Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In einem Behälter befinden sich Zahlenkarten, die mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 beschriftet sind. Anna, Bea, Carla, Dana und Elena ziehen nacheinander je zwei Karten. Vier Mädchen verraten die Summe der Zahlen auf ihren Karten: Anna sagt 7, Bea 12, Carla 9, Dana 15. Entscheidet, welche der untenstehenden Zahlen auf den Karten von Elena stehen konnte!

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *7* **(E)** *9*

2. In einem leeren See lassen wir 25 hungrige Hechte frei, die sich in kurzer Zeit zu verschlingen beginnen. Ein Hecht ist gesättigt und hört mit dem Fressen auf, wenn er vier hungrige oder schon gesättigte Hechte verzehrt hat. Wie viele der 25 Hechte können in diesem See im Laufe ihres Lebens satt werden?

(A) *0* **(B)** *2* **(C)** *4* **(D)** *6* **(E)** *8*

3. Andy zerschneidet einen rechteckigen Karton ohne Rest in Quadrate. Der Karton hat eine Länge von 75 *cm* und eine Breite von 60 *cm*. Alle Quadrate haben Seitenlängen, die natürliche Zahlen in *cm* sind. Wie viele Quadrate konnte Andy herausschneiden? Überprüft die Angaben.

(A) *3* **(B)** *5* **(C)** *10* **(D)** *16* **(E)** *17*

4. Die Höhe eines Hauses beträgt zusammen mit der auf dem Dach montierten Antenne 8 *m*. Die Höhe der Antenne ist 3 *m*. Bestimmt die möglichen Höhen des Hauses ohne Antenne.

(A) *4 m* **(B)** *5 m* **(C)** *6 m* **(D)** *7 m* **(E)** *8 m*

5. Wir legen sechs Münzen in drei Schachteln. In der ersten sind zwei Goldmünzen, in der zweiten zwei Silbermünzen und in der dritten eine Gold- und eine Silbermünze. Der Inhalt der Schachteln wird durch Etiketten gekennzeichnet, welche allerdings falsch aufgeklebt wurden. Wir dürfen uns in einem ersten Schritt nur aus einer Schachtel eine einzige Münze ansehen. Wie viele Schritte sind mindestens insgesamt erforderlich, um sicher den Inhalt in jeder Schachtel festzustellen?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In einem leeren See lassen wir 50 hungrige Hechte frei, die sich in kurzer Zeit zu verschlingen beginnen. Ein Hecht ist gesättigt und hört mit dem Fressen auf, wenn er drei hungrige oder schon gesättigte Hechte verzehrt hat. Wie viele der 50 Hechte können in diesem See im Laufe ihres Lebens satt werden?

(A) *0* **(B)** *10* **(C)** *14* **(D)** *16* **(E)** *20*

2. Zerschneidet das nebenstehende Quadrat entlang der Gitternetzlinien in vier Teile der gleichen Form und Größe so, dass in jeder neuen Figur genau eine Eins und eine Zwei vorkommt. Welche zwei Buchstaben befinden sich zusammen nach dem Aufteilen in den einzelnen Teilstücken? Überprüft die Angaben!

				e	
a	1	1	1		
	b	2	2		
	c	2	2		
	d				
				f	1

(A) *a und b* **(B)** *a und c* **(C)** *b und c* **(D)** *d und f* **(E)** *b und e*

3. Ihr habt 9 gleich lange Stäbe. Aus diesen Stäben sollen Dreiecke gebildet werden, deren Seitenlägen einer Stablänge entsprechen. Wie viele Dreiecke können entstehen, wenn alle 9 Stäbe verwendet werden und keine zwei Stäbe übereinanderliegen? Überprüft die gegebenen Anzahlen!

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *7*

4. Anna benutzt genau einmal jede der zehn Ziffern 0, 1, 2, 3, … , 9 und bildet aus ihnen 5 zweistellige Zahlen, die hintereinander geschrieben eine besondere Zahlenfolge ergeben: Die Differenz von zwei benachbarten Zahlen ist immer gleich. Welche der unten angegebenen Zahlen können in Annas Zahlenfolge vorkommen?

(A) *32* **(B)** *36* **(C)** *50* **(D)** *61* **(E)** *81*

5. Erstellt aus genau 12 gleichen Streichhölzern Vielecke mit unterschiedlichen Flächeninhalten. Wir betrachten nun die Fläche eines Quadrates, das aus 4 der Streichhölzer gebaut wäre, als eine Flächeneinheit. Unten haben wir unterschiedliche Flächeneinheiten angegeben. Welche von diesen können wir als Flächeninhalte der Vielecke erhalten, die aus den 12 Streichhölzern gelegt wurden?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *9* **(E)** *10*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. $A=\{-1;-2;-3;-4;-5\}$ und $B=\left\{-1;-\frac{1}{2};-\frac{1}{3};-\frac{1}{4};-\frac{1}{5}\right\}$ sind zwei gegebene Zahlenmengen. Bildet Zahlenpaare aus diesen Mengen so, dass jede Zahl aus *A* bzw. *B* nur einmal verwendet wird und in den Paaren eine Zahl aus der Menge *A*, die andere aus der Menge *B* entnommen wird. Nachdem die Paare gebildet wurden, bestimmt das Produkt der Zahlen in jedem Paar und addiert anschließend diese Produkte. Welche der gegebenen Aussagen können bezüglich der möglichen Summen wahr sein?

(A) *Die größte Summe ist mehr als 9.*

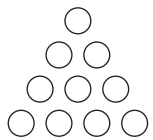
(B) *Die kleinste Summe ist weniger als 5.*

(C) *Unter den Summen kommt der Wert 8,7 vor.*

(D) *Unter den Summen kommt der Wert 5 vor.*

(E) *Unter den Summen kommt der Wert 5,5 vor.*

2. Wir haben 10 Münzen so platziert, dass ein regelmäßiges Dreieck entstanden ist, wie das nebenstehende Bild zeigt. Wie viele Münzen müsste man so bewegen, dass ein regelmäßiges Dreieck in einer anderen Position aus den 10 Münzen zustande kommt. Überprüft diesbezüglich die Angaben!



(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

3. Wir markieren 8 solche Punkte auf einer Ebene, von denen keine drei auf einer Geraden liegen. Betrachten wir nun alle Dreiecke, deren Eckpunkte aus diesen 8 Punkten gewählt sind. Wie viele gleichschenklige Dreiecke können dann unter allen Dreiecken vorhanden sein?

(A) *8* **(B)** *16* **(C)** *25* **(D)** *40* **(E)** *60*

4. Für 256 Taler bekommt man 3 Nüsse, 13 Pfirsiche und 8 Birnen. Für 166 Taler erhält man 2 Nüsse, 8 Pfirsiche und 5 Birnen. Jede Nuss hat den gleichen Preis, das gilt auch für Pfirsiche und Birnen, also hat gleiches Obst denselben Stückpreis. Wie viele Taler kosten eine Nuss, ein Pfirsich und eine Birne zusammen?

(A) *54* **(B)** *56* **(C)** *60* **(D)** *62* **(E)** *66*

5. Der Umfang des Vorderrades eines LKW beträgt 2 *m* und der Umfang des Hinterrades 3 *m*. Zu Beginn der Fahrt haben beide Räder auf der rechten Seite einen schmalen Kalkfleck genau an der Stelle des Rades, wo es die Straße berührt. Der Abstand der beiden Kalkflecke beträgt 3 *m*. Bei jeder Umdrehung der Räder während der Fahrt hinterlassen diese Kalkflecke eine Spur auf der Straße. Wie viele Kalkspuren kann man insgesamt auf einer geraden Straße von 200 *m* finden?

(A) *132* **(B)** *133* **(C)** *134* **(D)** *135* **(E)** *166*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Jede der 10 Ziffern 0, 1, 2, 3, …, 9 soll genau einmal verwendet werden. Das Ziel ist, mithilfe der Ziffern eine Zahlenfolge mit folgender Eigenschaft zu bilden: Entnehmen wir beliebig zwei hintereinander liegende Ziffern in der gegebenen Reihenfolge und betrachten dann die entstandene zweistellige Zahl, so ist diese entweder durch 7 oder 13 teilbar. Eine zweistellige Zahl kann auch mit einer Null beginnen, dann gilt die zweite Ziffer bei der Teilbarkeit. Welche Aussage gilt für eine solche Zahlenfolge?

(A) *Das erste Glied der Folge ist 7.* **(B)** *Das letzte Glied der Folge ist 6.*
(C) *Das siebte Folgenglied heißt 4.* **(D)** *Das achte Folgenglied heißt 5.*
(E) *Es gibt keine solche Zahlenfolge.*

2. Jeder der 40 Schüler, die am Finale eines Mathematikwettbewerbs teilnahmen, musste die gleichen vier Aufgaben lösen. Die erste Aufgabe haben 25 Schüler, die zweite Aufgabe 35 Schüler, die dritte Aufgabe 33 und die vierte Aufgabe 30 Schüler gelöst. Wie viele Schüler genau haben alle vier Aufgaben gelöst? Überprüft diesbezüglich die Angaben!

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *3* **(D)** *5* **(E)** *6*

3. Wir markieren 9 solche Punkte auf einer Ebene, von denen keine drei auf einer Geraden liegen. Betrachten wir nun alle Dreiecke, deren Eckpunkte aus diesen 9 Punkten gewählt sind. Wie viele gleichschenklige Dreiecke können dann unter allen Dreiecken vorhanden sein?

(A) *16* **(B)** *27* **(C)** *44* **(D)** *73* **(E)** *84*

4. Ein Karton hat die Länge 18 *cm* und die Breite 8 *cm*. Er soll so in zwei Teile geschnitten werden, dass anschließend die beiden Teile zu einem Quadrat zusammengefügt werden können. Eine Überlappung ist ausgeschlossen, ebenso eine Lücke. Bestimmt die Gesamtlänge der Schnittlinie.

(A) *8 cm* **(B)** *12 cm* **(C)** *14 cm* **(D)** *16 cm* **(E)** *18 cm*

5. Der Umfang des Vorderrades eines LKW beträgt 2 *m* und der Umfang des Hinterrades 3 *m*. Zu Beginn der Fahrt haben beide Räder auf der rechten Seite einen schmalen Kalkfleck genau an der Stelle des Rades, wo es die Straße berührt. Der Abstand der beiden Kalkflecke beträgt 3 *m*. Bei jeder Umdrehung der Räder während der Fahrt hinterlassen diese Kalkflecke eine Spur auf der Straße. Wie viele Kalkspuren kann man insgesamt auf einer geraden Straße von 200 *m* finden?

(A) *132* **(B)** *133* **(C)** *134* **(D)** *135* **(E)** *166*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Anna kaufte einen Apfel, eine Banane und eine Orange. Anna hätte 2 € insgesamt gezahlt, wenn für den Apfel ein Drittel, für die Banane zwei Drittel und für die Orange zwei Neuntel des aktuellen Preises verlangt worden wäre. Sie hätte 1 € ausgegeben, wenn für den Apfel zwei Fünftel, für die Banane ein Zehntel und für die Orange die Hälfte des aktuellen Preises verlangt worden wäre. Wie viel Geld hat Anna für ihre drei Obstsorten insgesamt ausgegeben?

(A) *3 €* **(B)** *4 €* **(C)** *5 €* **(D)** *6 €*

(E) *Man kann den Betrag nicht bestimmen.*

2. Auf der Geraden *MN* sind 30 Punkte im gleichen Abstand markiert. Sie werden der Reihe nach mit $A_1, A_2, A_3, \ldots A_{30}$ bezeichnet. Von diesen 30 Punkten gehen jeweils gerade Wege immer auf derselben Halbebene aus. Die folgende Tabelle zeigt, wie groß die Winkel sind, die diese Wege mit der Geraden *MN* in den einzelnen Punkten einschließen:

Nummer der Anfangspunkte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	60	30	15	20	155	45	10	35	140	50	125	65	85	86	80
Nummer der Anfangspunkte	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	75	78	115	95	25	28	158	30	25	5	15	160	170	20	158

Von jedem der 30 Punkte startet gleichzeitig mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit je ein Auto und fährt geradeaus. An jeder Kreuzung ist eine Schranke. Wenn das erste Auto die Kreuzung überquert, schließt sich die Schranke und blockiert die Straße für Autos, die aus anderen Richtungen kommen. Von welchen Punkten starten Autos, die alle Kreuzungen ihres Weges passieren können?

(A) A_{11} **(B)** A_{14} **(C)** A_{23} **(D)** A_{24} **(E)** A_{30}

3. Ein Schachbrett mit 8×8 Feldern soll so in *n* Rechtecke geschnitten werden, dass dabei kein Feld zerschnitten wird. In jedem Rechteck soll die Anzahl der weißen und schwarzen Felder übereinstimmen, wobei in zwei verschiedenen Rechtecken die Anzahl der weißen Felder nicht gleich sein darf. Bestimmt den Wert für *n* und berücksichtigt dabei die Angaben.

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

4. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

5. Das Dreieck *ABC* ist gleichschenklig. Die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ sind gleich lang. *M* ist ein Punkt auf der Seite $\overline{BC}$ so, dass es $|\overline{AM}| = |\overline{AC}|$ gilt. Auf der Halbgeraden *AB* ist *N* ein solcher Punkt, dass *B* zwischen *A* und *N* liegt, weiter gilt: $|\overline{MN}| = |\overline{AC}|$. Wenn wir wissen, dass der Winkel $\sphericalangle NMB = 30°$ groß ist, wie groß kann dann ein Winkel des Dreiecks *ABC* sein? Überprüft die Angaben.

(A) *18°* **(B)** *34°* **(C)** *48°* **(D)** *66°* **(E)** *84°*

Internationales Finale **Klasse 10 / Schulstufe 10** 26. Juni 2021

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Aron schreibt die natürlichen Zahlen von 1 bis 24 auf den Umfang eines Kreises in folgender Reihenfolge:
11, 1, 20, 5, 12, 21, 9, 14, 8, 22, 16, 7, 19, 3, 17, 23, 2, 15, 24, 10, 6, 13, 4, 18.
In dieser Folge ist 4 die kleinste Differenz unter allen Differenzen von unmittelbaren Nachbarn. (Die kleinere Zahl wird immer von der größeren subtrahiert.) Wie groß kann die kleinste Differenz von unmittelbaren Nachbarn sein, wenn man nun die Zahlen in einer anderen Reihenfolge notiert?

(A) *7* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

2. Auf der Gerade *MN* sind 30 Punkte im gleichen Abstand markiert. Sie werden der Reihe nach mit $A_1, A_2, A_3, \ldots A_{30}$ bezeichnet. Von diesen 30 Punkten gehen jeweils gerade Wege immer auf derselben Halbebene aus. Die folgende Tabelle zeigt, wie groß die Winkel sind, die diese Wege mit der Geraden *MN* in den einzelnen Punkten einschließen:

Nummer der Anfangspunkte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	60	30	15	20	155	45	10	35	140	50	125	65	85	86	80
Nummer der Anfangspunkte	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Winkel in Grad zwischen der Geraden *MN* und dem aus diesem Punkt auslaufenden Weg	75	78	115	95	25	28	158	30	25	5	15	160	170	20	158

Von jedem der 30 Punkte startet gleichzeitig mit der gleichen konstanten Geschwindigkeit je ein Auto und fährt gerade aus. An jeder Kreuzung ist eine Schranke. Wenn das erste Auto die Kreuzung überquert, schließt sich die Schranke und blockiert die Straße für Autos, die aus anderen Richtungen kommen. Von welchen Punkten starten Autos die alle Kreuzungen ihres Weges passieren können?

(A) A_{11} **(B)** A_{14} **(C)** A_{23} **(D)** A_{24} **(E)** A_{30}

3. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

4. Betrachtet die Gleichung: $2[x+2]=3x$. Wie viele unterschiedliche reelle Lösungen *x* gibt es insgesamt?
Erklärung: $[a]$ bedeutet den ganzen Anteil der reellen Zahl *a*, d.h. $[a]$ ist diejenige ganze Zahl, die unter den ganzen Zahlen, die nicht größer als *a* sind, die größte ist. (z.B. $[-4,5]=-5$; $[2]=2$ oder $[3,45]=3$.)

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

5. Gegeben ist ein Einheitsquadrat (die Seitenlänge ist 1 Einheit). Wir zeichnen im Inneren des Quadrats einige Kreise, deren Umfänge insgesamt 10 Einheiten ergeben. (Kein Kreis ragt aus dem Quadrat heraus.) Wir behaupten: Es ist egal, wie die Kreise platziert sind, wir können sicher eine Gerade in das Bild so einzeichnen, dass sie genau *n* Kreise schneidet. Entscheidet, für welche der gegebenen *n*-Werte die Behauptung wahr ist!

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wenn $a+b+c>0$ gilt und die Gleichung $ax^2+bx+c=0$ keine reelle Lösung besitzt, dann sind unter den gegebenen Ungleichungen folgende Ungleichungen wahr:

(A) $a-b+c<0$ **(B)** $a-b+c>0$ **(C)** $4a-2b+c<0$

(D) $4a-2b+c>0$ **(E)** $c>0$

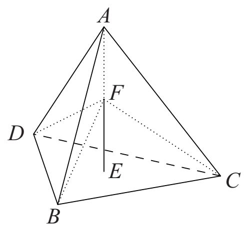
2. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

3. Gegeben ist das gleichseitige Dreieck *ABC* und in dessen Ebene der Punkt *O* so, dass der Winkel $\sphericalangle AOC=90°$ und der Winkel $\sphericalangle BOC=75°$ groß ist. Mit den Längen $\left|\overline{AO}\right|$, $\left|\overline{BO}\right|$, $\left|\overline{CO}\right|$ wird ein Dreieck gebildet. Wie groß kann einer der inneren Winkel dieses Dreiecks sein? Überprüft die Angaben!

(A) *15°* **(B)** *30°* **(C)** *45°* **(D)** *120°* **(E)** *135°*

4. Von der Spitze *A* eines regelmäßigen Tetraeders wird die Höhe zur Grundseite *BCD* gezogen. Der Punkt *F* halbiert die Höhe. Man kann nun behaupten, dass jedes der Dreiecke *FAB*, *FBC* und *FCA*…



(A) *spitzwinklig ist.* **(B)** *rechtwinklig ist*

(C) *einen stumpfen Winkel hat.*

(D) *gleichschenklig ist.* **(E)** *gleichseitig ist.*

5. In einer Ebene sind 5 verschiedene Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer Geraden liegen und keine vier sich auf dem Umfang eines Kreises befinden. Untersuchen wir nun die Dreiecke, die aus diesen 5 Punkten entstehen können. Jedes der Dreiecke besitzt einen Umkreis. Wie viele Dreiecke könnten wir insgesamt aus diesen Umkreismittelpunkten bilden? (Die Eckpunkte der Dreiecke müssen unter den gegebenen und beschriebenen Punkten sein.)

(A) *10* **(B)** *20* **(C)** *100* **(D)** *110* **(E)** *120*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* **(B)** *GRBL* **(C)** *BLGR* **(D)** *LGBR* **(E)** *GBRL*

2. Abel schrieb einige verschiedene ganze Zahlen an die Tafel. Diese Zahlen sind so gewählt, dass die Summe aus zwei beliebigen Zahlen entweder eine Primzahl oder eine Zweierpotenz ist. Wie viele Zahlen konnte Abel aufschreiben?
(Eine Primzahl ist eine positive ganze Zahl, die genau zwei Teiler hat, z.B. 2, 7, 37. Eine Zweierpotenz ist eine positive ganze Zahl, die als Potenz mit der Basis 2 dargestellt werden kann, z.B. $8=2^3$ oder $64=2^6$.)

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

3. Eine Zahlenfolge a_n entsteht nach dem folgenden Bildungsgesetz: Für alle natürliche Zahlen n ist $a_{n+5}+a_{n+1}=a_{n+4}+a_n$, und für alle $1\le n\le 5$ gilt $a_n=n^2$. Bestimmt den Wert von a_{2021}.

(A) *4* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *22* **(E)** *Keiner der vorgegebenen Werte.*

4. Wir betrachten ausschließlich diejenigen Dreiecke, deren Seitenlängen natürliche Zahlen sind. Wie viele Dreiecke gibt es unter diesen Dreiecken maximal, bei denen die Maßzahlen für den Umfang und den Flächeninhalt übereinstimmen? (Zur Hilfe: Sind die Seitenlängen eines Dreiecks *a*, *b*, *c* und der halbe Umfang *p*, so gilt für den Flächeninhalt $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.)

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *Mehr als 5*

5. In einer Ebene sind 6 verschiedene Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer Geraden liegen und keine vier sich auf dem Umfang eines Kreises befinden. Untersuchen wir nun die Dreiecke, die aus diesen 6 Punkten entstehen können. Jedes der Dreiecke besitzt einen Umkreis. Wie viele Dreiecke könnten wir insgesamt aus diesen Umkreismittelpunkten bilden? (Die Eckpunkte der Dreiecke müssen unter den gegebenen und beschriebenen Punkten sein.)

(A) *1024* **(B)** *1080* **(C)** *1110* **(D)** *1125* **(E)** *1140*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

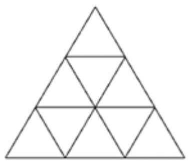
1. Abel schrieb die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in einer solchen Reihenfolge auf, dass die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen entweder 2 betrug oder die eine Zahl doppelt so groß war wie die andere. Welche der angegebenen Zahlen könnte an vierter Stelle in der Reihenfolge stehen?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *8* **(E)** *10*

2. Zwei Züge, bestehend aus je einer Lokomotive und 80 gleichen Wagen, treffen sich auf einem einzigen geraden Gleis und fahren einander entgegen. Die beiden Züge müssen sich gegenseitig ausweichen. Es gibt eine Ausweichstelle, die zur Lösung des Problems verwendet werden kann und die nur eine Lokomotive und x Wagen (aber nicht mehr) aufnehmen kann. Wie groß kann der Wert von x sein? (Sowohl vor als auch hinter der Lokomotive können Wagen angebracht werden).

(A) *40* **(B)** *44* **(C)** *50* **(D)** *60* **(E)** *70*

3. Das Bild auf der rechten Seite zeigt ein großes Dreieck, das aus neun kleinen Dreiecken besteht. In diese Dreiecke haben wir ursprünglich Nullen geschrieben. Dann gingen wir Schritt für Schritt so vor, dass wir zwei Dreiecke mit benachbarten Seiten ausgewählt haben und in diesen zu den vorhandenen Zahlen 1 addierten. Auf diese Weise kamen wir zu einer Ausfüllung, bei der die Dreiecke neun aufeinanderfolgende Zahlen größer als 0 enthielten. Wie hoch ist der Wert der kleinstmöglichen Zahl in diesen Dreiecken?

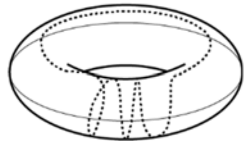


(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

4. Jan hat die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in einer bestimmten Reihenfolge auf den Umfang eines Kreises geschrieben und dann jeweils alle Summen von drei benachbarten Zahlen berechnet. Welche der folgenden Zahlen ist die kleinste der zehn in einer bestimmten Reihenfolge berechneten Summen?

(A) *13* **(B)** *14* **(C)** *15* **(D)** *16* **(E)** *17*

5. Zwei Schnecken haben auf dem Schwimmring (siehe Abbildung) jeweils eine geschlossene Linie von Spuren hinterlassen. Die mit einer durchgezogenen Linie gezeichnete Kurve verläuft um den „äußeren Äquator", während die mit einer gestrichelten Linie gezeichnete Kurve die vorherige Kurve dreimal kreuzt. In wie viele Teile insgesamt schneiden diese beiden Spuren die Oberfläche des Schwimmringes?



(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Teilt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 so in zwei Gruppen auf, dass die Summe der Zahlen in der einen Gruppe dreimal so groß ist wie die Summe der Zahlen in der anderen Gruppe. Wie viele unterschiedliche Aufteilungen gibt es insgesamt? (Zwei Aufteilungen sind unterschiedlich, wenn sie in einer Gruppe nicht die gleichen Zahlen haben.)

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

2. Kann man aus einem 20 *cm* × 30 *cm* großen Stück Papier einen Spalt so ausschneiden, dass durch diesen Spalt folgende Gegenstände hindurchpassen? (Der Schnitt kann auch entlang mehrerer Linien erfolgen.)

(A) *Ein 20 cm x 30 cm x 3 cm großes Buch.*

(B) *Ein 50 cm x 50 cm x 3 cm großes Buch.*

(C) *Ein aufgeblasener Ball mit 25 cm Durchmesser*.

(D) *Ein aufgeblasener Ball mit 30 cm Durchmesser*.

(E) *Ein Metallwürfel mit 600 cm Kantenlänge.*

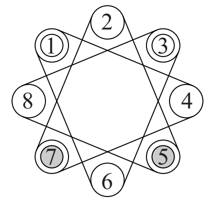
3. Ilka schrieb ein paar Sechsen nebeneinander und fügte dann in dieser Zeile Rechenzeichen und Klammern ein, so dass das richtige Ergebnis von 100 herauskam. (Wenn sie nichts zwischen einige Ziffern setzte, betrachtete es diese als mehrstellige Zahl.) Bestimmt die genaue Anzahl der Sechsen, die sie auf diese Weise nebeneinander schreiben konnte.

(A) *6* **(B)** *7* **(C)** *8* **(D)** *9* **(E)** *10*

4. Familie Klein hat drei Schulkinder, die nie ein Schuljahr übersprungen oder wiederholt haben. Keines von ihnen ist in der 12. Klasse. Am Ende eines jeden Schuljahres hat jedes von ihnen so viele Bücher erhalten, wie es gerade Schuljahre abgeschlossen hat. Wenn die Gesamtzahl der Bücher, die die drei Geschwister bis zum Ende des letzten Schuljahres erhalten haben, 72 beträgt, in die wievielte Schulklasse kann dann heute keines der drei Geschwister eingeschult sein?

(A) *4.* **(B)** *5.* **(C)** *8.* **(D)** *10.* **(E)** *11.*

5. In den Kreisen 1 und 3 des Bildes befindet sich eine helle Spielfigur, in den Kreisen 5 und 7 eine dunkle Spielfigur. Die Aufgabe besteht darin, die hellen Figuren mit den dunklen zu vertauschen, indem man die entsprechenden Züge macht. Man darf immer nur eine Figur auf einmal entlang der geraden Linien ziehen und sie nur auf einem leeren Kreis platzieren. Man darf mehrere Kreise bei einem bestimmten Zug berühren, wenn diese leer sind. Falls erforderlich, ist auch die Rückwärtsbewegung erlaubt. Wie viele der folgenden Züge können gemacht werden, um helle und dunkle Figuren zu tauschen?



(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

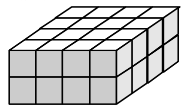
1. In wie viele Rechtecke mit unterschiedlichen Flächeninhalten kann man ein 6×6-quadratisches Gitter entlang der Gitterlinien unterteilen? Überprüft die Angaben!

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

2. Gegeben ist die Zahl 123456789. In einem Schritt wählen wir zwei benachbarte Ziffern aus, von denen keine 0 ist, subtrahieren von jeder eine 1 und kehren ihre Positionen um. Wie viele dieser Schritte müssen mindestens durchgeführt werden, um die kleinste 9-stellige Zahl zu erhalten?

(A) *10* **(B)** *14* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *22*

3. Drei kleine Würfel werden als Kelch bezeichnet, wenn sie paarweise eine gemeinsame Kante haben (siehe Abbildung rechts). Wie viele dieser Kelche befinden sich in dem unten abgebildeten massiven 4×4×2-Quader? Gebt die Höchstzahl der Kelche an!



(A) *30* **(B)** *42* **(C)** *56* **(D)** *72* **(E)** *90*

4. Welche der unten angegebenen Tabellenfelder können mit den Zahlen -1, 0, 1 so ausgefüllt werden, dass die Summen in den Zeilen und Spalten alle unterschiedlich sind?

(A) *2×2* **(B)** *3×3* **(C)** *4×4* **(D)** *6×6* **(E)** *2020×2020*

5. Ralf hat 8 Schlüssel an einem Ring aufgereiht. Die Schlüssel sind auf den ersten Blick nicht zu unterscheiden und ihre beiden Seiten sind identisch. Um die Schlüssel unterscheiden zu können, steckt Ralf eine farbige Kappe auf jeden von ihnen. Wie viele Farben muss er benutzen? Überprüft die Angaben!

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In wie viele Rechtecke kann ein 8×8-Quadrat entlang der Gitterlinien so unterteilt werden, dass sich die kongruenten Rechtecke nicht berühren können, auch nicht an ihren Eckpunkten?

(A) *24* **(B)** *30* **(C)** *35* **(D)** *39* **(E)** *45*

2. Während Carla an der Bushaltestelle wartete, fuhren dort ein Bus und zwei Straßenbahnen vorbei. Direkt danach traf an dieser Haltestelle ein Kontrolleur ein. Während der Kontrolleur dort stand, fuhren 10 Busse an der Haltestelle vorbei. Wir wissen, dass sowohl Busse als auch Straßenbahnen mit einer bestimmten Regelmäßigkeit fahren (nur ein Bustyp und ein Straßenbahntyp fahren an der Haltestelle vorbei). Die Busse fahren stündlich. Wie viele Straßenbahnen könnten insgesamt an dieser Haltestelle vorbeigefahren sein, während der Kontrolleur dort stand?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *8* **(D)** *20* **(E)** *30*

3. Attila, Bernd und Viktor erreichten das Finale eines Pferderennens, das auf einer Kreisbahn ausgetragen wurde. Attila beendete jede Runde 2 Sekunden schneller als Bernd. Bernd beendete jede Runde 3 Sekunden schneller als Viktor. Als Attila das Rennen gewann, hatte Bernd genau eine Runde weniger als Attila und Viktor genau 2 Runden weniger als Attila absolviert. Aus wie vielen Runden bestand das Finale des Pferderennens, wenn jeder Reiter jede seiner Runden in der gleichen Zeit absolviert hatte?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

4. Auf höchstens auf wie viele Arten kann man im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks mit 10 *cm* Seitenlänge drei Punkte so wählen, dass beim Verbinden jeder dieser Punkte mit allen Eckpunkten des Dreiecks solche Strecken entstehen, die die Winkel an den Eckpunkten in vier gleiche Teile zerlegen?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

5. *A*, *B*, *C*, *D*, *E* und *F* sind Mitglieder einer sechsköpfigen Gesellschaft. Es werden *n* Schokoladenstücke an die Mitglieder der Gesellschaft so verteilt, dass jeder von ihnen mindestens ein Stück erhält. *A* bekommt weniger als *B*, der wiederum weniger als *C*, der weniger als *D*, der weniger als *E* und schließlich erhält *F* am meisten Stücke. Die Mitglieder kennen diese Bedingungen, den Wert von *n* und natürlich, wie viele Stücke Schokolade sie selbst erhalten haben. Sie haben aber keine weiteren Informationen. Wie groß kann der Wert von *n* sein, so dass man die Verteilung durchführen kann, aber keines der Mitglieder genau sagen kann, wie viele Pralinen jeder der anderen erhalten hat? Überprüft die Angaben!

(A) *24* **(B)** *25* **(C)** *26* **(D)** *27* **(E)** *28*

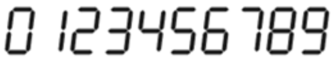
Internationales Finale **Klasse 9 / Schulstufe 9** 25. Juni 2022

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Ralf hat 8 Schlüssel an einem Ring aufgereiht. Die Schlüssel sind auf den ersten Blick nicht zu unterscheiden und ihre beiden Seiten sind identisch. Um die Schlüssel unterscheiden zu können, steckt Ralf eine farbige Kappe auf jeden von ihnen. Wie viele Farben muss er benutzen? Überprüft die Angaben!

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

2. Bei Digitaluhren bestehen die Ziffern aus kurzen Stäbchenleuchten, wie unten dargestellt:



Der Verbrauch der Uhren wird dadurch bestimmt, wie viele der kleinen Stäbchenleuchten bei der Zeitumstellung ein- und ausgeschaltet werden. Wenn man zum Beispiel von 3 auf 4 wechselt, müssen zwei Stäbchen aus und eines eingeschaltet werden, es sind insgesamt drei Schaltungen. In einem kompletten Zyklus 0, 1, 2, …, 9, 0 sind das insgesamt dreißig Schaltungen. Würden dieselben digitalen Signale in einer anderen Reihenfolge verwendet, um die Zahlen von 0 bis 9 anzuzeigen, würden weniger Schaltungen ausreichen. Wie viele Schaltungen sind bei einer geeigneten Reihenfolge für einen vollständigen Zyklus möglich? Überprüft die Angaben!

(A) *14* **(B)** *15* **(C)** *16* **(D)** *18* **(E)** *20*

3. An der Decke eines 10 *m* langen, rechteckigen Klassenzimmers wurden zwei Lampen angebracht, die ein kegelförmiges Lichtbündel mit einem Öffnungswinkel von 90° aussenden. Eine Lampe befindet sich in der Mitte der Decke und beleuchtet einen Kreis von 6 *m* Durchmesser auf dem Boden. Die andere Leuchte ist so eingestellt, dass in dem von ihr beleuchteten Abschnitt in Längsrichtung des Raumes eine 10 *m* lange Strecke Platz hat, wobei die beiden gegenüberliegenden Wände von ihr nicht mehr beleuchtet werden (die beiden anderen gegenüberliegenden Wände sind beleuchtet). Wie weit können die beiden Lampen voneinander entfernt sein?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

4. Wir nennen zwei natürliche Zahlen paarweise relative Primzahlen, wenn sie außer 1 keinen gemeinsamen Teiler haben. Zum Beispiel: (27, 35); (20, 21). Die natürliche Zahl n kann dann repräsentiert/definiert werden, wenn es natürliche Zahlen a, b, c gibt, die paarweise relative Primzahlen sind und für die $n=\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ gilt. Welche der folgenden Zahlen kann auf die beschriebene Art definiert werden?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

5. Mit 2×1-Dominosteinen wird ein Turm gebaut. Zunächst ordnen wir 55 Dominosteine so an, dass sie ein 10×11-Rechteck bedecken; dies wird die erste Ebene des Turms sein. Darauf bauen wir weitere Ebenen mit 55 Dominosteinen auf, wobei wir darauf achten, dass jede Ebene genau auf die vorherige passt. Der Bau gilt als stabil, wenn sich über jedem inneren Punkt des 10×11-Rechtecks außer den Gitterpunkten mindestens ein innerer Punkt eines Dominosteins befindet. Wie viele Ebenen kann ein solcher stabiler Turm haben?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In einer Ebene sind einige Einheitskreise gegeben. Wir färben den Mittelpunkt jedes Kreises grün und markieren genau zwei rote Punkte auf dem Umfang jedes Kreises. Wie viele grüne Punkte gibt es höchstens, wenn insgesamt 25 Punkte auf diese Weise gefärbt sind?

(A) *18* **(B)** *19* **(C)** *20* **(D)** *21* **(E)** *22*

2. In einer Mathematikstunde hat ein Schüler einmal $(a+2b-3)^2$ falsch quadriert und das Ergebnis a^2+4b^2-9 erhalten. Auf Wunsch seines Lehrers ersetzte er a und b durch eine natürliche Zahl zur Kontrolle. Die Probe hat zu einem korrekten Ergebnis geführt. Überprüft, welche der folgenden Zahlen der Schüler für a einsetzen konnte!

(A) *-5* **(B)** *3* **(C)** *13* **(D)** *1956* **(E)** *2022*

3. Bela hat ein solches Dreieck ABC gezeichnet, bei dem für den Schnittpunkt H der Höhen gilt: $\left|\overline{HC}\right| = \left|\overline{AB}\right|$. Wie groß ist der Winkel ACB?

(A) *30°* **(B)** *45°* **(C)** *60°* **(D)** *120°* **(E)** *135°*

4. Ein Ausschuss hat 40mal getagt. An jedem Treffen nahmen genau 10 Personen teil. Beliebig zwei Personen des Ausschusses haben höchstens auf einer Sitzung gemeinsam teilgenommen. Dann kann die Anzahl der Mitglieder des Ausschusses ...

(A) *weniger als 60 sein.* **(B)** *weniger als 62 sein.* **(C)** *62 sein.*

(D) *63 sein.* **(E)** *sicher mehr als 63 sein.*

5. Wie viele Seitenflächen hat ein konvexer Polyeder höchstens, wenn man drei Seitenflächen so wählen kann, dass jede Kante des Polyeders eine der ausgewählten Seitenflächen begrenzt?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In einer Ebene sind einige Einheitskreise gegeben. Wir färben den Mittelpunkt jedes Kreises grün und markieren genau zwei rote Punkte auf dem Umfang jedes Kreises. Wie viele grüne Punkte gibt es höchstens, wenn insgesamt 25 Punkte auf diese Weise gefärbt sind?

(A) *18* **(B)** *19* **(C)** *20* **(D)** *21* **(E)** *22*

2. Gegeben sind die reellen Zahlen $a > 0$, $b > 0$ und $c > 0$. Wie viele verschiedene reelle Lösungen können die Gleichungen $bx^2 + cx + a = 0$, $ax^2 + bx + c = 0$ und $cx^2 + ax + b = 0$ insgesamt haben?

(A) *0* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *6*

3. Gegeben sind die aufeinanderfolgenden Zahlen: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2022. Wie viele geeignete Zahlen können wir aus dieser Folge so entfernen, dass unter den verbliebenen Zahlen keine gibt, die das Produkt von zwei der ebenfalls verbliebenen unterschiedlichen Zahlen wäre?

(A) *31* **(B)** *41* **(C)** *43* **(D)** *47* **(E)** *51*

4. Mit 2×1-Dominosteinen wird ein Turm gebaut. Zunächst ordnen wir 55 Dominosteine so an, dass sie ein 10×11-Rechteck bedecken; dies wird die erste Ebene des Turms sein. Darauf bauen wir weitere Ebenen mit 55 Dominosteinen auf, wobei wir darauf achten, dass jede Ebene genau auf die vorherige passt. Der Bau gilt als stabil, wenn sich über jedem inneren Punkt des 10×11-Rechtecks außer den Gitterpunkten mindestens ein innerer Punkt eines Dominosteins befindet. Wie viele Ebenen kann ein solcher stabiler Turm haben?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

5. Wir haben die Punkte *A*, *B*, *C* und *D* so im Raum platziert, dass $\left|\overline{AC}\right| = 10$ und $\left|\overline{BD}\right| = 8$ Längeneinheiten beträgt. $\overline{AB}$ wird durch *T*, $\overline{BC}$ durch *P*, $\overline{DC}$ durch *Q* und $\overline{AD}$ durch *R* halbiert. Die Länge von $\overline{QT}$ beträgt 9 Einheiten. Wie viele Punkte können wir aus den Punkten *A*, *B*, *C*, *D*, *P*, *Q*, *R*, *T* so wählen, dass sie in der gleichen Ebene liegen?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Sieben Räuber teilen die erbeuteten Goldmünzen auf, indem sie in der alphabetischen Reihenfolge ihrer Namen so viele Münzen nehmen, wie die Summe der Ziffern der Anzahl der noch nicht verteilten Goldmünzen beträgt. Nach zwei vollständigen Runden ist das Gold aufgebraucht. Jeder hat den gleichen Betrag, nur der Anführer hat mehr. An wievielter Stelle in der alphabetischen Namensliste stand der Anführer?

(A) *3.* **(B)** *4.* **(C)** *5.* **(D)** *6.* **(E)** *7.*

2. Die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks *ABC* sind 5, 12 und 13 Einheiten lang. Zwei Kreise mit gleichem Radius werden so in das Dreieck hineingeschrieben, dass sie sich gegenseitig und jeweils zwei Seiten des Dreiecks berühren. Wie viele Einheiten kann der Radius dieser Kreise lang sein?

(A) 1 **(B)** $\frac{10}{9}$ **(C)** $\frac{26}{17}$ **(D)** $\frac{3}{2}$ **(E)** 2

3. Wie viele dreistellige, durch 11 teilbare Zahlen gibt es insgesamt, für die gilt, dass beim Vertauschen der ersten beiden Ziffern oder der letzten beiden Ziffern eine Primzahl entsteht?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

4. Die Summe von acht reellen Zahlen ist $\frac{4}{3}$ und die Summe von sieben beliebigen Zahlen von ihnen ist positiv. Bestimmt den kleinsten ganzzahligen Wert, den eine dieser acht Zahlen annehmen kann!

(A) *-9* **(B)** *-7* **(C)** *-5* **(D)** *-3* **(E)** *-1*

5. Gegeben ist ein Tetraeder mit den Kantenlängen 1; 1; 1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}$ Längeneinheiten. Anna hat alle Seiten, die rechtwinklige Dreiecke sind, gefärbt. Wie viele Seiten hat Anna insgesamt gefärbt?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

Internationales Finale **Klasse 5 / Schulstufe 5** 24. Juni 2023

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Das Bild 1 zeigt ein quadratisches Raster mit neun Feldern. In einem bestimmten Schritt wählen wir ein Quadrat bestehend aus vier Feldern des Rasters aus und vergrößern alle sich darin befindenden Zahlen um 1. Nach 33 Schritten erhalten wir das Raster in der Abbildung 2. Füllt die Tabelle mit den entsprechenden Zahlen aus. Welche der vorgegebenen Ergebnisse sind für die Buchstaben c, d bzw. f richtig?

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Bild 1

7	a	5
d	b	e
f	c	8

Bild 2

(A) *c = 20* **(B)** *c = 21* **(C)** *f = 13* **(D)** *d = 13* **(E)** *d = 20*

2. Ali, Bea, Cora und David wohnen auf der gleichen Seite der gleichen geraden Straße. Wir wissen, dass die Entfernung zwischen Alis Haus und dem Haus von Bea 600 *m* beträgt, was der Entfernung zwischen dem Haus von Cora und dem Haus von David entspricht. Wir wissen auch, dass die Häuser von Ali und David dreimal so weit entfernt sind wie die von Bea und Cora. Wie viele Meter können die Häuser von Ali und David voneinander entfernt sein?

(A) *600* **(B)** *900* **(C)** *1200* **(D)** *1800* **(E)** *2100*

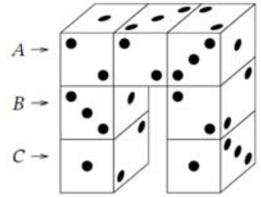
3. In die Felder einer 3×3-Tabelle werden die Zahlen 1, 2, ..., 9 jeweils genau einmal so eingetragen (in jedes Feld wird eine Zahl hineingeschrieben), dass die Summe der Zahlen in jedem der vier 2×2-Quadrate gleich ist. Wie groß könnte diese Summe sein?

(A) *16* **(B)** *17* **(C)** *18* **(D)** *19* **(E)** *20*

4. Gegeben ist die Zahl 123456789. In einem Schritt wählen wir zwei benachbarte Ziffern (die beide nicht 0 sind) aus, subtrahieren anschließend von jeder von ihnen 1 und kehren ihre Positionen um. Beispiel: 123**45**6789 → 123**43**6789. Wie groß ist die kleinste Schrittzahl die dazu führt, dass man die kleinste 9-stellige Zahl erhält?

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *16* **(D)** *20* **(E)** *22*

5. Abel hat 7 identische Würfel, die jeweils drei Punkte auf einer Seite, zwei Punkte auf zwei Seiten und einen Punkt auf drei Seiten haben. Er baut aus diesen Würfeln einen Körper, den die nebenstehende Abbildung zeigt. Der Körper entstand so, dass er bestimmte Würfelseiten zusammengeklebt hatte. Dabei befand sich die gleiche Anzahl von Punkten auf allen geklebten Seiten. Bestimmt die Anzahl der Punkte auf den Seiten, die mit A, B und C bezeichnet sind.

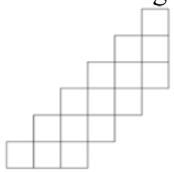


(A) *auf A 2* **(B)** *auf B 1* **(C)** *auf B 2* **(D)** *auf C 2* **(E)** *auf C 3*

Internationales Finale **Klasse 6 / Schulstufe 6** 24. Juni 2023

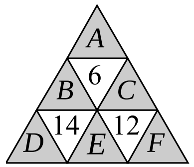
Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Zerlegt die hier gezeigte Figur in Teile mit den Größen 1×2 und 1×1. Wie viele 1×2-Teile kann man durch eine solche Zerlegung erhalten?



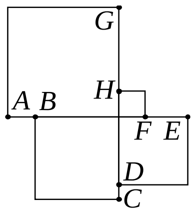
(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

2. Schreibt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 an die Stelle der Buchstaben in der Zeichnung (an jeder Stelle eine andere Zahl), so dass jede der drei Zahlen in den weißen Dreiecken gleich der Summe der Zahlen in den drei jeweils angrenzenden Dreiecken ist. Welche der folgenden Zahlen kann an die Stelle von welchem Buchstaben gesetzt werden?



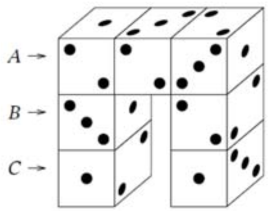
(A) $C = 3$ **(B)** $D = 6$ **(C)** $F = 5$ **(D)** $C = 2$ **(E)** $E = 6$

3. Die Abbildung zeigt vier Quadrate. Wir wissen, dass $|\overline{AB}| = 11$ *cm*, $|\overline{CD}| = 5$ *cm* und $|\overline{EF}| = 13$ *cm* ist. Wie lang ist die Strecke $\overline{GH}$?



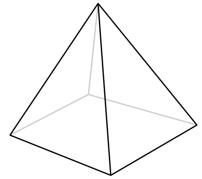
(A) *16 cm* **(B)** *18 cm* **(C)** *24 cm* **(D)** *29 cm* **(E)** *34 cm*

4. Abel hat 7 identische Würfel, die jeweils 3 Punkte auf einer Seite, 2 Punkte auf zwei Seiten und 1 Punkt auf drei Seiten haben. Er baut aus diesen Würfeln einen Körper, den die nebenstehende Abbildung zeigt. Der Körper entstand so, dass er bestimmte Würfelseiten zusammengeklebt hatte. Dabei befand sich die gleiche Anzahl von Punkten auf allen geklebten Seiten. Bestimmt die Anzahl der Punkte auf den Seiten, die mit *A*, *B* und *C* bezeichnet sind.



(A) *auf A 1* **(B)** *auf A 2* **(C)** *auf B 2* **(D)** *auf C 1* **(E)** *auf C 3*

5. An den Eckpunkten einer quadratischen Pyramide sitzt je ein Zwerg. Den Körper könnt ihr auf der rechten Seite betrachten. Zwei Zwerge sind benachbart, wenn eine Kante die Eckpunkte, an denen sie sitzen, miteinander verbindet. Jeder Zwerg sagt entweder immer die Wahrheit oder er lügt immer, aber wir wissen, dass es sicher einen Zwerg unter ihnen gibt, der immer die Wahrheit sagt. Wir haben jeden Zwerg gefragt, wie viele ehrliche Nachbarn er hat. Wie viele Zwerge könnten sagen, dass sie genau einen wahrheitsliebenden Nachbarn haben, wenn jeder Zwerg genau weiß, ob jeder andere ein Wahrheitsliebender oder ein Lügner ist?

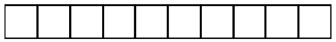


(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

Internationales Finale **Klasse 7 / Schulstufe 7** 24. Juni 2023

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Schreibt in jedes der zehn hier gezeigten Quadrate eine Ziffer, so dass die erste Ziffer der sich ergebenden 10-stelligen Zahl die Anzahl der Nullen in der Zahl darstellt, die zweite Ziffer die Anzahl der Einen, die dritte Ziffer die Anzahl der Zweien usw. und die zehnte Ziffer die Anzahl der Neunen. Welche der folgenden Ziffern können in dieser 10-stelligen Zahl nicht enthalten sein?

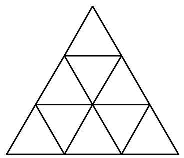


(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

2. In der Gleichung $a + b = c$ (diese Gleichung führt zu einer wahren Aussage) steht jeder der drei Buchstaben für eine positive ganze Zahl mit zehn Ziffern. Wie viele der 30 Ziffern können ungerade sein?

(A) *26* **(B)** *27* **(C)** *28* **(D)** *29* **(E)** *30*

3. Ein regelmäßiges Dreieck, dessen Seitenlängen drei Einheiten betragen, wurde in 9 kleine Dreiecke gemäß der Zeichnung aufgeteilt. In jedes der neun kleinen Dreiecke soll je eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (in jedes Dreieck kommt eine andere Zahl) so eingesetzt werden, dass die Summe in zwei beliebigen Dreiecken mit zwei Einheiten Seitenlänge (bestehend aus vier kleinen Dreiecken) gleich ist. Wie groß kann diese Summe sein?

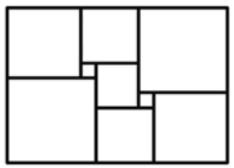


(A) *17* **(B)** *19* **(C)** *20* **(D)** *22* **(E)** *23*

4. Gegeben ist eine 8×8-Tabelle. Tragt die natürlichen Zahlen 1 bis 64 in aufsteigender Reihenfolge in die Felder so ein, dass jedes Feld eine einzige Zahl enthält und jede neue nachfolgende Zahl ab 1 in ein seitlich benachbartes Feld eingetragen wird. Wie groß ist die kleinstmögliche Summe der Zahlen in einer der Diagonalen?

(A) *64* **(B)** *76* **(C)** *88* **(D)** *100* **(E)** *128*

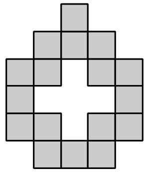
5. Das hier gezeigte Rechteck wurde in neun Quadrate zerschnitten (die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu!). Die Seitenlängen des Rechtecks und der Quadrate sind natürliche Zahlen in Zentimetern. Wie viele Zentimeter kann der Umfang dieses Rechtecks betragen?



(A) *26* **(B)** *52* **(C)** *156* **(D)** *1848* **(E)** *2028*

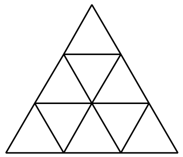
Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Mark hat die aus 17 kleinen Quadraten bestehende Figur (der dunkle Teil) in acht Stücke mit der Größe 1×2 und ein Stück mit der Größe 1×1 Stück auf möglichst viele verschiedene Arten zerschnitten. Auf wie viele verschiedene Arten konnte er die Figur zerschneiden, wenn zwei Zerlegungen dann als unterschiedlich gelten, falls mindestens in einer der beiden Figuren mindestens eine von den anderen abweichende Schnittlinie gibt?



(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

2. Ein regelmäßiges Dreieck, dessen Seitenlängen drei Einheiten betragen, wurde in 9 kleine Dreiecke gemäß der Zeichnung aufgeteilt. In jedes der neun kleinen Dreiecke soll je eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (in jedes Dreieck kommt eine andere Zahl) so eingesetzt werden, dass die Summe in zwei beliebigen Dreiecken mit zwei Einheiten Seitenlänge (bestehend aus vier kleinen Dreiecken) gleich ist. Wie groß kann diese Summe sein?

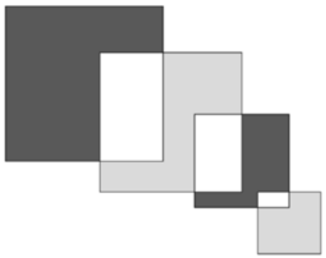


(A) *17* **(B)** *18* **(C)** *19* **(D)** *20* **(E)** *23*

3. In der Gleichung $a + b = c$ (diese Gleichung führt zu einer wahren Aussage) sind sowohl a als auch b positive ganze Zahlen mit zehn Ziffern, während c eine positive ganze Zahl mit elf Ziffern ist. Wie viele der insgesamt 31 Ziffern können ungerade sein?

(A) *27* **(B)** *28* **(C)** *29* **(D)** *30* **(E)** *31*

4. Die Seitenlängen der Quadrate in der Abbildung sind 12 *cm*, 9 *cm*, 7 *cm* und 3 *cm*. Wie viele Quadratzentimeter mehr beträgt die Summe der Flächen der beiden schwarzen Teile als die Summe der Flächen der beiden grauen Teile?



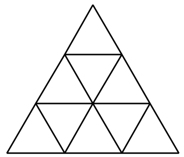
(A) *81* **(B)** *90* **(C)** *93* **(D)** *103* **(E)** *113*

5. Wir schreiben die natürlichen Zahlen von 1 bis n auf je eine Karte (auf jede Karte eine andere Zahl). Wie groß kann n sein, damit Folgendes gilt: Es ist egal, wie man die Karten in zwei Gruppen aufteilt, in einer der Gruppen werden immer zwei solche Karten sein, dass die Summe der auf diesen Karten befindlichen Zahlen eine Quadratzahl ist.

(A) *weniger als 14* **(B)** *14* **(C)** *15* **(D)** *18* **(E)** *25*

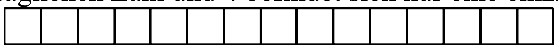
Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Ein regelmäßiges Dreieck, dessen Seitenlängen drei Einheiten betragen, wurde in 9 kleine Dreiecke gemäß der Zeichnung aufgeteilt. In jedes der neun kleinen Dreiecke soll je eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (in jedes Dreieck kommt eine andere Zahl) so eingesetzt werden, dass die Summe in zwei beliebigen Dreiecken mit zwei Einheiten Seitenlänge (bestehend aus vier kleinen Dreiecken) gleich ist. Wie groß kann diese Summe sein?



(A) *17* **(B)** *18* **(C)** *19* **(D)** *22* **(E)** *23*

2. Kati hat die natürlichen Zahlen von 1 bis 15 in die Kästchen (in jedes eine andere Zahl) unten so eingetragen, dass die Summe zweier benachbarter Zahlen in den Kästchen (alle benachbarten Kästchen sind zu berücksichtigen) eine Quadratzahl ergibt. Welche Zahl könnte der zweite Nachbar von 4 sein (d.h. zwischen der fraglichen Zahl und 4 befindet sich nur eine einzige Zahl)?



(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *11* **(D)** *12* **(E)** *13*

3. Einige Kinder sitzen an einem runden Tisch. Zwei Kinder gelten als „nahe beieinander“, wenn sie nebeneinander sitzen oder wenn nur ein Kind zwischen ihnen sitzt. Die Kinder wollen ihre Plätze vertauschen, so dass beliebige zwei Kinder, die vorher als „nahe beieinander“ galten, nach der Neuordnung nicht mehr als solche gelten. Mit wie vielen Kinder kann man diese Arte der Bewegung verwirklichen?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

4. In wie viele Rechtecke kann man entlang der Gitterlinien ein 6×6-Quadratgitter so zerteilen, dass alle Flächeninhalte unterschiedlich sind?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

5. In wie viele Teile insgesamt unterteilt ein regelmäßiges Oktaeder mithilfe der Ebenen, die seine Seiten beinhalten, den Raum? (Ein regelmäßiges Oktaeder hat 8 Seitenflächen, von denen jede ein gleichseitiges Dreieck ist.)

(A) *mehr als 50* **(B)** *weniger als 55* **(C)** *mehr als 55*
(D) *weniger als 60* **(E)** *mehr als 60*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Eine natürliche Zahl nennen wir „interessant“, wenn die Summe ihrer Ziffern eine Primzahl ist. Wie viele von fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen können insgesamt interessant sein?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

2. Ein Haus hat einen rechteckigen Grundriss und keine Stockwerke. Zwischen zwei Räumen befindet sich höchstens eine Tür. Außerdem gibt es von keinem Raum aus mehr als eine Tür nach außen. Wenn das Haus aus vier Räumen besteht, wie viele Türen kann es dann beinhalten?

(A) *7* **(B)** *8* **(C)** *9* **(D)** *10* **(E)** *11*

3. Ein Großvater sagte einst zu seinem Enkel: „Hör gut zu, mein Kleiner! Weihnachten ist fast da. Ich habe eine Summe zwischen 300 und 500 Talern mitgebracht, und zwar ein Vielfaches von 6 Talern. Ich gebe dir nacheinander fünf einzelne Taler. Wenn ich dir den ersten Taler gebe, wird der verbleibende Betrag durch 5, nach dem zweiten Taler durch 4, nach dem dritten durch 3, dann durch 2 und schließlich nur durch 1 und sich selbst teilbar sein. Wenn du mir sagst, wie viele Taler ich habe, gebe ich dir weitere zehn Taler zusätzlich.“
Wie viel Geld hatte der Großvater mitgebracht?

(A) *weniger als 400* **(B)** *mehr als 400* **(C)** *weniger als 425*
(D) *mehr als 425* **(E)** *weniger als 450*

4. Welcher der folgenden Werte kann der Umfang eines rechteckigen Querschnitts eines regelmäßigen Tetraeders mit Einheitskante sein?

(A) *1* **(B)** *1,5* **(C)** *2* **(D)** *2,5* **(E)** *3*

5. Gabi hat einige voneinander abweichende Zahlentripel aus drei ganzen Zahlen $(a; b; c)$ notiert, für die keine der Gleichungen mit a, b und c
$x^2+ax+b=0$, $x^2+bx+c=0$, $x^2+cx+a=0$ eine reelle Lösung hat. Wie viele solche Tripel konnte sie notieren? Überprüft die Angaben!

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *100*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Eine Zahl wird als „steigende“ Zahl bezeichnet, wenn von links nach rechts gelesen jede Ziffer größer ist als die vorhergehende. (Beispiel: 24 und 3589 sind „steigende” Zahlen.) Wie viele dreistellige „steigende“ Zahlen gibt es maximal, deren Fünffaches keine „steigende“ Zahl ist?

(A) *76* **(B)** *78* **(C)** *80* **(D)** *82* **(E)** *84*

2. Welche Ziffer steht in der Zahl $(3+\sqrt{7})^{2023}$ direkt vor dem Komma (d.h. an der Einerstelle)?

(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *5* **(D)** *7* **(E)** *9*

3. Wie viele sich nicht schneidende Kugeln gleicher Größe kann man so um eine gleiche Kugel platzieren, dass jede der Kugeln diese sich im Mittelpunkt befindliche Kugel berührt?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *11* **(D)** *12* **(E)** *13*

4. Die Zahl 1234567890321654987 hat solche Vielfache, in deren Dezimalschreibweise die Anzahl der unterschiedlichen Ziffern genau so groß ist wie in den nachstehenden Lösungsmöglichkeiten angegeben.

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

5. Auf einem Tisch liegt ein Haufen von genau n Kieselsteinen. Ein Stein wird entfernt und der Rest in zwei Haufen aufgeteilt. Dann nehmen wir einen weiteren Kieselstein von einem der Haufen weg (von dem natürlich, der mehr als einen Kieselstein hat) und teilen erneut einen der Haufen in zwei neue auf. Ist es möglich, dass nach einer bestimmten Anzahl der beschriebenen Schritte jeder Haufen genau drei Kieselsteine enthält? Für welche Werte von n aus den untenstehenden Möglichkeiten kann die oben beschriebene Situation eintreffen?

(A) *2023* **(B)** *2024* **(C)** *2025* **(D)** *2026* **(E)** *2027*

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Einige Kinder sitzen an einem runden Tisch. Zwei Kinder gelten als „nahe beieinander", wenn sie nebeneinander sitzen oder wenn nur ein Kind zwischen ihnen sitzt. Die Kinder wollen ihre Plätze vertauschen, so dass beliebige zwei Kinder, die vorher als „nahe beieinander" galten, nach der Neuordnung nicht mehr als solche gelten. Mit wie vielen Kinder kann man diese Arte der Bewegung verwirklichen?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

2. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(A) *Es gibt eine rationale Zahl so, dass wir aus ihrer Dezimalform nach Weglassen einiger Ziffern π erhalten.*

(B) *Für jeden inneren Punkt P eines beliebigen Dreiecks ABC gilt die Ungleichung* $\left|\overline{PA}\right| + \left|\overline{PB}\right| < \left|\overline{CA}\right| + \left|\overline{CB}\right|$.

(C) *Für jeden inneren Punkt P eines beliebigen Tetraeders ABCD gilt die Ungleichung* $\left|\overline{PA}\right| + \left|\overline{PB}\right| + \left|\overline{PC}\right| < \left|\overline{DA}\right| + \left|\overline{DB}\right| + \left|\overline{DC}\right|$.

(D) *Wenn x und y reelle Zahlen ungleich Null sind und* $x^2 - x > y^2$ *und* $y^2 - y > x^2$ *gelten, dann ist* $xy < 0$.

(E) *Wenn x und y reelle Zahlen ungleich Null sind und* $x^4 - y^4 > x$ *und* $y^4 - x^4 > y$ *gelten, dann ist* $x^3 + y^3 < 0$.

3. Die Katheten eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks sind 24 *cm* lang. Wir zeichnen ausgehend vom rechtwinkligen Eckpunkt eine unendliche Reihe verbundener gleichseitiger Dreiecke auf einer der Katheten so, dass ein Eckpunkt der gleichseitigen Dreiecke immer auf der Hypotenuse liegt und die diesem Eckpunkt gegenüberliegenden Seiten die Kathete ausfüllen. Wie viele cm^2 ist die Summe der Flächen dieser gleichseitigen Dreiecke?

(A) *100* **(B)** *mehr als 100* **(C)** *weniger als 144*
(D) *144* **(E)** *mehr als 144*

4. Wir definieren die Summe einer Zahlenmenge als die Summe ihrer Elemente. *S* sei eine Teilmenge der Menge der ersten 15 natürlichen Zahlen. Wenn die Summe zweier beliebiger disjunkter Teilmengen von *S* unterschiedlich ist, wie lautet dann die Summe von *S*? (Zwei Mengen sind disjunkt, wenn sie keine gemeinsamen Elemente besitzen.)

(A) *61* **(B)** *62* **(C)** *63* **(D)** *64* **(E)** *65*

5. Wie groß kann die Fläche eines rechteckigen Querschnitts aus einem regelmäßigen Tetraeder mit einer Kantenlänge von 1 *cm* sein?

(A) $0{,}1\ cm^2$ **(B)** $0{,}2\ cm^2$ **(C)** $0{,}25\ cm^2$ **(D)** $0{,}5\ cm^2$ **(E)** $0{,}75\ cm^2$