Lehrmaterial für das Fachschulfernstudium

PHYSIK

Wärmelehre

5

Institut für Fachschulwesen
der Deutschen Demokratischen Republik
Karl-Marx-Stadt

1. Einführung

1.1. Wärmeerscheinungen

Jeder von uns hat täglich mit Wärmeerscheinungen zu tun. Denken wir z. B. nur ans Kochen, Heizen, an die Wirkung der Sonnenstrahlen oder an das Anzünden eines Streichholzes! Gar nicht zu reden von den vielen technischen Vorgängen, bei denen die Wärme eine Rolle spielt. Sie werden selbst zahlreiche Beispiele finden können. Auch die Physik befaßt sich seit langer Zeit mit den Wärmeerscheinungen. Die Frage „Was ist Wärme?" kann heute zur Zufriedenheit beantwortet werden. Auch wir wollen diese Frage an den Beginn unserer Überlegungen stellen. Ihre Beantwortung gibt uns die Möglichkeit, die meisten Wärmeerscheinungen ihrem Wesen nach zu verstehen und auch den Zusammenhang zu übersehen, der zwischen den verschiedenen Wärmeerscheinungen sowie zwischen der Wärmelehre und anderen Gebieten der Physik besteht.

1.2. Wärme – eine Energieform

Was ist also Wärme? Vielleicht finden Sie die Antwort selbst, wenn Sie sich überlegen, wie Wärme entsteht. Sie werden sicher eine ganze Reihe von Möglichkeiten, Wärme zu erzeugen, nennen können, wie z. B. Verbrennung von Kohle, Holz, Stadtgas oder Inbetriebnahme elektrischer Heizgeräte. Auch wissen Sie, daß Wärme — meist als unerwünschte Begleiterscheinung — bei mechanischen Vorgängen auftritt: Bremstrommeln werden heiß, beim Zerspanen von Werkstücken (Bohren, Drehen, Fräsen, Sägen) erhitzen sich Werkstück und Werkzeug. Diese und viele andere Beispiele für die Wärmeerzeugung lassen erkennen, daß Wärme niemals aus dem „Nichts" entsteht — immer muß ein „Etwas" vorhanden sein, das sich in Wärme umwandelt. Wird Wärme mechanisch durch Reibung oder elektrisch mit Hilfe eines Heizgerätes erzeugt, so ist Ihnen bekannt, daß es mechanische bzw. elektrische Energie ist, die beim Entstehen der Wärme verbraucht wird. Aber nicht nur hier, sondern auch in allen anderen Fällen muß, wenn Wärme erzeugt werden soll, zunächst Energie in irgend einer Form zur Verfügung stehen. Diese Energie ist nach der Wärmeerzeugung nicht mehr vorhanden. Daraus ziehen wir den Schluß: Wärme ist selbst nichts anderes als Energie.

Wärme ist eine besondere Form der Energie.

Diese Erkenntnis ist durchaus nicht alt. Noch vor 150 Jahren herrschte die Auffassung, daß die Wärme ein Stoff sei, der, z. B. bei Mischungsvorgängen, vom wärmeren auf den kälteren Körper übergeht. Doch konnte man bei einer Temperaturänderung keine Massenänderung feststellen. Auch kann man mit dieser Vorstellung das Entstehen der Wärme z. B. bei Reibungsvorgängen nicht erklären. Auf Grund der Beobachtung, daß jede mechanische Arbeit mit dem Entstehen von Wärme verknüpft ist, setzte sich schließlich zu Beginn des 19. Jahrhunderts die Erkenntnis durch, daß die Wärme eine besondere Form der Energie ist. Als erster behauptete 1842 der Heilbronner Arzt J. R. MAYER[1]), daß aus einer bestimmten Menge mechanischer Energie stets die gleiche Menge Wärme erzeugt wird. Zur damaligen Zeit wurde jedoch MAYER nicht ernst genommen. Später dann, als auch JOULE[2]) und HELMHOLTZ[3]) zu gleichen Ergebnissen gelangt waren, versuchte man, ihm seine Entdeckung streitig zu machen. MAYER mußte zeitlebens um sein Recht kämpfen. Man brachte ihn sogar in eine Irrenanstalt, da man ihn für größenwahnsinnig hielt!

Die Ergebnisse der MAYERschen Überlegungen lauten zusammengefaßt:

Allgemeiner Energieerhaltungssatz

Energie kann weder gewonnen werden noch verlorengehen. Es kann nur eine Energieform in eine andere Energieform umgewandelt werden.

Dieser Satz stellt eine ganz wesentliche Erweiterung des Energieerhaltungssatzes der Mechanik dar, der uns aus dem Mechaniklehrbrief bekannt ist. Dort lernten wir die Umwandlung von potentieller Energie in kinetische Energie kennen und fanden, daß in jedem abgeschlossenen mechanischen System die Summe aus potentieller Energie und kinetischer Energie konstant ist. Allerdings mußten wir damals diesen Satz auf reibungsfreie Vorgänge beschränken. Der eben formulierte allgemeine Energieerhaltungssatz bezieht alle Energieformen, also auch die Wärmeenergie, mit ein. Wenn somit irgendwelche Verluste an mechanischer Energie infolge Reibung auftreten, so wird mechanische Energie in Wärme umgewandelt.

Nach dem Energieerhaltungssatz ist es unmöglich, eine Maschine zu konstruieren, die dauernd Energie abgibt, ohne Energie aufzunehmen. Viel Zeit und Mühe sind in früheren Zeiten aufgewendet worden, um ein derartiges **Perpetuum mobile** zu ersinnen. Da wir später noch eine ähnliche (ebenfalls unmögliche) Maschine kennenlernen werden, wollen wir genauer „Perpetuum mobile 1. Art" sagen, wenn es sich um eine Maschine handelt, deren Arbeitsweise gegen den Energieerhaltungssatz verstößt.

---

1) JULIUS ROBERT MAYER, 1814—1878, Arzt, Heilbronn

2) JAMES PRESCOTT JOULE (sprechen Sie: dschul), 1818—1889, Selbstlerner, Wanderer (England)

3) HERMANN VON HELMHOLTZ, 1821—1894, Arzt und Physiker, seit 1871 Professor für Physik in Berlin

1.3. Grundzüge der kinetischen Wärmetheorie

Einen tieferen Einblick in das Wesen der thermischen Vorgänge vermittelt uns die **kinetische Theorie der Wärme**. Diese Theorie geht von der Tatsache aus, daß jede feste, flüssige oder gasförmige Substanz aus kleinsten Teilchen besteht. Im physikalischen Sinne bezeichnen wir, abweichend von der Chemie, die kleinsten selbständig beweglichen Teilchen eines Stoffes als *Moleküle*. Das können Moleküle und Molekülkomplexe im chemischen Sinne, aber auch Atome und Ionen sein. Die kinetische Wärmetheorie besagt nun:

Die Moleküle eines jeden Stoffes befinden sich in ständiger Bewegung.

So fliegen in einer *Gasmenge* die Moleküle mit großer Geschwindigkeit durcheinander. Die Teilchen stoßen dabei unaufhörlich gegeneinander, so daß ihre Bahnen unregelmäßige Zickzackkurven sind. Als Beispiel sei angeführt, daß der Mittelwert der Geschwindigkeit von Sauerstoffmolekülen bei Zimmertemperatur etwa 500 $m\,s^{-1}$ und die Strecke zwischen zwei Zusammenstößen etwa $5 \cdot 10^{-8}$ m betragen.

Bei *festen Körpern* schwingen die in einem räumlichen Gitter angeordneten Teilchen um ihre Gleichgewichtslage.

Die *Flüssigkeiten* nehmen eine Mittelstellung zwischen festen und gasförmigen Stoffen ein. Die Flüssigkeitsmoleküle sind zwar ähnlich wie bei Festkörpern dicht aneinander gelagert, können aber leicht ihre Plätze gegenseitig austauschen.

Selbstverständlich gründet sich diese Theorie auf Beobachtungen und Versuchsergebnisse. Als Beispiele seien die *Brownsche Bewegung* und die *Diffusion* genannt.

Als **Brownsche Bewegung** bezeichnet man die mit Hilfe eines Mikroskopes zu beobachtende dauernde Zitterbewegung kleinster Teilchen (z. B. Staubkörnchen), die sich in einer Gas- oder Flüssigkeitsmenge befinden (Bild 1).

Diese Bewegung ist zwar nicht die Molekularbewegung selbst (Moleküle sind so klein, daß sie mikroskopisch nicht zu erkennen sind), doch ist sie eine Folge der unregelmäßigen Molekülstöße auf die Staubteilchen.

Bild 1: Zur Brownschen Bewegung

Die **Diffusion** beobachtet man, wenn in einem Gefäß zwei ruhende Flüssigkeiten verschiedener Färbung aneinander grenzen. Hier tritt an der Grenzschicht eine allmähliche Durchmischung auf, so daß das Gefäß nach einigen Tagen eine einheitlich gefärbte Flüssigkeit enthält. Auch diese Durchmischung ist eine Folge der Eigenbewegung der Moleküle.

Beide Erscheinungen — die Brownsche Bewegung und die Diffusion — sind, wie Versuche zeigen, **temperaturabhängig**: bei höherer Temperatur

geht die Durchmischung schneller vor sich, und die Brownsche Bewegung wird heftiger. Auch andere Versuche zeigen, daß ein enger Zusammenhang zwischen den Wärmeerscheinungen und der Molekularbewegung besteht. Insbesondere lassen sich auch die beiden wichtigsten Größen der Wärmelehre, die *Wärmemenge* und die *Temperatur* mit Hilfe der kinetischen Theorie der Wärme deuten.

Verhältnismäßig leicht ist der Begriff **Wärmemenge** zu verstehen. Wir hatten ja bereits festgestellt, daß Wärmezufuhr gleichbedeutend ist mit Energiezufuhr. Der Schluß liegt somit nahe, daß die einem Körper zugeführte und von diesem als Wärme aufgenommene Energie als mechanische Energie der sich ungeordnet bewegenden Moleküle in diesem Körper enthalten ist. Diese mechanische Energie ist in erster Linie kinetische Energie, doch tritt ein Teil der Energie — vor allem bei festen Körpern — auch als potentielle Energie auf, und zwar resultiert letztere aus der gegenseitigen Lage der Moleküle. Es gilt somit der Satz:

> Die in einem Körper enthaltene Wärmemenge ist die Summe der mechanischen Energien der sich ungeordnet bewegenden Moleküle des Körpers.

Zur Erklärung des **Temperatur**begriffs muß zunächst auf die Tatsache hingewiesen werden, daß sich in einem Körper nicht alle Moleküle mit *gleicher* Geschwindigkeit bewegen. Für eine Gasmenge ist dies leicht einzusehen; die unregelmäßig erfolgenden Zusammenstöße führen, selbst wenn man von einem Zustand einheitlicher Geschwindigkeit aller Moleküle ausgeht, schon nach kurzer Zeit zu unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Teilchen. Man kann aber für jeden Körper den *Mittelwert* der Geschwindigkeit der Moleküle bestimmen. Dieser Mittelwert kennzeichnet also die mittlere kinetische Energie eines einzelnen Moleküls des Körpers.

Wir gehen nun von folgendem Gedankenversuch aus: Zwei Körper aus gleichem Stoff aber unterschiedlicher Masse erhalten bei gleichem Ausgangszustand die gleiche Wärmemenge zugeführt. Aus der Erfahrung wissen wir, daß die Temperatur des kleineren Körpers dabei mehr zunimmt als die des größeren. Wir deuten dies wie folgt. Die zugeführte Wärmemenge verteilt sich auf die Gesamtheit der Moleküle des jeweiligen Körpers. Da der Körper mit der größeren Masse mehr Moleküle enthält, verteilt sich hier die zugeführte Energie auf mehr Moleküle als bei dem Körper der kleineren Masse. Das bedeutet aber, daß jedes Molekül des kleineren Körpers im Mittel mehr Energie aufgenommen hat als jedes Molekül des grösseren Körpers. Damit wird die nachstehende, allerdings nur qualitativ und nur mit gewisser Einschränkung gültige Aussage über das Wesen der Temperatur verständlich:

> Die Temperatur ist eine Größe, die den Mittelwert der kinetischen Energie eines einzelnen Moleküls eines Körpers kennzeichnet.

Aus unseren Darlegungen folgt, daß man in der Physik die Begriffe Wärme-

menge und Temperatur wohl unterscheiden muß. In der Umgangssprache ist dies leider oft nicht der Fall.

Der Unterschied zwischen der Wärmemenge und der Temperatur wird auch deutlich, wenn man den Körper in Teile zerlegt. Die Temperatur verändert sich hierbei nicht. Die gemessene Temperatur kommt sowohl dem Körper als Ganzem als auch seinen Bruchteilen zu (analog den Größen Druck und Dichte). Die Wärmemenge hingegen verteilt sich beim Zerlegen eines Körpers. Die gesamte Wärmemenge eines Körpers ergibt sich als Summe der Energien seiner Teile (analog den Größen Masse und Volumen).

Die Ausführungen in diesem Abschnitt zeigen, daß sich die **Wärmeerscheinungen** als **mechanische Vorgänge** erklären lassen. Die Wärmelehre kann deshalb auch als Teilgebiet der Mechanik angesehen werden. Die exakte Beschreibung und mathematische Erfassung aller Wärmeerscheinungen mit Hilfe der kinetischen Wärmetheorie ist allerdings heute noch nicht möglich. Insbesondere reichen hierzu die Ihnen zur Verfügung stehenden mathematischen Hilfsmittel nicht aus. Wir wollen uns deshalb künftig auf qualitative Betrachtungen beschränken, wenn wir zum besseren Verständnis thermische Vorgänge und Erscheinungen mit Hilfe der kinetischen Wärmetheorie erklären.

Zusammenfassung

Wärme ist nach der kinetischen Wärmetheorie mechanische Energie der sich ungeordnet bewegenden Moleküle. Wärme entsteht aus anderen Energieformen und kann in andere Energieformen umgewandelt werden. Dabei gilt der Energieerhaltungssatz.

Es ist zu unterscheiden:

Wärmemenge eines Körpers = Summe der mechanischen Energie der in ihm enthaltenen sich ungeordnet bewegenden Moleküle.

Temperatur eines Körpers = Größe, die den Mittelwert der kinetischen Energie eines einzelnen Moleküls eines Körpers kennzeichnet.

Übungen:

1. Erläutern Sie die Grundgedanken der kinetischen Wärmetheorie!
2. Wie deutet man Temperatur und Wärmemenge in der kinetischen Wärmetheorie?

2. Messendes Erfassen der Wärmeerscheinungen

Im vorigen Abschnitt haben wir die Größen Wärmemenge und Temperatur nur qualitativ erklärt, d. h., wir wissen bisher lediglich, worin sich beide ihrem physikalischen Wesen nach unterscheiden. Nunmehr müssen wir für jede dieser Größen auch eine Meßvorschrift definieren.

2.1. Temperatur

Die Erfahrung zeigt, daß eine Beschreibung der Wärmeerscheinungen allein mit den drei Grundgrößen der Mechanik (Länge, Masse, Zeit) nicht zweckmäßig ist. Deshalb wird festgesetzt:

> **Vierte Grundgröße der Physik ist die Temperatur.**
> **Vierte Grundeinheit des gesetzlichen Einheitensystems ist die Einheit der Temperatur, der Grad Kelvin.**

Fast alle Temperaturmessungen beruhen auf der grundlegenden Erscheinung, daß sich zwischen Körpern, die in gegenseitigem Wärmeaustausch stehen, insbesondere also zwischen solchen, die sich gegenseitig berühren, nach einiger Zeit ein Wärmegleichgewicht einstellt, d. h. aber, daß sie die gleiche Temperatur annehmen.

Grundsätzlich lassen sich *alle* Vorgänge und Erscheinungen, die eindeutig von der Temperatur bzw. von der Temperaturänderung abhängen, zur **Temperaturmessung** verwenden. Es werden vor allem nachstehende Abhängigkeiten zum Bau von **Thermometern** ausgenutzt:

1. Temperaturabhängigkeit des *Volumens* von festen Körpern sowie von Flüssigkeits- und Gasmengen. Fast alle Stoffe dehnen sich bei Temperaturzunahme mehr oder weniger aus, am wenigsten die Festkörper, am meisten die Gase. Zur Messung dient meist die mit der Volumenänderung verbundene Längenänderung (von Metallstäben bzw. Flüssigkeits- oder Gassäulen), da diese bequem zu beobachten und abzulesen ist. Zu dieser Gruppe von Thermometern zählen *Bimetallthermometer* sowie *Flüssigkeits-* und *Gasthermometer*.
2. Temperaturabhängigkeit des *elektrischen Widerstands* von metallischen Leitern bzw. von Halbleitern. Der Widerstand wird mit steigender Temperatur größer bzw. (bei Halbleitern) kleiner. Zur Ablesung dienen elektrische Meßgeräte (Strom- bzw. Spannungsmesser), deren Skale in Temperatureinheiten geeicht ist. Man bezeichnet diese Temperaturmeßgeräte als *Widerstandsthermometer*.
3. Temperaturabhängigkeit der *elektrischen Spannung*, die zwischen zwei sich berührenden, stofflich verschiedenen metallischen Leitern auftritt. Die Spannung ist um so größer, je höher die Temperatur ist. Auch diese *Thermoelemente* gehören zu den elektrischen Thermometern.
4. Temperaturabhängigkeit der Intensität und der Wellenlänge (Farbe) der von einem erwärmten Körper abgegebenen *Strahlung*. Es wird die Helligkeit bzw. die Wärmewirkung der Strahlung, insbesondere von glühenden Körpern, gemessen. Solche Geräte heißen *Pyrometer*.

Am bekanntesten und am wichtigsten, besonders auch für Eichzwecke, sind die unter 1. genannten Flüssigkeits- und Gasthermometer. In der

industriellen Praxis werden aber mehr und mehr die elektrischen Thermometer verwendet.

Um nach den aufgezählten Verfahren *messen* zu können, muß eine **Temperatureinheit** definiert sein. Bei der Festlegung der Temperatureinheit ging man davon aus, daß sich bei allen reinen Stoffen während des Schmelzens bzw. Verdampfens die Temperatur nicht ändert. Man wählte solch verhältnismäßig leicht reproduzierbaren (wiederholt herstellbaren) Zustände zur Festlegung von sogenannten *Temperaturfestpunkten* und leitete von diesen die Temperatureinheit und eine Temperaturskale ab.

So bezeichnet man die sich bei einem Druck von 760 Torr einstellende Temperatur des schmelzenden Eises mit 0 °C (Grad Celsius[4]) und die des siedenden Wassers (ebenfalls bei einem Luftdruck von 760 Torr) als 100 °C. Den 100. Teil dieser Temperaturdifferenz wählte man als Temperatureinheit.

> **Der Grad Celsius (°C) ist der hundertste Teil des Temperaturunterschiedes zwischen den beiden Temperaturfestpunkten (Fixpunkten), die durch die Temperaturen des schmelzenden Eises und des siedenden Wassers bei einem Luftdruck von 760 Torr festgelegt sind.**
> **In Grad Celsius angegebene Temperaturen erhalten das Symbol *t*.**

Wie läßt sich nun die so definierte Temperatureinheit realisieren? Wie bestimmt man insbesondere die zwischen 0 °C und 100 °C bzw. die unter oder über diesem Bereich liegenden Temperaturen? Dies geschieht am genauesten mit Hilfe eines Gasthermometers, indem man den Längenunterschied einer Gassäule von 0 °C bzw. 100 °C in 100 gleiche Teile teilt. Diese Einteilung wird auch nach oben bzw. unten über die 100 °C-Marke bzw. die 0 °C-Marke hinaus fortgeführt. Alle anderen Thermometer werden mit Hilfe eines solchen Gasthermometers geeicht.

Die Celsiusskale ist für viele Temperaturangaben des täglichen Lebens sehr zweckmäßig. In Wissenschaft und Technik ergeben sich aber durch das Auftreten negativer Temperaturangaben oft Schwierigkeiten. Man beseitigt diese, indem man den Nullpunkt der Temperaturskale auf die theoretisch tiefstmögliche Temperatur von —273,15 °C, den sogenannten *absoluten Nullpunkt*, verschiebt. Man bezeichnet die so gebildete Skale als *Kelvin-Skale*[5]).

> **Der Nullpunkt der Kelvin-Skale ist der absolute Nullpunkt (—273,15 °C). In Grad Kelvin (°K) angegebene Temperaturen erhalten das Symbol *T*.**

Den Zusammenhang zwischen Celsius- und Kelvinskale entnehmen Sie Bild 2. Sie erkennen, daß sich beide Skalen nur durch die unterschiedliche Lage des Nullpunktes unterscheiden. Die beiden Temperatureinheiten, der Grad

---

[4]) A. CELSIUS, schwedischer Naturforscher, 1701—1744
[5]) Sir WILLIAM THOMSON (1824—1907), seit 1892 Lord KELVIN, Prof. der Physik in Glasgow

Celsius und der Grad Kelvin, sind dem Betrag nach gleich. Für Umrechnungen gilt die leicht zu merkende Gleichung

Kelvintemperatur = Gelsiustemperatur + 273,15 Grad

$$T = t + 273{,}15 \text{ grd} \tag{1}$$

Beachten Sie, daß die Berechnung von Temperatur*differenzen* bei beiden Skalen zum gleichen Zahlenwert führt!

Temperaturdifferenzen werden deshalb nur in Grad (Kurzzeichen grd) ohne den Zusatz Celsius oder Kelvin angegeben.

Es gilt also:

$$\Delta T = \Delta t$$
$$[\Delta T] = [\Delta t] = \text{grd}$$

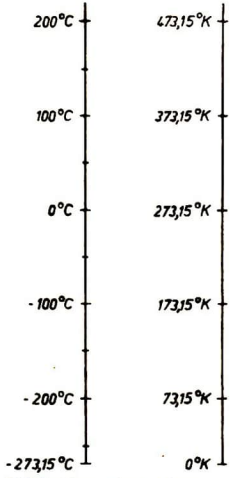


Bild 2: Gegenüberstellung von KELVIN- und CELSIUS-skale

Kommt in einer Gleichung außer einer Temperaturangabe noch die Zeit vor, so ist es üblich, für die Zeit das Symbol t und für die Temperatur das Symbol ϑ (Theta) zu verwenden.

Die in der Tafel der gesetzlichen Einheiten angegebenen Definitionen für die Temperatureinheiten weichen von den hier erläuterten ab: in der Tafel der gesetzlichen Einheiten wird der Grad Celsius vom Grad Kelvin hergeleitet. Auf Einzelheiten zur gesetzlichen Definition des Grad Kelvin kann hier nicht eingegangen werden. Es kommt vor allem darauf an, daß Sie das Prinzip der Definition der Temperatureinheiten verstanden haben.

Beispiel 1:

Wieviel °K sind 25 °C?

Lösung:

Nach (1) ist $T = 25\ °\text{C} + 273{,}15 \text{ grd}$

$$\underline{\underline{T = 298{,}15\ °\text{K} \approx 298\ °\text{K}}}$$

Zum Ergebnis ist zu bemerken, daß in den meisten Aufgaben aus der Technik (und in allen Aufgaben dieses Lehrbriefs) eine Temperaturangabe mit 0,1 grd oder gar 0,01 grd Genauigkeit nicht nötig ist. Man rechnet deshalb beim Umrechnen mit 273 grd statt mit 273,15 grd. Wir erhalten somit als Ergebnis dieser Aufgabe:

$$T = 298\ °\text{K}.$$

Beispiel 2:

Wie groß sind die Temperaturen $t_1 = 67\ °C$ und $t_2 = -15\ °C$ in Grad Kelvin und der Temperaturunterschied nach beiden Skalen?

Lösung:

Nach (1) ist $\underline{T_1 = 340\ °K}$ $\underline{T_2 = 258\ °K}$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 67\ °C - (-15\ °C) = 82\ \text{grd}$$

oder $\Delta T = T_1 - T_2 = 340\ °K - 258\ °K = 82\ \text{grd}$

und somit $\underline{\underline{\Delta t = \Delta T = 82\ \text{grd}}}$

2.2. Wärmemenge und spezifische Wärme

Als nächstes interessiert uns, wie man die **Wärmemenge messen** kann. Nach den Überlegungen im Abschnitt [1.] besteht eine Möglichkeit darin, daß wir die bei Wärmeerzeugung verschwindende bzw. die beim Verschwinden von Wärme entstehende Energiemenge der jeweils anderen Energieart messen. Diese indirekte Messung der Wärmemenge ist jedoch recht unzweckmäßig und ungenau. Deshalb wurden Meßverfahren entwickelt, mit denen man aus der sehr einfach und genau bestimmbaren Masse des Körpers sowie seiner Temperaturänderung auf die von ihm aufgenommene oder abgegebene Wärmemenge schließen kann. Es wird also ein Zusammenhang zwischen der Änderung der in einem Körper enthaltenen Wärmemenge und der Änderung seiner Temperatur hergestellt. Diesen Zusammenhang leiten wir mit Hilfe einer **Versuchsreihe** her:

Mit einem Tauchsieder führen wir einer Flüssigkeitsmenge (z. B. Wasser) elektrische Energie (W_{el}) zu. Diese wird vom Tauchsieder als Wärmemenge (Q) an die Flüssigkeit abgegeben. Dabei gilt der Energieerhaltungssatz

$$W_{el} = Q$$

Wir messen:

die Masse m der Flüssigkeitsmenge,
die zugeführte Energie $W_{el} = Q$,
die Temperaturdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$.

Wir führen mehrere Versuchsreihen durch. Zunächst halten wir die *Masse m konstant* und ändern von Versuch zu Versuch die zugeführte Energie $W_{el} = Q$. Wir stellen fest, daß bei konstanter Masse die Temperaturerhöhung proportional der zugeführten Wärmemenge ist:

$$Q \sim \Delta t$$

Dann ändern wir von Versuch zu Versuch die Masse m der Flüssigkeitsmenge und halten die *Temperaturerhöhung Δt konstant*. Dabei ergibt sich: Um bei n-facher Masse jeweils die gleiche Temperaturdifferenz zu erreichen, muß die n-fache Wärmemenge aufgebracht werden, d. h. aber:

$$Q \sim m$$

Schließlich führen wir beide Versuchsreihen *mit anderen Flüssigkeiten* aus. Dabei beobachten wir die gleiche Proportionalität, jedoch erzielen wir mit der jeweils gleichen Energiemenge bei den einzelnen Flüssigkeiten unterschiedliche Temperaturerhöhungen. Das bedeutet aber:

Die mit einer bestimmten Wärmemenge erreichbare Temperaturerhöhung hängt auch von der Art der Flüssigkeit ab.

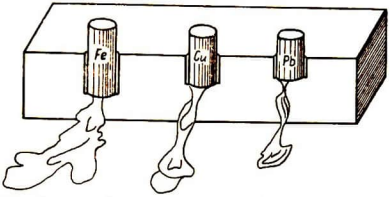


Bild 3: Versuch zur spezifischen Wärme

Daß dies auch für feste Körper gilt, ergibt sich aus dem nachstehend beschriebenen Versuch. Bild 3 zeigt einen Paraffinblock, auf den man drei Metallzylinder gleicher Masse aus Eisen, Kupfer und Blei gesetzt hat. Zuvor sind die Metallzylinder in siedendem Wasser auf 100 °C erhitzt worden. Nach einer gewissen Zeit haben sie sich auf die gleiche Temperatur abgekühlt. Wir sehen aber, daß das Eisen viel tiefer eingesunken ist und bedeutend mehr Paraffin geschmolzen hat. Was geht hieraus hervor? Um eine bestimmte Menge Paraffin zu schmelzen, wird eine bestimmte Wärmemenge gebraucht. Das Eisen muß mehr Wärme abgegeben haben als das Kupfer und dieses wieder mehr als das Blei. Das Entsprechende gilt auch für die Wärmeaufnahme. Das heißt, für gleichen Temperaturanstieg wird bei Blei weniger Wärme benötigt als bei Eisen (Voraussetzung: gleiche Masse der Körper).

Wir stellen also fest, daß Körper aus verschiedenem Material trotz gleicher Masse und gleicher Temperaturdifferenz verschiedene Wärmemengen aufnehmen bzw. bei Abkühlung abgeben. Wir haben daher einen Proportionalitätsfaktor c einzuführen, der die Abhängigkeit vom Material kennzeichnet. Er wird als *spezifische Wärme* bezeichnet. So ergibt sich aus den Versuchen die Beziehung:

$$\boxed{Q = c\,m\,\Delta t} \qquad (2)$$

Die Wärmemenge, die zur Temperaturänderung eines Körpers zu- oder abgeführt werden muß, ist gleich dem Produkt aus der spezifischen Wärme des betreffenden Stoffes, der Masse des Körpers und der Temperaturdifferenz.

Da die Wärmemenge eine Energieform ist, wird sie in der aus der Mechanik bereits bekannten kohärenten Einheit der Energie, dem Joule, gemessen.

$$[Q] = \mathrm{J} = \mathrm{Ws} = \mathrm{Nm} = \frac{\mathrm{kg\ m^2}}{\mathrm{s^2}}$$

Die bisher gebräuchlichsten und auch heute noch viel verwendeten Energieeinheiten zur Messung der Wärmemenge sind aber die Kalorie (cal) bzw. Kilokalorie (kcal). Diese Einheiten sind als nichtkohärente Einheiten durch die nachstehenden Beziehungen definiert:

$$[Q]' = 1\ \mathrm{cal} = 4{,}1868\ \mathrm{J}$$
$$[Q]'' = 1\ \mathrm{kcal} = 1000\ \mathrm{cal} = 4\,186{,}8\ \mathrm{J}$$

Eine Übersicht über die gesetzlichen Energieeinheiten und ihre Umrechnungsbeziehungen enthält Tafel 1.

Bis 1958 war die sogenannte 15-°C-Kalorie gesetzliche Grundeinheit. Sie war definiert als die Wärmemenge, die 1 g Wasser von 14,5 °C auf 15,5 °C erwärmt. Diese Einheit stimmt nicht ganz mit der heute gültigen Kalorie überein. Doch ist der Unterschied praktisch belanglos, so daß z. B. Tabellenwerte, die auf der alten Definition beruhen, weiterhin benutzt werden können.

Die Anwendung der Gleichung (2) zur Berechnung der Wärmemenge, die ein Körper aufnimmt oder abgibt, setzt voraus, daß der Proportionalitätsfaktor c, die spezifische Wärme, bekannt ist. Diese Materialkonstante wird durch die Gleichung (2) definiert und durch den eingangs beschriebenen Versuch gemessen.

Es gilt also:

spezifische Wärme

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta t} \qquad (2')$$

Daraus ergeben sich die nachstehenden

Einheiten der spezifischen Wärme:

$$[c] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ grd}}$$

bzw.

$$[c]' = \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g\ grd}} = \frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg\ grd}}$$

In Tafel 2 des Anhangs sind die spezifischen Wärmen für einige Stoffe zusammengestellt.

Wasser besitzt mit

$$c_{\mathrm{Wasser}} = 1\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$$

eine sehr große spezifische Wärme. Das bedeutet, daß Wasser zur Erwärmung große Wärmemengen benötigt, die es beim Abkühlen wieder abgibt.

Damit stellt das Wasser in der Natur und in der Technik einen *Wärmespeicher* dar; auch das Klima wird dadurch entscheidend beeinflußt: große Wassermengen (Meere) wirken temperaturausgleichend (Seeklima). Fehlen diese, so sind die Winter sehr kalt und die Sommer sehr heiß (Landklima).

Beispiel 3:

Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 5 kg Stahl von 10 °C auf 180 °C zu erwärmen?

Lösung:

Gegeben: $t_1 = 10\,°C$ $\quad t_2 = 180\,°C$ $\qquad$ Gesucht: Q

$m = 5$ kg

$c = 0{,}11$ kcal/kg grd (nach Tafel 2)

Nach (2) ist

$$Q = c\,m\,\Delta t = 0{,}11 \text{ kcal/kg grd} \cdot 5 \text{ kg} \cdot 170 \text{ grd}$$

$$\underline{\underline{Q = 93{,}5 \text{ kcal}}}$$

2.3. Spezifische Wärme der Gase

Die Gase zeigen bei Erwärmung ein besonders auffälliges Verhalten. Es ist bekannt, daß die Volumenänderung der Gase bei Temperaturänderung wesentlich größer ist als die der festen Körper oder die der Flüssigkeiten.

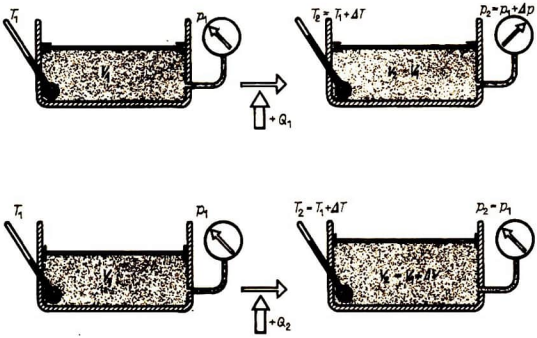


Bild 4: Zum Verhalten einer Gasmenge bei Erwärmung
Erwärmung bei konstantem Volumen (oben)
Erwärmung bei konstantem Druck (unten)
Bei gleichem ΔT ist $Q_1 > Q_2$
(Im Bild rechts oben muß es heißen: $V_2 = V_1$)

Deshalb müssen wir bei der Erwärmung von Gasen zwei Fälle unterscheiden. Als Beispiel soll 1 kg eines Gases um 1 grd erwärmt werden. Im ersten Fall wird diese Gasmenge während der Wärmezufuhr in ein allseitig geschlossenes Gefäß gebracht, so daß sie sich nicht ausdehnen kann. Wie im Bild 4 oben gezeigt ist, steigt bei Erwärmung der Druck p der Gasmenge, wenn man das Volumen konstant hält.

Im anderen Fall (Bild 4 unten) kann sich die Gasmenge ungehindert ausdehnen. Der Druck p bleibt konstant, während das Volumen der Gasmenge zunimmt. Es zeigt sich nun: *die Temperaturerhöhung bei konstantem Druck erfordert mehr Wärme als die Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen*, wenn — wie in unserem Beispiel — in beiden Fällen gleiche Anfangs- und Endtemperatur angenommen werden. Da auch jeweils die gleiche Gasmenge (Masse m) benutzt wurde und nach (2) gilt

$$Q = c\, m\, \Delta t,$$

ist die Verschiedenheit der beiden Wärmemengen einer unterschiedlichen spezifischen Wärme zuzuschreiben. *Bei Gasen ist daher zwischen der spezifischen Wärme bei konstantem Druck (c_p) und der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen (c_v) zu unterscheiden.* In Tafel 3 des Anhangs sind für einige Gase die spezifischen Wärmen zusammengestellt. Wir finden bestätigt, daß c_p in jedem Fall größer ist als c_v.

Strenggenommen müßte man auch bei festen und flüssigen Körpern zwischen c_p und c_v unterscheiden. Jedoch ist hier der Unterschied zwischen den spezifischen Wärmen c_p und c_v so gering, daß man ihn vernachlässigen kann.

Worin liegt nun die Ursache dafür, daß c_p größer ist als c_v? Die Antwort gibt die kinetische Wärmetheorie. Betrachten wir zunächst die Zufuhr von Wärmeenergie bei konstantem Volumen! Der Kolben, der den Behälter verschließt, ist festgestellt, die Gasmenge kann sich nicht ausdehnen. Die zugeführte Wärme dient in diesem Fall ausschließlich dazu, die kinetische Energie der Moleküle zu erhöhen. Infolge der daraus resultierenden höheren Geschwindigkeit der Gasmoleküle stoßen diese heftiger an die Gefäßwandungen. Nach der kinetischen Wärmetheorie bedeutet das einen höheren Gasdruck.

Vorgänge, bei denen das *Volumen konstant* bleibt, bezeichnet man als **isochore** Vorgänge. Für diese gilt:

Wärmeaustausch bei isochoren Vorgängen

$$Q = c_v\, m\, \Delta t \qquad \text{für } V = \text{const.} \tag{3}$$

Nun soll der Druck konstant bleiben. Hierzu müssen wir den Kolben des Gasbehälters beweglich lassen. Die Reibung wird vernachlässigt. Ein Teil der jetzt zugeführten Wärmemenge dient wie bei dem isochoren Prozeß zur Erhöhung der kinetischen Energie der Moleküle, damit die geforderte Endtemperatur erreicht wird. Der andere Teil der Wärme, der in diesem

Falle noch zusätzlich zugeführt werden muß, wird durch die freie Beweglichkeit des Kolbens in mechanische Arbeit umgewandelt, das Volumen des Gases vergrößert sich.

Vorgänge, bei denen der *Druck konstant* bleibt, bezeichnet man als **isobare** Vorgänge. Für diese gilt:

Wärmeaustausch bei isobaren Vorgängen

$$Q = c_p \, m \, \Delta t \qquad \text{für } p = \text{const.} \tag{4}$$

Beispiel 4:

In einer Sauerstoffflasche befinden sich 3,2 kg Sauerstoff von 20 °C. Welche Endtemperatur stellt sich ein, wenn dieser Gasmenge bei konstantem Volumen eine Energie von 1,5 kcal zugeführt wird?

Lösung:

Gegeben: $m = 3{,}2$ kg
$t_1 = 20$ °C
$Q = 1{,}5$ kcal
$c_v = 0{,}156$ kcal/kg grd (nach Tafel 3)

Gesucht: t_2

Nach (3) ist

$$\Delta t = \frac{Q}{c_v \, m}$$

und mit

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$t_2 = \frac{Q}{c_v \, m} + t_1 = \frac{1{,}5 \text{ kcal kg grd}}{0{,}156 \text{ kcal} \cdot 3{,}2 \text{ kg}} + 20° \text{ C}$$

$$t_2 = 3 \text{ grd} + 20 \text{ °C} = \underline{\underline{23 \text{ °C}}}$$

2.4. Mischungsvorgänge

Die schon erwähnte Tatsache, daß sich zwischen Körpern mit verschiedener Temperatur, die in Berührung miteinander stehen, solange ein Wärmeaustausch vollzieht, bis die Körper eine gleiche Temperatur angenommen haben, spielt besonders bei **Mischungsvorgängen** eine große Rolle. Gießt man z. B. kaltes und warmes Wasser zusammen, so erhält man eine Mischung, deren Temperatur zwischen den beiden Ausgangstemperaturen liegt.

Sieht man von Wärmeverlusten an die Umgebung ab, so muß nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie bei einem Mischungsvorgang die von dem Körper mit der höheren Temperatur abgegebene Wärmemenge gleich der von dem Körper mit der niedereren Temperatur aufgenommenen Wär-

[6]) GEORG WILHELM RICHMANN, 1711—1755, Mitglied der Petersburger Akademie

memenge sein. Das ist der Inhalt der RICHMANNschen[6]) **Mischungsregel:**

vom wärmeren Körper abgegebene Wärmemenge = vom kälteren Körper aufgenommene Wärmemenge

$$Q_{ab} = Q_{auf} \tag{5}$$

Wir wollen diese Beziehung benutzen, um die Mischungstemperatur für den Fall zu berechnen, daß ein fester Körper mit hoher Temperatur in eine Flüssigkeit mit geringer Temperatur gebracht wird. Es sind folgende Werte bekannt:

Flüssigkeit:	Masse m_1	fester Körper:	Masse m_2
	Temperatur t_1		Temperatur t_2
	spezifische Wärme c_1		spezifische Wärme c_2

Der Energieausgleich ist dann beendet, wenn sich das Wärmegleichgewicht eingestellt hat, d. h., wenn Flüssigkeit und fester Körper die Mischungstemperatur t_m angenommen haben.

Die Flüssigkeit hat die Wärmemenge Q_{auf} nach (2) aufgenommen:

$$Q_{auf} = c_1 m_1 \Delta t = c_1 m_1 (t_m - t_1)$$

und der feste Körper hat die Wärmemenge Q_{ab} nach (2) abgegeben:

$$Q_{ab} = c_2 m_2 (t_2 - t_m).$$

Durch Gleichsetzen von Q_{auf} und Q_{ab} folgt als

Mischungsregel für die Mischung von zwei Komponenten

$$c_1 m_1 (t_m - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t_m) \tag{5'}$$

Daraus folgt (rechnen Sie nach):

$$t_m = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Bisher haben wir außer Acht gelassen, daß bei Mischungsvorgängen auch das Gefäß seine Temperatur ändert und somit am Wärmeaustausch Anteil hat. Damit wir auch diesen Einfluß quantitativ berücksichtigen können, müssen wir uns zunächst einer weiteren Größe zuwenden: der **Wärmekapazität** C. Ihre Definition lautet

$$\text{Wärmekapazität} = \frac{\text{zu(ab)geführte Wärmemenge}}{\text{Temperaturänderung}}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta t} \tag{6}$$

Daraus folgt für die

Einheit der Wärmekapazität:

$$[C] = \frac{\text{kcal}}{\text{grd}}$$

Hat ein Körper z. B. eine Wärmekapazität von 5 kcal/grd, so heißt das, daß eine Wärmemenge von 5 kcal erforderlich ist, um die Temperatur dieses Körpers um 1 grd zu erhöhen.
Substituieren wir in (6) Q nach (2), so folgt

$$C = \frac{c\,m\,\Delta t}{\Delta t}$$

$$C = c\,m \qquad (6')$$

Die Wärmekapazität eines Körpers ist somit gleich dem Produkt aus seiner spezifischen Wärme und seiner Masse. Sie dient vor allem dazu, das Wärmeaufnahmevermögen von Gefäßen anzugeben. Eine Anwendung bringt Beispiel 5.

Für die Messung von Wärmemengen mit Hilfe von Mischungsvorgängen benutzt man *Kalorimeter*. Die beiden wichtigsten Ausführungen sind in den Bildern 5 und 6 dargestellt.

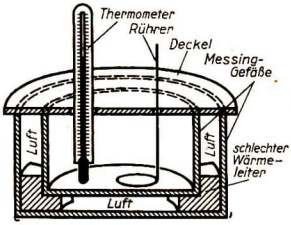


Bild 5: Schnitt durch ein Metallkalorimeter

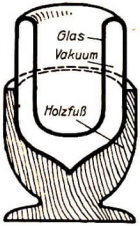


Bild 6: Schnitt durch ein DEWAR-gefäß

Das *Metallkalorimeter* (Bild 5) besteht aus einem Messing- oder Aluminiumgefäß, das zur guten Wärmeisolierung von einem oder mehreren anderen Gefäßen umgeben ist. Durch den Deckel des Kalorimeters werden Thermometer und Rührer eingeführt.

Heute verwendet man meist Kalorimeter nach Bild 6. Das doppelwandige DEWAR-*Gefäß* wirkt wie eine Thermosflasche und vermeidet Wärmeverluste nahezu vollständig.

Bei Messungen mit dem Metallkalorimeter ist besonders das innere Gefäß am Wärmeaustausch beteiligt. Das Gefäß kann — je nach dem Mischungsvorgang — Wärme aufnehmen oder auch Wärme abgeben. Ist die Flüssigkeit im Kalorimeter kälter als der Körper, den man einbringt, so nimmt das Gefäß Wärme auf, ist der Körper kälter als die Kalorimeterflüssigkeit, so gibt das Gefäß Wärme ab. Wir müssen demzufolge den Wärmeaus-

tausch mit dem Gefäß in unsere Wärmebilanz mit einbeziehen. Wie man hierbei vorgeht, zeigen die Beispiele 5 bis 7. Aus den Beispielen und Übungen geht hervor, daß sich die Mischungsmethode sowohl zur Ermittlung der Temperatur (einer Mischung bzw. der sich mischenden Bestandteile) als auch zur Bestimmung der spezifischen Wärme fester und flüssiger Stoffe sowie von c_p der Gase eignet.

Beispiel 5:

Zur Bestimmung der Wärmekapazität eines Kalorimeters wird dieses mit 0,5 l Wasser von 18 °C gefüllt. Beim Zugießen von 1 l Wasser von 70 °C ergibt sich eine Mischungstemperatur von 48 °C. Wie groß ist die Wärmekapazität des Kalorimeters?

Lösung:

Gegeben: $m_1 = 0{,}50$ kg
$t_1 = 18$ °C
$m_2 = 1{,}00$ kg
$t_2 = 70$ °C
$t_m = 48$ °C
$c_1 = c_2 = 1{,}00$ kcal/kg grd

Gesucht: C

Nach der RICHMANNschen Regel ist die vom zugegossenen Wasser abgegebene Wärmemenge ebenso groß wie diejenige, die das Wasser im Kalorimeter und außerdem das Kalorimetergefäß aufnehmen. Für die vom Kalorimeter aufgenommene Wärmemenge gilt:

$$Q_k = c_k\, m_k\, (t_m - t_1)$$

Da hierin $c_k\, m_k$ nach (6) die Wärmekapazität C des Kalorimeters ist, ergibt sich

$$c_2\, m_2\, (t_2 - t_m) = c_1\, m_1\, (t_m - t_1) + C\, (t_m - t_1)$$

daraus folgt

$$C = c_2\, m_2 \frac{t_2 - t_m}{t_m - t_1} - c_1\, m_1$$

und mit den gegebenen Werten:

$$C = 1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \cdot 1\text{ kg} \cdot \frac{22\text{ grd}}{30\text{ grd}} - 1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \cdot 0{,}5\text{ kg}$$

$$C = 0{,}73\text{ kcal/grd} - 0{,}5\text{ kcal/grd}$$
$$\underline{\underline{C = 0{,}23\text{ kcal/grd}}}$$

Nach dem Ergebnis des letzten Beispiels nimmt das Kalorimeter soviel Wärme auf wie 0,23 kg Wasser aufnehmen. Man sagt daher auch, das Kalorimeter hat den **Wasserwert** $m_W = 0{,}23$ kg. Beachten Sie aber, daß der Wasserwert in der Einheit kg, die Wärmekapazität in der Einheit kcal/kg angegeben werden.

Beispiel 6:

Bestimmung der spezifischen Wärme von Alkohol.

In einem Kalorimeter aus 160 g Kupfer befinden sich 250 g Alkohol von 19 °C. Bringt man 120 g Blei von der Temperatur 100 °C in die Flüssigkeit, so stellt man eine Mischungstemperatur von 20,9 °C fest. Wie groß ist die spezifische Wärme des Alkohols?

Lösung:

Gegeben: $m_1 = 250$ g Gesucht: c_1

$t_1 = 19$ °C

$m_2 = 120$ g

$t_2 = 100$ °C

$t_m = 20{,}9$ °C

$m_k = 160$ g

$c_k = 0{,}092$ kcal/kg grd

$c_2 = 0{,}031$ kcal/kg grd

Nach der RICHMANNschen Mischungsregel gilt:

$$c_2\, m_2\, (t_2 - t_m) = c_1\, m_1\, (t_m - t_1) + c_k\, m_k\, (t_m - t_1)$$

Daraus ergibt sich:

$$c_1 = \frac{c_2\, m_2\, (t_2 - t_m) - c_k\, m_k\, (t_m - t_1)}{m_1\, (t_m - t_1)}$$

$$c_1 = \frac{0{,}031 \text{ kcal/kg grd} \cdot 0{,}12 \text{ kg} \cdot 79{,}1 \text{ grd} - 0{,}092 \text{ kcal/kg grd} \cdot 0{,}16 \text{ kg} \cdot 1{,}9 \text{ grd}}{0{,}25 \text{ kg} \cdot 1{,}9 \text{ grd}}$$

$$c_1 = \frac{0{,}294 \text{ kcal} - 0{,}028 \text{ kcal}}{0{,}475 \text{ kg grd}}$$

$$\underline{\underline{c_1 = 0{,}56 \text{ kcal/kg grd}}}$$

Beispiel 7:

Um die Flammentemperatur eines Bunsenbrenners zu bestimmen, wird eine Kugel aus Kupfer solange in der Flamme erwärmt, bis sie die Temperatur der Flamme angenommen hat. Die Masse der Kugel soll 12 g betragen. Die Kugel wird dann in ein Kalorimeter der Wärmekapazität $C = 0{,}0138$ kcal/grd gebracht, in dem sich 0,3 l Wasser von 18 °C befinden. Die Mischungstemperatur ist 21,3 °C. Wie hoch ist die Temperatur der Flamme?

Lösung:

Gegeben: $m_1 = 0{,}3$ kg Gesucht: t_2

$t_1 = 18$ °C

$m_2 = 0{,}012$ kg

$t_m = 21{,}3$ °C

$C = 0{,}0138$ kcal/grd

$c_1 = 1$ kcal/kg grd

$c_2 = 0{,}092$ kcal/kg grd

Nach der RICHMANNschen Mischungsregel gilt:

$$c_2\, m_2\, (t_2 - t_m) = c_1\, m_1\, (t_m - t_1) + C\, (t_m - t_1)$$

Diese Beziehung ist nach t_2 aufzulösen.

$$t_2 = \frac{(c_1\, m_1 + C)\, (t_m - t_1)}{c_2\, m_2} + t_m$$

$$t_2 = \frac{\left(1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \cdot 0{,}3\ \text{kg} + 0{,}0138\,\frac{\text{kcal}}{\text{grd}}\right)(21{,}3 - 18)\ \text{grd}}{0{,}092\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \cdot 0{,}012\ \text{kg}} + 21{,}3\ °\text{C}$$

$$t_2 = \frac{(0{,}3 + 0{,}0138) \cdot 3{,}3}{0{,}0011}\ \text{grd} + 21{,}3\ °\text{C}$$

$$\underline{\underline{t_2 = 960\ °\text{C}}}$$

Zusammenfassung

In der Wärmelehre dient die Temperatur als Grundgröße, die Einheit der Temperatur, der Grad Kelvin, als Grundeinheit des gesetzlichen Einheitensystems. Die Temperatur wird in Grad Celsius (°C) oder Grad Kelvin (°K) gemessen. Die Temperaturdifferenz 1 Grad (1 grd) stimmt in beiden Skalen überein. 1 Grad ist der 100. Teil der Temperaturdifferenz zwischen schmelzendem Eis und siedendem Wasser (bei normalem Luftdruck). Der Nullpunkt der Celsiusskale ist die Temperatur des schmelzenden Eises, der Nullpunkt der Kelvinskale der absolute Nullpunkt (−273,15 °C). Der Zahlenwert der Kelvintemperatur ist jeweils um 273 (genau 273,15) größer als der der Celsiustemperatur.

Die wichtigsten Temperaturmeßverfahren beruhen auf der Temperaturabhängigkeit des Volumens (Bimetall-, Flüssigkeits- und Gasthermometer), der elektrischen Eigenschaften (Widerstandsthermometer, Thermoelement) und der abgegebenen Strahlung (Pyrometer) der Körper.

Die kohärente Einheit der Wärmemenge ist die Energieeinheit Joule (= Wattsekunde = Newtonmeter). In der Wärmelehre werden oft aber noch die nichtkohärenten Einheiten Kalorie und Kilokalorie verwendet (1 kcal = 4186,8 J). Die von einem Körper abgegebene bzw. aufgenommene Wärmemenge kann nach der Gleichung

$$Q = c\, m\, \Delta t$$

durch Messung der Temperaturänderung und der Masse des Körpers bestimmt werden. Die spezifische Wärme c ist eine Stoffkonstante. Gebräuchliche Einheiten der spezifischen Wärme sind $\frac{\text{J}}{\text{kg grd}}$ bzw. $\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}$. Für Wasser gilt $c_W = 1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}$.

Die Wärmemengenmessung (Kalorimetrie) erfolgt häufig mit Hilfe von Mischungsvorgängen und beruht auf dem Energieerhaltungssatz in der

Form der RICHMANNschen Mischungsregel:

$$\text{Vom wärmeren Körper abgegebene Wärmemenge} = \text{vom kälteren Körper aufgenommene Wärmemenge}$$

$$Q_{ab} = Q_{auf}.$$

Übungen

3. Ein Schwimmbecken ist 30 m breit, 45 m lang und durchschnittlich 1,5 m tief. Im Laufe eines Sommertages erwärmt sich das Wasser um 3 grd, wobei angenommen wird, daß dies die durchschnittliche Temperaturänderung der gesamten Wassermenge darstellt.
   Geben Sie die dem Wasser zugeführte Wärmemenge in J, kcal, kWh und kpm an!
4. Um wieviel Grad erwärmen sich 10 kg Aluminium und 10 kg Wasser, wenn jedem der beiden Körper eine Wärmemenge von 50 kcal zugeführt wird?
5. Wie hoch ist die Mischungstemperatur, wenn man 200 g Blei von 100 °C in 50 cm³ Wasser von 20 °C bringt?
6. Um in einem einfachen Gefäß die spezifische Wärme von Kupfer zu bestimmen, werden 500 g Kupferspäne in siedendem Wasser auf 100 °C erwärmt und dann in 500 g Wasser von 20 °C gebracht. Die Mischungstemperatur ergibt sich zu 26 °C. Berechnen Sie aus den angegebenen Werten die spezifische Wärme des Kupfers, und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in Tafel 2 angegebenen Wert! Warum sind die beiden Werte verschieden?
7. Einige Werkstücke aus Stahl von der Temperatur 950 °C sollen in 80 kg Maschinenöl von 25 °C abgeschreckt werden, wobei die Endtemperatur 350 °C nicht überschreiten darf. Wieviel kg Stahl dürfen höchstens eingebracht werden, wenn mit 10 % Wärmeverlusten zu rechnen ist?
8. 4,2 kg Chlor werden bei konstantem Druck von 20 °C auf 35 °C erwärmt. Welche Wärmemenge muß dem Gas zugeführt werden?
   $c_p = 0{,}112$ kcal/kg grd.
9. 3 l Wasser werden mit einem Tauchsieder von 1 kW Leistung in 20 min von 20 °C auf 100 °C erwärmt.
   1. Wieviel Elektroenergie (in kWh) wurden benötigt?
   2. Welche Kosten entstanden? (Vergleiche Aufgabe 13).
   3. Welche Wärmemenge wurde vom Tauchsieder abgegeben, welche vom Wasser aufgenommen? (Vergleiche mit Aufgabe 13.1).
   4. Wie groß ist der Wirkungsgrad?
10. Wie lange muß ein Topf mit 3 l Wasser auf einer elektrischen Heizplatte von 1000 W Leistung stehen, um das Wasser von 15 °C auf 80 °C zu bringen? Der Wirkungsgrad beträgt 70 %.

3. Wärmequellen. Heizwert

Als die **wichtigste Wärmequelle** für unser gesamtes Dasein ist die **Sonne** anzusehen. Sie strahlt sehr große Energiemengen aus. Unsere Brennstoffe, die fast ausnahmslos aus organischen Substanzen bestehen, verdanken ihre Entstehung der Sonnenstrahlung. Mit Strahlungsmessern hat man festgestellt, daß der Erdoberfläche bei senkrechtem Einfall der Sonnenstrahlen in 1 min eine Energiemenge von rund 1 cal pro cm^2 zugeführt wird. Wäre keine Atmosphäre vorhanden, die einen großen Teil der Wärmestrahlen absorbiert, würden in der Minute sogar 1,96 cal/cm^2 zugestrahlt werden. Diese Größe bezeichnet man als die **Solarkonstante**. An der technischen Ausnutzung der Sonnenenergie wird seit langem gearbeitet. Die bisher insbesondere in der Sowjetunion konstruierten Anlagen arbeiten im wesentlichen mit großen Reflektoren, die die Sonnenstrahlung auf Wasserkessel konzentrieren. Über die Herkunft der Sonnenenergie werden Sie im Lehrbrief Atomphysik Näheres erfahren.

Am bequemsten gewinnt man technisch nutzbare Wärme mit Hilfe des **elektrischen Stromes.** Zum Kochen und Heizen verwenden wir Tauchsieder, Kochplatten, Strahlungsöfen und andere Geräte. Zum Schmelzen Härten und Trocknen verwenden wir in der Technik elektrisch geheizte Öfen, deren Temperaturen bequem und genau geregelt werden können. Auch Glühlampen wandeln den größten Teil der elektrischen Energie in Wärme um. In der Industrie werden zum Trocknen von Lack und dergleichen Infrarotlampen benutzt. Das sind spezielle Glühlampen, bei denen das Maximum der Strahlungsenergie im Bereich der Infrarotstrahlung (Wärmestrahlung) liegt.

In Zukunft wird auch die Gewinnung von Wärmeenergie durch **Kernspaltung** eine noch größere Rolle spielen. Die heute üblichen Atomkraftwerke, deren erstes am 27. Juni 1954 bei Moskau in Betrieb genommen wurde, arbeiten mit Uranstäben. Die bei der Kernspaltung des Urans entstehende Wärme wird durch Wasser abgeleitet und zur Dampferzeugung verwendet.

Der weitaus größte Teil der in der Industrie und den Haushalten benötigten Wärme wird aber durch **Verbrennung fester, flüssiger und gasförmiger Brennstoffe** erzeugt. Auch die meisten unserer Kraftwerke arbeiten auf Kohlebasis. Der Anteil der Wasserkraftwerke, in denen die potentielle Energie des gehobenen Wassers über Bewegungsenergie in Elektroenergie umgewandelt wird, ist verhältnismäßig klein. Die Brennstoffe haben als Energiequelle also nach wie vor noch große Bedeutung.

Die verschiedenen Brennstoffe unterscheiden sich in ihrem **Heizwert.** Dieser ist für feste und flüssige Brennstoffe wie folgt definiert:

Der Heizwert H eines festen oder flüssigen Brennstoffes ist der Quotient aus der beim Verbrennen frei werdenden Wärmemenge Q und der Masse m des Brennstoffes.

$$H = \frac{Q}{m} \tag{7a'}$$

Daraus folgt:

Beim Verbrennen frei werdende Wärmemenge

$$Q = m\,H \tag{7a}$$

Bei Gasen bezieht man die frei werdende Wärmemenge meist auf das Volumen, welches die betreffende Gasmenge im Normzustand (0 °C und 760 Torr) einnimmt.

So ergeben sich die Gleichungen:

$$H' = \frac{Q}{V} \tag{7b'}$$

und

$$Q = V\,H' \tag{7b}$$

Auf Grund der Gleichungen (7a') und (7b') unterscheiden sich auch die Einheiten der Heizwerte fester (flüssiger) und gasförmiger Brennstoffe:

$$[H] = \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

$$[H'] = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$$

Bei der Bestimmung des Heizwertes ist zu berücksichtigen, daß sich während der Verbrennung der Brennstoffe stets Wasser bildet, das in den Verbrennungsgasen bei hohen Temperaturen in dampfförmigem, bei niedrigen Temperaturen dagegen in flüssigem Zustand enthalten ist. Da zum Verdampfen von Wasser stets Wärme erforderlich ist, wird bereits während der Verbrennung ein Teil der frei werdenden Wärmeenergie zur Verdampfung des im Brennstoff enthaltenen bzw. bei der Verbrennung entstehenden Wassers verbraucht. Diese Energie ist dann im Wasserdampf gespeichert. Sie läßt sich bei den technischen Verbrennungsvorgängen meistens nicht mehr ausnutzen und stellt somit einen Wärmeverlust dar. Wird der Dampf nachträglich wieder kondensiert, dann wird die Wärmemenge wieder frei und steht zur Verfügung. Man unterscheidet daher zwischen dem

oberen Heizwert H_o, der in der Technik auch als Verbrennungswärme bezeichnet wird (Wasser liegt nach der Verbrennung in flüssiger Form vor),

und dem

unteren Heizwert H_u (Wasser liegt nach der Verbrennung als Dampf vor).

In der Technik rechnet man meistens mit dem unteren Heizwert; denn z. B. bei Kesselanlagen und Verbrennungskraftmaschinen entweichen die Verbrennungsgase stets mit hoher Temperatur, so daß das mitgeführte Wasser im dampfförmigen Zustand verbleibt und die Erzeugungswärme des Dampfes verlorengeht.

Die Tafeln 4 und 5 enthalten die unteren Heizwerte einiger fester, flüssiger und gasförmiger Brennstoffe. Wie Sie daraus entnehmen können, schwanken die Heizwerte der einzelnen Brennstoffe zwischen bestimmten Grenzwerten. Der Grund dafür ist in der unterschiedlichen chemischen Zusammensetzung der einzelnen Brennstoffarten zu suchen. Zur experimentellen Bestimmung des Heizwertes benutzt man Spezialkalorimeter. In diesen wird eine genau abgemessene Brennstoffmenge verbrannt und die dabei entstehende Wärme an eine abgemessene Wassermenge von bekannter Temperatur abgegeben. Nach Formel (2) läßt sich dann leicht die Wärmemenge und nach (7a') bzw. (7b') der Heizwert des betreffenden Brennstoffes bestimmen.

Beispiel 8:

Wieviel Kilogramm Wasser von 12 °C kann man durch Verbrennen von 10 kg Braunkohlenbriketts bis zum Siedepunkt erhitzen, wenn angenommen wird, daß dabei 50 % Wärmeverluste auftreten?

Lösung:

Gegeben: $m_B = 10$ kg
$H_u = 4800$ kcal/kg
$\Delta t = 88$ grd
$c_W = 1$ kcal/kg grd
$\eta = 0{,}5$

Gesucht: m_W

Nach Lehrbrief Mechanik ist der Wirkungsgrad gleich dem Quotienten aus der Nutzenergie (effektiven Energie) $Q_e = c_W\, m_W\, \Delta t$ und der aufgewandten Energie (indizierten Energie) $Q_i = H\, m_B$.

$$\eta = \frac{Q_e}{Q_i} = \frac{c_W\, m_W\, \Delta t}{H_u\, m_B}$$

Daraus ergibt sich die Wassermenge, die zum Sieden gebracht wird, zu

$$m_W = \frac{\eta\, H_u\, m_B}{c_W\, \Delta t} = \frac{0{,}5 \cdot 4800\ \text{kcal/kg} \cdot 10\ \text{kg}}{1\ \text{kcal/kg grd} \cdot 88\ \text{grd}}$$

$$\underline{\underline{m_W = 273\ \text{kg}}}$$

Beispiel 9:

Der vom VEB Gasgerätewerk Dessau hergestellte Gaswasserheizer WG 325 gibt eine Wärmeleistung von 325 kcal/min ab.

a) Wie lange dauert die Erwärmung von 150 l Wasser von 10 °C auf 45 °C?

b) Wie hoch sind die Kosten, wenn der Wirkungsgrad 80 % beträgt und das zur Verfügung stehende Stadtgas einen Heizwert von 3800 kcal/m³ hat und der Preis 0,16 M/m³ beträgt?

c) Wie hoch wären die Kosten, wenn die Erwärmung des Wassers durch elektrische Heizung (Tauchsieder) erfolgen würde? 1 kWh Elektroenergie kostet 0,08 M. Von Wärmeverlusten soll abgesehen werden.

Lösung:

Gegeben: $P = 325$ kcal/min
$m = 150$ kg
$c = 1$ kcal/kg grd
$H' = 3800 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$
$\Delta\vartheta = 35$ grd
$\eta = 0{,}8$
Preis $= 0{,}16$ M/m³ bzw. 0,08 M/kWh

Gesucht: a) t
b) Kosten (Gas)
c) Kosten (el.)

a) Die Wärmeleistung ist

$$P = \frac{Q}{t}$$

Mit $Q = c\,m\,\Delta\vartheta$ erhält man

$$P = \frac{c\,m\,\Delta\vartheta}{t} \text{ und daraus}$$

$$t = \frac{c\,m\,\Delta\vartheta}{P} = \frac{1 \text{ kcal/kg grd} \cdot 150 \text{ kg} \cdot 35 \text{ grd}}{325 \text{ kcal/min}}$$

$$\underline{\underline{t = 16{,}15 \text{ min}}}$$

b) Die aufzuwendende Wärmemenge ist

$$Q_e = P\,t = 325 \text{ kcal/min} \cdot 16{,}15 \text{ min}$$
$$Q_e = 5250 \text{ kcal}$$

Diese Wärmemenge wird durch Verbrennen einer Gasmenge erzeugt. Man erhält das Gasvolumen V unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades aus der Gleichung

$$\eta = \frac{Q_e}{Q_i} = \frac{Q_e}{H'V}$$

$$V = \frac{Q_e}{H'\eta} = \frac{5250 \text{ kcal}}{3800 \text{ kcal/m}^3 \cdot 0{,}8} = 1{,}72 \text{ m}^3$$

Die Kosten betragen also 1,72 m³ · 0,16 M/m³ = $\underline{\underline{0{,}28 \text{ M}}}$

c) Wir rechnen die aufzuwendende Wärmemenge $Q = 5250$ kcal in kWh um. Nach Tafel 1 erhält man

$$Q = 5250 \text{ kcal} \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3} \text{ kWh/kcal}$$
$$Q = 6{,}1 \text{ kWh}$$

Die Kosten für die aufzuwendende Elektroenergie betragen
6,1 kWh · 0,08 M/kWh = $\underline{\underline{0{,}49 \text{ M}}}$

Obwohl hier alle Wärmeverluste vernachlässigt wurden, ist der Preis für die benötigte Elektroenergie wesentlich höher als der für die benötigte Menge Stadtgas.

Beispiel 10:

Der Motor eines Kraftwagens hat eine Nutzleistung von 30 kW und einen Wirkungsgrad von 25 %.

a) Wieviel Benzin verbraucht der Motor in einer Stunde? Der Heizwert ist 10000 kcal/kg.

b) Wie groß ist der spezifische Kraftstoffverbrauch, d. h. der Quotient aus Kraftstoffverbrauch und abgegebener Arbeit?

Lösung:

Gegeben: $P = 30$ kW
$\eta = 0{,}25$
$t = 1$ h
$H = 10000$ kcal/kg

Gesucht: a) Masse des Benzins m
b) Spezifischer Kraftstoffverbrauch m/W_e

a) Der Wirkungsgrad ist der Quotient aus abgegebener und zugeführter Energie:

$$\eta = \frac{W_e}{W_i} = \frac{P\,t}{Q} = \frac{P\,t}{m\,H}$$

Mit den gegebenen Werten folgt:

$$m = \frac{P\,t}{H\,\eta}$$

$$m = \frac{30\text{ kW} \cdot 1\text{ h}}{0{,}25 \cdot 10000\text{ kcal/kg}} = \frac{30\text{ W} \cdot 3600\text{ s kg}}{2500\text{ cal}}$$

Nach Tafel 1 ist 1 cal = 4,19 Ws. Damit ergibt sich

$$m = \frac{30 \cdot 36}{25 \cdot 4{,}19}\text{ kg} = \underline{\underline{10\text{ kg}}}$$

b) Aus der Gleichung für den Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_e}{W_i} = \frac{W_e}{m\,H}$ folgt

$$\frac{m}{W_e} = \frac{1}{\eta\,H} = \frac{1}{0{,}25 \cdot 10000\text{ kcal/kg}}$$

Nach Tafel 1 ist 1 kcal = $1{,}16 \cdot 10^{-3}$ kWh. Damit wird

$$\frac{m}{W_e} = \frac{1\text{ kg}}{2500 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3}\text{ kWh}} = \underline{\underline{0{,}345\text{ kg/kWh}}}$$

Wir erkennen, daß der spezifische Kraftstoffverbrauch allein vom Wirkungsgrad des Motors und der Güte des Brennstoffes (Heizwert) abhängt.

Zusammenfassung

Der größte Teil der in der Technik benötigten Wärme wird durch die Verbrennung von festen, flüssigen und gasförmigen Brennstoffen erzeugt.

Der Heizwert des Brennstoffs $H = \frac{Q}{m}$ bzw. $H' = \frac{Q}{V}$ (bei Gasen) gibt die von einer bestimmten Menge des Brennstoffs bei der Verbrennung abgegebene Wärmemenge an.

In den letzten Jahren haben auch Atomkraftwerke als Wärmequellen Bedeutung erlangt.

Die von der Sonne der Erde zugestrahlte und zum größten Teil als Wärme aufgenommene Energie spielt in biologischen Prozessen eine große Rolle. Technisch wird sie bisher nur wenig genutzt.

Übungen

11. Wie groß ist der Wirkungsgrad eines Kraftradmotors, der je Stunde 2 kg Benzin mit einem Heizwert von 11000 kcal/kg verbraucht und dabei eine Leistung von 5 PS entwickelt?

12. Wieviel Wasser (in kg) von 12 °C kann man mit der bei der Verbrennung von 6,5 kg Briketts entstehenden Wärmeenergie bis zum Siedepunkt erhitzen, wenn angenommen wird, daß 50 % dieser Wärmemenge genutzt werden? Der Heizwert der Briketts beträgt 5000 kcal/kg.

13. Für die Beheizung eines Raumes werden in einer bestimmten Zeit 30000 kcal benötigt. Es steht die Heizung mit 1. Kohle, 2. Stadtgas, 3. Elektrizität zur Wahl. Vergleichen Sie die Heizungskosten für die drei Fälle!
    Für den Kohleofen wird ein Wirkungsgrad von 50 %, für den Gasofen von 80 % und für den Elektroofen von 100 % angenommen.

    Der Preis für 100 kg Briketts soll 3,50 M betragen, der Heizwert der Briketts 5000 kcal/kg; 1 m³ Stadtgas mit einem Heizwert von 4000 kcal/m³ kostet 0,16 M; 1 kWh Elektroenergie kostet 0,08 M.

14. Auf einem Gaskocher werden 3 l Wasser in 20 min von 20 °C auf 100 °C erwärmt. Der Wirkungsgrad beträgt 70 %.
    1. Welche Wärmemenge wird aufgewendet?
    2. Welche Wärmeleistung in kcal/min gibt der Kocher ab?
    3. Wieviel Gas wird benötigt? ($H'_u = 4000$ kcal/m³)
    4. Welche Kosten entstehen, wenn der Preis des Stadtgases 0,16 M/m³ beträgt?

15. Wieviel Steinkohle (in kg) muß verbrannt werden, damit die gleiche Wärmeenergie entsteht wie sie im Verlauf einer Stunde von der Sonne auf ein Feld von 1 ha Fläche eingestrahlt wird? Der Einfachheit halber wird angenommen, daß die Strahlung senkrecht auf das Feld trifft. Der Heizwert der Steinkohle ist 7500 kcal/kg.

16. Der Wirkungsgrad eines Gewehres beträgt etwa 30%, d. h., 30% der durch die Verbrennung des Pulvers erzeugten Wärme werden in me-

chanische Energie umgesetzt und treten beim Austritt des Geschosses aus der Mündung als kinetische Energie in Erscheinung. Wie groß ist die Mündungsgeschwindigkeit des Geschosses, wenn seine Masse 10 g beträgt und das in der Patrone enthaltene Pulver bei der Verbrennung eine Wärmemenge von 3 kcal liefert?

4. Wärmeübertragung

Für die Wärmeenergie ist typisch, daß sie stets vom wärmeren Körper auf die kältere Umgebung übergeht. Die Wärmeübertragung kann hierbei auf verschiedene Arten erfolgen. Man unterscheidet zwischen

Konvektion (Wärmeströmung)
Wärmeleitung
Wärmeübergang
Wärmestrahlung (Temperaturstrahlung).

Mit den verschiedenen Arten der Wärmeübertragung werden wir uns in den nächsten Abschnitten näher befassen.

4.1. Konvektion

Unter Konvektion (Wärmeströmung) versteht man die Mitführung von Wärmeenergie durch strömende Flüssigkeiten oder Gase.

Die Konvektion kann man gut in folgendem Versuch demonstrieren: Man füllt ein Umlaufgefäß nach Bild 7 mit einer Flüssigkeit und erhitzt es in der gezeigten Weise. Nach kurzer Zeit beginnt die Flüssigkeit im Gefäß zu zirkulieren. Infolge der Verringerung ihrer Dichte erfahren die erwärmten Teile der Flüssigkeit einen Auftrieb, sie steigen nach oben und geben Wärmeenergie an die kältere Umgebung ab.

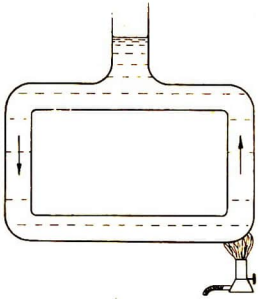


Bild 7: Versuch zur Konvektion

In der Wärmetechnik gibt es viele Geräte, deren Wirkungsweise auf der Konvektion beruht, z. B. Dampfüberhitzer, Luft- und Speisewasservorwärmer sowie die Wasserkühlung des Kraftfahrzeugmotors. Auch die Heizung eines Zimmers, die Entstehung des Windes und das Aufsteigen der Luft über heißen Körpern sind Beispiele für die Konvektion.

Ein weiteres Beispiel ist der Golfstrom, der — aus dem Golf von Mexiko kommend — die vom Wasser aufgenommene Wärme aus dem tropischen

Gebiet nach West- und Mitteleuropa bringt und dadurch das verhältnismäßig milde Klima in diesen Gebieten verursacht.

4.2. Wärmeleitung

Während bei der Wärmeströmung Gase und Flüssigkeiten als Wärmeträger fungieren und durch ihre Bewegung die Wärme transportieren, geschieht die *Wärmeleitung* auf grundsätzlich andere Weise.

Hat ein Körper an verschiedenen Stellen unterschiedliche Temperaturen und ist ein Stofftransport nicht möglich (z. B. bei festen Körpern), so findet dennoch ein Wärmetransport von den Stellen höherer Temperatur zu den Stellen niedererer Temperatur statt. Man kann diesen Energietransport mit den Erkenntnissen der kinetischen Wärmetheorie erklären: Die Moleküle des Körpers haben an den Stellen mit der höheren Temperatur eine größere kinetische Energie und bewegen sich demzufolge heftiger.

Bei der Wärmeleitung wird die Bewegungsenergie durch Stoß von Molekül zu Molekül in Richtung des Temperaturgefälles übertragen.

Somit gelangt die Wärmeenergie zu den Stellen mit der niedereren Temperatur, ohne daß ein Stofftransport stattfindet. Bei Flüssigkeiten kann man die Wärmeleitung oftmals gegenüber der Konvektion vernachlässigen.

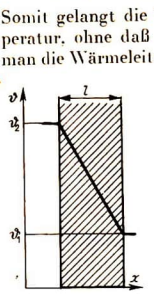


Bild 8: Temperaturverlauf bei stationärer Wärmeleitung

Wir wollen nun überlegen, wie sich die durch Wärmeleitung übertragene Energie rechnerisch erfassen läßt. Wir stellen uns einen Körper der Wanddicke l vor (Bild 8). Die unterschiedlichen Temperaturen an den beiden Seiten des Körpers sollen konstant auf ϑ_1 und ϑ_2 gehalten werden (stationäre Wärmeleitung). Es stellt sich dann im Körper ein Temperaturgefälle ein, wie es im Bild durch die Kurve veranschaulicht wird. Versuche zeigen nun, daß die transportierte Wärmeenergie von dem herrschenden *Temperaturunterschied* abhängt. Wir wissen ja z. B., daß sich ein Zimmer um so stärker abkühlt, je tiefer die Außentemperatur ist. Die durch den Körper hindurchgehende Wärmemenge ist weiterhin um so größer, je größer die *Wandfläche* ist. Auch geht in einer bestimmten Zeit durch eine starke Wand weniger Wärme hindurch als durch eine schwache. Wir haben deshalb die *Dicke* des Körpers zu berücksichtigen. Außerdem ist die übertragene Wärme der *Zeit* proportional. Zusammenfassend läßt sich sagen:

Die durch Wärmeleitung übertragene Wärmemenge Q ist direkt proportional der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$, der Wandfläche A, der Zeit t, aber indirekt proportional der Wanddicke l:

$$Q \sim \frac{A\,t\,\Delta\vartheta}{l}$$

Schließlich hängt die transportierte Wärmemenge auch noch vom *Material* des Körpers ab, was sich durch folgenden Versuch feststellen läßt: Halten Sie in eine Flamme gleichzeitig einen dünnen Stab aus Glas und aus Metall. Sie werden beobachten, daß Sie den Glasstab sehr lange in der Hand halten können, während Sie den rasch heiß gewordenen Metallstab bald weglegen müssen. Wir führen deshalb einen Materialwert, den wir als *Wärmeleitfähigkeit* λ bezeichnen (in der Technik wird er auch *Wärmeleitzahl* genannt), als Proportionalitätsfaktor ein und erhalten für die

durch Wärmeleitung transportierte Wärmemenge

$$Q = \lambda \frac{A\,t\,\Delta\vartheta}{l} \tag{8}$$

Aus Gleichung (8) folgt:

Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda = \frac{Q\,l}{A\,t\,\Delta\vartheta}$$

und

$$[\lambda] = \frac{\text{kcal}}{\text{m h grd}}$$

Tafel 6 (s. Anhang) gibt eine Übersicht über die Wärmeleitfähigkeit verschiedener Stoffe.

Die gute Wärmeleitung der Metalle wird in der Technik vielfältig ausgenutzt, z. B. sind Lötkolben, Heiz- und Kühlschlangen aus Kupfer, Autokühler aus Messing, Kühlrippen aus Stahl oder einer Aluminiumlegierung. Beispiele der wärmeisolierenden Wirkung schlechter Wärmeleiter sind Holzgriffe an Lötkolben, Tiegeln, Ofentüren. Glaswolle und Kieselgur werden als wärmeisolierende Umhüllungen für Dampfrohre verwendet. Auch die Baustoffe sind schlechte Wärmeleiter.

Beispiel 11:

Welche Wärmemenge wird in 1,5 Stunden von einem 1,2 m langen zylindrischen Stahlstab übertragen, wenn sein Durchmesser 10 cm beträgt, die beiden Enden des Stabes ständig auf 15 °C und 95 °C gehalten werden und die Wärmeabgabe an die Umgebung vernachlässigt wird?

Lösung:

Gegeben: $t = 1{,}5$ h
$l = 1{,}2$ m
$d = 0{,}1$ m
$\Delta\vartheta = 80$ grd
$\lambda = 40$ kcal/m h grd

Gesucht: Q

In (8) ist $A = \pi d^2/4$ einzusetzen:

$$Q = \frac{\lambda \pi d^2 t \Delta\vartheta}{4 l} = \frac{40 \text{ kcal} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01 \text{ m}^2 \cdot 1{,}5 \text{ h} \cdot 80 \text{ grd}}{\text{h m grd} \cdot 4 \cdot 1{,}2 \text{ m}}$$

$$\underline{\underline{Q = 31{,}4 \text{ kcal}}}$$

4.3. Wärmeübergang

Als Wärmeübergang bezeichnet man die Wärmeübertragung von einem festen Körper auf eine Flüssigkeit oder ein Gas bzw. den umgekehrten Vorgang.

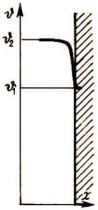


Bild 9: Temperatursprung bei Wärmeübergang

An der Übergangsstelle tritt ein *Temperatursprung* auf (Bild 9). Auch hier macht man sich leicht klar, von welchen Größen die übertragene Wärmemenge abhängt. Sie ist proportional der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$, der Zeit t und der Berührungsfläche A:

$$Q \sim A\, t\, \Delta\vartheta$$

Als Proportionalitätsfaktor führen wir den *Wärmeübergangswert* (Wärmeübergangszahl) α ein und erhalten

Durch Wärmeübergang transportierte Wärmemenge

$$Q = \alpha\, A\, t\, \Delta\vartheta \tag{9}$$

Aus Gleichung (9) folgt:

Wärmeübergangswert

$$\alpha = \frac{Q}{A\, t\, \Delta\vartheta}$$

$$[\alpha] = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ h grd}}$$

Die Wärmeübergangswerte α sind stark von der Oberflächenbeschaffenheit der Wand und von der Bewegung der Flüssigkeit bzw. des Gases abhängig. Der Wärmeübergang von einem festen Körper auf eine Flüssigkeit ist größer als der auf ein Gas.

Der Wärmeübergang läßt sich ebenfalls aus der kinetischen Wärmetheorie erklären. Liegt z. B. ein Wärmeübergang von einer heißen Flüssigkeit auf eine kalte Wand vor, so geben die Flüssigkeitsmoleküle Bewegungsenergie an die Moleküle der Wand ab.

Die Wärmeübergangswerte α finden Sie für verschiedene Zusammenstellungen in Tabellen einschlägiger Literatur.

4.4. Wärmedurchgang

Der Wärmedurchgang durch eine Wand besteht aus mehreren Vorgängen: erstens aus dem Wärmeübergang von der wärmeren Flüssigkeit (Gas) auf die Wand, zweitens aus der Wärmeleitung durch die Wand und drittens aus dem Wärmeübergang von der Wand auf die kältere Flüssigkeit (Gas).

Wärmedurchgang:

Wärmeübergang — Wärmeleitung — Wärmeübergang

Im Bild 10 ist der Temperaturverlauf beim Wärmedurchgang durch eine Wand dargestellt.

Die beim Wärmedurchgang übertragene Wärmemenge ist proportional der Wandfläche A, der Zeit t und der Temperaturdifferenz $\vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta\vartheta$.

$$Q \sim A\, t\, \Delta\vartheta$$

Der Proportionalitätsfaktor heißt hier *Wärmedurchgangswert* (Wärmedurchgangszahl) k und setzt sich zusammen aus den beiden Wärmeübergangswerten für innen und außen (α_i und α_a) sowie aus der Wärmeleitfähigkeit λ und der Wanddicke l. Man ermittelt den Wärmedurchgangswert k nach der Gleichung

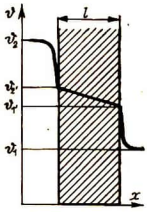


Bild 10: Temperaturverlauf bei Wärmedurchgang

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l}{\lambda} \qquad (10)$$

Für die von einem Medium i durch eine Wand zu einem Medium a übertragene Wärmemenge gilt somit:

Durch Wärmedurchgang transportierte Wärmemenge

$$Q = k\, A\, t\, \Delta\vartheta \qquad (11)$$

Aus Gleichung (11) folgt:

$$k = \frac{Q}{A\, t\, \Delta\vartheta}$$

$$[k] = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h grd}}$$

Die Tafel 7 (s. Anhang) enthält als Beispiele Wärmedurchgangswerte für Ziegelmauerwerk und Fenster.

Beispiel 13:

Durch die 8 mm dicke Metallwand eines Kessels wird Wärme von Heizgasen mit der Temperatur 1100 °C auf siedendes Wasser übertragen. Der Wärmeleitwert des Metalls ist 50 kcal/m h grd, der Wärmeübergangswert zwischen Heizgas und Metall ist 50 kcal/m² h grd, zwischen Wand und Wasser 5000 kcal/m² h grd.

a) Wie groß ist der Wärmedurchgangswert?

b) Welche Wärmemenge geht in 5 h durch 15 m² Wandfläche?

Lösung:

Gegeben: $\lambda = 50$ kcal/m h grd Gesucht: k und Q

$\alpha_i = 50$ kcal/m² h grd

$\alpha_a = 5000$ kcal/m² h grd

$l = 0{,}008$ m

$\Delta\vartheta = 1{,}000$ grd

$t = 5$ h

$A = 15$ m²

a) Wir berechnen k nach (10):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l}{\lambda}$$

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{5000} + \frac{0{,}008}{50}\right)\frac{\text{m}^2\,\text{h grd}}{\text{kcal}}$$

$$\frac{1}{k} = 0{,}0204\ \text{m}^2\,\text{h grd/kcal}$$

$$\underline{\underline{k = 49\ \text{kcal/m}^2\,\text{h grd}}}$$

b) Die Wärmemenge ist nach (11):

$$Q = k\,A\,t\,\Delta\vartheta$$

$$Q = 49\ \text{kcal/m}^2\,\text{h grd} \cdot 15\ \text{m}^2 \cdot 5\ \text{h} \cdot 1000\ \text{grd}$$

$$\underline{\underline{Q = 3{,}68 \cdot 10^6\ \text{kcal}}}$$

4.5. Temperaturstrahlung

Die bisher behandelten Arten der Wärmeübertragung sind stets an irgendeinen Stoff gebunden. Wird Wärme von einem Körper auf einen anderen übertragen, ohne daß sich die Gasschicht dazwischen wesentlich erwärmt, so spricht man von **Temperaturstrahlung (Wärmestrahlung)**. Diese Form der Wärmeübertragung entsteht dadurch, daß jeder Körper einen Teil seiner kinetischen Molekularenergie in Strahlungsenergie umsetzt und diese nach außen abgibt.

Temperaturstrahlung ist wie das Licht elektromagnetische Strahlung und benötigt keinen stofflichen Träger zur Übertragung.

Temperaturstrahlung wird von jedem Körper bei jeder Temperatur ausgesandt. Zum Beispiel geschieht die Übertragung der Sonnenenergie von der Sonne zur 150 Millionen Kilometer entfernten Erde durch elektromagnetische Strahlung.

Die Körper geben Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung nicht nur ab, sondern nehmen Energie in dieser Form auch auf. Abgabe und

Aufnahme von Strahlungsenergie ist von verschiedenen Faktoren abhängig, insbesondere von der Oberflächenbeschaffenheit des strahlenden bzw. aufnehmenden Körpers. Wenn Temperaturstrahlung auf helle, polierte Flächen auffällt, so wird sie fast völlig zurückgeworfen (reflektiert). Körper mit dunklen, rauhen Oberflächen dagegen verschlucken (absorbieren) einen großen Teil der Temperaturstrahlung und erwärmen sich schnell. Jetzt werden Sie auch verstehen, warum Thermosgefäße versilbert und poliert sind und warum wir helle Sommerkleidung tragen. Genaueres über die elektromagnetische Strahlung und ihre Eigenschaften erfahren Sie im Lehrbrief Optik.

Zusammenfassung

Besteht innerhalb eines Körpers oder zwischen zwei Körpern ein Temperaturunterschied (Temperaturgefälle), so findet ein Wärmetransport von den Stellen höherer Temperatur zu den Stellen tieferer Temperatur statt. Dabei unterscheidet man:

1. Wärmeübertragung von Molekül zu Molekül
   a) innerhalb eines Körpers = Wärmeleitung
   b) an der Berührungsstelle zweier verschiedener Körper = Wärmeübergang
   c) durch eine Wand hindurch (Übergang—Leitung—Übergang) = Wärmedurchgang

   Die übertragene Wärmemenge hängt von den geometrischen Abmessungen und vom Stoff der Körper sowie von der Temperaturdifferenz ab.
2. Wärmeübertragung durch Mitführung mit einem bewegten Stoff (Gas oder Flüssigkeit)
   = Konvektion (Wärmeströmung, Wärmemitführung)
3. Wärmeübertragung durch Abgabe bzw. Aufnahme elektromagnetischer Strahlung

Übungen

17. Welche Wärmemenge geht in 3,5 h infolge Wärmeleitung durch 1,4 m² Ziegelmauerwerk von 25 cm Wandstärke, wenn eine Temperaturdifferenz von 30 grd angenommen wird? $\lambda = 0{,}5$ kcal/m h grd.

18. Wie groß ist der Wärmedurchgangswert für eine 38 cm dicke Ziegelwand, wenn $\alpha_i = 5$ kcal/m² h grd, $\alpha_a = 15$ kcal/m² h grd und $\lambda = 0{,}5$ kcal/m h grd betragen?

    Welche Wärmemenge geht in 24 h durch eine Wandfläche von 20 m² bei einer Temperaturdifferenz von 50 grd hindurch?

    Berechnen Sie anschließend die gleichen Größen für eine 20 cm starke Betonwand mit der Wärmeleitfähigkeit 0,9 kcal/m h grd.

19. Von den Brennstoffelementen eines Kernreaktors, deren Oberflächentemperatur 632 °C beträgt, werden je Stunde und Quadratmeter 50000 kcal abgegeben. Wie groß ist der Wärmeübergangswert, wenn das Gas, das die Wärme abführt, die Temperatur 600 °C hat?

5. Zustandsänderungen

5.1. Zustandsgrößen

Blicken wir noch einmal kurz zurück auf den Weg, den wir bisher beim Studium der Wärmelehre zurückgelegt haben! Wir bemühten uns zunächst, das Wesen der Wärmeerscheinungen zu verstehen und befaßten uns sodann mit den beiden wichtigsten Größen der Wärmelehre, der Temperatur und der Wärmemenge. Es folgte dann ein kurzer Blick auf die wichtigsten Wärmequellen und die Erörterung einiger Gesetzmäßigkeiten der Wärmeübertragung.

Im folgenden wollen wir nun genauer untersuchen, wie sich ein Körper bzw. eine Gesamtheit von mehreren Körpern, ein sogenanntes **System**, verhält, wenn ihm Wärme zugeführt bzw. entzogen wird. Ein System kann z. B. eine Gas- oder Flüssigkeitsmenge einschließlich des Behälters, in dem sie sich befinden, sein. Doch können wir unter einem System auch einen Benzinmotor, eine Dampfkesselanlage, ein ganzes Kraftwerk oder die Erdkugel verstehen.

Wird einem System Wärme zugeführt, so geschieht, wie die Erfahrung lehrt, im allgemeinen zweierlei:

Mit einem Teil der Wärme verrichtet das System **Arbeit**. Das kann z. B. mechanische Arbeit oder elektrische Arbeit sein. Dabei wird Energie nach außen abgegeben.

Der andere Teil der zugeführten Wärme wird im System gespeichert und äußert sich in einer **Zustandsänderung** des Systems im weitesten Sinne. Wir beobachten z. B. Änderungen des Aggregatzustands (fest in flüssig, flüssig in gasförmig). Doch auch bei gleichbleibendem Aggregatzustand treten Änderungen auf und zwar ändern sich im allgemeinen die **Temperatur**, das **Volumen** und der **Druck**. Diese Größen werden als die **thermischen Zustandsgrößen** bezeichnet, weil ihre Kenntnis eine eindeutige Aussage über den Zustand des Körpers bzw. des Systems zuläßt. Wird eine dieser Größen geändert, so ändern sich im allgemeinen auch die anderen — in Sonderfällen kann *eine* Größe konstant gehalten werden. Der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen sowie zwischen zugeführter Energie und Zustandsänderungen läßt sich für die meisten Systeme nur durch sehr komplizierte Gleichungen wiedergeben. Lediglich für die Gase gibt es einfache Zustandsgleichungen und die Möglichkeit, die Zustandsänderungen rechnerisch zu verfolgen. Doch müssen auch hier fast immer vereinfachende Annahmen gemacht werden.

5.2. Erster Hauptsatz der Wärmelehre. Innere Energie

Die Behandlung der Zustandsänderungen beruht auf dem **Energieerhaltungssatz.** Nach dem in [5.1.] Gesagten läßt sich dieser Satz hier wie folgt aussprechen:

Zugeführte Wärme = vom System aufgenommene Energie
+ abgegebene Arbeit

Durch die Aufnahme der Energie wird die im System bereits enthaltene sogenannte *innere Energie* (Symbol U) des Systems vergrößert.

Wird der Energieerhaltungssatz unter Verwendung dieser neuen Größe (innere Energie) ausgesprochen, so heißt er

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Die einem System zugeführte Wärmemenge ist gleich der Summe aus der Zunahme der inneren Energie des Systems und der vom System verrichteten äußeren Arbeit.

$$\boxed{Q = \Delta U + W} \tag{12}$$

In Gleichung (12) ist

Q die dem System *zugeführte* Wärmeenergie,
W die vom System als Arbeit *abgegebene* Energie,
ΔU die Zunahme der inneren Energie des Systems, das vor der Wärmezufuhr die innere Energie U_1, danach die innere Energie U_2 hat. ($\Delta U = U_2 - U_1$).

Der 1. Hauptsatz (Gleichung 12) ist auch Definitionsgleichung für die

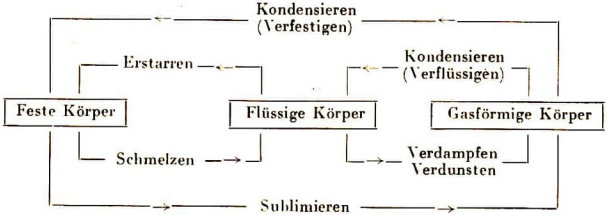
Zunahme der inneren Energie eines Systems

$$\Delta U = Q - W \tag{12'}$$

Da der Zustand des Systems — wie schon in [5.1.] gesagt — von der in ihm enthaltenen Energie abhängt, ist auch die innere Energie eine Zustandsgröße. Zu einem bestimmten durch das Volumen V_1, den Druck p_1 und die Temperatur T_1 gekennzeichneten Zustand eines Systems gehört also eine bestimmte innere Energie U_1, zu einem anderen, durch V_2, p_2, T_2 gekennzeichneten Zustand die innere Energie U_2.

5.3. Änderungen des Aggregatzustandes

5.3.1. Umwandlungstemperatur und Umwandlungswärme



An Hand des vorstehenden Schemas sollen Sie sich zunächst einige als bekannt vorausgesetzte Begriffe ins Gedächtnis zurückrufen. Das Schema zeigt die Umwandlungsmöglichkeiten, die zwischen den drei Aggregatzuständen fest, flüssig, gasförmig bestehen.

In jüngster Zeit spielt in der Wissenschaft und Technik ein vierter Aggregatzustand, das sogenannte *Plasma*, eine große Rolle. Als Plasma bezeichnet man ein Gas, dessen kleinste Teilchen Ionen und Elektronen sind. Es entsteht, wenn von den Atomen eines Gases ein Teil oder die Gesamtheit der Hüllenelektronen abgespaltet werden. Dies kann durch Energiezufuhr in elektrischer oder in Wärmeform erreicht werden. Als Beispiele für Plasmen seien genannt: Glühende Gase (Flammen), elektrische Lichtbogen und das leuchtende Gas in Leuchtstofflampen. Wir werden uns aber in den folgenden Ausführungen auf die im Schema angegebenen Aggregatzustände beschränken.

Um einen genaueren Einblick in die Umwandlungsvorgänge zu bekommen, gehen wir von einem **Versuch** aus. Wir füllen 1 kg Eis, dessen Temperatur beträchtlich unter dem Gefrierpunkt liegt, in ein Gefäß und führen diesem gleichmäßig Wärme zu. Wir verfolgen den Verlauf der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit. Wegen der konstanten Leistung der Wärmequelle gibt das Ergebnis dieser Messungen auch die Abhängigkeit der Temperatur von der insgesamt zugeführten Wärmemenge an. Wir halten den **Zusammenhang zwischen zugeführter Wärmemenge und Temperatur** in einem Diagramm fest (Bild 11).

Dann kehren wir den Versuchablauf um. Wir gehen vom Dampf aus, dessen Temperatur über dem Siedepunkt liegt und entziehen diesem gleichmäßig Wärme. Dabei ergibt sich der gleiche Kurvenverlauf; doch wird das Diagramm von rechts nach links durchlaufen.

Es sei darauf hingewiesen, daß das in Bild 11 gezeigte Diagramm nicht unmittelbares Ergebnis eines Versuches ist. Das Diagramm ist, um das Wesentliche heraus-

zustellen, vereinfacht und korrigiert worden. Es läßt z. B. unberücksichtigt, daß vom sich erwärmenden Körper auch laufend Wärme abgegeben wird.

Schließlich wiederholen wir den Versuch mit anderen Stoffen und verwenden dabei reine Stoffe, die in festem Zustand kristallin vorliegen (also keine Gemenge). Wir erhalten dabei Diagramme, deren Kurven qualitativ wie in Bild 11 verlaufen.

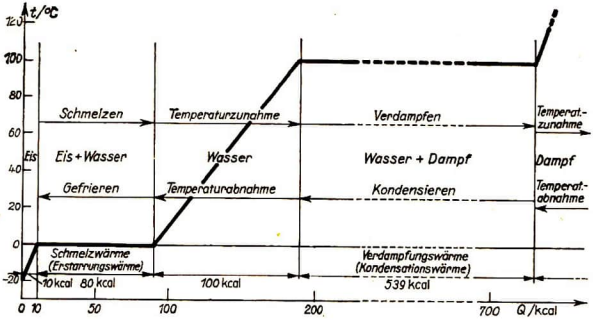


Bild 11: Temperaturverlauf bei Aggregatzustandsänderung von Wasser ($m = 1$ kg) in Abhängigkeit von der zugeführten (abgegebenen) Wärmemenge. ($p = 760$ Torr)

Was ist nun den Diagrammen zu entnehmen? Betrachten wir zunächst die von links nach rechts ansteigenden Teile der Kurven. Sie zeigen die bekannte Tatsache, daß Wärmezufuhr mit Temperaturerhöhung verbunden ist. Die Unterschiede in der Steigung sind durch die unterschiedlichen spezifischen Wärmen der betreffenden Stoffe bedingt. Je kleiner die spezifische Wärme, um so steiler verläuft die Kurve.

Nun zu den waagerecht verlaufenden Teilen der Kurven! Hier steigt die Temperatur trotz Wärmezufuhr *nicht* an. Doch findet bei dieser Temperatur jeweils die Umwandlung in den folgenden Aggregatzustand statt. Das bedeutet:

> **Jeder Stoff wechselt bei einer für ihn charakteristischen Temperatur den Aggregatzustand. Diese Temperatur heißt Umwandlungstemperatur.**

Wir unterscheiden zwei Arten der Umwandlungstemperatur:

Schmelztemperatur (= Erstarrungstemperatur) t_{fl}
Siedetemperatur (= Kondensationstemperatur) t_{sd}

Man bezeichnet t_{fl} auch als *Schmelzpunkt* oder *Gefrierpunkt* und t_{sd} als *Siedepunkt* oder *Kondensationspunkt.*

Während des Umwandlungsvorgangs bleibt die Temperatur also konstant. Sie ändert sich erst wieder, wenn die Umwandlung beendet ist. Deshalb können wir an der Länge der waagerechten Kurvenstücke jeweils die Wärmemenge ablesen, die der betreffende Körper zur Aggregatzustandsänderung benötigt. Diese Wärmemenge wird als *Umwandlungswärme* des betreffenden Körpers bezeichnet.

Die Umwandlungswärme ist die Wärmemenge, die ein Körper aufnimmt bzw. abgibt, wenn er bei der Umwandlungstemperatur in einen anderen Aggregatzustand übergeht.

Auch bei der Umwandlungswärme unterscheiden wir nach der Art der Umwandlung:

Schmelzwärme (= Erstarrungswärme) Q_{fl}
Verdampfungswärme (= Kondensationswärme) Q_{sd}

Wie die Versuche zeigen, nehmen (geben) Körper aus unterschiedlichen Stoffen, aber von gleicher Masse, unterschiedliche Umwandlungswärmen auf (ab). Zur Kennzeichnung dieser Stoffeigenschaft werden die *spezifischen Umwandlungswärmen* definiert:

$$\textbf{Spezifische Umwandlungswärme} = \frac{\textbf{zur Aggregatzustandsänderung benötigte Wärme}}{\textbf{Masse des Körpers}}$$

Zu unterscheiden sind

Spezifische Schmelzwärme
(= spez. Erstarrungswärme)

$$q = \frac{Q_{fl}}{m} \qquad (13a')$$

und

Spezifische Verdampfungswärme
(= spez. Kondensationswärme)

$$r = \frac{Q_{sd}}{m} \qquad (13b')$$

Als Einheit für q bzw. r folgt aus diesen Definitionen

$$[q] = [r] = \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$

Wenn wir in den Versuchen von Körpern mit der Masse 1 kg ausgehen, wie das im beschriebenen Versuch geschehen ist, lassen sich aus den Diagrammen die spezifischen Umwandlungswärmen unmittelbar ablesen.

Beachten Sie:

Umwandlungstemperaturen und spezifische Umwandlungswärmen sind Stoffkonstanten, die durch Versuche bestimmt werden. Bei Berechnungen sind sie Tabellen zu entnehmen. Einige Werte sind in den Tafeln 9 und 10 des Anhanges angegeben.

Für einen Körper mit der Masse m ergeben sich aus (13a') und 13b') nachstehende Gleichungen für die Umwandlungswärmen:

Schmelzwärme

$$Q_{fl} = m\,q \tag{13a}$$

Verdampfungswärme

$$Q_{sd} = m\,r \tag{13b}$$

Beispiel 13:

In einem Kalorimeter befinden sich 400 g Wasser von 50 °C. Man bringt 110 g Eis von 0 °C in das Kalorimeter und erhält, nachdem das Eis geschmolzen ist, eine Mischungstemperatur von 22 °C. Wie groß ist die spezifische Schmelzwärme des Eises?

Lösung:

Nach der RICHMANNschen Mischungsregel ist die vom Eis aufgenommene Wärmemenge Q_1 gleich der vom Wasser abgegebenen Wärmemenge Q_2. Q_1 setzt sich aus zwei Anteilen zusammen. Zunächst benötigt das Eis zum Schmelzen eine Wärmemenge Q_1', und außerdem wird das geschmolzene Eis auf die Mischungstemperatur erwärmt. Dazu ist die Wärmemenge Q_1'' erforderlich.

Gegeben: $m_1 = 0{,}11$ kg Gesucht: q

$m_2 = 0{,}4$ kg

$c_2 = 1$ kcal/kg grd (Wasser)

$t_1 = 0$ °C

$t_2 = 50$ °C

$t_m = 22$ °C

Es gilt

$$Q_1 = Q_2 = Q_1' + Q_1''$$

$$c_2\,m_2\,(t_2 - t_m) = m_1\,q + c_2\,m_1\,(t_m - t_1)$$

$$q = \frac{1}{m_1}\,c_2\,[m_2\,(t_2 - t_m) - m_1\,(t_m - t_1)]$$

$$q = \frac{1}{0{,}11\text{ kg}} \cdot 1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}\,[0{,}4\text{ kg} \cdot 28\text{ grd} - 0{,}11\text{ kg} \cdot 22\text{ grd}]$$

$$\underline{\underline{q = 80\text{ kcal/kg}}}$$

Wir wollen die Änderungen des Aggregatzustandes auch kurz vom Standpunkt der kinetischen Wärmetheorie aus betrachten, als erstes das *Schmelzen:* Durch die dem festen Körper zugeführte Energie werden dessen Moleküle zunächst zu stärkeren Schwingungen angeregt — die Temperatur steigt. Die Schwingungsenergie eines einzelnen Moleküls wird schließlich so groß, daß das Kristallgitter zerstört wird und die Moleküle sich aus ihrer Bindung lösen. Während dieses Vorganges wird die gesamte zugeführte Energie nur für die Strukturänderung benötigt. Die kinetische Energie der Moleküle ändert sich dabei nicht — die Temperatur bleibt konstant. Da der Schmelzvorgang als eine Lockerung des Molekülgefüges anzusehen ist, versteht man auch, daß sich die Stoffe in der Regel beim Schmelzen ausdehnen und beim Erstarren zusammenziehen. Das *Sieden* muß man sich so vorstellen, daß die Moleküle durch die Wärmezufuhr so große kinetische Energie erhalten, daß sie die zwischen den Flüssigkeitsmolekülen noch bestehenden Bindungskräfte überwinden und in den Raum über der Flüssigkeit als Dampf austreten.

5.3.2. Zum Schmelzen und Erstarren

Die in [5.3.1.] erläuterte charakteristische **Schmelztemperatur** zeigen nur kristallin aufgebaute reine Stoffe. Nichtkristalline Stoffe (amorphe Stoffe) haben keinen bestimmten Schmelzpunkt. Innerhalb eines für den Stoff charakteristischen Temperaturbereichs werden diese Stoffe erst zähflüssig und erweichen langsam (z. B. keramische Massen, Gläser und Fettgemische).

Für eine *Lösung* ist typisch, daß ihr Erstarrungspunkt tiefer liegt, als der des reinen Lösungsmittels. So ist Ihnen sicher bekannt, daß das salzhaltige Meerwasser erst bei etwa —2,5 °C gefriert. Die tiefste Erstarrungstemperatur, die eine Kochsalzlösung haben kann, liegt bei —21 °C. Diese Lösung besteht aus etwa 31 g Kochsalz, die in 100 g Wasser gelöst sind.

Ein Gemisch aus Eis und Kochsalz (bzw. auch anderen Salzen) wird als *Kältemischung* zur Erzeugung tiefer Temperaturen verwendet. Die zum Schmelzen des Eises und zum Lösen des Salzes benötigte Wärme wird der Mischung selbst entzogen, so daß sich diese stark abkühlt. Auch das Auftauen von Eis und Schnee durch Streuen von Salz beruht auf der Herabsetzung des Schmelzpunktes der Salz-Eis-Mischung.

Legierungen können als feste Lösungen angesehen werden. Auch sie haben im allgemeinen keinen bestimmten Schmelzpunkt, sondern ändern ihre Temperatur während der Umwandlung. Nur bei ganz bestimmter prozentualer Zusammensetzung hat auch eine Legierung einen festen Schmelzpunkt. Dieser liegt meist tiefer als die Schmelzpunkte der reinen Stoffe, aus denen die Legierung besteht. Durch geeignete Wahl der Legierungsbestandteile lassen sich Stoffe mit sehr niedrigen Schmelztemperaturen

herstellen. Als Beispiel sei das Woodsche Metall genannt, das schon bei 60 °C schmilzt. Es besteht aus 1 Teil Zinn, 2 Teilen Blei und 4 Teilen Wismut.

Die schon erwähnte *Volumenänderung* bei der Umwandlung läßt sich gut an einer Paraffinkerze beobachten. Man sieht sehr deutlich, wie sich nach dem Verlöschen der Flamme eine trichterförmige Vertiefung bildet.
Diese Tatsache spielt technisch eine große Rolle im Gießereiwesen: Gußformen müssen größere Abmessungen haben als der herzustellende Gegenstand. Wasser zeigt ein von der Regel abweichendes Verhalten: Es dehnt sich beim Gefrieren stark aus. Eis hat somit eine geringere Dichte als Wasser. Folgen dieser Erscheinung sind z. B. Frostaufbrüche der Straßendecken und das Platzen von Wasserleitungsrohren bei Frost.

Zu erwähnen ist noch, daß die Schmelztemperatur von *Druckänderungen* beeinflußt wird. Der Erstarrungspunkt des Wassers liegt z. B. um 0,0075 grd niedriger, wenn der Überdruck 1 at beträgt. Obwohl dieser Wert sehr gering erscheint, wandert z. B. infolge dieser Abhängigkeit eine mit einem schweren Körper belastete, um einen Eisblock gelegte Drahtschlinge durch den Block hindurch, ohne ihn zu zerschneiden. Die Erklärung hierfür ist: Da das Wasser beim Gefrieren sein Volumen vergrößert, muß es flüssig werden, wenn man sein Volumen durch Druck gewaltsam verkleinert. Das Eis weicht, wie man sagt, dem ausgeübten Zwang — also dem Druck — aus und wird flüssig. Das entstehende Schmelzwasser quillt aus der Druckstelle heraus und erstarrt sofort wieder, da es dem Druck nicht mehr ausgesetzt ist. Darum also sinkt die belastete Drahtschlinge durch den Eisblock ohne ihn zu zerschneiden.

Schließlich sei noch auf die hohe *Schmelzwärme von Eis* hingewiesen: Um 1 kg Eis zu schmelzen, wird eine Wärmemenge von 79,7 kcal benötigt. Eis ist somit ein vorzüglicher „Kälte"speicher.

5.3.3. Zum Verdampfen und Kondensieren

In [5.3.1.] beschränkten wir uns bei der Erläuterung des Übergangs vom flüssigen in den gasförmigen Zustand auf den Vorgang des Siedens einer Flüssigkeit. Doch kann eine Flüssigkeit auch schon *vor* Erreichen der Siedetemperatur in den Gaszustand übergehen. Wir bezeichnen diesen Übergang als *Verdunsten*. Beim Verdunsten spielt sich der Übergang nur an der Oberfläche der Flüssigkeit ab, während sich beim Sieden auch im Innern der Flüssigkeit Dampf bildet. Für beide Vorgänge gilt aber die gleiche spezifische Verdampfungswärme. Beim Verdunsten einer Flüssigkeit ist oft keine Wärmezufuhr von außen vorhanden. Die Verdampfungswärme wird dann der Flüssigkeit selbst entnommen, und diese kühlt sich ab. Wir sprechen von *Verdunstungskälte*. Diese ist besonders gut beim Verdunsten von Äther zu beobachten. Durch sie ist auch zu erklären, weshalb man bei Verlassen eines Bades, zumal bei Wind, besonders leicht friert.

Molekularkinetisch ist das Verdunsten so zu deuten, daß die energiereichsten Moleküle die Flüssigkeitsoberfläche verlassen. Die Flüssigkeit verarmt somit an schnellen Molekülen, d. h., sie wird kühler.

Auch bei festen Körpern ist der Verdunstungsvorgang zu beobachten. Ebenso wie bei den Flüssigkeiten können auch hier Moleküle mit sehr hoher kinetischer Energie den Molekülverband verlassen. Dieses Verdunsten eines festen Körpers nennt man *Sublimieren*. Beispiele hierfür sind das Verdunsten von Kampfer oder Schnee.

Wie Sie der Tafel 10 (Anhang) entnehmen können, beträgt die spezifische *Verdampfungswärme von Wasser* bei einem Druck von 760 Torr 538,9 kcal/kg. Um 1 kg Wasser zu verdampfen, wird also mehr als das Fünffache der Wärmemenge benötigt, die zum Erwärmen des Wassers von 0 °C auf 100 °C nötig ist.

Aus der großen spezifischen Verdampfungswärme des Wassers folgt, daß Wasserdampf ein vorzüglicher Wärmespeicher ist. In der Dampfheizung wird diese Speicherwirkung ausgenutzt. Durch Kondensation des Dampfes in den Rippen der Heizkörper wird die Wärme abgegeben, die vorher im Dampfkessel zum Verdampfen des Wassers zugeführt wurde.

Wie dieses Beispiel zeigt, lassen sich infolge der hohen spezifischen Verdampfungswärme von Wasser mit verhältnismäßig geringen Dampfmengen große Energien übertragen.

Der Übergang aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand, d. h. die Auflösung des Molekülgefüges der Flüssigkeit, ist mit einer *Volumenvergrößerung* verbunden. Diese Volumenvergrößerung ist viel größer als die beim Übergang aus dem festen in den flüssigen Zustand. Zum Beispiel erfährt 1 cm^3 Wasser von 100 °C beim Verdampfen bei konstantem Druck von 760 Torr eine Volumenzunahme auf rund 1600 cm^3.

Ebenso wie der Schmelzpunkt ist auch der Siedepunkt *druckabhängig*, und zwar in viel stärkerem Maße als der Schmelzpunkt.

Der Siedepunkt steigt bzw. fällt mit dem Druck, unter welchem die Flüssigkeit steht.

Der Siedepunkt des Wassers beträgt bekanntlich 100 °C. Doch gilt dies nur bei einem Druck von 760 Torr, dem normalen Luftdruck. Läßt man Wasser im geschlossenen Gefäß verdampfen, so wird der Druck durch die Dampfbildung erhöht. So lassen sich Siedetemperaturen bis über 300 °C erreichen (360 °C bei 202 at). Dies ist für die technische Dampferzeugung von großer Bedeutung. Als weiteres Beispiel sei auch an den bekannten Schnellkochtopf erinnert.

Eine bekannte Anwendung der *Siedepunktserniedrigung* sind die Kältemaschinen (Kühlschränke), deren Aufbau im Prinzip in Bild 12 dargestellt ist. Eine bei niedriger Temperatur siedende Flüssigkeit, z. B. Am-

moniak oder Schwefeldioxid, wird in einer mit Kühlrippen versehenen Rohrschlange R durch Absaugen des entwickelten Dampfes zum Verdampfen gebracht. Die nötige Verdampfungswärme wird im Kühlraum der Umgebung entzogen, so daß dort die Temperatur sinkt. Das Absaugen des Dampfes aus den Kühlschlangen (Wärmetauscher) erfolgt durch den Kompressor K, d. h. einen Druckerzeuger, der die angesaugten Dämpfe verdichtet und dem Verflüssiger V zuleitet. Der Dampf wird so hoch verdichtet, daß sich seine Temperatur über die des Zimmers erhöht, so daß er die aus dem Kühlraum bei tiefer Temperatur aufgenommene Wärme im Luftkühler nach außen abgeben kann. Der Dampf kondensiert, wird im Behälter B gesammelt und dem Verdampfer R erneut zugeführt.

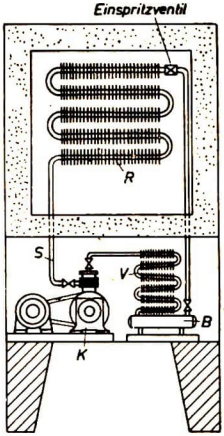


Bild 12: Schnitt durch einen Kühlschrank (Prinzipskizze)

Übungen

20. Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 5 kg Eis von −12 °C in Dampf von 100 °C überzuführen? Der Druck beträgt 760 Torr.

21. 1 kg Eis von −15 °C wird mit 8 kg Wasser von 75 °C gemischt. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein?

22. In einem Dampfheizungskörper bilden sich aus Dampf von 100 °C stündlich 3 l Wasser, das mit 70 °C dem Kessel der Zentralheizung wieder zufließt. Welche Wärmemenge wird dabei abgegeben?

23. Mit einem Tauchsieder der Wärmeleistung 15 kcal/min soll 1 l Wasser von 12 °C zum Kochen gebracht werden.
    1. Wie lange dauert es, bis das Wasser kocht, wenn im Durchschnitt 10 % der erzeugten Wärme durch Wärmestrahlung und Wärmeleitung direkt an die Umgebung abgegeben werden?
    2. Wie lange dauert es, vom Augenblick des Kochens an, bis die Hälfte des Wassers verdampft ist?
    3. Welche elektrische Leistung in Watt hat der Tauchsieder?

24. Mit einer Kochplatte, die eine Wärmeleistung von 12 kcal/min hat, soll destilliertes Wasser hergestellt werden. Wieviel destilliertes Wasser

kann in einer Stunde gewonnen werden, wenn die Wärmeenergie voll ausgenutzt wird und

1. Wasser von 100 °C,
2. Wasser von 20 °C zur Verfügung steht;
3. wenn im Fall 2. der Wirkungsgrad 80 % beträgt?

5.4. Ausdehnung fester und flüssiger Körper

Eine Ausdehnung infolge Wärmezufuhr ist bei den Körpern sowohl bei einer Änderung ihres Aggregatzustandes zu beobachten als auch dann, wenn der Aggregatzustand unverändert bleibt und sich die Wärmezufuhr in einer Temperaturerhöhung der Körper äußert. Beispiele für die zuerst genannte Art der Wärmeausdehnung haben Sie bereits in [5.3.] kennengelernt. Wir wollen uns nun mit dem Zusammenhang befassen, der zwischen der Temperaturänderung eines festen bzw. flüssigen Körpers und der Veränderung seiner Abmessungen (Länge bzw. Volumen) besteht.

5.4.1. Längenausdehnung fester Körper

Feste Körper dehnen sich bei Temperaturerhöhung in der Regel nach allen Seiten aus. Bei sehr langen Körpern macht sich diese Ausdehnung vor allem in der Längsrichtung bemerkbar. Wir bezeichnen die Ausdehnung in nur einer Richtung als *lineare* Ausdehnung oder **Längenausdehnung.**

Wenn der Körper an der Ausdehnung gehindert wird, treten große **Kräfte** auf. Deshalb erhalten z. B. Dampfleitungen Ausgleichsbögen (Kompensationsbögen), im Sommer verlegte Freileitungen müssen einen gewissen Durchhang haben, Betonbauten, Autobahnen erhalten Ausdehnungsfugen (Dilatationsfugen), Brückenträger müssen ein bewegliches Auflager haben — alles Vorkehrungen, die getroffen werden, um schädliche Auswirkungen der Ausdehnung bei Erwärmung oder des Zusammenziehens bei Abkühlung zu vermeiden.

Mit einem Versuch nach Bild 13 stellen wir fest, daß die Längenänderung $\Delta l = l_2 - l_1$ der *Ausgangslänge* l_1 und der *Temperaturdifferenz* $\Delta t = t_2 - t_1$ proportional ist:

$$\Delta l \sim l_1 \, \Delta t.$$

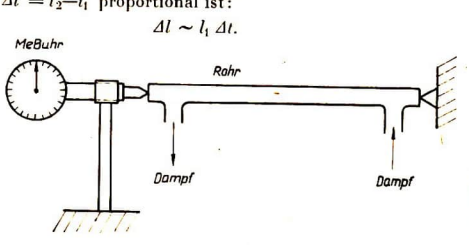


Bild 13: Prinzipskizze zur Messung der Längenausdehnung bei Erwärmung

Untersuchen wir Rohre aus unterschiedlichem Material aber von gleicher Länge, so zeigt sich, daß deren Längenänderung bei gleicher Temperaturänderung verschieden groß ist. Die Längenänderung ist also auch vom Material abhängig. Wir berücksichtigen das, indem wir einen Materialwert, der *linearer Ausdehnungskoeffizient* α genannt wird, als Proportionalitätsfaktor einführen. Dann können wir die obige Proportionalität in eine Gleichung umwandeln:

Längenänderung bei Temperaturänderung

$$\Delta l = \alpha\, l_1\, \Delta t \tag{14}$$

Aus (14) folgt:

linearer Ausdehnungskoeffizient

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_1 \Delta t}$$

$$[\alpha] = \frac{[\Delta l]}{[l_1]\,[\Delta t]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m\,grd}} = \mathrm{grd}^{-1}$$

In Tafel 11 (Anhang) ist der lineare Ausdehnungskoeffizient für einige Stoffe angegeben.

Zu beachten ist, daß der lineare Ausdehnungskoeffizient von der Temperatur abhängig ist. Die in Tafel 11 aufgeführten Werte sind Mittelwerte und gelten nur für den angegebenen Temperaturbereich.

Will man die Länge l_2, die der Körper nach erfolgter Ausdehnung hat, berechnen, so ist in (14) $\Delta l = l_2 - l_1$ zu setzen. Dann folgt

Endlänge bei Temperaturänderung

$$l_2 = l_1\,(1 + \alpha\, \Delta t) \tag{14'}$$

Will man zwei Stoffe fest miteinander verbinden, so daß sie sich auch bei stärkerer Erwärmung nicht lockern, z. B. Stahl und Beton (Stahlbeton) oder Metall und Glas (Glühlampen), dann müssen die linearen Ausdehnungskoeffizienten beider Stoffe möglichst gleich groß sein. Wie Sie aus der Tafel 11 entnehmen, ist dies bei Beton und Stahl der Fall, auch bei Platin und Glas. Da Platin sehr teuer ist, werden in der Glühlampenindustrie Zuleitungsdrähte aus anderem Metall benutzt; dies war aber erst möglich, nachdem die Herstellung von Glassorten mit geeignetem Ausdehnungskoeffizienten gelungen war.

Die Wärmeausdehnung spielt auch bei der Herstellung kraftschlüssiger Verbindungen eine Rolle. Ein bekanntes Beispiel ist das Aufziehen der Stahlkränze auf die Laufräder der Schienenfahrzeuge. Das Schrumpfen ist auch beim Gießen von Gußeisen und Stahlguß zu berücksichtigen. Während des Erstarrens und Abkühlens der Gußstücke auf Zimmertemperatur „schwindet" das Gußeisen um 1%, Aluminiumlegierungen

um 1,25% und Stahlguß sogar um 2% in jeder Richtung. Die Gußformen müssen um diesen Prozentsatz größer sein als die zu gießenden Werkstücke.

Beispiel 14:

Der Kupferdraht einer elektrischen Freileitung hat bei −30 °C eine Länge von 50 m. Wie groß ist die Längenänderung des Drahtes, wenn man die Temperaturschwankungen im Jahr zwischen +40 °C und −30 °C annimmt?

Lösung:

Gegeben: $t_1 = -30\ °C$ Gesucht: Δl

$t_2 = +40\ °C$

$l_1 = 50\ m$

$\alpha = 14{,}5 \cdot 10^{-6}\ grd^{-1}$

Nach (14) ist

$$\Delta l = \alpha\, l_1\, \Delta t$$

$$\Delta l = 14{,}5 \cdot 10^{-6}\ grd^{-1} \cdot 50\ m \cdot 70\ grd$$

$$\underline{\underline{\Delta l = 5{,}07 \cdot 10^{-2}\ m \approx 5{,}1\ cm}}$$

5.4.2. Volumenausdehnung fester Körper

Grundsätzlich dehnt sich jeder Körper bei Temperaturzunahme nach allen Richtungen aus. Zur Herleitung einer Gleichung für die Volumenänderung gehen wir von der Ausdehnung eines Quaders aus, dessen Seiten a_1, b_1, c_1 nach der Temperaturerhöhung die Längen

$$a_2 = a_1\,(1 + \alpha\,\Delta t)$$
$$b_2 = b_1\,(1 + \alpha\,\Delta t)$$
$$c_2 = c_1\,(1 + \alpha\,\Delta t)$$

haben (Bild 14).

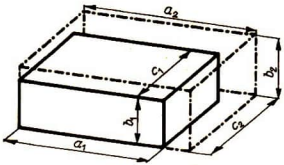


Bild 14: Zur Volumenausdehnung fester Körper bei Erwärmung

Berechnet man aus a_2, b_2, c_2 das Endvolumen V_2, so erhält man, wenn man Glieder mit α^2 und α^3 als sehr kleine Größen vernachlässigt,

$$V_2 = V_1\,(1 + 3\,\alpha\,\Delta t)$$

Man bezeichnet

$$3\,\alpha = \gamma \tag{15}$$

als *kubischen Ausdehnungskoeffizienten.* Aus (15) folgt:

Endvolumen bei Temperaturänderung

$$V_2 = V_1\,(1 + \gamma\,\Delta t) \tag{16'}$$

und

Volumenänderung bei Temperaturänderung

$$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t \tag{16}$$

Von praktischer Bedeutung ist insbesondere die Volumenänderung von Behältern. Deren Fassungsvermögen wird bei Temperaturerhöhung größer und zwar gilt:

Hohlkörper dehnen sich in gleicher Weise aus wie massive Körper aus gleichem Material.

Die Berechnung erfolgt also nach den Gleichungen (16) bzw. (16').

Beispiel 15:

Ein Behälter aus Stahl für Heizöl hat bei 10 °C ein Volumen von 3,5 m³. Wie groß ist die Volumenzunahme des Behälters bei einer Temperaturzunahme von 60 grd?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 3{,}5\ \mathrm{m}^3$ Gesucht: ΔV

$\Delta t = 60\ \mathrm{grd}$

$\gamma = 3\alpha = 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1} = 36 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1}$

Nach (16') erhält man

$$\Delta V = V_1 \gamma \Delta t = 3{,}5\ \mathrm{m}^3 \cdot 36 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1} \cdot 60\ \mathrm{grd}$$

$$\underline{\underline{\Delta V = 0{,}0076\ \mathrm{m}^3}}$$

5.4.3. Volumenausdehnung von Flüssigkeiten

Für die Volumenänderung der Flüssigkeiten gelten ebenfalls die Gleichungen (16) und (16').

Die Ausdehnungskoeffizienten wichtiger Flüssigkeiten sind in Tafel 12 (s. Anhang) enthalten. Vergleicht man die γ-Werte der Flüssigkeiten mit denen der festen Körper, so stellt man fest, daß sich die Flüssigkeiten etwa 10 bis 100 mal so stark ausdehnen wie feste Körper. Der große Unterschied zwischen den Ausdehnungskoeffizienten fester Körper und denen der Flüssigkeiten ist besonders bei der Aufbewahrung von Flüssigkeiten in geschlossenen Behältern zu berücksichtigen. Da sich die Flüssigkeiten bei Erwärmung stärker ausdehnen als die Behälter, dürfen letztere nicht völlig mit Flüssigkeit gefüllt werden, sondern nur soweit, daß auch die Volumenzunahme der Flüssigkeit noch aufgenommen werden kann.

Die im Vergleich mit dem Behälter beobachtete Ausdehnung ist nicht die wahre Ausdehnung der Flüssigkeit, sondern ihre sogenannte *scheinbare Ausdehnung*, denn auch das Gefäß dehnt sich aus. Daraus folgt:

$$\Delta V_{sch} = \Delta V_{Fl} - \Delta V_G$$

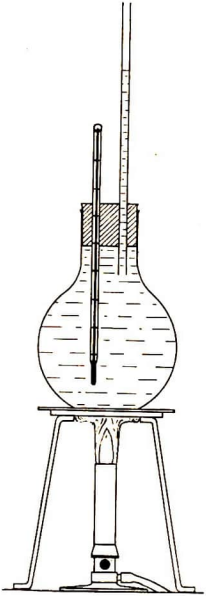


Bild 15: Zur Volumenausdehnung von Flüssigkeiten bei Erwärmung

Die scheinbare Ausdehnung ΔV_{sch} ist gleich der Differenz aus der wahren Ausdehnung der Flüssigkeit ΔV_{Fl} und der Ausdehnung des Gefäßes ΔV_G.

Bei dem im Bild 15 gezeigten Versuch wird also die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit gemessen.

5.4.4. Dichteänderung bei Temperaturänderung

Bei der Temperaturänderung eines Körpers bleibt die Masse des Körpers unverändert. Das Volumen wird jedoch, wie die vorangegangenen Abschnitte gezeigt haben, mit steigender Temperatur größer. Da die Dichte ϱ nach der Gleichung

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

dem Volumen umgekehrt proportional ist, ist eine Temperaturerhöhung mit einer Verringerung der Dichte verbunden.

Mit steigender Temperatur nimmt die Dichte eines Körpers ab.

Ein Körper der Masse m hat bei der Temperatur t_1 das Volumen V_1 und die Dichte $\varrho_1 = m/V_1$, bei der Temperatur t_2 ist sein Volumen V_2 und die Dichte $\varrho_2 = m/V_2$. Mit $V_2 = V_1(1+\gamma\Delta t)$ folgt

$$\varrho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{V_1(1+\gamma\Delta t)}$$

und somit für die

Temperaturabhängigkeit der Dichte

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{1+\gamma\Delta t} \qquad (17)$$

Beispiel 16:

Eisen hat bei 20 °C eine Dichte von 7,86 g/cm³. Wie groß ist die Dichte bei 100 °C?

Lösung:

Gegeben: $\varrho_1 = 7{,}86\ \mathrm{g/cm^3}$ Gesucht: ϱ_2

$\Delta t = 80\ \mathrm{grd}$

$\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd^{-1}}$ (nach Tafel 11)

Nach (15) und (17) ist

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{1 + 3\,\alpha\,\Delta t}$$

$$\varrho_2 = \frac{7{,}86\ \mathrm{g\,cm^{-3}}}{1 + 36 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd^{-1}} \cdot 80\ \mathrm{grd}} = \underline{\underline{7{,}837\ \mathrm{g/cm^3}}}$$

Wir stellen fest, daß die Temperaturänderung die Dichte fester Körper nur wenig beeinflußt.

Auch die Dichte der Flüssigkeiten ist temperaturabhängig. Eine Temperaturerhöhung ist auch hier mit einer Dichteabnahme verbunden, die man ebenfalls nach (17) berechnet.

Eine **Ausnahme** macht das **Wasser** im Temperaturbereich zwischen 0 °C und 4 °C. Sie wissen, daß eine ruhende Wassermenge von der Oberfläche her gefriert. Eigentlich ist dies nicht zu erwarten. Wenn die Dichte nämlich mit abnehmender Temperatur größer würde, dann müßte das Wasser von 0 °C nach unten sinken und dort gefrieren. Man hat festgestellt, daß sich Wasser bei Erwärmung von 0 °C auf 4 °C nicht ausdehnt. Sein Volumen wird vielmehr geringer, seine Dichte daher größer.

Wasser hat bei 4 °C seine größte Dichte.

Die Abhängigkeit der Dichte des Wassers von der Temperatur ist im Diagramm (Bild 16) veranschaulicht.

Die *Anomalie* (Regelwidrigkeit) des Wassers ist in der Natur von größter Bedeutung. Gefriert im Winter ein Gewässer zu, so bildet sich zuerst auf der Oberfläche eine Eisdecke; denn das wärmere Wasser sinkt zu Boden, weil es dichter ist. Für das Leben der Tiere und Pflanzen im Wasser ist das sehr wichtig.

Gefriert das Wasser zu Eis, so vergrößert sich sein Volumen um $^1/_{11}$. Das hat zur Folge, daß bei eingeschlossenen gefrierenden Wassermengen große Drücke auftreten.

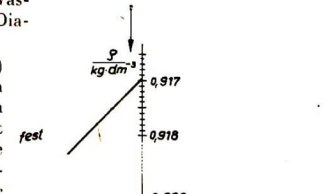


Bild 16: Dichte von Wasser als Funktion der Temperatur

Hierzu einige Beispiele: Ein Reagenzglas, das Sie ganz mit Wasser füllen, verschließen und in eine Kältemischung legen, platzt, sobald das Wasser gefriert. Auch der Vorgang der Verwitterung des Gesteins wird dadurch begünstigt, daß das eingedrungene Wasser in den Felsspalten im Winter gefriert und dadurch das Gestein gesprengt wird.

Zusammenfassung

In der Wärmelehre wird der Energieerhaltungssatz als 1. Hauptsatz bezeichnet und wie folgt formuliert:

Die einem System zugeführte Wärmemenge ist gleich der Summe aus der Zunahme der inneren Energie des Systems und der vom System verrichteten äußeren Arbeit. Als Gleichung: $Q = \Delta U + W$.

Eine Änderung der inneren Energie eines Systems ist stets mit einer Zustandsänderung verbunden.

Eine Zustandsänderung im engeren Sinn äußert sich im allgemeinen Fall in einer Änderung der thermischen Zustandsgrößen (Volumen, Temperatur, Druck), im weiteren Sinne auch in einer Aggregatzustandsänderung des Systems.

Bei Aggregatzustandsänderungen unterscheiden sich die Stoffe durch ihre Umwandlungstemperaturen (Schmelzpunkt und Siedepunkt; beide druckabhängig) sowie ihre spezifischen Umwandlungswärmen (spez. Schmelzwärme und spez. Verdampfungswärme).

In der Technik hat die Temperaturabhängigkeit der Länge fester Körper bzw. des Volumens von Flüssigkeiten große Bedeutung. Länge- und Volumenänderung lassen sich bei Kenntnis des jeweiligen Ausdehnungskoeffizienten (Stoffkonstante) und der Temperaturänderung berechnen.

Übungen

25. Eine Eisenbahnschiene hat bei 0 °C eine Länge von 40 m. Um wieviel dehnt sie sich bei Erwärmung auf 35 °C aus, und um wieviel zieht sie sich bei einer Abkühlung auf −20 °C zusammen? Wie groß kann ihr Längenunterschied werden, wenn man annimmt, daß die Außentemperaturen in den Grenzen zwischen +40 °C und −20 °C liegen?

26. Ein 5 l fassendes Glasgefäß wird bei 20 °C bis zum Rande mit Wasser gefüllt. Wieviel Wasser fließt bei Erwärmung auf 90 °C aus, wenn die Ausdehnung des Gefäßes
    1. vernachlässigt,
    2. berücksichtigt wird?

    $\gamma_{H_2O} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{grd}^{-1}$, $\gamma_{Glas} = 30 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1}$

27. Wie groß ist die Dichte von Gußstahl bei 20 °C, wenn diese bei 1200 °C 7,3 g/cm³ beträgt?

5.5. Zustandsänderungen von Gasen

5.5.1. Das ideale Gas

In [5.4.] befaßten wir uns mit der Ausdehnung von festen Körpern und Flüssigkeiten. Für diese Körper ist charakteristisch, daß ihr Volumen in erster Linie von der Temperatur bestimmt ist. Den Einfluß des Drucks konnten wir vernachlässigen, da er sich nur bei sehr großen Druckunterschieden stärker auswirkt. Bei Gasen ist diese Vernachlässigung nicht mehr möglich; ihr Volumen wird sowohl von der Temperatur als auch vom Druck stark beeinflußt. Auf Grund dieser Eigenschaft eignen sich die Zustandsänderungen der Gase besonders gut für die Umwandlung von Wärme in nutzbare mechanische Energie.

Die Untersuchung des gasförmigen Zustands der Körper hat ergeben, daß sich die gasförmige Phase in ihrem physikalischen Verhalten mit steigender Temperatur verändert. Es ist deshalb zweckmäßig, bestimmte Zustände durch besondere Begriffe zu kennzeichnen. Schon im allgemeinen Sprachgebrauch unterscheidet man Dämpfe und Gase. Doch deckt sich diese Einteilung nicht in jeder Hinsicht mit der in der Physik üblichen, die in der Übersicht auf S. 16 des Anhangs angegeben ist.

Aus dieser Übersicht geht hervor, daß sich alle Gase bei Temperaturen unmittelbar oberhalb des Siedepunktes im Dampfzustand befinden und sich mit zunehmender Temperatur über die Zwischenstufe des „realen" Gases dem Zustand des sogenannten „idealen" Gases nähern. Wie in der Übersicht vermerkt, gibt es dieses ideale Gas in Wirklichkeit nicht. Trotzdem spielt es in der Thermodynamik eine hervorragende Rolle. Eine ganze Reihe technisch wichtiger Gase wie z. B. Sauerstoff, Wasserstoff, Edelgase und auch stark überhitzter Wasserdampf verhalten sich nämlich praktisch so wie das ideale Gas, d. h., die Abweichungen sind so geringfügig, daß sie fast immer vernachlässigt werden können. Wir sagen deshalb: Diese Gase sind „quasiideale" Gase; mitunter bezeichnet man sie in der Literatur auch als ideale Gase schlechthin. Wir wollen nun zunächst untersuchen, wie sich das ideale Gas von einem wirklichen, einem realen Gas unterscheidet.

Das Verhalten eines **realen Gases** ist weitgehend durch die Eigenschaften der Moleküle des betreffenden Gases bestimmt. Es sind vor allem zwei Faktoren, die sich bemerkbar machen. Zum ersten das Volumen der Moleküle. Das Volumen einer Gasmenge ist ja nicht, wie dies bei festen Körpern und Flüssigkeiten ziemlich genau der Fall ist, die Summe der Volumina der einzelnen Moleküle; das Volumen der Gasmenge ist vielmehr das Volumen des Behälters, in welchem die Gasmenge eingeschlossen ist. Dieses Behältervolumen steht jedem Molekül dieser Gasmenge für seine Bewegung zur Verfügung. Durch das Eigenvolumen der Moleküle in der Gesamtheit wird dieses Volumen aber eingeschränkt, und zwar um so mehr, je mehr

Moleküle in einem vorgegebenen Volumen enthalten sind. Zum zweiten spielen die Kräfte, die die Moleküle gegenseitig aufeinander ausüben, eine Rolle.

Beim **idealen Gas** nimmt man nun an, daß die eben genannten Abhängigkeiten nicht bestehen.

Man setzt fest:

1. Die Moleküle des idealen Gases haben **kein Eigenvolumen**
2. Die Moleküle des idealen Gases üben **keine Anziehungskräfte** aufeinander aus.

Aus der zuletztgenannten Definition ergibt sich eine weitere wichtige Eigenschaft des idealen Gases. Da keine Kräfte zwischen den Molekülen wirken, kann die innere Energie des idealen Gases keinen Anteil an potentieller Energie besitzen. Die innere Energie des idealen Gases kann somit nur Bewegungsenergie sein. Das bedeutet aber, daß die innere Energie des idealen Gases allein von der Temperatur der Gasmenge abhängt.

Die innere Energie einer Menge des idealen Gases ist eine eindeutige Funktion allein der Temperatur der Gasmenge. Sie hängt also nicht von Druck und Volumen der Gasmenge ab.

Von GAY-LUSSAC[7] angestellte Versuche mit quasiidealen Gasen bestätigen diese hier von der kinetischen Wärmetheorie hergeleitete Tatsache. Als Folge dieser Tatsache ergibt sich für die

Änderung der inneren Energie des idealen Gases

$$\Delta U = c_v \, m \, \Delta T \tag{18}$$

Diese Beziehung folgt aus Gleichung (3) und der Unabhängigkeit der inneren Energie vom Volumen.

Setzt man weiterhin fest, daß die innere Energie eines Gases am absoluten Nullpunkt Null ist, so erhält man

Innere Energie des idealen Gases

$$U = c_v \, m T \tag{18'}$$

Zum Schluß sei noch die berechtigte Frage beantwortet, weshalb man das ideale Gas, also ein in Wirklichkeit gar nicht existierendes „Modellgas", überhaupt einführt. Dazu ist zu sagen, daß in der Physik häufig vom Idealfall ausgegangen wird und im speziellen Fall untersucht wird, wie weit sich dieser vom Idealfall unterscheidet. Oft können die für den Idealfall gültigen, verhältnismäßig einfachen Beziehungen und Gesetze auf den speziellen Fall angewandt werden, ohne daß sich merkliche Fehler ergeben. So ist es auch hier: Für die Zustandsänderungen der idealen Gase lassen

[7] GAY-LUSSAC, 1778—1850, französischer Chemiker und Physiker

sich, wie in den folgenden Kapiteln gezeigt wird, sehr einfache Gleichungen angeben. Diese sind auch immer für den quasiidealen Gaszustand gültig, und gerade dieser spielt in der Technik eine große Rolle.

5.5.2. Zustandsänderungen des idealen Gases

Der erste Hauptsatz soll nun auf nachstehende Zustandsänderungen des idealen Gases angewendet werden:

1. **Isobare** Zustandsänderung (Zustandsänderung bei **konstantem Druck**)
2. **Isochore** Zustandsänderung (Zustandsänderung bei **konstantem Volumen**)
3. **Isotherme** Zustandsänderung (Zustandsänderung bei **konstanter Temperatur**)
4. **Adiabatische** Zustandsänderung (Zustandsänderung **ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung**)
5. **Polytrope** Zustandsänderung (Zustandsänderung unter **unvollständigem Wärmeaustausch** mit der Umgebung)

Dabei wird auch die *Zustandsgleichung des idealen Gases* hergeleitet, die in der gesamten Thermodynamik eine zentrale Rolle spielt.

Zunächst bringen wir den **ersten Hauptsatz** auf eine Form, die für die weiteren Betrachtungen besonders vorteilhaft ist. In der Gleichung (12) $Q = \Delta U + W$ bedeutete W eine Arbeit beliebiger Art. Bei den nun folgenden Darlegungen kann diese Arbeit aber nur *mechanische Arbeit* sein, denn es handelt sich ja immer um die Ausdehnung bzw. Kompression eines Gases. Aus einem Versuch, wie er in Bild 4 dargestellt ist, erkennen wir, daß für die Energie bei der Ausdehnung einer Gasmenge gilt:

$$W = F\,\Delta s = \frac{F}{A}\,A\,\Delta s$$

F/A ist der Druck p, unter dem die Gasmenge steht, und $A\,\Delta s$ ist ihre Volumenänderung ΔV. Solange Δs eine sehr kleine Größe ist, können wir den Druck p als konstant annehmen und die vom Gas verrichtete mechanische Arbeit nach der Gleichung $W = p\,\Delta V$ berechnen. Für größere Volumenänderungen ist p aber im allgemeinen *nicht* konstant. Dann können wir, solange wir die Integralrechnung nicht beherrschen, nur so vorgehen, daß wir uns eine größere Änderung als aus vielen kleinen Änderungen bestehend vorstellen und, um die Gesamtarbeit zu erhalten, die Summe der Einzelarbeiten ΔW bilden. So erhalten wir

Ausdehnungsarbeit des idealen Gases

$$W = \Sigma\,\Delta W = \Sigma\,p\,\Delta V \qquad (19)$$

Das setzen wir in Gleichung (12) ein. Es folgt:

1. Hauptsatz bei Zustandsänderung des idealen Gases

$$\boxed{Q = \Delta U + \Sigma\, p\, \Delta V} \tag{20}$$

Für die Anwendung dieser Gleichung wollen Sie sich folgende **Vorzeichenregeln** fest einprägen:

Wärmeenergie:

zugeführte Wärme: Q positiv
abgegebene Wärme: Q negativ

Änderung der inneren Energie:

Zunahme der inneren Energie ($T_2 > T_1$): ΔU positiv
Abnahme der inneren Energie ($T_2 < T_1$): ΔU negativ

Mechanische Arbeit:

Gas erhält Arbeit zugeführt: $\Sigma\, p\, \Delta V$ negativ
Gas verrichtet Arbeit: $\Sigma\, p\, \Delta V$ positiv

5.5.2.1. Isobare Zustandsänderung. GAY-LUSSACsches Volumengesetz

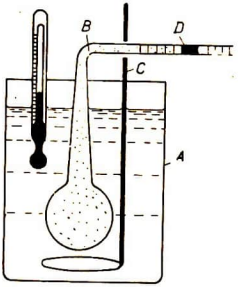


Bild 17: Zur Volumenänderung eines Gases bei Temperaturänderung. (C ist ein Rührer)

Betrachten wir eine Gasmenge, die in einem Gefäß B eingeschlossen ist (Bild 17). Ein Flüssigkeitstropfen D sorgt dafür, daß das Gas nicht entweichen kann. Füllt man in das Gefäß A ein Eis-Wasser-Gemisch, so kühlt sich das eingeschlossene Gas auf 0 °C ab. Infolge der Abkühlung wird der Druck im Gefäß vermindert. Der Tropfen D wird durch den äußeren Luftdruck nach links bewegt bis der Druck des Gases im Gefäß B wieder genau so groß ist wie der äußere Luftdruck. Das Volumen, welches das Gas jetzt einnimmt, wird mit V_0 bezeichnet. Führt man dem Gefäß A Wärme zu, so schmilzt zunächst das Eis und daran anschließend steigt die Temperatur im Gefäß A und somit auch im Gefäß B. Die Gasmenge dehnt sich aus und bewegt den Flüssigkeitstropfen gegen den äußeren Luftdruck solange nach rechts, bis die Wärmezufuhr aussetzt. Das Volumen ist also eine Funktion der Temperatur. Für eine derartige **isobare Zustandsänderung**, bei der also der Druck konstant bleibt, gilt wie bei festen Körpern Gleichung (16'):

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta t)$$

Anstelle des Volumes V_1 tritt aber hier gemäß unserem Versuch das Volumen V_0 der Gasmenge bei 0 °C. Da wir die Temperatur von 0 °C auf den Wert t erhöhen, können wir Δt durch t ersetzen. Das Volumen bei der Temperatur t wollen wir mit V_t bezeichnen. Wir erhalten somit:

GAY-LUSSACsches Volumengesetz (Form 1)

$$V_t = V_0 (1 + \gamma t) \qquad \text{für } p = \text{const.} \tag{21}$$

Da die Größen V_0, V_t und t nach dem beschriebenen Versuch bestimmt werden können, kann man den **isobaren Ausdehnungskoeffizienten** γ messen. Führt man den in Bild 17 beschriebenen Versuch mit verschiedenen quasiidealen Gasen aus, so zeigt sich, daß γ für alle diese Gase nahezu den gleichen Wert hat. Es gilt

Ausdehnungskoeffizient der quasiidealen Gase

$$\gamma = \frac{1}{273\,\text{grd}}$$

Das Volumen einer beliebigen abgeschlossenen Menge eines quasiidealen Gases vergrößert sich bei konstantem Druck für jeden Grad Temperaturerhöhung um etwa 1/273 des Volumens bei 0 °C.

Für das ideale Gas ist der genaue Wert des Ausdehnungskoeffizienten

$$\gamma = \frac{1}{273{,}15\,\text{grd}}$$

Auf dieser Größe beruht die Festlegung der in [2.1.] erläuterten Kelvinskale zur Temperaturmessung. Bestimmt man nämlich nach (21) das Volumen einer Gasmenge für die Temperatur —273,15 °C so erhält man $V_t = 0$. Das heißt aber: Der Nullpunkt der Kelvinskale ist so festgelegt, daß bei ihm das Volumen des idealen Gases verschwindet.

Das Verhalten der realen Gase weicht insofern ab, als erstens alle Gase bereits vor Erreichen des absoluten Nullpunktes flüssig werden, und zweitens bleibt zumindest das Eigenvolumen der Moleküle erhalten. Gleichung (21) darf man deshalb nur für Temperaturen anwenden, die weit oberhalb des Verflüssigungspunktes des betreffenden Gases liegen.

Gleichung (21) läßt sich vereinfachen, indem man die Kelvintemperatur einführt und mit dem γ-Wert des idealen Gases rechnet.

Für eine Temperatur t_1 gilt:

$$V_1 = V_0\left(1 + \frac{t_1}{273{,}15\,\text{grd}}\right) = V_0\left(\frac{273{,}15\,\text{grd} + t_1}{273{,}15\,\text{grd}}\right)$$

Mit (1) folgt

$$V_1 = V_0 \frac{T_1}{273{,}15\,\text{grd}}$$

Für das Volumen nach der Erwärmung auf die Temperatur T_2 gilt:

$$V_2 = V_0 \frac{T_2}{273{,}15\,\text{grd}}$$

Dividiert man die beiden Gleichungen durcheinander, so erhält man

GAY-LUSSACsches Volumengesetz (Form 2)

$$\left.\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{T_1}{T_2} \\ \frac{V}{T} &= \text{const.} \end{aligned}\right\} \quad \text{für } p = \text{const.} \qquad \begin{aligned}(22)\\(22')\end{aligned}$$

Die Volumina einer abgeschlossenen Menge des idealen Gases verhalten sich bei konstantem Druck wie die zugehörigen Kelvintemperaturen.

Bei Berechnungen wird die Gleichung (22) der Gleichung (21) stets vorgezogen, da sie in der Handhabung wesentlich einfacher ist.

Bei Zustandsänderung mit konstantem Druck ändern sich die Temperatur und das Volumen der Gasmenge. Das heißt aber:

Bei isobarer Zustandsänderung ändert sich die innere Energie der Gasmenge und außerdem wird mechanische Arbeit verrichtet.

Die Berechnung der verrichteten Arbeit nach Gleichung (19) $W = \Sigma p \Delta V$ vereinfacht sich hier, weil p eine Konstante ist. Es gilt:

Arbeit bei isobarer Zustandsänderung

$$W = p\,(V_2 - V_1) \qquad \text{für } p = \text{const.} \qquad (23)$$

Damit erhalten wir

1. Hauptsatz bei isobarer Zustandsänderung

$$Q = \Delta U + p\,(V_2 - V_1) \qquad \text{für } p = \text{const.} \qquad (24)$$

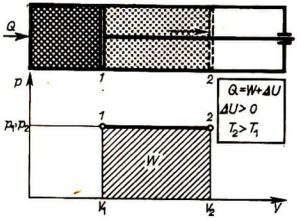


Bild 18: p,V-Diagramm bei isobarer Zustandsänderung

Besonders gut lassen sich die Zustandsänderungen der Gase in grafischen Darstellungen überblicken. Ein p,V-Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen. Für isobare Zustandsänderung ergibt sich als Kurve im p,V-Diagramm eine Parallele zur V-Achse, weil der Druck konstant ist. Auch die verrichtete Arbeit läßt sich diesem Diagramm entnehmen. Gemäß Gleichung (23) wird die Arbeit durch die in Bild 18 schraffierte Fläche dargestellt. Bei Wärmeent-

zug nimmt die Temperatur der Gasmenge ab und ihr Volumen verringert sich. Der Kolben bewegt sich im Behälter von rechts nach links. Die zur Volumenabnahme von außen aufzubringende Arbeit wird genau so berechnet, wie die vom Gas verrichtete Arbeit bei Wärmezufuhr. In diesem Fall stellt die schraffierte Fläche die zur Bewegung des Kolbens zugeführte Arbeit dar.

Beispiel 17:

Bei gleichbleibendem Druck von 1,7 at sind 2,5 m³ Luft von 10 °C auf 80 °C zu erwärmen.

a) Wie groß ist das Endvolumen?

b) Wie groß ist die vom Gas verrichtete Arbeit?

Lösung:

Gegeben: $p = 1{,}7$ at, $V_1 = 2{,}5$ m³, $T_1 = 283$ °K, $T_2 = 353$ °K

Gesucht: V_2, W

a) Nach (22) erhält man

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 2{,}5\ \text{m}^3 \cdot \frac{353\ °\text{K}}{283\ °\text{K}}$$

$$\underline{\underline{V_2 = 3{,}12\ \text{m}^3}}$$

b) Für die Arbeit erhalten wir

$$W = p\,\Delta V = p\,(V_2 - V_1)$$
$$W = 1{,}7\ \text{at}\ (3{,}12 - 2{,}5)\ \text{m}^3$$
$$W = 1{,}06\ \text{at m}^3 = 1{,}06\ \text{kp cm}^{-2}\ \text{m}^3$$
$$\underline{\underline{W = 1{,}06 \cdot 10^4\ \text{kp m}}}$$

5.5.2.2. Isochore Zustandsänderung. Gay-Lussacsches Druckgesetz

Durch Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen, also bei einer isochoren Zustandsänderung nimmt der Druck der Gasmenge zu. Wie Gay-Lussac erstmalig nachwies, gehorcht die isochore Zustandsänderung einem Gesetz, das dem für die isobare Zustandsänderung genau entspricht:

Gay-Lussacsches Druckgesetz (Form 1)

$$p_t = p_0\,(1 + \gamma t) \qquad \text{für } V = \text{const.} \qquad (25)$$

Hierin ist p_0 der Druck des Gases bei 0 °C, p_t der Druck bei der Temperatur t und γ der **isochore Druckkoeffizient.** Wie man durch Messungen festgestellt hat, besitzt auch dieser für alle quasiidealen Gase etwa den gleichen Zahlenwert: 1/273.

Der Druck einer beliebigen abgeschlossenen Menge eines quasiidealen Gases vergrößert sich bei konstantem Volumen für jeden Grad Temperaturerhöhung um etwa $^1/_{273}$ des Druckes bei 0 °C.

Der isochore Druckkoeffizient des idealen Gases stimmt also mit dem isobaren Ausdehnungskoeffizienten überein und beträgt

$$\gamma = \frac{1}{273{,}15\,\mathrm{grd}}$$

Führt man in (25) wiederum die Kelvintemperatur ein (vgl. [5.5.2.1.]), so erhält man

GAY-LUSSACsches Druckgesetz (Form 2)

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \frac{T_1}{T_2} && (26)\\ \frac{p}{T} &= \text{const.} && (26') \end{aligned}\right\} \text{ für } V = \text{const.}$$

Die Drücke einer abgeschlossenen Menge des idealen Gases verhalten sich bei konstantem Volumen wie die zugehörigen Kelvintemperaturen.

Bei Berechnungen werden wir auch hier die Gleichung (26) der Gleichung (25) vorziehen, denn bei dieser muß zur Berechnung von p_2 bei gegebenem p_1 erst auf den Druck p_0 reduziert werden, wenn dieser nicht bekannt ist.

Wir wollen die isochore Zustandsänderung ebenfalls in einem p,V-Diagramm darstellen (Bild 19).

Da sich das Volumen des Gases nicht ändert (Kolben ist fest), tritt bei einer Temperaturerhöhung eine Druckzunahme auf, wir erhalten z. B. Punkt 2. Es ist $T_2 > T_1$ und $p_2 > p_1$ für V = const. Bei Wärmeentzug, also Temperaturerniedrigung, wird der Druck kleiner. Wir erkennen, daß eine isochore Zustandsänderung durch eine Parallele zur p-Achse dargestellt wird.

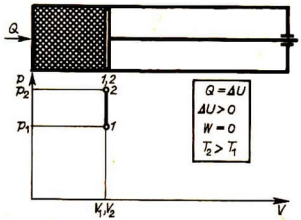


Bild 19: p,V-Diagramm bei isochorer Zustandsänderung

Da keine Volumenänderung stattfindet, ist in Gleichung (20) $\Delta V = 0$ und damit auch $\Sigma p \Delta V = 0$. Damit gilt:

Bei einem isochoren Vorgang wird keine Arbeit verrichtet oder Arbeit aufgenommen. Die zugeführte Wärmemenge dient allein zur Erhöhung der inneren Energie der Gasmenge.

Das heißt aber:

1. Hauptsatz bei isochorer Zustandsänderung

$$\left.\begin{aligned} Q &= \Delta U \\ W &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ für } V = \text{const.} \tag{27}$$

Beispiel 18:

1 m³ Luft von 27 °C und 0,9 at soll bei konstantem Volumen auf einen Druck von 3 at gebracht werden. Auf welche Temperatur ist die Luft zu erwärmen?

Lösung:

Gegeben: $V = 1\ \text{m}^3$ Gesucht: T_2

$T_1 = 300\ °\text{K}$

$p_1 = 0{,}9\ \text{at}$

$p_2 = 3\ \text{at}$

Nach Gleichung (26) erhalten wir

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = \frac{300\ °\text{K} \cdot 3\ \text{at}}{0{,}9\ \text{at}}$$

$$\underline{\underline{T_2 = 1000\ °\text{K} = 727\ °\text{C}}}$$

5.5.2.3. Isotherme Zustandsänderung

Bei dieser Zustandsänderung hält man die Temperatur konstant, während sich Druck und Volumen ändern. Wir denken uns hierzu eine Gasmenge in einem gut wärmeleitenden Zylinder eingeschlossen. Damit sich die Gasmenge bei Wärmezufuhr ausdehnen bzw. bei Wärmeabgabe zusammenziehen kann, ist der Zylinder mit einem dicht schließenden, reibungslos beweglichen Kolben versehen. Während der Zustandsänderung soll sich das Gas weder erwärmen noch abkühlen. Der Vorgang muß daher sehr langsam ablaufen. Bei der isothermen Zustandsänderung ändert sich außer dem Volumen der Druck. Verringert man z. B. das Volumen auf die Hälfte des Ausgangswertes, so wird der Druck doppelt so groß wie der Anfangsdruck. Es gilt also das Ihnen aus der Mechanik der Flüssigkeiten und Gase bereits bekannte

Gesetz von Boyle und Mariotte:

$$\left.\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2 \qquad (28) \\ p\, V &= \text{const.} \qquad (28') \end{aligned}\right\} \text{ für } T = \text{const.}$$

Das Produkt aus Druck und Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge ist bei gleichbleibender Temperatur konstant.

Im p,V-Diagramm wird diese Zustandsänderung wegen $p \sim \frac{1}{V}$ (28′) durch eine Hyperbel dargestellt. Sie können sich hiervon selbst leicht überzeugen, indem Sie z. B. von $V_1 = 1\ \mathrm{m}^3$, $p_1 = 1$ at ausgehen, sich für andere Volumenwerte die zugehörigen Druckwerte nach (28′) ermitteln und in ein Koordinatensystem eintragen. Auf diese Weise erhält man eine wie in Bild 20 dargestellte Kurve.

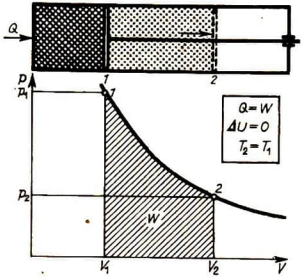


Bild 20: p,V-Diagramm bei isothermer Zustandsänderung

Eine Vergrößerung des Volumens bedeutet eine Druckabnahme, wir bewegen uns von Punkt 1 zu Punkt 2. Umgekehrt ergibt eine Volumenabnahme eine Druckzunahme.

Betrachten wir auch hier wieder die Zustandsänderung vom energetischen Standpunkt aus: Weil die Temperatur sich nicht verändert, bleibt die kinetische Energie der Moleküle konstant. Somit gilt:

Bei der isothermen Zustandsänderung einer abgeschlossenen Menge des idealen Gases ändert sich die innere Energie der Gasmenge nicht. Die zugeführte (abgeführte) Wärmemenge ist gleich der vom Gas verrichteten (dem Gas zugeführten) mechanischen Arbeit.

1. Hauptsatz bei isothermer Zustandsänderung

$$\left.\begin{aligned} Q &= W \\ \Delta U &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{für } T = \text{const.} \tag{29}$$

Im p,V-Diagramm entspricht die beim Zusammendrücken des Gases erforderliche Arbeit der Fläche unter der p,V-Kurve (schraffiert dargestellt). Aus der Form dieser Fläche erkennen Sie schon, daß bei der isothermen Zustandsänderung die Arbeit nicht so einfach zu berechnen ist, wie es in [5.5.2.1.] der Fall war. Denn hier ist p keine Konstante. Eine exakte Herleitung ist nur mit Hilfe der Integralrechnung möglich. Wir wollen uns daher darauf beschränken, das Ergebnis anzugeben:

Arbeit bei isothermer Zustandsänderung

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{30}$$

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 V_2 \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{31}$$

für $T = \text{const.}$

Ist das Anfangsvolumen V_1 größer als das Endvolumen V_2, so ist die Arbeit W negativ und stellt die bei der Kompression aufzuwendende Arbeit dar. Ist dagegen $V_2 > V_1$, dann handelt es sich um die Entspannung eines komprimierten Gases. W ist dann positiv und gibt die vom Gas gelieferte Arbeit an.

Abschließend sei nochmals betont, daß nur dann eine isotherme Zustandsänderung vorliegt, wenn sich die Temperatur nicht ändert. Die bei der Kompression entstehende Wärme muß demzufolge durch entsprechende Kühlung abgeführt werden. Bei einer isothermen Entspannung ist dem Gas die erforderliche Wärme von außen zuzuführen.

Beispiel 19:

2 m³ Luft (1 at, 27 °C) sollen isotherm auf 5 at komprimiert werden. Berechnen Sie

a) das Volumen nach der Verdichtung,
b) die erforderliche Kompressionsarbeit,
c) die abzuführende Wärmemenge.

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 2\ \mathrm{m}^3$, $p_1 = 1\ \mathrm{at}$, $T_1 = 300\ °\mathrm{K}$, $p_2 = 5\ \mathrm{at}$

Gesucht: V_2, W, Q

a) Nach (28) ist

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{1\ \mathrm{at} \cdot 2\ \mathrm{m}^3}{5\ \mathrm{at}}$$

$$\underline{\underline{V_2 = 0{,}4\ \mathrm{m}^3}}$$

b) Nach (31) ist

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Für die Umrechnung natürlicher Logarithmen in dekadische Logarithmen gilt $\ln x = 2{,}3 \lg x$.

Damit folgt

$$W = 2{,}3 \cdot p_1 V_1 \cdot \lg \frac{p_1}{p_2} = 2{,}3 \cdot 1\ \mathrm{at} \cdot 2\ \mathrm{m}^3 \cdot \lg \frac{1\ \mathrm{at}}{5\ \mathrm{at}}$$

$$W = -2{,}3 \cdot 1\ \mathrm{at} \cdot 2\ \mathrm{m}^3 \cdot \lg \frac{5\ \mathrm{at}}{1\ \mathrm{at}} = -4{,}6\ \mathrm{at} \cdot \mathrm{m}^3 \cdot \lg 5$$

$$W = -4{,}6 \cdot 10^4\ \frac{\mathrm{kp}}{\mathrm{m}^2}\ \mathrm{m}^3 \cdot 0{,}699$$

$$\underline{\underline{W = -32\ 150\ \mathrm{kpm}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet, daß die mechanische Arbeit bei der Kompression dem Gas *zugeführt* werden muß.

c) Nach (29) ist $Q = W$

$$Q = -32\,150 \cdot \frac{1}{427}\ \text{kcal}$$

$$\underline{\underline{Q = -75{,}3\ \text{kcal}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet, daß die Wärme *abgeführt* werden muß.

5.5.2.4. Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 1)

Bei unseren Betrachtungen über die Zustandsänderungen des idealen Gases haben wir bisher drei Spezialfälle kennengelernt: die Zustandsänderungen bei konstantem Druck, bei konstantem Volumen und bei konstanter Temperatur.

In der Technik kommt es nun fast immer vor, daß sich alle drei Zustandsgrößen, Druck, Volumen und Temperatur, gleichzeitig ändern. Der gesetzmäßige Zusammenhang zwischen diesen Zustandsgrößen ist deshalb besonders wichtig. Er wird **Zustandsgleichung des idealen Gases** genannt. Zur Herleitung dieser Gleichung betrachten wir eine in einem abgeschlossenen Gefäß befindliche Gasmenge von der Temperatur T_1, dem Druck p_1 und dem Volumen V_1 (Bild 21).

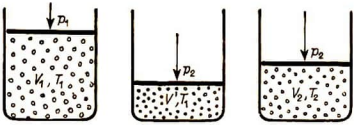


Bild 21: Zur Herleitung der Zustandsgleichung des idealen Gases

Mit dieser Gasmenge nehmen wir folgende Veränderungen vor:

1. Zunächst wird der Druck bei konstanter Temperatur T_1 von p_1 auf p_2 erhöht. Dabei verkleinert sich das Volumen von V_1 auf V'. Nach dem Gesetz von BOYLE und MARIOTTE gilt

$$V_1 p_1 = V' p_2 \text{ bzw. } V' = \frac{V_1 p_1}{p_2}$$

2. In dem darauffolgenden Schritt wird bei konstantem Druck p_2 die Temperatur von T_1 auf T_2 erhöht. Gleichzeitig ändert sich hierbei das Volumen von V' auf V_2. Nach (22) gilt

$$\frac{V_2}{V'} = \frac{T_2}{T_1}$$

Setzt man für V' den im ersten Teilvorgang gefundenen Ausdruck $\frac{p_1 V_1}{p_2}$ ein, so erhält man die

Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 1)

$$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \qquad \frac{p V}{T} = \text{const.}} \qquad \begin{matrix}(32)\\(32')\end{matrix}$$

Für eine abgeschlossene Menge des idealen Gases ist das Produkt aus Druck und Volumen, dividiert durch die absolute Temperatur, konstant.

Die Zustandsgleichung des idealen Gases enthält als Sonderfälle die Gesetze von GAY-LUSSAC (Gleichungen (22) und (26)) und das Gesetz von BOYLE und MARIOTTE (Gleichung (28)). Die folgende Übersicht zeigt Ihnen das im einzelnen.

Name des Gesetzes	Konstante Größe	Gleichung	Merkform der Gleichung
Zustandsgleichung des idealen Gases	—	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$	$\frac{p V}{T} = \text{const.}$
1. Gesetz von GAY-LUSSAC (Isobare Zustandsänderung)	p	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$\frac{V}{T} = \text{const.}$
2. Gesetz von GAY-LUSSAC (Isochore Zustandsänderung)	V	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$\frac{p}{T} = \text{const.}$
Gesetz von BOYLE und MARIOTTE (Isotherme Zustandsänderung)	T	$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$p V = \text{const.}$

Beispiel 20:

10 m³ Stadtgas stehen unter einem Druck von 780 Torr und haben eine Temperatur von 17 °C. Wie groß ist das Volumen des Gases im Normalzustand (bei 0 °C und 760 Torr)?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 10\ \text{m}^3$
$p_1 = 780$ Torr
$T_1 = 290$ °K
$p_2 = 760$ Torr
$T_2 = 273$ °K

Gesucht: V_2

Aus (32) erhalten wir

$$V_2 = \frac{V_1\, p_1\, T_2}{p_2\, T_1} = \frac{10\ \text{m}^3 \cdot 780\ \text{Torr} \cdot 273\ °\text{K}}{760\ \text{Torr} \cdot 290\ °\text{K}}$$

$$\underline{\underline{V_2 = 9{,}66\ \text{m}^3}}$$

5.5.2.5. Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2). Gaskonstante

Für viele Berechnungen in der Wärmelehre ist es vorteilhaft, die Zustandsgleichung des idealen Gases in anderer Form darzustellen. Dazu benötigen wir einige Begriffe und Gesetze, die bereits im Fach Chemie erläutert wurden. An diese sei kurz erinnert.

Die Berechnung des Stoffumsatzes bei chemischen Reaktionen erfolgt am einfachsten, wenn eine für jeden Stoff spezifische Masseneinheit, das **Kilomol**, eingeführt wird.

> Unter einem Kilomol eines Stoffes versteht man die Masse M kg dieses Stoffes (M = relative Molekülmasse):
>
> $$\mathbf{1\ kmol = \mathit{M}\ kg}$$

Beispiele: Sauerstoff 1 kmol = 32 kg
Wasserstoff 1 kmol = 2 kg

Wie in der Chemie nachgewiesen wird, gilt folgender Satz:

> Jedes Kilomol eines beliebigen Stoffes enthält die gleiche Anzahl Moleküle.

Aus Gasreaktionen von quasiidealen Gasen läßt sich schlußfolgern:

> Bei gleichem Druck und gleicher Temperatur enthalten gleiche Volumina quasiidealer Gase die gleiche Anzahl Moleküle (Gesetz von Avogadro).

Daraus folgt nun wiederum:

> Das Volumen von 1 kmol der quasiidealen Gase ist bei gleichem Druck und gleicher Temperatur eine Konstante.

Für das ideale Gas gilt:

> Das Volumen von 1 kmol des idealen Gases beträgt unter Normalbedingungen (0 °C und 760 Torr) 22,4136 m³. Dieses Volumen bezeichnet man als **Molvolumen**. Für die quasiidealen Gase kann im allgemeinen mit dem Näherungswert 22,4 m³ gerechnet werden.

Mit diesen Kenntnissen sind wir nunmehr in der Lage, die Zustandsgleichung in einer Form zu schreiben, die auch die Masse der Gasmenge enthält.

Stellen Sie sich zwei Behälter vor, die mit dem gleichen Gas bei gleicher Temperatur und gleichem Druck gefüllt sind. Das Volumen des einen Behälters sei doppelt so groß wie das des anderen. Demzufolge sind im ersten

Behälter doppelt so viel Moleküle enthalten wie im zweiten, d. h., bei doppeltem Volumen ist auch die Masse des eingeschlossenen Gases doppelt so groß. Das bedeutet aber:

$$\frac{p\,V}{T} \sim m$$

Führen wir einen Proportionalitätsfaktor R ein, so gilt die Gleichung

$$\frac{p\,V}{T} = R\,m$$

Damit haben wir eine weitere Form der Zustandsgleichung gewonnen:

Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2a)

$$\boxed{pV = m\,R\,T} \tag{33}$$

Von besonderer Bedeutung ist in dieser Gleichung der Faktor R.

Der Faktor R wird als **Gaskonstante** bezeichnet.

Wir fragen nun: Welchen Wert hat die Gaskonstante?

Der Gleichung $R = \frac{p\,V}{m\,T}$ ist zu entnehmen, daß wir, wenn wir für m 1 kg, für V das Volumen dieser Gasmenge bei dem Druck p und der Temperatur T einsetzen, für jedes Gas ein anderes R bekommen, denn $\frac{m}{V}$, die Dichte der Gase, ist ja für die verschiedenen Gase unterschiedlich. Eine für alle quasiidealen Gase gültige, von der Gasart also unabhängige Konstante erhalten wir aber, wenn wir für m ein Kilomol und für V das Volumen, das diese Gasmenge bei Normalbedingungen einnimmt, das Molvolumen, einsetzen.

Wir verwenden also: $V = 22{,}41\ \mathrm{m}^3$, $p = 1\ \mathrm{atm}$, $m = M\ \mathrm{kg}$, $T = 273{,}15\ °\mathrm{K}$ und erhalten

$$R = \frac{p\,V}{m\,T}$$

$$R = \frac{1\ \mathrm{atm} \cdot 22{,}41\ \mathrm{m}^3}{M\ \mathrm{kg} \cdot 273{,}15\ °\mathrm{K}}$$

$$R = 0{,}08206\ \frac{\mathrm{m}^3\ \mathrm{atm}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}} \tag{I}$$

Wir wollen die Gaskonstante noch in andere gebräuchliche Einheiten umrechnen. Berücksichtigt man nur kohärente Einheiten, so folgt mit $p = 1\ \mathrm{atm} = 101325\ \mathrm{N/m}^2$

$$R = 0{,}08206\ \mathrm{m}^3 \cdot 101325\ \mathrm{N/m}^2 \cdot M\ \mathrm{kg} \cdot °\mathrm{K}$$

$$R = 8314\ \frac{\mathrm{J}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}} \tag{II}$$

Rechnen wir die im Zähler stehende Energieeinheit Joule in die Einheit Kilokalorie um, so folgt

$$R = 8314 \cdot 2{,}388 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kcal}}{M \text{ kg °K}}$$

$$R = 1{,}986 \frac{\text{kcal}}{M \text{ kg °K}} \qquad \text{(III)}$$

In der Technik rechnet man noch häufig mit der inkohärenten Energieeinheit kpm. Die Gaskonstante lautet dann mit 1 J = 1 kpm/9,80665

$$R = 847{,}8 \frac{\text{kpm}}{M \text{ kg °K}} \qquad \text{(IV)}$$

Es ist auch möglich, die Gaskonstante auf die Masseneinheit 1 kg statt auf 1 kmol (= M kg) zu beziehen, wie es in der technischen Wärmelehre üblich ist. Dann ist für das betreffende Gas der Zahlenwert für die relative Molekülmasse M einzusetzen. Man erhält auf diese Weise die *spezielle Gaskonstante*, deren Zahlenwert — wie schon der Name sagt — für jede Gasart verschieden ist. Als Einheit der speziellen Gaskonstanten bevorzugt man kpm/kg °K. So folgt z. B. für Sauerstoff ($M = 32$)

$$R_{O_2} = \frac{848 \text{ kpm}}{32 \text{ kg °K}} = 26{,}50 \text{ kpm/kg °K}$$

und für Luft ($M = 29$)

$$R_L = \frac{848 \text{ kpm}}{29 \text{ kg °K}} = 29{,}27 \text{ kpm/kg °K}$$

Beispiel 21:

In einer Stahlflasche befindet sich Sauerstoff unter einem absoluten Druck von 120 at. Die Temperatur beträgt 20 °C, das Volumen der Flasche ist 40 l. Wie groß ist die Masse des Gases in kg?

Lösung:

Gegeben: $p = 120 \text{ at} = 120 \cdot 10^4 \text{ kp/m}^2$ Gesucht: m

$T = 293 \text{ °K}$

$V = 40 \text{ l} = 0{,}04 \text{ m}^3$

$M = 32$

Aus (33) folgt

$$m = \frac{p\,V}{R\,T}$$

und mit der Gaskonstanten in der Form (IV)

$$m = \frac{120 \cdot 10^4 \text{ kp} \cdot 0{,}04 \text{ m}^3 \cdot 32 \text{ kg °K}}{\text{m}^2 \cdot 848 \text{ kpm} \cdot 293 \text{ °K}}$$

$$\underline{\underline{m = 6{,}18 \text{ kg}}}$$

Beispiel 22:

Welche Temperatur haben 0,8 kg Stickstoff, die unter einem Druck von 25 at stehen und ein Volumen von 100 l einnehmen?

Lösung:

Gegeben: $m = 0{,}8$ kg
$V = 0{,}1$ m³
$p = 25$ at $= 250000$ kp/m²
$R_{N2} = 30{,}26$ kpm/kg °K

Gesucht: T

Wir lösen (33) nach T auf und erhalten

$$T = \frac{V\,p}{R\,m} = \frac{250000 \text{ kp} \cdot 0{,}1 \text{ m}^3 \text{ kg °K}}{0{,}8 \text{ kg m}^2 \cdot 30{,}26 \text{ kpm}}$$

$$\underline{\underline{T = 1030 \text{ °K}}}$$

Wollen wir die Dichte eines Gases bestimmen, so genügt es, Druck und Temperatur des betreffenden Gases sowie seine chemische Beschaffenheit zu kennen. Zur Lösung dieser Aufgabe ziehen wir wieder die Zustandsgleichung des idealen Gases heran, und zwar in der Form der Gleichung (33)

$$p\,V = m\,R\,T$$

Wir stellen die Gleichung nach m um und dividieren dann durch V:

$$m = \frac{p\,V}{R\,T}$$

$$\frac{m}{V} = \frac{p}{R\,T}$$

Aus der Mechanik ist Ihnen bekannt, daß der Quotient aus Masse und Volumen die *Dichte* ϱ des Stoffes ist

$$\varrho = \frac{m}{V}$$

Wir erhalten damit

Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2b)

$$\frac{p}{\varrho} = R\,T \qquad (33')$$

Führt man als Kehrwert der Dichte das *spezifische Volumen*

$$v = \frac{1}{\varrho} = \frac{V}{m}$$

ein, so folgt

Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2c)

$$p\,v = R\,T \qquad (33'')$$

Beispiel 23:

Das Barometer zeigt einen Luftdruck von 740 Torr an. Die Temperatur der Luft ist 25 °C. Wie groß ist die Dichte der Luft?

Lösung:

Gegeben: $p = 740$ Torr Gesucht: ϱ

$T = 298$ °K

$M = 29$

Die Dichte berechnen wir nach (33'):

$$\varrho = \frac{p}{R\,T}$$

Mit 1 Torr = 1,316 · 10^{-3} atm folgt

$$\varrho = \frac{740 \cdot 1{,}316 \cdot 10^{-3}\ \text{atm} \cdot 29\ \text{kg °K}}{0{,}0821\ \text{m}^3\ \text{atm} \cdot 298\ \text{°K}}$$

$$\underline{\underline{\varrho = 1{,}15\ \text{kg/m}^3}}$$

5.5.2.6. Physikalische Deutung der Gaskonstanten

Wenn wir die Einheit der Gaskonstanten betrachten, so können wir uns zunächst darunter wenig vorstellen. Sie werden jedoch sehen, daß zwischen den im Abschnitt [2.3.] behandelten spezifischen Wärmen der Gase c_p und c_v und der Gaskonstanten R ein Zusammenhang besteht. Erinnern Sie sich an unsere Überlegungen im Zusammenhang mit dem ersten Hauptsatz! Wenn man das ideale Gas bei konstantem Volumen erwärmt, so erhöht man nur die innere Energie des Gases. Für die zugeführte Wärme bei V = const. gilt

$$Q_v = c_v\, m\, (T_2 - T_1)$$

Erwärmt man die gleiche Gasmenge bei konstantem Druck und erreicht dabei die gleiche Temperaturzunahme wie bei der Erwärmung unter konstantem Volumen, so vergrößert sich das Volumen des Gases um $V_2 - V_1$. Die Wärmemenge, die zu dieser isobaren Zustandsänderung benötigt wird, ist jetzt größer, denn es wird nicht nur die innere Energie um den gleichen Betrag erhöht, sondern außerdem Verdrängungsarbeit verrichtet:

$$Q_p = c_p\, m\, (T_2 - T_1)$$

Der Mehrbetrag an Wärme, die Differenz $Q_p - Q_v$, hat sich in mechanische Arbeit ungewandelt. Diese Arbeit wird nach Abschnitt [5.4.1.] zu

$$W = p\,(V_2 - V_1) = p\,V_2 - p\,V_1$$

berechnet. Für die Produkte $p\,V$ können wir auf Grund der Zustandsgleichung (33) setzen

$$p\,V_2 = m\,R\,T_2 \text{ und } p\,V_1 = m\,R\,T_1$$

Die Differenz dieser beiden Gleichungen ergibt die vom Gas verrichtete mechanische Arbeit

$$p\,V_2 - p\,V_1 = m\,R\,(T_2 - T_1)$$

bzw.

$$W = m\,R\,(T_2 - T_1)$$

Für sie kann geschrieben werden

$$Q_p - Q_v = m\,R\,(T_2 - T_1)$$

oder auch

$$c_p\,m\,(T_2 - T_1) - c_v\,m\,(T_2 - T_1) = m\,R\,(T_2 - T_1)$$

und nach Division durch $m\,(T_2 - T_1)$

$$c_p - c_v = R \tag{34}$$

Die Gaskonstante ist gleich der Differenz der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen.

Aus den vorangegangenen Überlegungen kann man weiter schließen:

Die Gaskonstante R entspricht der Arbeit, die 1 kmol des idealen Gases verrichtet, wenn es bei konstantem Druck um 1 grd erwärmt wird.

Dies können wir auch der Einheit der Gaskonstanten entnehmen, denn diese lautet z. B. kpm/Mkg °K, in Worten Kilopondmeter pro Kilomol und pro Grad Kelvin.

5.5.2.7. Adiabatische Zustandsänderung

Unter einer adiabatischen Zustandsänderung versteht man einen Vorgang, bei dem **kein Wärmeaustausch mit der Umgebung** stattfindet. Es wird weder Wärme zugeführt noch abgeführt.

Bei der isothermen Zustandsänderung war gerade das Gegenteil der Fall. Sie war nur dann exakt durchführbar, wenn völliger Wärmeaustausch mit der Umgebung gewährleistet war.

Stellen wir uns nun vor, daß der Zylinder, in dem das Gas eingeschlossen ist, eine wärmedichte Umhüllung erhält, so daß während der Zustandsänderung kein Wärmeaustausch möglich ist. Wird unter dieser Bedingung die eingeschlossene Gasmenge komprimiert oder entspannt, so steigt bzw. fällt die Temperatur des Gases und damit nimmt auch seine innere Energie zu bzw. ab.

Bei adiabatischer Zustandsänderung einer Menge des idealen Gases wird von der Gasmenge mechanische Arbeit ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung aufgenommen (abgegeben). Es ändert sich die Temperatur und damit die innere Energie der Gasmenge.

In der Gleichung $Q = \Delta U + W$ ist also $Q = 0$:

$$0 = \Delta U + W$$

Daraus folgt

1. Hauptsatz bei adiabatischer Zustandsänderung

$$\begin{aligned} W &= -\Delta U \\ Q &= 0 \end{aligned} \tag{35}$$

Die äußere Arbeit, die von der Gasmenge verrichtet wird, geht also allein auf Kosten der inneren Energie des Gases. Wie aus dem Minuszeichen in (35) hervorgeht, nimmt die innere Energie ab, wenn das Gas Arbeit verrichtet (und umgekehrt).

Damit wir die adiabatische Zustandsänderung im p,V-Diagramm darstellen können, müssen wir in (35) die Zustandsgrößen p und V einführen. Hierzu gehen wir davon aus, daß nach Abschnitt [2.3.] die spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p stets größer ist als die bei konstantem Volumen c_v. Wir bilden von beiden den Quotienten und führen für das Verhältnis c_p zu c_v das Symbol $\varkappa$ (Kappa) ein. Dieses Verhältnis heißt:

Adiabatenexponent

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} \tag{36}$$

Der Zahlenwert von $\varkappa$ ist vom molekularen Aufbau der Gase abhängig. So erhält man für alle einatomigen Gase (z. B. alle Edelgase)

$$\varkappa_1 = 1{,}67$$

Für alle zweiatomigen Gase (z. B. N_2, H_2, O_2) findet man

$$\varkappa_2 = 1{,}4$$

Für dreiatomige Gase (z. B. Kohlendioxid) ergibt sich

$$\varkappa_3 = 1{,}3$$

Der Adiabatenexponent tritt in der Gleichung für die adiabatische Zustandsänderung auf. Auf die Herleitung dieser nach POISSON[8]) benannten Gleichung wollen wir nicht eingehen. Sie lautet:

Gleichung für die adiabatische Zustandsänderung
(POISSONsche Gleichung)

$$p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa} \tag{37}$$

bzw.

$$p\,V^{\varkappa} = \text{const.} \tag{37'}$$

Vergleichen wir (37) mit dem Gesetz von BOYLE und MARIOTTE, so erkennen wir, daß sich beide Gleichungen nur durch den Exponenten $\varkappa$ unterscheiden. Im p,V-Diagramm erhält man daher für die adiabatische Zustandsänderung eine Kurve, die der der Isothermen sehr ähnlich ist. Die Adiabate verläuft, wie Sie aus Bild 22 erkennen, lediglich etwas steiler als die Isotherme. Dies ist leicht einzusehen, weil z. B. bei adiabatischer Kompression keine Wärmeabgabe stattfindet und damit der Druck schneller ansteigt als bei isothermer Kompression.

Wir können jetzt die Arbeit berechnen, die bei adiabatischer Kompression

---

[8]) S. D. POISSON, 1781—1840, französischer Physiker

zugeführt werden muß bzw. die bei adiabatischer Expansion abgegeben wird. Aus

$$W = -\Delta U$$

und Gleichung (18)

$$\Delta U = c_v\, m\, (T_2 - T_1)$$

folgt

$$W = -c_v\, m\, (T_2 - T_1)$$

oder

Arbeit bei adiabatischer Zustandsänderung

$$W = c_v\, m\, (T_1 - T_2) \quad (38)$$

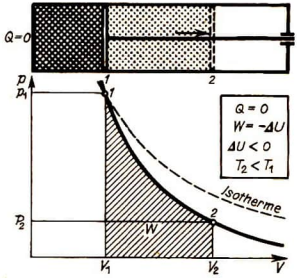


Bild 22: p,V-Diagramm bei adiabatischer Zustandsänderung (zum Vergleich Isotherme eingezeichnet)

Man kann diese Gleichung auch noch anders schreiben. Dividiert man $c_p - c_v = R$ durch c_v, so erhält man

$$\varkappa - 1 = \frac{R}{c_v}$$

Löst man diese Gleichung nach c_v auf und setzt das Ergebnis in (38) ein, folgt:

Arbeit bei adiabatischer Zustandsänderung

$$W = \frac{m\,R}{\varkappa - 1}\,(T_1 - T_2) \quad (38')$$

Bei Verdichtung ist $T_2 > T_1$. W wird negativ, d. h. aber, daß Arbeit aufgewandt werden muß, um das Gas zu komprimieren. Bei der Expansion hingegen, wenn $T_2 < T_1$ ist, wird W positiv, d. h., das Gas verrichtet Arbeit. Im p,V-Diagramm wird die Arbeit durch die Fläche zwischen der Adiabaten und der V-Achse dargestellt (im Bild 22 schraffiert).

Das Auftreten der Temperaturänderung bei adiabatischer Volumenänderung ist auch vom Standpunkt der kinetischen Wärmetheorie gut verständlich. Da bei einer solchen Volumenänderung immer ein Teil der Gefäßwandungen bewegt werden muß, stoßen die Moleküle des Gases nicht gegen eine ruhende, sondern gegen eine bewegte Wand und werden nicht mit einer Geschwindigkeit des gleichen Betrages reflektiert, sondern mit einer größeren, wenn die Wand sich den ankommenden Molekülen entgegen bewegt, und mit einer kleineren, wenn die Wand vor den Molekülen zurückweicht. Die Gasmoleküle werden also bei einer Volumenverkleinerung beschleunigt. Damit steigt die durchschnittliche kinetische Energie der Moleküle und damit die Temperatur des Gases.

Beispiel 24:

1 kg Luft dehnt sich adiabatisch aus und wird dabei von 250 °C auf 20 °C abgekühlt. Welche Arbeit verrichtet dabei das Gas? (Die relative Molekülmasse von Luft beträgt 29).

Lösung:

Gegeben: $m = 1$ kg Gesucht: W

$T_1 = 523$ °K

$T_2 = 293$ °K

$M = 29$

$c_v = 0{,}171$ kcal/kg grd (nach Tafel 3)

$\varkappa = 1{,}4$

Die Lösung kann nach (38) oder (38′) erfolgen.

Nach (38) gilt

$$W = c_v \cdot m\,(T_1 - T_2)$$

$$W = 0{,}171\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \cdot 1\,\text{kg}\,(523 - 293)\,\text{grd} = 0{,}171 \cdot 230\,\text{kcal}$$

$$\underline{\underline{W = 39{,}3\ \text{kcal} = 1680\ \text{kpm} = 16490\ \text{J}}}$$

Nach (38′) erhält man mit (IV)

$$W = \frac{m\,R}{\varkappa - 1}\,(T_1 - T_2)$$

$$W = \frac{1\,\text{kg} \cdot 848\,\text{kpm}}{(1{,}4 - 1) \cdot 29\,\text{kg °K}}\,(523 - 293)\,\text{grd}$$

$$\underline{\underline{W = 1680\,\text{kpm}}}$$

Beispiel 25:

In einem Dieselmotor wird die hohe Zündtemperatur dadurch erreicht, daß im Zylinder eine adiabatische Kompression erfolgt. So läßt sich z. B. bei einer Anfangstemperatur von 25 °C und einem Anfangsdruck von 1 at bei einem Enddruck von 38 at eine Endtemperatur von 843 °C erzielen. Auch beim Benzinmotor erfolgt die Kompression des Benzin-Luft-Gemisches adiabatisch. Wegen der dabei auftretenden hohen Endtemperaturen tritt mitunter vorzeitige Selbstzündung ein, welche die Ursache des sogenannten Klopfens des Motors ist.

5.5.2.8. Polytrope Zustandsänderung

Die Isotherme und die Adiabate stellen bezüglich des Wärmeaustausches zwei Grenzfälle dar. Bei der isothermen Zustandsänderung kann die Arbeitstemperatur theoretisch nur unter der Bedingung konstant gehalten werden, daß die Wände des Behälters augenblicklich die gesamte Wärme

hindurchlassen, die infolge der Kompression entsteht. Bei der adiabatischen Zustandsänderung ist gerade das Gegenteil der Fall. Hier müssen die Wände des Behälters, in dem sich das Gas befindet, völlig wärmeisolierend sein, sie dürfen überhaupt keine Wärme hindurchlassen. Da beide Grenzfälle praktisch nicht zu verwirklichen sind, liegen die technisch realisierbaren Zustandsänderungen in dem dazwischen liegenden Gebiet. Man bezeichnet eine solche Zustandsänderung als *polytrope Zustandsänderung* und ihre Darstellung im p,V-Diagramm als *Polytrope* (Bild 23).

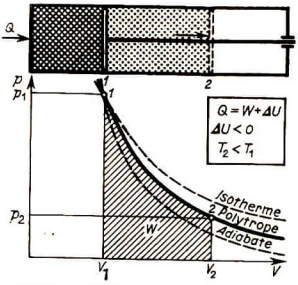


Bild 23: p,V-Diagramm bei polytroper Zustandsänderung (zum Vergleich Isotherme und Adiabate eingezeichnet)

Bei der polytropen Zustandsänderung wird die von der Gasmenge als mechanische Arbeit abgegebene (aufgenommene) Energie zu einem Teil der Umgebung als Wärme, zum anderen Teil der inneren Energie der Gasmenge entnommen (zugeführt).

Als Gleichung formuliert:

1. Hauptsatz bei polytroper Zustandsänderung

$$W = Q - \Delta U \tag{39}$$

Für die polytrope Zustandsänderung gelten die Gleichungen der adiabatischen Zustandsänderung, wenn man anstelle des Adiabatenexponenten den **Polytropenexponenten** n setzt:

Gleichung für polytrope Zustandsänderung

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \tag{40}$$

bzw. $$p\,V^n = \text{const.} \tag{40'}$$

Der Polytropenexponent n ist immer kleiner als der Adiabatenexponent $\varkappa$. Er muß für ein gegebenes System empirisch bestimmt werden.

Für die technisch wichtigen Gase gilt:

Polytropenexponent

$$n = 1{,}1 \text{ bis } 1{,}3$$

Aus Gleichung (38′) erhält man, wenn man $\varkappa$ durch n ersetzt:

Arbeit bei polytroper Zustandsänderung

$$W = \frac{m\,R}{n-1}\,(T_1 - T_2) \tag{41}$$

Für das Vorzeichen der Arbeit gilt das gleiche, was für die adiabatische Zustandsänderung zutrifft.

Beispiel 26:

3 m³ Luft mit dem Druck 1,1 at und der Temperatur 27 °C sollen polytrop auf 5 at komprimiert werden, wobei eine Endtemperatur von 113 °C erreicht wird. Der Polytropenexponent ist 1,2. Berechnen Sie

a) das Volumen nach der Verdichtung und

b) die Arbeit, die zur Kompression erforderlich ist.

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 3\ \mathrm{m}^3$ Gesucht: V_2 und W

$p_1 = 1{,}1\ \mathrm{at}$

$T_1 = 300\ °\mathrm{K}$

$p_2 = 5\ \mathrm{at}$

$T_2 = 386\ °\mathrm{K}$

$n = 1{,}2$

a) Aus (40) folgt für V_2

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$V_2 = 3\ \mathrm{m}^3 \left(\frac{1{,}1\ \mathrm{at}}{5\ \mathrm{at}}\right)^{\frac{1}{1{,}2}} = 3\ \mathrm{m}^3 \cdot 0{,}22^{0{,}833}$$

$$V_2 = 3\ \mathrm{m}^3 \cdot 0{,}283$$

$$\underline{\underline{V_2 = 0{,}85\ \mathrm{m}^3}}$$

b) Für die Kompressionsarbeit erhält man mit (41)

$$W = \frac{m\,R}{n-1}\,(T_1 - T_2)$$

und mit der Zustandsgleichung (33) in der Form

$$m\,R = \frac{p_1\,V_1}{T_1}$$

die Beziehung

$$W = \frac{p_1\,V_1}{(n-1)\,T_1}\,(T_1 - T_2)$$

$$W = \frac{1{,}1\ \mathrm{at} \cdot 3\ \mathrm{m}^3 \cdot (-86\ \mathrm{grd})}{(1{,}2-1) \cdot 300\ °\mathrm{K}} = \frac{11000\ \mathrm{kp} \cdot 3\ \mathrm{m}^3 \cdot (-86\ \mathrm{grd})}{0{,}2\ \mathrm{m}^2 \cdot 300\ °\mathrm{K}}$$

$$\underline{\underline{W = -47300\ \mathrm{kpm} = -465000\ \mathrm{J}}}$$

Zusammenfassung

Bei den Gasen unterscheiden wir den quasiidealen Zustand, in dem sich alle Gase bei hoher Temperatur und viele technisch wichtige Gase auch bei Normaltemperatur befinden, und den realen Zustand im engeren Sinne, in dem sich alle Gase bei hinreichend tiefer Temperatur befinden.

Für den quasiidealen Zustand gilt die Zustandsgleichung des idealen Gases $\frac{pV}{T} = \text{const.}$ oder in anderer Form $pV = mRT$, wobei $R = \frac{8314\ \text{J}}{M\ \text{kg}\ °\text{K}}$ die allgemeine Gaskonstante ist.

Bei der Untersuchung der Zustandsänderungen des idealen Gases ergeben sich wichtige Sonderfälle der Zustandsgleichung für die isotherme, isochore, isobare, adiabatische und polytrope Zustandsänderung.

In nachstehender Übersicht sind die Veränderungen der charakteristischen Größen bei den behandelten Zustandsänderungen noch einmal zusammengestellt. Die angegebenen Vorzeichen gelten für eine Volumenzunahme, bei (2) für eine Druckzunahme der Gasmenge.

Zustandsänderung	Q	ΔV	Δp	ΔT	ΔU	W
(1) isobar	+	+	0	+	+	+
(2) isochor	+	0	+	+	+	0
(3) isotherm	+	+	—	0	0	+
(4) adiabatisch	0	+	—	—	—	+
(5) polytrop	+	+	—	—	—	+

Übungen

28. In einem schlauchlosen Kraftwagenreifen herrscht bei 20 °C ein absoluter Druck von 2,4 at. Wie groß ist der Druck, wenn die Temperatur durch Sonneneinstrahlung auf 60 °C steigt? (V = const.)

29. Wieviel Braunkohle mit einem Heizwert von 1600 kcal/kg würde theoretisch ausreichen, um die Luft eines Wohnraumes von 90 m³ von 6 °C auf 24 °C zu erwärmen? $\varrho_L = 1{,}25$ kg/m³, $c_p = 0{,}241$ kcal/kg grd.

30. In einer Gasflasche von 20 l Inhalt befindet sich Sauerstoff von 15 °C unter einem absoluten Druck von 100 at. Wie groß ist die Masse des Sauerstoffs?

31. In einer Sauerstoffflasche von 40 l Inhalt steht das Gas bei 19 °C unter einem absoluten Druck von 80 at. Wie hoch steigen Temperatur und Druck, wenn dem Gas bei konstant bleibendem Volumen eine Wärmemenge von 20 kcal zugeführt wird?

32. Bei der Erwärmung von 1,2 kg Luft von 18 °C auf 75 °C wurde eine Ausdehnungsarbeit von 40000 kpm verrichtet. Welche Wärmemenge mußte zugeführt werden? $c_v = 0{,}171$ kcal/kg grd.

33. 2,6 m³ Luft stehen unter einem absoluten Druck von 12 at und sollen sich isotherm auf 20 m³ ausdehnen. Berechnen Sie
    1. den nach der Ausdehnung vorhandenen Druck,
    2. die vom Gas verrichtete Arbeit,
    3. die dem Gas zuzuführende Wärmemenge!

34. 2,5 m³ Luft von 32 °C und 4,5 at Absolutdruck dehnen sich adiabatisch auf 2,89 m³ aus.
    1. Wie groß ist der Enddruck?
    2. Welche Temperatur hat das Gas nach der Ausdehnung?
    3. Welche Arbeit wurde von der Luft verrichtet?

35. Welche Zustandsänderungen des idealen Gases haben Sie kennengelernt? Erläutern Sie die charakteristischen Merkmale der einzelnen Zustandsänderungen!

5.5.3. Zustandsänderungen der realen Gase

5.5.3.1. Dämpfe, Dampfdruck des Wassers

In den Kapiteln [5.5.1.] und [5.5.2.] untersuchten wir das ideale Gas und die quasiidealen Gase. In unserer Übersicht (Anhang S. 16) haben wir uns also mit den beiden rechten Spalten beschäftigt. Wir begeben uns nun ganz nach links und untersuchen den **Dampfzustand.**

Wir beginnen mit einem **Versuch.**

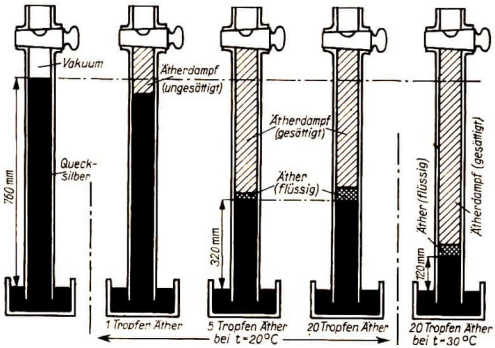


Bild 24: Versuch zur Demonstration des Dampfdrucks von Äther

Ein Glasrohr von etwa 1 m Länge, welches oben mit einem Spezialhahn verschlossen ist, wird mit Quecksilber gefüllt und umgekehrt in eine Wanne mit Quecksilber gestellt (Bild 24).

Die Quecksilbersäule stellt sich dann so ein, daß ihre Höhe dem äußeren Luftdruck entspricht. Über der Quecksilbersäule entsteht ein Vakuum. Wir füllen nun in die kugelige Ausbuchtung des Hahnes eine Flüssigkeit, z. B. Äther. Durch Drehen des Hahnes um 180° bringt man tropfenweise Äther in das Rohr. Der Versuch zeigt, daß die Äthertropfen sofort verdampfen, wobei die Quecksilbersäule etwas sinkt. Von einer bestimmten Menge eingebrachten Äthers ab tritt aber keine Verdampfung mehr ein. Die eingebrachte Flüssigkeit sammelt sich vielmehr über dem Quecksilber und die Quecksilbersäule sinkt nicht weiter. Erhöht man nun die Temperatur, so sieht man, daß von neuem Äther verdampft und die Quecksilbersäule weiter sinkt.

Man kann den Versuch auch mit anderen Flüssigkeiten durchführen. Dabei beobachtet man qualitativ das gleiche; doch stellt sich die Quecksilbersäule jeweils auf eine andere Höhe ein.

Schließlich verwenden wir noch Röhren von verschiedenem Durchmesser für unsere Versuche und beobachten, daß diese Änderung keinen Einfluß auf die sich einstellende Höhe der Quecksilbersäule hat.

So weit die Versuche. Wie sind sie nun zu deuten?

Die Verschiebung der Quecksilbersäule nach unten zeigt an, daß der sich bildende Dampf einen Druck ausübt; die Höhe des Drucks kann aus der Längenänderung der Säule in Torr abgelesen werden. Der Druck steigt zunächst mit der Menge der eingebrachten Flüssigkeit an. Bei einem bestimmten Druck aber, der von der Temperatur und von der Art des Stoffs abhängt, nimmt der Raum keinen Dampf mehr auf. Er ist gesättigt. Auch den Dampf bezeichnet man in diesem Zustand als *gesättigten Dampf*, den zugehörigen Druck als *Sättigungsdruck*.

Molekularkinetisch läßt sich der Sättigungszustand wie folgt deuten: Es hat sich ein Gleichgewichtszustand zwischen dem flüssigen und dem gasförmigen Äther eingestellt. Zwar gehen noch immer Äthermoleküle aus der Flüssigkeit in den Gasraum über, aber ebenso viele Moleküle kehren aus dem Gasraum in die Flüssigkeit zurück, so daß sich am Gesamtzustand nichts ändert. Man bezeichnet einen solchen Gleichgewichtszustand als thermodynamisches Gleichgewicht.

Merken Sie sich:

Gesättigter Dampf: ein mit der flüssigen Phase im thermodynamischen Gleichgewicht stehender Dampf.

Sättigungsdruck: Dampfdruck des gesättigten Dampfes.
Der Sättigungsdruck steigt mit der Temperatur. Er ist vom Volumen unabhängig.

Ungesättigter Dampf: Dampf, der den Sättigungszustand noch nicht erreicht hat.

In Tafel 14 des Anhangs sind die Sättigungsdrucke für verschiedene Flüssigkeiten angegeben.

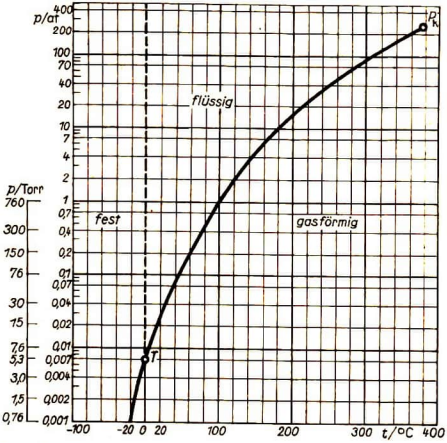


Bild 25: Dampfdruckkurve des Wassers

Die Abhängigkeit des Sättigungsdruckes von der Temperatur ist für Wasser in Bild 25 dargestellt. Beachten Sie, daß die Druckskale (Ordinate) logarithmisch geteilt ist! Dadurch ist es möglich, daß die zusammengehörenden Werte von Druck und Temperatur in dem großen Bereich von $^1/_{100}$ at bis ca. 400 at abgelesen werden können. T bedeutet „Tripelpunkt". Nur bei dieser Temperatur können Eis, Wasser und Wasserdampf nebeneinander bestehen. P_k bedeutet „kritischer Punkt" (Erklärung in [5.5.3.3.]).

Aus den Untersuchungen ergibt sich der grundlegende

Unterschied zwischen Gas und Dampf

Der Zustand eines **Gases** wird durch die **drei** Zustandsgrößen p, V und T gekennzeichnet (siehe Zustandsgleichung), der Zustand eines **gesättigten Dampfes** hängt nur von den **zwei** Größen p und T ab.

Die Zustandsgleichung des idealen Gases gilt also nicht für Dämpfe!

Anders ist es, wenn der Sättigungsdruck noch nicht erreicht ist, also der Raum nicht mit Dampf gesättigt ist. Dann verhält sich der ungesättigte Dampf wie ein Gas. Verkleinert man in diesem Zustand das Volumen, so steigt der Druck an. Aber nur so lange, bis der Sättigungsdruck erreicht ist. Bei weiterer Volumenverkleinerung wird ein Teil des Dampfes verflüssigt und zwar immer gerade so viel, daß der Druck konstant bleibt.

Gesättigten Dampf nennt man in der Technik auch *Sattdampf*. Erhitzt man ein mit gesättigtem Dampf gefülltes Gefäß, so wird der Dampf *ungesättigt*, denn derselbe Raum kann bei höherer Temperatur eine größere Dampfmenge aufnehmen. Man nennt ungesättigten Dampf auch *überhitzten* Dampf. Wird Sattdampf abgekühlt, so kondensiert ein Teil des Dampfes und es entsteht *Naßdampf*, d. h., ein Gemisch von Sattdampf und Wassertröpfchen.

Dampf bildet sich bekanntlich auch, wenn Luft oder andere Gase oder Dämpfe über der verdampfenden Flüssigkeit vorhanden sind. Wie wird dadurch die Dampfbildung beeinflußt? Das läßt sich durch Versuche verschiedener Art prüfen. Bringt man z. B. in ein abgeschlossenes Gefäß, in dem sich Luft von atmosphärischem Druck befindet, eine Flüssigkeit, so verdampft von ihr ein Teil bis der zur herrschenden Temperatur gehörige Sättigungsdruck erreicht ist. Danach mißt man in dem Gefäß einen Gesamtdruck, der sich additiv aus den beiden Teildrücken (Partialdrücken) Luftdruck und Dampfdruck zusammensetzt. Es gilt somit das

Gesetz von DALTON[9])

Der Dampfdruck eines Stoffes wird durch die Anwesenheit anderer Gase oder Dämpfe nicht beeinflußt. Der Gesamtdruck ist die Summe der Partialdrücke (Teildrücke) der einzelnen Gase bzw. Dämpfe.

Wird einer Flüssigkeit Wärme zugeführt, so steigt ihre Temperatur und damit ihr Dampfdruck solange, bis der Dampfdruck so groß ist wie der auf der Flüssigkeit lastende Gegendruck. Dann beginnt die Flüssigkeit zu sieden. Steht z. B. Wasser unter dem Normaldruck der Luft, so siedet es bei 100 °C, weil der Dampfdruck des Wassers bei dieser Temperatur gerade 1 atm beträgt.

Eine Flüssigkeit siedet dann, wenn ihr Dampfdruck gleich dem auf der Flüssigkeit lastenden Gegendruck ist.

5.5.3.2. VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung

Nun wollen wir uns noch einmal mit dem schon oben erwähnten Zustand des ungesättigten Dampfes, d. h. mit dem **realen Gas im engeren Sinne**, befassen. Es ist dies der Zustand zwischen gesättigtem Dampf und quasi-idealem Gas (zweite Spalte der Übersicht im Anhang S. 16).

---

9) J. DALTON, 1766—1844, englischer Physiker und Chemiker

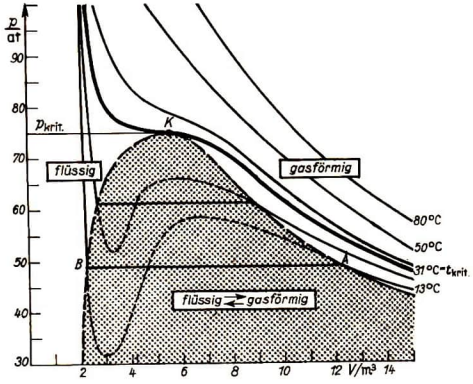


Bild 26: Isothermen von CO_2 im p,V-Diagramm

Wir gehen von den in Bild 26 angegebenen **Versuchsergebnissen aus.** Hier sind in einem p,V-Diagramm die Isothermen von Kohlendioxid für mehrere Temperaturen aufgezeichnet (80 °C, 50 °C, 35 °C, 31 °C, 20 °C, 13 °C). Man erkennt, daß die Isotherme bei 80 °C nur wenig von der Hyperbel abweicht; bei dieser Temperatur gilt also noch das Gesetz von BOYLE und MARIOTTE. Anders ausgedrückt: Bei 80 °C verhält sich Kohlendioxid wie das ideale Gas. Bei niedrigeren Temperaturen beobachtet man aber Abweichungen vom BOYLE-MARIOTTEschen Gesetz, die um so größer sind je tiefer die Temperaturen sind. Besonders auffällig sind die unterhalb 31 °C gemessenen Kurven. Ein Stück dieser Kurven verläuft parallel zur V-Achse. Das heißt aber, in diesem Bereich ändert sich das Volumen bei gleichbleibendem Druck. Der Versuch zeigt, daß dabei eine Umwandlung des Aggregatzustandes vor sich geht. Verfolgen wir einmal die 13 °C-Isotherme von rechts kommend! Bei Verringerung des Volumens nimmt der Druck zunächst zu. Bei A ist der Sättigungsdruck erreicht und es setzt die Verflüssigung ein. Bei weiterer Verkleinerung des Volumens geht immer mehr Dampf in die flüssige Phase über, bis im Punkt B nur noch Flüssigkeit vorhanden ist. Noch weitere Volumenverringerung ist mit sehr starkem Druckanstieg verbunden, da Flüssigkeiten nur sehr wenig kompressibel sind.

Führt man diesen Versuch mit anderen Gasen aus, erhält man gleichartige Kurven. Unterschiedlich sind lediglich die Temperaturen, bei denen die Abweichung vom idealen Zustand und schließlich die Verflüssigung ein-

tritt (bei quasiidealen Gasen weit unter —100 °C!). VAN DER WAALS[10] gelang es, eine Gleichung aufzustellen, mit der das Verhalten der Gase (Dämpfe) im realen Zustand berechnet werden kann.

Es ist dies die

VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung des realen Gases

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\,T \tag{42}$$

In dieser Gleichung ist v das spezifische Volumen, der Kehrwert der Dichte: $v = 1/\varrho = V/m$. a und b sind stoffabhängige Konstanten, die durch Versuche bestimmt werden.

Die angegebene Gleichung (42) gilt mit guter Genauigkeit, solange keine Aggregatzustandsänderung vor sich geht. Im Verflüssigungsbereich (gerasterte Fläche in Bild 26) gilt sie nicht. Hier liefert die Gleichung die gestrichelten Kurven, die aber dem Versuchsergebnis nicht entsprechen.

Wie läßt sich nun nach der kinetischen Wärmetheorie das Auftreten der Konstanten a und b erklären? Der Grund ist in der größeren Dichte der realen Gase zu suchen. Wir dürfen hier die Kraftwirkungen zwischen den Molekülen sowie deren Eigenvolumen nicht mehr vernachlässigen.

Erhöht man den auf ein reales Gas einwirkenden Druck, so vermindert sich sein Volumen stärker, als die Zustandsgleichung des idealen Gases es angibt. Durch die Verdichtung werden die Abstände der Teilchen so klein, daß sich die Kohäsionskräfte bemerkbar machen. Diese Kräfte wirken in gleichem Sinn wie der Außendruck und rufen einen sogenannten *Binnendruck* hervor (Symbol d). Ein reales Gas ist demnach nicht nur dem Außendruck p allein ausgesetzt, wie es in der Zustandsgleichung des idealen Gases angenommen wird, sondern auch dem Binnendruck d. Er beträgt nach VAN DER WAALS $d = a/v^2$ und muß, wie die Gleichung zeigt, zum Druck p addiert werden.

Durch das Eigenvolumen der Moleküle steht diesen nicht das gesamte Volumen des Gefäßes für ihre Bewegung zur Verfügung. Das Volumen ist also kleiner als im Idealzustand. Diese Volumenverringerung wird durch das Korrekturglied b erfaßt, das von v subtrahiert werden muß.

5.5.3.3. Der kritische Zustand. Verflüssigung der Gase

Wir hatten schon darauf hingewiesen, daß in Bild 26 allen Isothermen, die unter 31 °C liegen, gemeinsam ist, daß sie einen zur V-Achse parallel verlaufenden Teil haben. Dieser Kurvenabschnitt, bei dem Verflüssigung eintritt, wird für höhere Temperaturen immer kürzer und verschwindet für

[10] J. D. VAN DER WAALS, 1837—1923, seit 1877 Professor in Amsterdam

die Isotherme bei 31 °C ganz. Man fand, daß sich das Kohlendioxid bei dieser und höheren Temperaturen nicht mehr verflüssigen läßt. Eine solche Temperatur läßt sich für jedes Gas finden. Man nennt sie die *kritische Temperatur*.

> Oberhalb der **kritischen Temperatur** läßt sich ein Gas bei noch so hohem Druck nicht verflüssigen. Der ihr zugehörige Druck heißt **kritischer Druck.**

Bei normaler Lufttemperatur lassen sich durch Druck nur die Gase verflüssigen, deren kritische Temperatur höher ist als die Lufttemperatur, z. B. Kohlendioxid und Ammoniak.

In Tafel 13 sind die kritischen Daten einiger Gase zusammengestellt. Der Tafel ist zu entnehmen, daß bei den technisch wichtigen Gasen (Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Luft, Edelgase) die kritischen Temperaturen sehr niedrig liegen. Die Verflüssigung dieser Gase ist deshalb von der Herstellung sehr tiefer Temperaturen abhängig. Diese erzielt man mit Hilfe des JOULE-THOMSON-Effekts[11]): Beim Ausströmen aus einer Düse kühlen sich reale Gase ab, sofern dies unterhalb einer bestimmten, für jedes Gas charakteristischen Temperatur geschieht. Auf diesem Effekt beruht im wesentlichen das Verfahren von LINDE[12]) zur **Luftverflüssigung** (Bild 27):

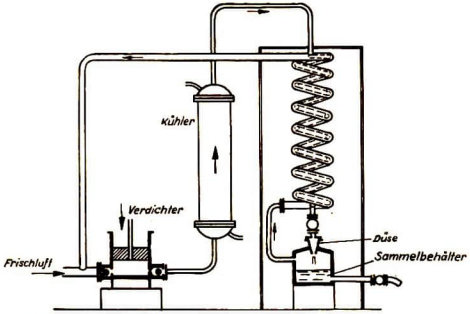


Bild 27: Schema der Luftverflüssigung nach LINDE

Durch ein Zugangsrohr wird Frischluft angesaugt und in einem Kompressor verdichtet. Dadurch erwärmt sich die Luft zunächst, durchläuft jedoch dann einen Trockner, einen Kühler und einen Gegenstromapparat, wo sie

---

11) WILLIAM THOMSON, 1824—1907 (von 1892 an Lord KELVIN), Professor der Physik in Glasgow

12) KARL VON LINDE, 1842—1934, Professor in München

sich weiter abkühlt. Die getrocknete und gekühlte Luft, die immer noch unter hohem Druck steht, wird nun in einem Druckminderventil entspannt. Die dabei entstehende Abkühlung verursacht einen Temperaturrückgang um rund 15 grd. Die abgekühlte, entspannte Luft durchläuft jetzt in entgegengesetzter Richtung den Gegenstromapparat, wobei sie die ankommende komprimierte Luft abkühlt und selbst wieder bis zur Anfangstemperatur erwärmt wird. Die entspannte Luft gelangt zurück in den Kompressor und der Vorgang wiederholt sich. Auf diese Weise wird die an der Drossel sich entspannende Luft mit fortschreitender Zeit kälter und kälter, bis schließlich die Verflüssigungstemperatur erreicht ist und sich die flüssige Luft im Gefäß unterhalb der Drossel sammelt. Die aus dem Kreislauf ausgeschiedene Luftmenge wird durch Frischluft ergänzt.

5.5.3.4. Luftfeuchtigkeit

Die stete Gegenwart von freien Wasserflächen in der Natur bringt es mit sich, daß die uns umgebende Luft stets mehr oder weniger Wasserdampf enthält. Diese Luftfeuchtigkeit wird durch verschiedene Größen gekennzeichnet. Eine Größe, die den tatsächlichen Wassergehalt der Luft angibt, ist die **absolute Luftfeuchtigkeit.**

Man versteht darunter den Quotienten aus der Masse m des in einem vorgegebenen Volumen enthaltenen Wasserdampfes und diesem Volumen V:

Absolute Luftfeuchtigkeit

$$f = \frac{m}{V} \tag{43}$$

Da die in der Luft enthaltenen Wasserdampfmengen klein sind, ist es üblich, als Einheit der Masse das Gramm zu verwenden und das Volumen der Luft in Kubikmetern anzugeben. Die gebräuchliche Einheit der absoluten Luftfeuchtigkeit ist also:

$$[f] = \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}$$

In geschlossenen Räumen steigt bei Verdunstung die Luftfeuchte stark an. Denken Sie an Waschküchen, enge Eisenbahnabteile und Schulräume. Kann die Flüssigkeit lange genug verdampfen, so wird schließlich der Zustand erreicht, in dem der Raum mit Wasserdampf gesättigt ist, d. h., er enthält die höchstmögliche Dampfmenge (Sättigungsmenge), die wir als $m_{\max}$ bezeichnen. Die Sättigungsmenge ist temperaturabhängig und wird mit steigender Temperatur größer.

Mit der Sättigungsmenge definieren wir die

maximale Luftfeuchtigkeit

$$f_{\max} = \frac{m_{\max}}{V} \tag{44}$$

Einige Werte für die maximale Luftfeuchtigkeit sind in Tafel 15 des Anhangs angegeben.

Im allgemeinen ist jedoch die Luft nicht gesättigt, sondern sie enthält nur einen Teil der Sättigungsmenge. Dann interessiert die **relative Luftfeuchtigkeit.** Diese ist definiert als der Quotient aus der absoluten Luftfeuchtigkeit und der bei der jeweiligen Temperatur möglichen maximalen Luftfeuchtigkeit f_{max}.

$$\text{Relative Luftfeuchtigkeit} = \frac{\text{absolute Luftfeuchtigkeit}}{\text{maximale Luftfeuchtigkeit}}$$

$$\varphi = \frac{f}{f_{max}} = \frac{m}{m_{max}} \tag{45}$$

Die relative Luftfeuchtigkeit wird meist in Prozent angegeben. Bei gleichbleibender absoluter Luftfeuchtigkeit steigt bei Abkühlung die relative Luftfeuchtigkeit, denn f_{max} wird dann kleiner (Tafel 15).

Ist die Abkühlung sehr stark, so wird schließlich eine Temperatur erreicht, bei der die Menge des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes gleich der Sättigungsmenge ist. Bei weiterer Abkühlung wird ein Teil des Wasserdampfs verflüssigt. Die Temperatur, bei der die Abscheidung des Wassers beginnt, bezeichnet man als den **Taupunkt.**

Der Taupunkt ist die Temperatur, bei der die vorhandene absolute Feuchtigkeit gleich der maximalen Luftfeuchtigkeit ist. Wird der Taupunkt unterschritten, so fällt der überschüssige Wasserdampf als Tau aus.

Zur Messung der relativen Luftfeuchtigkeit verwendet man u. a. *Haarhygrometer.* Ihr Meßorgan besteht aus einer Strähne entfetteter Menschenhaare, die die Eigenschaft haben, sich in feuchter Luft zu dehnen. Dadurch kann ein leichter Zeiger bewegt werden, der auf einer Skale die relative Feuchtigkeit anzeigt.

Die Luftfeuchtigkeit ist auch für das Wohlbefinden der Menschen von großer Bedeutung. So hat man festgestellt, daß der Mensch bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 40 bis 60 % am leistungsfähigsten ist. Oberhalb 60 % spricht man von feuchter, unterhalb 40 % von trockener Luft.

Beispiel 27:

Bei 24 °C wird eine absolute Luftfeuchtigkeit von 7 g/m³ gemessen.

a) Wie groß ist die relative Luftfeuchtigkeit?

b) Wie ändert sich die relative Luftfeuchtigkeit, wenn die Temperatur auf 12 °C absinkt?

c) Was geschieht, wenn die Temperatur der Luft weiter auf 0 °C absinkt?

Lösung:

Gegeben: $f = 7\ g/m^3$ Gesucht: φ_1 und φ_2

$t_1 = 24\ °C$

$t_2 = 12\ °C$

$t_3 = 0\ °C$

$f_{1max} = 21{,}8\ g/m^3$

$f_{2max} = 10{,}7\ g/m^3$

$f_{3max} = 4{,}84\ g/m^3$

a) Nach (45) gilt

$$\varphi_1 = \frac{f}{f_{1max}} = \frac{7\ g/m^3}{21{,}8\ g/m^3} = 0{,}32$$

$$\underline{\underline{\varphi_1 = 32\ \%}}$$

$$\varphi_2 = \frac{f}{f_{2max}} = \frac{7\ g/m^3}{10{,}7\ g/m^3} = 0{,}67$$

$$\underline{\underline{\varphi_2 = 67\ \%}}$$

c) Die maximale Luftfeuchtigkeit f_{3max} ist kleiner als die absolute Luftfeuchtigkeit, d. h., der Überschuß $f - f_{3max} = 2{,}16\ g/m^3$ wird in flüssiger Form abgeschieden.

Zusammenfassung

Dampf im physikalischen Sinn ist gesättigter Dampf. Er steht mit seiner Flüssigkeit in Verbindung. Der Sättigungsdruck eines Dampfes ist nur von der Temperatur (nicht vom Volumen) abhängig.

Überhitzter (ungesättigter) Dampf ist ein Gas im realen Gaszustand. Für diesen Zustand gilt die VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung. Aus ihr folgt, daß eine Verflüssigung von Gasen nur unterhalb der (für jedes Gas spezifischen) kritischen Temperatur möglich ist.

Als relative Luftfeuchtigkeit bezeichnet man das Verhältnis der vorhandenen absoluten Luftfeuchtigkeit zu der bei dieser Temperatur möglichen maximalen Luftfeuchtigkeit.

Übung

36. Ein Haarhygrometer zeigt bei einer Temperatur von 30 °C eine relative Luftfeuchtigkeit von 55 % an.
    1. Wie groß ist die absolute Luftfeuchtigkeit?
    2. Wie ändert sich die relative Luftfeuchtigkeit, wenn sich die Luft auf 16 °C abkühlt?

6. Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit

6.1. Reversible und irreversible Prozesse. Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

Ein beliebiger Prozeß, der zwischen einem Anfangszustand und einem Endzustand abläuft, heißt **reversibel** oder **umkehrbar**, wenn bei Rückwärtsdurchlaufen des Prozesses der Anfangszustand vollkommen wieder erreicht wird, ohne daß in dem System Veränderungen zurückbleiben. Vorgänge, für die dies nicht zutrifft, heißen **irreversibel**. Irreversibel sind alle Vorgänge, die mit Reibung verbunden sind. Die reversiblen Prozesse stellen Idealfälle dar, die in der Natur praktisch nicht vorkommen. Ihre Betrachtung spielt aber — wie Sie noch sehen werden — in der Wärmelehre eine große Rolle. Reversibel sind alle Vorgänge, die als reibungsfrei angesehen werden können, z. B. ungedämpfte mechanische oder elektrische Schwingungen, denn bei diesen stellt sich in periodischer Folge der Ausgangszustand wieder ein. Auch die im Lehrbrief behandelten Zustandsänderungen des idealen Gases sind umkehrbar, denn sie können in beiden Richtungen durchlaufen werden, ohne daß sie bleibende Veränderungen, wie Wärmeverluste, verursachen. Wie die Berechnungen zeigen, läßt sich das ideale Gas in jeden beliebigen Zustand zurückführen. Allerdings setzt dies voraus, daß man die Zustandsänderungen als äußerst langsam ablaufend annimmt, denn nur so sind sie frei von Verlusten z. B. durch Stoß, Wirbelung und Beschleunigung der Moleküle. Außerdem sind dann die pro Zeiteinheit ausgetauschten Wärmemengen verschwindend klein, so daß sich das Gas in jedem Augenblick der Zustandsänderung im thermischen Gleichgewichtszustand befindet. Man sagt deshalb auch, die Zustandsänderungen des idealen Gases verlaufen **quasistatisch**.

Alle reversiblen Vorgänge sind durch drei Merkmale gekennzeichnet:

> Reversible Vorgänge lassen sich durch bloße Umkehr des Ablaufes rückgängig machen.
>
> Die Wiederherstellung ihres Ausgangszustandes erfordert keine Energie.
>
> An den beteiligten Körpern werden keine dauernden Zustandsänderungen hinterlassen.

Die Zustandsänderungen der realen Gase sind nicht umkehrbar, denn sie laufen in endlicher Zeit ab und sind deshalb mit Energieverlusten verbunden; außerdem treten Verluste durch Wärmeabgabe an die Umgebung auf. Typische Vertreter irreversibler Vorgänge sind die Diffusion, die Reibung, die plastische Verformung von Körpern und die Wärmeleitung. Die irreversiblen Vorgänge sind durch folgende drei Merkmale gekennzeichnet:

Irreversible Vorgänge verlaufen von selbst nur in einer Richtung. Stets wird ein Teil der Energie in Wärme umgewandelt. Diese Energie kann nicht wieder zurückgewonnen werden, ohne daß eine Zustandsänderung zurückbleibt.

Irreversible Vorgänge führen in dem betrachteten System zu dauernden Zustandsänderungen.

Ein Beispiel: Berühren sich zwei Körper verschiedener Temperatur, so gibt der wärmere an den kälteren Wärmeenergie ab, bis ein Wärmeausgleich eingetreten ist. Der umgekehrte Vorgang, daß sich der warme Körper von selbst auf Kosten des kälteren noch weiter erwärmt, wäre nach dem Energieerhaltungssatz zwar möglich, doch ist ein solcher Vorgang noch nie beobachtet worden.

Ein anderes Beispiel ist das schwingende Pendel. Schwingt das Pendel, so wird nicht nur laufend kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt und umgekehrt, sondern während jeder Schwingung wird ein Teil der mechanischen Energie durch die Reibung mit der Luft in Wärme umgeformt. Wenn das Pendel den Stillstand erreicht hat, hat sich die gesamte mechanische Energie in Wärme umgewandelt. Dieser Vorgang verläuft in Übereinstimmung mit dem Prinzip von der Erhaltung der Energie. Denkt man sich den Vorgang reversibel ablaufend, dann müßte das Pendel der Umgebung Wärme entziehen und von selbst zu schwingen anfangen. Dabei würde sich also Wärme in mechanische Energie umwandeln. Auch dieser Vorgang befände sich in völliger Übereinstimmung mit dem Energieerhaltungssatz. Jeder weiß jedoch, daß der geschilderte Vorgang von selbst nur in der zuerst beschriebenen Richtung abläuft.

In Weiterführung des zuletzt genannten Beispiels wäre es nach dem 1. Hauptsatz auch möglich, einem großen Wärmebehälter, z. B. dem Meerwasser, dauernd Wärme zu entnehmen, diese in mechanische Energie umzuwandeln und mit ihr z. B. ein Schiff anzutreiben. Wegen der Unerschöpflichkeit der Wärmevorräte würde eine solche Maschine nie zum Stillstand kommen. Sie wäre also ein Perpetuum mobile. Maschinen dieser Art werden als *Perpetuum mobile 2. Art* bezeichnet, um sie vom Perpetuum mobile 1. Art, das dem Energieerhaltungssatz widerspricht, zu unterscheiden. Es gilt also der Erfahrungssatz:

Ein Perpetuum mobile 2. Art ist nicht möglich. Dieser Satz wird auch als 2. Hauptsatz der Wärmelehre bezeichnet.

Nach dem zweiten Hauptsatz ist auch die fortlaufende Umwandlung von Wärme in mechanische Energie durch eine periodisch arbeitende Maschine nur beschränkt möglich (als einmaliger Vorgang kann aber ein Wärmevorrat vollständig in mechanische Energie umgesetzt werden). In einer solchen Maschine wird stets nur ein Teil der Wärme in mechanische Energie umgewandelt. Der andere Teil geht von einem Wärmebehälter höherer Temperatur auf einen Wärmebehälter niederer Temperatur über.

Der zweite Hauptsatz sagt also aus:

Wärme kann durch einen periodisch ablaufenden Vorgang nur bei Vorhandensein zweier Wärmebehälter und nur zum Teil in mechanische Arbeit umgewandelt werden.

Die Umwandlung von Wärme in Arbeit und der dabei zu erreichende Wirkungsgrad wird im nachfolgenden Abschnitt genauer untersucht.

6.2. Carnotscher Kreisprozeß. Thermischer Wirkungsgrad

In der Technik geschieht die Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit bekanntlich in den Wärmekraftmaschinen, und zwar mit Hilfe sogenannter **Kreisprozesse.** Man versteht darunter Prozesse, bei denen mehrere Zustandsänderungen nacheinander so ablaufen, daß nach der letzten Zustandsänderung wieder der Ausgangszustand erreicht wird.

Als Beispiel für einen Kreisprozeß wird nachfolgend der **Carnotprozeß**[13]) beschrieben, der für alle anderen Kreisprozesse von grundsätzlicher Bedeutung ist. Es handelt sich bei diesem Prozeß um einen idealisierten umkehrbaren Vorgang, der praktisch nicht verwirklicht werden kann. Dennoch sind die Folgerungen, die aus den Ergebnissen dieser Betrachtung gezogen werden können, bedeutungsvoll für alle Wärmekraftmaschinen.

Der Carnotsche Kreisprozeß wird mit dem idealen Gas als Arbeitsstoff durchgeführt, das nacheinander vier Zustandsänderungen unterworfen wird:

1. Isotherme Expansion
2. Adiabatische Expansion
3. Isotherme Kompression
4. Adiabatische Kompression

Betrachten wir nun den Carnotschen Kreisprozeß etwas genauer. In einem Behälter von veränderlichem Volumen denken wir uns eine bestimmte Menge des idealen Gases eingeschlossen; sie hat die Masse m, die Temperatur T_1 und das Volumen V_1. Der Gasdruck p_1 ist größer als der äußere Luftdruck. Der Kolben und die seitlichen Zylinderwände sollen vollkommene Wärmeisolatoren sein (in Bild 28 schraffiert). Den Boden

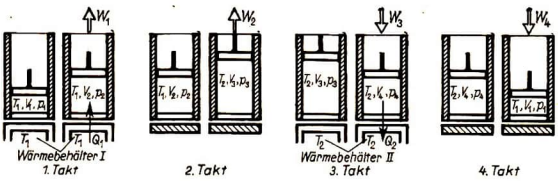


Bild 28: Zum Carnotschen Kreisprozeß

13) SADI CARNOT, 1796 bis 1832, französischer Physiker

des Zylinders stellen wir uns als idealen Wärmeleiter vor. Für den Wärmeaustausch sind zwei große Wärmebehälter vorhanden, in denen die Temperaturen T_1 und T_2 herrschen sollen, wobei $T_1 > T_2$ ist. Auch die Wände der Wärmebehälter seien ideale Wärmeleiter.

Die Wärmebehälter sollen so groß sein, daß sie bei Abgabe oder Aufnahme endlicher Wärmemengen ihre Temperatur nicht merklich ändern. Mit einer bestimmten Gasmenge werden nun die genannten 4 Zustandsänderungen in 4 Takten durchgeführt (Bilder 28 und 29).

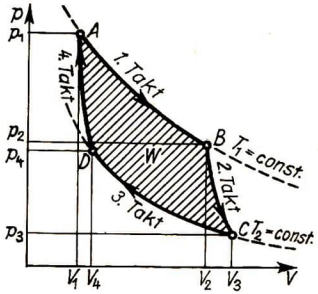


Bild 29: p, V-Diagramm des CARNOTschen Kreisprozesses

1. Takt: Isotherme Expansion (Kurve AB im Bild 29).

Das Gas nimmt bei unveränderlicher Temperatur T_1 die Wärmemenge Q_1 auf und gibt dafür die äquivalente Ausdehnungsarbeit W_1 ab. Es hat dann das größere Volumen V_2 und den kleineren Druck p_2 gegenüber dem Ausgangszustand. Die innere Energie der Gasmenge ist unverändert geblieben (vgl. Abschnitt 5.4.3.). Es gilt: $Q_1 = W_1$.

2. Takt: Adiabatische Expansion (Kurve BC).

Der Zylinderboden wird mit einer wärmeisolierenden Schicht abgedeckt. Da der Druck des Gases immer noch größer ist als der äußere Luftdruck, findet nun eine adiabatische Expansion statt. Dabei verrichtet das Gas die Arbeit W_2. Da keine Wärmezufuhr stattgefunden hat, verrichtet das Gas diese Arbeit auf Kosten der inneren Energie. Diese verringert sich um ΔU von U_1 auf U_2, was sich in einer Temperaturabnahme von T_1 auf T_2 bemerkbar macht. Das Volumen hat sich auf V_3 vergrößert und der Druck ist auf p_3 gesunken. Es gilt: $-\Delta U = W_2$.

3. Takt: Isotherme Kompression (Kurve CD).

Der Zylinderboden wird mit dem zweiten Wärmebehälter, der die Temperatur T_2 hat, verbunden. Dann wird die Gasmenge mittels der Arbeit W_3 bei konstant bleibender Temperatur komprimiert. Dazu ist erforderlich, daß die Gasmenge die bei der

Kompression entstehende Wärme Q_2 an den zweiten Wärmebehälter abgibt. Die innere Energie des Gases bleibt konstant, das Volumen verkleinert sich auf V_4 und der Druck steigt auf p_4.
Es gilt: $Q_2 = W_3$.

4. Takt: Adiabatische Kompression (Kurve DA).

Der Zylinderboden wird wieder wärmeisolierend verschlossen und die Gasmenge jetzt adiabatisch weiter komprimiert. Hierzu wird dem Gas von außen die Arbeit W_4 zugeführt, und zwar wird sie so bemessen, daß die Ausgangstemperatur T_1, das Ausgangsvolumen V_1 und der Ausgangsdruck p_1 wieder erreicht werden. Die entstehende Wärme dient zur Temperaturerhöhung und damit zur Erhöhung der inneren Energie des Gases. Sie nimmt um ΔU von U_2 auf U_1 zu. Nach dem Abschluß des Kreisprozesses ist also der ursprüngliche Zustand wieder hergestellt. Es gilt: $-W_4 = \Delta U$.

Rechnet man diesen Kreisprozeß anhand der Gleichungen für die beteiligten Zustandsänderungen durch, so läßt sich zeigen, daß die schraffierte Fläche im p,V-Diagramm (Bild 29) ein Maß für die nach außen abgegebene Arbeit ist. Diese Arbeit W ist gleich der Differenz der Beträge der beiden Arbeiten W_1 und W_3. Da sowohl die erste als auch die dritte Zustandsänderung isotherm verläuft und für sie somit $\Delta U = 0$ gilt, muß nach dem 1. Hauptsatz die Arbeit W_1 gleich der im ersten Takt dem Gas zugeführten Wärme Q_1 und die Arbeit W_3 gleich der im 3. Takt abgegebenen Wärme Q_2 sein. Es gilt also:

$$W = Q_1 - Q_2$$

Hieraus erkennen wir:

Nicht die gesamte dem Gas zugeführte Wärmeenergie wird in mechanische Arbeit umgewandelt, sondern nur ein Teil, der Rest der Wärmeenergie wird dem kälteren Wärmebehälter zugeführt. Oder mit anderen Worten: Die Gewinnung der mechanischen Arbeit W ist stets mit einem Übergang eines Teils der Wärme von dem Wärmebehälter der höheren Temperatur T_1 auf den Behälter mit der niedereren Temperatur T_2 verbunden.

Dem Behälter mit der Temperatur T_1 entspricht z. B. der Kessel der Dampfmaschine, diesem wird die Wärmemenge Q_1 entnommen, und dem Behälter mit der Temperatur T_2 entspricht z. B. außen die Atmosphäre.

Um anzugeben, zu welchem Anteil die zugeführte Wärme bei einem Kreisprozeß ausgenutzt wird, hat man den thermischen Wirkungsgrad definiert:

thermischer Wirkungsgrad =

$$= \frac{\text{gewonnene mechanische Arbeit } W}{\text{zugeführte Wärmemenge } Q}$$

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q} \tag{46}$$

Für den CARNOTschen Kreisprozeß erhalten wir:

Thermischer Wirkungsgrad des CARNOTprozesses

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \tag{47}$$

Berechnet man die Größen Q_1 und Q_2 im einzelnen, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll, so findet man die wichtige Beziehung:

Thermischer Wirkungsgrad des CARNOTprozesses

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} \tag{48}$$

Daraus geht hervor, daß der thermische Wirkungsgrad des CARNOTschen Kreisprozesses nur von den Temperaturen T_1 und T_2 abhängt, zwischen denen der Kreisprozeß abläuft. Um einen möglichst hohen thermischen Wirkungsgrad zu erreichen, muß T_1 möglichst hoch und T_2 möglichst niedrig sein, denn dann kommt η_{th} in (48) dem Wert 1 am nächsten. Der Wirkungsgrad des CARNOTschen Kreisprozesses ist der beste, den eine periodisch arbeitende Maschine bei der Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit überhaupt haben könnte. Er stellt somit eine obere Grenze für den Wirkungsgrad aller Wärmekraftmaschinen dar. In den technisch realisierbaren Kreisprozessen gelingt es jedoch nicht, rein isotherme und adiabatische Zustandsänderungen zu erzielen. Man hat deshalb für die einzelnen Maschinengattungen andere ideale Kreisprozesse aufgestellt (siehe [6.4.] bis [6.6.]), die sich praktisch weit vollkommener verwirklichen lassen. So besteht z. B. der ideale Kreisprozeß des Ottomotors (Bild 37) aus zwei Adiabaten und zwei Isochoren.

6.3. Wirkungsgrad von Wärmekraftmaschinen

Die für die verschiedenen Arten der Wärmekraftmaschinen aufgestellten idealen Kreisprozesses lassen sich nur annähernd verwirklichen, weil in jeder Wärmekraftmaschine Wärmeverluste auftreten und somit jeder Kreisprozeß irreversible Teile enthält. Deshalb ist auch die im wirklichen Kreisprozeß auf die Maschine übertragene mechanische Arbeit W_i (indizierte Arbeit) stets kleiner als die nach dem idealen Prozeß errechnete mechanische Arbeit W. Das Verhältnis W_i/W bezeichnet man als den

Gütegrad η_g der Maschine

$$\eta_g = \frac{W_i}{W} \tag{49}$$

Die von der Wärmekraftmaschine abgegebene Arbeit W_e (effektive Arbeit) ist, verglichen mit W_i, noch um die mechanischen Verluste geringer. Berücksichtigt man noch den

mechanischen Wirkungsgrad

$$\eta_m = \frac{W_e}{W_i}$$

so erhält man zusammen mit dem thermischen Wirkungsgrad η_{th} des jeweiligen idealen Kreisprozesses:

Gesamtwirkungsgrad (wirtschaftlicher Wirkungsgrad) der Wärmekraftmaschine

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_g \cdot \eta_{th} \tag{50}$$

oder

$$\eta = \frac{W_e}{W_i} \cdot \frac{W_i}{W} \cdot \frac{W}{Q} = \frac{W_e}{Q} \tag{50'}$$

Der wirtschaftliche Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine ist der Quotient aus der von der Maschine verrichteten Arbeit W_e und der ihr zugeführten Wärmemenge Q.

Beim Otto- und Dieselmotor ist die zugeführte Wärmemenge gleichbedeutend mit der Verbrennungswärme des Brennstoffes. Das trifft jedoch nicht für jede Wärmekraftmaschine zu. Zum Beispiel geht bei Dampfkraftanlagen ein erheblicher Teil der verfügbaren Wärmemenge des Brennstoffes bereits in der Kesselanlage und in den Rohrleitungen verloren.

Will man den Wirkungsgrad der gesamten Wärmekraftanlage η_{ges}, d. h. den *Brennstoffnutzungsgrad* angeben, so ist der Quotient aus der von der Maschine abgegebenen Arbeit W_e und der Wärmemenge Q_v, die beim Verbrennen des Brennstoffes entsteht, zu bilden:

$$\eta_{ges} = \frac{W_e}{Q_v}$$

Setzt man $Q_v = m\,H$, wenn m die Masse des verbrannten Brennstoffes und H sein Heizwert ist, so ergibt sich:

Wirkungsgrad der Wärmekraftanlage

$$\eta_{ges} = \frac{W_e}{m\,H} \tag{51}$$

Beispiel 28:

Bei einer Dampfmaschine kann mit einer Temperatur des Wasserdampfes von 400 °C gerechnet werden. Die Temperatur des Kondenswassers soll 50 °C betragen. Wie groß wäre der thermische Wirkungsgrad, wenn sich der Kreisprozeß als reiner CARNOTprozeß durchführen ließe?

Lösung:

Gegeben: $T_1 = 673\ °K$ Gesucht: η_{th}

$T_2 = 323\ °K$

Nach (48) gilt

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{673\ °K - 323\ °K}{673\ °K}$$

$$\underline{\underline{\eta_{th} = 0{,}52}}$$

Was sagt uns dieses Ergebnis?

Selbst unter den idealen Verhältnissen des CARNOTschen Kreisprozesses gehen nur 52% der der Maschine zugeführten Wärme in mechanische Arbeit über. Der Rest von 48% ist nicht in mechanische Energie umwandelbar, sondern geht bei der Kondensation auf das Wasser über.

In Wirklichkeit ist der thermische Wirkungsgrad natürlich kleiner, da in der Dampfmaschine ein Kreisprozeß stattfindet, der auch irreversible Vorgänge enthält. Der wirtschaftliche Wirkungsgrad ist noch niedriger; er liegt bei guten Dampfmaschinen bei 20% und kann im günstigsten Falle 25% betragen. Die Tafel 16 des Anhangs enthält eine Übersicht über die wirtschaftlichen Wirkungsgrade der Wärmekraftmaschinen sowie zum Vergleich die der Elektromotoren und der Wasserturbinen.

6.4. Dampfmaschine und Dampfturbine

Die theoretischen Grundlagen der Wirkungsweise von Wärmekraftmaschinen lernten Sie in den vorangegangenen Abschnitten kennen. Es

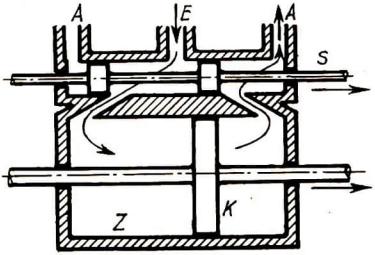


Bild 30: Zur Arbeitsweise der Dampfmaschine (Schema)

sind dies im wesentlichen die Zustandsänderungen des idealen Gases und der Kreisprozeß. Denn bei allen Wärmekraftmaschinen wird in einem sich periodisch wiederholenden Arbeitszyklus der Maschine Wärme z. B. durch Dampf, gasförmigen oder flüssigen Brennstoff zugeführt und in mechanische Arbeit umgewandelt. Nach Beendigung eines jeden Arbeitsganges ist der Ausgangszustand wiederhergestellt, d. h., in jedem Falle wird ein Kreisprozeß durchlaufen.

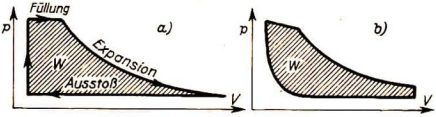


Bild 31: Theoretisches (a) und gemessenes (b) Arbeitsdiagramm (Indikatordiagramm) einer Kolbendampfmaschine (Expansionsmaschine)

Bei der **Kolbendampfmaschine** wird der im Kessel erzeugte Dampf dem Zylinder Z (Bild 30) zugeleitet, und zwar abwechselnd von beiden Seiten her, so daß der Kolben hin- und herbewegt wird. Die Steuerung des Dampfstromes geschieht durch einen Schieber S oder auch durch Ventile.

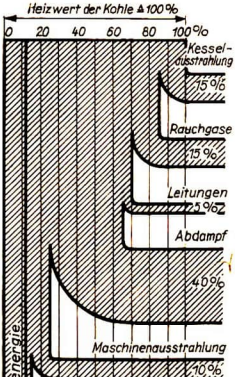


Bild 32: Zum Wirkungsgrad der Dampfmaschine

Das theoretische Arbeitsdiagramm (p,V-Diagramm) einer Dampfmaschine ist im Bild 31 dargestellt. Die vom Dampf verrichtete mechanische Arbeit entspricht auch hier wieder der von der p,V-Kurve umschlossenen Fläche.

Die Dampfmaschine hat gegenüber der Dampfturbine viele Nachteile, jedoch auch einige Vorteile, so daß sie sich weiterhin behauptet. Bei kleiner Leistung (bis etwa 750 kW) ist der Wirkungsgrad der Dampfmaschinen besser als der von Dampfturbinen. Die Dampfmaschine ist auch wenig störanfällig und kann, was für den Zugbetrieb wichtig ist, sofort unter Vollast anfahren. Dampfmaschinen werden heute noch in Lokomotiven und in stationären Anlagen (Walzwerke, Förderanlagen in Bergwerken u. a.) eingesetzt, wo ein rasches Umsteuern von Vorwärts- und Rückwärtsgang und niedrige Drehzahlen erwünscht sind. Die Energieverluste bei der Dampfmaschine sind aus Bild 32 zu erkennen.

Beispiel 29:

Welchen Gesamtwirkungsgrad hat eine Dampfmaschine, die bei einem stündlichen Verbrauch von 40 kg Braunkohle eine Leistung von 15 PS abgibt?

Lösung:

Gegeben: $m = 40$ kg
$t = 1$ h
$P_e = 15$ PS
$H = 3000$ kcal/kg

Gesucht: η_{ges}

Der Gesamtwirkungsgrad ist der Quotient aus der Nutzleistung (effektive Leistung P_e) und der zugeführten Leistung (indizierte Leistung P_i).
Die indizierte Leistung können wir hier auch als Wärmeleistung bezeichnen:

$$P_i = \frac{Q}{t}$$

Mit $Q = m\,H$ folgt

$$P_i = \frac{m\,H}{t}$$

Wir erhalten für den Wirkungsgrad

$$\eta_{ges} = \frac{P_e}{P_i} = \frac{P_e\,t}{m\,H} = \frac{15\ \text{PS} \cdot 1\ \text{h}\ \text{kg}}{40\ \text{kg} \cdot 3000\ \text{kcal}}$$

$$\eta_{ges} = \frac{15 \cdot 0{,}736\ \text{kW} \cdot 1\ \text{h}}{40 \cdot 3000 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{kWh}}$$

$$\underline{\underline{\eta_{ges} = 8\%}}$$

Bei der **Dampfturbine** strömt der hochgespannte Dampf durch eine Düse auf ein Schaufelrad (Laufrad) und versetzt dieses in Rotation (Bild 33). Um die vom Dampf mitgeführte Energie voll auszunutzen, arbeitet man bei modernen Turbinen mit mehreren Stufen. Auf der Welle der Turbine werden mehrere Schaufelräder angeordnet. Zwischen zwei Laufrädern befindet sich jeweils ein Leitrad, das ebenfalls mit Schaufeln besetzt ist, aber nicht rotiert. Durch diese Leiträder wird der Dampf, der einen Teil seiner Energie jeweils an das vorher durchströmte Laufrad abgegeben hat, so umgelenkt, daß er in der gewünschten Richtung auf das jeweils folgende Laufrad auftrifft (Bild 34). Da der Dampfdruck von Stufe zu Stufe sinkt, nimmt das Dampfvolumen zu. Deshalb

Bild 33: Zur Arbeitsweise der Dampfturbine (Schema)

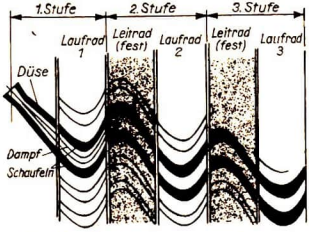


Bild 34: Prinzipskizze zur Arbeitsweise einer mehrstufigen Dampfturbine

wird der Raddurchmesser von Stufe zu Stufe größer und man unterscheidet bei leistungsfähigen Turbinen den (kleineren) Hochdruckteil vom (größeren) Niederdruckteil. Solche Turbinen sind in der DDR als 75-MW-Turbinen in großer Zahl eingesetzt. Die Dampfturbine hat auf gleichem Raum eine wesentlich höhere Leistung als die Dampfmaschine. Leistungen von 80 MW, die von Dampfmaschinen nie erreicht werden, sind bei Dampfturbinen üblich. Es werden Turbinen bis 600 MW Leistung gebaut. Diese Turbinen arbeiten mit Frischdampf vonüber 250 at und über 550 °C. Die üblichen Turbinendrehzahlen betragen ca. 3000 min^{-1}. Besonders geeignet sind die Dampfturbinen zum Direktantrieb von schnellaufenden Elektrogeneratoren, Kreiselpumpen und Turbokompressoren. Dampfturbinen sind allerdings nicht umsteuerbar. Man muß deshalb, wenn Vor- und Rückwärtsgang sowie geringe Drehzahlen erforderlich sind, entsprechende Getriebe einbauen.

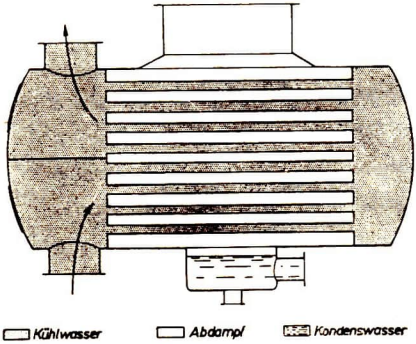


Bild 35: Schnitt durch den Kondensator einer Dampfturbine (schematisch)

Um einen hohen thermischen Wirkungsgrad zu erzielen, muß, wie in [6.2.] erläutert, mit möglichst hoher Temperatur T_1 und möglichst niedriger Temperatur T_2 gearbeitet werden. Um das letztere zu erreichen, wird der Abdampf (Dampf der bereits Arbeit verrichtete) beim sogenannten Kondensationsbetrieb in einen großen Behälter, den Kondensator (Bild 35) ge-

leitet, in dem ein Unterdruck herrscht. Dort kondensiert der Abdampf bei Temperaturen von 20 °C bis 30 °C, nachdem er bis zu einem Druck von 0,03 bis 0,08 at ausgenutzt wurde. Nach diesem Verfahren arbeitende Maschinen nennt man *Kondensationsmaschinen*. Bei *Auspuffmaschinen* wird der Abdampf ins Freie gelassen.

Einen hohen Wirkungsgrad weist der Gegendruckbetrieb auf, der in modernen großen Wärmekraftwerken Anwendung findet. Die Turbine arbeitet mit einem Abdampfdruck von 2 at bis 7 at („Gegendruck"). Dieser Dampf wird dann Wärmeverbrauchern zugeleitet, in denen seine Wärmeenergie bis zur Kondensation ausgenutzt wird. Diese Betriebsart ist besonders ökonomisch.

Der große Nachteil aller Dampfkraftmaschinen liegt darin, daß der Dampf erst im Kessel erzeugt werden muß, wobei bereits große Wärmeverluste auftreten. Die größten Verluste sind natürlich dadurch bedingt, daß ein großer Teil der Energie noch als Wärme im Kühlwasser des Kondensators und im Kondensat vorhanden ist und nicht in mechanische Energie umgewandelt werden kann (2. Hauptsatz!). Der Gesamtwirkungsgrad von Dampfkraftwerken liegt heute etwa bei 40 % für den Kondensationsbetrieb.

6.5. Verbrennungsmotor

Bei den **Verbrennungsmotoren** wird der Brennstoff im Zylinder des Motors verbrannt. Dadurch werden viele Wärmeverluste vermieden, die bei der Dampferzeugung auftreten. Außerdem erhöht sich durch die hohe Temperatur der Verbrennungsgase, die bei der Verbrennung von Gemischen aus Luft und gasförmigen Brennstoffen entstehen, der thermische Wirkungsgrad.

Bei einer Verbrennungstemperatur von 1500 °C und einer Temperatur der Auspuffgase von 300 °C wäre der thermische Wirkungsgrad eines idealen Verbrennungsmotors, der nach dem CARNOTprozeß arbeitet,

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1773\,°K - 573\,°K}{1773\,°K}$$

$$\underline{\underline{\eta_{th} = 68\,\%}}$$

Der thermische Wirkungsgrad ist bei Verbrennungsmotoren vor allem infolge des höheren erreichbaren Temperaturgefälles günstiger als bei Dampfkraftmaschinen. Selbst die modernste Dampfkraftmaschine, für die etwa 150 at Dampfdruck, 550 °C Dampftemperatur und 30 °C Kondensattemperatur angenommen werden können, hätte als ideale Wärmekraftmaschine nur einen thermischen Wirkungsgrad von 63 %.

Die wirtschaftlichen (tatsächlichen) Wirkungsgrade sind aber auch bei den Verbrennungsmotoren wesentlich niedriger als die theoretischen und betragen bei *Dieselmotoren* etwa 30 % bis 38 % und bei *Ottomotoren* 20 % bis 32 % (siehe Tafel 16 des Anhangs).

Verbrennungsmotoren eignen sich vorzüglich zum Antrieb von Kraftfahrzeugen und werden in vielen Konstruktionen ausgeführt. Es sind Kolbenmaschinen, deren Arbeitsweise im *Zweitakt* oder im *Viertakt* erfolgen kann. Es gibt zwei Hauptgruppen: die Ottomotoren und die Dieselmotoren.

Der **Ottomotor** arbeitet mit Fremdzündung. Die Verbrennung des vorher verdichteten Benzin-Luft-Gemisches wird durch eine elektrische Zündkerze ausgelöst.

Der **Dieselmotor** dagegen verdichtet höher und der Brennstoff wird erst am Ende der Verdichtung in die hoch erhitzte Luft (über 500 °C) eingespritzt, so daß sich das Dieselöl von selbst entzündet und verbrennt.

Die **Arbeitsweise von Viertakt- und Zweitaktmotor** soll nun am Ottomotor erläutert werden.

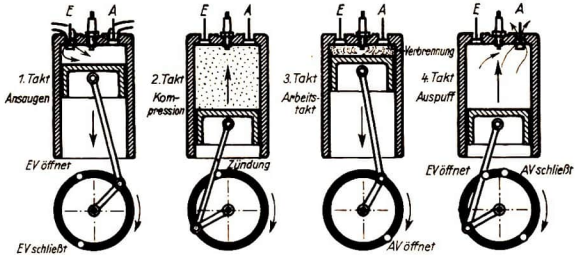


Bild 36: Zur Arbeitsweise des Viertakt-Ottomotors

Viertaktmotor (Bild 36)

1. Takt: Ansaugen

Bei offenem Einlaßventil E saugt der nach unten gehende Kolben ein Benzin-Luft-Gemisch an. Im p,V-Diagramm (Bild 37) entsteht die Kurve 1 (von *A* nach *B*).

2. Takt: Verdichten

Die Ventile sind geschlossen. Der Kolben bewegt sich nach oben und komprimiert das Gasgemisch. Da dieser Vorgang sehr rasch vor sich geht, kommt er einer adiabatischen Kompression sehr nahe (Kurve 2 von *B* nach *C*).

3. Takt: Explosion, Verbrennung und Entspannung

Kurz bevor der Kolben seine höchste Lage erreicht, erfolgt die Zündung des komprimierten Gemisches mittels Zündkerze. Infolge der Verbrennung

steigen Druck und Temperatur augenblicklich an. Da der Kolben in dieser Zeit den oberen Totpunkt passiert und sich hierbei das Gasvolumen nur sehr wenig ändert, betrachtet man diese Zustandsänderung als isochore Kompression (Kurve 3a von *C* nach *D*). Daran anschließend wird der Kolben durch den hohen Druck nach unten bewegt. Das Volumen vergrößert sich sehr rasch, daher handelt es sich hier um eine fast adiabatische Expansion (Kurve 3b von *D* nach *E*). Dieser 3. Takt ist der eigentliche Arbeitstakt.

4. Takt: Auspuff

Das Auslaßventil A öffnet sich und der Druck fällt sofort ab, als Zustandsänderung ergibt sich eine Isochore (Kurve 4a von *E* nach *B*). Der wieder nach oben gehende Kolben schiebt die Verbrennungsgase hinaus (Kurve 4b von *B* nach *A*).

Wie wir sehen, erfolgt auch beim Viertaktmotor die Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit durch einen Kreisprozeß. Im Bild 37 wird der Betrag dieser Arbeit durch die Fläche dargestellt, die der Kurvenzug des Kreisprozesses einschließt (schraffiert gezeichnet).

In den 4 Takten, die zwei vollen Kurbelumdrehungen entsprechen, ist also nur *ein* Arbeitstakt enthalten. Damit der Motor gleichmäßig läuft, arbeiten zwei oder auch mehr Zylinder auf eine gemeinsame Kurbelwelle, oder eine Schwungscheibe muß für einen gleichmässigen, stoßfreien Gang sorgen.

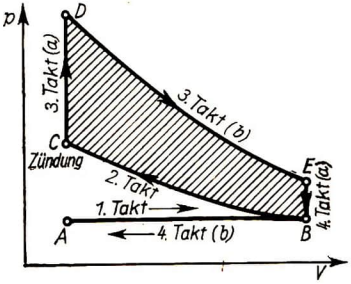


Bild 37: Theoretisches Arbeitsdiagramm des Viertakt-Ottomotors

Zweitaktmotor (Bild 38)

Beim Zweitaktmotor ist jeder 2. Takt ein Arbeitstakt. Der Motor hat zum Unterschied vom Viertaktmotor keine Ventile. Der Eintritt des Gas-Luft-Gemisches bzw. der Austritt der Auspuffgase erfolgt durch Schlitze im Zylinder, die vom Kolben verdeckt oder freigegeben werden.

In Bild 38 bedeutet E den Einlaßkanal. Durch diesen strömt das Gemisch vom Vergaser ins Kurbelgehäuse G. Beim Nachuntengehen des Kolbens K wird das Gemisch im Kurbelgehäuse vorverdichtet und gelangt durch den Überströmkanal Ü in den Zylinder Z, sobald der Kolben den unteren Totpunkt erreicht hat. (Die Kolbenwand hat links einen im Bild nicht sicht-

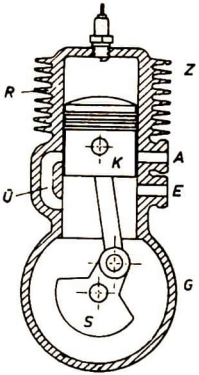


Bild 38: Prinzipskizze des Zweitakt-Ottomotors

baren Durchbruch, der dem Gemisch den Weg zum Überströmkanal freigibt). Kompression, Zündung und Arbeitstakt entsprechen den Vorgängen im Viertaktmotor. Die verbrannten Gase verlassen den Zylinder durch den Auslaßkanal A, während gleichzeitig durch Ü Frischgas in den Zylindereinströmt. Die entstehende Wärme wird entweder an Wasser oder, wie im Bild, über Kühlrippen R an die Luft abgegeben. S ist eine Schwungmasse.

Der Zweitaktmotor hat, auf den Hubraum (Zylinderinhalt) bezogen, eine höhere Leistung als der Viertaktmotor, doch ist sein Wirkungsgrad kleiner.

6.6. Gasturbine

Die Hauptteile der Gasturbine sind der Kompressor, die Brennkammer und die Turbine (Bild 39). Die für die Verbrennung des Kraftstoffes nötige Luft wird vom Kompressor angesaugt und verdichtet. Der Kompressor wird von der Turbine angetrieben, beide sitzen auf einer gemeinsamen Welle. Es muß also ein Teil der in der Turbine gewonnenen Bewegungsenergie zum Antrieb des Kompressors verwendet werden. Die verdichtete

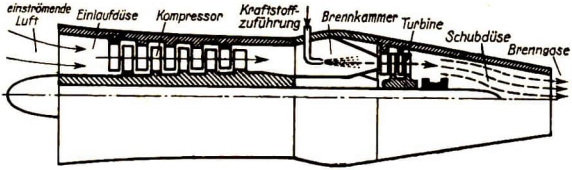


Bild 39: Zur Arbeitsweise einer Gasturbine (nur obere Hälfte geschnitten)

Luft (bis etwa 10 at) gelangt in die Brennkammern (bis zu 15 Stück), die um die Achse herum angeordnet sind und in die, ähnlich wie beim Dieselmotor, der Kraftstoff durch Düsen eingespritzt wird. Nach einmaliger Zündung erfolgt eine kontinuierliche Verbrennung. Damit keine zu hohen Temperaturen auftreten, die die Brennkammern zerstören würden, muß die Gasturbine gekühlt werden. Das geschieht auf zwei Arten. Einmal

wird die von den Kompressoren in die Brennkammern gepreßte Luftmenge so bemessen, daß schon ein Teil davon zur Verbrennung ausreicht und die restliche Luft die Verbrennungsgase abkühlen kann. Zum anderen sind die Brennkammern von Rohren umgeben, durch die die komprimierte Luft strömt und die Brennkammern kühlt. Die komprimierte Luft wird dadurch vorgewärmt, bevor sie in die Brennkammern kommt, was sich günstig auf eine möglichst vollkommene Verbrennung auswirkt. Die in den Brennkammern entstehenden heißen Gase strömen durch die Turbine und treiben die Laufräder an. Die Turbine selbst ist wie eine Dampfturbine aufgebaut.

Die Gasturbine wird zur Energieerzeugung verwendet und verspricht vor allem in Spitzenkraftwerken einen rationellen Einsatz. Sie kann mit Heißluft, Erdgas und anderen Gasen betrieben werden. Eine spezielle Bauart der Gasturbine, das Strahltriebwerk, wird als Flugzeugantrieb verwendet und ermöglicht Fluggeschwindigkeiten, die über der Schallgeschwindigkeit liegen.

Zusammenfassung

Unter einem Kreisprozeß versteht man einen Prozeß, bei dem nach mehreren aufeinanderfolgenden Zustandsänderungen der ursprüngliche Zustand wieder erreicht wird.

Von besonderer Bedeutung ist der CARNOTprozeß, der die Vorgänge in einer idealen Wärmekraftmaschine darstellt.

Es läßt sich zeigen, daß der höchstmögliche Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine von der Temperaturdifferenz zwischen zuströmendem und abströmendem Arbeitsmittel abhängt:

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Das bedeutet, daß es unmöglich ist, mit einer periodisch arbeitenden Maschine eine vorgegebene Wärmemenge restlos in mechanische Energie umzuwandeln. Dies ist der Inhalt des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre. Gleichbedeutend ist die Aussage, daß ein Perpetuum mobile 2. Art nicht möglich ist.

Übungen

37. Erläutern Sie den Begriff thermischer Wirkungsgrad und wie er bei einer idealen Wärmekraftmaschine (CARNOTmaschine) berechnet wird.
38. Was besagt der 2. Hauptsatz der Thermodynamik?
39. Ein Ottomotor hat einen Wirkungsgrad von $\eta_{ges} = 20\ \%$. Wieviel Benzin verbraucht er stündlich, wenn eine Leistung von 20 PS erzielt

wird? Der Heizwert des Benzins ist 10000 kcal/kg, die Dichte 0,75 kg/dm³.

40. Wie groß ist der Wirkungsgrad eines Wärmekraftwerkes, das zur Gewinnung von 1 kWh Elektroenergie 1 kg Steinkohle verbraucht?

41. Ein Dampfkraftwerk arbeitet mit einem Dampfdruck von 127 at und einer Frischdampftemperatur von 525 °C. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad, wenn die Temperatur des Kondensats 30 °C beträgt und ein CARNOTprozeß zugrunde gelegt wird?

42. Um die mechanische Energie 1 PSh aus Wärmeenergie zu gewinnen, benötigen

1. ein Dieselmotor 200 g Dieselöl ($H_u = 10000$ kcal/kg),
2. ein Ottomotor 270 g Benzin ($H_u = 11000$ kcal/kg),
3. eine Dampfmaschine 0,7 kg Kohle ($H_u = 7500$ kcal/kg).

Wie groß ist jeweils der Brennstoffnutzungsgrad?

ANTWORTEN UND LÖSUNGEN

1. Alle Körper sind aus kleinsten Teilchen aufgebaut, die man im weiteren Sinne als Moleküle bezeichnet. Nach der kinetischen Wärmetheorie sind die Moleküle eines Körpers in dauernder Bewegung. Befindet sich der Körper im festen Zustand, so führen die Teilchen Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage aus. Im flüssigen Zustand sind diese zwar noch dicht beieinander gelagert, können sich aber gegenseitig verschieben. Im gasförmigen Zustand besteht zwischen den Molekülen kein Zusammenhang mehr. Sie bewegen sich mit großer Geschwindigkeit im Raum und erleiden ständige Zusammenstöße untereinander, so daß ihre Bahnen zickzackförmig verlaufen.

2. Die Temperatur ist ein Maß für den zeitlichen Mittelwert der kinetischen Energie der einzelnen Moleküle.
   Die im Körper enthaltene Wärmemenge ist gleich der kinetischen Energie der gesamten im Körper enthaltenen Moleküle.

3. Gegeben: $V = 30 \cdot 45 \cdot 1{,}5\ \mathrm{m}^3$ Gesucht: Q
   $\varrho = 1000\ \mathrm{kg/m}^3$
   $\Delta t = 3\ \mathrm{grd}$

   Zuzuführende Wärmemenge nach (2)

$$Q = c\,m\,\Delta t = c\,\varrho\,V\,\Delta t = \underline{\underline{6{,}08 \cdot 10^6\ \mathrm{kcal}}}$$

   Umrechnungen nach Tafel 1

$$Q = 6{,}08 \cdot 10^6 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kWh} = \underline{\underline{7{,}08 \cdot 10^3\ \mathrm{kWh}}}$$
$$Q = 6{,}08 \cdot 10^6 \cdot 4{,}19 \cdot 10^3\ \mathrm{J} = \underline{\underline{2{,}54 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}}}$$
$$Q = 6{,}08 \cdot 10^6 \cdot 4{,}27 \cdot 10^2\ \mathrm{kpm} = \underline{\underline{2{,}59 \cdot 10^9\ \mathrm{kpm}}}$$

4. Gegeben: $c_{Al} = 0{,}217\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$ Gesucht: Δt
   $c_W = 1\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$
   $m_{Al} = m_W = 10\ \mathrm{kg}$
   $Q = 50\ \mathrm{kcal}$

   Temperaturerhöhung des Aluminiums nach (2):

$$\Delta t_{Al} = \frac{Q}{c_{Al}\,m_{Al}} = \frac{50\ \mathrm{kcal}}{0{,}217\ \mathrm{kcal/kg\ grd} \cdot 10\ \mathrm{kg}} = \underline{\underline{23\ \mathrm{grd}}}$$

   Entsprechend ergibt sich die Erwärmung des Wassers zu

$$\underline{\underline{\Delta t_W = 5\ \mathrm{grd}}}$$

5. Gegeben: $c_1 = 1\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$ Gesucht: t_m
   $m_1 = 0{,}05\ \mathrm{kg}$
   $t_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$
   $c_2 = 0{,}031\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$
   $m_2 = 0{,}2\ \mathrm{kg}$
   $t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$

Aus (5) folgt für die Mischungstemperatur

$$t_m = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

$$t_m = \frac{1 \cdot 0{,}05 \cdot 20 + 0{,}031 \cdot 0{,}2 \cdot 100}{1 \cdot 0{,}05 + 0{,}031 \cdot 0{,}2}\ °C$$

$$\underline{\underline{t_m = 28{,}8\ °C}}$$

6. Gegeben: $c_1 = 1$ kcal/kg grd — Gesucht: c_2
$m_1 = 0{,}5$ kg
$t_1 = 20$ °C
$m_2 = 0{,}5$ kg
$t_2 = 100$ °C
$t_m = 26$ °C

Aus (5) folgt

$$c_2 = \frac{c_1 m_1 (t_m - t_1)}{m_2 (t_2 - t_m)} = \frac{1\ \text{kcal} \cdot 0{,}5\ \text{kg} \cdot 6\ \text{grd}}{\text{kg grd} \cdot 0{,}5\ \text{kg} \cdot 74\ \text{grd}}$$

$$\underline{\underline{c_2 = 0{,}081\ \text{kcal/kg grd}}}$$

In der Tafel 2 finden wir für Kupfer $c_{Cu} = 0{,}092$ kcal/kg grd. Die Abweichung des von uns errechneten Wertes erklärt sich daraus, daß die Erwärmung des Gefäßes und die Wärmeverluste an die Umgebung nicht berücksichtigt wurden.

7. Gegeben: $m_1 = 80$ kg — Gesucht: m_2
$c_1 = 0{,}46$ kcal/kg grd
$t_1 = 25$ °C
$c_2 = 0{,}11$ kcal/kg grd
$t_2 = 950$ °C
$\eta = 0{,}9$

Mischungsregel (5):

$$m_1 c_1 (t_m - t_1) = \eta c_2 m_2 (t_2 - t_m)$$

$$m_2 = \frac{m_1 c_1 (t_m - t_1)}{\eta c_2 (t_2 - t_m)} = \frac{80 \cdot 0{,}46 \cdot 325}{0{,}9 \cdot 0{,}11 \cdot 600}\ \text{kg}$$

$$\underline{\underline{m_2 = 201\ \text{kg}}}$$

8. Gegeben: $m = 4{,}2$ kg — Gesucht: Q
$\Delta t = 15$ grd
$c_p = 0{,}112$ kcal/kg grd

Nach (4) ist

$$Q = c_p\, m\, \Delta t$$

$$Q = 0{,}112\ \text{kcal/kg grd} \cdot 4{,}2\ \text{kg} \cdot 15\ \text{grd}$$

$$\underline{\underline{Q = 7{,}05\ \text{kcal}}}$$

9. Gegeben: $m = 3$ kg
$\Delta\vartheta = 80$ grd
$t = 20$ min
$c = 1$ kcal/kg grd
$P = 1$ kW

Gesucht: W
Kosten
Q

Erforderliche Elektroenergie:

$$W = P \cdot t = 1 \text{ kW} \cdot 20 \text{ min} = \underline{\underline{0{,}33 \text{ kWh}}}$$

Kosten: $0{,}33 \text{ kWh} \cdot 0{,}08 \text{ M/kWh} = \underline{\underline{0{,}03 \text{ M}}}$

Vom Tauchsieder abgegebene Wärmemenge:

$$Q = 0{,}33 \text{ kWh} = 0{,}33 \cdot 860 \text{ kcal} = \underline{\underline{284 \text{ kcal}}}$$

Vom Wasser aufgenommene Wärmemenge:

$$Q = c\, m\, \Delta\vartheta = \underline{\underline{240 \text{ kcal}}}$$

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{Q_e}{Q_i} = \frac{240 \text{ kcal}}{284 \text{ kcal}} = \underline{\underline{84{,}5\%}}$$

10. Gegeben: $m = 3$ kg
$P_i = 1000$ W
$\Delta\vartheta = 65$ grd
$\eta = 0{,}7$
$c = 1$ kcal/kg grd

Gesucht: Zeit t

Benötigte Wärmemenge: $Q = c\, m\, \Delta\vartheta$
Aufzuwendende Elektroenergie: $W = P_i\, t$

Wirkungsgrad: $\eta = \dfrac{Q}{W} = \dfrac{c\, m\, \Delta\vartheta}{P_i\, t}$

Zeit: $t = \dfrac{c\, m\, \Delta\vartheta}{P_i\, \eta} = \dfrac{1 \text{ kcal} \cdot 3 \text{ kg} \cdot 65 \text{ grd}}{\text{kg grd} \cdot 1000 \text{ W} \cdot 0{,}7}$

$$t = \frac{4{,}19 \cdot 10^3 \text{ Ws} \cdot 3 \text{ kg} \cdot 65 \text{ grd}}{\text{kg grd} \cdot 1000 \text{ W} \cdot 0{,}7}$$

$$\underline{\underline{t = 1167 \text{ s} = 19{,}4 \text{ min}}}$$

11. Gegeben: $m = 2$ kg
$P_e = 5$ PS
$t = 1$ h
$H = 11000$ kcal/kg

Gesucht: η

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{W_e}{W_i} = \frac{P_e\, t}{Q} = \frac{P_e\, t}{m\, H}$$

$$\eta = \frac{5 \text{ PS} \cdot \text{h}}{2 \text{ kg} \cdot 11000 \text{ kcal/kg}}$$

$$\eta = \frac{3{,}675\ \text{kWh}}{22000\ \text{kcal}} = \frac{3{,}675\ \text{kWh}}{22000 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{kWh}}$$

$$\underline{\underline{\eta = 14{,}4\ \%}}$$

12. Gegeben: $m_1 = 6{,}5$ kg Gesucht: m_2

$H = 5000$ kcal/kg

$\Delta t = 88$ grd

$c = 1$ kcal/kg grd

$\eta = 0{,}5$

Durch Verbrennen entstandene Wärme:

$$Q_1 = m_1 H$$

Zum Erhitzen des Wassers benötigte Wärme:

$$Q_2 = c\, m_2\, \Delta t$$

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{c\, m_2\, \Delta t}{m_1 H}$$

Masse des Wassers:

$$m_2 = \frac{m_1 H \eta}{c\, \Delta t} = \frac{6{,}5\ \text{kg} \cdot 5000\ \text{kcal/kg} \cdot 0{,}5}{1\ \text{kcal/kg grd} \cdot 88\ \text{grd}}$$

$$\underline{\underline{m_2 = 184{,}5\ \text{kg}}}$$

13. Gegeben: $Q = 30000$ kcal Gesucht: Heizungskosten bei

Kohle:

$H = 5000$ kcal/kg

$\eta = 0{,}5$

Preis: 3,50 M/100 kg

1. Kohle
2. Stadtgas
3. Elektrizität

Stadtgas:

$H' = 4000$ kcal/m³

$\eta = 0{,}8$

Preis: 0,16 M/m³

Elektrizität:

Preis: 0,08 M/kWh

Erforderliche Kohlenmenge:

$$m = \frac{Q}{\eta H} = \frac{30000\ \text{kcal}}{0{,}5 \cdot 5000\ \text{kcal/kg}} = 12\ \text{kg}$$

Kosten: 12 kg · 0,35 M/kg = $\underline{\underline{0{,}42\ \text{M}}}$

Erforderliche Gasmenge:

$$V = \frac{Q}{\eta H'} = \frac{30000 \text{ kcal}}{0{,}8 \cdot 4000 \text{ kcal/m}^3} = 9{,}37 \text{ m}^3$$

Kosten: $9{,}37 \text{ m}^3 \cdot 0{,}16 \text{ M/m}^3 = \underline{\underline{1{,}50 \text{ M}}}$

Erforderliche Elektroenergie:

$$W = 30000 \text{ kcal} = 30000 \cdot 1{,}163 \cdot 10^{-3} \text{ kWh}$$
$$W = 34{,}9 \text{ kWh}$$

Kosten: $34{,}9 \text{ kWh} \cdot 0{,}08 \text{ M/kWh} = \underline{\underline{2{,}80 \text{ M}}}$

14. Gegeben: $m = 3$ kg, $\Delta\vartheta = 80$ grd, $t = 20$ min, $c = 1$ kcal/kg grd, $H' = 4000$ kcal/m³, $\eta = 0{,}7$

Gesucht: Q, Q/t, V, Kosten

Erforderliche Wärmemenge:

$$Q = \frac{c\, m\, \Delta\vartheta}{\eta} = 1 \text{ kcal/kg grd} \cdot 3 \text{ kg} \cdot 80 \text{ grd} \cdot \frac{1}{0{,}7}$$

$$\underline{\underline{Q = 343 \text{ kcal}}}$$

Wärmeleistung:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{343 \text{ kcal}}{20 \text{ min}} = \underline{\underline{17{,}15 \text{ kcal/min}}}$$

Gasmenge:

$$V = \frac{Q}{H'} = \frac{343 \text{ kcal}}{4000 \text{ kcal/m}^3} = \underline{\underline{0{,}086 \text{ m}^3}}$$

Kosten: $0{,}086 \text{ m}^3 \cdot 0{,}16 \text{ M/m}^3 = \underline{\underline{0{,}014 \text{ M}}}$

15. Gegeben: $t = 1$ h, $A = 10^4$ m²

Gesucht: m

Die Sonne strahlt bei senkrechtem Auftreffen der Strahlen auf 1 cm² in 1 min rund 1 cal auf die Erdoberfläche. Auf 1 ha ($=10^4$ m² $=10^8$ cm²) wird in 60 min die Energie $60 \cdot 10^8$ cal eingestrahlt. Das sind $6 \cdot 10^6$ kcal. Bei einem Heizwert von 7500 kcal/kg entspricht das einer Steinkohlenmenge mit der Masse von

$$m = \frac{Q}{H} = \frac{6 \cdot 10^6 \text{ kcal}}{7500 \text{ kcal/kg}} = \underline{\underline{800 \text{ kg}}}$$

16. Gegeben: $\eta = 0{,}3$, $m = 10$ g, $Q = 3$ kcal

Gesucht: v

Wirkungsgrad: Kinetische Energie:

$$\eta = \frac{W}{Q} \qquad W = \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

Mündungsgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2\,\eta\, Q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}3 \cdot 3 \cdot 4{,}187 \cdot 10^3\ \mathrm{J}}{10^{-2}\ \mathrm{kg}}}$$

$$\underline{\underline{v = 868\ \mathrm{m/s}}}$$

17. Gegeben: $t = 3{,}5$ h Gesucht: Q
$A = 1{,}4\ \mathrm{m}^2$
$l = 0{,}25$ m
$\Delta\vartheta = 30$ grd
$\lambda = 0{,}5$ kcal/m h grd

Durch Wärmeleitung übertragene Wärmeenergie:

$$Q = \frac{1}{l}\, \lambda\, A\, t\, \Delta\vartheta = \underline{\underline{294\ \mathrm{kcal}}}$$

18. Gegeben: $l_1 = 38$ cm Gesucht: k, Q
$\alpha_i = 5$ kcal/m² h grd
$\alpha_a = 15$ kcal/m² h grd
$\lambda_1 = 0{,}5$ kcal/m h grd
$t = 24$ h
$A = 20\ \mathrm{m}^2$
$\Delta\vartheta = 50$ grd
$l_2 = 20$ cm
$\lambda_2 = 0{,}9$ kcal/m h grd

Ziegelwand. Wärmedurchgangswert nach (10):

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l_1}{\lambda_1} = 1{,}027\ \mathrm{m^2\ h\ grd/kcal}$$

$$\underline{k_1 = 0{,}975\ \mathrm{kcal/m^2\ h\ grd}}$$

Durch die Ziegelwand hindurchgehende Wärmemenge nach (11):

$$Q_1 = k_1\, A\, t\, \Delta\vartheta = \underline{\underline{23400\ \mathrm{kcal}}}$$

Betonwand. Wärmedurchgangswert nach (10):

$$\underline{\underline{k_2 = 1{,}5\ \mathrm{kcal/m^2\ h\ grd}}}$$

Durch die Betonwand hindurchgehende Wärmemenge nach (11):

$$\underline{\underline{Q_2 = 36000\ \mathrm{kcal}}}$$

19. Gegeben: $Q = 50000$ kcal Gesucht: α
$\Delta\vartheta = 32$ grd

$$A = 1\ \mathrm{m}^2$$
$$t = 1\ \mathrm{h}$$

Aus (9) folgt

$$\alpha = \frac{Q}{A\,t\,\Delta\vartheta} = \frac{50000\ \mathrm{kcal}}{1\ \mathrm{m}^2 \cdot 1\ \mathrm{h} \cdot 32\ \mathrm{grd}} = \underline{\underline{1560\ \mathrm{kcal/m^2\,h\,grd}}}$$

20. Gegeben: $m = 5$ kg Gesucht: Q

$t_1 = -12$ °C
$t_s = 0$ °C
$t_2 = 100$ °C
$q = 80$ kcal/kg
$c_1 = 0{,}5$ kcal/kg grd
$c_2 = 1$ kcal/kg grd
$r = 539$ kcal/kg

Zum Erwärmen des Eises nötige Wärmemenge nach (2)

$$Q_1 = c_1\, m\, (t_s - t_1)$$

Zum Schmelzen des Eises nötige Wärmemenge nach (13a)

$$Q_2 = q\, m$$

Zum Erhitzen des Wassers nötige Wärmemenge nach (2)

$$Q_3 = c_2\, m\, (t_2 - t_s)$$

Zum Verdampfen nötige Wärmemenge nach (13b)

$$Q_4 = r\, m$$

Für die gesamte Wärmemenge ergibt sich:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = \underline{\underline{3623\ \mathrm{kcal}}}$$

21. Gegeben: $m_1 = 1$ kg Gesucht: t_m

$c_1 = 0{,}5$ kcal/kg grd
$t_1 = -15$ °C
$q = 80$ kcal/kg
$m_2 = 8$ kg
$c_2 = 1$ kcal/kg grd
$t_2 = 75$ °C
$t_s = 0$ °C

Abgegebene Wärmemenge:

$$Q_{ab} = c_2\, m_2\, (t_2 - t_m)$$

Aufgenommene Wärmemenge:

$$Q_{auf} = c_1\, m_1\, (t_s - t_1) + q\, m_1 + c_2\, m_1\, (t_m - t_s)$$

Nach der RICHMANNschen Regel gilt

$$Q_{ab} = Q_{auf} \quad \text{und daraus folgt}$$

$$t_m = \frac{c_2 m_2 t_2 - c_1 m_1 (t_s - t_1) - q m_1 + c_2 m_1 t_s}{c_2 m_1 + c_2 m_2}$$

$$\underline{\underline{t_m = 57\ °C}}$$

22. Gegeben: $m = 3$ kg, $r = 539$ kcal/kg, $\Delta t = 30$ grd, $c = 1$ kcal/kg grd — Gesucht: Q

Beim Kondensieren des Dampfes frei werdende Wärmemenge (13b)

$$Q_1 = r\,m$$

Beim Abkühlen des Wassers frei werdende Wärmemenge (2)

$$Q_2 = c\,m\,\Delta t$$

Die gesamte Wärmemenge beträgt:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \underline{\underline{1707\ \text{kcal}}}$$

23. Gegeben: $P_i = 15$ kcal/min, $m = 1$ kg, $\Delta\vartheta = 88$ grd, $r = 539$ kcal/kg, $c = 1$ kcal/kg grd, $m_2 = 0{,}5$ kg, $\eta = 0{,}9$ — Gesucht: t_1, t_2, P in Watt

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_e}{P_i} \quad \text{mit } P_e = \frac{Q}{t} \quad \text{und } Q = c\,m\,\Delta\vartheta$$

$$\eta = \frac{c\,m\,\Delta\vartheta}{P_i\,t}$$

Daraus ergibt sich die Zeit:

$$t_1 = \frac{c\,m\,\Delta\vartheta}{P_i\,\eta} = \underline{\underline{6{,}5\ \text{min}}}$$

Um die Zeit zu berechnen, die vergeht, bis die Hälfte des Wassers verdampft ist, muß man in die Gleichung für den Wirkungsgrad $Q = r\,m_2$ einsetzen, d. h. diejenige Wärmemenge, die zum Verdampfen der Wassermenge m_2 erforderlich ist.

$$t_2 = \frac{m_2\,r}{P_i\,\eta} = \underline{\underline{20\ \text{min}}}$$

Die elektrische Leistung des Tauchsieders ist

$$P_i = 15\,\frac{\text{kcal}}{\text{min}} = 15 \cdot 1{,}163 \cdot 10^{-3} \cdot 60\ \text{kW}$$

$$\underline{\underline{P_i = 1{,}047\ \text{kW} = 1047\ \text{W}}}$$

24. Gegeben: $P_i = 12$ kcal/min Gesucht: m_1, m_2, m_3

$t = 1$ h

$\vartheta_1 = 100$ °C

$\vartheta_2 = 20$ °C

$r = 539$ kcal/kg

$c = 1$ kcal/kg grd

$\eta = 0{,}8$

Aus $P_i = \frac{Q}{t}$ erhält man mit $Q = m_1 r$

$$m_1 = \frac{P_i t}{r} = \underline{\underline{1{,}34 \text{ kg}}}$$

Wiederum aus $P_i = \frac{Q}{t}$ ergibt sich, diesmal aber mit

$$Q = c\, m_2 (\vartheta_1 - \vartheta_2) + m_2 r$$

$$m_2 = \frac{P_i\, t}{c\, \Delta\vartheta + r} = \underline{\underline{1{,}16 \text{ kg}}}$$

Bei Berücksichtigung des Wirkungsgrades erhält man aus

$$\eta = \frac{P_e}{P_i} = \frac{Q}{P_i t} = \frac{c\, m_3\, \Delta\vartheta + m_3 r}{P_i t}$$

die Masse m_3

$$m_3 = \frac{P_i t \eta}{c\, \Delta\vartheta + r} = \underline{\underline{0{,}93 \text{ kg}}}$$

25. Gegeben: $l_0 = 40$ m Gesucht: Δl_1, Δl_2, Δl_3

$\Delta t_1 = 35$ grd

$\Delta t_2 = 20$ grd

$\Delta t_3 = 60$ grd

$\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1}

Die Längenausdehnung bei Erwärmung von 0 °C auf 35 °C beträgt nach (14)

$$\Delta l_1 = \alpha\, l_0\, \Delta t_1 = \underline{\underline{1{,}68 \text{ cm}}}$$

Die Längenkürzung bei Abkühlung von 0 °C auf −20 °C beträgt nach (14)

$$\Delta l_2 = \alpha\, l_0\, \Delta t_2 = \underline{\underline{0{,}96 \text{ cm}}}$$

Die Längenausdehnung bei Erwärmung von 0 °C auf 40 °C

$$\Delta l' = 1{,}92 \text{ cm}$$

Die Längenänderung bei einer Temperaturänderung von −20 °C auf 40 °C

$$\Delta l_3 = \Delta l' + \Delta l_2 = \underline{\underline{2{,}88 \text{ cm}}}$$

26. Gegeben: $V = 5\ \mathrm{dm}^3$ Gesucht: $\Delta V_2, \Delta V_3$

$\Delta t = 70\ \mathrm{grd}$

$\gamma_1 = 30 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1}$

$\gamma_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{grd}^{-1}$

Ausdehnung des Gefäßes nach (16):

$$\Delta V_1 = \gamma_1 V \Delta t = 10{,}5\ \mathrm{cm}^3$$

Ausdehnung des Wassers (Ausfließende Wassermenge bei Vernachlässigung der Ausdehnung des Gefäßes):

$$\Delta V_2 = \gamma_2 V \Delta t = \underline{\underline{63\ \mathrm{cm}^3}}$$

Ausfließende Wassermenge bei Berücksichtigung der Ausdehnung des Gefäßes:

$$\Delta V_3 = \Delta V_2 - \Delta V_1 = (63 - 10{,}5)\ \mathrm{cm}^3$$

$$\underline{\underline{\Delta V_3 = 52{,}5\ \mathrm{cm}^3}}$$

27. Gegeben: $\varrho_2 = 7{,}3\ \mathrm{g/cm}^3$ Gesucht: ϱ_1

$\Delta t = 1180\ \mathrm{grd}$

$\gamma = 31{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{grd}^{-1}$

Aus (17) folgt

$$\varrho_1 = \varrho_2 (1 + \gamma \Delta t) = \underline{\underline{7{,}57\ \mathrm{g/cm}^3}}$$

28. Gegeben: $p_1 = 2{,}4\ \mathrm{at}$ Gesucht: p_2

$T_1 = 293\ ^\circ\mathrm{K}$

$T_2 = 333\ ^\circ\mathrm{K}$

Aus (26) folgt

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \underline{\underline{2{,}73\ \mathrm{at}}}$$

29. Gegeben: $H = 1600\ \mathrm{kcal/kg}$ Gesucht: m_B

$V = 90\ \mathrm{m}^3$

$c_p = 0{,}241\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$

$\varrho = 1{,}25\ \mathrm{kg/m}^3$

$\Delta t = 18\ ^\circ\mathrm{C}$

Für die Erwärmung eines Gases bei konstantem Druck gilt (4):

$$Q = c_p m \Delta t$$

und für die Masse m des Gases

$$m = \varrho V$$

Damit wird aus (4)

$$Q = c_p \varrho V \Delta t = 488\ \mathrm{kcal}$$

und nach (7)

$$m_B = \frac{Q}{H} = \underline{\underline{0{,}305\ \mathrm{kg}}}$$

30. Gegeben: $V = 0{,}02\ \mathrm{m}^3$ Gesucht: m

$p = 100\ \mathrm{at}$

$T = 288\ °\mathrm{K}$

$R = 26{,}5\ \mathrm{kpm/kg}\ °\mathrm{K}$

Die Masse des Gases errechnet sich nach (33) zu

$$m = \frac{p\,V}{R\,T} = \underline{\underline{2{,}62\ \mathrm{kg}}}$$

31. Gegeben: $V = 40\ \mathrm{dm}^3$ Gesucht: t_2, p_2

$p_1 = 80\ \mathrm{at}$

$T_1 = 292\ °\mathrm{K}$

$Q = 20\ \mathrm{kcal}$

$c_v = 0{,}156\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$

$R = 26{,}5\ \mathrm{kpm/kg}\ °\mathrm{K}$

Aus (33) folgt für die Masse des Gases

$$m = \frac{p_1\,V}{R\,T_1}$$

Damit wird aus (3)

$$\Delta t = \frac{Q\,R\,T_1}{p_1\,V\,c_v} = \underline{\underline{31\ \mathrm{grd}}}$$

Die Temperatur steigt somit auf

$$t_2 = t_1 + \Delta t = \underline{\underline{50\ °\mathrm{C}}}$$

Für den Druck erhält man aus (26)

$$p_2 = \frac{p_1\,T_2}{T_1} = \underline{\underline{88{,}5\ \mathrm{at}}}$$

32. Gegeben: $m = 1{,}2\ \mathrm{kg}$ Gesucht: Q

$\Delta t = 57\ \mathrm{grd}$

$W = 40000\ \mathrm{kpm}$

$c_v = 0{,}171\ \mathrm{kcal/kg\ grd}$

Aus (20) folgt

$$Q = \Delta U + W$$

und mit (18)

$$Q = c_v\,m\,\Delta t + W = \underline{\underline{105{,}3\ \mathrm{kcal}}}$$

33. Gegeben: $V_1 = 2{,}6\ \mathrm{m}^3$ Gesucht: p_2, W, Q

$p_1 = 12\ \mathrm{at} = 12 \cdot 10^4\ \mathrm{kp/m}^2$

$V_2 = 20\ \mathrm{m}^3$

Aus (28) folgt:

$$p_2 = \frac{p_1\,V_1}{V_2} = \underline{\underline{1{,}56\ \mathrm{at}}}$$

Die vom Gas verrichtete Arbeit beträgt nach (30)

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \underline{\underline{6{,}36 \cdot 10^5 \text{ kpm}}}$$

Die dem Gas zuzuführende Wärmemenge ist nach (29)

$$\underline{\underline{W = Q = 1490 \text{ kcal}}}$$

34. Gegeben: $V_1 = 2{,}5 \text{ m}^3$, $t_1 = 32\,°\text{C}$, $p_1 = 4{,}5 \text{ at}$, $V_2 = 2{,}89 \text{ m}^3$, $\varkappa = 1{,}4$ Gesucht: p_2, t_2, W

Der Enddruck ist nach (37)

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa} = \underline{\underline{3{,}67 \text{ at}}}$$

Die Endtemperatur ist nach (32)

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 V_1} = \underline{\underline{287\,°\text{K}}}, \quad t_2 = \underline{\underline{15\,°\text{C}}}$$

Die verrichtete Arbeit ist nach (38')

$$W = \frac{m R}{\varkappa - 1} (T_1 - T_2)$$

und mit (33)

$$W = \frac{p_1 V_1}{T_1 (\varkappa - 1)} (T_1 - T_2) = \underline{\underline{15700 \text{ kpm}}}$$

35. Isochore Zustandsänderung: Volumen ist konstant, es gilt das GAY-LUSSACsche Druckgesetz $p_1/p_2 = T_1/T_2$

Isobare Zustandsänderung: Druck ist konstant, es gilt das GAY-LUSSACsche Volumengesetz $V_1/V_2 = T_1/T_2$

Isotherme Zustandsänderung: Temperatur ist konstant, es gilt das Gesetz von BOYLE und MARIOTTE $p_1 V_1 = p_2 V_2$

Adiabatische Zustandsänderung: Es findet kein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt, es gilt das Gesetz von POISSON $p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa}$

Polytrope Zustandsänderung: Allgemeine Zustandsänderung, an Stelle des Adiabatenexponenten $\varkappa$ steht der Polytropenexponent n

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

36. Gegeben: $\varphi_1 = 55\ \%$ Gesucht: f, φ_2

$t_1 = 20\ °C$

$f_{1max} = 17{,}3\ g/m^3$

$t_2 = 16\ °C$

$f_{2max} = 13{,}6\ g/m^3$

Die absolute Luftfeuchtigkeit ist nach (43)

$$f = \varphi_1 f_{1max} = \underline{\underline{9{,}5\ g/m^3}}$$

Die relative Luftfeuchtigkeit bei der Temperatur t_2 ist laut (45)

$$\varphi_2 = \frac{f}{f_{2max}} = 0{,}7$$

$$\underline{\underline{\varphi_2 = 70\ \%}}$$

37. Der thermische Wirkungsgrad wird durch die von einer Wärmekraftmaschine gewonnenen mechanischen Arbeit W und die Wärmeenergie Q_1 bestimmt, die man der Maschine zuführen muß. Es gilt somit

$$\eta_{th} = \frac{W}{Q_1}$$

Bei einem CARNOTprozeß ist der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Hierin sind T_1 und T_2 die Temperaturen der beiden erforderlichen Wärmebehälter.

38. Der 2. Hauptsatz besagt, daß es nie ohne äußeren Arbeitsaufwand möglich ist, Wärme von einem kälteren auf einen wärmeren Körper zu überführen. Jede periodisch arbeitende Maschine kann nur einen Teil der Wärme in mechanische Arbeit umwandeln.

39. Gegeben: $P_e = 20$ PS Gesucht: V_B

$\varrho = 0{,}75\ kg/dm^3$

$\eta = 0{,}2$

$H = 10000\ kcal/kg$

Aus $\eta = \frac{P_e}{P_i} = \frac{W_e}{Q} = \frac{P_e\, t}{m\, H}$

folgt $m = \frac{P_e\, t}{\eta\, H}$

$$m = \frac{20\ PS \cdot 1\ h \cdot kg}{0{,}2 \cdot 10^4\ kcal} = 6{,}32\ kg$$

und für das Volumen des Benzins

$$V = \frac{m}{\varrho} = 8{,}43\ dm^3$$

$$\underline{\underline{V = 8{,}43\ l}}$$

40. Gegeben: $m = 1$ kg
$H = 6500$ kcal/kg
$W_e = 1$ kW

Gesucht: η

Die durch Verbrennen von 1 kg Steinkohle entstehende Wärmeenergie ist nach (7)

$$Q = m\,H = 6500 \text{ kcal}$$

Diese Energie ist W_i

Der Wirkungsgrad des Kraftwerkes ist somit

$$\eta = \frac{W_e}{W_i} = \frac{1 \text{ kWh}}{6500 \text{ kcal}} = \frac{860}{6500} = \underline{\underline{0{,}133}}$$

41. Gegeben: $T_1 = 798$ °K
$T_2 = 303$ °K

Gesucht: η_{th}

Der thermische Wirkungsgrad dieser idealen Wärmekraftmaschine ist nach (48)

$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \underline{\underline{0{,}62}}$$

42. Gegeben: $W = 1$ PSh
$m_1 = 0{,}2$ kg
$H_1 = 10000$ kcal/kg
$m_2 = 0{,}270$ kg
$H_2 = 11000$ kcal/kg
$m_3 = 0{,}7$ kg
$H_3 = 7500$ kcal/kg

Gesucht: η_{1ges}
η_{2ges}
η_{3ges}

Nach (51):

Dieselmotor:

$$\eta_{1ges} = \frac{W_e}{m_1 H_1} = \underline{\underline{0{,}316}}$$

Ottomotor:

$$\eta_{2ges} = \frac{W_e}{m_2 H_2} = \underline{\underline{0{,}212}}$$

Dampfmaschine:

$$\eta_{3ges} = \frac{W_e}{m_3 H_3} = \underline{\underline{0{,}12}}$$

Inhaltsverzeichnis

1.	Einführung	3
1.1.	Wärmeerscheinungen	3
1.2.	Wärme — eine Energieform	3
1.3.	Grundzüge der kinetischen Wärmetheorie	5
	Zusammenfassung	7
	Übungen	7
2.	Messendes Erfassen der Wärmeerscheinungen	7
2.1.	Temperatur	8
2.2.	Wärmemenge und spezifische Wärme	11
2.3.	Spezifische Wärme der Gase	14
2.4.	Mischungsvorgänge	16
	Zusammenfassung	21
	Übungen	22
3.	Wärmequellen. Heizwert	23
	Zusammenfassung	27
	Übungen	28
4.	Wärmeübertragung	29
4.1.	Konvektion	29
4.2.	Wärmeleitung	30
4.3.	Wärmeübergang	32
4.4.	Wärmedurchgang	33
4.5.	Temperaturstrahlung	34
	Zusammenfassung	35
	Übungen	35
5.	Zustandsänderungen	36
5.1.	Zustandsgrößen	36
5.2.	Erster Hauptsatz der Wärmelehre. Innere Energie	37
5.3.	Änderungen des Aggregatzustandes	38
5.3.1.	Umwandlungstemperatur und Umwandlungswärme	38
5.3.2.	Zum Schmelzen und Erstarren	42
5.3.3.	Zum Verdampfen und Kondensieren	43
	Übungen	45
5.4.	Ausdehnung fester und flüssiger Körper	46
5.4.1.	Längenausdehnung fester Körper	46
5.4.2.	Volumenausdehnung fester Körper	48
5.4.3.	Volumenausdehnung von Flüssigkeiten	49
5.4.4.	Dichteänderung bei Temperaturänderung	50
	Zusammenfassung	52
	Übungen	52
5.5.	Zustandsänderungen von Gasen	53

5.5.1. Das ideale Gas 53
5.5.2. Zustandsänderungen des idealen Gases 55
5.5.2.1. Isobare Zustandsänderung. GAY-LUSSACsches Volumengesetz 56
5.5.2.2. Isochore Zustandsänderung. GAY-LUSSACsches Druckgesetz 59
5.5.2.3. Isotherme Zustandsänderung 61
5.5.2.4. Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 1) 64
5.5.2.5. Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2). Gaskonstante 66
5.5.2.6. Physikalische Deutung der Gaskonstanten 70
5.5.2.7. Adiabatische Zustandsänderung 71
5.5.2.8. Polytrope Zustandsänderung 74
Zusammenfassung 77
Übungen 77
5.5.3. Zustandsänderungen der realen Gase 78
5.5.3.1. Dämpfe, Dampfdruck des Wassers 78
5.5.3.2. VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung 81
5.5.3.3. Der kritische Zustand. Verflüssigung der Gase 83
5.5.3.4. Luftfeuchtigkeit 85
Zusammenfassung 87
Übung 87

6. Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit 88
6.1. Reversible und irreversible Prozesse. Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre 88
6.2. CARNOTscher Kreisprozeß. Thermischer Wirkungsgrad 90
6.3. Wirkungsgrad von Wärmekraftmaschinen 93
6.4. Dampfmaschine und Dampfturbine 95
6.5. Verbrennungsmotor 99
6.6. Gasturbine 102
Zusammenfassung 103
Übungen 103
Antworten und Lösungen 105

Anhang: Gleichungen, Einheiten, Tafeln

Lehrmaterial für das Fachschulfernstudium

Anhang zum Lehrbrief

Physik K 5
Wärmelehre

Gleichungen, Einheiten, Tafeln

Herausgeber:
Institut für Fachschulwesen
der Deutschen Demokratischen Republik
Karl-Marx-Stadt

INHALTSVERZEICHNIS

1. Gleichungen 3

2. Auszug aus der Tafel der gesetzlichen Einheiten 8

3. Konstanten 8

4. Tafeln

Tafel 1: Umrechnen von Energie- und Arbeitseinheiten 9

Tafel 2: Spezifische Wärme fester und flüssiger Stoffe 9

Tafel 3: Spezifische Wärmen der Gase 10

Tafel 4: Unterer Heizwert fester und flüssiger Brennstoffe 10

Tafel 5: Unterer Heizwert gasförmiger Brennstoffe 10

Tafel 6: Spezifische Wärmeleitfähigkeit 11

Tafel 7: Wärmedurchgangswert 11

Tafel 8: Schmelztemperatur einiger Stoffe 12

Tafel 9: Spezifische Schmelzwärme einiger Stoffe 12

Tafel 10: Siedetemperatur und spezifische Verdampfungswärme einiger Stoffe 13

Tafel 11: Längenausdehnungskoeffizient fester Stoffe 14

Tafel 12: Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten 14

Tafel 13: Kritische Daten einiger Gase 15

Tafel 14: Sättigungsdruck einiger Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur 15

Tafel 15: Maximale Luftfeuchtigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur 15

Tafel 16: Wirtschaftlicher Wirkungsgrad von Kraftmaschinen 15

5. Übersicht über den Gaszustand 16

1. Gleichungen

Nr.	Bezeichnung	Gleichung	Seite
(1)	Zusammenhang zwischen Kelvin- und Celsius-Temperatur	$T = t + 273{,}15$ grd	10
(2)	Wärmegleichung	$Q = c\, m\, \Delta t$	12
(2')	Spezifische Wärme	$c = \frac{Q}{m\, \Delta t}$	13
(3)	Wärmegleichung bei konstantem Volumen	$Q = c_v\, m\, \Delta t$ für $\Delta V = 0$	15
(4)	Wärmegleichung bei konstantem Druck	$Q = c_p\, m\, \Delta t$ für $\Delta p = 0$	16
(5)	Mischungsgleichung	$Q_{ab} = Q_{auf}$	16
(5')	Mischungsgleichung für zwei Komponenten	$c_1\, m_1\, (t_m - t_1) = c_2\, m_2\, (t_2 - t_m)$	17
(6)	Wärmekapazität	$C = \frac{Q}{\Delta t}$	17
(6')	Wärmekapazität	$C = c\, m$	18
(7a)	Verbrennungswärme fester und flüssiger Brennstoffe	$Q = m\, H$	24
(7a')	Heizwert fester und flüssiger Brennstoffe	$H = \frac{Q}{m}$	24
(7b)	Verbrennungswärme gasförmiger Brennstoffe	$Q = V\, H'$	24
(7b')	Heizwert gasförmiger Brennstoffe	$H' = \frac{Q}{V}$	24
(8)	Durch Wärmeleitung transportierte Wärmemenge	$Q = \lambda \frac{A\, t\, \Delta \vartheta}{l}$	31
(9)	Durch Wärmeübergang transportierte Wärmemenge	$Q = \alpha\, A\, t\, \Delta \vartheta$	32
(10)	Wärmedurchgangszahl aus	$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} + \frac{l}{\lambda}$	33

Nr.	Bezeichnung	Gleichung	Seite
(11)	Durch Wärmedurchgang transportierte Wärmemenge	$Q = k\,A\,t\,\Delta\vartheta$	33
(12)	1. Hauptsatz der Thermodynamik	$Q = \Delta U + W$	37
(12')	Änderung der inneren Energie	$\Delta U = Q - W$	37
(13a)	Schmelzwärme	$Q_{\mathrm{fl}} = m\,q$	41
(13a')	Spezifische Schmelzwärme	$q = \frac{Q_{\mathrm{fl}}}{m}$	40
(13b)	Verdampfungswärme	$Q_{\mathrm{sd}} = m\,r$	41
(13b')	Spezifische Verdampfungswärme	$r = \frac{Q_{\mathrm{sd}}}{m}$	40
(14)	Längenänderung bei Temperaturänderung fester Körper	$\Delta l = \alpha\,l_1\,\Delta t$	47
(14')	Endlänge nach der Längenänderung fester Körper	$l_2 = l_1\,(1 + \alpha\,\Delta t)$	47
(15)	Volumenausdehnungskoeffizient fester Körper	$\gamma = 3\,\alpha$	48
(16)	Volumenänderung fester und flüssiger Körper bei Temperaturänderung	$\Delta V = \gamma\,V_1\,\Delta t$	49
(16')	Endvolumen nach der Volumenänderung fester und flüssiger Körper	$V_2 = V_1\,(1 + \gamma\,\Delta t)$	48
(17)	Temperaturabhängigkeit der Dichte	$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{1 + \gamma\,\Delta t}$	50
(18)	Änderung der inneren Energie des idealen Gases	$\Delta U = c_v\,m\,\Delta T$	54
(18')	Innere Energie des idealen Gases	$U = c_v\,m\,T$	54
(19)	Ausdehnungsarbeit des idealen Gases	$W = \Sigma\,\Delta W = \Sigma\,p\,\Delta V$	55

Nr.	Bezeichnung	Gleichung		Seite
(20)	1. Hauptsatz bei Zustandsänderung des idealen Gases	$Q = \Delta U + \Sigma p \Delta V$		56
(21)	GAY-LUSSACsches Volumengesetz (1. Form)	$V_t = V_o (1 + \gamma t)$	für $\Delta p = 0$	57
(22)	GAY-LUSSACsches Volumengesetz (2. Form)	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	für $\Delta p = 0$	58
(22')	GAY-LUSSACsches Volumengesetz (2. Form)	$\frac{V}{T} = \text{const.}$	für $\Delta p = 0$	58
(23)	Arbeit bei isobarer Zustandsänderung	$W = p (V_2 - V_1)$	für $\Delta p = 0$	58
(24)	1. Hauptsatz bei isobarer Zustandsänderung	$Q = \Delta U + p (V_2 - V_1)$	für $\Delta p = 0$	58
(25)	GAY-LUSSACsches Druckgesetz (1. Form)	$p_t = p_o (1 + \gamma t)$	für $\Delta V = 0$	59
(26)	GAY-LUSSACsches Druckgesetz (2. Form)	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	für $\Delta V = 0$	60
(26')	GAY-LUSSACsches Druckgesetz (2. Form)	$\frac{p}{T} = \text{const.}$	für $\Delta V = 0$	60
(27)	1. Hauptsatz bei isochorer Zustandsänderung	$Q = \Delta U$ $W = 0$	für $\Delta V = 0$	61
(28)	Gesetz von BOYLE und MARIOTTE	$p_1 V_1 = p_2 V_2$	für $\Delta T = 0$	61
(28')	Gesetz von BOYLE und MARIOTTE	$p V = \text{const.}$	für $\Delta T = 0$	61
(29)	1. Hauptsatz bei isothermer Zustandsänderung	$Q = W$ $\Delta U = 0$	für $\Delta T = 0$	62
(30)	Arbeit bei isothermer Zustandsänderung	$W = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$	für $\Delta T = 0$	62

Nr.	Bezeichnung	Gleichung		Seite
(31)	Arbeit bei isothermer Zustandsänderung	$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$ $W = p_2 V_2 \ln \frac{p_1}{p_2}$	für $\Delta T = 0$	62
(32)	Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 1)	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$		65
(32′)	Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 1)	$\frac{p V}{T} = \text{const.}$		65
(33)	Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2a)	$p V = m R T$		67
(33′)	Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2b)	$\frac{p}{\varrho} = R T$		69
(33″)	Zustandsgleichung des idealen Gases (Form 2c)	$p v = R T$		69
(34)	Zusammenhang zwischen der Gaskonstanten und den spezifischen Wärmen der quasiidealen Gase	$c_p - c_v = R$		71
(35)	1. Hauptsatz bei adiabatischer Zustandsänderung	$W = -\Delta U$ $Q = 0$		71
(36)	Adiabatenexponent	$\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$		72
(37)	Adiabatische Zustandsänderung (Poissonsche Gleichung)	$p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa}$		72
(37′)	Adiabatische Zustandsänderung	$p V^{\varkappa} = \text{const.}$		72
(38)	Arbeit bei adiabatischer Zustandsänderung	$W = c_v m (T_1 - T_2)$		73
(38′)	Arbeit bei adiabatischer Zustandsänderung	$W = \frac{m R}{\varkappa - 1} (T_1 - T_2)$		73
(39)	1. Hauptsatz bei polytroper Zustandsänderung	$W = Q - \Delta U$		75

Nr.	Bezeichnung	Gleichung	Seite
(40)	Polytrope Zustandsänderung	$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$	75
(40′)	Polytrope Zustandsänderung	$p V^n = \text{const.}$	75
(41)	Arbeit bei polytroper Zustandsänderung	$W = \frac{m R}{n-1} (T_1 - T_2)$	75
(42)	VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung	$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T$	83
(43)	Absolute Luftfeuchtigkeit	$f = \frac{m}{V}$	85
(44)	Maximale Luftfeuchtigkeit	$f_{\max} = \frac{m_{\max}}{V}$	85
(45)	Relative Luftfeuchtigkeit	$\varphi = \frac{f}{f_{\max}} = \frac{m}{m_{\max}}$	86
(46)	Thermischer Wirkungsgrad	$\eta_{\text{th}} = \frac{W}{Q}$	93
(47)	Thermischer Wirkungsgrad des CARNOTschen Kreisprozesses	$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$	93
(48)	Thermischer Wirkungsgrad des CARNOTschen Kreisprozesses	$\eta_{\text{th}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$	93
(49)	Gütegrad	$\eta_g = \frac{W_i}{W}$	94
(50)	Wirtschaftlicher Wirkungsgrad	$\eta = \eta_m \cdot \eta_g \cdot \eta_{\text{th}}$	94
(50′)	Wirtschaftlicher Wirkungsgr.	$\eta = \frac{W_e}{Q}$	94
(51)	Gesamtwirkungsgrad einer Wärmekraftanlage	$\eta_{\text{ges}} = \frac{W_e}{m H}$	94

2. Auszug aus der Tafel der gesetzlichen Einheiten

Name der Einheit	Kurzzeichen	Definition der Einheit
		18. Arbeit. Energie und Wärmemenge
Joule	J	Das Joule, die Wattsekunde oder das Newtonmeter ist die Arbeit, die verrichtet wird, wenn sich der Angriffspunkt einer Kraft vom Betrag 1 N in Richtung der Kraft um 1 m verschiebt.
Wattsekunde	Ws	
Newtonmeter	Nm	
Erg	erg	Das Erg ist der 10000000ste Teil des Joule.
Kalorie	cal	Die Kalorie ist gleich 4,1868 Joule.
		32. Kelvin-Temperatur
Grad Kelvin	°K	Der Grad Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Kelvin-Temperatur des Tripelpunktes von reinem Wasser.
		33. Celsius-Temperatur
Grad Celsius	°C	Der Grad Celsius ist als Temperaturdifferenz gleich dem Grad Kelvin. Die Celsius-Temperatur 0 °C entspricht der Kelvin-Temperatur 273,15 °K.

3. Konstanten

Ausdehnungskoeffizient (Druckkoeffizient) des idealen Gases

$$\gamma = \frac{1}{273{,}15\ \mathrm{grd}}$$

Allgemeine Gaskonstante

$$R = 8314\ \frac{\mathrm{J}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}}$$

$$R = 0{,}08208\ \frac{\mathrm{m^3\ atm}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}}$$

$$R = 848\ \frac{\mathrm{kpm}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}}$$

$$R = 1{,}99\ \frac{\mathrm{kcal}}{M\ \mathrm{kg}\ °\mathrm{K}}$$

Kilomol

$$1\ \mathrm{kmol} = M\ \mathrm{kg}$$

Kilomolvolumen des idealen Gases bei Normalbedingungen

$$V_{\mathrm{kmol}} = 22{,}4136\ \mathrm{m^3}$$

4. Tafeln

Tafel 1: Umrechnen von Energie- und Arbeitseinheiten

	J=Ws=Nm =m² kg s⁻²	kWh	kpm	kcal
1 J=Ws=Nm=	1	$2{,}78 \cdot 10^{-7}$	0,102	$2{,}39 \cdot 10^{-4}$
1 kWh	= $3{,}6 \cdot 10^{6}$	1	$3{,}67 \cdot 10^{5}$	860
1 kpm	= 9,81	$2{,}72 \cdot 10^{-6}$	1	$2{,}34 \cdot 10^{-3}$
1 kcal	= $4{,}19 \cdot 10^{3}$	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	427	1

Tafel 2: Spezifische Wärme fester und flüssiger Stoffe (bei 20° C)

Stoff	$\frac{c}{\text{kcal/kg grd}}$	Stoff	$\frac{c}{\text{kcal/kg grd}}$
Feste Stoffe			
Aluminium	0,217	Grauguß	0,13
Asphalt	0,22	Holz	≈ 0,6
Bakelit	0,38	Kupfer, Messing	0,092
Beton	0,21	Platin	0,20
Blei	0,031	PVC (hart)	0,24
Eis (bei 0 °C)	0,5	Sandstein	0,17
Eisen	0,111	Schamotte	0,20
Glas, Porzellan, Steingut	≈ 0,19	Silber	0,056
Granit	0,18	Stahl	0,11
Gummi	≈ 0,5	Zement	0,18
Gips	0,27	Ziegel	≈ 0,2
Flüssigkeiten			
Alkohol	0,58	Salpetersäure (konz.)	0,41
Aceton	0,51	Schwefelsäure (konz.)	0,33
Benzol	0,41	Schwefelkohlenstoff	0,24
Glycerin	0,58	Schweres Wasser (D_2O)	1,165
Maschinenöl	0,46	Terpentinöl	0,41
Olivenöl	0,47	Wasser	0,999
Petroleum	0,51		
Quecksilber	0,033		

Tafel 3: **Spezifische Wärmen der Gase** (bei 0 °C und 760 Torr)

Gas		c_p kcal/kg grd	c_v kcal/kg grd	c_p kcal/M kg grd	c_v kcal/M kg grd
Ammoniak	NH_3	0,489	0,372	8,327	6,334
Argon	Ar	0,125	0,076	4,994	3,036
Chlor	Cl_2	0,112	0,084	7,941	5,956
Helium	He	1,251	0,755	5,008	3,022
Kohlendioxid	CO_2	0,196	0,151	8,626	6,642
Kohlenoxid	CO	0,249	0,178	6,975	4,986
Luft		0,240	0,171	6,984	4,976
Sauerstoff	O_2	0,218	0,156	6,975	4,992
Stickstoff	N_2	0,248	0,177	6,947	4,958
Wasserstoff	H_2	3,403	2,417	6,854	4,868

Tafel 4: **Unterer Heizwert fester und flüssiger Brennstoffe**

Brennstoff	H_u kcal/kg	Brennstoff	H_u kcal/kg
Anthrazit	7800 ... 8800	Benzin	10000 ... 11500
Steinkohle	6500 ... 8200	Dieselöl	9900 ... 10800
Zechenkoks	6500 ... 7200	Petroleum	9400 ... 10400
Braunkohlenbrikett	4800 ... 5500	Benzol	9700 ... 10000
Braunkohlenkoks	5200 ... 6200	Erdöl	9500 ... 10400
Hartbraunkohle	2000 ... 5100	Gasöl	10100 ... 10400
Weichbraunkohle	1000 ... 3100	Äthanol	6500 ... 7200
Holz (trocken)	3500 ... 4400	Methanol	4500 ... 5300
Torf (trocken)	2800 ... 3900	Steinkohlenteer	7800 ... 8400

Tafel 5: **Unterer Heizwert gasförmiger Brennstoffe**

Gas	H'_u kcal/m³	Gas	H'_u kcal/m³
Wasserstoff	2500	Äthylen (C_2H_4)	14400
Kohlenoxid (CO)	3000	Äthan (C_2H_6)	15300
Stadtgas	3800 ... 4900	Propan (C_3H_8)	22700
Methan (CH_4)	8600	Butan (C_4H_{10})	28300
Azetylen (C_2H_2)	13500		

Tafel 6: **Spezifische Wärmeleitfähigkeit** (bei 20 °C)

Stoff	λ kcal/m h grd	Stoff	λ kcal/m h grd
Gute Wärmeleiter		Wärmedämmstoffe	
Silber	360	Plaste	0,13 ...0,18
Kupfer (rein)	340	Holz	0,1 ...0,2
Aluminium (rein)	200	Papier	0,1 ...0,3
Messing	60... 100		
Eisen (rein)	60	*Anorganische Wärmeisolierstoffe*	
Stahl	40	(Glaswolle, Kieselgur u. a.)	0,04 ...0,10
Blei	30		
Schlechte Wärmeleiter		*Organische Wärmeisolierstoffe*	
Dichte Gesteine	3	(Kork, Faserstoffe u. a.)	0,03 ...0,06
Sandstein	2		
Beton	0,7 ...1,5	Piatherm	0,030...0,045
Glas	0,5 ...1,0		
Wasser, Sand	0,48...0,59	Bettfedern, Luft	0,02
Ziegelmauer	0,35...0,9		

Tafel 7: **Wärmedurchgangswert für Ziegelmauerwerk und Fenster**

Ziegelmauerwerk	l cm	12	25	38	51	64
	k kcal/m² h grd	2,4	1,7	1,3	1,1	0,9

Fenster	k kcal/m² h grd	einfach 5,0	doppelt 2,3

Tafel 8: **Schmelztemperatur einiger Stoffe** (bei 760 Torr)

Stoff	$\frac{t_n}{°C}$	Stoff	$\frac{t_n}{°C}$
Aluminium	659	Nickel	1455
Äthylalkohol	— 114,2	Paraffin	54
Blei	327,3	Platin	1774
Eis	0	Quecksilber	—38,83
Eisen (rein)	1539	Rhenium	3170
Flußstahl	~ 1500	Silber	960,5
Gold	1063	Tantal	3030
Grauguß	~ 1200	Wolfram	3380
Kupfer	1083	Zink	419,5
Messing	~ 920	Zinn	232

Tafel 9: **Spezifische Schmelzwärme einiger Stoffe** (bei 760 Torr)

Stoff	$\frac{q}{kcal/kg}$	Stoff	$\frac{q}{kcal/kg}$
Aluminium	94,6	Platin	27
Blei	5,9	Quecksilber	2,7
Eis	79,7	Silber	25,1
Eisen	64,5	Wolfram	46
Kupfer	48,9	Zink	26
Nickel	71	Zinn	14

Tafel 10: **Siedetemperatur und spezifische Verdampfungswärme einiger Stoffe** (bei 760 Torr)

Stoff	t_{sd} / °C	r / kcal/kg
Äther	34,6	86
Äthylalkohol	78,5	201
Ammoniak	— 33,5	327
Benzol	80,2	94
Blei	1755	200
Eisen (rein)	2880	1520
Glyzerin	290	198
Kohlendioxid	— 78,5	136,8
Luft	—193	47
Methylalkohol	64,5	263,5
Quecksilber	357	70
Sauerstoff	—183	51
Schwefeldioxid	— 10	93
Stickstoff	—195,8	47,6
Wasser	100	538,9
Wasserstoff	—252,8	111
Kältemittel		
$CHCl_2F$	— 15	61
CF_2Cl_2	— 30	40
CF_3Cl	— 81,5	35,7

Tafel 11: **Längenausdehnungskoeffizient fester Stoffe** (zwischen 0 °C und 100 °C)

Stoff	α / 10^{-6} grd^{-1}	Stoff	α / 10^{-6} grd^{-1}
Quarzglas	0,55	Kupfer	14,5
Invar (35% N., 65% Fe)	1,5	Chromnickel	18
Graphit	2,2	Messing	18,4
Holz (längs zur Faser)	3...8	Aluminium	23,4
Porzellan	3...6	Blei	29
Jenaer Glas	3...6	Bakelit	20...40
Quarz	4,6...14	Holz (quer zur Faser)	30...50
Platin	9	Polyvinylchlorid (PVC)	80
Platin-Iridium (90% Pt, 10% Ir)	9	Polystyrol	65...80
		Zelluloid	100
Glas	9...11	Polyamid (Dederon)	110
Gußeisen	10,4	Teer	180
Beton	12	Polyäthylen (Hochdruck)	200
Stahl	12		

Tafel 12: **Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten** (bei 20 °C)

Stoff	γ / 10^{-4} grd^{-1}	Stoff	γ / 10^{-4} grd^{-1}
Wasser	1,8	Äthylalkohol	11,0
Quecksilber	1,81	Methylalkohol	11,9
Glyzerin	5,0	Tetrachlorkohlenstoff	12,2
Olivenöl	7,2	Azeton	14,3
Petroleum, Terpentin	9,6	Äther	16,2

Tafel 13: Kritische Daten einiger Gase

Gas	T_k/°K	p_k/at	Gas	T_k/°K	p_k/at
Helium	5	2,34	Sauerstoff	155	51,3
Wasserstoff	33	13,2	Kohlendioxid	304	75
Stickstoff	126	35	Wasserdampf	647	226
Luft	132	38			

Tafel 14: Sättigungsdruck einiger Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur

$\frac{t}{°C}$	Wasser p_s/Torr	Alkohol p_s/Torr	Äther p_s/Torr	Benzol p_s/Torr
−20	0,8	3,3	66	6
−10	2,0	6,5	113	14
0	4,6	11,9	185	26
20	17,5	44,0	440	75
40	55,3	134,3	920	183
60	149,4	351,4	1740	391
80	355,2	809,1	3000	758
100	760,0	1691,8	4962	1339

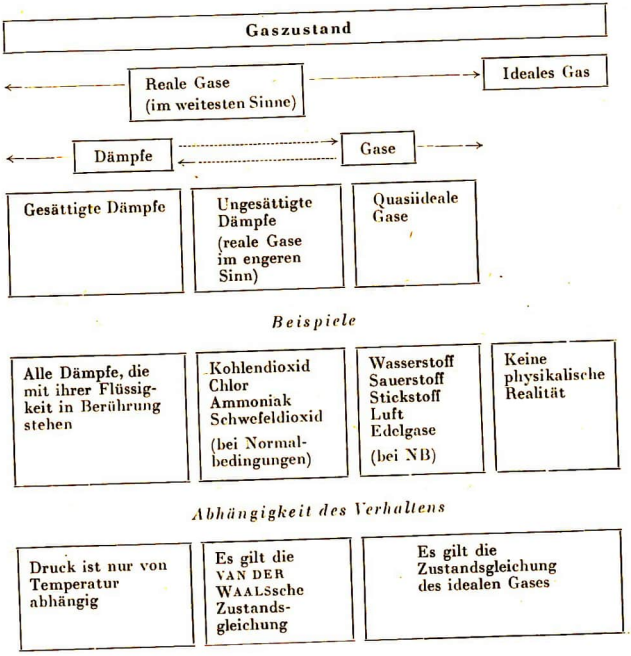
Tafel 15: Maximale Luftfeuchtigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur

Temperatur t/°C	max. Luftfeuchtigkeit f_{max}/g m^{-3}	Temperatur t/°C	max. Luftfeuchtigkeit f_{max}/g m^{-3}
−10	2,14	12	10,7
− 5	3,24	16	13,6
0	4,84	20	17,3
4	6,4	24	21,8
8	8,0	30	30,3

Tafel 16: Wirtschaftlicher Wirkungsgrad von Kraftmaschinen

Kraftmaschine	η in %	Kraftmaschine	η in %
Kolbendampfmaschine	10 ... 25	Dieselmotor	30 ... 38
Dampfturbine	25 ... 35	Elektromotor	70 ... 95
Ottomotor	20 ... 32	Wasserturbine	90 ... 95

5. Übersicht über den Gaszustand



Als Manuskript gedruckt
Alle Rechte vorbehalten
Veröffentlicht unter Ag 613/539/67, 5. Ausgabe, 1. Auflage
Satz und Druck: Stolle-Druck Freital
Katalognummer: 030.03-02 Vorzugsschutzgebühr: 2,40 M