MENGE / ZIMMERMANN

Mechanik Aufgaben

BAND II Festigkeitslehre

MENGE/ZIMMERMANN

Mechanik-Aufgaben

aus der Maschinentechnik

Band II: Festigkeitslehre

Bearbeitet von

Baudirektor a. D. Dr.-Ing. Ernst Zimmermann †

36. Auflage · Mit 272 Bildern

VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG 1966

Redaktionsschluß 15. 5. 1966

ES 20 C 4 (20 H 1, 18 B 2)

 • VEB Fachbuchverlag Leipzig

Satz und Druck: Buchdruckerei W. Hoppe, Borsdorf-Leipzig III/18/328

Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/210/131/66

4,50

VORWORT

Die Ausbildung qualifizierter Fachkräfte für alle Gebiete der Industrie und Wirtschaft unserer Republik ist das Hauptanliegen unserer Fachschulen. Das im Unterricht vermittelte Wissen ist der Inhalt der einschlägigen Lehrbücher, die den Stoff übersichtlich, aber in äußerst konzentrierter Form enthalten. Für die Ausgestaltung des Unterrichts sowie von Lehrgängen und für die Vertiefung des vom Lehrer vermittelten Wissens im Selbststudium ist Übung notwendig, die beim Durchrechnen entsprechender Aufgaben erworben wird.

Eine geschickt zusammengestellte Aufgabensammlung des jeweiligen Sachgebiets bietet sowohl den Lehrern als auch den Schülern an den Ingenieur- und Fachschulen wesentliche Vorteile. Außerdem bringt eine solche Aufgabensammlung Zeitgewinn, indem sie viel Schreibarbeit im Unterricht erspart. Auch die in der Praxis stehenden Techniker und Ingenieure orientieren sich gern an Hand einer solchen Sammlung mit Beispielen, die den Rechengang zeigen, über mögliche Lösungswege für manchmal ungewöhnliche Aufgaben, vor denen sie stehen.

Den in der Maschinenindustrie beschäftigten Facharbeitern, Meistern, Technikern und Ingenieuren soll diese Sammlung von „Mechanikaufgaben" von Menge/Zimmermann/Schrieder die gewünschte Hilfe bei ihrer Arbeit bieten. Darüber hinaus gehört sie zur an den Lehrplan unserer einschlägigen Ingenieur- und Fachschulen gebundenen Fachliteratur.

Die gesamte Aufgabensammlung umfaßt vier Bände mit den Titeln

Band I Grundbegriffe, Statik starrer Körper
Band II Festigkeitslehre
Band III Dynamik, Mechanik der Flüssigkeiten
Band IV Technische Wärmelehre.

Diese Gliederung hat sich sehr gut bewährt.

Die sorgfältige Auswahl der Aufgaben soll dem genannten Leserkreis die notwendige Verbindung von Praxis und Wissenschaft vermitteln, die unseren Werktätigen, besonders in der Maschinenindustrie, zur schnellen und sicheren Durchführung ihrer Arbeit und damit auch zu Zeit- und Materialersparnissen verhilft.

VEB FACHBUCHVERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG

Die Berechnung eines Maschinenteiles geschieht nach den Regeln der Festigkeitslehre. Diese wird da, wo sie infolge zu großer mathematischer Ableitungen schwierig oder unsicher wird, unterstützt durch Faustformeln, die sich im Laufe der Zeit bewährt haben und auf die man auch heute noch nicht immer verzichten kann.

Will man einen Maschinenteil berechnen, so müssen bekannt sein:

1. die wirksamen äußeren Kräfte,
2. die Spannungsverteilung im Maschinenteil,
3. das Verhalten der Werkstoffe bei den verschiedenen Beanspruchungsarten,
4. die Betriebsbedingungen.

Man erkennt sogleich, daß hier eine große Zahl von Unbekannten vorliegt.

In den letzten Jahren ist es gelungen, das Verhalten der Werkstoffe bei den verschiedenen Beanspruchungsarten weitgehend zu erforschen. Man kommt hierdurch zu neuen Werkstoffgrößen und einer anderen Auffassung über die Sicherheit. Ebenso hat man die Frage nach der Spannungsverteilung durch geeignete Meßverfahren in vielen Fällen beantworten können.

Die bisher erzielten Kenntnisse sind, soweit es jetzt schon zweckmäßig erscheint, bei der vorliegenden Neubearbeitung der Aufgabensammlung berücksichtigt worden. Mag man auch über den einen oder anderen Zahlenwert noch streiten, so läßt sich doch nicht leugnen, daß die Beurteilung der Sicherheit eines Maschinenteiles bei Anwendung der neueren Erkenntnisse weitaus zuverlässiger ist als bisher und zu einer weiteren Einschränkung der so gefürchteten Dauerbrüche führt.

Benutzte Formelzeichen

Größe	Formelzeichen	übliche Maßeinheit	Begriff erläutert in Aufgabe
Länge	l	cm	Als bekannt
Höhe	h	cm	vorausgesetzt
Durchmesser	D, d	cm	Als bekannt
Geschwindigkeit	v	m/s	vorausgesetzt
Querschnittsfläche	A	cm^2	Als bekannt
Zahl (Gangzahl, Armzahl usw.)	i	—	vorausgesetzt
Kraft, Belastung	F	kp	Als bekannt
Gewicht	G	kp	vorausgesetzt
Volumen, Rauminhalt	V	m^3	Als bekannt
Dichte	ϱ	kg/dm^3, g/cm^3	vorausgesetzt
Reibungskraft	F_R (F_{Reib})	kp	Als bekannt
Reibungszahl	μ	—	vorausgesetzt
Temperatur	t	°C	Als bekannt
Drehzahl	n	min^{-1}	vorausgesetzt
Leistung	P	PS, kW	Als bekannt
Statisches Moment	S	kp cm	vorausgesetzt
Normalspannung	σ	kp/cm^2 od. kp/mm^2	1
Schubspannung	τ	kp/cm^2 od. kp/mm^2	4
Zulässige Normalspannung	σ_{zul}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	7
Zulässige Schubspannung	τ_{zul}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	7
Nennspannung	σ_n, τ_n	kp/cm^2 od. kp/mm^2	19
Flächenpressung	p	kp/cm^2 od. kp/mm^2	50
Zugspannung	σ_z	kp/cm^2 od. kp/mm^2	1
Druckspannung	σ_d	kp/cm^2 od. kp/mm^2	1
Biegespannung	σ_b	kp/cm^2 od. kp/mm^2	84
Abscherspannung	τ_a	kp/cm^2 od. kp/mm^2	68
Verdrehspannung	τ_t	kp/cm^2 od. kp/mm^2	235
Knickspannung	σ_k	kp/cm^2 od. kp/mm^2	253
Längenänderung	Δl	cm	11
Dehnung	ε	cm/cm, %	11
Querkürzung	ε_q	cm/cm, %	11
Bruchdehnung	δ	%	11
Dehnzahl	α	cm^2/kp	11
Elastizitätsmodul	E	kp/cm^2	11
Schubzahl	β	cm^2/kp	244
Schubmodul	G	kp/cm^2	244
Querzahl	μ	—	11
Poissonsche Zahl	m	—	11
Statische Festigkeit (allgemein)	σ_B, τ_B	kp/cm^2 od. kp/mm^2	16
Zugfestigkeit	σ_{zB}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	16
Druckfestigkeit	σ_{dB}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	16
Biegefestigkeit	σ_{bB}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	86
Abscherfestigkeit	τ_{aB}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	68
Verdrehfestigkeit	τ_{tB}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	233
Dauerfestigkeit (allgemein)	σ_D, τ_D	kp/cm^2 od. kp/mm^2	20
Dauerstandfestigkeit	σ_{DSt}, τ_{DSt}	kp/cm^2 od. kp/mm^2	20
Fließgrenze	σ_F, τ_F	kp/cm^2 od. kp/mm^2	20
oder	σ_S, τ_S	kp/cm^2 od. kp/mm^2	20

Größe	Formelzeichen	Maßeinheit	Begriff erläutert in Aufgabe
Schwellfestigkeit	σ_{Sch}, τ_{Sch}	kp/cm² od. kp/mm²	20
Wechselfestigkeit	σ_W, τ_W	kp/cm² od. kp/mm²	20
Zeitfestigkeit	$\sigma_{D\,0,5}$ usw.	kp/cm² od. kp/mm²	27
Mittelspannung	σ_m	kp/cm² od. kp/mm²	20
Spannungsausschlag	σ_a	kp/cm² od. kp/mm²	20
Kennzahl	x_b	—	24
Sicherheit	ν	—	21
Kerbwirkungszahl	β_k	—	22, 23
Formzahl	α_k	—	22, 23
Empfindlichkeitszahl	η_k	—	22, 23
Oberflächenzahl	o_k	—	22, 23
Spannungszahl	α_s	—	26
(Äquatoriales) Trägheitsmoment	I	cm^4	86
Polares Trägheitsmoment	I_p	cm^4	86
(Äquatoriales) Widerstandsmoment	W	cm^3	86
Polares Widerstandsmoment	W_p	cm^3	86
Trägheitshalbmesser	i	cm	253
Moment (allgemein)	M	kp cm	bekannt
Biegemoment	M_b	kp cm	85
Drehmoment	M_t	kp cm	233
Ideelles Biegemoment	M_i	kp cm	285
Ideelle Biegespannung (Vergleichsspannung)	σ_i	kp/cm²	285
Anstrengungsverhältnis	α_0	—	285
Durchbiegung	f, y	cm	222
Verdrehwinkel	φ	°	241
Polabstand	H	kp	171
Knicklast	K	kp	253
Schlankheitsgrad	λ	—	253
Knickzahl	ω	—	253
Profilwert	k	—	253
Wärmedehnzahl	α_t	grd^{-1}	43

Grundbegriffe

Spannung

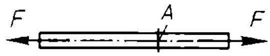


Bild 1

1. Was versteht man unter **Spannung?**

Lösung: Spannung ist Belastung auf die Flächeneinheit. In der Festigkeitslehre ist als Flächeneinheit 1 cm^2, in der Werkstofflehre 1 mm^2 festgelegt. Ist z.B. ein Stab durch eine Zugkraft F in Achsenrichtung belastet (Bild 1), so kommt auf die Flächeneinheit des Querschnittes A die Spannung

$$\sigma = \frac{F}{A} \textbf{ die Flächeneinheit.}$$

Die Spannung σ wirkt senkrecht zur Querschnittsfläche A, man spricht daher in diesem Falle von einer **Normalspannung** (normal= senkrecht). Zugspannungen bezeichnet man mit σ_z, Druckspannungen mit σ_d.

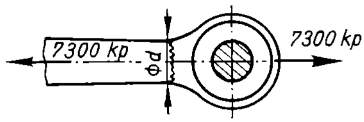


Bild 2

2. Eine Schubstange, hin- und hergehend, überträgt 7300 kp abwechselnd als Zug- und Druckkraft. Welchen Durchmesser muß die Stange an der dünnsten Stelle erhalten, damit die auftretende Zug- und Druckspannung den Wert 300 kp/cm^2 nicht überschreitet (Bild 2) ?

Lösung: $\sigma = F/A$, also die erforderliche Querschnittsfläche

$$A_{\text{erf}} = F/\sigma = \frac{7300 \text{ kp}}{300 \text{ kp/cm}^2} = 24{,}3 \text{ cm}^2$$

(A_{erf} erforderlicher Querschnitt).

Auszuführen nach Tabelle $d = 76$ mm, entsprechend einer Querschnittsfläche von 24,63 cm^2.

3. Welche Breite muß ein 5 mm dicker Riemen erhalten, wenn er eine Zugkraft von 250 kp übertragen und die im Leder auftretende Zugspannung 20 kp/cm^2 sein soll?

4. a) Was versteht man unter **Schubspannung? b)** Wodurch unterscheiden sich Schubspannungen von Normalspannungen?

Lösung: a) Schubspannung ist Belastung auf die Flächeneinheit.

$$\tau = \frac{F}{A}.$$

b) Eine Schubspannung wirkt **in** der beanspruchten Fläche.

5. Wie groß muß der Durchmesser d des skizzierten Nietes nach Bild 3 bemessen werden, wenn die aufzunehmende Schubkraft 4700 kp ist und die Schubspannung 900 kp/cm^2 nicht überschreiten soll?

Lösung: $F = \tau A$

$$A_{\text{erf}} = \frac{F}{\tau} = \frac{4700\ \text{kp}}{900\ \text{kp/cm}^2} = 5{,}2\ \text{cm}^2$$

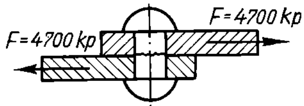


Bild 3

Auszuführen: $d = 26$ mm mit $A = 5{,}3\ \text{cm}^2$.

6. Wie groß muß der Durchmesser d eines Nietes (vgl. Aufg. 5) bemessen werden, wenn die aufzunehmende Schubkraft 6200 kp ist und die Kraft sich auf 2 Niete verteilt? Die Schubspannung soll 900 kp/cm² nicht überschreiten.

7. Was versteht man unter **zulässiger Spannung?**

Lösung: Es ist die Spannung, die in einem Querschnitt auftreten darf, ohne daß bei einer dauernden Beanspruchung ein Bruch oder eine zu große Formänderung eintritt. Sie wird bezeichnet mit σ_{zul} bzw. τ_{zul}.

8. Die Gliederkette eines Krans soll 3 Mp Last tragen (Bild 4). Welchen Durchmesser d muß ihr Rundstahl erhalten bei einer zulässigen Zugspannung von 600 kp/cm²?

Lösung: $A_{\text{erf}} = \dfrac{F}{\sigma_{\text{zul}}} = \dfrac{3000\ \text{kp}}{600\ \text{kp/cm}^2} = 5\ \text{cm}^2$.

Jedes Kettenglied trägt mit zwei Rundstahlquerschnitten, also

$$A_{\text{erf}} = 2\,A_{\text{Rundstahl}}$$

$$A_{\text{Rundstahl}} = 2{,}5\ \text{cm}^2 = 250\ \text{mm}^2.$$

Gewählt nach Tabelle $d = 18$ mm, entsprechend einer Querschnittsfläche 2,54 cm².

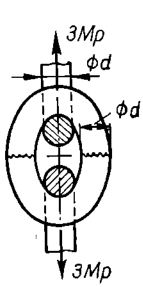


Bild 4

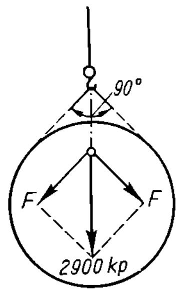


Bild 5

9. Ein Kessel von 2900 kp Gewicht hängt nach Bild 5 an einer umgeschlungenen Kette, deren beide Enden, unter 90° gespreizt, am Kranhaken angreifen. Zu berechnen sind **a)** die von der Kette aufzunehmende Spannkraft F (Kräfteparallelogramm s. Bild 5); **b)** die erforderliche Rundstahldicke der Gliederkette (wie in voriger Aufgabe) für eine zulässige Zugspannung von 600 kp/cm².

10. Auf eine Schraube mit metrischem Gewinde nach TGL 0-13/0-14 kommt eine Kraft von 800 kp. Welches Gewinde wird erforderlich bei

$$\sigma_{\text{zul}} = 500\ \text{kp/cm}^2\ ?$$

Hookesches Gesetz

11. Wie groß ist die elastische **Längenänderung (Längung)** Δl eines prismatischen Stabes von der Länge l infolge Belastung durch eine Zugkraft F (Bild 6)?

Lösung: Nach dem **Hookeschen Gesetz** ist

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \alpha \cdot \sigma, \quad \text{wobei} \quad \sigma = \frac{F}{A}.$$

ε ist die **Dehnung,** also die Längung je Längeneinheit; sie wird oft in $^0/_0$ ausgedrückt. Die Dehnung, gemessen an einem zerrissenen Probestab, nennt man die **Bruchdehnung** und bezeichnet sie mit δ (Angabe in $^0/_0$). Gleichzeitig mit der Dehnung ε in Richtung der Kraft erfolgt eine **Querkürzung** ε_q $\left(\text{beim Rundstab } \varepsilon_q = \frac{d_0 - d}{d_0}\right) = \frac{\Delta d}{d_0}$.

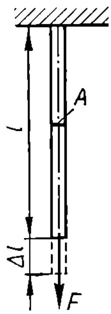


Bild 6

Es ist $\varepsilon_q = \mu\,\varepsilon$.

Man nennt $\mu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon}$ **die Querzahl.**

Vielfach rechnet man mit $m = \frac{1}{\mu}$.

m heißt die **Poissonsche Zahl.** Für Metalle ist $m \approx \frac{10}{3}$.

E heißt **Elastizitätsmodul** $\left(\text{in } \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}\right)$,

$\alpha = \frac{1}{E}$ die **Dehnzahl** $\left(\text{in } \frac{\text{cm}^2}{\text{kp}}\right)$.

E bzw. α sind Werkstoffkonstanten, z.B.

Werkstoff	Elastizitätsmodul E in kp/cm²
St 50	2100000
Hochwertiger Stahl	2200000
Grauguß	1000000
Aluminiumlegierung AlCuMg	700000
Magnesiumlegierung	450000

12. Ein Stahldraht von 3 mm Dmr. und 9 m Länge wird durch eine Zugkraft von 138 kp belastet. Elastizitätsmodul $E = 2200000$ kp/cm². Wie groß sind **a)** die Zugspannung; **b)** die elastische Längung?

Lösung: **a)** $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{138\,\text{kp}\cdot 4}{\pi\,(0{,}3\,\text{cm})^2} = 1950\,\text{kp/cm}^2$.

b) $\Delta l = l\frac{\sigma}{E} = 900\,\text{cm}\cdot\frac{1950\,\text{kp/cm}^2}{2200000\,\text{kp/cm}^2} = 0{,}8\,\text{cm} = 8\,\text{mm}$.

13. Um wieviel mm vergrößert sich die Länge einer Zugstange aus St 50 von 600 mm, wenn eine zulässige Spannung von 600 kp/cm² in der Stange wirksam wird?

14. Um wieviel mm verringert sich der Durchmesser der in Aufgabe 13 angegebenen Zugstange, wenn $d_0 = 10$ mm ist?

Lösung: Mit $m = \frac{10}{3}$ wird $\mu = \frac{3}{10}$.

$$\varepsilon_q = \varepsilon\,\mu = \alpha\,\sigma\,\mu = \frac{600\ \text{kp/cm}^2 \cdot 3}{2\,100\,000\ \text{kp/cm}^2 \cdot 10} = 0{,}000085$$

$$\varepsilon_q = 0{,}0085\,\%$$

$$\Delta\, d = \varepsilon_q\, d_0 = 0{,}000085 \cdot 1\ \text{cm} = 0{,}000085\ \text{cm}$$

$$\Delta\, d = 0{,}000085\ \text{mm}.$$

Die Querkürzung ist also bei den zulässigen Spannungen sehr gering, sie ist ebenso wie die Dehnung im allgemeinen zu vernachlässigen.

15. **a)** Um wieviel mm würde die Länge der in Aufgabe 13 bzw. 14 angegebenen Zugstange zunehmen, wenn sie aus einer Magnesiumlegierung hergestellt wäre? **b)** Wie groß ist die Querkürzung? (Wert für α siehe Aufg. 11.)

Wahl der zulässigen Spannung

Statische Festigkeit

16. Was versteht man unter **statischer Festigkeit?**

Lösung: Die statische Festigkeit (s. Standard) wird aus der von einer Probe ertragenen höchsten Belastung ($F_{\max}$) und dem ursprünglichen Querschnitt (A_0) der Probe berechnet. Man bezeichnet sie mit σ_B bzw. τ_B.
Es ist z.B.

$$\sigma_B = \frac{F_{\max}}{A_0}.$$

Bei auf Zug beanspruchten Körpern heißt sie **Zugfestigkeit** (σ_{zB}), bei auf Druck beanspruchten Körpern **Druckfestigkeit** (σ_{dB}).

17. Ein Probestab aus Maschinenbaustahl von 20 mm Dmr. und einer Meßlänge $l = 10\,d = 200$ mm wird auf einer Zerreißmaschine zerrissen. Die höchste Belastung beträgt 14210 kp, die Meßlänge nach dem Versuch 247 mm. Gesucht werden **a)** die Zugfestigkeit; **b)** die Bruchdehnung. **c)** Um welchen Stahl nach TGL 7960 handelt es sich?

Lösung: **a)** $\delta_{zB} = \frac{F_{\max}}{A_0} = \frac{14210\ \text{kp} \cdot 4}{\pi \cdot 2^2\ \text{cm}^2} = 4530\ \text{kp/cm}^2.$

b) $\delta = \frac{247\ \text{mm} - 200\ \text{mm}}{200\ \text{mm}} \cdot 100 = 23{,}5\,\%.$

c) St 42.

18. Ein Kupferstab vom Rechteckquerschnitt $a = 9$ mm und $b = 35$ mm wird auf einer Zerreißmaschine geprüft. Die Meßlänge ist $l_0 = 11{,}3\,\sqrt{A_0} = 200$ mm. Höchstlast 6890 kp, Meßlänge nach dem Versuch 276 mm. Wie groß sind **a)** die Zugfestigkeit; **b)** die Bruchdehnung?

19. Wie groß ist die **Nennspannung** σ_n bei einem nach Bild 7 auf Zug beanspruchten Stabstahl im Querschnitt $x—x$? Unter Nennspannung versteht man die rechnungsmäßige Spannung

$$\sigma_n = \frac{F}{A}.$$

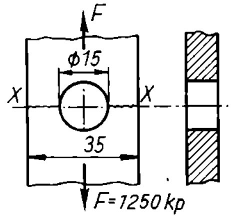


Bild 7

Dauerfestigkeit

20. a) Was versteht man unter der **Dauerfestigkeit** eines Werkstoffes?

Lösung: Gegenüber den bislang als Rechnungsgrundlage benutzten Werkstoffgrößen (Zugfestigkeit σ_{zB}, Druckfestigkeit σ_{tB}, Biegefestigkeit σ_{bB}, Verdrehfestigkeit τ_{tB}) geht man jetzt von Spannungen aus, die der Werkstoff nachweislich dauernd ertragen kann, ohne zu versagen. Man unterscheidet folgende Arten der Dauerfestigkeit:

a) Die **Dauerstandfestigkeit** $\sigma_{D\,St}$ (auch Kriechgrenze genannt). Das ist die Spannung, die der Werkstoff bei einer ruhenden Last dauernd ertragen kann, ohne zu versagen (Belastungsfall I). Bei Raumtemperatur ist in der Regel die Fließgrenze σ_F, τ_F (oder auch σ_S, τ_S) maßgebend.

b) Die **Schwellfestigkeit** σ_{Sch}, τ_{Sch} (auch Ursprungsfestigkeit genannt). Diese ist die Spannung, die der Werkstoff bei einer schwellenden Last (Änderung zwischen Null und einer Höchstlast) dauernd ertragen kann, ohne zu versagen (Belastungsfall II).

c) Die **Wechselfestigkeit** σ_W, τ_W (auch Schwingungsfestigkeit genannt). Diese ist die Spannung, die der Werkstoff bei einer wechselnden Last (Änderung zwischen einem gleich großen positiven und negativen Höchstwert) dauernd ertragen kann, ohne zu versagen (Belastungsfall III).

Diese Größen werden auf besonderen Dauerfestigkeitsprüfmaschinen nach erprobten Verfahren ermittelt und sodann in einem **Dauerfestigkeitsschaubild** zusammengestellt (Schema eines solchen in der älteren Art siehe Bild 8).

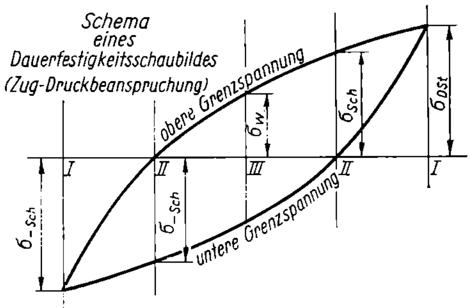


Bild 8

Die Dauerfestigkeitswerte sind an polierten, kleineren Probestäben ermittelt. Bei Übertragung der so gewonnenen Werte auf Maschinenteile ist zu beachten:

1. Bei nichtpolierten Oberflächen ist die Dauerbruchgefahr größer (vgl. Aufg. 23 und 24).
2. Die Dauerfestigkeit großer Werkstücke ist geringer als diejenige kleiner Proben (Abstriche 10···25% nach Erfahrung).

b) Wie werden die Dauerfestigkeitsschaubilder heute dargestellt (Bilder 9 bis 12)?

Anmerkung: Die Dauerfestigkeitsschaubilder sind den „Arbeitsblättern des Fachausschusses für Maschinenelemente beim VDI“ entnommen.

Lösung:

1. An Stelle der Belastungsfälle III, II und I wird die **Mittelspannung** σ_m aufgetragen. Es ist:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}.$$

2. Das Dauerfestigkeitsschaubild wird oben durch eine waagerechte Grenzlinie abgeschnitten, die durch die statische **Fließgrenze** σ_S gegeben ist. Dies ist erforderlich, da die versuchsmäßig bestimmte Dauerstandfestigkeit infolge Verfestigung höher liegen kann als die Fließgrenze, andererseits jedoch bei Konstruktionen die Fließgrenze wegen der dann auftretenden großen Formänderungen nicht überschritten werden darf.

c) Welcher Vorteil ergibt sich durch die **graphische** Zusammenfassung der Dauerfestigkeitswerte in einem Schaubild gegenüber den früher üblichen Zahlentafeln?

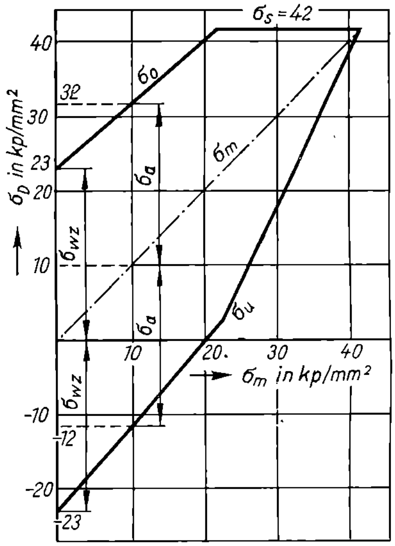


Bild 9

Lösung: Abgesehen von der größeren Übersichtlichkeit graphischer Darstellungen gegenüber Zahlentafeln, besteht die Möglichkeit, neben den früher üblichen Belastungsfällen III, II und I jetzt auch die Fälle zu erfassen, in denen bei der Wechselbeanspruchung die obere und untere Grenzspannung nicht gleich groß bzw. bei der Schwellbeanspruchung die untere Grenzspannung nicht gleich Null ist.

Beispiel: Bei Belastungsfall III (Bild 9) beträgt die Dauerwechselfestigkeit $\sigma_{wz} = 23\ \text{kp/mm}^2$. Obere und untere Grenzspannung sind gleich. Ist die untere Grenzspannung aber z.B. nur $-12\ \text{kp/mm}^2$, so erkennt man aus dem Schaubild, daß alsdann die obere Grenzspannung höher werden darf als die Dauerwechselfestigkeit, wenn der Werkstoff voll ausgenutzt werden soll. Zu der Mittelspannung $\sigma_m = 10\ \text{kp/mm}^2$ gehört die untere Grenzspannung $\sigma_a = -12\ \text{kp/mm}^2$, die obere Grenzspannung $\sigma_0 = 32\ \text{kp/mm}^2$, da

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} = \frac{(32 - 12)\ \text{kp/mm}^2}{2} = 10\ \text{kp/mm}^2.$$

Der **Spannungsausschlag** σ_a (gegenüber der Mittelspannung) ist dann:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} = \frac{(32 + 12)\ \text{kp/mm}^2}{2} = 22\ \text{kp/mm}^2.$$

d) Wie geht man bei der Berechnung von Maschinenteilen vor, wenn aus den äußeren Kräften ersichtlich ist, daß obere und untere **Grenzspannung verschieden** sind?

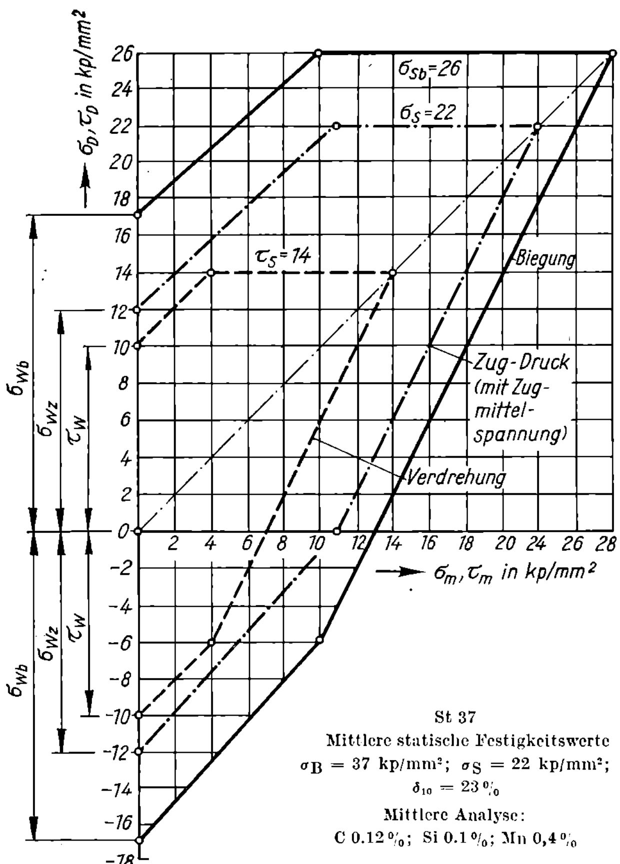
Lösung: Man ermittelt zunächst die Nennspannungen, die den beiden Grenzwerten der äußeren Kraft entsprechen, und kommt so zu den **oberen** und **unteren Nennspannungen** σ_{no} bzw. σ_{nu}. Dann ist die **mittlere Nennspannung:**

$$\sigma_{nm} = \frac{\sigma_{no} + \sigma_{nu}}{2}.$$

Der **Nennspannungsausschlag** ist dann:

$$\sigma_{na} = \frac{\sigma_{no} - \sigma_{nu}}{2}.$$

(Zugspannungen sind positiv, Druckspannungen negativ einzusetzen.)



St 37
Mittlere statische Festigkeitswerte
$\sigma_B = 37$ kp/mm²; $\sigma_S = 22$ kp/mm²;
$\delta_{10} = 23\,\%$
Mittlere Analyse:
C 0.12 %; Si 0.1 %; Mn 0,4 %

Bild 10

Sicherheit

21. Was versteht man unter **Sicherheit?**

Lösung: Früher ging man bei der Beurteilung der Sicherheit von der Zugfestigkeit eines Werkstoffes und von der errechneten Nennspannung aus und setzte:

$$\text{Sicherheit } \nu = \frac{\sigma_{zB}}{\sigma_n} = \frac{\text{Zugfestigkeit}}{\text{Nennspannung}}.$$

Dies ist aus folgenden Gründen unzureichend:

1. Maßgebend für das Versagen eines Werkstoffes ist nicht die statische Festigkeit, sondern die Dauerfestigkeit.

2. Die tatsächlich auftretende größte und damit maßgebende Spannung σ ist nicht gleich der Nennspannung, da letztere errechnet ist unter der Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung. Die an gefährdeten Stellen vorhandene Spannung kann oft wesentlich höher sein. Eine Berichtigung ist erforderlich:

a) wenn Kerben, Bohrungen, Querschnittsübergänge oder andere den gleichmäßigen Kraftverlauf störende Einflüsse vorhanden sind;

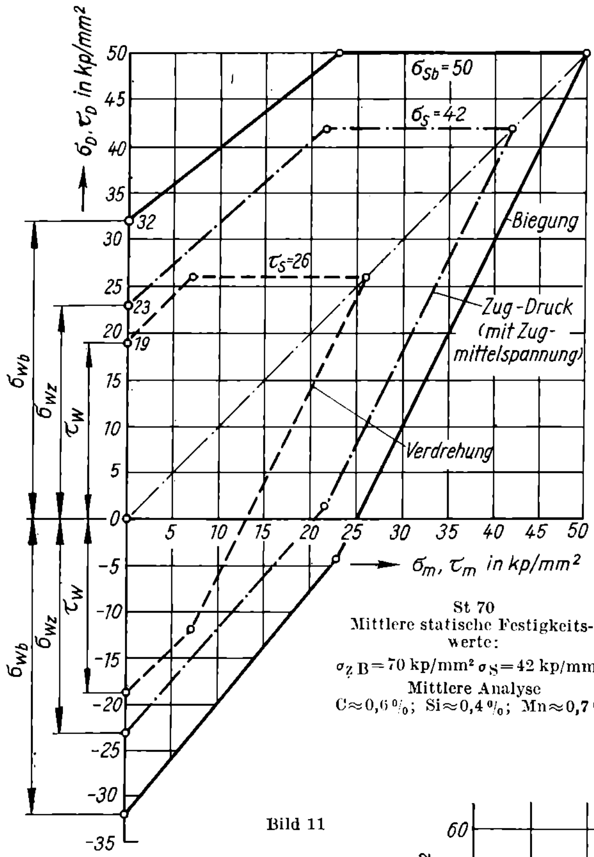
b) wenn die Berechnungsverfahren unzulänglich sind, wenn also insbesondere vereinfachende Annahmen gemacht werden;

c) wenn das Maschinenteil unter ungünstigen Betriebsbedingungen arbeitet (Stoßlast, Überlast, Korrosionseinflüsse u. a.).

Somit ist die

$$\textbf{tatsächliche Sicherheit } \nu = \frac{\textbf{Dauerfestigkeit}}{\textbf{wirkl. auftretende Spannung}} = \frac{\sigma_D}{\sigma_{n\,max}}.$$

22. Wie können bei Festigkeitsrechnungen Kerben, Bohrungen, Querschnittsübergänge und der Oberflächenzustand berücksichtigt werden?



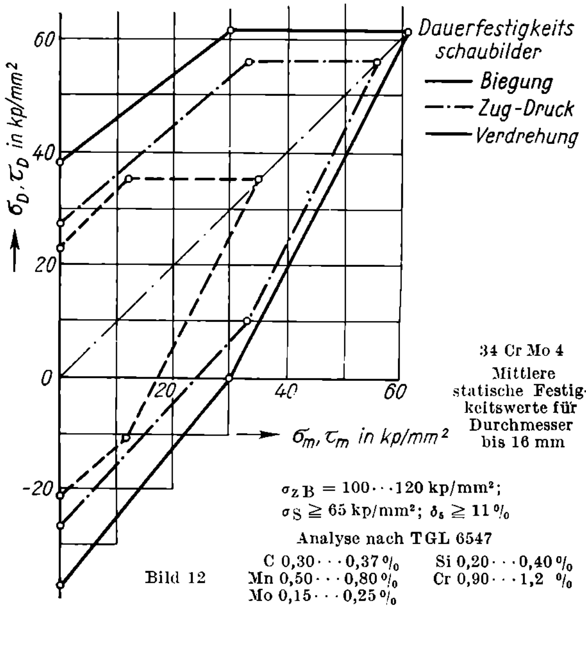
St 70
Mittlere statische Festigkeitswerte:
$\sigma_{zB} = 70$ kp/mm² $\sigma_S = 42$ kp/mm²;
Mittlere Analyse
C≈0,6 %; Si≈0,4 %; Mn≈0,7 %

Bild 11

Lösung: Durch die **Kerbwirkungszahl.** Diese setzt sich zusammen aus der **Formzahl,** der **Empfindlichkeitszahl** und der **Oberflächenzahl.**

Erläuterung: Bringt man an einem Rundstab eine Kerbe durch Eindrehen an (Bild 13) und unterwirft solch einen eingekerbten Stab einem statischen Zugversuch, so stellt man fest, daß die Zugfestigkeit höher ist als bei einem glatten Stab mit demselben Querschnitt A. Wird hingegen ein eingekerbter Stab beispielsweise einem Dauerbiegeversuch unterworfen, so versagt er viel früher als ein glatter Stab. Der Grund für dieses scheinbar widersprechende Verhalten liegt in der durch die Einkerbung hervorgerufenen ungleichmäßigen **S p a n n u n g s v e r t e i l u n g**. Bei der rechnungsmäßig ermittelten Spannung $\sigma_n = \frac{F}{A}$ setzen wir eine gleichmäßige Verteilung der Spannung über den ganzen Querschnitt voraus. Messungen haben ergeben, daß die tatsächliche Spannungsverteilung etwa nach der in Bild 13 angegebenen ausgezogenen Linie (σ_2) verläuft. Es tritt eine Spannungserhöhung im Kerbgrund, eine S p a n n u n g s s p i t z e, auf. Die Höhe dieser größten Spannung ist abhängig:

1. von der Kerbform,
2. vom Werkstoff,
3. vom Oberflächenzustand.



34 Cr Mo 4
Mittlere statische Festigkeitswerte für Durchmesser bis 16 mm

$\sigma_{zB} = 100 \cdots 120$ kp/mm²;
$\sigma_S \geq 65$ kp/mm²; $\delta_s \geq 11$ %
Analyse nach TGL 6547
C 0,30 ··· 0,37 % Si 0,20 ··· 0,40 %
Mn 0,50 ··· 0,80 % Cr 0,90 ··· 1,2 %
Mo 0,15 ··· 0,25 %

Bild 12

(Man ziehe zur Erläuterung der Kerbwirkung die Strömungslehre heran und vergleiche das Auftreten der Spannungsspitze mit der Zusammendrängung der Stromfäden im engsten Querschnitt.)

23. Was versteht man unter **Kerbwirkungszahl β_k?**

Lösung: Die Kerbwirkungszahl gibt an, um wievielmal höher die tatsächlich auftretende Spannung ist als die rechnungsmäßig (unter Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung) ermittelte Nennspannung σ_n. Sie ist abhängig von der Form der Kerbe, vom Werkstoff und Oberflächenzustand.

1. Die Form der Kerbe wird berücksichtigt durch die **Formzahl** α_k, die angibt, auf welche höchste Spannung σ_k die Nennspannung σ_n, unabhängig vom Werkstoff, an der gefährdeten Stelle steigen würde (gestrichelte Linie in Bild 13).

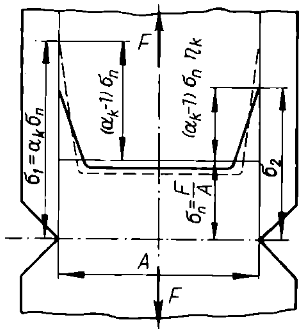


Bild 13

2. Die Eigenschaften des Werkstoffes werden berücksichtigt durch die **Empfindlichkeitszahl η_k**. Es gibt kerbempfindliche und kerbunempfindliche Werkstoffe. Die mit der Formzahl errechnete Spannungsspitze $\sigma_1 = \alpha_k \sigma_n$ wird je nach dem Werkstoff in verschieden starkem Maße wieder abgebaut. Somit ist also die Spannung

$$\sigma_2 = \sigma_n + \sigma_n (\alpha_k - 1)\,\eta_k = \sigma_n\,[1 + (\alpha_k - 1)\,\eta_k].$$

3. Der Oberflächenzustand wird berücksichtigt durch die **Oberflächenzahl o_k**. Ungefähr kann gesetzt werden: bei normal geschliffenen Oberflächen $o_k = 1{,}1$; bei geschlichteten Oberflächen $o_k = 1{,}2$; bei vorhandener Walzhaut oder Gußhaut $o_k = 1{,}3$.

Somit wird nun die tatsächliche Spannung

$$\boldsymbol{\sigma_{n\,max} = \sigma_n\,[1 + (\alpha_k - 1)\,\eta_k]\,o_k} \text{ oder}$$

$$\sigma_{n\,max} = \beta_k\,\sigma_n,$$

wobei $\beta_k = [1 + (\alpha_k - 1)\,\eta_k]\,o_k$
ist.

24. a) Wie kann man den **Oberflächenzustand** in anderer Weise, wie in Aufg. 23 angegeben, berücksichtigen?

Lösung: Man **ermäßigt** die dem Dauerfestigkeitsschaubild entnommene Dauerfestigkeit, indem man sie mit einer **Kennzahl** x_b multipliziert. (Diese Kennzahl ist also **kleiner** als 1, während die Oberflächenzahl **größer** als 1 ist.)

Dann ist:

$$\beta_k = 1 + (\alpha_k - 1)\,\eta_k$$

$$\sigma_{n\,max} = \sigma_n\,[1 + (\alpha_k - 1)\,\eta_k]$$

und $\sigma'_D = \sigma_D\,x_b$.

Somit

$$\text{Sicherheit } \nu = \frac{\sigma'_D}{\sigma_{n\,max}}.$$

b) Wie berücksichtigt man die Tatsache, daß die **Dauerfestigkeit großer Werkstücke geringer** ist als die Dauerfestigkeit, die an kleinen Prüfstäben ermittelt wird?

Lösung: durch **Ermäßigung** der Dauerfestigkeit um $10 \cdots 25\%$ je nach Erfahrung.

25. Wie ist, zusammenfassend, der Rechnungsgang bei einem Maschinenteil, bei dem nach den äußeren Kräften obere und untere Grenzspannung verschieden groß sind und die Oberflächenbeschaffenheit durch die Kennzahl x_b berücksichtigt werden soll?

Lösung: Aus den äußeren Kräften werden errechnet:

die obere Nennspannung σ_{no},
die untere Nennspannung σ_{nu}.
Dann ist:

die mittlere Nennspannung $\sigma_{nm} = \dfrac{\sigma_{no} + \sigma_{nu}}{2}$,

der Nennspannungsausschlag $\sigma_{na} = \dfrac{\sigma_{no} - \sigma_{nu}}{2}$.

Der **Spannungsausschlag der wirklichen Höchstspannung** ist dann:

$$\sigma_{a\,max} = \beta_k\, \sigma_{na}$$

und die zu dieser Spannungsspitze gehörige Mittelspannung:

$$\sigma_{m\,max} = \beta_k\, \sigma_{nm}\,.$$

Für diese errechnete Mittelspannung wird aus dem Dauerfestigkeitsschaubild der **Spannungsausschlag σ_a der Dauerfestigkeit** abgegriffen.
Unter Berücksichtigung der geringeren Dauerfestigkeit großer Werkstücke ist dann:

$$\sigma_a' = (0{,}9 \cdots 0{,}75)\, \sigma_a$$

und unter Einsetzung von x_b:

$$\sigma_{a\,G} = \sigma_a'\, x_b:$$

$\sigma_{a\,G}$ nennt man den **Grenzwert des Spannungsausschlages der Dauerfestigkeit.** Die Sicherheit wird dann:

$$\nu = \frac{\sigma_{a\,G}}{\sigma_{a\,max}}\,.$$

(Es werden also die Spannungs**ausschläge,** nicht die Spannungen miteinander verglichen.)

Sonderfälle:

1. $\sigma_o = -\,\sigma_{nu}$ (Belastungsfall III).

Es ist:
$$\sigma_{nm} = 0\,,$$
$$\sigma_{na} = \sigma_w\,.$$

2. $\sigma_{nu} = 0$ (Belastungsfall II).

Es ist:
$$\sigma_{nm} = \frac{\sigma_o}{0}\,,$$
$$\sigma_{na} = \frac{\sigma_o}{2}\,.$$

3. $\sigma_o = \sigma_n$ (Belastungsfall I).

Es ist:
$$\sigma_{nm} = \sigma_{no} = \sigma_{nu}\,.$$
$$\sigma_{na} = 0$$

Bei diesen Sonderfällen ist es nicht erforderlich, den Spannungs**ausschlag** zu berechnen, sondern man kann hier die Spannungen selbst (Nennspannung σ_n, Dauerfestigkeit σ_D) miteinander vergleichen, um die Sicherheit zu erhalten.
In den folgenden Aufgaben sind nur die Fälle behandelt worden, die weitere Durcharbeitung des allgemeinen Falles soll dem Unterrichtsfach „Gestaltung" überlassen bleiben.

26. Wie läßt sich die tatsächliche Spannungsverteilung bei Maschinenteilen in bestimmten Fällen berücksichtigen?

Lösung: Durch die **Spannungszahl** α_s[1]. Es ist eine wichtige Aufgabe der Werkstoffforschung, durch geeignete Meßverfahren bei verwickelten Maschinenteilen das Verhältnis der wirklich vorhandenen Spannung zur errechneten Nennspannung zu ermitteln. Es ist

$$\text{Spannungszahl } \alpha_s = \frac{\sigma}{\sigma_n}$$

und somit **tatsächliche Spannung** $\sigma = \alpha_s \, \sigma_n$.

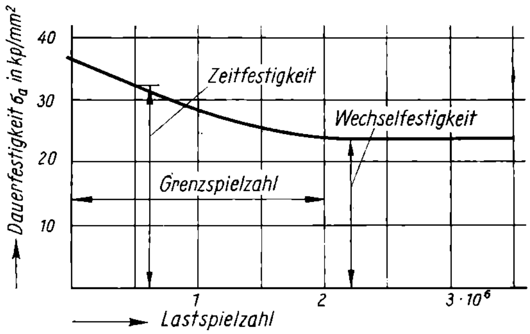
Die Werte für α_s gelten immer nur für den Werkstoff und den Oberflächenzustand, bei dem sie ermittelt wurden. Spannungszahl α_s und Kerbwirkungszahl β_k haben also die gleiche Bedeutung. Der Unterschied liegt darin, daß die Spannungszahlen auf Grund von Messungen an fertigen, meist verwickelten Maschinenteilen (Schubstangenköpfen, Riemenscheiben, Dampfkesseln usw.) für einen bestimmten Fall ermittelt worden sind, während mit Hilfe der Kerbwirkungszahl die wirkliche Spannung für einen allgemeinen Fall errechnet werden kann. Es ist also:

entweder $\sigma = \alpha_s \, \sigma_n$ (wenn α_s bekannt)

oder $\sigma = \beta_k \, \sigma_n$ (wenn α_k, η_k und o_k bekannt).

27. Was versteht man unter der Zeitfestigkeit (Bild 14)?

Lösung: Maschinenteile, die entsprechend der Art des Betriebes niemals die Grenzwechselzahl, bei der z.B. die Wechselfestigkeit ermittelt wird, erreichen, können höher belastet werden. Die zu einer bestimmten geringen Lastwechselzahl gehörende Dauerfestigkeit heißt die Zeitfestigkeit. Sie kann aus der Wöhler-Linie des betreffenden Werkstoffes entnommen werden, die ihrerseits aus Dauerversuchen bestimmt wird.



Wöhler-Linie von St 50

Bild 14

28. Bei einer Kurbelwelle aus St 50 ist eine Nennspannung von $\sigma_n = 900$ kp/cm² nach den üblichen Verfahren errechnet worden. Wie groß sind **a)** die Sicherheit ν' nach der bisherigen Auffassung; **b)** die tatsächliche Sicherheit ν unter Berücksichti-

[1] Vgl. E. Lehr: Spannungsverteilung in Konstruktionselementen. — Berlin: VDI-Verlag 1934.

gung der Dauerfestigkeit und der Kerbwirkungszahl? Dauerfestigkeit σ_D nach Schaubild, $\alpha_k = 2{,}0$; $\eta_k = 0{,}4$; $o_k = 1{,}2$. **c)** Wie groß wäre die Sicherheit, wenn feststünde, daß unter den vorhandenen Betriebsbedingungen die Gesamtzahl der Lastwechsel nicht über 500000 werden kann (vgl. Bild 14 in Aufg. 27)? **d)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit, wenn:

1. berücksichtigt wird, daß große Werkstücke eine geringere Dauerfestigkeit besitzen (Abzug angenommen mit $15\,^0/_0$)?
2. nicht die Oberflächenzahl o_k, sondern die Kennzahl x_b zur Berücksichtigung des Oberflächenzustandes herangezogen wird? ($x_b = 0{,}85$)

Lösung: **a)** $$\nu' = \frac{\sigma_{zB}}{\sigma_n} = \frac{5000\ \text{kp/cm}^2}{900\ \text{kp/cm}^2} = 5{,}56\,,$$

b) $$\nu = \frac{\sigma_{Wb}}{\sigma}\,,$$

$$\sigma_{Wb} = 2400\ \text{kp/cm}^2 \text{ (nach Schaubild)}\,,$$

$$\begin{aligned}\sigma_{n\,max} &= [\sigma_n (1 + \{\alpha_k - 1\}\,\eta_k)]\,o_k\\ &= [900\ \text{kp/cm}^2 (1 + \{2{,}0 - 1\}\,0.4)] \cdot 1{,}2\\ &= 900\ \text{kp/cm}^2 (1 + 0{,}4)] \cdot 1{,}2,\\ \sigma_{n\,max} &= 1512\ \text{kp/cm}^2\,,\end{aligned}$$

$$\nu = \frac{2400\ \text{kp/cm}^2}{1512\ \text{kp/cm}^2} = 1{,}59\,.$$

c) Zeitfestigkeit

$$\sigma_{D0,5} = 3200\ \text{kp/cm}^2 \text{ (nach Bild 14 in Aufg. 27)}\,,$$

$$\nu = \frac{3200\ \text{kp/cm}^2}{1512\ \text{kp/cm}^2} = 2{,}12\,.$$

d) $$\begin{aligned}\sigma_{Wb} &= 2400\ \text{kp/cm}^2\,,\\ \sigma'_{Wb} &= 0{,}85\,\sigma_{Wb} = 2050\ \text{kp/cm}^2\,,\\ \sigma'_D &= \sigma'_{Wb}\,x_b = 2050\ \text{kp/cm}^2 \cdot 0{,}85,\\ \sigma'_D &= 1740\ \text{kp/cm}^2\,,\\ \sigma_{n\,max} &= \alpha_n\,[1 + (\alpha_k - 1)\,n_k]\\ &= 900\ \text{kp/cm}^2\,[1 + (2{,}0 - 1) \cdot 0{,}4]\,,\\ \sigma_{n\,max} &= 1260\ \text{kp/cm}^2\,,\end{aligned}$$

$$\nu = \frac{\sigma'_D}{\sigma_{n\,max}} = \frac{1740\ \text{kp/cm}^2}{1260\ \text{kp/cm}^2} = 1{,}38\,.$$

29. Ein Spannkopf aus St 50 ist nach kurzer Zeit zu Bruch gegangen. Die in dem gefährdeten Querschnitt errechnete Nennspannung war $\sigma_n = 820\ \text{kp/cm}^2$. Wie groß war die tatsächliche Sicherheit? Der Spannkopf war wechselnd auf Biegung beansprucht. $\sigma_{Wb} = 2400\ \text{kp/cm}^2$, $\alpha_k = 6$ (sehr scharfer Übergang), $\eta_k = 0{,}4$; $o_k = 1{,}2$.

30. Wie groß ist bei dem in Bild 7 skizzierten angebohrten Stabstahl die tatsächliche Sicherheit bei schwellender Zugbeanspruchung für St 37? $\sigma_s = 2200$ kp/cm^2; $\alpha_k = 1{,}8$; $\eta_k = 0{,}2$; $o_k = 1{,}2$.

31. Für die in Bild 15 abgebildete Stange ist eine Nennspannung von 700 kp/cm^2 errechnet worden. Beanspruchungsart: wechselnd auf Zug und Druck. Werkstoff: St 60. $\sigma_{Wz} = 2000$ kp/cm^2, $\eta_k = 0{,}5$; $o_k = 1{,}1$. Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit

a) bei $\frac{\varrho}{d} = 0{,}02$ und damit $\alpha_k = 3{,}5$,

b) bei $\frac{\varrho}{2} = 0{,}2$ und damit $\alpha_k = 1{,}4$?

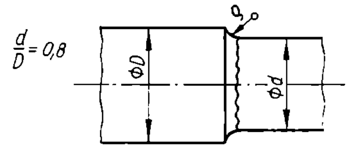


Bild 15

32. a) In einer Kurbelwelle aus St 60 ist zur Befestigung des Schwungrades eine Nute eingefräst (Bild 16). Die Nennspannung ist ermittelt zu

$$\sigma_n = 600 \text{ kp/cm}^2.$$

Beanspruchungsart: Wechselbiegung. Wie sind die tatsächlichen Sicherheiten:

1. bei $\frac{\varrho}{B} = 0{,}05$ mit $\alpha_k = 5$,

2. bei $\frac{\varrho}{B} = 0{,}25$ mit $\alpha_k = 2$?

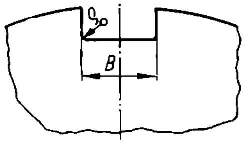


Bild 16

Für St 60 ist $\sigma_{Wb} = 2800$ kp/cm^2; $\eta_k = 0{,}5$; $o_k = 1{,}2$.

b) Wie sind die Sicherheiten, wenn die Kurbelwelle aus 34CrMo4 mit $\eta_k = 0{,}85$ hergestellt wird?

Zugfestigkeit

33. Frage: Wie wird ein Maschinenteil auf Zug berechnet?

Lösung: Wird ein Maschinenteil auf Zug beansprucht, so erfolgt die Berechnung nach der Formel

$$\sigma_z = \frac{F}{A}.$$

σ_z ist die auftretende Zugspannung in kp/cm^2 oder kp/mm^2.

34. Das Drahtseil einer Kranwinde soll 9800 kp Last tragen. Wie viele Drähte von 1,5 mm Dmr. muß es enthalten bei einer zulässigen Zuspannung von 2500 kp/cm^2?

35. Der Gelenk-Lastbügel eines Krans (Bild 17) soll 120 Mp Last tragen. Werkstoff St 37. **a)** Welche Zugkraft F hat jede der beiden Schrägen aufzu-

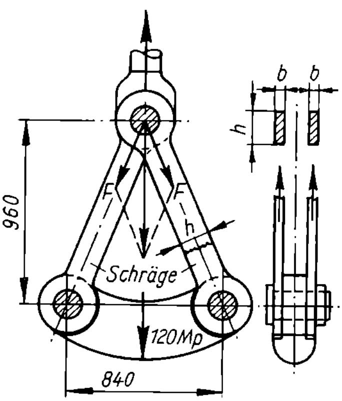


Bild 17

nehmen? **b)** Welche Querschnittsmaße h und b müssen die beiden Flachstahlschienen erhalten, aus denen jede Schräge zusammengesetzt ist, wenn die zulässige Zugspannung 800 kp/cm² und das Seitenverhältnis $b : h = 0{,}3$ sein soll? **c)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit? Belastungsfall II;

$$\alpha_k = 1{,}2; \quad \eta_k = 0{,}2; \quad o_k = 1{,}2.$$

36. Der Drehkran nach Bild 18 trägt am Auslegerkopf die Last 2800 kp (einschließlich Eigengewichts). **a)** Welche Kräfte wirken in der Strebe und in der Schließe? **b)** Welche Druckspannung tritt in der Strebe auf, die aus zwei parallelen Stählen [14 besteht? **c)** Welchen Durchmesser müssen die beiden Stabstahlstangen aus St 37, aus denen die Schließe gebildet ist, erhalten bei einer zulässigen Zugspannung von 600 kp/cm²? **d)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit bei den Stabstahlstangen?

$$\sigma_s = 2200\ \text{kp/cm}^2; \quad \alpha_k = 1{,}5; \quad \eta_k = 0{,}2; \quad o_k = 1{,}2.$$

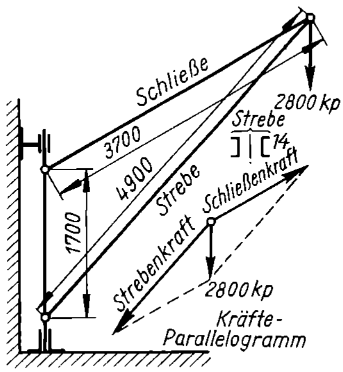


Bild 18

37. Die skizzierte Lokomotiv-Schubstange aus St 50 (Bild 19) überträgt eine Kraft von 18000 kp. **a)** Wie groß ist die im Stangenschaft-Querschnitt auftretende Zugspannung, wenn der Querschnitt ein Rechteck von 44 mm Breite und 80 mm Höhe ist? **b)** Wie groß ist die Zugspannung im Querschnitt A—A des Stangenkopfes?) **c)** Welche Höhe h muß der durch das Schraubenloch von 23 mm Dmr. geschwächte Querschnitt B—B erhalten, damit in ihm dieselbe Zugspannung wie im Querschnitt A—A auftritt? **d)** Wie groß sind die Sicherheiten in den einzelnen Querschnitten des Stangenkopfes?

$$\sigma_{Wb} = 2400\ \text{kp/cm}^2.$$

1. Bei A—A sei $\alpha_S = 1{,}3$; 2. bei B—B sei $\alpha_S = 1{,}5$.

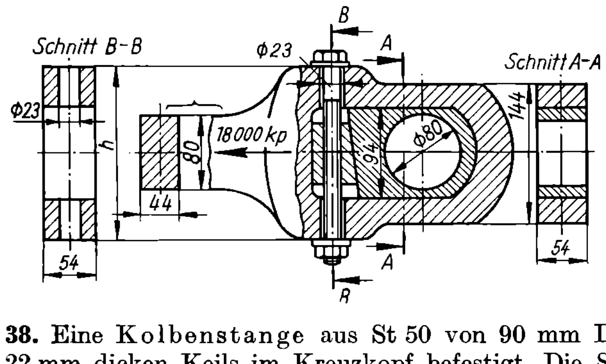


Bild 19

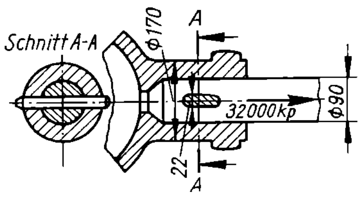


Bild 20

38. Eine Kolbenstange aus St 50 von 90 mm Dmr. (Bild 20) ist mittels eines 22 mm dicken Keils im Kreuzkopf befestigt. Die Stangenkraft beträgt 32000 kp. Welche Nennspannung tritt auf **a)** im kreisförmigen Stangenquerschnitt; **b)** in dem durch das Keilloch geschwächten gefährdeten Stangenquerschnitt A—A; **c)** im gefährdeten Querschnitt A—A der Kreuzkopfhülse? **d)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit im Querschnitt A—A der Stange? $\sigma_{Wz} = 1800\ \text{kp/cm}^2$; $\alpha_k = 1{,}6 = 0{,}4$; $o_k = 1{,}2$.

39. Ein Diagonalstab des Fachwerks einer großen Brücke hat den in Bild 21 skizzierten Querschnitt und 16,5 m Länge. Er wird durch eine Zugkraft von 520 Mp beansprucht. Gesucht werden **a)** die Querschnittsfläche unter Vernachlässigung der Nietlöcher; **b)** die im Querschnitt auftretende Zugspannung; **c)** die Längenänderung des Stabes infolge der Zugbelastung.
$E = 2\,100\,000$ kp/cm² für St 37.

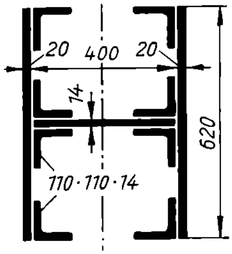


Bild 21

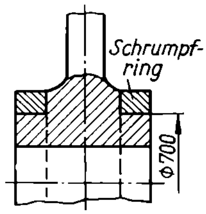


Bild 22

40. Die beiden Nabenhälften eines geteilten Schwungrades sollen durch zwei Schrumpfringe aus St 60 ($E = 2\,200\,000$ kpm/cm²) nach Bild 22 verbunden werden. Nabendurchmesser an der Auflagefläche der Ringe 700 mm. Die Ringe werden bei der Herstellung auf 699,7 mm Innendmr. ausgebohrt, dann erwärmt, so daß sie sich ausdehnen und auf die Nabe aufgebracht werden können. Beim Erkalten drücken die Ringe die Nabenhälften mit großer Kraft zusammen. Welche Spannung tritt dann in den erkalteten Ringen auf?

Lösung: Die Länge eines Ringes beträgt ursprünglich $\pi \cdot 699{,}7$ mm; nach dem Aufbringen jedoch $\pi \cdot 700$ mm, da die starre Nabe nicht nachgibt. Die Ringe erfahren also eine gewaltsame Längenänderung um den Betrag

$$\pi \cdot (700-699{,}7)\ \text{mm} = \pi \cdot 0{,}3\ \text{mm} = 0{,}942\ \text{mm} = \Delta l\,.$$

Nach dem Hookeschen Gesetz herrscht demnach in den aufgezogenen, gereckten Ringen die Zugspannung

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l} E = \frac{\pi \cdot 0{,}3}{\pi \cdot 699{,}7} \cdot 2\,200\,000\ \text{kp/cm}^2\ 944\ \text{kp/cm}^2.$$

41. Der Radreifen eines Eisenbahnwagenrades wird auf den Radkörper warm aufgezogen (Bild 23). Der Durchmesser des letzteren beträgt 850 mm. Der Reifen aus St 60 ($E = 2\,200\,000$ kp/cm²) wird bei der Herstellung auf 849,2 mm Innendurchmesser ausgebohrt. **a)** Um wieviel Millimeter wird die Länge des Reifenringes durch das Aufziehen gereckt? **b)** Welche Zugspannung herrscht in dem Reifen nach dem Aufziehen, wenn der Radkörper als unnachgiebig starr angesehen wird? (Lösung wie bei voriger Aufgabe.)

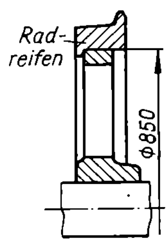


Bild 23

42. Das „Schrumpfmaß“ für die Radreifen von Lokomotivrädern (Bild 23 wie bei voriger Aufgabe) beträgt 1/1000, d.h., der Innendurchmesser des Radreifens wird bei der Herstellung um ein Tausendstel kleiner gedreht als der Durchmesser des Radkörpers, auf den der Radreifen aufgezogen wird. **a)** Welchen Innendurchmesser muß ein Radreifen beim Drehen erhalten, wenn der Radkörper 2000 mm Durchmesser hat?) **b)** Welche Zugspannung herrscht in dem Radreifen nach dem Aufziehen? Werkstoff St 60. $E = 2\,200\,000$ kp/cm² (Lösung wie bei Aufg. 40).

43. Ein gebrochener Maschinenrahmen wird durch eine Anzahl warm eingezogener Bolzen von 42 mm Dmr. und 600 mm Länge betriebsfähig erhalten. Die Muttern der

Bolzen werden nur wenig angezogen, so daß die warmen Bolzen annähernd spannungslos sind. Beim Erkalten suchen sie sich zusammenzuziehen. Weil jedoch der Rahmen nicht nachgibt, bleiben sie elastisch gereckt und pressen die Bruchflächen des Rahmens mit großer Kraft aufeinander.
Die Wärmedehnzahl für Stahl ist $\alpha_t = 0{,}000012\,\mathrm{grd}^{-1}$, d.h., ein Stab von der Länge l dehnt sich bei 1 grd Erwärmung um $\alpha_t\, l$ aus, bei Erwärmung von t_1 auf t_2 um $\alpha_t\, l\,(t_2 - t_1)$. **a)** Um wieviel suchen sich die mit 71°C eingebrachten Bolzen bei Abkühlung auf 20 °C zusammenzuziehen? **b)** Welche Zugspannung tritt dabei in ihnen auf? $E = 2100000$ kp/cm² für St 42. **c)** Welche Zugkraft übt ein Bolzen aus?

Lösung: a) $\alpha_t\, l\,(t_2 - t_1) = 0{,}000012\,\mathrm{grd}^{-1} \cdot 600\,\mathrm{mm} \cdot (70-20)\,\mathrm{grd} = 0{,}36\,\mathrm{mm}$.

b) Die Wirkung ist dieselbe, als wenn die Bolzen in kaltem Zustande um 0,36 mm gereckt worden wären. Also

$$\sigma_z = \frac{\Delta l}{l} E = \frac{0{,}036\,\mathrm{cm}}{60\,\mathrm{cm}} \cdot 2100000\,\mathrm{kp/cm^2} = 1260\,\mathrm{kp/cm^2}.$$

c) $F = \sigma_z A = 1260\,\mathrm{kp/cm^2} \cdot 13{,}85\,\mathrm{cm^2} = 17400\,\mathrm{kp}$.

44. Die beiden Ringhälften eines geteilten Schwungrades sind an der Stoßfuge durch Schrumpf-Laschen nach Bild 24 verbunden. Die Länge der letzten ist so bemessen, daß sie in angewärmtem Zustande genau 280 mm Abstand der Nasen haben, um stramm passend in die sauber bearbeiteten Ausschnitte des Schwungrings eingebracht werden zu können. Beim Erkalten suchen sie sich zusammenzuziehen. Da dies jedoch durch die Unnachgiebigkeit des Schwungsrings unmöglich gemacht wird, bleiben sie nach dem Erkalten elastisch gereckt. **a)** Wie viele Millimeter muß diese elastische Reckung betragen, damit in den Laschen nach dem Erkalten eine Zugspannung von 1500 kp/cm² auftritt? $E =$ 2100000 kp/m² für St 50. **b)** Mit welcher Nasenentfernung müssen die Laschen kalt hergestellt werden? **c)** Auf welche Mindesttemperatur müssen sie erhitzt werden, um eingebracht werden zu können, wenn die äußere Lufttemperatur zu 20 °C angenommen wird? Wärmedehnzahl $\alpha_t = 0{,}000012\,\mathrm{grd}^{-1}$ (s. vorige Aufgabe). **d)** Mit welcher Spannkraft zieht eine Lasche die Schwungringhälften zusammen, wenn ihr Querschnitt ein Rechteck 60 mm · 40 mm ist?

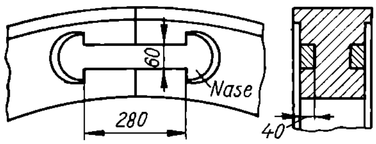


Bild 24

45. a) Wie groß ist die auf die Raumeinheit bezogene Arbeit, die ein Prüfstab bei der Beanspruchung bis auf eine Spannung unterhalb der Proportionalitätsgrenze P aufnimmt?

Lösung: Sie ist gleich der Fläche A (Bild 25). Rechnerisch ergibt sie sich zu:

$$W = \frac{\varepsilon\,\sigma}{2}, \text{ mit } \varepsilon = \alpha\,\sigma$$

$$W = \frac{1}{2}\alpha\,\sigma^2 \text{ (übliche Einheit: kp cm/cm}^3\text{)}.$$

Man nennt W die spezifische Formänderungsarbeit.

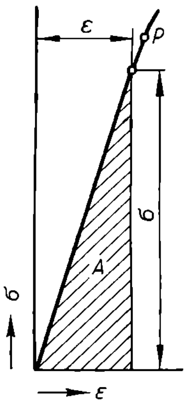


Bild 25

b) Welche Gesamtarbeit kann eine Feder aus Sonderstahl vom Volumen $\varDelta = 500\ \text{cm}^3$ aufnehmen, wenn der Werkstoff mit $7500\ \text{kp/cm}^2$ belastet wird?

Lösung: Spezifische Formänderungsarbeit $W = \frac{1}{2}\alpha\,\sigma^2$.

$$W = \frac{7500^2\,(\text{kp/cm}^2)^2}{2\cdot 2200000\ \text{kp/cm}^2} = 12{,}8\ \text{kp cm/cm}^3.$$

Gesamtarbeit $W' = WV = 12{,}8\ \text{kp/cm}^2 \cdot 500\ \text{cm}^3 = 6400\ \text{kp cm}$.

Druckfestigkeit

46. Frage: Wie wird ein Maschinenteil auf Druck berechnet?

Lösung: Die Berechnung auf Druck unterscheidet sich nicht von der auf Zug. Es ist

$$\sigma_d = \frac{F}{A}.$$

Da, wo Zug- und Druckspannungen in einer Rechnung nebeneinander auftreten, werden Zugspannungen als positiv, Druckspannungen als negativ bezeichnet.

47. Eine Hohlsäule aus Grauguß von 210 mm Außendurchmesser und 3,8 m Länge trägt eine Last von 43 Mp. **a)** Welcher Innendurchmesser ist erforderlich, wenn die zulässige Druckspannung $400\ \text{kp/cm}^2$ betragen darf? **b)** Wie groß ist die Zusammendrückung der Säule? Elastizitätsmodul für Grauguß $1000000\ \text{kp/cm}^2$.

48. Die Kolbenstange einer Dampfmaschine hat 130 mm Durchmesser und 2100 mm Länge. Welche Längenänderung erleidet die Stange durch die Kolbenkraft, wenn der Kolbendurchmesser 880 mm und der Dampfüberdruck 7 at beträgt? $E = 2200000\ \text{kp/cm}^2$ für St 70.

49. Die Schubstange einer Gasmaschine hat 260 mm Dmr. und 1800 mm Länge. Kolbendurchmesser 1060 mm. Größter Gasdruck hinter dem Kolben im Augenblick der Zündung 25 at. Wie groß ist **a)** die Kolbenkraft? **b)** die Kürzung der Schubstange durch die Kolbenkraft? $E = 2200000\ \text{kp/cm}^2$ für St 70.

Flächenpressung

50. Was versteht man unter **Flächenpressung?**

Lösung: Flächenpressung ist die Druckkraft auf $1\ \text{cm}^2$ zwischen zwei verschiedenen Körpern, die sich in einer gemeinsamen Fläche berühren. Flächenpressung ist also gleichsam Druckspannung zwischen zwei fremden Körpern. Man bezeichnet sie mit p. Es ist:

$$p = \frac{F}{A}.$$

51. Ein durch den Zapfen mit 8500 kp senkrecht belastetes Stehlager ist auf eine Sohlplatte nach Bild 26 aufgesetzt. Letztere ist mit Zement untergossen, so daß sie die Auflagerkraft gleichmäßig verteilt auf das Mauerwerkfundament überträgt.

Welche Breite b muß die Sohlplatte erhalten, wenn ihre Länge 790 mm und die zulässige Flächenpressung für Ziegelmauerwerk 6 kp/cm² beträgt?

Lösung: $p = \frac{F}{A}$

$$A_{\text{erf}} = \frac{F}{p} = \frac{8500\ \text{kp}}{6\ \text{kp/cm}^2} = 1417\ \text{cm}^2 = 79\,b$$

$$b = 18\ \text{cm}.$$

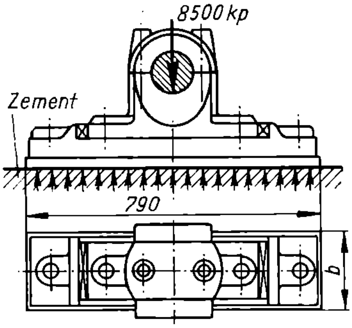


Bild 26

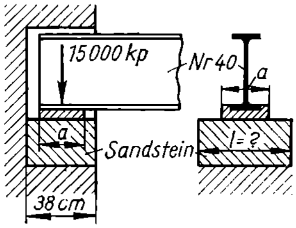


Bild 27

52. Die Auflagerkraft von 15000 kp eines I-Trägers wird durch eine Unterlagplatte aus Grauguß auf einen Sandsteinquader und von diesem auf Mauerwerk übertragen (Bild 27). **a)** Wie groß ist die quadratische Seitenlänge a der Unterlagplatte auszuführen, wenn der Sandstein eine Flächenpressung von 25 kp/cm² verträgt? **b)** Welche Länge l muß der Quader bei 38 cm Breite (= $1^1/_2$ Stein) erhalten, wenn für das stützende Mauerwerk eine Flächenpressung 8 kp/cm² zulässig ist?

53. Eine hohle Säule aus Grauguß von 160 mm äußerem und 118 mm innerem Durchmesser (Bild 28) ist mit 17 Mp belastet. Zu berechnen sind **a)** die im Säulenquerschnitt auftretende Druckspannung; **b)** der Außendurchmesser D des Säulenfußes so, daß die Flächenpressung an dem stützenden Ziegelmauerwerk höchstens 10 kp/cm² wird; **c)** die quadratische Seitenlänge l der Mauerwerksohle so, daß der Baugrund eine Flächenpressung von höchstens 2 kp/cm² erfährt.

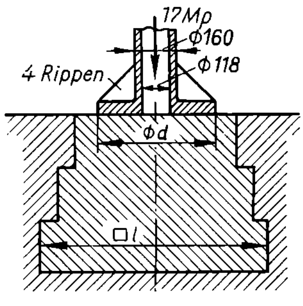


Bild 28

54. Das skizzierte Kurbelgetriebe (Bild 29) einer stehenden Schiffsmaschine wird durch die Kolbenstangenkraft mit 21000 kp belastet. **a)** Welche größte Normaldruckkraft F_N übt der Kreuzkopf auf die Gleitbahn aus? **b)** Welche Maße h und b muß die rechteckige Auflagefläche des Kreuzkopf-Gleitschuhs erhalten, wenn die Flächenpressung 4 kp/m² betragen darf und das Verhältnis der Rechteckseiten $b : h = 3 : 5$ sein soll?

Lösung: Die Kolbenkraft F zerlegt sich am Kreuzkopfzapfen in die schräge Schubstangenkraft und die Normaldruckkraft F_N. Aus dem Kräftedreieck (Bild 29) ergibt sich $F_N = F \tan \beta$. Der Ausschlagwinkel β wird am größten, wenn die Schubstange mit der Kurbel einen Winkel von etwa 90° bildet. Dann ist $\tan \beta$ durch das Verhältnis Kurbellänge : Schubstangenlänge bestimmt.

55. Wie groß ist die Flächenpressung bei einem Gleitlager vom Durchmesser d und der Länge l, wenn die Lagerdruckkraft F beträgt?

Lösung:

$$\text{Flächenpressung } p = \frac{\text{Lagerdruckkraft } F}{\text{Projektionsfläche } d\,l} = \frac{F}{d\,l}$$

56. Wie groß muß die Länge einer Lagerschale werden, wenn die Lagerdruckkraft $F = 13\,500$ kp, der Durchmesser $d = 100$ mm und die zulässige Flächenpressung (Stahl auf Weißmetall) $p = 100$ kp/cm² beträgt?

57. Ein Gleitlager soll eine Lagerdruckkraft von 3500 kp aufnehmen. Die Lagerlänge l soll etwa gleich $1{,}2\,d$ sein, die Flächenpressung (Stahl auf Bleibronze) betrage $p = 300$ kp/cm². Wie sind die Lagerabmessungen?

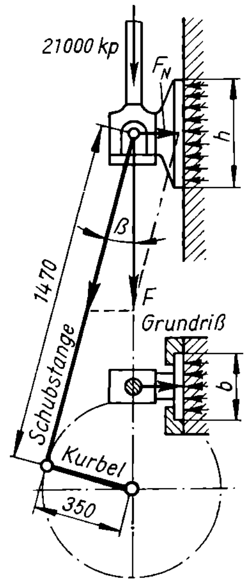


Bild 29

Berechnung von Schrauben

58. Eine Zugkraft von 8000 kp soll durch eine Schraube nach TGL 0-11 übertragen werden. Die zulässige Zugspannung sei 450 kp/cm², die zulässige Flächenpressung im Gewinde 200 kp/cm². **a)** Welche Schraube ist zu wählen? **b)** Wie groß ist die Mutterhöhe auszuführen?

Lösung: **a)** $F = \sigma_{\text{zul}}\, A_{\text{erf}}$

$$A_{\text{erf}} = \frac{8000\ \text{kp}}{350\ \text{kp/cm}^2} = 17{,}8\ \text{cm}^2 .$$

Auszuführen: $2^1/_4''$ mit Kernquerschnitt $A = 18{,}87$ cm² und Außendurchmesser $d = 57{,}15$ mm.

b) Die Projektion eines Gewindeganges ist eine Kreisringfläche

$$A' = \left(\frac{\pi \cdot 5\,715^2}{4} - 18{,}87\right) \text{cm}^2 = 6{,}78\ \text{cm}^2 .$$

Bedeutet x die erforderliche Zahl der Gewindegänge, so ist

$$F = p\,x\,A'$$

$$x = \frac{F}{p\,A'} = \frac{8000\ \text{kp}}{200\ \text{kp/cm}^2 \cdot 6{,}78\ \text{cm}^2} = 9{,}91 .$$

Somit sind 6 Gänge erforderlich. Es kommen 4 Gänge auf 1″, die Mutterhöhe beträgt daher $1^1/_2'' = 38$ mm.

59. Die Spindel einer Schraubenpresse soll 18000 kp Druckkraft ausüben. Maße des Flachgewindes: Kerndurchmesser = 0,8 · Außendurchmesser (Bild 30). Die Ganghöhe ist so zu wählen, daß annähernd quadratische Gewindeprofile entstehen bei Abrundung auf $^1/_8''$. Zulässige Druckspannung im Kernquerschnitt 400 kp/cm². Zu berechnen sind **a)** Kerndurchmesser; **b)** Außendurchmesser; **c)** Ganghöhe; **d)** erforderliche Zahl der Gewindegänge in der Rotgußmutter, so daß die Flächenpressung auf die Gewindegänge in Richtung der Schraubenachse 100 kp/cm² beträgt; **e)** erforderliche Höhe der Mutter.

60. Die Schraube eines Lasthakens für 17 Mp Tragfähigkeit (Bild 31) soll berechnet werden für eine zulässge Zugspannung von 600 kp/cm².

61. Der geteilte Kopf einer Schubstange aus St 60 (Bild 32) ist durch zwei Verbindungsschrauben geschlossen. Stangenkraft 15000 kp. Der Schraubendurchmesser ist zu berechnen. Zulässige Zugspannung 600 kp/cm².

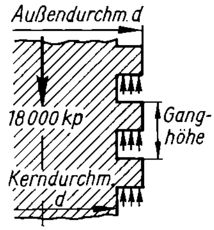


Bild 30

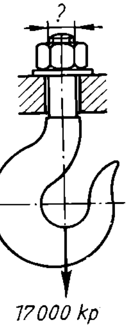


Bild 31

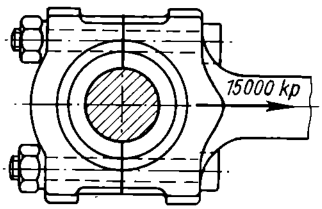


Bild 32

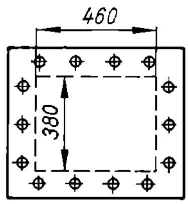


Bild 33

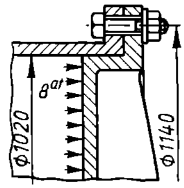


Bild 34

62. Ein Deckel, welcher einen Schieberkasten von 380 mm · 460 mm lichter Öffnung verschließt, ist nach Bild 33 mit 14 Schrauben befestigt. Dampfdruck 9 at. Wie dick sind die Schrauben auszuführen, wenn die zulässige Zugspannung wegen der hinzukommenden Beanspruchung infolge festen Anziehens zwecks Dichtung nur 200 kp/cm² betragen soll?

63. Die Deckelschrauben eines Dampfzylinders von 1020 mm Dmr. (Bild 34) sind zu berechnen für eine zulässige Zugspannung von 400 kp/cm². Dampfdruck 8 at. Schraubenloch-Kreisdurchmesser 1140 mm. Die Entfernung zweier Schrauben voneinander von Mitte bis Mitte soll zur Erzielung sicherer Flanschendichtung höchstens 150 mm betragen.

64. Eine Stopfbuchse zum Abdichten von 9 at Dampfdruck (Bild 35) hat die gegebenen Maße. Die drei Schrauben sind zu berechnen für eine zulässige Zugspannung von 200 kp/cm². Die zusätzliche Kraft zum Zusammenpressen der Packung zwecks Dichtung berücksichtigt man dadurch, daß man mit dreifachem Dampfdruck rechnet.

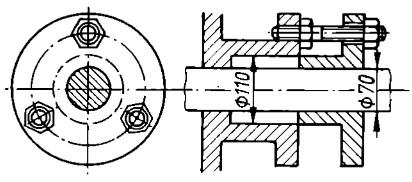


Bild 35

65. Die beiden Arme der Nietmaschine in Aufg. 142 werden oben durch die Kraft $F = 145$ Mp des Druckwasserkolbens auseinandergedrückt und bei C durch zwei Ankerschrauben zusammengehalten, während sie sich in D gegeneinander ab-stützen. Gesucht werden **a)** die Zugkraft, welche die beiden Verbindungsanker bei C aufzunehmen haben; **b)** Kerndurchmesser der Ankerschrauben aus St 60 in mm bei einer zulässigen Zugspannung von 600 kp/cm².

66. Bei einer Schalenkupplung (Bild 36) sollen die stumpf zusammenstoßenden Wellen von 200 mm Dmr. durch zwei aufgeklemmte Schalenhälften verbunden werden. **a)** Welche Reibungskraft F_{Reib} muß zwischen jeder Schalenhälfte und der Welle wirken, wenn 90 PS mit $n = 70\ \text{min}^{-1}$ übertragen werden sollen? **b)** Welche Kraft muß jede der vier auf ein Wellenende wirkenden Schrauben ausüben, um die zur Erzeugung der Reibung notwendige Anpressungskraft F zu liefern, ohne daß ein Nutenkeil erforderlich wird? Reibungszahl 0,15. **c)** Welchen Durchmesser müssen die Schrauben bei einer zulässigen Zugbeanspruchung von $\sigma_z = 800\ \text{kp/cm}^2$ erhalten?

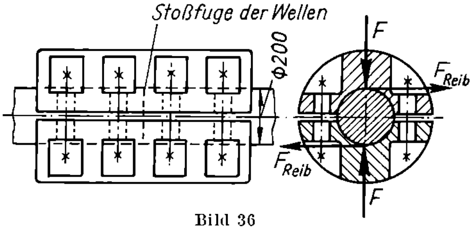


Bild 36

Lösung: **a)** $P = 2\,F_{\text{Reib}}\,v; \quad v = \dfrac{\pi\,d\,n}{60}$

$$F_{\text{Reib}} = \frac{P}{2\,v} = \frac{P}{2\,\pi\,d\,n} =$$

$$= \frac{90\ \text{PS}\cdot\text{min}}{2\,\pi\cdot 200\ \text{mm}\cdot 70} = \frac{90\cdot 75\ \text{kpm}\cdot 60\ \text{s}}{2\,\pi\cdot\text{s}\cdot 0{,}2\ \text{m}\cdot 70} = 4604\ \text{kp}.$$

b) $F = \dfrac{F_{\text{Reib}}}{\mu}; \quad F = \dfrac{4604\ \text{kp}}{0{,}14} = 30693\ \text{kp}.$

Kraft einer Schraube $\dfrac{F}{4} = 30693\ \text{kp} : 4 = 7673\ \text{kp}.$

c) Querschnittsfläche $A = \dfrac{F/4}{\sigma_z} = \dfrac{7673\ \text{kp}}{800\ \text{kp/cm}^2} = 9{,}59\ \text{bm}^2$

$$A = \frac{\pi\,d_1^2}{4}, \quad d_1 = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{9{,}59\ \text{cm}^2}{\pi}} \approx 2\cdot 1{,}75\ \text{cm} = 3{,}5\ \text{cm}.$$

Gewählt $1^5/_8{}''$ mit 34,8 mm oder metrisches Gewinde M 42 mit 35,8 mm Kern-Dmr.

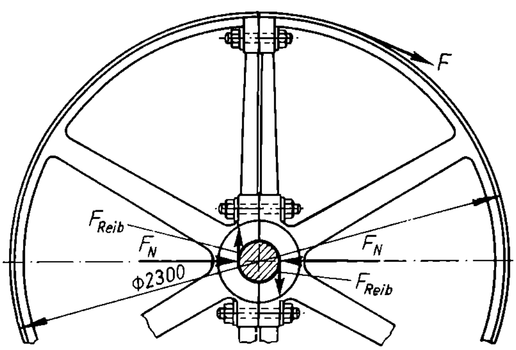


Bild 37

67. Die Verbindungsschrauben der Nabe einer zweiteiligen Riemenscheibe (Bild 37) sind zu berechnen. Scheibendurchmesser 2300 mm. Wellendurchmesser 180 mm. Übertragene Leistung 210 PS bei $n = 160\ \text{min}^{-1}$. Die Nabenschrauben erzeugen zwischen jeder Nabenhälfte und Welle eine Anpressungs-Normaldruckkraft F_N, die einen Reibungswiderstand F_R liefert. Letzterer soll so groß sein, daß bei einer Reibungszahl 0,15 das Drehmoment zwischen Scheibe und Welle allein durch Reibung übertragen werden kann, ohne daß ein Nutenkeil beansprucht wird. Zu berechnen ist der Durchmesser der $2\cdot 3 = 6$ Nabenschrauben für eine zulässige Zugspannung von 900 kp/cm².

Abscherfestigkeit

68. Was versteht man unter **Abscherfestigkeit** und **Abscherspannung?**

Lösung: Die Abscherfestigkeit τ_{aB} wird aus der von einer Probe ertragenen höchsten Belastung und dem ursprünglichen Querschnitt der Probe berechnet:

$$\tau_{aB} = \frac{F_{max}}{A_0}.$$

Die Abscherspannung τ_a ist die mittlere Beanspruchung eines Querschnittes durch eine äußere Kraft:

$$\tau_a = \frac{F}{A}.$$

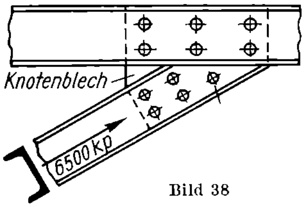


Bild 38

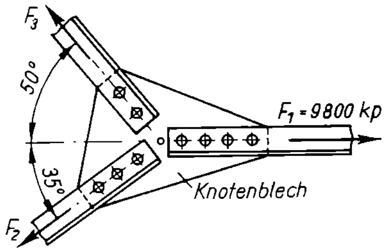


Bild 39

69. Die [-Stahlstrebe eines Drehkrans überträgt eine Druckkraft 6500 kp und soll mit Nieten von 14 mm Dmr. an das Knotenblech angeschlossen werden (Bild 38). Wie viele Niete sind erforderlich bei einer zulässigen Abscherspannung von 900 kp/cm² ?

70. Bei einer Stahlkonstruktion treffen drei Winkelstähle 60 · 60 · 10 in einem Knotenpunkte O nach Bild 39 zusammen. Der Stab F_1 überträgt 9800 kp Zugkraft. **a)** Welche Zugkräfte treten in den Stäben F_2 und F_3 auf? **b)** Mit wieviel Nieten müssen die Stäbe F_1, F_2 und F_3 an das Knotenblech angeschlossen werden, wenn der Nietdurchmesser 17 mm und die zulässige Abscherspannung der Niete 900 kp/cm² sein soll?

Lösung: a) Im Parallelogramm der Kräfte wird die Diagonalkraft $F_1 = 9800$ kp in die beiden Seitenkräfte F_2 und F_3 zerlegt.

71. Zwei Flachstähle von je 8 mm Dicke sollen durch zwei Niete nach Bild 40 verbunden werden, so daß sie eine Zugkraft von 2500 kp aufnehmen können. **a)** Wie groß ist der Nietdurchmesser auszuführen bei einer zulässigen Abscherspannung von 900 kp/cm² ? **b)** Welche Breite b müssen die Flachstähle erhalten, wenn die zulässige Zugspannung 1200 kp/cm² betragen darf?

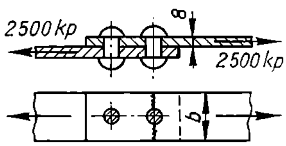


Bild 40

Lösung: **a)** $F = \tau_{zul} \cdot 2\,A$

$$A = \frac{2500 \text{ kp}}{2 \cdot 900 \text{ kp/cm}^2} = 1{,}39 \text{ cm}^2.$$

Gewählt 14 mm Nietdmr.

b) $F = \sigma_{zul} A_{erf}$

$$A_{erf} = \frac{2500\ \text{kp}}{1200\ \text{kp/cm}^2} = 2{,}08\ \text{cm}^2 .$$

Der gefährdete Querschnitt des Flachstahles ist der durch das Nietloch geschwächte, nämlich

$$(b-d) \cdot 0{,}8\ \text{cm} = 2{,}08\ \text{cm}^2$$
$$b = 4\ \text{cm} .$$

72. Der Fachwerkstab einer Brücke, als Flachstabstahl von 15 mm Dicke ausgeführt, überträgt 14000 kp Zugkraft und soll nach Bild 41 mit drei Nieten am Knotenblech befestigt werden. **a)** Welcher Nietdurchmesser ist erforderlich bei einer zulässigen Abscherspannung von 900 kp/cm²? **b)** Welche Breite b muß der Stabstahl erhalten, wenn die Zugbeanspruchung im gefährdeten Querschnitt 1200 kp/cm² betragen darf?

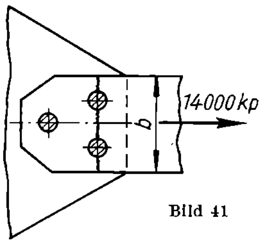


Bild 41

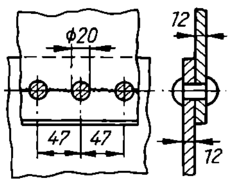


Bild 42

73. Bei der in Bild 42 skizzierten Dampfkesselnietung sind die 12 mm dicken Bleche durch Niete von 20 mm Dmr. verbunden. Die Teilung. d.h. der Abstand von Mitte bis Mitte Niet, beträgt 47 mm. Welche Zugspannung tritt in den Blechen in dem gefährdeten Schnitt der Nietreihe auf, wenn die Niete mit einer Abscherspannung von 700 kp/cm² beansprucht werden?

74. Das gewölbte Bodenblech eines Dampfkessels von 1680 mm Dmr. ist nach Bild 43 mit einer Reihe Niete rundum in dem Kesselmantel befestigt. Die Nietteilung, d.h. die Entfernung von Mitte bis Mitte Niet, soll gleich dem 2,5fachen Nietdurchmesser sein. Dampfspannung 12 at Überdruck. Der Druck des Dampfes auf den gewölbten Boden ist gleich dem Druck auf die Projektion des Bodens in Achsenrichtung, d.h. auf die ebene Kreisfläche. **a)** Welche Schubkraft haben sämtliche Niete zusammen aufzunehmen? **b)** Welcher Nietdurchmesser ist erforderlich, wenn die zulässige Abscherspannung für Dampfkesselniete 700 kp/cm² beträgt? **c)** Wie viele Niete werden gebraucht?

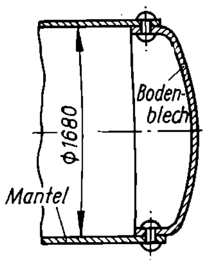


Bild 43

75. Bei einem Dachbinder sind zwei Winkelstähle, die zusammen 11500 kp Zugkraft übertragen, mit Nieten von 17 mm Dmr. nach Bild 44 an ein Knotenblech angeschlossen. Wie viele Niete sind erforderlich bei einer zulässigen Abscherspannung von 900 kp/cm²?

Lösung: Jeder Niet wird in zwei Querschnitten auf Schub beansprucht. Bezeichnet z die erforderliche Anzahl Niete, so ist,

$$11500\ \text{kp} = z \cdot 2\,\frac{\pi \cdot 1{,}7^2}{4}\ \text{cm}^2 \cdot 900\ \text{kp/cm}^2 .$$

Daraus $z = 2{,}8$. Auszuführen und 3 Niete.

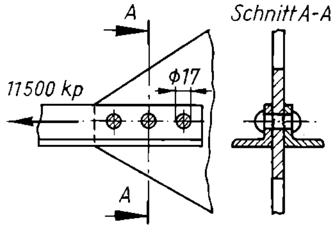


Bild 44

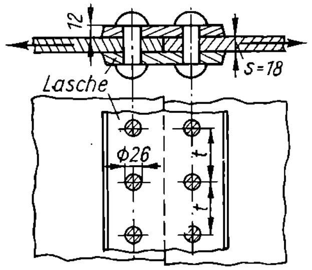


Bild 45

76. Die $s = 18$ mm dicken Bleche eines Dampfkessels sind nach Bild 45 durch zwei Laschenbleche von je 12 mm Dicke verbunden (Doppellaschen-Nietung). Nietdurchmesser $d = 26$ mm. Abscherfestigkeit des Nietstahls $\tau_{aB} = 3700$ kp/cm², Zugfestigkeit der Kesselbleche $\sigma_{zB} = 4600$ kp/cm². Wie groß ist die Teilung t, d.h. der Abstand der Niete in einer Reihe, zu bemessen, damit die Sicherheit der Niete gegen Abscheren ebenso groß wird wie die Sicherheit der Bleche gegen Zerreißen?

Lösung: Auf eine Blechbreite t kommt ein Niet, also zwei tragende Nietquerschnitte und ein Blechquerschnitt $(t-d)\,s$. Also Zugkraft

$$2\,\frac{\pi\, d^2}{4}\,\tau_{a\,B} = (t - d)\, s\, \sigma_{z\,B}\,.$$

Daraus ist t zu berechnen.

77. Der Bolzendurchmesser des skizzierten Stangengelenks (Bild 46) ist zu berechnen für eine Stangenkraft von 5000 kp und zulässige Abscherspannung von 600 kp/cm².

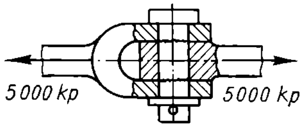


Bild 46

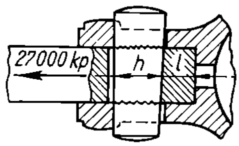


Bild 47

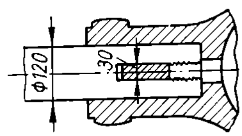


Bild 48

78. Eine Kolbenstange ist nach den Bildern 47 und 48 mittels Keils im Kreuzkopf befestigt. Stangenkraft 27000 kp. Keildicke 30 mm. Zu berechnen sind **a)** Keilhöhe h für zulässige Abscherspannung von 400 kp/cm²; **b)** Stangenlänge l hinter dem Keil für zulässige Abscherspannung von 150 kp/cm².

79. Bei einer Muffenkupplung sind die beiden 35 mm dicken Wellen durch eine übergeschobene hohlzylindrische Muffe verbunden (Bild 49). Jede Welle ist mittels eines quer hindurchgetriebenen, schwach konischen Stifts in der Muffe befestigt. **a)** Wie groß ist die Umfangskraft an der Welle, wenn 3 PS mit $n = 180$ min^{-1} übertragen werden? **b)** Welchen mittleren Durchmesser müssen die Stifte bei einer zulässigen Abscherspannung von 300 kp/cm² erhalten?

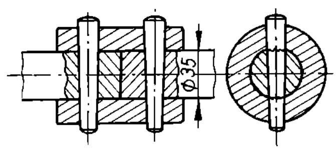


Bild 49

80. Die Welle eines Schnelldampfers hat 700 mm Durchmesser und überträgt 18000 PS mit $n = 80$ min^{-1}. Die Kupplung zweier Wellenstücke erfolgt durch an-

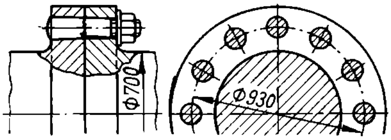


Bild 50

geschmiedete Scheiben mit 12 eingeschliffenen Kegelbolzen nach Bild 50. Lochkreisdurchmesser 930 mm. **a)** Welche Umfangskraft wird am Lochkreis übertragen? **b)** Welchen mittleren Durchmesser müssen die Kegelbolzen an der Stoßfuge der Scheiben erhalten, wenn die zulässige Abscherspannung 250 kp/cm² sein soll und gleichmäßige Belastung sämtlicher Bolzen vorausgesetzt wird?

81. Aus einem Blech von 14 mm Dicke und 3800 kp/cm² Abscherfestigkeit sollen auf einer Lochmaschine Löcher von 20 mm Dmr. ausgestanzt werden (Bild 51). Welche Kraft muß der Lochstempel ausüben?

Lösung: $F = \tau_{aB}\, A$. Die abzuschiebende Fläche ist ein Zylindermantel.

$$A = \pi\, d\, h = \pi \cdot 2\ \text{cm} \cdot 1{,}4\ \text{cm} = 8{,}8\ \text{cm}^2.$$

$$F = 3800\ \text{kp/cm}^2 \cdot 8{,}8\ \text{cm}^2 = 33\,500\ \text{kp}.$$

82. Eine Lochmaschine stanzt aus Blechen von 17 mm Dicke Löcher von 26 mm Dmr. aus (Bild 51 in Aufg. 81). Abscherfestigkeit des Bleches 3800 kp/cm². **a)** Welche Druckspannung tritt dabei im Lochstempel auf? **b)** Welche größte Blechdicke kann mit dem gegebenen Stempel von 26 mm Dmr. gestanzt werden, wenn die höchstzulässige Druckspannung im Stempel bei Verwendung eines Sonderstahles 14000 kp/cm² ist? **c)** Welcher Höchstwert ist demnach allgemein für das Verhältnis Blechdicke zu Lochdurchmesser bei den gegebenen Werten der Abscherfestigkeit des Bleches und der Druckspannung des Stempels zulässig?

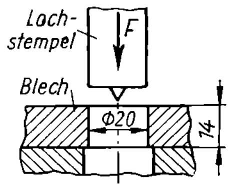


Bild 51

83. Eine Gelenkkette nach Bild 52 ist mit $F = 6000$ kp so belastet, daß das eingreifende Kettenrad an einem Zahn, d. h. an einem Bolzen, die ganze Last aufnimmt. Die Angriffszapfen der Laschen haben 25 mm Durchmesser. **a)** Welche Abscherspannung tritt im gefährdeten Zapfenquerschnitt auf? **b)** Wie groß ist die rechnungsmäßige Sicherheit gegenüber der Abscherfestigkeit der Zapfen, wenn diese 4700 kp/cm² beträgt? **c)** Wie groß ist die in den Laschen auftretende Zugspannung? **d)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit bei $\alpha_s = 2{,}5$? Werkstoff St 60 ($\sigma_S = 3600$ kp/cm²).

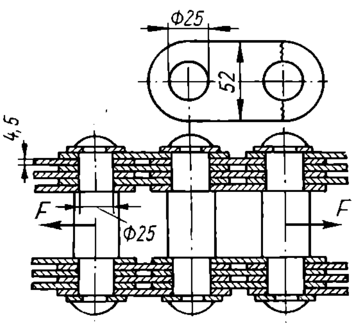


Bild 52

Biegefestigkeit

84. Wie werden Maschinenteile auf **Biegung** berechnet?

Lösung: Die größte Spannung bei einem auf Biegung beanspruchten Querschnitt wird errechnet nach der Formel

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{\textbf{Biegemoment}}{\textbf{Widerstandsmoment}}.$$

85. Was versteht man unter dem **Biegemoment?**

Lösung: Das in einer Querschnittsfläche wirksame Biegemoment errechnet sich aus der algebraischen Summe der Einzelmomente rechts oder links von der Querschnittsfläche.

86. Was versteht man unter dem **Widerstandsmoment?**

Lösung: Das Widerstandsmoment ist eine mathematische Größe. Es hängt ab von der Form (nicht der Größe) der Fläche.

$$\textbf{Widerstandsmoment } W = \frac{\textbf{Trägheitsmoment}}{\textbf{äußersten Faserabstand}} = \frac{I}{e}.$$

Das Trägheitsmoment ist gleichfalls eine mathematische Größe. Es ist (Bild 53):

$I_x = \int y^2 \,\mathrm{d}A'$ äquatoriales Trägheitsmoment für die x-Achse,

$I_y = \int x^2 \,\mathrm{d}A'$ äquatoriales Trägheitsmoment für die y-Achse,

$I_{xy} = \int y\,x \,\mathrm{d}A'$ Zentrifugalmoment,

$I_p = \int r^2 \,\mathrm{d}A'$ polares Trägheitsmoment.

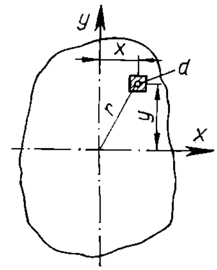


Bild 53

87. Was versteht man unter **Biegefestigkeit?**

Lösung: Die Biegefestigkeit σ_{bB} wird aus dem von einer Probe ertragenen größten Biegemoment und dem Widerstandsmoment des ursprünglichen Querschnitts berechnet. Sie läßt sich nur bei spröderen oder härteren Werkstoffen bestimmen, die beim Biegeversuch zu Bruch gehen.

Trägheitsmomente symmetrischer Rechteckquerschnitte

88. Die Arme eines Kegelrades haben T-Querschnitt (Bild 54). **a)** Wie groß ist das Trägheitsmoment für die Nullinie N? **b)** Wie groß ist das Widerstandsmoment? **c)** Welchen Beitrag in Prozent liefern die Flächen A_1 und A_2 zur Gesamtfläche und **d)** zum Gesamtträgheitsmoment?

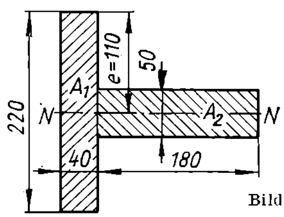


Bild 54

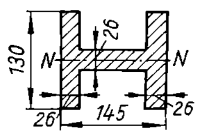


Bild 55

89. Ein Zahnrad hat den gegebenen Armquerschnitt (Bild 55). **a)** Das Trägheits- und Widerstandsmoment für die Nullinie N ist zu berechnen. **b)** Wieviel Prozent Beitrag liefert die in Richtung der Nullinie liegende Zwischenrippe zur Gesamtfläche und **c)** zum Gesamtträgheitsmoment?

90. Der Arm eines Zahnrades hat Kreuzquerschnitt von den gegebenen Maßen (Bild 56). Zu berechnen sind **a)** das Trägheitsmoment für Achse N; **b)** das Widerstandsmoment; **c)** der Fehler in Prozent, der sich bei Berechnung der Momente ergeben würde, wenn man die waagerechte, in der Nullinie N liegende Rippe vernachlässigte.

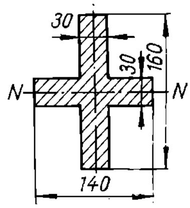


Bild 56

91. Der Ständer einer Werkzeugmaschine hat den skizzierten Querschnitt (Bild 57). Gesucht sind die Trägheits- und Widerstandsmomente **a)** für Achse I; **b)** für Achse II.

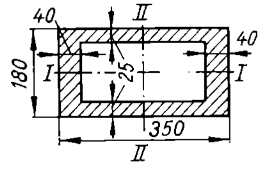


Bild 57

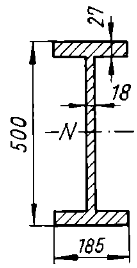


Bild 58

92. Für das gegebene I-Profil (Bild 58) sollen berechnet werden **a)** das Trägheitsmoment für die Nullinie N; **b)** das Widerstandsmoment; **c)** der Beitrag in Prozent, den die zwischen den Flanschen liegende Stegfläche zum Gesamtträgheitsmoment liefert; **d)** der Beitrag der Stegfläche zur gesamten Querschnittsfläche in Prozent.

Lösung: a) $I_x = \dfrac{18{,}5\ \text{cm} \cdot (50\ \text{cm})^3}{12} - \dfrac{16{,}7\ \text{cm} \cdot (44{,}6\ \text{cm})^3}{12} = 69244\ \text{cm}^4.$

b) $W_x = I_x : e = 69244\ \text{cm}^4/25\ \text{cm} = 2770\ \text{cm}^3.$

c) $I_{\text{Steg}} = \dfrac{1{,}8\ \text{cm} \cdot (44{,}6\ \text{cm})^3}{12} = 13307\ \text{cm}^4$

$x : 100\,\% = 13307\ \text{cm}^4 : 69244\ \text{cm}^4 \qquad x = 19{,}2\,\%.$

Die Stegfläche liefert also verhältnismäßig wenig Beitrag zum Gesamtträgheitsmoment, nur etwa $^1/_5$. Den Hauptbeitrag liefern die weit von der Achse wegliegenden Flanschflächen.

d) $x' : 100\% =$ Stegfläche : Gesamtfläche $= 80{,}28\ \text{cm}^2 : 180{,}18\ \text{cm}^2 \qquad x' = 44{,}6\%.$

93. Eine Lokomotivschubstange hat den in Bild 59 skizzierten Querschnitt. **a)** Das Trägheitsmoment für Achse I ist zu berechnen. **b)** Um wieviel Prozent wüchse das Trägheitsmoment und um wieviel Prozent der Materialmehraufwand, wenn statt des I-Querschnitts der volle Rechteckquerschnitt 76 mm · 138 mm ausgeführt würde? Wie ist der Unterschied zwischen diesen beiden Prozentwerten zu erklären? **c)** Wie groß ist das Trägheitsmoment für Achse II? **d)** Wie groß sind die Widerstandsmomente für die Achsen I und II?

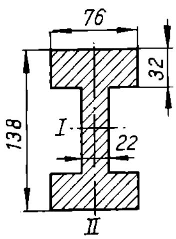


Bild 59

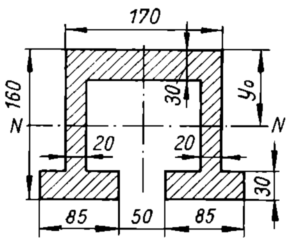


Bild 60

94. Für den Querschnitt eines Maschinenrahmens (Bild 60) sollen berechnet werden **a)** das Lagenmaß y_0 der Nullinie N; **b)** das Trägheitsmoment für die Nullinie; **c)** das Widerstandsmoment.

Lösung: Die beiden unteren Fußflansche behalten bei waagerechter Verschiebung dieselbe Lage in bezug auf die Nullinie N. Läßt man sie in der Mitte zusammenstoßen, so ergibt sich ein geschlossener hohler Rechteckquerschnitt wie in Aufg. 91.

95. Ein Träger aus Stahlguß nach Bild 61 ist in der senkrechten Stegrippe durch ein Loch von 110 mm Dmr. ausgespart. Für die Querschnittsfläche A—A sollen Trägheits- und Widerstandsmoment in bezug auf die Nullinie N berechnet werden.

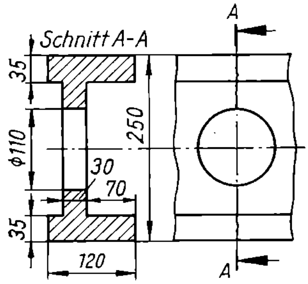


Bild 61

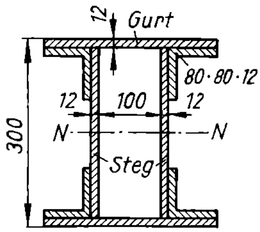


Bild 62

96. Für den skizzierten Querschnitt eines Kastenträgers (Bild 62) sollen in bezug auf Achse N ohne Benutzung der Formstahltabellen berechnet werden **a)** das Trägheitsmoment der beiden Stegbleche, **b)** der beiden Gurtplatten, **c)** der vier Winkel; **d)** das gesamte Trägheitsmoment; **e)** die Beiträge der genannten Einzelteile zum Gesamtträgheitsmoment in Prozent; **f)** das Gesamtwiderstandsmoment.

Trägheitsmomente unsymmetrischer Rechteckflächen

97. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Trägheitsmoment I_S einer Fläche A für die Schwerachse und dem Trägheitsmoment I_0 für eine parallel zur Schwerachse im Abstand a gelegene Achse O (Bild 63)?

Lösung: Nach dem **Steinerschen Verschiebungssatz** ist:

$$I_0 = I_S + A\,a^2.$$

98. Für den in Bild 64 dargestellten Querschnitt eines ungleichschenkligen Winkelstahles sollen das Trägheitsmoment und die Widerstandsmomente für die Nullinie N berechnet werden.

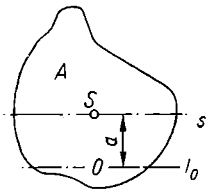


Bild 63

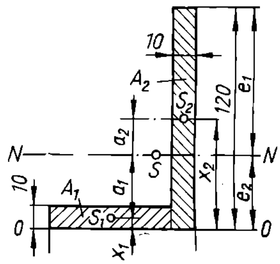


Bild 64

99. Die Arme der Grundplatte eines Drehkrans haben den in Bild 65 skizzierten Querschnitt. Zu berechnen sind **a)** das Abstandsmaß e_1 der Nullinie N von der Oberkante O; **b)** das Trägheitsmoment von der Nullinie; **c)** die Widerstandsmomente.

100. Das Querhaupt (Traverse) einer Drehkransäule hat den in Bild 66 dargestellten Querschnitt. Gesucht werden **a)** der Abstand e_1 der Nullinie von Oberkante; **b)** das Trägheitsmoment für Achse I und **c)** für Achse II.

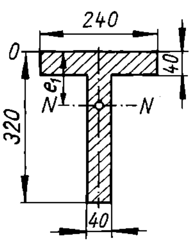


Bild 65

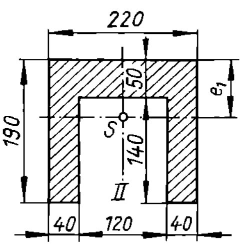


Bild 66

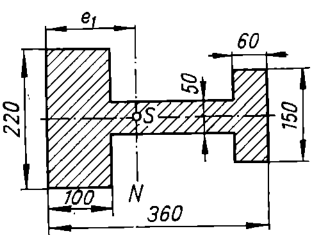


Bild 67

101. Der Bügel einer Nietmaschine hat den in Bild 67 skizzierten Querschnitt. Zu berechnen sind **a)** das Lagenmaß e_1 der Nullinie N; **b)** das Trägheitsmoment für die Nullinie; **c)** die Widerstandsmomente.

Lösung:

a) $A_1 = 22\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 220\text{ cm}^2$, $A_2 = 5\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$,

$A_3 = 6\text{ cm} \cdot 15\text{ cm} = 90\text{ cm}^2$.

Statische Momente, bezogen auf die linke Querschnittskante:

$$220\text{ cm}^2 \cdot 5\text{ cm} + 100\text{ cm}^2 \cdot 20\text{ cm} + 90\text{ cm}^2 \cdot 33\text{ cm} = 410\text{ cm}^2 \cdot e_1$$

$$e_1 = 14{,}8\text{ cm}.$$

b) $$I_N = \left(\frac{22 \cdot 10^3}{12} + 220 \cdot 9{,}8^2\right)\text{cm}^4 + \left(\frac{5 \cdot 20^3}{12} + 100 \cdot 5{,}2^2\right)\text{cm}^4 + \left(\frac{15 \cdot 6^3}{12} + 90 \cdot 18{,}2^2\right)\text{cm}^4 = 59081\text{ cm}^4.$$

c) $$W_1 = \frac{I_N}{e_1} = \frac{59081\text{ cm}^4}{14{,}8\text{ cm}} = 3990\text{ cm}^3,$$

$$W_2 = \frac{I_N}{e_2} = \frac{59081\text{ cm}^4}{21{,}2\text{ cm}} = 2785\text{ cm}^3.$$

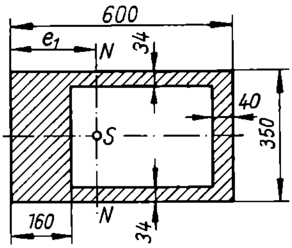


Bild 68

102. Das Maschinengestell einer Lochstanze hat den in Bild 68 dargestellten Querschnitt. Zu berechnen sind **a)** das Lagenmaß e_1 der Nullinie N; **b)** das Trägheitsmoment für die Nullinie; **c)** die Widerstandsmomente.

Lösung: Der Querschnitt wird am einfachsten als Differenz der äußeren und inneren Rechteckfläche aufgefaßt, die Trägheitsmomente dieser beiden Rechtecke für die Nullinie mit Hilfe des Verschiebungssatzes (Aufg. 97) berechnet und subtrahiert.

Trägheitsmomente zusammengesetzter Querschnitte aus Formstahl

103. Eine Säule wird durch starr zusammengenietete Formstähle nach Bild 69 gebildet. Für die Querschnittsfläche sind die Trägheits- und Widerstandsmomente zu berechnen **a)** für Achse A; **b)** für Achse B.

Lösung: **a)** $I_A = 117\text{ cm}^4 + 2 \cdot 3600\text{ cm}^4 = 7317\text{ cm}^4$.

$$W_A = \frac{I_A}{e} = \frac{7317\text{ cm}^4}{12\text{ cm}} = 609\text{ cm}^3.$$

b) $$I_B = 2140\text{ cm}^4 + 2\,(I_y + A\,a^2)$$

$$= 2140\text{ cm}^4 + 2\,(248 + 42{,}3 \cdot 12{,}23^2)\text{ cm}^4 = 15292\text{ cm}^4.$$

$$W_B = \frac{I_B}{e} = \frac{15292\text{ cm}^4}{18{,}5\text{ cm}} = 827\text{ cm}^3.$$

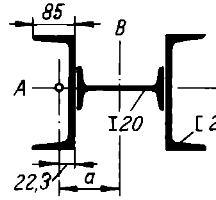


Bild 69

104. Säulenquerschnitt nach Bild 70, sonst wie Aufg. 103.

105. Säulenquerschnitt nach Bild 71, sonst wie Aufg. 103.

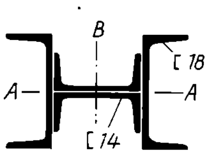


Bild 70

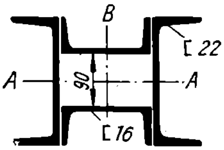


Bild 71

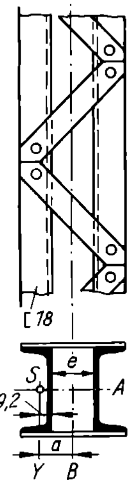


Bild 72

106. Eine Säule ist nach Bild 72 aus zwei Stählen [18 zusammengesetzt, so daß diese durch beiderseits aufgenietete Flachstahlstäbe starr miteinander verbunden sind. Welchen Abstand e müssen die [-Stähle erhalten, damit die Trägheitsmomente des Säulenquerschnitts für die beiden Hauptachsen A und B gleich groß werden? Nietlöcher seien vernachlässigt.

Lösung: $2\, I_A = 2 \cdot 1354 \text{ cm}^4$

$$2\, I_B = 2\,(I_Y + A\, a^2) = 2\,(144 \text{ cm}^3 + 28 \text{ cm}^2 \cdot a^2)$$
$$= 2\, I_A = 2 \cdot 1354 \text{ cm}^4.$$

Daraus $\quad a = 6{,}66 \text{ cm} = \frac{e}{2} + 1{,}92 \text{ cm}$

$$e = 95 \text{ mm}.$$

107. Für den in Bild 73 skizzierten Säulenquerschnitt sollen die Trägheits- und Widerstandsmomente berechnet werden **a)** für Achse A; **b)** für Achse B.

Lösung: **a)** $I_A = 2 \cdot 1911 \text{ cm}^4$

$$+ 2\left[\frac{27 \cdot 1{,}3^3}{12} + (1{,}3 \cdot 27)\, 10{,}65^2\right] \text{cm}^4$$
$$= 11\,794 \text{ cm}^4;$$
$$W_A = \frac{11\,794 \text{ cm}^4}{11{,}3 \text{ cm}} = 1043 \text{ cm}^3.$$

b) $$I_B = 2 \cdot \frac{1{,}3 \cdot 27^3}{12} \text{ cm}^4 + 2\,(148 + 32{,}2 \cdot 7{,}01^2) \text{ cm}^4 = 7725 \text{ cm}^4;$$
$$W_B = \frac{7725 \text{ cm}^4}{13{,}5 \text{ cm}} = 572 \text{ cm}^3.$$

108. Das Trägheits- und Widerstandsmoment des Blechträgerquerschnitts nach Bild 74 ist für die Achse N unter Vernachlässigung der Nietlöcher zu berechnen.

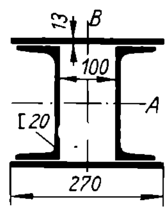


Bild 73

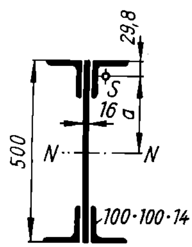


Bild 74

Lösung: $I_N = \frac{1{,}6 \cdot 50^3}{12} \text{ cm}^4$

$$+ 4\,(I_S + A\, a^2)$$
$$= 16\,667 \text{ cm}^4 + 4\,(235 + 26{,}2 \cdot 22{,}02^2) \text{ cm}^4 = 68\,422 \text{ cm}^4.$$
$$W = \frac{68\,422 \text{ cm}^4}{25 \text{ cm}} = 2737 \text{ cm}^3.$$

109. Für den gegebenen Blechträger (Bild 75) sollen in bezug auf Achse N unter Vernachlässigung der Nietlöcher berechnet werden **a)** das Trägheitsmoment der beiden Gurtplatten, **b)** des Stegbleches, **c)** der Winkelstähle, **d)** das Gesamtträgheitsmoment; **e)** die Beiträge der genannten drei Einzelteile zum Gesamtträgheitsmoment in Prozent; **f)** das Widerstandsmoment.

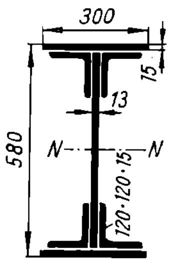


Bild 75

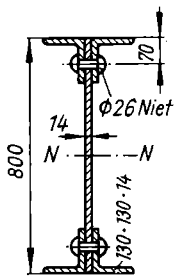


Bild 76

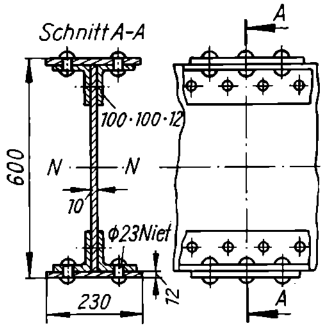


Bild 77

110. Das Trägheits- und Widerstandsmoment des Blechträgerquerschnitts nach Bild 76 für die Nullinie N ist zu berechnen unter Berücksichtigung der Schwächung durch die Nietlöcher.

Lösung:

$$I_N = \frac{1{,}4 \cdot 80^3}{12}\ \text{cm}^4$$

$$+ 4\,[540 + 34{,}7\,(40 - 3{,}72)^2]\ \text{cm}^4$$

$$- 2\left[\frac{4{,}2 \cdot 2{,}6^3}{12} + (4{,}2 \cdot 2{,}6)\,33^2\right]\text{cm}^4$$

$$= (59\,733 + 184\,856 - 23\,796)\ \text{cm}^4 = 220\,793\ \text{cm}^4;$$

$$W = \frac{220\,793\ \text{cm}^4}{40\ \text{cm}} = 5520\ \text{cm}^3.$$

111. Für den gegebenen Blechträgerquerschnitt (Bild 77) soll das Trägheits- und Widerstandsmoment in bezug auf Achse N unter Berücksichtigung der Nietlöcher berechnet werden.

Lösung:

$$I_N = \left(\frac{23 \cdot 60^3}{12} - \frac{22 \cdot 57{,}6^3}{12}\right)\text{cm}^4$$

$$+ 4\,(207 + 22{,}7 \cdot 25{,}9^2)\ \text{cm}^4$$

$$- 4\left(\frac{2{,}3 \cdot 2{,}4^3}{12} + 2{,}3 \cdot 2{,}4 \cdot 28{,}8^2\right)\text{cm}^4$$

$$= (63\,645 + 61\,738 - 18\,325)\ \text{cm}^4 = 107\,058\ \text{cm}^4;$$

$$W = \frac{107\,058\ \text{cm}^4}{30\ \text{cm}} = 3569\ \text{cm}^3.$$

112. 113. 114. Blechträgerquerschnitte nach den Bildern 78 bis 80. Wortlaut der Aufgaben wie bei Aufg. 111.

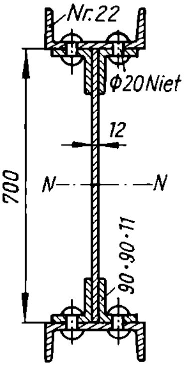


Bild 78

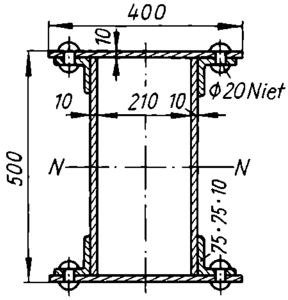


Bild 79

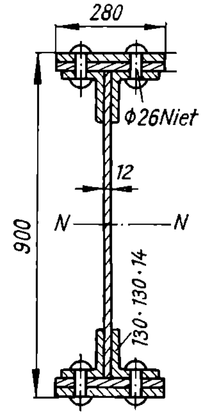


Bild 80

115. Für den in Bild 81 skizzierten unsymmetrischen Blechträgerquerschnitt sind zu berechnen **a)** das Lagenmaß e_2 der Nullinie; **b)** das Trägheitsmoment; **c)** die Widerstandsmomente.

Lösung: **a)** $A_1 = 1{,}2\ \text{cm} \cdot 16\ \text{cm} = 19{,}2\ \text{cm}^2$; $2\,A_2 = 2 \cdot 15{,}1\ \text{cm}^2 = 30{,}2\ \text{cm}^2$.
Statische Momente für Achse O:
$19{,}2\ \text{cm}^2 \cdot 8\ \text{cm} + 30{,}2\ \text{cm}^2 \cdot 2{,}34\ \text{cm} = (19{,}2 + 30{,}2)\ \text{cm}^2 \cdot e_2$.
Daraus $e_2 = 4{,}54\ \text{cm}$.

b)
$$I_N = \left(\frac{1{,}2 \cdot 16^3}{12} + 19{,}2 \cdot 3{,}46^2\right)\text{cm}^4 + 2\,(87{,}5 + 15{,}1 \cdot 2{,}2^2)\ \text{cm}^4 = (640 + 321)\ \text{cm}^4 = 961\ \text{cm}^4 .$$

c)
$$W_1 = \frac{I_N}{e_1} = \frac{961\ \text{cm}^4}{11{,}46\ \text{cm}} = 84\ \text{cm}^3;$$
$$W_2 = \frac{I_N}{e_2} = \frac{961\ \text{cm}^4}{4{,}54\ \text{cm}} = 212\ \text{cm}^3.$$

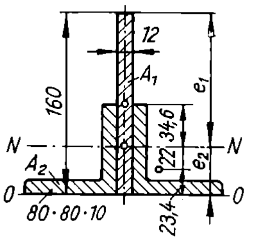


Bild 81

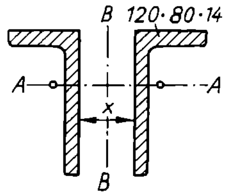


Bild 82

116. Ein Fachwerkstab ist nach Bild 82 aus zwei starr gegeneinander versteiften ungleichschenkligen Winkelstählen 120 · 80 · 14 zusammengesetzt. **a)** Wie groß ist das Trägheitsmoment des Querschnitts für die Schwerachse A (Tabelle s. Krist, Werkstattabellen Bd. I; Friedrich, Tabellenbuch f. das Metallgewerbe) ? **b)** Welchen Innenabstand x müssen die Winkelstähle erhalten, damit die Trägheitsmomente für die Achsen A und B gleich groß werden ?

Trägheitsmomente von Trapezflächen

117. Ein Lasthaken hat einen gefährdeten Querschnitt von der in Bild 83 gegebenen Trapezform. Gesucht werden **a)** das Lagenmaß e_1 der Nullinie N; **b)** das Trägheitsmoment für dieselbe; **c)** die Widerstandsmomente.

Lösung: **a)**
$$e_1 = \frac{h}{3}\,\frac{a + 2b}{a + b}$$
$$= \frac{18\text{ cm}}{3} \cdot \frac{14\text{ cm} + 8\text{ cm}}{10\text{ cm} + 4\text{ cm}} = 7{,}33\text{ cm}\,.$$

b)
$$I_N = \frac{h^3}{36} \cdot \frac{6\,b^2 + 6\,b\,b_1 + b_1^2}{2\,b + b_1}\ \text{(Tabelle)}\,,$$

wobei $b_1 = a - b = 14\text{ cm} - 4\text{ cm} = 10\text{ cm}$;

$$I_N = \frac{18^3\text{ cm}^3}{36} \cdot \frac{6 \cdot 4^2\text{ cm}^2 + 6 \cdot 4\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} + 10^2\text{ cm}^2}{2 \cdot 4\text{ cm} + 10\text{ cm}}$$

$$I_N = 3924\text{ cm}^4\,.$$

c)
$$W_1 = \frac{I_N}{e_1} = \frac{3924\text{ cm}^4}{7{,}33\text{ cm}} = 535\text{ cm}^3;$$
$$W_2 = \frac{I_N}{e_2} = \frac{3924\text{ cm}^4}{10{,}67\text{ cm}} = 368\text{ cm}^3\,.$$

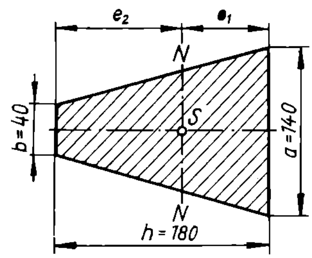


Bild 83

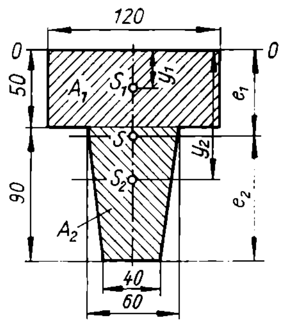


Bild 84

118. Eine Stahlgußrippe hat den in Bild 84 skizzierten Querschnitt. Gesucht werden **a)** der Abstand y_2 des Schwerpunkts der Trapezfläche A_2 von der Oberkante O (s. Aufg. 117); **b)** der Abstand e_1 der Nullinie N des Gesamtquerschnitts von der Oberkante; **c)** Trägheitsmoment der Trapezfläche A_2 für ihre eigene Schwerachse S_2 (s. Aufg. 117); **d)** Trägheitsmoment der Gesamtfläche für die Nullinie N; **e)** die Widerstandsmomente.

Trägheitsmomente von Kreisflächen

119. Aus einer Schiffswelle von 500 mm Außendmr. ist ein Kern von 200 mm Dmr. ausgebohrt (Bild 85). Für den Kreisring-Querschnitt sollen berechnet werden **a)** das äquatoriale Trägheitsmoment für eine Durchmesserachse x; **b)** das zugehörige Widerstandsmoment; **c)** das polare Trägheitsmoment für die Längsachse O der Welle. Für den vollen Kreisquerschnitt ist $I_p = \dfrac{\pi D^4}{32}$.

Lösung: **a)** $I_N = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64}[(50\,\text{cm})^4 - (20\,\text{cm})^4] = 299000\,\text{cm}^4$.

b) $W_x = \frac{I_x}{e} = \frac{299000\,\text{cm}^4}{25\,\text{cm}} = 11960\,\text{cm}^3$.

Es ist nicht $W_x = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi D^3}{32}$, denn Widerstandsmomente dürfen nicht voneinander subtrahiert werden. Sondern es ist

$$W_x = \frac{I_x}{e} = \left(\frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}\right) \Big/ \frac{D}{2} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = 11960\,\text{cm}^3.$$

c) $I_p = I_0 = 2\,I_x = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = 598000\,\text{cm}^4$.

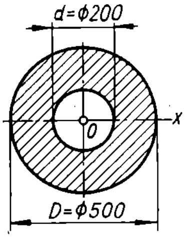


Bild 85

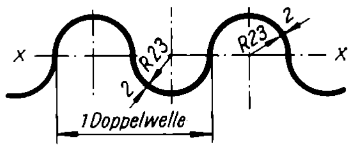


Bild 86

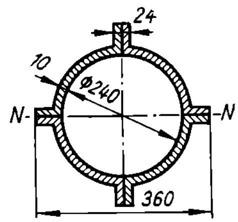


Bild 87

120. Für den Wellblechquerschnitt nach Bild 86 sollen berechnet werden **a)** das Trägheitsmoment in bezug auf Achse x für eine Doppelwellenlänge; **b)** das Widerstandsmoment für eine Doppelwellenlänge; **c)** die Zahl der Doppelwellen auf 1 m Blechbreite; **d)** das Widerstandsmoment für 1 m Blechbreite.

Lösung: a) Auf eine Doppelwellenlänge kommt eine geschlossene Kreisringfläche (s. Aufg. 119).

121. Eine Stahlsäule ist nach Bild 87 aus vier Quadrantstählen starr zusammengenietet. Trägheits- und Widerstandsmoment für Achse N sind unter Vernachlässigung der Nietlöcher zu berechnen.

Lösung:

$$I_N = \frac{\pi}{64}(26^4 - 24^4)\,\text{cm}^4 + 2{,}4\left(\frac{36^3}{12} - \frac{26^3}{12}\right)\text{cm}^4 + \frac{10 \cdot 2{,}4^3}{12}\,\text{cm}^4 = 11970\,\text{cm}^4,$$

$$W = \frac{I_N}{e} = \frac{11970\,\text{cm}^4}{18\,\text{cm}} = 665\,\text{cm}^3.$$

122. Für den skizzierten Wulststahlquerschnitt nach Bild 88 sind zu berechnen **a)** das Lagenmaß e_2 der Nullinie; **b)** das Trägheitsmoment; **c)** die Widerstandsmomente in bezug auf die Achse N.

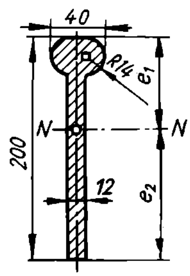


Bild 88

Trägheitsmomente für beliebige Schwerachsen

123. Wie groß ist das Trägheitsmoment für eine unter dem Winkel α schräg verlaufende Schwerachse z, wenn die Trägheitsmomente für zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen u und v bekannt sind?

Lösung: Nach Bild 89 ist:

$$I_z = \int z^2 \,\mathrm{d}\, A', \text{ hierbei ist } z = -u \sin \alpha + \cos \alpha\,,$$

somit $I_z = \int (v \cos \alpha - u \sin \alpha)^2 \,\mathrm{d}\, A'$,

$$I_z = \cos^2 \alpha \int v^2 \,\mathrm{d}\, A' + \sin^2 \alpha \int u^2 \,\mathrm{d}\, A' - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int v\, u \,\mathrm{d}\, A'\,,$$

$$\boldsymbol{I_z = \cos^2 \alpha \cdot I_u + \sin^2 \alpha \cdot I_v - \sin 2\alpha \cdot I_{uv}}\,.$$

Für $\alpha = 0$ und $\alpha = 90°$ wird das letzte Glied gleich Null, und I_z geht über in I_u bzw. I_v. Durch eine weitere Rechnung läßt sich nachweisen, daß es zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen gibt, für die das Zentrifugalmoment I_{uv} verschwindet. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn

$$\boldsymbol{\tan 2\alpha = \frac{2\, I_{uv}}{I_v - I_u}} \text{ ist.}$$

Man nennt diese Achsen **Trägheitshauptachsen**.

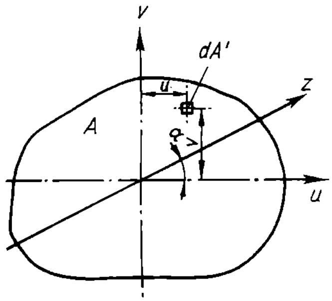


Bild 89

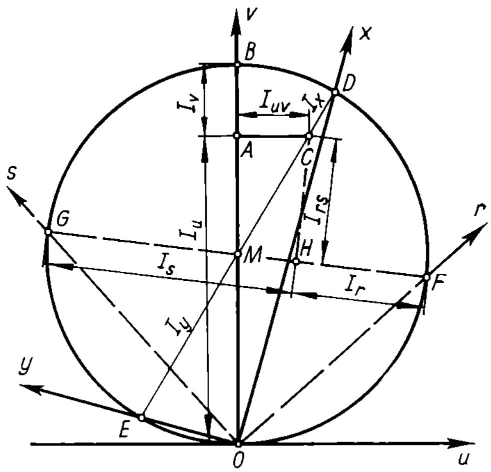


Bild 90

124. Wie lassen sich die Trägheitsmomente für eine beliebige Schwerachse **graphisch** ermitteln, wenn die Trägheitsmomente für zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen bekannt sind?

Lösung: mit Hilfe des **Mohrschen Trägheitskreises** (Bild 90).

Die bekannten Trägheitsmomente I_u, I_v und I_{uv} werden, wie in Bild 90 angegeben, aufgetragen. Der Durchmesser des Trägheitskreises ist also gleich $I_u + I_v = I_p$. Man nennt C den **Trägheitshauptpunkt**. Zieht man durch C und M eine Gerade, so trifft diese den Umfang des Kreises in D und E. Die Verbindungslinien von O mit E bzw. D ergeben die Richtungen der Trägheitshauptachsen x und y. Werden nun die Trägheitsmomente für zwei andere aufeinander senkrecht stehende Achsen r und s gesucht, so zeichnet man vom Punkt O aus die Richtungen der Achsen ein, verbindet die Schnittpunkte der Achsen mit dem Kreisumfang miteinander (Gerade geht durch M) und fällt vom Trägheitshauptpunkt C das Lot auf die Gerade GF, das diese Gerade in H trifft. Sodann ist $GH = I_s$, $HF = I_r$ und $CH = I_{rs}$. Aus dem Trägheitskreis ist zu ersehen, daß die Summe der Trägheitsmomente für zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen stets die gleiche ist.

125. Von einem gleichschenkligen Winkelstahl 50 · 50 · 5 (TGL 0-1028) sind die Hauptträgheitsmomente $I_\xi = 17{,}4\ \text{cm}^4$ und $I_\eta = 4{,}6\ \text{cm}^4$ bekannt. Ermittle die Trägheitsmomente $I_x = I_y$ rechnerisch und graphisch!

Lösung: a) Rechnerisch: Die Achse x bildet mit der Achse ξ einen Winkel von $\alpha = 45°$ (Bild 91). Somit ist:

$$I_x = \cos^2\alpha \cdot I_\xi + \sin^2\alpha \cdot I_\eta.$$

(Das Zentrifugalmoment für die Hauptachse ist gleich O.)

$$I_x = 0{,}707^2 \cdot 17{,}4\ \text{cm}^4 + 0{,}707^2 \cdot 4{,}6\ \text{cm}^4,$$

$$I_x = 0{,}707^2 \cdot 22\ \text{cm}^4 = 11{,}0\ \text{cm}^4.$$

b) Graphisch: Man zeichnet einen Kreis (Bild 91) mit dem Durchmesser

$$I_\xi + I_\eta = 22{,}0\ \text{cm}^4.$$

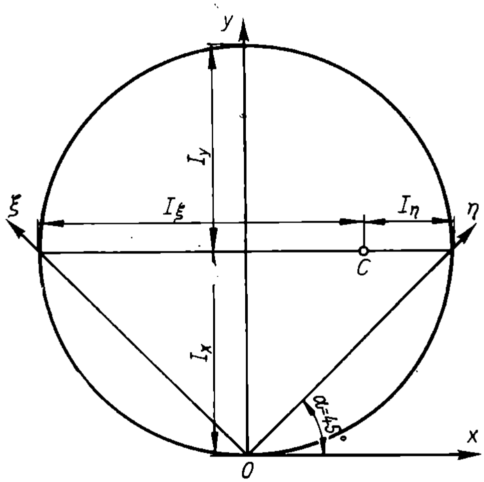


Bild 91

Um mit der Abbildung in der vorigen Aufgabe in Übereinstimmung zu bleiben, wählt man den Pol O so, daß, wie verlangt, das Achsensystem ξ, η mit dem Achsensystem x, y einen Winkel von 45° bildet. Dann ist C der Trägheitshauptpunkt. Man erkennt, daß sein muß

$$I_y = I_x = \frac{I_\eta + I_\xi}{2} = 11{,}0\ \text{cm}^4.$$

Mit Hilfe dieses Trägheitskreises kann man nun, wie oben beschrieben, die Trägheits- und Zentrifugalmomente für alle Schwerachsen auf einfachem Wege ablesen.

126. Man wähle ähnliche Beispiele an Hand der Tabellenbücher, um sich mit dem Mohrschen Trägheitskreis vertraut zu machen.

Freiträger mit einer Einzellast

127. Für den Freiträger mit Belastung F am freien Ende (Bild 92) soll die Größe des Biegemomentes in den einzelnen Querschnitten durch ein Schaubild dargestellt werden.

Lösung: Das Biegemoment in einem Querschnitt im Abstande x vom freien Ende ist $M_x = F\,x$. Es wächst proportional x bis zum Höchstwert im Einspannungsquerschnitt $M_{max} = F\,l$.

Die Größe des Biegemomentes wird im Schaubild unter jedem Querschnitt zeichnerisch dargestellt durch die Länge einer geraden Linie, die man von einer Achse AB aus abträgt. Die Endpunkte aller dieser Momenten-Ordinaten liegen dann auf einer ansteigenden Geraden AC. Das entstehende Dreieck, die Biegemomenten-Fläche (kurz: Momentenfläche), gibt ein Bild von der Veränderlichkeit des Biegemomentes. Die Biegemomente werden meist als **positiv** bezeichnet, wenn sich der Träger infolge des Momentes nach unten, **negativ,** wenn er sich nach oben durchbiegt. Positive Momente trägt man vielfach nach oben, negative nach unten ab. Allerdings wird von dieser Regel oft abgewichen, vor allem bei den graphischen Verfahren. Im übrigen ist das Vorzeichen des Momentes für die Errechnung der Spannung auch gleichgültig. Es ist nur erforderlich, innerhalb einer und derselben Rechnung eine einmal getroffene Festlegung über das Vorzeichen genauestens beizubehalten; z.B. kann man sagen:

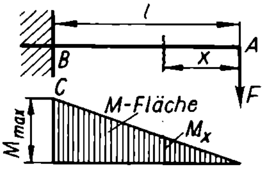


Bild 92

linker Balkenteil	rechter Balkenteil
im Uhrzeigersinn +	entgegen dem Uhrzeigersinn +
entgegen dem Uhrzeigersinn −	im Uhrzeigersinn −

128. Welchen Durchmesser d muß der Handgriff eines Schraubstockes (Bild 93) bei den gegebenen Maßen erhalten, wenn an seinem Ende eine Kraft von 40 kp angreift und die zulässige Biegespannung $\sigma_{zul} = 1200\ \text{kp/cm}^2$ sein soll?

Lösung: $l = (48-3{,}5)\ \text{cm} = 44{,}5\ \text{cm}$,

$$M_{max} = 40\ \text{kp} \cdot 44{,}5\ \text{cm} = 1780\ \text{kp cm} = \sigma_{zul}\, W_{erf},$$

$$W_{erf} = \frac{1780\ \text{kp cm}}{1200\ \text{kp/cm}^2} = 1{,}483\ \text{cm}^3 = \frac{\pi d^3}{32} \approx \frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt[3]{14{,}83\ \text{cm}^3} = 2{,}46\ \text{cm} \approx 25\ \text{mm}.$$

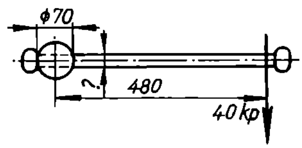


Bild 93

129. Der in Bild 94 skizzierte zweiarmige Hebel, bei O auf einer Drehachse ruhend, ist bei A mit 4700 kp belastet. **a)** Die Momentenfläche ist zu zeichnen. **b)** Welche Höhe muß der Rechteckquerschnitt X erhalten, wenn seine Breite gleich $^1/_4$ der Höhe sein soll? Zulässige Biegespannung für St 37 $\sigma_{b\,zul} = 500\ \text{kp/cm}^2$. **c)** Ebenso Höhe des Querschnitts Y, wenn dessen Breite gleich der des Querschnitts X sein soll! **d)** Welche Biegespannung tritt im gefährdeten Nabenlängsschnitt O auf?

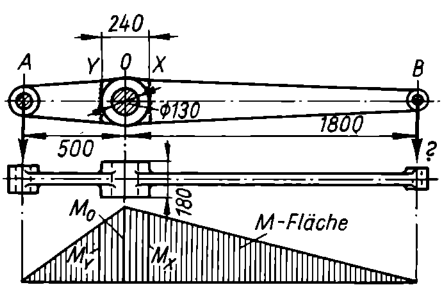


Bild 94

Lösung: a) Die beiden Freiträger OA und OB ergeben dreieckige Momentenflächen mit Höchstwert $M_o = 4700\ \text{kp} \cdot 50\ \text{cm} = 235000\ \text{kp cm}$.

b) $$F_B = 4700\ \text{kp} \cdot \frac{500\ \text{mm}}{1800\ \text{mm}} = 1306\ \text{kp}.$$

$$M_o = F_B \cdot (180-12)\ \text{cm} = 1306\ \text{kp} \cdot 168\ \text{cm} = 219400\ \text{kp cm} = \sigma_b\, W_{erf},$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{219400\ \text{kp cm}}{500\ \text{kp/cm}^2} = 439\ \text{cm}^3 = \frac{b h^2}{6} = \frac{h}{4} \cdot \frac{h^2}{6} = \frac{h^3}{24},$$

$$h = \sqrt[3]{10536\ \text{cm}^3} = 21{,}9\ \text{cm} \approx 220\ \text{mm},$$

$$b = \frac{220\ \text{mm}}{4} = 55\ \text{mm}.$$

c) 200 mm.

d) $M_0 = 235000\ \text{kp cm} = \sigma_b W_0$,

$$I_0 = \left(\frac{18 \cdot 24^3}{12} - \frac{18 \cdot 13^3}{12}\right) \text{cm}^4 = 17450\ \text{cm}^4,$$

$$W_0 = \frac{I_0}{e} = \frac{17450\ \text{cm}^4}{12\ \text{cm}} = 1454\ \text{cm}^3,$$

$$\sigma_b = \frac{235000\ \text{kp cm}}{1454\ \text{cm}^3} = 162\ \text{kp/cm}^2.$$

130. Der Winkelhebel zum Antrieb einer Kondensator-Luftpumpe wird bei A durch eine Stangenkraft 850 kp bewegt (Bild 95). **a)** Welche Kraft tritt bei B auf? **b)** Welche Querschnittshöhe muß der Arm des Hebels bei X erhalten, wenn das Seitenverhältnis des Rechteck-Querschnitts 1 : 3 und die zulässige Biegespannung 500 kp/cm² für St 37 sein soll? **c)** Höhe des Querschnitts Y unter denselben Bedingungen? **d)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit, wenn $\beta_k = 1{,}3$ ist? (Belastungsfall II.)

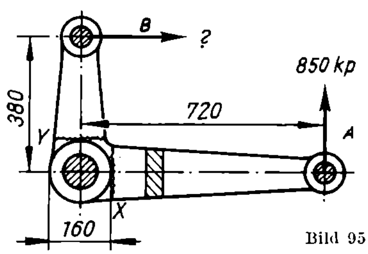


Bild 95

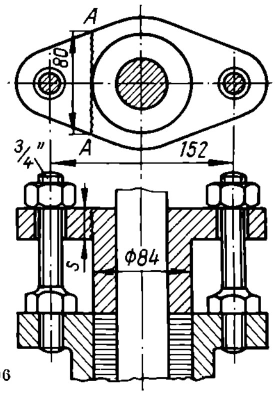


Bild 96

131. Die Schrauben der skizzierten Stopfbuchsen-Brille (Bild 96) sind so fest angezogen, daß sie eine Zugspannung von 200 kp/cm² erhalten. **a)** Welche Kraft übt eine Schraube aus? **b)** Welches Biegemoment erzeugt sie im gefährdeten Querschnitt A—A des Brillenflansches? **c)** Welche Dicke s muß der Flansch bei einer zulässigen Biegespannung von 150 kp/cm² für GG-14 erhalten?

132. Durchmesser und Länge eines Kurbelzapfens sind zu berechnen unter der Annahme, daß die Stangenkraft von 15000 kp in Mitte Zapfen angreift (Bild 97). Zapfenlänge gleich 1,3fachem Durchmesser. Für Biegung liegt bei sich drehenden Zapfen und Wellen immer Belastungsfall III vor, da jede Faser bei der Drehung abwechselnd nach oben und unten kommt, also abwechselnd Zug- und Druckspannung erhält. Gewählt wird eine zulässige Biegespannung von 500 kp/cm² für St 70.

Lösung: $M = \sigma_{b_{zul}} \cdot W F \cdot \frac{1{,}3\,d}{2} = 500\,\text{kp/cm}^2\,\frac{d^3}{10}\,,$

$$15000\,\text{kp} \cdot 0{,}65 = 50\,\text{kp/cm}^2 \cdot d^2\,,$$

$$d = \sqrt{195\,\text{cm}^2} = 13{,}96\,\text{cm} \approx 140\,\text{mm}\,,$$

$$l = 1{,}3 \cdot 140\,\text{mm} = 182\,\text{mm}\,.$$

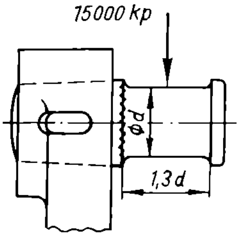


Bild 97

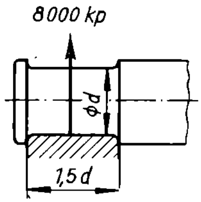


Bild 98

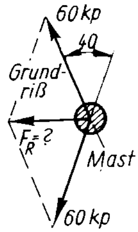


Bild 99

133. Der Stirnzapfen einer Welle ist mit 8000 kp Auflagerkraft belastet (Bild 98). Zapfendurchmesser und Zapfenlänge sollen berechnet werden unter der Annahme, daß die Auflagerkraft als Einzelkraft in Zapfenmitte angreift. Die Zapfenlänge soll gleich dem 1,5fachen Durchmesser sein. Zulässige Biegespannung 500 kp/cm² für St 70.

134. Eine elektrische Lichtleitung wird an einem Stützmast um 40° aus ihrer Richtung abgelenkt (Bild 99). Die waagerechte Zugkraft des gespannten Drahtes beträgt 60 kp nach jeder Richtung. **a)** Wie groß ist die resultierende waagerechte Kraft F_R, die am Mastkopf biegend angreift? **b)** Welchen Durchmesser muß der 4,8 m hohe Holzmast am Fuß bei einer zulässigen Biegespannung von 30 kp/cm² erhalten?

135. Der Mast einer Straßenbahn-Oberleitung ist nach Bild 100 aus zwei Stählen [10 zusammengesetzt. Diese haben am Fuß 280 mm Außenabstand und sind durch einen zickzackförmig zwischengenieteten Flachstahl starr miteinander verbunden. Der quer zum Straßenbahngleis zwischen zwei Masten gespannte Aufhängungsdraht übt am Mastkopf eine waagerechte Kraft von 90 kp aus. Gesucht wird die im Fußquerschnitt auftretende Biegespannung.

136. Eine Riemenscheibe von 1500 mm Dmr. (Bild 101) soll 70 PS mit $n = 160\,\text{min}^{-1}$ übertragen. Gesucht werden **a)** das Biegemoment, das durch die Um-

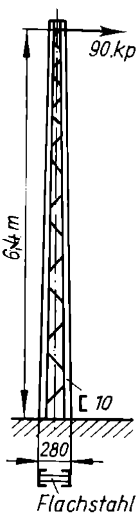


Bild 100

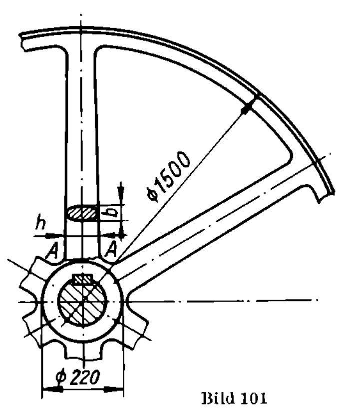


Bild 101

fangskraft des Riemens in den sechs Armen zusammen am Einmündungsquerschnitt $A—A$ in die Nabe erzeugt wird; **b)** die Achsenlängen h und b des elliptischen Armquerschnitts $A—A$ unter der Annahme, daß sich nur $^1/_3$ sämtlicher Arme an der Aufnahme des Biegemomentes beteiligen. $h = 2\,b$. Zulässige Biegespannung 300 kp/cm² für GG-18.

Lösung: **a)** $P = F\mathrm{v}$; $v = \pi\,d\,n$;

$$F = \frac{P}{\pi\,d\,n} = \frac{70\ \mathrm{PS\,min}}{\pi \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot 160} =$$

$$= \frac{70 \cdot 75\,\mathrm{kpm} \cdot 60\,\mathrm{s}}{\pi \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s} \cdot 160} = 417\ \mathrm{kp},$$

$$M = 417\ \mathrm{kp} \cdot (75-11)\ \mathrm{cm} = 26700\ \mathrm{kp\,cm}\,.$$

b) $$M = \sigma_{\mathrm{b}} \cdot \frac{6}{3}\,W_{\mathrm{erf}}.$$

Daraus $W_{\mathrm{erf}} = 44{,}5\ \mathrm{cm}^3$.

Beim Kreis ist $W = \dfrac{\pi\,d^3}{32} \approx \dfrac{d^3}{10}$.

Bei der Ellipse tritt $b\,h^2$ an Stelle von d^3, also

$$W = \frac{b\,h^2}{10} = \frac{h}{2} \cdot \frac{h^2}{10} = \frac{h^3}{20},$$

mit $W = 44{,}5\ \mathrm{cm}^3$ folgt

$$h = \sqrt[3]{890\ \mathrm{cm}^3} = 9{,}62\ \mathrm{cm} = 96\ \mathrm{mm},$$

$$b = 48\ \mathrm{mm}\,.$$

137. Bei einer Riemenscheibe aus St 37 nach Bild 102 sind in zwei Armsternen zusammen 24 Arme aus Rundstahl von 25 mm Dmr. in die Nabe eingegossen. Die Scheibe überträgt 65 PS mit $n = 150\ \mathrm{min}^{-1}$. Zu berechnen sind **a)** das Biegemoment, das die Arme zusammen an ihrer Einmündung in die Nabe aufzunehmen hat; **b)** die größte Biegespannung in den Rundstangen unter der Annahme, daß sich das Biegemoment auf sämtliche Arme gleichmäßig verteilt.

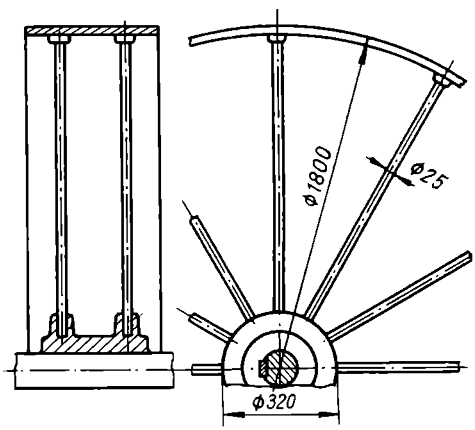


Bild 102

138. Auf eine Windentrommel von 480 mm Dmr. (bis Mitte Seil) soll eine Last von 3500 kp aufgewunden werden. Das antreibende Zahnrad von 1140 mm Teilkreisdmr. hat 4 Arme von ⊥-Querschnitt (Bild 103). Zu berechnen sind **a)** das Biegemoment, das in dem gefährdeten Armquerschnitt $A—A$ an der Einmündung in der Nabe auftritt, unter der Annahme, daß e i n Arm das ganze Moment aufzunehmen hat; **b)** die Rippenhöhe h des gefährdeten Armquerschnitts. Rippendicke $b = \frac{1}{5}\,h$. Die in der Nullinie des Querschnitts liegende Querrippe wird vernachlässigt. Zulässige Biegespannung 300 kp/cm² für GG-18.

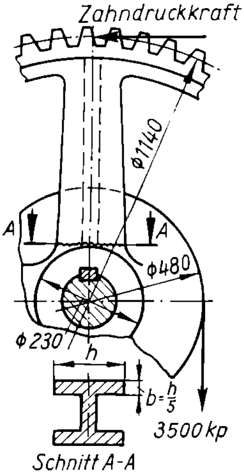


Bild 103

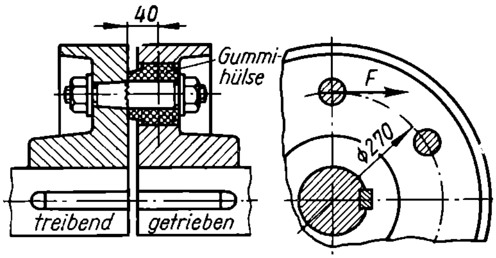


Bild 104

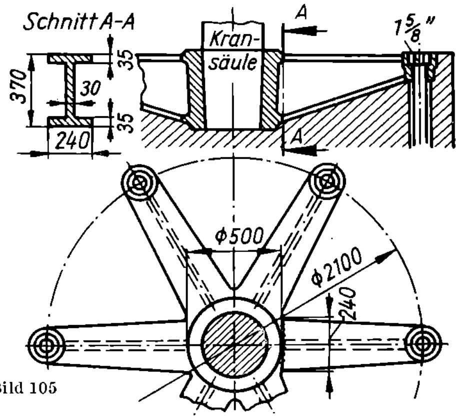


Bild 105

139. Bei einer e l a s t i s c h e n K u p p l u n g sind in die eine Kupplungsscheibe 6 B o l z e n mit Kegel fest eingespannt (Bild 104). Sie greifen mit übergeschobenen Gummihülsen in Löcher der anderen Scheibe ein und übertragen 45 PS bei $n = 125\ \text{min}^{-1}$. Der Durchmesser des Lochkreises beträgt 270 mm. Welcher Bolzendurchmesser ist auszuführen bei einer zulässigen Biegespannung von 300 kp/cm² ?

140. Die G r u n d p l a t t e eines frei stehenden Drehkrans nach Bild 105 ist mit 6 Stück $1^5/_8{}''$-Schrauben auf dem Grundmauerwerk verankert. Für den gefährdeten Querschnitt A—A eines Armes an der Einmündung in die Nabe sind zu berechnen **a)** das Biegemoment für den Fall, daß die Ankerschraube durch das Kippmoment des Krans eine Zugbeanspruchung von 600 kp/cm² erfährt; **b)** die auftretende Biegespannung

141. Ein W a n d a r m nach Bild 106 trägt das Stehlager einer Transmissionswelle. Senkrechte Lagerbelastung 4500 kp. Gesucht werden **a)** das Trägheitsmoment des gefährdeten Querschnitts A—A; **b)** das Widerstandsmoment; **c)** die auftretende Biegespannung.

Lösung: **a)** $I = \left(\frac{11 \cdot 51^3}{12} - \frac{9 \cdot 46^3}{12} - \frac{2 \cdot 33^3}{12}\right)\text{cm}^4 .$

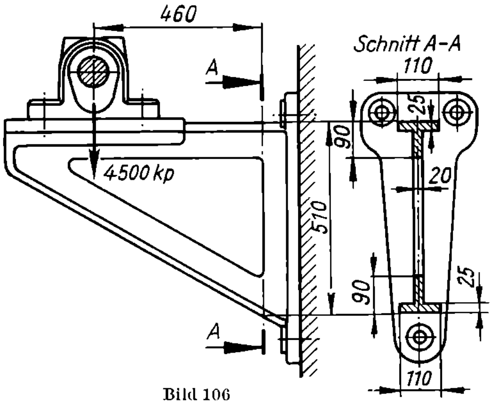


Bild 106

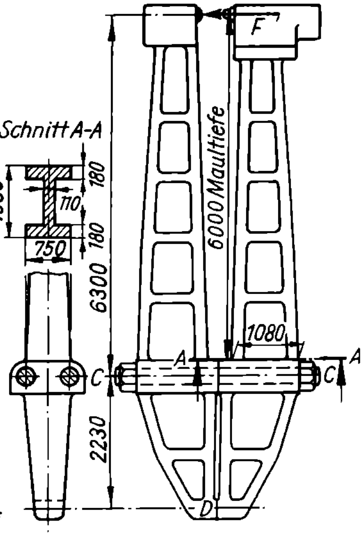


Bild 107

142. Bei der Nietmaschine nach Bild 107 wird die Nietstempelkraft F durch einen Druckwasserkolben erzeugt. Die Maultiefe beträgt 6 m. Gesucht wird die höchstzulässige Nietstempelkraft F, wenn die Biegespannung im Querschnitt A—A für GS-52 den Wert von 800 kp/cm² nicht überschreiten soll.

143. Der in Bild 108 dargestellte Winkelarm trägt bei F das Stehlager einer Triebwerkswelle. Es sollen berechnet werden **a)** für den gefährdeten Querschnitt A—A der Abstand e_1 der Nullinie N von der Oberkante des Querschnitts; **b)** das Trägheitsmoment der Querschnittsfläche; **c)** die Widerstandsmomente; **d)** die zulässige senkrechte Belastung F des Stehlagers so, daß im Querschnitt A—A eine größte Zugspannung von 100 kp/cm² infolge Biegung auftritt; **e)** die in der untersten Faser des Querschnitts auftretende größte Druckspannung.

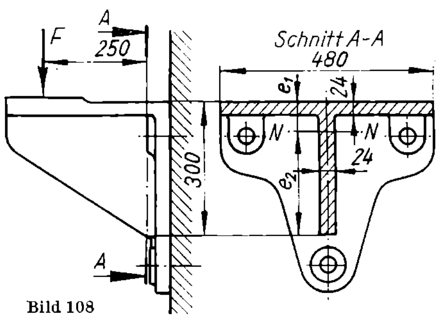


Bild 108

Lösung: **a)** $e_1 = 6{,}68$ cm (wie in Aufg. 98).

b)
$$I_N = \left(\frac{48 \cdot 2{,}4^3}{12} + 115{,}2 \cdot 5{,}48^2\right) \text{cm}^4 + \left(\frac{2{,}4 \cdot 27{,}6^3}{12} + 66{,}24 \cdot 9{,}52^2\right) \text{cm}^4 = 13\,723 \text{ cm}^4.$$

c)
$$W_1 = \frac{I_N}{e_1} = \frac{13\,723 \text{ cm}^4}{6{,}68 \text{ cm}} = 2055 \text{ cm}^3,$$

$$W_2 = \frac{I_N}{e_2} = \frac{13\,723 \text{ cm}^4}{23{,}32 \text{ cm}} = 589 \text{ cm}^3.$$

d) $M = F \cdot 25 \text{ cm} = \sigma_{b_1} W_1 = \sigma_{b_3} W_2$,

$$F = \frac{100 \text{ kp/cm}^2 \cdot 2055 \text{ cm}^3}{25 \text{ cm}} = 8200 \text{ kp}.$$

e) $8200 \text{ kp} \cdot 25 \text{ cm} = \sigma_{b_2} \cdot 589 \text{ cm}^3$

$$\sigma_{b_2} = 348 \text{ kp/cm}^2.$$

Freiträger mit mehreren Einzellasten

144. Für den Freiträger mit drei Einzellasten nach Bild 109 soll die Momentenfläche gezeichnet werden.

Lösung: Die Gesamtmomentenfläche setzt sich aus drei einzelnen Dreiecken zusammen (Bild 111). Im Einspannungsquerschnitt ist

$$M_{\max} = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 .$$

Denkt man sich den Träger bei C eingespannt, so ergibt sich

$$M_C = F_1 (l_1 - l_3) + F_2 (l_2 - l_3) .$$

Ebenso nach Bild 110: $M_D = F_1 (l_1 - l_2)$. Für M_D kommt also nur die rechts vom Querschnitt D angreifende Kraft F_1 in Betracht, während die Kraft F_3 auf den Querschnitt D nicht biegend wirkt.

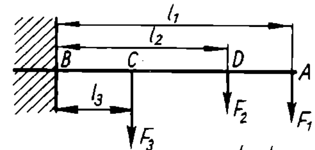


Bild 109

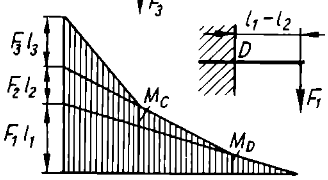


Bild 110

Bild 111

145. Die Momentenfläche des in Bild 112 skizzierten Freiträgers mit Belastung durch die entgegengesetzt gerichteten Kräfte 20 kp und 80 kp soll dargestellt werden.

Lösung: Die Kraft 20 kp liefert eine dreieckige Momentenfläche mit der größten Ordinate 20 kp · 90 cm = 1800 kp cm. Die Kraft 80 kp liefert eine Dreieckfläche mit der größten Ordinate $-80 \text{ kp} \cdot 40 \text{ cm} = -3200$ kp cm. Subtraktion der beiden Dreieckflächen ergibt die schraffierte Gesamtmomentenfläche. Man kann auch ohne weiteres berechnen $M_B = 20 \text{ kp} \cdot 50 \text{ cm} = 1000$ kpcm. $M_C = 20 \text{ kp } 90 \text{ cm} - 80 \text{ kp} \cdot 40 \text{ cm} = 1800 \text{ kpcm} - 3200 \text{ kpcm} = -1400$ kp cm. Trägt man diese berechneten Ordinaten bei B und C auf und verbindet ihre Endpunkte geradlinig, so findet man die Momentenfläche unmittelbar ohne Benutzung der Einzelflächen.

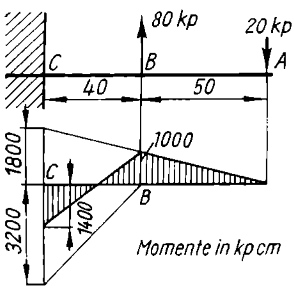


Bild 112

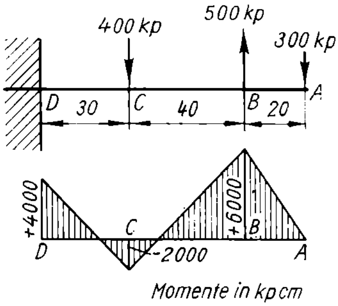


Bild 113

146. Gegeben: Freiträger mit drei Einzellasten nach Bild 113. Gesucht wird die Momentenfläche.

Lösung: Die Momentenfläche für mehrere Einzellasten entsteht durch zeichnerische Addition bzw. Subtraktion der dreieckigen Einzelflächen. Sie wird deshalb immer ein Vieleck, dessen Ecken unter Lastpunkten liegen, z. B. in Aufg. 145 oder 144. Man kann also die Momentenfläche unmittelbar finden, indem man die Momente für die Querschnitte an den Lastpunkten berechnet, die Ordinaten aufträgt und deren Endpunkte geradlinig verbindet; z. B. im vorliegenden Falle

$M_A = 0,$

$M_B = 300\,\text{kp} \cdot 20\,\text{cm} = 6000\,\text{kp cm},$

$M_C = 300\,\text{kp} \cdot 60\,\text{cm} - 500\,\text{kp} \cdot 40\,\text{cm} = 18000\,\text{kp cm} - 20000\,\text{kp cm}$
$= -2000\,\text{kp cm},$

$M_D = 300\,\text{kp} \cdot 90\,\text{cm} - 500\,\text{kp} \cdot 70\,\text{cm} + 400\,\text{kp} \cdot 30\,\text{cm}$
$= (27000 - 35000 + 12000)\,\text{kp cm} = 4000\,\text{kp cm}.$

147. Die Momentenfläche des in Bild 114 dargestellten Freiträgers mit vier Einzellasten soll berechnet und gezeichnet werden.

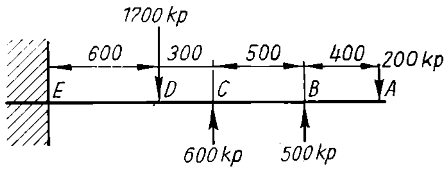


Bild 114

148. Die Spindel einer Planscheiben-Drehmaschine nach Bild 115, bei A und B gelagert, trägt an ihrem auskragenden Ende folgende Gewichte: bei C Antrieb-Zahnkranz 1300 kp, bei D Planscheibe 2100 kp, bei E abzudrehendes Schwungrad 2300 kp. Die Zapfendruckkraft F_A werde als Einzelkraft in Mitte Lager angenommen, so daß Mitte Lager als Einspannungs-Querschnitt der Spindel anzusehen ist. **a)** Welches Biegemoment hat die Spindel in diesem gefährdeten Querschnitt aufzunehmen? **b)** Welchen Durchmesser muß der Zapfen A bei einer zulässigen Biegespannung von 150 kp/cm² für St 50 erhalten?

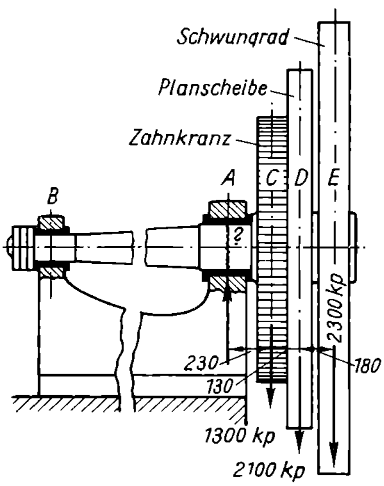


Bild 115

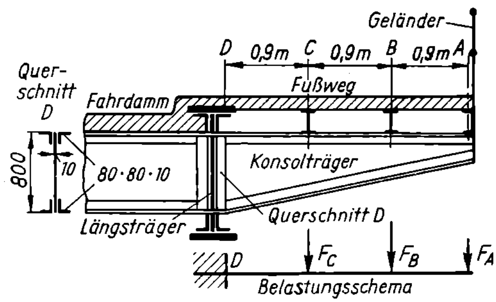


Bild 116

149. Die Fußwegdecke einer Straßenbrücke wird nach Bild 116 durch Längsunterzüge A, B, C getragen. Diese ruhen auf Konsolträgern, die in Abständen von 5 m angeordnet und bei D an den Längsträger der Brücke angenietet sind. Die Gesamtbelastung der Fußwegdecke durch Eigengewicht und Verkehrslast beträgt 700 kp/cm². Gesucht sind **a)** die Belastungen einer Konsole bei A, B und C; **b)** die Biegemomente bei B, C und D und die Momentenfläche: **c)** das Widerstandsmoment des Konsol-Blechträgers im Einspannungsquerschnitt D, wo die Querschnittshöhe 800 mm beträgt, Nietlöcher vernachlässigt (vgl. Aufg. 108); **d)** die größte Biegespannung.

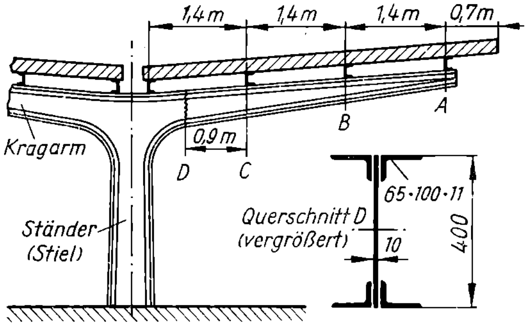


Bild 117

150. Das Dach einer Bahnsteighalle (Bild 117) wird durch [-Stahl-Pfetten A, B und C getragen. Diese ruhen auf den Kragarmen der im Fundament verankerten Ständer. Der Abstand der Ständer in Längsrichtung der Halle beträgt 11 m, die gesamte senkrechte Dachlast 150 kp auf 1 m² Grundrißfläche. Zu berechnen sind **a)** die Biegemomente des Kragarmes in den Querschnitten B, C und D sowie die Momentenfläche; **b)** die im Querschnitt D auftretende Biegespannung.

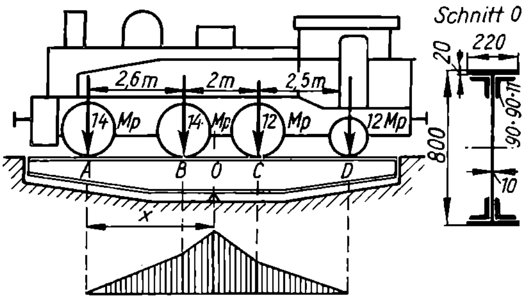


Bild 118

151. Eine vierachsige Tenderlokomotive mit den gegebenen Achslasten (Bild 118) soll auf einer Drehscheibe so aufgestellt werden, daß die ganze Last auf dem mittleren Drehzapfen O der Scheibe ruht. **a)** In welcher Entfernung x vom Drehzapfen muß die vordere Achse A stehen ? **b)** Die Biegemomentenfläche der Scheibe für diese Stellung ist zu zeichnen. **c)** Wie groß ist das Widerstandsmoment eines der beiden Längsträger der Scheibe, deren jeder den in Bild 118 dargestellten Blechquerschnitt hat (siehe Aufg. 109) ? Schwächung durch Nietlöcher durch 10% Abzug zu berücksichtigen. **a)** Welche größte Biegespannung tritt in den Trägern auf ?

Lösung: a) Statische Momente für Drehpunkt A: $14\ \mathrm{Mp} \cdot 2{,}6\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{Mp} \cdot 4{,}6\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{Mp} \cdot 7{,}1\ \mathrm{m} = 52\ \mathrm{Mp} \cdot x$. Daraus x.

152. Ein Balkon von halbkreisförmigem Grundriß wird durch einen gebogenen, an beiden Enden eingemauerten I-Stahl getragen (Bild 119). Die Belastung durch Eigengewicht des Bodens und Verkehrslast beträgt 700 kp/cm², das Gewicht des halbkreisförmigen schmiedeeisernen Geländers einschließlich Eigengewichts des I-Stahles 80 kp für das laufende Meter. **a)** Welche Einzellasten wirken biegend auf die Einspannungsquerschnitte? **b)** Welche Profilnummer ist zu verwenden bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm² für St 34?

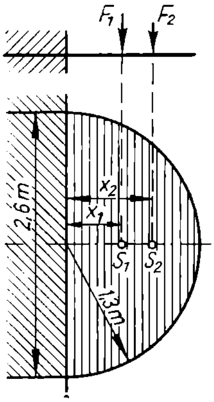


Bild 119

Lösung: a) Gleichmäßig verteilte Bodenlast

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi\, 2{,}6^2}{4}\ \mathrm{m^2} \cdot 700\ \mathrm{kp/m^2} = 1860\ \mathrm{kp},$$

Schwerpunktslage $x_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{130\ \mathrm{cm}}{\pi}$

$= 55{,}2\ \mathrm{cm}$,

Geländergewicht $F_2 = \pi \cdot 1{,}3\ \mathrm{m} \cdot 80\ \mathrm{kp/m} = 327\ \mathrm{kp}.$

Schwerpunktslage $x_2 = \frac{2r}{\pi} = \frac{260\ \mathrm{cm}}{\pi} = 82{,}8\ \mathrm{cm}.$

b) $M = 1860\ \mathrm{kp} \cdot 55{,}0\ \mathrm{cm} + 327\ \mathrm{kp} \cdot 82{,}8\ \mathrm{cm}$

$= 130000\ \mathrm{kp\,cm} = \sigma_{b\,zul} \cdot 2 \cdot W_{erf},$

$$W_{erf} = \frac{M}{2\,\sigma_{b\,zul}} = \frac{2 \cdot 1200\ \mathrm{kp/cm^2}}{130000\ \mathrm{kp\,cm}} = 54{,}2\ \mathrm{cm^3}.$$

Dem genügt I 12 mit $W = 54{,}7\ \mathrm{cm^3}$.

Freiträger mit gleichmäßig verteilter Last

153. Für den Freiträger mit gleichmäßig verteilter Last (Bild 120) soll die Biegemomentenfläche gezeichnet werden.

Lösung: Bezeichnet p die Belastung in kp für 1 cm Länge, so ist die Gesamtlast $F = pl$. Diese kann in der Mitte des Trägers als Mittelkraft angreifend gedacht werden (Bild 120). Sie erzeugt im Einspannungsquerschnitt B das größte Biegemoment

$$\boldsymbol{M_{max} = F\,\frac{l}{2} = \frac{p\,l^2}{2}}.$$

Betrachtet man einen beliebigen Querschnitt x als Einspannungsquerschnitt (Bild 121), so ergibt sich in gleicher Weise

$$M_x = p\,x\,\frac{x}{2} = \frac{p\,x^2}{2} = \mathrm{konst.} \cdot x^2.$$

M_x wächst hiernach proportional x^2. Die Momentenlinie ist daher eine Parabel mit dem Scheitel in A. In Bild 122 ist ein zeichnerisches Verfahren zum Konstruieren der Parabel angedeutet.

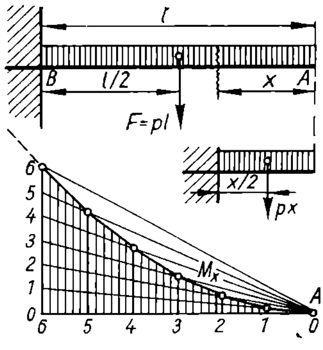


Bild 120

Bild 121

Bild 122

154. Wie lang darf ein Freiträger I 18 sein, um bei einer Biegefestigkeit von 4000 kp/cm² sein Eigengewicht mit fünffacher Sicherheit tragen zu können?

Lösung: Das Eigengewicht des Trägers ist 21,9 kp/m, also $p = 0{,}219$ kp/cm. $W = 161\ \text{cm}^3$.

$$M = \frac{p\,l^2}{2} = \sigma_{\text{b zul}}\,W,$$

$$\sigma_{\text{b zul}} = \frac{4000\ \text{kp/cm}^2}{5} = 800\ \text{kp/cm}^2,$$

$$l = \sqrt{\frac{2\,\sigma_{\text{b zul}}\,W}{p}} = \sqrt{\frac{2\cdot 800\ \text{kp/cm}^2\cdot 161\ \text{cm}^3}{0{,}219\ \text{kp/cm}}}$$

$$l = 1{,}083\cdot 10^3\ \text{cm} = 10{,}83\ \text{m}.$$

155. Die Dachsparren eines Schuppens kragen 1,15 m freitragend aus (Bild 123) und sind in Abständen vn 0,9 m angeordnet. Die Gesamtbelastung durch Eigengewicht, Schneelast und Winddruck beträgt 500 kp auf 1 m² Grundrißfläche. **a)** Welche gleichmäßig verteilte Gesamtlast hat ein Sparren auf der auskragenden Länge zu tragen? **b)** Welches größte Biegemoment tritt in ihm auf? **c)** Welche Maße muß der hochkant stehende Rechteckquerschnitt der Sparrenbalken erhalten, wenn sein Seitenverhältnis 3 : 4 und die zulässige Biegespannung für Kiefernholz 60 kp/cm² sein soll?

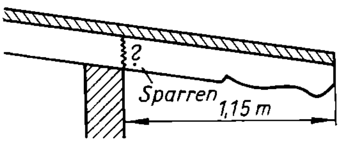


Bild 123

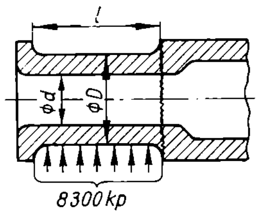


Bild 124

156. Der Stirnzapfen einer hohlen Wasserradwelle (Bild 124) ist mit 8300 kp gleichmäßig verteilter Auflagerkraft belastet. Der Durchmesser der inneren Bohrung soll 0,6 vom äußeren Durchmesser sein; Zapfenlänge gleich 1,5fachem Außendurchmesser. Zulässige Biegespannung 500 kp/cm² für St 60. Welche Maße muß der Zapfen erhalten?

Lösung:

$$8300\ \text{kp}\cdot 0{,}75\,D = 500\ \text{kp/cm}^2\,\frac{(D^4 - d^4)\,\pi\cdot 2}{64\,D}$$

ergibt $D = 12$ cm $= 120$ mm, $d = 72$ mm, $l = 180$ mm.

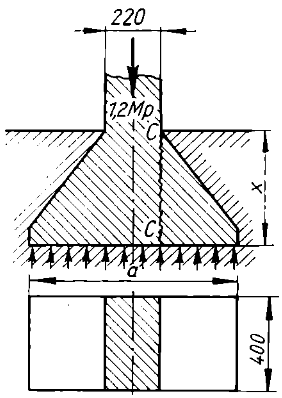


Bild 125

157. Ein Betonpfeiler vom Querschnitt 22 cm · 40 cm (Bild 125) ist am Fuß durch doppelseitige Ausladung verstärkt, um seine senkrechte Belastung von 7,2 Mp mit einer großen Sohlfläche auf den Baugrund zu übertragen. **a)** Welche Länge a muß die Sohle bei 40 cm Breite erhalten, wenn die Flächenpressung des Baugrundes 2 kp/cm² betragen darf? **b)** Welche Kraft wirkt biegend auf den gefährdeten Querschnitt CC des Ausladungskörpers? **c)** Welche Höhe x ist für diesen Querschnitt bei einer zulässigen Biegespannung von 3 kp/cm² für Betonmauerwerk erforderlich?

158. Die skizzierte Auflagerplatte eines Brückenträgers (Bild 126) nimmt die Belastung von 184 Mp mittels einer eingelegten Stahlwalze als Einzellast in ihrer Mitte auf und überträgt sie an ihre zementuntergossene untere Fläche als gleichmäßig verteilte Last auf einen Granitblock. Zu berechnen sind **a)** die quadratische Seitenlänge a der Auflagerfläche. Zulässige Flächenpressung für Granitstein 45 kp/cm²; **b)** die erforderliche Höhe h des Mittelquerschnitts der Auflagerplatte. Zulässige Biegespannung 800 kp/cm² für GS-38. (Eine Plattenhälfte bildet einen von unten gleichmäßig belasteten Freiträger, dessen Einspannungsquerschnitt in Plattenmitte liegt.)

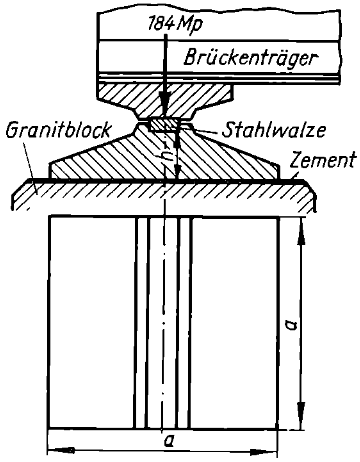


Bild 126

Freiträger mit zusammengesetzter Belastung

159. Ein Balkon von 1,5 m Ausladung soll durch die auskragenden Holzbalken des Zimmerfußbodens getragen werden (Bild 127); Balkenabstand von Mitte bis Mitte 0,7 m. Gesamtbelastung durch Eigengewicht und Verkehrslast 700 kp/m². Gewicht des Geländers 120 kp für das laufende Meter. Für einen der Balken sollen berechnet werden **a)** die über seine Länge gleichmäßig verteilte Gesamtlast; **b)** die an seinem Ende wirkende Einzellast des Geländergewichtes; **c)** das größte Biegemoment; **d)** die erforderlichen Querschnittsmaße des rechteckigen hochkant stehenden Balkens für ein Seitenverhältnis 1 : 2 und eine zulässige Biegespannung von 60 kp/cm² bei Kiefernholz.

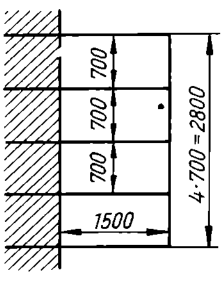


Bild 127

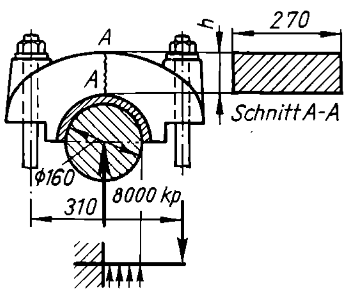


Bild 128

160. Der in Bild 128 skizzierte Lagerdeckel überträgt die nach oben gerichtete Zapfendruckkraft von 8000 kp auf die beiden Deckelschrauben. Die Zapfendruckkraft wird als gleichmäßig über die Projektion der Zapfenrundung verteilt angenommen. Für den eingespannt gedachten Mittelquerschnitt A—A des Deckels sind zu berechnen **a)** das Biegemoment; **b)** die erforderliche Querschnittshöhe h. Zulässige Biegespannung 150 kp/cm² für GG-22.

Lösung: $M = \frac{8000\,\text{kp}}{2}\left(\frac{31}{2} - \frac{16}{4}\right)\text{cm} = \sigma_{b\,\text{zul}}\, W = 150\,\text{kp/cm}^2\, W.$

Träger auf zwei Stützen mit einer Einzellast

161. Welche Gestalt hat die Momentenfläche eines Trägers auf zwei Stützen mit einer Einzellast F (Bild 129)?

Lösung: Denkt man sich den Träger links vom Lastpunkt F_C eingespannt (Bild 130), so bildet das rechte Trägerstück einen Freiträger mit der Einzellast F_C. Diese erzeugt in den oberen Balkenfasern des Querschnitts F_C Druckspannung. M_C ist deshalb negativ, in der Momentenfläche nach unten abzutragen:

$$M_C = F_B b = \frac{F \cdot a}{l} b .$$

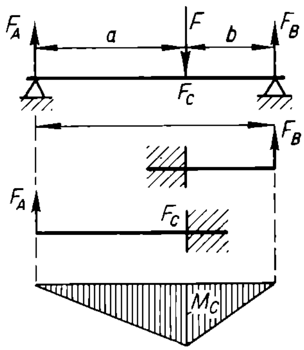


Bild 129

Bild 130

Bild 131

Bild 132

Die zugehörige Momentenfläche ist ein Dreieck (Bild 132, rechts).
Denkt man sich die Einspannung rechts von F_A (Bild 131), so gilt für das linke Trägerstück $M_C = F_A a = \frac{F b}{l} a$, wie vorhin.
Die Momentenfläche des ganzen Trägers setzt sich aus zwei Teildreiecken zusammen (Bild 132).

Wirkt F **in Trägermitte,** so wird

$$M_{max} = F_B \frac{l}{2} = \frac{F}{2} \frac{l}{2} = \frac{F l}{4} .$$

162. Das Querhaupt (Traverse) einer Kranhakenflasche soll in der Mitte eine Last von 10 Mp tragen (Bild 133). Welche Biegespannung tritt im gefährdeten Mittelquerschnitt auf, wenn er angenähert als Rechteck von 70 mm mittlerer Höhe aufgefaßt wird? Werkstoff St 60.

Lösung: $M = \frac{F l}{4} = \frac{10000 \text{ kp} \cdot 22 \text{ cm}}{4} = 55000 \text{ kp cm}$,

$$W = \frac{b h^2}{6} = \frac{5{,}4 \text{ cm} \cdot (7 \text{ cm})^2}{6} = 44{,}1 \text{ cm}^3 ,$$

$$\sigma_b = \frac{M}{W} = \frac{55000 \text{ kp cm}}{44{,}1 \text{ cm}^3} = 1250 \text{ kp/cm}^2 .$$

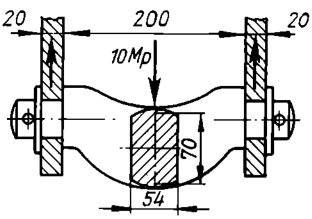


Bild 133

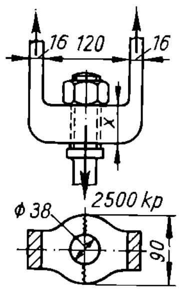


Bild 134

163. Ein Lasthaken für 2500 kp Tragfähigkeit ist nach Bild 134 in einem Bügel aufgehängt. Gesucht werden **a)** das größte Biegemoment in Bügelmitte unter der Annahme, daß ein Träger auf zwei Stützen mit Einzellast in der Mitte vorliegt; **b)** das erforderliche Widerstandsmoment des Bügels in seinem gefährdeten Mittelquerschnitt für eine zulässige Biegespannung von 400 kp/cm² **c)** die erforderliche Bügeldicke x.

164. Die Brücke der Hakenflasche eines Krans ist nach Bild 135 mit ihren beiden Endzapfen in Hängeschienen gelagert und soll in der Mitte am Haken eine Last von 150 Mp tragen. Zu berechnen sind **a)** das größte Biegemoment in Brückenmitte; **b)** das erforderliche Widerstandsmoment des Mittelquerschnitts für eine zulässige Biegespannung von 800 kp/cm²; **c)** die Höhe h des Mittelschnitts; **d)** das Biegemoment im Querschnitt A—A und **e)** der erforderliche Durchmesser dieses Querschnitts.

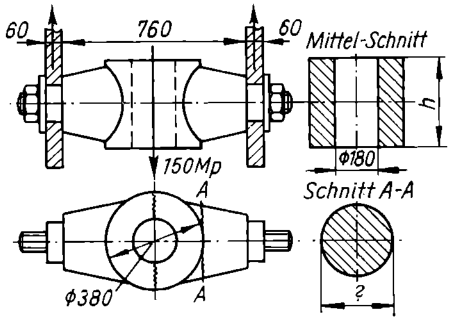


Bild 135

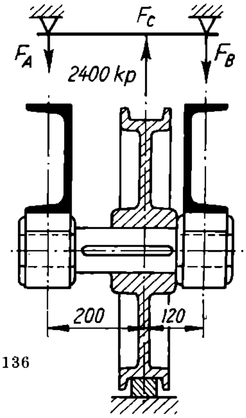


Bild 136

165. Die Laufradachse eines Krans (Bild 136) hat einen Raddruck von 2400 kp aufzunehmen, der in Mitte Radnabe als Einzellast wirkt. Der Achsdurchmesser soll für eine zulässige Biegespannung von 500 kp/cm² für St 70 berechnet werden.

Lösung: Auflagerkräfte

$$F_A = 2400\,\text{kp} \cdot \frac{12\,\text{cm}}{32\,\text{cm}} = 900\,\text{kp},$$

$$F_B = 2400\,\text{kp} \cdot \frac{20\,\text{cm}}{32\,\text{cm}} = 1500\,\text{kp},$$

$$M_C = F_B \cdot 12\,\text{cm} = 1500\,\text{kp} \cdot 12\,\text{cm} = 18\,000\,\text{kp cm}$$

$$\text{oder}\quad M_C = F_A \cdot 20\,\text{cm} = 900\,\text{kp} \cdot 20\,\text{cm} = 18\,000\,\text{kp cm},$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{M_C}{\sigma_{b\,\text{zul}}} = \frac{18\,000\,\text{kp cm}}{500\,\text{kp/cm}^2} = 36\,\text{cm}^3$$

$$= \frac{\pi\, d^3}{32} = \frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt[3]{10 \cdot 36\,\text{cm}^3} = 7{,}1\,\text{cm},$$

ausgeführt $d = 80$ mm .

166. Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit bei der in Aufgabe 165 berechneten Laufradwelle von 80 mm Dmr.? $\alpha_k = 2{,}5$; $\eta_k = 0{,}5$; $o_k = 1{,}2$.

167. Das Drahtseil eines Drehkran-Windenwerks, mit 870 kp gespannt, wird durch eine Leitrolle um 90° abgelenkt. Letztere ist nach Bild 137 auf einem gegen Drehung gesicherten Bolzen lose drehbar angeordnet. Zu berechnen sind **a)** die resultierende Kraft an der Rolle; **b)** das größte Biegemoment des Bolzens unter der Annahme, daß die Rollenkraft als Einzelkraft wirkt; **c)** der Bolzendurchmesser für eine zulässige Biegespannung von 900 kp/cm² (Belastungsfall II) für St 70.

168. Ein Lagerträger aus Grauguß (Bild 138) für eine Transmissionswelle ist in F_A und F_B gestützt und bei F_C durch ein Stehlager mit 1900 kp senkrecht belastet. Gesucht wird die Biegespannung im Querschnitt C.

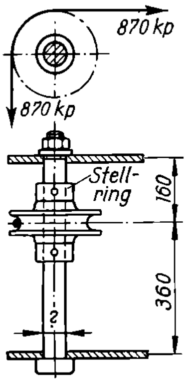


Bild 137

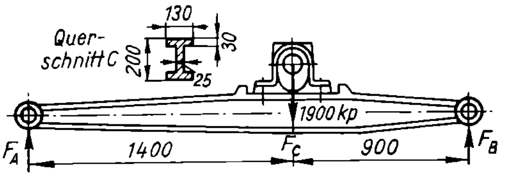


Bild 138

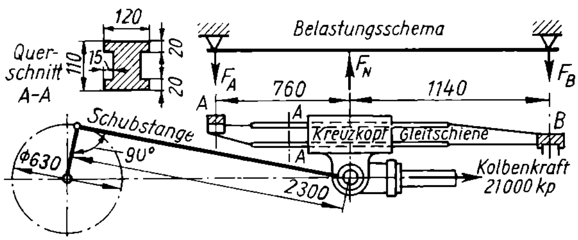
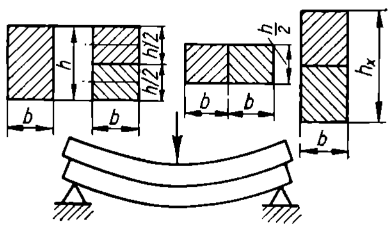


Bild 139

169. Die Gleitschiene des Kreuzkopfes einer Schnellzuglokomotive ist nach Bild 139 bei F_A und F_B befestigt. Die 2300 mm lange Schubstange bildet in der gezeichneten Stellung mit der Kurbel des Teilrades einen Winkel von 90°. Die Kolbenkraft beträgt 21 000 kp. Es sollen berechnet werden **a)** die senkrechte Normaldruckkraft F_N des Kreuzkopfes auf die Gleitbahn (Zerlegung der Kolbenkraft am Kreuzkopfzapfen s. Bild 29 in Aufg. 54); **b)** das größte Biegemoment in der Gleitschiene; **c)** das Widerstandsmoment des gegebenen Gleitschienen-Querschnitts A—A (vgl. Aufg. 92); **d)** die auftretende Biegespannung.

170. a) Um wieviel verringert sich die Tragfähigkeit, d.h. das Widerstandsmoment eines Balkens auf zwei Stützen vom Rechteck-Querschnitt $b\,h$ (Bild 140), wenn der Balken durch einen waagerechten Längsschnitt in zwei Balken von halber Höhe zerlegt wird (Bild 141)? **b)** Welche Gesamthöhe h_x müssen zwei lose aufeinanderliegende Balken (Bild 143) haben, um bei gleicher Breite b dasselbe Widerstandsmoment zu liefern wie der volle Balken in Bild 140?



Bilder 140···144

Lösung: a) Da sich jeder der beiden halben, lose aufeinanderliegenden Balken (Bild 141) unabhängig für sich durchbiegt (Bild 144), haben sie zusammen dieselbe Tragfähigkeit, als wenn sie nebeneinander lägen (Bild 142). Folglich

$$W = 2\,\frac{b\left(\frac{h}{2}\right)^2}{6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{b\,h^2}{6}\,.$$

Das Widerstandsmoment ist also halb so groß wie das des vollen Querschnitts, d. h., die Trägfähigkeit ist um 50% verringert.

$$\textbf{b)}\quad 2\,\frac{b\left(\frac{h_x}{2}\right)^2}{6}=\frac{b\,h^2}{6}\,.$$

Daraus $h_x = \sqrt{2}\,h = 1{,}41\,h$.

Träger auf zwei Stützen mit mehreren Einzellasten

171. Für einen Träger auf zwei Stützen mit zwei Einzellasten F_1 und F_2 (Bild 145) soll die Momentenfläche gezeichnet werden.

Rechnerische Lösung: Jede der beiden Einzellasten liefert eine dreieckige Momentenfläche nach Aufg. 161. Die beiden Einzelflächen M_1 und M_2 (Bild 146) ergeben addiert die Momentenfläche als Viereck (Bild 147).

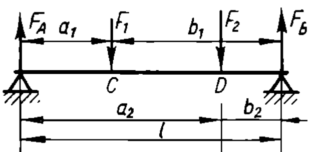


Bild 145

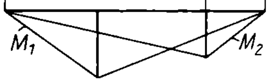


Bild 146

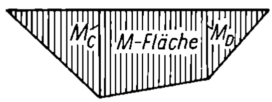


Bild 147

$$M_D = F_B\,b_2,\quad M_C = F_A\,a_1.$$

Graphische Lösung (Bild 148): Man zeichnet Krafteck und Seileck (vgl. Band I, Aufg. 325). Die Schlußlinie s und die Seilstrahlen **0, 1, 2** schließen die Momentenfläche ein. Das Moment ist

$$M = H\,y\,.$$

Es ist also $M_C = H\,y_1$ und $M_D = H\,y_2$.

Die Maßstäbe (Kräftemaßstab und Längenmaßstab) sind hierbei zu berücksichtigen.

172. a) Was versteht man unter der Querkraft Q? **b)** In welcher Beziehung steht sie zum Biegemoment?

Lösung: a) Unter der Querkraft versteht man die algebraische Summe der Einzelkräfte links von der Querschnittsfläche, für welche die Querkraft gesucht wird.

b) Für die Querschnittsfläche im Abstand x vom Auflager F_A ist

$$M = F_A\,x\,;$$

differenziert ergibt sich

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} = F_A = Q\,.$$

Die Querkraft ist also gleich dem Differentialquotienten des Momentes nach x. Nach den Regeln der Mathematik wird das Moment zu einem Maximum an den Stellen, an denen $Q = 0$ wird. Es ist also durch Aufzeichnen der Querkraftfläche möglich, die Stelle des größten Momentes festzustellen.

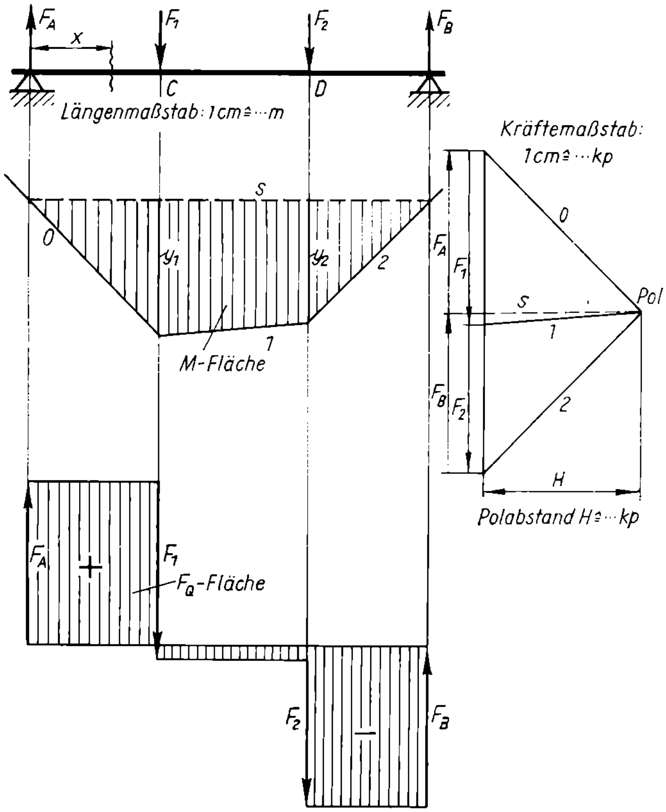


Bild 148

173. Die Längsträger eines Laufkrans üben bei Höchstbelastung an ihrem Ende beide je 5900 kp Auflagerkraft auf die beiden Querträger zusammen aus. Letztere übertragen die Belastung nach Bild 149 durch die mitten zwischen ihnen angeordneten Laufräder auf die Fahrschienen. Welche Profilnummer ist für die [-Stahl-Querträger bei einer zulässigen Biegespannung von 600 kp/cm² zu wählen?

Lösung: Radkräfte $F_A = F_B = 5900$ kp,

$$M_C = F_A \cdot (110-35)\ \text{cm} = 5900\ \text{kp} \cdot 75\ \text{cm} = 442\,500\ \text{kp cm} = M_D.$$

Die Momentenfläche zwischen C und D wird ein Rechteck, d.h., jeder Quer-

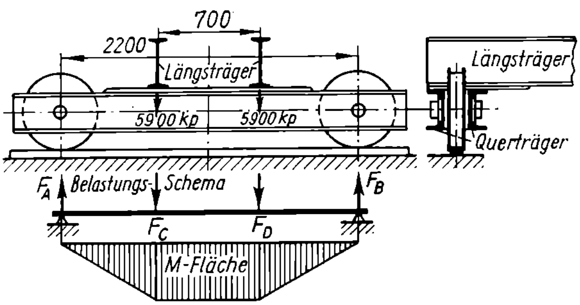


Bild 149

schnitt zwischen C und D wird durch dasselbe größte Biegemoment beansprucht, ist also ein „gefährdeter Querschnitt".

$$M = 442\,500 \text{ kp cm} = \sigma_{b\,zul} \cdot 2\, W_{erf} = 600 \text{ kp/cm}^2 \cdot 2\, W_{erf},$$

$$W_{erf} = 369 \text{ cm}^3.$$

Gewählt [26 mit $W = 371$ cm³.

174. Eine Lokomotive wird in der Werkstatt mittels untergeschobener Querträger nach Bild 150 von den Achsen gehoben. Bei F_C und F_D ruht der Lokomotivrahmen mit je 9000 kp Last. Bei A und B greifen die Hebewinden an. Gesucht werden **a)** das größte Biegemoment und die Momentenfläche (s. vorige Aufgabe); **b)** das Widerstandsmoment des gegebenen Blechträger-Querschnitts unter Vernachlässigung der Nietlöcher (vgl. Aufg. 108); **c)** die Sicherheit des Trägers, bezogen auf eine Biegefestigkeit von 4000 kp/cm².

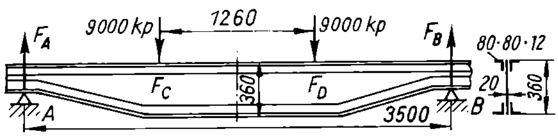


Bild 150

175. Der Querträger $F_A F_B$ einer Schiebebühne für Eisenbahnwagen wird durch eine Wagenachse mit zweimal 4,5 Mp Radkraft nach Bild 151 belastet. Die größten auftretenden Zug- und Druckspannungen im gefährdeten Querschnitt sind zu berechnen.

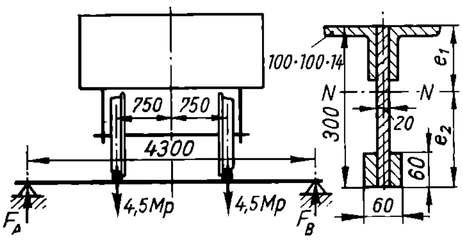


Bild 151

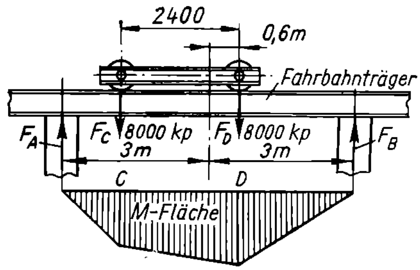


Bild 152

176. Die Laufräder eines Laufkrans haben 2,4 m Radabstand und sind mit je 8000 kp belastet. Der Fahrbahnträger, auf dem sie laufen, ist in Abständen von 6 m bei F_A und F_B gestützt (Bild 152). Das größte Biegemoment im Fahrbahnträger tritt, wie die Theorie ergibt, auf, wenn eine der beiden Lasten um $^1/_4$ des Radstandes, also hier um 0,6 m über die Trägermitte hinausgeschoben steht. **a)** Die Biegemomente sind zu berechnen, die bei F_C und F_D unter den Rädern im Fahrbahnträger auftreten. Sodann ist die Momentenfläche zu zeichnen (Bild 152); **b)** Welcher I-Stahl ist für den Fahrbahnträger bei einer zulässigen Biegespannung von 750 kp/cm² (St 37) zu wählen? **c)** Welches größte Biegemoment tritt auf, wenn die Laufräder symmetrisch zur Mitte des Fahrbahnträgers stehen?

Lösung: a) $$F_A = 8000 \text{ kp} \cdot \frac{240 \text{ cm}}{600 \text{ cm}} + 8000 \text{ kp} \cdot \frac{480 \text{ cm}}{600 \text{ cm}} = 9600 \text{ kp},$$

$$F_B = 6400 \text{ kp},$$

$$M_C = F_A \cdot 120 \text{ cm} = 9600 \text{ kp} \cdot 120 \text{ cm} = 1\,152\,000 \text{ kp cm},$$

$$M_D = F_B \cdot 240 \text{ cm} = 6400 \text{ kp} \cdot 240 \text{ cm} = 1\,536\,000 \text{ kp cm}.$$

b) $1\,536\,000 \text{ kp cm} = 750 \text{ kp/cm}^2 \cdot W_{\text{erf}}$,

$$W_{\text{erf}} = 2050 \text{ cm}^3.$$

Gewählt I 45 mit $W = 2037 \text{ cm}^3$.

c) $M = F_B \cdot 180 \text{ cm} = 8000 \text{ kp} \cdot 180 \text{ cm} = 1\,440\,000 \text{ kp cm}$.
Momentenfläche hierfür in Bild 149, Aufg. 173.

177. Der Boden eines Wassergerinnes ist aus Beton mit drei eingelegten I-Längsträgern B, C und D gebildet (Bild 153). Diese ruhen auf I-Quer-Unterzügen AE von 3,6 m Stützweite, die in Abständen von 2,4 m angeordnet sind. Das Eigengewicht des Bodens beträgt 400 kp/m², Wasserstand 0,7 m **a)** Die Biegemomente eines Querträgers bei B, C und D sind zu berechnen. Ferner ist die Momentenfläche zu zeichnen unter der Annahme, daß die Träger bei A und E frei aufliegen; **b)** die Querträger sind für eine zulässige Biegespannung von 1200 kp/cm² zu berechnen.

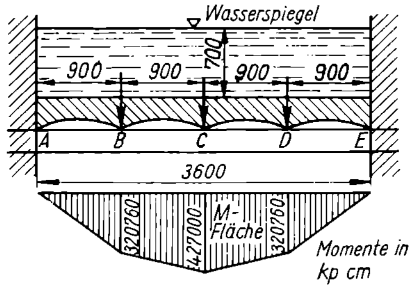


Bild 153

Lösung: a) Last eines Knotenpunktes $(0{,}9 \text{ m} \cdot 2{,}4 \text{ m}) \cdot 1100 \text{ kp/m}^2 = 2376 \text{ kp}$.

Auflagerkräfte $F_A = F_E = \dfrac{3}{2} \cdot 2376 \text{ kp} = 3564 \text{ kp}$.

$$M_B = M_D = 3564 \text{ kp} \cdot 90 \text{ cm} = 320\,760 \text{ kp cm},$$

$$M_C = 3564 \text{ kp} \cdot 180 \text{ cm} - 2376 \text{ kp} \cdot 90 \text{ cm}$$

$$= 641\,000 \text{ kp cm} - 214\,000 \text{ kp cm} = 427\,000 \text{ kp cm}.$$

b) $427\,000 \text{ kp cm} = 1200 \text{ kp/cm}^2\, W_{\text{erf}}$; $\quad W_{\text{erf}} = 356 \text{ cm}^3$.

Gewählt I 24 mit $W = 354 \text{ cm}^3$.

178. Die Hakenflasche eines Laufkrans, mit 20 Mp am Haken belastet, wird nach Bild 154 an drei Rollen durch sechs Drahtseile gleicher Spannkraft getragen. Die Last jeder Rolle ist als Einzelkraft in der Mitte ihrer 120 mm langen Naben anzunehmen. Gesucht werden **a)** die Biegemomente des Rollenbolzens in der Mittelebene der seitlichen Rollen unter der Annahme, daß die Auflager des Bolzens in der Mitte der 30 mm dicken Hängeschienen liegen; **b)** das größte Biegemoment unter der mittleren Rolle; **c)** der Bolzendurchmesser für eine zulässige Biegespannung von 900 kp/cm² (St 60); **d)** die Momentenfläche (vgl. Bild 153 in Aufg. 177).

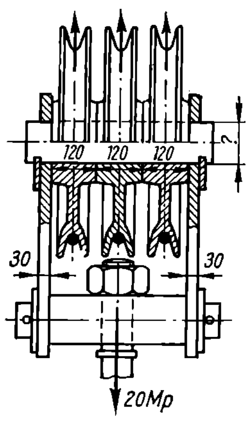


Bild 154

179. Der Fußboden einer Werkstatt wird durch vier I-Träger von 8 m Spannweite getragen, die in ihrer Mitte auf einem quer zu ihnen liegenden I-Unterzug AB von 7 m Spannweite ruhen (Bild 155). Die Gesamtbelastung durch Eigengewicht und Nutzlast beträgt 700 kp/cm². Für den Unterzug AB sollen berechnet werden **a)** seine Belastung in den Knotenpunkten C, D, E, F, deren jeder ein rechteckiges Feld von 4 m Länge und 1,4 m Breite zu tragen; **b)** seine Biegemomente in diesen Punkten und die Momentenfläche; **c)** die erforderliche Nummer des Unterzugs bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm² (St 37).

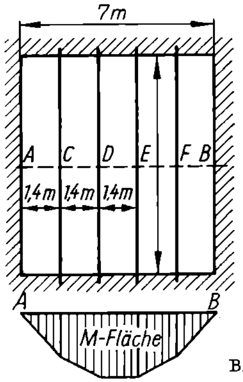


Bild 155

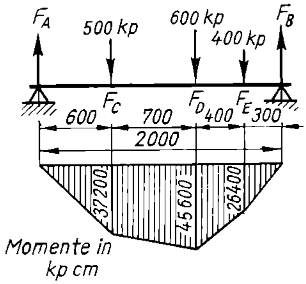


Bild 156

180. Für den Träger auf zwei Stützen mit der gegebenen Belastung durch drei Einzelkräfte soll die Momentenfläche rechnerisch und graphisch ermittelt werden.

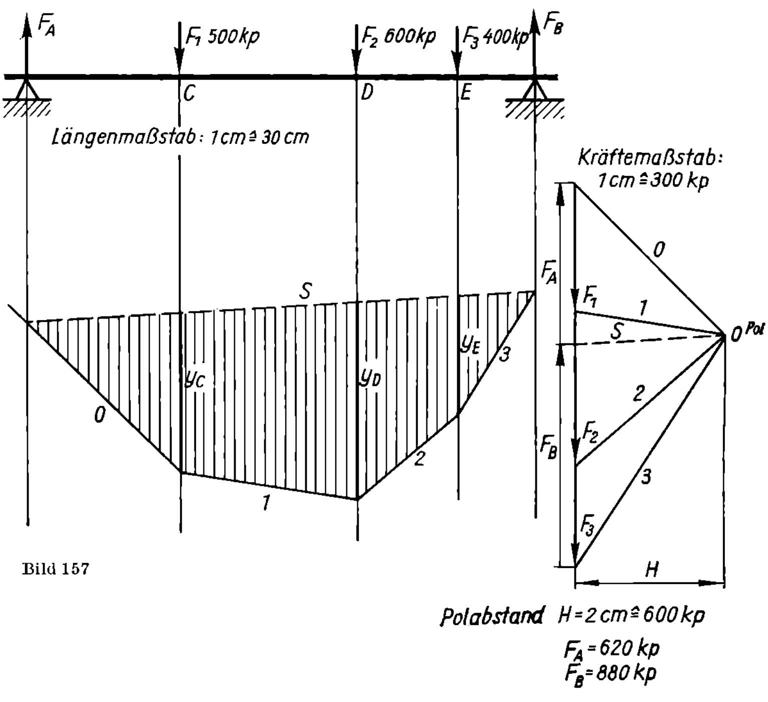


Bild 157

Rechnerische Lösung (Bild 156): Für Drehpunkt F_B gilt:

$$F_A \cdot 200\ \text{cm} - 500\ \text{kp} \cdot 140\ \text{cm} - 600\ \text{kp} \cdot 70\ \text{cm} - 400\ \text{kp} \cdot 30\ \text{cm} = 0,$$
$$F_A = 620\ \text{kp}, \quad F_B = 880\ \text{kp},$$
$$M_C = F_A \cdot 60\ \text{cm} = 620\ \text{kp} \cdot 60\ \text{cm} = 37\,200\ \text{kp cm},$$
$$M_D = 620\ \text{kp} \cdot 130\ \text{cm} - 500\ \text{kp} \cdot 70\ \text{cm} = 45\,600\ \text{kp cm},$$
$$M_H = F_B \cdot 30\ \text{cm} = 880\ \text{kp} \cdot 30\ \text{cm} = 26\,400\ \text{kp cm}.$$

Graphische Lösung (Bild 157).

$$F_A = 620\ \text{kp} \quad F_B = 880\ \text{kp}$$

Lösung: $M_C = H\,y_C = 600\ \text{kp} \cdot 2{,}07\ \text{cm} \cdot 30 = 37\,200\ \text{kp cm},$

$$M_D = H\,y_D = 600\ \text{kp} \cdot 2{,}54\ \text{cm} \cdot 30 = 45\,600\ \text{kp cm},$$
$$M_E = H\,y_E = 600\ \text{kp} \cdot 1{,}47\ \text{cm} \cdot 30 = 26\,400\ \text{kp cm}.$$

181. Die Trommelwelle einer Winde trägt an der Trommel eine Last von 800 kp in der gezeichneten Stellung. Trommeldurchmesser bis Mitte Seil 360 mm. Das antreibende Zahnrad von 672 mm Dmr. ist auf die Trommelnabe aufgekeilt. Die Welle hat daher kein Drehmoment, sondern nur biegende Kräfte aufzunehmen, nämlich an den Trommelnaben bei C und D die Komponenten der Nutzlast und bei E die Zahndruckkraft. Gesucht werden **a)** die Zahndruckkräfte; **b)** die Nabendruckkräfte F_C und F_D; **c)** die Lagerdruckkräfte F_A und F_B (Belastungsschema Bild 158); die Biegemomente bei C, D, E und die Momentenfläche (vgl. Bild 156 in Aufg. 180); **e)** der Wellendurchmesser für eine zulässige Biegespannung von 600 kp/cm².

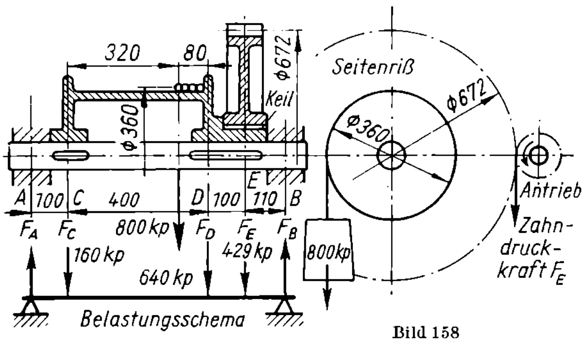


Bild 158

182. Die ebene Decke der Feuerbüchse eines Lokomotivkessels, mit 10 at Dampfdruck von oben belastet, ist an Stehbolzen nach Bild 159 aufgehängt. Die Längs- und Querabstände derselben betragen je 130 mm, so daß jeder Bolzen ein quadratisches Deckenfeld von 13 cm · 13 cm zu tragen hat.

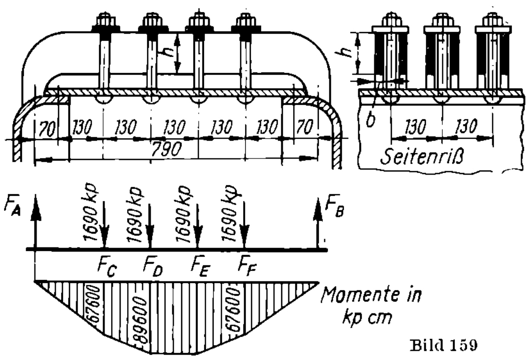


Bild 159

Die Bolzen hängen an Deckenträgern; diese bestehen aus je zwei nebeneinanderliegenden Flachstählen (s. Seitenriß!) und stützen sich mit 790 mm Spannweite auf die umgebördelten senkrechten Feuerbüchswände. Welche Querschnittsmaße h und b müssen die Flachstähle der Deckenträger erhalten, wenn die zulässige Biegespannung 1200 kp/cm² und das Seitenverhältnis $b : h = 1 : 5$ sein soll? (St 37.)

183. Bei einer Blechkanten-Hobelmaschine nach Bild 160 werden die zu bearbeitenden Bleche durch acht Druckschrauben festgespannt. Letztere sind in einem an beiden Enden gestützten Träger gelagert. Die Druckkraft jeder Schraube beträgt 800 kp. Gesucht werden **a)** die Biegemomente in den Querschnitten C, D, E, F und G und die Momentenfläche; **b)** die in dem gefährdeten Querschnitt G auftretende Biegespannung.

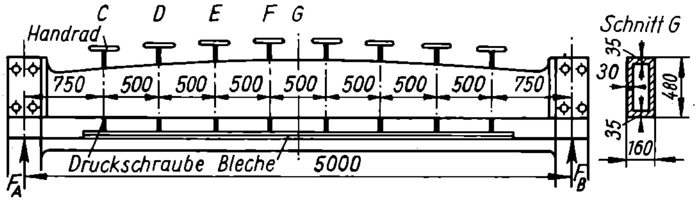


Bild 160

184. Für den Träger auf zwei Stützen mit einer Einzellast F am auskragenden Ende (Bild 161) soll die Momentenfläche gezeichnet werden.

Lösung: Das Trägerstück $F_B F_A$ hat als Freiträger mit Einzellast (Bild 162) eine dreieckige Momentenfläche nach Aufg. 127: Im Einspannungsquerschnitt ist $M_B = F\,c$. Das Trägerstück $F_A F_B$ kann ebenfalls als Freiträger mit Einzellast F und Einspannungsquerschnitt F_B aufgefaßt werden (Bild 163). Die Momentenfläche zwischen A und B ist also auch ein Dreieck (Bild 164):

$$M_B = F_A\,l = F\,c\,.$$

Bild 161

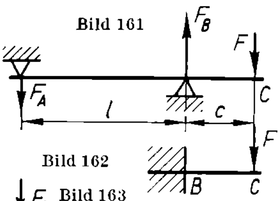


Bild 162

Bild 163

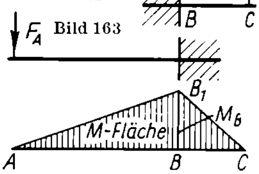


Bild 164

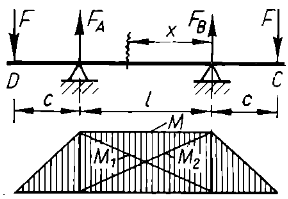


Bild 165

185. Für den skizzierten Träger auf zwei Stützen mit zwei symmetrischen Kraglasten F soll die Momentenfläche dargestellt werden (Bild 165).

Lösung: Jede der beiden Kräfte F liefert nach Aufg. 184 ein Dreieck als Momentenfläche. Die zwischen den Auflagern liegenden Teile dieser beiden Dreiecke M_1 und M_2 setzen sich zu einer Rechteckfläche zusammen. Jeder Querschnitt zwischen F_A und F_B wird demnach durch dasselbe größte Biegemoment $F\,c$ beansprucht; z. B. für einen beliebigen Querschnitt x wird, wenn man sich den Träger dort eingespannt denkt und die Kräfte rechts vom Schnitt betrachtet,

$$M_x = F\,(c + x) - F_B\,x = F\,c + F\,x - F_B\,x\,.$$

Da $\quad F_B = F$, ist $M_x = F\,c\,.$

186. Der Träger (Balancier) aus St 37 nach Bild 166 ist bei A und B am Haken des Laufkrans einer Gießerei aufgehängt und bei C und D durch einen schweren Formkasten mit je 2800 kp belastet. Gesucht werden **a)** Höhe und Breite des Rechteckquerschnitts in Trägermitte. Die Höhe sei gleich der fünffachen Breite. Zulässige Biegespannung 600 kp/cm². **b)** Um wieviel Prozent wird die Festigkeit des berechneten Trägerquerschnittes A durch das in der Mitte der Höhe befindliche Bolzenloch von 60 mm Dmr. verringert? **c)** Wie groß ist die tatsächliche Sicherheit bei $\beta_K = 1{,}8$?

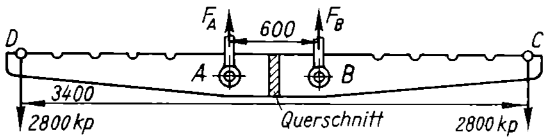


Bild 166

187. Eine Eisenbahn-Wagenachse aus St 50 ist an beiden Zapfen mit je 6300 kp belastet (Bild 167). Die Räder sind mittels Wasserdruckpresse ohne Keil mit Preßsitz auf die Achsen aufgezogen. Gesucht werden **a)** das größte Biegemoment und die Momentenfläche (vgl. Aufg. 185); **b)** die Biegespannung im Achsenquerschnitt A; **c)** die Biegespannung im gefährdeten Zapfeneinmündungs-Querschnitt E.

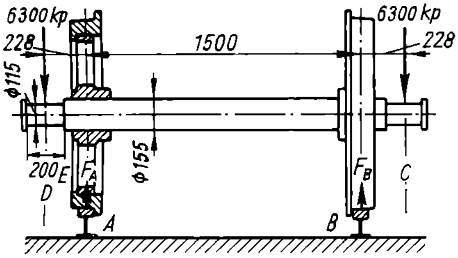


Bild 167

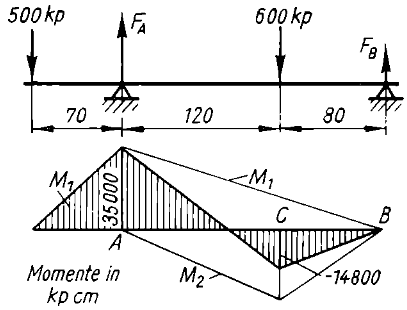


Bild 168

188. Für den Träger mit den gegebenen Lasten soll die Momentenfläche gezeichnet werden.

Rechnerische Lösung (Bild 168): Die Kraglast 500 kp liefert nach Aufg. 184 eine dreieckige positive Momentenfläche M_1, also über der Achse. Die Last 600 kp liefert nach Aufg. 161 eine negative Dreieckfläche unterhalb der Achse. Beide Dreieckflächen ergeben subtrahiert die Momentenfläche als Vieleck. Durch Rechnung findet man die Momente:

$$M_A = 500 \text{ kp} \cdot 70 \text{ cm} = 35000 \text{ kp cm}.$$

Statische Momente für Drehpunkt F_A:

$$-500 \text{ kp} \cdot 70 \text{ cm} + 600 \text{ kp} \cdot 120 \text{ cm} - F_B \cdot 200 \text{ cm} = 0\,.$$

Daraus $F_B = 185$ kp.

$$M_C = -F_B \cdot 80 \text{ cm} = -185 \text{ kp} \cdot 80 \text{ cm} = -14800 \text{ kp cm}.$$

Graphische Lösung (Bild 169):

Lösung: $M_A = H\,y_A = 500 \text{ kp} \cdot 1{,}75 \text{ cm} \cdot 40 = 35000 \text{ kp cm},$

$M_C = H\,y_C = 500 \text{ kp} \cdot 0{,}74 \cdot 40 = -14800 \text{ kp cm}.$

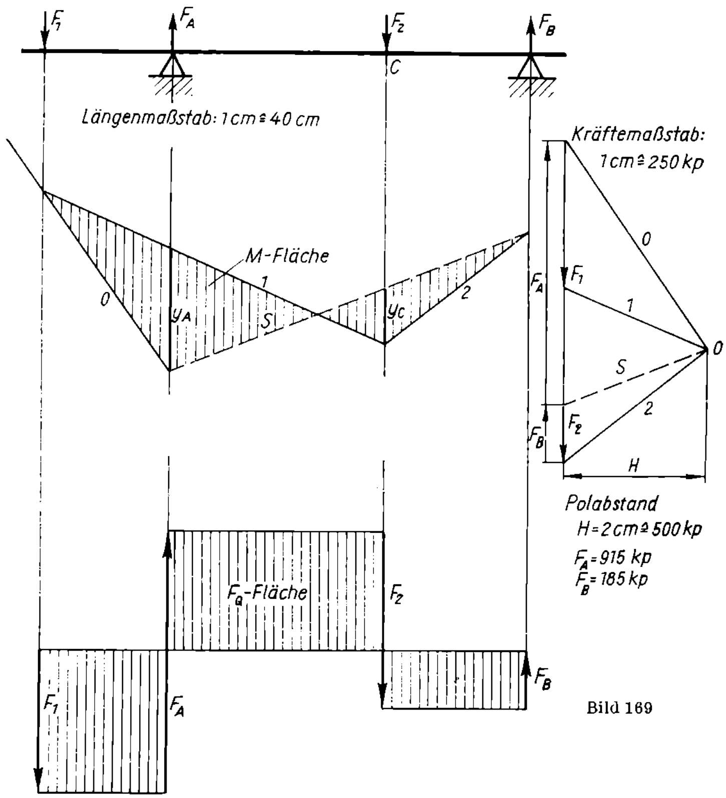


Bild 169

189. Die Laufkatze eines Gießerei-Drehkrans wird in waagerechter Richtung durch eine Kette mit 340 kp Zugkraft verschoben. Die Kettenbewegung erfolgt durch eine Kettenrolle. Die Welle der letzteren wird durch ein Zahnrad mit 110 kp waagerechtem Zahndruck angetrieben (Bild 170). Gesucht werden **a)** die Lagerdruckkräfte F_A und F_B der Welle; **b)** die Biegemomente in F_A und F_C sowie die Momentenfläche (Berechnung wie in Aufg. 188); **c)** der Durchmesser der Flußstahlwelle für eine zulässige Biegespannung von 300 kp/cm² unter Vernachlässigung des Drehmomentes.

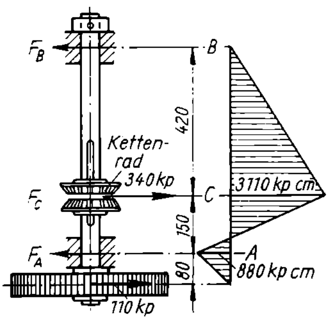


Bild 170

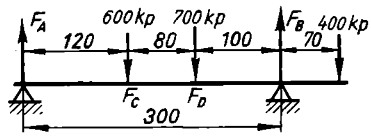


Bild 171

190. Die Momentenfläche und die Querkraftfläche des gegebenen Trägers auf zwei Stützen mit drei Einzellasten soll graphisch ermittelt werden (Bild 171).

Lösung: $M_C = 60\,000$ kp cm,

$M_D = 52\,000$ kp cm,

$M_B = -28\,000$ kp cm,

191. Die waagerechte Verschiebung der Laufkatze eines Krans erfolgt durch zwei Ketten mit je 730 kp Zugkraft. Die antreibenden Kettenrollen sind nach Bild 172 auf einer Welle aufgekeilt. Diese wird durch ein Zahnrad mit 970 kp waagerechter Zahndruckkräfte angetrieben. Gesucht werden **a)** die Lagerdruckkräfte F_A und F_B der Welle; **b)** die Biegemomente bei B, C und D sowie die Momentenfläche (Rechnung wie in Aufg. 190); **c)** Berechnung des Wellendurchmessers auf Biegung. Das Drehmoment werde vernachlässigt, dafür die Biegespannung niedrig angenommen zu 400 kp cm^2 für St 50.

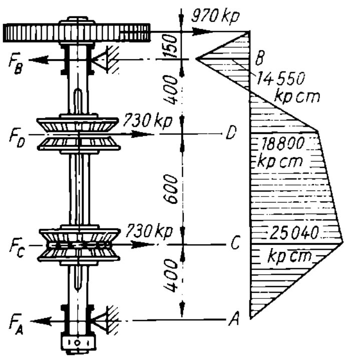


Bild 172

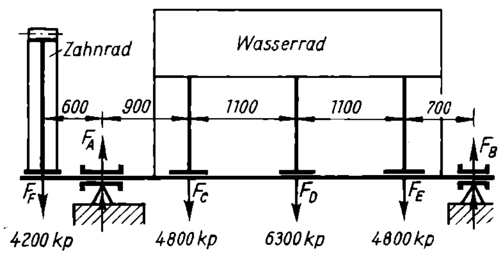


Bild 173

192. Die in Bild 173 skizzierte, bei F_A und F_B gelagerte Wasserrad-Welle trägt bei F_C, F_D und F_E die gegebenen Nabenlasten der drei Armsterne des Wasserrades. Bei F üben das Gewicht des Zahnrades und die Zahndruckkraft eine senkrechte Belastung von 4200 kp auf die Welle aus. Gesucht werden **a)** die Lagerdruckkräfte A und B; **b)** die Momentenfläche; **c)** die Querkraftfläche. (Sämtliche Kräfte sind als Einzellasten aufzufassen.)

193. Ein Aufzug wird nach Bild 174 durch Stützrollen an zwei senkrechten parallelen, 7 m hohen [-Säulen geführt und durch das Drahtseil der Hubwinde getragen. Der Schwerpunkt S des unbelasteten Aufzugs liegt senkrecht unter dem Angriffspunkt O des Drahtseils. Der Schwerpunkt der Nutzlast von 3500 kp hat 0,6 m Abstand von Mitte Drahtseil. Es sollen berechnet werden **a)** die waagerechten Anpressungskräfte F_1 und F_2 der Stützrollen an den Säulen; **b)** die waagerechten Auflagerkräfte F_A und F_B der Säulen; **c)** das größte Biegemoment in den Säulen; **d)** die erforderliche Profilnummer der beiden [-Säulen für eine zulässige Biegespannung von 1200 kp/cm^2.

Lösung: a) Wählt man als Drehpunkt der statischen Momente den Schnittpunkt O der Drahtseil-Spannkraft mit der Stützrollenkraft F_2 (Bild 174 links), so bekommen diese Kräfte den Hebelarm Null, bleiben also aus der Gleichung heraus. Dann wird

$$-\,3500\ \text{kp}\cdot 0{,}6\ \text{m} + F_1\cdot 0{,}9 = 0$$
$$F_1 = 2333\ \text{kp}.$$

Für Drehpunkt Z findet man ebenso

$$F_2 = 2333\ \text{kp} = F_1 = F\ \text{(Bild 174 rechts)}.$$

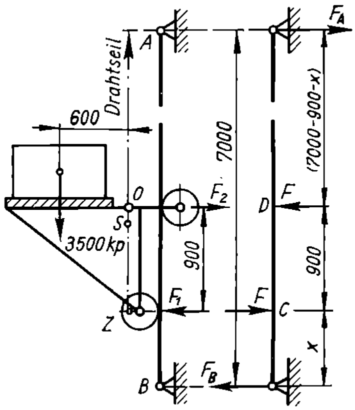


Bild 174

b) Wenn sich die untere Stützrolle x (in cm) über dem unteren Auflagerpunkt F_B der Säule befindet, heißt die Gleichung der statischen Momente der Säulenkräfte für Drehpunkt F_B:

$$F_A\cdot 700\ \text{cm} - F\cdot(90\ \text{cm} + x) + F\,x = 0$$
$$F_A\cdot 700\ \text{cm} - 90\ \text{cm}\,F - F\,x + F\,x = 0\,.$$

x fällt aus der Gleichung heraus, d.h., die Auflagerkraft F_A der Säule ist unabhängig von der Höhenlage x des Aufzugs. Für jede Stellung wird

$$F_A = \frac{90\ \text{cm}\cdot F}{700\ \text{cm}} = \frac{90\ \text{cm}\cdot 2333\ \text{kp}}{700\ \text{cm}} = 300\ \text{kp}\,.$$

Die Gleichung der statischen Momente für den oberen Drehpunkt F_A liefert ebenso $F_B = 300$ kp = konst. Das rechtsdrehende Kräftepaar der beiden Auflagerkräfte F_A und F_B mit dem Hebelarm 700 cm wirkt dem linksdrehenden Kippmoment des Kräftepaars der Stützrollenkräfte F mit dem Hebelarm 90 cm entgegen:

$$600\ \text{kp}\cdot 700\ \text{cm} = 2333\ \text{kp}\cdot 90\ \text{cm}\,.$$

c) Das Biegemoment in den Säulen unter der oberen Stützrolle D ist $M_D = F_A\cdot(700\ \text{cm} - 90\ \text{cm} - x) = 300\ \text{kp}\cdot(610\ \text{cm} - x)$. Dies wird am größten für $x = 0$, d.h., wenn der Aufzug ganz unten steht, nämlich $M_D = 300\ \text{kp}\cdot 610\ \text{cm} = 183000\ \text{kp cm}$.

Das Biegemoment unter der Stützrolle C ist $M_C = F_B\,x$. Es wird am größten, wenn x seinen Höchstwert bekommt, d. h., wenn der Aufzug ganz oben steht. Dann ist $x = 700\ \text{cm} - 90\ \text{cm} = 610\ \text{cm}$, also $M_C = F_B\cdot 610\ \text{cm} = 300\ \text{kp}\cdot 610\ \text{cm} = 183000\ \text{kp cm} = M_D$.

d) 2 Säulen. $M = 183000\ \text{kp cm} = 1200\ \text{kp/cm}^2\cdot 2\,W_{\text{erf}}$,

$$W_{\text{erf}} = 76{,}3\ \text{cm}^3.$$

Gewählt [14 mit W $= 86{,}4\ \text{cm}^3$.

Träger auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Last

194. Welche Gestalt hat die Biegemomenten-Fläche eines Trägers auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Last (Bild 175)?

Lösung: Um das Biegemoment für einen beliebigen Querschnitt x zu bestimmen, denkt man sich das Trägerende nach Bild 176 eingespannt. Dann liegt ein Freiträger

vor mit gleichmäßig verteilter Belastung $p\,x$ und Einzellast $F_B = \frac{pl}{2}$ am freien Ende. Also ist $M_x = p\,x\,\frac{x}{2} - \frac{pl}{2}\,x$.
Das größte Biegemoment in Trägermitte ergibt sich für

$$x = \frac{l}{2},$$

nämlich $M_C = \frac{pl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{pl}{2} \cdot \frac{l}{4}$,

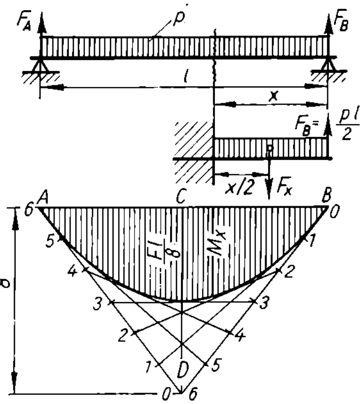
$$\boldsymbol{M_C = \frac{p\,l^2}{8} = \frac{F\,l}{8}},$$

wobei $F = p\,l =$ Gesamtlast.
Für eine Einzellast F in Trägermitte war das größte Moment (nach Aufg. 161) $\frac{F\,l}{4}$, also doppelt so groß, als wenn dieselbe Last gleichmäßig verteilt wäre.

Bild 175

Bild 176

Bild 177



M_x ist oben durch eine quadratische Gleichung ausgedrückt. Ihre zeichnerische Darstellung ergibt eine Parabel. Bild 177 deutet ein Konstruktionsverfahren zum Zeichnen der Kurve an. Dabei wird in der Mitte die Höhe $C\,D = 2\,\frac{F\,l}{8}$ aufgetragen.

195. Eine Zimmerdecke von 5,6 m Spannweite wird nach Bild 178 durch **I**-Unterzüge getragen, die in Abständen von 2,4 m liegen. Die Gesamtbelastung durch Eigengewicht und Nutzlast beträgt 800 kp/m². Zu berechnen sind **a)** die gleichmäßig verteilte Belastung eines Trägers; **b)** das erforderliche Widerstandsmoment eines Trägers bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm²; **c)** die erforderliche Profilnummer (St 37).

196. Eine Deckenkonstruktion von 4,5 m Spannweite und Gesamtbelastung von 600 kp/m² soll auf Trägern **I** 18 (St 37) gleichmäßig verteilt ruhen (Bild 178 in Aufg. 195). **a)** Welche gleichmäßig verteilte Gesamtlast darf ein Träger erhalten, ohne daß die zulässige Biegespannung von 1200 kp/cm² überschritten wird? **b)** In welchen Abständen müssen die Träger angeordnet werden?

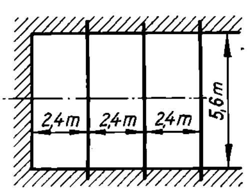


Bild 178

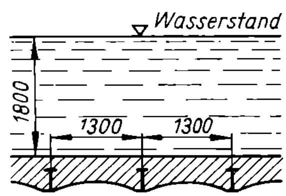


Bild 179

197. Der Boden der Wasserkammer eines Turbinenhauses ist aus **I**-Stählen von 3 m Stützweite mit zwischengespannten Betonkappen gebildet (Bild 179). Das Eigengewicht des Bodens beträgt 450 kp/m², die Wasserstandshöhe 1,8 m. Gesucht werden

a) die Gesamtbelastung eines Trägers; **b)** das größte Biegemoment; **c)** die Nummer des erforderlichen I-Stahles bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm² (St 37).

198. Ein Unterzug aus zwei nebeneinanderliegenden I-Stählen von 4,8 m Stützweite (Bild 180) soll eine Wand von 1 Stein (d. h. mit Wandputz 27 cm) Dicke und 10,4 m Höhe tragen. Dichte des Mauerwerks 1600 kg/m³. **a)** Wie groß ist das Gewicht der Wand? **b)** Welches größte Biegemoment haben die beiden Formstähle zusammen aufzunehmen? **c)** Welche Profilnummer ist zu wählen bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm (St 37)?

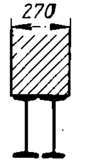


Bild 180

199. Die Laufradachse eines Krans ist nach Bild 181 an beiden Auflagern an den Enden durch Achshalter, d.h. eingreifende Flachstähle, gegen Drehung gesichert. Das Laufrad mit eingepreßter Rotgußbuchse dreht sich um die feste Achse. Der Durchmesser der letzteren ist auf Biegung zu berechnen unter der Annahme, daß sich die Raddruckkraft von 8000 kp gleichmäßig über die ganze Stützlänge 190 mm verteilt. Zulässige Biegespannung 600 kp/cm².

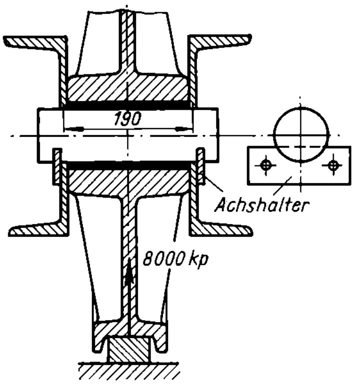


Bild 181

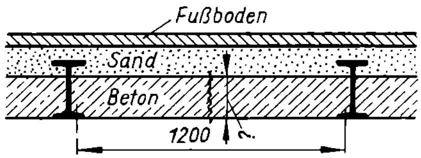


Bild 182

200. Die Wasserrohre eines Dampfkessels haben 5″ = 127 mm Außendurchmesser und 4,5 mm Wanddicke und sind an beiden Enden in den Rohrwänden gelagert, so daß ihre freitragende Länge 0,6 m beträgt. Die Rohre sind innen mit Wasser gefüllt und werden außen von den Feuergasen umspült. Zu berechnen ist die aufretende Biegespannung (Dichte $\varrho = 7{,}85$ g/cm³).

201. Eine Zimmerdecke (Bild 182) wird aus Beton gebildet, der zwischen I-Trägern eingestampft ist. Die Spannweite des Betons von Flansch zu Flansch beträgt 1,2 m, die Belastung der Decke durch Eigengewicht und Verkehrslast 700 kp/m². Welche Dicke h muß die Betonplatte erhalten bei einer zulässigen Biegespannung von 3 kp/cm²?

Lösung: Für eine Betonplatte von 10 cm Breite ist die gleichmäßig verteilte Last

$$F = (1{,}2\ \text{m} \cdot 0{,}1) \cdot 700\ \text{kp/m}^2 = 84\ \text{kp}.$$

$$M = \frac{F\,l}{8} = \frac{84\ \text{kp} \cdot 120\ \text{cm}}{8} = 1360\ \text{kp cm}$$

$$M = \sigma_{b\,\text{zul}} \cdot W_{\text{erf}};$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{1260 \text{ kp cm}}{3 \text{ kp/cm}^3} = 420 \text{ cm}^3 = \frac{b\,h^2}{6},$$

$$h = \sqrt{\frac{6 \cdot 420 \text{ cm}^3}{10 \text{ cm}}} = \sqrt{256 \text{ cm}^2} = 16 \text{ cm}.$$

202. Das gemauerte Kanalgerinne einer Wasserkraftmaschine soll durch Bohlenbelag abgedeckt werden (Bild 183). Die Stützweite der Bohlen beträgt 1,4 m, die Belastung 500 kp/m² (Menschengedränge). Wie dick sind die Bohlen auszuführen bei einer zulässigen Biegespannung von 30 kp/cm² für Kiefernholz ?

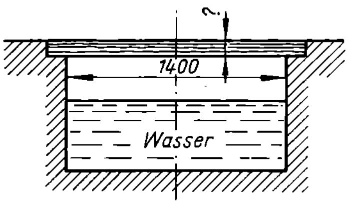


Bild 183

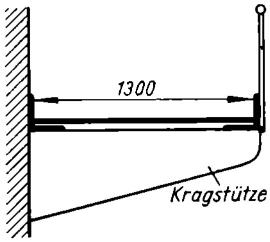


Bild 184

203. Die Belagbleche eines 1,3 m breiten Laufstegs sollen nach Bild 184 durch zwei parallellaufende Winkelstähle getragen werden. Letztere ruhen in Abständen von 1,8 m auf Kragstützen. Die Gesamtbelastung des Laufstegs beträgt 600 kp/m². Für einen der beiden Winkelstähle sind zu berechnen **a)** die gleichmäßig verteilte Last zwischen zwei Stützpunkten; **b)** das erforderliche Widerstandsmoment bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm² (St 37); **c)** die zu wählende Profilnummer.

Träger auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Streckenlast

204. Welches größte Biegemoment hat ein Träger auf zwei Stützen nach Bild 185 aufzunehmen, bei dem sich die Belastung F symmetrisch über eine Strecke d gleichmäßig verteilt ?

Lösung: $p\,d = F$ = gesamte Streckenlast.

Auflagerkräfte $F_A = F_B = \frac{F}{2}$.

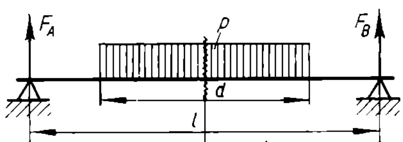


Bild 185

Denkt man sich den Träger im gefährdeten Querschnitt, d.h. in seiner Mitte, eingespannt (Bild 186), so entsteht ein Freiträger von der Länge $\frac{l}{2}$. Die biegenden Kräfte sind die Auflagerkraft $F_B = \frac{F}{2}$ und die Mittelkraft $\frac{F}{2}$ der halben Streckenlast.

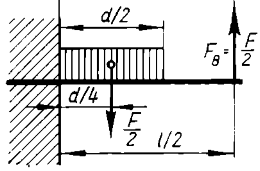


Bild 186

$$M_{\max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{F}{2} \cdot \frac{d}{4} = \frac{F}{2}\left(\frac{l}{2} - \frac{d}{4}\right).$$

205. Die Stange eines Exzenters nach Bild 187 überträgt 1200 kp Zugkraft. Zu berechnen sind **a)** das größte Biegemoment des Bügels unter der Annahme, daß die Belastung sich über die Projektion der inneren Bügelwölbung gleichmäßig verteilt; **b)** die auszuführende Bügeldicke x bei einer Bügelbreite von 90 mm und einer zulässigen Biegespannung von 150 kp/cm² für GG-14; **c)** die auftretende größte Spannung bei $\alpha_s = 2{,}5$.

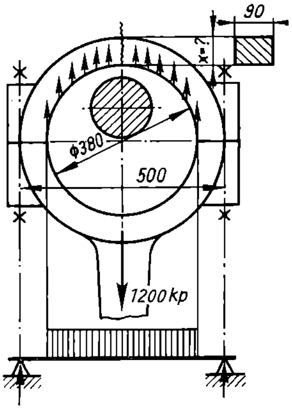


Bild 187

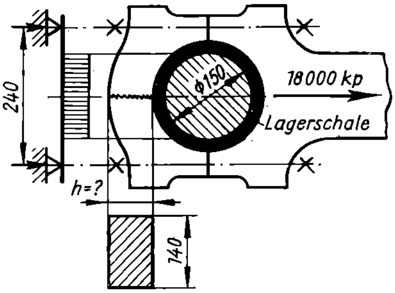


Bild 188

206. Der Kopf einer Schubstange ist durch einen Bügel mit zwei Schrauben geschlossen (Bild 188). **a)** Das größte Biegemoment im Bügel ist zu berechnen unter der Annahme, daß sich die Stangenkraft 18000 kp gleichmäßig über die Projektion der 150 mm weiten Zapfenbohrung verteilt. **b)** Welche Höhe h muß der 140 mm breite Bügel im gefährdeten Mittelquerschnitt bei einer zulässigen Biegespannung von 400 kp/cm² für St 60 erhalten? **c)** Wie groß ist die Sicherheit bei $\alpha_s = 3$?
($\sigma_{wb} = 2800$ kp/cm²)

207. Welchen Durchmesser muß der Zapfen einer Gabelstange (Bild 189) erhalten unter der Annahme, daß sich die Stangenkraft von 12000 kp gleichmäßig über die Zapfenlänge von 160 mm verteilt? Zulässige Biegespannung 400 kp/cm² für St 70.

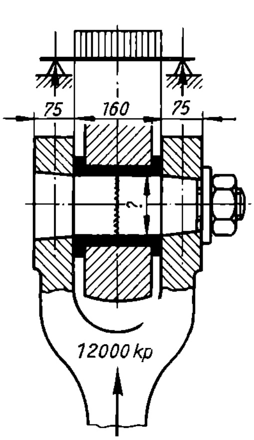


Bild 189

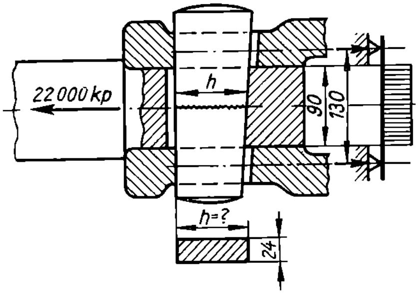


Bild 190

208. Die Keilverbindung einer Kolbenstange mit dem Kreuzkopf ist mit 22000 kp belastet (Bild 190). Gesucht werden **a)** das größte Biegemoment im Keil unter der Annahme, daß sich die Belastung gleichmäßig über die Länge des Stangendurchmessers verteilt; **b)** die erforderliche Keilhöhe h bei 24 mm Keildicke und zulässiger Biegespannung von 1200 kp/cm² für St 60.

209. Der Kettenradbolzen einer Kranhakenflasche ist nach Bild 191 über die Länge der Radnabe gleichmäßig mit 10 Mp belastet. Seine Auflager sind in der Mitte der seitlichen Hängeschienen anzunehmen. Das Kettenrad dreht sich um den gegen Drehung gesicherten Bolzen. Zulässige Biegespannung 900 kp/cm² für St 60. Der Bolzendurchmesser ist zu berechnen.

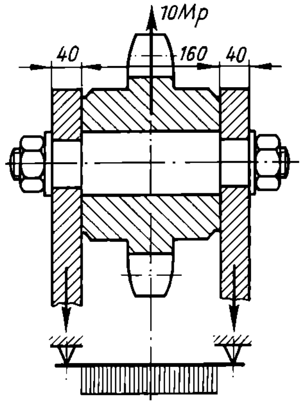


Bild 191

Träger auf zwei Stützen mit zusammengesetzter Belastung

210. Der 2500 kp schwere Kolben einer Großgasmaschine ist in der Mitte der 5800 mm langen Kolbenstange angeordnet (Bild 192). Letztere wird an beiden Enden durch Gleitschuhe getragen. Ihr Hohlquerschnitt hat 300 mm äußeren und 100 mm inneren Durchmesser. Zu berechnen sind **a)** das Eigengewicht der Kolbenstange für die Dichte $\varrho = 7{,}85$ g/cm³; **b)** das größte Biegemoment infolge Stangen- und Kolbengewichts unter der Annahme, daß die Stopfbuchsen nichttragend ausgeführt sind; **c)** das Widerstandsmoment des Stangenquerschnitts (vgl. Aufg. 119); **d)** die größte Biegespannung in der Stange.

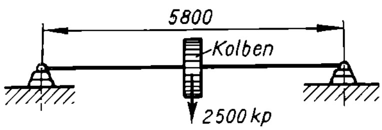


Bild 192

211. Die Oberkante eines Schaufensters wird gebildet durch zwei nebeneinanderliegende I-Träger (Bild 193). Diese sind belastet durch die darüber befindliche Hauswand, deren Gewicht $F_Q = 9800$ kp sich gleichmäßig über die Spannweite von 3,6 m des Fensters verteilt, ferner durch drei quer zu ihnen aufliegende Deckenträger mit

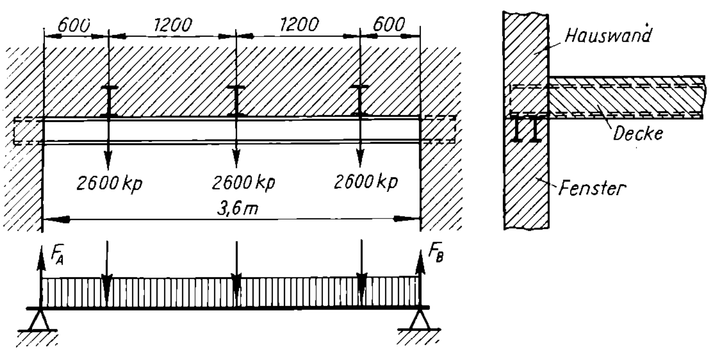


Bild 193

je 2600 kp Auflagerkraft. Gesucht werden das größte Biegemoment und die Nummer der beiden I-Unterzüge für eine zulässige Biegespannung von 1200 kp/cm² (St 37).

Lösung: In der Trägermitte wird

$$M_{\max} = \frac{F_Q l}{8} + F_A \cdot 180\,\text{cm} - 2600\,\text{kp} \cdot 120\,\text{cm}$$

$$= \frac{9800\,\text{kp} \cdot 360\,\text{cm}}{8} + 3900\,\text{kp} \cdot 180\,\text{cm} - 2600\,\text{kp} \cdot 120\,\text{cm}$$

$$= 831\,000\,\text{kp cm},$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{M_{\max}}{2\,\sigma_{\text{b zul}}} = \frac{831\,000\,\text{kp cm}}{2499\,\text{kp/cm}^2} = 346\,\text{cm}^3.$$

Gewählt I 24 mit $W = 354\,\text{cm}^3$.

212. Die I-Deckenträger eines Wohnhauses sind in Abständen von 1,2 m angeordnet, haben 6,2 m Spannweite und kragen um 1,3 m nach außen über, um einen Erkervorbau zu tragen (Bild 194). Die Gesamtbelastung des Fußbodens durch Eigengewicht und Verkehrslast beträgt im Zimmer und im Erkervorbau 600 kp/m². Das Gewicht der Erker-Außenwand wirkt am freien Ende jedes Trägers als Einzellast von 1900 kp. Welche Profilnummer ist für die I-Träger bei einer zulässigen Biegespannung von 1200 kp/cm² für St 37 zu wählen?

Lösung: Die gleichmäßig verteilte Erkerbelastung am auskragenden Ende BC eines Trägers beträgt

$$(1{,}3 \cdot 1{,}2)\,\text{m}^2 \cdot 600\,\text{kp/m}^2 = 936\,\text{kp},$$

$$M_B = 936\,\text{kp} \cdot 65\,\text{cm} + 1900\,\text{kp} \cdot 130\,\text{cm}$$

$$= 308\,000\,\text{kp cm}.$$

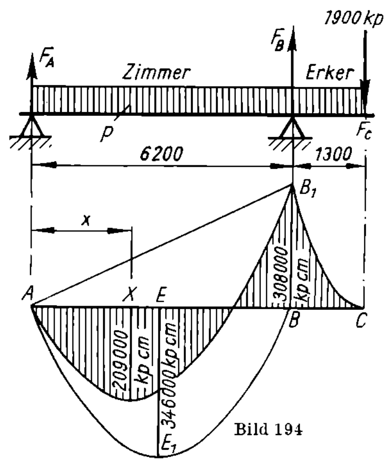


Bild 194

Die Momentenfläche der gleichmäßig verteilten Kraglast von 936 kp ist nach Aufg. 153 eine Parabelfläche; die Momentenfläche der Einzellast von 1900 kp ein Dreieck. Beide addiert, ergeben die Momentenkurve CB_1 (nach Aufg. 184).

Die gleichmäßig verteilte Last zwischen den Auflagern beträgt $(6{,}2 \cdot 1{,}2)\,\text{m}^2 \cdot 600\,\text{kp/m}^2 = 4464\,\text{kp}$. Sie liefert nach Aufg. 194 in Trägermitte das größte Moment $\frac{Fl}{4} = \frac{4464\,\text{kp} \cdot 620\,\text{cm}}{8} = 346\,000\,\text{kp cm}$. Die zugehörige Momentenlinie ist die Parabel AE_1B.

Die resultierende Momentenfläche zwischen den Auflagern F_A und F_B ergibt sich durch Subtraktion dieser Parabelfläche und der Dreieckfläche AB_1B als die in Bild 194 schraffierte Fläche.

Durch Messen der Ordinaten findet man das größte Moment bei X zu 209000 kp cm im Abstande $x = 241$ cm vom linken Auflager F_A.

Auf rechnerischem Wege läßt sich x folgendermaßen bestimmen: Für einen beliebigen Querschnitt X ist, wenn man sich den Träger rechts von X eingespannt denkt und die Kräfte links betrachtet:

$$M_x = -F_A\,x + \frac{p\,x^2}{2}.$$

Man findet das Maximum dieses Ausdrucks, indem man den Differentialquotient

$$\frac{d\,M_x}{d\,x} = 0 \text{ setzt, also } -F_A + \frac{2\,p\,x}{2} = 0. \text{ Daraus } x = \frac{F_A}{p}.$$

F_A wird berechnet aus der Gleichung der statischen Momente für Drehpunkt B:

$$F_A \cdot 6{,}2\text{ m} - 4464\text{ kp} \cdot 3{,}1\text{ m} + 936\text{ kp} \cdot 0{,}65\text{ m} + 1900\text{ kp} \cdot 1{,}3\text{ m} = 0\,.$$

Man findet $F_A = 1736$ kp.
Die gleichmäßige Belastung für die Längeneinheit ist

$$p = \frac{4464\text{ kp}}{620\text{ bm}} = 7{,}2\text{ kp/cm}\,,$$

$$x = \frac{F_A}{p} = \frac{1736\text{ kp}}{7{,}2\text{ kp/cm}} = 241\text{ cm}\,,$$

$$M_x = -F_A\,x + \frac{p\,x^2}{2} = -1736\text{ kp} \cdot 241\text{ cm} + \frac{7{,}2\text{ kp/cm} \cdot (241\text{ cm})^2}{2}$$

$$= -209\,000\text{ kp cm}\,.$$

Das größte für die Berechnung des Trägers maßgebende Biegemoment ist demnach

$$M_B = 308\,000\text{ kp cm}\,,$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{M_B}{\sigma_{b\,zul}} = \frac{308\,000\text{ kp cm}}{1200\text{ kp/cm}^2} = 257\text{ cm}^3\,.$$

Gewählt **I** 22 mit $W = 278$ cm³.

Träger gleichen Widerstandes gegen Biegung

(oder gleicher Biegefestigkeit)

213. a) Was versteht man unter Trägern gleichen Widerstandes gegen Biegung? **b)** Wie muß ein Freiträger mit Einzellast F gestaltet sein, um überall gleichen Widerstand gegen Biegung zu haben?

Lösung: a) Träger gleichen Widerstandes gegen Biegung sind solche, bei denen in jedem Querschnitt die größte Biegespannung $\sigma_{b\,zul}$ auftritt, so daß der Werkstoff an allen Stellen bis zur zulässigen Grenze ausgenutzt wird. Sie haben dadurch den Vorteil der Werkstoff- und Gewichtseinsparung.

b) Für den Freiträger mit Einzellast F (Bild 92 in Aufg. 127) muß sein

$$M_x = F\,x = \sigma_{b\,zul}\,W_x\,,$$
$$M_B = F\,l = \sigma_{b\,zul}\,W_B\,.$$

Division beider Gleichungen ergibt die Bedingung

$$\frac{W_x}{W_B} = \frac{x}{l}\,,$$

d. h., die Querschnitte des Trägers müssen sich derart ändern, daß ihre Widerstandsmomente proportional mit x wachsen.

Achsen mit Kreisquerschnitt

214. Welche Gestalt muß der gegebene Freiträger (Bild 195) von $l = 100$ cm Länge mit Einzellast $F = 5000$ kp bei kreisförmigem Querschnitt haben, um überall gleichen Widerstand gegen Biegung zu besitzen, wenn die zulässige Biegespannung 300 kp/cm² sein soll?

Lösung: $W_x/W_B = x/l$ (s. Aufg. 213).

Bedeutet d den Durchmesser des Trägers im Einspannungsquerschnitt, y den Durchmesser eines beliebigen Querschnitts x, so muß sein

$$\frac{\pi y^3}{32} \Big/ \frac{\pi d^3}{32} = x/l,$$

also $y^3/d^3 = x/l$.

Für den Einspannungsquerschnitt wird

$$M = 5000 \text{ kp} \cdot 100 \text{ cm} = \sigma_{b\,zul} \frac{\pi d^3}{32} \approx 300 \text{ kp/cm}^2 \frac{d^3}{10}.$$

Daraus $d = 25{,}5$ cm.

Für $x_1 = 50$ cm; $M = 5000 \text{ kp} \cdot 50 \text{ cm} = 300 \text{ kp/cm}^2 \frac{y_1^3}{10}$;

$y_1 = 20{,}3$ cm.

Für $x_2 = 25$ cm findet man ebenso $y_2 = 16{,}1$ cm;

für $x_3 = 10$ cm; $y_3 = 11{,}9$ cm.

Der in Bild 195 gezeichnete Längsschnitt des Trägers ergibt eine kubische Parabel, entsprechend der Gleichung $y^3/d^3 = x/l$.

Zur Vereinfachung der Herstellung wird der Träger meist kegelförmig angenähert (s. folgende Beispiele).

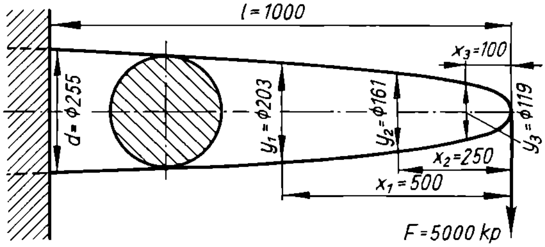


Bild 195

215. Eine Kondensatorpumpe wird mittels Winkelhebels nach Bild 196 angetrieben, so daß bei K eine waagerechte Kraft von 7200 kp auf den Kolben übertragen wird, während bei F_K die senkrechte Treibstange der Dampfmaschine angreift. Die 140 mm lange Nabe O des Hebels ist nach Bild 197 in der Mitte einer Achse aufgekeilt, deren Zapfen in Lagern von 640 mm Abstand geführt werden. Die Achse soll als Träger gleichen Widerstandes gegen Biegung für eine zulässige Biegespannung von 500 kp/cm² berechnet werden. Die Nabenlast ist als Einzellast in Trägermitte anzunehmen. Länge der Endzapfen gleich 1,2fachem Durchmesser.

Lösung: $F = 7200 \text{ kp} \cdot \frac{750 \text{ cm}}{1800 \text{ cm}} = 3000$ kp. Resultierende Kraft an der

Nabe O: $F_R = \sqrt{7200^2 \text{ kp}^2 + 3000^2 \text{ kp}^2} = 7800$ kp.

Zapfendruckkräfte $F_A = F_B = 3900$ kp.

Zapfen. $M_C = F_B \frac{l}{2} = \sigma_{b\,zul} \frac{\pi d^3}{32}$,

$$3900\,\text{kp} \cdot \frac{1{,}2\,d}{2} = 500\,\text{kp/cm}^2 \frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt{46{,}8\,\text{cm}^2} = 6{,}84\,\text{cm}\,.$$

Ausgeführt $d = 70$ mm; $l = 1{,}2 \cdot 70$ mm $= 84$ mm.

Zapfenanlauf bei C zur Sicherung gegen axiale Verschiebung 10 mm gewählt, ergibt 70 mm + 2 · 10 mm = 90 mm Dmr.

Querschnitt O. $M = 3900\,\text{kp} \cdot 32\,\text{cm} = 500\,\text{kp/cm}^2 \frac{d^3}{10}$,

$$d = \sqrt[3]{2500\,\text{cm}^3} = 13{,}6\,\text{cm}\,.$$

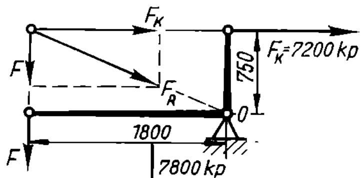


Bild 196

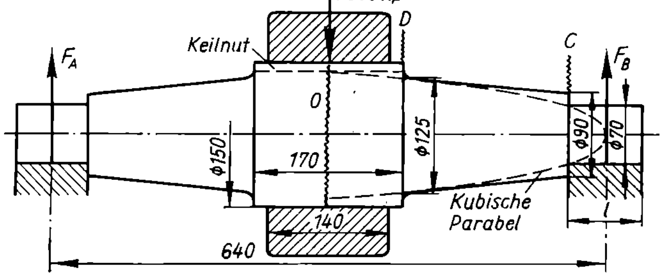


Bild 197

Mit Rücksicht auf die 10 mm tiefe Keilnut wird ausgeführt 150 mm Dmr.

Querschnitt D. Bundlänge 170 mm, etwas größer als Nabenlänge angenommen.

$$M = 3900\,\text{kp} \cdot (32\text{–}8{,}5)\,\text{cm} = 500/\text{cm}^2 \frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt[3]{1833\,\text{cm}^3} = 12{,}3\,\text{cm}\,.$$

Ausgeführt 125 mm Dmr. Die Keilnut des Bundes läuft dann an den Enden frei aus. Zwischen C und D wird die Achse kegelförmig gestaltet. Ihre Kante bleibt dann überall außerhalb der kubischen Parabel, die nach Aufg. 214 die theoretische Begrenzungslinie bildet.

216. Die Luftpumpe einer Schiffsmaschine wird mit Hilfe des skizzierten Querhauptes (Bild 198) angetrieben. Letzteres ist an den beiden Endzapfen B mit den treibenden Hebelgestängen fest verschraubt und überträgt in seiner Mitte bei A die Betriebskraft von 3800 kp auf die am Pumpenkolben angreifende Schubstange. Die

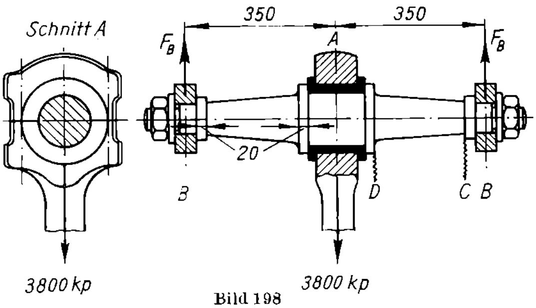


Bild 198

Zapfenlänge bei A und bei B soll gleich den 1,2fachen Zapfendurchmessern gemacht werden; die Führungsbunde neben den Zapfen sind 20 mm dick. Das Querhaupt ist als Träger gleichen Biegewiderstandes zu berechnen für eine zulässige Biegespannung von 500 kp/cm², und zwar **a)** der Durchmesser des mittleren Zapfens A unter der Annahme, daß die Stangenkraft als Einzelkraft in Zapfenmitte angreift; **b)** der Durchmesser der Endzapfen B; **c)** der Durchmesser bei C und **d)** bei D.

217. Die Laufradachse einer Lokomotiv-Drehscheibe ist bei C mit 19 Mp Raddruckkraft belastet (Bild 199). Zu berechnen sind für eine zulässige Biegespannung von 800 kp/cm²; **a)** der Zapfendurchmesser A (vgl. Aufg. 132), wobei die Zapfenlänge gleich dem 1,3fachen Zapfendurchmesser sei; **b)** ebenso der Zapfendurchmesser B; **c)** der Bunddurchmesser C mit Zuschlag für Keilnut; **d)** der Durchmesser bei D und **e)** bei E.

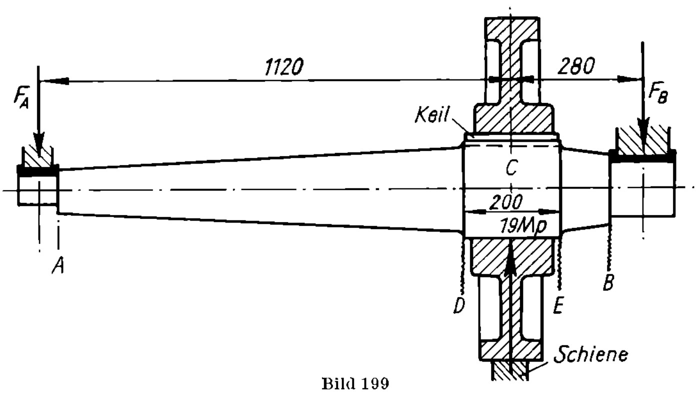


Bild 199

218. Die Drahtseilscheibe auf einem Schachtgerüst führt das senkrechte, durch den Förderkorb belastete Drahtseil unter 45° Neigung zur Fördermaschine (Bild 200). Die Spannkraft des Seils beträgt 28000 kp, das Eigengewicht der Scheibe 6400 kp bei 6 m Durchmesser. Die Nabe der Scheibe, innen ausgespart (Bild 201), ruht auf der Achse mit zwei Auflageflächen. Jede derselben überträgt in ihrer Mitte die halbe Gesamtlast als Einzellast auf die Achse. Letztere ist als Träger gleichen Widerstandes gegen Biegung zu berechnen für eine zulässige Biegespannung von 400 kp/cm². Die Länge der Tragzapfen A und B soll gleich dem 1,3fachen Durchmesser sein.

Lösung: Das Kräfteparallelogramm aus den Komponenten von 28000 kp und (28000 + 6400) kp (Bild 200) liefert eine resultierende Kraft $F_R = 57\,700$ kp. Diese Nabenbelastung übt auf die Welle zwei Einzelkräfte $\frac{F_R}{2} = 25\,851$ kp aus (Bild 201), deren

Abstand $\frac{500\text{ mm} + 160\text{ mm}}{2} = 330$ mm beträgt (Belastungsschema Bild 202).

Zapfenquerschnitt C. Zapfendruckkräfte $F_A = F_B = 28\,850$ kp.

$$F_B \frac{l}{2} = \sigma_{b\,zul} \frac{\pi d^3}{32},$$

$$28\,850\text{ kp} \cdot \frac{1{,}3\,d}{2} = 400\text{ kp/cm}^2\,\frac{d^3}{10}.$$

Daraus $$d = \sqrt{469\text{ cm}^2} = 21{,}7\text{ cm}\,.$$

Ausgeführt 220 mm Dmr., 290 mm Länge. Zapfenanlauf bei C zwecks axialer Führung 30 mm gewählt, ergibt Anlaufdurchmesser 220 mm + 2 · 30 mm = 280 mm.

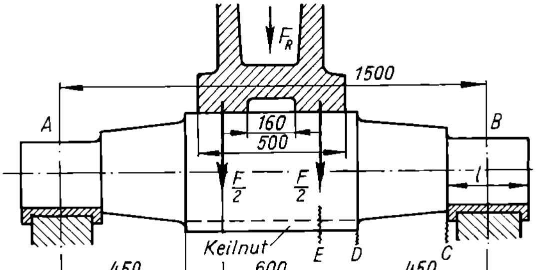


Bild 201

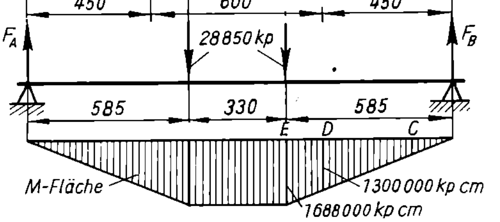


Bild 202

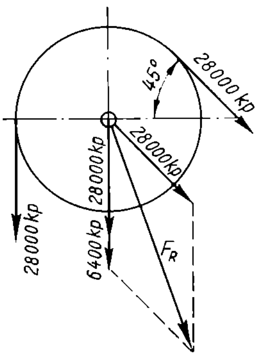


Bild 200

Querschnitt D.

$$M = 28\,850\text{ kp} \cdot 45\text{ cm} = 1\,300\,000\text{ kp cm} = 400\text{ kp/cm}^2\,\frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt[3]{32\,500\text{ cm}^3} = 31{,}9\text{ cm} \approx 320\text{ mm}$$

Querschnitt E.

$$M = 28\,850\text{ kp} \cdot 58{,}5\text{ cm} = 1\,688\,000\text{ kp cm} = 400\text{ kp/cm}^2\,\frac{d^3}{10},$$

$$d = \sqrt[3]{42\,200\text{ cm}^3} \approx 35\text{ cm}\,.$$

Auszuführen Bunddurchmesser 370 mm, so daß die 20 mm tiefe Keilnut bei D frei ausläuft.

Biegefedern mit Rechteckquerschnitt

219. Eine Tragfeder von 48 cm frei tragender Länge soll am Ende mit 700 kp belastet werden (Bild 203). Blattdicke des gehärteten Federstahls = konstante Querschnittshöhe = 1 cm. Zulässige Biegespannung: 5000 kp/cm².

Lösung: Für Einspannungsquerschnitt B gilt

$$M_B = 700\,\text{kp} \cdot 48\,\text{cm} = \sigma_{b\,zul}\, W = \sigma_{b\,zul}\, \frac{b\,l^2}{6}.$$

Daraus $b = 40$ cm.

Die Biegemomente wachsen proportional dem Abstand x vom freien Ende. In demselben Verhältnis müssen nach Aufg. 213 auch die Widerstandsmomente der Querschnitte wachsen, damit überall die zulässige Biegespannung auftritt.

$$\frac{M_x}{M_B} = \frac{x}{l} = \frac{b_x\, l^2/6}{b\, l^2/6} = \frac{b_x}{b}.$$

Die Breite b_x muß demnach proportional x wachsen, d.h., die Federplatte muß sich nach dem Einspannungsquerschnitt zu d r e i e c k f ö r m i g bis auf 40 cm größte Breite (Bild 204) verbreitern. Man zerlegt sie konstruktiv in mehrere Streifen gleicher Breite, z. B. in vier Streifen 1, 2, 3 und 4 von je 100 mm Breite. Diese sogenannten Blätter ordnet man übereinander an zu einer „Schichtfeder" (Bild 205), deren lose aufeinander liegende Blätter dasselbe Widerstandsmoment liefern wie die nebeneinander liegenden, zusammenhängenden Streifen der Dreieckfeder. Die Blätter werden durch einen warm aufgezogenen „Federbund" fest zusammengehalten (Bild 206 in Aufg. 220).

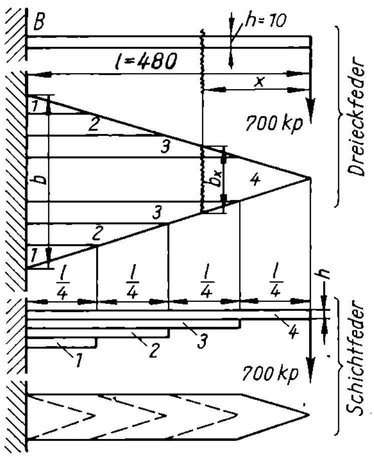


Bild 203

Bild 204

Bild 205

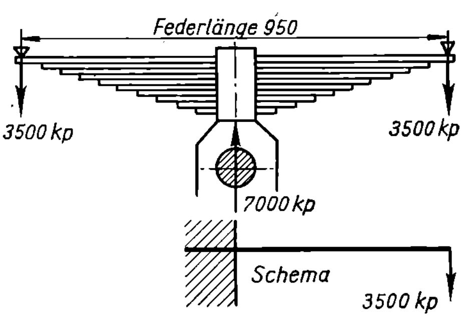


Bild 206

220. Wieviel Federblätter muß die in Bild 206 skizzierte 950 mm lange S c h i c h t f e d e r einer L o k o m o t i v a c h s e bei einer Radlast von 7000 kp erhalten, wenn die Federblätter 90 mm breit und 13 mm dick sein sollen und die zulässige Biegespannung 6500 kp/cm² betragen darf?

Lösung: Betrachtet man eine Federhälfte als Freiträger, so gilt für den Einspannungsquerschnitt

$$M = 3500\,\text{kp} \cdot 47{,}5\,\text{cm} = \sigma_{b\,zul}\, \frac{b\,h^2}{6} = 6500\,\text{kp/cm}^2 \cdot \frac{b\,(1{,}3\,\text{cm})^2}{6}.$$

Daraus $b = 90{,}7$ cm = größte Breite der Dreieckfeder (Bild 203 in Aufg. 219). In dieser Gesamtbreite ist die Breite 9 cm eines Federblattes 10mal enthalten. Also sind 10 Federblätter übereinander erforderlich (Bild 204 in Aufg. 219).

221. Die 2 m lange Schichtfeder eines Eisenbahn-Personenwagens soll 11 Federblätter von je 90 mm Breite erhalten (Bild 206). Wie dick müssen die Blätter sein, wenn die Radbelastung 3600 kp und die zulässige Biegespannung 6500 kp/cm² beträgt?

Durchbiegung

222. Bei einer Bodenluke soll ein $l = 1{,}6$ m weit auskragender Holzbalken am freien Ende eine senkrechte Last $F = 700$ kp tragen (Bild 207). Zulässige Biegespannung für Eichenholz 150 kp/cm². Elastizitätsmodul $E = 100000$ kp/cm². **a)** Welche Querschnittsmaße des Balkens sind erforderlich, wenn das Seitenverhältnis des hochkant stehenden Rechtecks 7 : 9 sein soll? **b)** Wie groß wird die **Durchbiegung** f? Formel für Freiträger mit Einzellast F am freien Ende:

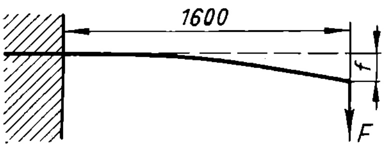


Bild 207

$$f = \frac{F}{EI} \cdot \frac{l^3}{3}.$$

Lösung: **a)** $M = F\,l = 700\text{ kp} \cdot 160\text{ cm} = 150\text{ kp/cm}^2 \cdot W_{\text{erf}}$,

$$W = 747\text{ cm}^3 = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{7\,h^3}{9 \cdot 6}$$

$h = 18$ cm, $b = 14$ cm.

b) $I = \dfrac{b\,h^3}{12}$; $f = \dfrac{F}{EI} \cdot \dfrac{l^3}{3} = \dfrac{F\,l^3 \cdot 12}{E\,b\,h^3 \cdot 3} = \dfrac{4\,F\,l^3}{E\,b\,h^3}$,

$$f = \frac{4 \cdot 700\text{ kp} \cdot 160^3\text{ cm}^3}{100000\text{ kp/cm}^2 \cdot 14\text{ cm} \cdot 18^3\text{ cm}^3} = 1{,}4\text{ cm},$$

223. Ein Drehkran mit fest stehender Säule trägt 5000 kp Nutzlast in 4,8 m Ausladung (Bild 208). Das Eigengewicht von 3000 kp des um die Säule schwenkbaren Auslegers greift in dessen Schwerpunkt S an; dieser liegt in 2,1 m Abstand von der Säulenachse. **a)** Welche waagerechte Kraft F_B hat der Säulenkopf aufzunehmen? **b)** Wie groß ist die Durchbiegung der 1,9 m langen Stahlsäule, wenn sie als Zylinder von 270 mm mittlerem Dmr. angesehen wird? Elastizitätsmodul $E = 2200000$ kp/cm².

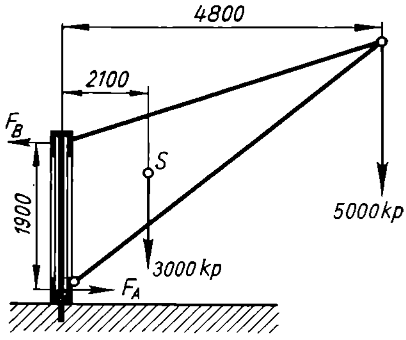


Bild 208

Lösung: **a)** Für Angriffspunkt F_A gilt:

$$5000\text{ kp} \cdot 4{,}8\text{ m} + 3000\text{ kp} \cdot 2{,}1\text{ m} - B \cdot 1{,}9\text{ m} = 0.$$

$F_B = 15950$ kp.

b) $I = \frac{\pi d^4}{64}$; $f = \frac{F}{EI} \cdot \frac{l^3}{3} = \frac{64}{3\pi} \frac{F l^3}{E d^4}$.

$$f = \frac{64 \cdot 15950\,\text{kp} \cdot 190^3\,\text{cm}^3}{3\pi \cdot 2200000\,\text{kp/cm}^2 \cdot 27^4\,\text{cm}^4} =$$

$$= 0{,}636\ \text{cm} = 6{,}4\ \text{mm}.$$

224. Um wieviel mm biegt sich ein eingespanntes Rohr vom Außendurchmesser $d = 20$ mm (Bild 209) am freien Ende bei einer Belastung von $F = 3$ kp und $l = 500$ mm durch, wenn die zulässige Spannung mit 300 kp/cm² angenommen wird und das Rohr bestehen soll aus **a)** St 50; **b)** GG-26; **c)** einer Aluminiumlegierung; **d)** einer Magnesiumlegierung? (Werte für E siehe Aufg. 11.)
Es ist zu beachten, daß die Formänderungen bei Verwendung von Aluminium- und insbesondere Magnesiumlegierungen recht groß werden. Dies kann ohne Rücksicht auf die Spannung zu der Notwendigkeit einer Abstützung führen.

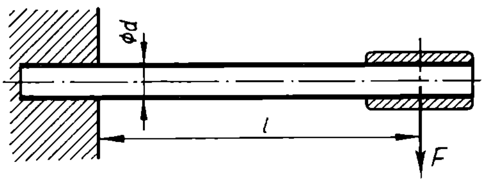
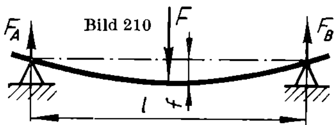


Bild 209

Bild 210


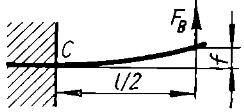


Bild 211

225. Die Durchbiegung eines **Trägers auf zwei Stützen** mit einer Einzellast F **in der Mitte** (Bild 210) soll aus der Durchbiegung des Freiträgers (Aufg. 222) abgeleitet werden.

Lösung: Die Trägerfläche CF_B kann als Freiträger angesehen werden, der bei C fest eingespannt und am freien Ende durch die Auflagerkraft $F_B = \frac{F}{2}$ um die Höhe f durchgebogen wird (Bild 211). Setzt man also in die Formel für Durchbiegung des Freiträgers (vgl. Aufg. 222) $\frac{F}{2}$ statt F und $\frac{l}{2}$ statt l ein, so wird

$$f = \frac{\left(\frac{F}{2}\right)}{EI} \cdot \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{3} = \frac{F}{EI} \cdot \frac{l^3}{48}.$$

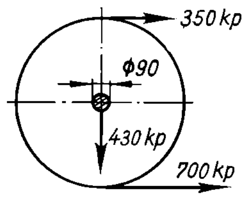


Bild 212

226. Eine Riemenscheibe ist auf einer **Triebwerkwelle** von 90 mm Dmr. (Bild 212) in der Mitte zwischen zwei in 1500 mm Abstand befindlichen Lagern angeordnet. Die waagerecht gerichteten Riemenspannkräfte sind 700 und 350 kp; das Eigengewicht der Scheibe beträgt 430 kp. Gesucht werden **a)** die resultierende biegende Kraft, welche die Riemenscheibe auf die Welle ausübt; **b)** die hierdurch in der Welle erzeugte Biegespannung; **c)** die Durchbiegung der Welle. $E = 2200000$ kp/cm². Formel der Durchbiegung in Aufg. 225.

227. Bei einer nach Bild 213 dreimal gelagerten Welle von 200 mm Dmr. ist das mittlere Lager C um $^3/_4$ mm zu hoch eingebaut. **a)** Welche Belastungen erhalten dadurch die drei Lager? $E = 2200000$ kp/cm²? **b)** Wie groß ist die in der Welle erzeugte Biegespannung? **c)** Wie groß ist der Leistungsverlust durch Zapfenreibung in den drei Lagern zusammen bei $n = 90$ min^{-1} und Reibungszahl $\mu = 0{,}08$?

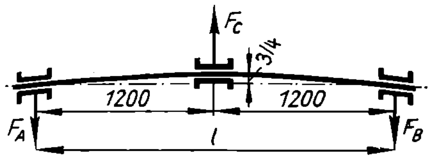


Bild 213

Lösung: a) Die Welle bildet einen Träger auf zwei Stützen F_A und F_B, der in der Mitte durch eine nach oben gerichtete Kraft F_C belastet ist.

$$f = \frac{F_C}{EI} \cdot \frac{l^3}{48} \text{ (s. Aufg. 225)},$$

$$F_C = f\,E\,I\,\frac{48}{l^3} = \frac{0{,}075\,\text{cm} \cdot 2{,}2 \cdot 10^6\,\text{kp/cm}^2 \cdot \pi \cdot (20\,\text{cm})^4 \cdot 48}{64 \cdot (240\,\text{cm})^3} = 4500\,\text{kp}.$$

Also $$F_A = F_B \frac{4500\,\text{kp}}{2} = 2250\,\text{kp}.$$

b) $$\sigma_b = \frac{M}{W} = \frac{2250\,\text{kp} \cdot 120\,\text{cm}}{\dfrac{\pi \cdot (20\,\text{cm})^3}{32}} = 344\,\text{kp/cm}^2.$$

c) Reibungswiderstand in den drei Lagern

$$\mu \cdot (4500 + 2 \cdot 2250)\,\text{kp} = 0{,}08 \cdot 9000\,\text{kp} = 720\,\text{kp}.$$

Umfangsgeschwindigkeit der Welle

$$v = 0{,}2 \cdot \pi \cdot 90\,\text{min}^{-1} = 0{,}94\,\text{m/s},$$

$$P = F\,v = 720\,\text{kp} \cdot 0{,}94\,\text{m/s} = \frac{720 \cdot 0{,}94}{75}\,\text{PS} = 9\,\text{PS}.$$

228. Eine Zimmerdecke von 4,8 m Spannweite und Gesamtbelastung von 800 kp/m² wird durch **I**-Unterzüge getragen, die in Abständen von 9,0 m angeordnet sind. **a)** Welche Profilnummer ist für die Unterzüge zu wählen, wenn die Durchbiegung der Träger nach den Vorschriften höchstens $\frac{1}{500}$ der Spannweite betragen darf? Die Durchbiegung eines Trägers auf zwei Stützen mit gleichmäßig verteilter Last (Bild 214) ist $f = \frac{F}{EI} \cdot \frac{5\,l^3}{384}$, wobei $F = p\,l$ die Gesamtlast, $E = 2200000$ kp/cm² ist. **b)** Wie groß ist die auftretende Biegespannung?

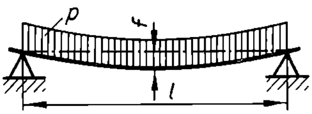


Bild 214

Lösung: a) Für einen Träger ist $F = (4{,}8\,\text{m} \cdot 0{,}9\,\text{m}) \cdot 800\,\text{kp/m}^2 = 3460\,\text{kp}$.

$$I_{\text{erf}} = \frac{F}{Ef} \cdot \frac{5\,l^3}{384}, \text{ wobei } f = \frac{1}{500} \text{ der Spannweite} = \frac{480\,\text{cm}}{500} = 0{,}96\,\text{cm}.$$

$$I_{\text{erf}} = \frac{3460\,\text{kp} \cdot 5\,(480\,\text{cm})^3}{2200000\,\text{kp/cm}^2 \cdot 0{,}96\,\text{cm} \cdot 384} = 2340\,\text{cm}^4.$$

Gewählt **I** 21 mit $I = 2560$ cm⁴.

b) $M = \frac{F\,l}{8}$ (vgl. Aufg. 194)

$$= \frac{3460\,\text{kp} \cdot 480\,\text{cm}}{8} = \sigma_b \cdot 244\,\text{cm}^3,$$

$$\sigma_b = 850\,\text{kp/cm}^2.$$

229. Die Kolbenstange einer Fördermaschine (Bild 215) hat 160 mm Durchmesser und 4,2 m Länge; Dichte $\varrho = 7{,}85$ g/cm³. Sie wird an beiden Enden, vor und hinter dem Zylinder, durch Kreuzkopf und Gleitschuh gestützt und trägt in ihrer Mitte den 590 kp schweren Dampfkolben. Wie groß sind **a)** das Eigengewicht der Kolbenstange; **b)** das Trägheitsmoment ihres Querschnitts; **c)** die Durchbiegung infolge ihres Eigengewichts (gleichmäßig verteilte Last; Formel in Aufg. 228), wenn die Stopfbuchsen nichttragend nachgiebig ausgeführt sind und das Kolbengewicht unberücksichtigt bleibt (Elastizitätsmodul 2200000 kp/cm²); **d)** die Durchbiegung der Stange infolge des Kolbengewichts (Einzellast in Mitte nach Aufg. 225); **e)** die gesamte Durchbiegung?

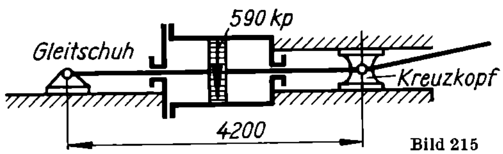


Bild 215

Lösung: **a)** $G = \frac{\pi \cdot (1{,}6\,\text{dm})^2}{4} \cdot 42\,\text{dm} \cdot 7{,}85\,\text{kp/dm}^3 = 663\,\text{kp}.$

b) $I = \frac{\pi \cdot (16\,\text{cm})^4}{64} = 3217\,\text{cm}^4.$

c) $f_1 = \frac{G}{E\,I} \cdot \frac{5\,l^3}{384} = \frac{663\,\text{kp} \cdot 5 \cdot (420\,\text{cm})^3}{2200000\,\text{kp/cm}^2 \cdot 3217\,\text{cm}^4 \cdot 384} = 0{,}09\,\text{cm}.$

d) $f_2 = \frac{F}{E\,I} \cdot \frac{l^3}{48} = \frac{590\,\text{kp} \cdot (420\,\text{cm})^3}{2200000\,\text{kp/cm}^2 \cdot 3217\,\text{cm}^4 \cdot 48} = 0{,}13\,\text{cm}.$

e) 2,2 mm.

Träger auf drei Stützen

230. Wie berechnet man einen Träger auf drei Stützen?

Lösung: **a)** Lager F_C entfernt denken (Bild 216) ergibt y_1.

b) Unbekannte Kraft F_C (Bild 217) erzeugt y_2.

Dann muß sein:

$$y_1 = y_2,$$

hieraus Bedingungsgleichung für F_C, dann F_C als äußere Kraft auffassen (Bild 218).

231. Welcher I-Stahl ist bei der Belastung $F = 2080$ kp eines Trägers nach Bild 219 erforderlich, wenn $\sigma_{zul} = 1000$ kp/cm² angenommen wird **a)** ohne das Lager bei F_C; **b)** mit eingebautem dritten Lager bei F_C (Säule od. dgl.)?

Lösung: **a)** $$F_B = \frac{2800\ \text{kp} \cdot 4}{6} = 1870\ \text{kp}\,,$$

$$M_{b\,max} = 1870\ \text{kp} \cdot 200\ \text{cm} = 374\,000\ \text{kp cm}\,,$$

$$W_{erf} = \frac{374\,000\ \text{kp cm}}{1000\ \text{kp/cm}^2} = 374\ \text{cm}^3\,.$$

Gewählt I 26 mit $W_x = 442\ \text{cm}^3$.

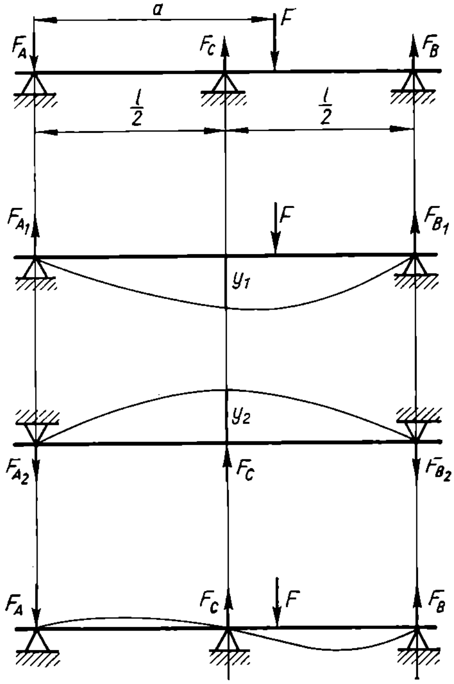


Bild 216

Bild 217

Bild 218

b) Bei weggenommenem Lager F_C würde die Durchbiegung bei F_C infolge der Kraft F sein:

$$y_C = \frac{F\,a^2\,b^2}{E\,I \cdot 6\,l}\left(\frac{l}{a} + \frac{l}{2\,b} - \frac{l^3}{8\,b^2\,b}\right),$$

ferner ist $y_C = \frac{F_C}{E\,I \cdot 48}$; somit

$$\frac{F_C\,l^3}{E\,I \cdot 48} = \frac{F\,a^2\,b^2}{E\,I \cdot 6\,l}\left(\frac{l}{a} + \frac{l}{2\,b} - \frac{l^3}{8\,a^2\,b}\right),$$

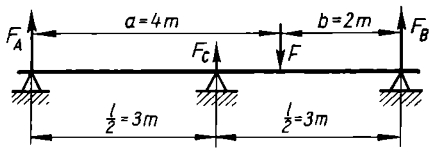


Bild 219

$$F_C = \frac{F\,a^2\,b^2}{6\,l^4}\left(\frac{l}{a} + \frac{l}{2\,b} - \frac{l^3}{8\,a^2\,b}\right) \cdot 48 = \frac{2800\ \text{kp} \cdot (400\ \text{cm})^2 \cdot (200\ \text{cm})^2}{6 \cdot (600\ \text{cm})^4} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{600\ \text{cm}}{400\ \text{cm}} + \frac{600\ \text{cm}}{2 \cdot 200\ \text{cm}} - \frac{600^3\ \text{cm}^3}{8 \cdot 400^2\ \text{cm}^2 \cdot 200\ \text{cm}}\right) \cdot 48 = 2390\ \text{kp}\,,$$

$$F_B = \frac{2800\ \text{kp} \cdot 400\ \text{cm} - 2390\ \text{kp} \cdot 300\ \text{cm}}{600\ \text{cm}} = 672\ \text{kp}\,,\ F_A = -262\ \text{kp}\,,$$

$$M_C = 262\ \text{kp} \cdot 300\ \text{cm} = 78\,600\ \text{kp cm}\,,$$

$$M_F = 672 \text{ kp} \cdot 200 \text{ cm} = 134\,400 \text{ kp cm (maßgebend)},$$

$$W_{erf} = \frac{134\,400 \text{ kp cm}}{1000 \text{ kp/cm}^2} = 134{,}4 \text{ cm}^3.$$

Gewählt I 18 mit $W_x = 161$ cm³.

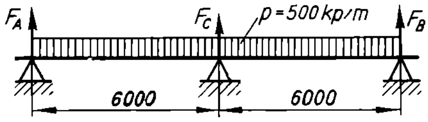


Bild 220

232. Welcher I-Stahl ist bei dem in Bild 220 gezeigten Träger bei $\sigma_{zul} = 1200$ kp/cm² erforderlich **a)** ohne das Lager F_C; **b)** mit eingebautem Lager F_C?

Verdrehfestigkeit

Kreisförmiger Querschnitt

Verdrehspannung

233. Wie werden Maschinenelemente mit kreisförmigem Querschnitt auf Verdrehen berechnet?

Lösung: Die größte Spannung wird errechnet nach der Formel

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} = \frac{\textbf{Drehmoment}}{\textbf{polares Widerstandsmoment}}.$$

234. Wie berechnet man das Drehmoment M_t einer Welle aus der übertragenen Leistung P in PS und der Drehzahl n in min⁻¹?

Lösung: $M_t = F\,r$; mit $P = F\,v$ und $v = \omega\,r = 2\,\pi\,n\,r$ folgt $M_t = \frac{P}{2\,\pi\,n}$.

Mit dieser Größengleichung läßt sich jede Aufgabe lösen. Für die häufig wiederkehrende Lösung solcher Aufgaben schneidet man die Größengleichung auf bestimmte Einheiten zu. Dazu teilt man jede Größe durch die zu verwendende Einheit und multipliziert wieder damit:

$$M_{t/\text{kpcm}} = \frac{P/\text{PS} \cdot \text{PS}}{2\,\pi \cdot n/\text{min}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}}.$$

Alle Einheiten, die nicht unter einem schrägen Bruchstrich stehen, werden auf die rechte Seite der Gleichung gebracht und lassen sich nach Umrechnung kürzen. Nur ein Zahlenfaktor bleibt:

$$M_{t/\text{kpcm}} = \frac{P/\text{PS}}{2\,\pi\,n/\text{min}^{-1}} \cdot \frac{\text{PS} \cdot \text{min}}{\text{kp} \cdot \text{cm}} = \frac{P/\text{PS}}{n/\text{min}^{-1}} \cdot \frac{75 \text{ kpm} \cdot 60 \text{ s} \cdot 100}{2\,\pi \cdot \text{s} \cdot \text{kp} \cdot \text{m}} =$$
$$= 71\,620 \frac{P/\text{PS}}{n/\text{min}^{-1}}.$$

Die entsprechende Zahlenwertgleichung lautet:

$$^*M_t = 71\,620 \frac{P}{n}; \quad \frac{M_t}{\text{kpcm}} \bigg| \frac{P}{\text{PS}} \bigg| \frac{n}{\text{min}^{-1}}.$$

235. Eine Winde für 500 kp Last am Drahtseil hat 220 mm Trommeldurchmesser, bis Mitte Seil gemessen (Bild 221). Der Antrieb der Trommelwelle erfolgt mittels

*) Zahlenwertgleichung! Hier bedeuten die Formelzeichen nicht mehr Größen, sondern reine Zahlen. Die Gleichung gilt im Gegensatz zur Größengleichung nur für bestimmte Einheiten.

eines Rädervorgeleges durch die Kurbelwelle. An der Kurbel von 350 mm Hebellänge greifen zwei Arbeiter mit je 20 kp Umfangskraft an. Es sollen **a)** der Durchmesser der Kurbelwelle und **b)** der Durchmesser der Trommelwelle auf Verdrehung berechnet werden. Die hinzukommende Biegebeanspruchung berücksichtigt man bei Windenwellen dadurch, daß man die zulässige Verdrehspannung niedrig wählt, und zwar gleich 150 kp/cm².

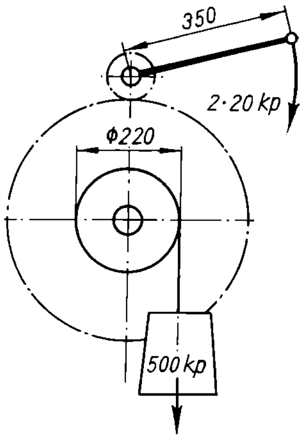


Bild 221

236. Die Schwenkvorrichtung eines Drehkrans besteht aus einem Räderwerk (Bild 222). An der Kurbel von 400 mm Hebellänge dreht ein Arbeiter mit 20 kp Umfangskraft. Von der Kurbelwelle wird die Bewegung durch ein Kegelradgetriebe mit der Übersetzung 1:6 und einem Wirkungsgrad von 92% auf eine Vorgelegewelle übertragen, von dieser durch ein Stirnradgetriebe auf die Säule des Drehkrans. Die zulässige Verdrehspannung für die Wellen werde unter Vernachlässigung der hinzukommenden Biegebeanspruchung niedrig gewählt zu 150 kp/cm². Gesucht werden **a)** der Durchmesser der Kurbelwelle; **b)** das Drehmoment der Vorgelegewelle; **c)** der Durchmesser der Vorgelegewelle.

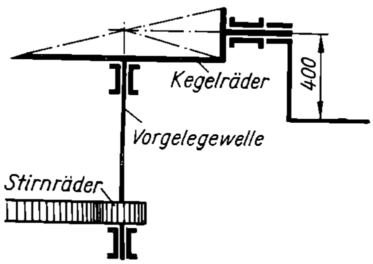


Bild 222

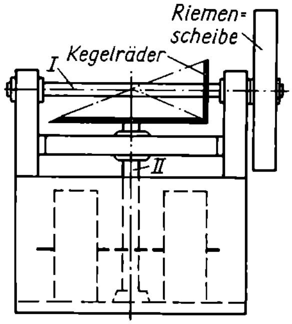


Bild 223

237. Die Riemenscheibe eines Kollergangs (Bild 223) wird mit 6 PS und $n = 75\ \text{min}^{-1}$ angetrieben. Das Kegelradvorgelege ergibt eine Drehzahlübersetzung 1 : 3 und hat 90% Wirkungsgrad. Zulässige Verdrehspannung 200 kp/cm². Gesucht werden **a)** der Durchmesser der Antriebswelle *I*; **b)** die Leistung der Kollergangwelle *II*; **c)** ihr Durchmesser.

238. Ein Schneckengetriebe nach Bild 224 erhält an der Schneckenwelle *I* durch einen Elektromotor 13 PS mit $n = 1500\ \text{min}^{-1}$ zugeführt. Die Drehzahlübersetzung des Getriebes ist 1 : 22, der Wirkungsgrad 79%. **a)** Welche Leistung erhält die Schneckenradwelle *II*? **b)** Welches Drehmoment? **c)** Wie groß ist ihr Durchmesser bei einer zulässigen Verdrehspannung von 300 kp/cm² auszuführen?

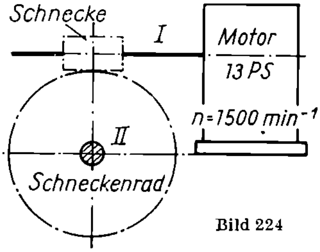


Bild 224

239. Bei einer Transmissionsanlage werden 90 PS mit $n = 180\ \text{min}^{-1}$ von einer Reibungskupplung auf eine

Hohlwelle aus Grauguß übertragen. Letztere hat 170 mm äußeren und 110 mm inneren Durchmesser. Zu berechnen sind **a)** das polare Widerstandsmoment des Wellenquerschnittes; **b)** die in der Welle auftretende Verdrehspannung.

Lösung: **a)** $I_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32}$ (s. Aufg. 239),

$$W_p = \frac{I_p}{e} = \frac{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(17^4 - 11^4)\ \text{cm}^4}{17\ \text{cm}} = 795\ \text{cm}^3.$$

b) $$M_t = \frac{90\ \text{PS} \cdot \text{min}}{2\pi \cdot 180} = \frac{90 \cdot 75\ \text{kpm} \cdot 60\ \text{s}}{2\pi \cdot \text{s} \cdot 180} = 358{,}1\ \text{kpm} = 35810\ \text{kp cm},$$

$$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{35810\ \text{kp cm}}{795\ \text{cm}^3} = 45\ \text{kp/cm}^2\ \text{(s. Aufg. 234)}.$$

240. Eine hohle Schiffswelle hat 700 mm äußeren und 300 mm inneren Durchmesser. Die voll geschmiedete Welle wird mittels eines rohrförmigen Fräsers ausgebohrt, so daß der Kern als zylindrische Stange übrigbleibt, Diese kann Festigkeitsproben unterworfen werden zwecks Prüfung, ob die Welle bis ins Innerste gleichmäßig durchgeschmiedet ist. Hohlwellen haben also den Vorteil, daß Werkstoffkontrolle ermöglicht, also die Gefahr der Wellenbrücke verringert wird. Dazu kommt der Vorteil der Werkstoffeinsparung. **a)** Es soll das polare Widerstandsmoment der obigen vollen Welle und **b)** der hohlen Welle (vgl. Aufg. 242) berechnet werden. **a)** Um wieviel Prozent wird das Widerstandsmoment, d.h. die Verdrehfestigkeit der vollen Welle, durch Ausbohren des Kerns verringert? **d)** Wieviel Prozent beträgt die Gewichtseinsparung?

Verdrehwinkel

241. Wie groß ist der Verdrehwinkel ψ einer durch ein Drehmoment beanspruchten Welle von kreisförmigem Querschnitt vom Durchmesser d und der Länge l?

Lösung: Die Theorie ergibt:

$$\boldsymbol{\psi = \frac{180^\circ M_t l}{\pi G I_p}}.$$

Setzt man: $M_t = \tau W_p$, $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ und $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$,

so wird $$\boldsymbol{\psi = \frac{360^\circ \tau l}{\pi G d}}$$

Hierbei bedeutet τ die durch das Drehmoment erzeugte Verdrehspannung. **G** heißt der **Schubmodul,** $\frac{1}{G} = \beta$ ist die **Schubzahl.** Dehnzahl α und Schubzahl β hängen durch die **Poissonsche Zahl m** zusammen.

$$\boldsymbol{\beta = 2\frac{m+1}{m}\alpha}.$$

Mit $m = \frac{1}{\mu} = \frac{10}{3}$ wird (vgl. Aufg. 11)

$$\beta = 2{,}6\,\alpha \text{ oder } G = 0{,}385\,E.$$

Für weichen Stahl ist $G = 0{,}385 \cdot 2100000\ \text{kp/cm}^2 = 810000\ \text{kp/cm}^2$. Für Stahl höherer Festigkeit

$$G = 0{,}385 \cdot 2200000\ \text{kp/cm}^2 = 850000\ \text{kp/cm}^2.$$

242. Eine Triebwerkswelle von 80 mm Dmr. überträgt 20 PS mit $n = 112\ \text{min}^{-1}$. **a)** Wie groß ist die auftretende Verdrehspannung τ? **b)** Wie groß ist der Verdrehwinkel ψ für $l = 13$ m Wellenlänge? $G = 810000\ \text{kp/cm}^2$. **c)** Wieviel mm beträgt die elastische Federung x am Umfang der treibenden Riemenscheibe von 3 m Dmr. infolge der Verdrehung der Welle?

Lösung: **a)** $M_t = \dfrac{20\ \text{PS} \cdot \text{min}}{2\pi \cdot 112} = 12790\ \text{kp cm} = \tau\,\dfrac{(8\ \text{cm})^3}{5}$ (s. Aufg. 234),

$$\tau = 125\ \text{kp/cm}^2.$$

b) $$\psi = \frac{\tau}{G} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{360^\circ}{\pi} = \frac{125\ \text{kp/cm}^2 \cdot 1300\ \text{cm} \cdot 360^\circ}{810000\ \text{kp/cm}^2 \cdot 8\ \text{cm} \cdot \pi} = 2{,}9^\circ.$$

c) $$\frac{x}{(3000\,\pi)\ \text{mm}} = \frac{2{,}9^\circ}{360^\circ}, \quad x = 76\ \text{mm}.$$

243. Ein Handhebel zum Bedienen einer Bremse ist nach Bild 225 auf eine Welle aufgesetzt. Die Kraft des Arbeiters am Handgriff beträgt 15 kp, die Hebellänge 1100 mm. **a)** Der erforderliche Wellendurchmesser ist zu berechnen für eine zulässige Verdrehspannung von 200 kp/cm². **b)** Wie groß wird der Verdrehwinkel für 1 m Wellenlänge? $G = 810000\ \text{kp/cm}^2$. **c)** Um wieviel mm gibt der Handgriff des Hebels in Richtung der Kraft 15 kp nach infolge der elastischen Verdrehung der 3,3 m langen Welle?

244. Die Schnittkraft am Drehmeißel einer Zylinderbohrmaschine in Umfangsrichtung ist 900 kp (Bild 226), der Durchmesser des auszubohrenden Zylinders 1200 mm, der Durchmesser der den Bohrkopf tragenden Bohrspindel 110 mm, die Länge der Spindel, soweit sie das Drehmoment überträgt, d.h. vom Antriebsrade bis zum Bohrkopf, 1900 mm. Wie groß sind **a)** die in der Spindel auftretende Verdrehspannung; **b)** der Verdrehwinkel ($G = 850000\ \text{kp/cm}^2$); **c)** die elastische Federung der Stahlschneide infolge Verdrehung der Spindel?

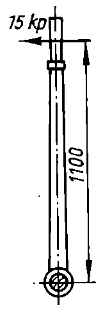


Bild 225

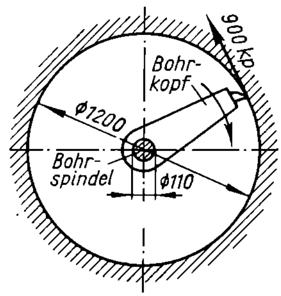


Bild 226

245. Die hohle Welle eines Schnelldampfers hat 600 mm äußeren und 225 mm inneren Durchmesser und überträgt 16000 PS mit $n = 80\ \text{min}^{-1}$. Wie groß sind **a)** die auftretende Verdrehspannung; **b)** der Verdrehwinkel der 52 m langen Welle? $G = 850000\ \text{kp/cm}^2$.

Nichtkreisförmige Querschnitte

a) Rechteck

246. Wie groß ist die größte Verdrehspannung bei einem **rechteckigen,** auf Verdrehung beanspruchten **Querschnitt** (Bild 227), und an welcher Stelle tritt sie auf?

Lösung: Nach einer angenäherten Formel ist die größte Spannung

$$\tau_{max} = \frac{9\, M_t}{2\, b^2 h}; \quad h > b\,.$$

Sie tritt an denjenigen Punkten des Umfanges auf, die der Stabachse am nächsten liegen (Punkte A).

247. Wie groß ist die im Rechteckquerschnitt $b\,h$ einer Stirnkurbel aus St 50 infolge eines Drehmomentes $M_t = 500\,000$ kp cm auftretende größte Verdrehspannung? $b = 180$ mm, $h = 450$ mm.

Lösung: $\tau_{max} = \frac{9\, M_t}{2\, b^2 h} = \frac{9 \cdot 500\,000 \text{ kp cm}}{2 \cdot (18 \text{ cm})^2 \cdot 45 \text{ cm}}$,

$\tau_{max} = 155 \text{ kp/cm}^2$.

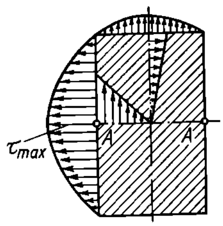


Bild 227

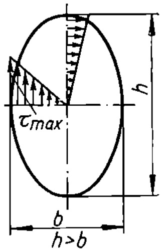


Bild 228

b) Elliptischer Querschnitt

248. Wie groß ist die größte Verdrehspannung bei einem elliptischen, auf Verdrehung beanspruchten Querschnitt (Bild 228), und an welcher Stelle tritt sie auf?

Lösung: $\tau_{max} = \frac{16\, M_t}{\pi\, b^2 h}; \quad h > b\,.$

Sie tritt an den Schnittpunkten der kleinen Achse mit dem Umfang auf.

Triebwerkswellen

249. Wie werden Triebwerkswellen berechnet?

Lösung: Man vernachlässigt die Biegespannung und setzt dafür eine geringe zulässige Verdrehspannung an. Es darf:

1. die Verdrehspannung diesen Wert nicht überschreiten.
2. der Verdrehwinkel auf 1 m Länge nicht größer werden als $^1/_4{}^\circ$.

250. a) Es ist für eine zulässige Verdrehspannung von 120 kp/cm^2 der Durchmesser einer Triebwerkswelle zu berechnen, die 18 PS mit $n = 160 \text{ min}^{-1}$ überträgt. **b)** Welcher Wellendurchmesser ergibt sich für doppelte Leistung? **c)** In welchem Verhältnis wächst die übertragbare Leistung mit dem Wellendurchmesser?

Lösung: **a)** $M_t = \frac{18 \text{ PS} \cdot \text{min}}{2\,\pi \cdot 160} = 8060$ kp cm (s. Aufg. 234)

$$= 120 \text{ kp/cm}^2 \cdot \frac{\pi\, d^3}{16} \approx 120 \text{ kp/cm}^2 \cdot \frac{d^3}{5},$$

$$d = \sqrt[3]{336 \text{ cm}^3} = 6{,}95 \text{ cm} \approx 70 \text{ mm}\,.$$

b) $2 \cdot 8060 \text{ kp cm} = 120 \text{ kp/cm}^2 \cdot \frac{d^3}{5}\,.$

$$d = \sqrt[3]{672 \text{ cm}^3} = 8{,}76 \text{ cm} \approx 90 \text{ mm}\,.$$

c) Nach der Gleichung $M_t = \tau_{t\,zul} \cdot \frac{d^3}{5} = \text{konst} \cdot d^3$ wächst das übertragbare Drehmoment, also auch die Leistung, mit der dritten Potenz des Wellendurchmessers; z.B. doppelter Wellendurchmesser ergibt $2^3 = 8$fache Leistung.
Triebwerkswellen berechnet man überschläglich, indem man nur das Drehmoment berücksichtigt. Man vernachlässigt also die durch Scheibengewichte, Riemenzug usw. hinzukommende Biegung sowie die Schwächung der Welle durch die Keilnut. Dafür nimmt man die zulässige Verdrehspannung niedrig an, nämlich $\tau_{t\,zul} = 120\,\text{kp/cm}^2$ für gewöhnlichen Wellenstahl. Welche Formel für den Durchmesser d einer Triebwerkswelle läßt sich daraus ableiten, wenn die übertragene Leistung P in PS und die minutliche Drehzahl gegeben sind (s. Aufg. 234)?

Lösung: $M_t = \frac{P}{2\pi n} = \tau_{t\,zul} \frac{\pi d^3}{16} \approx 120\,\text{kp/cm}^2 \cdot \frac{d^2}{5}$ folgt die Zahlenwertgleichung

$$\boldsymbol{d = 14{,}4\sqrt[3]{\frac{P}{n}}}\,; \quad \frac{d}{\text{cm}}\Big|\frac{P}{\text{PS}}\Big|\frac{n}{\text{min}^{-1}}\Big|^* \quad \text{(vgl. jedoch Aufg. 251)}.$$

251. Der Verdrehwinkel einer Welle darf erfahrungsgemäß höchstens $^1/_4{}^\circ$ je 1 Wellenlänge sein, weil sonst die elastischen Schwankungen der Drehbewegungen zu groß werden. Wenn diese Schwingungen nämlich durch die Massenwirkung schwerer Räder auf der Welle zufällig noch verstärkt werden, so daß ein taktmäßiges „Pendeln" der Welle in Drehrichtung eintritt (Resonanz!), können dadurch sogar Triebwerkbrüche entstehen.
Welche Formel für den Wellendurchmesser d läßt sich aus obiger Bedingung ableiten, wenn die P in PS und die Drehzahl n in min^{-1} gegeben sind?

Lösung: $\psi = \frac{\tau}{G} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{360^\circ}{\pi}$ (vgl. Aufg. 241).

Aus $M_t = \tau \frac{\pi d^3}{16} = \frac{P}{2\pi n}$ (s. Aufg. 234)

folgt $\tau = \frac{8P}{\pi^2 n d^3}$.

Dies eingesetzt: $\psi = \frac{8Pl \cdot 360^\circ}{\pi^3 n d^4 G}$.

Für $l = 100$ cm soll $\psi = \frac{1^\circ}{4}$ sein.

So findet man mit $G = 810000\,\text{kp/cm}^2$ die Zahlenwertgleichung

$$\boldsymbol{d} = \sqrt[4]{20600\frac{P}{n}} = \boldsymbol{12\sqrt[4]{\frac{P}{n}}}.$$

252. Eine Triebwerkswelle soll 15 PS mit $n = 90\,\text{min}^{-1}$ übertragen. Welchen Durchmesser muß die Welle erhalten, **a)** wenn die Festigkeit durch Wahl der zulässigen Verdrehspannung $\tau_{zul} = 120\,\text{kp/cm}^2$ zugrunde gelegt wird (nach Aufg. 250 wird hierfür $d = 14{,}4\sqrt[3]{\frac{P}{n}}$); **b)** wenn die Formänderung durch Wahl des zulässigen Verdrehwinkels zugrunde gelegt wird? Nach Aufg. 251 gilt hierfür

$$\boldsymbol{d = 12\sqrt[4]{\frac{P}{n}}}.$$

Knickfestigkeit

253. Erkläre die Begriffe Knicklast, Knickspannung, zulässige Belastung, Sicherheit, Schlankheitsgrad, Trägheitshalbmesser!

Lösung: Knicklast F_K ist die Druckkraft, unter der das Ausknicken eines Stabes erfolgt.

Knickspannung $\sigma_k = \frac{F_K}{A}$ ist die bei Beginn des Ausknickens herrschende Druckspannung.

Die zulässige Belastung (Tragfähigkeit) ist $F = \frac{F_K}{\nu}$, wobei ν die **Sicherheit** gegen Knicken bedeutet.

$\nu = \frac{F_K}{F}$ ist die Zahl, die angibt, wievielmal größer die Knicklast F_K ist als die vorhandene zulässige Last F.

Die unter der Belastung F vorhandene Druckspannung ist

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A}.$$

$$\nu = \frac{F_K}{F} = \frac{\sigma_k A}{\sigma_{vorh} A} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{vorh}}.$$

Schlankheitsgrad $\lambda = \frac{l}{i}$, wobei l die freie Länge des Stabes, i den Trägheitshalbmesser des Stabquerschnitts A bedeuten. Aus $I = A\, i^2$ ergibt sich der **Trägheitshalbmesser** $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ · J bedeutet das kleinste äquatoriale Trägheitsmoment des Querschnitts.

Beim Kreis-Querschnitt ist

$$\frac{I}{A} = \frac{\left(\frac{\pi d^4}{64}\right)}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)} = \frac{d^2}{16}, \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{d^2}{16}} = \frac{d}{4}.$$

254. Welche **Verfahren** sind zur Berechnung von Stäben auf Knicken gebräuchlich?

Lösung: 1. Euler-Formel.

Unter den vier von Euler aufgestellten Belastungsfällen ist Fall 2 der häufigste: Der auf Knicken beanspruchte Stab ist an beiden Enden frei und in der ursprünglichen Stabachse geführt (Bild 229). Hierfür ist nach Euler die Knicklast

$$F_K = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$$

und die Knickspannung

$$\sigma_k = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 E I}{A l^2} = \frac{\pi^2 E (A i^2)}{A l^2}.$$

$\lambda = \frac{l}{i}$ eingesetzt, ergibt

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \text{ (Euler-Formel)}.$$

Trägt man in einem Schaubild (Bild 230) die Werte λ als waagerechte Abszissen und die zugehörigen Formelwerte σ_k als senkrechte Ordinaten auf, so ergibt sich eine Hyperbel dritten Grades, die Euler-Hyperbel AB. Je schlanker der Stab (λ groß, Punkt A), um so kleiner die Knickspannung σ_k, d.h., um so kleiner die Knicklast K, die das Ausknicken herbeiführt.

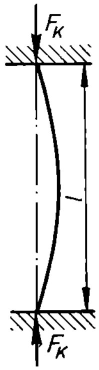


Bild 229

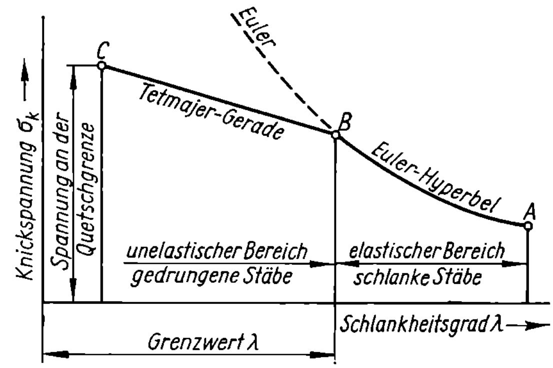


Bild 230

2. Tetmajer-Formeln

Tetmajer bewies durch Versuche, daß die Euler-Formel nur für sehr schlanke Stäbe gilt; daß dagegen bei weniger schlanken, also gedrungenen Stäben, d.h. bei kleineren Werten von λ, die Knickspannung σ_k kleiner ist, als die Euler-Formel angibt. An Stelle der Euler-Hyperbel tritt deshalb in Bild 230 von einem gewissen Grenzpunkt B an die Tetmajersche Gerade BC. Die zugehörigen Werte der Knickspannung σ_k sowie den zum Punkte B gehörigen Grenzwert λ hat Tetmajer durch Versuche für die verschiedenen Werkstoffe ermittelt (siehe Tabellenbücher), z. B. für Flußstahl weich (St 38 mit $E = 2100\,00$ kp/cm²), Grenzwert $\lambda = 105$, ist $\sigma_k = 3100$ kp/cm². $(1-0{,}00368\,\lambda) = (3100-11{,}4\,\lambda)$ kp/cm².
Für hochwertigen Flußstahl ($E = 2200000$ kp/cm²), Grenzwert $\lambda = 89$, ist $\sigma_k = 3350$ kp/cm² $\cdot\,(1-0{,}001\,85\,\lambda) = (3350-6{,}2\,\lambda)$ kp/cm².
Der Euler-Bereich AB wird als elastische Knickung bezeichnet; der Tetmajer-Bereich BC als unelastische Knickung. Für Aufgaben innerhalb des elastischen Bereichs ist die Euler-Formel anzuwenden, dagegen für Aufgaben innerhalb des unelastischen Bereichs die Tetmajer-Formeln.
Die Tetmajer-Formeln sind nicht zur unmittelbaren Berechnung des Stangendurchmessers beim Entwurf zu gebrauchen, sondern nur zum Nachprüfen gegebener Querschnitte. Deshalb muß der Durchmesser d nach Schätzung angenommen oder nach Euler zunächst errechnet und dann nach Tetmajer nachgeprüft werden.

3. Das ω-Verfahren

ist für Stahlbauwerke aus Flußstahl St 38, 48 und 52 (Hoch-, Kran- und Brückenbau) behördlich vorgeschrieben.
Der auf Knicken beanspruchte Stab wird einfach auf Zug berechnet, doch so, daß statt der wirksamen Druckkraft F eine größere Kraft $\omega\,F$ eingeführt wird:

$$\omega\,F = A\,\sigma_{zul}\,.$$

Die Knickzahl ω ist abhängig von dem Schlankheitsgrad λ und dem Werkstoff. Je größer λ, um so größer ω. Tabelle siehe TGL 0-4114, Bl. 1.

Das ω-Verfahren wird sowohl für den elastischen wie für den unelastischen Bereich angewandt. Die Grenze zwischen beiden Bereichen liegt hier bei $\lambda = 100$.

Die Werte von ω sind so bemessen, daß die Sicherheit innerhalb der vorgeschriebenen Grenzen liegt. Daher ist das ω-Verfahren nicht für Berechnungen im Maschinenbau zu verwenden, wo die Sicherheit in jedem einzelnen Falle verschieden hoch angenommen werden muß.

Da das ω-Verfahren nur als Kontrollverfahren zur Nachprüfung bereits bekannter Querschnitte angewandt werden kann, muß beim Entwurf der erforderliche Querschnitt zunächst durch Annäherungsrechnung mittels der sogenannten *Gebrauchsformeln* (siehe Krist, Werkstatt-Tabellen, Bd. I; Friedrich, Tabellenbuch f. d. Metallgewerbe) bestimmt werden.

Beispiele für Flußstahl St 37:

a) Unelastischer Bereich ($\lambda < 100$)

1. Belastungsfall: $A_{\mathrm{erf}} = \dfrac{F}{1{,}4} + 0{,}577\, k\, l^2$,

2. Belastungsfall: $A_{\mathrm{erf}} = \dfrac{F}{1{,}6} + 0{,}577\, k\, l^2$.

A	F	k	l *
cm²	Mp	λ	m

b) Elastischer Bereich ($\lambda > 100$)

1. Belastungsfall: $I_{\mathrm{erf}} = 1{,}2\, F\, l^2$,

2. Belastungsfall: $I_{\mathrm{erf}} = 1{,}0\, F\, l^2$.

I	F	l *
cm⁴	Mp	m

Belastungsfall 1 liegt vor, wenn im wesentlichen nur Hauptkräfte wirken, Belastungsfall 2 bei Haupt- und Zusatzkräften (z.B. Windlast, Bremskräfte usw.). Der Profilwert k ist von der Querschnittsform abhängig, z. B. beim Quadrat 12, beim Kreis 4π, beim gleichschenkligen Winkelstahl 6.

255. Die Exzenterstange zum Antrieb der Steuerung einer Dampfmaschine soll 1300 kp Druckluft übertragen, Stangenlänge 1500 mm; Sicherheit gegen Knicken 40; $E = 2200000$ kp/cm². Gesucht werden **a)** das erforderliche Trägheitsmoment des gefährdeten Querschnitts in Stangenmitte; **b)** der Durchmesser für Kreisquerschnitt; **c)** die Seitenlängen für Rechteckquerschnitt, wenn die Querschnittshöhe gleich der 1,75fachen Breite sein soll.

256. Eine Lokomotiv-Schubstange hat den aus Bild 231 ersichtlichen I-Querschnitt und 2900 mm Länge. Der Kolbendurchmesser beträgt 580 mm, der Dampfdruck 14 at; $E = 2200000$ kp/cm². Zu berechnen sind **a)** die Kolbenkraft; **b)** das für Knicken maßgebende Trägheitsmoment des Stangenquerschnitts; **c)** der Trägheitshalbmesser; **d)** der Schlankheitsgrad; **e)** die Sicherheit gegen Knicken.

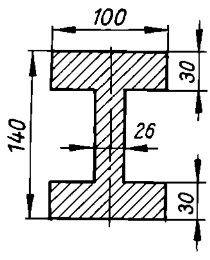


Bild 231

257. Eine Wasserwerk-Pumpe hat 480 mm Kolbendurchmesser, 940 mm Kolbenhub, 16 at Wasserdruck. Die Länge der Kolbenstange ist gleich dem 1,5fachen Hub; $E = 2200000$ kp/cm². Gesucht werden **a)** die Kolbenkraft; **b)** der erforderliche Durchmesser der Kolbenstange bei 10facher Sicherheit.

258. Die Schubstange eines Dieselmotors hat 2400 mm Länge; Kolbendurchmesser 700 mm; größter Gasdruck hinter dem Kolben im Augenblick der Zündung des Gasgemischs 25 at. Da die Zündung bei der Totlage des Kurbelgetriebes erfolgt, ist die größte Schubstangenkraft gleich der Kolbenkraft zu setzen; Sicherheit der Stange gegen Knicken 12; $E = 2200000$ kp/cm². Es sollen berechnet werden **a)** die Kolbenkraft; **b)** der erforderliche Stangendurchmesser; **c)** die Seitenlängen für Rechteckquerschnitt so, daß das Seitenverhältnis $h : b = 1:8$ gewählt wird. Für Knicken ist das kleinste Trägheitsmoment des Rechteckquerschnitts maßgebend, also $\frac{h\,b^3}{12}$.

259. Eine Säule aus Grauguß von Kreisring- Querschnitt und 4,8 m Höhe soll für eine Belastung von 52 Mp auf Knicken berechnet werden. Die Sicherheit soll 6 betragen. $E = 1000000$ kp/cm² für Grauguß.

Lösung: Nach Euler ist $F = \frac{F_K}{\nu} = \frac{\pi^2 E I}{\nu\, l^2}$.

Also $I_{erf} = \frac{\nu F l^2}{\pi^2 E} \approx \frac{6 F l^2}{10 \cdot 1000000 \text{ kp/cm}^2} = 7190 \text{ cm}^2.$

Nach Tafel der Kreisring- Querschnitte (Krist, Werkstatt-Tabellen Bd. I, Friedrich, Tabellenbuch für das Metallgewerbe) gewählt; Außendurchmesser 230 mm, Wanddicke 20 mm, $A = 132$ cm², $I = 7341$ cm⁴.

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{7341 \text{ cm}^4}{132 \text{ cm}^2}} = 7{,}46 \text{ cm}\,,$$

$$\lambda = \frac{l}{i} = \frac{480 \text{ cm}}{7{,}46 \text{ cm}} = 64{,}4 \text{ cm}\,.$$

Der Grenzwert der Euler-Formel (Aufg. 254) liegt für Grauguß bei $\lambda = 80$. Da im vorliegenden Falle $\lambda = 64{,}4 < 80$ ist, liegt die Knickung im unelastischen Bereich. Also ist nicht Euler, sondern Tetmajer maßgebend, um die Sicherheit nachzuprüfen. Nach Tetmajer ist die Knickspannung für Grauguß

$$\begin{aligned} \sigma_k &= (7760 - 120\,\lambda + 0{,}53\,\lambda^2) \text{ kp/cm}^2 \\ &= (7760 - 120 \cdot 64{,}4 + 0{,}53 \cdot 64{,}4^2) \text{ kp/cm}^2 = 2230 \text{ kp/cm}^2. \end{aligned}$$

$$\sigma_{vorh} = \frac{F}{A} = \frac{52000 \text{ kp}}{132 \text{ cm}^2} = 394 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\nu = \frac{\sigma_k}{\sigma_{vorh}} = \frac{2230 \text{ kp/cm}^2}{394 \text{ kp/cm}^2} = 5{,}66\,.$$

Da dieser Wert unter der geforderten Sicherheit von 6 liegt, werde eine größere Wanddicke 22 mm bei 230 mm Außendurchmesser gewählt. Hierfür ergibt die Nachrechnung die Werte

$$A = 144 \text{ cm}^2, \qquad I = 7862 \text{ cm}^4, \qquad i = 7{,}39 \text{ cm},$$

$$\lambda = 65, \qquad \sigma_k = 2200 \text{ kp/cm}^2, \qquad \sigma_{vorh} = 361 \text{ kp/cm}^2,$$

$$\nu = 6{,}1 > 6\,.$$

260. Eine Säule aus Grauguß von dem in Bild 232 skizzierten hohlen Rechteckquerschnitt und 6 m Länge ist mit 47 Mp belastet; $E = 1000000 \text{kp/cm}^2$. Gesucht werden **a)** das für Knicken maßgebende Trägheitsmoment des Querschnitts; **b)** der Trägheitshalbmesser; **c)** der Schlankheitsgrad; **d)** die Sicherheit gegen Knicken.

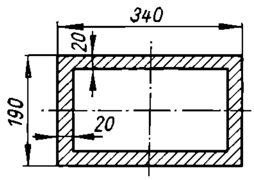


Bild 232

261. Eine Säule aus Grauguß von Kreisring-Querschnitt und 5,4 m Länge soll 17 Mp mit sechsfacher Sicherheit gegen Knicken tragen; $E = 1000000 \text{ kp/cm}^2$. **a)** Wie groß muß das Trägheitsmoment des Querschnitts nach Euler sein? **b)** Welche Maße sind für den Kreisring-Querschnitt bei einem Außendurchmesser von 180 mm zu wählen? **c)** Wie groß ist der Trägheitshalbmesser und **d)** der Schlankheitsgrad? **e)** Ist Euler oder Tetmajer für die Berechnung maßgebend?

262. Ein Wasserbehälter von 4 m Länge, 2 m Breite und 1,5 m Höhe wird nach Bild 233 an den vier Ecken von vier I-Säulen von 3,5 m Höhe getragen. Eigengewicht des leeren Behälters 3600 kp. **a)** Wie groß ist die Belastung einer Säule? **b)** Welches Mindest-Trägheitsmoment muß eine Säule bei fünffacher Sicherheit haben? $E = 2100000 \text{ kp/cm}^2$ für Flußstahl St 37. **c)** Welche Profilnummer ist zu wählen? **d)** Wie groß ist der Schlankheitsgrad? **e)** Ist Euler oder Tetmajer maßgebend?

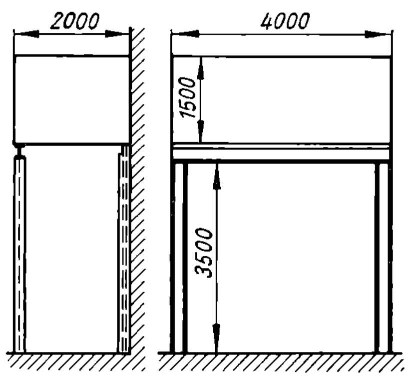


Bild 233

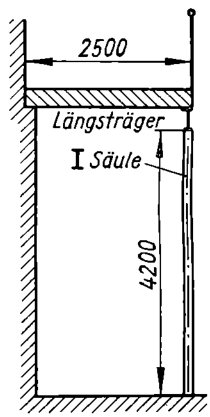


Bild 234

263. Eine 2,5 m breite Galerie in einem Fabrikgebäude ruht nach Bild 234 einerseits auf der Gebäudemauer, andererseits auf einem Längsträger. Letzterer ist durch 4,2 m hohe I-Säulen in Abständen von 5 m gestützt. Die Gesamtbelastung der Galerie einschließlich des Eigengewichts beträgt 800 kp/m². **a)** Welche Belastung erhält eine Säule? **b)** Welches Mindest-Trägheitsmoment muß eine Säule bei fünffacher Sicherheit haben? $E = 2100000 \text{ kp/cm}^2$ für Flußstahl St 37. **c)** Welche Profilnummer ist zu wählen? **d)** Wie groß ist der Schlankheitsgrad? **e)** Ist Euler oder Tetmajer maßgebend?

264. Die Säulen zum Tragen der Dachbinder eines Fabrikgebäudes sind aus Formstählen (Flußstahl St 37) gemäß Bild 235 fest zusammengenietet. Die Belastung beträgt 19 Mp, die Säulenhöhe 8 m. Gesucht werden **a)** das für Knicken maßgebende Trägheitsmoment des Querschnitts; **b)** der Trägheitshalbmesser; **c)** der Schlankheitsgrad; **d)** die Knickzahl ω; **e)** die unter der Belastung vorhandene Knickspannung nach dem ω-Verfahren.

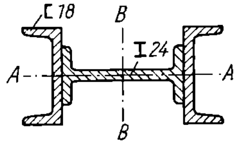


Bild 235

265. Eine 6,1 m hohe Stütze ist aus einem Stehblech 320 · 12 aus 4 ungleichschenkligen Winkelstählen 65 ·130 ·12 aus Flußstahl St 37 nach Bild 236 zusammengenietet. Zu berechnen sind **a)** das für das Knicken maßgebende Trägheitsmoment des Querschnitts; **b)** die unter einer Belastung von 52 Mp auftretende Knickspannung nach dem ω-Verfahren.

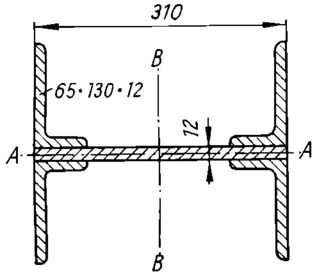


Bild 236

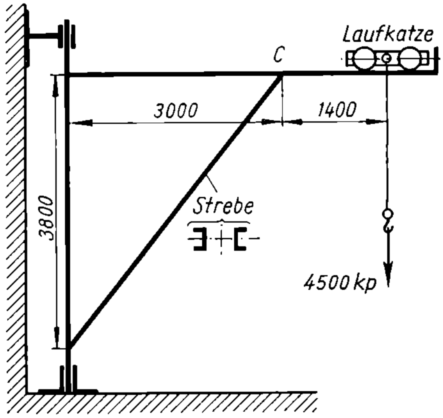


Bild 237

266. Die Laufkatze eines Gießerei-Drehkrans hat bei größter Ausladung die in Bild 237 angegebene Stellung. Die Nutzlast unter Berücksichtigung der Eigengewichte beträgt 4500 kp. Die Strebe des Krangerüsts ist nach dem ω-Verfahren auf Knicken zu berechnen. $\sigma_{zul} = 1200$ kp/cm² für Flußstahl St 37. Die Strebe wird aus zwei [-Stählen gebildet, die parallel nebeneinanderliegen, und zwar ohne Querversteifung, weil beim Verschieben der Katze die Lastkette sich zwischen ihnen hindurch bewegen muß. Gesucht werden **a)** die senkrechte Belastung der Strebe in ihrem oberen Anschlußpunkte C, **b)** die von einem der beiden [-Stähle aufzunehmende Druckkraft; **c)** I_{erf} für einen [-Stahl nach der Gebrauchsformel (Aufg. 254); **d)** die zu wählende Profilnummer; **e)** der Schlankheitsgrad; **f)** die Knickzahl; **g)** die vorhandene Knickspannung.

267. Der skizzierte Wanddrehkran (Bild 238) ist am Auslegerkopfe mit 2500 kp (einschl. Eigengewicht) belastet. Die waagerechte Strebe, aus zwei parallelen, ohne Querversteifung nebeneinanderliegenden [-Stählen gebildet, soll nach dem ω-Verfahren auf Knicken berechnet werden. $\sigma_{zul} = 1400$ kp/cm² für Flußstahl St. 37.
a) Welche Druckkraft ist von einem der beiden [-Stähle der Strebe aufzunehmen? **b)** Welche Profilnummer ist zu wählen?

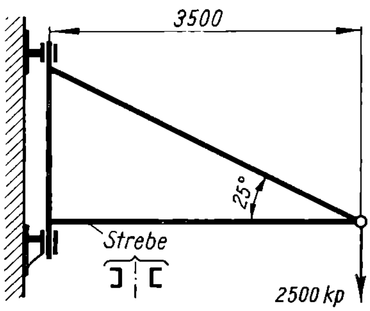


Bild 238

268. Der Fußgängersteg einer Straßenbrücke

(Bild 239) hat 1,2 m Breite und wird in Abständen von 1,8 m an der Außenseite durch Konsolträger gestützt. Letztere werden durch eine Strebe und Schließe gebildet, die aus je einem einfachen Winkelstahl bestehen. Die Gesamtbelastung des Stegs durch Eigengewicht und Verkehrslast (Menschengedränge) beträgt 800 kp/cm². Zu berechnen sind **a)** die senkrechte Last am Knotenpunkt A von Schließe und Strebe; **b)** die Druckkraft in der Strebe; **c)** das erforderliche kleinste Trägheitsmoment für den auf Knicken zu berechnenden gleichschenkligen Winkelstahl der Strebe nach der Gebrauchsformel (Aufg. 254); **d)** die zu wählende Profilnummer; **e)** der Schlankheitsgrad; **f)** die vorhandene Knickspannung nach dem ω-Verfahren. $\sigma_{zul} = 1400$ kp/cm² für Flußstahl St 37.

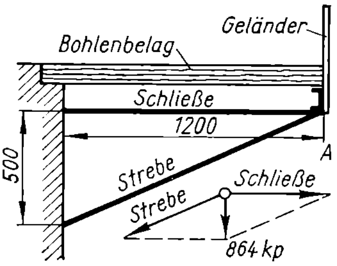


Bild 239

269. Die 7,4 m hohe Stütze des Fahrbahnträgers eines Laufkrans ist mit 31 Mp belastet. Sie soll nach Bild 240 aus zwei [-Stählen zusammengesetzt werden, so daß diese durch aufgenietete Flachstahlstäbe starr miteinander verbunden sind. Der Abstand m der beiden [-Stähle soll so bemessen werden, daß das Trägheitsmoment des Säulenquerschnitts in bezug auf die *werkstofffreie* (den Stahl nicht schneidende) Achse B um 10% größer wird als das Trägheitsmoment in bezug auf die *Werkstoffachse* A (die den Stahl schneidet). Zu berechnen sind **a)** A_{erf} und I_{erf} für den Säulenquerschnitt nach den Gebrauchsformeln (Aufg. 254) [der Profilwert des Säulenquerschnitts (Aufg. 254) ist $k = 1{,}2$; $\sigma_{zul} = 1200$ kp/cm² für Flußstahl St 37]; **b)** die erforderliche Profilnummer der [-Stähle; **c)** der Trägheitshalbmesser des Säulenquerschnitts; **d)** der Schlankheitsgrad; **e)** die Knickzahl ω; **f)** die vorhandene Spannung nach dem ω-Verfahren; **g)** der Abstand m der beiden [-Stähle (siehe Aufg. 106).

270. In einem Stahlbau ist eine 7,8 m hohe Stütze mit 65 Mp belastet. Sie soll aus zwei durch Querversteifung starr miteinander verbundenen I-Stählen nach Bild 241 hergestellt werden. Das Abstandsmaß m der Außenkanten der Stähle ist so zu bemessen, daß $I_B = 1{,}1\,I_A$ wird. Die Stütze ist nach dem ω-Verfahren auf Knicken zu berechnen. $\sigma_{zul} = 1200$ kp/cm² für Flußstahl St 37. Der Profilwert des Säulenquerschnitts ist $k = 1{,}0$. Welche Profilnummer ist erforderlich, und wie groß ist das Maß m auszuführen?

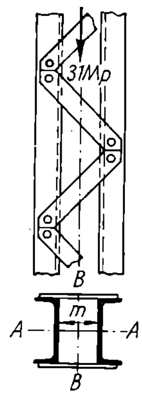


Bild 240

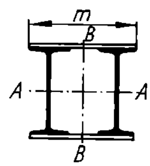


Bild 241

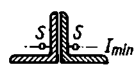


Bild 242

271. Ein Fachwerkstab von 2,9 m Länge wird durch eine Druckkraft von 15 Mp auf Knicken beansprucht. Er soll aus zwei fest miteinander vernieteten gleichschenkligen Winkelstählen nach Bild 242 hergestellt werden. Profilwert des Stahlquerschnitts $k = 4$. $\sigma_{zul} = 1200$ kp/cm² für Flußstahl St 37. Welche Profilnummer ist zu wählen?

Lösung: Die Gebrauchsformeln ergeben:

$$\text{Wenn } \lambda < 100, \quad A_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{\text{zul}}} + c\,k\,l^2$$

$$= \frac{15\ \text{Mp}}{1{,}4\ \text{Mp/cm}^2} + 0{,}577\ \text{cm}^2/\text{m}^2 \cdot 4 \cdot (2{,}9\ \text{m})^2 = 30{,}2\ \text{cm}^2.$$

$$\text{Wenn } \lambda > 100, \quad A_{\text{erf}} \approx 1{,}2\,F\,l^2 \qquad \frac{I}{\text{cm}^4}\bigg|\frac{F}{\text{Mp}}\bigg|\frac{l}{\text{m}}\ ^*$$

$$= 1{,}2 \cdot 15 \cdot 2{,}9^2 = 152.$$

Gewählt **L 90 · 90 · 9.**

$$A = 2 \cdot 15{,}5\ \text{cm}^2 = 31\ \text{cm}^2; \quad I_{\min} = I_S = 2 \cdot 116\ \text{cm}^4 = 232\ \text{cm}^4,$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{232\ \text{cm}^4}{31\ \text{cm}^2}} = 2{,}74\ \text{cm},$$

$$\lambda = \frac{l}{i} = \frac{290\ \text{cm}}{2{,}74\ \text{cm}} = 106.$$

Nach TGL 0-4114, Bl. 1, ist $\omega = 2{,}02$,

$$\sigma = \frac{\omega F}{A} = \frac{2{,}02 \cdot 15\,000\ \text{kp}}{31\ \text{cm}^2} = 980\ \text{kp/cm}^2.$$

272. Der Obergurt-Stab des Fachwerks eines Dachbinders hat 2700 mm Länge und ist nach Bild 243 aus zwei starr miteinander vernieteten ungleichschenkligen Winkelstählen 80 · 120 · 10 hergestellt. Gesucht werden **a)** die Trägheitsmomente des Stabquerschnitts für die Hauptachsen Z und L nach Tafel Krist, Bd. I, und Friedrich, Tabellenbuch f. d. Metallgewerbe; **b)** der Trägheitshalbmesser des Querschnitts; **c)** der Schlankheitsgrad des Stabes; **d)** die Knickzahl ω; **e)** die zulässige Belastung des Stabes nach dem ω-Verfahren. $\sigma_{\text{zul}} = 1400\ \text{kp/cm}^2$ für Flußstahl St 37.

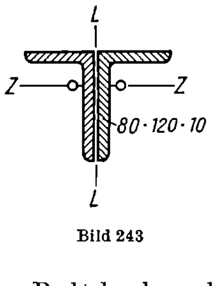


Bild 243

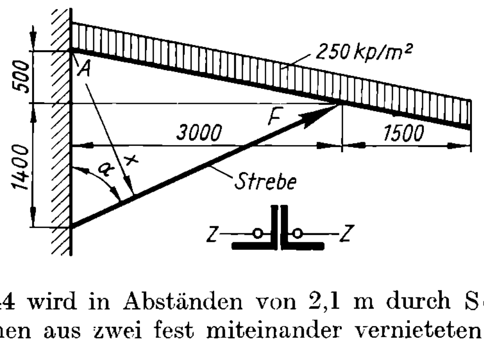


Bild 244

273. Das Pultdach nach Bild 244 wird in Abständen von 2,1 m durch Schrägstreben gestützt. Letztere bestehen aus zwei fest miteinander vernieteten gleichschenkligen Winkelstählen. Die Gesamtbelastung des Daches durch Eigengewicht und Schneelast beträgt 250 kp auf 1 m² Grundrißfläche. Gesucht werden **a)** die von einer Strebe aufzunehmende Druckkraft F; **b)** die erforderliche Profilnummer der Winkelstähle für die auf Knicken zu berechnende Strebe auf Grund der Gebrauchsformeln gemäß Aufg. 254 ($\sigma_{\text{zul}} = 1400\ \text{kp/cm}^2$ für Flußstahl St 37; Profilwert $k = 4$); **c)** der Trägheitshalbmesser; **d)** der Schlankheitsgrad; **e)** die Knickzahl ω; **f)** die in den Streben vorhandene Knickspannung.

Zusammengesetzte Festigkeit

Biegung und Zug oder Druck

274. Die größten Zug- und Druckspannungen im Bügelquerschnitt einer Schraubzwinge aus St 42 (Bild 245) sollen berechnet werden. Die Schraube soll so fest angezogen sein, daß in ihr eine Druckspannung von 300 kp/cm² auftritt.

Lösung: Schraubenkraft $F = \sigma_d \frac{\pi\, d_1^2}{4} = 300\ \text{kp/cm}^2 \cdot 7{,}45\ \text{cm}^2 = 2235\ \text{kp}$. Biegemoment im Bügelquerschnitt

$$M = F\,(11\ \text{cm} + 4\ \text{cm}) = 2235\ \text{kp} \cdot 15\ \text{cm} = 33525\ \text{kp cm} = \sigma\ W\,,$$

$$W = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{3\ \text{cm} \cdot (8\ \text{cm})^2}{6} = 32\ \text{cm}\,,$$

$$\sigma_b = \frac{M}{W} = \frac{33\,525\ \text{kp cm}}{32\ \text{cm}^3} = 1048\,\text{kp/cm}^2\,.$$

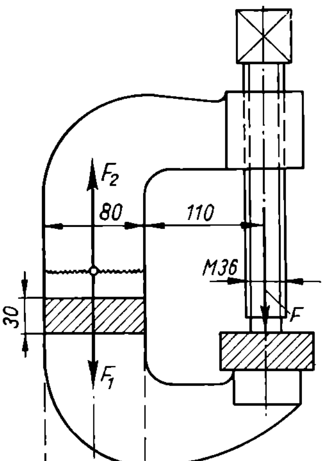


Bild 245

Diese Biegespannung wirkt an der Innenseite des Bügels als Zugspannung, an der Außenseite als Druckspannung. Im übrigen wachsen die Biegespannungen proportional dem Abstande von der Nullinie (Spannungsschaubild 246a).

Außerdem muß der Bügelquerschnitt noch eine Zugkraft $F_1 = F$ aufnehmen. Denkt man sich nämlich zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte $F_1 = F_2 = F$ in der Bügelachse hinzugefügt, die einander aufheben, also die Belastung nicht ändern, so liefern die Kräfte F und F_2 ein Kräftepaar vom Biegemoment M, während die übrigbleibende Kraft F_1 im Bügelquerschnitt eine gleichmäßig verteilte Zugspannung erzeugt:

$$\sigma_z = \frac{F_1}{A} = \frac{2235\ \text{kp}}{3\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm}} = 93\ \text{kp/cm}^2$$

(Spannungsschaubild 246b).

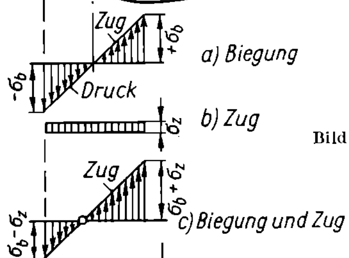


Bild 246

Die Biegespannung σ_b und die Zugspannung σ_z können, da sie beide Normalspannungen sind, addiert bzw. subtrahiert werden. An der Innenseite ist die größte Zugspannung

$$\sigma_b + \sigma_z = 1141\ \text{kp/cm}^2,$$

an der Außenseite die größte Druckspannung

$$\sigma_b - \sigma_z = 955\ \text{kp/cm}^2,$$

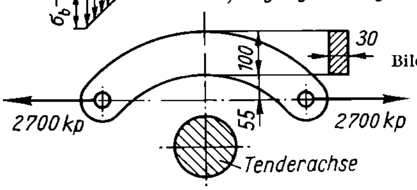


Bild 247

Schaubild der resultierenden Spannungen

Bild 246c. Die Nullinie N verschiebt sich aus der Mitte des Querschnitts nach außen.

275. Die Zugstange einer Lokomotivtender-Bremse ist, damit ein Durchdringen der Laufachse vermieden wird, bogenförmig aus Flachstahl von 100 mm Höhe und 30 mm Dicke nach Bild 247 ausgeführt. Sie überträgt 2700 kp Zugkraft. Für den gefährdeten Querschnitt sollen berechnet werden **a)** das Biegemoment; **b)** die auftretende Biegespannung; **c)** die gleichmäßig verteilte reine Zugspannung; **d)** die resultierenden größten Zug- und Druckspannungen.

276. Der Kurbelzapfen aus St 60 einer liegenden Dampfmaschine ist durch eine waagerechte Schubstangenkraft von 19000 kp belastet (Bild 248). Für den gefährdeten Querschnitt A—A des Kurbelarmes bei der gezeichneten Totlage der Kurbel sollen die größten resultierenden Zug- und Druckspannungen berechnet werden. Die Schaubilder für die Verteilung der genannten drei Spannungen über die Querschnittshöhe sind zu zeichnen (wie in Aufg. 274).

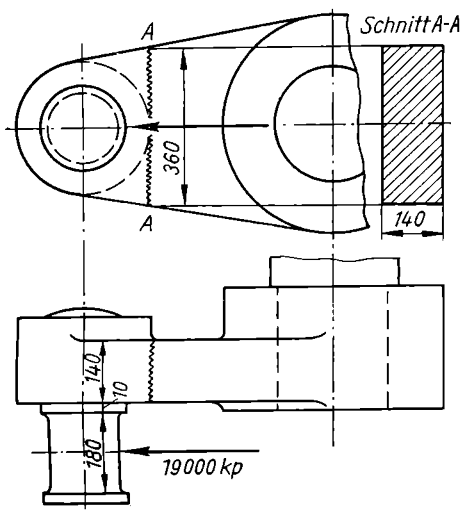


Bild 248

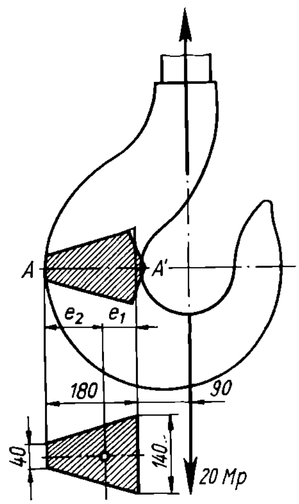


Bild 249

277. Der gefährdete Querschnitt A—A' des skizzierten Lasthakens (Bild 249) für 20 Mp Tragfähigkeit ist angenähert ein Trapez von den gegebenen Maßen. Zu berechnen sind **a)** der Abstand e_1 der Nullinie von der inneren Maulkante; **b)** das Trägheitsmoment des Querschnitts für die Nullinie; **c)** die Widerstandsmomente; **d)** die größten Zug- und Druckspannungen infolge des durch die Last ausgeübten Biegemomentes allein; **e)** die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Zugspannung; **f)** die größten resultierenden Zug- und Druckspannungen; **g)** die Spannungsschaubilder sind zu zeichnen. (Bei genauerer Theorie ist der Einfluß der Hakenkrümmung zu berücksichtigen. Dieser werde hier vernachlässigt.)

Lösung: a) Nach Aufg. 117 ist $e_1 = 7{,}33$ cm und

b) $I_N = 3924\ \text{cm}^4$,

c) $W = 535\ \text{cm}^3$, $\qquad W_2 = 368\ \text{cm}^3$.

d) $M_b = 20000\ \mathrm{kp} \cdot (9 + 7{,}33)\ \mathrm{cm} = 326600\ \mathrm{kp\,cm} = \sigma_{b_1}\, W_1$,

$$\sigma_{b_1} = \frac{326600\ \mathrm{kp\,cm}}{535\ \mathrm{cm}^3} = 610\ \mathrm{kp/cm}^2 \text{ Zugspannung bei } A',$$

$$\sigma_{b_2} = \frac{326600\ \mathrm{kp\,cm}}{368\ \mathrm{cm}^3} = 887\ \mathrm{kp/cm}^2 \text{ Druckspannung bei } A.$$

e) $\sigma_z = \dfrac{F}{A} = \dfrac{20000\ \mathrm{kp}}{162\ \mathrm{cm}^2} = 123\ \mathrm{kp/cm}^2$.

f) größte Zugspannung bei A' : $\sigma_{b_1} + \sigma_z = 733\ \mathrm{kp/cm}^2$,
größte Druckspannung bei A : $\sigma_{b_2} - \sigma_z = 764\ \mathrm{kp/cmz}$.

g) Schaubilder ähnlich wie bei Aufg. 274.

278. Der Durchmesser des Stützzapfens A (Werkstoff: Sonderstahl) des Gießereidrehkrans nach Bild 250 ist für eine höchste Gesamtbeanspruchung von $1000\ \mathrm{kp/cm}^2$ auf zusammengesetzte Festigkeit zu berechnen. Die Nutzlast beträgt 5000 kp, das Eigengewicht des Krans 2800 kp. Der Hebelarm des waagerechten Zapfendrucks, von Mitte Zapfen bis zum gefährdeten Querschnitt an der Einmündung in den Säulenfuß gemessen, kann zu $1{,}2\,d$ angenommen werden.

Lösung: Statische Momente für Drehpunkt B:

$$5000\ \mathrm{kp} \cdot 4{,}7\ \mathrm{m} + 2800\ \mathrm{kp} \cdot 0{,}9\ \mathrm{m} - F_{Aw} \cdot 4{,}5\ \mathrm{m} = 0.$$

Daraus waagerechter Zapfendruck $F_{Aw} = 5780$ kp.

Senkrechte Zapfenbelastung $F_{As} = 5000\ \mathrm{kp} + 2800\ \mathrm{kp} = 7800$ kp.

Größte resultierende Druckspannung im Zapfen

$$1000\ \mathrm{kp/cm}^2 = \sigma_b + \sigma_d = \frac{M_b}{W} + \frac{F_{As}}{A} = \frac{5780\ \mathrm{kp} \cdot 1{,}2\,d \cdot 10}{d^3} + \frac{7800\ \mathrm{kp} \cdot 4}{\pi\, d^2}.$$

Daraus $d = 90$ mm.

Spannungsschaubilder ähnlich wie in Aufg. 274.

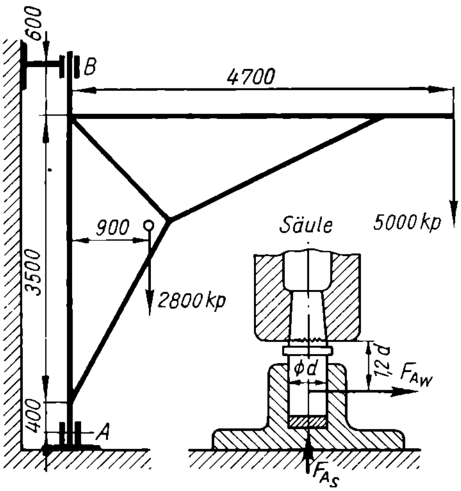


Bild 250

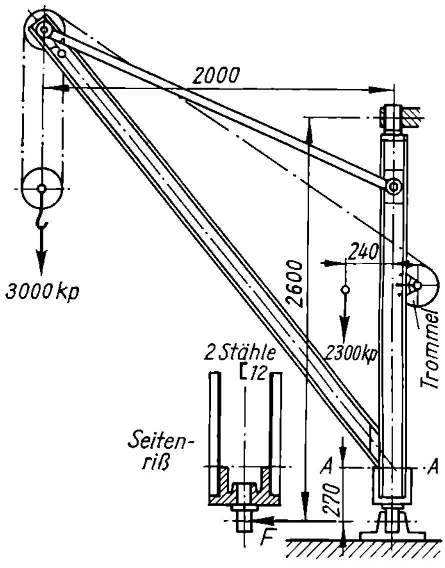


Bild 251

279. Die Säule eines Drehkrans (Bild 251) ist aus zwei parallelen Stählen [12 (St 37) zusammengesetzt. Die Nutzlast beträgt 3000 kp, das Eigengewicht des Krans 2300 kp. Für den gefährdeten Säulenquerschnitt A—A sind zu berechnen **a)** das Biegemoment; **b)** die Biegespannung; **c)** die gleichmäßig verteilte Druckspannung; **d)** die resultierenden größten Zug- und Druckspannungen.

Lösung: a) Statische Momente für oberen Zapfen als Drehpunkt:

$$3000\,\text{kp} \cdot 2\,\text{m} + 2300\,\text{kp} \cdot 0{,}24\,\text{m} - F \cdot 2{,}6\,\text{m} = 0\,.$$

Daraus waagerechte Zapfendruckkraft am unteren Zapfen

$$F = 2520\,\text{kp}.$$

Also Biegemoment $M_b = 2520\,\text{kp} \cdot 27\,\text{cm} = 68000\,\text{kp cm}$.

280. Die Säule einer Fabrikhalle ist aus zwei Stählen [14 mit Fachwerkversteifung nach Bild 252 hergestellt und in ihrer senkrechten Achse durch das Dachgewicht mit 6,2 Mp belastet. Außerdem trägt sie auf einer 350 mm weit auskragenden Konsole den Fahrbahnträger eines Laufkrans mit 2,4 Mp Belastung. Gesucht werden **a)** das von der Säule aufzunehmende Biegemoment; **b)** das Trägheitsmoment der starr gegeneinander versteiften [-Stähle für die Nullinie N (ähnlich Aufg. 106); **c)** die Biegespannung im Säulenquerschnitt; **d)** die gleichmäßig verteilte Druckspannung; **e)** die resultierende größte und kleinste Spannung.

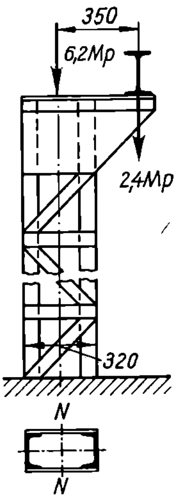


Bild 252

281. Die Lagerkonsole einer Triebwerkswelle ist nach Bild 253 mit Schellen und Schrauben an einer Säule aus GG-12 befestigt. Säulendurchmesser außen 200 mm, Wanddicke 30 mm. Senkrechter Lagerdruck 1800 kp. Zu berechnen sind **a)** das größte Biegemoment in der Säule; **b)** das Widerstandsmoment des Säulenquerschnitts (wie Aufg. 119); **c)** die Biegespannung; **d)** die gleichmäßig verteilte Druckspannung im Säulenquerschnitt; **e)** die größte resultierende Spannung.

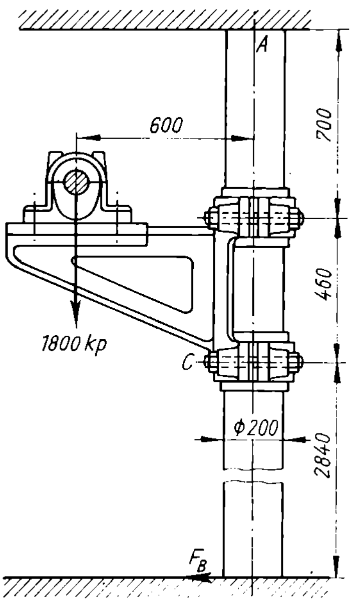


Bild 253

Lösung: a) Statische Momente für den oberen Auflagerpunkt A:

$$F_B \cdot 400\,\text{cm} - 1800\,\text{kp} \cdot 60\,\text{cm} = 0\,.$$

Daraus $F_B = 270\,\text{kp}$.

Größtes Biegemoment bei C

$$M_C = 270\,\text{kp} \cdot 284\,\text{cm} = 76680\,\text{kp cm}\,.$$

282. Bei dem skizzierten Nietmaschinen-Bügel aus GS-52 von 1200 mm Ausladung (Bild 254) beträgt der Stempeldruck des Nietkolbens 65 Mp. Gesucht werden **a)** das Maß e_1 für die Lage der Nullinie N des gefährdeten Querschniitts A—A; **b)** das Trägheitsmoment dieses Querschnitts; **c)** die Widerstandsmomente; **d)** das Biegemoment; **e)** die größten Zug- und Druckspannungen infolge des Biegemoments allein; **f)** die gleichmäßig verteilte Zugspannung; **g)** die resultierenden größten Zug- und Druckspannungen.

Lösung:

a) Wie in Aufg. 101 findet man $e_1 = 21{,}3$ cm.

b) Ebenso nach Aufg. 101 $I_N = 282\,600\ \mathrm{cm}^4$.

c) $W_1 = I_N/e_1 = 282\,600\ \mathrm{cm}^4 : 21{,}3\ \mathrm{cm} = 13\,280\ \mathrm{cm}^3$,
$W_2 = I_N/e_2 = 282\,600\ \mathrm{cm}^4 : 36{,}7\ \mathrm{cm} = 7700\ \mathrm{cm}^3$.

d) $M_b = 65\,000\ \mathrm{kp} \cdot (120 + 21{,}3)\ \mathrm{cm} = 9\,185\,000\ \mathrm{kp\ cm}$.

e) $\sigma_{b_1} = M/W_1 = 9\,185\,000\ \mathrm{kp\ cm} : 13\,280\ \mathrm{cm}^3$
$= 692\ \mathrm{kp/cm^2}$ Zugspannnung bei A,
$\sigma_{b_2} = M/W_2 = 9\,185\,000\ \mathrm{kp\ cm} : 7700\ \mathrm{cm}^3$
$= 1196\ \mathrm{kp/cm^2}$ Druckspannung bei A.

f) $\sigma_z = F/A = 65\,000\ \mathrm{kp} : 654\ \mathrm{cm}^2 = 100\ \mathrm{kp/cm^2}$.

g) Zugspannung bei A : $\sigma_{d_1} + \sigma_z = (692 + 100)\ \mathrm{kp/cm^2} = 792\ \mathrm{kp/cm^2}$.
Druckspannung bei A : $\sigma_{b_2} - \sigma_z = (1193 - 100)\ \mathrm{kp/cm^2} = 1093\ \mathrm{kp/cm^2}$.

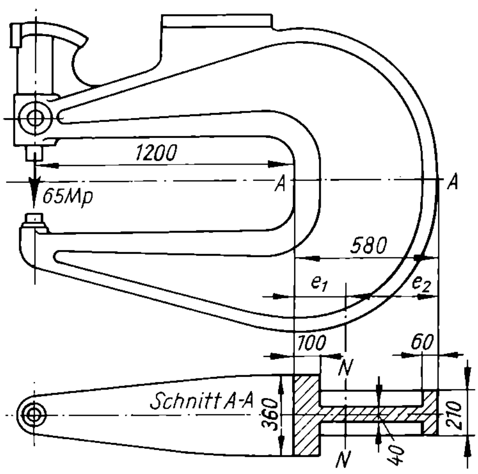


Bild 254

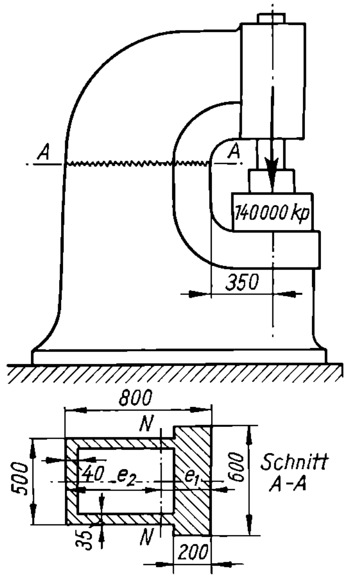


Bild 255

283. Der Ständer einer Exzenterpresse aus GG-22 hat die gegebene Gestalt (Bild 255). Der Stempeldruck beträgt 140000 kp, die Ausladung 350 mm. Für den gefährdeten Querschnitt A—A sind die resultierenden größten Zug- und Druckspannungen zu berechnen.

Lösung: Man zerlegt den Querschnitt wie in Aufg. 101 in drei Rechteckflächen: rechte Flanschfläche $20 \cdot 60$ cm², mittlere Stegfläche $(2 \cdot 3{,}5) \cdot 56$ und linke Flanschfläche $4 \cdot 50$. Im übrigen derselbe Rechnungsgang wie in Aufg. 282.

284. Die Bremsklötze *A* und *B* einer Eisenbahnwagen-Achse sollen durch das an dem dreieckförmigen Bremsbalken bei *C* angreifende Gestänge aus St 37 (Bild 256) mit je 800 kp Druckkraft angepreßt werden. **a)** Welche Zugkraft F_Z tritt in den Schrägspreizen auf? **b)** Die Biegemomentenfläche für die gerade Stange *A B* des Bremsbalkens ist zu zeichnen. **c)** Warum zeigt die gerade Stange *DE* im Betrieb die Neigung, die gekrümmte Form *DGE* anzunehmen? **d)** Welche größte resultierende Spannung tritt in dieser 48 mm dicken Rundstange *DE* auf? **e)** Um welches Maß *m* muß die Stange *DE* ausgekröpft werden, damit in ihr kein Biegemoment auftritt, also die Verbiegung verhindert wird?

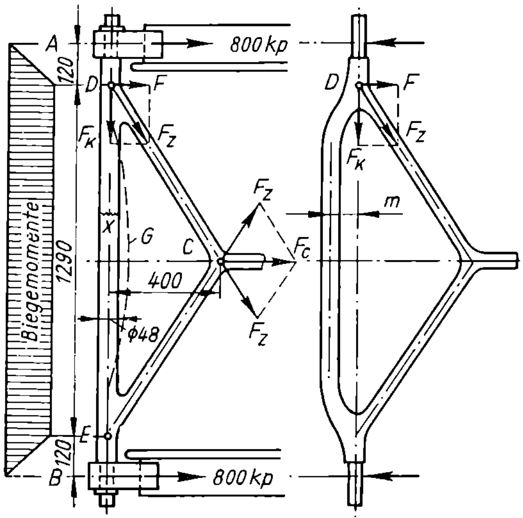


Bild 256

Lösung: a) Aus dem Kräfteparallelogramm (Bild 256) findet man $F_C = 1600$ kp, $F_Z = 1520$ kp. **b)** Die Spreizenkraft F_Z zerlegt sich bei *D* in die Komponenten $F = 800$ kp $= F_A = F_B$ und $F_K = 1290$ kp. Das Biegemoment bei *D* wird $M_b = F_A \cdot 12 = 800 \cdot 12 = 9600$ kp cm. Die Momentenfläche ist ein Trapez wie in Aufg. 173. **c)** Infolge des Biegemoments. **d)** Größte Druckspannung

$$\sigma_b + \sigma_d = \frac{9600 \text{ kp cm} \cdot 10}{(4{,}8 \text{ cm})^3} + \frac{1290 \text{ kp} \cdot 4}{\pi\,(4{,}8 \text{ cm})^2} = (868 + 71) \text{ kp/cm}^2 = 939 \text{ kp/cm}^2 .$$

e) die Seitenkraft $F_K = 1290$ kp erzeugt in der gekröpften Stange *DE* das Biegemoment $F_K\,m$. Dieses hebt das erstere Biegemoment 9600 kp cm auf, wenn $F_K\,m = 9600$ kp cm gemacht wird. Dann muß sein $m = 9600$ kp cm/1290 kp $= 7{,}45$ cm ≈ 75 mm.

Biegung und Verdrehung

285. Wie berechnet man einen Querschnitt, der durch ein Biegemoment und ein Drehmoment gleichzeitig beansprucht wird?

Lösung: Für Stahl ist nach der Hypothese der unveränderlichen Gestaltänderungsarbeit die Zusammensetzung von Normalspannungen und Schubspannungen maßgebend. Hiernach ist die **ideelle Spannung,** auch Vergleichsspannung genannt,

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,(\alpha_0\,\tau)^2}\,.$$

Man nennt

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{b\,zul}}{1{,}73\;\tau_{zul}}$$

das **Anstrengungsverhältnis.**

Es ist für den Kreisquerschnitt

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \quad \text{und} \quad \tau_t = \frac{M_t}{2\,W}.$$

Eingesetzt: $$M_i = \sqrt{M_b^2 + 0{,}75\,(\alpha_0 M_t)^2}\,.$$

M_i ist das **ideelle Biegemoment.** Es wird in der weiteren Rechnung als Biegemoment behandelt, also ist

$$M_i = \sigma_{b\,zul}\,W \quad \text{und} \quad W_{erf} = \frac{M_i}{\sigma_{b\,zul}}.$$

286. Das Haspelrad einer Laufwinde ist nach Bild 257 auf der Antriebswelle außerhalb der Lager „fliegend" angeordnet, so daß es um 540 mm auskragt. Die senkrechte Zugkraft des Arbeiters an der Haspelkette beträgt $F = 50$ kp. Die Welle aus St 42 soll auf zusammengesetzte Festigkeit berechnet werden. Zulässige Biegespannung 400 kp/cm² (Belastungsfall III: wechselnde Belastung); zulässige Verdrehspannung 300 kp/cm² (Belastungsfall III bei wechselnder Drehrichtung).

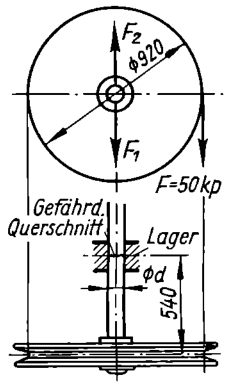


Bild 257

Lösung: Außer dem Drehmoment

$$M_t = F\,r = 2000 \text{ kp cm}$$

hat die Welle in Mitte Lager noch ein Biegemoment $M_b = F \cdot 54$ cm aufzunehmen. Denkt man sich nämlich in Mitte Haspelrad zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte $F_1 = F_2 = F$ hinzugefügt, so ändern diese an der Belastung nichts, da sie sich gegenseitig aufheben. Dann bilden F und F_2 ein Kräftepaar vom Drehmoment $M_t = F \cdot 40$ cm, während die übrigbleibende Kraft F_1 das Biegemoment $M_b = F_1 \cdot 54 \text{ cm} = 50 \text{ kp} \cdot 54 \text{ cm} = 2700$ kp cm erzeugt.

$$\alpha_0 = \frac{400 \text{ kp/cm}^2}{1{,}73 \cdot 390 \text{ kp/cm}^2} = 0{,}7\,,$$

$$M_i = \sqrt{(2700 \text{ kp cm})^2 + 0{,}75\,(0{,}7 \cdot 2000 \text{ kp cm})^2}$$

$$= 2960 \text{ kp cm} = \sigma_{b\,zul}\,W_{erf}\,,$$

$$W_{erf} = \frac{2960 \text{ kp cm}}{400 \text{ kp/cm}^2} = 7{,}43 \text{ cm}^3\,,$$

auszuführen: $d = 45$ mm (nach Tabelle in Krist, Werkstatt-Tabellen, Bd. I, und Friedrich, Tabellenbuch f. d. Metallgewerbe).

287. Das Stauschütz einer Wasserkraftanlage wird von der Aufzugwinde an einer Zahnstange mit 800 kp senkrechter Zugkraft gehoben (Bild 258). Das Antriebszahnrad der Zahnstange hat 168 mm Teilkreisdurchmesser und ist außerhalb des Lagers der Windenwelle, um 90 mm auskragend, angeordnet. Zulässige Biegespannung 400, zulässige Verdrehspannung 600 kp/cm² für St 42. Für den gefähr-

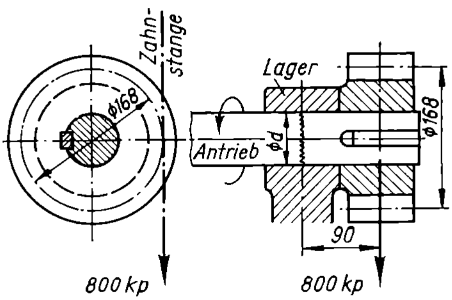


Bild 258

deten Wellenquerschnitt in Mitte Lager sind zu berechnen **a)** das Biegemoment; **b)** das Drehmoment; **c)** das ideelle Biegemoment; **d)** der Wellendurchmesser.

288. Die Trommelwelle eines Windenwerks trägt an der Trommel zwischen den Lagern eine Last von 8000 kp (Bild 259). Der Trommeldurchmesser, bis Mitte Drahtseil gemessen, beträgt 440 mm. Der Antrieb der Welle erfolgt durch ein außerhalb des Lagers „fliegend" angeordnetes Zahnrad von 864 mm Dmr. Gesucht wird der Wellendurchmesser. Zulässige Biegespannung 500 kp/cm², zulässige Verdrehspannung 900 kp/cm² für St 50.

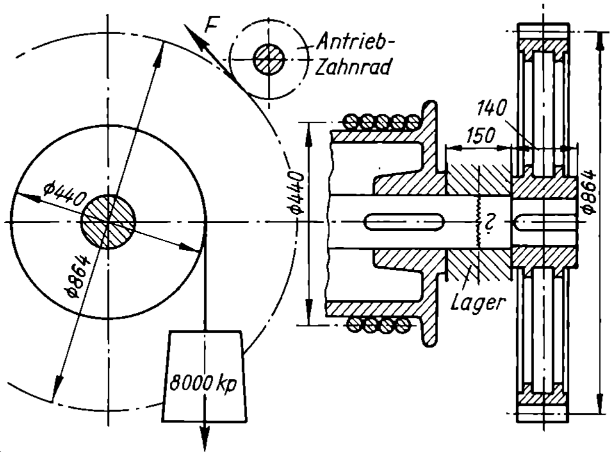


Bild 259

289. Eine Triebwerkswelle (Bild 260) trägt an ihrem über das Lager vorstehenden Ende eine Riemenscheibe von 920 mm Dmr. Sie wird von unten her durch einen Elektromotor angetrieben; die senkrecht gerichteten Riemenspannkräfte sind 380 kp und 190 kp. Das Eigengewicht der Riemenscheibe beträgt 80 kp. Zulässige Biegespannung der Flußstahlwelle 500, zulässige Verdrehspannung 900 kp/cm² für St 50. Gesucht wird der Wellendurchmesser.

290. Eine Triebwerkswelle gibt 23 PS durch ein Zahnrad von 208 mm Teilkreisdmr. und $n = 80\ \text{min}^{-1}$ ab. Das Rad ist nach Bild 261 „fliegend", d.h. auf der ver-

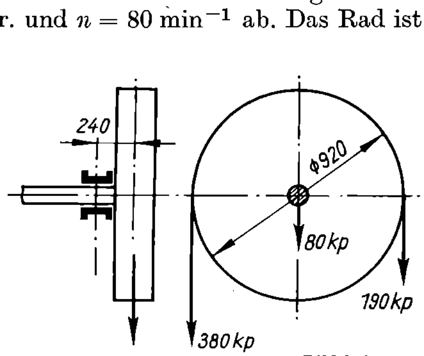


Bild 260

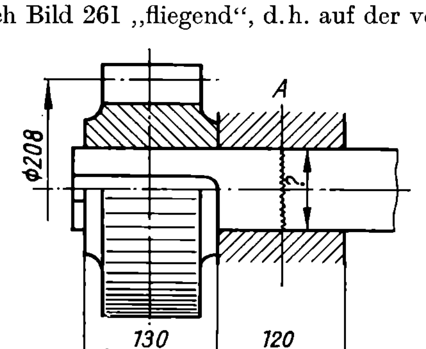


Bild 261

längerten Welle außerhalb des Lagers, angeordnet. Es soll der Wellendurchmesser berechnet werden unter der Annahme, daß die Lagerbelastung als Einzelkraft in Lagermitte A wirkt. $\sigma_{b\,zul} = 500$ kp/cm²; $\tau_{t\,zul} = 900$ kp/cm² für St 50.

291. Eine zylindrische Buchse von 500 mm Außendmr. ist nach Bild 262 auf der Planscheibe einer Drehmaschine aufgespannt. Der Drehmeißel greift in 150 mm Abstand von der Planscheibe so an, daß die resultierende Schnittdruckkraft von 300 kp in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene wirkt, und zwar unter 45° Neigung gegen die Zylindernormale. Für den mittleren Lagerzapfen-Querschnitt der Drehmaschinenspindel soll die ideelle Biegespannung in dem 80 mm starken Zapfen berechnet werden ($\alpha_0 = 0{,}3$).

Lösung: Für $d = 80$ mm ist $W = 50{,}27$ cm³ und $W_p = 100{,}5$ cm³.

$$M_b = 300\,\text{kp} \cdot 36{,}5\,\text{cm} = 10950\,\text{kp cm},$$

$$\sigma_b = \frac{10950\,\text{kp cm}}{50{,}27\,\text{cm}^3} = 218\,\text{kp/cm}^2,$$

$$M_t = 300\,\text{kp} \cdot l = 300\,\text{kp}\,(25\,\text{cm} \cdot \sin 45°) = 5300\,\text{kp cm},$$

$$\tau_t = \frac{5300\,\text{kp cm}}{100{,}5\,\text{cm}^3} = 53\,\text{kp/cm}^2,$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,(\alpha_0\,\tau_t)^2} = \sqrt{(218\,\text{kp/cm}^2)^2 + 3 \cdot (0{,}3 \cdot 53\,\text{kp/cm}^2)^2},$$

$$\sigma_i = 219\,\text{kp/cm}^2.$$

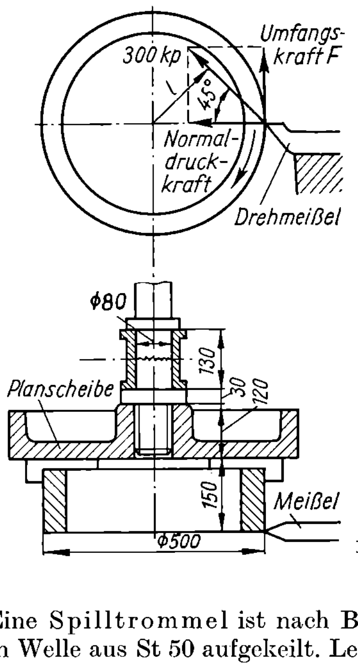


Bild 262

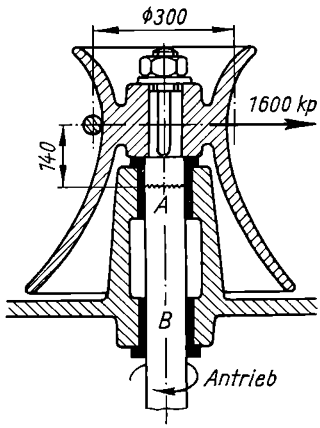


Bild 263

292. Eine Spilltrommel ist nach Bild 263 auf das vorstehende Ende einer senkrechten Welle aus St 50 aufgekeilt. Letztere, bei A und B gelagert, wird durch einen Elektromotor von unten her angetrieben. Ein Drahtseil wird mit einigen Windungen um die Trommel geschlungen und von ihr durch Reibung mitgenommen. Am ablaufenden Seile zieht ein Arbeiter mit geringer, zu vernachlässigender Kraft; das auflaufende Seilende soll zum Heranziehen von Eisenbahnwagen 1600 kp Zugkraft ausüben. Der Windungsdurchmesser, von Mitte bis Mitte Seil gemessen, beträgt 300 mm. Der Wellendurchmesser in Mitte Lager A beträgt 80 mm. Wie groß ist die ideelle Biegespannung σ_i in diesem Querschnitt? $\alpha_0 = 0{,}3$.

293. Ein Grubenventilator wird angetrieben durch eine Riemenscheibe (Bild 264) von 2600 mm Dmr., 1100 kp Eigengewicht und $n = 160\ \text{min}^{-1}$. Die Scheibe ist in der Mitte einer Welle aus St 50 aufgekeilt, deren Lager 1200 mm Mittenabstand haben. Die waagerecht gerichteten Riemenspannkräfte sind 1900 kp und 950 kp, $\sigma_{b\,zul} = 500\ \text{kp/cm}^2$; $\tau_{t\,zul} = 900\ \text{kp/cm}^2$. Gesucht werden **a)** der erforderliche Wellendurchmesser; **b)** die übertragene Leistung; **c)** die Sicherheit, wenn $\beta_k = 2$ angenommen wird.

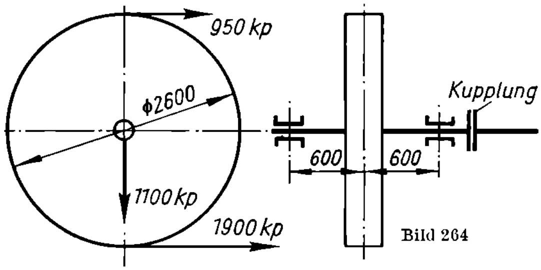


Bild 264

$\sigma_{Wb} = 2400\ \text{kp/cm}^2$.

294. Ein Exzenter zum Antrieb einer Kesselspeisepumpe ist auf einer Triebwerkswelle in der Mitte zwischen zwei in 600 mm Abstand befindlichen Lagern aufgekeilt (Bild 265). Der Durchmesser des Pumpentauchkolbens beträgt 100 mm, der Hub 160 mm, der Wasserdruck 12 at. Es ist zu berechnen **a)** die Stangenkraft = Kolbenkraft. Die Kolbenreibung in der Pumpe soll durch 10% Zuschlag berücksichtigt werden. Ferner sind zu berechnen **b)** das Biegemoment in der Welle; **c)** das erforderliche Antriebsdrehmoment unter Berücksichtigung des Exzenter-Wirkungsgrades von 65%; **d)** das ideelle Biegemoment in der Welle; **e)** der Wellendurchmesser. Zulässige Biegespannung 400, zulässige Verdrehspannung 600 kp/cm² für St 50.

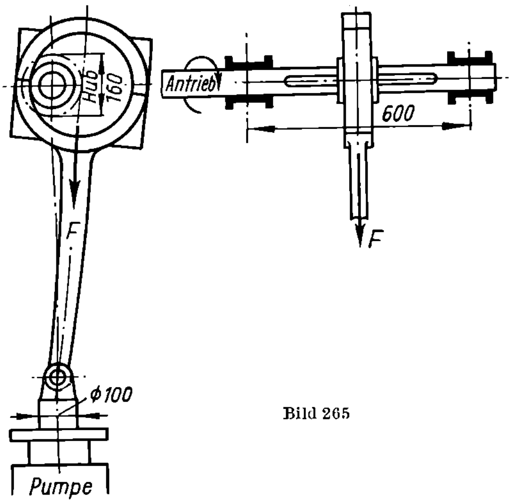


Bild 265

Lösung: **a)** $F = \dfrac{\pi\,(10\ \text{cm})^2}{4} \cdot 12\ \text{kp/cm}^2 \cdot 1{,}1 = 1040\ \text{kp}$.

b) $M_b = \dfrac{F\,l}{4} = \dfrac{1040\ \text{kp} \cdot 60\ \text{cm}}{4} = 15600\ \text{kp cm}$.

c) $M_t = \dfrac{1040\ \text{kp} \cdot 8\ \text{cm}}{0{,}65} = 12800\ \text{kp cm}$.

d) $\alpha_0 = \dfrac{400\ \text{kp/cm}^2}{1{,}73 \cdot 600\ \text{kp/cm}^2} = 0{,}386\,,$

$$M_{\text{i}} = \sqrt{(156\,\text{kp}\,\text{m})^2 + 0{,}75\,(0{,}386 \cdot 128\,\text{kp}\,\text{m})^2}$$

$$M_{\text{i}} = 161{,}5\ \text{kp}\,\text{m} = 16\,150\ \text{kp}\,\text{cm}\,.$$

e) $W_{\text{erf}} = \dfrac{16\,150\ \text{kp cm}}{400\ \text{kp/cm}^2} = 40{,}3\ \text{cm}^3\,,$

gewählt $d = 80$ mm (Keilnut!).

295. Die Vorgelegewelle *A B* des Windenwerks (Bild 266) eines Gießereidrehkrans soll auf zusammengesetzte Festigkeit berechnet werden. Die Lastkette greift mit 2800 kp Spannkraft an der Trommel von 420 mm Dmr. an. Gesucht wird der erforderliche Durchmesser der Welle. Die Zahndruckkräfte sind als Einzelkräfte in der Mittelebene der Räder anzunehmen.

$\sigma_{\text{b zul}} = 400$ kp/cm²;

$\tau_{\text{t zul}} = 600$ kp/cm² für St 60.

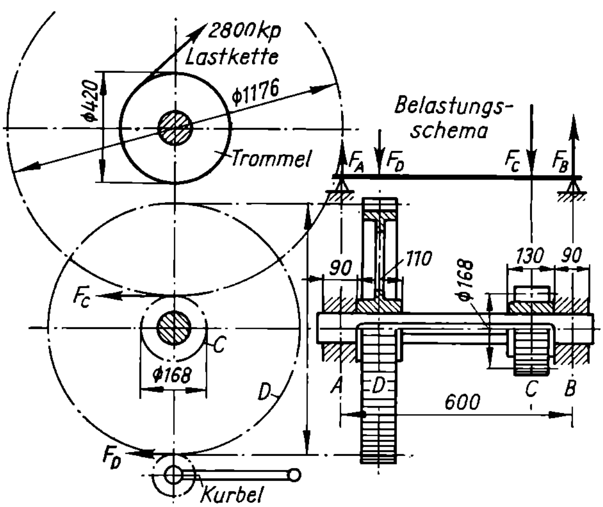


Bild 266

296. Der Mantel einer Windentrommel aus GG-18 hat 560 mm Außendmr., 20 mm Wanddicke und 670 mm Stützweite (Bild 267). Die Last von 5000 kp hängt in der Mitte des Trommelmantels an einem Drahtseil von 26 mm Dmr. Zu berechnen ist die ideelle Biegespannung im Trommelmantel unter der Annahme, daß die für Stahl geltenden Formeln angenähert auch für Grauguß richtig sind. $\alpha_0 = 0{,}4$.

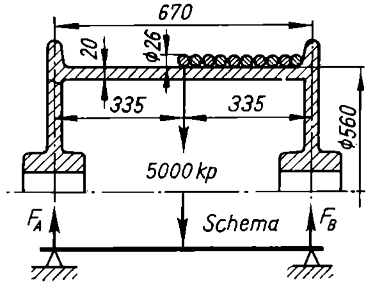


Bild 267

297. Die Kettenradwelle einer Winde (Bild 268) trägt in der Mitte eine Last von 6000 kp an einer Gelenkkette. Letztere wird durch das mit der Welle in einem Stück geschmiedete und ausgefräste Kettenrad von 210 mm Teilkreisdmr. aufgewunden und hängt auf der anderen Seite des Rades unbelastet frei herab. Der Antrieb der Welle erfolgt durch ein Zahnrad von 840 mm Dmr., an dem die Zahndruckkraft *F* senkrecht nach unten wirkt. Die Eigengewichte sind zu vernachlässigen. Die Welle aus St 60 soll auf zusammengesetzte Festigkeit berechnet werden für eine zulässige Biegespannung von 500 kp/cm², zulässige Verdrehspannung 900 kp/cm². Die Länge der Zapfen A und B soll gleich dem 1,5fachen Zapfendurchmesser sein.

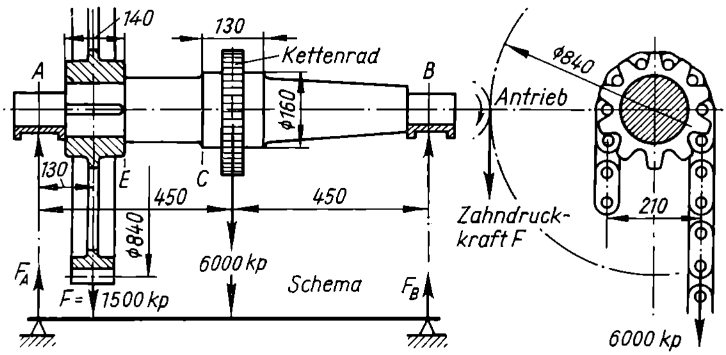


Bild 268

Lösung: Zahndruckkraft F am Teilkreise des Zahnrades aus

$$M_t = 6000 \text{ kp} \cdot 10{,}5 \text{ cm} = F \cdot 42 \text{ cm}, \qquad F = 1500 \text{ kp}.$$

Auflagerkräfte $F_A = 3000 \text{ kp} + 1500 \text{ kp} \cdot \frac{77 \text{ cm}}{90 \text{ cm}} = 4280 \text{ kp}$,

$F_B = 3220 \text{ kp}.$

Querschnitt C: $M_b = 4280 \text{ kp} \cdot 38{,}5 \text{ cm} - 1500 \text{ kp} \cdot 25{,}5 \text{ cm}$

$= 126600 \text{ kp cm}$,

$M_t = 6000 \text{ kp} \cdot 10{,}5 \text{ cm} = 63000 \text{ kp cm}$,

$$\alpha_0 = \frac{500 \text{ kp/cm}^2}{1{,}73 \cdot 900 \text{ kp/cm}^2} = 0{,}321,$$

$$M_i = \sqrt{(1266 \text{ kp cm})^2 + 0{,}75\,(0{,}321 \cdot 630 \text{ kp m})^2},$$

$M_i = 1276 \text{ kp m} = 127600 \text{ kp cm}$,

ausgeführt $d = 140 \text{ mm}$.

Querschnitt E: $M_b = 4280 \text{ kp} \cdot 20 \text{ cm} - 1500 \text{ kp} \cdot 7 \text{ cm} = 75100 \text{ kp cm}$,

$M_t = 63000 \text{ kp cm}$, wie bei C.

Daraus $M_i = 77100 \text{ kp cm}$

und $d = 11{,}6 \text{ cm}$.

Wegen 9 mm tiefer Keilnut gewählt 130 mm Dmr.

Zapfen A: $$4280 \text{ kp} \cdot \frac{1{,}5\,d}{2} = 500 \text{ kp/cm}^2 \frac{d^3}{10}.$$

Hieraus $d = 80 \text{ mm}$; $l = 1{,}5\,d = 120 \text{ mm}$.

Zapfen B ähnlich, erhält 70 mm Dmr. und 105 mm Länge.

298. Eine Wasserrad-Welle nach Bild 269, in A und B gelagert, trägt bei E und D die Naben der beiden Armsterne des Wasserrades, die mit je 5700 kp senkrecht belastet sind. Die Gesamtleistung beträgt 36 PS bei $n = 9\ \text{min}^{-1}$. Das Zahnrad E hat 3580 mm Teilkreisdmr. und 2200 kp Eigengewicht und gibt die Leistung an eine Vorgelegewelle ab, so daß die Zahndruckkraft auf das Rad E und somit auf die Wasserradwelle senkrecht nach unten wirkt. Die Welle aus St 60 ist zu berechnen.

Lösung: Angenommen zulässige Biegespannung 500 kp/cm² (Belastungsfall III), zulässige Verdrehspannung 700 kp/cm² (Belastungsfall II: immer gleiche Drehrichtung).

$$\alpha_0 = \frac{500\ \text{kp/cm}^2}{1{,}73 \cdot 700\ \text{kp/cm}^2} = 0{,}413\,,$$

Drehmoment[1]) $M_t = \dfrac{P}{2\pi n} = \dfrac{36\ \text{PS} \cdot \text{min}}{2\pi \cdot 9} = \dfrac{36 \cdot 75\ \text{kpm} \cdot 60\ \text{s}}{2\pi \cdot \text{s} \cdot 9} = 286000\ \text{kp cm}\,.$

Zahndruckkraft $\dfrac{M_t}{R} = \dfrac{286000\ \text{kp cm}}{179\ \text{cm}} = 1600\ \text{kp}\,.$

Dazu Eigengewicht 2200 kp, ergibt senkrechte Belastung am Zahnrad E von 3800 kp.

Das Drehmoment des Wasserrades wird von jeder Nabe zur Hälfte an die Welle abgegeben. Daraus Schaubild der Drehmomente: Zwischen D und E das volle Drehmoment 286000 kp cm; zwischen C und D das halbe Drehmoment 143000 kp cm.

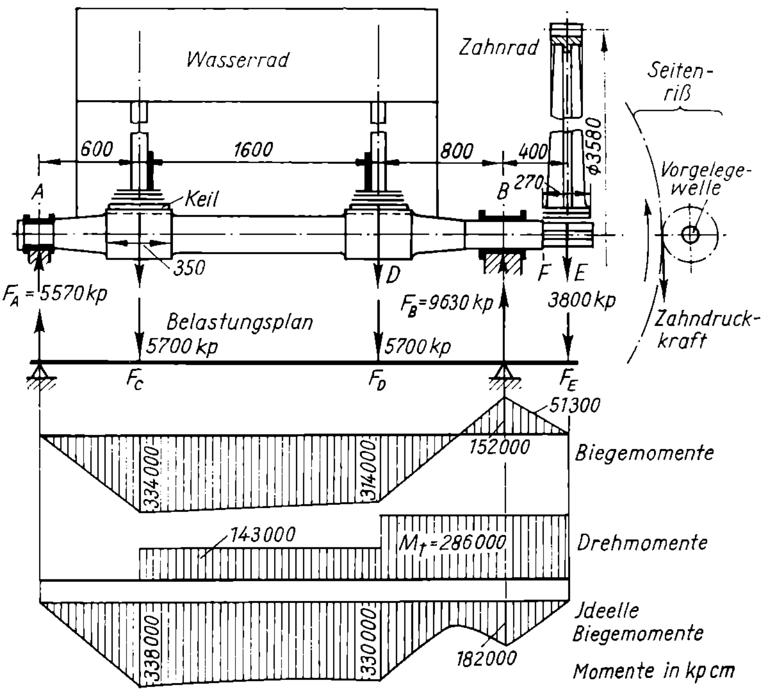


Bild 269

[1]) Vgl. Aufgabe 234.

Nach dem Belastungsplan werden die Auflagerdruckkräfte berechnet:

$$F_A = 5570\,\text{kp}; \qquad F_B = 9630\,\text{kp}.$$

Biegemomente: Bei B: $3800\,\text{kp} \cdot 40\,\text{cm} = 152000\,\text{kp cm}$.

Bei C: $-F_A \cdot 60\,\text{cm} = -5570\,\text{kp} \cdot 60\,\text{cm}$
$= -334000\,\text{kp cm}$.

Bei D: $3800\,\text{kp} \cdot 120\,\text{cm} - F_B \cdot 80\,\text{cm}$
$= -314000\,\text{kp cm}$.

Die Biegemomentenfläche ist ein Vieleck.

Querschnitt C. Aus dem Biegemoment 334000 kp cm und dem Drehmoment 143000 kp cm bestimmen sich

$$M_i = \sqrt{(3340\,\text{kp m})^2 + 0{,}75\,(0{,}413 \cdot 1430\,\text{kp m})^2},$$

$$M_i = 3380\,\text{kp m} = 338000\,\text{kp cm},$$

$$d_C = 19\,\text{cm}, \text{ ausgeführt } 220\,\text{mm}.$$

Die Radnabe bei C verlangt einen verstärkten Wellenbund, damit die Keilnut an den Enden des Bundes frei ausläuft. Nuttiefe nach Tabelle (in den einschlägigen Tabellen- und Taschenbüchern) 14 mm, also Bunddurchmesser bei C ist gleich $190 + 2 \cdot 10 \approx 220$ mm.

Querschnitt D. Biegemoment 314000 kp cm und Drehmoment 286000 kp cm liefern $M_i = 330000$ kp cm. Daraus Durchmesser $d_C = 19$ cm. Ausgeführt, wie bei C, 220 mm.

Zapfenquerschnitt B. Biegemoment 152000 kp cm und Drehmoment 286000 kp cm ergeben $M_i = 182000$ kp cm. Ausgeführt $d_B = 160$ mm.

Im Querschnitt F wird die Welle abgesetzt, damit die Lage der 270 mm langen Zahnradnabe gesichert ist.

Biegemoment $3800\,\text{kp} \cdot 1{,}35\,\text{cm} = 51300\,\text{kp cm}$; Drehmoment 286000 kp cm. $M_i = 113000$ kp cm ergibt 13,3 cm Dmr. Keilnut 10 mm tief; auszuführen $133 + 2 \cdot 10 = 150$ mm Dmr. = Bohrung der Zahnradnabe.

Der Querschnitt F ist durch die Keilnut und den Übergang zum dickeren Wellenteil besonders gefährdet. Wie groß ist die Sicherheit? Angenommen: α_{k_1} (Keilnut) $= 2{,}5$; α_{k_2} (Übergang) $= 2$; $\eta_k = 0{,}4$; $o_k = 1{,}1$.

$$\sigma_n = \sigma_i = \frac{M_i}{W} = \frac{113300\,\text{kp cm}}{331\,\text{cm}^3} = 343\,\text{kp/cm}^2,$$

$$\sigma = 343\,\text{kp/cm}^2 \cdot (1 + [4{,}5 - 1] \cdot 0{,}4) \cdot 1{,}1 = 908\,\text{kp/cm}^2,$$

$$\sigma_{Wb} = 2800\,\text{kp/cm}^2 \text{ (nach Schaubild s. Krist, Bd. I)}.$$

Abzug 20% wegen der geringeren Dauerfestigkeit großer Werkstücke:

$$\sigma_D = 0{,}8 \cdot 2800\,\text{kp/cm}^2 = 2240\,\text{kp/cm}^2,$$

$$\nu = \frac{2240\,\text{kp/cm}^2}{908\,\text{kp/cm}^2} = 2{,}47.$$

$\left(\text{Vgl. demgegenüber die Sicherheit } \frac{\sigma_{zB}}{\sigma_n} = \frac{6000\,\text{kp/cm}^2}{343\,\text{kp/cm}^2} = 17{,}5!\right)$

Stirnzapfen A. Für Zapfenlänge 1,5 d heißt die Biegegleichung

$$5570\,\text{kp} \cdot \frac{1{,}5\,d}{2} = 500\,\text{kp/cm}^2\,\frac{d^3}{10}.$$

$d = 9{,}14$ cm. Ausgeführt 100 mm Dmr.; 150 mm Zapfenlänge.

299. Die Kurbelwelle einer liegenden Dampfmaschine (Bild 270) ist zu berechnen. Waagerechte Schubstangenkraft am Kurbelzapfen 9000 kp; Kurbelradius 400 mm. **Lösung:** Das Drehmoment wird von der Kurbel durch die ganze Welle hindurch bis auf die am anderen Ende angeschmiedete Kupplungsscheibe übertragen und dort an die anzutreibende Arbeitsmaschine abgegeben. Jeder Querschnitt der Welle hat daher das volle Drehmoment aufzunehmen. Das Schaubild der Drehmomente wird ein Rechteck (Bild 270).

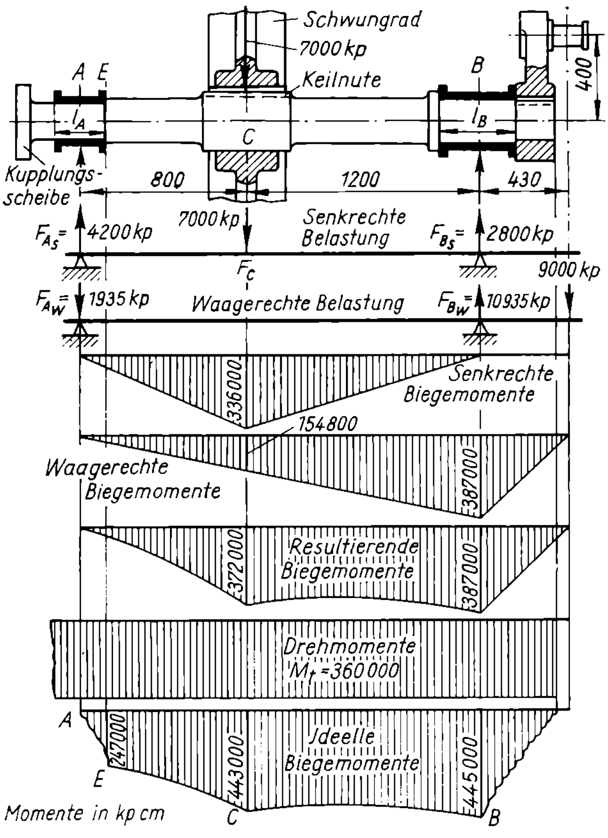


Bild 270

Das 7000 kp schwere, geteilte Schwungrad bei C gleicht die Schwankungen des veränderlichen Kurbelmoments aus. Zulässige Biegespannung für St 60 gewählt 600 kp/cm² (Belastungsfall III: wechselnde Belastung). Für Verdrehung liegt auch Belastungsfall III vor, obwohl das treibende Drehmoment der Stangenkraft in immer gleichem Drehsinne wirkt. Der Auspuffdampf darf nämlich beim Rückgang des Kolbens nicht vollständig aus dem Zylinder ausgelassen werden. Sonst würde der beim Hubwechsel in der Totlage des Kolbens neueintretende hochgespannte Frischdampf einen drucklosen Raum vorfinden und mit heftigem Stoß den Kolben und das Triebwerk erschüttern. Um dies zu verhüten, läßt man während des Kolbenrücklaufs den Auspuffkanal durch die Steuerung so früh absperren, daß der eingeschlossene Auspuffdampf durch den Kolben bis etwa auf die Spannung des Frischdampfes komprimiert wird. Letzterer tritt dann beim Hubwechsel ohne Stoß ein. Während der Kompression des Auspuffdampfes muß aber der Kolben vom Schwungrad aus rückwärts angetrieben werden. Also muß ein umgekehrtes Drehmoment durch die Welle geleitet werden: Belastungsfall III. Gewählt zulässige Verdrehspannung 450 kp/cm².

Bei der waagerechten Totlage der Kurbel erzeugt die am Kurbelzapfen angreifende Stangenkraft von 9000 kp in Mitte Lagerzapfen B das Biegemoment 9000 kp · 43 cm. Bei der gezeichneten senkrechten Kurbelstellung in Hubmitte aber kommt zu diesem Biegemoment noch das Drehmoment 9000 kp · 40 cm hinzu (wie bei Aufg. 286). Die Mittelstellung der Kurbel ist demnach als die gefährlichste der Rechnung zugrunde zu legen.

In der senkrechten Ebene erzeugt das Schwungradgewicht von 7000 kp die senkrechten Auflagerkräfte $F_{\mathrm{As}} = 4200$ kp und $F_{\mathrm{Bs}} = 2800$ kp. In der waagerechten Ebene liefert die Stangenkraft von 9000 kp die Auflagerkräfte $F_{\mathrm{Aw}} = 1935$ kp und $F_{\mathrm{Bw}} = 10935$ kp. Siehe senkrechten und waagerechten Belastungsplan (Bild 270).

Biegemomente. In der senkrechten Ebene ist das größte Biegemoment bei C. Es ist $F_{\mathrm{As}} \cdot 80$ cm $= 4200$ kp $\cdot$ 80 cm $= 336\,000$ kp cm.

In der waagerechten Ebene liegt es bei B. Es ist 9000 kp · 43 cm = 387 000 kp cm. Bei C ist es $F_{\mathrm{Aw}} \cdot 80$ cm $= 1935$ kp $\cdot$ 80 cm $= 154\,800$ kp cm. Beide Momentenflächen sind Dreiecke.

Das senkrechte und waagerechte Biegemoment jedes Querschnitts setzt man wie Kräfte mittels Parallelogramms zum resultierenden Biegemoment zusammen, z.B. bei C

$$\sqrt{(336\,000 \text{ kp cm})^2 + (154\,800 \text{ kp cm})^2} = 372\,000 \text{ kp cm}.$$

Ebenso verfährt man für beliebige Zwischenquerschnitte (am einfachsten zeichnerisches Verfahren). Die Linie der resultierenden Biegemomente wird eine Kurve, weil der Wurzelausdruck eine verwickeltere Funktion ist.

Das resultierende Biegemoment jedes Querschnitts wird weiter mit dem Drehmoment zum ideellen Biegemoment M_{i} zusammengesetzt (siehe Momentenfläche!), wobei $\alpha_0 = \dfrac{600 \text{ kp/cm}^2}{1{,}73 \cdot 450 \text{ kp/cm}^2} = 0{,}774$ ist.

Lagerzapfen-Querschnitt B.

$$M_{\mathrm{i}} = \sqrt{(3870 \text{ kp m})^2 + 0{,}75 \cdot (0{,}774 \cdot 3600 \text{ kp m})^2}$$

$$M_{\mathrm{i}} = 4450 \text{ kp m} = 445\,000 \text{ kp cm},$$

gewählt $d_{\mathrm{B}} = 200$ mm.

Die Zapfenlänge l_{B} ergibt sich aus der Bedingung, daß die Flächenpressung p auf die Projektion der Kurbelwellenzapfen erfahrungsgemäß höchstens 16 kp/cm² betragen darf. Die Projektion des Zapfens ist ein Rechteck $l_{\mathrm{B}}\, d_{\mathrm{B}}$. Die resultierende Lagerdruckkraft

$$F_{\mathrm{Bres}} = \sqrt{F_{\mathrm{Bs}}{}^2 + F_{\mathrm{Bw}}{}^2} = \sqrt{(2800 \text{ kp})^2 + (10\,935 \text{ kp})^2} = 11\,300 \text{ kp} = p\, l_{\mathrm{B}}\, d_{\mathrm{B}}:$$

daraus $l_{\mathrm{B}} = 360$ mm.

Querschnitt C. Es ergibt sich $M_{\mathrm{i}} = 443\,000$ kp cm, $d_{\mathrm{C}} = 19{,}7$ cm. Für die Schwungradnabe ist bei C ein verstärkter Wellenbund erforderlich, damit die Keilnut an den Enden des Bundes frei ausläuft. Nuttiefe nach Tabelle 14 mm. Also auszuführen

$$d_{\mathrm{C}} = 197 \text{ mm} + 2 \cdot 14 \text{ mm} = 230 \text{ mm}.$$

Zu beiden Seiten des Bundes wird die Welle mit 200 mm Dmr. ausgeführt.

Zapfenmitte A nur auf Verdrehung beansprucht, also

$$M_t = 360000 \text{ kp cm} = \tau_{zul} \frac{d_A{}^3}{5},$$

ergibt $d_A = 160$ mm.

Lagerlänge l_A aus $F_{A\,res} = p\, l_A\, d_A$, wobei zulässige Flächenpressung $p \leqq 16$ kp/cm², wie bei Lager B. $F_{A\,res} = \sqrt{(4200 \text{ kp})^2 + (1935 \text{ kp})^2} = 4630$ kp. $l_A = \frac{4630 \text{ kp}}{16 \text{ kp/cm}^2 \cdot 16 \text{ cm}}$ $= 18{,}1$ cm. Statt dessen $l_A = 240$ mm ausgeführt, weil sonst das Lager außergewöhnlich kurz wäre.

Querschnitt E an der Zapfeneinmündung nachgeprüft:

Biegemoment $F_{A\,res} \cdot 12$ cm $= 4630$ kp $\cdot 12$ cm $= 55500$ kp cm.

$$M_t = 360000 \text{ kp cm}.$$

Daraus $M_i = 247000$ kp cm, ergibt $d_E = 16{,}2$ cm. Bleibt 160 mm Zapfendmr.

300. Der in Bild 271 angegebene gefährdete Querschnitt einer Stirnkurbel, die sich in Mittellage befindet, ist nachzurechnen und die Spannungsverteilung anzugeben.

$$F = 23000 \text{ kp}, \quad \frac{F}{5} = 4640 \text{ kp}.$$

Lösung: An der Kurbel greifen im Punkt M die äußeren Kräfte F und $\frac{F}{5}$ an. Um ihre Wirkung auf den Querschnitt $ABCD$ zu erkennen, trägt man in O und R die Kräfte gleich und entgegengesetzt gerichtet an. Diese gedachten Kräfte, durch die der Gleichgewichtszustand nicht gestört wird, sind in Bild 271 gestrichelt eingetragen. Nach Zeichnung ist:

$$a = 155 \text{ mm}, \; b = 200 \text{ mm}, \; c = 450 \text{ mm}, \; d = 180 \text{ mm}.$$

Dann bestehen folgende Beanspruchungen:

1. mit F auf Biegung, Hebelarm a.

$$\sigma_{b_1} = \frac{F\, a \cdot 6}{d\, c^2} = \frac{23200 \text{ kp} \cdot 15{,}5 \text{ cm} \cdot 6}{18 \text{ cm} \cdot (45 \text{ cm})^2},$$

$$\boldsymbol{\sigma_{b_1} = 59{,}2 \textbf{ kp/cm}^2.}$$

2. mit $\frac{F}{5}$ auf Biegung, Hebelarm b.

$$\sigma_{b_2} = \frac{F\, b \cdot 6}{5\, c\, d^2} = \frac{4640 \text{ kp} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 6}{5 \cdot 45 \text{ cm}\, (18 \text{ cm})^2},$$

$$\boldsymbol{\sigma_{b_2} = 38{,}2 \textbf{ kp/cm}^2.}$$

3. mit $\frac{F}{5}$ auf Zug (Restkraft).

$$\sigma_z = \frac{F}{5\, c\, d} = \frac{23200 \text{ kp}}{5 \cdot 45 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm}},$$

$$\boldsymbol{\sigma_z = 5{,}73 \textbf{ kp/cm}^2.}$$

4. durch das Kräftepaar $F\,b$ auf Verdrehung.

$$\tau_{\mathrm{t\,max}} = \frac{9\,M_{\mathrm{t}}}{2\,d^2\,c} = \frac{9 \cdot 23\,200\ \mathrm{kp} \cdot 20\ \mathrm{cm}}{2 \cdot (18\ \mathrm{cm})^2 \cdot 45\ \mathrm{cm}},$$

$$\boldsymbol{\tau_{\mathrm{t\,max}} = 143{,}2\ \mathrm{kp/cm^2}}.$$

Die größte Spannung tritt in der Mitte der Seite $A\,A$ auf, Spannungsverteilung längs der Kante $A\,A$ nach einer Parabel (vgl. Aufg. 251).

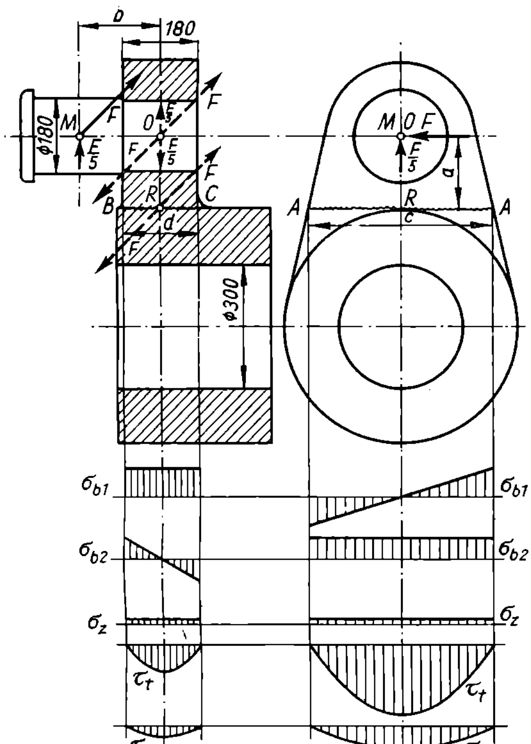


Bild 271

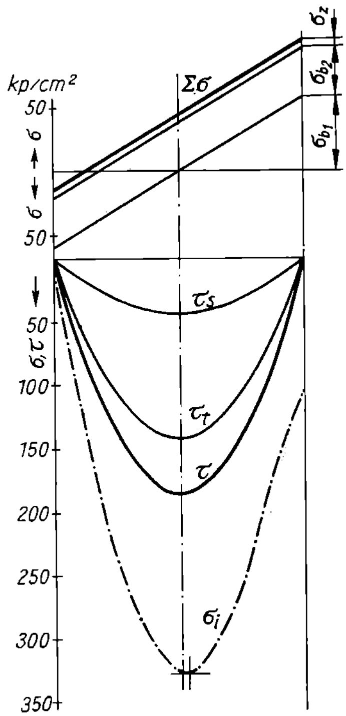


Bild 272

5. mit F auf Schub (Restkraft).

$$\tau_{\mathrm{s\,max}} = \frac{3\,F}{2\,c\,d}$$

$$= \frac{3 \cdot 23\,200\ \mathrm{kp}}{2 \cdot 18\ \mathrm{cm} \cdot 45\ \mathrm{cm}},$$

$$\boldsymbol{\tau_{\mathrm{s\,max}} = 43{,}0\ \mathrm{kp/cm^2}}.$$

Spannungsverteilung ebenfalls nach einer Parabel.

In Bild 272 sind die Spannungen, die an der Kante $A\,A$ wirken, nochmals zusammengestellt. Die Normalspannungen σ_{b_1}, σ_{b_2} und σ_z lassen sich zu einer Spannung σ addieren, ebenfalls die beiden Schubspannungen τ_t und τ_s zur Spannung τ. Die Spannungen σ und τ sind sodann punktweise nach der Formel

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,(\alpha_0\,\tau)^2}$$

zusammenzusetzen. Es sei mit $\alpha_0 = 1$ für σ und τ der gleiche Belastungsfall angenommen. Dann ist

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,\tau^2}\,.$$

Es ergibt sich dann als größte Spannung $\sigma_i =$ **330 kp/cm²**.

Ergebnisse der Berechnungen

3. 180 mm
6. $A = 3{,}45$ cm², gewählt $d = 22$ mm nach TGL 0—123
9. a) 2050 kp; b) 15 mm
10. $A = 1{,}6$ cm², gewählt M 20 nach TGL 0—13/0—14
13. 0,171 mm
15. a) 0,8 mm; b) 0,004 mm
18. a) 2190 kp/cm²; b) 38%
19. 625 kp/cm²
29. 0,81 (also Bruch zu erwarten)
30. 2,53
31. a) 1,16; b) 2,15
32. a) 1. 1,3; 2. 2,60;
b) 1. 1,33; 2. 3,15
34. 222
35. a) 65500 kp; b) $120 \cdot 35$ mm²;
c) 2,21
36. a) 8070 und 6100 kp;
b) 198 kp/cm²; c) 26 mm, d) 2,78
37. a) 512 kp/cm²; b) 667 kp/cm²;
c) 181 mm; d) 2,77 und 2,40
38. a) 503 kp/cm²; b) 730 kp/cm²;
c) 220 kp/cm²; d) 1,65
39. a) 536 cm²; b) 970 kp/cm²;
c) 7,6 mm
41. a) 2,5 mm; b) 2070 kp/cm²
42. a) 1998 mm; b) 2200 kp/cm²
44. a) 0,2 mm; b) 279,8 mm; c) 80 °C;
d) 36000 kp
47. a) 175 mm; b) 1,5 mm
48. 0,3 mm
49. a) 220600 kp; b) 0,34 mm
52. a) 245 mm; b) 50 cm
53. a) 186 kp/cm²; b) 480 mm;
c) 92 cm
54. a) 5000 kp; b) $460 \cdot 274$ mm²
56. 135 mm
57. $d = 31{,}2$ (gewählt 30) mm;
$l = 37{,}4$ (gewählt 40) mm
59. a) 76 mm; b) 95 mm; c) $^3/_4$″;
d) 7,1; e) 135 mm
60. $2^3/_4$″ oder M 72
61. $1^7/_8$″ oder M 48
62. $1^1/_4$″ oder M 33
63. 24 Schrauben $1^3/_8$″ oder M 36
64. $^7/_8$″ oder M 22
65. a) 555 Mp; b) 243 mm
67. $1^3/_8$″ oder M 36
69. 4,7, auszuführen 5
70. a) 7530 und 5650 kp; b) 5,4 und 3
72. a) 26 mm; b) 130 mm
73. 680 kp/cm²
74. a) 266000 kp; b) 23 mm; c) 92
76. 74 mm
77. 23 mm, auszuführen 25 mm
78. a) 113 mm; b) 75 mm
79. a) 682 kp; b) 12 mm
80. a) 346000 kp; b) 122 mm
82. a) 9950 kp/cm²; b) 24 mm; c) 0,92
83. a) 611 kp/cm²; b) 7,7;
c) 822 kp/cm²; d) 1,75
88. a) 3735 cm⁴; b) 340 cm³;
c) 49,5% und 50,5%;
d) 95% und 5%
89. a) 966 cm⁴; 149 cm³;
b) 26,3%; c) 1,4%
90. a) 1049 cm⁴; b) 131 cm³; c) 2,36%
91. a) 12067 cm⁴; 1341 cm³;
b) 42989 cm⁴ und 2457 cm³
93. a) 1482 cm⁴; b) 12,3% und 61,6%
c) 241 cm⁴; d) 215 und 63,4 cm³
94. a) 80 mm; b) 4719 cm⁴; c) 590 cm³
95. 10918⁴ cmund 875 cm³
96. a) 4205 cm⁴; b) 14141 cm⁴;
c) 9584 cm⁴; d) 27930 cm⁴;
e) 15% + 50,7% + 34,3% = 100%;
f) 1862 cm³
98. $I_N = 278$ cm⁴, $W_1 = 34{,}6$ cm³,
$W_2 = 70$ cm³
99. a) 106,1 mm; b) 20679 cm⁴;
c) 1950 und 967 cm³
100. a) 75,2 mm; b) 6806 cm⁴;
c) 10651 cm⁴
102. a) 230,4 mm; b) 391870 cm⁴;
c) 17000 und 10600 cm³
104. a) 2958 cm⁴ und 329 cm³;
b) 5894 cm⁴ und 421 cm³
105. a) 7480 cm⁴ und 680 cm³;
b) 9935 cm⁴ und 621 cm³
109. a) 71843 cm⁴; b) 18024 cm⁴;
c) 79825 cm⁴; d) 169692 cm⁴;
e) 42,3% + 10,6% + 47,1% = 100%;
f) 5851 cm³

112. 471964 cm^4 und 10488 cm^3
113. 84300 cm^4 und 3372 cm^3
114. 197355 cm^4 und 4590 cm^3
116. a) 736 cm^4; b) 18,2 mm
118. a) 9,2 cm; b) 5,37 cm; c) 300 cm^4; d) 1579 cm^4; e) 294 und 183 cm^3
120. a) 8,7 cm^4; b) 3,48 cm^3; c) 10,43; d) 36,3 cm^3
122. a) 11,75 cm; b) 1165 cm^4; c) 141 und 99 cm^3
130. a) 1610 kp; b) 126 mm; c) 120 mm; d) 4
131. a) 392 kp; b) 1333 kp cm; c) 26 mm
133. 110 und 165 mm
134. a) 41 kp; b) 19 cm
135. 190 kp/cm^2
137. a) 25500 kp cm; b) 680 kp/cm^2
138. a) 67000 kp cm; b) 150 mm
139. 35 mm
140. a) 456000 kp cm; b) 150 kp/cm^2
141. a) 42600 cm^4; b) 1670 cm^3; c) 124 kp/cm^2
142. 145 Mp
147. $M_B = 8000$ kp cm; $M_C = -7000$ kp cm; $M_D = -34000$ kp cm; $M_E = 14000$ kp cm
148. a) 229700 kp cm; b) 250 mm
149. a) Bei A 1575, bei B und C je 3150 kp; b) 142000, 567000 und 1276000 kp cm. Momentenfläche wie bei Aufg. 144; c) 3217 cm^3; d) 397 kp/cm^2
150. a) 323400, 970000 und 1594000 kp cm. Momentenfläche wie bei Aufg. 144; b) 1120 kp/cm^2
151. a) 3,4 m; b) $M_B = 3640000$ kp cm; $M_O = 5880000$ kp cm; $M_C = 3000000$ kp cm; c) 5950 cm^3; d) 494 kp/cm^2
155. a) 518 kp; b) 29800 kp cm; c) $16 \cdot 12$ cm^2
157. a) 90 cm; b) 2720 kp; c) 48 cm
158. a) 64 cm; b) 130 mm
159. a) 735 kp; b) 84 kp; c) 67700 kp cm; d) $12 \cdot 24$ cm^2
160. a) 46000 kp cm; b) 83 mm
163. a) 8500 kp cm; b) 21,25 cm^3; c) 50 mm
164. a) 3075000 kp cm; b) 3844 cm^3; c) 340 mm; d) 1650000 kp cm; e) 275 mm
166. 4,26
167. a) 1230 kp; b) 13620 kp cm; c) 53, auszuführen 55 mm
168. 166 kp/cm^2
169. a) 2880 kp; b) 131000 kp cm; c) 226,5 cm^3; d) 580 kp/cm^2
174. a) 1008000 kp cm; b) 1420 cm^3; c) 5,68
175. 725 und 517 kp/cm^2
178. a) 75000 kp cm; b) 115000 kp cm; c) 110 mm
179. a) je 3920 kp; b) $M_D = M_E = -1100000$ kp cm, $M_C = M_F = -1646000$ kp cm; c) I 40
181. a) 429 kp; b) 640 und 160 kp; c) 393 und 836 kp; d) 3930, 13270 und 9200 kp cm; e) 60, wegen Keilnut 70 mm
182. $104 \cdot 21$ mm^2
183. a) Bei C 240000 kp cm; a D 360000, E 440000, F und G 480000 kp cm; b) 128 kp/cm^2
186. a) $270 \cdot 54$ mm^2; b) 1,1%; c) 2,38
187. a) 143600 kp cm; b) 386 kp/cm^2; c) 415 kp/cm^2
189. a) 376 und 74 kp; b) s. Bild 170; c) 47, auszuführen 50 mm
191. a) 626 und 1804 kp; b) s. Bild 172; c) 86, auszuführen 90 mm
192. a) 12400 und 7700 kp; b) $M_A = -252000$ kp cm; $M_C = 486000$ kp cm; $M_D = 860000$ kp cm; $M_E = 539000$ kp cm
195. a) 10750 kp; b) 627 cm^3; c) I 30
196. a) 3440 kp; b) 1,27 m
197. a) 8780 kp; b) 329000 kp cm; c) I 22
198. a) 21550 kp; b) 1293000 kp cm; c) I 28
199. 70 mm
200. 216 kp/cm^2
202. 5 cm
203. a) 700 kp; b) 13,1 cm^3; c) $75 \cdot 75 \cdot 10$ mit $W = 13{,}5$ cm^3
205. a) 9300 kp cm; b) 65 mm; c) 367 kp/cm^2

206. a) 74250 kp cm; b) 90 mm; c) 2,37
207. 110 mm
208. a) 46750 kp cm; b) 100 mm
209. 70 mm
210. a) 2860 kp; b) 570000 kp cm;
c) 2617 cm^3; d) 218 kp/cm^2
216. a) 110 mm; b) 50 mm;
c) 60 mm; d) 100 mm
217. a) 56, auszuführen 60 mm;
b) 110 mm;
c) 175, wegen Keilnut 190 mm;
d) 170 mm; e) 150 mm
221. 13 mm
224. a) 1,2 mm; b) 2,5 mm;
c) 3,6 mm; d) 5,5 mm
226. a) 1140 kp; b) 597 kp/cm^2;
c) 1,1 mm
232. a) I 32; b) I 20
235. a) 36, auszuführen 40 mm;
b) 57, auszuführen 60 mm
236. a) 30 mm; b) 4416 kp cm;
c) 53, auszuführen 55 mm
237. a) 52, wegen Keilnut 55 mm;
b) 5,4 PS;
c) 73, wegen Keilnut 80 mm
238. a) 10,27 PS; b) 10780 kp cm;
c) 56, wegen Keilnut 60 mm
240. a) 67314 cm^3; b) 65040 cm^3;
c) 3,4%; d) 18,4%
243. a) 35 mm; b) 0,8°/m; c) 50 mm
244. a) 206 kp/cm^2; b) 0,48°; c) 5 mm
245. a) 344 kp/cm^2; b) 4°
252. a) 7,9 cm $\approx$ 80 mm;
b) 7,7 cm $\approx$ 80 mm
255. a) 53,1 cm^4; b) 58 mm
$\lambda = 103$. Euler maßgebend;
c) 77 · 44 mm^2
256. a) 37000 kp; b) 512 cm^4;
c) 2,52 cm; d) 115;
e) 3,62 nach Euler
257. a) 28950 kp; b) 115 mm Dmr.
$\lambda = 49{,}1$. $\sigma_k = 3046$ kp/cm^2
nach Tetmajer . $\nu = 10{,}9$
258. a) 96200 kp; b) 220 mm Dmr.
$\lambda = 43{,}6$. $\sigma_k = 3080$ kp/cm^2
nach Tetmajer · $\nu = 12{,}2$;
c) 270 . 150 mm^2 · $\lambda = 56{,}6$.
$\sigma_k = 3005$ kp/cm^2 · $\nu = 12{,}6$
260. a) 10996 cm^4; b) 7,49 cm;
c) 80,1; d) 6,5 nach Euler
261. a) 2974 cm^4; b) 18 mm Wanddicke;
c) 5,76 cm; d) 93,8;
e) Euler, weil $\lambda > 80$
262. a) 3900 kp; b) 114 cm^4;
c) I 20; d) 187;
e) Euler, weil $\lambda > 105$
263. a) 5000 kp; b) 210 cm^4;
c) I 24; d) 191;
e) Euler, weil $\lambda > 105$
264. a) 2921 cm^4; b) 5,35 cm;
c) 150; d) 3,80; e) 708 kp/cm^2
265. a) 4029 cm^4; b) 850 kp/cm^2
266. a) 6600 kp; b) 4200 kp;
c) 118 cm^4; d) [20;
e) 226; f) 8,63; g) 1125 kp/cm^2
267. a) 2685 kp; b) [14
268. a) 864 kp; b) 2250 kp;
c) 4,56 cm^4; d) L 50 · 50 · 5;
e) 133; f) 1400 kp/cm^2
269. a) 60,0 cm^2; 2050 cm^4;
b) [20; c) 7,7 cm;
d) 96,1; e) 1,82; f) 875 kp/cm^2;
g) 116 mm
270. I 24. $m = 302$ mm
272. a) 552 und 342 cm^4;
b) 2,99 cm; c) 90,3;
d) 1,76; e) 30 Mp
273. a) 3090 kp; b) L 55 · 55 · 8;
c) 1,64 cm; d) 202; e) 6,89;
f) 1280 kp/cm^2
275. a) 28350 kp cm; b) 567 kp/cm^2;
c) 90 kp/cm^2;
d) 657 und 477 kp/cm^2
276. 313 und 237 kp/cm^2
279. a) 68000 kp cm; b) 560 kp/cm^2;
c) 156 kp/cm^2; d) 404 und 716 kp/cm
280. a) 84000 kp cm; b) 8410 cm^4;
c) 160 kp/cm^2; d) 211 kp/cm^2;
e) rechts 371 und links 51 kp/cm^2,
beide Druckspannungen
281. b) 597 cm^3; c) 128 kp/cm^2;
d) 11 kp/cm^2; e) 139 kp/cm^2
283. Bei A 313 kp/cm^2 Druck; bei A
265 kp/cm^2 Zug
287. a) 7200 kp cm; b) 6720 kp cm;
c) 7540 kp cm; d) 60 mm
288. 120 mm
289. 70 mm
290. 80 mm
292. 464 kp/cm^2
293. a) 140 mm (Keilnut!);
b) 276 PS; c) 3,29
295. 63 mm, gewählt 70 mm
296. 22,1 kp/cm^2