Mathematik 4. Klasse

Unterrichtshilfen

Zum Lehrplan 1967

UNTERRICHTSHILFEN MATHEMATIK, 4. KLASSE

zum Lehrplan 1967

Materialien und Hinweise zur Vorbereitung des Unterrichts

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin

1967

Verfaßt von einem Autorenkollektiv unter der Leitung von Dr. Klaus Ritter

Autoren:
Dr. Klaus Ritter – Vorwort, Einleitung, Stoffgebiet 2
Dorothea Groh – Stoffgebiete 0 und 2
Günter Erbrecht – Stoffgebiet 1
Siegfried Schneider, Reinhard Seeger, Wolfgang Schärich – Stoffgebiet 3
Ingeborg Fuchs – Stoffgebiet 4

Redaktion:
Siegmar Kubicek, Karlheinz Martin, Marianne Timm

1. Auflage
Lizenz Nr. 203 · 1000/67 (E)
ES 10 C
Einband und typografische Gestaltung: Atelier Volk und Wissen, Berlin
Zeichnungen: Helmuth Schulze und Jürgen Hahn
Gesamtherstellung: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)
Gesetzt aus der Didot
Redaktionsschluß: 30. Mai 1967
Bestell-Nr. 00 21 16-1
Preis 8,50

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

> „Eine umfassende und hohe mathematische Bildung wird immer mehr zu einem wesentlichen Bestandteil der allseitigen Bildung des Menschen der sozialistischen Gesellschaft. Vom Inhalt und von der Qualität der mathematischen Bildung, die in unlösbarem Zusammenhang mit der polytechnischen Bildung und Erziehung steht, hängt es in starkem Maße ab, wie die Aufgaben in Wissenschaft und Technik bewältigt werden."
> (Aus dem Beschluß des Politbüros des ZK der SED und des Ministerrates der DDR „Zur Verbesserung und weiteren Entwicklung des Mathematikunterrichts in den allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen der DDR" vom 17. Dezember 1962

Die sich daraus für den Unterricht ergebenden Aufgaben, die auch im „Gesetz über das einheitliche sozialistische Bildungssystem" formuliert sind, erfordern die Erhöhung des Bildungs- und Erziehungsniveaus und die Steigerung der Effektivität des Unterrichts sowie eine Modernisierung des mathematischen Lehrstoffes. Das verlangt, den Unterrichtsprozeß durch vielseitige methodische Maßnahmen schöpferisch zu gestalten, die Schüler aktiv am Unterricht zu beteiligen und die Unterrichtszeit voll auszunutzen.
Dieses Buch will dem Mathematik erteilenden Lehrer helfen, den an ihn gestellten Anforderungen gerecht zu werden. Eine erfolgreiche Bildungs- und Erziehungsarbeit verlangt umfangreiche Vorüberlegungen und Vorarbeiten zur stofflichen und methodischen Aufbereitung des zu vermittelnden Wissens und Könnens. Dabei handelt es sich einmal um mehr „objektive" Faktoren, z. B. Planung des Stoffes, Gliederung der Unterrichtsstunden, Einsatz von Unterrichtsmitteln, Kontrolle der Schülerleistungen, und zum anderen um das Beachten „subjektiver", durch die jeweilige Situation bedingter Überlegungen, z. B. individuelles Eingehen auf einzelne Schüler, Klassensituation, Berücksichtigung der persönlichen methodischen Erfahrungen des Lehrers, Differenzierung des Unterrichtsprozesses.
Durch Vorgabe der „Invarianten" des Unterrichts wird dem Lehrer mehr Zeit geschaffen, sich um die optimale Gestaltung der „Varianten" des Unterrichts zu bemühen. Es scheint uns nicht mehr vertretbar, daß Tausende Lehrer, jährlich immer wiederkehrend, Arbeiten verrichten müssen, die im großen und ganzen für alle gleich sind. Zum Beispiel ist die Stoffanordnung und -verteilung in starkem Maße situationsunabhängig. Ihre zentrale Vorgabe ist deshalb durchaus als möglich anzusehen.
Mit allem Nachdruck sei jedoch festgestellt:

Mit einer Unterrichtshilfe sollen keine „Rezepte" gegeben werden. Die sinnvolle, den jeweiligen Unterrichtsbedingungen entsprechende Nutzung der hier gegebenen Hinweise und Empfehlungen erfordert bewußtes, schöpferisches Wirken jedes Lehrers. Dazu gehört vornehmlich ein gewissenhaftes Studium des Lehrplans, das durch die neue Art der Lehrplangestaltung (z. B. als Prozeßplanung für die Stoffaneignung unter bestimmten Zielsetzungen) trotz Lehrbuch und Unterrichtshilfe wichtiger denn je ist, ebenso wie die ständige Analyse der Klassensituation, um sachkundig und richtig entscheiden zu können, wann der Lehrer den Empfehlungen in der Unterrichtshilfe folgen kann oder von ihnen abweichen muß.
Ferner muß betont werden, daß eine Unterrichtshilfe weder eine Methodik des Mathematikunterrichts ersetzen kann noch das Studium grundlegender methodischer, didaktischer, psychologischer und auch mathematischer und philosophischer Literatur für den Lehrer überflüssig macht.
Die vorliegende Unterrichtshilfe ist auf der Grundlage des am 1. September 1967 verbindlich gewordenen Lehrplans und in Abstimmung mit dem neuen Lehrbuch „Mathematik, 4. Klasse" verfaßt worden. In diesem Zusammenhang sei besonders auf den Beitrag von Dr. Fritz Neigenfind „Mathematikunterricht in der 4. Klasse" („Deutsche Lehrerzeitung", Nr. 19/67) verwiesen, mit dem eine grundlegende Orientierung für die Arbeit mit diesem Lehrplan gegeben wird.
Den Kolleginnen Ilse Erbrecht, Fachlehrerin für die Unterstufe an der 56. Oberschule in Dresden, und Ursula Dreßler, stellvertretende Direktorin und Fachlehrerin für die Unterstufe an der Ernst-Thälmann-Oberschule in Radebeul, sowie dem Kollegen Eberhart Löwe, Fachberater für den Mathematikunterricht der Unterstufe im Kreis Dresden und Fachlehrer an der Oberschule in Radebeul, die als Gutachter das Autorenkollektiv aktiv unterstützten, gebührt Dank für die zahlreichen wertvollen Hinweise.
Abschließend sei der Wunsch geäußert, daß recht viele Lehrer ihre Erfahrungen bei der Verwendung dieser Unterrichtshilfe dem Autorenkollektiv mitteilen mögen, um eine weitere Verbesserung der Unterrichtshilfen für den Mathematikunterricht zu ermöglichen.

Dresden, im April 1967

Klaus Ritter

Einleitung

Allgemeine Bemerkungen

Die Ziele des Mathematikunterrichts in Klasse 4 sind durch den verbindlichen Lehrplan („Lehrplan für den Mathematikunterricht der Klassen 5 bis 10 der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule [präzisierter Lehrplan]“ mit Anhang „Überarbeitete Neufassung des präzisierten Lehrplanes für die Klassen 4 und 5“, Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1966, Bestellnummer 30018 9–1) festgelegt. Der dort angegebene Unterrichtsstoff stellt die Grundlage für den einheitlichen Prozeß der Bildung und Erziehung der Schüler in diesem Fach dar.

In Klasse 4 werden vier Stoffgebiete unterrichtet:

1. Die Folge der natürlichen Zahlen
2. Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen
3. Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen
4. Geometrische Grundbegriffe

Innerhalb der Stoffgebiete ist im Lehrplan eine weitere Aufteilung in Stoffeinheiten vorgenommen worden. Für das Stoffgebiet „Geometrische Grundbegriffe“ sind das z. B. die Stoffeinheiten
4.1. Punkte und Geraden, 4.2. Verschiebung.

Die Lehrplanangaben bezüglich der Anzahl der Unterrichtsstunden und der Verteilung der Stoffgebiete auf die Jahreswochen, die in der Stoffübersicht des Lehrplanes ausgewiesen sind, stellen verbindliche Richtwerte dar.
Ein Schuljahr umfaßt im allgemeinen 36 bis 37 Wochen. Der Lehrplanstoff wurde auf 30 Unterrichtswochen aufgeteilt, so daß eine angemessene Zeit auch für zusätzliche Wiederholungen vorhanden ist. Die vorliegende Unterrichtshilfe beansprucht von diesen „Verfügungswochen“ nur eine Woche für die Wiederholung zum Beginn des Schuljahres. Der Rest steht dem Lehrer zur Verfügung, um damit örtlich verschiedenen Bedingungen entsprechend seinen Unterricht individuell planen zu können.
Eine weitere Untergliederung und didaktische Aufbereitung des Lehrstoffes erfolgt im Lehrbuch durch die innerhalb der Kapitel fortlaufend numerierten Abschnitte. Es wurde dabei angestrebt, daß der Stoffumfang eines Abschnittes im allgemeinen in etwa ein bis zwei Unterrichtsstunden vermittelt werden kann. Die restliche Unterrichtszeit dient der Festigung des Wissens und Könnens. Das muß nicht heißen, daß der Stoff eines Abschnittes stets komprimiert in diesen ein bis zwei Unterrichtsstunden abgehandelt werden soll. Es ist vielmehr so, daß die Aneignung des neuen Wissens in Übungen, Wiederholungen, Zusammenfassungen und Anwendungen „eingebettet“ ist.

Die Numerierung der Abschnitte in der Unterrichtshilfe entspricht der Numerierung der Abschnitte im Lehrbuch.
Die Arbeit des Mathematiklehrers beschränkt sich nicht nur auf die Vermittlung eines wissenschaftlich einwandfreien und modernen Bildungsgutes und auf eine effektive Unterrichtsführung mit dem Ziel der Entwicklung eines soliden und anwendungsbereiten mathematischen Wissens und Könnens. Auf der Grundlage des zu vermittelnden Stoffes muß der Lehrer auch eine bewußte erzieherische Einflußnahme ausüben. Das Fach Mathematik bietet dazu vielfältige Gelegenheiten.
Die Erziehung zur Exaktheit, zur Ausdauer, aber auch zur Bereitschaft, gegenseitige Hilfe zu leisten, bildet charakterliche Eigenschaften im Sinne der sozialistischen Persönlichkeitsentwicklung heraus.
Die übersichtliche Anordnung und Gestaltung schriftlich fixierter Aufgaben und deren Lösung sowie geometrische Konstruktionen sind geeignete Mittel für die ästhetische Erziehung. Dabei spielt die Heftführung eine entscheidende Rolle.
Diese bisher erwähnten erzieherischen Einflußnahmen gipfeln alle in der Forderung nach einer dem Fache und unserer Gesellschaftsordnung entsprechenden staatsbürgerlichen Erziehung. Wir verstehen darunter die Nutzung der Möglichkeiten, die der mathematische Lehrstoff besonders bezüglich seiner Anwendbarkeit in der gesellschaftlichen Praxis bietet. Die geeignete und der politischen Bildung dienende Auswahl praktischer Probleme zur Gestaltung von Sach- und Anwendungsaufgaben ist Pflicht des Mathematiklehrers. Dabei genügt es nicht, daß von „irgendeinem" volkseigenen Betrieb, von „irgendeiner" LPG gesprochen wird, sondern es ist vielmehr notwendig, den Sachbezug unmittelbar dem Erfahrungsbereich der Schüler zu entnehmen. Hierfür sind die entsprechenden Aufgaben im Lehrbuch Anregungen und müssen durch das Zusammenstellen von Zahlenmaterial aus der Erfahrungswelt der Schüler ergänzt werden. Nach der Ermittlung der Ergebnisse von Anwendungsaufgaben mit aktuellem Sachbezug ist es für den Mathematiklehrer eine Selbstverständlichkeit, eine parteiliche Einschätzung im Sinne der sozialistischen Erziehung vorzunehmen.
Wir sind uns darüber im klaren, daß im Mathematikunterricht nicht der gesamte zu behandelnde Stoff eine solche Krönung durch sein bewußtes und direktes Anwenden in der Praxis erfahren kann.
Die Mathematik gewinnt immer mehr Einfluß auf andere Wissenschaften. Es ist deshalb notwendig, daß die Vertreter der Wissenschaften, die sich der Mathematik bedienen, dies auch bewußt zum Ausdruck bringen.
Der Bildungswert der Mathematik besteht vor allem darin, die Mittel, Möglichkeiten und Kenntnisse bereitzustellen, die notwendig sind, um mathematische Probleme aus anderen Wissenschaften erfolgreich zu bewältigen.
Abschließend muß noch einmal betont werden, daß für eine erfolgreiche Bildung und Erziehung im Mathematikunterricht der zu vermittelnde Stoff Grundlage und Ausgangspunkt sein muß. Jedes krampfhafte Aufdrängen eines praxisbezogenen Sachverhalts, jede künstlich hergestellte Praxisverbindung sind falsch und dem Erziehungsanliegen abträglich. Es wird gerade im Mathematikunterricht eine größere Anzahl von Stunden geben, in denen ein direkter Praxisbezug im Sinne einer politisch-moralischen Erziehung der Schüler nicht möglich ist. Das heißt für den Mathematiklehrer jedoch nicht, daß er nicht jede Gelegenheit nutzt, um seinen Schülern gegenüber eine klare Parteinahme für die weitere Entwicklung und Stärkung unserer sozialistischen Gesellschaftsordnung zu bekennen.

Stoffliche Bemerkungen

Der Mathematikunterricht in Klasse 4 hat nach den Festlegungen im Bildungsgesetz dadurch seine besondere Bedeutung, daß er das Bindeglied zwischen dem Mathematikunterricht der Unter- und Mittelstufe darstellt. Mathematische Grundfertigkeiten, wie das automatisierte Beherrschen der vier Grundrechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen, kommen in den ersten vier Schuljahren zu einem gewissen Abschluß. Der propädeutische Charakter der in den Klassen der Unterstufe behandelten mathematischen Stoffgebiete tritt immer stärker zurück. Das wird z. B. besonders in dem Stoffgebiet „Geometrische Grundbegriffe" deutlich. Bezüglich der anzustrebenden Verbindung der Theorie mit der Praxis werden die Schüler in Klasse 4 mit dem Problem des Schätzens, Rundens, Überschlagens und Veranschaulichens von Zahlen bekannt gemacht.
Andererseits wird der Mathematikunterricht in Klasse 4 dadurch bestimmt, daß der größte Teil der in ihm zu behandelnden Stoffgebiete schon einmal an die Schüler herangebracht worden ist. Zum Beispiel sind die vier Grundrechenoperationen in mündlicher und schriftlicher Form bei Beachtung der Einschränkung ganz bestimmter Schwierigkeitsgrade den Schülern bereits bekannt.
Hauptziel des Mathematikunterrichts in Klasse 4 ist es deshalb, das z. T. schon vorher vermittelte Wissen und Können zu festigen, abzurunden und bezüglich der zu erreichenden Rechenfertigkeiten zu einem gewissen Abschluß zu bringen, damit dieses „Handwerkszeug" bei der Behandlung weiterer Stoffgebiete zur Verfügung steht und bewußt genutzt werden kann.
Ein Hauptanliegen des Mathematikunterrichts in Klasse 4 besteht darin, die gesamte Folge der natürlichen Zahlen zu erarbeiten. Nach Absolvierung des Arithmetikstoffes in Klasse 4 müssen die Schüler auf jeden Fall zu der Erkenntnis geführt worden sein, daß die Folge der natürlichen Zahlen unbegrenzt ist.
Die vier Grundrechenoperationen, und vor allem ihre schriftlichen Verfahren, die teilweise schon aus Klasse 3 bekannt sind, bilden einen Schwerpunkt des gesamten arithmetischen Lehrstoffes. Aufgabe des Unterrichts in Klasse 4 ist die sukzessive Steigerung des Schwierigkeitsgrades (mehrere Subtrahenden und mehrstellige Divisoren) und die Erlangung von Fertigkeiten im schriftlichen Rechnen. Es kommt nicht darauf an, Aufgaben mit praxisfremden, zu großen Zahlen zu lösen. Selbst der Schüler in Klasse 4, der sich erst mathematische Grundfertigkeiten aneignen muß, sollte schon erfahren, daß heute in der Praxis Rechenmaschinen und Automaten diese Rechengänge übernehmen.
In bezug auf Verbindungen des Lehrstoffes zur Praxis werden die Kenntnisse zum Stoffgebiet „Maße" aus Klasse 3 angewendet und durch das Stoffgebiet „Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen", das so wesentliche Begriffe wie „Näherungswert", „Abschätzen", „Runden" und „Graphische Darstellung" enthält, ergänzt. Die Schüler müssen zur Einsicht kommen, daß es für die Praxis in bestimmten Situationen nicht vorteilhaft und manchmal sogar unsinnig ist, mit einer zu hohen Genauigkeit zu arbeiten. (Man gibt z. B. die Länge eines Flusses niemals in Millimeter an.) Ein Ergebnis kann nur in dem Genauigkeitsgrad ermittelt werden, mit dem seine Ausgangsgrößen eingegangen sind. Eine grobe Abschätzung mit Hilfe stark gerundeter Zahlen ist deshalb oft für die Praxis wesentlich wertvoller als das Abarbeiten langwieriger und komplizierter Rechnungen zur Ermittlung von „Feinstwerten". Die Stoffeinheit

„Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen“ bietet wie die Stoffeinheiten „Schreibweise von Näherungswerten“ bzw. „Runden und Abschätzen natürlicher Zahlen“ viele Möglichkeiten zur staatsbürgerlichen Erziehung durch Verwendung lebensnahen, aktuellen Materials.
Abschließend sei die Bedeutung der Behandlung anderer Positionssysteme im Bereich der natürlichen Zahlen erwähnt.
In den geometrischen Stoffeinheiten kommt es besonders auf die Untersuchung der gegenseitigen Lagebeziehungen geometrischer Figuren und die Herausbildung erster Zeichenfertigkeiten an. Als Voraussetzung dient die Vermittlung geometrischer Begriffsinhalte besonders bezüglich der Abgrenzung zur Umgangssprache. Wir denken im besonderen an die Begriffe „Punkt“, „Gerade“, „Ebene“ und deren gegenseitige Lage zueinander. (Ein Punkt liegt auf einer Geraden. Eine Gerade geht durch einen Punkt.)
Neben der Einführung exakter Bezeichnungen spielen die Begriffe „Richtung“ und „Richtungssinn“ eine entscheidende Rolle. Das führt zu Kenntnissen über die Eigenschaften des Streifens bzw. des Dreiecks.
Die Untersuchungen über gegenseitige Lagebeziehungen führen zur Unterscheidung in „innere Punkte“, „Randpunkte“ und „äußere Punkte“, die auf verschiedene geometrische Figuren angewandt wird.
Der relativ abstrakte geometrische Stoff muß mit vielfältigen Praxisbeziehungen und unter Verwendung geeigneter Schülerarbeitsmittel zum Zwecke der Erweiterung der selbständigen Schülertätigkeit und der Erhöhung des Interesses am Stoff durchsetzt werden.
Möglichkeiten der Verbindung geometrischer Stoffgebiete mit arithmetischen sind voll auszunutzen.

Methodische Bemerkungen

Die gestellten Lehrplanziele sind nur mittels eines effektiven Unterrichts zu erreichen. Die Stoffvermittlung muß unter Einbeziehung größtmöglicher selbständiger Schülertätigkeit erfolgen.
Moderne Überlegungen der Didaktik stellen den Aneignungsprozeß des Lernenden in den Mittelpunkt. Die Tätigkeit des Lehrenden ist auf die erfolgreiche Ausübung des Lernens orientiert. Diese Forderung muß alle zu beschreitenden methodischen Wege bestimmen. Den Schülern soll ein weitgehend selbständiges Durchdringen der Fakten und Zusammenhänge ermöglicht werden. Voraussetzung dafür ist, daß der Lehrer genau weiß, was sich der Lernende selbständig erarbeiten kann.
Das Lehrbuch als Informationsquelle und -speicher gewinnt ständig an Bedeutung. Es ist deshalb bereits in den niederen Klassenstufen notwendig, die Schüler an die selbständige Arbeit mit dem Buch heranzuführen. Die Vorteile, die in den neugestalteten Lehrbüchern bezüglich der Verringerung der Zugriffszeiten durch Rand- und Sachregister gegeben sind, sollten maximal genutzt werden. Das derzeitige Entwicklungstempo der Wissenschaften erfordert, daß die Schüler im Rahmen ihrer Allgemeinbildung Methoden zum selbständigen Wissenserwerb mittels geeigneter Wissensspeicher (Bücher u. a. m.) kennenlernen. Das Lehrbuch darf deshalb nicht nur als

Aufgabensammlung betrachtet werden, sondern ist aktiv in den Bildungs- und Erziehungsprozeß einzubeziehen.
Die Entwicklung einer wirklich selbständigen Schülertätigkeit ist aus psychologischen und erkenntnistheoretischen Gründen eine komplizierte pädagogische Aufgabe. Als weitverbreiteter Fehler in der Gestaltung des Unterrichts existiert die Tatsache, daß nach der vorgenommenen Demonstration eine sofortige Aufforderung aller Schüler zur selbständigen Nachahmung bei variiertem Sachverhalt erfolgt. Nach dem Bekanntmachen mit dem neuen Stoff muß vielmehr im Zuge der ersten Wiederholungsphase eine wiederholende Demonstration des gleichen Sachverhalts erfolgen. Diese sollte durch leistungsstarke Schüler vorgenommen werden. Es schließen sich erste Versuche einer selbständigen Bearbeitung durch alle Schüler an. Sie werden dadurch unterstützt, daß ein Schüler für alle sichtbar an offener Tafel arbeitet und dabei die einzelnen Schritte erläutert werden. Das hat noch nichts mit dem sogenannten kommentierenden Arbeiten zu tun. Erst wenn theoretisch begründete Erklärungen der Schritte durch die Schüler erfolgen, kann vom „kommentierenden Arbeiten“ gesprochen werden. Die für alle Schüler sichtbaren Fixierungen an der Tafel, von denen der Lehrer zu sichern hat, daß sich dort keine Fehler einschleichen, können von den Schülern zur Wiederholung benutzt werden. Die erzieherische Einflußnahme sollte allerdings gewährleisten, daß diese Hilfe nur dann in Anspruch genommen wird, wenn eine selbständige Weiterarbeit nicht mehr möglich erscheint. Wir wollen mit einem solchen Vorgehen erreichen, daß die Schüler zu Ausdauer und Konsequenz erzogen werden. Nach diesem Schritt sollte sich das Lösen von Aufgaben in selbständiger Schülertätigkeit anschließen. Der Lehrer unterstützt durch individuelle Hinweise vornehmlich die leistungsschwächeren Schüler.
Ein didaktisches Hauptproblem ist die sogenannte Rückkopplung. Wir verstehen darunter Möglichkeiten für den Lehrer, sich über den erreichten Stand der von den Schülern erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu orientieren. Die klassischen Möglichkeiten (mündliche Leistungskontrollen einzelner Schüler, halbschriftliche und schriftliche Kurz- und Klassenarbeiten, kommentierende und katechisierende Unterrichts- und Prüfungsgespräche) reichen für die Erfassung aller Schüler nicht aus. Bei den mündlichen Formen können zuwenig Schüler überprüft werden. Der Unterricht ist nicht effektiv genug. In letzter Zeit wurden deshalb Verfahren zur schnelleren und häufigeren Überprüfung aller Schüler durch Anlehnung an kybernetische Methoden (Anzeigekarten, programmiertes Lernen unter Nutzung der verschiedenen Programmierungsarten, Einsatz von einfachen kybernetischen Unterrichtsmaschinen) entwickelt. Dabei sind wir uns darüber im klaren, daß diese genannte Entwicklung noch in den Anfängen steckt und in der näheren Zukunft auch aus ökonomischen Gründen nicht an eine breite Einführung des programmierten Unterrichts zu denken ist.
Ein Hauptanliegen aller didaktisch-methodischen Überlegungen muß es sein, den Schülern recht häufig Gelegenheit zu geben, Erfolgserlebnisse zu haben. Aus ihnen erwachsen positive Lernmotivationen.
Eine große Bedeutung für die erfolgreiche Gestaltung des Mathematikunterrichts haben Unterrichtsmittel. Im vorliegenden Buch werden einige beschrieben.
Schülerarbeitsblätter sind in Originalgröße als Vorschläge abgebildet.

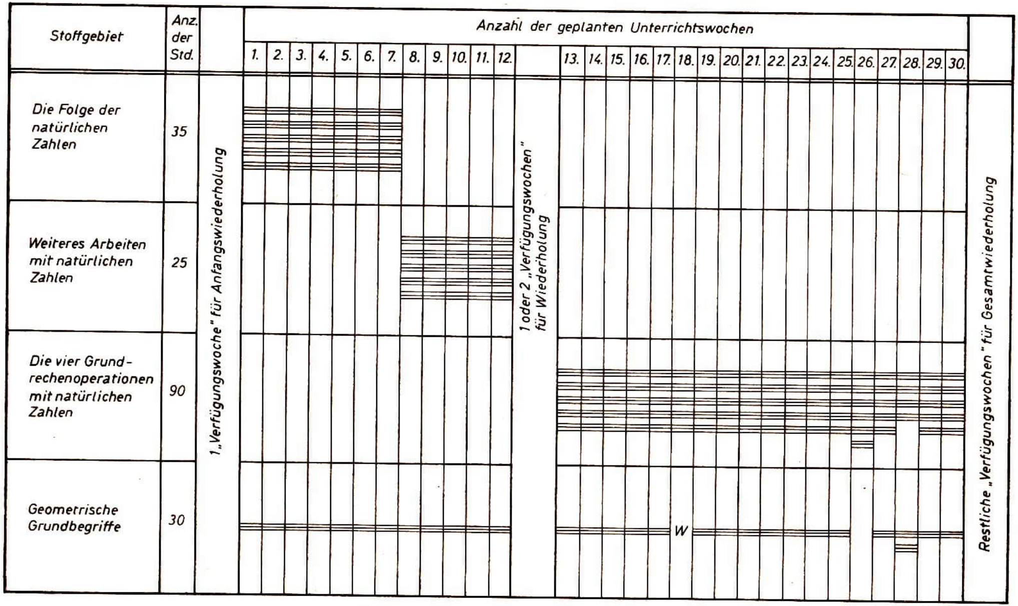
Bemerkungen zur Arbeit mit der vorliegenden Unterrichtshilfe

Wie schon erwähnt wurde, sollen alle Darlegungen als Anregungen und Vorschläge aufgefaßt werden. Sie sind in jedem Falle insbesondere unter Einbeziehung der speziellen Gegebenheiten kritisch zu sichten und sollten niemals rezeptartig übernommen werden.
Jenen Lehrern, die bereits über langjährige Unterrichtserfahrungen verfügen, werden die Zielangaben, die Übersicht über die zu verwendenden Unterrichtsmittel und die Stundengliederung bereits genügen. Die dort angeführten Zeitangaben zeigen nur die Proportionen zwischen den einzelnen Stundenteilen und sind keine verbindlichen Richtwerte.
Die Stundengliederungen und die sich anschließenden methodischen Hinweise enthalten im allgemeinen keine explizit ausgewiesenen Zeiten und Angaben für die Kontrolle und Erteilung von Hausaufgaben. Der Zeitpunkt für Stellung bzw. Kontrolle der Hausaufgaben richtet sich unter Berücksichtigung einer rationellen Unterrichtsgestaltung nach dem speziellen Stundenablauf. Die Hausaufgabenerteilung braucht durchaus nicht immer am Ende der Stunde zu erfolgen, die Kontrolle nicht immer am Anfang. – Ausnahmen bezüglich der zu erteilenden Hausaufgaben bzw. ihrer frontalen Kontrolle bilden solche, die der Vorbereitung, Motivation oder Problemstellung dienen. In diesen Fällen werden in den methodischen Hinweisen Vorschläge unterbreitet.
Ein wesentliches Hilfsmittel will dieses Buch dem Lehrer bei der Gestaltung wichtiger Tafelbilder sein. Die Tafelbilder sind durch Umrahmung besonders gekennzeichnet. Sie entstehen im allgemeinen schrittweise während des Unterrichts. Für die in diesem Buch enthaltenen und mit den Nummern IV/1 bis IV/16 versehenen Arbeitsblätter sind die dazugehörigen Lösungen im „Lösungsheft zum Lehrbuch Mathematik, Klasse 4“ zu finden. Auf die Lösungen der Arbeitsblätter ohne Nummer wird, wenn nötig, im Text eingegangen.
Die in der Unterrichtshilfe angeführten Unterrichtsmittel können entweder über das Staatliche Kontor für Unterrichtsmittel und Schulmöbel Leipzig (siehe Jahressortimentsliste) bezogen werden oder sind im Selbstbau herzustellen.
Ferner sei darauf hingewiesen, daß die einen Lehrbuchabschnitt einleitenden Ziele für den Lehrer bestimmt sind und einer kindgemäßen Umsetzung in die Zielangabe für den Unterricht bedürfen.
Zur schnelleren Orientierung sollen die nachfolgend angeführten Übersichten dienen:

a) Graphische Übersicht über die Jahresstoffverteilung
b) Übersicht über die Unterrichtsmittel

Zur Übersicht über die Jahresstoffverteilung sei bemerkt, daß in Übereinstimmung mit dem Lehrplan nur 30 Unterrichtswochen der Planung zugrunde gelegt wurden. Von den „Verfügungswochen“, die jedem Lehrer zusätzlich zur Verfügung stehen, wurde in dieser Unterrichtshilfe eine Woche für eine Wiederholung am Beginn des Schuljahres beansprucht. Diese Woche wird in der graphischen Übersicht ausgewiesen. Weiter wird aus dieser Übersicht deutlich, daß nach der Behandlung der ersten zwei Stoffgebiete, also nach der 12. Unterrichtswoche, eine umfangreichere Wiederholung vorgesehen werden sollte. Die dafür erforderliche Zeit erhält der Lehrer aus den „Verfügungswochen“. Der dann noch verbleibende Rest dieser lehrplanmäßig nicht erfaßten Unterrichtswochen könnte z. B. zur Gesamtwiederholung am Ende des Schuljahres verwendet werden. Die graphische Übersicht zeigt, daß im allgemeinen von den sechs Wochenstunden fünf für Arithmetik und eine für Geometrie vorgesehen sind.

Graphische Übersicht über die Jahresstoffverteilung



Seitenverweise auf das Lehrbuch werden durch Vorsetzen der Buchstaben „Lb“ kenntlich gemacht. So bedeutet „Lb 22“ also Seite 22 im Lehrbuch. Seitenverweise ohne diese Buchstaben beziehen sich auf die Unterrichtshilfe.
Analog dazu wurde bei Verweisen auf Abbildungen verfahren. Zum Beispiel bedeutet der Bildverweis „Bild A 3“, daß die Abbildung 3 im Kapitel A des Lehrbuches gemeint ist. Bildverweise der Form „125/1“ beziehen sich auf die Unterrichtshilfe; dieser Verweis würde bedeuten, daß auf der Seite 125 die Abbildung 1 zu betrachten ist.

Übersicht über Unterrichtsmittel

Stoffgebiet	Originalgegenstände	Modelle	Anschauungstafeln	Applikationen	Arbeitsmittel für Schüler
Die Folge der natürlichen Zahlen	Längenmeßgeräte, Tafelwaage und andere Waagen, Wägestücke, Bilder mit römischen Zahlzeichen	Stellenwerttafel	Schiefertuchtafel, Quadratmeter mit cm^2- und dm^2- Raster	Zahlenstreifen, Rechtecke, vier- bis siebenstellige Zahlen auf Papptäfelchen	Millimeterpapier, Klassensätze: Quader, Hohlzylinder, Anzeigetafeln
Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen	Meßband, Meterstab, Entfernungstabellen, Statistisches Jahrbuch, Bau- und Konstruktionszeichnungen		Schiefertuchtafel mit cm^2- und dm^2-Raster		Lineal, Ziffernkärtchen, Schülerhandkarten des Kreises
Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen	Vermessungsgeräte	Stellenwerttafel	Grundrechenoperationen: Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division, Schiefertuchtafel	Zahlenstreifen, Pfeile, Kreise und Kreisteile	Zahlenstreifen, Kreisscheiben, -teile, Scheren, Kopfrechentafeln, Anzeigetafeln mit Ziffernkarten
Geometrische Grundbegriffe	Bildermappe, Papierschlangen	Würfel, Zylinder, Kugel, Gelenkviereck, (Metallbaukasten)		Streifen mit Manigumblättchen, gefärbte Magneten, Applikationssatz Pfeile, 3 Magnete mit Ösen, Dreiecksarten, kongruente Dreiecke mit Gummifäden	Lineal, Maßstab, Zirkel, Zeichendreiecke, 3 durchsichtige Kreisscheiben mit Sehnen, 2 durchsichtige Kreisscheiben mit Pfeildarstellung, 2 durchsichtige Kreisscheiben mit je 3 parallelen Sehnen, Lochschablone

0. Die Wiederholung am Anfang des Schuljahres (6 Stunden)

0.1. Unterrichtsthematik

Nach dem Lehrplan beginnt in der ersten Woche die Behandlung des Stoffgebietes „Die Folge der natürlichen Zahlen". Da der Lehrplan jedoch nur 30 Wochen aufschlüsselt, bleiben etwa sechs Wochen für Wiederholung, Übung und Festigung als Reserve. Zu Beginn des Schuljahres wird eine Wiederholung von einer Woche empfohlen. Im Lehrbuch sind dafür die Abschnitte 1 bis 5 im Kapitel A (Die Folge der natürlichen Zahlen) vorgesehen.

Nach der langen Ferienpause kommt es bei dieser Wiederholung vor allem darauf an, die Kenntnisse und das Wissen der Schüler aus den Klassen 1 bis 3 aufzufrischen und dabei nach bestimmten Schwerpunkten zu ordnen. Dabei ist es wichtig, daß der Lehrer den Unterricht so lenkt und führt, daß die Schüler in diesen Wiederholungsstunden auch spüren, was sie schon alles gelernt haben und können. So schaffen wir mit dieser Anfangswiederholung ein Fundament für die weitere Arbeit im Schuljahr.

Die Bereitstellung eines gewissen Begriffs- und Kenntnissystems steht neben dem Erzielen von Rechenfertigkeiten bei dieser Wiederholung im Vordergrund. Das Erzielen von Rechenfertigkeiten sollte bei der Hausaufgabenstellung besonders berücksichtigt werden. Die ersten Stunden im neuen Schuljahr benutzen wir auch dazu, die Schüler mit dem neuen Lehrbuch vor allem als Nachschlagewerk vertraut zu machen.[1]

Neben den Hauptaufgaben, die Kenntnisse der Schüler aufzufrischen und nach bestimmten Schwerpunkten zu systematisieren sowie vorbereitend für den weiteren Stoff zu wirken, ergibt die Wiederholung für den Lehrer gleichzeitig eine Analyse des Leistungsstandes und damit Impulse für seine weitere Arbeit. Inhalt und Durchführung der Wiederholung richten sich in jedem Falle nach der Klassensituation.

Im folgenden werden Schwerpunkte für die Wiederholung genannt:

1. Festigung der Kenntnisse über den Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen.
   Einige Eigenschaften der natürlichen Zahlen (kindgemäße Betrachtung eines Teiles der PEANOschen Axiome) werden zur Charakterisierung der natürlichen Zahlen zusammengetragen. Die Schüler sollen sie mit eigenen Worten wiedergeben können.
2. Wiederholung des Zahlenvergleichs.
   Festigung folgender Erkenntnis: Wenn $a > b$ (oder $b < a$) so gibt es ein $c \neq 0$, so daß gilt $a = b + c$.
3. Festigung der Kenntnisse über das dekadische Positionssystem.
   Vertiefung folgender Erkenntnis: Der Schreibweise der natürlichen Zahlen liegt das Zehnersystem zugrunde.

[1] Siehe dazu auch „Zur Gestaltung des neuen Mathematiklehrbuchs, Klasse 4". „Die Unterstufe", Heft 6/1967.

4. Festigung der Kenntnisse über die Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen. Wiederholung der Bezeichnungen, die im Zusammenhang mit den vier Grundrechenoperationen auftreten.
   Festigung der Erkenntnis, daß Addition und Multiplikation im Bereich der natürlichen Zahlen uneingeschränkt ausführbar, Subtraktion und Division jedoch nur beschränkt ausführbar sind. Kommutativgesetz und Assoziativgesetz sollen vor allem inhaltlich durch bewußtes Anwenden beim Addieren und Multiplizieren (Rechenvorteile) gefestigt werden. Wiederholung des Lösens von Sachaufgaben.

Abschließend sei bemerkt, daß bei der Anfangswiederholung die größenmäßige Beschränkung der natürlichen Zahlen (bis 10000) zu beachten ist.

0.2. Vorschlag für eine Stoffverteilung

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff
1 Zahlenvergleiche	1	5	19	Die Ordnung der natürlichen Zahlen. Bilden von Gleichungen aus Ungleichungen.
2 Eigenschaften natürlicher Zahlen	1	7	20	Vorgänger und Nachfolger einer natürlichen Zahl. Die Null als kleinste natürliche Zahl.
3 Das dekadische Stellenwertsystem	1	8	22	Die Darstellung einer Zahl in der Stellentafel. Die Bedeutung der Null – das dekadische Stellenwertsystem.
4 Addition und Subtraktion	1	9	23	Festigung der mathematischen Termini. Die Ausführbarkeit der Rechenoperationen. Die Rechengesetze der Addition und deren Anwendung zum vorteilhaften Rechnen.
5 Multiplikation und Division	2	11	24	Termini. Ausführbarkeit der Rechenoperationen. Die Rechengesetze der Multiplikation und deren Anwendung zum vorteilhaften Rechnen. Sachaufgaben.

0.3. Vorschläge zur Gestaltung

Abschnitt 1 (1 Stunde)

Thema: Zahlenvergleiche

Ziele: Von zwei beliebigen voneinander verschiedenen natürlichen Zahlen ist stets die eine größer als die andere. (Zum Aufschreiben verwenden wir entweder das Zeichen „<" oder das Zeichen „>".)
Umwandlung einer Ungleichung der Form $a > b$ oder $a < b$ in eine Gleichung.

Gliederung:

Zahlenvergleiche

(1) 10 Einführung und Zielorientierung
(2) 20 Zahlenvergleiche durch Aufstellen der Ungleichungen, Ordnen mehrerer Zahlen nach der Größe, Gewinnen von Gleichungen aus Ungleichungen
(3) 15 Weitere Übungen und eine Sachaufgabe zum Vergleichen von Zahlen

Methodische Hinweise:

(1) In einem kurzen Gespräch geht der Lehrer auf Zahlenvergleiche ein.
Zum Beispiel: Torverhältnis zweier Schülermannschaften beim Handball. Ergebnis 12 zu 7. Wer hat gewonnen? Warum?
Oder: Zwei Kinder spielen Murmeln, eines hat 27 Murmeln, das andere 42. Welches hatte mehr Murmeln?
Oder: Bei einem Sportfest errangen Klaus 43 Punkte, Ronald 32 und Regina 39 Punkte. Wer hatte das beste Ergebnis, wer das schlechteste? Nenne die Schüler der Reihe nach, entsprechend ihren Ergebnissen! Wieviel Möglichkeiten gibt es?
Der Lehrer schreibt die Zahlen an die Tafel:
Tore: 12 zu 7,
27 Murmeln, 42 Murmeln,
Klaus 43, Ronald 32, Regina 39.
Beide Möglichkeiten des Vergleiches mit Hilfe der Zeichen „>" und „<" werden von den Schülern genannt und an der Tafel fixiert:
$12 > 7$ oder $7 < 12$, $27 < 42$ oder $42 > 27$.

Dabei könnte man die Relationszeichen farbig nachzeichnen und noch einmal bewußtmachen, daß durch diese Zeichen die Ordnung der Zahlen zum Ausdruck gebracht wird.

(2) Aus den an der Tafel stehenden Ungleichungen werden nun durch Addition Gleichungen gewonnen:
$12 > 7$, denn $12 = 7 + 5$ (farbige Kreide verwenden),
$27 < 42$, denn $27 + 15 = 42$.

Wir üben diese Zahlenvergleiche (z. B. Aufgabe 1, Lb 5) nunmehr an der Tafel und in den Heften. An der Tafel benutzen wir ein Schema mit folgendem Kopf:

Zahlen	Vergleich	Gleichung
246 und 7	$246 > 7$ oder $7 < 246$	$246 = 7 + 239$

Es sollten zuerst einige Aufgaben in den Heften und an offener Tafel gelöst werden. Später sollten die Schüler selbständig bei gleichzeitigem Arbeiten eines Schülers an verdeckter Tafel weitere Aufgaben lösen.

(3) In diesem Teil der Stunde wollen wir das Vergleichen von Zahlen, vor allem das schnelle Erfassen der Ordnung vorgegebener Zahlen durch mündliches Rechnen weiter festigen und gleichzeitig eine eingekleidete Aufgabe in die Thematik einbeziehen. Anregungen zum mündlichen Rechnen bieten die Aufgaben 3 und 4, Lb 6 (eventuell auch die Aufgaben 11 bis 14).
Zur Lösung der Aufgabe Nr. 9 (Lb 6) empfiehlt sich eine Zusammenstellung der gegebenen Größen in einer Tabelle an der Tafel:

	Sammelergebnis	Ziel	Differenz
1. Gruppe	173 MDN	300 MDN	127 MDN
2. Gruppe	218 MDN	300 MDN	82 MDN
3. Gruppe	154 MDN	300 MDN	146 MDN

Dadurch wird die Problemerfassung unterstützt, die stets die meisten Schwierigkeiten bereitet. Die Tabelle kann durch Hinzunehmen der vierten Spalte auch als Lösungsschema verwendet werden.

Abschnitt 2 (1 Stunde)

Thema: Der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen

Ziele: Festigung folgender Eigenschaften natürlicher Zahlen:

1. Nachfolger der Zahl a ist die Zahl $a + 1$. Der Nachfolger von a ist also um eins größer als a.
2. Außer Null hat jede natürliche Zahl einen unmittelbaren Vorgänger.
3. Null ist die kleinste natürliche Zahl.

Gliederung:

Der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen

(1) 20 Übung: Bestimmen des Vorgängers und Nachfolgers natürlicher Zahlen
(2) 15 Gewinnen von Gleichungen aus Ungleichungen, wobei die Zahl 1 als Summand bzw. Subtrahend auftritt
(3) 10 Zusammenfassung: Eigenschaften natürlicher Zahlen, Lösung einer Aufgabe

Methodische Hinweise:

(1) Die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ sind für die Beschreibung der Folge der natürlichen Zahlen bedeutend. Darum sollten sie hier noch einmal geklärt werden. Wir gehen dabei am besten so vor, daß wir in der vorhergehenden Pause an der Tafel eine Tabelle nach dem Muster des Beispiels 4 (Lb 7) zeichnen.

Vorgänger von a $a - 1$	a	Nachfolger von a $a + 1$
	618	
	5000	
900		
568		
		6700
		568
	0	
	1	
	.	
	.	
	.	

Im Unterrichtsgespräch können wir die fehlenden Zahlen der ersten Zeile ermitteln und die Kopfzeile ausfüllen. Danach übernehmen die Schüler die Tabelle ins Heft und füllen sie aus. Bei der Aufgabe mit $a = 0$ sollte man nochmals bewußtmachen, daß Null die kleinste natürliche Zahl ist und keinen Vorgänger besitzt.

(2) In diesem Teil der Stunde sollen die Kenntnisse über diese Eigenschaften der natürlichen Zahlen weiter gefestigt werden. Dazu lassen wir die Nachfolgerbeziehung in der Weise beschreiben, daß aus Ungleichungen Gleichungen mit dem Summanden oder Subtrahenden 1 gebildet werden. Die Aufgaben 1 bis 3 (Lb 7) könnten dazu in mündlicher Form gelöst werden.

(3) Als Zusammenfassung hat der Lehrer an einer Tafel etwa folgende Fragen vorbereitet:

1. Wie heißt der Nachfolger von b?
2. Wie heißt der Vorgänger von b ($b > 0$)?
3. Welche Zahl hat keinen Vorgänger?

Die Schüler sollen diese Fragen selbständig mit kurzen Sätzen in mündlicher oder schriftlicher Form beantworten können.
Damit werden die Eigenschaften natürlicher Zahlen noch einmal zusammenhängend dargestellt. Zu dieser Aufgabenstellung sei abschließend noch gesagt, daß sich der Lehrer der Schwierigkeit, die in der Beantwortung der Fragen liegt, bewußt sein muß. Am konkreten Fall Vorgänger und Nachfolger zu bestimmen, bereitet kaum Schwierigkeiten, aber diese Erkenntnis mit Hilfe von Variablen zu formulieren, ist für den Schüler nicht so einfach. Der Variablenbegriff muß ihm dazu klar sein, d. h., der Schüler muß wissen, daß das Zeichen „b“ für beliebige Elemente aus dem Bereich der natürlichen Zahlen steht.
Den Abschluß bildet als Übung die Aufgabe 6 (Lb 7). Für die Hausarbeit kommen die Aufgaben 5 und 7 (Lb 7) in Frage.

Abschnitt 3 (1 Stunde)

Thema: Das dekadische Stellenwertsystem

Ziele: Festigung der Rechenfertigkeiten im Addieren und Subtrahieren. Festigung der Kenntnisse über das dekadische Stellenwertsystem. Übung im Zerlegen von Zahlen in Summen, deren Summanden Vielfache von Zehnerpotenzen sind.

Gliederung:

Das dekadische Stellenwertsystem

(1) 15 Mündliche Übung zur Festigung der Rechenfertigkeiten im Addieren und Subtrahieren
(2) 20 Die Stellenwerttafel. Zerlegen von Zahlen in Summen, deren Summanden Vielfache von Zehnerpotenzen sind
(3) 10 Zehnersystem bei Geldbeträgen

Methodische Hinweise:

(1) Zur Verbesserung der Rechenfertigkeiten wird eine mündliche Übung, in deren Verlauf zwei- und dreistellige Zahlen addiert und subtrahiert werden, dieser Stunde vorangestellt. Diese Übung steht nicht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Hauptteil der Stunde. Für die Übung schlagen wir Aufgaben der folgenden Art vor:

$370 + 35$; $268 - 68$; $526 + 94$;
$529 + 71$; $319 - 69$; $718 - 57$;
$256 + 54$; $712 - 92$; $352 + 89$.

(2) Der Lehrer stellt die Aufgabe, die Zahl vierhundertfünfzehn auf verschiedene Weise zu schreiben. Ausgehend von der üblichen Ziffernschreibweise wird die Bedeutung der einzelnen Grundziffern geklärt. Hierzu tragen wir die Zahl in eine Stellentafel, die den Schülern von Klasse 3 her bekannt ist, ein.

10^2		
100	10	1

Dabei wird herausgearbeitet, daß die Grundziffern 1 bis 9 je nach ihrer Stellung in der Stellentafel einen unterschiedlichen Stellenwert haben. Sie haben nämlich je nach der Stellung die Bedeutung eines Vielfachen einer ganz bestimmten Zehnerpotenz, also eines Vielfachen von 1, 10, 100 oder 1000. Durch die Einführung der Null kann auf die Stellentafel verzichtet werden.
Wir tragen hierzu die Zahlen aus Aufgabe 1 (Lb 8) in eine Stellentafel an der Tafel ein.

	100	10	1	
735	7	3	5	$700 + 30 + 5 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
601	6	0	1	$600 \quad + 1 = 6 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1$

Den Platz auf der rechten Seite nutzen wir für die Zerlegung der Zahlen in Vielfache von 1, 10, 100, die sich dieser Übung anschließt.
Für die Aufgaben 1a und 1b empfehlen wir diese Erweiterung an der Tafel. Die übrigen Aufgaben lösen die Schüler im Heft.

(3) Das Einwechseln von Geldbeträgen in Hundertmarkscheine, Zehnmarkscheine und Einmarkstücke macht den Kindern Freude und festigt ihre Kenntnisse über den Aufbau eines Zehnersystems. Die Aufgabe 3 (Lb 8) könnte dazu mündlich bearbeitet werden.
Für die Hausarbeit empfehlen wir die Aufgaben 2 und 4 (Lb 8).

Abschnitt 4 (1 Stunde)

Thema: Addition und Subtraktion

Ziele: Wiederholung der Bezeichnungen bei der Addition und Subtraktion. Ausführbarkeit beider Rechenoperationen. Wiederholung der Rechengesetze der Addition und ihre Anwendung. Vertrautmachen mit dem Lehrbuch

Gliederung:

Addition und Subtraktion

(1) 20 Bezeichnungen bei der Addition und Subtraktion. Ausführbarkeit von Addition und Subtraktion
(2) 25 Rechengesetze der Addition
Rechenvorteile durch Anwendung der Rechengesetze

Methodische Hinweise:

Für diese Stunde ist es wichtig, eine Zielangabe in der Richtung zu geben, das notwendige Grundwissen für die Addition und Subtraktion (Bezeichnungen, Fragen der Ausführbarkeit, Rechengesetze) zu wiederholen.

(1) Die Begriffe „Summand“, „Summe“, „Minuend“, „Subtrahend“, „Differenz“ sind den Schülern nicht unbekannt. In der kurzen Wiederholung zu Beginn sollen sie wieder ins Gedächtnis zurückgerufen werden. Hierzu können die Schüler in einer kurzen selbsttätigen Wiederholung den oberen Teil der Seite Lb 9 durchlesen. Entsprechend erfolgt dann die Wiederholung der Subtraktion. Die Übung 2 wird anschließend gemeinsam ausgewertet. Wichtig ist, daß die Schüler bei der Gleichung $a + b = c$ (analog bei der Subtraktion) darauf hingewiesen werden, daß der linke Term der Gleichung auch als Summe (bzw. als Differenz) bezeichnet wird.
In der Hausaufgabe könnte gefordert werden, die entsprechenden Übersichten über die Multiplikation und Division durchzulesen und die auftretenden Begriffe zu lernen. Eine andere Möglichkeit zur Wiederholung der Begriffe bei der Addition und Subtraktion wäre mit Hilfe der Anschauungstafel „Grundrechenarten I“ gegeben.

Im Unterrichtsgespräch wird zunächst herausgearbeitet, daß die Addition immer ausführbar ist, da die Summe zweier natürlicher Zahlen stets wieder eine natürliche Zahl ist. Die eingeschränkte Ausführbarkeit der Subtraktion wird durch mündliches Rechnen der Aufgaben 5 und 6 (Lb 10) erkannt. Hier stellen die Schüler am konkreten Fall die Nichtlösbarkeit einiger Aufgaben fest und begründen sie. Diese Erkenntnisse sollen dann abschließend verallgemeinert werden.
Die Schüler müssen in der Lage sein, die Bedingungen für die Ausführbarkeit der Subtraktion in Worten zu formulieren. Danach könnte im Heft eine Auswahl der Aufgaben 9 und 10 (Lb 10) gelöst werden, wobei auf die Form des Hinschreibens der Lösung geachtet werden muß, etwa:
$11 - a$ ist lösbar, wenn $a \leqq 11$.

(2) Die beiden Rechengesetze der Addition vor allem bezüglich ihrer Anwendung beim vorteilhaften Rechnen werden wiederholt. Der Lehrer stellt beispielsweise an der Tafel zwei Aufgaben und fordert zur Lösung auf. Die Schüler nennen sicher in Anwendung der bekannten Gesetze verschiedene Lösungswege. Man entwickelt dabei das Bild 24/1 und legt besonderen Wert auf das Wiedergeben der Gesetze mit den Worten des Schülers sowie auf das Begründen, warum bei den gegebenen Beispielen die Anwendung der Gesetze für das Rechnen Vorteile brachte.
Mit diesem Auffrischen der Kenntnisse im Unterrichtsgespräch bei gleichzeitiger Entwicklung des Tafelbildes wird es den Schülern nun nicht schwerfallen, einige der Aufgaben 1 bis 4 (Lb 10) zu lösen.
Im Zusammenhang mit dem rechten Teil des Bildes 24/1 sei der Vollständigkeit halber erwähnt, daß es bei Berücksichtigung der Kommutativität der Addition noch weitere Möglichkeiten für die Reihenfolge von drei Summanden innerhalb des verwendeten Assoziativgesetzes gibt.

<u>Rechenvorteile</u>

$7 + 222 = 229$

$\boxed{222 + 7 = 229}$

Summanden dürfen vertauscht werden.

$180 + 7 + 53$

$= (180 + 7) + 53 = 187 + 53 = 240$

$\boxed{= 180 + (7 + 53) = 180 + 60 = 240}$

Es ist beliebig, welche Addition man zuerst ausführt.

24/1

Abschnitt 5 (2 Stunden)

Thema: Multiplikation und Division

Ziele: Wiederholung der Bezeichnungen bei Multiplikation und Division. Ausführbarkeit beider Rechenoperationen. Wiederholung der Rechengesetze der Multiplikation und ihre Anwendung. Übungen zur Division mit einstelligem Divisor. Lösen von Sachaufgaben zu den Grundrechenoperationen

Gliederung:

1. Stunde:

Festigung von Grundkenntnissen über Multiplikation und Division

(1) 15 Kurzarbeit
(2) 15 Ausführbarkeit von Multiplikation und Division, Kommutativ-, Assoziativgesetz der Multiplikation mit Anwendungen
(3) 15 Distributivgesetz der Multiplikation mit Anwendungen

2. Stunde:

Übungen zur Division und Textaufgaben zu den Grundrechenoperationen

(1) 20 Tägliche Übung zur Division mit und ohne Benennung, wobei der Divisor einstellig ist
(2) 25 Lösen von Textaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde

(1) Wir beginnen mit einer Kurzarbeit, die verschiedene Aufgaben zur Wiederholung enthält. Dabei ist das Überprüfen der Begriffe zu den Grundrechenoperationen ein Schwerpunkt. Im allgemeinen werden solche Kurzarbeiten in halbschriftlicher Form durchgeführt, d. h., der Lehrer nennt die Aufgabe, und auf ein Zeichen schreiben die Schüler die meist im Kopf zu ermittelnde Lösung ins Heft.
Im folgenden werden einige Aufgaben für diese Kurzarbeit als Vorschlag unterbreitet:
- Berechne $a + b$ für $a = 134$ und $b = 36$!
- Berechne $a - b$ für $a = 134$ und $b = 36$!
- Berechne $c \cdot d$ für $c = 900$ und $d = 9$!
- Berechne $c : d$ für $c = 900$ und $d = 9$!
- Wie heißt das Ergebnis einer Subtraktionsaufgabe?
- Bilde das Produkt der Zahlen 8 und 12!
- Wie heißt die Zahl d in der Gleichung $c:d = e$?
- Vergleiche 9009 und 9090!
- Schreibe die größte dreistellige natürliche Zahl nieder!
- Wieviel Meter sind 2 km 50 m?

(2) An der Tafel wird die folgende Tabelle vorbereitet:

8	11	36	3	9	100
4	2	3	15	9	20

Jeweils die untereinanderstehenden Zahlen sollen mündlich zuerst multipliziert, dann dividiert werden (wir legen die erste Zeile für den Dividenden fest). Die Schüler sollen unmittelbar an die Problematik der Ausführbarkeit der Multiplikation und Division herangeführt werden. Die beiden Divisionsaufgaben 11:2 und 3:15 müssen daraufhin näher untersucht und die Nichtlösbarkeit begründet werden. Bei der Untersuchung der Aufgabe 3:15 ist es noch einmal notwendig, deutlich auf die Nichtkommutativität der Division hinzuweisen.
Als Zusammenfassung wird abschließend herausgestellt, daß die Multiplikation stets ausführbar ist (das Produkt ist immer wieder eine natürliche Zahl), die Division jedoch nur dann, wenn der Dividend ein Vielfaches des Divisors ist.
Die Gesetze der Multiplikation sollen in Analogie zu den Gesetzen der Addition gefunden werden. Arbeitsblätter nach dem Muster von Bild 27/1 könnten dazu von den Schülern selbständig ausgefüllt werden.
Vergleichende Betrachtungen sind für die Schüler stets wichtig, da sie zum Denken anregen.
Das Lösen einiger Multiplikationsaufgaben aus den Aufgaben 3 bis 6 (Lb 12) in mündlicher oder schriftlicher Form unter Ausnutzung der Rechenvorteile bildet anschließend eine nützliche Anwendung der Gesetzmäßigkeiten.

(3) Das Distributivgesetz wurde von den Schülern bisher schon beim Rechnen verwendet. Um die Teilschritte deutlich vor Augen zu haben, werden die beiden Beispiele 8a und b (Lb 12) durchgesprochen. Dabei ist der Hinweis wichtig, daß die Zerlegung eines Faktors in eine Summe so günstig zu treffen ist, daß die Aufgabe im Kopf lösbar wird. Es empfiehlt sich, besonders in dieser Richtung zu üben, d. h. die Schüler zu befähigen, einen Faktor günstig zu zerlegen und das Hinschreiben der einzelnen Faktoren beim Bilden der Teilprodukte zu vermeiden.
Die Aufgaben 7 bis 10 (Lb 12) haben die Anwendung des Distributivgesetzes beim vorteilhaften Rechnen zum Inhalt. Beim Lösen dieser Aufgaben ist es angebracht, die Schüler kommentieren zu lassen. Auch sollte wenigstens zu Beginn die Begründung für die jeweils getroffene Zerlegung eines Faktors in eine Summe gefordert werden.

2. Stunde:

(1) Im ersten Teil der Stunde sollen die Schüler möglichst selbständig Aufgaben des Lehrbuchs zur Division mit und ohne Benennung durch einstellige Divisoren lösen (Aufgaben 24, 25 und 30 bis 37, Lb 13). Dazu wählen wir die Form, bei der nur die Aufgabe und der Quotient, nicht aber die Zwischenschritte aufgeschrieben werden. Je ein Beispiel wird an der Tafel vorgerechnet und dabei vor allem die Sprechweise beachtet. Wir wählen hierzu die Beispiele so aus, daß sie die hauptsächlichste Fehlerquelle enthalten (auftretende Null im Quotienten). Wichtigkeit des Überschlags betonen!

(2) Auch das Lösen von Text- und Sachaufgaben sollte in der Anfangswiederholung eine Rolle spielen. Wir wählen zum Beispiel die Aufgabe 19 (Lb 13) und wollen daran die wichtigsten Schritte zur Lösung einer Textaufgabe wiederholen. Das Finden des Ansatzes bereitet den Schülern bekanntlich die meisten Schwierigkeiten. Wir unterstützen darum die Problemerfassung in der Richtung, daß nach Durchlesen des Textes zunächst eine Übersicht (manchmal auch Skizze oder graphische Veranschaulichung) der gegebenen Größen erarbeitet wird. Danach muß überlegt wer-

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Fülle den Teil über die Multiplikation aus, indem du mit dem Teil über die Addition vergleichst!

Rechengesetze

Addition	Multiplikation
$15 + 12 = 27$	$4 \cdot 15 =$ ....
$12 + 15 = 27$	....
$15 + 12 = 12 + 15$	....
$\boxed{a + b = b + a}$	....
$93 + 7 + 8$	$80 \cdot 5 \cdot 4$ ....
$(93 + 7) + 8 = 100 + 8 = 108$	....
$93 + (7 + 8) = 93 + 15 = 108$	....
Es ist beliebig, welche Addition man zuerst ausführt.	....
$(a + b) + c = a + (b + c)$	....

27/1

den, wie zu rechnen ist, um anschließend den Überschlag durchzuführen. Wir erinnern dabei an den Grundsatz, die Zahlen so abzuändern, daß die Rechnung leicht im Kopf ausgeführt werden kann. Am Beispiel wird der Überschlag erarbeitet und findet seinen Niederschlag an der Tafel. Das Errechnen der Produkte ist bei dieser Aufgabe auch im Kopf ausführbar. Prüfen des Ergebnisses mit dem Überschlag und Antwortsatz bilden den Abschluß der Aufgabe (Bild 28/1).

S. 13, Nr. 19

Gelieferte Bücher	Preis je Stück	Preise gesamt	
35 Stück	9 MDN	315 MDN	Ü.: 35 · 10 MDN = 350 MDN
8 Stück	19 MDN	152 MDN	8 · 20 MDN = 160 MDN
5 Stück	29 MDN	145 MDN	5 · 30 MDN = 150 MDN
		612 MDN	660 MDN

Der Rechnungsbetrag für die Lieferung beträgt 612 MDN.

28/1

Nachdem so die Aufgabe 19 (Lb 13) gemeinsam überlegt worden ist, sollten die Schüler selbständig eine ähnliche Aufgabe im Heft rechnen (etwa Aufgabe 20).
In einer Zusammenfassung wird der Aufgabentyp untersucht und erkannt, daß bei diesen Aufgaben aus der Menge und dem Stückpreis der gesamte Kaufpreis durch Multiplikation ermittelt wurde.

1. Die Folge der natürlichen Zahlen (35 Stunden)

1.1. Unterrichtsthematik

Der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen gelangt im ersten Stoffgebiet der Klasse 4 zu einem Höhepunkt und vorläufigen Abschluß. Während in den Klassen 1 bis 3 die Folge der natürlichen Zahlen systematisch und schrittweise bis 10000 aufgebaut wird, führt die Weiterentwicklung in Klasse 4 zu der Erkenntnis, daß die Folge der natürlichen Zahlen unendlich ist. Systematisch werden dabei einige Eigenschaften der natürlichen Zahlen entwickelt, ohne daß etwa das Axiomensystem von Peano explizit behandelt wird. Die Grundrechenoperationen und ihre Gesetzmäßigkeiten werden in den Klassen 4 und 5 systematisch behandelt. Im Stoffgebiet 1 muß hierfür jedoch in Form der ständigen und immanenten Weiterentwicklung der Rechenfertigkeiten eine wichtige Voraussetzung zum Verständnis des Aufbaus und der Eigenschaften der natürlichen Zahlen geschaffen werden. An den Aufbau der natürlichen Zahlen und eine ausgiebige Behandlung der Grundrechenoperationen mit diesen schließt sich in Klasse 5 die erste Zahlbereichserweiterung an. Die Paarbildung natürlicher Zahlen in Form von Brüchen und die Bildung des Begriffs „gebrochene Zahl“ setzen volle Klarheit der Schüler bezüglich des Begriffes „natürliche Zahl“ voraus.
Am Ende des Stoffgebietes 1, dem das Kapitel A im Lehrbuch entspricht, sollen die Schüler einen abgeschlossenen Überblick über die Menge der natürlichen Zahlen und ihre wichtigsten Eigenschaften besitzen. Letztlich bauen auf dieser grundlegenden Zahlenmenge alle späteren Zahlbereichserweiterungen auf.
Der Lehrplan stellt drei Hauptaufgaben an den Arithmetikunterricht in Klasse 4:

1. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen,
2. Weiterentwicklung der Rechenverfahren und Rechenfertigkeiten,
3. Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen von Text- und Sachaufgaben.

Eine weitere Bedeutung des Stoffgebietes A liegt darin, daß die Schüler eine erste Vorstellung vom Wesen des abstrakten Zahlenbegriffs erhalten. Mit einem Einblick in seine historische Entwicklung ist die Erkenntnis verbunden, daß auch dieser abstrakte Begriff seine Wurzeln in der Realität hat. Mit diesem Aspekt kann der Lehrer einen bedeutenden Beitrag zur weltanschaulichen Erziehung leisten. Durch sorgfältig ausgewählte, dem Verständnis der Schüler schon zugängige Bezüge zu unserem gesellschaftlichen Leben und zu unseren wirtschaftlichen Erfolgen speziell in den Beispielen und Aufgaben trägt der Mathematiklehrer zur staatsbürgerlichen Erziehung bei.

Schließlich wird der Begriff der natürlichen Zahl durch die Erkenntnis vertieft, daß natürliche Zahlen in verschiedenen Zahlensystemen dargestellt werden können. Auf diese Weise können die Vorteile von Positionssystemen gegenüber einem Additionssystem, wie wir es bei der Darstellung mit Hilfe römischer Zahlzeichen vor uns haben, und die besonderen Vorzüge des dekadischen Positionssystems herausgearbeitet werden.

1.2. Begriffe und Erkenntnisse

Begriffe, die aus dem Unterricht in den Klassen 1 bis 3 bereits bekannt, aber in Klasse 4 von grundsätzlicher Bedeutung sind oder in Klasse 4 eine wesentliche Vertiefung erfahren:

Grundbegriffe der Verknüpfungen (Addition, Summand, Summe usw.),
Potenz, Potenzschreibweise, Zehnerpotenz,
Gleichung, Ungleichung, Variable,
Stellenwerttafel (Stellentafel),
Zehnersystem, dekadisches System,
Vorgänger und Nachfolger,
Maßeinheiten der Länge, der Masse und der Zeit.

Begriffe, die in dem Stoffgebiet 1 in Klasse 4 neu eingeführt werden sollen:

Große Zahlen: Million, Milliarde, Billion und ihre Abkürzungen (Mill. oder Mio., Md. oder Mrd., Bill.),
Maßeinheit: Milligramm (mg);
Meßgeräte der Länge und der Masse,
Folge der natürlichen Zahlen,
dekadisches Positionssystem, Positionssystem,
Ziffer, Zahl, Grundziffern eines Positionssystems,
Zehner-, Zweier-, Fünfersystem, Römische Zahlzeichen (Information).

Bei der Behandlung des Stoffgebietes 1 der Klasse 4 sollen die Schüler folgendes lernen:

Mit Hilfe der Potenzschreibweise können wir ein Produkt aus jeweils untereinander gleichen Faktoren kürzer darstellen.
Es gilt $10^1 = 10$ (Definition).
Ordnen natürlicher Zahlen.
Erweitern der Stellentafel.
Die Null hat im dekadischen Positionssystem eine besondere Aufgabe. Die Null ist die kleinste natürliche Zahl.
Mit Ausnahme der Null besitzen alle natürlichen Zahlen einen Vorgänger; alle natürlichen Zahlen besitzen einen Nachfolger.
Da zu jeder natürlichen Zahl wieder ein Nachfolger ermittelt werden kann, bricht die Folge der natürlichen Zahlen nie ab.
Große Zahlen können übersichtlich geschrieben werden.
Wichtige Eigenschaften natürlicher Zahlen innerhalb der Folge der natürlichen Zahlen.
Es gibt noch andere Positionssysteme, z. B. das Zweiersystem.
Unterscheiden von Ziffer und Zahl.
Römische Zahlzeichen (Information).

1.3. Fähigkeiten und Fertigkeiten

Während der Behandlung des Stoffgebietes 1 (teilweise auch der folgenden Abschnitte) sollen bei den Schülern eine Reihe von Fähigkeiten herausgebildet werden. Hierzu gehören:

Selbständiges Lösen von Aufgaben mit wachsendem Schwierigkeitsgrad,
Entwicklung des Vorstellungsvermögens von der Größenordnung natürlicher Zahlen,
Anwenden eines Lösungsalgorithmus bei Text- und Sachaufgaben,
Messen und Wägen,
Arbeiten mit Tabellen, insbesondere die Herausarbeitung der in einer Tabelle enthaltenen Aufgabenstellung,
Arbeiten mit Variablen (z. B. Vorgänger: $a - 1$), Verstehen und Anwenden einfacher mengentheoretischer Schreibweisen (z. B. $\{1, 2, 3\}$),
Aufbau und Erweiterung der Stellentafel des dekadischen Positionssystems.

Neben dem Erwerb von Fähigkeiten müssen sich bei den Schülern systematisch bestimmte Fertigkeiten entwickeln. Solche Fertigkeiten sind:

Bestimmen von Potenzwerten, wobei 10, 2, 5 als Grundzahlen auftreten,
Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen,
Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen in formalen Aufgaben und Sachaufgaben mit den bis zur Klasse 3 geforderten Schwierigkeitsgraden,
Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen,
Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger natürlicher Zahlen,
Umwandeln von Maßeinheiten, Lesen und Schreiben großer Zahlen,
Arbeiten mit Stellentafeln, Arbeiten mit Relationszeichen ($=$, $>$, $<$),
Zählen vorwärts und rückwärts in Einerschritten und in Sprüngen innerhalb der Folge der natürlichen Zahlen, Lösen einfacher Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen.

1.4. Literaturhinweise

GÖRKE, L.: Mengen – Relationen – Funktionen. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1965 (Bestell-Nr. 002504).

STARKE, WOLF, GEISSLER, HANSEN: Hinweise zur Arbeit mit dem präzisierten Mathematiklehrplan in den Klassen 1 bis 3. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1964.

ORTMANN, W.: Die planmäßige Arbeit mit Sachaufgaben in den Klassen 1 und 2. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1965.

PIPPIG, G.: Zur Grundlegung der mathematischen Bildung in der Unterstufe. „Mathematik in der Schule“, Heft 1/1963, Seite 59.

ILSE, D., TIETZ, W.: Natürliche Zahlen. „Unterstufe“, Heft 6/1966, Seite 11; Heft 7/8/1966, Seite 6; Heft 10/1966, Seite 12.

1.5. Vorschlag für eine Stoffverteilung

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
6 Die Potenzen 10^2, 10^3, 10^4; Vielfache von 10^2, 10^3, 10^4	2	14	37	Potenzschreibweise: Zehnerpotenzen 10^2, 10^3 und 10^4; Darstellung von Vielfachen von 10, 100, ... als Vielfache von Zehnerpotenzen und umgekehrt	Multiplizieren mit 10, 100, 1000	Tabellen
7 Die Potenzen 10^5, 10^6; Vielfache von 10^5, 10^6	1	16	38	Die Zehnerpotenzen 10^2, ..., 10^6; Darstellung von Vielfachen von Zehnerpotenzen in verschiedener Weise	Grundrechenoperationen	
8 Veranschaulichen von Zahlen	1	18	39	Veranschaulichen von Zehnerpotenzen und ihren Vielfachen auf Millimeterpapier. Weiteres Arbeiten mit Zehnerpotenzen	Arbeit mit der Stellenwerttafel; Rechnen mit Zehnerpotenzen; Quadrat, Rechteck (Begriff, Zeichnung)	Millimeterpapier; Schiefertuchtafel: Quadratmeter mit cm^2-Raster; Stempel: Stellenwerttafel
9 Ordnen der Zahlen bis 1000000	1	20	41	Kurzarbeit; Vergleichen von Zahlen (Ungleichung, Gleichung); Ordnen natürlicher Zahlen	Grundrechenoperationen, Potenzen, Zehnerpotenzen	Hafttafel; Applikationen (Streifen zur Veranschaulichung natürlicher Zahlen)
10 Addieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen	1	22	44	Produktzerlegung voller Zehner, Hunderter usw. und Addieren dieser Produkte	Ordnen von Vielfachen von Zehnerpotenzen; Grundrechenoperationen (Addition, Subtraktion)	Hafttafel; Applikationen (Rechtecke zur Veranschaulichung von Vielfachen von Zehnerpotenzen)

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
11 Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen	2	23	47	Subtraktion bei Zerlegung von Zahlen in Produkte; Anwendung der Addition und Subtraktion beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen	Zählen innerhalb der Folge der natürlichen Zahlen; Grundrechenoperationen (Addition, Subtraktion)	
12 Maßeinheiten der Länge	1	26	51	Maßeinheiten der Länge; Meßgeräte; Umrechnungen (einfache und doppelte Benennung); Anwendungsaufgaben und Meßübungen	Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen, speziell mit Zehnerpotenzen	Längenmeßgeräte: Maßstab, Gliedermaßstab, Schneiderbandmaß, Meßband; Klassensätze: Geometrische Körper aus Stereometriebaukasten
13 Vierstellige Zahlen	1	28	52	Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu vierstelligen Zahlen (Stellentafel, Rolle der Null); Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen	Natürliche Zahlen; Zehnerpotenzen; Grundrechenoperationen; Stellentafel; Maßeinheiten der Länge	Anschauungsgerät „Stellenwerttafel“
14 Fünfstellige Zahlen	1	30	55	Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu fünfstelligen Zahlen (Übergang von vier- zu fünfstelligen Zahlen; Stellentafel); Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen	Natürliche Zahlen; Zehnerpotenzen; Grundrechenoperationen; Stellentafel	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
15 Rechnen mit fünfstelligen Zahlen	1	32	57	Rechnen mit fünfstelligen Zahlen (Vorgänger und Nachfolger, Sprech- und Schreibweise, Zerlegung in Summen, Zählen, Ordnen, Gleichungen und Ungleichungen, Grundrechenoperationen)	Begriffe Vorgänger und Nachfolger einer natürlichen Zahl	
16 Sechsstellige Zahlen	1	35	60	Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu sechsstelligen Zahlen (Übergang von fünf- zu sechsstelligen Zahlen; Stellentafel). Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen; (Ungleichungen)	Bestimmen des Vorgängers und Nachfolgers einer natürlichen Zahl	
17 Zahlenvergleiche	1	37	62	Kurzarbeit; Systematisches Verfahren des Zahlenvergleichs (Stellentafel, Ziffernvergleich). Anwenden des Verfahrens in formalen und Anwendungsaufgaben	Grundrechenoperationen; Vorgänger und Nachfolger; Maßeinheiten der Länge	Applikation: Verschiedene vier- bis siebenstellige Zahlen auf jeweils einer rechteckigen Pappfläche

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
18 Maßeinheiten der Masse	1	40	64	Begriffe „Masse“ und „Wägen“; Tafelwaage und andere Waagen; Maßeinheiten der Masse: mg, g, kg, dt, t; dezimale Schreibweise bei Massenangaben; Umwandeln in größere und kleinere Masseneinheiten		Tafelwaage (Briefwaage, Modell einer Dezimalwaage, Schalenwaage); Wägestücke; zu wägende Objekte (Sand, Werkstücke o. ä.)
19 $10^7, \ldots, 10^{12}$ und ihre Vielfachen; Erweiterung der Stellentafel	5	42	66	Die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000; Grundrechenoperationen und Maßeinheiten (Gesamtwiederholung und 1. Klassenarbeit). Erweiterung der Stellentafel bis 10^{12}	Die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000; Grundrechenoperationen; Maßeinheiten der Länge und Masse	Grundrechenoperationen: Klassensatz: Würfel (Stereometriebaukasten), Schiefertuchtafel (groß, ohne Lineatur)
20 Große Zahlen	3	44	72	Sprech- und Schreibweise großer Zahlen. Rechnen mit großen Zahlen. Auswertung von Zahlenmaterial aus Presse und Nachschlagewerken	Eigenschaften natürlicher Zahlen (Vorgänger und Nachfolger, Fortschreiten innerhalb der Folge der natürlichen Zahlen; Nichtexistenz einer größten natürlichen Zahl)	Ausschnitte aus der sozialistischen Presse, statistische Jahrbücher, Nachschlagewerke

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
21 Die Folge der natürlichen Zahlen	3	47	75	Kurzarbeit. Festigung des Begriffes „Folge der natürlichen Zahlen"; Systematisierung der Eigenschaften natürlicher Zahlen.	Eigenschaften natürlicher Zahlen; Rechnen mit natürlichen Zahlen; Maßeinheiten der Länge und Masse	
22 Das dekadische Positions-system	2	48	78	Begriffe „Ziffer", „Zahl", „dekadisches Positionssystem". Zerlegung großer Zahlen in Summen mit Zehnerpotenzen	Potenzbegriff; Rechnen mit Potenzen, speziell Zehnerpotenzen	
23 Andere Positionssysteme	2	49	82	Positionssysteme mit den Grundzahlen 2 und 5. Praktische Bedeutung anderer Positionssysteme	Potenzbegriff; Rechnen mit Potenzen; dekadisches Positionssystem	
24 Römische Zahlzeichen	1	50	84	Römische Zahlzeichen; römische Zahlzeichen in der Umwelt		Bilder von Bauwerken mit römischen Zahlzeichen
Gesamtwiederholung und Leistungskontrolle	4	51	85	Gesamtwiederholung und 2. Klassenarbeit: Natürliche Zahlen – Positionssysteme		

1.6. Vorschläge zur Gestaltung

Stoffeinheit 1.1.: Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000 (15 Stunden)

Abschnitt 6 (2 Stunden)

Thema: Die Potenzen 10^2, 10^3, 10^4 und Vielfache der Potenzen 10^2, 10^3, 10^4

Ziele: Einführung der Potenzen 10^2, 10^3, 10^4. Darstellung der Vielfachen von 100, 1000 und 10000 als Vielfache der Potenzen 10^2, 10^3 bzw. 10^4 und umgekehrt.
Übung im Umgang mit den eingeführten Zehnerpotenzen

Gliederung:

1. Stunde: Einführung der Potenzen 10^2 und 10^3

(1) 15 Übung: Multiplizieren mit 10 und 100

(2) 10 Wir stellen fest:
Die Multiplikation einer natürlichen Zahl a mit 10 (100, 1000) kann formal so gelöst werden, daß an die Ziffer der Zahl a eine (zwei, drei) Null(en) angehängt wird (werden).

(3) 20 10^2 als kürzere Schreibweise für $10 \cdot 10$,
10^3 als kürzere Schreibweise für $10 \cdot 10 \cdot 10$.
Der Begriff „Potenz".
Darstellen von Vielfachen von 100 und 1000 als Vielfache der Potenzen 10^2 bzw. 10^3 und umgekehrt

2. Stunde: Einführung der Potenz 10^4

(1) 10 Übung: Darstellen von Vielfachen von 100 und 1000 als Vielfache der Potenzen 10^2 bzw. 10^3 und umgekehrt

(2) 20 10^4 als kürzere Schreibweise für $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$.
Darstellen von Vielfachen von 10000 als Vielfache der Potenz 10^4 und umgekehrt

(3) 15 Einfache Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) In der einführenden Übung rechnen die Schüler zuerst mündlich:
$5 \cdot 10$; $9 \cdot 10$; $10 \cdot 10$; $4 \cdot 100$; $7 \cdot 100$; $10 \cdot 100$.

Dann ermitteln die Schüler die Ergebnisse folgender an der Tafel vorbereiteter Aufgaben:

Berechne $a \cdot 10$ für $a = 3$ (7; 8; 11; 15)! Berechne $a \cdot 100$ für $a = 2$ (5; 8; 9; 13)!

(2) Nunmehr wird die Übung 5 (Lb 14) von den Schülern im Heft gerechnet. Dabei sollen folgende Erkenntnisse erarbeitet werden:

1. Wenn wir eine natürliche Zahl a mit 10 (100) multiplizieren, hängen wir an ihre Ziffer a eine Null (zwei Nullen) an.

2. Wenn wir 10 (100) mit 10 multiplizieren, so gelangen wir in die nächste Zehnerpotenz.

(3) Wir knüpfen nun an die letzte Zeile der Tabelle an und entwickeln an der Tafel:

$10 \cdot 10 = 100 \qquad 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

Die Zahl 10 tritt mehrmals als Faktor auf. Man schreibt ein Produkt, bei dem eine Zahl mehrmals als Faktor auftritt, auch als **Potenz**.

$10 \cdot 10 = 10^2 \qquad 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

Wir erhalten dann:

$\boxed{100 = 10^2} \qquad \boxed{1000 = 10^3}$

Wir gehen nun zu Vielfachen von Zehnerpotenzen über und rechnen an der Tafel:

$2 \cdot 100 = 200 \qquad 2 \cdot 1000 = 2000$
$2 \cdot 10^2 = 200 \qquad 2 \cdot 10^3 = 2000$
$8 \cdot 10^2 = 800 \qquad 6 \cdot 10^3 = 6000$

Zur Übung werden die Aufgaben unter Nr. 1 (Lb 14) und als Hausarbeit die Aufgaben unter Nr. 2 gelöst.

2. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt mit einer Übung zum Stoff, der in der 1. Stunde behandelt wurde.

(2) Die Schüler fertigen nun eine Tabelle mit dem Kopf $\begin{array}{c|c} a & a \cdot 1000 \\ \hline \end{array}$ für $1 \leqq a \leqq 10$ (a natürlich) an. Außerdem wird die Übung 6 (Lb 14) gestellt. Nach Möglichkeit wird dann durch einen Schüler an der Tafel entwickelt:

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$
$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$
$10000 = 10^4.$

Im Anschluß werden die Aufgaben 3a bis d (Lb 14) gerechnet.

(3) In diesem Teil der Stunde werden die Aufgaben 5 und 7 (Lb 15) durchgearbeitet.

Abschnitt 7 (1 Stunde)

Thema: Die Potenzen 10^5, 10^6 und Vielfache von 10^5 und 10^6

Ziele: Einführung der Potenzen 10^5 und 10^6. Darstellung von Vielfachen von 100000 und 1000000 als Vielfache der Potenzen 10^5 bzw. 10^6 und umgekehrt.
Übung im Umgang mit den eingeführten Zehnerpotenzen (formale und einfache Sachaufgaben).

Gliederung:

Die Potenzen 10^5, 10^6 und Vielfache von 10^5 und 10^6
(1) 10 Wiederholung und Übung: Grundrechenoperationen
(2) 10 Erarbeitung einer Übersicht: Zehnerpotenzen $10^2, \ldots, 10^6$ (Einführung der Potenzen 10^5, 10^6)
(3) 25 Übung: Darstellung von Vielfachen der Zehnerpotenzen in verschiedener Weise. Einfache Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

(1) Es werden Kettenaufgaben gestellt. Die Schüler lösen sie in halbschriftlicher Form.

(2) Im zweiten Teil der Stunde wird eine zusammenfassende Übersicht über die Zehnerpotenzen ($10^2, \ldots, 10^6$) als Tafelbild erarbeitet (Bild 39/1).

Zehnerpotenzen

Potenz		
10^2	$10 \cdot 10$	100 (einhundert)
10^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	1000 (eintausend)
10^4	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10000 (zehntausend)
10^5	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	100000 (einhunderttausend)
10^6	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	1000000 (eine Million)

39/1

Den neuen Zehnerpotenzen 10^5 und 10^6 wird dabei besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Das Tafelbild sollte schon während seiner Entstehung Schritt für Schritt von den Schülern mitgeschrieben werden. Gute Schüler können der Klasse diktieren, was sie schreiben. Der Lehrer arbeitet an der Tafel. Das Mitschreiben der Zahlwörter für die Potenzwerte sollte beachtet werden.

(3) Der letzte Teil der Stunde dient der Übung und Anwendung. Die Aufgaben 1 und 2 (Lb 16) können als mündliche Übung durchgeführt werden. Für die schriftliche Übung und die Hausarbeit stehen die Aufgaben 3 bis 6 (Lb 17) als formale Aufgaben und die Aufgaben 7 bis 14 (Lb 17) als Sachaufgaben zur Verfügung. Der Lehrer trifft eine geeignete Auswahl.

Abschnitt 8 (1 Stunde)

Thema: Veranschaulichen von Zahlen.

Ziele: Veranschaulichen von Zehnerpotenzen und ihren Vielfachen durch Quadrate bzw. Rechtecke (auf Millimeterpapier).
Weitere Festigung und Vertiefung der Arbeit mit Zehnerpotenzen.

Unterrichtsmittel:

Millimeterpapier (je Schüler ein A 5-Blatt, beiderseitig bedruckt), Schiefertuchtafel: Quadratmeter mit cm^2-Raster, Stempel: Stellenwerttafel

Gliederung:

Veranschaulichen von Zahlen

(1) 10 Übung: Stellenwerttafel (Ablesen und Eintragen von Zahlen)
(2) 20 Veranschaulichen von Zahlen auf Millimeterpapier
(3) 15 Übung: Rechnen mit Zehnerpotenzen. Formale und eingekleidete Aufgaben

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit einer Übung an der Stellenwerttafel. Dazu hat der Lehrer ein Tafelbild vorbereitet (Bild 40/1). Die bereits vom Lehrer eingetragenen Zahlen werden lediglich abgelesen. Dabei wird besonders auf die Rolle der Null in den einzelnen Spalten der Stellenwerttafel hingewiesen.

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
			3	5	9	7
1	6	2	1	4	1	3
		7	0	3	0	5

10321
7015
4926803

40/1

Die nächste Aufgabe der Schüler besteht darin, einige vom Lehrer neben die Stellenwerttafel geschriebene Zahlen in die eigene Stellenwerttafel einzutragen. Schließlich liest der Lehrer einige Zahlen vor, und die Schüler tragen diese wiederum ein. Durch Austausch der Hefte und Anschreiben der Lösungen erfolgt eine Kontrolle. Bei einer solchen Übung sollten die Schüler bereits über eine vorbereitete Stellenwerttafel verfügen. Möglichkeiten für die Herstellung einer Stellenwerttafel:

1) Die Schüler bereiten in der Hausaufgabe eine solche Stellenwerttafel vor.
2) Stempeldrucke auf Blättern oder in den Heften der Schüler. (Entsprechende Stempel werden als Unterrichtsmittel angeboten.)

(2) Im zweiten Teil der Stunde werden natürliche Zahlen, insbesondere Zehnerpotenzen und deren Vielfache, durch Quadrate oder Rechtecke auf Millimeterpapier veranschaulicht. An Hand des Bildes A 1 im Lehrbuch ist zu erläutern:

1) Begriff „Quadrat“ (Wiederholung aus Kl. 2).
2) Zuordnung der natürlichen Zahlen zur entsprechenden Anzahl von Quadratmillimetern, also zu einer Fläche bestimmter Größe.

Die Schüler müssen aus einer gegebenen Fläche die dargestellte Zahl ablesen und umgekehrt eine gegebene Zahl als Fläche darstellen. Das entsprechende Anliegen haben die Aufgaben 1 und 2 (Lb 19 und 20) zum Inhalt. Jeder Schüler erhält ein Blatt Millimeterpapier und stellt jede der beiden Aufgaben auf einer Seite dar. Man kann im Unterricht das Arbeiten mit der Schere vermeiden, wenn man die Schüler die entsprechenden Flächen nur zeichnen läßt. Die Aufgabe 1a wird zunächst gemeinsam durchgeführt. Der Lehrer verwendet dabei die Schiefertuchtafel. Die selbständige Bearbeitung der Aufgaben 1b bis e schließt sich an. Man sollte hierbei auch den Begriff „Rechteck" wiederholend erläutern. Dann werden die Aufgaben 2a und b zeichnerisch dargestellt. Der Rest der Aufgabe 2 kann Hausaufgabe sein (ausschneiden und aufkleben!).

(3) Der letzte Teil der Stunde dient der weiteren Übung mit Zehnerpotenzen. Sehr zu empfehlen sind die Aufgaben 5 und 6 (Lb 19). Die eine der beiden könnte in der Schule, die andere als Hausaufgabe gelöst werden.
Zum Abschluß könnte noch eine der beiden Sachaufgaben (Aufgaben 3 und 4, Lb 19) gelöst werden. Aufgabe 3 ermöglicht eine Verbindung zu anderen Fächern (z. B. Geographie). Am Beispiel der Aufgabe 3 sollen einige Hinweise zum Lösungsalgorithmus derartiger Textaufgaben gegeben werden. Die Schüler müssen unbedingt ein Verfahren beherrschen, das auf möglichst viele Aufgaben anwendbar ist. Das zu verwendende Verfahren sollte einerseits noch an den in Klasse 3 üblichen Lösungsplan von Sachaufgaben angelehnt werden, sollte aber andererseits schon den Lösungsalgorithmus entsprechender Aufgaben in der Oberstufe (Problemstellung – Problemdurchdringung – Problemlösung) anklingen lassen. Empfehlenswert sind dabei immer tabellarische Darstellungen des Lösungsplanes.

Lösungsplan:

	Wasser	Salz
Aufgabe:	1000 kg	7 kg
	10000 kg	x kg
Überlegung:	10000 kg	x kg
	$= 10 \cdot 1000$ kg	$= 10 \cdot 7$ kg
Lösung:	10000 kg	$\underline{\underline{70 \text{ kg}}}$

Antwortsatz: Aus 10000 kg Meerwasser kann man 70 kg Salz gewinnen.

Bemerkungen:

1000 kg Meerwasser liefern 7 kg Salz. 10000 kg Meerwasser liefern x kg Salz. 10000 kg Wasser ist das Zehnfache von 1000 kg. Also erhält man auch die zehnfache Menge Salz (Multiplikation). (Überschlag und Probe können bei dieser Aufgabe entfallen, werden aber sonst an dieser Stelle in den Lösungsweg aufgenommen.)

Abschnitt 9 (1 Stunde)

Thema: Ordnen der Zahlen bis 1000000.

Ziele: Überprüfung des bisher behandelten Stoffes durch eine Leistungskontrolle (Kurzarbeit). Vertiefung der Größenvorstellung von natürlichen Zahlen durch Zahlenvergleiche. Einführung in die Ordnung der natürlichen Zahlen

Unterrichtsmittel: Hafttafel; Applikationen (10 Rechteckstreifen verschiedener Größe zur Veranschaulichung der Zahlen 1000, 2000, ..., 10000)

Gliederung:

Ordnen der natürlichen Zahlen bis 1000000

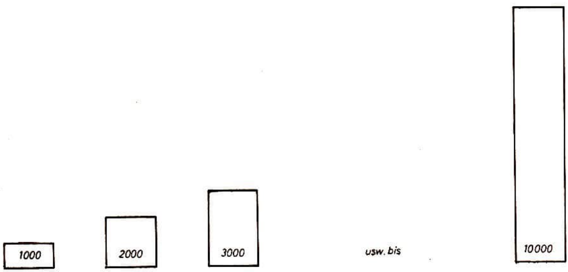
(1) 15 Leistungskontrolle: Halbschriftliche Kurzarbeit
(2) 15 Vergleich und Ordnung natürlicher Zahlen (Vielfache von Zehnerpotenzen)
(3) 15 Umformen von Ungleichungen zu Gleichungen durch Addition und Subtraktion

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit einer Kurzarbeit. Im folgenden werden einige Aufgaben für diese Kurzarbeit als Vorschlag unterbreitet:

- Nenne das Fünffache von 70!
- Berechne das Produkt von 80 und 7!
- Nenne den vierten Teil von 440!
- Berechne 10^5!
- Berechne $7 \cdot 10^3$!
- Schreibe als Zehnerpotenz: 1000000!
- Schreibe als Zehnerpotenz: 100!
- Schreibe als Vielfaches einer Zehnerpotenz: 2000!
- Schreibe als Vielfaches einer Zehnerpotenz: 60000!

(2) Im weiteren Verlauf der Stunde sollen wichtige Erkenntnisse beim Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen gewonnen werden. Das Problem wird im wesentlichen zunächst auf die Untersuchung unterschiedlicher Vielfacher der gleichen Zehnerpotenz beschränkt. Es empfiehlt sich, mit der Übung 11 (Lb 20) zu beginnen, die wir gemeinsam erarbeiten.
Dabei kann man in Anknüpfung an die vorangegangene Stunde auch hier wieder die Veranschaulichung natürlicher Zahlen durch Rechtecke benutzen. Am einfachsten ist es, wenn man sich die im Bild 42/1 aufgeführten Applikationen für die Magnethafttafel herstellt.



42/1

Geeignete Abmessungen für die Streifen sind:

einheitliche Breite: 5 cm

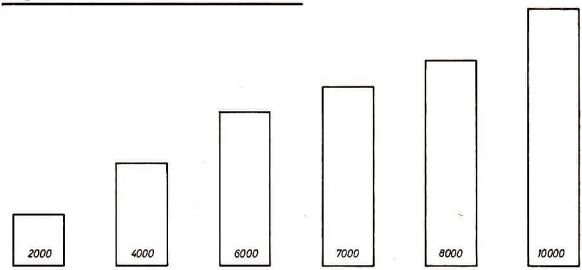
verschiedene Höhen: 3, 6, 9, ..., 30 cm

Zunächst werden die geforderten Vergleiche durchgeführt. Schüler legen an der Hafttafel die entsprechenden Streifen nebeneinander (im ersten Falle also die Streifen 6000 und 7000) und schreiben die zugehörige Ungleichung an eine benachbarte einfache Tafel (also hier: $6000 < 7000$). So erhält man folgende Darstellung:

$6000 < 7000$
$6000 > 4000$
.
.
.
$6000 < 10000$

Nach diesen einfachen Vergleichen sind wir in der Lage, die gegebenen Zahlen, beginnend mit der kleinsten, zu ordnen und entwickeln dabei das Tafelbild (Bild 43/1).

Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen



$2000 < 4000 < 6000 < 7000 < 8000 < 10000$

$2 \cdot 10^3 < 4 \cdot 10^3 < 6 \cdot 10^3 < 7 \cdot 10^3 < 8 \cdot 10^3 < 10^4$

43/1

Schlußfolgerungen aus dem Tafelbild:

1) Vielfache der gleichen Zehnerpotenz werden nach ihren Faktoren (bzw. nach ihrer ersten Ziffer) geordnet.

2) Wegen des letzten Streifens läßt sich sogar schon folgende Aussage machen:
Verschiedene Zehnerpotenzen werden nach ihren Hochzahlen geordnet.
Beide Folgerungen können auch noch ins Tafelbild aufgenommen werden. Sie werden zu einem späteren Zeitpunkt angewendet.

Man sollte nun vermeiden, das Tafelbild einfach abschreiben zu lassen. Vielmehr schreiben die Schüler nur die Überschrift auf und lösen darunter in entsprechender Weise (ohne Streifendarstellung) die Aufgabe 1 (Lb 21). (Man beachte: In Aufgabe 2, die evtl. für die Hausarbeit in Frage kommt, ist einmal das Gleichheitszeichen zu setzen.) Evtl. sei noch Aufgabe 7 zur Übung empfohlen. Hier treten bereits verschiedene Zehnerpotenzen auf.

(3) Die Aufgabe 9 (Lb 21) eignet sich dazu, zu einem weiteren Problem überzuleiten. Die folgenden Vergleiche sind alle quantitativ. Man stellt jetzt fest, um wieviel eine Zahl größer oder kleiner ist als eine andere. Die erste Aufgabe sei als Beispiel dargestellt:

$500000 > 200000$
a) $500000 = 200000 + 300000$
b) $500000 - 300000 = 200000$

Empfehlung für die Hausaufgabe: Aufgaben 10 und 12 (Lb 21).

Abschnitt 10 (1 Stunde)

Thema: Addieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen

Ziele: Addieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen (ohne Potenzschreibweise).
Vorbereitung der Zerlegung mehrstelliger Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen.
Vorbereitung der Einführung des Distributivgesetzes

Unterrichtsmittel: Hafttafel; Applikationen (Rechtecke zur Veranschaulichung von Vielfachen von Zehnerpotenzen)

Gliederung:

Addition von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(1) 10 Übung: Ordnen von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(2) 10 Erarbeitung: Addieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(3) 15 Festigung des erarbeiteten Verfahrens mit Hilfe formaler und Textaufgaben

(4) 10 Übung: Ergänzen fehlender Ziffern in Additions- und Subtraktionsaufgaben

Methodische Hinweise:

(1) Am Beginn der Stunde wird das Ordnen von Vielfachen von Zehnerpotenzen wiederholt und geübt. Geeignet ist hierfür das Arbeitsblatt IV/1 (Bild 45/1). Steht das Arbeitsblatt nicht zur Verfügung, kann sich der Lehrer auch dadurch behelfen, daß er die Aufgabenstellung vor Beginn der Stunde an die Tafel schreibt. Die Schüler bearbeiten selbständig die erste Aufgabe. Die Schwierigkeit gegenüber den Aufgaben

Arbeitsblatt IV/1

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1) Ordne!
Beginne mit der kleinsten Zahl!

10^5; $3\,000$; $7 \cdot 10^2$; 0; $5 \cdot 10\,000$; $9 \cdot 10$;
$1\,000\,000$; $9 \cdot 10^2$; $5 \cdot 10^5$; 1; $8 \cdot 1000$

....

....

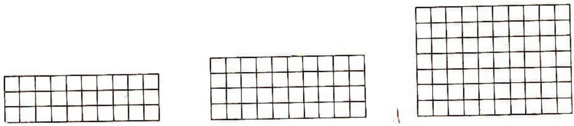
2) Ergänze die fehlenden Ziffern!

$$\square\square\square - \square\square = 1$$

$$\begin{array}{rrr} 4 & \square & 7 \\ +\square & 6 & 1 \\ \hline 7 & 5 & \square \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} \square & 9 & 6 \\ -\ 1 & \square & 5 \\ \hline 6 & 7 & \square \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} \square & 8 & 9 \\ -\ 3 & 5 & \square \\ \hline 3 & \square & 5 \end{array}$$

der letzten Stunde ist insofern höher, als verschiedene Schreibweisen für die dargestellten Zahlen benutzt werden. Außerdem sind die Zahlen 0 und 1 enthalten. Dadurch wird bereits die Aufmerksamkeit der Schüler auf die besondere Rolle dieser beiden Zahlen im Bereich der natürlichen Zahlen gelenkt.
Bei der Besprechung des Ergebnisses sollte das rationellste Lösungsverfahren im Vordergrund stehen. Dieses besteht darin, daß man schrittweise die verschiedenen Zehnerpotenzen auswählt und dabei mit Unterstreichungen (evtl. mehrfarbig) arbeitet.

(2) Nun wird das Addieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen erarbeitet. Der Lehrer kann sich dabei wieder der Hafttafel und entsprechender Applikationen (Bild 46/1) bedienen.



46/1

Zur Einführung wählt man ein einfaches Beispiel, dessen Zahlen sich gut veranschaulichen lassen. Geeignet ist das Beispiel 11 (Lb 22).
Die Lösung erfolgt mit Hilfe einer Produktzerlegung der Summanden:

$$\begin{aligned} 30 + 40 &= 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 \\ &= 7 \cdot 10 \\ &= 70 \end{aligned}$$

Dabei muß man dem Schüler erst begreiflich machen, daß wir die Addition nicht in der bisher üblichen Weise durchführen wollen, sondern mit Hilfe einer Zerlegung der Summanden in Produkte mit Zehnerpotenzen. Das Hauptproblem der Einführung besteht in dem Übergang

$$3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 = 7 \cdot 10$$

Der Lehrer führt die Schüler zunächst induktiv über die Anschauung zum Verständnis für die Richtigkeit dieses Schrittes. Allerdings sollte man bewußtmachen, daß die Aufgabe

$$30 + 40 = 70$$

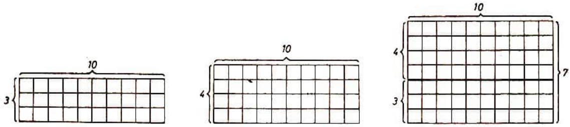
in der üblichen Weise mit dem gleichen Resultat gelöst werden kann.
Das Haupttafelbild dieser Stunde enthält also die Lösung der obigen Aufgabe über die genannte Produktzerlegung mit Veranschaulichung durch Applikationen (Bild 47/1). Auch hier wird man das Tafelbild nicht einfach abschreiben lassen, sondern der Lehrer stellt neue Aufgaben, wie etwa die folgenden:

Berechne folgende Summen:

a) $200 + 700$ b) $50000 + 30000$

Die Aufgaben sind von allen Schülern in Analogie zum Tafelbild (unterer Teil) selbständig zu lösen, wobei die erste noch von einem Schüler an der Tafel gelöst werden kann.

Aufgabe: Die Summe $30 + 40$ ist zu berechnen.



$$3 \cdot 10 \quad + \quad 4 \cdot 10 \quad = \quad 7 \cdot 10$$

$$\begin{aligned} 30 + 40 &= 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 \\ &= 7 \cdot 10 \\ &= 70 \end{aligned}$$

47/1

(3) Das erarbeitete Verfahren wird nun durch eine Reihe formaler und Sachaufgaben gefestigt. Der Lehrer wählt dafür eine entsprechende Anzahl verschiedener Aufgaben aus dem Lehrbuch aus, die die Schüler weitgehend selbständig lösen. Eine Zusammenfassung schließt sich an.

Die Hausaufgabe enthält Aufgaben, wie sie während der Übung gelöst wurden.

(4) Den Abschluß dieser Stunde kann eine Übung bilden. Es handelt sich um den zweiten Teil des Arbeitsblattes IV/1 (Bild 45/1).
In den Additions- und Subtraktionsaufgaben sind nun die fehlenden Ziffern zu ergänzen. Nach Abschluß der Übung zeigen Schüler an der Tafel, wie sie zu ihren Lösungen gelangt sind. Dabei sind die Begründungen für die einzelnen Schritte von besonderer Bedeutung.

Abschnitt 11 (2 Stunden)

Thema: Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen

Ziele: Festigung der Addition und Einführung der Subtraktion von Vielfachen von Zehnerpotenzen.
Vorbereitung der Zerlegung mehrstelliger Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen.
Vorbereitung der Einführung des Distributivgesetzes.
Anwendung des Rechnens mit Vielfachen von Zehnerpotenzen, speziell bei der Lösung einfacher Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen.
Anerziehung einer kritischen Haltung gegenüber eigenen Arbeitsergebnissen (Probe)

Gliederung:

1. Stunde: Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(1) 15 Einführung: Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen
(2) 15 Übung: Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen (formale Aufgaben)
(3) 15 Anwendung des Rechnens mit Vielfachen von Zehnerpotenzen bei der Lösung einfacher Gleichungen mit einer Variablen

2. Stunde: Addieren und Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(1) 10 Zählübungen in Sprüngen von Zehnerpotenzen (schriftlich und mündlich)
(2) 15 Anwendung des Rechnens mit Vielfachen von Zehnerpotenzen beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen
(3) 20 Schriftliches und mündliches Addieren und Subtrahieren dreistelliger Zahlen (In der Einerstelle soll jeweils eine 0 stehen.)

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Mit Hilfe von Aufgabenzetteln oder mit Hilfe eines vorbereiteten Tafelbildes stellt der Lehrer folgende Aufgaben zu Beginn der Stunde:

- Wie groß ist die Summe der Zahlen 200000 und 700000?
- Die Summe zweier Zahlen ist 9000. Ein Summand ist 4000. Wie heißt der andere?

Beide Aufgaben sollen von den Schülern selbständig gelöst werden, und zwar mit Hilfe einer Zerlegung in Vielfache von Zehnerpotenzen. Zwischen beiden Aufgabenstellungen besteht ein grundsätzlicher Unterschied: Die erste Aufgabe führt auf die Addition, die zweite Aufgabe führt auf die Subtraktion. Das ist in der Besprechung der Lösungen zunächst herauszuarbeiten. Während die Lösung der ersten Aufgabe von einem Schüler ohne Schwierigkeiten angeschrieben werden kann, da das Verfahren in der vorangegangenen Stunde entwickelt wurde, wird die Lösung der zweiten Aufgabe gemeinsam an der Tafel erarbeitet (Bild 48/1).

1. Wie groß ist die Summe der Zahlen 200000 und 700000?

$$\begin{aligned}&200000 + 700000\\&= 2 \cdot 100000 + 7 \cdot 100000\\&= 9 \cdot 100000\\&= \underline{\underline{900000}}\end{aligned}$$

2. Die Summe zweier Zahlen ist 9000. Ein Summand ist 4000. Wie heißt der andere?

$$\begin{aligned}4000 + x &= 9000\\x &= 9000 - 4000\\&= 9 \cdot 1000 - 4 \cdot 1000\\&= 5 \cdot 1000\\&= \underline{\underline{5000}}\end{aligned}$$

Probe: $4000 + 5000 = 9000$
$9000 = 9000$

48/1

Dabei muß folgendes erreicht werden:

1. Herausarbeitung der ersten Zielstellung und einer Motivation für das Verfahren.
2. Das in der vorangegangenen Stunde für die Addition erarbeitete Verfahren ist auch auf die Subtraktion anwendbar. Auf eine Veranschaulichung durch Applikationen wird verzichtet. Durch eine Probe überzeugen wir uns von der Richtigkeit der Lösung.

Für die Lösung der Aufgabe 2 wurde bereits die Form einer Gleichung mit einer Variablen gewählt. Dadurch werden gleich die nötigen Voraussetzungen für den letzten Teil der Stunde geschaffen. Deshalb sollte das erarbeitete Tafelbild bis zu diesem Zeitpunkt erhalten bleiben.

(2) Im zweiten Teil der Stunde lösen die Schüler eine Reihe formaler Aufgaben, wie sie das Lehrbuch auf der Seite 23 (Aufgaben 1 bis 6) zur Verfügung stellt. Schrittweise wird dabei der Grad der Selbständigkeit erhöht, z. B. in folgender Weise:

1. Vorrechnen einer Aufgabe durch einen Schüler an der Tafel, die übrigen Schüler arbeiten im Heft mit.
2. Einzelne Schüler diktieren, was sie im Heft schreiben, die übrigen arbeiten in gleicher Front mit.
3. Die Schüler arbeiten in voller Selbständigkeit in ihren Heften.

(3) Die Stunde schließt ab mit dem Lösen einfacher Gleichungen mit einer Variablen. Dazu stehen die Aufgaben 10 und 11 (Lb 24) zur Verfügung. Die Aufmerksamkeit der Schüler wird noch einmal auf das zu Beginn der Stunde erarbeitete Tafelbild konzentriert. Die erste von den Schülern zu lösende Aufgabe sollte dabei von gleicher Struktur wie die des Tafelbildes sein (z. B. Aufgabe 10a). Zu jeder Aufgabe ist die Probe durchzuführen.
Die Hausaufgaben sollten von ähnlicher Art sein wie die in den Übungen gelösten Aufgaben.

2. Stunde:

(1) Zu Beginn der Stunde werden Zählübungen durchgeführt, wie sie die Aufgaben 30 bis 33 (Lb 25) verlangen. Dabei sollte ein rascher Wechsel der methodischen Gestaltung angestrebt werden, z. B. in folgender Weise:

1. Weiterzählen in Zehnerschritten (Aufgabe 30): Der Reihe nach nennt jeder Schüler eine Zahl.
2. Weiterzählen in Hunderterschritten (Aufgabe 32): schriftliches Arbeiten.
3. Rückwärtszählen in Zehnerschritten (Aufgabe 31): Vom Lehrer aufgerufene Schüler nennen jeweils eine Zahl.
4. Rückwärtszählen in Hunderterschritten (Aufgabe 33): schriftliches Arbeiten.
5. Weiterzählen in Einerschritten von der Zahl 2095 an. (Häufig kommt es vor, daß die Schüler nach der Zahl 2099 die Zahl 3000 nennen).

(2) In dieser Stunde führen wir nichts grundsätzlich Neues ein, sondern das Rechnen mit Vielfachen von Zehnerpotenzen wird durch Übung und Anwendung weiter gefestigt und vertieft.
Zunächst wenden wir uns dem Lösen von Gleichungen und Ungleichungen zu,

wobei wir nicht durchgängig von der Produktzerlegung der gegebenen natürlichen Zahlen Gebrauch machen sollten. Den Übergang zur verkürzten Darstellung unter Verzicht auf die Produktzerlegung vollziehen wir am Beispiel der Aufgabe 12 (Lb 24) in einem geschlossenen Tafelbild (Bild 50/1).

Aufgabe	Rechnung
① $30000 + a = 70000$ ② $a + b = 100000$ ③ $80000 - c = b$ ④ $b - a = c$	① $30000 + a = 70000$ $a = 70000 - 30000$ $a = 40000$ ② $a + b = 100000$ $40000 + b = 100000$ $b = 100000 - 40000$ $b = 60000$ ③ $80000 - c = b$ $80000 - c = 60000$ $c = 80000 - 60000$ $c = 20000$ ④ $b - a = c$ $60000 - 40000 = 20000$

50/1

Die Schüler arbeiten in gleicher Front in den Heften mit. Dabei kann die Bestimmung der Variablen c von den Schülern zunächst selbständig vorgenommen und erst danach im Tafelbild ergänzt werden.
Danach lösen die Schüler die Aufgabe 13a ebenso in selbständiger Tätigkeit.
Von hohem Bildungswert und großem praktischem Nutzen ist auch das Arbeiten mit Ungleichungen. Entsprechende Aufgaben findet man auf Seite 24 des Lehrbuches. Nach der ausführlichen Darstellung einer Aufgabe sollte man auch hier die Schüler zwingen, zu möglichst knappen schriftlichen Darstellungsverfahren zu gelangen. Inwieweit das möglich ist und welche Aufgaben der Lehrer dabei auswählt, hängt natürlich wesentlich von der Klassensituation ab.
Eine ausführliche Darstellungsweise sei für die Aufgabe 14a gezeigt:

$$20000 + a < 70000$$

$$\begin{array}{ll} 20000 + 10000 < 70000 & a = 10000 \\ 20000 + 20000 < 70000 & a = 20000 \\ 20000 + 30000 < 70000 & a = 30000 \\ 20000 + 40000 < 70000 & a = 40000 \end{array}$$

$$\{10000, 20000, 30000, 40000\}$$

Wir verwenden dabei eine Art Probierverfahren. Solche Verfahren haben in der Mathematik durchaus ihre Berechtigung.
Schließlich sollte man die Schüler noch an einem weiteren Beispiel veranlassen, die Lösung sofort aufzuschreiben und die Probierschritte nur im Kopf durchzuführen.

Besonders einfach ist das z. B. bei Aufgabe 14b:

$$\frac{60000 + x < 80000}{\underline{\underline{\{10000\}}}}$$

Es sei noch darauf verwiesen, daß die im Lehrbuch nebeneinanderstehenden Aufgaben 14 bis 17 einander jeweils entsprechen. Es sind lediglich die Seiten vertauscht, wodurch sich die Relationszeichen umkehren.

(3) Im letzten Teil der Stunde werden dreistellige Zahlen, in deren Ziffer in der Einerstelle eine Null steht, addiert und subtrahiert.
Hauptsächlich sind die Aufgaben 20 bis 29 (Lb 25) zur Entwicklung der Fertigkeiten im Kopfrechnen gedacht. Aber auch das schriftliche Verfahren kann hier und da zur Wiederholung angewendet werden.
Variante: Der Lehrbuchabschnitt enthält eine Reihe wertvoller und sehr unterschiedlicher Aufgabentypen. Es sei dem Lehrer überlassen, ob er es für günstig hält, diesen Abschnitt noch durch eine weitere Stunde aus der Jahresreserve zu ergänzen, zumal das Lehrbuch eine Fülle von Aufgabenmaterial (u. a. Lb 31) enthält.

Abschnitt 12 (1 Stunde)

Thema: Maßeinheiten der Länge

Ziele: Systematisierung der wichtigsten Maßeinheiten der Länge (mm, cm, dm, m, km).
Bekanntmachen der Schüler mit einigen wichtigen Längenmeßgeräten.
Entwickeln von Fähigkeiten im Umgang mit Maßeinheiten (Umrechnungen) und Meßgeräten (Meßübungen).
Lösen von Anwendungsaufgaben (möglichst Probleme aus der Umwelt der Schüler)

Unterrichtsmittel: Längenmeßgeräte (Originalgegenstände): Gliedermaßstab, Schneiderbandmaß, Meßband.
Klassensätze: Quader, Hohlzylinder (Stereometriebaukasten)

Gliederung:

Maßeinheiten der Länge

(1) 10 Übung: Multiplizieren und Dividieren (Kopfrechnen), speziell mit Zehnerpotenzen (ohne Potenzschreibweise); Messen der Kantenlängen eines Quaders

(2) 10 Systematisieren der Maßeinheiten der Länge; Bekanntmachen mit Längenmeßgeräten (Übersichten)

(3) 10 Übung: Umrechnen von Maßangaben mit einfacher und doppelter Benennung

(4) 15 Anwendung: Aufgaben aus der Umwelt der Schüler; Meßübung an einem geometrischen Körper

Methodische Hinweise:

(1) Wir beginnen die Stunde mit einer täglichen Übung, die zur Vorbereitung des weiteren Teils der Stunde dient. Der Lehrer stellt Kopfrechenaufgaben (Multiplikation und Division, z. B. 10000 · 10; 100000:1000), die Schüler schreiben die Lösungen ins Heft.
Als letzte Aufgabe dieser Übung kann das Messen der drei verschiedenen Kanten eines Quaders verlangt werden. Dazu erhält jeder Schüler einen Quader (Stereometriebaukasten), führt die Messung mit seinem Lineal aus und notiert die Meßergebnisse (daß drei Messungen bei den 12 Kanten ausreichen, sollte der Schüler möglichst selbst erkennen!). Zugleich liefert diese Übung Zielstellung und Motivation für den weiteren Stundenverlauf.

(2) Ausgehend von der Tatsache, daß z. B. die Länge einer Quaderkante unterschiedlich angegeben werden konnte (z. B. 3 cm 5 mm oder 35 mm), wird zunächst eine Systematisierung der wichtigsten Längeneinheiten angestrebt. Hierzu dient die Übersicht (Lb 26 oben).
Bei der Arbeit mit dem Lehrbuch kann sowohl das Anschreiben der Übersicht an die Tafel als auch das Abschreiben durch die Schüler erspart werden. Wichtig ist der Hinweis, daß die Systematik beim Übergang von km zu m eine Abweichung von der bisher üblichen Umwandlungszahl 10 aufweist. In einer anderen Übersicht kann der Lehrer bekannte Längenmeßgeräte zusammenstellen. Die entsprechenden Originalgegenstände sollte der Lehrer zur Hand haben.

(3) Die folgenden Übungen entwickeln einige Fähigkeiten im Umgang mit Maßeinheiten der Länge. Wir beginnen mit dem Umrechnen von Maßangaben mit einfacher Benennung (Lb 26/27, Aufgaben 1 bis 6). Die Aufgaben können in mündlicher Form gelöst werden. Die Aufgaben 7 bis 10 enthalten doppelte Benennungen und werden vorwiegend schriftlich gelöst.
Als Hausaufgabe erhalten die Schüler einige Umrechnungen mit doppelter Benennung und eine der eingekleideten Aufgaben (Lb 27).

(4) Im letzten Teil der Stunde werden Anwendungsaufgaben gelöst.
Vorschlag:
1. Gemeinsame Lösung einer Anwendungsaufgabe aus der Umwelt der Schüler.
2. Meßübung an einem geometrischen Körper. Gemessen werden im allgemeinen die Kantenlängen. Für die Messungen genügt die mit dem Schülerlineal zu erzielende Genauigkeit.
   Es sei auch auf die Möglichkeiten einer Verbindung zum Werkunterricht verwiesen.

Abschnitt 13 (1 Stunde)

Thema: Vierstellige Zahlen

Ziele: Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu vierstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel. Darstellen vierstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen.
Herausarbeiten der besonderen Rolle der Null im dekadischen Positionssystem (Stellentafel)

Unterrichtsmittel: Anschauungsgerät „Stellentafel“

Gliederung:

Vierstellige Zahlen

(1) 10 Übung in halbschriftlicher Form: Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen; Maßeinheiten der Länge

(2) 20 Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu vierstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel (Sprech- und Schreibweise; Ablesen aus der Stellentafel; Eintragen in die Stellentafel)
Die besondere Rolle der Zahl Null

(3) 15 Übung: Darstellen vierstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen; Grundrechenoperationen mit vierstelligen natürlichen Zahlen

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde wird eingeleitet mit einer Übung in halbschriftlicher Form. Den inhaltlichen Schwerpunkt bilden die Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen und die Maßeinheiten der Länge. Der Lehrer schreibt in der Pause vor der Stunde auf eine verdeckte Tafel eine Reihe von Aufgaben, die etwa folgende Typen umfassen.

- $12 \cdot 8$; $24 + 86$
- Multipliziere die Summe der Zahlen 9 und 6 mit 3!
- Subtrahiere 28 von 225! Dividiere 150 durch 10!
- Welche ist die größere der beiden natürlichen Zahlen $3 \cdot 10^4$ und $4 \cdot 10^3$?
- Gib in cm an: 3 m 24 cm! Gib in m an: 1 km 480 m!
- Gib in mm an: 1 dm!

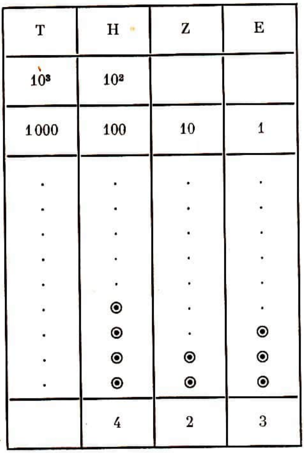
(2) Im Mittelpunkt der Stunde steht der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu vierstelligen Zahlen. Es handelt sich dabei keineswegs um neuen Stoff. Durch die methodische Gestaltung muß das den Schülern auch bewußt werden. Folgende Ziele sollen erreicht werden:

1. Bewußtmachen der bisherigen Erkenntnisse vom Aufbau der natürlichen Zahlen.
2. Vorbereitung der Begriffsbildung „Positionssystem".
3. Die besondere Rolle der Zahl Null.

Nach Möglichkeit sollte der Lehrer einen Klassensatz Arbeitsblätter beschaffen, die eine vorbereitete Stellentafel enthalten. (Evtl. auch Stempel benutzen.) Wenn die Tafel in dieser Stunde auch erst bis 10^3 benötigt wird, so wird doch empfohlen, sofort Stellentafeln bis 10^6 zu verwenden, die in den nächsten Stunden weiter benutzt werden können. Der Kopf dieser Tafel wird also folgendermaßen gestaltet:

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2		
1000000	100000	10000	1000	100	10	1

Die Schüler lesen zunächst die Zahlen vor, die im Lehrbuch auf Seite 28 in die beiden Stellentafeln eingetragen sind. Das Vorlesen der Zahlen kann an Hand von Aufgabe 7 (Lb 29) fortgesetzt werden. Hierbei ist ganz bewußt auf die richtige Sprechweise zu achten. Die Zahlen dieser Aufgabe werden nun von den Schülern selbständig in die Stellentafel eingetragen. Bei Aufgabe 1 (Lb 28) werden die Zahlen im Kopf addiert und die Summen in die Stellentafel eingetragen. Diese Übung können die Schüler auch ohne Anleitung ausführen, indem sie sich mit dem Beispiel A 16 (Lb 28) vertraut machen.
Die Vorbereitung der Zerlegung vierstelliger natürlicher Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen benutzen wir dazu, um einige bisher erworbene Kenntnisse über die Folge der natürlichen Zahlen und den Aufbau des dekadischen Positionssystems wieder bewußtzumachen. Das geschieht in einem Unterrichtsgespräch, das durch gegenständliche Anschauung unterstützt werden kann.
Hierbei kann ein Gerät benutzt werden, wie es in der Broschüre „Hinweise zur Arbeit mit dem präzisierten Mathematiklehrplan in den Klassen 1 bis 3" von Starke-Wolf-Geißler-Hansen (Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1964, Best.-Nr. 002029-1) auf Seite 147 empfohlen wird (vgl. Bild 54/1).



54/1

Mit einem solchen Gerät lassen sich folgende Arbeitsschritte vollziehen:

1. Ablesen von Zahlen, die am Gerät dargestellt sind.
2. Darstellen gegebener Zahlen am Gerät.
3. Addieren ohne und mit Überschreiten von Zehnerpotenzen. (Ein zehntes Plättchen kann nicht eingehängt werden. Für zehn Plättchen einer Spalte wird jeweils ein Plättchen in die nächsthöhere Spalte gehängt.) Hier lassen sich wichtige Einsichten in das Wesen des dekadischen Positionssystems schaffen.
4. Bewußtmachen der besonderen Bedeutung der Zahl Null als kleinste natürliche Zahl und als Ziffer in mehrstelligen natürlichen Zahlen.
5. Bilden der Begriffe ein-, zwei-, drei- und vierstellige Zahl.
6. Zerlegen natürlicher Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen.

Bei den Schritten 1 bis 4 handelt es sich um eine Wiederholung bekannter Zusammenhänge. Dieser Prozeß läßt sich daher in relativ kurzer Zeit vollziehen. Die Begriffsbildung in Schritt 5 dürfte keine Schwierigkeiten machen. Der letzte Schritt hat in der bisherigen Arbeit mit Zehnerpotenzen eine gute Grundlage und läßt sich an dem Gerät vorteilhaft veranschaulichen. Mit Hilfe des Gerätes wird der erste Teil des Tafelbildes erarbeitet (Bild 55/1).

Zerlegen natürlicher Zahlen

$$\begin{aligned} 5248 &= 5000 + 200 + 40 + 8 \\ &= 5 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1 \\ &= 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1 \\ 2012 &= 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 \end{aligned}$$

55/1

Im Tafelbild wird die erste Zahl auf drei verschiedene Arten zerlegt. Bei der zweiten Zahl zerlegt man sofort mit Hilfe von Zehnerpotenzen.

(3) Der letzte Teil der Stunde dient der Übung bei vorwiegend selbständiger Arbeit der Schüler. Der Lehrer trifft eine geeignete Aufgabenauswahl zu folgenden Komplexen:

1. Zahlenzerlegungen (Aufgaben 1 und 3, Lb 28).
2. Multiplikation und Einteilung der Produkte in drei- und vierstellige Zahlen (Aufgabe 13, Lb 29).
   Die Multiplikation ist halbschriftlich auszuführen.
3. Je nach vorhandener Zeit kann zusätzlich die Aufgabe 5 (Lb 29) – Maßeinheiten – und für gute Schüler die Aufgabe 15 empfohlen werden.

Vorschlag für die Hausaufgabe:
Lb 29: Aufgabe 8 (Zahlenzerlegung), Aufgabe 14 und Aufgabe 16.

Abschnitt 14 (1 Stunde)

Thema: Fünfstellige Zahlen

Ziele: Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu fünfstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel.
Darstellen fünfstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen

Gliederung:

Fünfstellige Zahlen

(1) 15 Übung: Grundrechenoperationen mit vierstelligen Zahlen; Darstellen vierstelliger Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen

(2) 15 Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu fünfstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel (Übergang von vier- zu fünfstelligen Zahlen; Sprech- und Schreibweise; Ergänzen vierstelliger Zahlen zu 10000)

(3) 15 Übung: Darstellen fünfstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit einer Übung, die der Festigung des in der vorangegangenen Stunde Erlernten sowie der Vorbereitung des neuen Stoffes dient. Die Aufgabenstellung erfolgt schriftlich mit Hilfe von Aufgabenzetteln oder eines vorbereiteten Tafelbildes.

Aufgabenvorschlag:

- Ordne die Lösungen nach der Stellenzahl!

a) $27 \cdot 13$
b) $9825 - 8997$
c) $920:10$

zweistellig	dreistellig	vierstellig

- $6504 = 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$
  $712 =$
  $1007 =$
- Zusatz: Schreibe alle ungeraden Zahlen auf, die jeweils mit Hilfe von vier gleichen Grundziffern dargestellt werden!

Die Übung wird mit einer kurzen Besprechung der Aufgaben abgeschlossen, wobei die Lösungen im Tafelbild festgehalten werden. Die Schüler berichtigen falsche Lösungen in ihrem Heft. Der Lehrer verschafft sich auf geeignete Weise einen Überblick über die Arbeitsergebnisse der Schüler.

(2) Im Hauptteil der Stunde setzen wir den Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu den fünfstelligen Zahlen fort. Dabei kann der Lehrer bereits auf den Erfahrungen der Schüler aus der letzten Stunde aufbauen, die durch die einleitende Übung z. T. wieder bereitgestellt worden sind. Gewisse Analogien zur vorhergegangenen Stunde sollen in den Schülern die Einsicht in die Vorzüge des dekadischen Positionssystems wecken.
Um den Übergang von vier- zu fünfstelligen Zahlen zu vollziehen, stellt der Lehrer folgende Aufgaben an der Tafel, die von den Schülern im Heft selbständig gelöst werden:

$$\begin{array}{r} 3687 \\ +6312 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3687 \\ +6313 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3687 \\ +6314 \\ \hline \end{array}$$

Die Lösungen dieser drei Aufgaben sind die aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen 9999, 10000, 10001. Es entsteht der erste Zehntausender und damit eine fünfstellige Zahl. Hier wird die Zielorientierung für die Stunde gegeben.

Der Lehrer läßt nun als Kopfrechenübung gegebene Zahlen zu 10000 ergänzen. Die zu ergänzenden Zahlen werden zunächst an die Tafel geschrieben, dann aber nur noch mündlich genannt. Dabei beschränken wir uns auf volle Tausender, Hunderter, Zehner.
Der nächste Schritt ist das Eintragen gegebener fünfstelliger Zahlen in eine Stellentafel. Dazu können wieder das schon in der vorangegangenen Stunde benutzte Arbeitsblatt sowie die Aufgaben 1 und 2 (Lb 30) verwendet werden.
Um die Sprechweise zu üben, lesen die Schüler die Zahlen der Aufgabe zunächst laut vor, das Eintragen erfolgt dann wiederum in selbständiger Schülerarbeit. Auch hier bietet sich wieder die Möglichkeit, auf die Rolle der Null im dekadischen Positionssystem einzugehen.

(3) Der letzte Teil der Stunde dient wieder der Übung und Anwendung des Gelernten, also der Arbeit mit fünfstelligen natürlichen Zahlen (Bild 57/1).

Zerlegen natürlicher Zahlen

$$
\begin{aligned}
67486 &= 60000 + 7000 + 400 + 80 + 6 \\
&= 6 \cdot 10000 + 7 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 1 \\
&= 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 1 \\
53070 &= 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 0 \cdot 1
\end{aligned}
$$

	Z	H	T	ZT
59397	59400	59400	60000	60000
27010	27020	27100	28000	30000

57/1

Zunächst führen wir wieder Zerlegungsübungen durch. Dazu wird gemeinsam der erste Teil des Tafelbildes erarbeitet. Das Vorgehen entspricht hierbei völlig dem in der vorangegangenen Stunde. Es werden die Zahlen der Aufgabe 3 (Lb 31) benutzt. Nachdem zwei Zahlen an der Tafel zerlegt worden sind, arbeiten die Schüler selbständig weiter.
Eine zweite Übung wird durch den zweiten Teil des Tafelbildes eingeleitet. Für die Zahlen der Aufgabe 4 (Lb 31) ist jeweils der nächstfolgende Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender zu ermitteln. Im Tafelbild wurde die Tabellenform gewählt. Auch hier arbeiten die Schüler selbständig im Heft weiter.
Auch bei diesen Übungen ist auf das richtige Sprechen der Zahlwörter durch die Schüler zu achten.
Für die Hausarbeit trifft der Lehrer eine Auswahl aus den Aufgaben 6 bis 17 (Lb 31).

Abschnitt 15 (1 Stunde)

Thema: Rechnen mit fünfstelligen Zahlen
Ziele: Vertiefung und Anwendung der Begriffe „Vorgänger" und „Nachfolger" natürlicher Zahlen.
Fertigkeitsentwicklung im Rechnen mit fünfstelligen Zahlen (Sprech- und Schreibweise, Vorwärts- und Rückwärtszählen, Ordnen, Zerlegen, Gleichungen und Ungleichungen, Grundrechenarten)

Gliederung:

Rechnen mit fünfstelligen Zahlen

(1) 15 Übung: Sprech- und Schreibweise fünfstelliger Zahlen; Zerlegen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen
(2) 20 Vertiefung und Anwendung der Begriffe „Vorgänger" und „Nachfolger" natürlicher Zahlen
(3) 10 Übung: Rechnen mit fünfstelligen Zahlen (Zählen, Ordnen)

Methodische Hinweise:

(1) Wir beginnen mit einfachen Lese- und Schreibübungen fünfstelliger Zahlen. Nach Aufruf durch den Lehrer lesen einzelne Schüler die in den Aufgaben 1 und 2 (Lb 32) mit Ziffern dargestellten Zahlen. Die umgekehrte Übung ermöglicht Aufgabe 13 (Lb 33). Die Schüler sollen Einwohnerzahlen, die in Zahlwörtern gegeben sind, in Ziffern darstellen. Damit die Schüler im Heft einheitlich arbeiten, beginnen wir mit der Übung an der Tafel:

Einwohnerzahlen am 31. 12. 1965:
Schwerin: 92356 Eisenhüttenstadt: 38138

Die Einwohnerzahlen der beiden Städte werden von den Schülern an die Tafel geschrieben. Die Schüler schreiben nun lediglich die Überschrift von der Tafel ab und vervollständigen in selbständiger Arbeit im Heft die Einwohnerzahlen der übrigen Städte. Inzwischen kann das Tafelbild vom Lehrer oder einem Schüler vervollständigt werden, wodurch allen Schülern die Möglichkeit des Vergleichens gegeben ist.
Nun folgt eine kurze Übung im Zerlegen einer Zahl in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen und umgekehrt. Wieder wird zunächst jeweils ein Beispiel an der Tafel demonstriert, wozu man etwa die Aufgaben 1a (Lb 32) und 6a (Lb 33) benutzen kann. So entsteht an der Tafel folgende Darstellung:

Aufgabe 1a
$$54378 = 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 1$$

Aufgabe 6a
$$\begin{array}{l} 8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 \\ 80000 + 4000 \quad + 300 \quad + 20 \quad + 5 \quad = 84325 \end{array}$$

Bei der Zerlegung (Aufgabe 1a) können wir auf Zwischenschritte verzichten, da dies bereits mehrfach geübt worden ist. Bei Aufgabe 6a jedoch verzichten wir noch nicht auf den Zwischenschritt.
Die Schüler lösen nunmehr je eine solche Aufgabe in selbständiger Tätigkeit, also z. B. die Aufgaben 1b und 6b.

(2) Wir wenden uns nun dem Schwerpunkt der Stunde zu, der Vertiefung und Anwendung der Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ einer natürlichen Zahl. Wir gehen in folgenden Schritten vor:

1. Die natürlichen Zahlen werden am Zahlenstrahl dargestellt. An der Tafel entsteht ein Zahlenstrahl, der die Zahlen von 0 bis 10 enthält. Die Schüler zeichnen den gleichen Zahlenstrahl in ihr Heft.

2. Wir erkennen einige wichtige Gesetzmäßigkeiten innerhalb der Folge der natürlichen Zahlen:
   a) Null ist die kleinste natürliche Zahl.
   b) Es gibt keine größte natürliche Zahl.
   c) Durch fortlaufende Addition von 1 kann man die gesamte Folge der natürlichen Zahlen aufbauen.

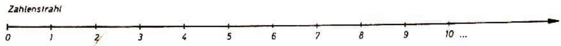
3. Es wird die Frage gestellt, wie wir z. B. von der Zahl 5 zur Zahl 6 gelangen (Addition von 1). Wir erhalten den Begriff „Nachfolger“.

4. Auf die gleiche Weise wird der Begriff „Vorgänger“ wiederholt.

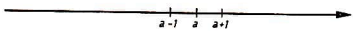
5. Die Schüler schreiben die Sätze sowie die Überschrift des Tafelbildes in ihr Heft.
6. Eine mündliche Übung festigt die gewonnenen Erkenntnisse. Der Lehrer nennt Zahlen (höchstens vierstellig), die Schüler nennen dazu Vorgänger und Nachfolger. Dabei wird auch einmal die Zahl Null genannt.
7. Es erfolgt eine Verallgemeinerung, wiederum mit Darstellungen am Tafelbild: Die Zahl a ($a \neq 0$) hat den Vorgänger $a - 1$ und den Nachfolger $a + 1$. Auch dieser Teil des Tafelbildes wird von den Schülern übernommen (Bild 59/1).

Vorgänger und Nachfolger natürlicher Zahlen

Zahlenstrahl



6 ist der Nachfolger von 5; denn
$$5 + 1 = 6$$
4 ist der Vorgänger von 5; denn
$$5 - 1 = 4$$



$a - 1$: Vorgänger von a ($a \neq 0$)
$a + 1$: Nachfolger von a

59/1

Wir wenden nun die erworbenen Kenntnisse auf fünfstellige natürliche Zahlen an. Die Schüler lösen die Aufgabe 14 oder 15 (Lb 34) selbständig im Heft mit einer Tabelle der folgenden Art:

$a - 1$	a	$a + 1$
9998	9999	10000
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Für eine weitere mündliche Übung eignet sich die Übung A 15 (Lb 32). Das Übertragen der Tabelle ist nicht erforderlich. Die Schüler nennen nur die Zahlen für die offenen Felder.

(3) Im letzten Teil der Stunde sollen die Schüler im Rahmen einer Übung ihre Sicherheit im Umgang mit fünfstelligen Zahlen weiter erhöhen.
Die Aufgabe 22 (Lb 34) ist besonders inhaltsreich und anspruchsvoll. Deshalb eignet sie sich für mathematisch besonders befähigte Schüler. Solche Schüler erhalten vom Lehrer einen Zettel, auf dem sie bis zum Ende der Stunde die richtiggestellten Sätze aufschreiben und dann zur Kontrolle abgeben.

Mit den übrigen Schülern führt der Lehrer einige mündliche und schriftliche Übungen durch. Zur Auswahl seien hier besonders folgende Aufgaben empfohlen:
Mündliche Übung:
Zählübungen vorwärts und rückwärts: Lb 32, Aufgaben 3 und 4.
Schriftliche Übung:
Ordnen von Zahlen: Lb 34, Aufgabe 23.
Als Hausaufgaben werden die Aufgaben 16 und 17 auf Seite 34 sowie die Aufgabe 21 empfohlen.

Abschnitt 16 (1 Stunde)

Thema: Sechsstellige Zahlen
Ziele: Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu sechsstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel. Darstellen sechsstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen.
Bestimmung von Vorgänger und Nachfolger sechsstelliger natürlicher Zahlen

Gliederung:

Sechsstellige Zahlen

(1) 10 Übung: Zahlendiktat; Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger
(2) 20 Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zu sechsstelligen Zahlen mit Hilfe der Stellentafel
(3) 15 Übung: Darstellung sechsstelliger natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen; Ungleichungen

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit einer frontalen Übung in selbständiger Schülerarbeit. Der Lehrer diktiert einige vier- und fünfstellige Zahlen. Die letzte Zahl ist 99999. Die Schüler werden vorher angewiesen, die diktierten Zahlen in die Mitte einer Seite untereinander zu schreiben. Danach schreiben die Schüler jeweils links neben jede Zahl deren Vorgänger und rechts deren Nachfolger. Wenn hierbei ein Schüler an verdeckter Tafel arbeitet, so kann dessen Leistung bewertet werden, und die Klasse hat die Möglichkeit des sofortigen Vergleichs. Der Lehrer verschafft sich einen Überblick über den Leistungsstand der Klasse, nachdem die Schüler ihre Fehler festgestellt haben.

(2) Motivation und Zielstellung für die Stunde erwachsen aus der letzten Aufgabe der soeben durchgeführten Übung. Der Nachfolger der Zahl 99999 ist die Zahl 100000. also eine sechsstellige Zahl. Das müssen die Schüler selbst erkennen und aussprechen- Die Schüler sollen nun erkennen, daß beim Rechnen mit fünfstelligen Zahlen sechsstellige Zahlen auftreten können. Dazu schreibt der Lehrer folgende Additionsauf, gaben an die Tafel:

$60000 + 40000$ $\quad$ $80000 + 30000$ $\quad$ $100000 + 50000$

Die Schüler bestimmen die Lösungen durch Kopfrechnen, der Lehrer fügt sie den Aufgaben zu. Nun werden die Schüler aufgefordert, die jeweilige Summe mit den Summanden zu vergleichen. Dieser Vergleich soll sich auf die Stellenzahlen beziehen. Schließlich sollen die Schüler eine Begründung dafür geben, warum zwei fünfstellige Summanden eine sechsstellige Summe ergeben können. Eine Erinnerung an das Gerät in Bild 54/1 kann als Impuls dienen. Bei der ersten Aufgabe ist festzustellen, daß die Summe von 6 Zehntausendern und 4 Zehntausendern 10 Zehntausender beträgt. Von der Stellentafel her wissen wir aber, daß 10 Zehntausender genau 1 Hunderttausender ergeben. Derartige Überlegungen sind besonders wichtig; denn ständiges Arbeiten und Begründen mit der Stellentafel schafft die nötigen Einsichten in das Wesen des dekadischen Positionssystems. Insbesondere kommt es auch darauf an, daß die Schüler erkennen, auf welche Weise Zahlen höherer Stellenzahl aus Zahlen niederer Stellenzahl hervorgehen.
Je größer die Zahlen werden, desto schwieriger wird es auch für die Schüler, so große Zahlen zu übersehen, zu lesen und richtig zu sprechen. Wir lassen deshalb jetzt einmal die Zahlen der Aufgaben 1 und 2 (Lb 36) von den Schülern sprechen. Die soeben gelesenen Zahlen tragen wir nun in eine Stellentafel ein. Dazu benutzen wir nach Möglichkeit wieder vom Lehrer vorbereitete Arbeitsblätter.
Die Aufgabe 3 (Lb 36) bietet uns auch noch die Möglichkeit, Zahlen aus der Stellentafel abzulesen, evtl. auch aufzuschreiben. Zur Erleichterung des Erfassens in Dreiergruppen beim Ablesen der Zahlen könnten die Schüler in der Stellentafel die senkrechte Linie zwischen den Spalten 10^3 und 10^2 farbig nachziehen.
Dieser Teil der Stunde schließt mit einer Zusammenfassung der neuen Kenntnisse. Dabei können folgende Überlegungen angestellt werden:

1. Welche Stellen sind in einer sechsstelligen Zahl enthalten?
2. Welches ist die kleinste, welches die größte sechsstellige Zahl? (Wir untermauern die Antworten, indem wir sowohl von 100000 als auch von 999999 jeweils den Vorgänger und den Nachfolger ermitteln lassen.)
3. Wieviel sechsstellige Zahlen gibt es? (Da zu erwarten ist, daß nicht alle Schüler das Ergebnis finden, sollte an der Tafel vorgerechnet werden:

$$\begin{array}{r} 999999 \\ -\ 99999 \\ \hline 900000 \end{array}$$
)

Falls noch Zeit für diesen Stundenabschnitt vorhanden ist, empfiehlt es sich, die Übung 19 (Lb 36) (und zwar wieder nur mittels Lesen der fehlenden Zahlen) zu bearbeiten.

(3) Der letzte Teil der Stunde dient der Festigung beim Umgang und Rechnen mit sechsstelligen Zahlen.
Zunächst zerlegen wir sechsstellige Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen. Das ist die Forderung der Aufgaben 5 und 6 (Lb 36). Eine Zerlegung wird an der Tafel zunächst gemeinsam durchgeführt.
Einige weitere Zerlegungen führen die Schüler nun selbständig in ihrem Heft durch, wobei wir möglichst schnell dazu übergehen, die Zwischenschritte wegzulassen.
Wir wenden uns jetzt der Bestimmung der Lösungsmengen von Ungleichungen zu (siehe Aufgabe 4, Lb 36). Auch hier wird zunächst ein Beispiel, und zwar das Beispiel 20 (Lb 36), an der Tafel demonstriert.

$276\,345 > n > 276\,341$
$n = 276\,344$; denn $276\,345 > 276\,344 > 276\,341$
$n = 276\,343$; denn $276\,345 > 276\,343 > 276\,341$
$\vdots$

Die Ungleichung wird durch folgende Zahlen erfüllt $\{276\,344, 276\,343, 276\,342\}$. Zunächst ist bei derartigen Aufgaben die Aufgabenstellung selbst zu klären und mit Worten genügend deutlich zu machen. Gesucht sind also alle natürlichen Zahlen n, die in der Folge der natürlichen Zahlen zwischen 276 341 und 276 345 liegen. Wenn das alle Schüler verstanden haben, fällt die Lösung nicht mehr schwer. Wenigstens eine weitere Ungleichung sollten die Schüler noch selbst lösen.

Als Hausaufgabe wird vorgeschlagen:

1. Drei Zerlegungen (Lb 36, Aufgaben 5 und 6)
2. Lösen zweier Ungleichungen (Lb 36, Aufgabe 4).

Abschnitt 17 (1 Stunde)

Thema: Zahlenvergleiche

Ziele: Erarbeitung eines Verfahrens zum systematischen Vergleichen zweier Zahlen auf der Grundlage der Stellentafel bzw. der Stellung einer Ziffer in einer Zahl des dekadischen Positionssystems

Unterrichtsmittel: Applikationssatz: Verschiedene vier- bis siebenstellige Zahlen auf jeweils einer rechteckigen Pappfläche

Gliederung:

Zahlenvergleiche

(1) 10 Leistungskontrolle (Kurzarbeit): Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen; Maßeinheiten der Länge; Vorgänger und Nachfolger; Zahlenvergleiche
(2) 20 Erarbeitung eines systematischen Verfahrens zum Vergleichen zweier natürlicher Zahlen
(3) 15 Ordnen von Zahlengruppen (formale und Anwendungsaufgaben)

Methodische Hinweise:

(1) Am Beginn der Stunde steht eine halbschriftliche Kurzarbeit.
Im folgenden werden einige Vorschläge für die Auswahl der Aufgaben unterbreitet.

- Wie groß ist die Summe von 430 und 260?
- Wie groß ist die Differenz zwischen 750 und 820?
- Wie groß ist der dritte Teil von 930?
- Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 12 cm. Wie groß ist sein Umfang?
- Verwandle in Meter! 3 km 125 m

- Wie heißt die kleinste vierstellige Zahl?
- Wie heißt die größte fünfstellige Zahl?
- Wie heißt der Vorgänger von 10^3?
- Wie heißt der Nachfolger von 10^3?
- Vergleiche $8 \cdot 10^4$ mit $2 \cdot 10^5$!

(2) Die letzte Aufgabe der Kurzarbeit liefert Motiv und Zielstellung für den Hauptteil der Stunde: Erarbeitung eines systematischen Verfahrens zum Vergleich zweier natürlicher Zahlen.
Besonders motiviert wird die Erarbeitung dieses Verfahrens durch die Übung 20 (Lb 37). In selbständiger Arbeit übertragen die Schüler die Zahlen in ihr Heft und setzen die entsprechenden Zeichen $>$, $=$ oder $<$. Dabei werden die Schüler selbst erkennen, daß mit zunehmender Größe der Zahlen das Vergleichen schwieriger wird. Es liegt also nahe, nach einem Verfahren zu suchen, mit dem man systematisch Zahlen vergleichen kann. Ein solches Verfahren wird im Lehrbuch auf den Seiten 37 und 38 entwickelt. Wir stellen uns die Aufgabe, gegebene Zahlen zu ordnen, wobei mit der kleinsten begonnen werden soll. Das Ordnen ist bereits einmal behandelt worden, so daß das Problem an sich dem Schüler nicht neu ist. Um das Vergleichen und Ordnen möglichst anschaulich gestalten zu können, verwenden wir bewegliche Applikationen für die Magnethafttafel. Jede der zu ordnenden Zahlen wird auf eine rechteckige Pappfläche geschrieben (Format etwa 20 cm $\times$ 6 cm), die mit Haftsteinen versehen ist. Zunächst werden die Zahlen ungeordnet an der Tafel angebracht, und es wird die Aufgabe gestellt, diese Zahlen zu ordnen. Wir könnten dabei z. B. folgende Zahlen benutzen:

7805370; 6025; 781651; 72837; 780950; 59224

Die Schüler werden schnell erkennen, daß die Zahlen unterschiedlich in ihrer Stellenzahl sind und daß sich hieraus bereits ein erster Gesichtspunkt für das Ordnen ergibt. Wir ordnen also nach den Stellenzahlen und erhalten etwa eine solche Reihenfolge an der Hafttafel:

6025
72837; 59224
781651; 780950
7805370

Es bleibt nun das Problem zu lösen, wie man Zahlen gleicher Stellenzahl ordnet. Dazu benutzen wir eine an einer anderen Tafel vorbereitete Stellentafel. Wir tragen zuerst die Zahlen 72837 und 59224 ein. Hier liefert die Betrachtung der ersten Stelle die Entscheidung. Die Zahlen des zweiten gleichstelligen Zahlenpaares stimmen jedoch in ihrer ersten Stelle überein, die Entscheidung fällt hier erst bei Untersuchung der zweiten Stelle. Damit ist das Problem, die gegebenen Zahlen zu ordnen, gelöst.
Es folgt noch einmal eine Zusammenfassung der wichtigsten Gedanken, wobei das Tafelbild (Bild 64/1) an der Hafttafel entsteht.

1. Vergleich von Zahlen mit unterschiedlicher Stellenzahl
2. Vergleich von Zahlen mit gleicher Stellenzahl
3. Nochmalige Darstellung des Zahlenbeispiels nach vollzogenem Ordnen

Zahlenvergleiche

Unterschiedliche Stellenzahl:

Die Zahl, die mehr Stellen hat, ist stets die größere.

$72837 > 6025$

Gleiche Stellenzahl:

Ziffernvergleich von der höchsten Stelle an entscheidet, welche Zahl die größere ist.

$781651 > 780950$

Beispiel:

$\boxed{6025} < \boxed{59224} < \boxed{72837} < \boxed{780950} < \boxed{781651} < \boxed{7805370}$

64/1

(3) Wir wenden jetzt das erlernte Verfahren bei formalen und Anwendungsaufgaben an. In Aufgabe 1 (Lb 38) sind jeweils zwei Zahlen miteinander zu vergleichen. Die Aufgabe 1a lösen wir gemeinsam an der Tafel, die Schüler schreiben mit. Es ist systematisch vorzugehen und sauber zu sprechen. Dann wird es möglich sein, die weiteren Aufgaben mit Hilfe des Kommentierens zu lösen.
In den Aufgaben 3 und 4 (Lb 38) sind Zahlengruppen zu ordnen. Die Aufgabe 3 wird gemeinsam an der Tafel gelöst, die Schüler schreiben in ihren Heften mit. Vorschlag für die schriftliche Darstellung dieser Aufgabe:

583745; 576870; 571800; 590400; 610000
30560; 30570; 30650
6784; 7684; 4395

$610000 > 590400 > 583745 > 576870 > 571800 > 30650 > 30570 > 30560 > 7684 > 6784 > 4395$

Aufgabe 5 kann von den Schülern selbständig gelöst werden. Es wird empfohlen, die Lösung in ähnlicher Darstellung zur Aufgabe anfertigen zu lassen, wobei lediglich die entsprechenden Zeilenvertauschungen vorzunehmen sind. Das Vorlesen der Lösung ist zugleich eine Übung im Erfassen und Sprechen sechsstelliger Zahlen. Als Hausaufgabe werden die Aufgaben 2 und 6 (Lb 38 und 39) vorgeschlagen.

Abschnitt 18 (1 Stunde)

Thema: Maßeinheiten der Masse

Ziele: Bekanntmachen mit den Begriffen „Masse“ und „Wägen“.
Einführung der Maßeinheit Milligramm (mg).
Erläuterung der dezimalen Schreibweise bei Massenangaben.
Umwandeln in größere und kleinere Masseneinheiten.

Unterrichtsmittel: Tafelwaage, Briefwaage, Modell einer Dezimalwaage, Schalenwaage, Wägestücke, etwas Sand, einige Werkstücke o. ä.

Gliederung:

Maßeinheiten der Masse
(1) 10 Bekanntmachen mit den Begriffen Masse und Wägen sowie mit einigen Hebelwaagen (spez. Tafelwaage)
(2) 15 Einführung der Maßeinheit Milligramm
(3) 20 Übung: Umwandeln von Maßeinheiten

Methodische Hinweise:

(1) Am Modell einer Tafelwaage werden Begriffe wie Masse, Wägen und Wägestücke erläutert. Wir führen dann mit einer Tafelwaage eine einfache Wägung aus (Sand, Werkstück o. ä.).
Es wird insofern ein Problem auftreten, als die Schüler von „Gewicht" und „Wiegen" sprechen werden. Die Begriffe „Gewicht" und „Masse" sollten aber nur propädeutisch erklärt werden; auf eine physikalische Betrachtung der Zusammenhänge muß man auf dieser Klassenstufe noch verzichten. Der Lehrer muß selbst entscheiden, ob er weitere Modelle von Waagen (wie Schalenwaage, Briefwaage usw.) in den Unterricht einbezieht.

(2) Es erfolgt nun die Behandlung der Einheiten der Masse. Neu ist hierbei lediglich die Einheit Milligramm. Hier empfiehlt es sich, die Tabelle der Einheiten mit den Umrechnungszahlen (Lb 40) vor den Augen der Schüler an der Tafel zu entwickeln. Die Einheit Milligramm wird dabei als letzte angegeben.
Die Schüler werden nun aufgefordert, Beispiele für die Anwendung der einzelnen Maßeinheiten zu geben, etwa in folgender Weise:
Milligramm: Medikamente
Gramm: Lebensmittel im Einzelhandel
Kilogramm: Gemüse, Obst
Dezitonne: Kohlen, Kartoffeln
Tonne: Wagenladungen bei Bahn und LkW, Tragfähigkeit von Brücken (Hinweis auf entsprechende Verkehrszeichen)

(3) Der letzte Teil der Stunde dient der Übung, speziell der Umwandlung der Maßeinheiten und der Einführung der Kommaschreibweise.
Die Aufgaben 1 bis 8 (Lb 40 und 41) eignen sich besonders für die mündliche Übung. Nachdem einige von ihnen gelöst worden sind, wenden wir uns der Kommaschreibweise zu. Dezimalbrüche kennen die Schüler noch nicht, und so greifen wir jetzt den Hinweis auf, den hierzu das Lehrbuch (Lb 40) gibt: Die Kommaschreibweise wird in einer Analogiebetrachtung zur Schreibweise von Geldbeträgen erläutert. Entsprechende Übungen dazu finden wir in den Aufgaben 9 bis 13, 15, 16 und 19 bis 22 (Lb 41). Einige davon sollten in mündlicher Form gelöst werden. Die Aufgabe 14 bietet Gelegenheit, die Kommaschreibweise auch auf die Maßeinheiten der Länge (km – m) zu übertragen. Diese Aufgabe sollte nicht übersehen werden. Die Aufgaben 17 und

18 sowie einige formale Umwandlungsaufgaben, wie sie mündlich behandelt worden sind, werden als Hausaufgabe erteilt. Wir können die Stunde mit einer kurzen schriftlichen Übung abschließen, bei der wir das Arbeitsblatt IV/2 (Bild 67/1) oder entsprechend vorbereitete Blätter verwenden. Die Schüler beginnen mit dem zweiten Teil der dritten Aufgabe und wenden sich dann der zweiten Aufgabe zu, bei der aus einer bildhaften Darstellung eines Wägevorganges die Masse einer Kugel zu bestimmen ist.

Stoffeinheit 1.2.: Weiterer Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen, Positionssysteme (20 Stunden)

Abschnitt 19 (5 Stunden)

Thema: Die Potenzen $10^7, \ldots, 10^{12}$ und Vielfache von $10^7, \ldots, 10^{12}$; Erweiterung der Stellentafel

Ziele: Zusammenfassende Wiederholung: Die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000.
Maßeinheiten der Länge und der Masse.
Die Zehnerpotenzen $10^7, \ldots, 10^{12}$ und Vielfache von $10^7, \ldots, 10^{12}$.
Erweiterung der Stellentafel bis 10^{12}.
Einführung der Definition $10^1 = 10$.
Wiederholung des Begriffs „dekadisches Zahlensystem".
Vermittlung der Erkenntnis, daß die Folge der natürlichen Zahlen unendlich ist.

Unterrichtsmittel: Klassensatz „Würfel" (Stereometriebaukasten), Schiefertuchtafel (groß, ohne Lineatur).

Gliederung:

1. Stunde: Zusammenfassende Übung und Wiederholung

(Die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000; Maßeinheiten der Länge und Masse)
(1) 20 Übung: Zahlendiktat, Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger
Eigenschaften natürlicher Zahlen; Grundrechenoperationen
(2) 15 Übung: Grundrechenoperationen (Kopfrechnen)
Umrechnen von Maßeinheiten, Eigenschaften natürlicher Zahlen
(3) 10 Anwendung: Schülerübung am Würfel (Klassensatz)

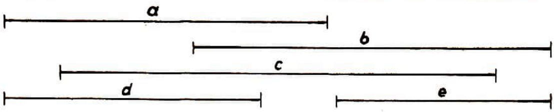
2. Stunde: Klassenarbeit

(Die Folge der natürlichen Zahlen bis 1000000; Maßeinheiten der Länge und Masse)

3. Stunde: Auswertung und Rückgabe der Klassenarbeit

Arbeitsblatt IV / 2

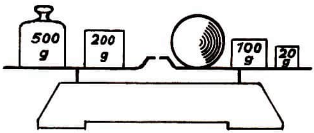
Datum	Name	Klasse
....	....	....



Gib die Längen der Strecken in mm an! Beginne mit der größten!

1) ....
2) ....
3) ....
4) ....
5) ....

Welche Masse hat die Kugel ?



Verwandle in die nächstkleinere Maßeinheit!

3 km	....	30 g	....
10 cm	....	5 t	....
17 dm	....	19 kg	....
99 cm	....	3 dt	....
1 dm	....	2,400 kg	....

67/1

4. Stunde: Die Zehnerpotenzen $10^7, \ldots, 10^{12}$

(1) 10 Tägliche Übung: Multiplizieren mit Zehnerpotenzen
(2) 20 Die Zehnerpotenzen $10^7, \ldots, 10^{12}$
(3) 15 Übung: Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen. Bestimmen des Vorgängers und des Nachfolgers

5. Stunde: Die Definition $10^1 = 10$

(1) 10 Tägliche Übung: Division durch Zehnerpotenzen
(2) 20 Erarbeitung einer Übersicht: „Unser Zahlensystem"; Definition: $10^1 = 10$
(3) 15 Übung: Rechnen mit großen Zahlen

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Der Lehrer eröffnet die Übungsstunde, die der unmittelbaren Vorbereitung der Klassenarbeit dient, mit einem Zahlendiktat (etwa 5 Zahlen bis zur Größenordnung 10^6). Die Schüler bestimmen selbständig Vorgänger und Nachfolger dieser Zahlen. Das Vorlesen der Ergebnisse dient dem Erfassen und dem Sprechen großer Zahlen. Die Schüler bearbeiten nun ein Arbeitsblatt (Bild 69/1). Kann der Lehrer das Arbeitsblatt nicht bereitstellen, so kann er einige Aufgaben des Arbeitsblattes den Schülern auch nacheinander erteilen. Die Aufgaben sollten unmittelbar nach ihrer Bearbeitung durchgesprochen werden.

(2) Es folgt nun eine Kopfrechenübung, die die Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen zum Inhalt hat. Dabei sollte der Lehrer auch die Begriffe „Summand", „Summe", „Faktor" usw. in die Aufgabenstellungen einbeziehen.
In der sich anschließenden Übung werden Maßeinheiten umgewandelt. Die Schüler arbeiten selbständig in ihren Heften. Der Lehrer hat dazu Aufgaben der folgenden Art an der Tafel vorbereitet:

gegeben:	umwandeln in	
10000 g	kg	
500 dt	t	
25 g	mg	
5 kg 650 g	kg	
3,500 km	m	
750 cm	m cm	

Am Ende der Übung werden die Lösungen besprochen.

(3) Den Abschluß der Stunde bildet eine Schülerübung mit dem Klassensatz „Würfel" aus dem Stereometriebaukasten. Dazu stellt der Lehrer folgende Aufgaben:
- Wie heißt der Körper?
- Wieviel Begrenzungsflächen, Kanten und Eckpunkte hat der Körper?
- Miß die Länge einer Kante in Zentimeter!
- Bestimme die Summe aller Kantenlängen des Körpers in Millimeter!

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1) Zerlege in Zehnerpotenzen (und umgekehrt)!

1 447 910 = ...

783 025 = ...

.... $= 1 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$

.... $= 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

2) Vervollständige die Tabelle!

$a - 1$	......	284 315	....	....	0
a	999	....	10^4	....	....
$a + 1$	......	....	....	16 581	....

3) Ordne! (Beginne mit der kleinsten Zahl!)

327 681; 728; $3 \cdot 10^5$; 9 867; 327 861; 729

....

....

4)

a	$a + 10$	$a + 100$	$a \cdot 10$	$a \cdot 100$
39	....	....	....	....
723	....	....	....	....

69/1

2. Stunde:

In dieser Stunde wird die Klassenarbeit geschrieben.

3. Stunde:

In dieser Stunde sollte die Auswertung und Rückgabe der Klassenarbeit erfolgen. Eine nach der Korrektur der Arbeit durchgeführte Fehleranalyse hat dem Lehrer inzwischen gezeigt, an welchen Stellen der Arbeit die Hauptschwächen aufgetreten sind. Auf dieser Grundlage wird festgelegt, welche Aufgaben der Arbeit besonders zu besprechen sind. Dabei empfiehlt es sich, nicht die Aufgaben der Arbeit selbst noch einmal zu rechnen, sondern ähnlich geartete Aufgaben mit etwa gleichem Schwierigkeitsgrad auszuwählen. Diese Aufgaben werden sowohl an der Tafel als auch von den Schülern in ihren Heften gelöst. Dabei geht der Lehrer besonders auf die Ursachen der Fehler in der Arbeit ein.
Die Berichtigung der Klassenarbeit wird als Hausaufgabe erteilt.
Wenn durch diese Auswertung der Klassenarbeit nicht die gesamte Stunde in Anspruch genommen wird, sollte der Lehrer weitere Aufgaben rechnen lassen und dabei solche bevorzugen, bei denen in der Klassenarbeit besonders viele Fehler gemacht wurden.

4. Stunde:

(1) In einer einführenden Übung multiplizieren die Schüler in selbständiger Arbeit gegebene Zahlen mit Zehnerpotenzen. Die Aufgabenstellung erfolgt in Form einer Tabelle:

a	$a \cdot 10$	$a \cdot 100$	$a \cdot 1000$
4			
83			
312			
7419			

Die letzte Zeile stellt den Übergang zu Zahlen dar, deren Stellenzahl größer als sechs ist. (Den Schülern sind bis hierhin die sechsstelligen Zahlen geläufig. Aber auch die Zehnerpotenz 10^6 mit ihren Vielfachen ist den Schülern schon von dem Abschnitt 7 her bekannt.)

(2) Zur einführenden Wiederholung wird nun gemeinsam die Übung 22 (Lb 42) erarbeitet. Ein Schüler nennt den Potenzwert, ein anderer schreibt ihn an die Tafel. Im Gespräch bauen wir dann die Zehnerpotenzen 10^7 bis 10^{12} auf. Die Schüler übertragen dazu die folgende Tabelle in ihr Heft:

10^2	100
10^3	1000
10^4	10000
⋮	⋮
10^{12}	1000000000000

Die Schüler verschaffen sich nun mit Hilfe des Lehrbuches, Seite 42, einen Überblick über die Einordnung der neugewonnenen Zehnerpotenzen in die Stellentafel. In eine Stellentafel an der Tafel wird eine große Zahl eingetragen, und die Schüler erkennen, daß für das Lesen dieser Zahl eine Gruppeneinteilung der Grundziffern von Vorteil ist. Im Buch wurde jede dritte senkrechte Linie verlängert. Beim Schreiben der Zahl ohne eine Stellentafel ist die Gruppenbildung durch Lücken oder Punkte zweckmäßig.
In die Stellentafel werden nun Zahlen aus der Übung 23 (Lb 42) eingetragen. Anschließend wird die Tafel umgeklappt oder gelöscht, und die Schüler erhalten den Auftrag, diese Zahlen in ihr Heft in Ziffernschreibweise einzutragen.

(3) Wir stellen nun einige dieser Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen an der Tafel dar. Im Heft stellen die Schüler in selbständiger Arbeit auch die anderen Zahlen in dieser Weise dar.
Als Hausaufgabe empfehlen wir die Aufgabe 2 (Lb 43) und die Aufgabe 15 (Lb 45).

5. Stunde

(1) In einer Übung dividieren die Schüler in selbständiger Arbeit gegebene Zahlen durch Zehnerpotenzen. Die Aufgabenstellung erfolgt in Form einer Tabelle:

a	$a:10$	$a:100$	$a:1000$
4000			
37000			
125000			
1000000			

(2) Nun wird eine Übersicht über das dekadische Zahlensystem erarbeitet. Zunächst werden die Zahlwörter für die Potenzen 10^2 bis 10^{12} mündlich wiederholt. Der Lehrer entrollt nun eine von ihm vorbereitete große Schiefertuchtafel.
Dieses Tafelbild stellt den Aufbau des dekadischen Zahlensystems dar und entspricht der Übersicht auf Seite 43 des Lehrbuches. Vorerst fehlen jedoch die Überschrift, die Querlinien und die Bezeichnungen in der dritten Spalte. Für 10^1 ist zunächst nur 10 eingetragen. Schrittweise wird nun diese Übersicht im Unterrichtsgespräch ergänzt:

1. Erkennen der Dreiergruppen von den Zahlwörtern her sowie aus der Erinnerung an die einführende Übung. Es erfolgt das Eintragen der Querlinien und der Bezeichnungen in der dritten Spalte. (Die Querlinien können auch noch nachträglich in die in der vorhergehenden Stunde erarbeitete Tabelle eingetragen werden.)
2. Einführung der Definition $10^1 = 10$.
   Hier ist der Hinweis nötig, daß wir unter der Potenz 10^1 keine abgekürzte Darstellung einer Multiplikation mit gleichen Faktoren verstehen können.
3. Die Folge der natürlichen Zahlen ist unendlich. Der Lehrer deutet das durch Punkte am Ende der Tabelle an und gibt den Hinweis, daß man bei Zahlen, die noch größer als 1 Billion sind, meist nur noch die Potenzschreibweise benutzt und auf ein Zahlwort verzichtet.

(3) Im dritten Teil der Unterrichtsstunde werden in mündlichen und schriftlichen Übungen Aufgaben gerechnet, die denjenigen unter Nr. 3 und 4 (Lb 43) entsprechen. Die Aufgaben 3 und 4 bilden dann die Hausarbeit.

Abschnitt 20 (3 Stunden)

Thema: Große Zahlen

Ziele: Weitere Fertigkeitsentwicklung beim Schreiben, Erfassen und Sprechen großer Zahlen.
Mathematische und erzieherische Auswertung von Zahlenangaben aus der sozialistischen Presse, statistischen Jahrbüchern, Lexika usw.
Fertigkeitsentwicklung beim Rechnen mit großen Zahlen (Vorgänger und Nachfolger, Ungleichungen, Darstellen großer natürlicher Zahlen an Abschnitten des Zahlenstrahls, Grundrechenoperationen)

Unterrichtsmittel: Zahlenmaterial aus der Praxis (Ausschnitte aus der sozialistischen Presse, statistische Jahrbücher, Lexika usw.)

Gliederung:

1. Stunde: Sprech- und Schreibweise für große Zahlen

(1) 10 Übung: Lösen einer Aufgabe mit Variablen
(2) 10 Übersichtliche Darstellung großer Zahlen (Sprech- und Schreibweise)
(3) 10 Auswertung von Zahlenmaterial aus der Praxis (Presse, Jahrbücher, Lexika usw.)
(4) 15 Übung: Rechnen mit großen Zahlen (Division durch Zehnerpotenzen und einstellige Zahlen)

2. Stunde: Rechnen mit großen Zahlen

(1) 25 Übung: Vorgänger und Nachfolger, Zählübungen, Ungleichungen
(2) 20 Übung: Grundrechenoperationen mit großen natürlichen Zahlen (Addition, Subtraktion, Multiplikation)

3. Stunde: Rechnen mit großen Zahlen

(1) 10 Übung: Lösen einer Textaufgabe (Multiplikation)
(2) 25 Übung: Rechnen mit großen natürlichen Zahlen; formale Aufgaben (Zahlenfolgen, Addition und Subtraktion) und Textaufgaben
(3) 10 Knobelaufgabe

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Den Anfang der Stunde bildet eine frontale Übung, bei der der Lehrer an der Tafel folgende Aufgabe stellt:

$$\begin{array}{l} 6000 - p = 3600 \\ \quad p + r = 5400 \\ \quad r : 2 = z \\ \hline 10000 - r - p - 3100 = z. \end{array}$$

Die Lösung der Aufgabe erfolgt in selbständiger Schülerarbeit. (Lösung: $p = 2400$, $r = 3000$, $z = 1500$).

(2) Ein Schwerpunkt der Stunde ist die weitere Entwicklung der Fertigkeiten im Schreiben, Erfassen und Lesen großer Zahlen. Der Lehrer beginnt mit einem Zahlendiktat, wobei er zunächst etwa nur drei Zahlen diktiert. Ein Schüler schreibt dabei an verdeckter Wandtafel. Einige Schüler lesen nun die diktierten Zahlen vor, was sicher einige Schwierigkeiten bereiten wird. An den Zahlen, die von einem Schüler an die Tafel geschrieben wurden, wird nun gezeigt, wie man sich das Erfassen und Lesen großer Zahlen erleichtern kann:

1. Möglichkeit: Abteilen von Dreierblöcken durch Punkte. (Alle Schüler führen dies in ihrem Heft durch.)
2. Möglichkeit: Übersichtliche Darstellung einer Zahl in Dreierblöcken. Es wird vereinbart, große Zahlen stets in dieser Weise übersichtlich zu schreiben.

Die Schüler betrachten hierzu die Beispiele 23 und 24 (Lb 44) und schreiben dann in ihrem Heft die bereits diktierten Zahlen auf diese Weise. Dann werden Abkürzungen für große Zahlen eingeführt. Das Zahlendiktat kann nun noch unter Anwendung der erworbenen Kenntnisse fortgesetzt werden.

(3) Die Schüler sollen nun verstehen lernen, daß große Zahlen im gesellschaftlichen Leben, besonders bei statistischen Angaben, eine wichtige Rolle spielen. Hier bietet sich zugleich eine günstige Möglichkeit für die Entwicklung der Zahlenvorstellung, indem große Zahlen an die Vorstellung von entsprechenden Größen oder Mengen gebunden werden. Der Lehrer benutzt hierbei geeignete Ausschnitte aus der sozialistischen Presse, statistische Jahrbücher, Nachschlagewerke usw. Es kann ein bestimmter Textabschnitt vorgetragen werden. Die darin vorkommenden großen Zahlen werden aufgeschrieben und nochmals gelesen. Möglicherweise lassen sich daraus auch einfache Anwendungsaufgaben formulieren, die sich mit Hilfe der Grundrechenoperationen lösen lassen. In jedem Falle ist wichtig, daß auch die inhaltlichen Probleme für die Schüler verständlich sind. Hier hat der Lehrer gute Möglichkeiten, die staatsbürgerliche Erziehung sinnvoll zu verwirklichen und mit mathematischen Problemen zu verbinden.

Es sei in diesem Zusammenhang darauf verwiesen, daß es für den Mathematiklehrer oft nützlich ist, wenn er sich eine Sammlung geeigneter Zeitungsausschnitte mit Textstellen und Bildmaterial anlegt und sie von Zeit zu Zeit ergänzt.

(4) Im letzten Teil der Stunde werden Übungsaufgaben zur Division mit großen Zahlen gelöst. Wir verwenden zwei verschiedene Aufgabengruppen:

1. Division großer Zahlen durch Zehnerpotenzen:
   Hierzu verwenden wir die Aufgaben 9 bis 14 (Lb 45).
   Beispiel: Division durch 10.
   Aufgaben 9a und 9b werden mündlich gelöst. Erkenntnis: Beim Dividieren durch 10 fällt eine Null am Ende des Dividenden weg. Aufgaben 9c und 9d werden durch Schüler an der Tafel dargestellt. Die Lösung wird dabei zweimal geschrieben.

Beim ersten Male wird schematisch die Null weggelassen und die Abteilung in Dreierblöcke durchgeführt, also z. B.:
892000:10 = 89200
Die Aufgabe 10 wird in selbständiger Arbeit von den Schülern in obiger Form gelöst.
In gleicher Weise werden die Division durch 100 (Aufgaben 11 und 12) und durch 1000 (Aufgabe 13) behandelt. Empfehlung für die Hausaufgabe:
Aufgabe 14 (Lb 45) und Aufgabe 29 (Lb 46).

2. Die Aufgabe 28 wird in halbschriftlicher Form gelöst. Den Unterschied zu den vorherigen Aufgaben müssen die Schüler selbst aussprechen und dann den Lösungsweg vorschlagen.

Bei der Besprechung der einzelnen Aufgaben sollte immer wieder von den Begriffen „Dividend", „Divisor" und „Quotient" Gebrauch gemacht werden, damit sie in den festen Begriffsschatz der Schüler eingehen.

2. Stunde:

(1) Auch diese Stunde dient der Fertigkeitsentwicklung im Rechnen mit großen Zahlen. Dabei sollen die Schüler bisher schon gewonnene Einsichten in gewisse Eigenschaften natürlicher Zahlen auch auf den Bereich sehr großer natürlicher Zahlen übertragen.
In selbständiger Arbeit lösen die Schüler zunächst Aufgabe 1 (Lb 44) (Vorgänger und Nachfolger großer natürlicher Zahlen in einer Tabelle). Erkenntnis: Auch noch so große natürliche Zahlen besitzen Vorgänger und Nachfolger (Unendlichkeit der Folge der natürlichen Zahlen); denn wenn jede noch so große Zahl wieder einen Nachfolger hat, dann kann es keine größte geben. Es folgt nun eine mündliche Übung (Aufgaben 3 und 4, Lb 45: Zählübungen vorwärts und rückwärts).
Den ersten Teil der Stunde beschließt die Aufgabe 2. Wir verbinden die Lösung einer solchen Aufgabe mit der Darstellung der jeweiligen Lösungsmenge am Zahlenstrahl.
Beispiel: Aufgabe 2a.
Die Lösungen sind {32000, 32001, 32002, 32003, 32004, 32005, 32006, 32007, 32008, 32009}.
Hieran sollte der Lehrer bewußtmachen, daß auch bei großen natürlichen Zahlen die folgende aus der vorhergehenden stets durch Addition von 1 entsteht. Die Schüler lösen noch eine weitere Aufgabe in gleicher Weise in ihren Heften.

(2) Im zweiten Teil der Stunde werden wiederum Grundrechenoperationen mit großen natürlichen Zahlen geübt. Empfohlen werden die Aufgaben 26 und 27 (Multiplikation) und die Aufgaben 30 und 31 (Addition, Subtraktion), Lb 46.

3. Stunde:

(1) Wir beginnen die Stunde mit einer Sachaufgabe, die die Schüler selbständig lösen. Der Lehrer hat dazu die Aufgabenstellung an der Tafel vorbereitet:

- Im Jahre 1964 wurden in der Hauptstadt Berlin insgesamt 6973 neue Wohnungen gebaut. Wieviel Personen erhielten 1964 in Berlin eine neue Wohnung, wenn durchschnittlich 3 Personen in jede neue Wohnung einzogen?

(2) Eine wertvolle Übung ist das Fortsetzen von Zahlenfolgen. Die Aufgaben 5 und 6 werden mündlich gelöst. Dann wenden wir uns den Aufgaben der Addition und Subtraktion zu (Aufgaben 16 bis 25, Lb 46). Die Lösung dieser Aufgaben erfolgt in unterschiedlicher methodischer Gestaltung.
Mit der Aufgabe 32 (Lb 46), einer Sachaufgabe mit erzieherisch wertvollem Inhalt, schließen wir diesen Hauptteil der Übungsstunde ab.

(3) Wir stellen nun den Schülern noch eine kleine Knobelaufgabe. Auch hierfür ist die Aufgabenstellung an der Tafel vorbereitet:

- Gerda hat 2 Paar rote und 2 Paar blaue Söckchen gleicher Größe gewaschen. Sie hängen ungeordnet zum Trocknen auf der Leine. Am Abend will sie 1 Paar gleicher Farbe abnehmen. Da es schon dunkel ist, kann sie die Farben nicht unterscheiden. Wieviel Söckchen muß Gerda mindestens abnehmen, damit sie ein passendes Paar hat?

Lösung: 3 Söckchen.

Die Schüler müssen zunächst Zeit zum Nachdenken haben. Von besonderer Bedeutung ist das Begründen der Lösung (schrittweises Vorgehen, Fallunterscheidung).

Abschnitt 21 (3 Stunden)

Thema: Die Folge der natürlichen Zahlen
Ziele: Festigung des Begriffes „Folge der natürlichen Zahlen".
Systematisierung der Eigenschaften natürlicher Zahlen

Gliederung:

1. Stunde: Eigenschaften natürlicher Zahlen – Rechnen mit natürlichen Zahlen

(1) 15 Kurzarbeit (große Zahlen, Eigenschaften natürlicher Zahlen)
(2) 30 Übungen mit natürlichen Zahlen (Grundrechenoperationen, Zählübungen, Zahlenfolgen, Maßeinheiten usw.)

2. Stunde: Die Folge der natürlichen Zahlen (Systematisierung)

(1) 30 Festigung des Begriffs „Folge der natürlichen Zahlen"; Systematisierung der Eigenschaften der natürlichen Zahlen
(2) 15 Anwenden der Eigenschaften natürlicher Zahlen

3. Stunde: Übungen und Anwendungen zur Folge der natürlichen Zahlen

(1) 15 Tägliche Übung: Tabellen und Ungleichungen
(2) 30 Anwenden der Eigenschaften natürlicher Zahlen bei der Lösung von Aufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Stunde wird eingeleitet mit einer halbschriftlichen Kurzarbeit, die sowohl der Wiederholung großer Zahlen als auch der Vorbereitung der Systematisierung der Eigenschaften der natürlichen Zahlen dient. Für die Auswahl der Aufgaben unterbreiten wir folgende Vorschläge:

- Schreibe übersichtlich: 14368723928! Schreibe den Nachfolger dieser Zahl!
- Schreibe übersichtlich: 203618504011! Schreibe den Vorgänger dieser Zahl!
- Dividiere den Vorgänger der Zahl 71 durch 10!
- Dividiere den Nachfolger der Zahl 71 durch 8!
- Nenne die größte fünfstellige Zahl!
- Nenne die kleinste dreistellige Zahl!
- Bilde das größtmögliche Produkt von zwei einstelligen Zahlen!
- Welche Zahl muß man von 50 subtrahieren, um die kleinste natürliche Zahl zu erhalten?

(2) Zunächst werden Zählübungen wechselweise mündlich und schriftlich durchgeführt. Der Lehrer schreibt eine Zahl an die Tafel. Von dieser Zahl aus zählen die Schüler vorwärts und auch rückwärts. Dabei werden auch große Zahlen berücksichtigt.
Nun erhalten die Schüler eine Tabelle, die sie in selbständiger Arbeit vervollständigen sollen:

x	y	$x + 2y$
123	51	
164	120	
1412	250	
6300	508	

Dann werden folgende Aufgaben an die Tafel geschrieben und von den Schülern ebenfalls selbständig gelöst:

Schreibe mit Komma!	Schreibe als Kilogramm und Gramm!
4 km 450 m	5,650 kg
13 km 780 m	2,045 kg
7 km 85 m	1,009 kg
2 km 7 m	50,500 kg

Eine wertvolle Übung ist das Fortsetzen von Zahlenfolgen. Hier müssen die Schüler zunächst herausfinden, nach welcher Vorschrift die gegebenen Zahlen zusammengestellt wurden. Nach dieser Vorschrift sollen dann weitere Zahlen ermittelt werden. Mit einer solchen Übung schließt die Stunde.

Beispiele:

1, 3, 5, 7, ...
1, 2, 4, 8, ...
1, 6, 11, 16, ...
1, 4, 16, 64, ...

2. Stunde:

Die Eigenschaften der natürlichen Zahlen werden systematisiert. Die Grundlage hierfür bietet das Axiomensystem von PEANO, ohne daß es jedoch explizit behandelt wird. Alle wesentlichen Eigenschaften der natürlichen Zahlen haben die Schüler bereits in den zurückliegenden Stunden erkannt, so daß die Stunde den Charakter einer systematischen Zusammenfassung trägt. Es erscheint die Überschrift zum Tafelbild (Bild 77/1).

> Die Folge der natürlichen Zahlen
>
> 1. Die Folge der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, ... heißt Folge der natürlichen Zahlen.
> 2. Es gibt keine größte natürliche Zahl.
> 3. Die kleinste natürliche Zahl ist die 0 (Null).
> 4. Jede natürliche Zahl a hat den Nachfolger $a + 1$.
> 5. Jede von 0 (Null) verschiedene natürliche Zahl b hat den Vorgänger $b - 1$.
> 6. Von 0 (Null) ausgehend, kann man durch fortlaufende Addition von 1 jede beliebige natürliche Zahl erhalten.

77/1

Die Schüler werden aufgefordert, einige natürliche Zahlen in beliebiger Reihenfolge zu nennen. Im Tafelbild wird festgehalten:

1. Die Folge der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, ... heißt Folge der natürlichen Zahlen.

Die Frage nach einer größten und einer kleinsten natürlichen Zahl können die Schüler bereits beantworten, und wir ergänzen im Tafelbild:

2. Es gibt keine größte natürliche Zahl.

3. Die kleinste natürliche Zahl ist die Zahl 0 (Null).

Der Lehrer wirft nun das Problem auf, wie man begründen kann, daß es keine größte natürliche Zahl gibt. Das führt auf den Begriff des Nachfolgers. Gemeinsam erarbeiten wir jetzt die Übung 24 (Lb 47). Wir können nunmehr den nächsten Satz formulieren:

4. Jede natürliche Zahl a hat den Nachfolger $a + 1$.

In entsprechender Erarbeitung der Übung 25 erhalten wir:

5. Jede von Null verschiedene natürliche Zahl b hat den Vorgänger $b - 1$.

Selbstverständlich muß hierbei die besondere Rolle der Null klar herausgearbeitet werden.

Durch kurze Zählübungen gelangen wir schließlich zu der Verallgemeinerung:

6. Von 0 (Null) ausgehend kann man durch fortlaufende Addition von 1 jede beliebige natürliche Zahl erhalten.

Das Tafelbild wird anschließend von den Schülern in ihre Hefte übertragen.

(2) Den Rest der Stunde verwenden wir zur Beantwortung der Fragen auf der Seite 47 des Lehrbuches.

3. Stunde:

(1) Die Stunde trägt reinen Übungscharakter. Die Aufgaben werden vorwiegend selbständig von den Schülern gelöst. Aufgaben etwa der folgenden Art werden im ersten Teil der Stunde gelöst:

- Vervollständige die Tabelle!

a	b	$2 \cdot a + 3 \cdot b$
200	40	
186	97	
2015	321	

- Berechne $a + 3 \cdot b$! Es ist $a = 8510$, und b ist durch die Ungleichung $439 < b < 441$ gegeben.
- Berechne $2 \cdot a - b$! Es ist $a = 52000$, und b ist durch die Ungleichung $4000 < b < 4002$ gegeben.
- Nenne alle Zahlen x, die die Ungleichung $30 < 7 \cdot x < 60$ erfüllen!

(2) Im zweiten Teil der Stunde kann das Arbeitsblatt IV/3 (Bild 79/1) verwendet werden. Aus Aufgabe 1 des Arbeitsblattes ist die wichtige Erkenntnis zu gewinnen, daß die mit Komma geschriebenen Zahlen bei Maßangaben keine natürlichen Zahlen sind.

Abschnitt 22 (2 Stunden)

Thema: Das dekadische Positionssystem

Ziele: Einführung des Begriffes „dekadisches Positionssystem".
Unterscheidung der Begriffe „Ziffer" und „Zahl". Zerlegen großer natürlicher Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen und umgekehrt

Gliederung:

1. Stunde: Ziffern und Zahlen

(1) 10 Tägliche Übung: Verschiedene Darstellungsmöglichkeiten für Zahlen
(2) 15 Die Begriffe „Ziffer" und „Zahl"
(3) 20 Wiederholen des Potenzbegriffes; Übung: Rechnen mit Zehnerpotenzen (Zahlenzerlegung, Multiplikation mit Zehnerpotenzen, Ergänzung bis zur nächsthöheren Zehnerpotenz)

2. Stunde: Das dekadische Positionssystem

(1) 10 Tägliche Übung: Zerlegen großer natürlicher Zahlen in Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen und umgekehrt
(2) 20 Der Begriff „dekadisches Positionssystem"
(3) 15 Übung: Zahlenzerlegungen; Division durch Zehnerpotenzen

Arbeitsblatt IV / 3

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1) Wähle aus der folgenden Aufstellung die natürlichen Zahlen aus und ordne! Beginne mit der größten!

327 013; 84; 17,5 km; 1; 3,750 t; 25,50 MDN; 17 325 008 719; 327 130; 0,500 kg; 84 597; 44

....

....

2)

$a-2$	$a-1$	a	$a+1$	$a+2$
297				
	4 600			
		23 100		
			7 903	
				10 600

3) Setze die Zahlenfolgen fort!

a) 9, 19, 29, 39, ...

b) 12, 24, 36, 48, ...

c) $3 \cdot 10^1, 3 \cdot 10^2, 3 \cdot 10^3,$ ....

d) 1, 4, 9, 16, ...

79/1

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Zu Beginn der Stunde wiederholen wir nochmals Darstellungsmöglichkeiten für natürliche Zahlen:

1) als Zahlwort, 2) als Ziffer, 3) in einer Stellentafel, 4) als Summe aus Vielfachen von Zehnerpotenzen.

(2) Wir wollen nun die Begriffe „Ziffer“ und „Zahl“ erläutern. Zahlen können mit Hilfe von Ziffern dargestellt werden, z. B.: 15, 278, 36409. Hierbei werden die Zeichen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 als Grundziffern bezeichnet. 15 besteht also aus den Grundziffern 1 und 5. Dabei wird diesen Grundziffern jeweils ein bestimmter Stellenwert zugeordnet (vgl. Lb 48). Beispiel (vgl. Bild 80/1):

sechs Äpfel | sechs Birnen | sechs Bananen | sechs Löffel

Wir können eine Zahl durch eine Ziffer bezeichnen.
Wir schreiben in diesem Fall: 6.
Zeichen wie „0“, „2“, „15“, „157“ heißen Ziffern.
Die Zeichen
„0“, „1“, „2“, „3“, „4“, „5“, „6“, „7“, „8“, „9“
werden auch Grundziffern genannt.

80/1

Wir betrachten mehrere Teller mit Früchten. Auf jedem Teller liegt eine andere Sorte Obst, aber allen Portionen ist gemeinsam, daß es jeweils 6 Früchte sind. Wir zeichnen noch eine Schachtel mit 6 Löffeln. Obwohl es sich um unterschiedliche Gegenstände handelt, stimmen sie doch in ihrer Anzahl überein. Auf diese Weise gelangen wir zur Zahl 6. Das Zeichen, das wir zur Bezeichnung dieser Zahl niederschreiben, nennen wir Ziffer.

(3) Der letzte Teil der Stunde wird eingeleitet mit einer Wiederholung des Potenzbegriffes und formalen Aufgaben. Darüber hinaus wird das Rechnen mit Zehnerpotenzen an Aufgaben folgender Art geübt:

Zerlegen natürlicher Zahlen in Summen von Zehnerpotenzen,
Vervielfachen natürlicher Zahlen mit Zehnerpotenzen,
Ergänzen bis zur nächsten Zehnerpotenz

Als Hausaufgabe zur nächsten Stunde bereiten die Schüler unter anderem eine Stellentafel bis 10^8 vor.

2. Stunde:

(1) Zu Beginn der Stunde zerlegen die Schüler größere natürliche Zahlen in Summen von Zehnerpotenzen bzw. ordnen einer gegebenen Zerlegung die entsprechende natürliche Zahl zu.

(2) Im Hauptteil der Stunde werden schrittweise die Begriffe „Positionssystem" und „dekadisches Positionssystem" behandelt. Zunächst tragen die Schüler einige Zahlen der Größenordnung bis 10^8 in eine vorbereitete Stellentafel ein. Diese Zahlen werden vom Lehrer diktiert oder als Summen von Zehnerpotenzen an der Tafel vorgegeben. Zuletzt kann z. B. 50359705 eingetragen werden. Im Unterrichtsgespräch wird dann noch einmal auf die Begriffe „Ziffer", „Grundziffer" und „Zahl" eingegangen. Um den Begriff „dekadisches Stellenwertsystem" zu erläutern, muß inhaltlich etwa folgendes behandelt werden.
Zur Darstellung von 50359705 werden die Grundziffern 0, 3, 5, 7 und 9 verwendet. Dabei kommt die Ziffer 5 zwar dreimal vor, es wird ihr aber jedesmal ein anderer Stellenwert zugeordnet. Ein Zahlensystem, in dem es darauf ankommt, welcher Stelle eine bestimmte Ziffer zugeordnet ist, heißt deshalb Stellenwertsystem (oder auch Positionssystem) (Bild 81/1).

Das dekadische Positionssystem

1. Eine Grundziffer hat im Positionssystem je nach ihrer Stellung eine unterschiedliche Bedeutung.
2. Das dekadische Positionssystem hat die zehn Grundziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
3. Im dekadischen Positionssystem unterscheiden sich die Stellenwerte durch Potenzen der Grundzahl 10.

81/1

Wir benutzen in unserem Stellenwertsystem zehn Grundziffern. Im „dekadischen" Stellenwertsystem läßt sich jede Zahl in eine Summe zerlegen, deren Summanden Vielfache von Zehnerpotenzen sind.

(3) Der letzte Teil der Stunde dient vor allem der Festigung des Rechnens mit Zehnerpotenzen. Es werden Übungen der folgenden Art empfohlen:
Zerlegung von Zahlen in Summen von Zehnerpotenzen,
Zerlegung von Zahlen in die höchste Zehnerpotenz und den Rest,
Division durch Zehnerpotenzen.

Als Hausaufgabe werden ähnliche Aufgaben ausgewählt.

Abschnitt 23 (2 Stunden)

Thema: Andere Positionssysteme

Ziele: Beispiele für die Darstellung von Zahlen in Positionssystemen mit den Grundzahlen 2 und 5 zur weiteren Klärung des Begriffs „Positionssystem“ und der Bedeutung des dekadischen Positionssystems.

Bemerkungen zum praktischen Nutzen anderer Zahlensysteme

Gliederung:

1. Stunde: Das Zweiersystem

(1) 10 Wiederholung und Übung: Potenzen der Zahlen 10 und 2; dekadisches Positionssystem
(2) 10 Erarbeitung der Stellentafel für das Zweiersystem durch Analogiebetrachtung mit dem Zehnersystem
(3) 15 Darstellen einer Zahl im Zehner- und im Zweiersystem
(4) 10 Zusammenfassung und einfache Übung

2. Stunde: Das Fünfersystem

(1) 15 Kurzarbeit (Potenzen, Grundrechenoperationen, Maßeinheiten)
(2) 10 Erarbeitung der Stellentafel für das Fünfersystem
(3) 20 Darstellen einer Zahl im Zehner- und im Fünfersystem

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Zu Beginn bestimmen die Schüler die Werte einiger Potenzen mit der Grundzahl 10 sowie der Potenzen von 2^1 bis 2^7.

(2) Die Tatsache, daß wir mit einem Positionssystem der Grundzahl 10 arbeiten, berechtigt zu der Frage nach der Existenz von Positionssystemen mit einer anderen Grundzahl.
Die Erkenntnisgewinnung unterstützt der Lehrer durch die Entwicklung des Tafelbildes. Zur Wiederholung wird die Stellentafel des Positionssystems mit der Grundzahl 10 (es genügt bis zur Spalte 10^4) entwickelt. Nochmals wird bewußtgemacht: Grundzahl 10 – zehn Grundziffern. In völliger Analogie dazu wird daneben eine Stellentafel des Positionssystems mit der Grundzahl 2 aufgebaut (bis 2^7). Es wird bewußtgemacht: Grundzahl 2, und wir vermuten nun: 2 Grundziffern (0, 1).

(3) Dann trägt der Lehrer in jede der beiden Stellentafeln die Zahl 13 ein, und zwar beim Zehnersystem als „13“ und beim Zweiersystem als „1101“.

Hier muß sofort die Sprechweise dieser Zahlen geklärt werden: Eins – eins – null – eins (Begründung!). Eine Zerlegung in Potenzen zeigt, daß beide Zahlen übereinstimmen (Bild 83/1).

Positionssystem mit der Grundzahl 10
(10 Grundziffern)

10^4	10^3	10^2	10^1	1
10000	1000	100	10	1
			1	3

$1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 1$
$10 + 3 = 13$

Positionssystem mit der Grundzahl 2
(2 Grundziffern: 0, 1)

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	1
128	64	32	16	8	4	2	1
				1	1	0	1

$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 1$
$8 + 4 + 0 + 1 = 13$

83/1

(4) In einer Zusammenfassung macht der Lehrer nochmals die völlige Analogie beider Zahlensysteme bewußt.
Die Schüler übernehmen das Tafelbild in ihre Hefte und wandeln anschließend weitere kleine Zahlen aus dem Zweiersystem in das Zehnersystem um. Dabei werden die Anforderungen in didaktisch-methodischer Hinsicht nur langsam erhöht (gemeinsames Arbeiten an der Tafel und im Heft, kommentierendes Arbeiten, selbständiges Arbeiten).
Im Lehrbuch werden das Zweiersystem und das Fünfersystem auf Seite 49 behandelt. Aufgaben hierzu wurden bewußt weggelassen, da die Darlegungen über andere Positionssysteme wie übrigens auch über die römischen Zahlzeichen nur informativen Charakter haben sollen.
Für die insgesamt drei in Frage kommenden Stunden empfehlen wir deshalb, für die Hausarbeiten Aufgaben wiederholenden Charakters zu stellen (Lb 51 bis 53). Dabei sollte beachtet werden, daß nach Abschluß der Behandlung der Stoffeinheit 1.2. (also nach Behandlung der 24 Abschnitte im Lehrbuch) noch vier Stunden zur Verfügung stehen, die u. a. zur Gesamtwiederholung des Stoffgebietes 1 genutzt werden können.

2. Stunde:

(1) Die Stunde wird mit einer Kurzarbeit eingeleitet. Aufgaben der folgenden Art werden empfohlen:
- Berechne! 10^5; 2^4; 2^6; $10^2 + 10^3$; $200:5$; $17 \cdot 3$; $228 - 63$
- Multipliziere die Summe von 9 und 7 mit 5!
- Verwandle in Gramm! 3 kg 430 g
- Verwandle in Dezimeter! 2 m 60 cm

(2) Wir wollen nun das Fünfersystem entwickeln. Wir erinnern uns, wie wir bei der Einführung des Zweiersystems vorgegangen waren und beginnen deshalb auch jetzt mit dem Aufbau einer Stellentafel für das Fünfersystem (bis 5^4). Nach einigen Hinweisen versuchen die Schüler selbst, diese Aufgabe zu lösen. Inzwischen zeichnet der Lehrer das Schema der Stellentafel an, ein Schüler ergänzt dann die Eintragungen in der Kopfleiste.

(3) Wieder wird dann eine vom Lehrer gegebene Zahl im Zehner- und im Fünfersystem dargestellt, wobei das Tafelbild (Bild 84/1) entsteht.

<u>Das Positionssystem mit der Grundzahl 5</u>

Fünf Grundziffern: 0, 1, 2, 3, 4,

Zehnersystem: 566

$566 = \boxed{4} \cdot 5^3 + \boxed{2} \cdot 5^2 + \boxed{3} \cdot 5^1 + \boxed{1}$

Fünfersystem: 4231

84/1

Einige weitere einfache Aufgaben vertiefen das Verständnis für dieses neue Zahlensystem.

Abschnitt 24 (1 Stunde)

Thema: Römische Zahlzeichen

Ziele: Kennenlernen der römischen Zahlzeichen.
Einige Beispiele für die Darstellung von Zahlen im dekadischen Stellenwertsystem und mit Hilfe römischer Zahlzeichen.
Die Darstellung mit Hilfe römischer Zahlzeichen – ein Beispiel für die Nachteile eines Additionssystems gegenüber einem Positionssystem.

Gliederung:

Römische Zahlzeichen

(1) 10 Einführung: Kurze, kindgemäße, historische Erläuterungen, Bilder mit römischen Zahlzeichen
(2) 20 Erarbeitung: Die sieben römischen Zahlzeichen. Das römische System zur Darstellung der Zahlen ist ein Additionssystem.
(3) 15 Übung: Umwandlung aus der Darstellung mit Hilfe römischer Zahlzeichen in die Darstellung im dekadischen Positionssystem und umgekehrt

Methodische Hinweise:

(1) In einem kurzen Lehrervortrag erläutert der Lehrer, daß die Römer andere Zahlzeichen verwendeten als wir. Diese Feststellung wird durch Bilder von historischen Bauwerken untermauert, an denen römische Zahlzeichen erkennbar sind. Günstig wäre dabei eine Projektion mit Hilfe eines Diaskops oder Episkops.

(2) Die Zielstellung der Stunde wird gegeben. Nacheinander werden nun die sieben römischen Zahlzeichen eingeführt und an die Tafel geschrieben. Wir wollen dieser Schreibweise die entsprechende Darstellung in unserem Zehnersystem zuordnen. Dies kann sofort geschehen bei den Zahlen 1, 5 und 10. Bei einem Teil der Zahlen, z.B. bei 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12 und 13, erfolgt die Darstellung durch eine Form der Aneinanderreihung einzelner römischer Zahlzeichen, die inhaltlich einem Addieren entsprechen soll. Bei anderen Zahlen werden die römischen Zeichen in einer Weise zusammengesetzt, die eine Subtraktion (4, 9) oder zugleich eine Addition und Subtraktion zum Ausdruck bringen soll (14). Wir wollen deshalb von einem „Additionssystem" sprechen.
Die Schüler sollen nun möglichst selbst zu der Erkenntnis gelangen, daß ein solches Additionssystem kein Positionssystem sein kann. Die Begründung könnte etwa am Beispiel der Darstellung der Zahl 3 erfolgen. Ohne umfassende Begründung wird festgestellt, daß unser Positionssystem gegenüber einem Additionssystem große Vorteile besitzt (dies würde sich z. B. sehr deutlich bei Rechenoperationen zeigen).

(3) Im letzten Teil der Stunde werden einige Zahlen im Zehnersystem und mit Hilfe römischer Zahlzeichen dargestellt. Dabei beginnen wir mit den anfangs in den Bildern gezeigten Ziffern. In umgekehrter Richtung benutzen wir die derzeitige Jahreszahl und die der Geburtsjahre der Schüler.

Für die Verteilung der übrigen vier Stunden der Stoffeinheit 1.2. (20 Stunden) empfehlen wir folgendes:

1. und 2. Stunde:	Gesamtwiederholung und Übung zur 2. Klassenarbeit
3. Stunde:	2. Klassenarbeit
4. Stunde:	Rückgabe und Auswertung der 2. Klassenarbeit

Die Auswahl der Übungskomplexe bei der Gesamtwiederholung muß sich dabei besonders aus der jeweiligen Klassensituation ergeben, muß also vom Lehrer selbst entschieden werden.
Wenn dem Lehrer zwei Stunden zur Wiederholung zu wenig erscheinen, so hat er die Möglichkeit, weitere Stunden aus der Jahresreserve einzuplanen.
Eine Reihe geeigneter Übungsaufgaben bietet das Lehrbuch (Lb 51 bis 53).
Zur Wiederholung wird empfohlen:

1. Folge der natürlichen Zahlen, Zählen und Zahlenfolgen,
   Zerlegen von Zahlen (Stellentafel),
   Vorgänger – Nachfolger,
   Zahlenvergleiche und Ordnen;
2. Rechnen mit natürlichen Zahlen,
   Grundrechenoperationen (formale und Sachaufgaben), Gleichungen – Ungleichungen;
3. Positionssysteme;
4. Maßeinheiten der Länge und Masse

2. Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen (25 Stunden)

2.1. Unterrichtsthematik

Das Stoffgebiet „Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen" dient dem Heranführen der Schüler an das Arbeiten mit geeigneten Näherungswerten. Fragen der Grenzen der Genauigkeit bei Meßergebnissen und statistischen Angaben, Fragen des Rundens, Schätzens, Überschlagens und Fragen der graphischen Darstellung natürlicher Zahlen spielen eine Rolle. Aus dieser Aufzählung ist schon zu entnehmen, daß dieser Problemkreis von großer Bedeutung für die Praxis ist und von den Bedürfnissen der Praxis her motiviert wird.

Graphische Darstellungen (Diagramme) werden im gesellschaftlichen Leben, in Wissenschaft, Wirtschaft, Verwaltung und Statistik häufig benutzt, um Zahlenangaben zu veranschaulichen. Im Zusammenhang mit dem vorangegangenen Stoffgebiet dienen graphische Darstellungen auch dem besseren Erfassen beliebiger natürlicher Zahlen.

Es muß gerundet werden. Gleichzeitig muß der Maßstab eingeführt werden, wobei die Umrechnungen mit Hilfe des Maßstabs auch als Vorleistung für den in Klasse 5 einsetzenden Geographieunterricht anzusehen sind.

Die Schüler der 4. Klasse erhalten mit der Behandlung dieses Lehrplanabschnitts ein Fundament zu dem eingangs genannten Problemkreis, auf dem im weiteren Verlauf des Schuljahres aufgebaut werden kann und das in den nächsten Schuljahren erweitert wird.

So wird man schon in dem folgenden Stoffgebiet der 4. Klasse „Die 4 Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen" die Kenntnisse über Runden, Schätzen, Überschlagen und graphisches Darstellen weiter festigen und vervollkommnen. Mit Näherungswerten wird dann in den folgenden Klassen bei Flächen- und Rauminhaltsbestimmungen gearbeitet, weiter beim Multiplizieren und Dividieren von Dezimalbrüchen und beim Verwandeln von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche, bei der Behandlung des Rechenstabes, bei Fehlerbetrachtungen innerhalb des Stoffgebietes „Proportionalität", bei der Arbeit mit Tafelwerken usw.

Da das Stoffgebiet so unmittelbar mit den Bedürfnissen der Praxis zusammenhängt, ergibt sich notwendig eine enge Verbindung des zu behandelnden Stoffes mit dem gesellschaftlichen Leben und den Unterrichtsfächern „Werken" und „Heimatkundlicher Deutschunterricht". Dabei wird durch Auswahl und Interpretation geeigneten Zahlenmaterials aus der Volkswirtschaft, Natur und Technik sowie durch Erziehung zur Genauigkeit, Exaktheit und Sauberkeit bei graphischen Darstellungen und durch Erziehung zur Sorgfalt bei Messungen auch ein wesentlicher Beitrag zur staatsbürgerlichen Erziehung der Schüler geleistet.

2.2. Begriffe und Erkenntnisse

1. Der Begriff Näherungswert mit dem Symbol „$\approx$“ wird eingeführt. Näherungswerte spiegeln „rund“ bzw. „ungefähr“ die tatsächlichen Zahlen wider. Sie sind für die Praxis zweckmäßig und sinnvoll. Dem Schätzen und Überschlagen liegen Näherungswerte zugrunde.
2. Gerundete Zahlen sind Näherungswerte. Die Rundungsregeln werden auf beliebige natürliche Zahlen erweitert und durch die Geradezahlregel ergänzt. Bei Beachtung der Rundungsregeln werden die Abweichungen vom genauen Wert stets möglichst klein gehalten. Statistische Zahlenangaben aus Volkswirtschaft, Natur und Technik sind meist gerundete Zahlen. Gerundete Zahlen können schnell erfaßt und verglichen werden.
3. Der Begriff „Streckendiagramm“ wird eingeführt. Ein Streckendiagramm dient der Veranschaulichung von Zahlenangaben. Der Veranschaulichung großer Zahlen liegen gerundete Werte zugrunde. Der Begriff „Maßstab“ wird eingeführt.
   Der Begriff (geordnetes) „Zahlenpaar“ wird eingeführt.

2.3. Fähigkeiten und Fertigkeiten

Die Schüler sollen für Messungen eine sinnvolle Auswahl der Maßeinheiten und Meßgeräte in Abhängigkeit vom Meßobjekt treffen können. Sie sollen es verstehen, von Meßergebnissen zweckmäßige Näherungswerte anzugeben.
Die Schüler müssen in der Lage sein, beliebige natürliche Zahlen auf Vielfache von 10, 100, 1000, ... zu runden und dabei auch die Geradezahlregel zu verwenden. Beim Runden von Zahlenangaben werden Fertigkeiten erwartet.
Die Schüler müssen Zahlen durch Einordnen zwischen Vielfache von 10, 100, 1000 abschätzen können und verstehen, Zahlenangaben aus Volkswirtschaft, Natur und Technik zweckmäßig zu runden.
Weiterhin sollen die Schüler in der Lage sein, Streckendiagramme anzufertigen und zu lesen. Es wird verlangt, daß sie dabei auf eine zweckmäßige, saubere und genaue Darstellung achten.
Es wird gefordert, daß die Schüler es verstehen, aus dem maßstäblichen Bild einer Strecke (Maßstab 1:1; 1:10; 1:100; ...; 1:1000000) die wahre Länge zu ermitteln und umgekehrt. Fertigkeiten beim Umrechnen können dabei nicht erwartet werden.

2.4. Literaturhinweise

Statistisches Jahrbuch der Deutschen Demokratischen Republik (erscheint jährlich).
Statistisches Jahrbuch des Kreises (erscheint jährlich).
Das Programm des Sozialismus wird verwirklicht – Zahlen, Fakten, Informationen. Dietz Verlag Berlin, 1967.
GOTTFRIED KLEIN: „Das Runden“. „Die Unterstufe“, 12 (1965), Heft 6, S. 19.

2.5. Vorschlag für eine Stoffverteilung

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
1 Näherungswerte	4	55	90	Näherungswerte für gemessene Strecken; das Zeichen „≈“	Längen-, Massen- und Zeitmaße; Schreibweise großer Zahlen	Meßband, Meterstab, Lineal
2 Gerade und ungerade Zahlen	1	57	95	Teilbarkeit durch 2; Bedeutung der Grundziffern 2, 4, 6, 8, 0 für die Teilbarkeitsentscheidung; Produktbildung	Dekadisches Stellenwertsystem; Schreibweise großer Zahlen; Ordnen großer Zahlen; Vorgänger, Nachfolger	
3 Das Runden	2	58	97	Abrunden, Aufrunden, Geradezahlregel	Gerade und ungerade Zahlen	Ziffernkärtchen, Entfernungstabellen, Ausschnitte aus unseren Presseorganen
4 Sonderfälle	3	60	100	Runden auf ein Vielfaches von 10, wobei ein Vielfaches von 100, 1000, ... entsteht. Runden auf ein Vielfaches von 100, 1000, ...; Runden auf ein Vielfaches von 100, 1000, ... unter Beachtung der Geradezahlregel	Potenzen der Zahl 10, Vielfache von Potenzen der Zahl 10	
5 Fortlaufende Ungleichungen	2	62	104	Abschätzen großer Zahlen, verfeinertes Abschätzen; Überschlag	Die 4 Grundrechenoperationen, Begriffe	Kopfrechentafeln

Zusammenfassung und Leistungskontrolle	3	61	107	Zusammenstellung der Rundungsregeln und ihrer Sonderfälle in einer Übersicht. Leistungskontrolle.	Gesamtwiederholung, auch im Zusammenhang mit der Auswertung der Leistungskontrolle	
6 Graphisches 7 Darstellen natürlicher Zahlen	4	63	109	Darstellen von Zahlen auf dem Zahlenstrahl; Begriff „Einheit“; Zwei senkrecht aufeinanderstehende Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt; Begriff „Streckendiagramm“; Veranschaulichung von Zahlen mit Hilfe des Streckendiagramms	Darstellung natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl	Kariertes Papier, m^2-Tafel mit dm^2-Einteilung (Schiefertuchtafel bzw. Rückseite des Würfelrechengerätes); Ausschnitte aus unseren Presseorganen, statistische Jahrbücher, Nachschlagewerke
8 Der Maßstab 9	3	68	114	Begriff „Maßstab“. Anwendungen in Topographie, Bauwesen, Konstruktionszeichnungen. Das Symbol ≙. Veranschaulichung großer Zahlen durch Streckendiagramme	Multiplikation und Division natürlicher Zahlen mit 10, 100, 1000. Längenmessung und Maßumwandlungen; Runden auf Vielfache von 10, 100, 1000, …; Streckendiagramm	Schülerhandkarten des Kreises
10 Darstellung von Punkten mit Hilfe von Zahlen	1	71	120	Darstellung von Punkten in der Ebene mit Hilfe (geordneter) Zahlenpaare und umgekehrt. Schreibweise für (geordnete) Zahlenpaare	Darstellung von Zahlen als Punkte auf dem Zahlenstrahl	m^2-Tafel mit dm^2-Einteilung
Zusammenfassung und Leistungskontrolle	2	72	121	Zusammenfassung und Wiederholung zum Stoffgebiet „Graphische Darstellung natürlicher Zahlen“ mit Leistungskontrolle	Gesamtwiederholung	Gesammelte Veranschaulichungen von Zahlenangaben durch die Schüler

2.6. Vorschläge zur Gestaltung

Stoffeinheit 2.1.: Schreibweise von Näherungswerten (5 Stunden).

Abschnitt 1 (4 Stunden)

Thema: Näherungswerte

Ziele: Erkenntnis, daß es verschieden bedingte Fehler bei Messungen gibt. Sinnvolle Auswahl der Maßeinheiten und Meßgeräte in Abhängigkeit vom Meßobjekt. Einführung des Begriffs „Näherungswert“ und des Zeichens „≈“.
Erziehung zur Sorgfalt bei Messungen.

Unterrichtsmittel: Maßstab mit mm-, cm-, dm-Einteilung, Gliedermaßstab, Meßband, Schnur, Meterstab.

Gliederung:

1. Stunde: Meßfehler

(1) 20 Durchführen von Längenmeßübungen mit tabellarischer Erfassung der ermittelten Ergebnisse
(2) 10 Unterrichtsgespräch über Fehlerquellen und Möglichkeiten der Ausschaltung von Fehlerursachen
(3) 15 Notwendige und hinreichende Genauigkeit; Zusammenfassung

2. Stunde: Begriff „Näherungswert“ und Symbol „≈“

(1) 10 Auswertung der Messungen
(2) 20 Begriff „Näherungswert“ und Symbol „≈“
(3) 15 Übung: Ermitteln von Näherungswerten bei Vorgabe unterschiedlicher Maßeinheiten; Zusammenfassung

3. Stunde: Ermitteln von Näherungswerten und praktischen Festwerten

(1) 10 Übung 3c) (Lb 56), Abbildung B3 (Lb 56)
(2) 25 Ermitteln und Veranschaulichen von Festwerten für die häufigsten Maßeinheiten
(3) 10 Gesamtzusammenfassung

4. Stunde: Durchführen von Längenmeßübungen im Freien

(1) 20 Erteilen des Themas; Einteilen der Schüler in Gruppen; jede Gruppe erhält ihre spezielle Aufgabe; Austeilen der Arbeitsgeräte
(2) 15 Durchführen der Längenmessungen
(3) 10 Auswertung; Erteilung der Hausaufgabe

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Nach einem kurzen Wiederholungsgespräch über Längenmaße (mm bis km) wird folgende Schülerübung durchgeführt: 4 Gruppen zu je 2 Schülern messen nach der Übung 1a) und b) (Lb 55) die Länge des Klassenzimmers. Der Lehrer und die übrigen Schüler bereiten unterdessen folgende Tabelle vor:

	Länge in m	Länge in cm	Breite in m	Breite in cm
1. Messung				
2. Messung				
3. Messung				
4. Messung				
Kontrollmessung				

Die Schüler tragen ihre Meßwerte ein. Weitere Schülergruppen messen dann in gleicher Weise die Breite des Klassenzimmers und tragen ihre Meßwerte ebenfalls in die Tabelle ein.

(2) Die Auswertung der Tabelle zeigt, daß Meßfehler entstanden sind. Es werden die Gründe untersucht.
Meßfehler entstehen z. B. durch Unachtsamkeit und Oberflächlichkeit, Ungenauigkeit des Meßgerätes, Ablesefehler usw.
In erzieherischer Hinsicht ergibt sich daraus der Hinweis, daß man immer so genau wie möglich arbeiten muß.

(3) Vier Schülergruppen führen die Messungen noch einmal unter Beachtung der erzieherischen Hinweise durch und vervollständigen die Tabelle.
Ergebnis: Die Meßwerte weichen im Bereich der cm-Messung geringfügig voneinander ab. Man muß überlegen, ob es überhaupt sinnvoll ist, ein Klassenzimmer in cm-Genauigkeit auszumessen.
Es kommt darauf an, beim Schüler allmählich das Gefühl für die richtige Auswahl der Maßeinheit in Relation zum Meßobjekt zu wecken.
Als vorbereitende Hausaufgabe für die nachfolgende Stunde wird Übung 3c) (Lb 56), Bild B2 in ihrem 1. Teil gelöst (Messung auf Millimeter genau).

2. Stunde:

(1) Der Lehrer hat eine zweispaltige Tabelle an der Tafel vorbereitet und trägt die von den Schülern gefundenen Meßwerte ein.
Es ergeben sich geringe Abweichungen auf Grund unterschiedlicher Genauigkeit der Meßgeräte u. a. m.

(2) Jeder Schüler ermittelt die Längen der Strecken auf Zentimeter genau. Diese Werte werden in Spalte 2 eingetragen. Im Unterrichtsgespräch wird das Verfahren geschildert.

Folgende Zusammenstellung ergibt sich:

	mm-Genauigkeit		cm-Genauigkeit
1 Strecke *a*	72 mm	$\approx$	7 cm
2 Strecke *b*	42 mm	$\approx$	4 cm
3 Strecke *c*	53 mm	$\approx$	5 cm
4 Strecke *d*	37 mm	$\approx$	4 cm

Wenn eine größere Maßeinheit verwendet wird, dann ergeben sich ungenauere Meßwerte. Die beiden einander entsprechenden Maßangaben werden durch das Symbol „$\approx$“ verbunden (siehe dazu auch Merksatz 1, Lb 56).
Es folgt ein Unterrichtsgespräch über die Bedeutung von Näherungswerten. Die Schüler sollen an geeigneten Beispielen aus der Praxis (Entfernungen, Einwohnerzahlen, Produktionsergebnisse u. a. m.) erkennen, daß Näherungswerte für ein schnelles Erfassen und Vergleichen große Bedeutung haben.
Für unser Beispiel genügt es, wenn wir die Strecken auf Zentimeter genau messen, um eine Größenordnung angeben zu können. Ebenso verhält es sich bei anderen Vergleichen. Erkenntnis: Es kommt darauf an, die geeignetste Maßeinheit zu wählen. Je größer die Zahlen sind (Entfernungen, Mengen-, Zeit-, Massenangaben), desto größer kann die Maßeinheit sein.
Die Schüler müssen aber auch erkennen, daß die Benutzung einer zu großen Maßeinheit ebenso ungünstig ist wie die Verwendung einer zu kleinen.

(3) Selbständige Schülertätigkeit, wie sie auch auf dem Arbeitsblatt IV/4 (Bild 93/1), Nr. 2 enthalten ist.
Als Auswertung erfolgt durch die Schüler die Zusammenfassung mit den Erkenntnissen:

a) Alle Maßangaben sind Näherungswerte. Wird statt einer Maßangabe eine vergröberte Angabe gesetzt, so werden beide durch das Symbol „$\approx$“ verknüpft.

b) Näherungswerte sind für das schnelle Erfassen und Vergleichen von Größen bedeutungsvoll.

c) Man muß eine möglichst sinnvolle Maßeinheit zur Ermittlung von Näherungswerten wählen. Zu große Maßeinheiten sind ebenso ungeeignet wie zu kleine.

3. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt frontal mit der Übung 3c) (Lb 56), Bild B 3. Ein kurzes Unterrichtsgespräch legt die zu wählenden Maßeinheiten fest (Millimeter- und Zentimetergenauigkeit).
Die von den Schülern ermittelten Werte werden verglichen und auf Meßfehler untersucht.

Arbeitsblatt IV/4

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1)

Messungen	Unser Klassenzimmer			
	Länge		Breite	
	in m	in cm	in m	in cm
1.				
2.				
3.				
4.				

2) Bestimme sinnvolle Näherungswerte!

Länge : ....

.... ≈ ....

Länge : ....

.... ≈ ....

Entfernung Erde – Mond : 384 780 km ≈ ....

Einwohnerzahl von Leipzig : .... ≈ ....

Masse eines Personenautos : 985 kg ≈ ....

.... : .... ≈ ....

93/1

(2) Im Leben ist es oft notwendig, schnell eine ungefähre Größenvorstellung zu bekommen. Jeder Mensch sollte sich deshalb bestimmte „Festwerte" einprägen.

Beispiele:

1 cm	Zeilenabstand im Schreibheft
1 dm	Handspanne bei Kindern der 4. Klasse
1 m	Länge des Tafellineals
1 km	Eine den örtlichen Gegebenheiten entsprechende Entfernung (z. B. kleine Seite des rechteckigen Dresdner Großen Gartens)
1 g	5-Pfennig-Stück oder 1 Redisfeder
1 kg	1 Brot (1000-g-Brot)
1 dt	1 Sack Weizen
1 t	10 Sack Weizen (Pferdewagenladung)
1 s	Langsames Zählen einer zweistelligen Zahl
1 min	(Es sollte das Experiment unternommen werden, eine Minute völlig still zu sein. Die Schüler werden staunen, wie lange das dauert!)

Weitere Zeitveranschaulichungen entfallen, weil dazu keine Notwendigkeit besteht. Um große Zahlen zu veranschaulichen, bedient man sich auch der Näherungswerte. Das Kapitelbild (Raumschiff kreist um die Erde, Wostok I legte rund 40000 km zurück) ist dafür ein Beispiel.

Einige weitere Beispiele seien noch genannt:

1000000 Sekunden: $\approx$ 12 Tage

1000000000 Sekunden: $\approx$ 32 Jahre

Es kommt darauf an, bei den Schülern mit Hilfe von Veranschaulichungen Vorstellungen zu wecken. Dabei spielt die mögliche Meßgenauigkeit eine untergeordnete Rolle.

(3) Nach kurzem Unterrichtsgespräch über die Bedeutung von Näherungs- und Festwerten wird die Übersicht, die bei der Erarbeitung des zweiten Teilzieles an der Tafel entstand, in die Schülerhefte übertragen.

4. Stunde:

An die vorangegangenen drei Stunden kann sich eine Schülerübung im Gelände anschließen. Der Lehrer wird sich dabei nach den örtlichen Gegebenheiten richten, kann die Schülerübung aber auch auf dem Schulhof durchführen. Derartige Stunden verlangen vom Lehrer besonders, daß er sie vorher in allen Einzelheiten sehr gründlich durchdenkt und sie dann sehr gut und straff organisiert. (Sonst verlieren Schülerübungen im Freien ihren Wert, die Schüler beschäftigen sich mit anderen Dingen, die Disziplin wird schlecht, und das Ziel der Stunde geht völlig verloren.)

(1) Wir wollen einige Strecken auf dem Schulhof ausmessen (z. B. die Länge des Hofes, die Breite des Hofes, die Entfernung zwischen zwei Bäumen usw.).
Dazu teilen wir die Schüler in Gruppen zu etwa drei Schülern ein. Diese Einteilung soll den Schülern nicht selbst überlassen bleiben, der Lehrer soll die Gruppen vielmehr so zusammenstellen, daß alle ungefähr gleich leistungsstark sind.
Jede Gruppe könnte z. B. nacheinander mit zwei verschiedenen Geräten messen (Meßband und Gliedermaßstab oder Meterstab und 1-m-Schnur oder dgl.).

Jede Gruppe erhält ihre Aufgabe (leicht und verständlich formulieren!) und notiert sie sich, z. B.:
Gruppe 1: Meßt die Breite des Schulhofes! Schreibt alle Ergebnisse auf!
Gruppe 2: Meßt die Breite der Treppe! Schreibt alle Ergebnisse auf!
usw.
Alle Gruppen sollen folgende Arbeitsschritte dabei ausführen:
a) Schätzen der Breite
b) Messung (mit einer 1 m-Schnur)
c) Messung (mit einem Meßband)
Die Arbeitsgeräte werden ausgeteilt und einige kurze Hinweise zur Handhabung und sorgfältigen Behandlung gegeben.
Es ist zu empfehlen, den Schülern mitzuteilen, wie lange sie etwa für die Durchführung des Auftrages Zeit haben.

(2) Durchführung der Messungen. Der Lehrer kontrolliert die Gruppen bei ihrer Arbeit, hilft ihnen und erteilt auch Ratschläge.

(3) Es wird noch einmal kurz der Arbeitsgang besprochen. Dann könnte der Lehrer folgende Hausaufgabe stellen: Fertige eine Tabelle an! Trage alle Meßergebnisse ein! Gib für deine Ergebnisse einen Näherungswert an!

Abschnitt 2 (1 Stunde)

Thema: Gerade und ungerade Zahlen

Ziele: Aus der Festlegung, daß alle durch 2 teilbaren Zahlen gerade Zahlen heißen, wird als Folgerung erarbeitet, daß sie auf 2, 4, 6, 8 oder 0 enden.
Analog dazu wird erkannt, daß ungerade Zahlen auf 1, 3, 5, 7 oder 9 enden.
Ordnen großer Zahlen nach geraden und ungeraden Zahlen.
Erziehung zum Denken durch Lösen von Aufgaben.

Gliederung:

Die Merkmale von geraden und ungeraden Zahlen

(1) 15 Erarbeiten der Merkmale von geraden und ungeraden Zahlen
(2) 10 Festigen durch Ordnen großer Zahlen nach geraden und ungeraden Zahlen
(3) 20 Wiederholung von Kenntnissen über das dekadische Stellenwertsystem; Vorgänger-Nachfolger-Beziehung

Methodische Hinweise:

(1) In einer Tabelle in den Heften und an der Tafel (Bild 96/1) werden die Werte von $2 \cdot n$ und $2 \cdot n + 1$ für vorgegebenes n errechnet (die Tabelle an der Tafel sollte der Lehrer ausfüllen, nachdem die Schüler in den Heften fast fertig sind).

Gerade und ungerade Zahlen

n	$2 \cdot n$	$2 \cdot n + 1$
1	2	3
2	4	5
3	6	7
4	8	9
5	10	11
6	12	13
7	14	15
8	16	17
9	18	19
10	20	21
	durch 2 teilbar	nicht durch 2 teilbar
	enden auf die Grundziffern	
	2, 4, 6, 8 oder 0	1, 3, 5, 7 oder 9
	gerade Zahlen	ungerade Zahlen

96/1

Mit dieser einleitenden Übung schaffen wir einen Ausgangspunkt für die Erarbeitung der Merkmale gerader und ungerader Zahlen. Zunächst werden die Zahlen beider Spalten auf Teilbarkeit durch 2 untersucht. Dabei werden die Schüler sicher sofort die Zahlen der 1. Spalte als die durch 2 teilbaren Zahlen erklären. Diese Tatsache muß aber nun auch begründet werden. Die Schüler müssen dazu wissen, daß die Division die Umkehrung der Multiplikation ist und erkennen, daß in der ersten Spalte Produkte stehen, die sie durch Multiplikation mit 2 erhalten haben. Weiterführend werden die Schüler folgern, daß die Zahlen der zweiten Spalte nicht durch 2 teilbar sind, da zu den durch 2 teilbaren Produkten immer 1 addiert wurde. Eins bliebe also bei Division durch 2 immer als Rest.
Nachdem dieses Ergebnis in den Heften und an der Tafel festgehalten worden ist, lenkt der Lehrer den Blick der Schüler auf die Endziffern der Zahlen beider Spalten. Erkenntnis: Die durch 2 teilbaren Zahlen enden auf die Grundziffern 2, 4, 6, 8 oder 0, die nicht durch 2 teilbaren Zahlen auf die Grundziffern 1, 3, 5, 7 oder 9. Tafelbild und Hefteintragung werden erweitert und anschließend durch die Begriffe gerade und ungerade Zahlen, die den Schülern seit der 1. Klasse bekannt sind, ergänzt.
Als Teilzusammenfassung könnte im Unterrichtsgespräch der Zusammenhang noch einmal folgendermaßen herausgestellt werden (analog für ungerade Zahlen):

$$\left.\begin{array}{l}a \text{ ist gerade}\\ \text{Zahl}\end{array}\right\} \begin{array}{c}\rightarrow\\ \leftarrow\end{array} \left\{\begin{array}{l}a\text{ ist durch}\\ 2\text{ teilbar}\end{array}\right\} \begin{array}{c}\rightarrow\\ \leftarrow\end{array} \left\{\begin{array}{l}a\text{ endet auf}\\ \text{die Grundziffern } 2, 4, 6, 8 \text{ oder } 0.\end{array}\right.$$

(2) Zur Festigung der Kenntnisse über gerade und ungerade Zahlen diktieren wir den Schülern etwa zehn große Zahlen. Danach sollen die Schüler durch verschiedenfarbiges Unterstreichen die geraden von den ungeraden Zahlen unterscheiden. Beim Vergleich der Ergebnisse sollte man bei der einen oder anderen Zahl noch

einmal begründen lassen, warum die Zahl zur Menge der geraden bzw. zur Menge der ungeraden Zahlen gehört.

(3) Die Aufgabe 1 (Lb 57) soll gelöst werden. Vorher sollten die Kenntnisse über das dekadische Stellenwertsystem wiederholt werden (kleinste und größte Zahlen mit gleichen Grundziffern angeben). Dabei wird das Tafelbild (Bild 97/1) entwickelt. Anschließend läßt man mündlich den Vorgänger und den Nachfolger dieser Zahlen bestimmen.

Stellenzahl	kleinste Zahl mit gleichen Grundziffern	größte Zahl mit gleichen Grundziffern
2	11	99
3	111	999
4	1111	9999
5	11111	99999
6	111111	999999
7	1111111	9999999

97/1

Nun ist die Grundlage geschaffen, um die Aufgabe 1 des Lehrbuchs zu lösen. Dabei sollte man den Schülern Zeit zum selbständigen Überlegen geben, um dann im Unterrichtsgespräch den Weg bis zur gefundenen Lösung zu diskutieren. Aufgabe 2 könnte sich anschließen, wobei Wert auf die Begründung des Ergebnisses gelegt wird, um das Denken und den sprachlichen Ausdruck zu schulen.
Als Hausaufgabe für die nächste Stunde werden die Aufgaben 3 und 4 (Lb 57) gestellt.
Ziel der Hausaufgabe ist es nicht, Gesetzmäßigkeiten über die Produktbildung gerader und ungerader Zahlen herzuleiten.

Stoffeinheit 2.2.: Runden und Abschätzen natürlicher Zahlen (10 Stunden)

Abschnitt 3 (2 Stunden)

Thema: Das Runden

Ziele: Gerundete Zahlen sind Näherungswerte.
Runden auf Vielfache von 10.
Erarbeiten der Regeln für das Abrunden und Aufrunden von Zahlen.
Einführung der Geradezahlregel.
Entwickeln von Fertigkeiten beim Runden auf Vielfache von 10.

Unterrichtsmittel: Ziffernkärtchen.

Gliederung:

1. Stunde: Das Abrunden und Aufrunden

(1) 25 Einführung: Gerundete Zahlen sind Näherungswerte. Beispiele aus der Praxis. Regel für das Abrunden bei den Grundziffern 1 bis 4 und das Aufrunden bei den Grundziffern 6 bis 9
(2) 20 Übungen zum Runden von Zahlen auf Vielfache von 10 (unter Ausschluß der Entscheidung bei der Grundziffer 5)

2. Stunde: Die Geradezahlregel

(1) 10 Wiederholung: Runden; gerade und ungerade Zahlen
(2) 20 Die Geradezahlregel als Rundungsregel für die Grundziffer 5
(3) 15 Übung zum Runden auf Vielfache von 10

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Ein kurzer Lehrervortrag soll die Schüler mit der neuen Thematik vertraut machen. Der Lehrer wird durch verschiedene Beispiele zeigen, daß im täglichen Leben häufig mit gerundeten Zahlen gearbeitet wird und auch auf die Zweckmäßigkeit solcher Näherungswerte hinweisen (Einwohnerzahlen, Entfernungen, Produktionsleistungen, Zuschauer- und Besucherzahlen u. a. m.). Die Schüler erkennen gleichzeitig, daß bei gerundeten Zahlen eine oder mehrere Grundziffern durch Nullen ersetzt sind.
Es muß geklärt werden, daß beim Runden auf Vielfache von 10 nur die letzte Grundziffer durch eine Null ersetzt wird.
Im Unterrichtsgespräch entwickelt der Lehrer ein übersichtliches Tafelbild (Bild 98/1), das anschließend in die Hefte übernommen wird. Beim Wiederholen achten wir darauf, daß die Schüler die Regeln mit eigenen Worten (in grammatikalisch einwandfreien Sätzen) wiedergeben können.

Das Runden

auf Vielfache von 10

$342\boxed{1} \approx 3420$	$342\boxed{6} \approx 3430$
$342\boxed{2} \approx 3420$	$342\boxed{7} \approx 3430$
$342\boxed{3} \approx 3420$	$342\boxed{8} \approx 3430$
$342\boxed{4} \approx 3420$	$342\boxed{9} \approx 3430$
abrunden	aufrunden
(vorletzte Grundziffer bleibt unverändert)	(vorletzte Grundziffer wird um 1 erhöht)

98/1

(2) Am Schluß der Stunde sollen die Schüler vorgelegte Zahlen selbständig auf Vielfache von 10 runden können (bei Auslassen der Entscheidung bei 5). Um das zu erreichen, geht man in bestimmten Stufen vor. Zwei bis drei Beispiele werden durch verschiedene Schüler an der Tafel vorgeführt und begründet. Danach sollten Aufgaben im Heft und an der Tafel gelöst werden.

Hausaufgabenvorschlag: Lb 59, Aufgaben 1 und 2.

2. Stunde:

(1) Der Lehrer geht z. B. so vor, daß er an der Tafel etwa zehn große Zahlen vorbereitet, die zunächst mündlich in gerade und ungerade Zahlen eingeteilt werden. Danach sind die Zahlen auf Vielfache von 10 zu runden. Die Schüler zeigen dem Lehrer ihre Ergebnisse durch Ziffernkärtchen an.
Diese Übung nutzen wir anschließend zur Motivation für die Stunde, indem wir den Schülern nochmals bewußtmachen, daß die durch eine Null ersetzte Ziffer bisher noch nie die Ziffer 5 war.

(2) Es wird das Tafelbild (Bild 99/1) entwickelt. Der Lehrer geht so vor, daß er die ersten beiden nebeneinanderstehenden Zahlen auf Vielfache von 10 rundet und daran die Geradezahlregel erläutert. Danach entsteht die nächste Zeile usw., wobei die Schüler zunehmend mit in die Lösung der Aufgaben einbezogen werden. Der Lehrer legt besonderen Wert darauf, daß die Schüler das Runden richtig beschreiben. Nachdem jedes Beispiel besprochen ist, wird das Tafelbild durch vergleichende und zusammenfassende Betrachtungen ergänzt und in die Hefte übernommen.

Die Geradezahlregel

(für die Grundziffer 5)

Die vorletzte Grundziffer in der gerundeten Zahl muß eine gerade Zahl sein.

$3415 \approx 3420$	$3425 \approx 3420$
$3435 \approx 3440$	$3445 \approx 3440$
$3455 \approx 3460$	$3465 \approx 3460$
$3475 \approx 3480$	$3485 \approx 3480$
aufrunden	abrunden

99/1

Zur ersten Festigung des Gelernten sollen die Schüler in den Heften einige vorgegebene Zahlen mit Hilfe der Geradezahlregel auf Vielfache von 10 runden. Man läßt zur Unterstützung bei den ersten Aufgaben jeweils einen Schüler kommentieren und am Schluß noch einige Zahlen selbständig runden.

(3) Wir verwenden eine Tabelle wie auf dem linken oberen Teil des Arbeitsblattes IV/5 (Bild 101/1). Hierbei müssen die Schüler ihre bisherigen Kenntnisse über das Runden anwenden, und zwar zum Prüfen und Kontrollieren vorgegebener Ergebnisse.

Diese Form der Anwendung des Wissens und Könnens wird noch viel zu wenig gepflegt, obwohl in der Praxis sehr häufig vorgegebene Sachverhalte auf Richtigkeit überprüft werden müssen.
In selbständiger Tätigkeit kennzeichnen die Schüler, welche Zahl richtig und welche falsch gerundet ist und schreiben gegebenenfalls das richtige Ergebnis dahinter.
Hausaufgabenvorschlag: Lb 59, Aufgaben 3, 4 und Textaufgaben nach Ermessen des Lehrers.

Abschnitt 4 (3 Stunden)

Thema: Sonderfälle beim Runden

Ziele: Behandlung des Sonderfalls, daß beim Runden auf ein Vielfaches von 10 ein Vielfaches von 100, 1000, ... entsteht. Übertragen der bekannten Rundungsregeln auf das Runden auf Vielfache von 100, 1000, ...
Wiederholung der Potenzschreibweise.
Die Geradezahlregel beim Runden auf Vielfache von 100, 1000, ...
Erzieherische Einflußnahme durch geeignetes Zahlenmaterial aus der sozialistischen Presse, statistischen Jahrbüchern u. a.

Gliederung:

1. Stunde: Das Runden auf ein Vielfaches von 10, wobei ein Vielfaches von 100, 1000, . . . entsteht

(1) 10 Kurzarbeit mit dem Schwerpunkt des Rundens auf Vielfache von 10
(2) 25 Erarbeiten des Sonderfalles und Übung dazu
(3) 10 Zusammenfassende Übung zum Runden auf Vielfache von 10

2. Stunde: Das Runden auf Vielfache von 100, 1000 . . .

(1) 30 Einführung zum Runden auf Vielfache von 100, 1000, . . .
Runden auf Vielfache von 100, 1000, 10000, . . . mit Festigung der Potenzschreibweise
(3) 15 Anfertigen von Tabellen zu statistischem Zahlenmaterial aus Volkswirtschaft, Natur und Technik

3. Stunde: Die Geradezahlregel beim Runden auf Vielfache von 100, 1000, . . .

(1) 25 Die Geradezahlregel beim Runden auf Vielfache von 100, 1000, . . .
(2) 20 Anfertigen von Tabellen zu statistischem Zahlenmaterial; Textaufgaben zum Runden

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Als Form der täglichen Übung wird eine Kurzarbeit gewählt. Der Lehrer stellt die Aufgaben mündlich bzw. durch kurzes Fixieren an der Tafel, und die Schüler

Arbeitsblatt IV / 5

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Überprüfe die Ergebnisse!
Wenn du einen Fehler entdeckst, schreibe die richtig gerundete Zahl dahinter!

Zahlen gerundet auf Vielfache von 10	Richtig gerundete Zahl	Zahlen gerundet auf Vielfache von 10	Richtig gerundete Zahl
25 324 ≈ 25 320		3 785 ≈ 3 790	
4 856 ≈ 4 850		894 ≈ 890	
445 ≈ 450		895 ≈ 890	
19 765 ≈ 19 760		15 996 ≈ 15 000	
11 987 ≈ 11 990		89 915 ≈ 89 920	
5 585 ≈ 5 590		49 998 ≈ 50 000	
95 473 ≈ 95 470		10 795 ≈ 10 790	
7 605 ≈ 7 610		9 994 ≈ 10 000	

Zahlen gerundet auf Vielfache von 100	Richtig gerundete Zahl	Zahlen gerundet auf Vielfache von 1000	Richtig gerundete Zahl
17 665 ≈ 17 700		83 219 ≈ 83 000	
33 259 ≈ 33 200		6 500 ≈ 6 000	
10 550 ≈ 10 600		4 499 ≈ 4 000	
1 851 ≈ 1 800		12 521 ≈ 13 000	
11 961 ≈ 12 000		42 500 ≈ 43 000	
13 050 ≈ 13 100		80 500 ≈ 81 000	
5 950 ≈ 5 900		69 500 ≈ 70 000	

101/1

schreiben sofort die Ergebnisse nieder. Es können Aufgaben folgender Art gewählt werden:

- Runde auf ein Vielfaches von 10!

  a) 818; b) 13994; c) 5315; d) 5736
- Vergleiche 10^4 mit 9800!
- Schreibe 9000 in Potenzschreibweise nieder!
- Bilde die Differenz der Zahlen 100 und 23!
- Schreibe eine dreistellige gerade Zahl mit gleichen Grundziffern auf!
- Schreibe eine vierstellige ungerade Zahl mit gleichen Grundziffern auf!
- Bilde eine Aufgabe, deren Quotient 1 ist!

Jedes richtige Ergebnis wird mit einem Punkt belegt.

(2) Auch bei der Erarbeitung ist es wichtig, alle Schüler aktiv in den Lernprozeß einzubeziehen. Deshalb lassen wir die Schüler einmal selbständig das Beispiel 4 (Lb 60) durchlesen und anschließend durch einen Schülervortrag wiedergeben. Damit ist der Ausgangspunkt für ein bis zwei ähnliche Aufgaben gegeben, die jeweils von einem Schüler an der Tafel vorgerechnet werden.
Der Gedankengang wird dann entsprechend erweitert, indem eine Zahl auf ein Vielfaches von 10 gerundet wird und dabei ein Vielfaches von 1000 entsteht.
Einige Aufgaben dazu werden in den Heften gelöst, wobei man anfangs durch gleichzeitige Arbeit an der Tafel Unterstützung für schwächere Schüler schafft.

(3) Für die zusammenfassende Übung im Runden auf Vielfache von 10 wählen wir Aufgaben, wie sie auf dem rechten oberen Teil des Arbeitsblattes IV/5 (Bild 101/1) enthalten sind, den die Schüler selbständig bearbeiten. Die Aufgaben sind so zusammengestellt, daß sämtliche Kenntnisse zum Runden auf Vielfache von 10 gebraucht werden. An den Beispielen erkennt man als Schwerpunkt den eben behandelten Sonderfall.

2. Stunde:

(1) Aus ihren bisherigen Kenntnissen heraus lassen wir die Schüler die Aufgaben 9 und 10 (Lb 59) lesen und beantworten, ohne die Ergebnisse zu begründen. Es schließt sich die Zielstellung der Stunde an.
Der Lehrer sollte sich bei der Erarbeitung des Rundens auf Vielfache von 100, 1000, ... weniger auf das schrittweise Runden als vielmehr auf das Runden in einem Zug konzentrieren.
Dazu wird zunächst das Runden auf Vielfache von 100 an zwei Beispielen erläutert (Bild 103/1). Die Schüler sollen erkennen, daß das Runden auf Vielfache von 100 nach demselben Prinzip erfolgt wie das Runden auf Vielfache von 10.
Das Tafelbild wird durch Runden von Zahlen auf Vielfache von 1000 und 10000 erweitert und herausgestellt, daß das Runden auf Vielfache von 100000 usw. gleichermaßen verläuft.
Da man gerundete Zahlen auch häufig als Vielfache von Potenzen der Zahl 10 angibt, wird das Tafelbild im Unterrichtsgespräch entsprechend ergänzt.
Zur Übung des Rundens auf Vielfache von 100, 1000, ... wählen wir die Aufgaben 2 und 3 (Lb 61).

Das Runden auf Vielfache von

100:	$3784 \approx$	$3800 =$	$38 \cdot 10^2$
	$3925 \approx$	$3900 =$	$39 \cdot 10^2$
1000:	$13412 \approx$	$13000 =$	$13 \cdot 10^3$
	$210680 \approx$	$211000 =$	$211 \cdot 10^3$
10000:	$37815 \approx$	$40000 =$	$4 \cdot 10^4$
	$113920 \approx$	$110000 =$	$11 \cdot 10^4$

103/1

(3) Die Kenntnisse werden gefestigt, indem Zahlen aus der Volkswirtschaft, Natur und Technik zweckmäßig gerundet und übersichtlich zusammengestellt werden. Mit dieser Art der Anwendung der Rundungsregeln beleben wir den Stoff, bereiten das Arbeiten mit Tabellen für das graphische Darstellen natürlicher Zahlen vor und leisten durch geeignetes Zahlenmaterial auch einen Beitrag zur staatsbürgerlichen Erziehung unserer Schüler.
Es muß besonders auf übersichtliche Darstellungen und Sauberkeit geachtet werden, um wirklich mit einem Blick etwa das Anwachsen der Produktion in einem bestimmten Zeitraum übersehen zu können. Es sollten stets der tatsächliche und der gerundete Zahlenwert gegenübergestellt werden (besser weniger Zahlenangaben!).

3. Stunde:

(1) An der Tafel hat der Lehrer getrennt in zwei Gruppen Zahlen vorbereitet, die auf Vielfache von 100, 1000 und 10000 zu runden sind (Bild 103/2). Um dabei den Text zu vermeiden, kann über die zu rundende Stelle ein kleiner Pfeil gesetzt werden.

Beachtung der Ziffer „5" beim Runden

14523 $\approx$ 15000	**14500** $\approx$ 14000
7501 $\approx$ 8000	**7500** $\approx$ 8000
1352 $\approx$ 1400	**1350** $\approx$ 1400
25918 $\approx$ 30000	**25000** $\approx$ 20000
3056 $\approx$ 3100	**3050** $\approx$ 3000
Wenn auf „5" mindestens eine von Null verschiedene Ziffer folgt, dann aufrunden!	Geradezahlregel!

103/2

Die Zahlen beider Spalten werden verglichen und festgestellt, daß bei den Zahlen der rechten Spalte auf die Ziffer 5 nur Nullen folgen, hingegen bei den Zahlen der linken Spalte von Null verschiedene Ziffern (diese auf 5 folgenden Ziffern, in der rechten Spalte nur Nullen, sollten farbig unterstrichen werden). Diese beiden Möglichkeiten gilt es zu unterscheiden. An Hand der ersten beiden Beispiele jeder Spalte erklärt der Lehrer die entsprechenden Regeln für das Runden. Danach werden die übrigen Zahlen von den Schülern gerundet und das Runden begründet.
Als Zusammenfassung formulieren die Schüler die Regeln, die vom Lehrer entsprechend an der Tafel vermerkt werden. Die Schüler übernehmen das Bild 103/2 in ihre Hefte.
Die Geradezahlregel soll nun im Zusammenhang mit anderen Aufgaben angewendet werden. Dazu können die Schüler den unteren Teil des Arbeitsblattes IV/5 (Bild 101/1) bearbeiten.
Bemerkung zur Anwendung der Geradezahlregel: Da bei der Einführung und bei der Übung kein Wert auf schrittweises Runden gelegt wurde, ist eine gesonderte Behandlung des Falles, daß eine 5 an einer Stelle steht, die durch Aufrunden entstanden ist und demzufolge abgerundet werden muß, nicht nötig.

(2) Wir üben das Runden nun ähnlich wie in der vorangegangenen Stunde, indem Tabellen gerundeter Zahlen zu statistischem Zahlenmaterial aus der Volkswirtschaft, Natur und Technik aufgestellt werden. Mit solchen Übungen können erzieherische Potenzen des Mathematikunterrichts genutzt werden. Es können z. B. Aufgaben wie in Nr. 7 und 8 (Lb 61) gestellt werden. Das Lösen dieser Sachaufgaben wird kaum Schwierigkeiten bringen, da die Zahlen lediglich zu runden sind.
In mündlicher Form könnten in diesem Übungsteil auch solche Aufgaben wie die Nummern 5 und 6 (Lb 61) gelöst werden, wobei die bekannten Rundungsregeln auf die Stelle nach dem Komma zu übertragen sind.

Durch Hausaufgaben kann die Übung fortgesetzt werden.

Abschnitt 5 (2 Stunden)

Thema: Fortlaufende Ungleichungen

Ziele: Behandlung fortlaufender Ungleichungen zum Abschätzen großer Zahlen, d. h. Einordnen der Zahlen zwischen Vielfache von 10, 100 oder 1000 ....
Kennenlernen des Verfeinerns von Abschätzungen.
Der Überschlag und seine Bedeutung

Unterrichtsmittel: Kopfrechentafeln I

Gliederung:

1. Stunde: Fortlaufende Ungleichungen

(1) 10 Wiederholungsübung zum Runden
(2) 20 Das Abschätzen großer Zahlen
(3) 15 Verfeinern von Abschätzungen

2. Stunde: Der Überschlag und seine Bedeutung

(1) 10 Die Bedeutung des Überschlags
(2) 10 Überschlag bei Addition und Subtraktion
(3) 25 Überschlag bei Multiplikation

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Wir beginnen frontal mit einer Übung zum Runden. Der Lehrer gibt etwa zehn Zahlen vor (ein kleiner Pfeil weist auf die zu rundende Stelle), die Schüler arbeiten selbständig in den Heften. Auf die Möglichkeit, hierbei einige Leistungen zu bewerten, sei hingewiesen.

Beispiel für die Anfangsübung:

• $12\overset{\downarrow}{3}17$	• $1\overset{\downarrow}{3}55$
• $\overset{\downarrow}{5}820$	• $34\overset{\downarrow}{0}6$
• $9\overset{\downarrow}{7}500$	• $\overset{\downarrow}{1}95200$
• $1\overset{\downarrow}{6}516$	• $\overset{\downarrow}{5}499$
• $8\overset{\downarrow}{8}500$	• $21\overset{\downarrow}{6}502$

(2) Wir benutzen die Übung zur Einführung der Abschätzung einer Zahl mit Hilfe einer fortlaufenden Ungleichung. Dazu greifen wir eine Zahl heraus, von der durch Runden schon ein Näherungswert bekannt ist. Damit wird eine Ungleichung aufgestellt. Es fehlt noch der andere Näherungswert, um die Zahl zwischen Vielfache von 10, 100, 1000 oder 10000 ... einordnen zu können. Im Unterrichtsgespräch wird dieser andere Näherungswert gefunden und die Ungleichung an der Tafel entsprechend erweitert.
Der Unterschied zwischen den beiden Näherungswerten und dem genauen Wert wird errechnet, um dadurch die geringere Abweichung von dem durch Beachtung der Rundungsregeln entstandenen Näherungswert zu verdeutlichen.
Eine zweite Abschätzung sollte sich anschließen (möglichst eine Zahl nehmen, die auf eine andere Stelle zu runden war, und die Abschätzung demzufolge gröber oder feiner wird, wobei von diesen beiden Begriffen noch kein Gebrauch gemacht wird), es entsteht das Tafelbild (Bild 105/1).
Zur weiteren Übung könnten dann die übrigen Beispiele der Anfangsübung durch fortlaufende Ungleichungen abgeschätzt werden.

<u>Abschätzen großer Zahlen durch Ungleichungen</u>

$$12300 < 12317 < 12400$$
17 83 Abweichungen

$$5000 < 5820 < 6000$$
820 180 Abweichungen

105/1

(3) Der Lehrer hat an der Tafel vorbereitet: Eine Zahl auf ein Vielfaches von 1000, 100 und 10 gerundet sowie die entsprechenden drei Ungleichungen (Bild 106/1). Dieser Inhalt soll zunächst von den Schülern erkannt werden.

Verfeinern beim Abschätzen

73478 ≈ 73000	73000	<	73478	<	74000
		478		522	
73478 ≈ 73500	73400	<	73478	<	73500
		78		22	
73478 ≈ **73480**	73470	<	73478	<	73480
		8		2	

106/1

Durch Vergleich der drei Abschätzungen wird herausgestellt, daß die Zahl mit jeder Zeile mehr eingeengt worden ist, die Unterschiede zwischen Näherungswerten und genauem Wert immer kleiner geworden sind, ein Verfeinern beim Abschätzen vorgenommen wurde.
Die Überschrift wird gegeben und das Tafelbild (Bild 106/1) ins Heft übernommen. Eine ähnliche Aufgabe zum Verfeinern einer Abschätzung sollte sich zur ersten Festigung anschließen.

2. Stunde:

(1) An der Tafel wurden einige Aufgaben zu den vier Grundrechenoperationen vorbereitet, deren Ergebnisse teilweise fehlerhaft sind (Bild 106/2). Die Schüler sollen

Welche Ergebnisse sind falsch?

Ü.: 5000 + 1000 + 2000 = 8000

1)
```
  5222
   977
+ 1712
------
  7911
```

Ü.: 70000 − 30000 = 40000

2)
```
  68008
− 27200
-------
  52808 f
```

Ü.: 10000 · 8 = 80000

3)
```
9712 · 8
--------
  7696 f
```

Ü.: 600 · 4 = 2400

4)
```
639 · 4
-------
   2556
```

Ü.: 12000 : 2 = 6000

5) 12024 : 2 = 6012

Ü.: 3000 + 1000 + 20000 = 24000

6)
```
  3206
   910
 17900
  1820
+   74
------
 20910 f
```

106/2

zunächst Vorschläge zum Auffinden der falschen Ergebnisse machen. Dabei muß im Unterrichtsgespräch deutlich werden, daß ein Nachrechnen jeder Aufgabe zu viel Zeit kostet. Es muß bewußtgemacht werden, daß zum bloßen Feststellen eines groben Fehlers der Überschlag eine große Bedeutung hat, wird doch mit dem Überschlag das Ergebnis annähernd, genauer gesagt, die Größenordnung des Ergebnisses bestimmt. Ein Vergleich mit dem Überschlag schaltet grobe Fehler aus.
Die Schüler überschlagen nun jeweils die Rechnung. Der Lehrer vervollständigt dabei das Tafelbild.
Wichtig ist das Herausstellen des Kerngedankens für die Durchführung des Überschlags: die Zahlen sind jeweils so abzuändern, daß die Rechnung leicht im Kopf ausgeführt werden kann; die Zahlen sind nicht unbedingt nach den festgelegten Rundungsregeln zu verändern. Abschließend sollte man noch durch einige Beispiele zeigen, daß im täglichen Leben oft nur der Überschlag einer Rechnung interessiert (die Mutter überschlägt das Geld zum Einkaufen, der LPG-Vorsitzende überschlägt die abgelieferte Getreidemenge, der Autofahrer überschlägt, wieviel Liter Benzin er für die Reise braucht usw.).

(2) In diesem Teil der Stunde soll der Überschlag bei Addition und Subtraktion geübt werden. Wir verwenden dazu die Kopfrechentafeln I und lassen jeweils mündlich den Überschlag zur Addition und Subtraktion der untereinanderstehenden Zahlen der Zeilen 3 und 4 durchführen. Sollten die Kopfrechentafeln an der Schule nicht vorhanden sein, können ähnliche Aufgaben mit zwei auf der Tafel vorbereiteten Zahlenreihen geübt werden.

(3) Der Hauptteil der Stunde ist für die Multiplikation vorgesehen. Zunächst soll an der Tafel ein Beispiel entstehen, das vor allem die Form der Rechnung festlegt. Dazu wird das Beispiel im Aufgabenteil (Lb 62) durchgesprochen und dann auf eine andere Aufgabe übertragen.
Die Aufgabe sollte so gewählt werden, daß bei der Lösung das Kommutativgesetz benutzt wird.
Derartige Aufgaben werden nun in den Heften geübt (Lb 62). Dabei sollten wir wiederum so vorgehen, daß zunächst neben der Arbeit in den Heften auch an der Tafel gerechnet wird, um erst danach völlig selbständig zu arbeiten.
Hausaufgabenvorschlag: Der Lehrer kann in geeignetem Umfang Aufgaben aus Lb 62 wählen.

Zusammenfassung und Leistungskontrolle (3 Stunden)

Ziele: Systematisierung der Kenntnisse über das Runden.
Zusammenfassende Übungen zum Runden.
Leistungskontrolle mit dem Schwerpunkt Näherungswerte und Runden.
Auswertung der Klassenarbeit

Unterrichtsmittel: Ziffernkärtchen

Gliederung:

1. Stunde: Systematisierung und zusammenfassende Übung zum Thema Runden

(1) 10 Tägliche Übung zielgerichtet auf die zu schreibende Klassenarbeit
(2) 15 Systematisierung der Kenntnisse über das Runden
(3) 20 Übungen zum Runden auch unter Einbeziehung der Potenzschreibweise

2. Stunde: Klassenarbeit

3. Stunde: Rückgabe der Klassenarbeit und Auswertung

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Durch die tägliche Übung am Anfang sollen einige Schwerpunkte von der in der nächsten Stunde zu schreibenden Klassenarbeit in den Mittelpunkt gerückt werden. Die vorgesehenen drei Aufgaben sind mit Text verbunden, so daß es günstig ist, sie auf einer Tafel vorbereitet zu haben.

Vorschlag für die tägliche Übung:

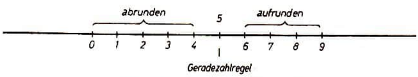
- Vergleiche 245 mit 5! Begründe durch Addition!
- Zerlege 19407 in eine Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen!
- Zwischen welchen Vielfachen von 100 liegt 32461?

Die Schüler lösen die Aufgaben selbständig im Heft. Im Anschluß daran ist das Vergleichen und Besprechen der Aufgaben sehr wesentlich.

(2) Bei der Systematisierung zum Thema Runden entsteht an der Tafel eine Übersicht, die alle Kenntnisse vom Runden zusammenfaßt (Bild 108/1).
Im Unterrichtsgespräch muß deutlich werden, daß für das Runden (unabhängig davon, ob auf Vielfache von 10, 100, 1000, ... gerundet wird) die auf die zu rundende Stelle folgenden Grundziffern entscheidend sind.

Das Runden

Grundziffer, die auf die zu rundende Stelle folgt



abrunden (wenn vor 5 eine gerade Zahl steht)

aufrunden (wenn vor 5 eine ungerade Zahl steht)

Beachte: Aufrunden, wenn auf 5 mindestens eine von Null verschiedene Grundziffer folgt.

108/1

Es fällt auf, daß in der vorgeschlagenen Übersicht (108/1) alle Fälle für das Runden vereinigt sind, hingegen im Lehrbuch (Lb 61) für das Runden auf Vielfache von 10, 100, 1000, ... jeweils eine Zusammenfassung gebraucht wird.
Im Lehrbuch wurde davon ausgegangen, daß z. B. beim Runden auf ein Vielfaches von 100 zunächst auf ein Vielfaches von 10 zu runden ist (schrittweises Runden). Entsprechend der vorangegangenen Übung (ausschließlich Runden in einem Zug) sollte das obige systematisierende Tafelbild als Zusammenfassung und abschließend auch als Merkbild zum Thema Runden in die Schülerhefte übernommen werden.

(3) Es folgt ein abschließender Übungsteil zum Runden als unmittelbare Vorbereitung auf die Klassenarbeit. Dabei sollten zunächst die Kenntnisse vom Runden an einigen Sonderfällen überprüft und gefestigt werden. (Ziffernkärtchen verwenden!)

Beispiele für die Übung:

- $7896 \approx 7900 = 79 \cdot 10^2$
- $12060 \approx 12100 = 121 \cdot 10^2$
- $5765 \approx 5760 = 576 \cdot 10^1$
- $35851 \approx 35900 = 359 \cdot 10^2$
- $89500 \approx 90000 = 9 \cdot 10^4$
- $6050 \approx 6000 = 6 \cdot 10^3$
- $105216 \approx 110000 = 11 \cdot 10^4$

Eine abschließende Übung zum Runden in den Heften motivieren wir in der Weise, daß damit jeder Schüler noch einmal selbst seine Kenntnisse für die Klassenarbeit überprüft.

2. und 3. Stunde: Klassenarbeit und Auswertung der Klassenarbeit.

Stoffeinheit 2.3.: Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen (10 Stunden)

Für die Arbeit mit graphischen Darstellungen ist eine Lineatur mit quadratischen Kästchen (Hefte Lineatur g) zu empfehlen.

Abschnitt 6 und 7 (4 Stunden)

Thema: Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen

Ziele: Behandlung von Möglichkeiten zur Veranschaulichung natürlicher Zahlen: Darstellung auf dem Zahlenstrahl und als Strecke; Einführung des Begriffs „Streckendiagramm"; Anfertigen, Lesen und Auswerten von Tabellen mit statistischem Zahlenmaterial aus der Volkswirtschaft, Natur und Technik und dem Leben der Schüler mit Hilfe von Streckendiagrammen;
Erziehung zur Sauberkeit und Genauigkeit beim Anfertigen graphischer Darstellungen.

Unterrichtsmittel: 1 dm^3-Würfel.

Gliederung:

1. Stunde: Veranschaulichung von Zahlen – das Streckendiagramm

(1) 15 Einführung des Stoffgebietes; Darstellung von Zahlen auf dem Zahlenstrahl
(2) 15 Veranschaulichen von Zahlen durch Strecken, Begriff „Streckendiagramm"
(3) 15 Anfertigen einfacher Streckendiagramme

2. Stunde: Streckendiagramme unter Beachtung der Wahl der Einheiten; Ergänzung des Diagramms durch einen zweiten Zahlenstrahl

(1) 10 Bedeutung der Wahl der Einheit für das Anfertigen eines Streckendiagramms
(2) 10 Vorbereitende Umrechnungsübungen
(3) 25 Anfertigen und Lesen von Streckendiagrammen bei Beachtung verschiedener Einheiten; Ergänzung des Diagramms durch einen zweiten Zahlenstrahl

3. Stunde: Streckendiagramme bei vorherigem Runden der Zahlenangaben

(1) 10 Tägliche Übung: Anfertigen eines Streckendiagramms
(2) 15 Streckendiagramm, wobei vorheriges Runden der Zahlenangaben erforderlich ist
(3) 20 Anfertigen von Streckendiagrammen unter Einbeziehung des Rundens der Zahlenangaben

4. Stunde: Übung und Festigung zum Anfertigen und Lesen von Streckendiagrammen

(1) 10 Kopfrechnen: Multiplikation und Division mit 10, 100, 1000, ...; Umrechnungen innerhalb der Längenmaße
(2) 20 Anfertigen von Streckendiagrammen
(3) 15 Lesen eines Streckendiagramms

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Zur Einführung des neuen Stoffgebiets bringt der Lehrer einige Schaubilder und Diagramme mit, die Zahlen veranschaulichen und den Schülern aus Zeitungen, von Plakaten und Wandzeitungen her nicht unbekannt sind. In diesem Zusammenhang regt er die Schüler an, solche Bilder und Diagramme zu sammeln.
An der Tafel ist ein Zahlenstrahl vorbereitet. Der Lehrer macht bewußt, daß jeder Zahl genau ein Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet ist. Die Darstellung der Zahlen als Punkte auf dem Zahlenstrahl wird als Möglichkeit der Veranschaulichung von Zahlen herausgestellt.
Nun vergleichen die Schüler die Abbildungen B 4 und B 5 des Lehrbuchs und untersuchen, warum in der Abbildung B 5 mehr Zahlen dargestellt werden konnten. Die Übung zur Abbildung B 6 sollte dann selbständig unter der Überschrift „Darstellen von Zahlen als Punkte auf dem Zahlenstrahl" bearbeitet werden (Hinweis zum „Kleinschreiben" der Zahlen ist nötig!)

(2) Als weitere Möglichkeit soll die Veranschaulichung von Zahlen durch Strecken gezeigt werden. Zur Einführung verwenden wir das Beispiel B 10 des Lehrbuches,

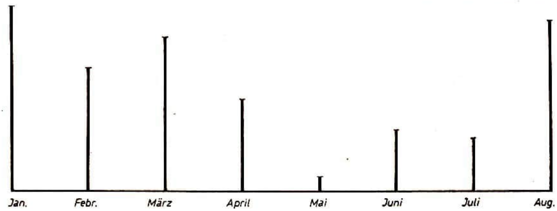
bei dem die Zahlen der Verkehrsunfälle des Heimatortes pro Monat durch Strecken veranschaulicht werden. Der Lehrer nennt die Zahlen und stellt sie dabei übersichtlich in einer Tabelle an der Tafel zusammen (Bild 111/1). Jede Zahl soll durch eine Strecke dargestellt werden (Tafel mit Rechenquadraten). Dazu ist notwendig, den Begriff „Einheit" als gewählte Bezugsstrecke für eine festgelegte Anzahl, hier für einen Unfall, zu klären. Wir schlagen für unser Beispiel als Einheit die Höhe eines Rechenkästchens vor und schreiben neben die gezeichnete Strecke eine 1. Dann werden von den Schülern die weiteren Strecken genannt und vom Lehrer an die Tafel gezeichnet (dabei achtet er auf eine saubere, übersichtliche und genaue Tafeldarstellung). Abschließend gibt der Lehrer für eine solche Veranschaulichung den Begriff „Streckendiagramm".
Es wird erkannt, daß alle Anfangspunkte der Strecken auf einer Geraden liegen und daher eine solche Veranschaulichung einen schnellen Vergleich der Zahlenangaben ermöglicht.

Darstellung von Zahlen als Strecken

Zahl der Verkehrsunfälle	12	8	10	6	1	4	3	11
Monat	Jan.	Febr.	März.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.

Streckendiagramm

Einheit (1 Unfall)
... Höhe eines Kästchens



111/1

Die Schüler übernehmen das Tafelbild in ihre Hefte, wobei die Zahlen für die Monate Juni, Juli, August hinzugefügt werden und das Streckendiagramm entsprechend zu vervollständigen ist. Der Lehrer benutzt die Gelegenheit, um Genauigkeit und Sauberkeit in den Heften zu kontrollieren.

(3) Wir lassen zur Übung weitere einfache Streckendiagramme anfertigen (Anregungen und Zahlenmaterial Lb 64). Die Schüler werden weitestgehend selbständig arbeiten (Hinweise zur Platzaufteilung und zu Abkürzungen für einzelne längere Worte sind nötig).

Aufgaben wie im Lb 64 können auch als Hausaufgabe gestellt werden.

2. Stunde:

(1) An der Tafel und in den Heften entsteht eine Tabelle mit Zahlenangaben, von denen ein Streckendiagramm angefertigt werden soll. Dabei wählen wir ein Beispiel, bei dem die Verwendung eines Rechenkästchens als Einheit nicht möglich ist, also die Wahl einer anderen Einheit (zunächst 1 mm) notwendig wird. Es kann das Beispiel B 11 (Lb 65) verwendet werden.
Es soll mit dieser Aufgabe erreicht werden, daß jeder Schüler an der Darstellung bei Verwendung der gewohnten Einheit (Kästchenhöhe) scheitert. Zur Problemlösung werden die Schüler sicher selbst die Wahl einer anderen geeigneten Einheit vorschlagen, so daß nach Festlegung das Streckendiagramm selbständig gezeichnet werden kann. Die Einheit wird im Heft vermerkt.
Da das Zeichen „≙" erst beim Maßstab eingeführt wird, könnte die Einheit folgendermaßen festgehalten werden: „Für 1 Grad 1mm Streckenlänge".

(2) In zwei vorgefertigten Tabellen an der Tafel sind z. B. Stückzahlen hergestellter Erzeugnisse eingetragen (Bild 112/1). Es wird überlegt, welche Streckenlängen zu zeichnen wären und erkannt, daß hierbei eine bestimmte Streckenlänge (etwa 1mm) nicht mehr auf ein Stück bezogen werden kann. Der Lehrer gibt an, daß man darum mehrere Stücke (meist 10, 100 oder 1000... wegen des leichten Umrechnens) auf eine bestimmte Länge bezieht, und rechnet ein Beispiel jeder Tabelle vor. Die Schüler ermitteln mündlich die anderen Streckenlängen aus den Tabellen.

Stückzahlen	Streckenlängen
400	40 mm
250	25 mm
700	70 mm
90	9 mm

Für 10 Stück 1mm!
400 = 40 · 10
40 · 1 mm = 40 mm

Stückzahlen	Streckenlängen
3500	35 mm
6000	60 mm
800	8 mm
1200	12 mm

Für 100 Stück 1 mm!
3500 = 35 · 100
35 · 1 mm = 35 mm

112/1

(3) Zur Festigung der Kenntnisse über Streckendiagramme und zur Einführung des zweiten Zahlenstrahls wird die Tabelle und das zugehörige Diagramm B 9 (Lb 65) betrachtet. Dabei ist herauszuarbeiten, daß durch den senkrecht verlaufenden Zahlenstrahl das Darüberschreiben der der Strecke zugeordneten Zahl überflüssig wird, da die zugeordneten Zahlen aller Strecken an diesem Zahlenstrahl abgelesen werden können (punktierte Hilfslinien).
Im Heft soll ebenfalls ein derartiges Streckendiagramm entstehen. Der Lehrer gibt die Zahlen und die zu verwendende Einheit vor (dabei soll vorher nicht gerundet werden). Die Schüler arbeiten in den Heften, einzelne auch an der Tafel. Die Einteilung auf der senkrechten Achse wird am Schluß gemeinsam überlegt.
Eine weitere Aufgabe zur Anfertigung eines Streckendiagramms sollte sich anschließen (Lb 67). In diesem Übungsteil sollte nicht versäumt werden, auch einmal aus einem vorgelegten Diagramm die Zahlenangaben zu ermitteln. Das ist nicht nur

ein günstiger Methodenwechsel, sondern vertieft die Kenntnisse über das Streckendiagramm und fördert das Denken der Schüler. Da das Vorgeben eines solchen Sachverhalts für den Lehrer mit viel Zeit und Mühe verbunden ist, wird man die Aufgaben des Lehrbuchs in dieser Richtung auf jeden Fall verwenden. Für diese Stunde sei die Aufgabe 8 (Lb 67) empfohlen.

3. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt frontal mit der Anfertigung eines Streckendiagramms. Der Lehrer erläutert kurz den Sachverhalt und gibt den Schülern die darzustellenden Zahlenangaben. Dabei beachtet er, daß nicht gerundet zu werden braucht, um dann im weiteren Verlauf der Stunde die gleiche Aufgabe auf Zahlenangaben zu erweitern, die vorheriges Runden erfordern.
Das Beispiel für die Anfangsübung sollte aus dem Erfahrungskreis der Schüler gewählt werden.
Vor Beginn der selbständigen Tätigkeit wird es noch nötig sein, die Einheit für die Darstellung gemeinsam zu erarbeiten und entsprechend auf die erforderliche Platzeinteilung aufmerksam zu machen.

(2) Der Lehrer erweitert die Aufstellung der einleitenden Übung durch Beträge, die nicht Vielfache von 10 sind.
Es muß herausgearbeitet werden, daß zur Darstellung der Beträge in dieser Größenordnung die kleinste Längeneinheit 1 mm für die Veranschaulichung von 10 Einheiten der entsprechenden Größe am geeignetsten war. Daraus muß gefolgert werden, daß die an der Einer-Stelle stehenden Ziffern kleinere Strecken als 1 mm ergeben. Da diese verschwindend kleinen Strecken praktisch nicht meßbar sind und das auch im Vergleich zur Gesamtlänge nicht notwendig ist, verfährt man so, daß solche Beträge erst auf Vielfache von 10 gerundet und dann diese Näherungswerte dargestellt werden.
Diese Erkenntnis spiegelt sich dann auch in den Heften wider. Dort wird die Aufstellung der gewählten Größen wie an der Tafel erweitert und das Diagramm entsprechend vervollständigt.
In diesem Zusammenhang reiht sich abschließend gut die Aufgabe 3 (Lb 66) ein, die mündlich gelöst werden könnte.

(3) Je nach Leistungsniveau der Klasse könnte man auch schon Aufgaben mit größeren Zahlen wählen, deren Veranschaulichung im Streckendiagramm größere Überlegungen zur Wahl der geeigneten Einheit und zum entsprechenden Runden verlangt (siehe auch 3. Stunde des 8./9. Abschnittes).

4. Stunde:

(1) Beim Anfertigen und Lesen von Streckendiagrammen sowie auch weiterführend beim Arbeiten mit Maßstäben sind häufig Multiplikationen und Divisionen mit 10, 100, 1000, ... im Kopf nötig. Solche Aufgaben müssen schnell und sicher beherrscht werden.
Wir haben daher zu Beginn ein Kopfrechnen mit derartigen Aufgaben und auch mit Umrechnungen von Längenangaben (vorbereitend für das Rechnen mit Maßstäben) eingeplant, und zwar in Form des Wettrechnens (vgl. Lb 26, 27).

(2) In diesem Unterrichtsabschnitt sollen die Schüler ein oder zwei Streckendiagramme zu statistischem Zahlenmaterial anfertigen. Der Lehrer kann sich selbst geeignete Aufgaben zusammenstellen oder das Lehrbuch verwenden (Lb 67). Die Schüler sollen möglichst selbständig sowie genau und sauber arbeiten.

(3) Der weiteren Festigung dient das Lesen eines Streckendiagramms. Hierzu wird eine Aufgabe wie Nr. 8 (Lb 67) empfohlen. Der Lehrer kann auch, wenn möglich, das Arbeitsblatt (Bild 115/1) verwenden.
Zum Verständnis des vorgegebenen Sachverhalts knüpft man an die Erfahrungen der Schüler an, die die verschiedenen Stoffe sicher kennen und bestimmt etwas über die so stark unterschiedlichen Massen von Blei und Kork sagen können. Daß man sich bei diesem Vergleich immer auf einen Würfel mit 1 dm Kantenlänge (auf das gleiche Volumen) des Stoffes bezieht, sollte betont werden. (Das Modell eines Würfels von 1 dm^3 Volumen zur Veranschaulichung des Sachverhalts heranziehen!)
Das vorgelegte Diagramm (auch als Tafelbild möglich) wird in der Weise ausgewertet, daß auf Grund der unterschiedlichen Streckenlängen eine Reihenfolge innerhalb der verschiedenen Stoffe aufzustellen ist. Sodann messen die Schüler die Strecken, errechnen auf Grund der festgelegten Einheit die Massen und belegen damit die vorhin getroffene Reihenfolge der Stoffe. Bei Aufgabe 2 des Arbeitsblattes wird das Umrechnen von g in kg wiederholt.

Abschnitt 8 und 9 (3 Stunden)

Thema: Der Maßstab

Ziele: Kennenlernen des Begriffs „Maßstab“ als eine Festlegung auf einem Diagramm, einer Bauzeichnung oder einer Karte. Einführung der Schreibweise von Maßstabsangaben mit dem Symbol „$\triangleq$“ bzw. dem Doppelpunkt (nur für gleichartig benannte Zahlen).
Benutzen des Maßstabs zum Umrechnen von Entfernungen auf der Karte in die wirklichen Entfernungen in der Natur und umgekehrt

Unterrichtsmittel: Schülerhandkarten des Kreises, Bau- und Konstruktionszeichnungen

Gliederung:

1. Stunde: Einführung des Begriffs „Maßstab“

(1) 10 Einführung in die neue Thematik mit Zielorientierung
(2) 15 Der Begriff „Maßstab“; Einführung der Schreibweisen mit dem Symbol „$\triangleq$“ bzw. dem Doppelpunkt
(3) 20 Festigung des Maßstabsbegriffs am Beispiel 1:100000

2. Stunde: Umrechnungen mit Hilfe des Maßstabs

(1) 15 Tägliche Übung: Umrechnen von Längenangaben; Multiplikation und Division mit 10, 100, 1000, ...
(2) 10 Bedeutung der Maßstabsangabe für das Umrechnen von Entfernungen der Karte in die wirklichen Entfernungen in der Natur und umgekehrt
(3) 20 Umrechnungsübungen mit verschiedenen Maßstäben

Arbeitsblatt

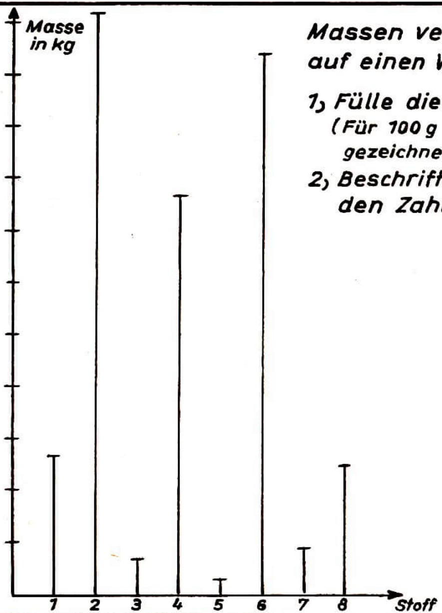
Datum . . . . Name . . . . Klasse . . . .

Massen verschiedener Stoffe bezogen auf einen Würfel mit 1 dm Kantenlänge

1) Fülle die Tabelle aus!
(Für 100 g wurde eine Strecke von 1 mm gezeichnet)

2) Beschrifte den senkrecht verlaufenden Zahlenstrahl!

Stoff	Masse (gerundet auf volle 100 g)
1 Aluminium	
2 Blei	
3 Holz	
4 Stahl	
5 Kork	
6 Silber	
7 Eis	
8 Glas	



115/1

3. Stunde: Streckendiagramm und Maßstab

(1) 10 Kurzarbeit: Runden; Maßstabsumrechnungen
(2) 15 Veranschaulichen großer Zahlen in Streckendiagrammen
(3) 20 Anfertigen von Streckendiagrammen zu großen Zahlen

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Das zu behandelnde Thema „Der Maßstab“ läßt sich gut von der Praxis her motivieren. Alles, was einmal gebaut werden soll, muß geplant werden. Dazu werden Zeichnungen und auch Modelle angefertigt, die meist entsprechende Verkleinerungen bzw. auch entsprechende Vergrößerungen (Zeichnungen für Feinmechaniker, Uhrmacher) der Wirklichkeit darstellen. Auch die Abbildungen auf einer Wanderkarte, auf den Landkarten überhaupt, sind entsprechende Verkleinerungen der Gegebenheiten in der Natur.
Zielangabe: Wir wollen lernen, wie z. B. solche entsprechenden Verkleinerungen der Wirklichkeit gefunden werden und wie man umgekehrt aus der verkleinerten Zeichnung die wirklichen Maße erhält.

(2) Das Bild B 13 (Lb 68) wird betrachtet und festgestellt, daß diese schematische Übersicht der Autobuslinien auch eine Verkleinerung der Wirklichkeit darstellt. Den Schülern ist nun nochmals das Problem, wie man von den Bildstrecken zu den wirklichen Streckenlängen in der Natur kommt, bewußtzumachen.
In diesem Beispiel gibt uns der über dem Bild stehende Satz Auskunft, der vom Lehrer an die Tafel geschrieben wird (Bild 116/1). Die Entfernungen der einzelnen Orte des Beispiels von Potsdam werden nun mündlich bestimmt, was nach der getroffenen Festlegung an der Tafel keine Schwierigkeiten bereiten wird.

Der Maßstab (Beispiel 1:100000)

1 cm Streckenlänge auf dem Bild entspricht 1 km Streckenlänge in der Natur

1 cm	≙	1 km	Umrechnung:
1 cm	≙	100000 cm	1 km = 1000 m
1	: (zu)	100000	= 100000 cm

116/1

Es wäre noch besser, wenn statt des Lehrbuchbeispiels (Potsdam) ein vorbereitetes Arbeitsblatt mit der Darstellung von Buslinien der Umgebung des Schulortes zur Verfügung gestellt werden könnte. (Die notwendigen Entfernungsangaben entnimmt der Lehrer den Fahrplänen des örtlichen Kraftverkehrs.)
Nun zeigt man den Schülern, daß z. B. auf einer Landkarte nicht steht, daß 1 cm auf der Karte der Länge der Strecke von 1 km in der Natur entspricht, sondern etwa

die Schreibweise mit dem Doppelpunkt. Im Unterrichtsgespräch, welches seinen Niederschlag an der Tafel findet, wird mit der Einführung des Symbols „≙" und der Umrechnung von km in cm der Gedankengang bis zur Schreibweise mit Doppelpunkt und dazugehöriger Sprechweise erläutert und abschließend diese Festlegung (unabhängig von der Schreibweise) als Maßstab bezeichnet.

Die Schüler übernehmen das Bild 116/1 in ihre Hefte.

(3) Zur Festigung des Begriffs „Maßstab" benutzen wir die Karte B 14 (Lb 69), die im Maßstab 1:100000 gezeichnet ist. Es sollen die Entfernungen zwischen den verschiedenen Orten bestimmt werden. Das angeführte Beispiel (Entfernung Ulmstal – Wiesenbrück) wird überprüft und daran geklärt, wie die Strecken auf der Karte zu messen sind. Man kann dann selbst noch weitere Aufgaben zur Entfernungsbestimmung bilden (in Anlehnung an die Aufgaben 3 und 4, Lb 69 – diese können dann als Hausaufgabe gestellt werden).
Am Schluß dieser Übungen ist ein Hinweis des Lehrers angebracht, der den Maßstab 1:100000 als besonders einfach für das Umrechnen von Entfernungen der Karte in die wirklichen Entfernungen in der Natur herausstellt, da 1 cm auf der Karte gerade 1 km in der Natur entspricht. Daß es bei anderen Maßstäben nicht so ist, kann man als Ausblick für die nächste Stunde geben.

2. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt mit vier Aufgaben, die in den Heften gelöst werden sollen. Das Beherrschen derartiger Aufgaben ist unbedingt Voraussetzung, um Umrechnungen mit Hilfe des Maßstabs durchführen zu können. Beispiel:
- Multipliziere 12 der Reihe nach mit 10, 100, 1000, 10000, 100000!
- Dividiere 2300000 der Reihe nach durch 10, 100, 1000, 10000!
- Rechne in Zentimeter um! 3 km
- Rechne in Meter um! 150000 mm

Hinweis für die Besprechung der Aufgaben:
Wir verlangen vom Schüler das Umrechnen in bestimmten Stufen, also
3 km = 3000 m = 300000 cm
150000 mm = 15000 cm = 150 m

Wenn die Schüler die Entwicklung in der Weise verstanden haben, kann die schriftliche Lösung solcher Aufgaben vereinfacht werden.

(2) In einem Unterrichtsgespräch wird wiederholt, was die Angabe 1:100000 z. B. auf einer Karte bedeutet. Die Beziehungen 1 cm ≙ 1 km und gleichberechtigt 1 cm ≙ 100000 cm müßten genannt werden.
Es kommt in dieser Stunde darauf an, die Bedeutung dieser Maßstabsangabe insofern zu erweitern, daß jede Strecke der Karte bei dem genannten Maßstab in Wirklichkeit 100000mal so groß ist, also z. B. auch gilt 1 mm ≙ 100000 mm, bzw. jede Strecke auf der Karte der 100000ste Teil der Wirklichkeit ist.
Entsprechend muß bei der Umrechnung von der Karte zur Wirklichkeit mit 100000 multipliziert werden (anschließend wird das Ergebnis i. allg. in Kilometern angegeben). Bei der Umrechnung von der Wirklichkeit zur Karte muß durch 100000 dividiert werden (um die Division ausführen zu können, ist vorher das Umwandeln in kleinere Längeneinheiten notwendig).

Diese Gedanken sollten sich in einem Tafelbild widerspiegeln (Bild 118/1), wobei die Beispiele für den Maßstab 1:10000 analog zum Vorangegangenen bei größerer Einbeziehung der Schüler zu lösen sind.

Umrechnungen

Maßstab	Entfernungen		
	Karte		Wirklichkeit
1:100000	8 cm	$\xrightarrow{\cdot\ 100000}$	800000 cm = 8 km
	6 mm		600000 mm = 600 m
	14 cm	$\xleftarrow{:\ 100000}$	14 km = 1400000 cm
	12 mm		1200 m = 1200000 mm
1:10000	5 cm	$\xrightarrow{\cdot\ 10000}$	50000 cm = 500 m
	90 cm	$\xleftarrow{:10000}$	9 km = 900000 cm

118/1

(3) Ähnlich wie an der Tafel demonstriert, sollen Umrechnungen geübt werden. Wie im Lehrplan angegeben, werden dabei die Maßstäbe 1:1, 1:10, ..., 1:1000000 verwendet. Für diese Maßstäbe sollte der Lehrer entsprechende Bau- und Konstruktionszeichnungen bzw. Karten mitbringen. Ein mehrtägiges Aushängen dieser Materialien im Klassenzimmer ist für die Beschäftigung der Schüler mit dieser Thematik günstig.

Beispiel für die Umrechnungsübung:

Maßstab	Entfernungen Karte	Entfernungen Wirklichkeit
1:1	20 cm	
1:10	5 cm	
1:10		3 m
1:100	7 cm	
1:100		20 m
1:1000	3 cm	
1:1000		800 m
1:10000	6 cm	
1:10000		5 km
1:100000	7 mm	
1:100000		12 km
1:1000000	2 cm	
1:1000000		9 km

Die Schüler lösen die Aufgabe in ihren Heften und erklären den Lösungsweg.
Mit dieser Stunde sollte das Umrechnen mit Hilfe von Maßstäben keinesfalls abgetan sein. Durch geeignete Hausaufgaben (Lb 69, Nr. 1 und 2; Lb 73, Nr. 6 und 7) wird die Übung fortgesetzt, auch in späteren Kurzarbeiten sollte hin und wieder einmal eine Maßstabsumrechnung verlangt werden.

3. Stunde:

(1) Durch die Kurzarbeit kann der Lehrer vor allem überprüfen, inwieweit Umrechnungen mit Hilfe des Maßstabs verstanden worden sind.
Für eine Kurzarbeit könnte der Lehrer Aufgaben folgender Art wählen:
- Runde 9874 auf ein Vielfaches von 10!
- Runde 15650 auf ein Vielfaches von 100!
- Runde 6510 auf ein Vielfaches von 1000!
- Runde 10983 auf ein Vielfaches von 100!
- Rechne in Zentimeter um! 15 km
- Gib den 10. Teil von 2 m an!
- Maßstab 1:100000. Wie lang sind 3 cm auf der Karte in Wirklichkeit?
- Maßstab 1:10000. Wie lang sind 3 cm auf der Karte in Wirklichkeit?
- Maßstab 1:10000. Wie lang sind 2 km in der Natur auf der Karte?
- Maßstab 1:10000. Wie lang sind 900 m in der Natur auf der Karte?

(2) An Hand weniger Zahlenangaben (etwa drei aus dem Beispiel 14, Lb 70), die wir an der Tafel vorgeben, sollten die notwendigen Schritte bis zur Darstellung im Streckendiagramm erarbeitet und demonstriert werden (siehe Lösungsschritte, Lb 70). Zu der im Lehrbuch angegebenen Darstellung sei bemerkt, daß man den zweiten Schritt vor dem angegebenen ersten behandeln könnte, da erst die Wahl einer günstigen Einheit das entsprechende Runden bedingt. Bei der Wahl einer günstigen Einheit (Schreibweise mit Symbol „≙“) sollte man an Hand einer Zahl (die anderen liegen fast alle in der gleichen Größenordnung) verschiedene Einheiten diskutieren, um daraus abzuleiten, warum gerade diese Einheit und keine andere günstig ist.
Sind von den Schülern an Hand des Tafelbeispiels die notwendigen Schritte bis zur Darstellung als Strecke verstanden worden, sollten die gewonnenen Erkenntnisse gefestigt werden. Da die drei Zahlenangaben zur Einführung dem Traktorenbeispiel des Lehrbuchs entnommen waren, bietet sich an, das Beispiel des Lehrbuchs weiter verfolgen zu lassen.

(3) Die Veranschaulichung großer Zahlen durch Streckendiagramme soll geübt werden. (Um geeignetes Zahlenmaterial zu verwenden, sei an dieser Stelle einmal auf die Broschüre „Das Programm des Sozialismus wird verwirklicht “– Zahlen, Fakten, Informationen – verwiesen.) Es kann die Aufgabe 8 (Lb 73) verwendet werden.
Das Anfertigen von Streckendiagrammen soll möglichst selbständig in den Heften erfolgen. Zwischendurch sind Abstimmungen der Ergebnisse beispielsweise nach jedem der erarbeiteten Lösungsschritte angebracht, um ein gleichmäßiges Fortschreiten aller zu gewährleisten und das Mitführen von Fehlern zu vermeiden. Da der Lehrer die gezeichneten Streckenlängen nicht von jedem Schüler in der Stunde nachmessen kann, empfiehlt es sich, einige dieser Diagramme auf Transparentpapier vorzubereiten, damit die Schüler durch Abdecken ihre Ergebnisse überprüfen können.

Abschnitt 10 (1 Stunde)

Thema: **Darstellen von Punkten mit Hilfe von Zahlenpaaren**

Ziele: Kennenlernen der Darstellung von Punkten mit Hilfe von Zahlenpaaren, die man auf zwei aufeinander senkrecht stehenden Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt abliest.
Erkenntnis, daß durch ein (geordnetes) Zahlenpaar ein ganz bestimmter Punkt in der Ebene festgelegt ist.
Kennenlernen der Schreibweise eines solchen (geordneten) Zahlenpaares.
Erziehung zur Sauberkeit und Genauigkeit beim Darstellen

Unterrichtsmittel: Schiefertuchtafel oder Rückseite des Würfelrechengerätes mit dm^2-Einteilung

Gliederung:

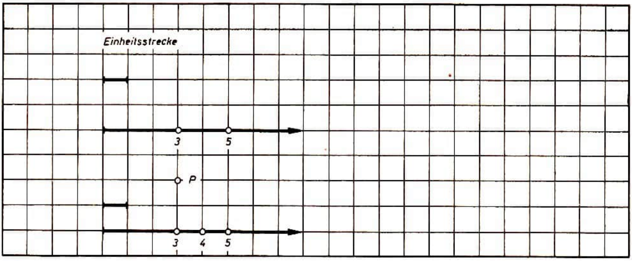
Darstellen von Punkten mit Hilfe von Zahlenpaaren

(1) 10 Wiederholung: Darstellen eines Punktes auf einem Zahlenstrahl mit Hilfe einer Zahl und umgekehrt
(2) 15 Einführung: Darstellen eines Punktes in der Ebene mit Hilfe eines (geordneten) Zahlenpaares und umgekehrt
(3) 20 Übung: Darstellen von Punkten in der Ebene und Ermitteln der zugeordneten Zahlenpaare von vorgegebenen Punkten

Methodische Hinweise:

(1) Auf dem Zahlenstrahl haben die Schüler schon Punkte mit Hilfe von Zahlen dargestellt. Das sollte vorbereitend für den folgenden Stoff wiederholt werden (siehe Abschnitte 6 und 7). Der Lehrer hat dazu zwei Strahlen an einer Tafel mit quadratischer Lineatur vorbereitet (Bild 121/1). Er stellt z. B. die Aufgabe, die Zahlen 3 und 5 auf einem dieser Strahlen anzugeben. Die Aufgabe wird durch einen Schüler an der Tafel gelöst. Dabei ist hervorzuheben, daß zu jeder natürlichen Zahl ein bestimmter Punkt des Strahls gehört oder „jeder natürlichen Zahl ein ganz bestimmter Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet" wird. Anschließend gibt der Lehrer auf dem anderen Zahlenstrahl zwei oder drei Punkte an. Die Schüler sollen sagen, welche Zahlen zu diesen Punkten gehören. Das könnte als Impuls genügen, um wieder ins Gedächtnis zurückzurufen, daß jede Zahl als Punkt auf dem Zahlenstrahl veranschaulicht werden kann.
Zur Zielorientierung für die Stunde gibt der Lehrer nun einen Punkt P (Gitterpunkt) in der Ebene vor, um zu untersuchen, wodurch die Lage dieses Punktes in der Ebene bestimmt ist.

(2) Es wird festgestellt, daß dieser Punkt P in der Ebene mit Hilfe einer Zahl nicht genau festgelegt ist (evtl. gleich einen anderen Punkt senkrecht darunter eintragen). Der Lehrer erklärt, daß ein zweiter Zahlenstrahl notwendig ist, den man rechtwinklig zum ersten mit gemeinsamem Anfangspunkt zeichnet. Für die weiteren



121/1

Erläuterungen kann der Lehrer die Abbildungen B 16, 17, 18 verwenden. Die Pfeile von P senkrecht zu den Zahlenstrahlen stellen Hilfslinien dar und zeigen mit der Pfeilspitze auf die Zahlen, durch die der Punkt P genau festgelegt ist. Diese beiden Zahlen werden als Zahlenpaar in eine Klammer geschrieben, wobei festgelegt ist, daß die erste Zahl in der Klammer immer auf dem 1. (horizontalen) Zahlenstrahl und die zweite Zahl immer auf dem 2. (vertikalen) Zahlenstrahl abgelesen wird. Die Schüler sollen erkennen, daß einem (Gitter-)Punkt in der Ebene ein Zahlenpaar zugeordnet ist. Die Umkehrung, daß durch ein Zahlenpaar genau ein Punkt in der Ebene bestimmt ist, wird mit Hilfe der Abbildungen B 19 bis B 21 (Lb 71) erarbeitet. Wir geben das Zahlenpaar (2; 5) und stellen die Aufgabe, an der Tafel mit Hilfe dieses Zahlenpaares den zugehörigen Punkt P_1 zu finden. Wird dann noch mit Hilfe des Zahlenpaares (5; 2) der zugehörige Punkt P_2 dargestellt, so erwirbt der Schüler die Erkenntnis, daß die Reihenfolge der Zahlen in der Klammer nicht beliebig ist. Die folgende Übung festigt u. a. auch diese Erkenntnis.

(3) Zur Übung kann das Arbeitsblatt (Bild 123/1) verwendet werden. Die Aufgabe 1 könnte in ähnlicher Form auch als Übung in den Heften ohne Arbeitsblatt erledigt werden, aber für Aufgabe 2 ist die Vorgabe des Sachverhalts notwendig. Das ausgefüllte Arbeitsblatt dient gleichzeitig als Merkbild der Stunde.
Abschließend sollte die Aufgabe 4 (Lb 73) gelesen und durchgesprochen werden, wobei das Herauslösen des mathematischen Problems als Zusammenfassung der Stunde dient. Die Aufgabe stellen wir dann als Hausaufgabe.

Zusammenfassung, Wiederholung und Leistungskontrolle (2 Stunden)

Ziele: Systematisierung der Kenntnisse über graphisches Darstellen von Zahlen bzw. Zahlenpaaren.

Wiederholung von Umrechnungen mit Hilfe des Maßstabs.
Festigung der Kenntnisse über das Anfertigen von Streckendiagrammen.
Leistungskontrolle zum Stoffgebiet „Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen".
Zusammenfassende Betrachtungen zur Veranschaulichung von Zahlen mit Hilfe von Diagrammen und Schaubildern

Unterrichtsmittel: Gesammelte Diagramme und Schaubilder der Schüler, Episkop

Gliederung:

1. Stunde: Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen – Zusammenfassung und Wiederholung

(1) 10 Systematisierung der Kenntnisse über Darstellung von Zahlen und Zahlenpaaren
(2) 20 Der Maßstab und Umrechnungen dazu
(3) 15 Anfertigen eines Streckendiagramms zu großen Zahlen

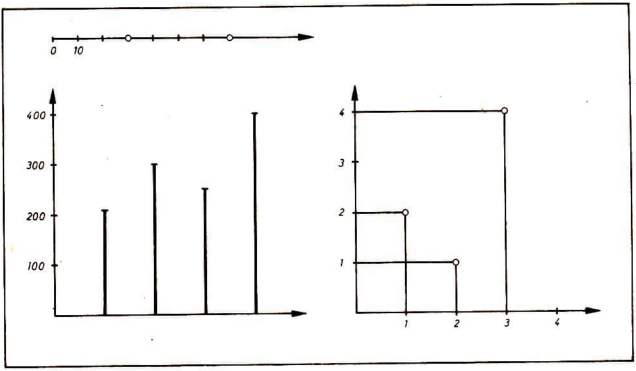
2. Stunde: Leistungskontrolle und zusammenfassende Betrachtungen zur Veranschaulichung von Zahlen

(1) 25 Schriftliche Leistungskontrolle
(2) 20 Zeigen von Diagrammen und Schaubildern (Episkop)

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die verschiedenen Formen der Darstellung von Zahlen werden zu Beginn nebeneinandergestellt, um die vorhandenen Kenntnisse zu systematisieren und das mathematisch Wesentliche herauszustellen. Der Lehrer hat dazu z. B. das Tafelbild (Bild 122/1) vorbereitet (Punkte und Strecken sind farbig eingetragen).



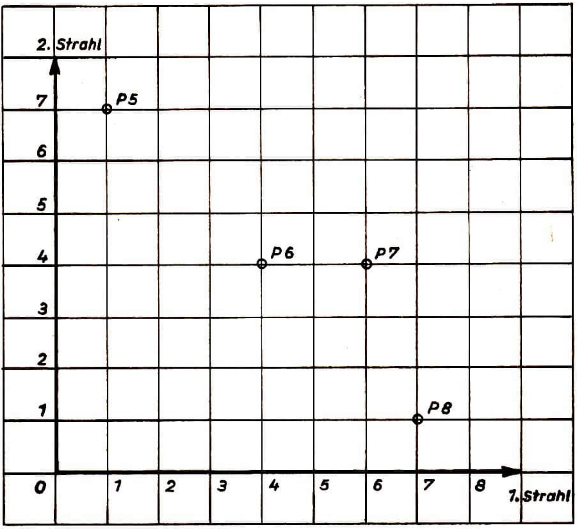
122/1

Man läßt die Schüler zunächst berichten, was sie von den einzelnen Darstellungen wissen. Die den farbig eingezeichneten Punkten und Strecken zugeordneten Zahlen und Zahlenpaare werden bestimmt und am Tafelbild vermerkt. Der Lehrer lenkt das Unterrichtsgespräch in der Weise, daß erkannt wird:

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
. . . .	. . . .	. . . .

Darstellen von Punkten mit Hilfe von Zahlen



1) Stelle die Punkte dar, denen folgende Zahlenpaare zugeordnet sind!

$P_1\,(2;3)$ $P_2\,(3;2)$ $P_3\,(5;6)$ $P_4\,(8;5)$

2) Ermittle die Zahlenpaare, die den eingezeichneten Punkten zugeordnet sind!

$P_5\,(\ldots;\ldots)$ $P_6\,(\ldots;\ldots)$ $P_7\,(\ldots;\ldots)$ $P_8\,(\ldots;\ldots)$

123/1

Natürliche Zahlen können als Punkte auf dem Zahlenstrahl und als Strecken beispielsweise in einem Streckendiagramm dargestellt werden.
Zahlenpaare werden als Punkte mit Hilfe von zwei rechtwinklig aufeinanderstehenden Zahlenstrahlen dargestellt.

(2) Die Einheiten auf den Abbildungen des Bildes 122/1 werden diskutiert, wobei deutlich wird, daß graphisches Darstellen von Zahlen unmittelbar mit Maßstabsüberlegungen verknüpft ist.
Zur weiteren Festigung des Maßstabsbegriffs könnte die Aufgabe 5 (Lb 73) überlegt werden, die die Schüler vom dargestellten Sachverhalt schon allein sehr interessieren wird. Nachdem an Hand eines oder zweier Beispiele das Prinzip für die Maßstabsermittlung geklärt worden ist, könnte die Aufgabe als Hausaufgabe gestellt werden.
Danach sollten noch einige Umrechnungsaufgaben zum Maßstab gestellt werden, die selbständig in den Heften zu bearbeiten sind.

Vorschläge:

- Berechne die Streckenlängen, die folgenden Stückzahlen entsprechen! (Maßstab: 1 mm ≙ 100 Stück)

  a) 3000 Stück b) 780 Stück
  c) 6500 Stück d) 5110 Stück
  e) 8300 Stück f) 6210 Stück

- Auf einer Karte im Maßstab 1 : 100000 wurde eine Entfernung zwischen zwei Orten mit 8 cm gemessen. Wie lang ist die Strecke in der Natur?
- Eine Strecke in der Natur ist 5 km lang. Wie lang ist die Strecke auf einer Karte mit dem Maßstab 1 : 10000?

Bei der Besprechung der Aufgaben sollte noch einmal auf die Notwendigkeit des Rundens hingewiesen werden.

(3) Die Schüler sollen ein Streckendiagramm anfertigen, dabei besonders auch selbständig Maßstabsüberlegungen anstellen. Die Aufgabe 3 (Lb 72), die auf Anlegen eines Streckendiagramms erweitert wird, ist zu empfehlen. Der Lehrer achte auf selbständiges, sauberes und genaues Arbeiten der Schüler.

2. Stunde:

(1) Der Lehrer könnte für die schriftliche Leistungskontrolle Aufgaben der folgenden Art wählen:

- Berechne die Streckenlängen, die folgenden Stückzahlen entsprechen! (1000 Stück ≙ 1 mm)

  a) 60000 Stück b) 13516 Stück
  c) 7000 Stück d) 8800 Stück
  e) 85000 Stück f) 9200 Stück

- Errechne die fehlenden Zahlen in der angegebenen Tabelle! Schreibe die Ergebnisse in folgender Weise ins Heft:

  a) Maßstab 1 : 100000; 12 km ≙ ...
  b) Maßstab 1 : 10000; 9 cm ≙ ...

Maßstab	Entfernungen	
	Karte	Wirklichkeit
1:100000		12 km
1:10000	9 cm	

- Die folgende Tabelle zeigt den Anstieg der Produktion von Haushalt-Kühlschränken in der DDR. Fertige ein Streckendiagramm an! (1 mm ≙ 10000 Kühlschränke)

Jahre	Kühlschränke
1962	191571
1964	323918
1966	359625

(2) In der Einführung des Stoffgebietes „Graphisches Darstellen natürlicher Zahlen" wurden die Schüler angeregt, Schaubilder und Diagramme zu sammeln. Der Lehrer hat davon geeignete herausgesucht und auch selbst einige mitgebracht, um sie mit Hilfe des Episkops allen Schülern zu zeigen und auszuwerten.
Die Schüler erkennen nochmals die Vielfalt und Zweckmäßigkeit solcher Darstellungen, da sie zum schnellen Erfassen und Vergleichen von Zahlenangaben beitragen. Hin und wieder sollte man dabei ein geeignetes Diagramm auch lesen lassen. Die Erkenntnis, daß große Zahlen zum graphischen Darstellen gerundet werden, wird gefestigt. Das Zeigen derartiger Veranschaulichungen von Zahlen aus den verschiedensten Bereichen des Lebens trägt mit dazu bei, die Erfolge unseres sozialistischen Aufbaus zu verdeutlichen, so daß die wesentlichsten Seiten der Veranschaulichung von Zahlen noch einmal zusammengefaßt werden.

3. Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen

3.1. Unterrichtsthematik

Die Behandlung der vier Grundrechenoperationen erreicht in Klasse 4 einen gewissen Abschluß.
Jede Aufgabe aus dem Bereich der natürlichen Zahlen kann, sofern sie überhaupt lösbar ist, mit Hilfe der schriftlichen Verfahren im Prinzip bewältigt werden. Es geht in Klasse 4 darum, daß die Schüler große Sicherheit in der Ausführung der schriftlichen Rechenverfahren erlangen.
Im wesentlichen erfolgt ein Ausbau der bereits in Klasse 3 eingeführten Verfahren. In die Aufgaben gehen größere Zahlen ein. Bei der Behandlung der Subtraktion wird die Anzahl der Subtrahenden vergrößert. Das Verfahren beim mehrfachen Überschreiten wird in den Mittelpunkt gerückt. Die Multiplikation wird auf größere Faktoren ausgedehnt. Bei Behandlung der Division wird mit größeren Dividenden und mehrstelligen Divisoren gearbeitet. Bei der Vorbereitung der Division wird an erste Fragen der Teilbarkeit herangeführt, ohne die ein echtes Verständnis für die bei der Division auftretenden Probleme nicht zu erreichen wäre. Die Division mit Rest wird behandelt.
Die Beherrschung der schriftlichen Verfahren in den vier Grundrechenoperationen ermöglicht es den Schülern in weit stärkerem Maße als bisher, Aufgaben aus der Praxis mathematisch zu bewältigen.
Im wesentlichen liegen die Akzente auf drei Schwerpunkten:
1. Die Schüler erwerben große Sicherheit in der Ausführung der schriftlichen Verfahren der vier Grundrechenoperationen. Daher haben auch formale Aufgaben einen entsprechenden Raum in den Übungen einzunehmen. Entsprechend den Hinweisen des Lehrplanes sollen die Aufgaben in den vielfältigsten Formen gestellt werden (Tabellen, Gleichungen, Ungleichungen, Aufgaben, deren Lösung überprüft werden soll). Gleichzeitig sind in Kopfrechenübungen aller Art die Grundaufgaben in allen vier Rechenoperationen zu festigen.
2. In systematischer Folge werden die Rechengesetze innerhalb der einzelnen Rechenoperationen wiederholt und vertieft. Jedes Rechenverfahren, jedes Verfahren zur Probe wird immer wieder aus den Rechengesetzen und den Zusammenhängen zwischen den Rechenoperationen abgeleitet. Die stark auf das Erfassen aller Zusammenhänge ausgerichtete Arbeit entwickelt das funktionale Denken der Schüler. Jedes Rechenverfahren wird von den Gesetzen her begründet. In jedem Falle müssen dazu geeignete Veranschaulichungen herangezogen werden. So sind Addition und Subtraktion auf dem Zahlenstrahl zu veranschaulichen. Die Bruchteile eines Ganzen werden in anschaulicher Weise behandelt.

3. Einen Schwerpunkt in den Übungen zu den Rechenverfahren bilden stets Sachaufgaben aus den verschiedensten Bereichen des Lebens. Neben den darin enthaltenen Übungsmöglichkeiten für die Grundrechenoperationen erfüllen diese Aufgaben noch weitere Zwecke. Die Lösung von Sachaufgaben aus der Praxis entwickelt das analytische Denken der Schüler sowie ihre Abstraktionsfähigkeit und trägt damit wesentlich zur geistigen Entwicklung der Schüler bei. Sachaufgaben sind daher systematisch in den Unterricht einzubeziehen. Daneben bieten viele Aufgaben dieser Art, besonders wenn das Zahlenmaterial zeitlich und örtlich aktuell ist, Möglichkeiten für die staatsbürgerliche Erziehung im Mathematikunterricht.
Das Abschätzen der Ergebnisse, das Bestimmen der Größenordnung durch Überschlagen, das Festlegen des benötigten Genauigkeitsgrades und das Darstellen in Diagrammen, Tabellen und Übersichten führt die Schüler auf die verschiedenen, in der Praxis sehr verbreiteten Verfahren für Berechnungen. In sinnvoller Weise werden Größen in die Rechnung einbezogen. Das Umgehen mit Maßeinheiten und das Umrechnen von Maßeinheiten wird dabei ständig geübt.
Mit der Benutzung der Begriffe „Bruchteile eines Ganzen“ und „Differenz“ und mit Erörterungen über die Ausführbarkeit der Subtraktion und Division werden Grundlagen für die Zahlbereichserweiterungen in den folgenden Klassen geschaffen. Die Nichtausführbarkeit bestimmter Rechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen schafft die Motive für die vorzunehmenden Erweiterungen.

3.2. Begriffe und Erkenntnisse

Für die Behandlung des Stoffgebietes „Grundrechenoperationen“ muß vorausgesetzt werden, daß folgende Begriffe und Symbole von den Schülern beherrscht werden: natürliche Zahl; Gleichung; Ungleichung; Lösung; Lösbarkeit; Ausführbarkeit; gleich „=“; kleiner als „$<$“; größer als „$>$“; angenähert gleich „$\approx$“; Stellenwert; Zahlenstrahl; Klammer „(“ , „)“; Maßeinheit; Überschlag; Abschätzung; Näherungswert; Diagramm.
Im Mittelpunkt stehen folgende Begriffe und Symbole, die ebenfalls überwiegend schon bekannt sind. Sie werden systematisch wiederholt und gefestigt:

Addition	Subtraktion	Multiplikation	Division
addieren	subtrahieren	multiplizieren	dividieren
plus „+“	minus „—“	mal „·“	durch „:“
Summand	Minuend	Faktor	Dividend
Summe	Subtrahend	Produkt	Divisor
	Differenz	Potenz	Quotient
		Exponent	Teiler
			teilbar
			Teil eines Ganzen

Kommutativgesetze; Assoziativgesetze; Distributivgesetz (diese Begriffe müssen vor allem inhaltlich erfaßt werden); Rechenoperation; Rechengesetz; Rechenverfahren; Umkehrung einer Rechenoperation.

Bei der Behandlung der Rechengesetze, der Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen und der Abhängigkeit der Ergebnisse von den Gliedern der Verknüpfung wird der Funktionsbegriff vorbereitet.
An Hand der schriftlichen Rechenverfahren werden die Schüler mit Algorithmen vertraut gemacht. Die Behandlung der Teilbarkeit und der Division bereitet den Begriff „gebrochene Zahl“ vor.
Ziel in diesem Stoffgebiet ist es, die Schüler zu folgenden Erkenntnissen zu führen: Die Subtraktion ist die Umkehroperation der Addition. Die Division ist die Umkehroperation der Multiplikation. Daraus ergeben sich Möglichkeiten für Proben.
Für die schriftliche Lösung von Aufgaben im Bereiche der Grundrechenoperationen gibt es i. allg. nicht nur einen Weg. Es ist möglich, durch Überlegungen den jeweils rationellsten Weg zu bestimmen. Beim schriftlichen Rechnen ist eine richtige Anordnung unbedingt notwendig.

3.3. Fähigkeiten und Fertigkeiten

Im Kopfrechnen müssen Fertigkeiten der Schüler in allen vier Grundrechenoperationen entwickelt werden. Dem Rechnen mit Zehnerpotenzen ist erhöhte Aufmerksamkeit zu schenken.
Die schriftlichen Rechenverfahren sind für alle vier Operationen einschließlich der Proben zu Fertigkeiten zu entwickeln.
Die Schüler müssen fähig sein, prinzipiell jede (lösbare) Aufgabe aus dem Bereich der Grundrechenoperationen schriftlich zu lösen. Die Rechengesetze müssen erläutert werden können.
Die praktische Anwendung des Kommutativ- und des Assoziativgesetzes bei Addition und Multiplikation zur Vereinfachung des Rechenganges, zur Benutzung des rationellsten Weges muß zur Fertigkeit entwickelt werden.
Im Rahmen der Lösung von Sachaufgaben ist das Überschlagen und Runden sowie das Umrechnen der bekannten Maßeinheiten zur Fertigkeit zu entwickeln.
Fähigkeiten werden in der prinzipiellen Lösung von Sachaufgaben (Analyse von Texten, Zusammenstellung von Übersichten und Tabellen, Abstraktion) entwickelt.
Schließlich sind die Schüler zu befähigen, Abschätzungen vorzunehmen, dem Sachverhalt angepaßte Genauigkeitsbetrachtungen anzustellen und Zahlenangaben in graphischen Darstellungen (Diagrammen) zu veranschaulichen.

3.4. Literaturhinweise

Starke, Wolf, Geissler, Hansen: Hinweise zur Arbeit mit den präzisierten Lehrplänen in den Klassen 1 bis 3. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1964.
Praktische Schülerübungen, Methodische Beiträge zum Unterricht im Fach Mathematik, Heft 3. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1961.
Ebner, Max: Geometrische Schülerarbeiten im Gelände, Teil I. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1958.

3.5. Vorschlag für eine Stoffverteilung

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
1 Addieren	2	75	138	Die Grundgesetze der Addition (Kommutativ- und Assoziativgesetz); das schriftliche Verfahren der Addition mit Probe und Überschlag; die Addition auf dem Zahlenstrahl	Begriffe: Addieren, Addition, Summand, Summe; Zählen als fortgesetztes Addieren, auch in größeren Schritten. Grundaufgaben der Addition (Kopfrechnen)	Rollbild; Grundrechenarten: Addition, Subtraktion; Applikationen; Zahlenstrahlen, Tafelmodelle und Klassensatz; Hafttafel
2 Subtrahieren	1	78	145	Subtraktion als Umkehrung der Addition; Schriftliches Verfahren der Subtraktion von einem Subtrahenden ohne Überschreiten	Begriffe: Subtrahieren, Subtraktion, Minuend, Subtrahend, Differenz; Nichtkommutativität der Subtraktion; Zählen rückwärts als fortgesetztes Subtrahieren	Rollbild; Grundrechenarten: Addition, Subtraktion
3 Die Differenz	1	80	149	Untersuchung der Abhängigkeit der Differenz bei Veränderung des Minuenden, des Subtrahenden oder bei gleichmäßiger Veränderung von Minuend und Subtrahend; Subtraktion am Zahlenstrahl; Probe bei der Subtraktion $a - b = c$ 1) $b + c = a$ 2) $a - c = b$	Monotoniegesetz der Addition; Zusammenhang zwischen Subtraktion und Addition	Applikationen; Hafttafel; Zahlenstrahlen; Tafelmodelle und Klassensatz

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
4 Subtrahieren mit einfachem Überschreiten	1	82	150	Schriftliches Subtrahieren von einem Subtrahenden, falls die Anzahl der Einer beim Minuenden kleiner ist als beim Subtrahenden; Subtraktion von unbenannten, einfach und doppelt benannten Zahlen	Grundaufgaben des Subtrahierens (Kopfrechnen); Einheiten für Massen und Längen; Geldeinheiten	Stellenwerttafel
5 Subtrahieren 6 mit mehrfachem Überschreiten	1	84	152	Schriftliches Subtrahieren von einem Subtrahenden im Bereich großer Zahlen mit Überschreiten bei mehreren Stellenwerten; Subtraktion mit Zehnerpotenzen als Minuenden	Addition und Subtraktion von Vielfachen von Zehnerpotenzen (Kopfrechnen); Darstellung von Differenzen in Diagrammen	Stellenwerttafel
7 Subtrahieren von zwei Subtrahenden	1	88	154	Subtraktion der Form $a - b_1 - b_2 = c$; Gegenüberstellung der drei Möglichkeiten 1) $(a - b_1) - b_2 = c$ (schrittweise Subtraktion) 2) $a - (b_1 + b_2) = c$ (Addition d. Subtrahenden) 3) $b_1 + b_2 + c = a$ (additives Verfahren) Orientierung auf das letzte Verfahren (mit Proben)	Die Benutzung von Klammern in Rechenausdrücken, in denen Addition oder Subtraktion vorkommt; Nichtassoziativität der Subtraktion	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
8 Überprüfen der 10 Richtigkeit der Subtraktion von zwei Subtrahenden durch Proben, Überschläge und Abschätzungen	2	90	158	Proben bei Subtraktionen der Form $a - b_1 - b_2 = c$, Gegenüberstellung verschiedener Möglichkeiten 1) $c + b_2 + b_1 = a$ 2) $b_1 + c + b_2 = a$ 3) $b_2 + c + b_1 = a$ u. a. Gleichwertigkeit der Verfahren wegen der Kommutativität der Addition; Orientierung auf das 1. Verfahren	Kommutativgesetz der Addition bei mehreren Summanden	
9 Subtrahieren von mehr als zwei Subtrahenden	2	93	159	Schriftliche Subtraktion von drei, vier und mehr Subtrahenden mit Überschlag, Abschätzungen und Proben; Sachaufgaben	Kettenaufgaben zur Addition	Haftmodelle zur Veranschaulichung von Sachaufgaben
11 Ausführbarkeit der Subtraktion; Übungen und Leistungskontrolle zur Addition und Subtraktion	4	97	162	Lösbarkeit von Subtraktionsaufgaben im Bereich der natürlichen Zahlen bei einem und mehreren Subtrahenden; Üben der schriftlichen Verfahren der Addition und Subtraktion mit Überschlagen, Abschätzen und Proben in formalen und Sachaufgaben;	Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion; Kommutativgesetz; Ausführbarkeit der Subtraktion mit einem Subtrahenden	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
				Rechengesetze der Addition und Subtraktion zur Begründung der Verfahren und Proben; Schriftliche Leistungskontrolle und Auswertung		
12 Multiplizieren mehrstelliger natürlicher Zahlen mit einstelligen Zahlen	2	102	163	Mündliches Multiplizieren; schriftliches Multiplizieren Arbeit mit Tabellen	Mündliches und schriftliches Multiplizieren mehrstelliger Zahlen mit einstelligen Zahlen	Anzeigegerät für Schüler
13 14 Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz; Klammern	2	104	167	Vertauschbarkeit der Faktoren: $a \cdot b = b \cdot a$; Beliebiges Zusammenfassen von drei Faktoren; Fixieren des Assoziativgesetzes; Arbeit mit Tabellen	Das Kommutativgesetz	
15 Das Distributivgesetz	2	106	170	Formulieren und Fixieren des Gesetzes mit Hilfe von Variablen; Veranschaulichung an Rechtecken; Kurzkontrolle	Zerlegen von Faktoren in Summanden; Grundrechenarten	Hafttafel mit Applikationssatz; Millimeterpapier
16 Multiplizieren zweistelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10	1	107	174	Die verschiedenen Lösungsverfahren; Distributivgesetz; Faktorenzerlegung, schriftliches Verfahren	Multiplizieren mit 10; Distributivgesetz	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
17 Multiplizieren mehrstelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10	1	108	175	Die drei Lösungsverfahren nach Abschnitt 17; Verknüpfen des 2. mit dem 3. Verfahren; Sachaufgaben	Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit Vielfachen von 10	
18 Multiplizieren zwei- und dreistelliger Zahlen mit beliebigen zweistelligen	3	110	176	Das schriftliche Verfahren mit zweistelligen und dreistelligen Faktoren; Die endgültige Form des Multiplizierens; Tabellen; Kurzarbeit	Verknüpfen der Grundrechenoperationen; Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit einstelligen	Rolltafel: Die Grundrechenoperationen: Multiplikation, Division; Anzeigegerät für Schüler
19 Die verschiedenen gleichwertigen Schreibweisen beim schriftlichen Multiplizieren	1	113	180	Einführen und Üben der Schreibweisen; Sicherheit in der Anwendung eines Verfahrens	Das schriftliche Verfahren beim Multiplizieren	
20 Multiplizieren beliebiger dreistelliger natürlicher Zahlen miteinander	3	114	181	Ausbau des schriftlichen Verfahrens; Die Null in einem Faktor (Null, Zehner); Aufgaben mit Maßeinheiten; Sachaufgaben; Tabellen; Kurzarbeit	Multiplizieren zwei- und dreistelliger Zahlen mit Vielfachen von 10 und 100	
Übung und Wiederholung	1		184	Aufgaben aus verschiedenen Stoffgebieten; Tabellen; Vergleichen; schriftliches Verfahren in Verbindung mit Ungleichungen		

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
21 Das Vereinfachen der Schreibweise	2	116	184	Das Vereinfachen der Rechnung beim Auftreten der Eins; Eins an verschiedenen Positionen; Gleichzeitiges Auftreten von Eins und Null; Erkennen möglicher Vereinfachungen; Sachaufgaben	Verschiedene gleichwertige Schreibweisen; Grundrechenoperationen	
22 Potenzen	2	119	186	Einführung der Potenzschreibweise und der Begriff Potenz; Quadratzahlen	Addieren und Multiplizieren gleicher Summanden und Faktoren	Hafttafel mit Applikationen; quadratische Platten $1^2, \ldots, 10^2$; Millimeterpapier
23 Maßeinheiten der Fläche	2	120	190	Einführung der Flächenmaßeinheiten; Sprechweise und Schriftbild; Bestimmen der Flächeninhalte von Rechteck und Quadrat; Meßübung im Freien	Quadratzahlen	Schiefertuchtafel mit Raster; Plast- oder Holzplättchen 1 cm^2; Geräte für Vermessungsübungen: Meßband, Fluchtstäbe, Zählnadeln, Winkelspiegel, Peiler, Schnüre
Wiederholung und Klassenarbeit	3		192	Gesamtwiederholung und Übungen zur Vorbereitung einer Klassenarbeit; Klassenarbeit: Das schriftliche Multiplizieren – Potenzen und Quadratzahlen. Auswertung und Rückgabe der Klassenarbeit		

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
24 Dividieren	4	122	193	Dividieren von Summen und Differenzen	Division als Umkehrung der Multiplikation; Begriffe der Grundrechenoperationen; Lösbarkeitsbedingungen für Multiplikation und Division; Rechengesetz	Kopfrechentafel
25 Ausführbarkeit der Division	1	124	198	Teilbarkeit; Begriffe „Teiler“ und „Teilbarkeit“	Lösbarkeitsbedingungen für die Division; Division von Summen und Differenzen	
30 Hilfen für die Division	5	132	199	Hilfen für Teilbarkeitsuntersuchungen: Teilbarkeit durch 2 und 10; Zerlegen in Summen oder Differenzen; Zerlegen in Produkte	Division von Summen und Differenzen; Teilbarkeit; Schriftliche Division durch einstelligen Divisor mit Überschlag und Probe	
26 Division mit Rest	6	126	203	Schriftliche Division durch einstelligen Divisor mit Rest	Rechnen mit Näherungswerten; Runden; Teilbarkeit; Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor mit Überschlag und Probe; Rechnen mit Größen; Lösen von Textaufgaben	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
27	2	127	207	Schriftliches Dividieren durch einfache zweistellige Divisoren ohne Rest	Multiplikationsfolgen bis 20; Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor mit Überschlag und Probe; Lösen von Ungleichungen und Textaufgaben	
28	11	129	208	Schriftliches Dividieren durch zweistellige Divisoren mit Zwischenüberschlag ohne und mit Rest	Multiplikationsfolgen; Schriftliche Verfahren aller Grundrechenoperationen; Rechnen mit Näherungswerten; Zusammenhang Multiplikation und Division; Teilbarkeit; Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor mit Rest; Rechnen mit Größen; Lösen von Gleichungen und Textaufgaben	
29	19	130	213	Schriftliches Dividieren durch dreistellige Divisoren ohne und mit Rest	Multiplikationsfolgen; Multiplizieren von Summen und Differenzen; Schriftliche Verfahren aller Grundrechenoperationen; Potenzen; Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient;	

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
					Teilbarkeit und Verfahren zur Teilbarkeitsuntersuchung; Rechnen mit Größen; Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Textaufgaben	
31 Teile eines Ganzen	2	134	222	Einfache Teile eines Ganzen (Halbe, Drittel, Viertel); Zusammenhänge zwischen verschiedenen Teilen eines Ganzen und zwischen gleichen Teilen und dem Ganzen	Zusammenhang Multiplikation und Division; Rechteck, Quadrat, Kreis, Strecke; Umgang mit Zirkel, Lineal und Zeichendreieck	Applikationen; Klassensatz Scheren

3.6. Vorschläge zur Gestaltung

Stoffeinheit 3.1.: Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen (15 Stunden)

Abschnitt 1 (2 Stunden)

Thema: Addieren

Ziele: Wiederholung der Grundbegriffe der Addition (Summand, Summe) und der Rechengesetze für die Addition (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Monotoniegesetz).
Behandlung der schriftlichen Addition von zwei und mehreren Summanden mit Probe und Überschlag

Unterrichtsmittel: Lehrtafel: Addition, Subtraktion;
Applikationen:

1. Farbe: 4 Streifen von 2 Einheiten Länge,
2. Farbe: je 1 Streifen von 3, 4, 5, 6, 7, 8 Einheiten Länge,
3. Farbe: je 1 Streifen von 5, 6, 7, 8, 9, 10 Einheiten Länge

2 Zahlenstreifen als Applikationen, Hafttafel, Klassensatz Zahlenstrahlen in doppelter Klassenstärke

Gliederung:

1. Stunde: Rechengesetze und Rechenverfahren bei der Addition

(1) 10 Zähl- und Kopfrechenübungen zur Addition
(2) 15 Wiederholung des Kommutativ- und Assoziativgesetzes der Addition
(3) 20 Behandlung des schriftlichen Verfahrens der Addition mit Probe

2. Stunde: Addition auf dem Zahlenstrahl und schriftliche Addition

(1) 15 Wiederholung des Monotoniegesetzes und Veranschaulichung durch die Addition auf dem Zahlenstrahl (Streckenaddition)
(2) 15 Übungen zur schriftlichen Addition in formalen Aufgaben
(3) 15 Lösung von Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt mit Zählübungen in größeren Schritten. Es wird die Aufgabe 8 (Lb 77) gelöst.
In den weiteren Kopfrechenübungen sind vor allem Additionsaufgaben mit Zahlen von 1 bis 100 und mit einfachen Zahlen höherer Stellenwerte auszuwählen.
Folgende Aufgabentypen können gewählt werden:

28 + 7	25 + 57	150 + 240	17000 + 34000
19 + 6	63 + 19	830 + 440	210000 + 70000
54 + 8	14 + 73	5400 + 270	500000 + 50000
37 + 4	51 + 26	6500 + 250	72000 + 80000
48 + 9	46 + 37	11000 + 1200	4400 + 33000

Zur Kontrolle der Ergebnisse durch den Lehrer könnten die Schüler Anzeigetäfelchen benutzen, wenn sie vorhanden sind.

(2) In einem kurzen Unterrichtsgespräch werden die Grundbegriffe der Addition wiederholt. Dazu wird die Lehrtafel „Grundrechenarten: Addition, Subtraktion" benutzt.
Danach füllen die Schüler eine Tabelle zum Kommutativgesetz der Addition aus. Hier kann auch das Arbeitsblatt IV/6 (Bild 141/1), Aufgabe 1, eingesetzt werden. Aus den Ergebnissen wird der Schluß gezogen, daß beim Addieren die Summanden vertauscht werden können (Kommutativgesetz). (Der Lehrer muß sich darüber im klaren sein, daß die auf diese Weise gewonnene Erkenntnis noch nicht mathematisch gesichert ist. Der allgemeine Beweis dieses und des folgenden Gesetzes ist in der Klasse 4 nicht möglich. Im Unterricht sollte deshalb vom Lehrer betont werden, daß diese Gesetze für alle natürlichen Zahlen gültig sind, obwohl das nicht für alle Zahlen durchprobiert wird und werden kann.)
Aus dem Kommutativgesetz wird der Schluß gezogen, daß manche Aufgaben durch Anwendung des Gesetzes vereinfacht werden können. So ist es im allgemeinen einfacher, eine kleinere Zahl zu einer größeren zu addieren anstatt umgekehrt. Nun wird eine Tabelle (vgl. Arbeitsblatt IV/6, Bild 141/1, Aufg. 2) zum Assoziativgesetz von den Schülern ausgefüllt.
Die Ergebnisse werden in gleicher Weise wie oben verallgemeinert und der sich bietende Vorteil durch geschicktes Zusammenfassen erkannt. So sind die Schreibweisen $(63 + 17) + 46$ und $21 + (58 + 22)$ für diese Aufgaben besonders vorteilhaft, weil hierbei in der Klammer jeweils Zahlen addiert werden, deren Einer sich zu einem Zehner zusammenfassen lassen. Die beiden Tabellen sollten an der Tafel erscheinen. Unter den entsprechenden Spalten, in denen die allgemeingültigen Ausdrücke farbig markiert wurden, werden die Gesetze in allgemeiner Form notiert. Die Schüler formulieren die Gesetze.
Es ist auch möglich, die Rechengesetze der Addition von der Aufgabe des Lehrbuches (Lb 75) ausgehend zu behandeln. Dann ist eine allgemeine Formulierung der Gesetze an der Tafel mit wenigstens je einem Zahlenbeispiel angebracht.

(3) Es soll aus der Tabelle (Lb 75) die Anzahl der Gemeinden der DDR im Jahre 1965 mit weniger als 2000 Einwohnern bestimmt werden. Das schriftliche Verfahren der Addition wird an der Tafel vom Lehrer vorgeführt. Die Schüler kennen das Verfahren bereits aus der Klasse 3. Auf zwei Schwerpunkte ist besonders hinzuweisen:

1. Die Stellenwerte sind genau untereinanderzusetzen. Es muß den Schülern am Beispiel vor Augen geführt werden, daß bei Vernachlässigung der äußeren Form Rechenfehler entstehen können.

2. Beim Überschreiten darf die Übernahme in den nächsthöheren Stellenwert nicht unterlassen werden.
Rechenweise, Sprechweise und Schreibweise sind gegenüberzustellen.

Es ist angebracht, am Anfang bei der zu merkenden Zahl stets den Stellenwert mit hinzuzufügen, also zu sprechen „merke 1 Zehner“ oder „merke 1 Tausender“. Als Ziel ist eine kürzere Sprechweise anzustreben.
Während in der Rechnung von unten nach oben addiert wurde, führt man die Probe durch Umkehrung der Reihenfolge durch, wozu das Kommutativgesetz berechtigt. Dazu kann das Tafelbild (Bild 140/1) entwickelt werden.

Probe bei der Addition

Summand a		15478	
Summand b	Rechnung $\uparrow$	$+$ 3894	$\downarrow$ Probe
Summe c		19372	

Wir rechnen: $b + a$
Wir proben: $a + b$
denn: $b + a = a + b$

140/1

Den Schülern muß das Ausführen der Probe als unerläßliches Mittel zur Überprüfung der eigenen Arbeit anerzogen werden. Die Ausführung der Probe darf nicht als Zeitverlust angesehen werden, da hierbei ebenso Rechenfertigkeiten entwickelt werden wie etwa bei einer weiteren in dieser Zeit zu lösenden Aufgabe. Die Ausführung von Proben ist von hohem erzieherischem Wert. Da zunächst nicht bei allen Schülern die Einsicht in die Notwendigkeit und die Vorteile von Proben besteht und die Probe oft für überflüssig gehalten wird, muß der Lehrer mit der nötigen Konsequenz auf ihre Ausführung dringen. Falls die Proben, wie in diesem Falle, keine neue schriftliche Fixierung verlangen, müssen sie in mündlicher Form verlangt werden. Beim Kommentieren von Lösungen wird z. B. zunächst die Rechnung und danach die Probe gesprochen. Es ist selbstverständlich, daß dieses Erziehungsziel nicht nur in dieser Stunde verfolgt wird.
In der anschließenden Übung werden formale und Sachaufgaben, auch mit mehr als zwei Summanden, gerechnet. Tabellen wie in den Aufgaben 6 und 7 oder Aufgaben 11 und 12 (Lb 77) sind so zu lösen, daß die Schüler die Einzelaufgaben schriftlich in ihren Heften fixieren und lösen und, sofern Sachbezüge vorliegen, Antwortsätze formulieren.
Falls den Schülern Vorgaben in Form von Arbeitsblättern gegeben werden können, wäre z. B. die Überprüfung des ersten Kassenzettels auf dem Arbeitsblatt IV/7 (Bild 143/1) möglich.

Arbeitsblatt IV / 6

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Ergänze! Gibt es keine passende Zahl, so setze einen Strich! Formuliere die Rechengesetze!

1)

a	b	a+b	b+a	$a \lesseqqgtr b$	a−b	b−a
64	27					
45	83					
76	33					
29	29					
58	79					

2)

a	b	c	(a+b)	(a+b)+c	(b+c)	a+(b+c)
72	34	23				
63	17	46				
21	58	22				

3)

a	b	c	(a−b)	(a−b)−c	(b−c)	a−(b−c)
78	45	23				
95	77	54				
82	36	19				
54	32	27				

141/1

2. Stunde:

(1) Es werden Tabellen folgender Art vervollständigt:

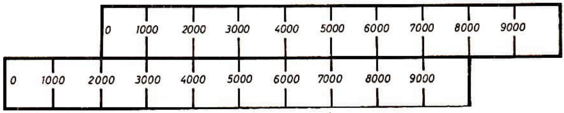
(a)

a	2000	2000	2000	2000
b	3000	4000	5000	6000
$a+b$				

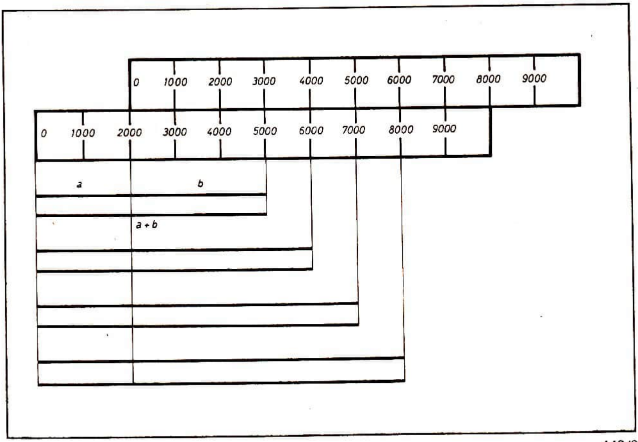
(b)

a	2000	2000	2000	2000
b	8000	7000	6000	5000
$a+b$				

Danach werden im Unterrichtsgespräch folgende Ergebnisse erarbeitet:
In allen Aufgaben ist ein Summand gleich groß geblieben. In Tabelle (a) wurde der zweite Summand laufend vergrößert. Entsprechend vergrößerte sich die Summe. In Tabelle (b) wurde der zweite Summand laufend verkleinert. Entsprechend verkleinerte sich die Summe.
Wird also in einer Summe ein Summand vergrößert (verkleinert), so wird auch die Summe vergrößert (verkleinert).



142/1



142/2

Arbeitsblatt IV / 7

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Überprüfe die Rechnung!

1)

Ware	Preis	Ware	Preis
	MDN		MDN
2 Brote	2,08	1 kg Salz	0,32
1 Fl. Milch	0,56	2 Pck. Pfeffer	0,20
1 Stck. Butter	2,50	1 kg Makkaroni	1,36
5 Eier	1,45	1 Gl. Marmelade	1,28
1 kg Zucker	1,50	7 Eier	2,73
1 Pck. Tee	2,60		
			5,89
	10,59	zurück:	
		4 Milchflaschen	− 0,80
			4,09

2)

a	b	c	d	a+b+c+d
1348	54 897	2 706	23 094	
51806	760 455	37 517		1 339 680
	93707	485 399	72 614	696 533

3)

a	b	c	d	a−b−c−d
585 012	48304	117519	328608	
	76344	621 459	14812	306 230
384 172	177523		24577	95654

143/1

Das geht aus dem Monotoniegesetz der Addition hervor, das jedoch nicht in allgemeiner symbolischer Form niedergelegt werden soll. Zur Veranschaulichung werden die Additionsaufgaben der Tabellen (a) und (b) auf dem Zahlenstrahl ausgeführt. Jeder Schüler hat zwei Zahlenstreifen, wie sie in Bild 142/1 zu erkennen sind.
Gleichzeitig erfolgt die entsprechende Addition an der Tafel an zwei Demonstrationszahlenstreifen. Zusätzlich wird zunächst für Tabelle (a), dann für Tabelle (b) jede einzelne Aufgabe durch Strecken veranschaulicht.
Während mit den Zahlenstreifen nur eine Einstellung für alle Aufgaben nötig ist und die Ergebnisse an verschiedenen Stellen abgelesen werden können, gibt die Darstellung mit Hilfe der Strecken optisch einprägsam die Veränderung der Summe bei Veränderung eines Summanden wieder.
Vor Beginn hat der Lehrer die Hafttafel, auf der das Tafelbild (Bild 142/2) entwickelt wird, mit einer Längseinteilung versehen, die mit den Einheiten der Zahlenstreifen und der Strecken genau übereinstimmt.

(2) In diesem Stundenabschnitt werden den Schülern Additionsaufgaben mit zwei und mehreren Summanden gestellt.
Bei jeder Aufgabe muß eine Überprüfung des Ergebnisses gefordert werden. Es ist ein Überschlag oder eine Abschätzung oder eine exakte Probe vorzunehmen. An einem Beispiel (siehe Lb 95) sind die drei Möglichkeiten einander gegenüberzustellen. Bei Sachaufgaben sollen die Schüler möglichst selbst entscheiden, welche Form der Probe dem Sachverhalt und dem benötigten Genauigkeitsgrad entsprechend gewählt werden sollte.

(3) Als Beispiel wird die Behandlung der Aufgabe 9 (Lb 77) erörtert. Die Aufgabe kann in verkürzter Form im Kopf gelöst werden. Soll daran das prinzipielle Verfahren der Lösung von Sachaufgaben wiederholt werden, so ist auf folgende Form hinzuarbeiten:
Lesen des Textes, Klärung des Sachverhaltes, Zusammenstellen der wesentlichen Angaben in möglichst übersichtlicher Form. Die Zahlen können dann durch Strecken oder Flächen (Rechtecke) veranschaulicht werden (Diagrammdarstellungen). Es ist notwendig, die auszuführende Operation bereits durch das Bild anzudeuten.

Man schreibt:

<u>Jahr</u>	<u>Plätze</u>
1965:	$\boxed{150000}$
1966:	$\underbrace{\boxed{150000 \mid 10000}}_{x}$

Daraus gewinnt man als Ansatz $x = 150000 + 10000$
mit dem Ergebnis $\underline{\underline{x = 160000}}$,

denn $160000 = 150000 + 10000$.

Die letzte Zeile trägt den Charakter der Probe, ist unerläßlich und bestätigt erst die Richtigkeit des Ergebnisses. Erst danach ist das Ergebnis zu unterstreichen. Der Antwortsatz ist zumindest mündlich zu formulieren, sollte jedoch besser auch an der Tafel stehen.

Der erzieherische Wert der Aufgabe Nr. 10 (Lb 77) erhöht sich beträchtlich, wenn der Lehrer diesen Aufgabentyp als Anregung benutzt, um eine entsprechende Aufgabe aus Zahlenmaterial zusammenzustellen, das für den Heimatkreis zutrifft. Die statistischen Jahrbücher der Kreise und die Tagespresse sind dafür geeignete Quellen.

Abschnitt 2 (1 Stunde)

Thema: Subtraktion

Ziele: Wiederholung der Grundbegriffe der Subtraktion (Minuend, Subtrahend, Differenz).
Die Subtraktion als Umkehrung der Addition.
Ausführbarkeit der Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen.
Behandlung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion von einem Subtrahenden ohne Überschreiten des Zehners

Unterrichtsmittel: Lehrtafel „Grundrechenarten: Addition und Subtraktion“

Gliederung:

Subtrahieren

(1) 15 Zähl- und Kopfrechenübungen zur Subtraktion. Die Subtraktion als Umkehrung der Addition. Wiederholung der Grundbegriffe der Subtraktion
(2) 15 Die begrenzte Ausführbarkeit der Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen
(3) 15 Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion von einem Subtrahenden ohne Überschreiten des Zehners mit Übungen

Methodische Hinweise:

(1) Der Lehrer läßt zunächst z. B. von 30 aus in Zehnerschritten vorwärtszählen, etwa bis 100, und danach wieder in gleichen Schritten rückwärts. Desgleichen läßt man dann in Fünferschritten von 75, in Zweierschritten von 34 einige Schritte vorwärtszählen und einige Schritte mehr rückwärts. Daran schließen sich Aufgaben wie Nr. 1 und 2 (Lb 78) an, bei denen Überschreitungen des Zehners auftreten.
Wenn möglich, wird die Kopfrechenübung mit einigen Aufgaben der folgenden Art abgeschlossen:
$40 - 25$, $31 - 15$, $53 - 24$, $42 - 15$, $120 - 80$, $3000 - 1200$ usw.

(2) Es wird das Ziel gestellt, die Subtraktion etwas näher zu untersuchen und sie mit der Addition zu vergleichen.
Dazu können Aufgaben folgender Art gelöst werden:

$$16 + b = 30, \qquad b = 30 - 16$$
$$b = 14$$
$$a + 30 = 70, \qquad a = 70 - 30$$
$$a = 40$$

Die Schüler sollen erkennen: Suchen wir nicht die Summe, sondern einen Summanden, so können wir ihn mit Hilfe der zur Addition entgegengesetzten Rechenoperation, der Subtraktion, ermitteln.
Mögliche Formulierungen:

„Mir ist eine Summe bekannt und ein Summand. Ich finde den zweiten Summanden, indem ich vom ersten zur Summe ergänze"
oder „Mir ist eine Summe bekannt und ein Summand. Ich finde den zweiten Summanden, indem ich den ersten Summanden von der Summe subtrahiere"
oder „Eine Summe und ein Summand sind gegeben. Ich soll den zweiten Summanden b errechnen. Dazu muß ich die Gleichung $16 + b = 30$ lösen".
Selbständig und in gleicher Form lösen die Schüler weitere Aufgaben.
Es werden nun an Hand der Lehrtafel „Grundrechenarten: Addition und Subtraktion" an einer Aufgabe die Bezeichnungen wiederholt.

$$\overbrace{\underset{\text{Minuend}}{64} \quad - \quad \underset{\text{Subtrahend}}{21}}^{\text{Differenz}} \qquad = \underset{\text{Differenz}}{43}$$

Das Wort „Differenz" wird in gleicher Weise für das Ergebnis einer Subtraktion, hier also für die Zahl „43", als auch für „64 — 21" verwendet.

Eine Tabelle (wie der zweite Teil der Tabelle 1 auf dem Arbeitsblatt IV/6, Bild 141/1) wird von den Schülern selbständig ausgefüllt.
Es ist erforderlich, daß die vollständige Tabelle 1 an der Tafel erscheint.
Nach Ausfüllen der Tabelle werden folgende Erkenntnisse in einem Unterrichtsgespräch gewonnen:

1. Die Subtraktion ist nicht in jedem Falle möglich. Die Schüler vergleichen, unter welchen Bedingungen die Differenz existiert und unter welchen nicht.
   Es wird formuliert:
   „Die Subtraktion ist nur ausführbar, wenn der Minuend größer ist als der Subtrahend oder wenn beide gleich sind."
   Man kann auch formulieren:
   „Die Subtraktion ist nur ausführbar, wenn der Minuend nicht kleiner ist als der Subtrahend."
   Der Exaktheit und der Vollständigkeit wegen müßte noch hinzugefügt werden „im Bereich der natürlichen Zahlen". Da die Schüler aber noch keinen anderen Zahlenbereich kennen, führt es zu keinen Mißverständnissen, wenn der Zusatz gelegentlich weggelassen wird.
2. Durch Vergleich der letzten beiden Spalten der Tabelle 1 wird erkannt, daß die Differenzen $a - b$ und $b - a$ $(a \neq b)$ nicht vergleichbar sind. Es sei hier noch auf folgendes hingewiesen: Das Kommutativgesetz der Addition $a + b = b + a$ wurde durch einige wenige Beispiele plausibel gemacht. Die Behauptung, daß für alle natürlichen Zahlen a und b die Gleichung $a + b = b + a$ gilt, muß bewiesen werden. Da dieser Beweis in der 4. Klasse nicht erbracht wird, muß vom Lehrer betont werden, daß man diese Behauptung beweisen kann.

(3) Das den Schülern bekannte Verfahren der schriftlichen Subtraktion wird an Hand des Einführungsbeispiels (Lb 78) im Unterrichtsgespräch an der Tafel wiederholt. Rechenweise, Sprechweise und Schreibweise werden gegenübergestellt.

In der anschließenden Übung ist eine Auswahl aus den Aufgaben 5 bis 12 (Lb 79) zu rechnen. Wie schon erwähnt wurde, gewinnen Aufgaben beträchtlich an erzieherischem Wert, wenn Zahlenangaben aus dem Patenbetrieb, der Paten-LPG, dem Heimatort und der Tagespresse verwendet werden.
Die Stunde wird geschlossen mit den Aufgaben 13 und 14 (Lb 79).

Abschnitt 3 (1 Stunde)

Thema: Die Differenz

Ziele: Die Abhängigkeit der Differenz von der Änderung des Minuenden, des Subtrahenden oder beider Glieder.
Entwicklung des funktionalen Denkens.
Proben bei der Subtraktion.
Erziehung zum selbstkritischen Verhalten gegenüber den Ergebnissen der eigenen Tätigkeit

Unterrichtsmittel: Applikationen:

1. Farbe: je 1 Streifen von 4, 5, 6, 8, 9 LE (Längeneinheiten)
   4 Streifen von 7 LE,
2. Farbe: je 1 Streifen von 3, 4, 5 LE,
   4 Streifen von 2 LE,
3. Farbe: je 1 Streifen von 2, 3, 5 LE,
   4 Streifen von 4 LE.

2 Zahlenstreifen als Applikationen, Hafttafel, Klassensatz „Zahlenstrahlen“ in doppelter Klassenstärke

Gliederung:

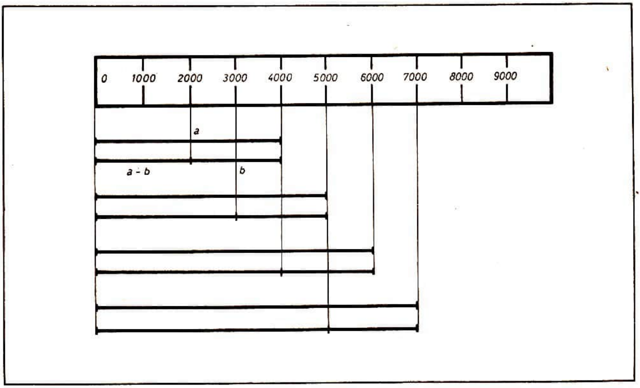
Die Differenz

(1) 25 Untersuchung der Änderung der Differenz bei Änderung des Minuenden, des Subtrahenden, beider Glieder. Darstellung der Differenzen am Zahlenstrahl. Zusammenfassende Betrachtung an Hand des Lehrbuchs
(2) 20 Erarbeitung zweier Wege der Probe bei der Subtraktion auf Grund der Rechengesetze

Methodische Hinweise:

(1) Es kann für alle drei Fälle das Lehrbuch (Lb 80) verwendet werden. Die Schüler lösen jeweils die entsprechende Übung (Lb 80). In der Auswertung werden dann für jeden Fall die Abbildungen besprochen. Anschließend formulieren die Schüler die Erkenntnis mit eigenen Worten. In der Zusammenfassung werden dann die

Sätze 3, 4 und 5 (Lb 80, 81) gelesen und von den Schülern nochmals kurz erläutert. Variante: Wenn es möglich ist, ein Arbeitsblatt (Bild 149/1) bereitzustellen, so wird folgender Weg empfohlen:
Die Untersuchung beginnt mit der Vervollständigung der Tabelle 1 auf dem Arbeitsblatt. Danach nennen die Schüler die richtigen Bezeichnungen für die Zahlen a (Minuend), b (Subtrahend) und $a - b$ (Differenz) und prüfen, welches Glied gleich bleibt, welches sich verändert und wie sich das auf die Differenz auswirkt.
Es schließt sich die Subtraktion mit Hilfe von Strecken an. Hier erfordert jede Aufgabe eine neue Einstellung. Bei der Erläuterung des Verfahrens wird davon Gebrauch gemacht, daß die Subtraktion als Umkehrung der Addition erkannt wurde. Die Schüler stellen der Reihe nach die Aufgaben der Tabelle 1 ein.
Entsprechend entsteht das Tafelbild (Bild 148/1).



148/1

In einer Teilzusammenfassung läßt man als Erkenntnis formulieren: Bleibt der Subtrahend gleich und wird der Minuend vergrößert, so wird auch die Differenz vergrößert.
In gleicher Weise werden die Tabellen 2 und 3 des Arbeitsblattes bearbeitet, veranschaulicht und verallgemeinert. Diese Tätigkeit hilft, das funktionale Denken der Schüler zu entwickeln.
Mit der Betrachtung zur Tabelle 3 wird bereits eine Vorarbeit für die später zu behandelnden Klassen von Differenzen geleistet, die zum Begriff der rationalen Zahl führen.
Hierbei sollen die Schüler wiederum zunächst mit eigenen Worten ihre Gedanken ausdrücken. In der Hausaufgabenkontrolle muß dann an den Formulierungen gearbeitet werden. Dabei sind die Sätze (Lb 80) heranzuziehen.

(2) Der zweite Hauptteil der Stunde wird eingeleitet durch die schriftliche Lösung einer Subtraktionsaufgabe. Der Lehrer verlangt danach die Überprüfung des Ergeb-

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
. . . .	. . . .	. . . .

Ergänze! Formuliere die Erkenntnisse!

1)

a	4 000	5 000	6 000	7 000
b	2 000	2 000	2 000	2 000
a − b				

2)

a	7 000	7 000	7 000	7 000
b	2 000	3 000	4 000	5 000
a − b				

3)

a	6 000	7 000	8 000	9 000
b	2 000	3 000	4 000	5 000
a − b				

149/1

nisses durch eine Probe. Zuerst wird wiederholend festgestellt, daß die Glieder einer Differenz im allgemeinen nicht vertauscht werden können. Daher kann nicht so verfahren werden wie bei der Addition. Es wird nun herausgearbeitet, daß die Subtraktionsaufgabe tatsächlich durch Addition gelöst wird. Vertauscht man in der Additionsaufgabe die Summanden (das sind jetzt Subtrahend und Differenz), so ergibt sich eine Möglichkeit des Prüfens, die der Probe bei der Addition gleicht. Durch Pfeile an der Aufgabe wird diese Erkenntnis markiert. Der Pfeil, der den Rechengang der Probe andeutet, wird farbig gezeichnet (Bild 150/1).

Probe bei der Subtraktion

Minuend a		19867		$a - b = c$
Subtrahend b	Rechnung	$-$ 5403	Probe	$b - a \neq c$
Differenz c		14464		

Wir rechnen: $b + c = a$ oder $a - c = b$

Wir proben: $c + b = a$

denn: $b + c = c + b$

$$\begin{array}{r} 19867 \\ -\ 14464 \\ \hline 5403 \end{array}$$

150/1

Aus der Gleichung, die die erste Form einer Probe symbolisiert, wird durch Fragen nach dem Subtrahenden die zweite Form einer Probe entwickelt und ausgeführt. Da diese Probe eine erneute schriftliche Fixierung erfordert, wird auf die erste Form orientiert.

Um den Schülern das Erkennen der Zusammenhänge zu erleichtern, ist es angebracht, einfache kleine Zahlen für die Variablen einzusetzen.

Es folgen schriftliche Übungen zur Subtraktion (Probe in der 1. Form). Dabei können Subtraktionsaufgaben mit falschem Ergebnis vorgegeben werden, die von den Schülern zu überprüfen sind.

Abschnitt 4 (1 Stunde)

Thema: Subtrahieren mit einfachem Überschreiten

Ziele: Das Verfahren der schriftlichen Subtraktion von einem Subtrahenden mit Überschreiten bei den Einern

Schriftliches Subtrahieren von unbenannten, einfach und doppelt benannten Zahlen

Unterrichtsmittel: Stellenwerttafel

Gliederung:

Subtrahieren mit einfachem Überschreiten

(1) 10 Übung im schriftlichen Subtrahieren von einem Subtrahenden ohne Überschreiten
(2) 15 Das schriftliche Verfahren der Subtraktion von einem Subtrahenden mit Überschreiten bei den Einern
(3) 20 Übung im schriftlichen Subtrahieren unbenannter und benannter Zahlen, Lösen von Text- und Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit der Lösung zweier Aufgaben der Art wie Nr. 9 (Lb 79). Gemeinsam wird an Hand einer der Aufgaben festgestellt, aus welchen Teilaufgaben sich die Lösung zusammensetzt.
Erneut wird erkannt, daß die Subtraktion die Umkehrung der Addition ist.

(2) Mit der Aufgabe (Einführungsbeispiel Lb 82)

$$\begin{array}{r} 4563 \\ \underline{-2439} \end{array}$$

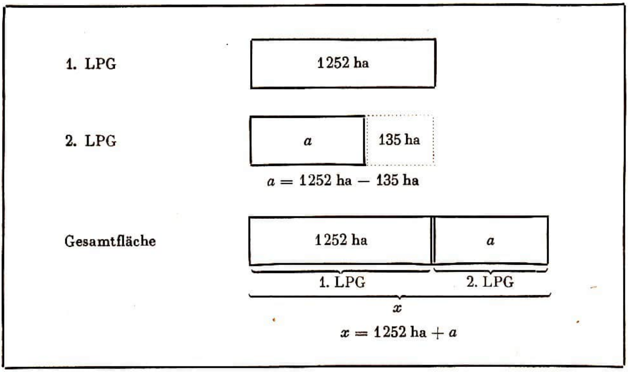
wird das Problem der Stunde gestellt. Die erste Teilaufgabe erscheint wie bei der soeben untersuchten Aufgabe an der Tafel:
$9 + a = 3$
Die Schüler erkennen, daß die Subtraktion nicht ausführbar ist, da der Minuend kleiner als der Subtrahend ist: $3 < 9$.
Andererseits wird durch Vergleich festgestellt, daß der Minuend in der Gesamtaufgabe größer ist als der Subtrahend:
$4563 > 2439$. Die Aufgabe muß also eine Lösung besitzen. Damit ist das Motiv gegeben, nach einem geeigneten Verfahren zu suchen.
Der Lehrer wirft die Frage auf, welche nächstgrößere Zahl mit drei Einern es gibt, zu der 9 ergänzt werden kann. Gefunden wird
$9 + \boxed{4} = 13$
Der Minuend wurde also um 10 vergrößert.
In der vorangegangenen Stunde wurde erkannt, daß die Differenz nur dann erhalten bleibt, wenn auch zum Subtrahenden die gleiche Zahl addiert wird. In der Hausaufgabenkontrolle im 1. Teil der Stunde sollte dieser Satz noch einmal besonders hervorgehoben werden.
Es wird herausgearbeitet, daß der Zehner, den man in der ersten Teilaufgabe dem Minuenden hinzufügt, dem Subtrahenden insgesamt auch hinzugefügt werden muß. Er erscheint in der zweiten Teilaufgabe im Subtrahenden und wird farbig hervorgehoben. Rechenweise, Sprechweise und endgültige Schreibweise werden einander gegenübergestellt.

(3) Zur Festigung des soeben behandelten Verfahrens werden zunächst Subtraktionen unbenannter Zahlen nach Art der Aufgaben 1, 2 und 5 (Lb 82) ausgeführt. Schrittweise wird dabei das selbständige Lösen entwickelt, vom Beispiel an der Tafel über

das Kommentieren und der Arbeit an verdeckter Tafel bis zur selbständigen Arbeit in den Heften.
Je eine Aufgabe der folgenden Art kann, wenn die Zeit ausreicht, in der Übung enthalten sein. Das Ergebnis wird noch in der jeweils anderen Schreibform angegeben:

$$\begin{array}{r} 274 \text{ dt } 83 \text{ kg} \\ -\ 23 \text{ dt } 45 \text{ kg} \\ \hline 251 \text{ dt } 38 \text{ kg} = 251{,}38 \text{ dt} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 398{,}582 \text{ km} \\ -\ 75{,}137 \text{ km} \\ \hline 323{,}445 \text{ km} = 323 \text{ km } 445 \text{ m} \end{array}$$

Eine Sachaufgabe schließt die Stunde ab. Zum Beispiel Aufgabe 19 (Lb 83). Die Flächen der ursprünglichen LPG werden durch Rechtecke veranschaulicht (Bild 152/1, farbige Kreide verwenden!).



152/1

Die Durchführung von Überschlägen, Proben und der Vergleich der Größen der Aufgabe mit Größen aus der Umwelt der Schüler (z. B. LPG des Heimatortes) ermöglichen eine tiefere Durchdringung der Gesamtaufgabe.

Abschnitt 5 (1 Stunde)

Thema: Subtrahieren mit mehrfachem Überschreiten

Ziele: Ausbau des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion von einem Subtrahenden auf mehrfaches Überschreiten
Festigung des Verfahrens

Unterrichtsmittel: Stellenwerttafel

Gliederung:

Subtrahieren mit mehrfachem Überschreiten

(1) 10 Halbschriftliche Übung im Addieren und Subtrahieren von Vielfachen von Zehnerpotenzen
(2) 10 Das schriftliche Verfahren der Subtraktion von einem Subtrahenden mit mehrfachem Überschreiten
(3) 25 Übung des Verfahrens an Hand von Aufgaben mit unbenannten Zahlen. Lösung einer Sachaufgabe mit Diagrammdarstellungen

Methodische Hinweise:

(1) Für die halbschriftliche Übung zu Beginn der Stunde können Aufgaben folgender Art dienen:

Aufgabe:	Ergebnis:
• 7000 + 6000	13000
• 30000 + 120000	150000
• 50000 — 14000	36000
• 15000 — 800	14200
• Schreibe in Tonnen! 25 t 80 kg	25,080 t
• Schreibe in Metern! 18,6 km	18600 m
• 170 · 6	1020
• 20000 : 4000	5

(2) Es wird die Aufgabe 670034 — 540052 gestellt. Die Zahlen werden in eine Stellentafel eingetragen und die Teilaufgaben formuliert (Bild 153/1).

Subtraktion mit mehrfachem Überschreiten

	100000	10000	1000	100	10	1
	6	7	0	0	3	4
—	5	4	0	0	5	2
		1	1	1		
	1	2	9	9	8	2

$2 + \boxed{2} = 4$
$5 + \boxed{8} = 13$
$1 + 0 + \boxed{9} = 10$
$1 + 0 + \boxed{9} = 10$
$1 + 4 + \boxed{2} = 7$
$5 + \boxed{1} = 6$

670034
—540052
129982

153/1

Die Schüler sollen erkennen, daß die Teilaufgabe bei den Zehnern nicht unmittelbar lösbar ist. In Analogie zu dem Verfahren in der vorhergehenden Stunde wird im Minuenden 1 Hunderter addiert. Damit die Differenz richtig ermittelt wird,

muß dieser Hunderter im Subtrahenden ebenfalls addiert werden. Entsprechend wird eine kleine 1 in der Hunderterspalte der Stellentafel vermerkt. Das gleiche Verfahren wiederholt sich bei den Tausendern und Zehntausendern.
Ein Vergleich mit der zu berechnenden Differenz zeigt, daß zu Minuend und Subtrahend die gleiche Zahl 1100 (ein Tausender und ein Hunderter) addiert wurde. Die Differenz bleibt dabei aber bekanntlich erhalten. Zum Abschluß schreibt der Lehrer die Kurzform an die Tafel, die von den Schülern abgeschrieben wird.

(3) In der Übung zur Festigung des erarbeiteten Verfahrens werden Aufgaben der Art 7402 – 3941, 20432 – 3844 und solche mit Zehnerpotenzen als Minuenden (Lb 84, Nr. 3, 4) gelöst. Als Sachaufgabe kann die Aufgabe 19 (Lb 85) gewählt werden. Der Altersstufe gemäß müssen die Zahlen veranschaulicht werden.

Nach dem Lesen des gesamten Textes sowie der Betrachtung und Erläuterung der Tabelle wird zunächst Aufgabe a) gelöst. Der Begriff Überschuß als Differenz ist zu klären. Die Schüler lösen die Aufgabe schriftlich in den Heften. Entsprechend wird b) gelöst. Als Ergebnis von Aufgabe 19d entsteht in den Heften und an der Tafel ein entsprechendes Diagramm.
Wenn es nicht möglich ist, die Darstellungen vollständig im Unterricht anfertigen zu lassen, so sind folgende wesentliche Gesichtspunkte zu erarbeiten, die bei der Fertigstellung etwa im Rahmen der Hausaufgabe beachtet werden müssen: Art des Diagramms, Festlegung der Einheiten, Gleichheit der Wahl der Einheiten für die Darstellungen für 1950 und 1965 (Erhöhung der Aussagekraft). Auf diese Weise werden die Ergebnisse der Aufgaben a) und b) verdeutlicht. Auch die Steigerung (Aufgabe c) ist ablesbar.

Abschnitt 7 (1 Stunde)

Thema: Subtrahieren von zwei Subtrahenden
Ziele: Erarbeitung dreier Möglichkeiten der Subtraktion von zwei Subtrahenden (Orientierung auf das additive Verfahren). Festigung des additiven Verfahrens mit Probe bei Subtraktionen ohne und mit Überschreiten

Gliederung:

Subtrahieren von zwei Subtrahenden

(1) 10 Wiederholung: Subtraktion mit Überschreiten
(2) 20 Das Rechenverfahren zur Subtraktion von zwei Subtrahenden:
$a - b_1 - b_2 = c$
Erarbeitung der drei Möglichkeiten:
$(a - b_1) - b_2 = c,$
$a - (b_1 + b_2) = c,$
$b_1 + b_2 + c = a.$
Betonung des letzten Verfahrens
(3) 15 Festigung des additiven Verfahrens, Proben

Methodische Hinweise

(1) Wiederholend werden einige Subtraktionsaufgaben gelöst. Übungsmaterial findet der Lehrer auf den Seiten 83, 84, 85 des Lehrbuches.

(2) An Hand einer Aufgabe nach Art des Einführungsbeispiels (Lb 88) möglichst mit Zahlen aus der eigenen Schule oder Klasse wird das Verfahren zur Subtraktion mit zwei Subtrahenden erläutert. Zum Erfassen der Prinzipien, die den drei möglichen Wegen zugrunde liegen, ist es zweckmäßig, nicht allzu große Zahlen für das Einführungsbeispiel zu wählen.
Die Schüler werden aufgefordert, selbst eine Form der Lösung zu finden. Ihnen ist dazu genügend Zeit zu gewähren. Schüler, die rasch die Lösung gefunden haben, erhalten den Auftrag zu prüfen, ob man die Aufgabe noch anders lösen kann.
Auf diese Weise erhalten alle Schüler die Möglichkeit, selbständig aktiv mitzuarbeiten.
Die verschiedenen Varianten werden von den Schülern genannt und in das Tafelbild eingefügt (vgl. Darstellung Lb 88).
Bereits aus dem Vergleich der Wege bei der ersten einfachen Aufgabe wird deutlich, daß der dritte Weg der kürzeste ist. Diese Erkenntnis wird an Hand einer Aufgabe vertieft, die schriftlich zu lösen ist.
Zum Abschluß stellt der Lehrer fest, daß nunmehr bei derartigen Aufgaben stets das additive Verfahren benutzt wird.
Es muß dabei betont werden, daß die anderen Wege nicht falsch, sondern im allgemeinen nur umständlicher sind.

(3) Die Übung wird in folgender Form aufgebaut:
Zuerst werden formale Aufgaben gelöst, bei denen kein Überschreiten auftritt. Dann folgen Aufgaben mit Überschreiten. Schließlich werden Subtraktionen mit benannten Zahlen ausgeführt. Zu allen Typen finden sich im Lehrbuch Aufgaben (z. B. Lb 89 Nr. 1 bis 5, 12, 13; Nr. 10, 11; Nr. 14 bis 23). Das Lösen von formalen Aufgaben herrscht vor, um Fertigkeiten im schriftlichen Subtrahieren zu entwickeln. Von Anfang an wird in jedem Falle eine Probe verlangt. Sie wird in dieser Stunde in gleicher Weise durchgeführt, wie das schon bei der Subtraktion mit einem Subtrahenden getan wurde.
An einem Beispiel an der Tafel werden die Wege bei der Rechnung und der Probe durch Pfeile angedeutet.
Im Lb 90, 91 finden sich geeignete Hausaufgaben zu dieser Stunde.

Abschnitt 8 (2 Stunden)

Thema: Überprüfen der Richtigkeit der Subtraktion von zwei Subtrahenden durch Proben

Ziele: Entwicklung von Fertigkeiten im schriftlichen Subtrahieren von zwei Subtrahenden.
Prüfen der Rechenergebnisse durch Überschlagen, Abschätzen und durch Proben in verschiedenen Formen.
Übung im Lösen von Sachaufgaben

Gliederung:

1. Stunde: Proben bei Subtraktionen von zwei Subtrahenden

(1) 10 Schriftliche Übung zur Subtraktion von zwei Subtrahenden

(2) 20 Gegenüberstellung verschiedener Möglichkeiten der Probe zur Aufgabe:

$a - b_1 - b_2 = c$:
$c + b_1 + b_2 = a$,
$a - b_1 - c = b_2$,
$a - b_2 - c = b_1$ u. a.

Betonung des ersten Verfahrens. Begründung der anderen Verfahren

(3) 15 Übungen zur Subtraktion, Proben

2. Stunde: Schriftliche Subtraktion und Möglichkeiten der Überprüfung

(1) 10 Kopfrechenübung

(2) 20 Überschlagen und Abschätzen des Ergebnisses einer Subtraktionsaufgabe an Hand einer Sachaufgabe

(3) 15 Übung im Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde

(1) Zu Beginn der Stunde erhalten die Schüler den Auftrag, selbständig Aufgaben zu lösen und die Ergebnisse zu überprüfen. Dazu werden etwa die Aufgaben 11 und 12 (Lb 91) gewählt. Die Aufgaben sind gleichartig. Die Klasse wird in zwei Gruppen unterteilt, benachbarte Schüler erhalten unterschiedliche Aufgaben. Zwei Schüler arbeiten an verdeckter Tafel. Der Lehrer nutzt die Zeit zur Kontrolle von Hausaufgaben und Arbeitsmaterialien sowie zur individuellen Hilfe und zur Information über den Stand der Entwicklung der Fertigkeit im schriftlichen Subtrahieren. Mit einem Vergleich der Ergebnisse wird die Übung abgeschlossen.

(2) Die Schüler werden aufgefordert zu erläutern, wie sie ihr Ergebnis überprüft haben. Dazu wird ein Beispiel an der Tafel benutzt, das noch von der vorangehenden Übung stehengelassen wurde. Ausgehend von den Kenntnissen der Schüler darüber, daß bisher bei Rechenverfahren und Proben oft mehrere Wege zum Ziele führten, wird die gleiche Frage auch für die soeben gerechneten Aufgaben aufgeworfen.
Um den Schülern die Suche nach anderen Möglichkeiten zu erleichtern, wird ein Beispiel mit überschaubaren Zahlen an die Tafel geschrieben (vgl. Lb 90, Beispiel 9 und Abbildung C 5).
Zunächst muß erkannt werden, daß die Form 1 der Probe praktisch ein Vertauschen der Summanden beim additiven Verfahren darstellt.
Nun suchen die Schüler nach anderen Möglichkeiten der Vertauschung von b_1, b_2 und c. Es bietet sich hier die Gelegenheit, einfache kombinatorische Überlegungen durch die Schüler anstellen zu lassen:

$b_1 + b_2 + c$; $c + b_2 + b_1$; $b_2 + b_1 + c$;
$b_1 + c + b_2$; $c + b_1 + b_2$; $b_2 + c + b_1$

In jedem Falle werden die Differenz und die beiden Subtrahenden addiert.
Durch Einsatz verschiedener Farben für die einzelnen Glieder kann die Übersicht noch einprägsamer werden. Es wäre natürlich Zufall, wenn die Schüler gerade die Möglichkeiten von sich aus nennen würden, die auch im Lb 90 enthalten sind. Der Vergleich der verschiedenen Probemöglichkeiten muß zu der Erkenntnis führen, daß die 1. Form die geeignetste ist, weil man dort die Zahlen nicht neu angeordnet niederschreiben muß, sondern lediglich die Addition in umgekehrter Reihenfolge vollzieht. An einer Aufgabe mit größeren Zahlen werden einige Probeverfahren nochmals gegenübergestellt.

(3) Übungen mit unbenannten und benannten Zahlen schließen die Stunde ab. Es können auch einmal Aufgaben mit Lösungen vorgegeben werden, die von den Schülern zu überprüfen sind. Zum Beispiel:

$$\begin{array}{r} 17342 \\ -\ 5899 \\ -\ 3078 \\ \hline 8375 \end{array} \qquad \text{Probe: } \begin{array}{r} 17342 \\ -\ 8375 \\ -\ 2078 \\ \hline 5899 \end{array}$$

Es kann bei einer Aufgabe auch absichtlich ein Fehler in die Proberechnung eingefügt werden, der den Fehler in der Rechnung wieder ausgleicht. So scheint die Aufgabe richtig gelöst, das Ergebnis sogar durch die Probe bestätigt! Die Auswertung dieser Aufgabe benutzt der Lehrer dazu, um den Schülern zu erläutern, daß das beste Mittel gegen Fehler die sichere Beherrschung der Grundaufgaben ist.

2. Stunde

(1) Mit einer Kopfrechenübung in halbschriftlicher Form wird die Stunde eingeleitet. Verwendet der Lehrer eine Aufgabenauswahl der folgenden Art, so werden die Aufgaben zweckmäßigerweise auf eine transportable Tafel geschrieben und mit in den Unterrichtsraum gebracht.

Aufgabe	Ergebnis
• $7 + x = 16$	$x = 9$
• $40000 + a = 78000$	$a = 38000$
• $85 - 46$	39
• $23 + 59$	82
• $87 - 34 - 26$	27
• $1570 - 340 - 230$	1000
• 32 t + 15000 kg	47 t oder 47000 kg
• 48000 m − 9 km	39 km oder 39000 m

(2) In Anknüpfung an die letzte Stunde werden weitere Verfahren der Überprüfung der Rechenergebnisse behandelt.
Die Aufgabe 13 (Lb 91) wird benutzt, um den Überschlag bei einer Subtraktionsaufgabe zu erläutern. Die mathematische Formulierung der Aufgabe wird von den Schülern selbständig aus dem Text gefunden. Der Lehrer muß bei der Lösung von Sachaufgaben darauf hinarbeiten, daß die Schüler die Analyse eines Textes sich selbst erleichtern, indem sie eine Skizze, eine graphische Darstellung oder eine Tabelle anfertigen (Bild 158/1).

1. Hühnerhof	47250 Eier	100000 Eier	Überschlag: $100000 - 50000 - 35000 = 15000$
2. Hühnerhof	35680 Eier		Rechnung: $100000 - 47250 - 35680 = 17070$
1. und 2. Hühnerhof	x		Vergleich: $15000 \approx 17070$

Antwortsatz: 17070 Eier müssen noch geliefert werden.

158/1

Überschlagen heißt: Vereinfache die Zahlen so, daß du bequem im Kopf rechnen kannst! Das Ergebnis wird nach der Rechnung mit dem Überschlag verglichen. Beim Überschlagen werden nicht notwendig die Rundungsregeln benutzt, sondern die Zahlen so vereinfacht, daß sich „bequeme Werte" ergeben. Überschläge lassen sich in verschiedener Weise ausführen. So wäre in unserer Aufgabe auch der Überschlag

$$\begin{array}{r} 100000 \\ -\ 50000 \\ -\ 30000 \\ \hline 20000 \end{array}$$

möglich. Ohne eine zusätzliche Betrachtung läßt sich zunächst nicht ablesen, ob der Überschlag kleiner oder größer als der tatsächliche Wert ist. Nimmt man den Überschlagswert 15000, so möchte man im vorliegenden Fall wissen, ob mehr oder weniger als 15000 Eier gebraucht werden, um das Ablieferungssoll zu erfüllen. Eine Abschätzung verschärft die Aussage. Die Schüler erhalten den Auftrag, an Stelle der genauen Werte der Subtrahenden einmal die nächstgrößeren und einmal die nächstkleineren Zehntausender zu setzen und auf diese Weise zwei Überschläge auszuführen (Bild 158/2).

Abschätzung einer Subtraktionsaufgabe

Aufgabe: $100000 - 47250 - 35680$

1. Abschätzung) (Zehntausender		2. Abschätzung (Tausender)		Rechnung
100000	100000	100000	100000	100000
$-$ 50000	$-$ 40000	$-$ 48000	$-$ 47000	$-$ 47250
$-$ 40000	$-$ 30000	$-$ 36000	$-$ 35000	$-$ 35680
10000	30000	16000	18000	17070
$10000 < x < 30000$		$16000 < x < 18000$		

158/2

Die gesuchte Zahl x liegt zwischen beiden Überschlägen:

$$10000 < x < 30000.$$

Die Abschätzung ist sehr grob. Sie sagt für unseren Sachverhalt zu wenig aus. Sie kann verfeinert werden. Der Lehrer läßt in gleicher Weise wie oben die Subtrahenden durch den nächstgrößeren bzw. nächstkleineren Tausender ersetzen. Die so gefundene Abschätzung

$$16000 < x < 18000$$

besagt, daß noch etwa 17000 Eier erzeugt werden müssen, und das kommt dem gesuchten Wert bereits sehr nahe.
Noch feinere Abschätzungen sind nicht nötig. Sie erfordern mehr Aufwand als die eigentliche Rechnung.
Eine Zusammenfassung schließt den Stundenabschnitt.
Mit der Probe prüft man die Richtigkeit des Ergebnisses. Der Lehrer legt fest, welche Art der Überprüfung ausgeführt werden soll. Überschlag und Abschätzungen werden schriftlich fixiert. Im allgemeinen werden ein Überschlag und eine Probe verlangt.

(3) In der abschließenden Übung sind Sachaufgaben zu bevorzugen (Lb 92).
Die Aufgabe 27 wird gelöst, indem zunächst in eine Strecke, die den Gesamtweg darstellen soll, die mit Flugzeug, Auto und Lasttieren zurückgelegten Wegstücke als Teilstrecken eingezeichnet werden. Danach werden die Rechenwege und die Ergebnisse in einer Tabelle zusammengestellt.
Aufgaben für die Hausaufgabe können ebenfalls hier entnommen werden.

Abschnitt 9 (2 Stunden)

Thema: Subtraktion von mehr als zwei Subtrahenden

Ziele: Schriftliches Lösen von Subtraktionsaufgaben mit mehreren Subtrahenden
Entwickeln von Fertigkeiten im schriftlichen Subtrahieren

Unterrichtsmittel: Farbige Rechtecke aus haftendem Material, Hafttafel

Gliederung:

1. Stunde: Subtrahieren von mehr als zwei Subtrahenden

(1) 10 Kopfrechenübungen: Kettenaufgaben zur Addition
(2) 10 Schriftliches Verfahren zur Subtraktion mit drei, vier und mehr Subtrahenden einschließlich Überschlag und Probe
(3) 25 Übung mit formalen Aufgaben

2. Stunde: Sachaufgaben zur Subtraktion mit mehreren Subtrahenden

(1) 10 Umwandlung von Maßzahlen bei verschieden gewählten Maßeinheiten
(2) 35 Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde

(1) Schriftliches Subtrahieren von mehreren Subtrahenden erfordert vom Schüler immer wieder das Lösen von Aufgaben der Art

$2 + 5 + 3 + 6 + 8 = x$ im Kopf.

Der Lehrer läßt danach Aufgaben der Art

$7 + 6 + 3 + 8 + 4 + x = k$

lösen. Für k gibt er an der Tafel eine geeignete Zahl vor, zum Beispiel $k = 37$. Die Schüler zeigen eine Ziffernkarte hoch.

(2) Der Lehrer stellt eine entsprechende Aufgabe und läßt sie sofort selbständig von den Schülern lösen, indem er den Hinweis gibt, daß in gleicher Weise zu verfahren ist wie bei der Subtraktion mit zwei Subtrahenden.
An der Tafel wird ein Beispiel mit Überschlag und Probe vollständig vorgeführt (Bild 160/1).

			Überschlag
	86431		85000
	− 5167		− 5000
Rechnung ↓	−42693	↑ Probe	−40000
	− 8688		−10000
	−14074		−15000
	15829		15000

Vergleich: $15829 \approx 15000$

160/1

(3) Zur Übung stehen die Aufgaben Nr. 1 bis 7 (Lb 93); Nr. 10 bis 13 (Lb 94) zur Verfügung.
Das Arbeitsblatt IV/7 (Bild 143/1) ließe sich an dieser Stelle gut einsetzen. Die Schüler füllen die Tabellen 2 und 3 aus. Der Vorteil besteht darin, bei jeder Aufgabe den Lösungsweg unter Beachtung der Rechengesetze neu finden zu müssen.

2. Stunde:

(1) An der Tafel (oder auf einem Arbeitsblatt) werden Tabellen (Bild 161/1) vorgegeben, die durch Kopfrechnung von den Schülern zu vervollständigen sind.

(2) Sachaufgaben von den Lehrbuchseiten 94, 99, 100, 101 stehen im Mittelpunkt der Übung. Textanalyse, Veranschaulichung, Überschlag, Rechnung, Probe und Antwortsatz sind Bestandteile jeder Lösung. Die Textinhalte sind erzieherisch auszuwerten. Zur Veranschaulichung eignet sich für den Minuenden im allgemeinen ein genügend großes Rechteck, in das die Subtrahenden in Form kleinerer Rechtecke eingefügt werden. Bild 161/2 zeigt das für eine Aufgabe in der Art von Nr. 17 (Lb 94).

Vervollständige die Tabelle!

kg	dt	t	mm	cm	m
		3		450	
	84		2400		
1550					3,75

Schreibe jeweils in zwei Maßeinheiten:

5 kg 300 g	42 km 840 m	14 MDN 84 Pf
7 kg 80 g	60 km 60 m	6 MDN 3 Pf

g	kg	m	km	Pf	MDN

161/1

Mit Haftmodellen kann an der Tafel und durch jeden Schüler auf der Bank der Lösungsweg noch plastischer herausgearbeitet werden. Als Materialien eignen sich dazu farbige Pappe mit Haftmagneten, Velourpapier, Blechtafeln mit beklebten Manigum-Stückchen.

Ziel der Sammelaktion: 200 MDN

x MDN	62,83 MDN	45,80 MDN	31,20 MDN	19,55 MDN
noch zu sammeln	Klasse A	Klasse B	Klasse C	Klasse D

$x + 62{,}83 + 45{,}80 + 31{,}20 + 19{,}55 = 200$

161/2

Auch Textaufgaben mit formalem Inhalt sind durch geeignete Übersichten zunächst zu analysieren. Bei Aufgabe 4 (Lb 99) werden die Schüler durch folgende Übersicht zur Lösung geführt:

1. Zahl	2. Zahl	3. Zahl	Summe der drei Zahlen
x	100000	$4 \cdot 100000$	575600
$x +$	$100000 +$	$400000 =$	575600

Abschnitt 11 (4 Stunden)

Thema: Addition und Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen

Ziele: Gesamtwiederholung der Rechengesetze und Rechenverfahren der Addition und Subtraktion (Die Ausführbarkeit der Subtraktion mit mehreren Subtrahenden). Übung im Lösen formaler Aufgaben und im Lösen von Text- und Sachaufgaben. Schriftliche Leistungskontrolle mit Auswertung

Gliederung:

1. Stunde: Ausführbarkeit der Subtraktion

(1) 20 Wiederholung über die Ausführbarkeit der Subtraktion von einem Subtrahenden auf Grund des Zusammenhangs zwischen Addition und Subtraktion
Die Ausführbarkeit der Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen bei mehreren Subtrahenden

(2) 25 Lösbarkeitsuntersuchungen bei Subtraktionsaufgaben, Üben des Rechenverfahrens

2. Stunde: Addition und Subtraktion

(1) 10 Kopfrechenübungen mit Anwendung der Rechengesetze zur Erzielung von Rechenvorteilen

(2) 35 Übung im Lösen formaler Aufgaben und im Lösen von Text- und Sachaufgaben

3. Stunde: Schriftliche Leistungskontrolle

4. Stunde: Auswertung der Leistungskontrolle

Methodische Hinweise:

(1) Die Aufgabe 48376 — 27614 wird an die Tafel geschrieben und die Frage gestellt, ob sie lösbar ist. Die Aufgabe ist lösbar, denn $48376 > 27614$.
Die Frage wird erweitert auf Subtraktionsaufgaben mit mehreren Subtrahenden. Selbständig lösen die Schüler hierzu formale Aufgaben.
In einer Zusammenfassung der Ergebnisse (die Tabelle entsteht auch an der Tafel) wird formuliert:
Die Subtraktion von mehreren Subtrahenden ist ausführbar, wenn die Summe der Subtrahenden nicht größer ist als der Minuend. Selbstverständlich werden neben dieser Formulierung auch alle weiteren zugelassen, die die Schüler selbständig finden, sofern sie richtig sind.

(2) Die Rechenübungen werden erweitert, indem jetzt jede Aufgabe vorher auf ihre Lösbarkeit hin untersucht wird.
Ein Beispiel entsteht an der Tafel (Bild 163/1).

Die Lösbarkeit einer Subtraktionsaufgabe

Aufgabe: 41500 — 5868 — 2394 — 30482

$$\begin{array}{r} 5868 \\ +\ 2394 \\ +30482 \\ \hline 38744 \end{array}$$

Die Aufgabe ist lösbar, weil
41500 > 38744

Überschlag:	Rechnung:	Vergleich:
$\begin{array}{r} 40000 \\ -\ 6000 \\ -\ 2000 \\ -30000 \\ \hline 2000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 41500 \\ -\ 5868 \\ -\ 2394 \\ -30482 \\ \hline \underline{\underline{2756}} \end{array}$	$2756 \approx 2000$

163/1

2. Stunde:

(1) Inhalt der Übung ist die Ausnutzung von Gesetzen für das Setzen von Klammern zur Erzielung von Rechenvorteilen.
An der Tafel stehen zwei Aufgaben:

$46 + 38 + 62$
$730 - 240 - 360$

Die Schüler setzen Klammern unter Berücksichtigung der Rechengesetze farbig ein und erhalten

$(46 + 38) + 62 = 46 + (38 + 62)$
$(730 - 240) - 360 = 730 - (240 + 360)$

Gemeinsam werden die Rechenvorteile erkannt, die sich bei der einen oder anderen Klammernschreibweise ergeben.
Nun lösen die Schüler im Kopf eine Reihe von Aufgaben dieser Art, wobei sie mögliche Rechenvorteile ausnutzen.

(2) Diese Übung dient der unmittelbaren Vorbereitung der Schüler auf die für die folgende Stunde angesetzte Leistungskontrolle. Der Schwerpunkt liegt auf der Lösung von Sachaufgaben. Zur Vielgestaltigkeit der Aufgabenstellung gibt das Lehrbuch auf den Seiten 98 bis 101 Anregungen.

Stoffeinheit 3.2.: Multiplizieren natürlicher Zahlen (25 Stunden)

Abschnitt 12 (2 Stunden)

Thema: Multiplizieren mehrstelliger natürlicher Zahlen mit einstelligen

Ziele: Vertiefen der Kenntnisse über das schriftliche Multiplizieren.
Auswahl eines rationellen Lösungsverfahrens.
Lösen von Sachaufgaben

Unterrichtsmittel: Anzeigegerät für Schüler

1. Stunde: Mündliches und schriftliches Multiplizieren

(1) 10 Wiederholung: Mündliches Multiplizieren
(2) 10 Schriftliches Multiplizieren ohne Überschreiten von 10 in den Zwischenergebnissen
(3) 15 Schriftliches Multiplizieren mit Überschreiten von 10 in den Zwischenergebnissen. (Das Erfassen der Positionen als Vielfache von Zehnerpotenzen)
(4) 10 Dezimale Schreibweisen, Umrechnen von Geldeinheiten

2. Stunde: Tabellen und Sachaufgaben

(1) 15 Die besondere Form der Aufgabenstellung in Tabellen. Zusammenhang zwischen den Variablen und den natürlichen Zahlen in den Tabellen
(2) 20 Lösen einer Sachaufgabe (Formulieren der mathematischen Beziehung und ihre Fixierung). Üben des Lösungsverfahrens an einer zweiten Aufgabe
(3) 10 Ein mathematisches Spiel

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Besondere Beachtung wird der Sicherheit und Schnelligkeit geschenkt. Begonnen wird mit einfachsten Aufgaben, etwa der Art $4 \cdot 3$; $7 \cdot 8$. Die Schwierigkeit ist dann zu steigern. Aufgaben mit zwei- und dreistelligen Faktoren werden mit Hilfe von Zerlegungen gelöst. Der Lösungsweg wird bei den ersten Aufgaben dieser Art erläutert. Die Bezeichnung „Distributivgesetz" wird nicht benutzt.
Beispiele für solche Aufgaben:
$4 \cdot 3$; $7 \cdot 8$; $9 \cdot 6$; $8 \cdot 5$;
$6 \cdot 14 = 6 \cdot (10 + 4)$; $8 \cdot 26 = 8 \cdot (20 + 6)$.

(2) Der Lehrer schreibt die Aufgabe $213 \cdot 3$ an die Tafel. Dazu gehört der Überschlag $200 \cdot 3 = 600$.
Nun wird an diesem Beispiel noch einmal (3. Klasse!) die Zerlegung in Einzelaufgaben gezeigt: $3 \cdot 3 = 9$
$3 \cdot 1 = 3$
$3 \cdot 2 = 6$
Ein Schüler setzt die Ergebnisse ein.
Der Vergleich mit dem Überschlag bestätigt die richtige Größenordnung, denn $639 \approx 600$. Zur Übung rechnen alle Schüler die Aufgaben 1a und 2a (Lb 102) selbständig.
Auf die exakte äußere Form ist zu achten.

(3) Zur Vorbereitung dieses Abschnittes orientiere sich der Lehrer über den Schwierigkeitsgrad der in Klasse 3 und während der Wiederholung zu Beginn dieses Schuljahres behandelten Aufgaben. Als Beispiel wird an der Tafel die Aufgabe $417 \cdot 5$ entwickelt. Begonnen wird wie bisher: $5 \cdot 7 = 35$.
Die Formulierung „Schreibe ..., merke ...“ ist immer wieder vom Schüler zu fordern und soll zum Sprachschatz aller Schüler werden.
Der Lehrer entwickelt das vorgeschlagene Tafelbild (Bild 165/1, farbige Kreide).

<u>Das schriftliche Multiplizieren</u>

Aufgabe: $417 \cdot 5$		Überschlag $400 \cdot 5 = 2000$
(1)	$\underline{417 \cdot 5}$ $\dots 5$	
(2)	$\underline{417 \cdot 5}$ $\cdot\cdot\, 85$	
(3)	$\underline{417 \cdot 5}$ $\underline{\underline{2085}}$	Vergleich mit dem Überschlag $2085 \approx 2000$

165/1

Es folgen etwa fünf Aufgaben in selbständiger Schülertätigkeit, davon zwei mit Maßeinheiten. Geeignet sind Nr. 1 und 2 (Lb 102) und die beiden ersten Aufgaben der Nr. 5 (Lb 102). Für den Lösungsweg gilt das Beispiel auf dieser Seite.
In der Zusammenfassung ist die exakte Interpretation des Lösungsweges durch einige Schüler anzustreben.

(4) Zu Beginn sollten einige Beispiele zur Umrechnung von Mark in Pfennige und umgekehrt mündlich gerechnet werden.
Hier empfiehlt es sich, aktuelles Zahlenmaterial zu verwenden, z. B. vom Schulsparen, Sammelaktionen u. dgl.
Für die schriftliche Übung sind die Aufgaben der Nr. 5b (Lb 102) vorgesehen. Der Lehrer überwacht insbesondere das Einhalten der Form.
Die Ergebnisse werden an die Tafel geschrieben und von den Schülern selbständig verglichen. In der Zusammenfassung werden die Schlußfolgerungen aus dem Tafelbild und die Forderungen an die Form wiederholt.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Lb 102, Nr. 6.

2. Stunde:

(1) Alle Schüler lösen Aufgaben folgender Art
$7345 \cdot 7$; $16486 \cdot 7$; $902987 \cdot 7$
selbständig. Einige Zusatzaufgaben werden bereitgehalten. Zur Auswertung wird die Aufgabe 7 (Lb 103) betrachtet. Im Unterrichtsgespräch wird bewußtgemacht: Der Schüler kennt diese Form der Aufgabenstellung bereits aus anderen Stoffgebieten. Für a darf er beliebige natürliche Zahlen setzen. Damit kann er aus der Form $a \cdot 7$ sehr viele Aufgaben gewinnen. Hat er jedoch innerhalb einer Aufgabe für a eine Zahl gewählt, so muß er diese Zahl bis zum endgültigen Ergebnis beibehalten. Zur Übung wird die Aufgabe 8 von der Klasse selbständig gelöst.

(2) Das Herauslösen des mathematischen Sachverhaltes aus dem Text und das strikte Einhalten einer exakten äußeren Form sind in den Mittelpunkt zu stellen.
Wir rechnen die Aufgabe 13 (Lb 103). Zunächst erhält die Klasse genügend Zeit, um den Text zwei- bis dreimal lesen zu können.
Schließlich beginnt ein Schüler mit dem Nacherzählen. Nennt er eine falsche Zahl, vergißt ein Detail, entstellt er den Sinn usw., so setzt er sich wieder und liest die Aufgabe erneut. Die Schüler werden nun in der Lage sein, die Fragen des Lehrers nach der zu berechnenden Größe, nach Anzahl und Art der Teilaufgaben, nach den gegebenen Größen und nach der Art ihrer Verknüpfung zu beantworten.
Hier wird zielstrebig am sprachlichen Ausdruck gearbeitet.
Nach dieser Vorbereitung wird nun folgendes Tafelbild (Bild 166/1) erarbeitet:

Aufgabe 13, Lb 103

Gesucht:	Wieviel Gläser verlassen die Fabrik	
	a) an einem Tag?	x Gläser
	b) in einer Woche?	y Gläser
	c) in acht Wochen?	z Gläser
Gegeben:	In einer Schicht sind es 8000 Gläser!	
	Ein Tag hat zwei Schichten.	

Lösung:

a) 1 Tag hat zwei Schichten.	$8000\ \text{Gl.} \cdot 2 = x\ \text{Gl.}$
b) 1 Woche hat 6 Tage.	$x\ \text{Gl.} \cdot 6 = y\ \text{Gl.}$
c) 2 Monate haben 8 Wochen.	$y\ \text{Gl.} \cdot 8 = z\ \text{Gl.}$

Wir rechnen:

a) $8000\ \text{Gl.} \cdot 2 = x\ \text{Gl.}$
$x = 16000\ \text{Gl.}$

166/1

Die angeschriebenen Beziehungen sind Antworten auf entsprechende Fragen des Lehrers.
Für die Teilaufgabe a) wird z. B. gefragt, wievielmal 8000 Gläser an einem Tage hergestellt werden. Die unter a) bis c) formulierten Aufgaben rechnen die Schüler selbständig, nachdem sie das Tafelbild während der Entwicklung etappenweise übernommen haben.
Für die Aufgaben b) und c) ist zu beachten, daß die Bezugsgröße nicht die Schicht, sondern der Tag bzw. die Woche ist. Das Multiplizieren mit zweistelligen natürlichen Zahlen wird erst im 17. Abschnitt erarbeitet. Die Schüler formulieren die drei Antwortsätze selbständig und schreiben sie nieder.
Wir führen diesen Stundenteil weiter mit der Aufgabe 12 (Lb 103). Aus dem Beispiel erkennen die Schüler die Gesetzmäßigkeit der Folge und rechnen dann selbständig in ihren Heften. Einige Multiplikationen führen Schüler an der Tafel aus und zeigen damit gleichzeitig die Anordnung der Aufgaben:

$$\begin{aligned} &\ldots \\ 27 \cdot 3 &= 81 \\ 81 \cdot 3 &= 243 \\ 243 \cdot 3 &= 729 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Der Abschnitt endet mit einer Zusammenfassung. Die Arbeit mit Tabellen und Variablen, das Lösungsprinzip für Sachaufgaben und die Gesetzmäßigkeit der Aufgabenfolge sind von den Schülern zu erläutern.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben 11 und 14 (Lb 103).

(3) Zum Abschluß der Stunde wird ein mathematisches Spiel vorgeschlagen, das die Rechenfertigkeit erhöht und das Interesse am Fach weckt.
Folgender Ablauf wird empfohlen:
Die Klasse wird in zwei Gruppen aufgeteilt. Jede wählt eine Mannschaft von 8 bis 10 Schülern, die auch vom Lehrer bestimmt werden können. Die Mannschaften nehmen vor der Klasse Aufstellung.
Der Leiter stellt die Aufgaben an die jeweils an der Spitze ihrer Mannschaft stehenden Schüler. Wer zuerst das Ergebnis nennt, hat die Runde gewonnen und verbleibt in seiner Mannschaft. Der Unterlegene muß sich zu den restlichen Schülern seiner Gruppe setzen. Das gilt aber erst dann, wenn sofort ein vom Spielleiter aufgerufener Schüler der überlegenen Gruppe die Richtigkeit des Ergebnisses bestätigt. Das Spiel ist entschieden, wenn eine Mannschaft nicht mehr existiert oder eine mindestens einen Teilnehmer mehr hat als die andere.

Abschnitte 13 und 14 (2 Stunden)

Thema: Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz, Klammern

Ziele: Entwickeln von Fertigkeiten im Rechnen mit Variablen.
Kennenlernen der multiplikativen und additiven Verknüpfung natürlicher Zahlen mit und ohne Klammern.
Schulung des Abstraktionsvermögens

Gliederung:

1. Stunde: Kommutativ- und Assoziativgesetz

(1) 10 Übung zum Kommutativgesetz; Aufgaben in Tabellenform
(2) 15 Fixieren des Assoziativgesetzes mit Hilfe von Variablen:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

(3) 20 Anwendung der beiden Gesetze

2. Stunde: Klammern

(1) 15 Leistungskontrolle (Kurzarbeit)
(2) 10 Ergänzen einer Tabelle: Motivation für das Setzen von Klammern
(3) 10 Aufgaben ohne Klammern
(4) 10 Aufgaben mit Klammern

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Schüler lösen die Übung 7 (Lb 104). (Für die häufig wiederkehrenden Tabellen in dieser und ähnlicher Form erscheint die Verwendung entsprechender Stempel geraten.) Nach dem Ergebnisvergleich fixieren wir die gewonnene Erkenntnis: $a \cdot b = b \cdot a$.
Wir vervollständigen die Tabelle:

9	90	810	810
		$a \cdot b = b \cdot a$	

Aus dem Lehrbuch lesen nunmehr die Schüler den Satz vor. In der Auswertung und Zusammenfassung erinnern wir die Schüler daran, daß sie das Gesetz schon sehr lange kennen und oft mit ihm gerechnet haben.

(2) Bei der Behandlung des Assoziativgesetzes wird wie unter (1) vorgegangen. Es wird die Übung 8 (Lb 104) gelöst.

2	12	2	24	24	48	48
					$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	

In der Auswertung sollte an einem Beispiel gezeigt werden, wie sich das Produkt innerhalb der Klammer als ein Faktor auffassen und behandeln läßt.

Beispiel:

Es ist $(6 \cdot 12) \cdot 2 = 144$.
$72 \cdot 2 = 144$ und mit dem Kommutativgesetz
$2 \cdot 72 = 144$.

Damit gilt $2 \cdot (6 \cdot 12) = 144$. Ein Vergleich der letzten mit der ersten Zeile zeigt, daß das in der Klammer stehende Produkt wie ein Faktor behandelt wurde.
Auf das gleichzeitige Anwenden beider Gesetze wird verwiesen. Dabei sollten aber nicht alle möglichen Vertauschungen angegeben werden.
In den folgenden und späteren Aufgaben wird es sich durchaus ergeben, daß die Schüler auf den beiden Seiten der Gleichung zwar die gleichen Faktoren, diese aber in verschiedener Reihenfolge erhalten. In solchen Fällen ist immer wieder auf die Gesetze zu verweisen.

(3) Das Beispiel zur Aufgabe 3 (Lb 104) entwickelt nun der Lehrer an der Tafel. Die Schüler übernehmen es schrittweise in die Hefte.
Dabei muß er im Wechsel von Unterrichtsgespräch und Vortrag folgendes herausarbeiten:

1. Der Faktor 15 ist Produkt der Faktoren 5 und 3.
2. Der Faktor 21 ist Produkt der Faktoren 3 und 7.
3. $5 \cdot 3 \cdot 7 = 5 \cdot 3 \cdot 7$ ist richtig, weil auf jeder Seite gleiche Faktoren stehen. Ihre Reihenfolge hat keinen Einfluß auf die Richtigkeit der Gleichung.

Diese Erarbeitung geschieht in enger Anlehnung an die Ausführungen des vorangegangenen Stundenabschnittes.

Damit sind die Zusammenhänge an einem Beispiel wiederholt.
Die Schüler rechnen nun die Aufgabe 3a selbständig in ihren Heften. Anschließend wird auch diese Aufgabe an der Tafel gelöst. Es ist zu erwarten, daß die Mehrzahl der Schüler 175 nicht in $25 \cdot 7$ sondern in $7 \cdot 25$ zerlegt. Wenn sie nicht sofort das Kommutativgesetz anwenden, entwickeln sie die Aufgabe nach
$5 \cdot 25 \cdot 7 = 5 \cdot 7 \cdot 25$.

Will der Lehrer noch einmal auf die beiden Gesetze verweisen, so läßt er z. B. in
$5 \cdot 7 \cdot 25 = 5 \cdot 7 \cdot 25$

oder in
$5 \cdot 25 \cdot 7 = 5 \cdot 25 \cdot 7$
$(5 \cdot 25) \cdot 7 = 5 \cdot (25 \cdot 7)$ umformen.

Dann sollte er $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ als Assoziativgesetz noch einmal formulieren lassen.
Danach lösen alle Schüler die Aufgabe 3c selbständig.
Für die Hausaufgabe bleiben 3b und 3d.
Mit der Ergebniskontrolle zu 3c und einer Zusammenfassung endet die Stunde.
Die im Hauptteil auf Grund der Klassensituation aufgetretenen Probleme bestimmen die Schwerpunkte der Zusammenfassung.

2. Stunde:

(1) Für eine Leistungskontrolle können Aufgaben folgender Art gewählt werden:

Aufgabe	Lösung
• Verwandle in die nächstgrößere Maßeinheit! 3800 m; 2300 g	3,800 km; 2,300 kg
• Verwandle in die nächstkleinere Maßeinheit! 8,25 MDN; 3,750 t	825 Pf; 3750 kg
• Vergleiche 2600 mit $26 \cdot 100$, $34912 \cdot 9$ mit $34912 \cdot 2$, $6 \cdot 81$ mit $81 \cdot 6$!	$2600 = 26 \cdot 100$; $34912 \cdot 9 > 34912 \cdot 2$; $6 \cdot 81 = 81 \cdot 6$
• Zeige, daß beide Gleichungen richtig sind, ohne sie auszurechnen! $72 \cdot 7 = 6 \cdot 84$; $6 \cdot 120 = 240 \cdot 3$	$6 \cdot 12 \cdot 7 = 6 \cdot 7 \cdot 12$; $6 \cdot 40 \cdot 3 = 6 \cdot 40 \cdot 3$

(2) Entsprechend der Aufgabenstellung der Übung 9 (Lb 105) lösen die Schüler selbständig Aufgaben, die wir ihnen in Tabellenform geben.
Die Übung wird im Unterrichtsgespräch ausgewertet. Es ist offensichtlich nicht gleichgültig, welche Rechenoperation zuerst ausgeführt wird.

(3) Aus dem Lb 105 erfahren nun die Schüler den Wortlaut der Vorschrift.
Zur Übung und Festigung rechnen alle Schüler die Aufgaben 1a, 1b, 2a, 2b (Lb 105) selbständig.
Dabei sollten die beiden ersten kommentiert werden.

(4) In einem kurzen Lehrervortrag wird dargelegt, daß die Klammern die Reihenfolge der Rechenoperationen genau festlegen.
Damit ist die im Teil (2) der Stunde erhobene Forderung nach Rechenvorschriften erfüllt.
Nach der Aufgabe 5 (Lb 105) werden beide Vorschriften mit den Aufgaben 7 und 8 gefestigt.
In der Zusammenfassung wiederholen die Schüler die Sätze. Die Eindeutigkeit der damit gegebenen Rechenvorschriften wird noch einmal unterstrichen.
Zur Hausaufgabe eignen sich die Aufgaben 9 bis 12 (Lb 105).

Abschnitt 15 (2 Stunden)

Thema: Das Distributivgesetz

Ziele: Entwicklung der Fähigkeit, für die Anwendung des Distributivgesetzes Faktoren vorteilhaft in Summanden zerlegen zu können.
Erhöhung der Rechenfertigkeit bei der Anwendung des Distributivgesetzes

Unterrichtsmittel: Hafttafel mit Applikationssatz (Rechtecke mit Raster); Millimeterpapier (1 Bogen A 4)

Gliederung:

1. Stunde: Einführung des Distributivgesetzes

(1) 10 Übung: Zerlegen von Faktoren in zwei Summanden
(2) 20 Vergleichen der Rechenvorschrift für Klammern mit dem Distributivgesetz. Formulieren und Fixieren des Gesetzes
(3) 15 Veranschaulichen des Gesetzes mit Hilfe von Rechtecken

2. Stunde: Übung und Anwendung zum Distributivgesetz

(1) 10 Weitere Beispiele zur Veranschaulichung des Gesetzes an Rechtecken
(2) 10 Vergleich der bekannten Verfahren für die Multiplikation mehrstelliger Zahlen mit einstelligen
(3) 25 Aufgaben zu den Rechengesetzen (Wiederholung und Kontrolle)

Methodische Hinweise:

Das Gesetz wurde schon in zurückliegenden Stoffgebieten beim Lösen von Aufgaben verwendet. Damit ist seine äußere Form den Schülern bereits bekannt. Jetzt soll es eingehend behandelt, wörtlich formuliert, mit Hilfe von Variablen fixiert und an Rechtecken veranschaulicht werden.

1. Stunde:

(1) Zu Beginn der Stunde sollen Faktoren in zwei Summanden zerlegt werden. Die

Schüler sollen später das Distributivgesetz auch dann anwenden können, wenn die Aufgabe noch keine Klammern enthält.
Der Lehrer nennt eine Aufgabe und läßt einen Faktor zerlegen. Mit dem Anschreiben an die Tafel gibt er auch die Form für alle weiteren Aufgaben vor, die von den Schülern im Heft gerechnet werden.

Beispiel:

Aufgabe	Aufgabe (ein Faktor zerlegt)
$3 \cdot 12$	$3 \cdot (10 + 2)$
$7 \cdot 24$	$7 \cdot (20 + 4)$
$5 \cdot 38$	$5 \cdot (40 - 2)$
$33 \cdot 6$	$6 \cdot (30 + 3)$

Nachdem der Lehrer weitere Aufgaben gegeben hat, sind die Schüler bald in der Lage, eigene Beispiele mit sehr viel größeren Zahlen anzugeben.
Auf die gleichzeitige Anwendung des Kommutativgesetzes wird hingewiesen.

(2) Der Lehrer entwirft eine Tabelle an der Tafel. Die erste Zeile erarbeitet er mit allen Schülern gemeinsam. Dabei geht er auf die gleichen Zahlen in den Spalten 5 und 8 noch nicht ein.
Die zweite Zeile läßt er sich von schwächeren Schülern ansagen. Nach den dabei auftretenden Schwierigkeiten wählt er die Zahlen der folgenden Zeilen. Die Schüler rechnen nun selbständig in der vorbereiteten Tabelle (Hausaufgabe oder Stempeldruck).

Beispiel für eine Tabelle (mit Lösung):

a	b	c	$b + c$	$a \cdot (b + c)$	$a \cdot b$	$a \cdot c$	$a \cdot b + a \cdot c$
3	7	4	11	33	21	12	33
5	6	8	14	70	30	40	70
4	9	3	12	48	36	12	48
12	8	2	10	120	96	24	120
16	12	8	20	320	192	128	320

In der Auswertung der Übung werden die Schüler aufgefordert, die 5. mit der 8. Spalte zu vergleichen.
Die Tatsache der Gleichheit der Zahlen wird auf die Schreibweise mit Variablen übertragen und führt zur Fixierung des Distributivgesetzes:

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$

Multiplizieren wir eine Summe (in Klammern) mit einer Zahl, so multiplizieren wir jeden Summanden mit dieser Zahl.
In einem Unterrichtsgespräch wird den Schülern bewußtgemacht, daß damit die Rechenvorschrift für Aufgaben mit Klammern ergänzt wurde: Wir brauchen in unseren Beispielen die Rechenoperation in der Klammer nicht zuerst auszuführen (Lb 106).
In einer Analogiebetrachtung wird von der Summe auf die Differenz übergegangen. Bei der Faktorenzerlegung bilden wir Summen, wenn die letzte Grundziffer 1, 2, 3, 4, 5 lautet (z. B. $32 = 30 + 2$) und Differenzen bei 6, 7, 8, 9 (z. B. $38 = 40 - 2$).

(3) Es erscheint zweckmäßig, nunmehr das Gesetz in einer anschaulichen Form darzustellen. Dafür eignet sich das Rechteck besonders gut (vgl. Beispiel 17 und Bild C 6, Lb 106). Für die Veranschaulichung von Beispiel 17 kann auch an der Hafttafel mit Applikationen gearbeitet werden, die mit Rastern versehen sind, um das Auszählen des Flächeninhalts zu erleichtern.
Dieses und ein zweites Beispiel zeichnen die Schüler auf Millimeterpapier.
Die Zusammenfassung hebt noch einmal die geschilderten Zusammenhänge und die Art der Veranschaulichung hervor.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgabe 1a, b, c (Lb 106).

2. Stunde:

(1) Dem Vertiefen der Einsichten über das Distributivgesetz dient eine Übung unter Verwendung der in der Hausaufgabe ausgeschnittenen Rechtecke.
Dabei wird in zwei Richtungen vorgegangen.

a) Der Lehrer gibt Aufgaben vor. Die Schüler versuchen, diese mit Hilfe der mitgebrachten Rechtecke zu veranschaulichen.

b) Die Schüler legen aus ihren Rechtecken Aufgaben und formulieren das Gesetz.

(2) Wir lassen von drei Schülern folgendes Tafelbild (Bild 172/1) herstellen:

Multiplikation mehrstelliger Zahlen mit einstelligen Zahlen

Aufgabe: $4060 \cdot 5$ Überschlag: $4000 \cdot 5 = 20000$

(1) $\underline{4060 \cdot 5}$

$\underline{\underline{20300}}$

(2) $$\begin{aligned} 4060 \cdot 5 &= \underbrace{(4000 + 60)} \cdot 5 \\ &= \quad 4060 \quad \cdot 5 \\ &= \underline{\underline{20300}} \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} 4060 \cdot 5 &= (4000 + 60) \cdot 5 \\ &= \underbrace{4000 \cdot 5} + \underbrace{60 \cdot 5} \\ &= 20000 + \quad 300 \\ &= \underline{\underline{20300}} \end{aligned}$$

Vergleich mit dem Überschlag:
$20300 \approx 20000$

172/1

Zunächst fragt der Lehrer nach „Überschriften" (Bezeichnungen) für die dargestellten Verfahren.
Im Unterrichtsgespräch wird herausgearbeitet, daß die Verfahren gleichberechtigt sind. Vor ihrer Verwendung ist jedoch stets nach der Zweckmäßigkeit hinsichtlich der jeweiligen Aufgabenstellung zu fragen. Die Schüler erkennen, daß nach dem Distributivgesetz das Ergebnis durch Kopfrechnen zu ermitteln ist.

(3) Diesen Abschnitt wollen wir mit einer zusammenfassenden Übung und Kontrolle beschließen. Wenn möglich, so kann das Arbeitsblatt IV/8 (Bild 173/1) eingesetzt werden.

Arbeitsblatt IV/8

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1)

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$	$a : b$	$b : a$
8	4				
3	7				
9	9				
18	1				

2)

a	b	c	$(b \cdot c)$	$a \cdot (b \cdot c)$	$(a \cdot b)$	$(a \cdot b) \cdot c$
6	3	4				
4	3	5				
2	7	3				
3	2	8				

3)

a	b	c	$(b+c)$	$a \cdot (b+c)$	$a \cdot b$	$a \cdot c$	$a \cdot b + a \cdot c$
3	7	2					
9	8	3					
6	4	8					
5	6	7					

173/1

Der entsprechende Auftrag ist eindeutig zu formulieren. Es sollte darauf hingewiesen werden, daß es sich um bekannte Gesetze handelt, die am Schluß jeder Tabelle mit Hilfe von Variablen in die größeren Felder zu schreiben sind. Ist eine Aufgabe nicht lösbar, soll das im entsprechenden Feld (n. l.) vermerkt werden.
Die Auswertung der Blätter sollte der Lehrer in einer ihm zweckmäßig erscheinenden Form durchführen.
In der Zusammenfassung werden die Anwendungsmöglichkeiten des Distributivgesetzes hervorgehoben. Gleichzeitig wird betont, daß in der Mathematik durchaus alle hier betrachteten Verfahren ihre besondere Bedeutung haben.

Abschnitt 16 (1 Stunde)

Thema: Multiplizieren zweistelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10

Ziele: Erarbeitung des Lösungsweges für das Multiplizieren mit Vielfachen von 10.
Entwicklung von Rechenfertigkeiten im schriftlichen Verfahren

Gliederung:

Multiplizieren zweistelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10

(1) 10 Kopfrechenübung: Multiplizieren einstelliger Zahlen mit Vielfachen von 10 durch Faktorenzerlegung
(2) 20 Drei Lösungswege:
a) Distributivgesetz,
b) Faktorenzerlegung,
c) Schriftliches Verfahren
Parallele Behandlung der Wege und auswertender Vergleich
(3) 15 Übungsaufgaben zur Festigung des Verfahrens und zur Erhöhung der Rechenfertigkeiten

Methodische Hinweise:

(1) Begonnen wird mit einfachsten Aufgaben, z. B. $7 \cdot 10$; $6 \cdot 20$; $3 \cdot 30$. In jeder Aufgabe wird das Vielfache von 10 in Faktoren zerlegt.
Beispiel: $28 \cdot 40 = 28 \cdot 4 \cdot 10$
$= 112 \cdot 10$
$= 1120.$

(2) Die Schüler lösen zunächst selbständig die Aufgabe $34 \cdot 40$ mit Hilfe des Distributivgesetzes. Mit dem Überschlag und der Darstellung des Lösungsweges beginnt der Entwurf eines Tafelbildes (Bild 175/1), das im Mittelpunkt dieses Abschnittes steht. Das zweite Lösungsverfahren entspricht dem in der Kopfrechenübung angewandten. Nun wird der dritte Weg beschritten.
Aus einer vergleichenden Betrachtung wird die Einsicht gewonnen, daß bei beiden Verfahren das gleiche Prinzip zugrunde liegt. Nun wird für beide Wege das Ergebnis notiert. Der Schüler muß erkennen, daß er auch hier mit 10 multipliziert hat.

Wir multiplizieren mit Vielfachen von 10

Aufgabe: $28 \cdot 60$ Überschlag: $30 \cdot 60 = 1800$

1) Distributivgesetz

$$\begin{aligned} 28 \cdot 60 &= (20 + 8) \cdot 60 \\ &= 20 \cdot 60 + 8 \cdot 60 \\ &= 1200 + 480 \\ 28 \cdot 60 &= 1680 \end{aligned}$$

2) Faktorenzerlegung

$$\begin{aligned} 28 \cdot 60 &= 28 \cdot 6 \cdot 10 \\ &= 168 \cdot 10 \\ 28 \cdot 60 &= 1680 \end{aligned}$$

3) schriftlich

$$\begin{array}{r} 28 \cdot 60 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Vergleich mit dem Überschlag: $1680 \approx 1800$

175/1

Die Übereinstimmung der Ergebnisse ist hervorzuheben.
In einem kurzen Unterrichtsgespräch werden die Schüler zu der Erkenntnis geführt, daß die beiden ersten Verfahren wertvolle Hilfen beim Kopfrechnen geben. Werden die Aufgaben schriftlich gelöst, ist nach dem dritten Lösungsweg zu verfahren. Mit einer zweiten Aufgabe kann diese Darstellung wiederholt und die Einsicht vertieft werden.

(3) In der Überleitung zum letzten Stundenabschnitt übernehmen die Schüler das Tafelbild in ihre Hefte. Das geschieht nicht durch Abschreiben, sondern an Hand einer weiteren Aufgabe, die wir kommentieren lassen.
Für den Rest der Stunde werden Aufgaben (Lb 107) von der Klasse selbständig gelöst.
In der Zusammenfassung steht die Erläuterung des schriftlichen Verfahrens im Mittelpunkt.
Zur Hausaufgabe eignen sich die Aufgaben 4, 6, 8 (Lb 107).

Abschnitt 17 (1 Stunde)

Thema: Multiplizieren mehrstelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10

Ziele: Erhöhen der Rechenfertigkeiten beim schriftlichen Multiplizieren

Gliederung:

Multiplizieren mehrstelliger natürlicher Zahlen mit Vielfachen von 10

(1) 10 Kopfrechenübung: Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit Vielfachen von 10
(2) 15 Entwickeln dreier Lösungswege:
- a) Distributivgesetz,
- b) Faktorenzerlegung,
- c) Schriftliches Verfahren

Vergleich und Auswertung

(3) 20 Übungsaufgaben mit Maßeinheiten.
Anwendung des schriftlichen Verfahrens bei Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

(1) Die Kopfrechenübung soll nur kurz sein und kann halbschriftlich durchgeführt werden. Etwa 5 bis 8 Aufgaben mit dem Schwierigkeitsgrad $24 \cdot 30$; $32 \cdot 30$; $43 \cdot 20$ können gegeben werden.

(2) Hier gehen wir in gleicher Weise wie bei der Multiplikation zweistelliger Zahlen mit Vielfachen von 10 vor.
In der Auswertung ist zu beachten, daß für dreistellige Faktoren der zweite Lösungsweg für das mündliche Rechnen problematisch wird, denn die Teilaufgaben werden zu schwierig. Bei vier- und mehrstelligen Faktoren müßten die Teilergebnisse schriftlich ermittelt werden.
Ähnliches gilt für den ersten Weg. Die Größe der Zahlen und die Anzahl der Summanden bilden hier die Schranke für das Kopfrechnen.
Das schriftliche Verfahren ist die schnellste und sicherste Lösungsmethode. Mit dem Distributivgesetz ist uns die Möglichkeit gegeben, diese Aufgaben in besonderen Fällen auch mündlich zu rechnen. Die Auswertung erfolgt im Unterrichtsgespräch und endet mit der Teilzusammenfassung.

(3) Die Übung soll das schriftliche Verfahren festigen, die Rechenfertigkeit steigern und an den Umgang mit Maßeinheiten gewöhnen. Das Runden wird bei einigen Aufgaben einbezogen. Die Schüler arbeiten selbständig.
Aus den Aufgaben (Lb 108) werden beliebige ausgewählt.
Anschließend wollen wir eine Anwendungsaufgabe lösen (Aufgabe 24, Lb 109).
Im Lösungsplan ist festzulegen, an welcher Stelle des Lösungsweges die Umrechnung der Dezitonnen in Tonnen erfolgen soll. Die Schüler müssen erkennen, daß es vorteilhafter ist, den Ertrag je Hektar bereits in Tonnen auszudrücken. Damit gehen nicht 250 dt, sondern „nur" 25 t als Faktor in die Aufgabe ein. Wir gehen in drei Etappen vor:
1. Im Unterrichtsgespräch werden die Prinzipien für die Aufstellung des Lösungsplanes wiederholt. Anschließend stellen die Schüler den Plan selbständig auf.
2. Die Schüler erläutern die Teilschritte des Rechenganges und führen die Lösung selbständig durch.
3. Die Notwendigkeit der Überprüfung des Rechenergebnisses und der Art der Kontrolle werden erarbeitet.
   Die Kontrolle wird durchgeführt und der Antwortsatz formuliert.

Für die Hausaufgaben eignen sich die Aufgaben 13, 14 und 20, 22 (Lb 109).

Abschnitt 18 (3 Stunden)

Thema: Multiplizieren zwei- und dreistelliger natürlicher Zahlen mit beliebigen zweistelligen Zahlen

Ziele: Ausbau des schriftlichen Verfahrens auf beliebige zweistellige Faktoren.
Behandlung der endgültigen Form für das schriftliche Multiplizieren im Bereich der natürlichen Zahlen.
Erweitern des Verfahrens auf das Multiplizieren dreistelliger Zahlen mit zweistelligen.
Erhöhen der Rechenfertigkeiten

Unterrichtsmittel: Rolltafel: Die Grundrechenarten; Anzeigegerät für Schüler

Gliederung:

1. Stunde: Multiplizieren beliebiger zweistelliger Zahlen miteinander

(1) 10 Kopfrechenübung: Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit einstelligen und mit Vielfachen von 10
(2) 15 Einführung des schriftlichen Verfahrens
(3) 20 Schriftliche Übung zu (2). Lösen einer Sachaufgabe

2. Stunde: Multiplizieren beliebiger dreistelliger Zahlen mit zweistelligen

(1) 10 Schriftliche Übung zur Multiplikation zweistelliger Zahlen miteinander
(2) 15 Erweiterung des schriftlichen Verfahrens auf dreistellige Zahlen
(3) 20 Übungsaufgaben mit Maßeinheiten, Lösen einer Sachaufgabe

3. Stunde: Übung und Festigung der endgültigen Form des schriftlichen Multiplizierens

(1) 10 Kontrolle vorgegebener Aufgaben
(2) 10 Übungsaufgaben mit zwei- und dreistelligen Faktoren
(3) 25 Übungsaufgaben mit Maßeinheiten, Lösen einer Sachaufgabe

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

Beispiele für Kopfrechenaufgaben:
$24 \cdot 4$; $36 \cdot 3$; $32 \cdot 20$; $24 \cdot 60$; $78 \cdot 6$; $93 \cdot 7$; $73 \cdot 50$; $87 \cdot 30$.
Die Schüler wenden das Distributivgesetz an und rechnen:
$(20 + 4) \cdot 4$; $(40 - 4) \cdot 3$ usw.

(2) Der Lehrer entwirft die Lösung der Aufgabe $47 \cdot 32$ in der allen Schülern geläufigen Form (vgl. Beispiel 20, Lb 110). Beim Übergang zum schriftlichen Multiplizieren wird das mündliche Addieren der Zwischenergebnisse nunmehr ebenfalls in schriftlicher Form ausgeführt.
Die Summanden der Zwischenergebnisse der Multiplikationsaufgabe werden untereinandergesetzt.
In der erarbeiteten Form rechnen die Schüler zwei Aufgaben, z. B. $48 \cdot 34$; $65 \cdot 33$. Im auswertenden Unterrichtsgespräch wird erkannt, daß sich das Ergebnis nicht ändert, wenn man die Null nicht schreibt. In der endgültigen Form tritt sie beim Multiplizieren nicht mehr auf.

(3) In der anschließenden schriftlichen Übung festigen wir das Verfahren. Es ist nicht falsch, wenn hier einige Schüler zunächst die Null noch mitschreiben. Ein häufiger Anfangsfehler – das Nichtbeachten des Stellenwertes – wird damit vermieden. Bei der Kontrolle und Auswertung dieser Übung erläutern leistungsstarke Schüler den Lösungsweg. Der Lehrer verlangt das richtige Untereinandersetzen der Zwischenergebnisse.
Für diese Übung eignen sich die Aufgaben 1 und 2 (Lb 111). Der Abschnitt wird mit einer Zusammenfassung abgeschlossen. Das Verfahren wird noch einmal ausführlich erklärt. Wenn es erforderlich erscheint, werden weitere Aufgaben gerechnet. Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgabe 3 (Lb 111).

2. Stunde:

(1) Die Klasse beginnt sofort mit der schriftlichen Lösung der zehn Aufgaben der Nr. 5 (Lb 111). Gleichzeitig werden die Hausaufgaben kontrolliert.

(2) Es wird hier nichts grundsätzlich Neues eingeführt. Tafelbild und Unterrichtsgespräch haben weitgehend wiederholenden Charakter und orientieren sich insbesondere auf die steigende Stellenzahl der Zwischenergebnisse.
Die Zahlenwerte entnehmen wir dem Beispiel 21 (Lb 110). Alle Schüler lösen dann die Aufgabe $568 \cdot 35$ in ihren Heften. Diesen Vorgang sollte der Lehrer kommentieren lassen. Aus dem Kommentar leitet er zur Zusammenfassung dieses Stundenteiles über. Die Schüler stellen fest, daß für dreistellige Faktoren das gleiche Lösungsverfahren wie für zweistellige gilt.

(3) Die Betrachtung des Beispiels 6,85 MDN $\cdot$ 23 = x MDN (Lb 112) leitet den Übungsteil ein.
Dem Überschlag liegt die Einheit MDN zugrunde. Deshalb wird er vor der Umrechnung in Pfennige ausgeführt.
Die Aufgabe wird von allen Schülern selbständig gelöst. Der Lösungsweg wird bei der ersten Aufgabe kommentiert.
Das nochmalige Erläutern des schriftlichen Verfahrens und des Umrechnens von Maßeinheiten bildet den Schwerpunkt der Zusammenfassung.
Bei der Behandlung der hier ausgewählten Aufgabe (Lb 112, Nr. 12) ist beim Nacherzählen des Inhaltes auf die richtige Interpretation im Sinne der Aufgabenstellung zu achten. Hier ist aus einer Anzahl von Begriffen (Transportbehälter – Verpackung – Beförderung – Transport – Ladegut) auszuwählen, zu ordnen und zuzuordnen.
Für die Hausaufgabe werden die Aufgaben 10 (Lb 112) sowie 1a und 5a (Lb 115) vorgeschlagen.

3. Stunde:

Die Stunde ist eine Übungsstunde. In allen drei Teilen stehen die Festigung des schriftlichen Verfahrens und die Erhöhung der Rechenfertigkeiten im Mittelpunkt.
Durch den mehrmaligen Wechsel der Aufgabentypen wird eine schnell ermüdende Gleichförmigkeit vermieden.

(1) Für die Aufgaben 7 und 8 (Lb 111) erhalten die Schüler den Auftrag, die Ergebnisse zu überprüfen bzw. die fehlenden Ziffern zu ergänzen.
Besonderer Wert ist darauf zu legen, daß die Schüler die Fehlerquellen erkennen.
Das Arbeitsblatt IV/9 (Bild 179/1) orientiert auf weitere Möglichkeiten und kann in Verbindung mit den folgenden Übungsteilen eingesetzt werden.

(2) Drei Aufgaben jeder Art werden den Lehrbuchseiten 111 und 115 entnommen.
Der Lehrer gibt in dieser Zeit individuelle Hilfen und sammelt Informationen für die Gestaltung einer Gesamtwiederholung oder für Mitteilungen an die Horterzieher.
Dafür hält er Zusatzaufgaben bereit, ebenso für leistungsstarke Schüler.

(3) Beim Rechnen mit Maßeinheiten wird wie unter (2) verfahren. In den Aufgaben 5b und 6b (Lb 115) werden Dezitonnen und Kilogramm in Tonnen umgerechnet.

Arbeitsblatt IV/9

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Rechne und korrigiere!

1) 7913 · 23

75826
 23539

281799

2) 83,75 MDN · 9 = x MDN

83,75 MDN = 8375 Pf

8375 · 9

75370

75370 Pf = 753,70 MDN

83,75 MDN · 9 = 753,70 MDN

Bestimme die fehlenden Ziffern!

3) □ 8 4 · 2 8

7 6 8
□ 0 □ 2

1 0 7 5 2

4) 4 6 □ 3 · 7 □

3 2 2 9 1
□ □ □ 3 9

3 3 6 □ 4 9

Zusatzaufgaben:

a) 27 912 · 56

1 40680
 167472

1 574 272

b) □ 9 7 · 8 □

2 3 7 6
□ □ □ □

2 5 8 3 9

179/1

Das Lösen von Sachaufgaben beginnen wir mit der Aufgabe 14 (Lb 112). Der Überschlag erfolgt in der Einheit MDN, wird also vor der Umrechnung in Pfennige ausgeführt. Den Antwortsatz formulieren die Schüler selbständig.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben 9 und 15 (Lb 112).

Abschnitt 19 (1 Stunde)

Thema: Verschiedene gleichwertige Schreibweisen beim schriftlichen Multiplizieren

Ziele: Bekanntmachen mit den gleichwertigen Schreibweisen. Erkennen der erhöhten Anforderungen an die äußere Form im Hinblick auf die erlaubten Schreibweisen. Diskussion der Vor- und Nachteile der einzelnen Schreibweisen

Gliederung:

Verschiedene Schreibweisen beim schriftlichen Multiplizieren

(1) 25 Einführung der Schreibweisen, Vergleich; Beispiele
(2) 20 Festlegen einer Schreibweise. Übung

Methodische Hinweise:

Trotz der Gleichwertigkeit der im folgenden behandelten Schreibweisen orientiert der Lehrer auf eine Form und hält die anderen für „Sonderfälle" bereit. Vgl. Beispiel 22 (Lb 113).

(1) Bei der Einführung der neuen Schreibweise stehen zwei Fragen im Mittelpunkt:
1. Was ändert sich gegenüber der schon bekannten Form?
2. Warum sind die Methoden gleichberechtigt?

Das Tafelbild entwirft der Lehrer vor der Stunde. (Rückseite der Tafel, transportable Tafel, Schiefertuchtafel oder feststehende Tafel abgedeckt.) Die Schüler erhalten den Auftrag, die Darstellungen (1) und (2) genau zu vergleichen. War die Vorbereitung nicht möglich, so erfolgt die Anweisung mit Beginn der Anfertigung des Tafelbildes.
Mit Hilfe des Kommutativgesetzes erkennen die Schüler die Gesetzmäßigkeit, aus der die neue Form für das schriftliche Verfahren hervorgeht.
Aus dem Tafelbild wird schließlich auch das richtige Untereinandersetzen der Ziffern abgeleitet.
Bei der Form (1) wird zuerst mit 20 multipliziert.
Für die Form (2) gilt das gleiche Prinzip, aber es wird mit den Einern begonnen. In der Rechnung mit Hilfe des Distributivgesetzes geschieht das auch zuerst.
Die ersten Aufgaben der Nr. 1a (Lb 113) rechnen alle Schüler in ihren Heften. Zur ersten kommentiert ein Schüler mit Unterstützung durch den Lehrer.
Die Erläuterung des zweiten Beispiels erweitern wir zur Teilzusammenfassung. Das Tafelbild bleibt stehen.

Die Schüler erkennen, daß in (3) und (4) das Vertauschen der Zwischenprodukte in gleicher Weise wie in (1) und (2) vorgenommen wurde. Die zu addierenden Produkte wurden lediglich nach links unter die ersten Faktoren gesetzt. Es schließt sich eine Übung an. Dazu werden zwei weitere Aufgaben der Nr. 1a vorgeschlagen. Die Schüler rechnen selbständig und kommentieren ein Beispiel ausführlich.

(3) Aus den nun bekannten vier Möglichkeiten wollen wir die zweckmäßigste auswählen.
Schließlich wird festgelegt, daß die Schreibweise (1) verwendet werden soll. Da sie den Schülern bereits geläufig ist, wählen wir zur Übung die Aufgabe 3 (Lb 113).
Die Schüler lösen zwei Aufgaben der Nr. 1b (Lb 113) nach den in den Vorschlägen am häufigsten genannten Verfahren selbständig. Für leistungsstarke Schüler wird Aufgabe 4a zusätzlich gegeben.
In der Zusammenfassung gehen wir vom Tafelbild aus.
Die im Stundenteil (1) fixierten Fragen werden von den Schülern beantwortet. Für die verschiedenen Schreibweisen wird das Verfahren noch einmal erläutert.
Die Aufgaben 2 und 4 sind als Hausaufgabe geeignet.

Abschnitt 20 (3 Stunden)

Thema: Multiplizieren beliebiger dreistelliger natürlicher Zahlen miteinander

Ziele: Erweitern des schriftlichen Verfahrens auf beliebige dreistellige Faktoren.
Erweitern des Verfahrens auf Faktoren mit größerer Stellenzahl.
Einführen der Vereinfachung beim Auftreten von Null in einem Faktor

Gliederung:

1. Stunde: Einführung der Multiplikation dreistelliger Zahlen miteinander

(1) 10 Kopfrechenübung: Multiplizieren zwei- und dreistelliger Zahlen mit Vielfachen von 10 und 100
(2) 20 Einführen der schriftlichen Multiplikation beliebiger dreistelliger Zahlen miteinander
(3) 15 Schriftliche Übung: Beispiele zur Multiplikation mit dreistelligen Faktoren

2. Stunde : Berücksichtigung der Ziffer Null in einem Faktor

(1) 10 Kopfrechenübung: Addition, Subtraktion und Multiplikation
(2) 10 Übungsaufgaben zur schriftlichen Multiplikation mit Faktoren aus (1)
(3) 25 Das Auftreten von Null in einem dreistelligen Faktor. Schriftliche Übung: Beispiele zur Multiplikation: Faktoren mit der Ziffer Null

3. Stunde: Übung zum schriftlichen Verfahren

(1) 15 Schriftliche Übung: Aufgaben mit und ohne Null in den Faktoren
(2) 15 Umrechnen von Maßeinheiten der Länge und Masse.
Aufgaben mit Maßeinheiten
(3) 15 Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) In der Kopfrechenübung wird die Multiplikation mit Vielfachen von 10 und 100 wiederholt.
Auch für Kopfrechenübungen in halbschriftlicher Form wird die Arbeit mit Tabellen empfohlen.
Die Schüler rechnen z. B.: $33 \cdot 5 \cdot 10$; $33 \cdot 5 \cdot 100$ usw. Kann der Lehrer die Tabelle nicht auf Blättern bereitstellen, entwirft er sie an der Tafel.
Wird nur mündlich gerechnet, könnten zur Anzeige Ziffernkarten mit Klemmleiste verwendet werden.

(2) Das Prinzip der schriftlichen Multiplikation beliebiger dreistelliger Zahlen miteinander (vgl. Lb 114) entspricht genau dem bei der Einführung der schriftlichen Multiplikation zweistelliger Faktoren angewandten.
Diese Tatsache wird in allen Teilschritten genannt und mit Beispielen belegt. Die Schüler müssen erkennen, daß hier (lediglich) eine Erweiterung des bekannten Verfahrens vorgenommen wird.
Das richtige Untereinandersetzen der Ziffern bereitet beim Mitschreiben der Nullen keine Schwierigkeiten.
Das spätere Weglassen dieser Nullen wird wie in den schon früher behandelten Aufgaben erklärt.
Anschließend schreiben die Schüler das Tafelbild nicht ab, sondern wenden die gewonnenen Erkenntnisse auf eine Beispielaufgabe an ($793 \cdot 236$).
Das Kommentieren der Lösungsschritte kann Ausgangspunkt und Grundlage der nachdrücklich zu fordernden Zusammenfassung bilden.

(3) Im letzten Teil der Stunde festigen wir das Verfahren mit Beispielen aus dem Aufgabenteil des Lehrbuches.
Besondere Aufmerksamkeit widmet der Lehrer der konsequenten Einhaltung der äußeren Form und der Arbeit mit dem Überschlag.
Hausaufgaben werden dem Aufgabenteil des Lehrbuches entnommen.

2. Stunde

(1) Vorschlag für eine Kopfrechenübung: Der Lehrer legt zu Beginn der Übung jeweils fest, ob addiert, subtrahiert oder multipliziert werden soll. Er nennt dann eine Zahl. Ein Schüler nennt den folgenden Summanden, Subtrahenden oder Faktor. Nach einer angemessenen Zeitspanne wählt der Lehrer den nächsten Schüler aus. Dieser nennt ebenfalls einen Summanden, Subtrahenden oder Faktor. Nach einem Schlußzeichen notieren alle das Ergebnis.
Sollen mehrere Rechenoperationen in einer Aufgabe erfaßt werden, zeigt der Lehrer abwechselnd Pappkarten im A 4-Format mit den Operationszeichen.
In dieser Übung sollen dreistellige Ergebnisse erzielt werden.
Beispiel: Addition
Zu berechnen sei a!
Der Lehrer beginnt mit 200. Erster Schüler: „Plus achtzehn!“ Zweiter Schüler: „Plus neun!“ Dritter Schüler: „Plus Dreizehn!“ Es folgen $+11$, $+6$, $+12$, $+14$. Der Lehrer unterbricht und läßt das Ergebnis notieren.

(2) Zur schriftlichen Übung werden die Ergebnisse aus (1) zu Faktoren der Übungsaufgaben.
In der Teilzusammenfassung läßt der Lehrer das Lösungsverfahren für das Multiplizieren mit dreistelligen Faktoren erläutern.

(3) Die aus dem Auftreten von Null in einem Faktor resultierenden Veränderungen erfassen die Schüler beim Betrachten und anschließenden Nachrechnen der Übung 13 (Lb 114). Es ist zu beachten, daß der Schritt von a) nach b) für die Schüler zweifellos größere Probleme in sich birgt als der von b) nach c).
Die Anwendung des Kommutativgesetzes und das Auftreten von Null als Ergebnis der Multiplikationsaufgabe $a \cdot 0$ ist den Schülern bewußtzumachen.
Das Weglassen der Ziffer Null und Freilassen des Platzes ist ihnen bereits geläufig.
Nachdem diese Zusammenhänge am Beispiel der Übung C 13 a) bis c) im Unterrichtsgespräch erläutert wurden, versuchen die Schüler, die Darlegungen zusammenhängend mit eigenen Worten zu wiederholen.
Das soeben erarbeitete Verfahren soll nun geübt werden. Dafür sind zwei Aufgaben mit Ergebnissen aus dem ersten Teil der Stunde vorgesehen. Zum Beispiel:
$f \cdot c = 304 \cdot 728$ (Ergebnis: 221312)
$b \cdot c = 523 \cdot 806$ (Ergebnis: 421538)

Zusatzaufgaben lassen sich aus den Ergebnissen der Kopfrechenübung leicht zusammenstellen.
In der Auswertung stellen die Schüler fest, daß in der 2. Aufgabe das Vertauschen der Faktoren nicht erforderlich war. Die Schüler sind nachdrücklich darauf hinzuweisen, daß sie in Zukunft die Faktoren einer Aufgabe stets kritisch untersuchen müssen, um mögliche Rechenvorteile auch nützen zu können. Diese Erörterung bildet einen Teil der Zusammenfassung. Ergänzt wird sie durch eine knappe Beschreibung des Lösungsweges.
Die Hausaufgabe enthält Faktoren mit größerer Stellenzahl.

3. Stunde

(1) In der schriftlichen Übung werden von den Schülern zwei Aufgaben selbständig gelöst. Sie sollten als schriftliche Leistungskontrolle bewertet werden. Beispiel:
$803 \cdot 736$ (Ergebnis: 591008)
$3826 \cdot 407$ (Ergebnis: 1557182)

(2) Der Lehrer nennt Größenangaben, die von den Schülern mündlich umgerechnet werden. Er sollte dafür Beispiele aus der Erfahrungswelt Zehnjähriger vorbereiten. Dazu zählen Längen bestimmter Gegenstände, Körpergrößen, Entfernungen im Schulgrundstück, im Wohnort, Massebezeichnungen für Lebensmittel, Fahrzeuge, Sportgeräte, Heizungsmaterialien und vieles mehr. Da in dieser Stunde lange Zeit schriftlich gerechnet wird, soll dieser Abschnitt den Ablauf auflockern. Den Abschluß bildet eine Multiplikationsaufgabe, in der die Umrechnung Kilogramm – Gramm – Kilogramm gefordert wird.

(3) In dieser Übung soll eine größere Aufgabe gelöst werden (vgl. Lb 117).
Als zweite Aufgabe wird noch Aufgabe 8 (Lb 115) vorgesehen. Sie entfällt, wenn Teil (2) etwas ausgedehnt wurde. Als Hausaufgabe können die Aufgabe 7 und Teile aus Aufgabe 9 (Lb 115) gestellt werden.

Wiederholung (1 Stunde)

Thema: Übung und Wiederholung

Ziele: Entwicklung von Sicherheit in der Arbeit mit Ungleichungen in Verbindung mit der Multiplikation.
Erhöhung der Rechenfertigkeiten im Bereich der Grundrechenoperationen der ersten Stufe und beim mündlichen und schriftlichen Multiplizieren

Gliederung:

Übung und Wiederholung

(1) 20 Aufgaben aus verschiedenen Stoffgebieten
(2) 10 Kopfrechenübung in Form eines mathematischen Spieles
(3) 15 Schriftliches Multiplizieren in Verbindung mit Ungleichungen

Methodische Hinweise:

(1) Besonderer Wert muß auf das mündliche und schriftliche Lösen von Additions-, Subtraktions- und Multiplikationsaufgaben gelegt werden.
Es richtet sich nach dem Leistungsstand der Schüler, was besonders geübt werden muß.

(2) Die Stunde verlangt von den Schülern einen hohen Grad an Konzentrationsvermögen.
Mit einer Kopfrechenübung schaffen wir etwa in der Mitte der Stunde eine kurze Entspannung. Die Aufgaben gestalten wir sehr variabel, wiederholen die Rechenoperationen und verknüpfen diese miteinander.

(3) Das schriftliche Multiplizieren wird mit dem Lösen von Ungleichungen verbunden. Die Aufgaben entnehmen wir dem Lb 113. Nachdem eine Lösung an der Tafel entworfen wurde, rechnen die Schüler selbständig weiter.
Das Rechnen an der verdeckten Tafel ermöglicht einen schnellen Vergleich der Ergebnisse. Außerdem ermöglicht es während der Auswertung und der sich anschließenden Zusammenfassung das Eingehen auf typische Fehler.
Für die Hausaufgabe wird eine Auswahl aus den Aufgaben 5 bis 8 (Lb 113) getroffen.

Abschnitt 21 (2 Stunden)

Thema: Das Vereinfachen der Schreibweise

Ziele: Behandeln von Multiplikationsaufgaben, bei denen mindestens ein Faktor die Ziffer Eins an erster oder letzter Stelle enthält.
Herausbilden von Fähigkeiten im Erkennen möglicher Vereinfachungen

Gliederung:

1. Stunde: Einführung der vereinfachten Schreibweise

(1) 10 Wiederholung: Die verschiedenen gleichwertigen Schreibweisen
(2) 25 Das Vereinfachen des Rechenganges bei Faktoren mit der Ziffer Eins an a) erster und b) letzter Stelle. Das gleichzeitige Auftreten der Ziffern Eins und Null in einem Faktor
(3) 10 Anwendung in einer Sachaufgabe

2. Stunde: Übung und Anwendung

(1) 15 Wiederholung der Grundrechenoperationen; Ergänzen einer Tabelle
(2) 15 Lösen einer Sachaufgabe
(3) 15 Übung im Erkennen möglicher Vereinfachungen

Methodische Hinweise:

1. Stunde

(1) Für das Fixieren der gleichwertigen Möglichkeiten gibt es grundsätzlich zwei Wege. Entweder werden alle Formen an Hand ein und derselben Aufgabe oder jede mit einer anderen dargestellt.
Die Aufgaben sollen einen mittleren Schwierigkeitsgrad haben. Hier wird vom zweiten Weg ausgegangen. Von den Aufgaben erhalten zwei Aufgaben Faktoren mit der Ziffer Eins, z. B. 163 und 631. Eine dritte Aufgabe enthält in einem Faktor Eins und Null, z. B. 108 (vgl. Beispiel 24, Lb 116).
Alle Schüler rechnen die Aufgaben in üblicher Weise selbständig in ihren Heften.
Die Übung endet mit der Ergebniskontrolle und dem Vorrechnen der drei beschriebenen Aufgaben an der Tafel, wobei sie untereinander auf der linken Seite angeordnet werden. Läßt das die Tafelhöhe nicht zu, muß bei jeder anderen Verteilung beachtet werden, daß neben den Aufgaben jeweils Platz für eine weitere frei bleibt.

(2) Ausgehend von einigen Beispielen aus der Erfahrungswelt der Schüler weist der Lehrer nach, daß es auch im täglichen Leben stets unser Bestreben ist – und sein muß –, unsere Arbeit zu vereinfachen. Wir beginnen keine Arbeit „gedankenlos", ohne gründliche Überlegung, ohne den Ablauf vorher zu planen.
Dann leitet der Lehrer zum weiteren Anliegen der Stunde über und läßt das Lb 116 aufschlagen.
Die Schüler betrachten das erste Beispiel und äußern sich über ihre Feststellungen. Ein Schüler ergänzt das Tafelbild. Anschließend wird mit dem zweiten Beispiel in gleicher Weise verfahren.
In der folgenden schriftlichen Übung wird je eine Aufgabe aus Nr. 1a (Lb 116) gelöst.
Nunmehr wird im Lehrbuch der dritte Fall betrachtet und schließlich das Tafelbild vollendet.
Die Schüler üben die neue Form an je einer Aufgabe aus 2a, 5a und 7a (Lb 117).
Hier sollte in einer Zusammenfassung der mit den Vereinfachungen erzielte Weg noch einmal bewußtgemacht werden.

(3) Im letzten Teil der Stunde wird das Verfahren von den Schülern im Lösungsweg einer Sachaufgabe wiedererkannt und geübt.
Die Aufgaben 15 und 16 (Lb 118) sind dafür geeignet. Aufgabe 15 wird in der Stunde, Aufgabe 16 als Hausaufgabe gelöst. Gleichzeitig wird hier das Rechnen mit großen Zahlen gefestigt. Das Mitführen aller Nullen beim Multiplizieren sollte in einem Vergleich mit der Faktorenzerlegung gezeigt werden.
Die Hausaufgabe kann durch die Aufgaben 8b und 9 (Lb 117) ergänzt werden.

2. Stunde:

(1) Es eignet sich z. B. die Aufgabe 11 (Lb 117). Sie erfaßt das Multiplizieren mit Vereinfachungen und das Addieren. Eine ähnliche Thematik liegt der Aufgabe 19 (Lb 118) zugrunde. Hier wird auch das Multiplizieren ohne Vereinfachungen einbezogen, aber das Addieren fällt weg.
Aufgaben in Tabellenform erleichtern das Erfassen mehrerer Grundrechenoperationen. Das Arbeitsblatt (Bild 187/1) gibt ein Beispiel.
Gefordert werden alle vier Grundrechenoperationen.
Die eingesetzte Summe dient der Kontrolle und wird im Antwortsatz mit Formulierungen wie „fast", „annähernd", „rund" 60000 MDN angegeben.
Das Zahlenmaterial wird auf die örtlichen Bedingungen zugeschnitten. Es eignen sich auch andere Erzeugnisse der pflanzlichen und tierischen Produktion. (Auch in Städten gibt es LPG und VEG).

(2) Für diesen Teil sind die Aufgaben 14 und 18 (Lb 118) vorgesehen. Sie werden von den Schülern selbständig gelöst.

(3) Die Stunde schließt mit einer Übung, in der die Schüler aus vorgegebenen Zahlen selbst zwei Multiplikationsaufgaben bilden. Jede Aufgabe muß eine Vereinfachung ermöglichen.
Dieses Auswertungsgespräch schließt mit einer zusammenfassenden Betrachtung über die vereinfachten Schreibweisen.
Dabei ist hervorzuheben, daß nun ein Zwischenergebnis oberhalb des Multiplikationsstriches steht. Es könnte bei der Addition leicht übersehen werden.

Abschnitt 22 (2 Stunden)

Thema: Potenzen

Ziele: Behandlung der Potenzschreibweise.
Einführen der Quadratzahlen als Potenzen mit zwei gleichen Faktoren.
Vorbereitung auf die Einführung der Flächenmaßeinheiten durch zeichnerische Veranschaulichung der Quadratzahlen

Unterrichtsmittel: Hafttafel mit Applikationen (Satz Quadrate), Modellsatz „Quadratzahlen $1^2, \ldots, 10^2$", Millimeterpapier (ein Bogen A 4)

Arbeitsblatt

Datum .... Name .... Klasse ....

Wieviel Dezitonnen wurden insgesamt geerntet?
Hat der Buchhalter der LPG richtig gerechnet?
Vervollständige die Aufstellung!

Getreideart	Ertrag je Hektar	Bestellte Fläche	Ernteertrag	Erzeugerpreis je Dezitonne	Erzielte Einnahme
Roggen	21 dt	24 ha		40 MDN	
Weizen		9 ha	315 dt	35 MDN	
Hafer	30 dt			48 MDN	
		53 ha			59 985 MDN

Antwort: ....

....

....

187/1

Gliederung:

1. Stunde: Die Potenzschreibweise

(1) 10 Kopfrechenübung: Addition und Multiplikation gleicher Summanden bzw. Faktoren
(2) 15 Die Potenzschreibweise in Analogie zur Produktschreibweise
(3) 20 Berechnen von Potenzen

2. Stunde: Einführen der Quadratzahlen

(1) 10 Kopfrechenübung: Wiederholung der Addition, Berechnen einfacher Potenzwerte. (Halbschriftliche Form der Leistungskontrolle)
(2) 20 Einführen der Quadratzahlen als Potenzen mit der Hochzahl Zwei
(3) 15 Zeichnerische Veranschaulichung der Quadratzahlen

Methodische Hinweise:

1. Stunde

(1) Mit dieser Übung erfassen wir Rechenoperationen, die von den Schülern bei der Einführung der Potenzschreibweise beherrscht werden müssen.
Mit den letzten Aufgaben wird ohne besondere Ankündigung zu gleichen Summanden und Faktoren übergegangen.
Während der Auswertung der Ergebnisse dieser in halbschriftlicher Form durchgeführten Übung schreiben wir ein geeignetes Beispiel an die Tafel.

(2) In einem Unterrichtsgespräch werden die Schüler zu der Erkenntnis geführt, daß man eine Addition gleicher Summanden auch als Multiplikation (verkürzt) schreiben kann.
Diese Erkenntnis wird übertragen auf die Multiplikation gleicher Faktoren, die man (verkürzt) in Potenzschreibweise ausführen kann.
Im Verlaufe dieser Betrachtung wird das folgende Tafelbild (Bild 188/1) entwickelt.

Die Potenzschreibweise

Eine Addition gleicher Summanden	Eine Multiplikation gleicher Faktoren
$6 + 6 + 6 + 6 = 24$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
wird als Produkt	wird als Potenz
$4 \cdot 6 = 24$	$2^4 = 16$
geschrieben.	geschrieben.

188/1

(3) Bei der schriftlichen Übung arbeiten wir ebenfalls vorzugsweise mit Tabellen.

Beispiel:

Multiplizieren gleicher Faktoren	Potenzschreibweise
$a \cdot a \cdot a \cdot a$	$a^{\square}$
$5 \cdot 5$	$5^2 = \square$
$\square$	$3^2 = 9$
$4 \cdot 4 \cdot 4$	$\square = \square$
$6 \cdot 6$	$\square = \square$
$\square$	$\square = 100$

Die Tabelle läßt sich beliebig erweitern. Es liegt im Ermessen des Lehrers, unter Berücksichtigung der Klassensituation die Tabelle einfacher oder schwieriger zu gestalten.
Zur Vorbereitung der Hausaufgabe wird die Tabelle a) (Lb 119) besprochen oder berechnet.
Die Übung 16b) (Lb 119) eignet sich für die Hausaufgabe.

2. Stunde

(1) Die Kopfrechenübung sollte vornehmlich Aufgaben enthalten, die dem Stoff der vorangegangenen Stunde entnommen sind.
Einfache Aufgaben bilden den Schwerpunkt.
Beispiel: Berechne 2^3; 2^5; 3^3; 5^3!

(2) In der Vorbereitung auf den Begriff „Quadratzahlen" bearbeiten die Schüler folgende Tabelle (Bild 189/1).

$3 \cdot 3 \cdot 3$		27	
$4 \cdot 4$		16	
	2^3		
$6 \cdot 6$			
	9^2		
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$			

189/1

Die unbeschriftete Spalte bleibt zunächst frei.
Nachdem alle anderen Spalten ausgefüllt sind, läßt der Lehrer die Potenzen mit der Hochzahl Zwei in die unbeschriftete Spalte übertragen.
Im Unterrichtsgespräch stellen die Schüler fest, wodurch sich diese Spalte von den anderen Spalten unterscheidet.

(3) Jetzt gibt der Lehrer den Auftrag, auf Millimeterpapier Quadrate zu zeichnen (Maßeinheit: Zentimeter).
Zur Veranschaulichung befestigt er die Applikation „Quadrate" an der Hafttafel oder (und) zeigt die quadratischen Platten des Modellsatzes. Letztere haben den Vorteil, daß sie Schülern in die Hand gegeben werden können und mit den gezeichneten Quadraten übereinstimmen. Schließlich werden die Quadrate ausgezählt und die Ergebnisse verglichen. Der neue Begriff ist somit motiviert und erklärt. Er wird vom Lehrer genannt und angeschrieben. Die Schüler vervollständigen nun die Tabelle. Die quadratischen Platten werden pyramidenförmig aufgeschichtet und demonstrieren so die Zusammenhänge.
Als Hausaufgabe können die Schüler etwa 10 bis 15 weitere Quadratzahlen berechnen.

Abschnitt 23 (2 Stunden)

Thema: Maßeinheiten der Fläche

Ziele: Einführung und Behandlung der Flächenmaßeinheiten 1 cm^2 und 1 m^2. Ausführen einfacher Meßübungen im Freien. Entwicklung von Größenvorstellungen in Verbindung mit Flächen und Flächeneinheiten

Unterrichtsmittel: Schiefertuchtafel mit Raster; Millimeterpapier, Klassensatz Plast- oder Holzplättchen „1 cm^2"; Geräte für Vermessungsübungen: Meßband, Fluchtstäbe, Zählnadeln, Peiler, Schnüre

Gliederung:

1. Stunde: Einführen der Flächeneinheiten 1 cm^2 und 1 m^2

(1) 15 Einführen der Flächeneinheit 1 cm^2
(2) 10 Ermitteln des Flächeninhaltes bei Quadrat und Rechteck durch Auslegen und Auszählen
(3) 10 Einführen der Flächenmaßeinheit 1 m^2
(4) 10 Vorbereitung einer Meßübung im Freien

2. Stunde: Meßübung im Freien

(1) 35 Durchführung einer einfachen Meßübung im Freien, Festlegen eines Quadrates und eines Rechteckes mit Hilfe von Fluchtstäben und Schnüren
(2) 10 Auswertung

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Wir wollen die Frage beantworten, womit die Quadrate ausgezählt wurden.
Maßeinheiten für die Länge und Masse sind schon bekannt. Eine solche Einheit wird auch für die Fläche benötigt. Ihre Bezeichnung hat jeder Schüler schon gehört.

Jetzt wollen wir sie genauer kennenlernen. Die Schüler erhalten eine Arbeitsanweisung gemäß Lb 120 oben.
Danach werden die Eigenschaften dieses Quadrates beschrieben und der entsprechende Satz aus dem Lehrbuch vorgelesen. In Zukunft wird die Größe von Flächen mit Hilfe dieser Maßeinheit angegeben.
Es muß angestrebt werden, daß jeder Schüler mit den wichtigsten Maßeinheiten konkrete Vorstellungen verbindet, daß er eine feste Beziehung zu ihnen erlangt. (Wie viele Zentimeter die Spanne seiner Hand mißt, wie weit hinauf an seinem Körper ein Meter reicht, ob er mit einem Schritt einen Meter ausschreiten kann, welche der Gegenstände, mit denen er täglich in Berührung kommt, ein Gramm, ein Kilogramm Masse besitzen usw.).

(2) In dieser Übung bestimmen wir die Flächeninhalte von Quadraten und Rechtecken durch Abdecken mit Millimeterpapier und Auszählen (Übung 17, Lb 120). Die Bezeichnung der neuen Maßeinheit wird möglichst oft von den Schülern gesprochen.

(3) Für größere Flächen benötigt man eine größere Maßeinheit. Das wird den Schülern an Beispielen bewußtgemacht.
Zur Einführung verwenden wir das Rollbild „Quadratmeter“ und die Schiefertuchtafel.
Die Schüler finden Beispiele für Flächen, für die eine Größenangabe in dieser Maßeinheit üblich ist (Zimmer, Wohnung, Gartenfläche, Werk- und Ausstellungshallen).
Der Lehrer beschaffe sich in der Vorbereitung entsprechendes Zahlenmaterial.

(4) Zur Gewinnung konkreter Vorstellungen über diese Maßeinheit wird für die folgende Stunde eine Meßübung im Freien geplant.
Der Lehrer bespricht mit den Schülern die Aufgabenstellung. Er entwirft eine Skizze und erläutert daran den Arbeitsplan, teilt Gruppen ein und bestimmt Verantwortliche.
Jede Einzelheit wird erfaßt, und sei die Aufgabe für manchen Schüler noch so klein. Schließlich erläutern wir die Arbeitsweise der Geräte, die wir schon für diese Stunde bereitgestellt haben.
Jeder Schüler bringt für die Übung einige Meter Schnüre bzw. Bindfaden mit.
Der Lehrer muß die genaue Länge der zur Verfügung stehenden Schnüre kennen, deshalb wird eine Aufstellung angefertigt. Die damit beauftragten Schüler kontrollieren die Erfüllung. Dieses Beispiel macht deutlich, daß es keine Schwierigkeiten bereitet, alle Schüler aktiv einzubeziehen, wenn alle Einzelheiten gut durchdacht werden.
Zur Hausaufgabe eignen sich die Aufgaben 2 und 4 (Lb 121).

2. Stunde:

(1) In der Übung sollen ein Quadratmeter, ein Quadrat mit $a = 6$ m und ein Rechteck mit $a = 9$ m, $b = 4$ m mit Hilfe von Fluchtstäben (auch Eckfähnchen, Stöcken, notfalls Steinen u. dgl.) abgesteckt werden.
Mit dem Peilen (über Nägel) können durchaus schon Schüler dieser Altersstufe Stäbe einfluchten.

In den Flächen wird mit den Schnüren ein Quadratmeter-Raster erzeugt. Das ermöglicht das Auszählen und vermittelt eine genauere Vorstellung von der Größe. Die Längeneinheit 1 m wird dabei mit Zählnadeln, Fähnchen, Stöcken usw. gekennzeichnet. Diese Markierungen verbindet man mit den Schnüren.

(2) Zur Auswertung nimmt die Klasse neben den Flächen Aufstellung. In einem Unterrichtsgespräch berichten die Schüler über die durchgeführten Arbeiten. Die Flächen werden miteinander verglichen.
Einige aufschlußreiche Versuche lassen sich durchführen. Es wird geschätzt, wie viele Schüler wohl auf einem Quadratmeter stehend Platz hätten, wie viele Quadratmeter die ganze Klasse so „besetzen" würde (Kopfrechenübung!).
Hier gibt es Anknüpfungspunkte zu Vergleichen (Kundgebungen, Fahnenappell).

Wiederholung (3 Stunden)

Thema: Wiederholung und Klassenarbeit

Ziele: Gesamtwiederholung zu den Verfahren der schriftlichen Multiplikation mit mehrstelligen Faktoren, Potenzen und Quadratzahlen.
Kontrolle der Anwendungsbereitschaft des Wissens und Könnens

Gliederung:

1. Stunde: Schriftliches Multiplizieren, Potenzen, Quadratzahlen

Gesamtwiederholung und Übungen zur Vorbereitung der Klassenarbeit

2. Stunde: Klassenarbeit

3. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

Ein Vorschlag für den Ablauf einer Wiederholungsstunde im Bereich der Multiplikation wurde auf der Seite 184 ausgeführt.
Vor einer Klassenarbeit wählt der Lehrer die Übungskomplexe an Hand seiner Nachbereitungen unter besonderer Beachtung der Klassensituation aus. Das gilt auch für den Umfang der Arbeit. Einige Schwerpunkte der Wiederholung könnten sein:

Multiplikationsaufgaben mit Maßeinheiten,
Übungen im Erkennen von Rechenvorteilen,
Lösungsverfahren für Sachaufgaben,
Gleichungen und Ungleichungen,
Potenzen.

2. Stunde: Klassenarbeit.

3. Stunde:

Auswertung und Rückgabe der Klassenarbeit bieten Gelegenheit, wichtige Probleme der Multiplikation noch einmal zu besprechen. Grundlage der Behandlung der einzelnen Aufgaben ist eine genaue Fehleranalyse, die untrennbar mit der Korrektur verbunden ist.
Bei jeder Aufgabe wird besonders die Ursache aufgetretener Fehler besprochen und möglichst von den Schülern selbst gefunden.
Es wird empfohlen, nicht die Aufgaben der Arbeit noch einmal zu rechnen, sondern ähnliche Aufgaben. Dabei ist auf den Schwierigkeitsgrad zu achten. Die Lösungen werden ausführlich kommentiert.

Stoffeinheit 3.3.: Dividieren und Teilbarkeit natürlicher Zahlen (50 Stunden)

Abschnitt 24 (4 Stunden)

Thema: Division von Summen und Differenzen

Ziele: Erarbeiten der Sätze C 12 und C 13, Dividieren durch einstelligen Divisor über das Zerlegen des Dividenden in Summen und Differenzen

Unterrichtsmittel: Kopfrechentafel

Gliederung:

1. Stunde: Zusammenhang zwischen Division und Multiplikation

(1) 20 Wiederholung: Dividieren als Umkehrung des Multiplizierens, Ausführbarkeit beider Operationen
(2) 25 Übung zur Multiplikation und Division, Wiederholung der Rechengesetze

2. Stunde: Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient

(1) 30 Wiederholung der Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient
(2) 15 Anwendung der Beziehungen bei der Division durch Vielfache von 10 und 100

3. Stunde: Dividieren von Summen und Differenzen

(1) 10 Übung: Dividieren durch einstelligen Divisor
(2) 20 Erarbeiten der Sätze 12 und 13 (Lb 122, 123)
(3) 15 Übung zum Dividieren durch einstelligen Divisor über Zerlegen des Dividenden in Summen oder Differenzen

4. Stunde: Dividieren von Summen und Differenzen durch einstelligen Divisor

(1) 10 Wiederholung des Dividierens von Summen und Differenzen
(2) 20 Übung zur Auswahl des geeigneten Verfahrens beim Dividieren durch einstelligen Divisor
(3) 15 Anwendung des Verfahrens beim Lösen von Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Für diese Stunde kann folgendes Ziel angegeben werden:
„Nachdem die Multiplikation genügend geübt wurde, wollen wir in den nächsten Wochen dividieren. Heute wollen wir untersuchen, welche Zusammenhänge es zwischen der Multiplikation und der Division gibt.“
Mit der Zielangabe schreibt der Lehrer die Überschrift an die Tafel (Bild 194/1). Nachdem die Schüler einige Multiplikations- und Divisionsaufgaben genannt haben, wird die Darstellung der Aufgaben mit Variablen verlangt, die von den Schülern an die Tafel geschrieben werden. Dann werden die Begriffe wiederholt. Das Tafelbild wird vom Lehrer ergänzt. Nun lösen die Schüler selbständig einige einfache Multiplikationsaufgaben.

Multiplikation	Division
	$x \cdot b = c$ führt zu $x = c : b$
	Umkehrung der Multiplikation
$\overbrace{\underset{\text{Faktor}}{a} \cdot \underset{\text{Faktor}}{b}}^{\text{Produkt}} = \overset{\text{Produkt}}{c}$	$\overbrace{\underset{\text{Dividend}}{a} : \underset{\text{Divisor}}{b}}^{\text{Quotient}} = \overset{\text{Quotient}}{c}$
lösbar für alle natürlichen Zahlen	lösbar, wenn a Vielfaches von b ist ($b \neq 0$)
$a \cdot b = b \cdot a$ Faktoren sind vertauschbar.	Dividend und Divisor sind nicht vertauschbar.
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ Man kann die Faktoren beliebig zusammenfassen.	

194/1

Dann werden Aufgaben wie $x \cdot 5 = 35$ gelöst.

Es wird wiederholt, daß die Division die Umkehrung der Multiplikation ist. Dazu werden die vorgegebenen Aufgaben verallgemeinert:

$x \cdot b = c \qquad x = c : b \qquad$ bzw.
$a \cdot x = c \qquad x = c : a.$

Anschließend wird die Ausführbarkeit beider Operationen untersucht. An Hand einiger Multiplikationsaufgaben wird behauptet, daß die Multiplikation natürlicher Zahlen immer ausführbar ist (Tafelbild).
Um die Lösbarkeit von Divisionsaufgaben zu untersuchen, werden Aufgaben folgender Art besprochen:

$72 : 9;\quad 42 : 1;\quad 28 : 28;\quad 0 : 7;\quad 6 : 0;\quad 10 : 15;\quad 9 : 5.$

Es wird festgestellt, daß die Division im Bereich der natürlichen Zahlen nicht immer ausführbar ist. Als Ergebnis wird erarbeitet, daß der Dividend ein Vielfaches des Divisors sein muß. Der Divisor darf dabei nicht Null sein.

(2) Eine Kopfrechenübung mit Hilfe der Kopfrechentafel I, Zeile 1 und 2, zur Multiplikation und Division dient der Festigung. Zur Division sind auch solche Aufgaben zu stellen, die im Bereich der natürlichen Zahlen nicht lösbar sind. Dabei ist besonderer Wert auf die Begründungen zu legen.
Zur Wiederholung der Rechengesetze (Kommutativ- und Assoziativgesetz) kann folgende Tabelle vervollständigt und ausgewertet werden.

a	b	c	$a \cdot b$	$b \cdot a$	$a \cdot (b \cdot c)$	$(a \cdot b) \cdot c$
2	6	3				
8	1	5				
0	3	9				

Der Lehrer läßt dann die Rechengesetze von den Schülern formulieren. (Tafelbild vervollständigen!)
An Hand von Gegenbeispielen wird nun gezeigt, daß entsprechende Rechengesetze für die Division nicht gelten.
Zum Abschluß wird in einem Unterrichtsgespräch an Hand des inzwischen vervollständigten Tafelbildes das Ergebnis der Stunde zusammengefaßt.

2. Stunde

(1) Um in dieser Stunde die Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient zu wiederholen, können folgende Aufgaben, die vor Stundenbeginn an die Tafel geschrieben wurden, mündlich gelöst werden:

•	•	•	•
$\boxed{60} : 2$	$\boxed{36} : 9$	$2 : \boxed{2}$	$36 : \boxed{3}$
$\boxed{60} : 3$	$\boxed{36} : 6$	$8 : \boxed{2}$	$30 : \boxed{3}$
$\boxed{60} : 4$	$\boxed{36} : 4$	$16 : \boxed{2}$	$21 : \boxed{3}$
$\boxed{60} : 5$	$\boxed{36} : 3$	$28 : \boxed{2}$	$12 : \boxed{3}$
$\boxed{60} : 6$	$\boxed{36} : 2$	$40 : \boxed{2}$	$6 : \boxed{3}$

Zwei Schüler leiten diese Übung. Ein Vergleich der Aufgaben 1 und 2 mit den Aufgaben 3 und 4 führt zu dem Ergebnis, daß in den Aufgaben 1 und 2 immer der Dividend gleich bleibt, in den beiden anderen der Divisor. Es wird einmal der Divisor größer und im anderen Falle kleiner. Bei der Auswertung der Aufgaben 3 und 4 kann man Entsprechendes über den Dividenden feststellen. Die Schüler werden aufgefordert, sich in jedem Falle die Quotienten zu betrachten. Das Ergebnis wird im Unterrichtsgespräch erarbeitet und an die Tafel geschrieben (Bild 196/1).
Aus diesen Erkenntnissen läßt sich die Aufgabe ableiten, zu untersuchen, welchen Einfluß ein gleichzeitiges Vervielfachen (bzw. Teilen) von Dividend und Divisor auf den Quotienten hat. Dazu können etwa folgende Aufgaben gelöst werden:

•	•
$\boxed{6 : 3}$	$\boxed{100 : 20}$
$12 : 6$	$50 : 10$
$18 : 9$	$25 : 5$
$24 : 12$	$20 : 4$
$30 : 15$	$10 : 2$

Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient

Aufgabe	Dividend	Divisor	Quotient
24 : 4 = 6 24 : 8 = 3 24 : 12 = 2	bleibt gleich	wird größer wird kleiner	wird kleiner wird größer
8 : 4 = 2 12 : 4 = 3 24 : 4 = 6	wird größer wird kleiner	bleibt gleich	wird größer wird kleiner
6 : 3 = 2 12 : 6 = 2 24 : 12 = 2	wird verdoppelt (verdreifacht)	wird verdoppelt (verdreifacht)	bleibt gleich

196/1

Während ein Schüler an verdeckter Tafel rechnet, arbeiten die anderen im Heft. Als erstes wird festgestellt, daß die Quotienten gleich bleiben. Die Schüler müssen erkennen, daß ein gleichzeitiges Vervielfachen oder Teilen des Divisors und des Dividenden den Quotienten unverändert läßt.

Diese Erkenntnis wird an Beispielen, wie

10 : 5;	60 : 10;	12 : 6;	27 : 9;	150 : 50;
20 : 10;	30 : 5;	36 : 18;	9 : 3;	15 : 5

gefestigt, wobei besonderer Wert auf die Erläuterung der Zusammenhänge zwischen den Aufgaben zu legen ist (20 ist das Doppelte von 10, 10 das Doppelte von 5 usw.).

(2) Es ist die Frage herauszuarbeiten, ob diese Erkenntnis über Zusammenhänge zwischen Dividend, Divisor und Quotient bei der Lösung von Divisionsaufgaben angewendet werden kann.
An einigen Beispielaufgaben muß den Schülern klarwerden, daß die Division durch Vielfache von 10 und 100 auf die Division durch Einer zurückgeführt werden kann, wenn man Dividend und Divisor durch 10 bzw. 100 dividiert. Zum Beispiel:

$$
\begin{aligned}
720 : 80 &= 72 : 8 = 9\\
280 : 40 &= 28 : 4 = 7\\
5600 : 700 &= 56 : 7 = 8\\
3600 : 200 &= 36 : 2 = 18
\end{aligned}
$$

Diese Erkenntnis wird in einer schriftlichen Übung zur Division durch Vielfache von 10 und 100 genutzt. Beispiele für Aufgaben: Lb 130, Aufgabe 1.
Zur Wiederholung sind auch Ungleichungen der Art wie im Lb 140 zu empfehlen.
Als Hausaufgabe haben die Schüler ähnliche Aufgaben zu lösen, wobei auch solche gestellt werden, die die Division von Summen und Differenzen vorbereiten (z. B. Lb 128, Aufgabe 5a).

3. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt mit einer halbschriftlichen Übung (auch Kurzkontrolle möglich) vorwiegend zum kleinen Einmaleins. Dabei sollten u. a. auch solche Formulierungen gebraucht werden wie: „Das 6fache von 9!" – „Das Wievielfache von 8 ist 32?" – „Das 5fache einer Zahl ist 35, wie heißt die Zahl?" – „Der 3. Teil von 27!" – „Der wievielte Teil von 36 ist 9?" – „Welche Zahl ist um 17 größer (kleiner) als 44?" – „Eine Zahl vermehrt (vermindert) um 12 ergibt 25, wie heißt die Zahl?" – „Wie groß ist die Summe (Differenz) aus 28 und 13?" – „Berechne das Produkt (den Quotienten) aus 12 und 4!" – „Multipliziere die Summe (Differenz) von 8 und 5 mit 3!"
Auch in anderen Stunden sind Aufgaben dieser Art immer wieder zu stellen, obwohl im allgemeinen hier nicht mehr darauf eingegangen wird.

(2) Im Unterrichtsgespräch wird bei der Aufgabe 5a (Lb 128) auf eine Zerlegung der Dividenden in geeignete Summanden eingegangen. Das wird zum Anlaß genommen, ähnliche Aufgaben (z. B. Lb 123, Aufgabe 7a und 8a) nach dem angedeuteten Verfahren zu lösen.
Die nochmalige Erläuterung des Lösungsweges durch Schüler nach Abschluß der Übung wird im Unterrichtsgespräch, durch entsprechende Darstellung an der Tafel (vgl. Lb 122) unterstützt, zur Formulierung des Satzes C 12 geführt.
Das Beispiel C 29 (Lb 122) führt zu einer Aufgabe, bei der die Darstellung des Dividenden als Differenz günstiger erscheint. Die Lösung erfolgt im Unterrichtsgespräch und wird in der im Lehrbuch dargestellten Weise an die Tafel geschrieben. Ein weiteres an der Tafel und im Heft durchgerechnetes Beispiel wird zur Verallgemeinerung und Formulierung des Satzes genutzt (vgl. Satz C 13, Lb 123).

(3) Die Sätze werden in einer anschließenden Übung zur Lösung von Divisionsaufgaben verwendet. Hierzu werden die Aufgaben 3, 5, 7b und 8b (Lb 123) empfohlen.
Auf verschiedene Möglichkeiten des Zerlegens ist hinzuweisen. Die Probe wird genutzt, um zur Wiederholung auf das Distributivgesetz einzugehen und mit dem erarbeiteten Satz zu vergleichen. Zu Hause werden ähnliche Aufgaben gelöst.

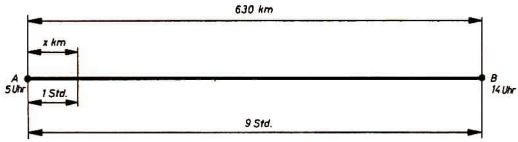
4. Stunde:

(1) Nachdem zwei Beispiele (etwa 318 : 6 und 464 : 8) durch Schüler an der Tafel gerechnet wurden, werden die Sätze wiederholt. Dieser Teil der Stunde kann auch für eine mündliche Leistungskontrolle genutzt werden.

(2) Dann werden im Kopf bzw. schriftlich die Aufgaben 1 und 2 (Lb 123) gelöst, wobei in jedem Falle die Lösungsschritte anzugeben sind. Diese Aufgaben können ergänzt werden durch solche zur Division durch Vielfache von 10 (z. B. Lb 128, Aufgabe 5, und Lb 140, Aufgaben 55, 56).

(3) Bei der Lösung der Anwendungsaufgaben (selbstgebildete aus örtlichem Zahlenmaterial und Lb 125, Aufgabe 15) ist besonderer Wert auf die Erarbeitung eines Lösungsplanes an Hand einer Skizze (Bild 198/1) zu legen.
Für häusliche Übungen eignen sich Aufgaben wie Nr. 7 und 8 (Lb 123) und Aufgabe 16 (Lb 125).

Aufgabe: Seite 125, Nr. 15



in 9 Stunden 630 km
in 1 Stunde x km
$x = 630 : 9$

198/1

Abschnitt 25 (1 Stunde)

Thema: Teilbarkeit

Ziele: Behandlung der Begriffe „Teiler“ und „teilbar“, Erarbeiten des Satzes 14 (Lb 124)

Gliederung:

Teilbarkeit

(1) 10 Übung zur Division von Summen und Differenzen
(2) 20 Erarbeitung des Satzes 14
(3) 15 Teilbarkeitsuntersuchungen durch Zerlegen des Dividenden in Summen oder Differenzen

Methodische Hinweise:

(1) Zur Übung und Wiederholung lösen die Schüler Aufgaben wie 234 : 6 und 279 : 9 selbständig, indem sie die Dividenden in eine Summe oder Differenz zerlegen. Beim Vergleich der Ergebnisse werden im Unterrichtsgespräch noch einmal die Sätze C 12 und C 13 wiederholt.
Anschließend sollen die Schüler die Aufgabe 172 : 7 lösen. Sie werden erkennen, daß diese Aufgabe nicht lösbar ist. Der Lehrer läßt sich die Zerlegungen nennen. Falls alle Schüler in gleicher Weise zerlegt haben, verlangt er weitere Möglichkeiten mit dem Hinweis, daß eine andere Zerlegung vielleicht zu einer Lösung führt.

Es gibt keine Zerlegung des Dividenden 172 in eine Summe oder eine Differenz, bei der beide Summanden bzw. Minuend und Subtrahend Vielfache des Divisors 7 sind.
Im weiteren Verlauf des Unterrichtsgesprächs wird herausgearbeitet, daß 172 kein Vielfaches von 7 ist und damit die Division 172 : 7 nicht durchführbar ist.

(2) Auf die Frage, welche Bedingungen an Dividend und Divisor zu stellen sind, kann von den Schülern Satz C 14 (Lb 124) dem Inhalt nach formuliert werden. Die Schüler lesen den Satz vor, und im Unterrichtsgespräch wird an Beispielen der Inhalt noch einmal erläutert. Zum Beispiel:
$18 : 2$ ist lösbar.
$18 : 2 = 9$, denn $9 \cdot 2 = 18$ (das 9fache von 2 ist 18).
$32 : 5$ ist nicht lösbar, denn
$6 \cdot 5 = 30$; $7 \cdot 5 = 35$; $\boxed{6} \cdot 5 < 32 < \boxed{7} \cdot 5$
32 ist kein Vielfaches von 5.

Der Lehrer erklärt an den gleichen Beispielen die Begriffe „Teiler" und „teilbar" bzw. „nicht teilbar".
Die Schüler versuchen dann, selbst Beispiele für die Erläuterung der Begriffe „Teiler" und „teilbar" anzugeben.
Zur Übung bestimmen die Schüler Teiler vorgegebener zweistelliger Zahlen oder untersuchen eine Zahl auf Teilbarkeit durch 1 bis 10. Zum Beispiel:
- Bestimme die Teiler von 24 (28, 30, 40)!
- Durch welche Zahlen von 1 bis 10 ist 32 (36, 42, 45) teilbar?
- Untersuche, welche Zahlen von 1 bis 10 Teiler von 16 (21, 40, 48) sind!

Die Schüler begründen ihre Lösungen.

(3) Nach einer Zusammenfassung, in der die Begriffe von Schülern noch einmal erläutert wurden, wird vom Lehrer das Ziel des letzten Stundenabschnittes angegeben: „Wir wollen jetzt versuchen, ob wir auch bei größeren Zahlen die Teilbarkeit feststellen können."
Es soll 222 auf Teilbarkeit durch 6 untersucht werden. Die Schüler erkennen die Zerlegung in Summen oder Differenzen als eine Möglichkeit, diese Aufgabe zu bewältigen (vgl. Lb 124, Beispiel 30).
Anschließend untersuchen die Schüler in kommentierender schriftlicher Arbeit, ob 711 durch 9 und 354 durch 8 teilbar ist.
Vorschlag für die Hausaufgabe:
- Untersuche, welche Zahlen von 1 bis 10 Teiler von 56 sind!
- Aufgaben 1a und 2a (Lb 126)

Abschnitt 30 (5 Stunden)

Thema: Hilfen für die Division

Ziele: Erarbeiten einiger Verfahren zur Teilbarkeitsuntersuchung.
Erziehung zum kritischen Betrachten vorgelegter Sachverhalte

Gliederung:

1. Stunde: Zerlegen des Dividenden in Summen oder Differenzen

(1) 10 Übung: Teilbarkeitsuntersuchungen durch Zerlegen des Dividenden in Summen oder Differenzen
(2) 15 Zerlegen des Dividenden in mehrgliedrige Summen
(3) 20 Festigung des Verfahrens der Zerlegung in Summen oder Differenzen zur Teilbarkeitsuntersuchung

2. Stunde: Teilbarkeitsregeln

(1) 15 Übung: Zerlegen in Summen oder Differenzen
(2) 20 Teilbarkeit durch 2, Teilbarkeit durch 10
(3) 10 Übung zur Teilbarkeit durch 2 und 10

3. Stunde: Zerlegen des Dividenden in ein Produkt

(1) 15 Wiederholung der Teilbarkeit (Untersuchung auf Teilbarkeit durch 2 und 10, Zerlegen in Summen und Differenzen)
(2) 30 Zerlegen des Dividenden in ein Produkt

4. Stunde: Teilbarkeitsuntersuchung durch Anwenden des Verfahrens der schriftlichen Division

(1) 25 Zusammenfassung der behandelten Verfahren zur Untersuchung auf Teilbarkeit
(2) 20 Wiederholen des schriftlichen Verfahrens der Division. Anwendung des Verfahrens bei Teilbarkeitsuntersuchungen

5. Stunde: Übung der behandelten Verfahren zur Teilbarkeitsuntersuchung

(1) 15 Auswahl des geeigneten Verfahrens in Abhängigkeit von der gestellten Aufgabe
(2) 30 Übung aller behandelten Verfahren zur Teilbarkeitsuntersuchung

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Besprechung der Hausaufgaben wird zur Wiederholung des in der vorigen Stunde behandelten Stoffes genutzt. Zur weiteren Festigung werden z. B. die Aufgaben 3 und 4 (Lb 124), 1a, b und 2b (Lb 126) von den Schülern möglichst selbständig gelöst.

(2) An der Aufgabe, 1512 und 1236 auf Teilbarkeit durch 9 zu untersuchen, wird im Unterrichtsgespräch herausgearbeitet, daß man diese Zahlen in mehrere Summanden zerlegen muß. Mit Hilfe der Schüler entsteht an der Tafel folgende Form zur Lösung solcher Aufgaben:

$1512 = 900 + 612 = 900 + 540 + 72$

Da 9 ein Teiler von 900 ist und da 9 ein Teiler von 540 ist und da 9 ein Teiler von 72 ist, ist 9 auch ein Teiler von 1512

$1236 = 900 + 336 = 900 + 270 + 56$

9 ist nicht Teiler von 1236, denn 9 ist nicht Teiler von 56.

Anschließend rechnet ein Schüler eine Aufgabe an der Tafel vor. Zum Beispiel: Ist 6 Teiler von 1626?

(3) In der folgenden Übung lösen die Schüler zunächst Aufgaben aus Nr. 1 und 2 (Lb 126) im Heft. Beim Vergleichen der Ergebnisse muß darauf geachtet werden, daß verschiedene Zerlegungen zu dem gleichen Ergebnis führen können. Anschließend werden noch einfache Aufgaben mündlich gelöst.
Für die Übung und die Hausaufgabe können Nr. 5 bis 8 (Lb 133) und Nr. 27 (Lb 138) verwendet werden.

2. Stunde:

(1) Das Verfahren der Zerlegung in Summen oder Differenzen wird an drei- und mehrstelligen Zahlen weiter gefestigt. Zusammenfassend wird im Unterrichtsgespräch noch einmal das Wesentliche herausgearbeitet:
Es ist eine Zerlegung zu suchen, bei der jedes Glied der Summe bzw. der Differenz teilbar ist. Gelingt das nicht, ist die untersuchte Zahl nicht teilbar.
Diese Übung kann auch zu einer schriftlichen Leistungskontrolle genutzt werden. Es können folgende Aufgaben gestellt werden:
• 639 : 9 • 793 : 8 • 2030 : 70 • 3650 : 50.

(2) Die Schüler erhalten die Aufgabe, die Zahlen 58, 69, 92, 117, 234, 780, 871, 1142, 1353 auf Teilbarkeit durch 2 zu untersuchen (die Zahlen werden vom Lehrer an die Tafel geschrieben).
Die Schüler erkennen, daß es gerade bzw. ungerade Zahlen sind. Wiederholend wird festgestellt, daß nur gerade Zahlen durch 2 teilbar sind. Zur Übung suchen die Schüler weitere Beispiele.
Der Lehrer stellt das Ziel des nächsten Unterrichtsabschnittes: „Wir wollen einen ebenso einfachen Weg für die Teilbarkeit durch 10 suchen". Er läßt sich von den Schülern durch 10 teilbare Zahlen nennen und an die Tafel schreiben. Dann verlangt er, daß die Schüler feststellen, ob die Zahlen 31, 45, 97 durch 10 teilbar sind. Nachdem die Schüler begründet haben, woran man die Teilbarkeit durch 10 erkennt, werden weitere Beispiele für durch 10 teilbare und nicht durch 10 teilbare Zahlen genannt und an die Tafel geschrieben.
In einer mündlichen Übung werden solche Aufgaben wie Nr. 1 bis 4 (Lb 133) gelöst. Als Hausaufgabe empfiehlt sich eine Auswahl aus den Aufgaben 1 bis 8 (Lb 133).

3. Stunde:

(1) Nachdem die Schüler in einer schriftlichen Übung untersucht haben, ob die Zahlen 63, 78, 80, 95, 110, 1715, 3412, 5720 durch 2 oder 10 und 396 durch 4 oder 7 teilbar sind, wird im Unterrichtsgespräch das Wesentliche der Teilbarkeit (Satz C 14, Begriffe, Teiler und teilbar) zusammengetragen. Die bisher kennengelernten Verfahren zur Untersuchung von Zahlen auf Teilbarkeit werden an Beispielen erläutert.

(2) Der Lehrer kann für diese Stunde folgendes Ziel angeben: „Wir wollen heute das Verfahren des Zerlegens in Faktoren kennenlernen." Er fordert die Schüler auf, sich das Beispiel 40 (Lb 133) durchzulesen. Danach sollen die Schüler mit eigenen Worten erläutern, warum 240 durch 4 teilbar ist.

Danach wird zur Festigung in gleicher Weise untersucht, ob 360 durch 9 teilbar ist. Im Unterrichtsgespräch wird dann 144 auf Teilbarkeit durch 9 nach diesem Verfahren untersucht. Es wird zunächst die Aufgabe gestellt, z. B. 144 in ein Produkt zu zerlegen. Einige der möglichen Zerlegungen werden erörtert; die Probe sollte dabei stets verlangt werden.
Zusammenfassend wird in einem Unterrichtsgespräch herausgearbeitet, daß es oft mehrere Möglichkeiten gibt, eine Zahl als Produkt darzustellen.
Anschließend sollen die Schüler entscheiden, ob 9 ein Teiler von 144 ist oder nicht, und ihre Antwort begründen. Die Begründung muß etwa folgenden Inhalt haben: „Ein Faktor des Produktes ist durch 9 teilbar, deshalb ist 9 auch ein Teiler von 144".
Danach muß den Schülern bewußtgemacht werden, daß nicht jede Zerlegung sofort die Teilbarkeit erkennen läßt, z. B. $144:9 = 6 \cdot 24 : 9$. Deshalb muß eine geeignete Zerlegung gesucht werden. Damit die Schüler ein Beispiel im Heft haben, wird in der gleichen Weise 252 auf Teilbarkeit durch 7 untersucht.

4. Stunde:

(1) Zur Wiederholung und Systematisierung können folgende Aufgaben behandelt werden:

- Untersuche, ob 150, 195, 353, 564, 721, 960, 1200 durch 2 (10) teilbar sind!
- Sind 424 und 384 durch 8 teilbar?
- Untersuche durch Zerlegen in Faktoren, ob 108 durch 3 teilbar ist!

Zusammenfassung

(a) Teilbarkeit durch 2:
Alle geraden Zahlen sind durch 2 teilbar.
Teilbarkeit durch 10:
Alle Zahlen, die auf 0 enden, sind durch 10 teilbar.

(b) Zerlegen in Summen oder Differenzen

Summen	Differenzen
$424 : 8 = (400 + 24) : 8$	$384 : 8 = (400 - 16) : 8$
$= 50 + 3$	$= 50 - 2$
$\underline{\underline{= 53}}$	$\underline{\underline{= 48}}$
Da 400 durch 8 teilbar ist und da 24 durch 8 teilbar ist, ist auch 400 + 24 durch 8 teilbar.	Da 400 durch 8 teilbar ist und da 16 durch 8 teilbar ist, ist auch 400 − 16 durch 8 teilbar.

(c) Zerlegen in Faktoren
$108 : 3 = 4 \cdot 27 : 3$
Einer der beiden Faktoren ist durch 3 teilbar.

202/1

(2) Nun wird das schriftliche Verfahren der Division wiederholt. Deshalb wird den Schülern erklärt, daß bei schwierigen Aufgaben die bisher kennengelernten Verfahren nicht immer leicht anzuwenden sind. Es wird herausgearbeitet, daß besonders durch die schriftliche Division die Teilbarkeit festgestellt werden kann.
Das Verfahren der schriftlichen Division wird ausführlich wiederholt (Beispiel 30, Lb 124). Auf die verkürzte Division wird nur eingegangen, wenn es das Niveau der Klasse erlaubt.

Um das schriftliche Dividieren weiter zu üben, lösen die Schüler zu Hause ähnliche Aufgaben.

5. Stunde:

(1) Es sollten nur die für jedes Beispiel günstigen Verfahren vorgeschlagen werden. Übungsaufgaben findet der Lehrer im Lb 123, 133.

(2) In der sich anschließenden Übung müssen die Schüler einen gewissen Grad an Selbständigkeit erreichen.

Die Lösung wird nicht in jedem Falle von allen in der gleichen Art und Weise gefunden werden. Deshalb ist den Schülern im abschließenden Unterrichtsgespräch noch einmal bewußtzumachen, daß alle Verfahren zu den gleichen Ergebnissen führen, aber nicht alle in gleichem Maße einfach anzuwenden sind.

Abschnitt 26 (6 Stunden)

Thema: Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor

Ziele: Wiederholen und Festigen des schriftlichen Verfahrens der Division durch einstelligen Divisor.
Einführen einer neuen Schreibweise für die Division mit Rest

Gliederung:

1. Stunde: Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor ohne Rest

(1) 15 Wiederholen des schriftlichen Verfahrens der Division durch einstelligen Divisor
(2) 30 Übung zur schriftlichen Division

2. Stunde:

(1) 25 Rechnen mit Maßangaben
(2) 20 Anwenden der schriftlichen Division bei Sachaufgaben

3. Stunde: Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor mit Rest

(1) 15 Einführen der neuen Schreibweise für die Division mit Rest
(2) 30 Üben der Division mit Rest

4. Stunde: Schriftliches Dividieren durch einstelligen Divisor mit und ohne Rest

(1) 10 Wiederholen des schriftlichen Dividierens mit Rest
(2) 25 Üben der Division durch einstelligen Divisor mit und ohne Rest
(3) 10 Wiederholung: Rechnen mit Näherungswerten

5. Stunde: Klassenarbeit

6. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Methodische Hinweise:

(1) Die Kontrolle der Hausaufgaben wird noch einmal genutzt, um die Schüler anzuhalten, die Auswahl des Lösungsweges zu begründen.
Danach erhält die Klasse die Aufgabe zu überprüfen, ob 36813 durch 3 teilbar ist. In diesem Falle wird das schriftliche Verfahren der Division angewendet. Anschließend wird das Ziel der Stunde, die schriftliche Division zu üben, bekanntgegeben.
Am Beispiel 15745:5, das im Unterrichtsgespräch an der Tafel gelöst wird, werden noch einmal alle Schritte ausführlich erläutert. Auf Überschlag und Probe ist zu achten.
Für die Aufgaben der schriftlichen Division wird folgende Form eingeführt:

$$
\begin{array}{l}
15745:5 = x \\
15745:5 = 3149 \\
\underline{15} \\
\;07 \\
\;\;\underline{5} \\
\;\;24 \\
\;\;\underline{20} \\
\;\;\;45 \\
\;\;\;\underline{45} \qquad \underline{\underline{x = 3149}} \\
\;\;\;\;0
\end{array}
$$

Überschl.: $15000:5 = 3000$
$x \approx 3000$
Vergleich: $3149 \approx 3000$

Probe: $\underline{3149 \cdot 5}$
15745

Vergleich: $15745 = 15745$

Überschlag und anschließender Vergleich werden nur im Kopf verlangt. Die Schüler werden auch in allen weiteren Stunden dazu angehalten, das Ergebnis erst dann zu unterstreichen, wenn die Richtigkeit durch eine Probe nachgewiesen wurde.

(2) Danach lösen die Schüler selbständig einige Aufgaben aus Lb 125. Damit sich die neu eingeführte Form durchsetzt, ist neben der Kontrolle der schriftlichen Arbeit in den Heften besonders auf die Form der Rechnung an der Tafel zu achten.

2. Stunde:

(1) An Hand der Aufgabe 5,43 MDN:3 wird im Unterrichtsgespräch das Rechnen mit Maßangaben wiederholt (vgl. Beispiel Lb 125).
Im Verlaufe des Unterrichtsgesprächs müssen die Schüler als wichtigsten Schritt erkennen, daß sie Größenangaben in dezimaler Schreibweise erst in eine niedrigere Maßeinheit umwandeln müssen, bevor dividiert werden kann. Das Umwandeln wird an Hand von Tabellen geübt (vgl. Arbeitsblatt, Bild 205/1). Nachdem einige Umwandlungen im Unterrichtsgespräch durchgeführt wurden, arbeiten die Schüler selbständig.
Danach lösen die Schüler je ein bis zwei Aufgaben von Nr. 9a, 10a, 11a, 13a (Lb 125) schriftlich, wobei zunächst wieder je ein Schüler an der Tafel rechnet.

(2) Zum Abschluß der Stunde wird das schriftliche Dividieren und das Rechnen mit Maßangaben an Sachaufgaben geübt, z. B. die Aufgaben 42, 43, 39, 40 (Lb 139) und die Aufgaben 51, 52 (Lb 140).
Aufgaben, bei denen mehrere Rechenschritte erforderlich sind, müssen graphisch gedeutet werden.

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
....	....	....

MDN	Pf
1	
	1
	3 680
8,76	

MDN	Pf
1	
5,75	
	6 32
0,45	

km	m	dm	cm	mm
	1			
1				
27,580		—	—	—
	350			—
—		698,5		
—			43,6	

t	dt	kg	g	mg
		1		
1			—	—
3,750			—	—
	8,25			—
—		73,650		—
—			3250	

205/1

Die Aufgaben werden je nach Schwierigkeitsgrad im Unterrichtsgespräch oder in Form des kommentierenden schriftlichen Arbeitens gelöst, um den Schülern Anleitung zum Aufstellen eines Lösungsplanes zu geben. Leistungsstärkere Schüler sind zu Begründungen heranzuziehen.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Je eine Aufgabe von Nr. 12 und 14 (Lb 125) und eine Anwendungsaufgabe.

3. Stunde:

(1) Zur Vorbereitung des Zieles dieser Stunde wird von einem Schüler an der Tafel und von den anderen im Heft mit Hilfe des schriftlichen Verfahrens der Division untersucht, ob 223 durch 6 teilbar ist. Der Lehrer läßt sich die Antwort begründen („Nicht lösbar, weil der Rest ungleich Null ist").
Davon ausgehend, daß bei der schriftlichen Division noch das Gleichheitszeichen steht ($223:6 = 37$), aber das Ergebnis nicht gleich der linken Seite ist, d. h. also das Gleichheitszeichen nicht gerechtfertigt ist (was durch die Probe besonders deutlich wird), wird die Einführung einer neuen Schreibweise für Aufgaben zur Division mit Rest motiviert. Diese wird vom Lehrer ausführlich in der im Beispiel 32 (Lb 126) dargestellten Weise an der Tafel erläutert.
Eine ähnliche Aufgabe wird von einem Schüler an der Tafel gelöst und der Lösungsweg kommentiert.

(2) In der sich anschließenden Übung lösen die Schüler solche Aufgaben wie Nr. 1 (Lb 127) in den Heften. Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben 2, 3 (Lb 127).

4. Stunde:

(1) Ein Schüler erläutert zur Wiederholung die neue Schreibweise der Division mit Rest am Beispiel 1563:5. Im Unterrichtsgespräch wird die Einführung dieser Schreibweise noch einmal begründet.

(2) In der folgenden Übung werden solche Aufgaben wie Nr. 2 und 3 (Lb 127) gelöst. Dabei wird Wert auf die Begründung der Antwort auf die Frage nach der Teilbarkeit gelegt, um bei den Schülern den Begriff der Teilbarkeit wiederholend zu festigen. Leistungsschwächere Schüler erhalten Gelegenheit, an der verdeckten Tafel zu arbeiten, damit der Lehrer die Ursachen noch vorhandener Unklarheiten erkennen und beseitigen kann.

(3) Zum Abschluß der Stunde wird das Rechnen mit Näherungswerten wiederholt. Nachdem im Unterrichtsgespräch an Beispielen die Schreibweise von Näherungswerten und die Regeln für das Runden natürlicher Zahlen erläutert wurden, wird in einer Kopfrechenübung die Aufgabe 3 (Lb 126) gelöst. Dabei werden nicht nur die Ergebnisse verlangt, sondern die Schüler müssen den Rechenweg erläutern und begründen.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben wie Nr. 2b und 4 (Lb 127).

5. Stunde:

Damit die schriftliche Leistungskontrolle ohne Störungen verläuft, ist es ratsam, den Schülern Blätter mit den Aufgaben auszuhändigen (anderenfalls an die Tafel schreiben). Bevor mit der Arbeit begonnen wird, liest ein Schüler die Aufgaben vor.

6. Stunde:

Die Rückgabe und Besprechung der Arbeit wird verbunden mit der Auswertung der häufigsten Fehler an ähnlichen Beispielen. Es werden Hinweise für das Anfertigen der Berichtigung gegeben und die Schwerpunkte für die weitere Arbeit jedes einzelnen Schülers und des Lehrers herausgearbeitet.

Abschnitt 27 (2 Stunden)

Thema: Schriftliches Dividieren durch zweistelligen Divisor ohne Rest

Ziele: Übertragen des Verfahrens der Division durch einstelligen Divisor auf die Division durch zweistelligen Divisor. Entwickeln von Rechenfertigkeiten

Gliederung:

1. Stunde: Schriftliches Dividieren durch Vielfache von 10 und einfache zweistellige Divisoren ohne Rest

(1) 10 Wiederholen der Division durch einstelligen Divisor und Übertragen des Verfahrens auf die schriftliche Division durch Vielfache von 10
(2) 15 Übung zur schriftlichen Division durch Vielfache von 10
(3) 20 Schriftliche Division durch einfache zweistellige Divisoren; Üben der Multiplikationsfolgen bis 19

2. Stunde: Schriftliche Division durch zweistellige Divisoren

(1) 10 Üben der Multiplikationsfolgen
(2) 15 Üben der schriftlichen Division durch Vielfache von 10
(3) 20 Üben der schriftlichen Division durch einfache zweistellige Divisoren

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Zur Wiederholung und Übung lösen zwei Schüler je eine Aufgabe zur Division durch einstelligen Divisor, etwa Aufgabe 7 (Lb 125), an verdeckter Tafel. Alle anderen rechnen gleichzeitig im Heft beide Aufgaben. Gute Rechner erhalten als Zusatzaufgabe etwa Nr. 6 (Lb 128).
In Auswertung der Übung wird im Unterrichtsgespräch das schriftliche Verfahren der Division durch einstelligen Divisor erläutert. Ein Schüler, der eine Zusatzaufgabe gelöst hat, erhält den Auftrag, die Lösung der Aufgabe vorzuführen und sie den anderen Schülern zu erklären.

(2) Um das schriftliche Dividieren durch Vielfache von 10 zu üben, werden einige Aufgaben der Nr. 6 (Lb 128) gelöst. Der Lehrer weist nachdrücklich auf die verlangte Form hin. Ein Schüler führt zunächst eine weitere Aufgabe an der Tafel vor. Anschließend arbeitet die Klasse selbständig im Heft.

(3) Nach Auswertung der Übung wird im Unterrichtsgespräch ein Beispiel der Aufgabe 7 (Lb 128) an der Tafel gelöst, bevor die Schüler ähnliche Aufgaben im Heft lösen. Dabei wird folgende Form verlangt:

$605:11 = x$	Überschlag: $600:10 = 60$
	$x \approx 60$
$605:11 = 55$	
$\underline{55}$	
55	Vergleich: $55 \approx 60$
$\underline{55}$	
0	Probe: $\underline{55 \cdot 11}$
	55
	$\underline{\;\;55}$
$\underline{\underline{x = 55}}$	605

Überschlag und Vergleich werden nach Möglichkeit mündlich durchgeführt.
Den Abschluß der Stunde bildet eine Kopfrechenübung zu den Multiplikationsfolgen von 11 bis 19.
Als Hausaufgabe erhalten die Schüler den Auftrag, neben der Lösung von 2 Aufgaben der Nr. 6b und 7 die Multiplikationsfolgen zu üben.

2. Stunde:

(1) Die Stunde beginnt mit einer halbschriftlichen Übung zu den Multiplikationsfolgen der 11 bis 19.

(2) Danach wird die schriftliche Division durch Vielfache von 10 an Ungleichungen und Anwendungsaufgaben geübt. Zum Beispiel:

- $1640:40 < x < 2580:60$
- $7360:80 < x < 4950:50$
- Eine Wochenendfahrt der 4. Klasse kostete 331,50 MDN. Wie hoch waren die Kosten für einen Teilnehmer, wenn die Wandergruppe aus 30 Personen bestand?

(3) Zur weiteren Übung der schriftlichen Division durch zweistellige Divisoren werden solche Aufgaben wie Nr. 7 und 8 (Lb 128) gelöst. Dabei sind die Anforderungen an die Selbständigkeit der Schüler systematisch zu steigern. Auch bei dieser Übung können Zusatzaufgaben gestellt werden, die schon einen größeren Schwierigkeitsgrad aufweisen, z. B. solche wie Nr. 9 und 10 (Lb 128).
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben wie Nr. 6a, 7, 8 (Lb 128).

Abschnitt 28 (11 Stunden)

Thema: Schriftliche Division durch zweistellige Divisoren mit Zwischenüberschlag (mit und ohne Rest)

Ziele: Entwickeln von Rechenfertigkeiten.
Auswahl geeigneter Näherungswerte für den Zwischenüberschlag.

Üben der schriftlichen Division unter besonderer Berücksichtigung der Form.
Festigen der Multiplikationsfolgen
Rechnen mit Größen
Unterrichtsmittel: Kopfrechentafel

Gliederung:

1. Stunde: Schriftliche Division mit Zwischenüberschlag

(1) 15 Wiederholen des Rundens mit Näherungswerten, Üben des Überschlags
(2) 15 Einführen des schriftlichen Dividierens mit Zwischenüberschlag
(3) 15 Üben des Rechnens mit Zwischenüberschlag

2. Stunde: Division durch beliebige zweistellige Divisoren ohne Rest

(1) 10 Üben der Multiplikationsfolgen
(2) 35 Üben des schriftlichen Dividierens mit Zwischenüberschlag an einfachen Aufgaben

3. Stunde:

(1) 15 Division mit Zwischenüberschlag bei schwierigen Aufgaben
(2) 30 Üben der Division mit Zwischenüberschlag

4. Stunde: Division durch beliebige zweistellige Zahlen mit Rest

(1) 15 Rechnen mit Gleichungen
(2) 15 Wiederholen der Division durch einstelligen Divisor mit Rest
(3) 15 Schriftliche Division durch zweistelligen Divisor mit Rest

5. Stunde:

(1) 15 Üben des Überschlags und der Multiplikation
(2) 30 Üben der schriftlichen Division durch zweistellige Divisoren mit Rest

6. Stunde: Schriftliches Dividieren durch zweistellige Divisoren mit und ohne Rest, Rechnen mit Größenangaben

(1) 15 Kurzkontrolle zu den Multiplikationsfolgen und dem Rechnen mit Näherungswerten
(2) 30 Üben der schriftlichen Division durch zweistellige Divisoren mit und ohne Rest

7. Stunde:

(1) 10 Üben im Umwandeln von Größenangaben
(2) 35 Üben der schriftlichen Division beim Rechnen mit Größenangaben

8. Stunde: Textaufgaben verschiedener Art zur Division durch zweistelligen Divisor

(1) 15 Wiederholen der schriftlichen Verfahren aller Grundrechenoperationen
(2) 30 Übung im Lösen von Sachaufgaben

9. Stunde: Anwenden der schriftlichen Division in Sachaufgaben

10. Stunde: Klassenarbeit zur Division durch ein- und zweistellige Divisoren

11. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Um das Anliegen dieser Stunde sinnvoll vorzubereiten, wird zu Beginn eine Kopfrechenübung zum Runden und zum Rechnen mit Näherungswerten durchgeführt. Dazu werden solche Aufgaben wie Nr. 3 (Lb 126) gerechnet. Hier werden auch die Rundungsregeln wiederholt. An einigen Beispielen wird noch einmal die Schreibweise geübt.

(2) Dieser Teil der Stunde wird eingeleitet durch eine schriftliche Übung zur Division durch einfache zweistellige Divisoren. Dazu rechnen die Schüler eine Aufgabe der Nr. 8b (Lb 128) selbständig im Heft.
Zur Einführung der Division mit Zwischenüberschlag wird im Unterrichtsgespräch die Aufgabe 7755:47 an der Tafel gelöst. Die Erarbeitung geschieht so wie im Beispiel 35 (Lb 129).
Auch bei diesen Aufgaben werden wie bisher Überschlag und Probe in der üblichen Form durchgeführt.

(3) Im Anschluß an diese Erarbeitung demonstriert ein Schüler an der ersten Aufgabe der Nr. 9a (Lb 128) noch einmal den Lösungsweg und erläutert ihn in der vorgeschlagenen Weise. Es werden weitere Aufgaben gelöst.
In der Zusammenfassung wird noch einmal das Rechenverfahren erläutert. Die Schüler müssen erkennen, daß für die Zwischenüberschläge immer gerundete Werte benutzt werden.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Je eine Aufgabe der Nr. 9 und 10 (Lb 128).

2. Stunde:

(1) Die Übung der Multiplikationsfolgen erfolgt in der schon mehrfach beschriebenen Weise.

(2) Vor der Übung der schriftlichen Division mit Zwischenüberschlag werden die Ergebnisse der Hausaufgaben verglichen. Dabei stellt der Lehrer fest, wer Schwierigkeiten bei der Lösung der Aufgaben hatte. Mit jenen Schülern muß in dieser Stunde besonders gearbeitet werden.
Aufgaben für die Übung: Aufgaben aus den Nr. 9, 10, 11 und 12 (Lb 128). Aufgaben, bei denen Schwierigkeiten beim Finden geeigneter Näherungswerte auftreten können, werden noch vermieden.

3. Stunde:

(1) Ein Schüler löst an der Tafel die Aufgabe 17578:94. Er wird z. B. rechnen
$94 \approx 90,\ 175 \approx 180,\ 180:90 = 2.$
Nun ist aber $2 \cdot 94 > 175$ und $175 - 188$ nicht lösbar. An dieser Stelle wird der Schüler unterbrochen, und im Unterrichtsgespräch wird herausgearbeitet, daß der Teilquotient 2 zu groß war. Die Rechnung muß mit einem kleineren Teilquotienten, im Beispiel mit 1, neu begonnen werden.

(2) In der ersten Hälfte der Übung werden im Heft und an der Tafel (z. T. auch verdeckt) weitere Aufgaben (z. B. Aufgaben 11 und 12, Lb 128) gelöst.
Anschließend wird an der Tafel und im Heft 290340:36 gerechnet. Hierbei kann der falsche Teilquotient beim ersten Zwischenüberschlag auftreten.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben aus Lb 129.

4. Stunde:

(1) Zur Wiederholung des Zusammenhanges zwischen Multiplikation und Division werden folgende Aufgaben mündlich gerechnet: Aufgaben 13a und b (Lb 128), Aufgaben 18 und 19 (Lb 137).
Im auswertenden Unterrichtsgespräch wird der Zusammenhang den Schülern noch einmal bewußtgemacht. Eine schriftliche Übung mit den Aufgaben 17a und b (Lb 131) und Aufgabe 29 (Lb 138) beschließt den ersten Teil dieser Stunde.

(2) Um die Division durch zweistelligen Divisor mit Rest vorzubereiten, werden zur Wiederholung der Schreibweise Aufgaben mit einstelligem Divisor gerechnet, etwa Aufgaben wie Nr. 1 und 2 (Lb 127) oder durch Verändern der Einer abgewandelte Aufgaben.

(3) Die Division durch zweistelligen Divisor wird an einem Beispiel von einem leistungsstärkeren Schüler an der Tafel vorgerechnet und erläutert. Der Lehrer achtet darauf, daß die bisher übliche Form eingehalten wird. Anschließend werden weitere Aufgaben von je einem Schüler an der Tafel und von der Klasse im Heft gerechnet.
Für die Übung werden die Aufgaben 3a und 3b (Lb 129) gewählt.

5. Stunde:

(1) Zur Übung des Überschlages und der Multiplikation zweistelliger Faktoren mit einem einstelligen werden die Aufgaben 1 und 2 (Lb 129) mündlich gerechnet.

(2) In der anschließenden schriftlichen Übung zur Division durch zweistellige Divisoren mit Rest werden weitere Aufgaben der Seite 129 gelöst.
Zu Hause rechnen die Schüler einige Aufgaben zur Division mit und ohne Rest, z. B. Aufgaben aus Nr. 23, 24 und 26 (Lb 138).

6. Stunde:

(1) In einer halbschriftlichen Kurzkontrolle sollen die Schüler nachweisen, ob sie die Multiplikationsfolgen und das zum Überschlag notwendige Rechnen mit Näherungswerten beherrschen. Es können Aufgaben folgender Art gewählt werden:

• 7 · 13	• 84 : 14	• 8 · 3367	• 4368 : 7
9 · 12	112 : 16	7 · 5792	7983 : 9
8 · 15	136 : 17	4 · 20703	8380 : 5
6 · 17	104 : 13	9 · 15135	70993 : 6
4 · 19	90 : 18	5 · 18946	62155 : 4

Die Aufgaben 1 und 2 können teilweise als formale Textaufgaben gegeben werden, bei den Aufgaben 3 und 4 soll auf volle Tausender gerundet werden.

(2) Nach dem Vergleich der Ergebnisse der Hausaufgaben werden weitere Aufgaben zur Division mit und ohne Rest geübt (Aufgaben 23, 24 und 26, Lb 138).

7. Stunde:

(1) Zur Vorbereitung des Rechnens mit Größenangaben werden die behandelten Maße und ihr Aufbau wiederholt. Anschließend werden Aufgaben zur Umwandlung (z. B. Aufgaben 3 bis 8, Lb 136) mündlich gelöst.

(2) Die schriftliche Division wird dann beim Rechnen mit Größenangaben geübt. Zur Übung werden die Aufgaben 63 bis 65 (Lb 141) verwendet; dabei werden die Anforderungen an die Selbständigkeit der Schüler systematisch gesteigert. Zu Hause werden ähnliche Aufgaben gelöst.

8. Stunde:

(1) Zur Vorbereitung der Arbeit an Sachaufgaben werden die schriftlichen Verfahren aller Grundrechenoperationen an geeigneten Aufgaben aus dem Lehrbuch oder mit Hilfe der Kopfrechentafel I, Zeilen 2 bis 4, geübt.

(2) Nach einer Kopfrechenübung zur Teilbarkeit mit solchen Aufgaben wie den Aufgaben 3 und 4 (Lb 129), 1 und 2 (Lb 126) und 1 bis 7 (Lb 133) werden Anwendungsaufgaben mit ständig steigenden Anforderungen an das Denkvermögen der Schüler gestellt. Es können Aufgaben folgender Art gewählt werden:

- Aufgabe 43 (Lb 139).

Der Lösungsansatz wird im Unterrichtsgespräch erarbeitet. Dann rechnen alle Schüler an selbst gewählten Zahlen.

- Aufgaben 42 oder 44 (Lb 139).

Alle rechnen selbständig im Heft. Diese Aufgaben sind auch als Hausaufgaben möglich.

- Aufgabe 25 (Lb 138).

Diese Aufgabe wird im Unterrichtsgespräch an der Tafel gelöst. Nachdem der Lösungsansatz gefunden wurde, indem für die gesuchte Zahl eine Variable gesetzt wurde, wird an einer konkreten einfachen Divisionsaufgabe, z. B. $12 : 4 = 3$, der Lösungsweg erarbeitet. Die Schüler erkennen, daß der Dividend das Produkt aus Divisor und Quotient ist.

- Aufgaben 11 oder 12 und 13 oder 14 (Lb 131).

Diese Aufgaben können von den Schülern selbständig gelöst werden. Sie sind auch als Hausaufgaben geeignet.

- Aufgabe 45 (Lb 139) ist mündlich im Unterrichtsgespräch zu lösen.
- Aufgabe 17 oder 18 (Lb 128).

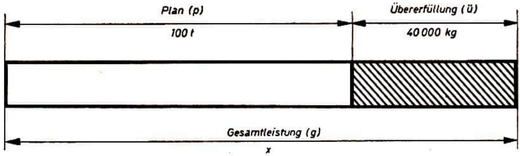
Eine dieser Aufgaben muß im Unterrichtsgespräch an der Tafel gelöst werden, bevor die andere von den Schülern selbständig gerechnet werden kann. Dabei muß allen bewußtgemacht werden, daß es sich im Prinzip um eine Aufgabe der Division mit Rest handelt, bei der der Rest zu bestimmen ist. Es muß herausgearbeitet werden, daß man über die Probe zur Lösung kommt.

9. Stunde:

In dieser Stunde soll vor allem das Aufstellen eines Lösungsplanes für das Lösen von Anwendungsaufgaben geübt werden. Deshalb muß nicht in jedem Falle jede Aufgabe durchgerechnet werden, zu verschiedenen Beispielen werden im Unterrichtsgespräch

nur die Lösungsansätze erarbeitet. Die Inhalte sollen dem Erfahrungsbereich der Schüler entnommen werden. So müssen auch solche Aufgaben gelöst werden, deren Lösung die Addition, Subtraktion bzw. Multiplikation erfordert.
Die Schüler werden angehalten, sich den Inhalt der Aufgaben auch an einer Skizze zu veranschaulichen. Für Aufgabe 33 (Lb 138) eignet sich folgende Darstellung (Bild 213/1):

Aufgabe: Seite 138, Nr. 33



$g = p + ü$
$x = 100\,\text{t} + 40\,000\,\text{kg}$

213/1

Die Aufgaben 17 und 18 (Lb 128), 35 und 40 (Lb 139) sind ähnlicher Art. Weitere Aufgaben:
Aufgabe 34 (Lb 138), 61 und 62 (Lb 141).

10. Stunde: Klassenarbeit

11. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Abschnitt 29 (19 Stunden)

Thema: Schriftliche Division durch dreistellige Divisoren

Ziele: Erweiterung des schriftlichen Verfahrens der Division auf dreistellige Divisoren.
Weiterentwickeln der Fertigkeiten im schriftlichen Dividieren.
Wiederholen und Festigen aller Grundrechenoperationen

Gliederung:

Dividieren durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 ohne Rest

1. Stunde:

(1) 15 Kopfrechenübung zur Division durch Vielfache von 100 unter Verwendung der Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient
(2) 30 Übung im schriftlichen Dividieren durch Vielfache von 100

2. Stunde:

(1) 20 Dividieren durch Vielfache von 100 bei der Überschlagsrechnung
(2) 25 Übung im schriftlichen Dividieren durch dreistellige Vielfache von 10

Dividieren durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 mit und ohne Rest

3. Stunde:

(1) 20 Übung im Dividieren durch Vielfache von 10 und 100 beim Lösen von Ungleichungen
(2) 25 Übung im schriftlichen Dividieren durch ein- und zweistellige Divisoren mit Rest. Erweiterung auf die Division durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10

4. Stunde:

Übung im Dividieren durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 mit und ohne Rest

Dividieren durch dreistellige Divisoren mit und ohne Rest

5. Stunde:

(1) 10 Übung im Dividieren durch zweistellige Divisoren ohne Rest
(2) 15 Schriftliches Dividieren durch beliebige dreistellige Divisoren ohne Rest
(3) 20 Übung im schriftlichen Dividieren durch dreistelligen Divisor

6. Stunde: Übung zum Lösen von Sachaufgaben

Schriftliches Dividieren durch dreistellige Divisoren, Rechnen mit Größenangaben

7. Stunde:

(1) 15 Wiederholen des Rechnens mit Größenangaben bei der Division durch ein- und zweistelligen Divisor
(2) 30 Übung im schriftlichen Dividieren durch dreistelligen Divisor beim Rechnen mit Größenangaben

8. Stunde:

(1) 20 Wiederholen und Üben der schriftlichen Verfahren aller Grundrechenoperationen
(2) 25 Übung im schriftlichen Dividieren beim Lösen von Sachaufgaben

9. Stunde: Schriftliches Dividieren durch dreistelligen Divisor mit Rest

(1) 10 Wiederholen der Division durch ein- und zweistellige Divisoren mit Rest
(2) 10 Übung im Dividieren durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 mit Rest
(3) 25 Dividieren durch beliebige dreistellige Divisoren mit Rest

Schriftliches Dividieren durch dreistellige Divisoren mit und ohne Rest

10. Stunde:

(1) 25 Üben des Dividierens durch dreistellige Divisoren mit Rest
(2) 20 Üben des Dividierens durch dreistellige Divisoren mit und ohne Rest

11. Stunde: Üben des Dividierens mit und ohne Rest

Dividieren mit und ohne Rest

12. Stunde:

(1) 25 Wiederholen der Teilbarkeit, Anwenden der Verfahren zur Teilbarkeitsuntersuchung und gleichzeitiges Bestimmen des Restes
(2) 20 Übung im schriftlichen Dividieren mit und ohne Rest

13. Stunde: Übung im schriftlichen Dividieren beim Rechnen mit Größenangaben

Wiederholung und Übung aller Grundrechenoperationen

14. Stunde:

(1) 15 Wiederholen der schriftlichen Verfahren aller Grundrechenoperationen
(2) 10 Wiederholen der Berechnung von Potenzen natürlicher Zahlen
(3) 20 Üben der Grundrechenoperationen an Gleichungen und Ungleichungen

15. Stunde: Üben der Grundrechenoperationen an Sachaufgaben

Lösen von Textaufgaben

16. Stunde:

(1) 20 Wiederholung: Hintereinanderausführung verschiedener Rechenoperationen
(2) 25 Übung im Lösen von Sachaufgaben

17. Stunde: Übung im Lösen von Sachaufgaben

18. Stunde: Klassenarbeit

19. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Zur Übung des Kopfrechnens werden solche Aufgaben wie Nr. 1 (Lb 130) gerechnet. An geeigneten Beispielen wird die Division mit Hilfe der Zerlegung des Dividenden in eine Summe oder Differenz wiederholt. Durch die Probe wird gleichzeitig das Multiplizieren geübt.

(2) An einer komplizierteren Aufgabe wie 8375800 : 200 wird das schriftliche Dividieren durch Vielfache von 100 vom Lehrer erklärt.
Ein Schüler rechnet eine Aufgabe in der üblichen Form mit Überschlag und Probe mit den nötigen Erklärungen an der Tafel vor. In der folgenden Übung rechnen vor allem leistungsschwächere Schüler an der Tafel. Die Klasse kann nacheinander die Aufgabe 2 (Lb 130) lösen.

2. Stunde:

(1) Zur Vorbereitung des Überschlags bei der Division durch dreistellige Divisoren wird diese Übung im mündlichen Rechnen in der Form durchgeführt, daß zu beliebigen Divisionsaufgaben der Nr. 3 bis 5 (Lb 131) die angenäherten Ergebnisse zu bestimmen sind. Die Schüler müssen dabei den vollständigen Überschlag vorrechnen:

$3421 : 311$ ist angenähert $3300 : 300 = 11.$

(2) Am Anfang der folgenden schriftlichen Übung zur Division durch dreistellige Vielfache von 10 steht die Demonstration und Erläuterung einer Aufgabe durch einen Schüler an der Tafel. Danach werden weitere Aufgaben der Nr. 3 und 4 (Lb 131) von den Schülern im Heft und an der Tafel bzw. im kommentierenden schriftlichen Rechnen gelöst. Für die häusliche Übung werden ähnliche Aufgaben erteilt.

3. Stunde:

(1) Gleichzeitig mit der Übung der schriftlichen Division durch Vielfache von 10 und 100 soll in diesem Teil der Stunde das Rechnen mit Ungleichungen wiederholt werden. Damit die Aufgabe 49 (Lb 140) als Hausaufgabe gestellt werden kann, muß sich der Lehrer für die Übung selbst geeignete Aufgaben zusammenstellen. Dazu einige Beispiele:
   - $99400 : 700 < a < 89400 : 600$
   - $5240 : 170 < b < 4560 : 120$
   - $250200 : 900 < x < 220800 : 800$
   - $21420 : 340 < y < 11040 : 230$
   - $29230 : 370 < z < 42120 : 540$

(2) Bevor durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 mit Rest dividiert wird, führt ein Schüler zur Wiederholung eine Division mit Rest an einer Aufgabe mit zweistelligem Divisor vor (Aufgaben 3 und 4, Lb 129, und Aufgaben 23 und 24, Lb 138). Die nächsten Aufgaben der Übung haben volle Hunderter im Divisor. Im Unterrichtsgespräch wird eine entsprechende Aufgabe mit einem dreistelligen Vielfachen von 10 als Divisor an der Tafel gelöst. Es schließt sich eine Übung an. Der Lehrer konzentriert sich auf die Kontrolle der Form und die Unterstützung leistungsschwacher Schüler.
Zur Division mit Rest durch volle Hunderter und dreistellige Vielfache von 10 kann sich der Lehrer selbst geeignete Aufgaben zusammenstellen, indem er Aufgaben des Lehrbuches für die Division ohne Rest entsprechend abändert. Zum Beispiel:
65500 : 500 abgeändert zu 65520 : 500
10450 : 450 abgändert zu 10510 : 450

4. Stunde:

In der folgenden Übung werden im Wechsel Aufgaben mit und ohne Rest gerechnet. Es können auch Aufgaben in Form von „Zahlenrätseln“ mit einfachen Zahlen, die im Kopf gelöst werden, gestellt werden. Zum Beispiel:

- Ich denke mir eine Zahl, multipliziere sie mit 8 und erhalte 24.

Solches Kopfrechnen lockert die Stunde gleichzeitig etwas auf. Zu Hause können die Schüler Aufgaben aus Nr. 2 bis 4 (Lb 130, 131) lösen.

5. Stunde:

(1) Am Anfang dieser Stunde wird an zwei Beispielen die schriftliche Division durch zweistellige Divisoren ausführlich wiederholt.

(2) Das Ziel der Stunde wird genannt, das eben geübte Verfahren auf die Division durch beliebige dreistellige Divisoren zu übertragen. Ein Schüler führt die Division mit einem einfachen dreistelligen Divisor an der Tafel an einem Beispiel vor. Der Lehrer

achtet besonders darauf, daß die Rechnung in der verlangten Form mit allen Zwischenschritten durchgeführt und erläutert wird.
Zusammenfassend werden alle Lösungsschritte wiederholt und begründet. Die Schüler müssen zu der Erkenntnis gelangen, daß das Verfahren der schriftlichen Division unabhängig von der Anzahl der Stellen des Divisors ist.

(3) In der anschließenden schriftlichen Übung werden einige Aufgaben aus Lb 131 gelöst.

6. Stunde:

Die Division wird an Hand eingekleideter Aufgaben sowie an Ungleichungen weiter gefestigt. Auch solche Aufgaben wie Nr. 11 und 13 (Lb 131), Nr. 25 (Lb 138), Nr. 44 (Lb 139) können mit veränderten Zahlen gestellt werden. Für die Hausaufgaben kommen die Aufgaben 5 und 6 (Lb 131) in Frage.

7. Stunde:

(1) Zur Wiederholung des Rechnens mit Größenangaben werden zunächst einige Umwandlungen an Aufgaben der Art wie Nr. 3 bis 8 (Lb 136) halbschriftlich geübt. Dann dividieren die Schüler Größenangaben in dezimaler Schreibweise durch ein- und zweistellige Divisoren und lösen solche Aufgaben wie Nr. 63 bis 65 (Lb 141) und Nr. 9 bis 14 (Lb 125) schriftlich.

(2) In der gleichen Art und Weise werden Größenangaben durch dreistellige Divisoren dividiert (Aufgaben 7 und 8, Lb 131).

8. Stunde:

(1) Die Wiederholung der schriftlichen Verfahren aller Grundrechenoperationen und der damit zusammenhängenden Begriffe dient der Vorbereitung der Arbeit an Text- und Anwendungsaufgaben. Zu jeder Operation wird eine formale Aufgabe an der Tafel und gleichzeitig im Heft gelöst. Danach werden Textaufgaben zu allen Operationen gestellt.

(2) Im zweiten Teil der Stunde werden vor allem solche Text- und Anwendungsaufgaben bearbeitet, die eine Verbindung verschiedener Operationen verlangen (z. B. ähnliche Aufgaben wie Nr. 10, Lb 131; Nr. 34, Lb 138; Nr. 43 und 44, Lb 139 sowie Aufgaben, die aus gesammeltem Zahlenmaterial zusammengestellt wurden).
Für zu Hause erhalten die Schüler ähnliche Aufgaben und je eine zur Division durch ein- und zweistellige Divisoren mit Rest.

9. Stunde:

(1) Zur Vorbereitung der Division durch dreistelligen Divisor mit Rest rechnen die Schüler zunächst Aufgaben mit zweistelligem Divisor. Zum Beispiel:
3375 : 76 52853 : 84 74386 : 63

(2) Die Übung wird mit Aufgaben zur Division durch Vielfache von 100 und dreistellige Vielfache von 10 fortgesetzt. Zum Beispiel:
546328 : 400 3812705 : 300
940146 : 120 4109131 : 890

(3) Die Division mit Rest bei beliebigen dreistelligen Divisoren wird an der Tafel an einem Beispiel, das im Unterrichtsgespräch gelöst wird, eingeleitet. Da diese Aufgaben nichts wesentlich Neues bringen, kann in der Übung selbständige Arbeit von den Schülern verlangt werden. Dafür muß sich der Lehrer geeignete Aufgaben selbst zusammenstellen. Zum Beispiel:

59309 : 398	314714 : 712
13265 : 165	928638 : 647

Als Hausaufgabe kann die Aufgabe 16 (Lb 131) gestellt werden.

10. Stunde:

(1) In Fortsetzung der häuslichen Übung lösen die Schüler die Aufgabe 15 (Lb 131) selbständig. Im Unterrichtsgespräch werden die Kenntnisse über die Teilbarkeit natürlicher Zahlen und über Verfahren zur Feststellung der Teilbarkeit wiederholt.

(2) In der anschließenden Übung lösen die Schüler selbständig Aufgaben zur Division durch dreistellige Divisoren mit und ohne Rest. Für die Division ohne Rest wird Aufgabe 5 oder 6 (Lb 131) verwendet, Aufgaben mit Rest werden auch in ähnlicher Form gestellt und untersucht.

11. Stunde:

Zur weiteren Festigung des schriftlichen Verfahrens der Division werden im Wechsel zwischen mündlicher und schriftlicher Arbeit Aufgaben mit ein-, zwei- und dreistelligen Divisoren mit und ohne Rest, auch mit Vielfachen von 10 und 100, gelöst. Diese Übung kann auch zur Überprüfung der Leistungen der Schüler genutzt werden.
Das Arbeitsblatt IV/10 (Bild 219/1) mit vorgegebenen falschen Rechnungen, die von den Schülern zu korrigieren sind, dient vor allem dazu, ihnen die Bedeutung des Überschlags und der Probe bewußtzumachen.

12. Stunde:

(1) In Verbindung mit den Verfahren zur Untersuchung auf Teilbarkeit werden in diesem Teil der Stunde in halbschriftlicher und schriftlicher Form die Übungen zur Division fortgeführt. (Zum Beispiel über das Verfahren der Zerlegung in Summen und Differenzen,
über das Verfahren des Zerlegens in Faktoren,
über die Teilbarkeit durch 2 und 10 unter Benutzung der Beziehungen zwischen Dividend, Divisor und Quotient.)

(2) Dann können neben formalen Aufgaben zur Division durch ein-, zwei- und dreistellige Divisoren, die von den Schülern selbständig gelöst werden, auch solche Aufgaben gestellt werden, in denen Leerstellen zu berechnen sind. Als Knobelaufgaben können solche Aufgaben wie auf dem Arbeitsblatt (Bild 221/1) gegeben werden.

13. Stunde:

Im letzten Teil dieser Übung werden Größenangaben dividiert. Aufgaben, die von allen selbständig gelöst werden, wechseln mit Kopfrechenübungen zu den Multiplikationsfolgen und zum Umwandeln vorgegebener Größenangaben ab. Weiterhin kann diese

Arbeitsblatt IV / 10

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Überprüfe und korrigiere!

1) 1248534 : 367 = 342

```
1248534 : 367 = 342
1101
----
 1475
 1468
 ----
    734
    734
    ---
      0
```

2) 1656898 : 286 = 57813

```
1656898 : 286 = 57813
1430
----
 2266
 2002
 ----
  2649
  2288
  ----
   361
   286
   ---
    758
    758
    ---
      0
```

219/1

Übung durch Anwendungsaufgaben aus gesammeltem Zahlenmaterial aufgelockert werden. Verschiedene Aufgaben werden zu Leistungskontrollen genutzt.
Für die häusliche Übung werden zur Wiederholung Aufgaben zu allen Grundrechenoperationen gewählt.

14. Stunde:

(1) Als Fortsetzung der häuslichen Übung lösen die Schüler selbständig je eine Aufgabe zu den Grundrechenoperationen schriftlich. Mit dem Vergleichen der Ergebnisse werden im Unterrichtsgespräch die mit den Operationen zusammenhängenden Begriffe wiederholt.

(2) An einem Beispiel zur Berechnung von Potenzen (etwa 27^3), das ein Schüler an der Tafel vorrechnet, wird im Unterrichtsgespräch das Potenzieren als Multiplizieren gleicher Faktoren wiederholt. Danach werden einfache Potenzen (9^2, 5^3, 2^4, 4^4, 3^3, 2^5 u. a.) in einer mündlichen Übung berechnet.

(3) Diese Übung wird an Gleichungen und Ungleichungen weitergeführt. Dabei können folgende Aufgaben verwendet werden:
- $x + 12315 = 108932$; • $x - 56428 = 13184$
- $5234 - x = 2901$; • $35 \cdot x = 7630$
- $x : 375 = 1054$; • $257070 : 38 < z < 11407 - 4639$
- $136934 + 178946 < z < 207 \cdot 1526$

15. Stunde:

Schließlich werden die Grundrechenoperationen an Textaufgaben und an einfachen Anwendungsaufgaben geübt.
In Vorbereitung auf das Lösen von Textaufgaben wird die Aufgabe gestellt, die vorher gelösten Gleichungen in Worten auszudrücken. Dabei ergänzt der Lehrer die Antworten der Schüler, um verschiedene Texte zu einer Gleichung zu formulieren, z. B.:
„Eine Zahl um 12315 vermehrt, ergibt 108932."
„Addiert man zu einer Zahl 12315, so erhält man 108932."
„Ich denke mir eine Zahl, vermehre sie um 12315 und erhalte 108932."
„Die Summe zweier Zahlen beträgt 108932, ein Summand ist 12315."
Danach wird der umgekehrte Weg beschritten, der Lehrer stellt die Aufgabe, die Schüler schreiben die entsprechenden Gleichungen und lösen sie.
Nach einer Kopfrechenübung zu „Zahlenrätseln" mit einfachen Zahlen werden Anwendungsaufgaben gerechnet, in denen vorläufig noch das Verknüpfen verschiedener Rechenoperationen vermieden wird.

16. Stunde:

(1) Damit den Schülern noch einmal die Bedeutung der Klammern bewußt wird, werden Aufgaben zur Verknüpfung verschiedener Rechenoperationen mit und ohne Klammern gelöst. Die Übung dazu beginnt mit der Wiederholung der Multiplikation und Division von Summen und Differenzen. Alle Schüler lösen solche Aufgaben wie $5 \cdot (32 + 48)$; $(74 - 28) \cdot 3$;
$(72 - 32) : 8$; $(36 + 24) : 6$

Um diese Aufgaben solchen ohne Klammern gegenüberstellen zu können, arbeiten zwei Schüler an verdeckter Tafel. Nachdem die Gesetzmäßigkeiten der Multi-

Arbeitsblatt

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Bestimme die fehlenden Ziffern !

1) □□□□□ : 2□ = □8□7

```
58
234
□□□
  □□□
  □□□
    0
```

2) 7□□□□□ : □8 = 1□7□□

```
□□
118
 □□
 □□□
 □□□
  □□□
  2□2
   1□□
   1□□
     0
```

221/1

plikation und Division von Summen und Differenzen wiederholt wurden, schreibt der Lehrer die gleichen Aufgaben ohne Klammern an die Tafel. Diese Aufgaben werden im Unterrichtsgespräch gelöst, um die Unterschiede herauszuarbeiten. Anschließend lösen die Schüler ähnliche Aufgaben selbständig, z. B.:

$(26 + 18) \cdot 5$; $72 - 12 \cdot 2$; $(45 - 27) : 9$; $48 + 72 : 8$; $192 - (72 + 18)$; $(178 - 46) + 52$; $135 - 35 + 20$; $218 - 58 + 12$

(2) Die Textaufgaben für den zweiten Teil der Übung werden so zusammengestellt, daß verschiedene Operationen zur Lösung benötigt werden, zum Beispiel:

Bilde das Produkt aus der Summe von ... und der Differenz von ...!
Das ...fache einer Zahl ist um ... größer (kleiner) als ... Bestimme die Zahl!
Den Schülern wird an einer Aufgabe, die im Unterrichtsgespräch an der Tafel gelöst wird, noch einmal das „Übersetzen" des Textes gezeigt, bevor sie weitere Aufgaben selbständig lösen.

17 Stunde:

Neben selbst zusammengestellten Aufgaben werden aus dem Lehrbuch solche wie die Aufgaben 9 und 10 (Lb 131) und 36 und 37 (Lb 139) verwendet.
Als Hausaufgabe erhalten die Schüler den Auftrag, zur Vorbereitung der nächsten Stunde nach der Kontrollarbeit drei Rechtecke ($a = 12$ cm und $b = 6$ cm) auf stärkeres Papier zu zeichnen und auszuschneiden.

18. Stunde:

Klassenarbeit.

Abschnitt 31 (2 Stunden)

Thema: Teile eines Ganzen

Ziele: Veranschaulichen einfacher Bruchteile eines Ganzen

Unterrichtsmittel: Applikationen, Klassensatz Scheren

Gliederung:

1. Stunde Halbe und Drittel

(1) 15 Einführung von „$\frac{1}{2}$"
(2) 15 Einführung von „$\frac{1}{3}$"
(3) 15 Übung zum Halbieren und Dritteln eines Ganzen an einer Strecke

2. Stunde: Halbe und Viertel

(1) 10 Übung zum Halbieren und Dritteln eines Ganzen an Quadrat und Kreis
(2) 15 Einführung von „$\frac{1}{4}$"
(3) 20 Übung zum Halbieren und Vierteln eines Ganzen an einer Strecke

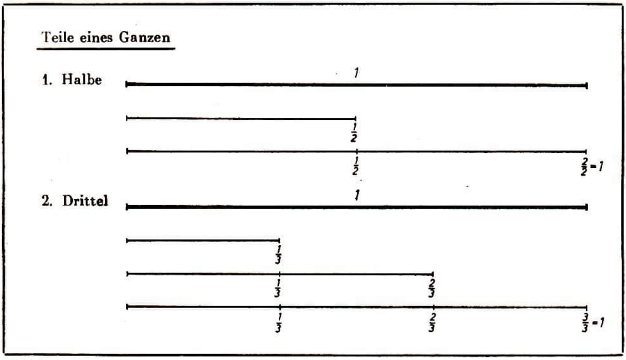
Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Schüler erhalten die Aufgabe, eines der mitgebrachten Rechtecke in zwei gleiche Teile zu teilen („halbieren" sollte an dieser Stelle noch vermieden werden). Ein Schüler teilt ein vom Lehrer mitgebrachtes großes Rechteck und bringt die Teile an die Hafttafel. Etwa in der im Lb 134 dargestellten Weise entsteht das Tafelbild.

(2) Anschließend zerschneiden die Schüler ein anderes Rechteck in drei gleiche Teile. Wie in (1) entsteht im Verlaufe eines Unterrichtsgespräches das Tafelbild.
In einer Zusammenfassung der Ergebnisse dieser beiden Stundenabschnitte wird folgendes herausgearbeitet:
Wird ein Ganzes in zwei gleiche Teile geteilt, so erhält man Halbe, zwei Halbe sind ein Ganzes.
Beim Teilen in drei gleiche Teile erhält man Drittel. Drei Drittel sind ein Ganzes.

(3) Zur Übung und gleichzeitigen Weiterführung erhalten die Schüler die Aufgabe, in ihren Heften je eine Strecke von 12 cm Länge in Halbe und Drittel zu teilen.
Danach entsteht unter Einbeziehung der Schüler das Tafelbild (Bild 223/1).



223/1

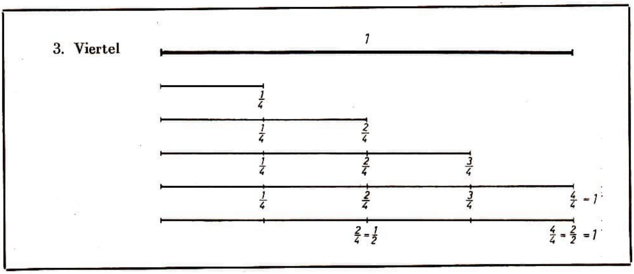
Zur Vorbereitung auf die nächste Stunde kann die Aufgabe gestellt werden, zwei Kreise ($r = 4$ cm) auszuschneiden, ein Quadrat ($a = 6$ cm) in drei gleiche Teile zu teilen und einen weiteren Kreis zu halbieren.

2. Stunde:

(1) Während eines Unterrichtsgespräches zur Auswertung der Hausaufgaben werden Halbe und Drittel durch entsprechende Applikationen an der Hafttafel wiederholt.

(2) Danach teilen die Schüler einen Kreis in vier gleiche Teile. Damit erreicht wird, daß alle Schüler gleiche Teile ihres Kreises erhalten, demonstriert ein Schüler die Teilung an einer vom Lehrer mitgebrachten Kreisscheibe.
In Anlehnung an die Darstellung im Lb 135 wird in ähnlicher Weise wie in der 1. Stunde gearbeitet. Dabei wird das Tafelbild entwickelt (vgl. Darstellung im Lb 135,136).
Als Ergebnis dieses Stundenabschnittes wird zusammengefaßt: Teilt man ein Ganzes in vier gleiche Teile, erhält man Viertel, zwei Viertel sind ein Halbes, vier Viertel sind ein Ganzes.

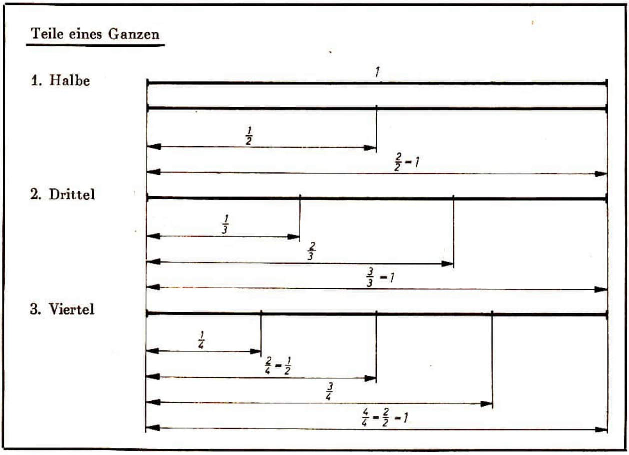
(3) Die Übung wird zur Ergänzung des Hefteintrages genutzt. Dazu erhalten die Schüler die Aufgabe, eine Strecke von 12 cm Länge in vier gleiche Teile zu teilen und die Beziehungen zwischen Vierteln, Halben und Ganzen darzustellen. Hierbei wird schon mehr Selbständigkeit verlangt, da die Hefteinträge der vorigen Stunde als Vorlage dienen. An der Tafel (Bild 224/1) und in den Heften entsteht folgendes Bild:



224/1

Zu Hause lösen die Schüler die Übung 20a, b (Lb 135). Dabei sollen sie die Sachverhalte graphisch darstellen.
Bei der Behandlung dieses Abschnitts wurde auf das Zerschneiden vorbereiteter Ganzer (Rechtecke, Quadrate, Kreise) zur Einführung der Bruchteile besonderer Wert gelegt, um den Schülern bei dieser manuellen Tätigkeit das Teilen in des Wortes eigentlicher Bedeutung bewußtzumachen. Das wird nicht in dem Maße erreicht, wenn die im Handel angebotenen „Velourscheiben für die Bruchrechnung“ benutzt werden.
In manchen Klassen wird es nötig sein, selbst die Ganzen (Rechtecke, Kreise) erst von konkreten Dingen (Schokolade, Kuchen) zu abstrahieren. Hierbei kann auch auf entsprechende Tätigkeiten aus dem Werkunterricht und aus der Schulgartenarbeit zurückgegriffen werden, bei denen es auf eine gleichmäßige Verteilung ankam (etwa Garderobenhaken, Kästen für Nägel und Schrauben, Einteilung von Beeten), um Verbindung zur Umwelt der Schüler herzustellen.
Beim Zeichnen der geometrischen Figuren sollten unbedingt einige im Geometrie-

unterricht erworbene Kenntnisse wiederholt werden (z. B. Rechteck, Quadrat, Strecke, Kreis, Durchmesser, Radius).
Die Teilung der Strecken wurde deshalb für die Eintragungen im Heft vorgeschlagen, weil dadurch die Darstellung gebrochener Zahlen auf dem Zahlenstrahl vorbereitet wird. Statt der in Bild 223/1 und 224/1 vorgeschlagenen Anordnung kann auch folgende gewählt werden:



225/1

Es ist möglich, außerdem die Figuren durch die Schüler in der im Buch vorgenommenen Anordnung ins Heft kleben und beschriften zu lassen. Darauf wurde in diesem Vorschlag verzichtet, weil durch die Übersicht in den Heften eine sinnvolle Ergänzung des Lehrbuches erreicht werden sollte. Allerdings könnten die Schüler in der Hausaufgabe schmale Papierstreifen gleicher Länge durch Falten in gleiche Teile teilen und diese Streifen in ihre Hefte kleben.
Der Lehrer kann zur Demonstration der Teile eines Ganzen auch die Demonstrationsuhr verwenden. Hier wurde aber Wert darauf gelegt, daß zur Demonstration gleiche Figuren zerlegt werden wie in der selbständigen Tätigkeit der Schüler, um unnötige Schwierigkeiten beim Übergang von der Teilung eines Rechteckes zur Teilung eines Kreises zu vermeiden. Dieses Gerät kann verwendet werden, wenn weitere Bruchteile eines Ganzen und ihre Zusammenhänge – etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{10}$ – erarbeitet werden sollen.

Arbeitsblatt IV/11

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Grundrechenart	Bezeichnungen	Beispiel	Ausführbarkeit	Rechengesetze
Addition	a heißt	....		
$a + b = c$	b heißt	....		
$323 + 67 =$	c heißt	....		
	$a + b$ heißt	....		
Subtraktion	a heißt	....		
$a - b = c$	b heißt	....		
$516 - 36 =$	c heißt	....		
	$a - b$ heißt	....		
Multiplikation	a heißt	....		
$a \cdot b = c$	b heißt	....		
$9 \cdot 22 =$	c heißt	....		
	$a \cdot b$ heißt	....		
Division	a heißt	....		
$a : b = c$	b heißt	....		
$426 : 6 =$	c heißt	....		
	$a : b$ heißt	....		

226/1

4. Geometrische Grundbegriffe (30 Stunden)

4.1. Unterrichtsthematik

Der Geometrieunterricht in Klasse 4 verfolgt das Ziel, die in den Klassen 1 bis 3, speziell in Klasse 3, propädeutisch erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu präzisieren und bezüglich ihrer Anwendbarkeit zu vervollkommnen. Dabei kommt es neben der Behandlung geometrischer Grundbegriffe besonders auf deren gegenseitige Beziehungen an. Auf den in Klasse 3 behandelten Stoff wird wiederholend eingegangen.

Ein Schwerpunkt sind Untersuchungen möglicher gegenseitiger Lagen von geometrischen Grundgebilden (Punkt, Gerade) in der Ebene. Die Schüler müssen erkennen und gleichzeitig unterscheiden lernen, daß „ein Punkt auf einer Geraden liegt" und andererseits „eine Gerade durch einen Punkt geht". Jede Gerade zerlegt die Ebene in zwei Halbebenen. Jeder Punkt zerlegt die Gerade in zwei Strahlen.

Ein wesentliches Element der Erziehung zum mathematischen Denken sind Fallunterscheidungen. Zwei Geraden können „einander schneiden", können „sich decken", können „parallel zueinander" liegen. Die Schüler müssen in die Lage versetzt werden, die Bedingungen, die zum Entstehen der einzelnen Fälle führen, zu erkennen und als Begründungen anzugeben.

Im Verlauf des Stoffgebiets wird dann die Anzahl der zu betrachtenden Elemente erhöht. Es werden die gegenseitige Lage von drei Punkten und die gegenseitige Lage von drei Geraden in der Ebene untersucht. Dies führt zur ersten explizit zu behandelnden Figur, dem Dreieck. Eine Einteilung der Dreiecke in verschiedene Arten erfolgt allerdings nur hinsichtlich der Dreiecksseiten. Die Einteilung nach spitz-, recht- und stumpfwinkligen Dreiecken wird erst nach Behandlung der Kongruenztransformation „Drehung" in Klasse 5 behandelt.

Ein weiterer Schwerpunkt des gesamten Stoffgebietes liegt bei der Behandlung der „Verschiebung". Sie wird in den ersten Abschnitten systematisch vorbereitet (z. B. Konstruktion von Senkrechten und Parallelen mit Hilfe der Verschiebung von Zeichendreiecken; ausführliche Behandlung der Begriffe „Richtung" und „Richtungssinn" in dem Abschnitt „Strahlen").

Den Schülern soll experimentell gezeigt werden, daß man sich eine Verschiebung als Lageveränderung des Objekts vorstellen kann. In der Geometrie wird bei einer Verschiebung dem Original sein Bild eindeutig zugeordnet. Dabei bleiben Grundeigenschaften, wie zum Beispiel Parallelität von zwei Geraden, erhalten.

Im Rahmen dieses Schwerpunktes ist vor allem dem erzieherischen Element der Arbeitsvereinfachung (Rationalisierung) eine große Bedeutung beizumessen.
Bei der Behandlung neuer Fachbegriffe ist besonderer Wert auf die exakte Abgrenzung zu umgangssprachlichen Begriffsinhalten und auf die Weiterentwicklung eines fachgerechten sprachlichen Ausdrucks zu legen.
Bezüglich der schriftlichen Fixierung, die meistens Zeichnungen und Konstruktionen sind, muß unbedingt gesichert werden, daß jeder Schüler unliniertes Papier benutzt und funktionstüchtige Zeichengeräte besitzt. Ohne diese materiellen Voraussetzungen können die Bildungs- und Erziehungsziele nicht erreicht werden.
Zur Verteilung der Geometriestunden schlägt der Lehrplan vor, in jeder Woche eine Stunde durchzuführen. Man kann aber auch die Abschnitte, die organisch zusammengehören, zusammenhängend behandeln (z. B. „Gegenseitige Lage von drei Punkten" und „Gegenseitige Lage von drei Geraden"; „Verschiebung" und „Verschiebungspfeile"). Auf jeden Fall wird vorgeschlagen, daß eine Doppelstunde zur abschließenden Gesamtzusammenfassung verwendet wird. So sehen es auch die methodischen Hinweise vor.
Für das Stoffgebiet „Geometrische Grundbegriffe" werden in dieser Unterrichtshilfe zwei Klassenarbeiten (einstündige Leistungskontrolle) vorgeschlagen. Ihre Durchführung kann so erfolgen, daß den Klassenarbeiten zu arithmetischen Stoffen jeweils eine bzw. zwei geometrische Aufgaben zugeordnet werden. Um die Geschlossenheit dieses Stoffgebietes zu demonstrieren, wird empfohlen, zumindest die Abschlußarbeit als „eigenständige" geometrische Leistungskontrolle durchzuführen.

4.2. Begriffe und Erkenntnisse

In den Klassen 1 bis 3 lernten die Schüler eine Reihe geometrischer Gebilde und Begriffe propädeutisch kennen, die im Geometrielehrgang der Klasse 4 als Grundlage dienen:
Würfel, Kugel, Quader, Zylinder, Pyramide, Kegel;
Rechteck, Quadrat, Dreieck, Kreis, Trapez;
Punkt, Gerade, Strahl, Strecke, Winkel;
Fläche, Ecke, rund, eckig, gegenüberliegend, eben, gekrümmt;
gleichseitig, gleichschenklig, unregelmäßig (ungleichseitig);
Kreislinie, Kreisfläche, Mittelpunkt;
gerade Linie, gekrümmte Linie; einander schneidende Linien, senkrecht zueinander;
Schenkel, Scheitelpunkt; Zirkelspanne, Durchmesser, Radius;
innere Punkte, Randpunkte, äußere Punkte.
Der Geometrieunterricht in Klasse 4 untersucht die gegenseitigen Beziehungen der bekannten geometrischen Gebilde und führt zu einer Anzahl neuer Begriffe und Erkenntnisse: Ein Punkt liegt auf einer Geraden. Eine Gerade geht durch einen Punkt.
Eine Gerade zerlegt die Ebene in zwei Halbebenen.
Ein Punkt zerlegt die Gerade in zwei Strahlen.
Zwei voneinander verschiedene Punkte bestimmen eine Gerade in der Ebene eindeutig.
Zwei voneinander verschiedene Punkte auf einer Geraden legen eine Strecke fest.
Eine Strecke wird an eine andere Strecke angetragen.
Eine Strecke wird auf einer Geraden von einem Punkt aus abgetragen.

Eine Gerade legt eine Richtung in der Ebene fest.
Parallele Geraden sind Geraden gleicher Richtung.
Einander in einem Punkt schneidende Geraden sind Geraden verschiedener Richtung.
Ein Strahl legt Richtung und Richtungssinn fest.
Mehrere Geraden mit einem gemeinsamen Punkt bilden ein Geradenbüschel.
Mehrere parallele Geraden bilden ein Parallelgeradenbüschel.
Mehrere Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt bilden ein Strahlenbüschel.
Verschiebungen werden durch Pfeile charakterisiert. Der Pfeil gibt neben Richtung und Richtungssinn der Verschiebung die Verschiebungsweite an.
Eine Figur aus zwei parallelen Geraden heißt Streifen.
Der Abstand der den Streifen erzeugenden Parallelen heißt Streifenbreite.
Strecken, Dreiecke, Streifen und andere Figuren haben innere Punkte, Randpunkte und äußere Punkte.

4.3. Fähigkeiten und Fertigkeiten

Das Stoffgebiet „Geometrische Grundbegriffe" in Klasse 4 ist so zu gestalten, daß die im propädeutischen Geometrieunterricht der Klassen 1 bis 3 erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten gefestigt, weiterentwickelt und präzisiert werden. Darauf aufbauend, erreicht der Geometrieunterricht eine neue Qualität.
Von besonderer Bedeutung ist die Herausbildung von Fähigkeiten, die die Schüler in die Lage versetzen, sich aktiv an der Aneignung des neuen Stoffes zu beteiligen, wie:
Beschreibung einfacher geometrischer Gebilde (z. B. Schnittpunkt, Strahl);
Benutzung von Buchstaben für geometrische Objekte und ihre Erläuterung (z. B. Bezeichnung von Punkten, Geraden, Strecken);
Durchführung von Fallunterscheidungen mit dem Ziel, das logische Denken der Schüler zu schulen (z. B. gegenseitige Lage von drei Punkten bzw. von drei Geraden).
Fertigkeiten, die speziell der Geometrieunterricht in Klasse 4 entwickelt, sind:
Sichere Handhabung der Zeichengeräte; Konstruktion einfacher geometrischer Gebilde (z. B. Geraden, Strecken, Parallelen, Dreiecke);
Messung einfacher geometrischer Gebilde (z. B. Längen von Strecken, Längen von Dreiecksseiten); Vergleiche von geometrischen Objekten.

4.4. Literaturhinweise

Bittner, R.: Propädeutische Geometrie I. Mathematik in der Schule, Heft 9/1965.

Starke, H.: Zur propädeutischen Behandlung der Geometrie in den Klassen 1 und 2. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1965.

Starke, Wolf, Geissler, Hansen: Hinweise zur Arbeit mit dem präzisierten Mathematiklehrplan in den Klassen 1 bis 3. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1965.

Ilse, Tietz, Simon: Ergänzungsheft zum Lehrbuch „Rechnen, Messen, Konstruieren" für Klasse 5. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1966.

4.5. Vorschlag für eine Stoffverteilung

bschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
1 Geometrische Grundgebilde	1	143	235	Begriffe „Punkt“, „Gerade“, „Ebene“; Veranschaulichungsmöglichkeiten	Gerade und gekrümmte Linien; Gebrauch von Lineal, Zeichendreieck und Zirkel zum Zeichnen und Prüfen	Lineal, Zirkel, Zeichendreieck, Würfel-, Zylinder- und Kugelmodell
2 Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden	2	144	236	Begriffe „Punkt liegt auf Gerade“ und „Gerade geht durch Punkt“; Begriff „Verbindungsgerade“; Erkenntnis: durch zwei Punkte geht genau eine Gerade; Systematisierung der Lagebeziehungen von Punkt und Gerade	Konstruktion von Geraden in beliebiger Lage	Lineal, Zirkel, Zeichendreieck, Manipermtafel, Kunststoffstreifen mit aufgeklebten Manigumblättchen oder Holzleisten mit Magneten, gefärbte Magneten
3 Gegenseitige Lage von zwei Geraden	2	145	240	Begriff „Richtung“ wird vorbereitet durch die Unterscheidung von gleicher und verschiedener Richtung; Begriffe „einander schneiden“ („Schnittpunkt“) und „parallel zueinander“ („Parallele“); Parallelverschiebung	Konstruktion von Geraden durch einen und zwei Punkte	Lineal, Zeichendreieck, 2 Kreisscheiben mit Sehne, Lochschablone

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
4 Strahlen	1	150	242	Begriff „Strahl“ und seine Symbolisierung; zum Begriff „Richtung“ tritt der Begriff „Richtungssinn“	Zahlenstrahl; Geraden mit verschiedener und gleicher Richtung	Lineal, Zeichendreieck, Zirkel, Satz Pfeile als Applikation für Manipermtafel, Lochschablone, 2 Kreisscheiben mit Pfeildarstellung
5 Halbebenen, Strecken	1	153	244	Begriff „Halbebene“; Begriff „Strecke“ mit „Randpunkten“, „inneren Punkten“ und „äußeren Punkten“	Ebene, Gerade, Punkt; Lagebestimmung einer Geraden durch zwei Punkte	Lineal, Zeichendreieck, gefärbte Magneten, Manipermtafel
6 Antragen und Abtragen von Strecken	1	156	247	Begriff „Antragen einer Strecke“ an eine vorgegebene im festgelegten Randpunkt; Begriff „Abtragen einer Strecke“ auf einer Geraden von einem Punkt aus (2 Lösungen)	Konstruktion von Gerade, Strecke, Punkt	Lineal, Zeichendreiecke, Zirkel, Lochschablone, Kunststoffstreifen (Leisten) für Manipermtafel
7 Streckenmessung	1	158	250	Begriffe „Länge“, „Entfernung“ als kürzeste Verbindung	Stoffgebiet „Weiteres Arbeiten mit natürlichen Zahlen“, im besonderen „Schreibweise von Näherungswerten“	Lineal, Zirkel

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
8 Vergleichen von Strecken	1	159	251	Strecken können gleiche Länge haben. Strecken können verschiedene Längen haben. Als Entscheidungskriterium wird das gemeinsame Abtragen beider Strecken von einem Punkt auf einer Geraden benutzt.	Konstruktion von Geraden, Strahlen, Strecken. Messung von Strecken. Randpunkte, innere und äußere Punkte	Lineal, Zirkel, Zeichendreiecke, Lochschablone
Zusammenfassung, Leistungskontrolle und Auswertung	3		252	Systematisierung der Begriffe an Hand der Lehrbuchabbildungen D 3 bis D 5, D 8 und D 9, D 20 und D 21		Lineal, Zirkel, Zeichendreiecke, Lochschablone
9 Gegenseitige Lage von drei Geraden und drei Punkten	2	161	254	Problem der Fallunterscheidung ist Kernstück dieser Lerneinheit: Drei Geraden können drei, zwei, einen oder keinen Schnittpunkt haben. Drei Punkte erzeugen drei oder eine Verbindungsgerade(n). Begriffe „Geradenbüschel“, „Parallelgeradenbüschel“, „Strahlenbüschel“, „Dreieck“	Konstruktion von Punkten, Geraden, Parallelen. Bezeichnung von Geraden, Schnittpunkten, Strahlen. Gegenseitige Lage von zwei Geraden. Kürzeste Verbindung (Entfernung)	Zeichengeräte, Kunststoffstreifen (Holzleisten) für Manipermtafel, drei Kunststoffkreisscheiben mit Sehnen

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
10 Dreiecke	3	163	256	Begriffe „Eckpunkte“ und „Seiten“ des Dreiecks, Bezeichnungen A, B, C und a, b, c. Rand-, innere, äußere Punkte des Dreiecks. Begriffe „gleichseitiges“, „gleichschenkliges“ und „unregelmäßiges“ Dreieck, Systematisierung der Kenntnisse, Aufstellen von Tabellen, Entwicklung von Konstruktionsfertigkeiten	Punkt- und Streckenbezeichnung, Rand-, innere und äußere Punkte bei Strecken, Meßübungen (Abgreifen mit Zirkel)	Zeichengeräte, 3 Magneten mit Ösen, Gummifäden, Manipermtafel, Applikationen der Dreiecksarten nach Seiteneinteilung. Bildermappe, Lochschablone, Gelenkviereck, Metallbaukasten (Geometriebaukasten)
11 Verschiebungen und Verschiebungspfeile	2	164	259	Begriffe „Verschiebung“, „Original“, „Bild“; Begriff „Verschiebungspfeil“ und seine Bedeutung für die geometrischen Objekte (parallel, gleicher Richtungssinn, gleich lang). Verschiebung eines Dreiecks unter Vorgabe eines Richtungspfeiles	Richtung, Richtungssinn, parallele Lage; Konstruktion von Dreiecken, Parallelverschiebung. Messen und Abtragen von Strecken	Manipermtafel, kongruente Dreiecke, die an Eckpunkten mit Gummifäden verbunden sind. Dreiecksapplikationen; Kunststoffstreifen (Holzleisten mit Magneten)
12 Nacheinanderausführung von Verschiebungen	2	168	262	Mehrfache Verschiebungen, Vereinfachung der Konstruktion mehrerer Verschiebungen durch Zurückfüh rung auf eine einzige	Verschiebungen, Verschiebungspfeile	Zeichengeräte, Manipermtafel, Applikationen mit Gummifäden; Lochschablone

Abschnitt	Anzahl der Stunden	Seite Lb	Seite Uh	Stoff	Wiederholung	Unterrichtsmittel
Übung und Wiederholung	1		264	Verschiebung von Geraden und Flächen; Bestimmung von Verschiebungsweiten	Konstruktionsübungen, Messung von Strecken	Zeichengeräte, Lochschablone
13 Streifen	2	170	266	Begriff „Streifen“ (Figur, die aus der Parallelverschiebung einer Geraden entsteht). Begriff „Breite des Streifens“ bzw. „Abstand der Parallelen“	Parallele Geraden, Parallelverschiebung, Geradenbüschel. Abstand als kürzeste Verbindung	Zeichengeräte, Lochschablone, Papierschlangen
Gesamtzusammenfassung	3		267	diverse Aufgaben aus geometrischen Stoffgebieten		Zeichengeräte, Lochschablone
Leistungskontrolle und Auswertung	2		269			Zeichengeräte, Lochschablone

Stoffeinheit 4.1.: Punkte und Geraden (18 Stunden)

Abschnitt 1 (1 Stunde)

Thema: Geometrische Grundgebilde

Ziele: Kennenlernen der Arbeitsmittel für den Geometrieunterricht.
Erziehung zur ordnungsgemäßen Instandhaltung der eigenen und schuleigenen Arbeitsmittel.
Wiederholen und Bewußtmachen der in den Klassen 2 und 3 behandelten Begriffe „Punkt", „Gerade", „Ebene"

Unterrichtsmittel: Lineal, Zirkel, Zeichendreieck; Würfel-, Zylinder-, Kugelmodell

Gliederung:

Geometrische Grundgebilde

(1) 15 Bekanntmachen mit verbindlichen Arbeitsmitteln für den Geometrieunterricht
(2) 15 Wiederholen von Punkt, Gerade, Ebene in Abgrenzung zu gekrümmten Linien und Flächen
(3) 15 Wiedererkennungs- und Unterscheidungsübungen an Hand vorgegebener Sachverhalte.
Zusammenfassung

Methodische Hinweise:

(1) Die Schüler legen die ihnen aus Klasse 3 bekannten Arbeitsgeräte vor sich auf den Tisch.
Der Lehrer sollte diesem Teilziel besondere Aufmerksamkeit widmen, denn bei Vorhandensein der benötigten und im einsatzfähigen Zustand befindlichen Arbeitsgeräte erspart er sich im weiteren Unterricht viele Schwierigkeiten.

(2) Im Unterrichtsgespräch wird der Einsatz der Arbeitsgeräte diskutiert. Mit der Zirkelspitze kann man durch Einstechen einen Punkt markieren; mit dem Lineal kann man einen Teil einer Geraden zeichnen; eine Heftseite (Wandtafel, Wandfläche) veranschaulicht eine Ebene.
Schüleraufgabe: Konstruktion von Punkten und Geraden in beliebiger Lage mit Bezeichnungen (Punkte – lateinische Großbuchstaben, Geraden – lateinische Kleinbuchstaben).
Schon in dieser ersten Stunde muß versucht werden, den Schülern klarzumachen, daß es niemals möglich ist, eine Gerade in ihrer Gesamtheit (unendliche Punktmenge) zu zeichnen, sondern immer nur einen Ausschnitt. Die an die Wandtafel gezeichnete Gerade verläuft über deren Rand, über die Wandfläche, an der die Tafel hängt, durch die Mauer, die die Wandfläche begrenzt, über die Straße, an der die

Schule steht (und zwar nach beiden Seiten) usw., ohne jemals zu enden. – Ähnliche Betrachtungen gelten für die Ebene.
Im Gegensatz dazu hat der Punkt als einfachstes geometrisches Element überhaupt keine Ausdehnung. Die Schüler können ihn durch einen Einstich mit der Zirkelspitze kennzeichnen. Im allgemeinen werden sie ihn aber durch ein Kreuz (Kennzeichnung als Schnittpunkt zweier Geraden) andeuten.

(3) Es sind zahlreiche gerade und gekrümmte Linien (auch der Kreis) vorzugeben und vom Schüler zu erkennen und zu benennen. An geeigneten Modellen (Würfel, Zylinder, Kugel) sind die Begriffe „Ebene" und „gekrümmte Fläche" zu demonstrieren. Auch sollte hier die Möglichkeit genutzt werden, auf die Anwendung der Begriffe „Punkt", „Linie", „Fläche" im allgemeinen Sprachgebrauch hinzuweisen und sie erneut mathematisch einwandfrei zu deuten (Punkt – dagegen Blickpunkt, Pluspunkt, Strafpunkt, Zeitpunkt ...; Linie – dagegen Bahnlinie ...; Fläche – Ackerfläche).
Die Zusammenfassung sollte der gemeinsamen Erarbeitung einer Übersicht dienen (Bild 236/1).

Punkt	P	keine Ausdehnung
Gerade	g	eine Ausdehnung
Ebene	E	zwei Ausdehnungen

236/1

Als Hausaufgabe wird Übung 1b) (Lb 143) empfohlen.

Abschnitt 2 (2 Stunden)

Thema: Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden

Ziele: Erarbeiten der Lagebeziehungen von einem Punkt und einer Geraden.
Erarbeiten der Lagebeziehungen von zwei Punkten und einer Geraden.
Entwickeln von Fertigkeiten durch zahlreiche Konstruktionsübungen

Unterrichtsmittel: Lineal, Zirkel, Manipermtafel, Kunststoffstreifen mit aufgeklebten Manigumblättchen (Breite 5 mm) oder Holzleisten mit Magneten, gefärbte Magneten, 2 Stecknadeln

Gliederung:

1. Stunde: Lagebeziehung von einem Punkt und einer Geraden

(1) 15 Wiederholen der Begriffe „Punkt", „Gerade", „Ebene" in systematischer Weise. Wiederholen der Konstruktion von Geraden und Überprüfung des Zustandes der Zeichengeräte
(2) 20 Die Lage eines Punktes in bezug auf eine Gerade mit Übungen, Aufgaben 1 bis 5
(3) 10 Zusammenfassung unter besonderer Beachtung präziser Formulierungen für die Lage eines Punktes in bezug auf eine Gerade

2. Stunde: Lagebeziehungen von zwei Punkten und einer Geraden

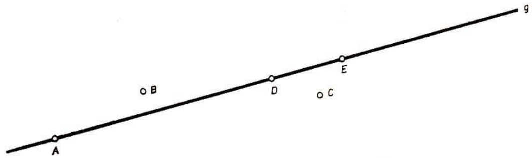
(1) 15 Wiederholen der Lagebeziehungen von einem Punkt und einer Geraden.
Zeichnen einer Geraden durch zwei vorgegebene Punkte.
Erkennen der Eindeutigkeit der Lösung
(2) 20 Übungen von Konstruktionen nach den Übungen a), b) und c) (Lb 144); Aufgaben 6 bis 11 (Lb 148)
(4) 10 Zusammenfassung

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Ein wiederholendes Unterrichtsgespräch befaßt sich mit den Begriffsinhalten. Dabei haben die Schüler an vielfältigen selbstgewählten Beispielen in sprachlich einwandfreier Form nachzuweisen, daß sie die Grundbegriffe beherrschen. Großer Wert ist auf das Bewußtmachen der Unbegrenztheit von Ebene und Gerade zu legen.
In der Teilzusammenfassung muß nachdrücklich mitgeteilt werden, daß vorerst alle geometrischen Betrachtungen in der Ebene erfolgen.
In selbständiger Schülertätigkeit werden Geraden und Nichtgeraden gezeichnet. Dabei legt der Lehrer Wert auf funktionstüchtige Geräte (z. B. gut gespitzter Bleistift).
In Auswertung und Kontrolle der Hausaufgabe sind Überprüfungsmöglichkeiten auf Geradheit oder Nichtgeradheit zu demonstrieren. Durch Anlegen des Lineals an eine vorgegebene Linie kann dies erfolgen.

(2) Im Unterrichtsgespräch werden die verschiedenen Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade erarbeitet. Dazu dient neben einer an die Tafel gezeichneten Geraden in allgemeiner Lage ein kleiner, weißgefärbter Magnet, der den Punkt veranschaulicht.
Ergebnis: Der Punkt P kann auf der Geraden g liegen oder nicht auf ihr liegen. Wir sagen: „Der Punkt P liegt auf der Geraden g“, oder: „Der Punkt P liegt nicht auf der Geraden g.“ Diese Überlegungen sind aber nicht nur im Hinblick auf die verschiedenen Lagen des Punktes P anzustellen, sondern auch hinsichtlich der Lage der Geraden g zum Punkt P. Im eben geschilderten Fall war die Gerade g vorgegeben, und die Lage des Punktes P wurde variiert. – Im zweiten Fall wird der Punkt P vorgegeben und – demonstriert durch eine an der Manipermtafel haftende dünne Leiste – die Lage der Geraden g zur Lage des Punktes P erarbeitet. Es werden auch die zwei Möglichkeiten erkannt: „Die Gerade g geht durch den Punkt P“, oder: „Die Gerade g geht nicht durch den Punkt P.“
In selbständiger Schülertätigkeit werden die Aufgaben 1, 2, 4 und 5 (Lb 148) gelöst. Daraus ergibt sich auch eine Hausaufgabe, in der die Schüler bezüglich einer Geraden g sowohl Punkte, die auf ihr liegen, als auch solche, die nicht auf ihr liegen, darstellen, bezeichnen und deren Lage beschreiben. Dieses Beschreiben ist eine wichtige Übung zur Entwicklung der exakten Ausdrucksweise. Ihr ist besondere Bedeutung beizumessen. Als Ergebnis der Hausaufgabe kann neben der konstruktiven Gestaltung ein systematisch angeordneter Text erwartet werden, wie ihn das Tafelbild 238/1 ausweist.



A liegt auf *g*.	*g* geht durch *A*.
B liegt nicht auf *g*.	*g* geht nicht durch *B*.
C liegt nicht auf *g*.	*g* geht nicht durch *C*.
D liegt auf *g*.	*g* geht durch *D*.
E liegt auf *g*.	*g* geht durch *E*.

238/1

(3) Als Zusammenfassung dieser Stunde und in Vorbereitung auf die oben skizzierte Hausaufgabe kann die Aufgabe 3 (Lb 148) mit dem Bild D 14 dienen. Es wird noch einmal bewußtgemacht, daß Punkte auf Geraden bzw. nicht auf Geraden liegen können, daß die Gerade *g* durch den Punkt *A*, aber nicht durch die Punkte *B*, *C* und *P* geht.

2. Stunde:

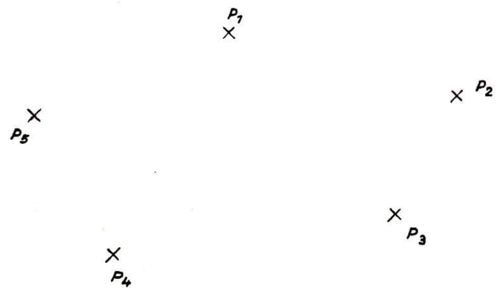
(1) Der Lehrer bereitet gemäß der oben skizzierten Hausaufgabe ein Tafelbild vor, in dem auf einer Geraden einige Punkte liegen, und andere Punkte nicht darauf liegen. Dabei ist zu beachten, daß auf der Geraden mindestens zwei Punkte liegen. Durch Austauschen der Schülerhefte werden die Hausaufgaben gegenseitig kontrolliert und im Unterrichtsgespräch die Lernergebnisse der vorhergehenden Stunde bewußtgemacht.
Problemstellung: Wodurch wird die Lage der Geraden bestimmt? Die Schüler müssen erkennen, daß dies durch zwei Punkte erfolgt. Vielfältige Demonstrationen mit an der Manipermtafel haftenden Kunststoffstreifen und hell gefärbten Magneten schließen sich an. Eine Gerade kann nun auch durch zwei auf ihr liegende Punkte gekennzeichnet werden. (Der Lehrer sollte bereits jetzt bedenken, daß eine so vorgenommene Geradenbezeichnung sich von der im Lehrbuchabschnitt 5 zu behandelnden Strecke und ihrer Bezeichnung nur durch die fehlende Überstreichung der beiden Punkte unterscheidet.)
Ergebnis: Ein vorgegebener Punkt genügt allein nicht zur eindeutigen Festlegung einer Geraden.
Teilzusammenfassung: Die Lage einer Geraden wird durch zwei Punkte eindeutig bestimmt.

(2) Die Übung dazu erfolgt in selbständiger Schülertätigkeit gemäß den Aufgaben 6 bis 11 (Lb 148). Dabei ist besonderer Wert auf die Ausdrucksweise zu legen (siehe auch Aufgabe 10, Lb 148): Eine Gerade kann durch die Punkte *A* und *B* gehen; eine Gerade geht durch den Punkt *A* und nicht durch *B*; eine Gerade geht entweder durch *A* oder durch *B*; eine Gerade geht weder durch *A* noch durch *B*.

Arbeitsblatt IV/12

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1. Zeichne Geraden durch P_1!
2. Zeichne Geraden durch P_1 und P_2!
3. Zeichne Geraden durch P_1, P_2 und P_3!
4. Zeichne Geraden durch jeweils 2 Punkte!



Was stellst du fest?

Zu 1) ....

Zu 2) ....

Zu 3) ....

Zu 4) ....

239/1

Solche Fallunterscheidungen sind besonders bedeutungsvoll. Als Hausaufgabe könnte sich an diese Übung die Bearbeitung der Aufgabe 11 (Lb 148) anschließen.

(3) Zur Systematisierung können Aufgabenstellungen verwendet werden, wie sie auf dem Arbeitsblatt IV/12 (Bild 239/1) angegeben sind.

Abschnitt 3 (2 Stunden)

Thema: Gegenseitige Lage von zwei Geraden

Ziele: Einführen der „Richtung" einer Geraden im Vergleich zum Richtungsbegriff in der Umgangssprache.
Erarbeiten der Möglichkeiten: zwei Geraden mit gleicher Richtung und zwei Geraden mit verschiedenen Richtungen.
Entwickeln von Fertigkeiten in der Verwendung der neuen Begriffe „Richtung", „Schnittpunkt", „Parallele" und im Konstruieren

Unterrichtsmittel: Lineal, Zeichendreieck, 2 Kreisscheiben mit Sehne, Lochschablone

Gliederung:

1. Stunde: Gleiche und verschiedene Richtungen von Geraden

(1) 20 Erarbeiten des Begriffs „Richtung" einer Geraden
(2) 20 Anwenden des Richtungsbegriffes auf den Vergleich mehrerer Geraden, dabei Fallunterscheidung:
a) einander schneidende Geraden,
b) parallele Geraden
(3) 5 Zusammenfassung

2. Stunde: Übungen zu gleichen und verschiedenen Richtungen von Geraden

(1) 25 Erarbeiten der Konstruktion paralleler Geraden zu einer vorgegebenen Geraden
(2) 20 Konstruktionsübungen gemäß Aufgaben 17 und 18 (Lb 149)

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Im Anschluß an eine Leistungskontrolle, die in Anlehnung an die vorangegangene Unterrichtsstunde zu gestalten ist, wird in einem Unterrichtsgespräch erarbeitet, daß Geraden unterschiedliche Richtungen haben können.
Der Begriff „Richtung" im mathematischen Sinne ist vorbereitend zu erarbeiten und gegen den umgangssprachlichen Begriff abzugrenzen.
Als Demonstration zur Begriffsgewinnung wird vorgeschlagen, die Aufgabenstellung gemäß Bild D 6 (Lb 145) sowie an weiteren Beispielen durchführen zu lassen.
Ferner ist innerhalb dieses Teilabschnittes zu erarbeiten, daß die Bezeichnung einer Geraden gleichzeitig deren Richtungsbezeichnung ist; denn jede Gerade legt genau eine Richtung fest. Also hat die Gerade g auch die Richtung g, die Gerade h hat auch die Richtung h.

(2) Schwerpunkt der Stunde ist das Anwenden des Richtungsbegriffes auf den Vergleich mehrerer Geraden. Dazu können wiederum Sachverhalte dienen, wie sie im Arbeitsblatt IV/12 (Bild 239/1) gegeben werden. Die Schüler stellen in selbständiger Tätigkeit fest, daß jeweils zwei Geraden mit unterschiedlichen Richtungen einander schneiden.
Aufgabe: Gibt es auch Geraden, die einander nicht schneiden?
Ergebnis: Die Geraden P_1P_2 und P_3P_5 sowie die Geraden P_1P_4 und P_2P_3 des Arbeitsblattes IV/12 schneiden einander nicht.
Im Unterrichtsgespräch wird bewußtgemacht, daß Geraden einer Ebene, die sich nicht schneiden, gleiche Richtung haben. Diese Geraden nennt man parallele Geraden, kurz Parallelen.

(3) Als Zusammenfassung markiert der Lehrer an der Tafel und jeder Schüler im Heft mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_1, P_2, P_4, P_8, P_9, P_{10} und zeichnet Geraden durch P_1 und P_{10}, P_4 und P_9, P_2 und P_8.
Ergebnis: Zwei Geraden, die gleiche Richtung haben, laufen parallel, man nennt sie Parallelen. Eine Gerade hat andere Richtung und schneidet deshalb die beiden Parallelen. Als Hausaufgabe kann verlangt werden, daß die Schüler Beispiele für parallele und für einander schneidende Geraden bringen (z. B. parallele Geraden: Schienenverlauf bei Eisenbahn, Straßenbahn, Stromleitungen beim Obus, Kanten an Möbeln; einander schneidende Geraden: Kreuzungen von Straßen, von Schienen, siehe dazu auch Aufgabe 15, Lb 149).

2. Stunde:

(1) Nach der Kontrolle der Hausaufgaben wird eine Zusammenfassung (Lb 147) erarbeitet.
Im Hauptteil der Stunde soll ein Verfahren zur Konstruktion paralleler Geraden erarbeitet werden.
Jeder Schüler zeichnet die Gerade g in sein Heft. Im Unterrichtsgespräch wird noch einmal bewußtgemacht, daß die Gerade h, die zu konstruieren ist, in gleicher Richtung wie g verläuft. Zur Erzeugung dieser Parallelen bedienen wir uns zweier Zeichendreiecke. Der Lehrer demonstriert an der Tafel den Bewegungsvorgang. Auf den Abstand der Parallelen von der gegebenen Geraden und ihre Lage (oberhalb oder unterhalb bzw. rechts oder links von der Geraden) wird noch nicht eingegangen.
In selbständiger Schülertätigkeit führen alle Schüler vorerst nur auf der Schulbank den Verschiebungsvorgang durch. Dazu legen sie das Zeichendreieck (Schiebegerät) an eine Bankkante und das Lineal oder das zweite Zeichendreieck (Schiebeleiste) an eine Dreieckseite.
Nach dieser Vorübung konstruieren alle Schüler mit Hilfe der Verschiebung eine Parallele h zur vorgegebenen Geraden g in ihre Hefte, um das zu übernehmende Tafelbild zu ergänzen. Es schließen sich Konstruktionsübungen gemäß den Bildern D 11 und D 12 (Lb 147) an.

(2) Dem sehr praxisverbundenen Element des Prüfens und Probens ist besonders hier große Aufmerksamkeit zu widmen. Dazu dient die Aufgabe 19 (Lb 149). Auf dem Arbeitsblatt IV/12 könnte durch Parallelverschiebung nachgewiesen werden, daß die Gerade P_2P_3 parallel zur Geraden P_1P_4 und die Gerade P_1P_2 parallel zur Geraden P_3P_5 verlaufen. Das Symbol für parallele Geraden „$||$" ist noch nicht zu verwenden.

Es sind auch Aufgaben zu behandeln, in denen keine Parallelität der Geraden auftritt, z. B. die Aufgaben 13, 17, 18 (Lb 149). Bei Aufgabe 19 ist unter sachgemäßer Verwendung der Zeichendreiecke auf den Sonderfall der senkrecht zueinander stehenden Geraden kurz einzugehen. Zum Abschluß dieser Übungen ist in einem Unterrichtsgespräch und durch Schülervorträge noch einmal mit Hilfe des Tafelbildes und der in selbständiger Schülertätigkeit entstandenen Konstruktionen bewußtzumachen, daß zwei Geraden einander entweder genau in einem Punkt schneiden (genau einen Schnittpunkt haben) oder einander nicht schneiden (keinen Schnittpunkt haben). Letztere nennt man Parallelen. Man konstruiert sie mit Hilfe der Parallelverschiebung. Zu einer vorgegebenen Geraden gibt es beliebig viele Parallelen, aber nur eine, die durch einen außerhalb der Geraden liegenden vorgegebenen Punkt geht.
Als Hausaufgabe gibt sich jeder Schüler die Punkte P_4, P_5 und P_9 der Lochschablone vor. Als Aufgaben werden formuliert:

- Konstruiere alle Geraden, die durch je zwei Punkte gezeichnet werden können!
- Konstruiere die Geraden, die zu den einzelnen Dreieckseiten parallel verlaufen und durch den gegenüberliegenden Punkt gehen!

Kontrolle: Beim Auflegen der Lochschablone auf die Punkte P_4, P_5, P_9 fallen die Schnittpunkte der Parallelen durch die gegenüberliegenden Eckpunkte mit den Lochschablonenpunkten P_1, P_7 und P_{10} zusammen.

Abschnitt 4 (1 Stunde)

Thema: Strahlen

Ziele: Behandlung des Begriffes „Strahl“ (Abgrenzung zum umgangssprachlichen Begriff; vergleichende Betrachtungen von Strahl und Gerade).
Wiederholung des Begriffs „Richtung“ mit vorangehender Einführung des Begriffs „Richtungssinn“

Unterrichtsmittel: Lineal, Zeichendreiecke, Zirkel, Satz Pfeile als Applikationen für Manipermtafel, 2 Kreisscheiben mit Pfeildarstellung, Lochschablone

Gliederung:

Strahlen

(1) 15 Begriffe „Strahl“ und „Anfangspunkt“
(2) 20 Begriffe „Richtung“ und „Richtungssinn“
(3) 10 Übung und Hausaufgabe

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit einer selbständigen Schülertätigkeit, in der die Übungen 9 und 10 (Lb 150) behandelt werden.

Ein Schüler konstruiert, während jeder für sich im Heft arbeitet, an der verdeckten Tafel. Das so entstandene Bild dient einmal jedem Schüler zur Kontrolle der von ihm gefundenen Lösung und zum anderen als Ausgang für die Begriffserarbeitung.
Durch einen Lehrervortrag wird der Begriff „Strahl" eingeführt und dem Tafelbild hinzugefügt.
Ein Unterrichtsgespräch über den Begriffsinhalt „Strahl", wie er den Schülern aus ihrer Erfahrung und der Umgangssprache bekannt ist, schließt sich an. Die gefundenen Beispiele aus der Umwelt der Schüler sind auf Gemeinsamkeiten und auf Unterschiede hin zu untersuchen und mit dem mathematischen Begriff „Strahl" zu vergleichen. Zum Beispiel haben alle genannten Strahlen einen Anfangspunkt. Während Licht-(Sonnen-)Strahlen geradlinig verlaufen, ist das im allgemeinen beim Wasserstrahl nicht der Fall. An Hand des Tafelbildes wird erkannt, daß Strahlen (im mathematischen Sinne) immer einen Anfangspunkt haben und geradlinig verlaufen. In unserem Beispiel ist die vorgegebene Gerade in zwei Strahlen mit dem gemeinsamen Anfangspunkt A und den Benennungen h und k zerlegt worden.

(2) Jeder Schüler zeichnet zum Beginn dieses Stundenabschnitts Strahlen, die folgenden Bedingungen genügen.

Verschiedene Richtungen:

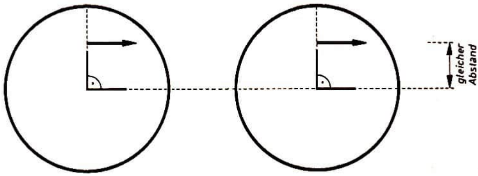
a) Verschiedene Anfangspunkte,
b) Gleicher Anfangspunkt.

Gleiche Richtung:

a) Verschiedene Anfangspunkte,
b) Gleicher Anfangspunkt.

Die Schüler können mit Hilfe von Pfeilapplikationen an der Manipermtafel bei ihren Arbeiten durch den Lehrer unterstützt werden.
Es kann für diese Arbeiten auch das Arbeitsblatt IV/13 (Bild 245/1), Spalten 1 und 2, benutzt werden. Die Spalte 3 dieses Arbeitsblattes dient der Entwicklung des Begriffes „Richtungssinn".
Aus den Beispielen und Erinnerungen an den im Lehrbuchabschnitt „Gegenseitige Lage von zwei Geraden" schon eingeführten Begriff „Richtung" wird der Begriff „Richtungssinn" erarbeitet. Das erfolgt wieder mit Hilfe von Applikationen an der Manipermtafel.
Zur weiteren Erläuterung eignet sich auch das Bild D 20 (Lb 151).
Als zusammenfassende Übung wird von jedem Schüler die Aufgabe 5 (Lb 152) bearbeitet. Dabei ist darauf zu achten, daß drei Lösungen entstehen. Mit Hilfe von Schülerkommentaren ist das noch einmal bewußtzumachen.
Zur Erarbeitung und Veranschaulichung des Begriffes „Richtungssinn" können zwei Kunststoffscheiben mit Pfeilauftragungen gemäß Bild 244/1 dienen.
Eine Drehbewegung der beiden zur Deckung gebrachten Scheiben führt zu den verschiedenen Lagebeziehungen. (Vervollständigen des Überblicks durch Wenden einer Scheibe!)

(3) Mit Hilfe der Lochschablone kann auch folgende Aufgabe zur Zusammenfassung benutzt werden. Jeder Schüler markiert die Punkte P_1 (Punkt 5 der Lochschablone), P_2 (Punkt 7 der Lochschablone) und P_3 (Punkt 22 der Lochschablone) und zeichnet die Strahlen P_1P_2 und P_1P_3.



244/1

Ergebnis (von jedem Schüler fixiert): Die gezeichneten Strahlen haben einen gemeinsamen Anfangspunkt, aber verschiedene Richtungen (und damit auch verschiedenen Richtungssinn). In gleicher Weise werden in der Hausaufgabe folgende Fälle untersucht:

a) gleicher Anfangspunkt, gleiche Richtung, verschiedener Richtungssinn: Strahl P_1P_2 und Strahl P_1P_4

b) verschiedene Anfangspunkte, verschiedene Richtungen: Strahl P_2P_5 und Strahl P_1P_3

c) verschiedene Anfangspunkte, gleiche Richtung, verschiedener Richtungssinn: Strahl P_5P_2 und Strahl P_6P_4

d) verschiedene Anfangspunkte, gleiche Richtung, gleicher Richtungssinn: Strahl P_2P_5 und Strahl P_6P_4

e) gleicher Anfangspunkt, gleiche Richtung, gleicher Richtungssinn: Strahl P_6P_7 und P_6P_2.

(Dabei ist P_4 Punkt 3 der Lochschablone, P_5 Punkt 1 der Lochschablone, P_6 Punkt 10 der Lochschablone und P_7 Punkt 8 der Lochschablone.)
Mit Hilfe der Lochschablone kann der Lehrer und können die Schüler in vielfältigen Variationen Beispiele zum behandelten Sachverhalt finden.
Als Hausaufgabe sind auch die Aufgaben 1, 2 und 4 (Lb 152) möglich.

Abschnitt 5 (2 Stunden)

Thema: Halbebenen, Strecken

Ziele: Behandlung des Begriffs „Halbebene" mit vorangehender Wiederholung der Begriffe „Ebene" und „Gerade".
Behandlung der Begriffe „Strecke", „innere Punkte", „Randpunkte", „äußere Punkte".
Erziehung zur Exaktheit bei der Benutzung der Begriffe und bei Konstruktionen

Unterrichtsmittel: Lineal, Zeichendreiecke, gefärbte Magneten, Manipermtafel

Arbeitsblatt IV/13

Datum	Name	Klasse
....	....	....

Zeichne Strahlen mit

	Verschiedene Anfangspunkte	Gleicher Anfangspunkt
gleichem Richtungssinn		
gleicher Richtung		
verschiedener Richtung		

245/1

Gliederung:

1. Stunde: Halbebenen, Strecken

(1) 25 Wiederholen der Begriffe „Punkt“, „Strahl“, „Gerade“, „Ebene“
Einführen des Begriffes „Halbebene“, Begriffe „Strecke“, „innere Punkte“, „Randpunkte“, „äußere Punkte“
(2) 20 Zusammenfassung und Festigung

2. Stunde: Festigung und Wiederholung

(1) 20 Wiederholen der Begriffe
(2) 25 Entwickeln von Konstruktionsfertigkeiten unter besonderer Beachtung der richtigen Analyse der in Texten vorgegebenen Sachverhalte

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

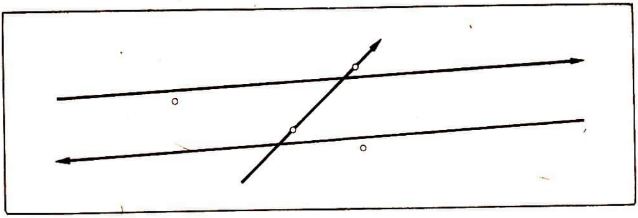
(1) Im Unterrichtsgespräch werden die Begriffe „Ebene“ und „Gerade“ wiederholt. (Es wird besonders darauf geachtet, daß die Darstellung einer Ebene bzw. das Zeichnen einer Geraden in ihrer Gesamtheit nicht möglich ist.)
An Hand eines Tafelbildes wird der Begriff „Halbebene“ eingeführt und fixiert (siehe auch Bild D 24 und D 25, Lb 153).
Folgende Fälle sind zu unterscheiden:
a) Es gibt Punkte, die auf der gleichen Seite der Geraden g liegen (A und C bzw. B).
b) Es gibt Punkte, die auf verschiedenen Seiten der Geraden g liegen (z. B. B und C bzw. A und B).
c) Es gibt Punkte, die auf der Geraden g liegen.

Mit Farbstift markieren alle Schüler zwei auf der Geraden liegende Punkte A und B und den zwischen diesen Punkten liegenden Geradenteil. Daran wird der Begriff „Strecke“ erklärt und die Bezeichnungsweise für eine Strecke eingeführt. Dann werden die Begriffe „Randpunkte“, „innere Punkte“ und „äußere Punkte“ erläutert.
Die sich im Schülerheft und an der Tafel befindende Konstruktion wird durch die entsprechenden Begriffe ergänzt. Der gesamte Hefteintrag und das Tafelbild erhalten die Überschrift „Die Strecke“.
Anschließend wird der mathematische Begriff „Strecke“ mit dem umgangssprachlichen verglichen (z. B. Bahnstrecken, Flugstrecken). Dabei ist herauszustellen, daß nur geradlinige Verbindungen zwischen zwei Orten den Forderungen an den mathematischen Begriff „Strecke“ genügen.

(2) Als Zusammenfassung und Festigung des in dieser Stunde vermittelten Stoffes bearbeitet jeder Schüler die Übung 14 (Lb 154), Bild D 28.
Als Hausaufgabe kann die Aufgabe 14 (Lb 155) gestellt werden.

2. Stunde:

(1) Folgendes Tafelbild (Bild 247/1) dient als Ausgangssituation:



247/1

Nachdem durch die Schüler die Punkte und Geraden bezeichnet und der Nachweis der Parallelität zweier Geraden geführt wurden, wird folgende Zielstellung gegeben:
An dieser Zeichnung wollen wir alle bisher aufgetretenen geometrischen Begriffe anwenden. Jeder Schüler, der einen noch nicht genannten Begriff kennt und seine richtige Bedeutung an einem Beispiel darstellen kann, darf ihn anschreiben. (Die Wiederholung muß alle bisher aufgetretenen Begriffe erfassen.)

Es handelt sich um folgende Begriffe:

Ebene, Halbebene,
Gerade, Strahl, Strecke,
einander schneidende Geraden, parallele Geraden (Parallelen),
Randpunkte, innere Punkte, äußere Punkte,
Richtung, Richtungssinn.

(2) Im verbleibenden Teil der Unterrichtsstunde lösen die Schüler Aufgaben aus dem Lehrbuch, Seite 154 und 155. Dabei kann so vorgegangen werden, daß auch in Schülergruppen gearbeitet wird. Am Schluß der Stunde ist auf jeden Fall durch geeignete didaktische Maßnahmen zu sichern, daß die Schüler eine Kontrolle der von ihnen gefundenen Lösungen erhalten.
Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufgaben 9 bis 11 (Lb 154), Aufgabe 13 (Lb 155).

Abschnitt 6 (1 Stunde)

Thema: Antragen und Abtragen von Strecken

Ziele: Wiederholen der Begriffe „Gerade", „Strahl", „Strecke" mit den entsprechenden Bezeichnungen
Behandlung des An- und Abtragens von Strecken mit besonderer Beachtung sorgfältiger und exakter Konstruktionsausführung

Unterrichtsmittel: Lineal, Zirkel, Zeichendreiecke, Lochschablone, Manipermtafel, Kunststoffstreifen mit Manigumblättchen oder Leisten mit Magneten

Gliederung:

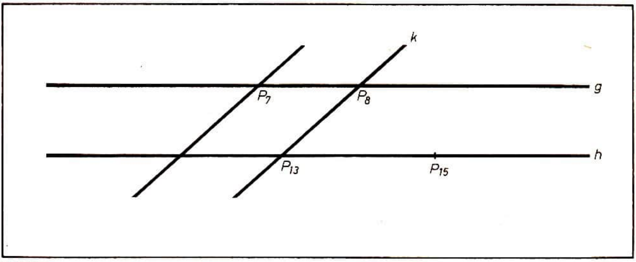
Antragen und Abtragen von Strecken

(1) 15 Kurzkontrolle zur Konstruktion von Strecken, Parallelen und Strahlen
(2) 25 An- und Abtragen von Strecken
(3) 5 Zusammenfassung

Methodische Hinweise:

(1) Für die Leistungskontrolle zum vorangegangenen Stoff, die mit Hilfe der Lochschablone durchgeführt wird, können folgende Aufgaben verwendet werden:

- Zeichne eine Gerade g, die durch die Punkte P_7 (der Lochschablone) und P_8 geht, und eine Gerade h, die durch die Punkte P_{13} und P_{15} geht!
  Wie liegen die Geraden g und h zueinander?
- Zeichne eine Gerade k durch die Punkte P_8 und P_{13}!
  Zeichne zu k eine Parallele durch P_7!



248/1

Die Kontrolle erfolgt durch jeden Schüler selbst oder auch gegenseitig. Die Parallelität der ersten beiden Geraden wird durch Parallelverschiebung festgestellt. Die Richtigkeit der Parallelenkonstruktion zur Strecke $\overline{P_8P_{13}}$ durch P_7 kann mit Hilfe der Lochschablone überprüft werden. (Die konstruierte Parallele durch P_7 muß durch die Punkte P_4 und P_1 gehen.) Während der kurzen Lehrererklärung zu den auszuführenden Kontrolltätigkeiten entsteht die gleiche Konstruktion an der Tafel. (Es ist auch möglich, das Tafelbild vor der Stunde an verdeckter Stelle anzubringen und im Moment der Kontrolle sichtbar werden zu lassen.)
Nach erfolgter Fehlerfeststellung und -korrektur schließen sich mündliche Wiederholungen an, die etwa so aussehen können:

- Nenne Strecken mit gleicher Richtung, mit verschiedenen Richtungen, mit einem gleichen Randpunkt, mit zwei gleichen Randpunkten, mit verschiedenen Randpunkten! (Ähnliches kann für Strahlen erfolgen.)

Ziel ist eine gewisse Gesamtzusammenfassung; denn von dieser Stunde an müssen die Schüler in der Lage sein, das bisher behandelte Wissen in Konstruktionen anzuwenden.

(2) Der zu vermittelnde neue Stoff kann weitgehend in selbständiger Schülertätigkeit erarbeitet werden.

Jeder Schüler konstruiert eine 4 cm lange Strecke $\overline{AB}$. Daran anschließend können folgende Aufgaben gestellt werden:

- Verlängere die Strecke!

Feststellung: Es gibt drei Möglichkeiten (siehe auch Lb 156, Bild D 32).

- Konstruiere eine zweite Strecke $\overline{PQ}$ von 3 cm Länge mit anderen Randpunkten! (Es ist darauf zu achten, daß nicht beide Strecken waagerecht gezeichnet werden.)

Problemstellung: Die beiden Strecken sollen aneinandergefügt werden. Welche Möglichkeiten gibt es?

Feststellung: Die Strecke $\overline{PQ}$ kann an die vorgegebene Strecke $\overline{AB}$ in einem der beiden Randpunkte angetragen werden. Dazu nehmen wir die Strecke $\overline{PQ}$ in den Zirkel und zeichnen um einen der Randpunkte A oder B einen Kreisbogen, der die Verlängerung der Strecke $\overline{AB}$ schneidet.
Teilzusammenfassung: Im Unterrichtsgespräch wird bewußtgemacht, daß eine Strecke an eine vorgegebene in einem ihrer beiden Randpunkte angetragen werden kann. Dabei ist zu demonstrieren, daß der Randpunkt der vorgegebenen Strecke, an den die zweite Strecke anzutragen ist, beiden gemeinsam angehört.
Durch Manipermapplikationen (verschiedenfarbige Kunststoffstreifen mit aufgesetzten Magneten) ist der Sachverhalt von den Schülern an der Tafel zu demonstrieren. Dabei ist es möglich, den Begriff Richtungssinn zu wiederholen.
Folgende Fälle wären dann zu unterscheiden: Die Strecke $\overline{CD}$ kann von beiden Randpunkten der Strecke $\overline{AB}$ aus an die verlängerte Strecke $\overline{AB}$ angetragen werden.

- Zeichne eine Gerade g und markiere auf ihr einen Punkt A! Zeichne eine Strecke $\overline{LM}$ von 3 cm Länge außerhalb der Geraden! Trage die Strecke $\overline{LM}$ auf der Geraden vom Punkt A aus ab!

Ergebnis: Die Strecke $\overline{LM}$ wird in den Zirkel genommen. Um A werden auf der Geraden nach beiden Seiten Kreisbogen gezeichnet (zwei Lösungen – siehe auch Bild D 34, Lb 157). Die beiden gefundenen Randpunkte der zwei Strecken kann man mit gleichen Buchstaben, die nur durch Indizes voneinander unterschieden sind, kennzeichnen.

- Jeder Schüler löst Aufgabe 1 (Lb 157). Dabei sollten auf jeden Fall die leistungsstärkeren Schüler erkennen, daß sich acht Lösungen ergeben, weil – wie oben demonstriert – jede Strecke an eine vorgegebene nach beiden Seiten angetragen werden kann.

(3) An Hand der Auswertung der letzten Aufgabe wird zusammengefaßt. Dabei wird nochmals bewußtgemacht, daß wir an eine vorgegebene Strecke deren Verlängerung

antragen und daß wir auf einer Geraden von einem Punkt aus Strecken abtragen. Als Hausaufgabe wird Aufgabe 2 (Lb 157) empfohlen.

Abschnitt 7 (1 Stunde)

Thema: Streckenmessung

Ziele: Behandlung der Begriffe „Länge einer Strecke", „Entfernung zweier Punkte", „Strecke als kürzeste Verbindung zweier Punkte"
Vertiefung der Fertigkeiten bei Streckenmessungen unter Anwendung der Kenntnisse über Näherungswerte und sinnvolles Runden

Unterrichtsmittel: Lineal, Zirkel

Gliederung:

Streckenmessung

(1) 10 Wiederholen der Längenmaße mit Maßverwandlungs- und Rundungsübungen
(2) 20 Messen von Strecken, Konstruieren maßgerechter Strecken
(3) 15 Übung

Methodische Hinweise:

(1) Die Stunde beginnt mit der Wiederholung der Längenmaße in selbständiger Schülertätigkeit.
Daran schließt sich eine Übung für alle Schüler an. Sie könnte folgende Aufgaben enthalten:

• Verwandle in die kleinere Maßeinheit!		• Runde!
25 cm	3 mm	498 mm
2 dm	6 mm	721 dm
3 m	5 cm	5307 cm
8 km	50 m	245 cm

(2) Jede Strecke hat eine ganz bestimmte Länge. Die Länge gibt die Entfernung der beiden Randpunkte der Strecke an. Eine Strecke ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte.
Der Begriff „Entfernung" sollte z. B. in Verbindung zur Umwelt an Hand geographischer Sachverhalte gebracht werden. In Abgrenzung dazu verdeutlichen wir die Besonderheit des geometrischen Entfernungsbegriffs.
Zur Festigung gibt der Lehrer an der Tafel die Punkte A und B an und läßt sie von mehreren Schülern verschiedenartig verbinden.
Ergebnis: Es gibt beliebig viele Lösungen, aber nur eine davon stellt die kürzeste Verbindung der beiden Punkte dar.
Daran schließt sich die Problemstellung „Wie groß ist die Entfernung?" an,

Die Streckenmessung ist den Schülern aus vorhergehenden Schuljahren bekannt. Im Geometrieunterricht kommt es nun darauf an, möglichst exakt, d. h. unter Zuhilfenahme von Konstruktionsgeräten, die Länge von Strecken zu bestimmen. Zu diesem Zweck werden vom Lehrer verschiedene Verfahren demonstriert und von den Schülern sofort nachgeahmt.
1. Verfahren: Das Lineal mit Zentimetereinteilung wird direkt an die zu messende Strecke gelegt.
Bemerkung: Das Lineal muß möglichst nahe an das Meßobjekt gebracht werden, damit ohne Parallaxe abgelesen werden kann.
2. Verfahren: Die Entfernung der beiden Randpunkte der Strecke wird in den Zirkel genommen. (Geometrisch exakt müßte das mit einem Stechzirkel gemacht werden; in dieser Klassenstufe wird aber nur das Arbeiten mit dem Schreibzirkel empfohlen.) Die Zirkelspanne wird an das Lineal angelegt und die Länge der Strecke somit festgestellt.
Es schließt sich eine selbständige Schülerübung an Hand der Aufgaben 3 bzw. 4 (Lb 158) an. Bei den dort geforderten Schätzungen sollen die Schüler ihre Kenntnisse und Erfahrungen bezüglich der Festwerte als Hilfen benutzen.
Der Hauptteil der Stunde befaßt sich mit der maßgerechten Konstruktion von Strecken.

- Konstruiere eine Strecke von 57 mm Länge!

Beschreibung: Wir zeichnen eine Gerade und legen auf ihr einen Punkt A fest. Um A zeichnen wir mit dem am Lineal abgegriffenen Radius von 57 mm einen Kreisbogen, der die Gerade in B schneidet. (Auf die mögliche zweite Lösung wird in diesem Zusammenhang nicht mehr eingegangen.) $\overline{AB}$ ist die gesuchte Strecke.

(3) Es schließen sich vielfältige Übungen an (z. B. Aufgaben 1 und 2, Lb 158).
Nach einer entsprechenden Vorbereitung an Hand der Aufgabe 6 sollte die Aufgabe 5 (Lb 158) als Hausaufgabe gestellt werden. Dabei ist darauf zu achten, daß beide Lösungsverfahren angewandt werden.

Abschnitt 8 (1 Stunde)

Thema: Vergleichen von Strecken

Ziele: Vergleichen von Strecken. Entwickeln von Fertigkeiten im Konstruieren durch vielfältige Übungs- und Wiederholungsaufgaben

Unterrichtsmittel: Lineal, Zirkel, Lochschablone

Gliederung:

Vergleichen von Strecken

(1) 10 Kontrolle der Hausaufgabe
(2) 10 Bewußtmachen des Längenvergleichs mit Hilfe geometrischer Mittel
(3) 25 Vielfältige Übungen zur Festigung und Wiederholung

Methodische Hinweise:

(1) Nach Diskussion der Hausaufgabenergebnisse, deren Kontrolle gegenseitig erfolgt, wird bewußtgemacht, daß zwei Lösungsverfahren möglich sind:

1. Durch Subtraktion der Strecke $\overline{RQ}$ (8 cm) von der Gesamtstrecke $\overline{PQ}$ (12 cm) ermitteln wir die Lösung $\overline{PR}$ (4 cm) rechnerisch.

2. Nach Konstruktion der Strecke $\overline{PQ}$ und Abtragen der Strecke $\overline{RQ}$ von Q aus ergibt sich daraus durch Messung der Strecke $\overline{PR}$ die gleiche Länge.

(2) Problemstellung: Ist es möglich, Strecken ohne Messung zu vergleichen?
Mit Hilfe der Lochschablone markiert jeder Schüler die Punkte P_5, P_7, P_8 und P_{10} und verbindet P_5 mit P_7 und P_8 mit P_{10} geradlinig. Analoges erfolgt an der Tafel.

- Stelle nur unter Verwendung des Zirkels fest, ob die Strecken gleich lang sind oder welche von beiden die größere ist! (Vorher schätzen!)

Ergebnis: Die Schüler finden sehr schnell selbst Lösungsmöglichkeiten. Sie stellen fest, daß die Strecke $\overline{P_8P_{10}}$ kürzer ist als die Strecke $\overline{P_5P_7}$, indem sie die eine Strecke in den Zirkel nehmen und auf der anderen (bzw. auf deren Verlängerung) abtragen. An der Tafel erscheint die Lösung:

$\overline{P_5P_7} > \overline{P_8P_{10}}$.

Zur Kontrolle der Richtigkeit werden die Streckenlängen durch Messung festgestellt und verglichen: $\overline{P_5P_7} = 5{,}6$ cm; $\overline{P_8P_{10}} = 5{,}3$ cm.
Daran anschließend kann folgende Schülerübung vorgesehen werden:

- Markiere die Punkte P_1, P_7, P_9, P_{10} mit der Lochschablone, und verbinde P_1 mit P_7 und P_{10} geradlinig! Stelle fest, welche der beiden Strecken länger ist! Ergebnis: Die Strecken sind gleich groß.

Die Zusammenfassung erfolgt an Hand von Bild D 37 (Lb 159) mit dem dazugehörigen Text.

(3) Die sich anschließende Übung wird gemäß den Aufgaben 1 bis 8 (Lb 160) durchgeführt.
Man sollte mit der Aufgabe 2 beginnen. Es schließen sich Aufgaben nach Art der Aufgaben 3 und 4 (Lb 160) an. Die weiteren Übungsaufgaben enthalten in verstärktem Maße Wiederholungselemente aus vorhergehenden Lehrbuchabschnitten. Bei sich bietenden Gelegenheiten ist auf die Herausbildung einer gewissen Sicherheit im Schätzen zu achten. (Lb 160, Aufgabe 5).

Zusammenfassung und Leistungskontrolle (3 Stunden)

Ziele: Wiederholen und Anwenden der bisher behandelten Begriffe „Punkt“, „Gerade“, „Ebene“, „Strahl“, „Richtung“, „Richtungssinn“, „parallele Geraden“, „einander schneidende Geraden“, „Schnittpunkt“, „Strecke“.
Entwickeln von Fertigkeiten beim Messen, An- und Abtragen von Strecken sowie im Umgang mit den Zeichengeräten

Unterrichtsmittel: Zirkel, Lineal, Zeichendreiecke, Lochschablone

Gliederung:

1. Stunde: Übung und Systematisierung
(1) 25 Konstruktion von geometrischen Gebilden (2) 20 Systematisierungen bezüglich der möglichen gegenseitigen Lagen der verschiedenen geometrischen Gebilde
2. Stunde: Leistungskontrolle
3. Stunde: Rückgabe und Auswertung der Klassenarbeit

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Alle Schüler zeichnen in der Mitte einer neuen Heftseite eine Gerade in allgemeiner Lage.
Es wird hervorgehoben, daß die Zeichnung nur einen Teil der Geraden darstellt und daß die Gerade die Ebene in zwei Halbebenen zerlegt.
Der Lehrer stellt nun die Aufgabe, möglichst alle bisher behandelten anderen geometrischen Grundgebilde mit der vorgegebenen Geraden in Beziehung zu bringen.
Bei den Aufgabenstellungen und besonders bei den Lösungskontrollen ist auf eine fachlich richtige und sprachlich einwandfreie Darstellung zu achten. Die Aufgaben entsprechen denen der Abschnitte 1 bis 8 des Lehrbuchs, Seiten 143 bis 160.

(2) Neben der Übung im Konstruieren verfolgt die Stunde hauptsächlich das Ziel, den bisher behandelten Stoff zu systematisieren. Die Schüler sollen ihre Kenntnisse an Hand von Systematisierungen im Lehrbuch überprüfen. Dazu eignen sich für die gegenseitige Lage von Punkten und Geraden die Bilder D 3 bis D 5, für die gegenseitige Lage von zwei Geraden die Bilder D 8 und D 9, für die Begriffe „Richtung" und „Richtungssinn" die Bilder D 20 und D 21, für die Konstruktion von Strecken sowie deren An- und Abtragen unter Beachtung des Richtungssinns die Bilder D 26 bis D 28 und D 32, für den Streckenvergleich die Bilder D 37.

2. Stunde:

Klassenarbeit

3. Stunde:

Gemäß der Fehleranalyse werden Aufgaben, die in vielfältiger Form, besonders unter Benutzung der Lochschablone, zu finden sind, in selbständiger Schülertätigkeit gelöst. Das kann durch kommentierendes Arbeiten, aber auch mit Hilfe von Schülerdemonstrationen an der Tafel erfolgen.
Methodisch bieten sich folgende Möglichkeiten dazu an: Aufgaben, die von sehr wenigen Schülern nicht oder falsch gelöst wurden, werden von diesen kommentiert.
Aufgaben, bei denen die Fehlerquote relativ hoch war, werden von den leistungsstärkeren Schülern vor der Klasse demonstriert.

Abschnitt 9 (2 Stunden)

Thema: Gegenseitige Lage von drei Geraden und gegenseitige Lage von drei Punkten

Ziele: Durchführung von Fallunterscheidungen (Anzahl der Schnittpunkte bei drei vorgegebenen Geraden; Anzahl der Geraden bei drei vorgegebenen Punkten).
Behandlung der Begriffe „Geradenbüschel", „Parallelgeradenbüschel" und „Strahlenbüschel" sowie des Begriffs „Dreieck".
Erhöhen der Zeichenfertigkeiten

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Kunststoffstreifen oder Holzleisten für Manipermtafel, Magnete mit Ösen zum Durchziehen von Gummifäden, 3 Kunststoffscheiben mit Sehnen

Gliederung:

1. Stunde: Gegenseitige Lage von drei Geraden

(1) 30 Behandeln der vier möglichen Fälle
Behandeln der Begriffe „Geradenbüschel", „Parallelgeradenbüschel", „Strahlenbüschel"

(2) 15 Zusammenfassung unter Berücksichtigung der Lagebeziehung von drei Geraden gegenüber der Lagebeziehung von zwei Geraden

2. Stunde: Gegenseitige Lage von drei Punkten

(1) 30 Behandlung der zwei möglichen Fälle
Systematisierung und Zusammenfassung der Kenntnisse über die gegenseitige Lage von Punkten und Geraden (2. Abschnitt), über die gegenseitige Lage von zwei Geraden (3. Abschnitt) und über die gegenseitige Lage von drei Geraden (9. Abschnitt) in Verbindung mit der gegenseitigen Lage von drei Punkten

(2) 15 Übung

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Problemstellung: Welche Lage können drei Geraden zueinander einnehmen?
Es ist möglich, die Schüler die vier Fälle experimentell finden zu lassen. Sollten sich jedoch größere Schwierigkeiten ergeben, empfiehlt es sich, in einem Lehrervortrag, verbunden mit geeigneter Demonstration an der Tafel, den Sachverhalt darzubieten. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die vier Fälle an Hand des Bildes D 40 mit der ganzen Klasse zu erarbeiten. Im Unterrichtsgespräch werden an Hand des Bildes D 40 die Begriffe „Geradenbüschel" und „Parallelgeradenbüschel" eingeführt. Zur Erläuterung dieser Sachverhalte dient auch das Lehrbuch, Seite 161. Es folgt eine selbständige Schülerübung gemäß der Übung D 20 a) und b) (Lb 161). Nachdem die Eigenschaften eines Strahls kurz wiederholt wurden, wird der Begriff „Strahlenbüschel" gegeben bzw. an Hand des Bildes D 41 (Lb 161) erarbeitet.
Zur Festigung und Vertiefung kann man die Klasse in gleicher Front aus drei oder vier Geraden bzw. Strahlen je ein Geraden-, Parallelgeraden- und ein Strahlenbüschel konstruieren lassen.

(2) Die Zusammenfassung macht noch einmal mit Hilfe von Schülerdemonstrationen an der Manipermtafel bewußt, daß zwei Geraden einen oder keinen Schnittpunkt und daß drei Geraden drei, zwei, einen oder keinen Schnittpunkt haben können.
Als Hausaufgabe werden die Aufgaben 3a) bis 3c) (Lb 162) empfohlen.

2. Stunde:

(1) Um das Denken anzuregen, sollte der Lehrer an die Fälle bei Vorgabe von drei Geraden erinnern (drei, zwei, ein, kein Schnittpunkt) und damit die Schüler anregen, Analoges für drei Punkte zu finden.
Die Erläuterung des Sachverhaltes kann als Lehrervortrag mit Hilfe von Magneten an der Manipermtafel oder als Unterrichtsgespräch an Hand des Bildes D 42 (Lb 162) erfolgen. Eine günstige Demonstrationsmöglichkeit für die Tatsache, daß drei Punkte nur drei Geraden oder eine Gerade festlegen, sind Magnete mit Ösen, durch die ein geschlossener Gummifaden gezogen ist.
Zur Festigung dient der entsprechende Lehrbuchabschnitt (Lb 162).
Hier schließt sich eine notwendige Systematisierung mit Hilfe von Schülerübungen an. Kernstück ist die Aufgabe 4 (Lb 162).
Um unnötigen Schwierigkeiten vorzubeugen, ist es ratsam, der gesamten Klasse den jeweiligen Schnittpunkt der Geraden zu geben und als solchen zu benennen. Damit entfallen die Lösungsvarianten.

(2) Als Ausgangspunkt für die Übung kann die Aufgabe 5 (Lb 162) benutzt werden. Jeder Schüler markiert mit Hilfe der Lochschablone nebeneinander dreimal die Punkte P_5, P_{10} und P_{12}. Als Lösung für diese Aufgabe sind folgende Fälle zu behandeln:

a) P_5 wird verbunden mit P_{10} und P_{12},
b) P_{10} wird verbunden mit P_{12} und P_5,
c) P_{12} wird verbunden mit P_5 und P_{10}.

Im Unterrichtsgespräch wird eine Überlegung angestellt, daß durch die vorgegebenen drei Punkte noch eine dritte Verbindung möglich ist, nämlich

im Fall a) die Verbindung $P_{10}P_{12}$,
im Fall b) die Verbindung P_5P_{12},
im Fall c) die Verbindung P_5P_{10}.

Die dadurch entstehenden Figuren werden von den Schülern als Dreiecke wiedererkannt.
Da in diesem Unterrichtsabschnitt relativ viel neue Begriffe vermittelt worden sind, ist als Hausaufgabe die Wiederholung aller Begriffe an Hand der Ausführungen im Lehrbuch möglich.
Es könnte auch das Arbeitsblatt IV/14 (Bild 257/1) als Hausaufgabe gestellt werden. (Es handelt sich um das Konstruieren der vier Dreiecke gemäß der Punktvorgabe und das Erkennen, daß zwei Dreiecke drei verschieden lange Seiten haben, ein Dreieck zwei gleich lange Seiten hat, ein Dreieck drei gleich lange Seiten hat.)

Abschnitt 10 (3 Stunden)

Thema: Dreiecke

Ziele: Behandeln der Begriffe „Eckpunkte“ und „Seiten“ des Dreiecks (mit den dazugehörigen Bezeichnungen) sowie der Begriffe „Randpunkte“, „innere Punkte“, „äußere Punkte“.
Behandeln der Dreiecksarten, die sich aus den verschiedenen Längen der Seiten ergeben.
Erwerben weiterer Fähigkeiten im Konstruieren

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Manipermtafel, 3 Magneten mit Ösen zum Durchziehen von Gummifäden, Geometriebaukasten, Metallbaukasten, Lochschablone

Gliederung:

1. Stunde: Dreiecke und Dreiecksarten

(1) 30 Kontrolle der Hausaufgabe, Erarbeiten der Begriffe, Bezeichnung der Eckpunkte und Seiten eines Dreiecks
(2) 15 Anwenden der Begriffe „Randpunkt“, „innerer Punkt“, „äußerer Punkt“. Dreiecke in der Praxis

2. Stunde: Übungen zum Erkennen und Konstruieren verschiedener Dreiecksarten

(1) 10 Auswertung der als Hausaufgabe gestellten Beispielsammlung
(2) 35 Konstruieren von Dreiecken

3. Stunde: Zusammenfassung und Wiederholung

(1) 10 Festigen der Begriffe
(2) 20 Vielfältige Konstruktionsübungen gemäß Aufgabe 10 (Lb 172); Aufgaben 23 und 24 (Lb 173)
(3) 15 Zusammenfassung in Form einer Kurzkontrolle

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

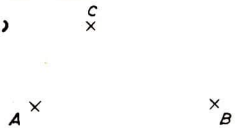
(1) Zur Kontrolle der Hausaufgabe „referieren“ einzelne Schüler über die einzelnen Begriffe (Leistungskontrolle); die Klasse korrigiert eventuell falsche oder unklare Ausführungen. Im Anschluß daran werden an Hand der Bilder D 43 und D 44 (Lb 163) oder eines Tafelbildes die neuen Begriffe durch den Lehrer erläuternd gegeben. Bei dem Begriff „gleichschenklig“ ist an die Kenntnisse über den Winkel wiederholend zu erinnern (Klasse 3). Es könnte die Aufgabe 2 des Arbeitsblattes IV/14 (Bild 257/1) gelöst werden.
Bezüglich der Bezeichnung der Eckpunkte von Dreiecken ist zu beachten, daß sie im mathematisch positiven Drehsinn vorgenommen wird.

(2) Am Dreieck werden „innere Punkte“, „Randpunkte“ und „äußere Punkte“ demonstriert. Dazu dient das Bild D 43b (Lb 163). Der Lehrer kann aber auch ein Tafelbild entwickeln.

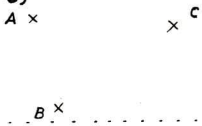
Arbeitsblatt IV / 14

Datum	Name	Klasse
....	....	....

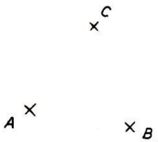
1a)



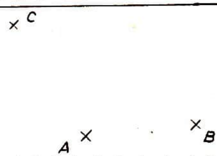
b)



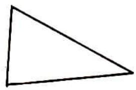
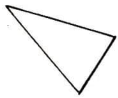
c)



d)



2)

Figur			
Seiten			
Bezeichnung			

257/1

17 [00 21 16]

Als Abschluß der Stunde wird an Beispielen aus Technik und Umwelt (Fachwerkhäuser) darauf hingewiesen, daß Dreiecke sehr häufig vorzufinden sind. An Verstrebungen von Hochspannungsmasten und anderen technischen Einrichtungen sind Dreiecke zu erkennen.
Als Hausaufgabe können die Schüler Beispiele für Dreiecke aus ihrem Lebensbereich suchen.

2. Stunde:

(1) Nachdem einige Schüler gegebenenfalls kurz berichtet haben, wo sie Dreiecke festgestellt haben, werden die Bezeichnungen „gleichseitig", „gleichschenklig" und „unregelmäßig" und die Bezeichnungen von Eckpunkten und Seiten des Dreiecks wiederholt.
Kernstück des zweiten Teils der Unterrichtsstunde bilden Konstruktionen der verschiedenen Dreiecksarten. Als Ausgangspunkt oder als Abschluß kann die Übung 22 (Lb 163) gewählt werden. Der Nachweis erfolgt mit Hilfe eines Zirkels durch Streckenabtragung.
Konstruktion der verschiedenen Dreiecksarten.
Wegen der Erziehung zur sprachlichen Ausdrucksfähigkeit sollten die Konstruktionsbeschreibungen mündlich verlangt werden.

3. Stunde:

(1) An Hand der Bilder D 43 und D 44 (Lb 163) werden Übungen zur Festigung der Begriffe angestellt. Die Schüler suchen Dreiecksarten und begründen ihre Behauptungen. Dabei werden Eigenschaften der Figuren, Begriffe und Bezeichnungen wiederholt.

(2) Schwerpunkt der Stunde sind Konstruktionsübungen gemäß den Aufgaben 10 (Lb 172) sowie 23 und 24 (Lb 173). Dabei handelt es sich nicht nur um die Festigung der Kenntnisse aus dem Abschnitt „Dreiecke", sondern auch zu den vorherigen.

(3) Als Zusammenfassung könnte eine Kurzarbeit etwa folgenden Inhalts geschrieben werden:
- Markiere mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_{12}, P_{22} und P_{24} und verbinde sie!
- Bezeichne die Eckpunkte und Seiten der entstandenen Figur!
- Gib je einen inneren Punkt, einen Randpunkt und einen äußeren Punkt der Figur an!
- Schreibe auf, um welche Dreiecksart es sich handelt!
(Lösung: Gleichseitiges Dreieck).

Abschnitt 11 (2 Stunden)

Thema: Verschiebungen und Verschiebungspfeile

Ziele: Einführung der Begriffe „Verschiebung“, „Verschiebungspfeil“, „Original“, „Bild“.
Anwendung der Begriffe „parallel“, „Richtung“, „Richtungssinn“.
Ausführung von Verschiebungen.

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Dreiecksapplikationen mit Gummifäden, Leisten mit Magneten, Dreiecksapplikationen, Manipermtafel

Gliederung:

1. Stunde: Verschiebungen

(1) 10 Erarbeiten des Begriffs „Verschiebung“
(2) 25 Ausführen von Verschiebungen, Begriffe „Original“ und „Bild“ und ihre Zusammenhänge
(3) 10 Zusammenfassung und vorbereitende Hausaufgabe

2. Stunde: Verschiebungspfeile

(1) 10 Auswertung der Hausaufgabe
(2) 15 Einführung des Begriffs „Verschiebungspfeil“
(3) 20 Konstruktionsübungen

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Eine „stumme“ Lehrerdemonstration eröffnet die Stunde. Ein Gegenstand (ein Stuhl oder ein Pult) wird verschoben. Die Schüler haben den Vorgang zu schildern. Die Begriffsgewinnung bereitet keine Schwierigkeiten; denn das Wort „Schieben“ (Verschiebung) ist den Schülern geläufig.
In einem kurzen Unterrichtsgespräch werden weitere Beispiele für Verschiebungen zusammengetragen (Schiebefenster, -tür, Verschiebebahnhof u. a. m.). Es schließt sich ein kurzes Unterrichtsgespräch an, das sich vor allem mit der Wiederholung der Begriffe „Richtung“, „Richtungssinn“ sowie „Länge einer Strecke“ befaßt. Dabei demonstrieren verschiedene Schüler an der Tafel die Lagemöglichkeiten. Sie erkennen, daß durch die Länge einer Strecke die „Verschiebungsweite“ gegeben wird.

(2) Der Verschiebungsvorgang wird an der Tafel demonstriert. Dann wird ein entsprechendes Tafelbild entwickelt (vgl. Abbildung D 46 im Lehrbuch).
Es folgen Untersuchungen über die Eigenschaften der entsprechenden Original- und Bildseiten. Wir erkennen (und ergänzen im Tafelbild):

$\overline{AB}$ parallel zu $\overline{A_1B_1}$ $\overline{AB}$ gleich lang $\overline{A_1B_1}$
$\overline{BC}$ parallel zu $\overline{B_1C_1}$ $\overline{BC}$ gleich lang $\overline{B_1C_1}$
$\overline{AC}$ parallel zu $\overline{A_1C_1}$ $\overline{AC}$ gleich lang $\overline{A_1C_1}$

Ergebnis: Entsprechende Strecken sind parallel und gleich lang.
Die Schüler verbinden in der Tafelzeichnung entsprechende Punkte geradlinig und überprüfen die Parallelität der entstandenen Strecken.

(3) Als Zusammenfassung wird noch einmal die Erkenntnis im Lehrbuch (Lb 166) bewußtgemacht.

Folgendes könnte der Vorbereitung der nächsten Stunde dienen:

- Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck *RST* in allgemeiner Lage! (d. h.: keine Seite liegt horizontal).
- Bestimme das Bild des Dreiecks bei einer in beliebiger Richtung und mit beliegem Richtungssinn gewählten Verschiebungsweite $\overline{PQ} = 3$ cm!
- Bestimme die Längen der Verschiebungsweiten $\overline{RR_1}$, $\overline{SS_1}$, $\overline{TT_1}$!
- Vergleiche Richtung und Richtungssinn der Verschiebungsweiten!

Variante: Zur Einführung und Demonstration der Verschiebung an der Tafel besteht auch noch die folgende Möglichkeit:
Ein Dreieck aus Pappe, Kunststoff o. ä. wird mit Magneten oder Manigum versehen und an der Manipermtafel angebracht. Die Eckpunkte und Seiten des Dreiecks werden bezeichnet. Die Verschiebungsrichtung wird durch eine über die Tafel und die Dreiecksapplikation mit farbiger Kreide gezeichnete Gerade festgelegt. Die Applikation wird entlang der Geraden verschoben, und die Eckpunkte und Seiten des Dreiecks werden in ihrer neuen Lage mit Kreide markiert.
Nach Entfernung der Applikation werden die Verbindungsstrecken der Eckpunkte des neuen Dreiecks sowie die Verschiebungsweiten (gekennzeichnet als Verbindungsstrecken zugeordneter Punkte der beiden Dreiecke) eingezeichnet. Die Begriffe „Original", „Bild", „Verschiebungsweite" werden im Tafelbild fixiert.

2. Stunde:

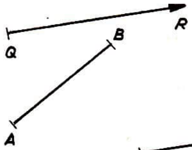
(1) Die Schüler überprüfen gegenseitig vorerst die Aufgaben 1 und 2 der Hausaufgabe mit den vorher im Unterrichtsgespräch noch einmal zusammengestellten Möglichkeiten.

(2) Die Auswertung der Aufgaben 3 und 4 der Hausaufgabe führt zum neuen Stoff. Die Schüler erkennen durch Abgreifen mit dem Zirkel, daß die Verbindungsstrecken entsprechender Punkte ($\overline{RR_1}$ usw.) sowohl bezüglich ihrer Richtungen als auch ihrer Längen mit der vorgegebenen Verschiebungsweite ($\overline{PQ} = 3$ cm) übereinstimmen.
Im Unterrichtsgespräch wird der Begriff „Verschiebungspfeil" erarbeitet. Dabei sind folgende Eigenschaften bewußtzumachen:
Pfeile, die entsprechende Punkte bei einer Verschiebung verbinden,
sind parallel, gleich lang und haben gleichen Richtungssinn.

Arbeitsblatt IV/15

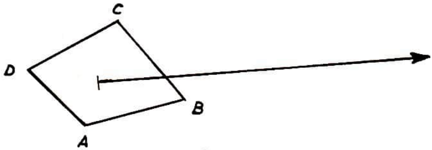
Datum	Name	Klasse
....	....	....

1a)

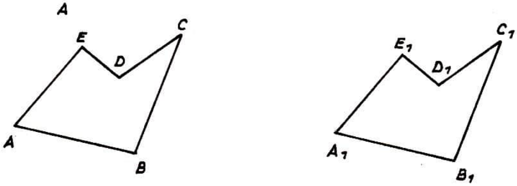


1b)

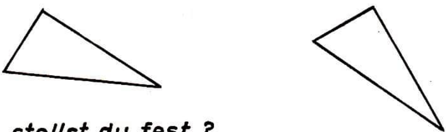
2)



3a)



3b)



Was stellst du fest ?

3a) ....

....

3b) ....

....

Es reicht die Angabe eines Pfeiles aus, um Verschiebungsweite, Verschiebungsrichtung und Richtungssinn festzulegen.

(3) Der Lehrer sollte die Konstruktion gemäß Beispiel 7 (Lb 166) durchführen lassen. Wenn es möglich ist, können weitere Übungen und die Hausaufgabe mit Hilfe des Arbeitsblattes IV/15 (Bild 261/1) durchgeführt werden. Aufgabe 1 enthält die Verschiebung zweier Strecken, wobei die Schwierigkeit bei der zweiten Strecke darin besteht, daß ihre Lage parallel zum Verschiebungspfeil ist. – In Aufgabe 2 ist ein Viereck zu verschieben. Aufgabe 3 verlangt vom Schüler die Kontrolle, ob es sich bei dem Fünfeck bzw. dem Dreieck um Verschiebungen handelt. Derartige Aufgaben sollten häufiger gestellt werden.

Variante: Wegen des engen Zusammenhangs dieser beiden Stunden mit den Themen „Verschiebungen“ und „Verschiebungspfeile“ ist es durchaus möglich, beide zusammenzufassen und eine Stunde als ausgesprochene Übungsstunde zu verwenden.

Abschnitt 12 (2 Stunden)

Thema: Nacheinanderausführung von Verschiebungen

Ziele: Behandeln der Nacheinanderausführung von Verschiebungen.
Konstruktionsübungen.
Anwendung von Überprüfungsmöglichkeiten

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Dreiecksapplikationen kongruenter Dreiecke, 2 Leisten mit Magneten, Lochschablone

Gliederung:

1. Stunde: Nacheinanderausführung von Verschiebungen

(1) 15 Herleiten des Sachverhaltes aus der Praxis
(2) 20 Möglichkeit der Vereinfachung der Konstruktion
(3) 10 Übung und Hausaufgabe

2. Stunde: Konstruktionsübungen

(1) 45 Fertigkeitsentwicklung mit Hilfe von Aufgaben aus dem Lehrbuch, Seite 169, und anderer Aufgaben

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Die Unterrichtsstunde wird mit folgender selbständiger Schülerübung begonnen: Jeder Schüler markiert mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_9, P_{12}, P_{13} und P_6, P_{10}, P_{16}. Die ersten drei Punkte werden zum Dreieck ABC verbunden,

die Punkte P_{10} und P_6 ergeben den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PQ}$, die Punkte P_6 und P_{16} den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{QR}$.

- Bestimme zunächst das Bild $A_1B_1C_1$ des Dreiecks ABC bei der Verschiebung $\overrightarrow{PQ}$! Bestimme anschließend das Bild $A_2B_2C_2$ des Dreiecks ABC bei der Verschiebung $\overrightarrow{QR}$! (Hinweis: Die einzelnen Dreiecke sind farbig zu unterscheiden.)

Die Ergebniskontrolle erfolgt durch jeden Schüler selbst. Es wird festgestellt, daß das erste Bild (Dreieck $A_1B_1C_1$) und das zweite Bild (Dreieck $A_2B_2C_2$), das gleichzeitig Lösung der Aufgabe ist, einander decken.

(2) Im Unterrichtsgespräch wird herausgearbeitet, daß eine Nacheinanderausführung von Verschiebungen auch durch eine einzige Verschiebung angegeben werden kann (D 7, Lb 168). Zur Verdeutlichung dient die Lochschablone. Unter der Voraussetzung, daß sie nur parallel verschoben wird, führt man mit ihr einen Verschiebungsvorgang entlang der Strecke $\overline{P_{10}P_6}$ durch. (Der Schüler erkennt, daß das Bilddreieck $A_1B_1C_1$ mit dem Dreieck $P_{13}P_{12}P_9$ übereinstimmt. Der zweite Verschiebungsvorgang entlang der Strecke $\overline{P_{10}P_{16}}$ führt zum Ergebnis, daß das Dreieck $A_2B_2C_2$ sich wiederum mit dem Lochschablonendreieck $P_{13}P_{12}P_9$ in Deckung befindet.) Das Endergebnis wird schneller erreicht, wenn der Punkt P_{10} der Lochschablone entlang der Strecke $\overline{P_{10}P_{16}}$ geführt wird, denn dann ergibt sich sofort eine Übereinstimmung des Lochschablonendreiecks $P_{13}P_{12}P_9$ mit dem Endresultat $A_2B_2C_2$.

(3) Als Übung und Hausaufgabe dienen die Aufgaben 1 und 2 (Lb 169).

2. Stunde:

(1) Nach einem kurzen wiederholenden Unterrichtsgespräch, das auch der Kontrolle der Hausaufgabe dienen kann, werden die Begriffe „Verschiebung", „Verschiebungspfeil" mit den dazu nötigen Begriffen „Richtung", „Richtungssinn", „Verschiebungsweite", „Nacheinanderausführung von Verschiebungen" zusammengetragen und für die sich anschließende Übung bereitgestellt. Ihr können die Aufgaben 3 und 4 (Lb 169) dienen. Vielfältige Aufgaben können aber auch unter Verwendung der Lochschablone gestellt werden.
Es kommt darauf an, daß die Schüler in dieser Stunde ihre Konstruktionsfertigkeiten erhöhen und dabei stets nach rationellsten Methoden suchen.
Als Zusammenfassung und zur Vorbereitung der Hausaufgabe dienen Konstruktionsüberlegungen zur Lösung von Aufgaben, wie sie auf dem Arbeitsblatt IV/16 gegeben sind. Dabei konzentriert sich das Unterrichtsgeschehen vorerst auf das Lösen von Aufgaben ähnlich der Aufgabe 1 dieses Arbeitsblattes. Die zweimalige Verschiebung des Dreiecks ABC sollte konstruktiv erst nacheinander durchgeführt werden.
Zur Überprüfung verbinden die Schüler die einander entsprechenden Punkte des Originals ABC und des Bildes $A_2B_2C_2$ miteinander. Mit Hilfe zweier Zeichendreiecke stellen die Schüler dann fest, daß die entstandenen Pfeile parallel und gleich lang sind.
Als Hausaufgabe kann eine Aufgabe wie Nr. 2 des Arbeitsblattes IV/16 (Bild 265/1) dienen.

Übung und Wiederholung (1 Stunde)

Ziele: Entwickeln von Konstruktionsfertigkeiten

Erziehung zur Exaktheit und Sauberkeit.
Sicherheit in der Verwendung der Bezeichnungen.
Erziehung zur einwandfreien sprachlichen Darstellung mathematischer Sachverhalte

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Lochschablone

Gliederung:

Übung und Wiederholung Übungsaufgaben zu den Stoffeinheiten „Dreiecke", „Verschiebungen und Verschiebungspfeile"

Methodische Hinweise:

Vielfältige Übungsaufgaben werden unter Beachtung einer sinnvollen Steigerung des Schwierigkeitsgrades gelöst. Die Originale, die zu verschieben sind, können entweder mit Hilfe der Lochschablone oder mit Hilfe der von Schülern hergestellten Schablonen (Lb 169) oder durch Konstruktion (z. B. Konstruktion von Dreiecken, Strecken, Punkten) erzeugt werden. Wegen der notwendigen Kontrolle ist es ratsam, dafür zu sorgen, daß die Ausgangsobjekte bei jedem Schüler gleich sind. Eine Variabilität der Lösungen, die bekanntlich immer unterrichtsorganisatorische Schwierigkeiten mit sich bringt, ergibt sich trotzdem; denn der Lehrer kann bezüglich der Angabe der Verschiebungspfeile nur die Verschiebungsweite exakt vorgeben. Die Festlegung der Verschiebungsrichtungen ist nur mit Hilfe der Lochschablone möglich.
Ziel der Stunde muß es sein, daß jeder Schüler selbständig – vielleicht auch in Form einer Kurzkontrolle – folgende Aufgaben lösen kann:

- Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck mit $\overline{AB} = 2{,}5$ cm und $\overline{AC} = \overline{BC} = 4{,}0$ cm auf deiner Heftseite links!
- Markiere mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_2, P_6 und P_{16}! $\overrightarrow{P_2P_6}$ ist der erste Verschiebungspfeil, $\overrightarrow{P_6P_{16}}$ der zweite.
- Konstruiere das Bild des Dreiecks ABC gemäß den angegebenen Verschiebungspfeilen!

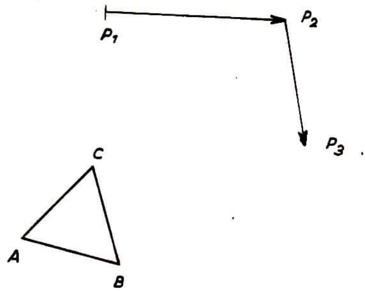
Zur Vorbereitung des Abschnittes „Streifen" kann folgende Hausaufgabe gestellt werden:

- Markiere mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_4 und P_1 als Verschiebungspfeil $\overrightarrow{AB}$ und die Punkte P_{11} und P_{12} für die Gerade CD!
- Konstruiere das Bild C_1 des Punktes C (P_{12}) gemäß dem Verschiebungspfeil!

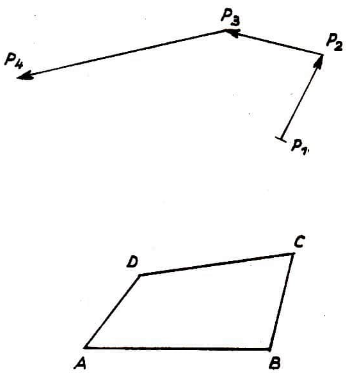
Arbeitsblatt IV/16

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1)



2)



265/1

Abschnitt 13 (2 Stunden)

Thema: Streifen

Ziele: Behandeln der Begriffe „Streifen", „Breite eines Streifens", „Randpunkt", „innerer Punkt", „äußerer Punkt" eines Streifens

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Lochschablone, 2 Kreisscheiben mit Streifen, Papierschlangen

Gliederung:

1. Stunde: Einführung des Begriffs „Streifen"

(1) 10 Kontrolle der Hausaufgaben mit Konstruktion der Parallelen zur Geraden CD durch den Bildpunkt C_1

(2) 10 Einführung des Begriffs „Streifen" und Abgrenzung zum umgangssprachlichen Begriffsinhalt

(3) 25 Konstruktion von Streifen und Anwendung der Begriffe „Randpunkt", „innerer Punkt", „äußerer Punkt"

2. Stunde: Breite eines Streifens

(1) 20 Einführung der Begriffe „Breite eines Streifens", „Parallelen"

(2) 25 Konstruktionsübungen

Methodische Hinweise:

1. Stunde:

(1) Eine gegenseitige Kontrolle der Hausaufgabe sichert, daß jeder Schüler die Ausgangssituation gemäß Bild 2 der Abbildung D 52 (Lb 170) besitzt. Als Anwendung früher erworbener Kenntnisse wird die Parallele zur Geraden CD durch den Bildpunkt C_1 mit Hilfe einer Parallelverschiebung konstruiert. Die Schüler markieren mit Farbstift die beiden parallelen Geraden. Damit wird die Aufmerksamkeit auf das neu entstandene geometrische Objekt „Streifen" gelenkt.

(2) Der Begriff „Streifen" wird im Unterrichtsgespräch erarbeitet. Zur Veranschaulichung eignen sich Papierschlangen. Ein Unterrichtsgespräch stellt Beispiele für Streifen, die in der Praxis vorhanden sind, zusammen (Grünstreifen der Autobahn und Fläche zwischen Schienen an geraden Strecken, Scheuerleisten u. a. m.). Selbstverständlich muß dabei bewußtgemacht werden, daß die Parallelen von Geraden gebildet werden und daß die Länge des Streifens unbegrenzt ist.

(3) Als erste Übungsaufgabe kann Aufgabe 6 (Lb 171) dienen. Daran schließen sich weitere Aufgaben an (z. B. Aufgabe 7, Lb 171). Als Sonderfälle sollten die Aufgaben 3 und 4 (Lb 171) behandelt werden.
Jeder durch Konstruktion entstandene Streifen ist zur Anwendung der Begriffe „Randpunkt", „innerer Punkt", „äußerer Punkt" in bezug auf den Streifen zu verwenden (Abbildung D 53, Lb 170).

2. Stunde:

(1) Jeder Schüler zeichnet mit Hilfe der Lochschablone einen Streifen, der durch die Geraden P_5P_9 und P_6P_{17} begrenzt wird. Danach markiert er bei unveränderter Lage der Lochschablone die Punkte P_1 und P_{15} und zeichnet von P_1 aus Strahlen durch alle markierten Punkte. Die Strecken das Strahlenbüschels, die durch den Streifen gebildet werden, sind farbig hervorzuheben und zu messen. Mit Hilfe des rechtwinkligen Zeichendreiecks wird festgestellt, daß der Strahl P_1P_{15} senkrecht auf den Parallelen steht. Die Messungen zeigen, daß die Entfernung zwischen den entsprechenden Randpunkten der Parallelen bei senkrechtem Schnitt mit einem Strahl die kürzeste ist (Bild D 54, Lb 170).
Die kürzeste Strecke, die gleichzeitig senkrecht auf den Parallelen steht, markieren die Schüler besonders. Man nennt diese kürzeste Entfernung „Breite des Streifens" bzw. „Abstand der Parallelen" (Bild D 55, Lb 171).

(2) Als Konstruktionsübungen können die Lehrbuchaufgaben 1, 2, 8 und 9 (Lb 171) dienen.
Selbstverständlich ist mit Hilfe der Lochschablone das Bilden weiterer Übungsaufgaben möglich.
Die Stunde schließt mit einer Zusammenfassung, die sich mit den Begriffen „Streifen", „Breite des Streifens", „Abstand der Parallelen" befaßt.
Der Einsatz der Kunststoffkreisscheiben mit aufgezeichneten Streifen kann empfohlen werden.

Gesamtwiederholung, Übung und Gesamtzusammenfassung (3 Stunden)

Ziele: Wiederholen und Festigen des gesamten Stoffes.
Herausstellen der stofflichen Schwerpunkte und der zu erzielenden Fertigkeiten.
Anwenden des Wissens und Könnens auf praktische Sachverhalte.
Schulung des mathematischen Denkens und des fachgerechten sprachlichen Ausdrucks bei Fallunterscheidungen, Begriffserläuterungen und Konstruktionsbeschreibungen.
Weitere Erhöhung der Zeichen- und Konstruktionsfertigkeiten unter besonderer Beachtung der Erziehung zu Sauberkeit, Exaktheit und selbstkritischer Haltung

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Lochschablone

Gliederung:

1. und 2. Stunde: Gesamtwiederholung und Übung

Lösen von Aufgaben unter besonderer Beachtung der richtigen Anwendung der Fachbegriffe und der Zusammenhänge zwischen den einzelnen geometrischen Gebilden

3. Stunde: Gesamtzusammenfassung

Überblick über den gesamten Stoff. Behandlung von Aufgaben, die die stofflichen Schwerpunkte zur Lösung fordern und gleichzeitig der Vorbereitung der Leistungskontrolle dienen

Methodische Hinweise:

1. und 2. Stunde:

In den beiden abschließenden Stunden kommt es darauf an, durch geschickte Aufgabenstellung und -auswahl das bisher erworbene Wissen und Können anwenden zu lassen. Dabei ist bewußt auf die weitere Erhöhung der Fähigkeiten und Fertigkeiten zu achten, das Tun und Handeln sprachlich zu beschreiben und zu begründen. Durch geeignete Überprüfungsmaßnahmen müssen alle Schüler stets in die Lage kommen, die Richtigkeit ihrer Lösungen festzustellen.

Folgende Aufgaben könnten vorgesehen werden:

- Markiere mit Hilfe der Lochschablone die Punkte P_7, P_8, P_{13} und verbinde sie!

Ergebnis: Die Schüler stellen mit Hilfe der Zeichengeräte fest, daß es sich um ein gleichschenkliges Dreieck, bei dem zwei Seiten senkrecht aufeinander stehen, handelt (Dreieck ABC).
Wiederholung: andere Dreiecksarten, Dreiecksbenennung, gegenseitige Lage von drei Punkten und gegenseitige Lage von drei Geraden.

- Markiere bei gleicher Lage der Lochschablone die Punkte P_1, P_3, P_{16} und zeichne die Verschiebungspfeile $\overrightarrow{P_1P_3}$ und $\overrightarrow{P_3P_{16}}$!

Ergebnis: Die Pfeile stehen senkrecht aufeinander.
Wiederholung: Verschiebungsweiten, Verschiebungspfeil, Streckenmessung, Streckenvergleich, Richtung, Richtungssinn.

- Konstruiere die Verschiebung des Dreiecks ABC gemäß den Verschiebungspfeilen!

Ergebnis: Es gibt zwei Lösungsmöglichkeiten:

a) die Nacheinanderausführung der beiden Verschiebungen,
b) die Ausführung einer einzigen Verschiebung entlang der Resultierenden.

Wiederholung: Verschiebungsrichtung, Verschiebungsweite, Nacheinanderausführung von Verschiebungen, Vereinfachung durch Ausführung einer einzigen Verschiebung.
Das durch die Schüler konstruktiv ermittelte Endergebnis kann mit Hilfe der Lochschablone von jedem Schüler selbst auf Richtigkeit überprüft werden. Bei Nacheinanderausführung der Verschiebungen muß sich das Originaldreieck ABC erst einmal mit dem Dreieck $P_{10}P_{11}P_{15}$ der Lochschablone decken, und im Endergebnis muß die größte Seite des Originals ($\overline{AB} = \overline{P_{13}P_8}$) nach Verschiebung der Schablone in Richtung $\overrightarrow{P_3P_{16}}$ mit der Strecke $\overline{P_{24}P_{19}}$ zusammenfallen. Die Gleichschenkligkeit der anderen zwei Seiten und deren senkrechte Lage können festgestellt werden, wenn die beiden Schenkel über den Punkt C_2 verlängert werden und dadurch die Lochschablonenpunkte P_{15} bzw. P_{18} auf den Verlängerungen liegen. An der entstandenen Figur werden vor allem der Begriff „Streifen", aber auch alle anderen Begriffe und die gegenseitigen Beziehungen erkannt und bewußtgemacht.

Weitere Übungsaufgaben werden dem Lehrbuch entnommen.

3. Stunde:

In der dritten Stunde dieser Gesamtwiederholung ist es notwendig, den Schülern bewußtzumachen, daß es in der Geometrie neben der Konstruktion einzelner Objekte in der Ebene (z. B. Dreiecke, Vierecke, Strecken, Strahlen, Geraden, Punkte) auf die Untersuchung der zwischen ihnen existierenden Beziehungen ankommt. Wir betrachten und untersuchen diese zwischen den geometrischen Gebilden bestehenden Beziehungen.

Leistungskontrolle und Auswertung (2 Stunden)

Ziele: Kontrolle des Wissens und Könnens
Bewußtmachen der noch vorhandenen Mängel und Lücken an Hand einer exakten Fehleranalyse

Unterrichtsmittel: Zeichengeräte, Lochschablone

Gliederung:

1. Stunde: Klassenarbeit

2. Stunde: Auswertung der Leistungskontrolle und Abschluß der Geometrie in Klasse 4

(1) 25 Lösen von ähnlichen Aufgaben wie in der Klassenarbeit unter besonderer Beachtung der hauptsächlich aufgetretenen Fehler
(2) 10 Rückgabe der Klassenarbeit
(3) 10 Abschluß des Stoffgebietes „Geometrische Grundbegriffe“ und Ausblick

Methodische Hinweise:

1. Stunde: Klassenarbeit.

Als Beispiel für das vorzubereitende Tafelbild dient das Arbeitsblatt (Bilder 270/1; 271/1) zur Durchführung der Leistungskontrolle (die Aufgaben wurden auf zwei Bögen verteilt).

2. Stunde:

(1) Mit Hilfe der Lochschablone können ähnliche Aufgaben wie in der Leistungskontrolle in vielfältiger Art gestellt werden.

(2) Rückgabe der Arbeit.

(3) In einem Unterrichtsgespräch wird noch einmal folgendes bewußtgemacht:
In Klasse 4 haben wir durch Verschiebungen geometrischer Gebilde (Punkt, Gerade, Strahl, Strecke, Figur) Bilder von den Originalen erzeugt.

Leistungskontrolle

Blatt 1

Datum	Name	Klasse
....	....	....

1 a) Konstruiere die Gerade durch BC!

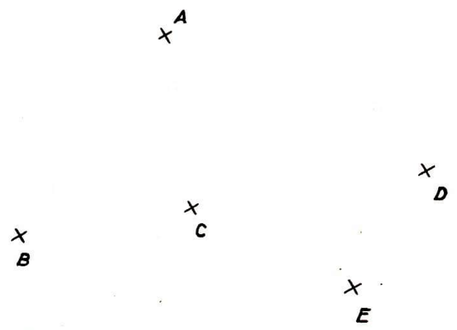
b) Konstruiere Strahlen von A aus durch alle Punkte!

c) Konstruiere eine Parallele zu BC durch E!

d) Bestimme die Streifenbreite!

e) Was ist ABC für ein Dreieck ?

f) Markiere im Δ ABC einen inneren, einen äußeren und einen Randpunkt!



Ergebnis:

Streifenbreite: .... mm

Δ ABC: ....

Innerer Punkt: ....

Äußerer Punkt: ....

Randpunkt: ....

270/1

Leistungskontrolle

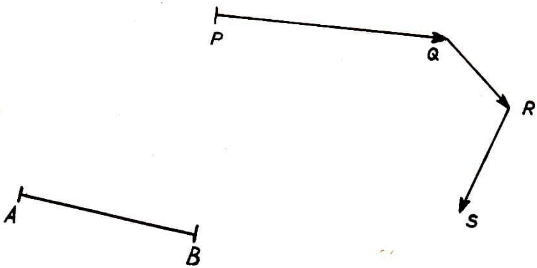
Blatt 2

Datum	Name	Klasse
....	....	....

2 a) Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck über der Strecke $\overline{AB}$!

b) Miß die Längen der Dreiecksseiten!

c) Konstruiere das Bild gemäß den Verschiebungspfeilen!



Ergebnis:

Länge der Dreiecksseiten: .... cm

271/1