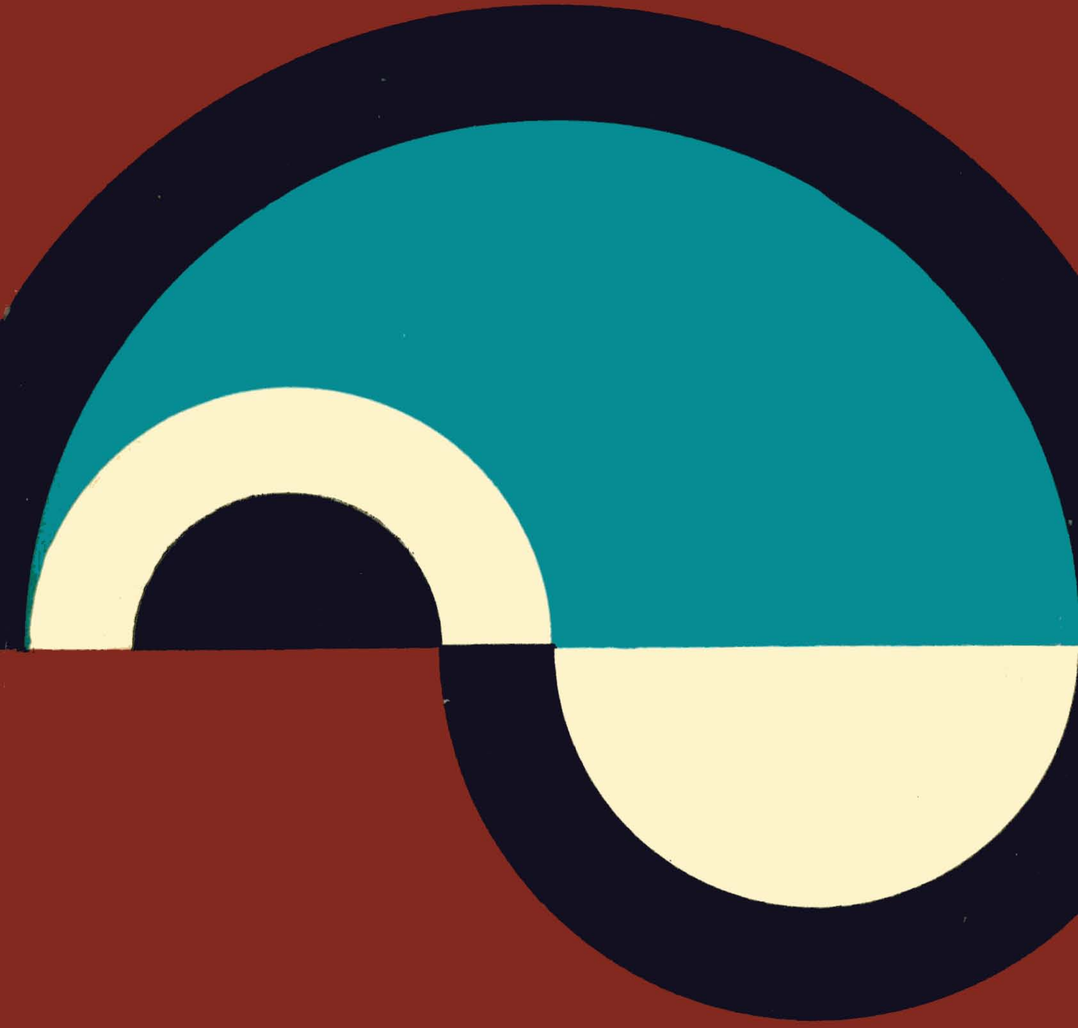


K. A. Rupassow

# Mathematische Denkaufgaben

K. A. RUPASSOW

# Mathematische Denkaufgaben

VOLK UND WISSEN

VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1965

Titel der Originalausgabe
К. А. Рупассов: 100 логических задач
Veröffentlicht 1963 vom Wissenschaftlichen Rat des Staatlichen Pädagogischen Instituts in Tambow
(Die deutsche Ausgabe wurde um einige Aufgaben gekürzt.)
Übersetzt von Doris-Ursula Pirl

Redaktion: Siegmar Kubicek, Karlheinz Martin
Redaktionsschluß: 15. November 1964
ES 10 C · Bestell-Nr. 002103—1 · Lizenz Nr. 203 · 1000/64 (E)
Gesamtherstellung:
VEB Druckerei „Thomas Müntzer" Bad Langensalza (V/12/6)

## INHALTSVERZEICHNIS

# VORWORT

Dieses Buch stellt eine Sammlung von sogenannten logischen Aufgaben dar. Die Logik wird in besonderem Maße in der Mathematik verwendet und sie lehrt uns, wie wir zu überlegen haben, damit wir folgerichtig, beweiskräftig und widerspruchsfrei denken.

Die logischen Aufgaben sind sowohl für Schüler als auch für Erwachsene von großem Reiz. Sie aktivieren die Eigentätigkeit der Schüler und fördern die Entwicklung des logischen (und folglich auch des mathematischen) Denkens. Im Familienkreis kann man sich in einer „mathematischen Mußestunde" mit ihnen beschäftigen, und in der Schule können sie in mathematischen Zirkeln benutzt werden.

Die Aufgaben dieser Sammlung erfordern für ihre Lösung vom Leser keinerlei Spezialkenntnisse auf dem Gebiet der Mathematik.

Ein Teil der Aufgaben stammt vom Autor. Andere Aufgaben (mit ihren Lösungen) sind verschiedenen Quellen (darunter auch ausländischen) entnommen. Von vielen der hier angeführten Aufgaben weiß man heute schon nicht mehr, von wem und wann sie das erste Mal gestellt worden sind.

Mit diesem Büchlein wird erstmalig ein Versuch unternommen, eine Sammlung von logischen Aufgaben herauszugeben. Der Autor ist deshalb allen Lesern dankbar, die zur Verbesserung des Inhalts beitragen und neue, dem Inhalt nach ähnliche Aufgaben einsenden.

Der Autor

1. Die Dampfer
   Die drei Dampfer „Ob“, „Petropawlowsk“ und „Wodopjanow“ durchqueren hintereinander einen Kanal. Ihnen entgegen kommen hintereinander die drei Dampfer „Mir“, „Jenissei“ und „Rossija“. Der Kanal ist so schmal, daß zwei Dampfer nicht aneinander vorbeifahren können. Im Kanal befindet sich auf einer Seite eine Ausweichstelle, in der jedoch nur ein Dampfer Platz hat. Können die Dampfer so manövriert werden, daß sie ihren Weg fortsetzen können?

2. Was sagte der Greis?
   Zwei junge Kosaken, Grizko und Opanas, beide kühne Reiter, stritten sich häufig darüber, wer wen überholt. Manchmal war der eine und manchmal der andere Sieger. Schließlich wurden sie des Streitens überdrüssig.
   „Ach was“, sagte Grizko, „laß uns vielmehr darüber streiten, wessen Pferd als zweites und nicht als erstes am Ziel ankommt“. „Das ist gut“, antwortete Opanas.

   Die Kosaken ritten auf ihren Pferden in die Steppe. Es versammelten sich eine Menge Zuschauer, die das merkwürdige Rennen sehen wollten. Ein alter Kosake begann zu zählen, und klatschte dabei in die Hände: „Eins, zwei, drei . . .!“
   Die Streitlustigen bewegten sich natürlich nicht von der Stelle. Die Zuschauer begannen zu lachen und Glossen zu machen. Sie meinten, daß solch ein Streit nicht möglich sei und daß die Streitlustigen, wie man so sagt, bis in alle Ewigkeit auf der Stelle stehen würden. Da kam ein weißhaariger Greis auf die Menge zu. „Worum geht es?“ fragte er.
   Man erzählte es ihm.
   „Sieh mal an“, sprach der Greis, „ich werde ihnen etwas zuflüstern, daß sie davonjagen, als ob sie sich verbrüht hätten.“
   Und tatsächlich, der Greis ging zu den Kosaken, sagte etwas und schon nach einer halben Minute jagten die Kosaken im Galopp durch die Steppe und bemühten sich, einander zu überholen. Aber die Wette endete doch so, daß ein Pferd das zweite wurde.
   Was sagte der Greis?

3. Ein „Gentleman" kauft einen Hut
Ein „Gentleman" ging in ein New Yorker Geschäft, um sich einen Hut zu kaufen. Der von ihm ausgesuchte Hut kostete 10 Dollar. Er gab dem Inhaber des Geschäftes einen 25-Dollarschein und bat, ihm den Rest herauszugeben. Da der Besitzer kein Kleingeld hatte, brachte er den Schein in ein benachbartes Kaufhaus zum Wechseln. Nachdem er das Wechselgeld erhalten hatte, gab er dem Käufer den restlichen Betrag heraus und dieser ging fort. Kurz danach kam jemand aus dem benachbarten Kaufhaus gelaufen und erklärte, daß der von ihnen gewechselte 25-Dollarschein falsch sei. Da nahm ihn der Inhaber des Hutgeschäftes schnell zurück, vernichtete ihn und gab dem Inhaber des benachbarten Kaufhauses einen echten 25-Dollarschein, um sich nicht einer strafrechtlichen Verfolgung auszusetzen. Wer hat hierbei Geld eingebüßt und wieviel?

4. Wen stellt das Porträt dar?
Iwanow wurde gefragt, wen denn das Gemälde, das an der Wand hängt, darstelle. Da antwortete er: „Der Vater des auf dem Bilde Dargestellten ist der einzige Sohn des Vaters des Antwortenden."
Wer ist hier porträtiert worden?

5. Wie können die Kugeln verteilt werden?
Man denke sich sieben Kugeln, vier rote, eine schwarze und zwei weiße, die sich voneinander nur in der Farbe unterscheiden, im übrigen aber völlig gleich sind. Außerdem denke man sich zwei Kästen A und B, von denen A nicht mehr als drei Kugeln fassen kann und B nicht mehr als vier. Wieviel Möglichkeiten gibt es, die sieben farbigen Kugeln in den Kästen A und B unterzubringen?

6. Die Umsetzung der Damesteine
In einer Reihe befinden sich vier schwarze und vier weiße Damesteine, und zwar abwechselnd ein schwarzer und ein weißer. Wir wollen jetzt zwei beliebige Steine der Reihe auf eine andere Stelle setzen (ohne ihre gegenseitige Lage zu verändern und so, daß keine Lücken entstehen). Gibt es eine Möglichkeit, die Steine so umzusetzen, daß links vier schwarze und rechts vier weiße Steine nebeneinander liegen?

7. Die Äpfel
In einer Kiste liegen vier Sorten Äpfel, von jeder Sorte gleich viel und zusammen 100. Wieviel Äpfel muß man ohne Hinzusehen mindestens herausnehmen, damit man sicher ist, daß von einer Sorte mindestens zehn Äpfel dabei sind?

8. Die Kugeln in der Dose
In einer Dose befinden sich Kugeln in drei verschiedenen Farben. Wieviel

Kugeln muß man mindestens ohne Hinzusehen aus der Dose herausnehmen, daß sich unter den entnommenen Kugeln

a) zwei Kugeln von ein und derselben Farbe und

b) drei Kugeln von ein und derselben Farbe befinden?

9. Die Handschuhe und die Socken

Meine Handschuhe und Socken lagen in einem dunklen Zimmer durcheinander, und zwar lagen drei Paar Handschuhe von verschiedener Machart und zehn Paar helle und dunkle Socken zusammen. Wieviel Handschuhe und wieviel Socken mußte ich (mindestens) herausgreifen, damit ich ein Paar Handschuhe von gleicher Machart und ein Paar Socken von gleicher Farbe erhielt?

10. Die bunten Kugeln

In einer Kiste befinden sich 70 gleichfarbige und gleichschwere Kugeln, 20 rote, 20 grüne und 20 gelbe. Die übrigen sind schwarze und weiße Kugeln. Wieviel Kugeln müssen mindestens ohne Hinzusehen aus der Kiste genommen werden, damit sich unter ihnen nicht weniger als 10 Kugeln von einer Farbe befinden?

11. Die Schilder „lügen"

In drei verschlossenen Kästen befinden sich je zwei Kugeln, in dem einen zwei weiße, in dem anderen zwei schwarze und im dritten eine weiße und eine schwarze. Die Kästen sind mit Schildern versehen, auf denen WW (weiß, weiß), SS (schwarz, schwarz) und WS (weiß, schwarz) steht. Aber alle Schilder „lügen". Wie können wir durch Herausnehmen einer einzigen Kugel aus einem der Kästen, den wir uns aussuchen dürfen, entscheiden, wie die Kugeln in den Kästen verteilt sind?

12. Die drei Weisen

Drei Philosophen aus dem alten Griechenland, die vom Streiten und der sommerlichen Hitze müde geworden waren, legten sich unter einen Baum im Garten der Akademie, um ein wenig auszuruhen. Sie schliefen ein. Währenddessen beschmutzten ein paar Spaßvögel ihre Stirnen mit Kohle. Als sie erwachten und einander ansahen, gerieten sie in eine heitere Stimmung und begannen zu lachen. Keiner war beunruhigt, da er selbstverständlich annahm, daß die beiden anderen sich gegenseitig auslachten. Plötzlich hörte einer der Weisen auf zu lachen, weil er begriffen hatte, daß seine eigene Stirn ebenfalls schwarz war. Wie kam er darauf?

13. Die Ergebnisse eines mathematischen Wettstreites

Man wollte den klügsten von drei Siegern eines mathematischen Wettstreites, die alle die gleiche Punktzahl hatten, auswählen. Dies geschah folgendermaßen: Man zeigte ihnen fünf Mützen, drei weiße und zwei graue.

Dann verband man ihnen die Augen und setzte jedem eine Mütze auf. Die übriggebliebenen zwei wurden beiseitegelegt. Danach nahm man ihnen die Binden von den Augen und erklärte, daß derjenige der Sieger des Wettstreites sei, der als erster herausfindet, welche Farbe die Mütze habe, die er trägt. Die Teilnehmer des Wettstreites betrachteten sich eine Zeitlang schweigend. Schließlich war einer von ihnen davon überzeugt, daß er eine weiße Mütze trägt. Wie kam er zu dieser Überlegung?

14. Die drei Freunde
Drei Freunde, Andreas, Boris und Wadim, saßen ohne Kopfbedeckung hintereinander. Boris und Wadim durften sich nicht umsehen. Boris sah den Kopf des vor ihm sitzenden Wadim und Andreas die Köpfe seiner beiden Freunde. Aus einem Beutel wurden zwei weiße und drei schwarze Kappen hervorgeholt (die drei Freunde wurden davon in Kenntnis gesetzt) und jedem von ihnen wurde eine Kappe aufgesetzt, deren Farbe er nicht kannte. Zwei Kappen, deren Farbe ihnen ebenfalls nicht bekannt war, blieben im Beutel. Andreas meinte, daß er die Farbe seiner Kappe nicht bestimmen könne. Dies hörte Boris und sagte, daß er auch nicht die Farbe der auf seinem Kopf befindlichen Kappe angeben kann. Konnte Wadim auf Grund der Angaben seiner Freunde die Farbe seiner Kappe bestimmen?

15. Das Abenteuer in der Eisenbahn
Als ein Eisenbahnzug einen Tunnel durchfuhr, drang Kohlenstaub in einen Wagen ein, und auf den Gesichtern von einigen Reisenden zeigten sich Spuren von Ruß. Da sich die Reisenden nicht unterhielten und sich auch keine Zeichen gaben und da im Abteil kein Spiegel war, wurde sich keiner der betroffenen Fahrgäste bewußt, daß er Rußflecke im Gesicht hatte. Der durch den Wagen kommende Schaffner sagte: „Meine Herrschaften, es tut mit leid, daß sich einige von Ihnen eben beschmutzt haben. Sie haben Gelegenheit, sich zu waschen, jedoch immer nur dann, wenn der Zug hält.“ Als der Zug das vierte Mal hielt, standen plötzlich vier Reisende auf, um sich zu waschen. Sie waren die einzigen im Abteil, die Rußflecken hatten. In der ganzen Zeit war auch nicht ein einziges Wort gefallen. Die Reisenden hatten sich nur schweigend angesehen. Wie hatten sie überlegt?

16. Wo befindet sich der Reisende?
Ein Reisender gelangte in eine von den Städten $A$ und $B$ eines wunderlichen Landes. Die Bewohner der Stadt $A$ sagten immer die Wahrheit, während die Bewohner der Stadt $B$ immer logen. Einige Bewohner der Stadt $A$ befanden sich gerade in der Stadt $B$, und auch in der Stadt $A$ waren einige Besucher aus $B$ zu Gast. Welche Frage mußte der Reisende dem ersten, der ihm begegnete, stellen, um aus der Antwort zu erkennen, in welcher der beiden Städte er sich befand?

17. Die Eingeborenen und die Rokomanen

Vor vielen Jahren soll ein Volk mit dem Namen „Rokomanen“ gelebt haben. Eines Tages zerschellte ein Schiff der Rokomanen in der Nähe einer Insel im Stillen Ozean und versank. Ein Teil der Besatzung konnte sich retten und siedelte sich auf der Insel an. Bald hatten sie die Sitten der dort lebenden Menschen übernommen und glichen sich ihnen an. Sie vergaßen sogar ihre eigene Sprache. Nur eine Sitte unterschied sie nach wie vor von den Eingeborenen: Während alle Rokomanen stets logen, sprachen die Eingeborenen der Insel stets die Wahrheit. Nach einem Jahrzehnt entdeckte eine französische Expedition zufällig in der Nähe der Insel Überreste des rokomanischen Schiffes. Der Kapitän des französischen Schiffes ließ Kurs auf die Insel nehmen und dort anlegen. Er begegnete drei alten Leuten. „Wer bist du“, fragte er den ersten Bewohner, „ein Einheimischer oder ein Rokomane?“ Der Alte antwortete auf die Frage des Kapitäns, aber dieser hatte die Antwort nicht deutlich verstanden. „Dieser Mann sagte doch wohl, daß er ein Rokomane sei“, meinte der Kapitän, indem er sich dem zweiten Greis zuwendete. „Ja“, sagte der zweite, „er hat gesagt, daß er ein Rokomane sei.“ „Nein“, sagte der dritte, „er hat gesagt, daß er kein Rokomane sei, sondern ein Einheimischer.“

Waren der zweite und der dritte Greis Einheimische oder Rokomanen?

18. Welche Zensuren hatten die Schüler?

Ein Lehrer hat die Arbeiten von drei Schülern, Alexejew, Wassiljew und Sergejew, durchgesehen, aber nicht mitgebracht. Er sagte zu den Schülern: „Ihr habt in euren Arbeiten unterschiedliche Leistungen gezeigt („3“, „4“, „5“). Sergejew hat keine „5“ und Wassiljew hat keine „4“. Aber ich glaube, Alexejew hat eine „4“. Später stellte sich heraus, daß der Lehrer dem einen Schüler die richtige Zensur gesagt, sich aber bei den beiden anderen geirrt hatte.

Welche Zensuren hatten die Schüler?

19. Im Eisenbahnabteil

In einem Eisenbahnabteil sitzen sechs Reisende, die aus verschiedenen Städten sind: Aus Moskau, Leningrad, Tula, Kiew, Charkow und Odessa. Sie heißen: Andrejew, Borissow, Wassiljew, Grigorjew, Dmitrijew und Jelissejew.

Während der Fahrt stellt sich heraus, daß

1. Andrejew und der Moskauer Ärzte sind,
2. Dmitrijew und der Leningrader Lehrer sind,
3. Wassiljew und der Tulaer Ingenieure sind.
4. Borissow und Jelissejew haben am Vaterländischen Krieg teilgenommen und der Tulaer hat nicht in der Armee gedient.
5. Der Reisende aus Charkow ist älter als Andrejew.

6. Der Reisende aus Odessa ist älter als Wassiljew.
7. Borissow und der Reisende aus Moskau sind in Charkow zugestiegen.
8. Wassiljew und der Reisende aus Charkow sind in Winniza zugestiegen.

Es sind der Beruf und der Wohnort der Reisenden zu ermitteln.

**20.** Welche Namen hatten die Studenten?

In einem Leningrader Institut studierten vier Kommilitonen in verschiedenen Studienjahren. Der jüngste gehörte zum I. Studienjahr und der älteste zum IV. Ermitteln Sie den Familiennamen eines jeden Studenten und das Studienjahr, zu dem er gehörte, wenn folgendes bekannt ist:

1. Boris erhielt ein persönliches Stipendium. Im ersten Studienjahr wurde aber kein persönliches Stipendium vergeben.
2. Wassili hatte im Sommer ein Praktikum in Omsk zu absolvieren, und Iwanow hatte vor, nach Hause ins Donezbecken zu fahren.
3. Nikolai gehörte zu einem höheren Studienjahr als Peter.
4. Boris und Orlow stammten aus Leningrad.
5. Krylow ging im vergangenen Jahr von der Schule ab und wurde an derselben Fakultät immatrikuliert wie Karpow.
6. Boris benutzte manchmal Wassilis Konzept vom vergangenen Jahr.

**21.** Die Sportler

Bei einem sportlichen Wettkampf wurden die ersten vier Plätze von den Teilnehmern belegt, die die Nummern 1 bis 4 trugen. Jedoch stimmten ihre Nummern nicht mit den von ihnen belegten Plätzen überein, sondern sie waren so verteilt, daß die Nummer des Sportlers, der den vierten Platz belegte, mit der Nummer des Platzes des Sportlers zusammenfiel, dessen Nummer die Nummer des Platzes desjenigen Sportlers war, der die Nummer 2 hatte. Der Sportler mit der Nummer 3 belegte nicht den ersten Platz. Welche Plätze belegten die einzelnen Sportler?

**22.** Wie heißt der Lokomotivführer?

In einem Zug, der von Moskau nach Leningrad fährt, treffen sich die Reisenden Iwanow Petrow, und Sidorow. Diese Familiennamen haben auch der Lokomotivführer, der Heizer und der Schaffner des Zuges. Es ist folgendes bekannt:

1. der Reisende Iwanow wohnt in Moskau.
2. Der Schaffner wohnt genau in der Mitte zwischen Moskau und Leningrad.
3. Der Reisende, der Namensvetter des Schaffners ist, wohnt in Leningrad.
4. Der Reisende, der näher als die anderen Reisenden am Wohnort des Schaffners beheimatet ist, verdient im Monat genau dreimal soviel wie der Schaffner.
5. Der Reisende Petrow verdient im Monat 200 Rubel.

6. Der zum Personal gehörende Sidorow gewann kürzlich beim Billardspiel eine Partie gegen den Heizer.

Wie heißt der Lokomotivführer ?

23. Die Studenten

Sechzehn Studenten kehrten nach den Winterferien nach Leningrad zurück. Es stellte sich heraus, daß von ihnen vier aus Kiew waren, und zwar: A, B, C und D, vier aus Moskau: E, F, G und H, vier aus Saratow: I, J, K und L, und vier aus Fergana: M, N, O und P.

Ferner ergab sich, daß A, E, I und M in Kürze 20 Jahre, B, F, J und N 21 Jahre, C, G, K und O 22 Jahre und D, H, L und P 23 Jahre alt werden. Unter ihnen befanden sich vier Mathematiker, vier Chemiker, vier Geologen und vier Biologen. Alle vier Studenten ein und derselben Fachrichtung kamen jeweils aus verschiedenen Städten und waren verschieden alt.

Vier Studenten waren aus dem ersten, vier aus dem zweiten, vier aus dem dritten und vier aus dem vierten Studienjahr, wobei alle Kommilitonen ein und desselben Studienjahres jeweils aus verschiedenen Städten kamen, verschiedene Fächer studierten und verschieden alt waren.

Schließlich ergab sich noch, daß vier Studenten leidenschaftlich gern Fußball spielten, vier von ihnen Boxer, vier Volleyballspieler und vier Schachspieler waren. Alle vier Liebhaber ein und derselben Sportart kamen jeweils aus verschiedenen Städten, waren verschieden alt, belegten verschiedene Fächer und waren aus verschiedenen Studienjahren.

Es sind die Fachrichtung, das Studienjahr und der Lieblingssport jedes Studenten zu ermitteln, wenn bekannt ist, daß I Volleyballspieler, F Fußballspieler, C Biologe, D Mathematikstudent des 1. Studienjahres und Schachspieler war, G Chemiestudent des 2. Studienjahres und Schachspieler war, und J Geologiestudent des 3. Studienjahres und Schachspieler war.

24. Eine Aufgabe, die um die ganze Welt ging

Es waren einmal zehn völlig gleiche Geldbeutel, und in jedem Beutel waren zehn Münzen von gleichem Wert. Von außen waren die Münzen nicht voneinander zu unterscheiden. Einer der Beutel enthielt aber lauter falsche Münzen. Es ist bekannt, daß jede Münze eine ganze Anzahl Gramm wiegt und jede falsche noch 0,1 g schwerer ist.

Wie kann man mit einer einzigen Wägung den Beutel mit den falschen Münzen herausfinden ?

25. Beim Juwelier

Ein Juwelier hat in zehn Kästchen je zehn gleichartig aussehende Ringe untergebracht. In neun von ihnen wiegt jeder Ring 10 g und in einem jeder Ring nur 9 g. Es ist mit Hilfe einer einzigen Wägung das Kästchen zu finden, in dem jeder Ring nur 9 g wiegt.

26. Die falsche Münze

Von neun Münzen, die auf den ersten Blick nicht zu unterscheiden sind, weiß man, daß sich unter ihnen eine falsche befindet, die leichter als die anderen ist.

Wie kann man mit Hilfe von nicht mehr als zwei Wägungen auf einer Tafelwaage ohne Wägestücke die falsche Münze herausfinden?

27. Noch etwas über falsche Münzen

Acht Münzen sind äußerlich nicht voneinander zu unterscheiden. Eine der Münzen ist jedoch falsch und wiegt weniger.

Wie kann man mit nicht mehr als zwei Wägungen auf einer Tafelwaage ohne Wägestücke die falsche Münze herausfinden?

Wieviel Wägungen braucht man mindestens, wenn man

a) 10 Münzen,
b) 26 Münzen,
c) 80 Münzen,
d) 77 Münzen hat?

28. Abermals etwas über falsche Münzen

Wie muß man vorgehen, wenn man von einer falschen Münze nicht weiß, ob sie leichter oder schwerer als die übrigen Münzen ist?

a) Von acht gleichaussehenden Münzen ist eine falsch. Sie unterscheidet sich in der Masse von den übrigen, wobei nicht bekannt ist, ob sie mehr oder weniger als die übrigen wiegt.
b) Unter zwölf gleichartig aussehenden Münzen befindet sich eine falsche. Man weiß, daß sich die falsche Münze in der Masse von den anderen unterscheidet. Es ist jedoch nicht bekannt, ob sie leichter oder schwerer als die anderen Münzen ist.

Mit Hilfe von drei Wägungen auf einer Tafelwaage ohne Wägestücke soll die falsche Münze gefunden und gleichzeitig festgestellt werden, ob sie leichter oder schwerer als die anderen ist.

29. Ausschuß

Von fünf äußerlich gleichen Werkstücken weiß man, daß vier jeweils die gleiche Masse haben (standardisiert), während sich das fünfte von diesen in der Masse unterscheidet (Ausschußware). Es ist aber nicht bekannt, um wieviel und ob es leichter oder schwerer als die übrigen ist. Außer diesen fünf Werkstücken steht noch ein Musterstück zur Verfügung. Wie kann man mit zwei Wägungen auf einer Tafelwaage ohne Wägestücke die Ausschußware finden?

30. Die Würfel aus Duraluminium und aus Aluminium

Von 20 Würfeln, welche die gleichen Maße haben und sich äußerlich nicht

voneinander unterscheiden, sind einige aus Aluminium und einige aus Duraluminium (schwerer).
Wie kann man mit nicht mehr als 11 Wägungen auf einer Tafelwaage ohne Wägestücke die Anzahl der aus Duraluminium gefertigten Würfel feststellen ?

**31.** Der Traum des Verkäufers
Ein junger Verkäufer, der gerade im Theater Goethes „Faust“ gesehen hatte, speiste reichlich zu Abend und ging schlafen. Durch die Anregung und den überfüllten Magen hatte er in der Nacht folgenden merkwürdigen Traum: Er stand hinter dem Ladentisch, auf dem sich eine Teedose, eine Waage und einige Bogen Einschlagpapier befanden. Wägestücke waren nicht vorhanden.
„Wie soll ich jetzt etwas wägen ?“ dachte der Verkäufer. „Wenn ein Kunde kommt, muß ich ihn irgendwie loswerden.“
In diesem Moment erschien Mephistopheles, dessen rotes Gewand mit einer Riesenschnalle zusammengehalten war.
„Wäge mir ein Kilogramm Tee ab!“ sprach er drohend.
„Gut, wir werden Ihnen den Tee ins Haus schicken . . . Heute ist herrliches Wetter, und es ist auch nicht so heiß.“
„Mach mir keinen blauen Dunst vor!“ herrschte ihn Mephisto an. „Wäge lieber ab!“
„Verzeihen Sie großmütig . . . so etwas Erstaunliches . . . ist bis jetzt noch nicht vorgekommen . . . Unsere sämtlichen Wägestücke sind gerade zu einer Überprüfung.“
„Nicht möglich“, sagte Mephisto, „und was für Schalen hat denn eure Waage, sind sie beide wasserdurchlässig oder kann man in einer von ihnen Wasser aufbewahren ?“
„Die rechte hat die Form einer Schöpfkelle und kann 300 g Wasser oder sogar etwas mehr fassen. Die linke ist ganz und gar flach.“ „Das ist ja ausgezeichnet“, entgegnete Mephisto, indem er aus seinem Umhang ein Fläschchen mit Wasser hervorholte. „In diese Flasche (wieviel sie wiegt, weiß ich nicht) gehen genau 300 g Wasser, und die Schnalle meines Umhanges wiegt 650 g. Nimm die Schnalle und die Flasche, und wäge mir genau ein Kilogramm Tee ab, ein Kilogramm reinen Tees, das Papier nicht mitgewogen!“
„Das kann man nicht!“ meinte der Verkäufer.
„Man kann es wohl!“ schrie Mephisto so drohend, daß der Verkäufer davon erwachte.
Als er über seinen Traum nachdachte, wurde ihm klar, daß Mephisto recht hatte. Wenn man 300 g Wasser und eine Schnalle von 650 g hat, ist es gar nicht schwer, mit Genauigkeit ein Kilogramm Tee abzuwiegen. Wie macht man es ?

32. Die geheimnisvollen Telefonnummern

Ein Mathematiker bat ein ihm bekanntes junges Mädchen um ihre Telefonnummer. Das Mädchen wollte die Nummer nicht verraten und entgegnete scherzhaft:

„In dem Büro, in dem ich beschäftigt bin, befinden sich vier Telefone. In keiner der Telefonnummern kommt zweimal dieselbe Ziffer vor. Diese Nummern haben jedoch eine gemeinsame Eigenschaft, und zwar beträgt die Summe der Ziffern einer jeden Nummer genau 10. Wenn man zu jeder dieser Nummern die Nummer addiert, die aus den gleichen Ziffern in umgekehrter Reihenfolge gebildet wird, dann erhält man vier gleiche Zahlen, die aus gleichen Ziffern bestehen.

Dies mag für Sie genügen", sprach sie, lächelte ein wenig schadenfroh und ging.

Sie war davon überzeugt, daß man nach diesen Angaben die Telefonnummern nicht ermitteln könne.

Um so erstaunter aber war die Spötterin, als sie schon nach kurzer Zeit aus einem der Telefone die Stimme des beharrlichen jungen Mannes hörte.

Wie konnte er die geheimnisvollen Nummern herausfinden, wenn er wußte, daß die Telefone der Stadt die Nummern von 20000 bis 99999 hatten?

33. Womit sind die einzelnen Gefäße gefüllt?

Auf einem Tisch stehen in einer Reihe eine Flasche, ein zylinderförmiger Krug, eine Tasse, ein Glas und ein bauchiger Krug. Sie sind mit verschiedenen Getränken gefüllt, und zwar mit Tee, Kaffee, Milch, Kwaß[1] und Mineralwasser. Stellt man das Glas zwischen die Gefäße mit dem Tee und der Milch, so ist das Milchgefäß mit dem Kwaßgefäß benachbart und der Kaffee befindet sich in der Mitte. Ermitteln Sie, welche Getränke sich in den einzelnen Gefäßen befinden, und überzeugen Sie sich von der Richtigkeit Ihrer Schlußfolgerungen!

34. Die Kofferschlüssel

Einem Geschäft wurden zehn Koffer geliefert und dazu in einem gesonderten Kuvert zehn Schlüssel. Es wurde mitgeteilt, daß man mit jedem Schlüssel nur einen Koffer öffnen könne, und daß zu jedem Koffer der passende Schlüssel vorhanden sei. Ein Gehilfe des Geschäftes, der die Koffer in Empfang nahm, seufzte: „Was für eine mühselige Kleinarbeit macht doch die Auswahl der Schlüssel! Ich weiß, wie tückisch manchmal diese unbeseelten Gegenstände sein können! Beginne ich damit, die Schlüssel für den ersten Koffer zu finden! Es ist ja sicher, daß nur zehn Schlüssel durchzuprobieren sind. Ich probiere also zehnmal die Schlüssel an jedem Koffer durch, und da es zehn Koffer sind, muß ich im ganzen 100 Proben durchführen."

[1] Kwaß ist ein gegorenes, schwach alkoholisches Getränk

Eine Angestellte des Geschäftes meinte, daß nicht mehr als 55 Proben nötig seien, und eine andere erklärte, daß man mit höchstens 45 Proben auskomme.
Wie kamen die Angestellten des Geschäftes darauf ?

35. Wann hatte Sergejew Geburtstag ?
Sergejews Geburtstag wurde in großem Kreise gefeiert. Außer der Schwester des Gastgebers, Jekaterina, und seines Bruders Iwan waren noch ein Herr Moskwin, der ein bekannter Forschungsreisender war, und viele andere Freunde zu Gast. Jemand fragte Herrn Moskwin, was er heute vor einem Jahr gemacht habe. Dieser nahm einen Notizblock zur Hand und antwortete mit der ihm eigenen Pedanterie: „Heute vor einem Jahr trat ich bei Sonnenaufgang aus meiner Jagdhütte, wanderte eine Meile oder etwas mehr in südlicher Richtung, dann in Richtung Westen und nach einigen Stunden, ohne ein Tier erlegt zu haben, nach Norden. Meine eigenen Fußspuren durchkreuzte ich dabei nicht, und indem ich weiter in nördlicher Richtung ging, kam ich zu meiner Hütte zurück.
An welchem Tage hatte Sergejew Geburtstag ?

36. Kolja, Olja und Tante Polja
Als Kolja so alt wie Olja war, war Tante Polja so alt wie Kolja und Olja jetzt zusammen sind.
Wie alt war Kolja, als Tante Olja so alt war wie Kolja jetzt ist ?

37. Das Benzin und das Petroleum
In einem Kanister befindet sich Benzin und in einem anderen Petroleum. Aus dem Benzinkanister wird 1 kg Benzin herausgenommen und in den Petroleumkanister gefüllt. Dann wird 1 kg Gemisch in die Benzinflasche gefüllt. Dieses Verfahren zweier Umfüllungen wird dreimal hineinander ausgeführt. Wiegt danach der Inhalt des Petroleumkanisters oder der des Benzinkanisters mehr ?

38. „Guten Tag!“
Aus einer Gruppe von Leuten begrüßten sich einige durch Handschlag. Es ist zu beweisen, daß die Anzahl derjenigen, die einer ungeraden Anzahl von Leuten die Hand gaben, gerade ist.

39. Der Festtagsbraten
Drei Nachbarinnen legten je 15 Rubel in eine Kasse und kauften sich davon einen Festtagsbraten. Eine von ihnen teilte ihn in drei Teile und beteuerte darauf, daß alle Teile die gleiche Masse hätten. Eine andere von ihnen aber meinte, man könne nur der Waage des Kaufmanns an der Ecke trauen. Dort ergab die Nachprüfung, daß die angeblich gleichen Teile 14, 15 und

16 Rubel wert waren. Die dritte Teilnehmerin am Einkauf überprüfte die Masse auf ihrer eigenen Waage zu Hause, die wiederum ein anderes Resultat ergab.
Die erste bestand darauf, daß sie den Braten in gleiche Teile geteilt hätte, die zweite erkannte nur die Waage des Kaufmanns an und die dritte nur ihre eigene. Wie sind die Stücke, wenn man sie nicht weiter zerschneidet, zu verteilen, damit jede Frau ein Stück erhält, das bei der Überprüfung der Masse auf einer Waage, die sie anerkennt, mindestens 15 Rubel wert ist?

40. Die Schulden der Studenten
Sieben Studenten wohnten in einem Zimmer. Im Laufe des Jahres liehen sie sich untereinander kleinere Geldbeträge. Jeder schrieb sich auf, wieviel Geld er bekommen und wieviel er ausgeliehen hatte. Jedoch hatte sich keiner von ihnen aufgeschrieben, von wem er Geld bekommen und wem er Geld geliehen hatte. Vor Antritt der Ferien beschlossen sie, untereinander abzurechnen. Jeder Student bezahlte seine Schulden einem anderen Studenten, der entweder sein Gläubiger oder sein Schuldner sein konnte. Genügt diese Buchführung, damit die Studenten sich gerecht untereinander das Geld auszahlen können?
Wieviel Auszahlungen sind ungünstigsten Falles nötig? (Unter Auszahlung verstehen wir die Aushändigung eines Geldbetrages einer Person an eine andere.)

41. Der Rösselsprung
Kann man auf einem Schachbrett das Pferd von der linken unteren Ecke des Brettes in die rechte obere Ecke so ziehen, daß es dabei auf jedem Feld genau einmal abgesetzt wird?

42. Die Umsetzung der Damesteine
Auf einem Schachbrett (mit 64 Feldern) sind 50 Felder von 1 bis 50 durchnumeriert worden. 50 Steine, die auch die Nummern von 1 bis 50 tragen, sind willkürlich auf dem Brett verteilt. Man kann mit einem „Zuge" einen beliebigen Stein auf ein beliebiges freies Feld setzen. Es ist zu beweisen, daß man nach spätestens 75 Zügen erreichen kann, daß jeder Stein auf dem Feld liegt, dessen Nummer er selbst trägt.

43. Die Umsetzung der Spielmarken
Zwölf Felder sind auf einem Kreise angeordnet, und auf vier benachbarten Feldern liegen vier Spielmarken von verschiedener Farbe, und zwar eine rote, eine gelbe, eine weiße und eine blaue.
Man kann jede Spielmarke von dem Feld, auf dem sie liegt, in einer beliebigen der beiden Richtungen um vier Felder auf das fünfte Feld weiterziehen, wenn es frei ist.

Wie muß man ziehen, damit nach einigen Zügen die Marken wieder auf ihren alten Feldern liegen?

**44.** Das Dameturnier

Zwei Schüler, A und B, beschließen, unter folgenden Bedingungen einen Wettkampf im Damespiel auszutragen.

a) Es sollen zehn Partien gespielt werden (die unentschiedenen sollen nicht gezählt werden).

b) Nach jeder Partie soll dem Sieger ein Punkt zuerkannt werden, und wenn er dabei mehr als eine Dame „weggenommen hat", bekommt er nicht einen, sondern zwei Punkte.

c) Sieger ist derjenige, der die meisten Punkte hat.

Wann war das Turnier zu Ende, wenn man weiß, daß die Schüler zusammen 13 Punkte erworben haben? Der Sieger war B, obwohl er weniger Partien gewonnen hatte als A. Wieviel Partien gewann jeder Teilnehmer des Damespiels?

**45.** Die Schüler aus den beiden Klassen

In einer Schule mit den Klassen A und B prahlten die Schüler der Klasse A damit, daß sie größer seien als die Schüler der Klasse B. Aber die Schüler der Klasse B galten als die besseren Mathematiker. Als eines Tages ein Schüler der Klasse A geringschätzig auf einen Schüler der Klasse B herabsah, stellte dieser folgende Frage: „Was soll es eigentlich heißen, daß ihr größer seid als wir? Ist damit eine der folgenden Behauptungen gemeint?

1. Jeder von euch ist größer als der größte von uns.
2. Jeder große von euch ist größer als der größte von uns.
3. Zu jedem Schüler der Klasse A gibt es einen Schüler der Klasse B, der kleiner ist.
4. Jeder Schüler der Klasse B ist kleiner als einer der Schüler aus Klasse A.
5. Zu jedem Schüler der Klasse A gibt es einen Schüler der Klasse B, der kleiner ist, wobei verschiedenen Schülern der Klasse A verschiedene Schüler der Klasse B entsprechen.
6. Zu jedem Schüler der Klasse B gibt es einen Schüler der Klasse A, der größer ist, wobei verschiedenen Schülern der Klasse B verschiedene Schüler der Klasse A entsprechen.
7. Der kleinste Schüler der Klasse B ist kleiner als der kleinste von Klasse A.
8. Die Anzahl der Schüler der Klasse B, die kleiner sind als der kleinste Schüler der Klasse A, ist größer als die Anzahl der Schüler der Klasse A, die kleiner sind als der größte Schüler der Klasse B.
9. Die Summe der Größen der Schüler aus Klasse A ist größer als die Summe der Größen der Schüler aus Klasse B.

10. Die Durchschnittsgröße der Schüler aus Klasse A ist größer als die Durchschnittsgröße der Schüler aus der Klasse B.
11. Es befinden sich unter euch mehr Schüler, die größer sind als einer von uns, der größer ist als einer von euch.
12. Unter euch befinden sich mehr Schüler, die größer sind als unsere Durchschnittsgröße, als sich unter uns Schüler befinden, die größer sind als eure Durchschnittsgröße.
13. Der „Mittelste" (der Größe nach) von euch (falls sich in der Klasse eine gerade Anzahl von Schülern befindet, nehmen wir für den „mittelsten" Schüler das arithmetische Mittel der Größen der beiden „mittelsten" Schüler) ist größer als der „mittelste" von uns."

Es sah so aus, als ob der Schüler aus der Klasse A, der durch die vielen Fragen ganz verwirrt war, kleiner wurde.

Unsere Frage an den Leser:

Hängen diese Fragen voneinander ab, und wenn ja, welche?

Mit anderen Worten, es sind diejenigen Paare von Fragen zu finden, bei denen die positive Antwort auf die eine Frage die positive Antwort auf die andere nach sich zieht. Gibt es äquivalente Fragen, d. h., gibt es solche Paare, in denen die Antworten auf beide Fragen gleich sein müssen? Gibt es Paare, die abhängig, aber nicht äquivalent sind?

**46.** Eine Sport-Aufgabe

In einer Klasse mit 25 Schülern können 17 Schüler radfahren, 13 schwimmen und 8 Schi laufen. Keiner der Schüler beherrscht alle drei Sportarten. Aber alle, die Radfahrer, Schwimmer und Schiläufer, haben gute oder genügende Zensuren in Mathematik. Dies ist um so beachtlicher, da sechs Schüler ungenügende Zensuren in diesem Fach haben.

Wieviel Schüler haben eine sehr gute Zensur in Mathematik? Wieviel Schwimmer können Schi laufen?

**47.** Die Kollektivarbeit der Schüler

Sechs Schüler, die an einer Kollektivarbeit teilnahmen, wurden in drei Brigaden aufgeteilt. Brigadiere waren Wanja, Petja und Wasja. Wanja und Mischa übergab man zwei Meter lange, Petja und Kostja anderthalb Meter lange und Wasja und Aljoscha einen Meter lange Stämme gefällter Bäume. Diese sollten sie in einhalb Meter lange Stücke zersägen.

In der Wandzeitung stand später, daß der Brigadier Petrow zusammen mit Galkin 26, der Brigadier Sergejew mit Moskwin 27 und der Brigadier Iwanow mit Antonow 28 Stücke hergestellt hatten. Welchen Vornamen hatte Moskwin?

**48.** Die rätselhafte Addition

Es ist zu dechiffrieren:

$$\begin{array}{r} 4\,* \\ +\;*\,*\,2 \\ \hline *\,*\,0\,1 \end{array}$$

**49.** Die rätselhafte Multiplikation

$$\begin{array}{r} abc \cdot bac \\ \hline **** \\ **a \\ ***b \\ \hline ****** \end{array}$$

Das Schema ist zu dechiffrieren.

**50.** „Schlüssel“ gesucht

Wir denken uns ein Wort, das aus zehn verschiedenen Buchstaben besteht. Die Buchstaben des ausgedachten Wortes (des „Schlüssels“) werden als Ziffern eingeführt, wobei der letzte Buchstabe der Ziffer Null entspricht. Mit Hilfe dieser Buchstaben ist die folgende Division chiffriert:

$$\begin{array}{l} \text{i r g e a l : s d w = s l i} \\ \underline{\text{e s i r}} \\ \;\;\text{f w g a} \\ \;\;\underline{\text{f i s e}} \\ \;\;\;\;\text{r f f l} \\ \;\;\;\;\underline{\text{r i r a}} \\ \;\;\;\;\;\;\text{g e g} \end{array}$$

Der „Schlüssel“ ist zu finden.

**51.** Welchen Beruf haben die vier Mieter?

Iwanow, Wassiljew, Petrow und Sidorow wohnen in verschiedenen Etagen eines 18stöckigen Hauses. Der erste ist Buchhalter, der zweite Architekt, der dritte Zahnarzt und der vierte Jurist. Iwanow wohnt über Petrow, aber unter Sidorow, Wassiljew wohnt unter dem Zahnarzt. Zu Sidorow muß man fünfmal so hoch steigen wie zu dem Juristen. Zöge der Architekt zwei Etagen höher, so würde er in der Mitte zwischen dem Zahnarzt und dem Buchhalter wohnen. Wenn er jedoch zwei Etagen tiefer wohnen würde, würde er in der Mitte zwischen dem Zahnarzt und dem Juristen wohnen.

Es sind die Berufe eines jeden Mieters und die Etage, in der er wohnt, zu ermitteln.

**52.** Die fünf Freunde

In einer Stadt wohnen fünf Freunde, die Iwanow, Petrenko, Sidortschuk, Grischin und Altmann heißen. Sie haben verschiedene Berufe: Der erste ist Maler, der zweite Müller, der dritte Zimmermann, der vierte Briefträger und der fünfte Frisör. Petrenko und Grischin haben noch nie einen Pinsel

in der Hand gehabt. Iwanow und Grischin kommen immer zusammen in die Mühle, in der ihr Freund beschäftigt ist. Petrenko und Altmann wohnen zusammen mit dem Briefträger in einem Hause. Sidortschuk war unlängst auf dem Standesamt Zeuge, als Petrenko die Tochter des Frisörs heiratete. Iwanow und Petrenko kommen jeden Sonntag mit dem Zimmermann und dem Maler zu einem Spiel zusammen. Grischin und Altmann treffen sich regelmäßig sonnabends in dem Frisiersalon, in dem ihr Freund arbeitet. Der Briefträger zieht es vor, sich selbst zu rasieren.
Es sind die Berufe der einzelnen Freunde zu ermitteln.

**53.** Im Eisenbahnabteil
Das Schicksal führte in einem Eisenbahnabteil einen bekannten Historiker, einen Dichter, einen Schriftsteller und einen Dramatiker zusammen. Sie hießen Alexejew, Borissow, Konstantinow und Dmitrijew. Als sich der Zug in Bewegung setzte, vertieften sie sich in ihre Lektüre. Es ergab sich, daß sich jeder von ihnen ein Buch mitgenommen hatte, das einer der anwesenden Reisenden geschrieben hatte. Alexejew und Borissow, die ihre Bücher durchgelesen hatten, verabredeten, diese am nächsten Tage untereinander auszutauschen. Der Dichter las ein Bühnenwerk. Der Schriftsteller, ein sehr junger Mann, dessen erstes Buch gerade herausgekommen war, sagte, daß er in seinem Leben noch nie ein Geschichtswerk gelesen habe. Borissow kaufte sich auf der Reise eines von Dmitrijews Werken. Niemand der Reisenden las im Zug ein Buch, das von ihm selbst geschrieben war.
Was lasen die Reisenden und wer waren sie?

**54.** Die Zwillinge
In einer kleinen Stadt wohnten eigenartige Zwillinge, die wir den *Ersten* und den *Zweiten* nennen wollen. Das Merkwürdige an ihnen war folgendes: Der *Erste* war nicht imstande, montags, dienstags und mittwochs die Wahrheit zu sagen, obwohl er an den übrigen Tagen immer die Wahrheit sagte. Der *Zweite* log dienstags, donnerstags und sonnabends, während er an den anderen Tagen immer die Wahrheit sagte. Als ich einmal diese Zwillinge traf, fragte ich einen von den beiden: „Sage mir bitte, welcher von euch Zwillingen bist du eigentlich?“ Er antwortete ohne mit der Wimper zu zucken: „Ich bin der *Erste*.“ „Und nun sage mir bitte, welchen Wochentag wir heute haben“, fragte ich weiter. „Gestern war Sonntag“, antwortete mein Gesprächspartner. „Und morgen ist Freitag“, fügte sein Bruder hinzu.
„Wie ist denn das möglich?“ wunderte ich mich, indem ich mich nun dem anderen Zwilling zuwandte, der meinte, daß morgen Freitag sei.
„Bist du auch sicher, daß du die Wahrheit gesagt hast?“
„Ich sage mittwochs immer die Wahrheit“, bekam ich zur Antwort.

Die Zwillinge brachten mich völlig in Verlegenheit. Nachdem ich jedoch darüber nachgedacht hatte, kam ich darauf, wer von den beiden Brüdern der *Erste* und wer der *Zweite* war. Ich konnte sogar durch diese Unterhaltung den Wochentag ermitteln, an dem ich die beiden traf. Machen Sie dies nach!

**55.** Wer ist der Mörder?
Raymond Sherwood wurde ermordet aufgefunden. Die Polizei verhaftete drei unter Mordverdacht stehende Personen. Während des Prozesses sagten die Verhafteten folgendes aus:
Jim: „Ich bin nicht der Täter. Ich habe John noch nie zuvor gesehen. Raymond Sherwood ist mir selbstverständlich bekannt."
John: „Ich bin nicht der Täter. Jim und George sind meine Gefährten. Jim hat noch nie jemanden umgebracht."
George: „Ich bin nicht der Täter. Jim lügt, wenn er behauptet, daß er John vorher noch nicht kannte. Ich weiß nicht, wer der Mörder ist."
Wenn eine und nur eine der Behauptungen eines jeden Verhafteten unwahr und wenn einer von ihnen tatsächlich schuldig ist, wer war dann der Mörder?

**56.** Noch etwas über einen Reisenden
Die Einwohner der Stadt A sagen immer die Wahrheit, die Einwohner der Stadt B immer die Unwahrheit und die Einwohner der Stadt C beantworteten die Fragen abwechselnd wahr und unwahr. Der Reisende möchte herausfinden, in welcher Stadt er sich befindet und in welcher Stadt der erste Passant, der ihm begegnet, wohnt. Wieviel Fragen muß er diesem stellen, wenn der Gesprächspartner nur mit „ja" oder mit „nein" antwortet?

**57.** Wer zerschlug den Spiegel?
Eines Morgens entdeckte der Direktor einer Schule, daß ein großer Spiegel, der seinen Platz im Flur der Schule hatte, in 1000 Scherben zerschlagen war. Die Schüler der 6. Klasse waren am vorhergehenden Tag als letzte nach Hause gegangen. Der Direktor rief die 9 ungezogensten Kinder aus dieser Klasse zu sich und fragte sie, wer den Spiegel zerschlagen habe. Sie gaben folgende Antworten:
Roland: „Albert war's!"
Alex: „Nein, Albert war gar nicht mit dabei."
Ted: „Ich habe den Spiegel zerschlagen!"
Fred: „Weder Ted noch Walter waren es."
Albert: „Alex lügt!"
Tom: „Ted war's!"
John: „Ted war's nicht!"
Walter: „Weder ich noch Ted haben den Spiegel zerschlagen."

Charlie: „Walter lügt! Und Albert war gar nicht mit dabei."
Wer zerschlug den Spiegel, wenn von den neun Antworten nur drei wahr sind?

58. Die Angler

Als Petja, Wasja und Kolja vom Angeln nach Hause kamen, erzählten sie über ihre reiche Beute:
Petja: „Kolja fing nur zwei Fische, Wasja zog einen Fisch mehr aus dem Wasser als Kolja. Ich angelte mit Wasja acht Fischlein mehr als Kolja. Ich fischte mehr als Kolja und Wasja zusammen."
Wasja: „Kolja fing mehr Fische als die anderen. Ich holte drei Fische mehr aus dem Wasser als Petja. Kolja irrt sich, wenn er sagt, daß ich keinen einzigen Fisch mit nach Hause brachte. Petja und Kolja fingen gleich viel."
Kolja: „Bei Wasja biß nicht ein Fischlein an. Petja lügt, wenn er behauptet, daß ich nur zwei Fische aus dem Wasser zog. Ich angelte gar nicht genau soviel wie Petja. Wasjas und Petjas Beute bestand zusammen aus 13 Fischlein."
Man muß sich eben mit dem Anglerlatein abfinden. Jeder unserer Angler sagte bei zwei von vier Antworten die Wahrheit.
Wieviel Fische fing ein jeder von ihnen nun wirklich?

59. Die Wahl des Thronfolgers

Einst regierte in einem Lande ein betagter König, der keinen Thronfolger hatte. Und da er fühlte, daß er nicht mehr lange leben werde, sah er sich nach einem geeigneten Thronfolger um. Eines Tages erschienen die vier begabtesten Jünglinge seines Königreiches vor ihm.
Zur endgültigen Wahl wurden den vier Jünglingen die Augen verbunden, und man ließ sie an einem Tische Platz nehmen.
Der König sprach: „Ich setze jedem von euch entweder eine goldene oder eine silberne Krone auf's Haupt. Danach lasse ich die Tücher von euren Augen entfernen. Wer mehr goldene als silberne Kronen erblickt, möge sich erheben und solange stehen bleiben, bis er errät, ob er eine silberne oder eine goldene Krone auf dem Haupte trägt. Wer es errät, soll mein Thronerbe sein."
Als man den Jünglingen die Tücher von den Augen genommen hatte, sahen sie einander an, standen auf und dachten nach.
Endlich rief einer von ihnen aus: „Majestät, ich trage eine goldene Krone!" und er erzählte, wie er darauf kam.
Was für Kronen setzte der König den Thronanwärtern auf das Haupt? Wie begründete der Sieger des Wettstreites, daß er eine goldene Krone trug?

**60.** Die Enthüllung des Orakels

In alten Zeiten soll es in einem östlichen Lande ein berühmtes Orakel gegeben haben, das nicht wie die anderen von einer Gottheit, sondern von drei verkündet wurde, und zwar von dem Gott der Wahrheit, dem Gott der Lüge und dem Gott der List. Sie waren von völlig gleicher Gestalt und hinter dem Altar nebeneinander aufgestellt. Vor ihnen knieten die Leute, die einen Rat suchten, ehrfürchtig nieder. Die Götter antworteten jederzeit gern auf die Fragen. Da sie jedoch von gleichem Aussehen waren, konnte niemand wissen, ob ihm der Gott der Wahrheit, dem er Glauben schenken konnte, oder der Gott der Lüge, dem er nicht glauben konnte, oder aber der Gott der List, der manchmal log und manchmal die Wahrheit sagte, antwortete. Dieses Orakel war in den Händen heidnischer Opferpriester, die die Popularität des Orakels noch dadurch erhöhten, indem sie verkündeten: „Was Götter sagen, ist immer wahr.“

Eines Tages fand sich aber ein Mann, der das vollbringen wollte, was den hervorragendsten Weisen nicht gelungen war. Er wollte die einzelnen Götter identifizieren.

Er ging in den Tempel und fragte den Gott, der links stand: „Wer steht neben dir?“ „Der Gott der Wahrheit“, bekam er zur Antwort. Dann fragte er den in der Mitte stehenden Gott: „Wer bist du?“ „Ich bin der Gott der List“, entgegnete dieser. Die letzte Frage richtete er an den Gott, der rechts stand: „Wer steht neben dir?“ „Der Gott der Lüge“, war die Antwort.

„Nun ist alles klar“, sprach der Mann.

Welche Schlußfolgerung zog er aus den Antworten der Orakel?

**61.** Der unwahre Bericht

In einem Haus, das nur von Ehepaaren mit Kindern bewohnt wurde, fand eine Volkszählung statt. Der Mann, der die Zählung durchführte, war ein Spaßvogel und machte folgende Angaben:

In dem Haus befinden sich mehr Erwachsene als Kinder. Jeder Knabe hat eine Schwester. Es sind im Haus mehr Knaben als Mädchen vorhanden. Kinderlose Ehepaare sind nicht dabei.

Der Bericht wurde beanstandet, aber nicht, weil er nicht vorschriftsmäßig ausgefüllt war, sondern weil er nicht stimmte. Wieso?

**62.** Die verschiedenen Ringe

a) Von drei äußerlich gleichartig aussehenden Ringen war einer etwas leichter als die anderen. Dieser ist mit Hilfe einer Wägung auf einer Tafelwaage zu finden.

b) Von vier gleichaussehenden Ringen unterscheidet sich einer in der Masse von den anderen. Er ist mit nicht mehr als zwei Wägungen auf einer Tafelwaage zu finden.

c) Von 75 gleichaussehenden Ringen unterscheidet sich einer in der Masse von den anderen. Mit Hilfe von zwei Wägungen auf einer Tafelwaage ist festzustellen, ob dieser Ring leichter oder schwerer als die anderen Ringe ist.

**63.** Der Erfolg des Jungen
Ich fange erst an, Schach zu spielen und zwei meiner Freunde sind hervorragende Schachspieler. Mit jedem von ihnen habe ich eine Partie gespielt und verlor jedesmal. Mein Schulfreund, ein 10jähriger Junge, der sich erst vor kurzem mit den Spielregeln des Schachspiels vertraut gemacht hatte, meinte, daß er besser spiele als ich. Er stellte jedoch folgende Bedingung, mit meinen Freunden gleichzeitig auf zwei Brettern zu spielen, auf dem einen Brett mit weißen Figuren und auf dem andern mit schwarzen. Zum Schluß dieses eigenartigen Spiels ergab sich, daß mein Schulfreund tatsächlich ein besseres Resultat erzielte als ich.
Wie erklärt sich dieser Erfolg meines Schulfreundes?

**64.** Die drei Jungen
Serjoscha ist doppelt so alt wie Sascha sein wird, wenn Tolja so alt ist, wie Serjoscha jetzt ist. Wer von den Jungen ist der älteste, wer der jüngste und wer der mittlere?

**65.** Wieviel Familien wohnten in dem Haus?
In einem Hause wohnten einige Ehepaare mit Kindern, von denen man folgendes wußte:
Es befanden sich mehr Kinder als Erwachsene, mehr Erwachsene als Jungen, mehr Jungen als Mädchen, mehr Mädchen als Familien in dem Hause. Kinderlose Ehepaare wohnten nicht darin und keine zwei Familien hatten die gleiche Anzahl von Kindern. Jedes Mädchen hatte mindestens einen Bruder und höchstens eine Schwester. Eine der Familien besaß mehr Kinder als alle anderen zusammen. Wieviel Familien wohnten in dem Hause? Wieviel Jungen und wieviel Mädchen gehörten zu den einzelnen Familien?

**66.** Wie heißt das Wort?
Das unten angeführte Beispiel einer Multiplikation ist zu dechiffrieren. In dem Beispiel entspricht jeder Buchstabe einer Ziffer. Die gefundenen Ziffern sind der Größe nach anzuordnen, und zwar von 0 bis 9, damit man das Wort lesen kann, das einen arithmetischen Begriff darstellt.

$$\begin{array}{r} t\,d\,a \cdot u\,r\,e \\ \hline b\,e\,h\,a \\ u\,a\,n\,s\phantom{\,a} \\ t\,d\,a\phantom{\,a\,a} \\ \hline a\,n\,s\,h\,a \end{array}$$

67. Der Marsch durch die Wüste

Wieviel Gepäckträger muß ein Forscher, der einen sechstägigen Marsch durch eine Wüste antreten will, bei sich haben, wenn jeder von ihnen nur einen Nahrungsvorrat und Wasser für vier Tage für eine Person mitführen kann?

68. Eine Detektivgeschichte

Ein Passagierschiff fuhr den üblichen Kurs flußaufwärts. Die Sonne schien und nichts erinnerte an ein bald heraufziehendes Unwetter. Um 12.30 Uhr erschien die luxuriös gekleidete Mrs. Smith in der Kajüte des Kapitäns und erklärte, daß ihr ein Kästchen mit Juwelen abhanden gekommen sei. Sie gab an, daß entweder der Steward oder das Stubenmädchen, das ihre Kajüte gesäubert hatte, an dem Verlust schuld sei.

Aus ihren Angaben und dem Verhör der beiden Verdächtigen konnte der Kapitän folgendes feststellen:

Es war offensichtlich, daß die Juwelen einige Stunden, bevor der Verlust entdeckt wurde, gestohlen worden sein mußten. Mrs. Smith erinnerte sich daran, daß das Stubenmädchen ihr um 10.30 Uhr Kaffee in die Kajüte brachte. Dann ging es in einen benachbarten Raum der Kajüte, und man konnte hören, daß es die dort befindlichen Sachen ordnete. Als Mrs. Smith das Stubenmädchen rief, lief es schnell, ohne zu antworten aus der Kajüte und kam noch einmal vor Beendigung seiner Schicht zurück, um das Bett zu machen. Das war vor 12 Uhr mittags.

Von 12.10 Uhr bis 12.20 Uhr sortierte es die Wäsche in der Kajüte des Dienstpersonals. Dies sagte das Mädchen aus, das mit ihr zusammen wohnte. Wo es sich von 12.00 bis 12.10 Uhr und von 12.20 Uhr bis 12.30 Uhr aufhielt, war nicht bekannt. Für diese Zeit hatte das Stubenmädchen kein Alibi.

„Betrat außer dem Stubenmädchen und dem Steward noch eine Person Ihre Kajüte?“ fragte der Kapitän. „Es kam noch meine Freundin, Mrs. Brown“, erwiderte Mrs. Smith, „sie steht aber außerhalb jedes Verdachtes!“ „Und was machte sie in Ihrer Kabine?“ „Mrs. Brown spielte Klavier, wurde jedoch um 12.05 Uhr durch das Eintreten des Stewards unterbrochen. Er war die einzige Person, die außer dem Stubenmädchen, meiner Freundin und mir die Kajüte betrat. Er bat meine Freundin darum, ihr Spiel für kurze Zeit zu unterbrechen, bis er die Tischlampe repariert hätte. Um 12.10 Uhr kam ich plötzlich in meine Kajüte zurück und bemerkte, daß der Steward in meinen Sachen herumkramte, weswegen ich ihn ausschimpfte. Dies dauerte bis 12.25 Uhr. Dann ging ich zu meiner Freundin. Um 12.30 Uhr stellte ich den Verlust fest und kam zu Ihnen.“

Der Kapitän war davon überzeugt, daß einer der Verdächtigen (Mrs. Brown bezog er ebenfalls mit ein) den Diebstahl begangen haben mußte, und daß

der Dieb auf dem Schiff keinen Komplicen weiter hatte. Da er sich jedoch nicht sicher war, befahl er, zurückzukehren, um der Polizei den Fall zu übergeben. Um 13.30 Uhr trat das Schiff die Rückfahrt an. Um 14.45 Uhr befand es sich in gleicher Höhe mit einem im Wasser schwimmenden Kästchen, in dem Mrs. Smith ihr Juwelenkästchen wiedererkannte. Man holte es an Bord und gab es der Eigentümerin zurück. Der Fund änderte die ganze Situation, und als das Schiff im Hafen ankam, übergab der Kapitän den Fall, der so viel Kopfzerbrechen bereitet hatte, nicht der Polizei, sondern teilte die Lösung selbst mit.
Wer stahl die Juwelen? Welche Überlegungen stellte der Kapitän an?

69. Die launenhaften Kandidaten
Im Vorstand eines Sportvereins wurden die einzelnen Ämter verteilt.
Es sollten der Präsident, der Vizepräsident, der Sekretär und der Kassenverwalter gewählt werden. Sechs Kandidaten waren für diese Ämter vorgesehen, und zwar Arthur, Berton, Kongrew, Dawns, Ewald und Flynn.
Die Aufgabe erwies sich aus folgendem Grunde als außerordentlich schwierig:
Arthur wollte nicht ohne Berton arbeiten. In diesem Fall wollte er nicht Vizepräsident sein. Berton wollte nicht das Amt des Vizepräsidenten oder Sekretärs übernehmen. Kongrew wollte nicht mit Berton arbeiten, wenn Flynn nicht Mitglied des leitenden Vorstandes der 4 wird. Dawns lehnte es entschieden ab, mit Ewald und Flynn zusammen gewählt zu werden. Ewald wollte nicht zum Vorstand gehören, wenn Arthur und Berton gleichzeitig gewählt würden. Nur Flynn war damit einverstanden, Präsident zu werden, jedoch nur unter der Bedingung, wenn Kongrew nicht Vizepräsident wird.
Die Leitung wurde trotzdem gewählt.
Wie gelang es, die vier Ämter zu besetzen?

70. Ein sportlicher Wettkampf
Arkadi, Boris, Nikolai und Wladimir wetteiferten im Tauziehen. Boris konnte, wenn auch mit Mühe, Arkadi und Nikolai gleichzeitig zu sich herüberziehen. Hielten auf der einen Seite Boris und Arkadi das Tau und auf der anderen Wladimir und Nikolai, so konnte weder das eine noch das andere Paar das Tau zu sich herüberziehen. Wechselten aber Nikolai und Arkadi die Plätze, so konnten Wladimir und Arkadi leicht ihre Gegner besiegen.
Wer war der Stärkste unter ihnen, wer belegte den zweiten Platz, wer den dritten und wer war der Schwächste?

71. Die drei Hochzeiten
Dina, Hanna, Vera, Boris, Dima und Tolja[2] gingen zusammen in die Schule,

[2] Boris, Dima und Tolja sind Männernamen.

zusammen ins Institut, und sie wollten auch ihre Hochzeiten gemeinsam begehen.
Wer heiratet wen, wenn man weiß, daß Tolja der Bruder Dinas ist? Er ist älter als Dima. Vera ist die älteste der Freundinnen. Zählt man bei jedem Paar das Alter der beiden Partner zusammen, so kommt in allen drei Fällen dasselbe heraus, obwohl sich unter ihnen keine Altersgenossen befinden. Dima und Hanna sind zusammen so alt wie Boris und Dina.

72. Der Fischfang
Sergejew, Panin, Borissow, und Lednjow wetteiferten um den Ehrentitel des besten Anglers. Da jedoch ein Fisch dem anderen nicht gleicht, vereinbarten sie, jeden Fisch verschieden zu bewerten. Wer einen Zander fing, sollte 5 Punkte erhalten, für einen Blei gab es 4, für einen Barsch 2 und für einen Kaulbarsch 1 Punkt.
Den einzigen Zander angelte Sergejew. Es wurden ferner drei Barsche gefangen. Alle Fische ergaben zusammen 18 Punkte. Die wenigsten Punkte bekam Panin, obwohl er mehr Fische aus dem Wasser gezogen hatte als die andern. Panin und Borissow errangen zusammen genausoviel Punkte wie Sergejew und Lednjow.
Schließlich hatten alle eine verschiedene Anzahl von Punkten. Ermitteln Sie den Fangertrag eines jeden Fischers!

73. Die Zeitschriften-Abonnenten
Die Mitglieder eines Lesezirkels sprachen darüber, welche Zeitschriften sie lesen. Dabei stellte sich heraus, daß jeder zwei Zeitschriften abonniert hatte. Jede Zeitschrift wurde von drei Personen gelesen. Jede der möglichen Kombinationen von zwei Zeitschriften wurde von genau einem Leser abonniert. Wieviel Mitglieder gehörten zu dem Lesezirkel? Wieviel Zeitschriften bezogen sie?

74. Wieviel Jungen befinden sich in der Klasse?
Die Jungen einer Schulklasse sind Fotoamateure, Radiobastler und Musikfreunde. Sieben von ihnen sind Fotoamateure, sechs Radiobastler und fünf sind Musikfreunde. Vier sind sowohl Fotoamateuere als auch Radiobastler, drei sind gleichzeitig Fotoamateure und Musikfreunde. Einer von ihnen jedoch ist Foto-, Radio- und Musikfreund.
Wieviel Jungen befinden sich in der Klasse?

75. Wie heißt der Pilot?
1. Zur Besatzung eines Flugzeuges gehören die Flieger Smirnow, Moskwin und Mintschenko. Einer von ihnen ist der Pilot, ein anderer ist der Co-Pilot und ein dritter ist Bordmechaniker.

In demselben Flugzeug befinden sich noch drei Passagiere, die Namensvettern der Besatzung sind.
2. Der Passagier Mintschenko wohnt in Lwow.
3. Der Co-Pilot wohnt in Omsk.
4. Der Passagier Moskwin hat schon längst die gesamte Algebra, die er in der Mittelschule gehabt hat, vergessen.
5. Der Passagier, der denselben Familiennamen trägt wie der Co-Pilot, wohnt in Tschita.
6. Der Co-Pilot und einer der Passagiere, ein Mathematikprofessor, gehen häufig in ein und dasselbe Kino.
7. Der Flieger Smirnow besiegt den Bordmechaniker immer beim Billardspiel.

Wie heißt der Pilot?

76. Die drei Lehrer

In einer Schule wurden die Fächer Biologie, Geographie, Englisch, Französisch, Geschichte und Mathematik von den Lehrern Morosow, Wassiljew und Tokarew unterrichtet.
Jeder von ihnen unterrichtete zwei Fächer. Der Geographielehrer und der Französischlehrer waren Nachbarn. Morosow war der jüngste von den dreien. Tokarew, der Biologielehrer und der Französischlehrer hatten einen gemeinsamen Schulweg. Der Biologielehrer war älter als der Mathematiklehrer. In der Freizeit spielten der Englischlehrer, der Mathematiklehrer und Morosow häufig mit einem vierten Partner Domino.
Welche Fächer unterrichteten die Lehrer?

77. Wie verlief das Domino-Spiel?

Aljoscha, Borja, Kostja und Dima erhielten beim Domino-Spiel wie üblich jeweils 7 Steine. Aljoscha fing an. Die Summe der Punktezahlen der ersten beiden Steine, die den Spielern zugeteilt wurden, war folgende: Aljoscha: 23, Borja: 20, Kostja: 18, Dima: 16. Zu Beginn der dritten Lage setzte Aljoscha den Stein 6—2.
Wie verlief das Spiel vom ersten Zuge an bis zu diesem Punkt?

78. Die Reihenfolge der Angler

Petja, Wasja, Kolja und Tolja zählten nach einem Fischfang ihre Beute. Tolja fing mehr als Kolja. Petja und Wasja angelten zusammen so viele Fische wie Kolja und Tolja. Petja und Tolja fingen zusammen weniger Fische als Wasja und Kolja.
Auf Grund dieser Angaben ermittle man die Reihenfolge der Angler.

1. Die Dampfer „W“ und „P“ fahren zurück und „O“ fährt in die Ausweichstelle. „M“, „J“ und „R“ fahren an „O“ vorbei. Dann verläßt „O“ die Ausweichstelle und setzt seinen Weg fort. „R“, „J“ und „M“ nehmen ihre früheren Plätze ein. Danach wird „P“ in derselben Weise manövriert wie „O“. Auf diese Weise durchquert auch „P“ den Kanal, und die Dampfer können ihren Weg fortsetzen.


2. Der Greis sagte zu den Kosaken: „Wechselt eure Pferde!“ Sie befolgten es und ritten davon. Jeder jagte des anderen Pferd, damit sein eigenes das zweite wurde.

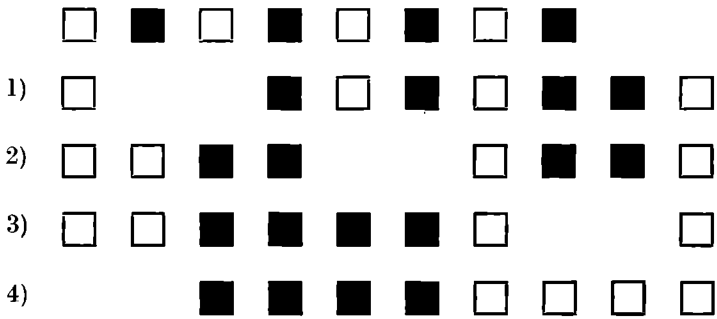
3. Verloren hat nur der Inhaber des Hutgeschäftes. Er büßte genau 25 Dollar ein.

4. An der Wand hing das Porträt von Iwanows Sohn. Iwanow hätte die spitzfindige Antwort auch so formulieren können: „Der Vater des auf dem Bilde Dargestellten bin ich.“

5. Man kann die Kugeln auf die folgenden sechs verschiedenen Arten verteilen.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | r r r | r s w w |
| 2 | r r s | r r w w |
| 3 | r r w | r r s w |
| 4 | r s w | r r r w |
| 5 | r w w | r r r s |
| 6 | s w w | r r r r |

6. Die Aufgabe wird nach der folgenden Zeichnung gelöst:



7. Es genügt nicht, 36 Äpfel aus der Kiste herauszunehmen, weil sie alle von verschiedenen Sorten sein können (je 9 Äpfel von jeder Sorte). Wenn man jedoch noch einen weiteren Apfel herausnimmt, dann sind sicher 10 Äpfel von ein und derselben Sorte unter ihnen. Daher befinden sich unter 37 Äpfeln sicher mindestens 10 Äpfel von ein und derselben Sorte.

8. 1. 4 Kugeln, 2. 7 Kugeln.

9. Vier Handschuhe und drei Socken. Unter den vier Handschuhen befinden sich mit Sicherheit zwei von ein und derselben Machart. Andererseits befinden sich unter den drei Socken zwei von gleicher Farbe.

10. 38.

11. Die Schilder auf den Kästen seien folgendermaßen angebracht: erster Kasten: WW, zweiter Kasten: SS, dritter Kasten: WS. Wir nehmen aus dem dritten Kasten eine Kugel heraus. Dabei sind zwei Fälle möglich:
   1. Die herausgenommene Kugel ist schwarz. Das Schild WS lügt jedoch, folglich können sich in dem dritten Kasten nur schwarze Kugeln befinden (SS). Das Schild des ersten Kastens „lügt“ ebenfalls, also können sich in ihm nicht zwei weiße Kugeln befinden. Da aber im dritten Kasten zwei schwarze Kugeln liegen, so liegen im ersten Kasten eine weiße und eine schwarze Kugel. Folglich liegen im zweiten Kasten zwei weiße Kugeln. Die Kugeln sind somit in den Kästen folgendermaßen verteilt:
      1. Kasten: WS
      2. Kasten: WW
      3. Kasten: SS
   2. Die herausgenommene Kugel ist weiß. Dann findet man mit Hilfe entsprechender Überlegungen die folgende Verteilung:
      1. Kasten: SS
      2. Kasten: WS
      3. Kasten: WW

12. Er überlegte folgendermaßen: „Da jeder lacht, wird er glauben, daß seine eigene Stirn nicht schwarz ist. Der zweite Weise nimmt also an, daß sein Gesicht sauber ist und lacht über die geschwärzte Stirn des dritten. Wenn aber der zweite Weise sehen würde, daß mein Gesicht sauber ist, dann würde er sich über das Lachen des dritten wundern, da es in diesem Falle keinen Anlaß zum Lachen gäbe. Der zweite Weise ist jedoch nicht erstaunt, das bedeutet, daß er sich denken kann, daß der dritte Weise über mich lacht. Folglich muß mein Gesicht auch schwarz sein."

13. Der Sieger des Wettstreites war derjenige, der schneller als die anderen überlegte.
Nehmen wir an, daß ich eine graue Mütze trage. Jeder von meinen Nachbarn sieht ihre Farbe und muß folgendermaßen denken: „Wenn ich eine graue Mütze auf dem Kopf hätte, dann müßte der dritte von uns, indem er sieht, daß beide grauen Mützen schon vergeben sind, sofort, nachdem man die Tücher von ihren Augen entfernt hatte, bemerken, daß er eine weiße Mütze trägt. Beide Nachbarn schweigen jedoch. Also trage ich eine weiße Mütze auf dem Kopf".

14. Ja. Aus der Antwort, die Andreas seinen Freunden gab, geht hervor, daß keiner von ihnen eine weiße Kappe tragen konnte. Wenn Wadim eine weiße Kappe auf dem Kopfe hätte, dann könnte Boris leicht die Farbe seiner eigenen Kappe ermitteln. Da er es aber nicht konnte, mußte Wadims Kappe schwarz sein.

15. 1. Wir nehmen zunächst an, daß sich im Eisenbahnabteil genau ein Reisender befindet, der Ruß im Gesicht hat. Er sieht, daß die Gesichter der anderen Reisenden sauber sind. Im Abteil müssen sich jedoch Reisende befinden, deren Gesichter vom Ruß geschwärzt sind. Das bedeutet, so überlegt er, daß ich selbst schwarz im Gesicht bin. An der ersten Haltestelle geht er, um sich zu waschen. Danach sind alle Reisenden im Abteil sauber. Nach den Bedingungen der Aufgabe sind alle Reisenden aber erst nach der vierten Haltestelle sauber. Daher kann dieser Fall nicht vorliegen.
    2. Jetzt nehmen wir an, daß sich im Abteil zwei Reisende, die schmutzig geworden sind, aufhalten. Jeder von ihnen überlegt folgendermaßen: „Ich sehe nur einen, der beschmutzt ist, und wenn ich sauber bin, so muß sich dieser Reisende an der ersten Haltestelle waschen" (P. 1). Als aber der Zug hielt, ging niemand zum Waschen. „Da dieser Reisende nicht weiß", überlegte der Reisende weiter, „daß sein Gesicht schwarz ist, nimmt er an, daß ich Ruß im Gesicht habe, da er sieht, daß die anderen alle sauber sind." An der zweiten Haltestelle waschen sich die beiden Reisenden. Es ist klar, daß auch diese Annahme nicht den Bedingungen der Aufgabe entspricht.

3. Jetzt nehmen wir an, daß sich im Abteil drei Reisende aufhalten, deren Gesichter von Ruß geschwärzt sind. Jeder von ihnen überlegt so: „Ich sehe zwei, die schwarze Gesichter haben. Bin ich sauber, gehen sie an der zweiten Haltestelle zum Waschen" (vgl. Überleg. P. 2). An der zweiten Haltestelle wusch sich jedoch niemand. Dies überzeugte den zweifelnden Reisenden davon, daß er ebenfalls beschmutzt sei. An der dritten Haltestelle wuschen sich die drei, worauf alle Reisenden sauber waren. Dieser Fall tritt ebenfalls nicht ein.

4. Im Abteil befinden sich vier schmutzige Reisende. Jeder von ihnen sieht drei, deren Gesichter schwarz sind, und nachdem er die gleiche Überlegung wie im Punkte 2 angestellt hatte, wartete er bis zur dritten Haltestelle. Da aber niemand an dieser Haltestelle zum Waschen ging, waren die Reisenden sicher, daß sie Ruß im Gesicht haben und wuschen sich an der vierten Haltestelle.

**16.** Der Reisende stellte folgende Frage: „Wohnen Sie in dieser Stadt?" Wenn er sich in der Stadt A befand und der erste, den er traf, ein Einwohner der Stadt A war, dann sagte er die Wahrheit: „Ja". Wenn aber der erste, den er traf, ein Einwohner der Stadt B war, dann log er und sagte auch „Ja". Durch analoge Überlegungen finden wir, daß in der Stadt B jeder der beiden mit „Nein" antworten muß. Deshalb befindet sich der Reisende, wenn seine Frage mit „Ja" beantwortet wird, in der Stadt A. Wird seine Frage aber mit „Nein" beantwortet, so befindet er sich in der Stadt B.

**17.** Ist der erste Greis ein Eingeborener, dann sagt er die Wahrheit: „Ja, ich bin ein Eingeborener." Ist er aber ein Rokomane, dann lügt er und sagt auch: „Ja, ich bin ein Eingeborener." In beiden Fällen muß die Antwort des ersten Greises lauten: „Ja, ich bin ein Eingeborener." Nachdem der zweite Greis die Antwort des ersten gehört hatte, log er. Folglich ist er ein Rokomane.
Der dritte Greis, der auch die Antwort des ersten gehört hatte, sprach die Wahrheit, folglich ist er ein Eingeborener.

**18.** Wir nehmen an, daß die ersten beiden Aussagen nicht stimmen und die dritte stimmt. Wenn es nicht stimmt, daß Sergejew keine „5" hat und Wassiljew keine „4", dann hat Sergejew eine „5" und Wassiljew eine „4". Aus der Richtigkeit der dritten Aussage folgt, daß Alexejew ebenfalls eine „4" hat. Dies ist aber nicht möglich, da die Zensuren der Schüler nach den Bedingungen der Aufgabe verschieden sind. Aus der Annahme, daß die erste und die dritte Aussage nicht stimmen und die zweite stimmt, ergibt sich, daß Sergejew eine „5" hat. Wassiljew keine „4" und Alexejew keine „4". Dies ist wiederum nicht möglich, weil dann entweder Wassiljew oder Alexejew gewiß eine „4" haben muß, da Sergejew eine „5" hat. Die einzige Möglichkeit ist daher: Die erste Behauptung des Lehrers ist richtig und die andern beiden Male hat er sich geirrt. Somit erhalten wir: Sergejew hat keine „5", Wassiljew hat eine „4" und Alexejew hat keine „4". Daraus ergibt sich, daß Wassiljew eine „4" hat, Sergejew hat keine „5" (und keine „4"), also eine „3" und Alexejew hat keine „4", sondern eine „5".

**19.** Wir bezeichnen die Reisenden mit den Anfangsbuchstaben ihrer Familiennamen: A, B, W, G, D, J.
Aus (1) folgt, daß A nicht Moskauer und auch nicht Leningrader ist (1, 2). D ist kein Leningrader (2) und auch kein Moskauer (1, 2). usw.
Wir stellen eine Tabelle aller Aussagen (der unmittelbaren und der abgeleiteten) auf und tragen in die entsprechenden Felder der Tabelle die Nummern der Bedingungen ein, aus denen folgt, daß die entsprechende Kombinationsmöglichkeit auszuschließen ist.

| | A | B | W | G | D | J |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Moskau | 1 | 7 | 7, 8<br>1, 3 | — | 1, 2 | * |
| Leningrad | 1, 2 | * | 2, 3 | — | 2 | — |
| Kiew | — | — | * | — | — | — |
| Tula | 1, 3 | 4 | 3 | * | 2, 3 | 4 |
| Odessa | * | — | 6 | — | — | — |
| Charkow | 5 | 7,8 | 8 | — | * | — |

Aus der Tabelle folgt unmittelbar, daß W aus Kiew kommt (dies vermerken wir mit einem Sternchen). Die übrigen Reisenden sind nicht aus Kiew. In den freien Feldern der „Kiew-Zeile" machen wir Striche.
Jetzt ist ersichtlich, daß A aus Odessa kommt. Wir markieren das entsprechende Feld mit einem Sternchen. Die übrigen freien Felder dieser Zeile bekommen Striche.
Indem wir dieses Verfahren weiter fortführen, stellen wir fest: A ist aus Odessa, B aus Leningrad, W aus Kiew, G aus Tula, D aus Charkow und J aus Moskau.
Nun lassen sich auch leicht die Berufe der Reisenden ermitteln: Andrejew kommt aus Odessa und ist Arzt. Borissow kommt aus Leningrad und ist Lehrer. Wassiljew kommt aus Kiew und ist Ingenieur. Grigorjew kommt aus Tula und ist Ingenieur. Dmitrijew kommt aus Charkow und ist Lehrer. Jelissejew kommt aus Moskau und ist Arzt.
Von 17 Aussagen der Aufgabe sind zwei überflüssig. So enthalten z. B. zwei Angaben die Aussage, daß Wassiljew nicht aus Moskau ist.

20. Auf Grund von (1) und (6) ist entweder Boris im II. Studienjahr und Wassiljew im III., oder Boris im III. und Wassiljew im IV. Die erste Annahme entfällt, weil dann der Unterschied zwischen Nikolai und Peter (I. und IV. Studienjahr) (3) widerspricht. Nach (4) heißt Boris nicht Orlow, nach (4) und (2) nicht Iwanow und nach (5) nicht Krylow. Das bedeutet, Boris heißt Karpow und ist im III. Studienjahr. Nikolai und Peter gehören zu den beiden untersten Studienjahren und nach (3) und (5) heißt Peter Krylow und befindet sich im I. Studienjahr.
Wassiljew heißt nach (2) nicht Iwanow. Außerdem heißt er nicht Karpow und nicht Krylow, d. h. Wassiljew heißt Orlow und ist im IV. Studienjahr. Jetzt ist klar, daß Nikolai Iwanow heißt und im II. Studienjahr ist.
Das Ergebnis lautet also:

| | |
|---|---|
| Peter Krylow | I. Studienjahr |
| Nikolai Iwanow | II. Studienjahr |
| Boris Karpow | III. Studienjahr |
| Wassili Orlow | IV. Studienjahr |

21. Da die Nummern der Sportler nicht mit den Nummern der von ihnen belegten Plätze zusammenfielen und der Sportler mit der Nr. 3 nicht den ersten Platz belegte, konnte der erste Platz nur von den Sportlern mit der Nummer 2 oder 4 belegt werden. Wenn der Sportler mit der Nummer 4 den ersten Platz belegt, dann kann der Sportler mit der Nummer 3 den zweiten oder den vierten Platz belegen. Wenn der Sportler mit der Nummer 3 den zweiten Platz belegt, dann ist klar, daß der dritte und der vierte Platz für die Sportler mit der Nummer 1 und der Nummer 2 übrigbleiben. Somit sind folgende Fälle möglich:

1. Der Sportler mit der Nummer 4 belegt den ersten Platz, der Sportler mit der Nummer 3 den zweiten Platz, der Sportler Nr. 1 den dritten Platz und der Sportler Nr. 2 den vierten Platz. Aber nach den Bedingungen der Aufgabe belegte den vierten Platz der Sportler, dessen Nummer (Nr. 2) mit der Nummer des Platzes des Sportlers (Nr. 3) zusammenfiel, dessen Nummer die Nummer des Platzes des Sportlers ist, der in unserem Falle die Nummer 1 trägt, nach den Bedingungen der Aufgabe jedoch die Nummer 2 hat. Folglich kann dieser Fall nicht eintreten.
2. Den ersten Platz belegt der Sportler Nr. 4, den zweiten Platz der Sportler Nr. 3, den dritten Platz der Sportler Nr. 2 und den 4. Platz der Sportler Nr. 1. Dann belegt den vierten Platz der Sportler, dessen Nummer (Nr. 1) mit der Nummer des Platzes des Sportlers (Nr. 4) zusammenfällt, dessen Nummer die Nummer des Platzes des Sportlers Nr. 1 ist, aber nach den Bedingungen der Aufgabe Nr. 2. Folglich kann dieser Fall nicht eintreten.

3. Den ersten Platz belegt der Sportler Nr. 4, den zweiten der Sportler Nr. 1, den dritten der Sportler Nr. 2 und den vierten der Sportler Nr. 3. Infolgedessen belegt den vierten Platz der Sportler, dessen Nr. (Nr. 3) mit der Nummer des Platzes des Sportlers (Nr. 2) zusammenfällt, dessen Nummer die Nummer des Platzes des Sportlers Nr. 1 ist und nicht Nr. 2 wie in der Bedingung der Aufgabe.
4. Aus dem Vorhergehenden folgt, daß der erste Platz nicht von dem Sportler Nr. 4 eingenommen werden kann. Das bedeutet aber, daß er vom Sportler Nr. 2 eingenommen wird. Nach den Bedingungen der Aufgabe kann dann der Sportler Nr. 3 den zweiten oder vierten Platz belegen. Wenn der zweite Platz von dem Sportler Nr. 3 belegt wird, dann belegt der Sportler Nr. 4 den 3. Platz und der Sportler Nr. 1 den vierten Platz. Somit belegt den vierten Platz der Sportler, dessen Nummer (Nr. 1) mit der Nummer des Platzes des Sportlers (Nr. 2) zusammenfällt, dessen Nummer die Nummer des Platzes des Sportlers Nr. 3 ist und nach den Bedingungen der Aufgabe Nr. 2. Also haben wir abermals einen Widerspruch.

Folglich bleibt als einzige Möglichkeit:
Den ersten Platz belegte der Sportler Nr. 2, den vierten Platz der Sportler Nr. 3. Aber nach den Bedingungen der Aufgabe belegt den vierten Platz der Sportler, dessen Nummer (Nr. 3) die Nummer des Platzes des Sportlers ist, dessen Nummer (und dies ist Nr. 1) mit der Nummer des Platzes des Sportlers Nr. 2 zusammenfällt. Folglich belegt der Sportler mit der Nummer 1 den 3. Platz und der Sportler mit der Nummer 4 den zweiten Platz.

**22.** Es ist bekannt, daß der Schaffner genau in der Mitte zwischen Moskau und Leningrad wohnt (2). Einer von den Reisenden wohnt in Moskau (1), ein anderer in Leningrad (3), d. h. weder der eine noch der andere kann dem Wohnort des Schaffners am nächsten wohnen (4). Folglich ist der nächste Nachbar des Schaffners nicht Iwanow (1) und nicht Petrow (5), dessen monatliches Einkommen sich nicht durch 3 teilen läßt (4), sondern Sidorow. In diesem Fall heißt der Schaffner nicht Sidorow (3). Der Heizer heißt auch nicht Sidorow (6). Nach dem Verfahren des Ausschließens heißt der Lokomotivführer Sidorow.

Nun ist es nicht schwer, auch die Familiennamen der anderen Mitglieder vom Zugpersonal zu ermitteln. Da der Reisende Iwanow in Moskau wohnt und der Reisende Sidorow der Mitte zwischen Moskau und Leningrad am nächsten wohnt, so ist klar, daß der Reisende Petrow in Leningrad wohnt (3). Folglich hat der Schaffner den Familiennamen Petrow (3), und der Heizer heißt mit Familiennamen Iwanow.

23. Zur Veranschaulichung tragen wir für jeden Studenten die Fachrichtung, das Studienjahr und den Lieblingssport ein. In der Tabelle sind die Angaben eingetragen, die von den Bedingungen der Aufgabe her bekannt sind. Man hat nun noch die 36 freien Stellen der Tabelle auszufüllen.

Tabelle 1

| Stadt | Alter | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 20 Jahre | 21 Jahre | 22 Jahre | 23 Jahre |
| Kiew | A – – – | B – – – | C Biologe | D Mathematiker I. Schach |
| Moskau | E – – – | F – – – Fußball | G Chemiker II. Schach | H – – – |
| Saratow | I – – – Volleyball | J Geologe III. Schach | K – – – | L – – – |
| Fergana | M – – – | N – – – | O – – – | P – – – |

Da wir drei Schachspieler (je ein Student aus Saratow, Moskau und Kiew) und deren Alter 21, 22 bzw. 23 Jahre kennen, ist der vierte Schachspieler aus Fergana und sein Alter ist 20 Jahre (Student M). Er ist Biologe (da die übrigen drei Schachspieler Mathematiker, Chemiker bzw. Geologe sind) und er ist im IV. Studienjahr. (Die übrigen Schachspieler sind im I., II. bzw. III. Studienjahr.)

Diese Angaben schreiben wir in die freigelassenen Stellen 1, 2, 3 der Tabelle 2 ein. In die Stelle 4 tragen wir ein, daß B Chemiker ist (da die Studenten C und D aus Kiew Biologe bzw. Mathematiker sind, und der Student J 21 Jahre und Geologe ist).

In die Stellen 5 bis 14 der Tabelle kann man die zu ermittelnden Angaben über die Fachrichtung der übrigen Studenten leicht eintragen. Danach schreiben wir in die Stelle 15: Der Chemiker I aus Saratow ist Student des I. Studienjahres (da der Student J aus Saratow aus dem III. Studienjahr, der Chemiker G aus dem II. Studienjahr und der 20jährige M aus dem IV. Studienjahr ist). Analog lassen sich (in den Stellen 16 bis 26) die Studienjahre ermitteln, in denen sich die anderen Studenten befinden.

Der zwanzigjährige Student E aus Moskau ist Boxer (Stelle 27), da die Moskauer F und G Fußballspieler und Schachspieler sind und der zwanzigjährige I Volleyballspieler ist. In den Stellen Nr. 28 bis 36 sind die einzelnen Sportarten der Studenten verzeichnet (z. B. Nr. 29: B ist Boxer, da die Studenten aus Kiew A und D Fußballspieler und Schachspieler sind und der Chemiker I Volleyballspieler ist usw.).

Tabelle 2

| Stadt | Alter | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 20 Jahre | 21 Jahre | 22 Jahre | 23 Jahre |
| Kiew | A Geologe 5<br>II. 17<br>Fußb. 28 | B Chemiker 4<br>IV. 18<br>Boxen 29 | C Biologe<br>III. 22<br>Volleyb. 30 | D Mathem.<br>I<br>Schach |
| Moskau | E Mathem. 6<br>III. 16<br>Boxen 27 | F Biologe 13<br>I. 19<br>Fußb. | G Chemiker<br>II.<br>Schach | H Geologe 12<br>IV. 26<br>Volleyb. 31 |
| Saratow | I Chemiker 7<br>I. 15<br>Volleyb. | J Geologe<br>III.<br>Schach | K Mathem. 8<br>IV. 21<br>Fußb. 33 | L Biologe 9<br>II. 25<br>Boxen 34 |
| Fergana | M Biologe 2<br>IV. 3<br>Schach 1 | N Mathem. 14<br>II. 20<br>Volleyb. 32 | O Geologe 10<br>I. 23<br>Boxen 35 | P Chemiker 11<br>III. 24<br>Fußb. 36 |

24. Wir numerieren die Beutel: Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3, ..., 10. Aus dem Beutel Nr. 1 nehmen wir eine Münze heraus, aus dem Beutel Nr. 2 zwei Münzen, aus dem Beutel Nr. 3 drei Münzen usw. und aus dem letzten Beutel (Nr. 10) nehmen wir keine Münze heraus. Wir wägen die herausgenommenen Münzen. Wenn die Waage einige ganze und einige zehntel Gramm anzeigt, dann gibt die Anzahl der zehntel Gramm an, wieviel falsche sich unter den gewogenen Münzen befinden. Dadurch läßt sich die Nummer des Beutels mit den falschen Münzen ermitteln. Zeigt die Waage eine ganze Anzahl Gramm an, so befinden sich unter den gewogenen Münzen keine falschen. Sie befinden sich im Beutel Nr. 10.

25. Man benutze das Verfahren der vorhergehenden Aufgabe.

26. Wir legen je drei Münzen auf die Waagschalen. Tritt Gleichgewicht ein, dann befindet sich die falsche Münze unter den drei übrigen. Tritt kein Gleichgewicht ein, dann befindet sich die falsche Münze unter den drei Münzen, die weniger wiegen. Auf diesem Wege fanden wir drei Münzen heraus, unter denen sich die falsche befindet. Wir nehmen zwei von ihnen und legen je eine auf die Waagschalen. Tritt Gleichgewicht ein, so ist die letzte noch übrige Münze die falsche. Tritt kein Gleichgewicht ein, so ist auch hier die leichtere Münze die falsche.

27. Wir legen je drei Münzen auf die Waagschalen. Tritt Gleichgewicht ein, so ist die falsche Münze unter den übrigen zwei, und sie läßt sich bei einer Wägung der beiden anderen Münzen herausfinden. Ist die Waage nicht im Gleichgewicht, so ist wie bei Aufgabe 41 vorzugehen.

a) Hier sind nicht mehr als drei Wägungen nötig: 5 und 5 Münzen, 2 und 2 und 1 Münze.

b) Man kommt mit drei Wägungen aus. Hinweis: Zu Beginn legen wir je 9 Münzen auf die Waagschalen.

c) Hier sind höchstens vier Wägungen nötig. Hinweis: Wir legen zu Beginn je 27 Münzen auf die Waagschalen.
Aus 27 oder 26 Münzen kann man die falsche mit Hilfe von höchstens drei Wägungen herausfinden.

d) Man kommt sicher mit vier Wägungen aus. Hinweis: Wir verteilen die 77 Münzen auf drei Gruppen: 27 und 27 und 23 Münzen.

28. a) Wir numerieren die Münzen: 1, 2, 3, ..., 8.
Erste Wägung:
Auf die eine Waagschale legen wir das Paar 1, 2, auf die andere das Paar 3, 4. Es sind zwei Fälle möglich:
Fall 1:
Die Waage befindet sich nicht im Gleichgewicht. Folglich ist die gesuchte Münze unter den Münzen 1, 2, 3, 4, und die Münzen 5, 6, 7, 8 haben die normale Masse.
Zweite Wägung:
Auf die eine Waagschale legen wir das Paar 1, 2, auf die andere das normale Paar 5, 6. Tritt Gleichgewicht ein, so befindet sich die gesuchte Münze im Paar 3, 4. Tritt kein Gleichgewicht ein, so befindet sich die gesuchte Münze im Paar 1, 2. Die dritte Wägung geht in beiden Fällen folgendermaßen vor sich: Auf die eine Waagschale legen wir die fragliche Münze aus dem Paar 3, 4 oder 1, 2 (welches wir aus der zweiten Wägung ermittelten) und auf die andere Waagschale eine der Münzen mit normaler Masse. Tritt kein Gleichgewicht ein, so ist die fragliche Münze die gesuchte. Tritt aber Gleichgewicht ein, so ist die gesuchte Münze die andere Münze desjenigen Paares, in dem die gesuchte Münze zu finden ist.
Fall 2:
Das Gleichgewicht tritt ein. Folglich haben die Münzen 1, 2, 3, 4 die normale Masse und die gesuchte ist eine von 5, 6, 7, 8.
Zweite Wägung:
Auf die eine Waagschale legen wir ein normales Paar, z. B. 2, 3, und auf die andere ein fragliches, z. B. 5, 6. Die weitere Untersuchung führen wir wie im ersten Fall durch.

b) Wir bilden aus den Münzen drei Gruppen von je vier Münzen. Bei der ersten Wägung legen wir je eine Gruppe von vier Münzen auf jede Waagschale. Jetzt sind zwei Fälle möglich:
Fall 1: Die Waagschalen befinden sich im Gleichgewicht.
Fall 2: Eine der Schalen neigt sich nach unten.
Wir wollen diese beiden Fälle betrachten.
Fall 1:
Bei der ersten Wägung tritt Gleichgewicht ein. Folglich befindet sich die falsche Münze unter der dritten Gruppe, und es liegen acht echte Münzen auf der Waage. Wir numerieren die Münzen der dritten Gruppe: 1, 2, 3, 4. Bei der zweiten Wägung legen wir die Münzen 1, 2 und 3 auf die eine Schale und auf die andere drei von den acht echten Münzen. Jetzt gibt es zwei Möglichkeiten:
a) Es tritt Gleichgewicht ein. Dann ist die Münze 4 falsch. Vergleichen wir sie bei der dritten Wägung mit einer echten Münze, so finden wir, ob sie leichter oder schwerer ist als die echte.
b) Eine der Schalen sinkt nach unten. Ist die Schale mit den Münzen 1, 2, 3 schwerer, dann ist die falsche Münze schwerer als die echte und befindet sich unter den Münzen 1, 2, 3. Dann können wir mit einer einzigen Wägung die falsche Münze aus diesen dreien herausfinden. Wenn sich die Schale mit den echten Münzen nach unten neigt, so ist die falsche Münze leichter als die echten und befindet sich wiederum unter den Münzen 1, 2, 3. Man kann sie leicht mit der letzten Wägung herausfinden.
Fall 2:
Bei der ersten Wägung neigt sich die eine Waagschale nach unten. Dann sind alle Münzen der dritten Gruppe echt. Wir bezeichnen die Münzen, die auf der nach unten sinkenden Schale liegen, mit 1, 2, 3, 4 und die Münzen auf der anderen Schale mit 5, 6, 7, 8.
Bei der zweiten Wägung legen wir auf die eine Schale 1, 2 und 5 und auf die andere die Münzen 3, 4 und 6. Jetzt sind mehrere Fälle möglich:
a) Die Schalen befinden sich im Gleichgewicht. Dann ist eine von den beiden Münzen 7 oder 8 falsch (wobei sie leichter ist als die echten, weil sonst die Münzen 1, 2, 3, 4 bei der ersten Wägung gegenüber den Münzen 5, 6, 7, 8 nicht hätten überwiegen können). Bei der dritten Wägung legen wir auf die eine Schale die Münze 7 und auf die andere die eine echte Münze. Wenn Gleichgewicht eintritt, dann ist die Münze 8 falsch, wenn aber die echte Münze schwerer ist, dann ist die Münze 7 falsch. Die Münze 7 kann jedoch nicht schwerer sein, da dies dem Resultat der ersten Wägung nicht entspricht.
b) Die Schale mit den Münzen 1, 2, 5 ist schwerer. In diesem Falle sind die Münzen 3, 4 und 5 echt.

Wäre nämlich eine von ihnen falsch, so müßte, da bei der zweiten Wägung jede von ihnen die Seite auf der Waage im Vergleich zur ersten Wägung vertauscht hat (bezüglich der Münzen 1, 2), die Schale, auf der die Münzen 1, 2 liegen, bei der zweiten Wägung leichter sein als die andere Schale, was aber hier nicht eingetreten ist. Somit befindet sich die falsche Münze unter den Münzen 1, 2, 6. Wenn 6 falsch ist, so ist sie leichter und wenn eine der Münzen 1 oder 2 falsch ist, dann ist sie schwerer als eine echte (vgl. Resultat der ersten Wägung). Bei der dritten Wägung legen wir die Münze 1 auf die eine Waagschale und die Münze 2 auf die andere. Tritt Gleichgewicht ein, so ist die Münze 6 falsch, neigt sich jedoch eine der Schalen nach unten, so liegt auf ihr die falsche Münze.

c) Die Schale mit den Münzen 3, 4, 6 ist schwerer. Durch analoge Überlegungen wie beim vorhergehenden Fall schließen wir, daß die Münzen 1, 2 und 6 echt sind und daß, wenn die Münze 5 falsch ist, sie leichter ist und, wenn eine der Münzen 3 oder 4 falsch ist, sie schwerer ist als eine echte. Bei der dritten Wägung legen wir die Münze 3 auf die eine Schale und die Münze 4 auf die andere. Tritt Gleichgewicht ein, so ist die Münze 5 falsch. Ist aber eine der Schalen schwerer, so liegt auf ihr die falsche Münze.

**29.** Erste Wägung:
Auf die linke Schale legen wir das Musterstück und eins der fraglichen Werkstücke und auf die rechte Schale zwei von den fraglichen Werkstücken. Wir nehmen an, daß die rechte Schale leichter ist als die linke.
Zweite Wägung:
Wir legen je ein Werkstück von der rechten Schale auf die Waage. Wenn kein Gleichgewicht eintritt, dann ist das leichtere der beiden Stücke die Ausschußware.
Die übrigen Fälle werden analog behandelt.

**30.** Wir legen je einen Würfel auf die Waage (1. Wägung).
Dabei können zwei verschiedene Fälle eintreten:
Fall 1:
Bei der ersten Wägung sinkt die eine Schale nach unten. In diesem Fall ist einer der beiden Würfel bestimmt aus Aluminium und der andere aus Duraluminium. Dann legen wir die beiden Würfel auf die eine Waagschale und auf die andere nacheinander je ein Paar der übrigen Würfel (wir teilen die 18 restlichen Würfel in 9 Paare auf). Wenn irgendein Würfel-Paar schwerer ist als das erste, so sind beide Würfel im zweiten Paar aus Duraluminium. Ist das erste Paar schwerer, so sind beide Würfel aus Aluminium. Haben beide Paare die gleiche Masse, so ist der eine Würfel des Paares 2

aus Aluminium und der andere aus Duraluminium. Auf diese Weise können wir im ersten Fall mit Hilfe von 10 Wägungen (1 Wägung und noch 9) die Anzahl der Würfel aus Duraluminium ermitteln.

Fall 2:

Bei der ersten Wägung tritt Gleichgewicht ein. In diesem Falle sind die Würfel des ersten Paares entweder beide aus Aluminium oder aus Duraluminium. Danach legen wir diese beiden Würfel auf eine Waagschale und auf die zweite nacheinander je ein Paar von den übrigen 18 Würfeln. Mögen die ersten $k$ Paare ebensoviel wiegen wie das erste und das $(k + 1)$te Paar eine andere Masse haben. (Wenn $k = 9$ ist, so haben alle Würfel die gleiche Masse und folglich sind keine Würfel aus Duraluminium dabei. Der Fall $k = 0$ ordnet sich dem allgemeinen Fall unter.)

Um etwas Festes vor Augen zu haben, nehmen wir an, daß das $(k + 1)$te Paar schwerer ist als das erste [die Überlegung würde sich nur unwesentlich ändern, wenn das $(k + 1)$te Paar leichter wäre]. In diesem Fall sind die ersten beiden Würfel und folglich auch die Würfel der $k$ Paare, die mit ihnen ein und dieselbe Masse haben, sicher aus Aluminium. Damit haben wir zunächst $1 + k + 1 = k + 2$ Wägungen durchgeführt und dabei $(k + 1)$ Würfelpaare aus Aluminium gefunden. Jetzt legen wir je einen Würfel des zuletzt gewogenen Paares [$(k + 3)$te Wägung] auf die Waage. Wenn die beiden Würfel ein und dieselbe Masse haben, so müssen sie beide aus Duraluminium sein. Andernfalls ist der eine von ihnen aus Aluminium und der andere aus Duraluminium. In beiden Fällen können wir nach $(k + 3)$ Wägungen ein Paar aus einem Aluminiumwürfel und einem Duraluminiumwürfel zusammenstellen. Mit Hilfe dieses Paares ermitteln wir mit $(8 - k)$ Wägungen die Anzahl der Würfel aus Duraluminium unter den übrigen $20 - 2\,(k + 2) = 16 - 2\,k$ Würfeln mit demselben Verfahren wie im Falle 1. Die Gesamtanzahl der Wägungen im Falle 2 ist genau $k + 3 + (8 - k) = 11$.

31. Wir gießen 300 g Wasser in die Waagschale und wiegen mit dieser „Wasserwaage" zunächst 300 g Tee ab. Danach legen wir die 300 g Tee auf die eine Waagschale und auf die andere die 650 g schwere Schnalle. Nun schütten wir auf die weniger beladene Waagschale getrennt soviel Tee zu, bis Gleichgewicht eintritt, das sind 350 g. Wir wägen noch mit Hilfe der Schnalle 650 g Tee ab und bekommen

$$650\text{ g} + 350\text{ g} = 1000\text{ g} = 1\text{ kg}\,.$$

32. Wir nehmen an, daß eins der Telefone im Büro die Nummer ABCDE hat. Die Buchstaben bedeuten die aufeinanderfolgenden Grundziffern. Gemäß der Bedingung der Aufgabe muß die Summe der Grundziffern eine Zahl sein, deren Grundziffern alle einander gleich sind.

$$\begin{array}{r} \text{ABCDE} \\ +\ \text{EDCBA} \\ \hline \text{FFFFF} \end{array}$$

Dies ist dann der Fall, wenn $E + A = A + E = F$, $D + B = B + D = F$ und $C + C = F$ ist.

Außerdem wissen wir, daß $A + B + C + D + E = 10$ ist. Daraus schließen wir, daß $F = 4$ und $C = 2$ ist.

Die Ziffer A kann gleich 3 oder 4 sein. Jetzt ist es leicht, die 4 Telefonnummern aufzuschreiben:

30241, 34201, 41230, 43210.

**33.** Es ist klar, daß das Glas weder an den Anfang noch an das Ende der Reihe gestellt worden sein kann, denn es steht zwischen dem Tee und der Milch. Wenn wir das Glas zwischen die Flasche und den zylinderförmigen Krug stellen, dann ist in der Flasche Tee und in dem zylinderförmigen Krug Milch. Der zylinderförmige Krug steht dann aber in der Mitte der Reihe. Nach den Bedingungen der Aufgabe befindet sich jedoch der Kaffee in der Mitte, obwohl im zylinderförmigen Krug Milch ist. Folglich können die Getränke so nicht verteilt sein.

Jetzt nehmen wir an, daß das Glas zwischen den zylinderförmigen Krug und die Tasse gestellt worden ist. Folglich ist im zylinderförmigen Krug Tee und in der Tasse Milch. Dann befände sich der Kaffee in der Mitte, d. h. das Glas und das Kwaßgefäß wäre mit dem Milchgefäß benachbart. Neben der Tasse, in der sich Milch befindet, steht dann das Glas, in dem Kaffee ist, und der bauchige Krug, in dem folglich Kwaß ist. Dann ist in der Flasche Mineralwasser.

Somit erhalten wir: Im zylinderförmigen Krug ist Tee, in der Tasse Milch, im Glas Kaffee, im bauchigen Krug Kwaß.

**34.** Die eine Angestellte überlegte folgendermaßen: „Nur bei der Auswahl des Schlüssels für den ersten Koffer muß man zehn Schlüssel durchprobieren. Für den zweiten braucht man höchstens neun Proben. So wird die Anzahl der durchzuprobierenden Schlüssel allmählich geringer. Man kommt sicher mit 55 Proben aus, da $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55$ ist."

Die andere Angestellte sagte: „Sie sollten nicht einen Schlüssel nach dem andern durchprobieren[3], um den passenden für einen Koffer zu finden, sondern es ist besser, wenn Sie einen beliebigen Schlüssel nehmen und mit ihm versuchen, einen Koffer nach dem anderen zu öffnen. Schon mit dem ersten Schlüssel machen Sie nicht zehn, sondern höchstens neun Proben.

[3] Siehe Anmerkung am Ende der Lösung!

Sind diese neun Proben vergebens, so kann man den Schlüssel ohne weiteres am zehnten Koffer befestigen. Mit dem zweiten Schlüssel machen Sie dann nur acht Proben, mit dem dritten sieben, mit dem neunten nur noch eine. Für den zehnten Schlüssel bleibt dann nur noch ein Koffer übrig, so daß man keine Probe mehr zu machen braucht. Das bedeutet, daß man mit 45 Proben auskommt."

Wir bemerken, daß so nur im ungünstigsten Fall vorgegangen wird, nämlich dann, wenn jeder Schlüssel nur zum letzten Koffer paßt. Jedoch ist im allgemeinen die Anzahl der nötigen Versuche kleiner, sie ist gleich der Hälfte der Maximalzahl. Das bedeutet, daß im Durchschnitt 22 bis 23 Versuche genügen.

Anmerkung:

Man kann ebensogut den richtigen Schlüssel für den ersten Koffer durch neun Proben ermitteln. Wenn diese nämlich nicht den richtigen Schlüssel ergeben, so muß der zehnte der richtige sein. Um den Schlüssel für den zweiten Koffer zu finden, genügen dann acht Proben usw.

**35.** Die Frage scheint gesucht. Durch die Anwesenheit von Sergejews Schwester Jekaterina und seines Bruders Iwan wird der Leser nur vom richtigen Weg der Überlegung abgelenkt. Richten wir unsere Aufmerksamkeit auf die Wegbeschreibung des Forschungsreisenden! Aus der Erzählung von Herrn Moskwin geht hervor, daß seine Hütte auf dem Nordpol stand. An diesem Punkt der Erdkugel geht die Sonne nur einmal im Jahr auf, und zwar zur Frühlings-Tagundnachtgleiche, das ist am 21. März.
An diesem Tag hat auch Sergejew Geburtstag.

**36.** Nehmen wir an, daß jetzt Kolja $x$ Jahre und Olja $y$ Jahre alt sind, so folgt aus den Bedingungen der Aufgabe, daß Tante Polja $x + y$ Jahre war, als Kolja $y$ Jahre war, d. h., Tante Polja ist um $x$ Jahre älter als Kolja, ist also jetzt $2x$ Jahre alt. Vor $x$ Jahren war sie so alt wie Kolja jetzt ist und Kolja war damals gerade geboren.

**37.** Zum Schluß der Umfüllungen war die Zusammensetzung der Flüssigkeit im Benzinkanister verändert, da eine gewisse Menge Benzin durch Petroleum ersetzt worden ist. Die Gesamtmasse aber veränderte sich in diesem Kanister nicht. Das bedeutet, daß man in diesen Kanister genau soviel Petroleum hineingetan hat, wie man Benzin aus ihm herausgenommen hat. Dieses Benzin wurde in den Petroleumkanister gefüllt. Folglich war genau soviel Benzin im Petroleumkanister wie Petroleum im Benzinkanister.

**38.** Wir ermitteln die Anzahl aller Handschläge, die von allen Beteiligten gegeben wurden. Das ist die Summe der Anzahl der Handschläge, mit denen jeder der Leute grüßte. Diese Summe ist bestimmt gerade, weil jeder

Handschlag, der von zwei Personen A und B gegeben wurde, die Anzahl der Handschläge, die von A gegeben wurden, um 1 vergrößert und die Anzahl der Handschläge, die von B gegeben wurden, um 1 vergrößert. Folglich gibt dies den Summanden 2 für die oben genannte Summe aller Handschläge. Diese Summe besteht aber aus der Anzahl der Handschläge, die jede einzelne Person gegeben hat. Da die Summe gerade ist, geht hervor, daß die Anzahl der ungeraden Summanden gerade ist.

**39.** Man kann den Streit auf folgende Weise schlichten.
Wir räumen der dritten Nachbarin das Vorrecht ein, sich zuerst ein Stück Schinken auswählen zu dürfen. Sie wählt natürlich ein solches Stück aus, das auf ihrer Küchenwaage mindestens ebensoviel wiegt wie jedes der beiden übrigen Stücke und folglich nach ihrer Meinung seiner Masse nach mindestens 15 Rubel wert ist. Ein solches Stück muß vorhanden sein, weil bei der Teilung des ganzen in drei Teile eins von diesen Stücken mindestens 1/3 des ganzen sein muß.
Sodann wählt die zweite Nachbarin ihr Stück aus. Diese müßte auch zufrieden sein, da wenigstens ein Stück übrigblieb, nachdem die dritte ihr Stück ausgesucht hatte, welches nach der Waage des Kaufmanns einem Wert von mindestens 15 Rubeln entsprach.
Die erste Nachbarin erhält das übrigbleibende Stück. Sie müßte auch zufrieden sein, denn sie meinte, daß alle Stücke die gleiche Masse hätten.

**40.** Jeder Student, der einem anderen Geld lieh, vermerkte den entsprechenden Betrag als positive Zahl, während er sich den Betrag, den er von einem andern lieh, als negative Zahl aufschrieb. Die Summe aller notierten Zahlen ergibt am Ende des Jahres einen positiven oder negativen Saldo des betreffenden Studenten, wobei die Summe aller Salden gleich Null ist.
Eine solche Buchführung, wie sie in den Bedingungen der Aufgabe gegeben ist, genügt für die Begleichung der Schulden und es sind höchstens sechs Auszahlungen nötig. Wir nehmen an, daß irgendein Schuldner seine Gesamtschulden irgendeinem Gläubiger ausbezahlt. Dann wird nach der ersten Auszahlung die Gesamtanzahl der Schuldner und Gläubiger höchstens gleich 6 sein, und nach der fünften Auszahlung, die nach dem gleichen Prinzip vor sich geht, wird die Anzahl der Schuldner und Gläubiger höchstens gleich 2 sein. Auf Grund dessen sind höchstens nach sechs Auszahlungen alle Schulden beglichen. Es kann natürlich sein, daß nach einer gewissen Auszahlung einer von den Gläubigern Schuldner wird und einer von den Schuldnern Gläubiger. Diese Tatsache verändert jedoch nicht die Gesamtzahl der Gläubiger und Schuldner.

**41.** Um das Pferd auf allen 64 Feldern des Schachbrettes einmal abzusetzen, muß man 63 Züge machen. Da das Pferd bei jedem Zug von einem weißen

Feld auf ein schwarzes oder von einem schwarzen Feld auf ein weißes gesetzt wird, so wird es bei den Zügen mit den geraden Nummern auf ein Feld von der Farbe abgesetzt, welche das Ausgangsfeld hat, und bei den Zügen mit den ungeraden Nummern auf das Feld der anderen Farbe. Daher kann das Pferd nicht mit 63 Zügen auf das Feld gesetzt werden, welches sich auf einer Diagonalen mit dem Ausgangsfeld befindet, da diese Felder die gleiche Farbe haben.

42. Wir betrachten die ungünstigste Lage der Damesteine. Kein Stein liegt auf dem Feld, dessen Nummer er selbst trägt.
Der ungünstigste Fall ist der, bei dem jeweils die Lage zweier Steine miteinander vertauscht ist. Wir nehmen an, daß auf Feld 1 der Stein 15 liegt und auf Feld 15 der Stein 1. Jetzt nehmen wir Stein 15 und setzen ihn auf ein freies Feld (1. Zug), Stein 1 setzen wir auf Feld 1 (zweiter Zug), Stein 15 setzen wir auf Feld 15 (dritter Zug). Dadurch liegen nach drei Zügen zwei Steine auf dem zugehörigen Feld. Da es im ganzen 50 Steine sind, sind sie in 75 Zügen umgruppiert. In günstigeren Fällen kommt man mit weniger Zügen aus.

43. Wir ändern die Reihenfolge der Felder im Kreis, und zwar verteilen wir sie der Reihe nach so, daß es möglich ist, von einem Feld auf das nächste zu gelangen. Mit anderen Worten, nach dem ersten Feld setzen wir auf das 6. (da man nach der Bedingung der Aufgabe vom 1. Feld auf das 6. setzen kann), nach dem 6. auf das 11. (vom 6. Feld kann man auf das 11. ziehen, sodann auf das 4. (da man vom 11. Feld auf das 4. wechseln kann) usw. Dabei haben wir eine Reihenfolge der Felder erhalten, die nach dem folgenden Schema angeordnet ist.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R | | | | | | B | | | | G |
| 1 | — | 6 | — | 11 | — | 4 | — | 9 | — | 2 |
| \| | | | | | | | | | | \| |
| 8 | — | 3 | — | 10 | — | 5 | — | 12 | — | 7 |
| | | W | | | | | | | | |

Wir nehmen an, daß die Spielmarken auf den 12 Feldern so verteilt sind und die Felder so durchnumeriert sind, wie es in unserem Schema angegeben ist (in Wirklichkeit ist es belanglos, wie die Spielmarken verteilt sind). Dabei liegen die Spielmarken anfangs so, wie es im Schema durch die Buchstaben über- und unterhalb der Felder angegeben ist (R = rote Spielmarke, G = gelbe, W = weiße und B = blaue). Nach einer sehr einfachen Regel lassen sich die Spielmarken auf eine neue Stelle ziehen. Jede Spielmarke kann auf ein Feld nach links oder rechts gezogen werden, wenn das benachbarte Feld nicht besetzt ist.

Jetzt ist klar, daß die einzige Möglichkeit, wie man die Marken auf die Stellen setzen kann, darin besteht, daß man sie im Kreis herum in der einen oder anderen Richtung versetzt, wobei jedoch keine Spielmarke eine andere überholen kann, da ihr diese den Weg versperrt. Wenn daher die Marke R das Feld 4 einnimmt, so müßte die Spielmarke B das Feld 2 besetzen, die Marke G das Feld 3 und die Marke W das Feld 1. Wenn die Spielmarke R das Feld 2 besetzt, dann muß die Marke B Feld 3 besetzen, die Marke G Feld 1, die Marke W Feld 4. Wenn die Marke R das Feld 3 besetzt, dann müßte die Marke B Feld 1 besetzen, die Marke G Feld 4 und die Marke W Feld 2. Irgendwelche anderen Stellungen der Spielmarken sind nicht möglich.

**44.** B gewann nicht mehr als 4 Partien. Konnte er weniger als 4 Partien gewinnen? Nein. Nehmen wir einmal an, daß er nur drei Partien gewann, so hatte er im günstigsten Fall 6 Punkte. Das ist weniger als die Hälfte von 13 Punkten. Daher gewann B vier und A 6 Partien.

**45.** Die in der Aufgabe gestellten Fragen bezeichnen wir mit den entsprechenden Nummern, unter denen sie in der Bedingung der Aufgabe angegeben sind und bezeichnen mit dem Symbol $p \to q$ (Implikation), daß aus der Antwort „Ja“ auf die Frage $p$ die Antwort „Ja“ auf die Frage $q$ folgt. Dann gelten folgende Implikationen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1 \to 2$ | $1 \to 3$ | $1 \to 4$ | $1 \to 7$ | $1 \to 8$ | $1 \to 10$ | $1 \to 11$ | $1 \to 12$ | $1 \to 13$ |
| | | | $2 \to 4$ | | | | | |
| | | | $3 \to 7$ | | | | | |
| | | | $4 \to 2$ | | | | | |
| | | | $5 \to 7$ | | | | | |
| | | $6 \to 2$ | $6 \to 4$ | $6 \to 9$ | | | | |
| | | | $7 \to 3$ | | | | | |
| | | $8 \to 3$ | | $8 \to 7$ . | | | | |

Aus dieser Tabelle ergeben sich die Antworten auf die in der Aufgabe gestellten Fragen, insbesondere sind die Antworten auf die Fragen 2 und 4, 3 und 7 die gleichen.

**46.** Insgesamt befinden sich in der Klasse 25 Schüler. Da sechs Schüler ungenügende Zensuren in Mathematik haben, so befinden sich 19 Schüler in der Klasse, die Zensuren haben, die wenigstens befriedigend sind. Es sind höchstens 19 Sportler in der Klasse. Sportler unter den Schülern (wenn man die Einheiten einer Sportart zählt, mit der sich die Schüler beschäftigen) gibt es $17 + 13 + 8 = 38$; da sich aber kein Schüler mit allen drei Sportarten zu-gleich beschäftigt, so beschäftigen sich unter Beachtung der vorigen Bemerkung im ganzen 19 Schüler mit Sport und jeder von ihnen treibt gleichzeitig zwei Sportarten.

Jetzt kann man die in der Aufgabe gestellten Fragen leicht beantworten.

a) Kein Schüler der Klasse hat eine sehr gute Zensur in Mathematik.

b) Von 19 Sportlern sind 17 Radfahrer, daher haben nur zwei Schüler gleichzeitig Schwimmen und Skilaufen als Sportart und folglich sind zwei Schwimmer gleichzeitig Skiläufer.

**47.** Da sich von den Zahlen 26, 27 und 28 nur 27 durch 3 teilen läßt, so fertigten Sergejew mit Moskwin einen halben Meter lange Stücke an. Folglich heißen sie Petja und Kostja. Kostja war jedoch kein Brigadier und nach den Bedingungen der Aufgabe war auch Moskwin kein Brigadier. Folglich heißt Moskwin Kostja.

**48.** Es ist klar, daß die letzte Ziffer im ersten Summanden 9 ist. Da die Summe der Zehner $4 + * + 1 = 10$ ist, muß die vorletzte Ziffer im zweiten Summanden gleich 5 sein. Nun zählen wir die Hunderter zusammen: $* + 1$ ist eine zweistellige Zahl. Daher ist die erste Ziffer in der zweiten Zahl 9. Somit ergibt sich:

$$\begin{array}{r} 49 \\ +\,952 \\ \hline 1001 \end{array}$$

**49.** Es ist klar, daß weder $a$ noch $b$ noch $c$ Null ist, denn sonst würden wir nicht drei Zeilen von Teilprodukten erhalten. Wir bemerken, daß die letzte Ziffer des Produktes $c \cdot a$ gleich $a$ ist und daß die letzte Ziffer des Produktes $c \cdot b$ gleich $b$ ist. Hieraus folgt, daß $c$ entweder 1 oder 6 ist, da die anderen Ziffern eine ähnliche Eigenschaft nicht besitzen. Wenn $c$ gleich 1 wäre, dann könnte das erste Teilprodukt nicht aus vier Ziffern bestehen, sondern nur aus drei. Folglich bleibt nur die eine Möglichkeit: $c = 6$.

Hieraus schließen wir, daß $a$ und $b$ nur entweder 2, 4 oder 8 sein können ($6 \cdot 2 = 12$, $6 \cdot 8 = 48$, $6 \cdot 4 = 24$). Da aber das zweite Teilprodukt nur aus drei Ziffern besteht, so kann $a$ nicht 4 und nicht 8 sein, d. h. $a = 2$.

Für $b$ bleiben zwei Möglichkeiten: $b = 4$, $b = 8$. Wenn für $a = 2$ die Ziffer $b = 4$ ist, dann wäre das letzte Teilprodukt dreistellig und nicht vierstellig. Folglich ist $b = 8$.

Mithin ergibt sich: $a = 2$, $b = 8$, $c = 6$. Die gesuchte Zahl ist 286.

**50.** Der Schlüssel ist das Wort

G r e i f s w a l d
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Die Division geht auf folgende Weise vor sich:

```
   421389 : 607 = 694
 - 3642
   ----
    5718
  - 5463
    ----
     2559
   - 2428
     ----
      131
```

**51.** Iwanow ist Architekt und wohnt im 8. Stockwerk. Wassiljew ist Jurist und wohnt im 3. Stockwerk. Petrow ist Zahnarzt und wohnt im 5. Stockwerk. Sidorow ist Buchhalter und wohnt im 15. Stockwerk.

**52.** Iwanow ist Frisör, Petrenko Müller, Sidortschuk Briefträger, Grischin Zimmermann und Altmann Maler.

**53.** Borissow war Dichter und las ein Bühnenwerk. Alexejew war Historiker und las einen Roman. Konstantinow war Schriftsteller und las Verse und Dmitrijew war Dramatiker und las eine Monographie über Geschichte.

**54.** Zuerst sprach ich mit dem *Zweiten* und dann mit dem *Ersten*. Ich traf sie am Dienstag.
Man konnte aus der Unterhaltung mit dem ersten Gesprächspartner schließen, daß er der *Zweite* war. Wäre er der *Erste* gewesen (als der er sich vorgestellt hatte), würde er auf die zweite Frage nicht geantwortet haben: „Gestern war Sonntag" (denn heute ist Montag, und montags lügt er und könnte daher nicht eine solche Antwort geben).
Wenn der *Zweite* log, so bedeutet es, daß heute entweder Dienstag, Donnerstag oder Sonnabend ist.
Der zweite Gesprächspartner war der *erste* Zwilling. Seine Antwort, „ich sage mittwochs immer die Wahrheit", war eine Lüge, da der „Erste" mittwochs nie die Wahrheit sagte.
Folglich logen beide Brüder und nur dienstags logen sie beide zusammen.

**55.** Man erkennt zunächst leicht, daß George nicht der Täter gewesen sein kann. Hätte er das Verbrechen begangen, dann wäre seine erste und dritte Behauptung im Widerspruch zu den Bedingungen der Aufgabe eine Lüge gewesen.
Es sind somit nur noch Jim oder John tatverdächtig. Nehmen wir an, daß Jim die Tat begangen hat, dann wäre seine erste Behauptung eine Lüge, desgleichen die letzte Behauptung von John. Unter den Bedingungen der Aufgabe bedeutet das, daß die zweite Behauptung und noch eine andere wahr sein muß. Das ist aber unmöglich, da diese Bedingungen einander

widersprechen. Folglich muß die erste Annahme, daß Jim der Täter ist, falsch sein. Der Täter ist John.

56. Man erkennt, daß N alles das, was er wissen will, aus den Antworten auf die folgenden vier Fragen erfahren kann.
1. Befinde ich mich in einer der Städte A oder B?
2. Befinde ich mich in der Stadt C?
3. Wohnen Sie in der Stadt C?
4. Befinde ich mich in der Stadt A?
Werden die beiden Fragen 1 und 2 bejaht oder verneint, so folgt, daß der Gesprächspartner von N in C wohnt. Wird die Frage 3 mit „Nein“ (also unwahr) beantwortet, so ist die Antwort auf die Frage 2 wahr und die Frage 4 braucht nicht gestellt zu werden. Wird die Frage 3 aber mit „Ja“ (also wahr) beantwortet, dann ist die Antwort auf die Frage 1 wahr, und um herauszufinden, in welcher Stadt sich N befindet, muß er die Frage 4 stellen (die Antwort auf diese Frage wird unwahr sein). Wird die Frage 1 bejaht und die Frage 2 verneint oder umgekehrt, dann wohnt der Gesprächspartner von N in A oder B. Beantwortet er die Frage 3 mit „Nein“ (also wahr), dann wohnt der Antwortende in A, und die Frage 4 braucht nur gestellt zu werden, wenn die Antwort auf die Frage 2 verneint wurde.
Wird die Frage 3 mit „Ja“ (also unwahr) beantwortet, so bedeutet es, daß der Gesprächspartner von N in B wohnt, und die Frage 4 ist nur dann nötig, wenn die Frage 2 bejaht worden ist.

57. Wenn wir annehmen, daß Walter den Spiegel zerschlagen hat, so sind genau drei Antworten wahr: die von Alex, Fred und John. In allen übrigen Fällen sind die Antworten von vier Schülern wahr, was den Bedingungen der Aufgabe widerspricht.

58. Petja fing 7 Fische, Wasja 10 und Kolja 9.

59. Der König muß den Jünglingen mindestens 3 goldene Kronen aufgesetzt haben. Sonst würden diejenigen, die eine goldene Krone auf dem Kopfe hatten, mehr silberne als goldene Kronen sehen und sich nicht erheben. Wir untersuchen jetzt, was geschehen wäre, wenn der König den Jünglingen genau drei goldene Kronen aufgesetzt hätte. In diesem Fall hätte, nachdem alle vier aufgestanden sind, einer der drei Jünglinge mit einer goldenen Krone sogleich darauf kommen können, daß er eine goldene Krone trüge. Andernfalls wäre die Gesamtzahl der goldenen Kronen kleiner als drei gewesen. Dabei würden aber nicht alle aufstehen. Da niemand ohne zu zögern so schnell die Art seiner Krone ermitteln konnte, mußten sie alle aus Gold sein. Der Jüngling, der schließlich darauf kam, daß er eine goldene Krone trug, überlegte folgendermaßen: Hätte ich eine silberne Krone auf, so würde einer der übrigen drei, indem er wie oben überlegt, feststellen, daß er

eine goldene Krone tragen mußte. Da jedoch die anderen stehen und schweigen, muß ich eine goldene und keine silberne Krone auf dem Kopfe haben.

**60.** Links stand der Gott der List, in der Mitte der Gott der Lüge, und rechts der Gott der Wahrheit.
Aus der Antwort des links stehenden Gottes schloß der leibeigene Diener, daß dies nicht der Gott der Wahrheit sein könnte, weil er auf die Frage „Wer steht neben dir?“ geantwortet hätte: „der Gott der List“ oder „der Gott der Lüge“. Die mittlere Gestalt war auch nicht der Gott der Wahrheit, da in diesem Fall der Leibeigene auf die Frage „Wer bist du?“ folgende Antwort bekommen hätte: „Ich bin der Gott der Wahrheit“. Folglich stand der Gott der Wahrheit rechts. Der Gott der Wahrheit bezeichnete seinen Nachbarn als Gott der Lüge, deshalb war die mittlere Gestalt der Gott der Lüge. Die noch übriggebliebene linke Gestalt war dann der Gott der List.

**61.** Da sich keine kinderlosen Ehepaare in dem Hause befanden, mußten zu jeder Familie wenigstens eine Tochter, entweder als einziges Kind oder als Schwester eines Knaben (gemäß der zweiten Angabe) gehören. Somit mußten mindestens soviel Mädchen wie Familien in dem Haus wohnen. Dann müßte es aber mehr als doppelt soviel Kinder wie Familien geben, weil auf Grund einer der Angaben mehr Knaben als Mädchen in dem Hause lebten. Mit anderen Worten, es gab mehr Kinder als Erwachsene (in einer Familie sind zwei Erwachsene). Dies widerspricht der ersten Angabe, d. h., der Bericht stimmte nicht.

**62.** a) Wir legen auf jede Waagschale einen Ring. Tritt Gleichgewicht ein, so ist der dritte der gesuchte Ring. Befindet sich die Waage nicht im Gleichgewicht, so liegt der gesuchte Ring auf der Waagschale, die sich nach oben hebt.

b) Wir numerieren die Ringe: 1, 2, 3, 4 und legen die Ringe 1 und 2 auf die Waage. Jetzt sind zwei Fälle möglich. Tritt Gleichgewicht ein, dann ist entweder 3 oder 4 der gesuchte Ring. Nun ersetzen wir Ring 2 durch Ring 3 auf der Waage. Wird das Gleichgewicht gestört, so ist 3 der gesuchte Ring. Bleibt die Waage im Gleichgewicht, dann ist 4 der gesuchte Ring. Senkt sich die eine Waagschale, ist entweder 1 oder 2 der gesuchte Ring und die Ringe 3 und 4 haben normale Masse. Wir ersetzen auf der Waage Ring 2 durch Ring 3. Tritt Gleichgewicht ein, so ist 2 der gesuchte Ring. Befindet sich die Waage nicht im Gleichgewicht, so ist 1 der gesuchte Ring.

c) Wir bilden drei Gruppen mit je 25 Ringen und numerieren sie mit 1, 2, 3. Gruppe 1 legen wir auf die eine und Gruppe 2 auf die andere Waagschale.
Fall 1:
Tritt Gleichgewicht ein, so besteht die Gruppe 1 und 2 aus Ringen mit

normaler Masse und der Ring mit der anderen Masse befindet sich in der Gruppe 3. Durch eine zweite Wägung vergleichen wir die Masse der „normalen“ Gruppe (1 oder 2) mit der Masse der Gruppe 3, und aus der Stellung der Schale mit der Gruppe 3 können wir schnell feststellen, ob der Ring mit der anderen Masse leichter oder schwerer als die übrigen ist.

Fall 2:

Wir nehmen an, daß sich die Waage nicht im Gleichgewicht befindet und die Schale mit der Gruppe 1 schwerer ist als die mit der Gruppe 2. Durch eine zweite Wägung vergleichen wir die Masse der Gruppe 1 (oder 2) mit der der Gruppe 3, die sicher aus Ringen mit normaler Masse besteht. Tritt bei Gruppe 1 und 3 Gleichgewicht ein, so befindet sich der Ring mit der anderen Masse in Gruppe 2 und ist leichter als die übrigen. Befindet sich die Waage aber nicht im Gleichgewicht, so gehört der Ring mit der anderen Masse zu der Gruppe 1 und ist schwerer als die anderen.

**63.** Nehmen wir an, daß der Spieler A mit weißen Figuren spielte und der Spieler B mit schwarzen. Der Junge wartete, welchen Zug A machte und wiederholte diesen Zug im Spiel gegen B. Darauf wartete er, wie B auf seinen Zug reagierte und wiederholte diesen Zug mit einer schwarzen Figur im Spiel gegen A. Gewann A, so gewann auch der Junge gegen B und umgekehrt, oder beide Partien endeten remis.

**64.** Serjoscha war der älteste, Tolja der folgende und Sascha der jüngste.

**65.** In dem Hause wohnten drei Familien. In der einen Familie befand sich als einziges Kind ein Junge. Zur zweiten gehörten zwei Mädchen und ein Junge und zur dritten zwei Mädchen und drei Jungen.

**66.**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| S | u | b | t | r | a | h | e | n | d |

**67.** Es genügten zwei Träger. Der erste kehrte nach dem ersten Tag um und der zweite nach dem zweiten Tag. Dann hatte der Forscher für die vier übrigen Tage gerade einen Nahrungsvorrat und Wasser für vier Tage.

**68.** Als das Schiff stromaufwärts fuhr, war seine Geschwindigkeit gleich der Geschwindigkeit gegenüber einem stehenden Gewässer, vermindert um die Geschwindigkeit der Strömung. Bei stromabwärts fahrendem Schiff ist dagegen die Geschwindigkeit des Flusses zur Schiffsgeschwindigkeit gegenüber einem stehend gedachten Gewässer zu addieren.

Das Juwelenkästchen schwamm im Fluß mit einer Geschwindigkeit, die gleich der Geschwindigkeit der Strömung ist, d. h., es entfernte sich vom Schiff, das flußaufwärts fuhr, mit einer Geschwindigkeit, die gleich der Geschwindigkeit des Schiffes in einem stehenden Gewässer ist. Als das

Schiff zurückkehrte, verkürzte sich die Entfernung zwischen ihm und dem Kästchen mit eben dieser Geschwindigkeit. (Hiervon kann man sich durch eine einfache Rechnung leicht überzeugen.) Folglich verging von dem Moment, als das Kästchen von Bord geworfen wurde, bis zu dem Moment der Umkehr des Schiffes genausoviel Zeit wie nötig war, um das Kästchen einzuholen. Das sind 1 Stunde und 15 Minuten (14.45 Uhr bis 13.30 Uhr). Jetzt kann man den Zeitpunkt ermitteln, zu dem das Kästchen von Bord geworfen wurde. Dies geschah 1 Stunde und 15 Minuten vor der Umkehr des Schiffes, mit anderen Worten, um 12.15 Uhr. Von den drei Verdächtigen war zu dieser Zeit nur die Freundin von Mrs. Smith unbeobachtet. Das Stubenmädchen sortierte bekanntlich die Wäsche in der Kabine des Dienstpersonals, während sich der Steward die Gardinenpredigt von Mrs. Smith anhörte. Wo sich zu dieser Zeit die Freundin aufhielt, war nicht bekannt, d. h., nur sie konnte die Juwelen gestohlen haben.

**69.** 1. Nehmen wir einmal an, daß Arthur in den Vorstand gewählt wird, dann muß auch Berton gewählt werden (denn Arthur wollte nicht ohne Berton arbeiten). Jedoch würde dann Ewald nicht mitarbeiten (weil Arthur und Berton zusammen gewählt worden sind). Als zweites Paar können wir in diesem Fall nur Kongrew und Flynn auswählen (da Kongrew nicht ohne Flynn mit Berton und Dawns nicht mit Flynn arbeiten wollte). So war es jedoch unmöglich, die Ämter für den Vorstand zu verteilen (Flynn will nur den Präsidentenposten übernehmen und dann kann keiner von den anderen Vizepräsident werden). D. h., die Annahme, daß Arthur Mitglied des Vorstandes wird, muß aufgegeben werden.

2. Jetzt braucht nur noch unter fünf Kandidaten ausgewählt zu werden. Dawns entfällt sofort, da er es ablehnt, mit Ewald und Flynn zusammenzuarbeiten, d. h., die einzige Möglichkeit ist: Berton, Kongrew, Ewald, Flynn (dies ist möglich, weil Kongrew mit der Zugehörigkeit von Berton und Flynn zum Vorstand und Ewald mit der Zugehörigkeit von Berton einverstanden sind).

Die Ämter wurden folgendermaßen verteilt: Flynn ist Präsident (auf etwas anderes ließ er sich nicht ein), Ewald wurde Vizepräsident (Berton wollte es nicht sein und Flynn war dagegen, daß Kongrew dieses Amt erhält). Berton wurde Kassenverwalter (Sekretär wollte er nicht sein); Kongrew wurde schließlich Sekretär.

Beginnt man nicht mit Arthur, sondern mit irgendeinem anderen der sechs, so kann man ähnliche Überlegungen anstellen.

**70.** Der stärkste war Wladimir, dann kam Boris, Arkadi und Nikolai (als schwächster).

Aus der Bedingung der Aufgabe berücksichtigen wir folgende Beziehungen:

Boris ist stärker als Arkadi und Nikolai ... (1); Boris und Arkadi sind genausostark wie Wladimir und Nikolai ... (2); Boris und Nikolai sind schwächer als Wladimir und Arkadi ... (3).
Aus Punkt 2 und 3 folgt, daß Wladimir der stärkste ist.
Aus Punkt 1 folgt, daß Boris der zweitstärkste ist.
Aus Punkt 2 kann man schließen, daß Arkadi der drittstärkste ist.
Folglich ist Nikolai der schwächste.

**71.** Kolja konnte Dina nicht heiraten, da sie seine Schwester war. Er war älter als Dima, und Vera war das älteste der Mädchen. Deshalb konnte er auch Vera nicht heiraten (andernfalls wäre die Summe ihrer Alter nicht gleich dem Gesamtalter des ersten bzw. zweiten Paares). Folglich heiratete Tolja Hanna.
Wir wissen folgendes: Alter von Dima + Alter von Hanna = Alter von Boris + Alter von Dina. Hanna scheidet jedoch aus dem Kreis aus, und Dima und Vera können nicht zusammen ein Paar bilden (sie ist die älteste der Mädchen). Daraus folgt, daß Dima Dina heiratet. Folglich heiratet Boris Vera.

**72.** Panin hat die geringste Punktezahl. Mit Boris hat er jedoch zusammen 9 Punkte. Panin kann nicht nur einen Punkt haben, da seine Beute größer war als die der anderen (in bezug auf die Stückzahl), d. h., er hat 2 oder 3 Punkte und Boris 7 oder 6. Das zweite Paar hat entsprechend 4 bzw. 5 Punkte. Da Panin mehr als die andern fing, bedeutet das, daß er wenigstens drei Fische fing. Andernfalls würde jeder der andern genau einen Fisch gefangen haben und zum Gesamtertrag würden drei Barsche gehören. Da Panin mindestens drei Fische angelte und höchstens drei Punkte bekam, bestand seine Beute natürlich aus drei Kaulbarschen. Nun verteilen wir die übrigen 15 Punkte unter die anderen Fischer. Wir beachten dabei, daß erstens keiner der Fischer mehr als zwei Fische angelte, und zweitens, daß die einzige Möglichkeit der Verteilung der Punkte 5, 4 und 6 ist (Borissow hat 6 Punkte), und drittens, daß es 6 Punkte für die drei Barsche gab.
Borissow erwarb 6 Punkte und fing jedoch höchstens zwei Fische, unter denen kein Zander war. Folglich mußte er einen Blei und einen Barsch gefangen haben. Nun bleiben noch zwei Barsche übrig. Das sind zusammen 4 Punkte. Derjenige, der einen Zander fing, zog keinen anderen Fisch aus dem Wasser, da ein Zander 5 Punkte wert war.
Somit bekam Borissow 6 Punkte für einen Blei und einen Barsch. Sergejew 5 Punkte für einen Zander, Lednjow 4 Punkte für zwei Barsche und Panin 3 Punkte für drei Kaulbarsche.

**73.** Der Lesezirkel hatte sechs Mitglieder, und diese lasen vier verschiedene Zeitschriften.

74. Zehn. Die Buchstaben F, R und M bedeuten, daß die Betreffenden Fotoamateur, Radiobastler sowie Musikfreund sind.
Wenn 7 Jungen Fotoamateure sind, 6 Radiobastler und 5 Musikfreunde, erhalten wir folgende Tabelle:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | F | F | F | F | F | | F | | |
| R | R | R | R | | | R | | R | |
| M | | | | M | M | M | | | M |

Aus der Tabelle können wir leicht ersehen, daß sich in der Klasse 10 Jungen befinden.

75. Der Familienname des Piloten ist Smirnow.

76. Morosow gibt Französisch- und Geschichtsunterricht, Wassiljew Biologie- und Englischunterricht und Tokarew Geographie- und Mathematikunterricht.

77. Auf den ersten beiden Steinen hatte Aljoscha zusammen 23 Punkte. Dies konnten nur die Steine 6÷6 und 6÷5 sein. Borja bekam für die ersten beiden Steine 20 Punkte. Das bedeutet, daß es die Steine 6÷4 und 5÷5 waren. Weiterhin hatte Kostja die Steine 6÷3 und 5÷4 und Dima 5÷3 und 4÷4.
Aljoscha konnte das Spiel nicht mit dem Stein 6÷6 beginnen, weil in diesem Falle Borja 6÷4 setzen müßte, Kostja 6÷3 oder 5÷4 und Dima entweder 5÷3 oder 4÷4. Danach würde es bei der zweiten Runde nicht gelingen, alle Steine, die in den Bedingungen genannt wurden, zu setzen. Folglich begann Aljoscha das Spiel mit dem Stein 6÷5. Das Spiel verlief nun folgendermaßen:

| | 1. Runde | 2. Runde | 3. Runde |
|---|---|---|---|
| Aljoscha | 5÷6 | 6÷6 | 6÷2 |
| Borja | 5÷5 | 6÷4 | |
| Kostja | 5÷4 | 6÷3 | |
| Dima | 4÷4 | 5÷3 | |

78. Wasja wurde erster, Tolja zweiter, Kolja dritter und Petja vierter.