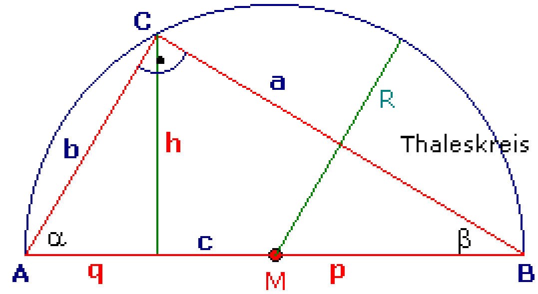
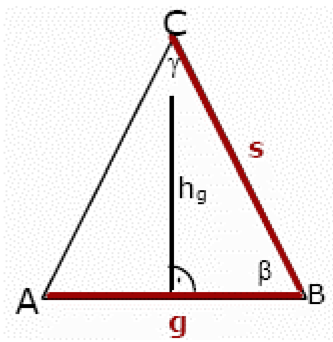
Trigonometrische Berechnungen

Aufgabe 1
Berechnen Sie im rechtwinkligen Dreieck die fehlenden Seiten und Winkel:



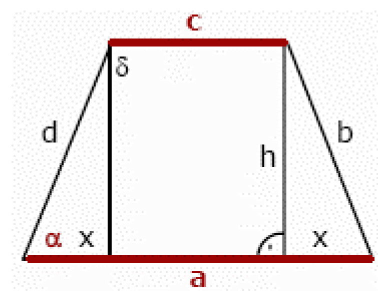
a) $p = 4{,}93$, $\beta = 70{,}3°$
b) $p = 28$, $q = 63$
c) $a = 12{,}5$, $p = 4{,}4$
d) $h = 9{,}1$, $q = 6{,}0$
e) $a = 27{,}8$, $A = 373$
f) $a:b = 3:4$, Umfang $u = 60$
g) $h = 12{,}3$, $b = 18{,}5$
h) $h = 6{,}08$, $\alpha = 23{,}7°$
i) $a = 27{,}8$, Fläche $A = 373$
j) $a:b = 3:2$, $A = 15$
k) $b:c = 5{,}13$, Umfang $u = 75$



Aufgabe 2
Berechnen Sie die fehlenden Seiten und Winkel der folgenden gleichschenkligen Dreiecke:

a) $s = 25$, $g = 14$
b) $s = 9{,}3$, $\beta = 70°$
c) $s = 40{,}3$, $h_s = 11{,}5$
d) $h_g = 57{,}1$, $\gamma = 57{,}2°$
e) $h_s = 34{,}2$, $\gamma = 51°$
f) $g = 15$, $\beta = 63°$
g) $h_g = 8{,}76$, $g = 7{,}38$

Aufgabe 3
Berechnen Sie bei den folgenden gleichschenkligen Trapezen die fehlenden Grössen:



a) $a = 37{,}2$, $c = 15{,}8$, $\alpha = 62°$
b) $a = 24$, $b = 9$, $\alpha = 64{,}8°$
c) $b = 61$, $c = 37$, $h = 17$
d) $c = 29$, $h = 14$, $\alpha = 71.5°$
e) $a = 45$, $c = 33$, Diagonale $e = 89$
f) $a = 40$, $b = 27$, $c = 29$

Aufgabe 4
Von einem Parallelogramm kennt man den Flächeninhalt $A = 143$ sowie die Seiten $a = 17{,}2$ und $b = 8{,}7$. Berechnen Sie den Winkel α zwischen den Seiten AB und DA.

Aufgabe 5
Wie groß ist in einem Würfel der Winkel zwischen
a) Raumdiagonale und Kante
b) Flächendiagonale und Kante
c) Raumdiagonale und Flächendiagonale?

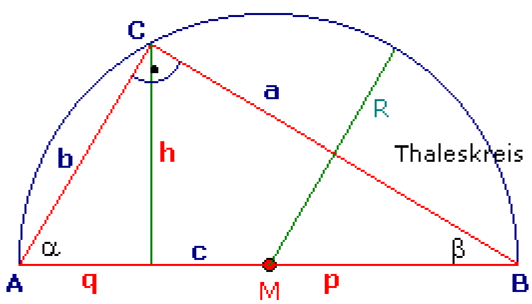
Aufgabe 6
Von einem nicht rechtwinkligen Dreieck sind die fehlenden Seiten und Winkel zu berechnen:

a) das Dreieck ist spitzwinklig; $a = 4{,}38$, $b = 6{,}15$, $h_c = 3{,}71$
b) $a = 0{,}62$, $b = 0{,}83$, $h_b = 0{,}38$ ($\gamma < 90°$)
c) $h_a = 4{,}2$, $\beta = 37°$, $\gamma = 46°$
d) $a = 6{,}2$, $c = 5{,}6$, $\beta = 35°$

Aufgabe 7
Wie lang sind die Diagonalen eines Rhombus, von dem ein Innenwinkel von 61° und der Flächeninhalt A = 28 bekannt sind?

Aufgabe 8
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Kreissegmentes. Radius r, Sehne s, Zentriwinkel α

a) r = 12 , α = 81°
b) s = 34 , α = 17°
c) s = 40 , r = 58



Aufgabe 9
Berechne im rechtwinkligen Dreieck ABC die fehlenden Seiten und Winkel.

a) a = 20 , b = 21
b) a = 88 , c = 137
c) a = 12 , α = 40°
d) b = 5,8 , β = 78,2°
e) c = 32,7 , β = 47,3°
f) c = 7,68 , α = 3β

Aufgabe 10
Im rechtwinkligen Dreieck ABC (Hypotenuse c = AB) sind gegeben:

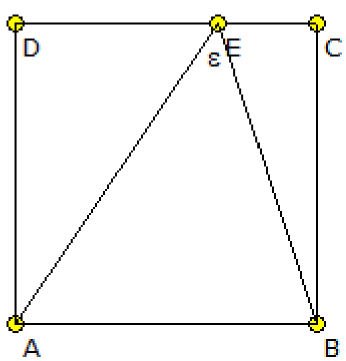
a) a = 24 ; c = 74	gesucht w_α und w_β
b) h = 25 ; w_γ = 32	gesucht a und b
c) a= 15 ; w_β = 17	gesucht s_a
d) b = 83 ; w_α = 100	gesucht c
e) α = 36° ; w_α = 20	gesucht w_β
f) c = 39 ; β = 52°	gesucht h

Aufgabe 11
Ein rechtwinkliges Dreieck ABC ist durch die Kathete b = 65 und die Hypotenuse c = 97 gegeben. Wie lang ist die Halbierende des kleinsten Innenwinkels?

Aufgabe 12
Bestimme in einem Rechteck mit den Seiten a = 2,8 und b = 4,5 den spitzen Schnittwinkel der Diagonalen.

Aufgabe 13
Wie groß sind die Innenwinkel eines Rhombus mit den Diagonalen e = 57,2 und f = 81,7?

Aufgabe 14
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist gegeben durch die parallelen Seiten a = 45 und c = 33 sowie die Diagonale e = 89. Wie groß sind seine Basiswinkel?



Aufgabe 15
Im Quadrat ABCD gilt: AB = 6 , DE = 4. Wie groß ist der Winkel ε?

Aufgabe 16
Ein regelmäßiges Fünfeck mit der Seite s = 1 ist gegeben. Berechne den Flächeninhalt des Fünfecks sowie die Länge seiner Diagonalen.

Aufgabe 17
Die Höhe eines Turms ist gesucht: Horizontaldistanz Beobachter - Turm 25 m; Höhenwinkel Beobachter - Turmspitze 53°; Tiefenwinkel Beobachter - Turmfuß 17°.

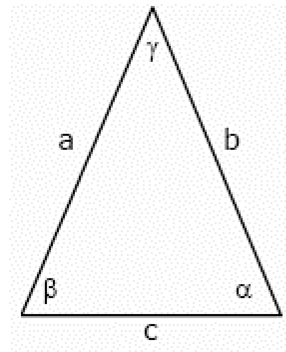
Lösung

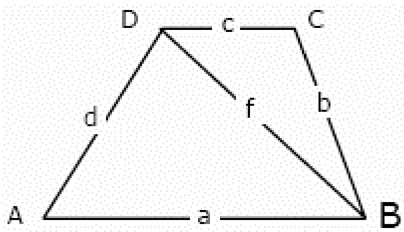
1	a)	$\alpha = 19{,}7°$; $a = 14{,}62$; $b = 40{,}84$; $c = 43{,}39$
	b)	$\alpha = 33{,}69°$; $\beta = 56{,}31°$; $h = 42$; $b = 75{,}52$; $a = 50{,}48$
	c)	$\alpha = 20{,}61°$; $\beta = 69{,}39°$; $b = 33{,}24$; $c = 35{,}51$
	d)	$\alpha = 56{,}60°$; $\beta = 33{,}40°$; $b = 10{,}9$; $c = 19{,}80$; $a = 16{,}53$
	e)	$\alpha = 46{,}01°$; $\beta = 43{,}99°$; $b = 26{,}83$; $c = 38{,}64$
	f)	$\alpha = 36{,}87°$; $\beta = 53{,}13°$; $a=15$; $b = 20$; $c = 25$
	g)	$a = 16{,}47$; $c = 24{,}77$; $\alpha = 41{,}67°$; $\beta = 48{,}33°$
	h)	$a = 6{,}64$; $b = 15{,}13$; $c = 16{,}52$; $\beta = 66{,}3°$
	i)	$b = 26{,}83$; $c = 38{,}64$; $\alpha = 46{,}01°$; $\beta = 43{,}99°$
	j)	$a = 6{,}71$; $b = 4{,}47$; $c = 8{,}06$; $\alpha = 56{,}31°$; $\beta = 33{,}69°$
	k)	$a = 30$; $b = 12{,}5$; $c = 32{,}5$; $\alpha = 67{,}38°$; $\beta = 22{,}62°$
2	a)	$\alpha = 73{,}74°$; $\gamma = 32{,}52°$
	b)	$g = 6{,}36$; $\gamma = 40°$
	c)	$\alpha = 81{,}71°$; $\gamma = 16{,}58°$; $g = 11{,}62$
	d)	$\alpha = 61{,}4°$; $s = 65{,}04$; $g = 62{,}26$
	e)	$\alpha = 64{,}5°$; $s = 4{,}01$; $g = 37{,}89$
	f)	$a = 16{,}52$; $\gamma = 54°$
	g)	$a = 9{,}51$; $\beta = 67{,}16°$; $\gamma = 45{,}68°$
3	a)	$x = 10{,}7$; $d = 22{,}79$; $h = 20{,}12$; $\delta = 118°$
	b)	$h = 8{,}14$; $x = 3{,}83$; $c = 16{,}34$; $\delta = 115{,}2°$
	c)	$\beta = 16{,}18°$; $\delta = 163{,}82°$; $x = 58{,}58$; $a = 154{,}17$
	d)	$\delta = 108{,}5°$; $d = 14{,}76$; $x = 4{,}68$; $a = 38{,}37$
	e)	$x = 6$; $h = 80$; $\beta = 85{,}71°$; $\delta = 94{,}29°$; $b = 13{,}69$
	f)	$h = 26{,}43$; $\alpha = 78{,}25°$
4		$h = 8{,}31$; $\alpha = 72{,}87°$
5	a)	$\alpha = 54{,}74°$ b) 45°, 90° c) 35,26°
6	a)	$\beta = 57{,}89°$; $\alpha = 37{,}10°$; $y = 4{,}90$; $c = 7{,}23$; $\gamma = 85{,}01°$
	b)	$\gamma = 37{,}80°$; $\alpha = 48{,}17°$; $c = 0{,}51$; $\beta = 94{,}03°$
	c)	$\alpha = 97°$; $c = 6{,}97$; $b = 5{,}84$; $a = 9{,}63$
	d)	$h_a = 3{,}21$; $\gamma = 63{,}34°$; $\alpha = 81{,}66°$; $b = 3{,}59$
7		$e = 9{,}75$; $f = 5{,}74$
8	a)	$A = 30{,}67$
	b)	$A = 28{,}67$
	c)	$A = 95{,}46$
9	a)	$c = 29$; $\alpha = 43{,}6°$; $\beta = 46{,}4°$
	b)	$b = 105$; $\alpha = 39{,}97°$; $\beta = 50{,}03°$
	c)	$b = 14{,}3$; $c = 18{,}67$; $\beta = 50°$
	d)	$a = 1{,}21$; $c = 5{,}93$; $\alpha = 11{,}8°$
	e)	$a = 22{,}18$; $b = 24{,}03$; $\alpha = 42{,}7°$
	f)	$a = 7{,}10$; $b = 2{,}94$; $\alpha = 67{,}5°$; $\beta = 22{,}5°$
10	a)	70,97 und 29,49
	b)	225,15 bzw. 25,16
	c)	23,58
	d)	219,69
	e)	15,51
	f)	18,92
11		$w_\beta = 77{,}14$
12		63,78°

13	110,01° und 69,99°
14	85,71°
15	52,13°
16	A = 1,72 ; d = 1,62
17	41 m

Trigonometrische Berechnungen am allgemeinen Dreieck

Aufgabe 1
Von einem gleichschenkligen Dreieck kennt man a = b = 9 und $\alpha = \beta = 48°$. Berechnen Sie: h_a, s_a und w_α.

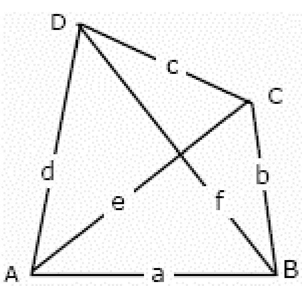




Aufgabe 2
Bestimmen Sie im gegebenen Trapez die fehlenden Grössen:

a) a = 50 , c = 20 , d = 27 , $\alpha = 71°$
b) b = 19 , c = 33 , $\alpha = 47°$, $\beta = 59°$
c) b = c = d = 7,8 , $\beta = 37°$
d) b = d = 12 , f = 27 , $\alpha = 70°$

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die Seitenhalbierenden des Dreiecks aus den Seiten a = 7, b = 8, c = 9.

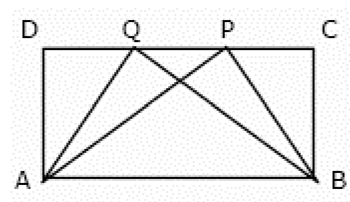


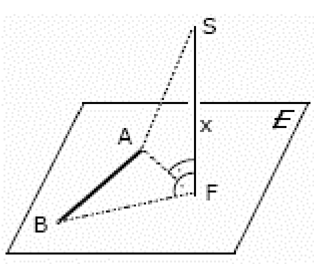
Aufgabe 4:
Bei den folgenden drei Vierecken sind die fehlenden Seiten und Winkel zu berechnen:

a) a = 8,14 ; e = 8,43 ; $\alpha = 75°$; $\beta = 67{,}5°$; $\gamma = 108{,}7°$
b) a = 47,1 ; b = 52,3 ; $\alpha = 117{,}8°$; $\beta = 85{,}2°$; $\gamma = 98{,}5°$
c) a = 8,4 ; d = 3,7 ; e = 6,8 ; $\alpha = 125°$; Winkel be = 58°

Aufgabe 5:
Man berechne am allgemeinen Dreiecke die Winkelhalbierende von γ aus a = 7,5, b = 4,5 und $\gamma = 54{,}54°$.

Aufgabe 6
AD = 99, AB = 210, DQ = QP = PC.
Herr K. behauptet, die Dreiecke ABP und ABQ seien rechtwinklig. Wenn ja, geben Sie eine Begründung an; wenn nein, berechnen Sie die Abweichung des Winkels APB von 90°.

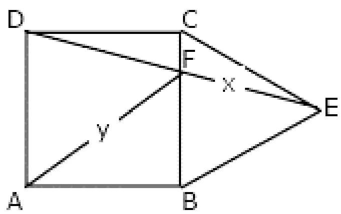




Aufgabe 7
Die Bergspitze S liegt x Meter über der waagerechten Ebene E. Messungen: AB = 120m, Winkel BAF = 48°, Winkel FBA = 76°, Winkel FAS = 71°, Zu berechnen: x = FS

Aufgabe 8

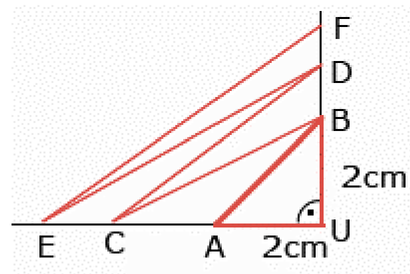
Ein Antennenmast steht auf waagerechter Ebene. Von einem Punkt dieser Ebene aus erscheint die Spitze unter dem Höhenwinkel $\alpha = 19.5°$. Geht man $a = 330$ m auf den Mast zu, so erscheint sie unter dem Höhenwinkel $\beta = 36.5°$. Wie hoch ist der Mast?



Aufgabe 9

ABCD ist ein Quadrat mit AB = 4, BEC ein gleichseitiges Dreieck.

Berechnen Sie x = EF und y = AF.



Aufgabe 10

Alle Dreiecke sind flächengleich.

Berechnen Sie die Längen der Strecken UE und UF.

(Abbildung rechts)

Lösung

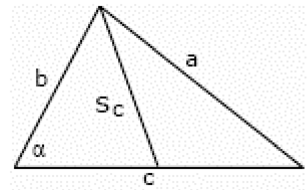
1 $\gamma = 84°$, Sinussatz $c = 12{,}04$, $h_a = 8{,}95$, $s_a = 9{,}63$, $w_a = 9{,}41$

2 a) $f = 48{,}5$; $\delta = 109°$; $b = 33{,}2$; $\gamma = 50{,}3°$; $\beta = 50{,}3°$

b) $f = 45{,}8$; $d = 22{,}3$; $a = 58{,}0$

c) $f = 14{,}8$; $\alpha = \beta = 37°$; $a = 20{,}26$ / 2.Lösung Parallelogramm

d) $\alpha = \beta = 70°$; $\delta = \gamma = 110°$; $a = 28{,}64$; $c = 20{,}43$



3 nach dem Kosinussatz

$bc \cos \alpha = (b^2 + c^2 - a^2)/2$

$s_c^2 = b^2 + c^2/4 - bc \cos \alpha$

$s_c = 6{,}02$; $s_b = 7$; $s_a = 7{,}76$

4 a) $b = 6{,}92$; $\delta = 108{,}8°$; $d = 6{,}36$; $c = 3{,}85$

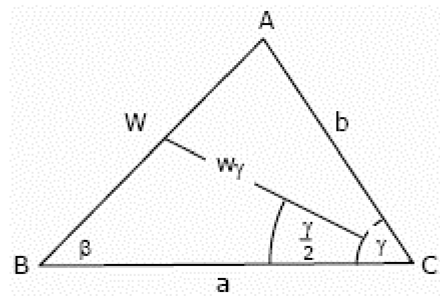
b) $e = 67{,}39$; $\delta = 58{,}5°$; $d = 64{,}23$; $c = 72{,}83$

c) $\beta = 43{,}35°$; $b = 9{,}71$; $c = 5{,}02$; $\delta = 101{,}4°$

5 Dreieck ABC: $c = 6{,}11$; $\beta = 36{,}86°$ Sinussatz

Teildreieck a, β, $\gamma/2$ … $\varepsilon = 115{,}9°$

Winkelhalbierende = 5,00



6 für die zwei anderen Winkel bei P wird über die rechtwinkligen Dreiecke

35,2658° ; 54,7370°

und damit für $\beta = 89{,}9972°$

7 Sinussatz $b = 140{,}4$

$x = 408$ m

8 Turmhöhe 224 m

9 $x = 3{,}6$; $y = 4{,}96$

10 ABU und CBA sind flächengleich; sie haben die gleiche Höhe UB und gleiche Grundlinie: UA = AC = 2cm ... UC = 4cm

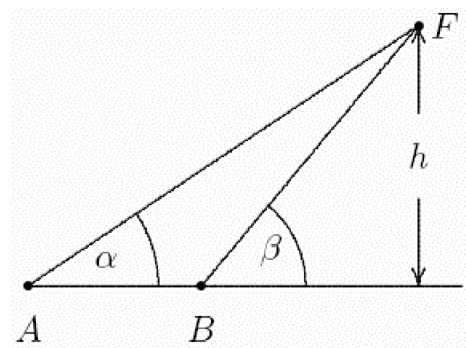
CBU und CBD haben die gleiche Höhe UC; CBU ist 2 mal so gross, die Grundlinie halb so gross: DB = 1/2 UB = 1cm ... UD = 3cm

CUD und ECD haben die gleiche Höhe UD; CUD ist 3 mal so gross ...

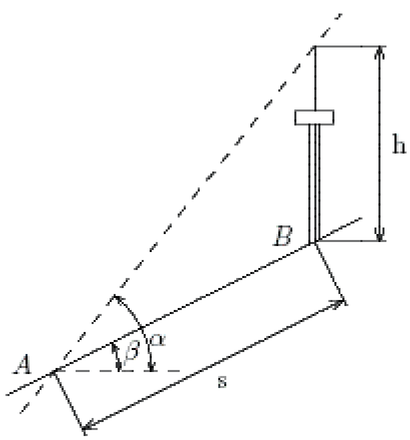
UE = 5 1/3 cm ; analog UF = 3 3/4 cm

Trigonometrische Berechnungen - Sachaufgaben

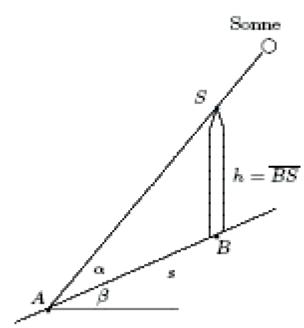
Aufgabe 1
Eine Radarstation R peilt einen heranfliegenden Überschalljäger F an und ermittelt alle 5 s die Entfernung r = RF des Flugzeugs zur Station sowie den Winkel φ der Geraden RF zur Horizontalen. Zwei aufeinanderfolgende Datensätze sind r_1 = 6946 m; φ_1 = 30,26° und r_2 = 5000 m; φ_2 = 36,87°.
Berechne die horizontale Geschwindigkeit v_H, die Sinkgeschwindigkeit v_s sowie die Gesamtgeschwindigkeit v des Flugzeuges.



Aufgabe 2
Zwei Buben haben sich an den Orten A und B aufgestellt (AB = 1000 m) und bestimmen mit selbstgebastelten Winkelmessern die Winkel α = 30° und β = 45° eines Flugzeuges F zur Horizontalen (siehe Abb.).
a) Berechne die Höhe h des Flugzeuges über Grund unter der Annahme, dass die beiden gemessenen Winkel exakt sind.
b) In welchem Intervall liegt h, wenn die gemessenen Winkel jeweils mit einem Fehler von ±1° behaftet sind?



Aufgabe 3
Ein Turm der Höhe h = 25 m steht auf einem Hang, der unter dem Winkel β = 28° gegen die Horizontale geneigt ist. Die Schattenlänge s = AB des Turms beträgt bei dem aus der Skizze ersichtlichen Sonnenstand 45 m. Berechnen Sie den Höhenwinkel α unter dem die Sonne erscheint, auf Grad genau.



Aufgabe 4
Ein Turm der Höhe h steht an einem Hang, der unter dem Winkel β = 30° gegen die Horizontale geneigt ist. Die Schattenlänge s = AB des Turms ist bei dem aus der Skizze ersichtlichen Sonnenstand gerade doppelt so groß wie die Turmhöhe. Berechne den Winkel zwischen Sonnenstrahlen und Hang.

Aufgabe 5
Die Höhe eines Schlotes soll durch Winkelmessung mit einem Theodoliten bestimmt werden. Vom Punkt A aus wird der Winkel α zwischen der Horizontalen und der Blickrichtung zur Turmspitze gemessen. Anschließend wird der Theodolit waagerecht in Richtung des Turms zum Punkt B bewegt und die Messung wiederholt (Winkel β).
a) Berechnen Sie die Turmhöhe h aus AB = 51,7 m, α = 23,65° und β = 26,20°.
b) Wie ändert sich dieses Ergebnis, wenn annimmt, dass der Messwert von α mit einem Fehler von ±0,05° behaftet ist?

Lösungen

1 $v_H = 400$ m/s ; $v_s = 100$ m/s ; $v = 412$ m/s

2 a) $h = AB \cdot \tan\alpha \tan\beta / (\tan\beta - \tan\alpha) = 1366$ m
b) $h_{min} = 1193$m ; $h_{max} = 1590$ m

3 $\tan\alpha = (h + s \sin\beta) / (s \cos\beta)$; $\alpha = 49{,}3°$

4 $\tan(\alpha + \beta) = (h + 2h \sin\beta) / (2h \cos\beta)$; $\alpha = 19{,}1°$

5 a) $h = \sin\alpha \sin\beta / \sin(\beta - \alpha) \cdot AB = 205{,}8$ m
b) Fehler: ca. 4m, h = 206 m