



## Quadratische Gleichungen

### Aufgabe 1: Lösen von Gleichungen ohne Lösungsformel

- |                     |                |                     |
|---------------------|----------------|---------------------|
| a) $x^2 = 0,81$     | b) $x^2 = 72$  | c) $3x^2 - 867 = 0$ |
| d) $x^2 = 125$      | e) $9x^2 = 25$ | f) $x^2 - 3x = 0$   |
| g) $5x^2 + 12x = 0$ | h) $x^2 = 5x$  | i) $2x^2 + 6x = 0$  |
| j) $3x = 2x^2$      |                |                     |

### Aufgabe 2: Lösen von Gleichungen durch Zerlegung in Faktoren

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 15x + 54 = 0$  | b) $x^2 + 15x - 54 = 0$  |
| c) $x^2 - 15x + 54 = 0$  | d) $x^2 - 15x - 54 = 0$  |
| e) $x^2 - 34x + 64 = 0$  | f) $x^2 - 16x + 64 = 0$  |
| g) $x^2 + 12x - 64 = 0$  | h) $x^2 + 20x + 64 = 0$  |
| i) $x^2 - 27x - 90 = 0$  | j) $x^2 - 29x + 100 = 0$ |
| k) $x^2 + 2y - 80 = 0$   | l) $x^2 - 8x - 9 = 0$    |
| m) $x^2 - 20x + 51 = 0$  | n) $x^2 - 8x - 105 = 0$  |
| o) $x^2 - 26x + 144 = 0$ | p) $-x^2 + 16x + 36 = 0$ |
| q) $x^2 + 4x = 45$       | r) $x^2 + 4x + 3 = 0$    |
| s) $x^2 + 4x - 140 = 0$  | t) $x^2 - x - 12 = 0$    |

### Aufgabe 3: Lösen mit Lösungsformel

- |                          |                               |
|--------------------------|-------------------------------|
| a) $8x^2 - 6x + 1 = 0$   | b) $5x^2 + 2x - 135 = 0$      |
| c) $x^2 - 6x + 18 = 0$   | d) $3x^2 - x = 24$            |
| e) $2x^2 - 3x - 2 = 0$   | f) $x^2 - 34/15 x + 1 = 0$    |
| g) $x^2 - 4x + 29 = 0$   | h) $35 - 22x + 3x^2 = 0$      |
| i) $7x^2 + 25x - 12 = 0$ | j) $-14x^2 + 71x + 33 = 0$    |
| k) $x^2 + 6x + 25 = 0$   | l) $x^2 - 13/6 x + 1 = 0$     |
| m) $7x^2 + x - 350 = 0$  | n) $2x^2 - 13,6 x + 15,9 = 0$ |
| o) $x^2 + x - 1 = 0$     |                               |

### Aufgabe 4

- |   |   |
|---|---|
| a) $2x^2 - (x+2)(x-2) = 13(4-x)$  |   |
| b) $(x+5)^2 - (2x-1)(3x+5) = (x+3)^2 - (x+1)^2$   |   |
| c) $2(3x+1)^2 - 32(3x+1) + 126 = 0$   |   |
| d) $\left(\frac{x-5}{6}\right)^2 + \left(\frac{x-2}{3}\right)^2 = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2$ | e) $\frac{2x^2+3x-8}{x-2} = x+5 + \frac{6}{x-2}$    |
| f) $\frac{x+11}{x+3} = \frac{2x+1}{x+5}$  | g) $\frac{x}{2x-4} - \frac{4}{x+2} = \frac{1}{x-2}$ |

$$\text{h)} \quad \frac{x-3}{5} - \frac{5}{x-3} = 8-x$$

$$\text{j)} \quad \frac{5}{x+1} + \frac{6}{x+2} = \frac{14}{x+3}$$

$$\text{i)} \quad \frac{6(3x-2)}{3x-5} = 12x-13$$

$$\text{k)} \quad \frac{2x-11}{x-3} + \frac{x-2}{6} + \frac{x-8}{2} = 0$$

#### Aufgabe 5 Parametergleichungen

$$\text{a)} \quad x^2 - 2ax + 6ab = 9b^2$$

$$\text{c)} \quad x^2 - b^2 = a(2x - a)$$

$$\text{b)} \quad x^2 + x + a = a^2$$

$$\text{d)} \quad (a^2 - b^2)x^2 - 2ax + 1 = 0$$

## Lösungen

- 1    a)  $\pm 0,9$       b)  $\pm 6\sqrt{2}$       c)  $\pm 17$       d)  $\pm 5\sqrt{5}$   
     e)  $\pm 5/3$       f)  $0; 3$       g)  $0; -12/5$       h)  $0; 5$   
     i)  $0; -3$       j)  $0; 3/2$
- 2    a)  $-6; -9$       b)  $-18; -3$       c)  $6; 9$       d)  $-3; 18$   
     e)  $2; 32$       f)  $8$       g)  $-16; 4$       h)  $-16; -4$   
     i)  $-3; 30$       j)  $4; 25$       k)  $-10; 8$       l)  $-1; 9$   
     m)  $3; 17$       n)  $-7; 15$       o)  $8; 18$       p)  $-2; 18$   
     q)  $-9; 5$       r)  $-3; -1$       s)  $-14; 10$       t)  $-3; 4$
- 3    a)  $1/2; 1/4$       b)  $-5,4; 5$       c) keine Lösung  
     d)  $-8/3; 3$       e)  $-1/2; 2$       f)  $3/5; 5/3$   
     g) keine Lösung      h)  $7/3; 5$       i)  $-4; 3/7$   
     j)  $-3/7; 11/2$       k) keine Lösung      l)  $2/3; 3/2$   
     m)  $-50/7; 7$       n)  $3/2; 5,3$       o)  $(-1 \pm \sqrt{5})/2$
- 4    a)  $-16; 3$       b)  $-11/5; 2$       c)  $2; 8/3$   
     d)  $-4; 2$       e)  $2$       f)  $-4; 13$   
     g)  $6$       h)  $8; 13/6$       i)  $7/3; 11/12$   
     j)  $-5/3; 4$       k)  $1/2; 6$
- 5    a)  $2a-3b; 3b$       b)  $a; 1-a$       c)  $a+b; a-b$   
     d)  $1/(a-b); 1/(a+b)$



## Quadratische Ungleichungen

### Aufgabe 1

- a)  $x^2 - 20 \geq 0$
- c)  $2x^2 - 4x + 5 > 0$
- e)  $x^2 + x - 6 < 0$
- g)  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

- b)  $x^2 + 2x - 3 > 0$
- d)  $-x^2 - 4x - 6 \geq 0$
- f)  $-x^2 - 4x + 5 \leq 0$
- h)  $-x^2 + 8x - 16 < 0$

### Lösungen

- 1 a)  $x \leq -2\sqrt{5}$  und  $2\sqrt{5} \leq x$
- b)  $x < -3$  und  $1 < x$
- c) alle reellen Zahlen
- d) keine reelle Lösung
- e)  $-3 < x < 2$
- f)  $x \leq -5$  und  $1 \leq x$
- g)  $x = 3$
- h) alle reelle Zahlen, außer  $x = -4$



## Quadratische Gleichungen

### Aufgabe 1

Es sind die Lösungen der quadratischen Gleichungen zu bestimmen:

a)  $\frac{a+b}{a-b}x^2 = a^2 - b^2$

b)  $\frac{x}{x+a} + \frac{x}{x-a} = 1$

c)  $\frac{a}{x} + \frac{x}{a} = \frac{x}{ab^2} + \frac{ab^2}{x}$

d)  $\frac{a}{b}x^2 = a^3b + 2a^2b + ab$

e)  $2x^2 + 4x + 5 = 0$

f)  $3x^2 - 22x + 35 = 0$

g)  $\frac{x+11}{x+3} = \frac{2x+1}{x+5}$

h)  $\frac{7x-5}{10x-3} = \frac{5x-3}{6x+1}$

i)  $\frac{5x-1}{9} + \frac{3x-1}{5} = \frac{2}{x} + x - 1$

j)  $\frac{5x-7}{9} + \frac{14}{2x-3} = x - 1$

k)  $\frac{7}{2x-3} + \frac{5}{x-1} = 12$

l)  $\frac{7-x}{11-2x} + \frac{4x-5}{3x-1} = 2$

m)  $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} = \frac{x^2-2x-1}{x^2-5x+6}$

n)  $\frac{x^3-10x^2+1}{x^2-6x+9} = x-3$

o)  $\frac{21}{x} - \frac{10}{x-2} - \frac{4}{x-3} = 0$

p)  $b^2x^2 - 2bcx + 2abx - 4ac = 0$

q)  $cx^2 - 2c^2x + x = 0$

r)  $\frac{x-a}{b} - 2 = \frac{a}{b-x}$

## Lösungen

- |   |    |                                    |    |                   |
|---|----|------------------------------------|----|-------------------|
| 1 | a) | $a-b, b-a$                         | b) | $-ai, ai$         |
|   | c) | $-ab, ab$                          | d) | $-b(a+1), b(a+1)$ |
|   | e) | $-1+i/2 \sqrt{6}, -1-i/2 \sqrt{6}$ | f) | $7/3, 5$          |
|   | g) | $-4; 13$                           | h) | $1, 7/4$          |
|   | i) | $-45/7, 2$                         | j) | $-3, 5$           |
|   | k) | $29/24, 2$                         | l) | $-10, 4$          |
|   | m) | keine                              | n) | $-28, 1$          |
|   | o) | $18/7, 7$                          | p) | $-2a/b, 2c/b$     |
|   | q) | $0, 2c-1/c$                        | r) | $a+b, 2b$         |



## Quadratische Gleichungen - Sachaufgaben

### Aufgabe 1

Multipliziert man den dritten Teil einer natürlichen Zahl mit ihrem fünften Teil, so erhält man 15. Wie heißt die Zahl?

### Aufgabe 2

Multipliziert man das Vierfache einer natürlichen Zahl mit ihrem dritten Teil, so erhält man 48. Wie heißt die Zahl?

### Aufgabe 3

Dividiert man 54 durch eine natürliche Zahl, so erhält man das Sechsfache der Zahl. Wie heißt die Zahl?

### Aufgabe 4

Dividiert man eine natürliche Zahl durch 16, so erhält man ihren Kehrwert. Wie heißt die Zahl?

### Aufgabe 5

Zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen haben ein Produkt, das um 9 größer ist als die kleinere der beiden Zahlen. Wie heißen die beiden Zahlen? Welche Lösung kommt hinzu, wenn es sich um ganze Zahlen handelt?

### Aufgabe 6

Der achte Teil einer Affenhorde - quadriert - ging in eine Höhle. Nur zwölf Affen zogen weiter. Wie groß war die Herde?

### Aufgabe 7

Zwei Quadrate haben zusammen den Flächeninhalt 100. Die Seite des zweiten Quadrats ist  $\frac{3}{4}$  der Seite des ersten. Berechne die Seitenlängen! (Ägypten)

### Aufgabe 8

Wenn bei einem Turnier mit  $n$  Teilnehmern jeder gegen jeden spielt, gibt es  $n \cdot (n-1)/2$  Spiele. Bei einem Schachturnier wurden 28 Partien gespielt. Wie viele Spieler nahmen teil?

### Aufgabe 9

Ein  $n$ -Eck hat  $n \cdot (n-3)/2$  Diagonalen. Wie viele Ecken hat ein Vieleck mit 54 Diagonalen?

### Aufgabe 10

Ein Rechteck hat  $320 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt. Die Länge ist um 4 cm länger als die Breite. Berechne die Seitenlängen des Rechtecks!

### Aufgabe 11

Ein Rechteck hat  $140 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt. Die Länge ist um 1 cm kürzer als das Dreifache der Breite. Wie lang sind die Seiten des Rechtecks?

**Aufgabe 12**

Ein Rechteck hat 70 cm Umfang und  $300 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt. Berechne die Seitenlängen!

**Aufgabe 13**

Der Umfang eines Rechtecks beträgt 68 cm, die Diagonale ist 26 cm lang. Berechne die Seitenlängen!

**Aufgabe 14**

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete um 4 cm länger als die andere. Die Hypotenuse ist 20 cm lang. Berechne die Seitenlängen!

**Aufgabe 15**

Wenn man die eine Seite eines Quadrates um 5 cm verlängert und die andere Seite um 5 cm verkürzt, so erhält man ein Rechteck mit dem Flächeninhalt  $600 \text{ cm}^2$ . Berechne die Länge der Quadratseite!

**Aufgabe 16**

Einige Gesellen haben zusammen 10 Gulden. Nun legt ein jeder so viele Gulden dazu, wie es Gesellen sind. Als sie das Geld unter sich aufteilen, bekommt jeder 11 Gulden. Wie viele Gesellen sind es gewesen? (nach Abraham Ries)

**Aufgabe 17**

Suche eine Zahl, die so beschaffen ist, dass, wenn ich ihre Hälfte mit ihrem Drittel multipliziere und zum Produkt die Hälfte der gedachten Zahl addiere, 30 herauskommt. (Leonhard Euler)

**Aufgabe 18**

Die Flaggen der skandinavischen Länder zeigen ein Kreuz (Abbildung). Wie breit muss bei einer Flagge der Länge  $a = 120 \text{ cm}$  und der Breite  $b = 80 \text{ cm}$  das Kreuz sein, wenn es den halben Flächeninhalt der Fahne einnehmen soll?

**Aufgabe 19**

Wie viele Telefonanschlüsse sind in einer Ortschaft vorhanden, wenn 499500 gegenseitige Gesprächsverbindungen möglich sind?

**Aufgabe 20**

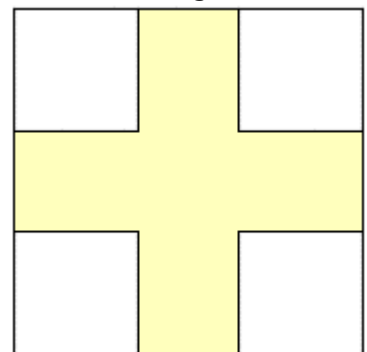
Welche rationale Zahl hat folgende Eigenschaft: Das Produkt der um 1 kleineren Zahl und der um 1 größeren Zahl ist um 31 größer als das halbe Quadrat der gesuchten Zahl!

**Aufgabe 21**

In einem Quader mit der Oberfläche  $286 \text{ cm}^2$  ist die mittlere Kante 7 cm lang. Sie unterscheidet sich von der größten Kante ebensoviel wie von der kleinsten. Wie lang sind die Kanten dieses Quaders?

**Aufgabe 22**

(Abbildung) In ein weißes Quadrat der Seitenlänge  $s = \sqrt{2} \text{ m}$  ist ein farbiges Kreuz symmetrisch eingezeichnet. Wie breit ist das Kreuz, wenn der Flächeninhalt des Kreuzes genauso groß ist wie der des Hintergrundes?





### **Aufgabe 23**

Die Einerziffer einer zweistelligen Zahl ist um 5 kleiner als die Zehnerziffer. Multipliziert man die Zahl mit ihrer Zehnerziffer, so ergibt sich die 56fache Quersumme. Wie heißt die Zahl?

### **Aufgabe 24**

Bei einer dreistelligen Zahl ist die Zehnerziffer um 4 größer als die Einerziffer. Die Zahl ist gleich ihrer Spiegelzahl. Dividiert man die Zahl durch diejenige (zweistellige) Zahl, welche aus der ursprünglichen Zahl durch Streichen der Zehnerziffer hervorgeht, so erhält man um 5 weniger als die Quersumme der ursprünglichen Zahl beträgt. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?

### **Aufgabe 25**

Im dekadischen Zahlensystem ("Zehnersystem") bedeutet die Zahldarstellung 475, dass  $475 = 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$  gilt. Im Duodezimalsystem ("Zwölfersystem") würde die Zahldarstellung 475 bedeuten, dass  $475 = 4 \cdot 12^2 + 7 \cdot 12 + 5$  gilt.

In welchem Zahlensystem hat die Zahl 132 den (dekadischen) Wert 56, in welchem Zahlensystem die Zahl 543 den (dekadischen) Wert 148?

### **Aufgabe 26**

Bestimmen Sie zwei Zahlen mit dem Produkt 4,5 so, dass die Summe ihrer Kehrwerte gleich 1,1 ist.

### **Aufgabe 27**

Fügt man einer zweistelligen natürlichen Zahl die Ziffer 2 einmal links und einmal rechts hinzu, so ist das Produkt der entstehenden Zahlen 2222 mal so groß wie die ursprüngliche Zahl. Wie heißt diese?

### **Aufgabe 28**

Das Produkt der beiden kleinsten von sechs aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ist dreimal so groß wie die Summe der vier übrigen Zahlen. Berechnen Sie die kleinste.

### **Aufgabe 29**

Die Differenz der zwei Ziffern einer unter 50 liegenden Zahl beträgt 4. Bei umgestellten Ziffern aber ist die Summe der Quadrate der neuen und alten Zahl 4520. Wie lautet die Zahl?

### **Aufgabe 30**

Eine Gruppe Studenten mietete einen Bus für total 60 Franken. Da vier Studenten erkrankten, stieg der Kostenanteil für die übrigen um je 2,50 Franken. Wie viele Studenten waren ursprünglich in der Gruppe?

### **Aufgabe 31**

In einem Trapez von  $70\text{mm}^2$  Fläche ist die kleinere Paralleelseite um 4mm kürzer als die grössere und um 1mm länger als die Höhe.

### **Aufgabe 32**

In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 15m und die Summe der beiden Katheten 21m.

**Aufgabe 33**

Die Seitenflächen eines Quaders messen  $35\text{m}^2$ ,  $50\text{m}^2$  und  $70\text{m}^2$ . Berechnen Sie die Kanten des Quaders!

**Aufgabe 34**

Für ein Fest werden Paarkarten und Einzelkarten verkauft, wobei zwei Einzelkarten zusammen 5 Franken mehr kosten als eine Paarkarte. Aus total 60 verkauften Karten werden 1890 Franken für Paarkarten und 450 Franken für Einzelkarten eingenommen. Wie viele Einzelkarten wurden verkauft?

**Aufgabe 35**

Verlängert man zwei parallele Seiten eines Quadrates um je 12cm, so entsteht ein Rechteck, dessen Diagonale 5 mal so lang ist, wie die Quadratdiagonale. Berechnen Sie die Quadratseite!

**Aufgabe 36**

Von zwei Zahlen ist die eine um 50 größer als die andere, zugleich ist das Produkt um 50 größer als die Summe. Bestimmen Sie die kleinere Zahl!

**Aufgabe 37**

Von den Kantenlängen eines Quaders ist die mittlere um 2cm größer als die kleinste und um 3cm kleiner als die größte. Berechnen Sie die Kanten so, dass die Oberfläche  $180\text{cm}^2$  misst.

**Aufgabe 38**

Welche zweistelligen natürlichen Zahlen sind 4 mal so groß wie ihre Quersumme und haben zudem die Eigenschaft, dass ihr Quadrat 72 mal so groß ist wie das Produkt ihrer Ziffern?

## Lösungen

- 1)  $x/3 \cdot x/5 = 15$  ;  $x = 15$
- 2)  $4x \cdot x/3 = 48$  ;  $x = 6$
- 3)  $54/x = 6x$  ;  $x = 3$
- 4)  $x/16 = 1/x$  ;  $x = 4$
- 5) die kleinere Zahl sei  $x$ , die größere Zahl  $(x+1)$  ;  $x \cdot (x+1) = x + 9$  ;  $x = 3$ ,  
d.h. 3 und 4 sind die gesuchten Zahlen, im Bereich der ganzen Zahlen auch -3 und -2
- 6) 48 und 16
- 7) 8, 6
- 8) 8
- 9) 12
- 10) 20 cm, 16 cm
- 11) 20 cm, 7 cm
- 12) 20 cm, 15 cm
- 13) 24 cm, 10 cm
- 14) 12 cm, 16 cm, 20 cm
- 15) 25 cm
- 16) 10
- 17) 12 bzw. -15
- 18) 28 cm
- 19) 1000
- 20)  $L = \{-8; 8\}$
- 21) 5 cm, 7 cm, 9 cm
- 22)  $2 - 4\sqrt{2}x + 2x^2 = 0$ , Ergebnis  $\sqrt{2} - 1$
- 23) 72
- 24) 484
- 25) die Zahl 132 im Sechzersystem; die Zahl 543 im Fünfersystem
- 26)  $xy = 4,5$  ;  $1/x + 1/y = 1,1$  ; Zahlen  $15/4$  und  $6/5$
- 27)  $x = 20$
- 28) kleinste Zahl  $x$ ,  $x^2 + x = 3(4x+14)$  ;  $x = 14$ , Zahlen 14, 15, 16, 17, 18, 19
- 29) 26 und 62; davon ist 26 die gesuchte Zahl
- 30) 12
- 31) Parallele 8mm und 12mm, Höhe 7mm
- 32) Katheten 9m und 12m
- 33) Kanten  $x = 5m$  ,  $y = 10m$  ,  $z = 7m$
- 34) Es wurden 18 Einzelkarten zu 25Fr. und 42 Paarkarten zu 45Fr. verkauft
- 35) Quadratseite 2 cm
- 36) 2 und 52 / -50 und 0
- 37) Kanten:  $16/3$  cm ,  $25/3$  cm ,  $10/3$  cm
- 38) vier mögliche Zahlen: 12, 24, 36, 48