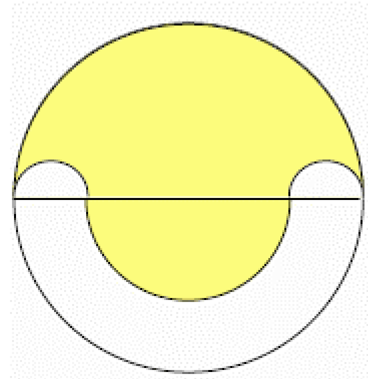
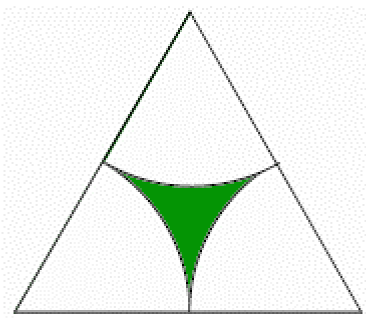
Kreis- und Kreisteileberechnungen



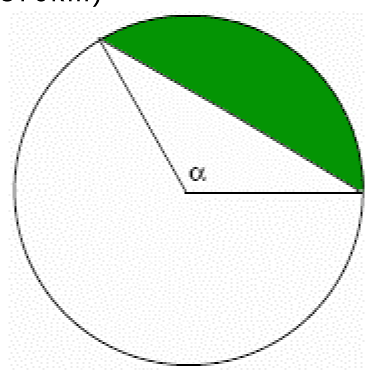
Aufgabe 1:
Berechne den Inhalt der getönten Fläche aus dem Radius r des größten Kreises und dem Radius a der beiden kleinen Halbkreise.

Aufgabe 2:
Wie groß ist der äußere Radius eines Kreisringes, wenn der innere Kreis den Umfang u_1 = 23,4 cm hat und der Flächeninhalt des Kreisringes A = 35 cm² beträgt?



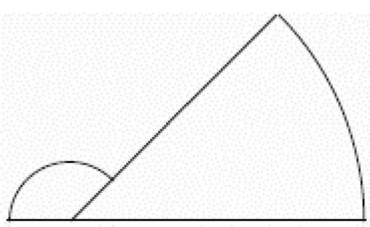
Aufgabe 3:
In ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge s werden mit den Ecken als Mittelpunkt drei gleich große Kreisbögen gezeichnet. Berechne den Umfang und den Inhalt des entstehenden Kreisdreiecks exakt.

Aufgabe 4:
Zwei Orte liegen auf demselben Längenkreis im Abstand 1°. Berechne ihre Entfernung. (Erdradius: 6370km)



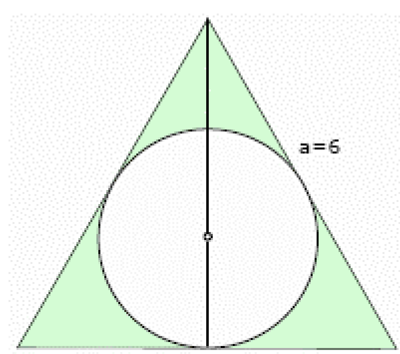
Aufgabe 5:
In einem Kreis mit Radius r = 3, 6 cm ist ein Sektor mit dem Mittelpunktswinkel α = 120° gegeben. Berechne:
a) die Bogenlänge
b) die Fläche des Sektors
c) die Fläche des gemusterten Segments.

Aufgabe 6:
Der Scheibenwischer eines Autos besitzt einen Wischergummi der Länge 48 cm. Das Ende des Gummis ist 22 cm vom Drehpunkt des Wischers entfernt. Welche Fläche wird überstrichen, wenn der Winkel α = 155° beträgt?



Aufgabe 7:
In welchem Verhältnis stehen die Sektorflächen?
Die Radien sind 1 cm und 5 cm, der Mittelpunktswinkel des größeren Sektors ist 45°.

Aufgabe 8:
Ein Satellit umkreist die Erde in einer Höhe von 380km. Um wieviel Prozent ist seine Bahn länger als der Erdumfang? (Erdumfang: 40000km, Erdradius: 6370km)

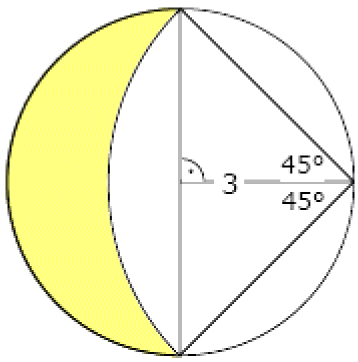


Aufgabe 9:
Aus einem gleichseitigen Dreieck mit der Seite a = 6 ist ein möglichst großer Kreis auszuschneiden. Wie viele Prozent beträgt der Abfall?

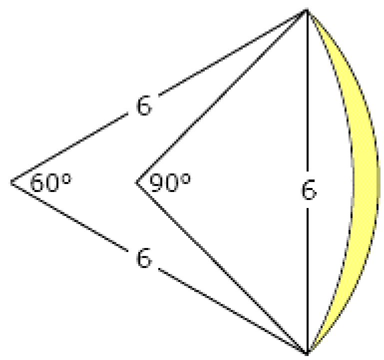
Aufgabe 10:
Der Erdradius beträgt 6378 km. Wie lang müsste ein Seil sein, damit man es in der Höhe des Äquators um die Erde spannen könnte?
Stellen Sie sich vor, Sie könnten dieses Seil um 1 m verlängern und in gleichmäßigem Abstand um die Erde spannen. Kann eine Maus unten durchschlüpfen?

Aufgabe 11:
Berechne die farbig markierte Flächen.

a)



b)



Lösungen

1 Radius Halbkreis - kleiner weißer Kreis + kleiner Halbkreis
$\pi/2\ r^2 - \pi a^2 + \pi/2\ (r-2a)^2 = \pi\ (r-a)^2$

2 $A = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi(r_2^2 - (u/(2\pi))^2)$, $r_2 = 5$ cm

3 A = Dreiecksfläche - Halbkreis = $s^2/4\ \sqrt{3} - \pi/2\ (s/2)^2 = s^2/8\ (2\sqrt{3} - \pi)$
drei weiße Sektoren ergeben Halbkreis $u = 2\pi\ s/4 = \pi\ s/2$

4 $d = 2r\pi\ /\ 360 = 111$ km

5 Bogenlänge $b = 2r\pi/3 = 2{,}4\ \pi$
Sektorfläche $A = r^2\pi/3 = 4{,}32\ \pi$
Segmentfläche $A = 4{,}32\pi - r^2/4\ \sqrt{3} = 7{,}96\ cm^2$

6 Fläche des ganzen Kreisrings $A = \pi\ (7^2 - 2{,}2^2) = 138{,}73\ dm^2$
gesuchte Fläche $155/360\ A = 59{,}73\ dm^2$

7 großer Sektor $A = 25/8\ \pi\ cm^2$
kleiner Sektor $A = 3/8\ \pi\ cm^2$ Verhältnis 25 : 3

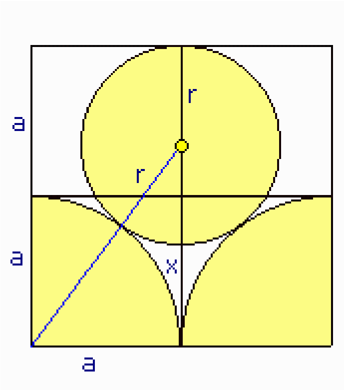
8 Radius der Bahn 6750 km , Länge der Bahn 42412 km , etwa 6 %

9 Dreiecksfläche $A = a^2/4\ \sqrt{3}$
Der Mittelpunkt des Kreises fällt mit dem Mittelpunkt des Dreiecks zusammen. Im gleichseitigen Dreieck ist dieser Schwerpunkt, teilt die Höhe im Verhältnis 2:1.
Höhe $h = a/2\ \sqrt{3}$ Kreisradius $r = a/6\ \sqrt{3}$
Kreisfläche $A = a^2/12\ \pi$
Abfall $a^2/12\ (3\sqrt{3} - \pi)$ in Prozent 39,5 %

10 40074 km $2r\ \pi + 1\ m = 2(r + x)\ \pi \ldots x = 0{,}16$ m
16 cm reichen völlig. Das Resultat ist unabhängig vom Radius des Kreises.

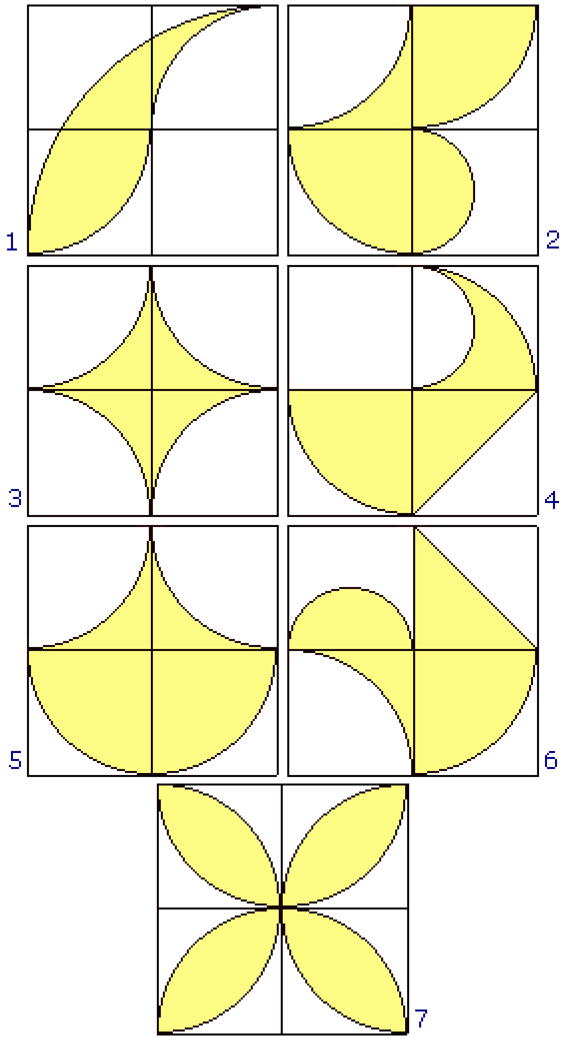
11 a) A = Halbkreis - (Viertelskreis - Dreieck) = 9
b) A = Differenz zweier Segmente = $9\sqrt{3} - 9 - 1{,}5\ \pi$

Berechnung von Kreis und Kreisteilen (Klasse 9)



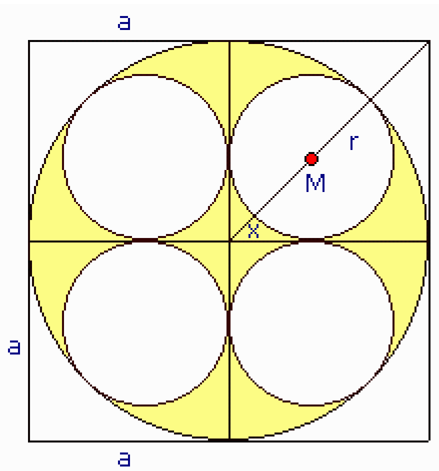
Aufgabe 1:

Gegeben sind 4 Quadrate von jeweils der Seitenlänge a. Der Flächeninhalt der farbigen Fläche ist zu berechnen.



Aufgabe 2:

Für die farbigen Flächen von 1 bis 7 ist der Flächeninhalt zu bestimmen, wenn jedes der vier kleinen Quadrate die Seitenlänge a hat.



Aufgabe 3:

Gegeben ist ein Quadrat der Seitenlänge 2a.
In dieses Quadrat wird der Inkreis gezeichnet und in diesen 4 symmetrische sich paarweise tangierende Kreise. Der Flächeninhalt der farbigen Fläche ist zu berechnen.

Lösungen

Aufgabe 1

Der mittlere Kreis tangiert die zwei Viertelkreise. Damit gilt für den Radius r des mittleren Kreises und die Strecke x

$$2r + x = 2a$$
$$(a + r)^2 = (r + x)^2 + a^2$$

Auflösung des Gleichungssystems ergibt für r

$$r = 2/3\ a$$

d.h. der Mittelpunkt des Kreises drittelt die Gesamtstrecke 2a. Für den Flächeninhalt wird dann

$$A = 2 \cdot (\pi a^2 / 4) + (2/3\ a)^2 \pi$$
$$A = \pi a^2/2 + 4/9\ a^2 \pi = 17/18\ \pi a^2$$

Aufgabe 2

$$A_1 = a^2 (\pi - 2) \approx 1{,}1416\ a^2$$

$$A_2 = a^2 (1 + 3/8\ \pi) \approx 2{,}1781\ a^2$$

$$A_3 = a^2 (4 - \pi) \approx 0{,}8584\ a^2$$

$$A_4 = a^2/8\ (4 + 3\pi) \approx 1{,}6781\ a^2$$

$$A_5 = 2a^2$$

$$A_6 = a^2/8\ (12 + \pi) \approx 1{,}8927\ a^2$$

$$A_7 = 2a^2 (\pi - 2) \approx 2{,}2832\ a^2$$

Aufgabe 3

Für einen der kleinen Kreise mit dem Radius r und der Strecke x gilt

$$2r + x = a$$
$$(r + x)^2 = r^2 + r^2$$

Auflösung des Gleichungssystems ergibt für die positive Lösung von r

$$r = (\sqrt{2} - 1)\ a$$

Für den Flächeninhalt der farbigen Fläche wird dann

$$A = a^2 \pi - 4 \cdot (\sqrt{2} - 1)^2 a^2 \pi$$
$$A = \pi a^2 (8\sqrt{2} - 11)$$