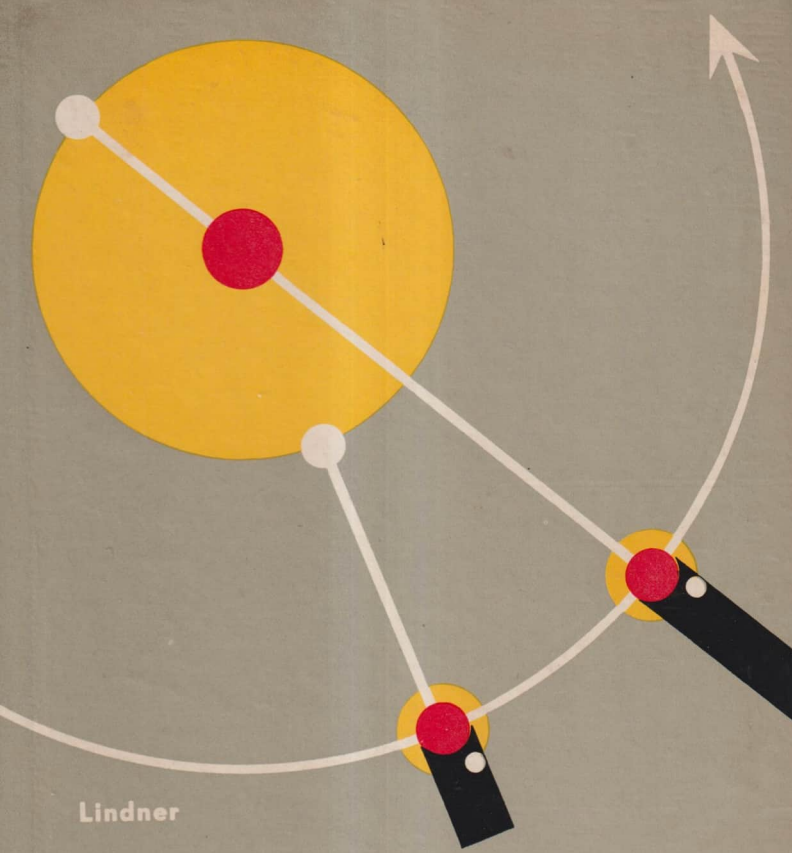


Lindner

Lehrbuch der Physik

für Techniker und Ingenieure

Band II

LEHRBUCH DER PHYSIK

FÜR TECHNIKER UND INGENIEURE

BAND II

Wärmelehre, Akustik, Optik

VON HELMUT LINDNER

Dozent an der Ingenieurschule für Elektrotechnik, Mittweida

Sechste, verbesserte Auflage

Mit 304 Bildern und einer mehrfarbigen Tafel

fv

VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG 1961

Als Lehrbuch an den Fachschulen
der Deutschen Demokratischen Republik eingeführt
Staatssekretariat für das Hoch- und Fachschulwesen
Berlin, den 25. 4. 1955

Zeichnungen: C. Dumann, Leipzig

Redaktionsschluß 1. 4. 1961

Alle Rechte vorbehalten · VEB Fachbuchverlag Leipzig
Satz und Druck: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)
Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/46/61 des Ministeriums für Kultur
der Deutschen Demokratischen Republik, Abteilung Literatur und Buchwesen

Vorwort

Die Physik ist neben der Mathematik eine der wissenschaftlichen Grundlagen der Technik. Ohne ein bestimmtes Maß physikalischer Kenntnisse können die technischen Fachkräfte vom Facharbeiter bis zum leitenden Ingenieur nicht die erforderliche Sicherheit und Wendigkeit bei der Lösung ihrer Aufgaben erlangen, können sie vor allem auch nicht schöpferisch an der Entwicklung der Technik teilnehmen. Die Höherentwicklung der Technik in den Ländern des sozialistischen Lagers ist aber eine der wichtigsten Voraussetzungen für den planmäßigen Aufbau eines Lebens in Frieden und Wohlstand.

Dieses Lehrbuch der Physik ist für den werdenden Ingenieur bestimmt. Es ist zunächst für den Gebrauch an technischen Fachschulen und in Technischen Betriebsschulen oder Volkshochschulen gedacht, ist aber auch als Hilfsmittel für das Selbststudium geeignet.

Dementsprechend erfordert es keine höhere Schulbildung, sondern entwickelt möglichst voraussetzungslos und leichtverständlich die physikalischen Grundlagen der Technik. Die Gliederung des Stoffes folgt den Lehrplänen der Ingenieurschulen der Deutschen Demokratischen Republik, die vor allem auch nach pädagogischen Gesichtspunkten aufgestellt worden sind.

Nach einer kurzen Einleitung über Wesen und Arten der Physik und der gesetzlichen Maßeinheiten behandelt Band I alle Gebiete der Mechanik der festen Körper, Flüssigkeiten und Gase. Der vorliegende Band II ist der Akustik, der Wärmelehre und der Optik gewidmet. Im Band III wird die Elektrizitätslehre und die Atomphysik gebracht.

Die Festigkeitslehre wurde bewußt beiseite gelassen, da sie an den Ingenieurschulen als besonderes Fach mit im wesentlichen technischer Betonung behandelt wird. Über die Festigkeitslehre ist außerdem im VEB Fachbuchverlag bereits ein geeignetes Lehrbuch erschienen.

Auch in der Methode folgt das Buch den an technischen Fachschulen bewährten Grundsätzen. So ist z. B. die Anwendung der vektoriellen Schreibweise nicht möglich, weil an den Ingenieurschulen die Vektorrechnung (bis auf gelegentliche Anwendung der Vektoraddition) nicht gelehrt wird.

Es wird empfohlen, bei allen Rechnungen die Maßeinheiten mitzuschreiben, wie dies in den hier gegebenen Beispielen durchgeführt ist. Damit Verwechslungen vermieden werden, sind nach DIN 1338 die Formelzeichen kursiv (z. M. Masse m, Erdbeschleunigung g, Weg s) und die Maßeinheiten in senkrechter Schrift (z. B. Meter m, Gramm g, Sekunde s) gedruckt.

Die vorliegende 6. Auflage hat gegenüber den vorangegangenen Auflagen weitere methodische Verbesserungen erfahren. Insbesondere wurden die durch die Verordnung vom 14. 8. 1958 in der DDR eingeführten gesetzlichen Maßeinheiten konsequent angewendet und mit ganz geringen Ausnahmen alle Gleichungen als Größengleichungen dargestellt. Auf nicht mehr zulässige Einheiten ist nur gelegentlich und informatorisch hingewiesen worden.

Mittweida i. S. und Leipzig, Januar 1961 Verfasser und Verlag

Inhaltsverzeichnis

A. Die Lehre vom Schall (Akustik)

1 Das Wesen des Schalls 1

1.1 Entstehung des Schalls 1
1.2 Frequenz und Tonhöhe 1
1.3 Arten des Schalls 2

2 Die Ausbreitung des Schalls 2

2.1 Schallgeschwindigkeit in festen Stoffen 3
2.2 Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten 4
2.3 Schallgeschwindigkeit in Gasen 4
2.4 Geschwindigkeit von Seilwellen 5
2.5 Das Dopplersche Prinzip 5

3 Schallerzeuger 6

3.1 Schwingende Saiten 6
3.2 Schwingende Stäbe und Platten 7
3.3 Schwingende Luftsäulen 9

4 Töne und Klänge 10

4.1 Tonleitern und Intervalle 10
4.2 Klänge 12
4.3 Schwebungen 13
4.4 Resonanz 14

5 Das Schallfeld und seine Größen 15

5.1 Die Schallschnelle 15
5.2 Der Schalldruck 16
5.3 Die Schallstärke 17
5.4 Vergleich von Schallstärken 18

6 Physiologische Akustik 19

6.1 Das menschliche Ohr 19
6.2 Die Schwellenwerte 19
6.3 Die Lautstärke 20

7 Raum- und Bauakustik 22

7.1 Die Schallabsorption (Schluckung) 22
7.2 Die Schalldämmung 23
7.3 An- und Nachhall 25

8 Ultraschall 27

B. Wärmelehre

9 Wesen von Temperatur und Wärme 29

10 Die Wärmeausdehnung 29

10.1 Die Ausdehnung fester und flüssiger Körper 30

10.11 Die lineare (Längen-) Ausdehnung 30
10.12 Die kubische (räumliche) Ausdehnung 31
10.13 Temperaturmessung 33

10.2 Die Wärmeausdehnung der Gase 37

10.21 Das Gesetz von Gay-Lussac 37
10.22 Die absolute Temperatur 38
10.23 Das Gasthermometer 39

10.3 Die Zustandsgleichung der Gase 40

10.31 Die allgemeine Zustandsgleichung 42

11 Die Wärmeenergie 45

11.1 Die spezifische Wärme 45

11.11 Die spezifische Wärme fester und flüssiger Körper 45
11.12 Wärmeinhalt und Wärmekapazität 47
11.13 Bestimmung der spezifischen Wärme fester und flüssiger Stoffe 47

11.2 Das mechanische Wärmeäquivalent 48

11.3 Die spezifische Wärme der Gase 50

11.4 Wärmequellen 51

11.41 Kosmische Wärmequellen 51
11.42 Die Verbrennungswärme 52

12 Änderungen des Aggregatzustandes 54

12.1 Schmelzen und Erstarren 54

12.11 Der Schmelzpunkt 54
12.12 Volumänderung beim Schmelzen und Erstarren 55
12.13 Das Erstarren von Lösungen und Legierungen 55
12.14 Schmelz- und Erstarrungswärme 56
12.15 Lösungswärme 57

12.2 Verdampfen und Kondensieren 57

12.21 Der Siedepunkt 57
12.22 Verdampfungs- und Kondensationswärme 58

12.3 Dämpfe 59

12.31 Dampf- und Gaszustand 59
12.32 Dampfdruck und Temperatur 62
12.33 Wärmeinhalt der Dämpfe 64
12.34 Die Luftfeuchtigkeit 65

13 Die Ausbreitung der Wärme 67

13.1 Wärmeströmung 68
13.2 Wärmeleitung 68
13.3 Wärmeübergang 70
13.4 Wärmedurchgang 71

13.5 Temperaturstrahlung 71
13.51 Das Wesen der Wärmestrahlung 71
13.52 Reflexion und Absorption der Temperaturstrahlung 73
13.53 Das Kirchhoffsche Strahlungsgesetz 75
13.54 Strahlungsleistung und Temperatur 76
13.55 Spektrale Verteilung der Temperaturstrahlung 77
13.56 Temperaturmessung durch Strahlung 78
14 Zustandsänderungen der Gase 79
14.1 Die isotherme Zustandsänderung 79
14.11 Die Arbeit bei isothermen Vorgängen 81
14.2 Die adiabatische Zustandsänderung 84
14.21 Die Arbeit bei adiabatischen Vorgängen 86
14.22 Die polytrope Zustandsänderung 86
14.23 Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen 87
15 Kreisprozesse 87
15.1 Wirkungsweise der Wärmekraftmaschinen 87
15.11 Die Kolbendampfmaschine 87
15.12 Der Viertakt-Ottomotor 88
15.13 Der Zweitakt-Ottomotor 89
15.14 Der Dieselmotor 90
15.2 Die Kompressionskältemaschine 91
15.3 Die Wärmepumpe 92
15.4 Der Carnotsche Kreisprozeß 92
15.5 Rückwärts laufende Kreisprozesse 95
16 Die Entropie 96
16.1 Die Entropie beim Carnotschen Kreisprozeß 96
16.2 Entropiezuwachs bei Erwärmung 97
16.3 Entropiezunahme beim Mischvorgang 97
16.4 Der II. Hauptsatz der Wärmetheorie 98
17 Die realen Gase 99
17.1 Der kritische Zustand 101
17.2 Die Verflüssigung der Gase 101
18 Kinetische Gastheorie 102
18.1 Die Loschmidtsche Zahl 102
18.2 Die Molekulargeschwindigkeit 104
18.21 Die mittlere energetische Geschwindigkeit 104
18.22 Die Geschwindigkeitsverteilung 105
18.3 Molekularbewegung und Wärme 106
18.31 Molekularenergie und Temperatur 106
18.32 Molekularkinetische Darstellung der spezifischen Wärme 107
18.4 Stoßzahl und mittlere freie Weglänge 109

C. Die Lehre vom Licht (Optik)

19 Das Wesen des Lichtes 111
19.1 Lichtquellen 112
19.2 Die geradlinige Ausbreitung des Lichtes 112
19.3 Die Lichtgeschwindigkeit 113

20 Die Reflexion (Zurückwerfung) des Lichtes 114
20.1 Der ebene Spiegel 115
20.11 Der Lichtzeiger 116
20.12 Der Winkelspiegel 116
20.13 Der Spiegelsextant 117
20.2 Gekrümmte Spiegel 117
20.21 Der sphärische Hohlspiegel 117
20.22 Bilder des Hohlspiegels 118
20.23 Die Gleichungen des Hohlspiegels 119
20.24 Der sphärische Wölb- (Konvex-) Spiegel 121
21 Die Brechung (Refraktion) des Lichtes 121
21.1 Die planparallele Platte 123
21.2 Das Prisma 124
21.3 Die Totalreflexion 125
22 Die Zerlegung des Lichtes (Dispersion) 127
22.1 Die Spektren 128
22.11 Das kontinuierliche Spektrum 128
22.12 Das Linienspektrum 129
22.13 Absorptionsspektren 129
23 Die Linsen 131
23.1 Sammellinsen 131
23.11 Bilder der Sammellinse 132
23.12 Die Linsengleichungen 133
23.2 Die Zerstreuungslinse 135
23.3 Dicke Linsen 135
23.4 Linsensysteme 136
23.5 Linsenfehler 137
23.51 Der chromatische (Farb-) Fehler 137
23.52 Der sphärische (Kugel-) Fehler 137
23.53 Astigmatismus und weitere Fehler 138
24 Optische Instrumente 139
24.1 Das Auge 139
24.11 Aufbau des Auges 139
24.12 Kurz- und Weitsichtigkeit 141
24.13 Das plastische Sehen 141
24.14 Die Sehschärfe 141
24.2 Die Lupe 142
24.3 Die fotografische Kamera 143
24.4 Der Projektionsapparat 144
24.5 Das astronomische Fernrohr 145
24.6 Das terrestrische Fernrohr 146
24.7 Besondere Okulare 146
24.8 Das Galileische Fernrohr 147
24.9 Das Mikroskop 147
25 Die Interferenz des Lichtes 149
25.1 Interferenz an dünnen Blättchen 149
25.2 Interferenz an dünnen Überzügen auf dichterem Medium 151
25.3 Interferenz an dünnen Luftschichten 151

26 Die Beugung des Lichtes 153
26.1 Beugung am einfachen Spalt 154
26.2 Beugungsgitter 155
26.3 Das Auflösungsvermögen optischer Instrumente 156

27 Die Polarisation des Lichtes 158
27.1 Polarisation durch Reflexion und Brechung 159
27.2 Polarisation durch Doppelbrechung 159

28 Physiologische Optik 161
28.1 Die spektrale Empfindlichkeit des Auges 161
28.2 Die Farben 162
28.21 Die unbunten Farben 162
28.22 Die reinen Farben 163
28.23 Die verhüllten Farben 164
28.24 Farbmischung 165

29 Photometrie 166
29.1 Photometrische Grundgrößen 167
29.11 Die Lichtstärke 167
29.12 Der Lichtstrom 167
29.13 Die Beleuchtungsstärke 169
29.14 Die Leuchtdichte 170
29.2 Messung von Lichtstärken 172
29.3 Messung des Lichtstromes und der Beleuchtungsstärke 173

30 Licht und Stoff 173
30.1 Geschichtliches zur Theorie des Lichtes 173
30.2 Fluoreszenz und Phosphoreszenz 175
30.3 Chemische Wirkungen des Lichtes 176
30.4 Elektrische Wirkungen des Lichtes 176
30.5 Teilchen und Wellen 178

Sachwortverzeichnis 181

Bildquellenverzeichnis 186

A. Die Lehre vom Schall (Akustik)

1 Das Wesen des Schalls

1.1 Entstehung des Schalls

Alle mit dem Gehör wahrnehmbaren Erscheinungen bezeichnet man als **Schall.** Die Ursache ist meist leicht zu erkennen: Vibrierende Körper teilen ihre Schwingungen der umgebenden Luft mit, wo sie sich als **Schallwellen** ausbreiten und schließlich an unser Ohr gelangen. Die Gesetze der Akustik ordnen sich den allgemeinen Gesetzen der Schwingungs- und Wellenlehre (s. Band I) unter. Insbesondere entsprechen einander:

Wellenlänge bzw. Frequenz — **Tonhöhe**
(s. Abschn. 1.2)

Schwingungsform — **Klangfarbe**
(s. Abschn. 4.2)

Amplitude — **Schallstärke**
(s. Abschn. 5.3)

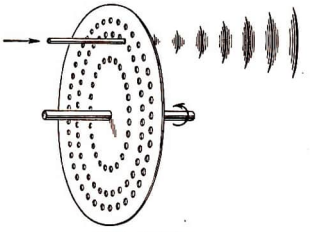


Bild 1. Lochsirene

Versuch: Daß ohne ein übertragendes Medium keine Schallausbreitung möglich ist, zeigt folgender Versuch. Eine elektrische Klingel hängt an einem Gummiband in einer gläsernen Glocke, die auf dem Teller einer Luftpumpe steht. Beim Auspumpen wird der Ton der Klingel immer schwächer und verschwindet schließlich ganz. Nur ein ganz leises Surren zeigt, daß noch ein wenig Schallenergie von der Aufhängung nach außen geleitet wird.

1.2 Frequenz und Tonhöhe

Hohe Frequenzen werden als **hohe,** niedrige als **tiefe Töne** empfunden.

Den Zusammenhang zwischen Tonhöhe und Frequenz zeigt die **Lochsirene,** eine rotierende Scheibe mit mehreren Lochreihen, gegen die ein Luftstrom bläst (Bild 1). Mit zunehmender Drehzahl steigt auch die Tonhöhe.

Frequenzbereiche

Tonerzeuger	Frequenzbereich in Hertz	tiefster Ton[1]	höchster
Orgel	16,35 ··· 8372	C_2	c^6
Klavier	27,50 ··· 3520	A_2	a^4
Geige	196,0 ··· 2794	g	f^4
Sopran	261,6 ··· 1047	c^1	c^3
Tenor	130,8 ··· 523,3	c	c^2
Baß	87,31 ··· 349,2	F	f^1

[1]) Bezeichnungsweise s. S. 11.

Zur einheitlichen Stimmung aller Musikinstrumente dient heute der 1931 international vereinbarte

Normalstimmton $a^1 = 440$ Hz

Früher war der sogenannte Wiener Kammerton $a^1 = 435$ Hz in Gebrauch.

1.3 Arten des Schalls

Den mit dem Ohr wahrnehmbaren Frequenzbereich bezeichnet man als **Hörschall**. Er umfaßt Schwingungen von etwa 16 Hz bis etwa 20000 Hz. Die **obere Hörgrenze** sinkt mit dem Lebensalter. Beethoven wurde auf seine beginnende Taubheit dadurch aufmerksam, daß er eines Tages das hohe Zwitschern der Fledermäuse nicht mehr hörte.

Frequenzen jenseits der oberen Hörgrenze werden als **Ultraschall** bezeichnet (Abschn. 8). Unterhalb der hörbaren Frequenzen spricht man von **Infraschall** (Gebäudeschwingungen, Verkehrserschütterungen usw.).

Die physikalisch einfachste, nämlich die harmonische Schwingung wird als **einfacher Ton** wahrgenommen. Klänge sind Tongemische, die sich nach bestimmten Gesetzen aufbauen. Die sogenannten einfachen Töne der Musikinstrumente sind im physikalischen Sinn keine Töne, sondern **Klänge.**

Beweis: Ein und derselbe Ton, nacheinander auf einem Klavier, einer Geige und einer Flöte hervorgebracht, besitzt eine ganz verschiedene **Klangfarbe**, dadurch hervorgerufen, daß neben einem Hauptton noch eine ganze Reihe von Nebentönen mitklingen (s. S. 12).

Gemische von Tönen ohne gesetzmäßigen Aufbau nennt man **Geräusche.** Einen einmaligen und sehr kurzzeitigen Schalleindruck nennt man **Knall.** Zwischen diesen Schallarten sind mannigfache Übergänge möglich. Der Schlag auf eine Pauke stellt einen Knall von bestimmter Tonhöhe dar. Der Klang eines schnellaufenden Motors ist vorwiegend ein Geräusch.

2 Die Ausbreitung des Schalls

In festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen breitet sich der Schall in Form von Longitudinal- (Längs-) Wellen aus. Die allgemeinen Gesetze der Reflexion, Brechung und Beugung gelten daher auch für Schallwellen. Mit geringen Ausnahmen beim Ultraschall ist die Schallgeschwindigkeit von der Frequenz unabhängig und richtet sich allein nach den physikalischen Eigenschaften des jeweiligen Mediums.

Beweis: Wenn die Schallgeschwindigkeit von der Frequenz abhängen würde, kämen die Tonfolgen einer aus größerer Entfernung angehörten Musik völlig durcheinander beim Hörer an.

Versuche: 1. Man beobachte aus größerer Entfernung einen Mann, der Holz hackt. Erst wenn der Mann zum nächsten Schlag ausholt, hört man das Geräusch des aufschlagenden Beils. 2. Zwischen Blitz und Donner vergeht eine beträchtliche Zeit. Aus der in Sekunden gemessenen zeitlichen Verzögerung kann man die Entfernung des Gewitters abschätzen. 3. Um die Schallgeschwindigkeit in Luft angenähert zu messen, kann man eine Pistole abfeuern. Ein in größerer Entfernung befindlicher Beobachter stellt mit einer Stoppuhr den Zeitunterschied zwischen dem Erscheinen des Mündungsrauchs und dem Eintreffen des Knalls fest.

Schallgeschwindigkeit in der Luft bei 14 °C: $c = 340$ m/s

Die Schallgeschwindigkeit in den verschiedenen Medien läßt sich nach folgenden Überlegungen berechnen.

2.1 Schallgeschwindigkeit in festen Stoffen

Um die Geschwindigkeit zu finden, sei die Fortpflanzung einer longitudinalen **Stoßwelle** durch einen Stab betrachtet (Bild 2). Gegen das Ende eines Stabes von der Länge l und dem Querschnitt F werde ein Schlag geführt. Das ergibt nach (I, 8.1) eine Stauchung von $\Delta l = \frac{P l}{E F}$ (E Elastizitätsmodul), so daß die wirkende Kraft $P = \frac{\Delta l E F}{l}$. Diese Verdichtung wandert als Stoßwelle mit der Geschwindigkeit $c = \frac{l}{\Delta t}$ durch den Stab. Wenn sie am anderen Ende angekommen ist, streckt sich die Stauchung dort wieder aus, der Stab hat sich als Ganzes in der Zeit Δt um das Stück Δl verschoben. Die Geschwindigkeit dieser Verschiebung ist $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$. Da der Stab vorher ruhte, ist die Geschwindigkeitszunahme, d. h. die dem Stab mitgeteilte Beschleunigung, $b = \frac{\Delta l}{(\Delta t)^2}$ und die hierzu erforderliche Kraft

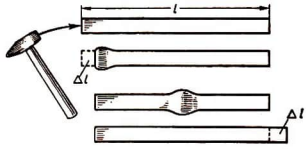


Bild 2. Stoßwelle in einem Stab

$$P = m\,b = \frac{\varrho l F \Delta l}{(\Delta t)^2}, \quad \text{weil} \quad m = \varrho l F.$$

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für P entsteht

$$\frac{\varrho l F \Delta l}{(\Delta t)^2} = \frac{\Delta l E F}{l}.$$

Unter Beachtung von $c = \frac{l}{\Delta t}$ folgt daraus $c^2 = \frac{E}{\varrho}$ und damit für die

(1) **Geschwindigkeit von Längswellen in festen Stoffen:**

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}}$$

Schallgeschwindigkeiten c [m/s]

Stahl	5000	Glas	5500
Granit	3950	Blei	1300
Mauerwerk	3480	Wasser	1417 (bei 25 °C)
Holz	2500···4500	Kohlendioxyd	258 (bei 0 °C)
Kork	500	Wasserstoff	1261 (bei 0 °C)
Gummi	54	Luft	331,6 (bei 0 °C)

Beispiel: In welcher Zeit durcheilt ein Geräusch eine Kupferleitung von 5 km Länge, wenn der E-Modul $1{,}2 \cdot 10^6$ kp/cm² und die Dichte 8,9 g/cm³ beträgt?
Mit $E = 1{,}2 \cdot 10^6 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4$ N/m² und $\varrho = 8\,900$ kg/m³ ergibt Formel (1):

$$c = \sqrt{\frac{1{,}2 \cdot 10^6 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4 \,\mathrm{kg\,m \cdot m^3}}{\mathrm{s^2\,m^2\,8900\,kg}}} = 3640 \text{ m/s}.$$

Aus $c = \frac{s}{t}$ findet man $t = \frac{5000 \text{ m s}}{3640 \text{ m}} = 1{,}37$ s.

2.2 Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten

Setzt man an Stelle des E-Moduls die Dehnungszahl α, so wird nach (1)

$$c = \sqrt{\frac{1}{\alpha \varrho}}.$$

Der Dehnungszahl α entspricht bei Flüssigkeiten und Gasen der Kompressibilitätskoeffizient β (I, 9.21). Er gibt die Volumänderung ΔV bei einer Druckänderung Δp an, bezogen auf die Volumeinheit V, so daß

(2a) $$\beta = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p}$$ und damit die

(2) **Geschwindigkeit von Längswellen in Flüssigkeiten:** $$\boxed{c = \sqrt{\frac{1}{\beta \varrho}}}$$

Unter dem Druck von 1 kp/cm² verringert Wasser sein Volumen (bei 20 °C) um den Bruchteil 0,000048, so daß die Kompressibilität $\beta = 48 \cdot 10^{-6}$ cm²/kp. Setzt man in (2) diesen Wert sowie die Dichte ein, so erhält man $c = 1430$ m/s. Der gemessene Wert ist $c = 1417$ m/s.

2.3 Schallgeschwindigkeit in Gasen

Wegen der großen Geschwindigkeit, mit der in den Gasen Verdichtungen und Verdünnungen aufeinanderfolgen, muß man die für adiabatische Vorgänge gültige Beziehung (S. 87) zugrunde legen, wonach sich der Kompressibilitätskoeffizient $\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p} = \frac{1}{\varkappa p}$ ergibt, so daß nach (2a) $\beta = \frac{1}{\varkappa p}$. Setzt man dies in (2) ein, so erhält man die

(3) **Schallgeschwindigkeit in Gasen:** $$\boxed{c = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\varrho}}}$$

Wenn man nach S. 44 (34c) $\frac{p}{\varrho} = pv = \frac{\Re T}{M}$ setzt, erhält man

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{\Re T \varkappa}{M}}}$$

und ersieht hieraus, daß im **idealen** Gas die Schallgeschwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängt.

Für 0 °C, $p = 760$ Torr $= 10330 \cdot 9{,}81$ N/m² und $\varrho = 1{,}293$ kg/m³ ergibt die Rechnung bei Luft:

$$c = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 10330 \cdot 9{,}81 \text{ kg m} \cdot \text{m}^3}{\text{s}^2\, \text{m}^2\, 1{,}293 \text{ kg}}} = 331{,}2 \text{ m/s}.$$

Gemessen wurde der Wert $c = 331{,}6$ m/s bei 0 °C.

Bei gleichbleibendem Druck nimmt aber die Dichte mit der Temperatur ab, und zwar ist nach (29) $\varrho = \frac{\varrho_0}{1+\alpha t}$. Setzt man diesen Wert in (3) ein, dann

erhält man die

(4) **Schallgeschwindigkeit in der Luft bei der Temperatur t:** $c = c_0\sqrt{1 + \alpha t},$

d. h. etwa $\boxed{c = (331{,}6 + 0{,}6\,t)\ \mathrm{m/s}}$ [1]) (t in °C)

Beispiel: Berechne die Schallgeschwindigkeit in Luft bei 20 °C. — Die Formel (4) ergibt $c = (331{,}6 + 0{,}6 \cdot 20)\ \mathrm{m/s} = 343{,}6\ \mathrm{m/s}$.

2.4 Geschwindigkeit von Seilwellen

Beim Anzupfen einer gespannten Saite oder bei der Querbewegung eines Seiles entstehen Transversalwellen. Ihre Laufgeschwindigkeit steigt mit der Spannkraft P und nimmt mit zunehmendem Querschnitt F des Seiles ab. In Formel (1) tritt an Stelle des E-Moduls die Seilspannung $\frac{P}{F}$.

(5) **Geschwindigkeit von Querwellen in gespannten Seilen:** $\boxed{c = \sqrt{\frac{P}{F\varrho}}}$

Beispiel: Eine 50 m lange Telefonleitung aus Kupfer ($\varrho = 8{,}9\ \mathrm{g/cm^3}$) von 6 mm² Querschnitt ist mit einer Kraft von 8 kp ausgespannt. Mit welcher Geschwindigkeit pflanzt sich ein quer gegen den Draht geführter Stoß fort? — Da es sich hier nicht um eine longitudinale, sondern um eine Seilwelle handelt, ergibt Einsetzen der gegebenen Werte in (5):

$$c = \sqrt{\frac{8 \cdot 9{,}81\ \mathrm{kg\,m \cdot m^3}}{\mathrm{s^2}\,6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2}\,8{,}9 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}}} = 38{,}4\ \mathrm{m/s}$$

Die Querwelle läuft also etwa 10mal langsamer als eine im gleichen Material laufende Längswelle. Ein Geräusch im Draht wird viel schneller fortgeleitet als eine mechanische Erschütterung.

2.5 Das Dopplersche Prinzip

Beim Herannahen einer pfeifenden Lokomotive oder eines Rennwagens macht man die Beobachtung, daß die Tonhöhe im Moment des Vorüberfahrens um eine gewisse Stufe absinkt. Diese Erscheinung beruht auf der Relativbewegung der Schallquelle gegen den Beobachter (Doppler, 1842).

1. Ruhende Schallquelle und bewegter Beobachter (Bild 3b). Die Frequenz der Schallquelle sei f_0. Bewegt sich der Beobachter mit der Geschwindigkeit v dem Schall entgegen, so empfängt sein Ohr in jeder Sekunde $f' = \frac{v}{\lambda}$ Wellen zusätzlich, so daß die wahrgenommene Frequenz wegen $\lambda = \frac{c}{f_0}$ (siehe Wellenlehre I, 7.1) $f = f_0 + f' = f_0 + \frac{f_0 v}{c}$. Der Beobachter empfängt einen Ton höherer Frequenz.

(6) **Frequenz bei ruhender Quelle und bewegtem Beobachter:** $\boxed{f = f_0\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)}$

Das daruntergesetzte Minuszeichen gilt für den Fall, daß sich der Beobachter von der Schallquelle entfernt.

[1]) Denn: $c_0\sqrt{1 + 0{,}00367\,t} \approx c_0\,(1 + 0{,}00184\,t) = 331{,}6 + 0{,}6\,t$.

2. Ruhender Beobachter und bewegte Schallquelle. Man könnte zunächst meinen, das Ergebnis müßte dasselbe sein. Bewegt sich die Quelle mit der Geschwindigkeit v gegen den Beobachter, so steht den f_0 Schwingungen je Sekunde nur ein Ausbreitungsraum von $(c - v)$ zur Verfügung. Die Wellenlänge wird auf $\lambda = \frac{c - v}{f_0}$

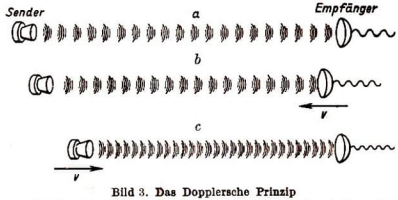


Bild 3. Das Dopplersche Prinzip
a) Sender und Empfänger in Ruhe, b) bewegter Empfänger, c) bewegter Sender

zusammengedrängt. Wegen $f = \frac{c}{\lambda}$ hört der Beobachter dann die Frequenz $f = \frac{c f_0}{c - v}$, also

(7) **Frequenz bei bewegter Quelle und ruhendem Beobachter:** $\boxed{f = \frac{f_0}{1 \mp v/c}}$

Das Minuszeichen gilt für den Fall, daß sich die Schallquelle nach dem Beobachter hin bewegt.

Um den Unterschied beider Fälle deutlich zu erkennen, sei erstens angenommen, der Beobachter entferne sich mit der Schallgeschwindigkeit c von der Quelle. Dann wird nach (6) $f = f_0\left(1 - \frac{c}{c}\right) = 0$. Er läuft mit dem Schall und wird überhaupt keinen Ton wahrnehmen. Fährt er ihm mit Schallgeschwindigkeit entgegen, so entsteht für ihn wegen $f = f_0\left(1 + \frac{c}{c}\right) = 2f_0$ die doppelte Frequenz.

Wenn zweitens der Fall gesetzt wird, daß sich die Quelle vom Beobachter mit Schallgeschwindigkeit entferne, wird wegen (7) $f = \frac{f_0}{1 + c/c} = \frac{f_0}{2}$. Kommt schließlich die Quelle mit gleicher Geschwindigkeit dem Beobachter entgegen, so ergibt sich $f = \frac{f_0}{1 - c/c} = \infty$, d. h. ein Ton von unendlich hoher Frequenz.

Beispiel: In welchem Frequenzverhältnis schlägt der Ton von 50 Hz eines mit 180 km/h vorüberfahrenden Rennwagens um? — Nach (7) ist beim Herannahen $f_1 = \frac{50\ ^1/_s}{1 - 50/344} = 58{,}5$ Hz und beim Davonfahren $f_2 = \frac{50\ ^1/_s}{1 + 50/344} = 43{,}7$ Hz. Das Frequenzverhältnis ist etwa 4:3. (Nach S. 11 ist dies eine Quarte.)

3 Schallerzeuger

3.1 Schwingende Saiten

Gespannte Saiten können durch Schlag (Klavier), Anzupfen (Gitarre, Cembalo) oder Anstreichen (Geige) zum Schwingen gebracht werden. Mittels eines **Steges** werden die frei kaum wahrnehmbaren Schwingungen auf einen Resonanzboden oder

-kasten übertragen. Die einfachste Form eines derartigen Instrumentes ist das **Monochord**, bei dem man Saitenlänge und -spannung leicht verändern kann (Bild 4).

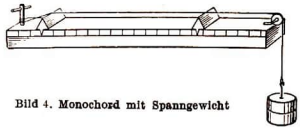


Bild 4. Monochord mit Spanngewicht

Die Schwingung einer Saite kann als stehende Welle (I, 7.42) aufgefaßt werden. Im einfachsten Fall liegt der Schwingungsbauch in der Mitte. Auf den beiden Stegen befindet sich je 1 Knoten. Dann entspricht der Saitenlänge l eine halbe Wellenlänge, so daß $\lambda = 2l$. Da λf gleich der Laufgeschwindigkeit c ist, ergibt sich die Frequenz wegen $f = \frac{c}{\lambda}$ (I, 7.1) nach Einsetzen des Wertes für c (5):

(8) **Grundfrequenz einer schwingenden Saite:** $\boxed{f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{P}{F\varrho}}}$

Beispiele: 1. Mit welcher Grundfrequenz schwingt eine Stahlsaite ($\varrho = 7{,}8\ \mathrm{g/cm^3}$) von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt, die mit einer Kraft von 15 kp gespannt wird? —

Mit $P = 15 \cdot 9{,}81\ \mathrm{N\ (kg\,m/s^2)}$ und $\varrho = 7800\ \mathrm{kg/m^3}$

wird nach (8)

$$f = \frac{1}{2\,\mathrm{m}}\sqrt{\frac{15 \cdot 9{,}81\ \mathrm{kg\,m \cdot m^3}}{\mathrm{s^2}\ 10^{-6}\ \mathrm{m^2}\ 7{,}8 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}}} = 68{,}5\ \mathrm{Hz}.$$

2. Im Winter hört man häufig an Fernsprechfreileitungen singende Töne. Infolge der Kälte sind die Drähte straff gespannt und werden vom Wind zum Schwingen gebracht (Äolsharfe früherer Zeiten).

3. Bei Musikinstrumenten sind die Saiten für die tiefen Töne meist dicker als die oberen; denn aus Formel (8) geht hervor, daß man tiefe Frequenzen sowohl durch große Saitenlänge als auch durch großen Querschnitt F erzielen kann.

4. Saiteninstrumente werden durch Verändern der Spannkraft P gestimmt. Beim Spielen wird durch Fingerdruck die Saitenlänge l und damit die Tonhöhe verändert.

3.2 Schwingende Stäbe und Platten

Ein langer Glasstab werde zwischen den beiden Hälften eines nassen Korkes kräftig gerieben. Es entsteht ein hoher, durchdringender Ton, der von longitudinalen Schwingungen herrührt. Man kann auch glatte Holzstäbe mit einem kolophoniumbestäubten Lappen reiben. Bild 5 zeigt stark übertrieben, daß sich hierbei an den Stabenden Schwingungsbäuche in Form von Verdickungen bilden. Der Knoten ist in der Mitte, wo man den Stab auch festhalten kann, ohne den Vorgang zu beeinträchtigen. So faßt der Stab gerade eine halbe Wellenlänge. Bei an einem Ende festgeklemmten Stäben ist das freie Ende ein Schwingungsbauch, und die Stablänge

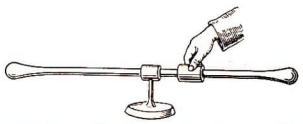


Bild 5. Längsschwingungen eines geriebenen Stabes (übertrieben!)



Bild 6
Schwingende Stimmgabel

umfaßt eine viertel Wellenlänge. Bei Halterung in der Mitte ist die Grundfrequenz wegen $l = \frac{\lambda}{2}$, $f = \frac{c}{\lambda}$ und Formel (1)

(9) **Grundfrequenz eines längsschwingenden Stabes:** $\boxed{f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}}$

Durch Vergleich mit einer verstellbaren Stimmgabel oder einem Monochord kann man die Frequenz f messen und daraus den Elastizitätsmodul E berechnen. Die sich hieraus ergebende Formel $E = 4l^2 f^2 \varrho$ gilt allerdings nur für dünne Stäbe.

Stäbe kann man auch zu Biegeschwingungen anregen. Doch ist die Berechnung hierbei weniger einfach. In dieser Weise schwingen an einem Ende festgeklemmte Stahlzungen und Stimmgabeln (Bild 6). Bei sonst gleichen Bedingungen ist die Frequenz umgekehrt proportional der Stablänge.

Longitudinal und transversal schwingende Quarzstäbe und -platten, die elektrisch angeregt werden, sind der frequenzbestimmende Teil der **Quarzuhren** und quarzgesteuerten Sender. Sie zeichnen sich bei gut geregelter Temperatur durch außerordentliche Konstanz der Frequenz aus.

Eingespannte Platten können durch Anstreichen ihres Randes ebenfalls leicht zum Schwingen gebracht werden. Der Verlauf der Wellen und ihrer Reflexion hängt von der Art der Einspannung ab. Statt der Knotenpunkte bilden sich regelmäßig angeordnete **Knotenlinien**, an denen aufgestreuter Sand liegenbleibt **(Chladnische Klangfiguren,** Bild 7). Durch Berühren des Randes mit dem Finger ändern die Linien ihre Form.

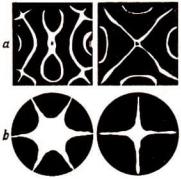


Bild 7
Chladnische Klangfiguren

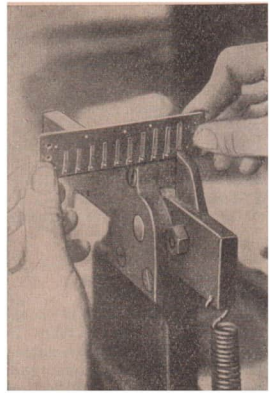


Bild 8. Die Stahlzungen einer Harmonika werden angenietet

Beispiel: Welche Frequenz besitzt ein längsschwingender, in der Mitte gehalterter Quarzstab von 10 cm (maximale technisch herstellbare Länge), wenn $E = 800000$ kp/cm² und $\varrho = 2{,}65$ g/cm³ ist? — Nach (9) hat man

$$f = \frac{1}{2 \cdot 0{,}1\ \mathrm{m}}\sqrt{\frac{8 \cdot 10^5 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4\ \mathrm{kg\ m \cdot m^3}}{\mathrm{s^2\ m^2}\ 2{,}65 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}}} = 27\,250\ \mathrm{Hz}.$$

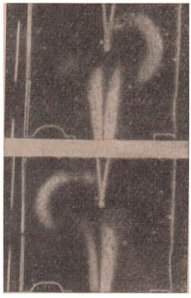


Bild 9
Entstehung eines Schneidentones

3.3 Schwingende Luftsäulen

In Röhren eingeschlossene Luftsäulen schwingen in stehenden Wellen: am offenen Ende stets mit einem Bauch, am geschlossenen Ende mit einem Knoten. Im Knoten ist die Amplitude der schwingenden Luftteilchen dauernd gleich Null.



Bild 10
Offene Zungenpfeife



Bild 11
Geschlossene Lippenpfeife

Die **Zungenpfeifen** enthalten im unteren Teil eine Stahlzunge oder ein Rohrplättchen (Bild 10). Durch Einblasen von Luft gerät die Zunge in Schwingungen, die sich der Luftsäule mitteilen. Bei den **Lippenpfeifen** (Bild 11) bläst der Luftstrom gegen eine scharfe **Schneide**, wo sich in schnellem Wechsel beiderseits abreißende Wirbel bilden und die Luftsäule anregen (Bild 9). Am Mundstück einer Pfeife ist stets ein Wellenbauch, ebenso am anderen Ende, wenn dieses offen ist. Daher faßt die Pfeife gerade eine halbe Wellenlänge $\frac{\lambda}{2}$. Wegen $f\lambda = c$ gilt dann für die

(10) **Grundfrequenz einer offenen Pfeife:** $\boxed{f = \frac{c}{2l}}$
(wobei l = Pfeifenlänge)

Bei den **gedeckten Pfeifen** ist oben ein Knoten, weshalb die Pfeifenlänge nur eine viertel Wellenlänge faßt:

(11) **Grundfrequenz einer gedeckten Pfeife:** $\boxed{f = \frac{c}{4l}}$

Interessant ist die **Galtonpfeife** (Bild 14) zur Erzeugung kräftiger, sehr hoher Töne. Durch Verstellen kann die Tonhöhe über die obere Hörgrenze hinausgetrieben werden (bis 30 kHz). Die hierbei entstehenden sehr kurzen Schallwellen lassen sich mit der **Kundtschen Röhre** in schöner Weise sichtbar machen (Bild 13).

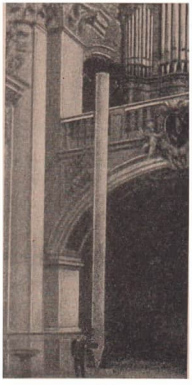


Bild 12
Orgelpfeife von 17 m Länge

In eine Glasröhre bringt man einen dünnen Streifen feinen trockenen Korkmehls und dreht sie so, daß das Mehl eben nicht nach unten rutscht. Dann setzt man die mit Druckluft betriebene Galtonpfeife vor die Öffnung und verschiebt einen kleinen Kolben am anderen

Ende der Röhre so lange, bis sich im Rohr stehende Wellen bilden. Das Mehl ordnet sich an den Knoten in kleinen Querstreifchen. Damit kann direkt die Wellenlänge oder auch bei bekannter Frequenz die Schallgeschwindigkeit gemessen werden. Wenn beides bekannt ist, ergibt sich nach Formel (3) eine wichtige Methode zur Bestimmung von $\varkappa$ (S. 85).

Beispiele: 1. Welche Länge muß eine Lippenpfeife von 435 Hz haben? — Es ist für eine offene Pfeife nach (10) $l = \frac{344\,\text{m s}}{2 \cdot 435\,\text{s}} = 39{,}5\,\text{cm}$. Für eine geschlossene Pfeife ergibt sich nach (11) $l = \frac{344\,\text{m s}}{4 \cdot 435\,\text{s}} = 19{,}8\,\text{cm}$.

2. Welche Frequenz ergibt sich, wenn man quer über die Öffnung einer Bleistifthülse von 4 cm Länge bläst? — Nach (11) ist $f = \frac{344\,\text{m/s}}{4 \cdot 0{,}04\,\text{m}} = 2150\,\text{Hz}$.



Bild 13. Stehende Schallwellen in einer Kundtschen Röhre (durch Flüssigkeit sichtbar gemacht)



Bild 14 Galtonpfeife

4 Töne und Klänge

4.1 Tonleitern und Intervalle

Mit der Hervorbringung einfacher Töne kann man sich zufrieden geben, wenn es sich um Signalhörner oder Sirenen handelt. Bei musikalischen Darbietungen kommt es aber darauf an, recht viele und verschiedenartig klingende Töne herzustellen, die dann in angenehmer Weise zusammenwirken sollen.

Wirkt der Zusammenklang mehrerer Töne angenehm, so spricht man von einer **Konsonanz**; wenn der Gesamteindruck unangenehm ist, von einer **Dissonanz**.

Man fand schon im Altertum, daß zwei Töne dann **harmonieren**, d. h. in angenehmer Weise zusammenklingen (eine Konsonanz ergeben), wenn ihre Frequenzen in einfachen, ganzzahligen Verhältnissen zueinander stehen. Das Verhältnis der Schwingzahlen zweier Töne zueinander heißt **Intervall**. Die einfachsten und damit wohlklingendsten Intervalle sind die

Oktave: Frequenzverhältnis 2:1

Quinte: Frequenzverhältnis 3:2

Beispielsweise werden die 4 Saiten einer Violine, vom Ton a^1 ausgehend, in Quinten gestimmt.

Bei weiterer Unterteilung einer Oktave in kleinere Intervalle entsteht eine **Tonleiter.** Man hat hierbei von jeher versucht, möglichst klangreine Intervalle auf der Ton-

leiter unterzubringen. Die 7 Haupttöne der heutigen Tonleiter werden mit den Buchstaben

c d e f g a h c′

bezeichnet.

Die harmonische (oder diatonische) Tonleiter baut sich bei Wahrung des Prinzips, nach Möglichkeit klangreine Intervalle herzustellen, wie folgt auf:

Aufbau der diatonischen Tonleiter

	c	d	e	f	g	a	h	c¹
Frequenzverhältnis	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
Intervall (beides auf den Grundton c bezogen)	Prime	Sekunde	Große Terz	Quarte	Quinte	Große Sexte	Große Septime	Oktave

An diese hier dargestellte Tonleiter, die mit der Oktave zum Grundton aufhört, kann man nach oben und unten weitere Oktaven anschließen. Um zu erkennen, welcher Oktave ein Ton angehört, wird er jeweils durch einen besonderen Index gekennzeichnet:

C_2—H_2	C_1—H_1	C—H	c—h	c^1—h^1	c^2—h^2	c^3—h^3	usw.
Subkontra-oktave	Kontra-oktave	große Oktave	kleine Oktave	ein-gestrichene Oktave	zwei-gestrichene Oktave	drei-gestrichene Oktave	

Der Normalstimmton a^1 gehört somit der eingestrichenen Oktave an, während der Ton a eine Oktave tiefer liegt und wegen des Verhältnisses 2:1 eine Frequenz von nur 220 Hz hat.

Um in diesem erweiterten Tonbereich Tonleitern, von jedem beliebigen Ton ausgehend, aufbauen zu können, sind noch weitere **Halbtonstufen** cis, dis, fis, gis, ais eingeschaltet. Auf diese Weise entsteht die **chromatische Tonleiter**, die vom Grundton bis zur Oktave 12 Halbtonschritte umfaßt (Bild 15). Dies ist die vom Klavier, Akkordeon usw. her allbekannte Tonskala, die Grundlage aller modernen Musik.

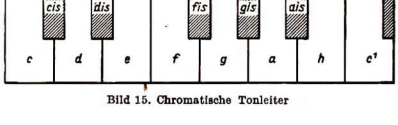


Bild 15. Chromatische Tonleiter

Mit der Erweiterung des Tonbereiches über die einfache Oktave hinaus entsteht aber ein innerer Widerspruch. Schreitet man nämlich, von C_1 ausgehend, in Quinten nach oben vorwärts, so erhält man der Reihe nach die Töne C_1, G_1, D, A, e, h, fis^1, cis^2, gis^2, dis^3, ais^3, f^4, c^5. Es müßte also die 12. Quinte gleich der siebten Oktave sein, d. h. $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2}{1}\right)^7$. Das ist jedoch nicht der Fall; denn $1{,}5^{12} = 129{,}74$ und $2^7 = 128$. Das Prinzip der klangreinsten Intervalle läßt sich im erweiterten Tonbereich nicht konsequent durchführen.

Aus diesem Grund verwendet der Instrumentenbau (etwa seit der Zeit Joh. Seb. Bachs) die **gleichschwebend temperierte Stimmung**, bei der jeder Halbton zum näch-

sten im genau gleichen Frequenzverhältnis steht. Ist das Intervall zwischen 2 Halbtönen gleich x, so ergeben alle 12 Halbtöne die Oktave: $x^{12} = 2$, womit sich das Verhältnis für ein

Halbtonintervall: $\boxed{\sqrt[12]{2} : 1 = 1{,}0595 : 1}$

ergibt.

Beispiele: 1. Berechne die Abweichung der Quinte in der temperierten Stimmung gegenüber der absolut reinen Quinte! — Da die Quinte 7 Halbtöne umfaßt, ergibt sich hierfür $\sqrt[12]{2^7} = 1{,}498$ gegenüber $\frac{3}{2} = 1{,}5$ bei der reinen Quinte. Die Abweichung ist also kaum bemerkbar.

2. Welchem Ton entspricht die Frequenz 1000 Hz? —

Geht man von dem Ton a^2 mit der bekannten Frequenz 880 Hz aus, so folgen noch x Halbtonschritte, so daß gelten muß

$$1000 = 880 \sqrt[12]{2^x},$$

wonach $x = 2{,}2$. Dies entspricht rund 2 Halbtonschritten und führt auf den Ton h^2.

4.2 Klänge

Eine gespannte Saite schwingt als stehende Welle. Wie aber gezeigt wurde (I, 7.42), kann eine Saite nicht etwa nur eine einzige, sondern auch beliebige, ganzzahlige Vielfache von halben Wellenlängen fassen.

Versuch: Die Saite eines Monochordes wird mit einer Stimmgabel gleichgestimmt. Ein kleiner, auf die Saite gesetzter Papierreiter springt dann immer wieder herunter, sobald man die schwingende Gabel auf den Kasten des Monochords setzt: eine Folge der Resonanz. Verlängert man bei gleichbleibender Spannung die Saite auf genau das Doppelte, so ist nach (8) die Saitenfrequenz eigentlich nur halb so groß. Resonanz dürfte jetzt nicht mehr möglich sein. Aber dennoch springt ein seitlich von der Mitte aufgesetzter Papierreiter von der Saite ab. Setzt man ihn in der Mitte auf, so bleibt er ruhig hängen, ein Beweis dafür, daß jetzt in der Mitte ein Schwingungsknoten ist.

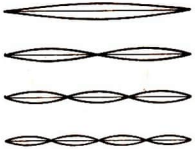


Bild 16. Grund- und Oberschwingungen einer Saite

Der Versuch lehrt also, daß eine Saite nicht nur mit einer bestimmten Grundfrequenz, sondern auch mit höheren Frequenzen schwingen kann (Bild 16). Ja, noch mehr: Jede Saite führt eine ganze Serie von Schwingungen verschiedener Frequenzen zugleich aus! Außer dem **Grundton** entsteht zu gleicher Zeit eine Reihe von **Obertönen.** Aus dem Gesetz der stehenden Wellen[1]) ergibt sich dabei:

Die Frequenzen der Oberschwingungen sind ganzzahlige Vielfache der Grundschwingung.

Man nennt die Oberschwingungen auch die **oberen Harmonischen.** Hat z. B. der Grundton eines Klaviers die Frequenz 440 Hz, so müssen die zugleich entstehenden Oberschwingungen die Frequenzen 880, 1320, 1760 usw. Hertz besitzen. Der Klang einer Klarinette enthält etwa 20, ein Waldhorn bei tiefer Tonlage bis zu 30 obere Harmonische.

[1]) Siehe Band I, 7.42.

Die Gesamtheit des Grundtones mit seinen oberen Harmonischen bildet also ein Tongemisch. Man nennt es einen **Klang.** Die einfachen „Töne" unserer Musikinstrumente sind also in Wirklichkeit Klänge. Je nach der relativen Stärke der Obertöne innerhalb eines solchen Klanges entsteht eine ganz bestimmte **Klangfarbe.** Dadurch kommt erst der Unterschied zwischen den einzelnen Instrumenten zustande.



Bild 17. Grund- und (nicht harmonische) Oberschwingungen einer Stimmgabel

Bei einer Flöte ist z. B. der Grundton stark ausgeprägt, die übrigen Obertöne sind dagegen nur schwach (Bild 18). Umgekehrt ist es bei der Klarinette, deren Grundton nur schwach ausgeprägt ist. Mehr als 50% der Gesamtenergie liegt in den oberen Harmonischen (Bild 19).

Die Klangfarbe entsteht durch die relative Stärke des Grundtones und der einzelnen Obertöne.

Bei den menschlichen **Vokalen** ist jeweils nur ein Oberton von absoluter Tonhöhe maßgebend. Beim Vokal A liegt er im Frequenzgebiet von 910 Hz, wobei es gleichgültig ist, auf welcher Tonhöhe dieser Vokal gesungen oder gesprochen wird. Die Frequenz dieses **Beitones** oder **Formanten** wird von der Mundstellung bestimmt. Der Vokal E wird von den Formanten 690 und 1950 Hz gebildet. Genauere Untersuchungen ergeben, daß es besser ist, von einer **Formantregion** zu sprechen, der eine Mehrzahl harmonischer Teiltöne angehört.

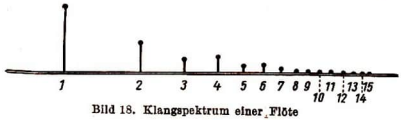


Bild 18. Klangspektrum einer Flöte



Bild 19. Klangspektrum einer Klarinette

4.3 Schwebungen

Weichen die Frequenzen zweier gleichzeitig erklingender Töne nur wenig voneinander ab, so vernimmt man nur einen Ton, welcher mehr oder weniger rasch pulsiert oder trillert. Ein einzelnes An- und Abschwellen nennt man eine **Schwebung.**

Die Schwebungsfrequenz ist gleich der Differenz der Frequenzen der Teiltöne (I, 6.8).

Je langsamer die Schwebungen erfolgen, desto besser stimmen die beiden Teiltöne überein. Man hat hierin ein vorzügliches Mittel, zwei Töne möglichst genau gleichzustimmen.

Versuch: Von zwei gleichen Stimmgabeln ist eine Zinke der einen durch ein kleines Gewicht beschwert, wodurch eine geringfügige Verstimmung entsteht, die man durch getrenntes Abhören kaum wahrnehmen kann. Erklingen beide Gabeln zugleich, so hört man deutliche Schwebungen.

Bei großer Schwebungsfrequenz entsteht ein unangenehmer Klangeindruck, eine **Dissonanz.**

Beispiel: Wieviel Hz hat ein Ton, wenn er zusammen mit einem zweiten von 250 Hz eine Schwebung von 5 Hz ergibt? — Wegen $f_s = f_1 - f_2$ oder auch $f_s = f_2 - f_1$ ergibt sich $f_1 = 255$ Hz bzw. 245 Hz.

4.4 Resonanz

Häufig ist die abstrahlende Fläche des eigentlichen, an sich durchaus kräftig schwingenden Schallerzeugers (z. B. eine Saite oder eine Stimmzunge) so klein, daß kaum etwas zu hören ist. Koppelt man diesen Schwinger mit einem Körper genügender Größe, so wird die abstrahlende Fläche wesentlich günstiger und der Ton entsprechend verstärkt.

In diesem Sinne wirkt z. B. die mit der Schwingspule verbundene Konusmembran eines Lautsprechers.

Ein freiwilliges Mitschwingen angeregter Körper findet im Fall der **Resonanz** statt, ein weiteres Mittel, schwach strahlende Schallerzeuger laut hörbar zu machen.

Resonanz tritt ein, wenn die Eigenfrequenz des angeregten Körpers mit derjenigen der Schallquelle übereinstimmt.

Versuch: Ein Lampenzylinder steht in einem größeren Gefäß mit Wasser. Über den Zylinder hält man eine angeschlagene Stimmgabel und bewegt das Rohr probeweise auf und ab (Bild 20). Bei einer ganz bestimmten Länge $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ der Luftsäule tönt diese laut mit und ist im ganzen Zimmer gut zu hören. Bei größerer Länge des mittönenden Rohres kann man auch die weiteren möglichen Oberschwingungen $\frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$ usw. hierzu verwenden (Bild 21).

Man setzt deshalb Stimmgabeln gern auf **Resonanzkästchen,** die einseitig offen sind und deren Länge gerade eine viertel Wellenlänge des von der Gabel erzeugten Tones beträgt (Bild 22). Das Kästchen wirkt ähnlich wie eine Pfeife.

Mitunter ist Resonanz keineswegs erwünscht. Schlechte

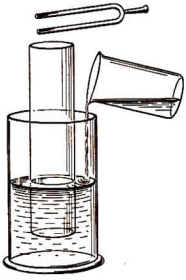


Bild 20. Resonanzversuch

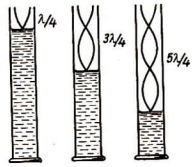


Bild 21. Möglichkeiten der Resonanz bei gleicher Tonhöhe

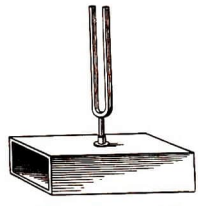


Bild 22. Stimmgabel mit Resonanzkästchen

Lautsprecher haben z. B. eine stark ausgeprägte Eigenfrequenz im Hörbereich, so daß dieser Ton fortwährend und unangenehm laut hervordringt.

Die **Resonanzböden** der Musikinstrumente (z. B. Geige und Klavier) wirken als schwingende Platten, deren ganze Oberfläche gut abstrahlt. Sie müssen so her-

gerichtet werden, daß sie möglichst alle Töne gleich stark abstrahlen. Je nach der erregenden Frequenz haben die Knotenlinien einen anderen Verlauf, womit sich die Grundfrequenz der Platte entsprechend ändert (Bild 23).

So reagiert ein guter Resonanzboden auf die verschiedensten Frequenzen und Tonbereiche.

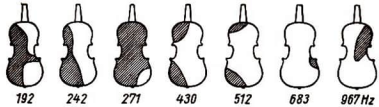


Bild 23. Knotenlinien auf einem Geigenkörper

Schallwände, in die man Lautsprecher einbaut, wirken nicht durch Resonanz. Sie haben vielmehr den Zweck, den über den Rand des Lautsprechers bei tiefen Tönen (langen Wellen) stattfindenden Druckausgleich zu verhindern.

Mit Hilfe der Resonanzerscheinungen ist es Hermann v. Helmholtz[1]) erstmalig gelungen, die Zusammensetzung von Klängen zu erforschen. Er verwandte dazu eine Reihe von **Resonatoren**, d. h. Hohlkörper mit je 2 Öffnungen (Bild 25). Eine Öffnung wird der Schallquelle zugekehrt, die andere ans Ohr gehalten, und man beobachtet, inwieweit der Resonator jeweils anspricht. Das Ergebnis einer solchen **Klanganalyse** ist ein **Klangspektrum**, aus dem man die relative Stärke der einzelnen Teiltöne eines Klanges ersehen kann. Heute verwendet man hierzu elektrische **Tonfrequenz-Spektrographen**.


Bild 24
Bewegung von Rauchteilchen im Schallfeld


Bild 25. Ein Satz Helmholtzscher Resonatoren und ein moderner Tonfrequenz-Spektrograph

5 Das Schallfeld und seine Größen

Den von den Schallwellen durchfluteten Raum nennt man das **Schallfeld**. Schallgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz reichen aber zur Charakterisierung eines Schalleindrucks nicht aus.

5.1 Die Schallschnelle

Jedes einzelne Lufttei lchen, das von einer Schallwelle erfaßt wird, führt in Richtung des Schallstrahls, also longitudinal, Schwingungen um seine Ruhelage aus. An

[1]) 1821 bis 1894.

feinen, stark beleuchteten Schwebeteilchen kann man diese Bewegung im Mikroskop sichtbar machen (Bild 24).

Schallschnelle u: (oder Geschwindigkeitsamplitude) — **Geschwindigkeit eines einzelnen schwingenden Teilchens beim Durchgang durch die Ruhelage**

Sie ergibt sich wie für alle harmonischen Schwinger nach (I, Abschn. 6.1) als

(12) **Schallschnelle:** $$u = \omega A = 2\pi f A$$

Sie drückt demnach die Maximalgeschwindigkeit eines schwingenden Teilchens aus, hat also mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls nichts zu tun.

Zur Messung dient die **Rayleighsche Scheibe.** Ein leichtes, schräg zur Schallstrahlung orientiertes Scheibchen hängt an einem feinen Faden. Die Gesamtheit der schwingenden Teilchen wirkt wie eine Strömung, die unsymmetrisch gegen die schräge Fläche drückt und ein Drehmoment hervorruft, das die Fläche senkrecht gegen den Strom richtet (vgl. das Strömungsbild, Band I, Abschn. 11.22). Der Drehwinkel ist dem Quadrat der Schallschnelle proportional.

5.2 Der Schalldruck

Die im raschen Wechsel vor sich gehenden Verdichtungen und Verdünnungen bewirken ebenso schnelle Druckänderungen, die sich wegen ihrer großen Frequenz einem Manometer natürlich nicht mitteilen können.

Schalldruck p: (Schallwechseldruck) — **größte Druckschwankung innerhalb einer Schallwelle**

(13) **Schalldruck:** $$p = \varrho c u$$

Wählt man als Maßeinheiten für ϱ [kg/m³], c [m/s] und u [m/s], so erhält man den Schalldruck p in $\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2\,\text{m}^2} = \text{N/m}^2$. Oft ist es noch üblich, den Schalldruck p in µbar anzugeben. Man beachte dabei:

$$1\ \text{N/m}^2 = 10\ \mu\text{bar} = 10\ \text{dyn/cm}^2.$$

Herleitung: Beim Einsetzen des Kompressibilitätskoeffizienten (2.2) in Formel (2) der Schallgeschwindigkeit wird $c = \sqrt{\frac{V \Delta p}{\Delta V \varrho}}$ und daraus $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{\varrho c^2}$. Die in 1 cm³ schwingender Luft enthaltene Energie läßt sich als Höchstwert der kinetischen, aber auch der potentiellen Energie ausdrücken. Die erste ist $\frac{\varrho}{2} u^2$. Die zweite ist gleich der Volumarbeit $\frac{\Delta V \Delta p}{2V}$ (S. 50), d. h. dem Produkt aus der Volumänderung ΔV und der mittleren Druckschwankung $\frac{\Delta p}{2}$, bezogen auf die Volumeinheit. Damit ergibt sich aus $\frac{\varrho}{2} u^2 = \frac{\Delta V \Delta p}{2V}$ die Gleichung $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\varrho u^2}{\Delta p}$. Diese, mit der obigen gleichgesetzt, liefert $\frac{\varrho u^2}{\Delta p} = \frac{\Delta p}{\varrho c^2}$, woraus (13) unmittelbar hervorgeht. Der Kürze halber bezeichnet man den Schalldruck häufig mit p anstatt mit Δp.

Aus der mit der Rayleighschen Scheibe gemessenen Schallschnelle läßt sich nach (13) der Schalldruck berechnen. Dies gelingt bis herunter zu etwa 0,05 N/m². Danach können dann elektrische Instrumente (Mikrophone) geeicht werden, die für praktische Messungen besser geeignet sind.

5.3 Die Schallstärke

Die je cm³ enthaltene Energie bezeichnet man als **Energiedichte** E des Schallfeldes an dem betreffenden Ort. Sie ist gleich der maximalen kinetischen Energie der schwingenden Luftmasse:

(14) **Energiedichte des Schalls:** $\boxed{E = \frac{\varrho}{2} u^2}$

An der Grenze zweier Medien mit verschiedener Dichte tritt ein einseitig gerichteter Druck auf, der

Schallstrahlungsdruck: $\boxed{S = E}$ [1])

[nicht zu verwechseln mit dem Schalldruck nach (13)].

Man sieht nämlich, daß die Maßeinheit der Energiedichte Ws/m³ sich auch als N/m² schreiben läßt. Eine von Schallwellen getroffene Fläche wird also nicht nur in Schwingungen versetzt, sondern — stark übertrieben ausgedrückt — vom Strahlungsdruck einseitig durchgebogen.

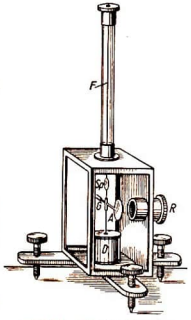


Bild 26. Schallradiometer

Hierauf beruht das **Schallradiometer** (Bild 26). Ein leichtes Scheibchen (A) sitzt an einem Hebel (G), der horizontal an einem feinen Faden (F) aufgehängt ist. Die Scheibe (A) weicht dem Strahlungsdruck aus und verdrillt den Faden. (Die schräg stehende Rayleighsche Scheibe mißt nicht den Strahlungsdruck, sondern die Schallschnelle!)

Betrachtet man einen bestimmten Querschnitt, so strömt diese Energie mit der Geschwindigkeit c durch diese Fläche. Diese durch die Flächeneinheit sekundlich tretende Energie bezeichnet man als

(15) **Schallstärke (Schallintensität):** $\boxed{J = \frac{\varrho}{2} u^2 c = 2\,\varrho\,\pi^2 f^2 A^2 c}$

Wählt man als Einheiten für ϱ [kg/m³], c [m/s] und u [m/s], so erhält man die Schallstärke J in $\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3\,\text{m}^2} = \text{W/m}^2$. Man verwendet noch oft μW/cm². Hierbei gilt

$$1\ \text{W/m}^2 = 100\ \mu\text{W/cm}^2.$$

Man kann die Schallstärke auch mit Hilfe des Schalldruckes nach (13) ausdrücken und erhält dann

(15a) $\boxed{J = \frac{p^2}{2\varrho c}}$ oder auch $\boxed{J = \frac{p u}{2}}$

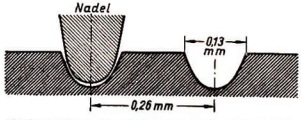


Bild 27. Rillenabstand einer normalen Schallplatte

Der Zusammenhang zwischen Schallschnelle und Schallstärke ist u. a. für die Aufnahme von **Schallplatten** von Bedeutung. Die Schallschnelle ist hier gleich der Geschwindigkeit der in der Tonrille schwingenden Nadel. Die Abmessungen der Tonrillen sind im Querschnitt

[1]) Dies gilt bei völliger Absorption der Energie in der auffangenden Fläche. Bei völliger Reflexion ist $S = 2E$.

aus Bild 27 zu ersehen, wobei zwischen 2 Rillen ein Abstand von 0,26 mm besteht. Im ungünstigsten Fall können die Auslenkungen zweier benachbarter Rillen nach der Stegmitte zu sich dort begegnen. Die Amplitude der Nadel darf daher höchstens 0,065 mm betragen. Soll die tiefste wiederzugebende Frequenz 50 Hz betragen, so ergibt das eine Schnelle von $\omega A = 2\pi\, 50\,{}^1\!/\!_{\mathrm{s}} \cdot 0{,}0065\ \mathrm{cm} = 2{,}05\ \mathrm{cm/s}$. Um für alle Frequenzen die gleiche Schallstärke zu erzielen, muß die Schallschnelle den konstanten Wert 2,05 cm/s haben, weil nach (15) J allein von u abhängt. Hieraus berechnet sich für 500 Hz eine Amplitude von $A = \frac{u}{\omega} = \frac{2{,}05}{2\pi\, 500} = 0{,}00065$ cm und für 5000 Hz 0,000065 cm. Diese bei hohen Frequenzen abnehmende Amplitude hat aber ein zunehmendes Hervortreten der Störgeräusche zur Folge.

Daher ist man dazu übergegangen, bis 250 Hz die Amplitude konstant zu halten, wodurch die Schnelle auf 10,25 cm/s ansteigt und erst von da an aufwärts konstant bleibt. Damit wird wegen der größeren Schnelle erheblich an Lautstärke gewonnen.

Beispiel: Normale Unterhaltungssprache erzeugt im freien Raum in 1 m Entfernung einen Schalldruck p von etwa 0,06 µbar. Welche Schallstärke besteht an dieser Stelle bei °C? — Mit 0,06 µbar = 0,006 N/m² und $c = 331{,}6$ m/s wird nach (15a)

$$J = \frac{0{,}006^2\ \mathrm{kg^2\,m^2\,m^3\,s}}{\mathrm{s^4\,m^4}\ 2 \cdot 1{,}293\ \mathrm{kg}\ 331{,}6\ \mathrm{m}} = 4{,}2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{W/m^2} = 0{,}042\ \mu\mathrm{W/cm^2}.$$

5.4 Vergleich von Schallstärken

Da sich die Schallstärken der praktisch in Frage kommenden Schallquellen um sehr große Werte unterscheiden, wählt man zu ihrem Vergleich den 10fachen Zehnerlogarithmus des Leistungsverhältnisses, genannt **Dezibel** [1 dB = ${}^1\!/\!_{10}$ Bel[1])]. Weshalb man gerade eine logarithmische Skala wählt, wird im Abschnitt 6.3 näher erläutert.

(16) **Verhältnis zweier Schallstärken:** (in Dezibel)

$$x = 10 \lg \frac{J_2}{J_1} = 20 \lg \frac{p_2}{p_1}$$

Da die Leistung dem Quadrat des Schalldruckes proportional ist, erscheint im zweiten Ausdruck der Faktor 2.

In der Fernsprechtechnik wird statt dessen auch der halbe natürliche Logarithmus verwendet. Das Verhältnis heißt dann **Neper:**

(17) **Verhältnis zweier Schallstärken:** (in Neper)

$$x = \ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{J_2}{J_1}$$

$$1\ \mathrm{dB} = 0{,}115\ \mathrm{Neper}$$

Beispiele: 1. Die Leistung einer Schallquelle wird elektrisch auf das 100fache verstärkt. Wieviel dB beträgt die Verstärkung? —

$$x = 10 \lg \frac{100}{1}\ \mathrm{dB} = 20\ \mathrm{dB}$$

[1]) Graham Bell, 1847 bis 1922, konstruierte das erste Telefon.

2. Die Schalleistung einer Geige von maximal 10^{-3} W wird mittels Lautsprechers auf 100 W verstärkt. Wieviel dB? —

$$x = 10 \lg \frac{10^2}{10^{-3}} \text{ dB} = 10 \cdot 5 \text{ dB} = 50 \text{ dB}$$

3. Ein Schallmeßgerät hat einen Meßbereich von 75 dB. Welchem Schallstärkeverhältnis entspricht dies? —

$$x = 10 \lg \frac{J_2}{J_1} = 75 \text{ dB}$$

Hieraus wird $J_2 : J_1 = 10^{7,5} = 31{,}6$ Millionen : 1.

6 Physiologische Akustik

Alle Erscheinungen des Hörschalls wirken in zweierlei Hinsicht. Auf der einen Seite stehen die physikalischen Vorgänge: die Schallerzeuger und das Schallfeld mit seinen charakteristischen Größen. Auf der anderen Seite ist das menschliche Gehör, das mit bestimmten **Empfindungen** auf die physikalischen **Reize** reagiert. Dies ist strenggenommen keine physikalische Angelegenheit mehr, sondern eine physiologische. Schon die Harmonielehre beruht auf physiologischen Gesetzen, indem bestimmte, in einfachen ganzen Zahlenverhältnissen angebbare Intervalle angenehme Klänge ergeben, während andere als unangenehm empfunden werden.

6.1 Das menschliche Ohr

Das menschliche Ohr (Bild 28) gliedert sich in das

1. äußere Ohr [Ohrmuschel nebst dem Gehörgang (a. G.)],

2. Mittelohr [Trommelfell (Tr), Gehörknöchelchen, Hammer (H) und Amboß (A) mit Steigbügel],

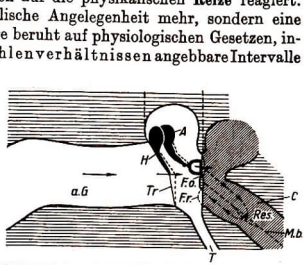


Bild 28. Schematischer Bau des menschlichen Ohres

3. innere Ohr. Dieses enthält einen spiralig gewundenen, mit Flüssigkeit gefüllten Kanal (Schnecke). Das ovale Fenster (F. o.) ist eine dünne Membran, auf der der Steigbügel ruht. Die Schnecke ist von einer feinen Trennwand, der Basilarmembran (M. b.), durchzogen. Auf ihr liegen die Enden der Hörnervenfasern. Die vom ovalen Fenster auf die obere Schneckenhälfte übertragenen Druckschwankungen gleichen sich durch das runde Fenster (F.r.) wieder aus.

Durch diesen Übertragungsmechanismus werden die Schallschwingungen den auf der Basilarmembran befindlichen Nerven zugeleitet.

6.2 Die Schwellenwerte

Die unterste Grenze der Schallstärke J_0, an der ein eben noch wahrnehmbarer Ton verschwindet, nennt man die untere **Hörschwelle**. Sie ist stark von der Frequenz abhängig, da das Ohr für die einzelnen Frequenzen verschieden empfindlich ist. Im Gebiet der größten Empfindlichkeit (etwa 1000 Hz) liegt sie bei 10^{-12} W/m². An der unteren Hörgrenze von 16 Hz beträgt sie 10^{-2} W/m².

Die untere Kurve von Bild 29 stellt die Schwellenwerte für die einzelnen Frequenzen dar.

Extrem große Schallstärken werden als Schmerz empfunden. Auch diese **Schmerzgrenze** ist frequenzabhängig und wird durch die obere Kurve veranschaulicht. Beide Kurven schließen die sogenannte **Hörfläche** ein. Für 1000 Hz liegt die Schmerzgrenze bei 200 W/m². Damit ergibt sich der erstaunliche Intensitätsbereich, den das Ohr zu bewältigen vermag. Setzt man die Schallstärke an der Hörschwelle gleich 1, so entspricht die Schmerzgrenze dem $\frac{2 \cdot 10^2}{10^{-12}}$, d. h. dem 200billionenfachen Wert!

6.3 Die Lautstärke

Die Stärke der im Bewußtsein entstehenden Schallempfindung nennt man die **Lautstärke.** Wenn diese der Schallstärke proportional wäre, müßte beispielsweise der Lärm eines Motorrades 10millionenfach lauter erscheinen als das Ticken einer Uhr. Die Lautstärke befolgt jedoch ein ganz anderes Gesetz, das auch für die Licht- und Druckempfindung gilt, nämlich das

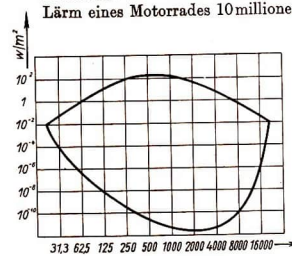


Bild 29. Hörfläche

Weber-Fechnersche Gesetz:

Ein eben noch wahrnehmbarer Reizunterschied ist proportional der jeweiligen Reizstärke.

Versuch: Man lege ein Gewicht von 100 p auf die ausgestreckte Hand. Dann muß man 5 p dazulegen, wenn die Gewichtszunahme eben noch verspürt werden soll. Bei 200 p Belastung sind 10 p nötig, um das Gefühl einer Mehrbelastung hervorzurufen, bei 1000 p erzeugen erst 50 p einen fühlbaren Unterschied. Das Druckgefühl wird demnach mit zunehmender Belastung immer unempfindlicher. Jeweils 5% der vorliegenden Belastung sind erforderlich. Diesen eben noch wahrnehmbaren Betrag nennt man die **Unterschiedsschwelle.**

Beim Gehör reicht eine Zunahme von 10···15% des jeweils vorhandenen Schalldruckes eben noch aus, um einen merkbaren Unterschied der Lautstärke hervorzurufen.

Ein anfänglich p_0 betragender Schalldruck muß also auf $p_1 = p_0(1 + 0{,}1)$ ansteigen, wenn überhaupt etwas bemerkt werden soll. Diese Lautstärke sei mit „1" bezeichnet. Die „Lautstärke 2" entspricht dann einem Schalldruck von $p_2 = p_1(1 + 0{,}1) = p_0(1 + 0{,}1)^2$ usw., so daß zur Lautstärke x der Schalldruck $p_x = p_0(1 + 0{,}1)^x$ gehört. Läßt man den Schalldruck in sehr kleinen Teilbeträgen von je $\frac{0{,}1}{m}$ zunehmen, so wird $p_x = p_0\left(1 + \frac{0{,}1}{m}\right)^{m\,x}$ oder mit $n = \frac{m}{0{,}1}$:

$$p_x = p_0\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{0{,}1\,n\,x}$$

Da $\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ (Basis der natürlichen Logarithmen), wird daraus $p_x = p_0\, e^{0{,}1\,x}$ bzw. durch Auflösung nach x

$$x = \frac{1}{0{,}1} \ln \frac{p_x}{p_0} \quad \text{oder} \quad \frac{2{,}303}{0{,}1} \lg \frac{p_x}{p_0}$$

Statt des Bruches $\frac{2{,}303}{0{,}1}$ schreibt man in der Lautstärkenskala den runden Wert 20 und erhält so die in **phon** ausgedrückte

(18) **Lautstärke x:** $\boxed{L_x = 20 \lg \frac{p_x}{p_0}}$

(Bezugsschalldruck $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N/m^2} = 2 \cdot 10^{-4}\,\mu\mathrm{bar}$)

Lautstärkemessungen werden mit einem **Normalton von 1000 Hz** vorgenommen, der so eingestellt wird, daß er mit dem zu messenden Geräusch gleich laut erscheint. p_x ist also der Schalldruck des gleich laut empfundenen Normaltones von 1000 Hz.

Lautstärken (phon)

Geräusch	Lautstärke [phon]
Flüstern, leises Uhrticken	10
Blätterrauschen	20
Ruhige Straße	30
Leises Radio im Zimmer .	40
Umgangssprache	50
Bürolärm	60
Starker Straßenlärm . . .	85
Hochbahn, Druckluftbohrer	90
Kesselschmiede	100
Orchester, 75 Mann in 5 m Entfernung	115
Flugzeug, 6 m vom Propeller	120
Schmerzgrenze	130

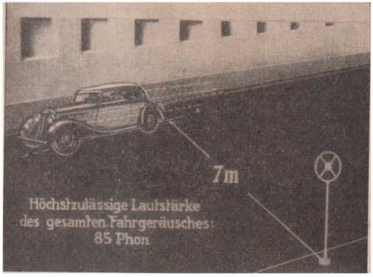


Bild 30. Lautstärkevorschrift im Straßenverkehr

Da dem Aufbau der Phonskala die Unterschiedsschwelle zugrunde liegt, hat es keinen Sinn, Bruchteile von phon anzugeben. In der Skala kommt die physiologische Tatsache zum Ausdruck, daß schwache Geräusche sehr gut unterschieden werden. Bei starken Geräuschen machen sich dagegen nur noch sehr große Unterschiede bemerkbar. Lautstärken werden mit dem **Phonmesser** bestimmt. Neuere Instrumente geben die Phonzahl automatisch an (Bild 31).



Bild 31. Verkehrskontrolle mit dem Phonmesser

Beispiele: 1. Die Schallstärke eines Geräusches wird mit 50 phon wahrgenommen. Die Schallstärke eines zweiten

liegt 2 dB höher. Wieviel phon beträgt dessen Lautstärke? — Aus

$$20 \lg \frac{p_2}{p_1} = 2 \text{ dB} \quad \text{und} \quad L_1 = 20 \lg \frac{p_1}{p_0} = 50 \text{ phon}$$

erhält man einerseits $\frac{p_2}{p_1} = 10^{0,1}$ und anderseits $\frac{p_1}{p_0} = 10^{2,5}$. Hieraus ergibt sich $\frac{p_2}{p_0} = 10^{2,6}$, so daß $L_2 = 20 \lg 10^{2,6} = 52$ phon.

2. Wieviel gleichzeitig laufende Motoren von je 80 phon ergeben zusammen die Lautstärke 100 phon? — Beim Zusammenwirken mehrerer Schallquellen sind die Schallstärken J algebraisch zu addieren, so daß nach (16) $10 \lg \frac{J_1}{J_0} = 80$ bzw. $10 \lg \frac{x J_1}{J_0} = 100$; dann ist $\frac{J_1}{J_0} = 10^8$ und $\frac{x J_1}{J_0} = 10^{10}$, wonach $x = 100$ Motoren zusammen 100 phon ergeben.

7 Raum- und Bauakustik

Die akustischen Eigenschaften von Wohn- und Arbeitsräumen sind für das Wohlbefinden ihrer Bewohner von großer Bedeutung. Dauernder Lärm kann zu schweren Gesundheitsschäden, wie Taubheit und Nervenzerrüttung, führen. Die Arbeitsproduktivität steigt dagegen bei Geräuschminderung beträchtlich an, und die Zahl der Fehler sinkt. Konzertsäle, Theater und Vortragsräume müssen so gestaltet sein, daß Musik und Sprache in angenehmer Weise zur Geltung kommen.

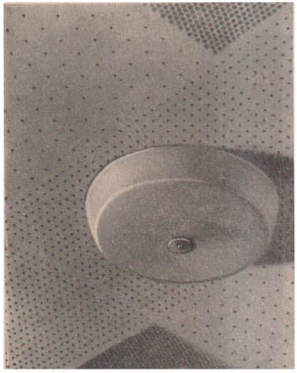


Bild 32. Schallschluckende Decke eines Schreibmaschinensaales

7.1 Die Schallabsorption (Schluckung)

Je nach Beschaffenheit einer Wand wird ein mehr oder weniger großer Teil des auftreffenden Schalls **reflektiert** und der Rest **absorbiert** (verschluckt). Die Absorption ist um so größer, je poröser die Wand ist. Der Schall tritt in die Poren ein und regt die darin befindliche Luft zur Resonanz an. Die Energie der in den Hohlräumen schwingenden Luftmassen wird durch Reibung in Wärme umgesetzt. Stoffgewebe, Filz u. dgl. schlucken bevorzugt die höheren Töne, so daß bei reichlicher Verwendung eine dumpfe Gesamtwirkung entsteht. Nichtporöse Schlukker, wie Holzverkleidung und Glas, verhalten sich umgekehrt.

Die Schallschluckung von Wänden und Gegenständen ist frequenzabhängig.

Zur systematischen Lärmverminderung eines Raumes muß also erst das Schallspektrum ermittelt und dann eine Wandverkleidung gewählt werden, welche die lästigen Frequenzen aufsaugt (Bild 32).

Besonders zweckmäßig ist es, die Geräuschstärke der Maschinen selbst zu dämpfen (Bild 33; geräuschlose Schreibmaschinen!).

Die **Schluckzahl** α **(Absorptionskoeffizient)** gibt an, welcher Anteil der auftreffenden Schallenergie E_0 je m² Wandfläche absorbiert wird. Wenn E_r den reflektierten Anteil bedeutet, ist die

Schluckzahl:

$$\alpha = \frac{E_0 - E_r}{E_0} \tag{19}$$

Dann beträgt die

Schluckung einer Fläche F**:**

$$A = \alpha F \tag{20}$$

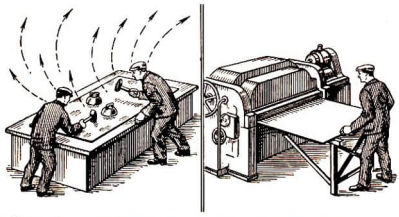


Bild 33. Lärmminderung durch Verwendung einer Blechrichtemaschine

Für ein offenes Fenster ist $\alpha = 1 = 100\%$, weil an dieser Stelle nichts reflektiert wird. Man kann einen Raum so herrichten, daß alle seine Wände hochgradig reflektieren. Die Wände eines solchen **Hallraumes** haben die Schluckzahl 0. Dagegen sind die Wände eines **schalltoten** (echofreien) **Raumes** dick mit Watte gepolstert und besitzen zudem noch zahlreiche Nischen (Bild 34).

Schluckzahlen [%]

Frequenz	128	256	512	1024	2048	4096 Hz
Putz mittlerer Rauhigkeit	1	3	4	5	8	16
Holzfaserplatte in 5 cm Wandabstand .	47	34	30	30	33	37
Schlackenwolle, 4 cm dicke Schicht. . .	42	80	88	85	65	44
desgl., mit glatter Pappe abgedeckt. . .	74	74	36	32	30	17
Parkett	3	4	6	12	10	17
Teppich	7	11	19	30	39	41

Im allgemeinen wird das Schluckvermögen der Wände eines Raumes nicht einheitlich sein. Dann berechnet man die Absorption für alle Teilflächen und berechnet daraus die für den Raum geltende

mittlere Schluckzahl:

$$\bar{\alpha} = \frac{\Sigma \alpha F}{\Sigma F} \tag{21}$$

Beispiel: Bei einer Skiwanderung in frisch gefallenem Schnee befindet man sich in einem nahezu schalltoten Raum.

7.2 Die Schalldämmung

Die beste Lärmbeseitigung innerhalb eines Raumes hilft aber nichts, wenn die Ruhe von außen her gestört wird. Eine zwischen zwei Räumen befindliche Trennwand kann mehr oder weniger schalldicht sein.

Man versteht unter der

(22) **Dämmzahl einer Wand:** $$D = 10 \lg \frac{J_e}{J_h}$$

(J_e Schallstärke vor der Wand, J_h Schallstärke hinter der Wand.)

Die Schalldurchlässigkeit einer Wand erklärt sich vorwiegend durch Biegeschwingungen, zu denen die Wand von den auftreffenden Schallwellen veranlaßt wird, wodurch ein Teil der Energie in den angrenzenden Raum übergeht.

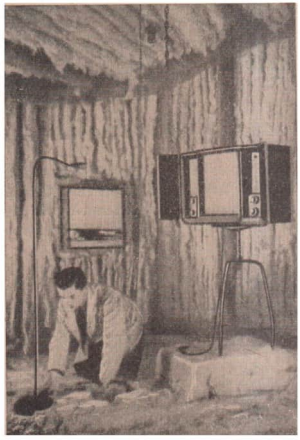


Bild 34. Schalltoter Raum

Vorgeschriebene Mindestdämmzahlen:

Umfassungsmauern . . . . . 50 dB
Trennwände zwischen Wohnungen 40 dB
Türen und Fenster in guter Ausführung . . . . . 25···30 dB

Dämmzahlen einiger Baustoffe:

Wand	Dicke [cm]	Dämmwert [dB]
Ziegelstein, beiderseits verputzt	25	50
desgl.	12	45
Holzwolleplatten	2,5	35
Betonwände	15···18	48
Einfache Tür mit Schwelle		bis 20
Einfachfenster		15
Kastenfenster		30
Doppeltür		40

Besonders günstig wirken Doppelwände mit Luftzwischenraum. Die Außenwände müssen dicht, die dem Innern zugekehrten Seiten aber recht porig sein, um die Schluckung im Hohlraum zu verbessern. Ausfüllen des Hohlraumes mit Schluckstoff verbessert die Wirkung. Am vorteilhaftesten ist ein Zwischenraum von etwa 10 cm, womit man eine Dämmung von 12 dB erreichen kann.

Die Dämmzahl wird durch Löcher und Ritzen viel stärker herabgesetzt, als man zunächst erwarten möchte. Die Durchlässigkeit kleiner Öffnungen entspricht nicht ihrer wahren Größe, sondern einem vielfachen Wert davon. Bei 200 Hz wirken Öffnungen von 5 mm Durchmesser mit ihrem 55fachen Wert!

Beispiele: 1. Der 60 phon betragende Straßenlärm soll in einer Wohnung höchstens mit 15 phon vernehmbar sein. Die Dämmzahl der Wand muß dann 45 phon betragen.

2. Eine Tür von 1 m Breite und 2 m Höhe schließt mit einer ringsum verlaufenden Ritze von 1 mm. Wie groß ist die Dämmung, wenn die fehlerfreie Tür eine Dämmzahl von 30 dB hat und die Ritze mit dem 50fachen Wert ihres wahren Querschnitts wirkt? —

Auf 1 cm² falle die Schallenergie E. Dann empfängt die ganze Türfläche 20000 E. Aus $30 = 10 \lg \frac{20000\,E}{x}$ errechnet sich die auf die andere Seite gelangende Energie $x = 20\,E$. Die Ritze von 60 cm² wirkt mit $60 \cdot 50$ cm² = 3000 cm², wodurch 3000 E ungeschwächt über gehen, insgesamt also 3020 E. Dann beträgt die Dämmzahl $D = 10 \lg \frac{20000}{3020}$ dB = $= 10 \cdot 0{,}82$ dB = 8,2 dB.

7.3 An- und Nachhall

Bei Reflexion an einer Wand kommt der Schall mit einer zeitlichen Verzögerung wieder zum Ausgangspunkt zurück. Diesen einmaligen Widerhall nennt man **Echo**. Dabei ist zu bedenken, daß der Schall in der Zeit t den doppelten Weg $2d$ (bis zur Wand und wieder zurück) durchläuft:

(23) **Entfernung einer reflektierenden Wand:** $\boxed{d = \frac{ct}{2}}$

In geschlossenen Räumen tritt wegen zahlreicher und wiederholter Reflexion zwischen den Wänden eine vervielfachte Wirkung ein.

Zur Vereinfachung sei in einem schalltoten Raum eine gleichmäßig tönende Schallquelle (A), eine reflektierende Wand und der Empfänger (B) angenommen (Bild 35). Der Schall kann auf dem kürzesten, direkten Weg d nach (B) gelangen oder auch durch Reflexion an der Wand auf dem Umweg r. Bei plötzlichem Einsetzen des Schalls wird aber der direkte Schall zuerst, und zwar nach der Zeit t_d

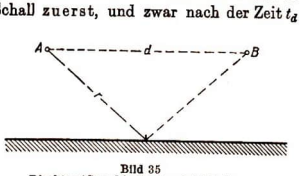


Bild 35
Direkter (d) und indirekter (r) Schallweg

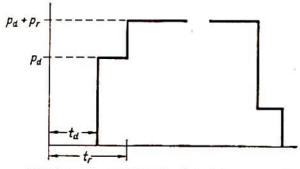


Bild 36. An- und Nachhall bei Anwesenheit einer reflektierenden Wand

eintreffen, womit der Schalldruck in (B) auf den Wert p_d ansteigt (Bild 36). Nach der Zeit t_r trifft auch der reflektierte schwächere Teil p_r ein. Solange die Schallquelle tönt, bleibt dann in (B) der Schalldruck $p_d + p_r$ bestehen.

Beim Abschalten der Quelle fällt in umgekehrter Reihenfolge zuerst der direkte Schall aus, währenddessen der reflektierte Schall noch unterwegs ist. Es entsteht das Bild einer unsymmetrisch auf- und absteigenden Treppe. Der aufsteigende Teil stellt den Aufbau des Schallfeldes dar und wird als **Anhall** bezeichnet. Der absteigende Teil zeigt den Abbau des Feldes und heißt **Nachhall**.

In einem geschlossenen Raum finden nun viele Reflexionen statt. Es sind dementsprechend auch viele Umwege möglich, auf denen der Schall von (A) nach (B) gelangen kann. Je länger diese Umwege werden, desto schwächer wird der Anteil dieser Reflexionen. Die Schalltreppe wird zu einer stetig verlaufenden Kurve, die steil ansteigt und beim Abschalten der Quelle ebenso steil wieder abfällt (Bild 37). Zwischen An- und Nachhall liegt der stationäre Zustand gleichbleibender Stärke.

Das Ohr empfindet nach Abschn. 6.3 wegen seiner logarithmischen Empfindlichkeit An- und Nachhall in anderer Weise. Der subjektiv empfundene Anhall setzt ziemlich plötzlich ein, während der Nachhall infolge der lang anhaltenden, schwach ausklingenden Schallstärke viel intensiver gehört wird, als seiner relativen Stärke entspricht.

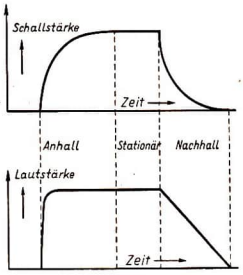


Bild 37
An- und Nachhall in geschlossenem Raum
oben: physikalischer Verlauf (Schallstärke)
unten: physiologischer Verlauf (Lautstärke)

Als Maßstab für die Dauer des Nachhalls rechnet man mit der

Nachhalldauer = Zeit, in der die Lautstärke, vom stationären Wert ausgehend, um 60 phon absinkt.

Sie läßt sich aus dem Raumvolumen V und der Schluckung A errechnen:

Sabinesche Nachhallzeit:

$$T = 0{,}161 \frac{V}{A} \tag{24}$$

(V in m³, A in m², T in s)

Da die Schluckung A frequenzabhängig ist, hängt die Dauer des Nachhalls von der Tonhöhe ab. Im Leipziger Völkerschlachtdenkmal ist für den Ton c die Nachhallzeit $T = 17$ s und für c^5 nur 2,5 s.

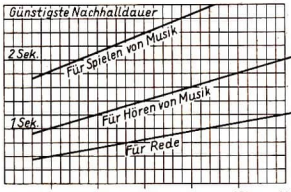


Bild 38
Günstigste Nachhalldauer und Raumvolumen

Beispiel: Berechne die Nachhallzeit eines Raumes von $50 \cdot 20 \cdot 10$ m und einer mittleren Schluckzahl von $\bar{\alpha} = 0{,}2$! —

$F = (2 \cdot 1000 + 2 \cdot 500 + 2 \cdot 200)\,\text{m}^2 = 3400\,\text{m}^2$.
$V = 10000\,\text{m}^3$. $A = 0{,}2 \cdot 3400\,\text{m}^2 = 680\,\text{m}^2$.
Nach (24) ist $T = \dfrac{0{,}161\,\text{s} \cdot 10000\,\text{m}^3}{\text{m}\,680\,\text{m}^2} = 2{,}37$ s.

Nachhallzeiten einiger Räume

	Volumen [m³]	Nachhallzeit [s]
Staatsoper Berlin . . .	8000	1,0
Kongreßhalle Leipzig .	13000	2,3
Thomaskirche Leipzig .	19000	2,5

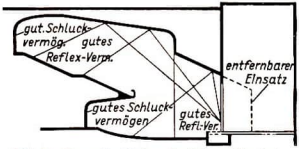


Bild 39. Raumakustische Gesichtspunkte bei großen Theatern

Die Nachhallzeit ist für die **Hörsamkeit** eines Raumes von ausschlaggebender Bedeutung. Hierunter versteht man die Eignung eines Raumes für Schalldarbietungen. Langsame und getragene Tonfolgen, wie z. B. Orgelmusik, sind von vornherein auf große Nachhallzeiten zugeschnitten, während andere Musikwerke keinen Nachhall vertragen (Bild 38). Zu große Halligkeit des Raumes ist dann durch Einbringung schallschluckender Stoffe zu beseitigen.

8 Ultraschall

Frequenzen, die oberhalb der Hörgrenze liegen, bezeichnet man als **Ultraschall.** Man kann Ultraschall mit der Galtonpfeife (Bild 14) erzeugen. Es werden jedoch magnetische und elektrische Verfahren bevorzugt. Die beiden bekanntesten sind die folgenden.

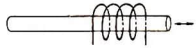


Bild 40. Magnetostriktion

1. Das magnetostriktive Verfahren. Es wird die Eigenschaft ferromagnetischer Stoffe benutzt, bei Magnetisierung ihre Länge ein wenig zu ändern. Ein Nickelstab, den man in eine von Wechselstrom entsprechender Frequenz durchflossene Spule steckt, wird dabei in seiner longitudinalen Eigenfrequenz angeregt (Bild 40). Frequenzbereich 10000 ··· 50000 Hz.

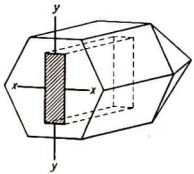


Bild 41. Orientierung einer piezoelektrischen Platte in einem Quarzkristall

2. Das piezoelektrische Verfahren. Aus einem Quarzkristall wird nach Bild 41 eine Platte herausgeschnitten. Beim Anlegen einer elektrischen Spannung an die beiden flachen Seiten zieht sich die Platte in Richtung $x\,x$ zusammen und dehnt sich in Richtung $y\,y$ aus. Bei Wechselspannungen, deren Frequenz mit den Eigenschwingungen des Quarzes übereinstimmt, entstehen kräftige mechanische Schwingungen. Weniger gut eignen sich Turmalin und Seignettesalz, letzteres jedoch wieder gut für die Umwandlung von Schall in elektrische Spannungen (Kristallmikrophone). Es sind Frequenzen von $0{,}2 \cdots 20 \cdot 10^6$ Hz erreichbar[1]).

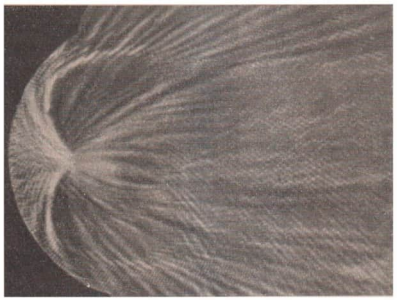


Bild 42. Sammlung von Ultraschallwellen in einem Hohlspiegel (vgl. hiermit Bild 178)

Die Haupteigenschaften des Ultraschalls sind:

1. Unhörbarkeit und leichte Richtbarkeit wegen der kleinen Wellenlänge. Anwendung (Bild 42): Echolotung im Wasser, Aufsuchen von Heringsschwärmen, geheimes Verständigungsmittel unter Wasser;

[1]) Neuerdings verwendet man auch mit großem Erfolg keramische Sintermassen (z. B. Bariumtitanat).

2. Reflexion von Ultraschallimpulsen an Rissen und Hohlräumen im Innern von massiven Körpern. Anwendung: Aufsuchen von Materialfehlern in größeren Werkstücken, wenn eine Durchleuchtung mit Röntgenstrahlen nicht anwendbar ist;

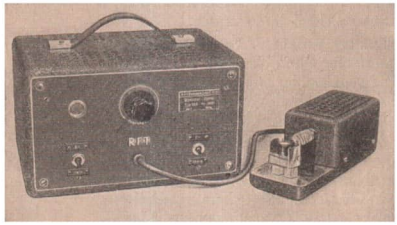


Bild 43. Ultraschall-Lötgerät

3. große akustische Leistung, da nach (14) und (12) die Energie mit dem Quadrat der Frequenz zunimmt. Wirkung: Erwärmung des beschallten Mediums;

4. Schüttelwirkung in Flüssigkeiten. Anwendung (Bild 44): Beseitigung von Luftblasen in zähen Flüssigkeiten, Entgasung von Schmelzen, Verhinderung der Unterkühlung beim Gefrieren, Wasserenthärtung, Herstellung kolloider Lösungen;

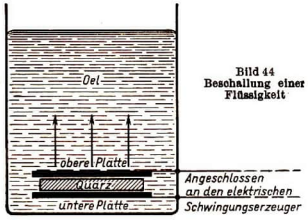


Bild 44
Beschallung einer Flüssigkeit

5. Kavitation, d. h. die Bildung von Hohlräumen in den Wellenbäuchen des schwingenden Mediums. Wirkung: starke Druckstöße, Zerreißung. Anwendung: Beeinflussung chemischer Reaktionen, Zerreißen von zu großen Molekülen.

Die mechanische Wirkung der äußerst intensiven Druckschwankungen im Innern von Flüssigkeiten bewirkt in der **Ultraschallwaschmaschine** das Herauslösen von Schmutzteilchen aus dem Gewebe. Das **Ultraschall-Lötgerät** (Bild 43) beruht darauf, daß eine Zinnschmelze durchschallt wird. Dadurch wird die Oxydhaut an der Oberfläche eingetauchter Aluminiumteile zerstört, so daß eine haltbare Verzinnung erreicht wird. Starke Bündelung der Ultraschallenergie auf engstem Raum ermöglicht das **Bohren von feinen Löchern** (auch von viereckiger Form) in härtesten Materialien, wie in Uhrensteinen usw.

B. Wärmelehre

9 Wesen von Temperatur und Wärme

Beim Betasten eines Körpers empfinden wir **Wärme** oder **Kälte.** Diese Gefühle werden durch einen je nach den Umständen unterschiedlichen Zustand der Körper hervorgerufen, den man **Temperatur** (Warmheit) nennt. Die durch den Nervenapparat unserer Haut vermittelte Gefühlsskala ist jedoch zu eng begrenzt und für jegliche Messung unzulänglich (Bild 45). Deshalb bedient man sich verschiedener Hilfsmittel (z. B. Thermometer), um Temperaturveränderungen möglichst fein abgestuft und deutlich sichtbar zu machen.

Um die Temperatur eines Körpers zu erhöhen, muß man ihm stets Energie zuführen, z. B. durch Reiben oder Rühren. Sie ist dann als Wärmeenergie im Körper aufgespeichert. Beim Abkühlen gibt er diese Energie wieder ab, indem er die ursprünglich kältere Umgebung aufwärmt, wie dies beispielsweise jeder Ofen tut.



Bild 45. Die Unzuverlässigkeit des Wärmegefühls
a) Man tauche die Hände eine Weile in kaltes und heißes Wasser.
b) Hält man dann beide Hände in eine Schüssel mit lauem Wasser, so empfindet die eine Hand dieses als heiß, die andere als kalt

Früher glaubte man an die Existenz eines besonderen „Fluidums", eines Wärmestoffs, der sich zwischen den Körpern hin und her bewege. Wir wissen heute vielmehr, daß die Wärmeenergie die kinetische Energie der sich fortgesetzt bewegenden bzw. schwingenden Moleküle der Stoffe darstellt. Je schneller sie sich bewegen (bei den Gasen) bzw. je größer die Amplitude der Schwingungen ist (bei den festen Körpern), desto größer ist der Energiegehalt und damit die im ganzen Körper enthaltene Wärmeenergie. Im Lichte dieser Auffassung bildet die **mechanische Wärmetheorie,** auch **Thermodynamik** genannt, die Grundlage jeder modernen Wärmelehre.

10 Die Wärmeausdehnung

Eine der sinnfälligsten Wirkungen ist die **Ausdehnung** der Körper bei Temperaturzunahme und ihre **Zusammenziehung** beim Abkühlen. Zur Erklärung genügt es, sich vorzustellen, daß bei erhöhter Temperatur die Amplitude der schwingenden Moleküle größer wird, womit der Raumbedarf des ganzen Körpers zunehmen muß.

10.1 Die Ausdehnung fester und flüssiger Körper

10.11 Die lineare (Längen-) Ausdehnung

Im allgemeinen kommt man mit der Annahme zurecht, daß die Länge eines Körpers proportional mit der Temperatur zu- oder abnimmt. Das arteigene Verhalten des jeweiligen Stoffes kommt im Ausdehnungskoeffizienten zum Ausdruck:

Linearer Ausdehnungskoeffizient: $\alpha = \dfrac{\text{Längenzunahme}}{\text{ursprüngliche Länge}}$ **bei Erwärmung um 1 grd**



Bild 46. Längenausdehnung eines Stabes

(25) $$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 (t - t_0)}$$

Am einfachsten stellt man sich einen Stab von 1 m Länge vor. Bei Erwärmung um 1 grd wird er sich um α m ausdehnen. Wenn l_0 die ursprüngliche Länge bei der Anfangstemperatur t_0 ist, verlängert sich dann der Stab bei Erwärmung auf die Temperatur t um das Stück Δl (Bild 2).

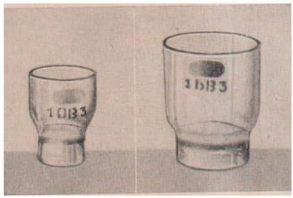


Bild 47. Filtertiegel aus Quarzglas

(26) **Längenzunahme:** $\Delta l = l_0 \alpha (t - t_0)$

Der Kürze halber bezeichnet man den Temperaturunterschied $(t - t_0)$ mit Δt und erhält damit die

Gesamtlänge:

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$$

Bei Abkühlung ist $t < t_0$, so daß eine negative Längenänderung (Verkürzung) herauskommt. Ganz genau gelten die Ausdehnungskoeffizienten nur innerhalb der in den Tabellen angegebenen Temperaturintervalle.

Linearer Ausdehnungskoeffizient α [1/grd] einiger fester Stoffe

(zwischen 0 und 100 °C)

Aluminium	0,000023	Platin	0,000009
Blei	0,000029	Wolfram	0,000004···9
Eisen, rein	0,000012	Glas	0,000006···9
Grauguß	0,000009	Quarzglas	0,0000006
Stahl V 2a	0,000016	Invar (64 Fe, 36 Ni)	0,000002
Konstantan	0,000015	Suprainvar (63 Fe, 32 Ni, 5 Co, 0,3 Mn)	0,0000001···5
Kupfer	0,000014	Kalkstein	0,000004
Messing	0,000018	Jenaer Geräteglas	0,0000033
Zink	0,000036		

Von den natürlichen Stoffen dehnt sich Quarz am wenigsten aus. Daher sind Laborgeräte aus Quarzglas (Bild 47) besonders temperaturunempfindlich. Ein glühendes

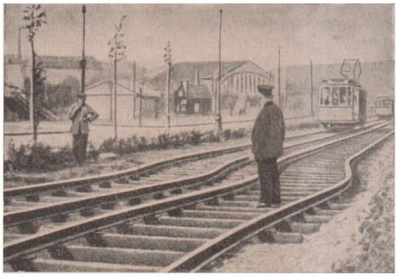


Bild 48. Durch sommerliche Hitze verbogene Straßenbahnschienen

Quarzrohr kann man in kaltes Wasser tauchen, ohne daß es zerspringt. Für manche feinmechanische Teile, Meßdrähte usw. muß man Invar oder Supra-invar (s. Tabelle) verwenden. Bei sehr langen Gegenständen macht sich die Wärmeausdehnung oft störend bemerkbar: Frei gespannte Drähte können bei großer Kälte reißen, Eisenbahnschienen müssen durch Stoßfugen getrennt sein, Brücken und Fachwerke setzt man auf Rollenlager. Bei Rohrleitungen fängt man die Längenänderungen durch elastische Dehnungsglieder ab (Bild 49).

Beim Gießen muß die Form um das Schwindmaß größer sein. Es beträgt, auf die Länge bezogen, bei Grauguß 1/96, Messing 1/65 und Blei 1/92.

Beispiele: 1. Um wieviel verlängert sich eine 25 m lange, stählerne Eisenbahnschiene bei Erwärmung um 30 grd ($\alpha = 0{,}000012\ ^1/_{\mathrm{grd}}$)? — Nach (26) ist $\Delta l = 25\ \mathrm{m} \cdot 0{,}000012\ ^1/_{\mathrm{grd}} \cdot 30\ \mathrm{grd} = 0{,}009\ \mathrm{m} = 9\ \mathrm{mm}$.

2. Als elektrische Sicherung verwendet man häufig Bimetallstreifen. Zwei Metallstreifen mit verschiedenem α sind der Länge nach zusammengelötet oder -genietet. Bei Stromdurchgang dehnt sich die eine Seite stärker aus als die andere. Der Streifen verbiegt sich und unterbricht einen Kontakt.

3. Beim Aufschrumpfen von Radreifen wird der Reifen in erhitztem Zustand um den Radkern gelegt.

10.12 Die kubische (räumliche) Ausdehnung

Gesamtvolumen:

(27) $$\boxed{V = V_0(1 + \gamma \Delta t)}$$

Kubischer Ausdehnungskoeffizient:

$$\boxed{\gamma = 3\alpha}$$

Herleitung: Wir gehen zunächst von einem Würfel mit der Kantenlänge l aus. Sein Volumen V_0 bei der Temperatur t_0 beträgt daher l_0^3. Nach Erwärmung um den Unterschied Δt beträgt die Kan-

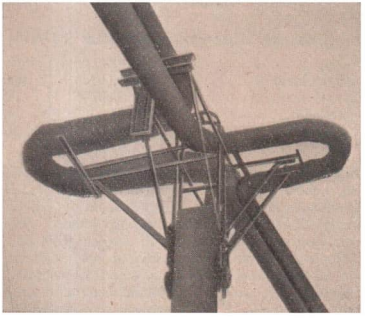


Bild 49. Dehnungsglieder einer Rohrleitung

tenlänge $l_0(1 + \alpha \Delta t)$ und damit das neue Volumen $V = V_0(1 + \alpha \Delta t)^3$. Das ergibt ausgerechnet: $V_0(1 + 3\alpha\Delta t + 3\alpha^2 \Delta t^2 + \alpha^3 \Delta t^3)$. Nun ist α ohnehin schon eine sehr kleine Zahl, so daß Glieder mit α^2 und erst recht mit α^3 im Verhältnis dazu vernachlässigt werden können.

Wenn man die körperliche Ausdehnung eines Gegenstandes ausrechnen will, bedarf es also keiner besonderen Tabelle. Man braucht die α-Werte nur mit 3 zu multiplizieren. Da man sich jeden Körper aus einzelnen, kleinen Würfeln zusammengesetzt denken kann, gilt der kubische Ausdehnungskoeffizient für Körper von beliebiger Gestalt, d. h. auch für hohle Körper.

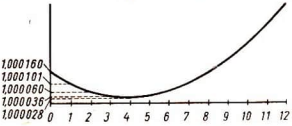


Bild 50. Dichteanomalie des Wassers
Volumen von 1 g Wasser von 0 ··· 12 °C

Nach einem ganz entsprechenden Gedankengang erhält man als

Ausdehnungskoeffizient für Flächen: $\beta = 2\alpha$

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten, insbesondere die des Wassers, ist der Temperatur nicht proportional, so daß es sich empfiehlt, das jeweilige Volumen einer Dichtetabelle zu entnehmen. Beim Wasser liegt der besondere Fall vor, daß es bei 4 °C seine größte Dichte hat **(Dichteanomalie)** (Bild 6).

Dichte des Wassers

Temperatur [°C]	Dichte [g/cm³]	Temperatur [°C]	Dichte [g/cm³]	Temperatur [°C]	Dichte [g/cm³]
0	0,999841	7	0,999902	14	0,999244
1	0,999900	8	0,999849	15	0,999099
2	0,999941	9	0,999782	16	0,998943
3	0,999965	10	0,999701	17	0,998775
4	0,999973	11	0,999606	18	0,998596
5	0,999965	12	0,999498	19	0,998406
6	0,999941	13	0,999377	20	0,998205

Kubischer Ausdehnungskoeffizient γ [1/grd] einiger Flüssigkeiten (bei 18 °C)

Äther	0,00162	Schwefelsäure	0,00055
Äthylalkohol	0,00110	Quecksilber in Jenaer Thermometerglas Nr. 16	0,000157 (scheinbar)
Benzol	0,00106	Nr. 2954	0,000163 (scheinbar)
Petroleum	0,00096		
Quecksilber	0,000181		
Wasser	0,00013		

Beispiele: 1. Um das genaue Volumen eines Glasgefäßes zu wissen, muß stets angegeben sein, bei welcher Temperatur es geeicht ist (Bild 51). 2. Da das Erkalten heißer Körper von der Oberfläche her beginnt, bilden sich im Innern Spannungen aus, welche Festigkeit und andere Eigenschaften beeinträchtigen können. Daher müssen Gläser in besonderen Öfen sorgfältig und langsam gekühlt werden (Bild 52). 3. Beim Einführen von Drähten in Lampenkolben und Vakuumröhren sind die verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten sorgfältig zu beachten. Während man früher auf Platin angewiesen war, benutzt man heute besondere Legierungen und Metallkombinationen. 4. Ein Aluminiumgefäß von 1,5 Liter wird von 15 °C auf 100 °C erwärmt. Volumenzunahme? —
Nach (27) ist $\Delta V = 0{,}000069\,1/\text{grd} \cdot 85\,\text{grd} \cdot 1{,}5\,\text{l} = 0{,}0088\,\text{l} = 8{,}8\,\text{cm}^3$.

Bei der Ausdehnung von Flüssigkeiten in Gefäßen rechnet man mit dem **scheinbaren kubischen Ausdehnungskoeffizienten.** Für Quecksilber in einem Glasgefäß ($\alpha = 0{,}000006\ ^1/\text{grd}$) ergibt sich z. B. folgender Wert: Während die Volumeneinheit des Quecksilbers je Grad um γ zunimmt, erweitert sich der Inhalt des Gefäßes um 3α je Raumteil und Grad. Damit beträgt die scheinbare (relative) Zunahme des Quecksilbers

$$(0{,}000181 - 0{,}000018)\ ^1/\text{grd} = 0{,}000163\ ^1/\text{grd}.$$

10.18 Temperaturmessung

Da uns die Natur keine Temperaturskala vorschreibt, ist es an sich gleichgültig, welchen physikalischen Vorgang man zur Schaffung einer solchen zugrunde legt. Auf der Wärmeausdehnung beruhen die für einfache Temperaturmessungen ausreichenden **Thermometer** (Bild 53). Sie sind in ganze oder zehntel Grad geteilt und mit Quecksilber oder gefärbtem Alkohol gefüllt. Nach internationalen Vereinbarungen ist eine Reihe von **Fest-(Fix-)Punkten** vorgeschrieben, nach denen sich alle Temperaturmessungen zu richten haben.

0 °C ist die Temperatur des schmelzenden Eises bei 760 Torr (Eispunkt)

100 °C ist die Temperatur des siedenden Wassers bei 760 Torr (Wasserdampfpunkt)



Bild 51. Bei 20 °C geeichter Meßkolben mit Ringelmarke und Eichvermerk

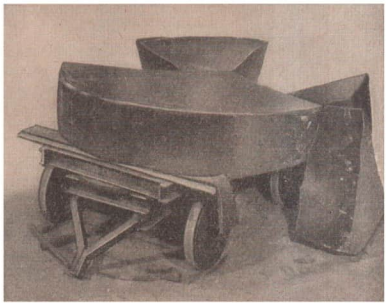


Bild 52. Infolge mangelhafter Kühlung gesprungene Scheibe aus optischem Glas

Dies entspricht der Zählung nach Celsius, weshalb man die Temperatur stets in **Grad Celsius (°C)** angibt. Temperaturunterschiede dagegen werden mit der Abkürzung grd bezeichnet. Diese beiden Punkte sind wegen der großen Genauigkeit und Leichtigkeit, mit der man sie reproduzieren kann, gewählt worden.

Früher waren noch gebräuchlich die Skala nach Réaumur: 0 °R (Eispunkt) bis 80 °R (Siedepunkt) und die Skala nach Fahrenheit: 32 °F (Eispunkt) bis 212 °F (Siedepunkt).

Zum Eichen taucht man das Thermometer mit der ganzen Länge seines Quecksilberfadens in zerstoßenes, schmelzendes Eis bzw. hängt es in den Dampfraum eines Siedekolbens. Für höhere und tiefere Temperaturen gelten die weiteren

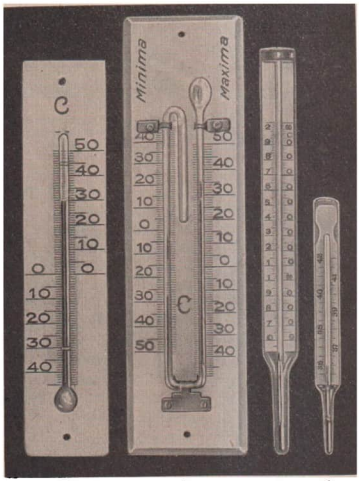
Festpunkte:

−182,97 °C ... Siedepunkt des flüssigen Sauerstoffs (Sauerstoffpunkt),
444,60 °C ... Siedepunkt des Schwefels (Schwefelpunkt),
960,8 °C ... Erstarrungspunkt des flüssigen Silbers (Silberpunkt),
1063,0 °C ... Erstarrungspunkt des flüssigen Goldes (Goldpunkt).

Für die dazwischenliegenden Intervalle sind zur exakten Temperaturbestimmung folgende Meßmethoden vorgeschrieben[1]):

−190 °C .... 0 °C .... 630,5 °C .... 1063 °C ..... beliebig hohe Temperatur

elektrisches Platin-Widerstandsthermometer | *Thermoelement mit Platin-Platinrhodium* | *Optische Pyrometrie*



a b c d

Bild 53. Verschiedene Thermometer
a) Zimmerthermometer
b) Maximum- und Minimumthermometer
c) Thermometer bis 200 °C
d) Fieberthermometer

Für noch tiefere Temperaturen liefert nur das Gasthermometer zuverlässige Angaben. Zum praktischen Gebrauch werden Quecksilberthermometer bis 650 °C, solche aus Quarzglas bis 800 °C hergestellt. Da Quecksilber bei 357 °C siedet, besteht bei höheren Temperaturen Explosionsgefahr. Für tiefe Temperaturen bis zu jener der flüssigen Luft ist eine Füllung aus Pentan verwendbar.

Will man die Temperatur einer Flüssigkeit (etwa eines Öles oder einer Metallschmelze) messen, so ist daran zu denken, daß nicht der ganze Quecksilberfaden der zu messenden Temperatur ausgesetzt ist. Das Thermometer zeigt also zuwenig an. Der richtige Wert wird wie folgt ermittelt. Es ragen f Skalenteile in den Raum, dessen Temperatur t_0 sei. Diese herausragende Skalenlänge würde

[1]) Näheres s. z. B. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd. I.



Bild 54
Fadenkorrektur

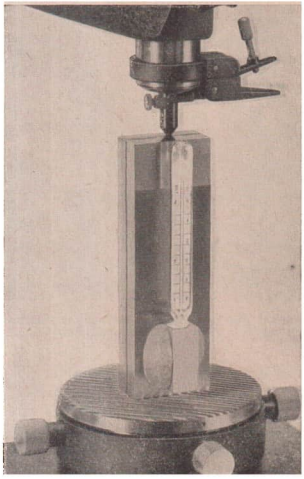


Bild 55
Temperaturmessung an einem Metallkörper mittels angekitteten „Körperthermometers"

sich, wenn sie mit eintauchen würde, zusätzlich ausdehnen um die

Fadenkorrektur: $\boxed{\Delta t = \alpha f (t - t_0)}$

(α scheinbarer Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers im Thermometerglas). t_0 wird mit einem neben dem Faden aufzuhängenden Hilfsthermometer gemessen. Δt ist der am Hauptthermometer abgelesenen Temperatur t zuzuschlagen (Bild 54). Je nach dem Verwendungszweck gibt es die verschiedensten Sonderformen. Beim **Fieberthermometer** (Bild 53d) kann der Quecksilberfaden durch eine verengte Stelle der Kapillare zwar vorrücken,

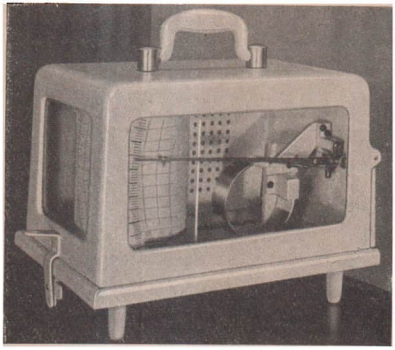


Bild 56. Thermograph

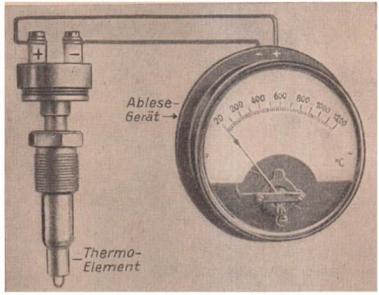


Bild 57. Thermoelement zur Messung der Temperatur im Inneren eines Dieselmotors

reißt aber bei Abkühlung ab. Der beim Höchststand stehenbleibende Faden kann durch Schleudern wieder nach unten befördert werden. Das **Maximum- und Minimumthermometer** beruht auf der Ausdehnung von Alkohol (Bild 53 b), der sich in dem nach unten gebogenen Schenkel befindet. Bei Erwärmung wird der Quecksilberfaden in den rechten Schenkel gedrückt und schiebt dabei einen Stahlstift vor sich her, der an der höchsten Stelle hängenbleibt. Bei Abkühlung wird ein zweiter Stift mitgenommen. Der in der kleinen Kugel vorhandene Dampfraum gibt den nötigen Spielraum. Mit einem kleinen Magneten kann man die Stifte wieder herunterziehen.

Der Zeiger des **Metallthermometers** wird von einem sich verkrümmenden Bimetallstreifen bewegt, der aus 2 Metallen mit verschiedener Ausdehnung besteht.

Thermographen (Bild 56) besitzen meist eine mit Petroleum gefüllte Bourdon-Röhre (I, 10.21). Ihre Bewegung zeichnet mittels einer Schreibfeder die Temperatur auf eine Trommel, die durch ein Uhrwerk gedreht wird. Dadurch wird der Temperaturgang eines längeren Zeitraums in Kurvenform erhalten.

Thermoelemente (Bild 57) beruhen darauf, daß an der Berührungsstelle zweier verschiedener Metalle eine elektrische Spannung auftritt, sobald dort die Temperatur anders ist als im übrigen Stromkreis. Solche Elemente können außerordentlich klein und leicht gehalten werden. Das die Temperatur anzeigende Meßinstrument kann weit von der Meßstelle entfernt sein. **Elektrische Widerstandsthermometer** beruhen auf der Änderung des elektrischen Widerstandes der Metalle bei Temperaturänderung.

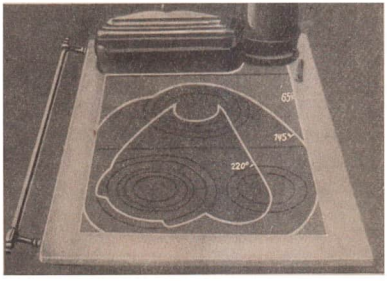


Bild 58. Temperaturverteilung auf einer Ofenplatte, sichtbar gemacht durch Thermocolor-Anstrich

Zum bequemen Abschätzen von Oberflächentemperaturen verwendet man besondere **Farbanstriche (Thermocolore)**, d. h. Stoffe, die bei einer bestimmten Temperatur in eine andere Farbe umschlagen. Zum Beispiel

wird rotes Quecksilberjodid-Kupferjodür bei 70 °C schokoladenbraun und gelbes Silberquecksilberjodid bei 40 °C orangerot. Beim Abkühlen entsteht wieder der ursprüngliche Farbton. Im Gegensatz zu diesen nur vorübergehenden Farbänderungen gibt es neuerdings Farben, deren Umschlag bleibend ist. Man kann damit die flächenmäßige Temperaturverteilung auf Ofenplatten, überhitzten Stellen von Kraftmaschinen usw. von 30° ··· 650 °C (Bild 58) bequem und genau sichtbar machen. Es gibt auch **Farbstifte** dieser Art.

10.2 Die Wärmeausdehnung der Gase

10.21 Das Gesetz von Gay-Lussac

Mit steigender Temperatur nimmt auch das Volumen der Gase zu. Man hat für den Volumenausdehnungskoeffizienten (hier mit α bezeichnet) folgende Werte ermittelt:

Volumenausdehnung einiger Gase [^{1}/grd]

Luft	0,003 674	Helium	0,003 660
Wasserstoff	0,003 663	Kohlendioxyd	0,003 726

Aus diesen Zahlen erkennt man, daß für alle Gase α nahezu den gleichen Wert hat. Diese praktisch gleiche Ausdehnung aller Gase wurde zuerst von dem französischen Gelehrten Gay-Lussac[1]) festgestellt:

Viele Gesetze der Wärmelehre nehmen deshalb eine besonders einfache Form an, wenn man von der tatsächlichen Verschiedenheit der α-Werte bei den Gasen absieht und mit einem **idealen** Gas rechnet.

Ausdehnungskoeffizient des idealen Gases:

$$\alpha = 0{,}003\,661\ ^1/\mathrm{grd} = \frac{1}{273{,}15}\ ^1/\mathrm{grd}$$

des Volumens bei 0 °C

(28) **Gesetz von Gay-Lussac für konstanten Druck:**

$$V = V_0\,(1 + \alpha\,t)$$

Hiernach dehnt sich ein Gas z. B. zwischen 19 °C und 20 °C um den gleichen Betrag aus wie zwischen 0 °C und 1 °C. V_0 ist in diesem Falle nicht etwa ein beliebiges Anfangsvolumen, sondern stets das Volumen bei 0 °C!

Das ideale Gas befolgt in allen Temperaturbereichen streng sowohl das Gay-Lussacsche als auch das Boyle-Mariottesche Gesetz.

Man muß aber stets daran denken, daß das Verhalten der **realen** (wirklichen) **Gase** unter Umständen — vor allem bei tiefen Temperaturen — beträchtlich davon abweichen kann. Bei gewöhnlicher Temperatur verhalten sich Wasserstoff und Helium praktisch wie das ideale Gas.

Wenn das erwärmte Gas in einem Gefäß eingeschlossen ist, kann es seinem Ausdehnungsbestreben nicht folgen, sein Volumen bleibt konstant. Dafür nimmt nach dem Boyle-Mariotteschen Gesetz (I, 10.2) der Druck im gleichen Maße, d. h. um $^1/_{273{,}15}$ je Grad Erwärmung, zu.

Druckzunahme aller Gase je Grad Erwärmung:

$$\alpha = \frac{1}{273{,}15}\ ^1/\mathrm{grd}$$

des Druckes bei 0 °C

(29) **Gesetz von Gay-Lussac bei konstantem Volumen:**

$$p = p_0\,(1 + \alpha\,t)$$

(p_0 Druck bei 0 °C)

[1]) 1778 bis 1850.

Der α-Wert für Luft läßt sich durch folgenden einfachen Versuch bestimmen (Bild 59). Die in einem Glaskolben eingeschlossene Luft wird in einem wassergefüllten Kochtopf von t_1 auf t_2 erwärmt. Die am angeschlossenen Quecksilbermanometer abgelesenen Drücke sind p_1 und p_2, wobei zum jeweiligen Quecksilberdruck der äußere Luftdruck (Barometerstand) hinzugezählt werden muß. Es gilt dann:

$$p_1 = p_0(1 + \alpha t_1), \quad \text{wonach} \quad p_0 = \frac{p_1}{1 + \alpha t_1}$$

$$p_2 = p_0(1 + \alpha t_2) \qquad p_0 = \frac{p_2}{1 + \alpha t_2}$$

Durch Gleichsetzen der rechten Seiten erhält man

$$\frac{p_1}{1 + \alpha t_1} = \frac{p_2}{1 + \alpha t_2} \quad \text{und hieraus} \quad \alpha = \frac{p_2 - p_1}{p_1 t_2 - p_2 t_1}.$$

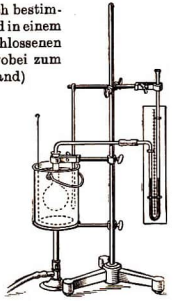


Bild 59. Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten der Luft

Beispiele: 1. Ein luftgefülltes Gefäß werde bei 0° C verschlossen und dann von außen erwärmt. Bei welcher Temperatur steigt der Innendruck auf das Doppelte? — Man setzt $p_0 = 1$ und $p = 2$. Dann wird nach (4) $t = \left(\frac{p}{p_0} - 1\right) \cdot \frac{1}{\alpha}$, d. h. in Zahlen $t = (2 - 1) \cdot 273{,}15 \text{ grd} = 273\ ^\circ\text{C}$.

2. Bei der Explosion von Sprengstoffen entwickeln sich Gasmassen von hoher Temperatur und demzufolge große Druckwirkungen.

3. Erwärmte Luft hat infolge ihres bei Druckgleichheit größeren Volumens eine geringere Dichte und steigt daher in der Atmosphäre nach oben: warme Aufwinde, Heißluftballon (Bild 60), Zug des Schornsteins.

10.22 Die absolute Temperatur

Was für die Erwärmung eines Gases ausgesprochen ist, gilt entsprechend auch bei der Abkühlung: Sein Volumen muß je Grad um den gleichen Betrag α abnehmen. Man kann das grafisch darstellen (Bild 61) und erhält dabei eine gerade Linie. Bei gerader Fortsetzung erreicht diese Gerade schließlich das Volumen 0. Dies muß bei der Temperatur $t = -273{,}15\ ^\circ\text{C}$ eintreten, weil dann nach (28) $V = V_0\left(1 - \frac{273{,}15}{273{,}15}\right) = 0$. Man zieht hieraus den Schluß, daß eine noch tiefere Temperatur nicht existieren kann, da ein negatives Volumen physikalisch undenkbar ist. Man nennt diese Temperatur den **absoluten Nullpunkt.**



Bild 60. Moderner, mit Ölflamme geheizter Heißluftballon

Hier entsteht allerdings eine gedankliche Schwierigkeit; denn einerseits kann ein Gas niemals verschwinden, anderseits werden alle realen Gase bereits vor Erreichung des absoluten Nullpunktes flüssig und entziehen sich damit dem Gay-Lussacschen Gesetz. Diese Erklärung des absoluten Nullpunktes stützt sich demnach zunächst nur auf das ideale Gas. Der tiefere Sinn

dieses Punktes liegt aber darin, daß hier die kinetische Energie der Moleküle verschwindet. Das untere Ende der Temperaturskala ist durch völligen Stillstand der Molekularbewegung ausgezeichnet.

Es erweist sich vielfach als vorteilhaft, Temperaturen vom absoluten Nullpunkt an zu zählen. Man spricht dann von der absoluten Temperatur:

(30) **Absolute Temperatur** *(Grad Kelvin):* $\boxed{T = t + 273{,}15\ \text{grd}}$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke (Bild 62) läßt sich ohne weiteres der Satz ablesen:

(31) **Das Volumen eines Gases ist bei konstantem Druck der absoluten Temperatur proportional:** $\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}}$

Aus (29) ergibt sich in entsprechender Weise:

(31a) **Der Druck eines Gases ist bei konstantem Volumen der absoluten Temperatur proportional:** $\boxed{\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}}$

(p absoluter Druck; T absolute Temperatur).

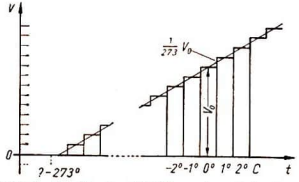


Bild 61. Schrittweise Abkühlung eines Luftvolumens

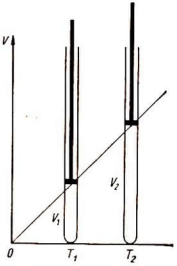


Bild. 62. Abhängigkeit des Volumens von der absoluten Temperatur

Beispiel: Eine Stahlflasche enthält bei 25 °C Sauerstoff von 150 at Überdruck. Wie ändert sich der Druck, wenn die Flasche auf −10 °C abgekühlt wird? — In Gleichung (31a) ist der absolute Druck, d. h. einschließlich des äußeren Luftdruckes, einzusetzen. Nimmt man diesen mit 736 Torr = 10000 kp/m² an, so erhält man aus $p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$ den Zahlenwert von

$$p_2 = \frac{263 \cdot 1510000}{298}\ \text{kp/m}^2 = 1333000\ \text{kp/m}^2$$

Dem entsprechen 132,3 at Überdruck.

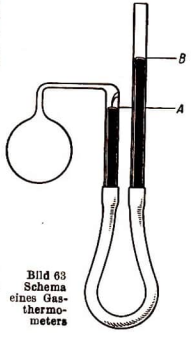


Bild 63 Schema eines Gasthermometers

10.23 Das Gasthermometer

Mit größerer Genauigkeit als alle anderen Substanzen arbeiten Gase als Thermometerfüllung, insbesondere die dem idealen Gas am nächsten kommenden Wasserstoff und Helium. Die gesetzliche Temperaturskala teilt den Zwischenraum zwischen den Festpunkten so ein, wie sich das ideale Gas ausdehnen würde.

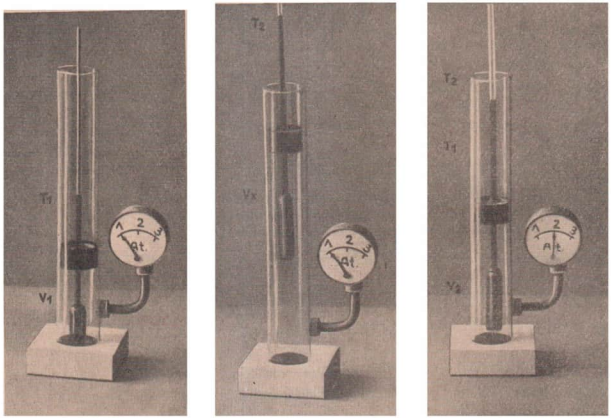
Das Prinzip eines **Gasthermometers** zeigt Bild 63. Ein (bis 1600 °C brauchbares) Platingefäß ist mit Wasserstoff gefüllt und steht mit einem Quecksilbermanometer in Verbindung. Durch Heben bzw. Senken kann der Meniskus bei A stets auf gleicher Höhe bzw. das Volumen konstant gehalten werden, so daß durch den Niveauunterschied von A und B der mit der Temperatur veränderliche Druck [Formel (29)] gemessen wird. Der äußere Luftdruck ist natürlich mit zu berücksichtigen.

10.3 Die Zustandsgleichung der Gase

Die 3 veränderlichen Größen p, V und T bezeichnet man allgemein als die den jeweiligen Gaszustand charakterisierenden **Zustandsgrößen.** Sie hängen nach dem Gay-Lussacschen und Boyle-Mariotteschen Gesetz in bestimmter Weise miteinander zusammen. Im folgenden wird sich zeigen, daß diese Zusammenhänge in einer einzigen Gleichung zum Ausdruck gebracht werden können.

Da das Volumen eines Gases sowohl vom Druck als auch von der Temperatur abhängt, denken wir uns einen Vorgang, bei dem sich beide Größen gleichzeitig ändern.

Wir nehmen die Änderung in 2 Schritten vor, indem wir ein bestimmtes Gasvolumen V_1 von der Temperatur T_1 bei konstant gehaltenem Druck p_1 erwärmen (Bild 64). Das



a b c

Bild 64. Zur Herleitung der Zustandsgleichung

a) Anfangszustand, b) Erwärmung bei konstantem Druck, c) Zusammenpressen bei konstanter Temperatur

Volumen vergrößert sich und wird nach (31) $V_x = \frac{V_1 T_2}{T_1}$. Dann drücken wir das Gas auf das Volumen V_2 zusammen. Nach Boyle-Mariotte wird $V_2 = \frac{V_x p_1}{p_2}$. Nach Einsetzen des Wertes für V_x wird $V_2 = \frac{V_1 p_1 T_2}{p_2 T_1}$ oder das

(32) **zusammengefaßte Gasgesetz:** $\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}}$

Das heißt: Das durch T dividierte Produkt aus p und V hat für alle nur möglichen Zustände eines Gases den gleichen Wert, so daß $\frac{pV}{T} = \text{konst.}$

Die Masse m des Gases kann sich bei den beschriebenen Vorgängen natürlich nicht ändern. m ist also eine konstante Größe und wird in kg (Kilogramm) ausgedrückt.

Dividiert man die linke Seite der letzten Gleichung durch die Masse m des Gases, so erhält auch die auf der rechten Seite stehende Konstante einen neuen Wert, den man die spezielle Gaskonstante R nennt.

(33) **Spezielle Gaskonstante R:** $\boxed{R = \frac{pV}{mT}}$

Die Maßeinheit der speziellen Gaskonstanten R ergibt sich aus p [kp/m²], V [m³], m [kg] und T[grd] als $\frac{\text{kp m}^3}{\text{m}^2 \text{ kg grd}} = \text{kp m/kg grd}$. R hat also die Maßeinheit einer Arbeit je kg und Grad. Der Zahlenwert für R ist dagegen bei jedem Gas anders, kann aber aus den jeweils zusammengehörigen Daten von p, V, m und T eines bestimmten, ins Auge gefaßten Zustandes des betreffenden Gases berechnet werden.

Genauere Werte für R sind der Tabelle S. 42 zu entnehmen.

Durch Umstellen von Gleichung (33) erhält man die

(34) **Zustandsgleichung der Gase:** (bezogen auf eine beliebige Masse m) $\boxed{pV = mRT}$

Bringt man aber m auf die linke Gleichungsseite, so erscheint hier der Quotient $\frac{V}{m}$, d. i. das Volumen eines Kilogramms. Man nennt ihn das

(35) **spezifische Volumen v:** $\boxed{v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\varrho}}$

Setzt man dies in (34) ein, so gewinnt man die einfachere Form:

(34a) **Zustandsgleichung der Gase:** (bezogen auf 1 kg) $\boxed{pv = RT}$

Zahlentafel für Gase

Gas	Molekulargewicht M	Gaskonstante R	Dichte ϱ bei 0 °C und 760 Torr kg/m³	spezifische Wärme kcal/kg grd c_p	spezifische Wärme kcal/kg grd c_v	$\varkappa = c_p/c_v$	krit. Druck at	krit. Temp. °C	Siedepunkt bei 760 Torr °C
Wasserstoff	2,016	420,6	0,0899	3,408	2,420	1,41	13,2	−239,8	−252,8
Sauerstoff	32,000	26,50	1,429	0,219	0,156	1,40	50,8	−118,8	−183,0
Stickstoff	28,016	30,26	1,251	0,248	0,177	1,40	35	−147,1	−195,8
Kohlenoxyd	28,01	30,29	1,250	0,249	0,178	1,40	35,7	−140,2	−191,5
Kohlendioxyd	44,01	19,27	1,977	0,202	0,154	1,30	75	+ 31,5	− 78,5
Luft	—	29,27	1,293	0,241	0,172	1,40	39	−140,7	−194,4
Wasserdampf	18,016	47,1	0,804	0,48	0,37	1,30	217	+374,2	+100,0
Helium	4,003	212,0	0,179	1,25	0,75	1,66	2,34	−267,9	−268,9

Die Zustandsgleichung (34) enthält 3 veränderliche Größen. Kennt man zwei Zustandswerte, z. B. Druck und Temperatur, so kann man den dritten, d. h. das Volumen, berechnen.

Beispiele: 1. Ein Zimmer enthält 300 m³ Luft bei 740 Torr und 20 °C. Wieviel wiegt die Luft? — Nach (34) ergibt sich

$$m = \frac{10330 \text{ kp} \cdot 740 \text{ Torr} \cdot 300 \text{ m}^3 \text{ kg grd}}{\text{m}^3 \cdot 760 \text{ Torr} \cdot 29{,}27 \text{ kpm} \cdot 293 \text{ grd}} = 352 \text{ kg}$$

2. Luft hat bei einem Druck von $p = 10330$ kp/m² und bei $T = 273{,}2$ °K eine Dichte von 1,293 kg/m³. Ihre Gaskonstante beträgt nach (34a)

$$R = \frac{10330 \text{ kp m}^3}{\text{m}^3 \cdot 1{,}293 \text{ kg} \cdot 273{,}2 \text{ grd}} = 29{,}25 \text{ kpm/kg grd}$$

Da auch die Zustandsgleichung streng nur für das ideale Gas gilt, ist der tatsächliche Wert mit 29,27 ein wenig höher.

3. Eine Stahlflasche von 10 l enthält 45 g Wasserstoff. Bei welcher Temperatur erreicht der Überdruck 50 at? — Nach (34) ist $T = \frac{p\,V}{m\,R} = \frac{510000 \text{ kp} \cdot 0{,}01 \text{ m}^3 \text{ kg grd}}{\text{m}^3 \cdot 0{,}045 \text{ kg} \cdot 420{,}6 \text{ kp m}} = 269{,}5 \text{ °K} = -3{,}65 \text{ °C}.$

10.31 Die allgemeine Zustandsgleichung

Es gibt noch eine Möglichkeit, die Zustandsgleichung so zu vereinfachen, daß man mit einer für alle Gase einheitlichen, **allgemeinen Gaskonstanten** rechnen kann. Man geht hierbei vom **Molekulargewicht** des betreffenden Gases aus. Dieses ist gleich der Summe der in einem Molekül enthaltenen Atomgewichte, z. B. für CO_2: $1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44$. Ferner setzt man fest:

Ein Kilomol M ist das in kg ausgedrückte Molekulargewicht eines Stoffes [kg/kmol].

Ein Kilomol CO_2 ist dann 44 kg/kmol. Um das Volumen dieser Menge M zu berechnen, geht man davon aus, daß allgemein $\varrho = \frac{m}{V}$ bzw. $V = \frac{m}{\varrho}$. Wegen der besonderen Bedeutung, die dem Volumen eines Kilomols zukommt, kennzeichnet man dieses mit dem besonderen Buchstaben $\mathfrak{V}$ und erhält das

(36) **Molvolumen:** $\boxed{\mathfrak{V} = \frac{M}{\varrho} = M\,v}$

Gewöhnlich bezieht man es auf 0 °C und 760 Torr und erhält für CO_2 beispielsweise $\mathfrak{V} = \frac{44\ \text{kg m}^3}{1{,}977\ \text{kg kmol}} = 22{,}3\ \text{m}^3/\text{kmol}$ oder für Wasserstoff

$$\mathfrak{V} = \frac{2{,}016\ \text{kg m}^3}{0{,}0899\ \text{kg kmol}} = 22{,}4\ \text{m}^3/\text{kmol},$$

und so erhält man für alle Gase Zahlenwerte, die ziemlich übereinstimmen.

Das Molvolumen hat für alle Gase nahezu den gleichen Wert.

Dies folgt auch aus dem

Gesetz von Avogadro: Gleiche Rauminhalte verschiedener Gase enthalten stets die gleiche Anzahl von Molekülen (Bild 65).

Demnach verhalten sich die in je einem Liter enthaltenen Gasmengen wie ihre Molekulargewichte. Geht man also von Gewichtsmengen verschiedener Gase aus, die sich wie die Molgewichte verhalten, so müssen sie den gleichen Raum einnehmen.

Molvolumen des idealen Gases: $\boxed{\mathfrak{V} = 22{,}414\ \text{m}^3/\text{kmol}}$ (Bild 66)

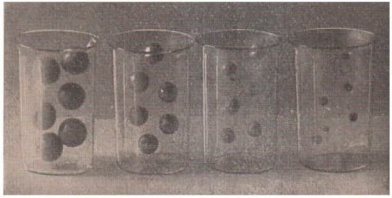


Bild 65. Modell des Gesetzes von Avogadro

Wenn man dieses Molvolumen $\mathfrak{V}$ in die Zustandsgleichung (34 a) einsetzt, ergibt sich die

(34 b) **allgemeine Zustandsgleichung für das Molvolumen des idealen Gases:** $\boxed{p\,\mathfrak{V} = \mathfrak{R}T}$



Bild 66. Das Molvolumen

Hieraus erhält man auch den Zahlenwert für $\mathfrak{R}$, wenn man den normalen Druck ($p = 10330\ \text{kp/m}^2$) und die Temperatur 0 °C ($T = 273{,}15$ °K) in $\mathfrak{R} = \frac{p\mathfrak{V}}{T}$ einsetzt:

(37) **Allgemeine** (universelle) **Gaskonstante:** $\boxed{\mathfrak{R} = 848\ \text{kpm/kmol grd}}$

oder auch: $\boxed{\mathfrak{R} = 8315\ \text{Ws/kmol grd}}$

(da 1 kpm = 9,81 Ws)

Praktisch kann man aber mit Formel (34b) noch nicht viel anfangen, da sie nicht für ein bestimmtes, ins Auge gefaßtes Gas gilt, sondern für alle Gase schlechthin. Kennt man aber das Molekulargewicht, so kann man nach (36) $\mathfrak{V} = M v$ setzen und erhält die

(34c) **Zustandsgleichung eines Gases bei Kenntnis des Molgewichtes:** $\boxed{p v = \frac{\mathfrak{R} T}{M}}$

Der Vorteil dieser Formel liegt darin, daß man die (spezielle) Gaskonstante R eines Gases nicht zu kennen braucht, sondern lediglich sein Molekulargewicht, das aus der chemischen Formel und den einzelnen Atomgewichten erkennbar ist. Die spezielle Gaskonstante R ergibt sich durch den Vergleich der letzten Formel mit (34a):

Spezielle Gaskonstante eines beliebigen Gases: $\boxed{R = \frac{\mathfrak{R}}{M}}$

Da sich alle Formeln auf das ideale Gas beziehen, weichen die damit errechneten Zahlenwerte von den wirklichen Werten meist ein wenig ab. Für Alkoholdampf erhalten wir beispielsweise aus der chemischen Formel C_2H_5OH $M = 46{,}05$ und daraus die Gaskonstante $R = \frac{848\ \text{kpm kmol}}{46{,}05\ \text{kg grd kmol}} = 18{,}4\ \text{kpm/kg grd}$.

In der Technik hat man es vielfach mit Gasgemischen zu tun. Das „Generatorgas" ist beispielsweise eine Mischung aus Kohlenoxyd, Wasserstoff und Stickstoff. Ebenso setzt sich auch die Luft aus mehreren Bestandteilen zusammen. In solch einem Fall empfiehlt es sich, erst eine **mittlere Gaskonstante** zu errechnen und dann die Zustandsgleichung anzuwenden. Da sich die Gaskonstante auf die Masseneinheit bezieht, sind hierzu die einzelnen, in der Gesamtmasse m enthaltenen Anteile m_1, m_2,... einzusetzen:

Mittlere Gaskonstante: $\boxed{R_m = \frac{m_1 R_1 + m_2 R_2 + m_3 R_3 + \cdots}{m}}$

Beispiele: 1. Berechne die mittlere Gaskonstante der Luft (rund 79 Volumprozent Stickstoff und 21% Sauerstoff). — Die Gewichtsanteile sind gemäß ($m = \varrho V$): $0{,}79 \cdot 1{,}251 = 0{,}988$ Stickstoff und $0{,}21 \cdot 1{,}429 = 0{,}300$ Sauerstoff, zusammen $m = 1{,}288$. Dann wird

$$R_m = \frac{0{,}988 \cdot 30{,}26 + 0{,}3 \cdot 26{,}5}{1{,}288} = 29{,}4.$$

(Um einen genaueren Wert zu erhalten, muß man auch die übrigen Bestandteile der Luft berücksichtigen.)

2. Es wurde festgestellt, daß eine Substanz bei 445 °C als Gas unter einem Druck von 1 at besteht und dabei eine Dichte von 1,28 kg/m³ besitzt. Welches ist das Molekulargewicht? — Aus (34c) gewinnt man

$$M = \frac{\mathfrak{R} T \varrho}{p} = \frac{848\ \text{kp m}\ 718\ \text{grd}\ 1{,}28\ \text{kg m}^3}{\text{kmol grd m}^3\ 10000\ \text{kp}} = 78\ \text{kg/kmol}\ (\text{Benzol}\ C_6H_6)$$

11 Die Wärmeenergie

Es war eingangs gesagt worden, daß die in einem Körper enthaltene Wärme eine Energiemenge darstelle. Hierfür benutzt man als Maßeinheit:

(38) **Einheit der Wärmemenge:** **1 Kalorie [cal] erwärmt 1 g Wasser um 1 grd** (genauer: 1 cal = 4,1868 Wattsekunden (Joule))[1]
1 Kilokalorie [kcal] erwärmt 1 kg (1 Liter) Wasser um 1 grd

Wenn man z. B. 3 l Wasser von 15 °C zum Sieden erwärmt, muß man eine Energie von $3 \cdot (100 - 15)$ kcal = 255 kcal zuführen.

Im täglichen Leben wird oft von „Kalorien" schlechthin gesprochen. Man gibt beispielsweise an, der Mensch brauche zu seiner Ernährung täglich etwa 3000 Kalorien. Damit sind jedoch stets kcal und nicht cal gemeint. In der Technik wird die Kilokalorie häufig noch als Wärmeeinheit (WE) bezeichnet.

$$\boxed{1\ \text{WE} = 1\ \text{kcal}}$$

11.1 Die spezifische Wärme

11.11 Die spezifische Wärme fester und flüssiger Körper

Bei gleicher Wärmezufuhr geht die Erwärmung verschiedener Stoffe durchaus ungleich vor sich. In sommerlicher Hitze bleibt Wasser auffallend kühl, während der

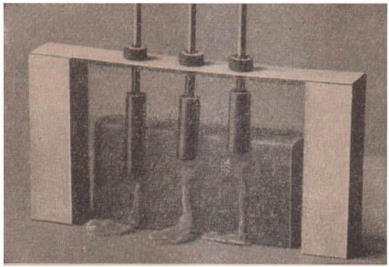


Bild 67. Gleiche Massen aus Aluminium, Eisen und Blei von gleicher Temperatur bringen verschiedene Paraffinmengen zum Schmelzen: verschiedene spezifische Wärmen

umgebende Erdboden und Eisengegenstände rasch hohe Temperaturen annehmen. Die Ursache ist die verschiedene **spezifische Wärme** der Stoffe (Bild 67).

Spezifische Wärme c: die zur Erwärmung von 1 kg eines Stoffes um 1 grd erforderliche Wärmemenge [kcal/kg grd].

Für Wasser ist praktisch $c = 1$ kcal/kg grd.

Da die spezifische Wärme temperaturabhängig ist, gelten Tabellenwerte genau nur für die angegebene Bezugstemperatur.

[1]) Die früher gebräuchlich gewesene „Wasserkalorie" entsprach der Energie von 4,1855 Joule.

Spezifische Wärme c einiger fester u. flüssiger Stoffe bei 20 °C [kcal/kg grd]

Aluminium	0,214	Blei	0,031	Ziegelmauerwerk	0,22
Eisen, rein	0,111	Platin	0,032	dichte Gesteine	0,21
Grauguß	0,129	Quecksilber	0,033	Leichtbenzin	0,50
Kupfer	0,092	Holz	0,57	Äthylalkohol	0,57
Zink	0,093	Glas	0,17···20	Wasser	0,9990
Silber	0,056	Quarzglas	0,174		

Das Wasser hat demnach von allen Stoffen die größte spezifische Wärme. Damit erklären sich manche Klimaunterschiede. In der Nähe großer Wassermassen, auf Inseln und in Küstennähe, wirkt das im Sommer sich nur langsam erwärmende Wasser kühlend; im Winter dagegen wirkt es wie ein großer Wärmespeicher: **Seeklima** mit geringen jahreszeitlichen Temperaturgegensätzen.

Um die Masse m eines Stoffes von t_1 auf t_2 zu erwärmen bzw. abzukühlen, ist die

(39) **zu- oder abgeführte Wärmemenge:** $\boxed{Q = c\,m\,(t_2 - t_1)}$

Beim Vermischen zweier Wassermengen von unterschiedlicher Temperatur stellt sich eine bestimmte **Mischtemperatur** t_m ein. Dabei gibt das warme Wasser die Wärmemenge $Q = c_1 m_1 (t_1 - t_m)$ ab, wodurch es sich auf die Mischtemperatur abkühlt. Das kalte Wasser nimmt dieselbe Wärmemenge $Q = c_2 m_2 (t_m - t_2)$ auf, wobei es die Temperatur t_m annimmt. Dies drückt sich aus in der

(40) **Richmannschen Regel: abgegebene Wärme = aufgenommene Wärme**

$$c_1 m_1 (t_1 - t_m) = c_2 m_2 (t_m - t_2)$$

Bei der gegenseitigen Mischung zweier Wassermengen ist selbstverständlich $c_1 = c_2 = 1$ kcal/kg grd.

Beispiele: 1. Ein Wannenbad mit 80 kg Wasser von 75 °C soll auf 45 °C gekühlt werden. Wieviel kaltes Wasser von 16 °C muß zugegossen werden? — Aus der letzen Formel findet man

$$m_2 = \frac{m_1 (t_1 - t_m)}{t_m - t_2} = \frac{80\text{ kg}\,(75° - 45°)}{45° - 16°} = 83\text{ kg}$$

2. Welche Temperatur hat ein glühender Stahlbolzen ($c = 0{,}12$ kcal/kg grd) von 0,25 kg, der zum Abschrecken in 2 kg kaltes Wasser von 15 °C geworfen wird? Das Wasser habe sich dabei auf 30 °C erwärmt. —

Man bezeichnet die unbekannte Temperatur des Bolzens ($m_1 = 0{,}25$ kg, $c_1 = 0{,}12$ kcal/kg grd) mit t_1, die des Wassers ($m_2 = 2$ kg, $c_2 = 1$ kcal/kg grd) mit t_2 und die Mischtemperatur mit $t_m = 30$ °C. Die Richmannsche Regel liefert dann die Gleichung

abgegebene Wärme = aufgenommene Wärme

$$c_1 m_1 (t_1 - t_m) = c_2 m_2 (t_m - t_2)$$

Hieraus erhält man durch Auflösen nach t_1

$$t_1 = \frac{c_2 m_2 (t_m - t_2)}{c_1 m_1} + t_m \text{ bzw. in Zahlen}$$

$$t_1 = \frac{1 \cdot 2\,(30 - 15)\,\text{grd}}{0{,}12 \cdot 0{,}25} + 30\,\text{grd} = 1030\,°\text{C}$$

3. Man füllt den Heizmantel eines Kochkessels mit Glyzerin vorteilhafter als mit Wasser. Wegen der geringen spezifischen Wärme des Glyzerins ($c = 0{,}58$ kcal/kg grd) erhitzt sich der Kesselinhalt dabei schneller.

11.12 Wärmeinhalt und Wärmekapazität

Unter dem **Wärmeinhalt** (Enthalpie) i eines Körpers versteht man die von 0 °C an gerechnete, im Körper enthaltene Wärmemenge.

(41) **Wärmeinhalt:** $\boxed{i = cmt}$

Schließlich versteht man unter der Wärmekapazität eines Körpers die zum Erwärmen um 1 grd erforderliche Wärmemenge.

(42) **Wärmekapazität:** $\boxed{W = cm}$

Mischungsaufgaben, wie die Beispiele 1 und 2 des letzten Abschnittes, kann man anstelle mit der Richmannschen Regel auch mit Hilfe der Wärmeinhalte ausrechnen. Man geht davon aus, daß beim Mischvorgang im idealen Fall keine Wärme verlorengeht. Dann muß die Summe der Wärmeinhalte der beiden Körper vor dem Mischen gleich sein dem gesamten Wärmeinhalt nach dem Mischen (Bild 68).

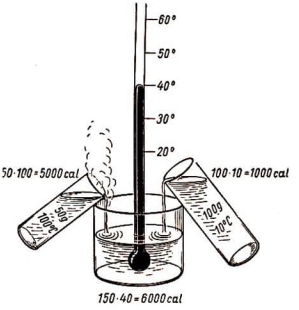


Bild 68. Wärmeinhalte beim Mischen zweier Wassermengen

Beispiele: 1. Berechne den Wärmeinhalt von je 1 cm³ Aluminium und Blei bei 20 °C. — Die entsprechenden Massen sind $m = \varrho V = 2{,}72$ g bzw. 11,34 g, so daß nach (41)

$$i = \frac{2{,}72\,\text{g}\;0{,}214\,\text{cal}\;20\,\text{grd}}{\text{g grd}} = 11{,}6\,\text{cal}$$ (für Aluminium) bzw. 7,0 cal (für Blei).

2. Berechne das Beispiel 2 des letzten Abschnittes mit Hilfe von Wärmeinhalten. — Man stellt die Gleichung auf:

Wärmeinhalt des Bolzens + Wärmeinhalt des Wassers = Wärmeinhalt beider Körper.

$$c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 = (c_1 m_1 + c_2 m_2)\, t_m$$

oder in Zahlen $0{,}12 \cdot 0{,}25\, t_1 = (0{,}12 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 2)\, 30\,\text{grd} - 1 \cdot 2 \cdot 15\,\text{grd}$; $t_1 = 1030\,°\text{C}$ (wie oben).

11.13 Bestimmung der spezifischen Wärme fester und flüssiger Stoffe

Um die spezifische Wärme c eines festen Körpers zu bestimmen (Bild 69), bringt man den vorher gewogenen und dann auf die Temperatur t_1 erwärmten Gegenstand m_1 in ein **Kalorimeter,** das eine bestimmte Menge m_2 Wasser enthält, dessen Temperatur t_2 vorher gemessen wurde. Im Kalorimeter stellt sich dabei die Mischtemperatur t_m ein. Um Wärmeverluste nach Möglichkeit zu vermeiden, macht man das Kalorimeter doppelwandig.

Da das Kalorimeter beim Einbringen des zu prüfenden Körpers mit erwärmt wird (ebenso die eintauchenden Teile von Thermometer und Rührstab), muß man zuvor

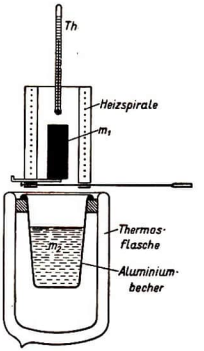


Bild. 69. Bestimmung der spezifischen Wärme

seinen **Wasserwert** W bestimmen. Dies ist diejenige Wassermasse in g, die bei einer Temperaturänderung um 1 grd dieselbe Wärmemenge aufnimmt wie das Kalorimetergefäß. Man kann W bei einfachen Messungen gleich der Wärmekapazität $c_2 m_2$ des Gefäßes setzen. (Sonst muß man den Wasserwert durch einen besonderen Mischungsversuch feststellen.)

Die Berechnung von c kann man nach der Richmannschen Regel vornehmen:

$$c m_1 (t_1 - t_m) = (c_w m_2 + W)(t_m - t_2), \quad \text{so daß} \quad c = \frac{(c_w m_2 + W)(t_m - t_2)}{m_1 (t_1 - t_m)}$$

(c_w = spezifische Wärme des Wassers)

11.2 Das mechanische Wärmeäquivalent

Daß die Wärmeenergie nur eine besondere Form mechanischer Energie darstellt, lehren uns viele Beispiele aus dem täglichen Leben. Beim Reiben der Hände erhitzt sich die Haut, Bremsen und schlecht geölte Lager laufen sich heiß, beim Hämmern und Treiben von Metallen werden diese warm. In die Lufthülle der Erde eindringende kleine kosmische Partikel glühen infolge der starken Reibung als „Sternschnuppen" auf.

Das zahlenmäßige Verhältnis dieser beiden Energiearten ist nun durch die neue Definition der Kalorie bereits festgelegt. Da 1 cal = 4,1868 Joule und 1 kpm = 9,80665 Joule ist, ergibt sich

$$1\ \text{kcal} = \frac{1000 \cdot 4{,}1868}{9{,}80665} = 426{,}9\ \text{kpm}$$

Dies läßt sich auch experimentell nachprüfen.

Bild 70 zeigt ein **Bremskalorimeter**. Der Motor (M) dreht die mit Wasser gefüllte Trommel (T), um die sich ein samtenes Bremsband (S) legt, das durch Gewichte (G_1) und (G_2) straffgezogen wird. Die zwischen Bremse und Trommel entstehende Reibungswärme überträgt sich auf den Wasserinhalt, das Thermometer (Th) mißt die wachsende Temperatur. Nach einer vom Zähler (Z) registrierten Zahl von z Umdrehungen leistet die Reibungskraft R am Trommelumfang U die Arbeit $A = RUz$ [kpm]. Anderseits findet man aus der Erwärmung des Wassers die entstehende Wärmemenge in kcal.

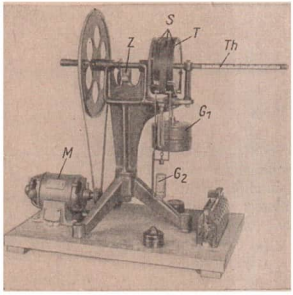


Bild 70. Bremskalorimeter

Es ist demnach das

mechanische Wärmeäquivalent:

(43) $\boxed{1\ \text{kcal} = 426{,}9\ \text{kpm}}$

Zur Umrechnung einer bestimmten mechanischen Arbeit A in die entsprechende Wärmemenge Q muß man demnach die (in kpm gegebene) Arbeit A durch den Umrechnungsfaktor **427 kpm/kcal** dividieren.

Umrechnung von Energiemaßen

	erg	kpm	Wattsekunden Ws (Joule)	Kilowattstunden kWh	cal
1 erg =	1	$1{,}01972 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$2{,}77778 \cdot 10^{-14}$	$2{,}3884 \cdot 10^{-8}$
1 kpm =	$9{,}80665 \cdot 10^{7}$	1	9,80665	$2{,}72407 \cdot 10^{-6}$	2,3422
1 Ws =	$1 \cdot 10^{7}$	0,101972	1	$2{,}77778 \cdot 10^{-7}$	0,23889
1 kWh =	$3{,}6 \cdot 10^{13}$	$3{,}67098 \cdot 10^{5}$	$3600 \cdot 10^{3}$	1	$860 \cdot 10^{3}$
1 cal =	$4{,}1868 \cdot 10^{7}$	0,42694	4,1868	$1{,}1630 \cdot 10^{-6}$	1

Diese Zahlen gelten für die restlose gegenseitige Umwandlung beider Energiearten ineinander. Sie drücken das

Gesetz von der Erhaltung der Energie

in einer neuen Form aus (I, 5.032). Ob diese gegenseitige Umwandlung auch technisch möglich ist, werden wir noch zu untersuchen haben. Vorläufig stellen wir fest:

Mechanische Arbeit kann restlos in Wärme umgewandelt werden.

Wo nur irgend mechanische Energie zu verschwinden scheint (z. B. beim Ablaufen einer Taschenuhr), entsteht eine entsprechende Wärmemenge. Wegen der Geringfügigkeit der gebildeten Wärme wird das oft übersehen.

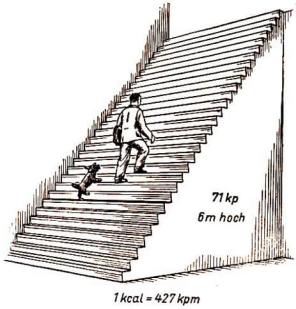


Bild 71. Arbeitswert einer Kilokalorie

Ebenso läßt sich auch elektrische Energie restlos in Wärme umwandeln (elektrische Heizgeräte!):

Elektrisches Wärmeäquivalent: **1 Kilowattstunde (kWh) = 860 kcal** [1])

Beispiele: 1. Welche Wärmemenge entsteht in jeder der 4 Bremsen eines 5-t-Kraftwagens, der aus einer Geschwindigkeit von 36 km/h zum Stillstand abbremst? — Seine kinetische Energie beträgt $\frac{5000\ \text{kg}\ 100\ \text{m}^2}{2\ \text{s}^2} = 250000\ \text{Ws} = 25500\ \text{kpm}$, was $\frac{25500\ \text{kpm kcal}}{427\ \text{kpm}} = 60\ \text{kcal}$ liefert, d. h. je Rad 15 kcal.

2. Um wieviel Grad erwärmt sich eine 500 g schwere Bleikugel beim Herabfallen aus 1000 m Höhe? — Die verlorengehende potentielle Energie beträgt 500 kpm. Dafür müssen 500 kpm = = 1,17 kcal Bremswärme entstehen. Nach (39) ist dann $t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm} = \frac{1{,}17\ \text{kcal kg grd}}{0{,}031\ \text{kcal}\ 0{,}5\ \text{kg}} = 75{,}5\ ^\circ\text{C}$.
(Das trifft insofern nicht ganz zu, als sich während des Fallens die umgebende Luft und beim Aufschlagen auch der Erdboden mit erwärmt.)
3. Robert Mayer hat u. a. in einer Papierfabrik den Temperaturanstieg des Papierbreis gemessen, der unter Aufwand von 5 PS gerührt wurde. Er fand das Ergebnis in guter Übereinstimmung mit seinen anderen Berechnungen.

[1]) Dieses Verhältnis entspricht der neuen gesetzlichen Definition, wonach 1 cal = 4,1868 Ws (Joule) ist.

11.3 Die spezifische Wärme der Gase

Um die spezifische Wärme eines Gases, etwa der Luft, zu bestimmen, könnte man zunächst daran denken, ein mit Luft von der Temperatur t_2 gefülltes geschlossenes Gefäß in ein größeres Kalorimeter mit Wasser von der Temperatur t_1 zu stellen und die Mischtemperatur zu messen. Da aber der Wärmeinhalt der Gase außerordentlich gering ist und gegenüber dem des Gefäßes praktisch verschwindet, ist dieser Weg nicht gangbar. Es bleibt nur der Ausweg, eine erhitzte größere Gasmenge durch eine Rohrschlange strömen zu lassen, die in einem Kalorimetergefäß steht (Strömungsmethode, Bild 72).

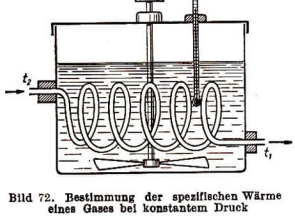


Bild 72. Bestimmung der spezifischen Wärme eines Gases bei konstantem Druck

Beim Eintritt in das Kalorimeter wird die Temperatur t_2 durch ein Thermoelement gemessen, ebenso am Ausgang t_1. Die mit der Gasuhr festgestellte Masse m des Gases hat dann die Wärmemenge $cm(t_2 - t_1)$ an das Kalorimeter vom Gesamtwasserwert W abgegeben, das sich dabei um Δt erwärmt haben möge. Dann ist die gesuchte spezifische Wärme des Gases $c_p = \dfrac{W\Delta t}{m(t_2 - t_1)}$.

Grundsätzlich besteht aber zwischen dem ersterwähnten (in dieser Form praktisch nicht durchführbaren) Verfahren und der Strömungsmethode ein Unterschied: Im ersten Fall bleibt das Volumen während der Messung konstant (was eine Druckänderung im Gefäß zur Folge hat), im zweiten Fall kann sich das Gas ungehindert ausdehnen und zusammenziehen, wobei der **Druck unverändert** bleibt. Beide Methoden liefern verschiedene Werte, die man als

c_v spezifische Wärme bei konstantem Volumen und
c_p spezifische Wärme bei konstantem Druck

bezeichnet.

Einige (auf je 1 kg bezogene) Zahlenwerte sind in Tabelle S. 42 mit aufgeführt.

Dabei ist immer $c_p > c_v$. Grund: Wenn sich ein Gas während der Erwärmung ausdehnt, leistet es unter Überwindung des äußeren Gegendrucks eine Arbeit. Hierfür muß also zusätzliche Energie in Form von Wärme zugeführt werden.

Um die Beziehung zwischen c_p und c_v zu klären, denken wir uns eine Gasmasse m von 0 °C in einem Zylinder mit leichtbeweglichem Kolben eingeschlossen. Zur Erwärmung um 1 grd ist bei festgehaltenem Kolben (konstantes Volumen!) die Wärme $c_v m$ erforderlich. Um den Zylinderinhalt bei konstantem Druck ebenfalls um 1 grd zu erwärmen, benötigt man die Wärme $c_p m$. Dies ist aber nur möglich, wenn der Kolben sich bewegen kann und dem geringsten entstandenen Überdruck sofort ausweicht. Dabei leistet er eine Arbeit (Kraft · Weg) Ps. Der Kolbenweg ergibt sich als $s = \dfrac{V_1 - V_0}{F}$ und $P = pF$, so daß diese Volumarbeit gleich $p(V_1 - V_0)$ ist.

Nun ist bei 0 °C nach der Zustandsgleichung (34) $pV_0 = 273\,mR$ und bei 1 °C $pV_1 = 274\,mR$, so daß $pV_1 - pV_0 = Rm$. Damit stellen wir fest: Der Energie-

bedarf $c_p m$ bei beweglichem Kolben muß um den Betrag Rm größer sein als der Aufwand $c_v m$ bei festgehaltenem Kolben:

$$c_p m = c_v m + R m$$

Hieraus geht hervor, daß die

(44) **Differenz der spezifischen Wärmen:** $\boxed{c_p - c_v = R}$

gleich der in kcal/kg grd ausgedrückten Gaskonstanten ist. Hieraus können wir zwei wichtige Schlüsse ziehen:

1. Anschauliche Bedeutung der Gaskonstanten.

c_p ist deswegen größer als c_v, weil das bei konstantem Druck erwärmte Gas eine Arbeit hervorbringt (Bild 29). Die Differenz $c_p - c_v$ stellt damit eine Arbeit dar, deren Betrag gleich R ist:

Die Gaskonstante R ist gleich der Arbeit, die 1 kg eines Gases bei konstantem Druck und Erwärmung um 1 grd verrichtet.

Daher hat auch die Gaskonstante R die Maßeinheit einer Arbeit je kg und grd.

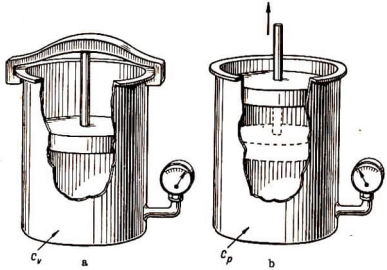


Bild 73. Spezifische Wärme eines Gases bei a) konstantem Volumen, b) konstantem Druck

2. Theoretische Ermittlung des mechanischen Wärmeäquivalents.

Setzt man für ein bekanntes Gas die Zahlenwerte ein, so erhält man beispielsweise für Wasserstoff $R = (3{,}408 - 2{,}420)$ kcal/kg grd $= 0{,}988$ kcal/kg grd gegenüber einem Tabellenwert von $R = 420{,}6$ kpm/kg grd. Hieraus ergibt sich, daß die Energiemenge $1\,\text{kcal} = \frac{420{,}6}{0{,}988}\,\text{kpm} = 426\,\text{kpm}$ sein muß. Nach diesem Gedankengang hat Robert Mayer 1842 das Äquivalent erstmalig berechnet.

Das mechanische Wärmeäquivalent ist daher

$$\boxed{\frac{R}{c_p - c_v}}$$

11.4 Wärmequellen

11.41 Kosmische Wärmequellen

Die Hauptquelle aller irdischen Wärmeenergie ist die Sonne. In Form ihrer Strahlung sendet sie bei senkrechtem Strahleneinfall der Erde je cm² und Minute 2 cal zu:

(45) **Solarkonstante:** $\boxed{2\,\text{cal/cm}^2\,\text{min} = 0{,}033\,\text{cal/cm}^2\,\text{s}}$

Damit könnte die Sonne jährlich einen 33 m dicken, um die Erde gelegten Eismantel schmelzen. Diese Sonnenwärme wird direkt technisch kaum verwendet. Sonnenkraftmaschinen sind nur vereinzelt gebaut worden (Bild 75).



Bild 74. Messung der Solarkonstanten

Im Vergleich dazu trägt der Erdkörper zu seiner Erwärmung selbst wenig bei. Nimmt man seinen ursprünglich glutflüssigen Zustand zur Zeit der Erstarrung mit 4000 °C an, so wäre die völlige Abkühlung bereits nach spätestens 400 Millionen Jahren beendet gewesen. Seit der Erstarrung der Erde sind aber bereits einige Milliarden Jahre vergangen. Heute weiß man, daß alle Gesteine bis zu etwa 16 km Tiefe radioaktive Stoffe enthalten, durchschnittlich 2···3 g Uran (bzw. 2···3 $\cdot 10^{-6}$ g Radium) je Tonne. Die beim Zerfall frei werdende Wärme spielt in der Wärmebilanz der Erde wahrscheinlich eine wichtige Rolle.

Die Temperatur nimmt nach dem Erdinnern zu, im allgemeinen um 1 grd je 32 m Tiefe[1]) **(geothermische Tiefenstufe).**

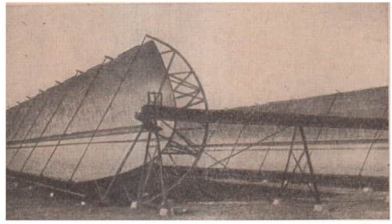


Bild 75. Sonnenkraftmaschine bei Kairo

11.42 Die Verbrennungswärme

Alle vom Menschen genutzten Brennstoffe sind direkt oder indirekt pflanzlichen Ursprungs.

Da alle Pflanzen die zum Aufbau ihres Körpers nötige Energie dem Sonnenlicht entnehmen, stammt auch die bei ihrer Verbrennung frei werdende Wärme letzten Endes von der Sonne.

Unter dem **Heizwert** versteht man die bei der Verbrennung von 1 kg Brennstoff frei werdende Wärmemenge in kcal.

[1]) Schwankungen zwischen 27 und 45 m.

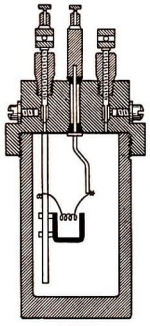


Bild 76
Kalorimetrische Bombe

Heizwerte einiger Brennstoffe [kcal/kg][1])

Anthrazit (Nußkohle, Ruhr)	7550
Gas- und Gasflammkohle (Stückkohle, Ruhr)	7480
Hochtemperaturkoks (aschefrei)	7950
Braunkohle (roh, Mitteldeutschland)	2750
Holz (lufttrocken)	3750
Motorenbenzin	10000 ··· 10200
Dieselöl	9800 ··· 10100
Wassergas (bezogen auf 1 m³ bei 0 °C und 760 Torr)	2350 ··· 2550 je m³
Stadtgas (Normgas) (bezogen auf 1 m³ bei 0 °C und 760 Torr)	3700 ··· 4100 je m³
Generatorgas (bezogen auf 1 m³ bei 0 °C und 760 Torr)	1150 ··· 1250 je m³
Wasserstoff (bezogen auf 1 m³ bei 0 °C und 760 Torr)	2570 je m³
Propangas (bezogen auf 1 m³ bei 0 °C und 760 Torr)	22350 je m³

Zur Bestimmung des Heizwertes fester und flüssiger Stoffe dient die **kalorimetrische Bombe** (Bild 76). Diese ist ein festes Stahlgefäß, das unter 20 ··· 40 at Druck mit Sauerstoff gefüllt wird. Eine vorher gewogene kleine Probe des Brennstoffs wird dann von außen elektrisch gezündet. Die entwickelte Wärme wird mit einem Kalorimeter gemessen. Für Gase verwendet man meist das **Junkers-Kalorimeter** (Bild 77). Das verbrennende Gas gibt seine Wärme an ein Metallmantelsystem ab, das dabei von Kühlwasser umspült wird. Für feste Brennstoffe ist das in Bild 78 dargestellte Junkers-Kalorimeter besonders bequem zu handhaben. Eine kleine Probe wird unter Sauerstoff-

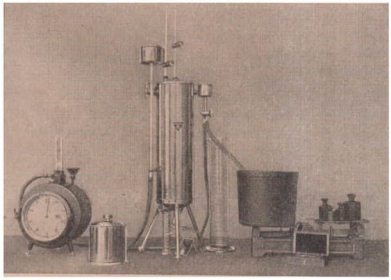


Bild 77
Junkers-Kalorimeter zur Heizwertbestimmung von Gasen

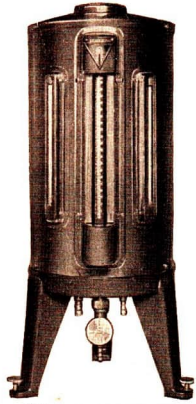


Bild 78. Junkers-Kalorimeter für feste Brennstoffe

zufuhr verbrannt und die entwickelte Wärmemenge an eine Flüssigkeit abgegeben. Diese dehnt sich aus und gibt auf diesem indirekten Weg den Heizwert an.

[1]) Sogen. „unterer Heizwert", d. h. die im Verbrennungsraum frei werdende Wärme.

12 Änderungen des Aggregatzustandes

Man unterscheidet aus der Erfahrung heraus **3 Aggregatzustände: fest, flüssig** und **gasförmig.** Die chemischen Elemente und viele einfache Verbindungen können je nach ihrer Temperatur in allen 3 Zustandsformen existieren. Kompliziertere Verbindungen, wie etwa Holz, Leder usw., zersetzen sich bei höheren Temperaturen chemisch. Wir schließen daher solche Stoffe aus den folgenden Betrachtungen aus.

12.1 Schmelzen und Erstarren

12.11 Der Schmelzpunkt

Die Ursache der Formänderung ist wieder in der Wärmebewegung der Moleküle zu suchen. Im Kristallaufbau der festen Körper sind die kleinsten Teilchen in streng geometrischer Ordnung aneinander gebunden. Sie bilden ein räumliches Gitter. Bei Wärmezufuhr wird die Molekularbewegung so heftig, daß das Gitter zerfällt: Der Körper wird flüssig.

Schmelzen und Erstarren finden bei derselben Temperatur statt. Reine Stoffe haben eine scharf bestimmte Schmelztemperatur (thermometrische Fixpunkte!).

Schmelzpunkte einiger Stoffe [°C]

Wolfram	3380	Silber	960,5	Zinn	232
Rhenium	3170	Eisen, rein	1539	Quecksilber	— 38,83
Tantal	3030	Flußstahl etwa	1500	Paraffin	54
Molybdän	2622	Grauguß etwa	1200	Äthylalkohol	—114,2
Platin	1773	Messing etwa	920	Schwefelkohlenstoff	—111,8
Kupfer	1083	Zink	419,5	Glyzerin	20
Gold	1063	Blei	327,3		



Bild 79. Verschiedene Segerkegel

Gemenge, wie keramische Massen und Gläser, haben keinen genauen Schmelzpunkt, sondern werden langsam weich. Ihre Zähigkeit nimmt mit steigender Temperatur ab. Hierauf beruhen die zur Temperaturmessung in den Öfen der keramischen Industrie benutzten **Segerkegel,** die beim Erreichen einer bestimmten Temperatur umkippen. Sie sind zwischen 600 und 2000 °C verwendbar (Bild 79). Das Erstarren einer abgekühlten Flüssigkeit kann ausbleiben, wenn man sie vor Erschütterungen schützt und staubfrei aufbewahrt. Man nennt dies auch **Erstarrungsverzug.** Wasser läßt sich bis —10 °C abkühlen.

Die Gläser sind strenggenommen keine festen Körper, da ihnen die Kristallstruktur fehlt. Sie stellen unterkühlte Schmelzen dar (Bild 80).

12.12 Volumänderung beim Schmelzen und Erstarren

Auffällig ist, daß Wasser beim Gefrieren sein Volumen um 10% vergrößert (Bild 81). Eisschollen und Eisberge treiben auf dem Wasser. Weil es im flüssigen Zustand weniger Raum einnimmt, schmilzt Eis bei Druckeinwirkung. Sein Schmelzpunkt liegt bei erhöhtem Druck tiefer. Ein Druck von 1 at senkt den Erstarrungspunkt um 0,0075 grd.

Paraffin, Phosphor und andere Stoffe ziehen sich beim Erstarren zusammen (Bild 82). Bei ihnen bewirkt Drucksteigerung Erhöhung des Schmelzpunktes. Das gilt für die Mehrzahl aller Stoffe, das Verhalten des Wassers bildet eine Ausnahme.

Beispiele: 1. Wasserrohre und offene Gefäße platzen häufig bei großer Kälte. 2. Felsen und Straßendecken (Frostaufbrüche!) werden im Winter auseinandergesprengt (Bild 83). 3. Beim Eislaufen entsteht unter der Kante ein sehr hoher Druck. Der Läufer gleitet auf einem Wasserfilm. 4. Fließen der Gletscher, Steinblöcke „sinken" im Eis unter.



Bild 80. Fehlerhaft erstarrtes Glas (Entglasung)



Bild 81
Beim Gefrieren schiebt das Wasser einen Eispfropfen aus der Flasche

12.13 Das Erstarren von Lösungen und Legierungen

Allgemein bekannt ist, daß Salzlösungen erst unterhalb von 0 °C gefrieren; Meerwasser z. B. bei −2,5 °C und eine gesättigte Kochsalzlösung bei −21 °C.

Gefrierpunktserniedrigung wäßriger Lösungen:

$$\Delta t = n \cdot 1{,}86\,\text{grd}$$

wobei n = Anzahl der Gramm-Mole je Liter Wasser

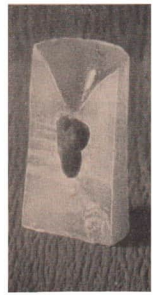


Bild 82. Querschnitt durch im Gefäß erstarrtes Paraffin

Sie ist also proportional der Anzahl der gelösten Teilchen und nicht dem Gewicht. Bei Stoffen, die dabei in Ionen zerfallen (Säuren, Basen, Salze), kann Δt wesentlich größer werden.

Hat man eine schwächere Lösung, so scheidet diese beim Erkalten zuerst reines Eis ab. Dadurch wird die Lösung zugleich konzentrierter, womit die Eisbildung sich bei noch tieferer Temperatur fortsetzt usw. Schließlich kommt ein Punkt, in dem Lösungsmittel (Wasser) und Gelöstes (Salz) gleichzeitig erstarren. Ein Stoffgemisch in diesem Zustand heißt **Eutektikum.** Sein Erstarrungspunkt heißt **eutektischer Punkt.**



Bild 83. Frostschaden

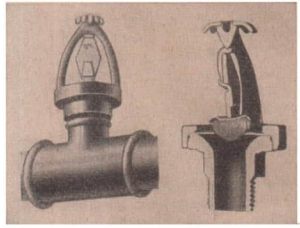


Bild 84. Bei 70 °C schmilzt die sechseckige Sicherung und gibt einen Wasserstrahl frei

Auch **Legierungen** kann man als Lösungen eines Metalls in einem anderen auffassen. Ihre Schmelzpunkte liegen daher tiefer als die der reinen Metalle. Interessant sind einige

besonders niedrig schmelzende Legierungen:

	Schmelzpunkt (eutektische Temperatur)
Schnellot (2 Zinn, 1 Blei)	180 °C
Woodsches Metall (50 Bi, 25 Pb, 12,5 Sn, 12,5 Cd) . . .	60 °C [1]
Rosesches Metall (50 Bi, 25 Pb, 25 Sn)	94 °C [1]
Lipowitz-Metall (50 Bi, 26,7 Pb, 13,3 Sn, 10,5 Cd) . . .	70 °C [1]

Beispiele: 1. Auftauen von Eis durch Bestreuen mit Salz beruht nicht auf Erwärmung, sondern auf dem tieferen Gefrierpunkt der sich bildenden Salzlösung. 2. Auslösung automatischer Feuerlöschanlagen durch leichtschmelzende Rohrverschlüsse (Bild 84). 3. Die Bestandteile des Glases (Sand, Soda, Kalk, Pottasche usw.) bilden im Schmelzofen ein eutektisches Gemisch, das leichter schmilzt als die einzelnen Bestandteile.

12.14 Schmelz- und Erstarrungswärme

Beim Schmelzen wird das feste Gittergefüge gelockert und aufgelöst, was stets einen erheblichen Arbeitsaufwand bedeutet. (Man denke dabei an das Spalten von Holz.)

Solange der Schmelzvorgang im Gange ist, bewirkt eine Wärmezufuhr keine Temperaturerhöhung. Alle zugeführte Wärme wird (bei den guten Wärmeleitern) zum Schmelzen verbraucht und bleibt dann in der Flüssigkeit als **latente Wärme** gebunden.

[1]) Von den genannten Legierungen gibt es hinsichtlich der Zusammensetzung noch mehrere Varianten.

Bei der Abkühlung wird diese latente Wärme wieder frei:

Schmelz- und Erstarrungswärme: **die zum Schmelzen von 1 kg eines Stoffes nötige Wärmemenge [kcal/kg].**

Schmelzwärme einiger Stoffe

Wasser	79,7 kcal/kg	Eisen, rein	64 kcal/kg
Aluminium	94,6 kcal/kg	Quecksilber	2,7 kcal/kg

Nachweis der Erstarrungswärme: Man schmelze in einem Glaskolben Natriumthiosulfat (Fixiernatron) und verschließe den Kolben mit einem Wattebausch. Das geschmolzene Salz kühlt sich weit unter den Erstarrungspunkt ab (Erstarrungsverzug!). Wirft man dann in die Schmelze einen kleinen Kristall dieses Salzes (Kristallisationskeim), so erstarrt die Masse zu einem festen Kuchen, wobei beträchtliche Erwärmung eintritt.

Beispiele: 1. Der kalte, über das Wasser streichende Wind erwärmt sich beim Gefrieren eines Sees: Entbindung von Erstarrungswärme. 2. Eis kann man im Eiskeller bis in den Sommer hinein aufbewahren, da es wegen der großen Schmelzwärme nur sehr langsam auftaut.

12.15 Lösungswärme

Dem Schmelzen eines festen Körpers ist das Auflösen eines Stoffes in einem Lösungsmittel insofern vergleichbar, als auch hier die Bestandteile des Kristallgitters nur unter Energieaufwand abgetrennt werden können. Die zum Lösen benötigte Wärme wird dabei der Umgebung entzogen, so daß mitunter erhebliche Abkühlung eintritt. Salmiaksalz kann beim Auflösen in Wasser eine Abkühlung bis −18,4° C bewirken. Mischt man Salz mit Schnee, so wird die Wirkung noch kräftiger, weil bei der Verflüssigung noch weitere Wärme gebunden wird (Bereitung von Speiseeis!, Bild 85).

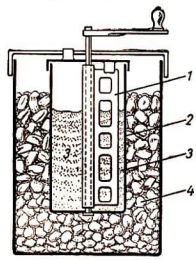


Bild 85
Bereitung von Speiseeis
1 fest stehender Rührer
2 rotierendes Innengefäß
3 Speiseeis
4 Roheis + Kochsalz

Kältemischungen

100 g Eis + 31 g Kochsalz	−21,2 °C
100 g Eis + 143 g Chlorkalzium	−55 °C
festes Kohlendioxyd + Alkohol	−78 °C

Daneben gibt es auch Stoffe, die sich unter Wärmeentwicklung auflösen, wie z. B. wasserfreie Soda. Hier sind aber chemische Vorgänge entscheidend.

12.2 Verdampfen und Kondensieren

12.21 Der Siedepunkt

Wenn man Flüssigkeit in einem Gefäß erhitzt, wird bald jene Temperatur erreicht, bei welcher sie siedet: Es bilden sich Dampfblasen im Innern, besonders an den heißen Stellen der Gefäßwand, die unter Brodeln an die Oberfläche steigen. Man stellt aber fest, daß der **Siedepunkt** stark vom Druck abhängt, unter dem die Flüssigkeit steht. Als normalen Siedepunkt bezeichnet man jenen bei 760 Torr.

Siedepunkt und Verdampfungswärme bei 760 Torr

	Siedepunkt [°C]	Verd.-Wärme [kcal/kg]		Siedepunkt [°C]	Verd.-Wärme [kcal/kg]
Wasser	100	538,9	Eisen, rein	2880	
Quecksilber	357	68	Ammoniak	−33,4	326,8
Äthylalkohol	78,4	201	Schwefeldioxyd	−10	93,1
Glyzerin	290		Freon-13		
Aluminium	2500		(CF_3Cl)	−81,5	35,3

Luftfreies Wasser kann man weit über den normalen Siedepunkt erhitzen. Dann setzt die Dampfbildung verspätet und stoßweise ein und kann zu gefährlichen Explosionen führen. Beseitigung des **Siedeverzuges:** Einleiten von Luftbläschen oder Einlegen von scharfkantigen „Siedesteinchen".

Der Siedepunkt einer Lösung liegt stets höher als derjenige des reinen Lösungsmittels.

Siedepunktserhöhung wäßriger Lösungen: $\Delta t = n \cdot 0{,}515$ grd

wobei n = Anzahl der Gramm-Mole je Liter Wasser.

Es gelten hier die gleichen Bemerkungen wie bei der Gefrierpunktserniedrigung.

Beispiel: Um wieviel erhöht sich der Siedepunkt einer 20%igen Zuckerlösung gegenüber dem des reinen Wassers? — Hier sind in 80 g Wasser 20 g Zucker gelöst, entsprechend 250 g Zucker in 1 l Lösung. Nach der Formel $C_{12}H_{22}O_{11}$ ist ein Mol = 342 g, so daß 1 l Lösung $\frac{250}{342} = 0{,}73$ Mol Zucker enthält. Das ergibt eine Erhöhung des Siedepunktes um

$$\Delta t = 0{,}73 \cdot 0{,}515 \text{ grd} = 0{,}376 \text{ grd}.$$

12.22 Verdampfungs- und Kondensationswärme

Solange eine Flüssigkeit siedet, steigt ihre Temperatur nicht weiter an, sondern alle während dieses Vorganges zugeführte Wärme wird zur Verwandlung der Flüssigkeit in Dampf verbraucht. Die Überwindung der Kohäsionskräfte ist mit beträchtlichem Energieaufwand verbunden.

Verdampfungs- und Kondensationswärme r: **die zum Verdampfen von 1 kg Flüssigkeit nötige Wärmemenge [kcal/kg].**

Die beim Verdampfen aufgewandte Wärmeenergie ist in latenter Form im Dampf gespeichert und wird in dem Augenblick wieder frei, da dieser Dampf wieder **kondensiert,** d. h. sich zur Flüssigkeit verdichtet.

Wie aus obiger Tabelle ersichtlich, ist die Verdampfungswärme des Wassers mit ≈539 kcal/kg besonders groß. Die Verdampfungswärme r nimmt mit steigender Temperatur ab (siehe die Werte für r in der Dampftafel, S. 62).

Bestimmung der Verdampfungswärme des Wassers. Man leitet Dampf von vorher gemessener Temperatur t_2 in ein Kalorimeter (Wasserwert W), das die Masse m_1 kalten Wassers von der Temperatur t_1 enthält. Der Dampf kondensiert und bringt das Kalorimeter auf die Mischtemperatur t_m. Durch nachheriges Wägen stellt man die Masse des kondensierten Dampfes fest. Die vom Kalorimeter aufgenommene Wärme $c_w\,(W + m_1)\,(t_m - t_1)$ rührt von 2 Vorgängen her: erstens von der Kondensation der Dampfmenge m_2 und zweitens von der

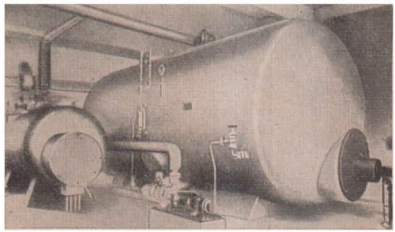


Bild 86
Wärme- (Dampf-) Speicher

Abkühlung des dabei gebildeten Wassers vom Siedepunkt t_2 auf die Mischtemperatur t_m. Daher die Gleichung:

$$c_w\,(W + m_1)\,(t_m - t_1) = r\,m_2 + c_w\,m_2\,(t_2 - t_m) \quad [c_w \text{ spezifische Wärme des Wassers}]$$

Hieraus erhält man

$$r = \frac{c_w\,(W + m_1)\,(t_m - t_1) - c_w\,m_2\,(t_2 - t_m)}{m_2}$$

Beim **Verdunsten** geht eine Flüssigkeit unterhalb des Siedepunktes langsam in Dampfform über. Hierzu wird die gleiche Wärme wie beim Verdampfen benötigt. In diesem Falle wird sie aber der Umgebung bzw. der Flüssigkeit selbst entzogen, die sich dabei abkühlt. Man spricht dann von **Verdunstungskälte,** einer Erscheinung, die uns im täglichen Leben oft begegnet.

Versuch: Man leite Druckluft oder Leuchtgas durch ein mit Äther halb gefülltes Reagenzglas, das in einem zweiten, etwas weiteren Glas steckt. Der Zwischenraum ist mit Wasser gefüllt. Nach kurzer Zeit sind beide Gläser zusammengefroren.

Beispiele: 1. In den Heizkörpern der Dampfheizung kondensiert der hindurchströmende Dampf teilweise und gibt dabei 539 kcal/kg Kondensationswärme ab. Somit können große Wärmemengen durch Rohrleitungen transportiert werden. 2. Dampf ist vermöge seiner großen latenten Wärme ein guter Wärmespeicher. 3. Verlorengehender Dampf bedeutet großen Wärmeverlust, daher der geringe Wirkungsgrad gewöhnlicher Dampflokomotiven. Verwendung der Kondensationswärme von Kraftwerken für Warmwasserheizanlagen. 4. Auf die Hand gegossenes Benzin ruft starkes Kältegefühl hervor. 5. In südlichen Ländern bewahrt man Getränke in porösen Tongefäßen auf. Das durch die Wand sickernde Wasser verdunstet an der Außenfläche und kühlt den Inhalt.

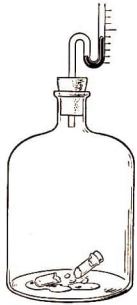


Bild 87. Dampfdruck

12.3 Dämpfe

12.31 Dampf- und Gaszustand

Wir haben bis jetzt die Ausdrücke „Dampf" und „Gas" nebeneinander gebraucht, müssen aber im folgenden lernen, daß ein scharfer Unterschied zwischen beiden Zuständen besteht. In einer mit Luft gefüllten Flasche mit angefügtem Quecksilbermanometer liegt ein verschlossenes Gläschen mit Benzin, Wasser oder einer anderen Flüssigkeit. Durch Schütteln wird es zertrümmert (Bild 87). Augenblicklich steigt das Manometer und

zeigt einen höheren Innendruck an. Nachdem ein bestimmter Teil der Flüssigkeit verdampft ist, bleibt das Manometer stehen. Es hat sich zwischen dem restlichen Benzin und seinem Dampf ein **Gleichgewichtszustand** eingestellt. In diesem ist der Luftraum mit Dampf gesättigt. Dampf existiert also nur in Verbindung mit seiner Stammflüssigkeit.



Bild 88. Dampf ist unsichtbar

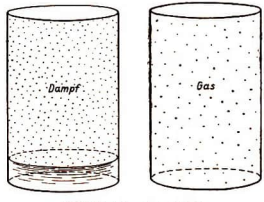


Bild 89. Dampf und Gas

Im Gleichgewicht ist der Raum über einer Flüssigkeit mit Dampf gesättigt. Er übt einen Druck aus, den man Dampf- oder Sättigungsdruck nennt. Die Größe des Dampfdruckes hängt von der Temperatur und der chemischen Beschaffenheit der Flüssigkeit ab.

Man kann den Dampfdruck auch mit einer Torricellischen Barometerröhre (I, Abschn. 10.1) messen, in die man von unten her eine kleine Probe der Flüssigkeit einfüllt (Bild 90).

Der Dampf ist unsichtbar. Die im täglichen Leben häufig als „Dampf" bezeichnete Dunstwolke ist kein Dampf, sondern in feinen Nebeltröpfchen kondensiertes Wasser (Bild 88).

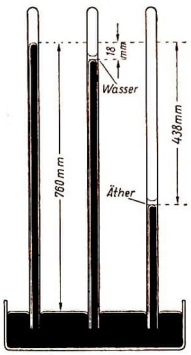


Bild 90
Messung des Dampfdruckes mit einer Torricellischen Röhre

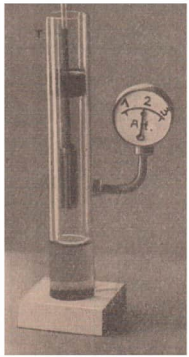
Wenn die Flüssigkeitsmenge in dem Gläschen zu gering ist, verdunstet die Flüssigkeit vollständig, und der erzielte Druck ist geringer. In diesem Fall liegt physikalisch ein Gas vor. Der Dampfzustand ist also nur in Gegenwart von Flüssigkeit denkbar, während bei einem Gas die Bodenflüssigkeit stets fehlt (Bild 89).

Wie das Boyle-Mariottesche Gesetz lehrt, hängt der Druck eines Gases von seinem Volumen ab. Dagegen ist der Druck eines Dampfes von seinem Volumen unabhängig (Bild 91).

Versuch: In einem Glaszylinder mit eingeschliffenem Kolben befindet sich heißes Wasser von konstant gehaltener Temperatur. Um den Dampfdruck auszugleichen, sei der Boden mit einem Gewicht belastet. Man kann nun den Stempel ohne Änderung des darauf lastenden Gewichtes auf- und abwärts schieben, ein Zeichen dafür, daß der Dampfdruck trotz Volumänderung konstant bleibt. Bei Vergrößerung des Volumens bildet sich unter lebhaftem Sieden des Wassers neuer Dampf, bei Verkleinerung schlägt sich eine entsprechende Dampfmenge als Wasser nieder.

Sättigungsdruck einiger Flüssigkeiten bei 20 °C

	Torr		Torr		Torr
Benzol	75	Schwefelkohlenstoff	298	Ramsay-Fett .	$10^{-4}\cdots10^{-5}$
Chloroform	160	Wasser	17,535	Apiezonöl . . .	10^{-7}
Äthylalkohol . . .	44	Quecksilber . . .	$1{,}220\cdot10^{-3}$	Öle für Vakuum-	
Diäthyläther . . .	438	desgl. bei 100° C .	0,2713	pumpen . . .	0,5···0,05



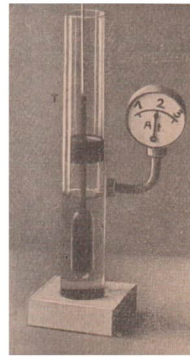


Bild 91. Der Druck eines Dampfes ist bei konstanter Temperatur von seinem Volumen unabhängig

Der Dampfdruck ist bei (konstanter Temperatur) vom Volumen unabhängig. Die Zustandsgleichung der Gase gilt für Dämpfe nicht.

In der Wärmetechnik unterscheidet man folgende

Arten des Dampfes:

Technische Bezeichnung	*Physikalische Bedeutung*
Sattdampf oder gesättigter Dampf	Dampf
Sättigungstemperatur Sättigungsdruck	Siedepunkt bei angegebenem Dampfdruck
Naßdampf	Dampf mit beigemischtem Gehalt an Wasser
Ungesättigter oder überhitzter Dampf	Gas mit (wegen der Nähe des Kondensationspunktes) eingeschränkter Gültigkeit der Zustandsgleichung

12.32 Dampfdruck und Temperatur

Erwärmt man Flüssigkeiten in verschlossenen Gefäßen, so stellt man fest:

Der Dampfdruck einer Flüssigkeit steigt mit zunehmender Temperatur.

Die jeweils zusammengehörigen Werte von Druck und Temperatur sind in den **Dampftabellen** verzeichnet.

Dampftabelle für Wasser

Absoluter Dampfdruck p [at]	Temperatur t [°C]	Raum von 1 kg Dampf v [m³/kg]	Dichte des Dampfes ϱ [kg/m³]	Wärmeinhalt der Flüssigkeit i [kcal/kg]	Gesamtwärme l [kcal/kg]	Verdampfungswärme r [kcal/kg]
0,010	6,7	131,7	0,0076	6,73	600,1	593,4
0,015	12,74	89,64	0,0112	12,78	602,8	590,0
0,020	17,20	68,27	0,0147	17,24	604,8	587,6
0,025	20,78	55,28	0,0181	20,80	606,4	585,6
0,030	23,77	46,53	0,0215	23,79	607,7	583,9
0,040	28,64	35,86	0,0282	28,65	609,8	581,1
0,050	32,55	28,73	0,0348	32,55	611,5	578,9
0,1	45,45	14,95	0,0669	45,41	617,0	571,6
0,2	59,67	7,795	0,1283	59,61	623,1	563,5
0,3	68,68	5,328	0,1877	68,61	626,8	558,2
0,4	75,42	4,069	0,2458	75,36	629,5	554,1
0,5	80,86	3,301	0,3029	80,81	631,6	550,8
0,6	85,45	2,783	0,3594	85,41	633,4	548,0
0,7	89,45	2,409	0,4152	89,43	634,9	545,5
0,8	92,99	2,125	0,4705	92,99	636,2	543,2
0,9	96,18	1,904	0,5253	96,19	637,4	541,2
1,0	99,09	1,725	0,5797	99,12	638,5	539,4
1,5	110,79	1,180	0,8472	110,92	642,8	531,9
2,0	119,62	0,902	1,109	119,87	645,8	525,9
2,5	126,79	0,732	1,367	127,2	648,3	521,1
3,0	132,88	0,617	1,622	133,4	650,3	516,9
3,5	138,19	0,534	1,874	138,8	651,9	513,1
4,0	142,92	0,471	2,125	143,6	653,4	509,8
4,5	147,20	0,421	2,374	148,0	654,7	506,7
5,0	151,11	0,382	2,621	152,1	655,8	503,7
6,0	158,08	0,321	3,112	159,3	657,8	498,5
7,0	164,17	0,278	3,600	165,6	659,4	493,8
8,0	169,61	0,245	4,085	171,3	660,8	489,5
9,0	174,53	0,219	4,568	176,4	662,0	485,6
10,0	179,04	0,198	5,049	181,2	663,0	481,8
20,0	211,38	0,102	9,846	215,8	668,5	452,7
25,0	222,90	0,082	12,26	228,5	669,4	440,9
50,0	262,70	0,040	24,85	274,2	667,3	393,1
100,0	309,53	0,018	54,21	334,0	651,1	317,1
200,0	364,08	0,006	161,2	431,5	582,3	150,8

Einen schnelleren Überblick gibt die **Dampfdruckkurve** des Wassers. Wie aus Bild 92 hervorgeht, erreicht die Kurve (I) bei 100 °C den normalen Luftdruck:

Am Siedepunkt ist der Dampfdruck gleich dem auf der Flüssigkeit lastenden Druck.

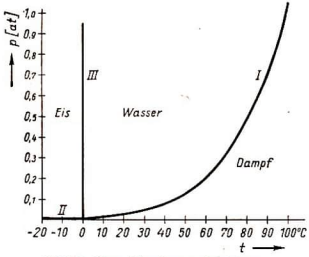


Bild 92. Dampfdruckkurve des Wassers



Bild 93. Sieden bei niederer Temperatur

Man ersieht auch aus der Kurve, daß Wasser sogar bei Zimmertemperatur und noch tiefer sieden kann, wenn nur der äußere Druck klein genug ist.

Versuch: In einem Glaskolben wird Wasser zum Sieden gebracht. Dann wird der Kolben mit einem Stopfen fest verschlossen und beiseite gestellt (Bild 93). Gießt man nach einer Weile kaltes Wasser über den umgekehrten Kolben, so fängt der Inhalt wieder heftig zu wallen an. Ursache: Verdichtung eines Teils des über dem Wasser stehenden Dampfes, womit ein niedrigerer Druck entsteht, bei dem das Wasser wieder sieden kann.

Oberhalb von 100 °C wird der Dampfdruck des Wassers größer als der normale Luftdruck und vermag auf einen Kolben beträchtliche Kraft auszuüben. Das führte bekanntlich zur Erfindung der **Dampfmaschine.** Man kann das auch umgekehrt ausdrücken: Wächst der auf der Wasseroberfläche liegende Druck, so steigt der Siedepunkt. Man kann ihn mühelos weit über 100 °C treiben, wenn man den Kessel zuschraubt: **Papinscher Topf.** In moderner Form findet er als **Autoklav** zum Kochen von Zellulose usw. Verwendung (Bild 95).

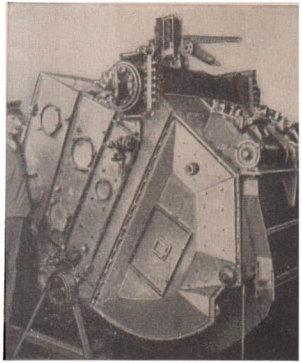


Bild 94. Hochdruckkessel für 45 at Überdruck, Dampferzeugung 4 t je Stunde

Aus der grafischen Darstellung des Dampfdrucks ist noch zu ersehen, daß auch das Eis (Kurve II) einen Dampfdruck besitzt. Grundsätzlich haben alle festen Stoffe einen Dampfdruck; bei den Metallen ist er unmeßbar gering, während z. B. Naphthalin (Mottenkugeln!) recht kräftig verdunstet.

In das Diagramm ist noch eine weitere Linie III einzutragen. Sie stellt die Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck dar und verläuft nahezu senkrecht, weil sich der Schmelzpunkt mit dem Druck nur sehr wenig ändert.

Beispiele: 1. Bei welcher Temperatur siedet das Wasser in 5000 m Höhe? — Nach I, 10.1 beträgt dort der Druck 405 Torr = 0,55 at, wozu nach der Dampftabelle S. 62 ein Siedepunkt von 83 °C gehört. 2. Schnee und Eis schrumpfen in der Sonne zusammen, ohne vorher zu schmelzen (Dampfdruck des Eises!). 3. Zum Garkochen von Speisen verwendet man Schnellkochtöpfe mit zuschraubbarem Deckel (höhere Siedetemperatur!).

12.33 Wärmeinhalt der Dämpfe

Die beim Verdampfen zugeführte Energie läßt sich in 2 Anteile zerlegen:

1. innere Verdampfungswärme: der zur Überwindung der Kohäsion nötige Energieaufwand (Trennung der Flüssigkeitsmoleküle),

2. äußere Verdampfungswärme: die zur Bildung des großen Dampfvolumens nötige Ausdehnungsarbeit (Volumarbeit nach S. 50).

Von 0 °C an gerechnet, setzt sich der Wärmeinhalt (Enthalpie) des Dampfes wie folgt zusammen:

Gesamt-Enthalpie I

Flüssigkeitswärme i (Wärmeinhalt des Wassers bis zum Siedepunkt) + Verdampfungswärme r (innere + äußere Verdampfungswärme)

Dampfwärme i'

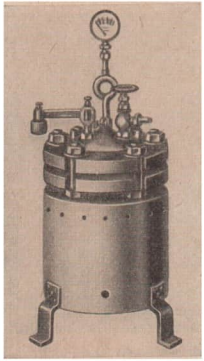


Bild 95. Kleiner Autoklav für 150 at Überdruck

Die äußere Verdampfungswärme läßt sich leicht errechnen: Es werde 1 kg Wasser bei 1 at verdampft. Dabei bilden sich laut Dampftabelle, S. 62, 1,725 m³ Dampf, was eine Volumarbeit pV von 10000 kp/m² · 1,725 m³ = 17250 kpm erfordert. Dies entspricht einer Wärmemenge von

$$\frac{17250}{427}\ \text{kcal} = 40{,}4\ \text{kcal}.$$

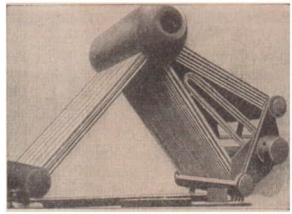
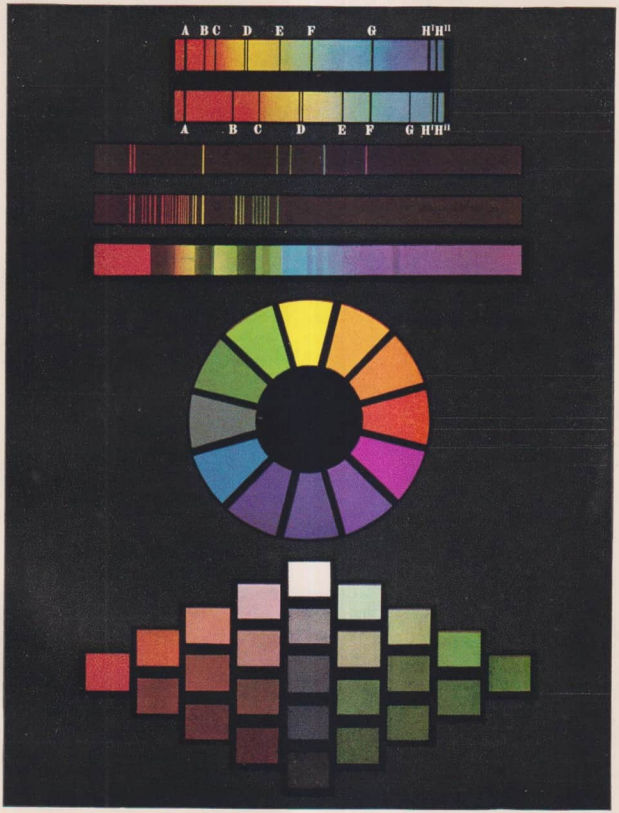


Bild 96. Schiffswasserrohrkessel

Da die Verdampfungswärme r bei 1 at 539,4 kcal/kg beträgt, entfällt auf den inneren Anteil 499 kcal/kg, der also weitaus überwiegt.

Beispiel: Ein Dampfkessel enthalte 500 l Wasser und 300 l Dampf unter 4 at. Durch plötzliche Dampfentnahme sinke der Druck auf 3,5 at. Welche Wärmemenge wird frei? —

FARBENTAFEL



1. Prismatisches Spektrum mit Frauenhoferschen Linien, 2. Beugungsspektrum (Normalspektrum), 3. Linienspektrum des Heliums, 4. Linienspektrum des Neons, 5. Absorptionsspektrum von Neodym, 6. Farbenkreis, 7. Zwei farbtongleiche Dreiecke (axialer Schnitt durch den Farbenkörper). In senkrechter Richtung eine Grauleiter

Die Flüssigkeitswärme i des Wassers ist laut Tabelle bei 3,5 at kleiner als bei 4 at. Deshalb wird aus dem Wasser die Wärme 500 (143,6 − 138,8) kcal = 2400 kcal frei. Der Dampf enthält bei dem höheren Druck ebenfalls eine größere Gesamtwärme l als bei niederem. Dabei sind 300 l Dampf = 0,3 m³, was bei einer Dichte von 2,125 kg/m³ eine Menge von 0,638 kg ergibt. Der Dampf entbindet demnach 0,638 (653,4 − 651,9) kcal = 0,957 kcal. Die insgesamt frei werdende Wärme von 2401 kcal wird zur Neubildung von Dampf verbraucht, wodurch der Druck wieder ansteigen wird.

12.34 Die Luftfeuchtigkeit

Den in der atmosphärischen Luft enthaltenen Wasserdampf bezeichnet man als **Luftfeuchtigkeit.** Ihre genaue Kenntnis und laufende Überwachung ist für viele Industriebetriebe, wie die Tabakindustrie, Spinnereien, Fernsprechzentralen usw., bedeutsam.

$$\textbf{Absolute Feuchtigkeit:}\quad s = \frac{\text{Wassergehalt in g}}{\text{Luftvolumen in m}^3}$$

Der absolute Dampfgehalt der Luft läßt sich direkt bestimmen, indem man eine bestimmte Luftmenge durch einen Gaszähler und ein mit P_2O_5 oder Chlorkalzium gefülltes Trockenrohr saugt. Dieses wird vor- und nachher gewogen, wobei man den Wassergehalt direkt erhält.

Die Luft ist mit Feuchtigkeit **gesättigt,** wenn sie die bei der betrachteten Temperatur höchstmögliche Dampfmenge s_{max} enthält. Diese läßt sich aus dem Dampfdruck des Wassers für die betr. Temperatur errechnen.

Maximale Luftfeuchtigkeit zwischen −10 °C und +34 °C

Temperatur t [°C]	Dampfdruck p [Torr]	Sättigungsmenge s_{max} [g/m³]	t [°C]	p [Torr]	s_{max} [g/m³]
− 1	1,95	2,14	16	13,6	13,6
− 5	3,01	3,24	18	15,5	15,4
0	4,58	4,84	20	17,5	17,3
2	5,3	5,6	22	19,8	19,4
4	6,1	6,4	24	22,4	21,8
6	7,0	7,3	26	25,2	24,4
8	8,0	8,3	28	28,3	27,2
10	9,2	9,4	30	31,8	30,3
12	10,5	10,7	32	35,7	33,8
14	12,0	12,1	34	39,9	37.5

(46) $$\textbf{Relative Feuchtigkeit:}\quad f = \frac{\text{absolute Feuchtigkeit}}{\text{Sättigungsmenge der betr. Temperatur}}$$

$$\boxed{f = \frac{s \cdot 100}{s_{max}}}\ [\%]$$

Stoffe, die gegen Luftfeuchtigkeit besonders empfindlich sind, nennt man **hygroskopisch:** Kochsalz wird in feuchter Luft naß (zurückzuführen auf einen Gehalt an hygroskopischem Magnesiumchlorid), Darmsaiten verlängern sich, blaues Kobaltchlorid wird rot. Eine Luftfeuchtigkeit von 50···60% bezeichnet man als für das menschliche Wohlbefinden **normal.**



Bild 97. Luftbrunnen. Die sich nachts unter den Taupunkt abkühlende Luft scheidet im Innern der Kuppel Wasser ab

Beim Abkühlen feuchter Luft steigt die relative Feuchtigkeit, weil die Sättigungsmenge bei niederer Temperatur geringer ist. Wird dann der Sättigungsdruck überschritten, so kondensiert der überschüssige Wasserdampf: Es bilden sich Nebel (in großer Höhe Wolken). Dies geschieht beim sogenannten **Taupunkt.**

Unter dem Taupunkt versteht man diejenige Temperatur, bei welcher sich nach Abkühlung (infolge Überschreitens der Sättigungsmenge) **Wasser aus der Luft abzuscheiden beginnt.**

Zur Messung der Luftfeuchtigkeit dienen: das **Haarhygrometer.** Einige zwischen den Enden eingespannte, entfettete Frauenhaare bewegen einen Zeiger, der die relative Feuchtigkeit angibt (Bild 98);

der **Taupunktmesser.** Ein Gefäß mit dünner Vorderwand aus Silberblech enthält Äther und ein Thermometer. Durch Einblasen von Luft tritt Abkühlung ein. Wenn der Spiegel beschlägt, ist der Taupunkt erreicht. Als Temperatur nimmt man den

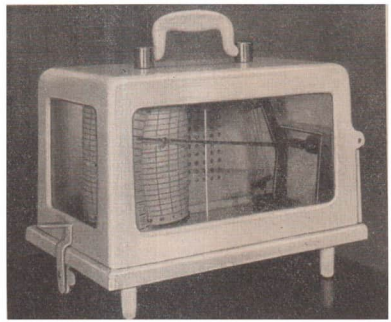


Bild 98. Haarhygrometer mit selbsttätiger Aufzeichnung

Mittelwert zwischen Auftreten und Wiederverschwinden des Beschlages. Ist dies z. B. bei 6 °C der Fall, so ist die absolute Feuchtigkeit laut Tabelle 7,3 g/m³;

das **Psychrometer.** Es besteht aus zwei gleichen Thermometern, von denen das eine durch ein in Wasser tauchendes Läppchen feucht gehalten wird. Infolge der Verdun-

stungskälte sinkt die Temperatur (t') gegenüber der des trockenen (t). Je trockener die Luft ist, desto intensiver ist die Abkühlung, um so größer die Temperaturdifferenz.

Zur Errechnung der absoluten Feuchtigkeit s dient die Formel

$$s = s'_{max} - 0{,}5(t - t'),$$

wobei s'_{max} = Sättigungsmenge bei t'. Bei genaueren Messungen ist die Verdunstung durch einen gleichmäßigen Luftstrom von 2 m/s zu regeln (eingebauter kleiner Ventilator). Um diese Vorrichtung zu ersparen, kann man auch beide Thermometer mittels eines Handgriffs langsam so lange hin- und herschwenken, bis die Temperatur nicht weiter sinkt: **Schleuderpsychrometer** (Bild 99).



Bild 99 Schleuderpsychrometer

Moderne Räumlichkeiten werden heute mit **Klimaanlagen** versehen, um die vorgeschriebene Luftfeuchtigkeit und Temperatur unabhängig vom Wetter zu sichern.

Die z. B. schwüle, warme Luft wird durch einen kalten Wassernebel gedrückt, wobei sie ihre Feuchtigkeit bei der niedrigen Temperatur des kalten Wassers abgibt. Bei Wiedererwärmen wird sie dann relativ trocken und kann auf den gewünschten Feuchtegrad gebracht werden. Zur Herstellung der Kühltemperatur läßt man Wasserdampf aus engen Düsen strömen.

Wenn die Luft frei von **Kondensationskeimen** (Staubteilchen u. dgl.) ist, kann die Kondensation des Wasserdampfes auch ausbleiben. Die bekannten **Kondensstreifen** (Bild 100) hinter in großer Höhe fliegenden Flugzeugen sind ein Zeichen dafür, daß die Luft dort mitunter mit Wasserdampf **übersättigt** ist.



Bild 100. Kondensstreifen hinter Flugzeugen

Beispiele: 1. Stelle die maximale Feuchtigkeit bei 17,2 °C nach der Dampftabelle fest! — Bei dieser Temperatur ist die Dichte des Dampfes 0,0147 kg/m³ = 14,7 g/m³ = s_{max}. 2. Welches ist die absolute Feuchtigkeit bei 18 °C und 65% Sättigung? — Laut Tabelle ist s_{max} = 15,4 g/m³ (also 100%), bei 65% demnach s = 10 g/m³. 3. Welches ist der Taupunkt für diesen Fall? — In der Tabelle findet man ihn bei 11 °C (in der Mitte zwischen 9,4 und 10,7 g/m³). 4. Man drücke mit dem Mund kräftig Atemluft durch ein Röhrchen in einen Glaskolben. Beim Freigeben der Öffnung füllt sich der Kolben im Moment der Entspannung mit Nebel, der bald wieder verschwindet: Bei der Entspannung kühlt sich die Luft unter den Taupunkt ab.

13 Die Ausbreitung der Wärme

Die Wärmeenergie kann sich auf folgende Weise ausbreiten:

1. **Wärmeströmung:** Mitführung von Wärme durch strömende Flüssigkeiten und Gase;
2. **Wärmeleitung:** Fortpflanzung von Wärmeenergie innerhalb eines Körpers;
3. **Wärmeübergang:** Berührung von Körpern verschiedener Temperatur;
4. **Wärmestrahlung:** Abstrahlung durch den leeren Raum.

Als allgemeines Gesetz gilt:

(47) **Die Wärmeenergie bewegt sich von selbst nur von Stellen höherer Temperatur zu Stellen niederer Temperatur, niemals umgekehrt.**



Bild 101. Kleine Papierschlange gerät auf dem Ofen in Umdrehung

13.1 Wärmeströmung

Da erwärmte Flüssigkeiten und Gase spezifisch leichter als kalte sind, können sich durch den entstehenden Auftrieb **Strömungen** bilden. Wenn die Erwärmung von unten erfolgt, tritt in geschlossenen Räumen oder Rohrsystemen eine Zirkulation ein. Es strömt also nicht die Wärmeenergie selbst, sondern das Medium, welches die Energie mit sich führt; daher die Bezeichnung **Mitführung** oder **Konvektion.** Die Strömung selbst kann laminar oder turbulent sein.

Beispiele: 1. Die vom Ofen erhitzte Luft strömt zur Zimmerdecke, kühlt sich dort ab und senkt sich dann wieder nach unten (Bild 101). 2. In der Warmwasserheizung (Bild 102) strömt das heiße Wasser aus dem oberen Teil des Kessels über ein Ausgleichsgefäß (Boiler) in die Heizkörper und fließt abgekühlt wieder in den Kessel zurück. 3. Im Schornstein ziehen die heißen Rauchgase nach oben. 4. Kleidungsstücke und Betten „wärmen", weil die zwischen den Maschen des Gewebes und den Federn eingeschlossene Luft (ein schlechter Wärmeleiter) am Zirkulieren verhindert wird.

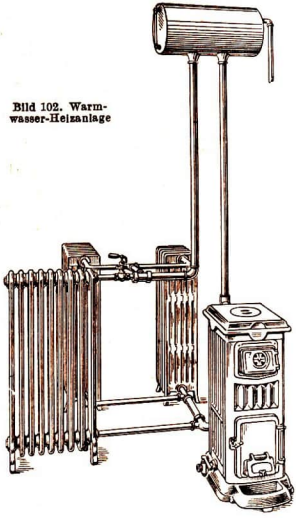


Bild 102. Warmwasser-Heizanlage

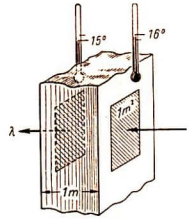


Bild 103. Die Wärmeleitzahl

13.2 Wärmeleitung

Man unterscheidet **gute und schlechte Wärmeleiter.** Am besten leiten die Metalle, schlecht leiten keramische Stoffe, am schlechtesten die Luft. Man erkennt

den Unterschied beim Vergleich der

Wärmeleitzahl: **λ [kcal/m h grd] = die durch ein Wandstück von 1 m² Oberfläche und 1 m Dicke je Stunde tretende Wärme, wenn beiderseits ein Temperaturunterschied von 1 grd besteht** (Bild 103).

Wärmeleitzahlen λ [kcal/m h grd]

Silber	360	Blei	30	Holz	0,1 ···0,2
Kupfer	320	Beton	0,77	Schlackenwolle	0,045···0,060
Aluminium	190	Glas	0,72	Luft bei 0 °C	0,022
Messing	70···100	Wasser	0,50	Wasserstoff	
Stahl	30···45	Ziegelmauer	0,35···0,5	bei 0 °C	0,160

Die Wärmeleitzahl ist keine Konstante, sondern hängt von der Temperatur ab.

Man muß nun grundsätzlich 2 Fälle unterscheiden.

1. Stationäre Wärmeleitung. Hierbei müssen die Temperaturen T_1 und T_2[1]) an den beiden Endflächen, deren Abstand gleich l ist, während des ganzen Vorgangs konstant bleiben. Es herrscht also zwischen ihnen ein konstantes Temperaturgefälle $\frac{T_1 - T_2}{l}$. So ist es beispielsweise, wenn ein Haus auf gleicher Innentemperatur gehalten wird und die Temperatur der Außenluft sich ebenfalls nicht ändert. Dann ist die je Zeiteinheit transportierte Wärmemenge diesem Temperaturgefälle und der Fläche F proportional, so daß in t Stunden der

(48) **Wärmefluß durch eine Wand (stationär):** $$\boxed{Q = \frac{\lambda F t (T_1 - T_2)}{l}}$$

fortgeleitet wird.

2. Nicht stationäre Wärmeleitung. Ein isoliert gedachter Körper sei an einem Ende auf die Temperatur T_2 erhitzt. Das kühlere Ende habe anfangs die Temperatur T_1. Dann wird sich der Temperaturunterschied infolge der Wärmeleitung im Laufe der Zeit ausgleichen und der ganze Körper einheitliche Temperatur annehmen. Das Temperaturgefälle ist hierbei weder örtlich noch zeitlich konstant, und die Berechnung wird komplizierter. Maßgebend für die zum Temperaturausgleich benötigte Zeit ist die

Temperaturleitzahl: $$\boxed{\frac{\lambda}{\varrho\, c_p}}$$

Man erhält hiernach für Kupfer den Zahlenwert $\frac{320}{8930 \cdot 0{,}092} = 0{,}390$. Wie sich leicht nachrechnen läßt, ist dann die Temperaturleitzahl für

Blei	0,086 m²/h
Luft 0 °C	0,0642 m²/h
Wasserstoff	0,49 m²/h

Wie man sieht, gleichen sich Temperaturunterschiede in Gasen trotz der sehr verschiedenen Wärmeleitzahlen etwa ebenso rasch aus wie in Metallen (ungeachtet der ausgleichsfördernden Wirkung der Strömung!).

[1]) Um Verwechslungen mit der Zeit t zu vermeiden, sind die Celsiusgrade hier ausnahmsweise mit T bezeichnet.

Beispiele: 1. Schutz gegen Wärmeverluste durch isolierende Umhüllungen aus Glaswolle, Asbest usw. (Bild 104). 2. Der doppelwandige Zwischenraum der **Thermosflaschen** und der zur Aufbewahrung flüssiger Luft verwendeten **Dewar-Gefäße** (Bild 105) ist luftleer ge-

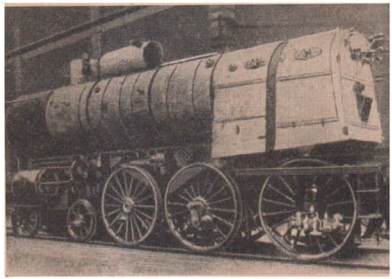


Bild 104. Wärmeisolierung einer Lokomotive mit Glaswolle

pumpt, um die Wärmeleitung der Luft zu beseitigen. 3. An der Außenfläche einer 50 cm dicken Hauswand von 8 × 15 m werden 5 °C und an der Innenfläche 12 °C gemessen. Welche Wärmemenge geht während 12 Stunden durch die Wand verloren (Ziegelmauer $\lambda = 0{,}4$)? —

$$Q = \frac{0{,}4\ \text{kcal}\ 120\ \text{m}^2\ 12\ \text{h}\ (12-5)\ \text{grd}}{\text{m h grd}\ 0{,}5\ \text{m}} = 8064\ \text{kcal}$$

Es muß betont werden, daß die in diesem Beispiel erwähnten Temperaturen an der Oberfläche der Wand bestehen und nicht mit der Zimmer- bzw. Außentemperatur zu verwechseln sind.

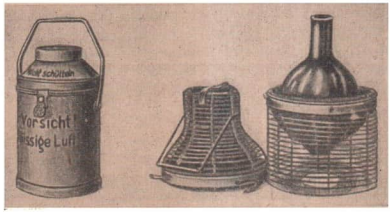


Bild 105. Dewar-Gefäß zum Transport flüssiger Luft

13.3 Wärmeübergang

Wasser, heiße Verbrennungsgase, Luft usw., die mit einer festen Wand in Berührung stehen, geben Wärme an deren Oberfläche ab oder empfangen Wärme von ihr. In der Zeit von t Stunden beträgt die

(49) **an eine oder von einer Wand übergehende Wärme:** $\boxed{Q = \alpha F\,(T_1 - T_2)}$

Dabei bereitet die Ermittlung der für den einzelnen Fall geltenden **Wärmeübergangszahl** α meist große Schwierigkeit, da sie von vielen Faktoren abhängt: Gestalt, Lage und Oberflächenbeschaffenheit der Wand sowie die Art der Strömung sind von ausschlaggebendem Einfluß. Für α gibt es umfangreiche Tabellen und viele Hilfsformeln.

Beispielsweise gilt für den Wärmeübergang von

ruhendem Wasser an Wände und Rohre . . . . . $\alpha = 300 \cdots 500$
turbulent in Röhren strömendem Wasser . . . . . $\alpha = 2000 \cdots 4000$
Luft an glatte Flächen bei einer Strömungsgeschwindigkeit v bis 5 m/s . $\alpha = 4{,}8 + 3{,}4v$

13.4 Wärmedurchgang

Der stationäre (d. h. bei konstanten Temperaturen stattfindende) Übergang von Wärme zwischen 2 Medien durch eine trennende Wand vollzieht sich in 3 Schritten (Bild 106):

a) Wärmeübergang vom Medium 1 an die linke Fläche:
$$Q = \alpha_1 F t (T_1 - T')$$
b) Dieselbe Wärmemenge wird durch die Wand geleitet:
$$Q = \frac{\lambda}{l} F t (T' - T'')$$
c) Q geht schließlich von der rechten Fläche in das Medium 2 über:
$$Q = \alpha_2 F t (T'' - T_2)$$

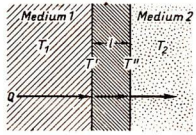


Bild 106. Wärmedurchgang

Berechnet man aus diesen 3 Gleichungen $\frac{1}{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_2}$ und $\frac{l}{\lambda}$ und addiert die sich ergebenden Werte, so entsteht mit der **Wärmedurchgangszahl** k

(50) $\boxed{Q = kFt(T_1 - T_2)}$, wobei $\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{l}{\lambda}$

Wärmedurchgangszahlen k [kcal/m² h grd]

Ziegelsteinmauer	Dicke	12 cm	25 cm	38 cm	51 cm	64 cm
	k	2,4	1,7	1,3	1,1	0,9

Fenster		einfach	Doppelfenster
	k	5,0	2,3

13.5 Temperaturstrahlung

13.51 Das Wesen der Wärmestrahlung

In der Nähe eines geheizten Ofens verspürt man ein starkes Wärmegefühl, das von der Strahlung herrührt, die der Ofen aussendet. Bei noch höherer Temperatur beginnt der Ofen zu glühen, also überdies noch sichtbares Licht zu **emittieren** (auszusenden). Beide Strahlungsarten gehören zu den **elektromagnetischen Wellen,** sind also physikalisch ein und dasselbe. Während das sichtbare Licht vom violetten bis zum roten Ende des Spektrums (s. S. 111) einen Wellenlängenbereich von 390···770 nm überstreicht, üben die jenseits des roten Lichtes (ultrarot oder infrarot) sich anschließenden Wellen von 800 nm···1 mm vorzugsweise Wärmewirkung aus, die bis zu mehreren cm tief in den menschlichen Körper eindringt (**Infrarotlampen** für medizinische Zwecke, Bild 107!). Aber auch sichtbares Licht setzt sich beim Auftreffen auf Körper in Wärme um.

Der Ausdruck **Wärmestrahlung** ist also nur insofern berechtigt, als uns für den nicht mehr sichtbaren Wellenbereich nur das Wärmegefühl zur Verfügung steht. Man bezeichnet daher besser die Gesamtheit aller von einem warmen Körper ausgehenden Strahlen als **Temperaturstrahlung.** Ihre Ursache sind die Wärmeschwingungen der Atome und Moleküle. Da diese aber erst am absoluten Nullpunkt zum Stillstand kommen, senden schon relativ kalte Körper Temperaturstrahlen aus.



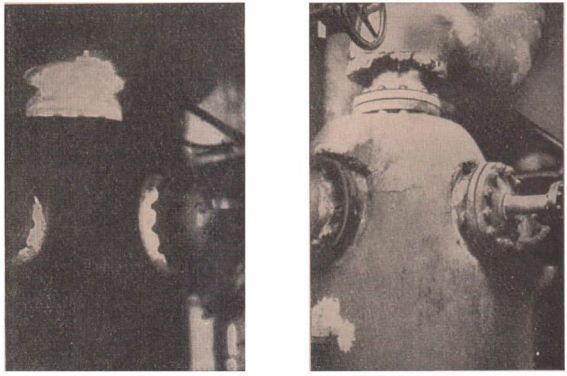
Bild 107. Infrarot-Heimstrahler

Jeder Körper ist vermöge seines Wärmeinhaltes ein Temperaturstrahler.

Wenn man eine fotografische Platte in geeigneter Weise „sensibilisiert", kann man die Wärmestrahlung fotografieren (Bild 108).

Infolge der Emission (Abstrahlung) verliert der gegenüber der Umgebung wärmere Körper allmählich seine Wärmeenergie. Bei Temperaturgleichheit besteht **Strahlungsgleichgewicht,** d. h., er erhält aus der Umgebung je Zeiteinheit die gleiche Strahlungsenergie zugeführt, die er selbst aussendet.

Die **Strahlungsenergie** E mißt man in cal, während die **Strahlungsleistung** W, d. h. die sekundlich abgegebene Energie, in cal/s angegeben wird.



a b

Bild 108. Strahlende Teile eines Wasserabscheiders
a) Foto mit infrarotempfindlicher Platte; b) dieselbe Aufnahme bei Tageslicht

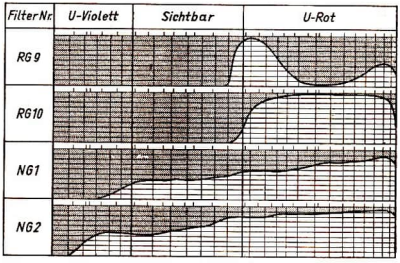


Bild 109. Spektrale Durchlässigkeit einiger Jenaer Filtergläser

13.52 Reflexion und Absorption der Temperaturstrahlung

Beim Auftreffen von Strahlung auf einen Körper kann grundsätzlich dreierlei eintreten:

1. Die Strahlung wird **durchgelassen.** Glas wird zwar vom sichtbaren Licht gut durchdrungen, schlecht aber von den langwelligen Wärmestrahlen. Für Wärmestrahlung durchlässige Stoffe heißen **diatherman.**

	Durchlässigkeit für	
	Licht	Wärme
Glas	gut	schlecht
Hartgummi, Schwarzglas 640a usw. .	undurchlässig	gut
Steinsalz	gut	gut

Zur genauen Beurteilung muß die Durchlässigkeit für jeden einzelnen Wellenbereich geprüft werden.

Durchlässigkeit: $$D = \frac{\text{durchgelassene Strahlung}}{\text{auftreffende Strahlung}}$$

2. Die Strahlung wird **reflektiert.** Spiegel und blanke Reflektoren elektrischer Öfen sind bekannte Beispiele (Bild 110). Aber auch Ruß reflektiert immer noch 1% der gesamten auftreffenden Strahlung.

Reflexionsvermögen: $$R = \frac{\text{reflektierte Strahlung}}{\text{auftreffende Strahlung}}$$

Reflexionsvermögen R einiger Metalle in %

Wellenlänge nm	Metall				
	Kupfer	Silber	Wismut	Chrom	Nickel
257	28	24,1	20,1	69,8	30,7
361	37	77,4	42,5	63,4	41,2
500	55,5	93,2	52,2	67,6	62,1
870	91,5	97,8			71,7
1250	95,8	98,2			78,0



Bild 110. Elektrischer Heizofen

3. Die Strahlung wird **absorbiert,** d. h. vom Körper verschluckt, und dabei in Körperwärme umgewandelt.

Absorptionsvermögen: $A = \dfrac{\text{absorbierte Strahlung}}{\text{auftreffende Strahlung}}$

Daß dunkle Körper starke und helle Körper geringe Absorption zeigen, ist augenfällig. Schwarzes Papier absorbiert etwa 95%, weißes rund 5%. Luft absorbiert am schwächsten. Ein Körper, der restlos alle einfallende Strahlung absorbiert, heißt **Schwarzer Körper:**

Das Absorptionsvermögen des Schwarzen Körpers ist gleich 1.

Da selbst eine Rußschicht noch ein wenig reflektiert, kann man einen ideal Schwarzen Körper nur auf einem Umweg annähernd realisieren. Ein geschwärzter Hohlraum besitzt eine kleine Öffnung (Bild 111). Die einfallende Strahlung wird im Innern vielfach reflektiert, wobei nach jeder Reflexion nur ein kleiner Bruchteil der jeweils noch vorhanden gewesenen übrigbleibt. Aus der Öffnung kann dann nichts mehr austreten. Sie erscheint vollkommen schwarz.

Körper, die nicht vollkommen absorbieren, heißen **graue Körper,** sofern A über den gesamten Wellenbereich konstant ist.



Bild 111. Schwarzer Körper

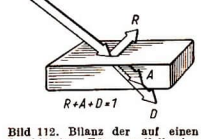


Bild 112. Bilanz der auf einen durchlässigen Körper auffallenden Strahlung

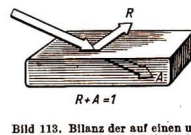


Bild 113. Bilanz der auf einen undurchlässigen Körper auffallenden Strahlung

Die gesamte, auf einen Körper fallende Strahlung zerfällt also in die 3 Anteile R, A und D. Damit ergibt sich (Bild 112):

$$R + A + D = 1$$

Bei den meisten, undurchlässigen Stoffen ist $D = 0$ (Bild 113). Daher kann man ihr Absorptionsvermögen A aus ihrem Reflexionsvermögen R berechnen:

Absorptionsvermögen undurchlässiger Körper: $A = 1 - R$

Beispiele: 1. Die hohe Innentemperatur eines Gewächshauses entsteht dadurch, daß die Glaseindeckung fast nur Licht durchläßt, das auf dem Erdboden in Wärme umgewandelt wird. Die im Innenraum entwickelte Wärmestrahlung kann dann durch das Glas nicht mehr

entweichen. 2. In großen Höhen herrscht trotz intensiver Sonnenstrahlung eisige Kälte, weil Luft nur wenig absorbiert. 3. Weiße Kleidung und Tropenhelme reflektieren sichtbares Licht sehr gut, womit keine Umwandlung in lästige Wärme stattfindet. 4. Fensteröffnungen sehen von weitem schwarz aus, da sie annähernd wie Schwarze Körper wirken.

13.53 Das Kirchhoffsche Strahlungsgesetz[1])

Im letzten Abschnitt war die Rede davon, wie sich ein Körper gegenüber einer von außen her auftreffenden Strahlung verhält. Davon aber ganz unabhängig, sendet der Körper selbst vermöge seiner Temperatur Strahlung aus. (Nicht mit der Reflexion zu verwechseln!) Es zeigt sich hierbei, daß die Oberflächenbeschaffenheit von ausschlaggebendem Einfluß ist.

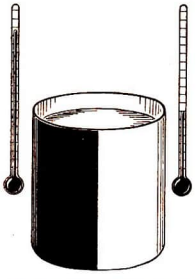


Bild 114. Oberflächenbeschaffenheit und Wärmestrahlung

Versuch: Ein mit heißem Wasser gefülltes Blechgefäß ist

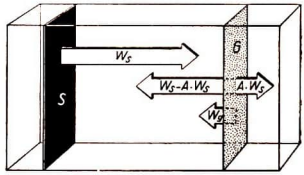


Bild 115. Zum Kirchhoffschen Strahlungsgesetz

auf der linken Seite mit Ruß geschwärzt und auf der rechten Seite blank poliert (Bild 114). Dicht daneben hängt je ein mit Ruß geschwärztes Thermometer. Das linke nimmt schneller eine höhere Temperatur an als das rechte und beweist, daß die schwarze Fläche bedeutend besser strahlt als die blanke.

Bei gleicher Temperatur strahlen helle und blanke Flächen schlecht, schwarze und rauhe dagegen gut ab.

Der Grund dieses Verhaltens liegt im

Kirchhoffschen Strahlungsgesetz: Die von einem beliebigen Körper ausgesandte Strahlungsleistung ist gleich der des Schwarzen Körpers, multipliziert mit seinem eigenen Absorptionsvermögen.

Herleitung: In einem vollkommen wärmedicht abgeschlossenen Raum stehen sich eine vollkommen schwarze Fläche S und eine graue G gegenüber (Bild 115). Die übrigen Innenwände seien verspiegelt, so daß keine Strahlungsverluste eintreten können. Dann müssen beide Flächen je Zeiteinheit die gleiche Energie absorbieren wie emittieren. Wäre das nicht der Fall, so würde z. B. S mehr Wärme verlieren als zugeführt bekommen und müßte sich abkühlen. Dafür bekäme dann G mehr zugeführt, als sie abgibt, und müßte sich dadurch erwärmen. Das stünde aber im Widerspruch zu Satz (47), wonach Wärme nur von höherer zu niederer Temperatur übergeht. Beide Flächen müssen mithin gleiche Temperatur besitzen.

[1]) Robert Kirchhoff (1824 bis 1887).

Es besteht Strahlungsgleichgewicht. Die von S abgegebene Strahlungsleistung sei W_s. Der Körper G nimmt, da er als grauer Körper nicht alles absorbiert, nur den Bruchteil $A \cdot W_s$ davon auf und reflektiert den Rest $W_s - A W_s$ zurück nach S, wo dieser absorbiert wird. Außerdem nimmt S noch die von G selbständig emittierte Leistung W_g auf. Da im Gleichgewicht die emittierte Menge W_s gleich der absorbierten sein muß, gilt: $W_s = W_s - A W_s + W_g$, woraus sich ergibt:

Strahlungsleistung eines beliebigen nichtschwarzen Körpers: $\boxed{W = A W_s}$

Hieraus ergeben sich einige Folgerungen:

1. Ein Körper mit großem Absorptionsvermögen A besitzt demnach auch eine große Strahlungsleistung. Undurchlässige Körper mit gutem Reflexionsvermögen R zeigen kleine Strahlungsleistung. (Spiegel reflektieren zwar gut, strahlen aber selbst kaum.)

2. Da für nichtschwarze Körper $A < 1$, hat der Schwarze Körper die größte Strahlungsleistung.

3. Das Verhältnis $\frac{W}{A} = W_s$ ist für alle Körper konstant und demnach von ihrer stofflichen Beschaffenheit unabhängig. Die Strahlung des Schwarzen Körpers W_s kann demnach nur von seiner Temperatur und der Wellenlänge abhängen.



Bild 116 Radiometer

Versuche: 1. Die stark leuchtende Flamme einer Azetylenlampe steht vor einem Projektionsapparat. Sie wirft einen dunklen Schatten. Da sie stark emittiert, absorbiert sie auch stark. Eine nichtleuchtende Flamme gibt keinen Schatten. 2. Ein durchsichtiger Stab und ein Stab aus dunklem Glas werden auf gleiche Temperatur erhitzt. Der durchsichtige strahlt schwach, der dunkle glüht intensiv. 3. Das **Radiometer** (Bild 116). Ein leichtes Flügelrad befindet sich leicht drehbar in einem nicht völlig evakuierten Glasgefäß ($10^{-1} \cdots 10^{-2}$ Torr). Die Flügel sind auf einer Seite berußt, auf der Rückseite blank. Beim Auftreffen von Licht- oder Wärmestrahlung erwärmen sich die dunklen Flächen stärker als die blanken, wodurch die in Nachbarschaft der schwarzen Flächen befindlichen restlichen Luftmoleküle eine größere Geschwindigkeit erlangen als diejenigen auf der Rückseite. Der Stoß der Moleküle versetzt das Rädchen in schnelle Umdrehungen.

13.54 Strahlungsleistung und Temperatur

Wie groß nun die von einer Fläche F abgegebene gesamte Strahlungsleistung W tatsächlich ist, lehrt das

(51) **Stefan-Boltzmannsche Gesetz:** $\boxed{W = \sigma F (T_1^4 - T_2^4)}$

Hier bedeuten T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen der strahlenden Fläche bzw. ihrer Umgebung und σ (sprich: sigma) die **Strahlungszahl.**

Strahlungszahlen einiger Stoffe

Stoff	bei °C	σ [kcal/h m² grd⁴]
Schwarzer Körper		$4{,}96 \cdot 10^{-8}$
Kupfer, poliert	20	$0{,}20 \cdot 10^{-8}$
Kupfer, schwarz oxydiert	25	$3{,}9 \cdot 10^{-8}$
Emaillelack, weiß	25	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$
Ziegelstein	20	$4{,}6 \cdot 10^{-8}$

Für den Schwarzen Körper muß σ auf Grund des Kirchhoffschen Gesetzes am größten sein.

Bei den meisten Stoffen nimmt σ mit der Temperatur zu:

Wolfram bei	1000 °K	1200 °K	1600 °K	1800 °K	2000 °K	2500 °K
	$\sigma = 0{,}565$	0,71	1,027	1,17	1,29	$1{,}5 \cdot 10^{-8}$

Auffällig ist, daß z. B. weiße Emaille sich fast wie der Schwarze Körper verhält!

Beispiele: 1. Wieviel % der einfallenden Strahlung werden von poliertem Kupfer absorbiert? — Das Absorptionsvermögen ist $A = \frac{W}{W_s} = \frac{0{,}20}{4{,}96} = 0{,}04 = 4\%$.

2. Wieviel Watt strahlt die Wolframwendel (strahlende Oberfläche 300 mm²) einer Glühlampe bei 2500 °K und einer Raumtemperatur von 20 °C ab ($\sigma = 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ kcal/h m² grd⁴)? —

$$W = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-8}\,\text{kcal}\;300 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2\,(2500^4 - 293^4)\,\text{grd}^4}{\text{m}^2\,\text{grd}^4} = 175{,}68\,\text{kal/h}$$

bzw. nach S. 49

$$W = \frac{175{,}68\,\text{kcal kWh}}{\text{h}\;860\,\text{kcal}} = 0{,}204\,\text{kW}$$

3. Welche Temperatur erreicht der nicht gewendelte Heizdraht (15 m Länge und 2,5 mm Durchmesser) eines elektrischen Gerätes von 300 W Leistung? (Außentemperatur 20 °C, $\sigma = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$). — Der elektrischen Leistung entspricht eine stündliche Wärmeaufnahme von

$$W = \frac{0{,}3\,\text{kW}\;860\,\text{kcal}}{\text{kWh}} = 258\,\text{kcal/h}$$

Die Temperatur ergibt sich nach (51) zu $T_1 = \sqrt[4]{\frac{W}{\sigma F} + T_2^4}$. Mit den eingesetzten Zahlenwerten ergibt sich $T_1 = 544$ °K oder 271 °C.

13.55 Spektrale Verteilung der Temperaturstrahlung

Während wir bisher lediglich die von einem Körper ausgesandte gesamte Strahlungsleistung betrachteten, ist es aber von Interesse zu wissen, wie sich diese auf die einzelnen Wellenlängen verteilt. Es gelang **Max Planck**[1]) im Jahre 1900, das entsprechende Gesetz für den Schwarzen Körper aufzustellen.

Die Verteilung der Strahlungsenergie auf die einzelnen Wellenlängen ist bei jeder Temperatur anders; insbesondere zeigt jede Kurve ein ausgeprägtes Maximum (Bild 117). Seine Lage läßt sich berechnen mit dem

(52) **Wienschen Verschiebungsgesetz:** $\boxed{\lambda_{\max} = \frac{0{,}2897}{T}}$

(λ in cm, T absolute Temperatur)

Mit zunehmender Temperatur wird also die am stärksten ausgestrahlte Wellenlänge immer kleiner.

Das Maximum der Strahlungskurve verschiebt sich mit steigender Temperatur in das Gebiet kürzerer Wellenlängen.

[1]) 1858 bis 1947.

Bei niederer Temperatur werden daher vorzugsweise langwellige Wärmestrahlen ausgesandt, erst bei höheren Temperaturen auch nennenswerte Anteile sichtbaren Lichtes: dabei auch zuerst vorzugsweise längerwelliges (rote und gelbe Strahlen). Erst bei 6000 °K (Oberflächentemperatur der Sonne) liegt das Maximum im grünen Licht ($\lambda = 480$ nm).

Beispiele: 1. Welche Temperatur hat die Sonnenoberfläche? — $T = \frac{0{,}2897 \text{ cm grd}}{0.000048 \text{ cm}} = 6030° \text{K}$ = 5757 °C. 2. Aus der obersten Kurve von Bild 117 geht hervor, daß bei einer Glühlampe der größte Teil der Strahlung als Wärme emittiert wird. Daher wird der optische Wirkungsgrad einer Lampe mit steigender Temperatur besser. 3. Das Tageslicht erscheint gegenüber allen künstlichen Lichtquellen von bläulicher Farbe, weil bei der niederen Temperatur des Kunstlichtes das Strahlungsmaximum stärker nach Rot verschoben ist.

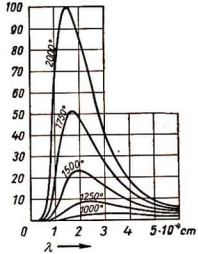


Bild 117 Energiekurven des Schwarzen Körpers

13.56 Temperaturmessung durch Strahlung

Die bei Temperaturänderung eintretende Helligkeits- und Farbverschiebung macht es möglich, hohe Temperaturen abzuschätzen. Als Anhaltspunkt dient die

Skala der Glühfarben [°C]

beginnende Rotglut . .	525	Gelbglut	1100
Dunkelrotglut.	700	beginnende Weißglut . .	1300
Kirschrotglut	850	volle Weißglut.	1500
Hellrotglut	950		

Das **Glühfaden-Pyrometer** von Holborn und Kurlbaum (Bild 118) dient zur Temperaturmessung von etwa 600···1500 °C. Der glühende Gegenstand wird durch das Objektiv A auf den oberen Teil des Leuchtfadens einer Glühlampe abgebildet. Durch Regeln des Stromes ändert man die Helligkeit der Lampe, bis der Glühfaden F, den man im Gesichtsfeld des Okulars B scharf einstellt, verschwindet. Bei geeigneter Schwächung (Rauchglas oder rotierender Sektor) der einfallenden Strahlung kann der Meßbereich erheblich erweitert werden. Die Temperatur wird an der Skala des Strommessers abgelesen. Mit Hilfe eines eingefügten Rotfilters (Schott RG 2) wird nur im Bereich der Wellenlänge $\lambda = 650$ nm beobachtet. Die Eichung geschieht nach der Fläche eines Schwarzen Körpers.

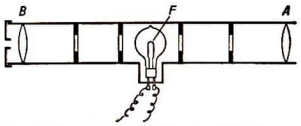


Bild 118. Pyrometer nach Holborn und Kurlbaum

Auf diese Weise wird allerdings nicht die wahre Temperatur bestimmt, sondern die stets niedrigere, sogenannte **Schwarze Temperatur.** Denn ein gewöhnlicher Körper mit $A < 1$ muß auf höhere Temperatur erhitzt werden, wenn er die gleiche Helligkeit wie der Schwarze Körper ergeben soll. Also liegt seine wahre Temperatur höher. Da A von der Wellenlänge abhängt, ist die schwarze Temperatur nur für bestimmte, jeweils anzugebende Wellenbereiche definiert.

Wegen der mitunter erheblichen Abweichungen der Schwarzen von der wahren Temperatur bestimmt man häufig die **Farbtemperatur.** Man vergleicht dabei nicht die Intensität einzelner Wellenbereiche, sondern den Farbeindruck der gesamten

unzerlegten Strahlung. Die Farbtemperatur kann bei Farbgleichheit höher liegen als die wahre Temperatur. Das ist z. B. der Fall, wenn der Gehalt an längerwelligen (roten) Strahlen relativ geringer ist als beim Schwarzen Körper. Man braucht in diesem Fall den zu messenden Körper nicht so hoch zu erhitzen, um den gleichen Gesamtfarbeindruck zu erzielen. Die Farbtemperatur des klaren blauen Himmels liegt bei etwa 26000 °K.

Optisch gemessene Temperaturen bei Wolfram [°K]

wahre Temperatur	1000	1500	2000	3000
Schwarze Temperatur für $\gamma = 665$ nm .	964	1420	1857	2673
Farbtemperatur	1006	1517	2033	3094

14 Zustandsänderungen der Gase

Wir fanden im Abschnitt 10.3, daß der Zustand eines Gases stets durch 3 Größen eindeutig festgelegt ist: Druck p, Volumen V, Temperatur T. Dieser einmal gegebene Zustand läßt sich auf die verschiedenste Art ändern. Man kann z. B. das Gas zusammenpressen, wodurch sein Volumen kleiner wird und die Temperatur ansteigt. Ebenso verschieben sich die Werte p, V und T, wenn man das Gas erwärmt usw.

Man unterscheidet die

isotherme Zustandsänderung: Während des Vorganges bleibt die **Temperatur konstant;**

isochore Zustandsänderung: Während des Vorganges bleibt das **Volumen konstant;**

isobare Zustandsänderung: Während des Vorganges bleibt der **Druck konstant;**

adiabatische Zustandsänderung: Vorgang **ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung.**

14.1 Die isotherme Zustandsänderung

Wir denken uns das Gas in einem gut wärmeleitenden Zylinder eingeschlossen. Mit Hilfe eines dicht schließenden, reibungslos beweglichen Kolbens können wir das Volumen nach Belieben vergrößern oder verkleinern, womit sich der Druck gegenläufig ändert. Damit sich das Gas weder erwärmen noch abkühlen kann, können wir den Vorgang auch sehr langsam vollzogen denken. Die Wärme findet dann genügend Zeit zum Abfließen. Die Temperatur bleibt also konstant.

Wir erinnern uns noch, daß hierbei nach der Zustandsgleichung (34a) das Gesetz $pv = RT$ befolgt wird. Bei gleichbleibender Temperatur hat das Produkt pv stets den gleichen Wert (Gesetz von Boyle-Mariotte I, 10.2).

Man kann diesen Vorgang auch grafisch darstellen, indem man die jeweils zusammengehörenden Werte in ein p,v-Dia-

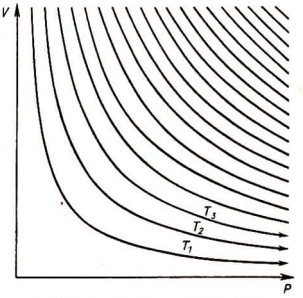


Bild 119. Isothermen eines idealen Gases

gramm einträgt. Alle zur gleichen Temperatur gehörigen Punkte liefern eine bestimmte Kurve (Bild 119). Sie stellt geometrisch eine **Hyperbel** dar.

Wenn ein beliebiger Anfangszustand p_0, V_0 gegeben ist (Punkt P_0, Bild 120), kann man die ganze Kurve wie folgt konstruieren. Man ziehe einen beliebigen Strahl OP. Die Senkrechte und Waagerechte durch P_0 schneiden den Strahl in R und S. Die Senkrechte durch S und die Waagerechte durch R schneiden sich in dem weiteren Hyperbelpunkt P_1; denn aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt sich

$$\frac{p_0}{V_1} = \frac{p_1}{V_0}, \quad \text{d. h.} \quad p_0 V_0 = p_1 V_1$$

Diese eine Hyperbel entspricht einer bestimmten, festliegenden Temperatur T_1. Man nennt sie kurz eine **Isotherme.** Die ganze Fläche des Diagramms kann man mit einer Schar von Isothermen überdecken, die nach rechts oben immer höheren Temperaturen entsprechen.

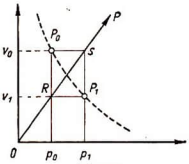
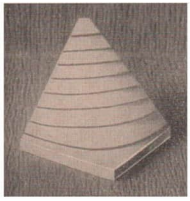


Bild 120
Konstruktion einer Isotherme

(53) **Gleichung der Isotherme eines idealen Gases:** $\boxed{pV = \text{konst.}}$

Das Diagramm läßt sich auch räumlich darstellen, indem man sich jede Isotherme in eine mit der Temperatur proportional ansteigende Höhe verlegt zu denken hat (Bild 121). Jeder horizontale Schnitt entspricht konstanter Temperatur und erzeugt eine Hyperbel als Schnittkurve.

Ein senkrechter Schnitt parallel zur p-Achse (Bild 122) liefert eine Gerade und veranschaulicht eine **isochore** Zustandsänderung: Bei festgehaltenem Volumen ändert sich der Druck proportional zur Temperatur (Gay-Lussacsches Gesetz für konstantes Volumen).


Bild 121. Isothermen bei ansteigender Temperatur

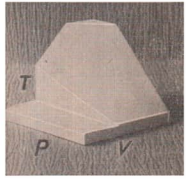


Bild 122
Isochore Zustandsänderung

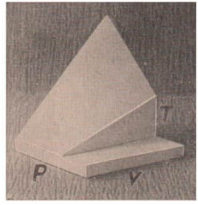


Bild 123
Isobare Zustandsänderung

Ein senkrechter Schnitt parallel zur V-Achse (Bild 123) entspricht einer **isobaren** Zustandsänderung: Bei konstant gehaltenem Druck ändert sich bei Wärmezufuhr das Volumen, die Temperatur steigt entsprechend dem Verlauf der Schnittlinie linear an (Gay-Lussacsches Gesetz für konstanten Druck).

14.11 Die Arbeit bei isothermen Vorgängen

Die zum Zusammendrücken eines Gases erforderliche Arbeit A berechnet sich als Produkt aus der auf den Kolben wirkenden Kraft P und dem vom Kolben zurückgelegten Weg s. Hat der Kolben den Querschnitt F und das im Zylinder eingeschlossene Gas den Druck p, so ist die Kraft gleich dem Produkt $p \cdot F$ und die Arbeit $A = p \cdot F \cdot s$. $F \cdot s$ ist wiederum das während der Bewegung vom Kolben verdrängte Volumen V, so daß $A = p \cdot V$ ist. Es ist jedoch zu bedenken, daß die auf den Kolben wirkende Kraft P und damit auch der Druck p beim Zurücklegen des Weges s nicht konstant bleibt. Dieser nimmt vielmehr nach der Zustandsgleichung (34) gemäß $p = \frac{m R T}{V}$ mit abnehmendem Volumen zu.

Man muß daher zunächst von einer äußerst kleinen Volumänderung dV ausgehen. Es ist dann (Bild 124)

$$dA = p\,dV.$$

Da p von V abhängt, muß p durch V ausgedrückt werden, womit

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m R T}{V}\,dV.$$

Dies ergibt integriert die

isotherme Volumarbeit:

(54) $$\boxed{A = m R T \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

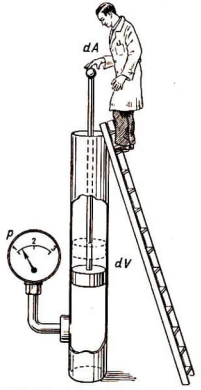


Bild 124. Arbeit bei einer sehr kleinen Volumänderung

Im Diagramm stellt $p\,dV$ ein schmales Rechteck von der Breite dV und der Höhe p dar (Bild 125). Die gesamte Arbeit ist dann der zwischen den Werten V_1 und V_2 genommene Flächeninhalt unter der Isotherme, kann also auch mit Millimeterpapier oder Planimeter direkt gemessen werden.

Ist das Anfangsvolumen V_1 größer als das Endvolumen V_2, so wird A negativ und stellt die bei der Kompression aufzuwendende Arbeit dar. Für den Fall dagegen, daß $V_2 > V_1$, handelt es sich um die Entspannung eines komprimierten Gases. A wird dann positiv und gibt die vom Gas gelieferte Arbeit an.

Nun ist wegen (34) $m R T = p V$ und nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte bei konstanter Temperatur $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Gleichung (54) kann daher auch geschrieben werden

(54a) $$\boxed{A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} \quad \text{oder auch} \quad \boxed{A = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Wegen $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ kann man auch schreiben:

(55) $$\boxed{A = m R T \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Aus den gleichen Gründen wie bei den Formeln (54a) kann dafür gerechnet werden

(55a) $$\boxed{A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}} \quad \text{oder auch} \quad \boxed{A = p_2 V_2 \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Es sei nochmals hervorgehoben, daß bei diesen isothermen Vorgängen die Temperatur im Zylinder sich nicht verändern darf. Bei der Kompression muß die entstehende Wärme durch Luft- und Wasserkühlung abgeführt werden. Bei der Entspannung ist dem Gas von außen Wärme zuzuführen. Es würde sich sonst abkühlen. Diese Wärmemengen erhält man, wenn man die durch die Formeln 54 und 55 gegebene Arbeit A mit dem mechanischen Wärmeäquivalent umrechnet.

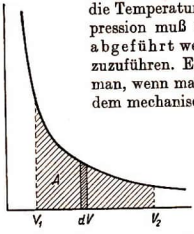


Bild 125. Isotherme Volumarbeit

Kompressions- bzw. Entspannungswärme:

(56) $$\boxed{Q = A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

14.12 Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie

Selbstverständlich gilt auch für alle Vorgänge in der Wärmelehre das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Betrachten wir das ideale Gas, dessen Zustand verschiedenen Änderungen unterworfen wird, so tritt die Energie in 3 Formen auf:

1. Die dem Gas **zugeführte** $(+Q)$ oder die vom Gas **abgegebene** $(-Q)$ **Wärmemenge.**
2. Die vom Gas **abgegebene** $(+A)$ oder ihm **zugeführte** $(-A)$ **mechanische Arbeit.**
3. Die im Gas enthaltene **innere Energie** U, die sich sowohl durch Wärmezufuhr als auch durch Aufwand von Arbeit (z. B. durch Verdichten) verändern kann.

Mit diesen 3 Größen schreibt man den

(57) **I. Hauptsatz der Wärmetheorie:** (Energiesatz) $$\boxed{Q = \Delta U + A}$$

Wird einem Gas die Wärmemenge Q zugeführt, so erhöht es dadurch seine innere Energie U und verrichtet außerdem mechanische Arbeit A.

Ist der zugeführte Wärmebetrag sehr klein und beachtet man, daß die vom Gas gelieferte mechanische Arbeit $\mathrm{d}A = p \cdot \mathrm{d}V$ ist, so erhält man

(57a) $$\boxed{\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + p \cdot \mathrm{d}V}$$

Um den Begriff der inneren Energie zu klären, denken wir zunächst an einen isochoren Vorgang: Dem in einem festen Behälter eingeschlossenen Gas werde die Wärmemenge $\mathrm{d}Q$ zugeführt. Dann kann das Gas keine Arbeit verrichten, das Glied $p \cdot \mathrm{d}V$ ist gleich 0, und es verbleibt $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U$. Die zugeführte Wärmemenge $\mathrm{d}Q$ dient hier also allein dazu, die Temperatur des Gases zu erhöhen. Dies geht nach der Gleichung (39) vor sich, so daß

$$\mathrm{d}U = m\, c_v\, \mathrm{d}T.$$

Hierin kommt zum Ausdruck, daß die innere Energie nur von der Temperatur abhängt, da m und c_v konstante Größen sind. Außerdem läßt es sich experimentell beweisen, daß die innere Energie vom Volumen unabhängig ist.

Um dies zu bestätigen, hat Gay-Lussac folgenden, berühmt gewordenen Versuch gemacht: Ein luftgefülltes und luftleeres Gefäß stehen nebeneinander in einem Kalorimeter (Bild 126). Öffnet man den beide Gefäße verbindenden Hahn, so strömt die Luft in das Vakuum über. Hierbei wird ganz offenkundig keine Arbeit nach außen abgegeben. Vor allem zeigt sich, daß im Kalorimeter keine Temperaturänderung eintritt und das Gas somit Wärme weder aufnimmt noch abgibt. In Gleichung (57) nehmen also die Größen Q und A den Wert 0 an. Die innere Energie U muß konstant geblieben sein.

(58) **Die innere Energie des idealen Gases ist vom Volumen unabhängig und hängt allein von der Temperatur ab.**

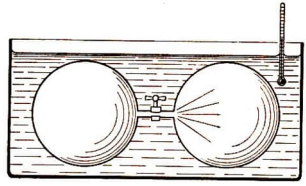


Bild 126. Versuch von Gay-Lussac

Zur praktischen Durchführung des Versuches verwendet man zweckmäßigerweise je eine gut wärmeisolierte gefüllte und leere Druckgasflasche. Mißt man nach dem Überströmen die Temperaturen, so ist die der anfangs vollen Flasche um einige Grade gesunken und die der anfangs leeren Flasche um den gleichen Betrag gestiegen. Der gesamte Wärmeinhalt bleibt also konstant.

Bei den im vorigen Abschnitt behandelten isothermen Vorgängen war nun vorausgesetzt worden, daß die Temperatur des arbeitenden Gases konstant bleibt. Dann folgt daraus:

Die innere Energie eines Gases ändert sich bei isothermer Volumänderung nicht.

Somit stellt ein komprimiertes Gas selbst keinen Energiespeicher dar (z. B. Druckluft, Bild 127!). Die beim Komprimieren aufgewandte Arbeit wird in Form von Wärme nach außen abgegeben, und die bei der isothermen Entspannung gelieferte Arbeit stammt nicht aus dem Gasinhalt, sondern aus dem Wärmeinhalt der sich abkühlenden Umgebung:

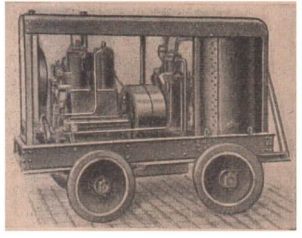


Bild 127. Fahrbare Druckluftanlage

Wendet man den ersten Hauptsatz in Form der Gleichung (57a) auf die besprochene isotherme Zustandsänderung an, so ist demnach das Glied $\mathrm{d}U$ gleich Null zu setzen. Damit entsteht die Gleichung $\mathrm{d}Q = p \cdot \mathrm{d}V$, deren Ergebnis in Formel (56) bereits dargestellt wurde.

Beispiel: Welche Arbeit ist aufzuwenden, um einen Luftreifen von 5 l Fassungsvermögen bei normalem Luftdruck auf 3 at Überdruck isotherm aufzupumpen, und welche Wärmemenge gibt die komprimierte Luft dabei nach außen ab?

— Es ist der Anfangsdruck $p_1 = 10330$ kp/m², der Enddruck $p_2 = 40330$ kp/m², $V_2 = 0{,}005$ m³. V_1 ist nicht gegeben. Nach Einsetzen dieser Zahlenwerte in (55a) wird

$$A = \frac{40330 \text{ kp } 0{,}005 \text{ m}^3}{\text{m}^2} \ln \frac{10330}{40330} = -275 \text{ kpm}$$

$$Q = \frac{275 \text{ kpm kcal}}{427 \text{ kpm}} = 0{,}643 \text{ kcal}$$

Das negative Vorzeichen gibt an, daß Arbeit aufzuwenden ist.

14.2 Die adiabatische Zustandsänderung

Sorgt man dafür, daß während der Volumenänderung des Gases kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann, so nennt man dies einen **adiabatischen Vorgang.** Wir können uns den Zylinder mit einer vollkommen wärmedichten Umhüllung versehen vorstellen (Bild 128). Doch die beste Isolation wird stets ein wenig

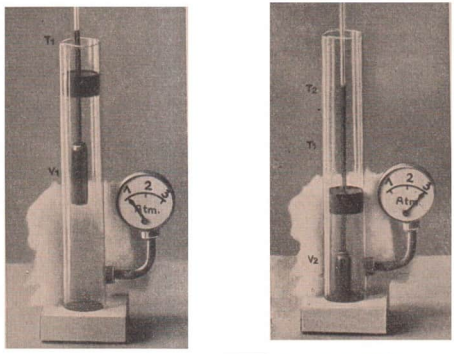


Bild 128. Bei adiabatischer Pressung steigt die Temperatur

Wärme durchlassen. Wenn allerdings die Verdichtung sehr rasch verläuft, verbleibt keine Zeit zum Wärmeaustausch. Es können sich sehr hohe Temperaturen entwickeln, die zur Entzündung brennbarer Stoffe führen (Dieselmotor). Auch bei den sehr raschen Druckschwankungen in den Schallwellen handelt es sich um rein adiabatische Vorgänge.

Es wird nun angenommen, einer abgeschlossenen Gasmenge m werde die kleine Wärmemenge $\mathrm{d}Q$ zugeführt. Hält man zunächst das Volumen fest, so wird seine Temperatur um $\mathrm{d}T$ zunehmen. Seine innere Energie erhöht sich um den Betrag $m\, c_v\, \mathrm{d}T$. Zugleich steigt aber auch der Druck p, das Gas kann sich ausdehnen und wird die Arbeit $p\, \mathrm{d}V = \frac{m\, R\, T\, \mathrm{d}V}{V}$ liefern. Es gilt also der I. Hauptsatz

$$\textit{Wärmezufuhr} = \textit{Erhöhung der inneren Energie} + \textit{äußere Arbeit}$$

$$\mathrm{d}Q = m\, c_v\, \mathrm{d}T + \frac{m\, R\, T\, \mathrm{d}V}{V} \tag{58}$$

Bei einem adiabatischen Vorgang wird aber Wärme weder zu- noch abgeführt. Infolgedessen ist $\mathrm{d}Q = 0$, und der erste Hauptsatz lautet in diesem Fall:

$$-m\,c_v\,\mathrm{d}T = \frac{m\,R\,T\,\mathrm{d}V}{V}$$

Diese Gleichung kann beiderseits integriert werden, wobei man nach (44) $R = c_p - c_v$ setzt:

$$-c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mathrm{d}T}{T} = (c_p - c_v) \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathrm{d}V}{V}$$

Das ergibt dann

$$c_v \ln \frac{T_1}{T_2} = (c_p - c_v) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{c_v} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{c_p - c_v}$$

Setzt man zur Abkürzung $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ (sprich: kappa), so wird schließlich das

(59) **Temperaturverhältnis bei gegebenem Volumverhältnis:** $\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa - 1}}$

Nun ist nach (32) $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ oder $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$. Dies in (59) eingesetzt, ergibt

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\varkappa - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\varkappa - 1} \text{ oder das}$$

(60) **Temperaturverhältnis bei gegebenem Druckverhältnis:** $\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}}$

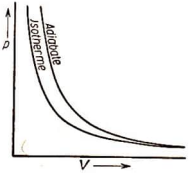


Bild 129. p, V-Diagramm

Durch Gleichsetzen der rechten Seiten von (59) und (60) bekommt man das

(61) **Volumen-Druck-Gesetz des adiabatischen Vorganges:** $\boxed{\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa}}$

bzw. die

(62) **Gleichung der Adiabate: (Poissonsches Gesetz)** $\boxed{p\,V^{\varkappa} = \text{konst.}}$

Die Gleichungen (59) bis (61) werden die **Poissonschen Gleichungen** genannt. Zeichnet man eine solche Adiabate in das p, V-Diagramm ein, so sieht man, daß sie steiler als eine Isotherme verläuft (Bild 129). Dies ist deshalb leicht einzusehen, weil z. B. bei Kompression die gebildete Wärme im Gas enthalten bleibt und damit der Druck schneller ansteigen muß als bei isothermer Pressung.

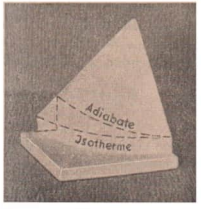


Bild 130. Isotherme und Adiabate in räumlicher Darstellung

Beispiele: 1. Das in früheren Zeiten benutzte pneumatische Feuerzeug bestand aus einem Metallzylinder, in den ein dichtschließender Kolben rasch hineingestoßen wurde. Dadurch kam ein Stückchen Feuerschwamm zum Glimmen. Die Anfangstemperatur sei 20 °C, das Volumen werde auf $^1/_{20}$ zusammengedrückt. Welche Temperatur entsteht? — Nach (59) ist

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1} \quad \text{bzw.} \quad T_2 = 293\ °\text{K} \left(\frac{1}{^1/_{20}}\right)^{1{,}4-1} = 293\ °\text{K} \cdot 20^{0{,}4} = 971\ °\text{K oder } 698\ °\text{C}$$

2. Im Dieselmotor wird die hohe Zündtemperatur im Zylinder durch adiabatische Kompression der angesaugten Luft erreicht. Welche Temperatur entsteht bei einer Anfangstemperatur von 25 °C und einem Anfangsdruck von 1 at, wenn ein Enddruck von 38 at erreicht wird? —

Nach (60) ist $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = 298\ °\text{K} \cdot 38^{0{,}286} = 843{,}4\ °\text{K oder } 570{,}4\ °\text{C}.$

3. Auch beim gewöhnlichen Benzinmotor erfolgt die Kompression des Benzin-Luft-Gemisches adiabatisch. Wegen der dabei auftretenden hohen Endtemperatur tritt mitunter vorzeitige Selbstentzündung ein, die Ursache des schädlichen „Klopfens".

14.21 Die Arbeit bei adiabatischen Vorgängen

Die zur adiabatischen Verdichtung erforderliche Arbeit kann bei Kenntnis von Anfangs- und Endtemperatur ohne weitere Rechnung angegeben werden. Sie ist der mechanische Gegenwert jener Energie, die zur Erwärmung des Gases von T_1 auf T_2 bei konstantem Volumen aufgewandt werden muß [siehe Gleichung (39)].

$$A = m\, c_v (T_2 - T_1)$$

oder mit $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ und (44) $R = c_p - c_v$

(63) **Arbeit der adiabatischen Zustandsänderung:** $\boxed{A = \frac{m\,R}{\varkappa - 1}(T_2 - T_1)}$

14.22 Die polytrope Zustandsänderung

Isotherme und adiabatische Zustandsänderung sind ideale Grenzfälle, die sich in reiner Form technisch nicht verwirklichen lassen. Weder ist es möglich, die Arbeitstemperatur eines Gases genau konstant zu halten, noch kann man den Zu- oder Abfluß von Wärme vollständig verhindern. Nun gehen die Gleichungen der isothermen Zustandsänderung aus denen der adiabatischen hervor, wenn man an Stelle von $\varkappa$ den Wert $n = 1$ setzt. Wählt man für den Exponenten n einen Wert, der (bei Luft) zwischen 1 und 1,4 liegt — etwa 1,2 oder 1,3 —, so werden die Gleichungen (59) bis (62) die wirklichen Verhältnisse einigermaßen richtig wiedergeben. Eine Zustandsänderung, die weder isotherm noch adiabatisch verläuft, nennt man polytrop. Entsprechend zu Formel (62) lautet dann das

(64) **Gesetz der Polytrope:** $\boxed{p\,V^n = \text{konst.}}$

$(1 < n < \varkappa)$

Beispiel: 1 kg Luft von 10 at und 20 °C dehnt sich auf 1 at aus. Welche Endtemperatur wird erreicht, und welche Arbeit wird vom Gas abgegeben bei a) adiabatischer und b) polytroper Ausdehnung ($n = 1{,}2$)? —

a) Nach (60) ist $T_2 = 293\ °\text{K} \left(\frac{1}{10}\right)^{0{,}286} = 152\ °\text{K oder} -121\ °\text{C}.$

Nach (63) ist $A = \frac{29{,}27}{0{,}4}(293 - 152)\ \text{kpm} = 10318\ \text{kpm}.$

b) Hier ergibt sich $T_2 = 293\ °K \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{0,2}{1,2}} = 200\ °K$ oder $-73\ °C$

bzw. $A = \frac{29,27}{0,2}(293-200)\ \text{kpm} = 13611\ \text{kpm}$.

14.28 Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen

Es war im Abschnitt 11.3 die Rede davon, welche Schwierigkeiten einer direkten Bestimmung der spezifischen Wärme eines Gases bei konstantem Volumen entgegenstehen. Es gibt aber Möglichkeiten, das Verhältnis $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ zu messen und daraus c_v zu berechnen.

Nach dem historischen Versuch von Clément und Desormes wird ein großer Behälter mittels einer einfachen Pumpe unter geringen Überdruck gesetzt (Bild 131). Dann wird er kurzseitig geöffnet, so daß der Manometerstand h_1 auf 0 sinkt. Da dieser Vorgang adiabatisch vor sich geht, kühlt sich die Luft dabei ab. Durch allmähliche Wärmeaufnahme von außen her steigt der Innendruck wieder auf h_2 an.

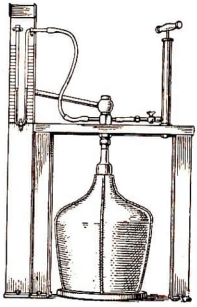


Bild 131
Anordnung zur Bestimmung von $\varkappa$

Es ist demnach die

adiabatische Druckänderung $= h_1$

und die

isothermische Druckänderung $= h_1 - h_2$

Durch Differenzieren von (62) erhält man

$$\frac{dp}{p} = -\varkappa\frac{dV}{V} \quad \text{bzw. von (53)} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V}$$

d. h., die adiabatische Druckänderung ist gleich dem $\varkappa$-fachen der isothermen Druckänderung, so daß

$$\varkappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

15 Kreisprozesse

Die bisher besprochenen Zustandsänderungen der Gase sind von grundlegender Bedeutung für die Wirkungsweise aller Wärmekraftmaschinen. In einem sich periodisch wiederholenden Arbeitszyklus wird dabei der Maschine Wärme (z. B. in Form von Dampf, gasförmigen oder flüssigen Brennstoffen) zugeführt und in mechanische Arbeit umgewandelt. Nach Beendigung eines jeden Arbeitsganges ist der vorhergehende Zustand wiederhergestellt (daher die Bezeichnung „Kreisprozeß").

15.1 Wirkungsweise der Wärmekraftmaschinen

15.11 Die Kolbendampfmaschine

Der im Kessel erzeugte Dampf wird dem Dampfzylinder (Z) zugeleitet (Bild 132), in dem er abwechselnd von beiden Seiten her auf den hin- und hergleitenden Kolben (K) drückt. Die fortwährende Umsteuerung des Dampfstromes wird von einem Schieber (S) oder auch von Ventilen besorgt. Ist die Dampfzufuhr während des ganzen

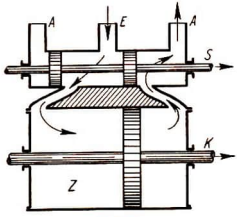


Bild 132
Schiebersteuerung einer Dampfmaschine

Kolbenweges geöffnet, so arbeitet die Maschine mit Volldampf. Am Ende des Kolbenweges gibt der Schieber die Auslaßöffnung (A) frei, durch die der Dampf ins Freie strömt. Inzwischen hat der Schieber den Dampfeinlaß (E) auf der anderen Kolbenseite geöffnet, worauf sich der Kolben wieder zurückbewegt usw.

Da der Betrieb mit Volldampf sehr unwirtschaftlich ist (der Dampf entströmt unter hohem Druck), arbeiten modernere Anlagen mit Expansionsmaschinen. Die Zufuhr des z. B. unter 5 at stehenden Dampfes wird bereits nach $^1/_5$ des Kolbenweges unterbrochen. Der Dampf dehnt sich dann im Zylinder auf den 5fachen Raum aus. Der Ausstoß erfolgt erst dann, wenn der Druck am Ende des Kolbenweges auf 1 at gesunken ist.

Dampfdruck und Volumen werden mit Hilfe eines Arbeitsdiagramms (Bild 133) dargestellt. Die vom Dampf geleistete Arbeit erscheint hier als Inhalt der von der p, V-Kurve umschlossenen Fläche. Bei Volldampfbetrieb wird das Diagramm zu einem einfachen Rechteck.

15.12 Der Viertakt-Ottomotor[1])

1. Takt: Ansaugen. Bei offenem Einlaßventil saugt der nach unten gehende Kolben ein Benzin-Luft-Gemisch an (Bild 135a). Dieses wird im Vergaser hergestellt, wo der an einer Düse vorbeistreichende Luftstrom das Benzin zerstäubt. Im Arbeitsdiagramm entsteht die parallel zur V-Achse verlaufende Linie *1* (Bild 136).

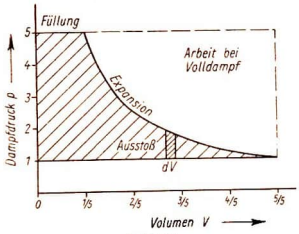


Bild 133
Arbeitsdiagramm einer Expansions-Dampfmaschine

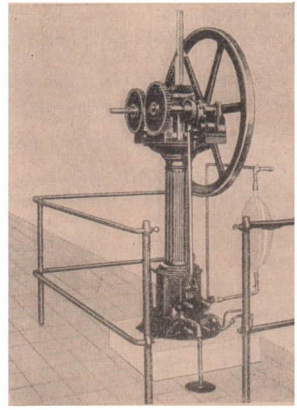


Bild 134
Gasmaschine von Otto und Langen (1867)

[1]) Nikolaus Otto (1832 bis 1901) erfand den Gasmotor und 1876 den ersten im Viertakt laufenden Motor.

2. Takt: Verdichten. Bei geschlossenen Ventilen bewegt sich der Kolben nach oben und drückt den Zylinderinhalt im Verhältnis von etwa 6 : 1 bis 8 : 1 zusammen. Wegen der Schnelligkeit dieses Vorganges ist die im Diagramm ersichtliche Arbeitslinie *2* eine Adiabate.

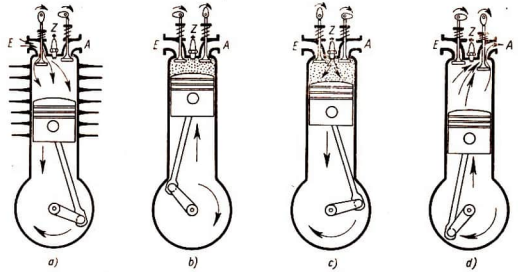


Bild 135. Arbeitsweise des Viertakt-Ottomotors (E Einlaß, A Auslaß, Z Zündkerze)
a) Ansaugen, b) Verdichten, c) Explosion und Entspannung (Arbeitstakt), d) Auspuff

3. Takt: Explosion und Entspannung. Kurz vor der höchsten Kolbenstellung wird das Brennstoffgemisch durch einen an der Zündkerze überspringenden elektrischen Funken gezündet. Es verpufft sehr schnell, so daß Druck und Temperatur augenblicklich ansteigen. Es entsteht die Arbeitslinie *3a* (eine Isochore). Anschließend schiebt der Druck den Kolben nach unten, wodurch sich die Adiabate *3b* ergibt.

4. Takt: Auspuff. Das Auslaßventil öffnet sich, der Druck fällt sofort ab und ergibt die Isochore *4a*. Der wieder nach oben gehende Kolben schiebt die Verbrennungsgase hinaus (Linie *4b*).

In diesen 4 Takten, die 2 vollen Kurbelumdrehungen entsprechen, ist also nur ein Arbeitstakt enthalten. Um dennoch einen gleichmäßigen Lauf des Motors zu gewährleisten, arbeiten entweder mehrere Zylinder auf einer gemeinsamen Kurbelwelle, oder eine schwere Schwungscheibe sorgt für den Ausgleich. Der Wirkungsgrad ist durch die obere Grenze des Verdichtungsdruckes begrenzt. Dieser kann bei Benzinmotoren bis höchstens 8 ··· 10 at getrieben werden, da dann vorzeitige Selbstzündung eintritt.

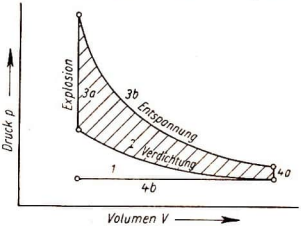


Bild 136. Arbeitsdiagramm des Viertakt-Ottomotors (idealisiert)

15.13 Der Zweitakt-Ottomotor

Der Zweitaktmotor hat gegenüber dem Viertakter den Vorteil, ohne bewegliche Ventile zu arbeiten. Das Brennstoffgemisch strömt durch Kanäle, die der Kolben bei seiner Bewegung selbsttätig öffnet und schließt. Die Verdichtung erfolgt zum

Teil in dem unterhalb des Zylinders befindlichen Kurbelgehäuse, das mit dem Zylinder durch den Überströmkanal verbunden ist.
Beim Zweitakter entfällt auf jede Kurbelumdrehung ein Arbeitstakt, wodurch der Motor mit wesentlich höherer Drehzahl als der Viertakter läuft.

1. Takt, a) Zylinder: Verdichten (Bild 137a). Das bereits im Zylinder befindliche Brennstoff-Luft-Gemisch wird verdichtet.

b) Kurbelgehäuse: Ansaugen. Der nach oben gehende Kolben erzeugt im Kurbelgehäuse Unterdruck, wodurch Brennstoffgemisch aus dem Vergaser angesaugt wird.

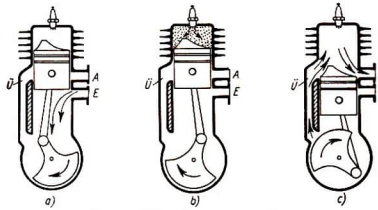
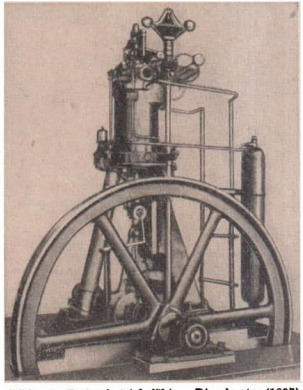


Bild 137. Arbeitsweise des Zweitakt-Ottomotors (Ü Überströmkanal, E Einlaß, A Auspuff)
a) 1. Takt, b) 2. Takt, obere Hälfte, c) 2. Takt, untere Hälfte

2. Takt, a) Zylinder: Explosion. Entspannung, Auspuff. Kurz vor dem oberen Totpunkt erfolgt die Zündung (Bild 137b). Die Explosion treibt den Kolben nach unten. Noch ehe dieser ganz nach unten gelangt, gibt er Auspuff- und Überströmkanal gleichzeitig frei (Bild 137c). Das aus dem Kurbelgehäuse strömende Frischgas wird von der Kolbennase nach oben abgelenkt und spült die Verbrennungsgase hinaus.


Bild 138. Erster betriebsfähiger Dieselmotor (1897)

b) Kurbelgehäuse: Vorverdichtung. Der abwärts gehende Kolben verdichtet das beim 1. Takt angesaugte Brennstoffgemisch.
Die meisten Zweitaktmotoren haben anstelle des Nasenkolbens heute Flachkolben. Dafür sind mehrere Überströmkanäle so angeordnet, daß sich die Gasströme gegenseitig aufrichten, oben umkehren und die Verbrennungsgase von oben aus dem Zylinder drücken (Umkehrspülung).

15.14 Der Dieselmotor[1])

Der Dieselmotor saugt kein Brennstoff-Luft-Gemisch, sondern reine Luft an, die im Zylinder entsprechend einem Verdichtungsverhältnis von 16:1 ··· 20:1 auf 30 ··· 40 at komprimiert wird. Dadurch entstehen sehr hohe Temperaturen. Erst dann wird der flüssige Brennstoff (billige Öle) unmittelbar in

[1]) Rudolf Diesel (1858 bis 1913) erfand die nach ihm benannte Kraftmaschine.

den Zylinder gespritzt und gelangt zur Verbrennung. Der Dieselmotor muß zwar wegen des starken Arbeitsdruckes schwerer als der Ottomotor gebaut sein, zeichnet sich aber durch große Wirtschaftlichkeit aus. Er besitzt also weder Vergaser noch Zündkerze, dafür aber eine Einspritzpumpe. Er kann nach dem Viertakt- oder Zweitaktprinzip gebaut sein.

1. Takt: Ansaugen. Bei offenem Einlaßventil wird Luft angesaugt. Im Arbeitsdiagramm (Bild 139) entsteht die Linie *1*.

2. Takt: Verdichten. Die Verdichtung des nach oben gehenden Kolbens ergibt die Adiabate *2*.

3. Takt: Verbrennung und Entspannung. Kurz vor dem oberen Totpunkt wird der Brennstoff eingespritzt, der sich bei der hohen Temperatur von selbst entzündet. Während der verhältnismäßig langsam erfolgenden Verbrennung geht der Kolben bei gleichbleibendem Druck nach unten, wodurch die Isobare *3a* entsteht. Nach erfolgter Verbrennung erfolgt weitere adiabatische Ausdehnung *3b*.

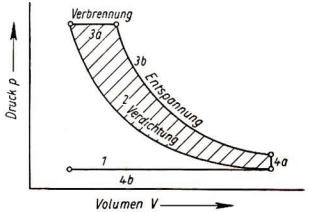


Bild 139. Arbeitsdiagramm des Viertakt-Dieselmotors (idealisiert)

4. Takt: Auspuff. Der gleiche Verlauf ergibt wie beim Ottomotor die Arbeitslinien *4a* und *b*.

15.2 Die Kompressionskältemaschine

Mittels einer Pumpe wird Ammoniakdampf bei (A) angesaugt und im Kondensator (B) verdichtet (Bild 140). Die entstehende Kompressions- und Kondensationswärme Q_1 wird durch Wasserkühlung (K) bei der Temperatur T_1 abgeführt. Das zum Teil verflüssigte Ammoniak strömt in den Verdampfer (C). Dies ist eine Rohrschlange (R), die in einem großen Behälter mit Salzwasser steht. Beim nächsten Pumpenhub wird das Ammoniak hier entspannt, wobei sich

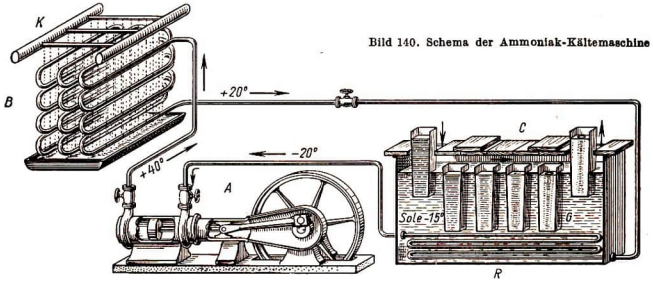


Bild 140. Schema der Ammoniak-Kältemaschine

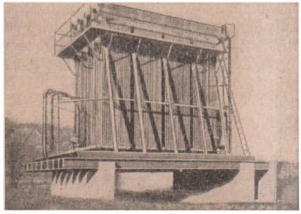


Bild 141. Berieselungsverdichter (Kondensator) einer großen Kältemaschine

seine Temperatur auf T_2 senkt und der Salzlösung die Wärme Q_2 entzogen wird. Die Sole kühlt sich dabei immer weiter ab. Man kann damit in Blechgefäße gefülltes Leitungswasser (G) gefrieren oder die Lauge selbst in Rohrleitungen zirkulieren lassen, um Kühlräume auf tiefer Temperatur zu halten (Bild 142).

15.3 Die Wärmepumpe

Sie ist im Prinzip eine in umgekehrter Absicht aufgestellte Kältemaschine (Bild 143). Die Verdampfung und Entspannung des Ammoniaks geht an einem Ort vor sich, wo die entstehende Kälte nicht weiter stört (bei der Anlage des Züricher Rathauses im Flußbett der Limmat). Eine Pumpe komprimiert das Gas in einem Wärmespeicher, wo es seine Wärme Q_1 an Wasser abgibt, das, in Heizkörpern zirkulierend, zur



Bild 142. Befestigung eines Erdrutsches durch Einfrieren. Die oben herausragenden Rohre stehen mit einer Kälteanlage in Verbindung

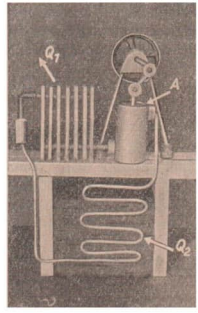


Bild 143. Schema einer Wärmepumpe

Heizung von Räumlichkeiten dient. Die den Heizkörpern entströmende Wärme ist also zweierlei Ursprungs: einerseits Kondensationswärme des Ammoniaks, die als Verdampfungswärme Q_2 dem Verdampfer entnommen wird, anderseits die von der Pumpe durch den Aufwand mechanischer Arbeit A erzeugte Verdichtungswärme. Wärmepumpen arbeiten bei gegebenen Voraussetzungen außerordentlich wirtschaftlich. Eine in Norwich installierte Anlage erzielt an Wärme das 3,5fache des zum Betrieb der Pumpe erforderlichen Energieaufwandes.

15.4 Der Carnotsche Kreisprozeß

Die bisher besprochenen Zustandsänderungen sind von grundlegender Bedeutung für die Wirkungsweise sämtlicher Wärmekraftmaschinen, die alle die gleiche Aufgabe

haben: Eine bestimmte, der Maschine zugeführte Wärmemenge Q_1 soll möglichst vollständig in mechanische Arbeit A umgewandelt werden. Tritt dabei ein Wärmeverlust Q_2 auf, so ist der

(65) **thermische Wirkungsgrad:** (η sprich eta)
$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Die Aufgabe der Technik besteht nun darin, diesen Wirkungsgrad möglichst günstig zu gestalten, also die Wärmeverluste Q_2 weitgehend zu vermindern.

Bis zu welcher unteren Grenze dies überhaupt möglich ist, zeigt der von dem Franzosen Sadi **Carnot**[1]) erdachte Kreisprozeß. Hierunter kann man sich einen ohne mechanische Energieverluste arbeitenden Heißluftmotor vorstellen. Ein Arbeitszyklus verläuft in 4 Takten, die wir im p, V-Diagramm verfolgen wollen (Bild 144):

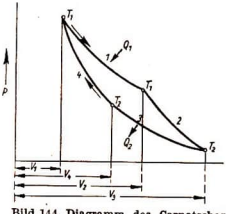


Bild 144. Diagramm des Carnotschen Kreisprozesses

1. Takt: Bei der tiefsten Kolbenstellung wird der eingeschlossenen Luft ein bestimmtes Quantum Wärme Q_1 bei gleichbleibender Temperatur T_1 zugeführt. Die Luft dehnt sich aus und leistet Arbeit. Die verbrauchte Wärme ist nach (54) $Q_1 = m\,R\,T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$. Dies gibt die Isotherme *1*.

2. Takt: Der Zylinder wird wärmedicht umhüllt. Das Gas dehnt sich weiter aus und kühlt sich auf T_2 ab. Es entsteht die Adiabate *2*.

3. Takt: Die im Schwungrad gespeicherte Energie treibt den Kolben zurück. Die Umhüllung des Zylinders lassen wir dabei fallen, so daß die frei werdende Verdichtungswärme bei konstanter Temperatur T_2 abfließen kann: Isotherme *3*. Die abfließende Wärme ist $Q_2 = m\,R\,T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$.

4. Takt: Schließlich wird nach abermaliger Umhüllung des Zylinders der Gasinhalt auf das Anfangsvolumen V_1 verdichtet, wobei die Temperatur wieder auf den anfänglichen Wert T_1 ansteigt: Adiabate *4*.

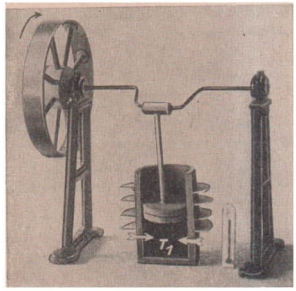
Nach Beendigung dieses Zyklus ist der Ausgangszustand wiederhergestellt, daher der Ausdruck **Kreisprozeß.** Alle Wärmekraftmaschinen müssen Kreisprozesse ausführen. Würde z. B. bei einem Benzinmotor von $n = 3000$ 1/min die Temperatur am Ende eines Zyklus nur um 1 grd höher gegen vorher sein, so wäre sie bereits nach 1 min um 1500 grd gestiegen!

Das Ergebnis ist folgendes. Takt 2 liefert genausoviel Arbeit, wie Takt 4 verzehrt; denn diese hängt bei adiabatischen Vorgängen nach (63) lediglich von den Temperaturen T_1 und T_2 ab, die hier übereinstimmen. Ferner gilt für diese beiden Takte nach (59):
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\varkappa-1}, \quad \text{woraus sich ergibt:} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

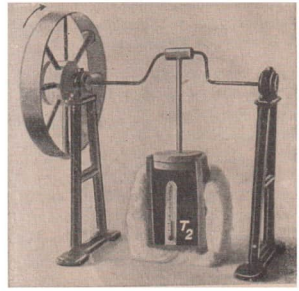
Dividiert man den Ausdruck für Q_1 durch den für Q_2, so ergibt sich wegen der eben festgestellten Gleichheit der Volumverhältnisse die Beziehung

(66)
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

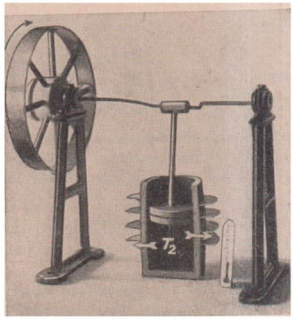
[1]) 1796 bis 1832.



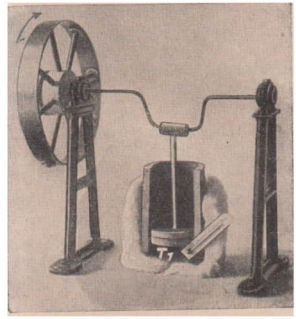
a)



b)



c)



d)

Bild 145. Verlauf des Carnotschen Kreisprozesses
a) 1. Takt, b) 2. Takt, c) 3. Takt, d) 4. Takt

womit auf Grund von (65) der

(67) **thermische Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses:**

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Dieser ist demnach nur von den beiden Temperaturen abhängig, bei denen der Wärmeaustausch stattfindet. Von allen denkbaren Kreisprozessen, die zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 arbeiten, hat der Carnot-Prozeß den günstigsten Wirkungsgrad, da alle Wärme bei der höchsten Temperatur T_1 zu- bzw. bei der nied-

rigsten Temperatur T_2 abgeführt wird. Damit hat der Bruch $\frac{T_1 - T_2}{T_2}$ den größtmöglichen Wert. Bei allen technischen Motoren beginnt die Wärmeentwicklung im Zylinder unterhalb von T_1. Ebenso setzt die Ableitung der Wärme bereits vor dem Erreichen der tiefsten Temperatur T_2 ein.

Aus (67) ist ferner zu ersehen: Ein Wirkungsgrad von 100%, d. h. 1, kann selbst bei diesem idealen Fall niemals erreicht werden, da der Zähler des Bruches stets kleiner als der Nenner ist. Man kann nur versuchen, durch Vergrößerung des Temperaturbereiches $T_1 \cdots T_2$ innerhalb technisch tragbarer Grenzen den Wirkungsgrad zu verbessern.

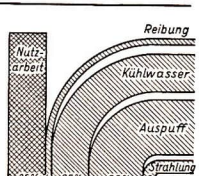


Bild 146
Wärmebilanz eines Benzinmotors

Wärme kann auf dem Wege von Kreisprozessen nur zu einem Bruchteil in mechanische Arbeit umgewandelt werden.

Beispiele: 1. Berechne den theoretisch höchstmöglichen Wirkungsgrad einer Dampfmaschine, die Dampf von 10 at aufnimmt und diesen bei 20 °C in den Kondensator ausstößt! — Nach der Dampftabelle ergibt sich

$$\eta = \frac{(179 + 273) - 293}{452} = 0{,}35 \text{ oder } 35\%$$

Noch tiefere Temperaturen im Kondensator sind kaum zu erzielen. Bei Kolbendampfmaschinen werden höchstens 10···15% erreicht.

2. Ein 6-PS-Motorrad verbraucht je Stunde 1,5 kg Benzin. Wirkungsgrad? — Nach S. 53 enthält die angegebene Benzinmenge 15000 kcal, was je Sekunde 4,16 kcal = 1780 kpm/s = $= \frac{1780}{75}$ PS = 23,7 PS ergibt. Der Wirkungsgrad ist demnach $\frac{6}{23{,}7} = 25\%$.

3. Wieviel Wärme kann im idealen Fall mittels einer Wärmepumpe gewonnen werden, wenn zu ihrem Antrieb eine mit 100 kcal gleichwertige mechanische Arbeit aufgewandt wird ($t_1 = 50$ °C, $t_2 = 0$ °C)? — Der Wirkungsgrad ist nach (67) $\frac{323 - 273}{323} = 0{,}155$, so daß auch nach (65) $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}155$ sein muß. Da $Q_1 - Q_2$ in diesem Fall gleich 100 kcal ist, erhält man aus $\frac{100}{Q_1} = 0{,}155$ eine Ausbeute von $Q_1 = 645$ kcal, die bei der höheren Temperatur $t_1 = 50$ °C zur Verfügung steht.

15.5 Rückwärts laufende Kreisprozesse

Wenn man von jeglichen technischen Einzelheiten absieht, ergibt sich als Grundprinzip aller Wärmekraftmaschinen:

a) Die Maschine nimmt die Wärmemenge Q_1 bei der höheren Temperatur T_1 auf.
b) Sie gibt die kleinere Wärmemenge Q_2 bei der tieferen Temperatur T_2 ab.
c) Die Differenz $Q_1 - Q_2$ wird in Arbeit umgewandelt.

In umgekehrter Weise funktionieren die Kältemaschinen:

a) Die Maschine nimmt bei der tiefen Temperatur T_2 die Wärme Q_2 auf.
b) Sie gibt bei der höheren Temperatur T_1 eine größere Wärmemenge Q_1 ab.
c) Die Differenz $Q_1 - Q_2$ ist in Form von mechanischer **Arbeit** zum Antrieb der Maschine **zuzuführen.**

Wir können diesen Vorgang ohne weiteres im Diagramm des Carnot-Prozesses verfolgen, das in diesem Fall das gleiche Aussehen besitzt. Nur wird es jetzt im Linkssinne, d. h. gegenüber vorhin rückwärts, durchlaufen.

Genau die gleiche Wärmemenge Q_1, die man beim Vorwärtslauf bei der Temperatur T_1 zuführt, wird beim Rückwärtslauf bei derselben Temperatur T_1 zurückerhalten. Umgekehrt ist es dasselbe beim Vorwärtsgang frei werdende Wärmequantum Q_2, das man beim Rückwärtslauf aufwenden muß, um Q_1 zu erhalten. Nach je einem Vor- und Rückwärtslauf ist jedenfalls der Anfangszustand wiederhergestellt:

Der Carnot-Prozeß ist vollständig umkehrbar (reversibel).

Das ist nur deshalb möglich, weil der Carnot-Prozeß völlig verlustlos arbeitet. Im Gegensatz hierzu gilt:

Alle wirklichen Vorgänge sind nicht vollständig umkehrbar (irreversibel).

Wenn man z. B. einem Zylinder bei der Temperatur T_1 die Wärme Q_1 zuführt und dabei die Ausdehnungsarbeit A gewinnt, wird man bei gleichem Arbeitsaufwand niemals dieselbe Wärme Q_1 bei derselben Temperatur T_1 zurückerhalten, da bereits die Wärmezufuhr mit Verlusten verbunden ist.

16 Die Entropie

16.1 Die Entropie beim Carnotschen Kreisprozeß

Bei der Betrachtung des Carnot-Prozesses hatten wir erkannt, daß dieser den günstigsten überhaupt möglichen Wirkungsgrad besitzt. Unter anderem stießen wir auf die Beziehung (66) $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Durch Umformung ergibt sich hieraus

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \quad \text{oder} \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \tag{68}$$

Das in dieser Gleichung auftretende Verhältnis nennt man die

$$\textbf{reduzierte Wärmemenge} = \frac{\textbf{ausgetauschte Wärmemenge } Q}{\textbf{Austauschtemperatur } T}$$

Bei jedem Arbeitszyklus des Carnot-Prozesses finden 2 solcher Wärmeumsätze statt. Einmal wird die Wärme Q_1 bei der hohen Temperatur T_1 aufgenommen und dann die Wärme Q_2 bei der niederen Temperatur T_2 abgegeben. Die Gleichung (68) drückt demnach aus, daß die beim Carnot-Prozeß umgesetzten reduzierten Wärmemengen gleich groß sind.

Der beim Carnot-Prozeß (und anderen reversibel gedachten Vorgängen) auftretende Quotient $\frac{Q_{rev}}{T}$ wurde von Clausius (1854) als **Entropie** bezeichnet. Er führte den Beweis, daß die Entropie ähnlich der Energie eine charakteristische Zustandsgröße ist, von der man jeweils sagen kann, ob sie während eines Vorganges zu- oder abnimmt oder auch unverändert bleibt. Dem oberen und unteren Arbeitspunkt des Carnot-Prozesses entsprechen die beiden Entropieänderungen $\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1}$ und $\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2}$. In diesem Fall ist also die gesamte Entropieänderung $\Delta S = \Delta S_2 - \Delta S_1 = 0$.

Die Entropie bleibt bei jedem umkehrbaren (reversiblen) Kreisprozeß unverändert.

$$\textbf{Entropieänderung} = \frac{\textbf{reversibel ausgetauschte Wärmemenge } Q_{rev}}{\textbf{Austauschtemperatur } T}$$

16.2 Entropiezuwachs bei Erwärmung

Geht man von einer bestimmten Anfangstemperatur aus (meist 0 °C), so kann man den Wärmeinhalt eines Körpers bestimmen. Ebenso läßt sich auch (bezüglich dieser Anfangstemperatur) seine Entropie berechnen; denn die im Körper enthaltene Wärme muß diesem irgendwie zugeführt worden sein. Verfolgt man aber den Erwärmungsvorgang genauer, so sieht man, daß gleichlaufend mit der Wärmezufuhr auch die Temperatur ansteigt (Bild 147). Die gesamte Wärmemenge geht also nicht bei einer festliegenden Temperatur in den Körper, wie es beim Carnot-Prozeß der Fall ist. Man muß sich vielmehr vorstellen, daß die Wärme in kleinen Teilbeträgen dQ und jeder Teilbetrag bei einer anderen Temperatur T in den Körper fließt. Da jeder dieser Einzelschritte beliebig klein gedacht werden kann, dürfen sie als reversibel betrachtet werden. Ein einzelner liefert mithin das **Entropie-Element** $\frac{dQ_{rev}}{T}$, und erst durch Summierung all dieser Elemente erhält man den

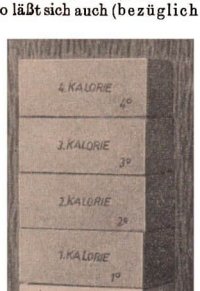


Bild 147. Kalorien, die man einem Gramm Wasser zuführt, sind auf zunehmende Temperatur zu heben

(69) **Entropiezuwachs:**

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ_{rev}}{T}$$

Die technischen Dampftabellen geben in einer besonderen Spalte die Entropie des Wassers bzw. Wasserdampfes, stets bezogen auf 0 °C, an.

16.3 Entropiezunahme beim Mischvorgang

Im Abschnitt 16.1 war gesagt worden, daß die Entropie bei umkehrbaren Vorgängen konstant bleibt. Vollkommen umkehrbare Vorgänge jedoch gibt es in der Natur nicht. Es läßt sich dann der Beweis erbringen, daß bei allen irreversiblen Vorgängen die Entropie am Ende immer größer als am Anfang ist, d. h. also stets zunimmt. Der typische Fall eines irreversiblen Vorganges ist das Vermischen von kaltem mit warmem Wasser; denn es gibt kein Mittel, diese beiden Wassermengen von verschiedener Temperatur wieder voneinander zu trennen.

Je 1 kg Wasser von 10 °C und 20 °C werden miteinander vermischt. Dann sollte die Entropie nach dem Zusammengießen beider Wassermengen größer sein als vorher.

Anstatt die letztgenannte Formel (69) zu benutzen (was wir ohne weiteres tun könnten), sei die Entropie näherungsweise berechnet. Um 1 l Wasser von 0 °C auf 10 °C zu bringen, muß je 1 kcal bei 0, 1, 2 usw. bis 9 °C zugeführt werden. Dann setzt sich die Entropie aus den Teilbeträgen

$$\frac{1\ \text{kcal}}{273\ °\text{K}} + \frac{1\ \text{kcal}}{274\ °\text{K}} + \frac{1\ \text{kcal}}{275\ °\text{K}} + \cdots + \frac{1\ \text{kcal}}{282\ °\text{K}}$$

zusammen, was die Summe von 0,0360 kcal/grd ergibt. Das Wasser von 20° besitzt die Entropie

$$\frac{1\ \text{kcal}}{273\ °\text{K}} + \frac{1\ \text{kcal}}{274\ °\text{K}} + \frac{1\ \text{kcal}}{275\ °\text{K}} + \cdots + \frac{1\ \text{kcal}}{292\ °\text{K}} = 0{,}0708\ \text{kcal/grd}$$

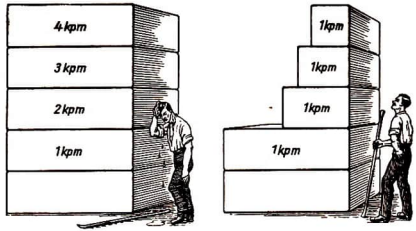
Nach dem Mischen hat man 2 kg Wasser von 15 °C. Seine Entropie berechnet sich mit

$$\frac{2\text{ kcal}}{273\text{ °K}}+\frac{2\text{ kcal}}{274\text{ °K}}+\frac{2\text{ kcal}}{275\text{ °K}}+\cdots+\frac{2\text{ kcal}}{287\text{ °K}}=0{,}1072\text{ kcal/grd}$$

Die Gegenüberstellung ergibt demnach:

Entropie *vor* dem Mischen	**Entropie *nach* dem Mischen**
$0{,}0360+0{,}0708=0{,}1068$ kcal/grd	0,1072 kcal/grd

Entropiezuwachs: 0,0004 kcal/grd[1]).



a b

Bild 148. a) Zunehmender Arbeitsaufwand je Stein, b) Gleicher Arbeitsaufwand je Stein

Die Entropiezunahme beim einfachen Mischvorgang kann man durch ein grobes Modell veranschaulichen. Es werde eine Säule aus Ziegelsteinen aufgeschichtet. Das Emporheben eines Steines würde mit zunehmender Höhe h immer mehr Arbeit beanspruchen (Bild 148). Um nun den Energiebedarf für alle Steine auf den gleichen Wert A zu begrenzen, muß man mit zunehmender Bauhöhe Steine von immer kleiner werdendem Gewicht $G=\frac{A}{h}$ verwenden.

Der Bauhöhe entspricht die zunehmende Temperatur T eines zu erwärmenden Körpers und dem Energiebedarf je Stein je eine Wärmeeinheit Q. Diese ist je 1 grd Temperaturerhöhung immer von gleicher Größe (d. h. gleich 1 kcal). Dem Gewicht eines Steines von $G=\frac{A}{h}$ entspricht je eine Entropieeinheit $S=\frac{Q}{T}$. Daher rührt auch die Bezeichnung **Wärmegewicht.**

Bild 149 stelle zwei solchermaßen zustande gekommene Entropiegehalte gleicher Wassermengen verschiedener Temperatur dar. Man sieht, wie die Entropie nach dem Mischen größer wird, weil das letzte kleine Entropieelement des wärmeren Wassers durch ein größeres Wärmegewicht ersetzt werden muß, um einheitliche Mischtemperatur herzustellen.

16.4 Der II. Hauptsatz der Wärmetheorie

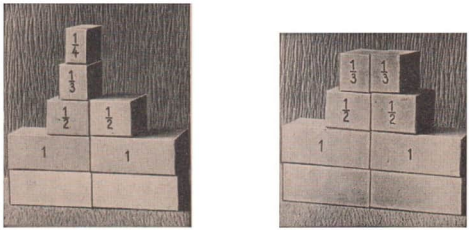
Man nennt das Gesetz von der Zunahme der Entropie meist den

(70) **II. Hauptsatz der Wärmetheorie: (Entropiesatz)** **Alle Naturvorgänge verlaufen so, daß die gesamte Entropie aller daran beteiligten Körper immer mehr zunimmt.**

[1]) Die entsprechenden Werte der technischen Dampftabelle sind: (für 10 °C) 0,0361 kcal/grd bzw. (für 20 °C) 0,0708 kcal/kg grd und für (15 °C) 0,0536 kcal/kg grd bzw. für 2 kg Wasser von 15 °C: 0,1072 kcal/grd.

Unter dem **I. Hauptsatz (Energiesatz)** versteht man das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Beide Sätze beherrschen das gesamte Naturgeschehen.

Es wäre durchaus kein Verstoß gegen den I. Hauptsatz, wenn es irgendwie gelänge, eine Menge lauen Wassers ohne Arbeitsaufwand in eine warme und kalte Hälfte zu trennen. Eine derartige Maschine würde ein **Perpetuum mobile II. Art** darstellen. Sie verstößt aber gegen den II. Hauptsatz, weil hierbei die Entropie abnehmen würde. Gegen alle Erfahrung müßte in einem solchen Fall Wärme von niederer zu höherer



a b

Bild 149. a) Die Entropien zweier gleicher Flüssigkeitsmengen verschiedener Temperatur, b) Die Entropie der Mischung

Temperatur fließen. Gewiß kann man einem kalten Körper Wärme entziehen (siehe Wärmepumpe), aber nur unter Aufwand mechanischer Arbeit! Deshalb pflegt man den II. Hauptsatz auch so auszudrücken:

Wärme kann nur unter Arbeitsaufwand von niederer zu höherer Temperatur geleitet werden.

Ganz allgemein legt der II. Hauptsatz einen gewissen Richtungssinn des Naturgeschehens fest. Man hat hieraus aber vielfach den Schluß ziehen wollen, daß infolge der ständigen Entropiezunahme auch die Welt als Ganzes einem „Wärmetod" entgegengehe, also einem Endzustand, bei dem sich alle Temperaturunterschiede ausgeglichen haben und alle Möglichkeiten, Temperaturunterschiede auf andere Weise zu erzeugen, erschöpft sind. Hierbei wird jedoch vorausgesetzt, daß die Welt ein zeitlich und räumlich abgeschlossenes System darstelle. Dies ist aber weder beweisbar noch steht es im Einklang mit der Erkenntnis des dialektischen Materialismus von der Unendlichkeit des gesamten Weltgeschehens. Zudem werden dabei bereits gesicherte und noch zu erwartende Ergebnisse der Kernphysik völlig außer acht gelassen.

17 Die realen Gase

Insbesondere bei tiefen Temperaturen weicht das Verhalten der **wirklichen (realen) Gase** vom Boyle-Mariotteschen Gesetz ab. Bei Steigerung des Druckes vermindert sich ihr Volumen stärker, als dem Gesetz pv = konst. entspricht. Es macht sich bereits die gegenseitige Anziehung **(Kohäsion)** der Moleküle geltend.

Beispielsweise nimmt Wasser von 100 °C nur den 1700. Teil des Volumens seines Dampfes ein. Dann müßte zur Kondensation nach Boyle-Mariotte ein Druck von 1700 at nötig sein.

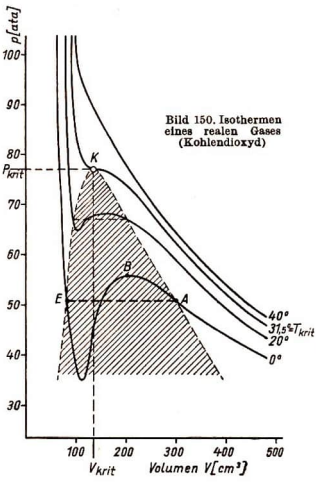


Bild 150. Isothermen eines realen Gases (Kohlendioxyd)

In Wirklichkeit genügt aber, entsprechend dem Dampfdruck, bereits 1 ata.

Man nimmt daher einen **Binnendruck** an, der den äußeren Druck unterstützt. Außerdem wird der zur Verfügung stehende Raum v um den eigenen Raumbedarf b der Moleküle vermindert.

Ein einzelnes Molekül wird von den zwischenmolekularen Kräften um so stärker nach innen gezogen, je mehr Moleküle sich in seiner Nachbarschaft befinden, d. h., je größer die Dichte des Gases ist. Da diese der Kehrwert des spezifischen Volumens, ist der Binnendruck proportional zu $\frac{1}{v}$. Dieser hängt aber nicht nur von dem einen Molekül ab, sondern auch von allen übrigen, deren Zahl wiederum von der Dichte des Gases bestimmt wird, so daß der Binnendruck von der Form $\frac{a}{v^2}$ sein muß. Damit entsteht aus (34a) die

van der Waalssche Zustandsgleichung der realen Gase:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \tag{71}$$

Die Isothermen sind keine Hyperbeln mehr, sondern — wie aus der Gleichung hervorgeht — Parabeln 3. Grades. Verfolgt man die Verdichtung längs der 0°-Isotherme von rechts her, so nimmt das Volumen immer mehr ab (Bild 150). Von B ab müßte dem Kurvenverlauf zufolge trotz abnehmenden Volumens der Druck wieder sinken; eine etwas merkwürdige Forderung! Tatsächlich wird aber diese nur theoretisch existierende S-Kurve gar nicht durchlaufen, sondern bei A setzt die **Verflüssigung** des Gases ein. Von diesem Augenblick an bestehen längs der Geraden AE Flüssigkeit und gesättigter Dampf nebeneinander. Der Druck bleibt so lange konstant, wie noch Dampf anwesend ist. Bei E ist dann nur noch Flüssigkeit vorhanden, und der Druck steigt entsprechend der geringfügigen Kompressibilität der Flüssigkeit stark an (Bild 151).

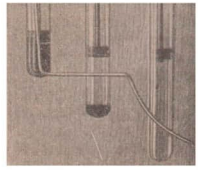


Bild 151. Verhalten eines Gases längs einer realen Isotherme

Für Wasserdampf gilt eine den tatsächlichen Verhältnissen noch besser entsprechende Formel, die 1937 vom VDI herausgegeben wurde.

17.1 Der kritische Zustand

Ebenso durchlaufen auch die übrigen, ähnlich gekrümmten Isothermen ein solch horizontales Stück, das mit zunehmender Temperatur immer kürzer wird. Handelt es sich beispielsweise um Kohlendioxyd, so ist die horizontale, den Verflüssigungsvorgang darstellende Gerade bei 31,5 °C zu einem Punkt zusammengeschrumpft. Aus dem ganzen Diagramm hebt sich das schraffierte Gebiet heraus, welches kein Gas, sondern gesättigten Dampf darstellt. Mit steigender Temperatur werden die Isothermen der Hyperbelform immer ähnlicher, das Gas nähert sich dem idealen Zustand.

Den Gipfelpunkt des schraffierten Gebietes nennt man den **kritischen Zustand** des Gases:

Oberhalb der kritischen Temperatur ist die Verflüssigung eines Gases unmöglich.

Die kritischen Daten einiger Gase sind auf der Tabelle S. 42 mit vermerkt.

Beispiele: 1. Ein zugeschmolzenes Glasröhrchen enthält zur Hälfte flüssiges SO_2. Bei Erwärmung siedet die Flüssigkeit unter Bildung von Dampfbläschen. Nach Erreichen des kritischen Punktes verschwindet plötzlich die Grenze zwischen Flüssigkeit und Dampf, beide Zustände sind identisch geworden. Beim Abkühlen treten Nebel und dann „Regen"tröpfchen auf. 2. Kann eine Stahlflasche mit CO_2 bzw. Sauerstoff bei 20 °C flüssiges Gas enthalten? — Da 20 °C unter der kritischen Temperatur des Kohlendioxyds liegt, tritt nach Bild 150 Verflüssigung bei 68 at ein. Sauerstoff kann nur unterhalb von −119 °C als Flüssigkeit existieren.

17.2 Die Verflüssigung der Gase

Zur Gasverflüssigung dient heute allgemein das von Hampson erfundene und von Linde 1895 verbesserte Verfahren. Es beruht auf dem

Joule-Thomson-Effekt:
Bei der gedrosselten Entspannung eines Gases tritt eine geringe Temperaturänderung ein.

Der S. 83 beschriebene Versuch von Gay-Lussac war in der Tat ursprünglich nur ungenau angestellt worden. Der dort abgeleitete Satz trifft zwar für das ideale Gas zu, nicht aber für die wirklichen Gase. Wenn man z. B. Luft unter Druck ausströmen läßt (drosselt), tritt je at Druckabnahme eine Abkühlung von 0,266 grd ein.

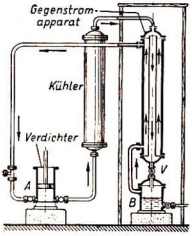


Bild 152
Schema der Luftverflüssigung

Die bei (A) angesaugte Luft wird komprimiert (Bild 152) und strömt durch das Drosselventil (V) in den Raum (B), wobei sie sich abkühlt. Diese Luft wird rückwärts geleitet und umspült im Gegenstrom die neu ankommende, wodurch diese vorgekühlt wird. Die Temperatur sinkt nach mehrmaligem Kreislauf so lange, bis sich nach Unterschreiten der kritischen Temperatur in (B) flüssige Luft bildet.

Die flüssige Luft bewahrt man in Dewar-Gefäßen (S. 70) auf, wo sie unter steter Verdampfung eine Temperatur von −190 °C beibehält.

Da flüssiger Sauerstoff bei einer um 13 grd höheren Temperatur als der Stickstoff siedet, ist es mit besonderen Destillationsapparaten möglich, beide Gase zu trennen und so reinen Sauerstoff und Stickstoff herzustellen.

Durch Verdampfung des bei 4,2 °K siedenden flüssigen Heliums im Vakuum kann dessen Temperatur bis auf 0,84 °K weiter gesenkt werden. Damit ist die tiefstmögliche, nach diesem Verfahren erzielbare Temperatur erreicht.

Eine noch weitergehende Temperatursenkung gelingt durch Entmagnetisierung von paramagnetischen Salzen (bestimmte Alaune) im Kältebad. De Clerk erreichte damit 1950 eine Temperatur von 0,0012 °K, d. h. fast den absoluten Nullpunkt (Bild 155).

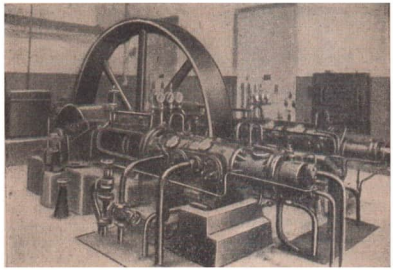


Bild 153. Kompressor eines Sauerstoffwerkes

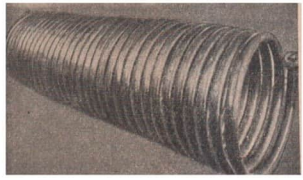


Bild 154. Gegenströmer des ersten Luftverflüssigungsapparates

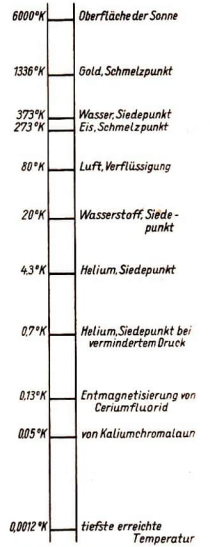


Bild 155. Skala der absoluten Temperaturen (logarithmischer Maßstab)

18 Kinetische Gastheorie

Die Einsicht in zahlreiche physikalische Erscheinungen wird wesentlich vertieft, wenn man sie vom Standpunkt der einzelnen Moleküle aus und in ihrem wechselseitigen Zusammenwirken betrachtet.

18.1 Die Loschmidtsche Zahl

Die kleinsten Teilchen eines Gases können sowohl Atome als auch Moleküle sein. Im folgenden bezeichnen wir beide Arten schlechthin als Moleküle. In den meisten

Fällen genügt es, sie sich als kleine elastische Kügelchen vorzustellen, die in den Gasen durch weite Zwischenräume voneinander getrennt sind.

Wieviel Moleküle die Raumeinheit eines Gases enthält, ist erstmalig von dem Österreicher Loschmidt (1865) errechnet worden:

(72) **Loschmidtsche Zahl N_L: 1 cm³ eines beliebigen Gases enthält bei 0 °C und 760 Torr $27 \cdot 10^{18}$ (Trillionen) Moleküle,**
oder **L: 1 g-Mol aller Stoffe enthält $6{,}023 \cdot 10^{23}$ Moleküle**

Um sich die ungeheure Größe der Loschmidtschen Zahl vorzustellen, denke man sich die Moleküle eines Liters Wasser irgendwie markiert und gleichmäßig auf alle Meere der Erde verteilt. Schöpft man dann aus dem Meer wieder einen Liter heraus, so erhält dieser immer noch mehr als 12000 der markierten Moleküle.

Demnach enthalten z. B. 2 g Wasserstoff (d. i. 22,4 Liter) oder 63,6 g Kupfer je die gleiche Anzahl von Molekülen (siehe auch das Gesetz von Avogadro, S. 43). Damit wird die

(73) **Masse eines einzelnen Moleküls:** $\boxed{m = \frac{M}{\mathrm{L}}}$ bzw. $\boxed{M = m\mathrm{L}}$

M Molekulargewicht

Zur Berechnung der Loschmidtschen Zahl können die verschiedensten Methoden angewandt werden, die alle zum gleichen Ergebnis führen. Es sei hier die Methode von Perrin (1908) beschrieben.

Man benötigt hierzu zunächst die Druckabnahme eines idealen Gases mit zunehmender Höhe h. Um ein Mol M eines Gases auf die Höhe h hinaufzuheben, ist die Arbeit Mgh erforderlich [I, 5.021]. Dort hat es gegenüber dem Erdboden (p_1) den kleineren Druck p_2. Bei Entspannung des Gases wird nach (55) die Arbeit $\Re T \ln \frac{p_1}{p_2}$ geleistet. Beide Arbeiten müssen einander gleich sein, so daß

$$\Re T \ln \frac{p_1}{p_2} = Mgh = m\mathrm{L}gh$$

Nun verhalten sich nach Band I, 10.2 die Drücke eines Gases direkt wie die in der Raumeinheit enthaltenen Anzahlen N von Molekülen, womit

$$\mathrm{L} = \frac{\ln(N_1/N_2)\,\Re T}{g\,m\,h}$$

Um L zu berechnen, stellte Perrin eine kleine „künstliche Atmosphäre" aus einem Sol von winzigen Harzkügelchen in Wasser her[1]). Die Dichteverteilung dieser „Riesenmoleküle" entspricht im Gleichgewicht genau der einer idealen Atmosphäre und kann durch direktes Auszählen im Mikroskop ermittelt werden (Bild 156). Einer seiner zahlreichen und mühevollen Versuche lieferte z. B. ein Verhältnis der Teilchenanzahlen $\frac{N_1}{N_2} = \frac{100}{12}$ innerhalb eines Höhenunterschiedes von $h = 1{,}1 \cdot 10^{-2}$ cm. Das Gewicht $G = mg$ eines einzelnen Kügelchens

[1]) In Band I, 8.6, ist die Herstellung eines solchen Sols beschrieben. Perrin hat allerdings das Sol in einzelne Anteile bestimmter Teilchengröße zerlegen müssen.

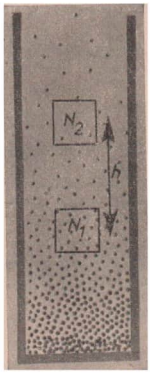


Bild 156. Abnahme der Teilchendichte mit der Höhe

ermittelte er zu $7{,}22 \cdot 10^{-12}$ dyn, so daß bei 20 °C

$$L = \frac{\ln(100/12) \cdot 8{,}31 \cdot 10^7 \text{ erg } 293 \text{ grd}}{\text{mol grd } 7{,}22 \cdot 10^{-12} \text{ dyn } 1{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ cm}} = 6{,}5 \cdot 10^{23} \text{ je Mol}$$

Beispiele: 1. Welches ist die tatsächliche Masse eines Wasserstoff- bzw. Goldatoms? — Das Atomgewicht ist 1,008, so daß

$$m = \frac{1{,}008 \text{ g mol}}{6{,}023 \cdot 10^{23} \text{ mol}} = 1{,}67 \cdot 10^{-24} \text{ g bzw. für Gold mit dem}$$

Atomgewicht 197,2 die Masse $m = 327 \cdot 10^{-24}$ g.

2. Wieviel Gasmoleküle enthält 1 cm³ des Raumes einer Radioröhre, die bis auf 10^{-8} Torr evakuiert wurde? —

$$\frac{27 \cdot 10^{18} \cdot 10^{-8}}{760} = 3{,}56 \cdot 10^8 \text{ Moleküle, d. h. 356 Millionen!}$$

18.2 Die Molekulargeschwindigkeit

Bereits im Band I dieses Lehrbuches haben wir Erscheinungen kennengelernt, die auf die Eigenbewegung der Moleküle hindeuten: Brownsche Bewegung kleiner Teilchen in Flüssigkeiten, Diffusion und Osmose. Auch den Druck eines eingeschlossenen Gases hatten wir auf diese Weise erklärt. Welche **Geschwindigkeit** besitzen die sich hier bewegenden Moleküle?

18.21 Die mittlere energetische Geschwindigkeit

Wir gehen von einem würfelförmigen Raum von 1 cm³ aus, der von N_L Molekülen erfüllt sei. Da die Bewegung der Moleküle völlig ungeordnet ist, nehmen wir fürs erste an, daß sich je $^1/_6$ nach jeder der 6 Würfelflächen hin bewegen. Dann prallen je Sekunde $\frac{N_L}{6}\,u$ Moleküle gegen 1 cm² Wandfläche, wobei durch Reflexion die Geschwindigkeit vor dem Stoß $+u$ und hinterher $-u$ ist. Das ergibt nach Band I, 5.08 eine sekundliche Impulsänderung von $2mu$ je Molekül. Da ferner die Kraft je cm² gleich dem Gasdruck ist, beträgt dieser $p = \frac{N_L}{6}\,2mu^2$ oder

(74) **Gasdruck:** $$\boxed{p = \frac{m N_L u^2}{3}}$$

Nun ist mN_L gleich der Masse der in 1 cm³ enthaltenen Moleküle, d. h. gleich der Dichte ϱ des Gases. Damit wird

$$p = \frac{\varrho u^2}{3} \quad \text{bzw. mit} \quad \varrho = \frac{1}{v}$$

$$pv = \frac{u^2}{3}$$

Damit haben wir das **Boyle-Mariottesche Gesetz** erhalten, da offenbar die Geschwindigkeit vom Volumen nicht abhängt. Wir wissen auch noch (S. 44), daß anderseits $pv = \frac{\Re T}{M}$, woraus sich zusammen mit der letzten Gleichung ergibt

$$\frac{u^2}{3} = \frac{\Re T}{M} \text{ und damit die}$$

(75) **mittlere energetische Geschwindigkeit:** $\boxed{u = \sqrt{\frac{3\Re T}{M}}}$

Beispiel: Berechne die mittlere energetische Geschwindigkeit der Moleküle des Sauerstoffs, des Wasserstoffs und des Joddampfes (M = 253,8 kg/kmol) bei 20 °C! — Für Sauerstoff erhält man

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot 8315 \text{ Ws kmol } 293 \text{ grd}}{\text{kmol grd } 32 \text{ kg}}} = 478 \text{ m/s}$$

(1 Ws = 1 kg m²/s²). — Für Wasserstoff ergibt die gleiche Formel

$$u = 1912 \text{ m/s bzw. für Joddampf } u = 170 \text{ m/s}$$

18.22 Die Geschwindigkeitsverteilung

Die soeben aufgestellten Formeln gehen von der willkürlichen Annahme aus, daß alle Moleküle die gleiche Geschwindigkeit u besitzen. Dies ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall, vielmehr nehmen die Moleküle infolge der fortgesetzten Zusammenstöße die verschiedensten Geschwindigkeiten an.

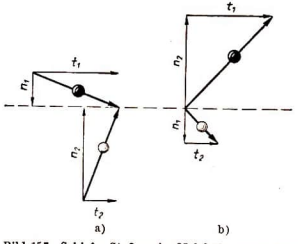


Bild 157. Schiefer Stoß zweier Moleküle, a) vor dem Stoß, b) nach dem Stoß

Es handelt sich hierbei um **schiefe Stöße** gleicher Massen, wobei die Stoßrichtung mit der Verbindungsgeraden der Kugelmitten nicht zusammenfällt (Bild 157). Die Impulse sind in je eine tangentiale und normale Komponente zu zerlegen, wobei dann die tangentialen Komponenten nach dem Stoß unverändert bleiben, während die normalen (I, 5.0824) ausgetauscht werden. Setzt man die Komponenten nach dem Stoß wieder zusammen, so sieht man, daß die Impulse sich nach Richtung und Größe verändert haben. Es können bei entsprechend günstiger Häufung vieler aufeinanderfolgender Stöße sowohl sehr große als auch sehr kleine Geschwindigkeiten entstehen. In der ungeheuren Anzahl von Molekülen wird also im Durchschnitt jede Geschwindigkeit mit einem bestimmten Prozentsatz vertreten sein.

Auf Grund wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen gelang es Maxwell, zu berechnen, welcher Bruchteil dN/N aller Moleküle N in einem bestimmten Geschwindigkeitsbereich dw liegt, wenn die mittlere energetische Geschwindigkeit u gegeben ist:

(76) **Geschwindigkeitsverteilung nach Maxwell:** $\boxed{\frac{dN}{N} = \sqrt{\frac{54}{\pi}} \frac{w^2}{u^3} e^{-\frac{3w^2}{2u^2}} dw}$

Für den vorhin behandelten Fall des Sauerstoffs ergab sich eine mittlere energetische Geschwindigkeit von $u = 478$ m/s. Will man nun wissen, wieviel Moleküle eine Geschwindigkeit zwischen 300 und 400 m/s besitzen, muß man für w den Mittelwert 350 dieses Intervalls und für dw die „Intervallbreite“ 400 − 300 = 100 setzen:

$$\frac{dN}{N} = \frac{4{,}146 \cdot 350^2}{478^3 \cdot e^{\frac{3 \cdot 350^2}{2 \cdot 478^2}}} \cdot 100 = 0{,}2096 = 20{,}96\,\%$$

Auf diese Weise entstehen die Zahlen der folgenden Übersicht:

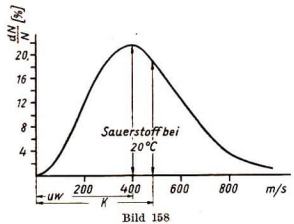


Bild 158

Molekulargeschwindigkeiten [m/s] in Sauerstoff bei 20 °C zwischen	$\frac{dN}{N}$ [%]
0 und 100	0,95
100 und 200	7,48
200 und 300	15,99
300 und 400	20,96
400 und 500	20,38
500 und 600	15,68
600 und 700	9,88
700 und 800	5,19
800 und 900	2,31
900 und 1000	0,87
zusammen	99,69%

Grafisch dargestellt, ergibt sich eine unsymmetrische Kurve (Bild 158). Man sieht aus ihr, daß geringe Geschwindigkeiten ebenso wie extrem große einen relativ geringen Anteil ausmachen. Die **häufigste (wahrscheinlichste) Geschwindigkeit u_w** (das Maximum der Kurve) liegt hier bei etwa 390 m/s, d. h. ist geringer als die mittlere energetische Geschwindigkeit u.

(77) **Wahrscheinlichste (häufigste) Geschwindigkeit:**

$$u_w = u\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}8165\,u$$

Beispiele: 1. Berechne die mittleren Geschwindigkeiten der Moleküle des Wasserstoffs, Sauerstoffs und Jods an Hand des Beispiels von S. 105 und Formel (77) bei 20 °C! — Man hat nur zu multiplizieren u_w (Sauerstoff) = 0,8165 · 478 m/s = 390,3 m/s. Für H_2 ergibt sich $u_w = 1561$ m/s und für J_2 nur $u_w = 139$ m/s.

18.3 Molekularbewegung und Wärme

18.31 Molekularenergie und Temperatur

Gleichung (75) kann man auch umformen in $\frac{M u^2}{2} = \frac{m\,\mathrm{L}\,u^2}{2} = \frac{3}{2}\Re T$. Dies bedeutet:

Die mittlere kinetische Energie der Moleküle aller Gase hat bei derselben Temperatur den gleichen Wert.

Außer dieser kinetischen Energie ist keine potentielle vorhanden, so daß dieser Ausdruck die gesamte innere Energie U eines Gases darstellt. Dann bedeutet der letzte

Satz, daß die innere Energie eines idealen Gases nur von der Temperatur abhängt, womit sich Satz (58) nochmals bestätigt.

Bildet man aus der letzten Gleichung $\frac{m u^2}{2} = \frac{3}{2}\frac{\Re}{L} T$, so stellt dieser Ausdruck die kinetische Energie eines einzelnen Moleküls dar. Abgesehen von der Temperatur T stehen rechts nur noch die beiden Konstanten $\Re$ und L. Ihr Quotient ist die

(78) **Boltzmannsche Konstante:** $\boxed{k = \frac{\Re}{L} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ws/grd}}$

Der Zahlenwert ergibt sich aus den bekannten Werten nach

(37) und (72) mit $\frac{8315\ \mathrm{Ws\ kmol}}{\mathrm{kmol\ grd}\ 6{,}023 \cdot 10^{26}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{Ws/grd}.$

Mit Hilfe dieser Konstanten wird die

(79a) **mittlere kinetische Energie eines einzelnen Moleküls:** $\boxed{\frac{m u^2}{2} = \frac{3}{2} k T}$

Da die wahrscheinlichste Geschwindigkeit $u_w = u\sqrt{\frac{2}{3}}$ etwas niedriger liegt, ist dann die

(79b) **wahrscheinlichste (am häufigsten vorkommende) Energie eines Moleküls:** $\boxed{\frac{m u_w^2}{2} = k T}$

18.32 Molekularkinetische Darstellung der spezifischen Wärme

Es ist demnach die innere Energie des Kilomols eines Gases $U = \frac{3 \Re T}{2}$. Sie stellt seinen Gehalt an Wärmeenergie dar. Nehmen wir nun an, diese sei bei 0 °K gleich 0, so ist je Grad Erwärmung die Energie $\frac{3}{2}\Re$ zuzuführen. Das ist aber nichts anderes als die spezifische Wärme bei konstantem Volumen!

Demnach ist die

(80) **spezifische Wärme aller 1atomigen Gase:** $\boxed{C_v = \frac{3}{2}\Re} = 2{,}98\ \mathrm{kcal/kmol\,grd}$

(bezogen auf 1 Kilomol)

Der Zahlenwert ergibt sich aus $\frac{3 \cdot 848\ \mathrm{kpm\ kcal}}{2 \cdot 427\ \mathrm{kpm\ kmol\ grd}} = 2{,}98\ \mathrm{kcal/kmol\ grd}$

Für Helium bezieht sich dieser Wert auf 1 Kilomol = 4 kg. Zum Vergleich mit der Gastabelle rechnen wir diesen Wert in kcal/kg grd um und erhalten in der Tat

$$\frac{2{,}98\ \mathrm{kcal\ kmol}}{4\ \mathrm{kg\ kmol\ grd}} = 0{,}74\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$$

Nach (44) erhalten wir ferner

$$C_p = C_v + \Re = \frac{3}{2}\Re + \Re = \frac{5}{2}\Re = 4{,}97\ \mathrm{kcal/kmol\,grd} \quad \text{sowie}$$

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} = 1{,}67\,.$$

Kleine Abweichungen von den Tabellenwerten liegen z. T. daran, daß wir hier von einem molekularmechanisch idealen Gas ausgegangen sind.
Bei weiteren Schlußfolgerungen muß man aber die **Gestalt** der Moleküle beachten. Die Moleküle der Edelgase und Metalldämpfe sind 1atomig. Man darf ihnen kugelförmige Gestalt zuschreiben.
Bei 2atomigen Molekülen tritt eine neue Erscheinung auf. Sie können sich nicht nur geradeaus bewegen **(Translation)**, sondern vermögen als hantelförmige Gebilde noch um zwei senkrecht aufeinanderstehende Achsen zu rotieren. Zwar kann eine Kugel auch rotieren, doch ist wegen der Kleinheit des Trägheitsmomentes die entsprechende kinetische Energie zu vernachlässigen. Jede Bewegungsmöglichkeit bezeichnet man als **Freiheitsgrad.** Die Translation enthält 3 Freiheitsgrade, d. h. Bewegungsmöglichkeiten nach den 3 Koordinatenachsen des Raumes. Es ist nun von Clausius und Maxwell folgendes Prinzip der **Gleichverteilung der Energie** erkannt worden:

Äquipartitionsprinzip: Die einem Körper zugeführte Energie verteilt sich gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade.

Danach beträgt, ausgehend von (80), die spezifische Wärme je Freiheitsgrad $\frac{\Re}{2}$. Da ein 2atomiges Molekül (Bild 159) im ganzen 5 Freiheitsgrade (3 der Translation und 2 der Rotation) besitzt, gilt für die

(80a) **spezifische Wärme aller 2atomigen Gase:**

$$\boxed{C_v = \frac{5}{2}\,\Re} = 4{,}97 \text{ kcal/kmol grd} \quad \text{bzw. wegen (44)}$$

$$\boxed{C_p = \frac{7}{2}\,\Re} = 6{,}96 \text{ kcal/kmol grd} \quad \text{und damit}$$

$$\varkappa = \frac{7}{5} = 1{,}4$$

Der Vergleich dieser theoretischen Werte mit den experimentell gewonnenen zeigt eine so gute Übereinstimmung, daß damit die Richtigkeit aller über den Mechanismus der Molekularbewegung gemachten Annahmen bewiesen ist.

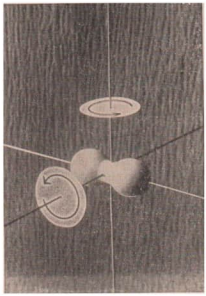


Bild 159. Die 2 Freiheitsgrade der Rotation eines hantelförmigen (zweiatomigen) Moleküls

Bei höheren Temperaturen nimmt die spezifische Wärme aller 2atomigen Gase zu. Dies erklärt sich dadurch, daß noch ein weiterer Freiheitsgrad, nämlich die gegenseitige Schwingung der im Molekül verbundenen Atome auftritt. Noch komplizierter werden die Verhältnisse bei mehratomigen Molekülen.

Die Atome der festen Körper führen elastische Schwingungen um die festliegenden Punkte ihres Raumgitters aus. Sie sind **lineare Oszillatoren**, die im Durchschnitt außer der kinetischen gleich viel potentielle Energie enthalten. Daher ergibt sich die

(80b) **spezifische Wärme der festen Körper:**

$$\boxed{C_v = 2 \cdot \frac{3}{2}\,\Re = 3\,\Re} = 5{,}96 \text{ kcal/kmol grd}$$

Selbstverständlich nimmt man für praktische Berechnungen nicht die theoretischen, sondern die experimentell ermittelten Werte; denn die Theorie hat die höhere Aufgabe, Wege zu neuen Erkenntnissen zu erschließen. Die Abnahme der spezifischen Wärme mit sinkender Temperatur, insbesondere in der Nähe des absoluten Nullpunktes, vermag die kinetische Gastheorie indessen nicht zu erklären. Hier schafft erst die **Quantentheorie** weitere Klarheit.

Beispiel: Berechne nach der letzten Formel die spezifische Wärme des Kupfers. — Da 1 kmol Kupfer = 63,6 kg, ergibt sich

$$c = \frac{5{,}96 \text{ kcal kmol}}{\text{kmol grd } 63{,}6 \text{ kg}} = 0{,}094 \text{ kcal/kg grd.} \quad \text{(Gemessen 0,092)}$$

18.4 Stoßzahl und mittlere freie Weglänge

Bei seinem Weg durch das Gewimmel der Gasmoleküle muß ein einzelnes Molekül zahlreiche Zusammenstöße erleiden. Diese **mittlere Stoßzahl je Sekunde** läßt sich auf einfache Weise ermitteln. Im Augenblick des Zusammenstoßes haben die Mittelpunkte zweier Moleküle, deren Radius r sei, die Entfernung $d = 2r$ (Bild 160a). Ein Zusammenstoß erfolgt, sobald der Mittelpunkt eines Moleküls A in den auf Bild 160b schraffiert gezeichneten **Wirkungsquerschnitt** des Moleküls B eindringt.

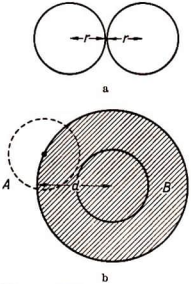


Bild 160. Wirkungsquerschnitt eines Moleküls

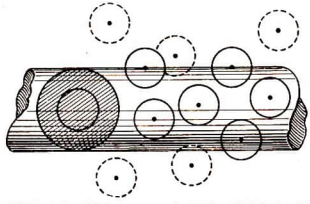


Bild 161. Der Wirkungsquerschnitt eines Moleküls trifft alle ausgezogenen Moleküle, verfehlt aber die punktiert angedeuteten

Wir nehmen nun an, alle Moleküle außer B seien punktförmig und ständig still. Fliegt jetzt das Molekül B durch den Raum, so überstreicht sein Wirkungsquerschnitt einen Zylinder des Inhalts $d^2\pi u$ (Bild 161). Enthält ein cm³ N Moleküle, dann befinden sich in diesem Zylinder $d^2\pi u N$ Teilchen. Ein Molekül erleidet daher je Sekunde $d^2\pi u N$ Zusammenstöße. Berücksichtigt man weiter, daß die angestoßenen Moleküle nicht stillstehen, sondern nach der Maxwellschen Formel alle möglichen Geschwindigkeiten besitzen, so ergibt eine verbesserte Rechnung die

(81) **mittlere sekundliche Stoßzahl eines Moleküls:** $\boxed{z = \pi\sqrt{2}\, d^2 u N}$

In dieser einen Sekunde legt das Molekül eine Strecke von u cm zurück. Dann ist die Strecke zwischen 2 Zusammenstößen im Durchschnitt gleich $\frac{u}{z}$. Diese

nennt man die

(82) **mittlere freie Weglänge:** $\boxed{\lambda = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\, d^2 N}}$

Bei Kenntnis des Wirkungsradius d läßt sich die mittlere freie Weglänge leicht berechnen. Als Beispiele führen wir folgende Werte an:

Stoff	O_2	N_2	H_2
Wirkungsradius	2,98	3,18	$2{,}47 \cdot 10^{-8}$ cm

Bei 0 °C und 760 Torr entspricht die Teilchenzahl N der Loschmidtschen Zahl N_L ($27 \cdot 10^{18}$ je cm³). Unter anderen, davon abweichenden Bedingungen muß N erst berechnet werden. Bedenkt man, daß die Dichte ϱ eines Gases gleich dem Produkt aus der Masse m eines Moleküls mit der Teilchenzahl N je cm³ ist und anderseits nach S. 41

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}\text{, so erhält man}$$

$$\frac{p_1}{N_1 m T_1} = \frac{p_2}{N_2 m T_2} \text{ und hieraus die Teilchenzahl } N_2 = \frac{N_1 p_2 T_1}{p_1 T_2}$$

Da in Formel (82) N im Nenner steht, ergibt sich:

Die mittlere freie Weglänge ist bei konstanter Temperatur dem Druck umgekehrt proportional.

Beispiele: 1. Für Wasserstoff ist nach (82) die mittlere freie Weglänge bei 0 °C und 760 Torr

$$\lambda = \frac{1 \cdot 10^{16}}{\pi\sqrt{2} \cdot 2{,}47^2 \cdot 27 \cdot 10^{18}} = 1{,}37 \cdot 10^{-5}\text{ cm}$$

Demnach erleidet ein Wasserstoffmolekül auf einer Strecke von 1 cm fast 100000 Zusammenstöße, womit die Bahn zu einer völlig unregelmäßigen Zickzacklinie wird (s. das Bild der Brownschen Bewegung in I, 8.2).

2. Die Zahl der sekundlichen Zusammenstöße ist für diesen Fall

$$z = \frac{u}{\lambda} = \frac{19{,}1 \cdot 10^4\text{ cm}}{\text{s}\; 1{,}37 \cdot 10^{-5}\text{ cm}} = 13{,}9 \cdot 10^9\ {}^1/\text{s}$$

d. h. über 10 Milliarden je Sekunde!

3. Berechne die freie Weglänge in Wasserstoff bei 20 °C und einem Druck von 10^{-6} Torr. —

Die Teilchenzahl N ist in diesem Fall

$$N = \frac{27 \cdot 10^{18} \cdot 10^{-6} \cdot 273}{760 \cdot 293} = 3{,}31 \cdot 10^{10}\text{ je cm}^3\text{ und}$$

$$\lambda = \frac{1 \cdot 10^{16}\text{ cm}}{\pi\sqrt{2} \cdot 2{,}47^2 \cdot 3{,}31 \cdot 10^{10}} = 1{,}11 \cdot 10^4\text{ cm (d. i. rund 100 m!).}$$

C. Die Lehre vom Licht (Optik)

19 Das Wesen des Lichtes

Es wurde im Abschnitt 13.5 (Temperaturstrahlung) bereits dargelegt, daß das **Licht** seinem Wesen nach zu den **elektromagnetischen Wellen** gehört. Das menschliche Auge nimmt allerdings nur den Wellenbereich von etwa 390···770 nm als sichtbares Licht wahr. Licht von kürzerer Wellenlänge wird vom Auge nicht mehr empfunden und heißt **Ultraviolett,** während die an den sichtbaren Bereich anschließenden längeren Wellen dem **Ultrarot** (mitunter auch **Infrarot** genannt) angehören. Der physikalische Begriff „Licht" ist also weiter gefaßt als der physiologische.

Aus der gesamten Skala der elektromagnetischen Wellen greift das Auge — wenn man einen Vergleich mit der Akustik zieht — eine einzige Oktave heraus (Bild 162). Während die langwelligen Wärmestrahlen durch Schwingungen ganzer Atome und Moleküle entstehen, kommt das Licht durch sprunghafte Bewegungen der Elektronen innerhalb der Atome zustande. Nach der (heute allerdings nur noch modellmäßig benutzten) Vorstellung von Niels Bohr (1913) laufen die Elektronen auf bestimmten Bahnen um den Atomkern. Beim Sprung des Elektrons von einer kernferneren auf eine kernnähere Bahn wird die frei werdende Energie als **Lichtquant** (S. 174) ausgestrahlt.

<table>
<tr><th>Wellenlänge</th><th colspan="3">Art der Strahlung</th><th>Anwendung</th></tr>
<tr><td>10 km···1 km</td><td rowspan="8">Technische Hochfrequenz</td><td>Lange Wellen</td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4">Rundfunk
und Telegrafie</td></tr>
<tr><td>1 km···100 m</td><td>Mittelwellen</td></tr>
<tr><td>100 m···10 m</td><td>Kurzwellen</td></tr>
<tr><td>10 m···1 m</td><td>Ultrakurzwellen</td></tr>
<tr><td>1 m···10 cm</td><td rowspan="4">Mikrowellen</td><td rowspan="4"></td><td rowspan="3">Fernsehen
Vielfachtelefonie
Radarwellen</td></tr>
<tr><td>10 cm···1 cm</td></tr>
<tr><td>1 cm···1 mm</td></tr>
<tr><td>1 mm···100 µm</td></tr>
<tr><td>100 µm···10 µm
10 µm···800 nm</td><td>Ultrarot</td><td>Wärmestrahlen</td><td></td><td>Medizin
Infrarotfotografie</td></tr>
<tr><td>770 nm···390 nm</td><td>Sichtbare Strahlung</td><td>Licht</td><td></td><td>Beleuchtungstechnik</td></tr>
<tr><td>390 nm···100 nm
100 nm···10 nm</td><td colspan="2">Ultraviolett</td><td></td><td>Höhensonne</td></tr>
<tr><td>10 nm···1 nm
1 nm···10^{-3} cm</td><td colspan="2" rowspan="2">Röntgenstrahlung</td><td rowspan="3">oder Elektronenstrahlen</td><td rowspan="3">Medizin
Materialprüfung
Elektronenmikroskop</td></tr>
<tr><td>10^{-3} cm···10^{-5}cm
10^{-9} cm···10^{-10}cm</td><td colspan="2">Gammastrahlen</td></tr>
</table>

Bild 162. Das Spektrum der elektromagnetischen Wellen (ungefähre Bereiche)

19.1 Lichtquellen

Die technisch meist verwendeten Lichtquellen sind **Temperaturstrahler.** Hierzu gehören alle Kerzen-, Öl- und Gasflammen, d. h. das Licht des „Feuers". Es sind dies Gebilde aus hocherhitzten Gasen, deren Licht von glühenden Kohlenstoffteilchen herrührt. Feste glühende Körper finden in den Glühlampen (Wolframdraht- oder Kohlenfadenlampen) oder Bogenlampen (glühende Kohle) Verwendung. Die Sonne ist ein Ball glühender Gase.

Der optische Wirkungsgrad all dieser Lichtquellen ist gering. Aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz (S. 77) geht hervor, daß erst bei einer Temperatur von etwa 6000 °K der Hauptanteil der Gesamtstrahlung auf sichtbares Licht fällt.

Unter **Lumineszenz** versteht man die Lichtaussendung bei niederer Temperatur.

Je nach der Art der Entstehung unterscheidet man:

Elektrolumineszenz:	Glimmlicht elektrisch angeregter Gase	Glimmlampe, Leuchtröhre
Chemilumineszenz:	durch chemische Vorgänge entstehendes Leuchten	Leuchtkäfer, faulendes Holz, kalt leuchtender Phosphor
Fluoreszenz:	Leuchten beim Auftreffen anderer Strahlung	Röntgenschirm, Leuchtstoffröhren (in Verbindung mit Elektrolumineszenz)
Phosphoreszenz:	Nachleuchten von bestrahlten Stoffen	Leuchtfarben, Leuchtzifferblatt

19.2 Die geradlinige Ausbreitung des Lichtes

Fällt Licht durch eine kleine Öffnung im Fensterladen, so kann man in der staubigen Zimmerluft den Weg des Strahls leicht verfolgen (Bild 163):

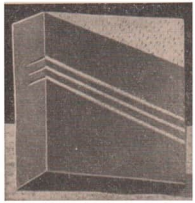


Bild 163. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes (Sonnenstrahlen)

Jeder einzelne Lichtstrahl verläuft geradlinig.

Ein Licht„strahl" ist an sich kein physikalisches Gebilde, sondern nur zeichnerisches Hilfsmittel, das die Richtung des Lichtes angibt. Es gibt in Wirklichkeit nur Lichtbündel, die man allerdings so fein machen kann, daß ein strahlenhafter Eindruck entsteht.

Die geradlinige Ausbreitung des Lichtes zeigt sich am **Schatten** hinter beleuchteten Gegenständen. Lichtquelle, Gegenstand und Schattengrenze bilden eine gerade Linie.

Wird ein Gegenstand von zwei punktförmigen Lichtquellen beleuchtet, so bilden sich hinter ihm ein Gebiet völliger Dunkelheit **(Kernschatten)** und zwei Teilgebiete, die von jeweils nur einer Lichtquelle bestrahlt werden **(Halbschatten,** Bild 164).

Da das Licht von zahllosen strahlenden Atomen des leuchtenden Körpers erzeugt wird, kann jeder Punkt eines solchen als einzelne kleine Lichtquelle betrachtet werden:

(83) **Jeder Punkt eines leuchtenden Körpers sendet ein divergentes (auseinanderlaufendes) Strahlenbündel aus.**

Nachweis: Ein leuchtender Gegenstand (z. B. eine Kerze) ist ringsum von allen Seiten zu sehen; also müssen nach allen Richtungen des Raumes Lichtstrahlen von ihm ausgehen.

Daher sind bei der Beleuchtung eines Gegenstandes mit gewöhnlichen Lichtquellen (z. B. einer Kerzenflamme) Kern- und Halbschatten nicht scharf abgegrenzt, sondern beide gehen allmählich ineinander über.



Bild 164. Kern- und Halbschatten

Die Lochkamera. Eine interessante Anwendung der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes ist die Lochkamera: ein einfacher Kasten, der vorn eine kleine Öffnung und ihr gegenüber einen transparenten (durchscheinenden) Schirm aus Papier besitzt (Bild 165). Durch die punktförmige Öffnung kann von jedem Punkt des Gegenstandes nur je ein Strahl gelangen. Jeder Punkt des Gegenstandes erzeugt je einen Lichtpunkt auf dem Schirm. Es entsteht ein umgekehrtes Bild des Gegenstandes. Bei sehr feiner Öffnung und Verwendung eines fotografischen Films kann man leidlich gute Bilder erzielen, deren Schärfe von der Entfernung des Gegenstandes nicht abhängt.

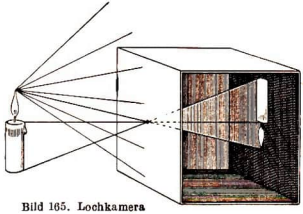


Bild 165. Lochkamera

19.3 Die Lichtgeschwindigkeit

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:

$$(84)\qquad \boxed{c = 299\,790\ \text{km/s}} \approx 300\,000\ \text{km/s}$$

1. Berechnung von Olaf Römer (1670). Die Umlaufszeit des innersten Jupitermondes läßt sich im Fernrohr dadurch leicht feststellen, daß dieser bei jeder Umkreisung in den Schatten des Planeten untertaucht und unsichtbar wird. Als die Erde in Stellung A (Bild 166, Konjunktion) dem Jupiter am nächsten stand, stellte Römer eine Umlaufszeit von 42,5 h fest. Nach etwa 200 Tagen, als die Erde in Stellung B (Opposition) stand, trat die Verfinsterung 1000 Sekunden später als berechnet ein. Woher konnte die Verspätung rühren? Olaf Römer zog den richtigen Schluß, daß das Licht in Stellung B eine größere Wegstrecke, d. h. den Durchmesser der Erdbahn ($300 \cdot 10^6$ km) zusätzlich

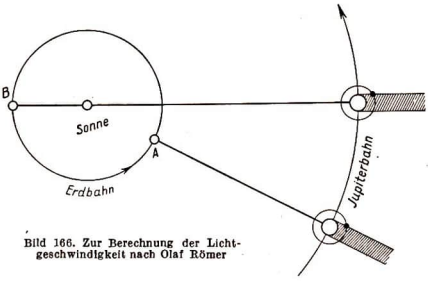


Bild 166. Zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit nach Olaf Römer

zurückzulegen hat. Damit ergibt sich

$$c = \frac{300 \cdot 10^6 \text{ km}}{1000 \text{ s}} = 300000 \text{ km/s}.$$

2. Die Methode von Fizeau (1849). Durch ein Zahnrad (Z) mit 720 Lücken wurde über den halbdurchlässigen Spiegel (S_1) ein Lichtstrahl nach dem $8^1/_3$ km entfernten Spiegel (S_2) gesandt und dort reflektiert (Bild 167). Bei stillstehendem Rad sah Fizeau das

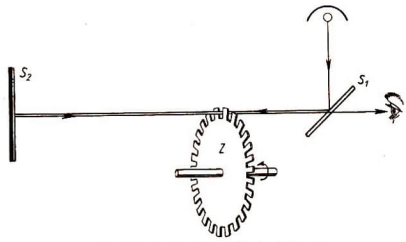


Bild 167. Zahnradversuch von Fizeau

Licht durch dieselbe Lücke zurückkommen. Als das Rad aber mit einer Drehzahl von $12{,}5\ ^1/_s$ rotierte, trat völlige Verdunkelung ein. Der zurückkehrende Strahl fand seinen Weg durch den folgenden Zahn versperrt, d. h. nach $\frac{1}{1440}$ Radumfang bzw. $\frac{1}{1440 \cdot 12{,}5}$ Sekunden. In dieser Zeit hatte das Licht $2 \cdot 8^1/_3$ km $= 16^2/_3$ km zurückgelegt, so daß $c = 16^2/_3$ km $\cdot 1440 \cdot 12{,}5\ ^1/_s = 300000$ km/s.

Die letzten Präzisionsmessungen (seit 1945 deren 9), die mit anderen Methoden durchgeführt wurden, lieferten den eingangs genannten Wert mit einer geschätzten Unsicherheit von ± 6 km/s.

20 Die Reflexion (Zurückwerfung) des Lichtes

Reflexionsgesetz: **Einfallender und reflektierter Strahl bilden mit dem Einfallslot gleiche Winkel.**

Einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene.

(Beweise I, Abschn. 5.0824 u. 7.31) (Bild 168)

Glatte Flächen mit gutem Reflexionsvermögen nennt man **Spiegel.** Bei rauher und körniger Oberfläche treffen die Strahlen unter den verschiedensten Winkeln auf, das Licht wird in unregelmäßiger Weise (Bild 169) nach allen Richtungen hin **zerstreut.** Rauhes Zeichenpapier, der Mörtel einer Hauswand oder Stoffgewebe sind Beispiele solch **diffuser Reflexion.**

20.1 Der ebene Spiegel

Vor der Spiegelscheibe (S) (Bild 170) befinde sich ein Gegenstand (G) (etwa ein Lineal). Von einem einzelnen Punkt P geht nach Satz (83) eine Vielzahl von Strahlen aus. Zwei beliebige Strahlen 1 und 2 seien herausgegriffen. Zur Konstruktion der reflektierten Strahlen $1'$ und $2'$ sind die Einfallslote zu zeichnen und die Winkel $\alpha = \alpha'$ sowie $\beta = \beta'$ anzutragen. Für das beobachtende Auge scheinen die Strahlen $1'$ und $2'$ von ihrem Schnittpunkt P' herzukommen.

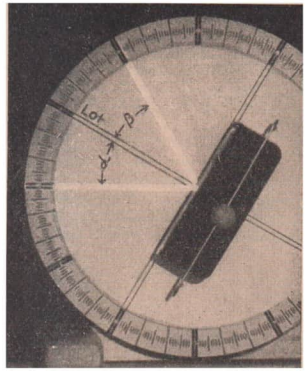
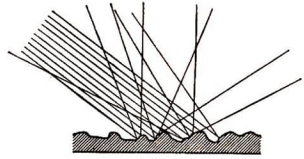


Bild 168. Das Reflexionsgesetz

(85) **Das Auge sieht den Ursprung eines Lichtstrahles stets in seiner geradlinigen Fortsetzung.**

Es bemerkt also bei Unkenntnis des Spiegels nicht den wirklichen Punkt P, sondern sein **Spiegelbild** P'. Dieselbe Konstruktion läßt sich auch für jeden anderen Punkt des Gegenstandes durchführen. Im ganzen entsteht dadurch das Bild (B), das selbst physisch nicht existiert, sondern dem Auge dort erscheint. Man nennt es daher ein **scheinbares (virtuelles) Bild.** Der linke Anfangspunkt des Lineals erscheint auf der rechten Seite, d. h. am Ende des Spiegelbildes. Die geometrischen Verhältnisse zeigen noch, daß (G) und (B) gleich groß sein müssen.


Bild 169
Diffuse Reflexion eines parallelen Strahlenbündels.

Der ebene Spiegel erzeugt ein virtuelles, gleich großes und seitenverkehrtes Bild.

Man hat also wohl zu unterscheiden:

reelle (wirkliche) Bilder:
Ihre Bildpunkte sind Schnittpunkte wirklicher Strahlen. Man kann sie auf einer Mattscheibe auffangen (Lochkamera);

virtuelle (scheinbare) Bilder:
Ihre Bildpunkte sind Schnittpunkte verlängert gedachter Strahlen. Sie erscheinen nur im Auge des Beobachters. Man kann sie nicht auf einem Schirm auffangen (Spiegel).

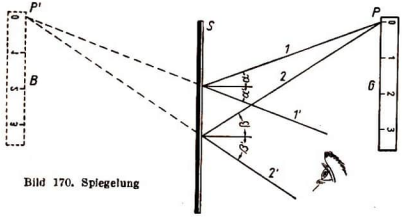


Bild 170. Spiegelung

Beispiele: 1. Eine im Spiegel gemachte fotografische Aufnahme ist seitenverkehrt. 2. Spiegelschrift kann man im Spiegel lesen. 3. Gewöhnliche Glasspiegel haben 2 reflektierende Flächen: die stark spiegelnde, mit Silber belegte Hinterseite und die schwächer spiegelnde Vorderfläche. Man sieht daher ein Doppelbild. Vermeidung: **oberflächenversilberte Spiegel** optischer Geräte. 4. Unter dem Zeiger guter Meßinstrumente befindet sich neben der Skala ein Spiegel. Bei der Ablesung deckt sich der Zeiger mit seinem Spiegelbild, wenn das Auge genau senkrecht über dem Zeiger steht. Bei schiefer Blickrichtung entsteht der **Parallaxenfehler.**

20.11 Der Lichtzeiger

Bei vielen Instrumenten handelt es sich um die genaue Messung kleiner Drehwinkel [Spiegelgalvanometer, Schallradiometer (S. 17), Drehwaage (I, 5.10)]. Man läßt das Licht eines kleinen Lämpchens mit geradem Glühfaden durch eine Linse auf den sich drehenden Spiegel und von da aus auf eine weiter entfernte Skala fallen (Bild 171).

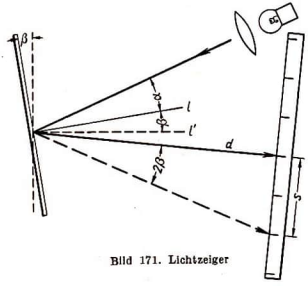


Bild 171. Lichtzeiger

Einfallender und reflektierter Strahl bilden den Winkel 2α. Nach Drehung um den kleinen Betrag β ist der neue Einfallswinkel $(\alpha + \beta)$. Beide Strahlen bilden jetzt den Winkel $2(\alpha + \beta)$ miteinander, so daß der reflektierte Strahl um 2β gedreht wird:

(86) **Bei Drehung eines Spiegels dreht sich der reflektierte Strahl um den doppelten Winkel.**

Auf der Skala ergibt sich in der Entfernung d eine Verschiebung des Lichtzeigers um s. Es ist dann tan $2\beta = \frac{s}{d}$, woraus sich β berechnen läßt.

Da das Bild des Lämpchens in Wirklichkeit einen Kreisbogen beschreibt, muß bei großen Drehwinkeln die lineare Verschiebung s auf den Kreisbogen reduziert werden.

Noch größere Empfindlichkeit erreicht man durch mehrmalige Reflexion am Drehspiegel unter Zwischenschaltung eines festen Spiegels (Bild 172). Nach jeder Reflexion wird der Drehwinkel um 2β vergrößert:


Bild 172
Mehrfache Reflexionen am gedrehten Spiegel

(87) **Gesamtablenkung nach n Reflexionen $= 2n\beta$.**

20.12 Der Winkelspiegel

Er dient u. a. zum Abstecken genau rechter Winkel im Gelände. Er besteht aus 2 um 45° gegeneinander geneigten Spiegeln, die man mit einem Griff in der Hand hält (Bilder 173, 174). Man betrachtet die beiden Punkte P_1 und P_2 und dreht den Spiegel, bis sie sich decken. Über den einen Spiegel hinweg sieht man ins Gelände und kann dort 2 Fluchtstäbe P_3 und P_4 so lange hin und her rücken lassen, bis auch diese sich mit P_1 und P_2 decken. Dann bilden P_1P_2 und P_3P_4 einen rechten Winkel.

Beweis: Die beiden Spiegel sind gegeneinander um 45° verdreht, folglich muß nach dem vorigen Satz (86) der reflektierte Strahl um den doppelten Betrag, d. h. um 90°, versetzt sein.

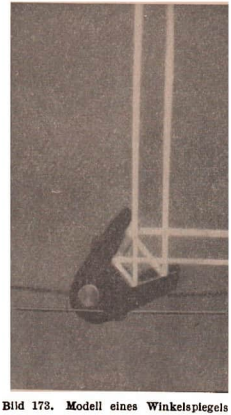


Bild 173. Modell eines Winkelspiegels

20.13 Der Spiegelsextant

Um den Winkelabstand zweier Sterne 1 und 2 zu messen, blickt man durch den halbversilberten Spiegel A (Bild 175) und verdreht Spiegel B so lange, bis sich die Bilder beider Sterne decken. Dann ist nach dem Satz (86) der Drehwinkel α gleich dem halben Winkel 2α der Gestirne.

20.2 Gekrümmte Spiegel

Spiegel, die Teile einer Kugelfläche darstellen, heißen **sphärische (Kugel-) Spiegel.** Sie können **erhaben (konvex)**

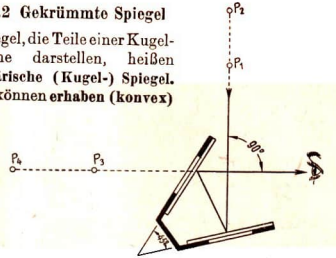


Bild 174. Winkelspiegel

oder **hohl (konkav)** sein. Der Rasierspiegel, die Innenseite eines verchromten Kochlöffels sind demnach Konkav-, eine Christbaumkugel und der Autorückspiegel sind Konvexspiegel.

Die Entfernung der Kugelfläche von ihrem Mittelpunkt nennt man den **Krümmungsradius** r. Jede durch den Mittelpunkt laufende Gerade ist eine **optische Achse** des Spiegels.

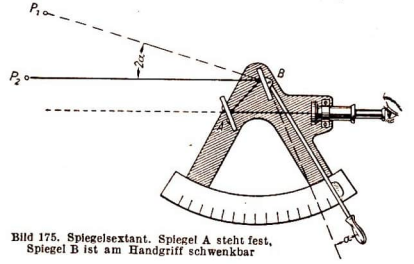


Bild 175. Spiegelsextant. Spiegel A steht fest, Spiegel B ist am Handgriff schwenkbar

20.21 Der sphärische Hohlspiegel

Fällt paralleles Licht (z. B. Sonnenlicht) auf den Spiegel, so werden alle Strahlen nach einem gemeinsamen Punkt, dem **Brennpunkt** F **(Fokus)**, reflektiert (Bild 176). Seine Entfernung vom Spiegel ist die **Brennweite** f.

(88) **Achsenparallele Strahlen werden im Brennpunkt gesammelt. Vom Brennpunkt ausgehende Strahlen werden achsenparallel reflektiert.**

(89) **Brennweite des sphärischen Hohlspiegels:** $\boxed{f = \frac{r}{2}}$ (Nur für achsnahe Strahlen gültig.)

Beweis: (Bild 177) M sei der Krümmungsmittelpunkt des Hohlspiegels

$\alpha = \alpha_1$ (Reflexionsgesetz)

$\alpha = \alpha_2$ (Wechselwinkel an Parallelen)

$MF = SF$ ($\triangle MSF$ ist gleichschenklig)

$f = FS$ (bei kleinen Winkeln α)

$$f = MF = \frac{r}{2}$$

Wenn ein relativ großer Teil der Spiegelfläche getroffen wird, entsteht eine herzförmige **Brennlinie (Katakaustik).** Man sieht sie sehr schön an der Innenseite eines

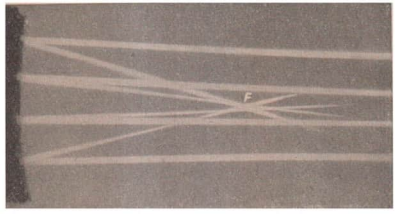


Bild 176. Reflexion am Hohlspiegel (man sieht, daß beim sphärischen Hohlspiegel die achsfernen Strahlen eine kleinere Brennweite als die achsnahen Strahlen ergeben)

auf dem Tisch liegenden Fingerringes (Bild 178) oder an der Innenwand einer Kaffeetasse.

Einen mathematisch genauen Brennpunkt für alle achsenparallelen Strahlen liefert der **Parabolspiegel,** der auf einer entsprechenden geometrischen Eigenschaft der Parabel beruht. Man verwendet ihn deshalb für **Scheinwerfer.** Alle von seinem Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden parallel, d. h. nach derselben Richtung, reflektiert.

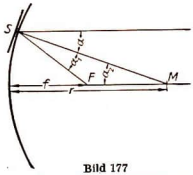


Bild 177
Brennweite f und Krümmungsradius

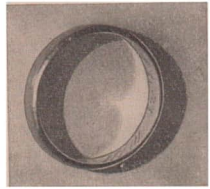


Bild 178. Katakaustik

20.22 Bilder des Hohlspiegels

Ein Blick in einen Hohlspiegel zeigt, daß dieser vergrößerte oder verkleinerte Bilder liefern kann. Zur Bildkonstruktion geht man von einem beliebigen, nicht auf der Achse liegenden Punkt des Gegenstandes aus und wählt von den zahllosen möglichen **8 ausgezeichnete Strahlen** aus, deren Verlauf sich leicht verfolgen läßt (Bild 179).

1. Der **Parallelstrahl** *1* muß nach Satz (88) durch den Brennpunkt *F* laufen, d. h., er **wird zum Brennstrahl.**
2. Der **Hauptstrahl** *2* (Mittelpunktsstrahl) geht durch den Krümmungsmittelpunkt *M* und **wird in sich selbst reflektiert,** da er senkrecht auf den Spiegel trifft.
3. Der **Brennstrahl** *3* geht durch den Brennpunkt *F* und wird ebenfalls nach dem vorigen Satz (88) **zu einem Parallelstrahl.**

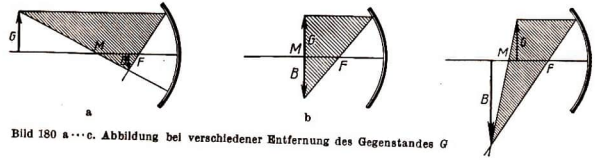
Alle 3 Strahlen schneiden sich in einem Bildpunkt. Zur eindeutigen Bestimmung genügen bereits 2 von diesen Strahlen. Wiederholt man diese Konstruktion in Gedanken für alle Punkte des Gegenstandes *G*, so bildet die Gesamtheit aller Bildpunkte ein reelles, umgekehrtes Bild *B*. Je nach der Entfernung *a* des Gegenstandes vom Spiegelmittelpunkt gibt es 4 Möglichkeiten (Bild 180).



Bild 179
Bildkonstruktion mit den 3 ausgezeichneten Strahlen

Entfernung *a* des Gegenstandes	Art des Bildes
1. $a > r$	reell, umgekehrt, verkleinert
2. $a = r$	reell, umgekehrt, gleich groß
3. $r > a > f$	reell, umgekehrt, vergrößert
4. $a < f$	virtuell, aufrecht, vergrößert

Um den letzten Fall darzustellen, werde der Verlauf des Haupt- und Parallelstrahles verfolgt (Bild 181). Nach ihrer Reflexion schneiden sie sich nicht, sondern laufen



a b c

Bild 180 a···c. Abbildung bei verschiedener Entfernung des Gegenstandes *G*

auseinander **(divergieren).** Der Beobachter aber verlängert die Strahlen in Gedanken jenseits des Spiegels, wo sie von ihrem Schnittpunkt herzukommen scheinen (Rasierspiegel).

20.23 Die Gleichungen des Hohlspiegels

Man bezeichnet mit

Gegenstandsweite *a*:
die Entfernung des Gegenstandes vom Spiegel,

Bildweite *b*:
die Entfernung des Bildes vom Spiegel,

Brennweite *f*:
die Entfernung des Brennpunktes vom Spiegel.

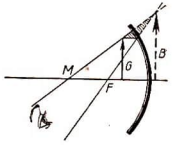


Bild 181
Virtuelles Bild des Hohlspiegels

Um eine Berechnung durchführen zu können, werde die Krümmung des Spiegels vernachlässigt und seine Fläche als eben angenommen. Zur Konstruktion des Bildes *B* kann man den im Spiegelmittelpunkt reflektierten Strahl mitverwenden,

wodurch die beiden in Bild 182 schraffierten, ähnlichen Dreiecke entstehen. Aus diesen geht unmittelbar hervor, daß der

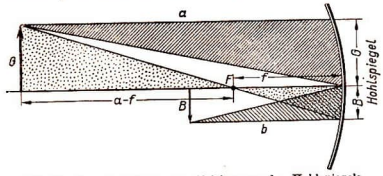


Bild 182. Zur Herleitung der Gleichungen des Hohlspiegels

(90) **Abbildungsmaßstab:**

$$\boxed{\frac{B}{G} = \frac{b}{a}}$$

Die Größen von Gegenstand und Bild verhalten sich wie ihre Entfernungen vom Spiegel.

Außerdem sind die beiden punktierten Dreiecke einander ähnlich. Sie ergeben die Proportion $\frac{B}{G} = \frac{f}{a-f}$. Die rechten Seiten dieser Gleichungen kann man einander gleichsetzen und erhält $\frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$, woraus $\frac{a}{b} = \frac{a}{f} - \frac{f}{f}$. Dividiert man alle Glieder durch a, so entsteht die

(91) **Abbildungsgleichung:**

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

Die hier abgeleiteten Beziehungen gelten **nicht exakt,** sondern nur annähernd, da der Spiegel als eben angenommen wurde. Die Übereinstimmung mit der Wirklichkeit wird um so besser, je weniger die Spiegelkrümmung gegenüber dem zur Abbildung benutzten Raum ins Gewicht fällt, d. h. bei großem Krümmungsradius und kleinem Öffnungswinkel des zur Abbildung benutzten Strahlenbündels. Kurz:

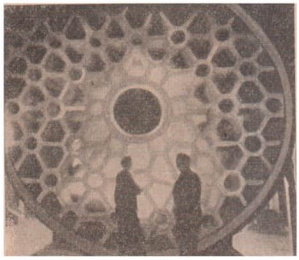


Bild 183. Größter Hohlspiegel der Welt (Durchmesser 5 m) vor der Fertigstellung. Die Rückseite ist zur Gewichtsverminderung wabenartig aufgeteilt

Die Gleichungen des Hohlspiegels gelten nur für achsnahe Strahlen.

Beispiele: 1. Das größte Spiegelfernrohr der Welt hat einen Hohlspiegel von 5 m Durchmesser und einer Brennweite von 16,70 m (Bild 183). An welcher Stelle wird der Sternenhimmel abgebildet? — Wegen der praktisch unendlichen Entfernung findet die Abbildung in der Ebene des Brennpunktes statt. 2. Vor einem Hohlspiegel mit 80 cm Krümmungsradius steht in 1 m Entfernung eine 10 cm große Glühlampe. Art, Größe und Entfernung des Bildes? — Es ist $f = \frac{80\text{ cm}}{2} = 40\text{ cm}$. Da $a > r$, entsteht ein umgekehrtes, verkleinertes, reelles Bild. Nach (91) ist $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, woraus $b = \frac{fa}{a-f} = \frac{40\text{ cm} \cdot 100\text{ cm}}{(100-40)\text{ cm}} = 66{,}7\text{ cm}$. Nach (90) ergibt sich ferner $B = \frac{Gb}{a} = \frac{10\text{ cm} \cdot 66{,}7\text{ cm}}{100\text{ cm}} = 6{,}67\text{ cm}$. 3. Vor einem Hohlspiegel von 60 cm Brenn-

weite steht ein Gegenstand in 20 cm Entfernung. Art und Entfernung des Bildes? — Nach dem letzten Beispiel ist $b = \frac{60 \cdot 20}{20 - 60}$ cm $= -30$ cm. Das negative Vorzeichen gibt an, daß das Bild virtuell ist, d. h. hinter dem Spiegel liegt.

20.24 Der sphärische Wölb- (Konvex-) Spiegel

Alles auf die erhabene (konvexe) Seite einer Kugelfläche fallende Licht wird **zerstreut** (Bild 184). Insbesondere gilt:

Achsenparallele Strahlen scheinen nach der Reflexion von einem hinter dem Spiegel liegenden Punkt (Zerstreuungspunkt) Z herzukommen.

Der geometrische Zusammenhang mit dem Krümmungsradius r ist derselbe wie

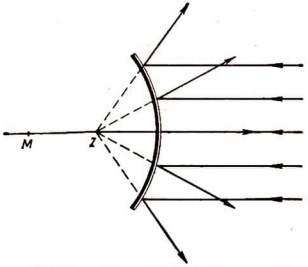


Bild 184. Wölbspiegel mit Zerstreuungspunkt

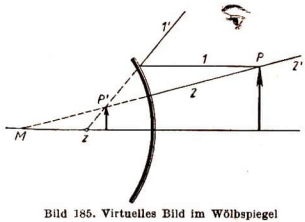


Bild 185. Virtuelles Bild im Wölbspiegel

beim Hohlspiegel, so daß auch hier $f = \frac{r}{2}$.

Ebenso gilt die Hohlspiegelgleichung (91), wobei die **hinter dem Spiegel liegenden Größen negativ** einzusetzen sind.

Bildkonstruktion (Bild 185): Vom Punkt P des Gegenstandes zieht man den Parallelstrahl 1, der nach dem letzten Satz zum Brennstrahl $1'$ wird, und den durch den Krümmungsmittelpunkt laufenden Hauptstrahl 2, welcher in sich selbst reflektiert wird. $1'$ und $2'$ laufen auseinander (divergieren). Für den Beobachter scheinen die Strahlen von dem Punkt P' hinter dem Spiegel herzukommen.

Der Wölbspiegel gibt ein virtuelles, verkleinertes, aufrechtes Bild.

21 Die Brechung (Refraktion) des Lichtes

Schräg in Wasser oder Glas einfallende Lichtstrahlen werden z. T. an der Oberfläche reflektiert, z. T. dringen sie ins Innere ein. Bei schräger Einfallsrichtung sieht man, daß sie dabei aus ihrer geraden Richtung abgelenkt, d. h. **gebrochen** werden. Ursache ist die verschiedene Geschwindigkeit des Lichtes in Luft und Wasser bzw. Glas. Sie hat überhaupt in jedem Medium einen anderen Wert.

Man unterscheidet

optisch dichtere Medien:	Stoffe mit kleinerer Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes,
optisch dünnere Medien:	Stoffe mit größerer Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes.

Einfache Versuche zeigen dann (Bild 186):

Beim Übergang vom dünneren / dichteren ins dichtere / dünnere Medium wird der Strahl nach dem / vom Einfallslot hin- / weg-gebrochen.

Das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in Luft und im betrachteten Medium nennt man den

(92) **Brechungsindex, bezogen auf Luft:** $\boxed{n = \frac{c_1}{c_2}}$ (c_1 Geschwindigkeit in der Luft) (c_2 Geschwindigkeit im betrachteten Medium)

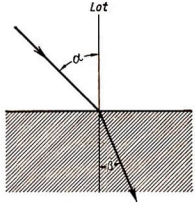


Bild 186. Lichtbrechung beim Übergang vom dünneren ins dichtere Medium

Damit bekommt das bereits in der Wellenlehre (I, 7.32) abgeleitete Brechungsgesetz die Form

(93) **Snelliussches Brechungsgesetz:** $\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n}$

Beim Übergang vom Vakuum in Luft tritt ebenfalls eine geringe Brechung auf. Um den weniger benutzten **absoluten Brechungsindex** N (gegen das Vakuum) zu erhalten, ist n mit dem absoluten Brechungsindex der Luft zu multiplizieren ($N_{\text{Luft}} = 1{,}0002724$ für 20 °C, 760 Torr und Natriumlicht). Der jeweils genaue Wert des Brechungsindex eines Stoffes hängt somit vom Luftdruck, der Temperatur, vor allem aber von der Wellenlänge des Lichtes ab. Vorerst sei dies nicht berücksichtigt (s. Dispersion des Lichtes!).

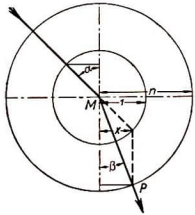


Bild 187. Konstruktion des gebrochenen Strahls

Brechungsindizes n gegen Luft (Natriumlicht 589,3 nm)

Jenaer Glas		Schwefelkohlenstoff	1,63
Bor-Kron BK 1	1,51	Diamant	2,42
Flint F 3	1,61	Wasser	1,33
Schwerflint SF 4	1,74	Äthylalkohol	1,36

Aus den Zahlenwerten geht hervor, daß Licht vom Wasser verhältnismäßig schwach gebrochen wird, der Diamant dagegen die stärkste Lichtbrechung zeigt. Schwach brechende Gläser nennt man **Kronglas,** stark brechende Gläser (bleihaltig) **Flintglas.**

Konstruktion des gebrochenen Strahls: Um den Einfallspunkt M zeichnet man 2 Kreise, deren Radien sich wie $1 : n$ verhalten (Bild 187). Durch den Schnittpunkt des Strahls mit dem Einheitskreis zieht man die Parallele zum Einfallslot, die den zweiten Kreis in P schneidet. MP ist der gebrochene Strahl. Man sieht unmittelbar, daß $\sin\alpha = \frac{x}{1}$ und $\sin\beta = \frac{x}{n}$, wonach $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$.

Läuft der Strahl vom dichteren ins dünnere Medium, so bringt man den Strahl zuerst mit dem Kreis vom Radius n zum Schnitt. Die Parallele zum Einfallslot schneidet den Einheitskreis in P, womit PM der gebrochene Strahl wird.

Beispiele: 1. Ein im Wasser liegender Gegenstand scheint höher als in Wirklichkeit zu liegen (Bild 188). Erklärung? — Nach Satz (85) sucht das Auge den Ursprung eines Strahls in seiner geraden Fortsetzung, also in Verlängerung des aus dem Wasser kommenden Strahls. 2. Infolge der Brechung in der Atmosphäre scheint die Sonne höher als in Wirklichkeit zu stehen. 3. Flimmern erhitzter Luft über Ofenplatten und Schornsteinen: eine Folge unterschiedlicher Brechung von kalter und erhitzter Luft.

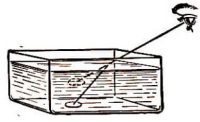


Bild 188. Scheinbare Lage eines Gegenstandes im Wasser

21.1 Die planparallele Platte

Ein Strahl, der schräg in eine planparallele Platte fällt, verläßt die Platte wieder unter dem Einfallswinkel.

Bei schrägem Durchgang durch eine planparallele Platte erfährt der Strahl eine Parallelverschiebung (Bild 189).

Größe der Parallelverschiebung (Bild 190): Ein in P befindlicher Punkt erscheint nach P' verschoben. Es ist einerseits $\frac{b}{a} = \sin(\alpha - \beta)$ und anderseits $\frac{d}{a} = \cos\beta$, womit die seitliche Versetzung $b = \frac{d\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$.

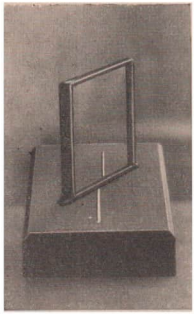


Bild 189. Hinter der Glasscheibe erscheint die helle Linie parallelverschoben, obwohl sie in Wirklichkeit geradeaus läuft

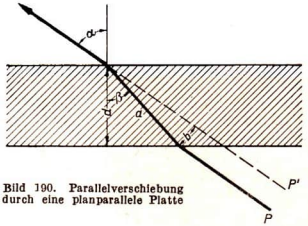


Bild 190. Parallelverschiebung durch eine planparallele Platte

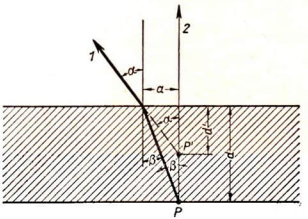


Bild 191. Scheinbare Dicke

(94) **Scheinbare Dicke einer planparallelen Platte:** $\boxed{d' = \frac{d}{n}}$

Beweis: An der Unterseite der Platte befinde sich ein zu betrachtender Punkt P (Bild 191). Ein schräg von ihm ausgehender Strahl *1* wird beim Austritt vom Lot weggebrochen, der

senkrecht austretende Strahl 2 verläuft geradeaus. Das Auge sieht den Ursprung beider in dem höher gelegenen Schnittpunkt P'. Die Platte erscheint dünner. Es ist nun die **wahre Dicke** $d = \frac{a}{\tan\beta}$ und die **scheinbare Dicke** $d' = \frac{a}{\tan\alpha}$. Da vom Auge nur ein schmales Lichtbündel erfaßt wird, sind die Winkel α und β sehr klein, so daß man den Sinus an Stelle des Tangens setzen kann, womit $\frac{d'}{d} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ bzw. $d' = \frac{d}{n}$.

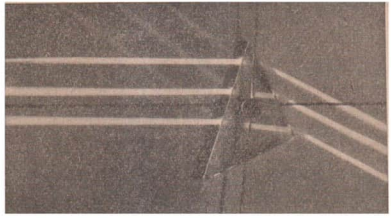


Bild 192. Brechung im Prisma. Erkennbar ist, daß die Eintrittsebene ein wenig Licht reflektiert

Hiernach kann man den Brechungsindex einer dünnen Platte messen. Man stellt mit dem Mikroskop zuerst einen Punkt der Oberfläche und dann einen Punkt an der Unterseite der Platte scharf ein. Die Differenz beider Einstellungen gibt die scheinbare Dicke, während die wahre Dicke direkt gemessen werden kann.

21.2 Das Prisma

Aus dem in Bild 192 gezeigten Strahlengang ist ersichtlich:

Ein auf die Seitenfläche des Prismas fallender Strahl wird von der brechenden Kante weggebrochen.

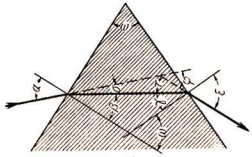


Bild 193. Gesamtablenkung φ

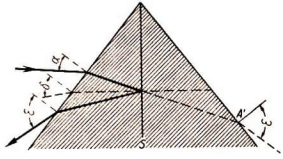


Bild 194. Zur minimalen Ablenkung

Man bezeichnet ferner (Bild 193) als

brechenden Winkel ω: den Winkel, unter dem die Seitenflächen an der brechenden Kante zusammenstoßen,

Gesamtablenkung φ: den Winkel zwischen ein- und ausfallendem Strahl.

Es ist dann

$\varphi = \sigma + \tau$ (Außenwinkel und nicht anliegende Innenwinkel),
$\omega = \beta + \gamma$ (desgl.). Ferner ist
$\sigma = \alpha - \beta$ und
$\tau = \varepsilon - \gamma$

so daß $\varphi = \alpha - \beta + \varepsilon - \gamma$ und damit die

(95) **Gesamtablenkung:** $\boxed{\varphi = \alpha + \varepsilon - \omega}$

Die Gesamtablenkung ist am kleinsten, wenn der Strahl das Prisma symmetrisch durchsetzt.

Beweis: Man denke sich die Symmetrieebene S des Prismas spiegelnd (Bild 194). Ein unter dem Winkel α eintretender Strahl wird dann nach der Reflexion unter dem Winkel ε austreten, welcher derselbe ist, unter dem der Strahl ohne Spiegelung bei A' das Prisma verlassen würde. Die Gesamtablenkung des gespiegelten Strahls ist $\varphi' = 180° - (\varepsilon - \alpha)$ und dann am größten (nämlich 180°), wenn $\varepsilon = \alpha$ und somit der Strahl senkrecht auf die Spiegelebene trifft, d. h. das Prisma symmetrisch durchsetzt. Setzt man nun $\varepsilon = 180° + \alpha - \varphi'$ in (95) ein, so wird $\varphi = \alpha + 180° + \alpha - \varphi' - \omega$, womit im Fall des Größtwertes von φ' die Gesamtablenkung mit $\varphi = 2\alpha - \omega$ ihren Kleinstwert annimmt. Der Vergleich mit (95) ergibt, daß dann auch $\varepsilon = \alpha$ sein muß.

Bezeichnet man den **Winkel der minimalen Ablenkung** mit δ, so ist nach (95)

$$\delta = \alpha + \alpha - \omega = 2\alpha - \omega \quad \text{und mithin} \quad \alpha = \frac{\omega + \delta}{2},$$

$$\omega = \beta + \beta \quad = 2\beta \quad \text{und mithin} \quad \beta = \frac{\omega}{2}, \text{ so daß der}$$

(96) **Brechungsindex bei gegebener minimaler Ablenkung:**

$$\boxed{n = \frac{\sin\frac{\omega + \delta}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}}}$$

Dieser Zusammenhang liefert eine einfache Methode, den Brechungsindex zu bestimmen. Man setzt das Prisma auf den Drehtisch eines Spektrometers (Bild 207) und dreht es so lange hin und her, bis die Stellung der minimalen Ablenkung gefunden ist. Der Winkel δ läßt sich am Teilkreis 4 aus der Stellung des zur Beobachtung dienenden Fernrohres ablesen.



Bild 195. Übergang zur Totalreflexion

21.3 Die Totalreflexion

Tritt ein Strahl aus einem dichteren Medium in ein dünneres über, so wird ein Teil des Lichtes nach innen zurückgeworfen. Man kann nun den Einfallswinkel β stetig verändern und findet, daß nach Überschreiten eines bestimmten **Grenzwinkels** β nichts mehr ins dünnere Medium gelangt (Bild 195). Der Strahl wird dann vollständig nach innen reflektiert. Man nennt dies **Totalreflexion.**

Beim Erreichen des Grenzwinkels hat α seinen größtmöglichen Wert, nämlich 90°, erreicht, der austretende Strahl müßte in diesem Fall streifend an der Grenz-

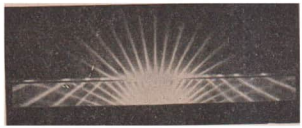


Bild 196
Totalreflexion in einer mit Wasser gefüllten Wanne

fläche entlanglaufen. Wegen $\sin\alpha = 1$ und $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ ist der

(97) **Grenzwinkel der Totalreflexion (gegenüber Luft):** $\sin\beta = \frac{1}{n}$

Von dieser totalen Reflexion macht man bei optischen Instrumenten gern Gebrauch, weil sie vollkommener als bei metallbelegten Spiegeln ist. Häufig vorkommende Prismenformen zeigen Bilder 197 ··· 199. Zur Bestimmung des Brechungsindex bedient man sich des **Refraktometers von Abbe.** Da der Brechungsindex auf 4 Dezimalstellen genau abgelesen werden kann, eignet sich das Refraktometer vorzüglich für Materialprüfungen (Echtheit von Ölen, Konzentration von Lösungen usw.). Eine vereinfachte Ausführung ist das **Eintauchrefraktometer für Flüssigkeiten** (Bilder 200, 201). Das auf die Prismenfläche *P* fallende Licht wird in das Prisma hineingebrochen. Der streifend eintretende Strahl ergibt im Gesichtsfeld die Grenze zwischen Hell und Dunkel, deren Lage auf einer Skala des zur Beobachtung dienenden Fernrohres abgelesen wird.

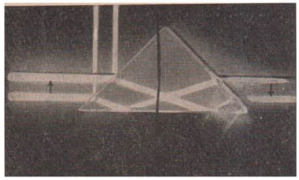


Bild 197. Umkehrprisma

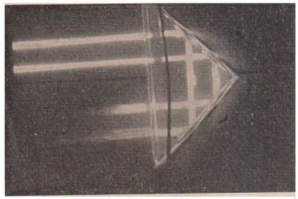


Bild 198. Umlenkprisma (Feldstecherprisma)

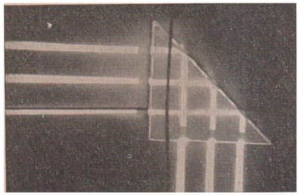


Bild 199. Reflexionsprisma

Beispiele: 1. Weshalb müssen die reflektierenden Flächen des Prismas (Bild 202) versilbert sein, nicht aber diejenigen der Prismen (Bilder 197 bis 199)? — Wegen

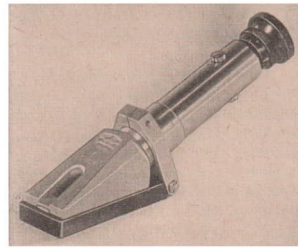


Bild 200. Handrefraktometer

$\sin\beta = \frac{1}{1{,}5 \cdots 1{,}7}$ beträgt der Grenzwinkel der Totalreflexion bei Glas $\beta = 36° \cdots 42°$, ist also kleiner als 45°.

2. Fährt man an heißen Sommertagen mit dem Motorrad (niedriger Blickpunkt!) auf einer langen Geraden, so sieht man in größerer Entfernung häufig „Wasserlachen", in denen sich die Chausseebäume spiegeln (Bild 203). — Totalreflexion an der auf dem Asphalt liegenden erhitzten Luftschicht (Fata morgana in der Wüste). Die Erscheinung verschwindet bei höherem Blickpunkt (Grenzwinkel!).

3. Eine unter Wasser getauchte leere Glasröhre erscheint spiegelnd.

4. Der starke Glanz des Diamanten beruht auf dem kleinen Grenzwinkel der Totalreflexion von 24,6° $\left(\sin\beta = \frac{1}{2{,}4}\right)$.

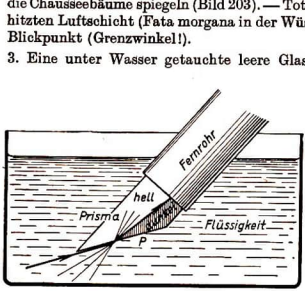


Bild 201. Prinzip des Eintauchrefraktometers

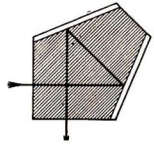


Bild 202. Pentaprisma

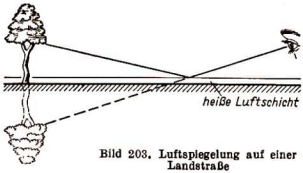


Bild 203. Luftspiegelung auf einer Landstraße

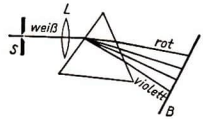


Bild 204. Dispersion. S Spalt, L Sammellinse, die ohne Prisma auf dem Bildschirm B ein scharfes Bild des Spaltes entwirft

22 Die Zerlegung des Lichtes (Dispersion)

An geschliffenen Spiegelkanten und Edelsteinen, am Glasbehang von Kronleuchtern und an glitzernden Schneekristallen beobachtet man häufig ein prächtiges Farbenspiel. Das weiße Tageslicht wird in einzelne Farben zerlegt. Man nennt diesen Vorgang **Dispersion** des Lichtes.

Deutlicher wird die Erscheinung, wenn man paralleles weißes Licht durch einen Spalt (S) auf eine Prismenfläche fallen läßt (Bild 204). Beim Durchgang erweist sich — abgesehen von der bereits besprochenen Ablenkung durch Brechung — der Lichtspalt zu einem farbigen Band auseinandergezogen, das man **Spektrum** nennt. Bei einfacher Betrachtung erkennt man der Reihe nach die **Spektralfarben** (im täglichen Leben **Regenbogenfarben** genannt)

Rot — Orange — Gelb — Grün — Blau — Indigo — Violett,

wobei Rot am wenigsten, Violett am stärksten abgelenkt wird (Farbentafel 1).

Weißes Licht ist eine Mischung von Strahlen verschiedener Wellenlänge. Jede Wellenlänge hat einen anderen Brechungsindex. Der Brechungsindex nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab.

Wellenlänge und Brechungsindex sind jedoch einander nicht proportional!

Eine in den Strahlengang des Spektrums gesetzte Zylinderlinse sammelt den Farbenfächer wieder und stellt das weiße Licht wieder her:

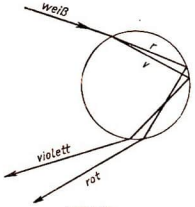


Bild 205
Entstehung des Regenbogens

Die Vereinigung der Spektralfarben ergibt weißes Licht.

Wegen der stets vorhandenen Dispersion gilt der Brechungsindex eines Stoffes nur für eine bestimmte Wellenlänge. Das Vermögen, Licht stärker oder schwächer zu zerstreuen, ist bei den einzelnen Stoffen verschieden. Auffällig ist die starke **Dispersion** des Schwefelkohlenstoffs, den man, in ein dreikantiges Fläschchen gefüllt, gern zur Erzeugung recht breiter Spektren verwendet (siehe letzte Spalte der folgenden Tabelle).

Dispersion einiger Stoffe

Stoff	Wellenlänge C 656,3 nm	D 589,3 nm	F 486,1 nm	H 396,8 nm	Mittlere Dispersion $n_F - n_C$
Wasser 20 °C	1,331	1,333	1,337	1,343	0,006
Kronglas	1,516	1,519	1,525	1,535	0,009
Flintglas	1,614	1,619	1,631	1,653	0,017
Schwefelkohlenstoff	1,619	1,628	1,653	1,700	0,034

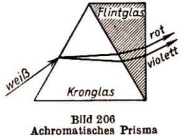


Bild 206
Achromatisches Prisma

Beispiele: 1. Der Regenbogen entsteht durch Dispersion und Reflexion des Sonnenlichtes in den Wassertröpfchen des Regens. Der Beobachter hat die Sonne im Rücken (Bild 205). 2. Das **achromatische Prisma** (Bild 206) soll einen Strahl wohl ablenken, nicht aber in Farben zerlegen. Es ist eine Kombination aus einem Kron- und einem Flintglasprisma. Ihre brechenden Winkel sind so bemessen, daß 2 Farben des Spektrums (etwa Rot und Blau) gleiche Gesamtablenkung haben, also parallel austreten. Eine strenge Korrektur für alle Farben ist nicht möglich.

22.1 Die Spektren

22.11 Das kontinuierliche Spektrum

Wenn das Farbenband, wie bisher beschrieben, aus einer lückenlosen Reihe ineinander übergehender Farben besteht, nennt man es ein **kontinuierliches Spektrum.** Es wird von allen Temperaturstrahlern erzeugt, insbesondere vom Sonnenlicht. Mit welcher Intensität die einzelnen Wellenlängen über das Spektrum verteilt sind, zeigt die Strahlungskurve des Schwarzen Körpers (Bild 117).

22.12 Das Linienspektrum

Genauere Untersuchungen nimmt man mit dem **Spektrometer** vor (Bild 207). Das zu prüfende Licht fällt durch einen feinen, verstellbaren Spalt (1) in den **Kollimator** (2), der das Licht parallel macht. Mit dem Fernrohr (3) wird das Spektrum vergrößert beobachtet. Im **Spektrograph** (Bild 208) wird das Spektrum mittels eines zweiten Linsensystems fotografiert.

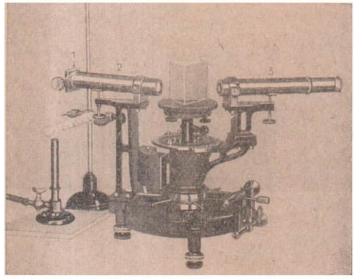


Bild 207. Spektrometer

Man findet dann, daß **glühende Gase und Dämpfe** nur einzelne bestimmte Wellenlängen aussenden. Streut man z. B. Kochsalz (NaCl) in eine nichtleuchtende Gasflamme, so färbt sich diese intensiv gelb, zurückzuführen auf das darin enthaltene Natrium. Das Spektrum besteht nur aus einem einzigen schmalen gelben Streifen ($\lambda = 589{,}3$ nm). Bei ganz feinem Spalt und gutem Auflösungsvermögen des Prismas erkennt man allerdings eine Doppellinie (D_1 mit $\lambda = 589{,}0$ nm und D_2 mit $\lambda = 589{,}6$ nm). Das Natriumlicht ist also praktisch **monochromatisch (einfarbig).** Monochromatisches Licht anderer Wellenlänge kann man u. a. mit einer Quecksilberdampflampe erzielen, wenn man die gewünschte Wellenlänge mit Hilfe geeigneter Lichtfilter aussondert.

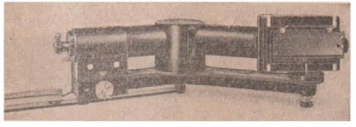


Bild 208. Quarzspektrograph

Kaliumverbindungen geben blaßviolette Flammenfärbung, ihr Spektrum enthält 5 Linien, wie überhaupt jedes Metall ein charakteristisches **Linienspektrum** liefert. Verdünnte Gase geben bei Stromdurchgang ebenfalls vielfarbige Linienspektren (Farbentafel 3 u. 4). An Hand der in einem Spektrum auftretenden Linien läßt sich die Anwesenheit eines chemischen Elementes eindeutig feststellen: **Spektralanalyse.** Zu großer Vollkommenheit entwickelte Spektrographen eignen sich sogar zur quantitativen (mengenmäßigen) Metallanalyse.

Linienspektren werden von den chemischen Elementen erzeugt, d. h. von den einzelnen strahlenden Atomen. Chemische Verbindungen, genauer gesagt, schwingende Moleküle, ergeben Bandenspektren. An Stelle einzelner Linien enthalten sie breitere Bänder, die aus zahlreichen eng beisammen liegenden Linien bestehen.

22.13 Absorptionsspektren

Schickt man weißes Licht durch ein farbiges Glas, so erscheinen nach spektraler Zerlegung auf dem Schirm breite Teile des Spektrums ausgelöscht; das Glas hat einen

Lichtwellenlängen einiger chemischer Elemente

(in Luft von 15 °C und 760 Torr) in nm

Silber	328,068	Wasserstoff	397,007	Barium	455,4037
	338,289		410,1736		493,410
	520,9079		434,046		553,553
	564,5487		486,132	Strontium	407,7714
Kupfer	324,754		656,2785		421,5515
	327,3965	Kalium	344,637		460,733
	521,8202		404,414	Helium	447,1480
Kalzium	315,888		404,720		471,3147
	317,934		766,491		492,1926
	393,3670		769,898		501,5678
	396,8475	Natrium	330,234		587,5623
	422,6728		330,294		667,8149
	428,301	D_1	588,9965		706,5197
	430,774	D_2	589,5932	Sauerstoff	394,733
		Thallium	377,572		628,29
			535,046		686,72
					760,82

Teil der Strahlung absorbiert. Beim Dazwischenschalten anderer Stoffe entstehen oft charakteristische dunkle Streifen: Absorptionsbanden, ein wichtiges Hilfsmittel der chemischen Analyse (Farbentafel 5). Blut erzeugt beispielsweise je einen charakteristischen Streifen im Gelb und Grün.

Geht weißes Licht durch Metalldämpfe, so entstehen an denjenigen Stellen schwarze Linien, bei denen der Metalldampf eigene Spektrallinien erzeugen würde:

Glühende Gase absorbieren die Wellenlängen, die sie selbst aussenden.

Fraunhofer hat 1814 bei der Untersuchung des Sonnenspektrums zahlreiche derartige Linien darin entdeckt. Aus der Lage und Verteilung der **Fraunhoferschen Linien** läßt sich erkennen, welche chemischen Elemente im äußeren Teil der Sonne enthalten sind. Die kräftigsten dieser Linien tragen nach Fraunhofer die Bezeichnungen A···K.

Die Fraunhoferschen Linien

Farbeindruck:	Violett		Indigo	Blau	Grün	Gelb	Orange	Rot		
Fraunhofersche Linien:	K	H	G	F	E	D		C	B	A
Wellenlängen (nm):	393,3	396,8	430,8	486,1	527,0	589,3		656,3	686,7	759,3
Zugehörigkeit zu den chemischen Elementen:	Ca	Ca	Fe	H	Fe	Na		H	O	O

So wurde auf Grund solcher Fraunhoferscher Linien das Edelgas Helium zuerst auf der Sonne entdeckt, ehe man es auf der Erde fand.

23 Die Linsen

Man unterscheidet grundsätzlich zwei Arten von Linsen:

Sammellinsen: in der Mitte **dicker** als am Rand,
Zerstreuungslinsen: in der Mitte **dünner** als am Rand.

Die Linsenflächen können **konvex (erhaben)** oder **konkav (hohl)** sein. Die möglichen Formen zeigt Bild 209. Alle praktisch verwendeten Linsen werden **sphärisch** geschliffen, ihre Oberflächen sind Teile von Kugelflächen. Diese Form ist technisch besonders einfach herzustellen. Durch Zusammenbau mehrerer solcher Linsen können alle Anforderungen hinsichtlich der Bildgüte erfüllt werden.



Bild 209

23.1 Sammellinsen

Jedermann kennt das **„Brennglas"**, eine einfache Sammellinse, mit der man achsenparalleles Sonnenlicht im **Brennpunkt** vereinigen kann. Auch wenn man die Linse umwendet, entsteht ein Brennpunkt in derselben Entfernung (Bild 210). Die Sammellinse hat also 2 Brennpunkte F_1 und F_2 mit derselben Brennweite $f_1 = f_2$, auch wenn die Krümmungsradien beider Oberflächen verschieden sind. Bei dünnen Linsen wird die Brennweite f von der Linsenmitte aus gemessen.

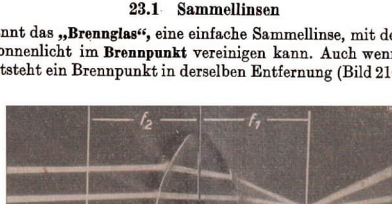


Bild 210. Sammellinse

(98) **Achsenparallele Strahlen vereinigen sich im Brennpunkt.**

Begründung: Man denke sich die im Querschnitt gesehene Linse aus einzelnen Prismen zusammengesetzt. Dann werden die randwärts einfallenden Strahlen zunehmend stärker gebrochen.

Vielfach wird die Brechkraft einer Linse in **Dioptrien** ausgedrückt:

(99) $$\boxed{\text{Brechkraft } D = \frac{1}{f}} \quad (f \text{ in Metern})$$

Beispielsweise hat eine Linse der Brennweite 25 cm eine Brechkraft von $\frac{1}{0{,}25\ \text{m}} = 4$ Dioptrien.

Der Brennpunkt ist wie beim sphärischen Spiegel kein mathematischer Punkt, sondern eine Zone, die um so ausgedehnter ist, je breiter das die Linse durchsetzende Strahlenbündel ist. Eine Linse, die achsenparalleles Licht mathematisch genau sammelt, müßte hyperbolische Form haben. Doch lohnt die Herstellung derartig gekrümmter Linsen nicht, da die übrigen Fehler der sphärischen Linse (S. 137) trotzdem bestehenbleiben.

Zur Konstruktion von Strahlengängen verwendet man wieder — wie bei den sphärischen Spiegeln — **die 3 ausgezeichneten Strahlen,** von denen man weiß:

Parallelstrahlen werden zu Brennstrahlen.

Brennstrahlen werden zu Parallelstrahlen.

Der Hauptstrahl geht unabgelenkt durch die Linsenmitte.

Zur eindeutigen Konstruktion eines Bildpunktes genügen bereits 2 von diesen Strahlen.

Bei einfachen Überlegungen nimmt man auf die Dicke der Linse keine Rücksicht. Man behandelt sie als eine Ebene, womit man sich z. B. nicht darum zu kümmern braucht, daß der Hauptstrahl eigentlich eine kleine Parallelverschiebung erleidet.

(100) **Schräg einfallende Parallelstrahlen vereinigen sich in der Brennebene.**

Beweis: Aus dem schräg zur Achse laufenden Bündel werden Haupt- und Brennstrahl herausgegriffen. Ihr Schnittpunkt F' liegt in der durch den Brennpunkt F gehenden Ebene, weil die beiden schraffierten Dreiecke kongruent sind (Bild 211)

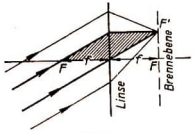


Bild 211
Schräg einfallendes paralleles Bündel

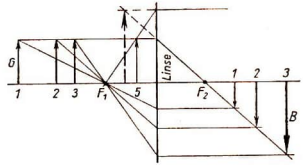


Bild 212. Bildkonstruktion mit Hilfe des Parallel- und Brennstrahles bei verschiedener Entfernung des Gegenstandes G

23.11 Bilder der Sammellinse

Den geometrischen Bildkonstruktionen liegen dieselben Gedanken wie bei der Betrachtung des Hohlspiegels zugrunde. Die in Abschn. 20.22 gegebene Anleitung kann wortgetreu auf die Sammellinse übertragen werden.

Konstruktion eines Bildpunktes. Um das Bild der Spitze des in Bild 212 in Stellung *1* befindlichen Gegenstandes G zu finden, ziehe man bis zur Linse einen achsenparallelen Strahl und den Brennstrahl durch F_1. Der erste Strahl setzt sich hinter der Linse als

Brennstrahl durch F_2 und der zweite Strahl als Parallelstrahl fort. Wo sich diese beiden Strahlen schneiden, liegt der entsprechende Bildpunkt.

Setzt man den Gegenstand nacheinander in verschiedene Entfernungen von der Linse, so ergibt sich (Bild 212):

Fall	Lage des Gegenstandes	Lage des Bildes	Art des Bildes	Anwendung
1.	$a > 2f$	$2f > b > f$	reell, umgekehrt, verkleinert	Fotoapparat
2.	$a = 2f$	$b = 2f$	reell, umgekehrt, gleich groß	Umkehrlinse im Fernrohr
3.	$2f > a > f$	$b > 2f$	reell, umgekehrt, vergrößert	Projektionsapparat
4.	$a = f$	$b = \infty$	virtuell, aufrecht, vergrößert	Scheinwerfer, Lupe
5.	$a < f$	$b < 0$	virtuell, aufrecht, vergrößert	Lupe

Versuch: Man halte eine Sammellinse gegen das Fenster und bewege probeweise parallel zur Linse in Richtung der optischen Achse ein Blatt Papier. In der richtigen Stellung leuchtet auf dem Papier ein helles, verkleinertes, umgekehrtes Bildchen auf. Es ist reell; denn auf der Papierebene schneiden sich alle von den einzelnen Punkten des Fensters kommenden Strahlen in je einem Bildpunkt.

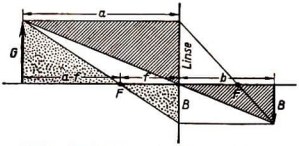


Bild 213. Zur Herleitung der Linsengleichungen

23.12 Die Linsengleichungen

Für das Verhältnis der Größe G des Gegenstandes zur Größe B des Bildes ergibt die Ähnlichkeit der in Bild 213 schraffierten Dreiecke $\frac{G}{a} = \frac{B}{b}$ bzw. den

(101) **Abbildungsmaßstab:** $\boxed{\frac{B}{G} = \frac{b}{a}}$

Ferner gibt die Ähnlichkeit der punktierten Dreiecke $\frac{G}{B} = \frac{a-f}{f}$. Anderseits ist nach (101) $\frac{G}{B} = \frac{a}{b}$, so daß nach Gleichsetzung der rechten Seiten $\frac{a-f}{f} = \frac{a}{b}$. Hieraus wird durch Umformen die

(102) **Abbildungsgleichung:** $\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

Die Brennweite f läßt sich aus der Gestalt der Linse (Krümmungsradien) und dem Brechungsindex des Glases berechnen. Wir gehen von der Gleichung des Prismas bei symmetrischem Strahlengang aus, wofür wir (96) fanden $n = \frac{\sin\frac{\omega+\delta}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}}$ (ω brechender Winkel und δ Gesamtablenkung). Ein auf der optischen Achse liegender Punkt G des Gegenstandes erzeugt den ebenfalls auf der Achse liegenden Bildpunkt B (Bild 214). Wo einer der abbildenden Strahlen die Linse durchsetzt, sei diese als das Stück eines Prismas betrachtet, dessen brechender Winkel ω (wegen der Achsnähe der Strahlen) sehr klein ist. In diesem Fall ist auch

die Gesamtablenkung δ sehr klein, so daß man die Sinus in der vorangestellten Gleichung durch ihre Winkelwerte (Bogenmaß) selbst ersetzen kann. Damit wird $n\omega = \omega + \delta$ oder

(a) $$\delta = (n-1)\omega.$$

Ferner ist $\varepsilon + \varphi = \delta$. Die kleinen Winkel ε und φ können durch ihre Tangenswerte ersetzt werden, so daß

$$\frac{h}{a} + \frac{h}{b} = \delta = h\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad \text{oder wegen (94)} \quad \delta = \frac{h}{f},$$

was zusammen mit (a) ergibt:

(b) $$\frac{\omega}{h} = \frac{1}{(n-1)f}$$

Die Schenkel des brechenden Winkels ω sind jedoch Tangenten an die gekrümmten Linsenflächen (Bild 215). In den Berührungspunkten sind die Krümmungsradien r_1 und r_2 ge-

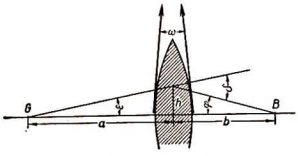


Bild 214. Zur Herleitung der Linsengleichung (G und B sind auf der Achse liegende Punkte von Gegenstand und Bild)

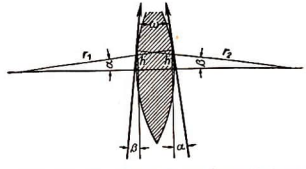


Bild 215. Zur Herleitung der Linsengleichung (Krümmungsradien und brechender Winkel)

zogen, die mit der Achse die Winkel α und β bilden. Dieselben Winkel ergeben sich, wenn man von den Berührungspunkten auf die Achse lotet, wobei man $\omega = \alpha + \beta$ findet. Wegen der Kleinheit von α und β kann man die entsprechenden Sinus $\frac{h}{r_1}$ und $\frac{h}{r_2}$ setzen, womit

$$\omega = h\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \quad \text{oder} \quad \frac{\omega}{h} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Dies mit (b) gleichgesetzt, ergibt $\frac{1}{(n-1)f} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ und damit die

(103) **Brennweite einer Sammellinse:** $$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$$

Beispiele: 1. Wo liegt der Brennpunkt einer bikonvexen Sammellinse mit beiderseits gleicher Krümmung, wenn $n = 1{,}5$? — Aus (103) erhält man $\frac{1}{f} = 0{,}5\left(\frac{2}{r}\right) = \frac{1}{r}$. Der Brennpunkt dieser vielbenutzten Linse liegt also im Krümmungsmittelpunkt.

2. Berechne die Brennweite einer Plankonvexlinse von $r = 12$ cm und $n = 1{,}5$! —

$$\frac{1}{f} = 0{,}5\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{12}\right); \quad f = \frac{12}{0{,}5} = 24 \text{ cm}$$

Die Brennweite dieser ebenfalls vielbenutzten Linse ist gleich dem doppelten Krümmungsradius (siehe voriges Beispiel).

3. Ein 1,70 m großer Mann steht 5 m vor einer Linse von 15 cm Brennweite. Wie groß ist sein auf der Mattscheibe sichtbares Bild? — Um nach Gleichung (101) rechnen zu können, muß

noch die Bildweite ermittelt werden. Durch Auflösen von (102) nach b erhält man $b = \frac{af}{a-f}$ bzw. $\frac{500 \cdot 15}{500 - 15}$ cm = 15,45 cm, wonach man nach (101) erhält: $B = \frac{Gb}{a}$ bzw. $B = 5{,}26$ cm.

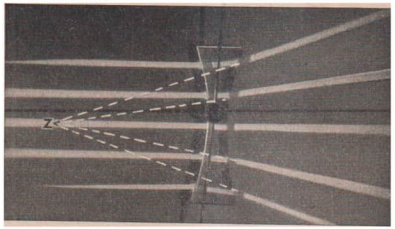


Bild 216. Virtueller Brennpunkt einer Zerstreuungslinse

23.2 Die Zerstreuungslinse

Achsenparallele Strahlen werden von einer Zerstreuungslinse so nach außen abgelenkt, daß sie von einem Punkt (Zerstreuungspunkt (**virtueller Brennpunkt**) herzukommen scheinen (Bild 216). Damit läßt sich aus Haupt- und Parallelstrahl ein virtuelles, aufrechtes, verkleinertes Bild konstruieren (Bild 217). Bei der Anwendung der Linsenformel (102) ist die **Brennweite negativ** einzusetzen, so daß

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$$

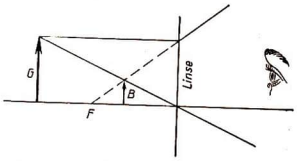


Bild 217. Virtuelles Bild einer Zerstreuungslinse

23.3 Dicke Linsen

Der in den Bildern 211 ··· 213 gezeichnete Strahlengang gilt strenggenommen nur für unendlich dünne Linsen. Der Einfachheit halber war angenommen worden, daß die Strahlen beim Durchgang durch die Linse nur einmal (und zwar in der Mittelebene) gebrochen würden. Bei dicken Linsen wird diese Konstruktion jedoch ungenau. Bild 210 zeigt deutlich, wie jeder Strahl in Wirklichkeit zweimal gebrochen wird. Die Bildkonstruktion für **dicke Linsen** wird nur dann genau, wenn man nicht von der Mittelebene, sondern von den beiden sogenannten **Hauptebenen** ausgeht. Die Hauptebenen schneiden die optische Achse in den beiden **Hauptpunkten.** Die Berechnung, auf die hier nicht eingegangen werden kann, liefert

1. für eine **symmetrische dicke Bikonvexlinse** ($n = 1{,}5$ und $r \geqq d$): Abstand der beiden Hauptebenen = $^1/_3$ Linsendicke,
2. für eine **dicke Plankonvexlinse** ($n = 1{,}5$ und $r \geqq d$): Abstand der einen Hauptebene vom Linsenscheitel = $^1/_3$ Linsendicke (Bild 218). (Die andere Hauptebene berührt die konvexe Fläche im Scheitel.)

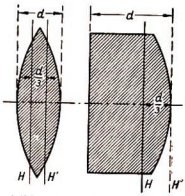


Bild 218. Lage der Hauptebenen bei dicken Linsen

Die Konstruktion des Strahlenganges erfolgt nach Bild 219.
Die in der Abbildungsgleichung (102) enthaltenen Größen a, b und f sind bei dicken Linsen von den Hauptebenen aus zu rechnen.

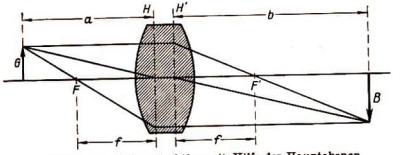


Bild 219. Bildkonstruktion mit Hilfe der Hauptebenen (H und H Hauptpunkte)

23.4 Linsensysteme

Ein System aus zwei dünnen Linsen f_1 und f_2, die nach Bild 220 im Abstand e voneinander angeordnet sind, läßt sich theoretisch durch eine einzige Linse der Brennweite f ersetzen. Der linke und rechte Brennpunkt des Systems sind von den beiden Einzellinsen verschieden weit entfernt.

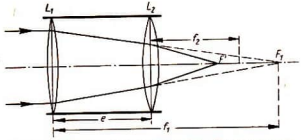


Bild 220. Rechter Brennpunkt eines Linsensystems

(104a) **Entfernung der linken Linse L_1 vom linken Brennpunkt F des Systems:**

$$FL_1 = \frac{f_1(f_2 - e)}{f_1 + f_2 - e}$$

(104b) **Entfernung des rechten Brennpunktes F' von der rechten Linse L_2:**

$$L_2F' = \frac{f_2(f_1 - e)}{f_1 + f_2 - e}$$

Herleitung: Von links her falle ein achsenparalleles Bündel auf die Linse L_1, die für sich allein den Brennpunkt F_1 erzeugen würde. Faßt man die Wirkung der Linse L_2 so auf, daß sie den Punkt F_1 nach F' abbildet, so sind die zugehörige Brennweite f_2, die Gegenstandsweite $a = -(f_1 - e)$ und die Bildweite $b = L_2F'$. Setzt man diese Werte in die Abbildungsgleichung (102) ein, so erhält man $\frac{1}{L_2F'} - \frac{1}{f_1 - e} = \frac{1}{f_2}$, woraus (104b) unmittelbar folgt. Formel (104a) ergibt sich, wenn man ein paralleles Bündel von rechts her einfallen läßt. Ferner ergibt sich die

(105) **Brennweite des Linsensystems:**

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$$

Die Brennweite f ist die Entfernung der beiden Brennpunkte F und F' von ihren zugehörigen Hauptebenen H und H'.
Wenn die beiden Linsen sich unmittelbar berühren oder sehr eng beieinander liegen, kann man $e = 0$ setzen und erhält die

(106) **Brennweite eines Systems zusammenliegender Linsen:**

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

oder auch: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

Die Brechkraft einer zusammengesetzten Linse ist gleich der Summe der Brechkräfte der Einzellinsen (Brechkraft $\frac{1}{f}$, S. 132).

Ist eine der beiden Linsen eine Zerstreuungslinse, so ist der negative Wert ihrer Brennweite einzusetzen.

Beispiele: 1. Eine Sammellinse $f_1 = 5$ cm soll mit einer Zerstreuungslinse durch unmittelbares Zusammenlegen kombiniert werden, so daß die Gesamtbrennweite $f = 12$ cm beträgt. – Nach (106) ist $f_2 = \frac{f_1 f}{f_1 - f} = \frac{5 \cdot 12}{5 - 12}$ cm $= -8{,}57$ cm (Vorsatzlinse eines Photoapparates).

2. Berechne die Brennweite f und die Lage der Hauptebenen für ein System aus den zwei Sammellinsen $f_1 = 18$ cm und $f_2 = 21$ cm im gegenseitigen Abstand $e = 9$ cm. –

Es ist nach (105) $f = \frac{18 \cdot 21}{18 + 21 - 9}$ cm $= 12{,}6$ cm.

Ferner ist $F L_1 = \frac{18\,(21-9)}{18 + 21 - 9}$ cm $= 7{,}2$ cm und

$L_2 F' = \frac{21\,(18-9)}{18 + 21 - 9}$ cm $= 6{,}3$ cm.

Die Hauptebene H' liegt 12,6 cm links von F' und H ebenso weit rechts von F. In diesem Fall sind die Hauptebenen gegenüber Bild 219 vertauscht. Die dazugehörige Bildkonstruktion ist auf Bild 221 mit angegeben.

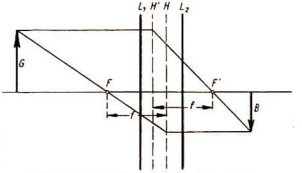


Bild 221. Strahlengang zum Beispiel 2

23.5 Linsenfehler

23.51 Der chromatische (Farb-) Fehler

Rotes Licht wird schwächer gebrochen als violettes (s. Dispersion!). Die Vereinigung des violetten Lichtes findet daher näher an der Linse statt als die des roten (Bild 222). Gegenstände in weißem Licht, durch eine gewöhnliche Linse betrachtet, erscheinen daher von farbigen Rändern umsäumt: die **chromatische Aberration** (Abweichung). Sie beeinträchtigt die Bildschärfe. Man kann den Farbfehler grob beseitigen, indem man an eine Konvexlinse aus Kronglas eine Konkavlinse aus Flintglas kittet (s. achromatisches Prisma, S.128), und erhält so einen **Achromaten.** Da es auf diese Weise nur gelingt, zwei ausgewählte Farben (etwa Rot und Blau) zur Deckung zu bringen, bleibt noch ein sogenanntes **sekundäres Spektrum** übrig. Durch Kombination besonderer Jenaer Gläser beseitigt man auch dieses noch und erhält die **Apochromate**[1]).

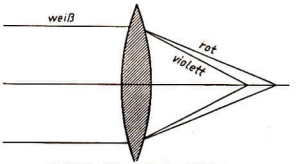


Bild 222. Chromatischer Fehler

23.52 Der sphärische (Kugel-) Fehler

Es wurde schon gesagt, daß Linsen aus Gründen der technischen Einfachheit sphärisch geschliffen werden. Damit nimmt man eine Reihe von Fehlern in Kauf, die sich durch geeignete Mittel beseitigen lassen.

[1]) Außerdem ist hier noch der chromatische Fehler der sphärischen Aberration für zwei Farben korrigiert.

Von einem achsenparallel auftreffenden Bündel haben die randwärts gelegenen Strahlen eine kürzere Brennweite als die achsnahen. Die Linse ist demnach in den Randzonen zu stark gekrümmt (Bild 223). Die Differenz der Brennweiten

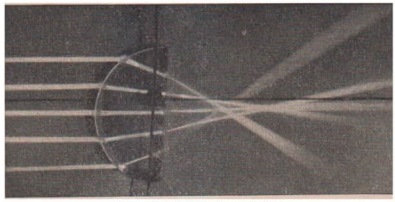


Bild 223. Sphärischer Fehler

zwischen Rand- und Zentralstrahlen nennt man die **sphärische Aberration.** Bei gut korrigierten Fernrohrobjektiven beträgt sie, von einem mittleren Brennpunkt aus gerechnet, nur noch etwa $^1/_{1000}$ Brennweite. Einfachste Abhilfe: Man setzt eine **Lochblende** vor die Linse, welche die Randstrahlen abdeckt. Damit geht jedoch viel Licht verloren. Besser ist es daher, eine Sammellinse mit einer Zerstreuungslinse von anderem Brechungsindex n so zu kombinieren, daß im ganzen eine Sammellinse entsteht. Solchermaßen korrigierte (und gleichzeitig achromatische) Systeme heißen **Aplanate.**

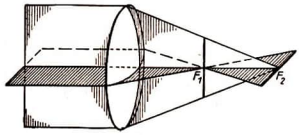


Bild 224. Astigmatismus einer Linse mit 2 verschiedenen Krümmungen

Begründung: Der sphärische Fehler einer Hohllinse ist analog dem einer Sammellinse; die Randstrahlen werden stärker zerstreut als die Zentralstrahlen. Eine vor die Sammellinse gesetzte Hohllinse wird daher die zu starke Brechung der Randstrahlen wieder aufheben.

Bei einer einfachen Plankonvexlinse vermindert sich der Fehler, wenn die parallelen Strahlen in die ebene Fläche zuerst eindringen.

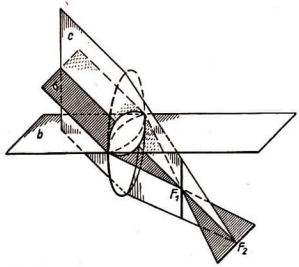


Bild 225. Astigmatismus eines schief einfallenden Lichtbündels

23.53 Astigmatismus und weitere Fehler

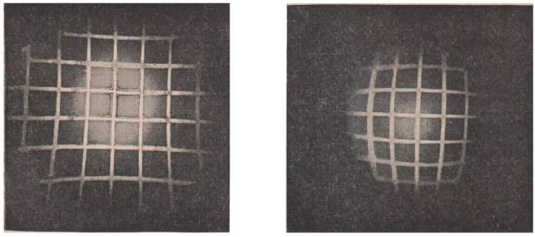
Bild 224 zeigt eine Linse, die im waagerechten Durchmesser stärker gekrümmt ist als im senkrechten. Ein in den waagerechten Durchmesser fallendes Lichtband ergibt eine kürzere Brennweite als das senkrechte Bündel. Im Brennpunkt F_1 bzw. F_2 des einen erscheint das andere Band jeweils als Strich. Man nennt diese Erscheinung, die auch als weitverbreiteter Fehler der Augenlinse bekannt ist, **Astigmatismus (mangelnde Punktförmigkeit).**

Dieser Astigmatismus tritt aber auch an jeder gewöhnlichen Linse (mit selbstverständlich gleichmäßiger Krümmung) auf, wenn sie von einem schief zur Achse einfallenden Lichtbündel getroffen wird: **Astigmatismus schiefer Bündel.** Aus dem Bündel werde ein dünnes Lichtband (a) herausgegriffen. Seine Schnittfläche (Bild 225) mit der Linse besitzt eine stärkere Krümmung, als wenn die Linse in Richtung der Achse durchschnitten wird (b), oder, was auf dasselbe hinausläuft, von einem zu dem ersten rechtwinklig laufenden Band (c). Ein außerhalb der Achse liegender Punkt liefert daher keinen Brennpunkt, sondern zwei zueinander senkrecht stehende Striche in verschiedener Entfernung.

Linsensysteme ohne diesen Fehler heißen **Anastigmate.** Ebenfalls auf die Kugelform der Linsenflächen ist das **Koma** zurückzuführen. Achsferne Punkte erscheinen in radialer Richtung verwischt. Aplanate und Anastigmate sind praktisch frei vom Koma.

Je nach Anordnung einer Blende vor oder hinter der Linse können auch **kissen- oder tonnenförmige Verzeichnungen** auftreten, die sich an der Abbildung eines Kreuzgitters (Bild 226) feststellen lassen.

Schließlich hängt auch die **Bildfeldwölbung** mit der sphärischen Linsenform zusammen. Hierbei werden die zentralen Teile des Bildes in größerer Entfernung von der Linse schärfer abgebildet als die randwärts liegenden Bildzonen (beim Anastigmat korrigiert).



a b

Bild 226. Kissen- und tonnenförmige Verzeichnung eines ursprünglich geraden Kreuzgitters

24 Optische Instrumente

24.1 Das Auge

24.11 Aufbau des Auges

Das kugelförmige menschliche Auge besteht im wesentlichen aus folgenden Teilen (Bild 227):

1. Die **äußere Kapsel,** bestehend aus der weißen **Sehnenhaut,** welche vorn in die **durchsichtige Hornhaut** übergeht;

2. Die **Linse,** die längs ihres Randes mit Fasern am ringförmigen **Ziliarmuskel** aufgehängt ist. Wenn dieser Muskel sich zusammenzieht, läßt der radiale Zug der

Fasern nach, und die Linse nimmt vermöge ihrer eigenen Elastizität eine stärkere Krümmung und damit kürzere Brennweite an. Im Ruhezustand ist sie fast plankonvex. Vor der Linse ist eine veränderliche Lochblende, deren Vorderseite gefärbt ist: die **Regenbogenhaut** oder **Iris.** Zwischen Hornhaut und Linse befindet sich eine Flüssigkeit und im Innern des Auges der sogenannte **Glaskörper.** Die sichtbare Öffnung in der Iris heißt **Pupille.** Bei hellem Tageslicht ist sie eng zusammengezogen, im Dunkeln weit geöffnet. Die Anpassung des Auges an die wechselnde Helligkeit nennt man **Adaption;**

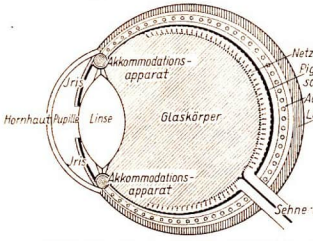


Bild 227. Querschnitt durch das menschliche Auge

3. Die **Netzhaut (retina),** die den inneren Augenhintergrund bildet und von der hinter ihr liegenden **Aderhaut** ernährt wird. Sie enthält die lichtempfindlichen **Stäbchen** (hell-dunkel-empfindlich) und **Zäpfchen** (farbenempfindlich), in denen die Endfasern des **Sehnervs** auslaufen, welcher etwas seitlich in den Augapfel einmündet. An dieser Stelle ist die Netzhaut unempfindlich: der **blinde Fleck** (Bild 228). In der Mitte liegt etwas vertieft der **gelbe Fleck,** die Stelle größter Sehschärfe.



Bild 228. Nachweis des blinden Fleckes. Man schließe das linke Auge und fixiere mit dem rechten das kleine weiße Kreuz. In etwa 18 cm Augenabstand verschwindet der Kreis

Die Augenlinse entwirft ein reelles, umgekehrtes und verkleinertes Bild der Umgebung auf die Netzhaut. Da die Bildweite wegen der festen Länge des Augapfels konstant ist, wird, der jeweiligen Entfernung des Gegenstandes entsprechend, die Brennweite der Linse verändert. Diesen Vorgang nennt man **Akkommodation.** Bei ruhendem Auge ist die Linse auf Unendlich eingestellt.

Die sogenannte **deutliche Sehweite** ist diejenige Entfernung, auf die das Auge ohne Ermüdung akkommodieren kann (z. B. beim Lesen). Sie ist in erster Linie eine Funktion des Lebensalters und ist in der Jugend kleiner als im Alter. Als Mittelwert wird angenommen:

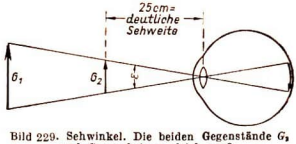


Bild 229. Sehwinkel. Die beiden Gegenstände G_1 und G_2 erscheinen gleich groß

(107) **deutliche Sehweite** $s = 25$ **cm.**

Die Größe eines gesehenen Gegenstandes richtet sich nach dem **Sehwinkel** ε, den die den Gegenstand G begrenzenden Strahlen zum hinteren Scheitel der Linse bilden (Bild 229). G erscheint um so größer, je größer dieser Sehwinkel ist.

24.12 Kurz- und Weitsichtigkeit

Bei **weit-** (oder **über-**) **sichtigen** Personen ist der Augapfel ein wenig zu kurz, die Brennweite der Linse ist zu lang. Es können bei angespanntem Ziliarmuskel nur weit entfernte Gegenstände deutlich gesehen werden. Abhilfe: Eine als Sammellinse wirkende **Brille** verkürzt die Brennweite und verlegt das Bild auf die Netzhaut.

Bei **Kurzsichtigkeit** ist der Augapfel zu lang. Die Brille muß eine die Brennweite verlängernde Zerstreuungslinse sein.

In höherem Lebensalter verliert die Augenlinse die Fähigkeit, sich bei verengendem Ziliarmuskel zusammenzukrümmen, und vermag nur noch weit entfernte Gegenstände scharf zu sehen: **Alterssichtigkeit.** Zum Lesen und Schreiben ist ein sammelndes Brillenglas notwendig.

Trübungen der Linse werden als **Star** bezeichnet. Die operativ entfernte Linse wird durch ein starkes Brillenglas ersetzt.

Die bei nach unten gerichtetem Auge im Gesichtsfeld umherschwimmenden glänzenden Gebilde (mouches volantes) rühren von Flocken her, die im Glaskörper schweben.

24.18 Das plastische Sehen

Beim gewöhnlichen Sehen mit beiden Augen **(binokulares Sehen)** werden die betrachteten Gegenstände von zwei Seiten her optisch umfaßt. Man sieht gleichzeitig je ein wenig von der linken und rechten Seite mit, und dies um so stärker, je näher sich der Gegenstand befindet. Die Summierung beider etwas gegeneinander verschobenen Bilder ergibt den plastischen Eindruck. Die Plastik wird erhöht, wenn die Standpunkte beider Augen künstlich (mit Prismenanordnungen) noch weiter auseinandergerückt werden.

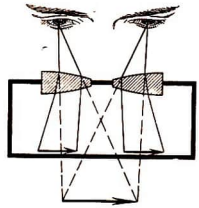


Bild 230. Stereoskop

Mit dem **Stereoskop** betrachtet man zwei verschiedene, im Augenabstand aufgenommene fotografische Aufnahmen (Bild 230). Beide Bilder werden mittels zweier Prismen wieder zur scheinbaren Deckung gebracht. Man kann die Bilder auch in roter und grüner Farbe übereinanderdrucken und mit einer Brille betrachten, die je ein rotes und grünes Augenfenster enthält. Das Auge hinter dem roten Fenster sieht nur das grüne Bild, das andere Auge nur das rote. Beide Bilder überdecken sich zu einem schwarzweißen, plastischen Bild (s. Komplementärfarben, S. 164).

24.14 Die Sehschärfe

Der kleinste Sehwinkel, den zwei getrennte Punkte mit dem Auge noch bilden müssen, um getrennt wahrgenommen zu werden, beträgt 1 Winkelminute:

(108) **kleinster auflösender Sehwinkel = 1′**

In diesem Fall ist äußerste Konzentration des Sehenden nötig. Im übrigen gilt als

kleinster wahrnehmbarer Winkelabstand zweier Punkte:

angestrengtes Sehen	1′
aufmerksames und scharfes Sehen	2′
bequemes Sehen	4′

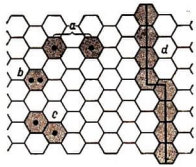


Bild 231. Auflösungsvermögen der Netzhaut (schematisch)

Diese Grenze der optischen Leistungsfähigkeit des Auges ist einerseits in der Wellennatur des Lichtes begründet (S. 149), stimmt aber anderseits mit dem Abstand (a) je zweier nichtbenachbarter Netzhautelemente (Stäbchen und Zäpfchen) überein (Bild 231). Liegen zwei Punkte enger beisammen, so fallen sie entweder in ein einziges Element (b) oder in zwei benachbarte (c). Sie erregen die Netzhaut so, als ob sie ein einziger Punkt wären.

Empfindlicher ist das Auge gegenüber der Versetzung zweier paralleler Striche (d), wodurch das Auflösungsvermögen auf das 4···6fache steigt ($10'' \cdots 15''$, wichtig für Nonienablesung). Noch feiner ist die Symmetrieempfindlichkeit, mit der das Auge die Abweichung eines Teilstriches von der Mittelstellung zwischen zwei anderen Strichen feststellen kann (erreichbare Genauigkeit einige Winkelsekunden).

Beispiele: 1. Wie weit muß ein 1,70 m großer Mann vom Auge entfernt sein, wenn er genauso groß erscheinen soll wie ein in deutlicher Sehweite befindliches Zehnpfennigstück (Durchmesser 21 mm)? — Hinsichtlich des Sehwinkels gilt die Proportion $\frac{250}{21} = \frac{x}{1700}$, wonach $x = 20{,}24$ m (Bild 229).

2. Welchen Abstand müssen zwei Teilstriche eines Rechenschiebers mindestens haben, damit sie bei aufmerksamer Betrachtung noch getrennt gesehen werden können? — Der Winkel von 2′ hat ein Bogenmaß von $\frac{2\pi}{180 \cdot 60} = 0{,}000582$ rad. Das ergibt in der deutlichen Sehweite von 25 cm einen Bogenabstand von

$$0{,}000582 \cdot 25 \text{ cm} = 0{,}0146 \text{ cm} \approx 0{,}15 \text{ mm}.$$

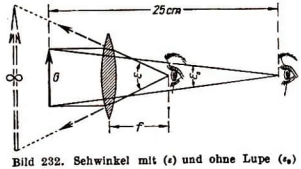


Bild 232. Sehwinkel mit (ε) und ohne Lupe (ε_0)

24.2 Die Lupe

Die Lupe ist eine einfache oder zusammengesetzte Sammellinse von kurzer Brennweite, die vergrößerte virtuelle Bilder nahe gelegener Gegenstände erzeugt. Ohne Lupe erblickt man den Gegenstand in deutlicher Sehweite (25 cm) unter dem Sehwinkel ε_0. Mit Hilfe der Lupe erscheint der Gegenstand unter dem größeren Sehwinkel ε. Es gilt nun als

(109) **Vergrößerung** $= \dfrac{\text{Sehwinkel } \varepsilon \text{ mit Instrument}}{\text{Sehwinkel } \varepsilon_0 \text{ ohne Instrument in 25 cm Abstand}}$

Die Vergrößerung richtet sich aber danach, wie weit Gegenstand und Auge von der Lupe entfernt sind, liegt also nicht absolut fest. Gewöhnlich gibt man die Normalvergrößerung an. Sie bezieht sich auf die Betrachtung mit völlig entspanntem Auge, wobei die Lupe so gehalten wird, daß der Gegenstand in der Brennebene liegt (Bild 232). Wie auch aus Bild 211 hervorgeht, werden die von den einzelnen Punkten des Gegenstandes ausgehenden divergenten Strahlenbündel parallel gemacht, das virtuelle Bild erscheint daher im Unendlichen.

Hierbei ergibt sich nach Bild 232 für $\tan\varepsilon_0/2 = \frac{G/2}{25\,\text{cm}}$ und für $\tan\varepsilon/2 = \frac{G/2}{f}$, wofür

man (wegen der Kleinheit der Winkel) auch setzen kann $\varepsilon_0 = \frac{G}{25\,\text{cm}}$ und $\varepsilon = \frac{G}{f}$. Damit erhält man die

(110) **Vergrößerung einer Lupe:** (Normalvergrößerung) $\boxed{v = \frac{25\,\text{cm}}{f}}$

Hält man die Lupe so, daß der Gegenstand innerhalb der Brennweite und das virtuelle Bild in der deutlichen Sehweite (25 cm) liegt, so wird $\varepsilon = \frac{B}{25}$, $\varepsilon_0 = \frac{G}{25}$ und $v = \frac{B}{G}$. Nach (101) ist dies gleich $\frac{25}{a}$. Ferner ist nach (102) mit $b = -25$ (die virtuelle Bildweite ist negativ einzusetzen!) $\frac{1}{a} = \frac{25 + f}{25\,f}$. Damit folgt $v = \frac{25\,(25 + f)}{25\,f}$ und die

(111) **Vergrößerung einer Lupe:** (Bild in deutlicher Sehweite) $\boxed{v = \frac{25\,\text{cm}}{f} + 1}$

24.3 Die fotografische Kamera

Sie stellt eine Vervollkommnung der Lochkamera dar. Ihr Hauptteil ist ein fehlerfreies Linsensystem, **Objektiv** genannt. Es erzeugt wie beim Auge ein umgekehrtes, reelles Bild, das auf der **Mattscheibe** bzw. einem **lichtempfindlichen Film** erscheint. Um die Belichtungszeit für Momentaufnahmen recht kurz zu halten, muß möglichst viel Licht in die Kamera eindringen. Das Objektiv soll also bei guter Qualität einen möglichst **großen Durchmesser haben.**

(112) **Öffnungsverhältnis:** $1 : x = \frac{\text{Linsendurchmesser } d}{\text{Brennweite } f}$

Aus mancherlei Gründen wird heute die **Kleinbildkamera** von 5 cm Brennweite bevorzugt. Das ergibt sehr kleine Bilder (meist 24×36 mm), die zur Erzielung eines natürlichen Eindrucks vergrößert werden.

Da die Linsenoberfläche mit dem Quadrat des Durchmessers anwächst, nimmt auch die **„Lichtstärke"** eines Objektivs mit dem Quadrat des Öffnungsverhältnisses zu.

Größere Bilder bei gleichem Bildformat (z. B. Fernaufnahmen) sind nur unter Verwendung eines **Teleobjektivs** mit entsprechend größerer Brennweite möglich. Für kleine Gegenstände in großer Nähe verwendet man **Vorsatzlinsen,** welche die Brennweite verkürzen.

Im allgemeinen kommt es darauf an, daß der wiederzugebende Gegenstand möglichst „scharf" auf der Mattscheibe bzw.



Bild 233. Fotografisches Objektiv. Öffnungsverhältnis 1 : 2,8; Brennweite $f = 50$ mm; T-Optik; oberer Ring zum Einstellen der Irisblende

dem Film erscheint. Einem jeden Punkt P auf der **Einstellebene** (E) im Objektraum entspricht dann bei genauer Einstellung des Apparates genau ein Punkt P' auf der **Mattscheibenebene** (M). Jeder vor oder hinter der Einstellebene gelegene Punkt wird nicht als Punkt, sondern als kleiner kreisförmiger Fleck (sog. **Zerstreuungskreis**) abgebildet. Es ist aber durchaus nicht notwendig, daß sich das Mattscheibenbild aus mathematischen Punkten zusammensetzt; denn das Auge vermag zwischen einem Punkt und einer Kreisscheibe von bestimmter winziger Größe nicht zu unterscheiden. Ebenso verhält es sich bei der körnigen Struktur des photographischen Films.

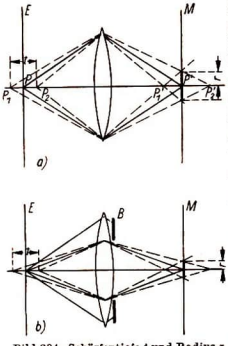


Bild 234. Schärfentiefe t und Radius r des Zerstreuungskreises a) bei voller Linsenöffnung, b) bei teilweiser Abblendung (E Einstellebene, M Mattscheibenebene, B Blende)

Daraus ergibt sich, daß nicht nur Punkte der Einstellebene, sondern auch davor- und dahinterliegende Punkte mit praktisch ausreichender Schärfe abgebildet werden. Der damit auf der Seite des Gegenstandes gegebene Spielraum ist die **Schärfentiefe** t (Bild 234a). Bei einer guten Kamera von $f = 5$ cm rechnet man mit einem zulässigen Zerstreuungskreisdurchmesser von 0,03 mm.

Wird die wirksame Linsenöffnung durch **Abblenden** verkleinert, so wird der abbildende Strahlenkegel eingeengt und der Zerstreuungskreis kleiner (Bild 234b). Da der die Bildschärfe bedingende zulässige Radius r aber konstant bleibt, ergibt sich:

Die Schärfentiefe wird durch Abblenden vergrößert.

Beispiele: 1. Wie groß ist die wirksame Öffnung eines Objektivs von 12 cm Brennweite mit einem Öffnungsverhältnis von 1 : 4,5? — Nach (112) ist $d = \dfrac{12\text{ cm}}{4{,}5} = 2{,}66\text{ cm}$.

2. In welchem Verhältnis stehen die Lichtstärken bei den sehr viel verwendeten „Blenden" 2,8; 4; 5,6; 8? — Die Lichtstärken verhalten sich wie

$$\left(\frac{1}{2{,}8}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{5{,}6}\right)^2 : \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{7{,}8} : \frac{1}{16} : \frac{1}{31{,}4} : \frac{1}{64} = 8 : 4 : 2 : 1$$

Die „nächstgrößere Blende" verdoppelt die Lichtstärke.

3. Auf welches Format muß das 24×36 mm große Bild einer Kleinbildkamera von $f = 5$ cm vergrößert werden, wenn es in deutlicher Sehweite naturgetreu wirken soll? — Der beim Betrachten des Bildes erforderliche Sehwinkel ε_0 muß gleich demjenigen sein, unter dem der abgebildete Gegenstand vom Standpunkt der Kamera aus erscheint. Die begrenzenden Strahlen bilden in der Kamera den gleichen Winkel, wo man ihn durch das Verhältnis $\dfrac{\text{Bilddurchmesser}}{\text{Brennweite } f}$ ausdrücken kann. Es ergibt sich bei 25 cm Betrachtungsabstand die Proportion $\dfrac{24}{50} = \dfrac{x}{250}$, womit $x = 120$ mm. Format der Vergrößerung: 12×18 cm.

24.4 Der Projektionsapparat

Sein **Objektiv** wirft ein reelles, umgekehrtes und vergrößertes Bild an die Wand, weshalb nach S. 133, Fall 3, der zu projizierende Gegenstand zwischen dessen einfacher und doppelter Brennweite stehen muß. Zur Abbildung gelangen **Diapositive** (Glasbilder) oder Filme, wie beim Kinoprojektor. Wichtig ist gute Be-

leuchtung, die man durch den **Kondensor** erreicht. Die starke Lichtquelle wird so gesetzt, daß der Kondensor die Lichtquelle im Mittelpunkt des Objektivs abbildet (Bild 235). Dadurch wird alles vom Kondensor ausgehende Licht zur Projektion ausgenutzt.

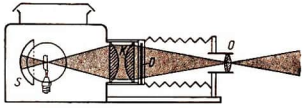


Bild 235. Projektionsapparat. S Spiegel, K Kondensor, D Diapositiv, O Objektiv

Mit dem **Episkop** kann man auch undurchsichtige Bilder und kleine Gegenstände, die allerdings sehr stark zu beleuchten sind, projizieren. Mit dem **Episkop** kann man sowohl durchsichtige als auch undurchsichtige Bilder projizieren.

24.5 Das astronomische Fernrohr

Das von **Kepler** (1618) erfundene astronomische Fernrohr besteht aus 2 Teilen: dem **Objektiv** und dem als Lupe wirkenden **Okular** (Schaulinse), mit welchem das Bild B

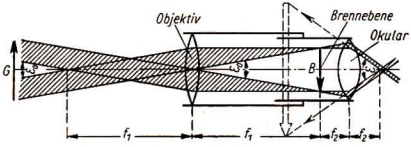


Bild 236 Astronomisches Fernrohr

betrachtet wird (Bild 236). Da der Gegenstand sehr weit entfernt ist, sind die von ihm ausgehenden Strahlen parallel und müssen sich nach (100) in der Brennebene des Objektivs vereinigen, wo ein kleines, umgekehrtes Bild entsteht. Dieses wird mit dem Okular betrachtet.

Vergrößerung des astronomischen Fernrohrs:

(113) $$\boxed{v = \frac{f_1}{f_2}}$$

(f_1 Brennweite des Objektivs, f_2 Brennweite des Okulars)

Herleitung: Der sehr weit entfernte Gegenstand G erscheint ohne Instrument unter dem Winkel ε_0, wobei sich aus Bild 236 ergibt: $\tan \varepsilon_0 = \frac{B/2}{f_1}$. Im Okular erscheint das vom Objektiv in

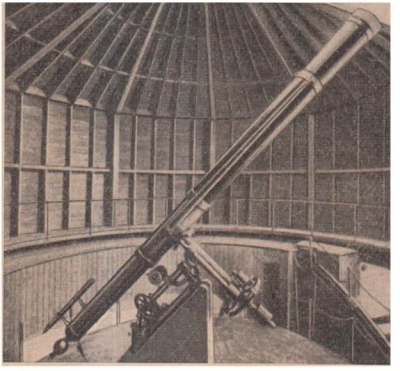


Bild 237. Refraktor mit 15-Zoll-Öffnung aus einer Sternwarte

der Brennebene entworfene Bild unter dem Winkel $\tan \varepsilon = \frac{B/2}{f_2}$. Wegen der Kleinheit der Winkel kann man an ihrer Stelle diese Tangenswerte einsetzen, womit die Vergrößerung nach (109)

$$v = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{f_1}{f_2}$$

Das Okular wird im Rohr verschoben, bis das Bild B in der Brennweite des Okulars steht. Dann ist das Auge auf ∞ eingestellt, d. h., es befindet sich im entspannten Zustand. In der Brennebene des Okulars bringt man gern ein **Fadenkreuz** oder einen Maßstab an, der mit dem Bild zugleich scharf gesehen wird.

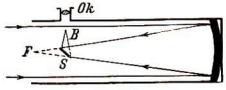
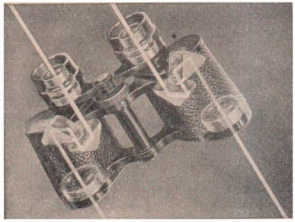


Bild 238
Newtonsches Spiegelteleskop

Wie schon der Name sagt, findet das Rohr für astronomische Zwecke Verwendung, wo die umgekehrte Lage des Bildes nicht weiter stört. Zum Unterschied gegen den **Refraktor** (Bild 237) besitzen die **Spiegelteleskope** an Stelle des Linsenobjektivs einen Hohlspiegel (Bild 238).

24.6 Das terrestrische Fernrohr

Es hat den gleichen Aufbau wie das astronomische Fernrohr. Eine zusätzliche **Umkehrlinse** macht aber das auf dem Kopf stehende Zwischenbild wieder aufrecht. Da diese Bauart wegen ihrer großen Länge recht unhandlich ist, bevorzugt man heute **Prismenfernrohre.** Zwei eingebaute, total reflektierende Umkehrprismen machen die Umkehrlinse entbehrlich und gestalten das Fernrohr wegen des mehrfach geknickten Strahlengangs kürzer (Bild 239).


Bild 239
Strahlengang im Prismenfernrohr

24.7 Besondere Okulare

Für Beobachtungen im Gelände und beim Mikroskop wünscht man ein großes **Bildfeld.** Das **Huygenssche Okular** (Bild 240) enthält eine zusätzliche **Kollektivlinse.** Sie bildet das Objektiv aufs Okular ab. Alle Strahlen, die, vom Objektiv kommend, das Kollektiv durchsetzen, fallen daher auch ins Okular, d. h. auch solche Strahlen, die ohne Kollektiv neben das Okular fallen würden. Das reelle Zwischenbild wird dadurch zwar kleiner (B'), aber es kann nunmehr ein größerer Bildausschnitt übersehen werden. Zugleich tritt eine Verminderung des Farbfehlers ein. Die vom Kollektiv im Verhältnis zu den roten stärker gebrochenen violetten Strahlen fallen unter einem kleineren Winkel auf die Schaulinse, wodurch sie im Gegensatz zu den roten Strahlen beim zweiten Mal schwächer als diese abgelenkt werden. Ebenso verringert sich der sphärische Fehler, indem der randwärts zu stark gebrochene Strahl *2* die Schaulinse zentraler trifft und dort schwächer gebrochen wird als Strahl *1*.

Das **Ramsdensche Okular** (Bild 241) ist ein symmetrisches Linsensystem, das der Gleichung $f_1 = f_2 = \frac{3\,e}{2}$ gehorcht. Der Brennpunkt liegt nach (104a) um $\frac{f_1}{4}$ außer-

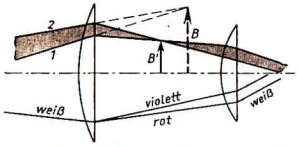


Bild 240. Huygenssches Okular; oben: Ausgleich des sphärischen Fehlers; unten: Ausgleich des Farbfehlers

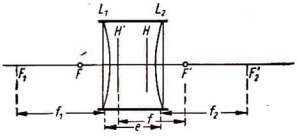


Bild 241. Ramsdensches Okular

halb des Okulars. Das Bildfeld ist relativ klein, die Linsenfehler sind teilweise kompensiert, Fadenkreuz und Gesichtsfeldblende liegen außerhalb des Okulars fest. Das Ramsdensche Okular wird vor allem für Meßzwecke verwendet.

24.8 Das Galileische Fernrohr

Dieses auch **holländisches Fernrohr** genannte Instrument (vermutlich 1608 in Holland erfunden) besitzt als Objektiv eine Sammel- und als Okular eine Zerstreuungslinse. Das reelle Zwischenbild würde ohne Okular weit außerhalb des Rohres hinter letzterem liegen. Die Zerstreuungslinse bricht die vom Objektiv kommenden Strahlen so, daß sie sich nicht vereinigen können, sondern auseinanderlaufen und für den Beobachter ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild liefern. Es ist als **Opernglas** mit verhältnismäßig geringer Vergrößerung weit verbreitet.

Konstruktion des virtuellen Bildes (Bild 242). Wenn das Okular nicht vorhanden wäre, würde sich das reelle Bild B wie beim astronomischen Fernrohr ergeben. Die im Strahlengang stehende Zerstreuungslinse lenkt jedoch die Parallelstrahlen *1* und *2* so nach außen ab, daß sie vom Zerstreuungspunkt Z herzukommen scheinen ($1'$ und $2'$). Zwei weitere Strahlen $3'$ und $4'$, die, ebenfalls vom Objektiv kommend, das Bild B mit erzeugen, sind für das Okular Mittelpunktsstrahlen und damit ebenfalls festgelegt. Die gedachten Verlängerungen der Strahlenpaare $1'\,3'$ und $2'\,4'$ liefern ein aufrechtes virtuelles Bild.

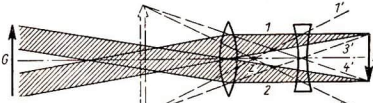


Bild 242. Holländisches Fernrohr

24.9 Das Mikroskop

Während die Fernrohrobjektive sehr lange Brennweiten haben müssen, werden diese bei den Mikroskopen sehr kurz (bis 1 mm abwärts) gehalten. Der zu vergrößernde Gegenstand liegt nahezu in Brennweite auf dem **Objekttisch** und gibt nach S. 133 (Fall 3) ein reelles, vergrößertes Zwischenbild im **Tubus**. Dieses wird mit dem Okular nochmals vergrößert. Unter der optischen Tubuslänge t versteht man

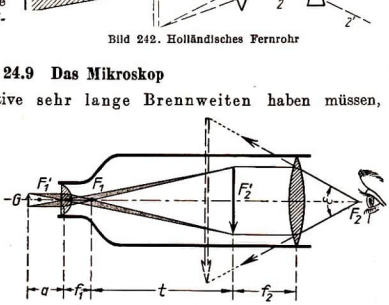


Bild 243. Schema des Mikroskops; Betrachtung des reellen Zwischenbildes unter dem Sehwinkel ε

den Abstand der beiden inneren Brennpunkte, normalerweise 160 mm (Bild 243).

(114) **Vergrößerung des Mikroskops:**

$$v = \frac{25\text{ cm}\,t}{f_1 f_2}$$

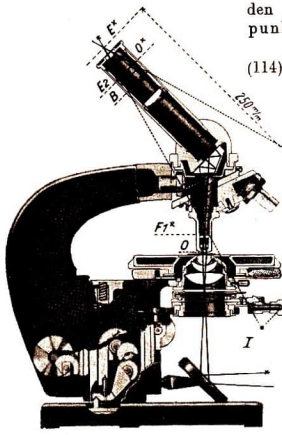


Bild 244
Modernes Mikroskop im Schnitt
I Strahlengang für die Begrenzung des Sehfeldes;
F1* hintere Brennebene des Objektivs;
E 2 vordere Brennebene des Okulars;
E* hintere Brennebene des ganzen Mikroskops;
O Objekt;
O* reelles Zwischenbild;
O** Projektion des unendlich fernen Bildes;
B Gesichtsfeldblende

Herleitung: Für das Objektiv ist nach (102)

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_1 + t} = \frac{t}{f_1(t + f_1)}$$

und der Abbildungsmaßstab nach (101)

$$\frac{B}{G} = \frac{t + f_1}{a} = \frac{(t + f_1)t}{(t + f_1)f_1} = \frac{t}{f_1}$$

Das Okular wirkt als Lupe mit der Vergrößerung $\frac{25\text{ cm}}{f_2}$ (110). Das Produkt dieser beiden Verhältnisse liefert die Gesamtvergrößerung.

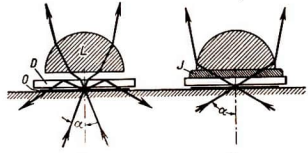


Bild 245 a u. b
Wirkung einer Ölimmersion
L Frontlinse des Objektivs;
D Deckglas;
O Objekt;
J Immersionsflüssigkeit

Das zu vergrößernde Präparat wird mit einem dünnen **Deckglas** bedeckt und vom Linsensystem des **Beleuchtungsapparates** aufgehellt. Bei mittleren Vergrößerungen mittels **Trockensystemen** (gewöhnliche Objektive) geht viel Licht durch Totalreflexion an der inneren Deckglasoberseite verloren (Bild 245a). Daher füllt man bei starken Vergrößerungen den Raum zwischen der Frontlinse des **Immersionssystems** und dem Deckglas mit einem Tröpfchen Wasser oder Zedernöl ($n = 1{,}5$) aus (Bild 245b), wodurch an Lichtstärke und Schärfe gewonnen wird (s. auch Auflösungsvermögen, S. 157).

25 Die Interferenz des Lichtes

Es wurde zwar eingangs erwähnt, daß sich das Licht wellenförmig ausbreitet. Doch macht sich diese Wellennatur bei den bisher behandelten Vorgängen in keiner Weise bemerkbar. Daher mochte es genügen, den Verlauf des Lichtes durch „Strahlen" darzustellen, die jedoch in Wahrheit nur die Richtung des Lichtes versinnbildlichen. Der Verlauf des Lichtes ließ sich bei Kenntnis des Reflexions- und Brechungsgesetzes mit Zirkel und Lineal konstruieren, daher die Bezeichnung **geometrische Optik.** Die nun folgenden Erscheinungen sind jedoch nur auf Grund der wahren Natur des Lichtes als einer Wellenerscheinung zu begreifen. Zum Verständnis der **Wellenoptik** reichen geometrische Überlegungen nicht mehr aus.

Wie für den Schall, gilt auch für das Licht die **Grundgleichung der Wellenbewegung:**

$$\textbf{Lichtgeschwindigkeit} = \textbf{Wellenlänge} \cdot \textbf{Frequenz} \qquad \boxed{c = \lambda \cdot \nu}$$

Aus den in der Wellenlehre (I, 7.42) abgeleiteten Sätzen sei hier noch einmal besonders herausgestellt:

(115) **Bei Reflexion am dichteren Medium erfolgt ein Phasensprung von einer halben Wellenlänge.**

(116) **Bei Reflexion am dünneren Medium erfolgt kein Phasensprung.**

Im Fall der **Interferenz** (Überlagerung) von Wellen gleicher Länge und Amplitude treten insbesondere ein

(117) **Auslöschung** bei einem Gangunterschied $\Delta s =$ ungeradzahlige Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$,

(118) **Verstärkung** bei einem Gangunterschied $\Delta s =$ geradzahlige Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$.

Da das Licht eines strahlenden Körpers von zahllosen schwingenden Atomen zugleich erzeugt wird, kann von einer bestimmten Phasenlage innerhalb eines Strahles keine Rede sein. Die erwähnten Interferenzfälle sind daher bei der Überdeckung zweier gewöhnlicher Lichtbündel von vornherein unmöglich. Wohl aber kann man den Verlauf eines einzelnen Lichtbündels durch doppelte Reflexion in zwei Teile aufspalten, so daß nach der Wiedervereinigung beider eine gegenseitige Phasenverschiebung entsteht, die nun **sämtliche Teilwellen** gleicherweise betrifft. Die interferierenden Wellen müssen also gleichen Ursprungs sein (kohärente Wellenzüge):

Nur kohärente Lichtwellenzüge (Wellen, die gleichzeitig vom gleichen Punkt ausgehen) können miteinander interferieren.

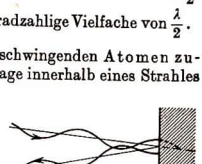


Bild 246. Reflexion mit (oben) und ohne (unten) Phasensprung

25.1 Interferenz an dünnen Blättchen

Dünne Schichten zeigen im reflektierten Licht oft prachtvolle Farben. Ölflecke auf Straßenpfützen, die bunten Anlaßfarben des Stahls (z. B. blau und braun angelaufene Drehspäne), buntschillernde Seifenblasen sind nur einige Beispiele. Im Fall eines lichtdurchlässigen, **dünnen Blättchens** geschieht folgendes:

Wenn ein paralleles, monochromatisches Bündel senkrecht auf die Oberseite der Platte (Bild 247) fällt, spaltet es sich in 2 Teile auf. Teil 1 wird an der Oberseite reflektiert, während Teil 2 in die Platte eindringt, an der Unterseite reflektiert wird, um sich mit 1 wieder zu vereinigen. Teil 2 hat demnach einen Umweg von der doppelten Plattendicke d gemacht und besitzt einen entsprechenden **Gangunterschied** gegenüber Teil 1. Nun tritt aber an der Oberseite nach (115) ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ auf, womit der gesamte

(119) **Gangunterschied im dünnen Blättchen bei senkrechtem Einfall:** $\boxed{\Delta s = 2d - \frac{\lambda}{2}}$

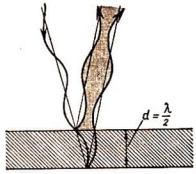


Bild 247. Auslöschung durch Interferenz am dünnen Blättchen

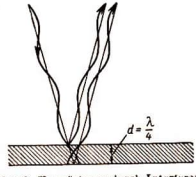


Bild 248. Verstärkung durch Interferenz am dünnen Blättchen

Welche Wellenlängen ausgelöscht werden, ergibt sich, wenn man Δs der Reihe nach (117) mit $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \cdots$ gleichsetzt. Man erhält dabei

(120) **Auslöschung** für $\lambda = 2d, \frac{2d}{2}, \frac{2d}{3}$ usw.

Die verstärkten Wellenlängen bekommt man nach (118) durch Gleichsetzen von Δs mit $0, \lambda, 2\lambda, \ldots$, wonach (Bild 248)

Verstärkung für $\lambda = 4d, \frac{4d}{3}, \frac{4d}{5}$ usw.

Aus weißem Licht werden also die diesen Bedingungen genügenden Wellenlängen ausgelöscht (gleichsam ausgesiebt) bzw. verstärkt, so daß eine **Mischfarbe** entsteht. Bei größerer Blättchendicke löschen sich sehr viele Wellenlängen aus, so daß die Farberscheinung (als Mischung sehr vieler Farben) blasser wird und bei großer Plattendicke ganz verschwindet: daher die Bezeichnung **Farben dünner Blättchen.** Bei sehr dünnen Blättchen sind ebenfalls keine Farben zu sehen, da für keine sichtbare Wellenlänge ein genügender Gangunterschied herauskommt.

Versuch: Dauerhafte dünne Häute mit prächtigen Interferenzfarben erhält man, wenn man Zelluloidfilm in Amylazetat auflöst und einen Tropfen auf Wasser fallenläßt. Nach Verdunsten des Lösungsmittels kann man die feste Haut mit einem untergetauchten Drahtring herausheben und aufbewahren.

Beispiele: 1. Was geschieht bei Interferenz an einem Glasblättchen von 125 nm Dicke ($n = 1{,}5$)? — Setzt man $2d = \lambda$, so ist $\lambda = 125\text{ nm} \cdot 2 = 250\text{ nm}$. Da bei $n = 1{,}5$ die Wellen

in der Luft 1,5mal länger sind, wird demnach Violett von 375 nm ausgelöscht. Verstärkt wird wegen $4d = \lambda$ die Welle $\lambda = 4 \cdot 125$ nm = 500 nm, d. h. in Luft 750 nm (Rot).

2. Welche sichtbaren Wellenlängen löscht ein Blättchen von 600 nm ($n = 1{,}5$) aus? — Auf Grund von (120) setzt man der Reihe nach $2d = \lambda$, $2d = 2\lambda$, $2d = 3\lambda$ usw., wobei sich die mit 1,5 multiplizierten Wellenlängen in Luft ergeben: 1800, 900, 600, 450, 360, 300 nm usw. Im sichtbaren Teil des Spektrums liegen also 600 und 450 nm.

25.2 Interferenz an dünnen Überzügen auf dichterem Medium

Eine ähnliche Erscheinung zeigt sich u. a. an dem technisch interessanten Beispiel der vergüteten Linsen **(T-Optik)**.

An der Linsenoberfläche aller optischen Geräte entstehen erhebliche Lichtverluste dadurch, daß ein Teil des auffallenden Lichtes nach außen reflektiert wird und dem Gerät verlorengeht (bei guten Objektiven bis zu 8 Oberflächen!). Die Linse wird mit einem dünnen Überzug von kleinerem Brechungsindex als Glas (z. B. aufgedampfte Fluoride) überzogen. Wie beim dünnen Blättchen gelangt das unmittelbar reflektierte Licht mit dem aus der Schicht zurückgeworfenen zur Interferenz. In diesem Fall findet aber die Reflexion an der Grenzfläche Schicht-Glas am dichteren Medium statt, so daß hier derselbe Phasensprung wie an der Oberfläche eintritt. Daher ergibt sich **Auslöschung**, wenn $\Delta s = \frac{\lambda}{2} = 2d$. Die Schichtdicke muß also $^1/_4$ derjenigen Wellenlänge betragen, deren Reflexion aufgehoben werden soll (Bild 249).

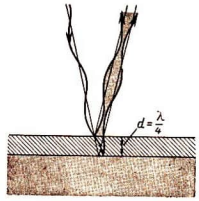


Bild 249. Auslöschung an dünnem Überzug (T-Optik)

Natürlich ist die Dicke der Schicht an eine bestimmte Wellenlänge gebunden, die man je nach dem Verwendungszweck der Optik wählt. Hinzu kommt noch der Umstand, daß das Reflexionsvermögen mit dem Brechungsindex abnimmt, so daß der T-Belag an sich schon schwächer reflektiert als Glas. Bei fotografischen Objektiven kann die Lichtstärke dadurch fast auf das Doppelte gesteigert werden.

25.3 Interferenz an dünnen Luftschichten

Dünne Luftschichten zwischen zwei dichteren Medien wirken wie dünne Blättchen. Da an der Oberseite kein Phasensprung auftritt, wohl aber an der Unterseite, ist der

(121) **Gangunterschied bei senkrechtem Einfall auf eine eingeschlossene Luftschicht:** $\boxed{\Delta s = 2d - \frac{\lambda}{2}}$

Bei keilförmiger Schicht nimmt die Dicke d und damit der Gangunterschied stetig zu, so daß ein System von **parallelen Streifen** entsteht: Interferenzen gleicher Dicke (längs eines Streifens besteht gleicher Gangunterschied).

Versuche: 1. Man lege eine Linse von sehr schwacher Krümmung auf eine Spiegelglasplatte. Man sieht ein vom Berührungspunkt ausgehendes System konzentrischer farbiger Ringe **(Newtonsche Ringe).** Die Schichtdicke nimmt nach außen zu und damit auch der Gangunterschied.

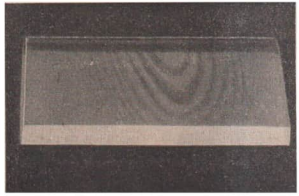


Bild 250. Newtonsche Ringe; eine Spiegelglasplatte liegt nicht genau eben auf einer schwarzen Glasplatte



Bild 251. Interferenzen an der Meßfläche einer Feinmeßschraube

2. Man presse zwei Stücke Spiegelglas aufeinander. Je nach dem angewandten Druck entstehen farbige Interferenzfiguren verschiedener Form (Bild 250).

Versuch: Blickt man unter verschiedenem Neigungswinkel auf ein nach S. 150 hergestelltes Zelluloidhäutchen, so verschieben sich die Farben infolge Vergrößerung des Gangunterschiedes.

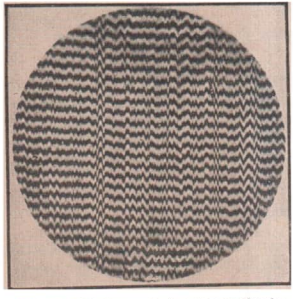


Bild 252. Schleifspuren im Interferenzmikroskop

In der Feinmeßtechnik finden Interferenzmethoden breite Anwendung. Um z. B. die Planheit einer Meßfläche zu prüfen, legt man diese mit einem als eben vorausgesetzten **Probeglas** zusammen, so daß ein Luftkeil entsteht. Jede Abweichung der Interferenzstreifen von der Geradheit bedeutet eine Unebenheit der Meßfläche (Bild 251).

Die Grundanordnung vieler Instrumente ist das **Michelson-Interferometer** (Bild 253). Das von (L) kommende Licht wird an der Teilungsplatte (T) teils nach der Fläche (F_1) reflektiert, teils nach (F_2) durchgelassen. Nach nochmaliger Reflexion an (F_1) und (F_2) vereinigen sich beide Teile oberhalb von (T) wieder und gelangen zur Interferenz. Wenn die beiden Wege l_1 und l_2 nicht genau gleich sind, entsteht ein Gangunterschied von $2d$.

Ist dieser Wegunterschied $2d = \lambda/2$, so löschen sich die Strahlen l_1 und l_2 nach Wiedervereinigung gegenseitig aus; im Gesichtsfeld entsteht Dunkelheit.

Im **Interferenz-Komparator** von Köster dient dieses Prinzip zum genauen Längenvergleich von Endmaßen und zur Absolutbestimmung von Längen-

maßen. Im **Interferenzmikroskop** (Bild 254) stellt man feinste Bearbeitungsfehler fest.
Die dunklen, auf Bild 252 von links nach rechts verlaufenden Linien sind Interferenzstreifen, die bei vollkommener Oberfläche genau geradlinig wären. Die senkrecht dazu gerichteten zackenförmigen Auslenkungen sind Schleifspuren, deren Furchentiefe sich aus der Zackenhöhe ablesen läßt. Der Auslenkung um eine Streifenbreite entspricht eine Tiefe von $\lambda/2$ des verwendeten Lichtes.

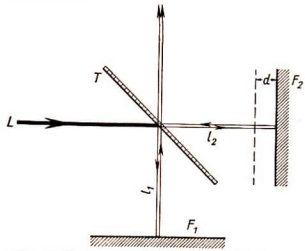


Bild 253. Prinzip des Michelson-Interferometers

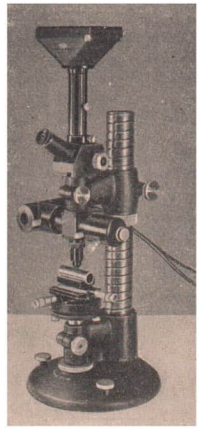


Bild 254. Interferenzmikroskop

26 Die Beugung des Lichtes

Wir hatten anfangs den Satz ausgesprochen, daß jeder Lichtstrahl sich geradlinig ausbreite. Reflexion und Brechung stellten bereits zwei Ausnahmen dar. Eine dritte Ausnahme liegt vor, wenn das Licht an der Kante eines undurchsichtigen Gegenstandes vorbeiläuft. Bei Verwendung monochromatischen Lichtes entsteht kein scharfer Schatten, sondern ein verwischter Übergang, gefolgt von einer Anzahl immer schwächer werdender, feiner Streifen: ein Zeichen dafür, daß Licht „um die Ecke" gehen kann. Man nennt diese Erscheinung **Beugung.** Diese allgemeine Welleneigenschaft ist auch beim Schall zu beobachten (Huygenssches Prinzip!).

Versuche: 1. Man halte einen Bleistift in halber Armlänge vom Auge parallel zum eben noch sichtbaren Rand einer auf dem Tisch stehenden schmalen Kerzenflamme. Am Bleistift zeigt sich ein roter Lichtsaum. Daraus geht hervor, daß rotes Licht besonders stark gebeugt wird.

2. Man blicke durch den von zwei aneinandergelegten Bleistiften gebildeten feinen Spalt gegen eine entfernt stehende Kerzenflamme. Links und rechts von der Flamme sieht man in regelmäßigen Abständen regenbogenfarbige Lichtstreifen. Je enger man den Spalt macht, desto weiter rücken die Beugungsstreifen auseinander.

3. Dieselbe Erscheinung zeigt sich, wenn man ein straffgespanntes Haar vor das Auge hält und eine Kerzenflamme beobachtet.

26.1 Beugung am einfachen Spalt

Mittels einer Linse (L_1) parallel gemachtes monochromatisches Licht (Bild 255) fällt durch einen Spalt der Breite d und eine zweite Linse (L_2) auf einen Bildschirm (S) und erzeugt in der Brennebene ein helles scharfes Bild (B) der Lichtquelle (Q) **(Hauptmaximum).** Infolge der Beugung läuft es aber hinter dem Spalt seitlich nach allen möglichen Richtungen auseinander, so daß jeder Richtung ein entsprechend seitlich verschobenes Bild (B_1, B_2, ...) entspricht. Das in Bild 256 herausgegriffene Bündel ist unter dem Winkel α gegen die ursprüngliche Richtung geneigt. (W) ist dann eine Wellenfront dieses Bündels, und man sieht, daß z. B. der Randstrahl *1* gegenüber dem in der Bündelmitte laufenden Strahl *1'*

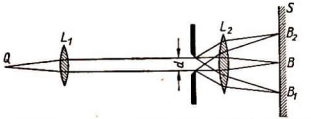


Bild 255. Anordnung zur Beugung nach Fraunhofer (Spaltbreite d stark übertrieben). Entfernung des Schirmes (S) stark verkürzt

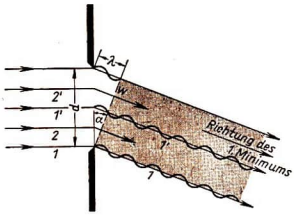


Bild 256
Beugung am einfachen Spalt: 1. Minimum

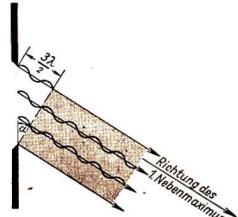


Bild 257. Beugung am einfachen Spalt: 1. Nebenmaximum

um ein Stück verschoben ist. Beträgt dieser Gangunterschied gerade eine halbe Wellenlänge, so löschen sich beide Strahlen nach (117) aus. Ebenso löscht sich Strahl *2* mit *2'* aus. Dies in Gedanken fortgesetzt, ergibt, daß sich alle Strahlen der unteren Bündelhälfte mit denen der oberen auslöschen werden. Wo dieses Bündel von der abbildenden Linse auf den Schirm geworfen wird, herrscht also Dunkelheit. Aus den geometrischen Verhältnissen ersieht man:

Bedingung des ersten Interferenzminimums am einfachen Spalt:
(Fraunhofersche Beugung)

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{d}$$

Wenn bei stärkerer Neigung des Bündels ein Gangunterschied von $\frac{3\lambda}{2}$ erreicht wird, läßt sich zwar die vorige Betrachtung auf die unteren beiden Drittel des Bündels wieder anwenden (Bild 257). Innerhalb des oberen Drittels findet aber mangels ge-

nügender gegenseitiger Verschiebung keine Auslöschung statt. Es entsteht auf dem Schirm unter diesem Winkel (wenn auch schwächer als im Hauptmaximum) wieder Helligkeit:

Bedingung des 1. Nebenmaximums am einfachen Spalt:

$$\sin\alpha = \frac{3\lambda}{2d}$$

Mit zunehmendem Beugungswinkel tritt dann wieder Auslöschung ein, worauf abermals (und zwar noch schwächer als vorhin) ein Nebenmaximum erscheint usw. Beiderseits der geraden Richtung bildet sich ein **System dunkler und heller Interferenzstreifen.**

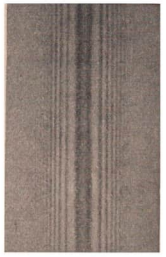


Bild 258. Interferenzstreifen am Schatten eines dünnen Drahtes

Dieselben Beugungserscheinungen treten übrigens ein, wenn man an Stelle des Spaltes einen dünnen Draht (oder eine Nadel) in den Gang eines parallelen Bündels hält. Statt eines einfachen dunklen Striches zeigt der Schatten ein System von Interferenzstreifen (Bild 258).

Durchsetzt das parallele Licht eine **kreisförmige Öffnung** vom Durchmesser d, entsteht ein System von hellen und dunklen Ringen. Für die **Mitte** des **ersten dunklen Ringes** gilt dann:

(122)
$$\sin\alpha = \frac{1{,}22\,\lambda}{d}$$

26.2 Beugungsgitter

Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch, wenn man viele, im Abstand g liegende feine Spalte verwendet. Jedem Einzelstrahl des z. B. in den Spalt 1 (Bild 259) eintretenden Bündels entspricht ein entsprechend gleichliegender in einem anderen Spalt 2. Wenn deren Gangunterschied gleich λ ist, tritt Verstärkung ein, was zugleich für sämtliche paarweise zugeordnete Teilstrahlen dieser beiden Bündel zutrifft. Auslöschung tritt demnach ein, wenn $\sin\alpha = \frac{\lambda}{2g}$, Verstärkung dagegen, wenn:

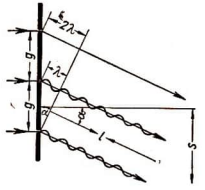


Bild 259. Beugung am doppelten Spalt: 1. Nebenmaximum

(123) **Bedingung des 1. Nebenmaximums am Beugungsgitter:**

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{g}$$

Es entsteht überhaupt jedesmal ein solches Nebenmaximum, wenn der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches einer ganzen Wellenlänge beträgt.

Aus den geometrischen Verhältnissen ergibt sich $\frac{\lambda}{g} = \frac{s}{l}$, woraus die

Entfernung des 1. Nebenmaximums von der Schirmmitte:

$$s = \frac{l\lambda}{g}$$

(Nur für großen Schirmabstand l und kleine Beugungswinkel α gültig.)

(l direkte Entfernung des Nebenmaximums vom Spalt, g Gitterkonstante)

Hiernach kann man bei bekanntem **Spaltabstand (Gitterkonstante)** die Wellenlänge bequem berechnen oder bei bekannter Wellenlänge die Gitterkonstante bestimmen.

Beugungsgitter werden hergestellt, indem man mit einer Teilmaschine zahlreiche dichtfolgende Striche in eine Glasplatte ritzt **(Norbertsches Gitter)**. Die stehenbleibenden Zwischenräume wirken dann als Spalte. Der Strichabstand ist dann die **Gitterkonstante** g. Die Herstellung guter Gitter ist sehr kostspielig. Ein einmal angefertigtes Exemplar läßt sich für einfache Zwecke fotografisch vervielfältigen. Reflexionsgitter **(Rowland-Gitter)** bestehen aus feinen Strichen auf Metall (bis zu 1700 Striche je mm).

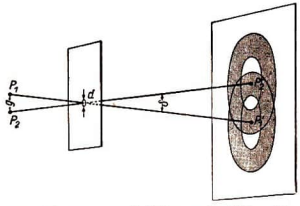


Bild 260. Beugungsscheibchen zweier Bildpunkte

Für das langwellige rote Licht liegt das 1. Nebenmaximum nach (123) weiter von der Schirmmitte entfernt als für Violett:

Langwelliges Licht wird stärker gebeugt als kurzwelliges.

Bei Verwendung von weißem Licht entsteht daher ein **Beugungsspektrum.**

Das Auflösungsvermögen, d. h. die Fähigkeit, sehr eng beieinander liegende Spektrallinien zu trennen, ist bei jedem Gitter wesentlich größer als bei Prismen. Ein Gitter von 100000 Strichen ermöglicht (im Bereich von 600 nm), noch Wellenlängenunterschiede von 0,002 nm festzustellen. Ein weiterer Vorteil der Beugungsspektren ist, daß der Abstand der einzelnen Spektrallinien nur vom Intervall der betreffenden Wellenlängen abhängt, nicht aber von der Substanz des Gitters. Sie heißen daher **Normalspektren.**

26.3 Das Auflösungsvermögen optischer Instrumente

Wir erwarten von einer guten Linse, daß sie von jedem Punkt des Gegenstandes genau einen Bildpunkt entwirft. Diese Forderung vermag aber auch das bestkorrigierte Linsensystem nicht zu erfüllen, weil das Licht an jeder Öffnung gebeugt wird. Kreisförmige Öffnungen geben ein System von Beugungsringen, deren erstes Minimum nach (122) im Winkelabstand $\sin\delta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d}$ liegt. Je kleiner die Öffnung, desto breiter werden die Beugungsringe. Zwei benachbarte Punkte des Gegenstandes geben daher bei einer Lochkamera zwei sich teilweise überdeckende Ringsysteme. Um die Bildpunkte noch unterscheiden zu können, muß das Zentrum des einen Beugungsscheibchens etwa in das 1. Minimum des anderen fallen (Bild 260). δ ist demnach der kleinste noch feststellbare Winkelabstand zweier Punkte. Man sagt daher:

(124) **Das Auflösungsvermögen eines optischen Systems ist um so größer, je kleiner:**

$$\sin\delta = \frac{1{,}22\,\lambda}{d}$$

(λ Wellenlänge, d Durchmesser der wirksamen Öffnung)

Die Anwesenheit von Linsen ändert nichts daran; sie können die Beugung nicht verhindern. Diese entsteht dadurch, daß das Instrument überhaupt eine Öffnung besitzt.

Beispiele: 1. Berechne den kleinsten auflösenden Sehwinkel des Auges bei einem Durchmesser der Pupille von 3 mm und einer mittleren Wellenlänge von 600 nm! — Nach (122) ist

$$\sin\delta = \frac{1{,}22 \cdot 6 \cdot 10^{-4}\,\text{mm}}{3\,\text{mm}} = 0{,}00024\,;$$

da der Winkel sehr klein ist, kann $\sin\delta$ gleich dem im Bogenmaß gezählten Winkel δ gesetzt werden. Die Umrechnung in Gradmaß ergibt

$$\delta = \frac{0{,}00024 \cdot 360 \cdot 3600}{2\pi} = 50'' \approx 1' \text{ (s. S. 141).}$$

2. Kann man mit dem größten Fernrohr der Welt (5 m Spiegeldurchmesser) Fixsterne vergrößern (Durchmesser kleiner als 0,01″)? — Das Auflösungsvermögen berechnet sich nach dem letzten Beispiel zu

$$\sin\delta = \frac{1{,}22 \cdot 6 \cdot 10^{-4}\,\text{mm}}{5000\,\text{mm}} = 1{,}46 \cdot 10^{-7} \quad \text{und} \quad \delta = 0{,}03''.$$

Der Spiegel ist demnach noch viel zu klein, selbst ein aus wenigen Punkten bestehendes Fixsternbild zu entwerfen.

3. Welchen Abstand müssen zwei in 100 m Entfernung aufgestellte Stäbe haben, damit sie noch getrennt gesehen werden? — Da der Sinus des kleinsten Sehwinkels nach dem ersten Beispiel gleich 0,00024 ist, ist der Abstand 100 m · 0,00024 = = 2,4 cm.

Bei der Beurteilung eines Mikroskopobjektivs interessiert vor allem zu wissen, welchen **linearen Abstand** g zwei benachbarte Punkte des betrachteten Gegenstandes wenigstens haben müssen, um noch getrennt gesehen zu werden. Zwei benachbarte Punkte P_1 und P_2 des zu vergrößernden Objektes kann man nach Abbe[1]) als die benachbarten Spalte eines Strichgitters der Konstanten g auffassen (Bild 261). Damit sie vom Objektiv noch getrennt abgebildet werden, müssen die seitlich abgebeugten Strahlenbündel $1'\,2'$ bzw. $1''\,2''$, die die 1. Nebenmaxima bestimmen, noch in die Frontlinse eintreten, wobei sie mit der optischen Achse den Winkel α einschließen. Für diesen Winkel gilt nach (123) $\sin\alpha = \frac{\lambda}{g}$, so daß $g = \frac{\lambda}{\sin\alpha}$; bei schiefer Beleuchtung kann g noch kleiner sein, nämlich $g = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$. Da die Wellenlänge des Lichtes im brechenden Medium der Immersionsflüssigkeit n-mal kleiner ist, ergibt sich schließlich als

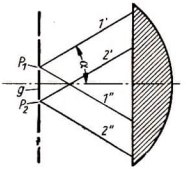


Bild 261. Zum Auflösungsvermögen des Mikroskops

(125) **kleinster, von einem Mikroskop auflösbarer Punktabstand**

$$g = \frac{\lambda}{2\,n\sin\alpha}$$

[1]) Die Theorie des Auflösungsvermögens wurde von Ernst Abbe (1840 bis 1905), dem wissenschaftlichen Mitbegründer der Jenaer Zeißwerke, aufgestellt. Er schuf zahlreiche optische Systeme und Instrumente von damals noch unerreichter Leistung.

Im Nenner dieses Bruches steht die sogenannte

numerische Apertur des Objektivs $= n \sin\alpha$ (α halber Öffnungswinkel des Objektivs)

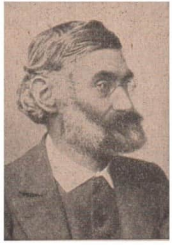


Bild 262
Ernst Abbe (1840 bis 1905)

Man ersieht hieraus folgendes:

1. Das Auflösungsvermögen wird größer, wenn die Wellenlänge des angewandten Lichtes recht kurz ist (Verwendung ultravioletten Lichtes mit Quarzoptik).

2. Der Öffnungswinkel α des Objektivs und damit die numerische Apertur muß möglichst groß sein.

3. Der Brechungsindex n vergrößert ebenfalls die numerische Apertur, daher die Verwendung von Zedernöl **(homogene Immersion,** $n = 1{,}515$).

Die numerische Apertur eines Objektivs kann in Luft ($n = 1$) höchstens gleich 1 werden. Dann wäre der halbe Öffnungswinkel 90°, und das Licht müßte streifend in die Frontlinse eintreten. Praktisch erreichbar ist jedoch nur ein Winkel von etwa 72°, so daß wegen $\sin 72° \approx 0{,}95$ die höchsterreichbare Apertur eines Trockensystems 0,95 beträgt. Dem entspricht bei Ölimmersionen eine größtmögliche Apertur von $1{,}5 \cdot 0{,}95 = 1{,}40$.

Bei Zugrundelegung einer numerischen Apertur von 1 ergibt sich aus (125) $g = \frac{\lambda}{2}$:

Maximales Auflösungsvermögen $= {}^1/_2$**Wellenlänge des verwendeten Lichtes**

Kleinere Objekte können daher mit gewöhnlichem Licht nicht mehr sichtbar gemacht werden. Stärkere Vergrößerungen als etwa 2000fach haben beim Lichtmikroskop keinen besonderen Wert, da dann keine weiteren Einzelheiten des Objektes mehr zutage treten können.

27 Die Polarisation des Lichtes

Die Interferenz- und Beugungserscheinungen haben darauf geführt, daß das Licht ein Wellenvorgang sein muß. Welche Schwingungsrichtungen hierbei eine Rolle spielen, zeigen die im folgenden beschriebenen Erscheinungen der **Polarisation.** Eine elektromagnetische Welle wird gewöhnlich symbolisch als eine in der Papierebene liegende Sinuskurve dargestellt. In dieser Ebene schwingt der Vektor der **elektrischen Feldstärke** $\mathfrak{E}$ (kurz **Schwingebene** genannt). Dazu senkrecht liegt die Ebene, in der die **magnetische Feldstärke** $\mathfrak{H}$ schwingt (genannt **Polarisationsebene**), die man aber bei optischen Vorgängen nicht weiter beachtet (Bild 263). Gewöhnliches Licht wird aber, wie schon bei der Betrachtung der Interferenz vorausgeschickt wurde, von zahllosen ungeordnet schwingenden Atomen zugleich erzeugt (Bild 264):

Natürliches Licht enthält Schwingebenen jeder nur möglichen Richtung.

Mittels geeigneter Vorrichtungen ist es jedoch möglich, Licht mit nur einer Schwingrichtung zu erzeugen. Diesen Vorgang nennt man **Polarisation:**

Polarisiertes Licht hat nur eine Schwingebene

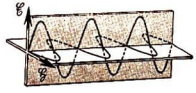


Bild 263
Modellmäßige Darstellung einer einfachen Lichtwelle

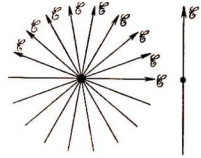


Bild 264
Gewöhnlicher, unpolarisierter Lichtstrahl, von vorn gesehen. Daneben polarisierter Lichtstrahl

27.1 Polarisation durch Reflexion und Brechung

Fällt Licht unter einem Winkel von etwa 56° auf eine schwarze Glasplatte, so findet man im reflektierten Strahl nur Licht, das senkrecht zur Einfallsebene schwingt (die Einfallsebene wird durch Einfallslot und Strahl bestimmt, Bild 265). Das unter diesem **Polarisationswinkel** φ reflektierte Licht ist daher **linear polarisiert.**

Bei beliebigem Einfallswinkel wird Licht nur teilweise polarisiert.

Allgemein gilt für den

Polarisationswinkel:
(Brewstersches Gesetz) $\boxed{\tan\varphi = n}$

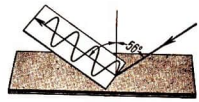


Bild 265
Polarisation durch Reflexion

Begründung (Bild 266): Im Fall der Polarisation stehen gebrochener und reflektierter Strahl senkrecht aufeinander. Daher $\sin\varphi = n\sin\beta = n\sin(90° - \varphi) = n\cos\varphi$.

Der in das Glas eintretende und dabei gebrochene Anteil bevorzugt die Einfallsebene als Schwingebene. Er ist stets nur teilweise polarisiert. Beim **Plattensatzpolarisator** (Bild 267) polarisiert jede folgende Platte einen Teil des von den vorhergehenden Platten noch nicht ausgerichteten Lichtes, bis nahezu alles austretende Licht in der Einfallsebene schwingt.

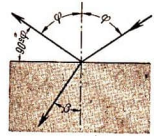


Bild 266
Reflektierter und gebrochener Strahl im Fall der Polarisation

27.2 Polarisation durch Doppelbrechung

Die Lichtbrechung hatten wir damit begründet, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in optisch dichteren Medien kleiner sei als im Vakuum. Als selbstverständlich setzten wir dabei voraus, daß sich das Licht im Medium nach jeder Richtung mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreite.

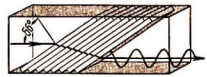


Bild 267. Plattensatzpolarisator

Das ist aber nur in den sogenannten **optisch isotropen Medien** der Fall. Hierzu gehören die Gläser und Flüssigkeiten sowie bestimmte (die regulären) Kristalle (z. B. Steinsalz). Es gibt aber eine Gruppe von Kristallen, bei denen dies nicht zutrifft (**anisotrope Körper**, z. B. Kalkspat). Bei ihnen hängt der Brechungsindex von der Einfallsrichtung des Lichtes

ab. Außerdem haben diese Kristalle die Eigenschaft, eintretendes Licht in zwei aufeinander senkrecht (linear) polarisierte Strahlen aufzuspalten, die man den **ordentlichen (o.)** und **außerordentlichen (a. o.)** Strahl nennt (Bild 268).

Bei den optisch $\frac{\text{einachsigen}}{\text{zweiachsigen}}$ Kristallen gibt es $\frac{\text{eine Richtung}}{\text{zwei Richtungen}}$, in denen die Geschwindigkeit beider Strahlen die gleiche ist.

Diese Richtung heißt die optische Achse des Kristalls.

Beim **Nicolschen Prisma** sind zwei zurechtgeschliffene Kalkspatstücke mit Kanadabalsam ($n = 1{,}54$) zusammengekittet (Bild 269). Da im Kalkspat der Brechungsindex des o. Strahls 1,66 beträgt, wird er wegen des großen Einfallswinkels von der Balsamschicht total reflektiert und aus dem Strahlengang entfernt. Der a. o. Strahl ($n = 1{,}49$) durchsetzt den Kristall ungestört und kann verwendet werden. Auch mit einer **Turmalinplatte** läßt sich polarisiertes Licht herstellen. Der o. Strahl wird beim Durchgang durch den (meist olivgrün) gefärbten Kristall absorbiert. Für technische Zwecke verwendet man heute meist **Polarisationsfilter.** Sie enthalten zwischen 2 Glasscheiben eine mit Jod präparierte, stark gestreckte Kunststoffolie (z. B. Polyvinylalkohol).

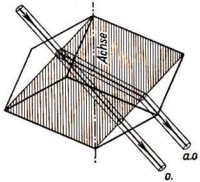


Bild 268. Kalkspat-Rhomboeder mit senkrecht zur Fläche einfallendem Strahl

Ein **Polarisationsapparat** enthält stets zwei Teile: eine Vorrichtung (etwa ein Nicolsches Prisma) zur Erzeugung polarisierten Lichtes, den **Polarisator,** und eine zweite gleichartige, den **Analysator.** Liegt dessen Schwingebene parallel zu derjenigen des vom Polarisator gelieferten Lichtes, so kann dieses ungehindert passieren. Dem Licht wird aber der Weg versperrt, wenn die Schwingebene des Analysators um 90° gegen die des polarisierten Strahls verdreht ist. Blickt man also in den Analysator und dreht ihn einmal um seine Längsachse, so sieht man unter allmählichem Übergang zweimal volle Aufhellung und zweimal völlige Dunkelheit.

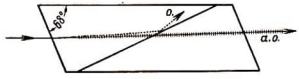


Bild 269. Nicolsches Prisma

Eine Reihe von Stoffen hat die Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen. So ist z. B. eine Lösung von Rohrzucker **optisch aktiv.** Bringt man die Lösung zwischen die beiden anfänglich gekreuzten Nicols (Dunkelheit!), so hellt sich das Gesichtsfeld auf, und es bedarf erst einer weiteren Drehung des Analysators, um wieder Dunkelheit zu erreichen. Der Drehwinkel ist der Konzentration der Lösung und der Länge der Flüssigkeitssäule proportional (Zuckerbestimmung im Harn!). Das verwendete Licht muß hierbei möglichst monochromatisch sein.

Ein Blick durch ein einfaches Polarisationsfilter wirkt sehr überraschend: Fast alles von reflektierenden Flächen herrührende Licht wird bei bestimmter Stellung des Filters ausgelöscht. Glasscheiben, Brillengläser usw. erscheinen nicht mehr spiegelnd (Bild 270, Ausnahme: Metallflächen). Anwendung: Filter für fotografische Aufnahmen bei zu viel störenden Reflexen. Auch der blaue Himmel wird

dunkler, ein Zeichen dafür, daß blaues Himmelslicht teilweise polarisiert ist. **Innere Spannungen** rufen in optisch isotropen Körpern (in Gläsern und Kunstharzen) ebenfalls Doppelbrechung hervor, die im **optischen Spannungsprüfer** (der im Prinzip ein Polarisationsapparat ist) bequem festgestellt werden kann (Bild 271). Aus derartigen Stoffen hergestellte Modelle von Konstruktionsteilen zeigen dann im belasteten Zustand augenfällig die Stellen stärkster Beanspruchung (Bild 272).



Bild 270. Fotografische Aufnahme ohne und mit Polarisationsfilter

28 Physiologische Optik

Wie beim Schall muß man auch beim Licht wohl unterscheiden zwischen den physikalischen Vorgängen als Ursache und den entsprechenden Sinnesempfindungen als Wirkung. Ursache ist stets eine **Strahlung.** Erst ihre Wirkung auf das Auge erzeugt **Licht** (Lichtempfindungen können auch andere Ursachen haben, z. B. Druck auf den Augapfel, nervöse Zustände usw.). Wir haben bisher ausschließlich Gesetzmäßigkeiten der Strahlung behandelt. Es zeigt sich aber, daß hinsichtlich der Lichtempfindung besondere Gesetze bestehen, die nicht physikalisch, sondern physiologischer Art sind. Das menschliche Auge hatten wir im Abschn. 24.1 lediglich als optisches Instrument behandelt.

28.1 Die spektrale Empfindlichkeit des Auges

Bei gewöhnlicher Betrachtung des Spektrums fällt die Helligkeit des mittleren Teils auf, obwohl die auf die verschiedenen Spektralbereiche fallende Energie ungefähr

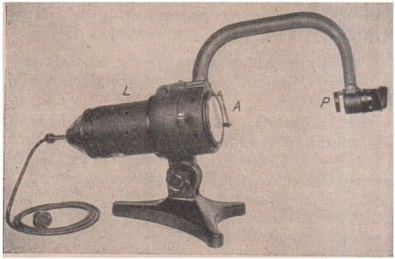


Bild 271. Polarisationsapparat (Glasspannungsprüfer) (L) Lichtquelle, (P) Polarisator, (A) Analysator

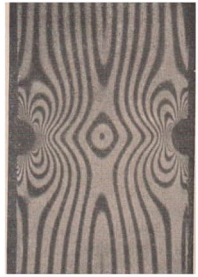


Bild 272. Modell eines mechanisch beanspruchten Werkstückes im Spannungsprüfer

gleich ist. Für eine bestimmte Gruppe von Wellenlängen ist daher das Auge am empfindlichsten. Sie liegt im Durchschnitt vieler Versuchspersonen bei $\lambda = 555$ nm (Bild 273). Dies betrifft allerdings nur die bei heller Beleuchtung reagierenden **Zäpfchen** der Netzhaut. Die im Bereich der größten Sehschärfe fehlenden **Stäbchen** treten erst bei sehr schwacher Netzhautbeleuchtung (in der Dämmerung) in Tätigkeit. Ihre größte Empfindlichkeit liegt bei 510 nm. Vor allem aber vermögen die Stäbchen keine Farben zu unterscheiden, sondern sind in weitaus höherem Maße gegen Hell und Dunkel empfindlich. Bei Nacht funktioniert also grundsätzlich ein anderer Sehapparat als bei Tage.

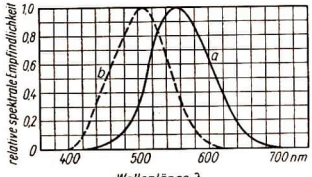


Bild 273. Spektrale Empfindlichkeit des Auges

28.2 Die Farben

Das kontinuierliche Spektrum zeigt eine Reihe ineinander übergehender Farben, so daß man wohl sagen kann:

Jede Wellenlänge erzeugt eine bestimmte Farbe (die Spektralfarben).

Es gibt aber zahllose Farben, die man im Spektrum vergeblich sucht: Rosa, Braun, Olivgrün usw. (Es gibt Kataloge mit mehreren tausend Farben!) Die Umkehrung dieses Satzes kann demnach nicht zutreffen. Vielmehr lassen sich die meisten Farben nicht einfach in Wellenlängen ausdrücken und entstehen nach eigentümlichen nichtphysikalischen Gesetzen.

Sofern Farbeindrücke von der Oberfläche von Körpern herrühren, spricht man von **Körperfarben.**

28.21 Die unbunten Farben

Einen Körper, der überhaupt keine Strahlung zurückwirft ($R = 0$), nennt man einen Schwarzen Körper (S. 74). Gegenüber der Umgebung erscheint er auch dem Auge schwarz. Was dem Auge aber sonst noch schwarz sich darstellt, braucht physikalisch durchaus nicht schwarz zu sein.

Versuch: Ein Stück schwarzes Papier wird in völlig verdunkeltem Raum mit dem Licht einer Bogenlampe bestrahlt. Es erscheint weiß! Das Papier ist bei Tageslicht wohl physiologisch, aber nicht physikalisch schwarz.

Um den Eindruck „schwarz" zu erzielen, genügt es demnach, wenn eine Fläche in heller Umgebung vergleichsweise wenig Licht aussendet. Flächen, die alle Wellenlängen des Tageslichtes gleichmäßig gut und diffus reflektieren, nennt man weiß, z. B. Kreide, Schnee oder Papier. Eine Fläche mit einem Reflexionsvermögen von 0,75 wird noch als rein weiß empfunden. Dazwischen unterscheiden wir noch Grau in allen möglichen Abstufungen. Sollen die Helligkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Stufen dem Auge gleich erscheinen, so gilt wieder das Weber-Fechnersche Gesetz (S. 20).

Um eine derart gleichmäßig verlaufende **Grauleiter** herzustellen, gehen wir von einem reinen Weiß aus, dessen Reflexionsvermögen mit $R = 100$ bezeichnet werden möge.

Eine zweite Fläche mit $R = 50$ erscheint daneben grau. Das nächstdunklere Grau hat das Reflexionsvermögen 25, so daß die Reihenfolge 100, 50, 25, 12,5 usw. entsteht.

Eine Grauleiter gleicher Helligkeitsunterschiede bildet eine geometrische Reihe.

Hieraus eine wichtige Folgerung: Das Auge vermag sehr feine Unterschiede zwischen dunklen Grautönen zu unterscheiden; um aber Abweichungen vom reinen Weiß zu bemerken, bedarf es sehr grober Unterschiede im Reflexionsvermögen.



Bild 274
Scheibe zur Herstellung einer Grauleiter



Bild 275
Entstehung einer Grauleiter gleichmäßiger Abstufung

Versuche: 1. Man male mit schwarzer Tusche die obenstehende Zeichnung (Bild 274) auf eine weiße Kartonscheibe und versetze sie in rasche Umdrehungen. Man sieht ein System grauer Ringe, deren Helligkeit nach innen zu sehr rasch abnimmt. Die einzelnen Ringe besitzen, entsprechend ihrem Schwärzeanteil, die Reflexionsvermögen 100; 75; 50; 25; 0. Diese

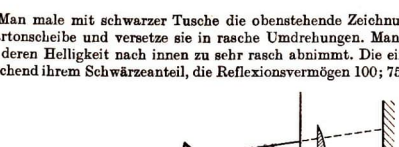


Bild 276. Entstehung einer reinen Farbe

Grauleiter erscheint ungleichmäßig, der Übergang nach Schwarz erfolgt zunehmend schneller.

2. Eine zweite Scheibe ist nach Bild 275 bemalt. Die Schwärzeanteile der Ringe entsprechen den Reflexionsvermögen 100; 50; 25; 12,5; 6,25. Die Helligkeitsunterschiede erscheinen gleichmäßig.

28.22 Die reinen Farben

Licht von einer bestimmten Wellenlänge erscheint als **reine Farbe** (z. B. das gelbe Licht einer Natriumdampflampe). Umgekehrt braucht eine reine Farbe nicht physikalisch monochromatisch zu sein.

Versuch: Man erzeuge mittels eines Prismas ein Spektrum, das vor dem Bildschirm durch eine Zylinderlinse wieder zu Weiß gesammelt wird (Bild 276). Mit einem veränderlichen

Spalt blendet man aus dem Farbenfächer einen schmalen Anteil heraus. Das Bild auf dem Schirm wird einfarbig. Wenn man diesen Spalt nun verbreitert, kann ein breiteres Wellenband (z. B. von $\lambda = 550 \cdots 650$ nm) hindurchtreten, und man könnte erwarten, daß nach der Wiedervereinigung dieses Wellengemisches eine Mischfarbe sichtbar würde. Das ist jedoch nicht der Fall. Das Verhältnis $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ (im eben erwähnten Beispiel $\frac{100}{600}$) kann bis zu einigen Zehnteln betragen, ohne den ursprünglich reinen Farbton zu ändern:

Die reinen Farben entsprechen nicht bestimmten Wellenlängen, sondern Wellenbereichen.

Man kann nun die im vorigen Versuch vom Spalt frei gelassene Stelle des Spektrums durch eine Blende (B) abdecken und dafür den vorhin abgeblendeten Rest des Spektrums freigeben (Bild 277). Blendet man z. B. Gelb heraus, so erscheint der beiderseits stehengebliebene Rest (F′) des Spektrums nach seiner Wiedervereinigung blauviolett. Man sieht hier also keine unbestimmte Mischfarbe, sondern eine reine Farbe, die man auch im Spektrum findet. Man nennt sie die **Komplementärfarbe** zu Gelb. Beide Komplementärfarben müssen zusammen wieder Weiß ergeben, da nunmehr alle Wellenlängen des Spektrums beisammen sind:

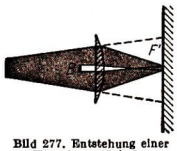


Bild 277. Entstehung einer Komplementärfarbe

Komplementärfarben ergänzen sich zu Weiß.

Herausgefangener Teil des Spektrums:	Rot	Orange	Gelb	Gelbgrün	Grün	usw.
Komplementärfarbe (Mischfarbe des Restes):	Blaugrün	Blau	Blauviolett	Violett	Purpur	

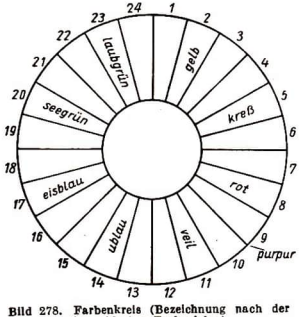


Bild 278. Farbenkreis (Bezeichnung nach der Ostwaldschen Farbenlehre)

Hierbei erscheint allerdings eine Farbe, die im Spektrum nicht enthalten ist: das Purpur. Dies ist die einzige Ausnahme.

Die reinen Farben lassen sich zu einem Kreis ordnen, dessen einzelne farbige Sektoren so liegen, daß die zusammengehörigen Komplementärfarben jeweils einander gegenüberliegen. Eine solche Zusammenstellung nennt man einen **Farbenkreis** (Bild 278 bzw. Farbentafel, 6). Das im Spektrum nicht vorhandene Purpur ist das Bindeglied, welches das beiderseits offene Spektrum zu einer stetigen, in sich geschlossenen Farbenfolge schließt.

28.28 Die verhüllten Farben

Außer den bereits erwähnten Fällen starker Absorption (schwarz) und guter Reflexion (weiß) im gesamten sichtbaren Wellenbereich nebst den Zwischenstufen (grau) gibt es noch die Fälle, in denen einzelne Wellenlängen oder Wellenbereiche bevorzugt absorbiert werden. Wenn ein Körper

beispielsweise viel Rot absorbiert, muß er den Rest des Spektrums reflektieren, womit er in der Komplementärfarbe erscheint, d. h. in diesem Falle blaugrün. An der Oberfläche des Körpers wird aber ein gewisser Anteil des Gesamtspektrums, d. h. reines Weiß, reflektiert, außerdem wird ein gewisser Anteil des Gesamtspektrums vom Körper absorbiert (Bild 279). Das reine Blaugrün ist mithin von einem helleren oder dunkleren Grau überlagert, wodurch es trübe und stumpf erscheint. Der Farbcharakter ändert sich dadurch vollständig. Es entsteht eine **verhüllte Farbe.** Auf diese Weise kommt die reiche Vielfalt der möglichen Farbnuancen zustande, die man im täglichen Leben beobachten kann. Zugleich ist damit das Prinzip gegeben, wie man jeden beliebigen Farbton erzeugen kann:

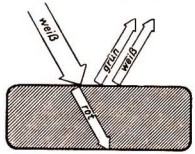


Bild 279. Entstehung einer Körperfarbe (weißverhülltes Grün)

Jede beliebige Farbe kann durch Mischen einer reinen Farbe mit Schwarz oder Weiß hergestellt werden.

Mischt man z. B. reines Rot mit zunehmenden Anteilen Schwarz, so tritt nicht nur eine Verdunkelung ein, sondern gleichzeitig eine Verfärbung nach dunkelbraunen Tönen. Mischen mit Weiß ergibt rosa Töne. Alle Abstufungen dieses einen Rots ordnen sich zu einem **farbtongleichen Dreieck (Verhüllungsdreieck,** Farbtafel 7). Die entsprechenden Dreiecke sämtlicher reiner Farben kann man zu einem Doppelkegel vereinigen, einem **Farbenkörper** (Bild 280). Seine obere Spitze ist weiß, die untere schwarz. Auf dem Rand der Basis liegt der Kreis der reinen Farben. Ein beliebiger Schnitt entlang der Achse ergibt ein farbtongleiches Dreieck zusammen mit seinem komplementären. Es ist dadurch möglich, jede Farbe durch Buchstaben und Nummern zu kennzeichnen. Besonders bekannt sind die Systeme von Wilhelm Ostwald und Baumann-Prase.

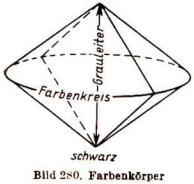


Bild 280. Farbenkörper

28.24 Farbmischung

Die verschiedenen Abstufungen eines farbtongleichen Dreieckes lassen sich mit einem **Farbenkreisel** leicht vorführen. Auf eine in reiner Farbe gehaltene Pappscheibe zeichnet man mit schwarzer Tusche die in Bild 275 angegebene Figur. Bei rascher Drehung erblickt man konzentrische Ringe, die außen mit der reinen Farbe beginnen und innen mit ganz dunklen Tönen enden. Die entsprechende Mischreihe mit Weiß ergibt sich, wenn die Figur weiß, und die Zwischentöne, wenn sie teils in Schwarz und teils in Weiß (was bei rascher Rotation Grau ergibt) gehalten wird. In diesem Fall wird das Auge in rascher Folge von verschiedenen Reizen getroffen. Wenn, wie es hier der Fall ist, verschiedene Einzelfarben im Auge zu einem Gesamteindruck verschmelzen, spricht man von **additiver Farbmischung.** Dasselbe kann man auch durch Nebeneinandersetzen kleiner farbiger Pünktchen erreichen.

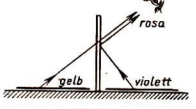


Bild 281
Additive Farbmischung

Versuche: 1. Man stelle eine durchsichtige Glasscheibe senkrecht auf und lege davor ein Stück farbiges Papier (Bild 281). Im gleichen Abstand dahinter liegt ein zweites Blatt anderer Färbung. Blickt man schräg von oben gegen die Scheibe, so gelangt Licht von beiden Farben ins Auge, und man sieht die entsprechende Mischfarbe.

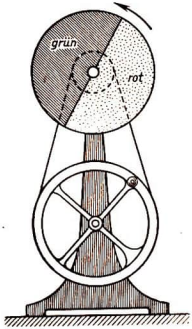


Bild 282. Farbenkreisel

2. Man versetze eine Kreisscheibe, die je zur Hälfte rot und blaugrün bemalt ist, in rasche Umdrehungen (Bild 282). Man sieht ein helles Grau. Wegen der Absorption ergeben diese beiden Komplementärfarben kein reines Weiß.

Hiervon ist die **subtraktive Farbmischung** wohl zu unterscheiden. Je eine blaue und gelbe Glasscheibe werden aufeinandergelegt (Bild 283). Bei additiver Mischung würden beide Farben ungefähr Weiß ergeben. Beim Hindurchblicken sieht man aber Grün. Das blaue Glas absorbiert nämlich Rot und Gelb, läßt dagegen Grün und Violett geschwächt, Blau aber vollständig hindurch. Das davorstehende gelbe Glas absorbiert Blau und Violett, ist in geringerem Maß aber noch für Grün durchlässig. Die subtraktive Mischung findet also nicht im Auge statt, sondern beruht auf **selektiver** (auswählender) **Absorption** durch mehrere gefärbte Medien **(Farbfilter!).** Hierher gehört auch das Mischen von Malerfarben. Diese enthalten **Pigmentfarbstoffe,** d. s. kleine farbige Körnchen. Geht das z. B. von blauen Körnchen durchgelassene Licht

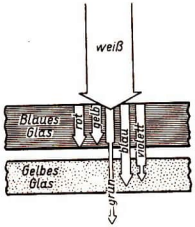


Bild 283
Subtraktive Farbmischung

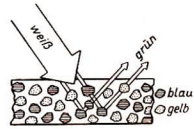


Bild 284. Subtraktive Farbmischung in einer Pigmentschicht

nach Reflexion innerhalb der Farbschicht durch gelbe Körnchen, so bleibt, ehe es an die Oberfläche gelangt, wieder Grün übrig (Bild 284).

29 Photometrie

Die Stärke von Lichtquellen kann man nach zweierlei Gesichtspunkten werten:

1. physikalisch, d. h. auf Grund der von der Lichtquelle sekundlich ausgesandten Strahlungsenergie, ihrer **Strahlungsleistung.** Man kann sie mit Hilfe eines Thermoelements oder einer Fotozelle messen (elektrischer Belichtungsmesser!). Maßeinheiten wären in diesem Falle cal/s, erg/s oder Watt. In dieser Weise ist z. B. die Solarkonstante (S. 51) bestimmt worden;

2. physiologisch, d. h. auf Grund des Eindrucks, den das Licht auf das menschliche Auge macht. Die praktische **Photometrie** (Lichtmessung) interessiert sich allein für diese Wirkung auf den Lichtsinn. Das ist insofern etwas ganz anderes als die physikalische Strahlungsleistung, als das Auge nur für einen bestimmten Spektralbereich empfänglich und auch innerhalb dieses Bereiches verschieden empfindlich ist. Damit werden besondere Maße notwendig.

29.1 Photometrische Grundgrößen

29.11 Die Lichtstärke

Als Maß der Lichtstärke diente früher die **Hefnerkerze** (HK).

Diese ist ein Brenner, der eine Flamme von 40 mm Höhe und 8 mm Dochtdurchmesser mit Amylazetat speist. Es gilt die Lichtstärke in horizontaler Richtung. Die Flamme hat den Nachteil, daß ihre Lichtstärke vom CO_2-Gehalt, dem Druck und der Feuchtigkeit der Luft abhängt.

Deshalb gilt seit 1948 international die Candela[1]) als Einheit:

Einheit der Lichtstärke J: | **1 Candela = 1 cd** |

Man versteht darunter den 60. Teil derjenigen Lichtstärke, die 1 cm² des Schwarzen Körpers (S. 74) beim Erstarrungspunkt des Platins (1770 °C) erzeugt. Damit hat man sich von allen Zufälligkeiten einer bestimmten Lichtquelle unabhängig gemacht. Nach dem Schwarzen Körper werden als **Sekundärnormale** Glühlampen geeicht (sorgfältig hergestellte, gealterte Glühlampen). Für die Umrechnung der Candela in Hefnerkerzen gilt die Beziehung: 1 cd = 1,107 HK)[2]).

Die Lichtstärke der gebräuchlichen Lichtquellen ist infolge der besonderen Gestalt des Leuchtkörpers (z. B. zickzack- oder ringförmiger Leuchtdraht, Form des Reflektors usw.) nach jeder Richtung des Raumes verschieden. Genaue Auskunft über die Lichtstärke gibt dann die für 1000 lm geltende **Lichtverteilungskurve** (Bild 285). Für andere Lampen gleichen Typs müssen die Werte entsprechend umgerechnet werden.

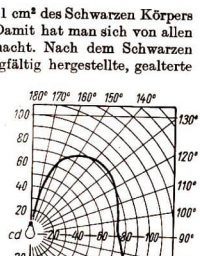


Bild 285. Lichtverteilungskurve einer elektrischen Glühlampe in der Ebene der Lampenlängsachse

29.12 Der Lichtstrom

Die von einer Lichtquelle nach allen Richtungen sekundlich insgesamt ausgesandte Lichtmenge nennt man deren **Lichtstrom** Φ (sprich: Phi).

Einheit des Lichtstromes Φ: | **1 Lumen = 1 lm** |

Man denke sich eine punktförmige Lichtquelle mit einer Kugel von 1 m Radius umhüllt. Ihre Oberfläche beträgt 4π m² und fängt alles von der Quelle ausgehende

[1]) lat., d. h. Kerze.

[2]) Gültig bei einer Farbtemperatur von 2043 °K (Platinpunkt); bei 2360 °K gilt 1,140 und bei 2750 °K 1,162 HK je cd.

Licht auf. Hiernach beträgt der

gesamte Lichtstrom einer punktförmigen Lichtquelle: $\boxed{\Phi = 4\pi J}$

Wie man ebene Winkel im Bogenmaß als Teile des Einheitskreises mißt, drückt man den **Raumwinkel** ω als Teil der Oberfläche der Einheitskugel aus. Entsprechend einem vollen ebenen Winkel von 2π (Kreisumfang), beträgt der volle Raumwinkel $\omega = 4\pi$, d. h., er ist das Verhältnis $\frac{4\pi r^2}{r^2}$. Der Halbraum umfaßt den Raumwinkel $\omega = 2\pi$ (Halbkugel) usw. Dem Raumwinkel 1 entspricht ein vom Kugelmittelpunkt ausgehender Kreiskegel, der aus der Oberfläche der Einheitskugel die Fläche 1 ausschneidet. Sein Öffnungswinkel ist 65,6°. In dieser Bezeichnungsweise ist der

(127) **Lichtstrom eines beliebigen Strahlenkegels:** $\boxed{\Phi = J\,\omega}$

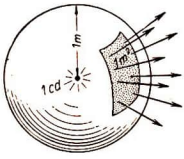


Bild 286
Einheit des Lichtstromes

und:

1 Lumen [lm] ist der Lichtstrom, den 1 cd in den Raumwinkel 1 ausstrahlt.

Man kann das auch so ausdrücken:

1 cd strahlt auf eine in 1 m Abstand befindliche Fläche von 1 m² den Lichtstrom von 1 lm.

Da die Lichtstärke künstlicher Lichtquellen von der jeweiligen Beobachtungsrichtung abhängt, ist die Angabe von „Kerzenstärken" außer Gebrauch gekommen. Man gibt dafür ihren gesamten Lichtstrom in Lumen an. Die Wirtschaftlichkeit ergibt sich dann aus dem je Watt erzielten Lichtstrom.

Lichtstrom einiger elektrischer Glühlampen (nach DIN 49800)
(Einfachwendel-Allgebrauchslampen 220 V)

Nennleistung [W]	Lichtstrom [lm]	Lichtausbeute [lm/W]
15 (Vakuumlampe)	122	8,20
25 (Vakuumlampe)	230	9,20
40 (Einfachwendel)	340	8,55
60 (Einfachwendel)	600	10,1
100 (Einfachwendel)	1220	12,2
200 (Einfachwendel)	3020	15,1
300 (Einfachwendel)	4900	16,3
100 (Natriumdampflampe)	5500	55,0
200 (Quecksilber-Höchstdrucklampe)	8500	42,5

Beispiel: Eine Punktlichtlampe erzeugt einen Lichtstrom von 80 lm. Welches ist ihre Lichtstärke, wenn angenommen wird, daß der Lichtstrom allseitig gleich ist? — Nach (127) ist

$$J = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{80}{12{,}56}\ \text{cd} = 6{,}4\ \text{cd}$$

29.18 Die Beleuchtungsstärke

Fällt das Licht von 1 cd aus 1 m Entfernung senkrecht auf eine Fläche, so erfährt diese eine bestimmte **Beleuchtung,** nämlich die

(128) **Einheit der Beleuchtungsstärke E:** $\boxed{1\,\text{Lux} = 1\,\text{lx}}$

Man kann dafür auch sagen:

Der Lichtstrom 1 lm erzeugt auf einer Fläche von 1 m² die Beleuchtungsstärke 1 lx.

(129) $$E = \frac{\Phi}{F}$$

1 Lux ist demnach gleich 1 lm/m². Setzt man in die letzte Gleichung nach (127) $\Phi = J\,\omega$ und $F = r^2\,\omega$ ein, so erhält man die

(130) **Beleuchtungsstärke bei senkrechtem Lichteinfall:** $\boxed{E = \frac{J}{r^2}}$

Da die von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehenden Strahlen nach allen Richtungen auseinanderlaufen, verteilt sich die ausgesandte Lichtmenge immer mehr im Raum. In der doppelten Entfernung verteilt sich derselbe Lichtstrom auf die 4fache, in der 3fachen Entfernung auf die 9fache Fläche usw., womit die Beleuchtungsstärke der Fläche immer geringer wird.

Die Beleuchtungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung ab.

Dies geht auch anschaulich unmittelbar aus Bild 287 hervor.

Erforderliche Beleuchtungsstärken (z. T. nach DIN 5035)

Straßen und Plätze	2 ··· 10 lx
Grobe Arbeiten	60 lx
Mittelfeine Arbeiten	120 lx
Lesen und Schreiben	250 lx
Technisches Zeichnen	250 ··· 600 lx
Sonnenlicht im Sommer	etwa 100000 lx
Nachts bei Vollmond	etwa 0,2 lx
Mondlose klare Nacht	etwa 0,0003 lx

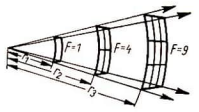


Bild 287. Abnahme der Beleuchtungsstärke mit der Entfernung

Wenn 2 Flächen in verschiedenem Abstand von einer Lichtquelle bestrahlt werden, sind ihre Beleuchtungsstärken

$$E_1 = \frac{J}{r_1^2} \quad \text{und} \quad E_2 = \frac{J}{r_2^2},$$

womit

(131) $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Die Beleuchtungsstärken zweier Flächen verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Abstände von der Lichtquelle.

Bild 288 zeigt eine Fläche AB, die bei senkrechtem Strahleneinfall die Beleuchtung E erfährt. Bei Neigung um den Winkel α empfängt sie vom ursprünglichen Licht-

strom Φ nur noch einen Teil (AC). Die Beleuchtung wird schwächer.

Beleuchtungsstärke bei schrägem Lichteinfall: $E = \frac{J}{r^2}\cos\alpha$

(1. Lambertsches Gesetz, 1760)

(α Winkel zwischen Strahlrichtung und Einfallslot)

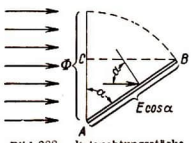


Bild 288. Beleuchtungsstärke einer geneigten Fläche

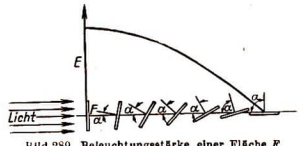


Bild 289. Beleuchtungsstärke einer Fläche F bei verschiedenem Winkel α

Beispiel: Eine ohne Reflektor brennende Glühlampe hat in horizontaler Richtung eine Lichtstärke von 150 cd. Wie groß ist die Beleuchtungsstärke in 50 m Abstand? — Nach (130) ist

$$E = \frac{150}{50^2}\,\text{lx} = 0{,}06\,\text{lx}$$

29.14 Die Leuchtdichte

Ideal punktförmige Lichtquellen gibt es nicht. Stets sind es Körper mit einer strahlenden Oberfläche, wie z. B. die glühende Wendel einer Wolframdrahtlampe, die einen langen, dünnen Zylinder darstellt, oder die Flamme einer Kerze mit der Gestalt eines Kegels.

Man bezeichnet als

(132) **Leuchtdichte B eines Eigenstrahlers:** $\dfrac{\text{Lichtstärke } J}{\text{scheinbare Oberfläche } F}$

und benutzt die

Einheit der Leuchtdichte B: $1\,\text{cd/cm}^2 = 1\,\text{Stilb} = 1\,\text{sb}$

Hierbei kommt es also nicht auf die tatsächliche, sondern auf die **scheinbare Oberfläche** an, d. h. auf jene, die sich dem Betrachter darbietet.

Leuchtdichten verschiedener Lichtquellen [sb]

Nachthimmel	10^{-7}	Krater der Kohlebogenlampe	18 000
Neonlampe	0,1	Sonne	100 000 ··· 150 000
Leuchtdraht einer Wolframglühlampe	500 ··· 3500	Quecksilber-Höchstdrucklampe (handelsüblich)	bis 50 000

Bei zu großer Leuchtdichte wird das Auge von der Lichtquelle **geblendet.** Deswegen werden Glühlampen mattiert, wodurch die strahlende Oberfläche bei gleicher Lichtstärke vergrößert und die Leuchtdichte erträglicher wird.

2. Lambertsches Gesetz: Die Leuchtdichte eines allseitig gleichmäßig strahlenden Körpers ist innerhalb der scheinbaren Oberfläche konstant.

Beweis: Eine gleichmäßig strahlende Kugel hat in Richtung der Flächennormalen die Lichtstärke J, in einer um den Winkel α dazu geneigten Richtung die Lichtstärke $J\cos\alpha$ (Bild 290). Ein Flächenelement Δf erscheint, unter demselben Winkel α gesehen, in der Größe $\Delta f\cos\alpha$. Somit ist die Leuchtdichte

im ersten Fall $B_1 = \dfrac{J}{\Delta f}$

und

im zweiten Fall $B_2 = \dfrac{J\cos\alpha}{\Delta f\cos\alpha}$, womit $B_1 = B_2$.

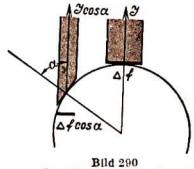


Bild 290
Leuchtdichte einer Kugel

Daher machen Sonne, Mond und mattierte Glühlampen keineswegs den Eindruck körperlicher Gebilde und erscheinen dem Auge als leuchtende Scheiben gleichmäßiger Leuchtdichte. Auch eine Kerzenflamme wirkt durchaus flächenhaft.

Oftmals interessiert auch die Leuchtdichte von Flächen, die von einer anderen Lichtquelle angestrahlt werden. Hat diese die Stärke J, den Abstand r von der beleuchteten Fläche und reflektiert diese das Licht ohne jeden Verlust und vollkommen diffus, so ist die

(133) **Leuchtdichte einer angestrahlten weißen Fläche:** $\boxed{B = \dfrac{J}{r^2\,\pi}}$

Herleitung: Eine punktförmige Lichtquelle der Stärke J befinde sich nach Bild 291 im Krümmungsmittelpunkt einer vollkommen und diffus reflektierenden Halbkugel vom Radius r. Dann wirkt die kreisförmige Öffnung der Halbkugel für den Betrachter wie eine Lichtquelle der Stärke J und der homogen leuchtenden scheinbaren Fläche $F' = r^2\,\pi$, womit sich aus (132) der Ausdruck (133) ergibt.

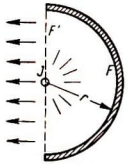


Bild 291
Diffus reflektierende Halbkugel

Man kann in dieser Formel (133) den Abstand r von der Lichtquelle statt in cm auch in m einsetzen sowie den Faktor π im Nenner weglassen. Dann erhält man als Ergebnis die Leuchtdichte B in **Apostilb**.

$$\boxed{1\text{ Apostilb (asb)} = \frac{1}{10^4\,\pi}\text{ Stilb (sb).}}$$

Beispiel: Eine vollkommen weiße Fläche wird im Abstand $r = 2$ m mit 60 cd angestrahlt. Ihre Leuchtdichte ist dann nach (133) $B = \dfrac{60\text{ cd}}{200^2\text{ cm}^2\,\pi} = 0{,}00048$ sb oder auch $B = \dfrac{60\text{ cd}}{2^2\text{ m}^2} = 15$ asb.

Geht man hingegen vom Lichtstrom Φ aus, der auf eine nicht selbst leuchtende Fläche F fällt, so ist die

(134) **Leuchtdichte einer vom Lichtstrom Φ getroffenen weißen Fläche:** $\boxed{B = \dfrac{\Phi}{\pi\,F}}$

Herleitung: Auf die Innenfläche der Halbkugel $F = 2\,r^2\,\pi$ (Bild 291) fällt nach (127) der Lichtstrom $\Phi = J\,2\,\pi$. Die scheinbare Oberfläche ist $F' = r^2\,\pi = \dfrac{F}{2}$. Setzt man diese Größen in (132) ein, so wird $B = \dfrac{2\,\Phi}{2\,\pi\,F} = \dfrac{\Phi}{\pi\,F}$, wobei F die wahre Oberfläche ist,

29.2 Messung von Lichtstärken

Ein auf weißes Papier gesetzter Fleck aus geschmolzenem Stearin **(Fettfleck)** erscheint dunkel auf hellem Grunde, wenn man ihn gegen einen dunklen Hintergrund hält (Bild 292). Das Papier wird auf der Fensterseite heller beleuchtet als auf der dem dunklen Zimmer zugewandten. Hält man ihn gegen das Fenster, so erscheint er hell auf dunklem Grunde. Der Fleck wird unsichtbar, wenn das Papier auf beiden Seiten gleich stark beleuchtet wird. Die von beiden Lichtquellen erzeugten Beleuchtungsstärken sind nach (130):



Bild 292. Fettfleck bei verschiedener Beleuchtung von Vorder- und Rückseite

$$E_1 = \frac{J_1}{r_1^2} \quad \text{und} \quad E_2 = \frac{J_2}{r_2^2}$$

Wegen der Bedingung $E_1 = E_2$ ist dann

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2.$$

(135) **Die Lichtstärken verhalten sich bei gleicher Beleuchtungsstärke wie die Quadrate der Abstände von der beleuchteten Fläche.**

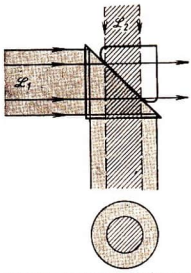


Bild 293. Photometerwürfel von Lummer-Brodhun

Um die Stärke einer beliebigen Lichtquelle zu messen, setzt man sie zusammen mit einer Hefnerlampe oder einer geeichten Glühlampe auf eine **optische Bank** und zwischen beide das **Fettfleckphotometer** (Bunsen). Mittels zweier Spiegel kann man den Fettfleck von beiden Seiten zugleich beobachten. Wenn der Fettfleck nach entsprechender Verschiebung des Photometers verschwindet, ist die eben abgeleitete Gleichung erfüllt. J_2 kann dann aus der bekannten Lichtstärke J_1 errechnet werden:

$$J_2 = J_1 \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Man bemerkt hierbei eine gewisse Schwierigkeit in der genauen Einstellung, wenn die Farbe der Lichtquellen verschieden ist. Anstatt zu verschwinden, zeigt der Fleck beiderseits eine verschiedene Färbung. Ein anderer Nachteil dieses Photometers ist die ungleiche Absorption von Papier und Fettfleck.

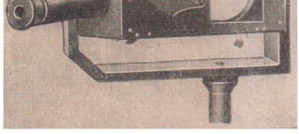


Bild 294. Photometer

Letzterer Nachteil wird beim **Photometerwürfel** von Lummer und Brodhun vermieden. Zwei Glasprismen sind genau eben geschliffen und aufeinandergepreßt, die Kanten des einen jedoch kreisförmig abgerundet (Bild 293). Das von der Quelle (L_1) eintretende Licht wird von dem freien Teil der Hypotenusenfläche des einen Prismas total reflektiert, während das von (L_2) kommende Licht die Berührungsfläche beider Prismen ungehindert durchsetzt und hier einen „idealen Fett-

fleck" vorfindet. Das Licht tritt dabei nicht unmittelbar durch den Würfel, sondern über zwei Spiegel von einem beiderseits beleuchteten Gipsschirm. Es sind noch andere ähnliche Konstruktionen in Gebrauch (Bild 294).
Den Farbunterschied zweier Lichtquellen kann man durch vorgesetzte Filter ausgleichen.

Komplizierter gebaut ist das **Flimmerphotometer,** das mit rotierenden Prismen arbeitet und in schneller Folge abwechselnd Licht von beiden Quellen ins Gesichtsfeld wirft. Bei einer bestimmten Frequenz verschwindet das Farbflimmern, und es entsteht eine gleichmäßige Mischfarbe. Dies tritt nur bei gleicher Helligkeit ein. Wenn das nicht der Fall ist, verbleibt ein Helligkeitsflimmern. Dieses verschwindet, wenn die Bedingung $E_1 = E_2$ erfüllt ist.

29.3 Messung des Lichtstromes und der Beleuchtungsstärke

Den gesamten Lichtstrom einer Lampe erfaßt man mit der **Ulbrichtschen Kugel** (Bild 295). Das Licht fällt auf die mattweiß gestrichene Innenfläche der bis zu 3 m großen Kugel und beleuchtet diese infolge vielfacher Reflexion gleichmäßig. In der Öffnung (O) sitzt eine Mattglasscheibe, deren Leuchtdichte mit einem Photometer gemessen wird. Die Kugel wird mit einer Normallampe geeicht.



Bild 295. Ulbrichtsche Kugel

Zur Messung von Beleuchtungsstärken haben sich kleine, transportable Apparate eingebürgert, sogenannte **Luxmeter** (Beleuch-

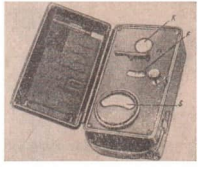


Bild 296. Tragbarer Beleuchtungsmesser (Luxmeter)

tungsmesser). Eines dieser Modelle enthält zwei kleine „Ulbrichtsche Kugeln" aus Opalglas. Die eine ragt ein wenig aus dem Instrument heraus (K) (Bild 296), die andere befindet sich im Innern und wird von einem eingebauten Lämpchen beleuchtet. Durch das kleine Fenster (F) sieht man die Leuchtdichten beider Kugeln nebeneinander und regelt das Lämpchen bis zur Gleichheit beider Helligkeiten. Die Ablesung geschieht an dem entsprechend geeichten Strommesser (S).

30 Licht und Stoff

30.1 Geschichtliches zur Theorie des Lichtes

Im Anschluß an die erste Messung der Lichtgeschwindigkeit durch Olaf Römer (S. 113) entstanden zwei Theorien über das Wesen des Lichtes:

1. die **Huygenssche Wellentheorie** (1690):

Das Licht ist (ähnlich den Schallwellen der Luft) **eine Wellenbewegung des Äthers,** den man sich als einen überaus fein verteilten Stoff vorstellte.

2. die **Newtonsche Emissionstheorie** (1704):

Das Licht besteht aus winzigen Teilchen (Korpuskeln), die von der Lichtquelle ausgesandt werden und den Raum geradlinig durchqueren.

Die Huygenssche Wellentheorie erfuhr eine immer weitergehende Festigung:

1760 (Euler): Deutung der Spektralfarben als Schwingungen verschiedener Frequenz.

1802 (Thomas Young): Deutung der Newtonschen Ringe (S. 152) als Interferenz von Wellen.

1808 (Malus): Entdeckung und Deutung der Polarisation.

1816 (Fresnel): Vereinigung der Huygensschen Vorstellung von den Elementarwellen mit dem Youngschen Interferenzprinzip. Berechnung von Beugungserscheinungen.

Die Newtonsche Emissionstheorie vermochte diese Erscheinungen nicht zu erklären und schien damit widerlegt.

1862 (Maxwell): Aufstellung der elektromagnetischen Lichttheorie.

1888 (Heinrich Hertz): Experimenteller Nachweis, daß Reflexion, Brechung, Beugung, Interferenz und Polarisation Grundeigenschaften aller elektromagnetischen Wellen sind.

Damit war die Wellennatur des Lichtes endgültig nachgewiesen.

Neuere Erkenntnisse führten aber zwingend zur Annahme der

3. **Quantenvorstellung Max Plancks** (1900):

Die Energie jeder Strahlung setzt sich aus winzigen, unteilbaren Teilbeträgen, den sogenannten Elementarquanten, zusammen.

(136) **Energie eines Lichtquantes:** $\boxed{E = h\nu}$

(Plancksches Wirkungsquantum $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Joule · s, ν Frequenz des Lichtes)



Bild 297
Max Planck (1858 bis 1947)

Demnach stellt jede Strahlung einen Strom voneinander getrennter Energieportionen dar. Die Energie eines solchen Quantes ist winzig klein und läßt sich berechnen, wenn man aus der zugehörigen Wellenlänge λ zunächst die Frequenz ν ermittelt und dann das Produkt $h\nu$ bildet. 1917 (Albert Einstein): Die Lichtquanten besitzen einen Impuls mv und verhalten sich wie bewegte Masseteilchen. Inwieweit die Quantentheorie mit der Wellentheorie verträglich ist, werden wir im Zusammenhang mit der weiteren Entwicklung erörtern.

Vorläufig nehmen wir zur Kenntnis:

In seiner Wechselwirkung mit den Atomen und Molekülen wirkt das Licht in einzelnen unteilbaren Elementarquanten.

30.2 Fluoreszenz und Phosphoreszenz

Viele Stoffe leuchten bei Bestrahlung mit kurzwelligem Licht in eigentümlichen Farben auf, die man an ihnen sonst nicht beobachtet: **Fluoreszenz.**

Versuch: In einem Gehäuse brennt eine Bogenlampe. Ein Schottsches UV-Filter läßt kein sichtbares Licht, sondern nur ultraviolette Strahlung nach außen dringen. In einem verdunkelten Raum ist also vorläufig nichts zu sehen. Bringt man nacheinander verschiedene Stoffe in den Strahlenbereich, so entstehen prächtige Lichterscheinungen. Es leuchten z. B.

Maschinenöl	stark hellblau	Zähne	bläulich-weiß
Eosinlösung	grün	künstliche Zähne	bleiben dunkel
Fluoreszein	grün	Eierschalen	hellrot

Diese Erscheinung ist die Grundlage der **Fluoreszenzanalyse,** die es vielfach erlaubt, sonst in ihrem Aussehen sehr ähnliche Stoffe sofort zu unterscheiden und Fälschungen zu erkennen.

Für die allermeisten Fluoreszenzerscheinungen gilt die

Stokessche Regel: Das bei der Fluoreszenz ausgesandte Licht ist von größerer Wellenlänge als das erregende Licht.

Man betrachte z. B. das zum Färben von (Glühwürmchen-) Likör oft verwendete Fluoreszein. Es sieht im durchfallenden Licht hellgelb aus. Es wird also die komplementäre Strahlung (violett) absorbiert. Von der Seite her gesehen, erscheint aber der Farbstoff lebhaftgrün, d. h. in größerer Wellenlänge.

Erklärung: Im vereinfachten Atommodell (Bild 298) betrachtet, hebt ein auf das Molekül fallendes Lichtquant das den Atomkern umlaufende Leuchtelektron auf eine kernfernere Bahn. Nach dieser Anregung fällt es aber nicht sogleich auf die alte Bahn zurück, sondern auf dem Umweg über Zwischenbahnen, denen geringere Energieunterschiede und wegen

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{hc}{E}$$

größere Wellenlängen entsprechen.

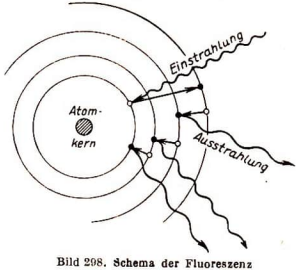


Bild 298. Schema der Fluoreszenz

Hält die Ausstrahlung auch noch längere Zeit nach der Bestrahlung an, so spricht man von **Phosphoreszenz.** Es phosphoreszieren

1. fluoreszierende Stoffe in fester Lösung mit geschmolzener und hernach erstarrter Borsäure nach Bestrahlung mit Ultraviolett etwa 1 Sekunde lang (z. B. Fluoreszein, Phenol),

2. die Sulfide der Erdalkalimetalle (Magnesium, Kalzium, Barium, Strontium) und des Zinks, denen noch in Spuren andere Metallsulfide (z. B. Kupfersulfid) beigemengt sind: **Sulfidphosphore.**

Bekannt sind diese als **Leuchtfarben** und **Leuchtsteine,** die nach Bestrahlung mit Tageslicht noch Stunden und Tage nachleuchten (z. B. Balmainsche Leuchtfarbe). Die Lichtabsorption findet im Grundstoff statt. Die wieder frei werdende Anregungsenergie überträgt sich dann auf die in den Grundstoff eingebetteten **Leuchtmoleküle.**

Chemisch einheitlich ist dagegen das früher für Röntgenschirme hergestellte Bariumplatinzyanür.

Weit verbreitet sind derartige feste Phosphore in den **Leuchtstoffröhren.** Quecksilberdampflampen können bis 80% der elektrischen Leistung in Ultraviolett umsetzen. Der Leuchtstoff verwandelt dieses in sichtbares Licht.

Die Phosphoreszenz kann durch bestimmte Wellenbereiche roten Lichtes ausgelöscht werden **(Tilgung).** Durch Erwärmen läßt sich die Energieabgabe beschleunigen, wobei sich die Gesamtsumme des abgegebenen Lichtes nicht ändert **(Anfachung).**

30.3 Chemische Wirkungen des Lichtes

Licht vermag die verschiedensten **chemischen Reaktionen** auszulösen. Es sei hier nur an den Aufbau der Stärke aus Kohlendioxyd (CO_2) und Wasser (H_2O) im Organismus der Pflanze erinnert. Der lichtabsorbierende Stoff ist das Blattgrün **(Chlorophyll),** das aus dem Sonnenlicht den Bereich von 570···640 nm (Orangerot) verwertet.

Die **Fotografie** beruht auf der Lichtempfindlichkeit des **Brom-** und **Chlorsilbers.**

Die fotografischen Filme und Platten enthalten, in dünner Gelatineschicht eingebettet, winzige AgBr-Kristalle. Die auftretenden Lichtquanten erzeugen ein „latentes" (d. h. vorläufig noch unsichtbares) Bild, das aus einzelnen „Keimen" (frei gewordenem Silber in winzigen Mengen) besteht. Beim **Entwickeln** wird der Film in die Lösung einer reduzierenden Substanz (z. B. Metol mit Natriumsulfit und Pottasche) getaucht, wodurch die vom Licht getroffenen Teilchen vollends zu schwarzem Silber reduziert werden. Das nicht belichtete Bromsilber wird anschließend im **Fixierbad** (z. B. Natriumthiosulfatlösung) herausgelöst.

Damit entsteht in dem nunmehr nicht mehr lichtempfindlichen Film ein **negatives Bild.** Hiervon stellt man einen **positiven** Papierabzug nach einem grundsätzlich gleichen Verfahren her. Auf das lichtempfindliche Papier (meist auf der Grundlage von Chlorsilber) wird unmittelbar das Negativ gelegt und mit einer Lampe kurz belichtet, anschließend entwickelt und fixiert.

Beim Entwickeln wird die 10^8fache Zahl der unmittelbar von den Lichtquanten befreiten Silberatome gebildet.

Die beim Belichten frei werdende Zahl von Silberatomen ist proportional der Anzahl der absorbierten Lichtquanten.

30.4 Elektrische Wirkungen des Lichtes

Beim Auftreffen von Licht auf Metalloberflächen werden Elektronen ausgelöst. Bild 299 zeigt eine amalgamierte Zinkplatte, die negativ aufgeladen und mit einem Elektrometer verbunden ist. Bei Bestrahlung mit dem Licht einer Bogenlampe (enthält Ultraviolett) verliert sich die Ladung in wenigen Augenblicken. Das auftreffende Licht löst also (negative) Elektronen aus den Atomen **(Hallwachs-Effekt).** Noch kräftiger ist die Wirkung, wenn man luftleere Gefäße inwendig mit einem dünnen Belag von Kalium, Zäsium oder Kadmium versieht. Der Belag wird mit dem negativen, ein ihr gegenüber befindlicher Drahtring mit dem positiven Pol einer Batterie verbunden (Bild 300). Bei Belichtung einer solchen **Fotozelle** fließt ein Elektronenstrom von der empfindlichen Schicht zur Anode **(äußerer lichtelektrischer Effekt).**

Hierbei gilt stets die Energiebilanz:

$$\left.\begin{array}{l}\text{kinetische Energie des}\\ \text{zur Anode fliegenden}\\ \text{Elektrons}\end{array}\right\} + \text{Ablösearbeit} = \left\{\begin{array}{l}\text{Energie des}\\ \text{auftreffenden}\\ \text{Lichtquantes}\end{array}\right.$$

(137) **Einsteinsche Gleichung:** $\boxed{\frac{m}{2}v^2 + A = h\nu}$

($m = 9 \cdot 10^{-28}$ g, Masse des Elektrons; ν Frequenz des einstrahlenden Lichtes)

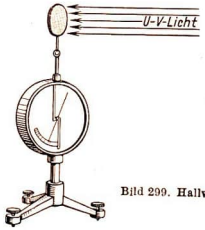


Bild 299. Hallwachs-Effekt



Bild 300. Große Fotozelle

Gasgefüllte Fotozellen zeigen eine wesentlich höhere Stromausbeute, da die primär erzeugten Elektronen auf ihrem Wege durch den Gasraum beim Zusammenstoß mit den Molekülen zahlreiche neue Ladungsträger (Ionen) bilden. Wenn die vom Licht abgespaltenen Elektronen im Innern des Körpers verbleiben, spricht man vom **inneren lichtelektrischen Effekt.** Dadurch erhöht sich z. B. die sonst nur geringe Leitfähigkeit von Selen, Kupferoxydul (Cu_2O) und anderen Halbleitern bedeutend **(Selenzelle).**

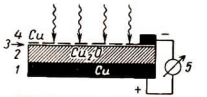


Bild 301. Sperrschichtfotozelle (Vorderwandzelle)

Auch hier konnte nachgewiesen werden, daß jeinem absorbierten Lichtquant genau je ein abgespaltenes Elektron entspricht.

Schließlich kann die Energie der befreiten Elektronen so groß werden, daß sie selbsttätig einen elektrischen Strom (also ohne Hilfsspannung wie bei der Fotozelle) hervorrufen. Ein solches **Fotoelement** (oder auch **Sperrschichtfotozelle** genannt) besteht (Bild 301) aus einer Metallplatte (1), auf der eine halbleitende Schicht (Cu_2O oder Se) (2) und dann eine durchsichtige Metallschicht (4) liegt. Die im Innern von (2) befreiten Elektronen dringen durch die zwischen (2) und (4) befindliche „Sperrschicht" (3) in den Metallbelag (4) und fließen über das Galvanometer (5) wieder nach (1) zurück.

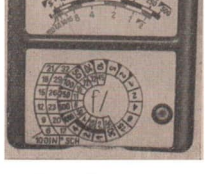


Bild 302. Fotoelektrischer Belichtungsmesser

Als **fotoelektrischer Belichtungsmesser** (Bild 302) ist das Fotoelement heute weit verbreitet.

Für alle fotoelektrischen Wirkungen gilt:

Die Energie der ausgelösten Elektronen ist nur von der Wellenlänge (bzw. Frequenz) des Lichtes abhängig.

Die Stärke der Strahlung (d. h. die Anzahl der sekundlich auftreffenden Lichtquanten) bestimmt die Anzahl der ausgelösten Elektronen.

30.5 Teilchen und Wellen

Die Quantenvorstellung des Lichtes ist damit (neben anderen, hier nicht erwähnten experimentellen Beweisen) experimentell gesichert. Ebenso sicher ist aber auch die Wellentheorie des Lichtes fundiert. Der Versuch, beide anschaulich zu einem Bild zusammenzufassen, stößt u. a. auf folgende Schwierigkeiten.

Die von einer sich allseitig im Raum ausbreitenden Kugelwelle getroffene Fläche empfängt mit zunehmender Entfernung von der Strahlungsquelle je Sekunde immer weniger Energie. Um aber die eben besprochene lichtelektrische Wirkung hervorzubringen, muß auf das betreffende Atom eine bestimmte Energiemenge fallen. Ein einzelnes Atom wird nur von einem winzigen Teilausschnitt der Welle getroffen und erhält bei sehr großer Entfernung sekundlich nur äußerst wenig Energie. Erst nach langer Zeit würde sie (wenn sie sich im Atom aufspeichern könnte) zur Ablösung eines Elektrons ausreichen. Statt dessen setzt die Emission von Elektronen auch bei schwächsten Lichtintensitäten sofort nach der Belichtung (natürlich nicht bei allen Atomen gleichzeitig, sondern nur an einigen wenigen, die sich über die ganze bestrahlte Fläche verteilen) ein.



Bild 303. Elektrostatisches Elektronenmikroskop

Außerhalb einer bestimmten Entfernung wäre eine Lichtquelle nach der Wellentheorie auch nicht mehr vom Auge wahrnehmbar, da auch die Erregung der Netzhaut auf quantenhaftem Energieaustausch beruht. Kurzum, die reine Wellentheorie führt zu dem Ergebnis: Mit zunehmender Entfernung nimmt die Intensität der Strahlung unbegrenzt ab. Die Quantenvorstellung hingegen ergibt eine stets vorhandene örtliche Energieballung in Beträgen, die auch bei größter Entfernung von der Strahlungsquelle konstant bleiben.

Die Wellentheorie ist nicht in der Lage, die quantenmäßigen Wirkungen des Lichtes zu erklären. Andererseits liefert die Quantenvorstellung keine anschauliche Deutung der Interferenz und Polarisation; denn ein Masseteilchen (als welche die Photonen des Lichtes aufgefaßt werden können) kann auf seinem Weg durch den Raum sich nicht mit anderen zusammen „aufheben" (Auslöschung).

Die neuere Physik kommt wegen dieser **Dualität des Lichtes** zu folgenden Schlüssen:

Das Licht ist sowohl Wellen- als auch Korpuskularstrahlung. Je nach dem angestellten Experiment zeigt sich entweder die eine oder die andere Seite.

Mathematisch (aber nicht anschaulich!) ist der Widerspruch in der „Wellenmechanik" Schrödingers (1927) und der mit ihr verwandten „Matrizenmechanik" Heisenbergs (1926) aufgehoben.

Abgerundet wurde dieser Sachverhalt noch durch die Erkenntnis L. de Broglies (1924):

Alle bewegten Teilchen besitzten sowohl korpuskularen als auch Wellencharakter.

Man kann jedem mit der Geschwindigkeit v bewegten Masseteilchen eine bestimmte Wellenlänge zuordnen nach der Formel:

(138) **Länge der Materiewellen**[1]): $\lambda = \frac{h}{m\,v}$

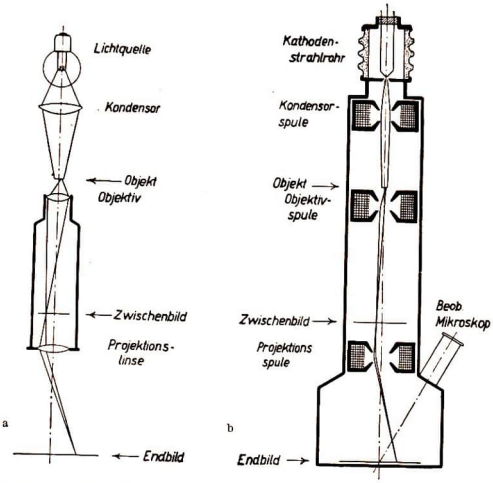


Bild 304
Strahlengang im optischen (a) und Elektronen- (b) Mikroskop

[1]) Dieser in der physikalischen Fachliteratur allgemein verbreitete Ausdruck „Materie"welle ist so zu verstehen, daß hier eine ganz bestimmte und konkrete Erscheinungsform der Materie vorliegt. Davon ist der allgemeine Begriff der Materie scharf zu unterscheiden. In der von Lenin gegebenen Definition der Materie wird diese nicht mehr einseitig auf das rein Stoffliche beschränkt, sondern sie ist der Inbegriff aller außerhalb unseres Bewußtseins existierenden objektiven Realität überhaupt.

Eine wichtige Anwendung dieser Erkenntnis ist das **Elektronenmikroskop** (Bild 303). Schnell bewegte Elektronen werden in elektrischen oder magnetischen Feldern (Elektronenlinsen) so gelenkt wie die Lichtstrahlen in einem Lichtmikroskop (Bild 304).

Gemäß der letzten Formel ergibt sich z. B. für langsame Elektronen eine Wellenlänge von etwa 1 nm, womit das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops gegenüber dem Lichtmikroskop entsprechend besser ist.

Schnell bewegte Masseteilchen verhalten sich demnach wie Lichtstrahlen und zeigen alle Erscheinungen der Optik.

Licht und Stoff stellen somit nur zwei verschiedene Erscheinungsformen der materiellen Welt dar.

Sachwortverzeichnis

Abbe 157
Abbildungsgleichung 120, 133
Abbildungsmaßstab 120, 133
absolute Temperatur 38
absoluter Nullpunkt 38
— des Schalls 22
— der Temperaturstrahlung 74
Absorptionsspektren 129
Achromat 137
achromatisches Prisma 128
Adaption 140
additive Farbmischung 165
adiabatische Zustandsänderung 84
Aggregatzustand, Änderung 54
Akkommodation 140
Akustik 1ff.
Alterssichtigkeit 141
Anastigmat 139
Anfachung 176
Anhall 25
Apertur, numerische 158
Aplanat 138
Apochromat 137
Apostilb 171
Äquipartitionsprinzip 108
Arbeit bei Gasen, adiabatische 86
—, isotherme 81
Astigmatismus 138
astronomisches Fernrohr 145
Auflösungsvermögen 156
Auge 139ff.
—, spektrale Empfindlichkeit 161
Ausdehnungskoeffizient 30ff.
—, scheinbarer 33
— von Gasen 37
Autoklav 63
Avogadro, Gesetz von 43

Bauakustik 22ff.
Bel 18
Beleuchtungsstärke 169
Belichtungsmesser 178
Beugung des Lichtes 153ff.
Beugungsgitter 155
Bild des Hohlspiegels 118
—, reelles 115, 119
—, virtuelles 115, 119
Bildfeldwölbung 139
Bildweite bei Hohlspiegel 119
— bei der Sammellinse 133
Bimetallstreifen 31
Binnendruck 100
Blättchen, dünne 149
Boltzmannsche Konstante 107
Bourdon-Röhre 36
Brechkraft 132
Brechung des Lichtes 121, 132
Brechungsgesetz 122
Brechungsindex 122
Bremskalorimeter 48
Brennebene 132
Brennlinie 118
Brennpunkt 117, 131
Brennstrahl 119
Brennweite 117, 131
Brewstersches Gesetz 159
Brille 141

Candela 167
Carnot 92
Celsius 33
Chemilumineszenz 112
Chladnische Klangfiguren 8
chromatische Tonleiter 11
chromatischer Fehler 137
Clausius 96
Clément u. Desormes, Versuch von 87

Dämmzahl 24
Dampfdruck 60ff.
Dampfdruckkurve 63
Dämpfe 59ff.
—, Arten der 61
—, Wärmeinhalt 64
Dampfmaschine 87
Dampftabelle 62
Dampfwärme 64
Deckglas 148
Dewargefäß 70
Dezibel 25
diatherman e Stoffe 73
diatonische Tonleiter 11
Dichteanomalie des Wassers 32
Dieselmotor 90
Dioptrie 132
Dispersion 127
Dissonanz 10
Doppelbrechung 159
Dopplersches Prinzip 5
Dualität des Lichtes 179
Durchlässigkeit, spektrale 73

Eintauchrefraktometer 126
Eis 57

Eispunkt 33
Elektrolumineszenz 112
Elektronenmikroskop 180
Emissionstheorie des Lichtes 174
Energie, Gesetz von der Erhaltung der 82
—, innere 82, 107
— der Moleküle 106
Energiedichte des Schalls 17
Energiemaße, Tabelle 49
Enthalpie 47
Entropie 96ff.
Entwickler 176
Episkop, Epidiaskop 145
Erstarrungswärme 56
Eutektikum 56
Expansionsmaschine 88

Fadenkorrektur 35
Fahrenheit 33
Farben 162ff.
— dünner Blättchen 149
Farbenkörper 165
Farbenkreis 164
Farbfehler 137
Farbmischung 165
Farbtemperatur 78
Fernrohre 145ff.
Festpunkte 34
Fettfleckphotometer 172
Feuchtigkeit 65
Fieberthermometer 35
Fixierbad 176
Fizeau, Methode von 114
Fleck, gelber 140
Flimmerphotometer 173
Flintglas 122
Fluoreszenz 175
Formanten 13
Fotoelement 177
Fotografie 176
fotografische Kamera 143
Fotozelle 177
Fraunhofersche Beugung 154
— Linien 130
freie Weglänge 109
Freiheitsgrad 108

Galileisches Fernrohr 147
Galtonpfeife 9
Gangunterschied 149
Gas, ideales 37
Gaskonstante 41, 44, 51
Gasthermometer 39
Gase, Zahlentafel für 42
—, Zustandsänderungen 79ff.
—, Zustandsgleichung 41, 44
Gay-Lussac, Gesetz von 37
—, Versuch von 83
Gefrierpunktserniedrigung 55
Geige 15
geothermische Tiefenstufe 52
Geräusch 2
Geschwindigkeit d. Moleküle 104ff.
Gitter 155
Gleichverteilung d. Energie 108
Glühfadenpyrometer 78
Glühfarben 78
grauer Körper 74
Grauleiter 163
Grenzwinkel 126

Haarhygrometer 66
Halbschatten 112
Halbtonstufen 11
Hallraum 23
Hallwachs-Effekt 176
Harmonische 12
harmonische Tonleiter 11
Hauptebenen 135
Hauptsatz, zweiter 98
Hefnerkerze 167
Heizwert 53
Helmholtz 15
Hohlspiegel 117ff.
holländisches Fernrohr 147
Hornhaut 139
Hörfläche 20
Hörgrenze 2
Hörschwelle 19
Huygenssche Wellentheorie 174
Huygenssches Okular 146
hygroskopisch 65

Ideales Gas 37
Immersion 148
Infrarot 71
Infraschall 2
innere Energie 82
Interferenz des Lichtes 149ff.
— durch Beugung 154
Intervalle 10
Invar 30
Iris 140
isobare Zustandsänderung 79
isochore Zustandsänderung 79
isotherme Zustandsänderung 79

Joule-Thomson-Effekt 101

Kalorie 45
Kalorimeter 47, 53
Kältemischung 57
Kältemaschine 91
Katakaustik 118
Kelvin, Grad 39
Kernschatten 112
Kilomol 42

kinetische Gastheorie 102
Kirchhoff, Strahlungsgesetz 75
Klanganalyse 15
Klänge 10
Klangfarbe 13
Klangfiguren 8
Klangspektrum 15
Knall 2
Knotenlinien 8
kohärente Wellen 149
Kohäsion 99
Kollektivlinse 146
Koma 139
Komplementärfarben 164
Kompressionskältemaschine 91
Kompressionswärme 82
Kondensationskeime 67
Kondensationswärme 58
Kondensieren 57
Kondensor 145
Kondensstreifen 67
Konkavlinsen 131
Konkavspiegel 117
kontinuierliches Spektrum 128
Konvektion 68
Konvexlinsen 131
Konvexspiegel 121
Korpuskularstrahlung 174
Kreisprozeß 87ff.
—, rückwärts laufender 95
kritische Temperatur 101
kritischer Zustand 101
Kronglas 122
kubischer Ausdehnungskoeffizient 31
Kundtsche Röhre 9
Kurzsichtigkeit 141

Lambertsches Gesetz 170, 171
Lampen 168
Längenänderung 30
latente Wärme 58
Lautstärke 20
Legierungen, Erstarren 56
Leuchtdichte 170
Leuchtfarben 174
Licht,
—, chemische Wirkungen 176
—, elektrische Wirkungen 176
—, Geschwindigkeit 113
—, Quanten 174
—, Quellen 112
—, Reflexion 114
—, weißes 128
—, Wellenlängen 110
—, Wellentheorie 173
Lichtstärke 167, 172,
— eines Objektivs 143
Lichtstrom 167
Lichtverteilungskurve 167
Lichtzeiger 116

lineare Ausdehnung 30
Linienspektrum 129
Linsen 131ff.
Linsenfehler 137
Linsensysteme 136
Lippenpfeife 9
Lochkamera 113
Lochsirene 1
Loschmidtsche Zahl 103
Lösungen, Erstarren von 55
—, Siedepunkt von 58
Lösungswärme 57
Luft, Feuchtigkeit 65
Luft, flüssige 101
Luftsäulen, schwingende 9
Luftspiegelung 127
Lumen 168
Lumineszenz 112
Lupe 142
Lux 169
Luxmeter 173

Magnetostriktion 27
Materiewellen 179
Maximum- und Minimumthermometer 36
Maxwell 105
mechanisches Wärmeäquivalent 48
Michelson-Interferometer 153
Mikroskop 147
Mischtemperatur 46
Mitführung 68
Mittelohr 19
Mol 42
Molekularbewegung und Wärme 106
Molekularenergie 107
Molekulargeschwindigkeit 104
Molekulargewicht 42
Molvolumen 43
Monochord 7

Nachhall 25
Neper 18
Netzhaut 140, 142
Newtonsche Ringe 152
— Emissionstheorie 174
Nicolsches Prisma 160
Normalstimmton 2
Normalton 21
Nullpunkt, absoluter 38

Oberschwingungen 12
Objektiv 143, 158
Öffnungsverhältnis 143
Ohr 19
Oktave 10
Okular 145, 146
optische Achse 117
Ostwald 165
Ottomotor 88

Papinscher Topf 63
Parabolspiegel 118
Perpetuum mobile II. Art 99
Perrin 103
Pfeifen 9
Phasensprung 149
phon 21
Phonmesser 21
Phosphoreszenz 175
Photometerwürfel 172
Photometrie 167ff.
physiologische Akustik 19
physiologische Optik 161
piezoelektrisches Verfahren 27
Pigmentfarbstoffe 166
Planck, Max 77, 174
Platten, schwingende 8
pneumatisches Feuerzeug 86
Poissonsche Gleichungen 85
Polarisation des Lichtes 158ff.
Polarisationsapparat 160
polytrope Zustandsänderung 86
Prisma 124
—, achromatisches 128
Prismenfernrohr 146
Projektionsapparat 145
Psychrometer 66
Pupille des Auges 140

Quantentheorie 174
Quarzuhr 8
Quinte 10

Radiometer 76
Ramsdensches Okular 146
Raumakustik 22ff.
Raumwinkel 168
Rayleighsche Scheibe 16
reale Gase 99
Réaumur 33
reduzierte Wärmemenge 96
Reflexion, diffuse 115
— der Temperaturstrahlung 73
Reflexionsvermögen 73
Refraktion 121
Refraktometer 126
Refraktor 146
Regenbogen 128
Regenbogenfarben 127
Reizstärke 20
Resonanz 14
Resonator 15
Richmannsche Regel 46
Römer, Olaf 113
Rowland-Gitter 156

Sabinesche Nachhallzeit 26
Saiten, schwingende 6
Sammellinsen 131
Schall, Absorption 22
Schalldämmung 23
Schalldruck 16
Schallempfindung 20
Schallerzeuger 6
Schallfeld 15ff.
Schallgeschwindigkeit 2ff.
Schallplatten 17
Schallradiometer 17
Schallschnelle 16
Schallstärke 17
Schallstrahlungsdruck 17
schalltoter Raum 23
Schallwand 15
Schallwellen 2
Schärfentiefe 144
Schatten 112
scheinbare Dicke 123
scheinbares Bild 115
Scheinwerfer 118
Schleuderpsychrometer 67
Schluckung 22
Schluckzahl 23
Schmelzen und Erstarren 54ff.
Schmelzpunkt 54
Schmelzwärme 56
Schmerzgrenze 20
Schnecke 19
Schwarzer Körper 74
Schwarze Temperatur 78
Schwebungen 13
Schwellenwert 19
Schwindmaß 31
Segerkegel 54
Sehen, plastisches 141
Sehnerv 140
Sehschärfe 141
Sehweite 140
Sehwinkel 141
Seilwellen 5
Selenzellen 177
Siedepunkt 62
— des Wassers 33
Siedepunktserhöhung 58
Siedeverzug 58
Snelliussches Brechungsgesetz 122
Solarkonstante 51
Sonnentemperatur 78
Spalt, Beugung am 154
Spannungsprüfer 161
Spektralanalyse 129
spektrale Empfindlichkeit des Auges 162
— Verteilung der Temperaturstrahlung 77
Spektralfarben 130
Spektren 128ff.
Spektrograph 129
Spektrum, Beugungs- 156
—, sekundäres 137
Sperrschichtfotozelle 177

spezifische Wärme 45
— der Gase 50
—, Verhältnis der 87
spezifisches Volumen 41
sphärischer Fehler 137
— Spiegel 117
Spiegel, ebene 115ff.
Spiegelsextant 117
Spiegelteleskop 146
Stäbchen 140
Stäbe, schwingende 7
Star 141
stationäre und nichtstationäre Wärmeleitung 69
Stefan-Boltzmannsches Gesetz 76
Stereoskop 141
Stilb 171
Stimmgabel 8
Stokessche Regel 175
Stoß, schiefer 105
Stoßzahl 109
Strahlungsgesetz von Kirchhoff 75
Strahlungsgleichgewicht 76
Strahlungsleistung 76
Strahlungsquanten 174
Strahlungszahlen 76
subtraktive Farbmischung 166

Taupunkt 66
Teleobjektiv 143
Temperatur, 29, 33, 38
—, absolute 38
—, Schwarze 78
Temperaturleitzahl 69
Temperaturmessung 33, 78
Temperaturstrahlung 76
temperierte Stimmung 11
terrestrisches Fernrohr 146
thermischer Wirkungsgrad 94
Thermocolore 36
Thermoelement 36
Thermograph 36
Thermometer 33
—, Gas- 39
Thermosflasche 70
Tilgung 176
Töne 10ff.
Tonhöhe 1
Tonleitern 10
Tonrillen 17
T-Optik 151
Totalreflexion 125
Trockensystem 148
Trommelfell 19
Tubus 147
Turmalinplatte 160

Übersättigung 67
Übersichtigkeit 141
Ulbrichtsche Kugel 173
Ultraschall 27
Ultraviolett 111
unbunte Farben 162
Unterschiedsschwelle 20

Verbrennungswärme 52
Verdampfen 57
Verdampfungswärme 58
—, innere und äußere 64
Verdunsten 59
Verflüssigung der Gase 101
Vergrößerung 142
verhüllte Farben 164
Verzeichnung 139
virtuelles Bild 115, 119
Volumarbeit, isotherme 81
Vorsatzlinse 143

Waals, van der 100
Wärmeäquivalent, mechanisches 48, 51
—, elektrisches 49
Wärmeausbreitung 67ff.
Wärmeausdehnung 30ff.
— der Gase 37ff.
Wärmedurchgang 71
Wärmeenergie 45ff.
Wärmegewicht 98
Wärmeinhalt 47
— der Dämpfe 64
Wärmekapazität 47
Wärmekraftmaschinen 87ff.
Wärme, latente 58
Wärmeleitung 68
Wärmemenge 45
Wärmepumpe 92
Wärmequellen 51
Wärme, spezifische 45ff.
—, —, der Gase 50, 107
Wärmestrahlung 71
Wärmeströmung 68
Wärmeübergang 70
Warmwasserheizung 68
Wasserdampf 61
Wasser, Dichte von 32
Wasserwert 48
Weber-Fechnersches Gesetz 20
Weglänge, freie 109
weißes Licht 127
Weitsichtigkeit 141
Wellen, elektromagnetische 111
Wellenlänge 111
Wellentheorie des Lichtes 149, 173
Widerstandsthermometer 36
Wiensches Verschiebungsgesetz 77
Winkelspiegel 116
wirkliches Bild 119, 133
Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses 94
—, thermischer 93
Wirkungsquantum 174

Wirkungsquerschnitt 109
Wölbspiegel 121

Zäpfchen 140
Zerlegung des Lichtes 127ff.
Zerstreuungskreis 144
Zerstreuungslinse 131, 135
Zerstreuungspunkt 121
Ziliarmuskel 139
Zungenpfeife 9
zusammengesetzte Linsen 136
Zustandsänderungen der Gase 79ff.
Zustandsgleichung, allgemeine 43
— der Gase 40ff.
—, van der Waalssche 100
Zweitakt-Ottomotor 89

Bildquellenverzeichnis

Herbert Küstner, 25 Versuche aus der Physik. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1951: Bilder 5, 9.

Niese, 25 Freihandversuche. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1951: Bild 206.

Schaefer-Bergmann-Kliefoth, Grundaufgaben des physikalischen Praktikums, Teubner, Leipzig 1948: Bilder 27, 212, 303.

Grimsehl, Lehrbuch der Physik, Band III. Teubner, Leipzig 1951: Bilder 231, 253, 314.

Lehrbuch der Physik für die Grundschule. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1949: Bild 273.