

Aufgaben zur Normalverteilung

Aufgabe 1:

Bei der Befüllung von Zuckertüten durch eine Maschine ist das Gewicht normalverteilt mit Mittelwert 1000 g und Standardabweichung 6 g.

- Wie viele Zuckertüten enthalten weniger als 995 g?
- Der Produzent möchte eine Garantie geben, so dass eine Tüte mit zu geringer Füllung umgetauscht werden kann. Welche Mindestfüllmenge sollte er garantieren, wenn er, besonders kritische Kunden vorausgesetzt, höchstens ein Prozent an Reklamationen haben will?

Lösung:

$$d(x) = \frac{1}{6 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-1000}{6} \right)^2}$$

Die Dichtefunktion hat in dieser Aufgabe die Gleichung

- Zu berechnen ist die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis im Intervall $]-\infty; 995]$, da die Dichtefunktion auch im Negativen von 0 verschiedene Werte hat. In der Anwendungssituation machen natürlich negative Füllmengen keinen Sinn:

$$p(]-\infty; 995]) = \int_{-\infty}^{995} d(x) dx \approx 0,202$$

. Rund 20% der Tüten enthalten weniger als 995 g Zucker.

- Die obere Grenze des Integrals ist so zu wählen, dass der Wert des Integrals 0,01

$$\int_{-\infty}^a d(x) dx = 0,01 \Leftrightarrow a \approx 986,042$$

beträgt: $-\infty$

Der Produzent sollte garantieren, dass mindestens 986 g in der Tüte enthalten sind.

Aufgabe 2:

Eine Maschine produziert Nägel. Für die Länge ergibt sich ein Durchschnittswert von 25 mm und eine Standardabweichung von 0,6 mm.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden Nägel produziert, deren Länge um weniger als 1 mm vom Durchschnittswert abweicht?
- Sie wollen als Produzent Ihren Kunden eine Garantie bezüglich der Länge der Nägel geben. Sie möchten allerdings höchstens 1% Reklamationen haben. Welche Garantie würden Sie geben? Denken Sie daran, dass sowohl zu kurze als auch zu lange Nägel unbrauchbar sind.
- Sie wollen Ihre Garantiezusage nicht verändern, aber nur noch höchstens 0,5 % Reklamationen haben. Dazu planen Sie den Kauf einer besseren Maschine. Welche Standardabweichung sollte diese Maschine haben?

Lösung:

$$d(x) = \frac{1}{0,6 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-25}{0,6} \right)^2}$$

Die Dichtefunktion für die Teile a) und b) hat die Gleichung

- Es geht jetzt um die Nägel, deren Länge zwischen 24 mm und 26 mm liegt:

$$\int_{24}^{26} d(x) dx \approx 0,90$$

. Somit weicht bei rund 90% der Nägel die Länge weniger als 1 mm vom Soll-Wert ab.

- Die Reklamationen könnten sich zur Hälfte auf zu kurze und zu lange Nägel verteilen:

$$\int_{-\infty}^a d(x) dx = 0,005 \Leftrightarrow a \approx 23,45 \quad \int_b^{\infty} d(x) dx = 0,005 \Leftrightarrow b \approx 26,55$$

Die Grenzen des Garantiebereiches sollten sinnvoll gerundet werden. Rundet man auf 23,5 mm und 26,5 mm wird die Reklamationsrate über 1% liegen, da der Garantiebereich verkleinert wurde. Eine Rundung auf 23,4 und 26,6 vergrößert der Garantiebereich. Die Reklamationsrate liegt dann bei rund 0,8%.

- In diesem Aufgabenteil hat die Dichtefunktion die Gleichung

$$d(x) = \frac{1}{s \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-25}{s} \right)^2}$$

s ist so zu bestimmen, dass im Bereich zwischen 23,4 mm und 26,6 mm 99,5 % der

$$\int_{23,4}^{26,6} d(x) dx = 0,995 \Leftrightarrow s \approx 0,57$$

Werte liegen: 23,4

Die Standardabweichung der neuen Maschine sollte weniger als 0,57 mm betragen.