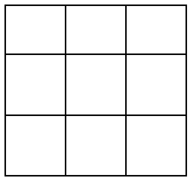
Dr. Norman Bitterlich
Kontakt: E-Mail norman.bitterlich@t-online.de, c/o Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Lösungshinweise zur Sommeraufgabe



Ein Quadrat aus 3 x 3 – Kästchen kann man in kleinere Quadrate zerlegen. Zwei Zerlegungen sollen als nicht verschieden gelten, wenn für jede Größe der Quadrate die gleiche Anzahl verwendet wird. In diesem Sinne stimmen die folgenden drei Zerlegungen mit dem Beispiel 2 überein und sind somit keine neuen Möglichkeiten.

Lösungshinweise zu Aufgabe 1.

Fall 1: In der Zerlegung gibt es Quadrat der Größe 4 x 4. Egal wie es angeordnet ist, es kann nur durch 9 Quadrate der Größe 1 x 1 ergänzt werden. In diesem Fall gibt es also nur eine Möglichkeit (Abbildung 1)

Fall 2: In der Zerlegung gibt es Quadrat der Größe 3 x 3. Nun hängen Zerlegungen von der Lage dieses Quadrates ab.

Fall 2a: Das Quadrat der Größe 3 x 3 sei in der Mitte angeordnet. Dann kann man die Zerlegung nur durch 16 Quadrate der Größe 1 x 1 ergänzen (Abbildung 2).

Fall 2b: Das Quadrat der Größe 3 x 3 habe mit dem Ausgangsquadrat einen Eckpunkt gemeinsam. Dann kann man weitere 16 Quadrate der Größe 1 x 1 ergänzen – allerdings ergibt dies keine neue Zerlegung im Sinne der Aufgabe, denn die Anzahlen der verwendeten Quadrate stimmen in jeder Größe überein (Abbildung 3).

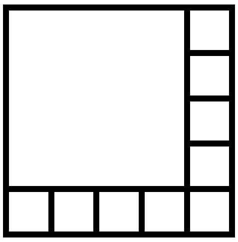


Abbildung 1

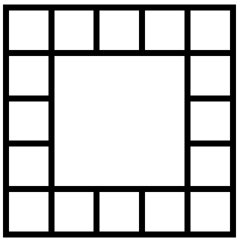


Abbildung 2

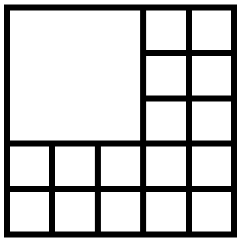


Abbildung 3

Fall 2c: Um also eine neue Möglichkeit zu finden, müssen auch Quadrate der Größe 2 x 2 verwendet werden, dies ist mit einem, mit zwei oder mit drei erfüllbar (Abbildung 4a bis 4c). Dabei spielt es keine Rolle, wie diese Quadrate angeordnet sind.

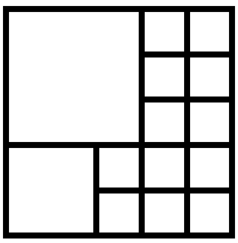


Abbildung 4a

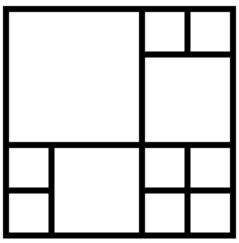


Abbildung 4b

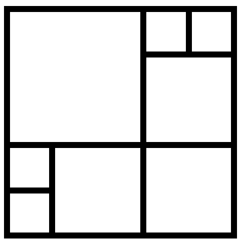


Abbildung 4c

Obwohl das Quadrat der Größe 3 x 3 insgesamt 9 und jedes Quadrat der Größe 2 x 2 jeweils 4 kleine Quadrate umfasst, und deshalb zu dem größeren Quadrat 4 der Größe 2 x 2 flächenmäßig passen würden ($9 + 4 \cdot 4 = 25$), gelingt es nicht dies anzuordnen: Egal wie man „unter“ dem 3 x 3 – Quadrat zwei 2 x 2 – Quadrate anordnet, es bleiben immer 2 kleine Teilquadrate übrig, die sich nicht zu einem 2 x 2 – Quadrat ergänzen lassen.

Fall 3: Die Zerlegung besteht nur aus Quadraten der Größe 2 x 2 und der Größe 1 x 1. Erstaunlicherweise passen nur maximal vier solche 2 x 2 – Quadrate hinein, denn es gibt nur höchsten zweimal zwei zusammenhängende Zeilen oder Spalten (Abbildung 5a bis 5d)

Dr. Norman Bitterlich
Kontakt: E-Mail norman.bitterlich@t-online.de, c/o Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

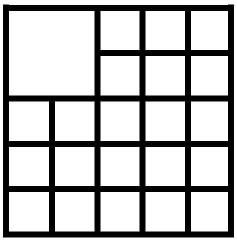


Abbildung 5a

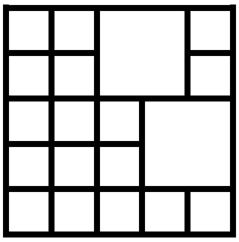


Abbildung 5b

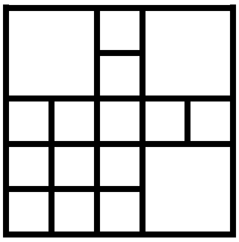


Abbildung 5c

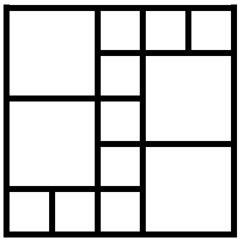


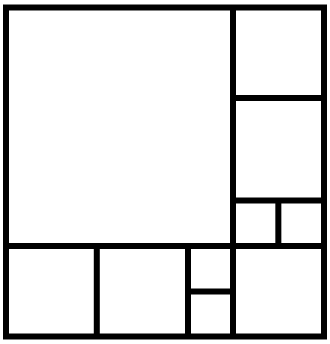
Abbildung 5d

Fall 4: Die Zerlegung nur in Teilquadrate der Größe 1 x 1 ist natürlich auch möglich.

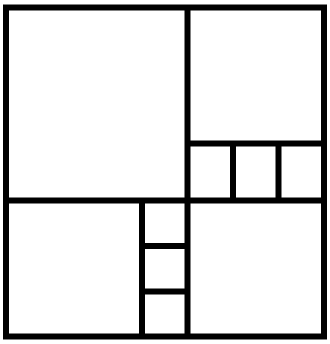
Ingesamt gibt es also nur folgende 10 Möglichkeiten der Zerlegung:

Anzahl der Quadrate der Größen:				Bemerkung
4 x 4	3 x 3	2 x 2	1 x 1	
1	0	0	9	Fall 1: Abbildung 1
0	1	0	16	Fall 2a: Abbildung 2; Fall 2b: Abbildung 3
0	1	1	12	Fall 2c: Abbildung 4a
0	1	2	8	Fall 2c: Abbildung 4b
0	1	3	4	Fall 2c: Abbildung 4c
0	0	1	21	Fall 3: Abbildung 5a
0	0	2	17	Fall 3: Abbildung 5b
0	0	3	13	Fall 3: Abbildung 5c
0	0	4	9	Fall 3: Abbildung 5d
0	0	0	25	Fall 4

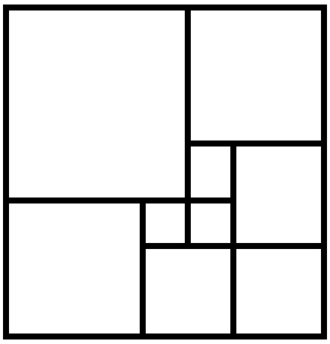
Lösungshinweise zu Aufgabe 2. Es war nur gefordert, eine Zerlegung des 7 x 7 – Quadrates in möglichst wenige kleinere Quadrate zu finden. Wer es mit 10 solchen kleineren Quadraten schafft, ist schon gut. Es geht aber auch mit **9 kleinerenTeilquadraten –** und mit wenigeren Quadraten gelingt es nicht!



10 Teilquadrate



10 Teilquadrate



9 Teilquadrate