, wo durch geeignet gewählte Aufgaben den Schülern sowohl bereits Erlerntes bewußtgemacht (und damit gefestigt) als auch noch nicht Bewältigtes verdeutlicht werden sollte. Es setzt sich fort mit der explizite oder implizite gestalteten Sicherung des Ausgangsniveaus. Schließlich führt dieser Prozeß dann über die Behandlung neuen Stoffs unter Anwendung – und damit wiederum Festigung – früher erworbenen Wissens und Könnens zu den Abschnitten, in denen die Festigung des gerade Kennengelernten in Verbindung mit der Sicherung „früheren" Wissens und Könnens dominiert. In dem gesamten Prozeß muß dem gedächtnismäßigen Einprägen und Befähigen der Schüler zum sicheren Reproduzieren wesentlicher Fakten, Begriffe, Definitionen, Sätze und Formeln große Aufmerksamkeit geschenkt werden, weil davon Anwendungsbereitschaft und Effektivität des Unterrichts und die Entwicklung des Gedächtnisses der Schüler abhängig sind.

Eine der Hauptformen, in der sich das Festigen im Mathematikunterricht vollzieht, ist das Üben. Als kontinuierlich durchgeführte **„tägliche Übungen"** sollte es auch in den Klassen 9 und 10 vor allem genutzt werden, um notwendige Voraussetzungen für den folgenden Unterricht bereitzustellen oder auch die Verfügbarkeit des Wissens und Könnens der Schüler aus solchen Teilbereichen zu gewährleisten, die z. Z. gerade nicht Gegenstand des Unterrichts sind. In enger Verbindung damit sind auch spezielle Wiederholungen zur Sicherung des für die Behandlung neuen Stoffes notwendigen Wissens und Könnens zu planen. Im Teil Inhalt des Unterrichts sind hierzu bei einigen Stoffabschnitten spezielle Wiederholungen ausgewiesen. Dies bedeutet aber nicht, daß die dort genannten Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren formal, undifferenziert und geschlossen vor der Behandlung des Neuen zu reaktivieren sind. Dies sollte vielmehr unter sorgfältiger Beachtung des bei den einzelnen Schülern vorhandenen Wissens- und Könnensniveaus sinnvoll und gegebenenfalls differenziert während des gesamten Unterrichtsprozesses geschehen.

Die mit der Neueinführung von Stoff verbundenen **ersten Übungen** sollten so angelegt werden, daß sich die Schüler voll auf das inhaltlich Neue konzentrieren können und nicht durch Schwierigkeiten, die aus unübersichtlichen Zahlenangaben, unnötig komplizierten Texten o. ä. resultieren, vom Wesentlichen abgelenkt werden.

In zunehmendem Maße ist dann zu **„vielfältigen Übungen"** überzugehen, bei denen Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zu berücksichtigen sind, um Sicherheit im selbständigen Anwenden des erworbenen Wissens und Könnens zu erreichen. Dabei ist auch, in Abhängigkeit vom erreichten Leistungsstand und vom Übungsbedarf der einzelnen Schüler, differenziert zu arbeiten, so daß ein Leistungszuwachs für alle Schüler gesichert wird.

Besondere Bedeutung im Hinblick auf die Sicherung des Abschlußniveaus besitzen schließlich **komplexe Übungen**. Durch sie sollen an die geistige Aktivität und Denkintensität der Schüler hohe Anforderungen gestellt werden. Von den Schülern ist zu verlangen, zunehmend selbständig Lösungswege zu finden, dazu aus immer umfangreicheren Wissens- und Könnensbereichen die erforderlichen Elemente auszuwählen und den Aufgabenbedingungen entsprechend einzusetzen, d. h., ihr Wissen und Können wirklich **anzuwenden** und damit zugleich wieder sicherer und flexibler zu machen. Die Stoffabschnitte „Komplexe Übungen" bzw. die Stoffgebiete 3 und 4 von Klasse 10 im Teil „Inhalt des Unterrichts" enthalten Hinweise auf wesentliche stoffspezifische Inhalte der dort zu stellenden Aufgaben bzw. auf jeweilige inhaltliche Schwerpunkte. Darüber hinaus ist zu sichern, daß in diesen Stoffabschnitten bzw. Stoffgebieten durchgängig Anforderungen gestellt werden, die der Entwicklung solcher Persönlichkeitseigenschaften dienen wie

- Können im Ermitteln des „mathematischen Kerns" eines Problems und eines geeigneten mathematischen Modells (ggf. unter Nutzung von Skizzen, Tabellen u. a.);
- Können im Begründen von Lösungswegen durch Bezug auf entsprechende Definitionen, Sätze, Regeln;
- Gewöhnung an das überlegte Verwenden der jeweiligen Lösungsverfahren (mündlich/schriftlich; mit Taschenrechner/mit Zahlentafel);
- Befähigung zum Arbeiten mit sinnvoller, dem Sachverhalt sowie den Ausgangswerten angemessener Genauigkeit;
- Befähigung zum Wiedererkennen geometrischer Gebilde und Formen in der Realität, zum Vorstellen solcher Gebilde auf Grund von Beschreibungen, zum Darstellen (vor allem Skizzieren) räumlicher Gebilde in der Ebene;
- Befähigung zum sachgerechten Nutzen der Muttersprache in Verbindung mit Elementen der Fachsprache beim Beschreiben mathematischer Sachverhalte, beim Begründen von Lösungswegen, beim Interpretieren und ggf. Werten der Resultate.

Das gilt insbesondere auch für das letzte Stoffgebiet in Klasse 10, bei dem Elemente aus allen mathematischen Wissens- und Könnensbereichen der zehnklassigen polytechnischen Oberschule zu berücksichtigen sind und auf diesem Wege zugleich eine umfassende, solide und wirksame Vorbereitung aller Schüler auf die spezifischen Anforderungen der Abschlußprüfungen erreicht werden soll.

Um die Ziele des Mathematikunterrichts der Klassen 9 und 10 mit allen Schülern zu erreichen, ist bei der Gestaltung des Unterrichts auch differenziert zu arbeiten. Insbesondere durch geeignete Aufgabenauswahl und differenzierte Hilfen beim Lösen der Aufgaben muß dem unterschiedlichen Übungsbedarf einzelner Schüler Rechnung getragen und individuellen Bedürfnissen möglichst weitgehend entsprochen werden. Im Teil „Inhalt des Unterrichts" werden an einigen Stellen konkrete Hinweise für ein solches Vorgehen gegeben.

Für die Effektivität der gesamten Festigungsprozesse und für zielgerichtete Differenzierung besitzt eine exakte Analyse des von den Schülern erreichten Niveaus im Wissen und Können große Bedeutung. Es wird empfohlen, neben unterrichtsbegleitenden Kontrollen zahlreiche kurze mündliche und schriftliche Leistungskontrollen durchzuführen. Außerdem sollten in den Klassen 9 und 10 je vier Klassenarbeiten geschrieben werden, wovon – auch im Hinblick auf die Vorbereitung der schriftlichen Abschlußprüfung – in Klasse 9 mindestens zwei zweistündig und in Klasse 10 eine zweistündig und eine mindestens dreistündig sein sollten.

Während sich die Kurzkontrollen in der Regel auf den unmittelbar zuvor behandelten Stoff beziehen sollten, muß durch die Klassenarbeiten auch früher erworbenes Wissen und Können überprüft werden.

Besonders in den schriftlichen Leistungskontrollen sollte von den Schülern vorrangig das Lösen mathematischer Probleme verlangt und nicht das bloße Wiedergeben von Einzelkenntnissen in den Vordergrund gestellt werden. In allen Leistungskontrollen ist neben Wissen auch ständig der Grad des Verständnisses für mathematische Zusammenhänge, der Entwicklungsstand bestimmter Fähigkeiten und die Beherrschung wichtiger Arbeitsverfahren zu kontrollieren. Auf eine entsprechende äußere Form der schriftlichen Schülerarbeiten ist größter Wert zu legen, wobei die Hinweise zur Bewertung der Form in den zentralen Abschlußarbeiten als Maßstab gelten müssen.

Im Zusammenhang mit den für die Klassen 9 und 10 vorgesehenen Stoffgebieten muß eine Anzahl Begriffe von zum Teil großer mathematischer Bedeutung behandelt werden. Im Stoffteil des vorliegenden Plans ist hierbei zwischen „Einführen" und „Definieren" dieser Begriffe unterschieden. Von der Einführung eines Begriffes wird gesprochen, wenn die Schüler mit dem Begriff nur durch Beschreibung seines Inhalts und Umfangs, durch seine Verwendung in verschiedenen Zusammenhängen, durch Angabe von Beispielen u. ä. vertraut zu machen sind. Ist dagegen vom Definieren des betreffenden Begriffs die Rede, so soll die Erarbeitung des Begriffs tatsächlich bis zu dessen Definition in der logischen Bedeutung dieses Wortes geführt werden. An einigen Stellen des Lehrplans wird lediglich die Forderung „Hinweisen auf ..." verwendet. Das bedeutet, daß die Schüler mit dem jeweiligen Begriff oder Sachverhalt knapp bekanntzumachen sind, ohne daß sie darüber abprüfbares Wissen und Können erwerben sollen.

(Alle im Lehrplan verwendeten Begriffe, die nicht durch „Einführen", „Definieren" oder „Hinweisen auf ..." gekennzeichnet sind, bilden keinen expliziten Behandlungsgegenstand.)

Der Zeitplanung wurden für die Klassen 9 30 Unterrichtswochen mit je 5 Wochenstunden und für die Klasse 10 28 Unterrichtswochen mit je 4 Wochenstunden zugrunde gelegt.

Die angegebenen Stundenzahlen für die Stoffgebiete (einstellig numeriert) sind als verbindlich zu betrachten, die Zeitangaben für die Stoffabschnitte (zweistellig numeriert) stellen Empfehlungen dar und sollen lediglich zur Orientierung dienen.

STOFFÜBERSICHT

Klasse 9

1.	**Arbeiten mit Variablen**	**45 Stunden**
1.1.	Gebrauch von Variablen; Termwertberechnungen	12 Stunden
1.2.	Umformen von Termen	15 Stunden
1.3.	Rechnen mit Potenzen	18 Stunden
2.	**Ungleichungen und Gleichungssysteme**	**30 Stunden**
2.1.	Lineare Ungleichungen	12 Stunden
2.2.	Systeme linearer Gleichungen	13 Stunden
2.3.	Komplexe Übungen	5 Stunden
3.	**Quadratische Funktionen; quadratische Gleichungen; Potenzfunktionen**	**55 Stunden**
3.1.	Quadratische Funktionen	12 Stunden
3.2.	Quadratische Gleichungen	23 Stunden
3.3.	Potenzfunktionen	10 Stunden
3.4.	Komplexe Übungen	10 Stunden
4.	**Körperdarstellung und Körperberechnung**	**20 Stunden**
4.1.	Wiederholung und Ergänzung	9 Stunden
4.2.	Berechnung und Darstellung zusammengesetzter Körper	11 Stunden
		150 Stunden

(Stoffgebiet 4 ist mit 2 Wochenstunden ab 19. Woche parallel zu Stoffgebiet 3 zu behandeln.)

Klasse 10

1.	**Winkelfunktionen**	**24 Stunden**
1.1.	Die Funktion $y = \sin x$	12 Stunden
1.2.	Die Funktionen $y = \cos x$ und $y = \tan x$; Beziehungen zwischen Winkelfunktionen	12 Stunden
2.	**Anwendungen von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie**	**36 Stunden**
2.1.	Anwendungen von Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	12 Stunden
2.2.	Anwendungen von Winkelfunktionen auf beliebige Dreiecke	14 Stunden
2.3.	Komplexe Übungen	10 Stunden
3.	**Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Funktionen (Wiederholung, Systematisierung und Ergänzung)**	**30 Stunden**
3.1.	Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen	10 Stunden
3.2.	Arbeiten mit Funktionen, Exponentialfunktionen	20 Stunden
4.	**Lösen komplexer Aufgaben; spezielle Prüfungsvorbereitung**	**22 Stunden**
		112 Stunden

ANORDNUNG DER STOFFGEBIETE

Klasse 9

150 Stunden

1. Arbeiten mit Variablen
   45 Stunden
2. Ungleichungen und Gleichungssysteme
   30 Stunden
3. Quadratische Funktionen; quadratische Gleichungen; Potenzfunktionen
   55 Stunden
4. Körperdarstellung und Körperberechnung
   20 Stunden

Klasse 10

112 Stunden

1. Winkelfunktionen
   24 Stunden
2. Anwendungen von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie
   36 Stunden
3. Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Funktionen (Wiederholung, Systematisierung und Ergänzung)
   30 Stunden
4. Lösen komplexer Aufgaben; spezielle Prüfungsvorbereitung
   22 Stunden

INHALT DES UNTERRICHTS

Klasse 9

1. Arbeiten mit Variablen **45 Stunden**

Das erste Stoffgebiet der Klasse 9 hat die Aufgabe, das Können der Schüler im Umgang mit Variablen zu vertiefen und zu erweitern. Im Zentrum stehen das Berechnen von Termwerten, das Umformen von Termen, das Verwenden von Variablen zum Beschreiben inner- und außermathematischer Sachverhalte und zum Führen von Beweisen sowie das Arbeiten mit Potenzen.

Verbunden damit ist das Können der Schüler im Rechnen zu vertiefen, was auch eine Systematisierung ihrer Kenntnisse über die Verwendung eines Taschenrechners und die Weiterentwicklung ihrer Fertigkeiten im Arbeiten mit solchen Geräten einschließt. In diesem Zusammenhang sind das Verständnis der Schüler für algorithmisches Arbeiten und ihre Fähigkeiten auf diesem Gebiet weiter auszuprägen.

Im **Stoffabschnitt 1.1.** stehen Übungen im Erkennen und Beschreiben der Struktur von Termen und das Berechnen von Termwerten im Zentrum. Dabei müssen die Schüler Klarheit darüber erlangen, daß eine Variable ein Zeichen für ein beliebiges Element einer fest vorgegebenen Menge, des Variablengrundbereichs, darstellt und daß demzufolge die Verwendung von Variablen nur dann sinnvoll ist, wenn man für jede Variable den dazugehörigen Grundbereich kennt. Zugleich ist zu vereinbaren, daß im arithmetischen Bereich nachfolgend – sofern nicht ausdrücklich anders vermerkt – der Grundbereich immer die Menge R der reellen Zahlen ist.

Beim Berechnen von Termwerten ist der Befähigung der Schüler zum rationellen und sicheren Einsatz des Taschenrechners große Aufmerksamkeit zu schenken. Durch die notwendigen Überlegungen zur Struktur der zu berechnenden Terme und zu einer möglichst günstigen Abfolge der Tastenbetätigungen wird ein wichtiger Beitrag geleistet, die Schüler auf Denk- und Arbeitsweisen vorzubereiten, die für die Informationsverarbeitung von grundlegender Bedeutung sind. Diesem Ziel muß auch das Arbeiten mit Rechenablaufplänen dienen. Die Schüler sollen diese vor dem eigentlichen Rechnen möglichst selbständig aufstellen, diszipliniert abarbeiten und rückblickend werten sowie auch von einem Ablaufplan auf den entsprechenden Term schließen. In diesem Zusammenhang sind die Schüler auf anschauliche Weise mit dem Begriff „Algorithmus" vertraut zu machen. Sie sollen die behandelten Ablaufpläne als Notationen von Algorithmen verstehen lernen.

Verbunden mit den genannten Übungen, muß dieser Stoffabschnitt auch zur Weiterentwicklung der Fähigkeiten der Schüler beitragen, in Textform gegebene mathematische Sachverhalte unter Verwendung von Variablen auszudrücken bzw. einfache Terme „in Worte zu fassen" sowie einfache Beweisaufgaben zu lösen.

Den Schwerpunkt des **Stoffabschnittes 1.2.** bildet die Vertiefung und Erweiterung des Könnens – insbesondere der Fertigkeiten – der Schüler im Umformen von Termen. Dabei ist ihnen auch bewußtzumachen, daß es keine Regeln für das „Rechnen" mit Variablen an sich gibt, sondern daß mit ihnen so „gerechnet" wird wie mit den Elementen des entsprechenden Variablengrundbereiches.

Die Schüler müssen sich die beiden im Stoffteil ausgewiesenen binomischen Formeln fest einprägen und sie sicher anwenden können. Dazu gehört, daß die Schüler entsprechende Produkte in Summen und in einfachen Fällen auch geeignete Summen in Produkte umformen können. Das Bilden der „quadratischen Ergänzung" sollte zwar an einigen einfachen Beispielen geübt werden, ausführlicher ist auf dieses Verfahren aber erst im Stoffgebiet 3 einzugehen.

Beim Addieren und Subtrahieren von Quotienten ist auf das Prinzip der Rückführung neuer Probleme auf bereits gelöste hinzuweisen.

Verbunden mit Übungen zu Termumformungen sollten zugleich wichtige Gleichungen aus dem bisherigen Unterricht in Mathematik, Physik und Einführung in die sozialistische Produktion reaktiviert bzw. wesentliche Vorleistungen für den nachfolgenden Unterricht erbracht werden.

Im Zentrum des **Stoffabschnittes 1.3.** steht die Aufgabe, die Kenntnisse der Schüler über den Potenzbegriff zu vertiefen, diesen Begriff zu erweitern und bei den Schülern Fertigkeiten im Arbeiten mit Potenzen herauszubilden.

Nach der Wiederholung des den Schülern bereits bekannten Potenzbegriffs für natürliche Exponenten sind die Potenzgesetze an Beispielen verständlich zu machen und unter Verwendung von Variablen zu formulieren. (In diesem Zusammenhang sind die Variablenbindungen „für alle" und „es gibt ein" zu wiederholen.) Die Schüler sollten darauf hingewiesen werden, daß es notwendig wäre, die Potenzgesetze zu beweisen, daß hierzu aber ihre bisherigen Kenntnisse nicht ausreichen.

Bei der anschließenden Erweiterung des Potenzbegriffs auf ganzzahlige und rationale Exponenten ist den Schülern bewußtzumachen, daß Erweiterungen eines Begriffsumfangs oder -inhalts nicht beliebig erfolgen dürfen, sondern stets eine kritische Überprüfung (im Hinblick auf die Zweckmäßigkeit der Erweiterung) verlangen.

Die Verträglichkeit der verwendeten Definitionen mit den vorher behandelten Gesetzen für das Rechnen mit Potenzen (Exponent natürlich) sollte lediglich für zwei geeignet gewählte Beispiele gezeigt werden. Für alle anderen Fälle ist diese Tatsache den Schülern mitzuteilen.

Ausgehend von dem Radizieren als **einer** Umkehrung des Potenzierens ist auf die zweite Umkehrung, das Logarithmieren, und auf den Begriff des Logarithmus b zur Basis a hinzuweisen. Die Schüler sollen die Schreibweise $n = \log_a b$ und einige einfache Beispiele sowie die Bedeutung der Taste $\boxed{\text{lg}}$ des Taschenrechners kennenlernen. Können im Arbeiten mit dem Logarithmusbegriff ist nicht anzustreben.

Für das Festigen des (erweiterten) Potenzbegriffs und das Üben der Potenzrechnung sind vorrangig einfache Beispiele zu wählen. Übungen im Lösen von schwierigen formalen Aufgaben sollten zugunsten von Aufgaben mit praktischer Bedeutung (vor allem aus dem naturwissenschaftlichen und dem polytechnischen Unterricht) stark eingeschränkt werden. Im Zusammenhang mit Berechnen von Potenzen sind die Schüler zu befähigen, die Taste $\boxed{y^x}$ des Taschenrechners (gegebenenfalls kombiniert mit der Vorzeichenwechsel- bzw. Reziproktaste) zweckmäßig zu verwenden.

Das Können der Schüler im Arbeiten mit Größen ist zu festigen und zu vertiefen, wobei im Lesen und Schreiben von Zahlen mit abgetrennten Zehnerpotenzen sowie im Rechnen mit derart dargestellten Zahlen sichere Fertigkeiten erzielt werden müssen. Hierin besteht eine wichtige Vorleistung des Mathematikunterrichts für den Physikunterricht, aber auch für den Astronomie-, Chemie- und polytechnischen Unterricht. Beim Arbeiten mit Zahldarstellungen durch abgetrennte Zehnerpotenzen ist den Schülern die entsprechende Form der Ergebnisdarstellung des Taschenrechners (die sie bereits aus Klasse 7 kennen) zu begründen, und es sind Fertigkeiten im Verwenden der $\boxed{\text{EEX}}$-Taste zu erzielen. Fragen der sinnvollen Genauigkeit von Rechenresultaten, in die Näherungswerte eingegangen sind, sind wiederholend zu betrachten. Dabei ist auch zu erörtern, wie durch die Schreibweise mit abgetrennten Zehnerpotenzen (z. B. statt 200 die Angabe $2{,}0 \cdot 10^2$ oder $2{,}00 \cdot 10^2$) Unterschiede bezüglich der Genauigkeit deutlich gemacht werden können. Abschließend ist den Schülern der Aufbau des dekadischen Positionssystems bewußtzumachen, und es ist ihnen anhand des Dualsystems ein Ausblick auf andere Positionssysteme zu geben, ohne zu letzterem spezielle Übungen durchzuführen.

Es ist freigestellt, ob die Stoffabschnitte 1.2. und 1.3. in der angegebenen Reihenfolge behandelt werden oder ob zunächst das Rechnen mit Potenzen und danach das Umformen von Termen Gegenstand des Unterrichts ist. Im zweiten Fall muß gesichert werden, daß beim Umformen von Termen auch das Rechnen mit Potenzen weiter gefestigt wird.

1.1. Gebrauch von Variablen; Termwertberechnungen — 12 Stunden

Wiederholung: Begriffe „Menge", „Element von", „Teilmenge", „Variable", „Term", „Variablengrundbereich"; Überblick über Grundbereiche; Einsetzen von Zahlen und Größen für Variable.

Übungen im Erkennen und Beschreiben der Struktur von Termen; Termwertberechnungen vor allem unter Nutzung des ETR, dabei systematisierender Rückblick auf die Verwendung des ETR bei Ausführung der Grundrechenoperationen, der Bildung des Reziproken, der Ermittlung von Quadratzahlen, Quadratwurzeln und Potenzen; Berücksichtigung der Vorrang- und Konstantenautomatik und der Verwendung des Speichers; Aufstellen, Abarbeiten und Bewerten von Rechenablaufplänen; Einführen von „Algorithmus"; Rechenablaufpläne als Notation von Algorithmen.

Beschreiben mathematischer und außermathematischer Sachverhalte durch Terme bzw. Gleichungen; Angeben möglicher Sachverhalte zu vorgegebenen Termen;
Führen von Beweisen, insbesondere aus der Teilbarkeitslehre, unter Nutzung von Variablen.

1.2. Umformen von Termen — 15 Stunden

Wiederholung: Termumformungen, die in Klasse 8 behandelt wurden, insbesondere Ausklammern und Ausmultiplizieren.

Binomische Formeln $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ und $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a, b \in R)$[1] als Spezialfälle der Multiplikation von Binomen; Anwenden der binomischen Formeln.

Erweitern und Kürzen von Quotienten; Addieren und Subtrahieren von Quotienten; Multiplizieren und Dividieren von Quotienten; Aufstellen, Abarbeiten und Vergleichen von Rechenablaufplänen.

1.3. Rechnen mit Potenzen — 18 Stunden

Wiederholung: Begriffe „Potenz", „Basis", „Exponent", „Quadratzahl"; „Quadratwurzel", „Kubikwurzel".

Potenzschreibweise a^n für $n \in N$, $n \geqq 1$;
Potenzgesetze und einfache Übungen zu ihrer Anwendung.

---

[1] Für Variable wird der Grundbereich der reellen Zahlen im weiteren nicht angegeben, es werden lediglich Einschränkungen dieses Grundbereichs angeführt.

Erweitern des Wurzelbegriffs durch Definieren von $\sqrt[n]{a}$ $(a \geqq 0, n \in N, n \geqq 2)$.
Erweitern des Potenzbegriffes durch die Definitionen
$a^0 = 1 \; (a \neq 0)$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \; (a \neq 0, m \in N, m > 0)$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \; (a > 0; m, n \in Z; n \geqq 2)$.

Erläutern der Zweckmäßigkeit dieser Definitionen, insbesondere durch Aufzeigen der weiteren Gültigkeit der Potenzgesetze; Wurzelgesetze als Spezialfälle der Potenzgesetze.

Radizieren als eine Umkehrung des Potenzierens; Hinweis auf das Logarithmieren als zweite Umkehrung des Potenzierens, auf die Schreibweise $\log_a b$ für die Lösung der Gleichung $a^x = b$ $(a > 0, b > 0, a \neq 1)$ und auf die Taste $\boxed{\text{lg}}$ des Taschenrechners; inhaltliches Lösen einiger Gleichungen der Typen $x = a^n$; $x^n = b$; $a^x = b$.

Übungen zur Potenzrechnung, dabei auch Verwenden der Taste $\boxed{y^x}$ des Taschenrechners zum Berechnen von Potenzen (auch mit negativen Exponenten) und von Wurzeln.

Anwenden der Potenzgesetze beim Rechnen mit abgetrennten Zehnerpotenzen; Verwenden der Taste $\boxed{\text{EEX}}$ des Taschenrechners; Resultatsangaben mit sinnvoller Genauigkeit unter Beachtung der aus Klasse 6 bekannten Regeln bzw. durch Berechnung geeigneter Wertschranken; dabei auch Kennzeichnen der Genauigkeit von Näherungswerten mit Hilfe abgetrennter Zehnerpotenzen.

Dezimalsystem; Ausblick auf andere Zahlsysteme am Beispiel des Dualsystems.

2. Ungleichungen und Gleichungssysteme — 30 Stunden

Das Hauptziel dieses Stoffgebietes besteht darin, die Kenntnisse der Schüler über Gleichungen und Ungleichungen durch die systematische Erörterung von Umformungsregeln für Ungleichungen sowie von Lösungsverfahren für Gleichungssysteme zu erweitern, bei ihnen Fertigkeiten im Anwenden dieser Verfahren auszubilden und sie zu befähigen, entsprechende Aufgaben zunehmend selbständig zu lösen.

Im **Stoffabschnitt 2.1.** ist durch das Lösen entsprechender Aufgaben zu erreichen, daß die grundlegenden Begriffe der Gleichungslehre von den Schülern sicher beherrscht werden. Davon ausgehend sind sie anhand von Beispielen mit Umformungsregeln für Ungleichungen in zu diesen äquivalente vertraut zu machen, wobei Gemeinsamkeiten und Unterschiede hinsichtlich der Umformungsregeln für Gleichungen deutlich herauszuarbeiten sind. Durch vielfältige Übungen müssen alle Schüler Sicherheit im Anwenden dieser Regeln beim Lösen von linearen Ungleichungen mit einer Variablen erwerben. Dabei sind die Schüler auch zu befähigen und daran zu gewöhnen, sich in geeigneter Weise von der Richtigkeit ihrer Lösungen zu überzeugen. Bei diesen Übungen ist – in Abhängigkeit vom Zahlenmaterial – auch der Taschenrechner zu verwenden.

Ungleichungen mit Variablen als Koeffizienten sowie Ungleichungen mit absoluten Beträgen sollten vor allem zum Stellen differenzierter Anforderungen genutzt werden.

Im Zentrum des **Stoffabschnittes 2.2.** steht die Befähigung der Schüler zum Lösen linearer Gleichungssysteme aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen sowie zur geometrischen Interpretation eines solchen Gleichungssystems und seiner Lösung. Die Schüler müssen in der Lage sein, auf Grund ihrer Kenntnisse über den Einfluß der Variablen m und n auf die Lage des Graphen einer Funktion $y = mx + n$ im Koordinatensystem Aussagen hinsichtlich der Existenz und Anzahl der Lösungen eines linearen Gleichungssystems zu machen. Von der Möglichkeit, aus der graphischen Darstellung Näherungswerte für die Lösungen des Gleichungssystems abzulesen, sollte Gebrauch gemacht werden, ohne hierzu jedoch in größerem Umfange Übungen durchzuführen.

Die Schüler sind mit einem Lösungsverfahren für die o. g. Gleichungssysteme vertraut zu machen (empfohlen wird das Einsetzungsverfahren). Sie müssen dieses vollinhaltlich verstehen und – unterstützt durch vielfältige Übungen – sicher anwenden können. Bei der Erarbeitung des gewählten Lösungsverfahrens ist wiederum auf das Prinzip der Rückführung neuer Fragen auf bereits gelöste hinzuweisen. In Verbindung damit kann im Sinne des Stellens differenzierter Anforderungen auch auf das Lösen linearer Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen eingegangen werden, ohne jedoch dazu spezielle Übungen mit allen Schülern durchzuführen.

Der Zusammenhang zwischen linearen Funktionen und linearen Gleichungen ist zu nutzen, um den Schnittpunkt zweier Geraden durch Lösen des entsprechenden Gleichungssystems zu berechnen. Für Übungen im Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungssystemen sind neben einfachen formalen Aufgaben Beispiele aus verschiedenen Stoffgebieten des Mathematikunterrichts sowie aus Naturwissenschaft und Technik zu wählen. Bei diesen Übungen sind auch die Fähigkeiten der Schüler weiterzuentwickeln, selbständig über Notwendigkeit bzw. Zweckmäßigkeit der Verwendung des Taschenrechners zu entscheiden.

Die Übungen zum Lösen linearer Gleichungssysteme sollten genutzt werden, um die kritische Haltung der Schüler zu ihren Arbeitsergebnissen weiter auszuprägen. In diesem Zusammenhang ist ihnen deutlich zu machen, daß eine rechnerische oder zeichnerische Überprüfung der Lösung zur Aufgabe gehört und nicht gesondert gefordert werden muß.

2.1. Lineare Ungleichungen — 12 Stunden

Wiederholung: Begriffe „Aussage“, „Gleichung“, „Ungleichung“, „erfüllen“, „Lösung“, „Lösungsmenge“ und „einander äquivalente Gleichungen“; Umformungsregeln für lineare Gleichungen; Lösen linearer Gleichungen mit einer Variablen.

Einführen von „einander äquivalente Ungleichungen“; Erarbeiten von Regeln für das Umformen von Ungleichungen in zu diesen äquivalente (kurz: äquivalentes Umformen) anhand von Beispielen. Einführen von „Intervall“; Kennzeichnen von Intervallen durch Ungleichungen.

Einführen von „lineare Ungleichung“; Übungen im Lösen von Ungleichungen mit einer Variablen, die zu Ungleichungen der Typen $ax + b < 0$ beziehungsweise $ax + b > 0$ $(a \neq 0)$ äquivalent sind; Überprüfen der Resultate.

Graphische Veranschaulichung der Lösungsmenge einer linearen Ungleichung mit einer Variablen (bei verschiedenen Variablengrundbereichen) an einer Zahlengeraden.

Aufstellen und Lösen einfacher linearer Ungleichungen aus mathematischen und praktischen Sachverhalten.

2.2. Systeme linearer Gleichungen **13 Stunden**

Wiederholung: Lineare Funktion als Menge geordneter Paare, die eine lineare Gleichung der Form $y = mx + n \, (m \neq 0)$ erfüllen; graphische Darstellungen linearer Funktionen;
der Einfluß von m und n auf die Lage der entsprechenden Geraden im Koordinatensystem.

Einführung von „System aus zwei linearen Gleichungen mit zwei Variablen"; Definieren von „Lösungsmenge eines Gleichungssystems" als Menge der gemeinsamen Elemente der Lösungsmengen aller Gleichungen des Systems; dabei Erläutern von „und" im Sinne von „sowohl – als auch".

Veranschaulichen von solchen Gleichungssystemen durch Zeichnen der entsprechenden Funktionsbilder (Geraden); Erörtern der Lagemöglichkeiten dieser Geraden und der sich daraus ergebenden Aussagen bezüglich der Existenz und Anzahl von Lösungen des Gleichungssystems.

Ermitteln von Näherungswerten für die Lösungen eines linearen Gleichungssystems aus der graphischen Darstellung;

Erarbeiten eines Lösungsverfahrens für Gleichungssysteme anhand von Beispielen; Anwenden auf formale Übungsaufgaben (auch mit Variablen als Koeffizienten). Hinweis auf weitere Lösungsverfahren.

Berechnen des Schnittpunktes zweier Geraden durch Lösen des zugehörigen linearen Gleichungssystems.

Übungen im Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungssystemen aus verschiedenen Sachverhalten.

2.3. Komplexe Übungen **5 Stunden**

Abwechslungsreiche Übungen zum Festigen der grundlegenden Begriffe und vor allem des Vorgehens beim Lösen von linearen Ungleichungen und linearen Gleichungssystemen. Dabei sind hinsichtlich folgender Gesichtspunkte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Art der zu lösenden Aufgaben (innermathematische Aufgaben – unter Verwendung von Symbolen, fachsprachlicher Termini oder der Umgangssprache formuliert; Anwendungsaufgaben aus unterschiedlichen Sachgebieten);
- Art des Lösens der Aufgaben (durch Anwenden behandelter Verfahren, aber auch durch inhaltliche Überlegungen);
- Bezug zu in vorherigen Klassen behandeltem mathematischem Stoff (Gleichungslehre, lineare Funktionen);
- Umfang und Art des verwendeten Zahlenmaterials, Notwendigkeit bzw. Zweckmäßigkeit der Verwendung des Taschenrechners.

3. Quadratische Funktionen; quadratische Gleichungen; Potenzfunktionen **55 Stunden**

Das vorliegende Stoffgebiet hat zwei Aufgaben zu erfüllen, die eng miteinander verbunden sind. Einmal sollen die Schüler durch die Behandlung von quadratischen Funktionen und von Potenzfunktionen ihr Wissen über Funktionen erweitern und vertiefen sowie ihr Können im graphischen Darstellen von Funktionen und im Erkennen spezifischer Eigenschaften der jeweiligen Funktionen bzw. ihrer Graphen vervollkommnen. Zum anderen kommt es darauf an, ausgehend von der Frage nach den Nullstellen quadratischer Funktionen, alle Schüler zum sicheren Lösen quadratischer Gleichungen zu befähigen.

Im Zentrum des **Stoffabschnittes 3.1.** steht die Betrachtung quadratischer Funktionen, die Erarbeitung entsprechender Begriffe und Eigenschaften sowie die Befähigung der Schüler zum Zeichnen der jeweiligen Graphen. In diesem Zusammenhang ist auch zu gewährleisten, daß die Schüler die im Stoffgebiet „3. Lineare Funktionen" der Klasse 8 behandelten grundlegenden Begriffe und Verfahren sicher beherrschen und anwenden können. Beim Darstellen quadratischer Funktionen sollte sowohl das bei vorgegebener Funktionsgleichung übliche Verfahren des Aufstellens einer Wertetabelle – ggf. unter Verwendung des Taschenrechners – genutzt als auch mit Schablonen gearbeitet werden, wobei vor dem Verwenden der Schablone in geeigneter Weise auf das Problem des Verbindens von Kurvenpunkten hingewiesen werden sollte.

Nachdem einige wenige Beispiele quadratischer Funktionen der Form $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 1$ betrachtet wurden, ist die weitere Arbeit auf Funktionen der Form $y = f(x) = x^2 + px + q$ zu konzentrieren. Um die Graphen aller derartiger Funktionen leicht, d. h. mit der entsprechenden Schablone zeichnen zu können, ist die Form $y = f(x) = (x + d)^2 + e$ einzuführen und die Möglichkeit der Überführung der Form $y = x^2 + px + q$ in diese zu zeigen. Das dabei verwendete Verfahren der „quadratischen Ergänzung" müssen die Schüler verstehen und in einfachen Fällen anwenden können.

Bei den sich anschließenden Übungsaufgaben ist besonderer Wert auf das Bestimmen der Koordinaten des Scheitelpunktes der entsprechenden Parabel und auf die Erörterung von Existenzfragen von Nullstellen der jeweiligen Funktion zu legen.

Die graphischen Darstellungen sind auch zu nutzen, um die Nullstellen der entsprechenden Funktionen näherungsweise zu bestimmen, ohne jedoch Fertigkeiten in der Anwendung dieses Verfahrens anzustreben. Die Schüler müssen aber bereits in diesem Zusammenhang die Bedeutung der Diskriminante D für die Lage der Parabel im Koordinatensystem und damit für die Existenz beziehungsweise Anzahl der Nullstellen erkennen. Auf die Unterscheidung der Begriffe „Nullstelle der quadratischen Funktion" und „Schnittpunkt der Parabel mit der Abszissenachse" ist dabei stets zu achten.

Im Mittelpunkt des **Stoffabschnittes 3.2.** steht das Lösen quadratischer Gleichungen, das mit der Betrachtung der entsprechenden quadratischen Funktionen zu verbinden ist. Die Schüler sollen die Herleitung der Lösungsformel für quadratische Gleichungen verstehen und nachvollziehen können, vor allem aber sichere Fertigkeiten im Anwenden dieser Formel zum Lösen quadratischer Gleichungen erwerben. Sie sind dabei auch zu befähigen, mit Hilfe der Diskriminantenuntersuchung Aussagen über die Existenz und Anzahl von Lösungen einer quadratischen Gleichung zu treffen und auf die Lage der entsprechenden Graphen im Koordinatensystem zu schließen.

Anhand geeigneter Beispiele ist auch auf den Zusammenhang zwischen den Koeffizienten p und q der Gleichung $0 = x^2 + px + q$ und den Lösungen dieser Gleichung (Satz des Vieta) einzugehen und seine Anwendung zur Ergebniskontrolle zu erläutern.

Bei den Übungen – vor allem bei den komplexen Übungen am Ende des Stoffgebietes – sind neben formalen Aufgaben zum Anwenden der Lösungsformel auch Aufgaben einzubeziehen, die (z. B. wegen $p = 0$ oder $q = 0$) durch inhaltliche Überlegungen sehr einfach gelöst werden können bzw. die wegen ihres Typs (linear, einfache Wurzelgleichung, einfache Gleichung dritten Grades u. ä.) die Anwendung der Lösungsformel nicht gestatten. In Abhängigkeit vom Zahlenmaterial sollte auch der Taschenrechner Verwendung finden, insbesondere beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben.

Dabei ist auf das Arbeiten mit zweckmäßigen Rechenablaufplänen einzugehen und insbesondere auch auf verzweigte Algorithmen hinzuweisen.

In differenzierte Übungen sollten auch quadratische Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten einbezogen werden, wobei auf eine Diskussion der Lösungen (Fallunterscheidungen) Wert zu legen ist.

Im Zentrum des **Stoffabschnittes 3.3.** steht die Erweiterung und Vertiefung des Wissens und Könnens der Schüler bezüglich Funktionen, indem ausgehend von der Funktion $y = f(x) = x^2$ weitere spezielle Potenzfunktionen betrachtet und miteinander verglichen werden. Dabei sollen sich die Schüler unter Verwendung schon früher eingeführter oder neu erlernter Begriffe im Beschreiben, Vergleichen und Systematisieren wesentlicher Merkmale der einzelnen Funktionen üben. Definitions- und Wertebereiche, Intervalle usw. sind auch mit Hilfe von Ungleichungen anzugeben. Auf das Verhalten der Funktionen an der Stelle $x_1 = 0$ und deren Umgebung sowie für beliebig große (bzw. kleine) Werte von x ist hinzuweisen.

Durch Vergleich von Potenzfunktionen $y = f(x) = x^n$ mit $y = f(x) = ax^n$ anhand konkreter, im Stoffteil ausgewiesener Beispiele ist den Schülern der Einfluß des Faktors a zu verdeutlichen.
Daran anschließend ist das Wissen und Können der Schüler bezüglich direkter und umgekehrter Proportionalität zu wiederholen und unter Bezugnahme auf die Funktionen $y = k \cdot x$ bzw. $y = k \cdot x^{-1}$ zu vertiefen.

Bei der Darstellung von Funktionen ist auf eine saubere, genaue und übersichtliche Arbeitsweise zu achten, die die genaue Kennzeichnung der jeweiligen Graphen einschließt.

Auf die Möglichkeit der Verwendung von Koordinatensystemen mit unterschiedlich geteilten Achsen ist vor allem im Hinblick auf die praktische Bedeutung dieses Verfahrens bei der Anfertigung und beim Lesen von Diagrammen in den Fächern Physik, Chemie und Polytechnik hinzuweisen. Darüber hinaus sollen die Schüler auch lernen, den Verlauf des Graphen einer speziellen Potenzfunktion auf Grund erkannter Eigenschaften zu skizzieren und anhand dieser Skizze weitere Zusammenhänge zu erläutern sowie diese beim Lösen von Aufgaben anzuwenden.

3.1. Quadratische Funktionen — 12 Stunden

Wiederholung: Begriffe „Funktion“, „Definitionsbereich“, „Wertebereich“, „Argument“, „Funktionswert“, Schreibweise $y = f(x)$; graphisches Darstellen von Funktionen.

Erörtern von Sachverhalten, die auf quadratische Funktionen führen. Graphisches Darstellen der Funktion $y = f(x) = x^2$ und einiger Funktionen der Form $y = f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 1)$ mittels geeigneter Wertetabellen, dabei auch Verwenden des Taschenrechners.

Einführen von „quadratische Funktion“, von „Parabel“ für die Graphen quadratischer Funktionen und „Normalparabel“ sowie von „Achse der Parabel“ und „Scheitelpunkt“. Verwenden der Schablone zum Darstellen des Graphen der Funktionen $y = f(x) = x^2$ und $y = f(x) = x^2 + c$.
Graphisches Darstellen von Funktionen $y = f(x) = x^2 + px + q$ unter Verwendung der Schablone; Eigenschaften derartiger Funktionen bzw. ihrer Graphen (wie Existenz eines kleinsten Funktionswertes; monotones Fallen bzw. Steigen in einem bestimmten Intervall, Symmetrie).

Dazu:
- Erarbeiten der Scheitelpunktform $y = (x + d)^2 + e$ und Erörterung der Bedeutung von d und e;
- Beispiele für das Überführen der Form $y = x^2 + px + q$ in die Scheitelpunktform und Herleiten der Beziehung $d = \frac{p}{2}$ und $e = -D$, dabei Einführen von „Diskriminante D" für die Differenz $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$;
- Übungen im Bestimmen des Scheitelpunktes $S\left(-\frac{p}{2}; -D\right)$.

Untersuchen der Existenz von Nullstellen einer Funktion $y = f(x) = x^2 + px + q$ anhand der graphischen Darstellung bzw. in Abhängigkeit von D; näherungsweises Bestimmen von Nullstellen einer quadratischen Funktion aus der graphischen Darstellung.

3.2. Quadratische Gleichungen — 23 Stunden

Wiederholung: Begriff „Nullstelle"; rechnerische Bestimmung der Nullstelle einer linearen Funktion $y = f(x) = mx + n \; (m \neq 0)$ durch Lösen der Gleichung $0 = mx + n$.

Übertragen des Vorgehens beim Berechnen der Nullstelle einer linearen Funktion auf Funktionen der Form $y = f(x) = ax^2 + bx + c \; (a \neq 0)$, dadurch Übergang zur Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ und insbesondere zur Normalform $x^2 + px + q = 0$.

Herleiten der Lösungsformel für die Normalform der quadratischen Gleichung; dabei Diskriminantendiskussion.
Übungen im Lösen quadratischer Gleichungen $x^2 + px + q = 0$ einschließlich der Sonderfälle $p = 0$ oder $q = 0$ und solcher Gleichungen, die sich auf diese Formen bringen lassen; dabei auch Verwenden des Taschenrechners; Rechenablaufplan als Beispiel für verzweigten Algorithmus.

Erörtern des Zusammenhangs zwischen den Koeffizienten p und q der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ und den Lösungen dieser Gleichung (Satz des Vieta) und seiner Anwendung zur Ergebniskontrolle.

Aufstellen und Lösen quadratischer Gleichungen aus verschiedenen mathematischen, naturwissenschaftlichen und aus praktischen Sachverhalten.

Lösen einiger quadratischer Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten; dabei Untersuchung der Bedingungen für die Existenz von Lösungen (Fallunterscheidung).

3.3. Potenzfunktionen — 10 Stunden

Wiederholung: Begriff „Potenz a^n" für $n \in Q$; direkte und umgekehrte Proportionalität.

Einführung von „Potenzfunktion" für Funktionen mit der Gleichung $y = f(x) = x^n \; (n \in Q)$.

Graphisches Darstellen der Potenzfunktionen $y = f(x) = x^n$ für die Fälle $n = 2$; $n = 3$; $n = -1$ und $n = -2$ sowie $n = \frac{1}{2}$; $n = \frac{1}{3}$ (Wurzelfunktionen).

Eigenschaften dieser Potenzfunktionen (größtmöglicher Definitions- und Wertebereich; Lage des jeweiligen Graphen der Funktion im Koordinatensystem; Verhalten der Funktionen und ihrer graphischen Darstellungen in der Umgebung von Null und für beliebig große bzw. beliebig kleine Argumente; Monotonieverhalten in bestimmten Intervallen (steigen, fallen); Symmetrie bezüglich der y-Achse bzw. Zentralsymmetrie bezüglich des Koordinatenursprungs);
Einführen von „Hyperbel".

Vergleichen von $y = f(x) = x$ mit $y = f(x) = ax$; $y = f(x) = x^2$ mit $y = f(x) = ax^2$ sowie $y = f(x) = x^{-1}$ mit $y = f(x) = ax^{-1}$ für einige ausgewählte Werte von a.

Vertiefen der Begriffe „proportional" und „umgekehrt proportional" unter Bezugnahme auf die Funktionen
$y = k \cdot x\ (k \neq 0)$ und $y = kx^{-1}\ (x \neq 0, k \neq 0)$.

3.4. Komplexe Übungen — 10 Stunden

Abwechslungsreiche Übungen zum Festigen der grundlegenden Begriffe und Verfahren. Dabei sind hinsichtlich folgender Aspekte die Anforderungen ständig zu wechseln:

- Gegenstand der Aufgabe (Darstellen von Funktionen unterschiedlicher Art; Untersuchen von Eigenschaften der Funktionen bzw. Graphen; Lösen von Gleichungen verschiedenen Typs; Anwenden im inner- und außermathematischen Bereich);
- Art des Lösens der Aufgaben (Anwendung bekannter Verfahren bzw. inhaltlicher Überlegungen);
- Art und Umfang des Zahlenmaterials, Möglichkeit der Verwendung des Taschenrechners.

4. Körperdarstellung und Körperberechnung — 20 Stunden

Dieses Stoffgebiet hat zwei Hauptaufgaben zu erfüllen. Einmal soll das in der darstellenden Geometrie und in der Stereometrie der Klassen 7 und 8 vermittelte Wissen und Können wegen seiner mathematischen und polytechnischen Bedeutung gründlich wiederholt, systematisiert und ergänzt werden. Zum anderen sollen die Schüler befähigt werden, dieses Wissen und Können zur Darstellung von Körpern, die sich durch Zusammensetzung bzw. „Differenzbildung" aus bisher behandelten Körpern ergeben, sowie zum Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt derartiger Körper anzuwenden.

Durch eine sorgfältige Auswahl und Anordnung der Übungsaufgaben ist dabei zu gewährleisten, daß die Schüler unterschiedliche Anforderungen mit möglichst hoher Selbständigkeit bewältigen. So sollte z. B. gefordert werden, daß die Schüler abgebildete einfache und zusammengesetzte Körper erkennen und die erforderlichen Maße aus den Angaben in den Abbildungen (Zweitafel- bzw. Schrägbilder) entnehmen, daß sie solche Bilder nach verbalen Vorgaben konstruieren und Lösungspläne durch Anwenden bekannter Formeln aufstellen. Besonderer Wert ist auf Überlegungen zu einem zweckmäßigen Vorgehen zu legen (auch im Hinblick auf eine Verwendung des Taschenrechners). In diesem Zusammenhang gewinnt die Arbeit mit Rechenablaufplänen, die auch als Beispiele für die Notation von Algorithmen zu verstehen sind, besondere Bedeutung.

Mit dem Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden- und Kegelstümpfen sind die Schüler anhand konkreter Beispiele vertraut zu machen. Dabei sollten sie ihre Kenntnisse über Volumen und Oberflächen von Pyramiden und Kegeln sowie über ähnliche Figuren anwenden. Auf die entsprechenden Formeln im Tafelwerk ist hinzuweisen, diese sind aber nicht herzuleiten.

Die in diesem Stoffgebiet vorhandenen vielfältigen Möglichkeiten der Festigung durch Wiederholung, Übung und Anwendung von Definitionen, Sätzen und Verfahren aus verschiedenen Gebieten des Mathematikunterrichts sowie zur Realisierung wesentlicher übergreifender Ziele des Mathematikunterrichts sind konsequent zu nutzen. So ist beim Lösen entsprechender Übungsaufgaben zu gewährleisten, daß das Verständnis der Schüler für den funktionalen Zusammenhang zwischen den gegebenen Größen einerseits und der gesuchten Größe andererseits weiter vertieft wird. In diesem Sinne sind Formeln auch als Gleichungen von Funktionen zu interpretieren. Erforderliche Umformungen müssen gleichzeitig zur Festigung der Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen und Gleichungen genutzt werden. Beim Lösen von Anwendungsaufgaben sollen die Schüler erkennen, daß die in den zur Verfügung stehenden Formeln enthaltenen Größen durchaus nicht immer auch die einer praktischen Messung am leichtesten zugänglichen Größen sind. Sie müssen daher das zielgerichtete, planmäßige Ersetzen bestimmter Größen durch andere als ein typisch mathematisches Verfahren beherrschen lernen.

Auf eine sinnvolle, praxisbezogene Genauigkeit der Resultatsangaben ist insbesondere bei Anwendungsaufgaben zu achten.

Zur weiteren Entwicklung der Fähigkeiten der Schüler im Herleiten und Beweisen sollten Aufgaben dienen, die die Anwendung der bekannten Formeln auf gewisse Sonderfälle, das Ersetzen von Größen, das Nutzen bekannter Beziehungen bzw. Formeln u. a. verlangen.

Im Zusammenhang mit der Körperberechnung sind die Körper häufig auch im Zweitafelverfahren bzw. in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$ bzw. durch einfache Zeichnungen oder Skizzen darzustellen. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens und des Abstraktionsvermögens der Schüler. Deshalb sind Aufgaben von Bedeutung, bei denen Gestalt und Größe von Körpern aus diesen Projektionen zu erkennen bzw. die Projektionen vorliegender oder vorgestellter Körper zu skizzieren sind.

Die Schüler sind anzuhalten, ihre Rechnungen und Zeichnungen (einschließlich der Skizzen) in einer sauberen und ordentlichen Form anzufertigen, die sich durch klare Gliederung und Übersichtlichkeit auszeichnet.

Bei der Stoffverteilung ist die im Gesamtvorwort genannte Forderung zu beachten, daß dieses Stoffgebiet ab 19. Unterrichtswoche mit 2 Wochenstunden parallel zum Stoffgebiet „3. Quadratische Funktionen; quadratische Gleichungen; Potenzfunktionen" zu behandeln ist.

4.1. Wiederholung und Ergänzung — 9 Stunden

Systematisierende Wiederholung der bisher behandelten Körper (Prismen, [gerade] Kreiszylinder, Pyramiden, [gerade] Kreiskegel, Kugel); Formeln für Volumen und Oberflächeninhalte dieser Körper; Darstellung der entsprechenden Körper im Zweitafelverfahren bzw. in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 45°;\ q = \frac{1}{2}\right)$; dabei Einführen von

„Ellipse“; Ermitteln der wahren Länge von Strecken und der wahren Gestalt von Flächen.

Übungen (dabei Vorgaben durch Text oder durch Zeichnung).

4.2. Berechnung und Darstellung zusammengesetzter Körper — 11 Stunden

Übungen im Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalten sowie im Darstellen einfacher Körper, die durch Zusammensetzung (bzw. Differenzbildung) von bisher behandelten Körpern (z. B. verschiedenen Prismen, Prismen und Zylindern bzw. Halbkugeln oder Kugeln; Prismen und Pyramiden bzw. Zylindern und Kegeln) entstehen; dabei auch Darstellung von Pyramiden- und Kegelstümpfen und Berechnung der entsprechenden Volumen bzw. Oberflächeninhalte.

Übungen; Lösen geeigneter Anwendungsaufgaben; dabei auch Verwenden des Taschenrechners; Aufstellen und Abarbeiten entsprechender Rechenablaufpläne.

Klasse 10

1. Winkelfunktionen **24 Stunden**

Dieses Stoffgebiet hat die Aufgabe, das bisher von den Schülern angeeignete Wissen und Können zu Funktionen durch eine systematische Behandlung von ausgewählten Winkelfunktionen zu erweitern und zu vertiefen und die Schüler zu befähigen, diese neu erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen einfacher Aufgaben zu Winkelfunktionen anzuwenden. Zugleich ist das Wissen und Können der Schüler im sinnvollen Umgang mit dem Taschenrechner weiter auszubilden.

Im **Stoffabschnitt 1.1.** stehen nach der Wiederholung des Winkelbegriffs die Einführung des Bogenmaßes für Winkel, vor allem aber die Behandlung des Begriffs „Sinus eines Winkels", der Funktion $y = f(x) = \sin x$ und ihrer wichtigsten Eigenschaften im Mittelpunkt. Dabei sollte von vorhandenen Kenntnissen der Schüler aus anderen Unterrichtsfächern über das Auftreten von Sinusfunktionen ausgegangen und damit die Wiederholung des Winkelbegriffs und das Einführen von Winkeln beliebiger Größe mit positiver oder negativer Orientierung motiviert werden. Ob schon im Zusammenhang mit der erforderlichen Wiederholung zur Winkelmessung im Gradmaß die SI-gerechte Angabe im Bogenmaß eingeführt wird, bleibt freigestellt, jedoch muß dies vor dem Zeichnen des Graphen der Funktion $y = f(x) = \sin x$ erfolgen. Im gesamten ersten Stoffgebiet sollten Größenangaben für Winkel sowohl im Bogenmaß wie im Gradmaß verwendet werden, während im zweiten Stoffgebiet, insbesondere bei der Anwendung von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie, fast ausschließlich vom Gradmaß Gebrauch zu machen ist.

Ebenso bleibt freigestellt, ob der Begriff „Sinus eines Winkels" zuerst an einem Kreis mit beliebigem Radius oder am Einheitskreis definiert wird. Im ersten Fall ist diese Definition vor der Erarbeitung der Sinusfunktion und ihrer Eigenschaften auf den Einheitskreis zu spezialisieren, im zweiten Fall ist sie auf den Kreis mit beliebigem Radius anzuwenden. Mit der Definition für „Sinus eines Winkels" ist wie in der Stoffdarstellung angegeben zu arbeiten, bevor die Taste $\boxed{\text{sin}}$ des Taschenrechners eingeführt und in den Stellungen „DEG" und „RAD" des Umschalters benutzt wird. Näherungswerte für die Sinuswerte weiterer Winkel werden am Einheitskreis abgelesen und – soweit möglich – mit den Angaben in der Tafel der Sinuswerte und mit den unter Verwendung des Taschenrechners ermittelten Werten verglichen. Die so erhaltene Wertetabelle mit zwei Zeilen für die Argumente im Grad- bzw. Bogenmaß wird zum sorgfältigen Zeichnen des Graphen der Funktion $y = f(x) = \sin x$ benutzt. Später ist auch von der Schablone für die Sinusfunktion Gebrauch zu machen.

Die sich an die Betrachtungen zum Graphen der Sinusfunktion anschließenden Untersuchungen zu wichtigen Eigenschaften der Sinusfunktion sind am Einheitskreis durchzuführen. Von den gewonnenen Beziehungen zwischen Argumenten mit gleichen und entgegengesetzten Funktionswerten bedürfen insbesondere die in der Stoffdarstellung hervorgehobenen Gleichungen der Festigung, weil sie zur Ermittlung der Lösungen goniometrischer Gleichungen bei vorgegebenen größeren Definitionsbereichen unter Verwendung des Taschenrechners anzuwenden sind.

Die den Stoffabschnitt 1.1. abschließenden Untersuchungen zu den Funktionen $y = f(x) = a \cdot \sin x$ und $y = f(x) = \sin (bx)$ und deren Graphen sind so zu gestalten, daß die Schüler ihr Wissen und Können zu Funktionen, vor allem zur Funktion $y = f(x) = \sin x$ zunehmend selbständig anwenden können.

Nach dieser gründlichen Erörterung der Sinusfunktionen sind im **Stoffabschnitt 1.2.** weitere Winkelfunktionen unter Nutzung des im Stoffabschnitt 1.1. erworbenen Wissens und Könnens möglichst rationell und konzentriert zu behandeln. Bereits für die Kosinusfunktion und noch mehr dann für die Tangensfunktion sollen die Schüler wesentliche Aussagen durch das Lösen von Aufgaben relativ selbständig finden. Die Graphen von $y = f(x) = \cos x$ und $y = f(x) = \tan x$ werden nur noch skizziert bzw. mit der Schablone gezeichnet. Das Lösen goniometrischer Gleichungen ist auf einfache Fälle zu beschränken, und vom Taschenrechner ist von Anfang an möglichst umfangreich Gebrauch zu machen.

In beiden Stoffabschnitten ist neben dem Arbeiten mit Definitionen auch dem Begründen und Beweisen hinreichend Aufmerksamkeit zu schenken. Insbesondere sollten Beweisbedürfnis und Beweisverständnis beim Erarbeiten der Herleitungen und Beweise bewußt und planmäßig weiter ausgebildet und die Fähigkeiten im Begründen und im zunehmend selbständigen Führen von kleineren Beweisen weiterentwickelt werden. Auch die Befähigung zum exakten Zeichnen wie zum Skizzieren ist in den oben genannten Zusammenhängen weiter auszubilden.

1.1. Die Funktion $y = f(x) = \sin x$ — 12 Stunden

Wiederholung: Spannungsverlauf am Wechselstromgenerator in Abhängigkeit vom Drehwinkel; der Begriff „Winkel"; Winkelmessung; die Einheit „Grad", Hinweis auf weitere Einheiten („Minute", „Sekunde"), dezimale Schreibweise mit der Einheit „Grad".

Einführen von Winkeln beliebiger Größe mit positiver bzw. negativer Orientierung; Einführen von „einander äquivalente Winkel"; Beispiele und einige Übungen im Ermitteln von einander äquivalenten Winkeln unter Verwendung des Taschenrechners (Konstantenautomatik).

Wiederholen der Berechnung der Bogenlänge b eines Kreisausschnittes aus der Größe seines Mittelpunktwinkels und der Länge seines Radius; Einführen von „Einheitskreis", von „Bogenmaß eines Winkels", von „arc" und der Einheit „Radiant".

Herleiten der Beziehungen $\operatorname{arc} \alpha = \alpha \cdot \frac{\pi}{180°}$ und $\alpha = \operatorname{arc} \alpha \cdot \frac{180°}{\pi}$;
Übungen im Umrechnen gegebener Winkelgrößen vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt unter Verwendung des Taschenrechners, dabei auch Bogenmaßangaben in Teilen und Vielfachen von π.

Definieren von „Sinus eines Winkels"; Anwenden dieser Definition zur Ermittlung von $\sin (k \cdot 90°)$ mit $k \in Z$ und zum Berechnen der exakten Werte von $\sin 30°$, $\sin 45°$ und $\sin 60°$ mittels inhaltlicher Überlegungen an speziellen Dreiecken im Einheitskreis; Berechnen von rationalen Näherungswerten für $\sin 45° = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$ und $\sin 60° = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$ (mit dem Taschenrechner) und Vergleich dieser Werte mit den Angaben in der Tafel der Sinusfunktion.

Einführen der Taste $\boxed{\sin}$ am Taschenrechner und deren Verwendung zur Ermittlung der obengenannten Sinuswerte und von Sinuswerten weiterer im Grad- bzw. Bogenmaß gemessener Winkel; die Einstellungen „DEG" und „RAD" des Umschalters W; Übungen im Ermitteln der Sinuswerte von im Grad- und Bogenmaß gemessenen Winkeln beliebiger Größe mit dem Taschenrechner, dabei auch Runden der Zahlenangaben des Taschenrechners und gegebenenfalls Umformen in Dezimalbruchdarstellung, Vergleich mit den Angaben in der Tabelle der Sinuswerte in der Zahlentafel.

Wiederholen der Definition für „Funktion“ sowie der Begriffe „Argument“, „Funktionswert“, „Definitionsbereich“ und „Wertebereich“, von „Abszisse“ und „Ordinate“ sowie des graphischen Darstellens von Funktionen; Aufstellen einer Wertetabelle und Zeichnen des Graphen der Funktion $y = f(x) = \sin x$ (etwa für den Definitionsbereich $-2\pi \leqq x \leqq 3\pi$); dabei Verwenden von Bogen- und Gradmaß in der Wertetabelle und bei der Teilung der Abszissenachse. Hinweis auf typische Eigenschaften des Graphen von $y = f(x) = \sin x$ wie

- Lage seiner Schnittpunkte mit der Abszissenachse und mit dazu parallelen Geraden (Symmetriebetrachtungen),
- fehlende Achsensymmetrie des Graphen bezüglich der Ordinatenachse, Hinweis auf Zentralsymmetrie,
- Symmetrie des Graphen bezüglich bestimmter Parallelen zur Ordinatenachse,
- Abbildung des Graphen auf sich durch Verschieben um ganzzahlige Vielfache von 2π in den beiden Richtungen der Abszissenachse.

Untersuchen der Funktion $y = f(x) = \sin x$ auf Periodizität, dabei Einführen von „periodische Funktion“, „Periode“ und „kleinste Periode“; Erarbeiten des Satzes, daß für alle x mit $0 \leqq x \leqq 2\pi$ gilt: $\sin (2k\pi + x) = \sin x$ $(k \in Z)$ durch inhaltliche Überlegungen am Einheitskreis unter Verwendung der Definition für Sinus eines Winkels;

Untersuchen der Funktion $y = f(x) = \sin x$ auf

- Nullstellen, Wertebereiche und Monotonieverhalten für ausgewählte Definitionsbereiche, teilweise als Übungen;
- Argumente mit gleichen oder entgegengesetzten Funktionswerten;

Erarbeiten des Satzes, daß für alle x gilt: $\sin (\pi - x) = \sin x$, sein Beweis für $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$;

Erarbeiten der Sätze, daß für alle x gilt:
$\sin (\pi + x) = -\sin x$,
$\sin (-x) = -\sin x$
und $\sin (-\pi - x) = \sin x$
durch inhaltliche Überlegungen am Einheitskreis.

Ermitteln aller Argumente in gegebenen Definitionsbereichen, denen der gleiche Funktionswert zugeordnet ist; Einführen von „goniometrische Gleichung“, das Lösen von Gleichungen des Typs $\sin x = c$ mittels Taschenrechner und eventuell notwendiger zusätzlicher inhaltlicher Überlegungen, dabei Einführen der Tastenfolge $\boxed{\text{F}}\ \boxed{\sin}$; Übungen im Lösen einfacher Gleichungen, die sich auf $\sin x = c$ zurückführen lassen.

Aufstellen von Wertetabellen und Skizzieren der Graphen für ausgewählte Beispiele der Funktionen $y = f(x) = a \sin x$ und $y = f(x) = \sin (bx)$ $(a > 0, a \neq 1; b > 0, b \neq 1)$;

Untersuchen von Eigenschaften dieser Funktionen im Vergleich zu den Eigenschaften von $y = \sin x$, Vergleich der Graphen dieser Funktionen mit dem Graphen von $y = \sin x$.

1.2. Die Funktionen $y = \cos x$ und $y = \tan x$; Beziehungen zwischen Winkelfunktionen — 12 Stunden

Definieren von „Kosinus eines Winkels“; Anwenden dieser Definition zur Ermittlung von $\cos (k \cdot 90°)$ mit $k \in Z$, von $\cos 30°$, $\cos 45°$ und $\cos 60°$ mittels inhaltlicher Überlegungen an speziellen Dreiecken im Einheitskreis, auch unter Verwendung der Sinuswerte entsprechender Winkel; dabei Wiederholen des Satzes von Pythagoras, Einführen von $(\sin x)^2 = \sin^2 x$ und von $(\cos x)^2 = \cos^2 x$ und Herleiten sowie Anwenden des Satzes, daß für alle x gilt: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Einführen und Verwenden der Taste $\boxed{\cos}$ am Taschenrechner für im Grad- und Bogenmaß gemessene Winkel; Aufstellen einer Wertetabelle und Skizzieren des Graphen der Funktion $y = f(x) = \cos x$ (etwa für den Definitionsbereich $-2\pi \leqq x \leqq 3\pi$); typische Eigenschaften des Graphen (im Vergleich mit denen des Graphen von $y = f(x) = \sin x$).

Untersuchen dieser Funktion auf Periodizität, Nullstellen, Wertebereiche und Monotonieverhalten für ausgewählte Definitionsbereiche – vorwiegend als Übungen; dabei auch Erarbeiten der Sätze, daß für alle x gilt:
$\cos(2k\pi + x) = \cos x \; (k \in Z; 0 \leqq x \leqq 2\pi)$,
$\cos(-x) = \cos x$,
$\cos(\pi + x) = -\cos x$,
$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \; \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$;

Hinweis auf die Tafel der Sinus- und Kosinuswerte.
Lösen goniometrischer Gleichungen, die auf $\cos x = c$ zurückführbar sind, unter Verwendung der Tastenfolge $\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\cos}$ des Taschenrechners und eventuell notwendiger zusätzlicher inhaltlicher Überlegungen; entsprechende Übungen.

Definieren der Funktion $\tan x = f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$ für $x \neq (2k + 1) \cdot \frac{\pi}{2}, (k \in Z)$, Begründen der Notwendigkeit der angegebenen Beschränkung des Definitionsbereiches; Verwenden des Taschenrechners zur Ermittlung von Tangenswerten, dabei Einführen der Taste $\boxed{\tan}$.
Skizzieren des Graphen der Funktion $y = f(x) = \tan x$, etwa im Definitionsbereich $-\pi \leqq x \leqq 2\pi, \left(x \neq -\frac{\pi}{2}, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3\pi}{2}\right)$, und Untersuchen dieser Funktion auf Periodizität, Nullstellen, Wertebereiche und Monotonieverhalten für ausgewählte Definitionsbereiche, vorwiegend als Übungen, dabei auch Beweis des Satzes, daß $\tan(\pi + x) = \tan x$ für alle x des jeweiligen Definitionsbereiches gilt; Untersuchen des Verhaltens dieser Funktion bei Annäherung an die Stellen $x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}, (k \in Z)$.

Übungen im Lösen von goniometrischen Gleichungen, die sich auf $\tan x = c$, $\sin x = c$, $\cos x = c$ zurückführen lassen, unter Nutzung des Rechners und eventuell notwendiger inhaltlicher Überlegungen, dabei Einführen der Tastenfolge $\boxed{\mathrm{F}}\,\boxed{\tan}$.

2. Anwenden von Winkelfunktionen in Planimetrie und Stereometrie — 36 Stunden

Vorrangiges Ziel dieses Stoffgebietes ist es, die Schüler zum Anwenden ihres Wissens und Könnens über Winkelfunktionen bei Berechnungen von ihnen bekannten ebenen Figuren und Körpern zu befähigen.

In diesem Zusammenhang sind die zahlreichen Möglichkeiten für das Festigen früher behandelter Stoffe, vor allem aus der Planimetrie, der Darstellenden Geometrie und der Stereometrie zu nutzen, was sowohl im Hinblick auf aktuelle Erfordernisse als auch unter dem Aspekt der Sicherung des Endniveaus im geometrischen Wissen und

Können zu geschehen hat. Der Weiterentwicklung der gedächtnismäßigen Beherrschung grundlegender stofflicher Elemente ist dabei ebenso Aufmerksamkeit zu schenken wie der Weiterentwicklung des Könnens im Arbeiten mit der Formelsammlung des Tafelwerkes. Zugleich ist das Können der Schüler bezüglich des sachgerechten und sinnvollen Aufstellens und Abarbeitens von Rechenablaufplänen sowie des Arbeitens mit Näherungswerten weiter auszubilden.

Im **Stoffabschnitt 2.1.** sind die behandelten Winkelfunktionen auf das rechtwinklige Dreieck anzuwenden, was zugleich mit einer systematisierenden Wiederholung zu Eigenschaften und Sätzen bezüglich des rechtwinkligen Dreiecks zu verbinden ist. Dieses neu erworbene bzw. reaktivierte Wissen und Können sollen die Schüler dann mit zunehmender Selbständigkeit auf gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke sowie auf Vier- und Vieleckssonderfälle und auf Aufgabenstellungen aus der Stereometrie und der Darstellenden Geometrie anwenden. Dadurch muß zugleich eine systematisierende Wiederholung für wesentliche Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren aus diesen Gebieten erfolgen.

Im **Stoffabschnitt 2.2.** sind – zusammen mit einer weitergeführten systematisierenden Wiederholung zu Dreiecken, Vierecken und Körpern – durch Anwenden des im ersten Stoffabschnitt über Winkelfunktionen in rechtwinkligen Dreiecken erworbenen Wissens und Könnens Sätze und Verfahren für Berechnungen in beliebigen Dreiecken herzuleiten bzw. zu entwickeln. Alle anschließenden Berechnungen an Vierecken, Vielecken und Körpern sind dann auf diese Basis zurückzuführen, wobei für umfangreichere Aufgaben das Aufstellen von Lösungs- und von Rechenablaufplänen besondere Bedeutung besitzt. Schwerpunkte sind außerdem das Abarbeiten solcher Pläne, das rationelle Arbeiten mit dem Taschenrechner, das Arbeiten mit Näherungswerten, das Befähigen zu und Benutzen von Kontrollmöglichkeiten und der sichere Umgang mit Formelsammlungen sowie mit Zeichenhilfsmitteln.

Die Schüler müssen sicheres Wissen und Können bezüglich des selbständigen Lösens der zahlreichen neuen Aufgabentypen und der zu wiederholenden Elemente aus der Geometrie erreichen. Dem dienen auch die komplexen Übungen im Lösen von Anwendungsaufgaben aus der Geodäsie, Physik, Technik und Landesverteidigung. Dabei ist differenziertes Arbeiten in Abhängigkeit vom individuellen Übungsbedarf und vom erreichten Könnensstand erforderlich.

2.1. Anwendungen von Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck — 12 Stunden

Wiederholung: Eigenschaften des rechtwinkligen Dreiecks und Sätze über das rechtwinklige Dreieck, insbesondere Satzgruppe des Pythagoras, Beziehungen zwischen seinen Innenwinkeln und Formel für seinen Flächeninhalt.

Anwenden der Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck, dabei Einführen von „Gegenkathete“ und „Ankathete“ bezüglich der spitzen Winkel.

Die grundlegenden Fälle für das Berechnen von rechtwinkligen Dreiecken (Berechnen der restlichen Seitenlängen, Winkelgrößen und des Flächeninhalts) aus je zwei gegebenen Stücken; Konstruieren dieser Dreiecke und Messen der auftretenden Größen zum Zwecke der Kontrolle der Rechenergebnisse, dazu Übungen einschließlich Aufstellen von Lösungs- und Rechenablaufplänen; Nutzen von Sätzen über rechtwinklige Dreiecke als weitere Kontrollmöglichkeiten.

Anwenden dieser Lösungswege bei Berechnungen in gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken, in Viereckssonderfällen und regelmäßigen Vielecken sowie von

Winkeln, Kantenlängen und anderen Strecken an und in Körpern (Quader, Pyramiden und Pyramidenstümpfe, Kegel und Kegelstümpfe); Körperdarstellungen zu Kontrollzwecken; dabei Wiederholen von Sätzen über Seiten und Winkel in gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken, in Viereckssonderfällen und regelmäßigen Vielecken sowie der Strahlensätze und des Hauptähnlichkeitssatzes für Dreiecke.

2.2. Anwendungen von Winkelfunktionen auf beliebige Dreiecke — 14 Stunden

Anwenden von Winkelfunktionen beim Berechnen von Seiten, Winkeln und des Flächeninhalts beliebiger Dreiecke durch Zurückführen auf Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken; dabei Beweisen des Sinus- und des Kosinussatzes sowie der Flächeninhaltsformel (halbes Produkt aus den Längen zweier Dreiecksseiten und dem Sinuswert des von den beiden Seiten eingeschlossenen Winkels) und Wiederholen der Seiten- und der Winkel-Seiten-Beziehung für Dreiecke, der Kongruenzsätze und der Grundkonstruktionen für Dreiecke.

Übungen im Anwenden dieser Sätze bei der Berechnung von Seiten, Winkeln und des Flächeninhalts beliebiger Dreiecke, dabei

- Arbeiten mit Lösungsplänen und Rechenablaufplänen (unter Einbeziehung von Rückbesinnungsphasen);
- Festigen des Könnens im Rechnen mit Näherungswerten (Resultatsangaben mit sinnvoller Genauigkeit);
- Anwenden von Kontrollmethoden für die durchgeführten Berechnungen, insbesondere
  - Kontrollberechnungen in den Dreiecken,
  - Kontrollkonstruktionen zur Überprüfung der berechneten Länge von Strecken bzw. Größen von Winkeln,
  - inhaltliche Überlegungen zur Verträglichkeit der Rechenergebnisse mit Sätzen über Dreiecke und Beziehungen an Dreiecken.

Weitere Übungen im Berechnen von Dreiecken, die als Teilfiguren an Vierecken, Vielecken und Körpern auftreten.

2.3. Komplexe Übungen — 10 Stunden

Übungen im zunehmend selbständigen Lösen von Anwendungsaufgaben aus der Planimetrie und der Stereometrie sowie aus der Geodäsie, Physik, Technik und Landesverteidigung, dabei insbesondere

- Erarbeiten von Lösungsplänen bzw. Rechenablaufplänen einschließlich Untersuchungen zur Lösbarkeit und zur Anzahl der Lösungen;
- Abarbeiten von Lösungsplänen bzw. Rechenablaufplänen unter sinnvoller und rationeller Nutzung des Taschenrechners und spezielle Überlegungen zu Resultatsangaben mit sinnvoller Genauigkeit;
- Nutzung der vielfältigen Kontrollmöglichkeiten unter besonderer Beachtung geometrisch-konstruktiver und darstellend-geometrischer Verfahren sowie von theoretisch-mathematischem Wissen.

3. Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Funktionen (Wiederholung, Systematisierung und Ergänzung) 30 Stunden

Eingeordnet in die gesamte Arbeit zur Sicherung des angestrebten Abschlußniveaus, hat das vorliegende Stoffgebiet das spezielle Ziel, das Wissen und Können der Schüler im Arbeiten mit Variablen und Gleichungen sowie vor allem mit Funktionen weiter zu festigen und in geringem Umfang auch zu erweitern.

Der Hauptweg zu diesem Ziel muß im Lösen solcher Aufgaben durch die Schüler bestehen, die das Reaktivieren ihres theoretisch-mathematischen Wissens über grundlegende Begriffe, Sätze, Regeln und Verfahren erfordern und zugleich der weiteren Fundierung des Könnens im Anwenden dieses Wissens auf Sachverhalte bzw. Probleme aus der Mathematik und aus außermathematischen Bereichen dienen. Die damit verbundenen Möglichkeiten, im Verlaufe der gesamten Schulzeit und in verschiedenen stofflichen Zusammenhängen erworbenes Wissen und Können zu systematisieren, in größere Zusammenhänge einzuordnen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede deutlich zu machen, sind zu nutzen, um seine ständige Verfügbarkeit und Anwendbarkeit zielstrebig zu erhöhen. In diesem Zusammenhang ist auch auf die weitere Verbesserung der gedächtnismäßigen Beherrschung grundlegenden Wissens besonderer Wert zu legen. Dabei ist zu beachten, daß es sich im Stoffabschnitt 3.1. und im ersten Teil des Stoffabschnittes 3.2. nicht um Einführung neuen Stoffes, sondern um systematisierende Wiederholungen handelt, was eine hohe Selbständigkeit und Selbsttätigkeit der Schüler durch Einbeziehen von Hausaufgaben, Erteilung von Schüleraufträgen, Vorbereiten und Halten von Schülervorträgen nicht nur ermöglicht, sondern verlangt. Dies ist mit einer gründlichen Analyse der erreichten Qualität des mathematischen Wissens und Könnens jedes einzelnen Schülers zu verbinden, um darauf aufbauend differenziert und zielsicher an dessen Festigung und Vertiefung bei gleichzeitiger Konzentration auf das Gesamtziel des Mathematikunterrichts in der zehnklassigen polytechnischen Oberschule zu arbeiten.

Bei der im **Stoffabschnitt 3.1.** zu erreichenden Reaktivierung und Systematisierung des Wissens und Könnens der Schüler aus der Arithmetik stehen folgende Gegenstandsbereiche und Teilziele im Mittelpunkt:

- Ausgehend von einer Übersicht über die bekannten Zahlenbereiche (verstanden als Teilmengen der Menge der reellen Zahlen) sind den Schülern noch einmal grundlegende Eigenschaften der zu den einzelnen Bereichen gehörenden Zahlen und der behandelten Relationen und Operationen bewußtzumachen. Die Schüler sollen von diesem Wissen beim Begründen von Rechenwegen, beim Rechnen selbst und bei Darstellungen auf der Zahlengeraden bzw. dem Zahlenstrahl sicher Gebrauch machen können. Durch die Systematisierung des Wissens über die vier Grundrechenoperationen – vor allem für rationale Zahlen –, einschließlich der dafür gültigen Regeln und Gesetze, ist die Erfolgssicherheit und Kontrollfähigkeit der Schüler im Rechnen weiter zu erhöhen. Die Übungen haben dabei nicht allein dem Festigen der Fertigkeiten im (schriftlichen und mündlichen) Rechnen mit Zahlen und Größen zu dienen, sondern sind zugleich für die Festigung des Könnens im Arbeiten mit Variablen und mit dem Taschenrechner zu nutzen.
- Durch die systematisierende Wiederholung der grundlegenden Prinzipien für das Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen und durch Übungen im Lösen von Beispielaufgaben mit sorgfältiger Begründung der einzelnen Lösungsschritte sollen die Schüler ihr Verständnis für die damit zusammenhängenden grundlegenden Begriffe, Regeln und Verfahren vertiefen und damit zugleich befähigt werden, planvoller und überlegter an das Lösen vertrauter Gleichungstypen wie

auch einzelner Beispiele für weniger geläufige Formen (Lösen durch inhaltliche Überlegungen) heranzugehen.

Ziel des **Stoffabschnittes 3.2.** ist das Systematisieren des Wissens und Könnens der Schüler über die bislang behandelten Funktionen, ergänzt und abgeschlossen durch eine anwendungsorientierte Behandlung von Exponentialfunktionen. Dabei haben folgende Gegenstandsbereiche und Teilziele im Mittelpunkt zu stehen:

- Den Schülern ist ihr grundlegendes Wissen über Funktionen, deren typische Eigenschaften und deren Graphen, bezogen auf wichtige Mengen von Funktionen (lineare Funktionen, quadratische Funktionen, ausgewählte Potenzfunktionen), noch einmal bewußt und durch geeignete Systematisierungen überschaubarer zu machen. Sie sollen befähigt werden, dieses systematisierte Wissen sowie ihr damit zusammenhängendes Können beim Lösen von Aufgaben mit Funktionen sicherer und selbständiger anzuwenden.
- Durch die Behandlung ausgewählter Exponentialfunktionen $y = f(x) = a^x$ $(a \neq 1)$ sollen die Schüler ihr Wissen über Funktionen und deren Eigenschaften sowie über deren Graphen und ihre Eigenschaften erweitern und lernen, dieses neu erworbene Wissen und Können zum Lösen von Aufgaben, insbesondere von Anwendungsaufgaben zu Wachstumsprozessen, anzuwenden. Zugleich sollen sie befähigt werden, ihren Taschenrechner noch effektiver zu nutzen. Durch Hinweisen auf die Funktion $y = f(x) = \lg x$, einige ihrer Eigenschaften und ihren Graphen sollen die Kenntnisse der Schüler über den Logarithmusbegriff angewandt und über Funktionen erweitert und gefestigt werden. Daraus ergeben sich zugleich wertvolle Ansatzpunkte für differenziertes Arbeiten.

Die für dieses Stoffgebiet vorgesehenen Reaktivierungen anhand von Beispielaufgaben sind nicht nur zum Motivieren der vorgesehenen Systematisierungen zu nutzen, sondern auch zur Festigung des grundlegenden Könnens im Arbeiten mit dem jeweiligen Gegenstand und zum Erfassen eventuell vorhandener Lücken und Schwachstellen im Wissen und Können der Schüler. Dies gilt ebenso für die sich jeweils den Systematisierungen anschließenden Übungen im Aufgabenlösen, die neben der Befähigung der Schüler zum Anwendenkönnen des systematisierten Wissens auch der weiteren Befähigung zum selbständigen Finden und Begründen von Lösungswegen dienen sollen.

3.1. Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen — 10 Stunden

Zusammenfassende Übersicht über die bekannten Zahlenbereiche (reelle Zahlen und deren Teilmengen); Lösen von Aufgaben zur Wiederholung wichtiger Eigenschaften der rationalen und irrationalen Zahlen und zu deren Darstellung auf der Zahlengeraden wie

- Ermitteln rationaler Zahlen, die zwischen zwei gegebenen Zahlen liegen (Eigenschaft der rationalen Zahlen, dicht zu liegen),
- Konstruktion eines Punktes auf der Zahlengeraden, dem eine irrationale Zahl zugeordnet ist,
- Aufgaben zur Dezimalbruchdarstellung und zur Ordnung rationaler Zahlen,
- Aufgaben zum Arbeiten mit rationalen Näherungswerten für irrationale Zahlen, insbesondere im Zusammenhang mit der Verwendung des Taschenrechners.

Übungen im Lösen von Aufgaben zur Wiederholung der gebrochenen, ganzen und natürlichen Zahlen sowie zu den Begriffen „Bruch“ und „gebrochene Zahl“ und zu Eigenschaften von Elementen aus diesen Zahlenbereichen wie Teilbarkeitsbeziehungen zwischen natürlichen Zahlen, Ordnen von gebrochenen, ganzen und natürlichen Zahlen nach der Größe, Konstruieren von gebrochenen Zahlen, die zwischen zwei gegebenen gebrochenen Zahlen liegen; Arbeiten mit Zahlen des Taschenrechners.

Lösen von Beispielaufgaben zu den vier Grundrechenarten in den betrachteten Teilmengen der reellen Zahlen, in denen – auch unter Verwendung von Variablen – Regeln und Rechengesetze zu formulieren und anzuwenden sind, Wiederholungen zur Ausführbarkeit der Grundrechenarten in den einzelnen Zahlenbereichen vorgenommen und insbesondere auch das Rechnen mit 0 und 1 geübt werden.

Systematisierende Wiederholung grundlegender Prinzipien des Lösens von Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen, dabei auch Wiederholen solcher grundlegender Begriffe wie „Term", „Gleichung", „Ungleichung", „Lösen einer Gleichung/Ungleichung", „Lösungsmenge", „zueinander äquivalente Gleichungen/Ungleichungen", Regeln für das Umformen von Gleichungen/Ungleichungen in äquivalente; weitere Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Begründen der einzelnen Lösungsschritte unter Verwendung der Umformungsregeln; Lösen von Anwendungsaufgaben, die auf Gleichungen, Ungleichungen oder Gleichungssysteme führen.

3.2. Arbeiten mit Funktionen; Exponentialfunktionen — 20 Stunden

Wiederholende und systematisierende Betrachtungen zum Funktionsbegriff und zu bisher behandelten Funktionen, insbesondere zur Menge der

- linearen Funktionen vom Typ $y = f(x) = mx + n$
- quadratischen Funktionen vom Typ $y = f(x) = x^2 + px + q$
- Potenzfunktionen vom Typ $y = f(x) = x^n$ mit Fallunterscheidung für natürliche, negativ ganzzahlige und gebrochene Exponenten; dabei vor allem Wiederholen gemeinsamer bzw. von den jeweils vorkommenden Parametern abhängigen Eigenschaften wie
  - Existenz und Anzahl von Nullstellen, größtmöglicher Definitionsbereich, Wertebereich,
  - Eineindeutigkeit, Monotonieverhalten (gegebenenfalls auch für einzelne Intervalle),
  - Form und Lage der Graphen im Koordinatensystem, Existenz und Lage des Scheitelpunktes sowie Existenz und Anzahl von Schnittpunkten bzw. gemeinsamen Punkten des Graphen mit den Achsen des Koordinatensystems.

Erarbeiten von Übersichten über diese Eigenschaften für die genannten Mengen von Funktionen.

Übungen im Lösen von weiteren Aufgaben mit Funktionen wie

- Wiederholen von Zusammenhängen zwischen den Parametern a bzw. b ($a \neq 0$, $a \neq 1$, $b \neq 0$) in den Funktionen mit den Gleichungen $g(x) = a \cdot f(x)$ bzw. $h(x) = f(x) + b$ und dem jeweiligen Wertebereich bzw. der Form des Graphen und dessen Lage im Koordinatensystem, vor allem für Potenzfunktionen, aber auch für einige quadratische Funktionen und Winkelfunktionen,
- Schließen vom gegebenen Graphen einer Funktion auf den Typ der Funktion,
- systematisierende Betrachtungen zu den auf dem Taschenrechner vorkommenden Funktionen $\left(\text{Tasten} \boxed{+/-}, \boxed{\frac{1}{x}}, \boxed{\sqrt{}}, \boxed{x^2}, \boxed{\sin}, \boxed{\cos}, \boxed{\tan}, \boxed{\lg}\right)$,

– typische Anwendungsaufgaben zu linearen und quadratischen Funktionen sowie zu Potenzfunktionen aus Naturwissenschaft und Technik.

Wiederholen des Potenzbegriffs für rationale Exponenten und der Potenzgesetze;

Untersuchen von einfachen Beispielen für Wachstumsvorgänge mit konstantem Wachstumsfaktor k, Verwenden des Taschenrechners (Taste $\boxed{y^x}$ und Konstantenautomatik) zur Ermittlung von Wertetabellen für solche Wachstumsprozesse, Interpretation der erhaltenen Wertetabellen als Funktionen, Gewinnen der Gleichung $m_t = f(t) = m_0 \cdot k^t$ (m_t = Masse zum Zeitpunkt t, m_0 = Masse zum Zeitpunkt 0) durch inhaltliche Überlegungen, Zeichnen der Graphen dieser Funktionen (diskrete Punktmengen) für verschiedene k; Einführen von „Exponentialfunktion", Berechnen weiterer Funktionswerte m_t mit dem Taschenrechner für $t \in Q$;
Hinweise auf Potenzen mit irrationalen Exponenten und auf die Gültigkeit der Potenzgesetze für irrationale Exponenten, Zeichnen der Graphen dieser Funktionen.

Übergang zu den Funktionen $y = f(x) = a^x$ $(a > 1)$ durch Ermitteln von Wertetabellen, vor allem für $a = 2$ und $a = 10$ (für verschiedene Intervalle), dabei auch Verwenden des Taschenrechners (Taste $\boxed{y^x}$); Zeichnen bzw. Skizzieren der Graphen dieser Funktionen; deren Untersuchung auf folgende wesentliche Eigenschaften: Nichtexistenz von Nullstellen, Monotonieverhalten, Eineindeutigkeit, $f(0) = 1$ und die für alle Argumente x_1, x_2 gültige Beziehung
$f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$;
einige Übungen im Lösen von Aufgaben zu Exponentialfunktionen, insbesondere Anwendungen aus Naturwissenschaften und Ökonomie, dabei auch Einbeziehung von Zerfallsprozessen; Lösen von einfachsten Exponentialgleichungen durch inhaltliche Überlegungen und Begründen der gefundenen Lösung mittels des Potenzbegriffs und von Eigenschaften der Exponentialfunktion.

Vertauschen der Elemente der geordneten Wertepaare der Funktion $y = 10^x$ und Begründen, daß die so entstandene Menge der geordneten Paare ebenfalls eine Funktion ist; Hinweisen auf Logarithmusfunktion $y = f(x) = \lg x$; Demonstrieren, daß die Funktionswerte aus der Wertetabelle auch mit dem Taschenrechner (Taste $\boxed{\lg}$) ermittelt werden können; Ermitteln einiger weiterer Funktionswerte mit dem Taschenrechner. Skizzieren des Graphen dieser Funktion, Hinweis auf Nullstelle, größtmöglichen Definitionsbereich, Wertebereich und Monotonieverhalten.

4. Lösen komplexer Aufgaben; spezielle Prüfungsvorbereitung — 22 Stunden

Dieses abschließende Stoffgebiet hat in spezifischer Weise der Sicherung des Endniveaus der mathematischen Allgemeinbildung in der Oberschule und darin eingeordnet der speziellen Vorbereitung der Schüler auf die schriftliche und mündliche Abschlußprüfung zu dienen. Das angestrebte Endniveau ist durch solide Kenntnisse über grundlegende mathematische Begriffe, Sätze, Methoden und Verfahren, wie sie im Laufe der Jahre erworben und in Klasse 10 nach Schwerpunkten geordnet gefestigt wurden, sowie vor allem durch die Befähigung der Schüler zum selbständigen und rationellen Anwenden ihres mathematischen Wissens und Könnens beim Lösen vielfältiger Aufgaben unter bewußter Nutzung der ihnen bekannten mathematischen Denk- und Arbeitsweisen gekennzeichnet. Deshalb stehen bei der Behandlung dieses Stoffgebietes vielfältige Übungen im weitgehend selbständigen Lösen von solchen Aufgaben im Mittelpunkt, die das Erreichen dieses Zieles durch alle Schüler gewährleisten. Das ist vor allem mittels komplexer Aufgaben zu erreichen, deren Teile Elemente aus mehreren, mitunter recht verschiedenen Stoffgebieten enthalten. Es sind also nicht nur solche Aufgabentypen zu berücksichtigen, die schon in den komplexen Übungen zu einzelnen Stoffgebieten Behandlungsgegenstand waren, sondern auch weitere, die mit den den Schülern vermittelten Verfahren lösbar sind. Neben theoretisch-mathematischen Aufgaben (Identifizieren und Realisieren von Begriffen, Vermuten und Formulieren mathematischer Aussagen) sind vor allem in einem ausgewogenen Verhältnis Bestimmungs- bzw. Konstruktions- sowie Beweisaufgaben zu berücksichtigen, insbesondere auch mehrere dieser Aufgabenformen in derselben komplexen Aufgabe. Es sollen aber nicht nur Aufgaben einbezogen werden, die vorwiegend oder ausschließlich aus voneinander unabhängigen Teilaufgaben bestehen, sondern auch solche Aufgaben, bei denen die Teilaufgaben vorwiegend oder vollständig von den vorangehenden Teilaufgaben abhängig sind. Schließlich sind auch Aufgaben zu stellen, die keine auf einen bestimmten Lösungsweg orientierende Teilaufgaben aufweisen, so daß die Schüler beim Lösen einen längeren Lösungsweg relativ selbständig finden müssen.

Zwischen innermathematischen Aufgaben und Anwendungsaufgaben aus anderen Unterrichtsfächern sowie aus verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis ist dabei ein ausgewogenes Verhältnis zu gewährleisten.

Um mit allen Schülern das angestrebte Endniveau zu erreichen, ist in diesem Stoffgebiet planmäßig und systematisch eine Weiterentwicklung der hauptsächlichen geistigen Tätigkeiten der Schüler beim Aufgabenlösen zu realisieren, die auf dem in der Klasse insgesamt erreichten Stand aufbaut und in der Klasse bestehende Leistungsunterschiede so berücksichtigt, daß für alle Schüler ein deutlicher Leistungsfortschritt erreicht wird. Dies erfordert nicht nur sorgfältige Analysen des Leistungsstandes der einzelnen Schüler, sondern auch ein differenziertes Arbeiten durch Stellen von Aufgaben unterschiedlichen Anforderungsniveaus.

Hinsichtlich der Entwicklung des erforderlichen Könnens der Schüler im **Analysieren** der im allgemeinen in schriftlicher Form und ohne weitere Erläuterungen gestellten Aufgaben geht es zunächst um ein hinreichendes Verstehen und Einordnen der Aufgaben. Dabei ist zu beachten, daß die Breite und Vielfalt des Aufgabenangebots, das sich nunmehr praktisch auf den gesamten Stoff des Mathematikunterrichts und dessen Anwendungen beziehen kann, neuartige Anforderungen an die Schüler stellt.

Deshalb ist es hier besonders wichtig, die Schüler zu veranlassen, den Inhalt der jeweiligen Aufgabe mit eigenen Worten – evtl. anhand einer selbstentworfenen bzw. vorhandenen Skizze – wiederzugeben. Dies wiederum setzt nicht nur das Erfassen und Beschreiben des Inhalts der Aufgabe unter Verwendung von Elementen der mathematischen Fachsprache voraus, sondern auch Klarheit darüber, was berechnet bzw. konstruiert bzw. bewiesen werden soll. Dabei ist die Aufgabenstruktur genau zu beachten, um Verständnis und Überblick bezüglich der zurückzulegenden Teilschritte zu erreichen.

Bei innermathematischen Aufgaben bildet das **Planen des Lösungsweges** als Gewinnen eines adäquaten Ansatzes und eines Weges, Gesuchtes zu ermitteln bzw. Behauptetes zu beweisen, einen weiteren Schwerpunkt, der mit dem Analysieren eng verbunden ist. Die Schüler sollen insbesondere ihr in zahlreichen Übungen entwickeltes Können, explizite und implizite in der Aufgabe Gegebenes zu erfassen und richtig mit dem Gesuchten bzw. dem zu Beweisenden zu verknüpfen, auch auf für sie neuartige Aufgaben anwenden lernen. Es muß erreicht werden, daß sie sich längere Lösungswege hinreichend bewußtmachen, bevor sie mit dem Ausführen des Lösens durch Anwenden von Lösungsverfahren auf die spezifischen Gegebenheiten der jeweiligen Aufgabe beginnen.

Bei den Übungen im Planen des Lösungsweges sind heuristische Verfahren wiederholend bewußtzumachen und zu systematisieren (Lösen einer Aufgabe durch Zurückführen auf eine Aufgabe mit bekanntem Lösungsweg, Vorwärtsarbeiten von Gegebenem zum Gesuchten, Rückwärtsarbeiten vom Gesuchten zum Gegebenen), Ziel des Planes eines Lösungsweges kann und soll aber auch bei dafür geeigneten Aufgaben die Erarbeitung eines Rechenablaufplanes sein.

Bei außermathematischen Anwendungsaufgaben gehört zum Analysieren der Aufgabe bzw. einzelner Teilaufgaben noch das **mathematische Modellieren**, das heißt, die „Übersetzung" des Sachverhaltes und des Gesuchten in eine adäquate mathematische Aufgabe.

Unter systematischer Nutzung bisher praktizierter Vorgehensweisen müssen dabei weitere Fortschritte hinsichtlich der Selbständigkeit im mathematischen Modellieren von außermathematischen Aufgaben, auch entsprechend dem nunmehr in anderen Fächern angeeigneten Wissen und Können, erreicht werden. Bei solchen Aufgaben ist auch besonderer Wert auf das Arbeiten mit Größen und auf sinnvolle Genauigkeit der Ergebnisse zu legen, was zugleich ein entsprechendes Arbeiten (sinnvolles Runden) mit dem Taschenrechner erfordert.

Das **Ausführen des Lösungsplanes** bildet einen weiteren Schwerpunkt in diesem Stoffgebiet, obwohl die Schüler durch die zahlreichen bereits früher gelösten Aufgaben bereits über ein hohes Maß an Erfahrungen und Können verfügen. Hier kommt es vor allem darauf an, daß das Niederschreiben in einer mathematisch und äußerlich einwandfreien Form weiter geübt und feste Gewohnheiten im Umgang mit der mathematischen Fach- und Zeichensprache weiter ausgebildet werden. Gerade diese Etappen selbständiger Schülerarbeit bedürfen zumindest zu Beginn der Behandlung dieses Stoffgebietes einer besonders sorgfältigen Kontrolle durch Fachlehrer oder Mitschüler, die zunehmend durch eine selbstkritische Eigenkontrolle zu ersetzen ist.

Diese Weiterentwicklung des **Bedürfnisses und der Befähigung zur Eigenkontrolle** bei allen vorstehend erwähnten Tätigkeiten des Aufgabenlösens ist ebenfalls ein wichtiges Anliegen. Die Schüler müssen systematisch daran gewöhnt werden, ihr jeweils relevantes mathematisches Wissen und Können selbständig zur Überprüfung ihrer Lösungshandlungen einzusetzen. Sie müssen begangene Fehler zunehmend selbständig erkennen und sollten auch daran gewöhnt werden anzugeben, warum ein als falsch erkanntes Resultat mit ihrem mathematischen Wissen und Können unverträglich ist. Dies erfordert spezielle Übungen, bei denen insbesondere das in den beiden vorangegangenen Stoffgebieten reaktivierte und systematisierte Wissen und Können zu nutzen ist. Dieses Wissen und Können sollte auch vor allem dadurch angewendet werden, daß damit Lösungswege und einzelne Lösungsschritte begründet werden, was gerade beim mündlichen Vortrag von Aufgabenlösungen bzw. bei der bedeutsamen Rückschau auf vorliegende Aufgabenlösungen gut realisierbar ist. Dies eröffnet zugleich günstige Möglichkeiten, die Schüler zu zusammenhängenden sprachlichen Äußerungen mit mathematischer Thematik zu veranlassen, was auch im Hinblick auf die Vorbereitung der mündlichen Abschlußprüfung wesentlich ist. Die Rückschau auf Aufgabenlösungen ist zugleich zu nutzen, um

- Lösungsstrategien, das heißt, das grundsätzliche Vorgehen beim Lösen bestimmter Aufgabentypen (einschließlich heuristischer Verfahren), nachdrücklich bewußtzumachen,
- Verallgemeinerungen und Spezialisierungen der Aufgabenstellungen zu diskutieren,
- verschiedene Lösungswege für dieselbe Aufgabe zu vergleichen und zu bewerten.

Hinsichtlich des Inhalts der Aufgaben sind prinzipiell alle Stoffgebiete der Lehrpläne für den Mathematikunterricht der Klassen 4 bis 10 zu berücksichtigen.

Kurzwort: 003028 Lehrpl. Mathe 9–10
ISBN 3-06-003028-6