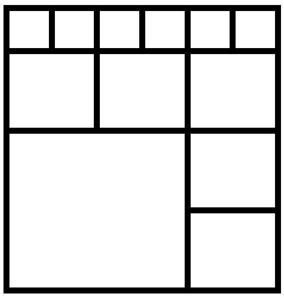
Dr. Norman Bitterlich
Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Lösungshinweise zum Nachtrag zur Sommeraufgabe 2020

Lösungshinweise zu Aufgabe 1: Quadrato könnte das 7x6-Rechteck in ein 6x6-Quadrat und in ein 7x1- Rechteck zerlegen. Das 7x1-Rechteck kann er in sieben 1x1-Quadrate zerlegen. Nun sind es aber nur zwei Größen der Quadrate. Er kann aber das 6x6-Quadrat in ein 4x4-Quadrat und fünf 2x2-Quadrate zerlegen. Damit bhat er die Aufgabe erfüllt.



Quadrato hat aber viele Möglichkeiten, die Aufgabe zu erfüllen. Er trägt die Varianten in einer Tabelle zusammen. Dabei wissen wir bereits, dass in der Zerlegung kein 6x6-Quadrat vorkommen kann.

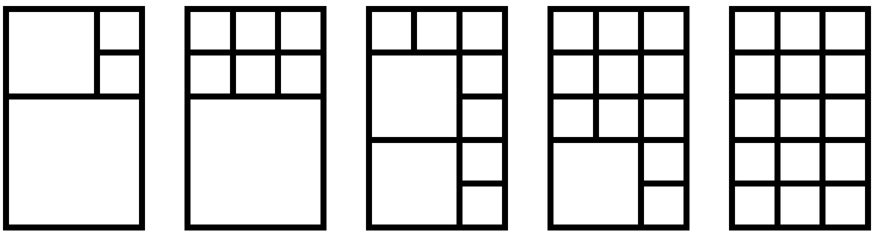
Beachte: Es genügt nicht der Nachweis, dass das 7x6-Rechteck in $(7 \cdot 6 =)$ 42 Teilquadrate zerlegt wurde. Es muss durch eine Zeichnung gezeigt werden, dass diese Zerlegung wirklich möglich ist! (Es genügte die Angabe einer Möglichkeit.)

5x5	4x4	3x3	2x2	1x1	Anzahl Teilquadrate
	1		5	7	$1 \cdot 16 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 1 = 42$
	1		4	11	$1 \cdot 16 + 4 \cdot 4 + 11 \cdot 1 = 42$
	1		3	15	$1 \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 15 \cdot 1 = 42$
	1		2	19	$1 \cdot 16 + 2 \cdot 4 + 19 \cdot 1 = 42$
	1		1	23	$1 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 23 \cdot 1 = 42$
1			3	5	$1 \cdot 25 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 42$
1			2	9	$1 \cdot 25 + 2 \cdot 4 + 9 \cdot 1 = 42$
1			1	13	$1 \cdot 25 + 1 \cdot 4 + 13 \cdot 1 = 42$
	1	2	2		$1 \cdot 16 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 4 = 42$
	1	2		8	$1 \cdot 16 + 2 \cdot 9 + 8 \cdot 1 = 42$
		3	2	7	$3 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 1 = 42$
		3	1	11	$3 \cdot 9 + 1 \cdot 4 + 11 \cdot 1 = 42$
		2	3	12	$2 \cdot 9 + 3 \cdot 4 + 12 \cdot 1 = 42$
		2	2	16	$2 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 16 \cdot 1 = 42$
		2	1	20	$2 \cdot 9 + 1 \cdot 4 + 20 \cdot 1 = 42$
		1	7	5	$1 \cdot 9 + 7 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 42$
		1	6	9	$1 \cdot 9 + 6 \cdot 4 + 9 \cdot 1 = 42$
		1	5	13	$1 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 13 \cdot 1 = 42$
		1	4	17	$1 \cdot 9 + 4 \cdot 4 + 17 \cdot 1 = 42$
		1	3	21	$1 \cdot 9 + 3 \cdot 4 + 21 \cdot 1 = 42$
		1	2	25	$1 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 25 \cdot 1 = 42$
		1	1	29	$1 \cdot 9 + 1 \cdot 4 + 29 \cdot 1 = 42$

Lösungshinweise zu Aufgabe 2: Bei dieser Aufgabenstellung ist die Anzahl der verschiedenen Größen nicht eingeschränkt. Wir geben alle Möglichkeiten wieder mit einer Tabelle an. Wir prüfen, ob mit der Zerlegung alle Teilquadrate erfasst werden. Wir müssen aber auch prüfen, ob die angegebene Zerlegung möglich ist. So könnten wir das 5x3-Rechteck möglicherweise in drei 2x2-Quadrate und drei 1x1-Quadrate zerlegen, weil $3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 15$ passen könnte – aber es gelingt nicht, eine solche Zerlegung durchzuführen.

zu Aufgabe 2a)

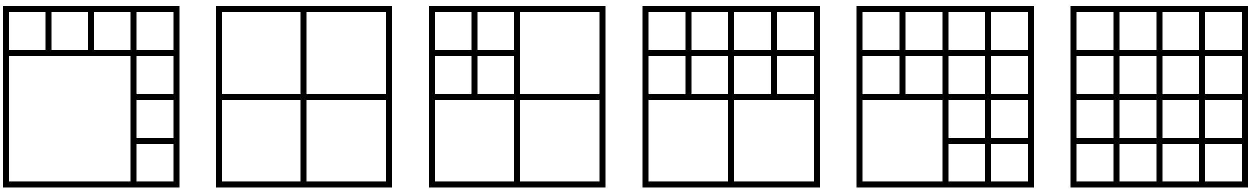
	3x3	2x2	1x1	Anzahl Teilquadrate
a)	1	1	2	$1 \cdot 9 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 15$
b)	1	0	6	$1 \cdot 9 + 6 \cdot 1 = 15$
c)	0	2	7	$2 \cdot 4 + 7 \cdot 1 = 15$
d)	0	1	11	$1 \cdot 4 + 11 \cdot 1 = 15$
e)	0	0	15	$15 \cdot 1 = 15$



a) b) c) d) e)

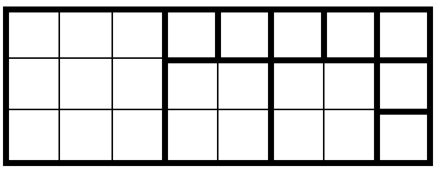
zu Aufgabe 2b)

	3x3	2x2	1x1	Anzahl Teilquadrate	Anzahl Schnitte
a)	1	0	7	$1 \cdot 9 + 7 \cdot 1 = 16$	6
b)	0	4	0	$4 \cdot 4 = 16$	3
c)	0	3	4	$3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 16$	6
d)	0	2	8	$2 \cdot 4 + 8 \cdot 1 = 16$	9
e)	0	1	12	$1 \cdot 4 + 12 \cdot 1 = 16$	12
f	0	0	16	$16 \cdot 1 = 16$	15

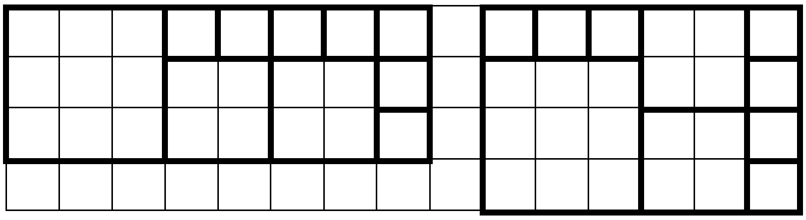


a) b) c) d) e) f)

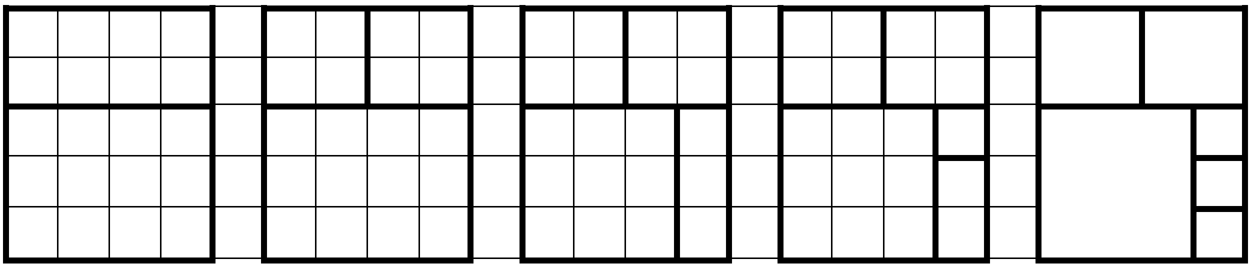
Lösungshinweise Aufgabe 3a) Quadrato könnte einen 3x8-Papierstreigen zerlegt haben:



Lösungshinweise Aufgabe 3b) Der Papierstreifen müsste $(1 \cdot 9 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 =)$ 24 Teilquadrate umfassen. Die Zahl 24 lässt sich in folgender Weise als Produkt zweier ganzer Zahlen schreiben: 24 = 1 · 24 = 2 · 12 = 3 · 8 = 4 · 6. Da Quadrato auch ein 3x3-Quadrat erhalten soll, können nur die 3x8- oder 4x6-Rechtecke als Lösung möglich sein. Wir sehen aber, dass in beiden Fällen nur maximal zwei 2x2-Quadrate platziert werden können.



Lösungshinweise zu Aufgabe 4a) Nach 5 Schnitten könnte Quadrato ein 3x3-Quadrat, zwei 2x2-Quadrate und drei 1x1-Quadrate erhalten. Dazu schneidet er mit dem ersten Schnitt ein 2x4-Rechteck ab, das er mit seinem zweiten Schnitt in zwei 2x2-Quadrate zerlegt. Nun schneidet er mit dem dritten Schnitt vom 3x4-Rechteck ein 3x3-Quadrat ab. Vom verbleibenden 1x3-Rechteck schneidet er mit dem vierten Schnitt ein 1x1-Quadrat und mit dem fünften Schnitt ein weiteres 1x1-Quadrat ab. Es verbleibt ein 1x1-Quadrat.



1. Schnitt *2. Schnitt* *3. Schnitt* *4. Schnitt* *5. Schnitt*

Lösungshinweise zu Aufgabe 4b) Nein, Quadrato kann es nicht.

In Aufgabe 2b) können wir alle Schnitte zählen und stellen fest, dass in keinem Fall 5 Schnitte erforderlich sind.

Wir können aber auch folgendes überlegen: Das 4x4-Quadrat umfasst (4 · 4 =) 16 Teilquadrate. Nach dem ersten Schnitt hat Quadrato 2 Teile, nach dem zweiten Schnitt 3 Teile, nach dem dritten Schnitt 4 Teile, nach dem vierten Schnitt 5 Teile und nach dem fünften Schnitt 6 Teile.

- Ist eines der sechs Teile ein 3x3-Quadrat, müssen die anderen fünf Teile insgesamt (16 – 9 =) 7 Teilquadrate umfassen. Das ist mit 2x2- und 1x1-Quadraten nicht möglich.
- Ist eines der sechs Teile ein 2x2-Quadrat, müssen die anderen fünf Teile insgesamt (16 – 4 =) 12 Teilquadrate umfassen. Das ist mit 2x2- und 1x1-Quadraten nicht möglich.
- Sind zwei der sechs Teile 2x2-Quadrate, müssen die anderen vier Teile insgesamt (16 – 8 =) 8 Teilquadrate umfassen. Das ist mit 2x2- und 1x1-Quadraten nicht möglich.
- Sind drei der sechs Teile 2x2-Quadrate, müssen die anderen drei Teile insgesamt (16 – 12 =) 4 Teilquadrate umfassen. Das ist mit 2x2- und 1x1-Quadraten nicht möglich.