

Ableitungen von Funktionen

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die erste Ableitung der Funktionen.

a) $y = \frac{x}{x^2-1}$

b) $y = \frac{12x-x^2-6}{x^2+3}$

c) $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$

d) $f(x) = \cos x \cdot \sqrt{x}$

e) $f(x) = 3x \tan x$

f) $f(x) = \frac{4x+1}{x}$

g) $f(x) = \frac{x}{4x+1}$

h) $f(x) = \frac{x^3-1}{2x^2}$

i) $y = \frac{x^3}{x^2-4}$

j) $y = \frac{2x^2-3}{x^3}$

k) $f(x) = \frac{3x^3+1}{3x^3-1}$

l) $f(x) = \frac{a}{x+a}$

m) $f(x) = \frac{a-x}{ax^2}$

n) $f(x) = \frac{2x-p}{p-4x}$

o) $g(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$

p) $y = \frac{\sin x}{x}$

q) $f(x) = \frac{x}{\cos x}$

r) $f(x) = ae^x + xe^x$

s) $f(x) = x^e e^x$

t) $f(x) = x \ln x$

Aufgabe 2

Ermitteln Sie die 1. und 2.Ableitung. Vereinfachen Sie jeweils so weit wie möglich.

a) $f(x) = (3x-1)(x^2-2x+3)$

b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2} + \frac{x-3}{x^2+2x-3}$

c) $f(x) = \sqrt{3x^2-2}$

d) $f(x) = \ln(1-3x^2)$

e) $f(x) = \sqrt{2^{-3x}}$

Lösungen

Aufgabe 1

Angegeben werden nur die rechten Terme der Ableitung.

- a) $-\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$ b) $\frac{-12x^2+6x+36}{(x^2+3)^2}$ c) $\frac{3x-3}{2\sqrt{x}}$
- d) $\frac{\sqrt{x}}{2x}(\cos x - 2x \sin x)$ e) $3(x \tan^2 x + \tan x + x)$ f) $-\frac{1}{x^2}$
- g) $\frac{1}{(4x+1)^2}$ h) $\frac{x^3+2}{2x^3}$ i) $\frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$
- j) $\frac{-2x^2+9}{x^4}$ k) $\frac{-18x^2}{(3x^3-1)^2}$ l) $\frac{-a}{(x+a)^2}$
- m) $\frac{x-2a}{ax^3}$ n) $\frac{-2p}{(p-4x)^2}$ o) $\frac{2+\sqrt{x}}{2(1+\sqrt{x})^2}$
- p) $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ q) $\frac{\cos x + x \sin x}{\cos^2 x}$ r) $e^x(a+1+x)$
- s) $e^x x^{e-1}(e+x)$ t) $1 + \ln x$

Aufgabe 2

- a) $f'(x) = 9x^2 - 14 + 11$; $f''(x) = 18x - 14$
- b) $f'(x) = \frac{-x^2+2x-2}{(x^2-2)^2} + \frac{-x^2+6x+3}{(x^2+2x-3)^2}$; $f''(x) = \frac{2x^3-6x^2+12x-4}{(x^2-2)^3} + \frac{2x^3-18x^2-8x-30}{(x^2+2x-3)^3}$
- c) $f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{(3x^2-2)}}$; $f''(x) = \frac{-6}{\sqrt{(3x^2-2)^3}}$
- d) $f'(x) = \frac{6x}{3x^2-1}$; $f''(x) = \frac{-18x^2-6}{(3x^2-1)^2}$
- e) $f'(x) = -1,5 \cdot \ln 2 \cdot 2^{-1,5x}$; $f''(x) = 2,25 \cdot \ln^2 2 \cdot 2^{-1,5x}$