Mathematik

Klasse 4

Unterrichtshilfen

Unterrichtshilfen Mathematik Klasse 4

Autoren:
Werner Breuer, Günter Erbrecht, Helmut Leiße,
Klaus Scheler, Sieglinde Schneider,
Siegfried Schneider, Udo Winkler

Volk und Wissen Volkseigener Verlag
Berlin 1982

Verfaßt von einem Autorenkollektiv unter der Leitung von Dr. Siegfried Schneider

Autoren:
Dr. Siegfried Schneider — Einleitung
Dr. Werner Breuer, Helmut Leiße — Stoffgebiet 1
Dr. Sieglinde Schneider, Dr. Siegfried Schneider,
Udo Winkler — Stoffgebiet 2
Dr. Günter Erbrecht, Dr. Klaus Scheler — Stoffgebiet 3

Redaktion: Ingrid Fabian

1. Auflage
Lizenz-Nr. 203/1000/82 (E 002041-1)
LSV 0645
Zeichnungen: Heinz Grothmann
Einband: Erika Kerschner
Typografische Gestaltung: Atelier VWV
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Schrift: 9/10 p Normale Antiqua (Modern)
Redaktionsschluß: 20. November 1981
Bestell-Nr. 707 621 3
DDR 8,00 M

Inhalt

Stoffabschnitt 1.3.

Stoffabschnitt 1.4.

Stoffgebiet 2

Stoffabschnitt 2.1.

Stoffabschnitt 2.2.

Stoffabschnitt 2.3.

Stoffgebiet 3

Stoffabschnitt 3.1.

Stoffabschnitt 3.2.

Einleitung

1. Zum Mathematikunterricht in Klasse 4

Zum Inhalt und zur didaktisch-methodischen Konzeption des Mathematikunterrichts in den Klassen 4 und 5 wurde in den Jahren 1975–81 eine umfassende Diskussion in Verbindung mit einem Schulversuch geführt, an der sich viele Lehrer, Mathematikmethodiker und Schulfunktionäre beteiligten. Das Ziel bestand in der Suche nach Wegen zur Ausbildung solider Rechenfertigkeiten und dauerhaften Aneignung grundlegender mathematischer Kenntnisse durch hohe Aktivität der Schüler im Unterricht. Darauf hat der VIII. Pädagogische Kongreß mit Nachdruck orientiert. Im Ergebnis entstand ein weiterentwickelter Lehrplan für die Klassen 4 und 5, mit dem günstige Voraussetzungen für das Erreichen der gesteckten Ziele gegeben sind. Deshalb ist das gründliche Studium des Lehrplans eine Grundbedingung für das richtige Verstehen und Verwenden der in den vorliegenden Unterrichtshilfen enthaltenen Empfehlungen.

Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Klasse 4 stehen

- die Vertiefung und Erweiterung der Kenntnisse der Schüler über natürliche Zahlen und den Aufbau des dekadischen Positionssystems,
- die Festigung und Weiterentwicklung der Fertigkeiten im mündlichen und schriftlichen Rechnen,
- die Befähigung der Schüler zum Umgang mit Näherungswerten und zur Arbeit mit Größen,
- die Weiterentwicklung der Befähigung der Schüler im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen, Sach- und Anwendungsaufgaben,
- die Vertiefung und Erweiterung der Kenntnisse der Schüler über grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen und
- die Aneignung von sicheren Kenntnissen über geometrische Verschiebungen.

Die Aneignung und Vertiefung des Wissens und Könnens erfolgt vornehmlich durch das Lösen vielfältiger Aufgaben. Entscheidend ist dabei, daß die Schüler sicher die Grundaufgabengleichungen beherrschen.

Im Lehrplan ist das zu erreichende Niveau des fachspezifischen Wissens und Könnens genau gekennzeichnet (LP 6 ff.).

Als wesentliche Aufgabe ergibt sich für Klasse 4, das in den vorangehenden Klassenstufen erworbene Wissen und Können zu festigen und zu erweitern und somit solide Grundlagen für den Unterricht in der Mittelstufe zu schaffen (LP 5).

Für die methodische Gestaltung des Unterrichts ist u. a. zu beachten, daß neben der Einführung oder Erweiterung von Begriffen und Verfahren und den dazugehörenden grundlegenden Übungen im Lösen von Aufgaben auch hinreichend Zeit für solche Übungen vorzusehen ist, in denen Aufgaben komplexen Charakters bzw. Aufgaben, in denen verschiedene Kenntnisse angewendet werden müssen, gelöst werden (LP 11).

In der effektiven, abwechslungsreichen, das Interesse, die Aktivität und auch die Freude am Lernen weckenden Gestaltung des Aufgabenlösens liegen Potenzen kommunistischer Erziehung im Mathematikunterricht, insbesondere bez. moralischer Komponenten, auf die der Lehrplan auf Seite 6 verweist.
Möglichst täglich durchzuführende Übungen (LP 10) vor allem im Kopfrechnen und das regelmäßige Erteilen, Auswerten und Kontrollieren von Hausaufgaben sind eine weitere wesentliche Bedingung für das Entwickeln eines soliden Wissens und Könnens.
Hinsichtlich des Niveaus der sprachlichen Schulung ist im Lehrplan gefordert, daß die Schüler in der Lage sind, einfache mathematische Sachverhalte zu beschreiben, einfache Aussagen oder Lösungswege zu erläutern bzw. zu begründen. Sie bedienen sich dabei jener Elemente der Fachsprache, die zu ihrem aktiven Fachwortschatz gehören.

Zum **aktiven Fachwortschatz,** den die Schüler in den Klassen 1 bis 3 erworben haben und der in Klasse 4 weiter zu festigen ist, gehören vor allem folgende Fachtermini:

Addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren;
plus, minus, mal, geteilt durch;
Summand, Summe; Minuend, Subtrahend, Differenz;
Faktor, Produkt; Dividend, Divisor, Quotient;

einstellige, zweistellige, ..., vierstellige Zahl; gerade Zahl, ungerade Zahl; Vorgänger, Nachfolger;
... ist kleiner als ..., ... ist größer als ..., ... ist gleich ..., ... liegt zwischen ...;
verdoppeln, das Doppelte; halbieren, die Hälfte;
der ...te Teil, das ...fache von;
um ... vergrößern (verkleinern), auf ... vergrößern (verkleinern);

... ist teilbar durch ..., Rest;
angenähert, Überschlag bzw. Überschlagsrechnung;
Gleichung, Ungleichung; wahr, falsch;

Punkt, Gerade, Strecke, Strahl; Streifen
... liegt auf ..., ... geht durch ...; ... liegt zwischen ...; sich (einander) schneiden;
... parallel zu ..., ... senkrecht auf ...; Abstand (zweier paralleler Geraden);

Dreieck, Viereck, Trapez, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat;
Eckpunkt, Seite des (Dreiecks/Vierecks);
Kreis, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser;
Dreiecksfläche, Vierecksfläche, ..., Quadratfläche;

Quader, Würfel, Kugel, Zylinder, Pyramide, Kegel.

In Klasse 4 wird der aktive Fachwortschatz der Schüler insbesondere hinsichtlich folgender Termini ergänzt:

Zehnerpotenz; Zehnersystem;
Zahlwörter bis zur Billion;
aufrunden, abrunden;
Maßstab;
... ist Vielfaches von ..., ... ist Teiler von ...;
Durchschnitt, durchschnittlich;
gleichschenkliges Dreieck, gleichseitiges Dreieck;
Ebene;
gerichtete Strecke;
Verschiebung, Verschiebungspfeil, Verschiebungsweite;
Original, Bild (bei Verschiebung).

Von einigen Termini sollte lediglich erwartet werden, daß sie die Schüler kennen und verstehen, wenn sie vom Lehrer oder in Aufgabenstellungen verwendet werden.

Zu diesem **passiven Wortschatz** der Schüler gehören in Klasse 4 die folgenden Termini:

Dekadisches Positionssystem; Koordinatensystem;
Streckendiagramm;
Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz;
Variable; Halbebene.

2. *Hinweise zum Aufbau und zur Verwendung der Unterrichtshilfen*

Die vorliegenden Unterrichtshilfen wurden auf der Grundlage des Lehrplans ausgearbeitet. Alle Aussagen dieses Buches zur methodischen und organisatorischen Gestaltung des Unterrichts stellen Empfehlungen dar.
Zur Funktion der Unterrichtshilfen und der Art und Weise ihrer Nutzung:

(1) Zur Unterstützung der Plankontrolle wird eine Übersicht zur *Jahresstoffverteilung* in Form eines Diagramms vorangestellt. Mit ihrer Hilfe kann der Lehrer bestimmen, bis zu welchem Zeitpunkt im Schuljahr etwa die Behandlung der einzelnen Stoffabschnitte abgeschlossen werden sollte.

(2) Zu jedem Stoffgebiet, jedem Stoffabschnitt und den einzelnen Themen gibt es *Vorbemerkungen*. Darin werden die Hauptanliegen, die mit der Behandlung des jeweiligen Stoffes verbunden sind, in knapper Form dargestellt. Der Stoff wird in die Linienführung des Lehrplanes eingeordnet, und es werden wesentliche Ziele der Bildung und Erziehung genannt.
Deshalb beginnt jede richtige Verwendung der Unterrichtshilfen mit dem Studium der jeweiligen Vorbemerkungen.
Ohne Kenntnis des dort Gesagten ist eine richtige Wertung und Einordnung der Einzelhinweise, in denen allgemeine Zielstellungen nicht ständig wiederholt werden, nicht möglich.

(3) Zu jedem Stoffgebiet und zu jedem Thema sind *Kontrollaufgaben* formuliert bzw. geeignete Lehrbuchaufgaben angegeben. Damit wird versucht, das am Ende der Behandlung des Stoffgebietes oder des betreffenden Themas zu erreichende Ziel möglichst genau zu kennzeichnen. Die Kontrollaufgaben zum Stoffgebiet sind dabei nicht einfach als eine Auswahl von Kontrollaufgaben zu den einzelnen Themen zu betrachten. Bei der Behandlung einzelner Themen werden mitunter nur Zwischenziele auf dem Weg zu umfassenderen Zielen verfolgt, die sich dann in den Kontrollaufgaben zum Stoffgebiet widerspiegeln. Zu einigen Kontrollaufgaben sind die Lösungen in Klammern angegeben. Die Kontrollaufgaben sind in ihrer Zusammenstellung *nicht als Muster für Klassenarbeiten* gedacht, wohl aber können und sollten solche Aufgaben zu Kontrollen verschiedener Form verwendet werden, auch als Hausaufgaben. Des weiteren werden durch die Kontrollaufgaben auch nicht alle Ziele des Lehrplans erfaßt. Ihre Hauptfunktion besteht darin, daß am Grad der Bewältigung solcher Aufgaben durch die Schüler der Lehrer „ablesen" kann, inwieweit vor allem Ziele im Bereich des Wissens und Könnens erreicht wurden.

(4) Im Abschnitt 4. der Einleitung sind *Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen* zusammengestellt. Sie umfassen solche Komplexe, die zur Festigung des Grundwissens und der grundlegenden Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie zur Sicherung des Ausgangsniveaus für die Behandlung neuen Stoffes dienen und weitgehend auch zurückliegenden Stoff einbeziehen. Sie sind nicht den einzelnen Lerneinheiten zu-

geordnet, damit der Lehrer selbst, entsprechend den Erfordernissen in seiner Klasse, Auswahl, Anordnung und Zeitpunkt des Einsatzes bestimmen kann. In den methodischen Hinweisen werden mehrfach dafür Anregungen gegeben. Ein erheblicher Teil der Aufgabenstellungen soll lediglich bestimmte Aufgabentypen charakterisieren, nach denen der Lehrer ohne große Mühe den Erfordernissen in seiner Klasse entsprechend selbst weitere Aufgaben bilden kann.

(5) Für jedes Stoffgebiet ist eine *Stoffverteilung* angegeben. Die dort vermerkten Themen decken sich in Abfolge und Inhalt in der Regel mit den Lerneinheiten des Lehrbuchs. Diese Stoffverteilung ist ebenfalls nur ein möglicher Vorschlag. Sie muß durch den Lehrer in den Zeitablauf des Schuljahres unter Berücksichtigung der Zeit- und Stundenplanung an der eigenen Schule eingeordnet und gegebenenfalls auch inhaltlich ergänzt, abgewandelt oder weiter konkretisiert werden.

(6) *Für jedes Thema* sind die *wesentlichen Ziele* angegeben. Sie kennzeichnen, welcher Zuwachs an Wissen und Können und an Einsichten bei den Schülern erreicht bzw. welche Erkenntnisse erweitert, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten weiter ausgeprägt werden sollen. Auch mit dem Stoff in enger Beziehung stehende Erziehungsziele werden genannt. Allgemeinere Ziele im Bereich der ideologischen Bildung und Erziehung und der Fähigkeitsentwicklung, die nur über einen größeren Zeitraum hinweg erreicht werden können, sind im allgemeinen in den Vorbemerkungen zu den Stoffgebieten und -abschnitten genannt.

(7) Im Anschluß an die Ziele sind *für jedes Thema Schwerpunkte* formuliert, die bei Unterrichtseinheiten mit mehreren Stunden auf die einzelnen Stunden aufgeschlüsselt sind. Sie können somit dem Lehrer vor allem bei Unterrichtseinheiten mit mehreren Unterrichtsstunden helfen, den Inhalt sinnvoll aufzuteilen und die Stunden zu gliedern.

(8) Die *methodischen Hinweise* beziehen sich auf die angegebenen Schwerpunkte. Mitunter werden verschiedene Möglichkeiten (Varianten) genannt, zwischen denen der Lehrer auswählen muß, die aber mitunter auch für differenziertes Vorgehen im Unterricht genutzt werden können. Die Schwerpunkte sind nicht in jedem Falle notwendigerweise in der angegebenen Reihenfolge zu behandeln. So wird man wohl zu Beginn einer Unterrichtsstunde oder in der ersten Stunde einer Unterrichtseinheit das im Lernprozeß anzustrebende *Ziel formulieren und motivieren*. Die *Sicherung des Ausgangsniveaus* kann aber sowohl vor der Erarbeitung des neuen Stoffes als auch in unmittelbarer Verbindung damit erfolgen. In den Hinweisen wird deshalb z. B. nur gesagt, *was* an Wissen und Können vorausgesetzt werden muß und *wie* man es erneut bereitstellen könnte, aber nicht in jedem Fall, *wann* das im Unterrichtsablauf geschehen sollte. Diese Detailplanung ist vom Lehrer selbst vorzunehmen. Umfang, Zeitpunkt der Vorbereitung, Auswertung und Kontrolle von Hausaufgaben, kurze Leistungskontrollen und dergleichen werden ebenfalls vom Lehrer selbst festgelegt.
Für die *Erarbeitung* sind mitunter logisch aufeinanderfolgende Schritte genannt. Entscheidet man sich für den hier jeweils vorgezeichneten Weg, so sind im allgemeinen auch diese Schritte einzuhalten.
Für die *Festigungsphasen* sind häufig mehrere Möglichkeiten angegeben, aus denen der Lehrer auswählen kann. Die dort genannten Aufgaben können auch für *Hausaufgabenstellungen* genutzt werden, ohne daß das immer erwähnt wird.
Für einige Stunden wird ein möglicher Verlauf ausführlich beschrieben. Auch bei diesen Mustern handelt es sich lediglich um Empfehlungen, die nicht ohne Beachtung der Bedingungen in der eigenen Klasse übernommen werden sollten.

3. Zur Arbeit mit dem Lehrbuch

Die Vorschläge in den Unterrichtshilfen (UH) beziehen sich in vielfältiger Weise auf das Lehrbuch (LB) als wichtigstes Unterrichtsmittel in der Hand des Schülers. Einige grundsätzliche Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrbuch seien deshalb vorangestellt.
Die Autoren haben sich bemüht, das Lehrbuch so zu gestalten, daß es einerseits dem Lehrer vielerlei methodische Anregungen gibt, andererseits Schüler sich teilweise selbständig unter Anleitung durch den Lehrer Stoff aneignen können. Das Buch ist nach Lerneinheiten gegliedert, zu denen in den Unterrichtshilfen Hinweise gegeben werden. Jeder Lerneinheit sind Aufgaben zugeordnet.

Es ist entscheidend für die richtige Verwendung des Lehrbuchs, daß es im Unterricht nicht Seite für Seite „abgearbeitet", sondern zweckmäßig an geeigneten Stellen eingesetzt wird, daß der Lehrer die durch das Buch gegebenen Anregungen zu einem lebensverbundenen Unterricht schöpferisch umsetzt.
So werden für die Sicherung des Ausgangsniveaus und für die Erarbeitung neuen Stoffes häufig Schüleraufträge (●) formuliert, die eine weitgehend selbständige Arbeit der Schüler anregen sollen. Diese Aufträge kann der Lehrer unverändert oder den Bedingungen in seiner Klasse entsprechend abgewandelt erteilen. Nicht zu empfehlen ist ein unbesehen lückenloses Bearbeiten aller Aufträge. Aufgabenbeispiele, Abbildungen, Problemstellungen usw. sollte der Lehrer immer als Anregung auffassen und im Unterricht möglichst durch lebendigen Vortrag oder unmittelbare Anschauung ersetzen.
So sollte z. B. anstelle der Betrachtung der Abbildung von Zählwerken (LB 5) ein Zählwerk mit in den Unterricht gebracht werden (z. B. Kilometerzähler vom Fahrrad), oder die Schüler sollten aufgefordert werden, sich zu Hause oder anderswo Zählwerke anzusehen und darüber im Unterricht zu berichten (z. B. Gasuhr, Energiezähler, Zählwerk an Vervielfältigungsapparaten, Tanksäulen usw.).
Bei der Arbeit mit Größen, beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben und im Geometrieunterricht sollten Meßgeräte, Veranschaulichungen von Größeneinheiten (z. B. Kubikmeter – Kantenwürfel), Beispiele für bestimmte Größen (für Schätzübungen), geometrische Figuren und ggf. auch weitere Materialien mitgebracht werden.

Die im Kapitel B des Lehrbuches mehrfach abgebildeten „Rechenautomaten" sind nicht anzueignender Unterrichtsgegenstand. Es wäre jedoch denkbar, daß Schüler im Unterricht, angeregt durch die Lehrbuchabbildungen, „Rechenautomat spielen". Die beteiligten Schüler und die kontrollierende Klasse können dabei auf interessante Weise den Operationscharakter begreifen und bei geschickter Führung durch den Lehrer zugleich intensiv mündlich rechnen. In dieser und ähnlicher Weise sind Lehrbuchdarstellungen mit Leben zu füllen. Das Lehrbuch ist kein „geschriebener Unterricht". Im Lehrbuch ist der Stoff knapp und fehlerfrei dargestellt. Zeitweilig unvollständige Vorstellungen, vorläufige Formulierungen, die noch präzisiert werden müssen, Fragestellungen usw., wie sie im Unterricht notwendigerweise auftreten (und auch auftreten dürfen!), sind im LB im allgemeinen nicht enthalten. Für den Unterricht stellen Lehrbuchformulierungen wohl eine gewisse Orientierung dar. Merkstoff (►), Zusammenfassungen und Übersichten sollten aber nicht formal von den Schülern reproduziert werden. Im Mittelpunkt stehen stets das inhaltlich richtige Erfassen des Stoffes, die eigenen Formulierungen der Schüler und das Anwenden von Wissen beim Lösen von Aufgaben.

Im Lehrbuch werden Aufgaben in verschiedener Weise angeboten. In den Lehrteilen sind häufig Beispiele (■) vorgerechnet. Auch hier ist zu beachten, daß es sich dabei nicht immer um Einführungsbeispiele handelt, sondern häufig um Muster, auf die zunächst im Unterricht hinzuarbeiten ist. Zur Verwendung der Aufgaben im Anschluß an die Lehr-

teile der Lerneinheiten enthalten die Unterrichtshilfen Empfehlungen, mit denen eine Orientierung auf die wichtigsten Aufgabentypen erfolgt. Das Lehrbuch enthält ein reichliches Aufgabenangebot, aus dem der Lehrer den Erfordernissen in seiner Klasse entsprechend unter Beachtung der wesentlichen Lehrplanziele auswählen muß.
Aufgaben mit höherem Anforderungsniveau sind mit Sternchen (*) gekennzeichnet und vorrangig für differenziertes Arbeiten geeignet. Zusätzlich sind fast allen Lerneinheiten noch Aufgaben mit schwarzen Nummern beigefügt. Sie sind für die ständige Sicherung des grundlegenden Könnens gedacht. Werden diese Aufgaben bei den jeweiligen Lerneinheiten z. B. in täglichen Übungen eingesetzt, so wird damit häufig Stoff für den nachfolgenden Unterricht reaktiviert.

Im Lehrbuch enthaltene Sachaufgaben, vor allem aus dem gesellschaftlichen Bereich, unterliegen naturgemäß rasch einem gewissen Verschleiß. Im bereits oben erwähnten Sinne sollte der Lehrer viele dieser Aufgaben als Anregung betrachten, sie jedoch zeitlich aktualisieren (z. B. mit Hilfe der Tagespresse oder statistischer Jahrbücher) und möglichst auch in den Lebensbereich der Schüler rücken (Heimatort, Patenbetrieb, eigene Schule). Der Lehrer wird dann im Unterricht die aktualisierte Aufgabe in lebendiger Weise stellen, ggf. Material dazu mitbringen usw., und nicht etwa formal den Text im LB lesen lassen, zu dem die Schüler kaum Beziehung finden. Diese Hinweise sind nicht als kritische Sicht auf das Lehrbuch zu verstehen, sondern sollen dem notwendigen und richtigen, die Grenzen des Lehrbuches beachtenden Arbeiten mit dem Lehrbuch im Unterricht dienen.

4. *Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen*

Für tägliche Übungen dienen die Lehrbuchaufgaben mit schwarzer Numerierung. Im Lehrbuch sind sie so angeordnet, daß eine langfristige Wiederholung für die anschließenden Lerneinheiten erfolgen kann. Der Lehrer kann diese Aufgaben aber auch entsprechend den Erfordernissen in seiner Klasse zu anderen Zeitpunkten einsetzen.
In der folgenden Zusammenstellung sind weitere Aufgaben, in Ergänzung zu den Lehrbuchaufgaben mit schwarzer Numerierung, gegeben, die in dieser Weise direkt eingesetzt werden können und zugleich Beispiele darstellen, nach denen der Lehrer rasch weitere ähnliche Aufgaben und Aufgabengruppen bilden kann. Bei vielen Aufgaben sind die Lösungen (in Klammern) angegeben.

Mündliches Rechnen

Addition und Subtraktion:

1. a) $20 + 30 =$ *(50)*
b) $90 - 50 =$ *(40)*
c) $45 + 30 =$ *(75)*
d) $85 - 20 =$ *(65)*
e) $36 + 22 =$ *(58)*
f) $78 - 34 =$ *(44)*
g) $35 + 45 =$ *(80)*
h) $65 - 80 =$ *(n. l.)*
i) $59 + 37 =$ *(96)*
k) $53 - 36 =$ *(17)*

2. a) $300 + 500 =$ *(800)*
b) $8\,500 - 4\,500 =$ *(4 000)*
c) $2000 - 700 =$ *(1 300)*
d) $63\,000 + 630 =$ *(63 630)*

3. a) $27 + 33 =$ *(60)*
b) $100 - 54 =$ *(46)*
c) $1\,600 + 410 =$ *(2 010)*
d) $3\,000 - 200 =$ *(2 800)*
e) $15\,000 + 1\,300 =$ *(16 300)*
f) $20\,000 - 5\,100 =$ *(14 900)*
g) $99\,000 + 2\,000 =$ *(101 000)*
h) $100\,000 - 62\,000 =$ *(38 000)*
i) $900\,000 + 300\,000 =$ *(1 200 000)*
k) $6\,000\,000 - 1\,200\,000 =$ *(4 800 000)*

Gleichungen (Addition und Subtraktion):

4. a) $6 + x = 15$ *($x = 9$)*
b) $12 - x = 7$ *($x = 5$)*
c) $x + 9 = 16$ *($x = 7$)*
d) $x - 8 = 5$ *($x = 13$)*
e) $40 + x = 110$ *($x = 70$)*
f) $140 - x = 80$ *($x = 60$)*
g) $200 + x = 900$ *($x = 700$)*
h) $600 - x = 100$ *($x = 500$)*
i) $x + 300 = 1\,200$ *($x = 900$)*
k) $x - 500 = 900$ *($x = 1\,400$)*

Kettenaufgaben (Addition und Subtraktion):

5. a) $9 + 7 + 3 + 0 + 6$ *(25)*
b) $56 + 23 + 31 + 42$ *(152)*
c) $25 - 6 - 5 - 9 - 7$ *(n. l.)*
d) $124 - 21 - 8 - 49$ *(46)*
e) Ich denke mir eine Zahl, vermindere sie um 8, vermehre sie um 14 und erhalte 71. Wie heißt die Zahl? *($x = 65$)*

6. a) $3 + 4 + 7 + 9 + 8 = x$ *($x = 31$)*
b) $21 + 32 + 19 + 12 = x$ *($x = 84$)*
c) $26 - 4 - 7 - 5 - 9 = x$ *($x = 1$)*
d) $100 - 14 - 36 - 28 = x$ *($x = 22$)*
e) Ich denke mir eine Zahl, vermehre sie um 5, vermindere sie um 8 und erhalte 12. Wie heißt die Zahl? *($x = 15$)*

Grundaufgaben der Multiplikation und Division:

7. a) $7 \cdot 5$, $24 : 3$, $30 : 10$, $5 \cdot 6$, $6 \cdot 7$, $36 : 9$, $21 : 7$, $9 \cdot 3$, $8 \cdot 4$, $18 : 2$
b) $4 \cdot 10$, $54 : 6$, $8 \cdot 9$, $45 : 5$, $6 \cdot 2$, $80 : 10$, $70 : 7$, $4 \cdot 9$, $6 \cdot 8$, $40 : 8$

8. a) Sage die Folge der 7 (2, 3, ...) möglichst schnell (rückwärts) auf!
b) Wieviel mal 9 ist 45?
c) Welche Zahl zwischen 70 und 80 ist Vielfaches von 8?
d) Eine Woche hat 7 Tage. Wieviel Tage haben 6 Wochen?
e) Das Produkt aus 6 und einer einstelligen Zahl n endet auf 8. Gib alle Zahlen n an, die diese Bedingung erfüllen!
f) Löse die Gleichung $9 \cdot x = 63$!

Multiplikation und Division:

9. a) $50 \cdot 6 =$ *(300)*
b) $800 : 4 =$ *(200)*
c) $40 \cdot 8 =$ *(320)*
d) $360 : 6 =$ *(60)*
e) $70 \cdot 9 =$ *(630)*

10. a) $12 \cdot 5 =$ *(60)*
b) $48 : 4 =$ *(12)*
c) $24 \cdot 4 =$ *(96)*
d) $36 : 3 =$ *(12)*
e) $48 \cdot 2 =$ *(96)*

Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen:

11. a) $30 \cdot 2 + 20 =$ *(80)*
b) $30 : 2 + 20 =$ *(35)*
c) $(15 \cdot 3) - 40 =$ *(5)*
d) $80 : 4 - 30 =$ *(n. l.)*
e) $45 : (5 - 2) =$ *(15)*

12. a) $80 + 6 \cdot 4 =$ *(104)*
b) $(60 + 60) : 3 =$ *(40)*
c) $50 - (12 \cdot 4) =$ *(2)*
d) $8 - 16 : 2 =$ *(0)*
e) $40 - 40 : 2 =$ *(20)*

Umwandeln von Größenangaben:

13. a) 4 000 mg = *(4 g)*
b) 5 000 g = *(5 kg)*
c) 700 kg = *(7 dt = 0,7 t)*
d) 8 000 kg = *(8 t)*
e) 20 dt = *(2 t)*
f) 0,3 g = *(300 mg)*
g) 0,652 t = *(652 kg = 6,52 dt)*
h) 3 600 s = *(60 min = 1 h)*
i) 48 h = *(2 Tage)*
k) 12 Monate = *(1 Jahr)*

Mündliches und schriftliches Rechnen

14. Ermittle die fehlenden Werte!

$n-1$	n	$n+1$
429	*(430)*	*(431)*
(599)	600	*(601)*
(729)	*(730)*	731

15. Berechne!

c	d	$c+d$	$c-d$	$c \cdot d$	$c:d$
15	5	*(20)*	*(10)*	*(75)*	*(3)*
9	4	*(13)*	*(5)*	*(36)*	*(n. l.)*

16. Zerlege die folgenden Zahlen in Vielfache von Zehnerpotenzen, und stelle sie in einer Stellentafel dar!
200, 312, 8, 903, 61, 20 703, 4 302, 97 630

17. Schreibe die zugehörigen Ziffern auf!
a) fünfhundertsechsundsiebzigtausendvierhundertdreiundsechzig
b) sechshunderttausendvierundzwanzig

18. Vergleiche!
a) 8 640 und 864 *(8 640 > 864)*
b) $6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ und 634 *($6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 634$)*
c) $7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10$ und $7 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 1$ *($7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10 > 7 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 1$)*
d) 5 218 und $6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 1$ *($5\,218 < 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 1$)*

19. Wie kann man diese Zahlenfolgen fortsetzen?
a) 3; 6; 9; ... *(3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; ...)*
b) 7; 14; 21; ... *(7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; ...)*
c) 0; 10; 20; ... *(0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; ...)*
d) 4; 7; 10; ... *(4; 7; 10; 13; 16; 19; 22; ...)*

20. Vergleiche!
a) 369 und 371 *(369 < 371)* **b)** 6 423 und 6 422 *(6 423 > 6 422)*

21. Addiere!
2 469 + 892 *(3 361)*

22. Subtrahiere!
7 923 − 352 *(7 571)*

23. Vergleiche!
a) 763 + 623 und 219 + 1 167 *(1 386 = 1 386)*
b) 2 316 + 4 721 und 9 243 − 2 106 *(7 037 < 7 137)*
c) 6 439 − 216 und 8 155 − 1932 *(6 223 = 6 223)*

24. Ordne!
a) 395; 69; 231; 5; 392 *(5 < 69 < 231 < 392 < 395)*
b) 673; 462; 921; 87; 536 *(87 < 462 < 536 < 673 < 921)*

25. Multipliziere!
$729 \cdot 6$ *(4 374; Ü.: $700 \cdot 6 = 4\,200$)*

26. Dividiere!
488 : 8 *(61; Ü.: 480 : 8 = 60)*

Löse folgende Gleichungen!

27. a) $x - 610 = 390$ *($x = 1\,000$)*
b) $990 + p = 1\,990$ *($p = 1\,000$)*
c) $u + 2\,300 = 3\,300$ *($u = 1\,000$)*
d) $t = 720 - 520$ *($t = 200$)*
e) $4\,300 - h = 3\,900$ *($h = 400$)*
f) $r - 6\,720 = 0$ *($r = 6\,720$)*
g) $2\,400 - f = 2\,400$ *($f = 0$)*
h) $9\,300 + x = 9\,300$ *($x = 0$)*

28. a) $a \cdot 30 = 1\,500$ *($a = 50$)*
b) $600 : x = 20$ *($x = 30$)*
c) $r \cdot 9 = 720$ *($r = 80$)*
d) $e : 5 = 90$ *($e = 450$)*
e) $7 \cdot f = 350$ *($f = 50$)*
f) $360 : m = 6$ *($m = 60$)*

29. Schreibe die folgenden in Ziffernschreibweise gegebenen Zahlen als Zahlwörter!
a) 6 251 **b)** 13 634

30. Ordne!
439 163; 439 264; 438 263; 439 263 *(438 263 < 439 163 < 439 263 < 439 264)*

31. Berechne!
a) $3\,236 + 3 \cdot 4$ *(3 248)*
b) $(3\,236 + 3) \cdot 4$ *(12 956)*

32. Berechne!
a) $78 + 6 : 2$ *(81)*
b) $(78 + 6) : 2$ *(42)*

33. Runde auf Vielfache von 1 000!
a) 23 400 *(23 000)*
b) 641 669 *(642 000)*
c) 9 500 *(10 000)*

Geometrieaufgaben

34. Zeichne eine Gerade m! Zeichne Punkte F und G, die auf dieser Geraden liegen!

35. Zeichne eine Gerade! Zeichne Punkte H und J, die nicht auf der Geraden liegen! *(3 Fälle!)*

36. Zeichne einen Kreis um M! Zeichne eine Strecke ein, deren Endpunkte auf dem Kreis liegen und die durch M verläuft! Wie heißt eine solche Strecke?

37. Zeichne einen Kreis um M! Zeichne eine Strecke ein, deren einer Endpunkt in M, der andere auf dem Kreis liegt! Wie heißt eine solche Strecke?

38. Wieviel Begrenzungsflächen und Eckpunkte hat ein Quader?

39. Wieviel Eckpunkte und wieviel Kanten hat ein Würfel?

40. Verlängere die Strecke $\overline{AB} = 4$ cm
vom Punkt B aus um die Strecke $\overline{CD} = 3$ cm!
Kennzeichne die Gesamtstrecke und gib ihre Länge an!

41. Trage auf der Strecke $\overline{LM} = 8$ cm
von L aus die Strecke $\overline{PQ} = 6$ cm ab!
Kennzeichne die Reststrecke und gib ihre Länge an!

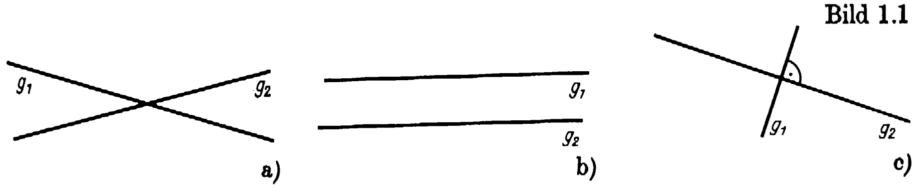
42. Verlängere die Strecke $\overline{EP} = 4$ cm
vom Punkt E aus um die Strecke $\overline{GH} = 2$ cm
und vom Punkt P aus um die Strecke $\overline{JK} = 3$ cm!
Kennzeichne die Gesamtstrecke und gib ihre Länge an!

43. **a)** Zeichne in ein Koordinatensystem den Punkt P (5; 8)!
b) Zeichne Geraden durch P!
c) Wieviel derartige Geraden gibt es?

44. **a)** Zeichne die Punkte A (1; 1); B (7; 0), C (9; 4) und D (3; 5)!
b) Zeichne Geraden durch
A und B, B und C, C und D, D und A!
c) Wieviel Geraden gibt es durch zwei Punkte?
d) Wie heißt die Figur, die durch die Geraden in Aufgabe b) entstanden ist?

45. Was kann man über die gegenseitige Lage der zwei Geraden g_1 und g_2 bei a), b) und c) aussagen? (Bild 1.1)

Bild 1.1



46. Schreibe den Namen der Figuren auf! (Bild 1.2)

ABCF ist ein . . . .
CDEF ist ein . . . .
HIKG ist ein . . . .
LMNO ist ein . . . .
OLM ist ein . . . .
MNO ist ein . . . .
PQRS ist ein . . . .
TUVW ist ein . . . .

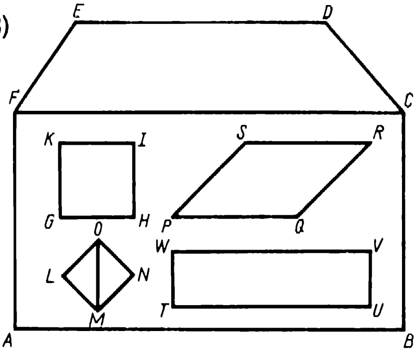


Bild 1.2

47. Welche Figuren sind durch den Schnitt der Geraden entstanden? (Bild 1.3)

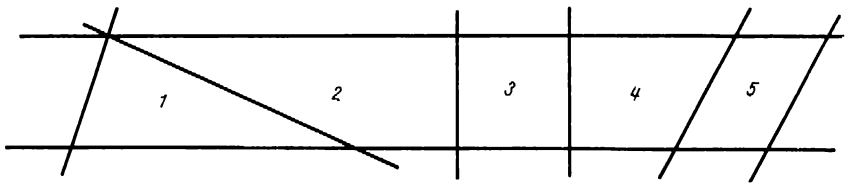


Bild 1.3

48. Zeichne die Punkte

a) *A* (5; 2), *B* (7; 2), *C* (8; 7), *D* (5; 8), *E* (4; 6), *F* (2; 5), *G* (4; 5), *H* (4; 4), *I* (5; 4), *J* (4; 3), *K* (6; 6)

b) Verbinde *A* mit *B*, *B* mit *C*, *C* mit *D*, . . ., so daß eine geschlossene Figur entsteht (außer *K*)!

c) Schreibe alle so entstandenen Strecken auf!

d) Gib Strecken an, die parallel zueinander verlaufen!

e) Gib Strecken an, die senkrecht aufeinander stehen!

49. a) Zeichne in ein Koordinatensystem durch die Punkte *A* (2; 7) und *B* (3; 1) eine Gerade!

b) Überprüfe und kreuze entsprechend an!

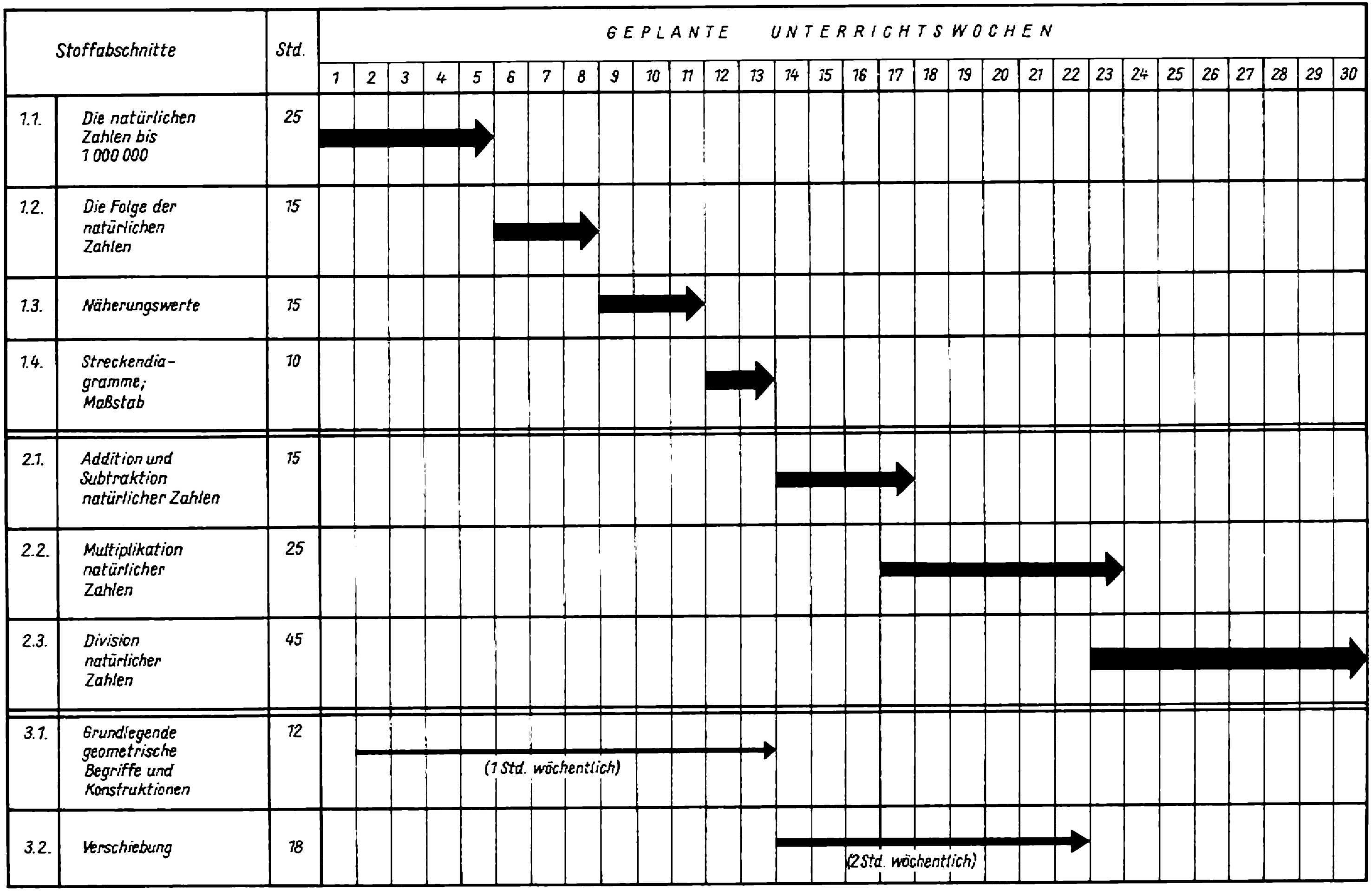
			wahr	falsch
C (2; 3)	liegt auf	*AB*		
D (4; 5)	liegt nicht auf	*AB*		
D (4; 5)	liegt auf	*AB*		
E (9; 8)	liegt auf	*AB*		
AB	geht durch	*F* (1; 5)		
AB	geht durch	*H* (6; 3)		
AB	geht nicht durch	*G* (5; 2)		
AB	geht durch	*D* (4; 5)		

Entsprechende Aufgaben können hinsichtlich der Relationen „schneiden einander", „parallel zu", „senkrecht auf", „gleich lang mit", „liegt zwischen", gestellt werden.

50. Gegeben sei eine Gerade *g*. Zeichne zwei Geraden *h* und *k*, so daß

a) 3 Schnittpunkte entstehen,
b) 2 Schnittpunkte entstehen,
c) nur 1 Schnittpunkt entsteht,
d) kein Schnittpunkt entsteht.

5. Übersicht zur Jahresstoffverteilung (↑ folgende Seite)


Stoffabschnitte
Std.
GEPLANTE UNTERRICHTSWOCHEN
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
1.1. Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000
25
1.2. Die Folge der natürlichen Zahlen
15
1.3. Näherungswerte
15
1.4. Streckendiagramme; Maßstab
10
2.1. Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen
15
2.2. Multiplikation natürlicher Zahlen
25
2.3. Division natürlicher Zahlen
45
3.1. Grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen
12
(1 Std. wöchentlich)
3.2. Verschiebung
18
(2 Std. wöchentlich)

Stoffgebiet 1

Natürliche Zahlen

Vorbemerkungen

Mit dem Stoffgebiet „1. Natürliche Zahlen" wird der aus Klasse 3 bekannte Aufbau natürlicher Zahlen bis 10000 systematisch weitergeführt. Die Schüler können zum Abschluß der Klasse 3 natürliche Zahlen vergleichen, ordnen und mit ihnen die vier Grundrechenoperationen ausführen. Nunmehr kommt es darauf an, dieses Wissen und Können auf die Zahlen bis 1000000 zu übertragen und den prinzipiellen Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen herauszuarbeiten, wobei für den Schüler sichtbar werden muß, daß dieser Aufbau beliebig weit fortgesetzt werden kann. Damit wird zur weltanschaulich-philosophischen Bildung und Erziehung der Schüler beigetragen.
Das in diesem Abschnitt von den Schülern zu erwerbende sichere Wissen und Können bildet eine notwendige Voraussetzung für
- die anschließende Behandlung der vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen,
- die Erarbeitung weiterer Eigenschaften natürlicher Zahlen (z. B. Teilbarkeit natürlicher Zahlen in den Klassen 5 und 6),
- den Aufbau weiterer Zahlenbereiche und das Rechnen in diesen Zahlenbereichen.

Obwohl in diesem Stoffgebiet der Aufbau natürlicher Zahlen im Mittelpunkt steht, müssen die bisher erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten im Rechnen mit natürlichen Zahlen erhalten und noch weiterentwickelt werden. Aus diesem Grunde sind ständig geeignete Aufgaben, die das Ordnen, Vergleichen und Rechnen mit natürlichen Zahlen verlangen, einzubeziehen. Durch vielfältige Aufgabenstellungen sollte daher das kontinuierliche Arbeiten mit Gleichungen, Ungleichungen, Variablen, Tabellen und Sachaufgaben fortgesetzt werden.
Die Behandlung von Größen innerhalb dieses Stoffgebietes baut auf dem bereits aus Klasse 3 vorhandenen Wissen und Können über Einheiten auf. Durch die Behandlung des dekadischen Positionssystems und die Erweiterung der Folge der natürlichen Zahlen ist es möglich, das Wissen über die Einheiten der Länge, der Masse und des Geldes zu erweitern und zu systematisieren. Mit dem Erwerb exakten und anwendungsbereiten Wissens und Könnens über natürliche Zahlen und Größen werden die Schüler befähigt, zahlreiche Probleme in anderen Fächern, im täglichen Leben, in der Pionierarbeit usw. zu bearbeiten. Diesem Zweck dienen auch das Ermitteln, Bilden und Arbeiten mit Näherungswerten, das Darstellen von Größen in Streckendiagrammen sowie die Anwendung von Maßstäben. Durch die Beachtung solch fachübergreifender Aspekte und die Realisierung der Einheit von unterrichtlicher und außerunterrichtlicher Bildung und Erziehung ergeben sich also in diesem Stoffgebiet gute Möglichkeiten, beim Schüler die Überzeugung von der bedeutenden Rolle der Mathematik für die Gesellschaft und den einzelnen Bürger zu entwickeln.

Kontrollaufgaben

1. Gegeben sind folgende Zahlen:
   12, 1 815, 1 531, 27 000 775, 30 009, 450
   a) Schreibe sie als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen!
   b) Gib jeweils das zugehörige Zahlwort an!
   c) Ordne die Zahlen nach der Größe! Beginne mit der kleinsten Zahl!
   d) Runde die Zahlen auf Vielfache von 10 und auf Vielfache von 100!
2. Vergleiche die Zahlen a und b!

a	b	
3 700 420	3 007 420	*($a > b$)*
$3 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2$	*($a > b$)*
$5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2$	50 030	*($a > b$)*
$5 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 9 \cdot 1$	$5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 9 \cdot 1$	*($a = b$)*

3. Ergänze!

a	$a + 500$	$a : 10$	$100 \cdot a$
4 000	*(4 500)*	*(400)*	*(400 000)*
(4 200)	4 700	*(420)*	*(420 000)*
35 400	*(35 900)*	*(3 540)*	*(3 540 000)*
(3 250)	*(3 750)*	325	*(325 000)*
(8 000)	*(8 500)*	*(800)*	800 000

4. Ergänze! Gib für die Größen in Aufgabe 4 a) jeweils einen Näherungswert an!
   a) 85 mm ≈ ... cm *(9)*
      2 430 m ≈ ... km *(2)*
      2 km 60 m ≈ ... km *(2)*
      2 360 kg ≈ ... t *(2)*
      5 t 12 kg ≈ ... t *(5)*
      625 Pf ≈ ... M *(6)*
   b) 36 m = ... dm *(360)*
      12 g = ... mg *(12 000)*
      4 t 13 kg = ... kg *(4 013)*
      35,60 m = ... cm *(3 560)*
      4,06 M = ... Pf *(406)*
      180 s = ... min *(3)*
      4 h = ... min *(240)*
      48 h = ... d *(2)*
      3 Wochen = ... Tage *(21)*
5. Vergleiche!
   a) 1 450 kg ... 4 150 kg ($<$)
   b) 2,65 dt ... 265 kg ($=$)
   c) 240 min ... 240 s ($>$)
   d) 35 Pf ... 0,35 M ($=$)
   e) 12 Tage ... 1 Woche ($>$)
   f) 25 cm ... 2 500 mm ($<$)
   g) 28 cm ... 0,5 m ($<$)
   h) 2 min ... 70 s ($>$)
6. Löse folgende Gleichungen und Ungleichungen!
   a) $x + 3\,500 = 21\,500$ *($x = 18\,000$)*
   b) $210 = y + 300$ *(nicht lösbar)*
   c) $5 \cdot 21 - a = 500$ *(nicht lösbar)*
   d) $10^x - 300 = 700$ *($x = 3$)*
   e) $320 < x < 325$ *($x = 321, 322, 323, 324$)*
   f) $x \cdot (x - 130) = 0$ *($x = 0, 130$)*
   g) $4\,220 > 10 \cdot b > 4\,200$ *($b = 421$)*
   h) $40\,000 = c \cdot 10^4$ *($c = 4$)*

   Stelle die Lösungen der Aufgaben 6 a), 6 d), 6 e) am Zahlenstrahl dar!

7. Um 12.00 Uhr verlassen zwei Schüler in entgegengesetzter Richtung die Schule. Der erste Schüler fährt in einer Stunde mit seinem Fahrrad 21 km. Der zweite läuft in einer Stunde 6 km. Wie weit sind beide Schüler um 12.20 Uhr voneinander entfernt? Wir nehmen an, daß jeder Schüler seine Geschwindigkeit nicht verändert. *(9 km)*

8. Das Statistische Jahrbuch von 1980 gibt folgende Einwohnerzahlen an!

Leipzig	563 252	Karl-Marx-Stadt	316 164
Berlin	1 140 254	Erfurt	210 135
Dresden	515 881	Gera	123 237
Frankfurt/O.	78 953		

a) Ordne diese Städte nach der Zahl ihrer Einwohner, beginne mit der kleinsten!
b) Runde die Einwohnerzahlen auf Vielfache von 100 000!
c) Stelle die gerundeten Zahlen in einem Streckendiagramm dar!

9. Löse folgende Aufgaben, führe vorher einen Überschlag aus!
a) 78 395 · 6 *(Ü.: 80 000 · 6 = 480 000; E.: 470 370)*
b) 26 364 : 4 *(Ü.: 28 000 : 4 = 7 000; E.: 6 591)*
c) Berechne den neunten Teil von 828 414!
(Ü.: 810 000 : 9 = 90 000 oder 800 000 : 10 = 80 000; E.: 92 046)

10. Stelle folgende Zahlenpaare in einem Koordinatensystem dar!
(3; 5), (1; 1), (7; 2), (4; 5), (5; 4), (0; 6), (2; 0)

11. a) Gegeben ist der Grundriß eines Klassenzimmers im Maßstab 1:100 (Bild 1.4). Berechne die Länge und Breite des Raumes!

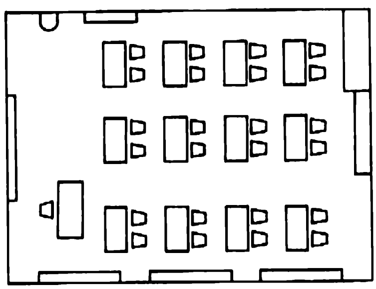


Bild 1.4 (nicht maßstäblich)

b) Auf einer Karte im Maßstab 1:100000 wurden folgende Strecken gemessen: 3 cm, 11 cm und 7 mm.
Wie lang sind diese Strecken in Wirklichkeit?

Stoffverteilung

Thema	**Std.**	**Zu reaktivierender Stoff**	**Zu erarbeitender Stoff**
Stoffabschnitt 1.1.	Die natürlichen Zahlen bis 1000000		25 Std.
Die Stellentafel (LE 1)	3	– Lesen und Schreiben natürlicher Zahlen bis 10000 – Zahlwort, Ziffer – Bilden von Ziffern aus Grundziffern, Stellenwert einer Grundziffer – Stellentafel, Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen – Vorgänger, Nachfolger	

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Zehnerpotenzen und ihre Vielfachen (LE 2)	2	– Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen – Verschiedene Schreibweisen für Zehnerpotenzen – Teile und Vielfache natürlicher Zahlen	– Gewinnen von Zehnerpotenzen bis 10^6 – Berechnen von Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5
Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (LE 3)	3	– Kopfrechnen (Üben der vier Rechenoperationen) – Arbeiten mit Tabellen – Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	– Rechnen mit Zehnerpotenzen bis 10^6 – Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen bis 10^6 – Lösen von Anwendungsaufgaben
Die natürlichen Zahlen bis 1000000 (LE 4)	2	– Schreiben und Lesen von natürlichen Zahlen bis 10000 – Bilden von Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen	– Gewinnen von natürlichen Zahlen bis 1000000 aus Vielfachen von Zehnerpotenzen bis 10^6 und bereits bekannten natürlichen Zahlen – Schreiben und Lesen von Zahlen bis 1000000
Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen bis 1000000 (LE 5)	2	– Vergleichen – Ordnen – Lösen von Ungleichungen mit natürlichen Zahlen bis 10000	– Vergleichen von Zahlen über 10000 (mit unterschiedlicher und mit gleicher Stellenzahl) – Ordnen von natürlichen Zahlen bis 1000000
Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000 (LE 6)	3	– Kopfrechnen (Üben der vier Rechenoperationen) – Zahlendiktat – Vergleichen – Ordnen – Überprüfen der Wahrheit von Gleichungen und Ungleichungen	– Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000 – Aufgaben mit mehreren Operationen – Lösen von Sachaufgaben
Einheiten der Länge (LE 7)	2	– Wiederholung der Einheiten der Länge Schätzen von Längen – Messen von Längen – Umrechnen von Längenangaben	– Aufbau des Systems der Längeneinheiten – Umrechnen von Längenangaben – Vergleichen von Längen – Rechnen mit Längen
Kommaschreibweise bei Längenangaben (LE 8)	2	– Umrechnen von Längenangaben – Kommaschreibweise bei Mark und Pfennig	– Längenangaben mit zwei Einheiten – Längenangaben mit Kommaschreibweise

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Sachaufgaben mit Längenangaben (LE 9)	2	– Umrechnen von Längenangaben – Ordnen von Längenangaben – Rechnen mit verschiedenen Größen	– Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben mit Längeneinheiten – Bedeutung einer Skizze
Gleichungen und Ungleichungen (LE 10)	2	– Wiederholung der Grundrechenoperationen – Aufgaben mit Klammern – Aufgaben in Tabellenform und als Gleichungen – Kopfrechenübungen	– Gleichungen und Ungleichungen ohne bzw. mit Variablen – Gleichungen und Ungleichungen ohne Variable als wahre oder falsche Aussagen – Lösen von Gleichungen und Ungleichungen
Leistungskontrolle und Auswertung	2		
Stoffabschnitt 1.2.		Die Folge der natürlichen Zahlen	15 Std.
Die natürlichen Zahlen über 1000000 (LE 11)	2	– Sprechen und Schreiben natürlicher Zahlen bis 1000000 – Stellentafel – Potenzschreibweise	– Gewinnen weiterer Zehnerpotenzen – Gewinnen von natürlichen Zahlen über 1000000 – Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen über 1000000 – Rechnen mit Zahlen über 1000000
Römische Ziffern (LE 12)	1	– Dekadisches Positionssystem – Stellenwert einer Grundziffer	– Zeichen des römischen Systems – römische Zeichen als Additionssystem – Bildungsprinzip für römische Ziffern – Beispiele
Einheiten der Masse (LE 13)	3	– Umrechnen von Längenangaben – Vergleichen von Längenangaben – Wiederholung der Einheiten g, kg, dt, t	– Einheiten der Masse; Einführen von mg – Umrechnen und Vergleichen von Masseangaben – Rechnen mit Massen – Masseeinheiten beruhen auf Zehnerpotenzen – Anwendungen
Reihenfolge der natürlichen Zahlen (LE 14)	1	– Bilden einfacher Zahlenfolgen – Ordnen natürlicher Zahlen – Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger	– Natürliche Reihenfolge (mit Hilfe der Kleiner-Beziehung) – Vorgänger; Nachfolger

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Größenvergleich mehrerer Zahlen (LE 15)	1	– Vergleichen zweier natürlicher Zahlen	– Größenvergleich dreier Zahlen – Arbeiten mit Ungleichungen
Einheiten der Zeit (LE 16)	4	– Multiplizieren und Dividieren mit 7, 12, 24 und 60 – Umrechnen verschiedener Größenangaben – Einheiten der Zeit: s, min, h, d, Monat, Jahr – Uhrzeit	– Einheiten der Zeit – Zeiteinheiten beruhen nicht auf Zehnerpotenzen – Umrechnen und Vergleichen – Zeitdauer und Zeitpunktangaben – Arbeiten mit Fahrplänen – Bewegungsaufgaben
Gleichungen mit Produkten (LE 17)	1	– Lösen von Gleichungen – Begriffe „erfüllen" und „lösen" – Bedeutung der Probe – Multiplikation	– Lösen von Gleichungen mit Produkten – Erarbeiten, wann ein Produkt 0 ist – Gleichungen mit einer und mit zwei Variablen – Probe – Gleichungen mit keiner, einer oder mehreren Lösungen
Leistungskontrolle und Auswertung	2		
Stoffabschnitt 1.3.	Näherungswerte		15 Std.
Schätzen und Messen (LE 18)	2	– Umrechnen von Einheiten der Länge und der Masse – Festigen von Größenvorstellungen (Länge, Masse, Zeit)	– Beispiele für das Schätzen von Größen – Festmaße (Repräsentanten) für Massen und Längen – Messen von Streckenlängen – Näherungswerte als Ergebnis des Messens; das Symbol „≈" – Wahl der Einheit in Abhängigkeit von der zu messenden Größe
Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl (LE 19)	2	– Vorgänger; Nachfolger – Vor- und Rückwärtszählen – Bilden von Differenzen – Lösen von Ungleichungen	– Begriffe „Zahlenstrahl" und „Einheit" – Unterschiedliche Einheiten in Abhängigkeit von der Differenz zwischen der größten und der kleinsten der darzustellenden Zahlen – Beschränken auf einen Teil des Zahlenstrahls – Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl nach Wahl einer geeigneten Einheit – Darstellen der Lösungsmengen von Ungleichungen am Zahlenstrahl

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Runden natürlicher Zahlen (LE 20)	4	– Vor- und Rückwärtszählen – Weiterzählen um 100 bzw. 1000 – Zerlegen in Vielfache von Zehnerpotenzen – Runden ohne Anwendung von Regeln	– Regeln für das Runden auf Vielfache von 10 als Mittel zur Rationalisierung des Denkens – Begriffe „runden", „aufrunden", „abrunden" – Verfahren für das Runden auf Vielfache von 100, 1000 usw.: Anwenden des Verfahrens auf Übungsbeispiele – Ermitteln des Rundungsfehlers
Überschlagen von Produkten (LE 21)	2	– Grundaufgaben der Multiplikation z. B. $3 \cdot 7$ $30 \cdot 7$ $3 \cdot 700$ $30 \cdot 7000$ usw.	– Bedeutung des Überschlagens von Produkten – Überschlagen von Produkten als Berechnung von Näherungswerten für Produkte – Beziehung zwischen Runden und Überschlagen – Üben im Überschlagen von Produkten
Überschlagen von Quotienten (LE 22)	2	– Übungen zu den Grundaufgaben der Division (Kopfrechnen)	– Das Überschlagen von Quotienten als Rechnen mit „günstigen" Näherungswerten – Heuristische Vorschrift für das Überschlagen von Quotienten; Anwenden der Vorschrift auf Übungsbeispiele (Divisor ein- und zweistellig) – Überschlag als Kontrolle
Zusammenfassung und Übungen zum Stoffabschnitt 1.3.; Leistungskontrolle	3		– Gegenüberstellen und Abgrenzen der Begriffe „Näherungswert", „Runden", „Schätzen", „Überschlagen" – Ermitteln von Näherungswerten durch Messen und Schätzen von Größen – Lösen von Additions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Überschlag – Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl nach vorherigem Runden
Stoffabschnitt 1.4.	Streckendiagramme; Maßstab		10 Std.
Streckendiagramme (LE 23)	3	– Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl, Runden von Zahlen vor dem Darstellen	– Erarbeiten des Vorgehens beim Zeichnen von Streckendiagrammen, Einführen von Streckendiagrammen aus 2 senkrecht zueinander stehenden Strahlen

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
			– Erarbeitung des schrittweisen Vorgehens bei der Darstellung von Zahlenpaaren in Diagrammen, Üben im Zeichnen und Lesen von Diagrammen
Kennzeichnen von Punkten in der Ebene (LE 24)	2	– Zeichnen eines einfachen Streckendiagramms – Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl – Zuordnung von Zahlen zu vorgegebenen Punkten eines Zahlenstrahls	– Einführen des Begriffs „geordnetes Zahlenpaar“ für zwei Zahlen in geordneter Reihenfolge – Begriff „Koordinatensystem“ für zwei senkrecht zueinander stehende Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt – Verfahren für die Zuordnung geordneter Paare zu Punkten des Koordinatensystems – Üben im Darstellen geordneter Zahlenpaare in einem Koordinatensystem nach Wahl einer geeigneten Einheit für die Achsen
Maßstäbe (LE 25)	3	– Multiplikation mit 10, 100, 1000 usw. – Division durch 10, 100, 1000 usw. – Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten	– Motivierung des Berechnens von wahren Streckenlängen aus vorgegebenen Bildern – „Maßstab“ als Maß der Verkleinerung; Schreib- und Sprechweisen des „Maßstabs“ – Vergrößern der Bildstrecken mit einheitlichem Faktor – Umrechnen von Bildstrecken bei vorgegebenem Maßstab – Übungen zum Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen, zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Darstellung der Lösungen am Zahlenstrahl, zum Umrechnen und Runden von Größen in Sach- und Textaufgaben und zur Darstellung von Größen in einem Diagramm oder von Punkten im Koordinatensystem
Leistungskontrolle und Auswertung	2		– Rechnen mit nat. Zahlen einschließlich Überschlägen – Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Darstelstellung der Lösungen – Darstellen von Größen in einem Diagramm

Stoffabschnitt 1.1.

Die natürlichen Zahlen bis 1000000 (25 Std.)

Der erste Stoffabschnitt wurde so angelegt, daß nach den Sommerferien ohne explizite Wiederholungsphase mit der ersten Unterrichtseinheit begonnen werden kann. Die ohne Zweifel notwendige Reaktivierung des Wissens und Könnens aus Klasse 3 über natürliche Zahlen bis 10000 und ihre Ordnung erfolgt *innerhalb* dieses Stoffabschnittes. Die ersten Unterrichtseinheiten enthalten wenig neuen Stoff und bieten somit genügend Raum zur Wiederholung.

Im Vordergrund dieses Stoffabschnittes steht das *Kennenlernen der natürlichen Zahlen bis 1 000 000.*

Besonderer Wert ist auf das richtige Erfassen der Zusammenhänge und auf das Verständnis für den prinzipiellen Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen zu legen. Das dekadische Positionssystem sollte mit all seinen Vorteilen den Schülern bewußtgemacht werden.

Zur kontinuierlichen Weiterentwicklung des Rechnenkönnens sind auch in diesem Stoffabschnitt ständig einfache Aufgaben mit natürlichen Zahlen (insbesondere mündlich) zu lösen. Formale Aufgaben zum Vergleichen, Ordnen und zu den Rechenoperationen sollen einerseits bereits erworbenes Wissen und Können erhalten und andererseits insbesondere zur Vertiefung des neu zu erwerbenden Wissens über natürliche Zahlen bis 1000000 dienen.

Durch das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen und das Ausfüllen von Tabellen sollen bei den Schülern wesentliche mathematische Verfahren gefestigt und weiterentwickelt werden.

Das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben trägt wesentlich zur Denkentwicklung und zur Herausbildung von Schöpfertum, Beharrlichkeit, geistiger Beweglichkeit usw. bei und bietet gute Möglichkeiten, den Schülern zu verdeutlichen, welche Bedeutung mathematisches Wissen und Können für die Lösung praktischer Aufgaben hat. Besonderer Wert ist auf die Herausbildung einer kritischen Haltung zu den Ergebnissen der eigenen Arbeit zu legen.

Innerhalb dieses Stoffabschnitts ist das Wissen der Schüler über Einheiten der Länge systematisch zu vertiefen und zu erweitern. Die Schüler sollen erkennen, daß den Längeneinheiten ebenfalls das Zehnersystem zugrunde liegt. Besonderer Wert ist auf die Schaffung richtiger Größenvorstellungen und auf das sichere Umrechnen von Längenangaben zu legen.

Einheiten des Geldes sollen an Hand einiger Aufgaben wiederholt werden.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnitts

Die Stellentafel	(LE 1; 3 Std.)
Zehnerpotenzen und ihre Vielfachen	(LE 2; 2 Std.)
Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen	(LE 3; 3 Std.)
Die natürlichen Zahlen bis 1 000 000	(LE 4; 2 Std.)
Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen bis 1 000 000	(LE 5; 2 Std.)
Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1 000 000	(LE 6; 3 Std.)
Einheiten der Länge	(LE 7; 2 Std.)
Kommaschreibweise bei Längenangaben	(LE 8; 2 Std.)
Sachaufgaben mit Längenangaben	(LE 9; 2 Std.)

Gleichungen und Ungleichungen	(LE 10; 2 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Es ist möglich, für die Behandlung der LE 6 eine Stunde mehr zu planen und das bei diesem oder dem folgenden Stoffabschnitt wieder auszugleichen (z. B. bei LE 9).

Die Stellentafel (3 Std.)

LE 1 (LB 5 bis 8)

Die erste Unterrichtseinheit dient ausschließlich der Bereitstellung des Wissens und Könnens über natürliche Zahlen bis 10000 aus Klasse 3.
Das Hauptanliegen besteht darin,
- den Aufbau der natürlichen Zahlen (bis 10000) noch einmal zu verdeutlichen,
- die verschiedenen Darstellungsformen natürlicher Zahlen (Zahlwort, Ziffer) und ihre Verwendung in der Praxis bewußtzumachen.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe Zahl, Zahlwort, Ziffer, Grundziffer, Stellenwert, Zehnerpotenz und Vielfaches von Zehnerpotenzen,
- kennen das Prinzip des Aufbaus zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen im Zehnersystem,
- wissen, daß dieses System ein (dekadisches) Positionssystem (Stellenwertsystem) ist,
- kennen den Stellenwert der einzelnen Grundziffern einer Ziffer, insbesondere auch die Bedeutung der Grundziffer „0“,
- können natürliche Zahlen bis 10000 mit und ohne Verwendung der Stellentafel richtig lesen und schreiben,
- erkennen die Bedeutung verschiedener Darstellungsformen natürlicher Zahlen (Ziffern, Zahlwort, Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen) für viele Belange des täglichen Lebens.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Einführung in den Mathematikunterricht in Klasse 4
- Wiederholung der Darstellung zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen

2. Stunde
- Wiederholung des Aufbaus zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen
- Zusammenfassung des bisherigen Wissens

3. Stunde
– Übungen im Arbeiten mit zwei-, drei- und vierstelligen natürlichen Zahlen

Methodische Hinweise

Einführung in den Mathematikunterricht in Klasse 4 Bemerkungen zur Arbeit mit dem neuen Buch und zum Stoff im neuen Schuljahr sind zu Beginn des Unterrichts in Klasse 4 notwendig. Dabei sollte im Lehrbuch „planvoll" geblättert werden, bestimmte Bilder (z. B. LB 5, 22, 34, 37 und 46) können zur Motivation fleißigen und zielstrebigen Lernens genutzt werden.
Ausgehend von der Illustration und den vier Zahlenbeispielen im Zählwerk (LB 5), kann den Schülern das Ziel der ersten Stunden, den Aufbau natürlicher Zahlen und die Darstellungsformen natürlicher Zahlen zu wiederholen, genannt werden. Die Einführung mit unmittelbarer Nutzung des Lehrbuches ist günstig, weil die Schüler erfahrungsgemäß ihr neues Lehrbuch zunächst einmal kennenlernen wollen. Andere Möglichkeiten sind z. B. ein kurzer Unterrichtsgang zur Besichtigung von Zählwerken, wo es sich anbietet (z. B. Tanksäule, Kilometerzähler am Fahrzeug), oder das Mitbringen von Zählwerken in den Unterricht (z. B. Kilometerzähler des Fahrrades).
Keinesfalls sollte auf eine anschauliche Darstellung des Sachverhalts verzichtet werden.

Wiederholung der Darstellung zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen
- Eintragen von Zahlen nach Diktat in eine vorbereitete Stellentafel, z. B. 209; 989; 4 999; 2 009; 10 000
- Bestimmen der Vorgänger und Nachfolger dieser Zahlen (mündlich)
- Darstellung natürlicher Zahlen durch Ziffer und Zahlwort: Ergänze!

Zahlwort	Ziffer
fünf	5
achtundvierzig	*(48)*
null	*(0)*
(zweitausendacht)	2 008
sechshundertachtundzwanzig	*(628)*

Im Unterrichtsgespräch kann man herausarbeiten, daß Ziffern und Zahlworte zur Darstellung natürlicher Zahlen notwendig sind (LB-Bild 1)
Verwendung von Zahlworten: Sprache, Zahlungswesen (Zahlkarten, Schecks, Sparbücher)
Verwendung von Ziffern: zur kurzen übersichtlichen Darstellung natürlicher Zahlen; besonders für Berechnungen
Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 7 (LB 7)

Wiederholung des Aufbaus zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen
- Zur *Wiederholung des Bildens von Ziffern aus Grundziffern* kann folgender Sachverhalt mündlich vorgegeben werden: An einer Sportwandzeitung sollen verschiedene Ergebnisse (Sprungweiten, -höhen, Laufzeiten, Wurfweiten) eingetragen werden. Dazu fertigen sich einige Schüler Ziffernstempel aus Kartoffeln an. Wie viele und welche Stempel sind notwendig, damit alle uns bekannten natürlichen Zahlen dargestellt werden können?

(Zehn Zeichen oder Grundziffern. Alle *Ziffern* für natürliche Zahlen, die größer als neun sind, werden aus mehreren *Grundziffern* zusammengesetzt.)

- *Zur Wiederholung des Aufbaus zwei-, drei- und vierstelliger natürlicher Zahlen* sollten die Schüler noch einmal die Darstellung eines Zählwerkes (LB 5) betrachten, die Aufträge A 1 und A 2 beantworten und sich überlegen, wieviel Einheiten eines Stellenwertes den nächstgrößeren Stellenwert ergeben.
  In dem dargestellten Zählwerk sind immer drei Grundziffern angegeben.
  Überlege, welche dieser Grundziffern nicht mitgeschrieben werden, wenn man die Ziffer wie üblich niederschreibt (6 statt 006; 89 statt 089)!
  Anschließend ist die Schülerarbeit in einem Unterrichtsgespräch auszuwerten:
  (1) Eine Grundziffer hat in einer Ziffer je nach Stellung *(Stellenwert)* eine unterschiedliche Bedeutung („5" kann 5 Einer, 5 Zehner, 5 Hunderter usw. bedeuten).

  Hinweis: Die Verwendung von „Einer", „Zehner", „Hunderter" usw. zur Kennzeichnung der Stellenwerte 1, 10, 10^2 usw. ist im Sinne vielfältiger und auch einfach verständlicher Ausdrucksweisen durchaus zulässig, zumal 1 und 10 den Schülern der Klasse 4 noch nicht als Zehnerpotenzen bekannt sind und später bei Dezimalbrüchen gleichartige Bezeichnungen wie „Zehntel", „Hundertstel" usw. üblich sind.

  (2) Nullen zwischen oder nach anderen Grundziffern müssen mitgeschrieben werden, z. B. 203, 2003. (Von den Schülern begründen lassen!)
  Am Anfang einer Ziffer steht in der Regel keine Null. Dennoch werden in der Praxis häufig eine Stelle oder mehrere Stellen mit Nullen gekennzeichnet, z. B. in Zählwerken oder bei Datumsangaben in Dokumenten (Personalausweis). Die Bedeutung ist die gleiche: Die betreffende Zehnerpotenz ist nicht vorhanden. Allerdings bezeichnet man z. B. 0027 dennoch als zweistellige Zahl.
  (3) Innerhalb eines Stellenwertes können alle Grundziffern von 0 bis 9 verwendet werden.
  (4) Zehn Einheiten eines Stellenwertes ergeben immer den nächstgrößeren Stellenwert. Wir sprechen deshalb von einem *Zehnersystem* (Dezimalsystem).
- An einigen Beispielen ist die Darstellung natürlicher Zahlen als *Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen* zu wiederholen.

  Beispiel (analog zu Beispiel A 1)

  Eintragen der Ziffer in eine Stellentafel;

1 000	100	10	1
3	5	0	2

  Zerlegen in Vielfache von 1, 10, 100, 1000 und Notieren der Summe; $3\,502 = 3 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
  Notieren der Summe in der Potenzschreibweise; $3\,502 = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 2 \cdot 1$
  Verallgemeinerung zu
  $d \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + b \cdot 10 + a \cdot 1$;
  Lösen von Auftrag A 3 (mündlich)! Dabei ist auf das Nullfache einer Zehnerpotenz einzugehen (↗ Beispiel A 2)

Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 3 (LB 7)

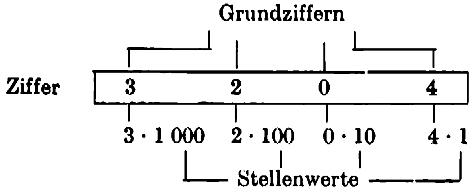
Zusammenfassung des bisherigen Wissens An einem Beispiel erläutern die Schüler
- das Bilden von Ziffern aus Grundziffern,
- die Darstellungsmöglichkeiten für natürliche Zahlen.

Es kann folgendes *Tafelbild* entstehen (evtl. als Folie):

Darstellungsform natürlicher Zahlen

1. als *Zahlwort* — dreitausendzweihundertvier
2. als *Ziffer* — 3 204
3. als *Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen* — $3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$

Bilden von Ziffern aus Grundziffern



Übungen im Arbeiten mit zwei-, drei- und vierstelligen natürlichen Zahlen In vielfältigen *Übungen* sind Umwandlungen zwischen den verschiedenen Darstellungsformen natürlicher Zahlen vorzunehmen.

Folgende Aufgaben sollten unbedingt in die Übungen einbezogen werden:

Lesen von Ziffern und Zahlwörtern
- Schreiben von Ziffern und Zahlwörtern (Aufg. 5, LB 7)
- Schreiben von Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen (Aufg. 1)
- Bilden von natürlichen Zahlen (Aufg. 4, LB 7)
- Lösen einfacher Sach- und Anwendungsaufgaben (Aufg. 8, LB 7)

Die Aufg. 2 (LB 6) oder Aufg. 9 (LB 7) und eventuell Aufg. 10 a, b (LB 7) eignen sich als *Hausaufgaben.*

Insbesondere in der 3. Stunde sollten zur Reaktivierung des Könnens im mündlichen und schriftlichen Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 10000 aus der 3. Klasse auch die Aufgaben zur täglichen Übung und Wiederholung (LB 7 f. mit schwarzer Numerierung) genutzt werden.

Kontrollaufgaben

1. Schreibe als Ziffer!

a) dreitausendvierhunderteinundachtzig *(3 481)*
b) neuntausendsechshundert *(9 600)*
c) siebentausendzwölf *(7 012)*
d) fünftausendeinhundertdrei *(5 103)*

2. Aufg. 5 (LB 7) **3.** Aufg. 1 (LB 6)
4. Aufg. 7 (LB 7) **5.** Aufg. 4 (LB 7)

Zehnerpotenzen und ihre Vielfachen (2 Std.)

LE 2 (LB 8 bis 11)

In dieser Unterrichtseinheit sollen die Schüler das dekadische Positionssystem tiefer erfassen. Der Aufbau der Zehnerpotenzen 10^5 und 10^6 in dieser Unterrichtseinheit bietet eine Möglichkeit zum Darstellen von natürlichen Zahlen über 10000.

Ziele

Die Schüler
- erkennen die Bildung weiterer Zehnerpotenzen und ihren Nutzen im Zehnersystem,
- kennen die Zehnerpotenzen bis 10^6 sowie ihre Vielfachen,
- kennen den Begriff „Million" und können „einhunderttausend" und „eine Million" richtig anwenden,
- können Zehnerpotenzen bis 10^6 und Vielfache dieser Zehnerpotenzen vergleichen und ordnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung der Zehnerpotenzen bis 10^6
- Erarbeitung von Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5

2. Stunde
- Erarbeitung des Vergleichens und Ordnens von Zehnerpotenzen und ihrer Vielfachen
- Übungen im Berechnen, Vergleichen und Ordnen von Zehnerpotenzen und Vielfachen von Zehnerpotenzen

Methodische Hinweise

Erarbeitung der Zehnerpotenzen bis 10^6

Sicherung des Ausgangsniveaus
- Schreibe als Summen aus Vielfachen von 1, 10, 100, ...!
  3784, 6033, 820, 5003
- In einem Unterrichtsgespräch ist zu wiederholen, daß es für die Zahlen 100, 1000, 10000 eine kürzere Schreibweise (10^2, 10^3, 10^4) gibt (Potenzen).
- Schreibe die Ziffern
  3784, 6033, 820, 5003
  als Summen aus Vielfachen von 1, 10, 10^2, ...!

Motivierung und Zielstellung: In einer mündlichen Übung können die Aufgaben 2 und 3 (LB 7, schwarze Numerierung) gestellt werden. Daran schließt sich an:

Berechne das Zehnfache von 50, das Einhundertfache von 12, den zehnten Teil von 90, den einhundertsten Teil von 1000, das Eintausendfache von 1000! Die Schüler werden diese letzte Aufgabe im allgemeinen nicht lösen können.

Ziel: Wir wollen weitere Zehnerpotenzen kennenlernen, die uns ein Arbeiten mit den Zahlen über 10000 ermöglichen. Am Ende der Stunde werden wir auch solche Aufgaben wie die zuletzt genannte lösen können.

Gewinnen der Zehnerpotenzen 10^5 und 10^6 (gemeinsame Erarbeitung)

Tafelbild:

Multipliziere, mit 1 beginnend, fortlaufend mit 10!

$1 \cdot 10 =$	10		*(zehn)*
$10 \cdot 10 =$	100	$= 10^2$	*(einhundert)*
$100 \cdot 10 =$	$1\,000$	$= 10^3$	*(eintausend)*
$1\,000 \cdot 10 =$	$10\,000$	$= 10^4$	*(zehntausend)*
$10\,000 \cdot 10 =$	$100\,000$	$= 10^5$	*(einhunderttausend)*
$100\,000 \cdot 10 =$	$1\,000\,000$	$= 10^6$	*(eine Million)*

Erkenntnis: (Merkstoff A 1) Das Zehnfache einer Zehnerpotenz ist gleich der nächstgrößeren Zehnerpotenz. Die hochgestellte Ziffer in der Kurzschreibweise stimmt mit der Anzahl der Nullen bei den Zehnerpotenzen überein.
Auch auf $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$ usw. kann hingewiesen werden.

Hinweis: Auf 10^1 und 10^0 ist nicht einzugehen. Wenn einige Schüler von sich aus diese Schreibweise verwenden, sollte das aber durchaus akzeptiert werden.

Zur *weiteren Festigung des Wissens über Zehnerpotenzen* können Aufg. 2a (LB 9) und danach der Auftrag A 6 in Stillarbeit gelöst werden.

Tafelbild:

Dividiere, mit 1000000 beginnend, fortlaufend durch 10!

$1\,000\,000 : 10 = 100\,000 = 10^5$
$100\,000 : 10 = 10\,000 = 10^4$ usw.

Erkenntnis: (Merkstoff A 2) Der zehnte Teil einer Zehnerpotenz ist gleich der nächstkleineren Zehnerpotenz.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 2b (LB 9)

Erarbeitung von Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5
Als vorbereitende Übung kann der Auftrag A 7 dienen. Anschließend werden Vielfache weiterer Zehnerpotenzen bestimmt. Die folgende Aufgabe sollte gemeinsam gelöst werden, wobei das Lehrbuch (LB 9) zur Unterstützung herangezogen werden kann.
Schreibe als Vielfache von Zehnerpotenzen!

a) fünftausend	**d)** dreihunderttausend
b) zwanzigtausend	**e)** fünfhunderttausend
c) achtzigtausend	**f)** eine Million

Erkenntnis: Vielfache der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5 werden genauso gebildet wie Vielfache kleinerer Zehnerpotenzen.
Abschließend sollte noch die *Aufgabe aus der Motivierung* von den Schülern selbständig gelöst werden:
$1\,000 \cdot 1\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6 = 1\,000\,000$

Erarbeitung des Vergleichens und Ordnens von Zehnerpotenzen und ihrer Vielfachen
- Das *Vergleichen und Ordnen von Zehnerpotenzen* können sich die Schüler an Hand von Aufgaben selbst erarbeiten. Sie erhalten den Auftrag, Aufg. 7 (LB 10) zu lösen und danach ihr Vorgehen zu erläutern:
  Um die Zahlen ordnen zu können, muß man sie miteinander vergleichen.
  Je mehr Nullen eine Zehnerpotenz hat, desto größer ist die Zehnerpotenz.

Je größer die hochgestellte Zahl in der Kurzschreibweise ist, desto größer ist die Zehnerpotenz.

- Zum *Vergleichen von Vielfachen von Zehnerpotenzen* können die folgenden Aufgaben vorgegeben werden:
  Vergleiche!
  a) $5 \cdot 10^4$ und $3 \cdot 10^5$ **b)** $7 \cdot 10^5$ und $3 \cdot 10^5$ **c)** $4 \cdot 10^4$ und $0 \cdot 10^5$
  Die Schüler erläutern ihr Vorgehen bei Vielfachen unterschiedlicher Zehnerpotenzen (Aufg. a), bei Vielfachen gleicher Zehnerpotenzen (Aufg. b) und dann, wenn Vielfache 0 sind (Aufg. c).

Übungen im Berechnen, Vergleichen und Ordnen von Zehnerpotenzen und Vielfachen von Zehnerpotenzen Durch weitere *vielseitige Übungen* ist das Wissen über Zehnerpotenzen (insbesondere über das Bilden, Vergleichen und Ordnen von Vielfachen von Zehnerpotenzen) zu festigen. Dazu dienen zum Beispiel folgende Aufgaben:

- Berechnen von Zehnerpotenzen: Aufg. 1 (LB 9)
- Vergleichen von Vielfachen von Zehnerpotenzen: Aufg. 4 oder 5 (LB 10)
- Ordnen von Vielfachen von Zehnerpotenzen: Aufg. 8 (LB 10)
- Lösen einer Sachaufgabe: Aufg. 9 (LB 10)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 (LB 9) **2.** Aufg. 4a und b (LB 10)
3. Aufg. 7 (LB 10)

Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (3 Std.)

LE 3 (LB 11 bis 13)

Diese Unterrichtseinheit dient der Festigung des Wissens über Zehnerpotenzen und deren Vielfache sowie der weiteren kontinuierlichen Entwicklung des Rechnenkönnens. Besonderer Wert ist auf selbständiges Arbeiten der Schüler zu legen.

Ziele

Die Schüler

- können mit Zehnerpotenzen und ihren Vielfachen bis 10^6 rechnen,
- haben verstanden, daß das Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen auf das Lösen von Grundaufgaben zurückgeführt werden kann,
- erwerben weitere Fähigkeiten im Umgang mit Tabellen, Gleichungen und Ungleichungen,
- erwerben weitere Fähigkeiten im Analysieren verschiedenartiger Aufgabenstellungen, im Suchen geeigneter Lösungswege und im Anwenden dieser Lösungswege zum Lösen der Aufgaben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung von Grundaufgaben und von Aufgaben, die durch Übertragen von Grundaufgaben gelöst werden
- Erarbeitung des Rechnens mit Zehnerpotenzen und deren Vielfachen (dabei Verdeutlichen von Eigenschaften der Grundrechenoperationen)
- Übung im Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben (dabei Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion wiederholen)

2. Stunde
- Übung im Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben
- Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

3. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)
- Übungen im Lösen von Gleichungen, Ungleichungen, Tabellen und Anwendungsaufgaben
- Zusammenfassen der Kenntnisse über das Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (dabei Bezug zu den Grundaufgaben wiederholen)

Methodische Hinweise

Wiederholung von Grundaufgaben ... Zur kontinuierlichen Entwicklung des Rechnenkönnens sollten vielseitige Aufgabenstellungen einbezogen werden. Die Auswahl der Aufgaben muß vom Lehrer auf der Grundlage der Analyse der Beherrschung der Grundaufgaben in seiner Klasse getroffen werden.
- Kettenaufgaben wie $(17 + 21 + 2) \cdot 4 : 16 + 8 = x$ *($x = 18$)*
- Arbeiten mit Tabellen:
  Ergänze!

a	b	$a + b$	$a - b$
35	12	*(47)*	*(23)*
65	90	*(155)*	*(n. l.)*

- Löse folgende Gleichungen:
  a) $7 + x = 30$ *($x = 23$)*
  b) $a \cdot 12 = 36$ *($a = 3$)*
- Welche Zahlen erfüllen folgende Ungleichungen?
  a) $1\,200 < y < 1\,204$ *($y = 1\,201;\ 1\,202;\ 1\,203$)*
  b) $750 > 10 \cdot a > 720$ usw. *($a = 73;\ 74$)*
- Berechne!
  a) den zehnten Teil von 250 *(25)*
  b) das Zehnfache von 1 000 *(10 000)*
  c) das Einhundertfache von 100; *(10 000)*
  d) den eintausendsten Teil von 1 000! *(1)*

Es können auch Aufgaben aus dem Angebot „Zur täglichen Übung und Wiederholung" (UH 11 ff.) genutzt werden, z. B. Nr. 2, 4, 5, 7, 10 oder 15.
Geeignet sind für derartige Wiederholungen z. B. auch die Aufg. 5 (LB 13) oder Aufg. 1 und 2 (LB 28).

Erarbeitung des Rechnens mit Zehnerpotenzen und deren Vielfachen

- Anhand einiger Aufgaben sollte das *Rechnen mit Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^3 und 10^4* wiederholt werden, z. B.
  $5\,000 + 3\,000$, $9\,000 - 6\,000$, $3\,000 \cdot 3$, $4\,000 : 2$
  $8\,000 + 7\,000$, $7\,000 - 9\,000$, $5\,000 \cdot 7$, $10\,000 : 5$
  Solche Aufgaben werden von den Schülern mündlich gelöst. Das Vorgehen ist zu begründen (↗ Beispiel A 3) und der Bezug zu den Grundaufgaben herzustellen. Die zur Lösung der Aufgaben verwendeten Eigenschaften der Grundrechenoperationen (Assoziativität – z. B. $2 \cdot 1000 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 1000$ und
  Distributivität – z. B. $6 \cdot 1000 + 2 \cdot 1000 = (6 + 2) \cdot 1000$) sind zu verdeutlichen.
- *Zielstellung:* Wir wollen nun auch mit den Zehnerpotenzen 10000 und 100000 und ihren Vielfachen rechnen.
- Anhand des Auftrages A 8 können die Schüler selbst zu der Erkenntnis kommen, daß mit *Vielfachen der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5* genauso gerechnet wird wie mit Vielfachen kleinerer Zehnerpotenzen.
  Die Schüler werden aufgefordert, ihr Vorgehen zu kommentieren.

Tafelbild:

a) $50\,000 + 40\,000 = 90\,000$; denn $5 + 4 = 9$
b) $800\,000 - 500\,000 = 300\,000$; denn $8 - 5 = 3$
c) $900\,000 - 300\,000 = 600\,000$; denn $9 - 3 = 6$
d) $200\,000 \cdot 4 = 800\,000$; denn $2 \cdot 4 = 8$ e) $80\,000 : 4 = 20\,000$; denn $8 : 4 = 2$

Die LE 3 ist auch gut für eine selbständige Arbeit der Schüler mit dem Lehrbuch geeignet. Es wäre deshalb auch denkbar, daß sich die Schüler das Rechnen mit Zehnerpotenzen und deren Vielfachen wie folgt selbst erarbeiten:
- Lest im Lehrbuch den Text auf Seite 11 gründlich durch!
- Seht euch den Rechenweg im Beispiel A 3 genau an!
- Löst den Auftrag A 8! (anschließend gemeinsame Auswertung)

Übung im Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben Die Aufg. 1 und 2 (LB 11) sind von den Schülern möglichst selbständig zu lösen. Dabei sollten zunächst noch einige Aufgaben kommentiert werden.
Als *Hausaufgabe* eignen sich Aufg. 3 und 5 (LB 11).

Übung im Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben Anfangs ist eine hinreichend große Anzahl formaler Aufgaben zu lösen, damit alle Schüler Fertigkeiten im Rechnen mit Zehnerpotenzen und ihren Vielfachen erwerben; eventuell einige Aufgaben kommentieren lassen.
- Multiplikations- und Divisionsaufgaben: Aufg. 14 (LB 13)
- Aufgaben mit Fehlern:
  Überprüfe die Richtigkeit!
  a) $500\,000 + 300\,000 = 800\,000$ *(wahr)*
  b) $400\,000 : 2 = 20\,000$ *(falsch)*
  c) $100\,000 - 70\,000 = 40\,000$ *(falsch)*
  d) $200\,000 \cdot 3 = 600\,000$ *(wahr)*

Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen Im weiteren Verlauf sollten folgende Aufgaben unbedingt gelöst werden:
- Gleichungen: Aufg. 9 (LB 12)
- Ungleichungen: Aufg. 11 (LB 12)

Für eventuelle weitere Übungen sind folgende Aufgaben geeignet:
- Textaufgaben zu Summe und Differenz (Zahlenpaare bestimmen): Aufg. 4 und 6 (LB 11 f.)
- Tabellen: Aufg. 13 (LB 12)

Hausaufgabe: Aufg. 10 (LB 12)

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 3. Stunde

Thema: Anwendung und Festigung der Kenntnisse über das Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen

Ziele der Stunde

Die Schüler
- erwerben weitere Fähigkeiten im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen,
- können ihr neu erworbenes Wissen zum Lösen von Anwendungsaufgaben nutzen,
- sind gewillt, Fehler in Berechnungen zu vermeiden und erkennen die Notwendigkeit der Überprüfung der Richtigkeit ihrer Rechnungen.

Gliederung der Stunde

(1) 10 Min. Tägliche Übung (Aufg. 7 und 8, LB 11)
(2) 5 Min. Hausaufgabenkontrolle und Zielstellung für diese Stunde
(3) 10 Min. Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen (Aufg. 15, LB 13)
(4) 10 Min. Übung im Lösen von Anwendungsaufgaben (Aufg. 16, LB 13)
(5) 10 Min. Zusammenfassung der erworbenen Kenntnisse über Vielfache von Zehnerpotenzen

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

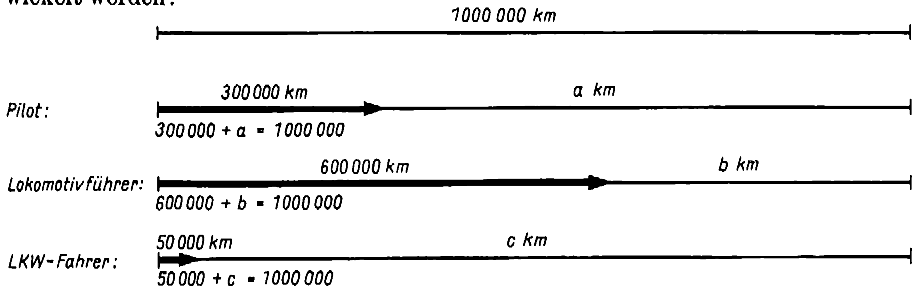
(1) Aufg. 7 und 8 sind mündlich zu lösen. Die Tabellen können auf Folie vorgegeben und an die Tafelfläche projiziert werden. Einzelne Schüler tragen gefundene Resultate in beliebiger Reihenfolge in die leeren Felder ein (Wer füllt ein weiteres Feld aus?). Die Schüler berichtigen oder bestätigen sich gegenseitig die eingetragenen Resultate.

(2) Zunächst wird die Hausaufgabe kontrolliert und ausgewertet. Ausgehend von aufgetretenen Fehlern, wird das Stundenziel formuliert: Wir wollen in dieser Stunde größere Sicherheit im Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Anwendungsaufgaben erreichen.

(3) – Zunächst lösen alle Schüler selbständig von Aufg. 15a und b die erste Aufgabe, vergleichen mit den beiden Beispielen im LB und einige Schüler erläutern anschließend, wie sie die Lösungen gefunden haben (mit Hilfe der Umkehroperationen, durch Probieren usw.). Auf die Kontrolle der Ergebnisse (Probe) ist einzugehen.
– Nun lösen alle Schüler selbständig weitere Aufgaben von Aufg. 15a und b. Danach erfolgt eine gemeinsame Auswertung. Schüler, die sehr schnell und richtig arbeiten, lösen noch Aufgaben von 15c.

(4) Aufgabe: Aufg. 16 (LB 13)

Nachdem die Schüler die Aufgabe gründlich gelesen haben, kann folgende Skizze entwickelt werden:



Die Lösungen der drei Gleichungen sind im Kopf zu bestimmen.
Antwortsatz formulieren lassen!
Die Gleichung $300000 + a = 1000000$ können die Schüler durch Anwenden der Umkehroperation lösen: Wenn $300000 + a = 1000000$ ist, so ist $a = 1000000 - 300000$. Auch die Überlegung $300000 + 700000 = 1000000$, also $a = 700000$ ist zu akzeptieren.
Vorschlag für *Hausaufgaben:* Aufg. 7 (LB 12)
Die Hausaufgabe muß kurz erläutert werden (Gleichungen mit zwei Variablen). Zu a) sollte ein Lösungspaar bestimmt werden. Als freiwillige Zusatzaufgabe (entsprechend motivieren) kann Aufg. 8* (LB 12) gestellt werden.

(5) Abschließend äußern sich einige Schüler dazu,
- welche Zehnerpotenzen sie neu kennengelernt haben,
- wie mit Vielfachen von Zehnerpotenzen gerechnet wird. (Dabei muß deutlich werden, daß das Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen auf das Rechnen mit Grundaufgaben zurückgeführt wird.)

Diese Zusammenfassung erfolgt am konkreten Beispiel. Dazu eignen sich die nachfolgenden Kontrollaufgaben 1. bis 4. Einige Schüler kommentieren ihr Vorgehen.

Kontrollaufgaben

1. Berechne!

a) $70\,000 + 50\,000$ *(120 000)* **c)** $800\,000 : 4$ *(200 000)*

b) $800\,000 - 700\,000$ *(100 000)* **d)** $30\,000 \cdot 3$ *(90 000)*

2. Welche Zahlen erfüllen die Gleichungen?

a) $200\,000 + x = 700\,000$ *($x = 500\,000$)*

b) $y - 20\,000 = 80\,000$ *($y = 100\,000$)*

3. Überprüfe die Richtigkeit!

a) $200\,000 : 2 = 100\,000$ *(richtig)*

b) $30\,000 \cdot 3 = 900\,000$ *(falsch)*

4. Gib alle Vielfachen von 10000 an, deren Dreifaches kleiner als 100000 ist!
(10 000, 20 000, 30 000)

Die natürlichen Zahlen bis 1000000 (2 Std.)

LE 4 (LB 14 bis 16)

Nachdem die Schüler alle Vielfachen von Zehnerpotenzen bis 10^6 kennengelernt haben, sind in dieser Unterrichtseinheit die natürlichen Zahlen bis 1000000 zu behandeln.
Das Hauptanliegen besteht darin,

- die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000 fortzusetzen,
- die verschiedenen Darstellungsformen aufzuzeigen und
- die Verwendung natürlicher Zahlen in der Praxis bewußtzumachen.

Ziele

Die Schüler
- erkennen, daß man in der Praxis oft noch größere Zahlen als die bekannten benötigt,
- wissen, wie natürliche Zahlen bis 1000000 im Zehnersystem gebildet werden,
- können die Ziffern bis 1000000 richtig lesen,
- können die Ziffern bis 1000000 bei Diktat des Zahlwortes schreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung der Behandlung von Zahlen über 10000
- Erarbeitung der natürlichen Zahlen bis 1000000

2. Stunde
- Übungen im Schreiben und Lesen von Zahlen dieser Größenordnung
- Übungen im Darstellen derartiger Zahlen in einer Stellentafel und als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus Hierzu können in Abhängigkeit von der Klassensituation in Auswahl folgende Aufgaben gelöst werden:
- Zahlendiktat: z. B. 3250; 8500; 7205; 533; 4281
  Lesen von Zahlen (vorgegeben an der Tafel), z. B. 3258; 385; 5020; 5200; 5002; 4281; 4821; 9300; 10000; 20000; 200000; 1000000
- Berechne!
  a) $3 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1$ *(3 752)*
  b) $4 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 10$ *(4 080)*
  c) $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ *(7 213)*
  d) $8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 1$ *(804)*
- Schreibe die Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen:
  a) 3 251 **b)** 540 **c)** 8 020

Motivierung der Behandlung von Zahlen über 10000 Folgende Möglichkeiten sind zu empfehlen:
Es werden Zahlen zwischen 10000 und 1000000 in Sachbezügen (z. B. aus dem Volkswirtschaftsplan) an der Tafel vorgegeben. Fragen wie „Wer kann diese Zahlen schon lesen?“ und „Wer kann das zugehörige Zahlwort schreiben?“ werden noch nicht alle

Schüler richtig beantworten können. Daraus erwächst das Motiv, sich mit solchen Zahlen näher zu beschäftigen.

oder

Es werden Aufgaben wie **a)** $2500 + 400$, **b)** $3500 + 2700$, **c)** $1520 + 4810$, **d)** $7500 + 6720$ vorgegeben.

Die Schüler müssen erkennen, daß die Aufgabe d) mit natürlichen Zahlen bis 10000 nicht lösbar ist. Die Summe ist eine natürliche Zahl über 10000.

Ziel: Damit wir auch solche Aufgaben lösen und nicht nur die Summanden, sondern auch die Summe richtig lesen können, wollen wir in dieser Stunde natürliche Zahlen über 10000 kennenlernen.

Erarbeitung der natürlichen Zahlen bis 1000000 *Darstellung natürlicher Zahlen bis 10000* als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen (Wiederholung).

Es sollte von einer Aufgabe, die bei der Sicherung des Ausgangsniveaus gerechnet wurde, ausgegangen werden, z. B.:

Wir haben 3251 in Vielfache von Zehnerpotenzen zerlegt. Wir erkennen, die Zahl liegt zwischen 3000 und 4000.

Tafelbild in Analogie zum Beispiel A 4:

$$3\,251 = 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1$$
$$3\,251 = \boxed{3 \cdot 1\,000} + \boxed{2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1}$$
$$3\,251 = \boxed{3000} + \boxed{251}$$

Erkenntnis: Vierstellige Zahlen können in ein Vielfaches von tausend (von 10^3) und in eine Zahl, die kleiner als eintausend ist, zerlegt werden. Umgekehrt können solche Zahlen aus Vielfachen von 10^3 und Zahlen, die kleiner als 10^3 sind, gebildet werden (↗ Beispiel A 4).

Vielfache von Zehnerpotenzen über 10000 haben wir schon gebildet.

Übung: Schreibe die zugehörigen Ziffern und lies sie!

$4 \cdot 10\,000$; $3 \cdot 100\,000$
$7 \cdot 10^4$; $5 \cdot 10^5$

Aus Vielfachen von 10000 sowie natürlichen Zahlen, die kleiner als 10000 sind, können wir *neue Zahlen zusammensetzen.* Für einige Zahlen sollte das Vorgehen an der Tafel entsprechend dem Beispiel A 5 demonstriert werden.

Die Schüler erhalten nun den Auftrag, selbst Zahlen über 10000 zu bilden. Dabei sollten folgende Fälle vorkommen:

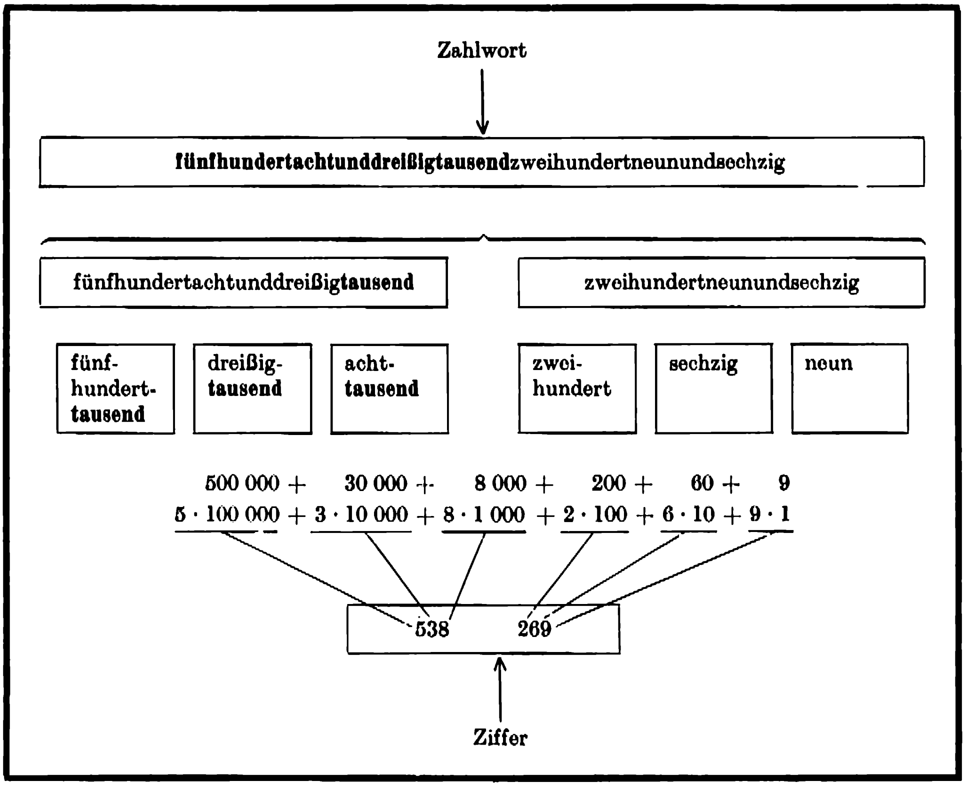
- Bilde eine Zahl aus einem Vielfachen von 100000 und einer Zahl, die kleiner ist als 10000!

  Beispiel: 400 000 und 5 317
- Bilde eine Zahl aus einem Vielfachen von 100000, einem Vielfachen von 10000 und einer Zahl, die kleiner ist als 10000!

  Beispiel: 700 000, 20 000 und 3 806

Hinweis: Bei dieser Art des Vorgehens wird vom bereits vorhandenen Wissen der Schüler ausgegangen. Durch die Zerlegung der Zahlen in Vielfache der Zehnerpotenzen 10^4 und 10^5 sowie in natürliche Zahlen unter 10000 wird für den Schüler jedoch der Aufbau natürlicher Zahlen über 10000 (besonders die Sprechweise und die Einteilung in Dreiergruppen) nicht deutlich sichtbar. Deshalb sollte die Bildung der Zahlworte auf der Grundlage der Dreiergruppen besonders geübt werden.

- *Lesen von Zahlen über 10000*
  Anhand der folgenden Übersicht, die als Folie vorbereitet werden sollte, wird verdeutlicht, daß zwei Dreiergruppen entstehen (Dreiergruppe der Einer, Dreiergruppe der Tausender).
  In jeder Dreiergruppe wird die gleiche Sprechweise angewendet.



Das Lesen von Zahlen dieser Größenordnung sollte an einigen weiteren Beispielen geübt werden.
Als *Hausaufgabe* kann Aufg. 2 (LB 15) gestellt werden.

Übungen im Schreiben und Lesen von Zahlen dieser Größenordnung In erster Linie muß es um das sichere Schreiben und das richtige Lesen von Ziffern gehen.
Es sollten auch Zahlendiktate einbezogen werden. Empfohlen werden die Aufg. 1, 3, 5 und 6 (LB 15).

Übungen im Darstellen derartiger Zahlen in einer Stellentafel und als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen
- Nachdem die Schüler die Zahlen in Aufg. 1 (LB 15) bereits in Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen zerlegt haben, erhalten sie den Auftrag, diese Zahlen in eine Stellentafel einzutragen.

  Erkenntnis: Die bereits bekannte Stellentafel für Zahlen bis 10000 reicht nicht aus. Sie muß nach links um weitere Zehnerpotenzen (10^5 und 10^6) erweitert werden. Mit der erweiterten Stellentafel wird genauso gearbeitet wie mit der bereits bekannten.
- Lösen der Aufg. 4 (LB 15)
  Hausaufgabe: Aufg. 9 (LB 15 f.)

Kontrollaufgaben:
1. Aufg. 5 (LB 15) 2. Aufg. 2 (LB 15) 3. Aufg. 3 (LB 15)

Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen bis 1000000 (2 Std.)

LE 5 (LB 16 bis 18)

Nachdem die Schüler die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000 und ihren Aufbau kennengelernt haben, geht es in dieser und der nächsten Unterrichtseinheit um ein erstes Arbeiten mit diesen Zahlen. Dadurch soll das neu erworbene Wissen der Schüler vertieft und gefestigt werden.

Ziele

Die Schüler
- können zwei natürliche Zahlen miteinander vergleichen (auch wenn die natürlichen Zahlen in verschiedenen Schreibweisen vorgegeben sind), verwenden die Relationszeichen richtig und können ihre Aussagen begründen,
- können natürliche Zahlen (bis 1000000) ordnen, und wissen, daß dazu das Vergleichen von Zahlen notwendig ist,
- können dieses Wissen beim Lösen von Ungleichungen anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung von Verfahren zum Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen
- Übungen im Vergleichen natürlicher Zahlen bis 1000000

2. Stunde
- Erarbeitung des Ordnens natürlicher Zahlen bis 1000000
  Übungen im Ordnen natürlicher Zahlen bis 1000000 und im Lösen entsprechender Ungleichungen

Methodische Hinweise

Wiederholung von Verfahren zum Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen Zunächst sollte das Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen bis 10000 wiederholt werden.

– Vergleiche! **a)** 23 und 30; **c)** 104 und 1 040; **e)** 1 216 und 1 208
b) 15 und 45; **d)** 2 460 und 4 360;

- Ordne nach der Größe! Beginne mit der kleinsten Zahl!
  313, 31, 444, 13, 404, 33, 44, 440

Es eignen sich auch die Aufgaben 20 und 24 (UH 13).
Die Schüler werden aufgefordert, ihr Vorgehen zu *erläutern* und ihre Aussagen zu *begründen.*

Wenn natürliche Zahlen geordnet werden sollen, muß man sie miteinander vergleichen. Es ist daher günstig, sie zuerst nach der Anzahl der Stellen zu gruppieren und danach in jeder Gruppe nach den Faktoren der Zehnerpotenzen zu ordnen.

Beispiel: 31, 13, 33, 44; 313, 444, 404, 440; 13, 31, 33, 44, 313, 404, 440, 444

Zur *Motivierung* und *Zielstellung* für das Vergleichen von natürlichen Zahlen bis 1000000 wird eine Aufgabe gestellt, in der Zahlen miteinander verglichen werden sollen, die größer als 10000 sind. Die Schüler sollten selbständig das bisherige Verfahren des Vergleichens auf solche Aufgaben mit größeren Zahlen übertragen.

Übungen im Vergleichen natürlicher Zahlen bis 1000000
- Lösen der Aufg. 1 (LB 17) in selbständiger Schülerarbeit mit gemeinsamer Auswertung. Bei 1a wird die Anzahl der Stellen als Kriterium, bei 1 b und 1 c werden die Faktoren der Zehnerpotenzen zum Vergleich verwendet.
- Für weitere Übungen (auch als Hausaufgaben) eignen sich Auftrag A 9, Aufg. 5 und 6 (LB 17).

Erarbeitung des Ordnens natürlicher Zahlen bis 100000 Zur Sicherung des Ausgangsniveaus können folgende Aufgaben gelöst werden:
- Aufg. 2 (LB 17), Aufg. 11 (LB 18)
- Gib drei Zahlen an, die die Ungleichung $135 < x < 145$ erfüllen!
- Löse die folgende Ungleichung! $4018 > y > 4011$
- Gib alle Zahlen an, die die Ungleichung $399 < a < 400$ erfüllen!

Vorschlag für die *Motivierung*: In vielen Bereichen, etwa in der Statistik, sind Zahlen nach der Größe zu *ordnen.* Dabei kommen auch Zahlen, die größer als 10000 sind, vor.

Beispiel: Ordne die Kreisstädte deines Heimatbezirkes nach der Zahl ihrer Einwohner! (Material des Kreises aus dem Stat. Jahrbuch entnehmen!)

Diese Aufgabe dient der Motivierung und soll die Notwendigkeit des Ordnens verdeutlichen. Sie kann aber gleichzeitig auch in der anschließenden Erarbeitung verwendet werden.

Als *Zielangabe* kann formuliert werden:
Wir wollen in dieser Stunde lernen, natürliche Zahlen bis 1000000 zu ordnen.

Das *Ordnen* kann anhand der Aufg. 3 (LB 17) gemeinsam *erarbeitet* werden.
Dabei ist das bereits bekannte Vorgehen anzuwenden und zu festigen.
Zunächst werden die Zahlen nach der Anzahl der Stellen gruppiert:

dreistellig:	576, 870,	fünfstellig:	30 560, 30 650,
vierstellig:	6 784, 4 395,	sechsstellig:	583 745, 571 800

Danach wird in den Gruppen unter Beachtung der Faktoren der Zehnerpotenzen geordnet.

Übungen im Ordnen natürlicher Zahlen bis 1000000 und im Lösen entsprechender Ungleichungen
- Ordnen von Zahlen nach ihrer Größe (auch Sachvorgaben verwenden!): z. B. Aufg. 4 (LB 17) und Motivierungsbeispiel (Kreisstädte ordnen).
- Lösen von Ungleichungen: Aufg. 9, 10 (LB 17 f.)

Als *Hausaufgabe* wird Aufg. 12 (LB 18) empfohlen.

Kontrollaufgaben:
1. Aufg. 1 (LB 17) **2.** Aufg. 4 (LB 17) **3.** Aufg. 9 (LB 17)

Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000 (3 Std.)

LE 6 (LB 19 bis 21)

Diese Unterrichtseinheit dient der Festigung und Vertiefung des Wissens über natürliche Zahlen bis 1000000 sowie der weiteren Entwicklung des Rechnenkönnens. Damit wird gleichzeitig ein Beitrag zur Sicherung des für die Behandlung des Stoffgebietes 2 (Die vier Grundrechenoperationen ...) notwendigen Wissens und Könnens geleistet.
Neben einer hinreichend großen Zahl formaler Aufgaben, die zur Herausbildung von Rechenfertigkeiten einfach notwendig sind, sollten verschiedenartige Aufgabenstellungen (Gleichungen, Ungleichungen, Tabellen, Sachaufgaben usw.) immer wieder Verwendung finden, weil dadurch ein wesentlicher Beitrag zur Denkentwicklung der Schüler geleistet wird. Besonderer Wert ist auf das selbständige Arbeiten der Schüler zu legen. Gegebenenfalls kann eine Stunde mehr für die Übungen verwendet werden, wenn man für die Behandlung der LE 9 nur eine Stunde ansetzt.

Ziele

Die Schüler
- beherrschen den Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000,
- können mit natürlichen Zahlen bis 1000000 rechnen,
- besitzen Fähigkeiten im Analysieren verschiedenartiger Text- und Sachaufgaben, im Auffinden geeigneter Lösungswege und im Lösen der Aufgaben,
- können ihr Wissen und Können über natürliche Zahlen beim Arbeiten mit Gleichungen, Ungleichungen, Tabellen und Sachvorgaben anwenden,
- sind gewillt, Fehler in Rechnungen zu vermeiden, und erkennen die Notwendigkeit der Überprüfung der Richtigkeit von Berechnungen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung des Rechnens mit kleineren natürlichen Zahlen; Schreiben, Vergleichen, Ordnen von Zahlen bis 1000000
- Erweiterung des Könnens im Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000
- Übungen im Lösen formaler Aufgaben (auch Aufgaben in Tabellenform)

2. Stunde
- Erweiterung des Könnens im Lösen von Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen (Anwendung von Merkstoff A 3)

3. Stunde
- Übungen im Vergleichen und Ordnen großer Zahlen sowie im Rechnen mit derartigen Zahlen (auch Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen und in Textvorgaben).

Methodische Hinweise

Wiederholung ... Hierfür werden Aufgaben wie 1, 9, 10, 18 aus den Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen (UH 11 ff.) empfohlen. Weitere Beispiele für geeignete Aufgaben sind:
- Kopfrechnen: $35 + 61$, $84 - 22$, $80 : 4$, $25 \cdot 8$, $320 + 475$, $680 - 700$, $350 : 35$, $400 \cdot 3$
- Zahlendiktat: 23 105, 65 200, 420 000, 1 000 000, 410 410
- Vergleiche!
  a) 350 000 und 430 000
  b) 817 306 und 877 316
  c) 65 300 und 653 000
  d) 240 200 und 82 300
- Überprüfe!
  a) $35\,000 < 37\,000$
  b) $81\,000 > 810\,000$
  c) $9\,400 - 7\,000 = 2\,400$
  d) $8\,104 + 304 = 8\,404$
- Ordne! Beginne mit der kleinsten Zahl!
  3 500, 4 210, 8 000, 21 000, 35, 830, 10 000, 312 005, 720 410

Erweiterung des Könnens im Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 1000000 Zur *Motivierung* kann die 2. Möglichkeit aus der Unterrichtseinheit „Die natürlichen Zahlen bis 1000000" verwendet werden (UH 38). Wurde sie bereits genutzt, so genügt hier ein entsprechender Hinweis.

Zur *Erarbeitung* des Rechnens mit natürlichen Zahlen über 10000 können den Schülern folgende Aufgaben gestellt werden:

$81\,000 + 13\,000$, $530\,000 - 240\,000$, $12\,000 \cdot 3$, $640\,000 : 8$

Es eignet sich auch Auftrag A 10.

Die Schüler werden aufgefordert, sich einen Lösungsweg zu überlegen und ihr Vorgehen zu erläutern. (Eventuell muß ein Hinweis auf das Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 10000 erfolgen, z. B.: Berechne $8100 + 1300$!) Auf jeden Fall sollten aber die Schüler die Tatsache, daß hier die gleichen Überlegungen wie beim Rechnen mit natürlichen Zahlen bis 10000 zum Ziel führen, selbst finden (vgl. die ersten Zeilen im LB 19, LE 6!).

Übungen im Rechnen formaler Aufgaben (auch Aufgaben in Tabellenform) Zunächst ist eine hinreichend große Anzahl formaler Aufgaben zu lösen (Fertigkeitsentwicklung!), z. B.

Addition:	Aufg. 1a (LB 19)	Multiplikation:	Aufg. 6a (LB 20)
Subtraktion:	Aufg. 1b (LB 19)	Division:	Aufg. 8a (LB 20)

An den ersten Aufgaben sollten die Schüler ihr Vorgehen kommentieren. Auf ein ständiges Kontrollieren der Ergebnisse ist zu achten (Kontrollen der Ergebnisse durch Nachrechnen bzw. Anwenden der Umkehroperationen).

Als *Hausaufgabe* kann Aufg. 4 (LB 20) gestellt werden.

Von den folgenden Aufgaben mit Tabellen sollten wenigstens einige gelöst werden.

Addition und Subtraktion: Aufg. 5 (LB 20)

Multiplikation und Division: Aufg. 9 und 10 (LB 20)

Dabei sind den Schülern die Zusammenhänge zu den Umkehroperationen bewußtzumachen, z. B.: Ist $b = 160000$ und $a + b = 200000$, so muß man, um a zu berechnen, *subtrahieren*.

Erweiterung des Könnens im Lösen von Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen (Anwendung von Merkstoff A 3) Folgende Aufgabe sollte zur *Motivierung* gestellt werden: Klaus und Peter haben die gleiche Aufgabe gelöst.

Klaus: $50 + 35 \cdot 2 = 170$ Peter: $50 + 35 \cdot 2 = 120$

Wer hat richtig gerechnet? Warum?
Die Schüler lösen Aufg. 11 (LB 20) und begründen bei jeder Aufgabe ihr Vorgehen. Parallel dazu sollte der Lehrer den Merkstoff A 3 an der Tafel entstehen lassen.
Zur Übung im Rechnen formaler Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen (auch in Tabellenform) werden die Aufg. 12, 13 und 14 (LB 20 f.) empfohlen.

Übungen im Vergleichen und Ordnen großer Zahlen sowie im Rechnen mit derartigen Zahlen Aufg. 2 und 3 (LB 19), Aufg. 16, 17 (LB 21), ggf. auch die Sachaufg. 15 (evtl. als Hausaufgabe). Die Ergebnisse von Aufg. 2 sollten zusätzlich geordnet werden. Als vorbereitende Hausaufgabe für LE 7 kann Auftrag A 12 gestellt werden.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 4a (LB 20) 2. Aufg. 11d (LB 20)
3. Ergänze!

a	b	$a+b$	$a-b$	$2 \cdot a$	$b:5$
500 000	*(200 000)*	700 000	*(300 000)*	*(1 000 000)*	*(40 000)*
(60 000)	55 000	*(115 000)*	*(5 000)*	120 000	*(11 000)*
(63 000)	*(2 000)*	65 000	*(61 000)*	*(126 000)*	400

4. Aufg. 15 (LB 21)

Einheiten der Länge (2 Std.)

LE 7 (LB 22 bis 25)

In dieser Unterrichtseinheit sind die bereits aus Klasse 3 bekannten Einheiten der Länge (km, m, dm, cm, mm) und die zwischen ihnen bestehenden Zusammenhänge zu festigen und zu erweitern. Im Mittelpunkt stehen das Umrechnen von Längenangaben und das Vergleichen von Längen, wobei jetzt auch Zahlenwerte über 10000 vorkommen können. Auf die Kommaschreibweise bei Längenangaben wird erst in der nächsten Unterrichtseinheit eingegangen. Es sollten vorerst noch keine Längenangaben, die zwei Längeneinheiten (wie 6 m 12 cm) enthalten, verwendet werden.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Einheiten der Länge (Meter, Dezimeter, Zentimeter, Millimeter, Kilometer) und haben richtige Größenvorstellungen von diesen Einheiten,
- kennen den Aufbau des Systems von Längeneinheiten und erkennen, daß dieses System auf Zehnerpotenzen aufgebaut ist,

- können Strecken mit Hilfe geeigneter Meßzeuge messen und erwerben zunehmend größere Sicherheit beim Schätzen von Längen,
- können Längenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen,
- können Längen (auch bei Angaben mit verschiedenen Einheiten) vergleichen und mit ihnen rechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch einfache Übungen im Schätzen und Messen von Längen und im Umrechnen von Längenangaben
- Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Länge
- Wiederholung der Längeneinheiten und Übungen im Umrechnen von Längenangaben

2. Stunde
- Vertiefung der Kenntnisse über die Beziehungen der Längeneinheiten untereinander
- Übungen im Vergleichen von und im Rechnen mit Längen.

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...

1. Schätze folgende Längen, und schreibe sie auf!
   a) die Länge des Tafellineals (nicht die Dezimetereinteilung vorzeigen!),
   b) die Länge des Klassenzimmers,
   c) die Breite des Fensters,
   d) die Länge des Klassenbuches,
   e) die Stärke eines Bleistiftes,
   f) die Breite deines Mathematiklehrbuches.

   Nach dem Schätzen werden die Längen gemessen, damit die Schüler erkennen, wie gut ihre Schätzwerte sind, wer am besten geschätzt hat und sich richtige Größenvorstellungen herausbilden. (Vgl. Auftrag A 11!)
2. Nenne Gegenstände, die etwa 10 cm, 1 m, 50 cm, 20 mm lang sind! (Vgl. Auftrag A 12, der auch als vorbereitende Hausaufgabe gestellt werden kann.)
3. Rechne in cm um!
   1 m, 3 m, 19 dm, 8 dm, 20 mm, 250 mm

Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Länge An einigen Beispielen aus der Praxis, die die Schüler selbst nennen sollten, ist zu zeigen, welche Bedeutung genaues Messen und richtiges Umrechnen haben.

Danach kann folgende *Zielstellung* formuliert werden:
Wir wollen uns in den nächsten Stunden mit Einheiten der Länge befassen und insbesondere das Umrechnen und Vergleichen von Längenangaben üben.

Wiederholung der Längeneinheiten und Übungen im Umrechnen von Längenangaben
Zusammenstellen der Einheiten der Länge: Zunächst sollte man die Schüler ihnen bekannte Längeneinheiten zusammentragen lassen und an der Tafel geordnet festhalten.

Tafelbild (Es eignet sich auch die Übersicht im Lehrbuch, S. 22 oben.):

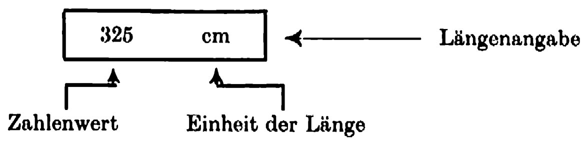
Einheiten der Länge

Grundeinheit:	das Meter	(m)
kleinere Einheiten:	das Dezimeter	(dm)
	das Zentimeter	(cm)
	das Millimeter	(mm)
größere Einheit:	das Kilometer	(km)

Empfehlung für die Einprägung von Festmaßen:
etwa 1 mm: Stärke eines Pfennigs
etwa 1 cm: Zeilenabstand im Schreibheft
etwa 1 dm: Breite einer Postkarte
etwa 1 m: Länge des Tafellineals
etwa 1 km: (Strecke im Schulbereich nennen)
Anhand der Aufgaben 1 cm = ... mm, 1 dm = ... cm, 1 m = ... dm, 1 km = ... m wiederholen die Schüler, daß – ähnlich wie bei der Stellentafel – 10 Einheiten die nächstgrößere Längeneinheit ergeben, aber:
1 km = 1000 m!
Zur Klärung sollte auf Dekameter und Hektometer kurz eingegangen werden, ohne daß sich die Schüler diese Einheiten einprägen sollen.

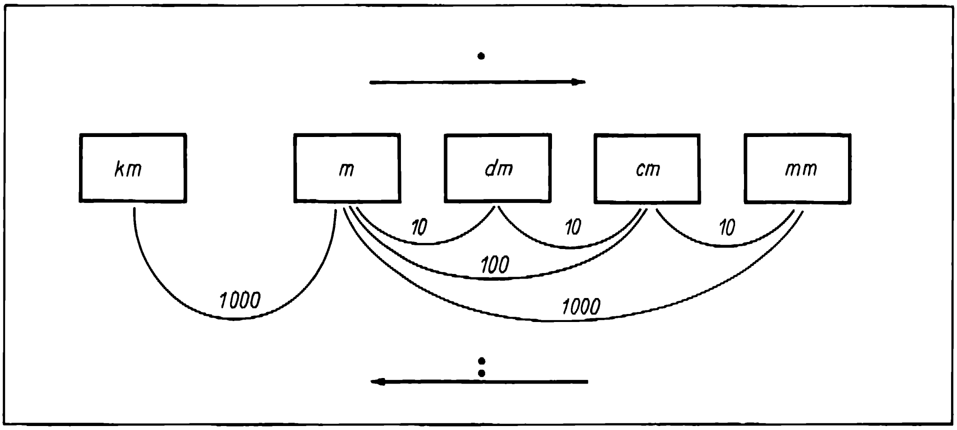
Hinweis: Deka – das Zehnfache, hekto – das Hundertfache.
Dekameter und Hektometer sind als Längeneinheiten nicht üblich. Bei anderen Einheiten werden sie mitunter verwendet, z. B. Hektoliter, Hektar, in Ungarn ist auch Dekagramm verbreitet.

Umrechnen von Längenangaben: Mit folgendem *Tafelbild* werden die Bestandteile einer Größe geklärt.



Hinweis: Mit der Einführung des Internationalen Einheitensystems (SI) in der DDR hat sich allgemein die Verwendung von „Zahlenwert" anstelle von „Maßzahl" durchgesetzt (↗ [8], S. 14ff.). Da auch im Physikunterricht dieser Begriff verwendet wird und im Zusammenhang mit Berechnungen eine Unterscheidung in *Größen*gleichungen und *Zahlenwert*gleichungen üblich ist, sollte auch im Mathematikunterricht „Zahlenwert" und nicht mehr Maßzahl verwendet werden.

Das Umrechnen von Längenangaben sollte an einigen Beispielen – zurückführend auf Multiplikation und Division mit 10, 100, ... – wiederholt werden.
Zur Verallgemeinerung und Zusammenfassung sollte an der Tafel eine Übersicht in Analogie zu der im Lehrbuch (LB 22) erarbeitet werden (Karten mit Magneten, mit denen die Schüler an der Tafel arbeiten können):
- Ordne die Karten von der größten bis zur kleinsten Einheit!
- Schreibe an die Bögen die jeweiligen Umrechnungszahlen!
- Wann muß multipliziert, wann dividiert werden?



Erkenntnis:
- Die Umrechnungszahlen sind immer Zehnerpotenzen.
- Wird eine Längenangabe in eine kleinere Einheit umgerechnet, so ist der Zahlenwert zu multiplizieren; wird in eine größere Einheit umgerechnet, so ist der Zahlenwert zu dividieren.

Anhand weiterer Aufgaben wird das Umrechnen von Längenangaben geübt (Dabei sind auch solche Umrechnungen vorzunehmen, bei denen Zahlenwerte über 10000 Verwendung finden.):
Aufg. 1, 2, 3, 4 (LB 23) – mündlich
Aufg. 5 b, 6, 7 a (LB 24) – schriftlich
Als *Hausaufgabe* kann Aufg. 8 (LB 24) gestellt werden.

Vertiefung der Kenntnisse über die Beziehungen der Längeneinheiten untereinander Der Auftrag A 13 kann von den Schülern selbständig gelöst werden. Danach erfolgt eine gemeinsame Auswertung, wobei die Schüler ihre Antworten begründen müssen.

Übungen im Vergleichen von und im Rechnen mit Längen

Hinweis: Größen und Größenangaben und somit auch Längen und Längenangaben sind nicht das gleiche. Größenangaben sind Bezeichnungen für Größen. Gleiche Größen können z. B. mit verschiedenen Einheiten angegeben werden. Darüber hinaus können Größenangaben in verschiedenen *Darstellungsformen* erfolgen, z. B. mit zwei Einheiten oder in Kommaschreibweise. Daraus ergibt sich, daß ein *Umrechnen* immer mit Größenangaben erfolgen muß, daß man aber durchaus mit Größen *rechnen* und Größen *vergleichen* kann. Dennoch sind Aufgaben wie „Ordne die folgenden Größenangaben!" sinnvoll.
Wir werden auf die Unterscheidung von Größe und Größenangabe nur dann konsequent achten, wenn das zur begrifflichen Klarheit notwendig ist.

Vergleichen von Längen
- mit gleichen Einheiten (↗ Beispiel A 12a)
- mit verschiedenen Einheiten (↗ Beispiel A 12b)

Vor dem Vergleichen sollte stets in eine einheitliche Längeneinheit umgerechnet werden (auf verschiedene Möglichkeiten eingehen). Einige Schüler werden die Umrechnung im Kopf vollziehen und sofort den Vergleich führen können. Das muß der Lehrer zulassen.
Anschließend kann Auftrag A 14 gelöst werden. Dabei ist zu klären, welche Umrechnungen möglich und am günstigsten sind. Beim Aufschreiben der Vergleiche sollten auch zwischen Längenangaben (Größen) die Zeichen $<$, $=$, $>$ verwendet werden, die beim

Vergleichen von Zahlen üblich sind. Zur Festigung eignet sich Aufg. 11 (LB 24). In die Übungen sollte auch das Schätzen und Messen von Längen einbezogen werden. Zum Beispiel könnten die Schüler aufgefordert werden, bei einigen Aufgaben zum Umrechnen und Vergleichen, Strecken dieser Längen (aus ihrer Umgebung) zu nennen. Die Kontrolle kann durch Messen dieser Strecken erfolgen.

Rechnen mit Längen: Lösen der Aufg. 12a (LB 24). Die Schüler sollen dabei selbst erkennen, daß sie jetzt mit *Längen rechnen* (operieren). Dabei muß ggf., z. B. bei 2700 cm + 14 m vor dem Ausführen der Rechenoperationen eine Längenangabe umgerechnet werden (auf verschiedene Möglichkeiten eingehen!).
Danach sollten folgende Aufgaben gelöst werden:

1. Zeichne je eine Strecke von 11 cm und 2 cm!
2. Rechne 11 cm in Millimeter um!
3. Berechne 11 cm — 2 cm!
4. Zeichne zu den in 2. und 3. erhaltenen Längen ebenfalls Strecken!
5. Vergleiche die Streckenlängen von 1. und 4.!

Erkenntnis: Beim „Umrechnen“ ändern sich die Längen nicht. Die gleiche Länge wird nur durch eine andere Längenangabe (anderer Zahlenwert und andere Einheit) dargestellt.
Beim „Rechnen“ entstehen neue Längen.
Anschließend könnten die Aufgaben 13a und 15 (LB 24) gelöst werden.
Als *Hausaufgabe* eignen sich die Aufg. 13b, c und 14 (LB 24).

Kontrollaufgaben

1. Schätzen verschiedener Längen; Kontrolle der Richtigkeit durch Nachmessen!
2. Aufg. 4 (LB 23)
3. Aufg. 10 (LB 24)
4. Überprüfe folgende Umrechnungen! Begründe!
   a) 81 m = 810 dm *(w)* c) 42 000 mm = 42 cm *(f)*
   b) 12 cm = 120 mm *(w)* d) 86 000 mm = 86 m *(w)*
5. Überprüfe folgende Vergleiche! Begründe!
   a) 17 m < 71 m *(w)* c) 15 km = 1 500 m *(f)*
   b) 120 m > 12 000 cm *(f)* d) 7 km < 700 000 dm *(w)*

Kommaschreibweise bei Längenangaben (2 Std.)

LE 8 (LB 25 bis 28)

In dieser Unterrichtseinheit stehen Längenangaben, die zwei Längeneinheiten enthalten (z. B. 6 m 12 cm) und Längenangaben mit Kommaschreibweise (z. B. 6,12 m) im Mittelpunkt.

Ziele

Die Schüler
- können Längenangaben mit zwei Längeneinheiten bzw. mit Komma schreiben,

- können Längenangaben von einer Schreibweise in eine andere umrechnen,
- können Längen, die in Kommaschreibweise bzw. mit mehreren Einheiten gegeben sind, vergleichen und mit ihnen rechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus (Arbeiten mit Geldeinheiten)
- Motivierung und Zielstellung für die Verwendung von Längenangaben mit zwei Einheiten und in Kommaschreibweise
- Vertiefung des Wissens über Längenangaben mit zwei Einheiten und in Kommaschreibweise

2. Stunde
- Übungen im Umrechnen
- Übungen im Vergleichen von Längen und im Rechnen mit Längen, die in verschiedenen Schreibweisen gegeben sind
- Gegenüberstellung einiger Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen (↗ Übersicht LB 26)

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus (Arbeiten mit Geldeinheiten) Es sollten einige der Aufgaben 3 und 4 (LB 16) gelöst werden, damit bei der Arbeit mit Längenangaben in Kommaschreibweise auf die den Schülern ebenfalls bekannte Kommaschreibweise bei Mark und Pfennig zurückgegriffen werden kann.

Motivierung und Zielstellung für die Verwendung von Längenangaben mit zwei Einheiten und in Kommaschreibweise Man kann z. B. Aufg. 9 (LB 24) lösen lassen. Anhand notwendiger Umrechnungen wie 2700 m = ... km wird das Problem verdeutlicht.
Ziel: Wir wollen auch derartige Längenangaben sicher umrechnen können und dabei eine ähnliche Schreibweise verwenden, wie wir das von Geldbeträgen her kennen.
Stets sollte von vorhandenen Kenntnissen ausgegangen werden. So kennen die Schüler Längenangaben wie z. B. 2,50 m und dgl. Nunmehr wird wiederholt, wie man zu solchen Schreibweisen gelangt.

Vertiefung des Wissens über Längenangaben mit zwei Einheiten und in Kommaschreibweise
Längenangaben mit zwei Einheiten: Längenangaben mit zwei Einheiten gewinnen wir durch *Zerlegen*, z. B.

$$\begin{aligned} 250\text{ cm} &= 200\text{ cm} + 50\text{ cm} \\ &= 2\text{ m} + 50\text{ cm} \\ &= 2\text{ m } 50\text{ cm} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 205\text{ cm} &= 200\text{ cm} + 5\text{ cm} \\ &= 2\text{ m} + 5\text{ cm} \\ &= 2\text{ m } 5\text{ cm} \end{aligned}$$

Umgekehrt können wir Längenangaben mit zwei Einheiten *in die kleinere Einheit* umrechnen.
Selbständige Schülerarbeit: Beispiel A 13 ansehen, Auftrag A 15 lösen.

Den Schülern sollte mitgeteilt werden, daß in der Praxis das Umrechnen von einer Längenangabe mit einer Einheit in eine Angabe mit zwei Einheiten benötigt wird, daß dann aber meist die einfachere Kommaschreibweise Verwendung findet.

Längenangaben in Kommaschreibweise: Die Kommaschreibweise als besondere Form der Größenangabe mit zwei Einheiten kann in Analogie zu Beispiel A 14 wiederholt werden. An die Kommaschreibweise bei Geldbeträgen anknüpfen!

Zu empfehlen ist die Eintragung gegebener Längenangaben in eine Stellentafel mit Längeneinheiten:

		m	dm	cm	
a)	250 cm	2	5	0	⟶ 2 m 50 cm oder 2,50 m („2 Meter 50")
b)	205 cm	2	0	5	⟶ 2 m 5 cm oder 2,05 m („2 Meter 5")

Hinweis: Man könnte im ersten Beispiel auch 2,5 m schreiben, darf dann aber nicht „2 Meter 5", sondern bestenfalls „2 Komma 5 Meter" oder „2 Meter 50" sprechen. Diese legere Sprechweise, die in der Praxis jederzeit verstanden wird, bezieht sich nur auf die Angabe von m und cm. Das erfolgt in Analogie zu der Sprechweise für bestimmte Geldbeträge, z. B. 2,05 M („2 Mark 5"). Durch das Eintragen in eine Stellentafel wird im Beispiel b) die 0 motiviert. Diese Stellentafel darf nicht mit den Tabellen verwechselt werden, mit denen Aufgaben gestellt werden können, z. B. Aufg. 9 (LB 24).

Zur Festigung der Sprechweise kann Auftrag A 16, zur Festigung der Schreibweise Auftrag A 17 gelöst werden.

Abschließend wird noch die Aufgabe aus der Motivierung (Aufg. 9, LB 24) gelöst.

Zusammenfassend müssen die Schüler verstanden haben:

- Das Komma sprechen wir nicht mit. Es ist ein Hilfsmittel zur Vereinfachung von Längenangaben, die in zwei Einheiten gegeben sind.
- Es haben sich einige sehr einfache Sprechweisen eingebürgert (z. B. 7 Meter 83).
- Unterscheidung zwischen 4 Meter 2 und 4 Meter 20.
- Hinter dem Komma hat immer die vollständige Angabe der Stellen zu erfolgen (z. B. 17,350 km), aber es werden auch kürzere Schreibweisen (z. B. 2,5 km) verwendet.
- Vor dem Komma steht der Zahlenwert für die größere der beiden Einheiten, ggf. auch der Zahlenwert 0, hinter dem Komma der für die kleinere.

Als *Hausaufgaben* werden Aufg. 1 und 3 (LB 26) empfohlen.

Übungen im Umrechnen Bei der Auswertung (Kontrolle) der Hausaufgabe sollte auf eine saubere und einfache Sprechweise der Längenangaben besonders geachtet werden.

Von den im folgenden genannten Aufgabenblöcken zum Umrechnen sollten je nachdem, wo sich Schwierigkeiten zeigten, Aufgaben geringerer oder größerer Anzahl ausgewählt werden.

- Umrechnen von Längenangaben mit einer Einheit in Längenangaben mit Komma: Aufg. 5 (LB 27)
- Umrechnen von Längenangaben mit ein oder zwei Einheiten in die kleinere Einheit: Aufg. 2, 4 (LB 26)
- Umrechnen von Längenangaben mit zwei Einheiten in die größere Einheit (mit Komma): Aufg. 7 (LB 27)
- Umrechnen von Längenangaben mit Komma
  in Längenangaben mit zwei Einheiten: Aufg. 8 (LB 27)
  in Längenangaben mit kleineren Einheiten: Aufg. 6 (LB 27)

Übungen im Vergleichen von Längen und im Rechnen mit Längen, die in verschiedenen Schreibweisen gegeben sind An einigen Beispielen sollte das Vergleichen von Längen, die in verschiedenen Schreibweisen gegeben sind, geübt werden, z. B.

Vergleiche! **a)** 3 m 21 cm und 3,20 m
b) 5,006 km und 5 km 60 m

Übungsaufgaben: Aufg. 9 (formale Aufgabe; LB 27)
Aufg. 10 (Sachaufgabe; LB 27)

Zur Übung der *Addition und Subtraktion* von Längen erarbeiten sich die Schüler das Beispiel zur Aufgabe 11 (LB 27) und lösen danach mindestens die Aufgaben 11 a, d, e.

Gegenüberstellung einiger Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen In einer Tabelle (wie Übersicht LB 26) sollten die drei verwendeten Schreibweisen für einige Beispiele durch verschiedene Umrechnungen als Zusammenfassung durch aktive Mitarbeit der Schüler an der Tafel entstehen. Hierzu kann auch die Zusammenfassung im Lehrbuch (LB 30) benutzt werden.
Vorschlag für eine *Hausaufgabe*: Aufg. 12 (LB 27)

Kontrollaufgaben

1. Rechne in die kleinere Einheit um!
   a) 4 m 70 cm *(470 cm)* **b)** 6 km 21 m *(6 021 m)*
2. Rechne in die größere Einheit um! (Schreibe mit Komma!)
   a) 5 m 7 cm *(5,07 m)* **b)** 8 km 200 m *(8,200 km)*
3. Schreibe ohne Komma mit zwei Einheiten!
   a) 6,738 km *(6 km 738 m)* **b)** 3,07 m *(3 m 7 cm)*
4. Schreibe ohne Komma in einer kleineren Einheit!
   a) 6,738 km *(6 738 m)* **b)** 3,07 m *(307 cm)*
5. Vergleiche!
   a) 32 m 20 cm und 3 216 cm *(>)* **b)** 17,4 km und 17 400 m *(=)*

Sachaufgaben mit Längenangaben (2 Std.)

LE 9 (LB 28 bis 30)

In dieser Unterrichtseinheit soll das erworbene Wissen zum Lösen von Sachaufgaben angewendet werden.
Die Nützlichkeit von Skizzen und Tabellen beim Lösen von Sachaufgaben ist den Schülern bewußtzumachen.

Ziele

Die Schüler
- erkennen die Notwendigkeit des Umrechnens von Längenangaben beim Lösen von Sachaufgaben und erwerben weitere Fähigkeiten im Umrechnen von Längenangaben,

- entwickeln Fähigkeiten im Analysieren von Sachaufgaben, in denen Längen auftreten,
- bemühen sich, Fehler in Berechnungen zu vermeiden, und erkennen die Notwendigkeit der Überprüfung ihrer Berechnungen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Entwickeln geeigneter Lösungswege für Sachaufgaben mit Längenangaben unter Verwendung von Skizzen und Tabellen

2. Stunde
- Übungen im Lösen von Sachaufgaben

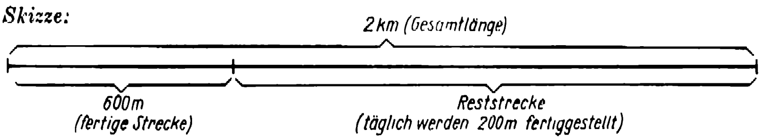
Die Übungen können auch auf eine Stunde konzentriert werden.

Methodische Hinweise

Entwickeln geeigneter Lösungswege für Sachaufgaben mit Längenangaben unter Verwendung von Skizzen und Tabellen Die erste zu lösende Aufgabe sollte zur *Motivierung* und *Zielstellung* für das Entwickeln geeigneter Lösungswege für Sachaufgaben genutzt werden. Gegebenenfalls können in einer täglichen Übung noch einige formale Umrechnungen vorgenommen werden.
Die Schüler erhalten den Auftrag, die Aufg. 1 (LB 29) zu lösen.
- Lest die Aufgabe genau durch!
- Überlegt, was zu berechnen ist und welche Angaben ihr vorfindet! Betrachtet dazu die Skizze im Lehrbuch (LB-Bild 4)!
- Sucht einen geeigneten Lösungsweg und löst danach die Aufgabe!

Tafelbild:

Skizze:



Rechnung:	2 km = 2 000 m
	2 000 m — 600 m = 1 400 m
	1 400 m 200 m = 7
Antwort:	7 Tage werden noch benötigt.

Nunmehr kann das Beispiel im Lehrbuch (LB 28) betrachtet werden. Es ist von ähn-

licher Struktur wie Aufg. 1. Die Schüler können weitgehend selbständig nach dem Lehrbuch arbeiten (Aufträge A 18, A 19).
Im Beispiel A 16 wird eine *Tabelle* als weiteres Hilfsmittel zum Lösen von Sachaufgaben verwendet.
Nachdem die Schüler das Beispiel im Lehrbuch gelesen haben, sollten sie die Tabelle, die Notwendigkeit des Umrechnens und die ausgeführte Rechnung erklären und begründen.
Vorschlag für eine *Hausaufgabe*: Aufg. 6 (LB 30).

Übungen im Lösen von Sachaufgaben Je nach der zur Verfügung stehenden Zeit können weitere Aufgaben gelöst werden, auch in häuslicher Arbeit. Die Schüler sollten dabei weitestgehend selbständig arbeiten. Besonderer Wert ist in der Auswertung auf das Begründen des angewendeten Lösungsweges zu legen (Wie bist du vorgegangen? Warum so?).

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2 (LB 29) 2. Aufg. 5 (LB 29)

Gleichungen und Ungleichungen (2 Std.)

LE 10 (LB 31 bis 33)

Nachdem bisher Gleichungen und Ungleichungen in mehreren Unterrichtseinheiten Anwendung fanden, sollen hier einige Aussagen zu Gleichungen und Ungleichungen mit bzw. ohne Variablen getroffen werden, die der langfristigen Vorbereitung auf die später (in Kl. 6) einsetzende systematische Behandlung der Gleichungslehre dienen.
Durch die Verwendung von Zahlen bis 1000000 in Gleichungen und Ungleichungen wird gleichzeitig das Rechnen mit diesen natürlichen Zahlen gefestigt. Hauptanliegen ist das sichere Lösen von Gleichungen und Ungleichungen.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe „Gleichung“, „Ungleichung“, „Lösung“, „lösen“ und „erfüllen“,
- wissen, daß Gleichungen und Ungleichungen ohne Variablen entweder wahre oder falsche Aussagen sind, und können den Wahrheitswert bestimmen,
- können Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen *inhaltlich* lösen,
- erkennen die Notwendigkeit der Überprüfung der gefundenen Lösungen und sind gewillt, ihre Ergebnisse stets zu überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übungen im Anwenden der vier Grundrechenoperationen
- Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Gleichungen und Ungleichungen
- Erweiterung des Wissens über Gleichungen und Ungleichungen

2. Stunde
- Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen
- Übungen im Überprüfen von Aussagen

Auch in der 1. Std. sollten die Schüler Gleichungen lösen. Das Lösen von Gleichungen und das Überprüfen gefundener Lösungen muß als Einheit gesehen werden.

Methodische Hinweise

Übungen im Anwenden der vier Grundrechenoperationen Neben Kopfrechenübungen, in denen Grundaufgaben und Aufgaben zum Umrechnen von Größenangaben gestellt werden, können auch Aufgaben in Tabellenform und als Gleichungen, z.B. Aufg. 1, 2 (LB 33), oder einfache Aufgaben, in denen mehrere Rechenoperationen vorkommen, wie z. B. von den Aufgaben zur täglichen Übung und Wiederholung (UH 12), Nr. 11 und 12 gelöst werden.
Dabei sollten unbedingt verschiedenartige Aufgabenstellungen Anwendung finden, um jegliche Einseitigkeit zu vermeiden.

Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Gleichungen und Ungleichungen Die soeben gelösten Aufgaben haben wir in Form von Gleichungen geschrieben. Beim Lösen von Sachaufgaben (wie in der vorherigen Stunde) verwenden wir oft Gleichungen mit Buchstaben (Variablen). Beim Vergleichen haben wir Ungleichungen aufgeschrieben. Wir werden auch weiterhin ständig Gleichungen und Ungleichungen zu lösen haben.
Ziel: Wir wollen uns daher in diesen Stunden ausführlich mit Gleichungen und Ungleichungen befassen.

Erweiterung des Wissens über Gleichungen und Ungleichungen
- Gleichungen und Ungleichungen *ohne Variablen*: Anhand von Beispielen (wie auf LB 31) wird geklärt, daß Gleichungen ohne Variablen entweder Wahres oder Falsches aussagen.
  Anschließend sollten die Schüler den Auftrag A 21 selbständig lösen.
  Gleichungen und Ungleichungen *mit Variablen* : Anhand der Beispiele (1) bis (5) (LB 31) wird zunächst erarbeitet, daß man bei Gleichungen oder Ungleichungen mit Variablen nicht feststellen kann, ob wahre oder falsche Aussagen vorliegen.
  Setzen wir aber eine Zahl in eine Gleichung oder Ungleichung für die Variable ein, so erhalten wir dadurch eine wahre oder eine falsche Aussage.
  Beim Lösen von Gleichungen oder Ungleichungen suchen wir immer nach solchen Zahlen für die Variablen, durch deren Einsatz wir eine *wahre* Aussage erhalten.
  In diesem Zusammenhang wird die Verwendung der Begriffe Lösung, lösen, erfüllen geklärt. Anschließend kann Auftrag A 22 gelöst werden.
  Die Schüler sollen erkennen, daß das Lösen durch Probieren oft nicht die rationellste

Möglichkeit ist, sondern inhaltliche Überlegungen günstiger sind (Betrachtung von Beispiel A 17).

Hinweis: Auf das Probieren als Lösungsmöglichkeit sollte jedoch keinesfalls verzichtet werden, weil es
- deutlich zeigt, was lösen heißt,
- den grundsätzlichen Weg für eine Kontrolle (Probe) zeigt,
- mitunter die einzige für die Schüler anwendbare Lösungsmöglichkeit ist.

Algorithmisch-kalkülmäßiges Lösen ist nicht beabsichtigt (↗ [7], S. 443 ff.). Wenn einzelne Schüler zum formalen Lösen übergehen wollen, so sollten sie aufgefordert werden, jeden Schritt zu begründen, statt ihnen dieses Vorgehen zu verbieten.

Erfahrungsgemäß haben die Schüler bei der Ermittlung aller Lösungen und insbesondere beim Nachweis, daß es keine weiteren Lösungen gibt, große Schwierigkeiten. Entsprechende Überlegungen sollten daher für einige Aufgaben gemeinsam vorgenommen werden (Aufträge A 23, A 24).

Die Einzigkeit der Lösung 610 im Beispiel A 17 kann mit der eindeutigen Ausführbarkeit der Rechenoperationen begründet werden. Die Ermittlung aller Lösungen z. B. bei Ungleichungen kann mit Hilfe von Tabellen erfolgen, z. B. für die Ungleichung in Auftrag 24a:

a	$14 + a < 21$	w/f
1	$14 + 1 < 21$	w
.	.	.
6	$14 + 6 < 21$	w
7	$14 + 7 < 21$	f
8	$14 + 8 < 21$	f
.	.	.

Als Hausaufgabe kann Aufg. 6b (LB 32) gestellt werden.

Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen Empfohlen werden hierfür die Aufg. 1a, Aufg. 2a, c, e, g sowie Aufg. 3 (LB 32).

Die Übungen sind auf die im Lehrplan (LP 18) vorgegebenen Typen zu konzentrieren. Man sollte nicht zu viele Gleichungen (Ungleichungen) des gleichen Typs hintereinander lösen lassen, sondern durch häufigen Wechsel in der Aufgabenstellung das Nachdenken der Schüler immer aufs neue herausfordern.

Als *Hausaufgaben* können Aufg. 1b und Aufg. 2b, d, f, h (LB 32) gestellt werden.

Übungen im Überprüfen von Aussagen Zunächst sollten Einzelaussagen (wie Kontrollaufgabe 1) überprüft werden. Danach kann zu den Aufg. 7, evtl. 4*, übergegangen werden. Es ist zu klären, daß die Redeweise „es gibt eine natürliche Zahl" bedeutet, daß es *mindestens* eine natürliche Zahl gibt.

Kontrollaufgaben

1. Überprüfe!

a) $500\,000 + 200\,000 = 300\,000 + 400\,000$ *(w)*
b) $8\,300 - 8\,000 = 30$ *(f)*
c) $4\,500 + 3\,700 > 9\,000$ *(f)*
d) $25\,000 \cdot 5 < 150\,000$ *(w)*

2. Aufg. 1a (LB 32)
3. Aufg. 3 (LB 32)
4. Aufg. 7a bis c (LB 33)

Stoffabschnitt 1.2.

Die Folge der natürlichen Zahlen

In diesem Stoffabschnitt sollen die Schüler den Aufbau der natürlichen Zahlen über eine Million hinaus kennenlernen und begreifen, daß sich der Mensch unbegrenzt große natürliche Zahlen denken kann. Damit wird in elementarer Form eine philosophische Frage berührt. Es kommt darauf an, daß die Schüler den Aufbau der natürlichen Zahlen und ihre Darstellung im dekadischen Positionssystem inhaltlich richtig verstehen und dies zum Lösen der verschiedenartigen Aufgaben in der Praxis anwenden können.
Zur Gegenüberstellung zum dekadischen Positionssystem wird über das System römischer Ziffern informiert.
Die Schüler müssen natürliche Zahlen auch über eine Million hinaus vergleichen und ordnen können und in der Lage sein, Gleichungen, Ungleichungen, Aufgaben in Tabellenform und Sachaufgaben mit größeren natürlichen Zahlen zu lösen.
Das Arbeiten mit Größen wird durch die Behandlung der Einheiten der Masse und der Zeit weitergeführt. Bei den Einheiten der Zeit ist deutlich herauszuarbeiten, daß sie nicht auf Zehnerpotenzen aufgebaut sind.
In diesem Abschnitt sollten zahlreiche Sachaufgaben gelöst sowie weitere Möglichkeiten zur Anwendung des Wissens und Könnens über natürliche Zahlen und Größen bewußt gesucht werden, damit den Schülern stets aufs neue deutlich wird, daß im täglichen Leben, in der Produktion und natürlich auch in der Schule das Rechnen mit natürlichen Zahlen und Größen ständig gebraucht wird.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Die natürlichen Zahlen über 1 000 000	(LE 11; 2 Std.)
Römische Ziffern	(LE 12; 1 Std.)
Einheiten der Masse	(LE 13; 3 Std.)
Reihenfolge der natürlichen Zahlen	(LE 14; 1 Std.)
Größenvergleiche mehrerer Zahlen	(LE 15; 1 Std.)
Einheiten der Zeit	(LE 16; 4 Std.)
Gleichungen mit Produkten	(LE 17; 1 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Es ist auch möglich, für die LE 11 3 Stunden und dafür für die LE 16 nur 3 Stunden vorzusehen. Eventuell können auch für die LE 17 zwei Stunden geplant werden.

Die natürlichen Zahlen über 1000000 (2 Std.)

LE 11 (LB 33 bis 36)

Hier steht der Aufbau natürlicher Zahlen über 1000000 im Mittelpunkt. Dabei muß den Schülern deutlich werden, daß dieser Aufbau beliebig weit fortgesetzt werden kann.

Ziele

Die Schüler
- kennen die natürlichen Zahlen über 1000000 und können diese Zahlen richtig schreiben und lesen,
- wissen, daß auch Zahlen, die größer als 1000000 sind, im dekadischen Positionssystem nach den bereits bekannten Regeln dargestellt werden,
- können natürliche Zahlen über 1000000 vergleichen, ordnen und mit ihnen rechnen,
- wissen, daß man beliebig große natürliche Zahlen bilden kann und daß die Folge der natürlichen Zahlen ohne Ende ist.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen im Arbeiten mit natürlichen Zahlen bis 1000000
- Motivierung und Zielstellung für die Erarbeitung der natürlichen Zahlen über 1000000
- Erarbeitung der natürlichen Zahlen über 1000000
- Übungen im Lesen und Schreiben von Zahlen über 1000000

2. Stunde
- Übungen im Arbeiten mit natürlichen Zahlen über 1000000 (Vergleichen, Ordnen, Rechnen)
- Zusammenfassung der Kenntnisse über den Aufbau natürlicher Zahlen (Merkstoff A 6)

Gegebenenfalls können für die Übungen 2 Stunden geplant werden.

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen im Arbeiten mit natürlichen Zahlen bis 1000000 Im Rahmen der täglichen Übung sollten natürliche Zahlen bis 1000000 gelesen, geschrieben sowie einige Zahlen in der Stellentafel und als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen dargestellt werden, z. B. aus den Aufgaben für tägliche Übung ... (UH 13), Nr. 16 und 17.

Motivierung und Zielstellung für die Erarbeitung der natürlichen Zahlen über 1000000 In einem Unterrichtsgespräch werden die Schüler angeregt, Beispiele für die Verwendung großer Zahlen zu nennen. Dabei sollten auch Zahlen über 1000000 notwendig werden (z. B. entnommen dem Statistischen Jahrbuch, dem Atlas für jedermann, Haack 1977, oder anderen Zusammenstellungen).
- Einwohnerzahl der DDR (16 744 692)
- Entfernung Erde-Sonne (150 000 000 km)

Es können auch Aufgaben gestellt werden, deren Ergebnis über 1000000 liegt, z. B. $400\,000 \cdot 10$, $12\,000 \cdot 100$, $10\,000 \cdot 10\,000$.

Einige Schüler werden möglicherweise die Ergebnisse nennen können, andere noch nicht.

Ziel: Wir wollen nun alle lernen, wie man Zahlen über 1000000 bildet, liest und schreibt sowie mit ihnen rechnet.

Erarbeitung der natürlichen Zahlen über 1000000

Bilden von Zehnerpotenzen über 10^6: Im Unterrichtsgespräch wird erarbeitet, daß durch schrittweise Multiplikation mit 10 weitere Zehnerpotenzen gewonnen werden können. Zur Wiederholung sollte mit 1 begonnen werden. Dadurch wird der Aufbau von Zehnerpotenzen über 10^6 als Fortführung des bereits bekannten Aufbaus bis 10^6 besser sichtbar. (Fortsetzung des Tafelbildes von UH 31)

Am erarbeiteten Tafelbild sollte verdeutlicht werden, daß

- die Anzahl der Nullen in der Ziffer gleich der hochgestellten Zahl (Exponent) in der Zehnerpotenz ist (eventuell Auftrag A 25 dazu lösen lassen),
- jeweils drei Zehnerpotenzen den gleichen Namen haben, der nur durch „ein(e) ...“, „zehn ...“, „einhundert ...“ ergänzt wird.

Anschließend sollte die Darstellung von Zehnerpotenzen über 10^6 in einer Stellentafel erfolgen (LB 34).

Die Schüler erkennen, daß der Aufbau weiterer Zehnerpotenzen beliebig weit fortgesetzt werden kann.

Hinweis: In der UdSSR, in Frankreich und den USA wird der Begriff „Billion“ anders verwendet. Er steht dort für 10^9, entspricht also unserer Milliarde! Da der Aufbau beliebig fortgesetzt werden kann, ist es ohnehin nicht möglich, alle Zehnerpotenzen anzugeben und Namen festzulegen.

Abschließend könnten in eine Stellentafel nach Diktat eingetragen werden:

a) Zehnerpotenzen wie 10000000000000; 10^{12}; 10^{16} usw.

b) Vielfache von Zehnerpotenzen wie $4 \cdot 10^{13}$; $5 \cdot 10^8$; $3 \cdot 10^{11}$ usw.

Bilden natürlicher Zahlen über 1000000: Nach dem Lösen des Auftrags A 26 werden Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen in eine vorbereitete Stellentafel eingetragen, z. B.

$4 \cdot 10^8 + 7 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \cdot 1$;

$7 \cdot 10^{17} + 5 \cdot 10^{16} + 1 \cdot 10^{12} + 4 \cdot 10^{10} + 4 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^8 + 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 1$ usw.

Dabei ist auf die Notwendigkeit des Auffüllens nichtbesetzter Stellen durch Nullen (beim Schreiben solcher Zahlen ohne Stellentafel) einzugehen (eventuell Auftrag A 27 lösen lassen).

Anhand der in die Stellentafel eingetragenen Zahlen wird das Lesen natürlicher Zahlen erarbeitet.

Zunächst wird nochmals betont, daß immer drei Stellen (von rechts aus) zu einer Gruppe zusammengefaßt werden und einen einheitlichen Namen erhalten. Es ist deshalb auch günstig, große Zahlen in Dreiergruppen zu schreiben. Danach wird das Lesen an einigen Beispielen aus der Stellentafel geübt, z. B.

473 613 149.

Übungen im Lesen und Schreiben von Zahlen über 1000000 Zunächst sollten mehrere Zahlen über 1000000 gelesen werden (Aufg. 1, LB 35). Anschließend werden derartige Zahlen als Ziffern geschrieben (Aufg. 2 und 4; LB 35).

Als *Hausaufgabe* könnte Aufg. 3 (LB 35) gestellt werden.

Übungen im Arbeiten mit natürlichen Zahlen über 1000000

Übungen im Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger: Zunächst könnte die Hausaufgabe (Aufg. 3) ausgewertet werden. Zur Festigung der Sprechweise lesen die Schüler die ermittelten Zahlen.

Den Schülern ist noch einmal bewußtzumachen, daß sie mit $a - 1$ und $a + 1$ den Vorgänger bzw. Nachfolger von a bestimmt haben.

Übungen im Vergleichen und Ordnen großer Zahlen:
Vergleiche!

a) 4000000000 und 4000000 **c)** 10000000 und 10^7
b) 210000000 und 350000000 **d)** $5 \cdot 10^6$ und $7 \cdot 10^6$ usw.

Ordne! Beginne mit der kleinsten Zahl!
30000000; 18000000; 7500000; 4000; 9000000; 7500; 100000000

Übungen im Rechnen mit Zahlen über 1000000: Addition: Aufg. 6 (LB 36); Subtraktion: Aufg. 10 (LB 36); Division: Aufg. 5 (LB 36)
Lösen von Ungleichungen: Aufg. 12 (LB 36)
Das Vergleichen, Ordnen und Rechnen mit natürlichen Zahlen über 10^6 kann von den Schülern weitestgehend selbständig ausgeführt werden, da hier analog zum Vorgehen mit natürlichen Zahlen bis 10^6 gearbeitet wird.
Als *Hausaufgaben* können Aufg. 7 und 11 (LB 36) gestellt werden.

Zusammenfassung der Kenntnisse über den Aufbau natürlicher Zahlen

- In einem Unterrichtsgespräch wird das *Bilden von Ziffern aus Grundziffern* wiederholt, analog und eventuell unter Verwendung des Tafelbildes aus LE 1 (UH 29).
- Erläuterung von *Stellenwert-* oder *Positionssystem* und von *dekadischem System* oder *Dezimalsystem* (LB 35)
- Begriff „dekadisches Positionssystem" (Merkstoff A 6)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 (LB 35); **2.** Aufg. 4 a, b (LB 35); **3.** Aufg. 9 b (LB 36);
4. Vergleiche:
a) 4000000000 und $4 \cdot 10^9$ (=)
b) 234000000000 und 23400000000 (>)
c) $5 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^7$ und $4 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^7$ (>)

Römische Ziffern (1 Std.)

LE 12 (LB 37 bis 38)

Der in dieser Unterrichtseinheit zu behandelnde Stoff trägt informativen Charakter.
Es ist nicht Ziel, mit römischen Ziffern zu rechnen. Die Schüler sollen einfache römische Ziffern lesen können, weil derartige Ziffern in der Praxis noch verwendet werden. Am Beispiel der römischen Ziffern sollen die Schüler verstehen, daß natürliche Zahlen auch in einem additiv aufgebauten Ziffernsystem ausgedrückt werden können (als Gegenbeispiel zum Positionssystem).

Ziele

Die Schüler
- kennen die Zeichen des römischen Ziffernsystems und können einfache römische Ziffern lesen,

- kennen den grundsätzlichen Unterschied zwischen dem dekadischen Positionssystem und dem additiven System der römischen Ziffern,
- wissen, daß römische Ziffern heute nur noch gelegentlich als Zeichen für natürliche Zahlen, aber keinesfalls in Berechnungen verwendet werden.

Schwerpunkte

- Wiederholen des Schreibens natürlicher Zahlen in verschiedenen Darstellungsformen; dabei Wiederholen des Stellenwertes der einzelnen Grundziffern
- Vermittlung von Kenntnissen über die römischen Ziffern
- Übungen im Lesen römischer Ziffern

Methodische Hinweise

Wiederholen des Schreibens natürlicher Zahlen in verschiedenen Darstellungsformen
Einige im dekadischen Positionssystem vorgegebene Ziffern, wie z. B. 382833; 25250, sind
a) als Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen und
b) in einer Stellentafel darzustellen.
Dabei ist besonders der Stellenwert der einzelnen Grundziffern hervorzuheben (gleiche Grundziffern an verschiedenen Stellen haben verschiedene Bedeutung).

Vermittlung von Kenntnissen über die römischen Ziffern Zur Motivierung erhalten die Schüler den Auftrag, das Bild (LB 37), eine andere vom Lehrer mitgebrachte Abbildung, ein altes Buch oder eventuell auch ein historisches Gebäude, mit römischen Ziffern zu betrachten und über die dargestellten Ziffern zu sprechen.
Im Unterrichtsgespräch sollten Bemerkungen zur Entstehung und zum Gebrauch römischer Ziffern gemacht werden. (↗ LB 37 bzw. [12], S. 43 ff. bzw. [16], S. 45 f.)
Ziel: Wir wollen in dieser Stunde die Zeichen des römischen Ziffernsystems kennenlernen, damit jeder solche Ziffern lesen kann.
Wir verwenden z. T. auch heute noch römische Ziffern, z. B. zur Bezeichnung bedeutender politischer Ereignisse (X. Parteitag u. a.).
- Übersicht über die *Ziffern des römischen Systems* (↗ auch LB 37)

1 000		100		10		1	
M		C		X		I	Grundzeichen
	D		L		V		Hilfszeichen
	500		50		5		

- Bekanntmachen mit dem *Bildungsprinzip* für weitere Ziffern anhand von Beispielen: Weitere Ziffern werden durch Addition gebildet, z. B.

3 III (1 + 1 + 1)
25 XXV (10 + 10 + 5)
1367 MCCCLXVII (1000 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1)

Hilfszeichen treten nur einmal auf. Warum? Was würde LL bedeuten?
Grundzeichen werden i. allg. nur dreimal verwendet. Zahlen wie 4, 49, 1900 u. a. werden durch zusätzliche Verwendung der Subtraktion gebildet. Die Ziffern der zu subtrahierenden Zahlen werden vor die Ziffern der Zahlen, von denen sie subtrahiert werden sollen, geschrieben. Subtrahiert werden dürfen nur 1, 10 und 100, z. B.

4	IV	(5 − 1)
49	IL	(50 − 1)
1900	MCM	(1000 + 1000 − 100)

Im Unterrichtsgespräch werden die wesentlichsten Merkmale des dekadischen Positionssystems und des römischen additiven Ziffernsystems miteinander verglichen.

Übungen im Lesen römischer Zahlen Aufg. 1 bis 3 (LB 38). Hierauf liegt der Schwerpunkt der Stunde. Dabei sollten weitgehend örtliche und aktuelle Gegebenheiten genutzt werden.
Als *Hausaufgabe* zur Vorbereitung auf die nächste Stunde eignet sich Auftrag A 30.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1 (LB 38)
2. Welcher Unterschied besteht zwischen dem dekadischen Positionssystem und dem Additionssystem der römischen Ziffern ?

Einheiten der Masse (3 Std.)

LE 13 (LB 38 bis 42)

Im Mittelpunkt dieser Unterrichtseinheit stehen das Vergleichen und Umrechnen von Masseangaben und das gedächtnismäßige Einprägen der Umrechnungszahlen.
Besonders herauszuarbeiten ist, daß das System der Masseeinheiten wie die Längeneinheiten auf Zehnerpotenzen aufgebaut ist.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Einheiten der Masse und haben gewisse Größenvorstellungen von diesen Einheiten,
- verstehen die Notwendigkeit der Verwendung von Einheiten der Masse in der Praxis und erkennen den Vorteil der Verwendung eines *Systems* von Einheiten der Masse,
- kennen den Aufbau des Systems der Masseeinheiten und erkennen, daß dieses System auf Zehnerpotenzen aufgebaut ist,
- können Masseangaben von einer in eine andere Einheit umrechnen (auch mit Kommaschreibweise und bei Angaben mit mehreren Einheiten),
- können Masseangaben vergleichen und mit ihnen rechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Masse
- Wiederholung der Einheiten der Masse; Einführen von Milligramm
- Vertiefung der Kenntnisse über das Umrechnen von Masseangaben (mit einer Einheit)

2. Stunde
- Übungen im Umrechnen von Masseangaben (mit einer Einheit)
- Vertiefung der Kenntnisse über das Vergleichen von und das Rechnen mit Masseangaben
- Erweiterung der Kenntnisse über das Umrechnen von Masseangaben (mit zwei Einheiten und mit Kommaschreibweise)

3. Stunde
- Übung im Umrechnen von Masseangaben (insbesondere Verwendung der Kommaschreibweise als vereinfachte Schreibweise von Masseangaben mit zwei Einheiten)
- Übungen im Vergleichen von und im Rechnen mit Masseangaben und im Lösen von Sachaufgaben, die Masseangaben enthalten
- Systematisierung der Kenntnisse über das System der Einheiten der Masse

Methodische Hinweise

Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Masse Für die tägliche Übung werden die Aufg. 3, 4a, 5a (LB 36 f., mit schwarzer Numerierung) empfohlen. Eine vorbereitende Hausaufgabe (Auftrag A 30) kann zur *Motivierung* genutzt werden. Anschließend könnte auf die vielseitige Verwendung von Masseeinheiten in der Praxis hingewiesen und dann das *Ziel* der Stunde, sicherer Gebrauch der Masseeinheiten und Umrechnen von einer Einheit in eine andere, genannt werden.

Wiederholung der Einheiten der Masse; Einführen von Milligramm In einem Unterrichtsgespräch tragen die Schüler ihnen bekannte Einheiten der Masse zusammen. Dabei sollten sie Massen von ca. 1 g, 1 kg, 1 dt, 1 t nennen (Festmaße).
Zur Wiederholung des *Systems der Einheiten der Masse* werden die vier Einheiten Gramm – Kilogramm, Tonne – Dezitonne miteinander verglichen. Dabei wird die Bedeutung der Vorsilben „Kilo“ und „Dezi“ geklärt. Die Schüler werden aufgefordert, weitere Vorsilben, die sie bei anderen Einheiten verwendet haben, zu nennen.

Erkenntnis:

Milli	–	tausendster Teil
Zenti	–	hundertster Teil
Dezi	–	zehnter Teil
Kilo	–	Tausendfaches

Zur Festigung wird Auftrag A 31 gelöst. Danach wird der Zusammenhang zwischen Gramm (Kilogramm) und Tonne (Dezitonne) geklärt (↗ Tabelle, LB 38). Zur *Einführung von Milligramm* kann eine (leere) Medizinflasche bzw. Schachtel genutzt werden, auf der derartige Angaben stehen.

Vertiefung der Kenntnisse über das Umrechnen von Masseangaben (mit einer Einheit) Bestimmen verschiedener Umrechnungszahlen und notwendiger Operationen (dabei sollte die Übersicht, LB 39, entstehen):

z. B.	kg in g:	1000 (Multiplikation)		kg in t:	1000 (Division)
	g in mg:	1000 (Multiplikation)		t in dt:	10 (Multiplikation)
	g in kg:	1000 (Division)		kg in dt:	100 (Division)

Auch eine „Stellentafel" für Masseangaben eignet sich gut, um die Umrechnungszahlen zu erkennen.

	t	dt		kg			g			mg

Das Umrechnen sollte an Aufgaben wie im Beispiel A 20 gefestigt werden.
Zur Festigung von „Milligramm" eignen sich die Aufg. 1 und 2 (LB 40) als *Hausaufgabe.*

Übungen im Umrechnen von Masseangaben (mit einer Einheit) Aufg. 5, 6, 10 und 11 (LB 41) – selbständige Arbeit der Schüler

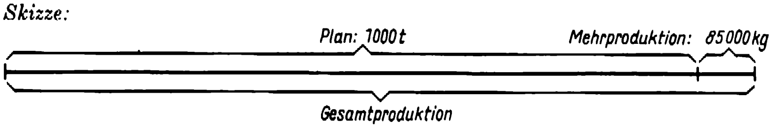
Vertiefung der Kenntnisse über das Vergleichen und das Rechnen mit Masseangaben (Bezüglich der Verwendung der Begriffe „Zahlenwert", „Größe" und „Größenangabe" vgl. Bemerkungen UH 46 und 47)

Rechnen mit Masseangaben: Anhand Aufg. 18a (LB 41) kann dem Schüler gezeigt werden, daß beim Rechnen mit Massen Umrechnungen notwendig sein können. Die in der Aufgabe vorkommenden Masseangaben haben verschiedene Einheiten, zum Rechnen werden aber Größenangaben mit gleichen Einheiten benötigt.

Tafelbild:

Frage: Wieviel Salz wurde insgesamt gefördert?

Skizze:



(Skizze nicht unbedingt maßstabsgerecht!)

Lösungswege:

I. $1\,000\text{ t} + 85\,000\text{ kg} = x$
$85\,000\text{ kg} = 85\text{ t}$
$1\,000\text{ t} + 85\text{ t} = x$
$x = 1\,085\text{ t}$

Antwort: Es wurden 1085 t Salz gefördert.

II. $1\,000\text{ t} + 85\,000\text{ kg} = x$
$1\,000\text{ t} = 1\,000\,000\text{ kg}$
$1\,000\,000\text{ kg} + 85\,000\text{ kg} = x$
$x = 1\,085\,000\text{ kg}$

Es wurden 1085000 kg Salz gefördert.

Beide Lösungswege sollten miteinander verglichen werden. (Welcher Weg ist vorteilhafter?)
Danach kann Aufg. 18b (LB 41) von den Schülern selbständig gelöst werden.
Vergleichen von Massen: Beim Vergleichen ist ebenfalls das Umrechnen von Masseangaben notwendig.

– Die Schüler erhalten den Auftrag, sich das Beispiel A 21 genau anzusehen und zu erläutern, wie beim Vergleichen von Massen vorgegangen werden kann.
– Lösen des Auftrages A 32

Erweiterung der Kenntnisse über das Umrechnen von Masseangaben (mit zwei Einheiten und mit Kommaschreibweise) Ausgehend von Auftrag 32b wird herausgearbeitet, daß Masseangaben ebenfalls mit *zwei verschiedenen Einheiten* oder *mit Komma* geschrieben werden können;

mit zwei verschiedenen Einheiten:
z. B. 8250 mg = 8000 mg + 250 mg
= 8 g 250 mg

mit Kommaschreibweise:
z. B. 8250 mg = 8 g 250 mg
= 8,250 g

Anschließend kann Auftrag A 33 gelöst werden.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 7 und Aufg. 16a (LB 41)

Übungen im Umrechnen von Masseangaben (insbesondere Verwendung der Kommaschreibweise als vereinfachte Schreibweise von Masseangaben mit zwei Einheiten)

Aufgabenübersicht zum Umrechnen von Masseangaben:

		Umrechnen von Masseangaben		
		mit einer Einheit	mit zwei Einheiten	mit Komma
in Angaben	mit einer Einheit		Aufg. 3 (LB 40)	Aufg. 9 (LB 41)
	mit zwei Einheiten	Aufg. 15 (LB 41)		Aufg. 13 (LB 41)
	mit Komma	Aufg. 14 (LB 41)	Aufg. 8 (LB 41)	

Übungen im Vergleichen von und im Rechnen mit Masseangaben und im Lösen von Sachaufgaben, die Masseangaben enthalten

Aufgabenvorschläge für diesen Schwerpunkt:
Aufg. 16b (LB 41) (Vergleichen von Masseangaben)
Aufg. 17 (LB 41) (Rechnen mit Masseangaben)
Aufg. 4 (LB 40) oder Aufg. 19 (LB 42) (Sachaufgaben)

Systematisierung der Kenntnisse über das System der Einheiten der Masse In der abschließenden Systematisierung sollten im Mittelpunkt stehen:
– die drei Schreibweisen für Masseangaben (Übersicht LB 40),
– ein Vergleich zwischen Längen- und Masseangaben (Umrechnungszahlen; Vorsilben).
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Auftrag A 34 (zur Vorbereitung auf die nächste Stunde)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 3 (LB 40)
2. Aufg. 14 (LB 41)
3. Aufg. 16a (LB 41)
4. Nenne die bei Längen- und Masseangaben verwendeten Vorsilben! Was bedeuten sie jeweils?

Die Reihenfolge der natürlichen Zahlen (1 Std.)

LE 14 (LB 42 bis 44)

Das Hauptanliegen besteht darin, herauszuarbeiten, daß natürliche Zahlen mit Hilfe der Kleiner-Beziehung geordnet werden können und daß dadurch ihre *natürliche Reihenfolge* entsteht. Im Zusammenhang mit der natürlichen Reihenfolge muß über die den Schülern bereits bekannten Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ völlige Klarheit erreicht werden. Andere mögliche Anordnungen der natürlichen Zahlen dienen lediglich zur Gegenüberstellung und Motivierung.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß natürliche Zahlen mit Hilfe der Kleiner-Beziehung geordnet werden können und daß diese Anordnung natürliche Reihenfolge heißt,
- kennen die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ und können Vorgänger und Nachfolger natürlicher Zahlen bestimmen,
- wissen, daß alle natürlichen Zahlen genau einen Nachfolger und mit Ausnahme der 0 genau einen Vorgänger haben,
- erweitern ihre Fähigkeiten im Erklären von Begriffen.

Schwerpunkte

- Erarbeitung der natürlichen Reihenfolge natürlicher Zahlen
- Vertiefung der Kenntnisse über Vorgänger und Nachfolger
- Übungen zum Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger

Erarbeitung der natürlichen Reihenfolge natürlicher Zahlen
- Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* sollten Aufgaben zum Vergleichen und Ordnen von Zahlen und im Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger natürlicher Zahlen wiederholt werden, z. B. aus den Aufgaben zur täglichen Übung und Wiederholung (UH 13) Nr. 14 und 18.
- Zur *Motivierung und Zielstellung* für das Erarbeiten der Reihenfolge natürlicher Zahlen wird zunächst die Hausaufgabe (Auftrag A 34) ausgewertet.
  Die Frage, ob die Schüler einer Sitzreihe geordnet sind, löst bestimmt heftiges Für und Wider aus, und die Diskussion sollte dann im wesentlichen damit enden, daß die Klärung dieses Problems (was heißt „ordnen“?) als Ziel der Stunde genannt wird.
- Erarbeitung der *natürlichen Reihenfolge*: An den Auftrag 34 anknüpfend wird erläutert, daß man Personen, Gegenstände und auch natürliche Zahlen nach verschiedenen Gesichtspunkten *ordnen* kann.
  Die Schüler werden aufgefordert zu überlegen, nach welchem Gesichtspunkt wir die natürlichen Zahlen im allgemeinen ordnen.
  Erkenntnis: Wir haben unter Verwendung der Kleiner-Beziehung ($<$) und der Größer-Beziehung ($>$) natürliche Zahlen verglichen und geordnet. Auf diese Weise lassen

sich *alle* natürlichen Zahlen in eine bestimmte Reihenfolge bringen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...
Wir sprechen hier von der *natürlichen Reihenfolge.*

Vertiefung der Kenntnisse über Vorgänger und Nachfolger Unter Verwendung der Kleiner-Beziehung lassen sich alle natürlichen Zahlen in eine bestimmte Reihenfolge bringen. In diesem Zusammenhang wurden auch schon die Begriffe „Vorgänger" und „Nachfolger" verwendet.

- Die Schüler erklären diese Begriffe mit eigenen Worten. Auch genetische Erklärungen sind zugelassen wie z. B.: „Man erhält den Nachfolger einer natürlichen Zahl, indem man 1 addiert". Am Ende dieses Unterrichtsgespräches sollte der Merkstoff A 7 stehen.
- Anhand der Aufträge A 35, A 36, A 37 und des Merkstoffes A 8 wird geklärt, welche natürlichen Zahlen Vorgänger bzw. Nachfolger haben und wie viele Vorgänger bzw. Nachfolger eine natürliche Zahl hat.

Übungen zum Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger Es sind insbesondere Zahlen zu wählen, die an der Grenze zum Übergang von einer Zehnerpotenz in die nächstkleinere oder nächstgrößere liegen. Dazu sollten unbedingt die Aufgaben 1, 2, 5 und 6 (LB 43 f.) gelöst werden.
Als *Hausaufgabe* könnte eine der oben genannten Aufgaben gestellt werden.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1 (LB 43)
2. Aufg. 5 (LB 44)

Größenvergleich mehrerer Zahlen (1 Std.)

LE 15 (LB 44 bis 46)

Im Mittelpunkt dieser Unterrichtsstunde steht die Transitivität der Kleiner-Beziehung (Merkstoff A 9), ohne daß die Bezeichnung „Transitivität" gebraucht wird. Die Schüler sollen in der Lage sein, diese Beziehung zum Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen zu nutzen.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt: wenn $a < b$ und $b < c$, so $a < c$,
- können die Transitivität der Kleiner-Relation beim Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen und Größen richtig anwenden.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen im Vergleichen
- Erarbeitung der Transitivität der Kleiner-Beziehung (Merkstoff A 9)
- Übungen im Ordnen von natürlichen Zahlen unter Nutzung der Transitivität der Kleiner-Beziehung

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen im Vergleichen zweier natürlicher Zahlen

Zahlendiktat:

26 397 685; 12 300 265 000; 75 000 000 000 usw.

Vergleiche!

a) 38 000 und 8 800
b) 521 380 und 420 821
c) $4 \cdot 10^3$ und $2 \cdot 10^4$
d) $5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2$ und 40 600
e) 520 408 und $4 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^2$
f) $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5$ und 4 030 000

Erarbeitung der Transitivität der Kleiner-Beziehung Zur *Motivierung* kann Auftrag A 38 gelöst werden. Einige Schüler tragen ihre Meinung vor und begründen diese.
Drei verschieden große Schüler der Klasse nennen nun ihre Körpergröße in Zentimetern. Die Längenangaben werden verglichen. Die Betrachtung führt zu dem Merkstoff A 9, für den die Schüler selbst mehrere Beispiele angeben sollten. Danach kann noch Auftrag 39 bearbeitet werden.
Durch das Erkennen von Gesetzmäßigkeiten anhand von Beispielen und das Verdeutlichen von Gesetzmäßigkeiten an Beispielen wird eine wesentliche Vorarbeit auf das in späteren Klassen einsetzende Gewinnen von Vermutungen und Beweisen von Sätzen geleistet.

Übungen im Ordnen von natürlichen Zahlen unter Nutzung der Transitivität der Kleiner-Beziehung

- Ordnen von Zahlen, über die nur einige Beziehungen (gegeben als Ungleichungen) bekannt sind: Aufg. 2 (LB 45)
  Die Schüler lösen die Aufgabe selbständig. Im anschließenden Auswertungsgespräch muß deutlich werden, daß bei Aufg. 2c keine eindeutige Entscheidung möglich ist.
- Ordnen natürlicher Zahlen (in den Ziffern sind einige Grundziffern nicht bekannt): Aufg. 3 (LB 45)
- Ordnen von Personen
  (Vorgabe in Sachverhalten): Aufg. 5 (LB 45)
- Anhand der Aufgabe 4 (LB 45) wird gezeigt, daß der Merkstoff A 9 zwar für natürliche Zahlen und bestimmte Größen (z. B. Längen) gilt, daß es aber auch Sachverhalte gibt, auf die er nicht zutrifft.

Vorschlag für *Hausaufgabe*: Aufg. 1 (LB 45)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2 (LB 45) **2.** Aufg. 5 (LB 45)

Einheiten der Zeit **(4 Std.)**

LE 16 (LB 46 bis 49)

Bei der Wiederholung der Einheiten der Zeit ist den Schülern zu verdeutlichen, daß Zeiteinheiten nicht nach Zehnerpotenzen aufgebaut sind. Die Schüler müssen darüber hinaus sicher zwischen Zeitdauerangaben und Zeitpunktangaben (Uhrzeit, Datum) unterscheiden können. Zur Anwendung sollten neben Umrechnungen, Vergleichen und einfachen Berechnungen auch Bewegungsaufgaben gelöst werden.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Einheiten der Zeit und wissen, daß diese Einheiten nicht nach Zehnerpotenzen aufgebaut sind,
- können Zeitdauerangaben mit verschiedenen Einheiten schreiben und lesen und sind in der Lage, Zeitdauerangaben von einer in eine andere Einheit umzurechnen,
- können Zeitdauerangaben (auch mit verschiedenen Einheiten) miteinander vergleichen und Aufgaben mit Einheiten der Zeit lösen,
- können Uhrzeit und Datum richtig bestimmen, schreiben und lesen,
- erwerben Fähigkeiten im Lösen von Anwendungsaufgaben mit Zeitangaben (auch von Bewegungsaufgaben).

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Zeit
- Wiederholung der Einheiten der Zeit
- Vertiefung der Kenntnisse über das Umrechnen von Zeitdauerangaben

2. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)
- Übungen im Umrechnen, Vergleichen und Ordnen von Zeitdauerangaben
- Übungen im Lösen von Sachaufgaben, in denen Einheiten der Zeit vorkommen

3. und 4. Stunde
- Übungen im Berechnen von Zeitpunkt- und Zeitdauerangaben
- Erarbeitung des Lösens von Bewegungsaufgaben
- Systematisieren der beim Berechnen von Zeitpunkt und Zeitdauer vorkommenden Aufgabentypen (↗ Zusammenfassung LB 47 f.)

Methodische Hinweise

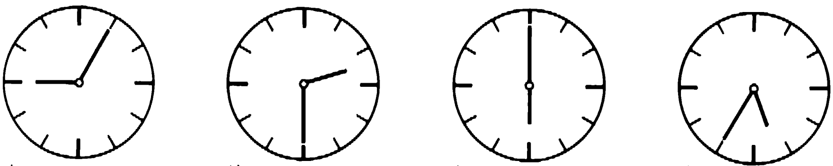
Sicherung des Ausgangsniveaus

1. Übungen mit den Umrechnungszahlen für Zeiteinheiten (60, 7, 12).

a) $5 \cdot 60$	**c)** $240 : 60$	**e)** $50 \cdot 7$	**g)** $3 \cdot 12$
b) $10 \cdot 60$	**d)** $1\,200 : 60$	**f)** $490 : 7$	**h)** $10 \cdot 12$
			i) $144 : 12$

2. **a)** Wieviel Sekunden hat eine Minute? **c)** Wieviel Stunden hat ein Tag?
b) Wieviel Minuten hat eine Stunde? **d)** Wieviel Tage hat eine Woche?

3. Wie spät ist es?



a) *b)* *c)* *d)*

Motivierung und Zielstellung für das Arbeiten mit Einheiten der Zeit „Damit ihr immer pünktlich zur Schule kommen könnt, müßt ihr wissen, wann die einzelnen Unterrichtsstunden beginnen."
Die Schüler erhalten die Anfangszeit der ersten Unterrichtsstunde und die Zeitdauer der Pausen der eigenen Schule. Es werden die Anfangszeiten der Unterrichtsstunden berechnet. Die in dieser Aufgabe auftretenden Probleme (Zeiteinheiten sind nicht nach Zehnerpotenzen aufgebaut; es kommen Zeitpunkt- und Zeitdauerangaben vor) können direkt zur Formulierung des Stundenziels genutzt werden.

Wiederholung der Einheiten der Zeit

Ausgehend von der Aufgabe, die zur Motivierung diente, sollte mit den Schülern wiederholt werden, daß zur Angabe der Zeitdauer weitere Einheiten notwendig sind (Kein Schüler wird sein Alter in Tagen oder gar in Minuten angeben, obwohl das möglich, aber eben nicht sinnvoll wäre.).

- Lösen des Auftrages A 40.
  In der Auswertung ist auf die unterschiedliche Länge von Monat und Jahr einzugehen (auch auf Vereinfachungen im Rechnungswesen, vgl. LB 47) und darauf, daß das System der Zeiteinheiten *nicht* nach Zehnerpotenzen aufgebaut ist.
- Übersicht über das System der Zeiteinheiten entwickeln (wie LB 46)

Vertiefung der Kenntnisse über das Umrechnen von Zeitdauerangaben

Hinweis: Bezüglich der Verwendung der Begriffe „Zahlenwert", „Größe" und „Größenangabe" vgl. Bemerkungen UH 46 und 47.

Zur *Motivierung* kann Auftrag A 41 gelöst werden.
Die Umrechnungszahlen werden anhand eines Tafelbildes herausgearbeitet. Dabei sollte die Übersicht zum „Umrechnen der Einheiten der Zeit" (LB 46) entstehen (Vorschlag: durch Monat und Jahr erweitern!). Es schließen sich verschiedene Umrechnungen unter Verwendung der Einheiten
Sekunde, Minute, Stunde, Tag und Woche an.

Beispiel: Wieviel Minuten sind zwei Tage?
$2\ \mathrm{d} = 2 \cdot 24\ \mathrm{h} = 48\ \mathrm{h} = 48 \cdot 60\ \mathrm{min} = 2\,880\ \mathrm{min}$

oder $2\ \mathrm{d} = 2 \cdot 24 \cdot 60\ \mathrm{min} = 2\,880\ \mathrm{min}$

Vorschlag für *Hausaufgabe*: Aufg. 2 (LB 48)

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde

Thema: Übungen im Arbeiten mit Zeitdauerangaben (Umrechnen, Vergleichen, Ordnen, Rechnen)

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können Zeitdauerangaben umrechnen, vergleichen und ordnen (insbesondere auch solche mit verschiedenen Einheiten),
- können Sachaufgaben, in denen Einheiten der Zeit vorkommen, lösen,
- erkennen, daß rationeller Umgang mit der Zeit eine volkswirtschaftliche Notwendigkeit ist und daß Pünktlichkeit auch eine Charaktereigenschaft eines guten Schülers sein muß.

Gliederung der Stunde

(1) 10 Min. Tägliche Übung (Aufg. 2c, d; LB 44)
(2) 5 Min. Motivierung und Zielstellung für die Stunde
(3) 5 Min. Übung im Vergleichen von Zeitdauerangaben
(4) 5 Min. Übung im Ordnen von Zeitdauerangaben (Aufg. 1, LB 48, auch ordnen!)
(5) 10 Min. Übung im Lösen von Sachaufgaben (Aufg. 8, LB 48)
(6) 10 Min. Zusammenfassung und Vorbereitung der Hausaufgabe (Aufg. 3, 4; LB 48 und Aufg. 10; LB 49)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Umrechnen (halbschriftlich; Schüler notieren die Ergebnisse; ein Schüler arbeitet an der verdeckten Tafel)
Aufgaben: Aufg. 2c und d (LB 44), eventuell noch 2b und e.

(2) *Motivierung:* Peter trainiert für das Sportfest. Gestern benötigte er für einen Geländelauf 4 min 12 s, heute für die gleiche Strecke 230 s. Hat er sich verbessert?
Die Schüler sollen erkennen, daß die Angaben verglichen werden müssen und daß dazu ein Umrechnen in eine gemeinsame Einheit notwendig ist.
Zielstellung: In vielen Aufgaben sind Zeitdauerangaben zu vergleichen, oder es muß mit ihnen gerechnet werden. Deshalb wollen wir es in dieser Stunde üben.

(3) An dem Beispiel aus der Motivierung wird ein brauchbarer Weg unter Mitarbeit der Schüler entwickelt.

Beispiel:	Vergleiche	4 min 12 s und 230 s!
	Umrechnen:	$4\ \text{min}\ 12\ \text{s} = 4 \cdot 60\ \text{s} + 12\ \text{s} = 252\ \text{s}$
	Vergleich:	$252\ \text{s} > 230\ \text{s}$
		$4\ \text{min}\ 12\ \text{s} > 230\ \text{s}$
oder	Umrechnen:	$230\ \text{s} = 180\ \text{s} + 50\ \text{s} = 3\ \text{min}\ 50\ \text{s}$
	Vergleich:	$4\ \text{min}\ 12\ \text{s} > 3\ \text{min}\ 50\ \text{s}$
		$4\ \text{min}\ 12\ \text{s} > 230\ \text{s}$

(4) Zunächst erfolgt die Auswertung der Hausaufgabe aus der 1. Stunde.

Dabei wird wiederholt, daß die Umrechnungszahlen hier *keine Zehnerpotenzen* sind. Anschließend erhalten die Schüler den Auftrag, die Zeitdauerangaben von Aufg. 1 (LB 48) zu ordnen. (Mit der größten Angabe soll begonnen werden.) In der anschließenden Auswertung ist zu wiederholen, daß Größen mit *gleichen Einheiten* verglichen werden, indem man ihre Zahlenwerte vergleicht. Deshalb muß vorher häufig umgewandelt werden.

(5) Aufg. 8 (LB 48)
Diese Aufgabe können die Schüler selbständig lösen. In der Auswertung wird herausgearbeitet:
- Zur Lösung der Aufgabe ist das Umrechnen notwendig.
- Sogenannte „Kleinigkeiten" können erheblichen Nutzen oder Schaden bringen. Es sollten Beispiele für diese „bessere Arbeitsorganisation" genannt werden. Ein Bezug zur Unterrichtsarbeit der Schüler ist unbedingt herzustellen.

(6) Den Schülern wird noch einmal verdeutlicht, daß das *Umrechnen von Zeitdauerangaben* für das sichere Arbeiten mit Zeitdauerangaben Voraussetzung ist.
Zu den Aufgaben 3 und 4 (LB 48) werden von den Schülern die jeweils notwendigen Umrechnungszahlen und Operationen genannt, ohne jede einzelne Aufgabe zu lösen. Dabei soll sich bei den Schülern die Erkenntnis festigen, daß die *Umrechnungszahlen* bei Zeiteinheiten *keine Zehnerpotenzen* sind. Die Umrechnungszahlen müssen fest eingeprägt werden.
Als *Hausaufgabe* wird Aufg. 10 (LB 49) gestellt (eventuell auf Dauer einer Halbzeit – 45 min – eingehen).
Zusätzlich erhalten die Schüler den Auftrag, sich zu überlegen, welche Einheiten der Zeit in der Aufgabe vorkommen.

Übungen im Berechnen von Zeitpunkt- und Zeitdauerangaben

- Immer wieder sollten Kopfrechenübungen im Multiplizieren und Dividieren mit den Umrechnungszahlen 7, 12, 24, 30, 60 durchgeführt werden.
- Es kann an Aufg. 10 (LB 49) angeknüpft und das mögliche Vorgehen wiederholt werden (↗ auch Beispiel A 22, LB 47!),

  Gegeben: Anfangszeitpunkt 15.00 Uhr
  Zeitdauer 45 min, 10 min, 45 min
  Gesucht: Endzeitpunkt

  Hinweis: Geht man davon aus, daß die Angabe eines Zeitpunktes bei Uhrzeiten auch als die Zeitdauer aufgefaßt werden kann, die seit 0.00 Uhr des gleichen Tages vergangen ist, so lassen sich auch diese Berechnungen auf das Rechnen mit Zeitdauerangaben (Größen) zurückführen.

  $15\text{ h} + 45\text{ min} + 10\text{ min} + 45\text{ min} = 15\text{ h } 100\text{ min} = 16\text{ h } 40\text{ min}$
  Endzeit: 16.40 Uhr
- In die weitere Übung sollten alle *drei* Aufgabentypen (↗ Übersicht, LB 47 f.) einbezogen werden:
  Bestimmen der Endzeit bei vorgegebener Anfangszeit und Zeitdauer: Aufg. 5a, b
  Bestimmen der Anfangszeit bei vorgegebener Endzeit und Zeitdauer: Aufg. 5c
  Bestimmen der Zeitdauer bei vorgegebener Anfangs- und Endzeit: Aufg. 6
  Neben diesen Aufgaben, die sich auf die Uhrzeit beziehen, sollten analoge Aufgaben zum Datum gelöst werden (↗ Kontrollaufgabe 2).
- Es sollten abschließend einige Anwendungen folgen, z. B. Aufg. 12 (LB 49)
  oder
  einfache Übungen im Arbeiten mit Fahrplänen (dazu könnte für jeden Schüler ein Fahrplan zur Verfügung stehen) wie z. B.:
  Ich möchte um 10.00 Uhr in Leipzig sein, wann muß ich in Dresden spätestens abfahren?
  Wie lange fährt der D ... von Dresden bis Leipzig?
  Wieviel Kilometer sind es von Dresden bis Leipzig?

Erarbeitung des Lösens von Bewegungsaufgaben Aufgabe aus Beispiel A 23 verwenden! Nachdem die Schüler den Text gelesen und verstanden haben, wird gemeinsam ein geeigneter Lösungsplan aufgestellt. Dazu sollte der Bewegungsvorgang veranschaulicht werden (z. B. an der Hafttafel oder durch die Schüler am Platz – Magneten oder Radiergummi oder dgl. bewegen). Die anschaulich gewonnenen Vorstellungen werden in einer Skizze festgehalten (↗ auch LB-Bild 5). Danach lösen die Schüler den Auftrag A 43. Für weitere Übungen werden die Aufg. 13 evtl. auch 14* (LB 49) empfohlen.

Systematisierung der beim Berechnen von Zeitpunkt und Zeitdauer vorkommenden Aufgabentypen (↗ Zusammenfassung, LB 47 f.)
- Zunächst werden von den Schülern die Einheiten der Zeit im Unterrichtsgespräch wiederholt. Dabei ist auf die Besonderheit dieser Einheiten (Umrechnungszahlen sind keine Zehnerpotenzen) einzugehen.
- Danach suchen die Schüler zu den drei möglichen Aufgabentypen (Übersicht LB 47 f.) selbst weitere Beispiele. (Eventuell an das Arbeiten mit dem Fahrplan anknüpfen.)

Vorschlag für *Hausaufgabe*: Aufg. 11*a (11*b als freiwillige Hausaufgabe für leistungsstarke Schüler, LB 49)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 3 (LB 48)
2. a) Wieviel Tage liegen zwischen dem 12. September und dem 20. Dezember? *(98 Tage)*
   b) Wieviel Tage hat ein Jahr noch nach dem 25. Oktober? *(67 Tage)*
   c) Welches Datum liegt vor, wenn vom 20. Juli ausgehend 35 Tage vergehen? *(24. August)*
3. Aufg. 5 (LB 48)
4. Aufg. 12 (LB 49)

Gleichungen mit Produkten (1 Std.)

LE 17 (LB 50 bis 51)

Das Arbeiten mit Gleichungen und Ungleichungen wird in allen Schuljahren (beginnend in Klasse 1) kontinuierlich weitergeführt. Im Mittelpunkt dieser Unterrichtseinheit steht der Satz, daß ein Produkt gleich 0 ist, wenn mindestens ein Faktor dieses Produkts gleich 0 ist. Dieser Satz soll beim Lösen von Gleichungen angewendet werden.
Nachdem die Schüler bisher vorwiegend Ungleichungen mit mehreren Lösungen gelöst haben, sind in dieser Unterrichtseinheit auch Gleichungen, die von mehreren Zahlen erfüllt werden, zu lösen. Darüber hinaus sollten auch Gleichungen mit zwei Variablen gelöst werden.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß ein Produkt gleich 0 ist, wenn mindestens ein Faktor dieses Produktes gleich 0 ist, und kennen auch die Umkehrung dieses Satzes,
- können Gleichungen mit einer bzw. mit zwei Variablen *inhaltlich* lösen,

- wissen, daß Gleichungen mit einer Variablen von Zahlen, Gleichungen mit zwei Variablen von Zahlenpaaren erfüllt werden,
- erkennen, daß Gleichungen auch mehrere Lösungen haben können,
- sind von der Notwendigkeit der Kontrolle der Ergebnisse (durch Proben) überzeugt.

Schwerpunkte

- Erarbeitung von Merkstoff A 10
- Anwendung von Merkstoff A 10 beim Lösen von Gleichungen mit einer Variablen (Typ $a \cdot x = b$) und mit zwei Variablen (Typ $x \cdot y = a$)

Methodische Hinweise

Erarbeitung von Merkstoff A 10 Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* sollten einfache Multiplikationsaufgaben und Gleichungen mit Produkten und Quotienten gelöst werden, z. B. Nr. 9 und Nr. 28 (UH 12/14) oder Aufg. 1 (LB 42) oder Auftrag A 44.
Zur *Motivierung* eignet sich Auftrag A 45.
Beim *Erarbeiten von Merkstoff A 10* kann vom Auftrag A 44 ausgegangen werden. Die Schüler sollen selbst erkennen, wann das Produkt $a \cdot b = 0$ ist und die Gesetzmäßigkeit entsprechend in Worten formulieren.
Die Umkehrung dieses Satzes wird gemeinsam erarbeitet.

Anwendung von Merkstoff A 10 beim Lösen von Gleichungen mit einer Variablen (Typ $\boldsymbol{a \cdot x = b}$) und mit zwei Variablen (Typ $\boldsymbol{x \cdot y = a}$) Zunächst sollte der Auftrag A 45 noch einmal aufgegriffen werden. Dabei ist herauszuarbeiten:
- was unter „lösen" zu verstehen ist,
- was „Die Zahlen ... erfüllen ..." heißt,
- wie mit Hilfe des Merkstoffes A 10 diese Gleichungen gelöst werden können,
- wie man sich von der Richtigkeit der Lösungen (durch Proben) überzeugen kann,
- daß auch Gleichungen mehrere Lösungen (sogar unendlich viele), aber auch gar keine Lösungen haben können.

Im weiteren Verlauf können verschiedene Gleichungen mit Produkten gelöst werden (Aufg. 2, LB 51).
Übungen im Lösen von Gleichungen mit zwei Variablen sollten den Abschluß bilden (mit Hilfe von Tabellen, durch systematisches Probieren):
- Lösen des Auftrages A 46; mehrere Zahlenpaare angeben lassen; Aufsuchen aller Lösungen (↗ Beispiel A 24)
- Aufg. 3 und 4 (LB 51) (in Auswahl)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2a (LB 51)
2. Aufg. 4b (LB 51)

Stoffabschnitt 1.3.

Näherungswerte (15 Std.)

Der Stoffabschnitt „1.3. Näherungswerte" hat große Bedeutung für die polytechnische Bildung und Erziehung. Indem die Schüler Näherungswerte ermitteln bzw. bilden und mit ihnen rechnen lernen, erwerben sie wichtige Voraussetzungen für die Anwendung mathematischen Wissens und Könnens in der Praxis. Damit kann zugleich dem weltanschaulich-philosophischen Aspekt der ideologischen Erziehung entsprochen werden.
Das Streben nach Genauigkeit und Sauberkeit, Ordnungsliebe und kritische Einstellung zum Ergebnis der eigenen Arbeit lassen sich beim Messen, Zeichnen, Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl und beim Überschlagen von Rechenergebnissen fördern. Zugleich festigen die Schüler ihre Überzeugung von der bedeutenden Rolle der Mathematik für die Bewältigung praktischer Aufgabenstellungen. Indem sie zum Beispiel beim Erarbeiten der Rundungsregeln oder bei der Wahl einer sinnvollen Einheit für das Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl analysieren, vergleichen und verallgemeinern müssen, wird ihr Denken geschult. Bei der Anwendung von Rundungsregeln entwickeln sie Fähigkeiten im algorithmischen Arbeiten und erleben, wie das Aufstellen von Regeln und Schrittfolgen die geistige Arbeit rationalisiert und erleichtert.
Für die Erfüllung dieser Ziele ist u. a. Voraussetzung, daß bei der Unterrichtsgestaltung die durchgängige Linienführung der Lehrpläne Mathematik Beachtung findet. Durch die Begründung von Regeln, Verfahren und Aussagen kann das Beweisen vorbereitet werden.
Dem Lehrer sollte auch bewußt sein, daß die Schüler durch solche Zuordnungen wie Strecke – Streckenlänge oder Zahl – Punkt des Zahlenstrahls weitere Beispiele für Abbildungen kennenlernen.
Der Stoffabschnitt bietet auch die Möglichkeit, die Fähigkeiten der Schüler im inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen weiterzuentwickeln. Immer wieder haben die Schüler Gelegenheit, das Lösen von Aufgaben zu kommentieren und sich dabei im richtigen Gebrauch mathematischer Termini zu üben. Besonders hervorzuheben ist, daß die wichtigen Begriffe „Schätzen", „Runden" und „Überschlagen" in ihrem Begriffsinhalt angereichert und gegeneinander abgegrenzt werden.
Zuerst werden die Schüler mit dem Begriff „Näherungswert" vertraut gemacht, indem sie sich durch Schätzen und Messen im Ermitteln von Näherungswerten üben, wobei zugleich die inhaltlichen Vorstellungen über Größen und ihre Einheiten gefestigt werden. Anschließend soll durch das Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl die Erarbeitung der Rundungsregeln vorbereitet und erleichtert werden. Beim Überschlagen von Produkten bzw. Quotienten werden die Anforderungen an die Schüler insofern noch erhöht, als sie selbst entscheiden müssen, ob es zweckmäßig ist, die Näherungswerte durch Anwendung von Rundungsregeln zu bilden.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Schätzen und Messen	(LE 18; 2 Std.)
Darstellen der natürlichen Zahlen am Zahlenstrahl	(LE 19; 2 Std.)
Runden natürlicher Zahlen	(LE 20; 4 Std.)
Überschlagen von Produkten	(LE 21; 2 Std.)
Überschlagen von Quotienten	(LE 22; 2 Std.)

Zusammenfassung und Übungen zum Stoffabschnitt 1.3.;
Leistungskontrolle (3 Std.)

Schätzen und Messen (2 Std.)

LE 18 (LB 51 bis 54)

In der Klasse 3 haben die Schüler Näherungswerte durch Runden gebildet, ohne dafür Regeln zu kennen. Der Begriff „Näherungswert" wurde nicht verwendet. Er wird nunmehr im Zusammenhang mit dem Schätzen und Messen von Größen eingeführt. Aus der wichtigen Erkenntnis, daß man durch Messen immer nur einen Näherungswert für die gemessene Größe erhält, leiten die Schüler Schlußfolgerungen für ihre eigene Arbeit ab. Ihre Sicherheit im Schätzen von Streckenlängen (Entfernungen), von Massen und der Zeitdauer von Vorgängen soll sich erhöhen, wodurch zugleich ihre inhaltlichen Vorstellungen über diese Größen und deren Einheiten gefestigt werden. Für dieses Thema wird ein Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf gegeben.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß man durch Schätzen, aber auch durch Messen Größen nur angenähert genau bestimmen kann,
- wissen, daß die Größe des Fehlers beim Schätzen von den Erfahrungen des Schätzenden und beim Messen von der Arbeitsweise des Messenden, dem verwendeten Meßzeug und von dem zu messenden Objekt abhängig ist,
- haben sich verschiedene Festmaße eingeprägt und dadurch ihre Fähigkeiten im Schätzen verbessert,
- haben ihre Fertigkeiten im Messen von Streckenlängen weiterentwickelt und bemühen sich, durch sorgfältiges Arbeiten Meßfehler zu verringern.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Reaktivierung von Größenvorstellungen Einführen des Begriffs „Näherungswert" und Motivieren des Arbeitens mit Näherungswerten
- Wiederholen bzw. Erarbeiten von Festmaßen, die das Schätzen erleichtern
- Übungen zum Schätzen von Größen und zum Messen von Strecken

2. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)
- Weiteres Erarbeiten des Begriffsinhalts „Näherungswert"
- Üben im Messen von Strecken und im Angeben von Näherungswerten auf der Grundlage ermittelter Meßwerte

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Reaktivierung von Größenvorstellungen

- Benennen von Gegenständen, die eine Ausdehnung von 1 cm, 1 dm, 1 m besitzen. (Schülerlineal, Tafellineal zur Unterstützung benutzen; evtl. Beispiele aus LE 7 wieder aufgreifen.)
- Sprechen der Zahl 21 (oder 22, 23 usw.) als Näherungswert für die Dauer einer Sekunde; 1 Minute zählen (21, 22, 23, ..., 79, 80), dazu klatschen.
- Auf die Hand legen: einen Pfennig (1 g), Bleistift (5 g), 3 Schulhefte (100 g). Pionierveranstaltungen und Wanderungen für die Schaffung von Größenvorstellungen nutzen!
- Angeben in der nächstkleineren Einheit, z. B.: 6 dm = 60 cm (7 m, 9 cm, 4,5 dm, 9,4 cm, 4 kg, 0,800 kg)
- Angeben in der nächstgrößeren Einheit, z. B.: 40 cm = 4 dm (80 dm, 27 cm, 84 dm, 7000 g, 2740 g)

Einführen des Begriffs „Näherungswert" und Motivierung des Arbeitens mit Näherungswerten

- Betrachten der Illustration im Lehrbuch (LB 51):
  Damit das Ziel schnell mit dem Zielgerät erfaßt werden kann, muß der Geschützführer die ungefähre Entfernung angeben, er muß sie schätzen. Er hat eine hohe Verantwortung, jede Sekunde ist von größter Bedeutung, denn unsere Soldaten der NVA müssen schneller sein als der Gegner.
- Hans macht sich einen Tagesplan. Dazu muß er schätzen, welche Zeit er für die einzelnen Hausaufgaben benötigt.
- Beim Backen schätzt die Mutter die Masse der Backzutaten oder ermittelt sie ungefähr mit einem Löffel oder einer Tasse.

Nachdem die Schüler an unterschiedlichen Sachverhalten erfaßt haben, daß es in vielen Fällen nicht möglich und auch nicht nötig ist, den genauen Wert einer Größe zu ermitteln, sondern daß man dafür einen *Wert* angibt, welcher der wirklichen Größe, den Erfordernissen entsprechend, hinreichend *nahe*kommt, wird ihnen das Ziel der Unterrichtseinheit genannt: Da man in der Praxis mit Näherungswerten arbeitet, müssen wir uns darin üben, Näherungswerte zu ermitteln und mit ihnen zu rechnen.

- Eine weitere Möglichkeit der Motivierung besteht darin, durch die Schüler verschiedene Größen schätzen und anschließend nachmessen zu lassen. Indem man Meß- und Schätzergebnisse gegenüberstellt, nutzt man grobe Schätzfehler als Motiv für die weitere Arbeit mit Näherungswerten.

Wiederholen bzw. Erarbeiten von Festmaßen ... Zusammenstellen einiger Festmaße, die man beim Schätzen heranziehen kann. (Motivieren: „Wir schätzen besser, wenn wir mit bekannten Längen, Massen usw. vergleichen können.")
Schüler nennen Gegenstände aus ihrem Erfahrungsbereich, geeignete werden aufgeschrieben (↗ auch LE 7).

Tafelbild:

Festmaße, die uns beim Schätzen helfen

Längen:	1 mm	Dicke (Höhe) eines Pfennigs
	1 cm	Zeilenabstand im Heft
	1 dm	Breite einer Postkarte
	1 m	Tafellineal

Massen:	1 g	ein Pfennig
	1 kg	1 Liter Wasser, 1 Tüte Zucker aus der Kaufhalle
	5 kg	ein Beutel Kartoffeln aus der Kaufhalle
	1 dt	2 Sack Kohlen
	1 t	„Trabant" mit 4 Personen und Gepäck
Zeiten:	1 s	Atemzug; Zeit, in der man „einundzwanzig" sagt
	1 h	1 Unterrichtsstunde und folgende Pause

Übungen zum Schätzen von Größen und Messen von Strecken

- Übungen zum Schätzen von Größen in Form eines Unterrichtsgesprächs. Der Lehrer zeigt auf Gegenstände, deren Länge die Schüler schätzen müssen, z. B. Länge und Breite der Wandtafel, Höhe eines Schrankes, Länge und Breite eines Lehrbuches, Größe eines Schülers, Länge eines Armes usw., er gibt durch Klopfen mit einem Bleistift verschiedene Intervalle vor, deren Zeitdauer die Schüler schätzen müssen; er läßt sich von den Schülern Entfernungen von 100 m, 1 km, 5 km und 10 km in der jeweiligen Umgebung nennen und korrigiert gegebenenfalls falsche Größenvorstellungen.
  Übungen im Schätzen und Messen von Strecken in selbständiger Schülertätigkeit.
  Der Lehrer fordert die Schüler auf, Strecken von 1 cm, 5 cm, 10 cm, 3 cm, 7 cm Länge nach Augenmaß zu zeichnen, zu messen und die Abweichungen anzugeben.
  Vorschlag für eine *Hausaufgabe*: Aufträge A 48, A 49, A 50

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde

Ziele der Stunde

Die Schüler
- wissen, daß man Größen auch durch Messen nur angenähert bestimmen kann,
- haben ihre Fertigkeiten im Messen von Streckenlängen weiterentwickelt und bemühen sich, durch sorgfältiges Arbeiten Meßfehler zu verringern,
- können das Zeichen „$\approx$" richtig lesen und gebrauchen.

Gliederung der Stunde

(1)	10 Min.	Kontrolle der Hausaufgabe: Vergleichen von Schätzwerten (Aufträge A 48, A 49, A 50)
(2)	5 Min.	Wiederholung der Festmaße (Kontrollaufgabe 2; UH 79)
(3)	10 Min.	Erarbeitung der Einsicht, daß Messungen von Größen nur Näherungswerte ergeben (LB 52 und 53 durcharbeiten)
(4)	10 Min.	Übung im Messen von Streckenlängen und Angaben von Näherungswerten (Aufg. 3; LB 53)
(5)	10 Min.	Erarbeitung eines Tafelbildes als Zusammenfassung (Die Schüler übernehmen diese Zusammenfassung in ihr Heft.)

Variante zu (3) 15 Min. (Dafür nur 5 Min. Zusammenfassung)

(3') Ermittlung von Näherungswerten durch Messen in Gruppenarbeit (Modelle des Stereometriebaukastens, Länge, Breite des Klassenzimmers)

(1) Da unterschiedliche Schätzwerte möglich sind, erfolgt der Vergleich im Unterrichtsgespräch anhand vorgegebener Grenzen und vor allem bezüglich der Einheiten: Die Schüler nennen Schätzwerte, der Lehrer schreibt Grenzen an die Tafel, etwa zu den Aufträgen (LB 52)
48a) 5 m; 100 m **48b)** *Breite:* 50 m; 100 m; *Länge:* 70 m; 150 m
48c) 5 m; 15 m **48d)** 10 cm; 20 cm oder 1 dm; 2 dm
48e) 50 cm; 100 cm oder 0,5 m; 1 m **48f)** 1 cm; 2 cm
49a) 2 kg; 8 kg **49b)** 50 g; 200 g **49c)** 200 g; 500 g
49d) 0,5 t; 1 t oder 500 kg; 1000 kg
50a) 1 s; 5 s **50b)** $^1/_2$ min; 2 min oder 30 s; 120 s
50c) $^1/_2$ h; 1 h oder 30 min; 60 min
Die Schüler können ihre Schätzwerte selbst kontrollieren und beurteilen.

(2) Der Lehrer fragt Festmaße ab (Kontrollaufgabe 2).
Zu jeder Frage werden mehrere Schüler aufgerufen.

(3) Zur Motivierung werden die Schüler aufgefordert, die Breite des Mathematikbuches zu messen. Unterschiedliche Meßergebnisse führen zu der Frage, ob man mit Bestimmtheit die wirkliche Länge ermitteln kann oder ob man immer nur einen Näherungswert erhalten wird. Der Lehrer schreibt an die Tafel: Näherungswerte durch Messen? Da eine Erarbeitung (im engen Sinne) nicht möglich ist, teilt der Lehrer den Schülern mit, daß man durch Messungen tatsächlich immer nur Näherungswerte erhält und daß der Mensch ständig bemüht ist, durch verbesserte Meßzeuge so genau zu messen, wie es z. B. die moderne Technik erfordert. (Mit dem Meßschieber den 10. Teil eines Millimeters, mit der Meßschraube den 100. Teil.) Anschließend lesen die Schüler den Lehrbuchabschnitt zwischen den Aufträgen A 52 und A 53 (LB 52 f.). (Da die anfangs gestellte Frage beantwortet ist, wird das Fragezeichen weggewischt.)

(4) Im Unterrichtsgespräch wird kurz wiederholt, was man beim Messen zu beachten hat: Lineal genau anlegen, von vorn, nicht von der Seite daraufblicken, überprüfen, daß Null-Skalenstrich mit Anfangspunkt der Strecke übereinstimmt, eine zweite Kontrollmessung vornehmen. Die Schüler zeichnen Strecken und geben Näherungswerte für ihre Längen an.
Ein Beispiel wird als Orientierung an die Tafel geschrieben:
$a \approx 43$ mm, $a \approx 4$ cm.
Dann lösen die Schüler die Aufg. 3 (LB 53) selbständig, wobei der Lehrer laufend kontrolliert. Um den Schülern eine Selbstkontrolle zu ermöglichen, hat er die Ergebnisse auf der Tafelrückseite angeschrieben, so daß die Schüler zum Abschluß der Übung vergleichen können.

(5) Durch Fragen leitet der Lehrer die Zusammenfassung ein, etwa: Wie lesen wir das Zeichen „$\approx$“? Wann schreiben wir $a \approx 43$ mm? Er faßt die Schülerantworten in einem Tafelbild zusammen.

Tafelbild:

Näherungswerte durch Messen
Beim Messen erhält man Näherungswerte.
Bei der Wahl der Einheit beachtet man, wie genau man gemessen hat.

3 Messungen einer Strecke:
$a \approx 32$ mm, $a \approx 31$ mm, $a \approx 29$ mm
Angabe der Länge in Zentimetern: $a \approx 3$ cm

Als *Hausaufgabe* werden Aufg. 1 und 2 (LB 53) vorgeschlagen.

Variante zu (3)

(3′) Der Lehrer beauftragt 4 Schüler jeweils dieselbe Kante eines Quaders aus dem Stereometriebaukasten oder eines Demonstrationsmodells eines Körpers von 5 Schülern nacheinander messen zu lassen. Andere Schüler messen paarweise jeweils die Breite des Klassenzimmers. Die beauftragten Schüler berichten über die Ergebnisse der Messungen. Die Ursachen für die unterschiedlichen Ergebnisse werden diskutiert. Der Lehrer ergänzt, daß durch Messen tatsächlich nur Näherungswerte ermittelt werden, obwohl die Menschen immer bessere Meßzeuge erfunden haben (Beispiel vorzeigen). Er betont, die Menschen können heute jede Größe mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmen, auch wir wollen uns bemühen, so genau wie möglich zu messen.
Zusammenfassend wird nun der Abschnitt zwischen den Aufträgen A 52 und A 53 (LB 52) gelesen.
Bei (5) erfolgt kein Hefteintrag, sondern nur eine mündliche Zusammenfassung.

Kontrollaufgaben

1. Schätzt und meßt die Länge der Seiten eines Zeichenblattes (A 4-Format)! *($\approx$ 30 cm und $\approx$ 21 cm)*
   Begründet auftretende Unterschiede! *(Meßwerte sind Näherungswerte durch Ungenauigkeiten beim Messen und an den Meßzeugen)*
2. Gebt Festmaße für 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 g, 1 kg an! *(Siehe Übersicht über Festmaße!)*
3. Lehrbuchauftrag A 53 ohne 53e *(a) 936 m, b) 30 cm, c) 181 km, d) 615 kg)*
4. Aufg. 3 (LB 53)

Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl (2 Std.)

LE 19 (LB 54 bis 56)

Den Schülern ist die Darstellung natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl seit dem 1. Schuljahr bekannt. Jetzt soll ihnen das Vorgehen beim Veranschaulichen beliebiger natürlicher Zahlen durch Wahl geeigneter Einheitsstrecken verständlich gemacht werden. Nachdem man erarbeitet hat, wie die Einheit in Abhängigkeit von der Differenz zwischen der größten und der kleinsten der jeweils darzustellenden Zahlen gewählt werden muß, dienen die folgenden Übungen der Entwicklung von Fähigkeiten im Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß jeder natürlichen Zahl genau ein Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet ist, und können nach Festlegung einer zweckmäßigen Einheit vorgegebene natürliche Zahlen den entsprechenden Punkten zuordnen,
- können Lösungsmengen von Ungleichungen am Zahlenstrahl veranschaulichen.

Schwerpunkte

> *1. Stunde*
> – Motivierung der Veranschaulichung natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl
> – Erarbeiten des Zusammenhangs zwischen der zu wählenden Einheit und der Differenz zwischen der größten und der kleinsten Zahl, die dargestellt werden sollen
> – Veranschaulichen von Zahlen an einem Zahlenstrahl, dessen Anfang nicht mitgezeichnet ist
>
> *2. Stunde*
> Übungen zum Darstellen von Lösungen einfacher Ungleichungen am Zahlenstrahl und Einführen einer entsprechenden Symbolik

Methodische Hinweise

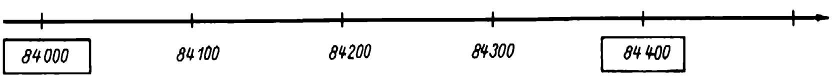
Motivierung der Veranschaulichung natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl Zur Sicherung des Ausgangsniveaus in der täglichen Übung werden folgende Aufgaben empfohlen:
- Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger, z. B.

a	$a + 1$	$a - 1$
7 050 10 999		

- Vorwärts- und Rückwärtszählen in
  2er-, 5er-, 10er-, 50er-, 100er-Schritten, z. B.
  386, 388, ...
  4 150, 4 200, 4 250, ...
  3 208, 3 108, 3 008, 2 908.
- Bilden von Differenzen im Kopf, z. B. 402 und 396; 830 und 710; 72 und 48.
- Lösen von Gleichungen, z. B. Aufg. 2 (LB 54).

  Im Zusammenhang damit Wiederholen von „erfüllen", „Lösung" und „lösen".

Zur Motivierung eignet sich die Aufg. 3b (LB 54). Im Lehrervortrag erläutert der Lehrer einen Weg zum Lösen dieser Aufgabe. Dabei könnte an der Tafel folgende Darstellung entstehen:



$$\begin{array}{ccc} 841 \cdot 100 & 842 \cdot 100 & 843 \cdot 100 \\ 100 \cdot 841 & 100 \cdot 842 & 100 \cdot 843 \end{array}$$

$$x = 841;\ 842;\ 843$$

Ein kurzes Unterrichtsgespräch führt zur *Zielstellung* für die nächsten Unterrichtsstunden:
Das Veranschaulichen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl erleichtert uns das Lösen von Ungleichungen, deshalb werden wir es üben. Vor allem wollen wir einen Weg finden, weit auseinanderliegende Zahlen darzustellen.

Erarbeiten des Zusammenhangs zwischen der zu wählenden Einheit und der Differenz ...

- Die Schüler vertiefen in selbständiger Arbeit mit dem Lehrbuch ihre Kenntnisse über die Darstellung natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl. Sie erhalten den Auftrag: Lest Lerneinheit 19 (LB 54) bis Auftrag A 54 durch! Ihr müßt anschließend folgende Fragen beantworten können:
  Wie erhält man einen Zahlenstrahl?
  Auf welchem Strahl (Bild 1.5) begrenzen die Punkte eine Einheit? Begründe!

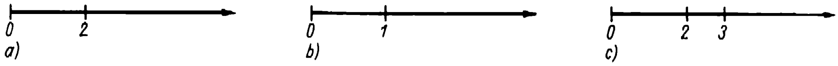


Bild 1.5

- Ein Schüler zeichnet einen Zahlenstrahl an die Tafel und erläutert das Vorgehen beim Darstellen der Zahlen 0 bis 7. (Wichtig: Die Einheitsstrecke $\overline{01}$ kann beliebig gewählt werden, muß dann aber fortlaufend angetragen werden.)
- Im Unterrichtsgespräch wird die Abhängigkeit der zu wählenden Einheit von der Anzahl der darzustellenden Zahlen erarbeitet.

Problemstellung: Auftrag A 54 durchsprechen.

Ergebnis: Wenn die erste und die letzte der darzustellenden Zahlen weit auseinanderliegen, muß die Einheit sehr klein gewählt werden, denn es gilt für Auftrag A 54: Wenn die Einheit 1 cm gewählt wird, so werden für die Darstellung der 50 Zahlen 50 cm benötigt. Man muß also eine kleinere Einheit, z. B. 1 mm, wählen. Ist die Einheit 1 mm, so ist kein Platz, alle 50 Zahlen an den Zahlenstrahl zu schreiben. Wir schreiben nur jede 10. Zahl an den entsprechenden Punkt. (Bild 1.6)

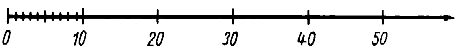


Bild 1.6

(An der Tafel von unten nach oben, wie in Auftrag A 54 gefordert.)

- Die Schüler festigen diese Erkenntnis durch Lösen zweier Aufgaben im Heft, z. B.
  1. Stelle die Zahlen von 0 bis 80 auf einem von links nach rechts gerichteten Zahlenstrahl dar!
  2. Stelle die Zahlen von 0 bis 5 auf einem von unten nach oben gerichteten Zahlenstrahl dar!
- Im Unterrichtsgespräch werden die gewonnenen Einsichten weiter vertieft und die Hausaufgabe vorbereitet. Die Schüler schreiben Auftrag A 55a als *Hausaufgabe* ein. Auftrag A 55b sollte im Unterrichtsgespräch erörtert werden, damit die Schüler erkennen: Bei (3) gilt 2 Einheiten gleich 1 cm, also 1 Einheit beträgt 0,5 cm = 5 mm, bei (4) dann 10 Einheiten gleich 1 cm (10 mm), also 1 Einheit gleich 1 mm.

Veranschaulichen von Zahlen an einem Zahlenstrahl, dessen Anfang nicht mitgezeichnet ist

- *Problemstellung:* Es sollen die Zahlen 872, 873, 874, 875 dargestellt werden. Von den Schülern Vorschläge bringen lassen und herausarbeiten, daß selbst bei sehr kleiner Einheit (1 mm) ein Zahlenstrahlstück von etwa 90 cm Länge gezeichnet werden müßte. Wenn die Schüler keine Lösung finden, dann Beispiel 26 (LB 55) und folgende Zeilen bis einschließlich Merkstoff A 12 lesen lassen.
  Anschließend führt ein Schüler die Lösung des Problems an der Tafel vor.
- Die Stunde schließt mit einer Zusammenfassung. Von Merkstoff A 12 ausgehend, wird das mögliche Vorgehen beim Darstellen von Zahlen wiederholt.

  Hinweis: Es ist zu sichern, daß die Schüler begreifen, daß auch ein Zahlenstrahl, dessen Anfangspunkt nicht mitgezeichnet wurde, mit Null beginnt, wenn dieses Anfangsstück auch außerhalb des Zeichenblattes liegt. Es ist darauf zu achten, daß das gezeichnete Strahlenstück auch links nicht durch einen Punkt, etwa 72 im Beispiel A 26, begrenzt werden darf.

Übungen zum Darstellen von Lösungen einfacher Ungleichungen am Zahlenstrahl und Einführen einer entsprechenden Symbolik

- Die Festlegungen zur Kennzeichnung der Lösungen von Ungleichungen müssen vom Lehrer erläutert werden. Er kann dazu die Beispiele zur Aufgabe 1 (LB 55) nutzen. Dabei sollte hervorgehoben werden:
  1. Alle Punkte, die auf dem Zahlenstrahl markiert und denen Lösungen zugeordnet sind, werden zusätzlich durch einen kleinen Kreis farbig hervorgehoben.
  2. Der Teil des Zahlenstrahles, in dem die Lösungen liegen, wird durch Nachziehen mit einem Farbstift gekennzeichnet.

  Man beachte: Zwischen den markierten Punkten 6, 7, 8 usw. gibt es keine weiteren Lösungen, aber zwischen 100 und 200, 200 und 300 usw. liegen jeweils noch weitere Zahlen, die die Ungleichung erfüllen!

  Das Vorgehen läßt sich am besten an einigen Aufgaben, die im Unterrichtsgespräch gelöst werden, erklären und festigen.
- Die Schüler könnten dann selbständig die Aufg. 1 (LB 55) lösen. Bei Aufg. 2 (LB 56) sollte man die Ungleichungen verschiedenartig lesen lassen: „23 kleiner x kleiner 30“ und „x ist größer als 23 und kleiner als 30“ aber auch: „x liegt zwischen 23 und 30“. Die Schüler dürften dann beim Lösen und Darstellen kaum Schwierigkeiten haben.
- Anschließend sollte die Aufgabe 4 (LB 56) gelöst werden. Nach dem Besprechen eines Beispiels könnten die Aufgaben 5 und 6 (LB 56) als Hausaufgabe gestellt werden.

Kontrollaufgaben

1. Stelle die Zahlen von 0 bis 80 an einem Zahlenstrahl dar! Gib die gewählte Einheit an! *(1 E = 1 mm)*
2. Aufg. 4a (LB 56)
3. Aufg. 2c, (LB 56)

Runden natürlicher Zahlen (4 Std.)

LE 20 (LB 57 bis 60)

Bisher haben die Schüler auf Grund inhaltlicher Überlegungen gerundet (LE 18). Nunmehr erarbeiten sie sich Regeln, um das Denken zu rationalisieren und damit das Arbeiten zu erleichtern. Eine exakte sprachliche Formulierung der Regeln erfolgt nicht, Schwerpunkte sind vielmehr das inhaltliche Verständnis und die Anwendung der Regeln in bestimmten Schritten. Damit die Schüler Sicherheit im Runden gewinnen, ist es notwendig, vielseitige, aber typische Aufgaben zu wählen. Es erfolgt eine Beschränkung auf einmaliges Runden.

Ziele

Die Schüler

- haben die Regeln, nach denen gerundet wird, inhaltlich erfaßt und können sie mit ihren Worten erklären,

- können sicher auf Vielfache von 10, 100, 1000, 10000 runden und Rundungsfehler angeben,
- haben erkannt, daß das Bilden von Regeln und deren Anwendung dem Menschen das fortwährende Wiederholen gleichartiger Denkarbeit erspart,
- entwickeln Fähigkeiten zum algorithmischen Arbeiten durch Gewöhnung an folgerichtiges Denken und Vorgehen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung des Rundens auf Grund inhaltlicher Überlegungen
- Motivierung des Anwendens von Rundungsregeln und Zielstellung
- Erarbeitung von Regeln für das Runden auf Vielfache von 10
- Lösen von Aufgaben zur Festigung der Regeln

2. Stunde
- Erweitern der Regeln für das Runden auf Vielfache von 100, 1000 usw.
- Festigen der Regeln durch Anwenden auf Beispiele

3. Stunde
- Einführung des Begriffs „Rundungsfehler“
- Übungen im Runden und im Berechnen von Rundungsfehlern

4. Stunde (Siehe ausführlicher Stundenentwurf!)
- Runden von Größen
- Zusammenfassende Übungen zum Runden

Methodische Hinweise

Wiederholen des Rundens auf Grund inhaltlicher Überlegungen Im Lehrervortrag erinnert der Lehrer die Schüler daran, daß es oft sinnvoll ist, Zahlen- oder Größenangaben zu runden. (Bezug zu LE 18 herstellen, Motivationsbild, LB 57, nutzen, andere Beispiele erläutern.)
Er macht den Schülern bewußt, was sie beim Runden tun müssen, indem er den entsprechenden Text im Lehrbuch (LB 57 unter Auftrag 56) lesen läßt.
Günstig ist auch die Nutzung des LB-Bildes 12.
Mögliche Fragen:
- Welche Zahlen liegen 420 am nächsten, welche der Zahl 430?
- Welche Zahl liegt in der Mitte? Welcher Näherungswert wird genommen?

Durch mündliches Lösen von Auftrag A 57 kann kontrolliert werden, ob die Schüler die Begriffe „abrunden“ und „aufrunden“ richtig erfaßt haben.
Der 1. Abschnitt wird zusammengefaßt: Beim Runden muß das nächstgelegene Vielfache von 10, 100 usw. angegeben werden.

Motivierung des Anwendens von Rundungsregeln und Zielstellung
Problemstellung: 34958 soll auf ein Vielfaches von 10000 gerundet werden. Was liegt näher, 30000 oder 40000? Schülermeinungen begründen lassen: Weise nach, daß 30000

näher an 34958 liegt als 40000! Unterschiedliche Meinungen oder Schwierigkeiten im Begründen als Motiv nutzen.

Zielstellung: Wenn wir Regeln für das Runden finden, Rundungsregeln, können wir nächstgelegene Vielfache schnell und leicht angeben und müssen nicht erst durch Rechnen die Richtigkeit beweisen. Solche Regeln werden wir jetzt gemeinsam suchen.

Erarbeiten von Regeln für das Runden auf Vielfache von 10

- Auswahl ganz einfacher Beispiele *motivieren*: Wir wählen absichtlich ganz einfache Beispiele, bei denen wir das Ergebnis sofort wissen, um uns die Regeln verständlich zu machen.
- Lehrer gibt *Zielstellung*, Leitgedanken vor:
  Kann man es den Ziffern „ansehen", ob sie auf- oder abgerundet werden?
  Wie verändern sich die Zahlen, wenn sie auf- bzw. abgerundet werden?
  Wenn wir das herausfinden, müssen wir nicht mehr in jedem Einzelfall überlegen oder gar rechnen!
- Schüler betrachten das LB-Bild 12 unter der gegebenen Zielstellung. Wenn notwendig Impuls: Betrachtet, vergleicht die letzte Grundziffer vor und nach dem Runden! Wie verändern sich die anderen Grundziffern?
  Zur Erleichterung für die Schüler werden die Zahlen an die Tafel geschrieben:
  421 ≈ 420, 422 ≈ 420 usw.
  So entsteht schrittweise das folgende *Tafelbild*:

Regeln für das Runden

42 $\boxed{1}$ ≈ 420	
42 $\boxed{2}$ ≈ 420	Die letzte Grundziffer ist eine 1; 2; 3; 4.
42 $\boxed{3}$ ≈ 420	Sie wird durch Null ersetzt.
42 $\boxed{4}$ ≈ 420	**abrunden**
42 $\boxed{5}$ ≈ 430	
42 $\boxed{6}$ ≈ 430	Die letzte Grundziffer ist eine 5; 6; 7; 8; 9.
42 $\boxed{7}$ ≈ 430	Sie wird durch Null ersetzt.
42 $\boxed{8}$ ≈ 430	Die davorstehende Grundziffer ist um 1 erhöht.
42 $\boxed{9}$ ≈ 430	**aufrunden**

Lösen von Aufgaben zur Festigung der Regeln

Schüler lösen Aufg. 1 (LB 58) selbständig.

Das Tafelbild dient den Schülern als Orientierungsgrundlage. Als Hilfe für Schüler, die noch Schwierigkeiten haben, könnte der Hinweis dienen: Unterstreiche die letzte Grundziffer! Überlege, ob die vorletzte Grundziffer um 1 erhöht wird!

Hausaufgabe: Aufg. 2 (LB 58)

Hinweis: Daß auch bei Null abgerundet wird, ist in den Regeln zunächst nicht enthalten. Diese Festlegung wäre an dieser Stelle sinnlos und für den Schüler unmotiviert, sie wird beim Runden auf Vielfache von 100 usw. ergänzt.

Erweitern der Regeln für das Runden auf Vielfache von 100, 1000 usw.

- *Motivieren*, daß das Runden auf Vielfache von 10 nicht immer ausreicht.
  Dabei kann ein Beispiel von Aufg. 18 (LB 60) genutzt werden: Statistische Angaben gelten für ein ganzes Jahr; Veränderungen der Einwohnerzahl erörtern. So ist z. B. als Einwohnerzahl von Dessau die Angabe 101411 ≈ 101410 nicht sinnvoll. Vielmehr

sollte man auf ein Vielfaches von 1000 runden (101411 ≈ 101000) oder sogar auf ein Vielfaches von 10000 (101411 ≈ 100000).

- *Die Zielstellung* „Wir wollen die Regeln für das Runden auf Vielfache von 10 auf das Runden auf Vielfache von 100, 1000 usw. übertragen" soll dem Denken der Schüler eine Richtung geben.
  Weitere Impulse könnten sein: Welche Grundziffern werden durch 0 ersetzt? Welche Grundziffer bestimmt, ob die davorstehende Grundziffer um 1 erhöht wird?
- Mit den Schülern wird ein Beispiel für das Runden auf Vielfache von 100 betrachtet, etwa: 1750 liegt in der Mitte zwischen 1700 und 1800, deshalb muß gelten:

1 701 ≈ 1 700
1 709 ≈ 1 700
1 710 ≈ 1 700
1 743 ≈ 1 700
abrunden
1 749 ≈ 1 700

---

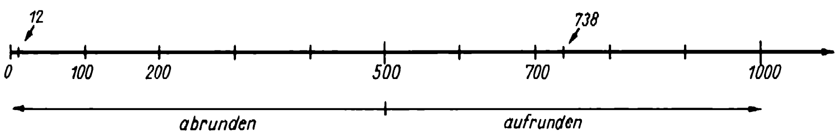
1 750 ≈ 1 800
1 751 ≈ 1 800 aufrunden
1 799 ≈ 1 800

Die Schüler erkennen, daß alle Grundziffern nach den Vielfachen von 100 durch Nullen ersetzt werden und daß nicht mehr die letzte Grundziffer (1749 wird abgerundet, aber 1751 aufgerundet), sondern die Grundziffer nach den Vielfachen von 100 entscheidend ist. Am Beispiel 1701 ≈ 1700 wird gezeigt, daß auch bei Null abgerundet wird.

Hinweis: Es wird nicht empfohlen, die Regeln neu und umfassender zu formulieren. Die Schüler prägen sich das Vorgehen vielmehr an mehreren Beispielen ein, wobei in einem Kommentar das Auf- bzw. Abrunden begründet wird.

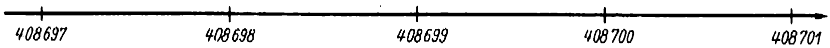
- Nachdem man sich überzeugt hat, daß die Schüler das Vorgehen verstanden haben, kann zur selbständigen Schülertätigkeit übergegangen werden.
  Dabei sollten die Schüler aufgefordert werden, sich die einzelnen Überlegungen innerlich vorzusprechen. Als Übungsaufgaben werden empfohlen: Aufg. 5 und 7c.
  Hausaufgabe: Aufg. 7a, b, d und Aufg. 4 (LB 59)
- Schließlich kann noch auf solche Fälle eingegangen werden, in denen keine Vielfache von 1000 gegeben sind, wobei aber trotzdem auf Vielfache von 1000 gerundet werden soll. Durch Veranschaulichung am Zahlenstrahl läßt sich leicht finden, daß gilt:

12 ≈ 0, aber 738 ≈ 1 000 usw.



Einführung des Begriffs Rundungsfehler

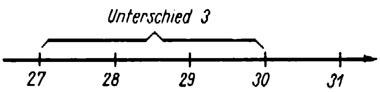
- Wiederholen des Vorgehens beim Runden an einigen Beispielen.
- Klären des Sonderfalls, bei dem das Runden auf Vielfache von 10 auf Vielfache von 100 (1000 usw.) führt. (↗ LB 58) Dazu unbedingt Veranschaulichung am Zahlenstrahl nutzen, z. B.

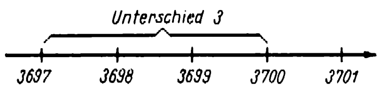


408 697 ≈ 408 700

Auftrag A 58 lösen. Zunächst einige Beispiele im Unterrichtsgespräch behandeln, dann die Schüler selbständig im Heft arbeiten lassen.

- Einführen des Begriffs „Rundungsfehler" am Beispiel. Gegenüberstellen:





27 ≈ 30　　　　　　3 697 ≈ 3 700

Der Lehrer sagt den Schülern, daß man diesen Unterschied „Rundungsfehler" nennt, oder er läßt die entsprechende Stelle im Lehrbuch (LB 58) lesen.
An Beispielen wird die Berechnung des Rundungsfehlers gezeigt:

43 758 ≈ 44 000	*Nebenrechnung:* 44 000
	− 43 758
Rundungsfehler: **242**	242
7 493 ≈ 7 000	7 493 − 7 000 = 493
Rundungsfehler: **493**	

Übungen im Runden und im Berechnen des Rundungsfehlers Lösen von Aufg. 8 (LB 59) in selbständiger Schülertätigkeit. *Hausaufgabe:* Aufg. 9 (LB 59)

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 4. Stunde

Thema: Runden von Größen; zusammenfassende Übungen zum Runden

Ziele der Stunde

Die Schüler können Zahlen und Größen sicher runden und den Rundungsfehler angeben.

Gliederung der Stunde

(1)	7 Min.	Kopfrechnen: Verbindung zweier Rechenoperationen	(Aufg. 1, LB 53, schwarze Numerierung)
(2)	8 Min.	Hausaufgabenkontrolle	(Aufg. 9, LB 59)
(3)	8 Min.	Erarbeitung des Vorgehens beim Runden von Größen am Beispiel	(Aufg. 14, LB 59)
(4)	7 Min.	Übungen zum Runden von Größen	(Aufg. 12, LB 59)
(5)	10 Min.	Differenzierte Übungen zum Runden	
(6)	5 Min.	Zusammenfassung	

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Schüler sehen sich Aufg. 1 (LB 53) an. Einzelne Schüler nennen nach Aufforderung jeweils das Ergebnis, oder alle Schüler lösen diese Aufgabe hintereinander und schrei-

ben nur die Ergebnisse ins Heft, zwei Schüler an verdeckter Tafel, Tafelbild wird zur Kontrolle genutzt.

(2) Die Kontrolle der Hausaufgaben erfolgt zunächst durch Ansagen der Ergebnisse. Mögliches Vorgehen:
- Jeweils ein Schüler nennt ein Ergebnis. (Vorteil: breite Kontrolle)
- Ein Schüler nennt alle Ergebnisse. (Vorteil: Schüler kann bewertet werden)
- Zwei Schüler schreiben Ergebnisse an die Tafel. Das kann während des Kopfrechnens geschehen. (Vorteil: Bewertung zweier Schüler; andere Schüler können zu den Ergebnissen Stellung nehmen; sie begründen ihre Einwände, wenn etwas falsch ist.)

(3) Für das Runden von Größen wird eine Orientierungsgrundlage im Unterrichtsgespräch erarbeitet. Zwei Fälle werden unterschieden:

a) Angabe mit Komma, d. h., die Einheit gilt für die Zahl vor dem Komma. Also sind die Grundziffern nach dem Komma durch Nullen zu ersetzen und können wegfallen.
5,750 kg $\approx$ 6,000 kg (Dieser Schritt entfällt nach der Einführung.)
5,750 kg $\approx$ 6 kg

b) Die Größe ist in der nächstkleineren Einheit angegeben. In diesem Fall gibt die Umrechnungszahl an, auf welche Vielfachen zu runden ist. Zum Beispiel gilt für Gramm in Kilogramm die Umrechnungszahl 1000; also wird auf Vielfache von 1000 gerundet.
1 380 g $\approx$ 1 000 g
1 380 g $\approx$ 1 kg

(4) Anschließend lösen die Schüler Aufg. 12 (LB 59) selbständig. In dieser Zeit erfolgt eine Sichtkontrolle der Hausaufgaben durch den Lehrer.

(5) Während Schüler, die das Runden schon sehr gut beherrschen, die Aufg. 10, 15 und 16* (LB 59) selbständig lösen, rechnen die anderen Schüler die Aufg. 13 (LB 59) und geben den Rundungsfehler an.
Am Ende des Abschnitts wird die *Hausaufgabe* 18 (LB 60) gestellt und mit Hilfe eines Beispiels vorbereitet.

(6) Anhand zweier Beispiele erläutert ein Schüler noch einmal die Rundungsregeln, z. B. Aufg. 7b (3) und Aufg. 6b (3) (LB 59).
Ein Schüler, der Aufgabe 16* gelöst hat, erklärt, warum man bei 2 min 36 s nicht nach den Regeln abrundet, sondern daß man mit 3 min den nächstgelegenen Näherungswert findet.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2a (LB 58) 2. Aufg. 6a (LB 59) 3. Aufg. 13a (LB 59)
4. Aufg. 7 (LB 59)
Begründe dein Vorgehen, gib den Rundungsfehler an!

Überschlagen von Produkten (2 Std.)

LE 21 (LB 60 bis 62)

Nachdem die Schüler die Rundungsregeln kennengelernt haben, wenden sie diese beim Überschlagen von Produkten an. Zugleich erfahren sie aber, daß es nicht immer zweckmäßig ist, die Näherungswerte durch Runden zu bilden, ja daß bei Anwendungsaufgaben mitunter aus sachlichen Gründen die Regeln nicht angewendet werden können, selbst wenn dadurch ein größerer Fehler entsteht.

Ziele

Die Schüler

- haben eingesehen, daß richtiges Handeln und schnelles Entscheiden im täglichen Leben und im Beruf durch das Überschlagen von Rechenergebnissen erleichtert bzw. erst ermöglicht wird,
- wissen, daß man durch einen Überschlag einen Näherungswert erhält, mit dem man sein Rechenergebnis in begrenztem Maße kontrollieren kann,
- können durch Überschlagen Näherungswerte für Produkte (ein Faktor einstellig) ermitteln, indem sie nach Möglichkeit runden.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholen des Kommutativ- und Assoziativgesetzes der Multiplikation, Übertragen der Grundaufgabengleichungen der Multiplikation auf Aufgabenstellungen bis 1000000
- Motivierung der Bedeutsamkeit des Überschlagens von Produkten
- Erarbeitung des Vorgehens beim Überschlagen von Produkten (Faktor gerundet)
- Üben im Überschlagen von Produkten und Vergleichen mit dem berechneten Produkt (Faktor gerundet)

2. Stunde

- Üben des Überschlagens von Produkten
- Überschlagen von Produkten bei Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...

- Grundaufgabengleichungen der Multiplikation, erweitert auf natürliche Zahlen bis 10^6, z. B.

$3 \cdot 7$	$9 \cdot 80$	$600 \cdot 5$
$30 \cdot 7$	$90 \cdot 80$	$80 \cdot 30$
$300 \cdot 7$	$900 \cdot 80$	$5\,000 \cdot 7$
		$3 \cdot 7\,000$ usw.

  Dabei von $300 \cdot 7 = 3 \cdot 100 \cdot 7 = 3 \cdot 7 \cdot 100 = 21 \cdot 100 = 2100$ oder $900 \cdot 80 = 9 \cdot 100 \cdot 8 \cdot 10 = 9 \cdot 8 \cdot 100 \cdot 10 = 72 \cdot 1000 = 72000$ (Wiederholen des Kommutativgesetzes und des Assoziativgesetzes der Multiplikation) bis zur Formalisierung führen:

  $300 \cdot 7 = 2\,100$ (Man rechnet $3 \cdot 7 = 21$ und hängt die 2 Nullen an.)

  oder: $900 \cdot 80 = 72\,000$ (Man rechnet $9 \cdot 8 = 72$ und hängt $2 + 1 = 3$ Nullen an.)
- Lösen von Gleichungen: $5 \cdot x = 35\,000$

  $10 \cdot a = 470\,000$ usw.
- Aufg. 2 (LB 54)

Motivierung der Bedeutsamkeit des Überschlagens von Produkten Der Lehrer zeigt den Schülern an einem für sie interessanten Beispiel (↗ z. B. LB 60) die Bedeutung der

Überschlagsrechnung und fordert sie auf, weitere Beispiele zu nennen. (Eine größere Anzahl von Beispielen ist wegen der oben angegebenen Ziele für die Unterrichtseinheit notwendig.) Folgende Berechnungen führen zum Überschlagen von Produkten:

- Kosten für eine Bahnfahrt von Karl-Marx-Stadt nach Leipzig für eine Klasse mit 28 Schülern (80 km, 28 Schüler, 4 Pfennig je Kilometer: $80 \cdot 30 \cdot 4$)
- Kraftstoffverbrauch für eine Autofahrt
- Kosten für eine Veranstaltung zum Tag des Kindes
- Kosten für ein Wohngebietsfest der Nationalen Front
- Kosten für den Aufenthalt einer Klasse in einer Jugendherberge

Es ist herauszuarbeiten, daß es nicht immer notwendig oder auch gar nicht möglich ist, das Produkt genau zu berechnen.

Zielstellung: Wir haben gesehen, daß bei vielen Gelegenheiten ein Überschlag genügt, um zu planen und richtig zu entscheiden. Deshalb üben wir heute das Überschlagen von Produkten.

Erarbeiten des Vorgehens beim Überschlagen von Produkten

- Den Schülern wird zunächst erläutert, wie vorgegangen werden soll:
  An Beispielen werden wir uns gemeinsam überlegen, wie wir am zweckmäßigsten rechnen können.
  Zur Übung und Kontrolle schreiben wir zunächst noch auf, was man eigentlich im Kopf rechnet, z. B.
  $6\,281 \cdot 7 \approx 42\,000$; $6\,000 \cdot 7 = 42\,000$
  Kommentar: Durch Runden wird ein Näherungswert für den mehrstelligen Faktor gebildet, weil beim Runden die *Abweichung am geringsten* ist. Auf 6 folgt 2, ich runde auf 6000 ab. Ich rechne $6 \cdot 7 = 42$ und füge 3 Nullen an, denn $6000 \cdot 7 = 6 \cdot 1000 \cdot 7 = 6 \cdot 7 \cdot 1000 = 42 \cdot 1000 = 42000$. (Die Begründung kann auch wegfallen oder nur für ein Beispiel am Anfang gegeben werden.)
- Den Schülern wird bewußtgemacht, daß der Überschlag auch dazu dienen kann, das Rechenergebnis zu überprüfen. Die Aufgabe $6281 \cdot 7$ wird gelöst und mit dem Überschlag verglichen:
  $43\,967 \approx 42\,000$
- Lesen und Erörtern von Auftrag A 60

Üben im Überschlagen von Produkten und Vergleichen mit dem berechneten Produkt Lösen von Aufg. 1 a, b (LB 61) zunächst im Unterrichtsgespräch und dann in selbständiger Schülertätigkeit. Folgende Form wird vorgeschlagen:

$792 \cdot 5$ *Überschlag:* $800 \cdot 5 = 4\,000$

$\underline{\underline{3\,960}}$ *Vergleich:* $3\,960 \approx 4\,000$

Dabei unbedingt auf folgende Reihenfolge dringen:

1. Aufgabe schreiben
2. Überschlag aufschreiben (!)
3. Aufgabe lösen
4. Überschlag mit Lösung vergleichen
5. Ergebnis unterstreichen

Hausaufgabe: Aufg. 1 c, d (LB 61)

Üben des Überschlags von Produkten

- Kopfrechnen: Aufg. 2 (LB 61)
  Beispiel: „Das Dreifache von 8245 ist angenähert gleich $3 \cdot 8000$ und damit angenähert gleich 24000."
- Überschlagen von Produkten, mehrstelliger Faktoren konstant, Aufg. 3 (LB 61) rechnen die Schüler selbständig im Heft.

Überschlagen von Produkten bei Sachaufgaben

- Durch Gegenüberstellung von Beispiel A 29 und Beispiel A 30 einschließlich Auftrag A 59 wird die Notwendigkeit des Abweichens von den Rundungsregeln in Abhängigkeit vom Sachverhalt begründet. Zur Verdeutlichung der Überlegungen wird ein 2. Beispiel ergänzt:

  Eine Gruppe fährt für eine Woche in die Jugendherberge. Die Kosten je Tag sollen für jeden Schüler 4,35 M betragen.

  4,35 M · 7 ≈ 35 M
  5 M · 7 = 35 M

  Kommentar: Als Näherungswert muß ich 5 M wählen. Ich runde nicht ab, denn ich darf auf keinen Fall zu wenig Geld mitnehmen, sondern eher etwas mehr. Die Woche hat 7 Tage. 7 · 5 = 35. Für eine Woche muß ich mit 35 M Kosten für jeden Schüler rechnen.
- Die Schüler lösen selbständig eine analoge Aufgabe:

  Der Hausmeister will eine Sprossenleiter mit 8 Sprossen anfertigen. Eine Sprosse ist 0,45 m lang.

  Wieviel Meter Rundholz muß er etwa einkaufen?

  0,45 m · 8 ≈ 4 m.

  Zwischenschritte: 0,45 m ≈ 0,50 m = 50 cm
  50 cm · 8 = 400 cm = 4,00 m
- *Zusammenfassung:* Beim Überschlagen von Produkten rechnen wir mit einem Näherungswert für den mehrstelligen Faktor. Damit die Abweichung möglichst klein ist, bilden wir den Näherungswert nach den Rundungsregeln. Bei Sachaufgaben ist das mitunter nicht sinnvoll. Wir *runden* in diesen Fällen *nicht*, sondern bilden z. B. einen Näherungswert, der größer als die gegebene Größe ist. Das Vorgehen hängt vom Sachverhalt ab.

Hausaufgaben: Aufg. 1a, c, d (LB 30) mit Überschlag

Kontrollaufgaben

1. Begründe, warum das Überschlagen von Produkten wichtig ist!
2. Überschlage 8379 · 7! *(8379 · 7 ≈ 56000, denn 8000 · 7 = 56000)*
3. Nenne ein Beispiel für das Überschlagen eines Produktes, bei dem du den Näherungswert nicht nach den Rundungsregeln bildest!
4. Jemand rechnet 5379 · 8 = 7032. Kann das Ergebnis stimmen?
   Begründe deine Antwort!
   (5379 · 8 ≈ 40000, denn 5000 · 8 = 40000.
   40000 ist kein Näherungswert von 7032. Der Vergleich ergibt einen Unterschied von mehr als 30000.)

Überschlagen von Quotienten (2 Std.)

LE 22 (LB 62 bis 63)

Das Überschlagen von Quotienten bereitet dem Schüler erfahrungsgemäß größere Schwierigkeiten. Die Schüler sind zumeist bestrebt, Dividend und Divisor zu runden und mit den so gewonnenen Näherungswerten zu rechnen. Der Schwerpunkt der Betrachtung muß deshalb darin bestehen, daß die Schüler lernen, jeweils für den Dividenden ein Vielfaches des Divisors zu wählen.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß es beim Überschlagen von Quotienten oft zweckmäßig ist, einen Näherungswert nicht nach den Rundungsregeln zu bilden,
- können für den Dividenden bzw. Divisor einen Näherungswert bilden, mit dem sie im Kopf rechnen können,
- gewöhnen sich weiter daran, ihre Rechenergebnisse durch Überschläge zu überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen, bei denen zu vorgegebenen Zahlen nächstgelegene Zahlen einer Malfolge bestimmt werden sollen u. a.
- Erarbeiten eines zweckmäßigen Vorgehens beim Überschlagen von Quotienten
- Übung des Überschlagens von Quotienten

2. Stunde
- Festigung der Kenntnisse über das Vorgehen beim Überschlagen von Quotienten
- Erweitern des Verfahrens zum Überschlagen von Quotienten durch Runden des Divisors

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen ...
- Division im Kopf: 63 : 7; 32 : 8 usw.
- Gib zu den Zahlen 50; 23; 41; 30; 11; ... jeweils die nächstgelegene Zahl aus der Malfolge der 7 (8; 6 usw.) an!
- Aufg. 5 (LB 62)
- Aufgaben wie 7 200 : 8 = 900
  7 200 : 80 = 90
  7 200 : 800 = 9

Erarbeiten eines zweckmäßigen Vorgehens beim Überschlagen von Quotienten
- Zur *Zielstellung* für die Schüler wird empfohlen: Wir haben gesehen, daß wir mit Hilfe des Überschlags Rechenergebnisse kontrollieren können, und zwar ob die Anzahl der Stellen des Ergebnisses richtig ist. Für die Multiplikation beherrschen wir das schon. Am Ende der nächsten Stunden wird jeder in der Lage sein, auch bei Divisionsaufgaben einen Überschlag auszuführen. Heute wollen wir vor allem an Beispielen herausfinden, wie wir dabei am zweckmäßigsten vorgehen können.
- Selbständiges Durcharbeiten von Beispiel A 31.
  Die Schülertätigkeit wird durch folgende Aufgaben gesteuert:
  1. Vergleiche die Näherungswerte für die Dividenden in den Beispielen 31 a und 31 b!
  2. Welcher Näherungswert wurde durch Runden gebildet?
  3. Wie würde die Überschlagsrechnung lauten, wenn man in jedem Fall gerundet hätte?

4. Begründe, warum bei der einen Aufgabe nicht gerundet wurde!
- Im Unterrichtsgespräch wird mit den Schülern ein praktikables Vorgehen zur Ermittlung eines geeigneten Näherungswertes für den Dividenden erarbeitet:

Beispiele:

$8\,154 : 6;\ 8 > 6$	Die erste Grundziffer ist größer als der Divisor.
$6\,000 : 6 = 1\,000$	Wir ersetzen die erste Grundziffer durch das nächstgelegene Vielfache des Divisors, die anderen Grundziffern durch Nullen.
$3\,728 : 6;\ 3 < 6$	Die erste Grundziffer ist kleiner als der Divisor.
$3\,600 : 6 = 600$	Wir ersetzen die *ersten beiden* Grundziffern. An ihrer Stelle schreiben wir das Vielfache des Divisors, das der Zahl am nächsten kommt, die sie darstellen. Die anderen Ziffern ersetzen wir durch Nullen.

(Die schwerfälligen Formulierungen lassen sich vermeiden, wenn man das Vorgehen für das Beispiel formuliert: 3 ist kleiner als 6. Wir ersetzen deshalb 37. Dafür schreiben wir 36; 36 ist das Vielfache von 6, das 37 am nächsten kommt A.)

Übung des Überschlagens von Quotienten
- Lösen von Aufg. 2 (LB 63) zunächst im Unterrichtsgespräch, Schwerpunkt muß das Kommentieren durch die Schüler sein. (Siehe Beispiel!)
- Lösen von Aufg. 3 (LB 63) in selbständiger Schülertätigkeit.

Hausaufgaben: Aufg. 1a, c (LB 62)

Festigung der Kenntnisse über das Vorgehen beim Überschlagen von Quotienten Lösen von Aufg. 4 (LB 63) im Unterrichtsgespräch. Schwerpunkt ist das Begründen der Auswahl geeigneter Überschläge.

Hausaufgaben: Aufg. 4 (LB 63) Überschlag, Quotienten berechnen

Erweitern des Verfahrens zum Überschlagen von Quotienten durch Runden des Divisors Lösen von Auftrag A 61 in selbständiger Schülertätigkeit und Auswerten der Ergebnisse im Unterrichtsgespräch: Ist der Divisor 8 oder 9, so kann man ihn auf 10 aufrunden, denn durch 10 läßt sich besonders leicht dividieren.

Hinweis: In diesem Zusammenhang kann man auch auf Überschläge von Quotienten eingehen, bei denen der Divisor zweistellig ist. Dabei ist allerdings zu bedenken, daß der Algorithmus für die schriftliche Division mit zweistelligem Divisor erst später, im Stoffgebiet 2, behandelt wird.

Die Schüler sind darauf zu orientieren, daß zuerst der Divisor durch ein Vielfaches von 10 ersetzt wird (↗ Beispiel A 32b); man könnte auch fordern, daß der Divisor prinzipiell nach den Regeln zu runden ist. Da der Divisor dann nur noch eine von Null verschiedene Ziffer aufweist, kann man weiter nach dem schon bekannten Vorgehen verfahren.

Beispiel: Aufg. 5 b (2) (LB 63)

	$9\,740 : 59$	Ich runde 59 auf 60.
	$6\,000 : 60 = 100$	Ich ersetze 9 durch das nächstgelegene Vielfache von 6,
oder	$12\,000 : 60 = 200$	also durch 6 bzw. 12.
	$9\,740 : 59 \approx 100$	oder $9\,740 : 59 \approx 200$

Hinweis: Im Hinblick auf die schriftliche Division könnte es günstig sein, die Schüler grundsätzlich auf das nächstkleinere Vielfache, in diesem Falle auf 6000 zu orientieren.

Zum Abschluß führen die Schüler einige wenige Überschläge im Heft aus (Aufg. 5, LB 63).

Kontrollaufgaben

1. Überschlage folgende Quotienten! $8921 : 7$; $43209 : 6$; $758 : 9$
   ($7000 : 7 = 100$; $42000 : 6 = 7000$; $720 : 9 = 80$)

2. Für die Divisionsaufgabe 5988 : 8 werden folgende Überschlagsrechnungen vorgeschlagen: 6000 : 8; 8000 : 8; 6400 : 8
Welche davon sind geeignet? *(6400 : 8; 8000 : 8)*
3. Prüfe durch einen Überschlag, ob das angegebene Ergebnis richtig sein kann!
7 029 : 3 = 243
(6000 : 3 = 2000, also 7029 : 3 ≈ 2000, 243 muß falsch sein.)

Zusammenfassung und Übungen zum Stoffabschnitt „1.3. Näherungswerte"; Leistungskontrolle (3 Std.)

Durch eine Wiederholung, die mit entsprechenden Übungen verbunden ist, sollen die Schüler ihre Fähigkeiten im Umgang mit Näherungswerten so weit entwickeln, daß ihnen das Lösen entsprechender Aufgaben keine Schwierigkeiten bereitet.
In Auswertung der Leistungskontrolle sollte der Lehrer bei der Wahl der Wiederholungsschwerpunkte davon ausgehen, welcher Inhalt für seine Klasse nochmals besonders betont werden muß.

Ziele

Die Schüler
- können sicher Näherungswerte ermitteln bzw. nach Rundungsregeln bilden,
- können sicher Näherungswerte zweckmäßig auswählen, um Produkte und Quotienten zu überschlagen und anhand des Überschlags über die Größenordnung eines Rechenergebnisses zu entscheiden,
- sind daran gewöhnt, diese Fähigkeiten zur Kontrolle von Rechenergebnissen zu nutzen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholen der Begriffe „Schätzen", „Runden" und „Überschlagen" an Beispielen
- Üben von Messen und Schätzen
- Üben des Überschlagens von Produkten und Quotienten
- Wiederholen der Rundungsregeln an Beispielen unter Einbeziehung von Gegenbeispielen

2. Stunde
- Leistungskontrolle

3. Stunde
- Übungen zu Schwerpunkten, die sich aus der Analyse der Arbeit ergeben
- Systematisieren der Kenntnisse

Methodische Hinweise

Wiederholen der Begriffe „Schätzen", „Runden" und „Überschlagen" an Beispielen
- Durchlesen der Zusammenfassung (LB 64) mit der Aufforderung „Präge dir ein, wie man Näherungswerte erhalten kann!"
- Einzelne Schüler erklären an der Tafel anhand von Beispielen die drei Begriffe, auch auf den Begriff Rundungsfehler wird eingegangen.

Üben von Messen und Schätzen
- Strecken vorgegebener Länge nach Schätzung zeichnen, nachmessen, Qualität des geschätzten Näherungswertes beurteilen
- Schätzen von Längen und Messen von Objekten bzw. der Zeitdauer von Vorgängen

Üben des Überschlagens von Produkten und Quotienten
- Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben, Kontrolle des Rechenergebnisses durch Überschlag (Aufg. 5, LB 8) und ähnliche Aufgaben

Wiederholen der Rundungsregeln an Beispielen unter Einbeziehung von Gegenbeispielen
- Lösen von Aufg. 15a, b (LB 59) (Indem die Schüler die Antworten begründen, werden die Rundungsregeln wiederholt.)
- Größenangaben in Kommaschreibweise umschreiben, anschließend runden: Aufg. 3 (LB 56) *Beispiel:* 17 t 360 kg = 17,360 t $\approx$ 17 t
- Besprechen von Aufg. 17b (LB 59): Erläutern, warum gilt 5 h 35 min $\approx$ 6 h, obwohl nach der 5 eine 3 folgt. *Erkenntnis* formulieren: Regeln vor Nutzung stets auf Anwendbarkeit prüfen.

Systematisieren der Kenntnisse Der Schüler soll den bekannten Stoff nach neuen Gesichtspunkten ordnen, in einen Sinnzusammenhang bringen und sich dadurch das Einprägen erleichtern.
Folgende Aspekte wären möglich:
- Zum einen sind uns Näherungswerte von Größen objektiv gegeben, indem wir sie durch Schätzen oder Messen ermitteln. Der Mensch ist bemüht, die Qualität des ermittelten Näherungswertes zu verbessern, aber *es hängt nicht von ihm ab* zu entscheiden, *ob er mit einem Näherungswert arbeiten will oder nicht.*
- Der Mensch bildet zu einem ihm bekannten genauen Wert einen Näherungswert. Er kann unter verschiedenen Näherungswerten den für ihn am zweckmäßigsten auswählen. Er hat sich Regeln erarbeitet, um Näherungswerte zu bestimmen. Der *Mensch kann entscheiden, ob er mit einem Näherungswert arbeiten will oder nicht.*

Auf Folie oder als *Tafelbild* könnte folgende Übersicht vorgegeben werden.

	Näherungswerte	
entstehen		werden absichtlich gebildet
beim **Messen** oder **Schätzen** von Größen.	Nach Regeln werden Vielfache von 10; 100; 1000 usw. gebildet. **(Runden)** 0; 1; 2; 3; 4 abrunden 5; 6; 7; 8; 9 aufrunden	Die genaue Zahl wird durch eine andere ersetzt, mit der man leicht rechnen kann und die dieser Zahl möglichst nahekommt. **(Überschlagen)**

Stoffabschnitt 1.4. (10 Std.)

Streckendiagramme; Maßstab

Die Behandlung des Stoffabschnittes zielt vor allem darauf ab, notwendiges Wissen und Können für andere Unterrichtsfächer wie Heimatkunde und Werkunterricht sowie für den Geometrieunterricht, aber auch für den außerunterrichtlichen Bereich bereitzustellen. Die Schüler erfahren damit an weiteren Beispielen die vielfältige Anwendbarkeit der Mathematik. Außerdem bietet dieser Stoffabschnitt günstige Möglichkeiten, einen Beitrag für die Erziehung zu Sorgfalt, Sauberkeit und Ordnungsliebe zu leisten. Mit der Einführung des Streckendiagramms wird die graphische Darstellung von Zahlen bzw. Größen weitergeführt, die in den nächsten Schuljahren durch die Erarbeitung weiterer Graphen ständig ergänzt wird. Das Darstellen geordneter Zahlenpaare in einem Koordinatensystem ermöglicht nicht nur die rationelle Vorgabe geometrischer Figuren im Stoffabschnitt „3.2. Verschiebung“, sondern hilft zugleich, das Zeichnen von Funktionsbildern in den Klassen 6 und 8 vorzubereiten.
Beim Zeichnen von Streckendiagrammen müssen die Schüler ihre Kenntnisse über den Aufbau der natürlichen Zahlen und die Rundungsregeln sowie ihre Fähigkeiten im Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl komplex anwenden. Für das Arbeiten mit Maßstäben sind Kenntnisse über die Einheiten der Länge notwendig, außerdem werden Fähigkeiten im Umrechnen von Größen in andere Einheiten und im Multiplizieren mit 10, 100, 1000 usw. benötigt. Damit erfüllt dieser Stoffabschnitt nicht zuletzt auch die Aufgabe, das zuvor durch die Schüler erworbene Wissen und Können durch innermathematische Anwendung zu festigen. Durch die Auswahl entsprechender Aufgaben kann in der Unterrichtseinheit „Streckendiagramm“ ein Beitrag zur politisch-moralischen Erziehung geleistet werden. Indem die Schüler Streckendiagramme anfertigen bzw. lesen, vor allem aber interpretieren, können Entwicklungstendenzen, die den erfolgreichen Weg beim Aufbau des Sozialismus in der DDR widerspiegeln, verdeutlicht werden. Wenn die Schüler zu den Diagrammen sprechen, Aussagen begründen, argumentieren und Tatsachen bewerten, können ihr Denken und ihr sprachliches Ausdrucksvermögen gleichermaßen geschult werden. Behandelt man LE 24 vor LE 23, so kann man die Kenntnisse der Schüler über das Koordinatensystem für die Arbeit mit Streckendiagrammen nutzen.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Streckendiagramme	(LE 23; 3 Std.)
Darstellen geordneter Zahlenpaare	(LE 24; 2 Std.)
Maßstäbe	(LE 25; 3 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Streckendiagramme (3 Std.)

LE 23 (LB 64 bis 69)

Den Schülern sind aus ihrer Umwelt schon verschiedene Graphen zur Veranschaulichung von Größen bzw. von Beziehungen zwischen Größen bekannt. Mit einer einfachen Form der Veranschaulichung, dem Streckendiagramm, werden sie nunmehr näher vertraut gemacht. Damit erhalten sie eine Möglichkeit zur Darstellung quantitativer Beziehungen ihrer Umwelt, derer sie sich in der schulischen und auch der außerunterrichtlichen Arbeit vielfältig bedienen können. Zugleich werden Voraussetzungen geschaffen, daß die Schüler solche graphischen Darstellungen in anderen Unterrichtsfächern, aber auch in Zeitungen und Zeitschriften, richtig lesen können. Sie entwickeln ihre Fähigkeiten im Darstellen natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl, im Runden natürlicher Zahlen und im Erfassen von Sachverhalten weiter. Sie erfahren erneut, daß heuristische Regeln die geistige Arbeit erleichtern, und üben sich darin, nach solchen Regeln vorzugehen. Zugleich erleben sie die vielseitige Anwendbarkeit eines mathematischen Verfahrens.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß in einem Streckendiagramm Größen bzw. Zahlen durch Strecken veranschaulicht werden,
- wissen, daß nach Festlegung der Einheit jeder Größe genau eine bestimmte Streckenlänge entspricht,
- können in Abhängigkeit von den Größen eine zweckmäßige Einheit wählen und die Größen übersichtlich, genau und sauber als Strecken darstellen,
- können Streckendiagramme lesen,
- entwickeln Fähigkeiten im Arbeiten nach Schrittfolgen,
- haben eingesehen, daß man am Streckendiagramm Sachverhalte und Entwicklungstendenzen leichter und schneller erfaßt.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholen des Rundens und des Darstellens von Zahlen am Zahlenstrahl
- Motivieren des Arbeitens mit Diagrammen; Zielstellung
- Erarbeiten des Vorgehens beim Zeichnen von Streckendiagrammen an einfachen Beispielen

2. Stunde
- Einführen von Diagrammen aus zwei senkrecht zueinander stehenden Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt
- Erarbeiten einer Schrittfolge zur Darstellung von Zahlenpaaren in einem Diagramm
- Festigen der Verfahrenskenntnisse durch Anwenden auf ein zweites Beispiel

3. Stunde
- Üben im Anfertigen und Lesen von Diagrammen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholen des Rundens und Darstellens von Zahlen am Zahlenstrahl Der Lehrer sollte immer wieder in täglichen Übungen auch solchen Stoff wiederholen, der nicht unmittelbar in Beziehung zum gerade zu behandelnden Stoff steht. Empfohlen werden hierzu die Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen (UH 11).
Zur Vorbereitung auf das neue Thema sollten Zahlen, nachdem sie gerundet wurden, am Zahlenstrahl dargestellt werden, z. B.

81, 209, 317, 489 (100 E = 1 cm; auf Vielfache von 100 runden)
1 208, 3 192, 6 903, 8 050 (1 000 E = 1 cm; auf Vielfache von 1000 runden)

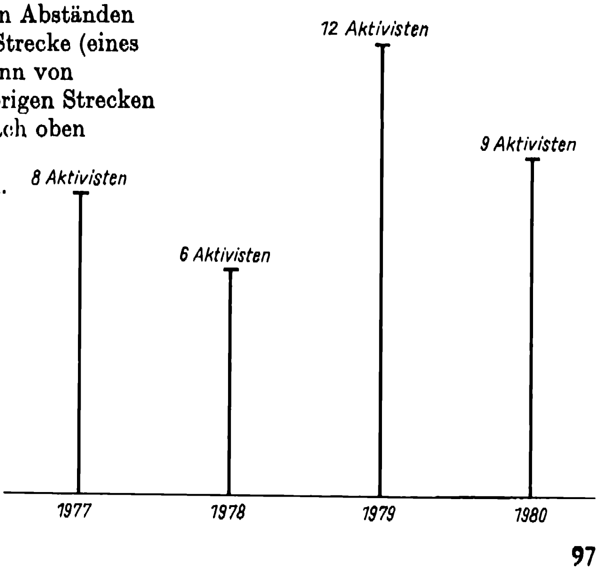
Motivieren des Arbeitens mit Diagrammen; Zielstellung Möglichst an Erfahrungen aus dem außerunterrichtlichen Bereich anknüpfen:
- Ergebnisse der Altstoffsammlung sollen an einer Wandzeitung bekanntgegeben werden;
- Besuch im Patenbetrieb, in einer Verkaufsstelle usw. auswerten, wo eine Tafel über den Stand des Wettbewerbs angebracht ist;
- Geeignete Darstellungen in Zeitungen, Zeitschriften usw. vorzeigen.

Die Schüler lesen den Text und Beispiel A 33 im Lehrbuch (LB 64 f.). Anschließend beschreiben sie das Diagramm (LB-Bild 14).

Zielstellung: Wir haben gesehen, daß man häufig Streckendiagramme verwendet, weil sie übersichtlich sind, weil man keinen langen Text schreiben muß, weil man sie leicht lesen kann, weil das Wichtigste sofort zu erkennen ist. Deshalb wollen auch wir lernen, solche Streckendiagramme anzufertigen!

Erarbeiten des Vorgehens beim Zeichnen von Streckendiagrammen an einfachen Beispielen An mehreren einfachen Beispielen (↗ Beispiel A 33 und A 34) wird das grundsätzliche Vorgehen von den Schülern leicht erkannt.
Zwei Angaben (Zahlen) gehören jeweils zusammen, sie bilden genau ein Paar. Das wird am deutlichsten in Tabellenform. Die zusammengehörigen Zahlen stehen jeweils untereinander bzw. nebeneinander (Zensurentabelle, Temperaturtabelle).
- Die in der 2. Zeile stehende Angabe wird als Strecke dargestellt, nachdem eine Einheit festgelegt wurde.
- Man geht so vor, daß man zuerst die Angaben in der 1. Zeile in gleichen Abständen an Punkte einer horizontalen Strecke (eines Zahlenstrahls) schreibt und dann von diesen Punkten aus die zugehörigen Strecken senkrecht zum Zahlenstrahl nach oben zeichnet. An ihr oberes Ende wird die 2. Angabe geschrieben.

Das von den Beispielen verallgemeinernd abgehobene Vorgehen wird auf die Lösung einer Aufgabe angewandt (Aufg. 1, LB 68).



Jahr	1977	1978	1979	1980
Anzahl der Aktivisten	8	6	12	9
Länge der Strecke (Einheit: 5 mm)	8 · 5 mm	6 · 5 mm	12 · 5 mm	9 · 5 mm

Hinweis: Der Lehrer sollte nach diesem Beispiel eine Aufgabe mit aktuellen Zahlen und örtlichem Bezug bilden.

Hausaufgaben: Aufg. 2 (LB 68) (Zahlen aus der eigenen Schule verwenden!)

Einführen von Diagrammen aus zwei senkrecht zueinander stehenden Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt

- Die neue Darstellungsform *motivieren*: Wir wollen nicht jedesmal hinschreiben, was die einzelne Strecke darstellen soll.
- Die neue Darstellung aus der bekannten entwickeln, dabei dem Lehrbuch (LB 65 f.) folgen. Besonders einprägsam ist für die Schüler, wenn sie die Entstehung der neuen Darstellung aus der alten als Vorgang an der Tafel beobachten können: Der Lehrer trägt den 2. Strahl an, geht von den schon vorhandenen senkrechten Strecken nach links und trägt am 2. Strahl die Angaben ein, die er an den Strecken wegwischt.

Erarbeiten einer Schrittfolge zur Darstellung von Zahlenpaaren in einem Diagramm Die Schrittfolge (LB 68) sollte nicht nur gegeben, sondern am Beispiel erarbeitet werden. Das zu wählende Beispiel muß Schwierigkeiten enthalten, die notwendige Überlegungen gemäß der Schrittfolge provozieren. Es darf aber als Einführungsbeispiel nicht zu kompliziert sein, damit das grundsätzliche Vorgehen jedem Schüler verständlich wird. Schritte 2. und 3. sind nicht voneinander zu trennen, das Runden erfolgt in Abhängigkeit von der Größe der Zahlen und der gewählten Einheit. In diesem Sinne eignet sich Aufg. 3 (LB 68).

- Tabelle übernehmen und ergänzen

Jahr	1955	1960	1965	1970	1975	1979
Einkommen	459 M ≈ 460 M	575 M ≈ 580 M	655 M ≈ 660 M	768 M ≈ 770 M	893 M ≈ 890 M	1020 M
Länge der Strecken (10 E = 1 mm)	46 · 10 46 · 1 mm	58 · 10 58 · 1 mm	66 · 10 66 · 1 mm	77 · 10 77 · 1 mm	89 · 10 89 · 1 mm	102 · 10 102 · 1 mm

Vorschläge für die Einheit von den Schülern fordern:
1 E = 1 mm, ist nicht möglich, da keine vollen 10 Mark.
Wie helfen wir uns? Auf Vielfache von 10 runden. Die Schüler runden und beachten dabei die Rundungsregeln. Die Schreibweise 460 = 46 · 10 und das farbige Hervorheben von 10 E und 10 in 46 · 10 hilft erkennen, daß 46 · 1 mm gerechnet werden muß usw.

- Streckendiagramm zeichnen
  1. Überlegungen zur Platzaufteilung: Wir haben 6 Jahreszahlen, Abstand von 2 cm ist möglich. Die längste Strecke ist rund 10 cm, also 11 cm nach oben Platz lassen.
  2. Die senkrecht zueinander stehenden Strahlen zeichnen und beschriften.
  3. Auf dem senkrechten Strahl zusätzlich 46 mm, 58 mm, 77 mm, 89 mm und 102 mm angeben und beschriften.

4. Die Senkrechten zeichnen (ungefähre Länge, dünn mit gut gespitztem Bleistift!)
5. Parallelen zum waagerechten Strahl durch 460, 580, ziehen, Senkrechten begrenzen.

- Das Vorgehen wiederholen lassen, wenn notwendig, am Lehrbuch (LB 68) orientieren. Dabei ist zu beachten, daß nach Einführen eines 2. Strahls die Punkte 5. und 6. entsprechend abzuwandeln sind. Besonders ist zu betonen, daß der vertikale Strahl stets mit 0 beginnt!

Festigen der Verfahrenskenntnisse durch Anwenden auf ein 2. Beispiel Schüler lösen selbständig Beispiel A 36. Vorgabe der Tabelle und der Einheit an der Tafel (2 E = 1 mm oder 10 E = 5 mm). Das LB-Bild 18 dient den Schülern zur Selbstkontrolle.

Hausaufgabe: Aufg. 2 (LB 68) Neue Darstellungsform benutzen!

Üben im Anfertigen und Lesen von Diagrammen Das Lehrbuch enthält für das Lesen von Diagrammen nur eine Übungsaufgabe. Es muß durch aktuelles Material, entsprechend den örtlichen Gegebenheiten, ergänzt werden. Wie sie beim Lesen des Diagramms vorgehen müssen, sollten die Schüler selbst finden, z. B.
Fichtelberg: Strecke 6 cm, Höhe: 200 m · 6 = 1 200 m.
Bei der Darstellung großer Zahlen im Diagramm ist es notwendig, den Schülern am Anfang Hilfe zu geben, indem man ihnen einige Entscheidungen (Runden, Wahl der Einheit) abnimmt, z. B. bei Aufg. 5 (LB 69).
Bei weiterer Steigerung der Anforderungen sollte man die Schüler zunächst nur schrittweise selbständig arbeiten lassen und nach jedem Schritt kontrollieren, Aufg. 6* (LB 69):
- Tabelle aufstellen lassen (richtige Zuordnung der Angaben)
- Entscheidung über die notwendigen Rundungen (grobe Richtlinie: höchstens zwei von Null verschiedene Grundziffern in einer Zahl)
- Festsetzen der Einheit und Berechnen der Streckenlängen (1961 und 1962 ergibt 0 mm!) (Hier sollte man auch einmal auf Nachteile hinweisen, die durch eine notwendige Vergröberung entstehen können: In den Jahren 1961 und 1962 liest man am Streckendiagramm ab, daß es Erkrankungen an Kinderlähmung in der DDR nicht mehr gab, obwohl noch 3 Erkrankungen vorkamen. Andererseits lenkt die Darstellung auf das Wesentliche, denn 3 Erkrankungen sind eben, gemessen an der großen Zahl der Kinder, völlig unbedeutend und ein großer Erfolg unserer Gesundheitspolitik.
- Zeichnen des Streckendiagramms

Nach jedem Schritt wird verglichen, es werden notwendige Korrekturen vorgenommen. Dazu sind Vorgaben (Schüler löst die Aufgabe auf der Tafelrückseite, Lehrer gibt „Musterlösung" auf Folie mittels Polylux) unerläßlich.
Zur Erhöhung der Lebensverbundenheit des Unterrichts und zur Entwicklung des ästhetischen Empfindens der Schüler sollte man zum Abschluß als Schülerauftrag eine Darstellung größeren Formats (A 3, A 2) herstellen lassen, bei der die Schüler auch Techniken anwenden müssen, die sie im Werkunterricht und im Fach Kunsterziehung erworben haben (Verbreiterung der Strecken zu Säulen, Arbeiten mit Deckfarben). Geeignet sind Sammelergebnisse in der Altstoffsammlung, Solidaritätsspenden oder Leichtathletikergebnisse.

Hausaufgabe: Vorbereitende Hausaufgabe für die 1. Stunde der LE 24

Kontrollaufgaben

1. Aufgaben wie Aufg. 2 (LB 68)
2. Aufgaben wie Aufg. 5 (LB 69)
   Dabei statistische Angaben aus dem betreffenden Kreis verwenden.

Kennzeichnen von Punkten in der Ebene (2 Std.)

LE 24 (LB 70 bis 72)

In der Lerneinheit 19 wurde das Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl wieder aufgegriffen. Durch Anwenden dieser Methode werden entsprechende Fähigkeiten der Schüler weiterentwickelt und ihre Kenntnisse vertieft. Damit wurde zugleich der Leitlinie „Abbildungen“ entsprochen, die jetzt in dieser Unterrichtseinheit mit dem Abbilden geordneter Zahlenpaare auf Punkte der Ebene weiterverfolgt wird. Dadurch, daß die Schüler die Zuordnung zwischen *gewissen* Punkten der Ebene und geordneten Zahlenpaaren kennen- und herstellen lernen, werden Möglichkeiten zum Fixieren geometrischer Figuren in der Ebene geschaffen, die für den Geometrieunterricht (3.2. Verschiebung) genutzt werden können. Auf die Beziehung zur Lerneinheit 23, in der ja gewissermaßen ebenfalls geordnete Paare auf die Endpunkte von Strecken, also auf Punkte der Ebene, abgebildet werden, sollte wenigstens in einem Beispiel eingegangen werden, falls man die Abfolge der Behandlung nicht geändert hat.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß zwei Zahlen in festgelegter Reihenfolge ein geordnetes Zahlenpaar bilden,
- wissen, daß zwei Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt, die senkrecht zueinander stehen, ein Koordinatensystem bilden,
- wissen, daß man ein geordnetes Zahlenpaar durch einen Punkt dieses Koordinatensystems veranschaulichen kann,
- können jedem geordneten Zahlenpaar den entsprechenden Punkt im Koordinatensystem zuordnen und umgekehrt zu ausgewählten Punkten (Schnittpunkten eines Quadratgitters) jeweils das geordnete Zahlenpaar angeben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl
- Motivieren der Darstellung von Zahlenpaaren im Koordinatensystem mit Beispielen aus der Umwelt des Schülers
- Erarbeitung der Begriffe „Koordinatensystem“ und „geordnetes Zahlenpaar“
- Festigung der Verfahrenskenntnisse an einfachen Beispielen

2. Stunde
- Übung im Darstellen von Zahlenpaaren
- Übung im Bestimmen von Zahlenpaaren bei vorgegebenen Punkten

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl
- Fertige ein Streckendiagramm mit Hilfe zweier senkrecht zueinander stehender Strahlen an!

Zensur	1	2	3	4	5
Anzahl der Schüler	6	11	8	3	1

Hinweis: Nicht einsetzbar bei Vertauschung von LE 23 und LE 24, da als Hausaufgabe bearbeitet.

– Stelle die folgenden Zahlen jeweils an einem Zahlenstrahl dar!

a) 38, 41, 45 **b)** 3 100, 3 300, 3 700 **c)** 70000 mit Vorgänger und Nachfolger

– Wie heißen die Zahlen, die zu den mit Kreisen gekennzeichneten Punkten gehören? (Bild 1.7)

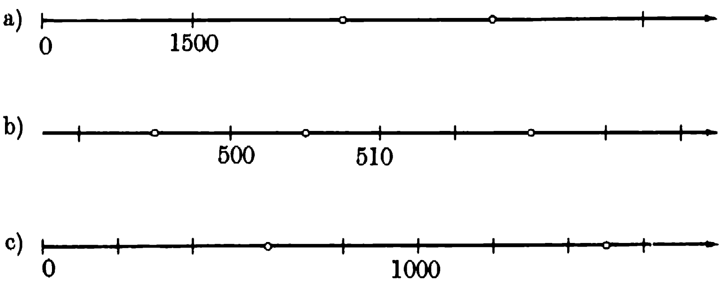


Bild 1.7

Motivieren der Darstellung von Zahlenpaaren im Koordinatensystem mit Beispielen aus der Umwelt der Schüler

1. Möglichkeit: Von Lerneinheit 23 ausgehend, am Beispiel Zensurenspiegel (siehe Sicherung des Ausgangsniveaus!) bewußtmachen, daß zu jeder Strecke ein geordnetes Paar (Zensur, Anzahl der Schüler) z. B. (1; 7), (2; 10) usw. gehört. Die Strecke ist durch den Endpunkt festgelegt (Strecke wegwischen), durch ein solches geordnetes Zahlenpaar wird also ein Punkt bestimmt. Wie man durch geordnete Zahlenpaare Punkte bestimmt, aber auch wie man zu bestimmten Punkten das geordnete Zahlenpaar findet, das werden wir heute lernen.

2. Möglichkeit: An praktischen Beispielen nachweisen, daß durch 2 Zahlen (Buchstaben) eine bestimmte Stelle (Punkt) bestimmt werden kann.

– Auf der Landkarte sehen wir Linien, die am Rand durch Zahlen bezeichnet sind. Es sind nur einige solcher Linien eingezeichnet, trotzdem können wir sehen, daß zum Beispiel ein Ort durch 2 sich kreuzende Linien bestimmt wird. Gebe ich das Zahlenpaar an, das zu den beiden Linien gehört, kann ich den Ort bestimmen.
– Beim Damespiel wird der Platz, an dem ein Stein steht, durch ein Paar aus Buchstaben und Zahl angegeben (↗ LB-Bild 20).
– In der Geschichte „Wie die Schildbürger ihre Glocke versenkten" fanden die Schildbürger ihre Glocke nicht wieder. Wie hätten sie vorgehen müssen?

In Abhängigkeit vom gewählten Motivationsbeispiel wird das *Ziel* formuliert: Diese Methode, einen Ort (Punkt) durch ein Paar (Zahlenpaar) genau zu bestimmen, soll untersucht und für das Lösen mathematischer Aufgaben genutzt werden.

Erarbeitung der Begriffe „Koordinatensystem" und „geordnetes Zahlenpaar"

– Anhand der Übungsaufgaben zur Sicherung des Ausgangsniveaus finden die Schüler leicht, daß zur Veranschaulichung *einer* Zahl *ein* Zahlenstrahl, zur Veranschaulichung eines *Zahlenpaares* jedoch *zwei* Zahlenstrahlen benötigt werden und daß die Punkte in der Fläche liegen, die durch die Zahlenstrahlen begrenzt wird.
– Da die Schüler schon durch LE 23 mit dem Verfahren im gewissen Sinne vertraut sind,

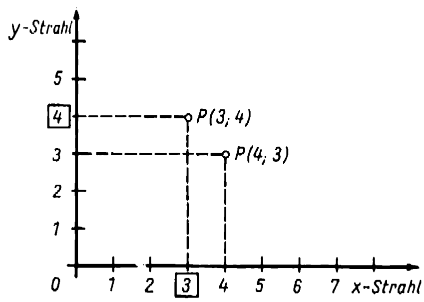
kann sich jeder Schüler das neue Wissen aus dem Lehrbuch (LB 70) selbständig aneignen.

- Durch Anwenden werden die neuen Begriffe gefestigt, z. B.: Zeichne ein Koordinatensystem, bezeichne die Strahlen! (Orthographische Sicherung nicht vergessen!)
- Zahlenpaare vorgeben, Punkte einzeichnen lassen sowie Punkte vorgeben und Zahlenpaare nennen lassen. Dabei sollte jedesmal entsprechend LB 70 kommentiert werden. (Unterrichtsmittel nutzen: Raster auf Wandtafel projizieren, Schiefertuchtafel mit Raster, Magnetsteine)
- Auftrag A 66 lösen und dabei zeigen, was geschieht, wenn die Reihenfolge der Zahlen eines Paares vertauscht wird. Punkte vergleichen (3; 6) und (6; 3) usw. Einführen von „geordnetes Paar“, vergleichen mit der Ordnung natürlicher Zahlen: Hier liegt eine andere Ordnung vor, immer zuerst die Zahl auf dem x-Strahl, also auch 4 vor 3 möglich.

Vorschlag für ein *Tafelbild*:

Darstellen von geordneten Zahlenpaaren

Zwei Zahlenstrahlen, die von einem Punkt ausgehen und senkrecht zueinander stehen, bilden ein Koordinatensystem.



Zu jedem geordneten Zahlenpaar gehört genau ein Punkt des Koordinatensystems.

Festigung der Verfahrenskenntnisse an einfachen Beispielen Zur Festigung der Verfahrenskenntnisse sollte das Vorgehen an mehreren Beispielen durch die Schüler beschrieben werden. Dabei sollten noch keine Zahlenpaare mit 0 vorkommen.

Übung im Darstellen von Zahlenpaaren

- Darstellen geordneter Zahlenpaare, Aufg. 2 (LB 71). Auf Paare (0; *b*) und (*a*; 0) ist nochmals besonders einzugehen: Die Punkte auf den Strahlen wollen wir auch als Punkte des Koordinatensystems betrachten, dann muß ihnen auch ein geordnetes Paar zugeordnet werden, und wir müßten wie im Bild 1.8 schreiben. Meist wird aber die einfache Schreibweise bevorzugt.
- Darstellen geordneter Paare, die erst nach einer Vorschrift gebildet werden müssen, Aufg. 4 (LB 72).
- Anwenden der Kenntnisse auf einen Sachverhalt, Aufg. 5 (LB 72).

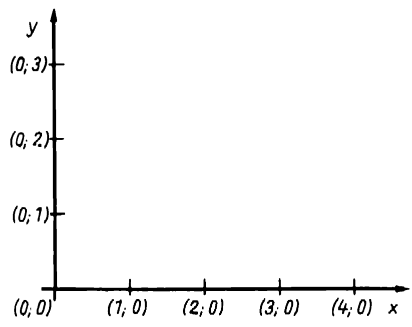


Bild 1.8

Übung im Bestimmen von Zahlenpaaren bei vorgegebenen Punkten

Die Schüler lösen Auftrag A 68.
Hausaufgabe: Aufg. 3 (LB 72)

Kontrollaufgaben

1. Beschreibe, wie du ein Koordinatensystem herstellst!
2. Warum bezeichnet man (2; 3) als geordnetes Zahlenpaar?
3. Aufg. 2 (LB 71)
4. Auftrag A 68 (LB 71)

Maßstäbe (3 Std.)

LE 25 (LB 72 bis 76)

Ständig macht der Schüler in seiner Umwelt Erfahrungen, mit denen er den Unterricht bereichert, ja auf deren Grundlage der Unterricht eigentlich erst erfolgen kann. So sind sicher manche Schüler schon auf den Begriff „Maßstab" gestoßen, ohne ihn natürlich inhaltlich voll erfassen zu können. Anforderungen, die im Heimatkundeunterricht, im Werkunterricht und ab Klasse 5 besonders im Geographieunterricht, aber auch im Mathematikunterricht selbst an die Schüler gestellt werden müssen, machen es notwendig, den wichtigen Begriff nunmehr zu klären und Fähigkeiten im Umrechnen von Strecken nach vorgegebenem Maßstab zu entwickeln. Dabei zwingt das relativ begrenzte Wissen der Schüler zur Vereinfachung und zu Einschränkungen. Es ist nicht möglich, den Maßstab als Verhältnis natürlicher Zahlen einzuführen, weil dann der Bereich der natürlichen Zahlen zum Bereich der gebrochenen Zahlen erweitert werden müßte. Der Maßstab kann lediglich als Gegenüberstellung von Bild- und Originalstrecke gedeutet werden, wobei angegeben wird, wievielmal so groß die Originalstrecke im Vergleich zur Bildstrecke ist.

Ziele

Die Schüler

- wissen, daß mit dem Maßstab angegeben wird, wievielmal so groß die Originalstrecke im Vergleich zur Bildstrecke ist,
- wissen, daß sie die erste Zahl als Zahlenwert der Länge der Bildstrecke und die zweite Zahl als Zahlenwert der Länge der Originalstrecke ansehen können,
- können aus der Länge des Bildes und dem Maßstab die Länge der Originalstrecke berechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung des Berechnens von Streckenlängen nach vorgegebenem Maßstab
- Erarbeiten des Begriffs „Maßstab"

2. Stunde

- Vertiefen des Begriffs „Maßstab"
- Üben im Berechnen von Originallängen aus vorgegebenen Bildlängen

3. Stunde

- Zusammenfassende Übungen und Wiederholung zum Stoffgebiet „1. Natürliche Zahlen“

Methodische Hinweise

Motivierung des Berechnens von Streckenlängen nach vorgegebenem Maßstab Zur Sicherung des Ausgangsniveaus werden folgende Aufgaben empfohlen:

- Multiplizieren und Dividieren mit bzw. durch 10, 100, 1000, 10000, 100000, z. B. $7 \cdot 100$; $80 \cdot 10$; $900 \cdot 1000$; bzw. $300 : 100$; $13000 : 10$; $200000 : 1000$
- Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten, z. B.
  $3\text{ km} = 3 \cdot 1\,000\text{ m} = 3\,000 \cdot 100\text{ cm} = 300\,000\text{ cm}$
  $2{,}7\text{ km} = 2{,}700\text{ km} = 2 \cdot 1\,000\text{ m} + 700\text{ m} = 2\,000\text{ m} + 700\text{ m} = 2\,700\text{ m}$
  $= 2\,700 \cdot 100\text{ cm} = 270\,000\text{ cm}$
  $70\,000\text{ cm} = (70\,000 : 100)\text{ m} = 700\text{ m} = 0{,}700\text{ km} = 0{,}7\text{ km}$

Zur Einführung werden einige Möglichkeiten genannt:

- Die Klasse will eine Wanderung durchführen. Zur Vorbereitung sollen einige Pioniere die Länge des Wanderweges auf einer Wanderkarte ermitteln. Wie gehen sie vor, was müssen sie rechnen? (Wanderkarte wirklich mitbringen, Schüler versuchen lassen.)
- Zur Vorbereitung der Frühjahrsbestellung soll ein Plan vom Schulgarten gezeichnet werden. Schüler vermessen Beete und Wege. Wie geht man beim Zeichnen vor?
- Betrachten des LB-Bildes (LB 72), besser Vorzeigen von verkleinerten und vergrößerten Modellen (Modelleisenbahn, Modelle aus Biologiekabinett usw.)
  Fragen: „Wie erreicht man, daß die Modelle wirklichkeitsgetreu, also den wirklichen Gegenständen ähnlich sind?“

Die genannten Problemstellungen wirken motivierend auf die Schüler und führen zur Zielstellung für die Unterrichtseinheit.

Erarbeitung des Begriffs „Maßstab“ Für die Einführung des Begriffs „Maßstab“ wird eine problemhafte Unterrichtsgestaltung vorgeschlagen, um den Schülern den Begriffsinhalt leichter erschließen zu können. Der Lehrer könnte an der Tafel den Grundriß des Klassenzimmers vorgeben, wobei er den Lehrertisch zu klein darstellt. Die Frage: Was ist an der Darstellung falsch, und wodurch entstand der Fehler?“ könnte die Erarbeitung einleiten.
Die Schüler messen Länge und Breite des Zimmers, der Bänke (Schülertische) und des Pultes (Lehrertisch) im Original und in der Darstellung. Die Ergebnisse werden an der Tafel festgehalten. Die Schüler wissen, daß die Umrechnungszahl von Meter zu Dezimeter 10 ist und erkennen leicht, daß jede Originalstrecke 10mal so groß ist wie ihr Bild bzw. jede Bildstrecke der 10. Teil ihrer Originalstrecke.

	Bild	**Original**
Zimmer	12 dm 9 dm	120 dm = 12 m 90 dm = 9 m
Tische	1,5 dm 0,7 dm	15 dm = 1,5 m 7 dm = 0,7 m

Maßstab:

1 dm entspricht 10 dm 1:10

Hinweis: Bei der Umrechnung von Meter in Dezimeter ist es günstig, die Gleichung von rechts nach links schreiben zu lassen! Der Lehrer teilt mit: Maßstab 1 zu 10 bedeutet, daß jede Originalstrecke 10mal so groß ist wie die zugehörige Bildstrecke.

Lehrertisch:

2,5 cm	250 cm = 2,5 m	1 cm entspricht 100 cm
1,0 cm	100 cm = 1,0 m	1 : 100

Die Erarbeitung schließt mit der Lösung des Problems.
Der Lehrertisch war nicht im Maßstab 1 : 10 abgebildet, deshalb war die Darstellung falsch. Für jede Abbildung muß ein einheitlicher Maßstab gewählt werden.
Nachdem die Schüler das Tafelbild übernommen haben, lösen sie selbständig den Auftrag A 72. Zur Orientierung sollte vorher das Beispiel A 43 durchgesprochen werden.

Hausaufgabe: Berechne die wirkliche Länge und Breite der Turnhalle, des Schulgartens und des Gerätehauses! (LB-Bild 30, LB 74)

Vertiefen des Begriffs „Maßstab“ Die Kontrolle der Hausaufgabe kann mit einer Wiederholung des Begriffs „Maßstab“ gut verbunden werden. Mögliche Aufforderungen: Erkläre, wie du gerechnet hast! Begründe dein Vorgehen!
Es muß deutlich werden: Die Originalstrecken wurden verkleinert. Der Maßstab ist das Maß der Verkleinerung. Jede Originalstrecke ist durch 1 000 geteilt worden. Deshalb muß man die Bildstrecken wieder mit 1 000 multiplizieren, um die wahren Längen zu ermitteln. Dem folgenden vertiefenden Unterrichtsgespräch sollte man die Ausführungen des Lehrbuchs (↗ LB 73 f.; Beispiel A 40, Tabelle, Auftrag A 70) zugrunde legen. Zur weiteren Festigung könnten dann Beispiel A 41 durchgesprochen und Auftrag A 71 von den Schülern selbständig gelöst werden.

Üben im Berechnen von Originallängen aus vorgegebenen Bildlängen Für die selbständige Schülertätigkeit eignen sich gut: Aufg. 1 und 2 (LB 75) und Aufg. 6 und 7 (LB 76). Da der Lehrplan keine Berechnung von Bildstrecken aus vorgegebenen Originalstrecken vorsieht, sollten die Aufg. 4*, 5* und 8 (LB 76) zur Differenzierung genutzt werden.

Zusammenfassende Übungen und Wiederholung ... Im Hinblick auf die Klassenarbeit zum Stoffgebiet „1. Natürliche Zahlen“ erfolgen Übungen und Wiederholung zu den Schwerpunkten des Lehrplans. Die Übungsaufgaben sollten so ausgewählt werden, daß die Schüler Wissen und Können komplex anwenden müssen.

Vorschläge:

(1)	$(420\,000 + 340\,000) \cdot 4$	mit Überschlag	(2)	$728 + x < 735$	Darstellen
	$(75\,000 - 16\,000) \cdot 3$			$3 \cdot x > 100$	der Lösungen am
	$34\,064 \quad (13 - 5)$			$48 \cdot x = 16$	Zahlenstrahl

(3) Die Größenangaben sind in die nächstgrößere Einheit umzurechnen und auf diese zu runden, der Rundungsfehler ist anzugeben.
3 085 g, 43 cm, 928 mm, 259 Pfennige, 719 dt, 999 m

(4) Sachaufgaben: z. B. Aufg. 1 (LB 76), Aufg. 8 (LB 77)

(5) Aufgaben in Tabellenform mit Variablen: z. B. Aufg. 3 oder 5 (LB 77)

(6) Anfertigen eines Streckendiagramms: z. B. Aufg. 13 (LB 78)

(7) Kennzeichnen von Punkten in einer Ebene: z. B. Aufg. 4 (LB 72)

Kontrollaufgaben

1. Welche Aussage kannst du über Bild- und Originalstrecke machen, wenn der Maßstab 1:100 angegeben wurde? *(Jede Originalstrecke ist hundertmal so lang wie ihre Bildstrecke)*
2. Ermittle die Längen der Bild- und Originalstrecken aus dem LB-Bild 28 (↗ Auftrag A 69)!

Stoffgebiet 2

Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen (85 Std.)

Vorbemerkungen

Aus Klasse 3 sind die vier Grundrechenoperationen, die zugehörigen Grundbegriffe und Eigenschaften und die schriftlichen Rechenverfahren (in einfachen Fällen) bekannt.
Das *Hauptanliegen* dieses Stoffgebietes besteht darin, auf dieser Grundlage und auf der Basis der erweiterten Kenntnisse über natürliche Zahlen (Stoffgebiet 1) *die schriftlichen Rechenverfahren* auf beliebige natürliche Zahlen auszudehnen und die Schüler zur Sicherheit im schriftlichen Rechnen mit natürlichen Zahlen zu führen.
„– Addieren von zwei und mehr als zwei Summanden;
– Subtrahieren eines Subtrahenden;
– Multiplizieren zweier Faktoren;
– Dividieren durch ein- und zweistellige Divisoren (ohne und mit Rest)" (LP 7)
Bei der Wiederholung der Grundbegriffe und Eigenschaften der Rechenoperationen, die eng mit Rechenübungen verbunden werden sollte, werden die Bezeichnungen *Kommutativgesetz*, *Assoziativgesetz* und *Distributivgesetz* eingeführt, die vom Inhalt her bereits aus den vorangehenden Klassenstufen bekannt sind. Die Gesetze werden zur *Begründung* der schriftlichen Rechenverfahren verwendet. In die Übungsaufgaben zur Subtraktion und Division sind immer wieder nicht lösbare Aufgaben einzubauen, um den Blick auf künftige Zahlenbereichserweiterungen offenzuhalten. Bei der Behandlung der Division mit Rest darf nicht der Eindruck erweckt werden, daß damit jede Divisionsaufgabe lösbar ist. Vielmehr zeigt der bei Anwenden des Divisionsalgorithmus verbleibende Rest, daß die Division nicht ausführbar ist (auch nicht zum Teil!). Die Division mit Rest ist keine Grundrechenoperation. Sie tritt im Divisionsalgorithmus im allgemeinen als Teilhandlung auch bei lösbaren Divisionsaufgaben auf.
Für alle vier Grundrechenoperationen sollen die Schüler zunächst ein schriftliches Verfahren sicher beherrschen:

- Addition mehrerer Summanden: „von rechts" beginnend (mit den Vielfachen der kleinsten Zehnerpotenz) und „von unten nach oben"
- Subtraktion mehrerer Subtrahenden: in Teilschritten (Addieren der Subtrahenden und Subtraktion der Summe vom Minuenden)
- Multiplikation: mit dem Vielfachen der größten Zehnerpotenz beginnen, rechts untersetzen
- Division: mit ausführlichem Rechenweg.

Erst, wenn darin Sicherheit besteht, können die Schüler (nicht notwendigerweise alle!) zu anderen, einfacheren oder verkürzten Verfahren übergehen:

- Addition: Vertauschen der Reihenfolge der Summanden zum Nutzen von Rechenvorteilen
- Subtraktion mehrerer Subtrahenden: Rechnen in einem Schritt (positionsweises Addieren der Subtrahenden und Ermitteln derjenigen Zahl, die bei Addition den Minuenden ergibt)
- Multiplikation: Vertauschen der Reihenfolge der Teilmultiplikationen, anderes Untereinandersetzen, Nutzen von Rechenvorteilen beim Auftreten der Ziffern 1 und 0
- Division: Verkürzung des Rechenweges.

Das Ausführen jeglicher schriftlicher Rechenverfahren erfordert *das sichere Beherrschen der Grundaufgaben im Gedächtnis.* Daher besteht die Verwirklichung des Hauptanliegens dieses Stoffgebietes (Sicherheit in den schriftlichen Verfahren) zugleich in kontinuierlicher Festigung der Fertigkeiten im mündlichen Rechnen, vor allem in täglich durchzuführenden Übungen und Wiederholungen. Dabei sind nicht nur Grundaufgaben mündlich zu lösen. Das Hauptanliegen ist auch dadurch zu unterstützen, daß die Schüler vor *vielfältige Aufgabenstellungen* geführt werden, die sie immer aufs neue zum Durchdenken anregen und formales Einprägen verhindern.
Der Schwerpunkt des Stoffgebietes liegt im Behandeln der Division. Das schriftliche Verfahren erfordert im Komplex das Subtrahieren (als additives Verfahren ausgeführt), das Multiplizieren, das Dividieren und das Überschlagen von Quotienten.
Das Beherrschen der Grundrechenoperationen ist eine elementare und fundamentale Voraussetzung für die weitere Ausbildung in Schule und Beruf. Das Arbeiten nach strengen algorithmischen Vorschriften entwickelt die geistige Disziplin. Die Vielfalt in den Aufgabenstellungen und das Vermeiden stereotyper Aufgabenkolonnen fördern die geistige Beweglichkeit, Aufmerksamkeit und Konzentrationsfähigkeit. Das Einhalten bestimmter Anordnungen in den Rechenschemata zwingt zur Sauberkeit und Ordnung in den Niederschriften. Interessante Aufgaben, Fragestellungen und Sachaufgaben fördern das Problemerkennen und das Finden von Ideen. Das Begründen, Formulieren und Kommentieren des Vorgehens dienen der sprachlich-logischen Schulung. Die konsequente Forderung von Kontrollen (Überschläge, Anwenden der Umkehroperation, Nachrechnen) erzieht die Schüler zu einer selbstkritischen Haltung ihren eigenen Arbeitsergebnissen gegenüber. Mit ausgewählten Sachaufgaben, z. B. in komplexen Übungen, können die Schüler mit aktuellen Entwicklungen unseres gesellschaftlichen Lebens vertraut gemacht werden. Der Lehrer muß aus dem Tagesgeschehen heraus selbst solche Aufgaben bilden, da die Lehrbuchaufgaben nicht am aktuellen Stand orientiert sein können.

Kontrollaufgaben

Mündlich zu lösende Aufgaben

1. **a)** $13\,000 + 280$ | **b)** $14\,000 - 3\,000$ | **c)** $7 \cdot 40\,000$
$300 + 8\,200$ | $6\,000\,000 - 2\,000\,000$ | $200 \cdot 300$
$500\,000 + 250\,000$ | $7\,070 - 7\,080$ | $1 \cdot 3\,489$
$224 + 191 + 376$ | $3\,740 - 0$ | $14\,870 \cdot 0$

2. **a)** $48 : 4$ **b)** $39 : 3$ **c)** $250 : 5$ **d)** $320 : 8$
e) $518 : 518$ **f)** $7\,612 : 1$ **g)** $3\,927 : 0$ **h)** $0 : 3\,927$

3. **a)** $120 : 30$ **b)** $360 : 60$ **c)** $24 : 1 + 12 \cdot 0$ **d)** $0 : 36 + 25 : 5$

4. Beantworte mit „ja“ oder „nein“!

n	$2 \mid n$	$5 \mid n$	$10 \mid n$	$100 \mid n$
6 240				
348				
5 705				
14 200				

Schriftlich zu lösende Aufgaben

5. **a)** 34 070 + 5 866 + 256 + 73 193 *(113 385)*
b) 682 573 — 1 475 — 30 480 + 5 799 *(656 417)*
c) 6 000 · 385 *(2 310 000)*
d) 46 · 3 812 *(175 352)*
e) 8 409 · 748 *(6 289 932)*
f) 4 571 : 7 *(653)*
g) 8 125 : 25 *(325)*
h) 7 659 : 37 *(207)*
i) 1 733 : 36 *(48 Rest 5)*

6. **a)** $13 \cdot x = 299$ **b)** $b : 41 = 34$ **c)** $218 \cdot c = 0$

7. Wenn man eine Zahl m mit 15 multipliziert und zu diesem Produkt 100 addiert, erhält man 325.
Berechne die Zahl m! *($m = 15$)*

8. Eine Pionierfreundschaft setzte sich zum Ziel, an zwei Tagen für etwa 250,— M Altstoffe zu sammeln. Bereits am ersten Tage wurden folgende Sammelergebnisse erreicht:
Pioniere der 1. Klassen: 13,15 M
Pioniere der 2. Klassen: 20,50 M
Pioniere der 3. Klassen: 27,85 M
Pioniere der 4. Klassen: 22,65 M
Pioniere der 5. Klassen: 26,20 M
Pioniere der 6. Klassen: 12,90 M
Pioniere der 7. Klassen: 19,95 M
Welches Sammelergebnis muß noch am 2. Tag erbracht werden?
(Am 2. Tag müssen noch Altstoffe für 106,80 M gesammelt werden.)

9. In einem Kinderferienlager sind in einer Belegung 60 Pioniere untergebracht. Es sollen Gruppen von 10 bis 15 Pionieren gebildet werden. Wie können die Gruppen gebildet werden, wenn in jeder Gruppe gleich viel Pioniere sein sollen?
(4 Gruppen zu 15 Pionieren, 5 zu 12 oder 6 zu 10)

10. Herr Lorenz fährt einen „Trabant". Für 200 km benötigt er etwa 25,— M für den Kraftstoff. Auf einer längeren Urlaubsreise durch die DDR will er etwa 1 400 km zurücklegen.
Welche Kosten muß er für den Kraftstoff planen? *(175,— M)*

11. Die Übersicht zeigt die Anzahl der Besucher eines Kinos an den einzelnen Tagen einer Woche:

Tag	Anzahl der Besucher
Montag	135
Dienstag	277
Mittwoch	289
Donnerstag	185
Freitag	284
Sonnabend	301
Sonntag	258

Wieviel Personen besuchten im Durchschnitt das Kino an einem Tag?
(247 Personen)

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 2.1. Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen			15 Std.
Addition und Subtraktion (LE 1)	1	- Grundbegriffe und Grundaufgaben der Addition und Subtraktion	- Addition und Subtraktion als Operationen, mit denen je zwei natürlichen Zahlen genau eine dritte zugeordnet wird - Addition und Subtraktion als zueinander entgegengesetzte Operationen
Eigenschaften von Addition und Subtraktion (LE 2)	2	- Grundeigenschaften von Addition und Subtraktion	- Ausführbarkeit von Addition und Subtraktion - Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition und deren Anwendung
Textaufgaben und Gleichungen (LE 3)	3	- Grundaufgaben aller vier Grundrechenoperationen - mathematische Beschreibung solcher Worte wie „vermehren", „vermindern" „vervielfachen", „teilen", „vergrößern" usw.	- Analyse von Texten, in denen arithmetische Beziehungen beschrieben sind, mit Hilfe von Gleichungen - inhaltliches Lösen von Gleichungen
Schriftliches Addieren (LE 4)	2	- Grundaufgaben der Addition (auch Kettenaufgaben) - Einordnen von Zahlen in eine Stellenworttafel - Umrechnen von Einheiten für Größen	- Schriftliches Addieren mehrerer Summanden - Kontrollmöglichkeiten - Sachaufgaben
Schriftliches Subtrahieren (LE 5)	2	- Grundaufgaben der Addition und Subtraktion - schriftliches Addieren von zwei Summanden	- Schriftliches Subtrahieren von einem Subtrahenden ohne und mit Übertrag - Begründung des Verfahrens - Kontrollmöglichkeiten
Aufgaben mit mehreren Summanden oder Subtrahenden (LE 6)	4	- Grundaufgaben der Addition und Subtraktion, darunter Kettenaufgaben - schriftliches Addieren mehrerer Summanden - schriftliches Subtrahieren (ein Subtrahend)	- Anwenden der schriftlichen Verfahren der Addition und Subtraktion in Aufgaben mit mehreren Operanden - Information über die schriftliche Subtraktion mehrerer Subtrahenden in einem Schritt - Kontrollmöglichkeiten - Sachaufgaben
Zusammenfassung	1	Grundbegriffe, Rechengesetze und schriftliche Verfahren der Addition und Subtraktion	

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 2.2. Multiplikation natürlicher Zahlen			25 Std.
Multiplikation (LE 7)	1	– Grundaufgaben und Grundbegriffe der Multiplikation	– Multiplikation als Operation, mit der je zwei natürlichen Zahlen genau eine natürliche Zahl zugeordnet wird, aber einem Produkt i. allg. mehrere Faktorenpaare zugeordnet werden können
Eigenschaften der Multiplikation (LE 8)	2	– Grundaufgaben der Multiplikation – Kommutativität und Assoziativität der Multiplikation	– Begriffe „Kommutativgesetz", „Assoziativgesetz" der Multiplikation – Anwenden dieser Gesetze für vorteilhaftes Rechnen
Tabellen bei Sachaufgaben (LE 9)	1	– Grundaufgaben der Grundrechenoperationen	– Verwenden von Tabellen zum Erfassen des Sachverhalts und zum Planen des Lösungsweges bei Sachaufgaben
Distributivgesetz (LE 10)	2	– Grundaufgaben der Addition und Multiplikation – Distributivität	– Begriff „Distributivgesetz" – Gesetz für Multiplikation und Subtraktion
Schriftliches Multiplizieren (LE 11)	2	– Grundaufgaben der Grundrechenoperationen – Distributivgesetz – schriftliches Multiplizieren mit einem einstelligen Faktor	– Zusammenhang zwischen schriftlichem Multiplikationsverfahren und Distributivgesetz – Weiterführung des schriftlichen Multiplizierens mit Größen
Planen bei Sachaufgaben (LE 12)	2	– Methoden und Hinweise zur Lösung von Sachaufgaben, insbesondere das Verwenden von Tabellen	– Planen des Lösungsweges einer Sachaufgabe unter Verwendung eines Schemas oder einer Skizze
Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (LE 13)	2	– Grundaufgaben der Multiplikation – Multiplizieren mit 10 und 100	– Multiplizieren mit Zehnerpotenzen und Vielfachen von Zehnerpotenzen, dabei Anwendung des Assoziativgesetzes der Multiplikation
Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen (LE 14)	4	– Grundaufgaben der Multiplikation – Distributivgesetz – schriftliches Multiplizieren mit einem einstelligen Faktor	– Schriftliches Multiplizieren mit zweistelligen Faktoren – Begründen des Verfahrens mit Hilfe des Distributivgesetzes – Lösen von formalen Aufgaben und Sachaufgaben

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Schließen beim Lösen von Sachaufgaben (LE 15)	2	– Grundaufgaben der Multiplikation und Division	– Lösen von Sachaufgaben, die ein Schließen von einer Zahl oder Größe auf ein Vielfaches dieser Zahl oder Größe bzw. auf einen Teil dieser Zahl oder Größe erfordern – Textanalysen
Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen (LE 16)	3	– Schriftliches Multiplizieren mit einem zweistelligen Faktor	– Erweitern des schriftlichen Multiplikationsverfahrens auf mehr als zweistellige Faktoren – Lösen formaler und sachbezogener Aufgaben – Erkennen und Nutzen von Rechenvorteilen
Zusammenfassung	2	Begriffe „Produkt“, „Faktor“, Eigenschaften der Multiplikation, wesentliche Schritte beim mündlichen und schriftlichen Multiplizieren; Anwendung dieser Schritte beim Lösen von formalen Aufgaben und Sachaufgaben	
Leistungskontrolle und Auswertung	2	Formale Aufgaben und Sachaufgaben zur schriftlichen Addition, Subtraktion und Multiplikation	
Stoffabschnitt 2.3. Division natürlicher Zahlen			45 Std.
Division (LE 17)	4	– Grundaufgaben der Multiplikation und Division – Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation – Begriffe „Dividend“, „Divisor“, „Quotient“	– Division als Umkehroperation der Multiplikation – Ausführbarkeitsbedingungen der Division – Eigenschaften der Division – Rechnen mit 0 und 1 – Zerlegen des Dividenden in eine Summe oder Differenz, Division von Summen und Differenzen
Teilbarkeit natürlicher Zahlen (LE 18)	3	– Grundaufgaben der Division – Zerlegen des Dividenden in eine Summe – Sprechweise „ist teilbar“	– Begriffe „Teiler“ und „Vielfaches“, „kein Teiler“ und „kein Vielfaches“ – Schreibweise „$a\|b$“ – Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100
Division mit Rest (LE 19)	2	– Grundaufgaben der Division – Vielfache einstelliger natürlicher Zahlen – Zerlegen natürlicher Zahlen in Summen, wobei ein Summand das größtmögliche Vielfache einer vorgegebenen natürlichen Zahl ist	– Gegenüberstellung: Division – Division mit Rest – verschiedene Schreibweisen für die Division mit Rest – Übungen zur Division mit Rest

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Schriftliches Dividieren; Divisor einstellig (LE 20)	4	– Grundaufgaben der Multiplikation und Division – Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Minuenden und Subtrahenden – „Vielfache" und „Teiler"	– Schriftliches Dividieren durch einstellige Divisoren (Hervorheben der ausführlichen schriftlichen Form) – Überschlag und Kontrolle bei Divisionsaufgaben – Lösen von Sachaufgaben
Divisionsaufgaben mit Größen (LE 21)	3	– Umrechnen von Längen – Massen – und Geldangaben in kleinere bzw. größere Einheiten – Teile von Größenangaben	– Dividieren von Größen durch natürliche Zahlen und durch Größen – Üben von formalen und Sachaufgaben beim Rechnen mit Größen
Berechnen des Durchschnitts (LE 22)	2	– Addieren (Kopfrechnen und schriftliches Rechnen) – Dividieren durch einstelligen Divisor	– Begriffe „Durchschnitt" und „durchschnittlich" – Berechnen des Durchschnitts – Lösen von Sachaufgaben
Leistungskontrolle und Auswertung	2		
Dividieren mit Näherungswerten (LE 23)	3	– Runden zweistelliger Zahlen – Multiplizieren mit Vielfachen von 10	– Ermitteln von Überschlägen zu vorgegebenen Divisionsaufgaben mit beliebigem zweistelligem Divisor – Zerlegen von Zahlen in zwei Summanden, wobei ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer zweistelligen Zahl ist
Schriftliches Dividieren; Divisor ist Vielfaches von 10 (LE 24)	2	– Grundaufgaben der Division – Dividieren durch einstelligen Divisor – Multiplizieren Vielfacher von 10 mit einstelligen Faktoren	– Mündliches Dividieren durch Vielfache von 10 – Schriftliches Dividieren durch Vielfache von 10, dabei auch „Streichen von Nullen" – Schrittfolge für das schriftliche Verfahren des Dividierens durch Vielfache von 10
Schriftliches Dividieren; Divisor ist eine zweistellige Zahl (LE 25)	5	– Multiplizieren und Dividieren mit Vielfachen von 10 – Dividieren durch einstellige Zahlen und Vielfache von 10 – Überschlagen von Quotienten – Grundaufgaben der Multiplikation und Division	– Schrittfolge für das schriftliche Verfahren durch beliebige zweistellige Divisoren mit Überschlag und Kontrollrechnung – Hilfen für das Ermitteln von Zwischenüberschlägen – Aufdecken und Korrigieren von Fehlern beim schriftlichen Dividieren

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Divisionsaufgaben mit Größen; Divisor ist eine zweistellige Zahl (LE 25)	1	– Umwandeln von Größenangaben (Längen- und Masseangaben, Einheiten der Zeit	– Schriftliches Dividieren bei Aufgaben mit Größen (Divisor ist zweistellig)
Sach- und Anwendungsaufgaben; Divisor ist eine zweistellige Zahl (LE 25)	3	– Grundaufgaben der Multiplikation und Division – Fachbegriffe der Multiplikation und Division („Faktor", „Dividend", „Divisor", „Produkt", „Quotient")	– Schriftliches Dividieren in Sach- und Anwendungsaufgaben – Sach- und Anwendungsaufgaben, bei deren Lösung Divisionen nacheinander auszuführen sind – Sach- und Anwendungsaufgaben, bei deren Lösung verschiedene Rechenoperationen nacheinander auszuführen sind
Lösen von Gleichungen (LE 25)	1	– Division als Umkehrung der Multiplikation – Schriftliches Dividieren, Divisor ist zweistellige Zahl	– Schriftliches Dividieren beim Lösen von Gleichungen
Aufgaben zur Teilbarkeit – Arbeiten mit Tabellen (LE 25)	2	– Schriftliches Dividieren: Divisor ist einstellige Zahl – Divisionsaufgaben in Tabellenform und einstelligem Divisor – Teilbarkeit natürlicher Zahlen	– Multiplikations- und Divisionsaufgaben in Tabellenform
Leistungskontrolle und Auswertung	2		
Schriftliches Dividieren; Divisor ist drei- oder vierstellig (LE 26)	2	– Schriftliches und mündliches Dividieren: Divisor ist zweistellige Zahl – Überschläge bei Divisionsaufgaben	– Schriftliches Dividieren durch dreistellige und vierstellige Zahlen
Aufgaben zur Übung und Wiederholung	4	Lösen von Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben; Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben; Darstellen von Größen in Diagrammen; Suchen von Fehlern in vorgegebenen Aufgaben; Aufgaben aus Zeitungsmeldungen; Knobelaufgaben	

Stoffabschnitt 2.1. (15 Std.)

Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

Aus Klasse 3 ist den Schülern das schriftliche Addieren (auch von mehr als zwei Summanden) und das schriftliche Subtrahieren von einem Subtrahenden bekannt. Das Hauptanliegen dieses Stoffabschnittes besteht im Ausdehnen des schriftlichen Verfahrens der Addition und der Subtraktion auf mehrere und größere Summanden bzw. Subtrahenden, wobei auch Aufgaben mit verschiedenen Rechenoperationen zu lösen sind.
Bei der Wiederholung von Eigenschaften der Addition und Subtraktion werden die Bezeichnungen „Kommutativgesetz" und „Assoziativgesetz" eingeführt. Durch vielfältige Aufgabenstellungen sind die Schüler anzuhalten, jede Aufgabe gründlich zu durchdenken. In den Stoffabschnitt sind Aufgaben eingestreut (LE 3), die für komplexe Übungen zu nutzen sind. Neben Sachaufgaben sind auch Aufgaben aus zurückliegenden Stoffabschnitten zu behandeln. Am Ende der Behandlung dieses Stoffabschnitts sollen die Schüler Additions- und Subtraktionsaufgaben sicher lösen können. Das Aufgabenniveau wird etwa durch die Kontrollaufgaben bestimmt.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Addition und Subtraktion	(LE 1; 1 Std.)
Eigenschaften von Addition und Subtraktion	(LE 2; 2 Std.)
Textaufgaben und Gleichungen	(LE 3; 3 Std.)
Schriftliches Addieren	(LE 4; 2 Std.)
Schriftliches Subtrahieren	(LE 5; 2 Std.)
Aufgaben mit mehreren Summanden oder Subtrahenden	(LE 6; 4 Std.)
Zusammenfassung	(1 Std.)

Addition und Subtraktion (1 Std.)

LE 1 (LB 79 bis 82)

Mit dieser Unterrichtseinheit beginnt der systematische Ausbau der Fähigkeiten der Schüler im Rechnen mit natürlichen Zahlen. Zunächst werden die Grundbegriffe der Addition und Subtraktion *wiederholt* und der Zusammenhang dieser Operationen bewußtgemacht. Die Vermittlung und Vertiefung theoretischer Kenntnisse ist stets mit der Weiterentwicklung von Fertigkeiten im Rechnen zu verbinden. Aufgaben zur Addition und Subtraktion sollten in dieser Unterrichtseinheit mündlich gelöst werden.

Ziele

Die Schüler

kennen die Grundbegriffe der Addition und Subtraktion und können sie beim Beschreiben von Additions- und Subtraktionsaufgaben richtig anwenden,

- begreifen Addition und Subtraktion als Operationen, bei denen je zwei natürlichen Zahlen genau eine dritte Zahl zugeordnet wird,
- wissen, daß die Subtraktion die Umkehroperation zur Addition ist und wenden diese Beziehung beim Kontrollieren von Rechenergebnissen an,
- können einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben im Kopf lösen.

Schwerpunkte

- Motivierung der Behandlung der Rechenoperationen
- Wiederholung der Grundbegriffe der Addition und Subtraktion
- Übungen im mündlichen Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung der Behandlung der Rechenoperationen In der DDR gibt es 1983 in Klassenstufe 4 etwa 173700 Schüler. Jeder Schüler erhält ein Mathematiklehrbuch zum Preise von 1,80 M. Etwa ein Drittel aller Schüler erhält das Buch kostenlos. Welcher Betrag wird dabei vom Staat zur Verfügung gestellt?

Wie könnte man diese Aufgabe lösen? (evtl. auf Folie vorgeben; nicht lösen lassen) Solche Aufgaben kann man nur schriftlich lösen. Um die Rechenverfahren sicher anwenden zu können, muß man die Grundbegriffe und ihre Zusammenhänge kennen. Wir wollen zunächst die Grundbegriffe der Addition und Subtraktion wiederholen.

Wiederholung der Grundbegriffe der Addition und Subtraktion Es ist zu empfehlen, die Begriffe und Zusammenhänge anhand zu lösender Aufgaben zu wiederholen:
- *Grundbegriffe:* Man läßt die Schüler Aufgaben lösen und dann in den entstandenen Gleichungen die Glieder und Zeichen benennen. Da kein neuer Stoff zu vermitteln ist, kann man Aufgaben mit großen Zahlen verwenden, wie sie die Schüler im Stoffabschnitt 1.2. kennengelernt haben, z. B.

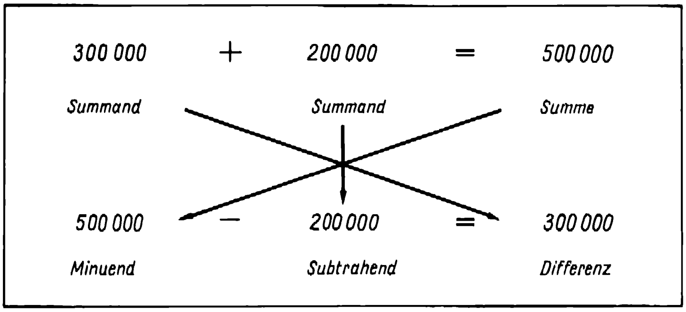
$$\underbrace{\underset{\text{Summand}}{\mathbf{300\,000}} \overset{\text{Additionszeichen (plus)}}{+} \underset{\text{Summand}}{\mathbf{200\,000}}}_{\text{Summe}} \overset{\text{Gleichheitszeichen}}{=} \underset{\text{Summe}}{\mathbf{500\,000}}$$

$$\underbrace{\underset{\text{Minuend}}{\mathbf{40\,000}} \overset{\text{Subtraktionszeichen (minus)}}{-} \underset{\text{Subtrahend}}{\mathbf{30\,000}}}_{\text{Differenz}} \overset{\text{Gleichheitszeichen}}{=} \underset{\text{Differenz}}{\mathbf{10\,000}}$$

(Vgl. auch Beispiele B 1, Merkstoff B 1 und B 3 sowie die Zusammenfassung LB 99.
- *Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion:* Man läßt die Schüler mit den Zahlen

der Gleichung 300000 + 200000 = 500000 eine andere Gleichung schreiben, in der das Subtraktionszeichen vorkommt. Wieviel Möglichkeiten gibt es? Welchem Glied entspricht in dieser neuen Gleichung die ursprüngliche Summe? Welche Bezeichnungen tragen jetzt die übrigen Glieder?

Beispiel:



Ebenso gilt natürlich
500 000 − 300 000 = 200 000

- Operationscharakter von Addition und Subtraktion:
  Betrachten der Illustration (LB 79) und der vereinfachten Darstellung des „Rechenautomaten", evtl. Spiel (zwei Schüler geben einem dritten je eine Zahl auf einem Zettel).
  Bearbeiten der Aufträge B 1 und B 4.
  Besonders hervorzuheben ist Merkstoff B 2. In den folgenden Stunden wird immer wieder davon Gebrauch gemacht, daß die Subtraktion Umkehroperation zur Addition ist. Am Beispiel B 1 kann darauf hingewiesen werden, daß diese Beziehung beim Kontrollieren von Lösungen verwendet werden kann.
  Hinweis: Die „Automaten" sind nicht zum Unterrichtsgegenstand zu machen! Sie sollen nicht abgezeichnet werden, und es ist keine Zeit darauf zu verwenden, Aufgaben in diese Darstellung zu übertragen! Sie dienen als auflockerndes und spielerisches Mittel, um den Operationscharakter von Addition und Subtraktion zu unterstreichen: Je zwei Zahlen wird auf bestimmte Weise genau eine dritte zugeordnet. Was im „Automaten" vor sich geht, muß z. B. der „Automat"-spielende Schüler wissen, d. h., er muß wissen, wie addiert bzw. subtrahiert wird.

Übungen im mündlichen Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben Alle Übungen sind mündlich durchzuführen. Gefundene Lösungen sollten jeweils mit der entgegengesetzten Operation begründet werden. Für den Unterricht eignen sich die Aufträge B 2, B 3 und B 5. Für Hausaufgaben werden die Aufg. 3, 8 oder 9 (LB 82) – in Auswahl – empfohlen (schriftlich).

Kontrollaufgaben

1. Sprich über folgende Gleichungen,
   benenne ihre Glieder und Zeichen und löse sie!
   $4\,500 + a = 6\,800$ *($a = 2\,300$)*
   $z - 240\,000 = 120\,000$ *($z = 360\,000$)*
2. Fasse in den folgenden geordneten Paaren
   a) die Zahlen als Summanden
   b) die erste Zahl als Minuend, die zweite als Subtrahend auf!
   (5 000 000; 3 000 000), (100 000; 10 000)
   Nenne jeweils die zugehörige Summe bzw. Differenz!
   c) Überprüfe die gefundenen Ergebnisse!

Eigenschaften von Addition und Subtraktion (2 Std.)

LE 2 (LB 83 bis 86)

Die Kenntnisse über die Eigenschaften von Addition und Subtraktion werden beim Lösen von Aufgaben vertieft und angewendet. Auf den Vorkenntnissen aus Klasse 3 ist aufzubauen. Für die Aussagen über die Möglichkeiten des Vertauschens und Zusammenfassens von Summanden werden die Bezeichnungen „Kommutativgesetz" und „Assoziativgesetz" eingeführt.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß die Addition stets ausführbar und die Summe eindeutig bestimmt ist,
- wissen, daß die Subtraktion nur dann ausführbar ist, wenn der Minuend nicht kleiner als der Subtrahend ist,
- kennen das Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition,
- können dieses Wissen vor allem beim Lösen von Aufgaben sicher anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übungen im mündlichen Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben Wiederholung der Kenntnisse über die Ausführbarkeit der Addition und Subtraktion
- Vertiefung der Kenntnisse über das Addieren und Subtrahieren der Zahl 0

2. Stunde

Einführung der Bezeichnungen „Kommutativgesetz ..." und „Assoziativgesetz für die Addition"
- Übungen im Addieren unter Anwendung des Kommutativ- und Assoziativgesetzes

Methodische Hinweise

Übungen im mündlichen Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben Empfohlen werden
- Aufgaben, wie sie für tägliche Übungen vorgeschlagen werden.
- Aufgabengruppen wie Nr. 3 (UH 11). Bei diesen Übungen sollte auf ein hohes Arbeitstempo geachtet werden.
- Aufgaben aus der LE 1, die noch nicht gestellt wurden.

Wiederholung der Kenntnisse über die Ausführbarkeit der Addition und Subtraktion Zur Motivierung eignet sich die Aufgabe 270 + 140 + 330.

Jens rechnet $270 + 140 = 410$ Kerstin rechnet $270 + 330 = 600$
$410 + 330 = 740$ $600 + 140 = 740$

Sie sind beide gute Rechner. Kerstin hat es schneller gefunden. Sie kommen beide zum gleichen Ergebnis. Warum?

Zielstellung: Wir wollen Aufgaben möglichst vorteilhaft und schnell lösen, indem wir uns Eigenschaften der Addition und Subtraktion zunutze machen.
Die Wiederholung kann in verschiedener Weise erfolgen:

1. Möglichkeit: Schrittweises Erteilen der Aufträge B 6 bis B 8.
Die Ergebnisse der selbständigen Tätigkeit der Schüler zu den einzelnen Aufträgen werden im Unterrichtsgespräch behandelt. (Die Operationen sind eindeutig ausführbar. Jedem Paar von Zahlen wird genau eine Zahl zugeordnet, aber nicht umgekehrt.)

2. Möglichkeit: Der Lehrer richtet in Anlehnung an die LB-Aufträge *Fragen an die Schüler*, die zur Festigung des Wissens über die Eigenschaften der Addition und Subtraktion führen.

3. Möglichkeit:
Aufgabenfolge
Zunächst ist jeweils eine Aufgabe zu bilden bzw. zu berechnen, danach zu erläutern oder zu begründen.

1. Bildet Additions- und Subtraktionsaufgaben und löst sie (möglichst im Kopf)!
2. Kann man eine Additionsaufgabe bilden, die keine Lösung hat?
3. Bildet eine Subtraktionsaufgabe, die keine Lösung hat! Begründet!
4. Kann man zu zwei Summanden mehrere Summen angeben?
5. Gebt zu einer Summe mehrere Summanden an! (zwei, drei oder mehrere Summanden)
6. Kann man zu einem Minuenden und einem Subtrahenden mehrere Differenzen angeben?
7. Kann man zu einer Differenz mehrere Möglichkeiten für den Minuenden und Subtrahenden angeben?

Vertiefen der Kenntnisse über das Addieren und Subtrahieren der Zahl 0 Das Rechnen mit 0 bereitet den Schülern häufig Schwierigkeiten. Daher sollten generell oft Aufgaben eingestreut werden, in denen 0 als Glied in einer Operation auftritt.
Ausgegangen werden kann von Auftrag B 9.
Anschließend sollte Aufg. 1 (LB 85) mündlich gelöst werden. Es können auch Aufgaben vom Typ $a \cdot 0$, $0 \cdot a$, $1 \cdot a$, $a \cdot 1$ gestellt werden, die der Lehrer selbst rasch bilden kann. Das Multiplizieren mit 1 und 0 ist den Schülern nicht unbekannt. Die im Merkstoff B 5 zusammengestellten Aussagen sollten nicht etwa über formales Einprägen, sondern durch häufiges (aber nicht gehäuftes!) Lösen entsprechender Aufgaben auch in folgenden Stunden zum festen Wissen der Schüler werden.
Geeignete Aufgaben:

1.	**a)** $614 + 0$	**e)** $54\,812 - 0$	**i)** $1 \cdot 200$	**n)** $250 + 250$
	b) $1 + 990$	**f)** $0 \cdot 72$	**k)** $274 - 273$	**o)** $1\,099 + 1$
	c) $8\,000 \cdot 0$	**g)** $35 : 35$	**l)** $0 + 40\,600$	**p)** $111 \cdot 1$
	d) $1\,407 - 1\,407$	**h)** $0 - 50$	**m)** $20 \cdot 20$	**q)** $456 - 457$
2.	**a)** $625 - x = 0$	**e)** $19 + a = 1$	**i)** $6\,214 + x = 6\,214$	
	b) $z - 87 = 0$	**f)** $300 : b = 1$	**k)** $m - 836 = 0$	
	c) $y - 750 = 0$	**g)** $412 \cdot c = 412$	**l)** $1\,000 - a = 1$	
	d) $v + 18 = 0$	**h)** $52 + k = 0$	**m)** $347 - z = 347$	

Einführung der Bezeichnungen „Kommutativgesetz" und „Assoziativgesetz" Auch hier können die Schüler zunächst die Aufträge B 10 und B 11 bearbeiten, evtl. noch Auftrag B 12, oder über eine Aufgabenfolge ihre Kenntnisse über die Kommutativität und Assoziativität der Addition reaktivieren, z. B.:

1. Berechnet:
   3 480 + 0; 0 + 3 480; 3 480 — 0! Sprecht zu den Ergebnissen!
2. Berechnet 17 + 8 402! Wie kann man vorteilhaft rechnen? Warum?
3. Berechnet 2 448 — 312! Wie kann man rechnen?
4. Berechnet 60 + 470 + 140 und 70 + 460 + 140. Wie kann man vorteilhaft rechnen? Warum?
5. Berechnet 470 — 60 — 140 und 470 — 80 — 170. Wie kann man rechnen?

Merkstoff B 4 bis B 7 kennen die Schüler inhaltlich bereits aus Klasse 3. Neu sind lediglich die Bezeichnungen der Gesetze (Merkstoff B 6 und B 7).

Hinweis: Im Lehrbuch wird die Formulierung „Für die Subtraktion gilt kein Kommutativgesetz" verwendet. Bei aller Problematik dieser Formulierung ist sie dennoch besser, als wenn man z. B. fragen würde, ob *das* Kommutativgesetz (Assoziativgesetz) auch für die Subtraktion gilt. Der Gebrauch des bestimmten Artikels ist unbedingt zu vermeiden. Besser ist es, im Unterricht überhaupt derartige Formulierungen zu umgehen und zu sagen „In einer Differenz darf man Minuend und Subtrahend nicht vertauschen" oder zu fragen: „Darf man [nicht: kann man...!] in einer Aufgabe mit zwei Subtrahenden (z. B. 90 — 40 — 30) die Zahlen beliebig beim Rechnen zusammenfassen, also z. B. zunächst 40 — 30 berechnen und danach 90 — 10 " (Nein!) Man darf aber 90 — 40 — 30 oder 90 — 30 — 40 rechnen.

Übungen im Addieren unter Anwendung des Kommutativ- und Assoziativgesetzes Die „Rechenautomaten" sollen wiederum nur der Veranschaulichung der Rechengesetze dienen, sind aber selbst nicht als Lehrstoff zu betrachten. Die in den Aufg. 4, 5 und 7 (LB 85 f.) enthaltenen Tabellen bereichern die Vielfalt der Aufgabenstellungen und erfordern z. T. auch das Anwenden der Umkehroperation. Sie sind aber nicht dafür gedacht, z. B. die Rechengesetze auf induktivem Wege neu zu entdecken, sondern sie anzuwenden. Empfohlen werden auch Aufgaben, bei denen mit Vorteil das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz angewendet werden können, z. B. Aufg. 8, 9 (LB 86). Die Schüler erläutern und begründen jeweils ihren Rechenweg. Schülern mit guten Leistungen kann die Aufg. 6* (LB 86) gestellt werden.

Kontrollaufgaben

1. Beim Vergleich der Ergebnisse der Hausaufgaben stellt Katrin fest, daß Jens bei der Aufgabe 400 + 3500 als Ergebnis 3900 errechnet hat. Sie selbst hat die Lösung 7500 gefunden. Wer hat recht? *(Jens)*
2. 8 750 — 1 250 *(7 500)* 5 060 — 5 070 *(n. l.)* 5 200 — 150 *(5 050)*
   4 800 + 2 100 *(6 900)* 4 380 — 0 *(4 380)* 0 + 9 000 *(9 000)*
3. 23 + 4 230 *(4 253)* 660 + 800 + 200 *(1 660)*
   25 + 3 010 + 175 *(3 210)* 18 + 318 + 82 *(418)*

Textaufgaben und Gleichungen (3 Std.)

LE 3 (LB 87 bis 88)

Diese Unterrichtseinheit dient der Festigung der Grundbegriffe aller vier Grundrechenoperationen durch das Verwenden in Texten, mit denen mathematische Beziehungen beschrieben sind. Das Analysieren solcher Texte bereitet das Lösen von Sachaufgaben vor. Großer Wert ist auf das planmäßige Vorgehen beim Lösen der Aufgaben zu legen.

Ziele

Die Schüler
- können Texte, mit denen einfache arithmetische Beziehungen beschrieben sind, analysieren und die Beziehungen in Form von Rechenausdrücken oder Gleichungen niederschreiben,
- können die Lösungswege für solche Textaufgaben planen und die entstandenen Gleichungen inhaltlich sicher lösen sowie die errechneten Ergebnisse überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übung im Lösen von einfachen Gleichungen
- Erarbeitung eines Beispiels für das inhaltliche Lösen von Gleichungen
- Übung im inhaltlichen Lösen von Gleichungen

2. Stunde
- Erarbeitung eines Beispiels für das Lösen einer Textaufgabe
- Übung im Lösen einfacher Textaufgaben

Methodische Hinweise

Übung im Lösen von einfachen Gleichungen Zur *Motivierung* kann eine Aufgabe aus dem Lehrbuch herangezogen werden, deren Lösung erst in einer späteren Lerneinheit vorgesehen ist, z. B. Aufg. 30 (LB 98).
Zielstellung für die Schüler: Will man eine solche Aufgabe lösen, so muß man den Text genau durchlesen. Die Beziehungen zwischen den für die Berechnung wichtigen Zahlen kann man häufig in einer Gleichung niederschreiben. Wir wollen einfache Texte untersuchen und uns im Lösen solcher Aufgaben üben. Dazu müssen wir im Text auftretende Wörter richtig verstehen und Gleichungen lösen können.
Kopfrechenübungen zu folgenden Aufgaben:
- Bilde die Summe (die Differenz, das Produkt, den Quotienten) aus den Zahlen 90 und 30! Berechne! Vertausche die Reihenfolge der Zahlen!
- Vermehre 1000 um 90!
- Vermindere 1000 um 90!
- Vervierfache 50!
- Teile 240 in sechs gleiche Teile!
- Verkleinere 3000 um 1500!
- Vergrößere 7000 um 3000!
- Zerlege 125 in 5 gleiche Summanden!

Für Übungen im Lösen von Gleichungen werden solche Aufgaben empfohlen, wie sie unter Nr. 4 oder 27 in den Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen zu finden sind (UH 12/13). Die in den Gleichungen auftretenden Beziehungen sollten jeweils auch in Worte gefaßt werden, z. B.

Nr. **4 a)** $6 + x = 15$
Vermehrt man eine Zahl x um 6, so erhält man 15.

Nr. **27 e)** $4\,300 - h = 3\,900$
Wenn man 4300 um eine Zahl h vermindert, so erhält man 3900.

Auch andere gleichwertige Formulierungen können gefunden werden, z. B.: Die Differenz zweier Zahlen beträgt 3900, der Minuend 4300.

Erarbeitung eines Beispiels für das inhaltliche Lösen von Gleichungen Das inhaltliche Lösen von Gleichungen tritt als Teilhandlung beim Lösen von Textaufgaben auf. Deshalb kann im Unterricht dieser Schwerpunkt vor die Bearbeitung von Textaufgaben gesetzt werden.
Es handelt sich beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen nicht um ein neues Verfahren. Vielmehr geht es um das Anwenden der Kenntnisse über die Grundrechenoperationen. An entsprechende Lerneinheiten in den Stoffabschnitten 1.1. und 1.2. sollte angeknüpft werden.
Zu Beginn kann den Schülern die Gleichung aus dem Beispiel 3 (LB 87) vorgelegt werden. Die Lehrbücher bleiben zunächst geschlossen, die Schüler versuchen selbständig die Lösung zu finden.
Schüler, die ein Ergebnis berechnet haben, werden aufgefordert, ihren Rechenweg zu erläutern. Erst danach wird das Lehrbuchbeispiel zum Vergleich herangezogen.
Im Lehrbuch (LB 87) sind die Ergebnisse der Überlegungen als Gleichungen notiert. Bei der Kontrolle sollte ggf. noch $56 = 56$ (linke Seite gleich rechter Seite) ergänzt werden. Nachdem die Probe Gewißheit über die Richtigkeit der errechneten Lösung gebracht hat, wird das Ergebnis unterstrichen, die Gleichung $x = 79$ nicht aber noch ein zweites Mal aufgeschrieben. An der Tafel bzw. in den Heften steht also:

$$\begin{aligned} x - 23 &= 56 \qquad\qquad \textit{Probe: } 79 - 23 = 56 \\ x &= 56 + 23 \qquad\qquad\qquad\quad 56 = 56 \\ \underline{\underline{x}} &\underline{\underline{= 79}} \end{aligned}$$

Die inhaltlichen Überlegungen werden nicht mit aufgeschrieben, sollten aber in Übungen häufig laut ausgesprochen werden (kommentieren).
Das Grundsätzliche beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen besteht darin, daß die Schüler aufgrund der Struktur der Gleichung (Verknüpfung der Variablen mit den anderen Gliedern der Gleichung) schrittweise Teilstrukturen durch Anwenden ihrer Kenntnisse über die Operationen, den Zusammenhang von Operation und Umkehroperation und die Grundaufgaben bestimmen und das Ergebnis ihrer Überlegungen in einer (nunmehr einfacheren) Gleichung niederschreiben.

Hinweis: Vor einem Übergang zu formalem, kalkülmäßigem Lösen von Gleichungen muß ausdrücklich gewarnt werden. In Klasse 4 dient das Lösen von Gleichungen vor allem der Festigung der Kenntnisse über die Grundrechenoperationen und ihrer Zusammenhänge und der Entwicklung von Rechenfertigkeiten, vor allem auch im mündlichen Rechnen. Gleichungen sind gewissermaßen hierfür eine andere Form der Aufgabenstellung wie auch die Vorgabe von Tabellen und Texten. Schüler, die von sich aus zu kalkülmäßigem Lösen übergehen, sollten daran zwar nicht gehindert werden, aber sie sollten immer wieder dazu angehalten werden, ihren Weg inhaltlich zu begründen und zu erläutern. Auf diese Weise werden solche Schüler nicht gehemmt, gleichzeitig werden aber ihre Fähigkeiten für den Unterricht mit der gesamten Klasse nutzbar gemacht. Das Vorgehen solcher Schüler sollte aber in Klasse 4 nicht als das Ziel für alle hingestellt werden. Die notwendige differenzierte Arbeit im Unterricht erfordert, daß sich der Lehrer bewußt auf solche Situationen einstellt, daß einige Schüler die Beziehungen rasch überschauen, während andere größere Hilfe benötigen.

Ihre inhaltlichen Überlegungen können die Schüler auf verschiedene Weise formulieren. Der Lehrer sollte jede Formulierung zulassen, wenn sie inhaltlich in Ordnung ist.

Übung im inhaltlichen Lösen von Gleichungen Zunächst sollte eine Auswahl aus Aufg. 8 (LB 88) gelöst werden. Darunter befinden sich auch einige nicht lösbare Aufgaben. Danach kann eine Aufgabe ähnlicher Struktur gelöst werden, wie sie in den folgenden Textaufgaben vorkommen, z. B. $60 \cdot 4 - x = 200$ (vgl. mit Aufg. 5, LB 88, die danach evtl. als Hausaufgabe gestellt werden kann).

- Die Struktur der Gleichung wird bestimmt.
  Es liegt eine Gleichung der Subtraktion vor, in der der Minuend ein Produkt ist. Die Differenz ist bekannt, der Subtrahend ist zu berechnen.
- Inhaltliche Gedanken bei der Lösung der Gleichung.
  Zunächst kann der Minuend berechnet werden („Punktrechnung geht vor Strichrechnung"): $240 - x = 200$
  Der Subtrahend x ist um 200 kleiner als der Minuend 240,
  also $x = 240 - 200$

  oder: Man muß von 240 die Zahl 40 subtrahieren, um 200 zu erhalten: $240 - 40 = 200$, also $x = 40$

  oder: Die Subtraktion ist die Umkehroperation zur Addition. Es gilt also
  $240 - x = 200 \qquad 200 + x = 240$
  und daraus
  $200 + 40 = 240$ und $x = 40$ oder $x = 240 - 200$
  $x = 40$
- Wir überprüfen die Lösung, indem wir an die Stelle von x die Zahl 40 in die Gleichung einsetzen (an der Tafel die Variable x farbig markieren, dann löschen und dafür 40 einsetzen):

$$
\begin{aligned}
60 \cdot 4 - \mathbf{40} &= 200\\
240 - \mathbf{40} &= 200\\
200 &= 200
\end{aligned}
$$

Rasch arbeitende Schüler können Gleichungen mit größeren Zahlen oder auch schwierigeren Typs lösen.

Dem Erfassen der Struktur von gegebenen Gleichungen als Voraussetzung für das inhaltliche Lösen dienen auch Übungen im Beschreiben gegebener Gleichungen in Worten. Die Schüler sollen eine Textaufgabe formulieren, die auf die gegebene Gleichung führt.

Erarbeitung eines Beispiels für das Lösen einer Textaufgabe Hierzu wird empfohlen, das Einführungsbeispiel im Lehrbuch (LB 87) durchzuarbeiten und damit in Verbindung den Auftrag B 13. Im Beispiel B 2 werden die Hauptschritte hervorgehoben, die im allgemeinen beim Lösen solcher Aufgaben zu gehen sind. Sie sind natürlich nur ein äußerer Rahmen. Es darf nicht angenommen werden, daß die Schüler allein durch die Kenntnis dieser „Schritte" sicherer Textaufgaben lösen können. Die Hauptaufgabe für den Lehrer besteht vielmehr darin, vor allem für das Planen der Lösung und das (inhaltliche) Lösen der aus dem Text entwickelten Aufgabe (Gleichung) den Schülern Hilfen und Impulse zu geben. Dabei muß der Lehrer auch mögliche Fehldeutungen des Textes durch einzelne Schüler voraussehen. Bestimmte Wörter in den Texten signalisieren bestimmte Operationen. Der Text der Aufgabe sollte an der Tafel stehen. Signalwörter und in die Berechnung einzubeziehende Zahlen sollten unterstrichen werden, Zusammengehörendes mit gleicher Farbe, evtl. durch Pfeile und Klammern zugeordnet.
Aufg. 1 (LB 88):

Multiplizieren *1. Faktor* *2. Faktor*

Addiere zu dem **Produkt** der Zahlen **45** und **6** die Zahl **1340**!

Summe bilden *1. Summand* *2. Summand*

Es ist nicht ausgeschlossen, daß einzelne Schüler die Verknüpfung der Zahlen z. B. in der Reihenfolge der auftretenden Signalwörter für die Operationen vornehmen wollen ($45 + 6 \cdot 1340$) oder das Wort „und“ als Signalwort für das Addieren auffassen. Zudem treten in den Texten bekanntlich verschiedene Wörter als Signal für die gleiche Operation auf. Deshalb sollten andere Wörter gleicher Bedeutung beim Analysieren zumindest mit genannt und auch andere Formulierungen der gleichen Aufgabe gesucht werden. Für das angegebene Beispiel etwa:

- Bilde die Summe aus der Zahl 1340 und dem Produkt der Zahlen 45 und 6!
- Addiere zur Zahl 1340 das Produkt aus 6 und 45!
- Ein Summand besteht aus dem Produkt der Zahlen 45 und 6, der andere ist 1340. Welche Summe erhält man?

Übung im Lösen einfacher Textaufgaben Hierzu stehen die Aufg. 2 bis 4 (LB 88) zur Verfügung, auch für Hausaufgaben. Wie bei Aufg. 1 (oben erläutertes Beispiel) sind hierbei die erforderlichen Rechenausdrücke zu bestimmen. Man braucht keine Gleichung mit Variablen zu notieren. Bei den Aufgaben 5 bis 7 muß man aber eine Gleichung aufschreiben. Solche Aufgaben sind ggf. nur einigen Schülern zu stellen, evtl. von vornherein differenziert. Alle Gleichungen, die sich aus den Texten ergeben, sind inhaltlich zu lösen.

Weiteres Beispiel:

Addiere zum **Vierfachen der Zahl 80** eine solche **Zahl**, daß du **1000** erhältst.

$4 \cdot 80$	x	
1. Summand	*2. Summand*	*Summe*

Die Schüler notieren $4 \cdot 80 + x = 1000$.

Sie ermitteln das Produkt $4 \cdot 80 = 320$ und schreiben $320 + x = 1000$. Die Summe ist 1000, ein Summand 320, der andere die Zahl x.

Impulse: Überlege, was du über den zweiten Summanden weißt! (Er muß kleiner sein als die Summe.) Welche Operation muß man deshalb wählen? Diese Überlegungen führen zu $x = 1000 - 320$. Die Schüler rechnen und notieren $x = 680$.

Auch die Probe sollte inhaltlich, am Text, nicht formal ausgeführt werden. Dabei werden nur der Text und das Ergebnis benutzt, nicht die Gleichung, die zum Ergebnis führte! Die Schüler addieren zum Vierfachen von 80, also 320, die gefundene Zahl 680. Sie erhalten 1000. Die Zahl wurde also richtig bestimmt. Die Aufgabe wird mit der schriftlichen Formulierung des Antwortsatzes abgeschlossen: Die gesuchte Zahl heißt 680.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 5 (LB 88)
2. a) Löse die Gleichung $745 - x = 605$ (aus Aufg. 8b (LB 88))! *($x = 140$)*
   b) Beschreibe diese Gleichung mit Worten!

Schriftliches Addieren (2 Std.)

LE 4 (LB 88 bis 91)

Das den Schülern aus Klasse 3 bekannte schriftliche Verfahren der Addition wird wiederholt und in Verbindung mit vielfältigen Aufgabenstellungen gefestigt.

Ziele

Die Schüler
- können gegebene Summanden (Zahlen und Größen) zum Zweck des schriftlichen Addierens richtig untereinandersetzen,
  können sicher schriftlich addieren,
- kennen Möglichkeiten der Überprüfung von Rechenergebnissen beim schriftlichen Addieren und wenden sie zur Selbstkontrolle an.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übungen zur Sicherung des Ausgangsniveaus für das schriftliche Addieren
- Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Addition

2. Stunde
- Übungen im schriftlichen Addieren von Zahlen und Größen
- Anwendung des schriftlichen Addierens beim Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Übungen zur Sicherung des Ausgangsniveaus Von den folgenden Empfehlungen wird der Lehrer diejenigen auswählen, die für seine Klasse geeignet erscheinen.
Kopfrechenübungen:
- Kettenaufgaben, z. B. $3 + 4 + 8 + 2$, $1 + 6 + 3 + 5 + 9$, $1 + 4 + 9 + 4 + 7$ u. ä. (zur Vorbereitung auf das Addieren mehrerer Summanden)
- Umrechnen von Größenangaben, z. B.

  350 cm = ... m ... cm; 54 cm = ... mm; 2,86 M = ... Pf;
  7 t = ... kg; 4 kg = ... g; 1 050 g = ... kg ... g

  (zur Vorbereitung auf das Addieren von Größen, die in unterschiedlichen Einheiten vorgegeben sind)
- Einordnen von Zahlen in eine Stellenwerttafel, z. B. 583, 1400, 30003, 111 (zur Vorbereitung auf das richtige Untereinandersetzen von Summanden)

Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Addition
- Zur Motivierung kann ein aktueller Sachverhalt verwendet werden, z. B. aus dem Statistischen Jahrbuch entnommen.

Zielstellung: Wir wollen das schriftliche Verfahren der Addition, das wir schon in Kl. 3 kennengelernt haben, üben, damit wir sicher größere Zahlen addieren können.

Das schriftliche Verfahren der Addition beruht auf der Anwendung von Rechengesetzen. Das kann nochmals an einem einfachen Beispiel gezeigt werden, bevor man die Beispiele einschließlich Rechenschema (LB 88 f.) betrachtet.

Ergebnisse schriftlicher Addition können durch Umkehren der Reihenfolge beim Addieren überprüft werden (↗ Schema auf LB 89). Das Verfahren ist rationell, weil keine zusätzliche Schreibarbeit erforderlich ist.

Wegen der Kommutativität ließen sich die Summanden auch noch in anderer Reihenfolge addieren (Aufgabe für Schüler mit guten Leistungen: Setze die Zahlen 3984, 759 und 5682 auf alle möglichen Weisen untereinander!). Vorteilhaftes Addieren (Auftrag B 15) beruht auf dem Kommutativ- und dem Assoziativgesetz.
Beim Anwenden der Umkehroperation (Subtraktion) ist zu beachten, daß die Schüler vorerst nur einen Subtrahenden (schriftlich) subtrahieren können.

- Beim schriftlichen Addieren von Größen ist auf gleiche Einheiten beim Untereinandersetzen zu achten. Bearbeitung von Beispiel B 4 und Auftrag B 16.

Übungen im schriftlichen Addieren von Zahlen und Größen Bei der Aufgabenauswahl und -anordnung ist der Schwierigkeitsgrad für die Schüler schrittweise zu erhöhen. In *Auswahl* sollten dazu Aufgaben im Unterricht und weitere in häuslicher Arbeit gelöst werden.

- Es werden zunächst nur zwei Zahlen (Größen) addiert (Aufg. 1, LB 89), danach mehr als zwei (Aufg. 3, LB 90),

  Hinweis: Beim Addieren von zwei Summanden tritt als Übertrag nur 1 auf. Häufig addieren Schüler auch dann nur 1 beim nächsthöheren Stellenwert, wenn beim Addieren von mehr als zwei Summanden auch größere Überträge auftreten. Manchen Schülern ist das Notieren des Übertrags in Form einer kleinen Ziffer als Merkhilfe nicht nur zu gestatten, sondern sogar zu empfehlen, wenn sie dadurch sicherer solche Aufgaben lösen können. Da die Schüler in den Fällen, wo sich 10 oder z. B. 20 als Teilsumme ergibt, lediglich 0 notieren und 1 bzw. 2 als Übertrag zu merken haben, fassen einige Schüler beim Addieren der Teilsummanden, sofern 0 auftritt, diese mitunter auch als 10 auf. So könnte z. B. bei Aufg. 1 d das Resultat

$$\begin{array}{r} 315\,482 \\ +\ \ 803\,627 \\ \hline 1\,219\,109 \end{array}$$

  entstehen, weil an der Zehntausenderstelle $1 + 10 = 11$, Übertrag 1, statt $1 + 0 = 1$ gerechnet wurde. Auf solche Fehlerquellen sollte der Lehrer hinweisen bzw. fehlerhafte Resultate der Schüler sorgfältig prüfen, um zu ermitteln, welche Art von Fehlern gemacht wurde, damit er weitere Hinweise und Übungsaufgaben gezielt, evtl. differenziert erteilen kann.

- Die Zahlen (Größen) sind zunächst bereits untereinandergesetzt (Aufg. 3).
  Danach stellt man Aufgaben, in denen das noch nicht getan ist (Aufg. 4).
- Größen, die zu addieren sind, werden zunächst in gleichen Einheiten gegeben (Aufg. 6), danach in unterschiedlichen (Aufg. 5).
- In unvollständig ausgeführten Additionen sind mögliche Ziffern zu ergänzen. Verschiedene Lösungen sind möglich (Aufg. 7c bis h). Höherer Schwierigkeitsgrad (Aufg. 8*).
- Aus vorgegebenen Lösungen ist die richtige herauszufinden (Aufg. 10, LB 91). Dabei soll nicht die gesamte Addition ausgeführt werden, sondern bereits durch das Betrachten der Endziffern oder durch Überschlagen Fehlerhaftes ausgeschieden werden, z. B.

  10. a) *Ü.:* $1\,500 + 2\,500 = 4\,000$; damit scheidet 5134 aus.
  Endziffer: $6 + 8 = 14$; damit scheidet 4137 aus.
  Das Ermitteln der Zehnerstelle $2 + 1 = 3$ führt zum Ergebnis.

  10. b) *Ü.:* $7\,000 + 7\,000 = 14\,000$; damit ist das einzig mögliche Ergebnis bestimmt.

Anwendung des schriftlichen Addierens beim Lösen von Sachaufgaben Zunächst sollten einige Textaufgaben (Aufg. 11*, LB 91) gelöst werden.
Beim Lösen von Sachaufgaben sollte Aufg. 13 nicht ausgelassen werden, denn sie enthält eine Angabe, die nicht für die Berechnung erforderlich ist. Die Schüler müssen erkennen, welche Angaben zur Beantwortung der gestellten Frage benötigt werden. Dies entspricht einer Forderung des Lehrplans (LP 7).

Kontrollaufgaben

1. 2 748 + 30 405 + 21 + 521 006 *(554 180)*
2. 3 kg 500 g + 2 700 g + 125 g + 5 kg *(11 kg 325 g)*
3. Martina kaufte Lebensmittel ein: 250 g Rahmbutter zu 1,75 M, 2 Beutel Vollmilch zu 66 Pf je Beutel, 250 g Quark zu 45 Pf, ein Schwarzbrot zu 81 Pf, eine Tüte Weizengrieß (490 g) zu 65 Pf und ein Glas Marmelade zu 1,28 M. Die Mutter gab ihr 10 M mit. Wieviel Geld rechnet Martina zu Hause wieder ab? *(3,74 M)*

Schriftliches Subtrahieren (2 Std.)

LE 5 (LB 92 bis 94)

Das den Schülern aus Klasse 3 bekannte schriftliche Verfahren der Subtraktion wird wiederholt und in Verbindung mit vielfältigen Aufgabenstellungen gefestigt. Das sichere Beherrschen der schriftlichen Subtraktion eines Subtrahenden ist die Voraussetzung für das Lösen von Aufgaben, in denen mehrere Subtrahenden auftreten (LE 6).
Besonderer Wert ist auf das Subtrahieren mit Übertrag zu legen.

Ziele

Die Schüler

- kennen das additive Verfahren der schriftlichen Subtraktion,
- können schriftlich einen Subtrahenden (auch mit Übertrag) sicher subtrahieren,
- können Subtraktionsergebnisse durch Anwenden der Umkehroperation überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung der Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion
- Wiederholung und Übung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion (ohne Übertrag)

2. Stunde

- Übungen im schriftlichen Subtrahieren mit Übertrag
- Anwendung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion beim Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung der Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion Zur Motivierung eignen sich das Einführungsbeispiel auf LB 92 und Auftrag B 17.
Man kann auch an die Kontrollaufgabe 3 aus der vorangegangenen Unterrichtseinheit anknüpfen, die möglicherweise als Hausaufgabe gestellt wurde.
Zur Sicherung des Ausgangsniveaus können Übungen zu solchen Teiloperationen durchgeführt werden, wie sie beim schriftlichen Subtrahieren auftreten:
- Kopfrechnen: Ergänzungsübungen, z. B. durch Lösen von Gleichungen wie $3 + x = 8$, $4 + x = 7$, $2 + x = 11$, $7 + x = 15$, $2 + x = 5$, $6 + x = 14$
- Schriftliches Addieren von zwei Summanden, z. B. 294 + 328, 1 076 + 255, 463 + 779

Wiederholung und Übung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion Die Schüler lösen selbständig Subtraktionsaufgaben *ohne Übertrag* und prüfen die Ergebnisse (Aufg. 1, LB 93). An einem Beispiel wird die *Kontrolle* beim schriftlichen Subtrahieren erläutert.

Kontrolle bei der Subtraktion

Minuend a		↓	19 867	↑	
Subtrahend b	*Rechnung*	↓	− 5 403	↑	
Differenz c			14 464	↑	*Kontrolle*

Wir rechnen: $b + c = a$
Wir kontrollieren: $c + b = a$
denn: $b + c = c + b$

Auch Beispiel B 5 kann herangezogen werden. Daran wird sehr gut deutlich, daß die ausgeführte Subtraktion mit Hilfe einer Addition (438 **+ 2 768** = 3 206) überprüft werden kann.

Übungen im schriftlichen Subtrahieren mit Übertrag Falls notwendig, kann das Verfahren, das die Schüler aus Klasse 3 kennen, an einem Beispiel (562 − 239) nochmals erläutert werden. In den Übungen sollten *vielfältige Aufgabenstellungen* (LB 93) ausgewählt und in jedem Falle das Ergebnis überprüft werden.
Auch nicht lösbare Aufgaben sind sehr wichtig (z. B. 6 b, 13 e, 14 c).
Bei Aufg. 4 (LB 93) sollte man die Fehler nicht nur feststellen, sondern auch überlegen lassen, wie der Fehler entstanden sein könnte, z. B. durch Vergessen des Übertrags (Aufg. 4 c) oder durch Verwechseln der Reihenfolge beim Rechnen an einer Stelle, z. B. $2 + \mathbf{1} = 3$ statt $3 + \mathbf{9} = 12$ (Aufg. 4 a) oder durch „Losrechnen“, ohne vorher zu überlegen, ob die Aufgabe überhaupt lösbar ist. (Es werden dann oft „Gewaltlösungen“ angestrebt: 4 b, 4 e.)
Beim Lösen von Gleichungen (Aufg. 5, 6, 13, 14) sind stets inhaltliche Überlegungen anzustellen und dabei die Zusammenhänge zwischen Addition und Subtraktion zu nutzen. Die Zahlen in den Gleichungen sind entsprechend zu bezeichnen.

Aufg. 5. a): Die Summe beträgt 1 860, ein Summand 457. Dann ergibt sich der andere Summand aus der Differenz 1 860 − 457.

Aufg. 13. b): Die Differenz beträgt 3 860, der Subtrahend 4 783. Dann ergibt sich der Minuend, wenn man zur Differenz den Subtrahenden addiert: 3 860 + 4 783.

Anwendung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion beim Lösen von Sachaufgaben Eingangs sollten einfache Textaufgaben (Aufg. 16, LB 94) gelöst werden, danach unkomplizierte Sachaufgaben (Aufg. 19, 20, LB 94). Beim Lösen weiterer Text- und Sachaufgaben sind z. T. auch andere Rechenoperationen einzubeziehen (Aufg. 15b, 17, 18, LB 94). Als *Hausaufgaben* sollten die Schüler vor allem formale Aufgaben mit Größen erteilt bekommen. Für interessierte Schüler kann die Aufg. 21* (LB 94) mit Knobelcharakter gestellt werden.

Kontrollaufgaben

1. 23 507 − 8 491 *(15 016)*
2. 45 307 − 45 370 *(n. l.)*
3. 13,90 m − 217 cm *(11,73 m)*
4. 380 900 + a = 725 800 *(344 900)*
5. Bei der Verschönerung des Gebäudes und Geländes einer neu erbauten Schule erarbeiteten die 656 Schüler der Schule im Schuljahr 1982/83 einen Wert von 28548 M. Die FDJler der Klassen 8 bis 10 erbrachten davon 15946 M. Welchen Betrag erarbeiteten die Pioniere der Klassen 1 bis 7? *(12 602 M)*

Aufgaben mit mehreren Summanden oder Subtrahenden (4 Std.)

LE 6 (LB 95 bis 98)

In dieser Unterrichtseinheit sollen die Schüler ihr Können im mündlichen und schriftlichen Addieren und Subtrahieren weiterentwickeln und beim Lösen von Aufgaben mit mehreren Zahlen und mehreren Operationen anwenden (LP 20 f.). Beim Auffinden möglicher Lösungswege sollen sie selbständig arbeiten und zunehmend Sicherheit gewinnen.
In den Übungen sind formale Aufgaben, Gleichungen, Text- und Sachaufgaben zu lösen, wobei durch gründliche Überlegungen ein möglichst rationeller Weg gefunden werden soll.

Ziele

Die Schüler
- können die Verfahren der schriftlichen Addition und Subtraktion beim Lösen von Aufgaben anwenden, in denen mehrere Glieder auftreten,
- können diese Verfahren beim Lösen von Aufgaben anwenden, in denen unterschiedliche Operationen auftreten,
- können Sachaufgaben lösen, in denen mehrere Summanden oder Subtrahenden und mehrere Operationen auftreten.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus für die Anwendung des schriftlichen Verfahrens der Addition und der Subtraktion bei Aufgaben mit mehreren Zahlen
- Übung im Lösen formaler Aufgaben mit mehreren Zahlen und Operationen

2. Stunde
– Übung im schriftlichen Lösen formaler Aufgaben mit mehreren Subtrahenden

3. Stunde
– Übung im Lösen formaler Aufgaben zur Addition und Subtraktion

4. Stunde
– Übung im Lösen von Text- und Sachaufgaben

Hinweis: Der Unterricht ist so aufzubauen, daß man von Aufgaben ausgeht, in denen mündlich oder schriftlich Addition und Subtraktion zugleich angewendet werden müssen, also z. B. in solchen Aufgabentypen, wie sie im Lehrplan (LP 22) gekennzeichnet sind.
Dabei wird auch zu Aufgaben des Typs $a - b - c - d$ übergegangen und dafür auch ein möglichst rationelles Verfahren zur Information vorgestellt, ohne daß die weiteren Übungen sich nur auf diesen Typ beschränken.

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
– Kopfrechnen, z. B.:

$2 + 5 + 6$	$8 + 4 + \square = \square 8$	$2 + 5 + 3 + 6 + 8 = x$
$8 + 6 + 3$	$6 + 8 + \square = \square 7$	$7 + 6 + 3 + 8 + x = 27$
$7 + 4 + 8$	$9 + 9 + \square = \square 3$	$5 + 4 + 9 + 2 = \square 5$

– Schriftliches Addieren
$318 + 1\,047 + 3\,655$; $714 + 23 + 4\,050$; $17\,501 + 2\,304 + 978$
– Schriftliches Subtrahieren, z. B. Aufgaben aus der vorangegangenen Lerneinheit.

Übung im Lösen formaler Aufgaben mit mehreren Zahlen und Operationen In praktischen Sachverhalten treten nicht nur reine Additions- oder Subtraktionsaufgaben auf. Das Einführungsbeispiel (LB 95) kann zur Motivierung verwendet werden. Für das Lösen dieser Aufgabe benötigt man keine neuen Verfahren. Deshalb sollten die Schüler versuchen, selbständig mit Hilfe der ihnen bekannten Verfahren Lösungswege und Lösungen zu finden.
Gelangen die Schüler, ähnlich wie in dem Lehrbuchbeispiel, zu unterschiedlichen Lösungswegen, so sollten diese miteinander verglichen und der rationellste bestimmt werden. Die Schüler sollen aber vor allem sicher zur Lösung gelangen, auch wenn nicht jeder Schüler den kürzesten und vorteilhaftesten Weg findet.
Für erste Übungen werden mündlich zu lösende Aufgaben (Aufg. 1 bis 5, LB 97), danach schriftlich zu lösende Aufgaben (Aufg. 6 bis 9, LB 97) empfohlen. (Auswahl treffen! Hausaufgabe stellen!)
Hierbei können auch die Beispiele und Aufträge auf LB 96 eingesetzt werden.

Übung im schriftlichen Lösen formaler Aufgaben mit mehreren Subtrahenden Zur Motivierung kann erneut auf die Möglichkeiten zurückgegriffen werden, die in der vorangehenden Unterrichtseinheit empfohlen wurden.
Ziel: Wir haben bisher nur Differenzen mit einem Subtrahenden schriftlich berechnet. Wir wollen lernen, mehrere Subtrahenden schriftlich zu subtrahieren.
Eine andere Möglichkeit der Hinführung zum Ziel der Erarbeitung besteht darin, daß Kopfrechenaufgaben zur Subtraktion zweier Subtrahenden gestellt werden:
$20 - 4 - 6$; $60 - 22 - 18$; $25 - 7 - 13$; $83 - 14 - 26$; $286 - 32 - 68$

Anfangs werden die Subtrahenden einzeln angesagt. Man läßt zunächst 20 — 4, dann 16 — 6 usw. berechnen. Danach wird gefragt, wie man einfacher rechnen kann, wenn beide Subtrahenden sofort angesagt werden.

Erkenntnis: Zusammenfassen der Subtrahenden erleichtert hier das Rechnen.

Eine weitere Möglichkeit besteht in der Bearbeitung des Auftrags B 21. Die Aufgaben zu c) führen auf den Merkstoff B 8.

Ziel: Wir wollen diese Möglichkeiten auch beim schriftlichen Subtrahieren nutzen.

Ist das Ziel gestellt, so werden die Schüler aufgefordert, *selbständig* nach einem Lösungsweg zu *suchen* (z. B. für die Aufg. 13, LB 97).

Wurde vom Kopfrechnen ausgegangen, so können die Schüler ihre Kenntnisse vom Subtrahieren im Kopf auf das schriftliche Rechnen *übertragen.* An der Tafel kann ein Beispiel vorgeführt werden.

Subtraktion zweier Subtrahenden

Aufgabe: 658	— 234	— 112	= x
Minuend	1. Subtrahend	2. Subtrahend	Gesuchte Differenz

Wir rechnen

1. Möglichkeit		*2. Möglichkeit*	
658 — 234 424	Subtrahieren des 1. Subtrahenden	234 + 112 346	Addieren der beiden Subtrahenden
424 — 112 312	Subtrahieren des 2. Subtrahenden	658 — 346 312	Subtrahieren der erhaltenen Summe vom Minuenden

Die Schüler werden auf den 2. Weg orientiert. Vorteil gegenüber dem 1. Weg: Statt zweier Differenzen ist eine Differenz und eine Summe zu ermitteln. Addieren ist einfacher als Subtrahieren.

Das Verfahren wird auf das Subtrahieren von mehr als zwei Subtrahenden ausgedehnt.

Aufgabe: 35 724 — 12 632 — 5 709 — 16 846

	Probe:		
12 632 5 709 + 16 846 35 187	537 12 632 5 709 + 16 846 35 724	*Rechnung* ↑	35 724 — 12 632 — 5 709 — 16 846 537 ↓ *Probe*
35 724 — 35 187 537			
wenig rationell, übersichtlich, birgt wenig Fehlerquellen			sehr rationell, übersichtlich, birgt mehr Fehlerquellen

Anfangs ist eine hinreichend große Anzahl formaler Aufgaben zu lösen, damit sich allen Schülern das Verfahren fest einprägt. Einzelne Schüler kommentieren den Lösungsweg.
Aufgaben zur Auswahl
- mit Zahlen: Aufg. 11 bis 13 (LB 97)
- mit Größen: Aufg. 15 bis 17 (LB 97 f.)

Im Verlaufe der Übungen werden die Schüler auf ein rationelles Rechenschema für den 2. Weg – Rechnen in einem Schritt – und auf Kontrollmöglichkeiten hingewiesen.

Beim Anwenden des rationellen Verfahrens sollte im Unterricht differenziert vorgegangen werden. Schülern, die im Rechnen sehr unsicher sind, sollte man gestatten oder sogar empfehlen, die Rechnung ausführlich niederzuschreiben. Sicherheit geht vor Schnelligkeit. Andererseits kann man die Schüler anregen: Wer im Rechnen sicher ist, kann die Rechnung verkürzt niederschreiben. Er kann eine Probe ausführen, ohne die gegebenen Zahlen nochmals aufschreiben zu müssen.

Übung im Lösen formaler Aufgaben zur Addition und Subtraktion In den Übungen sollten vielfältige Aufgabenstellungen vorkommen.
- Formale Aufgaben, auch mit Größen (LB 97)
- Aufgaben mit Gleichungen, z. B.: Aufg. 22, 23 (LB 98)
- Aufgaben mit Ungleichungen, z. B.: $294 + x < 1\,000$
- Aufgaben in Textform, z. B.: Aufg. 24*, 25* (LB 98)
- Aufgaben, die Fehler enthalten, z. B.: $687 - 314 - 121 = 250$ (Stelle durch Veränderung einer Zahl richtig!)
- Nicht lösbare Aufgaben; sie sind in den LB-Aufgaben eingestreut und sollten nicht als besondere Art gestellt werden. Nicht lösbar sind z. B. Aufg. 9c, 11b, 13c (LB 97).

Die Schüler sollten des öfteren angehalten werden, vor dem Rechnen festzustellen, ob die Aufgabe lösbar ist.
Die Lösbarkeitsbedingung für die Subtraktion ist auf die Subtraktion mehrerer Subtrahenden zu übertragen: Die Summe aller Subtrahenden muß kleiner als der Minuend oder gleich dem Minuenden sein. Um festzustellen, ob die Subtraktion ausführbar ist, kann man vorher die Summe der Subtrahenden überschlagen und sie mit dem Minuenden vergleichen (Auftrag B 24). Ist die entstehende Differenz verhältnismäßig klein, so läßt sich die Lösbarkeit jedoch auf diese Weise schwer genau feststellen.

Übung im Lösen von Text- und Sachaufgaben Im Rahmen vorbereitender Übungen können Textaufgaben, die bisher noch nicht einbezogen wurden, gelöst werden.
Zum Auffinden des Lösungsweges sollten bei Sachaufgaben immer wieder Übersichten oder Tabellen angelegt werden, in denen die gegebenen Größen in ihren gegenseitigen Beziehungen dargestellt werden, z. B.

Aufg. 30 (LB 98)

150 M Solidarität (Ziel)			
Klasse: 4a 48,75 M	Klasse: 4b 37,50 M	Klasse: 4c 76,85 M	Klasse: 4d 52,30 M

Daraus werden Fragen abgeleitet, z. B.:
- Wieviel haben die Klassen insgesamt gespendet?
- Wurde die Verpflichtung erfüllt?
- Um welchen Betrag wurde sie übererfüllt?
- Welchen Betrag hätte jede einzelne Klasse spenden müssen?
- Um welchen Betrag haben die einzelnen Klassen ihre Verpflichtung übererfüllt?
- Welche Verpflichtungen und welche Spenden gibt es in der eigenen Schule und Klasse?

Aufg. 27 (LB 98)

Bei Aufg. 27a werden viele Schüler geneigt sein, die blauen Stiefmütterchen als Differenz 1200 — 545 — 665 zu berechnen. Diese Subtraktionsaufgabe ist nicht lösbar. Die Frage der Sachaufgabe läßt sich jedoch dahingehend beantworten, daß eigentlich gar keine blauen Stiefmütterchen mehr benötigt werden, in diesem Falle aber die Forderung nicht erfüllt wird, daß auch blaue Stiefmütterchen gepflanzt werden. Die Schüler sollten hier zu begründeten Vorschlägen, wieviel blaue Stiefmütterchen sie in einem solchen Falle noch bestellen würden, angeregt werden.
Die Aufgabe b läßt sich noch erweitern, wenn man sie mit den Angaben von a verbindet: Wie viele weiße, gelbe und blaue Stiefmütterchen sind noch zu beschaffen, wenn bereits 545 weiße und 665 gelbe zur Verfügung stehen? Wieviel Pflanzen der einzelnen Sorten und insgesamt bleiben übrig?

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 16a (LB 97)
2. Aufg. 23d (LB 98)
3. Überprüfe das Ergebnis der folgenden Aufgabe!

$$\begin{array}{r} 8\,643 \\ -\ 1\,228 \\ -\ 3\,719 \\ -\ \ \ 673 \\ \hline 3\,113 \end{array} \quad (3023)$$

4. Aufg. 29 (LB 98)

Zusammenfassung (1 Std.)

(LB 99 bis 100)

Ziele

Die Schüler
- kennen die Grundbegriffe der Addition und Subtraktion und können sie beim Beschreiben von entsprechenden Rechenausdrücken und Beziehungen verwenden,
- kennen die Rechengesetze für die Addition und können sie beim Rechnen anwenden,
- kennen die schriftlichen Verfahren der Addition und Subtraktion und können sie sicher ausführen.

Schwerpunkte

- Wiederholung der Grundbegriffe und Rechengesetze der Addition und Subtraktion
- Übungen im schriftlichen Addieren und Subtrahieren

Methodische Hinweise

Wiederholung der Grundbegriffe und Rechengesetze der Addition und Subtraktion
1. Möglichkeit: Im Unterricht arbeiten die Schüler schrittweise die Zusammenfassung auf LB 99 f. durch und bilden zu jedem der genannten Begriffe und Aussagen weitere Zahlenbeispiele. Dabei kann auch zunächst die rechte Spalte abgedeckt werden. Umgekehrt können die Schüler auch bei abgedeckter linker Spalte erklären, welche allgemeinen Beziehungen den Beispielen zugrunde liegen.

2. Möglichkeit: Der Lehrer stellt eine Reihe von Aufgaben und Fragen, deren Lösung bzw. Beantwortung die Kenntnisse über die Grundbegriffe und Rechengesetze voraussetzt. Über das Lösen von Aufgaben werden sie gefestigt. Auf keinen Fall sollten die Begriffe und Gesetze formal abgefragt werden.
Beispiel für eine geeignete Aufgabenfolge:

1. Löse die Aufgabe $3\,400 + 500$! Sprich über die Glieder dieser Gleichung!
2. Löse die Gleichung $250 + x = 1\,000$! (im Kopf!) Welche Operation ist auszuführen?
3. Löse die Aufgabe $7\,000 - 200$!
4. Bezeichne die Glieder dieser Gleichung!
5. Kannst du eine Additionsaufgabe bilden, die nicht lösbar ist?
6. Kannst du eine Subtraktionsaufgabe bilden, die nicht lösbar ist?
7. Bilde eine Additionsaufgabe mit der Summe 80!
8. Bilde eine Subtraktionsaufgabe mit der Differenz 50!
9. Löse folgende Aufgaben! $4\,360 + 0$; $0 + 273$; $12\,000 - 0$; $314 - 314$
   Verallgemeinere! Bilde andere Beispiele!
10. Berechne folgende Aufgaben! $420 + 308$; $840 - 630$
    Vertausche die Glieder! Rechne! Vergleiche!
11. Berechne folgende Aufgaben! $240 + 370 + 560$; $680 - 250 - 40$
    Kann man die Glieder in beliebiger Reihenfolge addieren (subtrahieren)?
    Kann man beliebig Klammern setzen?

Übungen im schriftlichen Addieren und Subtrahieren An je einem Beispiel für ein oder mehrere Summanden bzw. Subtrahenden läßt man das Verfahren begründen.
Insbesondere wird noch einmal auf das Beachten des Übertrags hingewiesen. Hierzu kann nochmals das Beispiel, LB 96 unten, betrachtet werden.
Falls noch Zeit zur Verfügung steht, werden weitere formale Aufgaben zur Addition und Subtraktion gelöst, die bisher noch nicht verwendet wurden, auch solche, in denen beide Operationen auftreten. Hierzu eignen sich besonders auch noch nicht gestellte Kontrollaufgaben aus den Unterrichtseinheiten dieses Stoffabschnittes.

Stoffabschnitt 2.2.

Multiplikation natürlicher Zahlen (25 Std.)

Aus Klasse 3 kennen die Schüler das schriftliche Multiplizieren mit einstelligem Faktor. Hauptanliegen dieses Stoffabschnittes ist das Ausdehnen dieses Verfahrens auf Faktoren mit höherer Stellenzahl. In Vorbereitung darauf werden die Grundgesetze der Multiplikation wiederholt und dabei die Bezeichnungen „Kommutativgesetz der Multiplikation“,

„Assoziativgesetz der Multiplikation“ und „Distributivgesetz“ (der Multiplikation bezüglich der Addition) eingeführt. Die Gesetze werden zur Begründung des Verfahrens der schriftlichen Multiplikation herangezogen.
Die Schüler lernen zunächst *ein* Schema für die schriftliche Multiplikation kennen. Erst danach werden auch andere Möglichkeiten gezeigt, die Rechenvorteile bringen können. Das Behandeln von Rechenvorteilen darf aber nicht zur Verwirrung in der Handhabung des Grundverfahrens führen.
Wie im vorangegangenen Abschnitt sind auch in diesem Stoffabschnitt vielfältige Aufgabenstellungen zu wählen, um die Schüler zum aufmerksamen Analysieren der Aufgaben zu veranlassen. Diesem Zwecke dient besonders der Unterricht zu den Lerneinheiten 9, 12 und 15, in dem neben dem Lösen von Sachaufgaben auch komplexe Übungen zum vorangegangenen Stoff durchgeführt werden sollen.
In den täglichen Übungen ist die Entwicklung von Fertigkeiten im Kopfrechnen und im schriftlichen Multiplizieren zu unterstützen. Die Beherrschung des kleinen Einmaleins ist genauso Voraussetzung für eine erfolgreiche schriftliche Multiplikation wie auch für die mündliche und schriftliche Division. Das muß den Schülern bewußtgemacht werden.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Multiplikation	(LE 7; 1 Std.)
Eigenschaften der Multiplikation	(LE 8; 2 Std.)
Tabellen bei Sachaufgaben	(LE 9; 1 Std.)
Distributivgesetz	(LE 10; 2 Std.)
Schriftliches Multiplizieren	(LE 11; 2 Std.)
Planen bei Sachaufgaben	(LE 12; 2 Std.)
Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen	(LE 13; 2 Std.)
Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen	(LE 14; 4 Std.)
Schließen beim Lösen von Sachaufgaben	(LE 15; 2 Std.)
Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen	(LE 16; 3 Std.)
Zusammenfassung	(2 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Es besteht auch die Möglichkeit, die Stundenanzahl für die mehr theoretisch angelegten Lerneinheiten 8 und 10 zugunsten des Multiplizierens mit zweistelligen Zahlen zu kürzen. In den Unterrichtseinheiten zu den Lerneinheiten 7, 8 und 11 wird zu einem großen Teil bereits in der 3. Klasse erworbenes Wissen und Können gefestigt und weiterentwickelt.

Die Multiplikation (1 Std.)

LE 7 (LB 100 bis 103)

Den Schülern ist aus der Klasse 3 bereits die Multiplikation einer natürlichen Zahl mit 10 und 100 sowie das mündliche und schriftliche Multiplizieren einer natürlichen Zahl mit einer einstelligen Zahl bekannt. Diese Unterrichtseinheit dient der Festigung dieses Wissens und Könnens.
Das Hauptanliegen besteht darin, die Schüler zu einer sicheren Beherrschung der bei der Multiplikation auftretenden Begriffe und Verfahren zu führen.

Ziele

Die Schüler

- kennen die Begriffe „Faktor", „Produkt" und „Multiplikation" und können einfache Multiplikationsaufgaben im Kopf und schriftlich lösen,
- wissen, daß zwei Faktoren genau ein Produkt zugeordnet ist, aber einem Produkt mehrere Faktorenpaare zugeordnet werden können,
- können Gleichungen lösen, in denen die Variable mit Hilfe der mündlichen Multiplikation bestimmt werden kann.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung der Multiplikation
- Wiederholung der Grundbegriffe der Multiplikation
- Erarbeitung der Zusammenhänge hinsichtlich der Zuordnung Faktorenpaar – Produkt, Produkt – Faktorenpaar
- Wiederholung des schriftlichen Multiplikationsverfahrens

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus Kopfrechnen: Kleines Einmaleins (tägliche Übungen, Nr. 7 bis 9, UH 12). Schüler, deren Kenntnisse hier Lücken aufweisen, sollten sofort den Auftrag zum häuslichen Üben erhalten (ggf. Eltern oder Horterzieherinnen darauf aufmerksam machen). Hauptfeld der Übung für alle Schüler bleibt der Unterricht.

Motivierung der Multiplikation LB 100 („Kai zählt Flaschen") wird von den Schülern selbständig durchgearbeitet. Auftrag B 25 kann im Unterrichtsgespräch, evtl. unter Einbeziehung der Tafel, behandelt werden. Die folgende *Zielstellung* könnte sich ergeben:

Die Multiplikation natürlicher Zahlen müssen wir sicher beherrschen, um Aufgaben in der Schule und im täglichen Leben lösen zu können. Es gibt noch schwierigere Multiplikationsaufgaben als diejenigen, die wir bisher gelöst haben. Deshalb werden wir uns heute und in weiteren Stunden um die Lösung derartiger Aufgaben bemühen.

Wiederholung der Grundbegriffe der Multiplikation Anhand einer Aufgabe werden die Begriffe Multiplikation, Faktor und Produkt wiederholt. Die Schüler müssen diese Begriffe vor allem richtig anwenden können (Merkstoff B 9). Die Erklärung dieser Begriffe am „Rechenautomaten" (LB 100) sollte nicht allzusehr in den Vordergrund treten (siehe Bemerkungen dazu in Unterrichtseinheit 1!)

Besonders zu beachten ist die Multiplikation mit 0 und 1! Zur Übung wird Auftrag B 27 empfohlen.

Erarbeitung der Zusammenhänge hinsichtlich der Zuordnung Faktorenpaar – Produkt, Produkt – Faktorenpaar Die folgende Tabelle (Tafelbild) wird von den Schülern während eines Unterrichtsgesprächs ausgefüllt:

a	b	$a \cdot b$
7	5	
	8	32
9		63
		40

Zur weiteren Arbeit kann Auftrag B 28 a und b herangezogen werden. Das Ergebnis dieser Erarbeitung führt zu Merkstoff B 10. Die Schüler erfüllen mündlich Auftrag B 30.

Wiederholung des schriftlichen Multiplikationsverfahrens In diesem Stundenabschnitt soll es nur um eine kurze Auffrischung des Verfahrens gehen, nicht um eine längere Übungsstrecke. Aufgabenvorschlag: $67 \cdot 4$, $257 \cdot 6$, $1\,348 \cdot 3$. Dabei sollte zunächst ein Schüler an der Tafel den Rechenweg kommentieren. Besonders zu achten ist auf die Überschlagsrechnung. Zur größeren Sicherheit bei der Ermittlung des Produkts sollte den Schülern das nochmalige Multiplizieren mit Vergleich zum vorherigen Ergebnis empfohlen werden. Gute Erfahrungen gibt es zu folgender *Rechenkontrolle* beim schriftlichen Multiplizieren:
Die Schüler decken mit einem dazu bereitgehaltenen Blatt die bereits durchgeführte Rechnung ab, so daß nur noch die Aufgabenstellung zu sehen ist. Auf dem Blatt wird die Berechnung wiederholt und anschließend mit der bereits ausgeführten Rechnung verglichen. Das ermöglicht auch dem Lehrer, festzustellen, ob der Schüler wirklich kontrolliert hat. Die Erziehung der Schüler zur Kontrolle der erhaltenen Ergebnisse ist sehr wichtig für jegliches erfolgreiches Arbeiten.
Als *Hausaufgabe* werden empfohlen: Aufg. 4, 5, 7 (LB 102 f.). Aufg. 4 enthält in Tabellenform Aufgaben zum Typ $a \cdot x = b, x \cdot y = a$; Aufg. 5 enthält Aufgaben zum Typ $a \cdot x = b$. Zur Denkschulung ist besonders Aufg. 7 geeignet.

Kontrollaufgaben

1. $40 \cdot 8 = x$. Löse die Gleichung und bezeichne ihre Glieder!
2. Ordne durch Pfeile die Faktorenpaare dem jeweiligen Produkt zu!

(7; 20)	(12; 3)	(400; 0)	(11; 100)	(1; 150)
0	150	140	1 100	36

3. $79 \cdot 6$, $314 \cdot 8$, $1\,450 \cdot 4$ *(474, 2 512, 5 800)*
4. Gib Zahlen an, die folgende Gleichungen erfüllen!
   $9 \cdot x = 81$, $x \cdot 0 = 120$, $14 \cdot x = 28$, $x \cdot 1 = 730$

Eigenschaften der Multiplikation (2 Std.)

LE 8 (LB 103 bis 106)

Die Schüler wissen bereits aus Klasse 3, daß für alle natürlichen Zahlen a, b und c gilt: $a \cdot b = b \cdot a$ und $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
Neu ist in dieser Unterrichtseinheit nur die Bezeichnung der beiden Gesetze. Es sollte besonders darauf geachtet werden, daß die Schüler die Nützlichkeit der beiden Gesetze beim Lösen von Aufgaben erkennen und anwenden.

Ziele

Die Schüler

- kennen die Bezeichnungen „Kommutativgesetz der Multiplikation" und „Assoziativgesetz der Multiplikation",

– können das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz der Multiplikation für vorteilhaftes Rechnen nutzen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung der Notwendigkeit der Behandlung der Gesetze
- Vermittlung der Bezeichnungen „Kommutativgesetz der Multiplikation" und „Assoziativgesetz der Multiplikation"

2. Stunde
- Anwendung der Gesetze der Multiplikation

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus
Kopfrechnen
- Grundaufgaben der Multiplikation und Division (Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen Nr. 10, UH 12)
- Ausfüllen einer Tabelle

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$
26	1		
	7	70	
5			45

Motivierung der Notwendigkeit der Behandlung der Gesetze Das Ausfüllen obiger Tabelle kann für die Motivierung genutzt werden: Wir haben bereits in Klasse 3 erkannt, daß man Faktoren vertauschen darf. Es handelt sich hierbei um ein Gesetz der Multiplikation, das wir zusammen mit einem weiteren Gesetz beim Rechnen anwenden wollen. Beim Lösen von Multiplikationsaufgaben kann man oft vorteilhafter rechnen, wenn man diese Gesetze kennt.

Vermittlung der Bezeichnungen „Kommutativgesetz..." Es wird empfohlen, beide Gesetze in der 1. Stunde zu behandeln, da entsprechende Übungen zur Anwendung dieser Gesetze kaum in sinnvoller Weise getrennt durchgeführt werden können. Der Schwerpunkt der Übungen liegt dann in der 2. Stunde. Unmittelbar an die Motivierung anschließend kann den Schülern die Bezeichnung „Kommutativgesetz" genannt werden. Man kann den Schülern empfehlen (falls das nicht schon beim Kommutativgesetz der Addition geschah), in einem Fremdwörterbuch oder im Duden nachzulesen: kommutativ – vertauschbar. Die Schüler müssen also wissen, daß bei der Multiplikation die Faktoren vertauscht werden dürfen. Das Gesetz sollte auch mit Hilfe von Variablen dargestellt werden, ohne eine solche Formulierung zum Schwerpunkt des Unterrichts zu machen.

Zur Vermittlung der Bezeichnung „Assoziativgesetz der Multiplikation" lösen die Schüler Auftrag B 32 und erhalten
$(3 \cdot 4) \cdot 10 = 120,\quad 3 \cdot (4 \cdot 10) = 120$, also
$(3 \cdot 4) \cdot 10 = 3 \cdot (4 \cdot 10)$.
Die Schüler wissen bereits aus der 3. Klasse, daß Faktoren beliebig durch Klammern zusammengefaßt werden können. Diese Eigenschaft der Multiplikation wird mit Hilfe von Variablen dargestellt und als Assoziativgesetz bezeichnet.

Die Nutzung des Assoziativgesetzes zum vorteilhaften Rechnen kann bei der Lösung zu der Aufgabe $37 \cdot 2 \cdot 5$ (LB 104) verdeutlicht werden. Einige Kopfrechenaufgaben dieser Art sollten angeschlossen werden.
Im Auftrag B 33 können das Kommutativ- und das Assoziativgesetz in einer Aufgabe zum vorteilhaften Rechnen angewendet werden. Bei entsprechenden zeitlichen Möglichkeiten können noch Aufgaben wie Aufg. 1 (LB 105) mündlich oder halbschriftlich gelöst werden. Es sollte keinesfalls auf eine kurze *Zusammenfassung* der gewonnenen wesentlichen Erkenntnisse am Ende der Stunde verzichtet werden.
Als *Hausaufgabe* wird empfohlen: Aufg. 6 (LB 105)

Anwendung der Gesetze der Multiplikation Bevor in vielfältiger Weise das Kommutativ- und das Assoziativgesetz zur Anwendung kommen, sollten diese Gesetze anhand von Aufgaben noch einmal verbal und unter Verwendung der Variablen von den Schülern genannt werden. Es ist unbedingt ein formales Hersagen zu vermeiden.
Bisher haben die Schüler die Gesetze bei zwei bzw. drei Faktoren angewendet. Das Beispiel $4 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 2$ (LB 104) eignet sich dazu, den Schülern mitzuteilen, daß man auch bei mehr als drei Faktoren die Reihenfolge beliebig verändern und Faktoren beliebig zusammenfassen kann.
Aufg. 2 (LB 105) sollte dann selbständig von den Schülern gelöst werden. Die Ergebnisse sind durch Kopfrechnen bzw. halbschriftliches Rechnen zu gewinnen.
Für weitere formale Übungsaufgaben sollte eine Auswahl aus Aufg. 8 und 9 (LB 105), Lösen von Gleichungen des Typs $a \cdot x$ und $a \cdot b \cdot x = c$, getroffen werden. Anhand einiger Beispiele wird auf das Vervielfachen von Größen (LB 104) eingegangen.
Keinesfalls darf das Lösen von Textaufgaben (Aufg. 14 und 15, LB 106) vernachlässigt werden. Einerseits verlieren bei häufiger Beschäftigung mit solchen Aufgaben die Schüler die oft vorhandene Scheu vor derartigen Aufgaben, und andererseits wird nochmals an außermathematischen Aufgabenstellungen klar, welche Vorteile die Kenntnis der Gesetze bei entsprechenden Berechnungen bringt.
Für die *Hausaufgaben* wird eine „bunte Mischung" von Aufgaben der behandelten Arten empfohlen, etwa: Aufg. 4a, 8c, 9b, 10a, 13a, 14 (LB 105 f.).

Kontrollaufgaben

1.

a	b	c	$a \cdot b \cdot c$
13	4	7	*(364)*
6	5	*(8)*	240
(10)	9	15	1 350
8	*(2)*	9	144

2. Rechne vorteilhaft!
   $80 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$ *(8 400)*
   $9 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 50$ *(5 400)*
   $11 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4$ *(8 800)*
3. Formuliere das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz der Multiplikation mit eigenen Worten!
4. Löse folgende Gleichungen!
   $2 \cdot 24 \cdot x = 480$ *($x = 10$)*
   $y \cdot 3 \cdot 12 = 72$ *($y = 2$)*
5. 800 kg · 90 *(72 000 kg)*

Tabellen bei Sachaufgaben (1 Std.)

LE 9 (LB 106 bis 108)

Manche Schüler haben Schwierigkeiten beim Lösen von Sachaufgaben und wissen oft nicht, wie sie sich den Text erschließen sollen. Mit dieser Unterrichtseinheit werden die Bemühungen fortgesetzt, den Schülern explizit Hinweise zur Lösung derartiger Aufgaben zu geben bzw. Vorgehensweisen bei der Lösung zu erarbeiten.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß man zum besseren Verstehen mancher Sachaufgaben eine Tabelle nutzen kann und daß sich mit Hilfe einer Tabelle der Lösungsweg für bestimmte Sachaufgaben planen läßt,
- sind in der Lage, zur Erschließung und Lösung von Sachaufgaben Tabellen zu nutzen.

Schwerpunkte

- Kopfrechenübungen
- Nutzen einer Tabelle zum Finden aller möglichen Lösungen
- Erarbeitung der Lösung einer Sachaufgabe mit Hilfe einer Tabelle (eindeutig bestimmte Lösung)

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen Immer wieder sollten in täglichen Übungen vielfältige, aber einfache Aufgaben aus verschiedenen Bereichen gelöst werden, auch wenn kein unmittelbarer Bezug zum gerade behandelten Stoff besteht. Vorgeschlagen wird das Lösen von Aufgaben zu den Grundrechenoperationen mit Wettbewerbscharakter zwischen einzelnen Schülern oder Schülergruppen (Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen, Nr. 11, UH 12).

Nutzen einer Tabelle zum Finden aller möglichen Lösungen Für diesen Stundenabschnitt wird die Aufgabe auf LB 106 unten empfohlen. Diese Aufgabe hat insgesamt 5 Lösungen. Für die Lösung dieser Aufgabe muß den Schülern eine Hilfe gegeben werden, damit sie durch eine bestimmte Vorgehensweise alle Lösungen berechnen können. Die Aufgabe sollte bis zu der Frage „Wieviel Kinder reisen mit?" an der Tafel vorgegeben werden, obwohl sie im Lehrbuch enthalten ist. Viele Schüler lesen sonst unaufgefordert den weiteren Text und achten zu wenig auf die Impulse des Lehrers. Auch bei dieser Aufgabe sollen sich die Schüler zunächst eigene Gedanken zur Lösung machen und die ermittelten Ergebnisse nennen. Während der Diskussion zu den geäußerten Schülermeinungen kann das Lehrbuch herangezogen, die Tabelle (LB 107) ins Heft übernommen und weitergeführt werden. Eine gründliche Auswertung der Ergebnisse dieser Erarbeitung ist notwendig.

Hinweis: Wenn hier 5 Lösungen genannt wurden, dann ist die Lösung: 5 Männer, 10 Frauen und 1 Kind mit einbezogen worden. Diese Lösung kann auch ausgeschlossen werden mit der Begründung, daß bei 1 Kind nicht von „Kindern" die Rede sein kann, wie es in der Aufgabe formuliert wurde.

Erarbeitung der Lösung einer Sachaufgabe mit Hilfe einer Tabelle Für diese Erarbeitung bietet die Lehrbuchdarstellung eine gute Grundlage (LB 107). Um zu vermeiden, daß die Schüler sich vorzeitig mit den Lehrbuchausführungen beschäftigen, wird empfohlen, auch hier die Aufgabenstellung des Beispiels B 9 als Tafelbild oder Folie vorzubereiten. Die Schüler sollen sich zunächst einmal mit dem Sachverhalt vertraut machen, eigene Gedanken zur Lösung entwickeln und Ergebnisse nennen. Im weiteren sollten die Planung der Lösung und die Berechnung im Unterrichtsgespräch erfolgen (wie LB 107).
Prinzipiell sind die gesamten Lehrbuchausführungen für eine selbständige Erarbeitung geeignet. Beachtet werden muß jedoch, daß bei einer 4. Klasse im allgemeinen das Konzentrationsvermögen noch nicht so stark entwickelt ist, um eine erfolgreiche selbständige Erarbeitung über einen größeren Abschnitt hinweg für alle Schüler zu garantieren.
Als *Hausaufgabe* werden empfohlen: Aufg. 1 und 6 (LB 107 f.) – Sachaufgaben
Aufg. 3c, e und 4 (LB 108 unten) – formale Aufgaben vom Typ $a \pm b \cdot c$; $a \cdot (b \pm c)$
Das Lehrbuchbeispiel B 9 bildet die Grundlage für das Lösen der Aufg. 6 (LB 108). In diesem Beispiel wurde auf die Verwendung von Variablen Wert gelegt, da die Schüler mit dieser Betrachtungsweise vertraut zu machen sind. In den folgenden Schuljahren müssen sie sicher damit umgehen können. Trotzdem muß eine in der folgenden Weise ausgeführte Schülerlösung zur Aufg. 6 bei der Bewertung voll anerkannt werden:

Marlen	Torsten	Ulrike
67 M	67 M — 23 M 44 M	67 M — 16 M 51 M

$$\begin{array}{r} 67\text{ M} \\ 44\text{ M} \\ +\ 51\text{ M} \\ \hline 162\text{ M} \end{array}$$

Marlen, Torsten und Ulrike haben zusammen 162 M gespart.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 5 (LB 108) **2.** Aufg. 1 (LB 107)

Distributivgesetz (2 Std.)

LE 10 (LB 109 bis 110)

Auch das Distributivgesetz ist den Schülern inhaltlich bereits aus Klasse 3 bekannt. Daran anknüpfend wird die Bezeichnung „Distributivgesetz" eingeführt. Vielfältige Aufgaben zur Anwendung sollen die Schüler zur sicheren Beherrschung dieses Gesetzes führen. Das Distributivgesetz ist die Grundlage für das schriftliche Verfahren der Multiplikation.

Ziele

Die Schüler
- kennen das Distributivgesetz und können es mit Hilfe von Variablen und von „für alle ..." formulieren,

- erkennen anhand von Beispielen, daß ein dem Distributivgesetz entsprechendes Gesetz gilt, wenn ein Faktor eine Differenz ist,
- können das Distributivgesetz bei der Lösung formaler Aufgaben anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)
- Erarbeitung der Zielstellung, sich mit der Beziehung $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ näher zu befassen
- Einführung der Bezeichnung „Distributivgesetz"
- Anwendung des Distributivgesetzes

2. Stunde
- Erarbeitung eines Gesetzes für Multiplikation und Subtraktion
- Vertiefung und Anwendung des Distributivgesetzes

Methodische Hinweise

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 1. Stunde
Thema: Distributivgesetz

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können Kopfrechenaufgaben unter Nutzung distributiver Beziehungen lösen,
- kennen den Inhalt des Distributivgesetzes und können es mit Hilfe von Variablen formulieren,
- wissen, daß die behandelte Beziehung „Distributivgesetz" genannt wird.

Gliederung der Stunde

(1)	5 Min.	Kopfrechenübungen unter Nutzung distributiver Beziehungen
(2)	5 Min.	Zielstellung und Motivierung
(3)	15 Min.	Anwenden der Kenntnisse über distributive Beziehungen beim Lösen einer Sachaufgabe (LB 109, Auftrag B 36) und Vermittlung der Bezeichnung „Distributivgesetz"
(4)	15 Min.	Erarbeitung einer verbalen Formulierung des Distributivgesetzes (LB 110, Aufg. 4a, 5a)
(5)	5 Min.	Hausaufgabenstellung (LB 110, Aufg. 1a, 3, 6, 7* a)
(6)		Zusammenfassung

(1) Es werden vielseitige Aufgaben zu den Grundrechenoperationen gestellt und verstärkt Aufgaben wie $4 \cdot 16$, $13 \cdot 7$ eingestreut. Ein Schüler erklärt, wie er bei der Lösung derartiger Kopfrechenaufgaben vorgeht, etwa: $4 \cdot 16 = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 6$.
Es werden noch einige Aufgaben dieses Typs gerechnet, bei deren Lösung nun auch die Schüler, die vorher den genannten Lösungsweg nicht genutzt haben, diesen Weg verwenden.

(2) Der Lehrer stellt die Frage: Gibt es eine Begründung dafür, daß z. B. $4 \cdot 16 = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 6$ gilt und damit der von uns gewählte Lösungsweg richtig ist? Da die Schüler bereits in der 3. Klasse das Distributivgesetz *inhaltlich* kennengelernt haben (↗ LB Klasse 3, S. 82), ist es möglich, daß sich einige Schüler daran erinnern und eine Begründung geben können. Ist das nicht der Fall, muß der Lehrer Hilfen geben. Das kann geschehen durch das Veranschaulichen der Distributivität mittels Rechteckflächen bzw. am Zahlenstrahl. Geeignet dafür ist Auftrag B 37 mit LB-Bild 5 (Veranschaulichung an Rechteckflächen). Für eine Veranschaulichung am Zahlenstrahl kann folgendes Tafelbild entwickelt werden (Bild 2.1).

$$(3 + 5) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2$$

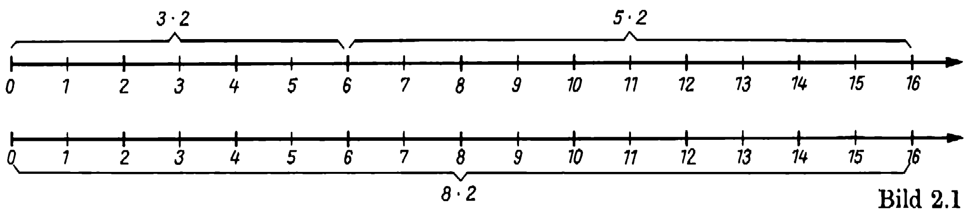


Bild 2.1

Zielstellung: Da die genannte Beziehung in der Mathematik eine wichtige Rolle spielt und ihre Nutzung oft Rechenvorteile bringt, werden wir uns heute noch näher mit ihr beschäftigen.

(3) Die Schüler lesen die Aufgabe von der Großküche im Lehrbuch (LB 109) und geben nach einiger Überlegungszeit (LB wieder geschlossen) ihre selbst ermittelte Lösung an. Diese Lösung, evtl. auch mehrere als Lösung angegebene Ergebnisse, werden vom Lehrer an der Tafel zunächst festgehalten. Dann erarbeiten sich die Schüler die im Lehrbuch dargelegten Gedankengänge von Irene und Ulf und führen Auftrag B 36 aus.
In der Auswertung wird an der Tafel noch einmal herausgestellt, daß folgende Gleichung gilt:

$$\begin{aligned}(2\,000 + 7\,000) \cdot 5 &= 2\,000 \cdot 5 + 7\,000 \cdot 5\\ 9\,000 \cdot 5 &= 10\,000 + 35\,000\\ 45\,000 &= 45\,000\end{aligned}$$

Dabei zeigt sich, wer zu Beginn der Behandlung dieser Aufgabe ein richtiges Ergebnis genannt hatte.
Über die erste Zeile des Tafelbildes wird unter Verwendung farbiger Kreide eine Gleichung mit Variablen geschrieben und so noch einmal die im Zentrum der Behandlung stehende Beziehung deutlich gemacht. Dieser Beziehung wird der Name „Distributivgesetz" gegeben.

Hinweis: Es handelt sich um das Distributivgesetz der Multiplikation bezüglich der Addition.
Zur Erklärung dieser Bezeichnung wird im Duden nachgeschlagen unter „distributiv" – verteilend. Das Distributivgesetz wird auch Gesetz der Verteilung genannt (hier: Verteilung des Faktors c auf die Summanden a und b bei der Multiplikation).

Vollständiges Tafelbild:

Distributivgesetz

(	a	$+$	b	$)\cdot c =$	a	$\cdot c +$	b	$\cdot c$
(2 000	$+$	7 000)	$\cdot 5 =$	2 000	$\cdot 5 +$	7 000	$\cdot 5$	

$$(a + b)\cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$
$$(2\,000 + 7\,000)\cdot 5 = 2\,000 \cdot 5 + 7\,000 \cdot 5$$
$$9\,000 \cdot 5 = 10\,000 + 35\,000$$
$$45\,000 = 45\,000$$

Im Unterrichtsgespräch wird noch einmal betont, daß das Distributivgesetz *für alle* natürlichen Zahlen gilt. Vollständig lautet es: Für alle natürlichen Zahlen a, b, c gilt: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

(4) Die Schüler lösen Aufgaben unter Anwendung des Distributivgesetzes im Kopf bzw. halbschriftlich Aufg. 4a und Aufg. 5a (LB 110).
Für die Schüler ist die verbale Formulierung eines Gesetzes mitunter aussagekräftiger als die Formulierung mit Variablen und wird, wenn sie verstanden wurde, besser eingeprägt. Eine einwandfreie Formulierung dieser Art für das Distributivgesetz ist von den Schülern in dieser Altersstufe sicher nicht zu erreichen, es muß aber auf sie hingearbeitet werden.
Vorschlag: Eine Summe wird mit einer Zahl multipliziert, indem jeder Summand mit der Zahl multipliziert wird und die Produkte addiert werden.
Diese Formulierung wird zeichnerisch in folgender Weise unterstützt (Umrahmung: Summe, Produkt – farbig):

$$\underbrace{\boxed{(30 + 7)}}_{\text{Summe}} \; 2 = \underbrace{\boxed{30 \cdot 2}}_{\text{Produkt}} + \underbrace{\boxed{7 \cdot 2}}_{\text{Produkt}}$$

(5) LB 110, Aufg. 1a: Tabelle vervollständigen
3a: Lösen einer Gleichung
6a: Beachten der Faustregel: Punktrechnung geht vor Strichrechnung
7*a: Festigen der Begriffe „Produkt“, „Summe“

(6) Ein Schüler erläutert anhand der Aufgabe $43 \cdot 5$ den Inhalt des Distributivgesetzes: $(40 + 3) \cdot 5 = 40 \cdot 5 + 3 \cdot 5$. Dabei formuliert er das Gesetz unter Verwendung von Variablen und versucht auch eine verbale Formulierung.

Erarbeitung eines Gesetzes für Multiplikation und Subtraktion Vor der Erarbeitung eines Gesetzes unter Einbeziehung von Differenzen sollte entweder in Form einer mündlichen Leistungskontrolle oder im Unterrichtsgespräch eine Wiederholung der Kenntnisse über das Distributivgesetz erfolgen. Dadurch wird die weitere Erarbeitung erleichtert.
Die Schüler lösen danach Auftrag B 38b und formulieren das dem Distributivgesetz entsprechende Gesetz für Multiplikation und Subtraktion:
$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ (Zusatzbedingung $a \geqq b$ beachten!)
Die Schüler sollten die Zusatzbedingung anhand von geeigneten Beispielen selbst erkennen, z. B. LB 109, $(12 - 20) \cdot 9$.

Vertiefung und Anwendung des Distributivgesetzes Im Unterrichtsgespräch wird den Schülern folgende Frage gestellt: Darf man für die Gleichung im Distributivgesetz auch schreiben:
$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$?

Folgender Gedankengang wird erarbeitet:
Da bekanntlich $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ gilt, darf aufgrund des Kommutativgesetzes der Multiplikation (Faktoren dürfen vertauscht werden) auch geschrieben werden:

$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$.

Das heißt, man kann das Distributivgesetz auch bei den folgenden Beispielen anwenden:

$$\begin{aligned} 6 \cdot (5 + 2) &= 6 \cdot 5 + 6 \cdot 2 \\ 6 \cdot \quad 7 \quad &= \ 30 + 12 \\ 42 \quad &= \quad 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \cdot 29 = 8 \cdot (20 + 9) &= 8 \cdot 20 + 8 \cdot 9 \\ &= 160 + 72 \\ &= 232 \end{aligned}$$

Bemerkung: Im Lehrbuch wird noch eine Veränderung in der Variablenbezeichnung (LB 109), Auftrag B 38a: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ vorgenommen. Dieser Schritt kann evtl. den Schülern Schwierigkeiten bereiten und ist zudem nicht unbedingt erforderlich. Abschließend wird eine *Zusammenfassung* der wesentlichen Kenntnisse zum Distributivgesetz empfohlen, z. B. anhand der Kontrollaufgaben.

Kontrollaufgaben

1. Wende das Distributivgesetz auf folgende Aufgaben an!
   $(40 + 3) \cdot 5$; $7 \cdot (11 + 20)$ *(215; 217)*
2. Berechne folgende Aufgaben!
   $(60 - 12) \cdot 4$; $(35 - 40) \cdot 9$ *(192; nicht lösbar)*

Schriftliches Multiplizieren (2 Std.)

LE 11 (LB 111 bis 113)

Hauptanliegen dieser Unterrichtseinheit ist es, die Fähigkeiten der Schüler im schriftlichen Multiplizieren weiterzuentwickeln und ihnen bewußtzumachen, daß dem schriftlichen Multiplikationsverfahren das Distributivgesetz zugrunde liegt.

Ziele

Die Schüler
- können sicher Produkte aus einer mehrstelligen Zahl und einer einstelligen Zahl mit Hilfe des schriftlichen Multiplikationsverfahrens berechnen,
- erkennen, daß dem schriftlichen Multiplikationsverfahren das Distributivgesetz zugrunde liegt,
- sind in der Lage, bei der Lösung von Sachaufgaben das Multiplizieren mit Größen (auch mit Angaben in Kommaschreibweise) sicher auszuführen,
- gelangen zu der Einsicht, daß die sichere Beherrschung des schriftlichen Multiplikationsverfahrens zur Lösung von Aufgaben des täglichen Lebens notwendig ist.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Kopfrechenübungen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)
- Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen schriftlichem Multiplikationsverfahren und Distributivgesetz
- Übungen zum schriftlichen Multiplizieren

2. Stunde

- Übungen im schriftlichen Multiplizieren mit Größen (auch mit Angaben in Kommaschreibweise) und Anwendung der erworbenen Fähigkeiten bei der Lösung von Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen Es wird empfohlen, in diese Übungen *alle* Grundrechenoperationen einzubeziehen, um einer einseitigen Fähigkeitsentwicklung vorzubeugen. Auch einige „Kettenaufgaben" sollten dabei eine Rolle spielen, um das Gedächtnis zu trainieren (angemessenes Tempo bei der Aufgabenstellung beachten!) Aufg. 12, UH 12).

Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen schriftlichem Multiplikationsverfahren und Distributivgesetz Für diese Erarbeitung kann der Lehrbuchtext (LB 111) im Zusammenhang mit Auftrag B 40 genutzt werden. Folgendes Vorgehen wird empfohlen: Nachdem ein Schüler die Aufgabenstellung (zu Beginn der LE 11) vorgelesen hat, erhalten alle Schüler Bedenkzeit zum Aufstellen des Lösungsweges bzw. evtl. auch schon zum Nennen der Ergebnisse. Dabei werden die Ausführungen im Lehrbuch, die ja den Lösungsweg enthalten, abgedeckt. Die Aufgabe kann auch an der Tafel oder auf Folie den Schülern vorgegeben werden. Damit würde dem vorzeitigen Informieren im Lehrbuch begegnet. Der von den Schülern genannte Lösungsweg wird im Zusammenhang mit den jetzt einzubeziehenden Lehrbuchausführungen (einschließlich Auftrag B 40) diskutiert. Wichtig ist es, daß hierbei herausgearbeitet wird, daß dem schriftlichen Multiplikationsverfahren das Distributivgesetz zugrunde liegt. In der 3. Klasse wurde bei der Einführung des schriftlichen Multiplikationsverfahrens bereits von einer Darstellung ausgegangen, die die Anwendung des Distributivgesetzes zeigt. Eigentlich ist nur eine Auffrischung in Verbindung mit der jetzt erst eingeführten Bezeichnung „Distributivgesetz" notwendig. Für diesen Zweck empfiehlt sich die folgende Darstellung für die Berechnung des Produkts $623 \cdot 2$:

$$\begin{aligned} 623 \cdot 2 &= (600 + 20 + 3) \cdot 2 \\ &= 600 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \\ &= \mathbf{1\,200} + \mathbf{40} + \mathbf{6} \\ &= \mathbf{1\,246} \end{aligned} \qquad \begin{array}{r} 623 \cdot 2 \\ \hline \mathbf{1246} \end{array}$$

Hier ist es wichtig darauf hinzuweisen, daß auch dieser Vorgehensweise (Summe mit mehr als zwei Summanden wird mit einem Faktor multipliziert) das Distributivgesetz zugrunde liegt. (Es wird auch von mehrfacher Anwendung des Distributivgesetzes gesprochen.) Fettgedruckte Zahlen farbig hervorheben! Bei Multiplikationsaufgaben mit Übertrag erscheinen natürlich nicht überall sofort die Ziffern des Ergebnisses.

Übungen zum schriftlichen Multiplizieren Als Übungsaufgaben werden empfohlen: Aufg. 1 und 4 (LB 112).

Bei Aufg. 4 sind mehrere Ergebnisse zur Auswahl vorgegeben, und der Schüler muß durch Überlegungen und Berechnungen falsche Ergebnisse ausschließen sowie das richtige Ergebnis bestimmen.
Bei allen Übungsaufgaben ist auf die Kontrolle des Ergebnisses durch Überschlag und Nachrechnen zu achten.

Übungen im schriftlichen Multiplizieren mit Größen ... Bereits in der 3. Klasse wurden Größen multipliziert. Durch Übungen wie Aufg. 5 (LB 112) können die diesbezüglichen Fähigkeiten weiterentwickelt werden (z. B. 732 cm · 5 = 3660 cm = 36,60 m). Bei Aufgaben wie Aufg. 6 (LB 112) ist darauf zu achten, daß bei Angaben in Kommaschreibweise in kleinere Einheiten umgewandelt wird (↗ Beispiel B 10).
Als Sachaufgabe wird Aufg. 7 (LB 112) empfohlen, bei deren Lösung noch einmal die Anwendung des Distributivgesetzes eine Rolle spielen kann (auch andere Lösungswege sind möglich), und Aufgabe 8, bei der es um das Multiplizieren und Addieren mit Größen geht.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1b (LB 112)
2. Aufg. 5a, 6b (LB 112)
3. Aufg. 7, 9 (LB 112f.)

Planen bei Sachaufgaben (2 Std.)

LE 12 (LB 113 bis B 115)

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß zum Planen des Lösungsweges einer Sachaufgabe ein Schema bzw. eine Skizze verwendet werden können,
- können komplexe Aufgaben zur Addition, Subtraktion und Multiplikation sicher lösen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung des Vorgehens beim Lösen einer Sachaufgabe
- Planen des Lösungsweges bei Sachaufgaben unter Anwendung von Schemata und Skizzen

2. Stunde
- Auswertung der Lösung einer Sachaufgabe
- Übungen zu komplexen Aufgaben

Methodische Hinweise

Wiederholung des Vorgehens beim Lösen einer Sachaufgabe Hier werden noch einmal bereits behandelte Methoden und Hinweise zur Lösung von Sachaufgaben zusammengetragen. Insbesondere geht es dabei um das Verwenden von Tabellen zur Erfassung des Sachverhalts einer Aufgabe und zur Planung des Lösungsweges. Es wird empfohlen, dazu die Aufgabe 5 (LB 108) zu verwenden und von den Schülern an der Tafel den Lösungsweg entwickeln zu lassen. Auf eine vollständige Lösung kann hier verzichtet werden, da hiermit lediglich noch einmal das Verwenden von Tabellen herausgestellt werden soll. Die endgültige Lösung kann in der Hausaufgabe erfolgen (falls noch nicht in LE 9 gelöst).

Mögliches Tafelbild:

Fahrgeld der Klassen				Gesamtsumme
5a	5b	5c	5d	
147 M	$x = 147$ M — 59 M	$y = 147$ M + 28 M	y	z

$z = 147\ \mathrm{M} + x + 2 \cdot y$

Planen des Lösungsweges bei Sachaufgaben unter Anwendung von Schemata und Skizzen
Eine grundsätzliche Bemerkung erscheint notwendig:
Die hier zu erarbeitenden Möglichkeiten zum Erschließen des Sachverhalts einer Aufgabe und zum Finden des Lösungsweges sollen dem Schüler bei der Lösung von Sachaufgaben *helfen*. Sie dürfen ihm nicht die Arbeit erschweren. Jeder Lösungsweg, der zum richtigen Ergebnis führt, wird voll anerkannt. Wenn ein Schüler ohne den vom Lehrer empfohlenen Weg auskommt, wird die Anwendung desselben nicht unbedingt von ihm gefordert. Eine strenge Unterscheidung zwischen Schema und Skizze ist nicht notwendig und auch nicht immer möglich.
Zur Aufgabe 3 (LB 115) kann mit den Schülern folgende schematische Darstellung an der Tafel entwickelt werden (keinesfalls vorbereitetes Tafelbild):

1. Schritt zum Aufstellen des Lösungsweges (Kästen, in denen sich Geld befindet)

Geld für Flaschen	Geld für Schrott	Geld für Zeitungen	Gesamtsumme

2. Schritt (Eintragen der Größen)

Geld für Flaschen 148 · 10 Pf	Geld für Schrott 9,80 M	Geld für Zeitungen x	Gesamtsumme 37,10 M

3. Schritt (Festlegen der Beziehungen und Rechenoperationen)

Geld für Flaschen 148 · 10 Pf	+	Geld für Schrott 9,80 M	+	Geld für Zeitungen x	=	Gesamtsumme 37,10 M

4. Schritt (Aufstellen der Gleichung ohne Kästen)

$148 \cdot 10\ \mathrm{Pf} + 9{,}80\ \mathrm{M} + x = 37{,}10\ \mathrm{M}$

5. Schritt (Berechnung)

Die hier angegebenen Schritte bilden keine allgemeine Vorschrift, sondern beziehen sich auf die gegebene Aufgabe. In der Nebenrechnung sollte eine Umwandlung von Mark in Pfennig vorgenommen werden. Die Berechnung kann bei Zeitmangel auch in der Hausarbeit zu Ende geführt werden. Die Lösung der Aufg. 4 (LB 115) kann ebenfalls in der hier beschriebenen Weise erfolgen.
Im Bsp. B 11 wird der Lösungsweg zu einer Sachaufgabe mit Hilfe einer Skizze geplant. Die Lehrbuchdarstellung ist hier für eine selbständige Schülerarbeit geeignet. Auftrag B 43a sollte in diese Tätigkeit mit einbezogen werden. Bei der Auswertung ist besonders der Vergleich des Ergebnisses mit dem Überschlag zu beachten. Für die Behandlung des Auftrages B 43b erscheint ein entwickelndes Unterrichtsgespräch sinnvoll. Hier kann das Distributivgesetz angewendet werden:

$(2\,700\text{ t} + 500\text{ t}) \cdot 7 = 18\,900\text{ t} + 3\,500\text{ t} = 22\,400\text{ t}$ bzw.

$(2\,700\text{ t} + 500\text{ t}) \cdot 7 = 3\,200\text{ t} \cdot 7 = 22\,400\text{ t}$

Beim Lösen von Sachaufgaben, insbesondere bei der selbständigen Schülerarbeit, sollten die Schüler auf die grundsätzlich zu gehenden 4 Schritte (LB 114) hingewiesen werden.

Auswertung der Lösung einer Sachaufgabe Die in der Hausaufgabe ermittelten Ergebnisse einiger Aufgaben, deren Lösungsweg im Unterricht gemeinsam erarbeitet wurde, sollten verglichen und dabei auftretende Fragen geklärt werden. Wurde eine Aufgabe, z. B. Aufg. 4 (LB 115), zur selbständigen Lösung für die Hausarbeit aufgegeben, dann sollte ein Schüler den von ihm gefundenen Lösungsweg an der Tafel darstellen. In eine daran anschließende Diskussion können auch noch weitere Lösungsmöglichkeiten einbezogen werden.

Übungen zu komplexen Aufgaben Hier sollen einerseits Aufgaben gelöst werden, die sowohl die Anwendung der Addition als auch der Subtraktion und Multiplikation verlangen, aber auch Aufgaben, die Aufgabentypen aus vergangenen Unterrichtseinheiten repräsentieren.
In einer *Zusammenfassung* sollten noch einmal die im Lehrbuch (LB 114) genannten vier Schritte beim Lösen von Sachaufgaben genannt werden.

Kontrollaufgabe
Aufg. 3 (LB 115)

Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (2 Std.)

LE 13 (LB 116 bis 118)

Die Regeln für das Multiplizieren einer natürlichen Zahl mit 10, 100, 1000, ... aus Klasse 3 und aus dem Stoffgebiet 1 „Natürliche Zahlen" und das Assoziativgesetz der Multiplikation bilden die Grundlage für das Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Regel für das Multiplizieren mit 10, 100, 1000, ...

– können unter Anwendung des Assoziativgesetzes der Multiplikation mehrstellige natürliche Zahlen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen multiplizieren.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung der Zielstellung
- Anwendung des Assoziativgesetzes der Multiplikation beim Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen
- Übungen zum Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen

2. Stunde
- Übungen zum Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen

Methodische Hinweise

Erarbeitung der Zielstellung Lösung von Aufgaben wie $65 \cdot 10$, $74 \cdot 100$; dabei Wiederholen der Regel:
Eine natürliche Zahl wird mit 10 bzw. mit 100 multipliziert, indem man an die Ziffer dieser Zahl eine bzw. zwei Nullen anhängt. Im Stoffgebiet 1 „Natürliche Zahlen" wurde bereits mit der erweiterten Regel (für 1000, 10000 ...) gearbeitet. Hier sollte sie noch einmal ausdrücklich formuliert werden: Beim Multiplizieren mit 1000 werden drei Nullen, beim Multiplizieren mit 10000 vier Nullen usw. angehängt.

Zielstellung: Wir wollen heute diese Regel beim Multiplizieren mit Vielfachen von 10, 100, 1000, ... anwenden.
Empfohlen wird zunächst Auftrag B 44.

Anwendung des Assoziativgesetzes der Multiplikation beim Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen Im Lehrbuch (LB 116) wird hierzu ein Beispiel ($628 \cdot 70$) in einer Weise aufbereitet, daß sowohl eine selbständige Bearbeitung durch die Schüler als auch eine Behandlung im Unterrichtsgespräch möglich ist.

Hinweis: Noch deutlicher wird die Anwendung des Assoziativgesetzes für die Schüler, wenn mit Klammern gearbeitet wird: $628 \cdot 70 = 628 \cdot (7 \cdot 10) = (628 \cdot 7) \cdot 10$

Auch auf Beispiele der folgenden Art sollte eingegangen werden:

$$\begin{aligned} 800 \cdot 70 &= 8 \cdot 100 \cdot 7 \cdot 10 \\ &= (8 \cdot 7) \cdot (100 \cdot 10) \\ &= 56 \cdot 1\,000 \\ &= 56\,000 \end{aligned}$$

Diese Art der Berechnung wird häufig bei der Ermittlung von Überschlägen verwendet.

Übungen zum Multiplizieren mit Vielfachen von Zehnerpotenzen
In der ersten Stunde sollten die Aufg. 4 und 5 (LB 116) gelöst werden. Aus dem reichen Angebot im Lehrbuch werden für die 2. Stunde folgende Aufgaben besonders empfohlen:
Formale Aufgaben mit Fehlern: Aufg. 6 (LB 117)
(Die Schüler sollen hier zunächst, ohne schriftlich zu rechnen, einige falsche Ergebnisse sofort ausschließen und Begründungen dafür angeben.)

Aufgaben mit Größen: Aufg. 7 (LB 117) Umrechnung bei 7 d in Stunden nicht dezimal!
Gleichungen des Typs $x : a = b$: Aufg. 11 (LB 117)
Ungleichungen des Typs $x < a \cdot b$ bzw. $x > a \cdot b$: Aufg. 12 (LB 117)
Sachaufgaben: Aufg. 14 (LB 117); Aufg. 16 und 18 (LB 118)

Kontrollaufgaben

1. a) $94 \cdot 70$ *(6 580)*
   b) $1\,352 \cdot 600$ *(811 200)*
   c) $7\,000 \cdot 316$ *(2 212 000)*
   d) $50\,000 \cdot 737$ *(36 850 000)*
2. $y : 500 = 8$ *($y = 4\,000$)*
3. Aufg. 18 (LB 118)

Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen (4 Std.)

LE 14 (LB 119 bis 122)

In dieser Unterrichtseinheit sind sichere Fähigkeiten und Fertigkeiten im schriftlichen Multiplizieren mit zweistelligen Zahlen zu entwickeln. Sie sind Vorbedingung für das Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen. Schwächen in der Beherrschung des kleinen Einmaleins müssen unbedingt beseitigt werden.

Ziele

Die Schüler
- kennen das schriftliche Verfahren der Multiplikation mit zweistelligem Faktor und können es bei Aufgaben mit Größen und bei Sachaufgaben sicher anwenden,
- wissen, daß auch diesem Verfahren das Distributivgesetz zugrunde liegt.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Kopfrechenübungen
- Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens zum Multiplizieren mit zweistelligem Faktor
- Übungen zum erarbeiteten Verfahren

2. Stunde
- Übungen zum schriftlichen Multiplikationsverfahren unter Einbeziehung von Größen
- Lösen von Sachaufgaben

3. und 4. Stunde
- Übungen im selbständigen Lösen von formalen Aufgaben und Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen Die sichere Beherrschung des kleinen Einmaleins ist Voraussetzung für jegliches erfolgreiches Multiplizieren. Es ist deshalb auch in dieser Unterrichtseinheit zu empfehlen, zu Beginn jeder Stunde diese Fähigkeiten durch Kopfrechenübungen zu festigen. Die Übungen sollten durch Gruppen- oder Einzelwettbewerbe abwechslungsreich gestaltet werden. In die Kopfrechenübungen sollten auch Aufgaben wie im Auftrag B 46 einbezogen werden (bei deren Lösung das Distributivgesetz zur Anwendung kommt) sowie Aufgaben zum Umwandeln von Größenangaben (Aufg. 13, UH 12).

Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens zum Multiplizieren mit zweistelligem Faktor Die Lösung der Aufgabe 1367 · 43 (LB 119) kann entsprechend der Lehrbuchdarstellung im Unterrichtsgespräch erarbeitet werden. Die Lehrbuchdarstellung sollte hier nur eine methodische Hilfe für den Lehrer sein. Zu empfehlen ist die Entwicklung der Lösung an der Tafel. Herausgestellt wird, daß auch das schriftliche Verfahren des Multiplizierens mit einem zweistelligen Faktor auf der Anwendung des Distributivgesetzes beruht. Besonders zu achten ist auf entsprechende *Rechenkontrollen* durch Überschlag und Nachrechnen (siehe Bemerkungen LE 7, S. 134ff.). Die Schüler müssen von der Notwendigkeit „ehrlicher Rechenkontrollen" überzeugt werden, da ein „Sichselbstbetrügen" aus Gründen der Bequemlichkeit oder Oberflächlichkeit nicht selten ist.
Zur Ermittlung des Überschlags muß mit solchen Näherungswerten gearbeitet werden, die ein Kopfrechnen ermöglichen. Den Schülern ist der Hinweis zu geben, daß dabei nicht für beide Faktoren größere Zahlen und auch nicht für beide Faktoren kleinere Zahlen gewählt werden sollten. Durch eine Vergrößerung des einen Faktors und eine Verkleinerung des anderen Faktors wird ein gewisser Ausgleich der Unterschiede erreicht, und der Überschlag kann seiner Aufgabe – eine Kontrolle für die Stellenanzahl des Ergebnisses zu sein – gerecht werden.

Beispiele:
(1) 1 386 · 42 $\quad$ *Ü.*: 1 400 · 40 = 56 000
453 · 75 $\quad$ *Ü.*: 1. Möglichkeit 400 · 80 = 32 000, 2. Möglichkeit 500 · 70 = 35 000

Übungen zum erarbeiteten Verfahren Hier geht es darum, das erarbeitete Verfahren zu trainieren, um Sicherheit zu erlangen. Dabei sollte u. a. wie im Auftrag B 48 die Berechnung nach Anwendung des Kommutativgesetzes der Multiplikation erfolgen, z. B. 85 · 3741 wird geschrieben als 3741 · 85; erst dann kann das erarbeitete Verfahren angewandt werden (auch später, wenn das Verfahren auf mehrstellige Faktoren erweitert wurde, ist diese Vorgehensweise bei der Berechnung die effektivste).
Für diese Übungsphase und die *Hausarbeit* sind folgende Aufgaben zu empfehlen:
Aufg. 2 (LB 120) (zum Teil mit Anwendung des Kommutativgesetzes)
Aufg. 11 (LB 120) (Gleichungen mit Fehlern)
Aufg. 12 (LB 121) (Ungleichungen; auf rationelles Lösen achten!)

Übungen zum schriftlichen Multiplikationsverfahren unter Einbeziehung von Größen Den Schülern ist das Multiplizieren mit Größen bereits von der 3. Klasse an bekannt. Bei der Wiederholung des schriftlichen Multiplizierens mit einem einstelligen Faktor wurde nochmals auf das Vorgehen beim Auftreten der Kommaschreibweise eingegangen. Trotzdem kommt es mitunter zu falschen Schreibweisen. Das Beispiel B 14 sollte deshalb gründlich mit den Schülern diskutiert werden. Darüber hinaus ist es unerläßlich, fehlerhafte Schreibweisen der Schüler zu ermitteln und zu berichtigen. Sinnvoll ist es, wenn man sich auf eine mögliche Schreibweise einigt. Zu empfehlen sind Aufgaben wie 15, 16 (LB 121).

Lösen von Sachaufgaben Beim Lösen von Sachaufgaben wird den Schülern die Notwendigkeit der Beherrschung bestimmter Rechenverfahren deutlich. Geeignet erscheint in bezug auf die vorher behandelte Multiplikation mit Größen die Aufgabe 18 (LB 121).

Übungen im selbständigen Lösen von formalen Aufgaben und Sachaufgaben Hier ist wieder im Interesse der Fähigkeitsentwicklung eine gute „Mischung" von Aufgaben zu empfehlen, damit die Schüler jede Aufgabe vor dem Lösen gründlich betrachten, um den geeigneten Lösungsweg einzuschlagen. Die Lösung sollte vorwiegend selbständig von den Schülern gefunden werden. Entsprechende Zwischenauswertungen sind allerdings unbedingt notwendig.

Kontrollaufgaben

1. 82 · 76 **2.** 47 · 5 485 **3.** 73 · 4,92 m *(6 232; 257 795; 359,16 m)*

4. Aufg. 12c (LB 121) (Ungleichung)

5. Für ein Kinderheim werden 24 größere Eßbestecke zu je 16,45 M und 12 kleinere zu je 12,85 M gekauft. Welcher Gesamtpreis ergibt sich? *(549 M)*

Schließen beim Lösen von Sachaufgaben (2 Std.)

LE 15 (LB 122 bis 124)

Dem Schließen beim Lösen von Sachaufgaben in dieser Unterrichtseinheit liegen proportionale Verhältnisse zwischen Größen zugrunde. Da derartige Aufgaben in den späteren Schuljahren (z. B. Kl. 6 „Einführung in die Gleichungslehre; Proportionalität" und im Physikunterricht) eine wichtige Rolle spielen, muß hier sorgfältig an der Bildung entsprechender Gedankengänge gearbeitet werden.

Ziele

Die Schüler
- können einfache Sachaufgaben, bei denen von einem gegebenen Sachverhalt auf einen gesuchten geschlossen werden kann, selbständig lösen (das Schließen erfolgt hier von einer Zahl oder Größe auf ein Vielfaches dieser Zahl oder Größe bzw. auf einen Teiler dieser Zahl oder Größe),
- erkennen, daß gründliches Überlegen und Erfassen des Sachverhalts der Lösung einer Sachaufgabe vorausgehen müssen und auf diese Weise auch die eventuelle Nichtlösbarkeit erkannt werden kann.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Kopfrechenübung (Multiplikation und Division)
- Erarbeitung der Lösung von Sachaufgaben durch Schließen
- Übung im selbständigen Lösen von Sachaufgaben

2. Stunde
- Untersuchung von Sachaufgaben auf ihre Lösbarkeit durch Schließen
- Weitere Übungen im Lösen von Sachaufgaben

Hinweis: Im Anschluß an die Hinweise zum letzten Schwerpunkt wird auf eine andere Variante des Vorgehens hingewiesen!

Methodische Hinweise

Kopfrechenübung Zur Einstimmung auf notwendige Rechenoperationen beim Lösen von Sachaufgaben durch Schließen sollten Aufgaben des kleinen Einmaleins und entsprechende Divisionsaufgaben gelöst werden (Aufg. 9 und 10, UH 12). Sinnvoll wäre dabei die Verwendung von Größen (z. B. 3 kg · 8; 20 M : 5).

Erarbeitung der Lösung von Sachaufgaben durch Schließen Die Einführungsaufgabe (LB 122) kann den Schülern unter Abdecken der Lösung im Lehrbuch oder wie schon bei anderer Gelegenheit durch vorbereitetes Tafelbild oder auf Folie gegeben werden. Einige Schüler werden gewiß die Lösung sofort angeben können. Es wird erklärt, daß es in dieser Stunde darum gehen soll, näher zu erläutern, wie man bei Aufgaben dieser Art zur Lösung gelangt.
Unter Nutzung der Lehrbuchdarstellung werden im Unterrichtsgespräch die beiden Lösungsschritte herausgearbeitet.

Übung im selbständigen Lösen von Sachaufgaben Die Aufgabe 3, LB 123, kann mündlich gelöst werden. Doch auch hier sollte die Art des Schließens noch einmal durch entsprechende Bezugsstriche verdeutlicht werden.

$$\begin{array}{lcl} 10\text{ g (Bienenhonig)} & & 1\text{ kg} = 1\,000\text{ g} \\ & \xrightarrow[\text{soviel}]{\text{100mal}} & \\ 30\text{ g (Blütennektar)} & & 30\text{ g} \cdot 100 = 3\,000\text{ g} = 3\text{ kg} \end{array}$$

Als schriftlich zu lösende Aufgaben für den Unterricht bzw. für die *Hausaufgabe* werden empfohlen: Aufg. 1 und 2 (LB 123)
In der Auswertung solcher Hausaufgaben sollten vor allem die (evtl. verschiedenen) Lösungswege besprochen und begründet werden. Zu achten ist auch auf die Übersichtlichkeit und Sauberkeit der Darstellung der Lösungswege.

Untersuchung von Sachaufgaben auf ihre Lösbarkeit durch Schließen Hier kann etwa wie im Lehrbuch (LB 123) vorgegangen werden. Die beiden Aufgaben (Nr. 1 und Nr. 2) vor Auftrag B 49 werden auf ihre Lösbarkeit durch Schließen überprüft und festgestellt, daß bei Nr. 1 der Sparbetrag von Wilfried nicht vom Sparbetrag seines Bruders Lars abhängt, die Aufgabe also gar nicht gelöst werden kann. Hier wird noch einmal deutlich herausgestellt, daß bei derartigen Aufgaben erst der Sachverhalt gründlich zu erfassen und zu durchdenken ist, ehe man mit der Lösung beginnt.
Folgende weitere Aufgabenstellung an die Schüler ist denkbar: Suche im Lehrbuch (LB 123 f.) Aufgaben, die nicht durch Schließen zu lösen sind! (Das trifft z. B. auf die Aufg. 4 und 7, LB 123, zu.)

Weitere Übungen im Lösen von Sachaufgaben Für diese Übungsphase werden etwas schwierigere Aufgaben vorgeschlagen, z. B. Aufg. 9, 10 (LB 124). Bei auftretenden Schwierigkeiten während der selbständigen Arbeit der Schüler sollte der Lehrer unbedingt durch Impulse oder Diskussionen zu Schülerlösungen Hilfen geben.

Variante zur Behandlung des Themas Die oben beschriebene Vorgehensweise entspricht weitgehend der Abfolge im Lehrbuch. Es kann aber auch folgender *Aufbau* empfohlen werden:
In der ersten Stunde werden im Anschluß an die Kopfrechenübung den Schülern durch ein Tafelbild oder auf Folie die beiden Aufgaben (LB 123) in umgekehrter Reihenfolge vorgelegt, also:

1. Für 6 kg Linsen bezahlt man 12 M. Wieviel muß man für 2 kg bezahlen?
2. Lars erhält jeden Monat 8 M Taschengeld und spart davon stets 2 M. Sein älterer Bruder Wilfried bekommt 24 M Taschengeld monatlich. Wieviel spart er davon?

Die Schüler werden aufgefordert, die Fragestellungen zu beantworten. Dabei wird herausgearbeitet, daß man bei der ersten Aufgabe auf einen Teiler einer Größe schließt

$$6\text{ kg} \xrightarrow{:3} 2\text{ kg},$$

$$12\text{ M} \xrightarrow{:3} 4\text{ M}$$

die zweite Fragestellung aber gar nicht beantwortet werden kann. Die Schüler erkennen, daß der Inhalt einer Sachaufgabe gut durchdacht werden muß, bevor man beginnt, sie zu lösen. Im weiteren werden Aufgaben ausgewählt, bei deren Lösung auf ein Vielfaches einer Zahl oder Größe geschlossen wird. Beim selbständigen Lösen von Sachaufgaben in der 2. Stunde kann dann – wie bereits empfohlen – gearbeitet werden.
Der Vorteil dieser Variante besteht darin, daß der Schüler von Beginn an damit konfrontiert wird, daß nicht alle Aufgaben, die auf den ersten Blick den Eindruck machen, als ob man durch Schließen (auf ein Vielfaches oder einen Teiler einer Zahl) zur Lösung gelangt, auch wirklich auf diese Weise gelöst werden können.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1 (LB 123) **2.** Aufg. 8 (LB 123) **3.** Aufg. 4 (LB 123)

Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen (3 Std.)
LE 16 (LB 124 bis 128)

Das schriftliche Verfahren des Multiplizierens mit zweistelligem Faktor ist auf Produkte mit Faktoren höherer Stellenzahl zu übertragen. Trotz Beachtung des vorteilhaften Rechnens und des Einbeziehens von Textaufgaben in die Unterrichtsarbeit bleibt das Hauptanliegen dieser Unterrichtseinheit, Sicherheit im Grundverfahren zu erreichen.

Ziele

Die Schüler
- können Produkte mit mehrstelligen Faktoren sicher berechnen und wenden diese Fähigkeit beim Lösen von Textaufgaben erfolgreich an,
  erkennen Rechenvorteile beim Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren,
- kontrollieren regelmäßig die gewonnenen Ergebnisse.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung der Behandlung des Verfahrens zum Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren (durch Sachaufgabe)
- Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens zum Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren
- Übungen im Lösen vorwiegend formaler Aufgaben

2. Stunde

- Kopfrechenübungen
- Erarbeitung von Rechenvorteilen beim Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren
- Übungen im Lösen von Textaufgaben

3. Stunde

- Übungen im selbständigen Lösen von Multiplikationsaufgaben (mit ein-, zwei- und mehrstelligen Faktoren)

Methodische Hinweise

Motivierung der Behandlung des Verfahrens zum Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren Zur Motivierung wird folgende Sachaufgabe oder eine Aufgabe aus dem Erlebnisbereich der Schüler empfohlen:
Eine zentrale Vorbereitungsküche bereitet täglich 525 Schnitzel zu je 125 g, 600 Schaschlikspieße mit je 130 g Fleisch und 2000 Buletten mit je 75 g Fleisch vor. Berechne den gesamten Bedarf an Fleisch!
Die Schüler erkennen, daß folgende Multiplikationsaufgaben zu lösen sind: $525 \cdot 125$, $600 \cdot 130$, $2000 \cdot 75$. Aufgaben wie $525 \cdot 125$ wurden bisher noch nicht gelöst. Es macht sich also erforderlich, das bekannte Verfahren der schriftlichen Multiplikation mit zweistelligen Faktoren zu erweitern.
Nun ist es möglich, im weiteren bei dieser Aufgabe zu bleiben und das auf mehrstellige Faktoren erweiterte Verfahren mit dem hier auftretenden Zahlenmaterial zu erarbeiten. Es ist aber auch möglich, die Sachaufgabe zunächst zurückzustellen und entsprechend der Vorgehensweise im Lehrbuch zu verfahren. Die Sachaufgabe würde dann nach der Erarbeitung des Verfahrens wieder aufgegriffen und gelöst werden.
Es kann erwartet werden, daß viele Schüler ohne große Schwierigkeiten in der Lage sind, die Erweiterung des schriftlichen Verfahrens selbständig zu bewältigen. Bevor an die systematische Behandlung des erweiterten Verfahrens gegangen wird, sollte deshalb den Schülern etwas Zeit gegeben werden, um eventuell das Ergebnis $525 \cdot 125 = 65\,625$ bzw. $532 \cdot 416 = 221\,312$ (LB 125) selbständig zu ermitteln. Solche Erfolgserlebnisse der Schüler sind für die weitere Unterrichtsgestaltung von großem Wert. Natürlich muß bei dem vorgeschlagenen Weg die Klassensituation berücksichtigt werden, und der Lehrer sollte kein zu großes Risiko eingehen.

Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens zum Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren Unabhängig von der gewählten Vorgehensweise muß eine *gründliche systematische Behandlung* der Übertragung des bereits bekannten Verfahrens der schriftlichen Multiplikation auf das Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren erfolgen. Dafür kann der im Lehrbuch (LB 125) gewählte methodische Weg als Vorbild dienen.

Von besonderer Wichtigkeit ist das Durchführen von Rechenkontrollen durch Überschlag (und Vergleich) und Nachrechnen bzw. durch Berechnen des Ergebnisses unter Anwendung des Kommutativgesetzes. Nur zu schnell geben sich viele Schüler mit dem ermittelten Ergebnis zufrieden und nehmen aus Bequemlichkeit oder Oberflächlichkeit Flüchtigkeitsfehler in Kauf. Hier liegt eine wichtige erzieherische Aufgabe des Lehrers. Bei den Schülern ist eine kritische Haltung gegenüber dem von ihnen ermittelten Ergebnis herauszubilden. Je größer die Zahlen werden, die in die Rechnung eingehen, desto größer ist auch die Wahrscheinlichkeit, bei den notwendigen Teilrechnungen Fehler zu machen.

Übungen im Lösen vorwiegend formaler Aufgaben Zunächst wird das Lösen von vorwiegend formalen Aufgaben empfohlen, um Sicherheit im Verfahren zu erreichen. Dazu gibt es im Lehrbuch ein reiches Aufgabenangebot (LB 126). Beachtet werden muß die Steigerung des Schwierigkeitsgrades (bedingt durch erhöhte Stellenzahl) und die Anwendung des Kommutativgesetzes, um unnötig lange Rechnungen zu vermeiden (z. B. für $246 \cdot 3579$ bei der Berechnung schreiben $3579 \cdot 246$). Zu empfehlen sind auch Aufgaben, die etwas Abwechslung in die leicht eintönig werdende Arbeit mit formalen Aufgaben bringen, z. B. Aufg. 5 (LB 126), bei der zu 6 Aufgaben 8 Zahlen angegeben sind und die Schüler die jeweiligen Ergebnisse aus den angegebenen Zahlen herausfinden müssen. Dabei soll der Schüler nicht unbedingt „nachrechnen", sondern möglichst mit dem Überschlag und dem Betrachten der letzten Ziffer auskommen.

Kopfrechenübungen Um auch hier der Einseitigkeit bei der Lösung von Aufgaben entgegenzuwirken, sollten in die Kopfrechenübungen (auch in anderen Stunden) alle Grundrechenoperationen einbezogen werden (Aufg. 12, UH 12). Dabei könnten auch einmal Schüler Aufgaben selbst formulieren.

Erarbeitung von Rechenvorteilen beim Multiplizieren mit mehrstelligen Faktoren Für die Erarbeitung von Rechenvorteilen ist die Lehrbuchgestaltung gut geeignet (LB 125). Hier können teils im Unterrichtsgespräch, teils in der selbständigen Schülerarbeit die entsprechenden Erkenntnisse gewonnen werden. Wenn einige Schüler von ihren älteren Geschwistern bereits etwas über die hier zu behandelnden Rechenvorteile wissen, sollten sie Gelegenheit dazu erhalten, ihre Kenntnisse zu äußern. Es ist zu beachten, daß für einen Schüler eine bestimmte Methode bei der Berechnung von Aufgaben dann wirklich vorteilhaft ist, wenn er sie *sicher* beherrscht. Eine Methode ist für ihn nicht vorteilhaft, wenn bei ihrer Anwendung dem Schüler mehr Fehler als gewöhnlich unterlaufen. Für einen Schüler kann z. B. $408 \cdot 726$ vorteilhafter zu berechnen sein als $726 \cdot 408$

$$\begin{array}{r} 408 \cdot 726 \\ \hline 2856 \\ 816 \\ 2448 \\ \hline 296208 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 726 \cdot 408 \\ \hline 29040 \\ 5808 \\ \hline 296208 \end{array},$$

da im ersten Falle bei der Multiplikation kein Übertrag notwendig ist. Aus den genannten Gründen sollte zwar auf rationelles Lösen orientiert, die Verwendung eines bestimmten Verfahrens aber keinesfalls erzwungen werden.

Übungen im Lösen von Textaufgaben Empfohlen werden hier besonders die Textaufgaben, die gleichzeitig der Festigung der Begriffe „Produkt", „Differenz", „Summe", „Summand" u. a. dienen, z. B. Aufg. 12, 13 (LB 127). Die Lösungswege zu den genannten Aufgaben sollten nach vorangegangener kurzer Überlegungszeit besprochen werden.

Übungen im selbständigen Lösen von Multiplikationsaufgaben Bei diesen Übungen muß die selbständige Arbeit im Vordergrund stehen. Hilfen sollten erst nach reiflicher Überlegung gegeben werden, da die Schüler auch zur Beharrlichkeit im Arbeiten erzogen werden müssen. Das Aufgabenangebot sollte vielseitig sein (insbesondere Aufgaben zum Multiplizieren mit ein-, zwei-, und mehrstelligen Faktoren).

Folgende Aufgabenauswahl ist zu empfehlen:
(1) 395 · 7, (2) 4391 · 38, (3) 526 · 372, (4) 9324 · 203, (5) Aufg. 14 (LB 127) – Sachaufgabe mit Größen. Hier sollte der Lösungsweg gemeinsam besprochen werden (die numerische Berechnung kann in der Hausaufgabe erfolgen). (6) Aufgabenauswahl aus Aufg. 9 (LB 127).

Kontrollaufgaben

1. 4 617 · 348	*(1 606 716)*
2. 506 · 23 168	*(11 723 008)*
3. 312 + 725 · 329	*(238 837)*
4. Aufg. 12c (LB 127)	

Zusammenfassung (2 Std.)
(LB 128 bis 129)

In dieser Unterrichtseinheit werden die wesentlichsten Kenntnisse über die Multiplikation und das schriftliche Multiplikationsverfahren anhand von Beispielen zusammengetragen. Durch entsprechende Übungsaufgaben erfolgt eine Festigung der erworbenen Fähigkeiten.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Eigenschaften der Multiplikation,
- wissen, daß dem schriftlichen Multiplikationsverfahren das Distributivgesetz zugrunde liegt,
- wissen, welche Schritte beim mündlichen und schriftlichen Multiplizieren zu beachten sind,
- können Multiplikationsaufgaben mit mehrstelligen Faktoren sicher lösen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Festigung der Begriffe „Produkt" und „Faktor" anhand von Beispielen
- Wiederholung der Eigenschaften der Multiplikation
- Wiederholung der zu beachtenden Schritte beim mündlichen und schriftlichen Multiplizieren und Anwendung dieser Schritte beim Lösen von Aufgaben

2. Stunde
- Übung zur Multiplikation (unter Einbeziehung von Sachaufgaben)

Methodische Hinweise

Festigung der Begriffe „Produkt“ und „Faktor“ anhand von Beispielen In der ersten Stunde geht es darum, die wesentlichsten Kenntnisse über die Multiplikation zusammenzutragen. Die Zusammenfassung im Lehrbuch (LB 128f.) ist dazu eine gute Orientierungshilfe. Die einzelnen Fakten sollten in Verbindung mit entsprechenden Aufgaben wiederholt werden.
Zur Festigung der Begriffe „Produkt“ und „Faktor“ eignet sich z. B. folgende Aufgabenstellung:
Welcher Faktor ergibt bei der Multiplikation mit 18 das Produkt 54? An die Lösung dieser Aufgabe kann sofort eine Diskussion zur Zuordnung Faktorenpaar – Produkt, Produkt – Faktorenpaare angeschlossen werden.

Wiederholung der Eigenschaften der Multiplikation Den Schülern können die folgenden Gleichungen vorgelegt werden. Sie haben dann zu ermitteln, aufgrund welcher Rechengesetze diese Gleichungen richtig sind (dabei muß nicht die gewohnte Reihenfolge: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz zustande kommen):

$(3 \cdot 7) \cdot 10 = 3 \cdot (7 \cdot 10)$ $\qquad 9 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = (9 + 6) \cdot 4$ $\qquad 12 \cdot 7 = 7 \cdot 12$

Die Schüler können ggf. mit größeren Zahlen weitere Beispiele bilden.

Wiederholung der zu beachtenden Schritte ... Herausgestellt werden sollte nochmals, daß das Distributivgesetz häufig beim Kopfrechnen angewendet wird und auch dem schriftlichen Multiplikationsverfahren zugrunde liegt. Anhand von geeigneten Aufgaben sind im Unterrichtsgespräch die zu beachtenden Schritte beim mündlichen und schriftlichen Multiplizieren zu wiederholen. Dazu bietet die Lehrbuchdarstellung (LB 129) eine gute Grundlage.

Übung zur Multiplikation Im Mittelpunkt steht die Festigung des schriftlichen Verfahrens der Multiplikation. Die Schüler sollten hier vorwiegend selbständig arbeiten. Möglich wäre auch, für die Lösung einiger Aufgaben eine bestimmte Zeit vorzugeben und die Schüler in Wettbewerb zueinander treten zu lassen. Auch ein Gruppenwettbewerb wäre denkbar.
Vorgeschlagen werden für diese Übung bzw. für die *Hausarbeit* folgende Aufgaben:

Textaufgaben:	Aufg. 7b (LB 103) – Festigung der Begriffe „Produkt“, „Faktor“
	Aufg. 18 (LB 118) – Festigung der Begriffe „Quotient“, „Differenz“
Sachaufgaben:	Aufg. 15 (LB 106)
	Aufg. 9* (LB 108) – mit Größen
formale Aufgaben:	Aufg. 3 (LB 103)
	Aufg. 4b und 3 (LB 120) – mit Größen
	Aufg. 6a (LB 126)

Stoffabschnitt 2.3. (45 Std.)

Division natürlicher Zahlen

Mit der Behandlung der Division werden bei den Schülern die Kenntnisse über die Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen zu einem gewissen Abschluß gebracht. Das in diesem Stoffabschnitt zu erwerbende Wissen und Können bildet eine wichtige Grundlage für den Aufbau des Bereichs der gebrochenen Zahlen.

Hauptanliegen des Stoffabschnittes ist es, durch vielfältige und abwechslungsreiche Übungen die Rechenfertigkeiten so weit zu entwickeln, daß kein Schüler mehr Schwierigkeiten mit der schriftlichen Division hat. Besonders das Dividieren durch beliebige zweistellige Divisoren muß sicher beherrscht werden. Stets sind bei der Division und der Division mit Rest die in späteren Schuljahren durchzuführenden Zahlenbereichserweiterungen im Auge zu behalten.

Die Behandlung einiger Teilbarkeitsregeln und das Berechnen des Durchschnitts dienen ebenso der Vertiefung der Kenntnisse über das schriftliche Dividieren wie das Berechnen von Aufgaben, die Größen enthalten.

Durch das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben müssen die Schüler befähigt werden, ihr erworbenes mathematisches Wissen und Können auf verschiedene Bereiche des Lebens anzuwenden. Sie müssen dabei die mathematischen Zusammenhänge aus dem Text herauslösen, die entstandene Aufgabe bearbeiten und schließlich das erhaltene Ergebnis deuten können, indem sie es auf Richtigkeit überprüfen und einen Antwortsatz formulieren. Dabei werden die Verfahrenskenntnisse der schriftlichen Division weiterentwickelt.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Division	(LE 17; 4 Std.)
Teilbarkeit natürlicher Zahlen	(LE 18; 3 Std.)
Division mit Rest	(LE 19; 2 Std.)
Schriftliches Dividieren; Divisor einstellig	(LE 20; 4 Std.)
Divisionsaufgaben mit Größen	(LE 21; 3 Std.)
Berechnen des Durchschnitts	(LE 22; 2 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)
Dividieren mit Näherungswerten	(LE 23; 3 Std.)
Schriftliches Dividieren; Divisor ist Vielfaches von 10	(LE 24; 2 Std.)
Schriftliches Dividieren; Divisor ist eine zweistellige Zahl	(LE 25; 5 Std.)
Divisionsaufgaben mit Größen; Divisor ist eine zweistellige Zahl	(LE 25; 1 Std.)
Sach- und Anwendungsaufgaben; Divisor ist eine zweistellige Zahl	(LE 25; 3 Std.)
Lösen von Gleichungen	(LE 25; 1 Std.)
Aufgaben zur Teilbarkeit – Arbeiten mit Tabellen	(LE 25; 2 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)
Schriftliches Dividieren; Divisor ist drei- oder vierstellig	(LE 26; 2 Std.)
Aufgaben zur Übung und Wiederholung	(4 Std.)

Division **(4 Std.)**

LE 17 (LB 129 bis 133)

Nach dem Behandeln der Multiplikation natürlicher Zahlen werden in dieser Unterrichtseinheit die Zusammenhänge zwischen Multiplikation und Division sowie die zugehörigen Fachtermini wiederholt. Bei den Grundaufgaben der Multiplikation und Division sind durch umfangreiche Übungen sichere Fertigkeiten anzustreben, da diese für das schriftliche Dividieren eine wichtige Grundlage bilden. An Beispielen untersuchen die Schüler die Gültigkeit von Rechengesetzen für die Division im Bereich der natürlichen Zahlen, sie stellen dabei fest, daß die Division in diesem Bereich nicht immer ausführbar ist.

Ziele

Die Schüler

- kennen die Division als Umkehrung der Multiplikation und wissen, daß die Division durch Null nicht ausführbar ist,
- kennen die Begriffe Dividend, Divisor und Quotient und können sie anwenden,
- beherrschen die Grundaufgaben der Multiplikation und Division und können sicher durch einstellige Zahlen mündlich dividieren,
- können einfache Divisionsaufgaben, bei denen der Dividend eine Summe oder Differenz ist, sicher lösen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Grundaufgaben der Multiplikation und Division
- Motivierung und Zielstellung für das Behandeln der Division natürlicher Zahlen
- Wiederholung der Division als Umkehrung der Multiplikation und der Begriffe Dividend, Divisor und Quotient
- Übungen im Lösen einfacher Gleichungen, die auf Divisionsaufgaben führen

2. Stunde

- Erarbeitung von Eigenschaften der Division natürlicher Zahlen und der Gültigkeit von Rechengesetzen für diese Operation
- Übungen im Lösen formaler Divisionsaufgaben

3. Stunde

- Erarbeitung der Division von Summen und Differenzen
- Übungen zur Division von Summen und Differenzen

4. Stunde

- Anwendung des Dividierens beim Lösen von Textaufgaben
- Übungen im Lösen formaler Divisionsaufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Grundaufgaben der Multiplikation und Division (Kopfrechnen), z. B.:
$6 \cdot 7$; $9 \cdot 5$; $4 \cdot 8$; ...
$3 \cdot 5 \cdot 4$; $8 \cdot 2 \cdot 5$; $2 \cdot 9 \cdot 7$;
$48 : 8$; $56 : 7$; $72 : 9$; ...
Dabei Wiederholung von Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation, wobei zum Beispiel Aufgaben wie $6 \cdot 7$ auch im Zusammenhang mit $7 \cdot 6$ und den beiden Divisionsaufgaben $42 : 6$ und $42 : 7$ geübt werden sollten.
Schriftliches Rechnen: Aufg. 1 bis 5 (LB 133)

Motivierung und Zielstellung für das Behandeln der Division natürlicher Zahlen

1. Möglichkeit: Schüler lesen den Einführungstext (LB 129). Die aufgestellte Gleichung führt auf das Dividieren.

Ziel: Wir wollen uns mit dem Lösen von Divisionsaufgaben befassen.

2. Möglichkeit: Schüler nennen Aufgaben mit Rechenoperationen, die sie in diesem Schuljahr kennengelernt haben. Dabei werden sie auch einfache Divisionsaufgaben nennen.

Ziel: Wir wollen unsere Kenntnisse über das Dividieren natürlicher Zahlen erweitern. Am Ende dieses Abschnitts soll jeder Schüler Aufgaben wie $18936 : 72$ und $28971 : 87$ sicher lösen können.

Wiederholung der Division als Umkehrung der Multiplikation und der Begriffe Dividend, Divisor und Quotient

- Man kann den Zusammenhang von Multiplikation und Division mit den Schülern durch das Lösen von Gleichungen in drei Schritten wiederholen:

  a) $4 \cdot 70 = x$ *($x = 280$)* $13 \cdot 6 = y$ *($y = 78$)* $6 \cdot 30 = z$ *($z = 180$)*
  Daraus werden Gleichungen gebildet, in denen ein Faktor zu bestimmen ist:

  b) $4 \cdot a = 280$ *($a = 70$)* $13 \cdot c = 78$ *($c = 6$)* $u \cdot 30 = 180$ *($u = 6$)*

  Die Lösungen können mit Hilfe der Umkehroperation gefunden werden:

  c) $a = 280 : 4$ $c = 78 : 13$ $u = 180 : 30$

  Die Schüler erkennen den Zusammenhang, der im Merkstoff B 14 ausgedrückt ist, sowie die Folgerung, daß die Multiplikation zum Überprüfen der Lösung von Divisionsaufgaben genutzt werden kann (Beispiel B 16).
- Anhand der Gleichung $32 : 4 = 8$ sollten die Schüler die Begriffe Dividend, Divisor, Quotient und dividieren (Fachausdrücke im Chor sprechen lassen) wiederholen, indem sie diese Begriffe den einzelnen Gliedern der Gleichung zuordnen.

  Hinweis: Im Merkstoff B 15 ist dieser Sachverhalt an der Gleichung $a : b = c$ dargestellt. Dabei sollte mit den Schülern aber nicht erörtert werden, daß man strenggenommen nur dann vom Quotienten sprechen darf, wenn a ein Vielfaches von b ist.

Übungen im Lösen einfacher Gleichungen, die auf Divisionsaufgaben führen Den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division kann man mit dem Auftrag B 55 vertiefen, wobei es hier nicht um ein Verselbständigen im Lösen von Gleichungen geht.

Hinweis: Zu beachten ist, daß $a \cdot x = b$ nur dann als Divisionsaufgabe geschrieben werden kann, wenn b ein Vielfaches von a ist. So ist z. B. Auftrag 55b nicht als Divisionsaufgabe zu schreiben, weil ein Resultat von $y = 4$ Rest 3 sinnlos ist, denn $8 \cdot 4$ Rest 3 ist nicht erklärt.

Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 7 (LB 132)

Erarbeitung von Eigenschaften der Division natürlicher Zahlen und der Gültigkeit ...

- Beim Bearbeiten von Auftrag B 57 merken die Schüler, daß nicht jedem Paar geordneter Zahlen durch die Division eine natürliche Zahl als Quotient zugeordnet werden kann.

Hinweis: Dem Satz des Lehrbuches „Zu einem geordneten Zahlenpaar (a; b) gehört niemals mehr als ein Quotient c." ist gleichwertig: „. . . gehört höchstens ein Quotient c". Andererseits kann jede natürliche Zahl auf verschiedene Weise als Quotient geschrieben werden (Beispiele nennen lassen).

- Damit die Schüler erkennen, daß die Division $a : b$ nicht für alle natürlichen Zahlen a, b ausführbar ist, kann man ihnen zum Rechenautomaten (LB 130) die folgende Frage stellen: „Wie reagierst du, wenn du nur Ziffern auf den Aufgabenkarten zur Verfügung hast." Einige „Rechenautomaten", auch mit lösbaren Divisionsaufgaben, sollten dazu an die Tafel gezeichnet werden (keinesfalls in die Schülerhefte übernehmen lassen!).
- Der Auftrag B 56 b führt auf die Division durch Null.
  Mit Sicherheit geben einige Schüler $m = 29$ an. Es wird mit Hilfe der Multiplikation gezeigt, daß $29 : 0$ in keinem Fall einen Quotienten ergibt.

Aufgabe	**möglicher Quotient**	**Begründung mit Multiplikation**
29 : 0	0	$0 \cdot 0$ ist nicht 29, sondern 0
29 : 0	29	$29 \cdot 0$ ist nicht 29, sondern 0
29 : 0	1	$1 \cdot 0$ ist nicht 29, sondern 0
-	-	-
-	-	-
-	-	-

  Die Gleichung $m \cdot 0 = 29$ ist nicht lösbar.
  Anders verhält es sich mit der Gleichung $n \cdot 0 = 0$. Die Schüler finden auf alle Fälle eine natürliche Zahl n, für die gilt: $n \cdot 0 = 0$. Es muß deutlich gemacht werden, daß die Division $a : b$ eindeutig ausführbar sein soll. Das ist aber bei $0 : 0$ nicht der Fall, denn hier existiert *nicht nur eine* Zahl n, die die Gleichung $n \cdot 0 = 0$ erfüllt.
  Als Folgerung wird herausgestellt: *Die Division durch 0 ist grundsätzlich nicht möglich.*
- Erarbeitung von Merkstoff B 16 durch Ausfüllen der Tabelle. Die Schüler stellen fest, welche Aufgaben lösbar und welche nicht lösbar sind. Die Ergebnisse werden durch Multiplikation überprüft.

Aufgabe	**Überprüfung mit Multiplikation**
$55 : 5 = 11$	$11 \cdot 5 = 55$
44 : 2	
15 : 15	
17 : 0	
0 : 17	
21 : 1	
1 : 21	
33 : 33	
25 : 0	
0 : 12	
0 : 0	

- Den Nachweis, daß kein Kommutativ- und kein Assoziativgesetz der Division gilt, können die Schüler durch ein Gegenbeispiel führen (Auftrag B 57), dabei sollten die Kommutativität und die Assoziativität der Addition und der Multiplikation herausgestellt werden.

Mittels der Aufg. 12* und 13* (LB 132) wird auf die Notwendigkeit eingegangen, Klammern zu setzen, überflüssig gesetzte oder in Gleichungen falsch gesetzte zu beseitigen. Eine Gegenüberstellung sollte das Wichtigste noch einmal verdeutlichen:
Berechne!
a) $(60:2)\cdot 3$ **b)** $60:(2\cdot 3)$ **c)** $60:2\cdot 3$ *(90); (10); (90)*
d) $60\cdot 6:2$ **e)** $(60\cdot 6):2$ **f)** $60:(6:2)$ *(180); (180); (20)*
Welche Klammern sind überflüssig? *(bei a) und e) überflüssig)*

Übungen im Lösen formaler Divisionsaufgaben Auswahl aus Aufg. 2 und 3 (LB 131). Einem gedankenlosen Arbeiten der Schüler sollte vorgebeugt werden, indem zuerst die ungefähre Größenordnung des Quotienten bestimmt wird. Dabei ist zu überlegen, ob die Aufgabe im Bereich der natürlichen Zahlen lösbar ist. Überprüfung der Ergebnisse durch Multiplikation erforderlich.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 8 (LB 132)

Erarbeitung der Division von Summen und Differenzen Die Schüler lesen den Auftrag B 58 aufmerksam durch, rechnen und sprechen ihre Vermutungen aus. Mögliche Rechenvorteile können die Zweckmäßigkeit der Zerlegung des Dividenden in eine Summe (bzw. Differenz) motivieren.
Beispiel:

Aufgabe	Vereinfachung durch Zerlegen des Dividenden
184 : 8 126 : 7	$(160+24):8 = 160:8 + 24:8 = 20+3 = 23$ $(140-14):7 = 140:7 - 14:7 = 20-2 = 18$

An Gegenbeispielen wird erarbeitet, daß nicht für alle natürlichen Zahlen a, b, c gilt: $(a+b):c = a:c + b:c$, obwohl man in einzelnen Fällen eine Summe durch eine Zahl dividieren kann, auch wenn die einzelnen Summanden nicht durch diese Zahl dividiert werden können. Beispiel: $(17+28):5 = 45:5 = 9$

Hinweis: Es ist möglich, in Auswertung des Auftrages B 58 auf die Distributivität der Division $(a+b):c = a:c + b:c$ hinzuweisen, die allerdings nur unter der Voraussetzung gilt, daß die Operationen ausführbar sind.

Übungen zur Division von Summen und Differenzen Die Aufgaben 15 und 16 (LB 132 f.) bilden einen Schwerpunkt der Vertiefung. Die Schüler müssen auch die nicht lösbaren Aufgaben erkennen und begründen, warum diese nicht lösbar sind. Bei Aufg. 17 (LB 133) sollte eine Beschränkung auf nicht zu schwierige Aufgaben erfolgen (Aufg. 17b, c). Es ist empfehlenswert, Aufgaben, bei denen verschiedene Rechenoperationen verknüpft sind, in diese Übungsphase gelegentlich einzustreuen, um einem schematischen Arbeiten der Schüler vorzubeugen (Aufg. 14, LB 132).
Hausaufgaben: Aufg. 1 (LB 131); Aufg. 17a (LB 133)

Anwendung des Dividierens beim Lösen von Textaufgaben Dabei Wiederholen der Begriffe Dividend, Divisor und Quotient mittels Aufg. 18 (LB 133). Das Lösen der Aufgabe kann in Tabellenform erfolgen:

Nr.	Dividend	Divisor	Quotient	Aufgaben
18 a	720	$2\cdot 30$	x	$720:60 = x$ $x = 12$

Die Schüler können weitere ähnliche Aufgaben selbst bilden und ihren Mitschülern stellen. Bei Aufg. 18c, d (LB 133) sollten die Schüler einige Beispiele aufschreiben und dabei zu der Erkenntnis gelangen, daß es zu einer beliebigen natürlichen Zahl c viele Paare $(a; b)$ gibt, für die gilt: $a : b = c$. Einfache Sachaufgaben (Aufg. 6) sind im Kopf zu lösen.

Übungen im Lösen von formalen Divisionsaufgaben (Aufg. 2, 3, LB 131) sind immer wieder einzustreuen, um bei ihnen Fertigkeiten zu erreichen und zu erhalten.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 7a (LB 132)
2. Aufg. 8a, d, f (LB 132)
3. Aufg. 15a, e und 16a (LB 132 f.)
4. Aufg. 2 (LB 131)
5. Aufg. 3a (LB 131)
6. Der Dividend ist 120, der Divisor 3. Wie groß ist der Quotient? *(40)*

Teilbarkeit natürlicher Zahlen (3 Std.)

LE 18 (LB 133 bis 135)

Die bei den Schülern aus den Klassen 2 und 3 vorhandenen Kenntnisse über Teilbarkeitsbeziehungen sind zu erweitern und zu festigen. Der Begriff der Teilbarkeit wird nicht in voller Allgemeingültigkeit erarbeitet, denn auf den Fall des Teilers 0 wird z. B. bewußt nicht eingegangen. Vielfältige Übungen zur Teilbarkeit natürlicher Zahlen, auch unter Verwendung von „Ja-nein-Tabellen" vertiefen die Einsichten über bestehende Beziehungen im Bereich der natürlichen Zahlen, so daß die Schüler inhaltlich erfassen, $a \mid b$ heißt: Es gibt eine natürliche Zahl n mit $n \cdot a = b$. Möglichkeiten der sprachlich-logischen Schulung bieten sich vor allem bei der Verwendung der Redeweisen „für alle" und „es gibt ein" an.

Ziele

Die Schüler
- können von vorgegebenen zweistelligen und einfachen dreistelligen Zahlen feststellen, ob sie durch einstellige natürliche Zahlen teilbar sind oder nicht,
- kennen die Begriffe „ist teilbar" und „ist Teiler von" und können sie mit der entsprechenden Symbolik anwenden,
- kennen den Begriff „ist Vielfaches von" und wenden ihn an,
- können die Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100 bei der Untersuchung von gegebenen Zahlen n $(n > 1000)$ anwenden,
- können benachbarte Vielfache einer einstelligen Zahl zu gegebenen Zahlen ermitteln.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung für die Untersuchung der Teilbarkeit natürlicher Zahlen

- Einführung der Begriffe „Teiler“ und „Vielfaches“
- Übung im Gebrauch der Begriffe „Teiler“, „Vielfaches“ und „teilbar“

2. Stunde

- Wiederholung der Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10, 100 und ihre Anwendung bei größeren Zahlen
- Übung zur Teilbarkeit auch unter Verwendung von „Ja-nein-Tabellen“

3. Stunde

- Übung im Bestimmen benachbarter Vielfacher einer Zahl zu einer gegebenen anderen Zahl
- Anwenden der Teilbarkeitsregeln beim Lösen von Aufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung für die Untersuchung der Teilbarkeit natürlicher Zahlen Dazu eignen sich Aufträge, wie sie in Aufg. 3 (LB 135) zu finden sind. Sie sollten aktualisiert werden und dem Erfahrungsbereich der Schüler entsprechen, deshalb empfiehlt es sich, sie vorzutragen. Die Schüler begründen, ob die entsprechenden Vorhaben ausführbar sind.
Ziel: Wir wollen lernen, wie man solche Fragen schnell und richtig entscheiden kann.
Eine zweite Möglichkeit bietet der einleitende Text (LB 133), der die Schüler zum Nachdenken anregen soll, damit sie ihre Antworten zum Problem begründen können.

Einführung der Begriffe „Teiler“ und „Vielfaches“

- Untersuchung folgender Divisionsaufgaben auf die Möglichkeit, den Dividenden in ein Produkt aus dem Divisor und einer anderen natürlichen Zahl zu zerlegen

Aufgaben	*Zerlegungen*	*Aufgaben*	*Zerlegungen*
88 : 8	$11 \cdot 8 = 88$	72 : 3	$24 \cdot 3 = 72$
84 : 6	$14 \cdot 6 = 84$	75 : 5	$15 \cdot 5 = 75$
120 : 4	$30 \cdot 4 = 120$	100 : 4	$25 \cdot 4 = 100$

  Im Auswertungsgespräch wird festgestellt: Wenn eine solche Zerlegung möglich ist, z. B. bei der letzten Aufgabe, dann kann man die folgende Sprechweise verwenden. Man sagt:
  „100 ist *ein Vielfaches* von 4“. Auch andere Redeweisen sind dafür gebräuchlich: „100 ist durch 4 *teilbar*“ oder „4 *ist ein Teiler von* 100“. An den oben gelösten Beispielen sind die verschiedenen Sprechweisen zu üben. Die Schüler sollten behutsam korrigiert werden, wenn sie diese Sprechweisen anfangs nicht richtig gebrauchen. Der enge Zusammenhang der Begriffe „Vielfaches“ und „Teiler“ kann durch ein Beispiel aus der Erfahrungswelt der Schüler verdeutlicht werden: „Peter ist *Bruder* von Karin“ und „Karin ist *Schwester* von Peter“.
- Bei der Aufgabe 100 : 3 (LB 133) ist eine derartige Zerlegung nicht möglich. Es wird festgestellt: 100 ist *kein Vielfaches* von 3. Als Begründung finden die Schüler: $33 \cdot 3 < 100$ und $34 \cdot 3 > 100$, es gibt also keine natürliche Zahl n, mit $n \cdot 3 = 100$, weil zwischen 33 und 34 keine natürliche Zahl liegt.
  Die anderen Sprechweisen für „100 ist kein Vielfaches von 3“ finden die Schüler selbst (↗ Beispiel 17 b, LB 133).
- Nachdem an einigen Beispielen die verschiedenen Sprechweisen in ausführlicher Form geübt wurden (die kürzere Formulierung „3 teilt 21“ sollte der Klasse 6 vorbehalten bleiben), erfolgt die Einführung der Symbolik für die Teilbarkeit als eine Abkürzung der Sprechweise. Eine Symbolik für die Sprechweise „3 ist kein Teiler von 20“ wird nicht eingeführt.

Teilbarkeit natürlicher Zahlen

$20 : 5 = 4$	20 ist *teilbar* durch 5
$4 \cdot 5 = 20$	20 ist *ein Vielfaches* von 5
	Für „5 ist ein Teiler von 20" schreibt man: $5 \mid 20$.

Übungen im Gebrauch der Begriffe „Teiler", „Vielfaches" und „teilbar"

- Lösen von Aufg. 5 (LB 135) im Unterrichtsgespräch.
  Schwerpunkt ist das Begründen der Aussagen durch die Schüler.
- Für Aufg. 4 (LB 135) lassen sich „Teilersterne" aufbauen, bei denen jeweils zwei gegenüberliegende Teiler das gleiche Produkt, d. h. die zu zerlegende Zahl ergeben. (Bild 2.2)
  Vorschlag für *Hausaufgabe*: Auswahl aus Aufg. 1 und 6 (LB 134 f.)

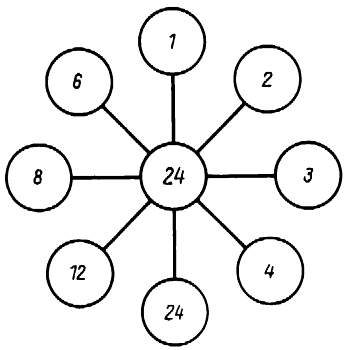


Bild 2.2

Die Wiederholung der Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100 (LB 134) sollte damit motiviert werden, daß man von größeren natürlichen Zahlen (4-, 5- oder 6stelligen) sofort entscheiden kann, welche durch 2, 5, 10 oder 100 teilbar sind.
Das Auffinden der Teilbarkeitsregeln wird durch spaltenweises Ausfüllen der „Ja-nein-Tabelle" erleichtert. Farbiges Unterstreichen der Endziffern ist zu empfehlen. Die Spaltenüberschrift $5 \mid n$ wird erst nach dem Ausfüllen der Spalte $2 \mid n$ und Formulieren der Teilbarkeitsregel für die Zahl 2 eingetragen.

natürliche Zahl n	$2 \mid n$	$5 \mid n$	$10 \mid n$	$100 \mid n$
78				
85				
120				
700				
.				

Die Schüler füllen die anderen Spalten in analoger Weise aus.

Übung zur Teilbarkeit

- Aufg. 9 (LB 135) ist mit Hilfe der Teilbarkeitsregeln zu lösen, wobei das Anlegen einer Tabelle zur rationelleren Arbeit beiträgt.
- Bei den Aufgaben in Tabellenform (Aufg. 7, LB 135) ist jeweils ein Beispiel vorgegeben, die restlichen Zahlen werden in selbständiger Schülertätigkeit auf Teilbarkeit untersucht, wobei in der Auswertung gleichzeitig auf die Ordnungsrelation einzugehen ist.

Vorschlag für *Hausaufgabe:* Aufg. 7 (LB 135) beenden, Aufg. 2 (LB 135)

Übung im Bestimmen benachbarter Vielfacher einer Zahl zu einer gegebenen anderen Zahl durch Lösen der Aufg. 10 (LB 135). Gleichzeitig wird mit dieser Aufgabe eine notwendige

Teilhandlung der Division mit Rest vorbereitet. Vorschlag für Folie oder Tafelbild:

nächstkleineres Vielfaches der $\boxed{7}$	**Zahl**	**nächstgrößeres Vielfaches der** $\boxed{7}$
$2 \cdot 7 = 14$	16 26 ⋮	$3 \cdot 7 = 21$

Es folgt das Schreiben von vorgegebenen Zahlen als Summen. Dabei soll ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer anderen Zahl sein. Diese Zerlegungen bilden die Grundlage für das Dividieren.
Aufg. 11 (LB 135); Beispiel für die Darstellung (Zahlen 43 und 6): $43 = 7 \cdot 6 + 1$ bzw. $43 = 42 + 1$. Neben dieser Schreibweise kann auch die Tabellenform genutzt werden.

Zahl	**Vielfaches von** y	**Begründung**	
43	6	$43 = 7 \cdot 6 + 1$	$42 < 43$

Anwenden der Teilbarkeitsregeln beim Lösen von Aufgaben Die Darstellung von Vielfachen einer bestimmten Zahl am Zahlenstrahl sollte sich auf wenige Beispiele beschränken. Bild 2.3 zeigt einen Vorschlag für die Gestaltung einer Klappfolie (unterschiedliche Farben verwenden).

Grundfolie: Zahlenstrahl

1. Klappfolie: Vielfache von 2

2. Klappfolie: Vielfache von 3

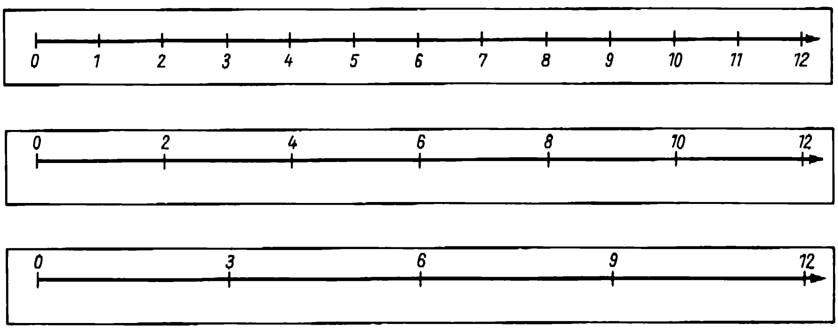


Bild 2.3

Anschließend sollten die Schüler Zahlen ermitteln, die durch 2 *und* durch 3 teilbar sind (Darstellen am Zahlenstrahl). Es ist darauf hinzuweisen, daß beide Aussagen erfüllt sein müssen, wenn die Verbindung der Aussagen wahr sein soll. Möglichkeiten der sprachlich-logischen Schulung bietet Aufg. 8* (LB 135). Die Teilbarkeitsregel für die Zahl 10 kann nun nochmals erläutert werden:

Die Zahl a **ist teilbar durch**	**letzte Grundziffer von** a
2	0, 2, 4, 6, 8
5	0, 5
2 *und* 5, also 10	0

Kontrollaufgaben

1. Vervollständige die „Ja-nein-Tabelle“!

a	b	$a \mid b$	$b \mid a$
7	14	*(ja)*	*(nein)*
8	8	*(ja)*	*(ja)*
32	6	*(nein)*	*(nein)*
1	5	*(ja)*	*(nein)*

2. Gib an, ob die Zahlen 364, 8700 und 685 durch 2, 5, 10, 100 teilbar sind!

a	$2 \mid a$	$5 \mid a$	$10 \mid a$	$100 \mid a$
364	*(ja)*	*(nein)*	*(nein)*	*(nein)*
8 700	*(ja)*	*(ja)*	*(ja)*	*(ja)*
685	*(nein)*	*(ja)*	*(nein)*	*(nein)*

3. Aufg. 5 (LB 135)

4. Aufg. 10b (LB 135)

Division mit Rest (2 Std.)

LE 19 (LB 136 bis 138)

Die Division mit Rest ist den Schülern bereits aus Klasse 3 bekannt. Sie ist in den meisten schriftlich zu lösenden Divisionsaufgaben als Teilschritt enthalten und bildet somit eine wichtige Grundlage für dieses Verfahren. Während die Division im Bereich der natürlichen Zahlen nicht uneingeschränkt ausführbar ist, ordnet die Division mit Rest jedem geordneten Paar $(a; b)$ natürliche Zahlen (mit $b \neq 0$) wieder ein geordnetes Paar natürlicher Zahlen so zu, daß gilt $a = n \cdot b + r$ (n und r natürliche Zahlen, $0 \leqq r < b$).

Ziele

Die Schüler
- kennen verschiedene Schreibweisen für die Division mit Rest,
- können die Division mit Rest im mündlichen Rechnen bei Aufgaben mit zweistelligen Dividenden und einstelligem Divisor sicher ausführen,
- kennen den Unterschied zwischen Division und Division mit Rest.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung der Division mit Rest
- Erarbeitung der Division mit Rest
- Wiederholung der verschiedenen Schreibweisen für die Division mit Rest und entsprechende Übungen

2. Stunde
- Übungen zur Division mit Rest (formale Aufgaben und Sachaufgaben)
- Übung im Zerlegen von Zahlen in Summen mit zwei Summanden, wobei ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer vorgegebenen Zahl ist

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus
- Grundaufgaben: 48 : 8, 42 : 7, 54 : 9,
- Bilde Vielfache von 6 (7; 8)!
- Bestimmen von benachbarten Vielfachen einer vorgegebenen Zahl zu anderen Zahlen. Auswahl von Aufg. 7 und 8 (LB 137 f.) (↗ UH 167).

Motivierung der Division mit Rest Möglichkeiten:
- Einführungsbeispiel LB 136 nutzen.
- Aktualisierte Aufgaben wie Aufg. 5 (LB 137) stellen. Die Schüler sollen überlegen, rechnen und antworten. Sie erkennen, daß man solche Probleme in der Praxis bewältigt, obwohl die entsprechenden Divisionsaufgaben nicht lösbar sind.

Erarbeitung der Division mit Rest Im Unterrichtsgespräch kann etwa am Beispiel der Aufg. 5 a an der Tafel die folgende Gegenüberstellung entstehen:

Division	**Division mit Rest**
80 : 7 n. l.,	$80 : 7 = 11$ Rest 3,
denn $11 \cdot 7 < 80 < 12 \cdot 7$	denn $80 = 11 \cdot 7 + 3$

Der Lehrer verdeutlicht: Bei manchen Divisionsaufgaben bleibt ein Rest, der notwendigerweise angegeben werden muß, also zur „Lösung" gehört. Es darf aber bei den Schülern nicht der Eindruck entstehen, als ob die Division mit Rest *eine andere Grundrechenoperation sei.* Man beginnt bei jeder Aufgabe zu dividieren und stellt erst dabei fest, ob die Division ausführbar ist oder ein Rest verbleibt.
Auftrag an die Schüler: Lest den Text im Lehrbuch (LB 136) unter „Wir wissen" durch und erklärt, warum bei dem mittleren und dem rechten Automaten (LB 136 oben) kein Ergebnis erscheint.

Hinweis: Die Division $a : b$ liefert nicht in jedem Fall ein Ergebnis, auch wenn die Forderung des Lehrbuches: „a muß ein Vielfaches von b sein" erfüllt ist, denn 0 : 0 ist nicht lösbar, obwohl 0 ein Vielfaches von 0 ist. Dieser Fall soll aber mit den Schülern der Klasse 4 nicht (ungefragt) diskutiert werden.

Anschließend werden dann nacheinander die drei unteren Rechenautomaten (LB 136) betrachtet, wobei der Fall $b = 0$ an das Ende zu setzen ist.

Hinweis: Die Division mit Rest ist keine Operation im bzw. auf dem Bereich der natürlichen Zahlen. Die erste Zahl des geordneten Zahlenpaares der „Lösung" heißt auch bei der Division mit Rest „Quotient". Dieser Sachverhalt sollte aber nicht ohne ausdrückliche Fragen danach mit den Schülern erörtert werden.

Wiederholung verschiedener Schreibweisen für die Division mit Rest und entsprechende Übungen In gemeinsamer Arbeit werden die verschiedenen möglichen Schreibformen dargestellt.

(1) $\begin{array}{r} 27:6=\underline{\underline{4}} \\ 24 \\ \hline \text{Rest}\ \underline{\underline{3}} \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 27:6=\underline{\underline{4}} \\ \hline \underline{\underline{\text{Rest}\ 3}} \end{array}$ (3) $27:6=\underline{\underline{4\ \text{Rest}\ 3}}$

Es ist wichtig, daß die Schüler schon von der ersten Aufgabe an den Rest 3 ebenfalls doppelt unterstreichen, denn es darf keinesfalls bei ihnen der Gedanke entstehen, 27 : 6 sei 4 (Gefahr bei Schreibweise (2)!). Durch das Unterstreichen wird verdeutlicht, daß der Rest mit zum Ergebnis gehört. Bei einfachen Aufgaben bevorzugen wir die Schreibweise (3). In selbständiger Schülertätigkeit wird eine Auswahl von Aufg. 1a, b, e (LB 137) gelöst und anschließend verglichen. Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 1c, d (LB 137)

Übungen zur Division mit Rest (formale Aufgaben und Sachaufgaben) Die Schüler bearbeiten zunehmend selbständig die Aufg. 2a, b, c (LB 137), Sachaufgaben (Aufg. 5, 6, LB 137 – wenn schon für die Motivierung verwendet, dann ähnliche Aufgaben selbst bilden) sind im Unterrichtsgespräch als Kopfrechenaufgaben zu lösen. Der Rest ist durch die Schüler sinnvoll zu interpretieren.
Als weitere Übung werden Zahlenpaare vorgegeben, die als Ergebnis bei der Division mit Rest ermittelt wurden (Aufg. 4*, LB 137). Am Beispiel des Zahlenpaares (5; 3) wird ein mögliches Vorgehen gezeigt: Bilde zum Zahlenpaar (5; 3) geeignete Aufgaben der Division mit Rest!
Die Schüler sollten in folgenden Schritten vorgehen:

	Beispiel:
1. Das Fünffache einer beliebigen natürlichen Zahl (z. B. 7) ist zu bilden	$5 \cdot 7 = 35$
2. Zu diesem Fünffachen ist die zweite Zahl des Zahlenpaares, also der Rest, zu addieren	$35 + 3 = 38$
3. Aufgabe in das Heft schreiben	$38 : 5$
4. Überprüfen, ob die Division das genannte Zahlenpaar liefert	$38 : 5 = 7$ Rest 3 $38 \quad = 7 \cdot 5 + 3$

Übung im Zerlegen von Zahlen in Summen mit zwei Summanden, wobei ein Summand ...

- Aufg. 9 (LB 138) lösen die Schüler selbständig, dabei ist es vorteilhaft, eine Tabelle zu verwenden (↗ UH 167).
- Für das Zerlegen von Zahlen in Summen, bei denen ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer vorgegebenen Zahl ist, sollte den Schülern folgendes Beispiel vorgegeben werden: Aufg. 10b (LB 138); $153 = \mathbf{20} \cdot 7 + 13$

  Diese Zerlegungsübungen sind sehr wichtig für das schriftliche Dividieren, sie sind ständig zu üben und zu wiederholen. Es wird eine Auswahl von Aufg. 10, 11 und 12 (LB 138) getroffen.

Kontrollaufgaben
Aufg. 1a, b (LB 137)

Schriftliches Dividieren; Divisor einstellig (4 Std.)

LE 20 (LB 138 bis 141)

Die Schüler kennen aus Klasse 3 das (kurze) Rechenschema für das schriftliche Verfahren der Division mehrstelliger Zahlen durch einstellige. Die ausführliche Schreibweise, die sie nun kennenlernen, dient der Vorbereitung der Division mit zweistelligen Divisoren. Dabei ist den Schülern bewußtzumachen, daß es beim Dividieren durch größere Zahlen zweckmäßig ist, die Zwischenrechnung schriftlich zu fixieren. Sie müssen deshalb beim einfachsten Fall, dem Dividieren durch einstellige Divisoren, Sicherheit bei der Verwendung dieser Form erlangen.

Ziele

Die Schüler
- können vier- und fünfstellige Dividenden durch einstellige Divisoren sicher dividieren,
- kennen verschiedene Schreibweisen für das schriftliche Verfahren des Dividierens,
- können Überschläge zu vorgegebenen Divisionsaufgaben anfertigen,
- sind in der Lage, einfache Lösungspläne für Sachaufgaben aufzustellen und diese Aufgaben danach zu lösen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Kopfrechenaufgaben
- Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Division (Divisor einstellig)
- Übungen im zunehmend selbständigen Lösen von Divisionsaufgaben

2. Stunde
- Erarbeitung des Überschlags von Divisionsaufgaben
- Übungen im Lösen von Divisionsaufgaben (ohne Rest) mit Überschlag und Kontrolle
- Übungen im Lösen von Divisionsaufgaben (mit Rest) mit Überschlag und Kontrolle

3. Stunde
- Übungen im Lösen formaler Divisionsaufgaben
- Anwendung der Division durch einstellige Divisoren auf Sachaufgaben

4. Stunde
- Übungen im Dividieren, Lösen von Gleichungen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Kopfrechenaufgaben
- Grundaufgaben der Multiplikation und Division,
- Subtraktionsaufgaben: $25 - 23$; $37 - 25$; $36 - 19$; $48 - 29$; $37 - 29$; $76 - 38$; ...
- Wiederholen der Begriffe „Vielfaches" und „Teiler", z. B.:
  $6 \cdot 7 = 42$; 42 ist ein Vielfaches von 7, nämlich das Sechsfache,
  $42 : 6 = 7$, 6 ist ein Teiler von 42, denn 42 läßt sich durch 6 teilen (bzw. $6 \cdot 7 = 42$).
- Die Aufgaben 1 bis 5 (LB 141) sind auf die 4 Stunden der LE zu verteilen, um sicheres Können im mündlichen und schriftlichen Rechnen zu erhalten und weiterzuentwickeln.

Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Division (Divisor einstellig) Zweckmäßig ist eine Untergliederung der zu lösenden Aufgaben:

- Die Schüler lösen selbständig Aufgaben, deren Zwischenrechnungen keinen Rest enthalten, z. B.:

  4 628 : 2; 93 630 : 3; 48 488 : 4

  Unter Umständen wird es nötig sein, eine Aufgabe gemeinsam zu lösen. Dabei kann der Dividend in eine Summe zerlegt werden, die gliedweise dividiert wird. Empfehlenswert ist auch das Veranschaulichen der Division in der Stellenwerttafel als eine günstige Möglichkeit der Wiederholung.

  8 462 : 2

  Zerlegung:

  $(8\,000 + 400 + 60 + 2) : 2$

  $= 8\,000 : 2 + 400 : 2 + 60 : 2 + 2 : 2$

  $= 4\,000 + 200 + 30 + 1$

  $= 4\,231$

  8 462 : 2

10^3	10^2	10	1
8	4	6	2
8 : 2	4 : 2	6 : 2	2 : 2
4	2	3	1

  Ergebnis: 4 231

- Das Zerlegen des Dividenden in Vielfache von Zehnerpotenzen ist nicht immer sinnvoll, weil die einzelnen Summanden oft keine Vielfachen des Divisors sind. Alle folgenden Erörterungen können an einem aktuellen Beispiel, ähnlich dem Auftrag B 63, erfolgen. *Zielstellung:* Wir wollen den Dividenden der Aufgabe so zerlegen, daß jeder Summand ein Vielfaches des Divisors ist!

  Beispiel: 9 472 : 4

  $= (9\,000 + 400 + 70 + 2) : 4$

  $= (8\,000 + 1\,000 + 200 + 200 + 40 + 30 + 2) : 4$

  $= (8\,000 + 1\,200 + 240 + 32) : 4 =$

  Mit dieser Zerlegung, die im Unterrichtsgespräch an der Tafel entstehen kann, wird motiviert, daß ein einfacheres Verfahren zu nutzen ist, welches die Schüler in Klasse 3 bereits kennengelernt haben. Im Anschluß an das gemeinsame Zerlegen dividieren alle Schüler die einzelnen Summanden selbständig, addieren die entstandenen Teilquotienten und überprüfen das Ergebnis durch Multiplizieren.

- Die ausführliche Darstellung, bei der das Zerlegen in Summanden für die Division mit Rest genutzt wird, sollte der kürzeren Form gegenübergestellt und unter Beteiligung aller Schüler an der Tafel erarbeitet werden. Als Muster kann dabei die Darstellung der Aufgabe 376 : 8 (LB 139) dienen.

  Farbiges Hervorheben des jeweiligen Teildividenden erleichtert das Erkennen der entsprechenden Zwischenschritte der nebeneinanderstehenden Teilaufgaben. (Rest 0 kann bei Kurzform wegbleiben.)

Übungen im zunehmend selbständigen Lösen von Divisionsaufgaben (Aufg. 1a, b; LB 140). Die ausführliche Form sollte bei allen Aufgaben als Beispiel an der Tafel erscheinen, sie muß im Hinblick auf Aufgaben mit zweistelligem Divisor von allen Schülern verstanden werden. Schüler, die bei einfachen Divisionsaufgaben ohne Zwischenrechnung schnell zum richtigen Resultat gelangen, sind keinesfalls zu einer ausführlichen Schreib-

weise zu zwingen. Da aber erfahrungsgemäß einige dieser Schüler Schwierigkeiten bei der Division durch zweistellige Divisoren haben, ist es empfehlenswert, auch sie zur Verwendung der ausführlichen Schreibweise anzuregen. Dabei muß ihnen allerdings der Grund dafür genannt werden. Andererseits darf die Verkürzung der Rechenvorschrift nicht zur Pflicht gemacht werden.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 1 c (LB 140)

Erarbeitung des Überschlags bei Divisionsaufgaben Anhand einer Sachaufgabe kann die Notwendigkeit eines Überschlags verdeutlicht werden: Eine Familie fährt mit dem „Trabant" von Berlin nach Weimar. Für die Strecke von 312 km benötigen sie 4 Stunden. Wieviel Kilometer legten sie etwa in einer Stunde zurück?
Herausarbeiten und von den Schülern begründen lassen: Nur eine ungefähre Antwort ist sinnvoll! (Etwa 80 km in der Stunde.) Dieses Anliegen, schnell einen Überblick über das ungefähre Resultat zu erhalten, wird nun auf formale Divisionsaufgaben übertragen. Die Schüler müssen sich dabei einprägen:
Divisor nicht verändern, Dividenden so verändern (nicht runden!), daß eine im Kopf zu lösende Aufgabe entsteht (Beispiel B 19). Mit Aufg. 4 (LB 140) können die Fähigkeiten im Überschlagen vertieft werden.

Übungen im Lösen von Divisionsaufgaben (ohne Rest) mit Überschlag und Kontrolle In selbständiger Schülertätigkeit wird eine Auswahl von Aufg. 1d, e (LB 140) gelöst. Die Multiplikation wird als Kontrollmöglichkeit bei jeder Aufgabe genutzt.

Übungen im Lösen von Divisionsaufgaben (mit Rest) mit Überschlag und Kontrolle Aufg. 2a (LB 140) führt auf Division mit Rest. Die Schüler sollen die Kontrollrechnung zunächst selbständig durchführen. In der Auswertung wird die Frage gestellt: „Was erkennst du? Erläutere!" Wie der Rest in der Kontrolle zu berücksichtigen ist, wird mit Hilfe des Lehrbuchs (Beispiel B 19b) geklärt.
- Aufg. 2d (LB 140) wird von den Schülern selbständig gelöst.
- Bei den Aufg. 2e, 3d, 4a, b, d (ebenso wie bei 1e) tritt eine Null im Quotienten auf. Auf diese mögliche Fehlerquelle ist beim Vergleichen der Resultate besonders einzugehen, meist wurde der Überschlag nicht beachtet.
- Wenn man die Frage der Aufg. 3 (LB 140) beantworten läßt, dann sollte man nicht nur auf die Teilbarkeit von Zahlen durch 2 und 5 eingehen, sondern auch solche Fälle beachten, bei denen der Divisor eine gerade und der Dividend eine ungerade Zahl ist.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 2b, c; 5a (LB 140)

Übungen im Lösen formaler Divisionsaufgaben
- Einfach zu lösende Aufgaben stehen am Anfang. Auswahl von Aufg. 5b, c (LB 140)
- Eine Erhöhung des Schwierigkeitsgrades bringen Aufg. 9c, d (LB 141) durch gehäuftes Auftreten von Nullen im Quotienten. Gelegentlich sollten Divisionen durch 0 und 1 eingestreut werden, wie sie in Aufg. 8c und d (LB 141) enthalten sind.

Anwendung der Division durch einstellige Divisoren auf Sachaufgaben Zur Einleitung können einige „Kettenaufgaben" wie im Material für tägliche Übungen Aufg. 5 (UH 12) gelöst werden.
Beim Lösen der Aufg. 15 (LB 141) ist im Unterrichtsgespräch herauszuarbeiten, daß hier nur Näherungswerte vorliegen, da durch Geburten und Sterbefälle eine ständige Veränderung entsteht. Anschließend können die Schüler die Aufg. 14 (LB 161) lesen und die Frage beantworten. Diese Aufgabe ist zur Auflockerung des Stoffes gedacht.
Bei Aufg. 14 (LB 141) ist besonders auf Fragen der Genauigkeit einzugehen. Zwar ist die Zahl der Besucher in den zurückliegenden Stunden genau zu ermitteln, aber für die nächste halbe Stunde ist ohnehin nur ein Näherungswert sinnvoll (etwa 300 Besucher).
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 8c, d (LB 141).

Übungen im Dividieren, Lösen von Gleichungen

- Zu Beginn sollten einige formale Aufgaben gelöst werden, Auswahl aus den Aufg. 10 und 11 (LB 141); Überschläge anfertigen lassen.
- Beim Lösen von Gleichungen (Aufg. 12, LB 141) durch inhaltliche Überlegungen sind besonders die Aufgaben des Typs $0 \cdot x$ und $x \cdot 1$ sowie die Aufgaben $x : a$ (a natürliche Zahl) zu beachten. Die Schüler sollten z. B. selbständig erkennen, daß die Aufgabe $2 \cdot y = 4035$ (Aufg. 12a) keine Lösung (im Bereich der natürlichen Zahlen) haben kann, da 4035 kein Vielfaches von 2 ist. Eine Division mit Rest wäre hier sinnlos. Bei anderen Aufgaben (etwa $v \cdot 9 = 5147$, Aufg. 12b) muß allerdings erst dividiert werden, ehe man entscheiden kann, ob die Aufgabe lösbar ist.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 7d, e und Auswahl aus Aufg. 6 (LB 140 f.)

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1d (LB 140) **2.** Aufg. 2a (LB 140) **3.** Aufg. 9b (LB 141)

Divisionsaufgaben mit Größen (3 Std.)

LE 21 (LB 142 bis 143)

Beim Rechnen mit Größen ist eine weitere Vertiefung des schriftlichen Dividierens anzustreben. Die Umwandlungszahlen für Längen-, Massen- und Geldangaben sind zu wiederholen und beim Umwandeln von Größenangaben in die nächstgrößere bzw. nächstkleinere Einheit anzuwenden. Stets ist der Zahlenwert der Größe beim Rechnen als natürliche Zahl zu schreiben. Ein Dividieren von Dezimalbrüchen erfolgt nicht. Die Entscheidung, ob in der Antwort bei Sachaufgaben eine Zahl oder eine Größe stehen muß, ist durch inhaltliche Überlegungen festzustellen. Ein Systematisieren dieses Unterschiedes ist nicht vorzunehmen, da sonst auch Fälle wie M : m; km : h diskutiert werden müßten.

Ziele

Die Schüler
- können Divisionsaufgaben mit Größen sicher berechnen,
- kennen die Beziehungen zwischen den Einheiten der Länge, der Masse und des Geldes und können sie beim Lösen von Divisionsaufgaben anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umwandeln von Größenangaben in die nächstgrößere bzw. nächstkleinere Einheit
- Motivierung des Rechnens mit Größen
- Erarbeitung des Dividierens von Größen
- Übungen im Dividieren von Größen

2. Stunde
- Übungen im Dividieren von Größen
- Festigung des Dividierens von Größen, wobei ein Umwandeln in die kleinere Einheit notwendig ist

3. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus für das Dividieren von Größen in Sachaufgaben
- Anwendung des Dividierens von Größen in Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umwandeln von Größenangaben in die nächstgrößere bzw. nächstkleinere Einheit Für die folgenden Aufgaben ist ausreichend Zeit zur Verfügung zu stellen, da sie eine Grundlage für das Verständnis der Division mit Größen darstellen. Die Umwandlungszahlen sind dabei zu wiederholen.

1. Wandle in die nächstkleinere Einheit um!
   a) 4,12 M, 5,08 M, ...
   b) 3 kg, 5 kg, ...

2. Wandle in Zentimeter um!
   a) 9,73 m, 12,86 m, 124,72 m, ...

3. Wandle in die nächstgrößere Einheit um!
   a) 318 Pf, 205 Pf, ...
   b) 7 000 g, 8 500 g, ...

4. Wandle in Meter um!
   a) 462 cm, 381 cm, 4 108 cm, ...

5. Aufg. 13 (UH 12)

Motivierung des Rechnens mit Größen Im Lehrervortrag wird den Schülern verdeutlicht, daß sehr viele Aufgaben auf die Division von Größen führen. Dazu kann der Auftrag B 65 genutzt werden, welcher nach Möglichkeit zu aktualisieren ist. Für diese Aufgaben soll eine einheitliche Schreibweise erarbeitet werden.

Erarbeitung des Dividierens von Größen Gemeinsam mit den Schülern kann der Auftrag B 65 in der folgenden Form an der Tafel entstehen:

Rechnen mit Größen

(1) $8{,}40\ \text{m} : 3 = x$	(2) Umwandeln 8,40 m = 840 cm	(3) Ü.: 900 : 3 = 30 (4) $\begin{array}{l} 840 : 3 = 280 \\ \underline{6} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$
(6) $x = 2{,}80\ \text{m}$	280 cm = 2,80 m	(5) K.: $\begin{array}{r} \underline{280 \cdot 3} \\ 840 \end{array}$
(7) *Antwort:* ...		

Die in Klammern gesetzte Numerierung gibt die Reihenfolge der einzelnen Schritte an, sie ist beim Lösen von Übungsaufgaben nicht mit aufzuschreiben. Auf die Bedeutung der Umrechnung von Größenangaben ist erneut hinzuweisen. Außerdem kann man nach dem Notieren des Antwortsatzes darauf verweisen, daß die Fahnen kürzer als 2,80 m werden (Nähte!).

Übungen im Dividieren von Größen In selbständiger Schülerarbeit Aufg. 1a, d (LB 142) lösen! Es ist darauf zu achten, daß das Resultat erst dann doppelt unterstrichen wird, wenn seine Richtigkeit durch die Kontrollrechnung nachgewiesen wurde.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 1b, c (LB 142)

Übungen im Dividieren von Größen Zu Beginn sind die Schüler mit bestimmten Signalwörtern in formalen und Sachaufgaben vertraut zu machen: Formulierungen wie „der 3. Teil, der 4. Teil, ..., ein Drittel, ...“ weisen uns auf die Division hin. Anschließend werden einige Aufgaben im Kopf gelöst. (Auswahl aus Aufg. 1 bis 3a, LB 142)

Festigung des Dividierens von Größen, wobei ein Umwandeln in die kleinere Einheit notwendig ist Die Schüler werden an das analoge Vorgehen beim Multiplizieren von Größen erinnert. Auch beim Dividieren von Größen wandeln wir Angaben in Kommaschreibweise in eine Angabe mit der kleineren Einheit um. Dabei wird an das bereits auf Seite 175 dargestellte Beispiel angeknüpft. Eine Auswahl von Aufgaben, die die Schüler selbständig lösen, kann Aufg. 2a und c (LB 142) entnommen werden. Folgende Zusatzaufgabe wäre möglich: Auf 6 Personen sind 45,44 M gleichmäßig zu verteilen.

Beispiel: 45,44 M : 6

$$\begin{array}{l} 4544 : 6 = \underline{\underline{757}} \\ \underline{42} \\ \ \ 34 \\ \ \ \underline{30} \\ \ \ \ \ 44 \\ \ \ \ \ \underline{42} \\ \underline{\underline{\text{Rest}\ \ \ 2}} \end{array}$$

In Sachaufgaben tauchen solche Probleme häufig auf.
Die Schüler könnten das Resultat in folgender Weise deuten: Wenn 45,44 M auf 6 Personen gleichmäßig verteilt werden sollen, dann bekommt jeder 7,57 M. Es bleiben aber 2 Pfennig übrig.
Mit Hilfe der Aufg. 3d (LB 142) ist den Schülern erneut deutlich zu machen, daß den Zeitmaßen nicht das Dezimalsystem zugrunde liegt.
Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 2b und d (Auswahl treffen!); Aufg. 3a (LB 142)

Sicherung des Ausgangsniveaus für das Dividieren von Größen in Sachaufgaben
- Wiederholen der Signalwörter „der 3. Teil, der 4. Teil, ...“
- Aufg. 3b und 4 (LB 142) – einige Aufgaben auswählen!

Anwendung des Dividierens von Größen in Sachaufgaben
- Die Schüler sollen bei Aufg. 7 (LB 143) möglichst selbständig den Lösungsweg finden.
- Scherzaufgaben wie Aufg. 10 (LB 143) dienen zur Auflockerung umfangreicher Übungen, wie sie für die Division notwendig sind, und sollten nicht vergessen werden.
- Selbständiges Lösen weiterer Aufgaben durch die Schüler (Auswahl von Aufg. 5, 8, 9 und 11, LB 142 f.), dabei sind bewußt auch solche Aufgaben einzusetzen, die nicht auf die Division führen (Aufg. 5, 8 und 11), um einem schematischen Arbeiten der Schüler vorzubeugen.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 4 und 6 (LB 142)

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1a **2.** Aufg. 2a, d **3.** Aufg. 3d **4.** Aufg. 4 (LB 142)

Berechnen des Durchschnitts **(2 Std.)**

LE 22 (LB 143 bis 145)

Die Schüler lernen den Begriff „Durchschnitt" zunächst im Sinne einer gleichmäßigen Verteilung kennen, erst anschließend wird er in seiner allgemeinen Bedeutung charakterisiert. Beim Berechnen von Durchschnitten wiederholen die Schüler ihre Kenntnisse über die Addition von Größen und festigen vor allem das Dividieren durch einstellige Divisoren. Beispiele für Sachaufgaben werden verschiedenen Bereichen des täglichen Lebens und der Umwelt der Schüler entnommen.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe „Durchschnitt" und „durchschnittlich" und können das Verfahren zur Berechnung des Durchschnitts beim Lösen von Sachaufgaben anwenden,
- entwickeln ihre Fähigkeiten im Aufstellen von Lösungsplänen beim Lösen von Sachaufgaben weiter,
- erkennen, daß mit Hilfe des Durchschnitts bestimmte Beziehungen in Sachverhalten klarer beschrieben werden können, selbst wenn der ermittelte Wert real nicht auftritt.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Additions- und Divisionsaufgaben
- Motivierung für das Berechnen des Durchschnitts
- Erarbeitung des Berechnens von Durchschnitten mit Erläuterung des Lösungsplanes für entsprechende Aufgaben

2. Stunde
- Üben weiterer Aufgaben zur Durchschnittsberechnung
- Anwenden der Durchschnittsberechnung im Zusammenhang mit Schätzen, Messen und Rechnen (Quadermodelle aus dem Stereometriebaukasten)

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Additions- und Divisionsaufgaben
Kopfrechnen: Aufg. 1 (UH 11)
Schriftliches Rechnen:

a) $84 + 37 + 45 + 76$ *(242)*
b) $130 + 247 + 358 + 476$ *(1 211)*

c) 43 cm + 84 cm + 35 cm + 97 cm *(259 cm)*
d) 730 M + 465 M + 670 M + 390 M + 520 M *(2 775 M)*
e) 342 : 6 *(57)*
f) 2 850 : 4 *(712 Rest 2)*

Motivierung für das Berechnen des Durchschnitts Altstoffsammlung einer Pioniergruppe. Die drei Brigaden erreichten folgende Sammelergebnisse:

Brigade	Anzahl der Pioniere	Altpapier in kg
1	9	99
2	7	91
3	8	96

In welcher Brigade war der Anteil jedes einzelnen Pioniers am größten?
Zielstellung: Wir wollen ein Verfahren kennenlernen, mit dem man solche Aufgaben lösen kann.

Erarbeitung des Berechnens von Durchschnitten mit Erläuterungen ...
- Mit einer einfachen Aufgabe wird die gleichmäßige Verteilung verdeutlicht: „Drei Mädchen sammeln an der Ostsee kleine Steine mit einem Loch. Sie legen sie in eine Schachtel. Eva sammelte 7 Steine, Renate 11 und Manuela 6. Am Abend wollen sie die Steine gleichmäßig verteilen. Wieviel Steine bekommt jedes Mädchen?"
  Die Schüler werden aufgefordert, Lösungsmöglichkeiten zu suchen.
  Steine reihum einzeln verteilen,
  Zeichnung anfertigen, von Renates Steinen jeweils an Eva und Manuela Steine abgeben (dabei Steine als Striche symbolisieren),
  in der Schachtel befinden sich 7 + 11 + 6 = 24 einzelne Steine, sie müssen auf drei Mädchen gleichmäßig verteilt werden, also 24 : 3 = 8.
  In einer anschließenden Zusammenfassung wird hervorgehoben, daß man durch gleichmäßiges Verteilen, aber auch durch Rechnen ermitteln kann, wieviel Steine jedes der Mädchen *durchschnittlich* (man sagt auch *im Durchschnitt*) bekommt. Eine weitere Möglichkeit der Erarbeitung der Begriffe „durchschnittlich" und „Durchschnitt" bietet der Auftrag B 66. Die Schüler lesen den Auftrag aufmerksam durch und betrachten dann LB-Bild 6. Anschließend werden die Fragen beantwortet.
  Man kann auch von einem Vergleich ausgehen. „Wir wissen, wieviel Flaschen unsere drei Schüler gesammelt haben. Eine andere Gruppe mit 4 Schülern hat insgesamt 44 Flaschen mitgebracht (oder in der anderen Gruppe von 4 Schülern hat jeder 11 Flaschen gesammelt). Welche Gruppe ist besser?" Die Diskussion sollte durch das Anschreiben der Ungleichungen ($44 > 36$, $11 > 9$, $11 < 14$ bzw. $11 < 13$) ergänzt werden und ist als Ausgangspunkt für die Begriffsbildung *im Durchschnitt* anzusehen.
- Die einzelnen Lösungsmöglichkeiten werden im Auftrag B 67 erneut angewandt, wobei besonders auf das Zeichnen des Streckendiagramms Wert zu legen ist (↗ UH 95ff.). In der Auswertung des Vergleichs wird angestrebt, daß die Schüler erkennen, daß die Strecke für den *Durchschnittswert* kürzer als die längste und länger als die kürzeste der anderen Strecken ist.
- In Aufgaben, in denen Durchschnitte ermittelt werden, sollen nicht immer gleichmäßige Verteilungen vorgenommen werden. Während bei einer Verteilungsaufgabe (z. B.: 20 Äpfel sollen unter 5 Kinder so verteilt werden, daß jedes die gleiche Anzahl erhält) eine Zahl ermittelt wird, die tatsächlich im Sachverhalt konkret auftritt (jedes

Kind erhält 4 Äpfel), trägt der Durchschnitt abstrakten Charakter. Im allgemeinen tritt der Durchschnittswert real nicht auf, so etwa im Auftrag B 67.

Hinweis: Dennoch können wir mit dem Durchschnittsbegriff, der in Klasse 5 als „arithmetisches Mittel" wiederkehrt, den Sachverhalt leichter beschreiben und überschauen. Mit dem Durchschnittsbegriff lernen die Schüler auf elementarer Stufe die praktische Bedeutung mathematischer Abstraktionen kennen. Den Schülern ist dies an Beispielen zu erläutern, die aus ihrem unmittelbaren Lebensbereich entnommen sind (z. B. an einem durchschnittlichen Sammelergebnis der Klasse). Dabei ist es möglich, darauf hinzuweisen, daß der Durchschnitt nichts über den einzelnen Schüler aussagt, nichts darüber, ob alle gleichmäßig gut gesammelt haben oder einzelne sehr viel, andere wiederum sehr wenig. Hier sind Ansatzmöglichkeiten für eine erzieherische Auswertung des Stoffes zu erkennen.

- Lösungsplanung und Gang der Rechnung sind sehr übersichtlich in Beispiel B 21 dargestellt. Die Schüler sollen es durchlesen und die einzelnen Schritte erläutern. Der Terminus „Abschätzen des Ergebnisses" wird ohne größere Erläuterungen verwendet. Eine Verknüpfung mit der graphischen Darstellung des Durchschnittswertes von Auftrag B 67 ist möglich. Die Funktion dieses Beispiels besteht vor allem darin, daß der Schüler merkt, auch beim Berechnen des Durchschnitts kann die Division mit Rest auftreten. Man gibt dann einen sinnvollen Näherungswert an.

Hausaufgabenvorschlag: Merkstoff B 17 sinnvoll einprägen; Motivationsaufgabe berechnen; Aufg. 1 (LB 145)

Üben weiterer Aufgaben zur Durchschnittsberechnung

- Auftrag B 69a sollte zur Einstimmung behandelt werden. Beim Teil b dieses Auftrages kann eine gewisse Vorbereitung der Schüler auf Vorgänge erfolgen, in der eine von der Zeit abhängige Zufallsgröße betrachtet wird. Der Begriff „langjähriges Mittel" taucht im Zusammenhang mit meteorologischen Mitteilungen häufig in der Presse auf. Es ist günstig, örtliches Zahlenmaterial für Aufgaben zu verwenden. Die Schüler sollen dabei in das Sammeln dieses Materials einbezogen werden.
- Aufg. 3 (LB 145) soll Anlaß geben, mit den Schülern zu erörtern, warum in der Frage „durchschnittlich" steht.
- Das Schließen beim Lösen von Sachaufgaben (LB 122) wird bei den Aufg. 4 und 5 (LB 145) unter neuer Sicht angewendet, wobei auch hier die Beziehung zum „Durchschnitt" erörtert werden sollte.
  Vorschlag für die Behandlung der Aufgabe 5:
  1. Berechnen des durchschnittlichen Fischverbrauchs für eine Portion!
  2. *Schließen:* Für 1 Portion benötigt man durchschnittlich 150 g.
     Für 8 Portionen benötigt man durchschnittlich 8 · 150 g.

Anwenden der Durchschnittsberechnung im Zusammenhang mit Schätzen, Messen und Rechnen Fünf Schüler schätzen die Länge einer vorgegebenen Kante, es wird der Durchschnitt der Schätzwerte berechnet. Anschließend messen fünf andere Schüler die Kante, um danach den Durchschnitt der Meßwerte zu ermitteln. Differenz von Schätz- und Meßwert bilden, Aufgabe auswerten.

Kontrollaufgaben

1. Ein LKW legt an den einzelnen Tagen der Woche folgende Entfernungen zurück: Montag 154 km, Dienstag 330 km, Mittwoch 172 km, Donnerstag 86 km und Freitag 213 km. Wieviel Kilometer legte er durchschnittlich an einem Tage zurück? *(191 km)*
2. Aufg. 1 (LB 145)

Dividieren mit Näherungswerten (3 Std.)

LE 23 (LB 146 bis 148)

Hauptanliegen ist es, durch Ermitteln eines Näherungswertes für Quotienten den Überschlag von Divisionsaufgaben zu bestimmen und einen wichtigen Zwischenschritt für das Verfahren der schriftlichen Division mit zweistelligem Divisor vorzubereiten. Dabei lernen die Schüler das überschlagsmäßige Ermitteln der Quotienten bei den Teildivisionen kennen. Jedes schriftliche Dividieren hat das in dieser Lerneinheit zu behandelnde Rechnen mit Näherungswerten zur Grundlage.

Ziele

Die Schüler
- wissen, wie man Überschläge für Quotienten bestimmt,
- können durch Überschlagen Näherungswerte zu vorgegebenen Divisionsaufgaben ermitteln,
- können das nächstkleinere Vielfache einer Zahl zu einer vorgegebenen anderen Zahl ermitteln.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Runden auf Vielfache von 10 und Multiplizieren mit Vielfachen von 10
- Motivierung des Rechnens mit Näherungswerten
- Erarbeitung des Bestimmens von Überschlägen zu vorgegebenen Divisionsaufgaben
- Festigung des Überschlagens von Quotienten

2. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Zerlegen von Zahlen in Summen mit zwei Summanden, wobei ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer vorgegebenen einstelligen Zahl ist
- Erarbeitung des Zerlegens von Zahlen in zwei Summanden, wobei ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer zweistelligen Zahl ist (mit einfachen Übungen)

3. Stunde
- Übung im Überschlagen von Quotienten
- Übung im Ermitteln des nächstkleineren Vielfachen des Divisors zum vorgegebenen Dividenden

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Runden auf Vielfache von 10 und Multiplizieren . . .

Kopfrechnen:
- Runde auf Vielfache von 10: 27; 82; 45; 55; ...! Dabei Wiederholen der Rundungsregeln.
- Multiplizieren Vielfacher von 10 mit natürlichen Zahlen n, wobei $n < 10$ ist: $6 \cdot 40$; $7 \cdot 60$; $80 \cdot 3$; $70 \cdot 4$; ...

Schriftliches Rechnen: Aufg. 1 und 2 (LB 148)

Motivierung des Rechnens mit Näherungswerten *Aufgabe:* Ein PKW hat 38 l Benzin getankt. Für 100 km verbraucht er rund 7 l. Wie weit kann er mit den 38 l etwa fahren? Die Schüler sollen erkennen, daß es nicht notwendig ist, den Quotienten genau zu bestimmen, da ein Näherungswert genügt.
Weitere Beispiele sollten sich anschließen:
- Eine Klasse hat 217 Flaschen gesammelt. Wieviel Flaschen hat jeder der 21 Schüler etwa gesammelt?
- Für einen Pfannkuchen werden etwa 45 g Teig benötigt. Wieviel Pfannkuchen kann man aus 1,5 kg Teig backen?
- Eine GPG erntete von 78 Bäumen 2460 kg Äpfel. Wieviel erntete sie etwa von einem Baum?

Zielstellung: Bei vielen Aufgaben genügt ein Überschlag, um eine sinnvolle Antwort zu erhalten. Wir benötigen den Überschlag auch für umfangreichere Divisionsaufgaben und werden deshalb ein Verfahren für das Ermitteln solcher Näherungswerte kennenlernen.

Erarbeitung des Bestimmens von Überschlägen zu vorgegebenen Divisionsaufgaben
- Das „Abstreichen von Nullen" ist durch das Lösen quotientengleicher Divisionsaufgaben verständlich zu machen (Auftrag B 70):

  $6:3 \qquad 60:30 \qquad 600:300$

  Es sind mehrere Aufgabenfolgen dieser Art zu lösen, denn ein zu frühes Formulieren der „Regel", um die es im Auftrag geht, führt nicht zum inhaltlichen Erfassen. Spätere Schwierigkeiten beim sinnvollen Anwenden sind die Folge. Beim selbständigen Formulieren durch die Schüler sollten keine ungerechtfertigten Ansprüche an die Exaktheit gestellt werden, gerade deshalb ist es aber möglich, einen Beitrag zur sprachlichen Schulung zu leisten. Eine völlig exakte Formulierung müßte auf die Unterscheidung von Zahl und Ziffer ebenso eingehen wie auf die Frage der Teilbarkeit. Deshalb ist also beispielsweise die folgende Schülerformulierung anzuerkennen: „Steht am Ende des Dividenden und des Divisors eine ‚Null', so kann man beide wegstreichen. Das Ergebnis ändert sich dabei nicht."
- Beim Überschlagen von Quotienten mit zweistelligem Divisor ist als erste Orientierung für die Schüler die folgende Schrittfolge, auch im Hinblick auf die spätere schriftliche Division, nützlich.
  (1) Divisor auf Vielfaches von 10 runden,
  (2) Der Dividend wird so verändert, daß sein Näherungswert das nächstgelegene Vielfache des gerundeten Divisors wird, das kleiner als der Dividend ist.

  Beispiele: $578:86$ Überschlag: $540:90 = 6$
  $473:73$ Überschlag: $420:70 = 6$

Hinweis: Man beachte aber, daß dieses Vorgehen (zum Dividenden das nächstkleinere Vielfache des Divisors zu suchen) später beim *Ermitteln des Teilquotienten einer Divisionsaufgabe* nicht immer die gesuchte Zahl liefert. (Darauf sollte man die Schüler auch hinweisen.) So ist beispielsweise $528:66 = 8$, aber durch den Überschlag $490:70$ erhält man nur 7. (↗ LB 147 und Beispiel B 24)

Festigung des Überschlagens von Quotienten
- Divisionsaufgaben, bei denen das „Abstreichen von Nullen" möglich ist: Aufg. 1b, d (LB 147)

- Für das Überschlagen von Quotienten wird eine Auswahl von Aufg. 2b (LB 147) empfohlen, außerdem Auftrag B 71.

Hausaufgabenvorschlag: Auswahl von Aufg. 1a, c, 2a (LB 147)

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
- Lösen von Aufgaben in Anlehnung an Aufg. 12 (LB 135)
- Übungen mit verknüpften Rechenoperationen: Aufg. 12 (UH 12)

Erarbeitung des Zerlegens von Zahlen in zwei Summanden, wobei ein Summand das nächstkleinere Vielfache einer zweistelligen Zahl ist
- Hier werden Grundlagen für das schriftliche Dividieren mit zweistelligen Divisoren gelegt. Unterrichtsgespräch anhand des Beispiels B 23. Ein Vorbild für das Notieren in den Schülerheften bietet das Beispiel in Aufg. 3 (LB 147). Die Begründung sollte nur mündlich erfolgen, wobei auch die folgende Form möglich ist:
  $247 : 80$, $80 \cdot 3 = 240$ (denn $240 < 247$, aber $247 < 240 + 80$).
  Neben der vorgeschlagenen Schreibweise der Aufg. 4 (LB 147) kann auch die Tabellenform genutzt werden. Beide Schreibweisen sind zu üben.

Zahl m	**Vielfaches von** n	**Begründung**	
382	70	$382 = 70 \cdot 5 + 32$	$350 < 382$

- Zunehmend selbständiges Üben einer Auswahl von Aufg. 3b, c und 4b, c (LB 147)

Vorschlag für *Hausaufgabe*: Aufg. 3a, 4a

Übung im Überschlagen von Quotienten
- Aufg. 2c (LB 147) schriftlich! Die ermittelten Näherungswerte sind mit der Multiplikation (Näherungswert mal gerundeter Divisor) daraufhin zu überprüfen, ob sie sinnvoll sind und ob vor allem die Stellenzahl des Dividenden wieder erreicht wird.
- Tägliche Übung: In Anlehnung an Aufg. 17 (UH 13) durchführen.

Übung im Ermitteln des nächstkleineren Vielfachen des Divisors zum vorgegebenen Dividenden In selbständiger Schülerarbeit ist eine Auswahl aus Aufg. 5 und 6 (LB 148) zu treffen. Dabei sind diese beiden Aufgaben keinesfalls vollständig „abzuarbeiten“. Sie sollen vor allem Material für die folgenden Stunden liefern.

Bei der Auswertung der gelösten Aufgaben ist darauf aufmerksam zu machen, daß das Vorgehen nach Beispiel B 23 (Schrittfolge) manchmal einen zu großen und manchmal einen zu kleinen Wert liefert. Die letzte Aufgabe von 5b liefert einen zu großen und die letzte Aufgabe von Aufg. 5c einen zu kleinen Wert.

Hinweis: Wenn auch diese Aufgaben noch etwas im Hintergrund stehen, so sind sie doch wichtig, um das Verfahren von Beispiel B 23 nicht zu sehr zu verfestigen, im Sinne einer *stets* zu befolgenden Handlungsvorschrift. Anzustreben ist „Flexibilität“ – etwa: $130 : 14$ nicht als $130 : 10 = 13$ lösen, sondern wegen $14 \cdot 10 = 140$ ist 9 zu erwarten.

Hausaufgaben: Aufg. 5a, 6a (LB 148)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2a (LB 147), 2. Aufg. 6b (LB 148)

Schriftliches Dividieren; Divisor ist Vielfaches von 10 **(2 Std.)**

LE 24 (LB 149 bis 150)

Das Dividieren durch Vielfache von 10 bildet das Bindeglied zwischen dem Dividieren natürlicher Zahlen durch einstellige Divisoren und der Erweiterung dieses Verfahrens auf beliebige zweistellige Divisoren. Dabei ist den Schülern bewußtzumachen, daß ein „Streichen von Nullen“ bei diesen Aufgaben nicht immer möglich ist, außerdem entsteht eine Veränderung des Restes, wenn die Division nicht ausführbar ist. In Anknüpfung an das den Schülern bekannte Dividieren durch einstellige Divisoren wird das Verfahren auf zweistellige Divisoren erweitert und muß in seiner ausführlichen Form zum sicheren gedächtnismäßigen Besitz der Schüler werden.

Ziele

Die Schüler
- beherrschen das schriftliche Dividieren durch Vielfache von 10,
- können sicher und schnell Näherungswerte für die erforderlichen Teilrechnungen ermitteln,
- erkennen die Notwendigkeit des Überschlagens und der Kontrolle beim schriftlichen Dividieren.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholung der ausführlichen Schreibweise für das Dividieren durch einstellige Divisoren
- Motivierung des Dividierens durch Vielfache von 10
- Erarbeitung des Dividierens durch Vielfache von 10
- Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 (formale Aufgaben)

2. Stunde
- Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 bei Sachaufgaben
- Anwenden des Verfahrens der Division beim Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen
- Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 bei formalen Aufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ... *Schriftliches Rechnen:* Aufg. 13a (LB 141) in ausführlicher Form rechnen lassen. Dabei wiederholen die Schüler im Unterrichtsgespräch die drei Schritte, die immer wieder zu gehen sind (LB 139).
Kopfrechnen: Multiplizieren Vielfacher von 10 mit einstelligen Faktoren, z. B.
$6 \cdot 40$; $3 \cdot 70$; $80 \cdot 5$; $90 \cdot 4$;

Motivierung des Dividierens durch Vielfache von 10 Zwei Aufgaben führen auf die Zielstellung:
Eine Sendung Schulbücher wird in Kartons zu je 30 Stück verpackt. Es werden 170 Kartons verschickt. Wieviel Bücher kommen zum Versand?
Diese Aufgabe wird mit Hilfe der Multiplikation gelöst. Eine weitere Aufgabe schließt sich an: 6275 Schulbücher sollen in Kartons zu je 30 Stück verpackt werden. Wieviel Kartons benötigt man?
Der Vergleich der beiden Aufgaben führt auf das Problem, den Faktor zu bestimmen, der mit 30 multipliziert das Produkt 6275 ergibt. Diese Aufgabe wird als Divisionsaufgabe gelöst: $30 \cdot x = 6275$ und daraus folgt $6275 : 30 = x$
Ziel: Wir wollen lernen, wie man solche Zahlen dividiert.

Erarbeitung des Dividierens durch Vielfache von 10 Aufgaben, bei denen man mit dem „Streichen von Nullen“ nicht mehr zum Ziel kommt, werden als nächstes betrachtet. Dazu wird das *schriftliche Dividieren* herangezogen, welches die Schüler bereits für einstellige Divisoren kennen. Gemeinsam mit den Schülern wird das Lösen einer Aufgabe mit einstelligem Divisor auf eine ähnliche mit zweistelligem Divisor übertragen. Dabei ist auf die sich wiederholende Abfolge *Dividieren – Multiplizieren – Subtrahieren* besonders einzugehen (vgl. LB 139).
Das analoge Vorgehen beim Dividieren durch zweistellige Divisoren gegenüber dem Dividieren durch einstellige Divisoren wird in einer Gegenüberstellung verdeutlicht.

Aufgabe:		**Aufgabe:**	
474 : 3	*Ü.:* 450 : 3 = 150	**4749 : 30**	*Ü.:* 4500 : 30 = 150
474 : 3 = 158		4749 : 30 = 158	
3		30	
17		174	
15	*Kontrolle:*	150	*Kontrolle:*
24	158 · 3	249	158 · 30
24	474	240	4740
0		Rest 9	+ 9
			4749

Hinweis: Dabei kann den Schülern bewußtgemacht werden, daß dieses schriftliche Dividieren durch Vielfache von 10 leichter ist als das in LE 23 behandelte Ermitteln des nächstkleineren Vielfachen des Divisors (vgl. z. B. 457 : 53), denn die Teilquotienten werden sofort gefunden, und der Divisor braucht dafür nicht gerundet zu werden.
Die Schrittfolge im Lehrbuch (LB 149) dient der Vorbereitung auf das Lösen von Aufgaben mit beliebigen zweistelligem Divisor. Wenn hier auch der Schritt (2) strenggenommen nicht erforderlich ist, wird er trotzdem durchgeführt, da ein einziges einheitliches Verfahren für das Dividieren gelehrt werden soll und dieser Schritt für schwierigere Aufgaben wichtig ist.

Bei schwierigeren Aufgaben müssen die Schüler die folgende Dreiteilung des Lösungsweges einhalten:
(1) Überschlag (im Kopf rechnen, aber schriftlich festhalten)
(2) Berechnen des Quotienten
(3) Überprüfen des Resultats durch Vergleichen mit dem Überschlag und Kontrolle mittels Multiplikation
Die Kontrolle sollte nicht etwa stereotyp bei *jeder* Divisionsaufgabe verlangt werden. Das würde sie, etwa bei leicht überschaubaren, einfachen Aufgaben, zu einer Pflichtübung degradieren.

Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 (formale Aufgaben)
Festigung: Die Aufgaben zur Übung und Vertiefung sind so auszuwählen, daß eine systematische Steigerung des Schwierigkeitsgrades gewährleistet ist.

- Aufgaben mit drei- und vierstelligen Dividenden, es tritt kein Rest auf. Es sollten zunächst nur Aufgaben ausgewählt werden, bei denen im Dividenden die erste Grundziffer größer (oder gleich) der Zehnerziffer des Divisors ist (Aufg. 1a, LB 150, 1. und 2. Aufgabe).
- Ab Aufg. 1b sind Aufgaben enthalten, bei denen das nicht der Fall ist. Diese Aufgaben werden als nächste gelöst. Folgende Sprechweise ist dabei von den Schülern zu erwarten:
  Aufgabe: 2 300 : 50
  „23 ist kleiner als 50. Wir dividieren deshalb 230 durch 50. Überschlagen des Zwischenergebnisses: 200 : 50 = 4 usw."
- Es ist zu erwarten, daß einige Schüler bei diesen Aufgaben das „Abstreichen von Nullen" anwenden und dadurch die Aufgaben auf ein Dividieren durch einstellige Divisoren zurückführen. Dieses Vorgehen ist keinesfalls zurückzuweisen, im Gegenteil, die Schüler sind für ihr rationelles Arbeiten zu loben.
- Aufgaben mit Rest, bei denen ein „Streichen von Nullen" nicht möglich ist, bilden den Abschluß der Übung (die beiden letzten Zeilen von Aufg. 1d, LB 150).

Vorschlag für *Hausaufgabe*: Aufg. 1e (LB 150)

Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 bei Sachaufgaben Beim Lösen von Sachaufgaben sollen die Schüler selbständig zu den Ergebnissen kommen. Unterschiedliche Lösungswege sind möglich und sollten zugelassen werden. Es wäre falsch, den Schülern einen bestimmten Weg vorzuschreiben. So führt z. B. bei Aufg. 4 (LB 150) auch die folgende Überlegung zum richtigen Ergebnis und zeugt von der Einsicht in den Sachverhalt:

20 g	1 Tüte	1 kg	... 50 Tüten
100 g	5 Tüten	35 kg	... 35 · 50 Tüten = 1750 Tüten

Anwenden des Verfahrens der Division beim Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen (Aufg. 3, LB 150)
Beim Lösen von Gleichungen geht es nicht nur um den Zusammenhang von Multiplikation und Division. Man beachte vor allem, daß es in Fällen, in denen keine natürliche Zahl x (y, ...) existiert, sinnlos ist, einen „Rest" zu ermitteln.
Die Nichtexistenz muß keineswegs immer mittels (versuchter) Division festgestellt werden; so sollte man z. B. bei der ersten Teilaufgabe von 3d sofort sehen, daß es kein x gibt. Eine Division ist deshalb überflüssig. Es sei darauf hingewiesen, daß alle Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen gelöst werden müssen. Ein „Gleichungskalkül" ist keinesfalls zu entwickeln.

Übungen im Dividieren durch Vielfache von 10 bei formalen Aufgaben Im Zusammenhang mit dem Beispiel B 26 taucht eine Fehlerquelle auf, die bei Divisionsaufgaben sehr häufig ist. Viele Fehler, die mit dem Auftreten von „Nullen" im Quotienten zusammenhängen, lassen sich vermeiden, wenn man das Resultat stets mit dem vorher angefertigten Überschlag vergleicht. Die Aufg. 2a bis d (LB 150) (besonders Teilaufg. 2c) bieten dazu ein reiches Feld für die Vertiefung und gleichzeitig eine obere Grenze des Schwierigkeitsgrades. Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 2b und 5 (LB 150).

Kontrollaufgaben
Aufg. 2a und c (LB 150)

Schriftliches Dividieren; Divisor ist eine zweistellige Zahl (5 Std.)

LE 25 (LB 151 bis 154)

Das schriftliche Verfahren des Dividierens durch zweistellige Zahlen muß zum sicheren gedächtnismäßigen Besitz der Schüler werden. Einerseits läßt sich dieses Verfahren später leicht auf mehrstellige Divisoren erweitern, andererseits sind bei der schriftlichen Division, einschließlich der Kontrollrechnung, alle vier Grundrechenoperationen erforderlich. Damit bilden diese Aufgaben einen Gradmesser für die Entwicklung der Rechenfertigkeiten. Das ständige Überprüfen der Lösungen durch Überschlags- und Kontrollrechnungen, verbunden mit entsprechenden Vergleichen, erfordert von den Schülern eine kritische Haltung gegenüber ihren Arbeitsergebnissen und ist immer stärker zur Gewohnheit zu entwickeln.
Das ausführliche Verfahren der schriftlichen Division, welches den Schülern bereits bekannt ist, wird nun auf beliebige zweistellige Divisoren übertragen. Voraussetzungen sind dabei die bereits bekannte Schrittfolge des Dividierens durch einstellige Zahlen und durch Vielfache von 10 sowie das in LE 23 erarbeitete Dividieren mit Näherungswerten.
Zur Aufteilung der LE 25 siehe dazu die Vorbemerkungen zum Stoffabschnitt (UH 159).

Ziele

Die Schüler
- beherrschen das schriftliche Dividieren durch beliebige zweistellige Divisoren sicher,
- erkennen die Bedeutung des Überschlages und sind in der Lage, ihre ermittelten Resultate durch eine Kontrollrechnung zu überprüfen,
- entwickeln ihre kritische Arbeitshaltung beim Suchen von Fehlern in gelösten Aufgaben weiter.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus für das schriftliche Dividieren
- Motivierung des Dividierens durch zweistellige Zahlen
- Wiederholung des Überschlages von Divisionsaufgaben mit beliebigen zweistelligen Divisoren

2. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)
- Übertragen der Schrittfolge für das Dividieren durch zweistelligen Divisor

3. Stunde
- Übung schwierigerer Divisionsaufgaben ohne Rest
- Übung einfacher Divisionsaufgaben mit Rest

4. Stunde
Übung von Divisionsaufgaben, die im Quotienten an zweiter Stelle eine Null haben

- Erarbeiten von Hilfen für das Ermitteln von Zwischenüberschlägen
- Aufdecken und Korrigieren von Fehlern beim Dividieren

5. Stunde

- Übung im Lösen formaler Divisionsaufgaben
- Übung im Aufdecken von Fehlern in Divisionsaufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus für das schriftliche Dividieren Zum Auffrischen des Wissens und Könnens für das schriftliche Dividieren sind vielfältige Übungen notwendig. Es sollte ein ständiger Wechsel zwischen Kopfrechenaufgaben und schriftlich zu lösenden Aufgaben erfolgen. Vorschläge für Kopfrechenübungen:

- Runden auf Vielfache von 10, z. B. 36, 78, 93, 45, 55, ...
- Dividieren durch Vielfache von 10, z. B. 240 : 30, 810 : 90, 420 : 70, ...
- Grundaufgaben der Multiplikation und Division in abwechslungsreichen Aufgabenstellungen. Beispiele für die Folge der 8 werden gezeigt, eine Übertragung auf andere Übungsschwerpunkte ist leicht möglich.
  (1) Gleichungen geben: Berechne x! $8 \cdot x = 48$, $72 : x = 9$, $40 : 8 = x$,
  (2) Aufgaben in Tabellenform:

a	$8 \cdot a$
7	

r	s	$r \cdot s$
4		32

$8 \cdot n$	n
64	

c	$c : 8$
16	

  (3) Eingekleidete Aufgaben, bei deren Lösung das Produkt bzw. der Quotient oder ein Faktor zweier Zahlen zu bestimmen ist:
  Das Wievielfache von 8 ist 56?
  Das Vierfache einer Zahl ist 32. Wie heißt die Zahl?
  Bestimme den Quotienten von 72 und 8!
  Der wievielte Teil von 48 ist 6?
  Dividiere die Summe von 13 und 27 durch 8!
  Das Produkt zweier Zahlen ist 48. Gib dazu mögliche Gleichungen an!
  Bilde drei Divisionsaufgaben, deren Divisor gleich 8 ist!

Weitere Vorschläge für Übungen:

- Aufgaben für tägliche Übungen: Aufg. 9 und 10 (UH 12)
- Die folgenden Aufgaben können in halbschriftlicher Form (Projektionsfolie) gelöst werden:

m	n	$m \cdot n$
120	3	
	6	480
70		490

r	s	$r : s$
810	9	
360		
	25	20

- Schriftliches Dividieren durch einstellige Faktoren dient der unmittelbaren Vorbereitung auf die Erweiterung des Verfahrens der Division durch zweistellige Divisoren: Auswahl von Aufg. 5 (LB 140).
- Dividieren mit Näherungswerten: Aufg. 6d, e (LB 148)

Alle genannten Aufgaben sind auch für folgende Stunden wichtig und sollten immer wieder in abgewandelter Form geübt werden.

Motivierung des Dividierens durch zweistellige Zahlen Ausgangspunkt kann die folgende Aufgabe sein:

Für die Kinder- und Jugendspartakiade werden Busse mit je 42 Sitzplätze zur Verfügung gestellt. Wieviel Busse werden benötigt, wenn 1470 Teilnehmer gleichzeitig befördert werden sollen?

Die Aufgabe führt zunächst auf die Gleichung $42 \cdot a = 1470$. Unter Berücksichtigung des Zusammenhangs von Multiplikation und Division entsteht daraus die Gleichung $1470 : 42 = a$.

Ziel: Wir wollen lernen, solche Divisionsaufgaben mit zweistelligem Divisor zu lösen.

Eine zweite Möglichkeit der Motivierung bietet das Vorgeben von 3 unterschiedlichen Aufgabengruppen. Die Schüler sollen diese Gruppen miteinander vergleichen.

1.	576 : 6	72 863 : 3	2.	560 : 80	79 730 : 70	3.	506 : 22	19 680 : 41
	6 240 : 8	32 875 : 5		3 480 : 40	16 260 : 60		3 683 : 29	25 272 : 78

Sie stellen fest: Die Aufgaben der ersten beiden Gruppen können wir lösen. Aufgaben der Art, wie sie in der dritten Gruppe stehen, haben wir noch nicht gelöst. Aber sie müßten nach einem ähnlichen Verfahren zu lösen sein wie die Aufgaben der ersten beiden Gruppen.

Ziel: Wir wollen in den nächsten Stunden lernen, solche Aufgaben sicher zu lösen.

Die Aufgaben der 1. und 2. Gruppe können in der Stunde gelöst oder zur Vertiefung als *Hausaufgaben* erteilt werden.

Wiederholung des Überschlagens von Divisionsaufgaben mit beliebigen zweistelligen Divisoren Beim Anknüpfen an die Aufgabenstellung der Motivierung wird den Schülern bewußt, daß sie bereits Näherungswerte für diese Aufgaben bestimmen können. Die drei Schritte beim Ermitteln des Überschlages werden im Unterrichtsgespräch wiederholt und an zwei Beispielen an der Tafel erläutert (↗ UH 181, LE 23).

Beispiele: **1.** 43 243 : 83 *Ü.:* 40 000 : 80 **2.** 37 136 : 47 *Ü.:* 35 000 : 50

In selbständiger Schülerarbeit sollten nun Näherungswerte für die Aufgaben der 3. Aufgabengruppe aus der Motivierung gelöst werden.

Von der folgenden Aufgabe werden einige Beispiele an der Tafel demonstriert, der Rest bleibt der Hausaufgabe vorbehalten.

Aufgabe: Bestimme Näherungswerte für 45 360 : n! Setze für n nacheinander die folgenden Zahlen ein: 72, 35, 84, 33, 24 und 98!

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde

Thema: Dividieren durch zweistellige Divisoren

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können die ihnen bekannte Schrittfolge des Dividierens auf das Dividieren durch zweistellige Divisoren übertragen,
- können an Beispielen erläutern, wie beim schriftlichen Dividieren durch zweistellige Divisoren vorzugehen ist,
- können sinnvolle Überschläge zu Divisionsaufgaben mit zweistelligem Divisor angeben und diese richtig anordnen,
- können ihre ermittelten Quotienten durch eine Kontrollrechnung überprüfen.

Gliederung der Stunde

(1)	5 Min.	Vergleichen der Hausaufgaben/Zielstellung
(2)	10 Min.	Erarbeitung einer Gegenüberstellung des Dividierens durch einstellige Zahlen und durch Vielfache von 10
(3)	15 Min.	Übertragen der bei (2) benutzten Schrittfolge auf das Dividieren durch beliebige zweistellige Divisoren (LB 151)
(4)	10 Min.	Übung im Lösen einfacher Divisionsaufgaben mit zweistelligem Divisor (Aufg. 1 a, LB 152)
(5)	5 Min.	Hausaufgabenstellung (Aufg. 1 c, LB 152) Zusammenfassung

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Nach dem Vergleichen der Hausaufgaben (Näherungswerte für Divisionsaufgaben mit zweistelligem Divisor) erfolgt die *Zielstellung für die Stunde*: Heute lernen wir ein Verfahren kennen, mit dessen Hilfe wir alle Divisionsaufgaben, die zweistellige Divisoren enthalten, lösen können.

(2) An einer Gegenüberstellung wird auf das gleiche Vorgehen beim Dividieren durch eine einstellige Zahl (LB 139) und durch zweistellige Zahlen (LB 149) hingewiesen.

Dividieren durch einstellige Zahlen		**Dividieren durch beliebige zweistellige Zahlen**	
Ü.: 800 : 4 = 200		*Ü.:* 800 : 40 = 20	
984 : 4 = 246		984 : 41 = 24	
8		82	
18	*K.:* 246 · 4	164	*K.:* 24 · 41
16	984	164	96
24		0	24
24			984
0			

Der Rechenweg wird gemeinsam mit den Schülern wiederholt.

(3) Das unter (2) wiederholte Verfahren wird nun zusammen mit den Schülern auf ein Beispiel mit beliebigem zweistelligem Divisor übertragen. Eine mögliche Sprechweise beim Lösen der Aufgabe wird in der Übersicht gegeben, wobei zur Orientierung die jeweilige Kurzformulierung des Lehrbuches in Klammer gesetzt ist.

Aufgabe: 984 : 41	**Man rechnet**	**Man schreibt**
1. Man teilt vom Dividenden (von links) so viel Ziffern ab, daß die erhaltene Zahl nicht kleiner als der Divisor ist: *(Bestimmen des Dividenden)*	98 : 41	
2. Die erhaltene Zahl wird durch den Divisor geteilt, wobei Näherungswerte verwendet werden: *(Überschlagen des Quotienten)*	80 : 40	984 : 41 = 2 . . .

3. Man bildet das Vielfache aus Divisor und ermitteltem Teilergebnis und schreibt es unter den Dividenden: *(Multiplizieren des Teilergebnisses mit dem Divisor)*	$2 \cdot 41 = 82$	984 : 41 = 2 . . . 82
4. Vom Dividenden der Teilrechnung wird das Vielfache des Divisors subtrahiert: *(Subtrahieren des Produkts vom Dividenden der Teilrechnung)*	$98 - 82 = 16$	984 : 41 = 2 . . . 82 16
5. Zur Differenz wird die nächste, bisher nicht berücksichtigte Stelle des Dividenden hinzugefügt:		984 : 41 = 2 . . . 82 164
6. Die Schritte 2. bis 5. werden wiederholt.		

Diese Schrittfolge orientiert die Schüler auf ein zweckmäßiges Anwenden der einzelnen Teiloperationen. Sie ist aber als wörtliche Formulierung keinesfalls von den Schülern zu erwarten, und es muß vor übertriebenen Forderungen an die Ausdrucksweise der Schüler gewarnt werden, denn es steht nicht die Schrittfolge, sondern das richtige Durchführen des Dividierens im Mittelpunkt.

(4) In zunehmend selbständiger Schülertätigkeit werden Aufgaben *ohne Rest* gelöst (Auswahl von Aufg. 1a, LB 152, evtl. noch 1b).
Beim Lösen der ersten Aufgaben arbeitet jeweils ein Schüler an der Tafel. Dabei werden die einzelnen Lösungsschritte kommentiert, um die richtige Reihenfolge der Teiloperationen kontrollieren zu können. Jede Aufgabe sollte vollständig mit Überschlags- und Kontrollrechnung bearbeitet werden.

(5) *Hausaufgabe:* Aufg. 1c (LB 152). Die *Zusammenfassung* erfolgt anhand des Beispiels B 27 durch Erläuterung im Lehrervortrag zu den einzelnen Schritten. Diese Aufgabe kann in der üblichen Schreibweise als Folie vorbereitet werden, um den Unterschied zwischen Sprechweise der Rechnung und Schreibweise zu erklären.

Übung schwierigerer Divisionsaufgaben ohne Rest Bisher sind den Schülern nur Aufgaben begegnet, bei denen im Dividenden die erste Grundziffer größer (oder gleich) der Zehnerziffer des Divisors war. In Aufg. 2 (LB 152) ist das aber nicht mehr der Fall. Die ersten drei Aufgaben von 2a werden zuerst gelöst. Folgende Sprechweise ist dabei von den Schülern zu erwarten: Aufgabe 1215 : 27
„12 ist kleiner als 27. Wir dividieren deshalb 121 durch 27. Überschlagen des Zwischenergebnisses 120 : 30 = 4 usw."
In weitgehend selbständiger Schülerarbeit ist die Aufg. 3 (LB 152) zu lösen. Besonders ist auf Vollständigkeit der Aufgabenlösung zu achten, d. h., zu jeder Aufgabe ist der Überschlag und die Kontrolle zu fordern, wobei Überschlag und Ergebnis immer zu vergleichen sind. Die ersten beiden Aufgaben sollten als Musterlösung von je einem Schüler an der Tafel, parallel zur Heftarbeit aller Schüler, erarbeitet werden.

Übung einfacher Divisionsaufgaben mit Rest Im Unterrichtsgespräch sind Überlegungen zum Vorgehen bei Aufgaben mit Rest, besonders im Hinblick auf die Kontrolle, anzustellen. Die letzte Aufgabe von Aufg. 2a (LB 152) führt bereits auf die Division mit Rest. Genügend Material für Übungen bieten Aufg. 1d und 2c, wobei auch Aufgaben ohne Rest enthalten sind, um einem schematischen Arbeiten vorzubeugen.
Hausaufgaben: Auswahl von Aufg. 2d und 3a (LB 152).

Übung von Divisionsaufgaben, die im Quotienten an zweiter Stelle eine Null haben Aufgaben, die im Quotienten an zweiter Stelle eine Null haben, bilden einen Schwerpunkt der

Übung. Die Schüler lösen eine Auswahl von Aufg. 11 (LB 153). Besonders wichtig ist bei diesen Aufgaben das Berücksichtigen des Überschlages. Durch ihn wird ein sehr häufig auftretender Fehler („Vergessen" der Null im Quotienten) aufgedeckt.

Erarbeiten von Hilfen für das Ermitteln von Zwischenüberschlägen Ein besonderes Problem stellt die Ermittlung der Zwischenergebnisse beim schriftlichen Dividieren dar, da sowohl für Dividenden als auch für Divisor der Zwischenrechnung Näherungswerte Verwendung finden. Irrtümer sind hier nicht immer zu vermeiden, da ja eigentlich ein systematisches „Raten" angewendet wird. Um dieses zu erleichtern, kann das nachstehend beschriebene Vorgehen genutzt werden.
Statt des „Abstreichens von Nullen" kann man auch mit Karten die gleiche Stellenzahl bei Dividend und Divisor verdecken.

$63\boxed{0}:7\boxed{0}$ $\quad$ ($\boxed{}$ verdeckt)

Dieses Verfahren läßt sich auch zum Ermitteln der Zwischenüberschläge nutzen.

Beispiel: $26\boxed{744}:6\boxed{2}$ $\quad$ Zwischenüberschlag: $24:6=4$

verdecken

$$
\begin{array}{l}
26744:6\boxed{2} = 4\ldots \\
\underline{248} \\
\;\;19\boxed{4}
\end{array}
\qquad 18:6=3
$$

verdecken

$$
\begin{array}{l}
26744:6\boxed{2} = 43 \\
\underline{248} \\
\;\;194 \\
\;\;\underline{186} \\
\;\;\;\;8\boxed{4} \leftarrow \text{verdecken}
\end{array}
\qquad 6:6=1
$$

Die Schüler sind darauf hinzuweisen, daß man beim „Verdecken" der Ziffern 5, 6, 7, 8 oder 9 im Divisor die Zehnerstelle um 1 vergrößern muß (Kopfrechnen). Diese Hilfe unterstützt das „Herantasten" an den Teilquotienten, sie darf aber nicht zu einer Art Algorithmus ausarten.

Aufdecken und Korrigieren von Fehlern beim Dividieren Sowohl beim Vergleichen der Hausaufgaben als auch bei der Arbeit von Schülern an der Tafel treten Fehler auf. Daraus ergibt sich die *Zielstellung*: Wir wollen Fehler beim Lösen von Divisionsaufgaben feststellen und Möglichkeiten kennenlernen, diese Fehler in rationeller Weise zu korrigieren.
Wenn ein Schüler bei der Arbeit an der Tafel beim Ermitteln eines Teilquotienten einen Fehler begeht, dann *keinesfalls* zu früh eingreifen und vor allem die Schüler veranlassen, keine Bemerkungen zum Fehler zu geben. Denn beim ersten Ermitteln des Näherungswertes ist ein Irrtum legitim – entscheidend ist das Korrigieren!
Zur Kontrolle wird das Ermitteln der Teildifferenz in der Zwischenrechnung genutzt.

Ü.: 10000 : 50 = 200 14730 : 47 = 2 . . . $\underline{94}$ $\boxed{53}$ Teildifferenz	*Ü.:* 18000 : 30 = 600 19734 : 34 = 6 . . . $\underline{204}$ $\boxed{\text{n. l.}}$

Teildifferenz ist größer (oder gleich) als der Divisor. Der Quotient der Zwischenrechnung ist größer zu wählen (im Beispiel also 3).	Die Teildifferenz ist nicht bestimmbar. Der Quotient der Zwischenrechnung muß kleiner gewählt werden (im Beispiel also 5).

Es wäre unrationell, nach einer fehlerhaften Zwischenrechnung jedesmal neu mit dem Lösen der Aufgabe zu beginnen. Deshalb wird innerhalb der Aufgabe korrigiert und die Rechnung fortgesetzt. Eine günstige Form wird dafür im Beispiel B 28 gezeigt. Die Schüler lesen beide Aufgaben aufmerksam im Lehrbuch durch. Anschließend wird im Unterrichtsgespräch hervorgehoben und an der Tafel erläutert, wie die Korrekturmöglichkeiten zu handhaben sind.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 10c, 11c (LB 153)

Übung im Lösen formaler Divisionsaufgaben In selbständiger Schülertätigkeit wird zuerst eine Auswahl von Aufgaben, bei denen keine Nullen im Quotienten auftreten (Aufg. 3c, LB 152), anschließend auch Aufgaben, bei denen eine Null im Quotienten auftritt (Aufg. 10d, LB 153) bearbeitet.
Für die folgende Übung wird die Klasse in zwei Gruppen eingeteilt. Eine Gruppe löst die Aufgaben 4992 : 64, die andere 4992 : 78. Die von den beiden Gruppen ermittelten Quotienten ergeben miteinander multipliziert den gemeinsamen Dividenden 4992.
Auf Grund dieser Tatsache kann man die Schüler auf eine weitere „Kontrollmöglichkeit" für Divisionsaufgaben hinweisen und diese gelegentlich auch einmal nutzen. Im Vordergrund ist aber die Auflockerung der Übungen zu sehen. Weitere Vorschläge von Aufgaben für diese Gruppenarbeit:
a) 1 701 : 63 und 1 701 : 27 **b)** 2 430 : 45 und 2 430 : 54

Übung im Aufdecken von Fehlern in Divisionsaufgaben Viel Freude bereitet den Schülern das Suchen von Fehlern in vorgegebenen Aufgaben. Dabei ist das Überprüfen von Arbeitsergebnissen im Hinblick auf die spätere Tätigkeit der Schüler in der Produktion wichtig.

Die Schüler sind auf fehlende Überschlags- und Kontrollrechnungen hinzuweisen und anzuhalten, diese zur Überprüfung mit zu benutzen. Anschließend werden die folgenden Aufgaben gestellt, die fehlerhafte Resultate enthalten. Die Schüler sollen in selbständiger Arbeit die Fehler suchen. Zusätzlich sind einige Schüler aufzufordern, darüber nachzudenken, wie die fehlerhaften Resultate entstanden sein können und welche Möglichkeiten es gibt, sie zu vermeiden.

Überprüfe!

```
(1) 47804 : 68 = 73    (2) 40673 : 47 = 865    (3) 71244 : 28 = 2548
    476                    376                     56
    ---                    ---                     --
     204                    307                    152
     204                    282                    140
     ---                    ---                    ---
       0                     253                    124
                             253                    102
                             ---                    ---
                               0                     224
                                                     224
                                                     ---
                                                       0
```

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 1c, 3d (LB B 152) **2.** Aufg. 10b, 11d (LB B 153)

Divisionsaufgaben mit Größen; Divisor ist eine zweistellige Zahl (1 Std.)

LE 25 (LB 153, Aufg. 12)

Das schriftliche Dividieren durch zweistellige Divisoren wird in dieser Stunde weiter gefestigt, wobei die Schüler gleichzeitig ihre Kenntnisse über das Umwandeln von Größenangaben in größere bzw. kleinere Einheiten anwenden.

Ziele

Die Schüler
- können Divisionsaufgaben mit zweistelligem Divisor sicher berechnen, auch wenn sie Größen enthalten,
- können die Beziehungen zwischen den Einheiten der Länge, der Masse, der Zeit bzw. des Geldes beim Lösen von Divisionsaufgaben anwenden.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umwandeln von Größenangaben in die nächstgrößere bzw. nächstkleinere Einheit
- Anwendung des schriftlichen Dividierens auf Aufgaben mit Größen
- Übung von Divisionsaufgaben mit Größen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umwandeln von Größenangaben Sie erfolgt durch Umwandeln von Größen bei Veränderung der Einheit. Die Schüler lösen in selbständiger Tätigkeit verschiedene Umrechnungsaufgaben, wobei je nach Klassensituation eine Auswahl getroffen werden sollte.

- *Umrechnen von Längenangaben* in die in Klammern gesetzte Einheit:
  25 dm (cm), 17 cm (mm), 3 km (m), 340 m (cm), ...
  7 200 cm (m), 15 000 m (km), 270 mm (cm), 8 900 mm (dm), ...
  132,46 m (cm), 48,19 m (cm), 23 m 56 cm (cm), 104 m 4 cm (cm), ...
  Die Umrechnungszahl für Längenmaße und das Vorgehen beim Umwandeln werden im Unterrichtsgespräch wiederholt.
- *Umrechnen von Masseangaben* in die in Klammern gesetzte Einheit:
  35 kg (g), 3 t (kg), 17 000 g (kg), 400 dt (t),
  178 kg (g), 35,643 kg (g), 73 kg 482 g (g), ...
  Auch hier wird das Vorgehen beim Umwandeln mit den Schülern wiederholt.
- *Umrechnen von Einheiten der Zeit* Den Schülern ist noch einmal zu verdeutlichen, daß die Einheiten der Zeit keine Zehnerpotenzen als Umrechnungszahlen haben.
  4 h (min), 5 min (s), 12 h (min), 2 h (s), 240 min (h), 420 s (min), 8 h 23 min (min), 10 h 48 min (min), 134 h 14 min (min),

Anwendung des schriftlichen Dividierens auf Aufgaben mit Größen Für das Lösen von Divisionsaufgaben, in denen Größen in dezimaler Schreibweise auftreten, wird die folgende Schrittfolge vorgeschlagen. Sie ist im Unterrichtsgespräch an Beispielen zu verdeutlichen, wird aber nicht aufgeschrieben oder von den Schülern mechanisch eingeprägt:

(1) Umrechnen der Größen in die kleinere Einheit, so daß sie kein Komma mehr enthält.
(2) Dividieren der Zahlenwerte (sie enthalten kein Komma mehr) in einer gesonderten Rechnung. Überschlag vor der Rechnung ausführen.
(3) Mit Kontrollrechnung feststellen, ob Quotient richtig ermittelt wurde.
(4) Resultat als Größe angeben. (Allerdings ist das Resultat nicht immer eine Größe, vgl. Beispiel B 20!)

Darstellung am Beispiel: Zu (1): 67,23 m : 83 = 6723 cm : 83
Zu (2) und (3): Siehe Schreibweise im Beispiel B 27!
Zu (4) 81 cm = 0,81 m

Übung von Divisionsaufgaben mit Größen In zunehmend selbständiger Schülerarbeit werden Aufg. 12a, b (LB 153) gelöst. Hilfen sind sicher bei Aufg. 12a notwendig, da hier erfahrungsgemäß Schwierigkeiten bei der Umrechnung auftreten können.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: 12c, 10a (LB 153)

Kontrollaufgaben

1. 372,78 m : 57	*(6,54 m)*
2. 177,768 kg : 27	*(6,584 kg)*
3. 174,42 M : 38	*(4,59 M)*

Sach- und Anwendungsaufgaben; Divisor ist eine zweistellige Zahl (3 Std.)

LE 25 (LB 152ff., Aufg. 5 bis 7 und Aufg. 19 bis 24)

Ein Anliegen dieser Lerneinheit ist es, die Schüler an das immer selbständigere Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben heranzuführen. Dabei steht besonders die Festigung des schriftlichen Dividierens im Vordergrund, und die Schüler sollten in diesen und den folgenden Stunden stets auch einige formale Divisionsaufgaben lösen, um die Rechenfertigkeiten zu erhalten und weiterzuentwickeln. Die Aufgaben des Lehrbuches sind nach Möglichkeit zu aktualisieren.

Ziele

Die Schüler
- erwerben weitere Fähigkeiten im Analysieren von Sach- und Anwendungsaufgaben, die auf das schriftliche Dividieren führen, und können diese lösen,
- beherrschen das schriftliche Dividieren durch zweistellige Divisoren sicher,
- sind in der Lage, für Sach- und Anwendungsaufgaben Lösungspläne aufzustellen und unwesentliche Angaben im Text zu erkennen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Kopfrechenübungen
- Wiederholung der Fachbegriffe der Multiplikation und Division
- Übung im Lösen von Textaufgaben
- Übung im Lösen einfacher Sach- und Anwendungsaufgaben

2. Stunde
- Übung im Lösen formaler Aufgaben
- Anwendung des Dividierens in Aufgaben, bei deren Lösung Divisionen nacheinander auszuführen sind

3. Stunde
- Anwendung des Dividierens in Aufgaben, bei deren Lösung verschiedene Rechenoperationen nacheinander auszuführen sind
- Übung im Aufdecken von Fehlern in gelösten Divisionsaufgaben

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen Grundaufgaben der Multiplikation und Division wie in Aufg. 7 und 8 (UH 12)

Halbschriftliches Rechnen:
Ausfüllen der nebenstehenden Tabelle.

a	b	$a \cdot b$
6	7	
	8	24
9		0
	4	36
12		12
⋮	⋮	⋮

Wiederholung der Fachbegriffe der Multiplikation und Division Zwei entsprechende Gleichungen werden an die Tafel geschrieben, im Unterrichtsgespräch erfolgt eine Zuordnung der Begriffe Faktor, Produkt, Dividend, Divisor und Quotient.

Mit Grundaufgaben erfolgt nun eine Vertiefung der Begriffe. Die Aufgaben werden genannt, die Schüler schreiben die zugehörige Gleichung mit Lösung in ihr Heft. Entsprechende Aufgaben sind:
- Berechne das Produkt! Der eine Faktor ist 5, der andere 9.
- Ein Faktor ist 3, das Produkt 15. Wie heißt der andere Faktor?
- Ermittle den Quotienten der Zahlen 36 und 6!
- Der Dividend ist 18, der Divisor 6. Wie groß ist der Quotient?
- Der Quotient zweier Zahlen ist 5. Der Divisor ist ebensogroß. Wie heißt der Dividend?
- Ermittle den Divisor! Der Dividend ist 49, der Quotient 7.

Übung im Lösen von Textaufgaben Die eben wiederholten Fachbegriffe werden nun beim schriftlichen Lösen von Aufgaben gefestigt, z. B.:
- Der Dividend ist 8400, der Divisor 35. Berechne den Quotienten!
- Dividiert man eine Zahl n durch 73, so erhält man den Quotienten 26. Berechne den Dividenden n!
- Ein Produkt ist 1984. Der eine Faktor ist 32. Berechne den anderen Faktor!

Übung im Lösen einfacher Sach- und Anwendungsaufgaben Das Herausschreiben der gegebenen und gesuchten Größen durch die Schüler ist bei jeder Aufgabe nach Möglichkeit vornehmen zu lassen. Aufg. 5 (LB 152) enthält kaum Schwierigkeiten, die Schüler sollten diese Aufgabe selbständig lösen. Nach dem Vergleichen der Lösungen zu dieser Aufgabe wird Aufg. 23 (LB 154) gestellt. Die Schüler sollten dabei die unwesentliche Angabe des Preises für ein Päckchen erkennen. Diese Angabe kann aber auch zu einer späteren Erweiterung der Aufgabe genutzt werden, indem die Schüler den Gesamtpreis für alle abgefüllten Päckchen ermitteln. Beim Ermitteln der Anzahl entsteht ein Rest, den die Schüler als „übrigbleibenden" Abfüllrest interpretieren sollten. In der Auswertung wird auf viele ähnliche Probleme verwiesen (↗ Aufg. 21, LB 154), die trotz der Tatsache, daß die Division „nicht aufgeht" in der Praxis gelöst werden müssen und auch gelöst werden.
Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 22 (LB 154) und Aufg. 11 b (LB 153).

Übung im Lösen formaler Aufgaben Für die selbständige Schülertätigkeit wird eine Auswahl von Aufg. 4 (LB 152) getroffen.

Anwendung des Dividierens in Aufgaben, bei deren Lösung Divisionen nacheinander auszuführen sind

– Für diesen Teil der Stunde sind zu Beginn einige Kettenaufgaben empfehlenswert (etwa Aufg. 6, UH 12). Auch einige Divisionsaufgaben der Form $((48 : 2) : 3) : 4$ können gelöst werden, als Kopfrechenaufgaben selbstverständlich ohne Klammern gestellt, aber auch in anderer Form:

  $48 : 2 = x, \quad x : 3 = y, \quad y : 4 = z$

  oder $48 : 2 = (24)$
  $\qquad 24 : 3 = (8)$
  $\qquad\qquad 8 : 4 = (2)$ Lösungen jeweils in Klammern

– Anschließend kann Aufg. 6 (LB 152) durch die Schüler gelöst werden, dabei gibt es verschiedene Wege, um zum Ziel zu gelangen. Es wäre falsch, den Schülern einen bestimmten Weg vorzuschreiben.
  Einige Möglichkeiten der Lösungsplanung:

  (1) $1\,050 : 2 = x$ (2) $1\,050 : 25 = a$ (3) $1\,050 : (25 \cdot 2) = z$
  $\quad x : 25 = y$ $\quad a : 2 = b$

  Beim Vergleichen der Hausaufgaben (Aufg. 22) ist deshalb auch die folgende Lösung, die von der Einsicht in den Sachverhalt zeugt, anzuerkennen:
  15 g ... 1 Päckchen
  15 kg ... 1 000 Päckchen, weil $15 \text{ kg} \cdot 6 = 90$ kg,
  so 90 kg ... 1 000 Päckchen $\cdot$ 6 = 6 000 Päckchen

– Aufg. 24a (LB 154) sollte in ähnlicher Weise wie Aufg. 6 gelöst werden.
Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 18* (LB 154), Aufgabenauswahl aus Aufg. 4 (LB 152)

Anwendung des Dividierens in Aufgaben, bei deren Lösung verschiedene Rechenoperationen nacheinander auszuführen sind (Aufg. 20, LB 154) – Bei dieser Aufgabe müssen die Schüler erkennen, daß zuerst eine Subtraktion ausgeführt werden muß, ehe mit der Division begonnen werden kann, die dann auf ein Resultat mit Rest führt. Dieses Ergebnis ist inhaltlich genauso zu interpretieren, wie es bei bereits gelösten Aufgaben ähnlicher Art geschehen ist.
Auch Aufg. 24b (LB 154), bei der nur eine einzige Operation auszuführen ist, erfordert eine wiederholende Klärung des Begriffs „durchschnittlich".

Übung im Aufdecken von Fehlern in gelösten Divisionsaufgaben Das Überprüfen und Korrigieren fehlerhaft gelöster Aufgaben dient der Auflockerung der Übungen und erfolgt in selbständiger Schülertätigkeit. Es empfiehlt sich, die Beispiele auf Folie zu schreiben.

(1) Überschlag und Ergebnis weichen sehr stark voneinander ab. Suche den Fehler!

Ü.: 48000 : 60 = 800

```
45714 : 57 = 62
456
 114
 114
   0
```

(2) Überprüfe!

```
50721 : 59 = 859
472
 352
 295
  571
  571
    0
```

(3) Durch die Kontrolle wird in der Rechnung ein Fehler aufgedeckt. Überprüfe!

Ü.: 42000 : 70 = 600

```
43808 : 74 = 592
370
 680
 666   592 · 74
  148   4144
  148     2368
    0   43708
```

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 19 (LB 154) und Aufg. 1 (LB 155)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 7 (LB 153) **2.** Aufg. 24 c (LB 154)

Lösen von Gleichungen (1 Std.)

LE 25 (LB 153, Aufg. 13)

Auch beim Lösen von Gleichungen vertiefen die Schüler ihre Fertigkeiten im schriftlichen Dividieren weiter. Sie sollen erneut den Zusammenhang von Multiplikation und Division beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen anwenden (vgl. Bemerkungen zur LE 17, UH 160ff.), denn auf einen Kalkül wird bewußt verzichtet.

Ziele

Die Schüler

- können Gleichungen der Form $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$ und $x : a = b$ durch inhaltliche Überlegungen lösen,
- erkennen die Notwendigkeit der Kontrolle, indem sie eine Probe durchführen,
- können die zum Lösen der Gleichungen notwendigen Multiplikationen und Divisionen sicher ausführen.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholung der Division als Umkehrung der Multiplikation
- Motivierung des Lösens von Gleichungen; Zielstellung
- Anwendung des schriftlichen Dividierens beim Lösen von Gleichungen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholung der Division als Umkehrung der Multiplikation Die Schüler lesen die ersten beiden Kästen der Zusammenfassung (LB 157) und erläutern deren Inhalt mit selbstgewählten Beispielen. Dabei ist zu betonen, daß man die Richtigkeit eines Quotienten mit Hilfe der Multiplikation überprüfen kann.
Berechne! Führe eine Kontrollrechnung durch!

a) 765 : 15 **b)** 15 580 : 76 **a)** *(51)* **b)** *(205)*

Motivierung des Lösens von Gleichungen Im Unterrichtsgespräch können die beiden folgenden Aufgaben besprochen werden. Es ist empfehlenswert, die Lösungsschritte an die Tafel zu schreiben.
(1) Ein PKW legt in einer Stunde durchschnittlich 75 Kilometer zurück. Er fährt 3 Stunden. Wieviel Kilometer hat er in dieser Zeit zurückgelegt?
(2) Ein anderer PKW fährt auf der Autobahn. Er legt in einer Stunde durchschnittlich 95 Kilometer zurück. Wieviel Stunden benötigt er für 285 Kilometer?
Die Schüler stellen fest: Aufgabe (1) ist eine leicht zu lösende Multiplikationsaufgabe ($75 \cdot 3 = s$). Die Aufgabe (2) dagegen führt auf die Gleichung $95 \cdot t = 285$.
Ziel: In dieser Stunde werden wir solche Gleichungen lösen.

Anwendung des schriftlichen Dividierens beim Lösen von Gleichungen Beim Lösen von Gleichungen (Aufg. 13, LB 153) geht es nur um den Zusammenhang von Multiplikation und Division. Man beachte vor allem, daß es in Fällen, in denen keine natürliche Zahl x (y, ...) existiert, sinnlos ist, einen „Rest" zu ermitteln. So hat die Gleichung $3 \cdot x = 50$ im Bereich der natürlichen Zahlen keine Lösung. Die Nichtexistenz der Lösung muß keineswegs immer mittels (versuchter) Division festgestellt werden; so sollte man z. B. bei der zweiten Teilaufgabe von 13a sehen, daß es kein y gibt, welches die Gleichung erfüllt. Eine Division ist deshalb eigentlich überflüssig. Es sei darauf hingewiesen, daß alle Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen gelöst werden müssen. Ein „Gleichungskalkül" ist keinesfalls zu entwickeln.
In zunehmend selbständiger Schülerarbeit ist die Aufg. 13a zu lösen. Zuerst kann herausgestellt werden, daß die Lösung der Aufgabe $70 \cdot x = 560$ auch durch Probieren ermittelt werden kann. Bei größeren Zahlen ist dieses Vorgehen aber nicht rationell. Deshalb ist es vorteilhafter, die Lösung durch Anwendung der Umkehroperation zu finden.
Folgende Überlegungen sind dabei anzustellen:

Das Produkt aus 70 und x ist 560, der eine Faktor ist 70, der andere ist nicht bekannt.	$70 \cdot x = 560$
Man erhält den anderen Faktor x, wenn man 560 durch 70 dividiert.	$x = 560 : 70$ $x = 8$
Den Schülern kann mitgeteilt werden, daß man die Kontrollrechnung bei Gleichungen als „Probe" bezeichnet. Eine solche Kontroll-	*Kontrolle:* $70 \cdot 8 = 560$

rechnung, die durch Einsetzen der Lösung für die Variable in der Ausgangsgleichung durchgeführt wird, ist bei jeder Gleichung vorzunehmen.
Anschließend lösen die Schüler Aufg. 13c selbständig, wobei Aufg. 18a (LB 161) eingestreut werden sollte, um einem mechanischen Lösen der Gleichungen vorzubeugen.
Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 13b (LB 153) und Aufg. 18 (LB 161)

Kontrollaufgaben

1. $56 \cdot a = 1\,344$	*(24)*	**2.** $x \cdot 89 = 4\,183$	*(47)*
3. $y : 53 = 36$	*(1 908)*	**4.** $20 \cdot z = 155$	*(n. l.)*

Aufgaben zur Teilbarkeit — Arbeiten mit Tabellen (2 Std.)

LE 25 (LB 153, Aufg. 14 und 15; LB 154, Aufg. 16 und 17)

Abwechslungsreiche Übungen dienen der weiteren Festigung der Rechenfertigkeiten und beugen einem schematischen Arbeiten der Schüler vor, wobei das schriftliche Dividieren weiterhin wichtigstes Anliegen ist. Besonderer Wert ist dabei auf die selbständige Tätigkeit aller Schüler zu legen. Bei den Aufgaben zur Teilbarkeit sind die zum Thema „Teilbarkeit natürlicher Zahlen“ (UH 164 ff.) dargelegten Gesichtspunkte zu beachten.

Ziele

Die Schüler
- können sicher durch ein- und zweistellige Zahlen dividieren,
- können von zwei vorgegebenen Zahlen entscheiden, ob die eine ein Teiler der anderen ist.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch schriftliches Dividieren, Divisor ist einstellige Zahl
- Wiederholung und Anwendung der Teilbarkeit natürlicher Zahlen
- Übung im Lösen von Aufgaben zur Teilbarkeit in Tabellenform

2. Stunde
- Kopfrechenübung im Lösen von Gleichungen
- Übung im Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben in Tabellenform
- Übung im Korrigieren fehlerhaft gelöster Divisionsaufgaben

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch schriftliches Dividieren ...
- In selbständiger Schülerarbeit sollten die Aufg. 5d und e (LB 140) gelöst werden.
- Der Zusammenhang von Multiplikation und Division wird durch das Lösen von Aufg. 13b (LB 141) wiederholt.

Wiederholung und Anwendung der Teilbarkeit natürlicher Zahlen
- Die Schüler lösen folgende Aufgabe, die der Wiederholung dient, selbständig: Untersuche, ob die Zahlen 48, 55, 130 und 4200 durch 2, 5, 10 und 100 teilbar sind! Wenn ja, so stelle jeweils Teiler und Vielfaches in der Schreibweise $a \mid b$ dar!
  Beim Vergleichen werden im Unterrichtsgespräch die Begriffe „Teiler", „Vielfaches", „ist teilbar" und die entsprechenden Verneinungen sowie die Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100 wiederholt und an Beispielen erläutert. Danach notieren die Schüler je eine 3-, 4- und 5stellige Zahl, die durch 2, 5, 10 bzw. 100 teilbar ist. Die Lösung kann in Tabellenform vorgenommen werden.
- Die Aufg. 14a (LB 153) wird in selbständiger Schülerarbeit gelöst. Bei diesen Aufgaben helfen die Teilbarkeitsregeln nicht weiter, hier müssen die Schüler ihre Kenntnisse über das schriftliche Dividieren nutzen. Wenn die Schüler bei einer Aufgabe sofort erkennen, daß eine Division unnötig ist (z. B. bei der dritten Aufgabe), so sind sie zu loben, denn dann zeigen sie eine gute Einsicht in die Problematik der Teilbarkeit.
- Zum Abschluß sollte eine Auswahl von Aufg. 15a und 14b, getroffen werden, wobei einige dieser Aufgaben auch noch in der nächsten Stunde gelöst werden können.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 14 und 15 (LB 153) beenden

Kopfrechenübung im Lösen von Gleichungen
- Aufgaben für tägliche Übungen: Aufg. 10 (LB 132)
- Umwandlung von Größen bei Veränderung der Einheit
- Maßumwandlungen: Eine Auswahl von Aufg. 13 (LB 106), entsprechend der Notwendigkeit der Klassensituation ausbauen.

Übung im Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben in Tabellenform Die Schüler schreiben die zwei Tabellen von Aufg. 17a, c (LB 154) untereinander in das Heft. Notwendige Nebenrechnungen sind anschließend rechts neben den Tabellen auszuführen, wobei die Multiplikationsaufgaben von Aufg. 17a von den meisten Schülern sofort in die Tabelle eingetragen werden können.

Übung im Korrigieren fehlerhaft gelöster Divisionsaufgaben Diese Übung sollte den Hauptteil der Stunde einnehmen (Aufg. 16a, b; LB 154). Dabei kann man die Klasse in Gruppen einteilen. Eine Gruppe sucht Fehler in den Aufgaben, die andere korrigiert diese durch schriftliches Dividieren. Anschließend erfolgt bei den nächsten Aufgaben ein Wechsel der Gruppen. Schüler, die durch sofortiges Dividieren die Fehler feststellen wollen, sind darauf hinzuweisen, daß dieser Weg zwar möglich, aber umständlich ist. Rationeller kann man fehlerhaft gelöste Divisionsaufgaben durch die Kontrollrechnung (Multiplikation) feststellen.

Vorschlag für *Hausaufgaben*: Aufg. 16c (LB 154)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 15b (LB 153)   2. Aufg. 17b (LB 154)

Schriftliches Dividieren; Divisor ist drei- oder vierstellig (2 Std.)

L E 26 (LB 155 bis 157)

Diese Unterrichtseinheit dient dem Abrunden der Kenntnisse über das schriftliche Dividieren. Nachdem die Schüler Sicherheit im Dividieren durch zweistellige Divisoren erworben haben, erfahren sie nun, daß es praktisch keine Begrenzung für die Anzahl der Stellen von Dividend und Divisor gibt. Im Unterricht erfolgt beim Rechnen eine Beschränkung auf drei- und vierstellige Divisoren. Dabei ist zu beachten, daß die Schüler hierbei keine Fertigkeiten erwerben müssen. Folglich sollte das Lösen derartiger Aufgaben auch nicht in Kontrollarbeiten gefordert werden. Diese Aufgaben dienen nur der Information (LP 25).

Ziele

Die Schüler
- verstehen den Ausbau des Verfahrens der schriftlichen Division auf drei- und vierstellige Divisoren und wissen, wie man durch drei- bzw. vierstellige Divisoren dividiert,
- können durch Vielfache von 100 und 1000 dividieren und entsprechende Überschlagsrechnungen sicher ausführen,
- gewöhnen sich weiter daran, ihre ermittelten Quotienten durch eine Kontrollrechnung zu überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Übungen im mündlichen und schriftlichen Dividieren mit zweistelligem Divisor sowie im Anfertigen von Überschlagsrechnungen
- Zielstellung für das Dividieren durch drei- bzw. vierstellige Divisoren
- Erarbeitung des schriftlichen Dividierens durch dreistellige Divisoren
- Übung im schriftlichen Dividieren

2. Stunde
- Übung im schriftlichen Dividieren, Divisor ist dreistellig
- Anwendung des schriftlichen Dividierens auf Aufgaben mit vierstelligem Divisor
- Übung im schriftlichen Dividieren, Divisor ist vierstellig

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
- Mündliches Dividieren durch Vielfache von 10

  a) 8 800 : 20 **b)** 2 000 : 40 **c)** 4 200 : 70 ...

– Schriftliches Dividieren durch zweistellige Divisoren:

a) 1 776 : 48 **b)** 10 260 : 76 **c)** 7 545 : 93 a) *(37)* b) *(135)* c) *(81 Rest 12)*

– Anfertigen von Überschlägen zu Divisionsaufgaben:

Aufgabe: 17316 : 37, 51731 : 17, 23456 : 31, 3526 : 43,...
Überschlag: 20000 : 40 = 500,...

Zielstellung: Wir können bereits sicher durch zweistellige Zahlen dividieren. In vielen Aufgaben treten aber Divisoren auf, die mehr Stellen haben. Wir wollen lernen, Aufgaben wie 152082 : 213 und 856800 : 1260 richtig zu lösen.

Erarbeitung des schriftlichen Dividierens durch dreistellige Divisoren

– Das Lösen einer einfachen Aufgabe wird an der Tafel erläutert, die Schrittfolge (Folie zur Lerneinheit 25) wird als Orientierungsgrundlage genutzt.

Aufgabe: 6 678 : 318
Überschlag: 6000 : 300 = 20
Rechnung: 6678 : 318 = 21 *Vergleich:* 21 ≈ 20

```
6678 : 318 = 21        Kontrolle: 318 · 21
636                               636
 318                               318
 318                              6678
   0
```

– Zum Auftrag B 76 kann ein Tafelbild oder eine Folie mit dem Beispiel B 29 angefertigt werden. Daran können die Schüler die einzelnen Schritte sowohl erläutern als auch für die ganze Klasse zeigen.

– Bei drei- und mehrstelligem Divisor ist es besonders wichtig, Hilfen für die Zwischenüberschläge zu geben. Am untenstehenden Beispiel soll das Vorgehen (rechts) erläutert werden. An der Tafel hält man mit der Hand (oder an der Hafttafel mit Kartonstreifen) zwei Stellen des Divisors und zwei Stellen des Teildividenden zu und führt nun den Überschlag aus. Die anderen Zwischenüberschläge werden ebenfalls durch entsprechendes Verdecken gewonnen.

```
267444 : 612 = 437
2448
 2264
 1836
  4284
  4284
     0
```

Zwischenüberschlag

26 $\boxed{74}$ 44 : 6 $\boxed{12}$ verdecken	26 : 6 ≈ 4
267444 : 6 $\boxed{12}$ 2448 22 $\boxed{64}$ ← verdecken	22 : 6 ≈ 3
267444 : 6 $\boxed{12}$ 2448 2264 1836 42 $\boxed{84}$ ← verdecken	42 : 6 = 7

– An Aufgaben wie 150405 : 813 sollte das Anfertigen von Überschlägen behandelt werden. Dabei steht vor allem das Vereinfachen des Quotienten im Vordergrund. Nullen können in gleicher Anzahl in Dividend und Divisor gestrichen werden (farbige Kreide!). Ziel ist es, eine leicht zu berechnende Kopfrechenaufgabe zu erhalten, z. B.:
160 **000** : 8**00** = 1 600 : 8 = **200**

Übung im schriftlichen Dividieren, Divisor ist dreistellig

– Aufgaben die durch Streichen von Nullen in Dividend und Divisor auf Aufgaben mit zweistelligem Divisor zurückgeführt werden, Aufg. 3a, b (LB 156).

- Aufgaben mit dreistelligem Divisor, die einen zweistelligen Quotienten ergeben, Aufg. 4a, b, c (LB 156).
- Eine weitere Steigerung des Schwierigkeitsgrades enthält Aufg. 5 (LB 156). Einige Aufgaben werden ausgewählt und berechnet (etwa Aufg. 5a, e, f; LB 156), von den anderen Aufgaben wird nur der Überschlag berechnet.

Anwendung des schriftlichen Dividierens auf Aufgaben mit vierstelligem Divisor Eine einfache Form stellt Aufg. 9a (LB 157) dar. Hier kann man, da die Division ausführbar ist, durch „Streichen" von je zwei Nullen in Dividend und Divisor das Rechnen vereinfachen. Zuerst sollte eine Aufgabe ausführlich gerechnet werden, anschließend suchen die Schüler Vereinfachungen.

Tafelbild:

830400 : 1200 *Ü.:* 800000 : 1000 = 800 *R.:* 830400 : 1200 = 692 7200 11040 10800 2400 2400 0	einfacher: 830400 : 1200 8304 : 12 = 692 72 110 108 24 24 0

Im Beispiel steht der Überschlag über der Aufgabe. Diese Schreibweise ist bei umfangreicheren Aufgaben vorteilhaft, da weitgehend Stellenfehler im Überschlag und damit in der Rechnung vermieden werden.

Übung im schriftlichen Dividieren, Divisor ist vierstellig
- Eine Auswahl von Aufgaben mit vierstelligem Divisor, wobei ein „Streichen von Nullen" möglich ist (Zum Problem der Restveränderung siehe Lerneinheit 24!): LB 157, Aufg. 9b, d, g (ohne Rest), c, e, h, i (mit Rest)
- Einige Aufgaben aus LB 157, Nr. 10, sollten als höchste Steigerung des Schwierigkeitsgrades gemeinsam gelöst werden, wobei das Kommentieren der einzelnen Schritte des Lösungsweges durch Schüler im Mittelpunkt stehen kann.
- Freude bereitet den Schülern das Suchen von Fehlern in vorgegebenen Aufgaben. Dabei ist das Überprüfen von Arbeitsergebnissen auch im Hinblick auf die spätere Tätigkeit der Schüler in der Produktion wichtig.

Überprüfe die Aufgabe!
712403 : 2790 = 255
5580
15440
13950
15903
13950
Rest 1953

(Fehler in zweiter Zwischenrechnung. Statt 15 903 muß es 14 903 heißen. Damit ergibt sich 255 Rest 953.)

Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 4d, e und 10d (LB 156 f.)

Aufgaben zur Übung und Wiederholung (4 Std.)
(LB 158 bis 162)

In diesen Stunden wird das erworbene Wissen bei der Behandlung von formalen und Sachaufgaben vertieft. Dabei sollen die Schüler vor allem die Grundrechenoperationen üben, aber auch das Finden rationeller Lösungswege, das Analysieren von Sachverhalten und das Entwickeln der Abstraktionsfähigkeit stehen im Mittelpunkt dieser Stunden. Eventuell noch bestehende Lücken beim Dividieren formaler Aufgaben sind auf der Grundlage von Analysen zu schließen.
Die in diesem Abschnitt vorhandenen Aufgaben können aber auch in vorhergehenden bzw. in folgenden Stunden behandelt werden. Durch das Erörtern aktueller, der Presse und anderen Veröffentlichungen entnommener Materialien bieten sich Möglichkeiten für die Herausbildung von Einsichten und Überzeugungen. An geeigneten Aufgaben sind die Erfolge des sozialistischen Aufbaus in der DDR zu würdigen und die Schüler anzuregen, aufmerksam Zeitungen und Zeitschriften zu lesen, Diagramme und andere Veranschaulichungen und Material für Aufgaben zu sammeln. Unter den Aufgaben sind einfache, leicht zu erfassende, aber auch schwierige, bei denen die Lösung systematisch geplant werden muß. Aufgabenauswahl und -anordnung sollte der Lehrer selbst den Bedingungen in seiner Klasse entsprechend vornehmen. Die Gliederung kann sich an die Aufteilung im Lehrbuch anlehnen. Dabei sollte beachtet werden, daß die Abschnitte „Palast der Republik – Haus des Volkes" und „Was wir in der Zeitung lesen" relativ abgeschlossene Komplexe darstellen. Dagegen bilden die Abschnitte „Verschiedene Aufgaben", „Aus seinen Fehlern muß man lernen" und „Interessantes und Merkwürdiges — Raten, Knobeln und Zauberei" keine solche Einheit. Um eine Auflockerung zu erreichen, wird ein Teil der Aufgaben dieser Abschnitte auch auf andere Stunden verteilt.

Palast der Republik — Haus des Volkes
(LB 158 bis 160)

Die Fähigkeiten der Schüler im Analysieren von Texten und im Planen des Lösungsweges sind weiter auszubilden. Besonderer Wert ist auf das übersichtliche Darstellen des Lösungsweges, die Kontrolle der ermittelten Ergebnisse und eine saubere Heftführung zu legen. Als Beitrag zur Erfüllung der dem Mathematikunterricht gestellten Erziehungsaufgaben werden die großen Leistungen der Arbeiterklasse beim Aufbau unserer Hauptstadt, dargestellt am Beispiel des Palastes der Republik, gewürdigt. Die Schüler könnten in dieser Stunde angeregt werden, Postkarten und Bilder vom Palast zu sammeln und unter Benutzung ihres Lehrbuches eine Wandzeitung mathematischen Inhalts zu diesem Thema zu gestalten. Eine Verbindung zum Fach Heimatkunde sollte geknüpft werden.

Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können ihre Kenntnisse über Ordnen und Rechnen mit natürlichen Zahlen beim Lösen von Anwendungsaufgaben nutzen,
- können zur Darstellung vorgegebener Zahlen eine zweckmäßige Einheit bestimmen, die Zahlen auf Vielfache von 100 runden und die Zahlen veranschaulichen,

- entwickeln ihre Fähigkeiten weiter, vorgegebene Aufgabentexte zu analysieren und Lösungspläne aufzustellen.

Gliederung der Stunde

(1) 5 Min. Motivierung des Stundenthemas durch Zeigen von Lichtbildern (bzw. Abbildungen oder Fotos)
(2) 10 Min. Erarbeitung eines Lösungsplanes zu Aufg. 1 (LB 158), Lösen der Aufgabe
(3) 15 Min. Wiederholung des Ordnens natürlicher Zahlen, Zeichnen eines Streckendiagramms (Aufg. 4, LB 159)
(4) 15 Min. Erarbeitung eines Lösungsplanes zu Aufg. 6 (LB 159), Veranschaulichung durch maßstäbliche Zeichnung

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Einige Lichtbilder aus den Lichtbildreihen R 169 „Neue Bauten in Berlin", R 803 „Unsere sozialistische Hauptstadt Berlin" oder R 1014 „Die Galerie im Palast der Republik" werden projiziert. Sie verdeutlichen, mit einer entsprechenden Wertung versehen, die Leistungen beim Aufbau der Hauptstadt und klingen in der *Zielstellung* aus: „Mit dem Palast der Republik werden wir uns in dieser Stunde näher befassen. Wir lernen interessante Angaben zu diesem Bauwerk kennen und werden zugehörige Berechnungen ausführen."

(2) Die Schüler bearbeiten die Aufg. 1 (LB 158) in folgender Reihenfolge:
- stilles Lesen der Aufgabe
- Herausschreiben der bekannten Angaben und Aufstellen der Gleichungen in der Form:

  Breite: $b = 85$ m *Länge:* $l = 2 \cdot b + 10$ m *Höhe:* $h = b : 3 + 4$ m
- Lösen der Aufgabe
- Antwortsatz formulieren

Bei der Bestimmung der Höhe ist sinnvoll zu runden (85 m : 3 $\approx$ 28 m, weil $28 \cdot 3 = 84$ und $29 \cdot 3 = 87$).

(3) Die Schüler vergleichen und ordnen natürliche Zahlen selbständig (Aufg. 20 und 24 aus „Aufgaben für tägliche ..."; UH 13). Anschließend lösen sie die Aufg. 4 (LB 159) in zwei Schritten: 1. Berechnungen und 2. Zeichnen des Streckendiagramms. Um die Zahl der Rangplätze zu ermitteln, wird subtrahiert. Nach dem Ordnen ist zunächst zu runden, um ein Streckendiagramm zeichnen zu können. Ein Runden auf Vielfache von Hundert ist zweckmäßig. Für 50 Plätze kann man im Diagramm 1 mm Streckenlänge wählen; im Unterrichtsgespräch werden dabei Fragen der Genauigkeit angesprochen.

(4) Aufg. 6 (LB 159): Auslegen durch Zeichnung veranschaulichen, erst anschließend rechnen. Wiederholen des Maßstabes.
Aufgabenteil c bietet Gelegenheit zur sprachlich-logischen Schulung: Wenn das blaue Dreieck bei (1) genau so groß ist, wie das weiße, dann ist die Hälfte farbig gestaltet.
Aufgabenteil d regt zum Ausschneiden solcher Dreiecke (maßstäbliche Zeichnung) und zum Gestalten neuer Formen durch Zusammensetzen an.
Hausaufgaben: Aufg. 5 (LB 159) und Aufg. 7 (LB 160)

Aus seinen Fehlern muß man lernen Diese Aufgaben sollte man nicht nacheinander abarbeiten, sondern immer wieder einige in den Unterricht einstreuen. Es ist günstig, wenn einzelne Aufgaben mit allen Zwischenschritten (und natürlich auch Fehlern) auf Folie oder an die Tafel geschrieben werden, damit die Schüler entsprechende Fehlerquellen entdecken (Aufg. 8 bis 12, LB 160).

Was wir in der Zeitung lesen Schüler sollen angeregt werden, aufmerksam die Zeitung zu lesen und Zahlenmaterial für Aufgaben mit in die Schule zu bringen.
Aufg. 13 (LB 160): Division mit Rest, sinnvolles Runden notwendig (auf das unregelmäßige Auftreten solcher Stürme hinweisen!)
Aufg. 16* (LB 161): Neben der Berechnung von Zeitpunkt- und Zeitdauerangaben spielt die Division hier eine Rolle. Bei der Analyse dieser Aufgabe sollten entsprechende Zeichnungen die Anschauung unterstützen.

Interessantes und Merkwürdiges — Raten, Knobeln und Zauberei Auch diese Aufgaben sollten nicht nacheinander behandelt, sondern immer wieder in einzelnen Stunden eingestreut werden und der Auflockerung dienen (Aufg. 21 bis 24*, LB 162).

Formale Divisionsaufgaben In jeder Übungsstunde sollten einige Divisionsaufgaben, aber auch Aufgaben zu den anderen Grundrechenoperationen (auch als Kopfrechenübungen) eingestreut werden, um ständig an der Weiterentwicklung der Rechenfertigkeiten zu arbeiten.

Leistungskontrolle und Auswertung (2 Std.)

Für die Leistungskontrolle sollte eine Auswahl aus den Kontrollaufgaben zum Stoffgebiet getroffen werden.
Für die Auswertung empfiehlt es sich, die typischen Fehler eines jeden Schülers zu notieren, um gezielte Hilfen gewähren zu können. Im folgenden werden oft vorkommende Fehler bei Divisionsaufgaben mit einstelligem Divisor genannt.

	Aufgabe	*Mögliche typische Fehler*
a)	$41 : 3 = 13$ $18 : 8 = 2$	Der Rest wird vergessen;
b)	$420 : 7 = 6$ $808 : 4 = 22$	Null wird vergessen oder der Schüler rechnet: $0 : x$ „ist nichts“;
c)	$639 : 3 = 312$ $7\,721 : 7 = 311$	es wird von rechts nach links gerechnet (Analogie zur Multiplikation);
d)	$255 : 5 = 501$ $424 : 4 = 16$	Einschieben bzw. Vergessen einer Zwischenrechnung;
e)	$300 : 6 = 200$ $200 : 4 = 200$	gedankliches Vertauschen je einer Grundziffer von Dividend und Divisor;
f)	$961 : 3 = 323$ $1\,484 : 4 = 1\,121$	es wird $1 : x = x$ gerechnet bzw. $1 : x = 1$.

Stoffgebiet 3

Geometrie

Vorbemerkungen

Im Geometrieunterricht der Klassen 1–3 lag der Schwerpunkt auf der Entwicklung inhaltlicher Vorstellungen bis hin zu deren Verdichtung zu Begriffen sowie auf der Entwicklung elementarer Zeichenfertigkeiten.
In den Klassen 4 und 5 werden nun als Vorbereitung auf den allgemeinen Bewegungs- und Kongruenzbegriff die elementaren Bewegungen der Ebene (Verschiebung, Drehung um einen Punkt, Spiegelung an einer Geraden) eingeführt und ihre wichtigsten Eigenschaften erarbeitet (↗ [2], S. 116). Damit wird die Leitlinie „Abbildungen und Funktionen" im Geometrieunterricht der Klassen 4 und 5 zum inhaltlichen Schwerpunkt. Im Geometrieunterricht der Klasse 4 geht es neben der Vermittlung grundlegender Tatsachen der euklidischen Geometrie auch um die Realisierung übergreifender Ziele des Mathematikunterrichts im Sinne einer allgemeinen Fähigkeitsentwicklung und insbesondere als Beitrag zur polytechnischen Bildung (↗ [2], S. 112).
Hierbei ist an solche Teilziele zu denken wie

- Entwicklung der Abstraktionsfähigkeit,
- sprachlich-logische Schulung (Fähigkeiten im Definieren und Beweisen),
- Entwicklung des konstruktiven Denkens,
- Entwicklung von Zeichenfertigkeiten und
- Schulung des Raumvorstellungsvermögens.

In der geometrischen Propädeutik handelt es sich um die unmittelbare Vorarbeit für die Behandlung des Begriffs „Bewegung" und somit um eine Orientierung an dem zentralen, den gesamten Mathematikunterricht durchziehenden Abbildungsbegriff.
Das methodische Vorgehen bei der Begriffsbildung in Klasse 4 ist dadurch geprägt, daß durch das Beschreiben räumlich-physikalischer Bewegungsvorgänge an die Vorstellungen und die Erfahrungswelt der Schüler angeknüpft und dann schrittweise der geometrische Verschiebungsbegriff angesteuert wird. Dabei müssen beide Begriffsdeutungen klar voneinander abgegrenzt werden, um letztlich das Wesen des mathematischen Verschiebungsbegriffs herauszuarbeiten.
Ein weiterer Schwerpunkt der propädeutischen Behandlung elementarer Bewegungen ist darin zu sehen, Zeichenfertigkeiten zu entwickeln und Voraussetzungen für das Lösen geometrischer Konstruktionsaufgaben in den nachfolgenden Klassen zu schaffen.
Die erzieherischen Schwerpunkte des Stoffgebietes liegen auf der Herausbildung solcher Persönlichkeitsqualitäten wie z. B. Sauberkeit und Ordnung bei der Bereitstellung und Handhabung der Zeichengeräte, Exaktheit bei Konstruktionen und sprachlichen Formu-

lierungen, Übersichtlichkeit und Ästhetik in der Heftführung (Platzaufteilung, Strichstärken usw.). Übungen, bei denen die Schüler z. B. mit Abbildungen konfrontiert werden, die keine Verschiebungen sind, tragen zur Herausbildung kritischer Grundhaltungen hinsichtlich der Charakterisierung dieser Abbildungen einschließlich entsprechender Argumentationen und Begründungen bei. Schließlich kann das Stoffgebiet auch dazu beitragen, solche später zu entwickelnden Einsichten vorzubereiten, wie die von der universellen Anwendbarkeit der Mathematik in der Praxis bzw. die, daß auch die Mathematik letztlich ihre Wurzeln in der objektiven Realität besitzt und daß sie bestimmte Seiten der Realität auf einer mehr oder weniger hohen Abstraktionsstufe richtig widerspiegelt.
Aus den vorstehenden Hinweisen ergeben sich die folgenden Schwerpunkte und Akzentuierungen beim Behandeln des Stoffgebietes:

- Zunächst geht es im Stoffgebiet um eine Wiederholung und Systematisierung früher erworbenen Wissens und Könnens aus dem Geometrieunterricht. Im Vordergrund stehen die geometrischen Grundgebilde (Punkt, Gerade, Ebene), solche bekannten Objekte wie Strecke, Strahl, Dreieck, die Beziehungen der gegenseitigen Lage (zwischen Punkten, Geraden, Ebenen) und der Anordnung (Punkte auf einer Geraden) sowie die geometrischen Operationen des Schneidens und Verbindens.
- Die damit zusammenhängende Weiterentwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten betrifft vor allem das Arbeiten mit Fachtermini und Symbolen, das Beschreiben geometrischer Sachverhalte (auch im Zusammenhang mit einer Weiterentwicklung des Raumvorstellungsvermögens) sowie die systematische Weiterentwicklung der Zeichenfertigkeiten. Die Forderung nach Fallunterscheidungen, z. B. bei zwei Geraden in der Ebene, sowie das Arbeiten mit einem Koordinatensystem setzen einige neue Aspekte in der Könnensentwicklung.
- Im weiteren Verlauf der Arbeit im Stoffgebiet wird deutlich, daß es schon im Stoffabschnitt 3.1. nicht nur um eine Wiederholung und Systematisierung geht. Vielmehr müssen alle Bemühungen zugleich auf die Vorbereitung des Verschiebungsbegriffs im Stoffabschnitt 3.2. gerichtet sein. Unter diesem Gesichtspunkt gewinnen besonders an Bedeutung die Behandlung der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade sowie zwischen Geraden, darüber hinaus das Arbeiten mit Strecken (Zeichnen, Vergleichen, Verlängern, Abtragen) sowie das Zeichnen und Beschreiben ebener Figuren, vor allem des Dreiecks.

Kontrollaufgaben

1. a) Setze „schneidet (schneidet nicht)“ oder „verbindet (verbindet nicht)“ ein!
g_4 ... S und E.
g_2 ... A und B.
g_3 ... g_6 in C.
g_5 ... g_1.
g_6 ... g_2 in D.

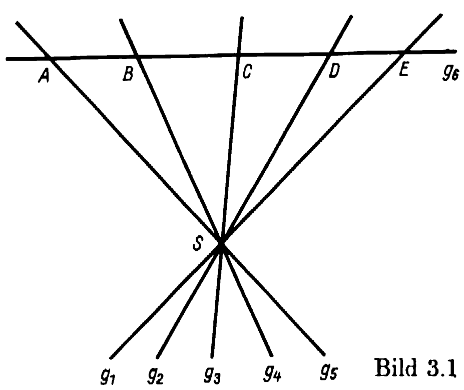
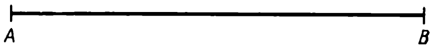


Bild 3.1

b) Setze „liegt auf (liegt nicht auf)“ oder „geht durch (geht nicht durch)“ ein!
g_1 ... S. $\quad$ g_6 ... C und E.
S ... g_6. $\quad$ A und B ... g_6.
B ... g_2. $\quad$ D und E ... g_2.

2. Ergänze die Strecke $\overline{AB}$ (Bild 3.2) zu einem Quadrat $ABCD$! (Benutze dazu Lineal, Zeichendreieck und Zirkel!) Beschreibe jeweils zwei Seiten in ihrer Lage zueinander!

Bild 3.2 

3. Zeichne einen Punkt A und von A aus zwei Strahlen r und s, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen! Lege auf dem Strahl r einen Punkt B und auf dem Strahl s einen Punkt C fest. Zeichne zu r die Parallele durch C und zu s die Parallele durch B!
Was für ein Viereck erhältst du? *(Parallelogramm)*
Was müßtest du beachten, wenn das entstehende Viereck ein Rechteck bzw. ein Quadrat werden sollte?

4. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (20), B (21), C (15), D (14)!
   a) Was für ein Viereck ist $ABCD$? *(Trapez)*
   b) Verbinde A mit C und B mit D und bezeichne den Schnittpunkt der Verbindungsstrecken mit E!
   c) Vergleiche die Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{BE}$ sowie $\overline{CE}$ und $\overline{DE}$ miteinander! Was stellst du fest? *($\overline{AE} = \overline{BE}$; $\overline{CE} = \overline{DE}$)*
   d) Was für Dreiecke sind ABE und CDE? Begründung!
   (gleichschenklige Dreiecke; siehe Antwort zu c))

5. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (14), B (15), C (10), D (8)!
Was für ein Viereck ist $ABCD$? *(Rechteck)*
Trage an $\overline{AD}$ in D die Strecke $\overline{AB}$ an und bezeichne den Endpunkt mit E!
Trage an $\overline{AB}$ in B die Strecke $\overline{AD}$ an und bezeichne den Endpunkt mit K!
Verbinde E mit K! Was für eine Figur ist AKE?
(gleichschenkliges Dreieck)

6. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte A (2; 6), A' (4; 3), B (1; 4), C (5; 7), D (0; 3)!
Zeichne die Bildpunkte B', C' und D' bei der Verschiebung $\overrightarrow{AA'}$!

7. Trage „ja" oder „nein" in die Tabelle ein, je nachdem, ob die Angabe für Bild 3.3 zutrifft oder nicht!

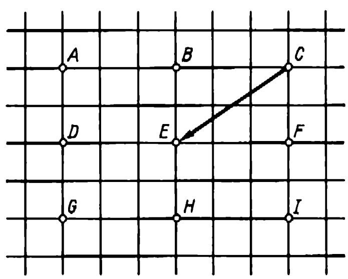


Bild 3.3

	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{DB}$	$\overrightarrow{EG}$	$\overrightarrow{FH}$	$\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{DG}$
Parallel zu $\overrightarrow{CE}$							
Gleich gerichtet wie $\overrightarrow{CE}$							
Gleiche Länge wie $\overrightarrow{CE}$							
Gleiche Verschiebung wie $\overrightarrow{CE}$							

8. Vervollständige für Bild 3.4 die Tabellen!

a)

Original	A	B		G	
Bild	B		E		I

b)

Original	A	B		E	
Bild	D		G		I

c)

Original	A		E	
Bild	E	F		H

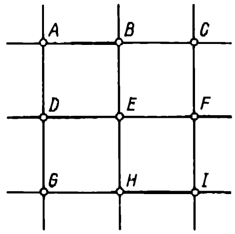


Bild 3.4

9. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (1), B (7), C (14), D (10)! Konstruiere die Bildpunkte B' und C' bei der Verschiebung $\overrightarrow{AD}$!
10. Zeichne mit der Lochschablone das Dreieck ABC mit A (9), B (8), C (4) und die Verschiebung $\overrightarrow{PQ}$ mit P (6) und Q (15)! Konstruiere das Bild $A'B'C'$ des Dreiecks bei der Verschiebung $\overrightarrow{PQ}$!
11. Zeichne das Bild der Geraden g (AB) mit A (4) und B (14) bei der Verschiebung $\overrightarrow{PQ}$ mit P (1) und Q (2)!

Stoffverteilung

Thema	**Std.**	**Zu reaktivierender Stoff**	**Zu erarbeitender Stoff**
Stoffabschnitt 3.1. Grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen 12 Std.			
Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden (LE 1)	1	– Zeichnen von Punkten und Geraden in gegenseitigen Lagebeziehungen – Zeichnen geometrischer Figuren – Erkennen und Beschreiben von Lagebeziehungen sowie geometrischer Figuren	– Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden – Verbinden zweier Punkte – „liegt auf" und „geht durch" – Bezeichnen von Punkten und Geraden
Gegenseitige Lage zweier Geraden (LE 2)	1	– Zeichnen von zueinander parallelen und senkrechten Geraden (Zeichengeräte)	– „Schneiden", „Verbinden", „Schnittpunkt zweier Geraden" – Lagebeziehungen zweier Geraden zueinander (parallel, einander schneiden, senkrecht zueinander) – Symbole: „$g \parallel h$", „$g \perp h$"
Strahlen (LE 3)	1	– Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden (Zeichnen und Beschreiben)	– Entstehen von Strahlen durch Punkte auf einer Geraden – Begriffe „Strahl", „Anfangspunkt eines Strahls" – Bezeichnen von Strahlen

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Strecken, Verlängern von Strecken (LE 4)	1	– Zeichnen, Bezeichnen, Messen von Strecken (speziell als Seiten von Vierecken)	– Strecken als Teile von Geraden oder Strahlen – „Zwischenbeziehung" für Punkte auf einer Geraden – Verlängern von Strecken
Abtragen von Strecken (LE 5)	1	– Zeichnen und Bezeichnen von Geraden, Strahlen und Strecken – Beschreiben der Zusammenhänge – Messen von Strecken	– Abtragen einer Strecke auf einem Strahl bzw. einer Geraden: Konstruktion, Beschreibung, Anwendung – Antragen einer Strecke als Verlängern einer Strecke um eine andere Strecke
Vergleichen von Strecken (LE 6)	2	– Abtragen von Strecken – Schätzen der Länge von Strecken (Vergleichen nach Augenmaß)	– Streckenvergleiche durch Messen oder Abtragen – Symbole: „$<$", „$=$", „$>$" – gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke
Ebenen und Halbebenen (LE 7)	2	– Gegenseitige Lage von Punkt und Gerade, von zwei Geraden bzw. von drei Punkten zueinander	– Ebenen und Halbebenen – Zerlegen einer Ebene in zwei Halbebenen durch eine Gerade – Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden, Ebenen, Halbebenen – gegenseitige Lage dreier Geraden in einer Ebene – Dreieckslinie und Dreiecksfläche
Gerichtete Strecken (LE 8)	1	– Begriff der Ebene – gegenseitige Lage von Geraden (Strecken)	– Gerichtete Strecken (Geraden) – Symbol $\overrightarrow{AB}$ – Anordnung von Punkten auf gerichteten Geraden – gleich und entgegengesetzt gerichtete (parallele) Geraden
Leistungskontrolle und Auswertung	2		
Stoffabschnitt 3.2. Verschiebung			18 Std.
Verschieben eines Gegenstandes (LE 9)	1	– Gerichtete Strecken und Geraden (gleich gerichtet, entgegengesetzt gerichtet)	– Inhaltliche Vorstellungen über das Verschieben eines Gegenstandes als Ortsveränderung – Merkmale des Verschiebens eines Gegenstandes

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Original und Bild bei Verschiebungen (LE 10)	2	– Koordinatensystem – Darstellen von Punkten mit Hilfe geordneter Paare natürlicher Zahlen – Gerichtete Strecken (Zeichnen und Vergleichen)	– Inhaltliche Vorstellungen über die Verschiebung als geometrische Abbildung – Begriffe: „Original", „Bild", „Verschiebungspfeil" – Ermitteln von Bild- bzw. Originalpunkten bei Verschiebungen mittels Quadratgitter – Geordnete Punktepaare bei Verschiebungen – Inhaltliches Erfassen des umkehrbar eindeutigen Abbildens von Punkten der Ebene durch eine Verschiebung
Verschiebungen und Verschiebungspfeile (LE 11)	2	– Zuordnung von Punkten bei Verschiebungen – Verschiebungspfeil (Merkmale) – Original, Bild	– Verschiebungsweite – Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung – Bezeichnungen von Verschiebungen (Pfeilschreibweise)
Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen (LE 12)	3	– Zeichnen zueinander paralleler Geraden – Abtragen von Strecken	– Konstruktion von Bildpunkten bei gegebenen Originalpunkten und gegebener Verschiebung – Konstruktionsbeschreibung
Eigenschaften von Verschiebungen (LE 13)	2	– Ermitteln von Bildpunkten bei Verschiebungen – Vergleichen von Strecken (Länge, Richtung)	– Eigenschaften der Originale und Bilder von Geraden, Strahlen, Strecken bei Verschiebungen
Weitere Eigenschaften von Verschiebungen (LE 14)	2	– Gegenseitige Lage zweier Geraden	– Gegenseitige Lage zweier Geraden bei Verschiebungen
Bilder von Figuren bei Verschiebungen (LE 15)	4	– Ermitteln der Bilder von Figuren (Dreieck, Viereck) durch Abzählen (Raster) – Zeichnen zueinander paralleler Geraden – Abtragen von Strecken – Begriffe: „Dreieck" (gleichseitig), „Kreis", „Radius" Vierecke: Trapez, Rechteck, Parallelogramm, Quadrat	– Konstruktion der Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Verschiebungen (einschließlich Konstruktionsbeschreibungen) – Eigenschaften der Originale und Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Verschiebungen
Leistungskontrolle und Auswertung	2		

Stoffabschnitt 3.1. (12 Std.)

Grundlegende geometrische Begriffe und Konstruktionen

Mit dem Beginn des Geometrieunterrichts in Klasse 4 wird zugleich eine neue Phase des Geometrielehrgangs der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule eingeleitet. Der „propädeutische Geometrieunterricht" der Klassen 1 bis 3 wurde abgeschlossen, es beginnt eine sich über die Klassen 4 und 5 erstreckende Phase des Übergangs zu einem systematischen Geometrieunterricht ab Klasse 6. Ihr Ziel ist vor allem die Festigung des geometrischen Wissens und Könnens der Schüler aus den ersten drei Schuljahren durch Vertiefung und Systematisierung sowie die Einführung der speziellen Bewegungen Verschiebung, Drehung und Spiegelung an Geraden.
Im Rahmen dieses Hauptanliegens wird mit dem Stoffgebiet 3.1. das Ziel verfolgt, das früher erworbene geometrische Wissen und Können der Schüler zu reaktivieren und zu systematisieren. Das ist deshalb erforderlich, um das bisher vermittelte geometrische Grundwissen und die damit zusammenhängenden Fähigkeiten zu einem relativen Abschluß zu bringen und zugleich damit die nötigen Grundlagen für die Einführung der Verschiebung im Stoffabschnitt 3.2. bereitzustellen, die den Schwerpunkt des Geometrieunterrichts in Klasse 4 darstellt. Dabei geht es keineswegs nur um die Festigung und Ergänzung des bisher erworbenen Faktenwissens, sondern auch um die Weiterentwicklung allgemein-geistiger und praktisch-geistiger Fähigkeiten.
Schwerpunkte bei der Vertiefung und Systematisierung des früher erworbenen Wissens und Könnens sind:

- Geometrische Grundbegriffe: „Punkt", „Gerade", „Ebene"
- Weitere Begriffe wie „Strecke", „Strahl", „Dreieck", „Halbebene"
- Lagebeziehungen zwischen Punkten und Geraden, zwischen zwei Geraden
- Zerlegung einer Geraden in zwei Strahlen durch einen Punkt; Zerlegung einer Ebene in zwei Halbebenen durch eine Gerade
- Anordnung, z. B. von Punkten auf einer Geraden
- Fallunterscheidungen, z. B. bei zwei Geraden in der Ebene
- Schneiden und Verbinden; zueinander parallele und aufeinander senkrechte Geraden
- Gerichtete Strecken und Geraden; gleich- und entgegengesetzt gerichtete Geraden

Schwerpunkte im Rahmen der weiteren Fähigkeitsentwicklung:

- Beherrschen von Verfahren: Zeichnen von Punkten und Geraden in ihren verschiedenen Lagebeziehungen sowie von Strecken und Strahlen; Verlängern, Abtragen, Antragen von Strecken; Vergleichen und Messen von Strecken; Zeichnen zueinander paralleler und aufeinander senkrechter Geraden, Strecken und Strahlen
- Verwenden von Termini („liegt auf"; „geht durch"; „liegt zwischen"; „schneiden", „verbinden"; „parallel zu", „senkrecht aufeinander"; „sind gleich gerichtet", „sind entgegengesetzt gerichtet" u. a.) und Symbolen („$g \parallel h$", „$g \perp h$"; „$\overline{AB} = \overline{CD}$"; „$\overrightarrow{AB}$" u. a.)
- Beschreiben von Beziehungen und Zusammenhängen (z. B. Lagebeziehungen; Konstruktionsbeschreibungen, Begründungen)
- Weiterentwicklung des Raumwahrnehmungs- und Raumvorstellungsvermögens, insbesondere im Zusammenhang mit der Behandlung von Ebenen
- Weiterentwicklung der Zeichenfertigkeiten, insbesondere beim Zeichnen von Dreiecken und Vierecken; gewinnen von Sicherheit im Umgang mit den Zeichengeräten (Zirkel, Lineal, Zeichendreiecke)
- Anwendung geometrischer Begriffe, Sätze und Verfahren auf die Umwelt und die

Praxis (Beschreiben und Darstellen von Erscheinungen der Umwelt mit geometrischen Mitteln und Methoden; Wiedererkennen geometrischer Figuren in der Umwelt u. a.)

Schwerpunkte bei der Vorbereitung des Verschiebungsbegriffes:
- Lagebeziehungen zwischen Punkten und Geraden sowie zwischen Geraden
- Arbeiten mit Strecken (Zeichnen, Vergleichen, Verlängern, Abtragen und Antragen)
- Arbeiten mit gerichteten Strecken; Entscheiden, ob gerichtete Strecken gleiche Länge haben und ob sie gleich gerichtet sind
- Zeichnen und Beschreiben ebener Figuren, vor allem des Dreiecks

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden	(LE 1; 1 Std.)
Gegenseitige Lage zweier Geraden	(LE 2; 1 Std.)
Strahlen	(LE 3; 1 Std.)
Strecken, Verlängern von Strecken	(LE 4; 1 Std.)
Abtragen von Strecken	(LE 5; 1 Std.)
Vergleichen von Strecken	(LE 6; 2 Std.)
Ebenen und Halbebenen	(LE 7; 2 Std.)
Gerichtete Strecken	(LE 8; 1 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden (1 Std.)

LE 1 (LB 163 bis 165)

Im Vordergrund steht das Festigen der den Schülern bereits bekannten Begriffe (Punkt, Gerade, Schnittpunkt zweier Geraden) und der Kenntnisse über das Verbinden von Punkten sowie der möglichen Lagebeziehungen zwischen Punkten und Geraden. Dabei sind die Zeichenfertigkeiten weiterzuentwickeln.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß es zwei Fälle für die gegenseitige Lage von Punkt und Geraden gibt und können sie mit Hilfe der Formulierungen „liegt (nicht) auf“ und „geht (nicht) durch“ beschreiben,
- wissen, daß durch zwei verschiedene Punkte genau eine Gerade geht,
- kennen Möglichkeiten für das Bezeichnen von Punkten und Geraden,
- können Punkte miteinander verbinden und zeichnen dabei sicher und sauber.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus: Zeichnen von Punkten, Geraden, Figuren; Beschreiben von Lagebeziehungen
- Motivierung einer systematischen Behandlung der Lagebeziehungen von Punkten und Geraden
- Reaktivierung der wesentlichen Begriffe und Zusammenhänge
- Übungen zu Lagebeziehungen von Punkten und Geraden

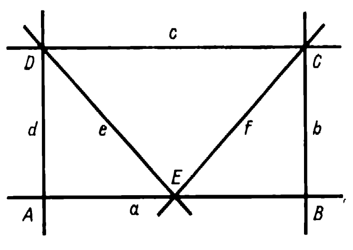
Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus Der Lehrer sollte sich für eine der beiden folgenden Möglichkeiten entscheiden (entsprechend den bei den Schülern vorhandenen Voraussetzungen):

(1) Zeichnen von Punkten und Geraden, die gegebenen Lagebeziehungen genügen („P liegt auf g"; „A liegt nicht auf h"); Zeichnen und Bezeichnen von Dreiecken, Rechtecken (Figurenschablone, Zeichengeräte).

(2) Erkennen geometrischer Grundgebilde und Figuren (Tafelbildvorschlag: Bild 3.5); Beschreiben von Lagebeziehungen („liegt auf", „geht durch", „liegt zwischen", „ist parallel zu", „stehen senkrecht aufeinander").

Bild 3.5



Punkte: $A, B, \ldots$
Geraden: $a, b, \ldots$
Dreiecke: $AED, \ldots$
Rechtecke:

Motivierung einer systematischen Behandlung der Lagebeziehungen von Punkten und Geraden Für die Motivierung kann man aus folgenden Möglichkeiten eine geeignete auswählen:

(1) Anlegen von Beeten im Schulgarten; wie erreicht man dabei geradlinige Kanten?

(2) Abstecken gerader Linien im Gelände bei Vermessungsarbeiten (Neubau von Wohngebieten, Verkehrswegen u. ä.) (Aufg. 1, LB 164).

Reaktivierung der wesentlichen Begriffe und Zusammenhänge Für die Schüler wird das Ziel angegeben, alles zusammenzustellen, was sie über Punkte und Geraden schon wissen (Bezeichnungen, gegenseitige Lagebeziehungen) und daß dieses Wissen und Können gefestigt und weiter ausgebaut werden soll. Es wird folgendes Vorgehen empfohlen:
Lagebeziehungen zwischen Punkten und Geraden: Auftrag C 1 (mündliches Beschreiben der Lagebeziehungen zwischen Orten und Hauptstraße (LB-Bild, S. 163 oben) sowie zwischen Punkten und der Geraden, LB-Bild 1).
Beispiele: Awalde liegt an der Hauptstraße – die Hauptstraße geht durch Awalde; Punkt C liegt nicht auf der Geraden g – die Gerade g geht nicht durch den Punkt C.

Bezeichnungen: Wir erinnern uns, daß wir Punkte mit Großbuchstaben, Geraden mit kleinen Buchstaben bezeichnet haben. Das Bezeichnen einer Geraden ist auch möglich durch Angabe zweier Punkte, die auf ihr liegen (durch die sie geht). Also:
Punkte: $A, B, \ldots, P, Q, \ldots$
Geraden: g, h; PC, QP ($g = PQ = QP$)
Verbinden zweier Punkte durch eine Gerade:
- Die soeben vereinbarte Bezeichnung einer Geraden durch zwei auf ihr liegende Punkte gibt Anlaß zur Überlegung, ob zur Bezeichnung nicht *ein* Punkt genügt hätte.
  Erkenntnisse: Durch *einen* Punkt kann man beliebig viele Geraden zeichnen (LB-Bild 2).
- Durch *zwei* Punkte kann man z. B. mehrere unterschiedliche Kreise (LB-Bild 3) oder verschiedene Wellenlinien (Aufg. 2, LB 164) zeichnen.
- Zwei Punkte lassen sich hingegen stets nur durch eine einzige Gerade verbinden (Auftrag C 3).
- Zur *Zusammenfassung* eignet sich LB-Bild 4: Die Gerade $g = PQ$ *verbindet* die Punkte P und Q; die Punkte P und Q *liegen auf* der Geraden g; die Gerade g *geht durch* die Punkte P und Q. Zu einer Geraden gehören unendlich viele Punkte, wir können immer nur einen Teil einer Geraden zeichnen.

Übungen zu Lagebeziehungen von Punkten und Geraden
- Aufgaben zum Erkennen und Beschreiben von Lagebeziehungen, z. B. Aufg. 3;
- Zeichenübungen zu den Lagebeziehungen, z. B. Aufg. 4 und 5.

Als *Hausaufgabe* wird Aufg. 6 empfohlen.

> *Kontrollaufgabe*
> Aufg. 7 (LB 165)

Gegenseitige Lage zweier Geraden (1 Std.)

LE 2 (LB 164 bis 168)

Die Kenntnisse über Punkte, Geraden und ihre gegenseitige Lage werden weiter vertieft und die Zeichenfertigkeiten im Zusammenhang damit weiterentwickelt. Das erleichtert zugleich das Verständnis für die gegenseitige Lage zweier Geraden. Es ist notwendig, die Begriffe und die Lagebeziehungen immer wieder an bekannten Beispielen aus der Umwelt der Schüler zu veranschaulichen. Die Einführung neuer Symbole und Verfahren ist stets dem inhaltlichen Verständnis bei allen Schülern unterzuordnen.

Ziele

> Die Schüler
> - kennen die Begriffe „Schneiden", „Verbinden" und „Schnittpunkt zweier Geraden",
> - kennen die verschiedenen Fälle der Lagebeziehungen zweier Geraden zueinander („einander schneiden" – „parallel zueinander"; „senkrecht aufeinander" – „nicht senkrecht aufeinander") sowie die Symbole „$\|$" und „$\perp$",

- können parallele bzw. aufeinander senkrecht stehende Geraden mit Hilfe von Lineal und Zeichendreieck zeichnen,
- sind überzeugt von der Notwendigkeit exakten und sauberen Zeichnens.

Schwerpunkte

- Sicherung des Ausgangsniveaus: Zeichnen paralleler und senkrechter Geraden zu gegebenen Geraden mit Hilfe der Zeichengeräte
- Motivierung der Behandlung der Lagebeziehungen zweier Geraden zueinander
- Erarbeitung der verschiedenen Möglichkeiten für die gegenseitige Lage zweier Geraden und Einführung entsprechender Begriffe
  Übungen im Erkennen und Darstellen der gegenseitigen Lage von Geraden, insbesondere im Zusammenhang mit bekannten geometrischen Figuren

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
- Wiederholung der gegenseitigen Lage von Punkt und Geraden im Zusammenhang mit der Besprechung der Hausaufgabe (Schüler erläutern die Lösungen an der Tafel)
- Parallelverschieben einer Geraden und Zeichnen einer Geraden, die senkrecht auf einer gegebenen Geraden steht
- Wiederholung: Ebene geometrische Figuren (Aufg. 1, LB 165)

Motivierung der Behandlung der Lagebeziehungen von Geraden zueinander Schon häufig haben wir unsere Kenntnisse aus der Geometrie dazu benutzt, um unsere Umwelt zu beschreiben. Jetzt wollen wir z. B. lernen, den Verlauf von Straßen, Kreuzungen im Straßennetz zu beschreiben oder zeichnerisch darzustellen.
Zur Verdeutlichung dieses Anliegens gibt es folgende Möglichkeiten:

(1) Eine Kreuzung gerader Schienen kann verglichen werden mit einander schneidenden Geraden bzw. auch mit parallelen Geraden (LB-Bilder 7 und 8).

(2) Auf dem aus dem Heimatkundeunterricht bekannten Stadtplan werden einige Straßen betrachtet und untersucht, wie sie zueinander verlaufen. Wer das einem Besucher erläutern will, muß sich exakt ausdrücken können.
(Die Schüler nennen Straßen, die parallel bzw. senkrecht zueinander verlaufen; der Lehrer nennt und zeigt Straßen, deren Lagebeziehung die Schüler beschreiben.)

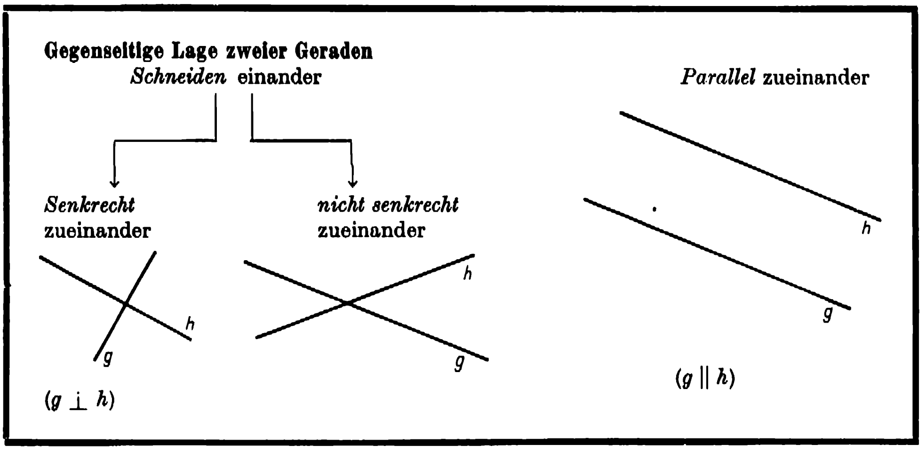
Erarbeitung der verschiedenen Möglichkeiten für die gegenseitige Lage zweier Geraden Da den Schülern aus vergangenen Schuljahren schon manches bekannt ist, empfiehlt sich eine Erarbeitung des Stoffes, bei der die aktive Tätigkeit der Schüler im Mittelpunkt steht. Dabei könnte man folgendermaßen vorgehen:

1. Die Schüler lösen selbständig (auch Arbeit an der Tafel oder in Gruppen ist möglich):
   - Zeichne eine Gerade g! Zeichne eine zweite Gerade h so, daß sie die Gerade g auf dem Zeichenblatt schneidet!
   - Zeichne zwei Geraden x und y so, daß sie einander schneiden wie zwei benachbarte Seiten eines Quadrates!
   - Zeichne eine Gerade m und eine Gerade n so, daß sie einander auf dem Zeichenblatt gerade nicht mehr schneiden! Gibt es einen Schnittpunkt?

– Können wir zwei Geraden *r* und *s* so zeichnen, daß sie einander nicht schneiden, auch wenn wir sie beliebig weit zeichnen würden?

2. *Auftrag:* Beschreibe anhand der gezeichneten Beispiele, wie zwei Geraden zueinander liegen können! (Hinweis auf die LB-Bilder 7 bis 10)
3. *Übersicht* (Tafelbild: Bild 3.6); dabei werden die Symbole „$\|$" und „$\perp$" eingeführt. Ebenfalls sollten die Begriffe „Schneiden", „Verbinden", „Schnittpunkt" bei dieser Gelegenheit gefestigt werden.

Bild 3.6



4. Beispiele aus der Umwelt der Schüler: Klassenzimmer (Auftrag C 4); man kann auch nochmals auf die Beispiele zurückgreifen, die zur Motivierung dienten.

Übungen im Erkennen und Darstellen der gegenseitigen Lage von Geraden ... Den Schwerpunkt bilden:

- einfache formale Aufgaben zu den Lagebeziehungen von Geraden (speziell Aufg. 5).
- Lagebeziehungen von Geraden, die bekannte geometrische Figuren begrenzen (speziell Aufg. 7, LB 167).

Vorschlag für die *Hausaufgabe*: Aufg. 6 und 2 (LB 167 f.)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 4 (LB 167)
2. Aufg. 1 (LB 168); Zeichne ein solches Viereck!
   (Ein solches Viereck heißt Trapez; die Schüler können aber auch Parallelogramme, Rechtecke und Quadrate zeichnen – auch diese sind Trapeze)

Strahlen (1 Std.)

LE 3 (LB 168 bis 170)

Im Zuge der Vertiefung der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Geraden wird das Entstehen zweier Strahlen durch einen Punkt auf einer Geraden erkannt. Für die künftige Einführung des Winkelbegriffs (Kl. 5) werden damit wichtige Voraussetzungen geschaffen. Die Weiterentwicklung der Zeichenfertigkeiten steht auch hierbei im Vordergrund.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß ein Punkt einer Geraden diese in zwei Strahlen zerlegt und daß Strahlen mit Kleinbuchstaben bezeichnet werden,
- kennen die Begriffe „Strahl" und „Anfangspunkt eines Strahls",
- entwickeln ihre Zeichenfertigkeiten weiter.

Schwerpunkte

- Übungen im Beschreiben bzw. Darstellen von Lagebeziehungen Punkt – Gerade
- Erarbeitung der Begriffe „Strahl" und „Anfangspunkt eines Strahls"; Bezeichnen von Strahlen
- Übung im Zeichnen von Strahlen, auch zueinander paralleler Strahlen

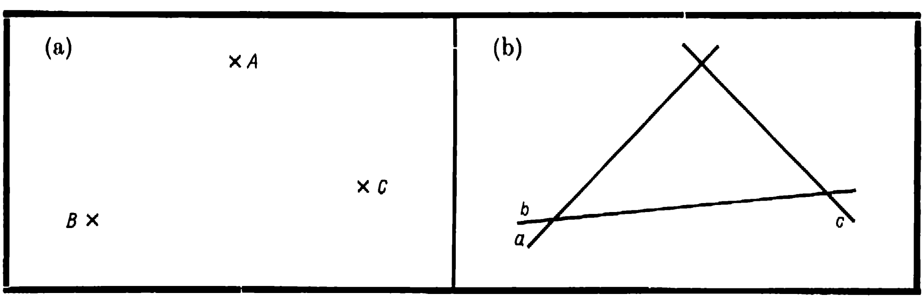
Methodische Hinweise

Übungen im Beschreiben bzw. Darstellen von Lagebeziehungen Punkt – Gerade Mit der Festigung der Lagebeziehungen von Punkten und Geraden soll insbesondere das Entstehen zweier Strahlen durch einen Punkt auf einer Geraden vorbereitet werden.
Dazu seien folgende Möglichkeiten genannt:

(1) Im Zusammenhang mit der Auswertung der Hausaufgabe wird die gegenseitige Lage von Punkten und Geraden wiederholt. (Die an der Tafel oder auf Projektionsfolie erscheinende Lösung der Hausaufgaben kann zu diesem Zwecke durch weitere Punkte ergänzt werden, deren Lage beschrieben wird.)

(2) (Darstellung nach einer gegebenen Beschreibung, vgl. Bild 3.7 (a), (b).) Rationell ist das Arbeiten an einer Hafttafel mit Gummifäden an Ringmagneten (Geraden) – Aufgabe a) bzw. mit einfachen Magneten (Punkte) – Aufgabe b).

Bild 3.7



a) Gib Geraden an, die
- durch A, aber nicht durch B oder C gehen!
- durch B und C gehen!
- A und C verbinden!

b) Gib Punkte an, die
- auf c, aber nicht auf a oder b liegen!
- auf b und c liegen!
- so liegen, daß sich in ihnen die

- weder durch A noch durch B oder C gehen!
- sowohl durch A als auch durch B und durch C gehen!

Geraden a und b schneiden!
- weder auf a noch auf b oder c liegen!
- sowohl auf a als auch auf b und c liegen!

Erarbeitung der Begriffe „Strahl" und „Anfangspunkt eines Strahls"; Bezeichnen von Strahlen Zunächst empfiehlt es sich, zur Motivierung die Schüler an lustige Erlebnisse vom Internationalen Kindertag oder dergl. zu erinnern, z. B.:
- Mehrere Kinder sitzen auf beiden Seiten einer Wippe.
- Zwei Mannschaften beim Tauziehen (Die Schüler können hierzu Auftrag C 5 im Zusammenhang mit LB-Bild 16 beantworten.)

Dieser Sachverhalt soll durch eine vereinfachte (geometrische) Zeichnung dargestellt werden.
Nun kann nachstehende Schrittfolge der Behandlung zugrunde gelegt werden:
1. Abstrahieren des geometrischen Sachverhaltes aus der Aufgabe zur Motivierung (LB-Bild 17)
2. Bilden der Begriffe „Strahl" (Jeder Punkt O einer Geraden g zerlegt g in zwei Strahlen) und „Anfangspunkt eines Strahls"
3. Bezeichnen der Strahlen mit Kleinbuchstaben
4. Lösen des Auftrags C 6

Übung im Zeichnen von Strahlen . . . Dazu eignen sich die Aufg. 1 bis 7 (LB 169). Für das mündliche Beschreiben dargestellter Sachverhalte zur Festigung der Begriffe werden die Aufg. 8 und 9 (LB 170) empfohlen. Der Lehrer trifft eine geeignete Auswahl.
Als *Hausaufgaben* eignen sich Aufg. 6 und 7 (LB 169) und 1 (LB 170).

Kontrollaufgabe
Aufg. 8 (LB 170)

Strecken; Verlängern von Strecken (1 Std.)

LE 4 (LB 170 bis 173)

Hauptanliegen ist eine Wiederholung und Vertiefung des Streckenbegriffs. Im Zusammenhang mit drei verschiedenen Punkten auf einer Geraden, von denen stets einer zwischen zwei anderen liegt, wird die „Zwischenbeziehung" eingeführt.

Ziele

Die Schüler
- vertiefen ihr Wissen über Strecken und entwickeln ihre Fertigkeiten im Arbeiten mit Strecken weiter (Begriff, Zeichnen, Bezeichnen, Messen),
- wissen, daß Strecken Teile von Geraden oder Strahlen sind und von zwei Punkten, den Endpunkten der Strecke, begrenzt werden,
- wissen, daß von drei Punkten einer Geraden stets einer zwischen zwei anderen

liegt, und können diesen Sachverhalt mit Hilfe der Beziehung „C liegt zwischen A und B“ beschreiben,
- können Strecken verlängern und entwickeln dabei ihre Zeichenfertigkeiten weiter.

Schwerpunkte

- Wiederholung des Streckenbegriffs und des Messens von Strecken
- Motivierung der Behandlung von Strecken
- Erarbeitung: Strecken als Teile von Geraden oder Strahlen; Verlängern von Strecken; Einführen der Zwischenbeziehung für Punkte auf einer Geraden
- Übungen im Zeichnen, Messen und Verlängern von Strecken

Methodische Hinweise

Wiederholung des Streckenbegriffs und des Messens von Strecken Zur Reaktivierung des Wissens der Schüler über Strecken läßt sich die Auswertung der empfohlenen Hausaufgabe nutzen. Ist eine weitere Vertiefung notwendig, so eignet sich dazu Aufg. 1 (LB 170). (Die Schüler erkennen in den Seiten des Parallelogramms (Rechteck) Strecken und können diese nachmessen.)

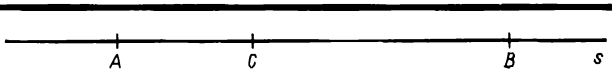
Motivierung der Behandlung von Strecken Der Lehrer sollte wiederum von den Umwelterfahrungen der Schüler ausgehen. Er erinnert deshalb z. B. an folgendes:
- Beim Betrachten oder Anfertigen von Zeichnungen im Werkunterricht haben wir es oft mit Strecken als Teilen von Geraden zu tun.
- Wie gehen wir vor, wenn wir im Schulgarten ein rechteckiges Beet anlegen sollen? (Abstecken von Strecken vorgegebener Länge, z. B. mit Hilfe einer Schnur.)

Wir haben es in der Praxis sehr oft mit Strecken zu tun und wollen deshalb unser Wissen und Können erweitern.

Erarbeitung Anhand des LB-Bildes 21 oder eines entsprechenden Tafelbildes wird herausgearbeitet, daß Strecken Teile von Geraden oder von Strahlen sind und daß sie von ihren Endpunkten begrenzt werden. Nach Festlegen eines weiteren Punktes auf der Strecke, der nicht Endpunkt ist, erkennen die Schüler, daß dieser auf der Strecke „zwischen“ den beiden Endpunkten liegt. Zur Vertiefung dieser Erkenntnis können die Schüler Auftrag C 7 bearbeiten. Den Schülern sollte erklärt werden, daß man nur dann davon spricht, daß „ein Punkt zwischen zwei anderen liegt“, wenn alle drei Punkte auf ein und derselben Geraden liegen. Bild 3.8 zeigt den Vorschlag eines Tafelbildes, das das bisher Erarbeitete enthält.

Bild 3.8

Die Strecke



Strecke $\overline{AB}$: Teil der Geraden AB
Teil des Strahls s mit dem Anfangspunkt A, der durch B geht
A, B: Endpunkte der Strecke $\overline{AB}$
C liegt zwischen A und B

Das Verlängern einer Strecke, wie es z. B. notwendig ist, wenn ein Beet im Schulgarten vergrößert werden soll, können die Schüler durch den Auftrag C 8 selbständig erarbeiten.

Übungen im Zeichnen, Messen und Verlängern von Strecken Dazu eignet sich u. a. die Aufg. 7 (LB 172) (Karopapier, Lochschablone oder Figurenschablone verwenden!).
Als *Hausaufgabe* eignet sich Aufg. 8 (gemeinsame Vorgabe der Figur mit Lochschablone in den Heften notwendig!).

Kontrollaufgaben
(Empfehlung: Bild 3.9 an der Tafel oder mit Folie vorgeben!)
1. Wieviel Strecken, wieviel Geraden enthält die Figur?
2. Zeige Schnittpunkte von Geraden, Strahlen, Strecken, Endpunkte von Strecken!
3. Sprich über die Lage der Punkte A, B, C auf der Geraden AE!
4. Nenne Strecken, die durch Verlängern einer anderen Strecke entstanden sein können!

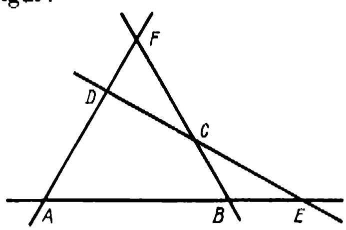


Bild 3.9

Abtragen von Strecken (1 Std.)
LE 5 (LB 173 bis 175)

Mit dem Abtragen und Antragen von Strecken lernen die Schüler Konstruktionen kennen, die künftig vielfach Anwendung finden werden. So ist das Abtragen einer Strecke auf einem Strahl von dessen Anfangspunkt aus bereits ein wichtiges Konstruktionselement für die Verschiebung. Es bildet deshalb den Schwerpunkt der Stunde, und erst danach werden Strecken auf Geraden von einem Punkt aus abgetragen. Das Antragen von Strecken lernen die Schüler als eine Kombination des Verlängerns und des Abtragens von Strecken kennen. Diese Verfahren sollen die Schüler vor allem beim Zeichnen einfacher geometrischer Figuren anwenden.
Besonderer Wert ist auf exaktes Beschreiben der Konstruktionen sowie auf ihre sichere und saubere Ausführung zu legen.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe „Abtragen einer Strecke auf einem Strahl bzw. einer Geraden von einem Punkt aus“ und „Antragen einer Strecke an eine gegebene Strecke“ und können die entsprechenden Verfahren sicher und exakt ausführen,
- können die Konstruktionen des An- und Abtragens von Strecken unter Anwendung der Fachterminologie sicher beschreiben,
- gelangen zu der Einsicht, daß das Ab- und Antragen von Strecken beim Konstruieren geometrischer Figuren vielfach Anwendung findet.

Schwerpunkte

- Übungen im Zeichnen, Verlängern und Messen von Strecken
- Motivierung für das Abtragen und Antragen von Strecken
- Erarbeitung des Abtragens einer Strecke auf einem Strahl bzw. auf einer Geraden von einem Punkt aus und des Antragens einer Strecke an eine gegebene Strecke
- Übungen im Abtragen und Antragen von Strecken

Methodische Hinweise

Übungen im Zeichnen, Verlängern und Messen von Strecken Während von den Schülern Aufg. 2 (LB 171) (Aufgabe 1 evtl. als Zusatzaufgabe) zur Sicherung des Ausgangsniveaus gelöst wird, kann der Lehrer die Hausaufgabe kontrollieren.

Motivierung für das Abtragen und Antragen von Strecken Hierfür bieten sich folgende Möglichkeiten an:

(1) praxisbezogene Motivation:
Beim Bau einer geradlinigen Autobahnstrecke ist vom Anfangspunkt aus alle 5 km eine Notrufstelle mit Telefon anzulegen. Stelle den Sachverhalt geometrisch dar!

(2) geometrische Knobelei:
Läßt sich die Gesamtlänge aller vier Seiten eines Rechtecks (Vorgabe mit Lochschablone) mit einer einzigen Messung bestimmen? (Lösen der Aufgabe erfolgt am Ende der Stunde.)

Danach kann das *Ziel* wie folgt umrissen werden:
Wir wollen lernen, solche Aufgaben durch einfache geometrische Konstruktionen mit Zirkel und Lineal zu lösen. (Hinweis auf Notwendigkeit einwandfreier Zeichengeräte!)

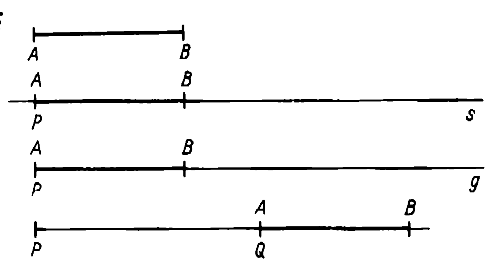
Erarbeitung des Abtragens und Antragens von Strecken Nach der Herausarbeitung der geometrischen Aufgabenstellung aus einer Aufgabe, die bei der Motivierung Verwendung fand, werden die einzelnen Konstruktionen behandelt, wobei ein Tafelbild (Bild 3.10) schrittweise entsteht.

Bild 3.10

Abtragen und Antragen einer Strecke $\overline{AB}$

Abtragen
- auf einem Strahl s vom Anfangspunkt P aus:
- auf einer Geraden g von einem Punkt P aus:

Antragen
- an eine Strecke $\overline{PQ}$ (von Q aus):



Der Schwerpunkt der Behandlung liegt auf dem Abtragen der Strecke $\overline{AB}$ auf dem Strahl s von dessen Anfangspunkt P aus. Die Lehrerdemonstration entsprechend Beispiel C 1 schließt eine exakte Konstruktionsbeschreibung ein. (Das beim Konstruieren wirklich benötigte Stück des Kreisbogens farbig markieren! – LB-Bild 29)
Das Übertragen in die Hefte der Schüler durch Abzeichnen von der Tafel sollte vermieden werden. Statt dessen empfiehlt sich Auftrag C 10a.

Das Abtragen der Strecke $\overline{AB}$ auf der Geraden g wird als modifizierte Anwendung der ersten Konstruktion behandelt. Das ermöglicht eine unmittelbare Mitarbeit der Schüler. Als Anleitung für die Schüler eignet sich Auftrag C 10b.
Das Antragen einer Strecke $\overline{AB}$ an eine gegebene Strecke $\overline{PQ}$ sollte vom Lehrer als das Verlängern einer gegebenen Strecke $\overline{PQ}$ um eine Strecke $\overline{AB}$ an die Schüler herangeführt werden. Auf diese Weise erkennen die Schüler leichter die zwei Konstruktionsschritte, die zur Lösung führen, ggf. mit Hilfe von Beispiel C 2. Anschließend wird dieses Verfahren als „Antragen einer Strecke an eine gegebene Strecke" bezeichnet.

Übungen im Abtragen und Antragen von Strecken Zur Festigung werden besonders die Aufg. 5 und 9 (LB 174 f.) (Aufg. 4, LB 174, als Hausaufgabe) empfohlen.
Schließlich sollte nun auch die Motivationsaufgabe – sofern noch nicht geschehen – unter Anwendung des Gelernten gelöst werden.

Kontrollaufgabe
Aufg. 6 (LB 174)

Vergleichen von Strecken **(2 Std.)**

LE 6 (LB 175 bis 178)

Die von den Schülern erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten im Abtragen von Strecken finden jetzt Anwendung beim Vergleichen von Strecken.
Das Vergleichen von Strecken wird unmittelbar auf das Vergleichen der Seiten von Dreiecken angewendet. Dabei werden die Begriffe „gleichschenkliges Dreieck" und „gleichseitiges Dreieck" eingeführt.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß man Strecken durch Schätzen, durch Messen oder Abtragen miteinander vergleichen kann, und können diese Tätigkeiten ausführen,
- wissen, daß eine Strecke kürzer (länger) als eine andere oder gleich lang wie diese sein kann, und kennen die Symbolik „$\overline{AB} < \overline{CD}$", „$\overline{AB} = \overline{CD}$", „$\overline{AB} > \overline{CD}$",
- können Streckenvergleiche anwenden, um Vielecke miteinander zu vergleichen,
- kennen gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke, ihre Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Abtragen von Strecken auf einer Geraden von einem festen Punkt aus

- Motivierung des Vergleichens von Strecken
- Erarbeitung der Möglichkeiten des Vergleichens von Strecken und Anwenden der Symbole „<", „=", „>" zum Vergleichen von Strecken
- Übung im Vergleichen von Strecken durch Abtragen

2. Stunde

- Anwendung des Vergleichens von Strecken auf die Seiten eines Dreiecks und Einführung der Begriffe „gleichschenkliges Dreieck" und „gleichseitiges Dreieck"
- Übung im Zeichnen von Vielecken, insbesondere von Dreiecken, und im Vergleichen ihrer Seiten.

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Abtragen von Strecken auf einer Geraden ...

- Zeichnen von Strecken: Falls eine solche Übung noch erforderlich ist, steht hierfür Aufg. 1 (LB 177) zur Verfügung.
- Abtragen von Strecken: Gegebene Strecken (Lochschablone nutzen!) sind auf einer Geraden von einem festen Punkt aus abzutragen (Konstruktion mit Beschreibung). Dabei ist auch die Hausaufgabe auszuwerten.

Motivierung des Vergleichens von Strecken

- Wollen wir Strecken in unserer Umgebung vergleichen, so verlassen wir uns häufig auf unser Augenmaß (Schätzen). Beispiele: Vergleichen der Größe zweier Schüler (wie LB-Bild S. 175 werden zwei Schüler der Klasse nebeneinander gestellt und ihre Größe verglichen) oder: Vergleichen von Strecken an Gegenständen (Auftrag C 11 a).
- Beim Schätzen können wir uns jedoch auch täuschen, z. B. bei „optischen Täuschungen" (Auftrag C 11 c).
- Neben den bekannten Möglichkeiten für das Vergleichen von Strecken (Schätzen, Messen) geben optische Täuschungen bzw. das Fehlen eines Zentimetermaßes Anlaß, über andere Möglichkeiten des Vergleichens von Strecken nachzudenken.

Erarbeitung der Möglichkeiten des Vergleichens von Strecken ...

- Die Schüler durchdenken Auftrag 11 b. Herausarbeiten der Erkenntnis, daß die Lösung im Prinzip auf das Abtragen einer Strecke hinausläuft (Demonstration an der Tafel).
- Erarbeiten der Konstruktion des Vergleichens zweier Strecken durch Abtragen (Beispiel C 3; LB-Bild 32); Konstruktionsbeschreibung.
- Einführen der Symbolik: „$\overline{AB} < \overline{CD}$", „$\overline{AB} = \overline{CD}$", „$\overline{AB} > \overline{CD}$" und der zugehörigen Terminologie („kürzer als", „gleich lang", „länger als"). Vergleichsweise kann ein Hinweis auf die Verwendung der gleichen Symbole zwischen Zahlen gegeben werden. Wie werden dort die Symbole gesprochen?
- *Zusammenfassung:* Zwei Strecken kann man durch Schätzen, durch Messen oder durch Abtragen vergleichen. Es empfiehlt sich, vor Durchführung eines Vergleichs durch Messen oder Abtragen eine Schätzung vorzunehmen. Außerdem können Messen bzw. Vergleichen wechselseitig zur Kontrolle des Ergebnisses herangezogen werden.
  Schließlich ist zu betonen, daß ein Vergleich zwar durch Messen möglich ist, dennoch aber zwischen beiden Verfahren ein qualitativer Unterschied besteht:
  Das Vergleichen gibt Auskunft darüber, welche der Beziehungen („kleiner als", „größer als", „gleich") erfüllt ist („$\overline{AB} = \overline{CD}$"), das Messen hingegen liefert die Längenangabe für eine Strecke ($\overline{AB} = x$ cm). Und es können dann die Längenangaben verglichen werden (siehe Stoffabschnitt 1.1.!).

- Das Verfahren zum Vergleichen von Strecken durch Abtragen kann konstruktionsmäßig vereinfacht werden: Auftrag C 13a (nur eine Strecke zeichnen, die andere in die Zirkelspanne nehmen und mit der ersten vergleichen).

Übung im Vergleichen von Strecken durch Abtragen In der ersten Stunde der Unterrichtseinheit liegt der Schwerpunkt der Festigung auf dem Vergleichen von Strecken durch Abtragen. Dazu werden folgende Empfehlungen gegeben:
- Vergleichen von Strecken durch Abtragen (Aufg. 3, LB 177). Die Ergebnisse sollten anschließend durch Messen bestätigt werden.
- Ordnen von Strecken (Aufg. 4, LB 177).
- Vergleichen von Strecken durch Schätzen (Aufg. 6 und 7, LB 177).

Hausaufgabe: Aufg. 5 (LB 177)
Es besteht die Möglichkeit, diese Übung auch zu Beginn der zweiten Stunde fortzusetzen.

Anwendung des Vergleichens von Strecken auf die Seiten eines Dreiecks ... Zunächst sollten die Schüler Auftrag C 13b und c lösen (Gruppenarbeit). In Verbindung damit werden die Begriffe „gleichschenkliges Dreieck" und „gleichseitiges Dreieck" eingeführt. Wichtig ist hierbei vor allem das Herausarbeiten der Tatsache, daß jedes gleichseitige Dreieck auch gleichschenklig ist. (Begründung!)

Übung im Zeichnen von Vielecken, insbesondere von Dreiecken, und im Vergleichen ihrer Seiten Hierfür stehen die Aufg. 8 und 9 (LB 178) zur Verfügung. Es sind Streckenvergleiche durchzuführen und zugleich die Begriffe „gleichschenkliges Dreieck" und „gleichseitiges Dreieck" weiter zu vertiefen.
Außerdem empfiehlt es sich, die Unterrichtseinheit mit einer Kurzarbeit abzuschließen (Strecken, Zeichnen und Verlängern von Strecken, Abtragen von Strecken, Vergleichen von Strecken, Dreiecke).

> *Kontrollaufgaben*
> 1. Aufg. 2 (LB 177)
> 2. Vergleiche die Seiten deiner Zeichendreiecke miteinander! Was stellst du fest?

Ebenen und Halbebenen (2 Std.)

LE 7 (LB 178 bis 180)

Diese Unterrichtseinheit eignet sich ganz besonders für die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens der Schüler. Hier muß die Zeichenebene verlassen und in dem uns umgebenden Anschauungsraum gearbeitet werden. Erst in ihm wird der Schüler den Ebenenbegriff richtig erfassen können. Die Arbeit an der Tafel und in den Heften muß daher unbedingt durch das Arbeiten mit geometrischen Körpern (Würfel, Pyramide) ergänzt werden.
Der Begriff der Ebene wird auf der Grundlage der Umwelterfahrungen der Schüler eingeführt. Dabei werden ebene Flächen aus der Umwelt der Schüler von nicht ebenen Flächen abgegrenzt. Analog zur Zerlegung einer Geraden durch einen Punkt in zwei Strahlen erfassen die Schüler das Zerlegen einer Ebene durch eine Gerade in zwei Halbebenen. Dabei kommt es auf das Verständnis für die vielfältigen Lagemöglichkeiten zwischen Punkten, Geraden, Ebenen und Halbebenen an (1. Stunde). In diesem Zusammen-

hang bietet es sich auch an, die gegenseitige Lage dreier Geraden in einer Ebene zu untersuchen und bei der entsprechenden Fallunterscheidung den Begriff des Dreiecks zu vertiefen und eine Unterscheidung zwischen Dreieckslinie und Dreiecksfläche herbeizuführen (2. Stunde). Trotz der Fülle des Stoffes sollte der Festigung in Einheit mit der Aneignung das nötige Augenmerk geschenkt werden.

Ziele

Die Schüler
- kennen den Begriff der Ebene insofern, als sie in ihrer Umwelt ebene von nichtebenen Flächen unterscheiden können,
- wissen, daß eine Gerade eine Ebene in zwei Halbebenen zerlegt und können mögliche Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden, Ebenen bzw. Halbebenen beschreiben,
- kennen die verschiedenen Fälle für die gegenseitige Lage dreier Geraden in einer Ebene,
- kennen den Begriff des Dreiecks und unterscheiden Dreieckslinie und Dreiecksfläche,
- entwickeln ihre Fertigkeiten im Zeichnen und Beschreiben geometrischer Figuren und ihrer Lagebeziehungen weiter,
- schulen ihr Raumanschauungs- und -vorstellungsvermögen z. B. im Zusammenhang mit dem Beschreiben von Begrenzungsflächen geometrischer Körper.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Geraden und der gegenseitigen Lage zweier Geraden an Hand geometrischer Körper
- Einführung von „Ebene“ und „Halbebene“
- Festigung der Kenntnisse über die gegenseitige Lage von Punkt – Gerade – Ebene (Halbebene)

2. Stunde
- Wiederholung ebener und nicht ebener Flächen und der gegenseitigen Lage zweier Geraden,
- Erarbeitung der gegenseitigen Lage von drei Punkten einer Ebene (Fallunterscheidung)
- Vertiefung des Begriffes „Dreieck“ (Dreieckslinie, Dreiecksfläche)
- Übungen

Methodische Hinweise

Wiederholung der Lagebeziehungen zwischen Punkt und Geraden und der gegenseitigen Lage zweier Geraden an Hand geometrischer Körper An Würfel- und Pyramidenmodellen werden die für die Ebene erworbenen Kenntnisse wiederholt und durch die Anwendung auf geometrische Körper vertieft. (Ggf. zu Beginn Aufg. 1, LB 173, lösen!)

Beispiele: Kanten der Körper werden als Strecken und damit als Teile von Geraden erkannt;
die Schüler zeigen, daß Eckpunkte der Körper auf solchen Geraden liegen können oder auch nicht, daß Geraden durch bestimmte Eckpunkte gehen oder auch nicht;
sie zeigen, wo Geraden einander schneiden, parallel verlaufen oder senkrecht aufeinander stehen;
sie zeichnen eine einzelne Begrenzungsfläche des Würfels (Quadrat) und der Pyramide (Dreieck) in ihr Heft.
Zur Veranschaulichung und Beschreibung eignen sich größere Demonstrationsmodelle, zusätzlich auch entsprechende Klassensätze aus dem Stereometriebaukasten.

Einführung von „Ebene" und „Halbebene" *Die Motivierung* erwächst aus dem Auftrag, nun auch die Begrenzungsflächen anderer Körper (Kreiszylinder, Kreiskegel) in die Hefte zu zeichnen. Dabei stoßen die Schüler auf Schwierigkeiten. An verschiedenen Modellen und auch in ihrer Umgebung zeigen die Schüler Flächen, die sofort ins Heft gezeichnet werden könnten, und solche, für die das nicht ohne weiteres möglich ist. Dieser Sachverhalt soll nun näher untersucht und begründet werden.

Begriff der Ebene:
- Flächen wie eine Tischtennisplatte, unser Zeichenblatt oder die Wandtafel, die Begrenzungsflächen eines Würfels oder eine Pyramide nennen wir auch *ebene Flächen.* Bestimmte Begrenzungsflächen beim Zylinder und beim Kegel sind keine ebenen Flächen. Die Schüler lösen Auftrag C 14 (Gespräch).
- Ebene Flächen sind Teile von *Ebenen.* So wie wir nur einen Teil einer Geraden zeichnen können, läßt sich auch von einer Ebene stets nur ein Teil darstellen.
  Ausgehend von LB-Bild 35 erkennen die Schüler: Zwei Punkte A, B bestimmen eine Gerade AB; drei Punkte A, B, C, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen, bestimmen eine Ebene ABC. (Vorschlag für ein *Tafelbild*: Bild 3.11)

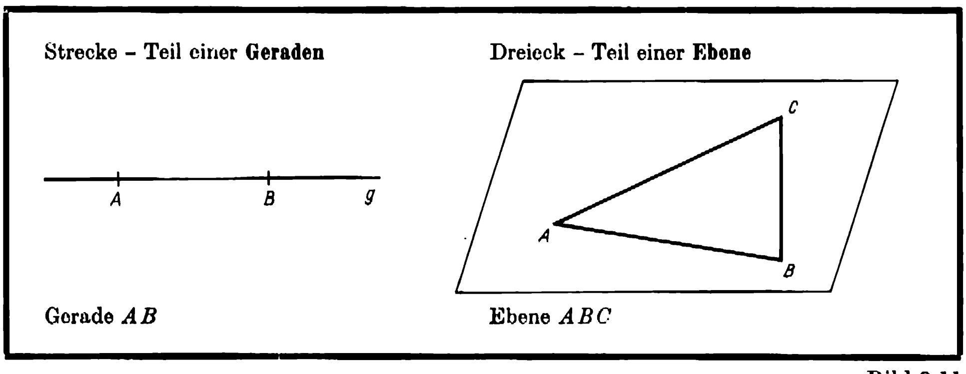


Bild 3.11

- Begriff der Zeichenebene (*Hinweis:* Eine Ebene muß nicht immer „waagerecht" im Raum liegen, z. B. Wandtafel als Zeichenebene). Den Schülern muß von nun an bewußt sein, daß wir unter allen Ebenen des Raumes, die wir uns denken können, eine als Zeichenebene auswählen und in ihr arbeiten.

Begriff der Halbebene:
Die Schüler lösen Auftrag C 15 (zwei Lösungen möglich).
Einführung: Eine Gerade zerlegt eine Ebene in zwei Halbebenen. (Die Punkte A und B

können auf der gleichen oder auf verschiedenen Seiten der Gerade g liegen. Sie liegen dann jeweils in der gleichen oder in verschiedenen von der Geraden bestimmten Halbebenen.)
Zur Vertiefung der Erkenntnis eignen sich besonders Beispiel C 4 (Übertragung auf drei Punkte A, B, C) und Auftrag C 16 (Umformulierung von Aussagen).

Festigung der Kenntnisse über die gegenseitige Lage von Punkt – Gerade – Ebene (Halbebene) Die meisten Aufgaben des Lehrbuches beziehen sich auf die gegenseitige Lage von Punkt – Gerade – Ebene bzw. Halbebene. Das sollte nicht zur Vernachlässigung der räumlichen Betrachtungen und des räumlichen Denkens führen. Dazu wird folgendes vorgeschlagen:
- Die Schüler untersuchen am Beispiel von Würfel und Pyramide (Modelle!) wieviel verschiedenen Ebenen des Raumes die jeweiligen Begrenzungsflächen angehören.
- Mündliche Behandlung der Aufg. 2 (LB 179) (Beschreiben eines Sachverhalts aus der Umwelt der Schüler).
- Auswahl aus den Aufg. 3 bis 5 (LB 179 f.) (Zeichenübungen).

Wiederholung ebener und nicht ebener Flächen und der gegenseitigen Lage zweier Geraden
- Die Schüler nennen Beispiele ebener und nicht ebener Flächen (Umwelt, Einsatz geeigneter Bilder, Diapositive o. ä.). Durch möglichst exaktes Beschreiben schulen sie bewußt ihr sprachliches Ausdrucksvermögen.
  An Hand eines geeigneten Körpermodells (z. B. sechsseitiges gerades Prisma) vertiefen die Schüler ihre Kenntnisse über die gegenseitige Lage von Geraden. Die Schüler beschreiben die Lagebeziehungen von Kanten (Geraden), die der Lehrer zeigt; die Schüler zeigen Kanten (Geraden), die gegebenen Lagebeziehungen entsprechen.
  Gegebenenfalls kann anstelle der Wiederholung auch eine Kurzkontrolle durchgeführt werden.

Erarbeitung der gegenseitigen Lage von drei Punkten einer Ebene Die Schüler können folgenden Auftrag lösen:
Unterscheide zwei wesentliche Fälle für die Lagemöglichkeiten dreier Punkte zueinander! (Zeichne! Verbinde die drei Punkte jeweils miteinander! Welche zwei verschiedenen geometrischen Figuren können entstehen?)
Gerade – Dreieck

Zusammenfassung durch den Lehrer über die gegenseitige Lage von drei Punkten in einer Ebene (Fallunterscheidung): Sie liegen auf ein und derselben Geraden; sie liegen nicht auf ein und derselben Geraden, d. h. sie bilden ein Dreieck (*Tafelbild:* Bild 3.12).

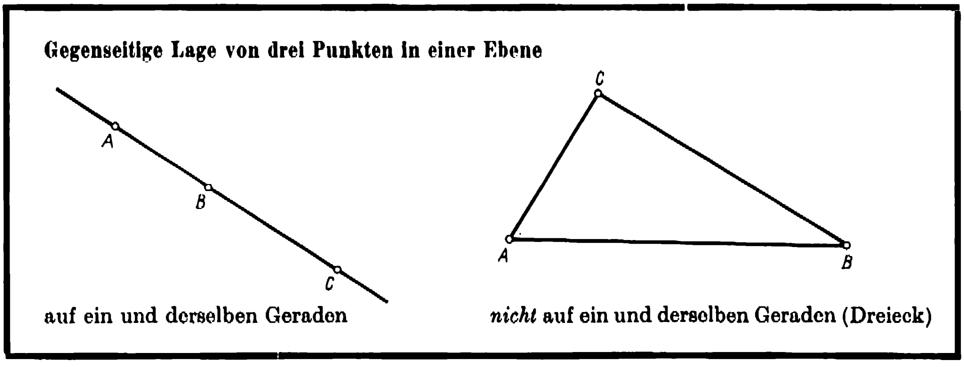


Bild 3.12

Vertiefung des Begriffs „Dreieck“ (Dreieckslinien, Dreiecksflächen) Wir sind nun in der Lage, den Begriff „Dreieck“ zu erklären: Drei Punkte einer Ebene, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen, bestimmen ein Dreieck.

Übungen Auch in dieser Phase des Unterrichts bildet die gegenseitige Lage von Punkt – Gerade – Ebene (Halbebene) den Schwerpunkt. Doch ist nunmehr das besondere Augenmerk auf die Vertiefung des Dreiecksbegriffs und die Weiterentwicklung der Zeichenfertigkeiten zu richten. Dazu werden folgende Empfehlungen gegeben, wobei eine geeignete Auswahl zu treffen ist:

- Aufg. 6 (LB 180); geeignet zur Vorbereitung der Verschiebung.
- *Aufgabe:* Zeichne mit der Lochschablone das Viereck A (22) B (24) C (10) D (7) und die Gerade BD! Was für ein Viereck ist entstanden?
  Beschreibe die Lage der Punkte A, B, C, D bzgl. der Geraden BD!
  Was für Dreiecke sind ABD und BCD?
- Als *Hausaufgabe* eignet sich Aufg. 7 (LB 180).

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 (LB 179); evtl. Anschauungsmodell eines Würfels verwenden!
2. Aufg. 2 (LB 179)

Gerichtete Strecken (1 Std.)

LE 8 (LB 180 bis 182)

Mit der Einführung des Begriffs „gerichtete Strecke“ (Bezeichnung: $\overrightarrow{AB}$) wird eine entscheidende Vorarbeit für den folgenden Stoffabschnitt 3.2. geleistet, wo der Verschiebungspfeil als gerichtete Strecke erkannt wird.
Für Punkte, die auf gerichteten Strecken bzw. Geraden liegen, ist damit auch eine Reihenfolge ihrer Anordnung festgelegt, die bislang keine Rolle spielte.
Im Falle paralleler Geraden ist es möglich, von gleich gerichteten und entgegengesetzt gerichteten Geraden zu sprechen.

Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf

Thema: Gerichtete Strecken

Ziele der Stunde

Die Schüler

- kennen die Begriffe „gerichtete Strecke“, „gerichtete Gerade“ sowie die Bezeichnung „$\overrightarrow{AB}$“ für eine gerichtete Strecke,
- wissen, daß gerichtete Strecken bzw. Geraden durch eine Pfeilspitze gekennzeichnet werden können,
- wissen, daß bei gerichteten Geraden (Strecken) eine Anordnung der Punkte bzgl. ihrer Reihenfolge festgelegt ist,
- wissen, daß man bei parallelen Geraden (Strecken) zwischen gleich gerichteten und entgegengesetzt gerichteten unterscheiden kann,

– können gerichtete Strecken zeichnen und die neuen Begriffe bei der Beschreibung geometrischer und praktischer Sachverhalte anwenden.

Gliederung der Stunde

(1)	10 Min.	Wiederholung des Ebenenbegriffs sowie der gegenseitigen Lage von Geraden bzw. Strecken (Aufg. 3 – schwarze Numerierung, LB 182)
(2)	20 Min.	Erarbeitung der Begriffe „gerichtete Strecke (Gerade)“; Einführung des Symbols $\overrightarrow{AB}$; Unterscheiden von gleich und entgegengesetzt gerichteten Geraden (Strecken) bei parallelen Geraden (Strecken) (LB-Bild 40; Aufträge C 17, C 18)
(3)	15 Min.	Festigung und Kontrolle: Zeichnen gerichteter Strecken; Beschreiben von Sachverhalten (Aufg. 1, 2, 3, 5; LB 182)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Im Rahmen der täglichen Übung lösen die Schüler selbständig Aufg. 3 (LB 182). Um Unklarheiten zu vermeiden, werden zu Beginn zwei Beispiele besprochen, etwa die Ebenen ABF (Begrenzungsfläche des Körpers) und ACG (keine Begrenzungsfläche). Inzwischen kontrolliert der Lehrer die Hausaufgabe. Die Besprechung der Lösungen sollte durch weitere Fragen ergänzt werden, etwa:
Nenne zueinander parallele Geraden (Körperkanten)!
Welche Lage haben die Kanten BF und FG zueinander?
Vergleiche die Geraden BF und BE miteinander (nicht parallel oder senkrecht, schneiden einander im Punkt B)!

(2) Die Einführung gerichteter Strecken wird mit einer einfachen Motivierung eingeleitet. Dazu dient LB-Bild 40. Den etwa geraden Verlauf der Nitze zwischen Adorf und Bieldorf kann man geometrisch angenähert als Strecke darstellen.
Warum kann es uns nicht genügen, den Sachverhalt des Bildes wie folgt zu beschreiben: Zwei Wasserwanderer paddeln auf der Nitze zwischen Adorf und Bieldorf?
Offenbar genügt es also nicht, nur eine Strecke $\overline{AB}$ zu zeichnen, wenn wir das zeichnerisch darstellen wollen. Durch eine Pfeilspitze können wir kennzeichnen, in welcher Richtung die Strecke $\overline{AB}$ von beiden mit dem Paddelboot durchfahren wird. Eine so gekennzeichnete Strecke nennen wir „gerichtete Strecke“ und schreiben dafür $\overrightarrow{AB}$ (oder $\overrightarrow{BA}$ – nicht etwa $\overleftarrow{AB}$!). Dabei entsteht folgendes *Tafelbild*:

Gerichtete Strecken

$\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BA}$

Die Schüler lösen jetzt Auftrag C 17 selbständig im Heft. Im Gespräch wird herausgearbeitet, daß für Punkte gerichteter Strecken eine Anordnung, eine Reihenfolge festgelegt ist. (Vergleiche mit der Anordnung der natürlichen Zahlen auf einem Zahlenstrahl!)

An der Tafel zeigt der Lehrer, daß das sowohl für die Randpunkte, also P und Q, als auch für alle Punkte zwischen P und Q gilt (Einzeichnen weiterer Punkte und Angaben der Reihenfolge).

Schließlich wird ergänzt, daß auch Geraden gerichtet werden können. Durch das Anbringen einer Pfeilspitze (an beliebiger Stelle der Gerade) können wir das kennzeichnen. Am LB-Bild (S. 181) erläutert der Lehrer, daß man im Falle paralleler Geraden (und *nur* in diesem Falle!) zwischen gleich und entgegengesetzt gerichteten Geraden unterscheiden kann.

Zur Vertiefung dieser Erkenntnis beantworten die Schüler mündlich Auftrag C 18 (auch Beispiel C 5 kann zur weiteren Vertiefung genutzt werden).

(3) Die Auswahl der Aufgaben zur Festigung sollte so erfolgen, daß das Wesentliche des neuen Stoffes zur Anwendung kommt und dadurch auch eine Zusammenfassung möglich wird. Das kann z. B. mit folgender Auswahl erreicht werden:

Aufg. 1 (LB 182): Selbständige Schülerarbeit mit anschließender Demonstration an der Tafel (danach kann die Richtung umgedreht und die dadurch geänderte Anordnung der Punkte erneut beschrieben werden).

Aufg. 2 (LB 182): Arbeit in den Heften und an der Tafel (Arbeit mit Lochschablone, Figurenschablone oder Karopapier verkürzt den Zeitaufwand). Die analoge Aufg. 3 (LB 182) eignet sich als *Hausaufgabe.*

Zur Kontrolle lösen die Schüler ohne weitere Hinweise des Lehrers Aufg. 5 (LB 182). (Zusatzaufgabe: Welche Figur DEF würde entstehen, wenn $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ ist?)

Kontrollaufgaben	
1. Aufg. 5 (LB 182)	**2.** Zusatzaufgabe; siehe oben!

Leistungskontrolle (2 Std.)

Für die einstündige Leistungskontrolle sollten folgende Schwerpunkte ausgewählt werden:

- Gegenseitige Lage von Punkt und Geraden
- Gegenseitige Lage von zwei Geraden (Parallelverschieben, Zeichnen von zueinander senkrechten Geraden)
- Strecken (Vergleichen, Verlängern, Abtragen, Zeichnen)
- Dreiecke

Bei den Aufgaben ist sowohl dem Beschreiben als auch dem Zeichnen bzw. Konstruieren Rechnung zu tragen.

Die zweite Stunde der Unterrichtseinheit dient der Rückgabe und Auswertung der Arbeit. Diese Auswertung sollte gleichzeitig nochmals als Möglichkeit für eine systematisierende Zusammenfassung dienen. Die Zusammenfassung des Lehrbuches (LB 183 f.) kann dabei genutzt werden.

Hinweis: Mit dieser Unterrichtseinheit wird lediglich die Zeit für eine Leistungskontrolle zur Verfügung gestellt. Daraus ist nicht abzuleiten, daß eine reine Geometriearbeit geschrieben werden soll. Vielmehr empfiehlt es sich, in jede Klassenarbeit während des Schuljahres auch einige Geometrieaufgaben einzubeziehen. Dabei sollten die obigen Vorschläge für Aufgabeninhalte beachtet werden.

Stoffabschnitt 3.2. (18 Std.)

Verschiebung

Mit dem mathematischen Verschiebungsbegriff und der Konstruktion von Bildpunkten und Bildfiguren bei Verschiebungen sind zugleich die diesen Stoffabschnitt tragenden Schwerpunkte gekennzeichnet. Auf eine klare Herausbildung dieses geometrischen Begriffs und dem Ausführen der ihm zugeordneten Konstruktionshandlungen ist somit besonderes Augenmerk zu legen. Der Begriff „Abbildung" selbst wird in dieser Klassenstufe noch nicht eingeführt.

Die Schüler sind zur Erkenntnis zu führen, daß durch eine Verschiebung jedem Punkt der Ebene umkehrbar eindeutig ein (anderer) Punkt der Ebene zugeordnet wird und daß eine Verschiebung durch die Angabe eines Pfeils (Verschiebungsweite, Verschiebungsrichtung) bzw. eines einzigen geordneten Punktepaares (Originalpunkt, Bildpunkt) angegeben werden kann. Mit den Begriffen „Bild", „Original", „Bildpunkt", „Originalpunkt" sind die Schüler durch den ständigen Gebrauch im Unterricht vertraut zu machen. Hinsichtlich des zu behandelnden Begriffs „Verschiebung" (in der Mathematik) ist besonderes Augenmerk auf das Erklären und Beschreiben als Vorstufe des Definierens zu legen.

Das Verwenden des Koordinatensystems, dessen Vorgabe keinen großen zeichnerischen Aufwand und keine zusätzlichen technischen Hilfsmittel erfordert (Karopapier, Zentimeterbogen, Millimeterpapier sind vorhanden), wird ab Klasse 4 als Arbeitsprinzip bei der Einführung der geometrischen Abbildungen zugrunde gelegt. Damit kann die Verschiebung als Abbildung sofort nach ihrer begrifflichen Einführung inhaltlich gefestigt werden und dies fast ohne jeden Zeichenaufwand, indem für viele, von den Schülern beliebig wählbare Gitterpunkte und mehrere konkrete Verschiebungen die Bildpunkte aufgesucht werden. Diese Arbeitsmethode erschließt neue Übungsformen im Klassenverband zur Festigung und Kontrolle (mündliche Arbeit, Einbeziehung aller Schüler auch in die Kontrolle, größere Vielfalt von Aufgaben) und kann durch konsequentes Verwenden der aus dem Arithmetikunterricht bekannten Tabellenschreibweise für Funktionen – hier Paare (Punkt; Bildpunkt) in Koordinatenangaben – eine enge Verbindung zum Arithmetikunterricht herstellen, die auch zu einem tieferen Verstehen des Abbildungs- bzw. Funktionsbegriffs führt. Die Beschreibung der Lage konkreter geometrischer Objekte in der Ebene mittels Koordinaten macht es notwendig, beim später einsetzenden Konstruieren von Bildpunkten, Zeichnungen je nach Aufgabenstellung auf Karopapier bzw. unliniertem Papier parallel zueinander anfertigen zu lassen.

Bei Aufgaben, die eine Entscheidung vom Schüler erfordern, ob eine Verschiebung vorliegt (oder nicht), sind die Schüler stets zum Begründen ihrer Entscheidungen anzuhalten, wodurch Fähigkeiten hinsichtlich des Beweisens herauszubilden sind. Die Entwicklung der Fähigkeiten im Beschreiben und Begründen stehen in enger Verbindung zueinander. Einerseits wird beim Begründen ständig auf Beschreibungen bzw. Festlegungen zurückgegriffen und andererseits gehen beim Formulieren einer Beschreibung bereits erkannte Eigenschaften mathematischer Objekte ein.

Durch das Konstruieren der Bilder geometrischer Objekte bei einer Verschiebung müssen beim Schüler Fertigkeiten im Zeichnen ausgebildet werden, die sie gleichzeitig befähigen, erteilte Aufträge selbständig zu erfüllen und sich an zielstrebiges, diszipliniertes Arbeiten zu gewöhnen.

Immer wieder sollten den Erfordernissen der Klasse entsprechend in den täglichen Übungen geometrische Grundkenntnisse unter Nutzung der Lehrbuchaufgaben mit schwarzer

Numerierung und der Aufgaben für tägliche Übungen und Wiederholungen (UH 14) gefestigt werden.

Übersicht über die Themen des Stoffabschnittes

Verschieben eines Gegenstandes	(LE 9; 1 Std.)
Original und Bild bei Verschiebungen	(LE 10; 2 Std.)
Verschiebungen und Verschiebungspfeile	(LE 11; 2 Std.)
Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen	(LE 12; 3 Std.)
Eigenschaften von Verschiebungen	(LE 13; 2 Std.)
Weitere Eigenschaften von Verschiebungen	(LE 14; 2 Std.)
Bilder von Figuren bei Verschiebungen	(LE 15; 4 Std.)
Leistungskontrolle und Auswertung	(2 Std.)

Verschieben eines Gegenstandes (1 Std.)

LE 9 (LB 185 bis 186)

Anliegen dieser Unterrichtseinheit ist es, die vorhandenen Vorstellungen der Schüler vom mechanischen Verschieben auszuschöpfen, zu präzisieren und so anzureichern, daß sie für die Vorbereitung des mathematischen Verschiebungsbegriffs genutzt werden können. Durch Analysieren mechanischer Bewegungsvorgänge sind die für das Verschieben eines Gegenstandes typischen Merkmale zu finden und mittels geometrischer Begriffe zu beschreiben. Bei allen Beispielen und Aufträgen dieses Lehrbuchabschnittes handelt es sich um Verschiebungen von Gegenständen. Das sollte auch den Schülern nicht verschwiegen werden.

Ziele

Die Schüler
- erkennen das Verschieben von Gegenständen als Bewegungsform und können Beispiele hierfür angeben,
- können diesen speziellen Bewegungsablauf von anderen (drehen, umklappen) abgrenzen und mittels geometrischer Begriffe (Punkt, gleich gerichtete Geraden, gleich weit) beschreiben.

Schwerpunkte

- Zielorientierung und Erarbeitung der Merkmale des mechanischen Verschiebens
- Festigen der Vorstellungen über das mechanische Verschieben

Methodische Hinweise

Zielorientierung und Erarbeitung der Merkmale des mechanischen Verschiebens Zielorientierend sollte folgender Gedankengang durchlaufen werden:
- Mit dieser Unterrichtsstunde wird ein neues Thema begonnen, das von großer Bedeutung für den gesamten Geometrieunterricht, auch in den folgenden Klassenstufen, ist.
- Dabei werden wir auch sehr viel von dem benötigen, was wir in den vergangenen Stunden wiederholt oder neu kennengelernt haben.
- Wir beginnen dieses Thema mit der Betrachtung von Vorgängen, die im täglichen Leben häufig auftreten.

Für den Zugang zum Verschiebungsbegriff gibt es mehrere Möglichkeiten, die sich je nach der Stärke des Anknüpfens an das mechanische Verschieben unterscheiden. In jedem Falle sollte sich der Lehrer die aus der unmittelbaren Unterrichtsumgebung demonstrierbaren Bewegungsabläufe von Gegenständen vergegenwärtigen und gegebenenfalls weitere solche Gegenstände entsprechend Auftrag C 21 bereitstellen.

1. Möglichkeit:
- Demonstration ausgewählter Bewegungsabläufe durch den Lehrer
- Herausarbeiten des Unterschiedes zwischen dem Bewegen einer Schiebetafel (nach oben, nach unten) und dem Auf- und Zuklappen eines Flügels dieser Tafel
- Begriffliche Trennung z. B. von Schieben und Drehen
- Zuordnung weiterer Bewegungsabläufe entsprechend der begrifflichen Trennung aus der Erfahrungswelt der Schüler:

Schieben	**Drehen**
Wandtafel (nach oben, nach unten) Schublade Schiebetür ...	Wandtafel (auf, zu) Fenster Drehtür ...

Das Verschieben ist als *geradliniges* Fortbewegen gegenüber dem Drehen (nicht geradlinig) herauszuarbeiten.

2. Möglichkeit: Die Erarbeitung beginnt sofort mit dem Auftrag C 20, wobei sich folgende Schritte empfehlen:
- Gedankliches Öffnen des linken Torflügels (A kommt an die Stelle S, wenn vollständig geöffnet wird).
- Finden der Vermutung, daß B an die Stelle U und C an die Stelle X gelangen.
- Begründungen angeben lassen (Warum kann B nicht auf T bzw. C nicht auf W gelangen?)!
- Teilauftrag C 20b führt zur sprachlichen Präzisierung (LB 185).

3. Möglichkeit: Man kann den Auftrag C 19 vom Schüler lösen und anstelle des Zeichendreiecks die Lochschablone benutzen lassen. Es werden die Punkte A (14), B (17), C (20) und D (23) markiert und bezeichnet. Die linke Schablonenkante kann mit dem Teilstrich 0 cm des Lineals abschließen. Die Schablone wird bei festgehaltenem Lineal entlang dessen Kante verschoben bis die linke Schablonenkante mit dem Teilstrich 6 cm übereinstimmt (Die Schablone muß hierbei nicht an der Linealkante entlang gleiten, sie kann auch abgehoben und an der Stelle 6 cm der gleichen Linealkante wieder angelegt werden.). Nun können die gleichen „Schablonenpunkte" in der Zeichenebene markiert und mit W, X, Y und Z benannt werden. Das Beschreiben des Weges der Schablone bzw. der einzuzeichnenden Linien zwischen den gleichen Punkten der Schablone (aber verschiedenen

Punkten in der Zeichenebene) sollte auch hier zu einer sprachlich-begrifflichen Präzisierung (LB 185) führen, es können die Begriffe Anfangs- und Endlage benutzt werden.

Festigen der Vorstellungen über das mechanische Verschieben Für die Übung kann zunächst der Auftrag C 21 durch die Angabe weiterer Beispiele durch die Schüler ausgebaut werden. Anschließend sind die Aufg. 1 und 2 (LB 186) zu lösen. Dabei ist besonderes Augenmerk auf das Argumentieren als aktive sprachliche Schülertätigkeit zu richten. Beim Begründen sollte der Lehrer auch Formulierungen akzeptieren, die noch nicht ganz präzise sind, die Schüler jedoch dazu anhalten, beim realen Verschieben vor allem die Anfangs- und Endlage zu betrachten, weniger den Weg. In einer kurzen Zusammenfassung kann das Charakteristische dieser speziellen Bewegungsform genannt, eingeordnet und zugleich ein Ausblick auf die nächste Geometriestunde (Bereitstellung von Zeichengeräten) gegeben werden.

Original und Bild bei Verschiebungen (2 Std.)

LE 10 (LB 186 bis 190)

In dieser Unterrichtseinheit erfolgt die Abstraktion vom realen Vorgang des mechanischen Verschiebens zum mathematischen Verschiebungsbegriff, indem Unterschiede deutlich gemacht werden.

Hinweis: Folgende Aspekte sind dabei zu beachten, ohne mit den Schülern ausdrücklich darüber zu reden:

- Der Schüler muß sich von der Vorstellung der „Bahnkurven" oder „Spuren" lösen. Bei der mathematischen Verschiebung handelt es sich letztlich nur um Mengen geordneter Punktepaare, d. h., es gibt keine „Zwischenlagen", die etwa der „Originalpunkt auf seinem Wege zum Bildpunkt" einnimmt.
- Aufgegeben werden muß die vom mechanischen Vorgang herrührende Auffassung, der Punkt A befinde sich nach der Verschiebung auf Punkt A'.
- Während bei dem mechanischen Vorgang immer nur begrenzte Gegenstände dem Verschieben unterworfen werden, ist eine (ebene) Verschiebung in der Mathematik eine *punktweise* Abbildung der *gesamten Ebene* auf sich. Dabei ist jeder Punkt der Ebene sowohl Bildpunkt als auch Originalpunkt genau eines anderes Punktes.
  Neben vorgegebenen Originalpunkten sind deshalb einige beliebige weitere Punkte festzulegen und diesen ihre Bilder zuzuordnen. Zu gegebenen Bildpunkten sollten ebenfalls einige weitere Punkte angenommen und diesen ihre Originale zugeordnet werden. Schließlich sind auch Punkte außerhalb des Koordinatensystems anzugeben und zu zeigen, daß auch zu diesen bei der betreffenden Verschiebung jeweils genau ein Bildpunkt gehört.

Um das inhaltliche Erfassen des Begriffs Verschiebung als eindeutige Abbildung der Ebene auf sich nicht durch die Suche nach einem Konstruktionsverfahren zur Bildpunktbestimmung bei gegebener Verschiebung und gegebenem Originalpunkt zu erschweren, werden zunächst keine Bildpunktkonstruktionen ausgeführt. Bild- bzw. Originalpunkte bei Verschiebungen werden mit Hilfe quadratischer Rastervorgaben ermittelt.
Für die 2. Stunde wird ein Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf gegeben.

Ziele

Die Schüler
- erkennen, daß bei geometrischen Verschiebungen Punktepaare der Ebene gebildet werden,

- können Verschiebungen darstellen, bezeichnen und die Begriffe „Original“ und „Bild“ sachgerecht verwenden,
- erkennen die umkehrbar eindeutige Zuordnung von Punkten der Ebene bei einer Verschiebung,
- können Bild- bzw. Originalpunkte bei vorgegebenen Verschiebungen unter Nutzung von Rastervorgaben ermitteln.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholung des Darstellens von Punkten im Koordinatensystem
- Erarbeiten inhaltlicher Vorstellungen über die mathematische Verschiebung

2. Stunde (Siehe ausführlichen Stundenentwurf!)

- Übungen im Bestimmen von Bild- und Originalpunkten bei Verschiebungen

Methodische Hinweise

Wiederholung des Darstellens von Punkten im Koordinatensystem Darstellen von Punkten mit Hilfe geordneter Paare natürlicher Zahlen: Aufg. 1a und 4a (LB 188)

Erarbeiten inhaltlicher Vorstellungen über die mathematische Verschiebung Über den Auftrag C 22 oder die für die LE 9 skizzierte Möglichkeit sollen die Schüler erkennen, daß den Punkten A, B, C die Punkte A', C', D' bzw. den Punkten A, B, C, D die Punkte W, X, Y, Z (3. Möglichkeit, UH 235) zugeordnet werden. Nachdem diese Punktezuordnung geschaffen und die Bezeichnung Original und Bild eingeführt wurden, sind die Verbindungslinien zwischen Original und zugeordnetem Bild zu untersuchen und ihre Merkmale zu fixieren. Die Merkmale der durch die Paare $(A;\ A')$, $(B;\ B')$, ... festgelegten gerichteten Strecken führen zum Begriff „Verschiebungspfeil“ als Repräsentant einer Verschiebung. Vergleiche Merkstoff C 1 und LB-Bilder 53 und 54!
Den Schülern ist dabei stets zu verdeutlichen, daß bei Verschiebungen in der Mathematik *nur die Punkte der Zeichenebene* betrachtet werden.
Nachdem die Erarbeitung weitestgehend im Unterrichtsgespräch geführt wurde, kann der Auftrag C 23 als erste Festigung in selbständiger Schülerarbeit gelöst werden.
Gegebenenfalls kann den Schülern das Abzählen der Rastereinheiten als ein „Rezept“ zur Bildpunktermittlung empfohlen werden, z. B. LB-Bild 54:
$(A;\ A')$ bedeutet: 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben.
Diese Hilfe ist jedoch nicht als Abzählvorschrift oder sogar Abbildungsvorschrift herauszuheben.
Bezüglich der LB-Bilder 54 und 55 sind die Schüler unbedingt nach Bild- bzw. Originalpunkten zu fragen, die
a) zwar im dargestellten Gitter enthalten, aber nicht gekennzeichnet bzw.
b) überhaupt nicht auf dem Gitterausschnitt enthalten sind.
Die Schüler sollen erkennen, daß beliebige Punkte der gesamten Ebene durch eine Verschiebung einander zugeordnet werden, unabhängig davon, ob sie im Gitterausschnitt enthalten oder gekennzeichnet sind. Erweiterungen, Kennzeichnungen von Gitterpunkten oder Verfeinerungen des Gitters können je nach Aufgabenstellung vorgenommen werden.

Hausaufgabenvorschlag: Vorbereitung zweier Koordinatensysteme

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde
Thema: Zuordnen von Punkten durch Verschiebung

Ziele der Stunde

Die Schüler
- wissen, daß jedem Punkt einer Ebene bei einer Verschiebung genau ein Bildpunkt zugeordnet wird,
- wissen, daß jeder Punkt einer Ebene bei einer Verschiebung sowohl Originalpunkt als auch Bildpunkt sein kann,
- können die Begriffe „Original", „Bild" und „Verschiebung" richtig anwenden,
- können Bildpunkte bei gegebener Verschiebung im Koordinatensystem bestimmen und die geometrischen Objekte bezeichnen.

Gliederung der Stunde

(1)	10 Min.	Schaffung einer Ausgangssituation (Auftrag C 23)
(2)	25 Min.	Übung im Abbilden von Punkten durch Verschiebung (Aufg. 3, 4; LB 188)
(3)	10 Min.	Zusammenfassung und Kontrolle (Merkstoff C 1 und C 2)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die Bezeichnung und Sprechweise gemäß Merkstoff C 1 ist anhand der Vorgabe des LB-Bildes 54 im Unterrichtsgespräch zu wiederholen.
LB-Bild 54 ist mittels Projektionsfolie oder Tafel (falls Raster vorhanden) vorzugeben. Die Begriffe Original, Bild und Verschiebung sind auf die Punkte A, A'; B, F usw. anzuwenden, wobei Antworten im Satz vom Schüler abverlangt werden sollten. Die Verschiebung ist durch die Vorgabe des Punktepaares $(A; A')$ bestimmt. Von den Schülern ist der Bildpunkt zu D und der Originalpunkt zu G' zu ermitteln. Gegebenenfalls kann auch hier auf eine Abzählhilfe zurückgegriffen werden:

$$\boxed{D} \xrightarrow{\text{Vom Original } (D) \text{ 3 Einheiten nach rechts und 2 nach oben}} \boxed{D'}$$

$$\boxed{G'} \xrightarrow{\text{Vom Bild } (G') \text{ 2 Einheiten nach unten und 3 nach links}} \boxed{G}$$

Nachdem Schüler diese Punkte kommentierend an der Tafel eingezeichnet oder auf der Projektionsfläche gezeigt haben, sollte der Lehrer kurz zusammenfassen und am Auftrag C 23 Bezeichnungen und Sprechweisen hervorheben.
Aus diesen einführenden Übungen resultiert die Zielstellung:
Wir wollen diese Bezeichnungen und Sprechweisen nun weiter üben und Bildpunkte oder Originalpunkte bei einer Verschiebung ermitteln.

(2) – Aufg. 1 (LB 188) dient der Festigung des obigen Lehrinhaltes. Die Aufgabe sollte mittels Überhängeschreibfolie bzw. Bleistift im LB gelöst werden.

Teilaufgabe a) ist mündlich im Unterrichtsgespräch zu lösen, und die Ergebnisse sind schriftlich an der Tafel zu fixieren.

Teilaufgabe b) kann von den Schülern selbständig gelöst werden. Die Bildpunkte sind wieder schriftlich, möglichst unter den Originalpunkten, anzugeben.

Beispiel:

Original	A (5; 7)	B (7; 9)	
Bilder	A' (2; 5)	B' (4; 7)	

Teilaufgabe c) ist im Unterrichtsgespräch zu lösen, wobei die Vorschläge der Schüler gründlich erörtert werden sollten.

Nach dem Ergebnisvergleich kann die Aufg. 3 (LB 188) selbständig von den Schülern gelöst werden. Das Koordinatensystem sollte durch eine in der vergangenen Stunde gestellte Hausaufgabe vorbereitet sein (Rechenheft, Einzeichnen und Benennen der Achsen), so daß zur schriftlichen Stillarbeit übergegangen werden kann.

Der Ergebnisvergleich kann an einem vorbereiteten Tafelbild oder mittels Projektionsfolie vorgenommen werden. Sind diese Voraussetzungen nicht gegeben, kann sich der Vergleich auf das Nennen der Bildpunkte mittels Zahlenpaare beschränken.

- Aufg. 4 (LB 188) besteht aus einer textlichen und tabellarischen Aufforderung, die auf eine bildliche Darstellung bezogen ist (LB-Bild 57). Um Text, Bild und die Tabellen (a) bis (c) faßlich zu gestalten, sollte diese Aufgabe vorbereitet werden.

1. Möglichkeit (vorbereitende Aufgabe)

Zeichne im Bild 3.13 die Verschiebung (B; C) ein!
Gib zu E das Bild bei dieser Verschiebung an!
Vervollständige für die anderen Punkte die Tabelle!

Original	B	E		D
Bild	C		B	

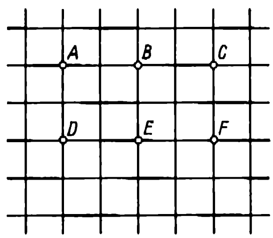


Bild 3.13

Der Lehrer sollte diese Aufgabe nach Vorgabe des Bildes 3.13 und der Tabelle an der Tafel oder mittels Projektionsfolie im Unterrichtsgespräch lösen lassen. Farbiges Hervorheben und Abzählen dienen der Übersichtlichkeit der Aufgabenstellung. Es ist darauf hinzuweisen, daß z. B. Punkt B bei dieser Verschiebung sowohl Original (von C) als auch Bildpunkt (von A) ist, was *später* verallgemeinert werden sollte:

Bei einer Verschiebung ist jeder Punkt der Ebene sowohl Originalpunkt als auch Bildpunkt.

Eine weitere Tabelle kann zur Verschiebung (D; F) vorgegeben und ausgefüllt werden.

2. Möglichkeit (Aufgabe 4 a)

Zunächst gemeinsames Lösen der Aufg. 4 a im Unterrichtsgespräch, wobei das LB-Bild 57 in größerer Darstellung vorgegeben werden sollte. Die Verschiebung (A; B) ist farbig als Pfeil einzuzeichnen. Die Tabelle a ist im Unterrichtsgespräch zu vervollständigen.

Danach ist die Teilaufgabe b selbständig von den Schülern zu lösen, wobei nach Klassensituation zu entscheiden ist, ob weitere Teilaufgaben aufzubereiten sind. Nach jeder Teilaufgabe ist ein Ergebnisvergleich zu empfehlen.

– Die Aufgabe 5a ist selbständig vom Schüler zu lösen. Die Teilaufgaben b und c können als *Hausaufgabe* gestellt werden.

(3) Kontrollaufgaben 1 und 2.
Merksätze C 1 und C 2 bilden die Grundlage für eine Zusammenfassung.
Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 5 (LB 188 f.)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 (LB 188)
2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte A (3; 2), A' (6; 6), B (5; 6), C (7; 4), D (8; 5)!
   b) Durch (A; A') wird eine Verschiebung bestimmt.
   Zeichne die Bildpunkte B', C' und D' bei dieser Verschiebung ein!
   c) Gib die Bildpunkte durch Zahlenpaare an!
3. Aufg. 4c (LB 188)

Verschiebungen und Verschiebungspfeile (3 Std.)

LE 11 (LB 190 bis 193)

Neben weiteren Bezeichnungen und Schreibweisen für Verschiebungen wird besonderes Augenmerk auf das inhaltliche Erfassen des Verschiebungsbegriffs als Menge geordneter Paare von Punkten gelegt, die bereits durch die Angabe eines (beliebigen) geordneten Paares (Originalpunkt, Bildpunkt) festgelegt ist. Die Pfeilsymbolik wird eingeführt als Schreibweise sowohl für einen Verschiebungspfeil als auch für die gesamte Verschiebung.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß eine Verschiebung durch einen einzigen Verschiebungspfeil gekennzeichnet werden kann,
- wissen, daß Pfeile der gleichen Verschiebung die gleiche Länge (Verschiebungsweite) haben und gleich gerichtet sind,
- sind daran gewöhnt, Verschiebungen zu bezeichnen und sprachlich exakt darzustellen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Zeichnen von Verschiebungspfeilen ein und derselben Verschiebung
- Erarbeiten der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung

2. *Stunde*
- Festigen der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung und des Begriffs „Verschiebungsweite“

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ... Vorgabe einer Verschiebung durch eine Menge geordneter Punktepaare; Einzeichnen der Verschiebungspfeile
Folgende Aufgabe wird hierzu empfohlen:
Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte
$A\,(5;9)$, $B\,(8;9)$, $C\,(9;8)$, $D\,(1;6)$, $E\,(4;6)$, $F\,(5;5)$, $G\,(6;5)$, $H\,(10;5)$, $I\,(2;2)$, $K\,(6;1)$!
Durch $(D;A)$ sei eine Verschiebung festgelegt. Zeichne den Verschiebungspfeil ein! Schreibe Punktepaare auf, die zur Verschiebung $(D;A)$ gehören! Zeichne zu den gegebenen Punktepaaren die zugehörigen Verschiebungspfeile ein!

Erarbeiten der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung Es bieten sich zwei Möglichkeiten der weiteren Erarbeitung an, die die gleiche Schrittfolge beinhalten und sich lediglich durch die Nutzung verschiedener Arbeitsmaterialien unterscheiden.

1. Möglichkeit: Wir stützen uns auf den obigen Sachverhalt und regen im Unterrichtsgespräch zu folgenden Tätigkeiten an:
- Benennen der Verschiebungspfeile (Hervorheben des Begriffs „Verschiebungspfeil“), schriftliches Fixieren der Pfeilsymbolik:
  $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{FC}$, ...
- Vergleichen der Verschiebungspfeile unter Nutzung des Abgreifens mit dem Zirkel (Länge) oder Nachvollziehen des Parallelverschiebens mittels Dreieck und Lineal (gleiche Richtung)
- Einführen des Begriffs „Verschiebungsweite“
- Formulieren der Merkmale von Verschiebungspfeilen ein und derselben Verschiebung; Merkstoff C 3 (LB 190)

2. Möglichkeit: Der Auftrag C 25 (LB 190) wird in selbständiger Schülerarbeit bearbeitet. Die Ergebnisse sind schriftlich hervorzuheben, wobei die Tafel oder eine Projektionsfolie zu nutzen ist. Das zur Sicherung des Ausgangsniveaus genutzte Beispiel könnte dann zur Festigung herangezogen und entsprechend der 1. Möglichkeit bearbeitet werden.

Festigen der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung und des Begriffs „Verschiebungsweite“ Im Unterrichtsgespräch kann der Auftrag C 26 (LB 190) bearbeitet werden. Die Pfeile sollten entsprechend der eingeführten Symbolik notiert und nach dem Zutreffen der in a), b) und c) genannten Merkmale geordnet werden, z. B.:

a) Parallel zu $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{NO}$

b) Gleich gerichtet mit $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{EF}$

c) gleiche Länge wie $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{LM}$

Die Pfeile $\overrightarrow{GH}$ und $\overrightarrow{EF}$ sollten entsprechend d) herausgearbeitet und farbig hervorgehoben bzw. herausgeschrieben werden.
Die Aufg. 1 (LB 191) sollte von den Schülern selbständig zu lösen sein, während die Aufg. 2 und 3 bezüglich der in der Tabelle vorzunehmenden Eintragungen zu erörtern sind.

Der Auftrag C 27 sollte zur Festigung des Zusammenhanges (Schreib- und Sprechweise) genutzt werden, wobei eine entsprechende Übersicht gegeben werden kann:

Eine Verschiebung kann bezeichnet werden durch ein
geordnetes Punktepaar: $(A;B)$

A → Original, B → Bild

oder
einen **Verschiebungspfeil:** $\overrightarrow{AB}$

A → Original, B → Bild

Die Aufg. 4 und 5 (LB 192) sollten ebenfalls vom Lehrer erörtert und erst dann von den Schülern gelöst werden. Besonderes Augenmerk ist auf die normierte Schreib- und Sprechweise zu legen, welche in sinnvoller Strenge vom Schüler abverlangt werden sollte.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 3 (LB 192)   **2.** Aufg. 7 (LB 192 f.)

Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen (2 Std.)

LE 12 (LB 193 bis 195)

Die Einführung des Verschiebungsbegriffs einschließlich der zugehörigen Bezeichnungen und Sprechweisen wird mit der konstruktiven Ermittlung von Bild- bzw. Originalpunkten bei gegebenen Verschiebungen abgeschlossen.
Mit dem Konstruieren von Bildpunkten bei gegebenen Originalen und gegebener Verschiebung werden die vorhandenen Zeichenfertigkeiten der Schüler durch folgende auszuübende Konstruktionshandlungen genutzt:
- Zeichnen einer Geraden h, die parallel zu einer Geraden g ist (durch einen Punkt P der nicht auf g liegt)!
- Abtragen einer Strecke $\overline{AB}$ auf einer Geraden h vom Punkt P aus!

Der Gebrauch der Zeichengeräte Dreieck, Lineal und Zirkel tritt nun an die Stelle der bisher zur Bildpunktermittlung genutzten Rastervorgaben.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Konstruktionsschritte zum Ermitteln der Bilder von Punkten bei Verschiebungen,
- können zu gegebenen Punkten bei einer gegebenen Verschiebung die Bildpunkte konstruieren und die Konstruktion exakt beschreiben,

- sind gewöhnt, auf Sauberkeit und Genauigkeit der Zeichnungen zu achten, Original- und Bildpunkt stets zu bezeichnen sowie Original und Bild von den Hilfslinien der Konstruktion durch unterschiedliche Strichstärken abzuheben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übungen im Zeichnen zueinander paralleler Geraden und im Abtragen von Strecken
- Erarbeiten einer Vorschrift zur Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen

2. Stunde
- Übungen zur Konstruktion der Bildpunkte bei Verschiebungen
- Festigen der Konstruktionsbeschreibung

Methodische Hinweise

Übungen im Zeichnen zueinander paralleler Geraden und im Abtragen von Strecken
- Es ist zu sichern, daß alle Schüler zu einer Geraden g eine durch einen nicht auf g liegenden Punkt P parallel verlaufende Gerade h zeichnen und
- auf einer Geraden h von einem Punkt P aus eine Strecke $\overline{AB}$ abtragen können.

Beispiel:
Zeichne nach der Lochschablone die Punkte R (4), S (15), T (5) und U (7)!
Zeichne zur Geraden RS parallele Geraden k (durch T) und h (durch U)!
Trage von T aus eine Strecke von 3 cm und von U aus eine Strecke von 4 cm ab!
Wieviel Möglichkeiten gibt es jeweils?
Weitere Aufgaben: Aufg. 2 und 5b (LB 166 f.), Aufg. 1 (LB 174).

Erarbeiten einer Vorschrift zur Konstruktion von Bildpunkten bei Verschiebungen Die Schüler werden daran erinnert, daß sie Bildpunkte bei Verschiebungen mit Hilfe des Koordinatensystems (bzw. Rastervorgaben) ermittelt haben. Es kann in diesem Zusammenhang erörtert werden, daß nur ganz bestimmte Punkte gezeichnet werden konnten (Gitterpunkte, die durch Rißlinien auf Schablone, Linien auf kariertem Papier o. ä. bestimmt waren). Den Schülern ist das Problem zu stellen, nun Bildpunkte bei Verschiebungen zu ermitteln, deren Originale keine Gitterpunkte sind bzw. die Verschiebung sich nicht mit Hilfe des Abzählens der Einheiten ausführen läßt. Deshalb soll erlernt werden, wie man solche Bildpunkte mit Zeichendreieck, Lineal und Zirkel genau und sauber konstruieren kann.
Die Aneignung dieser speziellen Verfahrenskenntnisse ist methodisch so zu gestalten, daß die Schüler durch Anknüpfen an die im Merkstoff C 3 erarbeiteten Merkmale selbständig die Konstruktionsschritte finden. Bei dieser schöpferischen Erarbeitungsphase sollten nicht zu hohe Anforderungen an die Exaktheit der sprachlichen Formulierungen gestellt werden. Es empfiehlt sich, anhand einer konkreten Aufgabe entsprechend Beispiel C 6 die Aufgabenstellung so zu deuten, daß die Verschiebung $\overrightarrow{AB}$ auf den Punkt C anzuwenden ist. Es ist also ein zur Verschiebung $\overrightarrow{AB}$ gleicher Verschiebungspfeil zu zeichnen, dessen Anfangspunkt C ist.

Aus den nach Merkstoff C 3 geltenden Merkmalen nach Erklärung für Pfeile der gleichen Verschiebung sollten die Schüler selbständig die Konstruktionsschritte ableiten können:
„gleich gerichtet" – Zeichne von C aus einen zu AB parallelen Strahl!
„gleiche Länge" – Abtragen der Strecke $\overline{AB}$ auf diesem Strahl (von C aus)!
In Abhängigkeit von der Ausprägung der Konstruktionsfähigkeiten der Schüler werden folgende Möglichkeiten empfohlen:

1. Möglichkeit: Die Anweisung wird *kurzschrittig* von den Schülern formuliert, die Ausführung wird anhand eines konkreten Beispiels vollzogen:
– Zeichne nach der Lochschablone: $\overrightarrow{AB}$ mit A (7), B (14) und den Punkt C (9)!
– Konstruiere den Bildpunkt C' zum Punkt C bei der Verschiebung $\overrightarrow{AB}$!
1. Schritt: Zeichnen eines zu AB parallelen Strahls von C aus!
(Demonstration durch einzelne Schüler, Nachvollzug durch alle Schüler – Kontrolle der Ausführung)
2. Schritt: Abtragen der Strecke $\overline{AB}$ (Verschiebungsweite) auf diesem Strahl von C aus. Bezeichnen des Punktes C' als Bild von C.
Zusammenfassen der Konstruktionsschritte zur Beschreibung (↗ LB 193!)

2. Möglichkeit: Zusammenhängendes Erarbeiten der Anweisung und Formulieren durch einen Schüler, anschließend komplexes Vollziehen der Ausführung durch alle Schüler
a) an einem Beispiel (siehe 1. Möglichkeit) oder
b) an einer allgemeinen Aufgabenstellung. (Beispiel C 6)
Für weitere Übungen und die Hausaufgabe werden empfohlen: Aufg. 1 und 2 (LB 193 f.); Die Punktvorgabe mittels Lochschablone ist im Unterricht vorzunehmen!

Übungen zur Konstruktion der Bildpunkte bei Verschiebungen
- Kontrolle und Vergleichen der Hausaufgabe (Ein Schüler sollte z. B. eine der Aufg. 1 (LB 193) entsprechende Aufgabe an der Tafel – sichtbar für alle Schüler – lösen.)
- Aufg. 3 und 4 (LB 194) und Aufg. 7 (LB 194).

Hinweis: Es ist auf genaues und sauberes Arbeiten bei allen Schülern zu achten. Das beginnt mit einer sauberen Strichführung beim Zeichnen der Verschiebungspfeile, setzt sich fort über das genaue Anlegen des Lineals und Zeichendreiecks, das Verrutschen von Lineal und Zeichendreieck in bestimmten Phasen und erstreckt sich bis zum genauen Markieren und Bezeichnen der Bildpunkte. Es gilt der Grundsatz: Exaktheit geht vor Schnelligkeit. Bezüglich der Strichstärke sind die Original- und Bildpunkte deutlich gegenüber den Konstruktionslinien abzuheben. Die Kontrolle durch den Lehrer sollte sich sowohl auf die Vollständigkeit und Funktionstüchtigkeit der Zeichengeräte als auch auf die Genauigkeit und Sauberkeit der Ausführung erstrecken.

Festigen der Konstruktionsbeschreibung Bei allen Aufgaben sind die Handlungen schrittweise zu kommentieren und schließlich auch zusammenhängend zu formulieren. Dabei erfolgt die exakte Beschreibung *nach* dem Vollzug der jeweiligen Handlung.
Die Schüler sind anzuhalten, erst das Problem gedanklich zu lösen, den Lösungsweg sprachlich auszudrücken und *nach* dieser Anweisung die Handlung (Ausführung der Konstruktion) zu vollziehen, wobei die Ausführung die Kontrolle des gedanklichen Lösungsvorschlags darstellt.
Hausaufgabe: Aufg. 6 (LB 194)

Kontrollaufgaben

1. Zeichne nach der Lochschablone die Punkte A (12), B (2), C (1), D (15)!
   Konstruiere die Bildpunkte bei der Verschiebung $\overrightarrow{BD}$!
   Miß die Verschiebungsweite! Beschreibe die Konstruktion!
2. Zeichne nach der Lochschablone die Punkte U (2), V (15), W (16)!

Konstruiere zu W den Originalpunkt bei der Verschiebung $\overrightarrow{UV}$!
3. Aufg. 8 (LB 194)

Eigenschaften von Verschiebungen (2 Std.)

LE 13 (LB 195 bis 199)

Die in den Lerneinheiten 13 und 14 zu behandelnden Eigenschaften der Verschiebung stellen einerseits die mathematische Begründung für das danach folgende vereinfachte Konstruieren der Bilder geometrischer Figuren (Dreiecke, Vierecke) dar und bilden andererseits die Grundlage für die in Klasse 6 zu behandelnden Begriffe „Bewegung" und „Kongruenz". Die gleiche Länge bzw. Richtung von Original- und Bildstrecken sowie die gleiche Größe von Original- und Bildwinkeln (zunächst auf die Sonderfälle der Parallelität und Orthogonalität von Geraden beschränkt) bei der Abbildung durch Verschiebung werden durch entsprechende bildliche Darstellungen verdeutlicht und sollen inhaltlich vom Schüler erfaßt werden. Vorerst werden einfache Mengen von Punkten (Strecken, Strahlen und Geraden) zum Finden dieser wesentlichen mathematischen Eigenschaften der Verschiebung betrachtet.

Ziele

Die Schüler
- erkennen die Eigenschaften der Verschiebung (Merkstoff C 4 (1) und (2)),
- können diese mit eigenen Worten formulieren und zu Begründungen verwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Ermitteln des Bildes einer Strecke bei einer Verschiebung
- Erarbeiten der Eigenschaften der Bilder von Geraden und Strahlen bei Verschiebungen

2. Stunde
- Erarbeiten der Konstruktion von Bildgeraden bei Verschiebungen
- Festigen der Eigenschaften der Bilder von Geraden, Strahlen und Strecken bei Verschiebungen

Methodische Hinweise

Ermitteln des Bildes einer Strecke bei einer Verschiebung Eine kurze Motivierung und Zielstellung auf der Grundlage der Ausführungen im Lehrbuch (LB 195) kann zum Hinführen auf den zu erarbeitenden Inhalt dienen.

Man könnte in folgender Weise verfahren:
- Gegeben ist eine Strecke und gesucht ist das Bild dieser Strecke bei einer Verschiebung.
- Die Schüler werden vermuten, daß das Bild einer Strecke bei einer Verschiebung wieder eine Strecke (von gleicher Länge) ist.
- Das muß doch aber gar nicht immer zutreffen, z. B. könnte ja auch folgendes auftreten (Vorgabe mittels Projektionsfolie; Strecke $\overline{AB}$ farbig hervorheben): Bild 3.14.

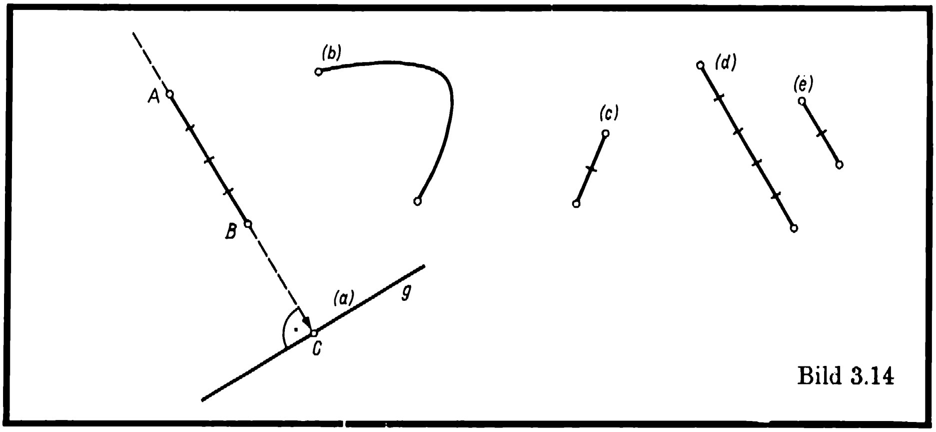


Bild 3.14

Können (a), (b), (c), (d) oder (e) Bilder der Strecke $\overline{AB}$ bei einer Verschiebung sein?
- Die genaue Untersuchung dieses Problems kann durch die Ermittlung möglichst vieler (innerer) Punkte der Strecke $\overline{AB}$ im Sinne der nachfolgenden Schüleraufgabe erfolgen.

Im Auftrag C 29 wird erarbeitet, daß die Bilder aller Punkte einer Strecke $\overline{AB}$ bei einer Verschiebung wieder eine Strecke bilden. Das LB-Bild 71 kann auch für eine Schüleraufgabe genutzt werden.

1. Bestimme die Bildpunkte bei der Verschiebung v (Bild 3.15)!

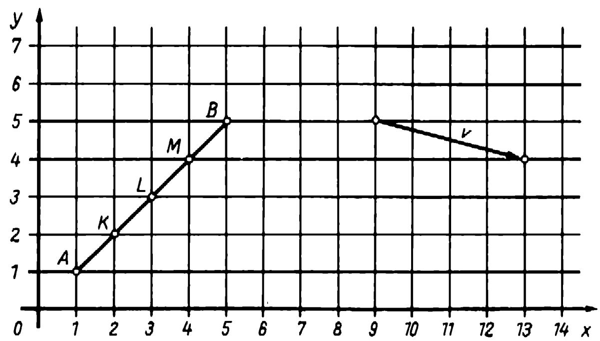


Bild 3.15

Die Betrachtung einer möglichst großen Anzahl von Bildpunkten und das Beschreiben ihrer Lage führt zu einer Verallgemeinerung: Das Bild der Strecke $\overline{AB}$ ist wieder eine Strecke.

Folgende Impulse können die Erkenntnisfindung unterstützen:
- Verkleinerung der Rastereinheiten, Erhöhung der Anzahl der durch Abzählen zu bestimmenden Bildpunkte
- Anlegen eines Lineals, Lage der Punkte beschreiben
  Welche Bildfigur ist entstanden?

2. Beschreibung der Lagebeziehungen (Vorgabe von Lückentexten), z. B. (bezieht sich auf Bild 3.15):

Original	**Bild**
K liegt zwischen $\boxed{A}$* und $\boxed{B}$	K' $\boxed{\text{liegt zwischen}}$ A' und B'
L liegt zwischen A und B	L' liegt zwischen $\boxed{A'}$ und $\boxed{B'}$
L liegt zwischen M und K	L' liegt zwischen M' und $\boxed{K'}$

*) Die eingerahmten Zeichen sind als Leerstellen eines Lückentextes aufzufassen.

Erarbeiten der Eigenschaften der Bilder von Geraden und Strahlen bei Verschiebungen

- Analoges Vorgehen hinsichtlich Gerade und Strahl
- Mündliches und schriftliches Festhalten der Eigenschaften von Verschiebungen, daß Bilder von
  Geraden bei einer Verschiebung wieder Geraden,
  Strahlen wieder Strahlen,
  Strecken wieder Strecken
  sind.
- Selbständiges Lösen von Aufgaben folgender Art:
  a) Ermittle zur Geraden h bei der Verschiebung $\overrightarrow{RS}$ das Bild!
  Hebe Original und Bild farbig hervor! Beschreibe den Verlauf von Original- und Bildgeraden zueinander! (Bild 3.16)
  b) Ermittle zur Verschiebung $\overrightarrow{RS}$ und der Strecke $\overline{UV}$ die Bildstrecke! (Bild 3.16)
  Vergleiche Original- und Bildstrecke miteinander! Was stellst du fest?

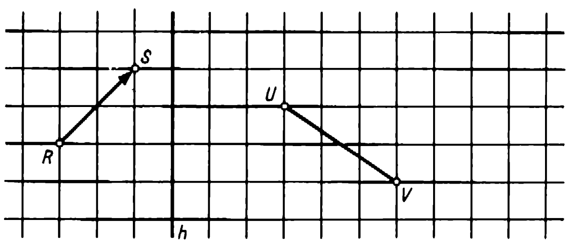


Bild 3.16

Hilfen für die Schüler zum selbständigen Finden bzw. „Entdecken" der im Merkstoff C 4 formulierten Eigenschaften (inhaltlich) durch farbliches Hervorheben der Original- und Bildelemente, Nachvollziehen der Parallelverschiebung mittels Zeichendreiecken oder dem Vergleich der Strecken durch Abgreifen mit dem Zirkel.

- Formulieren der Eigenschaften (Lückentexte), z. B.:
  Für jede Verschiebung gilt:
  a) Jede Gerade g hat als Bild wieder eine $\boxed{\text{Gerade}}$: g';
  g und $\boxed{g'}$ verlaufen $\boxed{\text{parallel zueinander}}$.
  b) Jede $\boxed{\text{Strecke } \overline{AB}}$ hat als Bild die $\boxed{\text{Strecke}}$ $\overline{A'B'}$;
  $\overline{AB}$ und $\overline{A'B'}$ sind $\boxed{\text{gleich lang}}$.

Es empfiehlt sich die Verwendung von selbstangefertigten Projektionsfolien oder Applikationen. Das Kennzeichnen der Lücken durch Zahlen begünstigt die selbständige Schülerarbeit. Zu angegebenen Zahlen sind die einzutragenden Begriffe oder Symbole aufzuschreiben. Hierdurch ist eine Kontrollmöglichkeit gegeben.

Erarbeiten der Konstruktion von Bildgeraden bei Verschiebungen (Auftrag C 31) Folgende Schritte können durchlaufen werden: Hervorheben von Gegebenem und Gesuchtem.

Gegeben: Gerade g *Gesucht:* g'
Verschiebung v

Lösung: (Durch Vorgabe an der Tafel, schrittweises Konstruieren, Einbeziehung von Schülern in die Tafelarbeit, paralleles Arbeiten im Heft)

1. Möglichkeit:
- Bezeichnen eines Punktes P, der auf g liegt!
- Bestimmen des Bildpunktes P' bezüglich der Verschiebung v!
- Zeichnen einer Parallelen zu g durch den Punkt P'! Die Parallele ist das Bild der Geraden g.

2. Möglichkeit:
- Bezeichnen zweier Punkte A und B, die auf g liegen!
- Bestimmen der Bildpunkte A' und B' bei der Verschiebung v!
- Zeichnen einer Geraden durch die Punkte A' und B'! Die Gerade g' durch die Punkte A' und B' ist das Bild der Geraden g!

Bei der Erörterung beider Möglichkeiten ist herauszuarbeiten, daß bei *1.* eine Parallelverschiebung bezüglich v und eine Parallelverschiebung bezüglich g auszuführen ist, während bei *2.* zweimal die Parallelverschiebung bezüglich v erfolgt.
Zum anderen ist bei *1.* das Abtragen der Strecke (Verschiebungsweite) nur einmal, bei *2.* dagegen zweimal erforderlich.
In dieser Weise ist das Bild eines Strahls zu bestimmen und das Bild einer Strecke zu konstruieren (Vorgabe mit Lochschablone: $\overrightarrow{AB}$, A (1), B (2); $\overrightarrow{CD}$, C (4), D (14)). Dabei ist der Anteil selbständiger Arbeit der Schüler schrittweise zu erhöhen.

Hausaufgabe: Aufg. 5 (LB 198); Vorgabe mittels Lochschablone in den Unterricht einplanen!

Festigen der Eigenschaften der Bilder von Geraden, Strahlen und Strecken bei Verschiebungen
- Für sprachlich-mündliche Schülertätigkeiten eignen sich die Aufg. 1, 2, 3 und 4 (LB 197). Bevor zur selbständigen Schülerarbeit übergegangen wird, sollten die LB-Bilder 75 bis 78 (evtl. mittels Projektionsfolie) erklärt werden.
- Für weitere Übungen und als *Hausaufgabe* werden die Aufg. 7, 8 (LB 198) empfohlen.

Kontrollaufgaben
Aufg. 4 und 5 (LB 197 f.)

Weitere Eigenschaften von Verschiebungen (2 Std.)

LE 14 (LB 199 bis 201)

Ziele

Die Schüler
- kennen weitere Eigenschaften von Verschiebungen (Merkstoff C 5 (3) und (4)),
- können Begründungen unter Verwendung dieser Eigenschaften führen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeiten der Eigenschaften der Bilder zweier zueinander paralleler Geraden bei Verschiebungen

2. Stunde
- Erarbeiten der Eigenschaft der Bilder zweier aufeinander senkrecht stehender Geraden bei Verschiebungen
- Systematisierung der Eigenschaften von Verschiebungen

Methodische Hinweise

Erarbeiten der Eigenschaft der Bilder zweier zueinander paralleler Geraden bei Verschiebungen Mögliche Schrittfolge bei der Erarbeitung:
- Schrittweises Bearbeiten des Auftrages C 33 im Unterrichtsgespräch. Schaffung eines entsprechenden Ausgangssachverhaltes an der Tafel. Besonderes Augenmerk auf das Begründen legen:
  Warum kann t nicht die Verschiebung sein, durch die h das Bild von g wird?
  Warum können r, u, v und w die Verschiebungen sein, ...?
- Hervorheben mehrerer Verschiebungsweiten bei zwei zueinander parallelen Geraden. (Nachdem herausgearbeitet wurde, daß bei zwei zueinander parallelen Geraden stets die eine als das Bild der anderen bei Verschiebungen betrachtet werden kann und die Verschiebungsweiten für zwei parallele Geraden unterschiedliche Länge haben können.)
- Herausarbeiten der kleinsten Verschiebungsweite – Abstand der beiden Parallelen
- Bearbeitung des folgenden Auftrages in selbständiger Schülerarbeit: Zeichne zur Verschiebung v und den Geraden g und h die Bilder g' und h' (Bild 3.17)! Vergleiche den Verlauf der Original- und Bildgeraden miteinander!

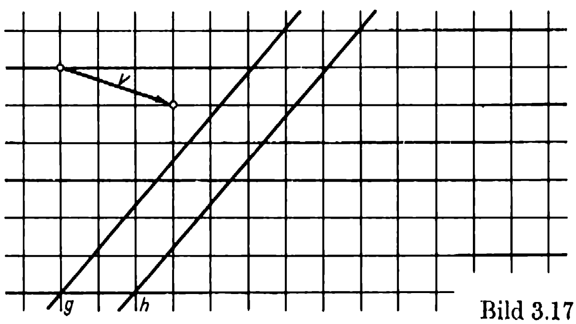


Bild 3.17

Ergänze!

Bei einer Verschiebung gilt: Wenn $g \parallel h$, so $\boxed{g'} \parallel \boxed{h'}$.

Durch farbliche Hervorhebungen können Orientierungshilfen in den zeichnerischen Darstellungen geschaffen werden, wodurch den Schülern das Finden der entsprechenden Eigenschaft erleichtert wird.

- Merkstoff C 5 (3) von den Schülern durcharbeiten lassen.
- Aufg. 1 (LB 200) (Begründungen angeben lassen!)

Für Übungen und *Hausaufgaben* eignen sich die Aufg. 3 und 6 (LB 201).

Erarbeiten der Eigenschaft der Bilder zweier aufeinander senkrecht stehender Geraden bei Verschiebungen Auftrag C 34 kann gelöst bzw. durch folgende Aufgabe vorbereitet werden:

Zeichne zur Verschiebung v und den Geraden g und h die Bilder g' und h'! (Bild 3.18)

Ergänze!
Bei einer Verschiebung gilt:
Stehen zwei Originalgeraden senkrecht aufeinander, so stehen auch die $\boxed{\text{Bildgeraden}}$ $\boxed{\text{senkrecht}}$ aufeinander.

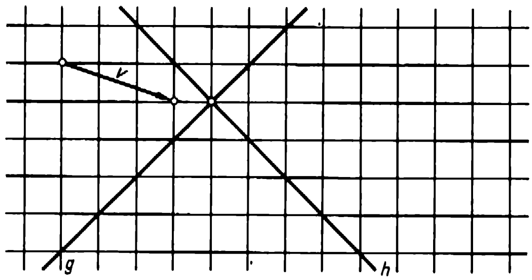


Bild 3.18

Merkstoff C 5 (4) durcharbeiten lassen.

Empfehlung für die Übung: Aufg. 2 (LB 200) (Begründungen angeben lassen!); Aufg. 4 (LB 201) eignet sich zum Festigen der konstruktiven Fertigkeiten und der Eigenschaften der Verschiebung.

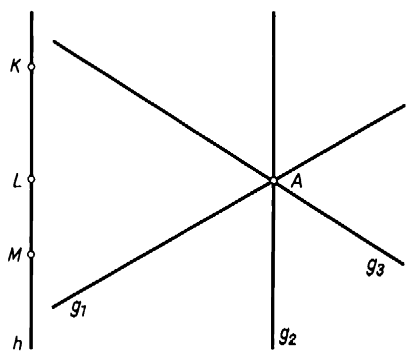
Systematisierung der Eigenschaften von Verschiebungen Abschließend können im Unterrichtsgespräch die Eigenschaften von Verschiebung zusammengetragen werden, wobei deutlich werden sollte, daß es sich um zwei verschiedene Arten von Eigenschaften handelt. Lehrbuch einsetzen! (Zusammenfassung LB 206).

Hausaufgabenvorschlag: Aufg. 5 (LB 201)

Kontrollaufgaben

1. Zeichne nach der Lochschablone die Geraden
   g_1 (AB) mit A (1), B (3);
   g_2 (CD) mit C (4), D (12);
   g_3 (EF) mit E (10), F (17);
   g_4 (GH) mit G (13), H (15)
   Welche der Geraden können durch Verschiebung einander zugeordnet werden? Begründe!
2. Welche der Geraden g_1, g_2, g_3 kann das Original der Geraden h bei einer Verschiebung sein? Gib mindestens 3 Verschiebungen an! Ermittle die kürzeste Verschiebungsweite! (Bild 3.19)

Bild 3.19



Bilder von Figuren bei Verschiebungen (4 Std.)

LE 15 (LB 202 bis 206)

Die Konstruktion der Bilder geometrischer Figuren bei Verschiebungen ist zu nutzen, um die Sicherheit der Schüler im Umgang mit Zeichengeräten zu erhöhen, insbesondere hinsichtlich des Zeichnens zueinander paralleler Geraden bzw. der Parallelen zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt. Hierbei ist durch das Beschreiben geometrischer Sachverhalte das sprachliche Ausdrucksvermögen der Schüler weiter zu verbessern. In dieser Unterrichtseinheit werden Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Verschiebungen konstruktiv ermittelt. Dabei werden zwei Möglichkeiten erörtert:

a) Konstruktion der Bildfigur, indem (in üblicher Weise) zu jedem Eckpunkt der Originalfigur die Bilder der Eckpunkte konstruiert und diese dann verbunden werden.

b) Konstruktion unter Ausnutzung der Eigenschaft, daß Original- und Bildstrecken gleich lang und zueinander parallel sind.

Das Anwenden einer Verschiebung auf Vierecke liefert prinzipiell keine neuen Erkenntnisse und wird deshalb im Lehrteil des Lehrbuches nur kurz erörtert.

Ziele

Die Schüler
- können die Bilder von Figuren, insbesondere von Dreiecken und Vierecken, bei Verschiebungen punktweise konstruieren,
- können diese Konstruktionen exakt beschreiben,
- können entscheiden, ob eine gegebene Figur Bild oder Original einer anderen vorgegebenen Figur bei einer Verschiebung sein kann,
- sind gewöhnt, sorgfältig mit den Zeichengeräten umzugehen und saubere Zeichnungen auszuführen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholen von Dreiecks- und Vierecksarten sowie des Begriffs Kreis; Konstruieren der Bilder einfacher Figuren bei Verschiebungen
- Ermitteln der Bilder von Dreiecken und Vierecken (mittels Raster)

2. Stunde
- Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei einer Verschiebung
- Übungen zur Konstruktion der Bilddreiecke bei Verschiebungen

3. Stunde
- Konstruktion des Bildes eines Vierecks bei einer Verschiebung
- Übung zur Konstruktion der Bilder von Vierecken bei Verschiebungen

4. Stunde
- Festigen der Konstruktion und Eigenschaften der Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Verschiebungen

Wiederholen von Dreiecks- und Vierecksarten sowie des Begriffes Kreis; Konstruieren der Bilder einfacher Figuren bei Verschiebungen
- Dreiecke (gleichschenklige Dreiecke, gleichseitige Dreiecke); Vierecke (Parallelogramm, Trapez, Quadrat, Rechteck); Kreis, Radius
  Die entsprechenden Figuren und Begriffe könnten mittels Projektionsfolie vorgegeben und dann eine Zuordnung zwischen Begriffen und Figuren vom Schüler vorgenommen werden.
- Konstruieren (einschließlich Beschreibung) der Bilder von Punkten, Geraden, Strahlen und Strecken bei Verschiebungen

Ermitteln der Bilder von Dreiecken und Vierecken
- *Zielstellung* für die Schüler: Bisher haben wir Bilder von Geraden, Strahlen und Strekken bei Verschiebungen konstruiert. Wir kennen auch schon wichtige Eigenschaften von Verschiebungen. Nun wollen wir die Bilder von Dreiecken und Vierecken konstruieren und deren Eigenschaften untersuchen.
- Selbständiges Bearbeiten des Auftrages C 36 durch die Schüler. Formulieren der Tatsache, daß bei einer Verschiebung das Bild eines Dreiecks wieder ein Dreieck ist.
- Anwenden dieser Erkenntnis auf gleichseitige und gleichschenklige Dreiecke. Entsprechende Vorgaben sind selbst zu gestalten – vgl. Auftrag C 36 und LB-Bild 88!
- Festigen dieser Kenntnisse über Eigenschaften der Verschiebung durch die Aufg. 1 und 2 (LB 205). Besonders auf inhaltlich richtige Begründungen achten!

Vorschlag für eine *Hausaufgabe*: Aufg. 2 (LB 205)

Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei einer Verschiebung Schrittfolge entsprechend dem LB-Bild 92:
Konstruktion des Bilddreiecks über Konstruktion der Bilder der Eckpunkte des Dreiecks (Auftrag C 39).
Möglichst einheitliche Vorgabe im Schülerarbeitsheft schaffen (Lochschablone).
Die methodische Gestaltung bzw. Organisation der Anweisung und Ausführung (mit Beschreibung) ist in Abhängigkeit von der Ausprägung der Konstruktionsfertigkeiten der Schüler je nach Klassensituation vom Lehrer selbst vorzunehmen. (Vergleiche hierzu Thema 12, UH 242 ff.)
Zur Verdeutlichung der Konstruktionsschritte wird der Einsatz der hierzu vorgegebenen Projektionsfolie empfohlen.

Übungen zur Konstruktion von Bilddreiecken bei Verschiebungen Entsprechend dem Beispiel C 8 kann ein zweites Verfahren erörtert werden, welches unmittelbar die Eigenschaften der Verschiebung nutzt. Dabei ist ausdrücklich auf die Lehrbuchanmerkung (LB 204) bezüglich der zu variierenden Strichstärke hinzuweisen. Für weitere Übungen werden die Aufg. 4 und 6 (LB 205) – Punktvorgabe im Unterricht vornehmen lassen! – empfohlen.

Hinweis: Bezüglich der Reihenfolge Konstruktionsausführung – Konstruktionsbeschreibung sollte wie folgt variiert werden:
1. Beschreibung erfolgt *nach* Konstruktion
2. Kommentierendes Konstruieren (jeder Konstruktionsschritt wird *sofort* vom Schüler beschrieben)
3. Schüler formulieren *vor jedem* Konstruktionsschritt, was zu tun ist
4. Die gesamte Konstruktionsanweisung, der gedankliche „Plan der Konstruktion“ wird vor Beginn der Konstruktion aufgestellt.

Konstruktion des Bildes eines Vierecks bei Verschiebungen
- Auftrag C 37 kann zum Hinführen auf diese Bildkonstruktionen genutzt werden. Es ist

auch möglich, die Konstruktion des Bildes eines Vierecks bei einer Verschiebung durch eine entsprechende Aufgabe mittels Rastervorgabe vorzubereiten.
- Vorgehen wie bei Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei Verschiebungen. Die Schüler sollten weitestgehend selbständig den Auftrag C 41 lösen!

Übungen zur Konstruktion der Bilder von Vierecken bei Verschiebungen Hierzu werden die Aufg. 9 und 10 (LB 206) empfohlen.

Festigen der Konstruktion und Eigenschaften der Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Verschiebungen
Eigenschaften von Bilddreiecken: Aufg. 7 (LB 205)
Kurzkontrolle: Kontrollaufgabe 3 oder 4
Hausaufgabe: Aufg. 6 (LB 205) (Punktvorgabe im Unterricht schaffen)

Die Nacheinanderausführung von Verschiebungen ist laut Lehrplan nur insofern Unterrichtsinhalt, daß einzelne Aufgaben zu lösen sind, bei denen das in einer ersten Teilaufgabe ermittelte Bild als Original für eine Verschiebung in einer zweiten Teilaufgabe verwendet wird. Bereits in dieser Unterrichtseinheit können hierzu geeignete Aufgaben gestellt werden (Aufg. 3 und 4; (LB 207). An Hand von Friesen, Ornamenten und Schmuckborten (Aufg. 7, 8 und 9; (LB 208) ist den Schülern zu zeigen, daß die Kenntnisse über das Verschieben nützlich und in verschiedenen Bereichen des täglichen Lebens wiederzufinden sind. Ein Schülerauftrag könnte zu einer schöpferischen und phantasievollen Hausarbeit anregen:

Fertigt mit Hilfe einer Schablone für Einladungskarten zum Elternabend einen (eine) Schmuckrand (-kante) an!
Beschreibt, wie die Schablone angelegt werden muß, damit ein gleichmäßiges Muster entsteht! (Einladungskarten müssen geradlinig begrenzt sein, keine „runden" Karten verwenden.)
Bei diesen Aufgaben ist besonders das mehrmalige Verschieben hervorzuheben, ohne jedoch den Begriff „Nacheinanderausführung" oder möglicherweise sogar Eigenschaften der Nacheinanderausführung von Verschiebungen ausdrücklich zu behandeln.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 5 (LB 205) 2. Aufg. 9 (LB 206)
3. Zeichne mit der Lochschablone die Punkte A (13), B (9), C (1), D (2) und E (16):
   Konstruiere zu dem Dreieck ABC bei der Verschiebung $\overrightarrow{DE}$ das Bild! Was für eine Figur werden wir erhalten? Beschreibe die Konstruktion!
4. Zeichne das Rechteck A (17), B (19), C (16), D (14) und die Verschiebung $\overrightarrow{CE}$ mit E (2)!
   Konstruiere das Bild! Welche Figuren werden wir erhalten? Begründe!

Unterrichtsmittel

	Bestellnummer
Applikation Begriffswörter	04 01 24
Applikation Zehnerpotenzen und Repräsentanten	04 01 08
Applikation Quadratdezimeter und Stellentafel	
Lochschablone (Tafelgerät)	
Lochschablone (Schülergerät)	04 02 04
Parallelenschablone (Tafelgerät)	04 02 45
Parallelenschablone (Schülergerät)	04 02 37
Projektionsfoliensatz „Abbildung durch Verschiebung"	25 74 37 (I)
	25 74 45 (II)
	25 74 53 (III)
Quadratzentimeter-Rasterbogen	04 98 56
Überhänge – Schreibfolie	01 05 04

Modelle: Würfel, quadratische Pyramide, regelmäßiges sechsseitiges gerades Prisma, Rapsblüte oder ähnliches Modell

Meßzeuge: Rollbandmaß; Gliedermaßstab; Meßschieber, Waage mit Wägestücken

Hafttafel; Haftmagnete (Punkte); Leisten mit Magneten oder Gummifäden mit Ringmagneten (Geraden)

Literatur

Grundsatzdokumente

[G 1] X. Parteitag der SED, 11. bis 16. April 1981 in Berlin. Bericht des Zentralkomitees der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands an den X. Parteitag der SED. Berichterstatter: Genosse Erich Honecker, Dietz Verlag, Berlin 1981.

[G 2] IX. Parteitag der SED, Berlin, 18. bis 22. Mai 1976. Programm der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands. Dietz Verlag, Berlin 1976.

[G 3] VIII. Pädagogischer Kongreß der Deutschen Demokratischen Republik vom 18. bis 20. Oktober 1978. Protokoll. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1979.

[G 4] Gesetz über das einheitliche sozialistische Bildungssystem. Vom 25. Februar 1965. Gesetzblatt der DDR, I, 1965, Nr. 6.

[G 5] Lehrpläne, Klasse 1. Berlin: Volk und Wissen 1980 (Titel-Nr. 20 30 11)

[G 6] Lehrpläne Deutsch und Mathematik, Klasse 2. Berlin: Volk und Wissen 1980 (Titel-Nr. 20 30 12)

[G 7] Lehrpläne Deutsch und Mathematik, Klasse 3. Berlin: Volk und Wissen 1980 (Titel-Nr. 20 30 13)

[G 8] Lehrplan Mathematik, Klassen 4 und 5. Berlin: Volk und Wissen 1982 (Titel-Nr. 00 30 20) – Der Lehrplan für Klasse 5 ist erst ab 1. 9. 1983 gültig!

[G 9] Lehrplan Mathematik, Klassen 5 bis 10. Berlin: Volk und Wissen 1980 (Titel-Nr. 00 30 18) – Der Lehrplan für Klasse 5 wird am 1. 9. 1983 abgelöst!

Fachliche, didaktische und methodische Arbeiten

[1] ANDRAE, A.: Lösen von Konstruktionsaufgaben im Geometrieunterricht unter Anwendung heuristischer Arbeitsweisen. In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 9, S. 192 ff.

[2] Autorenkollektiv: Methodik – Mathematikunterricht. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1975.

[3] Autorenkollektiv: Unterricht in den unteren Klassen, Bände 1 und 2. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1976.

[4] BÜLOW, E./FRANKE, M.: Unsere Schüler sollen freudig und beharrlich lernen (I), (II). In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 4, S. 90 ff., und Heft 5, S. 113ff.

[5] DROCHOL, W./KARL, K./STANDKE, G.: Lösen von Text- und Sachaufgaben – Analyse von Schülerleistungen. In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 12, S. 264 f.

[6] FANGHÄNEL, G./NAUCK, H.: Zum Arbeiten mit Näherungswerten im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 18 (1980), Heft 11, S. 589 ff.

[7] FANGHÄNEL, G.: Zu einigen Problemen der didaktisch-methodischen Gestaltung des Aufgabenlösens. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 13 (1975), Heft 8, S. 443 ff.

[8] FÖRSTER, H.: Einheiten, Größen, Gleichungen und ihre praktische Anwendung. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1976.

[9] FRITZ, R.: Üben im Mathematikunterricht – tägliche Übung. In: „Die Unterstufe", Berlin 26 (1979), Heft 4, S. 100 ff.
[10] FRITZ, R.: Geometrische Grundbegriffe – einfache Relation zwischen ihnen. In: „Die Unterstufe", Berlin 26 (1979), Heft 7/8, S. 156 ff.
[11] GEISSLER, E.: Sachaufgaben in den unteren Klassen. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1978.
[12] GLADE, H./MANTEUFEL, K.: Am Anfang stand der Abacus. Mathematische Schülerbücherei, Band 79. Urania Verlag, Leipzig, Jena, Berlin 1973.
[13] GÜLDENPFENNIG, P.: Ausbilden von Fertigkeiten im Zeichnen und Konstruieren auf der Grundlage algorithmischer Arbeitsweisen. In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 4, S. 77 f.
[14] KAMENZ, E.: Erfahrungen bei der Arbeit mit Größen im Mathematikunterricht der Klasse 4. In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 10, S. 216 ff.
[15] KRIEGEL, G.: Erfahrungen bei der Ausbildung von Können im Zeichnen und Konstruieren. In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 9, S. 200 ff.
[16] KRYSICKI, W.: Zählen und Rechnen einst und jetzt. Mathematische Schülerbücherei, Band 39. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1968.
[17] LANDROCK, H.: Einprägen als bewußte und zielgerichtete Tätigkeit des Schülers im Lernprozeß (I), (II). In: „Die Unterstufe", Berlin 26 (1979), Heft 4, S. 103 ff., und Heft 7/8, S. 151 f.
[18] LANGE, W.: Größen im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 3 (1965), Heft 4, S. 257 ff.
[19] LORENZ, G.: Überschlagen, kontrollieren und was noch dazugehört. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 19 (1981), Heft 1, S. 10 ff.
[20] LORENZ, G.: Der am Abbildungsbegriff orientierte Aufbau des Geometrielehrganges in unserer Schule. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 12 (1974), Heft 1, S. 13, und Heft 2, S. 104.
[21] RATH, B.: Erfahrungen zur differenzierten Arbeit im Mathematikunterricht der unteren Klassen. In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 4, S. 94 f.
[22] RATH, B.: Das differenzierte Arbeiten mit einzelnen Kindern im Mathematikunterricht – Erfahrungsbericht. In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 6, S. 137 ff.
[23] RATH, B.: Das differenzierte Arbeiten mit Schülergruppen. In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 7/8, S. 173 ff.
[24] SIEBER, J.: Wiederholung im Mathematikunterricht (I), (II). In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 1, S. 14 ff., und Heft 2/3, S. 49 ff.
[25] SIEBER, J.: Klassenarbeiten in den unteren Klassen. Beiträge zum Mathematikunterricht. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1980.
[26] SCHNEIDER, S.: Zum Bestimmen von Näherungswerten im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 15 (1977), Heft 5, S. 239 ff., und Heft 6, S. 302 ff.
[27] STARKE, H./TÜRKE, W.: Fachtheoretische Grundlagen des Geometrieunterrichts, Bände I und II. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1976.
[28] STARKE, H.: Zu Fragen des Mathematikunterrichts in den unteren Klassen. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1977.
[29] WEBER, K.: Macht Übung den Meister? In: „Die Unterstufe", Berlin 28 (1981), Heft 5, S. 112 ff.
[30] WOLF, A.: Anwenden von Wissen und Können im Mathematikunterricht (I), (II). In: „Die Unterstufe", Berlin 27 (1980), Heft 7/8, S. 168 ff., und Heft 10, S. 213 ff.