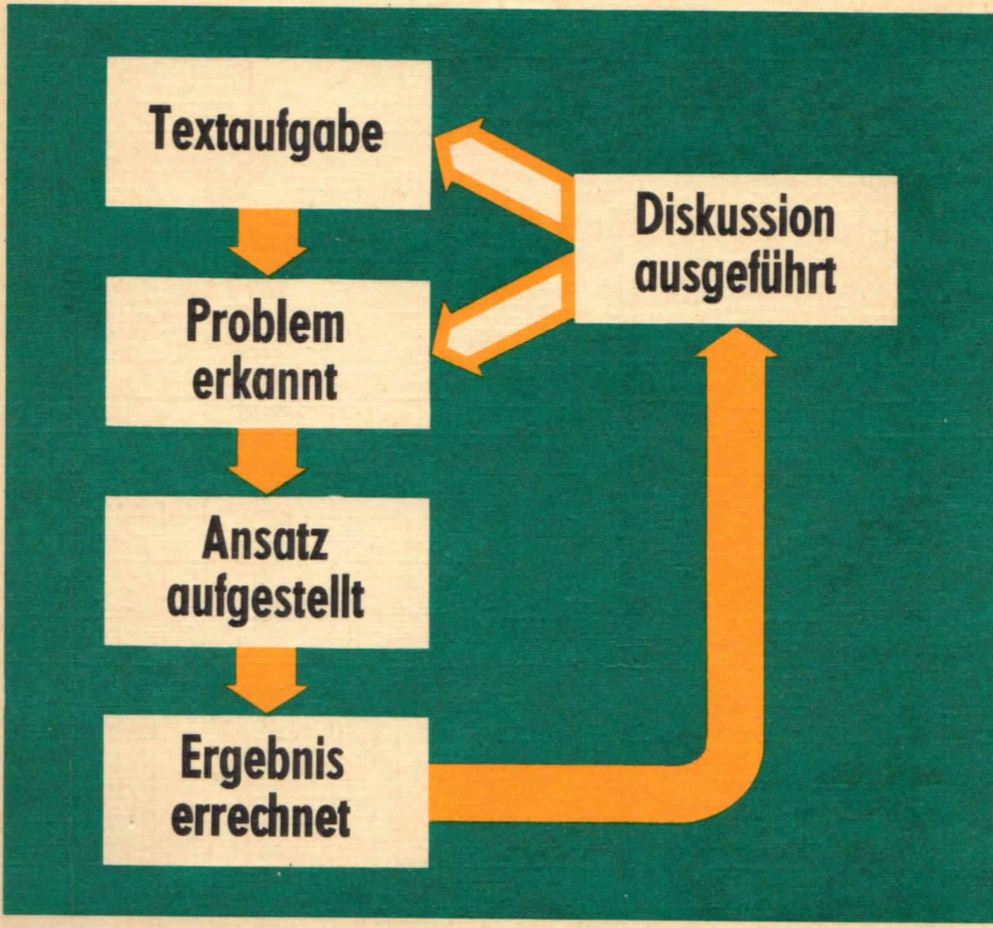
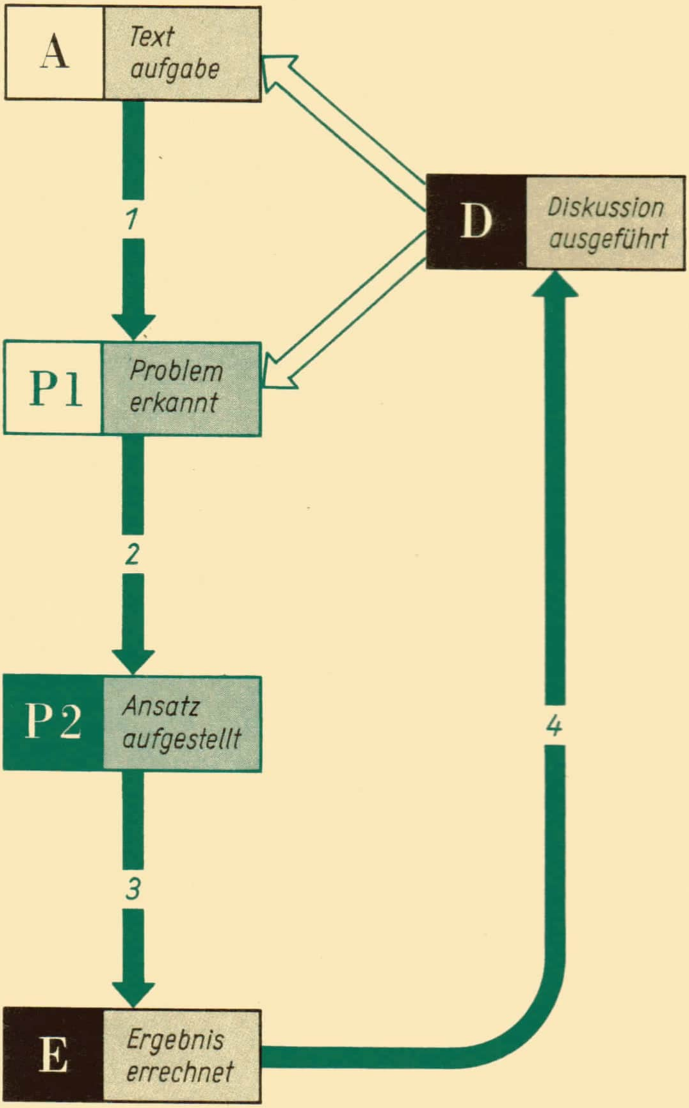
Körner / Kießling

Wie löse ich eine physikalische Aufgabe?



VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG


A
Text aufgabe
1
P1
Problem erkannt
2
P2
Ansatz aufgestellt
3
E
Ergebnis errechnet
4
D
Diskussion ausgeführt

KÖRNER/KIESSLING

Wie löse ich eine physikalische Aufgabe?

Studiendirektor Dipl.-Phys. Wolfgang Körner,
Schwerin

Fachschuldozent Dipl.-Phys. Günther Kiessling,
Zittau

Wie löse ich eine physikalische Aufgabe?

2. Auflage

Mit 130 ausgewählten Beispielaufgaben und 62 Bildern

VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

Als Arbeitsbuch für die Ausbildung an Ingenieur- und Fachschulen der DDR anerkannt.

Berlin, September 1987 Minister für Hoch- und Fachschulwesen

Körner, Wolfgang:
Wie löse ich eine physikalische Aufgabe? / Wolfgang Körner ;
Günther Kiessling. – 2. Aufl. – Leipzig : Fachbuchverl.,
1988. – 112 S. : 130 ausgew. Beisp., 62 Bild.
NE: 2. Verf.:

ISBN 3-343-00445-6

2. Auflage
Lizenz-Nr. 114-210/14/88
LSV 1103
Verlagslektor: Dipl.-Phys. Klaus Vogelsang
Gestaltung: Egon Hunger
Printed in GDR
Satz: VEB Druckhaus Köthen
Fotomechanischer Nachdruck:
INTERDRUCK Graphischer Großbetrieb Leipzig – III/18/97
Redaktionsschluß: 15. 12. 1987
Bestellnummer: 547 452 5
00720

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Physik und Mathematik sind eng miteinander verknüpft. Der Physiker studiert im Experiment den Ablauf eines physikalischen Vorgangs und faßt nach Auswertung des Versuchsergebnisses seine Beobachtungen in einem allgemeingültigen physikalischen Gesetz zusammen. Diesem Gesetz gibt er die Form einer mathematischen Gleichung, in der alle für den Ablauf maßgebenden Größen vorkommen. Mit Hilfe dieser Gleichung ist es andererseits möglich, den Ablauf eines gleichartigen physikalischen Vorgangs vorauszuberechnen.
Nahezu alle physikalischen Erscheinungen und Vorgänge dieser Welt sind heute durch mathematische Gleichungen beschrieben. Es ist also möglich, jedes beliebige physikalische Problem mit Hilfe der Mathematik zu lösen – vorausgesetzt, man weiß, wie man die Aufgabe anpackt. Hier liegt nämlich die große Schwierigkeit, deren Überwindung sehr vielen nicht gelingt. Da die physikalischen Probleme in der Anwendung auch technische Probleme sind, zwingt diese Hürde manchen Techniker und Ingenieur, auf die exakte Durchrechnung der gestellten Aufgabe zu verzichten und sich mit Erfahrungswerten zu begnügen.
Das vorliegende Buch will hier eine Hilfe geben. Es will zeigen, wie man durch die Verfolgung eines systematisch gegliederten Lösungswegs eine physikalische Aufgabe erfolgreich bearbeiten kann. Der an zahlreichen Beispielen aus den verschiedenen Gebieten der Physik gezeigte methodische Lösungsweg ist in vier Lösungsabschnitte gegliedert.
Die nach dem sorgfältigen Durcharbeiten dieses Buches erworbene Routine und Fertigkeit im Lösen physikalischer Aufgaben wird dem Leser auch beim weiteren Studium und bei seiner Berufsarbeit zugute kommen.
Für Hinweise, die zur weiteren Verbesserung des Titels führen, danken im voraus

Autoren und Verlag

0. Einführung

Das Grundlagenfach Physik bereitet Studenten an Hoch- und Fachschulen nicht selten größere Schwierigkeiten als irgendein anderes. Sucht man nach den Ursachen dieser Erscheinung, so findet man im wesentlichen vier Gründe, die sich aus der speziellen Struktur der Wissenschaft Physik ergeben.

1. Physikalische Begriffe und Gesetzmäßigkeiten haben durchaus keinen einfachen oder (wie mathematische) logischen Aufbau. Selbst elementare und häufig verwendete Begriffe, zum Beispiel Kraft, Masse, Energie, fordern, wenn sie der Lernende wirklich verstehen und nicht nur formal aufnehmen will, ein hohes Maß an Abstraktionsvermögen, Vorstellungskraft und Sinn für Wesentliches. Nicht alle Schüler der allgemeinbildenden Schule besitzen während ihrer grundlegenden Physikausbildung die erforderliche geistige Reife. Wissenslücken und formales Herangehen an physikalische Probleme sind die Folge und wirken sich später recht ungünstig aus.
2. Die Physik ist eine Erfahrungswissenschaft. Alle Erkenntnisse müssen experimentell bestätigt werden. Wer sich erfolgreich mit dieser Wissenschaft befassen will, muß auch selbst experimentieren können. Das erfordert Geschicklichkeit, technischen Sinn und praktische Erfahrung.
3. Die Physik ist unter allen Wissenschaften diejenige, die den höchsten Grad der Mathematisierung erreicht hat. Wer Physik lernen will, muß zuvor mathematische Methoden beherrschen gelernt haben. Dies ist eine Voraussetzung, aber auch nicht mehr als eine solche. Mathematische Verfahren unterstützen das physikalische Denken, können aber dieses nicht ersetzen. Das Verstehen einer physikalischen Gleichung ist ein Problem, dessen Lösung nicht nur mathematische Fähigkeiten, sondern besondere physikalische Kenntnisse und Erfahrungen verlangt.
4. Es genügt aber nicht, physikalische Zusammenhänge lediglich aus mathematisch formulierten Beziehungen herauslesen zu können. Das Bildungsziel des Faches Physik an Hoch- und Fachschulen fordert anwendungsbereites Wissen. Um diese Forderung erfüllen zu können, reichen theoretisches Wissen und mathematische Fähigkeiten nicht aus. Man muß eine besondere geistige Aktivität entwickeln. Jedes Anwendungsproblem verlangt schöpferische Initiative.

Wir erkennen also, daß ein erfolgreiches Studium ganz verschiedenartige Fähigkeiten voraussetzt, die alle ausgebildet werden müssen. Die verschiedenen Unterrichtsformen dienen diesem Zweck:

1. Experimentalvorlesung, Selbststudium und Konsultationen schaffen die *begrifflichen Grundlagen der Physik.*
2. Das physikalische Praktikum entwickelt die eigenen *experimentellen Fähigkeiten* der Studenten.
3. Die Ausbildung der *mathematischen Fertigkeiten* ist selbstverständlich die Hauptaufgabe des Unterrichtsfaches Mathematik. Aber die speziellen Kenntnisse,

die sich aus der Schreibweise physikalischer Gleichungen ergeben, müssen in allen Übungsstunden des Faches Physik vermittelt werden.
4. Den Übungsstunden fällt außerdem die Aufgabe zu, das *Anwenden physikalischer Kenntnisse* durch das Lösen von Übungsaufgaben zu schulen. Ein echter Bildungserfolg liegt aber erst dann vor, wenn der Lernende selbständige Probleme lösen kann. Folglich muß er ein intensives Selbststudium betreiben.

Die Verfasser dieses Büchleins haben sich die Aufgabe gestellt, die Selbststudienarbeit beim Lösen physikalischer Aufgaben bestmöglich anzuleiten.
Im nächsten Abschnitt werden wir die in dieser Anleitung verwendete Methode besprechen. Wir wollen hier nur noch die *Voraussetzungen für eine erfolgreiche Arbeit* nennen:
Dieses Büchlein ist kein Lehrbuch, sondern eine Übungsanleitung. Der Leser muß sich die physikalischen Grundlagen durch Anhören der Experimentalvorlesungen und Studium von Lehrbüchern bereits erarbeitet haben. Ferner müssen wir die Beherrschung der rein mathematischen Methoden fordern, die bis zu den Anfängen der Infinitesimalrechnung reichen. Sollte diese jedoch noch nicht bekannt sein, so können die mit * bezeichneten Aufgaben, die nur mit Differential- oder Integralrechnung gelöst werden können, vorläufig ausgelassen werden.
Die speziellen Kenntnisse, die sich aus der Verwendung mathematischer Begriffe in der Physik ergeben, stellen wir im Abschnitt 1.2. Physikalische Gleichungen dar, weil diese Problematik für unser Vorhaben von grundlegender Bedeutung ist.
Der Abschnitt 2.5. enthält abschnittsübergreifende einfache und auch anspruchsvollere Aufgaben zur Festigung der Begriffe Arbeit, Energie und Leistung sowie zur anschaulichen Vorstellung von Größenordnungen insbesondere bei Verwendung der SI-Einheiten.
Gleichungen und Tabellenwerte sind dem Wissensspeicher „Physik – kurz gefaßt“, der im gleichen Verlag 1984 erschien, entnommen. Gleichartige Wissensspeicher sind ebenfalls verwendbar, jedoch können sich gelegentlich wegen geringfügig unterschiedlicher Tabellenwerte im Ergebnis etwas abweichende Zahlenwerte ergeben.
Häufig und vor allem in diesem Titel verwendete Formelzeichen physikalischer Größen sind auf den beiden folgenden Seiten aufgeführt.

Formelzeichen physikalischer Größen

A	Fläche
a	Beschleunigung
B	magnetische Induktion (magnetische Flußdichte)
C	elektrische Kapazität
	Wärmekapazität
c	Lichtgeschwindigkeit
	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen
	Widerstandszahl
	spezifische Wärmekapazität
c_p	spezifische Wärmekapazität bei $p =$ konst
c_v	spezifische Wärmekapazität bei $V =$ konst
D	elektrische Verschiebung (Ladungsdichte)
d	Durchmesser
	Dicke, Abstand
E	elektrische Feldstärke
e	elektrische Elementarladung
F	Kraft
	Faraday-Konstante
F_G	Gewichtskraft (auch G)
F_N	Normalkraft
F_R	Reibungskraft
F_r	Radialkraft
F_T	Trägheitskraft
f	Frequenz
G	Gewichtskraft (auch F_G)
	elektrischer Leitwert
g	Fallbeschleunigung
H	magnetische Feldstärke
	Höhe
	Heizwert
	Enthalpie
h	Höhe
I	elektrische Stromstärke
	Stromstärke (Volumenstrom)
J	Massenträgheitsmoment
	Schallintensität (Schallstärke)
k	Richtgröße (Federkonstante)
	Boltzmann-Konstante
	Wärmedurchgangskoeffizient
k'	Winkelrichtgröße
L	Drehimpuls
	Induktivität
	Schallpegel
l	Länge
M	Drehmoment
	molare Masse
M_r	relative Molekülmasse
m	Masse
N	Teilchenzahl
	Windungszahl
N_A	Avogadro-Konstante
N_L	Loschmidt-Konstante
n	Drehzahl
	Stoffmenge
P	Leistung
p	Druck
	Impuls
Q	Wärmemenge
	elektrische Ladung
q	spezifische Umwandlungswärme
R	Gaskonstante
	elektrischer Widerstand
R_a	äußerer Widerstand
R_i	innerer Widerstand
r	Radius
	spezifische Verdampfungswärme
S	Entropie
s	Weg, Länge
T	Umlaufzeit, Periodendauer
	Temperatur (thermodynamische)
t	Zeit
	Celsius-Temperatur

U	innere Energie
	elektrische Spannung
U_0	Urpannung
U_i	induzierte Spannung
V	Volumen
V_m	molares Volumen
v	Geschwindigkeit
	spezifisches Volumen
W	Arbeit
	Energie
W_p	potentielle Energie
W_k	kinetische Energie
W_{rot}	Rotationsenergie
w	Energiedichte
x	Koordinate
y	Koordinate
	Elongation (Schwingweg)
	Schallausschlag
y_m	Amplitude
z	Koordinate
	Wertigkeit
	Anzahl
α	Winkelbeschleunigung
	Winkel
	Längenausdehnungskoeffizient
	Wärmeübergangskoeffizient
β	Winkel
	Flächenausdehnungskoeffizient
γ	Winkel
	Gravitationskonstante
	Raumausdehnungs-koeffizient
δ	Winkel
	Abklingkonstante
ε	Winkel
	Drehwinkel
ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	Dielektrizitätszahl
η	Wirkungsgrad
	dynamische Viskosität
θ	magnetische Urspannung
ϑ	Celsius-Temperatur (wenn die Zeit in der Gleichung ebenfalls vorkommt)
$\varkappa$	Kompressibilität
	Adiabatenexponent
	elektrische Leitfähigkeit
λ	Wärmeleitfähigkeit
	Wellenlänge
μ	Reibungszahl
	Masse eines Moleküls
μ_0	magnetische Feldkonstante
μ_r	Permeabilitätszahl
ν	kinematische Viskosität
ϱ	Dichte
	spezifischer elektrischer Widerstand
σ	mechanische Spannung
τ	Taupunkt
Φ	magnetischer Fluß
	Wärmestrom
φ	Winkel
	Winkel der Phasenverschiebung
ω	Winkelgeschwindigkeit
	Kreisfrequenz

1. Allgemeine Hinweise

1.1. Methodische Anleitung zum Lösen physikalischer Aufgaben

Jede in Worten formulierte physikalische Übungsaufgabe stellt ein mehr oder minder schwieriges Problem dar, das der Natur oder der Technik entnommen ist. Weil damit ein außerordentlich großes Stoffgebiet vorliegt, ist die Problematik sehr vielschichtig. Trotz der stofflichen Vielfalt kann man aber eine einheitliche Methode angeben, mit deren Hilfe die Lösungen zu suchen und aufzufinden sind. Wir stellen hier nur die allgemeinsten methodischen Gesichtspunkte zusammen, die auf alle Aufgaben angewandt werden können. Spezielle methodische Anleitungen, die für einzelne Aufgaben oder Aufgabengruppen gelten, findet der Leser bei den Lösungsschritten, also bei den einzelnen Problemen.
Wenn man eine physikalische Aufgabe lösen will, so muß man *zielbewußt und planmäßig vorgehen.* Es darf nicht dem Zufall überlassen bleiben, daß ein glücklicher Einfall weiterhilft. Man muß vielmehr jede Aufgabe nach einem Programm in *einzelnen Lösungsschritten* bearbeiten.
Wir unterscheiden in dieser Anleitung vier Lösungsschritte, die wir in Bild 1 (auf der 2. Umschlagseite) schematisch als Pfeil dargestellt finden. Ein Pfeil symbolisiert alle geistigen Anstrengungen, z.B. Überlegungen, Ausführung von Rechnungen, Entwurf von Skizzen, die zum Erreichen eines Teilziels erforderlich sind. Die „Etappenziele" stellen wir als Rechtecke dar. Wir wenden uns nun den einzelnen Schritten und Teilzielen zu.

P1 **Der erste Schritt zur Lösung, den wir im weiteren den ersten Programmschritt P 1 nennen werden, ist vollzogen, wenn man den Text der Aufgabe verstanden hat, das heißt, wenn man das Problem erkannt hat.**

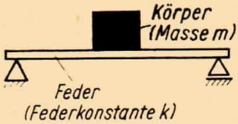
Diese Problemerfassung findet auf dem Rechenblatt ihren Niederschlag in den folgenden Darstellungen: Man entwirft nach Möglichkeit von dem physikalischen Tatbestand eine Skizze, trägt in diese die Formelzeichen der vorkommenden Größen ein und stellt alle gegebenen und gesuchten Größen in einer Übersicht zusammen. Dabei muß man besonders darauf achten, daß die Größen zweckmäßig und eindeutig indiziert werden. Kein Formelzeichen darf in einer Aufgabe für zwei verschiedene Größen verwendet werden. Zusammengehörige Größen erhalten den gleichen Index.
Wir wollen die einzelnen Lösungsschritte an dem folgenden *Beispiel* verfolgen.

A Ein Körper von 100 kg Masse wird auf eine federnde Unterlage gesetzt, die sich dadurch um 12 mm senkt. 1. Berechnen Sie die Federkonstante der Unterlage. 2. Mit welcher Frequenz schwingt der Körper, wenn man die Masse der Unterlage vernachlässigen darf?

P1 **Das Rechenblatt enthält die folgenden Angaben, wenn der erste Lösungsschritt P 1 vollzogen wurde.**

Beispiel:

Skizze: Bild 2



Gegeben:
$m = 100$ kg
$\Delta l = 12$ mm

Gesucht:
1. k; 2. f

Körper und federnde Unterlage bilden einen Feder-Masse-Schwinger.

P2 **Der zweite Programmschritt P 2 ist vollendet, wenn das zur Lösung führende Gleichungssystem, der Ansatz, aufgestellt ist.**

Dies ist der *eigentlich schöpferische Schritt*; denn es muß herausgefunden werden, von welcher Seite die Lösung herbeigeführt werden kann. Im Selbststudium wird man sich auf Formelsammlungen stützen oder bei gleichgearteten Aufgaben, die man schon gerechnet hat, Anregungen suchen.
Zur *mathematischen Kontrolle*, daß der zweite Lösungsschritt P 2 vollendet ist, weist man nach, daß die Zahl der unabhängigen Gleichungen mit der Zahl der unbekannten Größen übereinstimmt.

Beispiel:

$$k = \frac{F}{\Delta l} \tag{1}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2}$$

$$F = G = mg \tag{3}$$

Kontrolle: 3 nicht bekannte Größen k, F und f (davon gesucht k und f); 3 Gleichungen, die voneinander unabhängig sind: Das Gleichungssystem ist lösbar.

E **Der dritte Schritt ist vollendet, wenn das allgemeine und das spezielle Ergebnis errechnet worden sind.**

Dieser *Schritt* ist *mathematischer Natur*. Das angesetzte Gleichungssystem muß gelöst und die speziellen Werte müssen errechnet werden. Man eliminiert zuerst die Variablen, die in der Aufgabe nicht verlangt werden.

Beispiel:

1. Aus den Gleichungen (1) und (3) folgt

$$k = \underline{\underline{\frac{mg}{\Delta l}}} = \frac{100\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m}}{12\,\text{mm} \cdot \text{s}^2} = 81{,}8\,\frac{\text{N}}{\text{mm}} = \underline{\underline{81{,}8\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

2. Aus Gleichung (2) folgt mit dem allgemeinen Ergebnis von 1.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mg}{\Delta l\,m}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\Delta l}}}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}81\ \text{m}}{12\,\text{mm}\ \text{s}^2}} = \underline{\underline{4{,}55\,\text{Hz}}}$$

Hier müssen wir noch eine wichtige Bemerkung, die die allgemeinen Lösungen betrifft, anbringen. In diesem Buch verstehen wir grundsätzlich unter den *allgemeinen Ergebnissen* nur diejenigen Beziehungen, bei denen auf der rechten Seite ausschließlich gegebene Größen stehen. Dem Lernenden fällt es zwar am Anfang leichter, schrittweise die numerischen Werte zu errechnen. Aber nur das Rechnen mit allgemeinen Größensymbolen ist so ausbaufähig, daß man damit auch schwierigere Probleme lösen kann. Aus dem allgemeinen Ergebnis lesen wir die funktionale Abhängigkeit der Größen ab. Beispielsweise ist es physikalisch wichtig, wenn eine Größe, der man einen Einfluß auf das Ergebnis zuschrieb, im allgemeinen Ergebnis gar nicht mehr auftritt. Ferner ist es von großer Bedeutung, in welcher Potenz eine Einflußgröße im Ergebnis steht.

D **Der vierte Schritt stellt die Rückkopplung des Ergebnisses zum physikalischen Problem dar.**

Das *Ergebnis wird kritisch untersucht*, ob es eine Antwort auf die Frage darstellen kann. Möglicherweise gibt es mehrere mathematische Lösungen, von denen nur eine physikalisch sinnvoll ist. Wenn das spezielle Ergebnis unglaubwürdig erscheint, muß durch Überschlag die Größenordnung kontrolliert werden.

Beispiel:

Am allgemeinen Ergebnis zu 2. fällt auf, daß es die Masse *m* nicht enthält. Das darf nicht etwa so gedeutet werden, daß beispielsweise ein leichterer Körper auf der gleichen Feder mit derselben Frequenz schwingen würde. Er schwingt natürlich mit höherer Frequenz; denn die Durchbiegung Δl, die der leichtere Körper hervorrufen würde, wäre entsprechend kleiner.

Wir wollen Ihnen mit dieser Schrift helfen, *physikalisches Denken beim Lösen von Aufgaben* zu üben, und leiten Sie deshalb unter Verwendung einer teilprogrammierten Lehrmethode an, die systematische Bearbeitung von physikalischen Problemen zu erlernen. Diese Methode ist den eben behandelten Lösungsschritten (Bild 1) angepaßt, die unter den Abkürzungen

$\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{P1}}$, $\boxed{\text{P2}}$, $\boxed{\text{E}}$ und $\boxed{\text{D}}$ dargestellt werden.

Sie werden also in der folgenden Reihenfolge vorgehen: Zuerst lesen Sie sorgfältig den Aufgabentext. Zu verwendende Formelzeichen und Gleichungen finden Sie in einem Wissensspeicher (z.B. „Physik – kurz gefaßt" von W. KÖRNER). Nun versuchen Sie, den ersten Lösungsschritt auszuführen. Kommen Sie nicht zu dem entsprechenden Teilziel, dann finden Sie unter P 1 den ersten Schritt ausgeführt. Mit den beiden weiteren Denkschritten, die Sie zu P 2 und E führen müssen, verfahren Sie ganz entsprechend. Der Rückkopplungsschritt ist unter D im Anschluß an das Ergebnis aufgeführt.

Die beste Lehrmethode kann dem Lernenden das *eigene Denken*, das heißt die eigene Anstrengung, nicht abnehmen. Es wird nicht ausbleiben, daß Sie solche Aufgaben, die Ihnen besondere Schwierigkeiten bereitet haben, vielleicht am folgenden Tag noch einmal von Anfang an durchrechnen. Überhaupt sollte man in der geistigen Arbeit viel mehr die Methode anwenden, die die Sportler zur körperlichen Ertüchtigung gebrauchen: üben, wiederholen, auf Schnelligkeit und steigende Belastung trainieren.

Nur für die durch P gekennzeichneten Aufgaben finden Sie die Programmschritte P 1 und P 2 ausgeführt. Andere Aufgaben werden Sie jedoch ohne ausführliche Anleitung lösen können, wenn Sie die vorangegangenen P-Aufgaben gründlich bearbeitet haben. Selbstverständlich geben wir Ihnen aber für alle Aufgaben das Ergebnis an.

1.2. Physikalische Gleichungen

1.2.1. Vorbemerkung

Für den Physiker sind mathematische Begriffe und Gesetzmäßigkeiten unentbehrliche Werkzeuge geworden. Man kann feststellen, daß die Physik ihr heutiges Niveau, das auf alle Naturwissenschaften und die gesamte Technik bestimmend wirkt, niemals hätte erreichen können, wenn sie nicht das bewährte Instrument Mathematik zur Verfügung gehabt hätte. Die Physiker haben aber nicht nur rein mathematische Begriffe, Gesetze und Rechnungsarten übernommen, sondern sie haben diese in zweckmäßiger Form über die Darstellung physikalischer Beziehungen aufbereitet. Heute kann man diese Entwicklung im wesentlichen als abgeschlossen ansehen, und ihr Ergebnis, die Größengleichung, ist ein nahezu vollkommenes Instrument geworden. Jeder Studierende naturwissenschaftlicher und technischer Fachrichtungen muß die Größengleichung und deren Handhabung sehr gründlich kennenlernen. Wir stellen hier die wichtigsten Definitionen und Rechenregeln zusammen.

1.2.2. Größen, Größenarten, Größensysteme

Unter *physikalischen Größen* versteht man meßbare Eigenschaften physikalischer Objekte, Vorgänge oder Zustände, zum Beispiel Länge, Zeit, Masse, Geschwindigkeit, Energie, Temperatur, Feldstärke.

Jedes *Messen physikalischer Größen* läuft nach einer einheitlichen Methode ab. Man legt eine spezielle Bezugsgröße, die Einheit genannt wird, fest und zählt ab, welches Vielfache der Einheit die Meßgröße darstellt. Das ermittelte Vielfache, das meistens nicht ganzzahlig ist, heißt *Zahlenwert* der Größe.
Wert einer Größe heißt das Produkt aus Zahlenwert und Einheit dieser Größe:

Wert der Größe = Zahlenwert · Einheit.

Beispiele: 2 m, 3 km, 0,15 mm

Die Mannigfaltigkeit gleichartiger Größen bildet eine *Größenart.* Zum Beispiel gehören die Größen Gewichtskraft, Federkraft und Trägheitskraft zur Größenart Kraft.

Nur Größen gleicher Größenart dürfen additiv verknüpft und in Gleichungen gegenübergestellt werden.

Größenarten kann man nach verschiedenen Gesichtspunkten klassifizieren. Wichtig ist die Unterscheidung der skalaren und der vektoriellen Größenarten. *Vektorielle Größenarten* haben außer ihrem Betrag einen Richtungssinn. Beispielsweise sind Kraft, Beschleunigung, Feldstärke Vektorgrößen. *Skalare Größenarten* haben keinen Richtungssinn, beispielsweise Arbeit, Energie, Druck.
Zur allgemeinen Kennzeichnung einer Größe wird ihr ein *Formelzeichen* (Symbol) zugeordnet. Formelzeichen sind durch internationale Übereinkunft festgelegt.

Beispiel:

Kraft F

$F = 10\ \mathrm{N}$

F Größe; 10 N Werte der Größe; 10 Zahlenwert; Newton Einheit. Allgemein schreiben wir:

$F = \{F\} \cdot [F]$

und lesen

$\{F\}$ als „Zahlenwerte von F“,

$[F]$ als „Einheit von F“

Der Gebrauch der eckigen Klammern erfolgt insbesondere in älteren Veröffentlichungen häufig entgegen der obigen Festlegung. Wir wollen die eckige Klammer nur im Sinne „Einheit von ...“ verwenden, schreiben also nicht $F = ma$ [N], um damit anzudeuten, daß das Ergebnis in der Einheit Newton folgen soll.

Zur Darstellung einer vektoriellen Größe verwendet man Formelzeichen in Fettdruck (**F**, **a**, **E**) oder mit einem übergesetzten Pfeil ($\vec{F}$, $\vec{a}$, $\vec{E}$).
Prinzipiell könnte jede Größe durch eine unabhängige Vereinbarung definiert werden. Das wäre aber sehr unrationell. Man unterscheidet deshalb Basisgrößen und abgeleitete Größen. In der Mechanik gibt es drei *Basisgrößen*: Länge l, Zeit t und Masse m. In der Thermodynamik wird noch die Basisgröße Temperatur T, in der Elektrik die Stromstärke I, in der Atomistik die Stoffmenge n und für lichttechnische Belange die Lichtstärke I_v hinzugefügt.
Alle anderen Größen sind *abgeleitete Größen*, die als Potenzprodukte von Basisgrößen definiert werden.

Beispiele:

$$\text{Geschwindigkeit } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

$$\text{Beschleunigung } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}}$$

$$\text{Kraft} \qquad F = m \cdot a = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

Das formale Potenzprodukt aus den Basisgrößen Länge L, Zeit Z, Masse M, Temperatur T, elektrische Stromstärke I, Stoffmenge N und Lichtstärke $\mathrm{I_v}$ einer Größe heißt *Dimension* der Größe.

Beispiele:

$\dim v = \mathrm{LZ^{-1}}$

Wir lesen: Die Dimension der Geschwindigkeit ist Länge durch Zeit.

$\dim a = \mathrm{LZ^{-2}}$

$\dim F = \mathrm{LZ^{-2}\,M}$

Oft wird das Wort Dimension fälschlicherweise anstelle Einheit verwendet. Das sollte man vermeiden. Für den Praktiker ist der Begriff Dimension nicht besonders wichtig. Man kann ihn entbehren. Meist tritt er nur in den beiden folgenden Bedeutungen auf:
1. Es gibt *dimensionslose Größen*. Das sind z.B. reine Zahlenfaktoren. Quotienten aus zwei gleichartigen Größen, wie Brechzahl n und Dielektrizitätszahl ε_r, sind auch dimensionslos. Diese werden Verhältnisgrößen genannt, weil sie im Gegensatz zu den reinen Zahlen physikalische Informationen enthalten. Sie haben die Einheit Eins.
2. Man führt eine *Dimensionskontrolle* aus, indem man von den beiden Seiten einer Gleichung die Dimensionen bildet. Dies ist zwar eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für die physikalische Richtigkeit einer Gleichung. Beispielsweise haben Drehmoment und Energie die gleiche Dimension $\mathrm{ML^2Z^{-2}}$. Aber eine Gleichung Drehmoment = Energie wäre physikalisch sinnlos.

1.2.3. Einheiten

Jeder physikalischen Größe muß durch Definition eine *Einheit* zugeordnet werden. Auch hier wären unabhängige Definitionen prinzipiell möglich. Aber sie wären sehr unzweckmäßig. Deshalb bildet man *Einheitensysteme.* Da beliebig viele solche Systeme denkbar und verschiedene in Physik und Technik eingeführt worden sind, war der bedauerliche Zustand entstanden, daß mehrere Systeme gleichzeitig Verwendung fanden. Das führte zu Mißverständnissen und einer unrationellen Arbeitsweise. Wir behandeln hier nur das *Internationale Einheitensystem* (SI = Système International d'Unités). Es hat heute für die meisten Länder gesetzliche Gültigkeit.

1.2.4. Internationales Einheitensystem (SI)

Das SI ordnet jeder Basisgröße durch eine Meßvorschrift eine Basiseinheit zu:
Die *Basiseinheiten* des Internationalen Einheitensystems sind:

$[l]$ = m (Meter)	$[I]$ = A (Ampere)
$[t]$ = s (Sekunde)	$[n]$ = mol (Mol)
$[m]$ = kg (Kilogramm)	$[I_v]$ = cd (Candela)
$[T]$ = K (Kelvin)	

Die abgeleiteten Größen erhalten durch eine einheitliche Bildungsvorschrift *abgeleitete Einheiten* zugeordnet:

Die abgeleitete Größe A, die das Potenzprodukt

$$A = B_1^a \cdot B_2^b \cdot B_3^c \ldots$$

aus den Basisgrößen $B_1, B_2, B_3, \ldots$
darstellt, erhält die abgeleitete Einheit für die Größe A

$$[A] = [B_1]^a \cdot [B_2]^b \cdot [B_3]^c \ldots$$

Beispiele:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad [v] = [x]\,[t]^{-1} = \mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad [a] = [v]\,[t]^{-1} = \mathrm{m\,s^{-1} \cdot s^{-1}} = \mathrm{m\,s^{-2}}$$

$$F = ma \qquad [F] = [m]\,[a] = \mathrm{kg\,m\,s^{-2}} = \mathrm{N}\ \text{(Newton)}$$

$$W = Fs \qquad [W] = [F]\,[s] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{J}\ \text{(Joule)}$$

Man kann also nach dieser Bildungsvorschrift von jeder abgeleiteten Größe die dazu gehörige Einheit selbst bilden. Das sollte jeder Student bis zur Beherrschung üben. Die Namen, die als Abkürzung für einige Potenzprodukte eingeführt wurden, sind verbindlich. Man muß sie wie Vokabeln lernen.

Alle Einheiten, deren Beziehung zu den SI-Einheiten einen von eins verschiedenen Zahlenfaktor enthält, heißen *SI-fremde Einheiten.*

Beispiele:

$$1\ \text{km} = 1000\ \text{m}; \qquad 1\ \text{min} = 60\ \text{s}; \qquad 1^\circ = \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{180}\ \text{rad}$$

Die im letzten Beispiel vorkommende Winkeleinheit Radiant ist eine *ergänzende SI-Einheit.* Der ebene Winkel wird jedoch im allgemeinen als abgeleitete Größe aufgefaßt und ist dann eine *Verhältnisgröße* (Einheit Eins). Daher darf die ergänzende Einheit Radiant ersetzt werden durch die Einheit Eins:

$$1\ \text{rad} = 1\,\frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

Sofern es der physikalische Sachverhalt erfordert, ist Radiant als Winkeleinheit anzuwenden.
Die SI-fremden Einheiten Kilopond und Kalorie (1 kp = 9,80665 N; 1 cal = 4,1868 J) sind keine gesetzlichen Einheiten mehr.
Wird eine Größe A einmal mit der Einheit $[A]'$, das andere Mal mit der Einheit $[A]^*$ gemessen, dann ist

$$A = \{A\}'\,[A]' = \{A\}^*\,[A]^*$$

Beispiele:

$$v = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}; \qquad l = 851\ \text{m} = 0{,}851\ \text{km}$$

Diese Tatsache ist die wichtigste Voraussetzung für das Rechnen mit Größen und die Verwendung von Größengleichungen. Man braucht nämlich bei der Bildung von Potenzprodukten keine Vorschrift über die Wahl der Einheiten. Alle Einheiten, auch SI-fremde, sind zugelassen. Daß man sie stets mitschreiben und in die Rechnung einbeziehen muß, ist eine logische Konsequenz.
Außer Addition gleichartiger Größen und Bildung von Potenzprodukten beliebiger Größen (hierzu gehören auch Differentialquotienten und Integrale) sind keine weiteren Rechenoperationen zugelassen. Die Argumente von trigonometrischen, Exponential- und logarithmischen Funktionen müssen Verhältnisgrößen sein.

Beispiele:

$$\sin \omega t = \sin\left(2\pi\,\frac{t}{T}\right) \qquad \left[2\pi\,\frac{t}{T}\right] = 1$$

$$\ln\frac{V_2}{V_1} \qquad \left[\frac{V_2}{V_1}\right] = 1$$

$$\mathrm{e}^{-\lambda t} \qquad [\lambda t] = 1$$

1.2.5. Größengleichungen

Physikalische Gleichungen stellen entweder *Definitionen* oder *Naturgesetze* dar. Weil Größen invariant gegen Einheitenwechsel sind, ist es möglich, *Größengleichungen* zu verwenden, die die gleiche Invarianz haben.

Beispiel für das Rechnen mit Größengleichungen:

Auf ein ruhendes Fadenpendel wirkt ein Kraftstoß von 10 ms Dauer. Die konstante Kraft ist 200 N, die Masse des angestoßenen Körpers 6,5 kg. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Körpers nach dem Stoß in Kilometer je Stunde.

Gegeben:	*Gesucht:*
$F = 200\ \text{N};\ t = 10\ \text{ms};\ m = 6{,}5\ \text{kg}$	v in km h^{-1}

Aus dem Ansatz $mv = Ft$ folgt

$$v = \underline{\underline{\frac{Ft}{m}}} = \frac{200\ \text{N} \cdot 10\ \text{ms}}{6{,}5\ \text{kg}} = \frac{200 \cdot 10\ \text{kg m s}}{6{,}5\ \text{kg} \cdot \text{s}^2 \cdot 10^3}$$

$$= \frac{2}{6{,}5}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2}{6{,}5 \cdot 10^3}\ \frac{\text{km} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3}{\text{h}} = \underline{\underline{1{,}11\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$$

Wenn man ein spezielles Ergebnis errechnet, muß man selbstverständlich die Einheiten in der gesamten Rechnung mitführen, wie im Beispiel gezeigt wird. Dies ist nicht etwa eine Belastung, sondern bringt einen weiteren Vorteil: Mit jeder Rechnung ist eine Einheitenkontrolle verbunden, die die gleiche Bedeutung hat wie eine Dimensionskontrolle. Hätte sich etwa in unserem Beispiel keine Geschwindigkeitseinheit ergeben, so hätte dies auf einen Fehler hingewiesen.

Für die Praxis ist eine modifizierte Form der Größengleichung geschaffen worden, die *zugeschnittene Größengleichung*. Ihre Verwendung gibt einige Rechenvorteile. Besonders in der Technik muß man sehr oft von einer Größe, die nach einer vorliegenden Größengleichung von anderen Größen abhängt, viele Werte errechnen. Um das Rechnen mit Einheiten nicht bei jeder Aufgabe wiederholen zu müssen, schneidet man die Größengleichung auf die Einheiten zu, die man verwenden möchte. Dies geschieht, indem man zunächst jede Größe durch die gewünschte Einheit dividiert (schräger Bruchstrich), dann wieder mit dieser Einheit multipliziert und zuletzt ordnet. Wir wählen wieder unser

Beispiel:

$$v = \frac{Ft}{m}$$

$$v/_{\text{km h}^{-1}} \cdot \text{km h}^{-1} = \frac{F/_{\text{N}} \cdot \text{N} \cdot t/_{\text{ms}} \cdot \text{ms}}{m/_{\text{kg}} \cdot \text{kg}}$$

Beim Ordnen bringt man alle Einheiten, die nicht unter einem schrägen Bruchstrich stehen, auf die rechte Seite der Gleichung:

$$v/_{\mathrm{km\,h^{-1}}} = \frac{F/_{\mathrm{N}} \cdot t/_{\mathrm{ms}}}{m/_{\mathrm{kg}}} \cdot \frac{\mathrm{N\,ms\,h}}{\mathrm{kg\,km}}$$

Das ganz rechts stehende Potenzprodukt von Einheiten wird nun umgerechnet:

$$\frac{\mathrm{N\,ms\,h}}{\mathrm{kg\,km}} = \frac{\mathrm{kg\,m\,s} \cdot 3{,}6 \cdot 10^3\,\mathrm{s}}{\mathrm{s}^2 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 10^3\,\mathrm{m}} = \frac{3{,}6}{10^3}$$

Damit folgt die zugeschnittene Größengleichung

$$v/_{\mathrm{km\,h^{-1}}} = \frac{3{,}6}{10^3} \frac{F/_{\mathrm{N}} \cdot t/_{\mathrm{ms}}}{m/_{\mathrm{kg}}}$$

Mit Hilfe einer zugeschnittenen Größengleichung läßt sich der gesuchte spezielle Wert schneller errechnen:

$$v/_{\mathrm{km\,h^{-1}}} = \frac{3{,}6 \cdot 200 \cdot 10}{10^3 \cdot 6{,}5} = 1{,}11$$

$$v = \underline{\underline{1{,}11\ \mathrm{km\,h^{-1}}}}$$

In technischer Literatur wird neben der Größengleichung noch die *Zahlenwertgleichung* verwendet. Darin bedeuten die Formelzeichen nicht Größen, sondern *Zahlenwerte von Größen* zu jeweils *vereinbarten Einheiten*. In jedem Fall muß besonders gesagt werden, für welche Einheiten die angeführte Zahlenwertgleichung gilt. Gegenüber Zahlenwertgleichungen haben sich Größengleichungen immer mehr durchgesetzt. Ihre Vorteile fassen wir nochmals zusammen:

1. Größengleichungen geben Naturgesetze am klarsten wieder, weil keine durch die Wahl bestimmter Einheiten bedingten Zahlenfaktoren vom physikalisch Wesentlichen ablenken. Sie sind mathematisch widerspruchsfrei.

2. Wie die Größen selbst sind Größengleichungen invariant gegenüber dem Wechsel der Einheiten.

3. Größengleichungen bedürfen keinerlei Vorschrift über die Wahl der Einheiten. Alle Einheiten sind zugelassen.

4. Die Einheit der zu berechnenden Größe folgt aus der Rechnung. Damit ergibt sich zugleich eine Kontrolle der zur Lösung eines Problems aufgestellten Gleichung.

Die Vorteile der Größengleichungsschreibweise sind so überzeugend, daß man nicht einsehen kann, weshalb sie noch immer nicht ausschließlich angewendet wird. Die Entwicklung läßt jedoch klar erkennen, daß sich die Größengleichung durchgesetzt

hat. Mit steigender Bedeutung der interdisziplinären Zusammenarbeit wird einheitliche Gleichungsschreibweise zur Notwendigkeit.
In dieser Schrift werden wie im überwiegenden Teil der modernen physikalischen und technischen Literatur nur Größengleichungen verwendet.

1.3. Hinweise zur Rechengenauigkeit

In der Physik spielt das Problem der Meß- und Rechengenauigkeit eine sehr große Rolle. Die *Fehlertheorie* untersucht die Frage, wie sich Fehler der Meßwerte auf die Zuverlässigkeit des Meßergebnisses auswirken. Die Genauigkeit des Ergebnisses ist nur feststellbar, wenn die Fehler der gegebenen oder gemessenen Größen bekannt sind.
In der Physikausbildung wird diese Problematik *im Rahmen des Physik-Praktikums* gelehrt und geübt. Wir klammern sie aus unseren Übungsaufgaben aus, weil diese sonst überlastet würden. Wir führen die Rechnungen in der sogenannten Rechenstabgenauigkeit aus. Die mit Hilfe des Rechenstabs ermittelten drei Ziffern reichen für die meisten physikalischen und technischen Aufgaben aus. Für manche Probleme ist eine solche dreiziffrige Genauigkeit sogar zu hoch. Wir werden Angaben wie 21,7174 kg oder 4171,37 m, wie sie vom Taschenrechner abzulesen sind, vermeiden, weil sie ohne jeden physikalischen Sinn sind, und dafür 21,7 kg oder 4,17 km schreiben. Anfangs fällt es oft schwer, dies einzusehen.
Wir wollen nochmals betonen, daß mit unserer Verfahrensweise das Problem der Rechengenauigkeit ausgeklammert wird, weil es in wenigen Sätzen nicht abgehandelt werden kann. Auch wenn man mit Faustregeln arbeitet, schiebt man die exakte Behandlung nur hinaus.

2. Aufgaben A

2.1. Kinematik

P

1. Berechnen Sie 1. den Bremsweg und 2. die Bremszeit für ein Kraftfahrzeug, das eine Geschwindigkeit von 96 km h^{-1} und eine konstante Beschleunigung vom Betrag 0,5 m s^{-2} hat und anhalten soll.

2. Ein anfangs ruhender Körper wird 1,5 min lang mit 0,3 m s^{-2} beschleunigt. Berechnen Sie 1. die Endgeschwindigkeit und 2. den in dieser Zeit zurückgelegten Weg.

3. Ein Fahrzeug erhöht innerhalb von 5 s gleichmäßig seine Geschwindigkeit von 50 km h^{-1} auf 80 km h^{-1}. Berechnen Sie 1. den zurückgelegten Weg und 2. die Beschleunigung.

4. Berechnen Sie 1. die mittlere Beschleunigung und 2. die Anfangsgeschwindigkeit für ein Fahrzeug, das einen Weg von 2 km in 2,5 min zurücklegt und am Ende die Geschwindigkeit 90 km h^{-1} hat.

P

5. Der Rotor eines Elektromotors hat eine Drehzahl von 1450 min^{-1}. Er wird bis zum Stillstand abgebremst. Der Betrag der Winkelbeschleunigung ist 3,8 rad s^{-2}. Berechnen Sie 1. die Zeit und 2. die Zahl der Umdrehungen bis zum Stillstand.

6. Ein Schwungrad hat die Drehzahl 500 min^{-1}. 1. Welche Drehzahl wird nach 1,5 min bei einer Winkelbeschleunigung von 0,85 rad s^{-2} erreicht? 2. Welcher Winkel wird in der Beschleunigungsphase überstrichen?

P

7.* Ein Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeit 36 km h^{-1} und wird 2 min lang mit 0,2 m s^{-2} beschleunigt. Zu Beginn der Beobachtung hatte der Körper bereits 10 km Weg zurückgelegt. 1. Zeichnen Sie das v, t-Diagramm. 2. Leiten Sie die Funktionen $v = v(t)$ und $s = s(t)$ her. 3. Berechnen Sie Endgeschwindigkeit und Weg. 4. Der Körper wird nicht konstant, sondern zeitabhängig beschleunigt. Es ist $a = kt + a_0$ mit den Konstanten $k = 0{,}01$ m s^{-3} und $a_0 = 0{,}2$ m s^{-2}. Leiten Sie die Gleichungen für Geschwindigkeit und Weg als Funktionen der Zeit her und berechnen Sie für diese ungleichmäßig beschleunigte Bewegung Endgeschwindigkeit und Weg.

P

8. Ein Fahrzeug fährt 1 min lang mit der Geschwindigkeit 90 km h^{-1} und bremst dann gleichmäßig innerhalb von 0,5 min bis zum Stillstand. Berechnen Sie den zurückgelegten Weg.

9. Ein Kraftfahrer fährt mit einer Geschwindigkeit von 45 km h^{-1}, erkennt ein Hindernis und bremst. Seine Reaktionszeit beträgt 0,8 s. Der Betrag der Be-

schleunigung ist $4\ m\ s^{-2}$. 1. Berechnen Sie den gesamten Weg bis zum Stillstand des Fahrzeugs. 2. Wie ändert sich dieser Weg bei Verdopplung der Reaktionszeit? 3. Wie ändert sich dieser Weg bei Verdopplung der Anfangsgeschwindigkeit?

P **10.** Auf freier Strecke muß ein Zug 1,5 min lang vor einem Signal halten. Die Geschwindigkeit vor Beginn des Bremsens und nach dem Anfahren ist $72\ km\ h^{-1}$. Der Bremsvorgang dauert 1,2 min. Beim Anfahren wird ein Weg von 0,9 km zurückgelegt. Berechnen Sie die entstandene Verspätung (Anfahren und Bremsen werden als gleichmäßig beschleunigte Bewegung betrachtet).

P **11.** Vor Durchführung eines Experimentes zum senkrechten Wurf nach oben sollen die zu bestimmten Zeiten zu erwartenden Werte für Geschwindigkeit und Weg errechnet werden. Die Anfangsgeschwindigkeit ist $15\ m\ s^{-1}$. Der Luftwiderstand soll nicht beachtet werden. Berechnen Sie 1. die maximale Höhe des Körpers sowie die Steigzeit und 2. Geschwindigkeit und Weg nach Ablauf von 1 s, 2 s und 4 s. 3. Welche Schlußfolgerungen ziehen Sie für das bevorstehende Experiment?

12. Vergleichen Sie die Geschwindigkeiten und die Wege für einen frei fallenden und einen vom gleichen Startpunkt gleichzeitig mit der Anfangsgeschwindigkeit $10\ m\ s^{-1}$ senkrecht nach unten geworfenen Körper nach 0 s, 2 s, 4 s, 6 s, 8 s und 10 s. Der Luftwiderstand soll nicht beachtet werden.

P **13.** Ein Körper fällt senkrecht nach unten, ein zweiter Körper wird vom gleichen Ort in gleicher Richtung 1,5 s später mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $20\ m\ s^{-1}$ geworfen. 1. Nach wieviel Sekunden überholt der zweite Körper den ersten? 2. In welcher Entfernung vom Startpunkt geschieht dies?

14. Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $10\ m\ s^{-1}$ senkrecht nach oben geworfen. 1 s später folgt auf gleicher Bahn ein zweiter Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit $15\ m\ s^{-1}$. 1. Wann treffen sich die beiden Körper? 2. In welcher Höhe geschieht dies? 3. Welche Bewegungsrichtung haben die beiden Körper am Treffpunkt?

15. Ein Körper wird vom Erdboden mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $25\ m\ s^{-1}$ senkrecht nach oben geworfen. Gleichzeitig und in gleicher Richtung wird ein zweiter Körper von einem Ort 10 m über dem Erdboden mit der Anfangsgeschwindigkeit $12\ m\ s^{-1}$ geworfen. Berechnen Sie Zeit und Ort für den Treffpunkt.

P **16.** Ein Ball wird horizontal mit der Anfangsgeschwindigkeit $12\ m\ s^{-1}$ von einem 15 m hohen Turm geworfen. Berechnen Sie 1. die Wurfzeit, 2. die Wurfweite, 3. Betrag und Richtung der Geschwindigkeit nach 1 s.

17. Welche Anfangsgeschwindigkeit muß ein Geschoß haben, das, aus einer Höhe von 50 m oberhalb einer Ebene in horizontaler Richtung abgeschossen, in 2,5 km Entfernung auf diese Ebene treffen soll? Der Luftwiderstand werde vernachlässigt.

P **18.** Der Bär eines Fallhammers fällt aus 1,5 m Höhe frei herab und erreicht dabei eine bestimmte Endgeschwindigkeit. Welche Fallhöhe ist erforderlich, damit der Bär die doppelte Endgeschwindigkeit erreicht?

19. Ein Kraftwagen legt nach dem Start 100 m bei vorgegebener konstanter Beschleunigung in 10,5 s zurück. Ein zweiter Start soll mit halber Beschleunigung erfolgen. 1. Welchen Weg würde der Kraftwagen dann in 10,5 s zurücklegen? 2. Welche Zeit würde er für den Weg 100 m bei halber Beschleunigung benötigen?

20. Ein Körper wird aus der Ruhelage beschleunigt (a = konst) und legt innerhalb von 5 s einen Weg von 25 m zurück. Wieviel Zeit würde er benötigen, um bei gleicher Beschleunigung einen Weg von 500 m, gerechnet vom Startpunkt, zurückzulegen?

2.2. Dynamik

P **21.** Ein Körper der Masse 100 kg soll mit 5,0 m s^{-2} beschleunigt werden. Berechnen Sie die erforderliche Kraft 1. für reibungsfreie Bewegung in vertikaler Richtung, 2. für reibungsfreie Bewegung auf horizontaler Unterlage, 3. für Bewegung auf horizontaler Unterlage bei Beachtung der Reibung (Reibungszahl 0,2) und 4. für Bewegung auf geneigter Ebene bei Beachtung der Reibung (Neigungswinkel 30°, Reibungszahl 0,2).

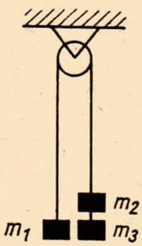


Bild 3

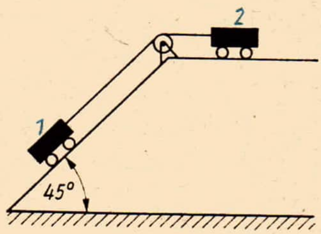


Bild 4

P **22.** 1. Unbelasteter Aufzug (Masse m_2) und Ausgleichskörper (Masse m_1, früher häufig als Gegengewicht bezeichnet) haben je eine Masse von 500 kg (Bild 3). Der Aufzug wird mit Körpern von insgesamt 100 kg Masse (m_3) beladen. Welche Beschleunigung tritt auf, nachdem durch Bruch der Antriebswelle das noch sicher drehbar gelagerte Antriebsrad freigegeben wurde und bevor die automatische Fangvorrichtung den Aufzug bremst? Die Masse des Antriebsrades soll nicht berücksichtigt werden. 2. Berechnen Sie die am Umfang des Antriebsrades angreifende Kraft so, daß der beladene Aufzug mit der Beschleunigung 0,2 m s^{-2} nach oben bewegt wird.

23. Zwei Wagen (Masse je 40 kg) sind nach Bild 4 durch ein über eine feste Rolle geführtes Seil verbunden und können sich reibungsfrei bewegen. Berechnen Sie 1. die Beschleunigung, die beide Wagen erfahren, und 2. die Zeit, in der die Wagen sich 5 m von ihrem Startpunkt entfernt haben.

24. Infolge seiner Schwere soll ein Körper *2* (Masse 2 kg) den anfangs ruhenden Wagen *1* (Masse 2 kg) die geneigte Ebene hinaufziehen (Bild 5). Der Vorgang soll als reibungsfrei angesehen werden. 1. Berechnen Sie die Beschleunigung des Wagens als Vielfaches der Fallbeschleunigung auf der Erde. 2. In welcher Zeit wird ein Weg von 1 m zurückgelegt? 3. Welcher Weg wird in 2 s zurückgelegt? 4. Wie ändert sich die Beschleunigung, wenn die Gleitreibungskraft nicht vernachlässigbar klein ist? Es sei $\mu = 0{,}2$.

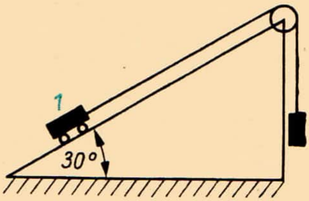


Bild 5

P **25.** Welche Belastung muß ein Seil mindestens aufnehmen können, wenn eine Last von 300 kg Masse mit einer Beschleunigung von 1,5 m s^{-2} senkrecht angehoben werden soll?

26. Eine Last soll senkrecht mit der Beschleunigung a angehoben werden. Geben Sie das Verhältnis der Seilbelastung während der Beschleunigungsphase zur Seilbelastung während des gleichförmigen Anhebens an. Rechnen Sie die Verhältnisse aus für folgende Beschleunigungen: 0,5 m s^{-2}; 1 m s^{-2}; 5 m s^{-2}; 10 m s^{-2}.

27. Berechnen Sie die maximale vertikale Beschleunigung beim Anheben eines Körpers der Masse 500 kg mit Hilfe eines Kranseils, das höchstens mit 7 kN belastet werden darf.

P **28.** Eine Laufkatze mit am Seil angehängter Last (Masse 500 kg) soll mit 0,1 m s^{-2} in horizontaler Richtung beschleunigt werden. Welchen Winkel bildet das Seil mit der Senkrechten während der Beschleunigungsphase?

P

29. In einem Aufzug hängt an einer Federwaage ein Körper der Masse 35 kg. Die Federwaage zeigt die Kraft an, mit der der Körper die Decke des Aufzugs belastet, die „scheinbare Gewichtskraft des Körpers“. Berechnen Sie diese Federkraft für Abwärtsfahrt bei 1. beschleunigt, 2. gleichförmig und 3. verzögert bewegtem Aufzug. Die Beträge der Beschleunigung sind jeweils 2,5 m s^{-2}. 4. Berechnen Sie die Kraft für den Fall, daß der Aufzug frei herabfiele.

30. Berechnen Sie für den Aufzug nach Aufgabe 29 die dort unter 1.···3. gesuchten Kräfte jeweils für Aufwärtsfahrt des Aufzugs. Alle gegebenen Werte sind zu übernehmen.

31. Ein Aufzug bewegt sich abwärts. In seinem Innern löst sich von der Decke ein Körper. Erreicht dieser Körper den Boden des bewegten Aufzugs früher oder später als den Boden des ruhenden, 1. wenn der Aufzug sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m s^{-1} bewegt, 2. wenn der Aufzug sich mit der Beschleunigung $a < g$ bewegt (z.B. $a = 0{,}5\,g$), 3. wenn der Aufzug sich mit einer Beschleunigung $a > g$ bewegt (z.B. $a = 2g$)?

P

32. Ein Güterzug (Lokomotive 100 t und 17 Waggons je 20 t) fährt mit der Beschleunigung 0,08 m s^{-2} aus dem Stand auf horizontaler Strecke an. Der Fahrwiderstand soll vernachlässigt werden. 1. Berechnen Sie die beschleunigende Kraft. 2. Berechnen Sie die kinetische Energie in Kilowattstunden, die der Zug nach 2 min Fahrzeit hat. 3. Schätzen Sie ab, ob die Gewichtskraft der Lokomotive ausreichend ist, um die unter 1. berechnete beschleunigende Kraft zu realisieren.

33. 1. Welche Zugkraft kann eine 120-t-Lokomotive höchstens entwickeln? (Haftreibungsfaktor 0,15) 2. Welcher maximalen Beschleunigung entspricht dies? 3. Weshalb ist der Betrag der Beschleunigung beim Bremsen eines Zuges größer als der unter 2. errechnete?

P

34. Ein Wagen fährt mit Autobahn-Höchstgeschwindigkeit (100 km h^{-1}) und rollt, ohne zu bremsen, im Freilauf aus. Berechnen Sie die Strecke bis zum Stillstand, in der sich der Wagen verzögert bewegt. Als Fahrwiderstand wird $\mu = 0{,}04$ angenommen.

35. Berechnen Sie überschläglich den Betrag der Trägheitskräfte bei einem Verkehrsunfall. Machen Sie dazu folgende vereinfachende Annahmen: Ein PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von 60 km h^{-1} gegen ein starres Hindernis. Der Weg des Schwerpunktes vom Augenblick des Anpralls bis zum Stillstand (Verformung) stellt hier den kurzen Bremsweg dar. Es wird dafür 1 m angenommen.
1. Errechnen Sie die beim Zusammenstoß auftretende Beschleunigung als Vielfaches der Fallbeschleunigung auf der Erde und absolut. 2. Welche Trägheitskraft wirkt auf einen Körper der Masse 30 kg?

36. Berechnen Sie nach dem Energiesatz der Mechanik die Höhe, die ein mit der Geschwindigkeit $8\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ senkrecht nach oben geschleuderter Körper erreicht.

P 37. 1. Welche Arbeit verrichten Sie an einer Schraubenfeder mit der Federkonstanten $10\ \mathrm{N\ m^{-1}}$, wenn Sie diese um 150 mm dehnen? 2.* Berechnen Sie allgemein die Arbeit beim Spannen einer Feder. 3. Eine Feder mit gleicher Federkonstante wird um 50 mm zusammengedrückt. Beim Entspannen beschleunigt sie einen Körper der Masse 25 g in horizontaler Richtung. Welche Geschwindigkeit hat der Körper nach Ablösen von der Feder?

P 38. Ein Hohlzylinder sehr geringer Wanddicke (Masse 50 kg) ist so gelagert, daß er um seine waagerecht liegende Symmetrieachse reibungsfrei rotieren kann. Um den Zylinder ist ein Seil mehrfach geschlungen. Am freien Ende des Seils hängt ein Körper der Masse 1,5 kg, dessen Gewichtskraft das den Zylinder beschleunigende Drehmoment verursacht. Der Außendurchmesser des Zylinders ist 300 mm. Vereinfachend soll der Innendurchmesser gleich dem Außendurchmesser gesetzt werden.
1. Welche Winkelbeschleunigung hat der Zylinder? 2. Welche Beschleunigung hat der Körper am Seil? 3. Welche Drehzahl hat der Zylinder, wenn der Körper 2 m gefallen ist? 4. Untersuchen Sie die Abhängigkeit der Winkelbeschleunigung von der Masse des angehängten Körpers. Stellen Sie zunächst eine zugeschnittene Größengleichung auf, in die Sie die nicht variablen gegebenen Größen einsetzen.

39. Ein kleines Schwungrad (Massenträgheitsmoment $0{,}185\ \mathrm{kg\ m^2}$) rotiert und wird in 5 s bis zum Stillstand abgebremst. Dabei macht es noch 25 Umdrehungen. 1. Welches Drehmoment ist erforderlich? 2. Wieviel kinetische Energie wurde beim Abbremsen in Wärmeenergie umgewandelt?

P 40. Eine anfangs ruhende Kugel (Radius 5 cm) rollt, ohne zu gleiten, eine 2 m lange geneigte Ebene mit der Höhe 0,5 m hinab. Berechnen Sie 1. Endgeschwindigkeit und 2. Beschleunigung der Kugel unter der Voraussetzung, daß keine mechanische Energie in Wärmeenergie verwandelt wird.

41. Eine Kiste, eine Vollkugel ($r = 10$ cm) und ein Vollzylinder ($r = 10$ cm, $l = 10$ cm), deren Massen je 10 kg betragen, bewegen sich längs einer geneigten Ebene von 10 m Länge und 2,5 m Höhe abwärts. Berechnen Sie Beschleunigung und Zeit für den gesamten Weg 1. für die Kiste bei reibungsfreiem Gleiten; 2. für die Kiste bei einem Reibungsfaktor 0,2; 3. für die Kugel und 4. für den Zylinder (3. und 4. reines Rollen ohne Verlust an mechanischer Energie).

42. Ein Radfahrer (Gesamtmasse 100 kg) fährt aus dem Stand ohne Antrieb eine Strecke von 60 m Länge und 20% Gefälle hinunter. Die Reibungszahl ist 0,03. 1. Berechnen Sie die Geschwindigkeit am Ende der Gefällstrecke. 2. Wie weit würde er auf anschließender horizontaler Strecke ausrollen?

P **43.** Ein Kraftwagen mit der Gesamtmasse 1000 kg durchfährt eine Kurve von 120 m Krümmungsradius mit einer Geschwindigkeit von 72 km h^{-1}. 1. Berechnen Sie die Zentrifugalkraft. 2. Das Fahrzeug soll in der nicht überhöhten Kurve nicht ins Schleudern geraten. Berechnen Sie den dafür erforderlichen Mindestwert der Haftreibungszahl. 3. In welchem Winkel gegenüber der Horizontalen müßte die Straße in der Kurve angelegt sein, damit dort bei der gegebenen Geschwindigkeit die Fahrzeuglage so stabil ist wie bei Geradeausfahrt?

44. In einer Ultrazentrifuge (Drehzahl 35000 min^{-1}) wird ein Präparat auf einer Kreisbahn von 200 mm Radius herumgeschleudert. 1. Berechnen Sie die Radialbeschleunigung. 2. Vergleichen Sie diesen Wert mit der Fallbeschleunigung auf der Erde. 3. Welche Kraft wirkt während der Drehbewegung auf ein Präparat von 1 g Masse?

P **45.** Ein Körper (Massenpunkt, 10 kg) bewegt sich längs einer in Bild 6 dargestellten Führung reibungsfrei. Der Radius der Kreisbahn ist 0,5 m.

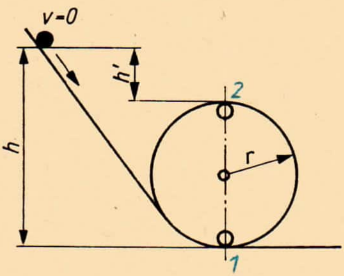


Bild 6

1. Berechnen Sie die erforderliche Mindesthöhe h für den Fall, daß auf den Körper als einzige Kraft seine Gewichtskraft wirkt. 2. Welche Belastung erfährt die Führungsschiene in den Punkten *1* und *2*? 3. Welche Belastung erfährt die Führungsschiene im Punkt *1*, wenn durch geeignete Antriebs- und Bremskraft gewährleistet würde, daß die Geschwindigkeit v_2 auf der Kreisbahn erhalten bliebe?

46. Ein Körper der Masse 0,1 kg ist an einer 0,2 m langen Stange befestigt und bewegt sich in vertikaler Ebene nach Bild 7 um den Punkt A mit der konstant gehaltenen Geschwindigkeit 10 m s^{-1}. Die Masse der Stange soll vernachlässigbar klein gegenüber der Masse des Körpers sein. Berechnen Sie die maximale und die minimale Belastung der Stange.

47. Ein Körper der Masse 5 kg rotiert wie in Aufgabe 46. Der Radius ist 1 m, die Geschwindigkeit im höchsten Punkt (*1*) der Bahn 5 m s^{-1}. Auf den Körper wirken außer seiner Gewichtskraft keine Kräfte. Berechnen Sie 1. die Geschwindigkeit des Körpers im tiefsten Punkt der Bahn, 2. die minimale und die maximale Belastung der Stange.

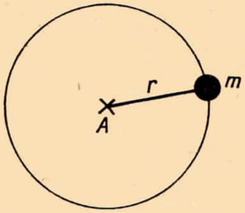


Bild 7

P

48. *Ein Bauteil von 2,5 t Masse hängt an einem Kranseil, wird ausgelenkt und gerät in Schwingungen. Der Weg von links nach rechts ist 3 m. Er wird in 5 s zurückgelegt. Der Vorgang sei reibungsfrei.
1. Geben Sie die Maximalwerte von Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung an. 2. Berechnen Sie die mechanische Energie des schwingenden Systems. 3. Berechnen Sie die Elongation jeweils nach Ablauf von 2 s, 6 s und 5,1 min.

P

49. Ein stabil schwimmender homogener Quader aus Holz (Körperhöhe 60 cm; Länge $>$60 cm; Breite $>$60 cm) wird 10 cm unter seine Schwimmlage in das Wasser hineingedrückt (Dichte des Holzes 0,8 g cm^{-3}; Dichte des Wassers 1,0 g cm^{-3}).
1. Berechnen Sie die normale Eintauchtiefe des Quaders. 2. Weisen Sie nach, daß der angestoßene Körper Sinusschwingungen ausführt. Von Reibungseinflüssen ist abzusehen. 3. Berechnen Sie die Periodendauer der zu erwartenden Schwingung.

50. Beweisen Sie, daß ein homogener schwimmender Zylinder ($l \gg d$) keine Sinusschwingungen ausführen kann.

2.3. Thermodynamik

P

51. Bild 8 stellt den Entwurf eines Bimetall-Thermometers als Zeigerinstrument dar. Das Gehäuse ist aus einem Material mit vernachlässigbarem Ausdehnungskoeffizienten gefertigt, das heißt, der Abstand der beiden Stablängsachsen kann als konstant bleibend angesetzt werden: $h = 2$ mm. Die Skale ist am Eisenstab befestigt. Wie lang muß die Länge l_0 gewählt werden, damit der Vollausschlag 30 °C einem Winkel von $\varphi = 5°$ entspricht? Beurteilen Sie, ob der Entwurf meßtechnisch günstig ist.

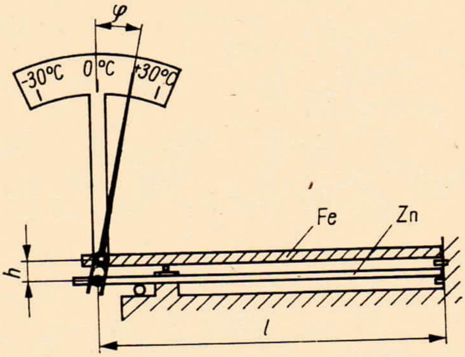


Bild 8

P

52. Ein zylindrisches Gefäß aus einem Material, das den Längenausdehnungskoeffizienten α hat, ist mit einer Flüssigkeit vom Raumausdehnungskoeffizienten γ bis zur Höhe h_0 gefüllt.
1. Berechnen Sie allgemein die Abhängigkeit der Höhe h von der Temperatur t. 2. Wie lautet die Bedingung für den Fall, daß die Füllstandshöhe unabhängig von der Temperatur ist?

53. Wie hängt die Dichte eines Körpers, der den Längenausdehnungskoeffizienten α hat, von der Temperatur ab? Als spezielles Beispiel soll Stahl untersucht werden, der bei 0 °C die Dichte 7,82 g cm^{-3} aufweist.

54. Welche Verlängerung erfährt eine 200 m lange isolierte Dampfleitung aus Stahl, die zunächst die Außentemperatur 10 °C hat, wenn Dampf der Temperatur 110 °C durchgeleitet wird?

55. Eine Wasserpumpe fördert die Stromstärke (Volumenstrom) 14 $m^3\,h^{-1}$ zu einem Wärmeübertrager. Die Temperatur beträgt am Einlauf des Wärmeübertragers 92 °C, am Auslauf 43 °C. Welche Wärmeleistung (in Kilowatt) wird dem Wärmeübertrager durch den Wasserstrom zugeführt?

P

56. In einer chemischen Fabrik werden in einem tönernen Gefäß 82 kg einer organischen Flüssigkeit von der spezifischen Wärmekapazität 1,76 kJ $kg^{-1}\,K^{-1}$ und der Temperatur 47 °C mit 12 kg Wasser der Temperatur 14 °C gemischt. Es tritt keine Reaktionswärme auf, und vom Einfluß des Gefäßes soll abgesehen werden. Welche Mischtemperatur entsteht?

57. Um die Wärmekapazität eines Kalorimeters zu messen, schüttet man zu den 150 g Wasser von 17 °C im Gefäß 65 g Wasser von 45 °C. Es wird die Mischtemperatur 25 °C festgestellt. 1. Berechnen Sie die Wärmekapazität des Gefäßes. 2. Prüfen Sie das unter 1. errechnete Ergebnis, indem Sie die ausgetauschten Wärmeenergien berechnen.

A

58. Zur experimentellen Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eines Metalls wird ein Körper von 400 g des betreffenden Stoffes in siedendem Wasser auf 100 °C gebracht und dann in ein Kalorimetergefäß der Wärmekapazität $C = 167\ \mathrm{J\ K^{-1}}$ mit der Wassermenge 200 g von 20 °C gefüllt. Es stellt sich die Mischtemperatur $t_m = 32{,}1$ °C ein. 1. Berechnen Sie die spezifische Wärmekapazität des Metalls. 2. Um welches Metall handelt es sich?

59. Ein erhitzter Stahlkörper mit der Masse 10 kg wird in 20 l Wasser von 20 °C geworfen, das sich auf 60 °C erwärmt. Welche Anfangstemperatur hatte der Stahlkörper? Von der Wärmekapazität des Gefäßes soll hier abgesehen werden.

P **60.** Einem Aluminiumzylinder (Durchmesser 4 cm, Höhe 10 cm) wird die Wärmeenergie 7,53 kJ (= 1,8 kcal) zugeführt. Welche Längendehnung Δh tritt auf?

P **61.** 1. Welche Wärmeenergie muß Eis (1 kg Masse) von −20 °C Anfangstemperatur insgesamt zugeführt werden, um aus diesem Eis überhitzten Dampf von 110 °C und 101 kPa zu erzeugen? (Spezifische Wärmekapazität von Eis $2{,}09\ \mathrm{J\ g^{-1}\ K^{-1}}$, von Wasserdampf $1{,}59\ \mathrm{J\ g^{-1}\ K^{-1}}$; spezifische Schmelzwärme $334\ \mathrm{J\ g^{-1}}$; spezifische Verdampfungswärme $2{,}26\ \mathrm{kJ\ g^{-1}}$) 2. Von diesem gesamten Vorgang ist ein Temperatur-Zeit-Diagramm $\vartheta(t)$ zu entwickeln, wobei eine konstante Wärmeleistung $P = \Delta Q/\Delta t = 1{,}40$ kW (= 20 kcal $\mathrm{min^{-1}}$) angesetzt werden soll.

62. In ein Gefäß der Wärmekapazität $5{,}44\ \mathrm{kJ\ K^{-1}}$, das mit 12 kg Wasser von 15 °C gefüllt ist, wird bei 101 kPa 850 g Dampf von 100 °C eingeleitet, der im Wasser kondensiert. Berechnen Sie die Endtemperatur. Die Kondensationswärme ist der Verdampfungswärme gleich.

P **63.** In einem oben nicht dicht schließenden Gefäß vom Volumen 10 l befindet sich Kohlendioxid bei der Temperatur 20 °C und dem Außendruck 95,8 kPa. Das Gas wird auf 100 °C erwärmt. Berechnen Sie die Masse des entweichenden Gases.

64. Welches Volumen nehmen 12 kg Sauerstoff bei der Temperatur 20 °C und unter dem Druck 4,90 MPa ein?

65. Welche Wasserstoffmenge in Kilomol befindet sich in einer 30-l-Flasche bei 20 °C unter dem Überdruck 14,7 MPa?

66. Berechnen Sie die Masse der Luft in einer 50 l fassenden Druckluftflasche unter 14,7 MPa bei 20 °C.

P **67.** Es ist das Temperaturdiagramm für den stationären Wärmedurchgang durch eine 60 cm dicke Betonmauer zu entwickeln. Innen- bzw. Außentemperaturen betragen 20 °C bzw. −20 °C. Die Wärmeübergangskoeffizienten sind innen $5{,}8\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$; außen $11{,}6\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$; die Wärmeleitfähigkeit ist $1{,}5\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$. (In dieser Aufgabe werden keine allgemeinen Ergebnisse verlangt.)

68. 1. Berechnen Sie den Wärmestrom durch eine $50\ \mathrm{m^2}$ umfassende Ziegelmauer der Dicke 38 cm, wenn die Innentemperatur 20 °C bei der Außentemperatur −20 °C beträgt. Die Wärmeübergangskoeffizienten sind innen $5{,}3\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$ und außen $16{,}3\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$. Die Wärmeleitfähigkeit der Ziegelmauer hat den Wert $0{,}58\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$. 2. Welche Heizleistung ist erforderlich, um den Wärmeverlust zu ersetzen?

69. Die Halbkugelschale eines Ausstellungspavillons (Durchmesser 24 m) hat den Wärmedurchgangskoeffizienten $0{,}7\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$. Berechnen Sie den Wärmeabfluß, wenn die Temperaturdifferenz zwischen innen und außen mit 30 K angesetzt wird.

70. 1. Welche Wärmemenge fließt in der Stunde durch eine Betonmauer mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten $1{,}4\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$ und der Fläche $420\ \mathrm{m^2}$, wenn die Innentemperatur 22 °C und die Außentemperatur −20 °C beträgt? 2. Welcher Masse Kohle (Heizwert $20{,}1\ \mathrm{MJ\,kg^{-1}}$) entspricht dieser Wärmeverlust?

P **71.** 1. Berechnen Sie die Kompressionsarbeit, die zur Verdichtung einer Luftmenge von 20 °C Temperatur und 0,1 MPa Druck aufgebracht werden muß. Der Druckbehälter hat das Volumen 600 l, und der Enddruck beträgt 15 MPa. Der Vorgang ist also isotherm zu betrachten. 2. Berechnen Sie die Masse der Druckluft. 3. Wie lautet für diesen Vorgang der 1. Hauptsatz, und welche Wärmeenergie wird an die Umgebung abgegeben?

P **72.** Zwei 50-l-Stahlflaschen enthalten bei 15 °C Außentemperatur Luft von 14,7 MPa Überdruck bzw. 0,1 MPa (Außendruck). Die beiden Flaschen werden miteinander verbunden, und der Sperrhahn wird rasch geöffnet, so daß sich der Druck sehr schnell ausgleicht. Vom Einfluß der inneren Strömungen soll abgesehen werden. Der Isentropenexponent für Luft ist 1,4. 1. Welcher Druck entsteht unmittelbar nach dem Ausgleich? 2. Welcher Druck stellt sich nach längerer Zeit ein?

73. Eine Luftmenge von der Temperatur 20 °C wird sprunghaft auf das doppelte Volumen expandiert. Welche Temperatur hat die Luft dann?

74. Eine Luftmenge vom Volumen $50\ \mathrm{cm^3}$, der Temperatur 40 °C und des Druckes 9,8 MPa wird isotherm auf 4,9 MPa entspannt. Berechnen Sie 1. die Temperatur, 2. das Volumen und 3. die Ausdehnungsarbeit.

75. Wie lauten die in der Aufgabe 74 errechneten Werte, wenn die Änderung nicht isotherm, sondern isentrop geführt wird?

76. Im Zylinder eines Dieselmotors wird im Kompressionstakt Luft von 60 °C auf den 13. Teil des Anfangsvolumens zusammengedrückt. Welche Temperatur entsteht dabei?

77. Eine 50-l-Sauerstoffflasche enthält Sauerstoff von 14,7 MPa Überdruck bei 15 °C. Durch einen Brand wird sie auf 100 °C aufgeheizt. Bedeutet dies die Gefahr der Explosion, wenn die Flasche 30 MPa Überdruck aushält?

78. Welchen höchsten Wirkungsgrad könnte eine Wärmekraftmaschine theoretisch erreichen, die zwischen der Temperatur der Flammengase 1000 °C und der Temperatur des kühlen Flusses 10 °C arbeitet?

P 79. Welche mechanische Antriebsleistung benötigt eine Wärmepumpe, die zwischen der Temperatur des Flußwassers 10 °C und der Temperatur des Heizwassers 80 °C arbeiten und die Heizleistung 2 MW abgeben soll?

80. Jemand möchte im Hochsommer bei 25 °C Raumtemperatur mit einem 160-l-Haushaltkühlschrank, der bei 350 W Leistungsaufnahme normalerweise auf 0 °C kühlt, sein Zimmer kühlen. Welche Kühlleistung wirkt sich auf den Raum aus?

2.4. Elektrik

P 81. Über einem Heizgerät, das die elektrische Leistung 1,5 kW aufnimmt, fällt die Spannung 220 V ab. Wie groß sind 1. die Stromstärke und 2. der Widerstand? 3. Welche Länge hat der Heizdraht ($\varrho = 1{,}8\ \Omega\ \text{mm}^2\ \text{m}^{-1}$), wenn der Drahtdurchmesser 0,8 mm beträgt?

P 82. Eine Baustelle soll mit Elektroenergie versorgt werden. Es werden 1,5 kW Leistung gebraucht. Die nächste Einspeisestelle (220 V) liegt 1,2 km entfernt. Welcher Drahtquerschnitt muß für die Kabelverbindung mindestens gewählt werden, wenn die Spannung durch die Kabelverbindung aus Kupfer nicht mehr als 10% abfallen soll?

83. Eine Glühlampe trägt die Aufschrift 220 V/100 W. 1. Erklären Sie diese Aufschrift. 2. Berechnen Sie den elektrischen Widerstand dieser Glühlampe.

P 84. Wird eine Akkumulatorenbatterie mit 10 A belastet, so ist die Klemmenspannung 42 V. Entnimmt man 20 A, so sinkt die Klemmenspannung auf 36 V. Berechnen Sie 1. Urspannung und 2. inneren Widerstand der Batterie.

85. Wird an eine Akkumulatorenbatterie mit der Urspannung 12 V ein Gerät mit dem Widerstand 4,2 Ω geschaltet, so fließt ein Strom der Stärke 2,8 A. Berechnen Sie die Stromstärke für den Fall, daß man ein Gerät mit dem Widerstand 2,4 Ω einschaltet.

86. 1. Wie groß ist der innere Widerstand einer elektrischen Energiequelle mit der Urspannung 15 V, wenn sie beim Einschalten des Widerstandes 1,8 Ω einen Strom der Stärke 7,5 A abgibt? 2. Welche maximale Stromstärke könnte überhaupt entstehen?

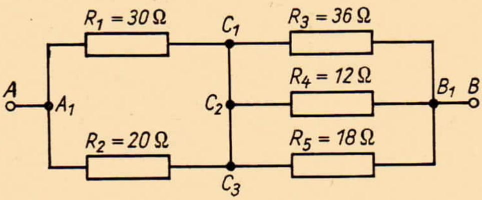


Bild 9

P

87. Für die in Bild 9 dargestellte Schaltung aus 5 Widerständen sollen die Stromstärken I_1 bis I_5 errechnet werden (ohne allgemeine Ergebnisse). Die Spannung zwischen den Klemmen A und B beträgt 135 V.

88. 1. Berechnen Sie die Stromstärken I_1 bis I_4 der Ströme, die durch die Widerstände R_1 bis R_4 (Bild 10) fließen. Die Spannung U beträgt 10 V, und die Widerstände R_1 bis R_3 haben die folgenden Werte: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 250\ \Omega$ und $R_3 = 200\ \Omega$. Die Gesamtstromstärke beträgt $I = 210$ mA. 2. Berechnen Sie den Widerstand R_4.

89. Berechnen Sie die Ersatzwiderstände der in Bild 11 angegebenen Schaltung, wenn der Schalter 1. geöffnet und 2. geschlossen ist.

90. Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die in Bild 12 dargestellte Schaltung.

91. An zwei kreisförmige Platten (Durchmesser 20 cm, Plattenabstand 1 mm), zwischen denen sich Luft befindet, wird die Spannung 1000 V geschaltet. 1. Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators. 2. Welche Ladungsmenge fließt auf die Platten?

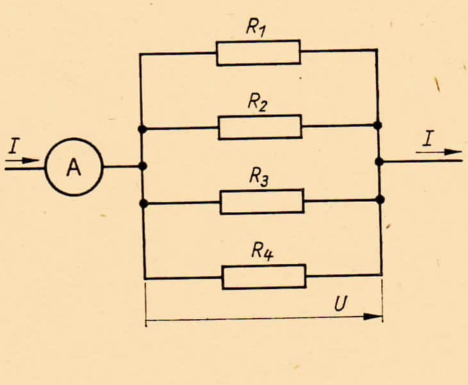


Bild 10

A

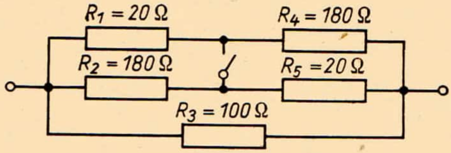


Bild 11

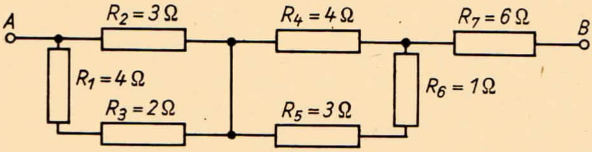


Bild 12

P

92. Ein Plattenkondensator der Kapazität 200 pF wird an die Spannung 600 V geschaltet. Wie ändern sich Ladungsmenge und gespeicherte Energie, wenn der ursprüngliche Plattenabstand d_0 1. bei angeklemmt bleibender und 2. bei abgetrennter Spannungsquelle verdoppelt wird?

93. Welche Masse müßte ein Kondensator haben, um in ihm die elektrische Energie 1 MWh bei der Spannung 100 kV speichern zu können? Für 1 μF Kapazität sollen 200 g Masse angesetzt werden.

94. Drei Kondensatoren von je 10 μF werden 1. hintereinander und 2. parallel geschaltet. Danach wird jeweils mit 300 V geladen. Berechnen Sie die Spannungen und Ladungen der einzelnen Kondensatoren.

95. Die Kapazitäten von drei hintereinander geschalteten Kondensatoren verhalten sich wie 1:2:3. Das ganze System wird mit der Spannung U aufgeladen. In welchem Verhältnis stehen 1. die Ladungen, 2. die Spannungen und 3. die Energien der drei Kondensatoren?

96. Zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten 2,00 μF und 15,0 μF werden hintereinander an eine Spannungsquelle mit der Urspannung 12,0 V geschaltet. 1. Welche Spannungen liegen an den Kondensatoren *1* und *2*? 2. Welche Ladungen tragen die beiden Kondensatoren?

97. Eine Kugel aus Kupfer vom Durchmesser 1 m wird auf 1 MV Spannung negativ aufgeladen. Das bedeutet, daß auf der Oberfläche der Kugel Überschußelektronen sitzen. Berechnen Sie die Zahl der Überschußelektronen.

98. Ein freies Elektron mit verschwindend kleiner Anfangsgeschwindigkeit gelangt in ein homogenes elektrisches Feld der Feldstärke 10 kV m^{-1}. 1. Berechnen Sie die Beschleunigung des Elektrons. 2. Welche Geschwindigkeit hat es nach der Beschleunigungsstrecke 1 mm?

P

99. 1. Bild 13 stellt die elektrische Querablenkung eines Elektronenstrahls in einer Braunschen Röhre dar. Es soll der Abstand Y des Leuchtpunktes auf dem Schirm in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung 1,8 kV, der Ablenkspannung 60 V und der Abstände d, s und l, die im Bild eingetragen sind, berechnet werden. 2. Weshalb braucht in der Errechnung der Querablenkung der Einfluß der Schwere nicht berücksichtigt zu werden?

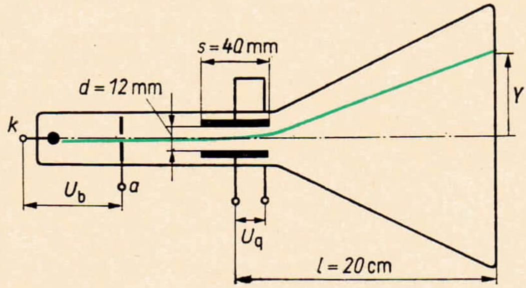


Bild 13

100. In den Ablenkkondensator einer Braunschen Röhre tritt ein Elektronenstrahl, der die Beschleunigungsspannung 1,2 kV durchlaufen hat, symmetrisch ein. Der Kondensator ist 6 cm lang und hat den Plattenabstand 4 mm. Wie groß darf die Ablenkspannung höchstens werden?

101. Welchen Wert haben in einer Spule von 600 Windungen, der Länge 12 cm und des Durchmessers 3 cm 1. magnetische Feldstärke, 2. magnetische Induktion (magnetische Flußdichte) und 3. magnetischer Fluß, wenn ein Strom der Stärke 0,8 A fließt?

P

102. Berechnen Sie den Betrag der induzierten Spannung an einer Spule mit 300 Windungen und der Fläche 8 cm² (Bild 14). Die große Spule hat 2000 Windungen und die Länge 10 cm und führt zunächst keinen Strom. Nun wird der Strom eingeschaltet, dessen Stärke in 100 ms auf 5,0 A linear anwächst.

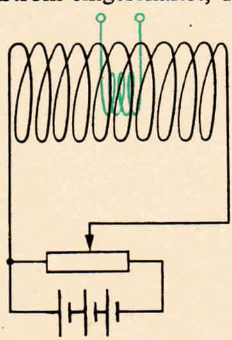


Bild 14

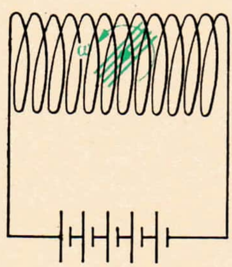


Bild 15

P **103.** *In einer langen Feldspule (Bild 15), die einen Strom der Stärke 5 A führt, 1000 Windungen hat und 20 cm lang ist, rotiert mit der Drehfrequenz 6000 min^{-1} eine Induktionsspule (200 Windungen und 6 cm^2 Querschnittsfläche). Berechnen Sie 1. Frequenz und 2. Amplitude der entstehenden Wechselspannung.

104. In einem homogenen Magnetfeld der Flußdichte 0,85 T befindet sich ein 10 cm langes Leiterstück, das einen Strom der Stärke 4,0 A führt. Leiterlängsachse und Flußdichte stehen senkrecht aufeinander. Berechnen Sie die Kraft auf den Leiter nach Betrag und Richtung (Skizze erforderlich).

P **105.** Eine rechteckig geformte Leiterschleife ($b = 2$ cm; $l = 6$ cm) befindet sich in der in Bild 16 dargestellten Weise in einem homogenen Magnetfeld. Die Flußdichte beträgt 0,6 T. Berechnen Sie das Drehmoment auf die Leiterschleife. In welcher Richtung wirkt es (Skizze)? Die Stromstärke beträgt 5 A.

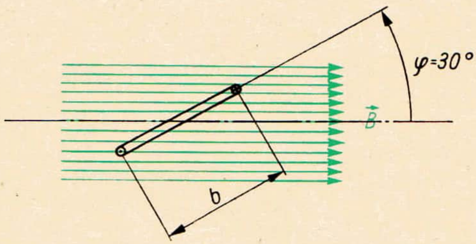


Bild 16

106. Der Anker eines Motors hat 400 Windungen und eine Spulenfläche von 150 cm^2, die man sich wie in Aufgabe 105 rechteckig denken kann. Die Stromstärke der Spule beträgt 5 A. Welche magnetische Flußdichte muß vorhanden sein, damit am Anker das maximale Drehmoment 2,45 N m angreift?

P **107.** Wie wird ein Elektronenstrahl der Elektronengeschwindigkeit $5{,}0 \cdot 10^7$ m s^{-1} in einem Magnetfeld der Flußdichte 0,25 mT abgelenkt? Der Geschwindigkeitsvektor steht senkrecht auf dem Flußdichtevektor.

108. Welche Ablenkung erhält ein Elektronenstrahl, der mit der Spannung 10 kV beschleunigt wird, in einem Magnetfeld der Flußdichte 2,0 mT? Geschwindigkeits- und Flußdichtevektoren stehen senkrecht aufeinander.

109. In einem Zyklotron laufen α-Teilchen im Magnetfeld der Flußdichte 1,2 T auf einer Kreisbahn vom Radius 480 mm. Berechnen Sie die kinetische Energie der Teilchen in Elektronenvolt. α-Teilchen sind Heliumkerne mit der Ladung $Q = 2e$ und der spezifischen Ladung $Q/m = 2e/m = 4{,}82 \cdot 10^7$ C kg^{-1}.

P **110.** Ein Massenspektrograf dient zur Ermittlung der spezifischen Ladungen von Teilchen. In Bild 17 ist die Strahlablenkung der einfach positiv geladenen Teilchen durch ein Magnetfeld und ein elektrisches Feld schematisch dargestellt. Zunächst tritt der Strahl in ein Magnetfeld der Flußdichte 65 mT ein, durchläuft einen Kreisbogen vom Radius 520 mm und erfährt anschließend eine elektrische Ablenkung um 5,5° in einem Plattenkondensator, dessen Maße dem Bild zu entnehmen sind. Die Spannung am Kondensator beträgt 1 050 V. Berechnen Sie 1. die spezifische Ladung e/m der Teilchen und 2. das Verhältnis von Teilchenmasse zu Elektronenmasse.

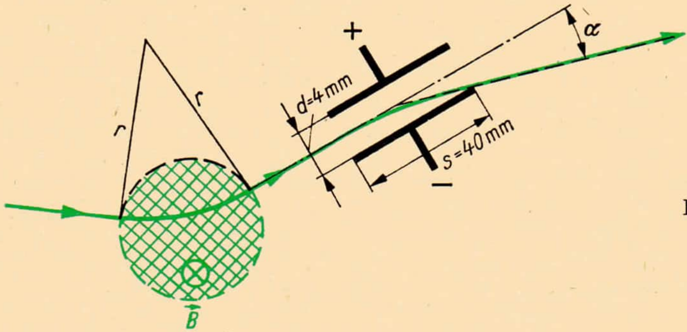


Bild 17

2.5. Energieumwandlungen

111. Zur Veranschaulichung der Energie 1 MJ ($\approx {}^1/_4$ kW h) berechnen Sie überschläglich 1. die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs von 1 t Masse (kinetische Energie 1 MJ), 2. die Höhenlage von 1 t Wasser (potentielle Energie 1 MJ) und 3. die Erwärmung von 1 t Wasser in Kelvin (Wärmeenergie 1 MJ). 4. Wie lange kann eine 40-W-Glühlampe bzw. ein 1,1-kW-Heizgerät mit der elektrischen Energie 1 MJ betrieben werden?

112. Berechnen Sie für die Vorgänge nach Aufgabe 111. 1.···3. jeweils die Leistung für den Fall, daß der Vorgang in 1 min bzw. in 1 h ablaufen soll.

113. Ein Feuerzeug gibt bei 20 s Betrieb 1 kJ Wärmeenergie ab. 1. Berechnen Sie die Leistung. 2. Wie hoch könnte man 1 kg Wasser mit der Energie von 1 kJ anheben? 3. Kann die durch das Feuerzeug abgegebene Wärmeenergie zum Anheben des Wassers genutzt werden?

114. Ein Laserimpuls zur Bestimmung der Entfernung Erde–Mond hat die Energie 6 J und dauert 2 ns. Berechnen Sie die Leistung und vergleichen Sie diese mit der in Aufgabe 112. berechneten.

115. 1. Wieviel Wärmeenergie muß einem Aluminiumwürfel von 100 mm Kantenlänge zugeführt werden, damit sich sein Volumen um 1 cm³ vergrößert? 2. Wieviel Wärmeenergie ist erforderlich, um den Aluminiumwürfel zu schmelzen (Anfangstemperatur 20 °C)? 3. Wie lange müßte jeweils ein elektrisches Heizgerät von 1 kW Leistung verlustfrei betrieben werden, um diese Wärmeenergie zu liefern?

116. Eine 80-t-Lokomotive bremst auf 300 m Strecke gleichmäßig. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 80 km h^{-1}, die Endgeschwindigkeit 20 km h^{-1}. 1. Welche Bremskraft ist erforderlich? 2. Welcher Verlust an kinetischer Energie (in Joule und in Kilowattstunden) tritt ein? 3. Wie hoch könnte die Lok angehoben werden, wenn der Verlust an kinetischer Energie in Hubarbeit umwandelbar wäre?

117. 1. Berechnen Sie die Energie, die bei verlustloser Verbrennung von 1 l Benzin abgegeben werden könnte. 2. Die Verbrennung geschieht in 7,5 min. Berechnen Sie die Leistung.

118. 1. Berechnen Sie die Leistung für das Anlassen eines Dieselmotors. Der Anlasser hat einen Wirkungsgrad von 70% und soll eine Anlaßdrehzahl von mindestens 120 min^{-1} ermöglichen. Bei einer Umdrehung der Kurbelwelle ist die Arbeit 1,4 kJ aufzubringen. 2. Welche Stromstärke fließt, wenn die Spannung des Akkumulators während des Anlassens 20 V ist?

P **119.** Ein Kran soll ein Maschinenteil der Masse 900 kg mit konstanter Geschwindigkeit in 10 s 4,5 m hoch anheben. Die Wirkungsgrade sind für die Krananlage 80% und für den Drehstrommotor 85%, der Leistungsfaktor ist 0,83. 1. Welche Motorleistung ist erforderlich? 2. Welche Außenleiterstromstärke nimmt der Motor bei 380 V Spannung auf? – 3. Es steht nur ein 1,1-kW-Einphasenmotor zur Verfügung (Nennspannung 220 V, Leistungsfaktor 0,76, Wirkungsgrad 68%). Wie lange würde das Anheben der Last bei Einsatz dieses Motors dauern, und welche Stromstärke wäre erforderlich?

P **120.** Eine horizontal angeordnete Stange, deren Masse vernachlässigbar klein sei, rotiert um eine vertikale Drehachse. Zwei Körper (Masse je 15 kg) sind im Abstand von je 1 m beiderseits der Drehachse an der Stange befestigt. Die Winkelgeschwindigkeit ist 0,8 rad s^{-1}. 1. Berechnen Sie die Rotationsenergie für die beiden Körper. 2. Durch eine Vorrichtung werden während des Rotierens die beiden Körper in Richtung Drehachse verschoben, so daß ihr Abstand nur noch die Hälfte des anfangs vorhandenen beträgt. Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit als Vielfaches der Winkelgeschwindigkeit im ersten Fall. 3. Welche mechanische Arbeit ist zu verrichten, um diese Abstandsänderung zu realisieren? 4. Die Abstandsänderung der Körper soll durch Motorantrieb innerhalb von 10 s erfolgen. Der Experimentiermotor mit Getriebe hat einen Gesamtwirkungsgrad von 45%. Welche mittlere Leistung nimmt dieser Motor auf?

P **121.** Ein Stahlstab (Elastizitätsmodul 206 GPa) wird bei 20 °C fest, aber spannungsfrei so zwischen zwei Schraubstöcken eingespannt, daß die freie Stablänge 2,0 m ist. Berechnen Sie die mechanische Spannung im Stab bei 0 °C.

P **122.** Auf einer elektrischen Kochplatte sollen in 12 min 2 l Wasser von 20 °C auf 100 °C erwärmt werden. Welche elektrische Leistung (in Kilowatt) nimmt die

Kochplatte bei einer Spannung von 220 V auf, wenn der Wirkungsgrad 35 % beträgt?

123. 1. Welche elektrische Arbeit ist aufzuwenden, um 5 l Wasser von 15 °C mit einem Tauchsieder bei einem Wirkungsgrad von 80 % zum Sieden zu bringen? 2. Welche Leistung muß der Tauchsieder aufnehmen, damit der Vorgang innerhalb von 20 min vonstatten geht?

124. Ein Schwimmbecken ist 50 m lang und 20 m breit. Die Wassertiefe beträgt 2,5 m. Sonneneinstrahlung bewirkt einen Temperaturanstieg von 2,5 K. 1. Welche Wärmeenergie wurde aufgenommen? 2. Berechnen Sie die relative und die absolute Volumenzunahme des Wassers. 3. Wie lange müßte ein 1000-W-Tauchsieder bei einem Wirkungsgrad von 85 % betrieben werden, um den vorgenannten Temperaturanstieg zu erzielen?

125. 1. Welchen Wirkungsgrad hat ein Tauchsieder, der bei 220 V Spannung einen Strom der Stärke 8,5 A aufnimmt und 2,3 l Wasser in 7,6 min von 12 °C auf 96 °C erwärmt? 2. Welche elektrische Arbeit ist zu verrichten?

126. Eine Waschmaschine mit 15 l Wasserinhalt heizt bei einer Spannung von 220 V und einer Leistung von 2 kW 45 min lang. Die Anfangstemperatur des Wassers beträgt 8 °C. 1. Welche elektrische Energie (in Kilowattstunden) wird in Wärmeenergie umgesetzt? 2. Auf welche Temperatur wird das Wasser erwärmt, wenn der Wirkungsgrad 94 % beträgt? 3. Wie lange dauert der Heizprozeß, wenn die Spannung um 4 % kleiner ist? Der Widerstand des Heizkörpers darf als konstant angesehen werden.

127. Ein Generator soll zur Versorgung einer wissenschaftlichen Station 50 kW elektrische Leistung 16 h je Tag liefern. Als Antrieb dient ein Benzinmotor. Der Gesamtwirkungsgrad sei 25 %. 1. Berechnen Sie den Kraftstoffbedarf je Tag in Litern. 2. Zur Kraftstoffeinsparung soll Wasserkraft genutzt werden. Eine Wasserkraftanlage (Wasserstromstärke 1 $m^3\,s^{-1}$; Wirkungsgrad 55 %) steht zur Verfügung. Welche Stauhöhe müßte das Wasser mindestens haben, damit der Benzinmotor voll ersetzt werden kann?

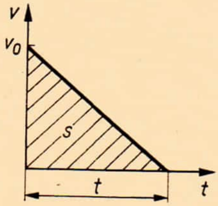
P **128.** An einem isolierten Kupferdraht von 2,5 mm^2 Querschnitt tritt bei einer Stromstärke von 20 A ein Spannungsverlust von 1,5 V auf. 1. Um wieviel Millimeter hat sich der Draht in der ersten Minute nach Einschalten des Stromes ausgedehnt? 2. Welche elektrische Energie wurde dem Draht in dieser Zeit zugeführt? 3. Berechnen Sie die relative Längenänderung des Drahtes.

129. Ein Kupferdraht (Querschnitt 4 mm^2) führt einen Strom der Stärke 31 A. Die Außentemperatur beträgt 20 °C. 1. Welche Oberflächentemperatur stellt sich ein, wenn der Wärmeübergangskoeffizient 50 $W\,m^{-2}\,K^{-1}$ beträgt? 2. Welche maximale Stromstärke dürfte höchstens auftreten, wenn die Temperaturerhöhung 3 K nicht überschreiten soll?

P 130. Eine kleine, an einem isolierenden Faden der Länge 15 cm aufgehängte Kugel der Masse 1 g wird im homogenen Feld eines Plattenkondensators so abgelenkt, daß der Faden den Winkel 30° zur Vertikalen bildet. Die Kondensatorspannung beträgt 1 kV und der Plattenabstand 10 cm. 1. Welche Kraft wirkt auf die geladene Kugel im elektrischen Feld? 2. Berechnen Sie die elektrische Ladung der Kugel. 3. Welche mechanische Arbeit wurde an der Kugel verrichtet?

3. Lösungsschritte P1

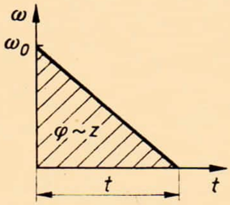
1. *Skizze:* Bild 18



Gegeben: $v_0 = 96\ \mathrm{km\ h^{-1}}$; $v = 0$
$a = -0{,}5\ \mathrm{m\ s^{-2}}$
(Bremsvorgang)

Gesucht: 1. s; 2. t

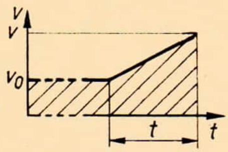
5. *Skizze:* Bild 19



Gegeben: $n_0 = 1450\ \mathrm{min^{-1}}$; $n = 0$
$\alpha = -3{,}8\ \mathrm{rad\ s^{-2}}$
(Bremsvorgang)

Gesucht: 1. t; 2. z

7. *Skizze:* Bild 20

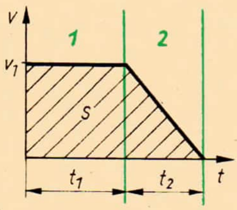


Gegeben: $v_0 = 36\ \mathrm{km\ h^{-1}}$; $t = 2\ \mathrm{min}$
$a = 0{,}2\ \mathrm{m\ s^{-2}}$; $s_0 = 10\ \mathrm{km}$

zu 4.: $k = 0{,}01\ \mathrm{m\ s^{-3}}$;
$a_0 = 0{,}2\ \mathrm{m\ s^{-2}}$

Gesucht: 1. v, t-Diagramm;
2. $v(t)$; $s(t)$
3. v; s
4. $v(t)$; $s(t)$; v; s für zeitabhängige Beschleunigung

8. *Skizze:* Bild 21

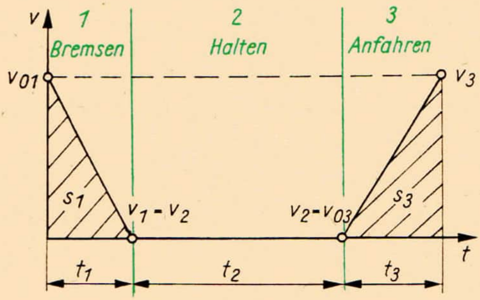


Gegeben: $v_1 = v_{02} = 90\ \mathrm{km\ h^{-1}}$;
$v_2 = 0$
$t_1 = 1\ \mathrm{min}$; $t_2 = 0{,}5\ \mathrm{min}$

Gesucht: s

10. Skizzieren Sie zunächst das v, t-Diagramm und numerieren Sie die einzelnen Abschnitte der Bewegung. Damit legen Sie Indizes fest, die bei einer aus drei Teilen zusammengesetzten Bewegung unbedingt erforderlich sind.

Skizze: Bild 22



Gegeben:

$v \ = v_{01} = v_3 = 72 \text{ km h}^{-1}$

$v_1 = v_2 = v_{03} = 0$

$t_1 = 1{,}2 \text{ min}$

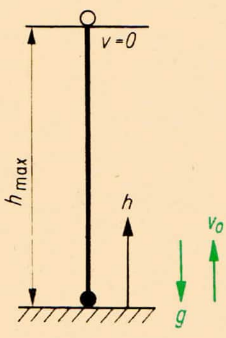
$t_2 = 1{,}5 \text{ min}$

$s_3 = 0{,}9 \text{ km}$

Gesucht:

Verspätung t [Zeit, die der Zug jetzt *mehr* braucht als bei gleichförmiger Bewegung längs des Weges $(s_1 + s_3)$]

11. *Skizze:* Bild 23



Gegeben: $v_0 = 15 \text{ m s}^{-1}$

$|a| = g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$

zu 2.: $t_1 = 1 \text{ s}$; $t_2 = 2 \text{ s}$; $t_3 = 4 \text{ s}$

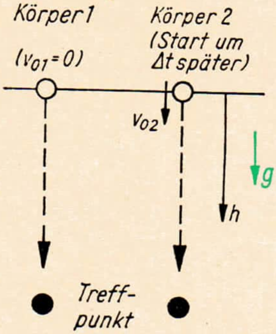
Gesucht: 1. $h_{\max}$; t_S

2. v_1; h_1; v_2; h_2; v_3; h_3

3. Schlußfolgerungen

zu 1.: Am Umkehrpunkt ist $v = 0$.

13. *Skizze:* Bild 24



Gegeben:

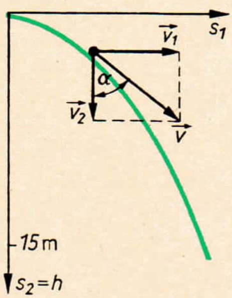
$v_{01} = 0$; $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$v_{02} = 20\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; $\Delta t = 1{,}5\ \mathrm{s}$

Gesucht:

$\left.\begin{array}{l}1.\ t\\2.\ h\end{array}\right\}$ für Treffpunkt

16. *Skizze:* Bild 25



Gegeben:

$v_{01} = 12\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; $v_{02} = 0$

$s_2 = h = 15\ \mathrm{m}$; $g = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

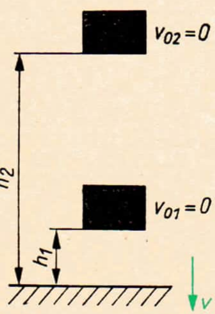
zu 3.: $t = 1\ \mathrm{s}$

Gesucht:

1. t; 2. s_1; 3. $|v|$; α

Horizontale Bewegung (Index 1) und vertikale Bewegung (freier Fall; Index 2) sind überlagert.

18. *Skizze:* Bild 26

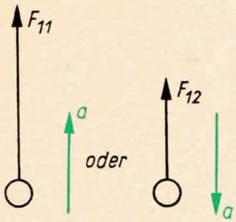


Gegeben: $h_1 = 1{,}5\ \mathrm{m}$; $v_2 = 2v_1$

$v_{01} = v_{02} = 0$

Gesucht: h_2

21. *Skizze* zu 1.: Bild 27



Beachten Sie, daß der Aufgabenteil 1. zwei Möglichkeiten zuläßt:
Bewegung nach *oben* oder nach *unten*.

Gegeben:

$m = 100$ kg; $a = 5{,}0$ m s^{-2}
zu 3. und 4.: $\mu = 0{,}2$
zu 4.: $\alpha = 30°$

Gesucht:

1. F_{11} und F_{12}
2. F_2
3. F_3; 4. F_4

22. *Skizze:* Bild 3, S. 24

Gegeben:

zu 1.: $m_1 = 500$ kg; $m_2 = 500$ kg
$m_3 = 100$ kg
zu 2.: Massen wie bei 1.
$a = 0{,}2$ m s^{-2}

Gesucht:

$\left.\begin{array}{l}\text{1. } a \\ \text{2. } F\end{array}\right\}$ Richtungen beachten!

25. *Skizze:* Bild 41, S. 60

Gegeben:

$m = 300$ kg; $a = 1{,}5$ m s^{-2}
$g = 9{,}81$ m s^{-2}

Gesucht:

Seilkraft F_S

28. *Skizze:* Bild 42, S. 61

Gegeben:

$m = 500$ kg; $a = 0{,}1$ m s^{-2}
$g = 9{,}81$ m s^{-2}

Gesucht:

α

29. *Skizze:* Bild 43, S. 61

Gegeben:

$m = 35$ kg; $g = 9{,}81$ m s^{-2}
zu 1.: $a = 2{,}5$ m s^{-2}; zu 2.: $a = 0$
zu 3.: $a = -2{,}5$ m s^{-2}; zu 4.: $a = g$

Gesucht:

1.···4. F_F

Beachten Sie für die anzufertigende Skizze besonders die Bedeutung des Minuszeichens der Beschleunigung bei 3.

32. *Gegeben:*

$m_L = 100\,t$; $a = 0{,}08\,m\,s^{-2}$

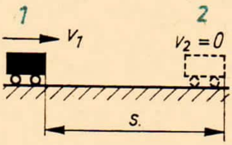
$m_W = 20\,t$; $z = 17$

zu 2.: $t = 2\,min$

Gesucht:

1. F
2. W_k (in kWh)
3. μ_0 (in Vergleich mit Tabellenwert)

34. *Skizze:* Bild 28

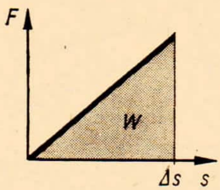


Gegeben: $v_1 = 100\,km\,h^{-1}$

$\mu = 0{,}04$

Gesucht: s

37. *Skizze:* Bild 29



Gegeben: zu 1.: $k = 10\,N\,m^{-1}$;

$\Delta s = 150\,mm$

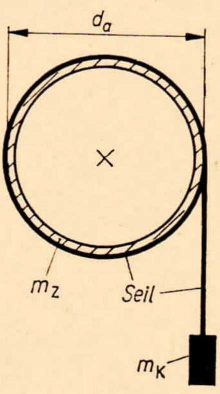
zu 2.: $F = ks$ (Hookesches Gesetz; k Federkonstante)

zu 3.: $m = 25\,g$;

$s = 50\,mm$

Gesucht: 1. W; 2. $W(s)$; 3. v

38. *Skizze:* Bild 30



Gegeben: $m_Z = 50\,kg$; $m_K = 1{,}5\,kg$

$d = d_a = d_i = 300\,mm$

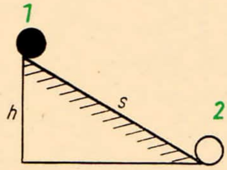
zu 3.: $s = 2\,m$

Gesucht: 1. α; 2. a_K; 3. n

4. $\alpha = f(m_K)$ diskutieren

P1

40. *Skizze:* Bild 31



Gegeben: $r = 5\ \text{cm}$; $h = 0{,}5\ \text{m}$
$s = 2\ \text{m}$; $v_1 = 0$

Gesucht: 1. v_2; 2. a

43. *Skizze:* Bild 46, S. 65

Gegeben:
$m = 1\,000\ \text{kg}$; $r = 120\ \text{m}$
$v = 72\ \text{km h}^{-1}$

Gesucht:
1. F_Z; 2. μ; 3. α

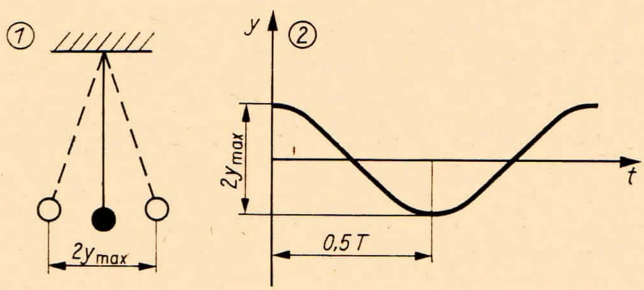
45. *Skizze:* Bild 6, S. 28

Gegeben:
$m = 10\ \text{kg}$; $r = 0{,}5\ \text{m}$
zu 3.: $v_1 = v_2 = \text{konst}$

Gesucht:
1. h; 2. F_1; F_2
3. F_1

48. Bei einem langen Seil gelten die Gesetze für das mathematische Pendel. In dieser Aufgabe beginnt die Schwingung mit dem größten Ausschlag.

Skizze: Bild 32

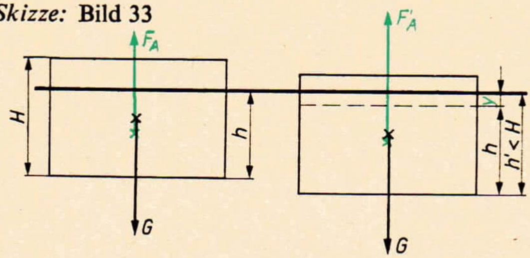


Gegeben:
$m = 2{,}5\ \text{t}$
$2y_{\text{max}} = 3\ \text{m}$
$0{,}5T = 5\ \text{s}$

zu 3.: $t_1 = 2\ \text{s}$
$t_2 = 6\ \text{s}$
$t_3 = 5{,}1\ \text{min}$.

Gesucht:
1. y_{max}; v_{max}; a_{max}
2. W
3. y_1; y_2; y_3

49. *Skizze:* Bild 33



Gegeben:

$\varrho_K = 0{,}8 \text{ g cm}^{-3}$; $\varrho_F = 1{,}0 \text{ g cm}^{-3}$

$H = 60$ cm; $y = 10$ cm

Gesucht:

1. h; 2. Beweisen, daß $F = -ky$ gilt; 3. T

51. *Gegeben:*

$h = 2$ mm	Tabellenwerte:	
$\Delta t = 30$ K	$\alpha_1 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	
$\varphi = 5°$	$\alpha_2 = 35 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	

Gesucht:

l_0

Da die Skale mit dem Eisenstab verbunden ist, auf dem sich auch der Zeigerdrehpunkt befindet, kommt es nur auf den Unterschied zwischen den einzelnen Längendehnungen an. Überlegen Sie sich nun, wie Sie diesen Unterschied mit dem vorgegebenen Winkel φ in Beziehung bringen können. Die Temperaturdifferenz wird in der Einheit Kelvin angegeben.

52. *Gegeben:*

α, γ, h_0

Gesucht:

1. $h(t)$
2. Bedingung für $h = h_0 = \text{konst}$

Zwei Einflüsse müssen bei diesem Problem erfaßt werden. Erstens vergrößert sich das Volumen. Dies würde bei konstanten Gefäßdimensionen eine Vergrößerung der Höhe ergeben.
Zweitens weitet sich das Gefäß. Dieser Einfluß wirkt dem ersten entgegen. Sie müssen die Erkenntnis anwenden, daß sich Hohlräume ausdehnen wie kompakte Körper aus dem Gefäßmaterial.

56. *Gegeben:*

$m_1 = 82$ kg	Tabellenwerte:
$m_2 = 12$ kg	$c_1 = 1{,}76 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$t_1 = 47$ °C	$c_W = 4{,}18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$t_2 = 14$ °C	

Gesucht:

t_m

Energieerhaltung: Die Wärmeenergie, die der sich abkühlende Körper abgibt, ist gleich der Wärmeenergie, die der aufgeheizte Körper aufnimmt.

60. *Gegeben:*

Gegeben	Tabellenwerte:	Gesucht:
$d = 4$ cm	$\alpha = 23{,}8 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}	Δh
$h = 10$ cm	$c = 0{,}895$ J g^{-1} K^{-1}	
$Q = 7{,}53$ kJ	$\varrho = 2{,}7$ g cm^{-3}	

Hier müssen Sie zwei Teilprobleme erkennen. Erstens wird einem Körper Wärmeenergie zugeführt, was zu einer Temperaturerhöhung führt, und zweitens tritt dadurch eine Längendehnung auf.

61. *Gegeben:*

Gegeben	Tabellenwerte:	Gesucht:
$m = 1$ kg	$c_E = 2{,}09$ J g^{-1} K^{-1}	1. Q_{ges}
$P = 1{,}40$ kW	$c_D = 1{,}59$ J g^{-1} K^{-1}	2. $\vartheta(t)$ als Diagramm
$\vartheta_1 = -20$ °C	$q = 334$ J g^{-1}	
$\vartheta_2 = 0$ °C	$r = 2{,}26$ kJ g^{-1}	
$\vartheta_3 = 100$ °C		
$\vartheta_4 = 110$ °C		

Bemerkung zur Wahl der Symbole: Sofern in einer Aufgabe Zeit t und Temperatur vorkommen, wählt man für die Temperatur statt t das Formelzeichen ϑ.
Unterteilen Sie die Wärmezufuhr in einzelne Abschnitte, stellen Sie diese in Tabellenform dar mit den Spalten Temperaturbereich, Aggregatzustand, zugeführte Wärmeenergie und benötigte Zeit.

63. *Gegeben:* *Gesucht:* Δm

$V = 10$ l; $t_1 = 20$ °C; $T_1 = 293$ K

$p = 95{,}8$ kPa; $t_2 = 100$ °C; $T_2 = 373$ K

In der hier gewählten Indizierung wurde bereits berücksichtigt, daß sowohl das Volumen als auch der Druck konstant bleiben, also keinen Index erhalten.

67. *Gegeben:*

Gegeben	Tabellenwerte:	Gesucht:
$l = 60$ cm	$\alpha_i = 5{,}8$ W m^{-2} K^{-1}	Temperaturdiagramm,
$\vartheta_i = 20$ °C	$\alpha_a = 11{,}6$ W m^{-2} K^{-1}	insbesondere bei
$\vartheta_a = -20$ °C	$\lambda = 1{,}5$ W m^{-1} K^{-1}	ϑ_i; ϑ_a

Sie müssen hier zunächst den gesamten Wärmedurchgang berechnen, um dann an den einzelnen Übergängen zu den Zwischentemperaturen zu gelangen.

71. *Gegeben:*

$T = 293\ \mathrm{K}; p_2 = 15\ \mathrm{MPa}; p_1 = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$

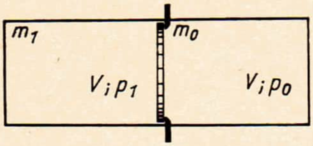
$V_2 = 0{,}6\ \mathrm{m^3}; M = 29\ \mathrm{kg\ kmol^{-1}}$

Gesucht:

1. W_{12}; 2. m

3. 1. Hauptsatz; Q_{12}

72. *Skizze:* Bild 34



Gegeben: $T_1 = 288\ \mathrm{K}$; $\varkappa = 1{,}4$

$p_0 = 0{,}1\ \mathrm{MPa}$; $V = 50\ \mathrm{l}$

$p_{\ddot{u}1} = 14{,}7\ \mathrm{MPa}$

$p_1 = 14{,}8\ \mathrm{MPa}$

Gesucht: 1. p_2; 2. p_3

1. Rascher Ausgleich bedeutet, daß praktisch kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann: isentrope Änderung. Da von Strömungseffekten abgesehen werden darf, gehen Sie von der in Bild 34 dargestellten idealisierten Vorstellung aus. Die beiden Volumina werden durch einen masselosen, reibungsfrei beweglichen Kolben getrennt, der zunächst durch eine Sperre gehalten wird. Was geschieht, wenn diese nun entfernt wird?
2. Nach langer Zeit stellt sich wieder die Außentemperatur ein, so daß Sie für die Beantwortung der 2. Frage isotherme Änderung ansetzen werden.

79. *Gegeben:*

$T_2 = 283\ \mathrm{K}; P_W = 2\ \mathrm{MW}; T_1 = 353\ \mathrm{K}$

Gesucht:

P_{mech}

Eine Wärmepumpe wirkt physikalisch wie ein Kühlapparat. Im Idealfall arbeitet sie wie eine umgekehrt laufende Carnot-Maschine. Sie entzieht dem Fluß die Wärmeenergie Q_2 und führt der Heizung die Wärmeenergie Q_1 zu.

81. *Gegeben:*

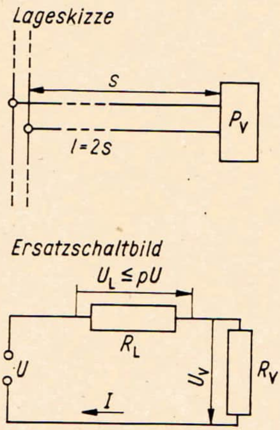
$P_{el} = 1{,}5\ \mathrm{kW}; d = 0{,}8\ \mathrm{mm}$

$U = 220\ \mathrm{V}$; $\varrho = 1{,}8\ \Omega\ \mathrm{mm^2\ m^{-1}}$

Gesucht:

1. I; 2. R; 3. l

82. *Skizze:* Bild 35



Gegeben: $P_V = 1{,}5$ kW
$U = 220$ V
$s = 1{,}2$ km
$p = 0{,}1$ (= 10%)
Tabellenwert:
$\varrho_{Cu} = 0{,}0178\ \Omega\,mm^2\,m^{-1}$

Gesucht: A_{min}

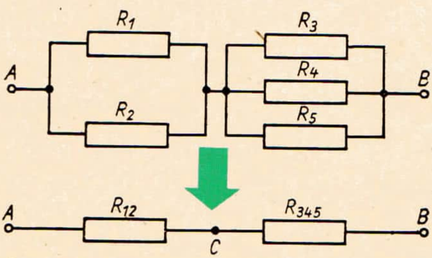
Der Widerstand R_L der Kabelverbindung liegt in Reihe mit dem Verbraucherwiderstand R_V.

84. *Gegeben:*
$I_1 = 10$ A; $U_{k1} = 42$ V
$I_2 = 20$ A; $U_{k2} = 36$ V

Gesucht:
1. U_0; 2. R_i

Zusammengehörige Größen sind durch den gleichen Index markiert.

87. *Skizze:* Bild 36



Gegeben:
$R_1 = 30\ \Omega$; $R_2 = 20\ \Omega$
$R_3 = 36\ \Omega$; $R_4 = 12\ \Omega$
$R_5 = 18\ \Omega$; $U = 135$ V

Gesucht:
I_1, I_2, I_3, I_4, I_5

Die mittleren drei Klemmen C_1, C_2 und C_3 liegen auf gleichem Potential. Folglich können Sie die widerstandslosen Verbindungsleitungen auch so abändern, wie es das Bild 36 darstellt. Die gesuchten Stromstärken ändern sich dadurch nicht. Sie haben also zwei jeweils parallel geschaltete Teile, deren Ersatzwiderstände zu errechnen sind.

92. *Gegeben:*

$C_0 = 200\ \text{pF}$; d_0

$U_0 = 600\ \text{V}$; $d = 2d_0$

Gesucht:

1. Q_1; W_1
2. Q_2; W_2

Die mit dem Index 0 versehenen Größen beziehen sich auf den ursprünglichen Plattenabstand. Sie können die dazugehörige Ladungsmenge und die Energie errechnen. Dann kommt es darauf an, für beide Fälle die jeweils konstant bleibende Größe zu erkennen.

99. *Skizze:* Bild 13, S. 36

Gegeben:

$U_b = 1{,}8\ \text{kV}$; $d = 12\ \text{mm}$; $s = 40\ \text{mm}$

$U_q = 60\ \text{V}$; $l = 20\ \text{cm}$

Gesucht:

1. Y; 2. $F{:}G$

Teilen Sie den Weg eines Elektrons von der Katode bis zum Schirm in 4 Abschnitte ein:

1. die Beschleunigungsstrecke von der Katode bis zur Anode,
2. der Abschnitt von der Anode bis zum Eintritt in den Kondensator,
3. der Weg innerhalb des Ablenkkondensators und
4. die Strecke vom Austritt aus diesem bis zum Schirm.

Überlegen Sie sich, welche Bewegungsformen in den einzelnen Abschnitten auftreten.

102. *Skizze:* Bild 14, S. 36

Gegeben:

$N_1 = 2000$; $l_1 = 10\ \text{cm}$; $I_0 = 0$

$N_2 = 300$; $A_2 = 8\ \text{cm}^2$; $I_1 = 5{,}0\ \text{A}$

$\Delta t = 100\ \text{ms}$

Gesucht:

U_{i2}

Alle zur äußeren Spule gehörigen Größen werden mit dem Index 1 und alle der kleinen Spule zugeordneten Größen mit dem Index 2 versehen. Es interessiert die an der kleinen Spule induzierte Spannung. Überlegen Sie also, welche magnetische Flußänderung in dieser Spule eintritt.

103. *Skizze:* Bild 15, S. 36

Gegeben:

$N_1 = 1000$; $N_2 = 200$

$l_1 = 20\ \text{cm}$; $A_2 = 6\ \text{cm}^2$

$I_1 = 5\ \text{A}$; $n = 6000\ \text{min}^{-1}$

Gesucht:

1. f
2. U_{max}

Die Indizes sind entsprechend der Aufgabe 102 gewählt. Aber der Induktionsvorgang läuft in dieser Aufgabe anders ab; denn hier wird das Magnetfeld nicht verändert. Vielmehr ändert die Induktionsspule ihre Lage zum Magnetfeld. Überlegen Sie, wie Sie die Flußänderung in der Induktionsspule formulieren können.

105. *Skizze:* Bild 16, S. 37

Gegeben:	*Gesucht:*
$b = 2\,\text{cm}$; $B = 0{,}6\,\text{T}$; $I = 5\,\text{A}$	M
$l = 6\,\text{cm}$; $\varphi = 30^\circ$	

Auf stromführende Leiter werden im Magnetfeld Kräfte ausgeübt. Wenn Sie die Kräfte auf die einzelnen Leiterstücke unserer Schleife kennen, werden Sie auch die resultierenden Kräfte und das Moment angeben können. Geben Sie die Kräfte auf die einzelnen Teile an.

107.

Gegeben:	*Gesucht:*
$v = 5{,}0 \cdot 10^7\,\text{m s}^{-1}$; $B = 0{,}25\,\text{mT}$	Elektronenbahnradius r

Auf eine bewegte Ladung wird im Magnetfeld eine Kraft ausgeübt, die Sie berechnen können. Für die Bestimmung der Bahn müssen Sie die Kraftrichtung beachten.

110. *Skizze:* Bild 17, S. 38

Gegeben:	*Gesucht:*
$B = 65\,\text{mT}$; $U = 1050\,\text{V}$; $s = 40\,\text{mm}$	1. $\dfrac{e}{m}$; 2. $\dfrac{m}{m_e}$
$r = 520\,\text{mm}$; $\alpha = 5{,}5^\circ$; $d = 4\,\text{mm}$	

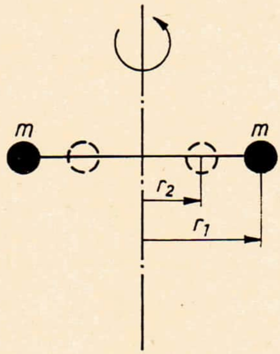
In dieser komplexen Aufgabe haben Sie sowohl die elektrische Querablenkung (wie in den Aufgaben 99 und 100) als auch die magnetische Teilchenablenkung (Aufgaben 107 bis 109) zu berücksichtigen. Schreiben Sie zunächst die Gleichungen für die beiden Ablenkungen getrennt hin, und prüfen Sie dann, welche Größen eliminiert werden müssen.

119.

Gegeben:		*Gesucht:*
$m = 900\,\text{kg}$	$\eta_K = 80\,\%$	1. P
$t = 10\,\text{s}$	$\eta_M = 85\,\%$	2. I
$h = 4{,}5\,\text{m}$	$\cos\varphi = 0{,}83$	
$U = 380\,\text{V}$		
zu 3.:		
$P_3 = 1{,}1\,\text{kW}$	$\cos\varphi_3 = 0{,}76$	3. t_3 und I_3
$U_3 = 220\,\text{V}$	$\eta_{M3} = 68\,\%$	

Beachten Sie: Motorleistung ist jeweils die an der Welle des Motors abgegebene mechanische Leistung.

120. *Skizze:* Bild 37



Gegeben:	*Gesucht:*
$m = 15\,\mathrm{kg}$	1. W_{rot}
$r_1 = 1\,\mathrm{m}$	2. $\omega_2 = x\omega_1$
$t = 10\,\mathrm{s}$	3. ΔW
$\omega_1 = 0{,}8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$	4. P_{el}
$r_2 = 0{,}5 r_1$	
$\eta = 0{,}45$	

zu 1.: Bei der Berechnung der Massenträgheitsmomente dürfen die Körper als punktförmig angesehen werden.

zu 2.: Es wirkt kein äußeres Drehmoment. Somit gilt der Drehimpulserhaltungssatz.

zu 3.: Die zu verrichtende Arbeit ist gleich der Energieänderung.

121. *Gegeben:*

Gegeben:		*Gesucht:*
$l = 2\,\mathrm{m}$	Tabellenwerte:	σ
$t_1 = 20\,°\mathrm{C}$	$E = 206\,\mathrm{GPa}$	
$t_2 = 0\,°\mathrm{C}$	$\alpha = 14 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K^{-1}}$	

Sie können sich das Erreichen des Endzustandes so vorstellen, daß sich der Stab durch die Temperaturänderung zunächst zusammenzieht und dann bei konstanter Temperatur wieder auf die ursprüngliche Länge gespannt wird.

122. *Gegeben:*

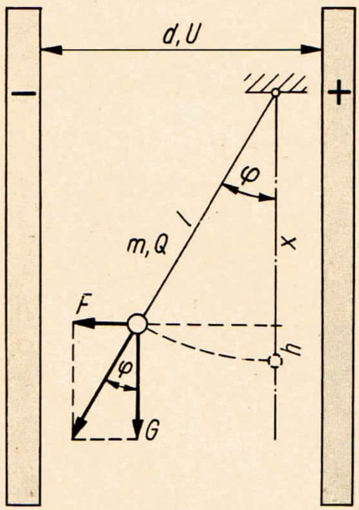
Gegeben:		*Gesucht:*
$t = 12\,\mathrm{min}$	Tabellenwerte:	P_{el}
$V = 2\,\mathrm{l}$	$c_W = 4{,}18\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$	
$\eta = 35\,\%$	$\varrho = 1{,}0\,\mathrm{kg\,dm^{-3}}$	
$\vartheta_1 = 20\,°\mathrm{C}$		
$\vartheta_2 = 100\,°\mathrm{C}$		
$U = 220\,\mathrm{V}$		

128. *Gegeben:*

$A = 2{,}5\ \text{mm}^2$	Tabellenwerte:	*Gesucht:*
$I = 20\ \text{A}$	$\varrho = 8{,}92\ \text{kg dm}^{-3}$	1. Δl
$U = 1{,}5\ \text{V}$	$\alpha = 19 \cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$	2. W_{el}
$t = 1\ \text{min}$	$c = 0{,}285\ \text{kJ kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}$	3. $\frac{\Delta l}{l}$
	$\varrho_{el} = 0{,}0178\ \Omega\ \text{mm}^2\ \text{m}^{-1}$	

In der sehr kleinen Zeit erfolgt kein Wärmeaustausch mit der Umgebung.

130. *Skizze:* Bild 38



Gegeben:

$l = 15\ \text{cm}$

$m = 1\ \text{g}$

$\varphi = 30°$

$U = 1\ \text{kV}$

$d = 10\ \text{cm}$

Gesucht:

1. F
2. Q
3. W_{mech}

4. Lösungsschritte P2

1. Wählen Sie unter den Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung jeweils diejenige aus, die nur gegebene und eine der gesuchten Größen enthält:

1. $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$

2. $v = v_0 + at$

5. Es gelten die Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung, wenn wir ersetzen: s durch φ; v durch ω; v_0 durch ω_0 und a durch α:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \tag{1}$$

$$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} \tag{2}$$

Weiter gilt

$$\omega = 2\pi n \tag{3}$$

Der Zusammenhang zwischen Winkel und Zahl der Umdrehungen lautet

$$\varphi = 2\pi z \tag{4}$$

Aus den Gleichungen (1)$\cdots$(4) folgen die allgemeinen Ergebnisse für die Zeit t sowie für die Zahl der Umdrehungen z.
Beachten Sie: Beim Rechnen mit Einheiten wird erforderlichenfalls rad = 1 gesetzt.

7. Aus der Definitionsgleichung für die Beschleunigung folgt $\mathrm{d}v = a\,\mathrm{d}t$ und nach Integration $v(t)$. Die Integrationskonstante v_0 ist die zum Beginn der Beobachtung bereits vorhandene Anfangsgeschwindigkeit.
Aus der Definitionsgleichung für die Geschwindigkeit folgt $\mathrm{d}s = v\,\mathrm{d}t$. Nach Einsetzen des errechneten $v(t)$ und Integration folgt $s(t)$ mit dem zum Beginn der Beobachtung bereits zurückgelegten Weg s_0 als Integrationskonstante.
Beachten Sie: Die unter 2. und 3. gesuchten Größen beschreiben eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, die unter 4. gesuchten dagegen eine ungleichmäßig beschleunigte.

8. *Beachten Sie:* Hier folgen *zwei* Bewegungen aufeinander. Der gesuchte Gesamtweg s setzt sich aus s_1 (gleichförmige Bewegung) und s_2 (gleichmäßig verzögerte Bewegung) zusammen.

10. *1. Lösungsweg:*

$$t = t_1 + t_2 + t_3 - t';$$

$t' = t_1' + t_3'$ ist die Zeit für das Durchfahren des Weges $(s_1 + s_3)$ mit der Geschwindigkeit v. Berechnen Sie die Zeiten einzeln (in Buchstaben!) und fassen Sie dann zusammen. t_1 und t_2 sind gegeben. t_3 folgt aus der Gleichung

$$s_3 = (v_{03} + v_3)\, t_3/2.$$

t_1' folgt aus der Überlegung:

$$s_1 = (v_{01} + v_1)\, t_1/2$$

ist gleich dem mit konstanter Geschwindigkeit v_{01} zurückgelegten Weg $s_1' = v_{01} t_1'$ (gleichförmige Bewegung). t_3' folgt aus $s_3' = v_3 t_3' = s_3$.

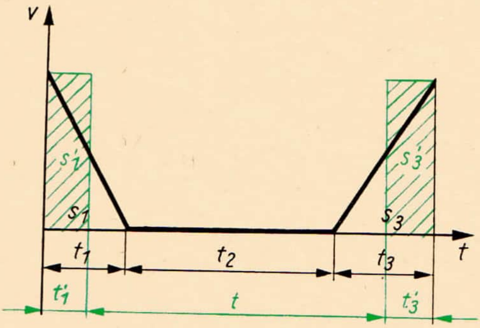


Bild 39

2. Lösungsweg:

Sie können zur Lösung dieser Aufgabe auch durch geometrisch-physikalische Überlegungen gelangen. Das Bild 39 zeigt grün schraffiert die den Wegen s_1 und s_3 jeweils gleichen Wege s_1' und s_3', die ohne Halt mit konstanter Geschwindigkeit v zurückgelegt worden wären. Die Zeiten t_1' und t_3' wären erforderlich gewesen, um die Wege $s_1' = s_1$ und $s_3' = s_3$ zurückzulegen. Die restliche im Diagramm erkennbare Zeit t ist die durch Bremsen, Anhalten und Anfahren mehr aufgewandte Zeit, die Verspätung des Zuges. Der Ansatz der Gleichung für die Verspätung t läßt sich jetzt aus dem Diagramm entnehmen.

11. 1. Zweckmäßig legen Sie die Richtung nach oben positiv fest. Dann erhalten Sie aus den Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung die für den senkrechten Wurf gültigen Gleichungen, wenn Sie s durch h und a durch $-g$ ersetzen:

$$v = v_0 - gt \qquad (1) \qquad\qquad h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

$$h = \frac{v_0 + v}{2}\, t \qquad (3) \qquad\qquad h = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} \qquad (4)$$

13. Für Körper *1* gilt $h_1 = \frac{g}{2} t_1^2$; für Körper *2* $h_2 = v_{02} t_2 + \frac{g}{2} t_2^2$. Am Treffpunkt ist $h_1 = h_2 = h$; weiter ist $t_2 = t_1 - \Delta t$.

16. 1. Der Wurf dauert bis zum Auftreffen auf dem Erdboden. Die dazu erforderliche Zeit läßt sich, da die beiden Bewegungen voneinander unabhängig sind, aus den Gleichungen für den freien Fall berechnen.

2. In horizontaler Richtung ist die Bewegung gleichförmig. Folglich gilt für die Wurfweite $s_1 = vt$ mit der unter 1. berechneten Zeit.

3. Die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ muß als Vektor mit Betrag und Richtung berechnet werden. Sie setzt sich aus den Komponenten $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ zusammen.

18. Zur Lösung führt Gleichung $s = (v^2 - v_0^2)/2a$, die sowohl für Bewegung *1* als auch für Bewegung *2* gilt.

21. *1. Lösungsweg* (Standpunkt des Außenstehenden):

1. Die Kraft $F_{11}(F_{12})$ setzt sich aus der Gegenkraft G' zur Gewichtskraft des Körpers und der beschleunigenden Kraft F_B zusammen (der Körper muß getragen und dazu noch beschleunigt werden). Die Kräfte sind einzeln zu berechnen. Ihre Richtungen entnimmt man aus Bild 40.1. Es gelten die Gleichungen

$$F = ma \tag{1}$$

und

$$G = mg \tag{2}$$

2. Die Gewichtskraft G wird durch die Gegenkraft G', die von der Unterlage ausgeübt wird, aufgehoben. Die gesuchte Kraft ist die beschleunigende Kraft F_B allein.

3. Die erforderliche Kraft muß die Reibungskraft überwinden (F_R' = Gegenkraft zur Reibungskraft) und dazu noch den Körper beschleunigen (F_B). Die Gewichtskraft des Körpers spielt wie bei 2. keine Rolle, geht jedoch über die Gleichung für die Reibungskraft in die Rechnung ein.

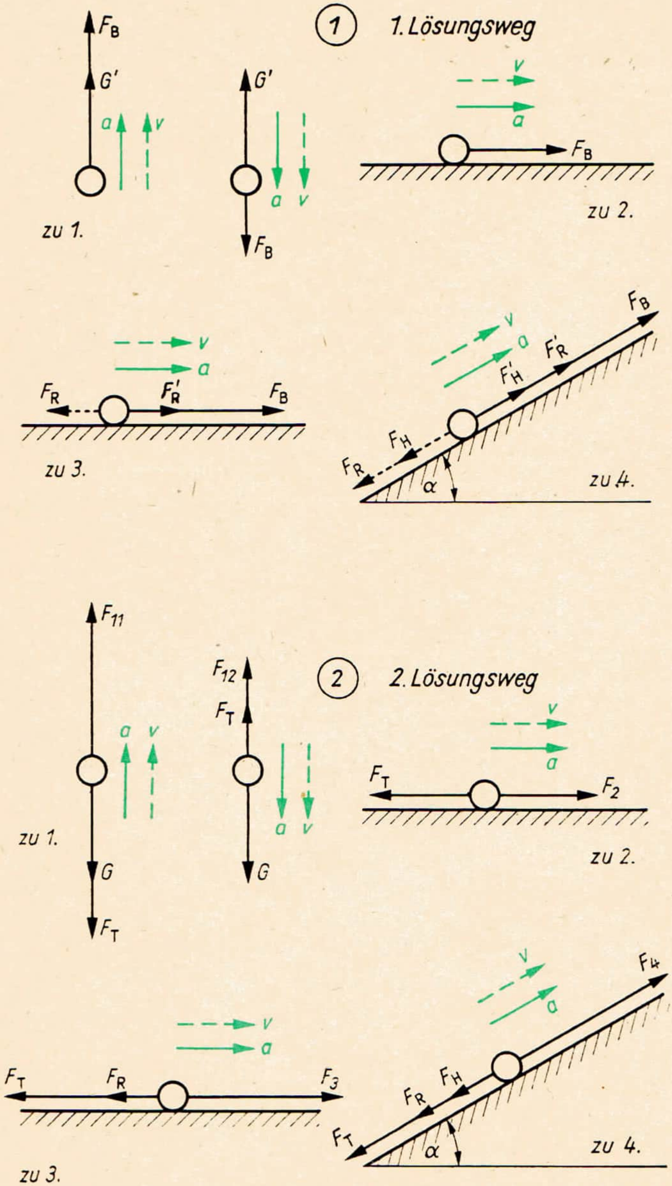
$$F_R = \mu F_N \tag{3}$$

Es ist

$$F_N = G \tag{4}$$

4. An die Stelle der Gegenkraft zur Gewichtskraft in 1. tritt hier die Gegenkraft zur Hangabtriebskraft (F_H; Komponente der Gewichtskraft). Weitere Überlegungen wie bei 3., jedoch mit

$$F_N = G \cos \alpha \tag{4'}$$



1
1. Lösungsweg
F_B
G'
a
v
zu 1.
zu 2.
F_R
F_R'
F_H
F_H'
zu 3.
zu 4.
α
2
2. Lösungsweg
F_{11}
F_{12}
F_T
G
F_2
F_3
F_4

Bild 40

2. Lösungsweg (nach D'ALEMBERT):

Nach der d'Alembertschen Methode werden alle am Körper angreifenden Kräfte wie die insgesamt erforderliche Kraft F, die Gewichtskraft G oder die Hangabtriebskraft F_H, die Reibungskraft F_R *und die Trägheitskraft* F_T aufgetragen (Bild 40.2). Dabei ist die Richtung der Trägheitskraft der gegebenen (oder angenommenen) Beschleunigungsrichtung entgegengesetzt. Dann darf man die statische Gleichgewichtsbedingung $\sum F = 0$ auch auf den dynamischen Fall anwenden. Bei 2.···4. ist wie im 1. Lösungsweg zu beachten, daß die Gewichtskraft bzw. die Normalkraft als Komponente der Gewichtskraft jeweils kompensiert wird durch die entsprechende Gegenkraft der Unterlage.

22. 1. Die beschleunigende Kraft F wirkt auf den Aufzug nach unten. Diese Richtung betrachten wir als positive Richtung. Die Kraft ist $F = G_2 + G_3 - G_1 = G_3$. (Wegen $m_1 = m_2$ ist $G_1 = G_2$.) Weiter gilt für die beschleunigende Kraft $F = ma$. Darin ist m die Summe der Massen aller Körper, die beschleunigt werden.

2. Die gesuchte Antriebskraft F_Z greift am Aufzug nach oben an. Jetzt nehmen wir diese Richtung als positive Richtung. Die weiteren Überlegungen sind ähnlich wie bei 1.

25. Die gesuchte Seilkraft ist Resultierende zweier Kräfte.

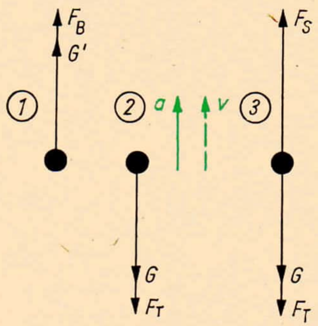


Bild 41

1. Lösungsweg (Standpunkt des Außenstehenden):

Nach Bild 41.1 ist die vom Seil auf den Körper zu übertragende Kraft F_S Summe von Gegenkraft G' zur Gewichtskraft und beschleunigender Kraft F_B.

2. Lösungsweg (Standpunkt des Mitbewegten):

Nach Bild 41.2 ist die Kraft F_S, die das Seil belastet, Summe von Gewichtskraft G und Trägheitskraft F_T.

3. Lösungsweg (nach D' ALEMBERT):

Am Körper greifen drei Kräfte an, die im Gleichgewicht sind: die Seilkraft F_S, die Gewichtskraft G und die Trägheitskraft F_T (Bild 41.3).

28. Die resultierende Kraft F bestimmt die Richtung des Seiles (Bild 42) und damit den gesuchten Winkel α. Von den beiden Bildern (erster bzw. zweiter Standpunkt des Beobachters, vgl. Aufgabe 25) wählen Sie eins aus. Dann bestimmen Sie tan α.

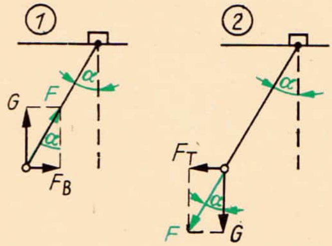


Bild 42

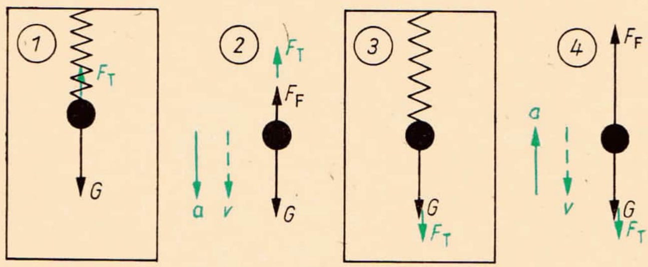


Bild 43

29. Die Beschleunigung des Aufzugs ist bei 1. nach unten und bei 3. nach oben gerichtet. Sie ist bei 2. Null und bei 4. gleich der Fallbeschleunigung.

1. Lösungsweg (Standpunkt des Mitbewegten):

Im beschleunigt bewegten Bezugssystem (Aufzug) wirken auf den Körper Gewichtskraft G und Trägheitskraft F_T, letztere der Beschleunigung des Systems entgegengerichtet. Die algebraische Summe dieser Kräfte belastet die Feder (Bilder 43.1 und 3).

2. Lösungsweg (nach D' ALEMBERT):

Am Körper greifen die Federkraft F_F, die Gewichtskraft G und die Trägheitskraft F_T an. Für diese Kräfte gilt die Gleichgewichtsbedingung $\sum F = 0$ (Bilder 43.2 und 4).

32. 1. In der Grundgleichung der Dynamik

$$F = ma \tag{1}$$

ist m die Summe der Massen aller Körper, die beschleunigt werden.

2. Für die kinetische Energie gilt

$$W_k = \frac{1}{2} mv^2 \tag{2}$$

mit

$$v = at \tag{3}$$

3. Die Haftreibungskraft

$$F_R = \mu_0 mg \tag{4}$$

ist gleich der unter 1. errechneten Antriebskraft. Aus diesem Ansatz errechnen Sie mit der Gewichtskraft der Lokomotive allein die Haftreibungszahl und vergleichen diese mit dem Tabellenwert Stahl/Stahl.

34. Die Energiebilanz lautet $W_1 = W_2 + W_R$. Mit $W_2 = 0$ wird $W_{k1} = W_R$. Die Normalkraft ist bei horizontaler Strecke gleich der Gewichtskraft. Mit den Gleichungen

$$W_{k1} = \frac{1}{2} mv^2 \tag{1}$$

und

$$W_R = \mu mgs \tag{2}$$

errechnen Sie den gesuchten Weg s.

37. 1. Die Arbeit ist gleich der in der gespannten Feder gespeicherten Energie:

$$W = \frac{1}{2} k\, \Delta s^2 \tag{1}$$

2. Verwenden Sie die Gleichung

$$W = \int F_s \, \mathrm{d}s \tag{2}$$

und beachten Sie das Hookesche Gesetz. Für den Betrag der Federkraft gilt

$$F_F = ks = F_s \tag{3}$$

3. Aus dem Energiesatz der Mechanik folgt

$$\frac{1}{2} ks^2 = \frac{1}{2} mv^2 \tag{4}$$

38. 1. Aus dem Ansatz nach D'ALEMBERT (Bild 44) folgt

$$F_S = G_K - F_T = m_K(g - a) \tag{1}$$

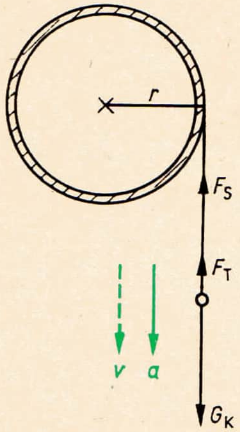


Bild 44

Mit der Gegenkraft zu dieser Seilkraft als der das Rad antreibenden Kraft folgt das Antriebsmoment

$$M = F_S r \tag{2}$$

Weiter gilt die Grundgleichung der Rotation

$$M = J\alpha \tag{3}$$

Das Massenträgheitsmoment für den Hohlzylinder geringer Wanddicke ist, wenn Sie beachten, daß alle Massenelemente dm den gleichen Abstand r von der Drehachse haben und ihre Summe gleich der Zylindermasse m_Z ist,

$$J = m_Z r^2 \tag{4}$$

Aus den angeführten Gleichungen erhalten Sie die Winkelbeschleunigung α.

2. Wegen $a = r\alpha$ ist

$$a = \frac{1}{2} d\alpha \tag{5}$$

3. Nach dem Energiesatz der Mechanik ist die Summe von Rotationsenergie des Zylinders und kinetischer Energie des Körpers gleich der potentiellen Energie des Körpers vor dem Herabsinken. Aus diesem Ansatz erhalten Sie die Drehzahl n, wenn Sie noch die Gleichung (4) beachten sowie

$$\omega = 2\pi f \tag{6}$$

4. Aus $\alpha = \frac{2m_K g}{(m_Z + m_K)\,d}$ erhalten Sie nach Division durch die Masse des Körpers m_K

$$\alpha = \frac{2g}{\left(\frac{m_Z}{m_K} + 1\right) d}$$

In diese Gleichung setzen Sie die gegebenen Werte außer m_K ein.

40. *1. Lösungsweg:* Die gesuchte Geschwindigkeit ist die Geschwindigkeit des Schwerpunktes der Kugel. Während der Bewegung hat die Kugel neben Translationsenergie noch Rotationsenergie. Nach dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie ist

$$W_{p1} = W_{k2} = W_{\mathrm{trans}\,2} + W_{\mathrm{rot}\,2} \tag{1}$$

Weiter gelten die Gleichungen

$$W_{p1} = mgh \tag{2}$$

$$W_{\mathrm{trans}\,2} = \frac{1}{2} m v_2^2 \tag{3}$$

$$W_{\mathrm{rot}\,2} = \frac{1}{2} J \omega_2^2 \tag{4}$$

Aus den Gleichungen (1)···(4) folgt

$$mgh = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} J \omega_2^2 \tag{5}$$

Winkelgeschwindigkeit ω und Umfangsgeschwindigkeit v sind verknüpft durch die Gleichung

$$v_2 = \omega_2 r \tag{6}$$

Das Massenträgheitsmoment einer Kugel um eine Schwerpunktsachse ist

$$J = \frac{2}{5} m r^2 \tag{7}$$

Aus den Gleichungen (5)···(7) folgt das allgemeine Ergebnis für die Endgeschwindigkeit v_2.

2. Lösungsweg: Für eine infinitesimal kleine Zeit dt rotiert die Kugel um den Punkt A auf der geneigten Ebene (Bild 45). Bei dieser Betrachtung gibt es keine Translation. Es gilt

$$W_{p1} = W_{\mathrm{rot}\,2} = \frac{J_A}{2} \omega_2^2$$

mit dem Massenträgheitsmoment nach dem Steinerschen Satz:

$$J_A = J_S + ms^2;\ s = r;\ \text{daraus}\ J_A = \frac{7}{5} mr^2.$$

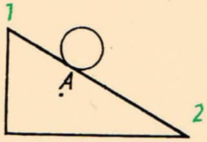


Bild 45

43. 1. Die Fliehkraft ist dem Betrage nach gleich der Radialkraft $F_r = mv^2/r$. Über den Einfluß von G vgl. P 2 zu Aufg. 21.2.

2. Die Haftreibungskraft F_R muß mindestens gleich der Fliehkraft F_Z sein: $F_R \geqq F_Z$. Für die Haftreibungskraft gilt $F_R = \mu F_N$ mit $F_N = G$ (bei horizontaler Ebene).

3. (Bild 46) Die resultierende Kraft aus Fliehkraft und Gewichtskraft muß senkrecht durch die Fahrbahn gehen wie bei Geradeausfahrt die Gewichtskraft. Daraus folgt der Ansatz für tan α.

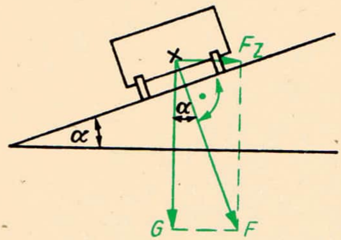


Bild 46

45. 1. Der Körper bleibt im Punkt *2* auf seiner Bahn, wenn die Zentrifugalkraft F_{Z2} mindestens gleich der Gewichtskraft G des Körpers ist (Bild 47). Aus

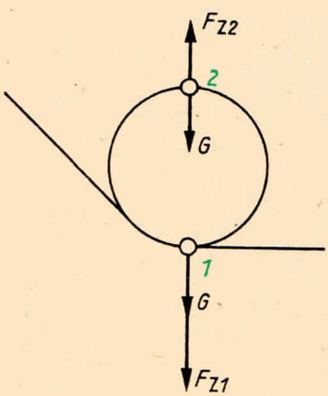


Bild 47

diesem Ansatz folgt die Mindestgeschwindigkeit v_2. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt dann die Höhe h.

2. Im Punkt *1* wirken Fliehkraft und Gewichtskraft in gleicher Richtung, im Punkt *2* entgegengesetzt. Die Geschwindigkeit v_1 folgt aus dem Energieerhaltungssatz.

3. Ansatz wie bei 2., jedoch mit der Geschwindigkeit v_2, die unter 1. berechnet wurde.

48. Aus den Gleichungen für die Sinusschwingung folgen mit den für diese Aufgabe gegebenen Anfangsbedingungen (Bild 32, S. 47)

$$y = y_{\max} \cos \omega t$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -\omega y_{\max} \sin \omega t$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 y_{\max} \cos \omega t$$

1. Aus diesen Gleichungen folgen die gesuchten Maximalwerte jeweils für $\cos \omega t = 1$ bzw. $\sin \omega t = 1$. Dabei interessiert nur der Betrag.

2. Die Gesamtenergie des schwingenden Körpers ist gleich der kinetischen Energie beim Durchgang durch die Nullage. Dort ist die potentielle Energie Null und die kinetische ein Maximum.

3. Zweckmäßig skizzieren Sie zunächst den Bewegungsablauf im y,t-Diagramm (Bild 48). Die Elongationen finden Sie jetzt leicht. Für $t_3 = 5{,}1$ min überlegen Sie zunächst, wieviel Perioden bereits abgelaufen sind: Für $T = 10$ s ergeben sich 6 Perioden je Minute. 30 Perioden sind abgelaufen. Skizzieren Sie nun die 31. Periode, die wie die erste abläuft, so erkennen Sie, daß y_2 und y_3 gleich sind.

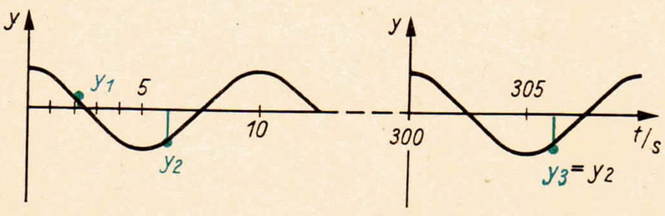


Bild 48

49. 1. Gehen Sie von der Gleichgewichtsbedingung für den schwimmenden Körper aus: $G_K = F_A$. Weiter gilt $F_A = G_F$.

2. Stellen Sie die Gleichung für die resultierende Kraft F als Funktion der zusätzlichen Eintauchtiefe y auf. Es gilt

$F = F_A - G = 0$ für die Eintauchtiefe h und

$F = F_A' - G = \Delta F_A > 0$ für die Eintauchtiefe $h' = h + y$

ΔF_A ist der durch die zusätzlich verdrängte Flüssigkeit verursachte zusätzliche Auftrieb.

3. In die Gleichung $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ setzen Sie $m = \varrho_K AH$ und k aus 2. ein.

51. δl ist der Unterschied der einzelnen Längendehnungen, die bei der Temperaturdifferenz 30 K auftreten:

$$\delta l = \Delta l_2 - \Delta l_1 \tag{1}$$

$$\Delta l_1 = \alpha_1 l_0 \, \Delta t \tag{2}$$

$$\Delta l_2 = \alpha_2 l_0 \, \Delta t \tag{3}$$

$$\tan \varphi = \frac{\delta l}{h} \tag{4}$$

Aus diesen 4 Gleichungen können Sie die gesuchte Größe bestimmen.

52. Für die Volumendehnung gilt

$$V = V_0(1 + \gamma t) \tag{1}$$

Hierin ist V_0 das Volumen bei 0 °C. Entsprechend sind A_0 und h_0 Querschnitt und Höhe bei 0 °C. Es gelten

$$V = Ah \tag{2}$$

$$V_0 = A_0 h_0 \tag{3}$$

Nun hängt der Querschnitt ebenfalls von der Temperatur ab:

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4}(d_0 + \Delta d)^2 = \frac{\pi}{4}(d_0 + \alpha \, d_0 t)^2$$

$$= \frac{\pi}{4} d_0^2 (1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2)$$

Hierin können Sie das quadratische Glied vernachlässigen und erhalten:

$$A = A_0(1 + 2\alpha t) \tag{4}$$

Aus der Antwort für die erste Frage können Sie die Antwort auf die zweite ablesen.

56. Es ist

$$Q_{ab} = Q_{zu} \tag{1}$$

Es gilt jeweils $Q = cm\,\Delta t$. Überlegen Sie, welche Temperaturdifferenzen die beiden Flüssigkeiten durchlaufen. Dann gelten

$$Q_{ab} = c_1 m_1 (t_1 - t_m) \tag{2}$$

$$Q_{zu} = c_W m_2 (t_m - t_2) \tag{3}$$

60. $$Q = cm\,\Delta t \tag{1}$$

$$m = \varrho \frac{\pi d^2}{4} h \tag{2}$$

$$\Delta h = \alpha h\,\Delta t \tag{3}$$

61. Stellen Sie zunächst nur die allgemeinen Beziehungen zusammen:

Temperaturbereich	Aggregatzustand	Zugeführte Wärmemenge	Benötigte Zeit
1. $\vartheta_1 \cdots \vartheta_2$	Eis	$Q_1 = c_E m(\vartheta_2 - \vartheta_1)$	$\Delta t_1 = \frac{Q_1}{P}$
2. ϑ_2	Eis → Wasser	$Q_2 = qm$	$\Delta t_2 = \frac{Q_2}{P}$
3. $\vartheta_2 \cdots \vartheta_3$	Wasser	$Q_3 = c_W m(\vartheta_3 - \vartheta_2)$	$\Delta t_3 = \frac{Q_3}{P}$
4. ϑ_3	Wasser → Dampf	$Q_4 = rm$	$\Delta t_4 = \frac{Q_4}{P}$
5. $\vartheta_3 \cdots \vartheta_4$	Dampf	$Q_5 = c_D m(\vartheta_4 - \vartheta_3)$	$\Delta t_5 = \frac{Q_5}{P}$

Errechnen Sie nun die speziellen Werte, die Sie dann im Diagramm darstellen können.

63. Bei der höheren Temperatur T_2 befindet sich eine kleinere Masse des Gases m_2 im Gefäß.

$$\Delta m = m_1 - m_2 \tag{1}$$

Aus der Zustandsgleichung für das ideale Gas $pV = \frac{m}{M} RT$ folgen

$$m_1 = \frac{MpV}{RT_1} \tag{2}$$

$$m_2 = \frac{MpV}{RT_2} \tag{3}$$

Beachten Sie: Die relative Molekülmasse für CO_2 ist $M_r = 12 + 2 \cdot 16 = 44$, die molare Masse $M = 44$ kg kmol^{-1}. Es ist 1 l = 1 dm^3.

Hinweis:

Nach Einführung der Stoffmenge n als Basisgröße und ihrer Einheit Mol als Basiseinheit existieren während einer Übergangszeit alte und neue Verfahrensweise nebeneinander. Wir fügen deshalb in dieser Aufgabe die nun überholte Rechenweise mit einigen Bemerkungen an, die sinngemäß auch für entsprechende Rechnungen in anderen Aufgaben gelten:
Statt der oben genannten Zustandsgleichung verwendete man

$$pV = mR^*T$$

mit der Gaskonstante $R^* = 8314 \frac{\text{J}}{M_r \text{ kg K}}$

M_r ist die relative Molekülmasse, eine reine Verhältniszahl ohne Einheit, die Sie nicht mit der molaren Masse M verwechseln dürfen. (Früher wurde der Index r bei M_r nicht geschrieben, was leicht zu Verwechslungen Anlaß gab.) Es gilt

$$M = \frac{m}{n} = M_r \text{ kg kmol}^{-1}$$

Beispiel für Sauerstoffgas ($M_r = 32$):

$$M = 32 \text{ kg kmol}^{-1}$$

Rechnen Sie also mit der Gleichung $pV = mR^*T$, so ändern sich in unserer Aufgabe die Gleichungen (2) und (3):

$$m_1 = \frac{pV}{R^*T_1} \qquad m_2 = \frac{pV}{R^*T_2}$$

Von der alten zur neuen Rechenweise gelangen Sie also durch die folgende formale Umformung:

alt	*neu*
$mR^* =$	$nR = \frac{m}{M} R$

67. Errechnen Sie zunächst den Wärmedurchgangskoeffizienten

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} \tag{1}$$

Somit ist auch der auf die Fläche bezogene Wärmestrom bekannt:

$$\frac{Q}{tA} = k(\vartheta_i - \vartheta_a) \tag{2}$$

An beiden Übergängen besteht dieselbe „Wärmestromdichte"

$$\frac{Q}{tA} = \alpha_i(\vartheta_i - \vartheta_i') \tag{3}$$

$$\frac{Q}{tA} = \alpha_a(\vartheta_a' - \vartheta_a) \tag{4}$$

71. In der Gleichung

$$p_1V_1 = p_2V_2 \tag{1}$$

ist V_1 das Volumen, das die noch nicht komprimierte Luftmenge einnimmt. Für die mechanische Arbeit gilt

$$W_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{2}$$

Weiter gilt die Zustandsgleichung

$$p_2V_2 = \frac{m}{M} RT \tag{3}$$

Zur Beantwortung der Frage 3. müssen Sie beachten, daß die innere Energie konstant bleibt, weil sich die Temperatur nicht ändert. Die Wärmeenergie Q ist gleich der verrichteten Kompressionsarbeit W.

72. 1. Die Gasmenge vom Anfangsdruck p_0 wird auf das Volumen ΔV zusammengepreßt. Sie setzen also für die beiden Gasmengen die Isentropengleichung $pV^\varkappa =$ konst an:

$$p_1V^\varkappa = p_2(2V - \Delta V)^\varkappa \tag{1}$$

$$p_0V^x = p_2\,\Delta V^x \tag{2}$$

2. Neben verschiedenen anderen Möglichkeiten wählen Sie hier einen Ansatz über die Erhaltung der Gesamtmasse und die Zustandsgleichung

$$m = m_1 + m_0 \tag{3}$$

$$p_1V = \frac{m_1}{M} RT_1 \tag{4}$$

$$p_0V = \frac{m_0}{M} RT \tag{5}$$

$$p_3 \cdot 2V = \frac{m}{M} RT \tag{6}$$

79. $\eta_{th} = \frac{W_{mech}}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ (1)

$W_{mech} = P_{mech} t$ (2)

$Q_1 = P_W t$ (3)

81. Es gelten folgende Gleichungen:

$U = RI$ (1)

$R = \varrho \frac{l}{A}$ (2)

$P_{el} = UI$ (3)

$A = \frac{\pi d^2}{4}$ (4)

82. Spannung am Verbraucher, $U_V = U(1 - p)$ (1)

Stromstärke

$I = \frac{P_V}{U_V}$ (2)

Spannungsabfall über dem Kabel

Sollwert $\Delta U \leq pU$ (3)

Maximaler Istwert $\Delta U = R_L I$ (4)

Maximaler Widerstand des Kabels

$R_{Lmax} = \frac{\varrho_{Cu} \cdot 2s}{A_{min}}$ (5)

84. $U_{k1} = U_0 - I_1 R_i$ (1)

$U_{k2} = U_0 - I_2 R_i$ (2)

Diese zwei unabhängigen Gleichungen enthalten die beiden zu berechnenden Größen, womit der Ansatz mathematisch vollständig ist.

87. Sie versehen den Ersatzwiderstand der beiden Einzelwiderstände R_1 und R_2 mit dem Symbol R_{12}. Sinngemäß ist R_{345} das Symbol des Ersatzwiderstandes des 3., 4. und 5. Einzelwiderstandes:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad R_{345} = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)^{-1}$$

Es bestehen nun verschiedene Möglichkeiten, wie Sie weiter vorankommen können. Rechnen Sie hier über die Spannungsabfälle U_1 und U_3:

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{IR_{12}}{IR_{345}} = \frac{R_{12}}{R_{345}} \tag{1}$$

$$U = U_1 + U_3 \tag{2}$$

Die Spannung U_{AC} liegt jeweils über den Widerständen R_1 und R_2, die Spannung U_{CB} über R_3, R_4 und R_5. Sie können also für jeden einzelnen Widerstand die zugehörige Stromstärke nach der Gleichung $I = U/R$ errechnen.

92. $Q_0 = C_0 U_0$; $W_0 = \frac{C_0}{2} U_0^2$; $d_1 = d_2 = 2d_0$; $C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_0}$

Die konstant bleibenden Größen sind

1. $U_1 = U_0$; 2. $Q_2 = Q_0$

Sie erhalten somit für die beiden Fälle:

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1}; \quad Q_{1,2} = C_1 U_{1,2}; \quad W_{1,2} = \frac{C_1}{2} U_{1,2}^2$$

99. 1. Im 1. Wegabschnitt tritt eine Beschleunigung in x-Richtung ein. Sie haben die gleichen Verhältnisse wie in der Aufgabe 98 und können das Ergebnis unter der Berücksichtigung von $El = U_b$ übernehmen:

$$v_x = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_b} \tag{1}$$

Diese Geschwindigkeitskomponente bleibt bis zum Schirm konstant. Im 3. Wegabschnitt entsteht durch die Ablenkspannung U_q eine Geschwindigkeitskomponente v_y (Bild 49):

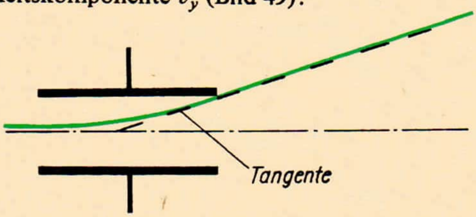


Bild 49

$$v_y = a_y \Delta t \tag{2}$$

$$a_y = \frac{e}{m} \cdot \frac{U_q}{d} \tag{3}$$

$$v_x = \frac{s}{\Delta t} \tag{4}$$

Somit ist die Bahnkurve im Ablenkkondensator eine Parabel wie beim horizontalen Wurf (Aufgabe 16). Am Ende des Kondensators fliegt der Strahl in der letzten Tangentenrichtung weiter, die, nach rückwärts verlängert, in der halben Abszisse die x-Achse schneidet (Parabeleigenschaft). Sie erhalten also

$$v_y : v_x = Y : l \tag{5}$$

2. Setzen Sie die elektrische Kraft $F = e\dfrac{U_q}{d}$ ins Verhältnis zur Gewichtskraft des Elektrons $G = mg$.

102. Da eine zeitlich lineare Flußänderung vorliegt, können Sie im Induktionsgesetz den Differentialquotienten durch den Differenzenquotienten ersetzen:

$$U_{i2} = -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \tag{1}$$

Am Anfang ist der magnetische Fluß Null. Folglich brauchen Sie nur den Fluß anzusetzen, der von der Stromstärke I_1 erzeugt wird. Es gelten die Gleichungen

$$\Delta\Phi = \Phi_1 = B_1 A_2 \tag{2}$$

$$B_1 = \mu_0 H_1 \tag{3}$$

$$H_1 = N_1 \frac{I_1}{l_1} \tag{4}$$

103. In dieser Aufgabe kommen Sie ohne Differentialrechnung nicht zum Ziel. Es ist

$$U_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \tag{1}$$

Sie brauchen die Funktion $\Phi(t)$:

$$\Phi(t) = B_n(t)\, A_2 \tag{2}$$

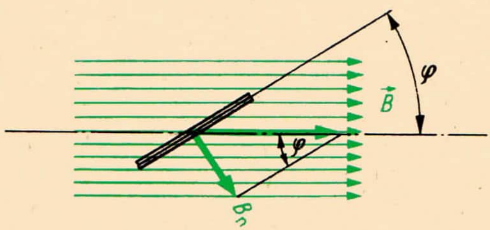


Bild 50

Nach Bild 50 müssen Sie nun die Komponente B_n bilden, die senkrecht auf der Spulenfläche steht:

$$B_n = B_1 \sin \varphi \tag{3}$$

Der Momentanwinkel φ hängt von der Zeit ab:

$$\varphi = \omega t = 2\pi n t \tag{4}$$

Für B_1 gilt wie in Aufgabe 102

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} I_1 \tag{5}$$

Bilden Sie nun $\Phi(t)$, setzen Sie dies in (1) ein und führen Sie die Differentiation aus.

105. Nur die in Bild 51 dargestellten Kräfte F, die an den Leiterstücken der Länge l angreifen, bilden ein Kräftepaar. Die Kräfte, die auf die Leiterstücke der Länge b wirken, liegen in einer Wirkungslinie, die senkrecht zur Zeichenebene steht. Sie heben sich gegenseitig auf und belasten nur die Leiterstücke l auf Druck. Sie erhalten

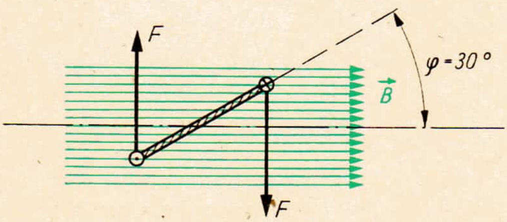


Bild 51

$$F = IlB \tag{1}$$

$$M = Fb \cos \varphi \tag{2}$$

107. In Bild 52 ist der Bahnverlauf im Magnetfeld dargestellt. Weil die ablenkende Kraft, die sogenannte Lorentz-Kraft F, stets senkrecht auf der Geschwindigkeit steht, ergibt sich eine Kreisbahn. Die ablenkende Kraft wirkt als Radialkraft F_r. Bei der Richtungsbestimmung muß die negative Ladung der Elektronen berücksichtigt werden.

$$|F_-| = evB \tag{1}$$

$$|F_r| = \frac{m_e v^2}{r} \tag{2}$$

$$|F_-| = |F_r| \tag{3}$$

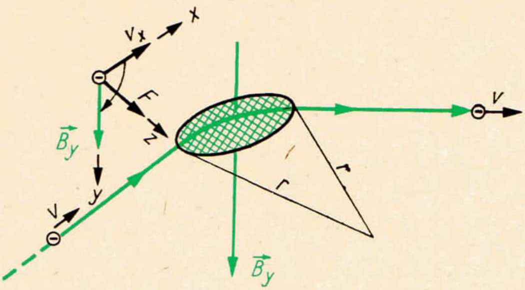


Bild 52

110. Für die magnetische Ablenkung gilt wie in Aufgabe 107:

$$evB = \frac{m}{r} v^2 \tag{1}$$

Die elektrische Ablenkung errechnen Sie wie in Aufgabe 100 nach Bild 53.

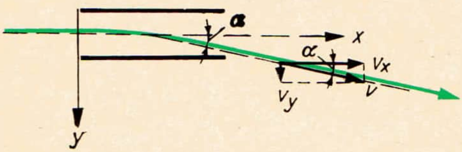


Bild 53

$$v = \frac{s}{\Delta t} \quad (2) \qquad\qquad F = e\frac{U}{d} \quad (5)$$

$$v_y = a_y \Delta t \quad (3) \qquad\qquad \frac{v_y}{v} = \tan\alpha \quad (6)$$

$$F = ma_y \quad (4)$$

Aus diesen 6 Gleichungen eliminieren Sie die 5 nicht gesuchten Größen v, Δt, a_y, v_y und F.

119. 1. $P = \dfrac{W_{zu}}{t}$ (1) $\qquad \eta_K = \dfrac{W_{ab}}{W_{zu}}$ (2)

$W_{ab} = mgh$ (3)

2. $\eta_M = \dfrac{P}{P_{zu}}$ (4) $\qquad P_{zu} = \sqrt{3}\, UI \cos\varphi$ (5)

3. Beim Einsatz des Einphasenmotors gelten die Gleichungen (1)···(3), jedoch mit P_3 und t_3, die Gleichung (4) mit η_{M3}, P_3 und P_{zu3} und anstelle Gleichung (5)

$$P_{zu3} = U_3 I_3 \cos\varphi_3 \tag{6}$$

120. 1. Für jeden der beiden Körper ist

$$W_{rot} = \frac{1}{2} J\omega^2 \quad (1) \qquad \text{und} \qquad J = mr^2 \quad (2)$$

2. $L_2 = L_1$ (3) $\qquad L = J\omega$ (4)

3. $\Delta W = W_{rot2} - W_{rot1}$ (5)

4. $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{el}}$ (6) und $P_{ab} = \frac{\Delta W}{t}$ (7)

121. Längenänderung infolge Temperaturänderung:

$$\Delta l = \alpha l(t_1 - t_2) \quad (1)$$

Elastische Längenänderung:

$$\Delta l = l\frac{\sigma}{E} \quad (2)$$

Die Beträge beider Längenänderungen müssen gleich sein.

122. $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ (1)

Die Nutzleistung ist die in der Zeit t dem Wasser zugeführte Wärmeenergie:

$$P_{ab} = \frac{Q}{t} \quad (2)$$

Weiter gelten

$$Q = c_W m(\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad (3) \qquad \text{und} \qquad \varrho = mV \quad (4)$$

Die aufgewandte Leistung ist die elektrische Leistung:

$$P_{zu} = P_{el} \quad (5)$$

128. 1. Für Längenänderung und für Wärmemenge gelten

$$\Delta l = \alpha l \, \Delta\vartheta \quad (1) \qquad \text{und} \qquad Q = cm \, \Delta\vartheta \quad (2)$$

Weiter ist

$$m = \varrho V = \varrho A l \quad (3)$$

Da kein Wärmeaustausch mit der Umgebung erfolgt, wird die zugeführte elektrische Energie vollständig in Wärmeenergie umgewandelt:

$$Q = W_{el} = Pt \quad (4) \qquad \text{mit} \qquad P = UI \quad (5)$$

2. Die elektrische Energie folgt aus Gleichung (4).

3. $U = RI$ (6) $\qquad R = \frac{\varrho_{el} l}{A}$ (7)

130. 1. Die Kraft ist nach Bild 38, S. 55

$$F = G \tan \varphi, \tag{1}$$

die Gewichtskraft der Kugel

$$G = mg \tag{2}$$

2. Für den Zusammenhang zwischen Kraft und Feldstärke gilt

$$F = QE, \tag{3}$$

für die Feldstärke im Plattenkondensator

$$E = \frac{U}{d} \tag{4}$$

3. Aus der Energieänderung der Kugel ergibt sich die verrichtete mechanische Arbeit. Es ist

$$\Delta W = W_{pot} = mgh \tag{5}$$

und nach Bild 38

$$h = l - x = l(1 - \cos \varphi) \tag{6}$$

5. Ergebnisse E mit Diskussion D

1. 1. $\underline{\underline{s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}}} = \frac{0 - 96^2\,\mathrm{km^2\,h^{-2}}}{2 \cdot (-0{,}5)\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = \frac{96^2\,\mathrm{m^2\,s^2}}{3{,}6^2\,\mathrm{s^2} \cdot 1\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{711\,\mathrm{m}}}$

2. $\underline{\underline{t = \frac{v - v_0}{a}}} = \underline{\underline{53{,}3\,\mathrm{s}}}$

D Aus $s = -v_0^2/2a$ erkennen Sie, daß der Bremsweg dem Quadrat der Anfangsgeschwindigkeit proportional ist. Für halbe Anfangsgeschwindigkeit würde der Bremsweg nur den 4. Teil betragen, die Bremszeit halb so groß sein ($t = -v_0/a$). Die errechneten Werte erscheinen dem Kraftfahrer recht groß. Bedenken Sie jedoch, daß hier eine hohe Geschwindigkeit und eine geringe Beschleunigung gegeben sind. Für die in der Straßenverkehrs-Zulassungsordnung für die Bremsanlage schneller Fahrzeuge vorgeschriebene Beschleunigung $-5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ wären also die Zahlenwerte der Beschleunigung das Zehnfache, die der Bremszeit und des Bremsweges $^1/_{10}$ vom errechneten Wert.

2. 1. $v = \underline{\underline{at}} = \underline{\underline{27\,\mathrm{m\,s^{-1}}}}$; 2. $\underline{\underline{s = \frac{1}{2}at^2}} = 1\,215\,\mathrm{m} = \underline{\underline{1{,}215\,\mathrm{km}}}$

3. 1. $\underline{\underline{s = \frac{v_0 + v}{2}}}\,t = \underline{\underline{90{,}3\,\mathrm{m}}}$ 2. $\underline{\underline{a = \frac{v - v_0}{t}}} = \underline{\underline{1{,}67\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}$

4. 1. $a = \frac{2(vt - s)}{t^2} = \underline{\underline{2\left(\frac{v}{t} - \frac{s}{t^2}\right)}} = \underline{\underline{0{,}155\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}$

D Bei ungleichmäßig beschleunigter Bewegung berechnen Sie die mittlere Beschleunigung, wie Sie bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung die konstante Beschleunigung berechnen. Im v,t-Diagramm ist das Kurvenstück durch eine Gerade ersetzt (Bild 54).

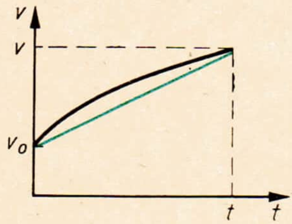


Bild 54

2. $\underline{\underline{v_0 = \frac{2s}{t}}} - v = \underline{\underline{6\,\mathrm{km\,h^{-1}}}}$

D

Zur Kontrolle rechnen Sie die Beschleunigung a mit der soeben errechneten Anfangsgeschwindigkeit v_0 aus:

$$a = \frac{v_0 - v}{t} = 0{,}155\ \mathrm{m\,s^{-1}}\ \text{(wie oben)}$$

5. 1. $\underline{\underline{t = \frac{-2\pi n_0}{\alpha}}} = \frac{-2\pi \cdot 1450\ \mathrm{min^{-1}}}{-3{,}8\ \mathrm{s^{-2}}} = \frac{2\pi \cdot 1450\ \mathrm{s^2}}{3{,}8 \cdot 60\ \mathrm{s}} = \underline{\underline{40\ \mathrm{s}}}$

2. $\underline{\underline{z = \frac{-\pi n_0^2}{\alpha}}} = \frac{-1450^2\ \pi\ \mathrm{min^{-2}}}{-3{,}8\ \mathrm{s^{-2}}} = \frac{1450^2\ \pi\ \mathrm{s^2}}{60^2\ \mathrm{s^2} \cdot 3{,}8} \approx \underline{\underline{483}}$

6. 1. $\underline{\underline{n = \frac{\alpha t}{2\pi} + n_0}} = \underline{\underline{1231\ \mathrm{min^{-1}}}}$; 2. $\underline{\underline{\varphi = 2\pi n_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2}} = \underline{\underline{8150\ \mathrm{rad}}}$

D

Dem überstrichenen Winkel $8150\ \mathrm{rad} = 8150 \cdot 57{,}3^\circ \approx 470000^\circ$ entsprechen $z = 8150 : 2\pi \approx 1300$ Umdrehungen. Zur Probe errechnen wir die Zahl der Umdrehungen aus der mittleren Drehzahl $^1/_2(500 + 1231)\ \mathrm{min^{-1}} \approx 870\ \mathrm{min^{-1}}$:

$$z \approx 870\ \mathrm{min^{-1}} \cdot 1{,}5\ \mathrm{min} \approx 1300$$

7. 1. Bild 55

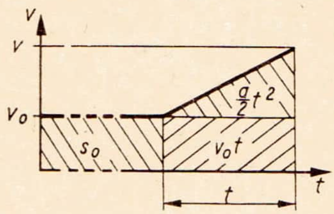


Bild 55

2. $v = \int_0^t a\,\mathrm{d}t = a \int_0^t \mathrm{d}t = \underline{\underline{at + v_0}}$

$$s = \int_0^t v\,\mathrm{d}t = \int_0^t (at + v_0)\,\mathrm{d}t = \underline{\underline{\frac{1}{2} at^2 + v_0 t + s_0}}$$

D

Vergleichen Sie mit Bild 55. Dort sind die drei Weganteile mit unterschiedlicher Schraffur eingetragen.

3. $v = 86{,}4\ \mathrm{km\,h^{-1}} + 36\ \mathrm{km\,h^{-1}} = \underline{\underline{122{,}4\ \mathrm{km\,h^{-1}}}}$

$s = (1{,}44 + 1{,}2 + 10)\ \mathrm{km} = \underline{\underline{12{,}64\ \mathrm{km}}}$

4. $v = \int_0^t (kt + a_0)\,\mathrm{d}t = \underline{\underline{\frac{1}{2}kt^2 + a_0t + v_0}}$

$$s = \int_0^t \left(\frac{1}{2}kt^2 + a_0t + v_0\right)\mathrm{d}t = \underline{\underline{\frac{1}{6}kt^3 + \frac{1}{2}a_0t^2 + v_0t + s_0}}$$

v und s sind jeweils um $^1/_2kt^2$ bzw. um $^1/_6kt^3$ größer, als unter 2. errechnet. $\Delta v = 259\ \mathrm{km\,h^{-1}}$; $\Delta s = 2{,}88$ km; damit folgen

$v = \underline{\underline{382\ \mathrm{km\,h^{-1}}}}$; $\quad s = \underline{\underline{15{,}52\ \mathrm{km}}}$

8. $s = s_1 + s_2 = v_0t_1 + \frac{v_0 + v}{2}t_2 = \underline{\underline{v_0\left(t_1 + \frac{t_2}{2}\right)}}$

$$s = 90\ \mathrm{km\,h^{-1}} \cdot 1{,}25\ \mathrm{min} = \frac{90\ \mathrm{km} \cdot 1{,}25\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{min}} = \underline{\underline{1{,}875\ \mathrm{km}}}$$

D

Ohne zu bremsen würde das Fahrzeug 90 km/60 min = 1,5 km je Minute zurücklegen; d.h. in 1 min 1,5 km, in 1,5 min 2,25 km. Unser Ergebnis liegt richtig zwischen diesen beiden Werten.

9. 1. $s = s_1 + s_2 = v_1t_1 + \frac{v_2^2 - v_{02}^2}{2a_2} = \underline{\underline{vt_1 - \frac{v^2}{2a_2}}}$

$s = 29{,}5\ \mathrm{m} \approx \underline{\underline{30\ \mathrm{m}}}$ (hier ist $a < 0$)

2. Bei gleichförmiger Bewegung während der Reaktionszeit ist $s_1 \sim t$. Der Weg s_1 wird doppelt so lang, der Gesamtweg s um etwa $^1/_3$ länger.
3. Bei doppelter Anfangsgeschwindigkeit werden wegen $s_1 \sim v$ und $s_2 \sim v^2$ die Wege doppelt bzw. viermal so lang, der Gesamtweg etwa $3^1/_3$mal so lang.

10. *1. Lösungsweg:*

$$t_3 = \frac{2s_3}{v}; \qquad t_1' = \frac{vt_1}{2v} = \frac{t_1}{2}; \qquad t_3' = \frac{s_3}{v}$$

$$t = t_1 + t_2 + \frac{2s_3}{v} - \left(\frac{t_1}{2} + \frac{s_3}{v}\right) = \underline{\underline{\frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{s_3}{v}}}$$

$$t = 0{,}6\ \mathrm{min} + 1{,}5\ \mathrm{min} + \frac{0{,}9\ \mathrm{km\,h}}{72\ \mathrm{km}} = \underline{\underline{2{,}85\ \mathrm{min}}}$$

2. Lösungsweg: Da ein Rechteck die halbe Grundlinie eines flächengleichen Dreiecks von gleicher Höhe hat, entnehmen wir dem Diagramm (Bild 39, S. 57):

$$t = \frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{t_3}{2}$$

Es ist $t_3 = 2s_3/v$. Damit wird

$$t = \frac{t_1}{2} + t_2 + \frac{s_3}{v} \quad \text{(wie oben)}$$

D Bei den angegebenen Beschleunigungen haben Bremsvorgang und Anfahren etwa den gleichen Anteil an der Verspätung. Auch wenn das Signal die Fahrt gerade in dem Augenblick frei gibt, da der Zug hält, tritt eine Verspätung ein (1,35 min).

11. 1. Aus Gleichung (4) folgt mit $v = 0$

$$h_{\max} = \underline{\underline{\frac{v_0^2}{2g}}} = \frac{15^2 \mathrm{m}^2 \qquad \mathrm{s}^2}{2\,\mathrm{s}^2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{11{,}5\,\mathrm{m}}}$$

Aus Gleichung (1) folgt mit $v = 0$

$$t_S = \underline{\underline{\frac{v_0}{g}}} = \frac{15\,\mathrm{m} \qquad \mathrm{s}^2}{\mathrm{s} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1{,}53\,\mathrm{s}}}$$

2. $$v_1 = \underline{\underline{v_0 - g t_1}} = 15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \frac{9{,}81\,\mathrm{m} \cdot 1\,\mathrm{s}}{\mathrm{s}^2} = \underline{\underline{5{,}19\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

$$v_2 = \underline{\underline{-4{,}62\,\mathrm{m\,s^{-1}}}}; \qquad v_3 = \underline{\underline{-24{,}2\,\mathrm{m\,s^{-1}}}}$$

$$h_1 = \underline{\underline{v_0 t_1 - \frac{g}{2} t_1^2}} = \frac{15\,\mathrm{m} \cdot 1\,\mathrm{s}}{\mathrm{s}} - \frac{9{,}81\,\mathrm{m} \cdot 1\,\mathrm{s}^2}{2\,\mathrm{s}^2} = \underline{\underline{10{,}1\,\mathrm{m}}}$$

$$h_2 = \underline{\underline{10{,}4\,\mathrm{m}}}; \qquad h_3 = \underline{\underline{-18{,}5\,\mathrm{m}}}$$

3. $v_2 < 0$ sagt uns: Der höchste Punkt der Bahn ist bereits überschritten; der Körper bewegt sich abwärts. $h_3 < 0$ sagt uns: Der Körper befindet sich unterhalb des Startpunktes. Vergleich mit $2t_S = 3{,}06$ s zeigt ebenfalls, daß das Experiment nicht 4 s andauern kann.

12. Index F für freien Fall, Index W für senkrechten Wurf nach unten

t/s	$v_F/\mathrm{m\,s^{-1}}$	$v_W/\mathrm{m\,s^{-1}}$	h_F/m	h_W/m
0	0	10	0	0
2	19,6	29,6	19,6	39,6
4	39,2	49,2	78,5	118,5
6	58,9	68,9	177	237
8	78,5	88,5	314	394
10	98,1	108,1	490	590

D Für beide Bewegungen gilt die gleiche Beschleunigung; die Kurven für v_F und v_W sind im v,t-Diagramm Parallelen. Für die Wege zeigen die Kurven im

s, t-Diagramm qualitativ gleichen Verlauf, es sind Parabeln; h_W folgt aber nicht durch Parallelverschiebung aus h_F, da das zu addierende Glied $v_0 t$ mit der Zeit wächst (Bild 56).

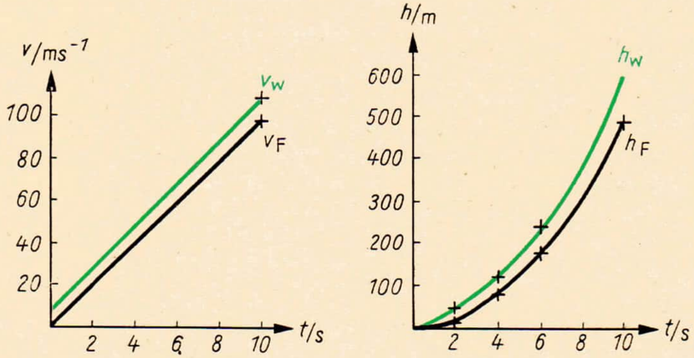


Bild 56

13. 1. $\frac{g}{2} t_1^2 = v_{02}(t_1 - \Delta t) + \frac{g}{2}(t_1 - \Delta t)^2$

$$t_1 = \underline{\underline{\frac{\frac{g}{2}\Delta t^2 - v_{02}\,\Delta t}{g\,\Delta t - v_{02}}}} = \frac{\frac{9{,}81\ \text{m} \cdot 1{,}5^2\ \text{s}^2}{2\ \ \text{s}^2} - \frac{20\ \text{m} \cdot 1{,}5\ \text{s}}{\text{s}}}{\frac{9{,}81\ \text{m} \cdot 1{,}5\ \text{s}}{\text{s}^2} - 20\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{3{,}59\ \text{s}}}$$

3,6 s nach Abwurf des ersten Körpers treffen sich die beiden Körper.

2. $h = h_1 = \underline{\underline{\frac{g}{2} t_1^2}} = \frac{9{,}81\ \text{m} \cdot 3{,}6^2\ \text{s}^2}{2\ \ \text{s}^2} = \underline{\underline{63{,}6\ \text{m}}}$

D

Zur Kontrolle berechnen wir den Treffpunkt mit $t_2 = t_1 - \Delta t = 2{,}1$ s für den nach unten geworfenen Körper:

$$h = h_2 = \frac{g}{2} t_2^2 + v_{02} t_2 = \frac{9{,}81\ \text{m} \cdot 2{,}1^2\ \text{s}^2}{2\ \ \text{s}^2} + \frac{20\ \text{m} \cdot 2{,}1\ \text{s}}{\text{s}} = 63{,}6\ \text{m}$$

14. 1. $h_1 = v_{01} t_1 - \frac{g}{2} t_1^2; \quad h_2 = v_{02} t_2 - \frac{g}{2} t_2^2; \quad t_2 = t_1 - \Delta t$

$$t_1 = \underline{\underline{\frac{\frac{g}{2}\Delta t^2 + v_{02}\,\Delta t}{v_{02} + g\,\Delta t - v_{01}}}} = \underline{\underline{1{,}344\ \text{s}}} \quad \text{nach Abwurf des ersten Körpers}$$

2. $h = h_1 = \underline{\underline{v_{01} t_1 - \frac{g}{2} t_1^2}} = \underline{\underline{4{,}56\ \text{m}}}$

D Kontrolle: $h_2 = v_{02}t_2 - \frac{g}{2}t_2^2 = 4{,}58\text{ m} \approx h_1$ (Differenz durch Rundungsfehler)

3. Die Steigzeiten sind $t_{S1} = v_{01}/g \approx 1\text{ s}$; $t_{S2} = v_{02}/g \approx 1{,}5\text{ s}$. Der erste Körper bewegt sich 1,344 s nach seinem Start abwärts, der zweite 0,344 s nach seinem Start aufwärts.

15. $h_1 = v_{01}t_1 - \frac{g}{2}t_1^2$ für den Startpunkt Erdboden

$h_2 = v_{02}t_2 - \frac{g}{2}t_2^2$ für Startpunkt 10 m über Erdboden

$t_1 = t_2 = t; \qquad h_2 = h_1 - \Delta h$

$$\underline{\underline{t = \frac{\Delta h}{v_{01} - v_{02}}}} = \underline{\underline{0{,}77\text{ s}}}; \qquad h_1 = \underline{\underline{16{,}3\text{ m}}}$$

D Kontrolle: $h_2 = 6{,}3\text{ m} = h_1 - \Delta h$

Da beide Steigzeiten größer als 0,77 s sind, bewegen sich die beiden Körper am Treffpunkt nach oben.

16. 1. $\underline{\underline{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}} = \sqrt{\frac{30\text{ m s}^2}{9{,}81\text{ m}}} = \underline{\underline{1{,}75\text{ s}}}$

2. $\underline{\underline{s_{1\max} = v_{01}t = v_{01}\sqrt{\frac{2h}{g}}}} = \underline{\underline{21{,}0\text{ m}}}$

3. $v_1 = v_{01} = 12\text{ m s}^{-1}; \qquad v_2 = gt = 9{,}81\text{ m s}^{-1}$

$|\boldsymbol{v}| = \underline{\underline{v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}} = \underline{\underline{15{,}5\text{ m s}^{-1}}}$

$\tan\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{12\text{ m s}^{-1}}{9{,}81\text{ m s}^{-1}} = 1{,}22; \qquad \alpha \approx \underline{\underline{51^\circ}}$

17. Mit Indizierung wie in Aufgabe 16 gilt

$$\underline{\underline{v_{01} = s_{1\max}\sqrt{\frac{g}{2h}}}} = 0{,}313\,\frac{1}{\text{s}} \cdot s_{1\max} = \underline{\underline{782\text{ m s}^{-1}}}$$

D Die Anfangsgeschwindigkeit ist proportional der Wurfweite.

18. Aus $v^2 = v_0^2 + 2as$ folgt mit $v_0 = 0$, $s = h$ und $a = g$

$v^2 = 2gh \qquad v_1^2 = 2gh_1 \qquad v_2^2 = 2gh_2$

Division der 3. Gleichung durch die 2. ergibt

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{4v_1^2}{v_1^2} = \frac{4}{1} \qquad h_2 = \underline{\underline{4h_1}} = \underline{\underline{6\,\text{m}}}$$

D

Die nicht gegebenen (aber auch nicht gesuchten!) Geschwindigkeiten werden nicht berechnet. Laut Aufgabenstellung interessiert nur das Verhältnis der Geschwindigkeiten. – Häufig finden Sie in Physik und Technik Aufgaben, bei denen ein Verhältnis zweier Größen gegeben ist. Stets sollten Sie dann in ähnlicher Weise rechnen.

19. 1. $s_2 = \frac{s_1}{\underline{\underline{2}}} = \underline{\underline{50\,\text{m}}}$; 2. $t_2 = \underline{\underline{\sqrt{2}\,t_1}} = \underline{\underline{14{,}85\,\text{s}}}$

20. $t_2 = \underline{\underline{t_1\sqrt{\frac{s_2}{s_1}}}} = \underline{\underline{22{,}4\,\text{s}}}$

21. *1. Lösungsweg:*

1. $F_{11} = G' + F_B = mg + ma = \underline{\underline{m(g+a)}}$

$F_{11} = 100\,\text{kg} \cdot (9{,}81 + 5)\,\text{m s}^{-2} = 1481\,\text{N} = \underline{\underline{1{,}481\,\text{kN}}}$

oder:

$F_{12} = G' - F_B = \underline{\underline{m(g-a)}} = \underline{\underline{481\,\text{N}}}$

2. $F_2 = F_B = \underline{\underline{ma}} = 100\,\text{kg} \cdot 5\,\text{m s}^{-2} = \underline{\underline{500\,\text{N}}}$

3. $F_3 = F_R' + F_B = \underline{\underline{m(\mu g + a)}} = 100\,\text{kg} \cdot (1{,}96 + 5)\,\text{m s}^{-2}$
$= \underline{\underline{696\,\text{N}}}$

4. $F_4 = F_H' + F_R' + F_B = \underline{\underline{m[g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + a]}}$
$= 1160\,\text{N} = \underline{\underline{1{,}16\,\text{kN}}}$

2. Lösungsweg:

1. $F_{11} - G - F_T = 0;$ $\qquad F_{11} = G + F_T = \underline{\underline{m(g+a)}}$

$F_{12} - G + F_T = 0;$ $\qquad F_{12} = G - F_T = \underline{\underline{m(g-a)}}$

2. $F_2 - F_T = 0;$ $\qquad F_2 = F_T = \underline{\underline{ma}}$

3. $F_3 - F_R - F_T = 0;$ $\qquad F_3 = F_R + F_T = \underline{\underline{m(\mu g + a)}}$

4. $F_4 - F_H - F_R - F_T = 0;$ $\qquad F_4 = F_H + F_R + F_T$
$= \underline{\underline{m[g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) + a]}}$

D Zu 1. Bei Bewegung abwärts ist für $a < g$ die Kraft F_{12} wie die Gegenkraft zur Gewichtskraft nach oben gerichtet. Für $a = g$ ist $F_{12} = 0$ (freier Fall). Für $a > g$ ist $F_{12} < 0$. Dies bedeutet: F_{12} ist nach unten gerichtet.

22. 1. $F = G_3 = m_3 g$

$$F = ma = (m_1 + m_2 + m_3)\,a$$

$$a = \underline{\underline{\frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3}}}\,g = \frac{100\text{ kg} \cdot 9{,}81\quad\text{m}}{(500 + 500 + 100)\text{ kg s}^2}$$

$$a = \underline{\underline{0{,}892\text{ m s}^{-2}}}$$

D Der Aufzug hat eine Beschleunigung, die gleich dem 11. Teil der Fallbeschleunigung und dieser gleichgerichtet ist.

2. $F = G_1 + F_Z - G_2 - G_3 = F_Z - G_3$

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)\,a$$

$$F_Z = \underline{\underline{m_3(g + a) + (m_1 + m_2)\,a}} = \underline{\underline{1{,}20\text{ kN}}}$$

D Zur Probe überlegen wir: Um die abwärts gerichtete Beschleunigung nach 22.1. aufzuheben, wäre eine Kraft von $G = m_3 g = 981$ N erforderlich (Gleichgewichtsfall). Nun sollen die Körper *1*, *2* und *3* mit einer Beschleunigung $0{,}2\text{ m s}^{-2}$ bewegt werden. Allein dafür ist $F = a(m_1 + m_2 + m_3) = 220$ N erforderlich. Die Summe beider Kräfte ist 1,2 kN, wie oben errechnet.

23. 1. Beschleunigende Kraft $F_H = m_1 g \sin\alpha$ (Hangabtriebskraft). Kraft nach der Grundgleichung der Dynamik $F = (m_1 + m_2)\,a$

$$a = \underline{\underline{\frac{m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}}}\,g = \underline{\underline{3{,}47\text{ m s}^{-2}}}$$

2. $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{2s}{g}\,\frac{m_1 + m_2}{m_1 \sin\alpha}}}} = \underline{\underline{1{,}7\text{ s}}}$

24. 1. $a = \underline{\underline{\frac{m_2 - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}}}\,g = \underline{\underline{\frac{g}{4}}}$

2. $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{2s}{g}\,\frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1 \sin\alpha}}}} = \underline{\underline{0{,}9\text{ s}}}$

3. $s = \frac{a}{2}\,t^2 = \underline{\underline{\frac{m_2 - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}\,\frac{g}{2}\,t^2}} = \underline{\underline{4{,}9\text{ m}}}$

4. $a = \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = \underline{\underline{0{,}163\,g < \frac{g}{4}}}$ nach 1.

25. *1. Lösungsweg:*

$$F_S = G' + F_B = \underline{\underline{m(g + a)}} = \underline{\underline{3{,}39\ \text{kN}}}$$

2. Lösungsweg:

$$F_S = G + F_T = \underline{\underline{m(g + a)}}$$

3. Lösungsweg:

$$F_S - G - F_T = 0; \qquad F_S = G + F_T = \underline{\underline{m(g + a)}}$$

26. $F_{S1} = m(g + a); \qquad F_{S2} = m(g + 0) = mg$

$$F_{S1}:F_{S2} = \underline{\underline{(g + a):g}} = \underline{\underline{\left(1 + \frac{a}{g}\right):1}}$$

$a/\text{m s}^{-2}$	0,5	1	5	10
$F_{S1}:F_{S2}$	1,05	1,1	1,51	2,02

27. $F_S = m(g + a); \qquad a = \underline{\underline{\frac{F_S}{m}}} - g = \underline{\underline{4{,}19\,\text{m s}^{-2}}}$

28. $\tan\alpha = \frac{F_B}{G'} = \frac{a}{g} = \frac{0{,}1\ \text{m s}^{-2}}{9{,}81\ \text{m s}^{-2}} = 0{,}0102$

Für kleine Winkel α ist $\tan\alpha \approx \alpha$ und somit

$$\alpha = \underline{\underline{0{,}0102\ \text{rad}}}$$

oder im Gradmaß

$$\alpha = \frac{0{,}0102 \cdot 180 \cdot 60'}{\pi} = \underline{\underline{35'}}$$

D

Der Winkel ist unabhängig von der Masse des angehängten Körpers. Er ist nur abhängig von der Horizontalbeschleunigung und von der Fallbeschleunigung. Er ist also ortsabhängig.
Beachten Sie: Die Rechnung gilt nur für die kurze Beschleunigungsphase. Der errechnete Winkel stellt sich nur so lange ein, wie die Laufkatze beschleunigt anfährt. Bei anschließender gleichförmiger Bewegung ($a = 0$; $F_B = 0$) treten Schwingungen ein wie bei einem zuerst ausgelenkten und dann losgelassenen Pendel.

29. *1. Lösungsweg:*

1. $F_F = G - F_T = \underline{\underline{m(g - a)}} = 35\ \text{kg} \cdot 7{,}31\ \text{m s}^{-2} = \underline{\underline{256\ \text{N}}}$

2. Mit $a = 0$ und dem allgemeinen Ergebnis von 1. folgt

$$F_F = \underline{\underline{mg}} = \underline{\underline{343\ \text{N}}}$$

3. $F_F = G + F_T = \underline{\underline{m(g + a)}} = 35\ \text{kg} \cdot 12{,}31\ \text{m s}^{-2} = \underline{\underline{431\ \text{N}}}$

4. Mit $a = g$ und dem allgemeinen Ergebnis von 1. folgt

$$F_F = \underline{\underline{0}}$$

2. Lösungsweg:

1. $F_F - G + F_T = 0; \qquad F_F = G - F_T = \underline{\underline{m(g - a)}}$

3. $F_F - G - F_T = 0; \qquad F_F = G + F_T = \underline{\underline{m(g + a)}}$

D

Bei beschleunigter Abwärtsfahrt erscheint für einen Beobachter im Aufzug der Körper leichter. Beim Fahren mit konstanter Geschwindigkeit ist die Trägheitskraft Null und damit scheinbare Gewichtskraft gleich Gewichtskraft im ruhenden Aufzug. Bei verzögerter Abwärtsfahrt erscheint der Körper schwerer. Beim freien Fall des Aufzugs scheint der Körper im Aufzug schwerefrei zu sein. (Für einen außenstehenden Beobachter fallen nun Aufzug und Körper unabhängig voneinander frei herab.)

30. 1. $G_S = \underline{\underline{431\ \text{N}}}$; 2. $G_S = G = \underline{\underline{343\ \text{N}}}$; 3. $G_S = \underline{\underline{256\ \text{N}}}$

31. 1. Im gleichförmig bewegten Aufzug sind keine Trägheitskräfte vorhanden. Es gelten die gleichen Bewegungsgesetze wie im ruhenden Aufzug, z.B. $t_1 = \sqrt{2h/g}$, d.h., die Fallzeiten sind im ruhenden wie im gleichförmig bewegten Aufzug gleich.

2. *Wir überlegen zunächst:* Für $a = 0$ gilt $t = \sqrt{2h/g}$; für $a \to g$ wäre $t \to \infty$, denn $a = g$ heißt: Körper und Aufzug fallen mit gleicher Beschleunigung, der Körper erreicht den Boden des Aufzugs niemals. Für $0 < a < g$ ist folglich $\sqrt{2h/g} < t_2 < \infty$: *Im beschleunigt abwärts bewegten Aufzug erreicht der fallende Körper den Boden später als im ruhenden Aufzug.*

Wir rechnen: Die nach unten gerichtete Beschleunigung des Körpers im Aufzug ist $a = g - a_A$ (a_A Beschleunigung des Aufzugs). Damit folgt

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g - a_A}} > \sqrt{\frac{2h}{g}},$$ wie bereits zuvor überlegt.

Für $a_A = \dfrac{g}{2}$ wird $t_2 = \underline{\underline{\sqrt{\dfrac{4h}{g}}}} = \underline{\underline{2\,t_1}}$

3. Die gegen die Decke des Aufzugs gerichtete Beschleunigung des Körpers im Aufzug ist $a = a_A - g$. Der Körper *würde nicht fallen, sondern die*

Aufzugdecke belasten. Für $a_A = 2g$ wäre $a = g$. Die Decke würde belastet wie im ruhenden Aufzug der Boden. Die Decke wäre für den Menschen im Aufzug jetzt „unten". Für die Fallzeit t_3 folgt mit dem Ergebnis zu 2. und

mit $a_A = 2g$ $\quad t_3 = \sqrt{\frac{2h}{g-2g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{-1}$.

Es gibt für $h > 0$ keine reelle Lösung.

32. 1. $F = \underline{\underline{(m_L + zm_W)\,a}} = 440\,\text{t} \cdot 0{,}08\,\text{m s}^{-2} = \underline{\underline{35{,}2\,\text{kN}}}$

2. $W_k = \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}a^2t^2 = \frac{440\,\text{t} \cdot 0{,}08^2\,\text{m}^2 \cdot 2^2\,\text{min}^2}{2\,\text{s}^4} = \underline{\underline{5{,}63\,\text{kWh}}}$

3. $\mu_0 = \frac{F}{\underline{\underline{m_L g}}} \approx 0{,}035 \ll 0{,}15$ (Tabellenwert)

D Die Gewichtskraft der Lokomotive ist ausreichend, auch wenn nur ein Teil dieser Gewichtskraft auf die Antriebsachsen wirkt.

33. 1. $F_{max} = \underline{\underline{\mu_0 m_L g}} = 176{,}6\,\text{kN} \approx \underline{\underline{180\,\text{kN}}}$

2. $a_{max} = \underline{\underline{\mu_0 g}} = \underline{\underline{1{,}47\,\text{m s}^{-2}}}$ (für die Lokomotive allein)

3. Weil die Wagen selbst auch bremsen und damit nicht nur durch die von der Lokomotive aufgebrachte Bremskraft verzögert werden.

34. Aus $^1/_2\, mv_1^2 = \mu mgs$ folgt

$$s = \frac{v_1^2}{\underline{\underline{2\mu g}}} = \frac{100^2\,\text{m}^2 \cdot 100}{3{,}6^2\,\text{s}^2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9{,}81} \frac{\text{s}^2}{\text{m}} = \underline{\underline{985\,\text{m}}} \approx \underline{\underline{1\,\text{km}}}$$

35. 1. $a = -\frac{v^2}{\underline{\underline{2s}}} = \underline{\underline{-139\,\text{m s}^{-2}}}$; $\quad |a| \approx \underline{\underline{14\,g}}$

2. $F_T = \frac{mv^2}{\underline{\underline{2s}}} = \underline{\underline{4{,}17\,\text{kN}}}$

D Beschleunigung und Trägheitskraft sind unabhängig von der Masse des Fahrzeugs. Jeder Körper hat in Bewegungsrichtung etwa 14fache Fallbeschleunigung. In dieser Richtung erfährt jeder Körper im beschleunigt bewegten (hier gebremsten) Bezugssystem eine Kraft, die 14mal so groß ist wie die Gewichtskraft des Körpers. Da $a \sim v^2$, wirkt bei doppelter Geschwindigkeit die vierfache Kraft.

36. Nach dem Energieerhaltungssatz der Mechanik ist $W_p = W_k$. Daraus folgt

$$h = \frac{v^2}{\underline{\underline{2g}}} = \underline{\underline{3{,}26\,\text{m}}}$$

D Der Ansatz setzt voraus, daß mechanische Energie nicht in eine andere Energieart umgesetzt wird. Der Vorgang wurde also reibungsfrei angesetzt.

37. 1. $$W = \frac{k}{2}\Delta s^2 = \frac{10\,\mathrm{N}\cdot 150^2\,\mathrm{mm}^2}{2\,\mathrm{m}} = \frac{225000\,\mathrm{N\,m}^2}{2\,\mathrm{m}\cdot 10^6} = 112{,}5\,\mathrm{mJ}$$

2. $$W = \int_0^{\Delta s} F_s\,\mathrm{d}s = \int_0^{\Delta s} ks\,\mathrm{d}s = k\int_0^{\Delta s} s\,\mathrm{d}s = \frac{k}{2}\Delta s^2 - 0 = \frac{k}{2}\Delta s^2$$

3. $$v = s\sqrt{\frac{k}{m}} = 50\,\mathrm{mm}\sqrt{\frac{10\,\mathrm{N}}{\mathrm{m}\cdot 25\,\mathrm{g}}} = \frac{5\,\mathrm{m}}{100}\sqrt{\frac{10\cdot 10^3\,\mathrm{g\,m}}{\mathrm{m\,s}^2\cdot 25\,\mathrm{g}}} = 1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

38. 1. $$\alpha = \frac{2m_K g}{(m_Z + m_K)\,d} = \frac{2\cdot 1{,}5\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m}}{51{,}5\,\mathrm{kg}\cdot 300\,\mathrm{mm\,s}^2} = 1{,}9\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$$

2. $$a_K = \frac{1}{2}\alpha\,d = \frac{1{,}9\cdot 300\,\mathrm{mm}}{2\,\mathrm{s}^2} = 0{,}285\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

3. Aus $\frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}m_K v^2 = m_K gh$ folgt

$$n = \frac{1}{\pi d}\sqrt{\frac{2m_K gh}{m_Z + m_K}} = \frac{1}{\pi\cdot 300\,\mathrm{mm}}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}5\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m}\cdot 2\,\mathrm{m}}{51{,}5\,\mathrm{kg}\ \ \mathrm{s}^2}}$$

$$= \frac{10\,\mathrm{m}}{3\pi\,\mathrm{m\,s}}\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}5\ \cdot 9{,}81\cdot 2}{51{,}5}} = \frac{600}{3\pi\,\mathrm{min}}\sqrt{1{,}142} = 68\,\mathrm{min}^{-1}$$

D Zur Probe berechnen wir die Geschwindigkeit des Körpers nach 2 m Weg $v = \sqrt{2ah}$, die gleich der Umfangsgeschwindigkeit $v = \pi dn$ des Zylinders ist. Daraus folgt

$$n = \frac{\sqrt{2ah}}{\pi d} = 68\,\mathrm{min}^{-1}$$

4. Wird kein Körper angehängt ($m_K = 0$), so erfolgt keine Beschleunigung:

$\alpha = 0$

Aus $\alpha = \dfrac{2g}{\left(\dfrac{m_Z}{m_K} + 1\right)d}$ folgt, daß für unendlich große Masse m_K des angehängten Körpers die Winkelbeschleunigung einen *endlichen* Grenzwert erreicht:

$$m_K \to \infty:\ \alpha = \frac{2g}{(0+1)\,d} = \frac{2g}{d}$$

Aufstellen der zugeschnittenen Größengleichung für die Winkelbeschleunigung:

$$\alpha = \frac{2 \cdot 9{,}81\ \text{m}}{\left(\dfrac{50\ \text{kg}}{m_{\text{K}/\text{kg}} \cdot \text{kg}} + 1\right) \cdot 0{,}3\ \text{m s}^2} = \frac{65{,}4}{\dfrac{50}{m_{\text{K}/\text{kg}}} + 1}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha/_{\text{rad s}^{-2}} = \frac{65{,}4}{\dfrac{50}{m_{\text{K}/\text{kg}}} + 1}; \qquad m_\text{K} \to \infty\colon\ \alpha \to 65{,}4\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Eine Wertetabelle ergibt:

$m_{\text{K}/\text{kg}}$	0	5	10	25	50	100	200
$\alpha/_{\text{rad s}^{-2}}$	0	5,95	10,9	21,8	32,7	43,6	52,3

D

Das Diagramm (Bild 57) läßt erkennen: Auch bei noch so großer Masse m_K kann die Winkelbeschleunigung den Grenzwert 65,4 rad s^{-2} nicht erreichen.

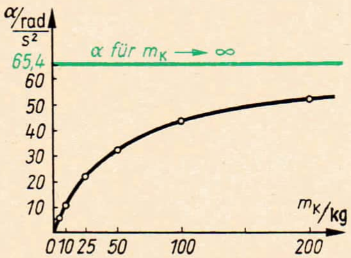


Bild 57

39. 1. $\underline{\underline{M = -\dfrac{4\pi z J}{t^2}}} = \underline{\underline{-2{,}32\ \text{N m}}}$ 2. $W_\text{k} = \underline{\underline{\dfrac{8\pi^2 z^2 J}{t^2}}} = \underline{\underline{366\ \text{J}}}$

40. 1. $\underline{\underline{v_2 = \sqrt{\dfrac{10gh}{7}}}} = \underline{\underline{2{,}64\ \text{m s}^{-1}}}$

2. Vergleich mit $v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$ für $v_0 = 0$ liefert die Beschleunigung a:

$$\sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{2as} \qquad a = \underline{\underline{\frac{5gh}{7s}}} = \underline{\underline{1{,}75\ \text{m s}^{-2}}}$$

Auch ein *zweiter Lösungsweg* führt zu diesem Ergebnis:

Aus $gh = \dfrac{7v_2^2}{10}$ folgt $v_2 = \sqrt{\dfrac{10gh}{7}}$ wie oben.

D

Die *Endgeschwindigkeit* ist unabhängig von Masse und Radius der Kugel sowie von der Länge der Ebene. Sie ist nur abhängig von der Höhe der geneigten Ebene und kleiner als die Endgeschwindigkeit beim freien Fall aus gleicher Höhe (dort keine Rotationsenergie). Die *Beschleunigung* ist kleiner als die Fallbeschleunigung. Sie ist proportional der Höhe und umgekehrt proportional der Länge der geneigten Ebene.

41. 1. Potentielle Energie wird vollständig in Translationsenergie verwandelt. Daraus folgen

$v_1 = \sqrt{2gh}$ und

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{gh}{s}}} = \frac{g}{4} = \underline{\underline{2{,}45\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}; \qquad \underline{\underline{t_1 = s\sqrt{\frac{2}{gh}}}} = \underline{\underline{2{,}86\ \mathrm{s}}}$$

2. Ein Teil der potentiellen Energie dient der Verrichtung von Arbeit gegen die Reibungskraft

$$W_R = \mu F_N s = \mu mgs \cos\alpha = \mu mg\sqrt{s^2 - h^2}$$

Somit folgt

$$v_2 = \sqrt{2g(h - \mu\sqrt{s^2 - h^2})} < v_1$$

$$\underline{\underline{a_2 = \frac{g}{s}(h - \mu\sqrt{s^2 - h^2})}} = 0{,}056g = \underline{\underline{0{,}55\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}$$

$$\underline{\underline{t_2 = s\sqrt{\frac{2}{g(h - \mu\sqrt{s^2 - h^2})}}}} = \underline{\underline{6{,}04\ \mathrm{s}}}$$

3. Potentielle Energie wird in Translations- und Rotationsenergie umgewandelt. Es folgt $v_3 = \sqrt{\frac{10gh}{7}} < v_1$.

$$\underline{\underline{a_3 = \frac{5gh}{7s}}} = \frac{5}{28}g = \underline{\underline{1{,}75\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}; \qquad \underline{\underline{t_3 = s\sqrt{\frac{14}{5gh}}}} = \underline{\underline{3{,}38\ \mathrm{s}}}$$

4. Mit $J = {}^1/_2\, mr^2$ für den Zylinder folgt

$$v_4 = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

$$\underline{\underline{a_4 = \frac{2gh}{3s}}} = \frac{g}{6} = \underline{\underline{1{,}64\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}; \qquad \underline{\underline{t_4 = s\sqrt{\frac{3}{gh}}}} = \underline{\underline{3{,}50\ \mathrm{s}}}$$

D

In den allgemeinen Ergebnissen kommt die Masse m nicht vor. Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit sind folglich in allen berechneten Fällen von der Masse der Körper unabhängig. Bei 1., 3. und 4. ist die Endgeschwindigkeit v nur von der Höhe h, nicht aber vom Weg s abhängig. Beschleunigung und Zeit sind dagegen stets vom Weg abhängig. Das allgemeine Ergebnis zu 2. zeigt, daß beim Gleiten mit Reibung die Geschwindigkeit stets kleiner ist als bei reibungsfreier Bewegung. Dabei wird die Differenz der Geschwindigkeiten (mit bzw. ohne Reibung) um so größer, je größer die Reibungszahl μ oder je größer $(s^2 - h^2)$, d.h., je kleiner die Steigung ist.

42. 1. Potentielle Energie wird nahezu vollständig in Translationsenergie und Reibungsarbeit umgewandelt. Weil das Massenträgheitsmoment der Räder sehr klein ist, vernachlässigen wir den Anteil der Rotationsenergie. Damit folgt wie in Aufgabe 41.2. mit $h = 0{,}2s$

$$v = \sqrt{2gs(0{,}2 - \mu\sqrt{0{,}96})} = \underline{\underline{\sqrt{0{,}341\,gs}}} = \underline{\underline{14{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}}}$$

2. Die anfangs vorhandene potentielle Energie wird restlos in Arbeit gegen die Reibungskraft umgewandelt. Aus dem Ansatz $W_p = W_{R1} + W_{R2}$ (Index 1 für geneigte Ebene, Index 2 für horizontale Ebene) folgt

$$s_2 = \underline{\underline{s\left(\frac{0{,}2}{\mu} - \sqrt{0{,}96}\right)}} = \underline{\underline{341\ \mathrm{m}}}$$

D Zur Kontrolle errechnen wir s_2 aus dem Ansatz: kinetische Energie am Anfang der horizontalen Strecke gleich Reibungsarbeit längs dieser Strecke. Dann folgt

$$s_2 = \frac{v^2}{2\mu g} \text{ und mit } v \text{ aus 1.:}$$

$$s_2 = s\left(\frac{0{,}2}{\mu} - \sqrt{0{,}96}\right) \text{ wie oben}$$

43. 1. $$F_Z = \underline{\underline{\frac{mv^2}{r}}} = \frac{1000\ \mathrm{kg}\cdot(72\ \mathrm{km})^2}{120\ \mathrm{m\,h^2}} = \underline{\underline{3{,}33\ \mathrm{kN}}}$$

D Die Fliehkraft ist etwa $^1/_3$ der Gewichtskraft des Wagens.

2. $$\mu mg \geq \frac{mv^2}{r}; \qquad \mu \geq \underline{\underline{\frac{v^2}{gr}}} = \frac{20^2\ \mathrm{m^2\,s^2}}{\mathrm{s^2}\cdot 9{,}81\ \mathrm{m}\cdot 120\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}34}}$$

D Reibungszahlen zwischen Gummibereifung und Straße sind im allgemeinen größer. Wann besteht Schleudergefahr?

3. $$\tan\alpha = \frac{F_Z}{G} = \frac{mv^2}{mgr} = \frac{v^2}{gr} = 0{,}34\ ; \qquad \alpha \approx \underline{\underline{19^\circ}}$$

D Der Tangens des Winkels für die Überhöhung der Straße ist gleich der bei nicht überhöhter Straße erforderlichen Reibungszahl.

44. 1. $a_r = \frac{F_r}{m} = \omega^2 r = \underline{\underline{4\pi^2 f^2 r}} = \underline{\underline{2{,}68 \cdot 10^6\ \mathrm{m\,s^{-2}}}}$

2. $a_r = \underline{\underline{2{,}73 \cdot 10^5\ g}}$

3. $F_Z = m\omega^2 r = \underline{\underline{4\pi^2 m f^2 r}} = 2680\ \mathrm{N} = \underline{\underline{2{,}68\ \mathrm{kN}}}$

45. 1. $F_{Z2} = G$

$$\frac{mv_2^2}{r} = mg$$

$$v_2^2 = gr$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh'$$

$$v_2^2 = 2gh'$$

$$h' = \frac{r}{2}$$

$$h = h' + 2r = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}\,r = \underline{\underline{1{,}25\ \mathrm{m}}}$$

2. $F_1 = F_{Z1} + G = m\left(\frac{v_1^2}{r} + g\right)$

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$v_1^2 = 2gh$$

$$F_1 = mg\left(\frac{2h}{r} + 1\right)$$

Mit $h = \frac{5}{2} r$ folgt

$$F_1 = \underline{\underline{6mg}} = 6G = \underline{\underline{589\ \mathrm{N}}}$$

$F_2 = \underline{\underline{0}}$ nach Voraussetzung zur Berechnung von v_2 unter 1.

3. $F_1 = m\left(\frac{v_2^2}{r} + g\right) = m \cdot 2g = \underline{\underline{2mg}} = 2G = \underline{\underline{196\ \mathrm{N}}}$

46. $F_{max} = F_Z + G; \quad F_{min} = F_Z - G$

$$F_Z = \frac{mv^2}{r} = 50\ \mathrm{N}; \quad G = 0{,}981\ \mathrm{N}$$

$$F_{max} = \underline{\underline{50{,}98\ \mathrm{N}}}; \quad F_{min} = \underline{\underline{49{,}02\ \mathrm{N}}}$$

47. 1. Aus $mgh + \frac{m}{2} v_1^2 = \frac{m}{2} v_2^2$ folgt mit $h = 2r$

$$v_2 = \underline{\underline{\sqrt{v_1^2 + 4gr}}} = \underline{\underline{8{,}02\ \mathrm{m\,s^{-1}}}}$$

2. $\underline{\underline{F_{min} = m\left(\frac{v_1^2}{r} - g\right)}} = \underline{\underline{76{,}0\ \text{N}}}$

$F_{max} = m\left(\frac{v_2^2}{r} + g\right) = \underline{\underline{m\left(\frac{v_1^2}{r} + 5g\right)}} = \underline{\underline{370\ \text{N}}}$

48. 1. $y_{max} = 1{,}5\ \text{m}; \quad v_{max} = \omega y_{max} = \underline{\underline{\frac{2\pi}{T}}} y_{max} = \underline{\underline{0{,}944\ \text{m s}^{-1}}}$

$a_{max} = \omega^2 y_{max} = \underline{\underline{\frac{4\pi^2}{T^2}}} y_{max} = \underline{\underline{0{,}592\ \text{m s}^{-2}}}$

2. $W_{ges} = W_{kin\,max} = \frac{m}{2} v_{max}^2 = \frac{m}{2} \omega^2 y_{max}^2 = \underline{\underline{\frac{2\pi^2 m y_{max}^2}{T^2}}}$

$= \frac{2\pi^2 \cdot 2500\ \text{kg} \cdot 2{,}25\ \text{m}^2}{100\ \text{s}^2} = \underline{\underline{1{,}112\ \text{kJ}}}$

3. $y_1 = y_{max} \cos \omega t = y_{max} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$

$= 1{,}5\ \text{m} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot 2\ \text{s}}{10\ \text{s}}\right) = 1{,}5\ \text{m} \cdot \cos \frac{2}{5}\pi$

$\frac{5}{2}\pi : \varphi = 2\pi : 360°; \qquad \varphi = 72°$

$y_1 = 1{,}5\ \text{m} \cdot \cos 72° = \underline{\underline{0{,}463\ \text{m}}}; \qquad y_2 = y_3 = \underline{\underline{-1{,}21\ \text{m}}}$

Bei der Berechnung von y_3 ergäbe sich

$y_3 = 1{,}5\ \text{m} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot 5{,}1 \cdot 60\ \text{s}}{10\ \text{s}}\right)$

Betrachten Sie zunächst das Argument $2\pi \cdot 30{,}6$ (das Sie nicht weiter ausrechnen sollen!). Es sagt aus: $30 \cdot 2\pi \mathrel{\widehat{=}} 30$ Perioden; von der 31. Periode sind 60% abgelaufen, d.h.,

$0{,}6 : \varphi = 1 : 360° \qquad \varphi = 216° \qquad \cos 216° = -\cos 36°$

$y_3 = -1{,}21$ m wie oben

49. 1. $G_K = F_A = G_F$

$\varrho_K V_K g = \varrho_F V_F g$

$\varrho_K A H = \varrho_F A h \qquad h = \underline{\underline{H \frac{\varrho_K}{\varrho_F}}} = \underline{\underline{48\ \text{cm}}}$

2. $\Delta F_A = \Delta G_F = \varrho_F g A y$

Beachten Sie die Vorzeichen von F und y: Tauchen Sie den Körper tiefer ein (nach unten: $y < 0$), so wirkt $F = \Delta F_A$ nach oben ($F > 0$). F und y sind also einander entgegen gerichtet. Somit folgt für die Kraft

$$F = -\varrho_F g A y \quad \text{und mit} \quad \varrho_F g A = k$$
$$F = -ky$$

Es gilt ein lineares Kraftgesetz, denn ϱ_F, g sowie A sind Konstanten. Das ist notwendige und hinreichende Bedingung für eine sinusförmige Schwingung.

3. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\varrho_K A H}{\varrho_F g A}} = \underline{\underline{2\pi \sqrt{\frac{\varrho_K H}{\varrho_F g}}}} \approx \underline{\underline{1{,}4\ \mathrm{s}}}$

D Die Periodendauer ist ortsabhängig, weil die Fallbeschleunigung in der Gleichung auftritt. Sie hängt weiter vom Verhältnis der Dichten des Körpers und der Flüssigkeit sowie von der Höhe des Quaders ab.

50. Nach Aufgabe 49 und Bild 33 ist notwendige Bedingung für die sinusförmige Schwingung $\varrho_F g A = k =$ konst. Das ist beim Zylinder, dessen Länge groß gegenüber dem Durchmesser ist, in der stabilen Schwimmlage (Bild 58) nicht gegeben, da die Fläche A (Schnittfläche in Höhe der Wasseroberfläche) nicht konstant, sondern von der Eintauchtiefe abhängig ist.

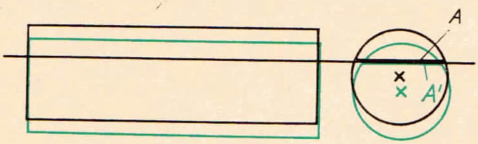


Bild 58

51. $$l_0 = \underline{\underline{\frac{h \tan \varphi}{(\alpha_2 - \alpha_1)\,\Delta t}}} = \frac{2\ \mathrm{mm} \cdot 0{,}0875}{23 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1} \cdot 30\ \mathrm{K}} = \underline{\underline{253\ \mathrm{mm}}}$$

D Die Konstruktion ist in dieser Form nicht günstig, weil die notwendige Länge l_0 recht groß ist, das Gerät also unhandlich wird. Man müßte, etwa durch Hebelübertragung, die effektive Anzeige vergrößern, so daß die Länge der Metallstäbe verkürzt werden kann.

52. (2) bis (4) in (1) eingesetzt, ergibt die allgemeine Lösung

1. $h = \underline{\underline{\frac{1 + \gamma t}{1 + 2\alpha t}}}\, h_0 \approx \underline{\underline{[1 + (\gamma - 2\alpha)\, t]\, h_0}}$

Hier haben wir in der zweiten Form zur Vereinfachung die mathematische Beziehung

$$\frac{1}{1 \pm x} \approx 1 \mp x \quad \text{für} \quad x \ll 1$$

(Reihenentwicklung nach TAYLOR) verwendet und das quadratische Glied $2\alpha\gamma t^2$ gegen das lineare vernachlässigt.

2. Damit h = konst bleibt, muß gelten

$$\underline{\underline{\gamma = 2\alpha}}$$

D

Die Höhe kann auch bei Temperaturerhöhung kleiner werden, wenn nämlich $\gamma < 2\alpha$.

Die allgemeine Lösung gilt nicht für Wasser, weil dieses sich anomal verhält. Wasser besitzt bei +4 °C sein Dichtemaximum.

53. $\varrho_0 = \frac{m}{V_0}$ $\qquad V = V_0(1 + 3\alpha t)$

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + 3\alpha t)} = \frac{\varrho_0}{1 + 3\alpha t} \approx \underline{\underline{(1 - 3\alpha t)\,\varrho_0}}$$

Danach werden einige spezielle Werte errechnet (Rechenstabgenauigkeit reicht hier allerdings nicht aus):

t	0 °C	20 °C	40 °C	60 °C	80 °C
$\varrho/\mathrm{g\,cm^{-3}}$	7,820	7,813	7,807	7,780	7,794

D

Die Dichte ändert sich also nur unwesentlich. Meistens liegt dieser Einfluß unterhalb der Rechengenauigkeit.

54. $\Delta l = \underline{\underline{\alpha l\,\Delta t}} = 14 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 200\,\mathrm{m} \cdot 100\,\mathrm{K} = \underline{\underline{280\,\mathrm{mm}}}$

55. Mit $m = \varrho \Delta V$ und der gegebenen Stromstärke $I = \dot{V} = \Delta V/\Delta t$ folgt

$$P_\mathrm{W} = \underline{\underline{\varrho c I(\vartheta_1 - \vartheta_2)}} = \underline{\underline{797\,\mathrm{kW}}}$$

56. $$t_\mathrm{m} = \underline{\underline{\frac{c_1 m_1 t_1 + c_\mathrm{W} m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_\mathrm{W} m_2}}}$$

$$= \frac{1{,}76 \cdot 82 \cdot 47 + 4{,}18 \cdot 12 \cdot 14}{1{,}76 \cdot 82 + 4{,}18 \cdot 12} \cdot \frac{\mathrm{kJ\,kg\,°C\,kg\,K}}{\mathrm{kg\,K\,kJ\,kg}} = \underline{\underline{38{,}5\,°\mathrm{C}}}$$

Anmerkung: Beim Errechnen der speziellen Lösung darf man bei Summen die Einheiten ausklammern und diese auf einen gesonderten Bruchstrich schreiben. Selbstverständlich muß man sich davon überzeugen, daß die einzelnen Glieder wirklich die gleichen Einheiten haben.

D

In Wirklichkeit wird die Mischtemperatur kleiner sein als der hier errechnete Wert, weil auch dem Gefäß Wärmeenergie zugeführt wird.

57. Wir setzen die abgegebene Wärmeenergie (Index 1) der zugeführten (Index 2) gleich:

$$c_W m_1(t_1 - t_m) = c_W m_2(t_m - t_2) + C(t_m - t_2)$$

und erhalten

1. $$C = \left(\frac{t_1 - t_m}{t_m - t_2} m_1 - m_2\right) c_W = 52{,}3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$$

2. Das Kalorimeter nimmt auf: $Q_1 = C(t_m - t_2) = 419$ J. Das Wasser (Masse m_2) nimmt auf: $Q_2 = c_W m_2(t_m - t_2) = 5024$ J. Das Wasser (Masse m_1) gibt ab: $Q_3 = c_W m_1(t_1 - t_m) = 5443$ J. Wir erhalten somit $Q_1 + Q_2 = Q_3$ als Bestätigung.

58. 1. Indizieren Sie wieder den wärmeren (metallischen) Körper mit Index 1 und das Wasser im Kalorimeter mit Index 2:

$$c_1 m_1(t_1 - t_m) = (c_W m_2 + C)(t_m - t_2)$$

$$c_1 = \frac{t_m - t_2}{t_1 - t_m} \cdot \frac{c_W m_2 + C}{m_1} = 0{,}448 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$$

2. Es handelt sich um Stahl.

59. Index 1: Stahl Index 2: Wasser

$$t_1 = t_m + \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1}(t_m - t_2) = 761\,°\mathrm{C}$$

60. $$\Delta h = \frac{4\alpha Q}{\pi c \varrho d^2} = \frac{4 \cdot 23{,}8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \cdot 7{,}53\,\mathrm{kJ}}{\pi \cdot 0{,}895\,\mathrm{J\,g^{-1}\,K^{-1}} \cdot 2{,}7\,\mathrm{g\,cm^{-3}} \cdot 16\,\mathrm{cm}^2}$$
$$= 0{,}057\,\mathrm{mm}$$

D

Das Endergebnis ist von der Höhe h unabhängig. Das liegt daran, daß sowohl die zugeführte Wärme als auch die Verlängerung proportional der Höhe und der Temperaturdifferenz sind. Erklären Sie sich den Sachverhalt an einem einfachen Beispiel. Wenn die Höhe halb so groß (5 cm) ist, so wird die doppelte Temperaturerhöhung erreicht, die wiederum dieselbe Verlängerung wie in unserem Beispiel erzeugt.

61.

	$\vartheta/°\mathrm{C}$	Q/kJ	$\Delta t/\mathrm{min}$	t/min
1.	−20 °C···0 °C	42	0,5	0,5
2.	0 °C	334	4	4,5
3.	0 °C···100 °C	419	5	9,5
4.	100 °C	2260	26,9	36,4
5.	100 °C···110 °C	16	0,19	36,6
		3071		

1. $Q_{\mathrm{ges}} = m[c_{\mathrm{E}}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + q + c_{\mathrm{W}}(\vartheta_3 - \vartheta_2) + r + c_{\mathrm{D}}(\vartheta_4 - \vartheta_3)]$

$$= 3{,}07\ \mathrm{MJ}$$

2. Diagramm in Bild 59

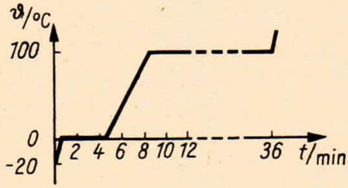


Bild 59

D Die Aufgabe hat nur theoretischen Sinn, vermittelt aber anschaulich, daß der überwiegende Teil der im Dampf gespeicherten Energie durch die *Verdampfungswärme* gestellt wird.

62. Index 1: Dampf Index 2: Wasser
Sie setzen die abgegebene Wärmeenergie der aufgenommenen gleich.

$$m_1 r + c_{\mathrm{W}} m_1 (t_1 - t_{\mathrm{m}}) = (c_{\mathrm{W}} m_2 + C)(t_{\mathrm{m}} - t_2)$$

$$t_{\mathrm{m}} = \frac{m_1 r + c_{\mathrm{W}}(m_1 t_1 + m_2 t_2) + C t_2}{c_{\mathrm{W}}(m_1 + m_2) + C} = 52{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$$

63. $$\Delta m = \frac{MpV}{R} \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}$$

$$= \frac{44\ \mathrm{kg\ kmol^{-1}} \cdot 95{,}8\ \mathrm{kPa} \cdot 10\ \mathrm{l} \cdot 80\ \mathrm{K}}{8314\ \mathrm{J\ kmol^{-1}\ K^{-1}} \cdot 293\ \mathrm{K} \cdot 373\ \mathrm{K}} = 3{,}7\ \mathrm{g}$$

64. $$V = \frac{mRT}{Mp} = 0{,}186\ \mathrm{m^3}$$

65. Mit $p = p_{\ddot{u}} + p_{\mathrm{L}}$ (Überdruck und Luftdruck) ist

$$n = \frac{pV}{RT} = 0{,}182\ \mathrm{kmol}$$

D Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Stoffart. Die Basisgröße Stoffmenge stellt eine Teilchenzahl dar. In einem bestimmten Volumen ist unter gleichen Bedingungen unabhängig von der Art des (idealen) Gases stets die gleiche Zahl von Molekülen enthalten.

66. $$m = \frac{MpV}{RT} = 8{,}75\ \mathrm{kg}$$

67. Sie setzen in (1) die gegebenen Werte ein und behandeln dann k wie eine gegebene Größe, da die allgemeine Lösung aus platzsparenden Gründen hier nicht verlangt wird (Bild 60).

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{5{,}8} + \frac{0{,}6}{1{,}5} + \frac{1}{11{,}6}\right)\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}; \qquad k = 1{,}52\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}$$

$$\vartheta_i' = \vartheta_i - \frac{k}{\alpha_i}(\vartheta_i - \vartheta_a) = 20\,^\circ\mathrm{C} - \frac{1{,}52}{5{,}8}\cdot 40\,\mathrm{K} = 9{,}5\,^\circ\mathrm{C}$$

$$\vartheta_a' = \vartheta_a + \frac{k}{\alpha_a}(\vartheta_i - \vartheta_a) = -20\,^\circ\mathrm{C} + \frac{1{,}52}{11{,}6}\cdot 40\,\mathrm{K} = -14{,}8\,^\circ\mathrm{C}$$

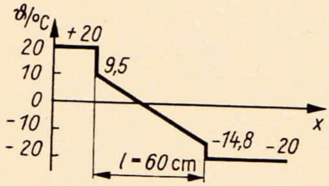


Bild 60

68. 1. $\frac{Q}{t} = \underline{\underline{kA(\vartheta_i + \vartheta_a)}} = \underline{\underline{2{,}21\,\mathrm{kW}}}$

$$\left(\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} = 0{,}905\,\frac{\mathrm{m^2\,K}}{\mathrm{W}}; \qquad k = 1{,}104\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}}\right)$$

2. $P = \underline{\underline{\frac{Q}{t}}} = \underline{\underline{2{,}21\,\mathrm{kW}}}$

69. $\frac{Q}{t} = \underline{\underline{k\frac{\pi d^2}{2}\Delta\vartheta}} = \underline{\underline{19\,\mathrm{kW}}}\left(= 16{,}3\,\frac{\mathrm{Mcal}}{\mathrm{h}}\right)$

70. 1. $\frac{Q}{t} = \underline{\underline{kA(\vartheta_i - \vartheta_a)}} = 24{,}7\,\mathrm{kW} = \underline{\underline{89\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{h}}}}\left(= 21{,}2\,\frac{\mathrm{Mcal}}{\mathrm{h}}\right)$

2. $m = \frac{Q}{H} = \underline{\underline{\frac{kA(\vartheta_i - \vartheta_a)\,t}{H}}} = \underline{\underline{4{,}4\,\mathrm{kg}}}$

71. 1. $W_{12} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{p_1}{p_2} = \underline{\underline{-p_2V_2\ln\frac{p_2}{p_1}}}$

$$= -15\,\mathrm{MPa}\cdot 0{,}6\,\mathrm{m^3}\cdot\ln\left(\frac{15\,\mathrm{MPa}}{0{,}1\,\mathrm{MPa}}\right)$$

$$= -15\cdot 10^6\,\mathrm{N\,m^{-2}}\cdot 0{,}6\,\mathrm{m^3}\cdot 5{,}01 = -45{,}1\,\mathrm{MJ}$$

$$= \underline{\underline{-12{,}5\,\mathrm{kWh}}}$$

2. $m = \underline{\underline{\dfrac{Mp_2V_2}{RT}}} = \underline{\underline{107\ \text{kg}}}$

3. $\Delta U = 0$, folglich $Q_{12} = \underline{\underline{W_{12}}} = \underline{\underline{-12{,}5\ \text{kWh}}}$ (= −10,6 Mcal)

D In Druckluftbehältern wird also keine potentielle Energie gespeichert. Was an Kompressionsarbeit aufgewendet wird, geht als Wärme an die Umgebung.

72. 1. $p_2 = \dfrac{1}{2^\varkappa}\left[\left(\dfrac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} + 1\right]^\varkappa \cdot p_0 = \dfrac{1}{2^{1,4}}\left[\left(\dfrac{14{,}8\ \text{MPa}}{0{,}1\ \text{MPa}}\right)^{\frac{1}{1,4}} + 1\right]^{1,4} \cdot 0{,}1\ \text{MPa}$

$= \underline{\underline{5{,}83\ \text{MPa}}}$

2. $p_3 = \underline{\underline{\dfrac{p_1 + p_0}{2}}} = \underline{\underline{7{,}45\ \text{MPa}}}$

D In Wirklichkeit ist der Druck p_2 höher, weil die angenommenen idealen Verhältnisse (keine Durchmischung der ursprünglichen Luftmenge usw.) nicht erfüllt sind. Durch die isentrope Expansion tritt eine Abkühlung auf. Wärme fließt von außen in die Luft, was den Druckanstieg auf 7,45 MPa bewirkt.

73. Neben der Isentropengleichung gelten auch die Zustandsgleichungen

$$p_1V_1^\varkappa = p_2V_2^\varkappa; \quad p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1; \qquad p_2V_2 = \frac{m}{M}RT_2$$

Somit folgt

$$T_2 = \underline{\underline{\frac{T_1}{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}}}} = \frac{293\ \text{K}}{2^{0,4}} = \underline{\underline{222\ \text{K}}}; \qquad t_2 = \underline{\underline{-51\ ^\circ\text{C}}}$$

74. 1. $T_2 = T_1 = \underline{\underline{313\ \text{K}}}$; $\qquad t_2 = \underline{\underline{40\ ^\circ\text{C}}}$

2. $V_2 = \underline{\underline{\dfrac{p_1}{p_2}V_1}} = \underline{\underline{100\ \text{cm}^3}}$

3. $W = \underline{\underline{p_1V_1 \ln\dfrac{p_1}{p_2}}} = \underline{\underline{340\ \text{J}}}$

75. 1. $T_2 = \underline{\underline{\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \cdot T_1}} = \underline{\underline{257\ \text{K}}}$; $\qquad t_2 = \underline{\underline{-16\ ^\circ\text{C}}}$

2. $V_2 = \underline{\underline{\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\varkappa}} \cdot V_1}} = \underline{\underline{82\ \text{cm}^3}}$

3. $W = \underline{\underline{\dfrac{p_1 V_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}}\right]}} = \underline{\underline{221\ \mathrm{J}}}$

76. $z = 13$; Ansatz wie in Aufgabe 73:

$T_2 = \underline{\underline{z^{\varkappa-1} \cdot T_1}} = 13^{0,4} \cdot 333\ \mathrm{K} = \underline{\underline{929\ \mathrm{K}}};\qquad t_2 = \underline{\underline{656\,°\mathrm{C}}}$

77. $p_2 = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = \dfrac{373}{288} \cdot 14{,}8\ \mathrm{MPa} = 19{,}2\ \mathrm{MPa}$

$p_{ü2} = \underline{\underline{19{,}1\ \mathrm{MPa}}}$. Noch keine Explosionsgefahr!

78. $\eta_{\mathrm{th}} = \underline{\underline{\dfrac{T_1 - T_2}{T_1}}} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{283}{1273} = 0{,}78 = \underline{\underline{78\,\%}}$

D Dieser Wirkungsgrad wird technisch bei weitem nicht erreicht.

79. $P_{\mathrm{mech}} = \underline{\underline{\left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right) P_{\mathrm{W}}}} = \left(1 - \dfrac{283}{353}\right) \cdot 2\ \mathrm{MW} = \underline{\underline{0{,}4\ \mathrm{MW}}}$

D Das Beispiel zeigt, daß Wärmepumpen rentable Heizanlagen darstellen, falls billige Antriebsleistung zur Verfügung steht.

80. Es entsteht überhaupt keine Kühlleistung, sondern 350 W Heizleistung. Haushaltkühlschränke sind Wärmepumpen, die ihre „Heizleistung“ an die Luft abgeben. Bei Raumkühleinrichtungen muß die „Heizschlange“ außerhalb des Raumes verlegt werden.

81. 1. $\underline{\underline{I}} = \dfrac{P_{\mathrm{el}}}{U} = \underline{\underline{6{,}82\ \mathrm{A}}}$ 2. $\underline{\underline{R}} = \dfrac{U^2}{P_{\mathrm{el}}} = \underline{\underline{32{,}2\ \Omega}}$

3. $l = \underline{\underline{\dfrac{\pi U^2 d^2}{4\varrho P_{\mathrm{el}}}}} = \dfrac{\pi \cdot 220^2\ \mathrm{V}^2 \cdot 0{,}8^2\ \mathrm{mm}^2 \cdot \mathrm{m}}{4 \cdot 1{,}8\ \Omega\ \mathrm{mm}^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5\ \mathrm{VA}} = \underline{\underline{9{,}0\ \mathrm{m}}}$

D Hier sei noch eine Bemerkung zur Allgemeingültigkeit der Ergebnisse angebracht. Die elektrische Energieversorgung wird fast ausschließlich mit Wechselstrom betrieben. Unsere Rechnungen gelten auch für Wechselgrößen, wenn man unter U und I die Effektivwerte für Spannung und Stromstärke versteht.

82. Aus den Gleichungen (1)...(5) folgt

$$A_{\min} = \underline{\underline{\frac{2\varrho_{\mathrm{Cu}} s P_{\mathrm{V}}}{p(1-p)\,U^2}}}$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}0178\ \Omega\ \mathrm{mm}^2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{m} \cdot 1{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{W}}{0{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 220^2\ \mathrm{V}^2\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{14{,}7\ \mathrm{mm}^2}}$$

16 mm² ist der nächstgrößere handelsübliche Querschnitt.

D Lange Zuleitung erfordert bei Niederspannung großen Drahtquerschnitt. Aus dem allgemeinen Ergebnis folgt, daß z. B. bei zehnfacher Spannung nur 1/100 des Drahtquerschnitts erforderlich wäre. Deshalb nutzt man zur Fernübertragung großer Leistung Hochspannung.

83. 1. Die Aufschrift 220 V/100 W bedeutet, daß die Wendel der Glühlampe für die Spannung $U = 220$ V und für die Leistungsaufnahme $P_{el} = 100$ W bemessen ist.

2. $R = \frac{U}{I} = \underline{\underline{\frac{U^2}{P}}} = \underline{\underline{484\ \Omega}}$

84. 1. $U_0 = \underline{\underline{\frac{U_{k1}I_2 - U_{k2}I_1}{I_2 - I_1}}} = \frac{42\text{ V} \cdot 20\text{ A} - 36\text{ V} \cdot 10\text{ A}}{20\text{ A} - 10\text{ A}} = \underline{\underline{48\text{ V}}}$

2. $R_i = \underline{\underline{\frac{U_{k1} - U_{k2}}{I_2 - I_1}}} = \frac{42\text{ V} - 36\text{ V}}{20\text{ A} - 10\text{ A}} = \underline{\underline{0{,}6\ \Omega}}$

D Wir weisen Sie bei dieser Aufgabe auf eine *Kontrollmöglichkeit* hin, die Verwechslungen der Indizes oder Fehler der Vorzeichen aufdecken hilft. Die Indizes 1 und 2 werden nur als Unterscheidungsmittel verwendet. Sie drücken keine *Rangordnung* oder ähnliches aus. Wenn wir die Indizes vertauschen ($1 \rightleftarrows 2$), darf sich das Ergebnis nicht ändern. Prüfen wir unsere allgemeinen Lösungen daraufhin, so finden wir diese Vertauschungsrelation bestätigt:

$$\frac{U_{k1}I_2 - U_{k2}I_1}{I_2 - I_1} \equiv \frac{U_{k2}I_1 - U_{k1}I_2}{I_1 - I_2} (= 48\text{ V})$$

$$\frac{U_{k1} - U_{k2}}{I_2 - I_1} \equiv \frac{U_{k2} - U_{k1}}{I_1 - I_2} (= 0{,}6\ \Omega)$$

85. In den beiden Gleichungen $I_1 = \frac{U_0}{R_i + R_{a1}}$ und $I_2 = \frac{U_0}{R_i + R_{a2}}$ ist die hier nicht zu berechnende Größe R_i enthalten, die wir deshalb eliminieren:

$$I_2 = \underline{\underline{\frac{U_0 I_1}{U_0 - I_1(R_{a1} - R_{a2})}}} = \underline{\underline{4{,}83\text{ A}}}$$

86. 1. $R_i = \underline{\underline{\frac{U_0}{I} - R_a}} = \underline{\underline{0{,}2\ \Omega}}$

2. Die Stromstärke wird am größten, wenn $R_a \to 0$ (äußerer Kurzschluß). Die Kurzschlußstromstärke beträgt dann

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} = \underline{\underline{75\ \text{A}}}$$

87. Mit $R_{12} = 12\ \Omega$ und $R_{345} = 6\ \Omega$ folgen:

$$U_1 = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{345}} U = 90\ \text{V}; \qquad U_3 = U - U_1 = 45\ \text{V}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \underline{\underline{3{,}0\ \text{A}}}; \qquad I_2 = \frac{U_1}{R_2} = \underline{\underline{4{,}5\ \text{A}}}; \qquad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \underline{\underline{1{,}25\ \text{A}}}$$

$$I_4 = \frac{U_3}{R_4} = \underline{\underline{3{,}75\ \text{A}}}; \qquad I_5 = \frac{U_3}{R_5} = \underline{\underline{2{,}5\ \text{A}}}$$

D

Diese Ergebnisse können durch mannigfache Proben geprüft werden. Der gesamte Ersatzwiderstand R der Schaltung beträgt 18 Ω, somit folgt die Gesamtstromstärke $I = 7{,}5$ A. An den Knotenpunkten muß das 1. Kirchhoffsche Gesetz erfüllt sein. Damit folgen auch noch die Stärken der Ströme, die zwischen C_1 und C_2 beziehungsweise zwischen C_3 und C_2 fließen:

Knotenpunkt	I_{zu}	I_{ab}
A_1	$I = 7{,}5$ A	$I_1 + I_2 = 7{,}5$ A
C_1	$I_1 = 3{,}0$ A	$I_3 = 1{,}25$ A; d.h., $I_6 = 1{,}75$ A (von C_1 nach C_2)
C_3	$I_2 = 4{,}5$ A	$I_5 = 1{,}5$ A; d.h., $I_7 = 2{,}0$ A (von C_3 nach C_2)
C_2	$I_5 + I_6 = 3{,}75$ A	$I_4 = 3{,}75$ A
B_1	$I_3 + I_4 + I_5 = 7{,}5$ A	$I = 7{,}5$ A

88. 1. Über allen vier Widerständen ist die Spannung gleich:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \underline{\underline{100\ \text{mA}}}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \underline{\underline{40\ \text{mA}}}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3} = \underline{\underline{50\ \text{mA}}}$$

Die vierte Stromstärke erhalten Sie aus dem Knotenpunktsatz:

$$I_4 = \underline{\underline{I - (I_1 + I_2 + I_3)}} = \underline{\underline{20\ \text{mA}}}$$

2. $R_4 = \dfrac{U}{I_4} = \underline{\underline{500\ \Omega}}$

89. 1. Bei geöffnetem Schalter handelt es sich um eine Parallelschaltung von 3 Widerständen $R_1 + R_4$, $R_2 + R_5$ und R_3. Sie erhalten also mit $R_5 = R_1$ und $R_4 = R_2$

$$R_{ers1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{\frac{1}{2}(R_1 + R_2) + R_3} = \underline{\underline{\frac{(R_1 + R_2)\, R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3}}} = \underline{\underline{50\ \Omega}}$$

2. Bei geschlossenem Schalter wirken die 4 oberen Widerstände wie paarweise hintereinander geschaltete Widerstände.

$$R_{12} = R_{45} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{ers2} = \frac{2\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot R_3}{2\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3} = \underline{\underline{\frac{2R_1R_2R_3}{2R_1R_2 + (R_1 + R_2)\, R_3}}} = \underline{\underline{26{,}5\ \Omega}}$$

90. Die ersten Vereinfachungen, die Sie ausführen können, sind die Zusammenfassung der beiden jeweils in Reihe liegenden Paare R_1 und R_3 sowie R_5 und R_6:

$$R_{13} = R_1 + R_3; \qquad R_{56} = R_5 + R_6$$

Der Teilersatzwiderstand R_{13} liegt zu R_2 parallel.

$$R_{123} = \frac{R_{13} \cdot R_2}{R_{13} + R_2} = \frac{(R_1 + R_3)\, R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Entsprechend gilt für R_{56} und R_4

$$R_{456} = \frac{R_{56} \cdot R_4}{R_{56} + R_4} = \frac{(R_5 + R_6)\, R_4}{R_4 + R_5 + R_6}$$

R_{123}, R_{456} und R_7 liegen in Reihe:

$$R_{ers} = \underline{\underline{\frac{(R_1 + R_3)\, R_2}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{(R_5 + R_6)\, R_4}{R_4 + R_5 + R_6} + R_7}} = \underline{\underline{10\ \Omega}}$$

91. 1. $C = \underline{\underline{\varepsilon_0 \dfrac{\pi D^2}{4d}}} = \underline{\underline{278\ \text{pF}}}$ 2. $Q = CU = \underline{\underline{\varepsilon_0 \dfrac{\pi D^2}{4d} U}} = \underline{\underline{278\ \text{nC}}}$

92. 1. $C_1 = \dfrac{1}{2} C_0$; $Q_1 = \underline{\underline{\dfrac{1}{2} Q_0}}$; $W_1 = \underline{\underline{\dfrac{1}{2} W_0}}$

2. $C_2 = \dfrac{1}{2} C_0$; $Q_2 = \underline{\underline{Q_0}}$; $U_2 = 2U_0$; $W_2 = \underline{\underline{2W_0}}$

D Wie sind die Energiebeziehungen zu erklären? Im zweiten Fall muß gegen die elektrische Anziehungskraft mechanische Arbeit aufgewendet werden. Dies führt zur Verdoppelung der elektrischen Energie. Auch im ersten Fall wird eine (kleinere als im Fall 2) mechanische Arbeit verrichtet. Aber es fließt ja ein Strom zur Batterie zurück, der diese auflädt.

93. $$\left.\begin{array}{l} W = \dfrac{C}{2} U^2 \\ m = \mu C \end{array}\right\} \quad \underline{\underline{m = \frac{2\mu W}{U^2}}} = \underline{\underline{144\ \mathrm{t}}}$$

D Zur Speicherung großer Energiebeträge kommt der Kondensator wegen des enormen Materialaufwandes nicht in Frage. Außerdem ergeben sich noch andere technische Schwierigkeiten; z. B. gibt es keine idealen Isolatoren.

94. 1. $U_1 = \underline{\underline{\frac{U}{3}}} = \underline{\underline{100\ \mathrm{V}}}$; $\qquad Q_1 = \underline{\underline{\frac{CU}{3}}} = \underline{\underline{1\ \mathrm{mC}}}$

2. $U_2 = \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{300\ \mathrm{V}}}$; $\qquad Q_2 = \underline{\underline{CU}} = \underline{\underline{3\ \mathrm{mC}}}$

95. 1. Die Ladungen aller drei Kondensatoren sind einander gleich (Bild 61); denn auf je zwei verbundenen Platten muß die gesamte Ladung $Q_{\text{ges}} = 0$ bleiben.

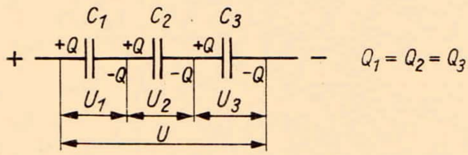


Bild 61

$Q_1 : Q_2 : Q_3 = \underline{\underline{1:1:1}}$

2. Die Spannungen verhalten sich umgekehrt wie die Kapazitäten

$Q = C_1U_1 = C_2U_2 = C_3U_3; \qquad U_1 : U_2 = C_2 : C_1 = 2:1$ usw.

$U_1 : U_2 : U_3 = \underline{\underline{6:3:2}}$

3. Wegen $W = \frac{C}{2} U^2 = \frac{1}{2} QU$ gilt $W_1 : W_2 : W_3 = \underline{\underline{6:3:2}}$

96. 1. Aus $U_1 + U_2 = U_0$ und $Q_1 = Q_2$ bzw. $C_1U_1 = C_2U_2$ folgt

$$U_1 = \underline{\underline{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}} U_0 = \underline{\underline{10{,}59\ \mathrm{V}}}$$

$$U_2 = \underline{\underline{\frac{C_1}{C_1 + C_2}}} U_0 = \underline{\underline{1{,}412\ \mathrm{V}}}$$

D *Probe:* $U_1 + U_2 = U_0$; $\quad 10{,}59\ \mathrm{V} + 1{,}412\ \mathrm{V} \approx 12\ \mathrm{V}$

2. $Q_1 = Q_2 = \underline{\underline{C_1 U_1}} = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F} \cdot 10{,}59\ \mathrm{V} = \underline{\underline{21{,}18\ \mu\mathrm{C}}}$

D *Probe:* $Q_2 = C_2 U_2 = 15 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F} \cdot 1{,}412\ \mathrm{V} = 21{,}18\ \mu\mathrm{C} = Q_1$

97. $C = 4\pi\varepsilon_0 r = 2\pi\varepsilon_0\, d$ ist die Kapazität einer Kugel. Auf die Spannung U gebracht, sitzt auf der Kugel die Ladung

$$Q = CU = 2\pi\varepsilon_0\, dU.$$

Diese Ladung besteht aus N Elementarladungen e: $\quad Q = Ne.$

$$N = \underline{\underline{\frac{2\pi\varepsilon_0 dU}{e}}} = \underline{\underline{3{,}5 \cdot 10^{14}}}$$

98. 1. $\left.\begin{array}{l} F = ma \\ F = eE \end{array}\right\} \; a = \underline{\underline{\frac{e}{m}E}} = \underline{\underline{1{,}76 \cdot 10^{15}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$

2. Entweder setzen Sie die kinematische Beziehung $s = v^2/2a$ oder einfacher die Energiebilanz $Fs = {}^1/_2 mv^2$ an:

$$v = \underline{\underline{\sqrt{2\frac{e}{m}Es}}} = \underline{\underline{1{,}88 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

D Der unvorstellbar hohe Wert der Beschleunigung drückt aus, wie klein die Masse, das heißt die Trägheitseigenschaft der Elektronen, ist.

99. 1. $Y = \frac{1}{2}\frac{U_\mathrm{q}}{U_\mathrm{p}}\frac{s}{d}\, l = \underline{\underline{11\ \mathrm{mm}}}$

2. $\frac{F}{G} = \underline{\underline{\frac{e}{m}\frac{U_\mathrm{q}}{gd}}} = \underline{\underline{9 \cdot 10^{13}}} \approx 10^{14}$

D Die Gewichtskraft des Elektrons spielt gegenüber den elektrischen Kräften überhaupt keine Rolle. Weil die Ablenkung Y zur Ablenkspannung proportional ist, wird die Braunsche Röhre zur Spannungsmessung benutzt (Katodenstrahloszillograf).

100. Die physikalische Grundlage ist die gleiche wie in der Aufgabe 99. Wir benutzen dieselben Bezeichnungen. Wenn die Ablenkspannung zu groß wird, trifft der Elektronenstrahl auf die positive Platte (Bild 13). Im Grenzfall muß gelten:

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{d}{s} \quad \text{mit} \quad v_x = \sqrt{2\frac{e}{m}U_\mathrm{b}}; \qquad v_y = \sqrt{\frac{e}{m}U_\mathrm{q}}$$

$$U_\mathrm{q} = \underline{\underline{2\left(\frac{d}{s}\right)^2 U_x}} = \underline{\underline{10{,}7\ \mathrm{V}}}$$

101. 1. $\underline{\underline{H = N\frac{I}{l}}} = 40\,\frac{\text{A}}{\text{cm}} = \underline{\underline{4\,\frac{\text{kA}}{\text{m}}}}$

2. $B = \mu_0 H = \underline{\underline{\mu_0 N\frac{I}{l}}} = \underline{\underline{5{,}03\ \text{mT}}}$

3. $\Phi = B_n A = \underline{\underline{\mu_0 N\frac{\pi d^2}{4l}}}\,I = \underline{\underline{3{,}55\ \mu\text{Wb}}}$

102. $|U_{i2}| = \underline{\underline{\mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{l_1}\cdot\frac{I_1}{\Delta t}}}$

$$= \frac{1{,}26\ \text{V s}\cdot 2000\cdot 300\cdot 8\ \text{cm}^2\cdot 5\ \text{A}}{10^6\ \text{A m}\cdot 10\ \text{cm}\cdot 100\ \text{ms}} = \underline{\underline{0{,}3\ \text{V}}}$$

103. $\Phi(t) = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} I_1 A_2 \sin \omega t;\qquad \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} I_1 A_2 \omega \cos \omega t$

$$U_i = -\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} I_1 A_2\, 2\pi n \cos \omega t = -U_{max} \cos \omega t$$

Daraus folgen

1. $f = \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{100\ \text{Hz}}}$

2. $U_{max} = \underline{\underline{2\pi\mu_0 N_1 N_2 I_1 \frac{A_2}{l_1} n}} = \underline{\underline{2{,}4\ \text{V}}}$

D Der Induktionsvorgang, der in dieser Aufgabe berechnet wurde, stellt das Prinzip der Wechselspannungserzeugung dar. Allerdings läßt er sich in der hier verwendeten Form nicht in die technische Nutzung übertragen, weil die Erzeugung des Magnetfeldes zu viel Energie erfordern würde.

104. $F_z = \underline{\underline{IxB_y}} = \underline{\underline{0{,}34\ \text{N}}}$

Die Richtungen gehen aus Bild 62 hervor.

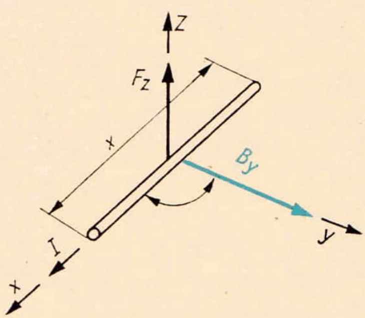


Bild 62

105. $M = \underline{\underline{IlbB \cos \varphi}} = \underline{\underline{3{,}12 \text{ mN m}}}$ (Millinewtonmeter)

D Der Vorgang stellt das Prinzip des Elektromotors dar.

106. Sie verwenden dieselbe Überlegung, die in der Aufgabe 105 zum Ansatz führte (Bild 51). Das Größtmoment tritt auf, wenn der Winkel $\varphi = 0$ ist, wenn also der Fluß die Windungsfläche nicht durchsetzt: $M_{\text{max}} = NIBA$.

$$B = \underline{\underline{\frac{M_{\text{max}}}{NIA}}} = \underline{\underline{82 \text{ mT}}}$$

107. $$r = \underline{\underline{\frac{v}{\frac{e}{m}B}}} = \frac{5{,}0 \cdot 10^7 \text{ m kg m}^2}{1{,}76 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{s} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ V s}} = \underline{\underline{1{,}14 \text{ m}}}$$

D Die magnetische Bahnablenkung wird praktisch genutzt in der Fernsehröhre und in Beschleunigungsmaschinen der Kernphysik (zum Beispiel im Zyklotron).

108. Wir erhalten wie in Aufgabe 98 $v = \sqrt{2Ue/m}$ und nach gleichen Ansätzen wie in Aufgabe 107

$$r = \frac{v}{\frac{e}{m}B} = \underline{\underline{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2U}{\frac{e}{m}}}}} = \underline{\underline{168 \text{ mm}}}$$

109. Wenn Sie wieder den Ansatz $QvB = mv^2/r$ verwenden und unter Elimination von v in $W_k = {}^1/_2 mv^2$ einsetzen, so erhalten Sie

$$W_k = \underline{\underline{\frac{2e}{m} eB^2r^2}} = 16 \cdot 10^6 \text{ eV} = \underline{\underline{16 \text{ MeV}}}$$

110. 1. $$\frac{e}{m} = \underline{\underline{\frac{Us}{dr^2B^2 \tan \alpha}}} = \underline{\underline{9{,}55 \cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg}}}}.$$

2. $$\frac{m}{m_e} = \frac{\frac{e}{m_e}}{\frac{e}{m}} = \frac{1{,}76 \cdot 10^{11}}{9{,}55 \cdot 10^7} = \underline{\underline{1840}}.$$ Es handelt sich um Protonen.

111. 1. $$v = \underline{\underline{\sqrt{\frac{2W}{m}}}} \approx 45 \text{ m s}^{-1} \approx \underline{\underline{160 \text{ km h}^{-1}}}$$

2. $$h = \underline{\underline{\frac{W}{mg}}} \approx \underline{\underline{100 \text{ m}}}$$

3. $\Delta\vartheta = \underline{\underline{\dfrac{W}{cm}}} \approx \underline{\underline{0{,}25\ \mathrm{K}}}$ (z.B. von 20,00 °C auf 20,25 °C)

4. $t = \underline{\underline{\dfrac{W}{P}}}$; $\quad t_G \approx \underline{\underline{7\ \mathrm{h}}}$; $\quad t_H \approx \underline{\underline{0{,}25\ \mathrm{h}}}$

112. Für 1.... 3. gilt jeweils $P = \dfrac{W}{t}$, somit folgt

für 1 min: $P = \underline{\underline{16{,}7\ \mathrm{kW}}}$; $\qquad$ für 1 h: $P = \underline{\underline{278\ \mathrm{W}}}$

113. 1. $P = \underline{\underline{\dfrac{W}{t}}} = \underline{\underline{50\ \mathrm{W}}}$; $\qquad$ 2. $h = \underline{\underline{\dfrac{W}{mg}}} \approx \underline{\underline{100\ \mathrm{m}}}$

3. Nein. Wärmeenergie kann niemals vollständig in mechanische Arbeit umgewandelt werden (2. Hauptsatz der Thermodynamik).

114. $P = \underline{\underline{\dfrac{W}{t}}} = 3 \cdot 10^9\ \mathrm{W} = \underline{\underline{3\ \mathrm{GW}}}$

D Infolge der extrem kurzen Zeit ergibt sich eine sehr große Leistung.

115. 1. $Q_1 = \underline{\underline{\dfrac{\varrho c\,\Delta V}{3\alpha}}} = \underline{\underline{35{,}1\ \mathrm{kJ}}}$; $\qquad$ 2. $Q_2 = \underline{\underline{\varrho l^3(c\,\Delta\vartheta + q_s)}} = \underline{\underline{2{,}62\ \mathrm{MJ}}}$

3. $t_1 = \underline{\underline{\dfrac{Q_1}{P}}} \approx \underline{\underline{35\ \mathrm{s}}}$; $\qquad t_2 = \underline{\underline{\dfrac{Q_2}{P}}} \approx \underline{\underline{44\ \mathrm{min}}}$

D Die Ergebnisse für Q_1 und t_1 sind unabhängig vom Volumen des Würfels, weil sowohl die zugeführte Wärmemenge Q_1 als auch die Volumenänderung ΔV proportional dem Volumen $V = l^3$ und der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ sind.

116. 1. $F = \underline{\underline{\dfrac{m(v^2 - v_0^2)}{2s}}} = \underline{\underline{-61{,}7\ \mathrm{kN}}}$

2. $\Delta W_k = \underline{\underline{\dfrac{m}{2}(v_0^2 - v^2)}} = \underline{\underline{18{,}5\ \mathrm{MJ}}} = \underline{\underline{5{,}14\ \mathrm{kWh}}}$

3. $h = \underline{\underline{\dfrac{\Delta W_k}{mg}}} = \underline{\underline{23{,}6\ \mathrm{m}}}$

117. 1. $W = Q = \underline{\underline{\varrho VH}} = \underline{\underline{32{,}5\ \mathrm{MJ}}}$; $\qquad$ 2. $P = \underline{\underline{\dfrac{W}{t}}} = \underline{\underline{72{,}2\ \mathrm{kW}}}$

D Die berechnete Leistung ist die dem Motor zugeführte Leistung.

118. 1. $P = \underline{\underline{\dfrac{nW}{\eta}}} = \underline{\underline{4{,}0\ \text{kW}}}$; 2. $I = \underline{\underline{\dfrac{P}{U}}} = \underline{\underline{200\ \text{A}}}$

119. 1. Aus den Gleichungen (1)... (3) folgt

$$P = \underline{\underline{\frac{mgh}{\eta_K t}}} = \underline{\underline{4{,}97\ \text{kW}}}$$

2. Aus den Gleichungen (4) und (5) ergibt sich

$$I = \underline{\underline{\frac{P}{\sqrt{3}\,\eta_M U \cos\varphi}}} = \underline{\underline{10{,}7\ \text{A}}}$$

3. $t_3 = \underline{\underline{\dfrac{mgh}{\eta_K P_3}}} = \underline{\underline{45{,}1\ \text{s}}}$; $I_3 = \underline{\underline{\dfrac{P_3}{\eta_{M3} U_3 \cos\varphi_3}}} = \underline{\underline{9{,}67\ \text{A}}}$

120. 1. $W_{rot} = 2 \cdot \dfrac{1}{2} J\omega^2 = \underline{\underline{mr^2\omega^2}} = \underline{\underline{9{,}6\ \text{J}}}$

2. Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt $J_2\omega_2 = J_1\omega_1$ und unter Beachtung von Gleichung (2)

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4r_1^2}{r_1^2} = 4$$

Es ist $\underline{\underline{\omega_2 = 4\omega_1}}$ $(= 3{,}2\ \text{rad s}^{-1})$

3. Mit dem allgemeinen Ergebnis aus 1. wird

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{r_2^2\,\omega_2^2}{r_1^2\,\omega_1^2} = \frac{r_1^2 \cdot 16\omega_1^2}{4r_1^2\,\omega_1^2} = 4$$

Es ist $W_2 = 4W_1$ und

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \underline{\underline{3W_1}} = \underline{\underline{28{,}8\ \text{J}}}$$

4. Aus den Gleichungen (6) und (7) folgt

$$P_{el} = \underline{\underline{\frac{\Delta W}{\eta t}}} = \underline{\underline{6{,}4\ \text{W}}}$$

121. Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt das allgemeine Ergebnis

$$\sigma = \underline{\underline{\alpha E(t_1 - t_2)}} = \underline{\underline{57{,}7\ \text{MPa}}}$$

D Die Zugspannung im Stab ist unabhängig von der Länge l.

122. Aus den Gleichungen (1) ... (5) folgt

$$P_{el} = \underline{\underline{\frac{c_W \varrho V(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{\eta t}}} = \underline{\underline{2{,}65\ \text{kW}}}$$

D Die Spannung hat keinen Einfluß auf das Ergebnis.

123. 1. $\underline{\underline{W_{el} = \frac{cm(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{\eta}}} = \underline{\underline{2{,}22\ \text{MJ}}}\ (= 0{,}62\ \text{kWh})$

2. $\underline{\underline{P = \frac{W_{el}}{t}}} = \underline{\underline{1{,}85\ \text{kW}}}$; Leistung des Tauchsieders 2 kW.

124. 1. $Q = \underline{\underline{\varrho cabh\, \Delta\vartheta}} = \underline{\underline{26{,}1\ \text{GJ}}}$

2. $\frac{\Delta V}{V} = \underline{\underline{\gamma\, \Delta\vartheta}} = \underline{\underline{0{,}045\,\%}}$; $\qquad V = \underline{\underline{\frac{\Delta V}{V}}} \cdot V = \underline{\underline{1{,}125\ \text{m}^3}}$

3. $t = \underline{\underline{\frac{Q}{\eta P_{el}}}} = 8{,}54 \cdot 10^3\ \text{h} \approx \underline{\underline{356\ \text{d}}}$ (fast 1 Jahr!)

D Das Ergebnis weist auf die Bedeutung der Nutzung von Sonnenenergie hin.

125. 1. $\underline{\underline{\eta = \frac{c\varrho V(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{UIt}}} = 0{,}947 \approx \underline{\underline{95\,\%}}$

2. $W_{el} = \underline{\underline{UIt}} = \underline{\underline{853\ \text{kJ}}} = \underline{\underline{0{,}237\ \text{kWh}}}$

126. 1. $W_{el} = \underline{\underline{P_{el}t}} = \underline{\underline{1{,}5\ \text{kWh}}}$

2. Mit $Q = \eta W_{el}$ folgt

$$\underline{\underline{\vartheta_2 = \vartheta_1 + \frac{\eta W_{el}}{c\varrho V}}} = 8\,^\circ\text{C} + 81\ \text{K} = \underline{\underline{89\,^\circ\text{C}}}$$

3. Aus $t = \frac{RW_{el}}{U^2}$ folgt $\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta W}{W} + 2\frac{\Delta U}{U}$ nach den Regeln der Fehlerrechnung. Bei konstanter Energie und konstantem Widerstand ist $\frac{\Delta t}{t} = 2\frac{\Delta U}{U} = 0{,}08$ und $\Delta t = 3{,}6$ min. Somit $t_3 = \underline{\underline{48{,}6\ \text{min}}}$

127. 1. $\underline{\underline{V = \frac{P_{el}t}{\eta_B \varrho_B H}}} = \underline{\underline{354\ \text{l}}}$ $\qquad$ 2. $\underline{\underline{h = \frac{P_{el}}{\eta_W \varrho_W g I}}} = \underline{\underline{9{,}26\ \text{m}}}$

D Mit Hilfe der Wasserkraft ließen sich täglich 354 l Benzin einsparen.

128. 1. Aus den Gleichungen (1) ... (5) folgt

$$\underline{\underline{\Delta l = \frac{\alpha UIt}{\varrho cA}}} = \underline{\underline{3{,}14\ \text{mm}}}$$

D Die absolute Längenänderung scheint von der Drahtlänge unabhängig zu sein. Beachten Sie 3.

2. $W_{el} = \underline{\underline{UIt}} = \underline{\underline{1{,}8\,\text{kJ}}} = \underline{\underline{0{,}0005\,\text{kWh}}}$

3. Die Drahtlänge $l = \dfrac{UA}{I\varrho_{el}}$ folgt aus (6) und (7) (überschläglich $l \approx 10\,\text{m}$).
Mit dem allgemeinen Ergebnis zu 1 ergibt sich

$$\frac{\Delta l}{l} = \underline{\underline{\frac{\alpha\varrho_{el} I^2 t}{cA^2}}} = 2{,}985 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{0{,}03\,\%}}$$

129. 1. $\underline{\underline{\vartheta_1 = \vartheta_2 + \dfrac{\varrho_{Cu} I^2}{2\sqrt{\pi}\,\alpha A\sqrt{A}}}} = 20\,°\text{C} + 12\,\text{K} = \underline{\underline{32\,°\text{C}}}$

2. $\underline{\underline{I_2 = I_1 \sqrt{\dfrac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1}}}} = \underline{\underline{15{,}5\,\text{A}}}$

130. 1. $F = \underline{\underline{mg \tan\varphi}} = \underline{\underline{5{,}66\,\text{mN}}}$

2. Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt

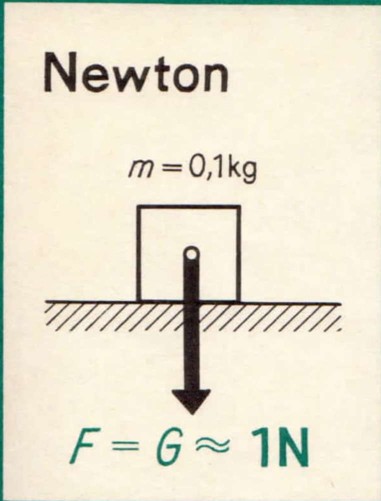
$$Q = \frac{F\,d}{U} = \underline{\underline{0{,}566\,\mu\text{C}}}$$

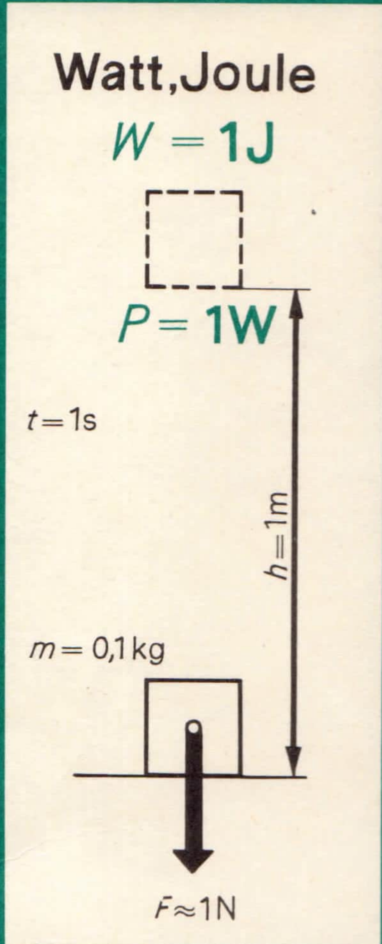
3. Gleichungen (5) und (6) ergeben

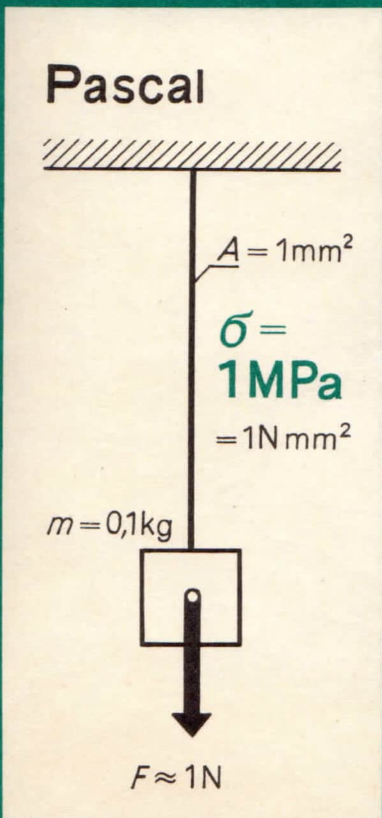
$$W_{mech} = \Delta W = \underline{\underline{mgl(1 - \cos\varphi)}} = \underline{\underline{197\,\mu\text{J}}}$$

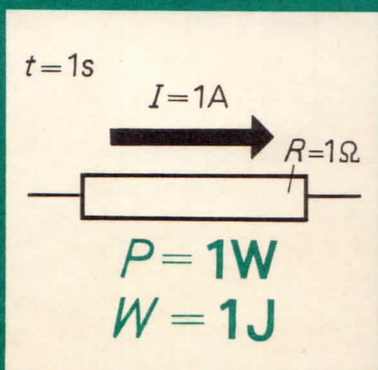
D

Die mechanische Arbeit läßt sich nicht nach der Gleichung $W = Fs$ berechnen, da die Kraft winkelabhängig und somit nicht konstant ist.


Newton
m = 0,1kg
F = G ≈ 1N


Watt,Joule
W = 1J
P = 1W
t = 1s
h = 1m
m = 0,1 kg
F ≈ 1N


Pascal
A = 1mm²
σ = 1MPa
= 1N mm²
m = 0,1kg
F ≈ 1N


t = 1s
I = 1A
R = 1Ω
P = 1W
W = 1J

00720

ISBN 3-343-00445-6